



**HAL**  
open science

# Etude de nouvelles techniques de réduction du ” facteur de crête ” (PAPR) à compatibilité descendante pour les systèmes multiporteuses

Désiré Guel

► **To cite this version:**

Désiré Guel. Etude de nouvelles techniques de réduction du ” facteur de crête ” (PAPR) à compatibilité descendante pour les systèmes multiporteuses. Traitement du signal et de l’image [eess.SP]. Université Rennes 1, 2009. Français. NNT: . tel-00441566

**HAL Id: tel-00441566**

**<https://theses.hal.science/tel-00441566>**

Submitted on 16 Dec 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1**  
*sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne*

pour le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1**  
*Mention : Traitement du Signal et Télécommunications*

**Ecole doctorale MATISSE**

présentée par

**Désiré GUEL**

préparée à l'unité de recherche : SCEE-SUPELEC/IETR UMR 6164  
Institut d'Electronique et Télécommunications de Rennes  
Structure et Propriété de la Matière (S.P.M)

---

**Etude de nouvelles  
techniques de  
réduction du  
« facteur de crête »  
à compatibilité  
descendante  
pour les systèmes  
multiporteuses**

**Thèse soutenue à Rennes  
le 25 novembre 2009**

devant le jury composé de :

**M. Maurice BELLANGER**

Professeur titulaire au CNAM (Paris) / *rapporteur*

**M. Luc VANDENDORPE**

Professeur des universités à l'UCL (Belgique) /  
*rapporteur*

**M. Gérard FAUCON**

Professeur à l'Université de Rennes 1 / *examineur*

**M. Ramesh PYNDIAH**

Professeur à l'ENST Bretagne / *examineur*

**M. Jean Jacques BELLANGER**

Maître de Conférences à l'Université de Rennes 1 /  
*examineur*

**M. Yves LOUËT**

Enseignant-Chercheur à Supelec Rennes /  
*examineur*

**M. Jacques PALICOT**

Professeur à Supelec Rennes / *directeur de thèse*

---

# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire, financés par SUPELEC, ont été menés dans l'équipe SCEE (Signal, Communication et Électronique Embarquée) de SUPELEC, campus de Rennes.

Je remercie Monsieur Philippe MARTIN, Directeur du campus et Monsieur Bernard JOUGA, Délégué à la Recherche et aux Relations Industrielles, pour m'avoir accueilli au sein du campus de Rennes.

Je remercie chaleureusement les membres du jury qui ont tous sans hésiter accepté de participer à cette soutenance : merci tout d'abord à Monsieur Gérard FAUCON, Professeur à l'Université de Rennes 1, pour avoir accepté de présider celui-ci ; merci ensuite à Monsieur Maurice BELLANGER et Monsieur Luc VANDENDORPE respectivement Professeur titulaire au CNAM et Professeur des universités à l'UCL, pour avoir accepté la lourde tâche de rapporter sur ma thèse ; merci enfin à Monsieur Ramesh PYNDIAH, Professeur à l'ENST Bretagne et Monsieur Jean Jacques BELLANGER, Maître de Conférences à l'Université de Rennes 1, d'avoir accepté d'examiner ma thèse.

Je tiens également à remercier Monsieur Yves LOUET, Enseignant Chercheur à SUPELEC, pour sa disponibilité, sa sympathie et les moments des discussions fructueuses.

Je tiens à remercier Monsieur Jacques PALICOT, mon Directeur de thèse, pour ses qualités humaines, l'excellence de son encadrement, sa disponibilité, sa gentillesse et son attention. Je lui sais gré de m'avoir laissé une grande liberté tout au long de la thèse et surtout de m'avoir donné sa confiance.

Je remercie aussi l'ensemble de l'équipe SCEE de SUPELEC, campus de Rennes pour son accueil et pour ces trois années au cours desquelles j'ai appris scientifiquement et humainement. Je remercie en particulier Sajjad HUSSAIN pour sa sympathie et les divers discussions intéressantes dont certaines ont conduit à des publications communes, Amor NAFKHA pour son enthousiasme, Mohamad MROUÉ pour son apport scientifique, Yvon Sosthene YAMEOGO et Flavien Hervé SOMDA pour leur compagnie et leur amitié.

Ces remerciements s'adressent également à mes parents restés au Burkina Faso, ma famille qui a effectué le déplacement depuis le Burkina Faso pour m'assister pendant ma soutenance. Je remercie également ma fiancée qui m'a soutenu moralement et encouragé tout au long de ce travail, mes amis et mes compatriotes qui m'ont supporté, encouragé et conseillé ... que Dieu vous protège.

Je dédie cette thèse à la mémoire de mon père, qui m'a quitté le 14 Décembre 2002 et qui veille sans cesse sur moi.

## Remerciements

---

# Table des matières

Remerciements . . . . .	iii
Table des matières . . . . .	v
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Systèmes OFDM, Amplification Non-linéaire et Traitements des non-linéarités</b>	<b>7</b>
<b>1 Procédés de Modulation OFDM</b>	<b>9</b>
1 Introduction . . . . .	9
2 La modulation OFDM . . . . .	9
2.1 Historique . . . . .	9
2.2 Principes et fonctionnement de l'OFDM . . . . .	12
2.3 Implantation numérique . . . . .	13
2.4 Intervalle de garde . . . . .	15
2.5 Exemple : Réseaux sans fils IEEE 802.11a/g . . . . .	16
3 Les caractéristiques du signal OFDM . . . . .	19
3.1 Distribution du signal OFDM-Histogramme . . . . .	19
3.2 Définition et analyse du PAPR . . . . .	20
3.3 Distribution du PAPR des signaux OFDM . . . . .	22
4 Les avantages et les limites de l' OFDM . . . . .	26
4.1 Les avantages de l'OFDM . . . . .	27
4.2 Les limites de l'OFDM . . . . .	27
5 Conclusion . . . . .	28
<b>2 Amplificateur de puissance et signaux à enveloppe non constante</b>	<b>29</b>
1 Introduction . . . . .	29
2 Généralités sur les amplificateurs de puissance . . . . .	30
2.1 Définition . . . . .	30
2.2 Les non-linéarités d'amplitude et de phase : les conversions ou caractéristiques de transferts AM/AM et AM/PM . . . . .	31
2.3 Le recul d'entrée et le recul de sortie . . . . .	32
2.4 Notion de rendement . . . . .	32
2.5 Les classes d'opération de l'amplificateur de puissance . . . . .	34
3 Modélisation comportementale d'un amplificateur . . . . .	37
3.1 Modélisation comportementale de l'amplificateur sans mémoire . . . . .	37
3.2 Effet mémoire des amplificateurs de puissance . . . . .	38

## TABLE DES MATIÈRES

---

4	Mesure des distorsions . . . . .	39
4.1	Adjacent Channel Power Ratio (ACPR) . . . . .	39
4.2	Noise Power Ratio (NPR) . . . . .	40
4.3	Error Vector Magnitude (EVM) . . . . .	40
4.4	Conclusion . . . . .	41
5	Influence des non-linéarités de l’amplificateur dans un système de commu- nication . . . . .	42
5.1	Effet sur la constellation et mesure de l’EVM . . . . .	42
5.2	Effet sur le Taux d’Erreur Binaire (TEB) . . . . .	43
5.3	Influence sur le spectre . . . . .	43
6	Conclusion . . . . .	45
<b>3</b>	<b>État de l’art des techniques de réduction du PAPR</b>	<b>47</b>
1	Introduction . . . . .	48
2	Nouvelle classification des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR	49
2.1	Définition de la notion de compatibilité descendante . . . . .	49
2.2	Méthodes avec compatibilité descendante . . . . .	50
3	Critères de performances des techniques de réduction du PAPR . . . . .	51
3.1	Performance en réduction du PAPR . . . . .	51
3.2	Variation de la puissance moyenne . . . . .	52
3.3	Dégradation du TEB . . . . .	53
3.4	“Overall Performance” (OP) . . . . .	53
3.5	Diminution du débit utile . . . . .	54
3.6	Complexité . . . . .	54
4	Techniques Probabilistes . . . . .	54
4.1	La technique “Selective Mapping” (SLM) . . . . .	54
4.2	La technique “Partial Transmit Sequences” (PTS) . . . . .	55
4.3	La technique de “Random Phasor” (RP) . . . . .	57
5	Techniques de Codage . . . . .	58
5.1	Généralités . . . . .	58
5.2	Réduction du PAPR par des codes en blocs . . . . .	59
5.3	Réduction du PAPR par codes de Reed-Muller (RM) . . . . .	60
5.4	Conclusion . . . . .	61
6	Techniques “ajout de signal” . . . . .	61
6.1	“Clipping” . . . . .	61
6.2	“Tone Reservation” . . . . .	64
6.3	“Active Constellation Extension” . . . . .	67
6.4	“Tone Injection” . . . . .	70
7	Conclusion . . . . .	72
<b>II</b>	<b>Techniques “Ajout de Signal” de réduction du PAPR</b>	<b>73</b>
<b>4</b>	<b>Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion</b>	<b>75</b>
1	Introduction . . . . .	76
2	Techniques de distorsions et décomposition de Bussgang . . . . .	77
2.1	Définition . . . . .	77

## TABLE DES MATIÈRES

---

	2.2 Décomposition de Bussgang . . . . .	77
3	Caractérisation théorique des performances des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions” . . . . .	78
	3.1 Caractérisation des techniques dites de “distorsions” . . . . .	79
	3.2 Étude de la variation de la puissance moyenne . . . . .	79
	3.3 Distribution du PAPR . . . . .	81
	3.4 Caractérisation théorique du SNDR . . . . .	84
4	Modélisation des techniques de distorsions en techniques “ajout de signal” . . . . .	87
	4.1 Introduction . . . . .	87
	4.2 Principe des techniques “ajout de signal” . . . . .	88
	4.3 Formulation des techniques dites de “distorsions” en techniques “ajout de signal” . . . . .	89
5	Caractérisation du signal de réduction du PAPR . . . . .	89
6	Les différents types de filtrage du “signal de réduction du PAPR” . . . . .	91
	6.1 Filtrage numérique OOB à base de FFT/IFFT . . . . .	92
	6.2 Filtrage numérique IB à base de FFT/IFFT . . . . .	93
	6.3 Le phénomène de “peak-regrowth” lié au filtrage . . . . .	94
	6.4 Conclusion . . . . .	95
7	Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR . . . . .	96
	7.1 Introduction . . . . .	96
	7.2 Principe de la transformation en technique TR . . . . .	96
	7.3 Algorithme de la transformation . . . . .	98
	7.4 Analyse de la complexité de l’algorithme . . . . .	99
	7.5 Transformation en technique TR avec contrôle du niveau de puissance OOB . . . . .	99
	7.6 Transformation de “clipping” en technique TR dans un système WLAN . . . . .	100
8	Influence du nombre et des positions des sous-porteuses de réduction du PAPR . . . . .	106
	8.1 Influence de l’emplacement des sous-porteuses “non-utilisées” . . . . .	106
	8.2 Influence du nombre des sous-porteuses de réduction du PAPR . . . . .	109
9	Conclusion . . . . .	110
<b>5</b>	<b>Méthode Géométrique de réduction du PAPR et ses variantes</b>	<b>113</b>
1	Introduction . . . . .	113
2	“Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR . . . . .	114
	2.1 Historique . . . . .	114
	2.2 Principe de la MGC . . . . .	114
	2.3 Mécanisme de réduction du PAPR et algorithme de la MGC . . . . .	117
	2.4 Quelques résultats de simulation . . . . .	118
3	Étude théorique de la MGC . . . . .	122
	3.1 Variation de la puissance moyenne dans la MGC . . . . .	124
	3.2 Distribution du PAPR de la MGC . . . . .	126
	3.3 Caractérisation théorique du SNDR de la MGC . . . . .	128
	3.4 Analyse de la complexité de la MGC . . . . .	130
	3.5 Les limites de la MGC . . . . .	130
4	“Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) pour la réduction du PAPR . . . . .	131
	4.1 Principe de la MGA . . . . .	131



## TABLE DES MATIÈRES

---

4.2	Complexité et analyse des performances de la MGA . . . . .	134
5	La MGA à base de “Tone Reservation” (TR) . . . . .	136
5.1	Principe de la “TR-MGA” . . . . .	136
5.2	Analyse des performances de la “TR-MGA” . . . . .	137
5.3	Étude comparative de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” . . . . .	139
6	Conclusion . . . . .	141
<b>6</b>	<b>La Sécante Hyperbolique pour la réduction du PAPR</b>	<b>145</b>
1	Introduction . . . . .	145
2	La “sécante hyperbolique” comme fonction de réduction du PAPR . . . . .	146
2.1	La “sécante hyperbolique” . . . . .	146
2.2	La “sécante hyperbolique” dans un contexte de réduction du PAPR . . . . .	148
2.3	Approximation Gaussienne de la “sécante hyperbolique” . . . . .	150
3	Études théoriques des performances de la “sécante hyperbolique” . . . . .	151
3.1	Variation de la puissance moyenne . . . . .	151
3.2	Distribution du PAPR . . . . .	152
3.3	Caractérisation théorique du SNDR . . . . .	154
3.4	Les limites de la “sécante hyperbolique” . . . . .	156
4	La “sécante hyperbolique” à base d’écrtage . . . . .	157
4.1	Principe de la technique HSC . . . . .	157
4.2	Algorithme et analyse de complexité de la HSC . . . . .	158
4.3	Étude des performances de la HSC . . . . .	159
4.4	Étude comparative de la HSC avec trois techniques de “clipping and filtering” . . . . .	161
5	La HSC à base de “Tone Reservation” pour la réduction du PAPR . . . . .	163
5.1	Transformation de la HSC en TR . . . . .	163
5.2	Algorithme et analyse de complexité de la “TR-HSC” . . . . .	164
5.3	Analyse de performances de la “TR-HSC” . . . . .	164
5.4	Étude comparative de la “TR-HSC” avec la “TR-GP” et la “TR-SOCP” . . . . .	168
6	Conclusion . . . . .	169
	<b>Conclusion générale et Perspectives</b>	<b>171</b>
	<b>Publications personnelles</b>	<b>175</b>
<b>A</b>	<b>Quelques Éléments de Probabilités</b>	<b>179</b>
1	Introduction . . . . .	179
2	Calcul de $\Pr \left[  g_{\theta_n}(r)  \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} \right]$ . . . . .	179
3	Calcul de $\mathcal{P}_{y, \theta_n}$ . . . . .	181
4	Calcul de $\mathcal{R}_{r, g_{\theta_n}(r)}$ . . . . .	182
<b>B</b>	<b>Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR</b>	<b>183</b>
1	“Tone Reservation” via le “Second Order Cone Programming” (SOCP) . . . . .	184
1.1	Introduction . . . . .	184
1.2	Le “Second Order Cone Programming” (SOCP) . . . . .	184

## TABLE DES MATIÈRES

---

1.3	Principe de la “Tone Reservation” à l’aide de SOCP . . . . .	184
1.4	Complexité de la “Tone Reservation” à l’aide du SOCP . . . . .	187
1.5	Avantages et inconvénients de la TR à l’aide du SOCP . . . . .	187
2	“Tone Reservation” via le “Gradient-Project” (GP) . . . . .	187
2.1	Introduction . . . . .	187
2.2	Principe de la technique “TR-GP” . . . . .	188
2.3	Analyse de la complexité de la technique “TR-GP” . . . . .	189
2.4	Avantages et inconvénients de la technique “TR-GP” . . . . .	189
3	“Active Constellation Extension” via le “Smart Gradient-Project” (SGP) . . . . .	189
3.1	Principe de la technique “ACE-SGP” . . . . .	190
3.2	Analyse de la complexité de la technique “ACE-SGP” . . . . .	191
4	Les techniques de “clipping and filtering” . . . . .	191
4.1	Principe de réduction du PAPR du “clipping and filtering” . . . . .	192
4.2	Fonctions de réduction du PAPR . . . . .	192
4.3	Comparaison des performances des trois techniques de “clipping and filtering” . . . . .	194
5	Conclusion . . . . .	197
<b>C</b>	<b>Analyse du PAPR et linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunication</b>	<b>199</b>
1	Introduction . . . . .	199
2	Système de Communication par satellite : la norme DVB-S2 . . . . .	200
2.1	Introduction . . . . .	200
2.2	Technologie des amplificateurs pour satellites de télécommunications	200
2.3	Forme d’onde . . . . .	200
2.4	Rappels sur le standard DVB-S2 . . . . .	201
2.5	Modèle bande de base des signaux DVB-S2 . . . . .	202
3	Analyse du PAPR dans le DVB-S2 . . . . .	202
3.1	Influence de la modulation sur le PAPR . . . . .	203
3.2	Influence du filtre SRRC sur le PAPR . . . . .	204
4	Techniques de linéarisation numériques de l’amplificateur de puissance . . . . .	204
4.1	Introduction . . . . .	204
4.2	Méthodes de pré-distorsion numérique . . . . .	205
4.3	Les méthodes de “Feed-Back” . . . . .	207
4.4	Conclusion . . . . .	211
	<b>Liste des acronymes et abréviations</b>	<b>213</b>
	<b>Notations mathématiques</b>	<b>217</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>219</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>225</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>227</b>
		<b>239</b>

## TABLE DES MATIÈRES

---

# Introduction générale

## Contexte de l'étude

Les systèmes de télécommunications et plus particulièrement les systèmes de communication sans fil ont connu une évolution spectaculaire au cours de ces deux dernières décennies. Cette évolution est allée de pair avec les prouesses réalisées en électronique numérique. Les systèmes de communication sans fil sont devenus presque omniprésents dans nos vies. Dans nos poches, on peut trouver des téléphones, agendas électroniques, systèmes de positionnement par satellite, tous communiquant entre eux et avec l'extérieur. Au bureau ou à la maison, nous sommes entourés de dispositifs de stockage de données, ordinateurs, centres multimédia et télévision, alarmes et capteurs, qui eux aussi communiquent. Et toutes ces communications sans fil, impliquant liberté, disponibilité et confort, peuvent s'établir grâce au transfert d'informations par ondes hertziennes.

Malgré cette évolution spectaculaire dans le domaine des télécommunications, c'est à de nouveaux challenges que sont confrontés aujourd'hui les industriels. Compte tenu des facteurs socio-économiques, la demande des usagers en terme de communication est précise : transmettre et/ou accéder à un volume d'information (de taille de plus en plus importante), le plus vite possible, avec la plus grande souplesse possible, le tout avec une mobilité sans limite et sur des supports miniaturisés. De nos jours, nous ne nous contentons plus de parler avec un interlocuteur au téléphone, mais nous exigeons une bonne qualité de la communication et souvent on veut voir l'image en temps réel de notre interlocuteur sur notre support de communication ("visiophonie, téléconférence, etc). Les opérateurs de téléphonie, eux aussi, veulent maximiser le nombre d'abonnés, la qualité qui leur est offerte, et le nombre de communications qui s'établissent, et donc souhaitent maximiser la quantité d'information et la capacité des réseaux. Des utilisateurs de plus en plus gourmands en débit de données, information et capacité d'un côté ; et des fournisseurs en concurrence entre eux afin de satisfaire au mieux les besoins en termes de qualité et quantité d'information des utilisateurs.

Pour répondre à cette multitude de sollicitations, nous avons par ailleurs assisté à une prolifération de standards de communications à de nouveaux types de modulations, etc. Bien souvent, ces standards de communications ont des parties radio incompatibles entre elles. Et pour répondre aux problèmes d'incompatibilité entre standards de communications, le concept de Radio Logicielle (RL) ou Software Radio (SWR) en anglais a été introduit.

La Radio Logicielle sous entend un contexte multi-standards, multi-modulations, multi-modes, de lien radio re-configurable. C'est une technologie capable de moduler ou de démoduler en numérique n'importe quel signal en tout temps et en tout lieu. Cela implique donc une grande diversité de bandes de fréquences à traiter, des techniques de modulation

## Introduction

---

et d'accès (différentes) à prendre en considération.

Avant d'en arriver au concept de la Radio Logicielle, l'OFDM pour "Orthogonal Frequency Division Multiplexing" [1] qui est une technique de modulation multiporteuses sophistiquée a fait ses preuves dans le domaine de la communication sans fil permettant aux technologies actuelles d'atteindre un débit de transmission élevé. Elle est utilisée dans la plupart des standards de communication. On peut citer en outre, l'ADSL ("Asymmetric Digital Subscriber Line") qui est une technique de communication qui permet d'utiliser une ligne téléphonique d'abonné pour transmettre et recevoir des signaux numériques à des débits élevés (l'internet haut débit), le WI-FI, le WIMAX ("Worldwide Interoperability for Microwave Access") appartenant à la famille du standard IEEE 802.xx et permettant la transmission de données sans fil haut débit. La technique de modulation OFDM est utilisée dans la diffusion audio numérique (DAB pour "Digital Audio Broadcasting") et dans la diffusion vidéo numérique (DVB pour "Digital Video Broadcasting"). Elle est en phase de normalisation dans le LTE ("Long Term Evolution") pour la future norme de réseau mobile de quatrième génération (4G).

Ces nouvelles technologies se basant sur les modulations multiporteuses orthogonales, présentent des avantages ainsi que des inconvénients. Les avantages concernent principalement la robustesse du signal vis-à-vis du canal multitrajet avec évanouissements et l'encombrement spectral optimal.

En revanche, un des principaux inconvénients est que les signaux OFDM ont une forte fluctuation d'enveloppe qui est caractérisée par un "facteur de crête" élevé. Le "facteur de crête" est équivalent au PAPR ("Peak-to-Average Power Ratio") qui est l'appellation couramment utilisée dans la littérature<sup>(i)</sup>.

Cette caractéristique (à savoir le PAPR élevé) rend les signaux OFDM très sensibles aux non-linéarités des composants analogiques, en particulier celles de l'amplificateur de puissance.

L'amplificateur de puissance (HPA pour "High Power Amplifier") est un élément déterminant dans une chaîne de communication dans la mesure où il a une influence prépondérante sur le bilan global de transmission en terme de puissance, de rendement et de distorsion. En terme de consommation, l'amplificateur de puissance est l'élément qui consomme le plus d'énergie parmi tous les éléments de l'émetteur. Il est donc important de le faire fonctionner avec le plus grand rendement possible, surtout pour des terminaux mobiles où la consommation est un facteur décisif décidant de leur autonomie. Malheureusement, pour un rendement élevé, l'amplificateur de puissance doit fonctionner dans une zone dite non-linéaire (ou de saturation), or c'est dans cette zone que se présentent les non-linéarités de l'amplificateur, sources de distorsions (inter-modulation, remontée spectrale, etc.) des signaux à transmettre. Ces effets sont d'autant plus gênants que les signaux à amplifier sont à fort PAPR. Bien souvent, on est obligé de prendre un recul suffisant pour que l'amplificateur de puissance ne sature pas le signal à amplifier. Ce qui revient donc à faire travailler l'amplificateur de puissance dans une zone fortement linéaire avec une dégradation importante de son rendement et donc avec une augmentation de la consommation globale du terminal mobile pour une même zone de couverture.

On comprend alors qu'il est nécessaire d'optimiser la consommation de l'amplificateur de puissance en le faisant opérer le plus proche possible de sa zone de saturation qui représente la zone à rendement optimal. Afin de se reprocher de la zone de saturation sans trop saturer le signal d'entrée, il faut alors réduire les fluctuations d'enveloppe du signal

---

(i). Le "facteur de crête" d'un signal n'est rien d'autre que la racine carrée du PAPR de ce signal.

OFDM, et donc son PAPR.

Les premières études poussées concernant la réduction du PAPR sont apparues de façon concomitante avec les standards de communication à base de modulations de type OFDM, au début des années 90. Il existe aujourd’hui une multitude de techniques de réduction du PAPR. Compte tenu du nombre très important de ces méthodes, le lecteur pourra se référer à [2] où une classification générale des méthodes de réduction du PAPR et de correction des non-linéarités est proposée. Certaines techniques agissent sur l’amplificateur afin d’éviter la saturation du signal d’entrée et d’autres techniques se basent plutôt sur un traitement réalisé directement au niveau du signal.

Cependant, agir sur un signal pour réduire son PAPR se fait souvent au détriment de l’augmentation de la complexité du système et/ou de l’augmentation de puissance moyenne, de la dégradation du taux d’erreur binaire (TEB) et/ou de la remontée des lobes secondaires et/ou encore de la diminution du débit utile. Il semble cependant qu’aujourd’hui les techniques “ajout de signal” soient regardées de plus en plus près du fait en particulier de leur forte capacité à réduire le PAPR, et souvent du fait qu’elles ne dégradent pas le TEB et sont en général à compatibilité descendante<sup>(ii)</sup>. Une technique “ajout de signal” est une technique qui permet la réduction du PAPR par l’ajout d’un ou plusieurs signaux appelés “signaux additionnels” ou “signaux de réduction du PAPR” ou encore “signaux correctionnels”. Ce sont des techniques de réduction du PAPR particulièrement attrayantes et prometteuses ; elles ont d’ailleurs été normalisées dans le DVB-T2. C’est pour cette raison qu’elles ont été sujet à étude dans cette thèse.

## Objectif de la thèse

Nos travaux de recherche se placent dans un contexte où il est question de concilier rendement énergétique (besoins de réduction de la consommation de l’émetteur, pour plus d’autonomie) et linéarité (pour transmission de bonne qualité des données) de l’amplificateur de puissance pour signaux large bande, à fort PAPR de type OFDM.

Pour cela, nous allons nous focaliser sur les techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR et plus particulièrement sur celles qui sont à compatibilité descendante. Le choix des techniques “ajout de signal” se justifie par le fait qu’elles nous ont paru les moins complexes et satisfont les principales contraintes (consommation et intégration) d’un système embarqué. La contrainte de compatibilité descendante nous a paru essentielle dans le sens où il y a un enjeu économique pour les opérateurs et les acteurs du monde des télécommunications. En effet si la technique est à compatibilité descendante, le récepteur reste transparent à la nature du traitement réalisé en émission avant amplification. Et pour les opérateurs, cela leur permet de proposer des émetteurs incorporant des techniques de réduction du PAPR sans qu’ils ne modifient les récepteurs existants.

## Synoptique

Le présent travail est structuré autour de six chapitres. Ces six chapitres sont regroupés en deux parties.

La première partie qui regroupe les trois premiers chapitres situe le contexte d’étude de la thèse. Elle décrit les systèmes de communication multiporteuses de type OFDM,

---

(ii). Une technique est à compatibilité descendante lorsque son implémentation dans un émetteur d’un système de transmission est sans modification du récepteur associé.

## Introduction

---

puis pose le problème de l'amplification non-linéaire et enfin dresse un état de l'art des techniques de réduction du PAPR. Des contributions sont apportées dans cette partie notamment dans la classification des techniques de réduction du PAPR à l'émission.

- Le premier chapitre situe le contexte de notre étude, aborde les systèmes de communication multiporteuses de type OFDM. Il décrit les éléments composant une chaîne de transmission OFDM et étudie le signal OFDM en se focalisant sur l'étude détaillée du PAPR de l'OFDM. De l'analyse du PAPR du signal OFDM, il découle que les signaux OFDM ont un PAPR élevé qui les rend très sensibles aux non-linéarités des composants analogiques, en particulier celles de l'amplificateur de puissance (HPA).
- Le deuxième chapitre expose les caractéristiques de l'amplificateur de puissance. De façon plus vaste, il traite des généralités sur l'amplificateur de puissance à savoir, la caractéristique de transfert qui traduit les relations entrées / sorties, des notions de gain, de rendement (rendement en puissance et rendement en puissance ajoutée), de classe de fonctionnement et des effets mémoires de l'amplificateur. De l'analyse des effets de l'amplification de signaux à enveloppe non constante (de type OFDM), il nous a paru nécessaire de réduire le PAPR dans le but véritable d'augmenter le rendement énergétique de l'amplificateur de puissance tout en assurant une bonne qualité de transmission du signal à émettre.
- Le troisième chapitre définit les différents critères de mérite (performance en réduction du PAPR, dégradation du TEB, complexité, etc) permettant d'évaluer les performances d'une technique de réduction du PAPR dans son environnement de fonctionnement, puis dresse un état de l'art des techniques de réduction du PAPR à l'émission en se focalisant sur celles qui sont dites "ajout de signal" car elles sont simples et satisfont les principales contraintes d'un système embarqué. Et lorsqu'elles sont à compatibilité descendante, elles permettent au récepteur de rester transparent au type de traitement (de la réduction du PAPR) réalisé en émission. Dans ce chapitre nous proposons une contribution à la classification des techniques de réduction du PAPR à l'émission en présentant une extension de la classification des techniques de réduction du PAPR à l'émission établie par *Y. Louet* et *J. Palicot* dans [2]. Dans cette nouvelle classification, les techniques de réduction du PAPR dites de "distorsions" sont considérées comme des techniques "ajout de signal".

La deuxième partie regroupe les chapitres 4, 5 et 6. Elle se focalise sur les techniques de réduction du PAPR dites "ajout de signal" et présente la partie importante de nos contributions.

- Le quatrième chapitre est plus focalisé sur les techniques "ajout de signal" de réduction du PAPR dites de "distorsions". Dans ce chapitre, après avoir donné une définition des techniques de "distorsions" et rappelé le théorème de Busgang et son corollaire [3] qui est souvent appelé décomposition de Busgang, nous caractérisons analytiquement les performances des techniques dites de "distorsions" en nous appuyant sur la décomposition de Busgang. Cette étude analytique a consisté à exprimer théoriquement la variation de la puissance moyenne, la distribution du PAPR du signal après sa réduction et enfin la métrique SNDR ("Signal-to-Noise and Distortion Ratio") de ces techniques dites de "distorsions".

Dans la suite du chapitre, en nous appuyant sur la décomposition de Busgang nous montrons qu'elles sont des techniques de type "ajout de signal". Nous montrons par la suite que, dans les techniques de distorsions, le signal de réduction du PAPR introduit



## Introduction

---

implicitement du bruit à l'intérieur de la bande utile du signal et du bruit à l'extérieur de la bande utile du signal. Ces distorsions dégradent la qualité de la transmission. Ainsi donc, pour les atténuer ou même les supprimer, nous proposons deux types de filtres numériques à base de FFT/IFFT. Dans la dernière partie du chapitre, nous proposons un troisième filtre numérique à base de FFT/IFFT qui permet de transformer toute technique de "distorsions" en technique "Tone Reservation" (TR). Ce résultat constitue une contribution importante de la thèse.

Toutes les contributions proposées dans ce chapitre, nous ont permis de développer deux nouvelles techniques "ajout de signal" qui font l'objet des deux derniers chapitres de la thèse.

- Le cinquième chapitre traite de la Méthode Géométrique de réduction du PAPR et de ses variantes qui sont toutes des techniques "ajout de signal" de réduction du PAPR à compatibilité descendante. Dans ce chapitre, nous décrivons la méthode géométrique de réduction du PAPR dans sa forme classique appelée "Méthode Géométrique Classique" (MGC). Ensuite nous caractérisons théoriquement ses performances en donnant l'expression analytique de sa variation de puissance moyenne, de son gain de réduction du PAPR et de sa métrique SNDR. Par la suite, nous proposons deux variantes de la MGC : la "Méthode Géométrique Améliorée" (MGA) dont l'objectif est de réduire les inconvénients de la MGC tout en maximisant le gain de réduction du PAPR et la "TR-MGA" qui est la transformation de la MGA en "Tone Reservation". Dans la dernière partie du chapitre, nous comparons la "TR-MGA" à deux autres techniques TR dont les principes sont donnés en annexe B de la thèse.
- Dans le sixième et dernier chapitre, il est question de réduire le PAPR des signaux multiporteuses par le biais de la fonction sécante hyperbolique. Pour cela, nous présentons le principe de la réduction du PAPR via la "sécante hyperbolique", puis nous donnons ses performances théoriques à travers des développements de l'expression analytique de sa variation de puissance moyenne, de sa distribution du PAPR et de sa métrique SNDR. Par la suite, nous décrivons et étudions la technique de la sécante hyperbolique à base d'écrêtage pour la réduction du PAPR aussi appelée technique "HSC" pour "Hyperbolic Secant based Clipping" en anglais. Cette nouvelle forme de "clipping" est ensuite comparée à d'autres formes de "clipping" connues de la littérature. Comme, il est possible de transformer toute technique de "distorsions" en TR, dans la dernière partie du chapitre, nous proposons de transformer la HSC en technique TR que nous nommons la "TR-HSC". Cette dernière est ensuite étudiée et comparée avec deux autres techniques TR dont les principes ont été donnés en annexe B de la thèse.

Ce manuscrit comporte également trois annexes :

- L'annexe A donne le détail des calculs des éléments de probabilités qui ont servi à caractériser théoriquement des performances de la "Méthode Géométrique Classique" (MGC) de réduction du PAPR.
- L'annexe B décrit de façon détaillée quelques techniques "ajout de signal" de réduction du PAPR à compatibilité descendante de la littérature avec lesquelles nous nous sommes souvent comparés dans cette thèse.
- L'annexe C a fait l'objet de contrat entre Thalès Alenia Space (ex Alcatel Alenia Space) et Supélec où il était question d'analyser le PAPR des signaux dans un contexte de transmission par satellites de télécommunication et d'étudier les techniques de linéarisation numérique des amplificateurs de puissance.



## Introduction

---

Première partie

**Systemes OFDM, Amplification  
Non-linéaire et Traitements des  
non-linéarités**



# Chapitre 1

## Procédés de Modulation OFDM

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>La modulation OFDM</b>	<b>9</b>
2.1	Historique	9
2.2	Principes et fonctionnement de l'OFDM	12
2.3	Implantation numérique	13
2.4	Intervalle de garde	15
2.5	Exemple : Réseaux sans fils IEEE 802.11a/g	16
<b>3</b>	<b>Les caractéristiques du signal OFDM</b>	<b>19</b>
3.1	Distribution du signal OFDM-Histogramme	19
3.2	Définition et analyse du PAPR	20
3.3	Distribution du PAPR des signaux OFDM	22
<b>4</b>	<b>Les avantages et les limites de l' OFDM</b>	<b>26</b>
4.1	Les avantages de l'OFDM	27
4.2	Les limites de l'OFDM	27
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>28</b>

---

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous aborderons le principe des systèmes multiporteuses. Nous décrirons les éléments composant une chaîne de transmission OFDM et nous donnerons quelques exemples de systèmes de transmission multiporteuses. Le signal OFDM sera ensuite étudié à travers une étude approfondie de son enveloppe complexe. Nous terminerons le chapitre en citant les avantages et inconvénients de la modulation OFDM.

## 2 La modulation OFDM

### 2.1 Historique

L'invention et l'évolution des outils de communication remontent aux débuts de la civilisation. Que ce soit au moyen de dessins primitifs ou de signaux de fumée, les hommes ont de tout temps ressenti le besoin de communiquer entre eux. Les évolutions constantes en matière de communication ont révolutionné la manière d'échanger des informations

avec l'émergence des nouvelles technologies avec lesquelles les utilisateurs exigent plus de mobilité et un accès sans fil sécurisé.

La communication sans fil ou communication sans câble devient de plus en plus présent dans notre quotidien et est entrain de s'installer de façon rapide et inéluctable dans nos moeurs. En 1990, un téléphone mobile était encore très cher, alors qu'aujourd'hui la plupart des adolescents en ont un, ils l'utilisent pas seulement pour les appels, mais aussi pour la transmission de données. De plus en plus de technologie que nous utilisons quotidiennement utilisent des réseaux locaux sans fil. De l'audio à la télévision tout est numérique.

Bon nombre de ces applications utilisent des systèmes de communication sophistiquées basés sur l' OFDM ("Orthogonal Frequency Division Multiplexing"). L' OFDM est un procédé de codage de signaux numériques par répartition en fréquences orthogonales sous forme de multiples sous-porteuses.

L'idée de diviser une bande fréquentielle du signal transmis en un groupe de bandes adjacentes remonte à la fin des années 50 avec la société *Collins Radio Co. Kineplex system* [4] où un premier modem HF utilisant des modulations 2-FSK sur 20 ou 40 voies en parallèle fut proposé en 1957. L'idée consistait à émettre simultanément sur des fréquences porteuses différentes des modulations à bas débits. Chaque porteuse était, donc, peu sensible aux effets du canal tandis que l'émission de plusieurs porteuses en même temps permettait d'obtenir un débit binaire de 3 kbit/sec dans la bande de 0 à 3 kHz. D'autres études [5] permirent d'apporter des améliorations à cette première version de modem multiporteuses et de réaliser un modem nommé "KINEPLEX". Le principe était assez efficace pour garantir un bon débit sans aucun impact négatif sur le TEB (Taux d'Erreur Binaire), mais les  $N$  voies (sous-porteuses) envoyées en parallèle augmentaient l'encombrement spectral du signal émis. Les chercheurs pensèrent, alors que l'on pouvait recouvrir partiellement les spectres des sous-porteuses en réduisant ainsi la bande occupée. Mais à l'époque, ce recouvrement spectral restait juste une solution théorique. Ils ne savaient pas encore comment les sous-porteuses pouvaient se chevaucher sans dégrader les performances du système.

Par la suite, d'autres chercheurs s'intéressèrent de plus en plus aux modulations multiporteuses. En 1966 des conditions d'orthogonalité furent mises en évidence [6]. Cela aurait permis aux spectres des sous-porteuses respectives de se chevaucher, en optimisant ainsi la bande occupée du signal émis. Dans ce même article, plusieurs lemmes et théorèmes concernant les paramètres de la modulation (forme d'onde, espace entre les sous-porteuses, etc) pour assurer l'orthogonalité furent démontrés. Dès lors, on commença à parler de "Orthogonal Frequency Division Multiplexing" (OFDM) comme un type de modulations multiporteuses avec des propriétés très avantageuses (l'orthogonalité). Quelques années plus tard dans [7], on retrouve les performances théoriques d'un système de transmission utilisant une modulation OFDM, avec un intérêt particulier pour l'optimisation des instants d'échantillonnage en réception. Cependant, on s'aperçut que la synchronisation (en temps et en fréquence) représentait un problème crucial pour ces modulations car en dépendait fortement l'orthogonalité entre les sous-porteuses [8]. Malgré cette difficulté, un système OFDM pour le canal HF, avec des performances sensiblement meilleures que celles des modulations monoporteuses, fut présenté dans [9]. Le premier brevet de modem OFDM fut finalement déposé aux États-Unis en 1970 [10].

La complexité en terme de réalisation et de mise en oeuvre (banc de modulateurs, synchronisation, etc) de ces modems OFDM ne permettait qu'une utilisation dans le domaine militaire. On était alors amené à trouver un moyen pour réduire la complexité des systèmes OFDM. Il fut, donc, démontré [11] que l'on pouvait avantageusement remplacer

## 2. La modulation OFDM

---

la batterie de modulateurs en émission et en réception par des FFT (“Fast Fourier Transforms”). Cette solution s’imposa alors pour tous ces systèmes de transmission. En 1979, avec l’apparition des DSP (“Digital Signal Processor”), la FFT pouvait être implémentée sur ces circuits numériques rendant les systèmes OFDM beaucoup plus souples à réaliser. Plus récemment en 1997, d’autres travaux sur cet aspect de systèmes OFDM ont également démontré [12] que la transformée d’Hadamard pouvait remplacer le banc de modulateurs.

Pendant les années 80, lorsque le projet de radio-diffusion numérique DAB (“Digital Audio Broadcasting”) fut lancé, il fut démontré que les modulations OFDM pouvaient garantir les performances désirées pour le système DAB, à l’aide d’un codage correcteur de type convolutif. Ces modulations furent alors appelées COFDM (“Coded OFDM”) [1]. Depuis, d’autres types de codage de canal, en particulier Reed-Solomon, ont été utilisés en complément ou à la place des codes convolutifs. Le développement toujours croissant des DSP permettait de franchir de plus en plus les problèmes liés à la mise en oeuvre des modulations OFDM ainsi, en 1991, l’ETSI retient l’OFDM comme modulation standard pour le DAB.

Depuis, plusieurs standards ont adopté la technique de modulation OFDM. L’OFDM est utilisée par la norme DSL (“Digital Subscriber Line/Loop”) permettant une transmission des données hauts débits sur paires de cuivre torsadées pour l’internet. L’intérêt de ce procédé repose sur le principe qu’on utilise la ligne téléphonique pour transmettre les données grâce à un modem branché directement au câble téléphonique. On ne touche donc pas à l’infrastructure déjà existante. Dans le cas de l’ADSL (“Asymmetric DSL”) dont l’application principale est l’internet haut débit, l’utilisation d’une modulation complexe comme l’OFDM, grâce à sa bonne efficacité spectrale, a permis d’atteindre des débits élevés [13]. En 1996, la société TELIA proposa une interface radio basée sur l’OFDM pour les systèmes de communication mobile UMTS [14]. Cette proposition ouvrait des perspectives ambitieuses dans le domaine du MC-CDMA (“MultiCarriers-Code Division Multiple Access”).

En 1995, dans le domaine de la télévision numérique hertzienne, le standard DVB-T (“Digital Video Broadcasting - Terrestrial”) fut adopté [15] et s’appuie sur la modulation OFDM avec un codage de canal (COFDM). Entre 1999 et 2001, on voyait apparaître les standards WLAN (“Wireless Local Area Network”), comme le IEEE 802.11a/g nommé Wi-Fi qui adoptaient la modulation multiporteuses OFDM comme spécification principale de leur couche physique. Dans ce contexte de transmission haut débit, un des gros problèmes est le “Peak-to-Average Power Ratio” (PAPR) élevé dû aux fluctuations de l’enveloppe du signal OFDM, qui engendrent des distorsions non-linéaires. Nous reviendrons sur ce problème de distorsions non-linéaires dans les prochains chapitres.

En 2005, un nouveau standard basé sur l’OFDM vit le jour ; il s’agit du IEEE 802.16 nommé WIMAX. Ce système garantit un débit théorique jusqu’à 80 Mbps et une portée de 50 km. Début 2006, le procédé de modulation OFDM a été adopté pour les communications à très haut débit (480 Mbps) et à courte portée (10 m), basées sur la technologie “Ultra Wide Band”. Le projet LTE (“Long Term Evolution”) qui a débuté en 2004, avec comme objectif de définir les spécifications techniques de la future norme de réseau mobile de quatrième génération (4G), utilise l’OFDM pour plus une meilleure flexibilité dans l’utilisation du spectre.

Dans le domaine des télécommunications, la modulation OFDM s’impose de plus en plus dans les systèmes de transmission. Cela est dû à la robustesse des signaux OFDM dans des environnements difficiles (canaux multitrajets avec évanouissement), à sa grande

efficacité spectrale ainsi qu'aux débits élevés garantis.

## 2.2 Principes et fonctionnement de l'OFDM

Les modulations multiporteuses comme l'OFDM consistent à répartir les symboles sur un grand nombre de porteuses à bas débit, à l'opposé des systèmes conventionnels qui transmettent les symboles en série où chaque symbole occupant alors toute la bande passante disponible.

### 2.2.1 Principe de la modulation OFDM

Soit  $\{f_k\}$  l'ensemble des fréquences porteuses considérées avec :

$$f_k = f_0 + \frac{k}{T_s}, \quad 0 \leq k \leq N - 1,$$

où  $T_s$  représente la durée allouée à un symbole,  $N$  le nombre de sous-porteuses.

Pour répartir les données à transmettre sur les  $N$  sous-porteuses, on groupe les symboles  $C_k$  par paquets de  $N$  où  $\{C_k\}$  est un ensemble de nombres complexes prenant ses valeurs dans un alphabet fini, et représentant les données à transmettre. Le  $k$ -ième train de symboles parmi les  $N$  trains module une porteuse de fréquence  $f_k$ . Le signal modulé du train  $k$  s'écrit sous forme complexe :  $C_k e^{2j\pi f_k t}$ .

Le signal résultant  $s(t)$  correspondant à l'ensemble des  $N$  symboles ré-assemblés en un symbole OFDM :

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{2j\pi f_k t}, \quad 0 \leq k \leq N - 1. \quad (1.1)$$

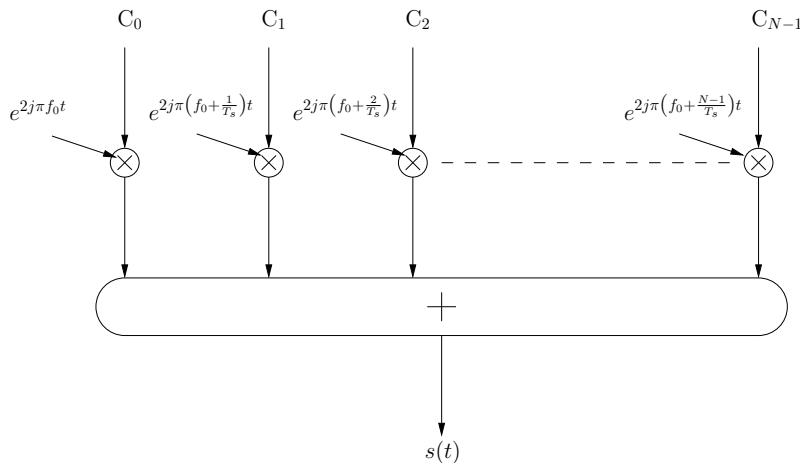


FIGURE 1.1 – Réalisation possible d'un modulateur OFDM.

La Figure 1.2 présente les spectres des sous-porteuses d'un système OFDM, avec  $N = 5$ . Les fréquences sont orthogonales si l'espace entre deux fréquences adjacentes  $f_k$  et  $f_{k+1}$  est  $\delta f = 1/T_s$ . En effet chaque sous-porteuse modulé par un symbole pendant une fenêtre rectangulaire temporelle de durée  $T_s$ , son spectre en fréquence est un sinus cardinal, fonction qui s'annule tous les multiples  $\delta f$ .

## 2. La modulation OFDM

---

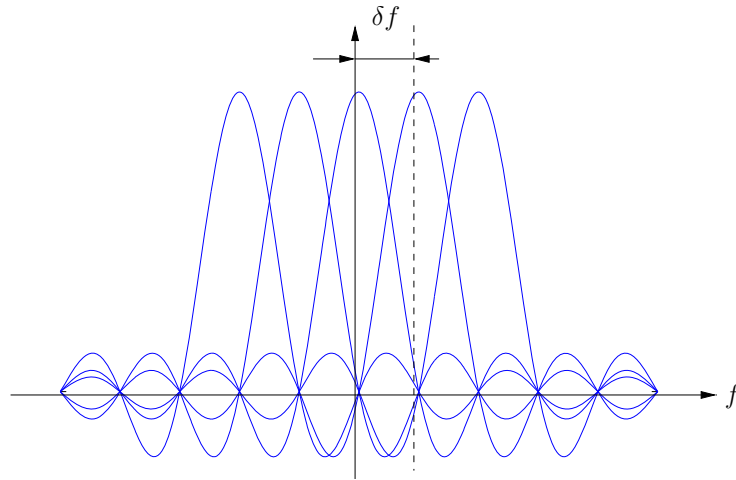


FIGURE 1.2 – Orthogonalité entre les sous-porteuses.

Ainsi, lorsque l'échantillonnage est effectué précisément à la fréquence  $f_k$  d'une sous-porteuse, il n'y a aucune interférence avec les autres sous-porteuses. C'est ce qui permet de recouvrir les spectres des différentes porteuses et d'obtenir ainsi une occupation optimale du spectre.

### 2.2.2 Principe de la démodulation OFDM

Le signal parvenu au récepteur s'écrit sur une durée symbole  $T_s$  :

$$y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k H_k(t) e^{2j\pi\left(f_0 + \frac{k}{T_s}\right)t}, \quad (1.2)$$

où  $H_k(t)$  est la fonction de transfert du canal autour de la fréquence  $f_k$  et à l'instant  $t$ . Cette fonction varie lentement et on peut la supposer constante sur la période  $T_s$ . La démodulation classique consisterait à démoduler le signal suivant les  $N$  sous-porteuses suivant le schéma classique montré par la Figure 1.3.

### 2.3 Implantation numérique

Dans les communications, les débits sont limités par des contraintes physiques : le bruit dû aux imperfections des systèmes et la nature physique des composants affectent la transmission du signal émis. On réduit dans ce cas les erreurs de transmission en numérisant les informations. De plus l'implantation numérique offre aussi l'opportunité d'ajouter des codes correcteurs d'erreurs afin de protéger notre signal des perturbations engendrées par le canal de transmission.

Le schéma de principe du modulateur est donné par la Figure 1.1. Une simple traduction numérique de ce schéma consisterait à implémenter  $N$  modulateurs en parallèle, centrés sur les fréquences de chaque porteuse. Cette structure n'étant pas optimale du point de vue de sa complexité, voyons maintenant à partir des principes de modulation et de démodulation de l'OFDM effectuée précédemment comment générer une architecture numérique équivalente simple à mettre en oeuvre.



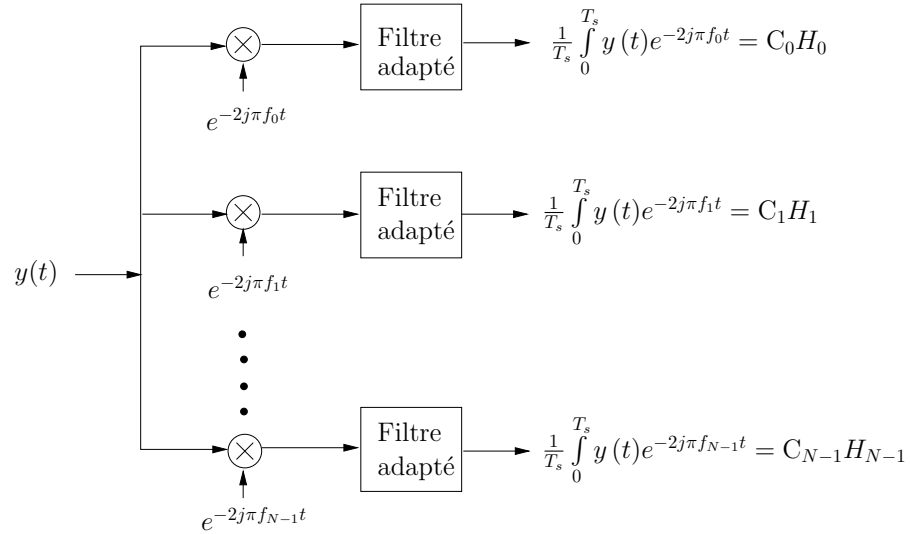


FIGURE 1.3 – Réalisation possible d’un démodulateur OFDM.

### 2.3.1 Implantation numérique du modulateur

L’analyse algébrique montre que le signal  $s(t)$ , à la sortie du modulateur OFDM est donné par Eq. (1.1). En discrétisant ce signal et en le ramenant en bande de base pour l’étude numérique on obtient  $s_n$  défini par :

$$s_n = \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{2j\pi n \frac{k}{N}}. \tag{1.3}$$

Les  $s_n$  sont donc obtenus par une transformée de Fourier inverse discrète des  $C_k$ . En choisissant le nombre de sous-porteuses  $N$  tel que  $N = 2^n$ , le calcul de la transformée de Fourier inverse se simplifie et peut se calculer par une simple IFFT, nous conduisant au schéma numérique suivant :

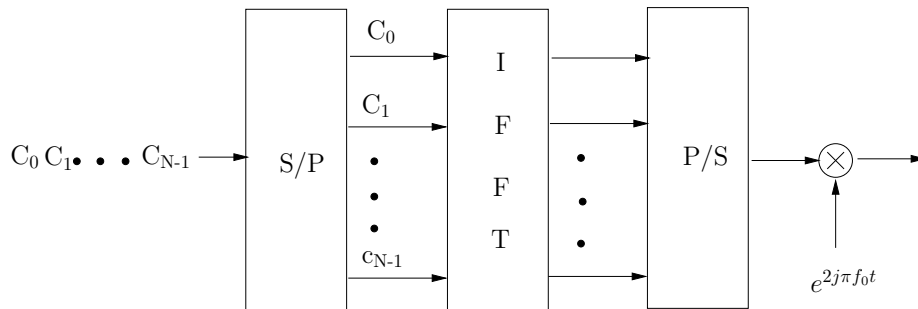


FIGURE 1.4 – Modulateur OFDM numérique.

### 2.3.2 Implantation numérique du démodulateur

On définit le signal discrétisé  $y_n$  reçu en entrée du démodulateur sous la forme :

## 2. La modulation OFDM

$$y_n = y\left(\frac{nT_s}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k H_k e^{-2j\pi n \frac{k}{N}}. \quad (1.4)$$

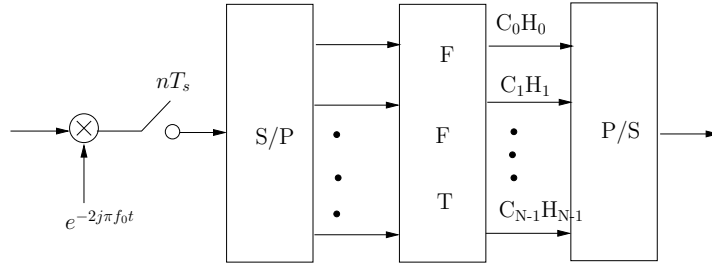


FIGURE 1.5 – Démodulateur OFDM numérique.

On remarque assez facilement que  $y_n$  est la transformée de Fourier discrète inverse de  $C_k H_k$ , la démodulation consiste donc à effectuer une transformée de Fourier directe discrète. Le nombre de sous-porteuses ayant été choisi comme une puissance de 2 c'est-à-dire  $N = 2^n$ , on peut réaliser ce calcul à l'aide d'une FFT. On obtient alors le schéma de principe illustré par la Figure 1.5.

### 2.4 Intervalle de garde

Une multiplication des symboles reçus suffit donc à compenser les distorsions du canal au sein d'un symbole OFDM. Cependant il peut subsister une légère interférence entre deux symboles OFDM transmis successivement. Pour s'en affranchir, il est possible d'ajouter un espace entre les symboles OFDM, d'une durée supérieure à l'étalement des retards. Ainsi les derniers échos du symbole OFDM auront lieu durant cet intervalle dit "de garde", et le symbole OFDM suivant ne sera plus perturbé par le précédent. En pratique on choisit pour la taille de cet intervalle de garde une durée de l'ordre du quart de celle d'un symbole OFDM, ce qui représente un bon compromis entre diminution des erreurs et perte de débit utile.

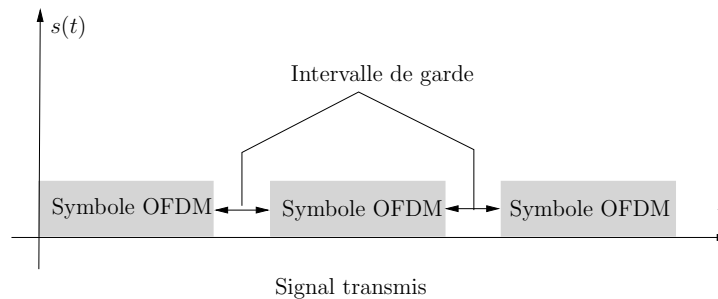


FIGURE 1.6 – Intervalle de garde.

Plusieurs mécanismes sont donc présents dans une transmission OFDM pour réduire les erreurs. L'intervalle de garde réduit les interférences entre deux symboles OFDM, dues aux trajets multiples. L'égalisation du canal que l'on réalise par une simple multiplication réduit les interférences à l'intérieur d'un symbole OFDM, puis le code canal corrige les

erreurs supplémentaires, dues principalement au bruit. L'utilisation d'un code correcteur d'erreurs avec une modulation OFDM est appelée COFDM (Coded OFDM) [16].

### 2.5 Exemple : Réseaux sans fils IEEE 802.11a/g

Les modulations multiporteuses de type OFDM sont utilisées dans diverses applications à haut débit. Plusieurs normes telles que DAB (Digital Audio Broadcasting, norme de diffusion audio numérique), DVB-T (Digital Video Broadcasting - Terrestrial, norme de télévision numérique sur canal hertzien) et WLAN reposent sur l'OFDM.

La norme IEEE 802.11 (ISO/CEI 8802-11) couramment appelée "Wi-Fi" est un standard international décrivant les caractéristiques d'un réseau local sans fil (WLAN pour "Wireless Local Area Network"). Les versions "a" et "g" de la norme IEEE 802.11 sont basées sur l'OFDM et permettent une transmission de données par liaison sans fil à des débits allant jusqu'à 54 Mbits/s sur la bande de fréquences des 5 GHz pour le IEEE 802.11a et 2.4 GHz pour le IEEE 802.11g. Dans la pratique, la norme IEEE 802.11 permet de relier des ordinateurs portables, des machines de bureau, des assistants personnels (PDA), des objets communicants ou même des périphériques à une liaison haut débit.

#### 2.5.1 La norme IEEE 802.11a

La forme d'onde utilisée en IEEE 802.11a repose sur la technique OFDM et est similaire à la norme ETSI<sup>(i)</sup> appelée Hiperlan II [17]. La norme 802.11a spécifie 8 canaux radio dans la bande de fréquence des 5 GHz.

##### 2.5.1.a Les canaux de la norme IEEE 802.11a

Les bandes basse et centrale contiennent 8 canaux sur une bande passante totale de 200 MHz tandis que la bande haute contient 4 canaux sur une bande totale de 100 MHz. Les fréquences centrales des canaux situés aux extrémités des bandes basse et centrale doivent être espacées de 30 MHz des fréquences limites des bandes basse et centrale et de 20 MHz des fréquences limites de la bande haute. Les Figures 1.7 et 1.8 présentent la répartition des bandes (basse, centrale et haute) de transmission de la norme IEEE 802.11a.

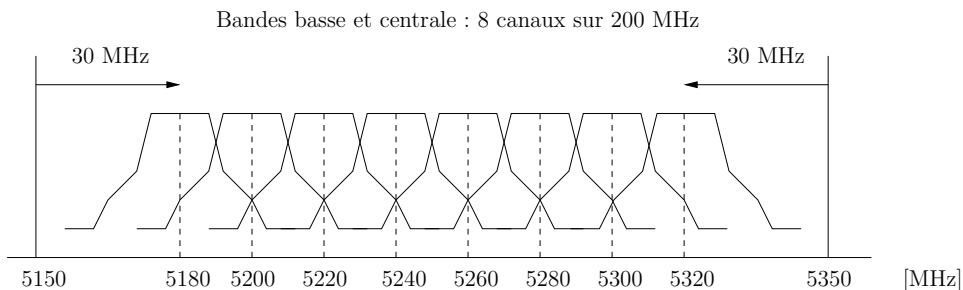


FIGURE 1.7 – Les bandes (basse et centrale) de transmission de la norme IEEE 802.11a.

(i). European Telecommunications Standards Institute (ETSI) est l'organisme de normalisation européen du domaine des télécommunications.

## 2. La modulation OFDM

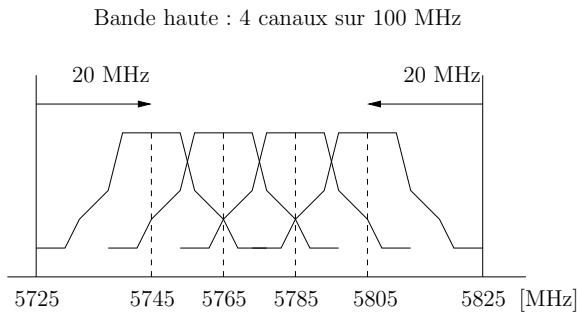


FIGURE 1.8 – La bande (haute) de transmission de la norme IEEE 802.11a.

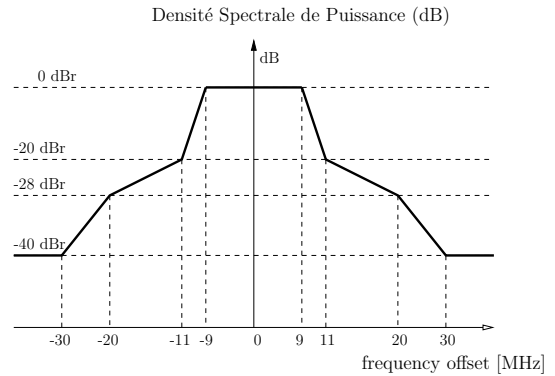


FIGURE 1.9 – Le gabarit du spectre d'émission.

### 2.5.1.b Gabarit d'émission :

Le spectre du signal transmis devra avoir 0 dBr (dB relatif au maximum de la densité spectrale du signal) si la bande passante est inférieure à 18 MHz, -20 dBr si l'offset de fréquence est de 11 MHz, -28 dBr si l'offset de fréquence est de 20 MHz et de -40 dBr si l'offset de fréquence est supérieure ou égale à 30 MHz. Le gabarit du spectre d'émission est donné par la Figure 1.9.

### 2.5.1.c Paramètres dimensionnant de la couche physique IEEE 802.11a :

La forme d'onde OFDM est basée sur une IFFT (Transformée de Fourier Inverse) de taille  $N = 64$ . Pour éviter les lobes secondaires en extrémités de la bande, seules 52 sous-porteuses parmi 64 sont utilisées. Les autres sous-porteuses sont mises à zéro. C'est-à-dire que l'on présente une valeur nulle devant les entrées correspondantes de l'IFFT. Parmi les 52 sous-porteuses utilisées, 4 d'entre elles vont servir à véhiculer des signaux connus appelés pilotes. En définitive il restera 48 sous-porteuses utiles ou sous-porteuses de données. La Figure 1.10 montre les positions des 52 porteuses utilisées et des 12 porteuses "nulles" ou "vides".

On adjoint un intervalle de garde sous la forme d'un préfixe cyclique afin de prendre en compte simplement les multitrajets du canal. Ceci au moyen d'un simple égaliseur fréquentiel. Ce préfixe cyclique a une durée égale à  $0.8 \mu s$  et le symbole OFDM émis, après insertion du préfixe cyclique dure  $4 \mu s$ .

Les 48 symboles fournis toutes les  $4 \mu s$  à l'IFFT peuvent provenir de différents schémas de modulation et codage.

### 2.5.2 La norme IEEE 802.11g

La solution IEEE802.11g est une simple transposition de la forme d'onde IEEE802.11a de la bande des 5 GHz (bande U-NII = Unlicensed - National Information Infrastructure) vers la bande des 2,4 GHz (Bande ISM = Industrial Scientific Medical). À l'exception de cette différence de valeur de porteuse, la couche physique est rigoureusement identique à celle de IEEE802.11a.

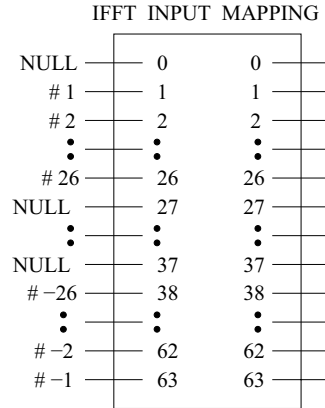


FIGURE 1.10 – Positions des porteuses utilisées et des porteuses nulles.

Paramètres	Valeurs
Nombre de sous-porteuses de données	48
Nombre de sous-porteuses pilote	4
Nombre de sous-porteuses au total	52
$\Delta_F$ : espacement en fréquence des sous-porteuses	0.3125 MHz (= 20 MHz / 64)
$T_{\text{FFT}}$ : Période IFFT/FFT	3.2 $\mu\text{s}$ ( $1/\Delta_F$ )
$T_s$ : durée de symbole OFDM	4.0 $\mu\text{s}$ ( $T_{\text{GI}} + T_{\text{FFT}}$ )
$T_{\text{GI}}$ : durée de l'intervalle de garde	0.8 $\mu\text{s}$ ( $T_{\text{FFT}}/4$ )
Bande passante occupée	16.6 MHz
Largeur des canaux	20 MHz

TABLE 1.1 – Spécifications de la norme IEEE 802.11a.

## 3 Les caractéristiques du signal OFDM

Le fait que le signal temporel soit une somme de  $N$  sous-porteuses implique que les variations de l'amplitude de ce signal peuvent être très grandes. Une propriété importante du signal OFDM est qu'il a une large dynamique. Ainsi, les parties du signal ayant une forte amplitude risquent d'être affectées par les non-linéarités des éléments analogiques notamment celles de l'amplificateur de puissance. Dans cette section, nous présentons la dynamique du signal OFDM par l'étude de sa distribution en amplitude ou en puissance, ensuite nous analyserons son PAPR (Peak-to-Average Power Ratio).

### 3.1 Distribution du signal OFDM-Histogramme

Un moyen d'étudier la grande variation du signal est de tracer son histogramme en amplitude ou en puissance.

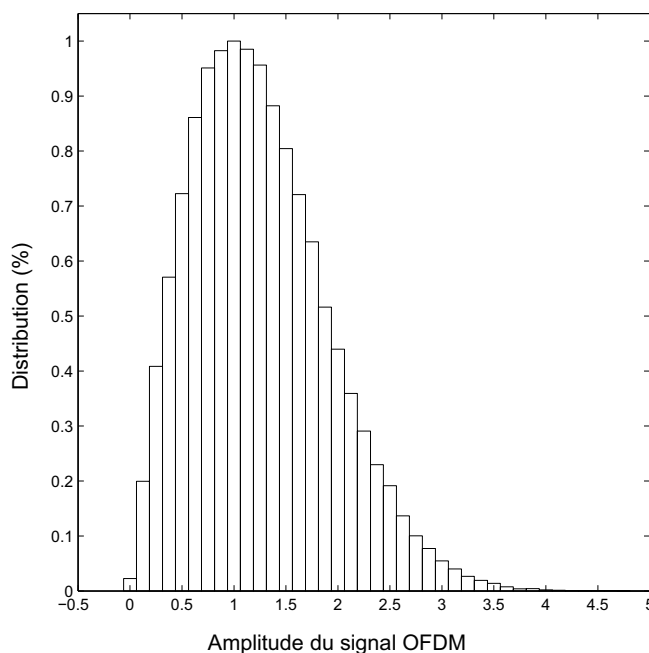


FIGURE 1.11 – Histogramme de l'amplitude du signal OFDM.

Les entrées de l'IFFT sont issues d'un alphabet fini. La partie réelle et la partie imaginaire d'une constellation  $M$ -MAQ possède  $\sqrt{M}$  états différents. Ainsi leurs amplitudes prennent  $\sqrt{M}/2$  valeurs différentes. Dans le cas de l'OFDM, le signal présente une grande variation d'amplitude. Un exemple de l'histogramme de la puissance d'un signal OFDM pour  $M = 16$  et  $N = 64$  est donné en Figure. 1.11 montrant la grande dynamique de ce signal.

Le théorème de la limite centrale suppose que la somme d'un nombre très grand de termes de la même distribution suit un processus gaussien. Ainsi, le signal OFDM décrit par l'équation (1.1) peut être écrit pour un seul symbole OFDM de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}[s(t)] &= s_I(t) = \sum_{k=0}^{N-1} I_k \cos 2\pi \frac{k}{NT_s} t, \\ \operatorname{Im}[s(t)] &= s_Q(t) = \sum_{k=0}^{N-1} Q_k \sin 2\pi \frac{k}{NT_s} t,\end{aligned}\tag{1.5}$$

où  $I_k$  et  $Q_k$  sont les parties réelle et imaginaire du  $k$ -ième symbole numérique  $C_k$ . Sans perte de généralité [18], les symboles numériques  $C_k$  sont supposées être des variables aléatoires statistiquement indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d) de moyenne nulle et de variance  $\frac{\mathcal{P}_s}{2}$ . Alors, pour un nombre de sous-porteuses  $N$  élevé, les distributions des parties réelle et imaginaire du signal OFDM tendent vers des variables aléatoires gaussiennes centrées et de variance  $\frac{1}{2}\mathcal{P}_s$ , où  $\mathcal{P}_s$  est la puissance moyenne du symbole OFDM  $s(t)$ . L'amplitude du signal OFDM a donc asymptotiquement une distribution de Rayleigh [19].

### 3.2 Définition et analyse du PAPR

Le PAPR est utilisé pour quantifier les fluctuations d'amplitude des signaux<sup>(ii)</sup>. Il est défini comme étant le rapport de la puissance crête (ou puissance instantanée maximale) d'un signal sur la puissance moyenne de ce signal.

Le PAPR du signal OFDM  $s(t)$  défini par l'équation (1.1) est donné par :

$$\operatorname{PAPR}_{[s]} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |s(t)|^2}{\mathcal{P}_s},\tag{1.6}$$

où  $\max_{0 \leq t \leq T_s} |s(t)|^2$  est la puissance crête et  $\mathcal{P}_s = E[|s(t)|^2]$  est sa puissance moyenne.

Supposons que  $s(t)$  soit sur-échantillonné à la fréquence  $f_s = NL/T_s$ , où  $L$  est le facteur de sur-échantillonnage et  $T_s$  est le temps symbole. Soit  $s_n$ ,  $0 \leq n < NL$  les échantillons de  $s(t)$ , c'est-à-dire,

$$s_n = s[nf_s] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{j2\pi k \frac{n}{NL}}.\tag{1.7}$$

Le PAPR de  $s_n$  est défini par :

$$\operatorname{PAPR}_{[s]} = \frac{\max_{0 \leq n < NL} |s_n|^2}{E[|s_n|^2]}.\tag{1.8}$$

Au cours des dernières années, de nombreux travaux ont porté sur l'étude du PAPR surtout dans un contexte de signaux OFDM. Ainsi donc, la définition du PAPR n'était toujours pas la même d'un auteur à l'autre. Selon le contexte de l'étude, cela pouvait mener à des confusions et à de mauvaises interprétations. C'est ainsi que dans [20], *J. Palicot* et *Y. Louet* ont proposé une généralisation de la définition du PAPR à partir de laquelle, ils peuvent déduire toutes les versions possibles du PAPR.

(ii). Dans la littérature, certains auteurs utilisent un paramètre équivalent appelé Facteur de Crête (Crest Factor - CF). Et  $\text{CF} = \sqrt{\text{PAPR}}$ .

### 3. Les caractéristiques du signal OFDM

---

Dans la thèse, le PAPR sera défini pour des signaux bande de base parce que la plupart des techniques de réduction du PAPR que nous traitons interviennent en bande de base et que le PAPR en RF est égal à deux fois le PAPR en bande de base. En effet en transposant en RF (Radio Fréquence), le signal OFDM  $s(t)$  est modulé à la fréquence porteuse  $f_c$ ,

$$\begin{aligned} s_{rf}(t) &= \operatorname{Re} \left[ s(t) e^{j2\pi f_c t} \right] \\ &= s_I(t) \cos[2\pi f_c t] - s_Q(t) \sin[2\pi f_c t]. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Comme  $f_c$  est généralement beaucoup plus grand que la largeur de bande du signal, c'est-à-dire,  $f_c \gg N/T_s$ , de l'équation (1.9), on montre que le signal modulé à  $f_c$  et son équivalent bande de base ont la même puissance crête, c'est-à-dire,

$$\max_{0 \leq t \leq T_s} |s_{rf}(t)|^2 \simeq \max_{0 \leq t \leq T_s} |s(t)|^2. \quad (1.10)$$

Pour une modulation MAQ,  $E[|s_I(t)|^2] = E[|s_Q(t)|^2] = \frac{1}{2}E[|s(t)|^2]$ .

De l'équation (1.9), on montre que

$$E[|s_{rf}(t)|^2] = \frac{1}{2}E[|s_I(t)|^2] + \frac{1}{2}E[|s_Q(t)|^2] = \frac{1}{2}E[|s(t)|^2]. \quad (1.11)$$

Des équations (1.10) et (1.11), on montre donc que le PAPR en RF est environ deux fois le PAPR en bande de base, c'est-à-dire,

$$\operatorname{PAPR}_{[s_{rf}]} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |s_{rf}(t)|^2}{E[|s_{rf}(t)|^2]} \simeq \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |s(t)|^2}{\frac{1}{2}E[|s(t)|^2]} = 2\operatorname{PAPR}_{[s]}. \quad (1.12)$$

Le résultat donné par la relation (1.12) a été montré pour la première fois par *J. Tellado* dans sa thèse de doctorat [21].

Nous allons maintenant caractériser le PAPR du signal OFDM en donnant quelques développements de la littérature de sa limite supérieure théorique. Considérons le signal OFDM sur-échantillonné  $s_n$ ,  $0 \leq n < NL$  défini par l'équation (1.7). Sa puissance crête s'écrit :

$$\max_n |s_n|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{j2\pi k \frac{n}{NL}} \right|^2 \leq \frac{1}{N} \left( \sum_{k=0}^{N-1} \max_k |C_k| \right)^2. \quad (1.13)$$

D'après l'égalité de Parseval<sup>(iii)</sup>, sa puissance moyenne s'écrit :

$$E[|s_n|^2] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[|C_k|^2]. \quad (1.14)$$

Des équations (1.13) et (1.14), on définit une borne supérieure du PAPR des signaux OFDM :

---

(iii). L'égalité de Parseval (parfois appelée également Théorème de Parseval ou Identité de Rayleigh) est une formule fondamentale de la théorie des séries de Fourier. On la doit au mathématicien français Marc-Antoine Parseval.



$$\text{PAPR}_{[s]} = \frac{\max_{0 \leq n < NL} |s_n|^2}{E[|s_n|^2]} \leq \text{PAPR}_{[\text{sup}]} = N \frac{\max_k |C_k|^2}{E[|C_k|^2]}. \quad (1.15)$$

Dans le cas d'un alphabet à module constant ( $M$ -PSK, MAQ-4), la limite supérieure théorique du PAPR définie par l'équation (1.15) vaut :

$$\text{PAPR}_{[\text{sup}]} = N.$$

Pour un alphabet MAQ- $M$  à module non constant ( $M > 4$ ), on a  $\max_k |c_k|^2 = 2 \left( \sqrt{M} - 1 \right)^2$  et  $E[|C_k|^2] = \frac{2}{3} (M - 1)$ , la limite supérieure théorique du PAPR vaut alors :

$$\text{PAPR}_{[\text{sup}]} = N \frac{3 \left( \sqrt{M} - 1 \right)}{\sqrt{M} + 1}.$$

Toutefois, quand  $N$  augmente, la probabilité d'atteindre la limite supérieure du PAPR est négligeable. Par exemple, dans [22, 18] il est prouvé que, pour un système OFDM à modulation  $M$ -PSK, pour atteindre la limite supérieure du PAPR, il faut un nombre de réalisations de l'ordre de  $M^2$  et la probabilité pour qu'une telle réalisation se produise est de  $M^2/M^N = M^{2-N}$ . Ainsi, si l'on se place dans le cas de la norme IEEE 802.11a, la probabilité que le PAPR vaille  $\text{PAPR}_{[\text{sup}]} = N$  (dans le cas où la modulation utilisée est une QPSK) est de  $4^{-62}$ . Il n'est donc pas réaliste de considérer cette valeur du PAPR. C'est pourquoi, nous considérons des bornes plus réalistes dans la suite de ce chapitre.

### 3.3 Distribution du PAPR des signaux OFDM

La distribution du PAPR des signaux OFDM a récemment intéressé les chercheurs [23, 24, 25], conjointement à la recherche des techniques de réduction du PAPR.

Le signal OFDM est une combinaison linéaire de  $N$  variables indépendantes identiquement distribuées. C'est donc une variable aléatoire ayant de grandes variations d'amplitude. Le PAPR d'un signal étant de fait une variable aléatoire, une étude statistique s'impose. Ceci passe par la détermination de la distribution (fonction de répartition) du PAPR.

D'après le théorème de la limite centrale, le signal OFDM bande de base  $s_n$  défini par l'équation (1.7) converge vers une distribution Gaussienne complexe pour de grandes valeurs du nombre de sous-porteuses  $N$ . Par conséquent, l'amplitude du signal OFDM converge vers une distribution de Rayleigh pour de grandes valeurs de  $N$  comme l'illustre la Figure 1.11.

La fonction densité de probabilité de l'amplitude de  $s_n$  s'écrit [18] :

$$p_s(r) = \frac{2r}{\mathcal{P}_s} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_s}}, r \geq 0, \quad (1.16)$$

où  $\mathcal{P}_s = E[|s_n|^2]$  est la puissance moyenne du signal OFDM. La fonction cumulative de répartition du PAPR connu sous le nom de CCDF ("Complementary Cumulative Distribution Function") est approximativement :

### 3. Les caractéristiques du signal OFDM

---

$$\begin{aligned} \text{CCDF}_{[s]}(\psi) &= \Pr [\text{PAPR}_{[s]} \geq \psi] \\ &= \Pr \left[ \frac{\max_n |s_n|^2}{\mathcal{P}_s} \geq \psi \right] \simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ \frac{|s_n|^2}{\mathcal{P}_s} \leq \psi \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

en considérant [18] l'indépendance approximative des  $s_n$ . Comme,  $|s_n|$  est une variable aléatoire de Rayleigh [18] dont la fonction densité de probabilité est donnée par l'équation (1.16) alors,

$$\Pr \left[ \frac{|s_n|^2}{\mathcal{P}_s} \leq \psi \right] = \Pr \left[ |s_n| \leq \sqrt{\psi \mathcal{P}_s} \right] = \int_0^{\sqrt{\psi \mathcal{P}_s}} p_s(r) dr = 1 - e^{-\psi}. \quad (1.18)$$

En substituant l'équation (1.18) dans l'équation (1.17), la CCDF du PAPR de l'OFDM discrétisé à la fréquence de Nyquist (c'est-à-dire,  $L = 1$ ) vaut :

$$\text{CCDF}_{[s]}(\psi) \simeq 1 - \left(1 - e^{-\psi}\right)^N. \quad (1.19)$$

L'expression de la CCDF du PAPR donnée par l'équation (1.19) a été prouvée pour la première fois par *R. van Nee* et *A. de Wild* dans [24]. De l'équation (1.19), la fonction densité de probabilité du PAPR vaut :

$$\begin{aligned} p_{[\text{PAPR}]}(\psi) &= -\frac{\partial}{\partial \psi} \text{CCDF}_{[s]}(\psi) \\ &= N e^{-\psi} \left(1 - e^{-\psi}\right)^{N-1}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Il a été montré par *H. Ochiai* et *H. Imai* dans [26] qui a été ensuite repris par *Robert J. Baxley* dans [27] que la valeur moyenne du PAPR vaut :

$$\begin{aligned} E[\text{PAPR}] &= \int_1^{+\infty} \psi p_{[\text{PAPR}]}(\psi) d\psi \\ &= N \int_1^{+\infty} \psi e^{-\psi} \left(1 - e^{-\psi}\right)^{N-1} d\psi = \sum_{k=1}^N \frac{1}{k}, \\ &\simeq C_{(\text{Euler})} + \ln[N], \end{aligned} \quad (1.21)$$

où  $C_{(\text{Euler})}$  est la constante d'Euler-Mascheroni utilisée principalement en théorie des nombres, définie comme étant :

$$C_{(\text{Euler})} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \sum_{k=1}^N \frac{1}{k} - \ln[N] \right] \simeq 0.57721.$$

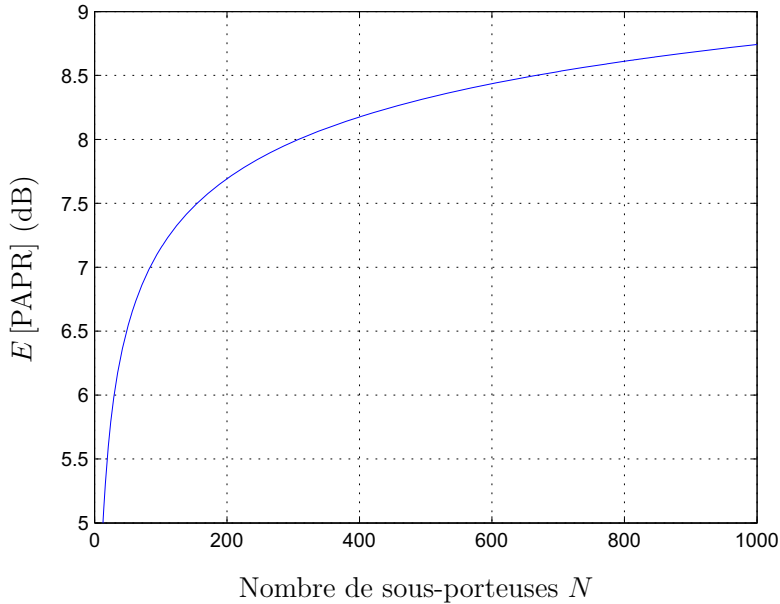


FIGURE 1.12 – La valeur moyenne du PAPR de l’OFDM en fonction du nombre de sous-porteuses  $N$ .

La Figure 1.12 montre que la valeur du PAPR de l’OFDM augmente avec le nombre de sous-porteuses. Par exemple pour  $N = 200$ , la valeur moyenne du PAPR est de 7.75 dB tandis qu’elle est de 8.75 dB pour  $N = 1000$  sous-porteuses.

La distribution du PAPR obtenue en (1.19) n’est pas une distribution exacte du PAPR, c’est juste une valeur approchée du PAPR de l’OFDM à la fréquence de Nyquist. Il existe des développements de la distribution du PAPR du signal OFDM continu bande de base qui sont déterminés soit de façon empirique ou soit de façon analytique. C’est ainsi que dans [24], *R. van Nee* et *A. de Wild* proposent une formule empirique de la CCDF du PAPR pour un signal OFDM continu bande de base :

$$\text{CCDF}(\psi) \simeq 1 - \left(1 - e^{-\psi}\right)^{2.8N}. \quad (1.22)$$

Par la suite, *Ochiai* et *Imai* dans [18] proposent une approche probabiliste basée sur le décompte du nombre de fois que la valeur absolue du signal en continu coupe un niveau de référence  $\bar{\psi}$  fixé. Dès lors, en augmentant progressivement la valeur de ce niveau de référence, le décompte obtenu tend à approcher le nombre de crêtes ayant une valeur supérieure à ce seuil. Il est donc ainsi possible d’approcher la distribution du PAPR du signal OFDM continu par l’expression :

$$\text{CCDF}(\psi) \simeq \begin{cases} 1 & \text{si } \psi \leq \bar{\psi} \\ 1 - \left(1 - \frac{\sqrt{\psi}e^{-\psi}}{\sqrt{\bar{\psi}}e^{-\bar{\psi}}}\right)^{\sqrt{\frac{\pi}{3}}N\sqrt{\bar{\psi}}e^{-\bar{\psi}}} & \text{sinon} . \end{cases} \quad (1.23)$$

La valeur de  $\bar{\psi}$  fixé influe sur l’acuité des résultats, il est à noter que les meilleures performances sont obtenues pour  $\bar{\psi} \simeq \pi$ .

Plus tard, *Zhou* et *Caffery* dans [28] proposent une borne supérieure pour la CCDF du PAPR optant pour un raisonnement basé sur la probabilité que la puissance du signal

### 3. Les caractéristiques du signal OFDM

OFDM coupe un niveau de référence donnée (“*level crossing rate*” en anglais). Ce raisonnement, contrairement à celui de *Ochiai* et *Imai* [18], ne donne qu’une borne supérieure de la CCDF dans la mesure où la probabilité qu’une crête de puissance soit supérieure à  $\psi$ . Cette borne supérieure est donnée par l’expression :

$$\text{CCDF}(\psi) \leq \sqrt{\frac{\pi}{3}} N \sqrt{\psi} e^{-\psi}. \quad (1.24)$$

Dans [29], après une analyse des dérivées premières des fonctions de distribution du PAPR de signaux bande de base données par les équations (1.19) et (1.23), *Y. Louet* et *S. Hussain* ont proposé une nouvelle fonction de distribution du PAPR des signaux OFDM bande de base continus. Cette distribution est donnée par la relation (1.25) et les résultats de simulations présentés par la Figure 1.13 montre que cette distribution (1.25) correspond presque à la solution exacte du PAPR des signaux OFDM continus bande de base.

$$\text{CCDF}(\psi) \simeq 1 - \left(1 - e^{-\psi}\right)^{\tau_2 N^\mu}, \quad \tau_2 = \left(\frac{5.12}{\sqrt{e}}\right)^\mu e^{-0.5704}, \quad (1.25)$$

où  $\mu = 1.07$  et  $N$  est le nombre de sous-porteuses du symbole OFDM.

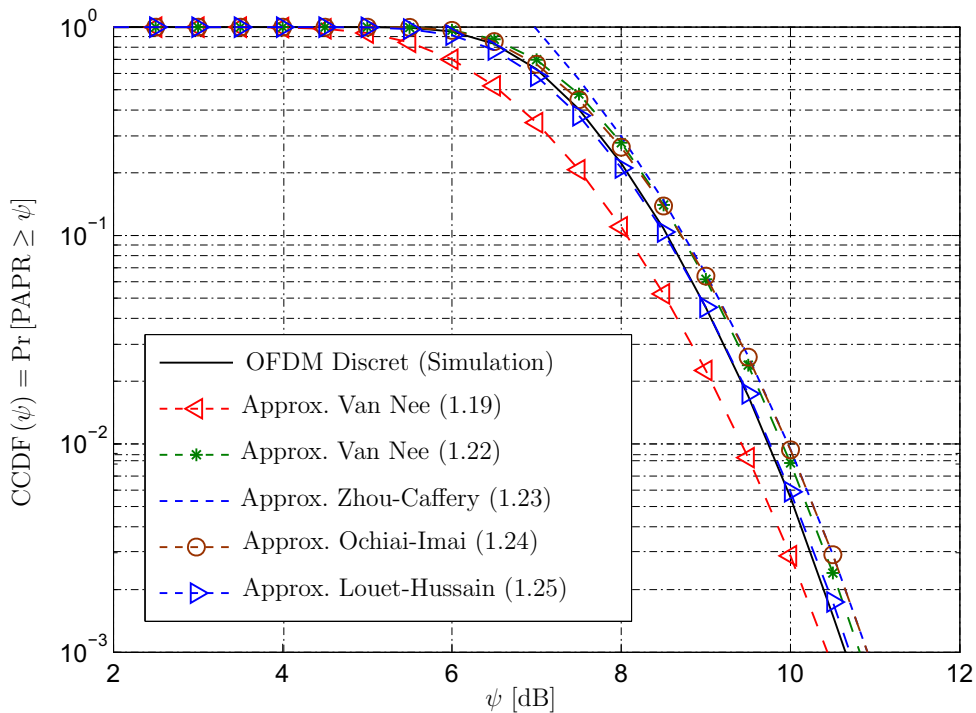


FIGURE 1.13 – Comparaison des distributions du PAPR pour un système OFDM à  $N = 64$  sous-porteuses.

La Figure 1.13 nous indique bien que l’expression donnée en (1.24) est effectivement une borne supérieure de la CCDF et son comportement asymptotique (pour des fortes valeurs du PAPR) est plus précis. En ce qui concerne les approximations à proprement dit, nous voyons que l’expression (1.23) donne des résultats en accord avec les simulation. Il apparaît que l’expression (1.22) semble être plus proche des simulations, même si l’équation associée n’est qu’empirique. L’expression (1.19) a été développée à la base pour approcher la CCDF

du signal OFDM discrétisé à la fréquence de Nyquist, c'est-à-dire,  $L = 1$ . Dans la Figure 1.13, les simulations ont été réalisées pour  $L = 4$ , ce qui explique l'écart assez important entre l'expression (1.19) et les résultats de signal OFDM obtenus par simulation.

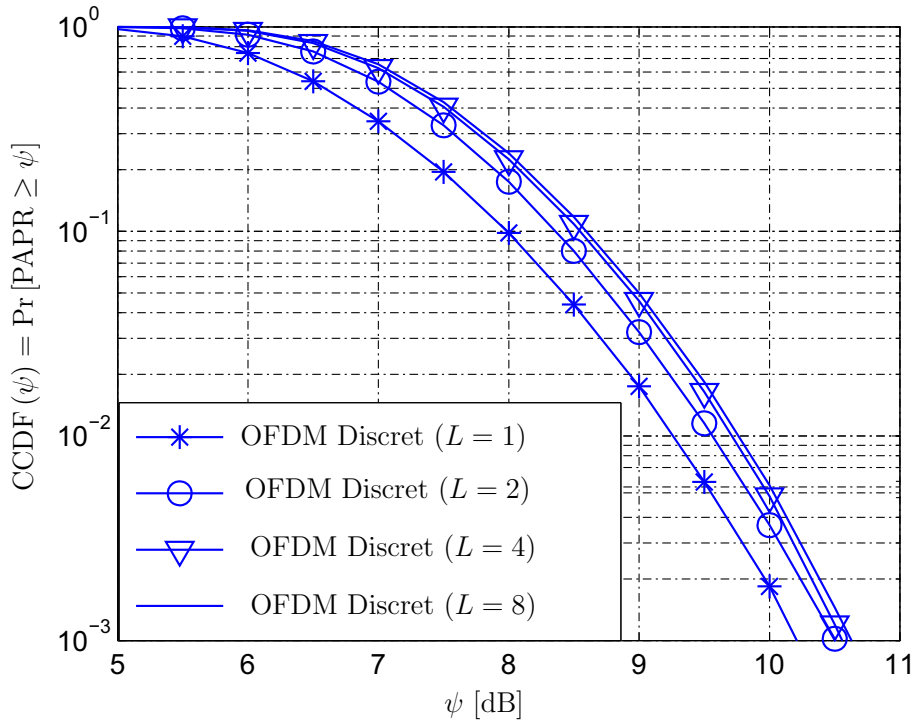


FIGURE 1.14 – CCDF du signal OFDM discret pour différentes valeurs du facteur de sur-échantillonnage.

La figure 1.14 montre la CCDF du signal OFDM pour  $N = 64$  sous-porteuses pour différentes valeurs du facteur de sur-échantillonnage. On constate que, la plus grande augmentation de la CCDF du PAPR se produit quand le facteur de sur-échantillonnage passe de  $L = 1$  à  $L = 2$  mais n'augmente pas de manière significative quand  $L \geq 4$ . En effet, le fait de discrétiser un signal continu ne modifie pas de manière sensible la valeur de la puissance moyenne. Par contre, ceci peut modifier la valeur de la puissance maximale. Ainsi, si l'échantillonnage ne correspond pas à l'instant où la puissance est maximale, on peut observer des différences significatives entre la puissance crête en continu et la puissance crête en discret. En augmentant donc le taux de sur-échantillonnage on s'approche plus de la puissance crête en continu, ce qui explique l'augmentation de la CCDF opérée quand le facteur de sur-échantillonnage augmente. Cependant pour  $L \geq 4$ , il n'y a plus d'augmentation significative de la CCDF. On peut donc tirer la conclusion suivante : un facteur de sur-échantillonnage d'au moins 4 est nécessaire pour approcher le mieux possible la puissance crête continu.

## 4 Les avantages et les limites de l' OFDM

La modulation OFDM est une technologie ancienne au succès récent qui consiste à transmettre des données en parallèle sur plusieurs fréquences porteuses différentes. L'OFDM est particulièrement bien adaptée aux canaux de transmission radio sur longues

## 4. Les avantages et les limites de l' OFDM

---

distances sans transmissions d'onde multiples (échos), elle permet alors de réduire sensiblement les interférences inter-symboles. Par contre elle peut devenir inutilisable dans le cas où les échos sont forts, il faut alors utiliser le COFDM [16, 30].

Le COFDM est un procédé qui associe un codage correcteur d'erreur (entrelacement entre fréquences) à la modulation OFDM. Dans [16], l'auteur expose le principe du COFDM ainsi que les raisons principales qui font qu'il est particulièrement utilisé dans le domaine de la radiodiffusion terrestre, des réseaux mobiles, etc. Dans [30], la complexité du modulateur et du démodulateur COFDM est évaluée, ainsi que les effets de la non-linéarité des amplificateurs de puissance.

### 4.1 Les avantages de l'OFDM

Les avantages de l'OFDM sont nombreux :

- Une utilisation efficace des ressources fréquentielles en comparaison avec les solutions classiques de multiplexage fréquentiel. Ceci est dû au fait que dans l'OFDM, les sous-porteuses se chevauchent tout en gardant une orthogonalité parfaite comme montré dans la Figure 1.2.
- Une égalisation numérique et un décodage simple et optimal grâce à l'utilisation de l'intervalle de garde (au prix d'une diminution du débit). De plus, l'utilisation de différents systèmes de codage correcteur d'erreur associés à un entrelacement entre fréquences permet d'atteindre les performances d'un canal sans écho. Cette technique qui est le COFDM est employée notamment par la norme DVB-T utilisée en France pour la Télévision numérique terrestre.
- Les techniques multiporteuses sont robustes au bruit impulsif puisque chaque sous-porteuse est affectée d'un bruit indépendant des autres sous-porteuses. Contrairement aux modulations monoporteuses où le bruit peut affecter un certain nombre de symboles transmis, la perte d'un symbole dû à un bruit important n'affecte pas les autres symboles.
- Enfin, il est à noter que l'estimation du canal dans le contexte OFDM est facilitée par l'envoi de séquences d'apprentissage dans le domaine fréquentiel. L'identification des coefficients du canal se fait sans inversion de systèmes d'équations.

### 4.2 Les limites de l'OFDM

La modulation OFDM n'a pas que des avantages, elle a aussi des inconvénients :

- Après la transformée de Fourier inverse discrète du bloc de symboles fréquentiels, l'OFDM peut engendrer des symboles temporels à fortes variations d'amplitude (à PAPR élevé) en comparaison avec des techniques monoporteuses. Pourtant, pour des rendements élevés, les amplificateurs de puissance doivent fonctionner dans une zone dite non-linéaire (ou de saturation), malheureusement, c'est dans cette zone que se présentent les non-linéarités qui créent des distorsions (inter-modulation, remontée spectrale, etc) des signaux à transmettre. Ces effets sont d'autant plus gênants quand les signaux à amplifier sont à PAPR élevés.
- L'OFDM est également très vulnérable aux problèmes de décalage en fréquence ("frequency offset") et de synchronisation [31]. Dans le premier cas, le "frequency offset" engendre de l'interférence entre sous-porteuses qui peut détruire l'orthogonalité des sous-porteuses. Dans le second cas, les erreurs de synchronisation induisent un déphasage sur

les symboles reçus. Les techniques de compensation qui existent pour les modulations monoporteuses sont mal adaptées aux modulations multiporteuses et de nouvelles approches sont à l'étude. Dans les nouveaux standards, les débits plus élevés accentuent ces difficultés.

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit et caractérisé le signal OFDM. Le système multiporteuses permet de surmonter efficacement les dégradations introduites par le canal comme la sélectivité en fréquence et le bruit impulsif. Grâce aux progrès dans la fabrication des circuits numériques, la réalisation du système OFDM devient possible. Mais du fait que ce système a une large dynamique caractérisée par un fort PAPR, il est très sensible aux non-linéarités des composants analogiques, en particulier celles de l'amplificateur de puissance (HPA). La thèse porte essentiellement sur l'étude des techniques de réduction du PAPR du signal OFDM.

## Chapitre 2

# Amplificateur de puissance et signaux à enveloppe non constante

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>29</b>
<b>2</b>	<b>Généralités sur les amplificateurs de puissance</b>	<b>30</b>
2.1	Définition	30
2.2	Les non-linéarités d'amplitude et de phase : les conversions ou caractéristiques de transferts AM/AM et AM/PM	31
2.3	Le recul d'entrée et le recul de sortie	32
2.4	Notion de rendement	32
2.5	Les classes d'opération de l'amplificateur de puissance	34
<b>3</b>	<b>Modélisation comportementale d'un amplificateur</b>	<b>37</b>
3.1	Modélisation comportementale de l'amplificateur sans mémoire	37
3.2	Effet mémoire des amplificateurs de puissance	38
<b>4</b>	<b>Mesure des distorsions</b>	<b>39</b>
4.1	Adjacent Channel Power Ratio (ACPR)	39
4.2	Noise Power Ratio (NPR)	40
4.3	Error Vector Magnitude (EVM)	40
4.4	Conclusion	41
<b>5</b>	<b>Influence des non-linéarités de l'amplificateur dans un système de communication</b>	<b>42</b>
5.1	Effet sur la constellation et mesure de l'EVM	42
5.2	Effet sur le Taux d'Erreur Binaire (TEB)	43
5.3	Influence sur le spectre	43
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>45</b>

---

## 1 Introduction

Dans les systèmes de télécommunications, le signal, après les différentes étapes de codage, de modulation et de transposition en fréquence porteuse, est amplifié pour résister aux atténuations causées par la propagation en espace libre. Un amplificateur de puissance est un dispositif électronique qui permet la conversion d'un signal d'entrée en un signal de sortie de puissance nettement plus élevée. La puissance de sortie requise dépend de la



distance entre l'émetteur et le récepteur. En terme de consommation d'énergie, l'amplificateur de puissance est l'élément qui consomme le plus d'énergie parmi tous les éléments de l'émetteur [32]. Il est donc primordial de le faire fonctionner avec le plus grand rendement possible, surtout pour des terminaux mobiles où la consommation est un facteur énergétique décidant de leur autonomie [32, 33, 34].

Cependant, pour un rendement élevé, l'amplificateur de puissance doit fonctionner dans une zone dite non-linéaire (ou de saturation), malheureusement, c'est dans cette zone que se présentent les non-linéarités de l'amplificateur, sources de distorsions (intermodulation, remontée spectrale, etc. . . ) des signaux à transmettre. Ces effets sont d'autant plus gênants que les signaux à amplifier sont à fort PAPR. Bien souvent, on est obligé de surdimensionner l'amplificateur (prendre du recul) pour éviter ces effets, perdant du même coup l'objectif du rendement maximal.

Avant d'envisager toutes techniques pour combler les exigences de linéarités et de rendement, il nous a paru utile et même indispensable de préciser les caractéristiques de l'amplificateur de puissance.

Dans ce chapitre, nous exposerons les caractéristiques de l'amplificateur de puissance. De façon plus vaste, nous traiterons des généralités sur l'amplificateur de puissance à savoir, la caractéristique de transfert qui traduit les relations entrées / sorties, des notions de gain, de rendement (rendement en puissance et rendement en puissance ajoutée), de classe de fonctionnement. Nous parlerons également dans ce chapitre des effets mémoires dans l'amplificateur de puissance.

Par la suite, nous caractériserons l'amplificateur de puissance à travers sa modélisation comportementale. Pour chiffrer les effets des non-linéarités, nous définirons les facteurs de mérite ACPR (Adjacent Channel Power Ratio), NPR (Noise Power Ratio), EVM (Error Vector Modulation).

Nous clôturons le chapitre par une présentation des effets des non-linéarités de l'amplificateur de puissance sur la constellation, le TEB et la Densité Spectrale de Puissance (DSP).

## 2 Généralités sur les amplificateurs de puissance

### 2.1 Définition

Pour assurer correctement l'acheminement des informations, les émetteurs ont besoin d'amplificateurs de puissance pour fournir une certaine puissance aux signaux (radio-fréquence) pour éviter qu'ils ne s'affaiblissent fortement lors de leur propagation dans l'espace libre [35]. L'amplificateur puise alors la puissance nécessaire utile au signal dans une source de courant continue qu'il injecte ensuite dans le signal.

En général, on distingue deux catégories d'amplificateurs de puissance qui sont utilisés dans les systèmes de télécommunications [36, 37] :

- (i) l'amplificateur à tubes à ondes progressives (TOP, TWTA pour "Travelling Wave Tube Amplifier") plus utilisé dans les transmissions par satellites pour transmettre de fortes puissances [38],
- (ii) l'amplificateur à semi-conducteur (SSPA pour "Solid State Power Amplifier") utilisés dans les transmissions radio terrestres comme dans le cas des téléphones portables ou de la boucle radio [39].

## 2. Généralités sur les amplificateurs de puissance

---

Cependant, même dans les applications spatiales, les TOP sont abandonnées de plus en plus au bénéfice des SSPA vu les avantages qu'ils présentent (masse plus faible, encombrement plus réduit, flexibilité d'utilisation) [20].

### 2.2 Les non-linéarités d'amplitude et de phase : les conversions ou caractéristiques de transferts AM/AM et AM/PM

Les relations entrées-sorties AM/AM (pour "Amplitude/Amplitude") et AM/PM (pour "Amplitude/Phase") appelées aussi caractéristiques de transfert ou conversions AM/AM et AM/PM, ont une allure typique pour tous les amplificateurs de puissance à l'état solide [40, 41]. La Figure 2.1 représente la variation de la puissance de sortie en fonction de la puissance d'entrée, appelée aussi la caractéristique AM/AM. Elle a été tirée de [42].

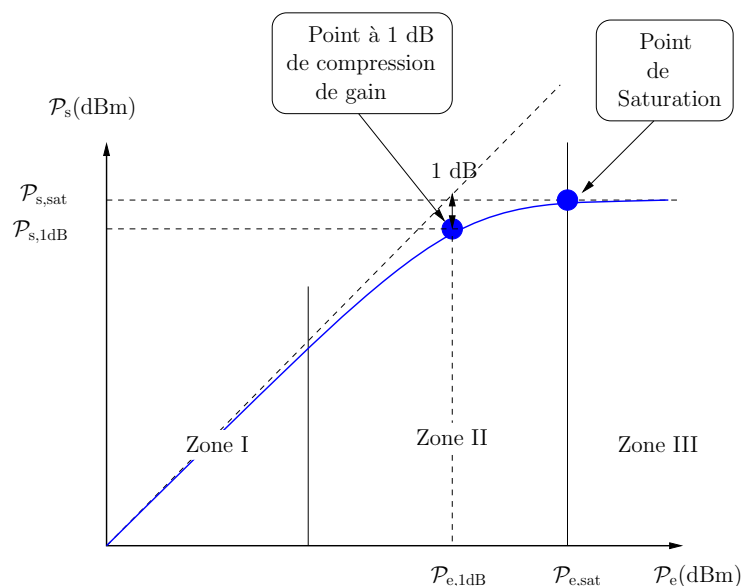


FIGURE 2.1 – Exemple de caractéristique AM/AM d'un amplificateur de puissance.

La caractéristique AM/AM de l'amplificateur de puissance se divise en trois zones :

- (i) **Zone linéaire** : dans cette zone, l'amplificateur a un comportement linéaire. La puissance de sortie est proportionnelle à la puissance d'entrée selon un rapport appelé gain de l'amplificateur. Les puissances d'entrée sont faibles. Dans cette zone, les distorsions engendrées sont quasi inexistantes. Lorsqu'on prend du recul pour éviter les distorsions, c'est dans cette zone que fonctionne l'amplificateur.
- (ii) **Zone de compression** : dans cette zone, la sortie n'est plus proportionnelle à la puissance d'entrée. La courbe commence à s'incurver (par rapport à la droite linéaire), on amorce la plage de la non-linéarité. Les distorsions du signal apparaissent et sont de plus en plus importantes. Le gain de l'amplificateur diminue pour de fortes puissances d'entrées. On parle de zone de compression du gain. Le point à 1 dB de compression de gain est situé dans cette zone [35] ; il est défini comme étant le point où l'écart entre la courbe de gain et le gain linéaire vaut 1 dB. Ce point est une caractéristique de l'amplificateur de puissance.
- (iii) **Zone de saturation** : dans cette zone, la puissance de sortie est quasi constante quelle que soit la puissance d'entrée. On parle alors de puissance de saturation.

## Chapitre 2. Amplificateur de puissance et signaux à enveloppe non constante

C'est également une caractéristique de l' amplificateur de puissance.

La courbe traduisant le déphasage, en fonction de l'amplitude en entrée, entre la sortie et l'entrée est appelée la caractéristique de transfert AM/PM, ou aussi conversion AM/PM. Elle n'a pas d'allure de référence. Elle varie suivant la technique de conception et les conditions de fonctionnement de l'amplificateur [32].

### 2.3 Le recul d'entrée et le recul de sortie

Un signal traversant un amplificateur de puissance subit alors à la fois la compression AM/AM et la conversion AM/PM. Il est nécessaire de présenter les notions de "Input Back-Off" (IBO) et de "Output Back-Off" (OBO) qui traduisent le Recul en Entrée et le Recul en Sortie respectivement.

Soit  $\mathcal{P}_e$  la puissance d'entrée d'un signal et  $\mathcal{P}_s$  sa puissance de sortie,  $\mathcal{P}_{s,1dB}$  la puissance de sortie au point de compression 1 dB et  $\mathcal{P}_{e,1dB}$  la puissance d'entrée correspondante. La grandeur IBO généralement exprimée en dB, est le rapport entre la puissance de saturation ramenée à l'entrée (ou de la puissance d'entrée au point de compression 1 dB) et la puissance d'entrée du signal.

$$\text{IBO} = 10 \log 10 \frac{\mathcal{P}_{e,\text{sat}}}{\mathcal{P}_e}, \quad [\text{dB}] \quad (2.1)$$

ou encore [42] :

$$\text{IBO} = 10 \log 10 \frac{\mathcal{P}_{e,1\text{dB}}}{\mathcal{P}_e}. \quad [\text{dB}] \quad (2.2)$$

De la même façon, on définit le paramètre OBO qui est le rapport entre la puissance de saturation (ou de la puissance de sortie au point de compression 1 dB) et la puissance moyenne de sortie du signal.

$$\text{OBO} = 10 \log 10 \frac{\mathcal{P}_{s,\text{sat}}}{\mathcal{P}_s}, \quad [\text{dB}] \quad (2.3)$$

ou encore [42] :

$$\text{OBO} = 10 \log 10 \frac{\mathcal{P}_{s,1\text{dB}}}{\mathcal{P}_s}, \quad [\text{dB}] \quad (2.4)$$

À partir de ces relations, on peut constater effectivement que plus le recul d'entrée (ou de sortie) est élevé, plus l'amplificateur est surdimensionné par rapport au signal à amplifier, et par conséquent moins il y a des distorsions dû à la non-linéarité. Ainsi donc pour s'éloigner de la zone de compression, de nombreux systèmes fonctionnent avec un IBO (ou OBO) élevé. On verra par la suite que le rendement de l'amplificateur est faible dans cette zone qui correspond à la zone linéaire.

### 2.4 Notion de rendement

Un amplificateur de puissance est un dispositif transformateur d'énergie, présentant deux entrées et une sortie : les entrées d'alimentation et de signal à amplifier, et une sortie pour le signal amplifié. L'alimentation de l'amplificateur fournit une puissance totale  $\mathcal{P}_{dc}$ , qui idéalement devrait être entièrement convertie en puissance utile,  $\mathcal{P}_s$ , sans perte de conversion.

## 2. Généralités sur les amplificateurs de puissance

---

Malheureusement, en réalité, il faut aussi considérer une puissance de pure perte  $\mathcal{P}_{\text{diss}}$  dissipée au sein de l'amplificateur, comme indiqué par sur le schéma de bilan de puissance de la Figure 2.2.

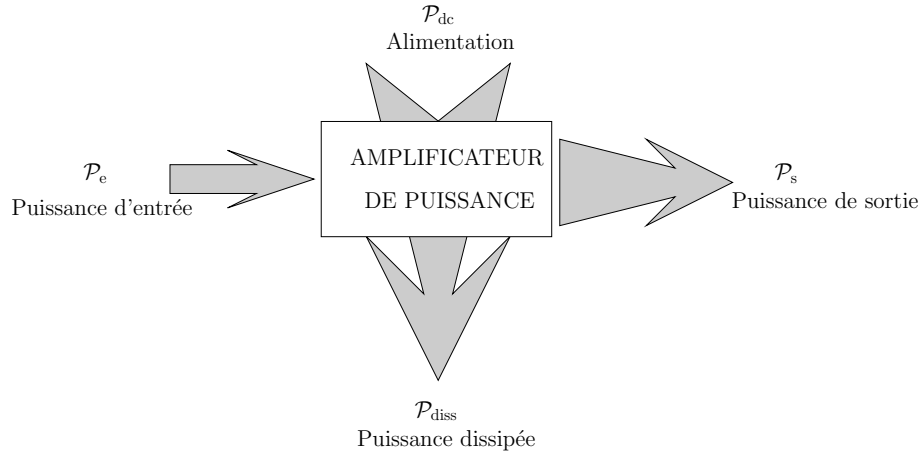


FIGURE 2.2 – Bilan simplifié des différentes puissances d'un amplificateur.

On parle de rendement énergétique ou rendement de puissance pour donner une mesure de la quantité de  $\mathcal{P}_{\text{dc}}$  qui a été effectivement convertie en  $\mathcal{P}_s$ . Les valeurs de rendement fournissent une information à propos des pertes  $\mathcal{P}_{\text{diss}}$ , un aspect extrêmement important pour la conception et le dimensionnement des systèmes d'évacuation de la chaleur ou de refroidissement. Parmi les mesures possibles de rendement, la plus répandue (et que nous utilisons en permanence dans ce manuscrit), est celle du rendement DC, défini comme le rapport entre la puissance  $\mathcal{P}_s$  fournie à la charge, l'antenne en l'occurrence, et la consommation DC de l'amplificateur :

$$\eta_{\text{DC}} = \frac{\mathcal{P}_s}{\mathcal{P}_{\text{dc}}}. \quad (2.5)$$

D'autres mesures du rendement, également bien connues, sont le rendement total défini par l'équation (2.6), et le rendement nommé "Power Added Efficiency" (PAE), défini par l'équation (2.7) :

$$\eta_{\text{total}} = \frac{\mathcal{P}_s}{\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_{\text{dc}}}, \quad (2.6)$$

$$\eta_{\text{PAE}} = \frac{\mathcal{P}_s - \mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_{\text{dc}}}, \quad (2.7)$$

avec  $\mathcal{P}_e$  représentant la puissance en entrée de l'amplificateur. Ces mesures permettent de donner une idée du rendement et du gain en même temps, contrairement au rendement DC.

Plus généralement, il est bien sûr possible de définir de la même manière des rendements totaux pour l'émetteur :

$$\eta_{\text{TX}} = \frac{\mathcal{P}_s}{\sum \mathcal{P}_{\text{dc},i}} \quad (2.8)$$

qui prennent en compte des contributions  $\mathcal{P}_{\text{dc},i}$  à la consommation autres que la puissance de l'alimentation de l'amplificateur.

## 2.5 Les classes d'opération de l'amplificateur de puissance

### 2.5.1 Généralités

Les définitions des classes d'opération de l'amplificateur s'appliquent indépendamment de la technologie des semi-conducteurs utilisés pour la conception de l'amplificateur [43, 44] mais plutôt par rapport à l'angle de conduction  $2\theta$  du courant de drain [44]. Il existe de nombreuses classes d'opération de l'amplificateur de puissance. Les amplificateurs sont classés dans les catégories A, B, AB et C pour les amplificateurs analogiques, et D, E et F pour les amplificateurs à découpage. Les classes des amplificateurs les plus couramment utilisées sont les classes A, B, AB, et C.

- (a) L'amplificateur de classe-A a une caractéristique linéaire, et les signaux amplifiés subissent des distorsions faibles au prix d'un rendement faible. En effet, le rendement maximal théorique d'un amplificateur de classe-A est de 50% [43], mais à cause des exigences en linéarité des applications, le rendement est plutôt limité à 25%. Son angle de conduction vaut  $2\theta = 2\pi$ .
- (b) L'amplificateur de classe-B est généralement utilisé pour des applications qui n'ont pas un besoin strict en linéarité. Le rendement d'un amplificateur de classe-B est sensiblement meilleur que celui d'un amplificateur de classe-A, il atteint 78% [43, 44], tout en fournissant un certain niveau de linéarité. Il a un angle de conduction de  $2\theta = \pi$ .
- (c) Dans un amplificateur de classe-AB, l'angle de conduction  $2\theta$  est compris entre  $\pi$  et  $2\pi$ . L'amplificateur de classe-AB est un compromis entre la classe-A et la classe-B. La distorsion de la classe AB est supérieure à celle de la classe-A, mais inférieure à celle de la classe-B. En revanche, un amplificateur de classe-AB a un rendement qui est inférieur au rendement maximal théorique de la classe-B, mais a un rendement supérieur à celui de la classe-A, c'est-à-dire un rendement compris entre 50% et 78%. L'amplificateur de classe-AB est, en général, le plus fréquemment utilisé.
- (d) L'amplificateur de classe-C dont l'angle de conduction  $2\theta$  est inférieur à  $\pi$ , a une caractéristique non-linéaire très prononcée. Il en résulte d'importantes distorsions dans le signal amplifié. Cela le rend inapte pour des applications qui nécessitent un niveau de linéarité assez élevé. Les amplificateurs de classe-C ont un rendement proche de 100% [43].

Le tableau ci-dessous extrait de [45] résume les différentes caractéristiques des classes d'amplificateurs de puissances analogiques.

Classe	Angle de conduction ( $2\theta$ )	Puissance de sortie	Rendement Maximal	Gain	Plage de Linéarité
A	$2\pi$	Satisfaisante	50%	Important	Grande
B	$\pi$	Moyenne	78.5%	Moyen	Moyenne
AB	Entre $\pi$ et $2\pi$	Moyenne	50% à 78.5%	Satisfaisant	Satisfaisante
C	Inférieur à $\pi$	Faible	100%	Faible	Faible

TABLE 2.1 – Caractérisation des classes d'opération des amplificateurs de puissance analogiques.

## 2. Généralités sur les amplificateurs de puissance

---

Dans [44], il a été établi une relation qui donne le rendement énergétique des amplificateurs analogiques (donc de classes A, B, AB et C) en fonction du recul de sortie OBO. Cette relation est donnée ci-dessous.

$$\eta_{DC} = \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{2(\sin \theta - \theta \cos \theta)} \frac{1}{\text{OBO}}, \quad (2.9)$$

où OBO est le recul de sortie de l'amplificateur qui est donné par l'équation (2.3). Cette relation permet de savoir pour un recul de sortie OBO donné, le rendement énergétique  $\eta_{DC}$  de l'amplificateur associé<sup>(i)</sup>.

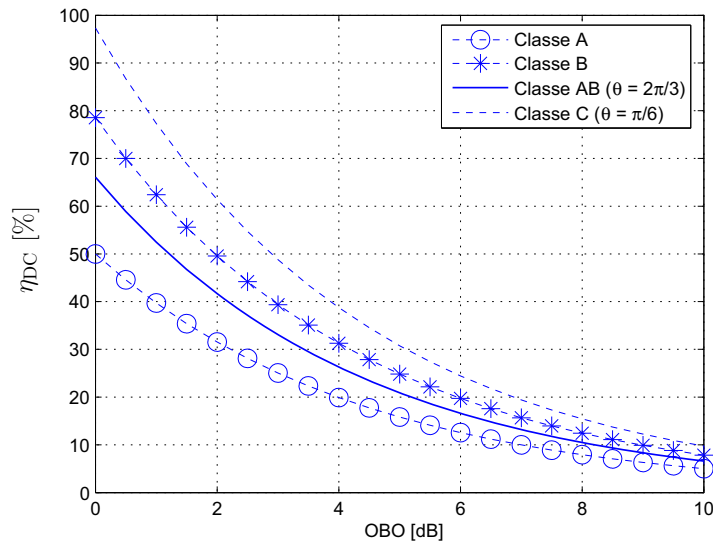


FIGURE 2.3 – Rendement de l'amplificateur en fonction de la classe d'opération et du recul de sortie OBO.

Une analyse des courbes de la Figure 2.3 montre que plus le recul de sortie OBO augmente, plus le rendement énergétique de l'amplificateur diminue quelque soit la classe d'opération de l'amplificateur. Un rendement énergétique maximal est obtenu pour OBO = 0 dB, c'est-à-dire,  $\mathcal{P}_s = \mathcal{P}_{s,sat}$  (ou encore  $\mathcal{P}_e = \mathcal{P}_{e,sat}$ ), pour toutes les classes d'opération de l'amplificateur.

### 2.5.2 Rendement énergétique, linéarité et signaux multiporteuses

L'amplificateur de puissance est un élément incontournable de la chaîne de transmission. Le rendement d'un amplificateur de puissance est étroitement lié à sa consommation en énergie. Il est donc important de faire fonctionner l'amplificateur avec le plus grand rendement possible. Cependant, l'amplificateur de puissance fonctionnant à rendement maximal se concilie mal avec les signaux à haute capacité<sup>(ii)</sup> tels que les signaux multiporteuses. Cette mauvaise conciliation est à l'origine des problématiques de linéarité contradictoires avec celles du rendement maximal.

(i). Le rendement énergétique  $\eta_{DC}$  de l'amplificateur peut être aussi associé au recul d'entrée IBO. En effet,  $\text{OBO} = \alpha \text{IBO}$ , avec  $0 < \alpha \leq 1$  est déterminé à partir de la caractéristique AM/AM de l'amplificateur de puissance.

(ii). Il faut entendre par signaux à haute capacité, des signaux qui utilisent des modulations de type multiporteuses à grands nombres d'états de phase et d'amplitude.

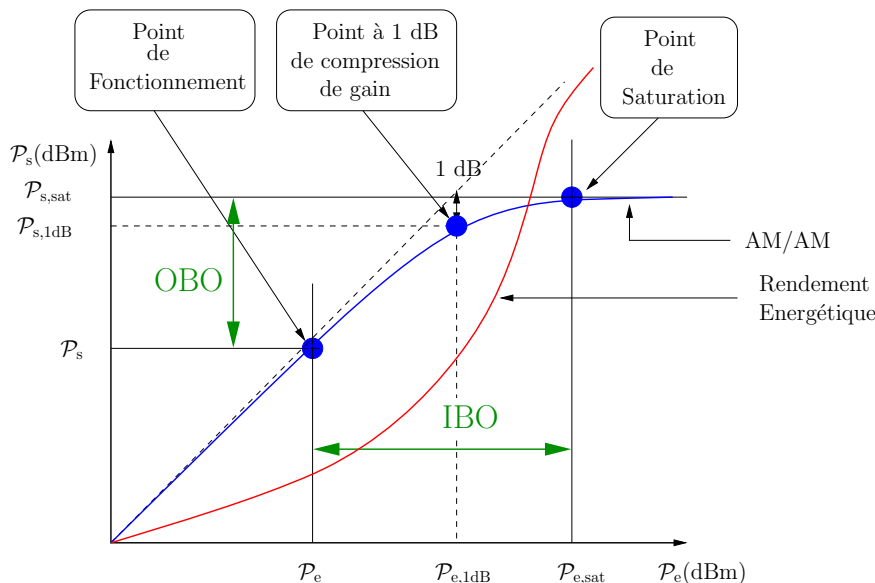


FIGURE 2.4 – Caractéristique d'un amplificateur de puissance : rendement énergétique et besoins en linéarité.

La Figure 2.4 montre la caractéristique d'un amplificateur de puissance intégrant rendement et non-linéarité. Elle montre que le rendement de l'amplificateur de puissance est maximal dans sa zone de saturation. Malheureusement c'est dans cette zone que les signaux à haute capacité de type multiporteuses (généralement à fort PAPR) subissent le plus la non-linéarité de l'amplificateur.

La solution classique, pour éviter ou du moins diminuer les effets néfastes liés à la non-linéarité des amplificateurs, est de surdimensionner l'amplificateur, en d'autre terme, cela revient à prendre un certain recul d'entré IBO qui est de l'ordre du PAPR du signal à amplifier afin d'être dans la zone linéaire ou proche de cette zone. Cependant, cette approche s'accompagne d'une diminution du rendement énergétique comme le montre la Figure 2.4 et donc d'une consommation énergétique importante de l'émetteur qui peut s'avérer très infructueux et même préjudiciable pour des terminaux mobiles. Prenons un exemple pour illustrer ce phénomène, considérons un signal Wi-Fi (un signal OFDM de  $N = 64$  sous-porteuses), d'après les résultats de la Figure 1.12, il a un PAPR moyen de 6.75 dB. Il faut donc un recul de l'ordre de 6.75 dB pour amplifier ce signal pour éviter tout effet néfaste lié à la non-linéarité de l'amplificateur. D'après la Figure 2.3, un recul de sortie de 6.75 dB correspond à un rendement de 10% pour la classe A, 15% pour la classe-B, 16% pour la classe AB et 22% pour la classe-C. Ce qui correspond à des rendements énergétiques faibles.

Surdimensionner un amplificateur est donc une solution possible à la non-linéarité. Cette solution n'est cependant pas idéale dans la mesure où le rendement énergétique est faible. D'où l'intérêt de chercher des solutions alternatives pouvant concilier au mieux la linéarité et le rendement énergétique.

### 3 Modélisation comportementale d'un amplificateur

#### 3.1 Modélisation comportementale de l'amplificateur sans mémoire

Pour comprendre ce type de modélisation, il faut se replacer dans le contexte historique. En effet, lorsque la bande passante de l'amplificateur est supérieure à celle du signal à amplifier, l'amplificateur est considéré comme étant sans mémoire. Et c'est dans ce contexte que se trouvaient bon nombre de systèmes de communication.

La relation entrée-sortie d'un amplificateur de puissance sans mémoire est donnée par

$$y(t) = \mathcal{F}[x(t)], \quad (2.10)$$

où  $\mathcal{F}[\cdot]$  est une fonction non-linéaire. Si  $x(t)$  est un signal bande de base (BdB), alors  $y(t)$  sera également traitée comme un signal en BdB. D'autre part, si  $x(t)$  est un signal Radio Fréquence (RF), alors  $y(t)$  sera en général un signal RF contenant un terme DC (pour "Direct Current" en anglais) ainsi que les harmoniques du signal d'entrée.

De façon plus générale, écrivons le signal d'entrée sous sa forme analytique c'est-à-dire sous forme d'une variable complexe dont la partie réelle est l'expression mathématique du signal :

$$x(t) = A(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)], \quad (2.11)$$

où  $A(t)$  et  $\phi(t)$  sont respectivement l'amplitude et la phase du signal BdB associé à  $x(t)$ . Le signal  $y(t)$  à la sortie de l'amplificateur de puissance s'écrit :

$$y(t) = \mathcal{F}_A[A(t)] \cos[2\pi f_c t + \phi(t) + \mathcal{F}_\Phi[A(t)]], \quad (2.12)$$

où  $\mathcal{F}_A[A(t)]$  décrit le comportement de la caractéristique de transfert AM/AM et  $\mathcal{F}_\Phi[A(t)]$  décrit le comportement de la caractéristique de transfert AM/PM.

#### Modèle polynomial

Le modèle polynomial est sans doute le modèle le plus simple pour rendre compte du comportement non-linéaire de l'amplificateur de puissance. Ce modèle est le plus couramment utilisé et traduit l'évolution de la puissance de sortie par rapport à la puissance d'entrée. Il est donné par la relation ci-dessous.

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\mathcal{N}_P} a_k x^k(t), \quad (2.13)$$

où les coefficients  $a_k$  sont des coefficients réels déterminés expérimentalement.

Il a été prouvé dans [46] que pour un amplificateur de type polynomial défini par l'équation (2.13), les caractéristiques de transferts AM/AM et AM/PM s'écrivent :

$$\mathcal{F}_A[A(t)] = \sum_{m=0}^{\frac{(\mathcal{N}_P-1)}{2}} \frac{a_{2m+1}}{2^{2m}} \binom{2m+1}{m+1} [A(t)]^{2m+1}, \quad (2.14)$$

$$\mathcal{F}_\Phi[A(t)] = 0.$$



## Chapitre 2. Amplificateur de puissance et signaux à enveloppe non constante

Notons que dans ce modèle, il n'y a pas de distorsions de phase. En général, un système non-linéaire "sans mémoire" peut engendrer uniquement de la distorsion d'amplitude, et jamais de la distorsion de phase. S'il y a de la distorsion de phase, le système doit forcément posséder de la mémoire [47, 48].

La caractérisation de la non-linéarité de l'amplificateur de puissance par un modèle type polynomial est fondamentale pour toute approche de modélisation de l'amplificateur de puissance, mais elle est insuffisante [48] pour décrire parfaitement le comportement de l'amplificateur de puissance dans une application réelle où des signaux complexes sont exploités.

### Modèle de Saleh

Le modèle le plus courant des amplificateurs à ondes progressives est le modèle de Saleh [38] dont les caractéristiques de transferts AM/AM et AM/PM sont données ci-dessous.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_A[A(t)] &= \frac{\alpha_a [A(t)]}{1 + \beta_a [A(t)]^2}, \\ \mathcal{F}_\Phi[A(t)] &= \frac{\alpha_\phi [A(t)]^2}{1 + \beta_\phi [A(t)]^2}.\end{aligned}\tag{2.15}$$

Notons que pour de grandes valeurs de l'amplitude  $A(t)$ ,  $\mathcal{F}_A[A(t)]$  est proportionnel à  $1/A(t)$  et  $\mathcal{F}_\Phi[A(t)]$  s'approche d'une constante. Dans [38], les valeurs des paramètres  $\alpha_a$ ,  $\beta_a$ ,  $\alpha_\phi$  et  $\beta_\phi$  sont obtenues par des mesures expérimentales dans un cadre de transmission multiporteuses et sont données par :  $\alpha_a = 1.9638$ ,  $\beta_a = 0.9945$ ,  $\alpha_\phi = 2.5293$  et  $\beta_\phi = 2.8168$ .

### Modèle de Rapp

Le modèle couramment utilisé pour les amplificateurs à semi-conducteur dans le cadre des transmissions multiporteuses est le suivant [39] :

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_A[A(t)] &= \frac{v[A(t)]}{\left[1 + \left[\frac{v[A(t)]}{A_0}\right]^{2p}\right]^{\frac{1}{2p}}}, \\ \mathcal{F}_\Phi[A(t)] &\simeq 0,\end{aligned}\tag{2.16}$$

où  $A_0$  est l'amplitude de la tension de sortie de saturation,  $p$  est un entier souvent appelé "knee factor" en anglais ; c'est un facteur qui permet de contrôler la transition entre la zone linéaire et la zone de saturation de la caractéristique de transfert AM/AM de l'amplificateur.

## 3.2 Effet mémoire des amplificateurs de puissance

Un dispositif est à mémoire si à un instant donné le signal à sa sortie dépend du signal à l'entrée à ce même instant et aux instants précédents.

En pratique, les amplificateurs sont des dispositifs à mémoire et présentent des caractéristiques de transferts AM/AM et AM/PM qui dépendent de la fréquence, ce qui

## 4. Mesure des distorsions

---

doit être pris en compte dans des applications large bande [40, 49]. Des études approfondies sur les effets de mémoires dans les amplificateurs de puissances ont été menées dans [42, 50]. Nous évoquons juste ici l'importance des effets de mémoire en reprenant quelques points essentiels.

Le phénomène de l'effet mémoire est dû à l'emmagasinement de l'énergie dans le composant (l'amplificateur de puissance). Cette énergie peut être stockée sous une forme électrique ou sous une forme thermique. C'est la constante de temps de la charge et de la décharge de cette énergie qui détermine la gamme de fréquence où agit l'effet mémoire.

On distingue en général deux types d'effets de mémoire selon la durée de la constante de temps :

- (a) les effets de mémoire basse fréquence : ils résultent de phénomènes lents dont la constante de temps est très élevée par rapport à l'inverse de la fréquence de fonctionnement de l'amplificateur. Ils sont essentiellement liés à des phénomènes d'origine électrothermique et à des phénomènes d'origine électrique.
- (b) les effets de mémoire haute fréquence : ils tiennent leur nom du fait qu'ils résultent de constantes de temps courtes, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que la période du signal d'excitation. Ces phénomènes ont principalement pour origines les éléments réactifs des circuits d'adaptation et les défauts physiques des semi-conducteurs.

Ainsi, la réponse de l'amplificateur à des signaux de différentes amplitude et/ou de différentes fréquences ne sera pas la même et devra être étudiée au moyen de différentes approximations.

## 4 Mesure des distorsions

Cette section est consacrée aux définitions générales des mesures de qualité en émission qui permettent d'évaluer objectivement la linéarité d'un émetteur. Des mesures dans le domaine fréquentiel permettront d'évaluer la puissance des produits d'intermodulation dans le voisinage de la bande utile, et on s'intéressera ici aux mesures d'ACPR. Dans le domaine temporel, la vérification de la fidélité du signal émis peut être évaluée par moyen de l'EVM, comme on le montre plus loin.

### 4.1 Adjacent Channel Power Ratio (ACPR)

Pour quantifier l'interférence générée dans les bandes adjacentes de la bande utile, un paramètre ACPR est défini. L'ACPR est défini par l'écart en puissance entre le lobe principal (bande utile) et les lobes secondaires comme le montre la Figure 2.5.

On parle d'ACPR droite et d'ACPR gauche suivant le côté de la bande adjacente prise en compte. L'ACPR est donné par la relation (2.17) :

$$\text{ACPR} = \frac{\int_{\text{BU}} \text{DSP}(f) df}{\int_{\text{BA}} \text{DSP}(f) df} \quad (2.17)$$

où BU = Bande Utile et BA = Bande Adjacente.

Dans sa thèse de doctorat [51, 52], *S. Ragusa* a proposé une nouvelle définition de l'ACPR qui prend plus en compte la remontée des lobes secondaires sur le spectre de sortie

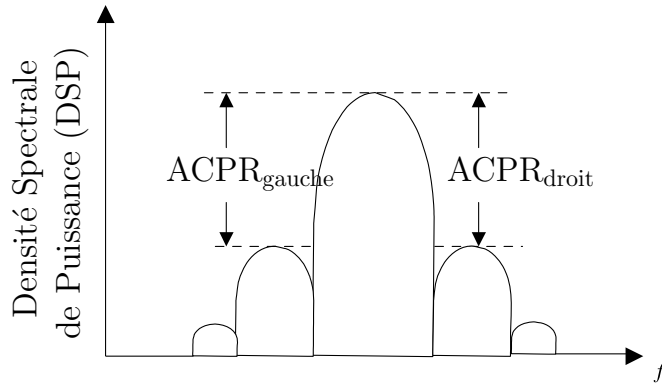


FIGURE 2.5 – Calcul de l'ACPR.

causée par l'apparition des produits d'intermodulation d'ordre 3 (IM3). Cette nouvelle définition notée  $N_{ACPR}$  est donnée par la relation (2.18) ci-dessous :

$$N_{ACPR} = \frac{\mathcal{P}_{BA} (IM3)}{\text{Gain} * \mathcal{P}_{BU}^{Bef PA}}, \quad (2.18)$$

où  $\mathcal{P}_{BA} (IM3)$  désigne la puissance dans la bande adjacente due aux IM3 et  $\text{Gain} * \mathcal{P}_{BU}^{Bef PA}$  la puissance dans la bande utile due aux fréquences fondamentales du signal amplifié.

#### 4.2 Noise Power Ratio (NPR)

Le NPR est une grandeur utilisée pour mesurer le bruit généré dans la bande du signal par la non-linéarité de l'amplificateur. Ce paramètre qui quantifie le degré d'auto-brouillage est donné par la relation (2.19).

$$NPR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{\int_{Porteuse} DSP(f) df}{\int_{Trou} DSP(f) df} * \frac{BW_{Trou}}{BW_{Porteuse}}, \quad (2.19)$$

où  $BW_{Trou}$  représente la bande du trou réalisé au centre de la bande du signal pour simuler la mesure. Ainsi donc, le bruit d'intermodulation est évalué dans le trou.

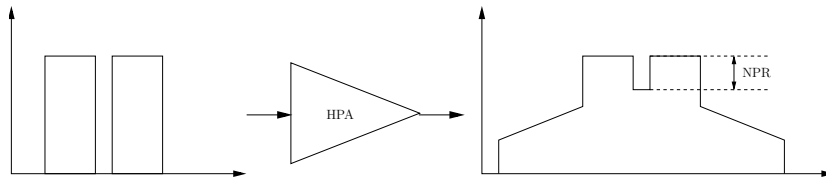


FIGURE 2.6 – Calcul du NPR.

#### 4.3 Error Vector Magnitude (EVM)

Dans le domaine temporel, une émission radio peut être décrite à partir des variations en amplitude et phase autour d'une porteuse principale, ces variations de la porteuse sont exprimées en dB au format cartésien comme une paire complexe, avec une composante en phase,  $I$ , et une composante en quadrature  $Q$ . Lors du passage par l'amplificateur,

## 4. Mesure des distorsions

les non-linéarités et les effets mémoires dégradent le signal émis. Les composantes  $I$  et  $Q$  récupérées en réception, après démodulation, peuvent alors conduire à des erreurs lors de l'échantillonnage. Ceci est à éviter car entraîne une augmentation du TEB.

Puisque le canal de transmission lui-même viendra ajouter des atténuations, échos, évanouissements, interférences, et d'autres effets non souhaités qui dégraderont le signal en réception, il est donc important d'assurer une qualité optimale du signal dès l'émission.

De la même manière que pour les émissions hors bande, les organismes régulateurs imposent des limites sur l'erreur maximum en transmission à ne pas dépasser. Ainsi, l'EVM est une figure de mérite qui donne une information de la fidélité entre un signal de référence idéal et un signal (émis) mesuré, après démodulation du signal radio, en dB, sur les composantes en phase et quadrature.

EVM peut se calculer à chaque temps symbole. Soit  $Z_n$  le signal temporel complexe (émis) mesuré en réception ou en émission et soit  $S_n$  le signal de référence idéal. L'EVM est calculé comme suit :

$$\text{EVM} = \sqrt{\frac{\sum_n |Z_n - S_n|^2}{\sum_n |S_n|^2}}. \quad (2.20)$$

À partir de cette définition générale, les différents standards de communication ajoutent des précisions au calcul de l'EVM, comme les caractéristiques des filtres en termes de largeur de bande, de roll-off ("matched-filtering") ou bien de longueur des séquences sur lesquelles est calculée l'EVM.

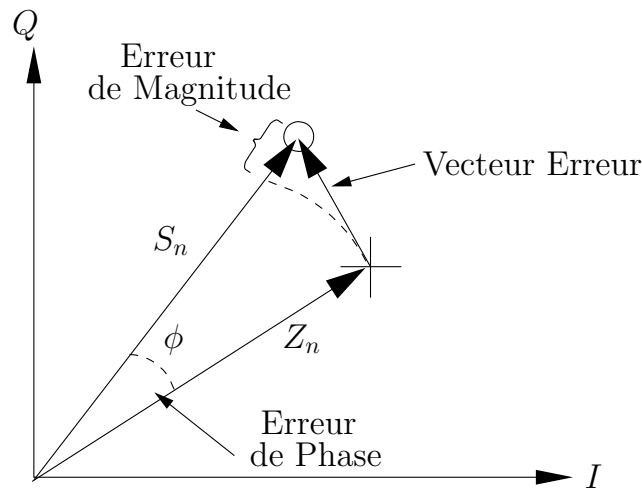


FIGURE 2.7 – Calcul de l'EVM.

### 4.4 Conclusion

Il existe d'autres facteurs de mérite qui permettent d'estimer le comportement non-linéaire d'un amplificateur de puissance qui sont entre autre le point de compression, le rapport  $C/I_3$ , le point d'interception d'ordre 3 : IP3 qui sont détaillés dans [20, 53, 54]. C'est le mode de fonctionnement final du système qui détermine le facteur de linéarité le plus approprié, selon la nature du signal mis en jeu.

## 5 Influence des non-linéarités de l'amplificateur dans un système de communication

La non-linéarité de l'amplificateur ne poserait pas de problème si les signaux d'entrée étaient à enveloppe constante et à faible dynamique (à faible PAPR). C'est le cas par exemple dans des signaux GSM. Les futurs systèmes de communication devront faire face au problème existant de la non-linéarité de l'amplificateur mais avec une difficulté supplémentaire, du fait de la nature spécifique des signaux (signaux multistandards donc très large et à très grande dynamique, c'est-à-dire à fort PAPR). Nous présentons dans ce qui suit, les distorsions engendrées par la non-linéarité de l'amplificateur et les conséquences sur la qualité de la transmission.

Nous utilisons un système de communication qui intègre un amplificateur de Rapp [39] dont les caractéristiques de transferts AM/AM et AM/PM sont données par l'équation 2.16.

### 5.1 Effet sur la constellation et mesure de l'EVM

Pour une utilisation efficace du spectre disponible, les systèmes de transmission numérique actuels, utilisent des modulations de type multiporteuses à grands nombres d'états de phase et d'amplitude. Or ces modulations sont très sensibles aux distorsions, bien entendu, aux distorsions non-linéaires provenant des amplificateurs de la chaîne de transmission.

L'amplificateur a une incidence directe sur la constellation ce qui se traduit par une déformation de celle-ci entraînant de ce fait des erreurs sur les bit transmis. Pour illustrer ce phénomène, nous considérons un schéma simple constitué d'un signal d'entrée (issu d'une modulation MAQ-16) et d'un amplificateur de puissance de type SSPA (donné par le modèle de Rapp). Un bruit blanc gaussien  $w(t)$  est ajouté à la sortie de l'amplificateur (Cf. Figure 2.8).

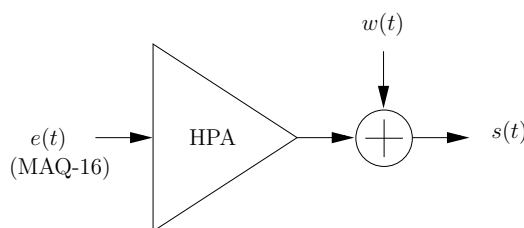


FIGURE 2.8 – Schéma simplifié de la chaîne de transmission.

Le signal  $e(t)$  à l'entrée de l'amplificateur de puissance est un signal monostandard de type WLAN (signal OFDM de  $N = 64$  sous-porteuses, de modulation MAQ-16). L'EVM calculé à partir des signaux  $e(t)$  et  $s(t)$  est donné par la Figure 2.9. Elle montre que l'EVM décroît quand le recul d'entrée augmente, c'est-à-dire que, quand l'amplification se fait de plus en plus dans la zone linéaire. Elle montre aussi que l'EVM diminue avec le rapport signal à bruit (SNR). En effet, un IBO faible engendre des distorsions importantes dans le signal amplifié; de la même manière, un SNR faible, signifie un niveau de bruit assez important dans la bande qui va perturber de façon significative le signal de référence (émis).

## 5. Influence des non-linéarités de l'amplificateur dans un système de communication

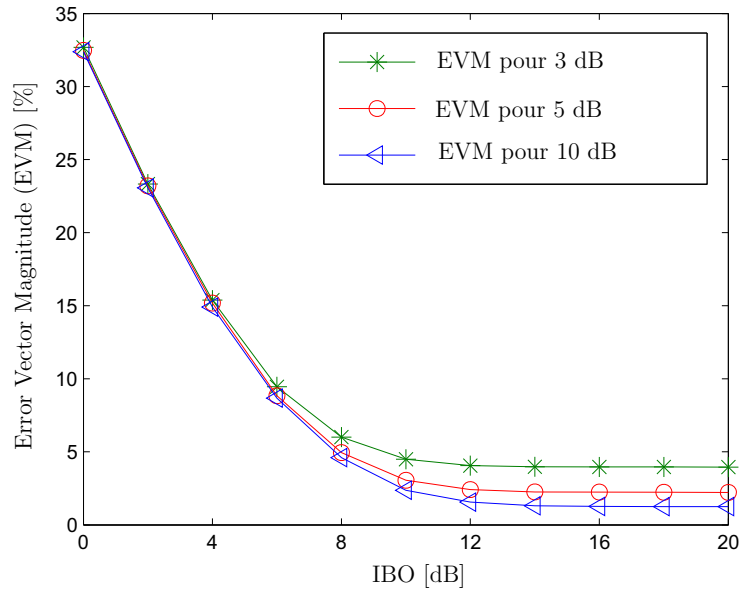


FIGURE 2.9 – L'EVM en fonction du recul d'entrée pour différentes valeurs du SNR.

### 5.2 Effet sur le Taux d'Erreur Binaire (TEB)

On a vu qu'une amplification non-linéaire des signaux a une incidence directe sur la constellation qui se traduit par un EVM qui augmente avec la perte de linéarité (quand on s'approche de la zone de saturation). Ceci a inévitablement une répercussion sur le TEB. La Figure 2.10 donne les performances du TEB en fonction du SNR pour différentes valeurs de recul d'entrée IBO. Le système de transmission simulé est de type OFDM comportant 64 sous-porteuses de modulation MAQ-16. Le canal de transmission est un canal Gaussien comme montré par la Figure 2.8. Nous pouvons effectivement observer une dégradation des performances du TEB pour de faibles valeurs de l'IBO. Cependant lorsque l'IBO devient important, le TEB tend à se fondre dans la courbe théorique. C'est la preuve qu'il y a moins de perturbations liées aux non-linéarités de l'amplificateur lorsque le signal est amplifié dans la zone linéaire et lorsque le signal est amplifié de plus en plus dans la zone de saturation, il subit de plus en plus de distorsions.

### 5.3 Influence sur le spectre

L'influence de la caractéristique non-linéaire de l'amplificateur sur les signaux amplifiés s'exprime aussi par des remontées spectrales. Cela se traduit par des interférences avec d'autres signaux émis dans des canaux voisins. Le facteur de mérite qui permet de mesurer les interférences avec les canaux adjacents est l'ACPR qui a été défini en 4.1. Ici, l'ACPR ne sera pas calculé, il sera question de montrer l'influence d'une amplification non-linéaire sur le spectre des signaux à fortes dynamiques (PAPR élevé). Le phénomène de remontée spectrale est montré par la Figure 2.11. Elle montre que la remontée spectrale (les interférences avec les canaux adjacents) augmente quand le recul diminue. En effet, des valeurs faibles de l'IBO signifient que l'amplificateur de puissance fonctionne en limite de sa zone de saturation. C'est dans cette zone que les signaux subissent le plus de distorsions ce qui explique la remontée spectrale de plus en plus importante lorsque l'IBO devient de plus en plus faible.

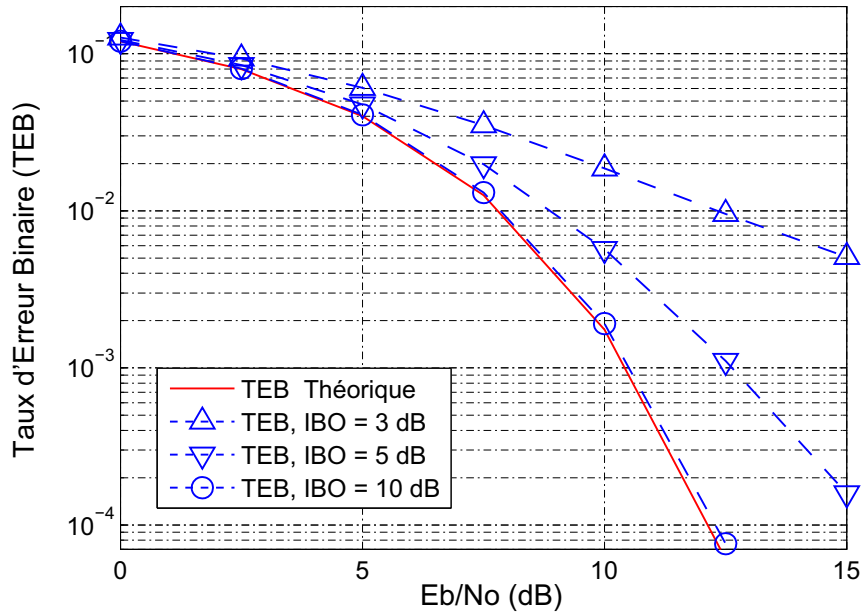


FIGURE 2.10 – Effet de l’amplificateur : performance en terme de TEB pour différentes valeurs de IBO.

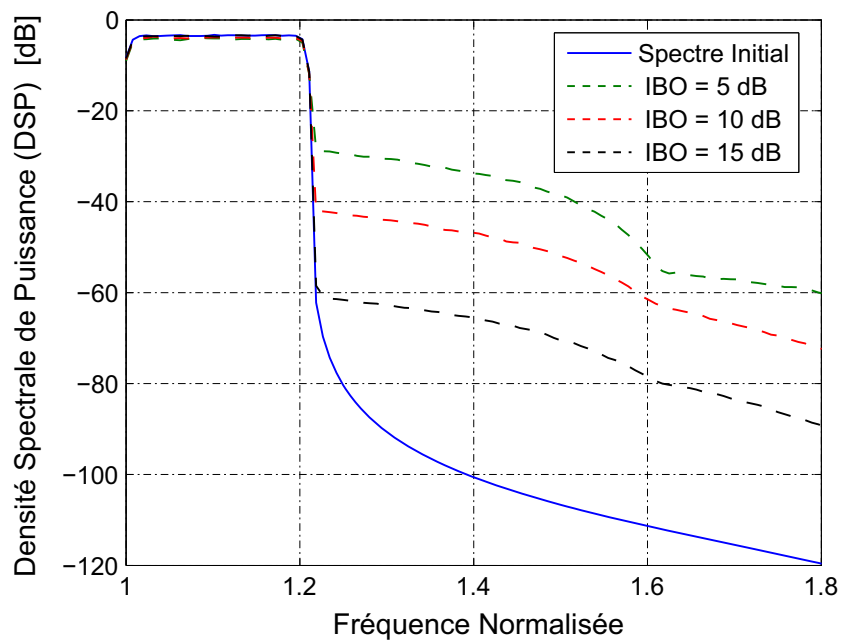


FIGURE 2.11 – Effet de l’amplificateur sur le spectre pour différentes valeurs de IBO.

### 6 Conclusion

L'étude des non-linéarités de l'amplificateur nécessite une compréhension du fonctionnement de l'amplificateur. C'est ce à quoi nous sommes attelés dans ce chapitre. Nous avons présenté des généralités sur l'amplificateur. Nous avons défini quelques termes (rendement, classes d'opération, etc), et présenté les types d'amplificateurs généralement utilisés dans les systèmes de télécommunications. Nous avons aussi défini quelques paramètres qui permettent de quantifier les effets de la non-linéarité. Nous avons également rappelé l'intérêt de prendre en compte les phénomènes de mémoires de l'amplificateur surtout dans un contexte d'étude où les signaux considérés sont très large bande.

Pour finir, nous avons présenté quelques effets de l'amplification de signaux à enveloppe non constante. Par des exemples simples, nous avons montré les distorsions qu'engendraient de telles amplifications et par la même occasion et de façon implicite de la nécessité de combattre ces effets.



## Chapitre 2. Amplificateur de puissance et signaux à enveloppe non constante

## Chapitre 3

# État de l’art des techniques de réduction du PAPR

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>48</b>
<b>2</b>	<b>Nouvelle classification des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR</b> . . . . .	<b>49</b>
2.1	Définition de la notion de compatibilité descendante . . . . .	49
2.2	Méthodes avec compatibilité descendante . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Critères de performances des techniques de réduction du PAPR</b> <b>51</b>	
3.1	Performance en réduction du PAPR . . . . .	51
3.2	Variation de la puissance moyenne . . . . .	52
3.3	Dégradation du TEB . . . . .	53
3.4	“Overall Performance” (OP) . . . . .	53
3.5	Diminution du débit utile . . . . .	54
3.6	Complexité . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Techniques Probabilistes</b> . . . . .	<b>54</b>
4.1	La technique “Selective Mapping” (SLM) . . . . .	54
4.2	La technique “Partial Transmit Sequences” (PTS) . . . . .	55
4.3	La technique de “Random Phasor” (RP) . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Techniques de Codage</b> . . . . .	<b>58</b>
5.1	Généralités . . . . .	58
5.2	Réduction du PAPR par des codes en blocs . . . . .	59
5.3	Réduction du PAPR par codes de Reed-Muller (RM) . . . . .	60
5.4	Conclusion . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Techniques “ajout de signal”</b> . . . . .	<b>61</b>
6.1	“Clipping” . . . . .	61
6.2	“Tone Reservation” . . . . .	64
6.3	“Active Constellation Extension” . . . . .	67
6.4	“Tone Injection” . . . . .	70
<b>7</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>72</b>

---

### 1 Introduction

Comme nous avons évoqué dans le chapitre précédent, pour obtenir de l’amplificateur la linéarité exigée par les standards de communication, on peut surdimensionner l’amplificateur de puissance ce qui revient à travailler loin de la zone de saturation, avec un recul important. En revanche, le rendement énergétique dans ce cas se révélera très faible, et ceci, d’autant plus que les formes d’onde des signaux présenteront de forts PAPR. Or, un signal à PAPR élevé passant dans un amplificateur non-linéaire (avec un recul faible, ceci pour un rendement élevé) se retrouve très distordu. La compensation de cette distorsion en réception implique des processus complexes. Voilà pourquoi la plupart des techniques de traitement des non-linéarités proposées dans la littérature se trouvent à l’émission.

L’objet de ce chapitre est d’établir un état de l’art (non exhaustif) des techniques de réduction du PAPR à l’émission sachant que dans cette thèse nous allons nous intéresser plus aux techniques de réduction du PAPR à l’émission dites “ajout de signal” parce qu’elles sont simples à implémenter et satisfont les contraintes (consommation en ressources) des systèmes embarqués. De plus certaines d’elles sont à compatibilité descendante. Nous reviendrons sur la notion de compatibilité descendante qui à nos yeux est très fondamentale dans notre analyse et recherche de technique de réduction du PAPR à l’émission.

Avant toute chose, il faut savoir que le problème de réduction du PAPR est apparu à peu près au même moment que les problèmes de l’analyse du PAPR. Dès la fin des années 1950, *Shapiro* [55] et *Rudin* [56] se sont focalisés à la réduction du PAPR des signaux en trouvant des séquences adaptées. *Schroeder* dans [57] s’est quant à lui plutôt penché sur la génération de signaux ayant un faible PAPR. Cependant, ce n’est qu’avec la vulgarisation de la modulation OFDM (due à son utilisation dans de nombreux standards de télécommunication comme le DVB-T, l’ADSL, le DAB ou dans la norme IEEE 802.11a/g) que le problème est devenu plus crucial, du fait que le signal a une enveloppe non-constante. C’est ainsi qu’on a vu apparaître les premières techniques de traitement des non-linéarités à partir des années 1990.

L’équipe SCEE<sup>(i)</sup>, dans laquelle la thèse s’est déroulée, a une expertise très approfondie et développée sur le problème de traitements des non-linéarités liées à l’amplificateur de puissance. Dans [58], une classification générale de toutes les techniques qui traitent du problème de l’amplification non-linéaire a été proposée, cette classification a été reprise et mise à jour dans [2, 54]. Ici, dans ce chapitre, nous proposons une classification des techniques de réduction du PAPR à l’émission. Il s’agit d’une extension de la classification proposée par *Y. Louet* et *J. Palicot* [2] dans laquelle toutes les “techniques de distorsions”<sup>(ii)</sup> seront considérées comme des techniques “ajout de signal”. En effet, plus tard dans la thèse (dans le chapitre 4), nous montrerons que toute “technique de distorsion” peut être formulée comme une technique “ajout de signal”.

Il existe d’autres travaux de la classification des techniques de réduction du PAPR. Nous pouvons citer entre autres les travaux de *T. Jiang* et *Y. Wu* dans [59] où ils passent en revue différentes techniques de réduction du PAPR de l’OFDM en proposant une classification de ces techniques qui est basée sur la complexité de calcul, l’expansion de la bande

---

(i). SCEE pour Signal, Communication et Électronique Embarquée est une équipe de recherche du Campus de Rennes de Supélec, membre de l’IETR (Institut d’Électronique et de Télécommunications de Rennes - UMR CNRS 6164), groupe AC (Automatique et Communications)

(ii). Il faut entendre par “techniques de distorsions” toute technique de réduction du PAPR qui génère des distorsions, comme c’est le cas dans les techniques de clipping.

## 2. Nouvelle classification des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

---

passante, la diminution du débit de transmission et la variation de la puissance moyenne du signal à transmettre.

## 2 Nouvelle classification des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

Dans le prochain chapitre, nous montrerons que les techniques de “distorsions” peuvent être considérées comme des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR. Compte tenu de cette nouvelle vision que nous aurons des techniques de distorsions, nous pouvons d’ores et déjà proposer, dans cette section, une nouvelle classification des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR dans laquelle, toutes les techniques de distorsions seront considérées comme des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR.

### 2.1 Définition de la notion de compatibilité descendante

Lorsque l’on se place à l’émission, la première question que l’on peut se poser est de savoir s’il y aura modification du récepteur dans le cas où une méthode est développée à l’émission. En d’autres termes, une fois le signal amplifié avec le moins de non-linéarités possibles, est-il intelligible directement à la réception sans opérer un traitement supplémentaire ? Cette modification ou non du récepteur dans le cas des traitements des non-linéarités porte plus généralement sur le concept de compatibilité descendante qui s’énonce de la façon suivante : il y aura compatibilité descendante dans le cas de méthodes ou techniques ne nécessitant pas de modification dans le récepteur. Il n’y aura pas de compatibilité descendante dans le cas contraire. C’est ce concept que nous allons utiliser pour discriminer les méthodes entre elles. Il permet ainsi de débiter l’arborescence des techniques “ajout de signal” de la façon suivante (Cf. Figure 3.1) :

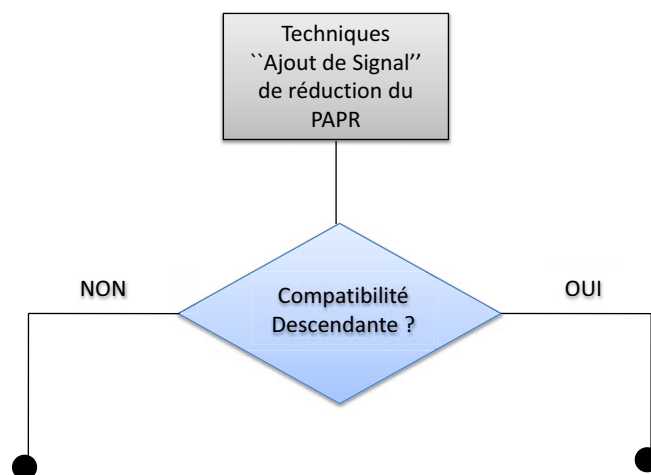


FIGURE 3.1 – Classification des techniques “ajout de signal” en fonction de la compatibilité descendante.

Dans la suite de la thèse, le concept de compatibilité descendante est une contrainte que nous allons nous imposer dans la recherche de nos techniques “ajout de signal” que nous serons amené à développer.

### 2.2 Méthodes avec compatibilité descendante

Pour les méthodes de réduction du PAPR avec compatibilité descendante, une modification des traitements à l'émission n'implique pas une modification du récepteur. Dans ce cas, l'ensemble des traitements est effectué à l'émission. Dans cette catégorie de méthodes, on retrouve une partie des techniques “ajout de signal”. Dans les techniques “ajout de signal” à compatibilité descendante, on peut distinguer :

- les techniques qui dégradent le TEB
- et celles qui ne dégradent pas le TEB.

Les techniques “ajout de signal” qui dégradent le TEB sont essentiellement les techniques de distorsions c'est-à-dire, les techniques de réduction du PAPR qui introduisent des distorsions; on peut citer entre autres les techniques de “clipping” ( “clipping and filtering” [60], le “deep clipping” [61], le “invertible clipping” [52], etc.)

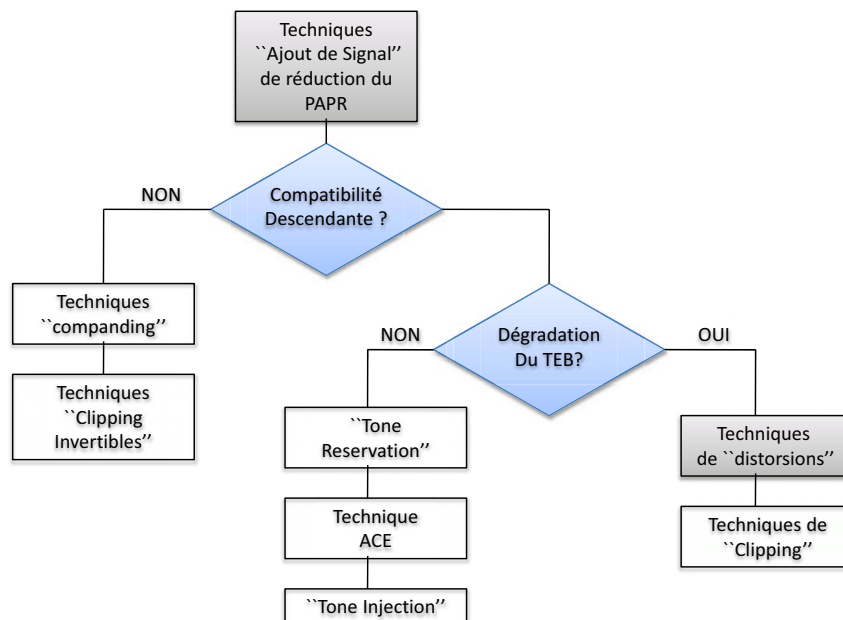


FIGURE 3.2 – Classification des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR.

Parmi les techniques “ajout de signal” qui ne dégradent pas le TEB , on peut citer la technique de la “Tone reservation” (TR) [21], la technique “Active Constellation Extension” (ACE) [62, 63], la technique de la “Tone Injection” (TI) [21, 64], etc. Il existe certaines techniques de distorsions qui compressent le signal à l'émission afin de réduire son PAPR et décompressent le signal reçu (à la réception) afin de permettre un bon décodage

### 3. Critères de performances des techniques de réduction du PAPR

du signal. Comme, il existe un processus de traitement de signal à la réception, ces techniques de distorsions connues sous le nom de techniques de “companding” (“compressing and expanding”) [65, 66, 67] ne sont pas à compatibilité descendante, mais restent cependant des techniques “ajout de signal” puisqu’elles sont des techniques de distorsions (ceci sera justifié au chapitre 4).

La Figure 3.2 synthétise les techniques de réduction du PAPR dites “ajout de signal” classées en fonction du critère de compatibilité descendante et du critère de la dégradation du TEB. Cette classification loin d’être exhaustive permet d’intégrer d’autres types de techniques “ajout de signal”.

### 3 Critères de performances des techniques de réduction du PAPR

Dans cette section, il semble pertinent, avant de détailler certaines techniques de réduction du PAPR, de définir les différents critères de mérite qui vont nous permettre d’évaluer les performances d’une technique de réduction du PAPR dans son environnement de fonctionnement.

Considérons le schéma simplifié d’une chaîne de transmission (Figure 3.3) intégrant un module de réduction du PAPR.

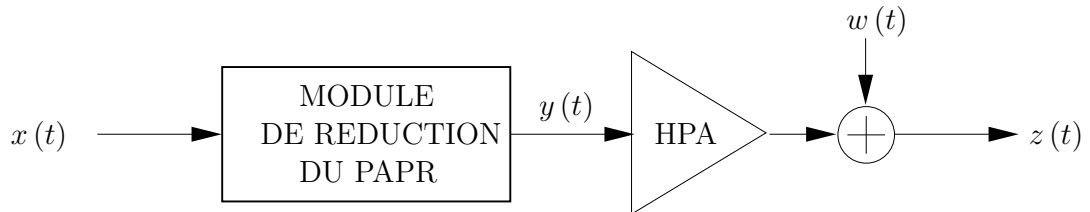


FIGURE 3.3 – Schéma simplifié d’une chaîne de transmission intégrant un module de réduction du PAPR.

#### 3.1 Performance en réduction du PAPR

Ceci peut paraître trivial mais cela reste malgré tout le critère déterminant. Pour illustrer la mesure de performance en réduction du PAPR d’une méthode, considérons la Figure 3.3. Les PAPR des signaux  $x(t)$  et  $y(t)$  sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \text{PAPR}_{[x]} &= \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |x(t)|^2}{\mathcal{P}_x} \\ \text{PAPR}_{[y]} &= \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |y(t)|^2}{\mathcal{P}_y}, \end{aligned} \tag{3.1}$$

où  $T_s$  désigne la durée d’un symbole OFDM et  $\mathcal{P}_x$  et  $\mathcal{P}_y$  représentent respectivement les puissances moyennes des signaux  $x(t)$  et  $y(t)$ . Le PAPR est une variable aléatoire qui peut être caractérisée par sa CCDF ;  $\text{PAPR}_{[x]}$  et  $\text{PAPR}_{[y]}$  définis par les relations (3.1) sont des variables aléatoires dont les CCDFs sont représentées sur la Figure 3.4. On définit le gain

en réduction du PAPR à une valeur  $\phi$  donnée de la CCDF, le paramètre  $\Delta\text{PAPR}(\phi)$  défini par :

$$\Delta\text{PAPR}(\phi) = \text{PAPR}_{[x]}(\phi) - \text{PAPR}_{[y]}(\phi), \text{ [dB]} \quad (3.2)$$

où  $\text{PAPR}_{[x]}(\phi)$  et  $\text{PAPR}_{[y]}(\phi)$  sont les PAPRs des signaux  $x(t)$  et  $y(t)$  à  $\text{CCDF} = \phi$ .

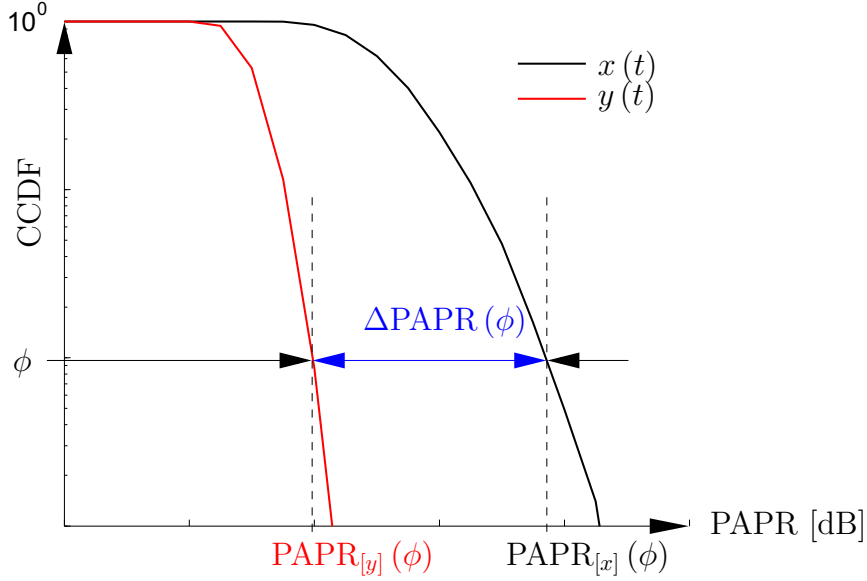


FIGURE 3.4 – Calcul du gain en réduction du PAPR à une valeur particulière de la CCDF.

### 3.2 Variation de la puissance moyenne

Pour certaines techniques, la réduction du PAPR s’accompagne d’une diminution ou d’une augmentation de la puissance moyenne du signal à transmettre. Par exemple, dans un contexte de “clipping” [68, 69], la puissance moyenne du signal à transmettre est réduite tandis que dans un contexte de “Tone Reservation” [21, 70, 71] ou de “Active Constellation Extension” [63, 72], la puissance moyenne du signal à transmettre est augmentée.

Considérons le schéma simplifié de la chaîne de transmission donné par la Figure 3.3, la variation de la puissance moyenne du signal à transmettre s’écrit :

$$\Delta E[\tau] = \mathcal{P}_y - \mathcal{P}_x \text{ [dB]}, \quad (3.3)$$

où  $\tau$  est le paramètre qui contrôle la performance de réduction du PAPR. Le paramètre  $\tau$  peut être assimilé au “seuil d’écrêtage” dans le cas du “clipping”.

Dans la littérature, la plupart des études de performances des techniques de réduction du PAPR ne prennent pas en compte la variation  $\Delta E$  de la puissance moyenne du signal à transmettre. Pourtant cette variation a un impact fort sur la qualité de la transmission. Dans une de nos publications [73], nous avons étudié les performances de trois techniques de réduction du PAPR dans lesquelles nous avons pris en compte la variation de la puissance moyenne du signal à transmettre.

#### 3.3 Dégradation du TEB

Pour certaines techniques, la réduction du PAPR s'accompagne de la génération de distorsions aussi bien à l'extérieur qu' à l'intérieur de la bande utile de signal ; c'est le cas des techniques de distorsions (Cf. chapitre 4). La réduction du PAPR n'est pas la seule cause de dégradation du TEB ; en effet l'amplificateur de puissance peut être source de dégradation du TEB dans la mesure où par besoin de rendement énergétique, l'amplification se fait dans (ou proche) de la zone de saturation.

Dans la littérature [74, 75, 76], on définit les pertes de puissance dues aux non-linéarités de l'amplificateur de puissance d'une part et de la réduction du PAPR d'autre part, par la métrique TD pour "Total Degradation" en anglais.

$$\text{TD}[\tau, \text{IBO}] = \Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau, \text{IBO}] + \text{IBO}, \quad [\text{dB}] \quad (3.4)$$

où  $\Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau, \text{IBO}]$  est la dégradation du rapport signal à bruit pour un TEB donné. Dans [73], nous avons décomposé cette dégradation du rapport signal à bruit en deux composantes : une dégradation due à l'amplification non-linéaire et une dégradation due à la réduction du PAPR si la technique utilisée est une technique de distorsion.

$$\Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau, \text{IBO}] = \Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\text{IBO}] + \Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau], \quad [\text{dB}] \quad (3.5)$$

où  $\Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\text{IBO}]$  est la dégradation du rapport signal à bruit due à l'amplification non-linéaire et  $\Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau]$  est la dégradation du rapport signal à bruit due à la réduction du PAPR. Pour une technique de réduction du PAPR sans distorsions comme c'est le cas de la "Tone Reservation", il n'y a pas de dégradation du rapport signal à bruit due à la réduction du PAPR, c'est-à-dire,  $\Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau] = 0$ .

#### 3.4 "Overall Performance" (OP)

Il existe dans la littérature [74, 75, 77, 76, 78, 79] des études sur les performances des techniques de réduction du PAPR. En général ces études prennent en compte la réduction du PAPR, la qualité de transmission du signal (c'est-à-dire la dégradation du TEB et l'augmentation de l'ACPR) et la complexité de la technique. Malheureusement, il existe très peu d'études sur la performance globale d'une technique de réduction du PAPR dans un environnement plus "réaliste", c'est-à-dire, en présence d'un amplificateur de puissance de type non-linéaire et d'un canal de propagation de type AWGN par exemple.

Dans [73], nous avons proposé une nouvelle métrique "OP" pour "Overall Performance" qui permet d'évaluer la performance globale d'un système et qui prend en compte la réduction du PAPR du système, la variation de puissance moyenne du signal à transmettre due à la réduction du PAPR et la dégradation de l'énergie par bit du système. Comme la variation de puissance moyenne et la dégradation de l'énergie par bit du système ont des effets néfastes sur la performance globale du système et que seul le gain de réduction du PAPR contribue positivement à la performance du système, on définit donc la métrique "OP" par la relation suivante :

$$\text{OP}[\tau, \text{IBO}] = \Delta_{\text{PAPR}}[\tau] - \Delta_{\text{E}}[\tau] - \Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau, \text{IBO}], \quad (3.6)$$



où  $\Delta\text{PAPR}[\tau]$  est le gain de réduction du PAPR,  $\Delta E[\tau]$  est la variation de la puissance moyenne du signal à transmettre donnée par l'équation (3.3) et  $\Delta_{E_b/\mathcal{N}_0}[\tau, \text{IBO}]$  est la dégradation de l'énergie par bit donnée par l'équation (3.5).

Dans l'expression de OP  $[\tau, \text{IBO}]$ , on peut intégrer la complexité du module de réduction du PAPR du système et les émissions de puissance hors-bande (qui sont la cause de l'augmentation de l'ACPR).

### 3.5 Diminution du débit utile

Si, par exemple, le récepteur a besoin d'information complémentaire (“side information”) pour pouvoir rendre l'opération de réduction du PAPR transparente pour la démodulation, cette transmission d'information implique une diminution du débit utile. C'est le cas de la technique “Selective Mapping” (SLM) [80].

### 3.6 Complexité

Si une méthode est très performante en termes de réduction du PAPR mais nécessite de fortes ressources de calcul, ceci peut devenir rédhibitoire pour certaines applications pratiques de type “temps réel”. La complexité des algorithmes mis en oeuvre doit alors être étudiée.

## 4 Techniques Probabilistes

Les techniques probabilistes sont des méthodes ou techniques de réduction du PAPR à représentations multiples du signal qui ont l'inconvénient de ne pas être à compatibilité descendante. On peut citer entre autres le “Random Phasor” (RP) [81], le “selective scrambling” [82, 83], ou le “selective mapping” (SLM) [80, 84, 85], les “Partial Transmit Séquences” (PTS) [86, 87], ou les techniques d’“optimisation de phase” [88], etc. Toutes ces techniques sont adaptatives car le système s'adapte au symbole OFDM pour fournir un PAPR aussi faible que possible. Dans la suite de cette section, nous allons décrire brièvement quelques unes de ces techniques.

### 4.1 La technique “Selective Mapping” (SLM)

L'idée est de multiplier la séquence de symboles complexes issus de la modulation numérique par une série de  $L$  différents vecteurs de façon à ce que ne soit retenu que le produit au PAPR le plus faible (après IFFT). Cette méthode nécessite néanmoins la transmission d'une information de redondance pour que le récepteur identifie le vecteur optimal. On doit cette technique à *R. Bauml, R. Fischer et J. Huber* [80]. Elle a été ensuite détaillée et agrémentée de précision dans [85, 84] par *S.H Muller et J.B Huber*.

Cette méthode s'applique à l'OFDM pour un nombre quelconque de sous-porteuses et pour une modulation numérique quelconque. Soit  $\mathbf{X} = \{X_k\}$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$ , le vecteur symbole OFDM dans le domaine fréquentiel. L'idée de la technique “selective mapping” est de multiplier le vecteur  $\mathbf{X}$  par un vecteur  $\Phi^{(u)} = \{\phi_k^{(u)}\}$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$ . Les  $\phi_k^{(u)}$  sont de la forme :

$$\phi_k^{(u)} = e^{j\varphi_k^{(u)}}, \quad \varphi_k^{(u)} \in [0, 2\pi), \quad u = 0, \dots, U - 1.$$

## 4. Techniques Probabilistes

Le nouveau signal OFDM dans le domaine fréquentiel après pondération s'écrit :  $X^{(u)} = X \cdot \Phi^{(u)}$ . On obtient ainsi  $U$  signaux différents de  $N$  composantes. Finalement, le signal OFDM temporel transmis s'écrit :

$$x^{(u^*)} = \text{IDFT} \left( X^{(u^*)} \right),$$

où  $u^* = \arg \min_u \left\{ \max_n |x_n^{(u)}| \right\}$  est l'indice correspond au signal OFDM dont le PAPR est le plus faible. La valeur de l'indice  $u^*$  sera alors transmise au récepteur pour la reconstruction via un code correcteur d'erreurs. Dans [85], les auteurs proposent que le nombre de bit sur lequel doit être codé cet indice soit de l'ordre de  $\log_2 U$ . Le principe de la technique est illustré par la Figure 3.5.

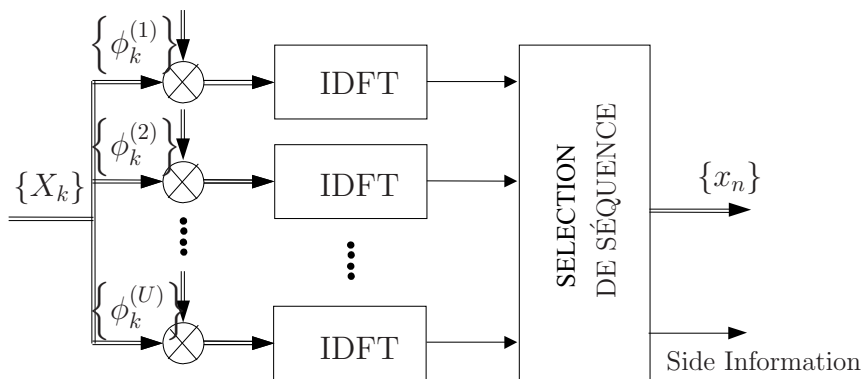


FIGURE 3.5 – Schéma d'un modulateur "Selective Mapping".

Le SLM a de bonnes performances en terme de réduction du PAPR. Cependant, l'inconvénient majeur de cette technique est sa complexité, du fait de l'utilisation de plusieurs ( $U$ ) opérations d'IDFT. De plus, cette méthode nécessite la transmission de séquences d'information ("Side Information") pour que le récepteur identifie la séquence qui a permis de générer le PAPR le plus faible. L'inconvénient de transmettre une information entre l'émetteur et le récepteur est double : d'une part à cause du risque que cette séquence soit entachée d'erreurs via le canal de transmission et d'autre part à cause d'une diminution du débit utile. Il existe une variante du SLM qui remédie l'inconvénient de la transmission de séquences d'information : c'est le "Blind SLM" [84, 89].

### 4.2 La technique "Partial Transmit Sequences" (PTS)

La technique "Partial Transmit Sequences" s'inscrit dans la continuité de celle du "Selecting Mapping". Elle a été proposée dans [85, 87] par *S.H Muller* et *J.B Huber*.

L'idée de cette méthode est de tronquer le train des  $N$  porteuses en  $V$  blocs de  $\frac{N}{V}$  porteuses. Une porteuse utilisée dans un bloc particulier sera mise à zéro dans tous les autres. Une fois ces  $\frac{N}{V}$  blocs formés, l'idée initiale du "Selecting Mapping" est appliquée : un vecteur  $\Phi^{(v)} = \left\{ \phi_k^{(v)} \right\}$ ,  $v = 1, \dots, V$  effectuera une pondération de chacun des  $V$  blocs après IDFT pour former le signal final au PAPR le plus faible.

Comme illustré sur les Figures 3.6 et 3.7, l'algorithme du PTS est comme suit :

(i) Le symbole OFDM fréquentiel  $\mathbf{X}$  de  $N$  porteuses est tronqué en  $V$  sous-blocs disjoints

$$\mathbf{X}^{(v)} \text{ de } \frac{N}{V} \text{ porteuses tel que } \mathbf{X} = \sum_{v=1}^V \mathbf{X}^{(v)}.$$

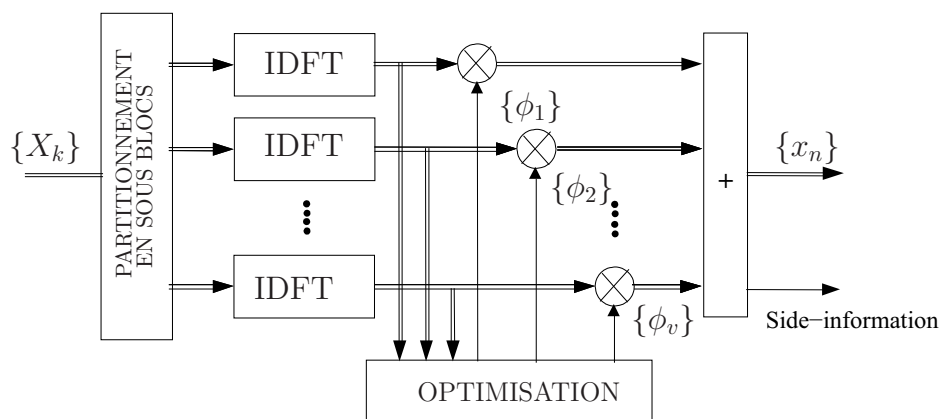


FIGURE 3.6 – Schéma d'un modulateur "Partial Transmit Sequences".

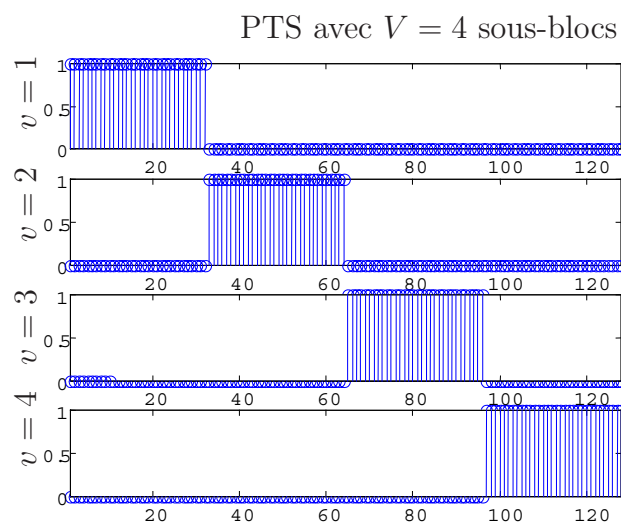


FIGURE 3.7 – Exemple de partitionnement d'un symbole en sous-blocs pour application de la technique PTS.

## 4. Techniques Probabilistes

---

(ii) À chaque sous-blocs disjoints  $\mathbf{X}^{(v)}$ , on applique un décalage de phase et le nouvel symbole OFDM fréquentiel s'écrit :

$$X = \sum_{v=1}^V X^{(v)} \cdot \phi^{(v)}, \quad \phi^{(v)} = e^{j\varphi^{(v)}}, \quad v = 1, \dots, V.$$

(iii) Le symbole OFDM temporel  $\mathbf{x}$  s'écrit alors :

$$x = \text{IDFT} \left( \sum_{v=1}^V X^{(v)} \cdot \phi^{(v)} \right) = \sum_{v=1}^V \phi^{(v)} \cdot \text{IDFT} \left( X^{(v)} \right) = \sum_{v=1}^V \phi^{(v)} \cdot x^{(v)}.$$

où le vecteur de décalage de phase  $\Phi^{(v)}$  est optimisé de la façon suivante :

$$\Phi^{(v)} = \left\{ \phi^{(v)} \right\} = \arg \min_{\phi^{(v)}} \left\{ \max_n \sum_{v=1}^V \phi^{(v)} \cdot x^{(v)} \right\}, \quad n = 0, 1, \dots, N - 1.$$

La façon dont les symboles sont partitionnés en sous-blocs a une influence sur la performance et la complexité de la technique. L'inconvénient majeur de la technique PTS réside dans la complexité de la recherche des vecteurs de pondération  $\Phi^{(v)}$  pour minimiser le PAPR. En effet, en considérant  $V$  sous blocs et des facteurs de pondérations binaires (les vecteurs  $\Phi^{(v)}$ ,  $v = 1, 2$  sont uniquement composés de 1 ou -1), le nombre de combinaisons possibles est de  $2^V$  qui doivent être toutes passées en revue pour déterminer le jeu de vecteurs qui minimise le PAPR. L'idée proposée dans [90] par *A. D. S. Jayalath* et *C. Tellambura* est alors de stopper le processus de recherche de vecteurs  $\Phi^{(v)}$  dès lors que le PAPR voulu est atteint. Un autre inconvénient de la technique des PTS est qu'elle nécessite la transmission de "Side Information" (SI) pour que le récepteur identifie la séquence qui a permis de générer le PAPR le plus faible.

### 4.3 La technique de "Random Phasor" (RP)

Cette technique est une déclinaison de la technique du SLM ("Selected Mapping") dans une version plus simple. Si le PAPR d'un symbole OFDM est supérieur à un seuil donné, il y a alors une pondération effectuée sur les symboles fréquentiels afin de réduire le PAPR. Elle a été proposée dans [81] par *DJ.G Mestdagh* et *P.M Spruyt*.

Le principe de la technique de "Random Phasor" est le suivant :

- (i) Phase d'initialisation :  $i = 0$  et  $x_{n,i} = x_n$  avec  $n = 0, \dots, N - 1$ .
- (ii) Les échantillons fréquentiels  $X_k$ , sont dans un premier temps présentés à l'entrée de l'IDFT, les échantillons temporels  $x_{n,i}$  sont comparés à un seuil  $\alpha_i$ .
- (iii) Si les  $x_{n,i}$  sont supérieurs à  $\alpha_i$  c'est-à-dire  $x_{n,i} > \alpha_i$ , alors il y a rebouclage et les mêmes échantillons fréquentiels sont pondérés par un vecteur  $\Phi = \{\phi_i\}$  et ainsi de suite c'est-à-dire qu'on repart à l'étape (ii). Dans le cas contraire ( $x_{n,i} \leq \alpha_i$ ), le symbole est transmis avec une "side information" associée au vecteur  $\Phi$ .

Cette technique a des performances en terme de réduction du PAPR assez proche de celles de la technique du SLM. Cependant comme la plupart des techniques probabilistes, les inconvénients de la technique de "Random Phasor" sont liés d'une part à la complexité et au nombre d'IDFT à effectuer. D'autre part, le rebouclage introduit une latence qui sera d'autant plus grande que le nombre de sous-porteuses sera grand. La Figure 3.8 présente le principe de fonctionnement de la technique de "Random Phasor".

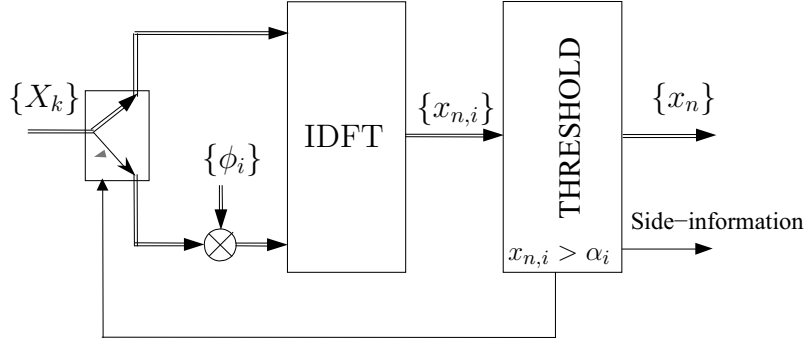


FIGURE 3.8 – Schéma d'un modulateur "Random Phasor" (RP).

## 5 Techniques de Codage

### 5.1 Généralités

Les techniques de codage sont des techniques de réduction du PAPR plutôt populaires dans la littérature qui utilisent des formes particulières de codage afin d'éviter la transmission des symboles qui présentent un PAPR élevé. Ce sont des techniques de réduction du PAPR à représentation simple du signal. Cependant, tout comme, les techniques probabilistes, elles ont l'inconvénient de ne pas être à compatibilité descendante. En effet, comme elle emploient des codages particuliers des données binaires à l'émission, il est nécessaire de pouvoir décoder parfaitement en réception. Il apparaît donc qu'il est obligatoire de faire l'opération duale du codage à la réception afin de retrouver intégralement les données émises.

L'idée de base de ces techniques a été d'exploiter la redondance introduite par un code bien choisi qui permet de s'abstenir de transmettre les séquences qui donnent lieu à un assez fort PAPR. Le principe des techniques de codage est illustré par la Figure 3.9. Il serait alors souhaitable d'exploiter les propriétés du code pour effectuer une sorte de correction d'erreur.

Afin de mieux comprendre la suite, quelques précisions doivent être apportées sur les caractéristiques de l'enveloppe du signal à transmettre. La puissance instantanée d'un signal OFDM en temps discret est donnée par :

$$\mathcal{P}_n = |x_n|^2 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot (X_i)^* e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} e^{j2\pi \frac{in}{N}},$$

où la somme est limitée à la durée d'un symbole OFDM.

En posant  $k = i + u$  et en regroupant les termes en  $i = k$ , l'expression suivante de puissance instantanée :

$$\mathcal{P}_n = N + \sum_{u=1}^{N-1} C_n \cdot e^{j2\pi \frac{un}{N}},$$

où

$$C_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot (X_{k+u})^* = \sum_{k=0}^{N-1} |X_k|^2 \cdot e^{j[\arg\{X_k\} - \arg\{X_{k+u}\}]} \quad (3.7)$$

## 5. Techniques de Codage

---

est la séquence d'inter corrélation transmise. Dans le cas d'une modulation de phase  $M$ -PSK avec un alphabet binaire,  $|X_k| = 1$ ,  $\arg\{X_k\} = \frac{2\pi}{M}a_k$ , avec  $a_k \in \{0, 1\}$ . Dans ce cas  $\mathcal{C}_n$  s'écrit :

$$\mathcal{C}_n = \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{M}(a_k - a_{k+u})}.$$

On peut donc conclure que la moyenne de la puissance est  $N$ , tandis que son maximum est égal à  $N^2$ . Le PAPR résultant dépend alors de  $\mathcal{C}_n$  et il peut atteindre au plus la valeur  $N$ .

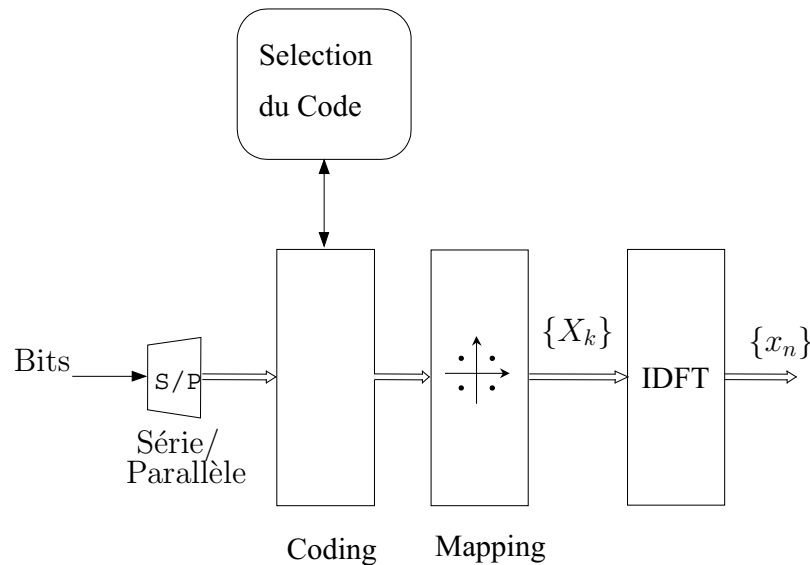


FIGURE 3.9 – Schéma conceptuel d'un système de réduction du PAPR par codage.

Ainsi donc, une fois que les paramètres de modulation sont fixés, la puissance maximale du signal ne dépend plus que de la séquence de données à transmettre.

### 5.2 Réduction du PAPR par des codes en blocs

La réduction du PAPR par des codes en blocs a été proposée initialement dans [91] par *T.A Wilkinson* et *A.E Jones*. C'est après que *R.D.J Van Nee* dans [92] proposa une méthode de sélection de mots à faible PAPR issus de séquences complémentaires de Golay. Par la suite *K.G Paterson* et *V. Tarokh* dans [93] proposèrent un long développement théorique sur l'existence de code à faibles PAPR.

La réduction du PAPR par des codes en blocs intervient après l'opération de mapping (voir Figure 3.9), les symboles complexes sont groupés en mots de longueur  $N$  et ne sont sélectionnés que les  $p$  mots aux plus faibles PAPR. Cette sélection de  $p$  parmi  $2^{MN}$  est réalisée par un codage en bloc. Elle s'applique pour toute modulation multiporteuses de type OFDM.

Prenons par exemple  $N = 4$  sous-porteuses modulées par une modulation BPSK, il y a donc  $2^4 = 16$  séquences possibles. 4 d'entre elles ont un PAPR de 6 dB, 4 ont un PAPR de 3.7 dB et les 8 autres ont un PAPR de 2.5 dB. L'idée est alors de ne transmettre que les 8 séquences à faible PAPR. Ces 8 séquences peuvent donc être codées sur 3 bits,

associée chacune d'entre elles à une séquence de 4 bits (parce nos symboles sont issus d'une modulation BPSK). Cette association, appelée abusivement codage, admet un taux de  $\frac{3}{4}$  et permet de réduire le PAPR de 6 à 2.5 dB malgré une redondance de 33.33 %. Ces résultats sont basés sur une recherche exhaustive de tous les mots possibles puis du calcul de leur PAPR associé.

C'est ainsi que dans [92] la même méthodologie est adaptée mais en utilisant des séquences complémentaires dont la propriété est d'avoir un PAPR fixe de 3 dB quelque soit le nombre de sous-porteuses utilisées dans le signal OFDM. On montre alors que le rendement de codage est  $(1 + \log_2 N)/N$ , soit  $\frac{1}{2}$  pour  $N = 8$ . Par ailleurs, la distance du code s'exprime par :

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{N}{2} \left\| 1 - e^{j\frac{2\pi}{M}} \right\|^2}.$$

Ainsi, pour  $N = 8$  et une modulation 8-PSK, la distance minimum du code est de 1.53. Le taux de codage étant égal à  $\frac{1}{2}$ , le gain de codage asymptotique est égal à 3 dB.

La réduction du PAPR par des codes en blocs a deux inconvénients majeurs : le premier réside dans le calcul du PAPR de chacune des séquences, ce qui peut devenir très long et presque irréalisable lorsque le nombre de porteuses devient trop grand ; le deuxième vient de l'association mot d'information-mot de code nécessitant des tables de correspondance pour le codage et le décodage. Certains auteurs comme *M. Friese* [94] ou *D. Wulich* dans [95] proposèrent une simple implémentation en utilisant des méthodes de codage systématique. Cependant ces méthodes ne proposent aucune recherche structurée et systématique des séquences à faibles PAPR. De plus, le problème de la correction d'erreurs reste entier.

### 5.3 Réduction du PAPR par codes de Reed-Muller (RM)

La réduction du PAPR par codes de Reed-Muller s'inscrit dans la continuité de celle de *R.D.J Van Nee* [92] basée sur les séquences complémentaires. L'objectif est d'insérer un code correcteur d'erreur avant la Transformée de Fourier Inverse (IFFT), code correcteur générant des séquences complémentaires. Ce code est basé sur ceux de Reed-Muller et apporte donc un gain de codage mais aussi l'assurance d'un PAPR constant de 3 dB quelque soit le nombre de porteuses  $N$ . Nous n'allons pas nous étaler sur le principe de la réduction du PAPR par codes de Reed-Muller, on peut se référer aux travaux de *J.A Davis* et *J. Jedwab* dans [96] et ceux de *Y. Louet* dans [97]. Il faut cependant savoir que la technique de réduction du PAPR par codes de Reed-Muller en plus d'offrir un PAPR fixe de 3 dB quelque soit le nombre de porteuses a une capacité élevée de correction erreurs.

Les inconvénients liés à cette technique sont cependant nombreux :

- d'une part, cette méthode n'est applicable qu'aux modulations numériques de phase, ce qui réduit considérablement leur champ d'application. Néanmoins dans [98], *RoBing* et *Tarokh* proposent une application des codes de Reed-Muller à la modulation MAQ 16 mais au prix d'une augmentation du PAPR de l'ordre de 2.5 dB.
- d'autre part, elle n'est réellement applicables qu'à un faible nombre de sous-porteuses, du fait que le taux de codage  $\gamma$  est inversement proportionnel.

### 5.4 Conclusion

Les techniques de réduction du PAPR basées sur le principe de codage ont des gains réels relativement important à condition que le nombre de sous-porteuses  $N$  soit très faible (de l'ordre de 8 à 16) car la longueur et donc le rendement du code sont directement liés à  $N$ . Par conséquent, elles sont inenvisageables pour des applications de transmissions numériques à grand nombre de sous-porteuses. Rappelons qu'elles ont aussi l'inconvénient de ne pas être à compatibilité descendante.

## 6 Techniques “ajout de signal”

Comme leur nom l'indique, les techniques “ajout de signal” consistent à ajouter un ou plusieurs signaux appelés “signaux additionnels” ou “signaux de réduction du PAPR” ou encore “signaux correctionnels” au signal original (en général large bande et à fort PAPR) pour atténuer au maximum ses variations d'amplitude. Les techniques “ajout de signal” se déclinent en deux sous catégories : les techniques “ajout de signal” sans compatibilité descendante et les techniques “ajout de signal” avec compatibilité descendante. Ces dernières (les techniques “ajout de signal” avec compatibilité descendante), contrairement aux techniques probabilistes et aux techniques de codage, peuvent être implémentées dans l'émetteur d'un système de transmission sans modification du récepteur associé. Ce sont des techniques de réduction du PAPR particulièrement attrayantes et prometteuses. C'est pour cette raison qu'elles ont été sujettes à étude dans cette thèse. Le principe de ces techniques sera abordé plus en détails dans nos prochains chapitres. Dans cette section, nous allons nous contenter d'en donner quelques exemples.

### 6.1 “Clipping”

Bien qu'il ne soit pas aussi trivial que ça, le “clipping” sous toutes ses formes est une technique “ajout de signal” de réduction du PAPR. Le “clipping” est une technique de “distorsions”. En effet au chapitre 4 de la thèse, nous montrerons que toute technique de “distorsions” peut être formulée comme une technique “ajout de signal” y compris le “clipping”. Pour l'instant nous allons nous contenter de décrire le “clipping” que sous sa forme classique connue de la littérature.

#### 6.1.1 Principe général du “clipping”

Intuitivement le “clipping” est une classe de méthodes très simple à comprendre, car il s'agit, à l'aide d'un écrêtage de l'amplitude du signal à un seuil prédéterminé, de diminuer l'amplitude maximale du signal au niveau de ce seuil. Ce procédé a donc pour effet de diminuer la variation de puissance du signal et par conséquent de diminuer la sensibilité du signal aux non-linéarités. Le signal résultant, s'il reste compatible, est dégradé et n'aura pas les performances nominales à la réception. De plus, la saturation étant elle-même, par principe un élément non-linéaire, tous les défauts intrinsèques à ce type d'élément se retrouveront ici. De nombreuses méthodes de “clipping” ont été développées comme en témoignent les travaux dans [68, 69, 99, 100].



### 6.1.2 Technique du “clipping and filtering” ou saturation du signal temporel

Cette technique a été proposée dès le début de la mise en oeuvre de l’OFDM terrestre (DVB-T), dans les années 1997 [68, 69]. Ainsi, un signal  $x$  sera donc écrêté suivant la loi suivante :

$$f[x] = \begin{cases} x & |x| \leq A \\ Ae^{j\phi(x)} & |x| > A, \end{cases} \quad (3.8)$$

où  $y = f[x]$  est le signal résultant,  $A$  l’amplitude limite ou “seuil d’écrêtage” et  $\phi(x)$  est la phase du signal  $x$ . Cette technique, comme toutes les techniques de “distorsions”, génère les trois problèmes classiques d’une non-linéarité :

- (a) Remontée des lobes secondaires par les produits d’intermodulation.
- (b) Génération d’interférences entre symboles non-linéaires (sous-réserve de la présence de filtrage convolutif).
- (c) Génération de bruit dans la bande utile : bruit à structure particulière car il correspond aux différents produits d’intermodulation qui tombent dans la bande utile.

Le point (a) peut facilement être traité par un filtre sélectif en fréquence situé juste après l’écrêtage. Ce filtre a été proposé dès les premiers articles : nous pouvons donc dire qu’il fait partie de la technique. Ce filtre est nécessaire pour diminuer l’ACPR (“Adjacent Channel Power Ratio”), qui mesure la remontée des lobes secondaires [51]. Pour les standards OFDM actuels, ce filtre n’ajoute pas réellement de complexité car il est défini dans le standard pour limiter la bande du canal.

Dans cette thèse, nous proposons un filtrage fréquentiel à base de FFT/IFFT pour traiter le point (c). Une description détaillée de ce filtre est donnée au chapitre 4 du manuscrit.

Les articles de *L.J Cimini* [68, 69] peuvent être considérés comme la référence sur cette méthode. Ils analysent les effets des 3 points précédents sur la densité spectrale de puissance et sur le TEB. Bien entendu, celui-ci est dégradé de plusieurs dB à cause du bruit de clipping dans la bande. Dans [101], *K.R. Panta* et *J. Armstrong* montrent que ce problème est moins important lorsque le signal traverse un canal sélectif en fréquence. Ils montrent, en effet, que le taux d’erreur est majoritairement dû aux sous-porteuses qui sont très affectées par le canal, et dans ce cas la contribution du bruit de clipping sur le TEB est très faible. Une autre analyse de ce problème montre que la dégradation en rapport signal à bruit peut être efficacement atténuée en utilisant un code performant comme les Turbo-codes [99] (mais l’ajout d’un turbo-code fait perdre son caractère de méthode à compatibilité descendante). Un second résultat dans cet article consiste à dire que réduire le PAPR grâce au clipping sera plus efficace si le signal OFDM est sur-échantillonné avant le clipping.

De très nombreux travaux se sont intéressés aux moyens possibles pour diminuer ce bruit généré dans la bande. En général, ils utilisent le fait que le bruit a une structure particulière, ce qui permet de mettre en oeuvre, à la réception, des techniques de soustraction (itérative ou non) du bruit. Dans ce cas de figure, la méthode perd son caractère de méthode à compatibilité descendante. Dans [102], *C. Hangjun* et *A.M. Haimovich* proposent une méthode itérative de soustraction du bruit après l’avoir estimé. Le gain revendiqué est de plusieurs dB. Dans [99], précédemment cité, *H. Ochiai* et *H. Imai* montrent que cette dégradation peut être efficacement combattue avec un code de canal très puissant.

Cette méthode d’écrtage serait intéressante et utilisable si le gain obtenu était supérieur aux dégradations apportées par les 3 points précédents. Comme généralement cela n’est pas le cas, cette méthode est restée un cas d’école et est peu utilisée. Elle n’est utilisée que pour de très faibles valeurs de clipping. Cette méthode reste donc une méthode ouverte.

### 6.1.3 Technique du “clipping inversible”

La technique du “clipping inversible” a été récemment proposée par *S. Ragusa* dans [52, 103]. L’idée force de cette technique est de masquer une non-linéarité inconnue par une non-linéarité connue et plus importante qui soit inversible à la réception comme le montre la Figure 3.10. Elle prend son origine dans les études d’automatique non-linéaire. Cette méthode a été étudiée en commun par FT-R&D<sup>(iii)</sup> et Supélec. Elle a été brevetée en 2005 par FT-R&D [104]. Elle est complètement et précisément décrite dans [52, 103]. Il est à noter que l’écrtage est à compatibilité descendante si la fonction d’inversion n’est pas réalisée en réception. Sinon il s’en suit une dégradation des performances qu’il faut prendre en compte. Cette remarque est aussi valable pour le clipping, fonction qui n’est pas inversée en réception et qui dégrade aussi le taux d’erreur.

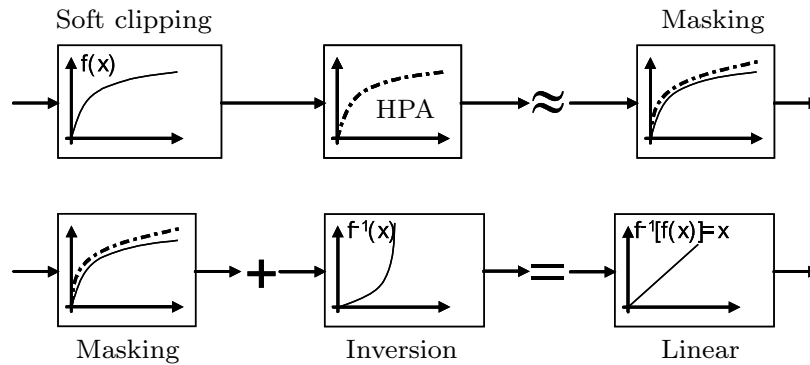


FIGURE 3.10 – Ecrétage inversible : masquage de l’amplificateur de puissance.

Le système se compose de trois parties principales

- (i) la fonction d’écrtage “soft”,  $f(x)$ , qui présente une caractéristique non-linéaire plus forte que celle de l’amplificateur de puissance. Cette fonction est inversible et est employée à l’émission.
- (ii) la fonction de filtrage à l’émission pour obtenir la valeur de l’ACPR envisagée. Ce filtre est en général un filtre de canal de type Nyquist, déjà requis par les normes.
- (iii) la fonction d’inversion,  $f^{-1}(x)$ , qui compense à la réception les effets de l’écrtage “soft”. En réception cette non-linéarité liée à la fonction  $f(x)$  peut être compensée par une inversion [52],  $f^{-1}(x)$ , pour améliorer les performances d’un tel système en terme de TEB.

L’écrtage inversible cachera la non-linéarité de l’amplificateur de puissance en émission (masquage). Cet écrtage peut se réaliser à l’aide de différentes fonctions inversibles qui saturent le signal émis à un certain niveau. Ces fonctions doivent être définies, continues et croissantes sur l’intervalle considéré. Par exemple, des fonctions telles que Arc tangente et Polynomiale conviennent parfaitement. Un filtrage après écrtage est aussi indispensable

(iii). France Télécom R&D

pour limiter la remontée des lobes secondaires sur le spectre du signal émis et donc pour assurer une bonne performance du système en terme d'ACPR. Ce filtrage n'augmente pas la complexité du système global car dans la pratique il est réalisé par le filtre de canal prévu par les normes.

La fonction  $f(x)$  peut très facilement être obtenue à l'aide d'une fonction polynomiale impaire d'ordre 5. La fonction  $f^{-1}(x)$  à la réception se déduit facilement de  $f(\cdot)$ .

En annexe B du manuscrit, différentes techniques de "clipping" comme le "deep clipping" [61], le "smooth clipping" [105] sont passées en revue, leurs performances sont évaluées et sont comparées entre elles.

## 6.2 "Tone Reservation"

La méthode "Tone Reservation" [21] est une technique de la classe des méthodes dites "ajout de signal". C'est une méthode qui a été essentiellement étudiée sur le signal OFDM d'une façon générale sans spécification d'une norme particulière et qui peut être généralisée à tout type de systèmes multiporteuses. En effet *S. Hussain* et *Y. Louet* dans [106] ont proposé la technique de la "Tone Reservation" pour la réduction du PAPR dans un contexte Radio Logicielle (RL)<sup>(iv)</sup>.

La méthode "Tone Reservation" est une méthode pionnière d'autant plus qu'elle fut la première à être modélisée comme un problème d'optimisation convexe. Le précurseur de cette méthode est *J. Tellado* [21].

L'idée maîtresse de la méthode consiste à réserver un nombre de sous-porteuses du signal OFDM sur lesquelles sera ajoutée de l'information pertinente pour modifier le signal temporel, de sorte à diminuer la dynamique de l'enveloppe du signal. Le schéma de principe de la méthode est donné par la Figure 3.11.

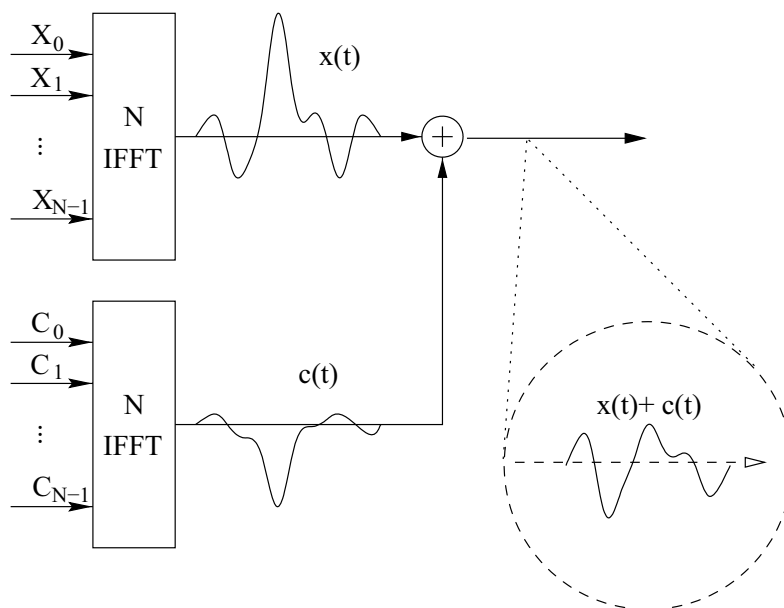


FIGURE 3.11 – Schéma de principe de la "Tone Reservation".

(iv). La Radio Logicielle est une technologie permettant l'émission et la réception de tout type de signal : du signal monoporteuse au signal multistandard.

## 6. Techniques “ajout de signal”

---

Dans cette méthode, l'émetteur et le récepteur s'accordent sur le nombre, les sous-porteuses qui sont réservées pour porter le signal correcteur susceptible de diminuer le PAPR d'où l'appellation de la méthode : “Tone Reservation”. Il faut savoir qu'à la base la méthode de la “Tone Reservation” n'est pas à compatibilité descendante. En effet lorsqu'elle a été introduite pour la première fois par *Jose Tellado-Mourello* dans sa thèse de doctorat [21], les positions des soit disant “porteuses réservées” ne sont pas fixées (connues en avance), cela suppose donc que le récepteur doit être informé des sous-porteuses qui sont dédiées à porter le “signal de réduction du PAPR”. Cependant *S. Zabré* dans sa thèse de doctorat [54], a proposé de rendre la méthode à compatibilité descendante en utilisant les porteuses “nulles” (comme par exemple des porteuses non-utilisées qui existent dans certains standards) pour porter le “signal de réduction du PAPR” sous la contrainte que le gabarit d'émission exigé le standard soit respecté.

Dans cette thèse, la technique “Tone Reservation” sera implémentée en utilisant les porteuses “nulles” ou “non-utilisées” dans les standards ceci afin de ne pas nous écarter de nos objectifs à savoir que nous traitons des techniques à compatibilité descendante. En utilisant les porteuses “nulles” ou “non-utilisées” dans les standards pour porter le “signal de réduction du PAPR”, on doit s'assurer en outre que le gabarit d'émission du standard est respecté.

De façon générale, le principe de la “Tone Reservation” est comme suit :

Soit  $\mathbf{X} = [X_0, \dots, X_{N-1}]$  le vecteur symbole fréquentiel de données (symboles numériques) à partir duquel est généré le signal OFDM et soit  $\mathbf{C} = [C_0, \dots, C_{N-1}]$  le vecteur signal de réduction du PAPR.

Posons  $\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_{N_{\mathcal{R}}-1}\}$  l'ensemble ordonné des indices des sous-porteuses réservées à la réduction du PAPR ( $N_{\mathcal{R}}$  est le nombre de porteuses “nulles” avec  $N_{\mathcal{R}} \ll N$ ). Ainsi, le vecteur à émettre devient  $\mathbf{X} + \mathbf{C}$ . Par construction *J. Tellado* force les vecteurs  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{C}$  à être orthogonaux c'est-à-dire :  $X_k.C_k = 0, k = 0, \dots, N-1$ . En d'autres termes nous avons :

$$X_k + C_k = \begin{cases} X_k, & k \notin \mathcal{R} \\ C_k, & k \in \mathcal{R} \end{cases} \quad (3.9)$$

Par suite, le signal temporel résultant peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{x} + \mathbf{c} \\ &= \text{IFFT}(\mathbf{X} + \mathbf{C}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Le PAPR du signal à émettre s'écrit :

$$\text{PAPR}_{[y]} = \frac{\max_{0 \leq k < N} |x_k + c_k|^2}{E[|x_k + c_k|^2]} \quad (3.11)$$

L'objectif de la méthode “Tone Reservation” est de réduire le PAPR sans toutefois augmenter la puissance moyenne transmise. Cela se traduit alors :

$$\min_{\mathbf{c}} \left[ \frac{\max_{0 \leq k < N} |x_k + c_k|^2}{E[|x_k|^2]} \right]. \quad (3.12)$$

### Chapitre 3. État de l'art des techniques de réduction du PAPR

---

Comme le dénominateur n'est pas fonction du "signal correcteur"  $\mathbf{c}$ , le problème de minimisation du PAPR est équivalent alors à la relation (3.13).

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{c}} \max_{0 \leq k < N} |x_k + c_k|^2 &= \min_{\mathbf{c}} \|\mathbf{x} + \mathbf{c}\|_{\infty}^2 \\ &= \min_{\mathbf{C}} \|\text{IFFT}(\mathbf{X} + \mathbf{C})\|_{\infty}^2, \end{aligned} \quad (3.13)$$

où  $\|\mathbf{v}\|_{\infty}$  est la norme infinie du vecteur  $\mathbf{v}$ . Soit  $\hat{\mathbf{C}} = [C_{i_0}, \dots, C_{i_{N_{\mathcal{R}}-1}}]$  le vecteur de réduction du PAPR; rappelons que  $\{i_0, \dots, i_{N_{\mathcal{R}}-1}\}$  est l'ensemble ordonné des indices des "sous-porteuses réservées". L'équation (3.13) peut aussi se réécrire :

$$\min_{\hat{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x} + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}\|_{\infty}^2, \quad (3.14)$$

où  $\hat{\mathbf{Q}}$  est la restriction de la matrice IDFT aux colonnes d'indices  $\{i_0, \dots, i_{N_{\mathcal{R}}-1}\}$ . L'équation (3.14) est un problème d'optimisation convexe qui peut être formulé comme un problème QPQC<sup>(v)</sup> [107]. La solution exacte (qui est la solution optimale) du problème QPQC existe et s'écrit :

$$\hat{\mathbf{C}}^{\text{opt}} = \min_{\hat{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x} + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}\|_{\infty}^2. \quad (3.15)$$

La résolution des problèmes QPQC par le biais d'une formule analytique n'a pas attiré beaucoup d'attention car il faut résoudre des multiplicateurs de Lagrange. Dans [21], *Tellado* a estimé la complexité du calcul de  $\hat{\mathbf{C}}^{\text{opt}}$  à  $\mathcal{O}(N^2 N_{\mathcal{R}} L)$ , où  $N$  est le nombre de sous-porteuses du symbole OFDM,  $N_{\mathcal{R}}$  est le nombre de "sous-porteuses réservées" et  $L$  est le facteur de sur-échantillonnage.

Dans sa thèse de doctorat [54], *S. Zabré* a modélisé le problème de l'optimisation convexe (3.14) sous forme SOCP ("Second Order Cone Programming"). Cependant, cette modélisation sous forme SOCP ne réduit pas en soit la complexité de calcul de la solution optimale, mais permet de prendre en compte la variation de la puissance moyenne liée à la méthode. En annexe B, la technique de la "Tone Reservation" à base SOCP y est décrite de façon détaillée.

Toujours dans [21], *J. Tellado* a proposé une solution sous-optimale au problème QPQC basée sur l'algorithme du gradient dont la complexité est de  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$ . Dès lors, beaucoup de techniques de "Tone Reservation" à complexité de calcul faible ont été proposées. Ces techniques à complexité de calcul faible sont toutes sous-optimales en terme de réduction du PAPR, mais semblent "réalistes" dans le sens où elles peuvent être implémentées dans des systèmes réels.

Ainsi donc, *S. Litsyn* proposa dans [25], un algorithme du gradient à faible complexité de calcul qui donne une solution sous-optimale au problème QPQC dans le domaine fréquentiel. Cette algorithme est décrite en annexe B du manuscrite.

---

(v). Quadratic Programs with Quadratic Constraints

### 6.3 “Active Constellation Extension”

La technique “Active Constellation Extension” (ACE) est une technique “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante et avec à priori non dégradation du TEB. Contrairement à la “Tone Reservation” qui consiste à réserver un nombre de sous-porteuses du signal OFDM sur lesquelles est transmis le “signal de réduction du PAPR” ou “signal correcteur”, l’ACE utilise les sous-porteuses de données pour transmettre le “signal de réduction du PAPR”. Pour éviter alors une quelconque dégradation du TEB, elle applique une contrainte sur la constellation. Cette contrainte sur la constellation repose sur le concept de “région admissible”.

La technique “Active Constellation Extension” a été proposé pour la première fois par *A. Gatherer* et *M. Polley* dans [62] pour réduire le PAPR des signaux multiporteuses. Elle a été ensuite développée dans [63, 72, 108, 109].

#### 6.3.1 Définition du concept de “région admissible”

La technique “Active Constellation Extension” consiste à générer le “signal de réduction du PAPR” sur les sous-porteuses de données. Il est facile de comprendre que sans aucune contrainte sur la constellation (aux emplacements des sous-porteuses de données), nous aurons une forte dégradation du TEB. La méthode aurait alors dans ce cas peu d’intérêt.

Le concept de “région admissible” (qui correspond aux zones de décisions pour les démodulations classiques) [63, 110] comme contrainte sur la constellation résultante ( $\mathbf{X} + \mathbf{C}$ ). En d’autres termes, la constellation résultante ( $\mathbf{X} + \mathbf{C}$ ) doit respecter les zones de décisions. Soit  $\mathcal{U}$  l’ensemble des zones de décisions, on doit avoir  $(\mathbf{X} + \mathbf{C}) \in \mathcal{U}$ . Les zones de décisions pour les modulations MAQ-4 et MAQ-16 sont illustrées par les Figures 3.12 et 3.13 respectivement. Dans ce cas, lorsque qu’un symbole numérique est reçu c’est le critère du maximum de vraisemblance qui est utilisé pour déterminer le symbole qui a été émis. Pour cela on sélectionnera le point de la constellation initiale (MAQ) le plus proche (au sens de la distance euclidienne) du symbole reçu, et les bits qui sont associés à ce point de la constellation sont les bits qui ont été émis avec la grande vraisemblance (les symboles sont dans ces conditions équiprobables).

#### 6.3.2 Modélisation mathématique du concept de “Région admissible” pour la cas de la constellation MAQ-4

D’un point de vue mathématique, les contraintes pour respecter les “régions admissibles” peuvent être écrites de la façon suivante :

Soit  $\mathcal{U}_i$ , la région admissible donnée par le point de la constellation issue de  $i$ . Dans le cas de la constellation MAQ-4 (points 0, 1, 2, 3 de la Figure 3.12), la région admissible est délimitée par des quarts de plan. Les conditions pour que la constellation du signal  $\mathbf{X} + \mathbf{C}$  appartienne à ces régions  $\mathcal{U}_i$ ,  $0 \leq i \leq M - 1$ , où  $M$  est le nombre de points de la constellation, est données ci-dessous.

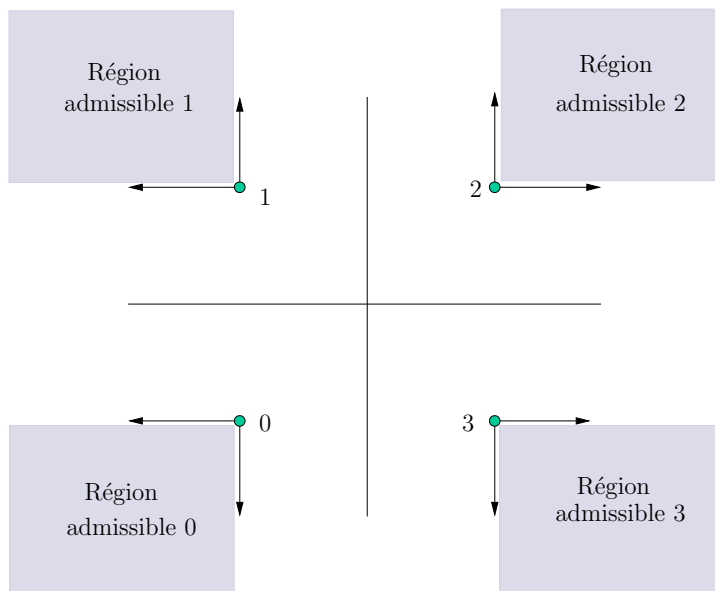


FIGURE 3.12 – “Régions admissibles” pour la constellation MAQ-4.

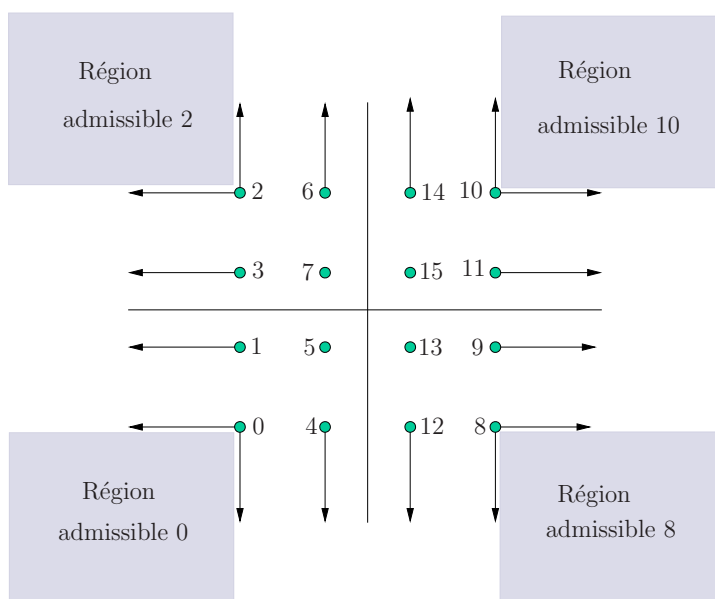


FIGURE 3.13 – “Régions admissibles” pour la constellation MAQ-16.

$$\begin{aligned}
 X + C \in \mathcal{U}_0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{sign}[\Re(X)] \Re(C) \leq 0 \\ \text{et} \\ \text{sign}[\Im(X)] \Im(C) \leq 0 \end{cases} \\
 X + C \in \mathcal{U}_1 &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{sign}[\Re(X)] \Re(C) \leq 0 \\ \text{et} \\ \text{sign}[\Im(X)] \Im(C) \geq 0 \end{cases} \\
 X + C \in \mathcal{U}_2 &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{sign}[\Re(X)] \Re(C) \geq 0 \\ \text{et} \\ \text{sign}[\Im(X)] \Im(C) \geq 0 \end{cases} \\
 X + C \in \mathcal{U}_3 &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{sign}[\Re(X)] \Re(C) \geq 0 \\ \text{et} \\ \text{sign}[\Im(X)] \Im(C) \leq 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

### 6.3.3 Principe de la technique “Active Constellation Extension”

Le problème de réduction du PAPR par la technique de l’ACE est un problème d’optimisation convexe. En effet l’ensemble des régions admissibles  $\mathcal{U} = \{\mathcal{U}_i\}$  est un domaine convexe. Le problème de minimisation du PAPR est s’écrit :

$$\mathbf{C}^{(\text{opt})} = \min_{\mathbf{C} \in \mathcal{U}} \|\mathbf{X} + \mathbf{C}\|_{\infty}^2, \tag{3.17}$$

$\mathcal{U}$  est l’ensemble des régions admissibles. Dans [63, 72], on montre que ce problème de minimisation du PAPR donnée par la relation (3.17) peut être formulé sous forme QPQC qui admet une solution optimale mais qui a une complexité de calcul très élevée.

Pour réduire donc la complexité de calcul du problème de minimisation du PAPR par la technique “Active Constellation Extension”, plusieurs algorithmes (à complexité de calcul relativement faibles) ont été proposés donnant des solutions sous-optimales. Dans [62, 108], les auteurs proposent la méthode POCS (“Projection-Onto-Convex-Sets”) pour implémenter la technique “Active Constellation Extension”; cette solution est sous-optimale mais a une complexité de l’ordre de  $O(NL \log_2 NL)$ , où  $N$  est le nombre de sous-porteuses et  $L$  le facteur sur-échantillonnage.

Dans [63, 72], les auteurs proposent d’implémenter la technique “Active Constellation Extension” par le biais de l’algorithme SGP (“Smart Gradient-Projet”). L’algorithme SGP permet de converger plus vite vers la solution sous-optimale proposée dans [62, 108]. Cependant l’implémentation de l’“Active Constellation Extension” via l’algorithme SGP dégrade légèrement le TEB.

Dans [67], *L. Wang* et *C. Tellambura* ont proposé un algorithme adaptatif (“adaptive-scaling algorithm”) pour implémenter l’ACE. Cet algorithme basé sur la technique de “clipping and filtering” [68, 69], utilise uniquement le bruit généré par le “clipping” pour réduire le PAPR. Par la suite, *L. Wang* et *C. Tellambura* ont montré que le “adaptive-scaling algorithm” améliore l’algorithme SGP que ce soit en réduction du PAPR, en dégradation du TEB et en complexité de calcul.

En annexe du manuscrit, nous donnons une description détaillée de la variante de l’“Active Constellation Extension” implémentée via l’algorithme SGP car dans la suite de la thèse, nous allons souvent nous comparer à cette technique.



### 6.3.4 Inconvénients de l'“Active Constellation Extension”

La technique ACE sous toutes ses variantes (qu'elle soit implémentée par la méthode POCS, par l'algorithme SGP ou par l'algorithme adaptatif) a deux principaux inconvénients :

- (i) Elle a des performances de réduction du PAPR très faibles pour des modulations à grands nombres d'états. En effet, comme l'ACE consiste à réduire le PAPR en modifiant les points de la constellation de façon à ce qu'ils soient dans les régions admissibles, il est évident que pour des modulations à grand nombre d'états, l'ensemble des régions admissibles est “souple” (dans le sens où l'on a moins de possibilité pour ajouter le “signal correcteur”). L'implémentation de l'ACE pour des modulations à grand nombre d'états a donc peu d'intérêt.
- (ii) Le second inconvénient de la technique “Active Constellation Extension” est qu'elle augmente la puissance moyenne du signal à transmettre.

### 6.4 “Tone Injection”

Le principe de la technique “Tone Injection” consiste à générer le “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  à partir du signal initial  $x_n$  en modifiant ce dernier de manière à ce que la modification soit réversible au niveau du récepteur, sans la moindre nécessité d'envoyer une information auxiliaire.

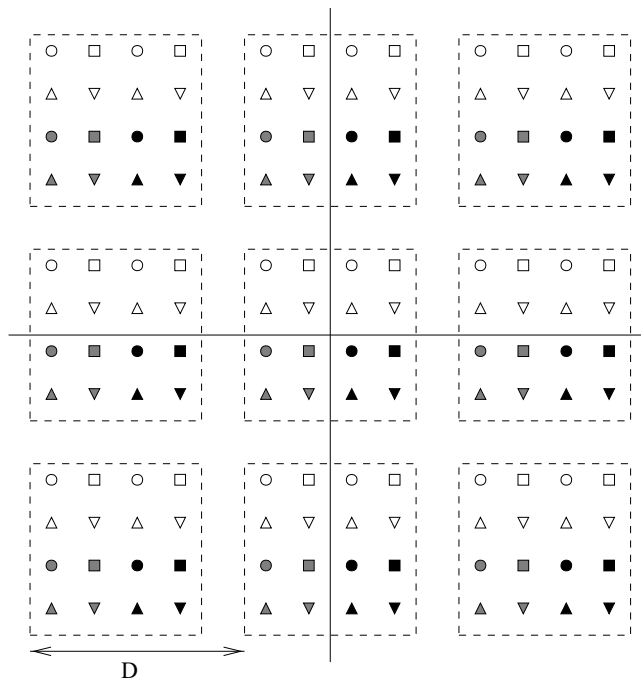


FIGURE 3.14 – Exemple de constellation élargi pour la technique “Tone Injection”.

La technique “Tone Injection” [21] exige d'élargir la constellation qui modulent les sous-porteuses de l'OFDM, de telle sorte que pour chaque point de la constellation, qu'il y a plusieurs alternatives disponibles, comme le montre la Figure 3.14 ; le choix de la solution privilégiée est faite en fonction de la combinaison qui donne lieu à la plus faible puissance de crête.



### 7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons parcouru brièvement les techniques de réduction du PAPR situées à l'émission qui sont les plus répandues dans la littérature. Nous avons proposé une nouvelle classification des techniques de réduction du PAPR à l'émission dans laquelle toutes les "techniques de distorsions" sont considérées comme des techniques "ajout de signal" en insistant sur le fait que dans la suite de la thèse, nous allons nous orienter vers les techniques dites "ajout de signal". La notion de compatibilité descendante et de non dégradation du TEB ont été des critères prépondérants pour classer ces techniques.

Toujours dans ce chapitre, il nous a semblé pertinent de définir les différents critères de mérite (performance en réduction du PAPR, dégradation du TEB, complexité, etc) qui vont nous permettre d'évaluer les performances de toute technique de réduction du PAPR dans son environnement de fonctionnement.

Dans le chapitre qui va suivre, nous allons nous intéresser aux techniques de réduction du PAPR dites de "distorsions". Elles sont des techniques de réduction du PAPR à faible complexité de calcul dont certaines sont à compatibilité descendante (Cf. la schéma de classification donné par la Figure 3.2). Elles sont devenues attrayantes pour les systèmes de communication existants ou de nouvelles générations.

Deuxième partie

**Techniques “Ajout de Signal” de  
réduction du PAPR**



## Chapitre 4

# Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>76</b>
<b>2</b>	<b>Techniques de distorsions et décomposition de Bussgang</b> . . .	<b>77</b>
2.1	Définition . . . . .	77
2.2	Décomposition de Bussgang . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Caractérisation théorique des performances des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”</b> . . . . .	<b>78</b>
3.1	Caractérisation des techniques dites de “distorsions” . . . . .	79
3.2	Étude de la variation de la puissance moyenne . . . . .	79
3.3	Distribution du PAPR . . . . .	81
3.4	Caractérisation théorique du SNDR . . . . .	84
<b>4</b>	<b>Modélisation des techniques de distorsions en techniques “ajout de signal”</b> . . . . .	<b>87</b>
4.1	Introduction . . . . .	87
4.2	Principe des techniques “ajout de signal” . . . . .	88
4.3	Formulation des techniques dites de “distorsions” en techniques “ajout de signal” . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Caractérisation du signal de réduction du PAPR</b> . . . . .	<b>89</b>
<b>6</b>	<b>Les différents types de filtrage du “signal de réduction du PAPR”</b> . . . . .	<b>91</b>
6.1	Filtrage numérique OOB à base de FFT/IFFT . . . . .	92
6.2	Filtrage numérique IB à base de FFT/IFFT . . . . .	93
6.3	Le phénomène de “peak-regrowth” lié au filtrage . . . . .	94
6.4	Conclusion . . . . .	95
<b>7</b>	<b>Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR</b> . . . . .	<b>96</b>
7.1	Introduction . . . . .	96
7.2	Principe de la transformation en technique TR . . . . .	96
7.3	Algorithme de la transformation . . . . .	98
7.4	Analyse de la complexité de l’algorithme . . . . .	99

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

7.5	Transformation en technique TR avec contrôle du niveau de puissance OOB . . . . .	99
7.6	Transformation de “clipping” en technique TR dans un système WLAN . . . . .	100
<b>8</b>	<b>Influence du nombre et des positions des sous-porteuses de réduction du PAPR . . . . .</b>	<b>106</b>
8.1	Influence de l’emplacement des sous-porteuses “non-utilisées” . .	106
8.2	Influence du nombre des sous-porteuses de réduction du PAPR .	109
<b>9</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>110</b>

---

## 1 Introduction

Il existe dans la littérature une multitude de techniques de réduction du PAPR. Dans le chapitre précédent, nous avons donné un état de l’art (non exhaustif) des techniques de réduction du PAPR à l’émission que nous avons regroupées en trois catégories à savoir les techniques probabilistes, les techniques de codage et les techniques “ajout de signal”. Dans le présent chapitre, nous nous intéressons aux techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”. Nous montrerons par la suite en nous appuyant sur la décomposition de Bussgang [3] que ces techniques de “distorsions” sont des techniques “ajout de signal”.

Nous aborderons ce chapitre en définissant le terme “techniques de distorsions” afin d’éviter toute ambiguïté ou toute incompréhension. Après cette définition, nous allons rappeler le théorème de Bussgang et son corollaire [3] qui est souvent appelé décomposition de Bussgang. Par la suite, nous allons caractériser analytiquement les performances de ces techniques de “distorsions”. Pour cela, nous allons d’abord mener une étude théorique de la variation de la puissance moyenne, ensuite nous allons mener une étude de la distribution du PAPR du signal après réduction du PAPR et enfin nous allons caractériser la métrique SNDR (“Signal-to-Noise and Distortion Ratio”).

Dans la suite du chapitre, en nous appuyant sur la décomposition de Bussgang [3], nous allons modéliser les techniques de distorsions en des techniques “ajout de signal”. Nous montrerons par la suite, par une étude du signal de réduction du PAPR, que dans le cas des techniques de distorsions, le signal de réduction du PAPR introduit implicitement des distorsions à l’intérieur de la bande utile du signal que nous appelons distorsions “In-Band” (IB) et des distorsions à l’extérieur de la bande utile du signal que nous appelons distorsions “Out-Of-Band” (OOB). Ces distorsions IB et OOB sont responsables respectivement de la dégradation du TEB et de la remontée des lobes secondaires (qui se traduit par une augmentation de l’ACPR). Ainsi donc, pour combattre ces distorsions IB et OOB, nous proposerons deux types de filtres numériques à base de FFT/IFFT qui permettront de supprimer les distorsions IB et/ou OOB. De plus l’action combinée de ces deux filtrages permettra de supprimer aussi bien les distorsions IB que les distorsions OOB. Dans ce cas, la technique qui à la base est une technique de distorsions devient alors une technique “Tone Reservation”.

Toute la théorie développée dans ce chapitre sera appliquée à deux nouvelles techniques “ajout de signal” que nous avons proposées dans les deux prochains chapitres.

## 2 Techniques de distorsions et décomposition de Bussgang

### 2.1 Définition

Une technique de réduction du PAPR est dite “technique de distorsions” si en réduisant le PAPR, elle génère des distorsions (ou bruit). Nous tenons cette définition de *J. Tellado*. Dans sa thèse de doctorat [21], il a proposé une classification des techniques de réduction du PAPR à l’émission en deux catégories : les techniques avec distorsions et les techniques sans distorsions. Dans ce contexte de classification proposée par *J. Tellado*, nous pouvons associer assez facilement les techniques de codage et les techniques probabilistes à des techniques de réduction du PAPR sans distorsions.

### 2.2 Décomposition de Bussgang

#### 2.2.1 Historique

*Julian Bussgang*, membre à vie d’IEEE<sup>(i)</sup> est né en Pologne, en 1925. Il a reçu son B.Sc.<sup>(ii)</sup> de l’Université de Londres, son MSEE<sup>(iii)</sup> au MIT (Massachusetts Institute of Technology), et son doctorat de Physique Appliquée à Harvard. Il détient plusieurs brevets et a publié de nombreux documents techniques. Ses contributions incluent les travaux sur le programme d’Apollo, les documents de référence sur le radar Doppler pulsé [111], la détection séquentielle des signaux dans le bruit [112], les communications HF [113, 114], etc.

Dans [3], *J. Bussgang* a proposé un théorème appelé “théorème de Bussgang” qui détermine les fonctions d’intercorrélacion de deux signaux Gaussiens après que l’amplitude d’un des deux signaux soit distordue par une non-linéarité. Le théorème de Bussgang a longtemps été utilisé et continue de l’être dans le domaine de l’égalisation adaptative comme en témoigne les nombreux travaux dans [115, 116, 117, 118]. Dans [115], *Z. Ding* et *R.A. Kennedy* traitent du rôle de la caractéristique de transfert AM/AM dans les systèmes non-linéaires avec effet mémoire et proposent une extension du théorème de Bussgang au cas des complexes tandis que dans [116], *C.B. Papadias* et *A. Paulraj* traitent du problème de l’égalisation aveugle des canaux de communication linéaire en montrant que les performances des algorithmes d’égalisation aveugle de Bussgang peuvent être améliorées. *J.B.D. Filho* propose dans [117] une analyse des algorithmes d’égalisation aveugle de Bussgang sur le plan de minimisation d’une fonction de coût non-linéaire associée tandis que dans [118, 119] *A. Goupil* et *J. Palicot* proposent une nouvelle classe d’algorithmes d’égalisation aveugle dérivée des techniques de Bussgang pour des systèmes de communication numérique à deux dimensions.

#### 2.2.2 Théorème de Bussgang

Soient deux signaux Gaussiens  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ . La fonction d’intercorrélacion  $\mathcal{R}_{x_1x_2}$  prise après que l’un des deux signaux (par exemple,  $x_2(t)$ ) ait subi une distorsion d’amplitude non-linéaire sans mémoire est identique, à un facteur de pondération  $\alpha$  près, à la fonction d’intercorrélacion croisée  $\mathcal{R}_{x_1x_2}$  prise avant la distorsion :

---

(i). Tout membre âgé de 65 ans au moins dont la somme de son âge et du nombre d’année d’appartenance à IEEE est supérieure à 100.

(ii). Bachelor of Science

(iii). Master’s degree in Electrical Engineering



## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

$$\mathcal{R}_{x_1 y_2}(\tau) = \alpha \mathcal{R}_{x_1 x_2}(\tau). \quad (4.1)$$

Notons que si  $x_1(t) = x_2(t)$  il s'en suit que la corrélation entre les signaux d'entrée et de sortie de la non-linéarité est identique, à un facteur de pondération  $\alpha$  près, à l'auto-corrélation du signal d'entrée, qui est

$$\mathcal{R}_{xy}(\tau) = \alpha \mathcal{R}_{xx}(\tau), \quad (4.2)$$

où, désormais, les sous-indices ont été enlevés, et où  $x(t)$  et  $y(t)$  représentent respectivement les signaux d'entrée et de sortie.

### 2.2.3 Corollaire du Théorème de Bussgang

Le signal  $y(t)$  à la sortie d'une non-linéarité sans effet mémoire dont le signal d'entrée  $x(t)$  est une Gaussienne peut être écrit comme la somme du signal d'entrée pondéré par un scalaire près et d'un terme de distorsion décorrélié [120],

$$y(t) = \alpha x(t) + d(t) \quad \text{où} \quad \alpha = \frac{\mathcal{R}_{xy}(\tau)}{\mathcal{R}_{xx}(\tau)}. \quad (4.3)$$

$\tau$  peut prendre n'importe quelle valeur mais en général on choisit  $\tau = 0$ . Il est facile de montrer que le terme de distorsion  $d(t)$  est décorrélié avec le signal d'entrée  $x(t)$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{xd}(\tau) &= E[x^*(t)(y(t+\tau) - \alpha x(t+\tau))] \\ &= \mathcal{R}_{xy}(\tau) - \alpha \mathcal{R}_{xx}(\tau) \\ &= 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

L'équation (4.4) est le corollaire du théorème de Bussgang aussi appelée décomposition de Bussgang. Comme les signaux OFDM sont des signaux Gaussiens, alors le théorème de Bussgang aussi bien que son corollaire peuvent s'appliquer aux signaux OFDM et aux signaux multiporteuses de façon générale.

## 3 Caractérisation théorique des performances des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”

Dans cette section, nous nous intéressons aux techniques de distorsions. En général, les techniques de distorsions ont une complexité faible; de ce fait, elles sont devenues attrayantes du fait qu'elles peuvent être implémentées dans des systèmes de communication existants ou de nouvelles générations. La technique de “clipping” [68, 69, 99, 100] est l'exemple le plus répandu de techniques de “distorsions”.

Dans cette section, nous proposons une étude théorique et analytique des techniques de distorsions; cette étude part de la caractérisation de la variation de la puissance moyenne en passant par la distribution du PAPR pour finir par la caractérisation de la métrique SNDR. À chaque fois que nous proposerons un développement théorique, nous l'appliquerons au cas du “clipping”.

### 3. Caractérisation théorique des performances des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”

---

#### 3.1 Caractérisation des techniques dites de “distorsions”

Soit  $x(t) = r(t)e^{j\phi(t)}$  un signal monoporteuse ou multiporteuses, où  $r(t)$  est son amplitude et  $\phi(t)$  sa phase. Soit  $f[\cdot]$ , la fonction qui caractérise la technique de distorsion. La fonction  $f[\cdot]$  agit sur l’amplitude de  $x(t)$  pour réduire son PAPR. Soit donc  $y(t) = f[r(t)]e^{j\phi(t)}$ , le signal après réduction du PAPR.

**Proposition :** Si  $f[\cdot]$  est la fonction caractéristique d’une technique de distorsions alors  $f[\cdot]$  est non-linéaire.

**Preuve :** Supposons  $f[\cdot]$  linéaire. Le signal  $y(t)$  s’écrit :  $y(t) = \beta r(t)e^{j\phi(t)}$ , où  $\alpha_{\text{coef}}$  est un réel quelconque. Ce réel  $\beta$  s’appelle le coefficient de proportionnalité. Dans ce cas

$$\begin{aligned} \text{PAPR}_{[y]} &= \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |y(t)|^2}{\mathcal{P}_y} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |\beta r(t)|^2}{|\beta|^2 \mathcal{P}_r} \\ &= \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |r(t)|^2}{\mathcal{P}_r} = \text{PAPR}_{[r]} \\ &= \text{PAPR}_{[x]}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

où  $\mathcal{P}_y$ ,  $\mathcal{P}_r$  et  $\mathcal{P}_x$  désignent respectivement la puissance moyenne des signaux  $y(t)$ ,  $r(t)$  et  $x(t)$ . Il est évident que  $\mathcal{P}_r = \mathcal{P}_x$ . De la relation (4.5), il apparaît clairement que le PAPR est invariant par une transformation linéaire. Donc pour qu’il y ait réduction du PAPR c’est-à-dire,  $\text{PAPR}_{[x]} > \text{PAPR}_{[y]}$ , il faut que  $f[\cdot]$  soit non-linéaire. La non-linéarité de la fonction  $f[\cdot]$  est une condition nécessaire mais pas suffisante, car toutes les fonctions non-linéaires ne réduisent pas le PAPR.

**Cas de la technique de “clipping”** Dans la technique de “clipping” sous sa forme classique et répandue [68, 69], la fonction  $f[\cdot]$  s’écrit :

$$f[r] = \begin{cases} r, & r \leq A \\ A, & r > A, \end{cases} \quad (4.6)$$

où  $A$  est l’amplitude limite ou “seuil d’écrtage” et  $r$  est l’amplitude du signal  $x$ . Cette fonction ainsi définie est bien une fonction non-linéaire.

#### 3.2 Étude de la variation de la puissance moyenne

En général, la réduction du PAPR s’accompagne d’une variation (augmentation ou diminution) de la puissance moyenne du signal à transmettre qui engendre incontestablement des conséquences néfastes sur la qualité de la transmission [54].

On définit par  $\gamma$  le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée et  $\Delta E$  la variation relative de la puissance moyenne en dB.

$$\gamma = \frac{\mathcal{P}_y}{\mathcal{P}_x}, \quad (4.7)$$

$$\Delta E = 10 \log_{10}(\gamma). \text{ [dB]} \quad (4.8)$$

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

Le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée  $\gamma$  peut encore s’écrire dans le cas des techniques de “distorsions” :

$$\gamma = \frac{\mathcal{P}_y}{\mathcal{P}_x} = \frac{E \left[ |f(r)|^2 \right]}{\mathcal{P}_x} = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} |f(r)|^2 p(r) dr, \quad (4.9)$$

où  $p(r)$  est la fonction densité de probabilité de l’amplitude  $r$  du signal  $x$ . Dans le cas où  $x$  est un signal OFDM,  $r$  suit une distribution de Rayleigh et

$$p(r) = \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}}. \quad (4.10)$$

Supposons maintenant que l’amplitude du signal  $x$  ait été simultanément transformé par un ensemble fini de fonctions non-linéaires<sup>(iv)</sup>, c’est-à-dire que  $f = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_Q} f_i$ , où  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, \mathcal{N}_Q$  sont  $\mathcal{N}_Q$  fonctions non-linéaires. Le rapport  $\gamma$  entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée dans ce cas s’écrit :

$$\gamma = \frac{1}{\mathcal{P}_x} E \left[ \frac{1}{\mathcal{N}_Q} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_Q} |f_i(r)|^2 \right] = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_Q} \frac{1}{\mathcal{N}_Q} \left\{ E \left[ |f_i(r)|^2 \right] \right\} = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_Q} \gamma_i, \quad (4.11)$$

où

$$\gamma_i = \frac{1}{\mathcal{P}_x} E \left[ |f_i(r)|^2 \right] = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} |f_i(r)|^2 p(r) dr \quad (4.12)$$

est le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée dans le cas où l’amplitude du signal d’entrée ait subi la non-linéarité  $f_i[\cdot]$ .

### Variation de la puissance moyenne dans le cas du “clipping”

Dans le cas du “clipping”, la fonction  $f[\cdot]$  est défini par l’équation (4.6) et le rapport  $\gamma$  vaut :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} |f(r)|^2 p(r) dr \\ &= \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^A r^2 \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}} dr + \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_A^{\infty} A^2 \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}} dr \\ &= 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

À partir de la relation (4.13), on peut déduire la relation entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyennes d’entrée donnée par la relation (4.14).

---

(iv). ce qui peut arriver dans un context bien particulier de technique de distorsion ; comme c’est le cas de la méthode géométrique de réduction du PAPR qui a été longuement étudiée au chapitre 5.

### 3. Caractérisation théorique des performances des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_y &= \gamma \mathcal{P}_x \\ &= \left(1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}}\right) \mathcal{P}_x. \end{aligned} \quad (4.14)$$

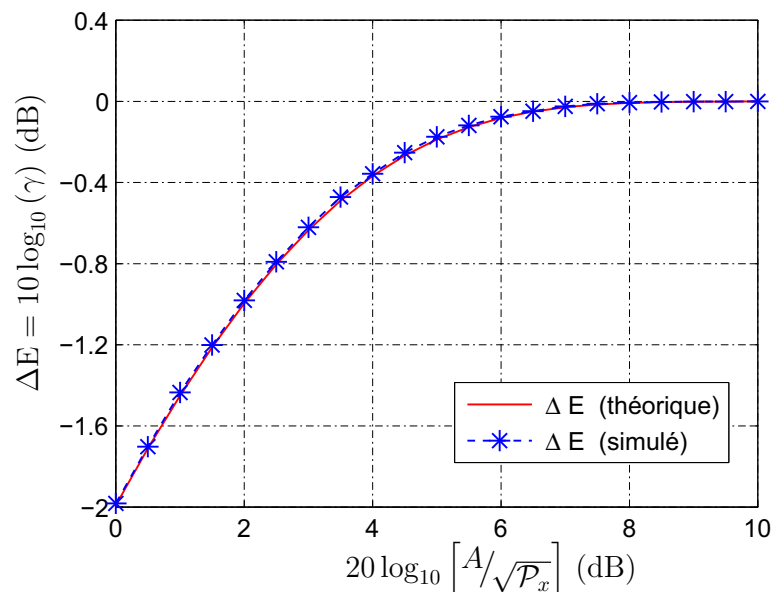


FIGURE 4.1 – Rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée en fonction du “seuil d’écrapage” normalisé.

La Figure 4.1 a été réalisée pour un signal OFDM ( $N = 64$  sous-porteuses et  $L = 4$ ). Elle présente la variation de la puissance moyenne en fonction du “seuil d’écrapage” dans le cas du “clipping”. La relation (4.13) a été validée par les résultats de simulation. En effet, la courbe théorique de  $\Delta E$  coïncide avec la courbe de simulation. On peut observer que dans le cas du “clipping”, la variation de la puissance moyenne se traduit par une diminution de puissance et lorsque la valeur de l’écrapage devient de plus en plus faible, cette diminution devient de plus en plus importante. On peut cependant noter qu’à partir de  $A \geq 2.5\sqrt{\mathcal{P}_x}$  (c’est-à-dire, qu’ à partir de  $20 \log_{10} \left[ \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right] \geq 8$  dB), il n’y a pas de variation de la puissance moyenne ( $\Delta E \simeq 0$ ). En effet pour de grandes valeurs du “seuil d’écrapage” par exemple pour  $A \geq 2.5\sqrt{\mathcal{P}_x}$ , les crêtes du signal en entrée du “clipping” n’atteignent plus le “seuil d’écrapage” ; dans ce cas il n’y a plus d’écrapage (et par déduction il n’y a pas de réduction de PAPR) ; le signal à la sortie de “clipping” est égal au signal à l’entrée ; il n’y aura donc pas de variation de la puissance moyenne.

### 3.3 Distribution du PAPR

Dans cette sous section, nous cherchons à déterminer analytiquement la CCDF du PAPR de sortie sachant que le signal OFDM en entrée a subi la fonction non-linéaire  $f[\cdot]$ . Pour mener à bien cette analyse théorique de la CCDF du PAPR, comme cela a été fait par *H. Ochiai* et *H. Imai* dans [18] dans le cas de l’analyse théorique du PAPR de l’OFDM, nous supposons les signaux  $x(t)$  et  $y(t)$  échantillonnés à la fréquence de

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

Nyquist (c'est-à-dire,  $L = 1$ ) dont les échantillons sont représentés respectivement par  $x_n$  et  $y_n$  et définis par :

$$\begin{aligned} x_n &= x \left( \frac{n}{N} T_s \right), \\ y_n &= y \left( \frac{n}{N} T_s \right), \end{aligned} \quad (4.15)$$

où  $0 \leq n < N$ ,  $N$  est le nombre de sous-porteuses et  $T_s$  est la durée d'un symbole OFDM. Les échantillons  $x_n$  et  $y_n$  peuvent encore s'écrire :

$$\begin{aligned} x_n &= r_n e^{j\phi_n}, \\ y_n &= f[r_n] e^{j\phi_n} = v_n e^{j\phi_n}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

où  $r_n$  est l'amplitude de  $x_n$  et  $\phi_n$  sa phase ;  $y_n = f(r_n) e^{j\phi_n}$  est l'amplitude de  $y_n$ . Le PAPR de sortie noté  $\text{PAPR}_{[y]}$  est défini par

$$\text{PAPR}_{[y]} = \frac{\max_{0 \leq n < N} |y_n|^2}{\mathcal{P}_y} = \frac{\max_{0 \leq n < N} v_n^2}{\mathcal{P}_y}. \quad (4.17)$$

En effet, comme on a eu à le montrer dans le chapitre 1 à travers les résultats de simulation de la Figure 1.14, pour approcher le PAPR du signal temporel (analogique) il faut un  $L$  d'au moins 4 (c'est-à-dire,  $L \geq 4$ ). Dans cette section, il est plutôt question de proposer une distribution du PAPR de sortie à  $L = 1$  (la fréquence de Nyquist) car à  $L = 1$ , on s'affranchit des développements mathématiques et dans la littérature, il existe des fonctions empiriques qui permettent de passer de la distribution du PAPR à  $L = 1$  à la distribution du PAPR à  $L \geq 4$ .

En reprenant la même démarche qui a abouti à l'équation (1.17), on montre que

$$\begin{aligned} \text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) &= \Pr \left[ \text{PAPR}_{[y]} \geq \tilde{\psi} \right] = \Pr \left[ \frac{\max_n v_n^2}{\mathcal{P}_y} \geq \tilde{\psi} \right] \\ &\simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ \frac{v_n^2}{\mathcal{P}_y} \leq \tilde{\psi} \right] \right\} = 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ \frac{f(r_n)^2}{\mathcal{P}_y} \leq \tilde{\psi} \right] \right\}, \quad (4.18) \\ &\simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ f(r_n) \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right] \right\} \end{aligned}$$

Selon la forme de la fonction (de l'expression analytique de)  $f[\cdot]$ ,  $\text{CCDF}_{[y]}$  peut être exprimée en fonction de la fonction cumulative de distribution de  $r_n$ . Par exemple, en supposant  $f[\cdot]$  une fonction inversible et croissante, la CCDF du PAPR à la sortie de la non-linéarité s'écrit :

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ r_n \leq f^{-1} \left( \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right) \right] \right\}, \quad (4.19)$$

où  $f^{-1}[\cdot]$  est l'inverse de  $f[\cdot]$ , encore appelée fonction “réciproque” de  $f[\cdot]$ .

### 3. Caractérisation théorique des performances des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”

---

#### Distribution du PAPR dans le cas du “clipping”

Dans le cas du “clipping”, la fonction  $f[\cdot]$  est défini par l'équation (4.6). C'est une fonction croissante mais pas inversible; donc l'équation (4.19) ne peut pas s'appliquer au cas du “clipping”. Nous allons chercher à exprimer  $\Pr \left[ r_n \leq f^{-1} \left( \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right) \right]$  autrement. Il a été montré dans [121] que la densité de probabilité  $v(r)$  à la sortie de l'écrêtage classique s'écrit :

$$v(r) = p(r) \cdot 1_{r \leq A} + \Pr \{r > A\} \cdot \delta(r - A), \quad (4.20)$$

où  $p(r)$  est la fonction densité de probabilité de signal d'entrée qui est donnée par la relation (4.10) dans le cas de l'OFDM et  $\delta(r)$  est la fonction de Dirac<sup>(v)</sup>.

De l'équation (4.20), on montre que

$$\begin{aligned} \Pr \left\{ f(r_n) \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right\} &= \int_0^{\sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y}} v(r) dr \\ &= \Pr \left\{ |x_n| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right\} \cdot 1_{\tilde{\psi} \leq \frac{A^2}{\mathcal{P}_y}} + 1_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_y}}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

En substituant  $\mathcal{P}_y = \gamma \mathcal{P}_x$  dans l'équation (4.21), on montre que

$$\begin{aligned} \Pr \left\{ f(r_n) \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right\} &= \Pr \left\{ |x_n| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \gamma \mathcal{P}_x} \right\} \cdot 1_{\tilde{\psi} \leq \frac{\rho^2}{\gamma}} + 1_{\tilde{\psi} > \frac{\rho^2}{\gamma}}, \\ &= \left( 1 - e^{-\tilde{\psi} \gamma} \right) \cdot 1_{\tilde{\psi} \leq \frac{\rho^2}{\gamma}} + 1_{\tilde{\psi} > \frac{\rho^2}{\gamma}}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

où  $\rho = A/\sqrt{\mathcal{P}_x}$  est le “seuil d'écrêtage” normalisé, il est souvent appelé “rapport d'écrêtage”. En substituant donc l'expression de  $\Pr \left\{ f(r_n) \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right\}$  définit ci-dessus dans l'équation (4.18), on montre que la CCDF du PAPR du signal à la sortie d'un écrêtage classique [68, 69] s'écrit :

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \left[ \left( 1 - e^{-\tilde{\psi} \gamma} \right) \cdot 1_{\tilde{\psi} \leq \frac{\rho^2}{\gamma}} + 1_{\tilde{\psi} > \frac{\rho^2}{\gamma}} \right]^N. \quad (4.23)$$

où  $\gamma$  est le rapport de la puissance moyenne de sortie sur la puissance moyenne d'entrée du “clipping” exprimé par la relation (4.13).

Lorsque la valeur de  $\rho$  est de plus en plus grande, c'est-à-dire que  $\rho$  tend vers  $\infty$ , le rapport de la puissance moyenne de sortie sur la puissance moyenne d'entrée  $\gamma$  tend vers 1 et par conséquent, la relation (4.23) devient

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \left( 1 - e^{-\tilde{\psi}} \right)^N. \quad (4.24)$$

---

(v). La fonction de Dirac aussi appelée distribution de Dirac est une fonction qui prend une “valeur” infinie en 0 et la valeur zéro partout ailleurs.

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

Dans l'équation (4.24), nous retrouvons la CCDF du PAPR du signal OFDM c'est-à-dire du signal à l'entrée de l'écrêtage. Cette relation a déjà été exprimée dans l'équation (1.17) dans le cadre de l'étude de la distribution du PAPR de l' OFDM. Ce résultat n'est pas fortuit, en effet, lorsque la valeur de  $\rho$  est de plus en plus grande, c'est-à-dire que lorsque le “seuil d'écrêtage” est de plus en plus grand, les crêtes du signal d'entrée en occurrence du signal OFDM seront inférieures au “seuil d'écrêtage” ; il n'y aura donc plus d'écrêtage et donc pas de réduction du PAPR ; ce qui explique que le signal à la sortie du système de réduction du PAPR sera égal à celui à l'entrée et donc la distribution du PAPR à la sortie serait égale à la distribution du PAPR à l'entrée du dispositif de réduction du PAPR.

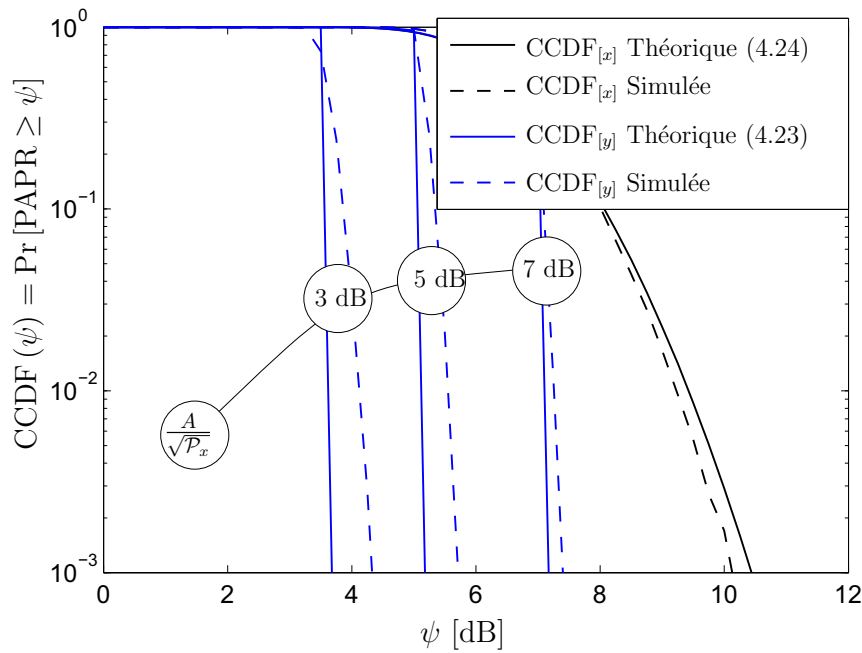


FIGURE 4.2 – Comparaisons des CCDFs théoriques et simulées dans le cas du “clipping” pour différentes valeurs du “seuil d'écrêtage”.

La Figure 4.2 réalisée pour un signal OFDM de  $N = 64$  sous-porteuses et  $L = 4$ , compare les CCDFs théoriques et simulées dans le cas du “clipping” pour différentes valeurs du “seuil d'écrêtage”. En général, les résultats de simulation approchent les résultats théoriques obtenus : équations (4.24) et (4.23). Cependant, l'écart entre les résultats théoriques et les résultats de simulation augmente lorsque l'écrêtage devient de plus en plus “dur” (c'est-à-dire que la valeur du “seuil d'écrêtage” est de plus en plus faible). En effet, à la valeur  $10^{-2}$  de la CCDF, l'écart entre les résultats théoriques et les résultats de simulation est de 0.50 dB, 0.45 dB et 0.15 dB pour  $\rho = 3$  dB, 5 dB et 7 dB respectivement. Ces écarts s'expliquent par le fait que, pour de faibles valeurs du “seuil d'écrêtage”, la CCDF du PAPR à la sortie du “clipping” tend vers un Dirac et devient très sensible aux erreurs d'approximations.

### 3.4 Caractérisation théorique du SNDR

Les systèmes de communication intègrent des composants analogiques comme l'amplificateur de puissance. Ces composants analogiques sont en général non-linéaires et génèrent

### 3. Caractérisation théorique des performances des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”

---

par conséquent des distorsions. Une mesure de ces distorsions est le rapport signal-à-bruit-plus-distorsion ou “signal-to-noise-and-distortion ratio” (SNDR) en anglais. Dans [122], *R. Raich, Qian Hua* et *G.T. Zhou* se sont intéressés à trouver les différentes formes de non-linéarités qui maximisent le SNDR et ont cherché à établir une relation entre le SNDR et la capacité de la chaîne de transmission qui est supposée non-linéaire dans leur étude. Dans [123], *C. Zhao, Robert J. Baxley* et *G. Tong Zhou* supposent un cas général où les non-linéarités existent aussi bien en émission qu’à la réception et proposent, dans ce cadre, une analyse de la métrique SNDR.

Dans cette section, nous utilisons la mesure SNDR pour évaluer théoriquement les distorsions générées par les techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions” ; pour cela, nous supposons l’hypothèse émise plus haut, c’est-à-dire que, le signal OFDM en entrée ait subi la fonction non-linéaire  $f[\cdot]$ . D’après la décomposition de Bussgang (sous-section 2.2), le signal à la sortie de la non-linéarité peut être décomposé de la façon suivante :

$$y(t) = \alpha x(t) + d(t), \quad (4.25)$$

où  $\alpha = \frac{\mathcal{R}_{xy}(0)}{\mathcal{R}_{xx}(0)}$  et  $\mathcal{R}_{xd}(\tau) = 0, \forall \tau$ . Le SNDR est donc défini comme suit :

$$\text{SNDR} = \frac{|\alpha|^2 \mathcal{P}_x}{\mathcal{N}_0 + \mathcal{P}_d}, \quad (4.26)$$

où  $\mathcal{N}_0$  est le niveau de puissance du bruit (le bruit de canal en général) et  $\mathcal{P}_d$  est le niveau de puissance des distorsions générées par la non-linéarité  $f[\cdot]$ . Du fait que  $x(t)$  et  $d(t)$  soient décorélés (d’après le corollaire de Bussgang), le niveau de puissance à la sortie de la non-linéarité s’écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_y &= E \left[ |y|^2 \right] \\ &= E \left[ (\alpha x + d) (\alpha x + d)^* \right] \\ &= |\alpha|^2 \mathcal{P}_x + 2 |\alpha| \mathcal{R}_{xd}(0) + \mathcal{P}_d \\ &= |\alpha|^2 \mathcal{P}_x + \mathcal{P}_d, \end{aligned} \quad (4.27)$$

car en effet, du fait que  $x(t)$  et  $d(t)$  soient décorélés,  $\mathcal{R}_{xd}(0) = 0$ . Nous déduisons de la relation (4.27) le niveau de puissance des distorsions  $\mathcal{P}_d$  qui s’écrit alors

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_d &= \mathcal{P}_y - |\alpha|^2 \mathcal{P}_x \\ &= (\gamma - |\alpha|^2) \mathcal{P}_x, \end{aligned} \quad (4.28)$$

où  $\gamma$  est le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée défini en (4.7).

En substituant la relation (4.28) dans (4.26), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \text{SNDR} &= \frac{|\alpha|^2 \mathcal{P}_x}{\mathcal{N}_0 + (\gamma - |\alpha|^2) \mathcal{P}_x}, \\ &= \text{SNR} \frac{|\alpha|^2}{1 + (\gamma - |\alpha|^2) \text{SNR}}, \end{aligned} \quad (4.29)$$



## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

où  $\text{SNR} = \mathcal{P}_x/\mathcal{N}_0$  est le rapport signal-sur-bruit ou “signal-to-noise ratio” en anglais.

Supposons à présent que  $f = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_Q} f_i$ , où  $f_i$ ,  $i = 1, \dots, \mathcal{N}_Q$  sont  $\mathcal{N}_Q$  fonctions non-linéaires, le SNDR s’écrit alors :

$$\text{SNDR} = E [\text{SNDR}_{[i]}] = \frac{1}{\mathcal{N}_Q} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_Q} \text{SNDR}_{[i]} \quad (4.30)$$

où

$$\text{SNDR}_{[i]} = \text{SNR} \frac{|\alpha_i|^2}{1 + (\gamma_i - |\alpha_i|^2) \text{SNR}}, \quad (4.31)$$

avec  $\gamma_i$  est le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée dans le cas où l’amplitude du signal d’entrée ait subi la non-linéarité  $f_i[\cdot]$  et  $\alpha_i$  le coefficient résultant de la décomposition de Bussgang dans le cas où l’amplitude du signal d’entrée ait subi la même non-linéarité  $f_i[\cdot]$ .

### Calcul du SNDR dans le cas du “clipping”

Pour exprimer le SNDR dans le cas du “clipping”, nous allons appliquer la formule (4.29) avec le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée  $\gamma$  qui est connu et donné par l’équation (4.13). Il ne nous reste plus donc qu’à calculer le coefficient  $\alpha$ .

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\mathcal{R}_{yx}(0)}{\mathcal{R}_{xx}(0)} \\ &= \frac{E\{rf(r)\}}{\mathcal{P}_x} = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{+\infty} rf(r)p(r)dr, \\ &= \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^A r^2 \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}} dr + \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_A^{+\infty} Ar \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}} dr \\ &= 1 - \left(1 + \frac{A^2}{\mathcal{P}_x}\right) e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + \frac{A^2}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{\pi} Q\left(\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{2}\right) \\ &= 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{\pi} Q\left(\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{2}\right). \end{aligned} \quad (4.32)$$

Une fois le coefficient  $\alpha$  calculé, nous pouvons donc évaluer théoriquement le SNDR du “clipping”. La figure 4.3 montre la comparaison des résultats théoriques du SNDR et ceux obtenus par simulation dans le cas du “clipping”. Elle montre que les résultats théoriques et les résultats de simulation du SNDR coïncident et que le SNDR croît avec le “seuil d’écrtage” normalisé  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}}$ . Pour de grandes valeurs du “seuil d’écrtage” normalisé (par exemple pour  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \geq 8$  dB),  $\text{SNDR}/\text{SNR} \simeq 0$  dB, c’est-à-dire, que  $\text{SNDR} \simeq \text{SNR}$ . En effet, lorsque la valeur du “seuil d’écrtage” normalisé est de plus en plus grande, les crêtes du signal d’entrée en occurrence du signal OFDM seront inférieures au “seuil d’écrtage” ; il n’y aura donc pas de réduction du PAPR et donc pas de distorsions générées.

## 4. Modélisation des techniques de distorsions en techniques “ajout de signal”

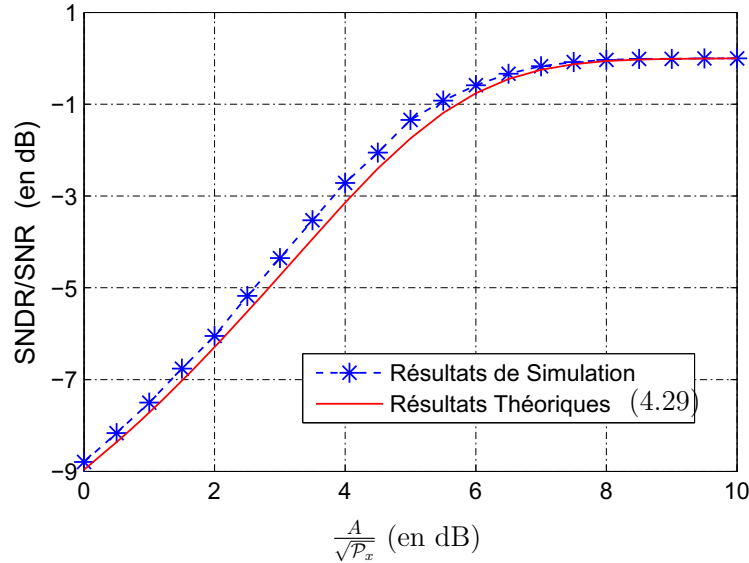


FIGURE 4.3 – Comparaison des résultats théoriques du SDR et ceux obtenus par simulation pour différentes valeurs de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ .

La Figure 4.3 est réalisée pour un signal OFDM de  $N = 64$  sous-porteuses avec un facteur de sur-échantillonnage de  $L = 4$ .

## 4 Modélisation des techniques de distorsions en techniques “ajout de signal”

### 4.1 Introduction

Dans cette section, nous allons montrer comment à partir de la décomposition de Bussgang, on peut modéliser les techniques dites de “distorsions” en des techniques “ajout de signal”. Ce résultat a fait l’objet d’une publication dans [124] où nous avons montré que toute technique de “distorsions” est une technique “ajout de signal”. Dans cet article [124], nous avons traité du cas de l’“écrêtage classique” qui est le modèle le plus répandu de techniques de “distorsions”.

On peut alors se poser la question suivante : Quelles sont nos motivations, ou quels avantages tirons-nous à vouloir modéliser des techniques de réduction du PAPR en des techniques “ajout de signal” ? Comme évoqué plus haut, les techniques de réduction du PAPR dites “ajout de signal” sont des techniques attrayantes et prometteuses pour plusieurs raisons :

- (i) primo, elles sont simples à implémenter et sont moins coûteuses en ressources informatiques (moins d’énergie et moins de ressources mémoires) ; de ce fait elles sont assimilées à des techniques “réalistes”, c’est-à-dire, qu’elles sont aptes à pouvoir être implémentées dans des systèmes existants ou dans des systèmes futurs.
- (ii) secundo, elles peuvent être à compatibilité descendante. En effet, derrière la notion de compatibilité descendante il y a un enjeu économique pour les opérateurs et les acteurs du monde de la télécommunication.

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

En plus des deux raisons évoquées ci-dessus, la modélisation par exemple de techniques de “distorsions” en techniques “ajout de signal” facilite le traitement des distorsions engendrées. Nous verrons plus loin dans cette section que les techniques de “distorsions” pourront même être transformées en des techniques “Tone Reservation” et cela grâce à la formulation en techniques “ajout de signal” qui aura été faite en amont.

### 4.2 Principe des techniques “ajout de signal”

Les techniques “ajout de signal” ont été proposées dans la littérature pour la plupart d’entre elles ces dernières années. Elles ont été brièvement décrites dans le chapitre 3 du manuscrit. Elles présentent plusieurs avantages qui ont été énumérés ci-dessus et peuvent être à compatibilité descendante. Les techniques “ajout de signal” peuvent se dissocier en deux sous classes à savoir celles développées en bande de base et celles développées en RF. Dans ces deux cas, l’idée de base consiste à ajouter un ou plusieurs signaux appelés “signaux additionnels” ou “signaux de réduction du PAPR” ou encore “signaux correcteurs” au signal original pour diminuer au maximum son PAPR. En ce qui concerne les techniques “ajout de signal” développées en bande de base, elles peuvent être classées suivant le fait que le “signal additionnel” ou “signal de réduction du PAPR” soit généré dans le domaine temporel [125, 126] ou dans le domaine fréquentiel [21, 70, 71]. La Figure 4.4 montre le principe de fonctionnement des techniques “ajout de signal”.

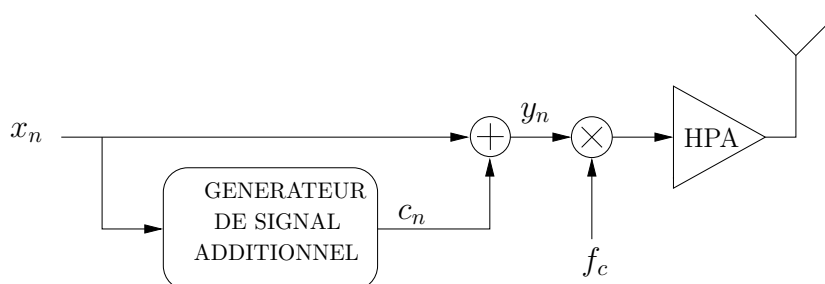


FIGURE 4.4 – Schéma de principe de fonctionnement des techniques “ajout de signal” (en bande de base), où  $c_n$  est le “signal additionnel” ou “signal de réduction du PAPR”.

La solution optimale pour créer le “signal additionnel” est traduite par la relation

$$\min_{\mathbf{c}} \text{PAPR}_{[\mathbf{x} + \mathbf{c}]}, \quad (4.33)$$

Cependant pour ne pas dégrader le TEB et rendre la technique à compatibilité descendante, le signal  $\mathbf{c}$  doit être ajouté de façon à ce que les données  $\mathbf{x}$  soient reçues sans dégradation et sans modification du récepteur. C’est ainsi que *J. Tellado* proposa dans sa thèse de doctorat [21] une famille de techniques “ajout de signal” connue sous le nom de “Tone Reservation” (TR). À la différence de la relation (4.33), *J. Tellado* propose que l’ajout du “signal de réduction du PAPR” se fasse dans le domaine fréquentiel de façon à ce que  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{c}$  soient orthogonaux. En effet, si les signaux  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{c}$  sont orthogonaux, le signal  $\mathbf{x}$  sera décodé à la réception sans aucune interférence de la part du “signal additionnel”  $\mathbf{c}$ . Le schéma de principe de la TR est donné par la Figure 3.11.

### 4.3 Formulation des techniques dites de “distorsions” en techniques “ajout de signal”

Dans cette partie, nous proposons une expression explicite du “signal de réduction du PAPR” dans le cas des techniques de “distorsions”. Une technique de “distorsions” est caractérisée par sa fonction non-linéaire  $f[\cdot]$  qui agit sur l’amplitude du signal d’entrée. Du fait que  $f[\cdot]$  soit non-linéaire et d’après la décomposition de Bussgang, le signal à la sortie des techniques de “distorsions” dans l’espace temporel discret s’écrit :

$$\begin{aligned} y_n &= f(r_n) e^{j\phi_n} \\ &= \alpha x_n + d_n. \end{aligned} \quad (4.34)$$

D’après le principe des techniques “ajout de signal” la relation (4.34) peut encore s’écrire :

$$y_n = x_n + c_n. \quad (4.35)$$

Des relations (4.34) et (4.35), nous déduisons l’expression analytique du “signal de réduction du PAPR” donnée par la relation (4.36)

$$c_n = (\alpha - 1) x_n + d_n. \quad (4.36)$$

La Figure 4.5 détaille le générateur de “signal de réduction du PAPR” dans le cas des techniques de “distorsions”.

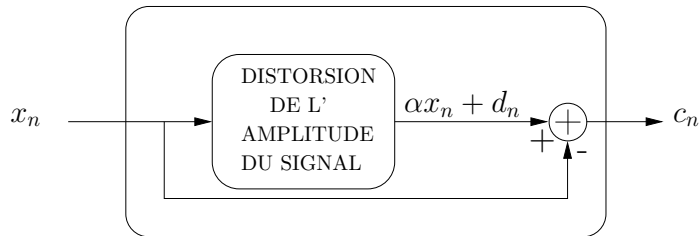


FIGURE 4.5 – Générateur de “signal de réduction du PAPR” dans le cas des techniques de “distorsions”.

La relation (4.36) montre que le “signal de réduction du PAPR” est composé à  $(\alpha - 1)$  près du signal d’entrée et du terme de distorsions résultant de la décomposition de Bussgang. Dans la section suivante, nous allons étudier plus en détails ce “signal de réduction du PAPR”.

## 5 Caractérisation du signal de réduction du PAPR

Les propriétés statistiques des signaux qui passent à travers des dispositifs non-linéaires ont été largement étudiées dans le passé [127, 128]. Dans cette section, en utilisant les propriétés statistiques du terme de distorsions résultant de la décomposition de Bussgang, nous exprimons les propriétés statistiques du “signal de réduction du PAPR”. En effet, dans [127, 128], il est démontré que la fonction d’autocorrélation du terme de distorsions  $d(t)$  s’écrit :

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

$$\mathcal{R}_{dd}(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left[ \frac{\mathcal{R}_{xx}(\tau)}{\mathcal{P}_x} \right]^{2n+1}, \quad (4.37)$$

où  $\mathcal{R}_{xx}(\tau)$  est la fonction d'autocorrélation du signal  $x(t)$  et  $b_n$  sont des réels exprimés par :

$$b_n = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \frac{1}{n+1} \left\| \int_{\mathcal{D}(r)} r f(r) p(r) \cdot L_n^{(I)} \left( \frac{r^2}{\mathcal{P}_x} \right) dr \right\|^2, \quad (4.38)$$

où  $\mathcal{D}(r) = \{r : 0 \leq r \leq \infty\}$  est le domaine d'intégration,  $p(r)$  est la fonction densité de probabilité de l'amplitude du signal d'entrée et  $L_n^{(I)}(\cdot)$  est la fonction Laguerre<sup>(vi)</sup>.

De la relation (4.36), on peut exprimer la fonction d'autocorrélation  $\mathcal{R}_{cc}(\tau)$  du “signal de réduction du PAPR” :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{cc}(\tau) &= E[c(t)c^*(t-\tau)] \\ &= E\{[(\alpha-1)x(t) + d(t)] [(\alpha-1)^*x^*(t-\tau) + d^*(t-\tau)]\} \\ &= |\alpha-1|^2 \mathcal{R}_{xx}(\tau) + 2(\alpha-1) \mathcal{R}_{xd}(\tau) + \mathcal{R}_{dd}(\tau) \\ &= |\alpha-1|^2 \mathcal{R}_{xx}(\tau) + \mathcal{R}_{dd}(\tau). \end{aligned} \quad (4.39)$$

En effet, du fait que  $x(t)$  et  $d(t)$  soient décorélés (d'après la décomposition de Bussgang), alors  $\mathcal{R}_{xd}(\tau) = 0$ . En substituant (4.37) dans (4.39), on trouve

$$\mathcal{R}_{cc}(\tau) = |\alpha-1|^2 \mathcal{R}_{xx}(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left[ \frac{\mathcal{R}_{xx}(\tau)}{\mathcal{P}_x} \right]^{2n+1}. \quad (4.40)$$

De la relation (4.40), on déduit la densité spectrale de puissance (DSP)  $\mathcal{S}_{cc}(v)$  du “signal de réduction du PAPR”  $c(t)$  :

$$\mathcal{S}_{cc}(v) = \text{FT}\{\mathcal{R}_{cc}(\tau)\} = \left\{ \begin{array}{l} |\alpha-1|^2 \mathcal{S}_{xx}(v) \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{\mathcal{P}_x^{2n+1}} \cdot [\mathcal{S}_{xx}(v) \otimes_1 \cdots \otimes_{2n+1} \mathcal{S}_{xx}(v)] \end{array} \right\}, \quad (4.41)$$

où FT{.} est l'opérateur Transformée de Fourier et  $v$  est la variable fréquentielle.

On peut donner une interprétation physique à l'équation (4.41) dans le sens où la DSP de la  $(2n+1)$ -ième terme d'une série est obtenue par  $(2n+1)$  autoconvolutions de la DSP du signal original. Si  $\mathcal{B}$  est la largeur de bande du spectre  $\mathcal{S}_{xx}(v)$  alors  $(2n+1)\mathcal{B}$  sera la largeur de bande de  $[\mathcal{S}_{xx}(v) \otimes_1 \cdots \otimes_{2n+1} \mathcal{S}_{xx}(v)]$ . De ce fait, théoriquement,  $\mathcal{S}_{cc}(v)$  a une largeur de bande infinie (puisque que  $\mathcal{S}_{cc}(v)$  est la DSP d'une somme infinie). Dans la

---

(vi). La fonction Laguerre  $L_n^{(I)}(x)$  est défini par

$$L_n^{(I)}(x) = \frac{x^{-k} e^x}{n!} \left( \frac{d}{dx} \right)^n (x^{n+k} \cdot e^{-x}).$$

## 6. Les différents types de filtrage du “signal de réduction du PAPR”

---

pratique le spectre  $\mathcal{S}_{cc}(v)$  est très large bande par rapport au spectre  $\mathcal{S}_{xx}(v)$ . Ce résultat nous permet de décomposer le “signal de réduction du PAPR”  $c(t)$  en composante “In-Band” (IB) et en composante “Out-Of-Band” (OOB). Le “signal de réduction du PAPR” peut donc s’écrire comme suit :

$$c(t) = c^{(\text{IB})}(t) + c^{(\text{OOB})}(t), \quad (4.42)$$

où  $c^{(\text{IB})}(t)$  est la composante IB et  $c^{(\text{OOB})}(t)$  est la composante OOB. La composante IB occupe la même largeur de bande que  $x(t)$ , elle interfère donc avec  $x(t)$ , se traduisant par une dégradation du TEB lors de la transmission ; la composante OOB quant à elle, est responsable des perturbations à l’extérieur de la bande du signal  $x(t)$  qui se traduit par une apparition de lobes secondaires lors de la transmission.

**Remarque :** Des relations (4.36) et (4.42), on déduit que, dans le cas des techniques de “distorsions”, le “signal additionnel” qui permet de réduire le PAPR est malheureusement composé de distorsions qui peuvent être décomposées en deux variantes : l’une responsable de la dégradation du TEB et l’autre responsable des lobes secondaires qui peuvent interférer avec les canaux voisins.

Inéluctablement, dans les techniques de “distorsions”, il y a un compromis à faire entre la réduction du PAPR et les distorsions générées. On verra avec le cas de l’“écrêtage classique” que, plus la réduction du PAPR est importante, plus il y aura des distorsions qui seront générées et ces distorsions vont aussi bien dégrader le TEB qu’augmenter l’ACPR.

## 6 Les différents types de filtrage du “signal de réduction du PAPR”

La réduction du PAPR dans le cas des techniques de “distorsions” introduit du bruit à l’intérieur de la bande (bruit IB) et du bruit à l’extérieur de la bande (bruit OOB) du signal dont on veut réduire le PAPR. La formulation de ces techniques en techniques “ajout de signal” va nous simplifier le traitement de ces bruits (bruit IB et bruit OOB) engendrés.

Dans cette partie, nous proposons deux types de filtrage numérique à base de FFT/IFFT soit pour supprimer le bruit IB, soit pour annuler le bruit OOB. Il faut savoir que l’action combinée de ces deux filtres numériques IB et OOB permet d’éliminer aussi bien le bruit IB que le bruit OOB.

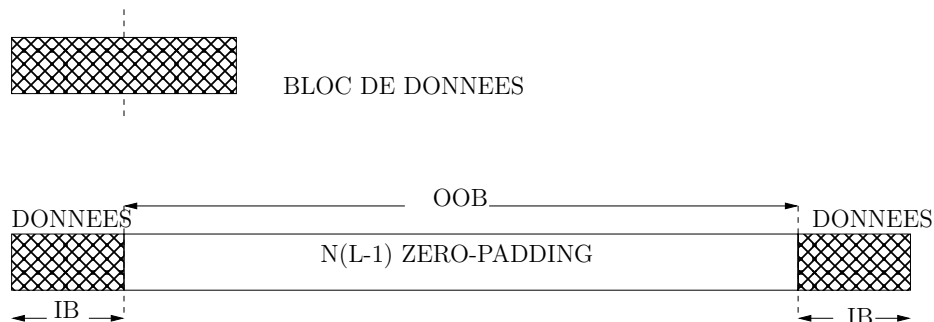


FIGURE 4.6 – Schéma du principe du sur-échantillonnage dans le domaine fréquentiel.

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

Nous supposons que le “signal de réduction du PAPR”  $c(t)$  est sur-échantillonné à la fréquence  $f_s = \frac{NL}{T_s}$ , c’est-à-dire  $c_n = c[nf_s]$ , où  $L$  est le facteur de sur-échantillonnage et  $T_s$  est la durée d’un symbole numérique. En effet, le sur-échantillonnage est nécessaire pour approximer le signal continu. De plus, il est par exemple beaucoup plus aisé de traiter les fonctions de filtrage avec des signaux sur-échantillonnés.

Le sur-échantillonnage dans le domaine temporel d’un facteur  $L$  équivaut à faire du  $N(L-1)$  “Zero-Padding” (opération d’ajout de blocs de zéros) dans le domaine fréquentiel suivi d’une transformée de Fourier inverse. Il faut dire que c’est une façon parmi d’autres de faire du sur-échantillonnage dans le domaine temporel.

Dans cette thèse, nous adoptons l’approche du “Zero-Padding” où le bloc de  $N(L-1)$  zéros est inséré au milieu du bloc de données comme illustré par la Figure 4.6. Dans ce contexte de sur-échantillonnage,  $\mathcal{I}_{IB}$  représente l’ensemble des indices fréquentiels des échantillons à l’intérieur de la bande tandis que  $\mathcal{I}_{OOB}$  représente l’ensemble des indices fréquentiels des échantillons à l’extérieur de la bande.

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{IB} &= \left[0, \dots, \frac{N}{2} - 1\right] \cup \left[\left(L - \frac{1}{2}\right)N, \dots, NL - 1\right] \\ \mathcal{I}_{OOB} &= \left[\frac{N}{2}, \dots, \left(L - \frac{1}{2}\right)N - 1\right].\end{aligned}\tag{4.43}$$

La Figure 4.7 présente le principe général du filtrage sachant que c’est dans le passage des composantes fréquentielles aux  $C_k$  composantes fréquentielles  $\tilde{C}_k$  que va dépendre le type filtrage.

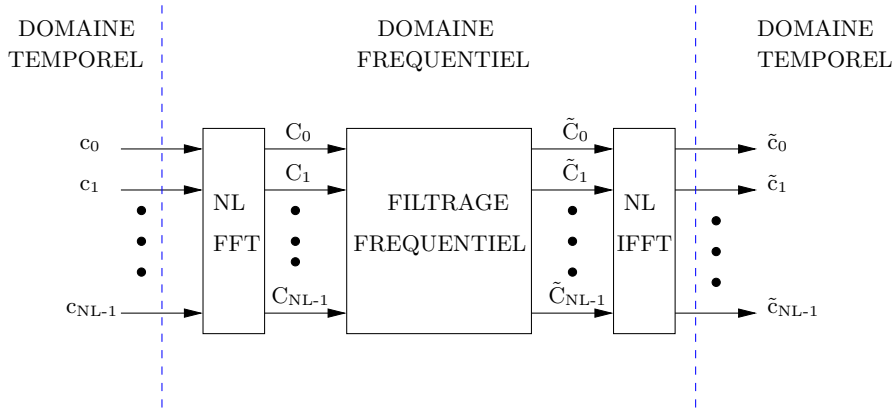


FIGURE 4.7 – Principe du filtrage numérique du “signal additionnel” ou “signal de réduction du PAPR” à base de FFT/IFFT.

### 6.1 Filtrage numérique OOB à base de FFT/IFFT

Le filtrage numérique OOB à base de FFT/IFFT consiste à éliminer le bruit OOB, ce qui revient donc à supprimer la composante  $\mathbf{c}^{(OOB)}$  du “signal de réduction du PAPR”. Dans le domaine fréquentiel, le filtrage numérique OOB à base de FFT/IFFT se traduit par la relation (4.44).

$$\tilde{C}_k = \begin{cases} C_k, & \text{si } k \in \mathcal{I}_{IB} \\ 0, & \text{si } k \in \mathcal{I}_{OOB} \end{cases}\tag{4.44}$$

## 6. Les différents types de filtrage du “signal de réduction du PAPR”

La Figure 4.8 illustre le principe du filtrage numérique OOB dans le domaine fréquentiel où  $\mathcal{H}^{(\text{OOB})}$  est la réponse fréquentielle du filtre OOB. On peut constater que le filtre OOB est le même que le filtre de mise en forme du signal OFDM.

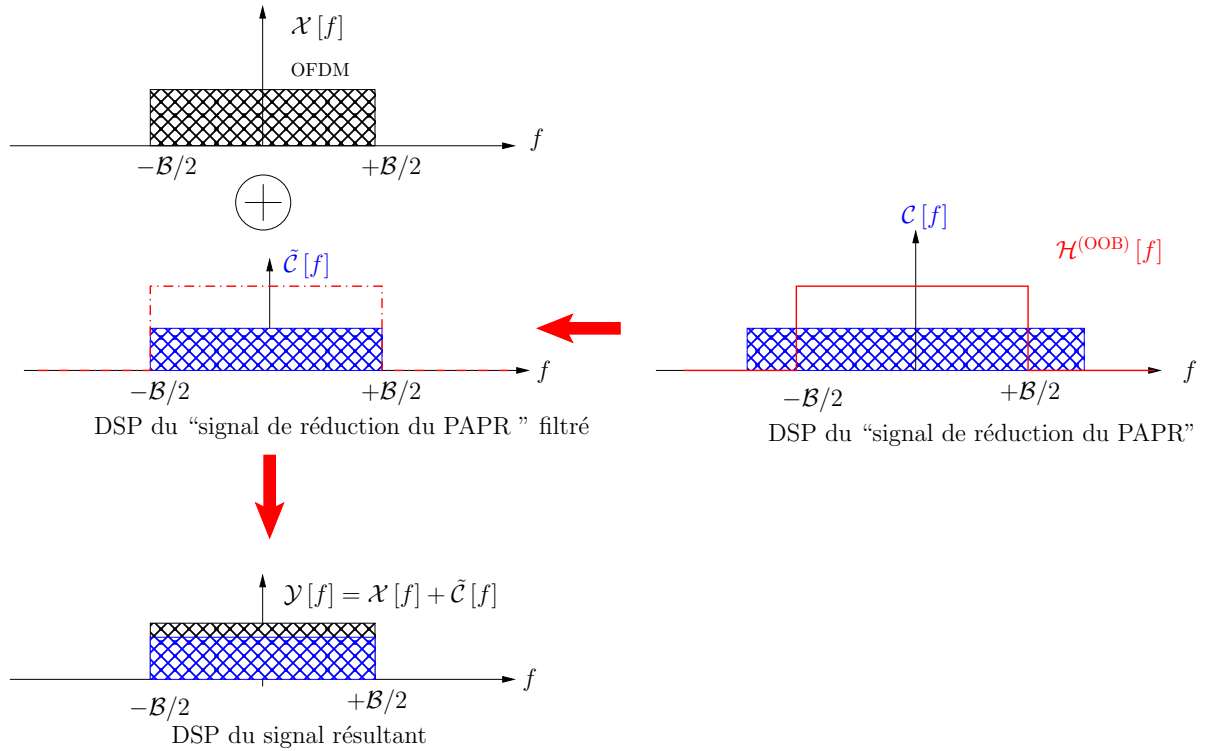


FIGURE 4.8 – Illustration du filtrage numérique OOB dans le domaine fréquentiel.

L'idée du filtrage OOB à base de FFT/IFFT a été proposée pour la première fois par *J. Armstrong* dans [129], où il propose d'éliminer le bruit OOB par filtrage fréquentiel dans un contexte de “repeated clipping and filtering”. Et comme la suppression du bruit OOB engendre une augmentation des crêtes (après l'écrêtage), il propose que le processus d'écrêtage et de filtrage fréquentiel OOB soit effectué plus d'une fois ceci afin d'améliorer la performance de la technique en terme de réduction du PAPR. Cependant du fait de l'itération, la complexité de la technique augmente. L'idée du filtrage OOB fréquentiel proposé dans [129] a été reprise plus tard dans [130] où les composantes spectrales OOB au lieu d'être éliminées sont simplement limitées à des valeurs qui sont liées aux contraintes du masque d'émission du signal. De cette façon, la technique améliore les performances de [129] en terme de réduction du PAPR. Cependant, que ce soit dans [129] ou dans [130], aucun traitement n'est proposé pour éliminer le bruit IB qui va incontestablement dégrader le TEB.

### 6.2 Filtrage numérique IB à base de FFT/IFFT

Partant du même principe du filtrage numérique OOB à base de FFT/IFFT, nous proposons pour la première fois l'idée du filtrage IB fréquentiel à l'émission qui consiste à éliminer le bruit IB généré lors de la réduction du PAPR, cela revient donc à filtrer de façon à supprimer la composante  $\mathbf{c}^{(\text{IB})}$  du “signal de réduction du PAPR”. Dans ce cas, le principe du filtrage se traduit par la relation (4.45).



$$\tilde{C}_k = \begin{cases} C_k, & k \in \mathcal{I}_{\text{OOB}} \\ 0, & k \in \mathcal{I}_{\text{IB}} \end{cases} \quad (4.45)$$

La Figure 4.9 illustre le principe du filtrage numérique IB dans le domaine fréquentiel où  $\mathcal{H}^{(\text{IB})}[f]$  est la réponse fréquentielle du filtre IB.

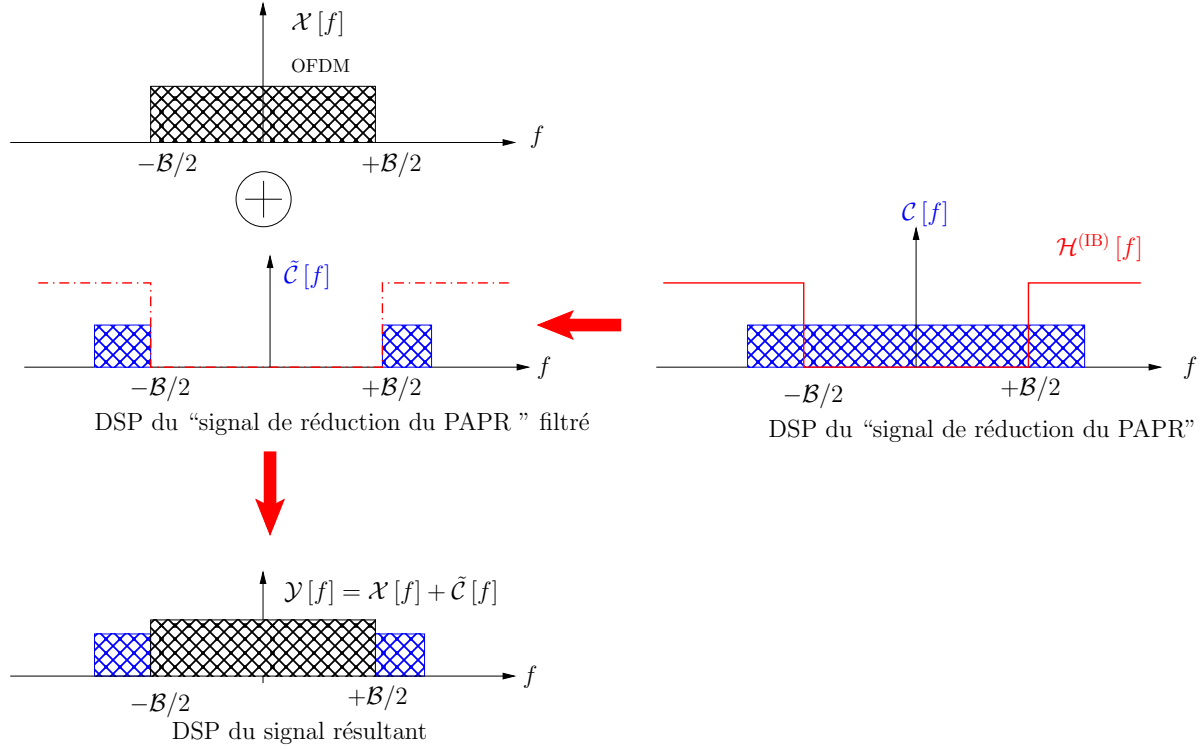


FIGURE 4.9 – Illustration du filtrage numérique IB dans le domaine fréquentiel.

Comme le filtrage fréquentiel IB élimine la composante  $\mathbf{c}^{(\text{IB})}$  du “signal de réduction du PAPR” cela affecte la réduction du PAPR car il supprime une partie de l’information utile qui sert à réduire le PAPR. Toutefois, avec ce filtrage (le filtrage fréquentiel IB), il n’y a pas de dégradation du TEB. On peut néanmoins se poser la question à savoir, quelle est la part de “réduction du PAPR” qu’on ampute au système lorsqu’un filtrage IB est appliqué. On peut évidemment se poser la même question dans le cas d’un filtrage OOB, mais il est évident que tout cela va dépendre de la fonction non-linéaire qui caractérise le système de réduction du PAPR.

### 6.3 Le phénomène de “peak-regrowth” lié au filtrage

Le “peak-regrowth” ou remontée des crêtes est un phénomène très connu dans les techniques de réduction de PAPR de type “clipping’ and filtering” [61, 69]. En effet, dans les techniques de “clipping’ and filtering”, le filtrage engendre une remontée des crêtes et il en résulte une augmentation du PAPR après le filtre [129].

Il existe différentes méthodes pour limiter le phénomène du “peak-regrowth”. Dans [129], *J. Armstrong* a proposé la technique du “repeated clipping’ and filtering” pour atténuer le phénomène du “peak-regrowth”. Elle consiste en effet à itérer le processus de “clipping’ and filtering”. Il est montré qu’avec cette technique, plus le nombre d’itérations

## 6. Les différents types de filtrage du “signal de réduction du PAPR”

augmente moins il y a de phénomènes de “peak-regrowth”. L’inconvénient du “repeated clipping’ and filtering” reste sa complexité de calcul due au nombre d’itérations.

Récemment dans [61], *S. Kimura et al.* ont proposé la technique du “deep clipping” qui permet d’atténuer le phénomène du “peak-regrowth” qui se produit dans la technique du “clipping’ and filtering” classique [68, 69]. En effet, dans le “deep clipping”, la fonction d’écèlement  $f[r]$  est modifiée de façon à écèlement “profondément” les fortes crêtes des signaux.

La Figure 4.10 illustre le mécanisme du “peak-regrowth” dans le cas du “clipping and filtering” classique [68, 69]. On voit bien que la crête du signal après “clipping and filtering” est plus importante que la crête du signal après écèlement d’où le phénomène du “peak-regrowth” lié au filtrage.

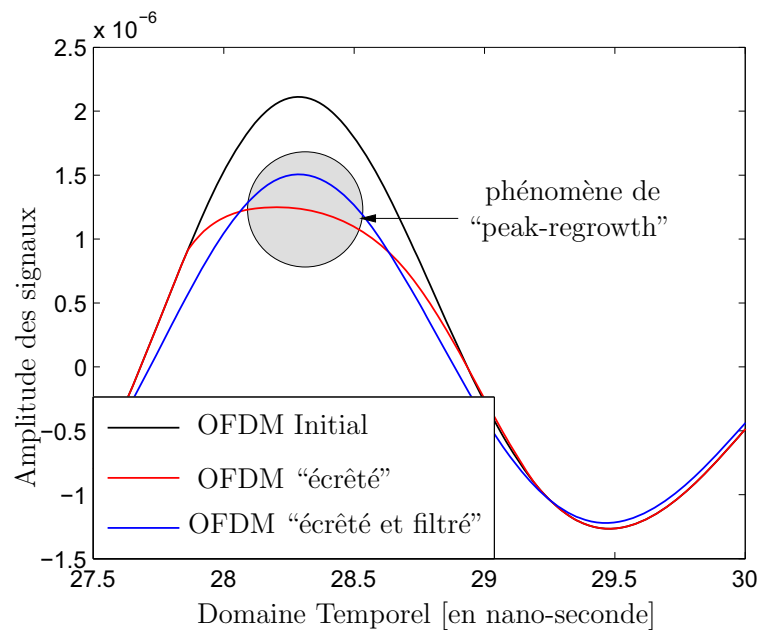


FIGURE 4.10 – Mécanisme du “peak-regrowth” dans le cas du “clipping’ and filtering”.

Ce phénomène de “peak-regrowth” se produit parce que le filtrage enlève une partie de l’information utile qui sert à la réduction des crêtes.

Précédemment, nous avons proposé deux types de filtrage tous deux à base de FFT/IFFT donc le principe consiste à supprimer une partie de l’information utile qui sert à la réduction du PAPR mais qui “pollue” le signal à transmettre. Bien évidemment ces deux filtres vont engendrer des phénomènes du “peak-regrowth” ce qui va influencer (négativement) les performances de réduction du PAPR des techniques qui utilisent ces filtres. Cependant, comme on le verra plus loin, le gain global du dispositif de réduction du PAPR incluant le filtre reste positif (en terme de réduction du PAPR) c’est-à-dire, malgré la remontée des crêtes, il y a réduction du PAPR.

### 6.4 Conclusion

Les techniques de “clipping and filtering” [68, 69] utilisent un filtrage numérique directement dans le domaine temporel pour atténuer les composantes spectrales indésirées. Ces composantes spectrales indésirées sont en fait les composantes spectrales OOB du “signal de réduction du PAPR”. Cependant, avec ce type de filtrage (le filtrage numérique

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

temporel), il est impossible dans la forme classique du “clipping and filtering” d’atténuer et encore moins d’éliminer les composantes spectrales du bruit généré dans la bande. C’est pourquoi de nombreux travaux se sont intéressés aux moyens possibles pour diminuer à la réception ce bruit généré dans la bande. En général, ils utilisent le fait que le bruit à une structure particulière, ce qui permet de mettre en oeuvre à la réception des techniques de soustraction (itérative ou non) du bruit IB. Dans [102] *H. Chen* et *A.M. Haimovich* proposent une technique itérative de soustraction du bruit après l’avoir estimé. Ces structures particulières de soustraction du bruit à la réception font perdre le caractère de compatibilité descendante aux techniques et augmentent la complexité du récepteur.

Le filtrage fréquentiel OOB que nous avons repris de [129, 130] et le filtrage fréquentiel IB que nous proposons pour la première fois, ont une complexité commune de l’ordre de la complexité de la FFT. En supposant que la FFT/IFFT soit calculée à partir de l’algorithme du DIT<sup>(vii)</sup> radix-2, on peut approximer la complexité de chacun des deux filtrages fréquentiels à base de FFT/IFFT à  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$ , où  $NL$  est la taille de la FFT.

## 7 Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR

### 7.1 Introduction

Dans cette section, nous traitons de l’action simultanée des filtrages IB et OOB sur la réduction du PAPR et sur la qualité de la transmission. L’action simultanée des filtrages IB et OOB consiste à éliminer aussi bien la composante IB que la composante OOB du “signal de réduction du PAPR”. Evidemment, en éliminant la composante IB et la composante OOB du “signal de réduction du PAPR”, il n’y aura pas de réduction du PAPR car en effet,  $\mathbf{c} = \mathbf{c}^{(\text{IB})} + \mathbf{c}^{(\text{OOB})} = 0$ .

Nous supposons donc que dans les systèmes de transmission multiporteuses, toutes les sous-porteuses ne sont pas utilisées pour la transmission des données. Cela suppose qu’il existe à l’intérieur du spectre de ces systèmes multiporteuses des sous-porteuses “nulles” ou “vides” ou encore “réservées” (c’est-à-dire qu’elles ne portent aucune information, elles sont à zéro en d’autres termes). Notre hypothèse n’est pas extravagante puisque dans des systèmes multiporteuses tels que le WLAN, le DVB-T2, il existe effectivement des sous-porteuses à l’intérieur de la bande passante qui sont “nulles” ou “vides”. L’idée serait d’appliquer les filtrages IB et OOB de façon simultanée de sorte à n’utiliser que ces sous-porteuses dites “nulles” des systèmes multiporteuses pour porter le “signal de réduction du PAPR”. Cette section a fait l’objet de deux publications dans [131, 132] où nous avons transformé la technique du “clipping” en technique TR pour réduire le PAPR des signaux dans un système WLAN. Aussi, dans [133], nous avons proposé, grâce au filtre “Tone Reservation”, de transformer les techniques de “distorsions” en des techniques “Tone Reservation”.

### 7.2 Principe de la transformation en technique TR

Considérons un système multiporteuses et supposons  $\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_{N_{\mathcal{R}}-1}\}$  l’ensemble des emplacements des sous-porteuses “nulles” ou “vides” en supposant  $\mathcal{R} \subset \mathcal{I}_{\text{IB}}$ . Soit  $\mathcal{R}^c$

---

(vii). DIT pour “Decimation-In-Time” en anglais.

## 7. Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR

le complément de  $\mathcal{R}$  dans  $\mathcal{I}_{IB}$ .

Ici, il est question de filtrer le “signal de réduction du PAPR” de façon à ne transmettre que les composantes spectrales du “signal de réduction du PAPR” qui sont positionnées sur les sous-porteuses “vides”  $\mathcal{R}$  du système. Pour réaliser ce filtrage que nous allons appeler filtrage “Tone Reservation” (TR), nous appliquons simultanément le filtrage fréquentiel OOB décrit dans 6.1 et le filtrage fréquentiel IB décrit dans 6.2. De cette façon, le filtrage fréquentiel OOB éliminera les composantes spectrales OOB du “signal de réduction du PAPR” tandis que le filtrage fréquentiel IB éliminera les composantes spectrales du “signal de réduction du PAPR” qui sont positionnées sur  $\mathcal{R}^c$  (les sous-porteuses de données du système). De ce fait, il ne sera transmis que les composantes spectrales du “signal de réduction du PAPR” qui sont positionnées sur  $\mathcal{R}$ . Il faut savoir que pour certains standards comme c’est le cas du WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g, toute émission de signal sur ses sous-porteuses “vides”, doit respecter le gabarit d’émission du standard. Pour cela dans le filtrage “TR” que nous proposons, nous allons nous assurer que le gabarit d’émission du standard soit respecté en contraignant le “signal de réduction du PAPR” à respecter le masque (où gabarit) d’émission du standard.

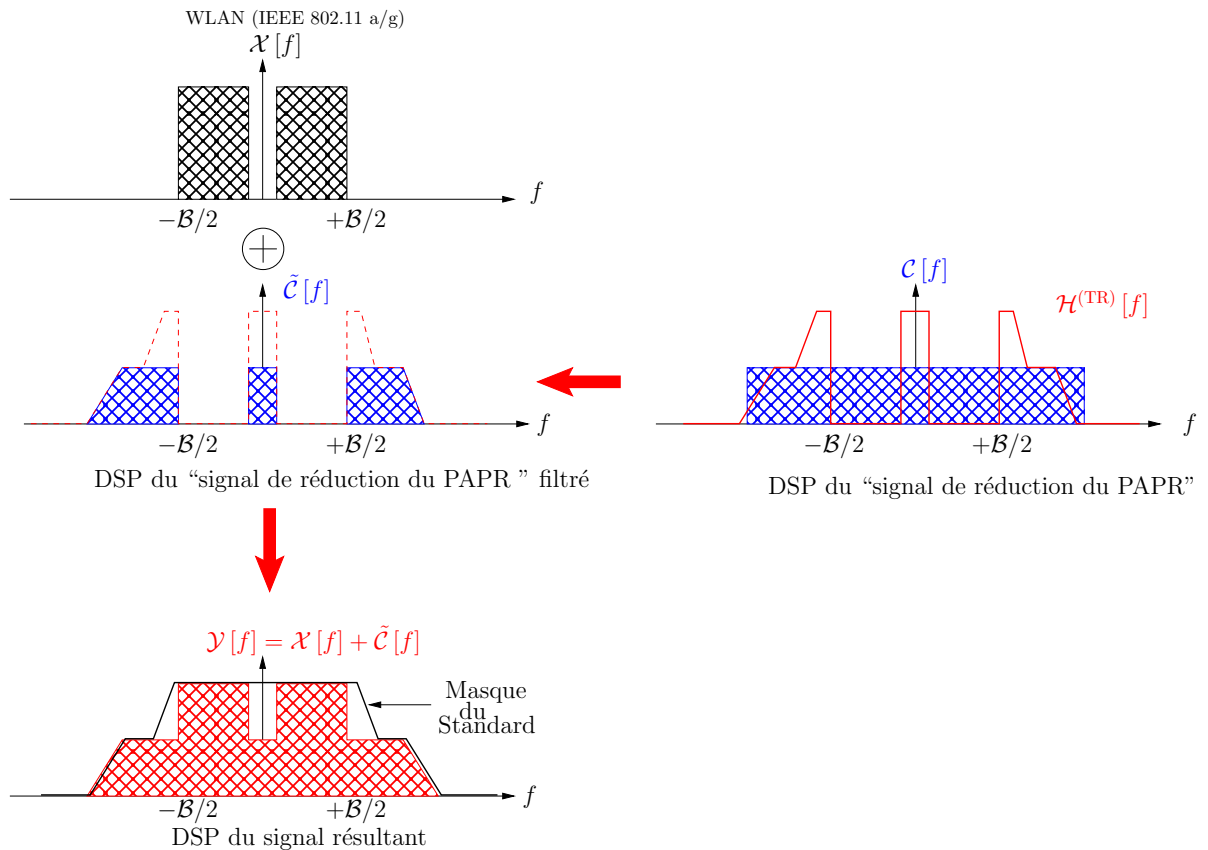


FIGURE 4.11 – Illustration du filtrage “TR” dans le domaine fréquentiel.

L’action simultanée du filtrage fréquentiel IB et OOB est essentielle car elle permet de conserver la complexité de l’opération de filtrage à la complexité du FFT/IFFT, c’est-à-dire,  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$ . La relation qui régit le filtrage TR est donnée par l’équation ci-dessous.

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

$$\tilde{C}_k = \begin{cases} \mathcal{M}_{\text{std}}[C_k], & k \in \mathcal{R} \\ 0, & k \in (\mathcal{R}^c \cup \mathcal{I}_{\text{OOB}}) \end{cases}, \quad (4.46)$$

où  $\mathcal{M}_{\text{std}}[\cdot]$  est la fonction masque spectral qui permet de limiter le niveau de puissance à la valeur limite requise par le masque d’émission. La Figure 4.11 illustre le principe du filtrage “TR” à base de FFT/IFFT.

Du fait que  $\tilde{c}_n$  le “signal de réduction du PAPR” après filtrage TR (porté maintenant par les sous-porteuses initialement “vides” du système) et le signal initial  $x_n$  sont orthogonaux, le TEB du système n’est pas dégradé.

Le filtrage TR ampute une partie de l’information qui sert à réduire le PAPR, nous verrons par la suite, l’effet d’une telle amputation sur les performances en terme de réduction du PAPR en étudiant le cas de la transformation de “clipping” en technique TR dans un système WLAN.

Afin de réduire autant que possible le PAPR, le processus d’ajout de signal suivi du processus de filtrage doit être répété plusieurs fois. Le nouveau système de réduction de PAPR comprenant le filtrage TR et le processus d’itérations est illustré dans le domaine temps-discret par la Figure 4.12.

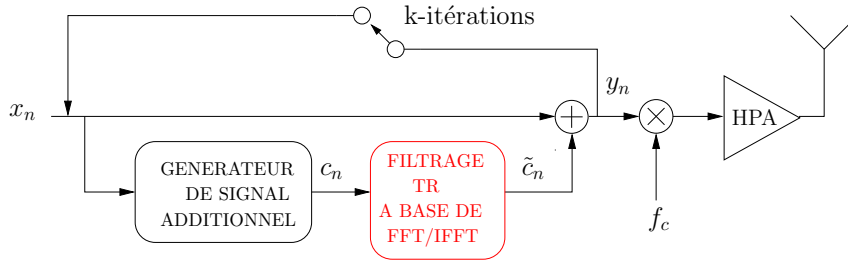


FIGURE 4.12 – Schéma de réduction du PAPR par “ajout de signal” incluant un filtrage TR et un processus d’itérations.

Dans le schéma de réduction du PAPR par “ajout de signal” présenté par la Figure 4.12, le générateur de signal additionnel est illustré par la Figure 4.5 et le filtrage TR est illustré par la Figure 4.7. Comme, après le filtrage TR, le “signal de réduction du PAPR”  $\tilde{c}_n$  est porté que par les sous-porteuses “nulles” ou “vides” du système, nous pouvons alors assimiler la nouvelle technique (technique incluant le filtrage TR) à une technique TR qui a été brièvement décrite en 6.2 et détaillée dans [21, 54].

### 7.3 Algorithme de la transformation

L’algorithme décrit ci-dessous est celui de la version itérative de la transformation des techniques de “distorsions” en TR.

#### (a) Etape d’initialisation :

Notez que cette étape ne doit être exécutée qu’une fois. Elle consiste à fixer les paramètres de la fonction non-linéaire  $f[\cdot]$  qui caractérise de la technique de “distorsions” et à localiser  $\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_{N_{\mathcal{R}}-1}\}$  qui est l’ensemble des emplacements des sous-porteuses “nulles” ou “vides” du système.

#### (b) Etape d’exécution :

(i) Calculer le signal OFDM temporel  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ . Initialiser  $x_n^{(i)}$  à  $x_n$  et fixer  $i = 0$ .

## 7. Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR

- (ii) Calculer le “signal de réduction du PAPR”  $c_n^{(i)}$  en utilisant la relation (4.36), c’est-à-dire,

$$c_n^{(i)} = f \left[ r_n^{(i)} \right] e^{j\phi_n^{(i)}} - x_n^{(i)},$$

où  $f[\cdot]$  est la fonction non-linéaire caractéristique la technique de réduction du PAPR.

- (iii) Calculer le “signal de réduction du PAPR” filtré  $\tilde{c}_n^{(i)}$  en utilisant le filtre TR de la façon suivante :

1. Convertir les échantillons temporels  $c_n^{(i)}$  en composantes spectrales  $C_k^{(i)}$  en appliquant une opération FFT.
2. Appliquer le filtrage TR aux composantes spectrales  $C_k^{(i)}$  pour obtenir les composantes spectrales  $\tilde{C}_k^{(i)}$  en utilisant l’équation (4.46).
3. Calculer le “signal de réduction du PAPR” filtré  $\tilde{c}_n^{(i)}$  en appliquant une opération IFFT aux composantes spectrales  $\tilde{C}_k^{(i)}$ .

- (iv) Mettre à jour l’algorithme, c’est-à-dire :

$$x_n^{(i+1)} = x_n^{(i)} + \tilde{c}_n^{(i)}$$

- (v) Incrémenter  $i$  et aller à l’étape (ii) si le nombre maximum d’itérations n’est pas atteint. Sinon, faire  $y_n^{(i)} = x_n^{(i)}$  et arrêter l’exécution.

### 7.4 Analyse de la complexité de l’algorithme

Ici, nous évaluons la complexité de l’algorithme de la transformation des techniques de “distorsions” en techniques TR décrit ci-dessus. Les données traitées par cet algorithme sont de taille  $NL$  car les différents signaux multiporteuses sont  $L$  fois sur-échantillonnés.

- (a) Le calcul du signal  $c_n^{(i)}$  est de complexité linéaire, c’est-à-dire, de  $\mathcal{O}(NL)$ .
- (b) La complexité de calcul du signal  $\tilde{c}_n^{(i)}$  est de  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$  car utilise le filtrage TR basé sur le FFT/IFFT.
- (c) En supposant que le nombre maximal d’itérations est  $\mathcal{N}_{iter}$ , la complexité de l’algorithme après  $\mathcal{N}_{iter}$ -itérations est de  $\mathcal{N}_{iter} [\mathcal{O}(NL) + \mathcal{O}(NL \log_2 NL)] \simeq \mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter} NL \log_2 NL)$ .

### 7.5 Transformation en technique TR avec contrôle du niveau de puissance OOB

*J. Tellado* et *S. Zabré* dans leurs thèses de doctorat respectives [21] et [54] ont montré que la performance d’une technique TR à réduire le PAPR était liée à la façon de générer le “signal de réduction du PAPR” mais aussi aux emplacements  $\mathcal{R}$  et au nombre  $N_{\mathcal{R}}$  des sous-porteuses “vides” du système. Ils ont montré que plus le nombre  $N_{\mathcal{R}}$ , c’est-à-dire, le rapport  $N_{\mathcal{R}}/N$  est grand, plus la réduction du PAPR était importante.

Nous avons montré dans la section 6 qu’un sur-échantillonnage de facteur  $L$  d’un système multiporteuses (de  $N$  sous-porteuses) crée virtuellement  $N(L-1)$  sous-porteuses qui sont à l’extérieur de la bande que nous appellerons sous-porteuses OOB pour “Out-Of-Band”.

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

### 7.5.1 Principe

L'idée d'utiliser les  $N(L - 1)$  sous-porteuses OOB pour réduire le PAPR a été émise par *S. Zabré* dans sa thèse de doctorat [54], où il les a appelé des porteuses “fantômes” parce qu'elles sont virtuelles avant tout et elles n'ont pas de réalité physique.

Dans un tel contexte de réduction du PAPR, on aura donc au total  $N_{\mathcal{R}} + N(L - 1)$  sous-porteuses pour réduire le PAPR. Comme le nombre de sous-porteuses de réduction du PAPR a augmenté, la technique de réduction du PAPR sera plus performante. Il faut savoir que cet approche d'utiliser en plus des  $N_{\mathcal{R}}$  sous-porteuses “vides”, les  $N(L - 1)$  sous-porteuses OOB créées par sur-échantillonnage pour réduire le PAPR n'est pas sans inconvénients.

- Le premier inconvénient serait que, les  $N(L - 1)$  sous-porteuses OOB comme leur nom l'indique sont hors-bande (c'est-à-dire, à l'extérieur du spectre du signal multiporteuses dont on veut réduire le PAPR). De cet état de fait, le niveau de puissance sur chacune de ces  $N(L - 1)$  sous-porteuses OOB doit être contrôlé afin de respecter le masque spectral d'émission des standards.
- Le second inconvénient est que, plus le rapport  $N_{\mathcal{R}}/N$  va augmenter, plus la puissance moyenne relative  $\Delta E$  va croître.

### 7.5.2 Algorithme

L'algorithme de transformation des techniques de “distorsions” en techniques TR avec contrôle du niveau de puissance OOB est identique à celui décrit en 7.3, à la différence que les composantes spectrales du “signal de réduction du PAPR”  $\tilde{C}_k^{(i)}$  sont calculées de la façon suivante :

$$\tilde{C}_k^{(i)} = \begin{cases} \mathcal{M}_{\text{std}} [C_k^{(i)}], & k \in (\mathcal{R} \cup \mathcal{I}_{\text{OOB}}) \\ 0, & k \in \mathcal{R}^c \end{cases} . \quad (4.47)$$

### 7.5.3 Complexité

Par rapport à l'algorithme de la transformation des techniques de “distorsions” en techniques TR décrit en 7.4, il n'y a aucune complexité additionnelle. La complexité de la transformation en technique TR avec contrôle du niveau de puissance OOB est donc de  $\mathcal{O}(N_{\text{iter}}NL \log_2 NL)$ , où  $N_{\text{iter}}$  est le nombre total d'itérations effectuées.

## 7.6 Transformation de “clipping” en technique TR dans un système WLAN

Dans cette partie, nous considérons la technique du “clipping classique” [68, 69] dont la fonction caractéristique est définie par l'équation (4.6). En appliquant les algorithmes décrits en 7.3 et en 7.5, nous allons transformer la technique “clipping classique” encore appelée “clipping and filtering” en technique TR et en technique TR avec contrôle du niveau de puissance OOB respectivement, pour réduire le PAPR des signaux dans un système WLAN.

Le WLAN est un standard des réseaux locaux sans fil régi par la norme IEEE 802.11 (ISO/CEI 8802-11) couramment appelée “WiFi”. Une description détaillée de ce standard est fournie dans le chapitre 1. Dans ce standard, il y a  $N = 64$  sous-porteuses, dont 52



## 7. Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR

sous-porteuses d’informations (48 sous-porteuses de données et 4 pilotes<sup>(viii)</sup>) et le reste  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sont des sous-porteuses “nulles” ou “vides”. Ce sont donc les  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sous-porteuses “nulles” qui vont porter le “signal de réduction du PAPR” dans un premier temps. La technique TR obtenue à partir “clipping and filtering” [68, 69] sera appelée technique “TR à base de clipping” que l’on va abrégé par “TR-clipping”. Dans un second temps, en plus des  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sous-porteuses “vides” du système WLAN, les  $N(L - 1)$  sous-porteuses OOB créés par sur-échantillonnage seront utilisées pour réduire le PAPR, soit un total de  $N_{\mathcal{R}} + N(L - 1)$  sous-porteuses de réduction du PAPR. La technique TR obtenue dans ce contexte sera appelée technique “TR à base de clipping avec contrôle OOB” que l’on va abrégé par “TR-clipping-OOB”.

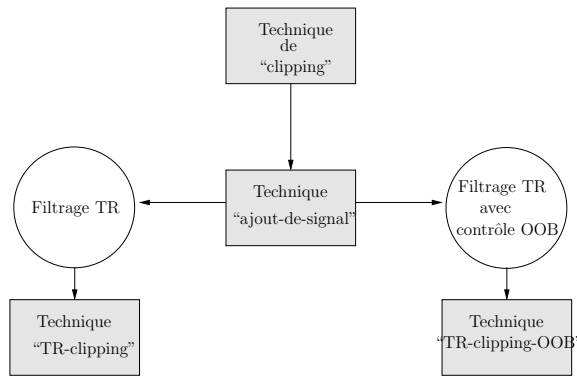


FIGURE 4.13 – Processus simplifié de transformation du “clipping” en technique “TR-clipping” et en technique “TR-clipping-OOB”.

La Figure 1.10 donne les positions des différentes sous-porteuses (sous-porteuses de données, les pilotes et les sous-porteuses “nulles”) et la Figure 4.14 présente le processus simplifié de transformation du “clipping” en technique “TR-clipping” et en technique “TR-clipping-OOB”.

### 7.6.1 Environnement de simulation

Les paramètres de simulation pour la réduction du PAPR des signaux WLAN (norme IEEE 802.11a/g) sont fournis par la table 4.1 ci-dessous.

Avec un sur-échantillonnage de  $L = 4$ , le nombre de sous-porteuses OOB est de  $N(L - 1) = 192$  et dans le cas de la technique “TR-clipping-OOB”, le nombre total de sous-porteuses de réduction du PAPR (le nombre effectif de sous-porteuses utilisées pour la réduction du PAPR) est de  $N_{\mathcal{R}} + N(L - 1) = 12 + 192 = 204$ .

### 7.6.2 Les résultats de simulation

La Figure 4.14 présente la CCDF du PAPR avant et après réduction du PAPR par les techniques de “clipping” [68, 69] et “TR-clipping” pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB. Elle montre que pour une même valeur du “seuil d’écrêtage”  $A$ , le “clipping” est plus performant que le “TR-clipping” en terme de réduction du PAPR et ceci quel que soit le nombre  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations effectué dans le “TR-clipping”. On note néanmoins une convergence de la performance du

(viii). En général, les systèmes de communication utilisent de symboles de référence (ou symboles pilotes) ou/et de canaux pilotes pour estimer les caractéristiques du canal de propagation.



## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

Paramètres du Système	Valeurs
Type de Modulation	16-QAM
Nombre de sous-porteuses sous-porteuses de données	N = 64 48
Nombre de pilots	4
Facteur de sur-échantillonnage	$L = 4$
Type de canal	AWGN

TABLE 4.1 – Environnement de simulation.

“TR-clipping” vers celle du “clipping” en terme de réduction du PAPR lorsque le nombre  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations augmente. Par exemple, à  $10^{-2}$  de la CCDF, le PAPR est réduit de 3 dB par le “clipping”, tandis qu’il est réduit de 0.6 dB, 1.6 dB et 2.4 dB par le “TR-clipping” pour  $\mathcal{N}_{iter} = 1, 3$  et 5 respectivement.

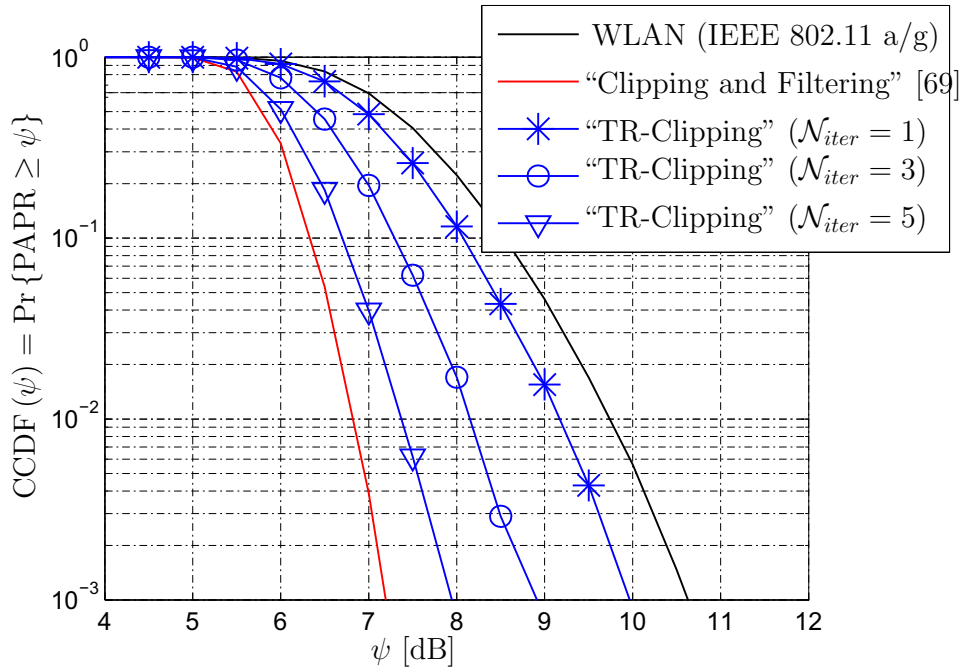


FIGURE 4.14 – Performance en terme de réduction du PAPR pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB.

Comme la transformation du “clipping” en “TR-clipping” revient à supprimer une partie du signal de réduction du PAPR, cela explique la perte de performance du “TR-clipping” par rapport au “clipping”. Cependant, cette perte de performance en terme de réduction du PAPR peut être améliorée en augmentant le nombre  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations dans le “TR-clipping”. Il faut toutefois garder à l’esprit que la complexité du système (du “TR-clipping”) augmente linéairement avec le nombre  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations. Il y aura donc un compromis à faire entre réduction du PAPR et complexité du système dans ce cas.

## 7. Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR

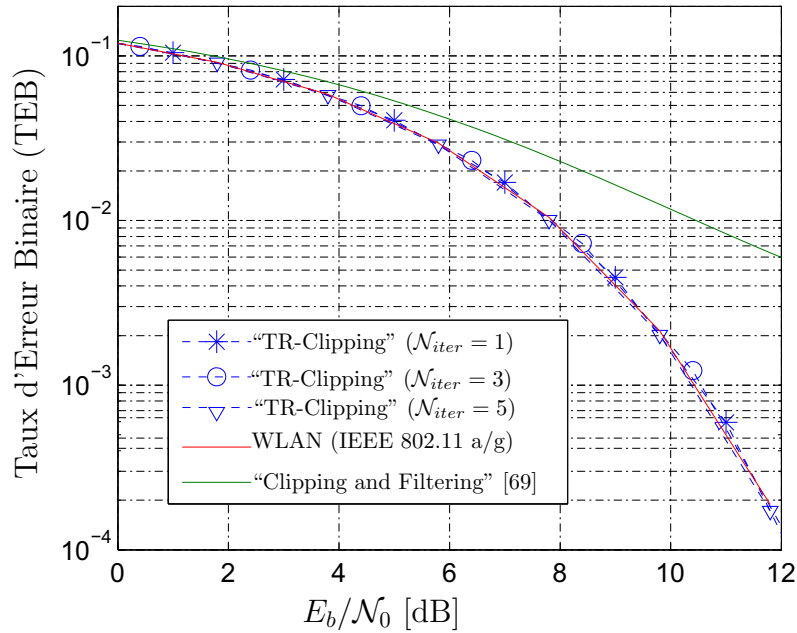


FIGURE 4.15 – TEB du système pour  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} = 5$  dB.

Dans la même configuration que celle de la Figure 4.14, la Figure 4.15 montre la qualité de la transmission dans un canal AWGN (en terme de TEB), lorsque le “clipping” [68, 69] et le “TR-clipping” sont implémentés alternativement. Elle montre que, dans le cas du “clipping”, le TEB est dégradé contrairement au “TR-clipping” où le TEB n’est pas dégradé car il coïncide avec le TEB théorique.

En effet, dans le “clipping” [68, 69], c’est seulement le bruit OOB qui est éliminé laissant donc le bruit IB dans la bande qui va dégrader les symboles de données du signal à transmettre. Pourtant, dans le “TR-clipping”, aussi bien le bruit OOB que le bruit IB sont éliminés expliquant ainsi la bonne qualité de la transmission comme l’atteste le résultat de la Figure 4.15.

La Figure 4.16 montre la DSP des signaux avant et après la réduction du PAPR par le “clipping” [68, 69] et le “TR-clipping”. Elle montre que la DSP des différents signaux respectent le masque d’émission du standard (en l’occurrence le masque du WLAN). En analysant les résultats obtenus, on note une augmentation du niveau de puissance des composantes spectrales positionnées sur les sous-porteuses initialement “vides” du système avec le nombre  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations. En effet, l’itération augmente progressivement le niveau de puissance du “signal de réduction du PAPR” qui va permettre de réduire encore plus le PAPR. Cela explique les résultats obtenus par la Figure 4.14 où la réduction du PAPR augmentait avec le nombre  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations.

La Figure 4.17 compare les performances des techniques “TR-clipping” et “TR-clipping-OOB” en terme de réduction du PAPR pour  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} = 5$  dB et  $\mathcal{N}_{iter} = 5$ . Le résultat obtenu était prévisible car comme le “TR-clipping-OOB” utilise  $N(L - 1)$  sous-porteuses de plus que le “TR-clipping” pour réduire le PAPR, alors il s’avère plus performant que le “TR-clipping”.

La Figure 4.18 montre la DSP des signaux avant et après la réduction du PAPR par le “TR-clipping” et le “TR-clipping-OOB”. On voit bien que le “TR-clipping-OOB” contrôle

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

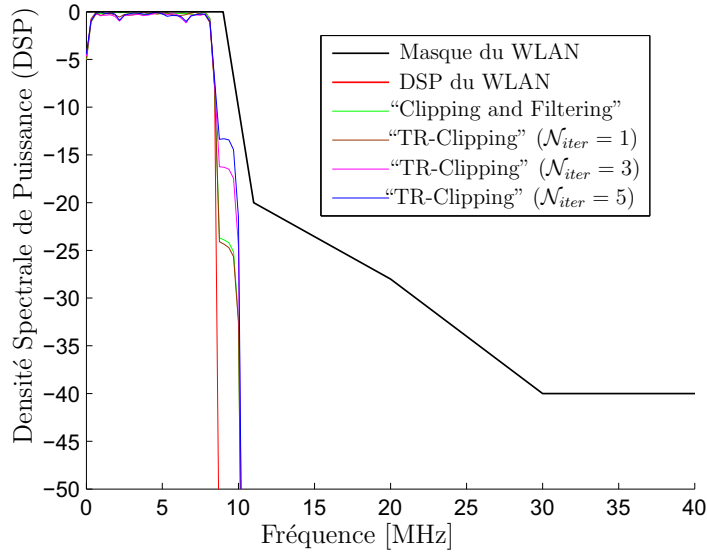


FIGURE 4.16 – Densité Spectrale de Puissance (DSP) des signaux avant et après réduction du PAPR pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB.

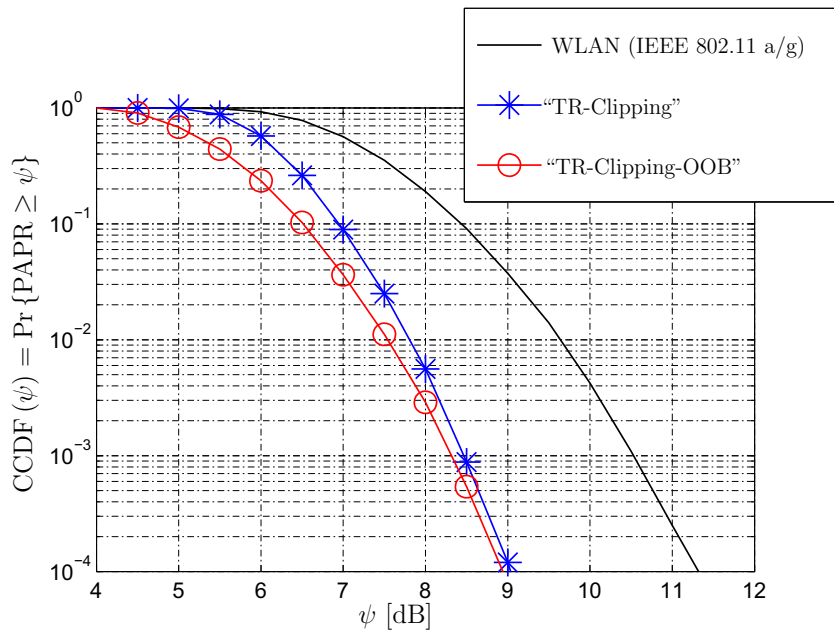


FIGURE 4.17 – Comparaison des CCDFs pour “TR-clipping” et “TR-clipping-OOB” avec  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB et  $\mathcal{N}_{iter} = 5$ .

## 7. Transformation de toute technique de “distorsions” en technique TR

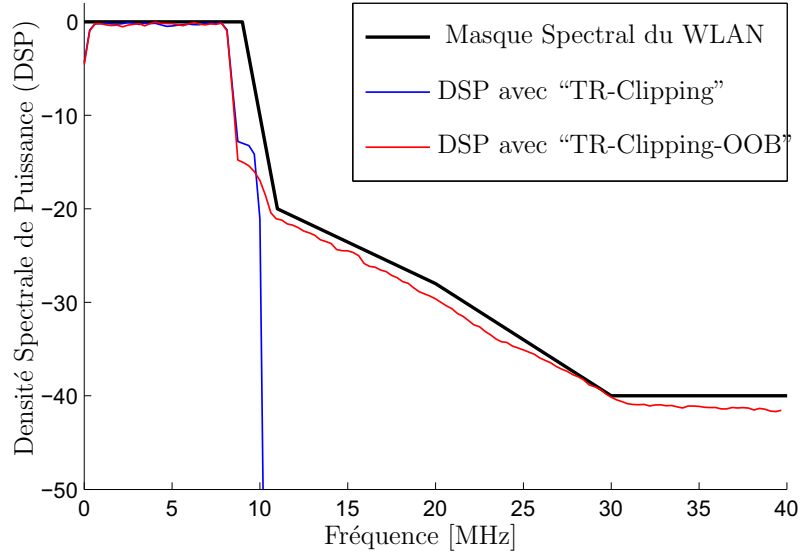


FIGURE 4.18 – DSP des signaux quand les techniques “TR-clipping” et “TR-clipping-OOB” sont appliquées pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB et  $\mathcal{N}_{iter} = 5$ .

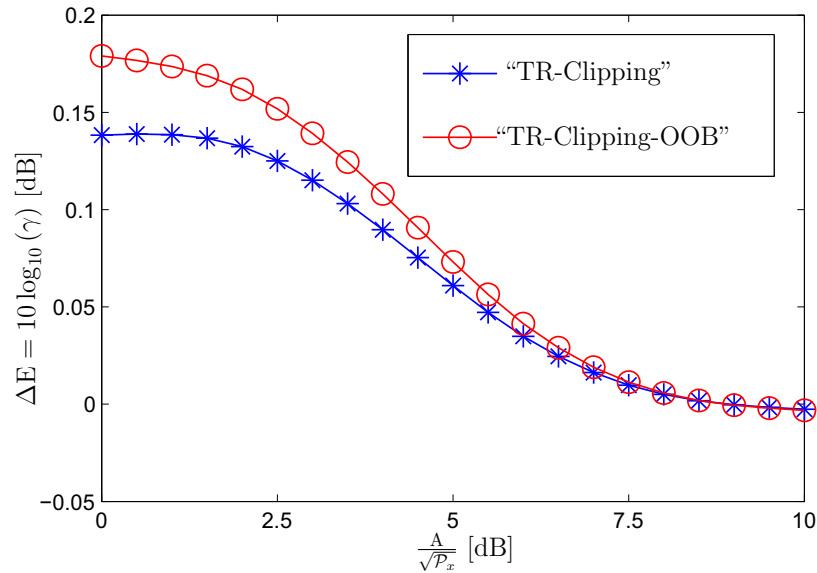


FIGURE 4.19 – Comparaison de la variation de la puissance moyenne relative  $\Delta E$  des techniques “TR-clipping” et “TR-clipping-OOB” en fonction de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  pour  $\mathcal{N}_{iter} = 5$ .

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

bien le niveau de puissance des composantes spectrales OOB du “signal de réduction du PAPR” de façon à ce que la DSP du signal résultant respecte le masque d’émission du standard. Si le niveau de puissance des composantes spectrales OOB du “signal de réduction du PAPR” n’était pas contrôlé alors le masque d’émission du standard ne serait pas respecté; dans ce cas, le “signal de réduction du PAPR” allait interférer avec les canaux (ou standards) voisins.

La Figure 4.19 compare la puissance moyenne relative  $\Delta E$  des techniques “TR-clipping” et “TR-clipping-OOB” pour différentes valeurs de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ . Le résultat obtenu était prévisible. Comme on a eu à le souligner plus haut, un des inconvénients de la transformation des techniques de “distorsions” en techniques TR avec contrôle du niveau de puissance OOB est l’augmentation de la puissance moyenne relative  $\Delta E$ . En comparant le  $\Delta E$  pour le “TR-clipping” et le “TR-clipping-OOB”, on voit bien que le “TR-clipping-OOB” augmente un peu plus la puissance moyenne de transmission que le “TR-clipping”. Cette comparaison montre qu’il y a un compromis à faire dans les techniques TR entre réduction du PAPR et augmentation de puissance moyenne relative.

## 8 Influence du nombre et des positions des sous-porteuses de réduction du PAPR

Nous avons montré plus haut que la TR optimale est un problème d’optimisation QPQC dont la complexité de calcul est très élevée. En annexe B de la thèse, nous avons décrit de façon plus détaillée la TR à l’aide de SOCP qui est la TR optimale mise sous forme SOCP par *S. Zabré* dans sa thèse de doctorat [54].

Dans le présent chapitre, nous avons proposé de transformer les techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions” en des techniques TR par un filtrage numérique à base de FFT/IFFT adéquat. Les TR résultantes de cette transformation sont sous-optimales en terme de réduction du PAPR mais ont l’avantage d’être à complexité de calcul faible ce qui n’est pas le cas de la TR optimale.

Notre objectif rappelons le, est de développer des techniques de réduction du PAPR qui puissent être mises en oeuvre tant sur des technologies déjà existantes que sur des technologies à venir. D’où la nécessité de la compatibilité descendante sur nos propositions de techniques. En effet, pour établir la compatibilité descendante dans les techniques TR, il faut que les porteuses réservées de la TR soient les sous-porteuses “non-utilisées” des standards. Malheureusement, l’emplacement et le nombre de sous-porteuses “non-utilisées” varient d’un standard à un autre.

Dans cette section, nous étudions l’influence du nombre et de l’emplacement des sous-porteuses de réduction du PAPR sur le gain en PAPR et sur la variation de la puissance moyenne.

### 8.1 Influence de l’emplacement des sous-porteuses “non-utilisées”

Ici, nous considérons la norme IEEE 802.11 a/g dont les spécifications ont été données en 2.5. Dans cette norme, il a  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sous-porteuses “non-utilisées”. Nous allons disposer ces sous-porteuses “non-utilisées” sous différentes configurations afin d’étudier l’impact de l’emplacement de ces sous-porteuses de réduction du PAPR sur les performances de la TR (obtenue par transformation de techniques de “distorsions”).

## 8. Influence du nombre et des positions des sous-porteuses de réduction du PAPR

Les différentes configurations d'emplacements des sous-porteuses "non-utilisées" qui vont servir à porter le "signal de réduction du PAPR" sont données par la Figure 4.20 et c'est la "TR-clipping" qui servira de technique TR pour la réduction du PAPR.

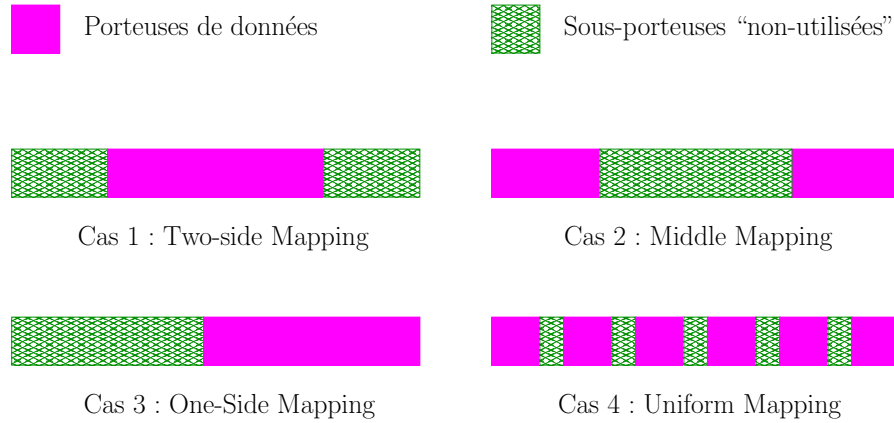


FIGURE 4.20 – Configuration possible d'emplacements des sous-porteuses "non-utilisées" dans un standard.

Les performances en terme de réduction du PAPR de la technique "TR-Clipping" sont données par la Figure 4.21 pour les quatre configurations possibles des emplacements des sous-porteuses de réduction du PAPR.

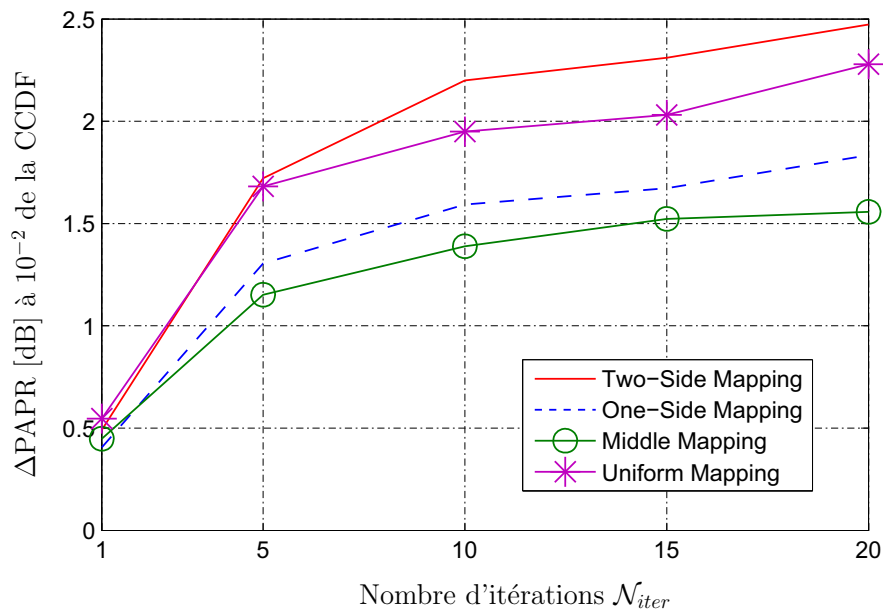


FIGURE 4.21 – Gain en réduction du PAPR pour différentes configurations des emplacements des sous-porteuses "non-utilisées" ( $N/N_{\mathcal{R}} = 18.75\%$ ).

Pour chacune des configurations ("Two-side Mapping", "One-side Mapping", "Middle Mapping" et "Uniform Mapping"), la réduction du PAPR croît avec le nombre d'itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ , ce qui est tout à fait prévisible. En effet, le processus d'itération augmente le niveau de puissance du "signal de réduction du PAPR" ce qui évidemment va augmenter la réduction du PAPR.

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

Les résultats de simulation montrent que pour de faibles valeurs de  $\mathcal{N}_{iter}$ , les configurations “Two-side Mapping” et “Uniform Mapping” ont donné la même réduction du PAPR. Cependant de façon plus générale, la configuration “Two-side Mapping” donne la meilleure performance de réduction du PAPR par rapport aux trois autres configurations.

Par exemple pour  $\mathcal{N}_{iter} = 10$ , à  $10^{-2}$  de la CCDF, la réduction du PAPR est de 2.25 dB, 2 dB, 1.60 dB et 1.40 dB pour le “Two-side Mapping”, le “Uniform Mapping”, le “One-side Mapping” et le “Middle Mapping” respectivement. En terme de réduction du PAPR la configuration “Middle Mapping” est la moins performante des quatre.

Dans les techniques TR, on a vu que la réduction du PAPR s’accompagnait toujours d’une augmentation de la puissance moyenne du signal à transmettre. La Figure 4.22 présente la variation de la puissance moyenne en fonction des différentes configurations et en fonction du nombre d’itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ . Pour chacune des configurations, la variation de la puissance moyenne  $\Delta E$  augmente avec le nombre d’itérations  $\mathcal{N}_{iter}$  parce que le processus d’itération augmente le niveau de puissance du “signal de réduction du PAPR”.

Les résultats de la Figure 4.22 étaient prévisibles. En effet, on a vu avec le cas de la TR à base de SOCP en annexe B du manuscrit que la réduction du PAPR augmentait avec la puissance moyenne du signal à transmettre. De façon générale pour les techniques TR, plus la réduction du PAPR sera importante, plus l’augmentation de la puissance moyenne sera importante. De ce fait conformément aux résultats de la Figure 4.21, la configuration “two-side Mapping” qui a le plus de gain de réduction du PAPR des quatre, introduit le plus d’augmentation de la puissance moyenne. Et la configuration “Middle Mapping” qui donne le moins de gain de réduction du PAPR, introduit le moins d’augmentation de la puissance moyenne.

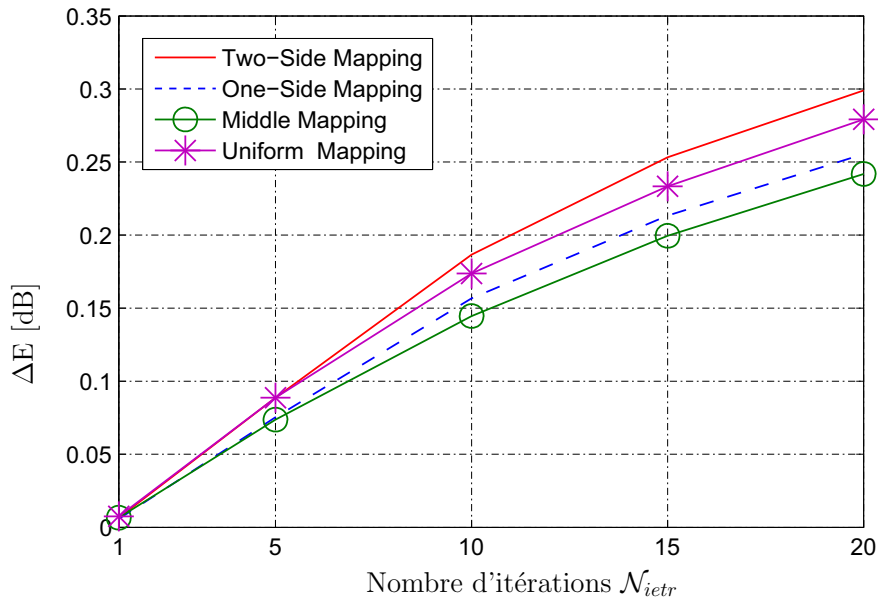


FIGURE 4.22 – Variation de la puissance moyenne en fonction des emplacements des sous-porteuses “non-utilisées” et du nombre d’itérations  $\mathcal{N}_{iter}$  pour  $N/N_{\mathcal{R}} = 18.75\%$ .

Une analyse conjointe des résultats des Figures 4.21 et 4.22, nous permet de conclure que pour les techniques TR, la réduction du PAPR s’accompagne toujours d’augmentation de la puissance moyenne; et plus la réduction du PAPR sera important, plus l’augmentation de la puissance moyenne sera importante. Il y a donc un compromis à faire entre

## 8. Influence du nombre et des positions des sous-porteuses de réduction du PAPR

réduction du PAPR et variation de la puissance moyenne et ce compromis peut être fait par un choix adéquat de l'emplacements des sous-porteuses de réduction du PAPR.

Dans la norme IEEE 802.11 a/g, la configuration des sous-porteuses “non-utilisées” est celle du “Two-side Mapping” qui est la plus performante en terme de réduction du PAPR mais la moins performante en terme de variation de la puissance moyenne. Il faut savoir qu’ à l’origine les sous-porteuses “non-utilisées” de la norme IEEE 802.11 a/g ne sont pas dédiées à la réduction du PAPR.

### 8.2 Influence du nombre des sous-porteuses de réduction du PAPR

Précédemment, nous avons étudié l’influence des emplacements des sous-porteuses “non-utilisées” sur les performances de la “TR-Clipping”. Dans cette partie, nous étudions l’influence du nombre de ces sous-porteuses “non-utilisées” sur les performances de la “TR-Clipping”. Évidemment, on a vu avec le cas de la technique “TR-Clipping-OOB” que la réduction du PAPR augmentait avec le nombre des sous-porteuses utilisées pour la réduction du PAPR.

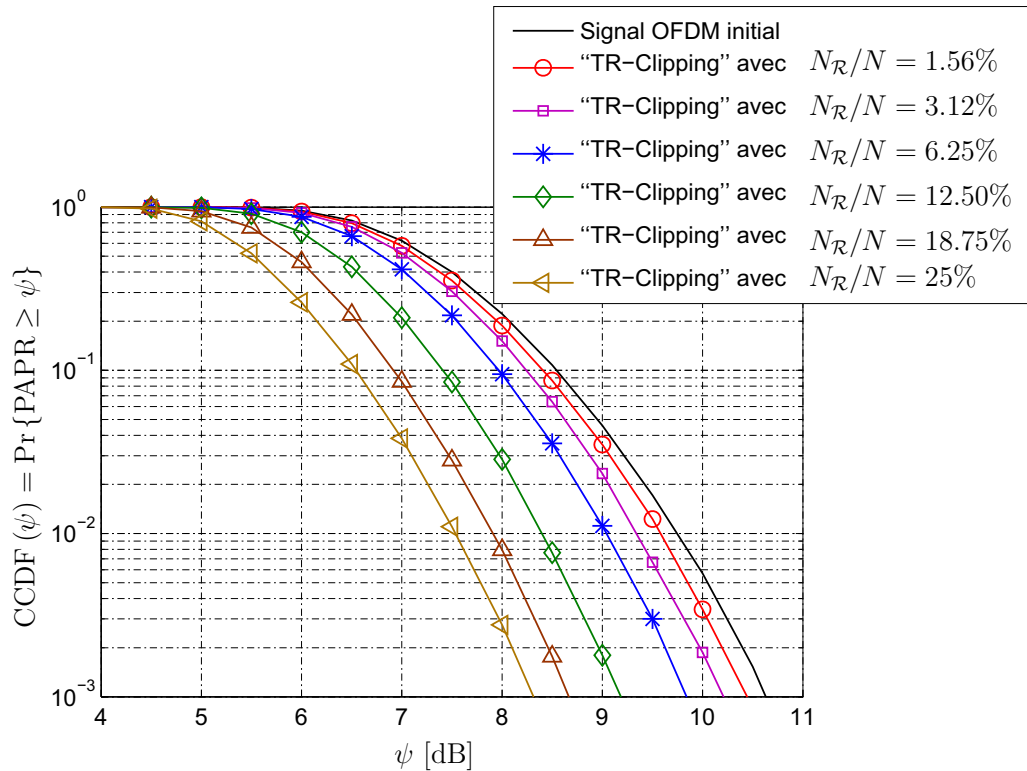


FIGURE 4.23 – CCDF de la “TR-Clipping” en fonction du nombre  $N_{\mathcal{R}}$  de sous-porteuses de réduction du PAPR pour  $N_{iter} = 5$ .

Les résultats de simulations sont réalisées pour un système OFDM de  $N = 64$  sous-porteuses. La configuration de l’emplacement des sous-porteuses “non-utilisées” sera celle de “Two-side Mapping”. Les différentes configurations du nombre de sous-porteuses “non-utilisées” sont données dans la tableau ci-dessous.

La Figure 4.23 montre que le gain de réduction du PAPR augmente avec le nombre  $N_{\mathcal{R}}$  de sous-porteuses de réduction du PAPR. Pour  $N_{\mathcal{R}}/N \leq 6.25\%$ , la réduction du PAPR



## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

$N_{\mathcal{R}}$	1	2	4	8	12	16
$N_{\mathcal{R}}/N$ (%)	1.56	3.12	6.25	12.50	18.75	25

TABLE 4.2 – Configurations du nombre de sous-porteuses  $N_{\mathcal{R}}$  de réduction du PAPR.

est insignifiant (de l’ordre de 0.75 dB de réduction à  $10^{-2}$  de la CCDF). Par contre, à partir de  $N_{\mathcal{R}}/N \geq 12.50\%$ , la réduction devient importante.

Il faut cependant garder à l’esprit que l’augmentation du nombre de sous-porteuses de réduction du PAPR s’accompagne d’une diminution du débit utile de la transmission lorsque celles-ci sont choisies dans la bande utile du signal. Dans ce cas, il y aura un compromis à faire entre réduction du PAPR et débit utile de transmission.

## 9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux techniques de “distorsions”. Nous avons montré en nous appuyant sur la décomposition de Bussgang [3] que ces techniques dites de “distorsions” sont des techniques “ajout de signal”.

Par la suite, nous avons caractérisé analytiquement les performances de ces techniques dites de “distorsions” en développant théoriquement l’expression de la variation de la puissance moyenne, la distribution du PAPR du signal après réduction du PAPR et enfin en caractérisant le SNDR (“Signal-to-Noise and Distortion Ratio”) de ces techniques dites de “distorsions”. À chaque fois que nous avons proposé un développement théorique caractérisant les performances des techniques de “distorsions”, nous l’avons appliqué au cas du “clipping” [68, 69] qui est l’exemple le plus répandu de techniques de “distorsions”. Et les résultats de simulation obtenus dans ce contexte (cas du “clipping”) ont toujours confirmé les développements théoriques proposés.

En modélisant les techniques de “distorsions” en des techniques “ajout de signal”, nous avons montré par une étude du “signal de réduction du PAPR” qu’il introduit implicitement des distorsions à l’intérieur (bruit IB) et des distorsions à l’extérieur (bruit OOB) de la bande du signal dont on veut réduire le PAPR. Ces distorsions IB et OOB sont responsables respectivement de la dégradation du TEB et de la remontée des lobes secondaires (qui se traduit par une augmentation de l’ACPR). Pour combattre ces distorsions IB et OOB, nous avons proposé deux types de filtres numériques à base de FFT/IFFT qui permettent de supprimer les distorsions IB et/ou OOB. Et l’effet combiné des deux filtrages permet de supprimer aussi bien les distorsions IB que les distorsions OOB. Dans ce cas, la technique qui à la base est une technique de distorsions devient alors une technique “Tone Reservation”. Ces résultats obtenus, nous ont permis de transformer la technique de “clipping” [68, 69] en technique TR que nous avons appelé technique “TR à base de clipping”. En exploitant les sous-porteuses virtuelles créées par sur-échantillonnage pour porter le “signal de réduction du PAPR”, nous avons augmenté les performances de réduction du PAPR de la “TR à base de clipping”.

Par la suite, dans un contexte de réduction du PAPR par transformation des techniques de “distorsions” en TR, nous avons étudié l’influence du nombre  $N_{\mathcal{R}}$  des sous-porteuses de réduction du PAPR et l’influence de l’emplacement de ces sous-porteuses de réduction du PAPR sur les performances du système (gain en PAPR et la variation de la puissance moyenne). Les résultats de simulation ont montré que, la configuration du “Two-side

## 9. Conclusion

---

Mapping” était la configuration qui donnait le plus de gain de réduction du PAPR parmi les quatre configurations que nous avons étudiées. Aussi, il s’est avéré que le gain de réduction du PAPR augmentait avec le nombre  $N_{\mathcal{R}}$  de sous-porteuses de réduction du PAPR quelque soit la configuration utilisée.

Les résultats obtenus dans ce chapitre nous ont permis de développer de nouvelles techniques “ajout de signal” qui font l’objet des deux prochains chapitres du manuscrit.

## Chapitre 4. Étude analytique des techniques “Ajout de Signal” : Cas des techniques de distorsion

---

## Chapitre 5

# Méthode Géométrique de réduction du PAPR et ses variantes

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>113</b>
<b>2</b>	<b>“Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR</b>	<b>114</b>
2.1	Historique	114
2.2	Principe de la MGC	114
2.3	Mécanisme de réduction du PAPR et algorithme de la MGC	117
2.4	Quelques résultats de simulation	118
<b>3</b>	<b>Étude théorique de la MGC</b>	<b>122</b>
3.1	Variation de la puissance moyenne dans la MGC	124
3.2	Distribution du PAPR de la MGC	126
3.3	Caractérisation théorique du SNDR de la MGC	128
3.4	Analyse de la complexité de la MGC	130
3.5	Les limites de la MGC	130
<b>4</b>	<b>“Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) pour la réduction du PAPR</b>	<b>131</b>
4.1	Principe de la MGA	131
4.2	Complexité et analyse des performances de la MGA	134
<b>5</b>	<b>La MGA à base de “Tone Reservation” (TR)</b>	<b>136</b>
5.1	Principe de la “TR-MGA”	136
5.2	Analyse des performances de la “TR-MGA”	137
5.3	Étude comparative de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP”	139
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>141</b>

---

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous traitons de la Méthode Géométrique de réduction du PAPR et de ses variantes qui sont toutes des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante.

Dans la première partie du chapitre, nous allons d’abord décrire la méthode géométrique de réduction du PAPR dans sa forme classique appelée “Méthode Géométrique Classique” (MGC) que nous avons proposée pour la première fois dans [134], ensuite nous allons caractériser théoriquement ses performances en développant l’expression analytique de sa variation de puissance moyenne, de son gain de réduction du PAPR et de sa métrique SNDR.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous allons décrire et étudier une des variantes de la MGC appelée “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) qui comme son nom l’indique, a pour objectif de réduire les inconvénients de la MGC tout en maximisant la réduction du PAPR.

Dans la troisième et dernière partie du chapitre, nous allons, grâce au filtrage “TR” proposé et développé dans la section 7 du chapitre 4, transformer la MGA en technique TR. Cette dernière appelée “TR-MGA”, pour MGA à base de TR, sera étudiée; ses performances en terme de réduction du PAPR et sa variation de puissance moyenne seront évaluées; sa complexité sera analysée.

## 2 “Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR

### 2.1 Historique

La MGC est une technique “ajout de signal” que nous avons proposée pour la première fois dans [134] dans le but d’améliorer les performances de la méthode de “Y. Jun” développée dans [125]. La méthode de “Y. Jun” est une technique “ajout de signal” qui réduit le PAPR par l’ajout d’un signal réel au signal bande de base du signal multiporteuses. La MGC s’inscrit parfaitement dans les objectifs de la thèse. En effet, elle est une technique “ajout de signal” à compatibilité descendante; ce qui signifie qu’elle ne requiert aucune information supplémentaire (“side information”) à la réception et que le récepteur ne doit pas être modifié.

Dans [134], nous avons montré que pour un système WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g, la MGC réduit le PAPR d’environ 3.5 dB à  $10^{-2}$  de la CCDF tandis que à cette même valeur de la CCDF, la réduction du PAPR est de 2 dB pour la méthode de “Y. Jun”. De plus, nous avons montré que la MGC réalise 1.4 fois moins d’opérations de multiplication que la méthode de “Y. Jun”.

### 2.2 Principe de la MGC

La MGC inspirée de la méthode de “Y. Jun” a pour but de réduire l’enveloppe complexe du signal multiporteuses  $x(t)$  juste avant l’amplificateur de puissance par l’ajout d’un signal complexe au signal bande de base du signal multiporteuses.

Le principe de la technique consiste d’abord à générer un “signal artificiel”  $a(t)$  qui est ensuite modulé en fréquence intermédiaire  $\Delta f$  pour donner lieu au “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$  qui est en principe hors de la bande utile du signal multiporteuses  $x(t)$ . Enfin  $\tilde{a}(t)$  est ajouté à  $x(t)$  de façon à diminuer considérablement le PAPR du signal résultant  $y(t) = x(t) + \tilde{a}(t)$ . Juste après amplification, le “signal additionnel” est éliminé par filtrage analogique passif passe bande.

La Figure 5.1 montre le schéma de l’émetteur d’un système multiporteuses qui comprend le module de réduction du PAPR de la MGC.

## 2. “Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR

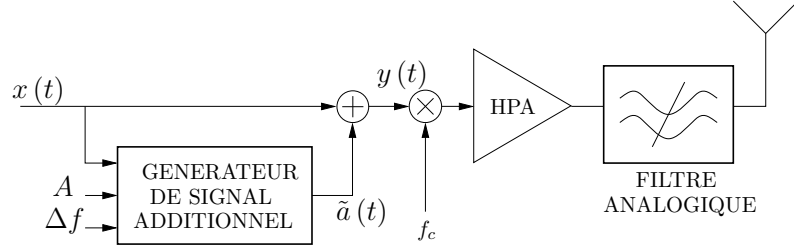


FIGURE 5.1 – Principe de réduction du PAPR par la MGC.

Considérons le signal multiporteuses bande de base  $x(t)$ . Il peut être décomposé en phase et en quadrature de la façon suivante :

$$x(t) = I(t) + jQ(t), \quad (5.1)$$

où  $I(t)$  est la composante en phase et  $Q(t)$  la composante en quadrature. L’enveloppe complexe du signal multiporteuses bande de base  $x(t)$  s’écrit :

$$r(t) = |x(t)| = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}. \quad (5.2)$$

La décomposition du “signal artificiel”  $a(t)$  en composante en phase et en composante en quadrature peut s’écrire :

$$a(t) = I_a(t) + jQ_a(t). \quad (5.3)$$

Le principe de calcul du “signal artificiel”  $a(t)$  est comme suit :  
Soit  $A$  l’amplitude maximale admissible (encore appelée seuil).

(i) Si  $r(t) \geq A$ , le “signal artificiel”  $a(t)$  est généré de façon à ce que :

$$|x(t) + a(t)|^2 = A^2. \quad (5.4)$$

(ii) Sinon, i.e. si  $r(t) < A$ , le “signal artificiel”  $a(t)$  est égal à zéro.

Supposons le cas où  $r(t) \geq A$  et cherchons à déterminer les paramètres  $I_a(t)$  et  $Q_a(t)$  de manière à ce que la relation (5.4) soit vérifiée. En développant l’équation (5.4) on obtient :

$$[I(t) + I_a(t)]^2 + [Q(t) + Q_a(t)]^2 = A^2. \quad (5.5)$$

L’équation (5.5) d’inconnues  $I_a(t)$  et  $Q_a(t)$  peut être résolue géométriquement de la façon suivante :

Supposons  $r(t) \geq A$ , où  $0 \leq t \leq T_s$  et soit  $(I/Q)$  le plan défini par la Figure 5.2.

Dans le plan défini par la Figure 5.2,  $(\xi)$  est le cercle de centre  $\mathbf{O}$  et de rayon  $A$ ,  $\mathbf{X}_c$  est le symétrique de  $\mathbf{X}$  par rapport à  $\mathbf{O}$ ,  $(\xi_c)$  est le cercle de centre  $\mathbf{X}_c$  et de rayon  $A$ ,  $\varphi = \left( \overrightarrow{\mathbf{OI}}, \overrightarrow{\mathbf{OX}} \right)$  et  $\alpha = \left( \overrightarrow{\mathbf{OX}}, \overrightarrow{\mathbf{OM}} \right)$ .

Soit  $\overrightarrow{\mathbf{OX}}$  le vecteur associé à  $Z_X = re^{j\varphi} = I + jQ$ , soit  $\overrightarrow{\mathbf{OM}}$  le vecteur associé à  $Z_M = Ae^{j(\alpha+\varphi)}$  et soit  $\overrightarrow{\mathbf{OA}}$  le vecteur associé à  $Z_A = I_a + jQ_a$ .

Résoudre l’équation (5.5) consiste à trouver  $\mathbf{A} \in (I/Q)$  tel que

$$\begin{aligned} |\vec{\mathbf{O}\mathbf{X}} + \vec{\mathbf{O}\mathbf{A}}|^2 &= A^2 \\ \Downarrow \\ (I + I_a)^2 + (Q + Q_a)^2 &= A^2 \end{aligned} \quad (5.6)$$

De la relation (5.6), les points  $\mathbf{A}$  de coordonnées  $\begin{bmatrix} I_a \\ Q_a \end{bmatrix}$  décrivent le cercle  $(\xi_c)$ .

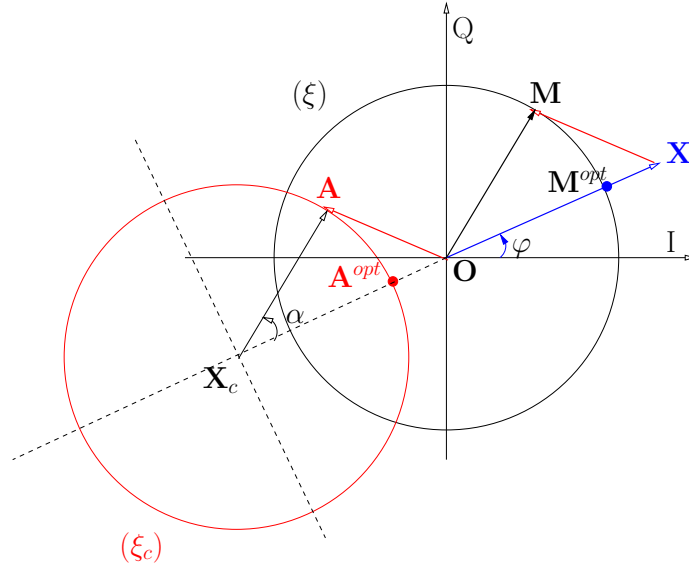


FIGURE 5.2 – Résolution de l'équation (5.5) par une approche géométrique.

De la relation  $\vec{\mathbf{O}\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{O}\mathbf{M}} - \vec{\mathbf{O}\mathbf{X}}$ , on déduit que :

$$Z_A = Z_M - Z_X. \quad (5.7)$$

En substituant  $Z_M = Ae^{j(\alpha+\varphi)} = \frac{A}{|Z_X|}e^{j\alpha}Z_X$  dans l'équation ci-dessous, on obtient :

$$Z_A = \left\{ \frac{A}{|Z_X|}e^{j\alpha} - 1 \right\} Z_X. \quad (5.8)$$

Et d'après la relation (5.8), il y a une infinité de points qui vérifient la relation (5.6) ; chaque point est caractérisé par un choix approprié de  $\alpha \in [0, 2\pi[$ . Dans les techniques dites "ajout de signal", la variation (augmentation ou une diminution) de la puissance moyenne a un impact fort sur la qualité de la transmission ; une des contraintes alors de nos techniques est de fournir un "signal artificiel" avec le moins de puissance additionnelle. Il est évident que dans ce contexte, le "signal artificiel" avec le moins de puissance additionnelle correspond au vecteur  $\vec{\mathbf{O}\mathbf{A}}$  avec le plus petit module possible, c'est-à-dire que  $\alpha = 0$ . La solution avec le moins de puissance additionnelle s'écrit donc :

$$Z_A^{(opt)} = \left\{ \frac{A}{|Z_X|} - 1 \right\} Z_X. \quad (5.9)$$

Les expressions analytiques de  $I_a$  et  $Q_a$  sont obtenues en prenant la partie réelle et la partie imaginaire de  $Z_A$ .

## 2. “Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR

$$\begin{bmatrix} I_a^{(opt)} \\ Q_a^{(opt)} \end{bmatrix} = \left( \frac{A}{\sqrt{I^2 + Q^2}} - 1 \right) \begin{bmatrix} I \\ Q \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Le “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$  s’écrit donc :

$$\begin{aligned} \tilde{a}(t) &= a^{(opt)}(t) e^{2j\pi\Delta f t}, \\ &= \left[ I_a^{(opt)}(t) + jQ_a^{(opt)}(t) \right] e^{2j\pi\Delta f t}, \end{aligned}$$

où  $I_a^{(opt)}$  et  $Q_a^{(opt)}$  sont exprimés par la relation (5.10).

### 2.3 Mécanisme de réduction du PAPR et algorithme de la MGC

#### 2.3.1 Mécanisme de réduction du PAPR

La MGC consiste à réduire le PAPR des signaux multiporteuses en créant d’abord un “signal artificiel”  $a(t)$ , puis en translatant ce signal en fréquence intermédiaire  $\Delta f$  pour créer le “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$  comme le montre la Figure 5.3.

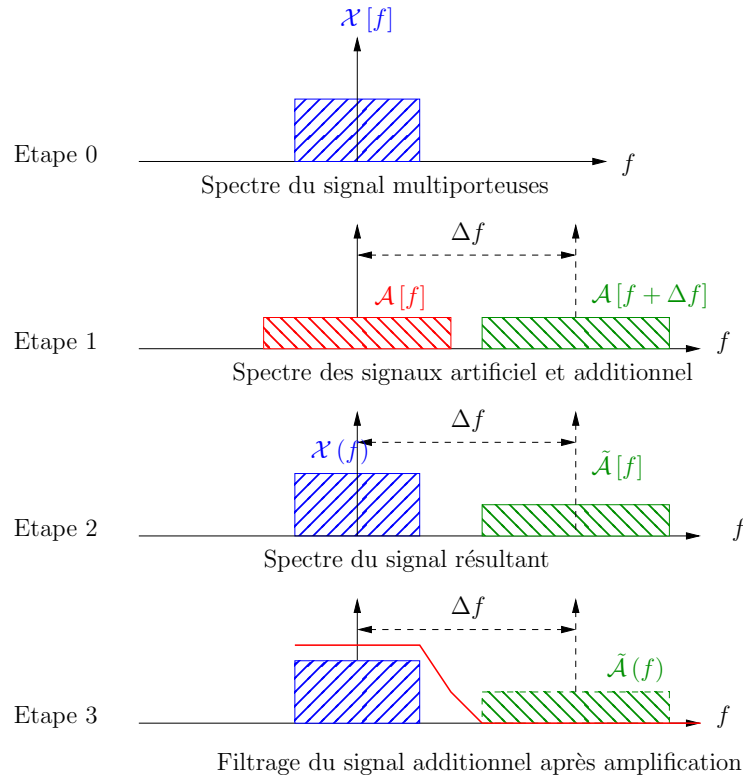


FIGURE 5.3 – Mécanisme de réduction du PAPR de la MGC.

La Figure 5.3 représente le spectre des différents signaux mis en jeu dans le mécanisme de réduction du PAPR par la MGC, où  $\tilde{A}[f] = A[f + \Delta f]$ . Après amplification, le “signal additionnel” est éliminé par un filtrage analogique.



En interprétant la Figure 5.2, nous pouvons dire que le point  $\mathbf{A}^{(opt)} \in (\xi_c)$  tourne à la même vitesse que le point  $\mathbf{M}^{(opt)} \in (\xi)$ , car comme le montre la Figure 5.3, le signal multiporteuses et le “signal artificiel” ont la même fréquence porteuse. Par contre le point  $\tilde{\mathbf{A}}^{(opt)} \in (\xi_c)$  qui est associé au “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$  tourne à une vitesse relative de  $\Delta f$  par rapport au point  $\mathbf{A}^{(opt)} \in (\xi_c)$ .

### 2.3.2 Algorithme de réduction du PAPR de la MGC

L’algorithme de réduction du PAPR de la MGC est donné ci-dessous.

**(a) Etape d’initialisation :**

Cette étape est exécutée une fois. Elle consiste à fixer les paramètres  $A$  et  $\Delta f$  de la MGC.

**(b) Etape d’exécution :**

(i) Calculer le signal OFDM temporel  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ .

(ii) Calculer le “signal artificiel”  $a_n$  en utilisant la relation (5.10).

Calculer le “signal additionnel”  $\tilde{a}_n = a_n e^{j\theta_n}$ , où  $\theta_n = 2\pi \frac{\Delta f}{B} \frac{n}{NL}$ .

(iii) Calculer le signal résultant  $y_n = x_n + \tilde{a}_n$ .

(iv) Transposer  $y_n$  en RF et amplifier ce dernier. Après amplification, éliminer le “signal additionnel” par filtrage RF de façon à ne transmettre que le signal multiporteuses amplifié.

## 2.4 Quelques résultats de simulation

Dans cette partie, nous appliquons la MGC pour réduire le PAPR d’un système WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g. L’environnement de simulation est celui donné dans la table 4.1.

### (a) Représentation temporelle et fréquentielle des différents signaux mis en jeu dans la MGC

Dans la représentation temporelle des signaux “artificiel” et “additionnel”, la Figure 5.4 montre que le “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$  est bien une modulation en fréquence du “signal artificiel”  $a(t)$ .

La Figure 5.5 montre la représentation spectrale des signaux WLAN (en bleu), “artificiel” (en rouge) et “additionnel” (en vert) pour  $\Delta f/B = 2$ . Comme nous pouvons le remarquer les signaux WLAN et “artificiel” sont à la même fréquence porteuse tandis que le “signal additionnel” est décalé de  $\Delta f$  par rapport aux signaux WLAN et “artificiel”.

### (b) Effet du paramètre $\Delta f$ sur les performances de la MGC

Dans la MGC,  $\Delta f$  est la différence qui existe entre la porteuse du signal multiporteuses en l’occurrence le signal WLAN et celle du “signal additionnel”. Il permet de contrôler la position spectrale du “signal additionnel” par rapport au signal multiporteuses. Il joue donc un rôle essentiel dans la MGC. Dans cette rubrique nous allons étudier son influence sur les performances de la MGC.

La Figure 5.6 présente les performances de réduction du PAPR de la MGC en fonction du paramètre  $\Delta f$  qui contrôle la position spectrale du “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$ . Elle

## 2. “Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR

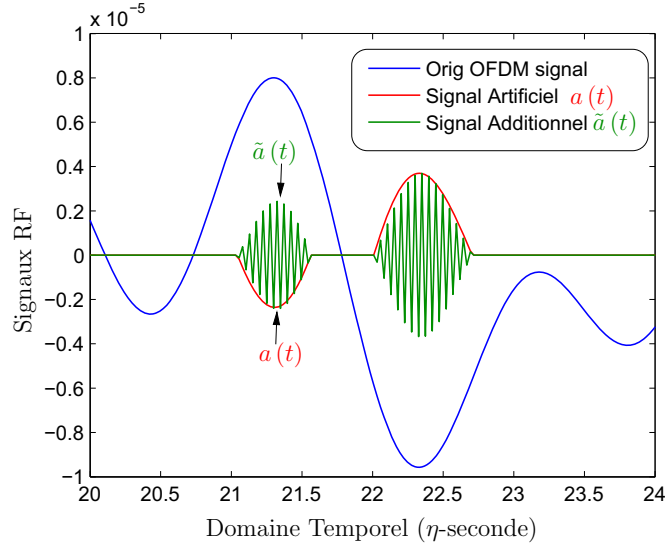


FIGURE 5.4 – Représentation des signaux WLAN, “artificiel” et “additionnel” dans le domaine temporel pour  $\Delta f/B = 1000$ .

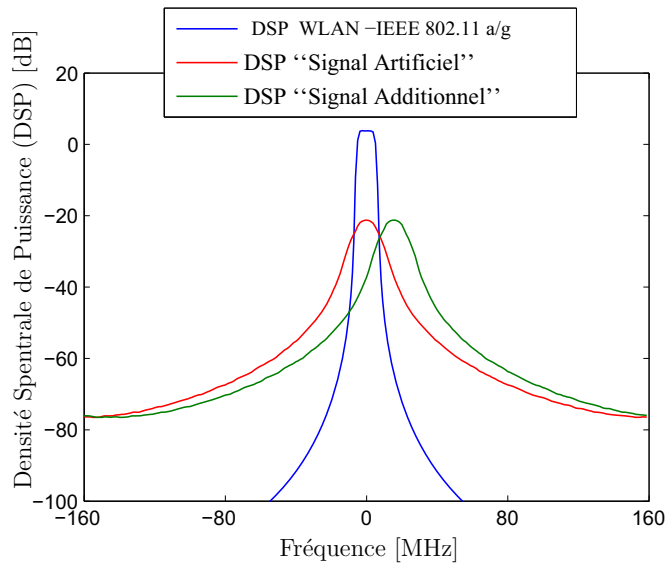


FIGURE 5.5 – Représentation des signaux WLAN, “artificiel” et “additionnel” dans le domaine fréquentiel pour  $\Delta f/B = 2$ .

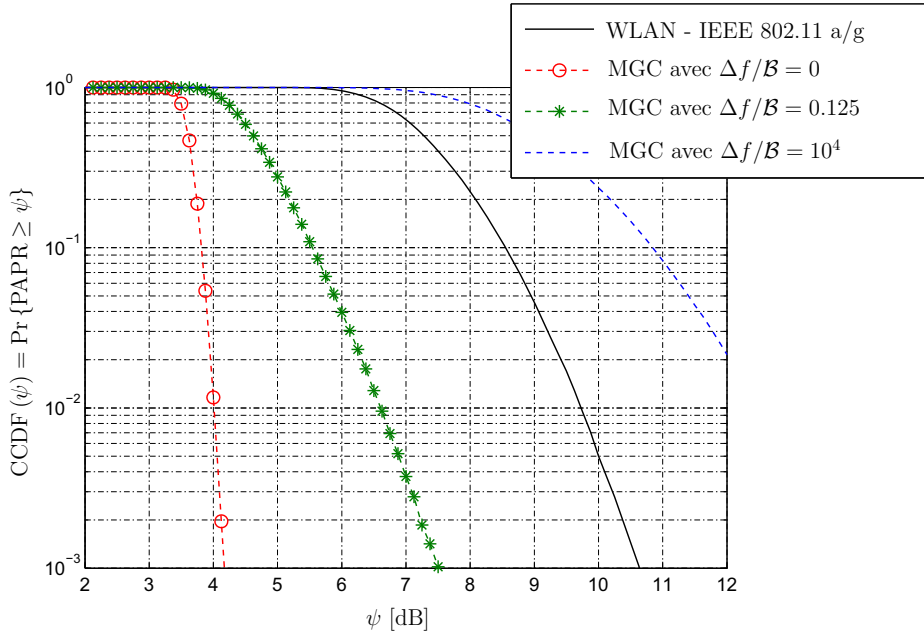


FIGURE 5.6 – CCDF de la MGC en fonction du paramètre  $\Delta f$  pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$  dB, où  $\mathcal{B}$  est la largeur de bande du signal WLAN qui vaut 20 MHz dans le cas du IEEE 802.11 a/g.

montre que la réduction du PAPR diminue lorsque  $\Delta f$  augmente, en d’autres termes, la réduction du PAPR diminue lorsque le “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$  est généré de plus en plus loin du signal multiporteuses  $x(t)$ . Et pour des valeurs de  $\Delta f$  très grandes, les performances de la MGC deviennent “médiocres” dans le sens où au lieu de réduire le PAPR, au contraire, elle l’augmente. C’est ce qui se produit pour  $\Delta f/B = 10000$ .

Pour mieux analyser ce phénomène de pertes de performances de la MGC lorsque  $\Delta f$  augmente, nous serons amenés à étudier théoriquement les performances de la MGC dans la suite du chapitre.

La Figure 5.7 montre la dégradation du TEB liée à la réduction du PAPR par la MGC pour différentes positions du “signal additionnel”. Elle montre que pour de faibles valeurs de  $\Delta f$ , la dégradation du TEB est plus importante que pour des grandes valeurs de  $\Delta f$ . En d’autres termes, lorsque le “signal additionnel” est généré près de la bande passante du signal multiporteuses, dans le pire des cas dans la bande passante du signal multiporteuses, la dégradation du TEB est plus importante que quand il (le “signal additionnel”) est généré loin de la bande passante du signal multiporteuses.

Des Figures 5.6 et 5.7, il apparaît clairement que dans la MGC, il y a un compromis à faire entre réduction du PAPR et dégradation du TEB. En effet, les résultats montrent que, plus la réduction du PAPR est importante, plus la dégradation du TEB est importante et moins il y a de réduction du PAPR, moins il y a de dégradation du TEB.

Dans la MGC, le paramètre  $\Delta f$  qui contrôle la position du “signal additionnel” dans le domaine spectral, nous paraît être un élément clé dans la méthode. C’est pourquoi dans la suite du chapitre, nous serons amenés à étudier théoriquement l’influence de ce paramètre  $\Delta f$  sur les performances de la méthode dans le but de comprendre et d’expliquer les résultats obtenus ci-dessus.

## 2. “Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR

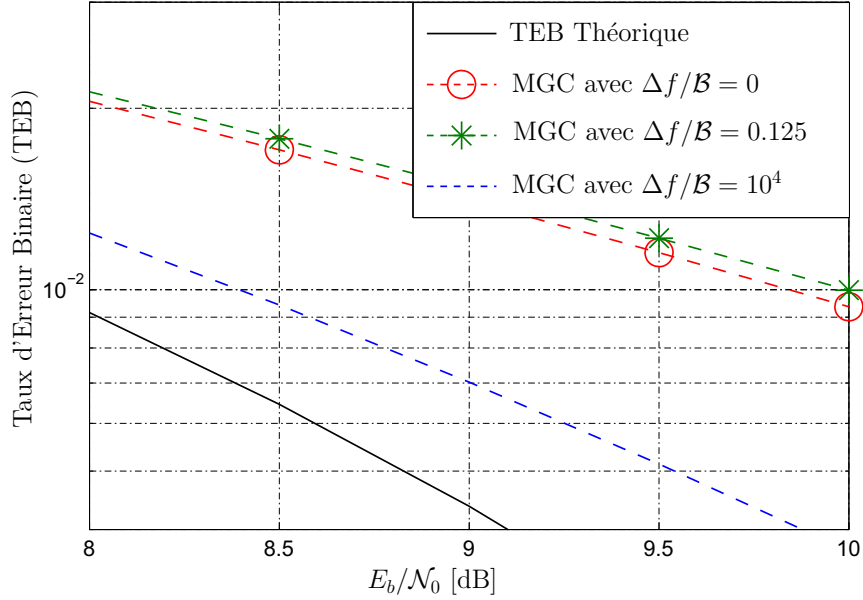


FIGURE 5.7 – Le TEB en fonction du paramètre  $\Delta f$  pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$  dB, où  $B = 20$  MHz.

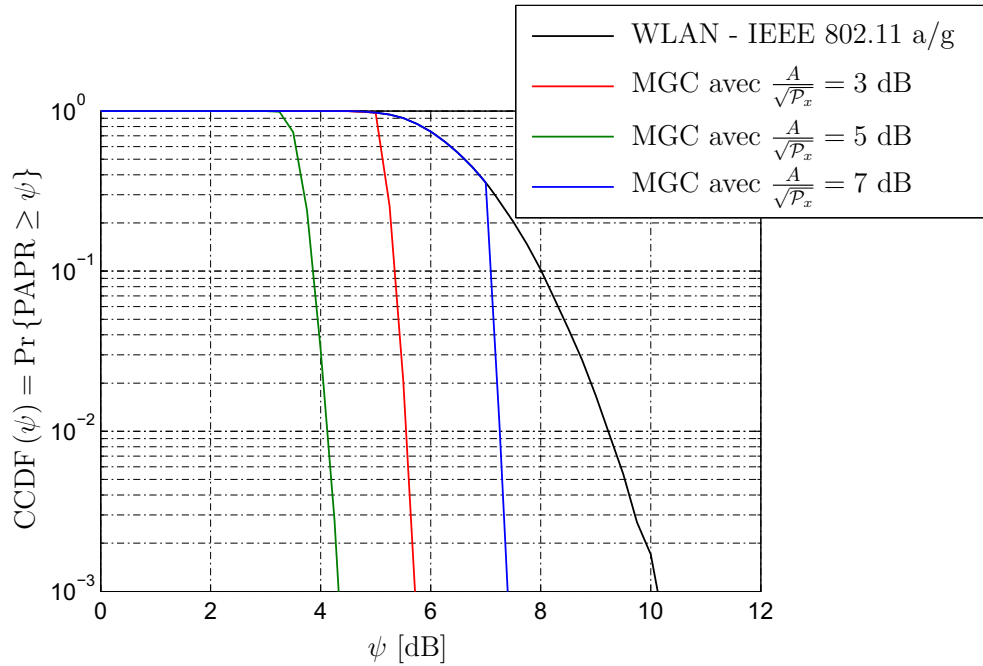
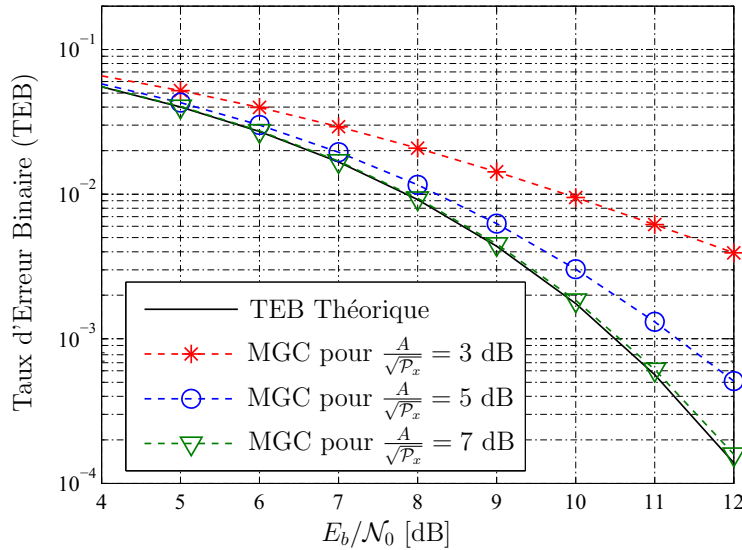


FIGURE 5.8 – CCDF de la MGC en fonction du paramètre  $A$  pour , où  $\Delta f/B = 0$  .


 FIGURE 5.9 – Le TEB en fonction du paramètre  $A$  pour où  $\Delta f/B = 0$  .

### (c) Effet du paramètre $A$ sur les performances de la MGC

Le paramètre  $A$  est le “seuil” de déclenchement dans la MGC. En effet, c’est à partir de la valeur de  $A$  que l’on prend la décision ou non de créer le “signal artificiel”  $a(t)$  qui est ensuite modulé en fréquence pour donner lieu au “signal additionnel”  $\tilde{a}(t)$ .

Dans le plan I/Q (Cf. Figure 5.2),  $A$  représente le rayon des cercles  $(\xi)$  et  $(\xi_c)$ . Tout comme le paramètre  $\Delta f$ , le paramètre  $A$  est essentiel dans la MGC. Dans cette rubrique, nous allons étudier l’effet de  $A$  sur les performances de la MGC.

La Figure 5.8 présente la CCDF du PAPR après réduction pour différentes valeurs de  $A$ . Elle montre que la réduction du PAPR diminue lorsque le “seuil”  $A$  augmente. En effet à  $10^{-2}$  de la CCDF, le gain  $\Delta$ PAPR de réduction du PAPR est de 5.25 dB, 3.75 dB et 2 dB pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$  dB, 5 dB et 7 dB respectivement. Lorsque le “seuil”  $A$  augmente, c’est-à-dire, lorsque  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  croît, il y aura de moins en moins d’échantillons du signal multiporteuses qui satisferont la condition  $|x_n| > A$ . Par conséquent, il y aura de moins en moins de réduction du PAPR.

Les résultats obtenus dans la Figure 5.9 étaient prévisibles. Rappelons que la MGC est une technique de “distorsions”, c’est-à-dire qu’en réduisant le PAPR, elle génère des distorsions qui (sans aucun traitement) vont dégrader le TEB. On a vu avec les résultats de la Figure 5.8 qu’il y a de moins en moins de réduction du PAPR lorsque le paramètre  $A$  augmentait, cela veut dire qu’il y a de moins en moins de distorsions lorsque  $A$  qui est l’amplitude maximale admissible a une valeur de plus en plus élevée ce qui explique les résultats obtenus dans la Figure 5.9.

## 3 Étude théorique de la MGC

Dans cette section, nous proposons des développements théoriques de la variation de la puissance moyenne, de la distribution du PAPR et de la métrique SNDR de la MGC. Pour cela, comme ont eu à le faire *H. Ochiai* et *H. Imai* dans [18] dans le cas de l’analyse théorique du PAPR de l’OFDM, nous supposons les signaux échantillonnés à la fréquence

### 3. Étude théorique de la MGC

---

de Nyquist.

Le signal résultant après réduction du PAPR dans le domaine discret s'écrit :

$$y_n = x_n + \tilde{a}_n = x_n + a_n e^{j\theta_n}, \quad (5.11)$$

où  $\theta_n = 2\pi \frac{\Delta f}{B} \frac{n}{N}$  et  $B$  est la largeur de bande du signal multiporteuses qui vaut 20 MHz dans le cas du WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g. D'après le principe de la MGC (Cf. 2.2), le "signal artificiel" dans le domaine discret peut s'écrire :

$$a_n = \begin{cases} 0, & |x_n| \leq A \\ \left(\frac{A}{|x_n|} - 1\right) x_n, & |x_n| > A \end{cases}. \quad (5.12)$$

En substituant l'équation (5.12) dans la relation (5.11), on obtient :

$$y_n = \begin{cases} x_n, & |x_n| \leq A \\ x_n + \left(\frac{A}{|x_n|} - 1\right) x_n e^{j\theta_n}, & |x_n| > A \end{cases}. \quad (5.13)$$

Et l'amplitude (ou enveloppe complexe) du signal résultant après réduction du PAPR dans le domaine discret s'écrit :

$$\begin{aligned} |y_n| &= r_n \cdot 1_{r_n \leq A} + \left| x_n + \left(\frac{A}{r_n} - 1\right) x_n e^{j\theta_n} \right| \cdot 1_{r_n > A} \\ &= r_n \cdot 1_{r_n \leq A} + \left[ r_n + (A - r_n) e^{j\theta_n} \right] \cdot 1_{r_n > A} \\ &= |g_{\theta_n}(r_n)|, \end{aligned} \quad (5.14)$$

où  $r_n \triangleq |x_n|$  d'après l'équation (5.2) et  $g_{\theta}(x)$  est la fonction de paramètre  $\theta$  défini par la relation (5.15).

$$g_{\theta}(r) \triangleq r \cdot 1_{r \leq A} + \left[ r + (A - r) e^{j\theta} \right] \cdot 1_{r > A}. \quad (5.15)$$

En faisant l'hypothèse que pour de grandes valeurs de  $N$ , le signal OFDM bande de base est un processus Gaussien complexe à bande limitée, il a été montré dans [18] que l'enveloppe complexe  $r_n$  du signal OFDM est une variable aléatoire de Rayleigh i.i.d<sup>(i)</sup> dont la fonction densité de probabilité s'écrit :

$$p(r) = \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}}, \quad x \geq 0, \quad (5.16)$$

où  $\mathcal{P}_x$  est la puissance moyenne du signal OFDM bande de base.

La relation (5.14) nous permet de dire que la MGC est une technique de réduction du PAPR de "distorsions" (Cf. chapitre 4, section 3.1) car elle est caractérisée par un ensemble fini de fonctions non-linéaires  $g_{\theta_n}(r)$ ,  $0 \leq n < N$  qui agissent sur l'amplitude du signal multiporteuses afin de réduire son PAPR. Ce constat nous permettra d'appliquer les développements théoriques (variation de puissance moyenne, distribution du PAPR et caractérisation des distorsions par le SNDR) proposés au chapitre 4 à la MGC.

---

(i). Variable indépendante et identiquement distribuée

### 3.1 Variation de la puissance moyenne dans la MGC

La MGC est une technique de réduction du PAPR de “distorsions” caractérisée par un ensemble de  $N$  fonctions non-linéaires. Dans le chapitre 4, nous avons proposé une formule générique décrite par la relation (4.11) qui caractérise la variation de la puissance moyenne dans le cas des techniques de “distorsions”. Comme la MGC est une technique de “distorsions”, nous pouvons appliquer assez aisément cette formule générique à la MGC.

De la relation (4.11), la variation de la puissance moyenne de la MGC s’écrit :

$$\gamma = \frac{1}{\mathcal{P}_x} E \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |g_{\theta_n}(r)|^2 \right] = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{N} \left\{ E \left[ |g_{\theta_n}(r)|^2 \right] \right\} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \gamma_{\theta_n}, \quad (5.17)$$

où

$$\gamma_{\theta_n} \triangleq \frac{\mathcal{P}_{y,\theta_n}}{\mathcal{P}_x} = \frac{1}{\mathcal{P}_x} E \left[ |g_{\theta_n}(r)|^2 \right] = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} |g_{\theta_n}(r)|^2 p(r) dr. \quad (5.18)$$

L’expression la puissance moyenne  $\mathcal{P}_{y,\theta_n}$  est calculée dans l’annexe A et donnée par la relation (A.14). En substituant donc l’expression de  $\mathcal{P}_{y,\theta_n}$  donnée par la relation (A.14) dans l’équation ci-dessus, on obtient :

$$\gamma_{\theta_n} = 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + 2(1 - \cos \theta_n) \left[ e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} - \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{\pi} Q \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \right], \quad (5.19)$$

où  $Q(\cdot)$  est la fonction d’erreur complémentaire définie par l’équation (A.12) et  $\theta_n = 2\pi \frac{\Delta f}{B} \frac{n}{N}$ .

La fonction  $\cos \theta : \left[ 0, 2\pi \frac{\Delta f}{B} \right] \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction continue sur le segment  $\left[ 0, 2\pi \frac{\Delta f}{B} \right]$ , la somme de Reimann<sup>(ii)</sup> associée à  $\cos \theta$  s’écrit :

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \cos \theta_n \simeq \frac{1}{2\pi \frac{\Delta f}{B}} \int_0^{2\pi \frac{\Delta f}{B}} \cos \theta d\theta = \frac{\sin \left[ 2\pi \frac{\Delta f}{B} \right]}{2\pi \frac{\Delta f}{B}}. \quad (5.20)$$

En substituant l’équation (5.19) dans la relation (5.17), la variation de la puissance moyenne de la MGC s’écrit alors

$$\gamma = 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + 2 \left( 1 - \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \cos \theta_n \right) \left[ e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} - \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{\pi} Q \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \right]. \quad (5.21)$$

En substituant l’équation (5.20) dans (5.21), nous obtenons une approximation théorique de la variation de la puissance moyenne de la MGC qui est donnée par l’équation ci-dessous.

$$\gamma \simeq 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + 2 \left( 1 - \frac{\sin \left[ 2\pi \frac{\Delta f}{B} \right]}{2\pi \frac{\Delta f}{B}} \right) \left[ e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} - \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{\pi} Q \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \right]. \quad (5.22)$$

(ii). Les sommes de Riemann sont en général utilisées pour le calcul des intégrales par la méthode des rectangles.

### 3. Étude théorique de la MGC

Ce résultat a fait l'objet d'une publication dans [135] où nous avons eu à étudier et analyser théoriquement la variation de la puissance moyenne dans la MGC.

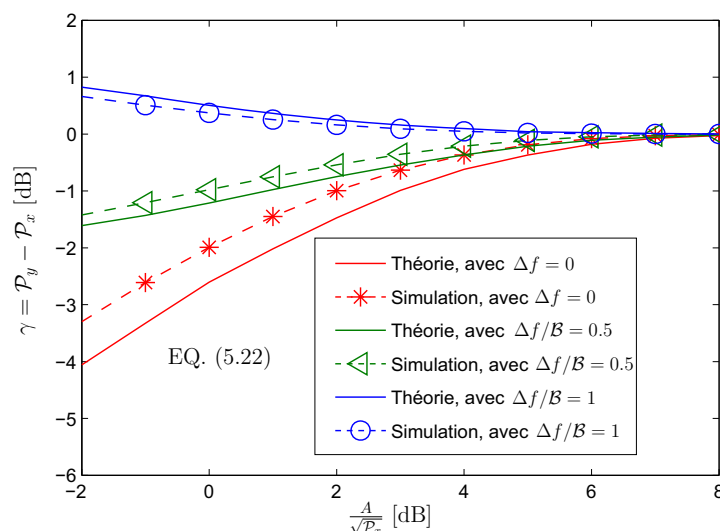


FIGURE 5.10 – Comparaison entre la théorie et la simulation de la variation de la puissance moyenne dans la MGC pour différentes valeurs de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ , où  $B = 20$  MHz.

La Figure 5.10 compare l'approximation de la variation de la puissance moyenne de la MGC donnée par l'équation (5.22) avec les résultats obtenus par simulation pour  $\Delta f = 0$ ,  $\Delta f/B = 0.5$  et  $\Delta f/B = 1$ . Elle montre que pour chacune des valeurs de  $\Delta f$ , l'équation (5.22) est une bonne approximation de la variation de la puissance moyenne de la MGC dont la précision dépend de la valeur de  $\Delta f$  (qui rappelle le, contrôle la position spectrale du "signal additionnel"). Par exemple, pour  $\Delta f = 0$ , la précision entre la théorie et la simulation est moins bonne que pour  $\Delta f/B = 0.5$  et  $\Delta f/B = 1$  pour de faibles valeurs de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ . Ce résultat s'explique par le fait que pour de faibles valeurs de  $\Delta f$  l'erreur d'approximation faite dans la somme de Riemann (5.20) est plus importante.

La Figure 5.10 montre aussi que, quelque soit la valeur de  $\Delta f$ , les résultats théoriques et les résultats de simulation de la variation de la puissance moyenne convergent vers 0 dB quand  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  croît. En effet, lorsque  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  croît, c'est-à-dire que lorsque l'amplitude maximale admissible  $A$  croît, il y aura de moins en moins d'échantillons du signal multiporteuses qui satisferont la condition  $|x_n| > A$  et d'après la relation (5.12), le "signal additionnel" dans ces conditions tend vers zéro. Alors si le "signal additionnel" est nul, le signal à la sortie du module de réduction du PAPR serait égal au signal à l'entrée. Par conséquent, il n'y aura plus de variation de la puissance moyenne.

La Figure 5.11 compare l'approximation de la variation de la puissance moyenne de la MGC donnée par l'équation (5.22) avec les résultats obtenus par simulation en fonction de  $\Delta f$ . Elle montre que l'équation (5.22) est bien une bonne approximation de la variation de la puissance moyenne de la MGC. Cependant, comme on a eu à le dire plus haut, pour des valeurs de  $\Delta f$  assez faibles, par exemple pour  $|\Delta f/B| \leq 0.5$  la précision entre la théorie et la simulation est moins bonne. Cela s'explique par le fait que pour faibles valeurs de  $\Delta f$  l'erreur d'approximation dans la somme de Riemann (5.20) devient importante.



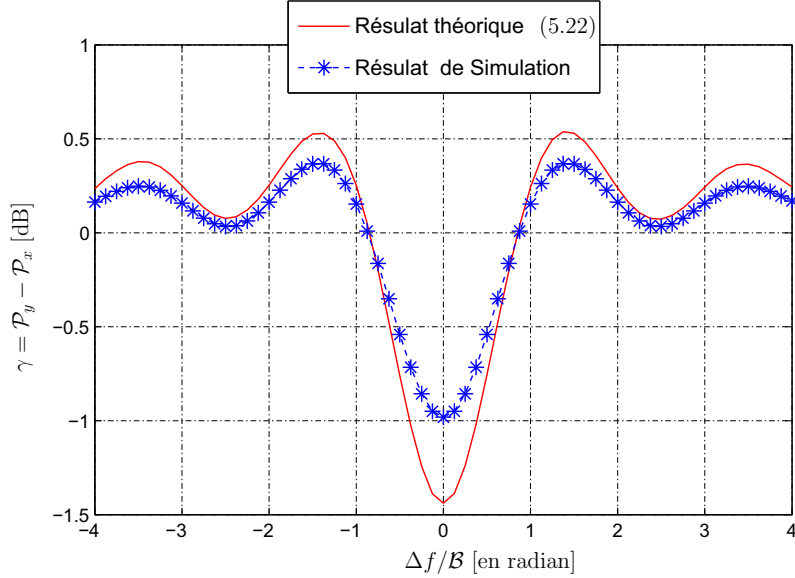


FIGURE 5.11 – Comparaison entre la théorie et la simulation de la variation de la puissance moyenne dans la MGC pour différentes valeurs de  $\Delta f$ , où  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} = 2$  dB.

### 3.2 Distribution du PAPR de la MGC

Dans cette section, nous chercherons à déterminer analytiquement la CCDF du PAPR de la MGC. Dans le chapitre 4, nous avons proposé une formule générique décrite par la relation (4.18) qui caractérise la distribution du PAPR des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”. Comme la MGC est une technique de “distorsions”, son PAPR peut être caractérisé théoriquement. D’après la relation (4.18), la CCDF du PAPR de la MGC s’écrit :

$$\begin{aligned} \text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) &= \Pr \left[ \text{PAPR}_{[y]} \geq \tilde{\psi} \right] \\ &\simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5.23)$$

où  $g_{\theta_n}(r)$  est la fonction réelle de paramètre  $\theta_n$  définie par (5.15). L’expression de  $\Pr \left[ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} \right]$  est calculée en annexe A et donnée par l’équation (A.8).

En substituant donc (A.8) dans (5.23), on obtient une expression analytique de la CCDF du PAPR de la MGC donnée par l’équation ci-dessous.

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left[ 1 - \left( e^{-\tilde{\psi} \frac{\mathcal{P}_{y, \theta_n}}{\mathcal{P}_x}} \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} \leq \frac{A^2}{\mathcal{P}_{y, \theta_n}}} + e^{-\frac{(r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+)^2}{\mathcal{P}_x}} \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_{y, \theta_n}}} \right) \right], \quad (5.24)$$

où  $r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+$  est donné par la relation (A.4). En substituant  $\mathcal{P}_{y, \theta_n} = \gamma_{\theta_n} \mathcal{P}_x$  dans l’équation (5.24), on obtient :

### 3. Étude théorique de la MGC

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left[ 1 - \left( e^{-\tilde{\psi}\gamma_{\theta_n}} \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} \leq \frac{1}{\gamma_{\theta_n}} \frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + e^{-\frac{\left(\frac{1}{\tilde{\psi}, \theta_n}\right)^2}{\mathcal{P}_x}} \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} > \frac{1}{\gamma_{\theta_n}} \frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} \right) \right]. \quad (5.25)$$

Pour de grandes valeurs de l'amplitude maximale admissible  $A$ , c'est-à-dire, lorsque  $A \rightarrow +\infty$ , la relation (5.25) devient :

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \left[ 1 - e^{-\tilde{\psi}} \right]^N, \quad (5.26)$$

car, en effet  $\lim_{A \rightarrow \infty} \gamma_{\theta_n} = 1$  et  $\lim_{A \rightarrow \infty} \left( \mathbf{1}_{\tilde{\psi} > \frac{1}{\gamma_{\theta_n}} \frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} \right) = 0, \forall \tilde{\psi}$ . On retombe donc sur la distribution classique de la CCDF du PAPR d'un signal OFDM bande de base qui a été exprimée par l'équation (1.19). Ce résultat n'est pas du tout étonnant. En effet, pour de grandes valeurs de l'amplitude maximale admissible  $A$ , le "signal artificiel"  $a(t)$  généré pour la réduction du PAPR est quasi nul ; il est évident que dans ce contexte, le signal résultant  $y(t)$  est bien égal au signal OFDM bande de base  $x(t)$  et donc  $\text{CCDF}_{[y]} = \text{CCDF}_{[x]}$ .

Le résultat théorique donné par l'équation (5.25) a fait l'objet de publication dans [136] où nous avons justement proposé une distribution du PAPR de la MGC dans le but d'évaluer et de comprendre l'effet de  $\Delta f$  sur les performances de la MGC.

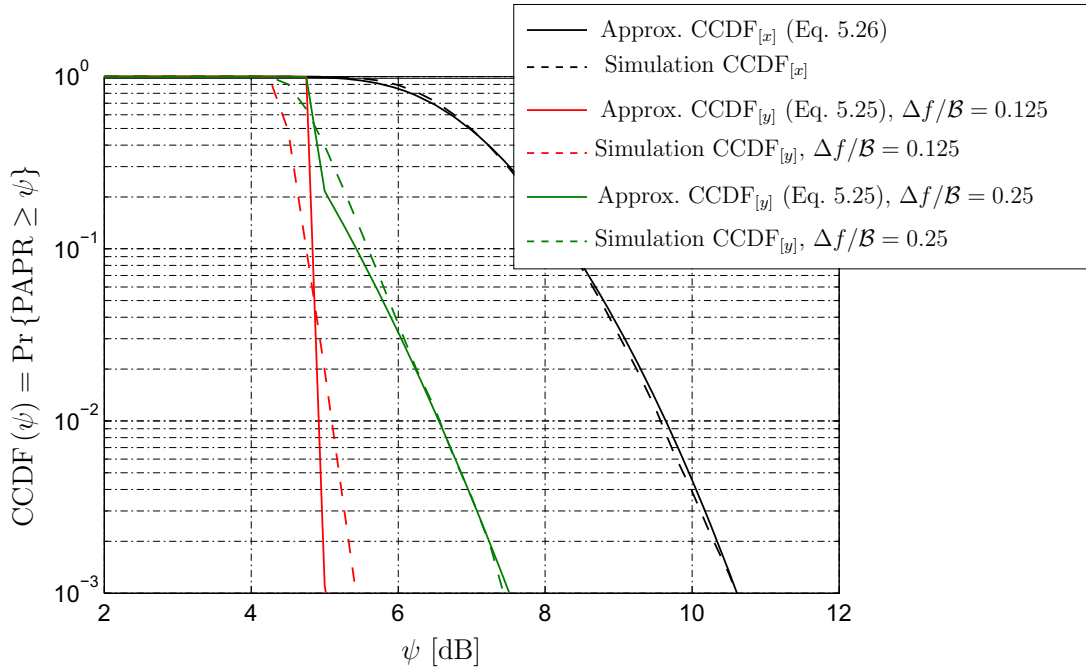


FIGURE 5.12 – Comparaison entre la théorie et la simulation de la CCDF du PAPR de la MGC pour différentes valeurs de  $\Delta f$  avec  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} = 2$  dB et  $\mathcal{B} = 20$  MHz.

La Figure 5.12 montre que la relation (5.25) est une bonne approximation de la CCDF du PAPR de la MGC. Cependant pour de faibles valeurs de  $\Delta f$ , la précision entre la théorie et la simulation est moins bonne que pour de grandes valeurs de  $\Delta f$ . Ce résultat s'explique par le fait que pour de faibles valeurs de  $\Delta f$ , l'erreur dans l'approximation de

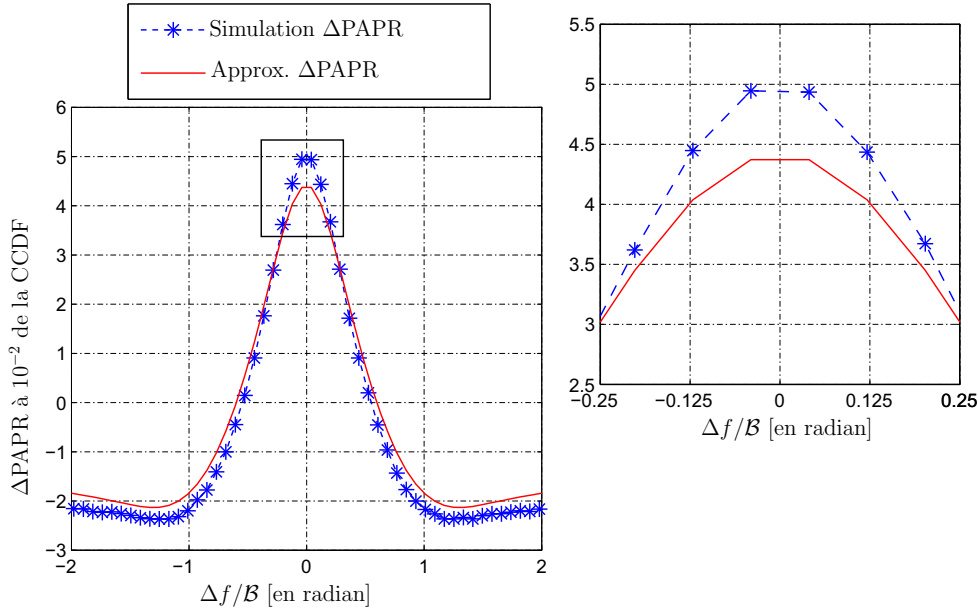


FIGURE 5.13 – Comparaison entre la théorie et la simulation du gain de réduction du PAPR de la MGC pour différentes valeurs de  $\Delta f$ , où  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 2$  dB.

Reimann est importante. Il y a donc une propagation de l’“erreur de Reimann”<sup>(iii)</sup> dans la distribution du PAPR.

La Figure 5.13 compare les résultats théoriques du gain de réduction du PAPR de la MGC avec les résultats de simulation pour différentes valeurs de  $\Delta f$ . Elle confirme donc la conclusion tirée précédemment à savoir que, pour de faibles valeurs de  $\Delta f$ , la précision entre la théorie et la simulation est moins bonne que pour de grandes valeurs de  $\Delta f$  et cela à cause de la propagation de l’“erreur de Reimann” dans la distribution du PAPR décrite par l’équation (5.25).

### 3.3 Caractérisation théorique du SNDR de la MGC

La MGC est une technique de “distorsions”, car en réduisant le PAPR elle génère des distorsions qui dégradent en occurrence le TEB (Cf. Figure 5.7). Dans cette section, nous caractériserons analytiquement le SNDR de la MGC en appliquant la relation (4.30) qui est une formule générique de la SNDR des techniques de “distorsions”.

Le SNDR (“signal-to-noise-and-distortion ratio”) est une mesure des distorsions générées dans un système de communication. En appliquant la relation (4.30) à la MGC on obtient :

$$\text{SNDR} = E[\text{SNDR}_{\theta_n}] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \text{SNDR}_{\theta_n}, \quad (5.27)$$

où

$$\text{SNDR}_{\theta_n} = \text{SNR} \frac{|\alpha_{\theta_n}|^2}{1 + (\gamma_{\theta_n} - |\alpha_{\theta_n}|^2) \text{SNR}}, \quad (5.28)$$

(iii). Nous utilisons le terme “erreur de Reimann” pour designer l’erreur d’approximation dans la somme de Reimann qui a été définie par l’équation (5.20).

### 3. Étude théorique de la MGC

et  $\gamma_{\theta_n}$  est le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d'entrée de la MGC donné par l'équation (5.19),  $\text{SNR} = \mathcal{P}_x/\mathcal{N}_0$  est le rapport signal-sur-bruit et  $\alpha_{\theta_n}$  est le coefficient de pondération résultant de la décomposition de Bussgang. Ce coefficient de pondération est défini par :

$$\alpha_{\theta_n} = \frac{\mathcal{R}_{yx}}{\mathcal{R}_{xx}} = \frac{\mathcal{R}_{r,g_{\theta_n}(r)}}{\mathcal{P}_x}. \quad (5.29)$$

$\mathcal{R}_{r,g_{\theta_n}(r)}$  qui est la covariance entre  $r$  et  $g_{\theta_n}(r)$  est exprimée en annexe A et donnée par l'équation (A.16). En substituant donc (A.16) dans (5.29), on obtient :

$$\alpha_{\theta_n} = 1 + \left[ e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} - \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \sqrt{\pi} Q \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \right] e^{j\theta_n}. \quad (5.30)$$

Pour obtenir le SNDR de la MGC, on substitue donc, dans un premier temps (5.19) et (5.30) dans (5.28) et dans un second temps on substitue (5.28) dans (5.27) ; le résultat obtenu est donné par l'équation ci-dessous.

$$\text{SNDR} \simeq \text{SNR} \frac{1 - 2Q_{\infty} \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \frac{\sin \left[ 2\pi \frac{\Delta f}{B} \right]}{2\pi \frac{\Delta f}{B}} + Q_{\infty}^2 \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right)}{1 + \text{SNR} \left[ 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} - \left[ 1 - Q_{\infty} \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \right]^2 \right]}, \quad (5.31)$$

où  $Q_{\infty}(\cdot)$  est la fonction définie par  $Q_{\infty}(x) \triangleq e^{-\frac{x^2}{2}} - x \sqrt{\frac{\pi}{2}} Q(x)$ .

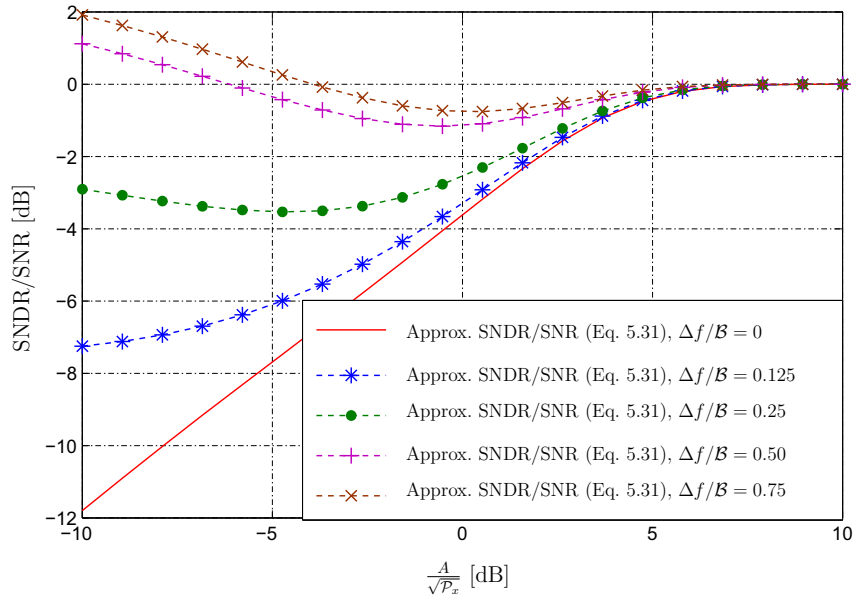


FIGURE 5.14 – Approximation théorique du SNDR (Eq. 5.31) de la MGC en fonction de  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}}$  pour différentes valeurs de  $\Delta f/B$ .

La Figure 5.14 montre que pour de grandes valeurs de l'amplitude admissible  $A$  et quelque soit la valeur de  $\Delta f$ , la MGC génère moins de distorsions. En effet, pour de grandes valeurs de  $A$ , le "signal artificiel" qui contient le signal de distorsion est quasi-nul. C'est la raison pour laquelle il y a de moins en moins de distorsions lorsque la valeur de  $A$  est de plus en plus élevée.

Elle montre aussi que, pour une même valeur de  $A$ , les distorsions générées sont plus importantes (dans le sens de la puissance) pour de faibles valeurs de  $|\Delta f|$  que pour de grandes valeurs de  $|\Delta f|$ . Ce résultat a d'ailleurs été montré en Figure 5.7 où à travers la courbe du TEB, nous avons prouvé que pour de faibles valeurs de  $|\Delta f|$ , il y avait plus de dégradation du TEB (donc plus de distorsions générées) que pour de grandes valeurs de  $|\Delta f|$ . Rappelons que  $\Delta f$  est le paramètre qui contrôle la position spectrale du “signal additionnel” qui est le signal de réduction du PAPR. Plus grande est la valeur de  $|\Delta f|$ , plus loin (du point de vue spectral) sera le “signal additionnel” par rapport au signal multiporteuses (dont on veut réduire le PAPR); plus petite est la valeur de  $|\Delta f|$ , plus proche (du point de vue spectrale) sera le “signal additionnel” par rapport au signal multiporteuses.

### 3.4 Analyse de la complexité de la MGC

La complexité de la MGC est très difficile à évaluer du fait qu'en plus des traitements numériques bande de base (de la génération du “signal artificiel” à la création du “signal additionnel”), la MGC requiert des traitements en RF (élimination par filtrage RF du “signal additionnel” après l'amplificateur). Dans l'étude de la complexité de la MGC, nous allons donc distinguer sa complexité bande de base et sa complexité RF.

- On évalue assez facilement la complexité bande de base de la MGC à  $\mathcal{O}(NL)$  car le calcul des signaux “artificiel” et “additionnel” ont une complexité de type linéaire.
- La complexité RF de la MGC est par contre assez difficile à estimer pour la simple raison qu'elle fait intervenir un filtre analogique RF dont nous disposons de peu d'éléments quant à sa réalisation. En plus du filtre RF, la MGC requiert un amplificateur de puissance RF large bande car le “signal additionnel” doit être suffisamment éloigné du signal multiporteuses de façon à ce qu'il soit éliminé par un filtrage RF juste après l'amplificateur.

Nous résumons l'étude de complexité de la MGC dans le tableau ci-dessous.

Complexité Bande de Base	Complexité RF
• $\mathcal{O}(NL)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Filtre RF</li> <li>• Amplificateur de puissance RF large bande</li> </ul>

TABLE 5.1 – Table de Complexité de la MGC.

### 3.5 Les limites de la MGC

La MGC a été développée au départ pour améliorer les performances de la méthode de “Y. Jun” proposée dans [125]. Dans [134], nous avons montré que pour un système WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g, à  $10^{-2}$  de la CCDF, la MGC réalisait 2 dB de réduction du PAPR de mieux que la méthode de “Y. Jun” et le tout avec une complexité de calcul (nombre d'opérations de multiplication) 1.4 fois moindre que la méthode de “Y. Jun”.

Évidemment, comparée à la méthode de “Y. Jun” [125], la MGC est bien meilleure. Cependant, de façon générale, les résultats théoriques obtenus qui ont été confirmés par

## 4. “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) pour la réduction du PAPR

---

la suite par les résultats de simulation montrent que la MGC affiche des limites pour certaines positions spectrales du “signal additionnel” (pour certaines valeurs de  $\Delta f$ ).

L’idée de base de la MGC est de générer un “signal additionnel” de telle sorte que son spectre soit éloigné de celui du signal multiporteuses (dont on veut réduire le PAPR) de façon à ce que, après amplification, le “signal additionnel” soit éliminé par un filtre analogique placé juste après l’amplificateur de puissance. Malheureusement, on a vu avec les résultats des Figures 5.6, 5.12 et 5.13 qu’il y a des pertes de performance en terme de réduction du PAPR dans la MGC lorsque la valeur de  $|\Delta f|$  augmente pouvant même mener à une augmentation du PAPR. De plus, les résultats montrent que, plus le gain en réduction du PAPR est important, plus les distorsions générées sont importantes (au sens de la puissance) et moins il y a de réduction du PAPR, moins il y a de distorsions générées. Il y a donc dans la MGC un compromis à faire entre réduction du PAPR et distorsions générées; ce compromis peut être obtenu par un choix adéquat de la valeur de  $\Delta f$ . On peut aussi choisir  $\Delta f = 0$  et filtrer numériquement le “signal additionnel” de façon à réduire les distorsions. C’est cette dernière approche que nous proposons dans la version améliorée de la MGC qui fera l’objet de la prochaine section.

## 4 “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) pour la réduction du PAPR

Dans cette section, nous proposons dans le but de remédier aux limites de la MGC, la “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) qui est une technique de réduction du PAPR de type “ajout de signal” à compatibilité descendante. Comme son nom l’indique, elle consiste à améliorer les performances de la MGC dans le sens où elle permet de réduire les distorsions générées dans la MGC.

### 4.1 Principe de la MGA

Dans l’étude de la MGC, il est apparu que le gain en réduction du PAPR est important quand le “signal additionnel” est généré proche de la bande passante du signal multiporteuses. Or lorsque le “signal additionnel” est généré proche de la bande passante du signal multiporteuses, c’est-à-dire, lorsque le paramètre  $|\Delta f|$  est proche de zéro, le filtre analogique placé juste après l’amplificateur de puissance n’a plus de sens. En effet, ce filtre a tout son intérêt lorsque  $|\Delta f|$  est grand car il permet d’éliminer le “signal additionnel” après amplification et ne laisser propager que le signal multiporteuses amplifié.

La première démarche dans la MGA à donc consister à supprimer le filtre analogique qui existe dans la MGC et à choisir  $\Delta f = 0$  pour réduire le PAPR.

Comme pour des valeurs de  $\Delta f = 0$ , les distorsions générées sont importantes (ce qui se traduit pas une dégradation soutenue du TEB), la deuxième démarche dans la MGA à consister à filtrer (par un filtre numérique de type “passe haut”) la partie du “signal additionnel” qui interfère avec le signal multiporteuses.

En filtrant le “signal additionnel”, le phénomène de “peak-regrowth” se produit, ce qui se traduit par une perte d’une partie du signal utile qui sert à la réduction du PAPR. Cela va engendrer une diminution du gain de réduction du PAPR. Pour limiter cette perte de performance liée au phénomène du “peak-regrowth” (Cf. chapitre 4), nous proposons que dans la MGA, le “signal additionnel”  $\tilde{a}_n$  avant d’être ajouté au signal multiporteuses  $x_n$  soit pondéré par un scalaire réel  $\beta^{(\text{opt})}$  obtenu par optimisation. Une fois le  $\beta^{(\text{opt})}$  calculé,

intervient alors un processus d'itération ayant pour but d'accroître le gain de réduction du PAPR. La Figure 5.15 illustre le principe de réduction du PAPR de la MGA.

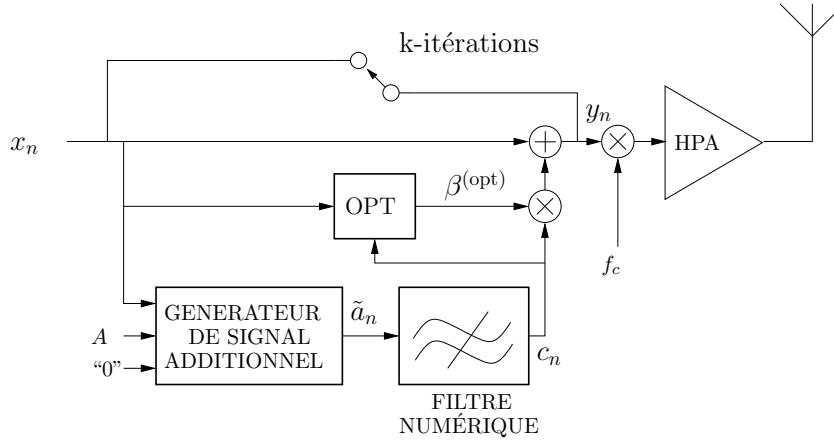


FIGURE 5.15 – Principe de réduction du PAPR de la MGA.

#### 4.1.1 Principe du filtrage numérique

Le filtrage numérique consiste à éliminer la partie du “signal additionnel” qui interfère avec le signal multiporteuses. Soit donc  $c_n$  le “signal additionnel” filtré qui est aussi appelé “signal de réduction du PAPR”. Le filtre numérique qui est de type “passe haut” consiste donc à rendre les signaux  $c_n$  et  $x_n$  orthogonaux (puisque qu'ils sont disjoints dans le domaine fréquentiel).

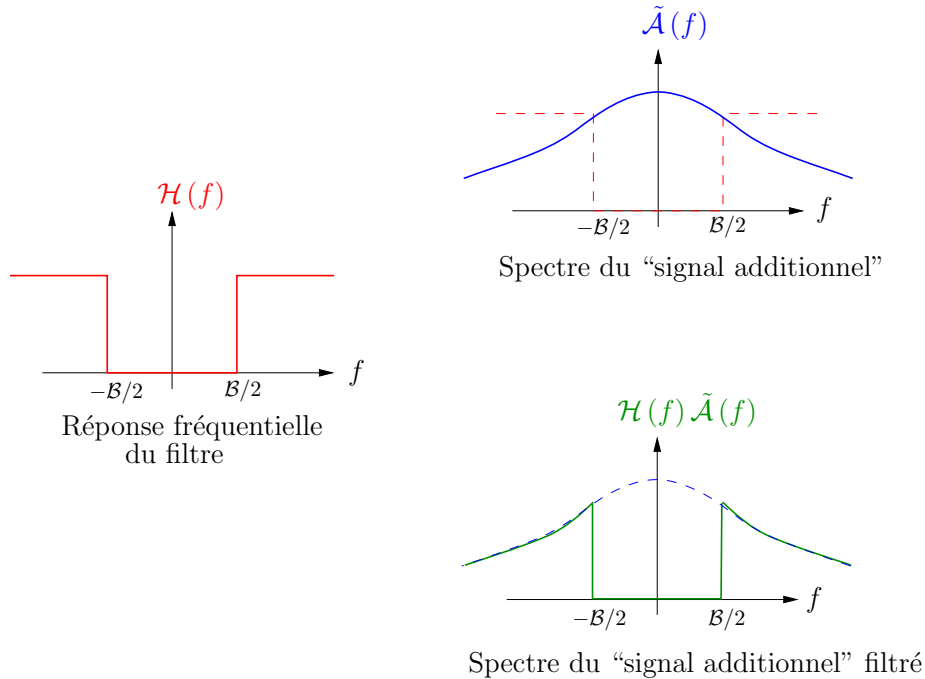


FIGURE 5.16 – Principe du filtrage numérique du “signal additionnel”.

La réalisation du filtre numérique peut donc se faire de façon transverse (non-récurrente).

#### 4. “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) pour la réduction du PAPR

Soit  $N_F$  la longueur du filtre et  $h_k$ ,  $0 \leq k < N_F$  les coefficients du filtre, le signal  $c_n$  à la sortie du filtre s’écrit :

$$c_n = \sum_{k=0}^{N_F-1} \tilde{a}_{n-k} h_n. \quad (5.32)$$

Cette transformation (5.32) a pour but d’atténuer les fréquences inférieures à la fréquence de coupure  $f_c + \frac{B}{2}$  et ce, dans le but de conserver uniquement les hautes fréquences du “signal additionnel”.

##### 4.1.2 Calcul de $\beta^{(\text{opt})}$

Le module OPT qui intervient dans le schéma de réduction du PAPR de la MGA sert à calculer la valeur de  $\beta^{(\text{opt})}$ . En effet, pour accroître la réduction du PAPR, il convient de résoudre le problème d’optimisation convexe ci-dessous :

$$\min_{\beta} \left[ \max_n |x_n + \beta c_n|^2 \right]. \quad (5.33)$$

La solution exacte à l’équation (5.33) (au problème d’optimisation convexe ci-dessus) existe mais engendre une complexité de calcul élevée. Dans [137], *L. Wang* et *C. Tellambura* ont proposé une solution sous-optimale à l’équation (5.33) qui réalise la minimisation de la puissance des échantillons  $y_n = x_n + \beta c_n$  tels que  $|y_n| > A$ , où  $A$  est la valeur donnée au “seuil”. Ce problème de minimisation s’écrit :

$$\min_{\beta} \sum_{n \in S_p} |x_n + \beta c_n|^2, \quad (5.34)$$

où,  $S_p = \{n : |y_n| > A\}$ . Le problème de minimisation donné par la relation (5.34) n’est rien d’autre d’un problème de moindres carrés linéaires dont la solution  $\beta^{(\text{opt})}$  est donnée par l’équation (5.35).

$$\beta^{(\text{opt})} = - \frac{\sum_{n \in S_p} x_n c_n^*}{\sum_{n \in S_p} |c_n|^2}. \quad (5.35)$$

La complexité de calcul de  $\beta^{(\text{opt})}$  d’après l’équation ci-dessus est de type linéaire, c’est-à-dire de l’ordre de  $\mathcal{O}(NL)$ , où  $NL$  est la taille des données numériques.

##### 4.1.3 Algorithme de réduction du PAPR de la MGA

L’algorithme décrit ci-dessous est l’algorithme de réduction du PAPR de la MGA.

###### (a) Etape d’initialisation :

Cette étape est exécutée une fois. Elle consiste à fixer les paramètres  $A$  et  $\Delta f = 0$  de la MGA.

###### (b) Etape d’exécution :

(i) Calculer le signal OFDM temporel  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ . Initialiser  $x_n^{(i)}$  à  $x_n$  et fixer  $i = 0$ .



(ii) Calculer le “signal artificiel”  $a_n^{(i)}$  en utilisant la relation (5.12).

Calculer le “signal additionnel”  $\tilde{a}_n^{(i)}$  de la façon suivante :

$$\tilde{a}_n^{(i)} = a_n^{(i)} e^{j\theta_n}, \text{ où } \theta_n = 2\pi \frac{\Delta f}{\mathcal{B}} \frac{n}{NL}.$$

Calculer le “signal additionnel” filtré  $c_n^{(i)}$  aussi appelé “signal de réduction du PAPR” en appliquant l’équation (5.32).

(iii) Calculer  $\beta^{(\text{opt})}$  en appliquant la relation (5.35).

(iv) Mettre à jour l’algorithme, c’est-à-dire :

$$x_n^{(i+1)} = x_n^{(i)} + \beta^{(\text{opt})} c_n^{(i)}$$

(v) Incrémenter  $i$  et aller à l’étape (ii) si le nombre maximal  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations n’est pas atteint. Sinon, faire  $y_n = x_n^{(i)}$  et arrêter l’exécution.

## 4.2 Complexité et analyse des performances de la MGA

Contrairement à la MGC, la MGA n’utilise pas de filtre analogique mais plutôt un filtre numérique de complexité  $\mathcal{O}(N_F)$ , où  $N_F$  est la longueur du filtre.

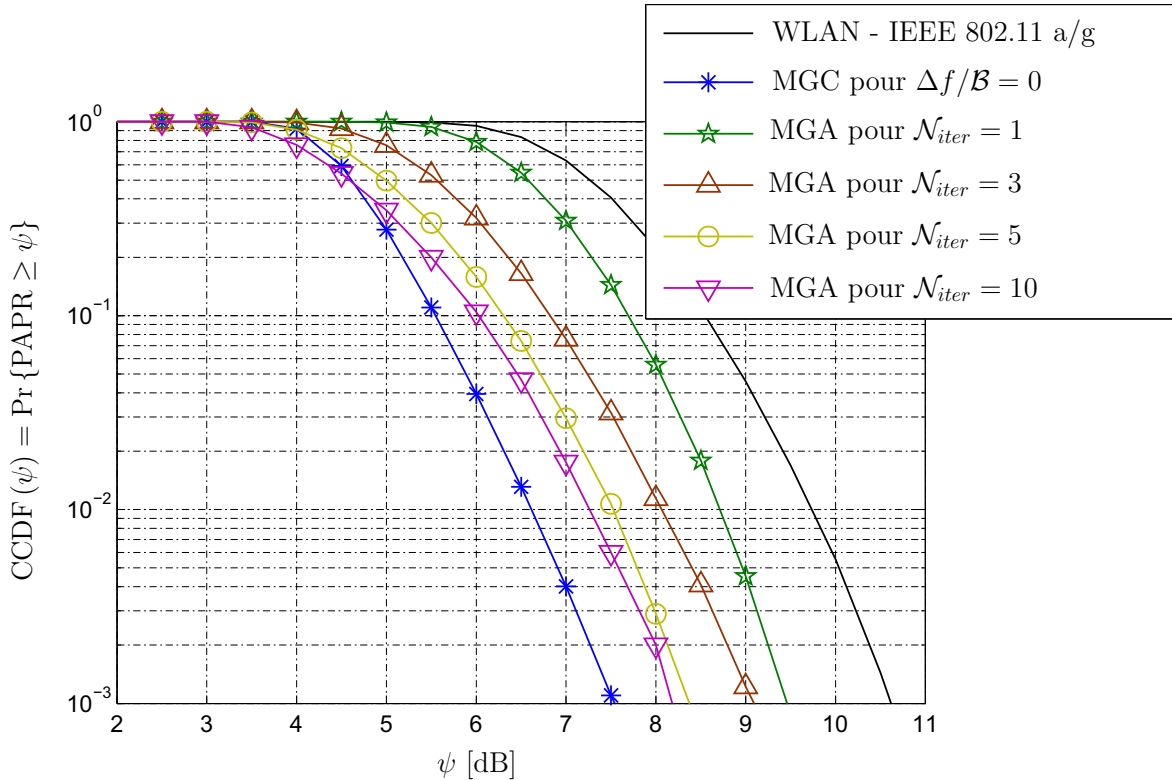


FIGURE 5.17 – Performances de la MGA pour différentes itérations  $\mathcal{N}_{iter}$  avec  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} = 3$  dB.

La complexité de calcul du “signal artificiel”  $a_n$  et du “signal additionnel”  $\tilde{a}_n$  est de l’ordre de  $\mathcal{O}(\nu NL)$  où  $\nu = \Pr[|x_n| > A]$ . Comme  $|x_n|$  est une variable de Rayleigh, alors

#### 4. “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) pour la réduction du PAPR

$\nu = 1 - e^{-\frac{A^2}{P_x}}$ . Nous avons montré auparavant que la complexité de calcul de  $\beta^{(\text{opt})}$  était de l'ordre de  $\mathcal{O}(NL)$ . En somme, la complexité de la MGA pour une itération est de  $[\mathcal{O}(\nu NL) + \mathcal{O}(N_F) + \mathcal{O}(NL)] \simeq \mathcal{O}(NL)$ , car  $\nu = 1 - e^{-\frac{A^2}{P_x}} \leq 1$  et en général  $N_F < NL$ . Pour  $\mathcal{N}_{iter}$  itérations au total, la complexité de la MGA sera de l'ordre de  $\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL)$ .

La Figure 5.17 affiche la réduction du PAPR de la MGA pour différentes valeurs du nombre d'itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ . Elle montre que la réduction de la MGA croît avec  $\mathcal{N}_{iter}$  et converge à partir de  $\mathcal{N}_{iter} \geq 5$ . En effet, il y a pas de réduction significative du PAPR entre  $\mathcal{N}_{iter} = 5$  et  $\mathcal{N}_{iter} = 10$ .

Nous remarquons que dans les mêmes conditions de simulation, c'est-à-dire pour  $\Delta f = 0$  et  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$  dB, la MGC est plus performante que la MGA en terme de réduction du PAPR. En effet, à  $10^{-2}$  de la CCDF, la MGC réalise 3.25 dB de réduction du PAPR tandis que la MGA avec  $\mathcal{N}_{iter} = 10$  itérations réalise seulement 2.5 dB de réduction du PAPR. Il faut cependant garder à l'esprit que la MGA a pour but de réduire les distorsions engendrées dans la MGC mais pas pour augmenter la réduction du PAPR de la MGC.

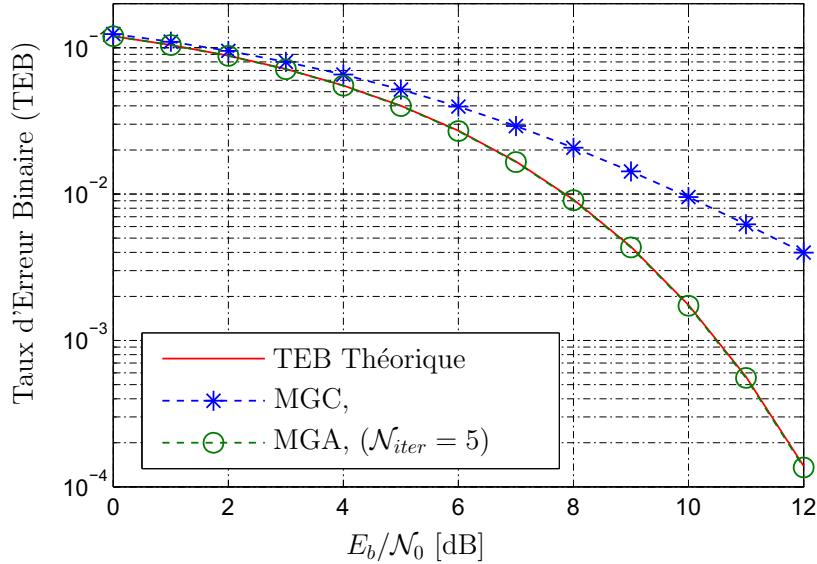


FIGURE 5.18 – Comparaison des TEBs de la MGC et de la MGA pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$  dB.

La Figure 5.18 compare les performances de la MGC et de celles de la MGA en terme de dégradation du TEB. Nous avons tracé le TEB de la MGA pour  $\mathcal{N}_{iter} = 5$  et nous pouvons montrer assez facilement que quelque soit  $\mathcal{N}_{iter}$ , le TEB de la MGA coïncide avec le TEB de référence (le TEB théorique). En effet le filtre numérique qui intervient dans le schéma de réduction du PAPR de la MGA élimine la partie fréquentielle du “signal additionnel” qui interfère dans la bande passante du signal multiporteuses. Cette interférence est la cause de dégradation du TEB dans la MGC. La suppression d’une partie du “signal additionnel” induit une perte de performance de réduction du PAPR dans la MGA comme le montre la Figure 5.17. On peut toutefois améliorer la réduction du PAPR de la MGA en augmentant  $\mathcal{N}_{iter}$ . Il faut cependant garder à l’esprit (d’après l’analyse de la complexité de la MGA faite ci-dessus) que la complexité de la MGA augmente linéairement avec  $\mathcal{N}_{iter}$  ce qui n’est pas le cas du gain de réduction du PAPR.

Il est très difficile de comparer la MGC et la MGA de point de vue complexité. Nous pouvons néanmoins souligner qu’il n’existe pas de processus d’itérations dans la MGC

contrairement à la MGA. Cependant la MGC nécessite un filtre analogique et requiert un amplificateur de puissance RF qui doit être très large bande. Aussi le Convertisseur Numérique Analogique (CNA) dont le rôle est de reconstruire une onde analogique doit être large bande et rapide car les signaux traités sont des signaux haute fréquence.

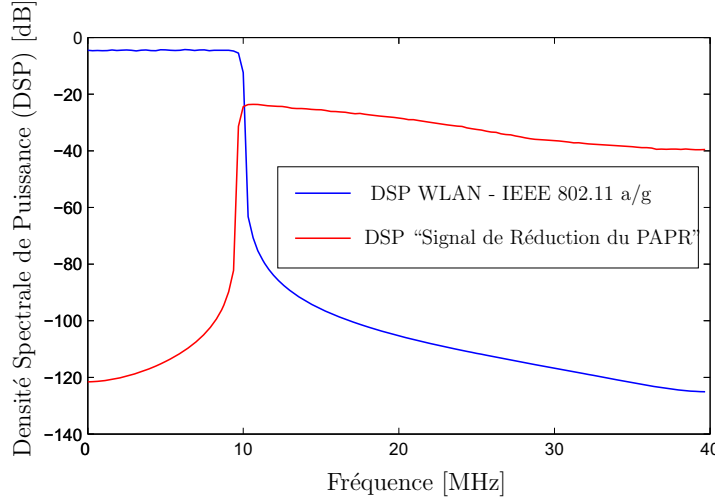


FIGURE 5.19 – DSP du signal WLAN et DSP du “signal de réduction du PAPR” pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$  dB,  $\mathcal{N}_{iter} = 5$  et  $\Delta f = 0$ .

La Figure 5.19 montre le spectre du signal WLAN dont on veut réduire le PAPR et celui du “signal de réduction du PAPR”. Rappelons que ce dernier (le “signal de réduction du PAPR”) est issu du filtrage numérique du “signal additionnel”. On constate que les spectres des deux signaux sont disjoints, ce qui explique la non-dégradation du TEB de la MGA obtenue en Figure 5.18.

## 5 La MGA à base de “Tone Reservation” (TR)

Dans cette section, nous proposons une nouvelle variante de la Méthode Géométrique de réduction du PAPR : la “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) à base de “Tone Reservation” (TR) que nous abrégeons par “TR-MGA”.

La “TR-MGA” est une technique TR de réduction du PAPR dont le “signal de réduction du PAPR” est calculé à partir de la MGA. Nous l’avons proposé dans [138] où elle a fait l’objet d’une étude comparative avec la “TR-SOCP” [54] et la “TR-GP” [25] qui sont d’ailleurs détaillées en annexe B du manuscrit.

### 5.1 Principe de la “TR-MGA”

Dans la section 7.2 du chapitre 4, nous avons proposé un filtrage numérique à base de FFT/IFFT pour transformer toute technique de réduction du PAPR de “distorsions” en technique TR.

Cette volonté de transformer des techniques de réduction du PAPR en techniques TR réside dans le fait que les techniques TR sont avant tout des techniques “ajout de signal” (donc sont faciles à implémenter) et lorsqu’elles utilisent les sous-porteuses “non-utilisées” ou “nulles” des standards pour porter le “signal de réduction du PAPR”, elles sont à compatibilité descendante. Les inconvénients majeurs des techniques TR peuvent résider

## 5. La MGA à base de “Tone Reservation” (TR)

dans le calcul du “signal de réduction du PAPR” qui peut s’avérer très complexe (c’est le cas de la “TR-SOCP” [54]) et dans l’augmentation de la puissance moyenne du signal à transmettre. Donc la façon de calculer (ou générer) le “signal de réduction du PAPR” dans la TR s’avère essentiel dans le sens où on veut pallier les inconvénients de la TR évoqués ci-dessus. C’est ce à quoi nous allons nous atteler dans cette section en proposant une nouvelle approche pour générer le “signal de réduction du PAPR” de la TR qui est basée sur la MGA (et indirectement sur la MGC).

Nous avons montré que la MGC est une technique de “distorsions”, la MGC se transforme en MGA en supprimant le filtre analogique placé juste après l’amplificateur de puissance, en intégrant un filtrage numérique (classique de type “passe haut”), un module OPT et un processus d’itération pour augmenter la réduction du PAPR de la technique. En remplaçant cependant le filtre numérique “passe haut” par un filtre “TR” (filtre numérique à base de FFT/IFFT), le nouveau système obtenu est une TR que nous appelons “TR-MGA”. La Figure 5.20 illustre le principe de réduction du PAPR de la “TR-MGA”.

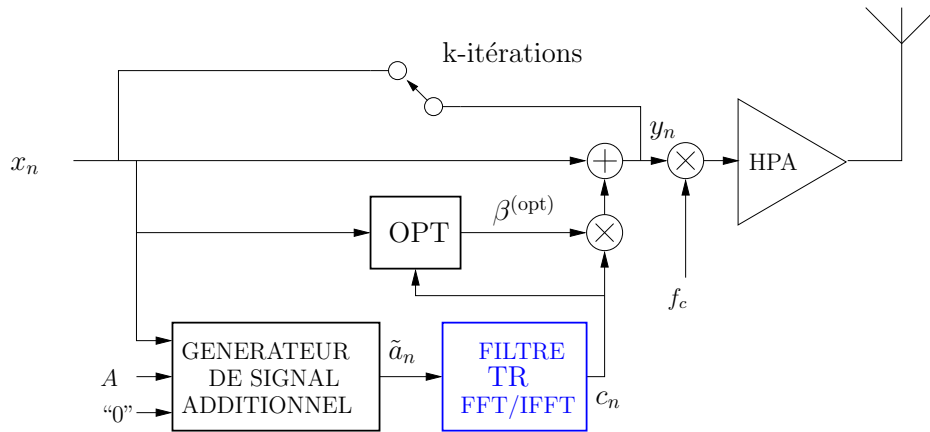


FIGURE 5.20 – Principe de réduction du PAPR de la “TR-MGA”.

### 5.1.1 Analyse de complexité de la “TR-MGA”

La complexité de la “TR-MGA” est différente de celle de la MGA dans la mesure où la “TR-MGA” emploie un filtre “TR” (à base de FFT/IFFT) contrairement à la MGA qui emploie un filtre numérique classique de type “passe haut” (qu’on peut réaliser sous forme de filtre FIR ou sous forme de filtre IIR). La complexité de la “TR-MGA” est principalement liée au couple (FFT/IFFT) qui sert de filtre. Elle est évaluée à  $\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$ , où  $\mathcal{N}_{iter}$  est le nombre total d’itérations (Cf. section 7.4 du chapitre 4).

### 5.1.2 Algorithme de réduction du PAPR de la “TR-MGA”

L’algorithme de réduction du PAPR de la “TR-MGA” est identique à celui de la MGA à la différence que dans la “TR-MGA”, le “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  est calculé suivant l’équation (4.46).

## 5.2 Analyse des performances de la “TR-MGA”

Dans cette section, nous évaluons par simulation les performances de la “TR-MGA” (réduction du PAPR, TEB, DSP, variation de la puissance moyenne) dans un environne-

ment WLAN (IEEE 802.11 a/g). Les conditions de simulation sont celles données par la table 4.1. Rappelons tout de même que dans la norme IEEE 802.11 a/g, il y a  $N = 64$  sous-porteuses, dont 52 sous-porteuses d'informations (48 sous-porteuses de données et 4 pilots) et le reste  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sont des sous-porteuses "nulles" ou "vides". C'est donc ces  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sous-porteuses "nulles" qui vont porter le "signal de réduction du PAPR". Une description détaillée du WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g est fournie dans le chapitre 1. La configuration de l'emplacement des sous-porteuses "non-utilisées" est celle de "Two-side Mapping" (Cf. section 8.1 du chapitre 4).

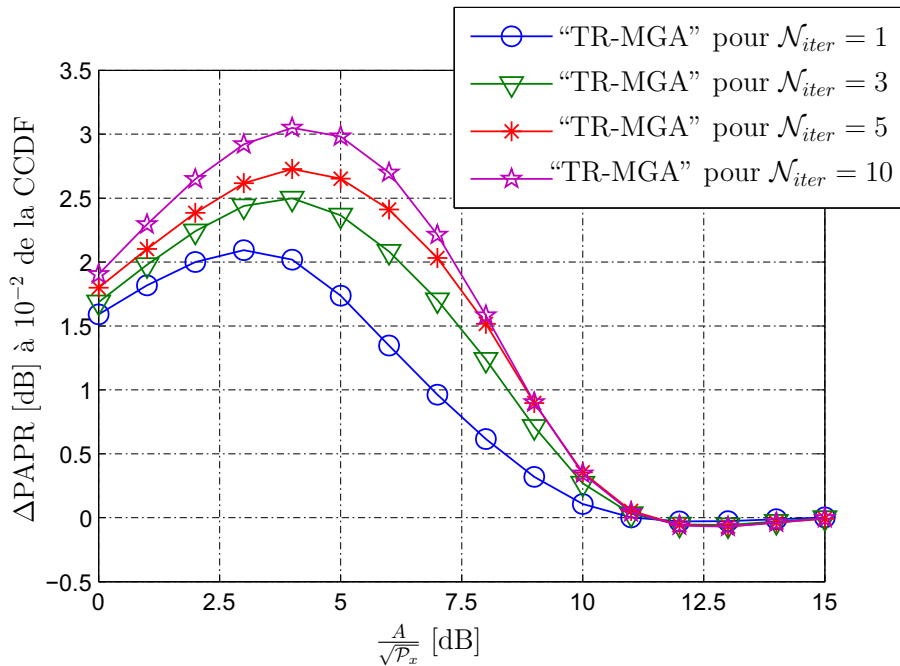


FIGURE 5.21 – Gain de réduction du PAPR de la “TR-MGA” pour différentes valeurs de  $\mathcal{N}_{iter}$ .

La Figure 5.21 montre la réduction du PAPR en fonction de  $A$  pour différentes itérations. Elle montre que la réduction du PAPR augmente avec  $\mathcal{N}_{iter}$  le nombre d'itérations. Elle montre aussi que, pour  $\mathcal{N}_{iter}$  fixé, le gain maximal de réduction du PAPR est atteint pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} \simeq 4$  dB et chute à 0 dB à partir de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} \geq 11$  dB. Le gain maximal de la “TR-MGA” à  $10^{-2}$  de la CCDF vaut 2 dB, 2.5 dB, 2.75 dB et 3 dB pour  $\mathcal{N}_{iter} = 1, 3, 5$  et 10 respectivement.

La réduction du PAPR de la “TR-MGA” diminue quand  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  croît pour la simple raison que, lorsque le “seuil”  $A$  augmente (donc lorsque  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  croît), il y a de moins en moins d'échantillons du signal multiporteuses qui satisferont la condition  $|x_n| > A$ . Par conséquent, il y aura de moins en moins de réduction du PAPR.

Les résultats de simulation montrent qu'il n'y a pas de réduction du PAPR assez significative entre  $\mathcal{N}_{iter} = 5$  et  $\mathcal{N}_{iter} = 10$  et comme la complexité de la “TR-MGA” augmente linéairement avec le nombre d'itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ , alors donc dans l'étude comparative de la “TR-MGA” avec la “TR-GP” et la “TR-SOCP” qui est menée dans la section 5.3, nous avons fixé  $\mathcal{N}_{iter}$  à 1.

L'étude de la variation de la puissance moyenne dans la “TR-MGA” (Cf. la Figure 5.22) qui est une augmentation de puissance moyenne, montre que la puissance moyenne

## 5. La MGA à base de “Tone Reservation” (TR)

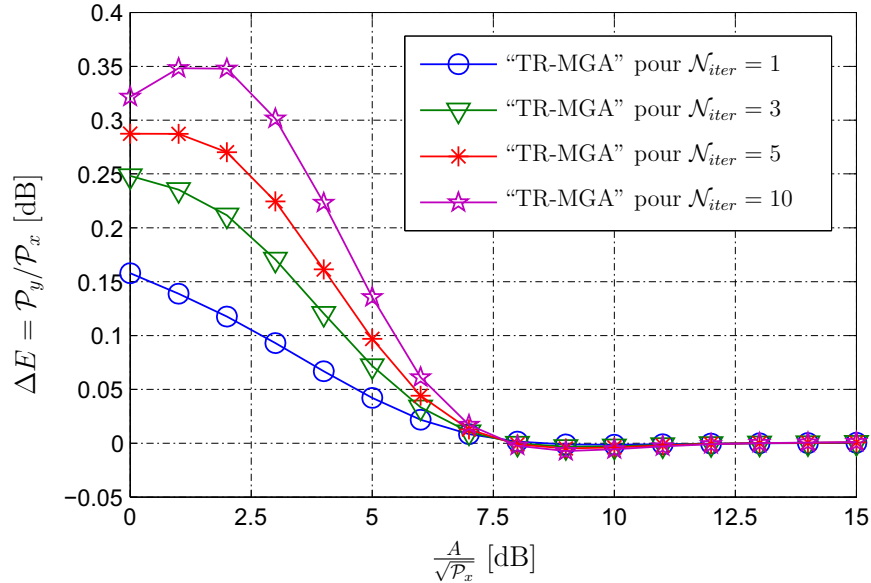


FIGURE 5.22 – Variation de la moyenne dans la “TR-MGA”.

du signal à transmettre augmente avec la réduction du PAPR. On voit bien que pour  $N_{iter} = 10$  où on a le plus de réduction du PAPR, l’augmentation de la puissance moyenne est la plus importante. De façon générale, l’augmentation de la puissance moyenne dans la “TR-MGA” est relativement faible ( $\Delta E \simeq 0.35$  dB).

La Figure 5.23 présente les DSPs des signaux WLAN avant et après réduction du PAPR par la “TR-MGA”. Elle montre que, quelque soit  $N_{iter}$ , le spectre des signaux après réduction du PAPR respecte les spécifications de transmission du standard. On peut cependant remarquer que le niveau de puissance des sous-porteuses de réduction du PAPR (les sous-porteuses placées aux fréquences [9-11] MHz) augmente avec  $N_{iter}$ . En effet, en augmentant le nombre d’itérations  $N_{iter}$ , on augmente le niveau de puissance du “signal de réduction du PAPR”. Comme ce dernier est porté par les sous-porteuses de réduction du PAPR (qui sont placées aux extrémités du standard dans le cas de la norme IEEE 802.11 a/g) alors, le niveau de puissance sous ces sous-porteuses de réduction du PAPR augmente.

### 5.3 Étude comparative de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP”

Dans cette section, nous comparons les performances de la “TR-MGA” que nous avons décrit dans la section précédente avec celles de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP”. Cette étude comparative a fait l’objet de publication dans [138] où les performances (en terme de réduction du PAPR, d’augmentation de puissance et de complexité) de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” ont été évaluées et comparées dans un contexte WLAN (basé sur la norme IEEE 802.11 a/g).

La “TR-SOCP” est une technique TR proposée par *S. Zabré* dans sa thèse de doctorat [54]. Nous avons proposé une description détaillée de cette technique en annexe B de notre manuscrit. La “TR-GP” a été proposée par *S. Litsyn* dans [25]. Une description également détaillée de la “TR-GP” est proposée en annexe B du manuscrit.

La Figure 5.24 compare la réduction du PAPR de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de

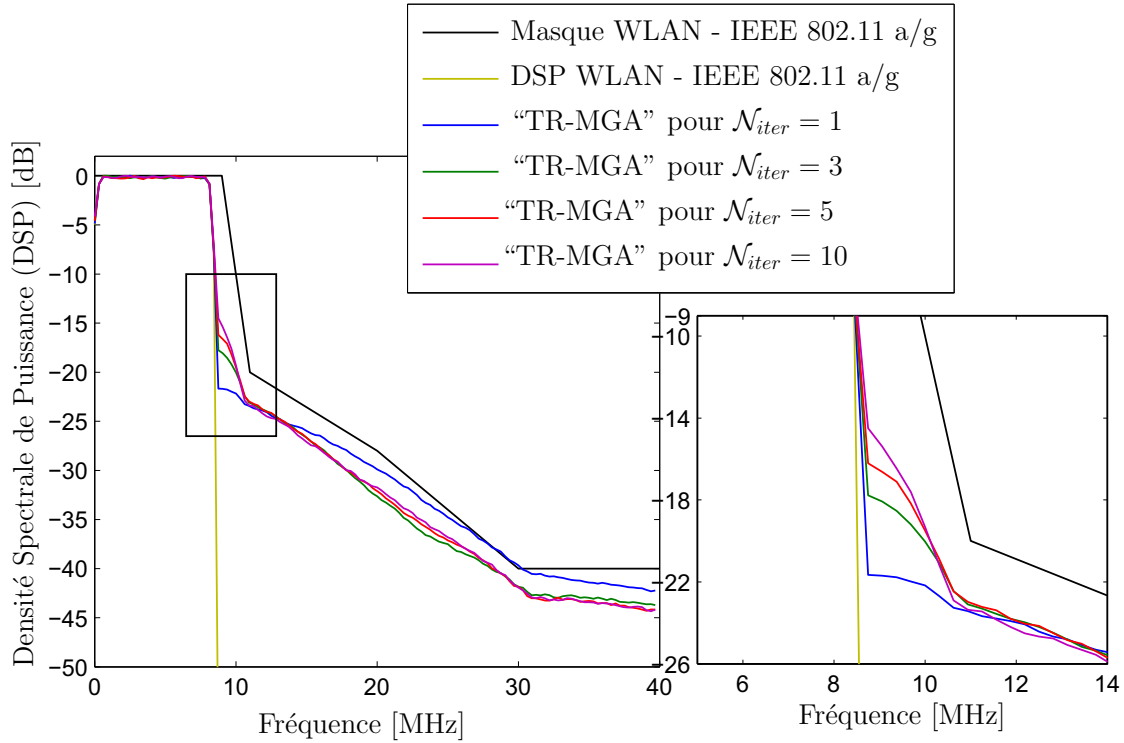


FIGURE 5.23 – DSP des signaux avant et après réduction du PAPR par la “TR-MGA”.

la “TR-SOCP” en fonction de l’augmentation de la puissance moyenne. Elle montre qu’en terme de réduction du PAPR, la “TR-SOCP” est meilleure ( $\sim 2.5$  dB et  $\sim 2.0$  de réduction de plus que la “TR-GP” et la “TR-MGA” respectivement). Ce résultat s’explique par le fait que la “TR-SOCP” est une TR optimale contrairement aux techniques “TR-GP” et “TR-MGA” qui sont des techniques TR sous-optimales.

La “TR-MGA”, la “TR-GP” et la “TR-SOCP” sont toutes trois des techniques TR, ce qui explique l’augmentation de la puissance moyenne qui accompagne l’augmentation du gain de réduction du PAPR. En effet, la Figure 5.24 montre que, pour les trois techniques que nous comparons, la réduction du PAPR augmente avec la puissance moyenne.

“TR-MGA”	“TR-GP” [25]	“TR-SOCP” [54]
Complexité des trois techniques TR		
$\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$	$\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$	$\mathcal{O}(N^2 N_{\mathcal{R}}L)$
Comparaison de complexités dans les conditions de simulation de la Figure 5.24		
$\mathcal{O}(2^{11})$	$\mathcal{O}(4 \times 2^{11})$	$\mathcal{O}(96 \times 2^{11})$

Où  $NL$  : IFFT size=256;  $N_{\mathcal{R}} = 12$  est le nombre de “sous-porteuses réservées” et  $\mathcal{N}_{iter}$  est le nombre d’itérations.

TABLE 5.2 – Tableau de comparaison de complexité.

La Figure 5.25 présente la CCDF du PAPR du signal WLAN avant et après réduction du PAPR pour  $\Delta E = 0.25$  dB. Elle confirme les résultats obtenus par la Figure 5.24,



## 6. Conclusion

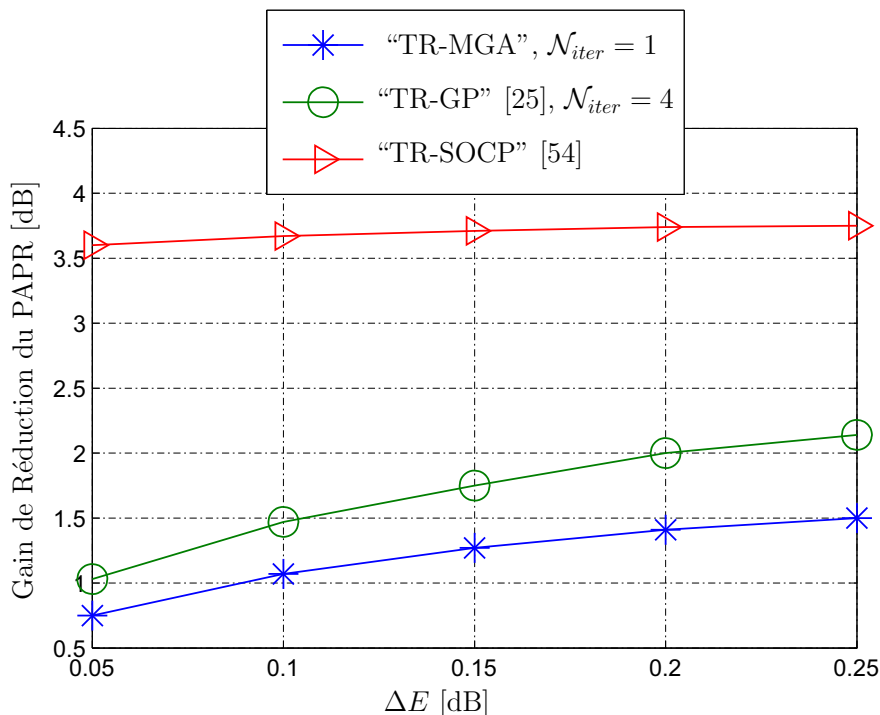


FIGURE 5.24 – Gain de réduction du PAPR en fonction de  $\Delta E$  de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP”.

à savoir que la “TR-SOCP” est la plus performante des trois en terme de réduction du PAPR.

La table de complexité 5.2 montre que dans les conditions de réalisation de la Figure 5.24, la “TR-SOCP” est de loin la méthode la plus complexe. Elle est 96 fois plus complexe que la “TR-MGA” et 24 plus complexe que la “TR-GP”.

L’étude comparative des techniques “TR-MGA”, “TR-GP” et “TR-SOCP” a démontré qu’il existe un compromis à faire entre complexité et réduction de PAPR. Elle montre que la technique la plus efficace en réduction de PAPR (en l’occurrence la “TR-SOCP”) se trouve être la plus complexe et la technique la moins efficace en réduction du PAPR (en occurrence la “TR-MGA”) se trouve être la moins complexe.

Il faut savoir que, dans la pratique, pour d’éventuelles implémentations des techniques TR dans les systèmes de communication, on va très vite s’orienter vers des techniques qui ont une complexité faible telles que la “TR-MGA” et “TR-GP”. La “TR-GP” est d’ailleurs proposée dans [139] pour une implémentation dans les systèmes WIMAX, elle est en phase de normalisation dans le DVB-T2. Des études sont d’ailleurs en cours au sein de SCEE qui portent sur l’implémentation de la “TR-GP” dans le DVB-T2 qui est la nouvelle technologie de diffusion télévision numérique terrestre.

## 6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité de la Méthode Géométrique de réduction du PAPR et de ses variantes qui sont toutes des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante. Ce chapitre a été organisé en trois parties.



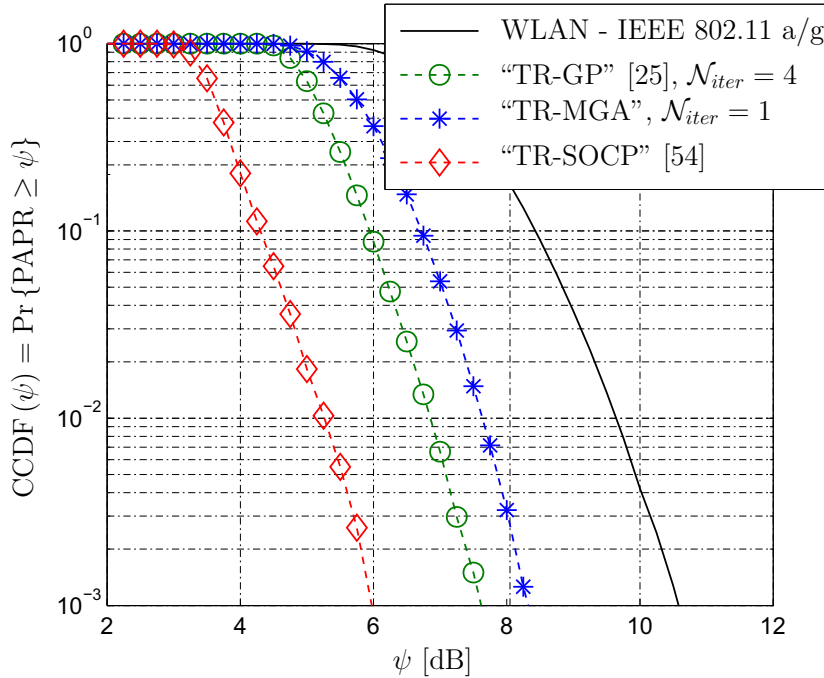


FIGURE 5.25 – CCDF de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” pour  $\Delta E = 0.25$  dB.

- Dans la première partie du chapitre, nous avons présenté de façon assez détaillée la “Méthode Géométrique Classique” (MGC) qui a été proposée dans [134]. Son schéma de réduction du PAPR a été présenté et ses performances (réduction du PAPR, qualité de transmission et complexité d’exécution) ont été évaluées dans un contexte de système WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g. Les résultats de simulations ont montré que dans la MGC, il y avait une perte de performances de réduction du PAPR lorsque le signal de réduction du PAPR en l’occurrence le “signal additionnel” était positionné loin du signal dont on veut réduire le PAPR. Pour comprendre ce phénomène de perte de performances, nous avons d’abord montré que la MGC était une technique de “distorsions”, ensuite nous avons mené une étude théorique des performances de la MGC en proposant des développements théoriques de sa variation de puissance moyenne, de sa distribution du PAPR et de sa métrique SNDR qui caractérisent l’ensemble des distorsions générées par la méthode. Tous les développements théoriques obtenus ont été validés par des résultats de simulations. Ces études pratiques et théoriques nous ont permis de mettre en évidence les limites de la MGC.
- Dans le but de pallier les limites de la MGC, nous avons proposé, dans la deuxième partie de ce chapitre, la “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) qui est une technique de réduction du PAPR de type “ajout de signal” à compatibilité descendante. Dans cette deuxième partie du chapitre, nous avons d’abord expliqué et justifié les différentes démarches qui nous ont permis d’aboutir à la MGA. Les performances (réduction du PAPR, qualité de transmission et complexité d’exécution) de la MGA ont ensuite été évaluées et comparées à celles de la MGC. Les résultats ont montré que, dans les mêmes conditions de simulation, la MGC est plus performante que la MGA en terme de réduction du PAPR. Cependant la MGA ne dégrade pas le TEB contrairement à la

## 6. Conclusion

---

MGC.

La MGA reste donc une technique de réduction du PAPR de type “ajout de signal” à compatibilité descendante avec non-dégradation du TEB. Le problème de la MGA est qu’elle ne contrôle pas les remontées spectrales OOB liées aux distorsions OOB, qui peuvent être un obstacle à la transmission dans le sens où le spectre des signaux à transmettre doit respecter le masque de transmission du standard (en occurrence du WLAN).

- Dans la troisième et dernière partie du chapitre, nous avons proposé la “Méthode Géométrique Améliorée” (MGA) à base de “Tone Reservation” (TR) que nous avons abrégée par “TR-MGA”. La “TR-MGA” est le fruit de la transformation de la MGA en technique TR par un filtrage numérique à base de FFT/IFFT adéquat. Les performances (réduction du PAPR, augmentation de la puissance moyenne et complexité d’exécution) ont été évaluées et comparées avec celles de la “TR-SOCP” [54] et de la “TR-GP” [25]. Les études ont montré que, la “TR-SOCP” qui est la plus efficace des trois en réduction de PAPR se trouve être la plus complexe, et la “TR-MGA” qui est la moins performante des trois en réduction du PAPR se trouve être la moins complexe.

Un des résultats de ce chapitre est le fait que, dans les techniques TR, l’augmentation du gain de réduction du PAPR s’accompagne d’une augmentation de la puissance moyenne du signal à transmettre. Dans le prochain chapitre, nous proposons des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante dont la variation de la puissance moyenne est contrôlée.



## Chapitre 6

# La Sécante Hyperbolique pour la réduction du PAPR

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>145</b>
<b>2</b>	<b>La “sécante hyperbolique” comme fonction de réduction du PAPR</b>	<b>146</b>
2.1	La “sécante hyperbolique”	146
2.2	La “sécante hyperbolique” dans un contexte de réduction du PAPR	148
2.3	Approximation Gaussienne de la “sécante hyperbolique”	150
<b>3</b>	<b>Études théoriques des performances de la “sécante hyperbolique”</b>	<b>151</b>
3.1	Variation de la puissance moyenne	151
3.2	Distribution du PAPR	152
3.3	Caractérisation théorique du SNDR	154
3.4	Les limites de la “sécante hyperbolique”	156
<b>4</b>	<b>La “sécante hyperbolique” à base d’écrtage</b>	<b>157</b>
4.1	Principe de la technique HSC	157
4.2	Algorithme et analyse de complexité de la HSC	158
4.3	Étude des performances de la HSC	159
4.4	Étude comparative de la HSC avec trois techniques de “clipping and filtering”	161
<b>5</b>	<b>La HSC à base de “Tone Reservation” pour la réduction du PAPR</b>	<b>163</b>
5.1	Transformation de la HSC en TR	163
5.2	Algorithme et analyse de complexité de la “TR-HSC”	164
5.3	Analyse de performances de la “TR-HSC”	164
5.4	Étude comparative de la “TR-HSC” avec la “TR-GP” et la “TR-SOCP”	168
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>169</b>

---

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, il est question de réduire le PAPR des signaux multiporteuses par le biais de la fonction sécante hyperbolique. Toutes les techniques de réduction du PAPR

développées dans ce chapitre sont des techniques “ajout de signal” à compatibilité descendante.

Le chapitre est organisé en trois principales parties.

- Dans la première partie, nous exposons d’abord de façon détaillée le principe de la réduction du PAPR via la “sécante hyperbolique”, nous justifions ensuite le choix de la fonction sécante hyperbolique comme fonction non-linéaire de réduction du PAPR des signaux multiporteuses. Enfin, nous caractérisons théoriquement les performances de réduction du PAPR de la sécante hyperbolique en développant l’expression analytique de sa variation de puissance moyenne, de sa distribution du PAPR et de sa métrique SNDR.
- Dans la deuxième partie du chapitre, nous décrivons et étudions la technique de la sécante hyperbolique à base d’écrêtage pour la réduction du PAPR aussi appelée technique “HSC” pour “Hyperbolic Secant based Clipping” en anglais. Cette nouvelle forme de “clipping” est ensuite comparée à d’autres formes de “clipping” connues de la littérature.
- Dans la troisième et dernière partie de ce chapitre, nous proposons de transformer la HSC en technique TR et ceci grâce au filtrage TR proposé en section 7 du chapitre 4. La HSC à base de TR obtenue, abrégée par “TR-HSC” est étudiée et comparée avec deux autres techniques TR, à savoir la “TR-GP” et la “TR-SOCP”.

## 2 La “sécante hyperbolique” comme fonction de réduction du PAPR

Dans le chapitre 4, nous avons montré que les techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions” sont caractérisées chacune par une fonction non-linéaire qui agit sur l’amplitude du signal multiporteuses dans le but de réduire le PAPR. Dans ce même chapitre, nous avons montré que toute technique de “distorsions” peut être formulée comme une technique “ajout de signal”. Dans [124], nous avons proposé de formuler toute technique de “clipping” en technique “ajout de signal”.

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à une forme particulière de fonction non-linéaire de réduction du PAPR : la fonction sécante hyperbolique. Le choix de la fonction sécante hyperbolique comme fonction non-linéaire de réduction du PAPR des signaux de multiporteuses est donné en section 2.2.

### 2.1 La “sécante hyperbolique”

La fonction “sécante hyperbolique” fait partie de la famille des fonctions hyperboliques au même titre que les fonctions cosinus hyperbolique, sinus hyperbolique et tangente hyperbolique. Le terme “hyperbolique” provient de la relation des fonctions hyperboliques avec l’hyperbole d’équation  $x^2 - y^2 = 1$ . En général, elles sont utilisées en analyse pour le calcul intégral, pour la résolution des équations différentielles mais aussi en géométrie hyperbolique. Dans cette thèse, nous utilisons la “sécante hyperbolique” pour une application assez particulière : la réduction du PAPR des signaux multiporteuses.

La fonction “sécante hyperbolique”, notée  $\text{sech}$  est la fonction hyperbolique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

## 2. La “sécante hyperbolique” comme fonction de réduction du PAPR

---

$$\operatorname{sech}[x] \triangleq \frac{2}{e^x + e^{-x}}. \quad (6.1)$$

- Les limites aux bornes de l'ensemble de définition sont données ci-dessous :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{sech}[x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{sech}[x] = 0 \quad (6.2)$$

- La “sécante hyperbolique” est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R}$  on a :

$$(\operatorname{sech})' [x] = -\frac{\operatorname{th}[x]}{\operatorname{ch}[x]}, \quad (6.3)$$

où  $\operatorname{ch}$  et  $\operatorname{th}$  sont respectivement le cosinus et la tangente hyperboliques.

La fonction  $(\operatorname{sech})' [x]$  est signe de  $-\operatorname{th}[x]$  et donc

$$(\operatorname{sech})' [x] > 0 \text{ si et seulement si } x < 0,$$

$$(\operatorname{sech})' [x] < 0 \text{ si et seulement si } x > 0,$$

$$(\operatorname{sech})' [x] = 0 \text{ si et seulement si } x = 0.$$

On en déduit les variations de la fonction sécante hyperbolique :

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$(\operatorname{sech})' [x]$	+		-
$\operatorname{sech}[x]$	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math>0</math> ↖         </div> <div style="text-align: center;"> <math>1</math> ↑         </div> <div style="text-align: center;"> <math>0</math> ↘         </div> </div>		

TABLE 6.1 – Table de variations de la fonction sécante hyperbolique.

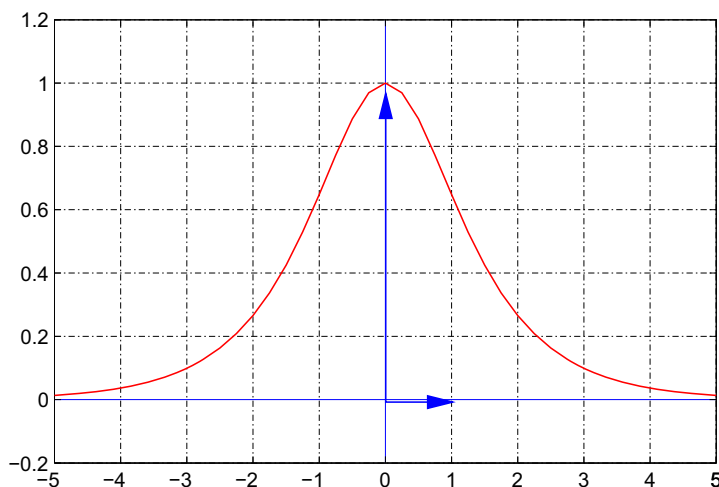


FIGURE 6.1 – Courbe représentative de la fonction sécante hyperbolique.

## Chapitre 6. La Sécante Hyperbolique pour la réduction du PAPR

---

La fonction sécante hyperbolique dont la courbe représentative est donnée par la Figure 6.1 agit donc sur l'amplitude des signaux multiporteuses afin de réduire son PAPR. Dans ce contexte de réduction du PAPR, c'est la partie de la sécante hyperbolique dans le demi-plan des  $x \geq 0$  qui intervient dans la réduction du PAPR parce que le module (amplitude) d'un signal est toujours un réel positif.

On peut constater que la courbe représentative de la fonction sécante hyperbolique (Cf. Figure 6.1) a l'allure d'une Gaussienne. En section 2.3, nous avons proposé d'approcher la sécante hyperbolique à une Gaussienne afin de simplifier les développements mathématiques que l'on sera amené à développer.

### 2.2 La "sécante hyperbolique" dans un contexte de réduction du PAPR

Dans cette section, le principe et le mécanisme de réduction du PAPR via la "sécante hyperbolique" sont développés.

#### 2.2.1 Le principe

Dans un contexte de réduction du PAPR, la fonction de réduction du PAPR basée sur la "sécante hyperbolique" s'écrit :

$$f[r] \triangleq A \operatorname{sech}[\eta r], \quad (6.4)$$

où  $A$  et  $\eta$  sont des paramètres liés à la fonction de réduction du PAPR dont on donnera les rôles respectifs par la suite.

Soit  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ , le signal OFDM discrétisé dont on veut réduire le PAPR, où  $r_n$  est son amplitude et  $\phi_n$  sa phase. Le signal  $y_n$  à la sortie du module de réduction du PAPR s'écrit :

$$y_n = f[r_n] e^{j\phi_n}, \quad (6.5)$$

où  $f[r]$  est la fonction non-linéaire donnée par l'équation (6.4).

#### 2.2.2 Le mécanisme de réduction du PAPR

La fonction de réduction du PAPR donnée par l'équation (6.4) de part sa forme permet de réduire le PAPR des signaux multiporteuses en amplifiant les échantillons de faibles amplitudes et en atténuant les échantillons de grandes amplitudes, comme le montre la Figure 6.2.

La Figure 6.2 montre que, pour les échantillons  $r_n$  tels que  $r_n = |x_n| \leq r^{(\text{seuil})}$ , il y a amplification de l'amplitude du signal et pour les  $r_n$  tels  $r_n \geq r^{(\text{seuil})}$  il y a atténuation de l'amplitude du signal.

Le paramètre  $r^{(\text{seuil})}$  est obtenu en résolvant l'équation suivante d'inconnue  $r$  :

$$f[r] = A \operatorname{sech}[\eta r] = Ar. \quad (6.6)$$

La valeur de  $r^{(\text{seuil})}$  est donnée par la relation ci-dessous :

$$r^{(\text{seuil})} \simeq 0.765 \frac{1}{\eta}. \quad (6.7)$$

## 2. La “sécante hyperbolique” comme fonction de réduction du PAPR

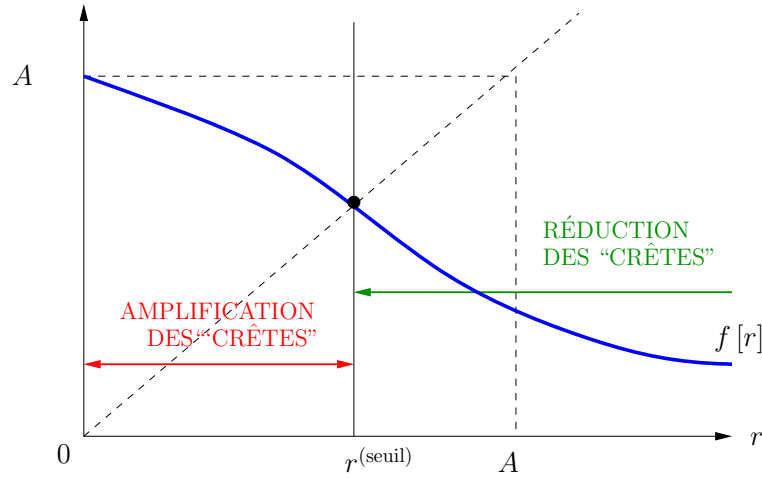


FIGURE 6.2 – Mécanisme de réduction du PAPR par la “sécante hyperbolique”.

La relation (6.7) montre que  $r^{(\text{seuil})}$  qui est la frontière entre la zone d’amplification et la zone d’atténuation (Cf. Figure 6.2) dépend exclusivement du paramètre  $\eta$  de la fonction de réduction du PAPR. On peut comprendre à partir de l’analyse faite précédemment que, le rôle du paramètre  $\eta$  dans la réduction du PAPR est de contrôler le gain de réduction du PAPR en ajustant de façon appropriée la zone d’amplification et la zone d’atténuation par le biais de  $r^{(\text{seuil})}$ .

On peut alors se poser la question de savoir quel sera le rôle du paramètre  $A$  dans la réduction du PAPR ? Pour répondre à cette question, revenons au problème de variation de la puissance moyenne auquel on est confronté dans les techniques de réduction du PAPR. Idéalement, on cherche à ce que  $\mathcal{P}_y = \mathcal{P}_x$ , où  $\mathcal{P}_x$  est la puissance moyenne du signal multiporteuses et  $\mathcal{P}_y$  est celle du signal à la sortie du module de réduction du PAPR. Dans le contexte de la “sécante hyperbolique”, la puissance moyenne à la sortie du module de réduction du PAPR s’écrit :

$$\mathcal{P}_y = \int_0^{\infty} f(r)^2 p(r) dr = A^2 \int_0^{\infty} \text{sech}^2[\eta r] p(r) dr. \quad (6.8)$$

De la relation ci-dessus, le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée  $\gamma$  s’écrit :

$$\gamma = \frac{\mathcal{P}_y}{\mathcal{P}_x} = \frac{A^2}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} \text{sech}^2[\eta r] p(r) dr. \quad (6.9)$$

On a montré précédemment que seul le paramètre  $\eta$  influençait sur le gain de réduction du PAPR. Cependant, comme le montre l’équation (6.9), les paramètres  $A$  et  $\eta$  interviennent dans la variation de la puissance moyenne. Dans la “sécante hyperbolique”, on peut contrôler la variation de la puissance moyenne en jouant sur le paramètre  $A$  sans toutefois influencer le gain de réduction du PAPR.

La valeur de  $A$  qui permet d’avoir  $\mathcal{P}_y = \mathcal{P}_x$  est donnée par la relation (6.10)



$$A^{(\text{opt})} = \frac{\sqrt{\mathcal{P}_x}}{\left[ \int_0^\infty \text{sech}^2[\eta r] p(r) dr \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (6.10)$$

Dans la “sécante hyperbolique”, on a montré que théoriquement, le paramètre  $\eta$  contrôlait le gain de réduction du PAPR tandis que le paramètre  $A$  contrôlait la variation de la puissance moyenne.

### 2.3 Approximation Gaussienne de la “sécante hyperbolique”

Dans cette section nous cherchons à approcher la “sécante hyperbolique” par une fonction Gaussienne dans le but de simplifier les développements mathématiques que l’on sera amené à développer pour la caractérisation théorique des performances de la technique.

Pour trouver la fonction Gaussienne qui approche la “sécante hyperbolique”, nous avons procédé par simulation comme le montre la Figure 6.3.

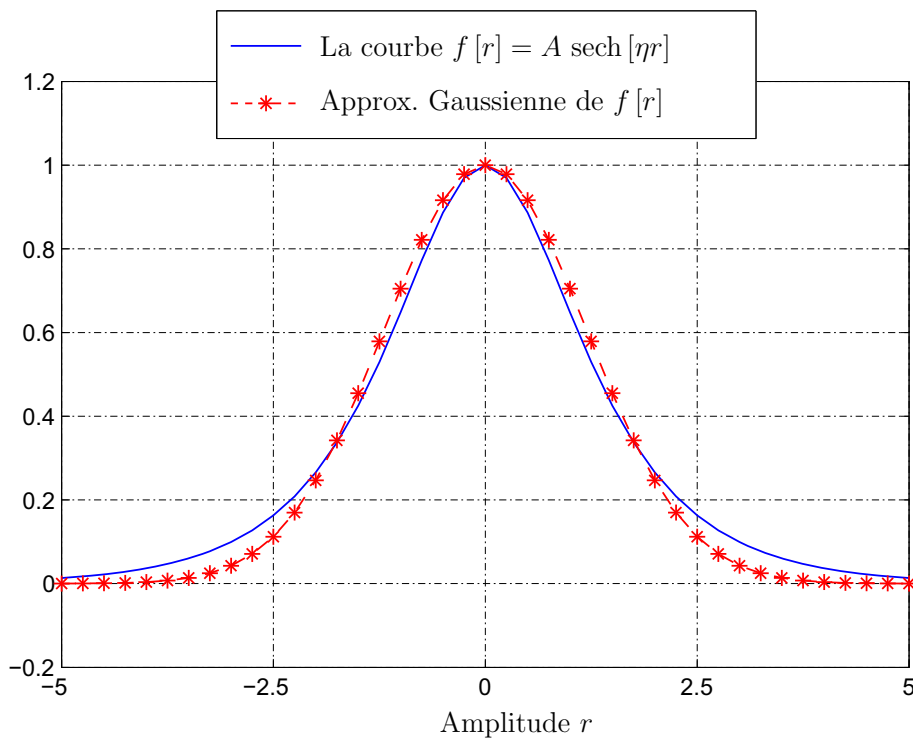


FIGURE 6.3 – Approximation de la “sécante hyperbolique” par une fonction Gaussienne.

Dans la Figure 6.3, nous avons approché la “sécante hyperbolique” à la fonction Gaussienne défini ci-dessous par :

$$f_{\text{app}}[r] = Ae^{-\sigma(\eta r)^2}, \text{ où } \sigma = 0.35. \quad (6.11)$$

Dans les développements mathématiques qui vont suivre, on pourra donc remplacer la “sécante hyperbolique” donnée par l’équation (6.4) par son approximation Gaussienne donnée par la relation (6.11).

### 3 Études théoriques des performances de la “sécante hyperbolique”

Comme nous avons eu à le faire dans le chapitre précédent pour la MGC, dans cette partie, nous proposons de caractériser théoriquement les performances (variation de la puissance moyenne, distribution du PAPR du signal après réduction du PAPR et la métrique SNDR ) de la “sécante hyperbolique”.

La “sécante hyperbolique” est une technique de “distorsions”, on peut donc appliquer les développements théoriques génériques du chapitre 4 où la fonction non-linéaire de réduction du PAPR est celle donnée par la sécante hyperbolique.

Soit  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ , le signal OFDM discrétisé dont on veut réduire le PAPR, où  $r_n$  est son amplitude et  $\phi_n$  sa phase. Le signal  $y_n$  à la sortie du module de réduction du PAPR est donné par l'équation (6.5).

#### 3.1 Variation de la puissance moyenne

La “sécante hyperbolique” est une technique de réduction du PAPR dite de “distorsions” caractérisée par sa fonction non-linéaire de réduction du PAPR donnée par la relation (6.4). Nous avons montré que cette fonction de réduction du PAPR pouvait être approchée par une Gaussienne qui est exprimée par la relation (6.11).

Dans le chapitre 4, nous avons proposé une formule générique décrite par la relation (4.10) qui caractérise la variation de la puissance moyenne dans le cas des techniques de “distorsions”. Comme la “sécante hyperbolique” est une technique de “distorsions”, nous pouvons appliquer assez facilement cette formule générique à la “sécante hyperbolique”.

De la relation (4.10), la variation de la puissance moyenne de la “sécante hyperbolique” s'écrit :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\mathcal{P}_x} E \left[ |f[r]|^2 \right] \\ &\simeq \frac{1}{\mathcal{P}_x} E \left[ |f_{\text{app}}[r]|^2 \right] = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} |f_{\text{app}}[r]|^2 p(r) dr, \end{aligned} \quad (6.12)$$

où  $p(r)$  donnée par la relation (5.16), est la fonction densité de probabilité de l'enveloppe complexe  $r_n$  du signal OFDM.

En substituant les expressions de  $p(r)$  et de  $f_{\text{app}}[r]$  qui sont données respectivement par les équations (5.16) et (6.11), on obtient :

$$\begin{aligned} \gamma &\simeq \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} |f_{\text{app}}[r]|^2 p(r) dr = \frac{1}{\mathcal{P}_x} \int_0^{\infty} A^2 e^{-2\sigma(\eta r)^2} \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}} dr \\ &\simeq \frac{A^2}{(1 + 2\sigma\eta^2 \mathcal{P}_x) \mathcal{P}_x}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

De l'équation (6.13), on calcule assez facilement la valeur de  $A^{(\text{opt})}$  (c'est-à-dire, la valeur de  $A$  qui donne  $\mathcal{P}_y = \mathcal{P}_x$ ) et on obtient :

$$A^{(\text{opt})} = [(1 + 2\sigma\eta^2\mathcal{P}_x) \mathcal{P}_x]^{\frac{1}{2}}. \quad (6.14)$$

L'équation (6.14) montre que  $A^{(\text{opt})}$  dépend du paramètre  $\eta$  (qui contrôle le gain de réduction du PAPR) et de la puissance moyenne du signal multiporteuses.

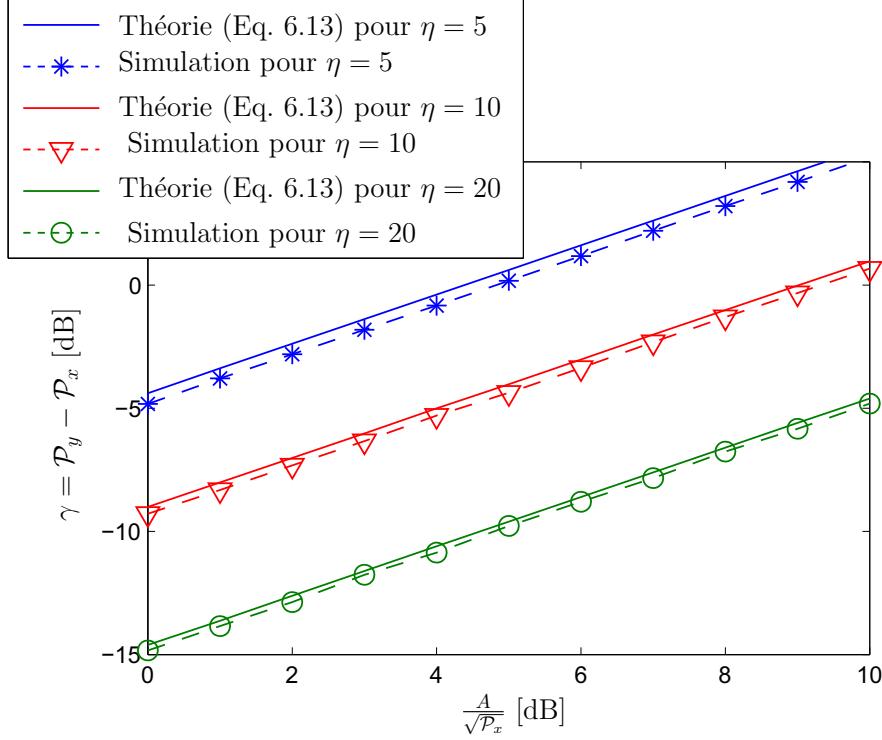


FIGURE 6.4 – Comparaison entre la théorie et la simulation de la variation de la puissance moyenne de la “sécante hyperbolique” pour différentes valeurs de  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}}$ .

La Figure 6.4 compare l’approximation de la variation de la puissance moyenne de la “sécante hyperbolique” donnée par l’équation (6.13) avec les résultats obtenus par simulation. Les résultats montrent que pour  $\eta$  fixé, la puissance moyenne varie linéairement avec le paramètre  $A$  et que le résultat théorique de  $\gamma$  donné par l’équation (6.13) est une bonne approximation de la variation de la puissance moyenne de la “sécante hyperbolique”.

### 3.2 Distribution du PAPR

Dans cette section, nous chercherons à déterminer analytiquement la CCDF du PAPR de la “sécante hyperbolique”. Dans le chapitre 4, nous avons proposé une formule générique décrite par la relation (4.18) qui caractérise la distribution du PAPR des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”. Comme la “sécante hyperbolique” est une technique de “distorsions”, son PAPR peut être caractérisé théoriquement. D’après la relation (4.18), la CCDF du PAPR de la “sécante hyperbolique” s’écrit :

$$\begin{aligned} \text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) &= \Pr \left[ \text{PAPR}_{[y]} \geq \tilde{\psi} \right], \\ &\simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ f[r_n] \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6.15)$$

### 3. Études théoriques des performances de la “sécante hyperbolique”

---

où  $f[r]$  est la fonction sécante hyperbolique donnée par l'équation (6.4).

En utilisant l'approximation Gaussienne de la sécante hyperbolique donnée par la relation (6.11), la distribution du PAPR à la sortie de la “sécante hyperbolique” s'écrit :

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ f_{\text{app}}[r_n] \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right] \right\}, \quad (6.16)$$

où  $f_{\text{app}}[r]$  est l'approximation Gaussienne donnée par la relation (6.11).

Dans  $\mathbb{R}^+$ , la fonction  $f_{\text{app}}[r]$  est positive, décroissante et inversible (Cf. la Figure 6.3). Sa fonction réciproque (ou son inverse) notée  $f_{\text{app}}^{-1}[r]$  définie dans  $]0, A]$  est aussi positive et décroissante.

La CCDF du PAPR de la “sécante hyperbolique” s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) &\simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ f_{\text{app}}[r_n] \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right] \right\}, \\ &\simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ r_n \geq f_{\text{app}}^{-1} \left[ \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y} \right] \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6.17)$$

où  $f_{\text{app}}^{-1}[r]$  est la fonction réciproque de  $f_{\text{app}}[r]$ . De l'équation (6.11), nous pouvons exprimer la fonction réciproque de  $f_{\text{app}}[r]$  qui est définie dans  $]0, A]$ .

Posons  $s = f_{\text{app}}^{-1}[r]$  et résolvons l'équation  $f_{\text{app}}[s] = r$  d'inconnu  $s$ .

$$\begin{aligned} f_{\text{app}}[s] = r &\Leftrightarrow A e^{-\sigma(\eta s)^2} = r \\ &\Leftrightarrow s = \pm \frac{1}{\eta} \left[ \frac{1}{\sigma} \ln \left( \frac{A}{r} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Comme  $s = f_{\text{app}}^{-1}[r]$  définie dans  $]0, A]$  est positive alors  $\forall r \in ]0, A]$ ,  $f_{\text{app}}^{-1}[r] \geq 0$  et la fonction réciproque s'écrit :

$$f_{\text{app}}^{-1}[r] = \frac{1}{\eta} \left[ \frac{1}{\sigma} \ln \left( \frac{A}{r} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6.18)$$

En substituant l'expression de la fonction réciproque  $f_{\text{app}}^{-1}[r]$  exprimée par la relation (6.18) dans (6.17), nous obtenons :

$$\text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) \simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left\{ \Pr \left[ r_n \geq \frac{1}{\eta} \left[ \frac{1}{\sigma} \ln \left( \frac{A}{\sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right\}, \quad (6.19)$$

Comme  $r_n$  est une variable aléatoire de Rayleigh i.i.d dont la fonction densité de probabilité est donnée par l'équation (5.16), alors  $\Pr[r_n \geq \tau] = e^{-\frac{\tau^2}{\mathcal{P}_x}}$ . La relation (6.19) devient alors :

$$\begin{aligned} \text{CCDF}_{[y]}(\tilde{\psi}) &\simeq 1 - \prod_{n=0}^{N-1} \left[ e^{-\frac{\ln\left(\frac{A}{\sqrt{\tilde{\psi}\gamma\mathcal{P}_x}}\right)}{\sigma\eta^2\mathcal{P}_x}} \right], \\ &\simeq 1 - e^{-N\frac{\ln\left(\frac{A}{\sqrt{\tilde{\psi}\gamma\mathcal{P}_x}}\right)}{\sigma\eta^2\mathcal{P}_x}}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

où  $\mathcal{P}_x$  est la puissance moyenne de l'OFDM et  $\gamma$  est le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d'entrée donné par l'équation (6.9).

La Figure 6.5 compare les résultats théoriques du gain de réduction du PAPR de la "sécante hyperbolique" avec les résultats de simulation pour différentes valeurs du paramètre  $\eta$ . Elles montrent que, de façon générale, l'équation (6.20) est une bonne approximation de la CCDF du PAPR à la sortie de la "sécante hyperbolique". Cependant pour  $\eta \geq 2.5$ , l'écart entre la théorie et la simulation devient important (de l'ordre de 0.50 dB). En effet, pour arriver à l'équation (6.20), nous avons approché la fonction sécante hyperbolique à une fonction Gaussienne, cette approximation a engendré une erreur d'approximation qui se répercute dans l'expression théorique de la CCDF que nous avons proposée.

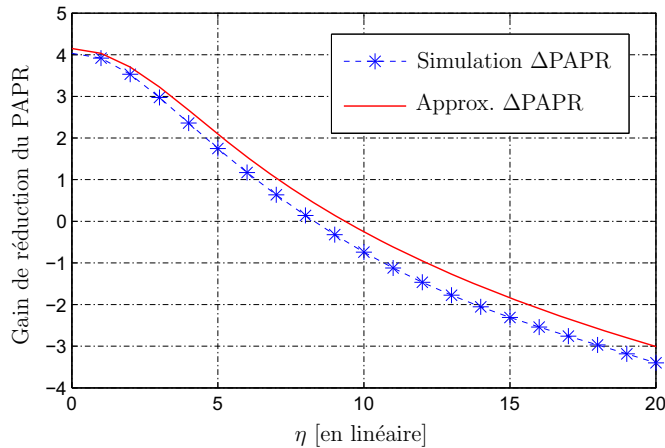


FIGURE 6.5 – Comparaison entre la théorie et la simulation du gain de réduction du PAPR de la "sécante hyperbolique" en fonction du paramètre  $\eta$  pour  $\frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} = 3$  dB.

Les résultats de la Figure 6.5 montrent que, le gain de réduction du PAPR de la "sécante hyperbolique" diminue lorsque  $\eta$  augmente. Par exemple, pour  $\eta \leq 8$ , le gain  $\Delta\text{PAPR}$  de réduction du PAPR passe de 4 dB à 0 dB. De ce fait, on peut tirer la conclusion suivante, à savoir que, dans la "sécante hyperbolique", il y a aucun intérêt à choisir  $\eta > 8$ , car pour  $\eta > 8$ , il n'y a pas réduction du PAPR.

### 3.3 Caractérisation théorique du SNDR

La réduction du PAPR par la fonction sécante hyperbolique est un processus non-linéaire. Cela suppose que le processus de réduction du PAPR basé sur la "sécante hyperbolique" génère des distorsions qui éventuellement iront dégrader le TEB et augmenter l'ACPR (les remontées spectrales importantes). Comme, cela a été pour la MGC, dans

### 3. Études théoriques des performances de la “sécante hyperbolique”

cette section, nous allons caractériser analytiquement le SNDR de la “sécante hyperbolique” en appliquant la relation (4.29).

En appliquant la relation (4.29) à la “sécante hyperbolique” on obtient :

$$\begin{aligned} \text{SNDR} &= \frac{|\alpha|^2 \mathcal{P}_x}{\mathcal{N}_0 + (\gamma - |\alpha|^2) \mathcal{P}_x}, \\ &= \text{SNR} \frac{|\alpha|^2}{1 + (\gamma - |\alpha|^2) \text{SNR}}, \end{aligned} \quad (6.21)$$

où  $\text{SNR} = \mathcal{P}_x/\mathcal{N}_0$  est le rapport signal-sur-bruit,  $\gamma$  est le rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d’entrée donné par l’équation (6.9) et  $\alpha$  est le coefficient de pondération résultant de la décomposition de Bussgang (Cf. section 2.2 du chapitre 4).

Dans le cas de la “sécante hyperbolique”, le coefficient de pondération  $\alpha$  s’écrit :

$$\alpha = \frac{\mathcal{R}_{yx}}{\mathcal{R}_{xx}} \simeq \frac{E[r_n^* f_{\text{app}}[r_n]]}{\mathcal{P}_x}, \quad (6.22)$$

où  $E[r_n^* f_{\text{app}}[r_n]]$  est la covariance des variables aléatoires  $r_n$  et  $f_{\text{app}}[r_n]$ . Rappelons que  $f_{\text{app}}[r]$  donnée par l’équation (6.11) est l’approximation Gaussienne de la fonction sécante hyperbolique  $f(r)$ .

La covariance  $E[r_n^* f_{\text{app}}(r_n)]$  des variables aléatoires  $r_n$  et  $f_{\text{app}}[r_n]$  s’écrit :

$$\begin{aligned} E[r^* f_{\text{app}}[r]] &= \int_0^{\infty} r^* f_{\text{app}}[r] p(r) dr, \\ &= \int_0^{\infty} r \left( A e^{-\sigma(\eta r)^2} \right) \left( \frac{2r}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{r^2}{\mathcal{P}_x}} \right) dr. \end{aligned} \quad (6.23)$$

En développant, l’équation (6.23) et en intégrant par partie, on trouve :

$$E[r^* f_{\text{app}}[r]] = \frac{\sqrt{\pi} A}{2\mathcal{P}_x \left( \sigma\eta^2 + \frac{1}{\mathcal{P}_x} \right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (6.24)$$

En substituant l’équation (6.24) dans (6.22), le coefficient de pondération  $\alpha$  est approché alors par :

$$\alpha \simeq \frac{\sqrt{\pi} A}{2\mathcal{P}_x^2 \left( \sigma\eta^2 + \frac{1}{\mathcal{P}_x} \right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (6.25)$$

Pour obtenir le SNDR de la “sécante hyperbolique”, on substitue donc (6.13) et (6.25) dans (6.21).

La Figure 6.6 compare le résultat théorique du SNDR obtenu en substituant les équations (6.13) et (6.25) dans (6.21) avec la simulation. Elle montre que la distribution

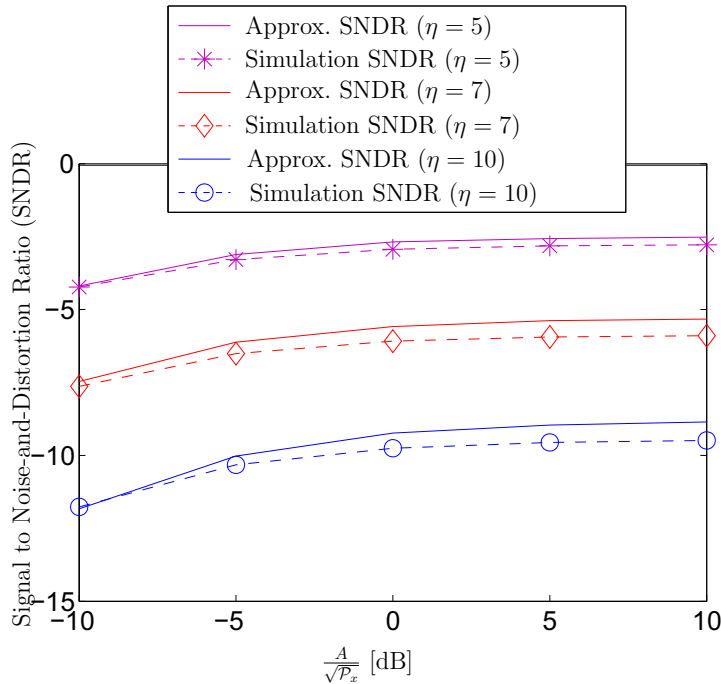


FIGURE 6.6 – Approximation théorique du SNDR de la “sécante hyperbolique” en fonction de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  pour  $\eta = 5, 7$  et  $10$ .

théorique du SNDR proposée est une bonne approximation. Cependant pour des valeurs de  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  grandes, l’écart entre la théorie et la simulation augmente. Ce résultat s’explique en partie par le fait que l’approximation de la fonction sécante hyperbolique par une fonction Gaussienne engendre des écarts (erreurs d’approximation) qui se répercutent dans l’expression théorique du SNDR.

Outre la comparaison entre les résultats théoriques et les résultats de simulation du SNDR de la “sécante hyperbolique”, la Figure 6.6 montre que les distorsions (IB et OOB) générées par la “sécante hyperbolique” augmentent (dans le sens de la puissance) lorsque la valeur du paramètre  $\eta$  diminue. Pourtant d’après les résultats de la Figure 6.5, c’est pour de faibles valeurs du paramètre  $\eta$ , qu’il y a le plus de réduction du PAPR. On comprend très vite que dans la “sécante hyperbolique”, réduction du PAPR va de pair avec les distorsions (IB et OOB) générées.

### 3.4 Les limites de la “sécante hyperbolique”

La “sécante hyperbolique” est une technique de “distorsions” qui permet de réduire le PAPR des signaux multiporteuses (des signaux à fort PAPR). Elle peut être formulée comme une technique “ajout de signal” car toute technique de “distorsions” peut être formulée comme une technique “ajout de signal”.

L’étude théorique et les résultats de simulation ont montré que dans la “sécante hyperbolique”, la réduction du PAPR engendre des distorsions (IB et OOB). Les distorsions IB (ou bruit IB) sont la cause de la dégradation du TEB tandis que les distorsions OOB (ou bruit OOB) sont responsables de la remontée des lobes secondaires qui se traduit par un ACPR élevé. La remontée des lobes secondaires peut avoir pour conséquence une interférence entre canaux ou standards voisins.

## 4. La “sécante hyperbolique” à base d’écèlement

En introduisant un processus de traitement des non-linéarités de la “sécante hyperbolique”, on peut soit éliminer les distorsions OOB ce qui permettra d’éviter une éventuelle interférence entre canaux ou standards voisins, ou soit éliminer les distorsions IB et contraindre le bruit OOB à respecter les spécifications d’émission du standard (en d’autres termes à respecter le masque d’émission du standard). Dans ce cas, il n’y aura pas de dégradation du TEB et en plus le masque d’émission du standard sera respecté.

Dans la section suivante, nous allons donc par un filtrage numérique en aval du processus de réduction du PAPR de la “sécante hyperbolique” essayer de réduire les distorsions OOB induites par la réduction du PAPR.

### 4 La “sécante hyperbolique” à base d’écèlement

Dans cette section, nous proposons la “sécante hyperbolique” à base d’écèlement encore appelée “Hyperbolic Secant based Clipping” (HSC) en anglais dans le but d’éliminer le bruit OOB généré par la “sécante hyperbolique”. La technique HSC reste donc une technique “ajout de signal” à compatibilité descendante car elle résulte de la “sécante hyperbolique” qui est elle même technique “ajout de signal” à compatibilité descendante.

#### 4.1 Principe de la technique HSC

La technique HSC est une technique de “clipping and filtering” c’est-à-dire, qu’elle est une technique de réduction du PAPR par écèlement suivi d’un filtrage du bruit OOB. Elle se distingue de la “sécante hyperbolique” (développée dans la section 2.1) par le filtre OOB. Le schéma de réduction du PAPR par la technique HSC est donné par la Figure 6.7. Soit  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ , le signal OFDM discrétisé dont on veut réduire le PAPR, où  $r_n$  est son amplitude et  $\phi_n$  sa phase. Le “signal additionnel”  $c_n$  encore appelé “signal de réduction du PAPR” s’écrit :

$$c_n = [f(r_n) - r_n] e^{j\phi_n}. \quad (6.26)$$

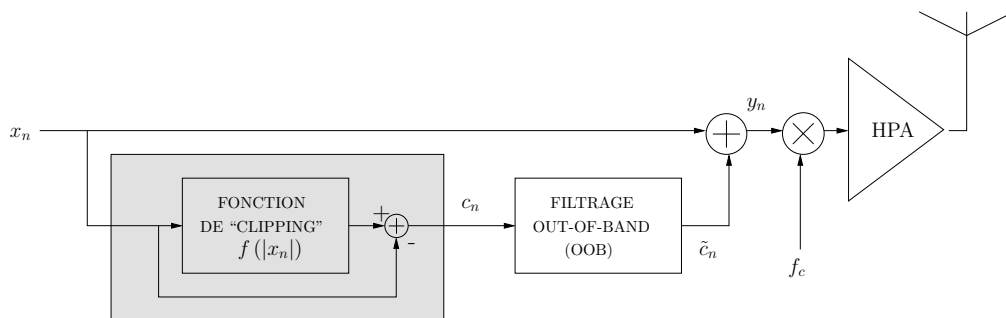


FIGURE 6.7 – Principe de réduction du PAPR de la technique HSC.

Dans le chapitre 4, nous avons montré que le “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  résultant de la transformation non-linéaire de l’amplitude  $r_n$  du signal multiporteuses se décompose d’après la relation (4.42) comme suit :

$$c_n = c_n^{(IB)} + c_n^{(OOB)}, \quad (6.27)$$



## Chapitre 6. La Sécante Hyperbolique pour la réduction du PAPR

---

où  $c_n^{(\text{IB})}$  est la composante IB du signal  $c_n$  de réduction du PAPR et  $c_n^{(\text{OOB})}$  est sa composante OOB. Le principe du filtre OOB de la technique HSC consistera donc à supprimer la composante OOB du “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  comme montré dans la sous-section 6.1 du chapitre 4. Le “signal de réduction du PAPR” filtré  $\tilde{c}_n$  à la sortie du filtre OOB s’écrit donc :

$$\tilde{c}_n = c_n^{(\text{IB})}. \quad (6.28)$$

C’est donc  $c_n^{(\text{IB})}$  qui servira à la réduction effective du PAPR et ceci sans émission de lobes secondaires mais avec une dégradation du TEB.

### 4.2 Algorithme et analyse de complexité de la HSC

L’algorithme de réduction du PAPR de la HSC et l’analyse de la complexité de la HSC sont donnés ci-dessous.

#### 4.2.1 Algorithme de réduction du PAPR de la HSC

L’algorithme décrit ci-dessous est l’algorithme de réduction du PAPR de la HSC.

**(a) Etape d’initialisation :**

Cette étape est exécutée une fois. Elle consiste à fixer les paramètres  $A$  et  $\eta$  de la HSC.

**(b) Etape d’exécution :**

**(i)** Calculer le signal OFDM temporel  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ .

**(ii)** Calculer le “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  en utilisant la relation (6.26).

**(iii)** Calculer le “signal de réduction du PAPR” filtré  $\tilde{c}_n$  en utilisant le filtre OOB de la façon suivante :

1. Convertir les échantillons temporels  $c_n$  en composantes spectrales  $C_k$  en appliquant une opération FFT.
2. Appliquer le filtrage OOB aux composantes spectrales  $C_k$  pour obtenir les composantes spectrales  $\tilde{C}_k$  en utilisant l’équation (4.44).
3. Calculer le “signal de réduction du PAPR” filtré  $\tilde{c}_n$  en appliquant une opération IFFT aux composantes spectrales  $\tilde{C}_k$ .

**(iv)** Calculer le signal résultant  $y_n$  de la façon suivante :

$$y_n = x_n + \tilde{c}_n.$$

#### 4.2.2 Analyse de la complexité de la HSC

La complexité de la technique HSC est principalement liée au filtrage OOB qui est réalisé à base de FFT/IFFT (Cf. section 6.1 au chapitre 4). On a montré dans le chapitre 4, que lorsque la FFT/IFFT est calculé à partir de l’algorithme du DIT radix-2, la complexité du filtre OOB à base de FFT/IFFT est approximée à  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$ , où  $NL$  est la taille de la FFT. En somme, la complexité de la technique HSC est de l’ordre de  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$ .

### 4.3 Étude des performances de la HSC

Dans cette section, nous évaluons par simulation les performances de la HSC (réduction du PAPR, TEB, DSP, variation de la puissance moyenne) dans un environnement WLAN (IEEE 802.11 a/g). Les conditions de simulation sont celles données par la table 4.1.

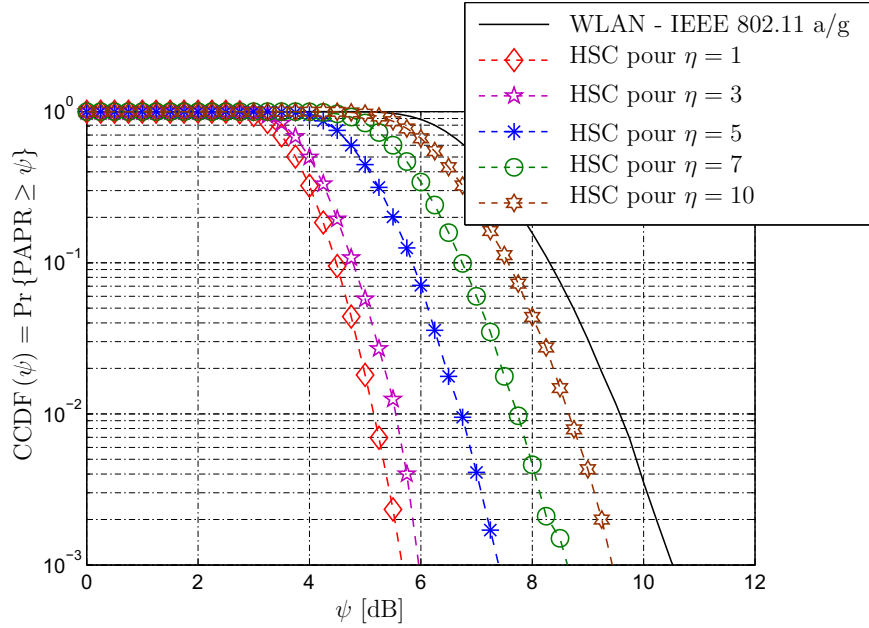


FIGURE 6.8 – Performance de réduction du PAPR de la technique HSC pour différentes valeurs du paramètre  $\eta$  avec  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB.

L’effet du paramètre  $\eta$  sur la réduction du PAPR par la technique HSC est donné par la Figure 6.8. Elle montre que le gain de réduction du PAPR de la technique HSC diminue lorsque  $\eta$  augmente. Le tableau 6.2 récapitule le gain de réduction du PAPR à  $10^{-2}$  de la CCDF.

$\eta$	1	3	5	7	10
$\Delta$ PAPR [en dB]	4.42	4.02	2.84	2.20	0.92

TABLE 6.2 – Gain de réduction du PAPR à  $10^{-2}$  de la CCDF pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB.

La Figure 6.9 montre l’effet du paramètre  $A$  sur le gain de réduction du PAPR et sur la variation de la puissance moyenne  $\Delta E$ . Comme on peut le constater,  $\Delta E$  croit linéairement avec  $A$  et que  $\Delta$ PAPR est une fonction constante de  $A$ . Ces résultats montrent que, le paramètre  $A$  a pour rôle de contrôler la variation de la puissance moyenne sans influencer le gain de réduction du PAPR. Cette propriété du paramètre  $A$  dans la technique HSC est essentiel. En effet, on peut choisir  $A$  de façon à avoir  $P_y = P_x$  sans influencer le gain de réduction du PAPR. En d’autres termes, avec la technique HSC, on peut avoir une réduction du PAPR de 4.42 dB avec  $\Delta E = 0$ . Les résultats de la Figure 6.9 montre en effet que, pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} \simeq 0.45$  dB,  $\Delta E \simeq 0$  dB et  $\Delta$ PAPR  $\simeq 4.42$  dB.

La Figure 6.10 (a) présente la DSP des signaux WLAN avant et après réduction du PAPR. Comme on peut le constater, la DSP du signal après réduction du PAPR respecte

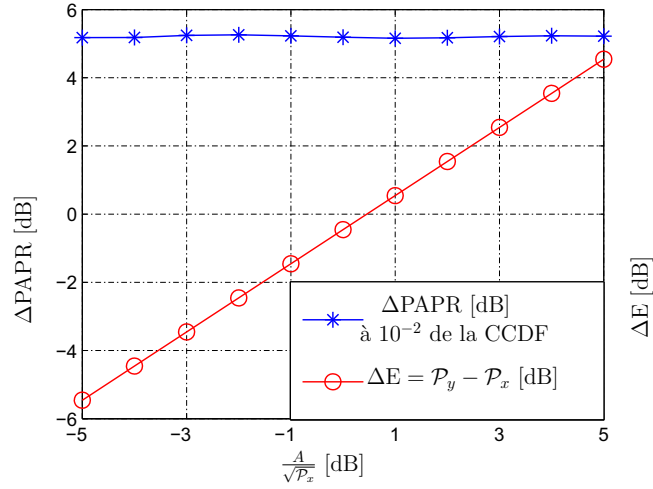


FIGURE 6.9 – Performance de réduction du PAPR et variation de la puissance moyenne de la technique HSC pour différentes valeurs du paramètre  $A$ .

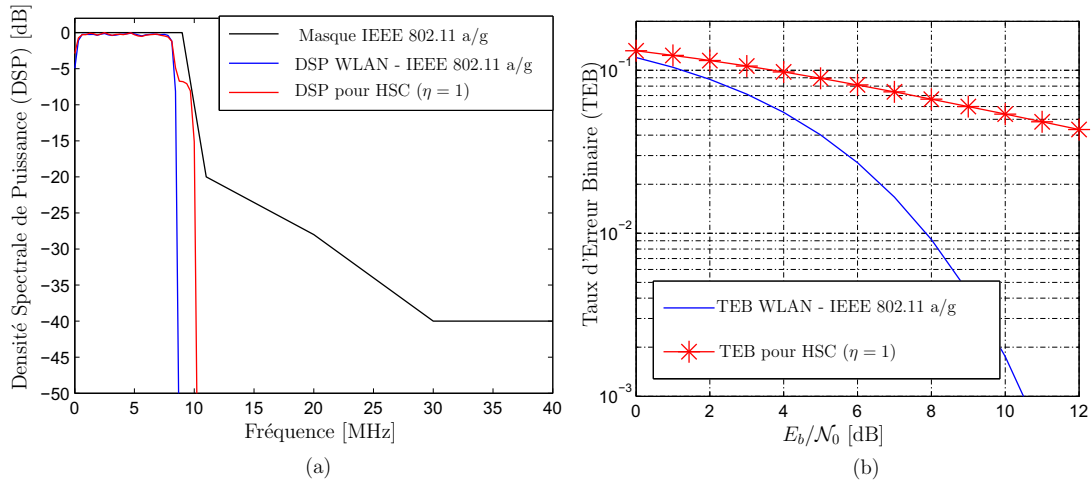


FIGURE 6.10 – DSP et TEB de la technique HSC pour  $\eta = 1$  et  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB.

le masque d’émission du standard WLAN (basé sur la norme IEEE 802.11 a/g). En effet, le filtrage OOB de la technique HSC (Cf. Figure 6.7) supprime le bruit OOB émis par la non-linéarité de la fonction de réduction du PAPR ce qui explique l’absence d’émission de puissance OOB. La Figure 6.10 (b) montre la dégradation (assez importante) du TEB liée à la réduction du PAPR de la technique HSC. En effet, comme le montre la relation (6.28), c’est  $c_n^{(\text{IB})}$  est qui la composante IB du “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  qui sert à la réduction effective du PAPR dans la HSC, malheureusement  $c_n^{(\text{IB})}$  contient le bruit IB qui cause une dégradation importante du TEB et ce qui rend le système inutilisable dans la pratique.

La dégradation du TEB dans la HSC est le seul et (important) inconvénient de la technique. Avec le niveau de bruit IB actuel, la HSC ne peut pas être utilisé. Il existe cependant des moyens pour diminuer ce bruit généré dans la bande (qui est la cause de la dégradation du TEB).

- Comme la fonction de réduction du PAPR de la HSC  $f[r]$  définie par l’équation (6.4) est une fonction inversible dans  $\mathbb{R}^+$ , une première alternative à l’amélioration de la dégradation du TEB, elle va consister à inverser  $f[r]$  à la réception pour compenser l’effet du bruit généré dans la bande. Cependant, une telle opération fait perdre à la HSC sa propriété de technique à compatibilité descendante, ce qui nous éloigne de nos objectifs à savoir, développer des techniques “ajout de signal” à compatibilité descendante.
- La seconde alternative à l’amélioration de la dégradation du TEB de la HSC consiste à exploiter la structure particulière du bruit généré dans la bande qui est assimilé à un bruit Gaussien pour mettre en oeuvre, à la réception, des techniques de soustraction (itérative ou non) de bruit. Encore une fois de plus, dans ce cas de figure, la HSC va perdre son caractère de technique à compatibilité descendante.

*C. Hangjun* et *A.M. Haimovich* ont proposé dans [102] une méthode itérative de soustraction du bruit après l’avoir estimé. Nous pouvons donc appliquer cette méthode itérative de soustraction du bruit à la HSC, seulement la HSC ne sera plus une technique à compatibilité descendante mais reste néanmoins une technique “ajout de signal” ce qui nous éloigne tout de même de nos objectifs.

- La dernière alternative va consister à transformer la HSC en une technique TR. Comme par principe la TR ne dégrade pas le TEB, alors la transformée de la HSC en TR ne va pas elle non plus dégrader le TEB. Nous allons d’ailleurs proposer dans la section 5 du chapitre, de transformer la HSC en une technique TR grâce à un filtrage adéquat à base de FFT/IFFT.

#### 4.4 Étude comparative de la HSC avec trois techniques de “clipping and filtering”

Dans cette section, nous comparons les performances (réduction du PAPR, variation de puissance moyenne et dégradation du TEB) de la technique HSC décrite dans la section précédente avec celles du “clipping” classique [68, 69], du “deep clipping” [61] et du “smooth clipping” [105] qui sont trois techniques de “clipping and filtering” que nous avons décrites en annexe B du manuscrit. Cette étude comparative est réalisée dans un contexte de système WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g.

La Figure 6.11 compare le gain de réduction  $\Delta\text{PAPR}$  des quatre techniques de “clipping and filtering” en fonction de la diminution  $\Delta E$  de la puissance moyenne. Pour le

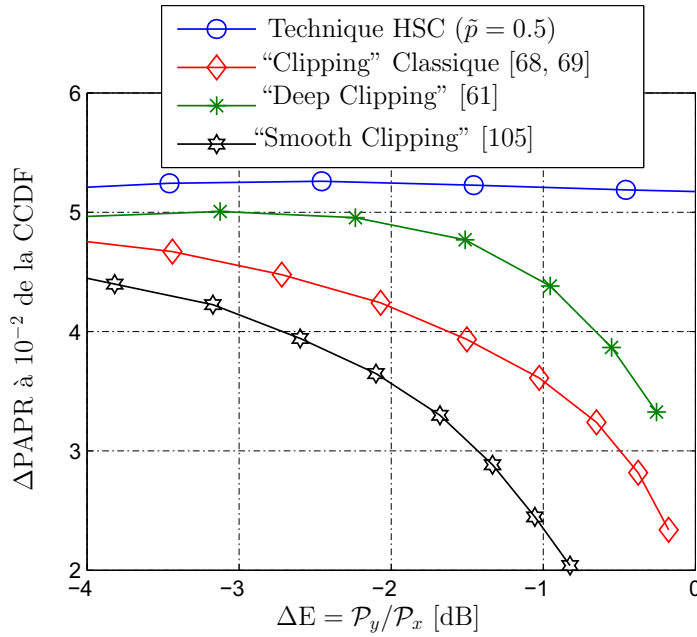


FIGURE 6.11 – Gain de réduction du PAPR en fonction de  $\Delta E$  de la technique HSC, du “clipping classique”, du “deep clipping” et du “smooth clipping”.

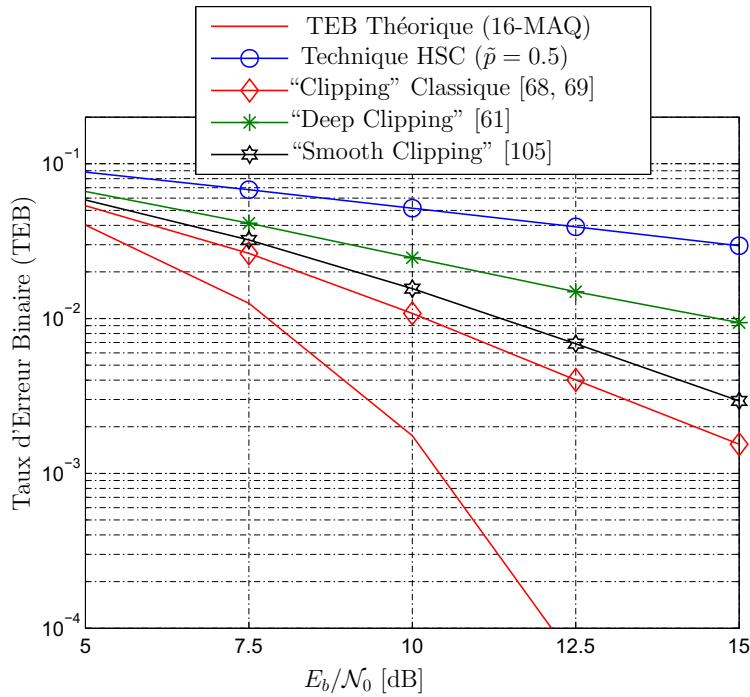


FIGURE 6.12 – Comparaison des TEB des techniques HSC, “clipping” classique, “deep clipping” et “smooth clipping”.

## 5. La HSC à base de “Tone Reservation” pour la réduction du PAPR

---

“clipping” classique’, le “deep clipping” et le “smooth clipping”, le gain de réduction du PAPR ( $\Delta\text{PAPR}$ ) diminue avec  $\Delta E$  et chute à 0 dB au voisinage de  $\Delta E \simeq 0$  dB. Par contre, le gain de réduction du PAPR de la HSC est une fonction quasi-constante de  $\Delta E$ . En effet, quelque soit la valeur de  $\Delta E$ , le gain de réduction  $\Delta\text{PAPR}$  de la HSC est égal à 4.42 dB. Ce résultat caractéristique à la HSC, permet à la HSC de réduire le PAPR de 4.42 dB sans varier la puissance moyenne il suffit pour cela de fixer  $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$  à 0.45 dB comme le montre les résultats de la Figure 6.9.

La Figure 6.12 compare le TEB des quatre techniques de “clipping and filtering”. Elle montre qu’elles dégradent toutes les quatre le TEB du système. La dégradation du TEB de la HSC est la plus importante des quatre. Comme on l’a vu plus haut, la dégradation du TEB dans la HSC est l’unique mais important inconvénient de la technique. Cependant cette dégradation du TEB peut être améliorée par des techniques de compensation (ou soustraction) de bruit généré dans la bande ou par des techniques de filtrage du bruit dans la bande.

## 5 La HSC à base de “Tone Reservation” pour la réduction du PAPR

Dans cette section, nous proposons une nouvelle “Tone Reservation” (TR) dont le “signal de réduction” est calculé à partir de la technique HSC. Il s’agit en fait d’une transformation de la technique HSC développée dans la section précédente en technique TR.

### 5.1 Transformation de la HSC en TR

Dans le chapitre 4, nous avons proposé de transformer toute technique de “distortions” en technique TR grâce à un filtrage adéquat à base de FFT/IFFT. L’intérêt de transformer une technique de réduction du PAPR en technique TR est multiple.

- D’abord, les techniques TR sont des techniques “ajout de signal” faciles à implémenter (de point de vue matériels),
- ensuite, lorsqu’elles utilisent les sous-porteuses “non-utilisées” ou “nulles” des standards pour porter le “signal de réduction du PAPR”, elles sont à compatibilité descendante.
- enfin, lorsqu’il s’agit de la transformation d’une technique de “distortions” en technique TR, la complexité de la TR obtenue est faible; de l’ordre de  $\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$ , où  $\mathcal{N}_{iter}$  est le nombre total d’itérations dans la TR et  $NL$  est la taille des données numériques traitées.

Comme on peut le constater, la HSC est une technique de “distortions” car elle est régie par une fonction non-linéaire (la sécante hyperbolique) qui agit sur l’amplitude des signaux dans le but de réduire le PAPR. En remplaçant le filtre numérique OOB de la HSC (Cf. Figure 6.7) par un filtre “TR” (filtre numérique aussi à base de FFT/IFFT), le nouveau système obtenu est une TR que nous appelons “TR-HSC”.

Comme on a eu à le faire dans le cas de la “TR-MGA” (décrite dans le chapitre précédent), pour accroître le gain de réduction de la technique, on peut faire intervenir un processus d’itération comme le montre la Figure 6.13.

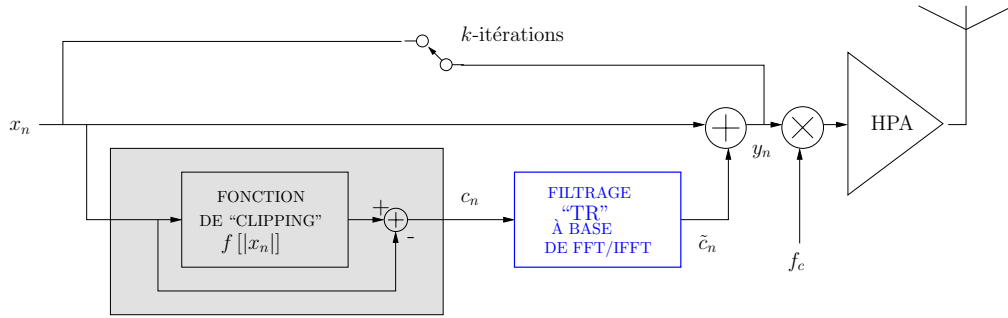


FIGURE 6.13 – Principe de réduction du PAPR de la “TR-HSC”.

## 5.2 Algorithme et analyse de complexité de la “TR-HSC”

Dans cette section, nous donnons d’abord l’algorithme de réduction du PAPR de la “TR-HSC” et nous analysons ensuite sa complexité.

### (a) Etape d’initialisation :

Cette étape est exécutée une fois. Elle consiste à fixer les paramètres  $A$  et  $\eta$  de la “TR-HSC”.

### (b) Etape d’exécution :

(i) Calculer le signal OFDM temporel  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ . Initialiser  $x_n^{(i)}$  à  $x_n$  et fixer  $i = 0$ .

(ii) Calculer le “signal additionnel”  $c_n^{(i)}$  en utilisant la relation (6.26).

Calculer le “signal additionnel” filtré  $\tilde{c}_n^{(i)}$  aussi appelé “signal de réduction du PAPR” en appliquant (4.46) qui est l’équation qui régit le filtrage “TR” (Cf. section 7.2 du chapitre 4).

(iii) Mettre à jour l’algorithme, c’est-à-dire :

$$x_n^{(i+1)} = x_n^{(i)} + \tilde{c}_n^{(i)}.$$

(iv) Incrémenter  $i$  et aller à l’étape (ii) si le nombre maximum  $\mathcal{N}_{iter}$  d’itérations n’est pas atteint. Sinon, faire  $y_n = x_n^{(i)}$  et arrêter l’exécution.

Tout comme la “TR-MGA” décrite au chapitre précédent, la complexité de la “TR-HSC” est principalement liée au couple (FFT/IFFT) qui sert de filtre. Elle est évaluée à  $\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter} NL \log_2 NL)$ , où  $\mathcal{N}_{iter}$  est le nombre total d’itérations (Cf. section 7.4 du chapitre 4).

## 5.3 Analyse de performances de la “TR-HSC”

Dans cette section, nous évaluons par simulation les performances de la “TR-HSC” (réduction du PAPR, DSP, variation de la puissance moyenne) dans un environnement WLAN (IEEE 802.11 a/g). Les conditions de simulation sont celles données par la table 4.1. Rappelons néanmoins que dans la norme IEEE 802.11 a/g, il y a  $N = 64$  sous-porteuses, dont 52 sous-porteuses d’informations (48 sous-porteuses de données et 4 pilots) et le reste  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sont des sous-porteuses “nulles” ou “vides”. C’est donc ces  $N_{\mathcal{R}} = 12$  sous-porteuses “nulles” qui vont porter le “signal de réduction du PAPR”. La configuration de l’emplacement des sous-porteuses “non-utilisées” est celle de “Two-side Mapping” (Cf. section 8.1 du chapitre 4).

## 5. La HSC à base de “Tone Reservation” pour la réduction du PAPR

La Figure 6.14 montre l’influence du paramètre  $\eta$  de la fonction de réduction du PAPR sur le gain  $\Delta\text{PAPR}$  de réduction du PAPR de la “TR-HSC”. Elle montre que la réduction du PAPR est sensible au paramètre  $\eta$  et pour  $\eta = 6$ , le gain maximal de réduction du PAPR est atteint. Dans le reste de nos simulations, le paramètre  $\eta$  sera fixé à 6.

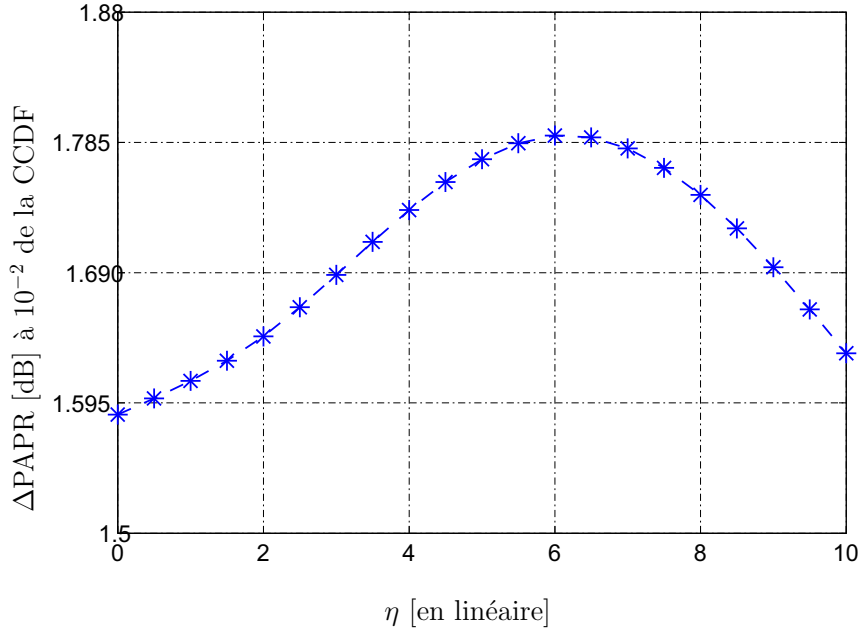


FIGURE 6.14 – Gain de réduction du PAPR de la “TR-HSC” en fonction du paramètre  $\eta$  pour  $\mathcal{N}_{iter} = 5$ .

La Figure 6.15 montre la performance de réduction du PAPR pour différentes itérations. Comme on s’y attendait, le gain de réduction du PAPR augmente avec le nombre d’itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ . Par exemple, à  $10^{-2}$  de la CCDF, le gain  $\Delta\text{PAPR}$  de réduction du PAPR est de 1.10 dB, 1.65 dB, 1.77 dB et 1.80 dB pour  $\mathcal{N}_{iter} = 1, 3, 5$  et 10 respectivement. Cependant, le gain de réduction du PAPR converge à partir de  $\mathcal{N}_{iter} \geq 5$  car d’après les résultats de la Figure 6.15, il y a pas de réduction significative du PAPR entre  $\mathcal{N}_{iter} = 5$  et  $\mathcal{N}_{iter} = 10$ .

La Figure 6.16 montre la variation de la puissance moyenne de la “TR-HSC” en fonction du paramètre  $A$  pour  $\mathcal{N}_{iter} = 1, 3, 5$  et 10. Elle montre que la variation de la puissance moyenne est très sensible à  $\mathcal{N}_{iter}$  d’autant plus qu’elle augmente avec  $\mathcal{N}_{iter}$ . Comme le paramètre  $A$  contrôle la variation de la puissance moyenne sans influencer le gain de réduction du PAPR, on peut choisir à  $\mathcal{N}_{iter}$  fixé, la valeur de  $A$  qui donne la plus faible variation, c’est-à-dire,  $A^{(\text{opt})} = \arg \min_A \Delta E$ .

La Figure 6.17 présente les DSPs des signaux WLAN avant et après réduction du PAPR par la “TR-HSC”. Elle montre que, quelque soit  $\mathcal{N}_{iter}$ , le spectre des signaux après réduction du PAPR respecte les spécifications de transmission du standard. Comme cela a été le cas dans la “TR-MGA”, le niveau de puissance des sous-porteuses de réduction du PAPR augmente avec  $\mathcal{N}_{iter}$  car le niveau de puissance du “signal de réduction du PAPR” croît avec le nombre total d’itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ . Comme le “signal de réduction du PAPR” est porté par les sous-porteuses de réduction du PAPR (qui sont placées aux extrémités du standard dans le cas de la norme IEEE 802.11 a/g) alors évidemment le niveau de puissance de ces sous-porteuses de réduction du PAPR augmente.



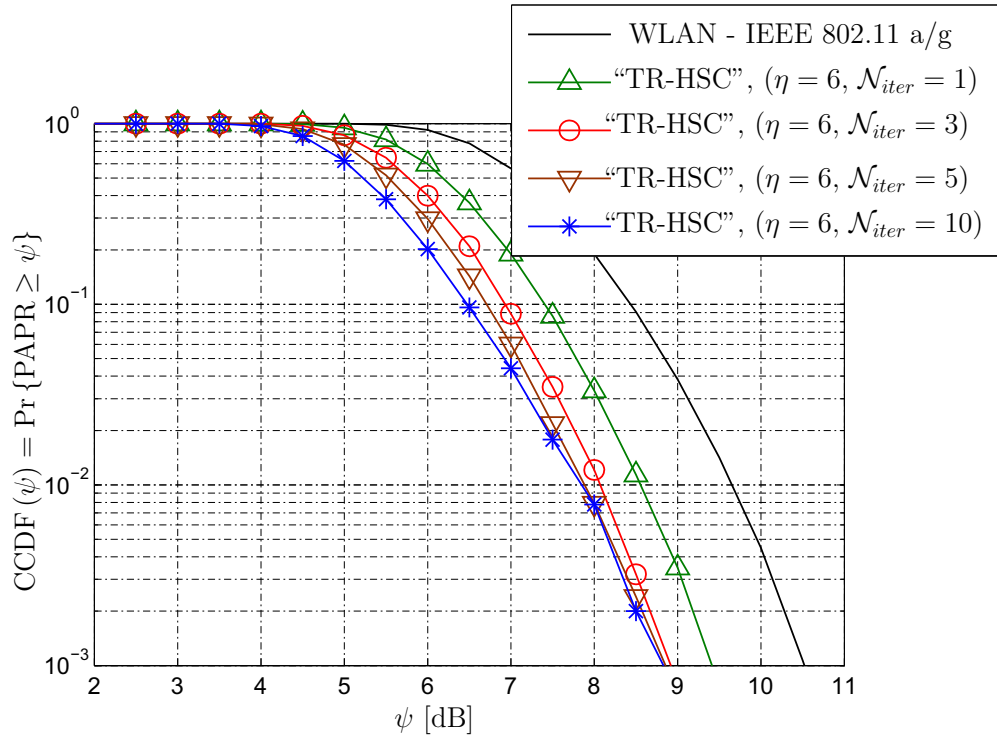


FIGURE 6.15 – Performance de réduction du PAPR de la “TR-HSC” pour différentes itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ .

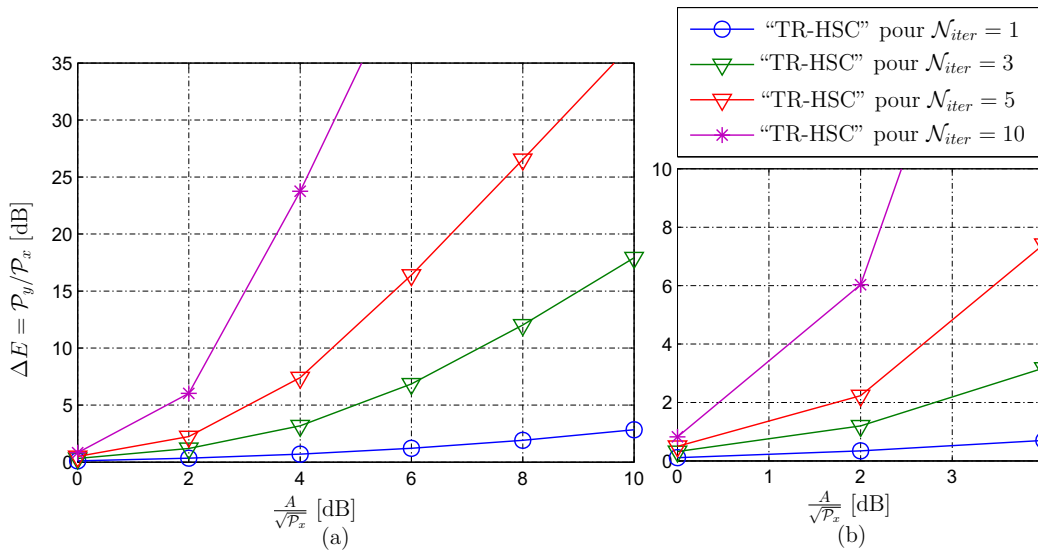


FIGURE 6.16 – Variation de la puissance moyenne de la “TR-HSC” en fonction du paramètre  $A$  pour différentes itérations  $\mathcal{N}_{iter}$ .

## 5. La HSC à base de “Tone Reservation” pour la réduction du PAPR

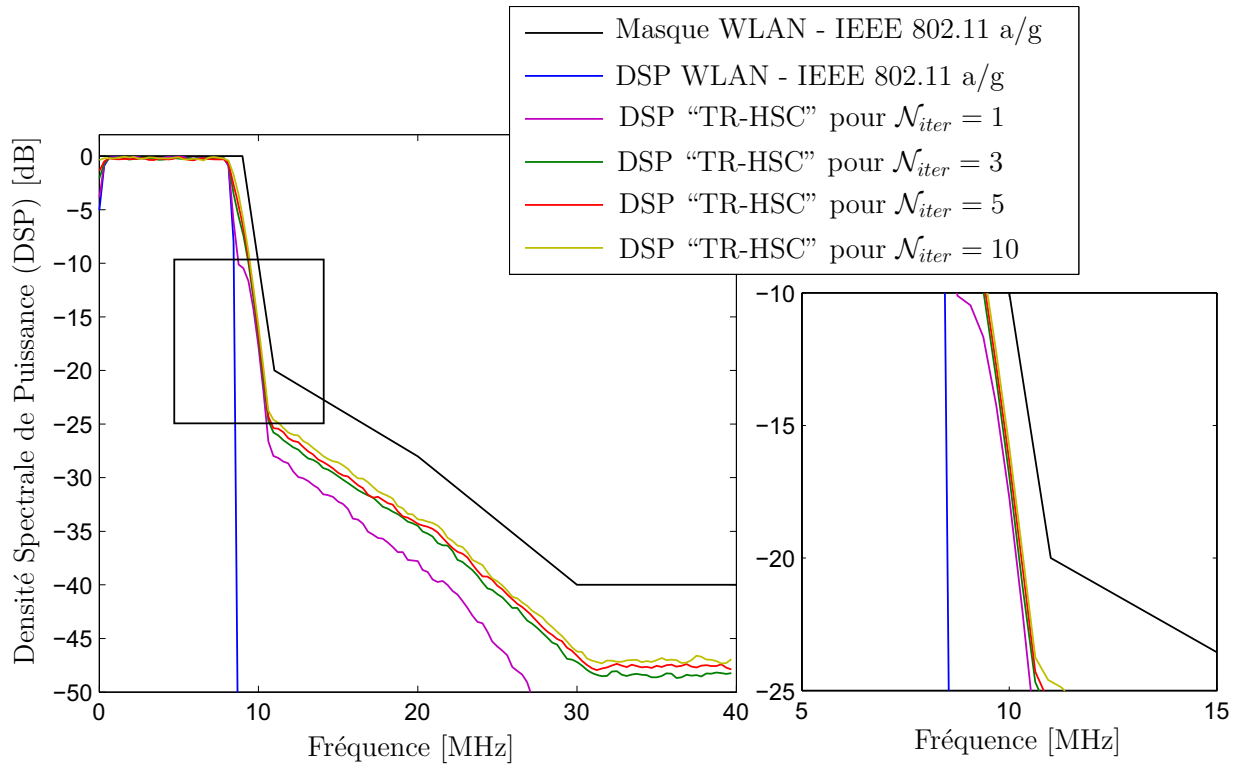


FIGURE 6.17 – DSP des signaux avant et après réduction du PAPR par la “TR-HSC”.

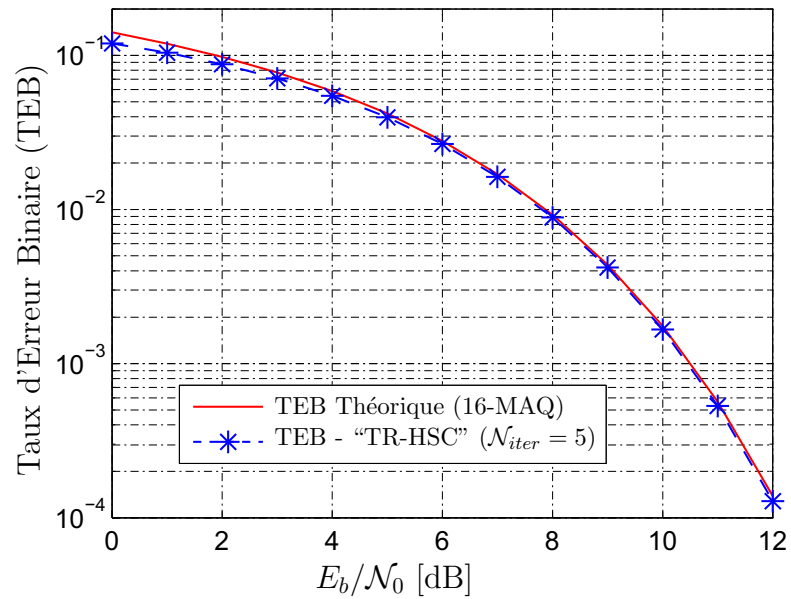


FIGURE 6.18 – TEB la “TR-HSC”.

Dans la Figure 6.18, on vérifie bien que le TEB de la “TR-HSC” réalisé pour  $\mathcal{N}_{iter} = 5$  coïncide avec le TEB de référence (le TEB théorique). On peut d’ailleurs montrer que quelque soit la valeur de  $\mathcal{N}_{iter}$ , le TEB de la “TR-HSC” coïncide avec le TEB de référence car la “TR-HSC” est une technique TR qui utilise les sous-porteuses “non-utilisées” des standards pour porter le “signal de réduction du PAPR”.

#### 5.4 Étude comparative de la “TR-HSC” avec la “TR-GP” et la “TR-SOCP”

Dans cette section, nous comparons les performances de “TR-MGA” que nous avons décrit dans la section précédente avec celles de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” dans un contexte WLAN (basé sur la norme IEEE 802.11 a/g). Les techniques “TR-SOCP” [54] et “TR-GP” [25] sont décrites en annexe B du manuscrit.

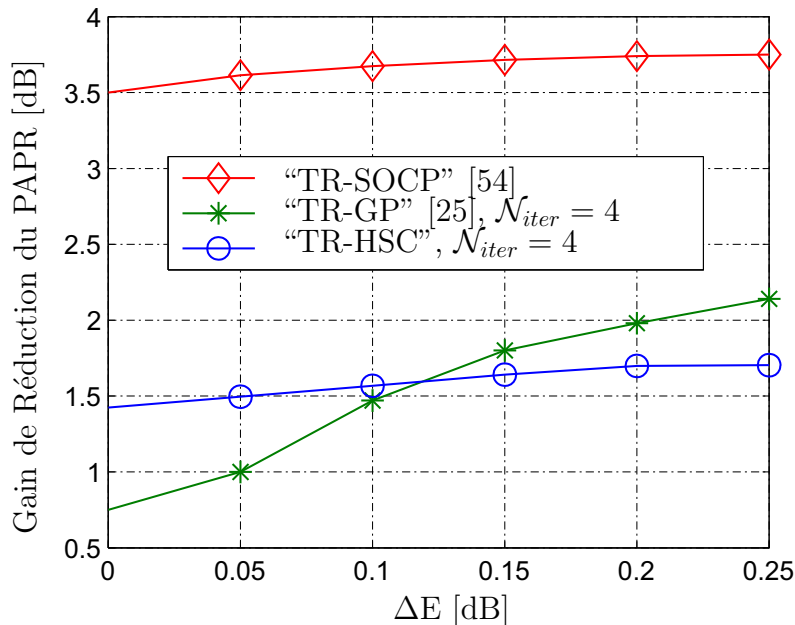


FIGURE 6.19 – Gain de réduction du PAPR en fonction de  $\Delta E$  de la “TR-HSC”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP”.

La Figure 6.19 compare le gain de réduction du PAPR de la “TR-HSC”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” en fonction de l’augmentation de la puissance moyenne. Elle montre qu’en terme de réduction du PAPR, la “TR-SOCP” est meilleure ( $\sim 2.0$  et  $\sim 3$  dB de réduction de plus que la “TR-GP” et la “TR-HSC” respectivement). Ce résultat s’explique par le fait que la “TR-SOCP” est une TR optimale contrairement aux techniques “TR-GP” et “TR-MGA” qui sont des techniques TR sous-optimales.

L’inconvénient majeur de la “TR-SOCP” est sa complexité de calcul qui est très élevée (elle est estimée à  $\mathcal{O}(N^2 N_{\mathcal{R}} L)$ , où  $N$  est le nombre de sous-porteuses du système multiporteuses,  $N_{\mathcal{R}}$  est le nombre de sous-porteuses “non-utilisées” et  $L$  est le taux de sur-échantillonnage).

Pour de faibles augmentations de la puissance moyenne ( $\Delta E \leq 0.1$  dB) et à nombre d’itérations  $\mathcal{N}_{iter}$  identique (c’est-à-dire à complexité de calcul identique), la “TR-HSC” est plus performante que la “TR-GP”. Comme dans la pratique, on cherche des techniques

## 6. Conclusion

---

qui réduisent le PAPR avec  $\Delta E \simeq 0$  dB, alors la “TR-HSC” à tout son intérêt, car elle a une complexité de calcul faible (comparativement à la “TR-SOCP”) et en plus son gain de réduction du PAPR est une fonction quasi-constante de la variation de la puissance moyenne.

La table de complexité donnée ci-dessous montre que dans les conditions de réalisation de la Figure 6.19, la “TR-SOCP” est de loin la méthode la plus complexe. Elle est 24 plus complexe que la “TR-GP” et la “TR-HSC”.

“TR-HSC”	“TR-GP” [25]	“TR-SOCP” [54]
Complexité des trois techniques TR		
$\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$	$\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$	$\mathcal{O}(N^2 N_{\mathcal{R}}L)$
Comparaison de complexités dans les conditions de simulation de la Figure 6.19		
$\mathcal{O}(4 \times 2^{11})$	$\mathcal{O}(4 \times 2^{11})$	$\mathcal{O}(96 \times 2^{11})$

Où  $NL$  : IFFT size=256 ;  $N_{\mathcal{R}} = 12$  est le nombre de “sous-porteuses réservées” et  $\mathcal{N}_{iter}$  est le nombre d’itérations.

TABLE 6.3 – Tableau de comparaison de complexité.

## 6 Conclusion

Dans ce chapitre, il a été question de réduire le PAPR des signaux multiporteuses par la fonction “sécante hyperbolique”. Toutes les techniques de réduction du PAPR (basées sur cette sécante hyperbolique) proposées sont des techniques “ajout de signal” à compatibilité descendante. Ce chapitre a été organisé en trois parties.

- Dans la première partie du chapitre, nous avons d’abord décrit le principe de réduction du PAPR via la “sécante hyperbolique” en expliquant le mécanisme de réduction du PAPR de la “sécante hyperbolique”, nous avons ensuite montré que la “sécante hyperbolique” est régi par deux paramètres  $\eta$  et  $A$  ; le paramètre  $\eta$  contrôle son gain de réduction du PAPR tandis que le paramètre  $A$  contrôle sa variation de la puissance moyenne. Nous avons montré qu’un choix approprié du paramètre  $A$  permettait de réduire le PAPR sans faire varier la puissance moyenne du signal à transmettre. Nous avons enfin caractérisé théoriquement les performances de la sécante hyperbolique en développant l’expression analytique de sa variation de puissance moyenne, de sa distribution du PAPR et de sa métrique SNDR. Les développements théoriques obtenus ont été validés par la simulation. Ces résultats théoriques et ceux obtenus par simulation nous ont permis de constater que la “sécante hyperbolique” (comme toutes les techniques de “distorsions”) en réduisant le PAPR génère des distorsions IB et des distorsions OOB. Les distorsions IB (ou bruit IB) sont la cause de la dégradation du TEB tandis que les distorsions OOB (ou bruit OOB) sont responsables de la remontée des lobes secondaires.
- Dans la deuxième partie du chapitre, la technique “Hyperbolic Secant based Clipping” (HSC) qui est une technique de “clipping and filtering” dont le “clipping” est basé sur la “sécante hyperbolique” a été proposée (son schéma de réduction du PAPR a été présenté, son algorithme de réduction du PAPR a été donné, ses performances ont

été évaluées dans un contexte WLAN et sa complexité a été analysée). Elle permet de réduire le PAPR sans émission de bruit OOB. Cependant, elle dégrade de façon importante le TEB et rend le système inutilisable dans la pratique. Les performances de la technique HSC (réduction du PAPR, variation de puissance moyenne et dégradation du TEB) ont d'ailleurs été comparées avec celles du "clipping" classique [68, 69], du "deep clipping" [61] et du "smooth clipping" [105].

- Dans la troisième partie du chapitre, nous avons proposé la HSC à base de "Tone Reservation" (TR) abrégée par "TR-HSC" qui est obtenue en transformant la HSC en technique TR grâce à un filtre numérique à base de FFT/IFFT adéquat. Les performances (réduction du PAPR, augmentation de la puissance moyenne et complexité d'exécution) ont été évaluées et comparées à celles de la "TR-SOCP" [54] et de la "TR-GP" [25] dans un contexte WLAN basé sur la norme IEEE 802.11 a/g.

Les études comparatives ont montré que, la "TR-SOCP" qui est la plus efficace des trois en terme de réduction de PAPR se trouve être la plus complexe. La comparaison entre la "TR-HSC" et la "TR-GP" a montré que, à complexité de calcul identique et pour de faibles augmentations de la puissance moyenne ( $\Delta E \leq 0.1$  dB), la "TR-HSC" est la plus performante. Comme on est à la recherche de technique "ajout de signal" à compatibilité descendante avec le moins de variation de la puissance moyenne, alors la "TR-HSC" à tout son intérêt, car elle a une complexité de calcul faible (comparativement à la "TR-SOCP") et en plus elle permet de réduire le PAPR (d'environ 1.5 dB) presque sans variation de la puissance moyenne.

# Conclusion générale et Perspectives

## Conclusion générale

Dans cette thèse, nous avons essayé de fournir des réponses à la problématique de l'antagonisme entre la linéarité et le rendement énergétique pour des amplificateurs de puissance, dans le contexte des communications radio haut débit et large bande véhiculées au moyen de modulations multiporteuses de type OFDM.

En effet, l'OFDM qui est une technique de modulation multiporteuses sophistiquée a fait ses preuves dans le domaine de la communication haut débit permettant aux technologies actuelles d'atteindre un débit de transmission élevé. Elle est utilisée dans la plupart des standards de communication. Un des principaux inconvénients de la modulation OFDM est le fort PAPR des signaux qui en résultent. Cette caractéristique rend les signaux OFDM très sensibles aux non-linéarités des composants analogiques, en particulier celles des amplificateurs de puissance. Car pour un rendement élevé, l'amplificateur de puissance doit fonctionner dans une zone dite non-linéaire (ou de saturation), or c'est dans cette zone que se présentent les non-linéarités de l'amplificateur, sources de distorsions des signaux à transmettre. Ces effets sont d'autant plus gênants que les signaux à amplifier sont à fort PAPR.

Cette thèse se situe donc dans la problématique d'une amplification (à rendement élevé) de signaux à fort PAPR.

Pour répondre à cette problématique, nous nous sommes penché en premier lieu (dans le chapitre 1) à décrire les procédés de modulation OFDM et à analyser ensuite le PAPR des signaux OFDM. Il s'est avéré que l'OFDM a un fort PAPR qui augmente avec le nombre de sous-porteuses. Par la suite, la compréhension du fonctionnement de l'amplificateur de puissance RF nous a paru essentiel dans la recherche de solutions au problème amplification (à rendement élevé) des signaux à fort PAPR. Pour cette raison, dans le chapitre 2 de la thèse, nous avons traité des généralités sur l'amplificateur de puissance, nous avons analysé les effets de l'amplification de signaux à enveloppe non constante (de type OFDM). De cet analyse, le besoin de réduction du PAPR s'est imposé.

Un ample parcours sur les techniques de réduction du PAPR a été proposé dans le chapitre 3. Nous avons profité de l'occasion pour proposer une extension de la classification des techniques de réduction du PAPR à l'émission publiée par *Y. Louet* et *J. Palicot* dans [2]. Dans cette nouvelle classification, les techniques de réduction du PAPR dites de "distorsions" sont considérées comme des techniques "ajout de signal".

Parmi toutes les techniques de réduction du PAPR connues de la littérature, les techniques de réduction du PAPR de type "ajout de signal" à compatibilité descendante sus-

## CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

---

citent beaucoup d'intérêts pour les opérateurs et les acteurs des technologies mobiles pour les raisons suivantes :

- elles sont simples à implémenter et satisfont les principales contraintes (consommation et intégration) d'un système embarqué.
- comme elles sont à compatibilité descendante, le récepteur reste transparent à la nature du traitement (de réduction du PAPR) réalisé en émission. Et pour les opérateurs et les acteurs des technologies mobiles, cela leur permet de proposer des émetteurs incorporant des techniques de réduction du PAPR sans modifier les récepteurs existants.

Dans le chapitre 4, nous nous sommes donc penchés sur les techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante et plus particulièrement celles qui sont dites de “distorsions”. Dans ce chapitre plusieurs contributions ont été apportées.

Tout d'abord, nous avons montré grâce à la décomposition de Bussgang que toute technique de réduction du PAPR de “distorsions” était une technique de réduction du PAPR de type “ajout de signal”. Ce résultat nous a permis de proposer une extension de la classification proposée par *Y. Louet* et *J. Palicot* dans [2]. Dans cette extension, toutes les techniques de “distorsions” sont considérées comme des techniques “ajout de signal”.

Par la suite, nous avons caractérisé analytiquement les performances de ces techniques dites de “distorsions” en menant une étude théorique de la variation de la puissance moyenne, de la distribution du PAPR du signal après réduction du PAPR et de la métrique SNDR (Signal-to-Noise and Distortion Ratio) de ces techniques dites de “distorsions”.

Aussi, nous avons montré, par une étude du signal de réduction du PAPR, que dans les techniques de distorsions, le signal de réduction du PAPR introduisait implicitement des distorsions à l'intérieur (bruit IB) et des distorsions à l'extérieur (bruit OOB) de la bande du signal dont on veut réduire le PAPR. Ces distorsions IB et OOB dégradent incontestablement la qualité de la transmission. Par la suite, nous avons proposé deux types de filtrage numérique à base de FFT/IFFT qui permettent de supprimer les distorsions IB et/ou OOB. L'action combinée des deux filtres nous a permis de définir un filtre numérique à base de FFT/IFFT appelé filtre “Tone reservation” (TR). Ce dernier permet de transformer toute technique de “distorsions” en technique TR. L'avantage d'une telle transformation permet non seulement de garantir la non-dégradation du TEB du système mais aussi d'avoir des techniques TR à faible complexité de calcul.

Dans un contexte de réduction du PAPR par transformation des techniques de “distorsions” en TR, nous avons étudié l'influence du nombre  $N_{\mathcal{R}}$  des sous-porteuses de réduction du PAPR et l'influence de l'emplacement de ces sous-porteuses de réduction du PAPR sur les performances du système (gain en PAPR et la variation de la puissance moyenne). Les résultats de simulation ont montré que, la configuration du “Two-side Mapping” était la configuration qui donnait le plus de gain de réduction du PAPR parmi les quatre configurations que nous avons étudiées. Aussi, il s'est avéré que, le gain de réduction du PAPR augmentait avec le nombre  $N_{\mathcal{R}}$  de sous-porteuses de réduction du PAPR quelque soit la configuration utilisée.

Il est important de souligner que la contribution principale de cette thèse a été l'étude des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions” menée dans le chapitre 4. Cette contribution, nous a d'ailleurs permis de développer de nouvelles techniques “ajout de signal” à compatibilité descendante qui ont fait l'objet des chapitres 5 et 6.

En effet, dans le chapitre 5, nous avons proposé la MGC [134, 140], la MGA [126] et la “TR-MGA” [138] qui sont toutes les trois des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante. Après une étude théorique des performances de la

## CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

---

MGC [135, 136] qui nous a permis de mettre en évidence les limites de la MGC, nous avons proposé la MGA [126] qui est inspirée de la MGC. Elle permet de limiter les inconvénients de la MGC. C’est ainsi que nous avons eu à montrer que contrairement à la MGC qui dégrade le TEB du système, la MGA ne le dégradait pas. Cependant, comme la MGA ne contrôle pas les remontées spectrales OOB liées aux distorsions qui peuvent être un obstacle à la transmission, nous avons proposé par la suite, la “TR-MGA” [138] qui est la transformation de la MGA en technique TR par un filtrage numérique à base de FFT/IFFT adéquat.

Dans le chapitre 6, nous avons proposé la HSC et la “TR-HSC” [141] qui sont des techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante dont les principes de réduction du PAPR sont basés sur la fonction “sécante hyperbolique”. Dans la HSC, la “sécante hyperbolique” est utilisée comme fonction d’écrêtage de l’amplitude des signaux. Elle permet de réduire le PAPR sans émission de bruit OOB. Cependant, elle dégrade de façon importante le TEB du système et rend le système inutilisable dans la pratique. Quant à la “TR-HSC”, elle est la transformation de la HSC en technique TR. Grâce à cette transformation, la “TR-HSC” ne dégrade pas le TEB du système et reste une technique qui peut être implémentée pour des systèmes de transmission existants ou futurs car elle est à compatibilité descendante et à une complexité de calcul faible contrairement à d’autres techniques de même catégorie comme la “TR-SOCP” décrite en annexe B du manuscrit.

### Perspectives

Ces travaux de recherche menés pendant ces trois années de thèse nous ont permis de dégager des pistes qui méritent d’être poursuivies.

- Dans le chapitre 4 de la thèse, nous avons proposé un filtrage “TR” à base de FFT/IFFT qui permet de transformer toute technique de “distorsions” en TR. La complexité de la TR résultant a été évaluée à  $\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$ , où  $NL$  est la taille des données numériques traitées et  $\mathcal{N}_{iter}$  est le nombre total d’itérations. Il est possible et il serait souhaitable, en exploitant les propriétés des opérations FFT/IFFT, de réduire la complexité de la TR obtenue à  $\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL)$ . Dans ce cas la transformation en TR sera encore moins complexe et sera encore plus adaptée aux contraintes des systèmes embarqués.
- Il serait souhaitable de proposer dans la continuité de nos travaux une solution optimale à la transformation des techniques de “distorsions” en TR. En effet, comme on a eu à le montrer dans la thèse (Cf. section 3.1 du chapitre 4), les techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions” sont caractérisées par une fonction de réduction du PAPR  $f[\cdot]$  de type non-linéaire qui agit sur l’amplitude des signaux afin de réduire leur PAPR. Il serait intéressant de trouver la fonction de réduction du PAPR optimale  $f_{opt}[\cdot]$  dont la transformation en technique TR donne le plus de gain de réduction du PAPR en peu d’itérations. En somme, cela revient à proposer une technique TR (sous-optimale) à faible complexité de calcul et qui converge rapidement vers le maximum de gain de réduction du PAPR.
- Un autre chantier s’inscrivant dans la poursuite de nos travaux serait de mener une étude théorique complète (variation de puissance moyenne du signal à transmettre, distribution du PAPR, distorsions générées à travers une caractérisation de la métrique



## CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

---

SNDR) des techniques de “distorsions. En effet, dans cette thèse, les développements théoriques proposés ne tiennent pas compte des filtrages (IB et/ou OOB) qui font partie intégrante des techniques. Il serait intéressant de pouvoir évaluer théoriquement les performances réelles des techniques en vue d’une optimisation de leurs performances.

- Il serait aussi intéressant dans le cadre de la poursuite de nos travaux, de jumeler nos propositions de techniques de réductions du PAPR avec une méthode de linéarisation ou d’amplification équivalente. Nous pensons en particulier à une méthode de pré-distorsion adaptative avec prise en compte de l’effet mémoire de l’amplificateur.
- Dans un court et moyen terme, il serait intéressant de pouvoir appliquer nos propositions de techniques de réductions du PAPR dans un contexte de Radio Logicielle (RL), c’est-à-dire, dans un contexte de signaux multi-standards, multi-modulations.
- Dans un long terme, il serait intéressant de proposer un “mapping” dans un contexte “Tone Reservation” (TR) qui permet de créer simultanément les signaux à enveloppe non constante (de type OFDM ou de type RL au sens large) et les signaux de réduction du PAPR associé. Un tel “mapping” permettra d’éviter toute complexité additionnelle liée à la réduction du PAPR et sera à compatibilité descendante avec les systèmes existants.

# Publications personnelles

## Revues

- D. Guel and J. Palicot, “From Adding signal techniques to Tone Reservation techniques in OFDM PAPR context”, to be published in International Journal On Advances in Telecommunications.
- D. Guel and J. Palicot, “PAPR Distribution Analysis at the Output of Nonlinear PAPR Reducers”, submitted in IEEE Signal Processing, 2009.
- D. Guel, J. Palicot and Y. Louët, “Tone Reservation technique based on Geometric approach for peak-canceling signal computation”, submitted in IET Journal (2009).
- D. Guel, J. Palicot and Y. Louët, “Hyperbolic Secant-based Clipping for OFDM Peak Power Reduction” to be submitted in IEEE Communications Letters (2009).

## Brevets

- Désiré Guel, Jacques Palicot, Yves Louet, Sidkiéta Zabré, Christian Lereau “Génération d’un signal additionnel et réduction de la dynamique d’un signal de modulation numérique”, FR 0701174.
- Désiré Guel, Jacques Palicot, Yves Louet, “Clipping HSC tenant compte des porteuses non utilisées”, FR 0950895

## Conférences Internationales

- D. Guel, J. Palicot J and Y. Louet, “A Geometric Method for Papr Reduction in a Signal Adding Context for OFDM Signals”, Proc. 15th International Conference on Digital Signal Processing (DSP), pp. 347-350, Cardiff, July 2007.
- D. Guel, J. Palicot J and J-J. Bellanger, “Frequency based asymptotic distribution of the PAPR for Geometric adding signal approach in OFDM signals contex”, Proc. IEEE 9th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), pp. 600-604, Recife, Brazil, July 2008.
- D. Guel and J. Palicot, “Approximation of the average power variation for Geometric adding signal approach of PAPR reduction in context of OFDM signals”, URSIGA, Chicago, Illinois, USA, August 2008.
- D. Guel and J. Palicot , “Artificial signals addition for reducing PAPR of OFDM systems”, Proc. IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT), pp. 281-286, Sarajevo, Bosnia & Herzegovina, Dec. 2008

## PUBLICATIONS PERSONNELLES

---

- D. Guel and J. Palicot , “Clipping formulated as an adding signal technique for OFDM Peak Power Reduction”, Proc. IEEE 69th Vehicular Technology Conference VTC Spring, pp. 1-5, Barcelona, Spain, April 2009
- D. Guel and J. Palicot , “Analysis and Comparison of Clipping techniques for OFDM Peak-to-Average Power Ratio Reduction”, Proc. 16th International Conference on Digital Signal Processing (DSP), pp. 1-6, Santorini, Greece, July 2009.
- D. Guel and J. Palicot , “OFDM PAPR Reduction based on Nonlinear Functions without BER degradation and out-of-band emission”, Proc. International Conference on Signal Processing Systems (ICSPPS), pp. 167-171, Singapore, May 2009.
- S. Hussain, D. Guel, J. Palicot J and Y. Louet , “Performance comparison of PRC based PAPR reduction schemes for WiLAN Systems”, European Wireless ,Aalborg, Denmark, May 2009.
- D. Guel and J. Palicot , “FFT/IFFT pair Based Digital Filtering for the Transformation of Adding Signal PAPR Reduction Techniques in Tone Reservation Techniques”, Fifth International Conference on Wireless and Mobile Communications (ICWMC), Cannes, France, August 2009.  
**Cet article a reçu le “Best paper award” de la conférence ICWMC 2009.**
- D. Guel and J. Palicot , “A Figure-Of-Merit for Evaluating the Overall Performance of OFDM PAPR reduction techniques in the Presence of High Power Amplifier” , Fifth International Conference on Wireless and Mobile Communications (ICWMC), Cannes, France, August 2009.

## Conférences Nationales

- D. Guel, J. Palicot et Y. Louet, “Réduction du PAPR par Ajout de signal Artificiel hors bande dans un contexte de signaux mutliporteuses”, GretsI 2007, Troyes, France, Septembre 2007.
- D. Guel et J. Palicot , “Transformation des techniques Ajout de Signal en techniques “Tone Reservation” pour la Réduction du PAPR des Signaux OFDM”, GretsI 2009, Dijon, France, Septembre 2009.

## Rapports

- J. Palicot, Y. Louët, D. Guel, S. Zabré, “Linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunications”, Contrat de collaboration Alcatel Aliena Space-Supelec, Novembre 2006.
- J. Palicot, Y. Louët, D. Guel, S. Zabré, “Traitement Numérique des Non-Linéarités : Spécification des algorithmes choisis”, Contrat de collaboration France Telecom/Supelec, Livrable 4, Octobre 2006.
- J. Palicot, Y. Louët, D. Guel, S. Zabré, “Traitement Numérique des Non- Linéarités : Rapport sur les méthodes étudiées”, Contrat de collaboration France Telecom/Supelec, Livrable 3, Octobre 2006.

## Séminaires et Présentations

- **Séminaire SCEE** “Réduction du PAPR des signaux OFDM obtenue via ajout de signal artificiel”, SCEE/IETR de SUPELEC, 26 juin 2008.
- **Journée des Doctorants de l’IETR**, “Analysis of Geometric adding signal approach for Peak-to-Average Power Ratio reduction”, ETI de l’université de Rennes 1, 19 juin 2008.
- **Journée des Doctorants de l’IETR** “Ajout de signal hors bande pour la réduction du PAPR”, ETI de l’université de Rennes 1, 20 juin 2007.
- **Évaluation du laboratoire IETR par le CNRS**, Présentation de la thématique “Traitement du Signal” de l’équipe SCEE/IETR de SUPELEC, Novembre 2006.

## Divers

- Doctorial Bretagne 2008 : “Rencontres jeunes chercheurs et acteurs socio-économiques”, Brest - Rennes, 16-21 Novembre 2008.

## PUBLICATIONS PERSONNELLES

---

## Annexe A

# Quelques Éléments de Probabilités

### 1 Introduction

Dans cet annexe, nous détaillerons le calcul de quelques éléments de probabilités qui ont servi à caractériser théoriquement les performances de la “Méthode Géométrique Classique” (MGC) de réduction du PAPR (Cf. section 4 du chapitre B).

D’après l’équation (5.14),  $|y_n| = |g_{\theta_n}(r_n)|$ , où  $r_n$  est l’enveloppe complexe d’un signal OFDM bande de base,  $|y_n|$  est l’amplitude de signal résultant (de PAPR réduit) et  $g_{\theta_n}(\cdot)$  est la fonction réelle de paramètre  $\theta_n$  définie par la relation (5.15). Du fait que  $g_{\theta_n}(\cdot)$  est une fonction réelle et du fait que  $r_n$  est une variable aléatoire i.i.d., on déduit que  $|y_n|$  est aussi une variable aléatoire i.i.d.

Dans la suite de cet appendice, nous allons détailler le calcul des expressions de  $\Pr \left[ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} \right]$ , de  $\mathcal{P}_{y, \theta_n} = E \left[ |g_{\theta_n}(r)|^2 \right]$  et de  $\mathcal{R}_{r, g_{\theta_n}(r)} = E [r_n^* g_{\theta_n}(r)]$ .

### 2 Calcul de $\Pr \left[ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} \right]$

Supposons  $\mathcal{S}_0 = \Pr \{r_n \leq A\}$  et  $\mathcal{S}_1 = \Pr \{r_n > A\}$ . D’après la loi des probabilités totales, on peut écrire :

$$\Pr \left\{ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} \right\} = \tilde{\mathcal{S}}_0 \mathcal{S}_0 + \tilde{\mathcal{S}}_1 \mathcal{S}_1, \quad (\text{A.1})$$

où  $\tilde{\mathcal{S}}_0 = \Pr \left\{ |g_{\theta_n}(r_n)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} / r_n \leq A \right\}$  et  $\tilde{\mathcal{S}}_1 = \Pr \left\{ |g_{\theta_n}(r_n)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y, \theta_n}} / r_n > A \right\}$ .

#### 2.1 Expression de $\tilde{\mathcal{S}}_0$

Si  $r_n \leq A$ , alors l’amplitude du signal résultant est égal à celui du signal OFDM, c’est-à-dire,  $|g_{\theta_n}(r_n)| = r_n$ . Dans ces conditions,  $\tilde{\mathcal{S}}_0$  s’exprime de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{S}}_0 &= \frac{1}{\mathcal{S}_0} \Pr \left[ |g_{\theta_n}(r_n)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)}, r_n \leq A \right] \\ &= \frac{1}{\mathcal{S}_0} \Pr \left[ r_n \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)} \right] \cdot 1_{\tilde{\psi} \leq \frac{A^2}{\mathcal{P}_y(\theta_n)}} + 1_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_y(\theta_n)}}\end{aligned}\quad (\text{A.2})$$

## 2.2 Expression de $\tilde{\mathcal{S}}_1$

Si  $r_n > A$ , l'amplitude du signal résultant s'écrit  $|g_{\theta_n}(r_n)| = |r_n + (A - r_n) e^{j\theta_n}|$ . Et  $\tilde{\mathcal{S}}_1$  s'exprime par :

$$\tilde{\mathcal{S}}_1 = \frac{1}{\mathcal{S}_1} \Pr \left\{ |g_{\theta_n}(r_n)| > \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)}, r_n > A \right\}.\quad (\text{A.3})$$

Résoudre l'inéquation  $|g_{\theta_n}(r_n)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)}$  mène à  $r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^- \leq r_n \leq r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+$ , où  $r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^-$  et  $r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+$  sont les solutions de l'équation  $|g_{\theta}(r_n)| = \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta)}$  et sont données par la relation (A.4).

$$\begin{aligned}r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^- &= \frac{A}{2} - \frac{1}{2} \left[ A^2 + \frac{(\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n) - A^2)}{1 - \cos \theta_n} \right]^{\frac{1}{2}} \\ r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+ &= \frac{A}{2} + \frac{1}{2} \left[ A^2 + \frac{(\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n) - A^2)}{1 - \cos \theta_n} \right]^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (\text{A.4})$$

Comme,  $r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^- \leq A \leq r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+$ , alors

$$\begin{aligned}\Pr \left[ |g_{\theta_n}(r_n)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)}, r_n > A \right] &= \Pr \left[ A < r_n \leq r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+ \right] \cdot 1_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_y(\theta_n)}} \\ &= \left( \Pr \left[ r_n \leq r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+ \right] - \mathcal{S}_0 \right) \cdot 1_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_y(\theta_n)}}\end{aligned}\quad (\text{A.5})$$

Par conséquent,  $\tilde{\mathcal{S}}_1$  peut être écrit de la façon suivante :

$$\tilde{\mathcal{S}}_1 = \frac{1}{\mathcal{S}_1} \left( \Pr \left[ r_n \leq r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+ \right] - \mathcal{S}_0 \right) \cdot 1_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_y(\theta_n)}}.\quad (\text{A.6})$$

## 2.3 Expression de $\Pr \left[ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)} \right]$

En substituant les équations (A.2) et (A.6) dans la relation (A.1), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\Pr \left[ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)} \right] \\ = \Pr \left[ r_n \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_y(\theta_n)} \right] \cdot 1_{\tilde{\psi} \leq \frac{A^2}{\mathcal{P}_y(\theta_n)}} + \Pr \left[ r_n \leq r_{\tilde{\psi}, \theta_n}^+ \right] \cdot 1_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_y(\theta_n)}}\end{aligned}\quad (\text{A.7})$$

### 3. Calcul de $\mathcal{P}_{y,\theta_n}$

Comme  $r_n$  est une variable aléatoire de Rayleigh i.i.d dont la fonction densité de probabilité est donnée par l'équation (5.16), alors  $\Pr[r_n \leq \tau] = 1 - e^{-\frac{\tau^2}{\mathcal{P}_x}}$ . La relation (A.7) devient alors :

$$\begin{aligned} \Pr \left[ |g_{\theta_n}(r)| \leq \sqrt{\tilde{\psi} \mathcal{P}_{y,\theta_n}} \right] &= \left[ 1 - e^{-\tilde{\psi} \frac{\mathcal{P}_{y,\theta_n}}{\mathcal{P}_x}} \right] \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} \leq \frac{A^2}{\mathcal{P}_{y,\theta_n}}} + \left[ 1 - e^{-\frac{\left(\frac{r^+}{\tilde{\psi}, \theta_n}\right)^2}{\mathcal{P}_x}} \right] \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_{y,\theta_n}}} \\ &= 1 - \left[ e^{-\tilde{\psi} \frac{\mathcal{P}_{y,\theta_n}}{\mathcal{P}_x}} \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} \leq \frac{A^2}{\mathcal{P}_{y,\theta_n}}} + e^{-\frac{\left(\frac{r^+}{\tilde{\psi}, \theta_n}\right)^2}{\mathcal{P}_x}} \cdot \mathbf{1}_{\tilde{\psi} > \frac{A^2}{\mathcal{P}_{y,\theta_n}}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

### 3 Calcul de $\mathcal{P}_{y,\theta_n}$

La probabilité  $\mathcal{P}_{y,\theta_n}$  est défini par :

$$\mathcal{P}_{y,\theta_n} = E \left[ |g_{\theta_n}(r)|^2 \right] = \int_0^{\infty} |g_{\theta_n}(r)|^2 p(r) dr, \quad (\text{A.9})$$

où  $g_{\theta_n}(r)$  est la fonction réelle de paramètre  $\theta_n$  définie par la relation (5.15) et  $p(r)$  est la fonction densité de probabilité de la variable aléatoire  $r_n$  donnée par l'équation (5.16).

Soit  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_2$  les expressions définies respectivement par les équations (A.10) et (A.11).

$$\mathcal{R}_1 \triangleq \int_0^A r^2 p(r) dr = \left[ 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} - \frac{A^2}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} \right] \cdot \mathcal{P}_x, \quad (\text{A.10})$$

$$\mathcal{R}_2 \triangleq \int_A^{\infty} A p(r) r dr = \left[ \frac{A^2}{\mathcal{P}_x} e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} Q \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \right] \cdot \mathcal{P}_x, \quad (\text{A.11})$$

où  $Q(\cdot)$  est la fonction d'erreur complémentaire définie par :

$$Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{\tau^2}{2}} d\tau. \quad (\text{A.12})$$

En développant l'équation (A.9), nous montrons que  $\mathcal{P}_{y,\theta_n}$  s'exprime en fonction de  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_2$  de la façon suivante :

$$\mathcal{P}_{y,\theta_n} = \mathcal{R}_1 + A^2 e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + 2(1 - \cos \theta_n) [\mathcal{P}_x - (\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2)]. \quad (\text{A.13})$$

En substituant les équations (A.10) et (A.11) dans (A.13), nous obtenons :

$$\mathcal{P}_{y,\theta_n} = \left[ 1 - e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} \right] \mathcal{P}_x + 2(1 - \cos \theta_n) \left[ e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} Q \left( \sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} \right) \right] \mathcal{P}_x. \quad (\text{A.14})$$



#### 4 Calcul de $\mathcal{R}_{r,g_{\theta_n}(r)}$

Dans cette partie, il s'agit de calculer la covariance  $\mathcal{R}_{r,g_{\theta_n}(r)}$  des variables aléatoires  $r_n$  et  $g_{\theta_n}(r)$ , où  $g_{\theta_n}(r)$  est la fonction réelle de paramètre  $\theta_n$  définie par la relation (5.15). La covariance  $\mathcal{R}_{r,g_{\theta_n}(r)}$  des variables aléatoires  $r_n$  et  $g_{\theta_n}(r)$  est exprimée par :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{r,g_{\theta_n}(r)} &= E[r_n^* g_{\theta_n}(r)] = \int_0^{\infty} r_n^* g_{\theta_n}(r) p(r) dr \\ &= \mathcal{P}_x + [(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2) - \mathcal{P}_x] e^{j\theta_n}.\end{aligned}\tag{A.15}$$

En substituant les équations (A.10) et (A.11) dans (A.15), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{r,g_{\theta_n}(r)} &= E[r_n^* g_{\theta_n}(r)] \\ &= \left(1 + \left[e^{-\frac{A^2}{\mathcal{P}_x}} + \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}} Q\left(\sqrt{2} \frac{A}{\sqrt{\mathcal{P}_x}}\right)\right] e^{j\theta_n}\right) \mathcal{P}_x.\end{aligned}\tag{A.16}$$

## Annexe B

# Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

Dans le chapitre 3, nous avons établi un état de l’art très bref des techniques de réduction du PAPR à l’émission. Tout au long de la thèse, nous nous sommes intéressés aux techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante.

Dans cet annexe, nous décrivons de façon détaillée quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR à compatibilité descendante de la littérature car dans la thèse, nous nous sommes souvent comparés à ces techniques.

Ce sont principalement :

- La “TR-SOCP” qui est une implémentation de la “Tone Reservation” (TR) via la méthode du SOCP. Elle a été proposée par *S. Zabré* dans sa thèse de doctorat [54].
- La “TR-GP” qui est la TR implémentée via l’algorithme du “Gradient-Project” proposée par *S. Litsyn* dans [25].
- La technique “ACE-SGP” pour “Active Constellation Extension” (ACE) via l’algorithme du “Smart Gradient-Project” (SGP) qui est une technique ACE implémentée à l’aide de l’algorithme SGP . Elle a été proposée par *B.S. Krongold* et *D.L. Jones* dans [63].
- Le “clipping” classique [68, 69], le “deep clipping” [61] pour écrêtage profond et le “smooth clipping” [105] pour écrêtage “doux” ou “lisse” qui sont toutes les trois des techniques de “clipping and filtering”.

Dans la section 5.3 du chapitre de la thèse, nous avons comparé les performances de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” avec celles de la “TR-MGA” qui est une nouvelle technique TR que nous avons proposée. Cette étude comparative a fait l’objet de publication dans [138]. Les résultats de comparaison des performances des trois techniques de “clipping and filtering” proposés dans cet annexe ont fait également l’objet de publication dans [142].

## 1 “Tone Reservation” via le “Second Order Cone Programming” (SOCP)

### 1.1 Introduction

Dans sa thèse de doctorat [54], *S. Zabré* a proposé d’implémenter la “Tone Reservation” (TR) à l’aide du “Second Order Cone Programming” (SOCP) pour réduire le PAPR des signaux OFDM.

Dans [143], *B. Rihawi* proposa une extension de la méthode “Tone Reservation” à l’aide de SOCP pour les systèmes MIMO-OFDM à deux antennes basés sur un schéma d’Alamouti. L’idée est d’appliquer la TR à l’aide de SOCP sur chacune des branches du MIMO-OFDM.

Dans cette partie nous rappelons les principes de base de la TR implémentée via le SOCP car nous allons souvent nous comparer à cette technique. Le lecteur qui veut plus de détails par rapport à cette technique peut se référer à la thèse de *S. Zabré* précédemment citée.

### 1.2 Le “Second Order Cone Programming” (SOCP)

Le SOCP est un problème d’optimisation convexe dont la fonction coût est linéaire et les contraintes inégalités sont des cônes de second ordre ou cône de Lorentz [107]. La forme générale d’un SOCP est donnée par la relation (B.1) ci-dessous :

$$\begin{aligned} & \text{Min} && f^T x \\ & \text{sous} && \\ & \text{contrainte :} && \begin{cases} \|A_i x + b_i\| \leq c_i^T x + d_i \text{ où } i = 1, \dots, m \\ Fx = g \end{cases} \end{aligned} \tag{B.1}$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est la variable d’optimisation, et les paramètres du problème sont  $f \in \mathbb{R}^n$ ,  $A_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $c_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n}$ ,  $d_i \in \mathbb{R}$ ,  $F \in \mathbb{R}^{p \times n}$  et  $g \in \mathbb{R}^p$ .

La contrainte d’inégalité  $\|A_i x + b_i\| \leq c_i^T x + d_i$  est appelée contrainte cône de second ordre. Lorsque  $n_i = 1$  pour  $i = 1, \dots, m$ , le SOCP se résume dans ce cas à une Programmation Linéaire (PL).

Il est également facile de constater que lorsque tous les  $c_i = 0$  alors la contrainte cône de second ordre devient  $\|A_i x + b_i\| \leq d_i$ , le SOCP est dans ce cas à une Programmation Linéaire sous Contrainte Quadratique.

Il y a des exemples de problèmes d’optimisation convexes qui peuvent se formuler comme un SOCP. On peut citer entre autre le “Quadratic Programs with Quadratic Constraints” (QPQC), le problème de minimisation de sommes de normes, le problème de minimisation de maximum de normes, etc. De nombreux problèmes de traitement du signal sont en effet des problèmes qui requièrent la minimisation d’un max de normes qui peuvent être formulés comme des problèmes SOCP.

### 1.3 Principe de la “Tone Reservation” à l’aide de SOCP

La “Tone Reservation” est une technique de la classe de techniques dites “ajout de signal”. Elle a été la première technique de réduction du PAPR à être modélisée sous forme de problème d’optimisation convexe (Cf. Chapitre 3 ou [54]).

## 1. “Tone Reservation” via le “Second Order Cone Programming” (SOCP)

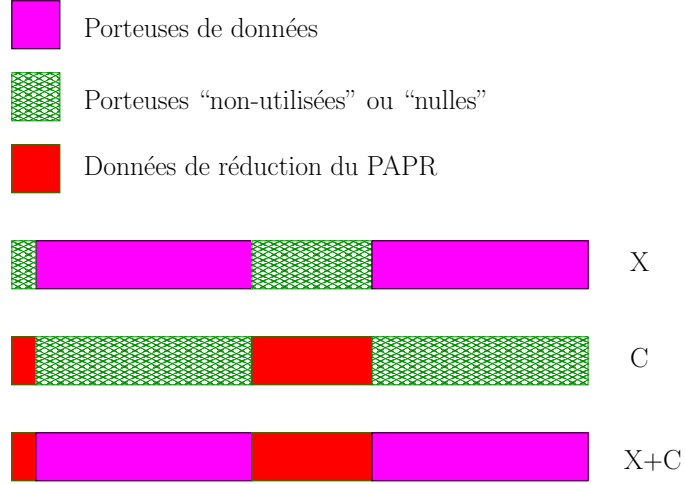


FIGURE B.1 – Exemple du standard IEEE 802.11 a/g,  $N = 64$  porteuses, 48 porteuses de données, 4 porteuses pilotes et  $N_{\mathcal{R}} = 12$  porteuses non-utilisées.

Le principe de la “Tone Reservation” à l’aide de SOCP est illustré par la Figure B.1. Le signal ajouté s’effectue dans le domaine fréquentiel.

Dans le cas de la norme IEEE 802.11 a/g par exemple seules les  $N_{\mathcal{R}} = 12$  porteuses non-utilisées sont utilisées pour porter le signal de réduction du PAPR.

Considérons le problème de minimisation du PAPR proposé par *J. Tellado*. Cet problème de minimisation (Cf. la section 6.2 du chapitre 3) qui est donnée par la relation (3.15) est un problème d’optimisation convexe de variable  $\hat{\mathbf{C}}$  qui peut se mettre sous forme d’épigraphe comme le montre les relations (B.2) et (B.3).

$$\begin{aligned} & \text{Min} && t \\ & \text{sous} && \\ & \text{contrainte :} && \left\| \mathbf{x} + \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}} \right\|_{\infty} \leq t \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

En posant  $\hat{\mathbf{q}}_k^{\text{lig}}$  la  $k$ -ième ligne de la matrice  $\hat{\mathbf{Q}}$ , la relation (B.2) peut se réécrire :

$$\begin{aligned} & \text{Min} && t \\ & \text{sous} && \\ & \text{contrainte :} && \left\| x_k + \hat{\mathbf{q}}_k^{\text{lig}}\hat{\mathbf{C}} \right\|_{\infty} \leq t, \text{ où } 0 \leq k \leq NL - 1 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Le problème de réduction du PAPR posé par *J. Tellado* et modélisé par sa forme d’épigraphe comme le montre la relation (B.3) peut être mis sous forme SOCP, c’est-à-dire,

$$\begin{aligned} & \text{Min} && F^T Y \\ & \text{sous} && \\ & \text{contrainte :} && \begin{cases} \|A_k Y + H_k\| \leq E_k^T Y + g_k \\ k = 0, \dots, NL - 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Avec :

## Chapitre B. Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

---

$$\begin{aligned}
& \bullet A_k = [ Z_{i_0}(k) \quad \cdots \quad Z_{i_{\mathcal{R}-1}}(k) \quad 0 ] \in \mathbb{R}^{2 \times (2N_{\mathcal{R}+1})}, \\
& \text{où } Z_{i_r}(k) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{i_r}(k) & -\sin \varphi_{i_r}(k) \\ \sin \varphi_{i_r}(k) & \cos \varphi_{i_r}(k) \end{bmatrix} \text{ et } \varphi_{i_r}(n) = 2\pi \frac{i_r n}{N} \\
& \bullet H_k = \begin{bmatrix} \Re \{x_k\} \\ \Im \{x_k\} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2, \\
& \bullet E_k^T = [ 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1 ] \in \mathbb{R}^{(2N_{\mathcal{R}+1})}, \\
& \bullet F_k^T = [ 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1 ] \in \mathbb{R}^{(2N_{\mathcal{R}+1})}, \\
& \bullet g_k = 0 \in \mathbb{R}, \\
& \bullet Y = \begin{bmatrix} C_{i_0}^{re} \\ C_{i_0}^{im} \\ \vdots \\ C_{i_{N_{\mathcal{R}}}}^{re} \\ C_{i_{N_{\mathcal{R}}}}^{im} \\ t \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(2N_{\mathcal{R}+1}) \times 1}, \\
& \text{où } C_{i_r}^{re} = \Re \{C_{i_r}\} \text{ et } C_{i_r}^{im} = \Im \{C_{i_r}\}.
\end{aligned} \tag{B.5}$$

Ainsi, avec cette modélisation du problème de réduction du PAPR sous forme d’un problème SOCP, on peut diminuer le PAPR de tout signal OFDM (bande de base complexe ou réelle).

La technique TR est une technique “ajout de signal”, un des inconvénients des techniques “ajout de signal” est la variation de la puissance moyenne du signal à transmettre. La variation de la puissance moyenne dans le cas de la TR se traduit par une augmentation de la puissance moyenne du signal à transmettre. Dans la modélisation de la TR à l’aide du SOCP proposée par la relation ci-dessus (B.4) aucune minimisation de la variation de la puissance moyenne n’est prise en compte. Il va de soit que avec cette formulation de la TR via le SOCP (B.4), le PAPR sera réduit mais avec une variation incontrôlée de la puissance moyenne.

Ainsi donc, dans sa thèse de doctorat [54], *S. Zabré* a proposé de formuler le problème de minimisation de la TR à l’aide du SOCP avec un contrôle de la variation de la puissance moyenne. En d’autre terme, il cherche à réduire le PAPR mais avec une contrainte sur la variation de la puissance moyenne( à savoir que la variation de la puissance moyenne doit être la plus faible possible).

La forme de l’épigraphe du problème de minimisation de la TR à l’aide du SOCP avec contrainte sur la puissance moyenne du signal à transmettre s’écrit :

$$\begin{aligned}
& \text{Min} && t \\
& \text{sous} && \\
& \text{contrainte :} && \begin{cases} |x_k + \hat{\mathbf{q}}_k^{\text{lig}} \hat{\mathbf{C}}| \leq t, \text{ où } 0 \leq k \leq NL - 1 \\ \left\| x_k + \hat{\mathbf{q}}_k^{\text{lig}} \hat{\mathbf{C}} \right\| \leq \sqrt{\lambda K} \end{cases},
\end{aligned} \tag{B.6}$$

où  $K$  est une constante donnée qui s’écrit :  $K = NL \cdot \|\mathbf{x}\|$ .

La formulation ci-dessus peut être mise sous forme SOCP. Cette nouvelle forme de TR à l’aide de SOCP qui met une contrainte sur la variation de la puissance moyenne du signal

## 2. “Tone Reservation” via le “Gradient-Project” (GP)

---

à transmettre est appelée “C-SOCP” par *S. Zabré*. Nous allons reprendre cette appellation de “C-SOCP” dans notre manuscrit car nous allons très souvent nous comparer à cette nouvelle implémentation de la TR via le “C-SOCP”.

### 1.4 Complexité de la “Tone Reservation” à l’aide du SOCP

Le problème d’optimisation SOCP est solutionné par des méthodes de points intérieurs comme le SeDuMi ou le SDPT3 [144]. Ce problème est la minimisation de la norme- $\infty$  qui avec quelques astuces est transformé en problème de programmation linéaire. Comme la programmation linéaire est un cas particulier d’optimisation convexe, sa solution pourrait être trouvée par SOCP.

L’analyse de complexité des méthodes de points intérieurs est très complexe et nécessite une connaissance profonde et rigoureuse du domaine de l’optimisation. Toutefois, dans [107], *S. Boyd* et *L. Vandenberghe* ont montré que la complexité de la méthode SOCP peut être approximée à  $\mathcal{O}(N^2 N_{\mathcal{R}} L)$ , où  $N$  est le nombre de sous-porteuses du symbole OFDM,  $N_{\mathcal{R}}$  est le nombre de “sous-porteuses réservées” et  $L$  est le facteur de sur-échantillonnage.

### 1.5 Avantages et inconvénients de la TR à l’aide du SOCP

La TR à l’aide du SOCP a tous les avantages d’une méthode TR c’est-à-dire, qu’elle est à compatibilité descendante (puisse qu’elle utilise les porteuses “nulles” ou “non-utilisées” des standards pour porter le “signal de réduction du PAPR”), elle ne dégrade pas le TEB, elle n’a pas besoin d’information de bord pour rendre l’opération de réduction du PAPR transparente pour la démodulation. L’avantage particulière de la TR à l’aide du SOCP est qu’elle fournit le “signal de réduction du PAPR” optimal; il va de soit qu’elle a un gain de réduction du PAPR élevé.

La TR à l’aide du SOCP comme toutes les TR augmente la puissance moyenne du signal transmit qui va indubitablement dégrader les performances de la transmission. L’inconvénient particulier de la TR à l’aide du SOCP est sa complexité de calcul assez élevé qui fait d’elle une technique loin d’être implémentable pour des systèmes temps réel.

## 2 “Tone Reservation” via le “Gradient-Project” (GP)

### 2.1 Introduction

La TR optimale est un problème d’optimisation QPQC qui admet une solution optimale [21, 54]. Cette solution optimale a cependant une complexité de calcul très élevée. Dans la TR à l’aide du SOCP (Cf. §1), la solution optimale au problème d’optimisation QPQC est obtenue par la méthode SOCP[107] dont la complexité de calcul est approchée à  $\mathcal{O}(N^2 N_{\mathcal{R}} L)$ . Dans l’optique de réduire cette complexité de calcul assez élevée, des algorithmes à complexité de calcul faible ont été proposées. Cependant ces algorithmes à complexité de calcul faible proposent le plus souvent des TR sous-optimales qui offrent des gains de réduction du PAPR qui sont relativement faibles par rapport au gain de la TR optimale.

L’algorithme du gradient [21, 25, 145] est de loin le plus utilisé des algorithmes à complexité de calcul faible comme alternative à la TR optimale. Dans sa thèse de doctorat [21], *J. Tellado* a proposé une multitude d’algorithmes à complexité de calcul faible pour

## Chapitre B. Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

---

la TR. On peut citer l’algorithme du Gradient qui peut être implémenté dans le domaine fréquentiel ou directement dans le domaine temporel.

Dans [139], *S.E. Park, S.R. Yun* et *J.Y. Kim* ont proposé d’implémenter la TR via l’algorithme du Gradient dans le domaine temporel pour la réduction du PAPR des systèmes WIMAX (IEEE 802.16 e) tandis que dans [25, 145] il est proposé une implémentation de l’algorithme du Gradient dans le domaine fréquentiel.

Ici, nous allons nous focaliser sur la TR implémentée via le “Gradient-Project” que nous abrègerons par “TR-GP” proposée par *S. Litsyn* dans son livre [25]. Cette implémentation de l’algorithme du Gradient est faite dans le domaine fréquentiel.

### 2.2 Principe de la technique “TR-GP”

La technique “TR-GP” [25] est une solution sous-optimale à la relation (3.13) qui consiste à trouver la variable  $\mathbf{C}$  via l’algorithme du Gradient tel que :

$$\min_{\mathbf{C}} \|\text{IFFT}(\mathbf{X} + \mathbf{C})\|_2^2 \leq A, \quad (\text{B.7})$$

où  $\|\mathbf{v}\|_2$  est la norme Euclidienne du vecteur  $\mathbf{v}$  et  $A$  un réel positif fixé appelé seuil. La relation (B.7) est un problème d’optimisation QPQC qui peut être résolu par l’algorithme du Gradient de la façon suivante [25] :

**(a) Étape d’initialisation :**

Fixer le seuil  $A$ , le pas de convergence  $\mu$  et localiser  $\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_{N_{\mathcal{R}}-1}\}$  qui est l’ensemble des emplacements des sous-porteuses “nulles” ou “vides” du système.

**(b) Étape d’exécution :**

**(i)** Calculer le signal OFDM temporel  $x_n$ . Initialiser  $C_p^{(i)}$  à 0 et fixer  $i = 0$ .

**(ii)** Calculer le “signal de réduction du PAPR”  $c_n^{(i)}$  de la façon suivante :

$$c_n^{(i)} = \sum_{p \in \mathcal{R}} C_p^{(i)} e^{-2j\pi p \frac{n}{NL}}.$$

**(iii)** Calculer :

$$\tilde{y}_n^{(i)} = \begin{cases} y_n^{(i)} & \text{si } |y_n^{(i)}| \leq A \\ Ae^{j\varphi_n^{(i)}} & \text{si } |y_n^{(i)}| > A \end{cases} \quad \text{où } \varphi_n^{(i)} \text{ est la phase de } y_n^{(i)}.$$

Calculer :

$$\Delta_n^{(i)} = y_n^{(i)} - \tilde{y}_n^{(i)} \quad \text{où } y_n^{(i)} = x_n + c_n^{(i)}.$$

**(iv)** Mettre à jour de l’algorithme, c’est-à-dire :

$$C_p^{(i+1)} = C_p^{(i)} - \mu \sum_{n=0}^{NL-1} \Delta_n^{(i)} e^{2j\pi p \frac{n}{NL}}.$$

**(v)** Incrémenter  $i$  et aller à l’étape (ii) si le nombre maximum d’itérations n’est pas atteint. Sinon, transmettre le signal  $y_n^{(i)}$ .

### 3. “Active Constellation Extension” via le “Smart Gradient-Project” (SGP)

#### 2.3 Analyse de la complexité de la technique “TR-GP”

Dans cette partie nous évaluons la complexité de l’algorithme du Gradient pour la TR défini ci-dessus. Les données traitées par cet algorithme sont de taille  $NL$ . Commençons par une évaluation de la complexité de l’algorithme de la boucle.

- (a) La complexité de calcul de  $\tilde{y}_n^{(i)}$  est de l’ordre de  $\mathcal{O}(\tilde{\eta}^{(i)}NL)$ , où  $\tilde{\eta}^{(i)} = \Pr \left[ \left| y_n^{(i)} \right| > A \right]$ .
- (b) Les échantillons temporels  $c_n^{(i)}$  et ses composantes fréquentielles  $C_p^{(i)}$ ,  $p \in \mathcal{R}$  peuvent être calculer par IFFT et FFT respectivement. Leur complexité de calcul peut donc être approchée à  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$  dans [146].
- (c) En supposant que le nombre maximal d’itérations est  $\mathcal{N}_{iter}$ , la complexité de l’algorithme après  $\mathcal{N}_{iter}$ -itérations est de  $\mathcal{N}_{iter} [\mathcal{O}(\tilde{\eta}^{(i)}NL) + \mathcal{O}(NL \log_2 NL)] \simeq \mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter}NL \log_2 NL)$ .

#### 2.4 Avantages et inconvénients de la technique “TR-GP”

L’avantage particulier de la technique “TR-GP” est sa complexité de calcul qui est relativement faible. Cela fait de la “TR-GP” une technique implémentable pour les systèmes temps réel. La “TR-GP” est d’ailleurs proposée dans [139] pour une implémentation dans les systèmes WIMAX, elle est en phase de normalisation dans le DVB-T2. Des études sont d’ailleurs en cours au sein de SCEE qui traitent de l’implémentation de la “TR-GP” dans le DVB-T2.

La technique “TR-GP” est une solution sous-optimale à la TR, son inconvénient peut résider dans son gain en réduction du PAPR qui s’avère faible si l’on se compare à la techniques de TR optimales comme le TR à l’aide de SOCP.

### 3 “Active Constellation Extension” via le “Smart Gradient-Project” (SGP)

Dans le chapitre 3, nous avons décrit brièvement le principe de la technique “Active Constellation Extension” (ACE). C’est une technique de la classe des techniques “ajout de signal” qui peut être formulée comme un problème d’optimisation convexe QCQP comme la “Tone Reservation” [144]. L’ACE formulée comme un problème QCQP admet un solution optimale mais de complexité de calcul très élevée. De ce fait, la technique “ACE-SGP” pour “Active Constellation Extension” (ACE) via l’algorithme du “Smart Gradient-Project” (SGP) qui est une technique ACE implémentée à l’aide de l’algorithme SGP a été proposée par *B.S. Krongold* et *D.L. Jones* dans [63] comme alternative à la technique ACE optimale (qui calcule la solution optimale). En effet la technique “ACE-SGP” a une complexité de calcul faible. Elle n’est pas la seule alternative à la technique ACE optimale, il existe d’autres techniques telles que la technique ACE via la méthode POCS [62, 108] abrégée par “ACE-POCS”, ou encore la technique ACE via le “adaptive-scaling algorithm” [67] proposée par *L. Wang* et *C. Tellambura*. Elles sont toutes des solutions sous-optimales mais qui ont des complexités de calcul relativement faibles.

Dans cette partie, nous décrivons de façon plus détaillée la technique “ACE-SGP” [63] car dans notre thèse, nous nous sommes comparés à cette technique.



## Chapitre B. Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

---

### 3.1 Principe de la technique “ACE-SGP”

D’un point de vue mathématique, la technique ACE a pour but de résoudre le problème d’optimisation convexe ci-dessous :

$$\mathbf{C}^{(\text{opt})} = \min_{\mathbf{C} \in \mathcal{U}} \|\mathbf{X} + \mathbf{C}\|_{\infty}^2, \text{ où } \mathcal{U} \text{ est l'ensemble des régions admissibles.} \quad (\text{B.8})$$

Dans la technique “ACE-SGP” [63], la relation (B.8) est résolue à l’aide de l’algorithme SGP. Le SGP pour “Smart Gradient-Project” est un algorithme de Gradient avec un pas de convergence optimisé qui est calculé suivant la méthode du “balancing” [63]. Le schéma du principe de la technique “ACE-SGP” est donné par la Figure B.2.

L’algorithme de la technique “ACE-SGP” donné dans [63] est le suivant :

- (i) À partir des symboles de données  $\mathbf{X}$ , déterminer les régions admissibles  $\mathcal{U}_i$ , et former l’ensemble des régions admissibles  $\mathcal{U} = \{\mathcal{U}_i\}$ . Appliquer une IFFT à  $\mathbf{X}$  pour obtenir  $\mathbf{x}^{(0)}$  et fixer  $i$  à 0.
- (ii) Écrêter  $x_n^{(i)}$  pour former  $\bar{x}_n^{(i)}$  défini comme suit :

$$\bar{x}_n^{(i)} = \begin{cases} x_n^{(i)}, & |x_n^{(i)}| \leq A \\ Ae^{j\phi_n^{(i)}}, & |x_n^{(i)}| > A \end{cases}, \text{ où } \phi_n^{(i)} \text{ est la phase de } x_n^{(i)}.$$

- (iii) Calculer le “signal de distorsion” :

$$\mathbf{c}_{clip,n}^{(i)} = \bar{x}_n^{(i)} - x_n^{(i)}$$

- (iv) Appliquer une FFT à  $\mathbf{c}_{clip}^{(i)}$  pour obtenir  $\mathbf{C}_{clip}^{(i)}$ .
- (v) Ne garder que les éléments de  $\mathbf{C}_{clip}^{(i)}$  qui sont dans l’ensemble des régions admissibles  $\mathcal{U}$  et fixer toutes les autres éléments à zéro pour former  $\mathbf{C}^{(i)}$ . Appliquer une IFFT pour obtenir  $\mathbf{c}^{(i)}$ .
- (vi) Déterminer le pas de convergence  $\mu^{(i)}$  suivant la méthode du “balancing” et calculer :

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \mu^{(i)} \mathbf{c}^{(i)}.$$

- (vii) S’il n’y a pas de réduction acceptable du PAPR ou si le nombre d’itérations maximal n’est pas atteint, mettre à jour l’algorithme, c’est-à-dire,  $i = i + 1$  et aller à l’étape (ii). Sinon arrêter l’algorithme.

L’algorithme décrit ci-dessus n’est ni plus ni moins qu’un algorithme de Gradient appliqué à la technique ACE. On comprend vite que l’algorithme SGP est un algorithme de Gradient avec un pas de convergence  $\mu$  qui est calculé à chaque itération et qui est basé sur la méthode du “balancing”.

Le principe de calcul du pas de convergence  $\mu$  de l’algorithme SGP est donné ci-dessous :

- (i) Pour  $\mathbf{x}^{(i)}$  donné, déterminer son amplitude maximal  $A_{max}^{(i)}$  et localiser sa position,  $n_{max}$  :

$$A_{max}^{(i)} = \max_n |x_n^{(i)}|, \quad n_{max} = \arg \max_n |x_n^{(i)}|.$$

#### 4. Les techniques de “clipping and filtering”

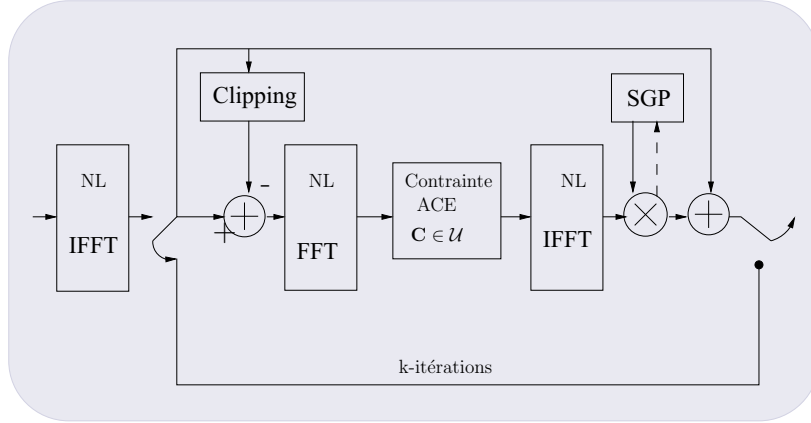


FIGURE B.2 – Schéma du principe de la technique “ACE-SGP”.

(ii) Pour chaque échantillon, calculer la projection de  $c_n^{(i)}$  le long de l’angle de phase  $c_n^{(i)}$  :

$$c_{proj,n}^{(i)} = \frac{\Re \langle x_n^{(i)}, c_n^{(i)} \rangle}{|x_n^{(i)}|},$$

où  $\langle u, v \rangle$  désigne le produit scalaire de  $u$  par  $v$ .

(iii) Calculer  $\mu_n^{(i)}$  seulement pour les échantillons  $c_{proj}^{(i)}$  tel que  $c_{proj,n}^{(i)} > 0$  :

$$\mu_n^{(i)} = \frac{A_{max}^{(i)} - |x_n^{(i)}|}{c_{proj,n}^{(i)} - c_{proj,n_{max}}^{(i)}}.$$

(iv) Choisir le minimum de  $\mu_n^{(i)}$  comme pas de convergence. Si le minimum de  $\mu_n^{(i)}$  est une valeur négative, stopper l’algorithme.

### 3.2 Analyse de la complexité de la technique “ACE-SGP”

La technique “ACE-SGP” est une technique ACE de réduction du PAPR implémentée à l’aide de l’algorithme SGP qui est un algorithme de Gradient qui calcule à chaque itération le pas de convergence  $\mu$  par le biais de la méthode de “balancing”.

La complexité de calcul du pas de convergence décrite ci-dessus est estimée à  $\mathcal{O}(NL)$  à chaque itération. L’algorithme du SGP a une complexité additionnelle de  $\mathcal{O}(NL)$  par rapport à un algorithme de Gradient classique (dont le pas de convergence  $\mu$  est constant). Cette complexité additionnelle est négligeable devant la complexité des opérations IFFT et FFT, on déduit donc que la complexité de la technique ACE-SGP est de l’ordre de  $\mathcal{O}(\mathcal{N}_{iter} NL \log_2 NL)$ , où  $\mathcal{N}_{iter}$  est le nombre total d’itérations.

## 4 Les techniques de “clipping and filtering”

Les techniques de “clipping” sont des techniques de “distorsions” qui peuvent être formulées comme des techniques “ajout de signal”. Parmi toutes les techniques de réduction du PAPR, les techniques de “clipping” sont les plus intuitives, les plus simples à mettre

## Chapitre B. Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

en oeuvre et les plus largement utilisées. Dans le chapitre 3, nous avons brièvement décrit le principe du “clipping” et nous avons insisté sur la technique de “clipping and filtering” [68, 69] de *X. Li* et *L. J. Cimini* qui est aussi appelée “clipping” classique.

Dans cette section, nous allons nous focalisant sur trois techniques de “clipping and filtering” à savoir le “clipping” classique [68, 69], le “deep clipping” [61] pour écrêtage profond et le “smooth clipping” [105] pour écrêtage “doux” ou “lisse”.

### 4.1 Principe de réduction du PAPR du “clipping and filtering”

Dans cet annexe, nous allons présenter les techniques de “clipping and filtering” sous leur forme standard, c’est-à-dire, la forme sous laquelle elles sont présentées dans la littérature car elles peuvent être mises sous la forme “ajout de signal” (Cf. chapitre 3).

Les techniques de “clipping and filtering” ont le même schéma de réduction du PAPR à la différence près de la fonction  $f[r]$  de réduction du PAPR appelée fonction d’écrêtage dans le cas des techniques de “clipping and filtering”. Le principe de réduction du PAPR des techniques de “clipping and filtering” est donné par la Figure B.3.

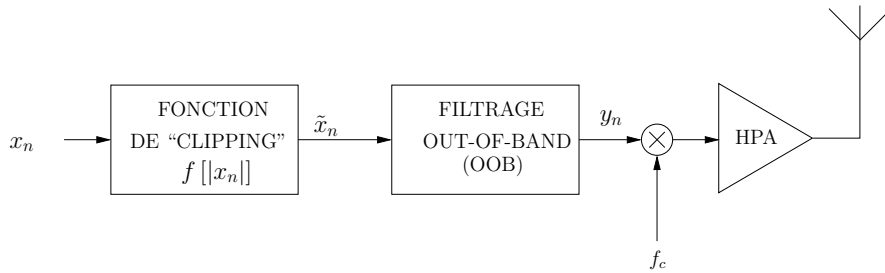


FIGURE B.3 – Principe de réduction du PAPR du “clipping and filtering”.

La Figure B.3 illustre l’émetteur d’un système multiporteuses qui comprend principalement un bloc d’écrêtage et un filtre numérique OOB qui permet de supprimer le bruit OOB émis par la non-linéarité de la fonction d’écrêtage (ou fonction de “clipping”). Le bloc d’écrêtage est asservi par la fonction d’écrêtage  $f[r]$  qui est différente selon le type d’écrêtage utilisé pour la réduction du PAPR.

Soit  $x_n = r_n e^{j\phi_n}$ , le signal OFDM discrétisé dont on veut réduire le PAPR, où  $r_n$  est son amplitude et  $\phi_n$  sa phase. Le signal  $\tilde{x}_n$  à la sortie du bloc d’écrêtage s’écrit :

$$\tilde{x}_n = f[r_n] e^{j\phi_n} = \tilde{x}_n^{(\text{IB})} + \tilde{x}_n^{(\text{OOB})}, \quad (\text{B.9})$$

où  $\tilde{x}_n^{(\text{IB})}$  est la composante IB du signal  $\tilde{x}_n$  et  $\tilde{x}_n^{(\text{OOB})}$  sa composante OOB.

Le filtre numérique utilisé pour la suppression du bruit OOB est celui à base de FFT/IFFT décrit dans la section 6.1 du chapitre 4. Il consiste donc par une opération FFT suivie d’une opération IFFT à supprimer  $\tilde{x}_n^{(\text{OOB})}$  et ne transmettre que  $y_n = \tilde{x}_n^{(\text{IB})}$ .

La complexité du système ainsi défini est principalement liée au filtrage OOB qui est réalisé à base de FFT/IFFT. On a montré dans le chapitre 4 que ce type de filtrage a une complexité de l’ordre de  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$ , où  $NL$  est la taille des données numériques.

### 4.2 Fonctions de réduction du PAPR

Le principe de réduction du PAPR illustré par la Figure B.3 est le même pour les trois types de “clipping and filtering” sur lesquels nous allons nous focaliser, seule leur fonction

## 4. Les techniques de “clipping and filtering”

de “clipping” sont différentes. Dans cette section, nous allons donc pour chacune des trois techniques de “clipping and filtering” donner sa fonction de de “clipping”.

### 4.2.1 Le “clipping” classique

Le “clipping” classique est une technique de “clipping and filtering” développée par X. Li et L. J. Cimini dans [68, 69]. Elle est la forme la plus connue et la plus répandue dans la littérature de technique “clipping and filtering”. Elle est souvent appelée “soft clipping” dans la littérature. Cette technique a été proposée dès le début de la mise en oeuvre de l’OFDM terrestre (DVB-T), dans les années 1997 [68, 69].

La fonction de “d’écèlement”  $f[r]$  du “clipping” classique qui agit sur l’amplitude  $r$  des signaux s’écrit :

$$f[r] = \begin{cases} r, & r \leq A \\ A, & r > A \end{cases},$$

où  $A$  est le “seuil d’écèlement”. La Figure B.4(a) présente la fonction d’écèlement de la technique de “clipping” classique. Elle a pour principe de diminuer l’amplitude maximale du signal au niveau du “seuil d’écèlement”  $A$ . Il en résulte donc une diminution du PAPR.

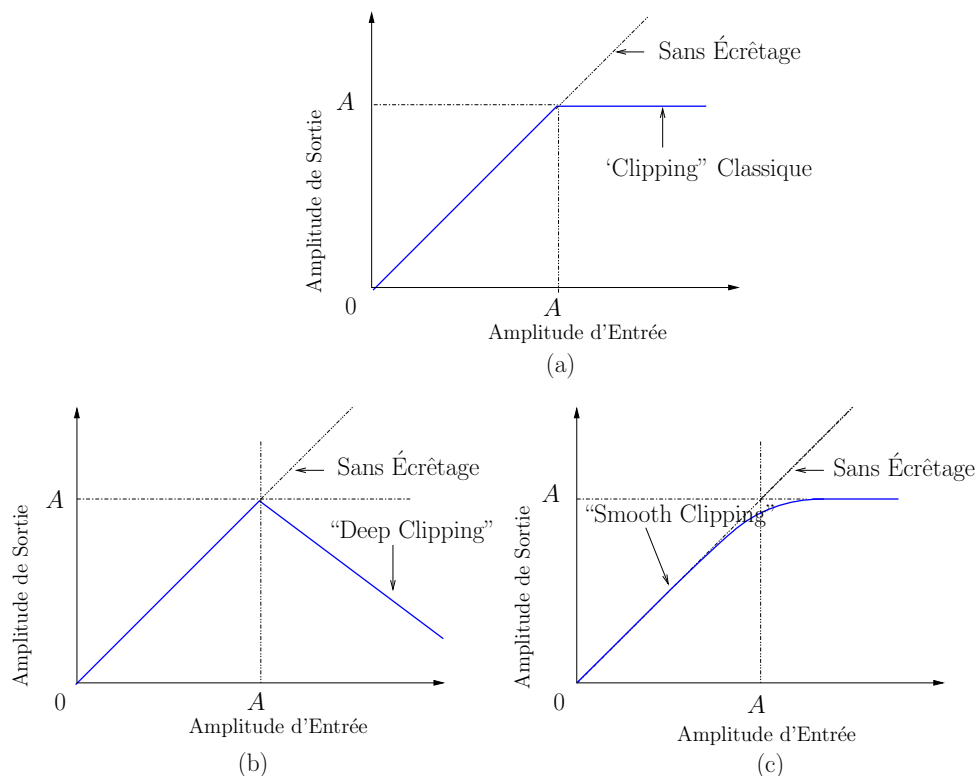


FIGURE B.4 – Fonctions d’écèlement des trois techniques de “clipping and filtering”.

### 4.2.2 Le “deep clipping”

Le “deep clipping” est une technique de “clipping and filtering” très récente, proposée dans [61]. Elle a pour but de résoudre le phénomène de “peak regrowth” (rémontée de

## Chapitre B. Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

crêtes)<sup>(i)</sup> dû au filtrage OOB qui se produit dans les techniques “clipping and filtering”. En effet, dans le “deep clipping”, la fonction d’écèlement  $f[r]$  est modifiée de façon à écèlement “profondément” les fortes crêtes des signaux. Un paramètre  $\tilde{p}$  appelé “clipping depth factor” (CDF) permet de contrôler la profondeur de l’écèlement.

La fonction d’écèlement  $f[r]$  utilisée par le “deep clipping” est définie ci-après et représentée par la Figure B.4(b).

$$f[r] = \begin{cases} r & , \quad r \leq A \\ A - \tilde{p}(r - A) & , \quad A < r \leq \frac{1+\tilde{p}}{\tilde{p}}A \\ 0 & , \quad r > \frac{1+\tilde{p}}{\tilde{p}}A \end{cases} ,$$

où  $\tilde{p}$  est le “clipping depth factor” et  $A$  est le “seuil d’écèlement”.

### 4.2.3 Le “smooth clipping”

Dans [105], les auteurs ont proposé la technique du “smooth clipping” pour réduire le PAPR des signaux OFDM. Contrairement au “clipping” classique, le “smooth clipping” permet d’adoucir la transition entre la zone de non-écèlement ( $r \leq A$ ) et la zone d’écèlement ( $r \geq A$ ) comme le montre la Figure B.4(c).

La fonction d’écèlement  $f[r]$  du “smooth clipping” est définie ci-dessous :

$$f[r] = \begin{cases} r - \frac{1}{b}r^3, & r \leq \frac{3}{2}A \\ A, & r > \frac{3}{2}A \end{cases} , \text{ où } b = \frac{27}{4}A^2.$$

### 4.3 Comparaison des performances des trois techniques de “clipping and filtering”

Dans cette section, nous comparons les performances en terme de réduction du PAPR, de dégradation du TEB, de variation de la puissance moyenne et de dégradation totale, du “clipping” classique [68, 69], du “deep clipping” [61] et du “smooth clipping” [105] dans un environnement WLAN (IEEE 802.11 a/g) en présence d’un amplificateur de puissance RF de type SSPA de modèle Rapp [39] dont la caractéristique AM/AM est donnée par la relation (2.13). Les conditions de simulation sont données par la table B.1.

La dégradation totale pour “Totale Dégradation” (TD) est la mesure de la performance d’un système dans un environnement non-linéaire. En général la TD est mesurée en présence d’un amplificateur de puissance qui est l’élément non-linéaire clé de l’émetteur d’un système multiporteuses.

La Figure B.5 (a) présente l’effet de  $\tilde{p}$  (du “clipping depth factor”) sur le gain de réduction du PAPR du “deep clipping”. Elle montre qu’il existe un  $\tilde{p}$  optimal pour lequel le gain de réduction du PAPR est optimal. Ce  $\tilde{p}$  optimal noté  $\tilde{p}^{(opt)}$  vaut 0.5 quelque soit le “seuil d’écèlement”  $A$ .

La Figure B.5 (b) compare le gain de réduction du PAPR des trois techniques de “clipping and filtering” en fonction du “seuil d’écèlement” normalisé  $A/\sqrt{\mathcal{P}_x}$ . De façon générale et quelque soit la technique de “clipping and filtering”, le gain  $\Delta\text{PAPR}$  de réduction du PAPR diminue quand la valeur du “seuil d’écèlement”  $A$  augmente. Ce gain tombe à 0 dB (plus de réduction du PAPR) pour de grandes valeurs de  $A$ . Les résultats de simulation

(i). Le phénomène de “peak regrowth” est expliqué dans les détails dans le chapitre 4.

#### 4. Les techniques de “clipping and filtering”

Paramètres du Système	Valeurs
Type de Modulation	16-QAM
Nombre de sous-porteuses	$N = 64$
Facteur de sur-échantillonnage	$L = 4$
HPA = type SSPA	Modèle Rapp [39]
“knee factor”	$p = 2$
Type de canal	AWGN

TABLE B.1 – Environnement de comparaison des techniques de “clipping and filtering”

montrent aussi que, pour  $A/\sqrt{\mathcal{P}_x}$  fixé, le “clipping” classique et le “smooth clipping” ont le même gain de réduction du PAPR; le “deep clipping” quant à lui, a un gain de réduction du PAPR nettement supérieur au gain du “clipping” classique et du “smooth clipping”. Ces résultats sont confirmés par la Figure (a) qui donne les CCDFs des différentes techniques de “clipping and filtering” pour  $A/\sqrt{\mathcal{P}_x} = 3$  dB.

Nous pouvons conclure en disant qu’en terme de réduction du PAPR, le “deep clipping” (réalisé pour  $\tilde{p} = \tilde{p}^{(opt)} = 0.5$ ) est le plus performant des trois techniques de “clipping and filtering” car à  $10^{-2}$  de la CCDF et pour  $A/\sqrt{\mathcal{P}_x} = 3$  dB, il réalise 1.15 dB de réduction de mieux que le “clipping” classique et le “smooth clipping”.

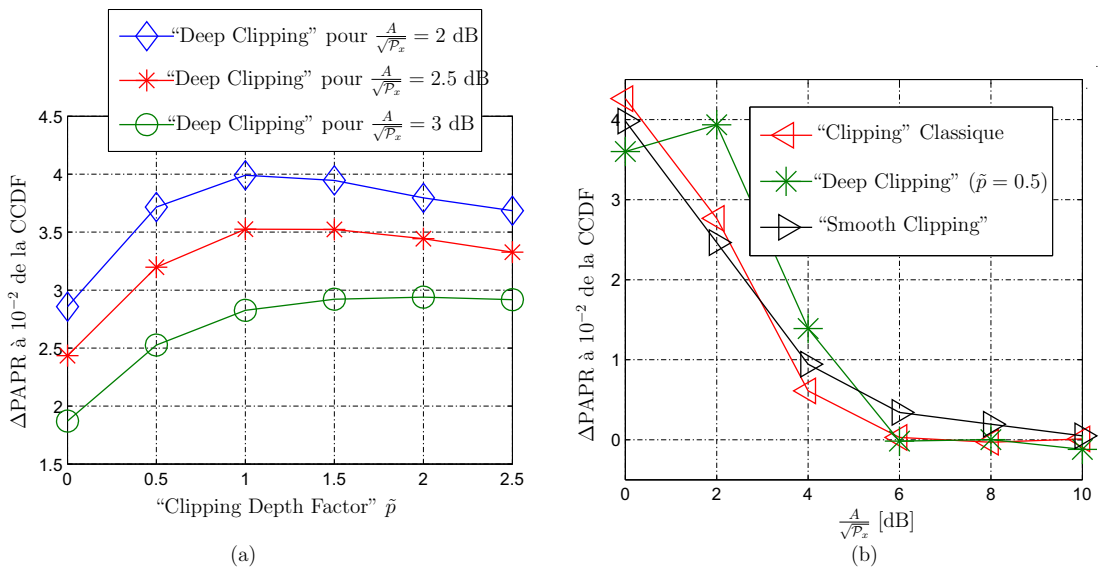


FIGURE B.5 – Gain de réduction du PAPR.

La variation de la puissance moyenne du signal transmis dégrade indéniablement la qualité de transmission. Idéalement, on cherche des techniques de réduction du PAPR avec aucune variation de puissance moyenne (c’est-à-dire,  $\Delta E = 0$  dB) ce qui semble “irréaliste”. Cependant dans la pratique, on cherche des techniques dont le  $\Delta E$  (la variation de la puissance moyenne) approche 0 dB.

La Figure B.6 (b) compare les variations de puissance moyenne des trois techniques de

## Chapitre B. Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR

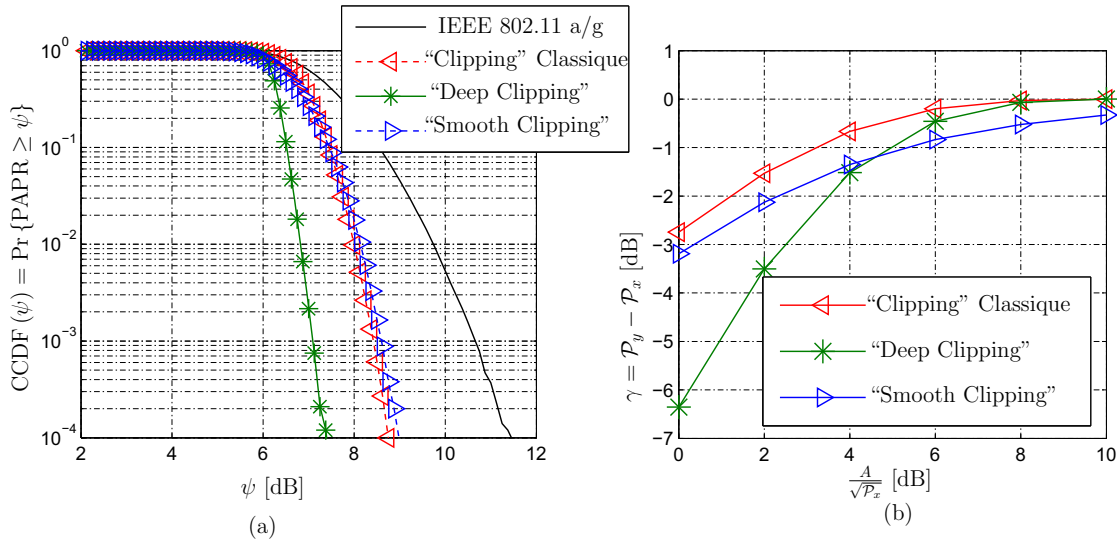


FIGURE B.6 – Performance de réduction du PAPR et variation de la puissance moyenne.

“clipping and filtering” en fonction du “seuil d’écrêtage” normalisé  $A/\sqrt{P_x}$ . Pour chacune des trois techniques, il s’agit d’une diminution de puissance moyenne<sup>(ii)</sup> car pour chacune de trois techniques,  $\Delta E \leq 0$  dB. Cette diminution de puissance moyenne diminue lorsque la valeur du “seuil d’écrêtage”  $A$  augmente.

Pour  $A/\sqrt{P_x} \geq 10$  dB,  $\Delta E \simeq 0$  dB et  $\Delta \text{PAPR} \simeq 0$ , il y a donc un compromis à faire entre réduction du PAPR et variation de la puissance moyenne.

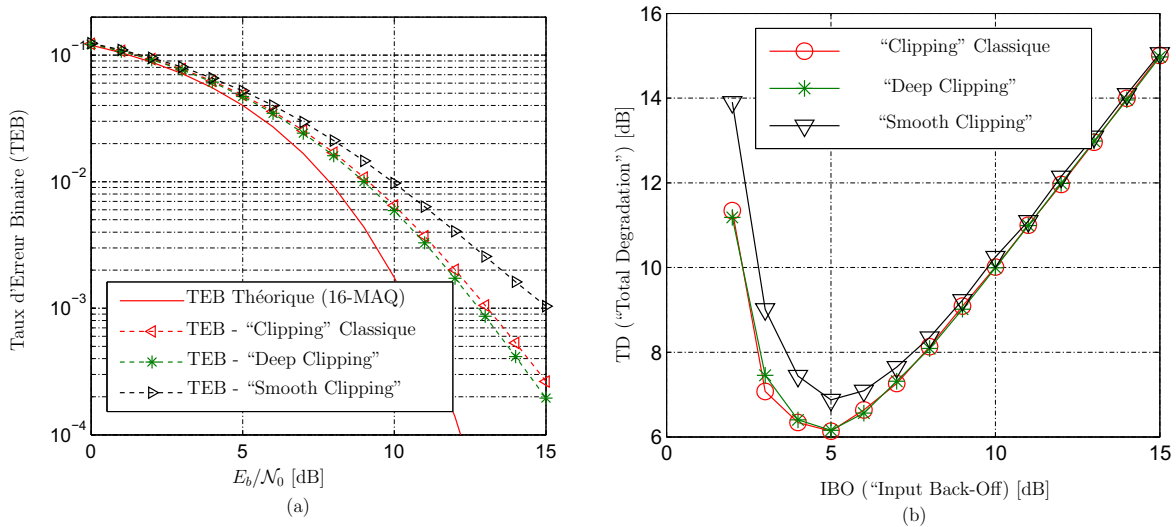


FIGURE B.7 – TEB et dégradation totale des trois techniques de “clipping and filtering”.

La Figure B.7 (a) présente le TEB des trois techniques de “clipping and filtering” pour  $\text{IBO} = 5$  dB et  $A/\sqrt{P_x} = 10$  dB. Elle montre qu’elles dégradent toutes le TEB du système. Néanmoins, pour une même valeur du “seuil d’écrêtage”  $A$  et pour un même IBO (“Input Back-Off”), la dégradation du TEB du “smooth clipping” est plus importante que celles du “clipping” classique et du “deep clipping”.

(ii). Il s’agit d’une augmentation de puissance moyenne lorsque  $\Delta E \geq 0$  dB, c’est ce qui se passe dans le cas des techniques TR et des techniques ACE.

## 5. Conclusion

---

La Figure B.7 (b) montre la dégradation totale du système due à la réduction du PAPR et à l'amplification non-linéaire à  $10^{-2}$  du TEB et pour  $A/\sqrt{\mathcal{P}_x} = 10$  dB. De ces résultats, on déduit que, pour une même valeur du "seuil d'écrêtage"  $A$ , le "clipping" classique et le "deep clipping" ont presque la même performance en terme de dégradation totale du système et que le "smooth clipping" génère plus de bruit IB que le "clipping" classique et le "deep clipping". Ces résultats confirment donc ceux de la Figure B.7 (a).

Au vu des résultats des Figures B.5 et B.7, le "deep clipping" semble le plus apte à réduire le PAPR avec le moins de distorsions générées dans la bande. À réduction de PAPR identique, le "clipping" classique génère moins de "distorsions" que le "smooth clipping". Le "clipping" classique prend donc la deuxième position derrière le "deep clipping".

## 5 Conclusion

Dans cet annexe, nous avons détaillés quelques techniques "ajout de signal" de réduction du PAPR à compatibilité descendante qu'on peut regrouper en deux catégories :

- les techniques qui ne dégradent pas le TEB : la "TR-SOCP", la "TR-GP" et la technique "ACE-SGP".
- et celles qui dégradent le TEB : le "clipping" classique, le "deep clipping" et le "smooth clipping".

Une étude comparative de performances des trois techniques de "clipping and filtering" (qui sont celles qui dégradent le TEB) a montré que, en terme de réduction du PAPR, dégradation du TEB, et de dégradation totale, le "deep clipping" est le plus performant des trois, suivi par le "clipping" classique. Le "smooth clipping" reste le moins performant des trois en terme de réduction du PAPR, dégradation du TEB, et de dégradation totale. Ces résultats de comparaison de performances des trois techniques de "clipping and filtering" ont fait l'objet de publication dans [142].



**Chapitre B. Description détaillée de quelques techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR**

---

## Annexe C

# Analyse du PAPR et linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunication

## 1 Introduction

Cet annexe a fait l'objet de contrat entre Thales Alenia Space (ex Alcatel Alenia Space) et Supelec [147] où il était question d'analyser le PAPR des signaux dans un contexte de transmission par satellites de télécommunication et d'étudier les techniques de linéarisation numérique des amplificateurs de puissance.

Dans ce contrat de collaboration entre Thales Alenia Space et Supelec, nous avons dans un premier temps étudié le PAPR des formes d'ondes des systèmes de communications par satellite basés sur la norme DVB-S2 [148], nous avons dans un second temps établi un état de l'art des techniques numériques liées au problème de l'amplification non-linéaire.

L'exploitation de l'espace par le biais de satellites de télécommunications à des fins d'applications civiles et militaires a pris une importance croissante. Depuis plus de vingt ans, les divers progrès réalisés dans des domaines très variés tels que la météorologie, la téléphonie mobile, la télévision par satellite ou encore le GPS (Guidage Par Satellite), sont conséquent et favorise le développement de notre niveau de vie sur Terre.

Les satellites de télécommunications sont des engins spatiaux qui assurent des communications à distances en relayant des signaux par ondes radio. Par l'intermédiaire de stations terrestres, un satellite de télécommunications permet de transmettre à grande distance des informations de diverse nature (données téléphoniques, télégraphiques, de radiodiffusion, etc.).

Comme il a été dit dans le chapitre 2, le problème de l'amplification non-linéaire n'est pas un problème nouveau : indépendamment des bandes de fréquences, des applications ou des contextes, les amplificateurs de puissance présentent des caractéristiques non-linéaires ; et si tôt qu'un signal radio fréquence à forte fluctuations d'enveloppe doit être amplifié, des distorsions néfastes viennent perturber de façon non négligeables les données utiles. C'est cette convergence non-linéarité des caractéristiques de l'amplificateur et signal à fortes fluctuations qui est à l'origine du problème de l'amplification de puissance.

## 2 Système de Communication par satellite : la norme DVB-S2

### 2.1 Introduction

Les satellites de télécommunications ont des missions très diverses : le service fixe (FSS) pour l'échange de données entre petites stations (VSAT), le service de diffusion (BSS) de télévision, de radio et de contenus multimédias vers les terminaux fixes (DTH-TV) et mobile (DAB, Mobile TV, S-DMB), le service mobile (MSS) pour la téléphonie, le service fixe haute densité (HD-FSS) pour l'accès Internet par satellite. Pour toutes ces applications les besoins d'amplification et de linéarisation associée sont différents. La technologie de l'amplificateur, son mode de fonctionnement et le type de la forme d'onde qui le traverse sont choisis selon l'application.

### 2.2 Technologie des amplificateurs pour satellites de télécommunications

Il y a deux types d'amplificateurs : les amplificateurs à tube à onde progressive, ATOP (TWTA) et les amplificateurs à transistor, SSPA. Les comportements en linéarité ne sont bien sûr pas les mêmes. Les ATOP sont utilisés dans toutes les bandes de fréquences et couvrent les besoins de puissance jusqu'à 200 Watts (en bande Ku). Les SSPA sont préférablement utilisés dans les bandes de fréquences UHF pour des puissances de quelques dizaines de watts. Ceci est dû à leur mauvais rendement énergétique aux hautes fréquences (SHF et EHF). À l'avenir, grâce à de nouveaux semi-conducteurs (grand gap) à haut rendement, l'utilisation en bande Ku et Ka est envisagée. Il faut également prendre en compte les ATOP flexibles. Les amplificateurs à tubes à ondes progressives (ATOP) dits "flexibles" sont une nouvelle génération de tubes dont on peut ajuster la puissance de sortie à saturation dans une plage de 6 dB environ par commande du courant d'anode et des tensions d'hélice et de collecteur. La dégradation du rendement ne dépasse pas 2 %, ce qui est peu devant les dégradations sinon induites par le recul du point de fonctionnement.

Les principales bandes de fréquence utilisées en télécommunications par satellite sont :

- Bande S : 2310 - 2360 MHz (DAB), 2483.5 - 2500 MHz (Globalstar), 2170-2200 (ICO), 2500-2520 MHz (3G)
- Bande C : 3.7 - 4.2 GHz
- Bande Ku : 10.7 - 12.75 GHz, 12.75 - 13.25 GHz
- Bande Ka : 17.7 - 21.2 GHz

### 2.3 Forme d'onde

La forme d'onde utilisée nécessite différentes caractéristiques de linéarisation et différents points de fonctionnement. Les formes d'onde (modulations) principalement utilisées en télécommunications spatiales sont les modulations de phase filtrées (filtre en "roll-off") : BPSK et QPSK. Des constellations plus complexes (8-PSK, 16-APSK et 32-APSK) ont été définies pour le DVB-S2 [149]. Ces modulations ont été choisies pour leurs enveloppes constantes (bien que cela soit partiellement vrai du fait du filtrage en roll-off).

D'autres modulations sont candidates à moyen terme : les CPM ("Continuous Phase Modulation") et l'ODFM (DVB-H).

2.4 Rappels sur le standard DVB-S2

On s'intéresse uniquement à une transmission sur la voie aller, c'est-à-dire qu'on transmet a priori une seule porteuse de débit élevé (quelques dizaines de Msps). Cette évolution des besoins d'utilisation des amplificateurs de puissance, qui classiquement fonctionnent à un point de fonctionnement fixe optimisé pour une transmission en QPSK, résulte de l'adoption en 2004 du standard satellite DVB-S2, qui d'une part introduit de nouvelles modulations (peu ou pas utilisées jusqu'à présent), et d'autre part permet de transmettre des formats de modulation différents à l'intérieur d'un même flux.

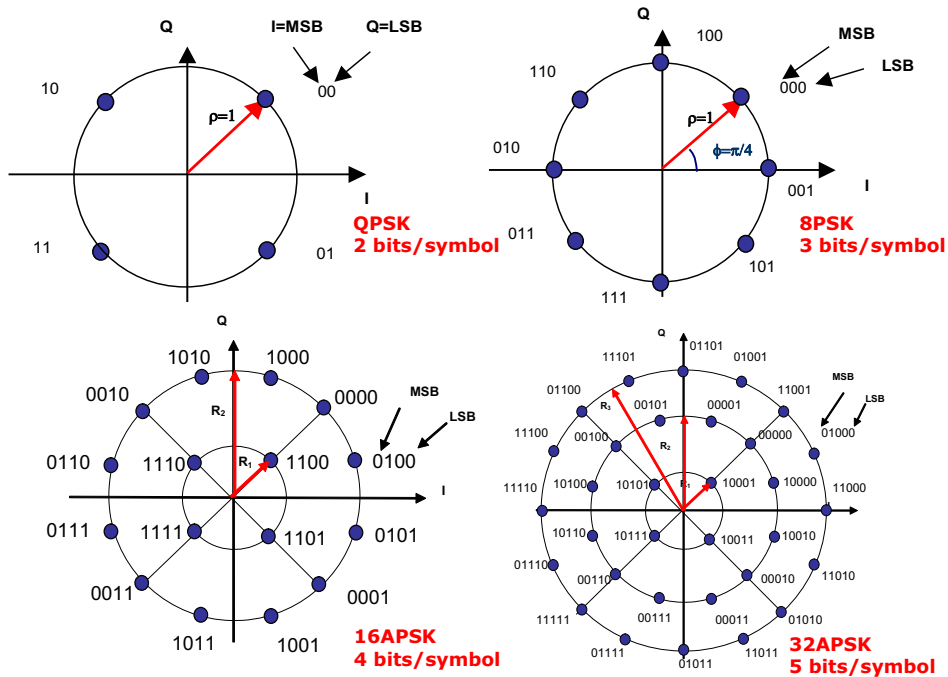


FIGURE C.1 – Les différentes constellations utilisées dans le DVB-S2.

Le standard DVB-S2 [149] a été adopté en 2004 à l'ETSI. Il définit notamment le codage et la modulation du signal à transmettre. Le codage est basé sur des codes BCH et LDPC concaténés. Plusieurs modulations sont définies : QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK. La modulation APSK utilise une constellation intermédiaire entre la PSK et la QAM, pour bénéficier à la fois d'une distance maximale entre points de la constellation (comme pour la QAM) tout en limitant les dégradations liées aux non-linéarités (comme pour la PSK). La Figure C.1 présente les différentes constellations utilisées dans le standard DVB-S2.

Il existe dans le DVB-S2 différents scénarios système correspondant à des utilisations différentes des amplificateurs, et à des grandeurs numériques à traiter différents. Il existe 3 scénarios système de haut niveau, liés à la possibilité ou non de changer dynamiquement dans le temps la modulation et le point de fonctionnement utilisés :

- scénario diffusion (“ broadcast”) : modulation fixe/point de fonctionnement fixe,
- scénario adaptatif : modulation variable/ point de fonctionnement fixe,
- scénario adaptatif point de fonctionnement variable : modulation variable/ point de fonctionnement variable.

## Chapitre C. Analyse du PAPR et linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunication

---

Le scénario le plus couramment utilisé est le scénario “broadcast”. On s’intéressera donc par la suite au scénario “broadcast” du standard DVB-S2 qui correspond au mode CCM (“Constant Coding and Modulation”) du standard DVB-S2.

On notera que le standard DVB-S que vise à remplacer le DVB-S2 qui était largement utilisé jusqu’à présent pour de la diffusion TV, utilisait une seule modulation, la QPSK. D’autres standards utilisaient des modulations d’ordre plus élevé mais toujours classiques (e.g. 16-QAM pour le standard DVB-DSNG). On supposera pour notre étude et pour l’évaluation des performances qu’on utilise le standard DVB-S2, qui utilise des modulations particulières (APSK) qui ont notamment été définies pour une meilleure résistance aux non-linéarités que les modulations QAM utilisées jusqu’alors pour les ordres élevés. Les méthodes de linéarisation des amplificateurs devront être étudiées dans cette optique.

### 2.5 Modèle bande de base des signaux DVB-S2

Le schéma fonctionnel du système DVB-S2 est détaillé dans [149, 148]. Le signal DVB-S2 bande de base peut être écrit sous la forme [150] :

$$s_T(t) = \sqrt{\mathcal{P}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k h(t - kT_s), \quad (\text{C.1})$$

où  $\mathcal{P}$  est la puissance moyenne du signal  $s_T(t)$ ,  $x_k$ ,  $0 \leq k < N$  est la  $k$ -ième symbole transmis issu de la constellation (QPSK, 8-PSK, 16-APSK ou 32-APSK),  $h(t)$  est le filtre SRRC (“square root raised cosine”) et  $T_s$  est la durée d’un symbole.

La réponse fréquentielle du filtre SRRC est donnée ci-dessous :

$$H(f) = \begin{cases} T_s & , \quad 0 \leq |f| \leq \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \\ T_s \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \sin \left[ \pi \frac{T_s}{\alpha} \left( |f| - \frac{1}{2T_s} \right) \right] \right)} & , \quad \frac{(1-\alpha)}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{(1+\alpha)}{2T_s} \\ 0 & , \quad \frac{(1+\alpha)}{2T_s} \leq |f| \leq 1 \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

où  $\alpha$  est le facteur de “roll-off”. Dans les spécifications du standard du DVB-S2 [149], le facteur de “roll-off” prend les valeurs suivantes :  $\alpha = 0.20, 0.25$  et  $0.35$ .

Le PAPR du signal DVB-S2 bande de base s’écrit :

$$\text{PAPR}_{[s_T]} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |s_T(t)|^2}{\mathcal{P}}. \quad (\text{C.3})$$

## 3 Analyse du PAPR dans le DVB-S2

Les modulations à enveloppes constantes ont par construction un PAPR nul en dB (en bande de base). Or dans une chaîne de communications, celles-ci perdent leurs caractéristiques d’enveloppes constantes. C’est le constat que l’on fait lorsqu’elles attaquent l’amplificateur de puissance. Le sur-échantillonnage et/ou le filtrage ont donc une influence sur la dynamique du signal [143].

Des travaux antérieurs sur l’analyse du PAPR dans un contexte de transmission monoporteuse existent [20, 143, 151]. Dans [20], *J. Palicot* et *Y. Louet* ont proposé une généralisation de la définition du PAPR, puis ont proposé une analyse théorique du PAPR

### 3. Analyse du PAPR dans le DVB-S2

en fonction du facteur de sur-échantillonnage et du facteur “roll-off” du filtre de Nyquist (filtre de mise en forme). Une borne supérieure du PAPR a été donnée par la suite pour les modulations QPSK et 16-QAM. Dans [151], il a été question d’analyse théorique du PAPR des modulations monoporteuses lorsque celles-ci utilisent un filtre RRC (“Root-Raised Cosine”).

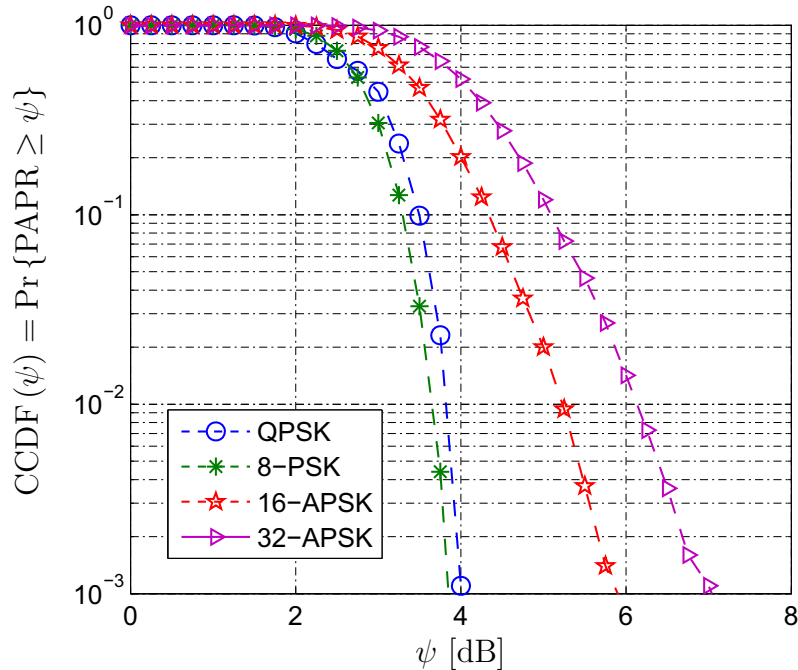


FIGURE C.2 – CCDF du PAPR des modulations QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK pour  $\alpha = 0.35$ .

Dans cette partie, nous analysons le PAPR en mode monoporteuse des différentes modulations (QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK) utilisées dans le DVB-S2 en prenant en compte l’effet du filtrage de mise en forme (filtre SRRC).

#### 3.1 Influence de la modulation sur le PAPR

La Figure C.2 compare le PAPR des modulations QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK pour un facteur de “roll-off”  $\alpha = 0.35$  du filtre SRRC. Elle montre que le PAPR augmente avec le nombre d’états de la modulation. Ainsi donc, à  $10^{-2}$  de la CCDF et à “roll-off”  $\alpha = 0.35$ , le PAPR est donné par le tableau ci-dessous pour les quatre types de modulations.

Modulation	QPSK	8-PSK	16-APSK	32-APSK
PAPR [dB]	3.82	3.65	5.23	6.13

TABLE C.1 – La valeur du PAPR des modulations QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK pour “roll-off” = 0.35 à  $10^{-2}$  de la CCDF.

Il y a donc un besoin de réduction du PAPR dans le DVB-S2 pour des modulations de type 16-APSK et la 32-APSK sinon il faudra prendre un recul (IBO ou OBO) de l’ordre

## Chapitre C. Analyse du PAPR et linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunication

---

du PAPR (pour éviter les non-linéarités de l'amplificateur de puissance); dans ce cas, on aura une perte en efficacité de l'amplificateur.

### 3.2 Influence du filtre SRRC sur le PAPR

Dans cette partie il est question d'évaluer le PAPR des quatre modulations utilisées dans le DVB-S2 pour différentes valeurs de "roll-off". Dans les spécifications du standard DVB-S2 [149], le filtre SRRC de mise en forme est utilisé pour trois valeurs possibles de "roll-off" qui sont  $\alpha = 0.20, 0.25$  et  $0.35$ .

	"roll-off"	$E$ [PAPR]
QPSK	0.20	3.12 dB
	0.25	2.97 dB
	0.35	2.84 dB
8-PSK	0.20	3.11 dB
	0.25	2.95 dB
	0.35	2.78 dB
16-APSK	0.20	3.67 dB
	0.25	3.56 dB
	0.35	3.51 dB
32-APSK	0.20	4.17 dB
	0.25	4.12 dB
	0.35	4.15 dB

TABLE C.2 – La valeur moyenne du PAPR des modulations QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK pour "roll-off" = 0.20, 0.25 et 0.35.

Les résultats du tableau C.2 montre que le PAPR des modulations QPSK et 8-PSK est très sensible au facteur "roll-off" du filtre de mise en forme; cependant pour les modulations 16-APSK et 32-APSK le PAPR est quasi-constant et plus important. Nous pouvons donc tirer la conclusion suivante au vue des résultats des tableaux C.1 et C.2 que pour les modulations 16-APSK et la 32-APSK il y a un besoin de réduction du PAPR quelque soit la valeur du facteur "roll-off" spécifiée par le standard.

## 4 Techniques de linéarisation numériques de l'amplificateur de puissance

### 4.1 Introduction

Les amplificateurs de puissance utilisés en radiocommunications sont généralement non-linéaires, surtout lorsqu'ils sont utilisés pour un rendement élevé. En effet pour un rendement élevé, l'amplificateur de puissance fonctionne dans sa zone de dite de saturation, malheureusement c'est dans cette zone que les signaux subissent le plus la non-linéarité.

Le comportement non-linéaire des amplificateurs de puissance génère des distorsions de phase et d'amplitude sur les signaux émis. Ces distorsions engendrent des remontées

## 4. Techniques de linéarisation numériques de l'amplificateur de puissance

spectrales en dehors du canal du signal utile et déforment les constellations des signaux modulés.

De nombreuses techniques ont été proposées pour compenser les non-linéarités des amplificateurs de puissance et leurs effets [2, 40].

La linéarisation regroupe trois types de techniques :

- la Pré-Distorsion (PD)
- le “Feed-Forward” (FF)
- la contre-réaction ou “Feed-Back” (FB)

Dans le cadre du contrat de collaboration entre Thales Alenia Space et Supelec, les techniques identifiées pour la linéarisation des amplificateurs de puissance dans un contexte de communication par satellite ont concerné les techniques de pré/pos-distorsion et de “Feed-Back”. Dans cette section, nous allons décrire brièvement quelques unes de ces techniques. Le lecteur qui veut plus de détails sur ces techniques de la linéarisation des amplificateurs de puissance peut se référer à la littérature [2, 40, 147].

### 4.2 Méthodes de pré-distorsion numérique

La caractéristique non-linéaire des amplificateurs de puissance a pour conséquence d'induire des distorsions sur les signaux à grande dynamique. Pour palier ce problème, l'idée de la technique “Pré-Distorsion” (PD) est de compenser ces distorsions dues à la non-linéarité de l'amplificateur par une autre non-linéarité réciproque de la première. En effet, un élément non-linéaire (dont la fonction de transfert est la réciproque de celle de l'amplificateur de puissance) est placé devant l'amplificateur de puissance afin de pré-déformer le signal à amplifier de sorte que la fonction de transfert globale à la sortie de l'amplificateur de puissance soit linéaire [152, 153, 154]. L'élément non-linéaire est souvent appelé pré-distorseur. D'un point de vue conceptuel, la technique “Pré-Distorsion” est probablement la technique de linéarisation la plus évidente. Le schéma de principe de cette classe de méthode est donné par la Figure C.3.

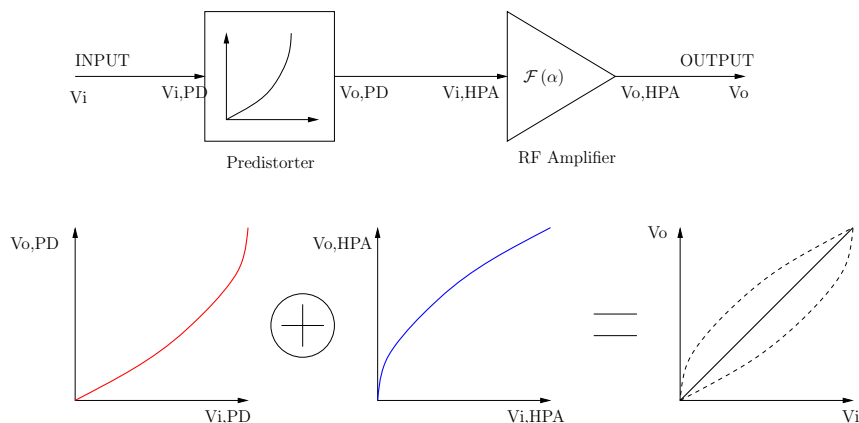


FIGURE C.3 – Schéma de principe d'un système de pré-distorsion numérique.

De ce qui précède, il est clair qu'il faut déterminer la fonction  $\mathcal{F}_2(x)$  qui caractérise la non-linéarité de l'amplificateur, inversible (s'il elle existe) afin de trouver la fonction  $\mathcal{F}_1(x)$  qui caractérise celle du pré-distorseur. Généralement  $\mathcal{F}_2(x)$  est déterminée grâce à des mesures prises sur des valeurs d'entrées sorties et de l'amplificateur de puissance.



## Chapitre C. Analyse du PAPR et linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunication

---

Grâce à cette fonction (supposée inversible), la fonction  $\mathcal{F}_1(x)$  est déterminée de sorte à fournir à n'importe quelle valeur du signal d'entrée une valeur équivalente pré-distordue à la sortie du dispositif non-linéaire.

Le dispositif global se comportera donc comme un système ayant une fonction de transfert linéaire selon la relation (C.4).

$$\mathcal{F}_2[\mathcal{F}_1(x)] = x. \tag{C.4}$$

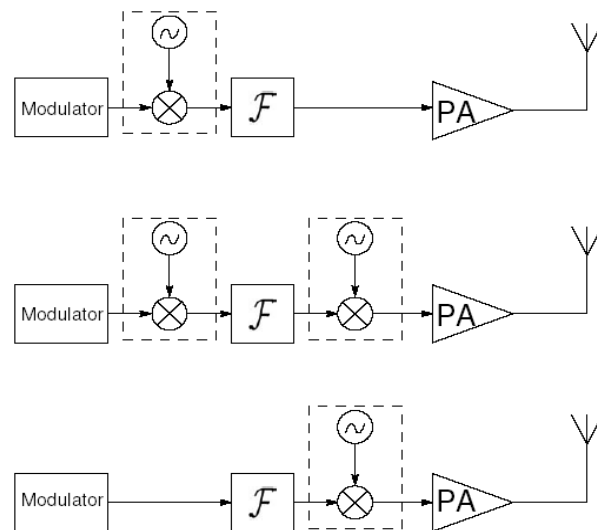


FIGURE C.4 – Les 3 types de “Pré-Distorsion” (PD).

Suivant l'emplacement du pré-distorseur dans le système de compensation, les techniques de “Pré-Distorsion” peuvent être classées en trois groupes [155, 156] :

- la “Pré-Distorsion” en RF
- la “Pré-Distorsion” en FI (Fréquence Intermédiaire)
- la “Pré-Distorsion” en BdB (bande de base)

Cette distinction est illustrée par la Figure C.4.

Comme la caractéristique de l'amplificateur dépend de la température, on comprend aisément qu'une fonction  $\mathcal{F}_1(x)$  calculée pour une fonction  $\mathcal{F}_2(x)$  observée à une température  $T_1$  donné ne puisse compenser de façon optimale une autre fonction  $\mathcal{F}_2(x)$  observée à une température  $T_2$  [157, 158]. Selon donc la variation du paramètre  $T$ , on observe un déséquilibre progressif de la compensation. Dans ces conditions, l'incorporation d'une action adaptative est nécessaire pour suivre et corriger (si besoin) cette variation. Le vieillissement de l'amplificateur influe aussi sur sa caractéristique. Suivant donc l'utilisation d'une action adaptative ou pas, la technique de “pré-distorsion” est soit :

- Adaptative
- Non adaptative

Aussi de nombreuses études sur la technique de “pré-distorsion” se sont faites à partir de caractéristiques d'amplificateurs sans prise en compte de l'effet mémoire. Mais avec

## 4. Techniques de linéarisation numériques de l'amplificateur de puissance

l'usage de signaux (très) large bande dans les systèmes de communications actuels, les effets de mémoire de l'amplificateur ne peuvent être ignorés.

Avec cette nouvelle spécification, la technique de "pré-distorsion" peut être de nouveau classifiée suivant ce nouveau critère. On rencontre donc dans la littérature des techniques de "pré-distorsion" combinant plusieurs de ces critères. Par exemple dans [159], les auteurs ont proposés une technique de "pré-distorsion" numérique adaptative avec prise en compte de l'effet de mémoire basée sur le calcul itératif d'une post-distorsion fictive.

L'approche de la pré-distorsion numérique bande de base adaptative et prenant en compte les effets mémoires [159, 160] est relativement récente (quelques années) et nécessite des études plus approfondies. Il semble évident que la rapidité des processeurs (DSP, FPGA) vont permettre à l'avenir de traiter de bandes passantes de plus en plus larges. Cette méthode de pré-distorsion semble donc très prometteuse.

### 4.3 Les méthodes de "Feed-Back"

Les méthodes de "Feed-Back" (FB) sont des techniques de linéarisation. Comparativement aux méthodes de "pré-distorsion" qui sont réalisées à partir du modèle (de la caractéristique non-linéaire) de l'amplificateur, les méthodes "Feed-back" sont basées sur la comparaison entrée-sortie de l'amplificateur pour corriger les distorsions introduites par celui-ci.

Avant d'être utilisé pour linéariser les amplificateurs de puissance, les techniques "Feed-back" sont beaucoup utilisées dans l'automatique non-linéaire [156].

#### 4.3.1 Les méthodes du direct "Feed-Back"

Le principe repose sur un bouclage de l'amplificateur de puissance comme montré par la Figure C.5. On montre que le gain total  $G_c$  est alors  $G_c = \frac{G}{1+KG}$ . Le principe réside dans le fait que si  $KG \gg 1$ , alors  $G_c \simeq 1/K$  et l'amplificateur n'influence plus la fonction d'amplification.

Ce système de linéarisation ne convient pas pour des signaux large bande puisque le gain de boucle diminue en haute fréquence. Du fait de ces inconvénients, les méthodes Indirect Feed-back vont être présentées.

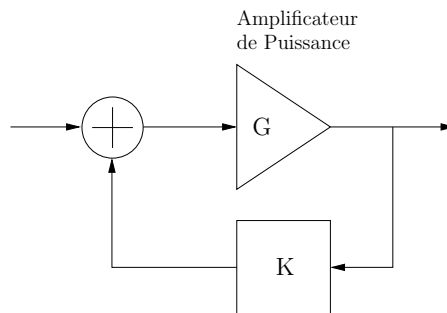


FIGURE C.5 – Principe du direct "Feed-Back".

#### 4.3.2 Les méthodes du Indirect "Feed-Back"

La technique "Indirect RF Feed-back" appelé aussi "Envelope Feed-back" est une technique de linéarisation basée dont le principe est de réduire les distorsions causées par

## Chapitre C. Analyse du PAPR et linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunication

la non-linéarité de l'amplificateur de puissance par une approche de comparaison.

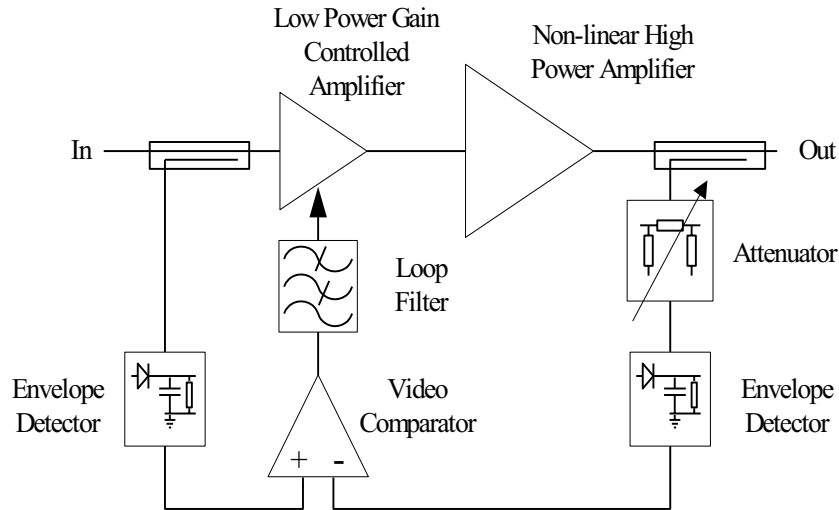


FIGURE C.6 – Principe de la méthode “Indirect Feed-Back”.

En effet, pour s’affranchir d’une étude préalable sur la modélisation de l’amplificateur, la technique “Indirect RF Feed-back” comme toutes les autres méthodes utilisant une rétro-action, corrige de manière dynamique les non-linéarités engendrées par l’amplificateur en utilisant un signal de contrôle issu de la comparaison entre le signal d’entrée et le signal de sortie de l’amplificateur. Ces techniques sont basées sur la comparaison par opposition aux techniques basées sur un modèle. La technique “Indirect RF Feed-back” fut inventée en 1941 par *F.E Terman* et *R. R. Buss* [161]. Son principe est illustré par la Figure C.6.

Le signal RF d’entrée tout comme le signal de sortie est dédoublé par le biais d’un coupleur puis, chacun de ces signaux passent dans un détecteur d’enveloppe. Les deux enveloppes obtenues sont comparées pour fournir un signal d’erreur ou un signal de contrôle, qui après filtrage est utilisé pour commander un contrôleur de gain dans le chemin RF. Ce contrôleur agit sur l’enveloppe du signal RF, lequel attaque ensuite l’amplificateur RF de puissance. L’enveloppe du signal de sortie résultant est ainsi linéarisée à un degré déterminé par le gain de la boucle du système [34].

La technique “Indirect RF Feed-back” ne compense que les distorsions en amplitude (AM/PM) et pour ce faire elle n’est pas commode pour la linéarisation des amplificateurs de classe C. Un autre inconvénient est le retard occasionné soit lors de la détection ou soit lors de la comparaison des enveloppes. Ces retards peuvent réduire ou éliminer les corrections de distorsions réalisées.

Comme dit plus haut, les retards dans les comparaisons tout comme les limitations de la largeur de bande de l’ensemble du circuit lié au comparateur font de la technique “Indirect RF Feed-back” une technique exclusivement applicable que sur des signaux à bande étroite [41].

### 4.3.3 La méthode du “polar Feed-Back”

La technique “Polar Loop” est une technique de linéarisation basée sur une comparaison [2].

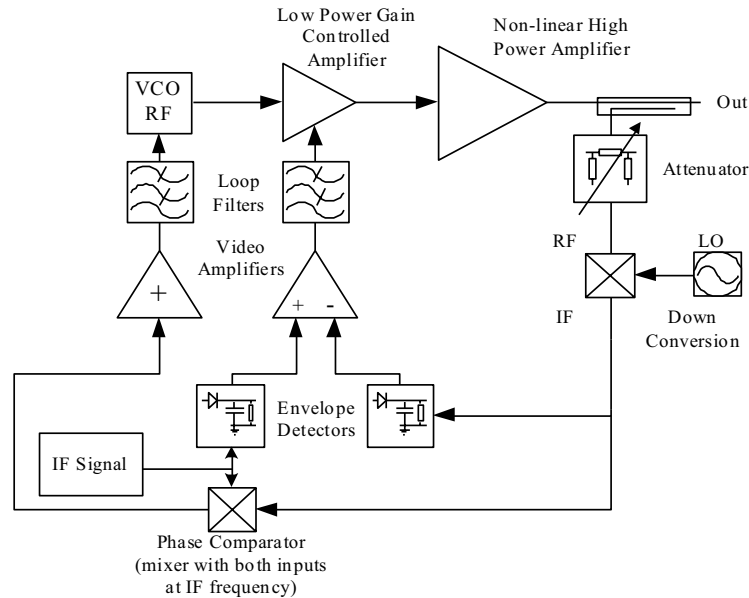


FIGURE C.7 – Principe de la méthode “polar Feed-Back”.

C’est essentiellement une amélioration de la technique “Indirect RF Feed-back ” et permet de ce fait une correction à la fois de la phase et de l’amplitude (AM/PM et AM/AM). Le “Polar Loop” permet de surmonter l’incapacité de la technique “Indirect RF Feed-back” à corriger les distorsions AM-PM. Ce système s’applique à n’importe quel type de modulation. Il est en revanche limité aux signaux à bandes étroites. La technique “Polar Loop ” est une technique de linéarisation proposée pour la première fois en 1979 par *V. Petrovic* et *W. Gosling* [162]. Elle est connue également sous le nom de “Polar Feed-back”. Le schéma de principe est illustré par la Figure C.7.

Tout le processus de traitement du signal dans cette technique se fait à fréquence intermédiaire (FI). Le signal d’entrée (FI) est décomposé en ses composants polaires. Amplitude et phase sont alors comparées respectivement avec leurs correspondants issus du signal de sortie de l’amplificateur [163]. Le signal de sortie étant préalablement prélevé par le biais d’un coupleur puis transposé en fréquence intermédiaire. Le signal d’erreur de phase résultant contrôle un VCO (“Voltage Controller Oscillator”) qui attaque l’amplificateur avec un signal modulé en phase. De même, le signal d’erreur d’amplitude module le collecteur de l’amplificateur.

Un problème communément observé dans la technique “Polar Loop” dans les résultats de simulations comme en pratique est son incapacité à corriger les produits d’intermodulations d’ordre élevés. Ce qui a pour conséquence des retards de phase et également des effets inévitables sur la bande passante des comparateurs [32]. D’autre part, les bandes passantes pour les boucles d’amplitude et de phase sont différentes, pour la plupart des modulations. Le gain de boucle disponible est donc limité par l’une ou part l’autre des deux boucles (généralement la boucle de phase). Le résultat, pour l’une ou pour l’autre des dis-

## Chapitre C. Analyse du PAPR et linéarisation numérique des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunication

torsions (AM/AM et AM/PM) est qu'elle est corrigée à un degré moindre (généralement AM/PM), ce qui limite les performances du système.

### 4.3.4 La méthode du “cartesian Feed-Back” (ou “cartesian loop”)

La technique “Cartesian Loop” aussi appelée “Cartesian Feed-back” a été inventée en 1975 par *D. C. Cox* [164].

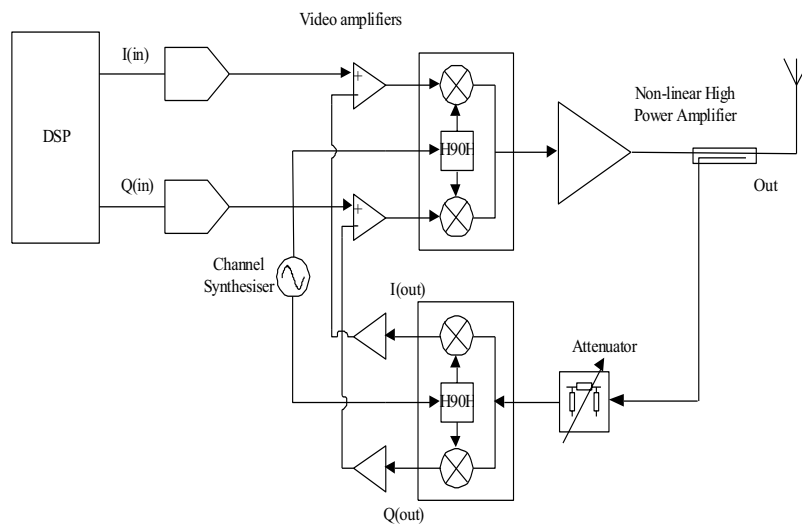


FIGURE C.8 – Principe de la méthode “cartesian loop”.

Mais c'est *V. Petrovic* qui développa et présenta cette technique en 1983 [165]. C'est une technique de linéarisation en bande de base. Elle a été utilisée dans de nombreuses architectures radio mobiles, en particulier dans les systèmes travaillant dans la bande de 220 MHz aux Etats Unis. Des publications existent également sur son éventuel application sur des systèmes de satellite [44, 166]. Le principe de cette technique est illustré par la Figure C.8.

Les composantes  $I(in)$  et  $Q(in)$  d'entrée sont passées à travers un correcteur différentiel avant d'être modulé pour donner un signal RF qui va être amplifié. À la sortie de l'amplificateur, une partie du signal distordu est récupéré puis démodulé pour donner les composantes  $I(out)$  et  $Q(out)$  qui sont ensuite comparés avec les signaux bande de base d'entrée [32]. Le signal d'erreur résultant est le signal de compensation nécessaire pour rendre l'amplificateur linéaire. En d'autre termes, il peut être vu comme un signal de pré-distorsion.

La “cartesian loop” a l'avantage d'être plus simple que la “polar loop” et applicable à tout type de modulation. Les caractéristiques AM/AM et AM/PM sont linéarisées. Une des limites principales de cette technique est la bande passante limitée due au délai de la boucle et donc ses difficultés à traiter des signaux de bande large [167].

### 4.4 Conclusion

Les signaux DVB-S2 utilisent des modulations particulières (APSK) pour bénéficier à la fois d'une distance maximale entre les points de la constellation (comme pour la QAM) tout en limitant les dégradations liées aux non-linéarités (comme pour la PSK). L'analyse du PAPR de ces formes particulières de modulations ont montré que le PAPR augmente avec le nombre d'états de la modulation et pour des besoins de transmission efficace (amplification à rendement maximal et avec le minimum de non-linéarité) il y a besoin de réduire le PAPR de ses signaux.

Outre la réduction du PAPR, il convient aussi de linéariser l'amplificateur de puissance. Parmi les solutions proposées pour améliorer la linéarité de l'amplificateurs, plusieurs d'entre elles sont difficilement intégrables dans un système embarqué pour des considérations de poids et de place ou supposent soit l'utilisation d'une architecture complexe ("Feed-forward", "cartesian loop"). Par contre les systèmes basés sur une pré-distorsion malgré des performances en linéarité moins importantes, ont l'avantage d'une mise en oeuvre beaucoup plus simple.



# Liste des acronymes et abréviations

<b>ACE</b>	: Active Constellation Extension
<b>ACPR</b>	: Adjacent Channel Power Ratio
<b>ADSL</b>	: Asymmetric Digital Subscriber Line
<b>AM/AM</b>	: Amplitude/Amplitude
<b>AM/PM</b>	: Amplitude/Phase
<b>APSK</b>	: Amplitude and Phase-Shift Keying
<b>BdB</b>	: Bande de Base
<b>BF</b>	: Basse Fréquence
<b>CAN</b>	: Convertisseur Analogique Numérique
<b>CCDF</b>	: Complementary Cumulative Distrution Function
<b>CDMA</b>	: Code Division Multiple Access
<b>CF</b>	: Crest Factor ou Facteur de Crête en français
<b>CNA</b>	: Convertisseur Numérique Analogique
<b>COFDM</b>	: Coded-Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>CPM</b>	: Continuous Phase Modulation
<b>C-SOCP</b>	: Second Order Cone Programming avec Contrainte
<b>DAB</b>	: Digital Audio Broadcasting
<b>DC</b>	: Direct Current
<b>DSL</b>	: Digital Subscriber Line/Loop
<b>DSP</b>	: Densité Spectrale de Puissance
<b>DVB</b>	: Digital Video Broadcasting
<b>DVB-H</b>	: Digital Video Broadcasting - Handheld
<b>DVB-S</b>	: Digital Video Broadcasting - Satellite
<b>DVB-T</b>	: Digital Video Broadcasting - Terrestrial
<b>EVM</b>	: Error Vector Magnitude



## LISTE DES ACRONYMES ET ABRÉVIATIONS

---

<b>FC :</b>	Facteur de Crête
<b>FDM :</b>	Frequency Division Multiplexing
<b>FF :</b>	FeedForward
<b>FFT :</b>	Fast Fourier Transform
<b>FI :</b>	Fréquence Intermédiaire
<b>GP :</b>	Gradient Project
<b>GPS :</b>	Guidage Par Satellite
<b>GSM :</b>	Global System for Mobile Communications
<b>HF :</b>	Haute Fréquence
<b>HPA :</b>	High Power Amplifier
<b>HSC :</b>	Hyperbolic Secant based Clipping
<b>IB :</b>	In-Band
<b>IBO :</b>	Input Back Off
<b>IETR :</b>	Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes
<b>IFFT :</b>	Inverse Fast Fourier Transform
<b>LTE :</b>	Long Term Evolution
<b>MAQ :</b>	Modulation d'Amplitude en Quadrature
<b>MC-CDMA :</b>	Multi-Carriers Code Division Multiple Access
<b>MGA :</b>	Méthode Géométrique Améliorée
<b>MGC :</b>	Méthode Géométrique Classique
<b>MIMO :</b>	Multiple-Input Multiple-Output
<b>MIT :</b>	Massachusetts Institute of Technology
<b>NPR :</b>	Noise Power Ratio
<b>NU :</b>	Non Utilisées
<b>OBO :</b>	Output Back Off
<b>OFDM :</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>OOB :</b>	Out-Off-Band
<b>OP :</b>	Overall Performance
<b>PAE :</b>	Power Added Efficiency
<b>PAPR :</b>	Peak to Average Power Ratio
<b>PL :</b>	Programmation Linéaire
<b>PMEPR :</b>	Peak to Mean Envelope Power Ratio
<b>PTS :</b>	Partial Transmit Sequences
<b>QCQP :</b>	Quadratically Constrained Quadratic Program
<b>QPSK :</b>	Quaternary Phase Shift Keying
<b>RF :</b>	Radio Fréquence

## LISTE DES ACRONYMES ET ABRÉVIATIONS

---

<b>RL</b> :	Radio Logicielle
<b>RM</b> :	Reed-Muller
<b>RP</b> :	Random Phasor
<b>RRC</b> :	Root-Raised Cosine
<b>SCEE</b> :	Signal Communication Électronique Embarquée
<b>SGP</b> :	Smart Gradient-Project
<b>SLM</b> :	Selective Mapping
<b>SNDR</b> :	Signal to Noise-and-Distorsion Ratio
<b>SOCP</b> :	Second Order Cone Programming
<b>SRRC</b> :	Square Root Raised Cosine
<b>SSPA</b> :	Solid State Power Ratio
<b>SWR</b> :	SoftWare Radio
<b>TEB</b> :	Taux d'Erreur Binaire
<b>TI</b> :	Tone Injection
<b>TOP</b> :	Tube à Onde Progressive
<b>TR</b> :	Tone Reservation
<b>TWTA</b> :	Travelling Wave Tube Amplifier
<b>UMTS</b> :	Universal Mobile Telecommunications
<b>WIMAX</b> :	Worldwide Interoperability for Microwave Access
<b>WLAN</b> :	Wireless Local Area Network
<b>ZP</b> :	Zero-Padding

## LISTE DES ACRONYMES ET ABRÉVIATIONS

---

# Notations mathématiques

$x$ :	Scalaire
$x^*$ :	Conjugué de $x$
$\mathbf{x}$ :	Vecteur dans le domaine temporel
$\mathbf{X}$ :	Vecteur dans le domaine fréquentiel
$\mathbf{x}^T$ :	Transposée de vecteur $\mathbf{x}$
$E[\mathbf{x}]$ :	Espérance mathématique du vecteur aléatoire $\mathbf{x}$
FT $\{\mathbf{x}\}$ :	Transformée de Fourier du vecteur complexe $\mathbf{x}$
$\text{PAPR}_{[\mathbf{x}]}$ :	PAPR de $\mathbf{x}$
$\text{CCDF}_{[\mathbf{x}]}$ :	CCDF du PAPR de $\mathbf{x}$
$\otimes$ :	Opérateur produit de convolution
$ x $ :	Valeur absolue du scalaire $x$
$\ \mathbf{x}\ _1$ :	Norme 1 du vecteur $\mathbf{x}$
$\ \mathbf{x}\ $ :	Norme euclidienne du vecteur $\mathbf{x}$
$\ \mathbf{x}\ _\infty$ :	Norme infinie du vecteur $\mathbf{x}$

## NOTATIONS MATHÉMATIQUES

---

# Table des figures

1.1	Réalisation possible d'un modulateur OFDM. . . . .	12
1.2	Orthogonalité entre les sous-porteuses. . . . .	13
1.3	Réalisation possible d'un démodulateur OFDM. . . . .	14
1.4	Modulateur OFDM numérique. . . . .	14
1.5	Démodulateur OFDM numérique. . . . .	15
1.6	Intervalle de garde. . . . .	15
1.7	Les bandes (basse et centrale) de transmission de la norme IEEE 802.11a. . . . .	16
1.8	La bande (haute) de transmission de la norme IEEE 802.11a. . . . .	17
1.9	Le gabarit du spectre d'émission. . . . .	17
1.10	Positions des porteuses utilisées et des porteuses nulles. . . . .	18
1.11	Histogramme de l'amplitude du signal OFDM. . . . .	19
1.12	La valeur moyenne du PAPR de l'OFDM en fonction du nombre de sous-porteuses $N$ . . . . .	24
1.13	Comparaison des distributions du PAPR pour un système OFDM à $N = 64$ sous-porteuses. . . . .	25
1.14	CCDF du signal OFDM discret pour différentes valeurs du facteur de sur-échantillonnage. . . . .	26
2.1	Exemple de caractéristique AM/AM d'un amplificateur de puissance. . . . .	31
2.2	Bilan simplifié des différentes puissances d'un amplificateur. . . . .	33
2.3	Rendement de l'amplificateur en fonction de la classe d'opération et du recul de sortie OBO. . . . .	35
2.4	Caractéristique d'un amplificateur de puissance : rendement énergétique et besoins en linéarité. . . . .	36
2.5	Calcul de l'ACPR. . . . .	40
2.6	Calcul du NPR. . . . .	40
2.7	Calcul de l'EVM. . . . .	41
2.8	Schéma simplifié de la chaîne de transmission. . . . .	42
2.9	L'EVM en fonction du recul d'entrée pour différentes valeurs du SNR. . . . .	43
2.10	Effet de l'amplificateur : performance en terme de TEB pour différentes valeurs de IBO. . . . .	44
2.11	Effet de l'amplificateur sur le spectre pour différentes valeurs de IBO. . . . .	44
3.1	Classification des techniques "ajout de signal" en fonction de la compatibilité descendante. . . . .	49
3.2	Classification des techniques "ajout de signal" de réduction du PAPR. . . . .	50

## TABLE DES FIGURES

---

3.3	Schéma simplifié d'une chaîne de transmission intégrant un module de réduction du PAPR. . . . .	51
3.4	Calcul du gain en réduction du PAPR à une valeur particulière de la CCDF. . . . .	52
3.5	Schéma d'un modulateur "Selective Mapping". . . . .	55
3.6	Schéma d'un modulateur "Partial Transmit Sequences". . . . .	56
3.7	Exemple de partitionnement d'un symbole en sous-blocs pour application de la technique PTS. . . . .	56
3.8	Schéma d'un modulateur "Random Phasor" (RP). . . . .	58
3.9	Schéma conceptuel d'un système de réduction du PAPR par codage. . . . .	59
3.10	Ecrêtage inversible : masquage de l'amplificateur de puissance. . . . .	63
3.11	Schéma de principe de la "Tone Reservation". . . . .	64
3.12	"Régions admissibles" pour la constellation MAQ-4. . . . .	68
3.13	"Régions admissibles" pour la constellation MAQ-16. . . . .	68
3.14	Exemple de constellation élargi pour la technique "Tone Injection". . . . .	70
3.15	Schéma de principe de la "Tone Injection". . . . .	71
4.1	Rapport entre la puissance moyenne de sortie et la puissance moyenne d'entrée en fonction du "seuil d'écrêtage" normalisé. . . . .	81
4.2	Comparaisons des CCDFs théoriques et simulées dans le cas du "clipping" pour différentes valeurs du "seuil d'écrêtage". . . . .	84
4.3	Comparaison des résultats théoriques du SNDR et ceux obtenus par simulation pour différentes valeurs de $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ . . . . .	87
4.4	Schéma de principe de fonctionnement des techniques "ajout de signal" (en bande de base), où $c_n$ est le "signal additionnel" ou "signal de réduction du PAPR". . . . .	88
4.5	Générateur de "signal de réduction du PAPR" dans le cas des techniques de "distorsions". . . . .	89
4.6	Schéma du principe du sur-échantillonnage dans le domaine fréquentiel. . . . .	91
4.7	Principe du filtrage numérique du "signal additionnel" ou "signal de réduction du PAPR" à base de FFT/IFFT. . . . .	92
4.8	Illustration du filtrage numérique OOB dans le domaine fréquentiel. . . . .	93
4.9	Illustration du filtrage numérique IB dans le domaine fréquentiel. . . . .	94
4.10	Mécanisme du "peak-regrowth" dans le cas du "clipping" and filtering". . . . .	95
4.11	Illustration du filtrage "TR" dans le domaine fréquentiel. . . . .	97
4.12	Schéma de réduction du PAPR par "ajout de signal" incluant un filtrage TR et un processus d'itérations. . . . .	98
4.13	Processus simplifié de transformation du "clipping" en technique "TR-clipping" et en technique "TR-clipping-OOB". . . . .	101
4.14	Performance en terme de réduction du PAPR pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB. . . . .	102
4.15	TEB du système pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB. . . . .	103
4.16	Densité Spectrale de Puissance (DSP) des signaux avant et après réduction du PAPR pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB. . . . .	104
4.17	Comparaison des CCDFs pour "TR-clipping" et "TR-clipping-OOB" avec $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB et $\mathcal{N}_{iter} = 5$ . . . . .	104
4.18	DSP des signaux quand les techniques "TR-clipping" et "TR-clipping-OOB" sont appliquées pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB et $\mathcal{N}_{iter} = 5$ . . . . .	105

## TABLE DES FIGURES

4.19	Comparaison de la variation de la puissance moyenne relative $\Delta E$ des techniques “TR-clipping” et “TR-clipping-OOB” en fonction de $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ pour $\mathcal{N}_{iter} = 5$ . . . . .	105
4.20	Configuration possible d’emplacement des sous-porteuses “non-utilisées” dans un standard. . . . .	107
4.21	Gain en réduction du PAPR pour différentes configurations des emplacements des sous-porteuses “non-utilisées” ( $N/N_{\mathcal{R}} = 18.75\%$ ). . . . .	107
4.22	Variation de la puissance moyenne en fonction des emplacements des sous-porteuses “non-utilisées” et du nombre d’itérations $\mathcal{N}_{iter}$ pour $N/N_{\mathcal{R}} = 18.75\%$ . . . . .	108
4.23	CCDF de la “TR-Clipping” en fonction du nombre $N_{\mathcal{R}}$ de sous-porteuses de réduction du PAPR pour $\mathcal{N}_{iter} = 5$ . . . . .	109
5.1	Principe de réduction du PAPR par la MGC. . . . .	115
5.2	Résolution de l’équation (5.5) par une approche géométrique. . . . .	116
5.3	Mécanisme de réduction du PAPR de la MGC. . . . .	117
5.4	Représentation des signaux WLAN, “artificiel” et “additionnel” dans le domaine temporel pour $\Delta f/\mathcal{B} = 1000$ . . . . .	119
5.5	Représentation des signaux WLAN, “artificiel” et “additionnel” dans le domaine fréquentiel pour $\Delta f/\mathcal{B} = 2$ . . . . .	119
5.6	CCDF de la MGC en fonction du paramètre $\Delta f$ pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$ dB, où $\mathcal{B}$ est la largeur de bande du signal WLAN qui vaut 20 MHz dans le cas du IEEE 802.11 a/g. . . . .	120
5.7	Le TEB en fonction du paramètre $\Delta f$ pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$ dB, où $\mathcal{B} = 20$ MHz. . . . .	121
5.8	CCDF de la MGC en fonction du paramètre $A$ pour , où $\Delta f/\mathcal{B} = 0$ . . . . .	121
5.9	Le TEB en fonction du paramètre $A$ pour où $\Delta f/\mathcal{B} = 0$ . . . . .	122
5.10	Comparaison entre la théorie et la simulation de la variation de la puissance moyenne dans la MGC pour différentes valeurs de $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ , où $\mathcal{B} = 20$ MHz. . . . .	125
5.11	Comparaison entre la théorie et la simulation de la variation de la puissance moyenne dans la MGC pour différentes valeurs de $\Delta f$ , où $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 2$ dB. . . . .	126
5.12	Comparaison entre la théorie et la simulation de la CCDF du PAPR de la MGC pour différentes valeurs de $\Delta f$ avec $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 2$ dB et $\mathcal{B} = 20$ MHz. . . . .	127
5.13	Comparaison entre la théorie et la simulation du gain de réduction du PAPR de la MGC pour différentes valeurs de $\Delta f$ , où $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 2$ dB. . . . .	128
5.14	Approximation théorique du SNDR (Eq. 5.31) de la MGC en fonction de $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ pour différentes valeurs de $\Delta f/\mathcal{B}$ . . . . .	129
5.15	Principe de réduction du PAPR de la MGA. . . . .	132
5.16	Principe du filtrage numérique du “signal additionnel”. . . . .	132
5.17	Performances de la MGA pour différentes itérations $\mathcal{N}_{iter}$ avec $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$ dB. . . . .	134
5.18	Comparaison des TEBs de la MGC et de la MGA pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$ dB. . . . .	135
5.19	DSP du signal WLAN et DSP du “signal de réduction du PAPR” pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$ dB, $\mathcal{N}_{iter} = 5$ et $\Delta f = 0$ . . . . .	136
5.20	Principe de réduction du PAPR de la “TR-MGA”. . . . .	137
5.21	Gain de réduction du PAPR de la “TR-MGA” pour différentes valeurs de $\mathcal{N}_{iter}$ . . . . .	138
5.22	Variation de la moyenne dans la “TR-MGA”. . . . .	139



## TABLE DES FIGURES

5.23	DSP des signaux avant et après réduction du PAPR par la “TR-MGA” . . .	140
5.24	Gain de réduction du PAPR en fonction de $\Delta E$ de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” . . . . .	141
5.25	CCDF de la “TR-MGA”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP” pour $\Delta E = 0.25$ dB. . . . .	142
6.1	Courbe représentative de la fonction sécante hyperbolique. . . . .	147
6.2	Mécanisme de réduction du PAPR par la “sécante hyperbolique”. . . . .	149
6.3	Approximation de la “sécante hyperbolique” par une fonction Gaussienne. . .	150
6.4	Comparaison entre la théorie et la simulation de la variation de la puissance moyenne de la “sécante hyperbolique” pour différentes valeurs de $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ . . . . .	152
6.5	Comparaison entre la théorie et la simulation du gain de réduction du PAPR de la “sécante hyperbolique” en fonction du paramètre $\eta$ pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 3$ dB. . . . .	154
6.6	Approximation théorique du SNDR de la “sécante hyperbolique” en fonction de $\frac{A}{\sqrt{P_x}}$ pour $\eta = 5, 7$ et $10$ . . . . .	156
6.7	Principe de réduction du PAPR de la technique HSC. . . . .	157
6.8	Performance de réduction du PAPR de la technique HSC pour différentes valeurs du paramètre $\eta$ avec $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB. . . . .	159
6.9	Performance de réduction du PAPR et variation de la puissance moyenne de la technique HSC pour différentes valeurs du paramètre $A$ . . . . .	160
6.10	DSP et TEB de la technique HSC pour $\eta = 1$ et $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB. . . . .	160
6.11	Gain de réduction du PAPR en fonction de $\Delta E$ de la technique HSC, du “clipping classique”, du “deep clipping” et du “smooth clipping”. . . . .	162
6.12	Comparaison des TEB des techniques HSC, “clipping” classique, “deep clipping” et “smooth clipping”. . . . .	162
6.13	Principe de réduction du PAPR de la “TR-HSC”. . . . .	164
6.14	Gain de réduction du PAPR de la “TR-HSC” en fonction du paramètre $\eta$ pour $N_{iter} = 5$ . . . . .	165
6.15	Performance de réduction du PAPR de la “TR-HSC” pour différentes itérations $N_{iter}$ . . . . .	166
6.16	Variation de la puissance moyenne de la “TR-HSC” en fonction du paramètre $A$ pour différentes itérations $N_{iter}$ . . . . .	166
6.17	DSP des signaux avant et après réduction du PAPR par la “TR-HSC”. . . . .	167
6.18	TEB la “TR-HSC”. . . . .	167
6.19	Gain de réduction du PAPR en fonction de $\Delta E$ de la “TR-HSC”, de la “TR-GP” et de la “TR-SOCP”. . . . .	168
B.1	Exemple du standard IEEE 802.11 a/g, $N = 64$ porteuses, 48 porteuses de données, 4 porteuses pilotes et $N_{\mathcal{R}} = 12$ porteuses non-utilisées. . . . .	185
B.2	Schéma du principe de la technique “ACE-SGP”. . . . .	191
B.3	Principe de réduction du PAPR du “clipping and filtering”. . . . .	192
B.4	Fonctions d’écrêtage des trois techniques de “clipping and filtering”. . . . .	193
B.5	Gain de réduction du PAPR. . . . .	195
B.6	Performance de réduction du PAPR et variation de la puissance moyenne. . .	196
B.7	TEB et dégradation totale des trois techniques de “clipping and filtering”. . .	196
C.1	Les différentes constellations utilisées dans le DVB-S2. . . . .	201

## TABLE DES FIGURES

---

C.2	CCDF du PAPR des modulations QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK pour $\alpha = 0.35$ . . . . .	203
C.3	Schéma de principe d'un système de pré-distorsion numérique. . . . .	205
C.4	Les 3 types de "Pré-Distorsion" (PD). . . . .	206
C.5	Principe du direct "Feed-Back". . . . .	207
C.6	Principe de la méthode "Indirect Feed-Back". . . . .	208
C.7	Principe de la méthode "polar Feed-Back". . . . .	209
C.8	Principe de la méthode "cartesian loop". . . . .	210

## TABLE DES FIGURES

---

# Liste des tableaux

1.1	Spécifications de la norme IEEE 802.11a. . . . .	18
2.1	Caractérisation des classes d'opération des amplificateurs de puissance analogiques. . . . .	34
4.1	Environnement de simulation. . . . .	102
4.2	Configurations du nombre de sous-porteuses $N_{\mathcal{R}}$ de réduction du PAPR. . .	110
5.1	Table de Complexité de la MGC. . . . .	130
5.2	Tableau de comparaison de complexité. . . . .	140
6.1	Table de variations de la fonction sécante hyperbolique. . . . .	147
6.2	Gain de réduction du PAPR à $10^{-2}$ de la CCDF pour $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$ dB. . . . .	159
6.3	Tableau de comparaison de complexité. . . . .	169
B.1	Environnement de comparaison des techniques de "clipping and filtering" . . .	195
C.1	La valeur du PAPR des modulations QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK pour "roll-off" = 0.35 à $10^{-2}$ de la CCDF. . . . .	203
C.2	La valeur moyenne du PAPR des modulations QPSK, 8-PSK, 16-APSK et 32-APSK pour "roll-off" = 0.20, 0.25 et 0.35. . . . .	204

## LISTE DES TABLEAUX

---

# Bibliographie

- [1] M. Alard and R. Lasalle, "Principles of Modulation and Channel Coding for Digital Broadcasting for Mobile Receivers," *EBU Review-Technical*, pp. 168–190, August 1987.
- [2] Y. Louet and J. Palicot, "A classification of methods for efficient power amplification of signals," *Annals of Telecommunications*, vol. Volume 63, pp. 351–368, 2008.
- [3] J. Bussgang, "Crosscorrelation function of amplitude-distorted Gaussian signals," Tech. Rep. 216, Research laboratory of electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1952. Technical Report.
- [4] M. L. Doelz, E. T. Heald, and D. L. Martin, "Binary Data Transmission Techniques for Linear Systems," *Proceedings of the IRE*, vol. 45, pp. 656–661, May 1957.
- [5] R. R. Mosier and R. G. Clabaugh, "Kineplex, a bandwidth-efficient binary transmission system," in *AIEE Trans.*, pp. 723–728, Jan. 1958.
- [6] R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannels data transmission," in *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 45, pp. 1775–1796, Dec. 1966.
- [7] R. Chang and R. Gibby, "A Theoretical Study of Performance of an Orthogonal Multiplexing Data Transmission Scheme," *IEEE Trans. Comm. Techn.*, vol. 16, pp. 529–540, August 1968.
- [8] M. Sandell and a. O. B. J. J. Van de Beek, *ML estimation of timing and frequency offset in multicarrier systems*. Thèse de Doctorat, Université de Lulea, Apr. 1996.
- [9] B. R. Saltzberg, "Performance of an efficient data transmission system", in *IEEE Trans. Comm. Techn.*, pp. 805–813, Dec. 1967.
- [10] "Orthogonal Frequency Division Multiplexing," 3 488 445, U.S. patent, 1970.
- [11] S. Weinstein and P. Ebert, "Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform," *IEEE Trans. Comm. Techn.*, vol. 19, pp. 628–634, October 1971.
- [12] P. Y. Cochet and R. Serpollet, "Utilisation des transformées de Hadamard pour des transmissions numériques parallèles. Application à l'OFDM-DMT sur des canaux sélectifs," *Traitement du Signal*, vol. 14, no. 3, 1997.
- [13] B. R. Saltzberg, "Comparison of single-carrier and multitone digital modulation for ADSL applications," *IEEE Journal On Selected Areas in Communications*, vol. 36, pp. 114–121, Nov. 1998.
- [14] M. Wahlqvist and C. Ostberg, "A conceptual study of ofdm-based multiple access schemes - part 1 : Air interface requirements," tech. rep., Telia Research AB, Lulea Research Unit, 1996.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [15] “Digital Video Broadcasting (DVB), OFDM modulation for microwave digital terrestrial television,” August 2000.
- [16] D. Pommier, “Description and features of the cofdm systems,” in *Proc. IEE Colloquium on Terrestrial DAB - Where is it Going?*, pp. 4/1–4/6, 17 Feb 1993.
- [17] B. R. A. N. B. ETSI, “HIPERLAN Type 2 : Physical (PHY) layer,” *Technical Specification ETSI TS 101 475 V1.2.2 (2001-2002)*, ETSI, February 2000.
- [18] H. Ochiai and H. Imai, “On the distribution of the peak-to-average power ratio in OFDM signals,” vol. 49, pp. 282–289, Feb 2001.
- [19] R. D. van Nee, *OFDM for Wireless Multimedia Communications*. Artech House Publishers, Boston-London, January 2000.
- [20] J. Palicot and Y. Louet, “Power Ratio definitions and analysis in single carrier modulation,” in *13th European Signal Processing Conference, EUSIPCO*, Sept. 2005.
- [21] J. Tellado-Mourelo, *Peak to Average Power Reduction for Multicarrier Modulation*. Thèse de Doctorat, Stanford University, Sept 1999.
- [22] H. Ochiai and H. Imai, “Performance of block codes with peak power reduction for indoor multicarrier systems,” in *Proc. 48th IEEE Vehicular Technology Conference VTC 98*, vol. 1, pp. 338–342, May 1998.
- [23] S. Shepherd, J. Orriss, and S. Barton, “Asymptotic limits in peak envelope power reduction by redundant coding in orthogonal frequency-division multiplex modulation,” vol. 46, pp. 5–10, Jan. 1998.
- [24] R. van Nee and A. de Wild, “Reducing the peak-to-average power ratio of OFDM,” in *Proc. 48th IEEE Vehicular Technology Conference VTC 98*, vol. 3, pp. 2072–2076, 18–21 May 1998.
- [25] S. Litsyn, *Peak Power Control in Multicarrier Communications*. Cambridge University Press, 2007.
- [26] H. Ochiai and H. Imai, “Peak-Power Reduction Schemes in OFDM Systems : A Review,” in *WPMC*, pp. 247–252, 1998.
- [27] R. J. Baxley, *Analyzing Selected Mapping for Peak-to-Average Power Reduction on OFDM*. Thèse de Doctorat, School of Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology, May 2005.
- [28] X. Zhou and J. J. Caffery, “A new distribution bound and reduction scheme for OFDM PAPR,” in *Proc. 5th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications*, vol. 1, pp. 158–162, 27–30 Oct. 2002.
- [29] Y. Louet and S. Hussain, “Peak-to-Mean Envelope Power Ratio Statistical Analysis of Continuous OFDM Signal,” in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference VTC Spring 2008*, pp. 1681–1685, 11–14 May 2008.
- [30] M. Aldinger, “Multicarrier COFDM scheme in high bitrate radio local area networks,” in *Proc. th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Wireless Networks - Catching the Mobile Future*, vol. 3, pp. 969–973, 18–23 Sep 1994.
- [31] T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey, “BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, pp. 191–193, Feb–Mar–Apr 1995.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [32] S. C. Cripps, *RF Power Amplifiers for Wireless Communications*. Artech House Publishers, April 1999.
- [33] S. L. Miller and R. J. O’Dea, “Peak Power and Bandwidth Efficient Linear Modulation,” *IEEE Trans. on Comm.*, vol. 46, pp. 1639–1648, Dec. 1998.
- [34] F. H. Raab, P. Asbeck, S. Cripps, P. B. Kenington, Z. B. Popovic, N. Pothecary, J. F. Sevic, and N. O. Sokal, “Power amplifiers and transmitters for RF and microwave,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, vol. 50, pp. 814–826, March 2002.
- [35] A. Guy, *Etude, conception et réalisation d’un système de linéarisation d’amplificateurs de puissance à état solide pour des applications spatiales*. Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, Mai 2000.
- [36] H. Abulkader, *Application de réseaux de neurones à des chaînes de transmission numérique par satellite gradient naturel*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [37] S. Bouchired, *Equalization of time-varying non-linear channels using neural networks : Application to the satellite mobile channel*. Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 1999.
- [38] A. Saleh, “Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers,” *IEEE Trans. Commun*, vol. 29, pp. 1715–1720, Nov 1981.
- [39] C. Rapp, “Effects of HPA nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM signal for a digital sound broadcasting system,” in *Proc. European Conference on Satellite Communications*, vol. 1, pp. 1245–1253, Oct. 1991.
- [40] P. Kenington, *High Linearity RF Amplifier Design*. Artech House, October 2000.
- [41] S. C. Cripps, *Advanced Techniques in RF Power Amplifier Design*. Artech House, mai 2002.
- [42] A. Chaker, *Influence de l’amplificateur de puissance sur une chaîne de transmission multiporteuses :prise en compte de l’effet mémoire*. Thèse de Doctorat, Université Cergy-Pontoise, Juillet 2004.
- [43] F. Dowla, *Handbook of RF and Wireless Technologies*. Newnes, 1 edition, November 2003.
- [44] M. K. Kazimierczuk, *RF Power Amplifiers*. Wiley, December 2008.
- [45] D. Su, “CMOS RF Power Amplifiers : Nonlinear, Linear, Linearized,” tech. rep., Sunnyvale, California, November 2002.
- [46] W. H. Tranter, K. S. Shanmugan, T. S. Rappaport, and K. L. Kosbar, *Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications*. Prentice Hall PTR, January 2004.
- [47] W. Bosch and G. Gatti, “Measurement and simulation of memory effects in pre-distortion linearizers,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 37, pp. 1885–1890, Dec 1989.
- [48] A. Mazen, Hussein, *Linéarisation des amplificateurs de puissance - Prédistorion numérique adaptative en bande de base*. Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique de l’université de Nantes, 2009.
- [49] J. Vuolevi and T. Rahkonen, *Distortion in Rf Power Amplifiers*. Artech House Microwave Library, February 2003.



## BIBLIOGRAPHIE

---

- [50] F. Launey, *Contribution à la modélisation comportementale des amplificateurs de puissance*. Thèse de Doctorat, université de Nantes, Septembre 2003.
- [51] S. Ragusa, J. Palicot, C. Roland, and C. Lereau, “Adjacent channel power ratio analysis for an OFDM signal,” in *Proc. Fifth IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, pp. 495–500, 21–21 Dec. 2005.
- [52] S. Ragusa, *Ecrêtage Inversible pour l’Amplification Non-Linéaire des Signaux OFDM dans les Terminaux Mobile*. Thèse de Doctorat, université de Joseph FOURIER, Juin 2006.
- [53] J. Lajoinie, *Contribution à la Conception Optimale en terme de linéarité et de Consommation des amplificateurs de puissance en fonctionnement multiporteuses*. Thèse de Doctorat, Université de Limoges, février 2000.
- [54] S. Zabré, *Amplification non-linéaire d’un multiplex de porteuses modulées à fort Facteur de Crête*. Thèse de Doctorat, Université de Rennes I, avril 2007.
- [55] H. S. Shapiro, *Extremal problems for polynomials and power series*. Thèse de Doctorat, M.I.T, 1951.
- [56] W. Rudin, “Some theorems on Fourier Coefficients,” *PAMS*, vol. 10, pp. 855–859, 1959.
- [57] M. Schroeder, “Synthesis of low-peak-factor signals and binary sequences with low autocorrelation ,” *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 16, pp. 85–89, 1970.
- [58] J. Palicot, Y. Louët, and S. Zabré, *Traitement Numérique des Non-linéarités :un état de l’art de la littérature*. Contrat d’étude Supelec-France Telecom, Livrable n°1, Février 2005.
- [59] T. Jiang and Y. Wu, “An Overview : Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for OFDM Signals,” *IEEE transactions on broadcasting*, vol. 54, no. 2, pp. 257–268, 2008.
- [60] X. Li and J. L. J. Cimini, “Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM,” *IEEE Communication Letters*, vol. 2, pp. 131–133, May 1998.
- [61] S. Kimura, T. Nakamura, M. Saito, and M. Okada, “PAR reduction for OFDM signals based on deep Clipping,” in *3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing*, pp. 911–916, March 2008.
- [62] A. Gatherer and M. Polley, “Controlling clipping probability in DMT transmission,” in *Conference Record of the Thirty-First Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers*, vol. 1, pp. 578–584, 2–5 Nov. 1997.
- [63] B. S. Krongold and D. L. Jones, “PAR reduction in OFDM via active constellation extension,” *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 49, pp. 258–268, Sept. 2003.
- [64] S. H. Han, J. M. Cioffi, and J. H. Lee, “Tone injection with hexagonal constellation for peak-to-average power ratio reduction in OFDM,” *IEEE Communication Letters*, vol. 10, pp. 646–648, September 2006.
- [65] X. Wang, T. T. Tjhung, and C. S. Ng, “Reduction of peak-to-average power ratio of OFDM system using a companding technique,” *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 45, pp. 303–307, Sept. 1999.
- [66] T. Jiang and G. Zhu, “Nonlinear companding transform for reducing peak-to-average power ratio of OFDM signals,” *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 50, pp. 342–346, Sept. 2004.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [67] L. Wang and C. Tellambura, "An Adaptive-Scaling Algorithm for OFDM PAR Reduction Using Active Constellation Extension," in *IEEE 64th VTC-2006 Fall Vehicular Technology Conference*, pp. 1–5, 25–28 Sept. 2006.
- [68] X. Li and J. Cimini, L. J., "Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM," in *Proc. IEEE 47th Vehicular Technology Conference*, vol. 3, pp. 1634–1638, 4–7 May 1997.
- [69] X. Li and J. Cimini, L. J., "Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM," *IEEE Communications Letters*, vol. 2, pp. 131–133, May 1998.
- [70] B. S. Krongold and D. L. Jones, "A new tone reservation method for complex-baseband PAR reduction in OFDM systems," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '02)*, vol. 3, pp. III–2321–III–2324, 13–17 May 2002.
- [71] B. S. Krongold and D. L. Jones, "An active-set approach for OFDM PAR reduction via tone reservation," vol. 52, pp. 495–509, Feb. 2004.
- [72] B. S. Krongold and D. L. Jones, "PAR reduction in OFDM via active constellation extension," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '03)*, vol. 4, pp. IV–525–8, 6–10 April 2003.
- [73] D. Guel and J. Palicot, "A Figure-Of-Merit for Evaluating the Overall Performance of OFDM PAPR reduction techniques in the Presence of High Power Amplifier," in *International Conference on Wireless and Mobile Communications (ICWMC)*, 2009.
- [74] A. Conti, D. Dardari, and V. Tralli, "An analytical framework for CDMA systems with a nonlinear amplifier and AWGN," *IEEE transactions on communications*, vol. 50, pp. 1110–1120, July 2002.
- [75] L.-C. Chang and J. V. Krogmeier, "Analysis of the effects of linearity and efficiency of amplifiers in QAM systems," in *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking WCNC 2003*, vol. 1, pp. 475–479, 20–20 March 2003.
- [76] S. C. Thompson, J. G. Proakis, and J. R. Zeidler, "The effectiveness of signal clipping for PAPR and total degradation reduction in OFDM systems," in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM*, vol. 5, pp. 5pp.–2811, 2–2 Dec. 2005.
- [77] H. AbdulHussein, Al-Asady, and M. Ibnkahla, "Performance evaluation and total degradation of 16-QAM modulations over satellite channels," in *Proc. Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, vol. 2, pp. 1187–1190, 2–5 May 2004.
- [78] N. Y. Ermolova, "Nonlinear amplifier effects on clipped-filtered multicarrier signals," *IEE Proceedings-Communications*, vol. 153, pp. 213–218, 1 April 2006.
- [79] J. Kim and Y. Shin, "A Robust Companding Scheme against Nonlinear Distortion of High Power Amplifiers in OFDM Systems," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference VTC Spring 2008*, pp. 1697–1701, 11–14 May 2008.
- [80] R. Bauml, R. Fischer, and J. Huber, "Reducing the Peak-to-Average power Ratio of Multicarrier Modulation by Selecting Mapping," *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 2056–2057, October 1996.
- [81] D. Mestdagh and P. Spruyt, "A Method to Reduced the Probability of clipping in DMT Based Transceivers," *IEEE Transaction on Communication*, vol. 44, pp. 1234–1238, October 1996.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [82] G. Beenker, A. Claasen, and P. Hermens, "Binary sequences with a maximally flat amplitude spectrum," *Philips J. Res.*, vol. 40, no. 5, pp. 289–304, 1985.
- [83] P. V. Eetvelt, G. Wade, and M. Tomlinson, "Peak to average power reduction for OFDM schemes by selective scrambling," *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 2056–2057, October 1996.
- [84] M. Breiling, H. Mauller, and J. Huber, "Peak-Power Reduction in OFDM without explicit side information," in *Proc. 5th International OFDM-Workshop, Hamburg*, pp. 281–286, September 2000.
- [85] S. Muller and J. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences," *Electronics Letters*, vol. 33, pp. 368–369, February 1997.
- [86] F. Fischer, H. Mauller, W. Bauml, and B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by multiple signal representation," *Annales des Télécommunications*, vol. 52, October 1997.
- [87] S. Muller and B. Huber, "A comparison of peak power reduction schemes for OFDM," in *Proc. IEEE Global Telecommunication Conference*, vol. 1, pp. 1–5, November 1997.
- [88] M. Friese, "Multitone Signals with low crest factor," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 45, pp. 1338–1344, October 1997.
- [89] N. Chen and G. T. Zhou, "Peak-to-average power ratio reduction in OFDM with blind selected pilot tone modulation," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '05)*, vol. 3, pp. iii/845–iii/848, 18–23 March 2005.
- [90] A. D. S. Jayalath and C. Tellambura, "Adaptive PTS approach for reduction of peak-to-average power ratio of OFDM signal," *Electronics Letters*, vol. 36, pp. 1226–1228, 6 July 2000.
- [91] T. A. Wilkinson and A. E. Jones, "Minimisation of the peak to mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes by block coding," in *Proc. IEEE 45th Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pp. 825–829, 25–28 July 1995.
- [92] R. van Nee, "OFDM codes for peak-to-average power reduction and error correction," in *Proc. IEEE Global Telecommunication Conference*, vol. 1, pp. 740–744, Nov 1996.
- [93] K. G. Paterson and V. Tarokh, "On the existence and construction of good codes with low peak-to-average power ratios," *IEEE International Symposium on Information Theory*, vol. 46, pp. 1974–1987, Sept. 2000.
- [94] M. Friese, "Multicarrier modulation with low peak-to-average power ratio," *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 713–714, April 1996.
- [95] D. Wulich, "Reduction of peak to mean ratio of multicarrier modulation using cyclic coding," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 5, p. 432, 1996.
- [96] J. A. Davis and J. Jedwab, "Peak-to-mean power control in OFDM, Golay complementary sequences, and Reed-Muller codes," *IEEE International Symposium on Information Theory*, vol. 45, pp. 2397–2417, Nov. 1999.
- [97] Y. Louet, *Etudes et performances des codes de Reed-Muller pour la réduction du facteur de crête dans les modulations OFDM*. Thèse de Doctorat, Université de Rennes I, Octobre 2000.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [98] C. RoBing and V. Tarokh, "A construction of OFDM 16-QAM sequences having low peak powers," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, pp. 2091–2094, July 2001.
- [99] H. Ochiai and H. Imai, "Performance analysis of deliberately clipped OFDM signals," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, pp. 89–101, Jan. 2002.
- [100] R. O'Neill and L. B. Lopes, "Envelope variations and spectral splatter in clipped multicarrier signals," in *Proc. Sixth IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC'95.*, vol. 1, pp. 71–75, 27–29 Sept. 1995.
- [101] K. Panta and J. Armstrong, "Effects of clipping on the error performance of OFDM in frequency selective fading channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3, pp. 668–671, March 2004.
- [102] H. Chen and A. M. Haimovich, "Iterative estimation and cancellation of clipping noise for OFDM signals," *IEEE Communications Letters*, vol. 7, pp. 305–307, July 2003.
- [103] S. Ragusa, J. Palicot, Y. Louet, and C. Lereau, "Invertible Clipping for Increasing the Power Efficiency of OFDM Amplification," in *IEEE International Conference on Telecommunications.*, May 2006.
- [104] C. Lereau and S. Ragusa, "Procédé de Transmission d'un Signal Modulé avec une Forte Dynamique d'Amplitude, Emetteur et Récepteur Correspondant," avril 2005.
- [105] P. Boonsrimuang, E. Puttawong, H. Kobayashi, and T. Paungma, "PAPR Reduction Using Smooth Clipping in OFDM System," in *The 3rd Information and Computer Engineering Postgraduate Workshop (ICEP)*, pp. 158–161, Janv. 2003.
- [106] S. Hussain and Y. Louet, "PAPR reduction of Software Radio signals using PRC method," in *Proc. IEEE Sarnoff Symposium SARNOFF*, pp. 1–6, March 30 2009–April 1 2009.
- [107] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [108] D. L. Jones, "Peak power reduction in OFDM and DMT via active channel modification," in *Conference Record of the Thirty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, vol. 2, pp. 1076–1079, 24–27 Oct. 1999.
- [109] B. S. Krongold, *New Techniques for Multicarrier Communications Systems*. Thèse de Doctorat, University of Illinois at Urbana-Champaign, December 2001.
- [110] S. Sezginer and H. Sari, "OFDM peak power reduction using metric-based amplitude predistortion," in *IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 3, Nov 2005.
- [111] J. J. Busssgang, P. Nesbeda, and H. Safran, "A Unified Analysis of Range Performance of CW, Pulse, and Pulse Doppler Radar," *Proceedings of the IRE*, vol. 47, pp. 1753–1762, Oct. 1959.
- [112] J. Busssgang, "Review of The Statistical Theory of Signal Detection (in Polish ; Seidler, J. ; 1963)," vol. 11, pp. 156–156, Jan 1965.
- [113] J. Busssgang, "Review of Theory of the Transformation of Information, Vol. I : Signals and Noise (Spataru, A. ; 1966)," vol. 14, pp. 786–786, Sep 1968.
- [114] J. J. Busssgang, L. Ehrman, and J. W. Graham, "Analysis of nonlinear systems with multiple inputs," vol. 62, pp. 1088–1119, Aug. 1974.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [115] J. Minkoff, "The Role of AM-to-PM Conversion in Memoryless Nonlinear Systems," vol. 33, pp. 139–144, Feb 1985.
- [116] C. B. Papadias and A. Paulraj, "Decision-feedback equalization and identification of linear channels using blind algorithms of the Bussgang type," in *Conference Record of the Twenty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 1, pp. 335–340, 30 Oct.–2 Nov. 1995.
- [117] J. B. D. Filho, G. Favier, and J. M. T. Romano, "New Bussgang methods for blind equalization," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing ICASSP-97*, vol. 3, pp. 2269–2272, 21–24 April 1997.
- [118] A. Goupil and J. Palicot, "New Algorithms for Blind Equalization : The Constant Norm Algorithm Family," *IEEE transactions on signal processing*, vol. 55, pp. 1436–1444, April 2007.
- [119] A. Goupil and J. Palicot, "A geometrical derivation of the excess mean square error for Bussgang algorithms in a noiseless environment," *Signal processing*, vol. 84, no. 2, pp. 311–315, 2004.
- [120] D. Dardari, V. Tralli, and A. Vaccari, "A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in ofdm systems," vol. 48, pp. 1755–1764, Oct. 2000.
- [121] P. Banelli, G. Leus, and G. B. Giannakis, "Bayesian Estimation of Clipped Gaussian Processes with Application to OFDM," in *Proc. EUSIPCO*, vol. 1, pp. 181–184, September 2002.
- [122] R. Raich, H. Qian, and G. T. Zhou, "signal to noise and distortion ratio considerations for nonlinear communication channels," in *Proc. IEEE 6th Circuits and Systems Symposium on Emerging Technologies : Frontiers of Mobile and Wireless Communication*, vol. 1, pp. 93–96, 2004.
- [123] C. Zhao, R. J. Baxley, and G. T. Zhou, "SNDR Analysis for Transceiver Nonlinearities in AWGN Channels," in *Proc. IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing SSP '07*, pp. 522–526, 26–29 Aug. 2007.
- [124] D. Guel and J. Palicot, "Clipping Formulated as an Adding Signal Technique for OFDM Peak Power Reduction," in *Proc. IEEE 69th Vehicular Technology Conference VTC Spring 2009*, pp. 1–5, 26–29 April 2009.
- [125] Y. Jun, Y. Jiawei, and L. Jiandong, "Reduction of Peak-to-Average Power Ratio of the Multicarrier Signal via Artificial Signals," in *Proc. of ICCT*, pp. 581–585, Aug. 2000.
- [126] D. Guel and J. Palicot, "Artificial signals addition for reducing PAPR of OFDM systems," in *Proc. IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, pp. 281–286, Decemnber 2008.
- [127] P. Banelli, G. Baruffa, and S. Cacopardi, "Effects of HPA non linearity on frequency multiplexed OFDM signals," *IEEE Trans. Broadcast*, vol. 47, pp. 123–136, June 2001.
- [128] P. Banelli and S. Cacopardi, "Theoretical analysis and performance of OFDM signals in nonlinear fading channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 47, pp. 284–293, March 2003.
- [129] J. Armstrong, "Peak-to-average power reduction for OFDM by repeated clipping and frequency domain filtering," *Electronics Letters*, vol. 38, pp. 246–247, 28 Feb. 2002.



## BIBLIOGRAPHIE

---

- [130] H. A. Suraweera, K. R. Panta, M. Feramez, and J. Armstrong, "OFDM Peak-to-Average Power Reduction Scheme with Spectral Masking," in *in Proc. International Symposium on Communication Systems Networks and Digital Signal Processing*, pp. 160–163, July 2004.
- [131] D. Guel and J. Palicot, "OFDM PAPR Reduction Based on Nonlinear Functions without BER Degradation and Out-of-Band Emission," in *Proc. International Conference on Signal Processing Systems*, pp. 167–171, 15–17 May 2009.
- [132] D. Guel and J. Palicot, "Transformation des techniques "Ajout de Signal" en techniques "Tone Reservation" pour la Réduction du PAPR des Signaux OFDM," in *XXII ième Colloque GRETSI*, Septembre 2009.
- [133] D. Guel and J. Palicot, "FFT-IFFT Pair Based Digital Filtering for the Transformation of Adding Signal PAPR Reduction Techniques in Tone Reservation Techniques," in *International Conference on Wireless and Mobile Communications (ICWMC)*, 2009.
- [134] D. Guel, Y. Louet, and J. Palicot, "A Geometric Method for PAPR Reduction in a Signal Adding Context for OFDM Signals," in *Proc. 15th International Conference on Digital Signal Processing*, pp. 347–350, July 2007.
- [135] D. Guel and J. Palicot, "Approximation of the average power variation for Geometric adding signal approach of PAPR reduction in context of OFDM signals," in *Union Radio Scientifique Internationale-URSI*, August 2008.
- [136] D. Guel, J. Palicot, and J. J. Bellanger, "Frequency based asymptotic distribution of the PAPR for geometric adding signal approach in OFDM signals context," in *Proc. IEEE 9th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications SPAWC 2008*, pp. 600–604, 2008.
- [137] L. Wang and C. Tellambura, "Analysis of Clipping Noise and Tone-Reservation Algorithms for Peak Reduction in OFDM Systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 57, pp. 1675–1694, May 2008.
- [138] S. Hussain, D. Guel, J. Palicot, and Y. Louet, "Performance comparison of PRC based PAPR reduction schemes for WLAN Systems," in *European Wireless*, May 2009.
- [139] S.-E. Park, S.-R. Yun, J. Y. Kim, D. S. Park, and P. Y. Joo, "Tone Reservation method for PAPR Reduction scheme," Project IEEE 802.16, Samsung Electronics, october 2003.
- [140] D. Guel, J. Palicot, and Y. Louet, "Réduction du PAPR par Ajout de Signal hors bande dans un contexte de Signaux Multiporteuses," in *XXI ième Colloque GRETSI*, Septembre 2007.
- [141] D. Guel, J. Palicot, and Y. Louet, "Clipping HSC tenant compte des porteuses non utilisées," No 09 50895, Brevet Supélec, février 2009.
- [142] D. Guel and J. Palicot, "Analysis and Comparison of Clipping techniques for OFDM Peak-to-Average Power Ratio Reduction," in *International Conference on DSP*, July 2009.
- [143] B. Rihawi, *Analyse et réduction du Power Ratio des systèmes de radiocommunications multi-antennes*. Thèse de Doctorat, Université de Rennes I, mars 2008.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [144] K. C. Toh, M. Todd, and R. H. Tutuncu, "SDPT3 - a MATLAB software package for semidefinite programming," *Optimization Methods and Software*, vol. 11, pp. 545–581, 1999.
- [145] S. Janaaththan, C. Kasparis, and B. Evans, "Procédé de Transmission d'un Signal Modulé avec une Forte Dynamique d'Amplitude," in *IEEE Vehicular Technology Conference*, pp. 2977–2980, May 2008.
- [146] L. J. Douglas, "Decimation-in-Frequency (DIF) Radix-2 FFT," tech. rep., <http://cnx.org/content/m12018/latest>, Sep. 2006.
- [147] Y. Louet, J. Palicot, D. Guel, and S. Zabré, "Linéarisation numériques des amplificateurs de puissance pour satellites de télécommunications," revue comparative de différentes méthodes, Contrat de collaboration entre Thales Alenia Space et Supelec, Decembre 2006.
- [148] G. Albertazzi, S. Cioni, G. E. Corazza, M. Neri, R. Pedone, P. Salmi, A. Vanelli-Coralli, and M. Villanti, "On the adaptive DVB-S2 physical layer : design and performance," *IEEE on Wireless Communications*, vol. 12, pp. 62–68, Dec. 2005.
- [149] "Digital video broadcasting ; second generation framing structure, channel coding and modulation systems for broadcasting, interactive services, news gathering and other broadband satellite applications."
- [150] R. De Gaudenzi, A. Guillen, and A. Martinez, "Performance analysis of turbo-coded APSK modulations over nonlinear satellite channels," *IEEE transactions on wireless communications*, vol. 5, pp. 2396–2407, September 2006.
- [151] S. Daumont, B. Rihawi, and Y. Louet, "Root-Raised Cosine filter influences on PAPR distribution of single carrier signals," in *Proc. 3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing ISCCSP 2008*, pp. 841–845, 12–14 March 2008.
- [152] A. Bateman, "The combined analogue locked loop universal modulator (CALLUM)," in *In Proceedings of the 42nd IEEE Vehicular Technology Conference*, pp. 759 – 763, May 1992.
- [153] J. K. Cavers, "Amplifier linearization using a digital predistorter with fast adaptation and low memory requirements," *IEEE transactions on vehicular technology*, vol. 39, pp. 374–382, Nov. 1990.
- [154] G. Karam and H. Sari, "Analysis of predistortion, equalization, and ISI cancellation techniques in digital radio systems with nonlinear transmit amplifiers," *IEEE Tranansation On Communications*, vol. 37, pp. 1245–1253, Dec. 1989.
- [155] F. Langlet-Cauet, *Etude et Implémentation de la prédistorsion d'amplificateurs à bord de satellites à base de réseaux de neurones*. Thèse de Doctorat, INPT, Mai 2004.
- [156] R. Marsalek, *Contribution à la linéarisation des amplificateurs de puissance par prédistorsion numérique adaptative en bande de base*. Thèse de Doctorat, Université Marne-La-Vallée,, Decembre 2003.
- [157] E. G. Jeckeln, *Technique de prédistorsion adaptative pour la linéarisation des amplificateurs de puissance micro-onde*. Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique de montréal, Août 1996.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [158] P. Jardin and G. Baudoin, "Filter Look up table method for power amplifiers linearization," in *IEEE Transactions on Vehicular Technologies*, no. 3, pp. 1076–1087, May 2007.
- [159] G. Baudouin, P. Jardin, and R. Marsalek, "Linéarisation des amplificateurs de puissance par pré-distorsion avec prise en compte des effets mémoire," in *19° Colloque sur le traitement du signal et des images*, GRETSI, Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images, 2003.
- [160] A. C. Bohigas, *Implémentation de Techniques de Linéarisation et d'Amélioration du Rendement pour les Amplificateurs de Puissance RF*. Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, Septembre 2008.
- [161] F. Terman and R. R. Buss, "Some notes on linear and grid-modulated Radio Frequency amplifiers," in *IRE Proceedings*, vol. 29, pp. 104–107, 1941.
- [162] V. Petrovic and W. Gosling, "Polar-loop transmitter," *Electronics Letters*, vol. 15, pp. 286–288, May 10 1979.
- [163] L. Sundstrom, *Digital RF Power Amplifier Linearisers : Analysis and Design*. Thèse de Doctorat, Lund University, Dpt of Applied Electronics.
- [164] D. Cox, "Linear Amplification by Sampling Techniques : A New Application for Delta Coders," *IEEE Transactions on communications*, vol. 23, pp. 793–798, Aug 1975.
- [165] V. Petrovic and C. Smith, "Reduction of spurious emission from radio transmitters by means of modulation feedback," in *IEE Conference on Radio Spectrum Conservation Techniques*, pp. 44–49, September 1983.
- [166] P. B. Kenington, R. J. Wilkinson, and K. J. Parsons, "Noise performance of a Cartesian loop transmitter," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 46, pp. 467–476, May 1997.
- [167] A. Katz, "Linearization : Reducing Distortion in Power Amplifiers," in *IEEE microwave magazine*, pp. 37–39, December 2001.



## BIBLIOGRAPHIE

---

## Résumé

L'OFDM pour "Orthogonal Frequency Division Multiplexing" est une technique de modulation multiporteuses sophistiquée qui a fait ses preuves dans le domaine de la communication sans fil permettant aux technologies actuelles d'atteindre un débit de transmission élevé. Elle est utilisée dans la plupart des standards de communication tels que le DAB, le DVB-T, les réseaux locaux sans fil (WLAN), le WIMAX. Elle est en phase de normalisation dans le LTE ("Long Term Evolution") pour la future norme de réseau mobile de quatrième génération (4G).

L'inconvénient majeur de la modulation OFDM est qu'elle engendre des signaux temporels à forte variation d'amplitude caractérisée par un PAPR ("Peak-to-Average Power Ratio") élevé. Cette caractéristique rend les signaux OFDM très sensibles aux non-linéarités des composants analogiques, en particulier celles de l'amplificateur de puissance ["High Power Amplifier" (HPA)].

L'objectif de cette thèse a consisté à développer et analyser des techniques de réduction du PAPR de type "ajout de signal" à compatibilité descendante. Ces techniques ont été développées dans le souci de satisfaire les contraintes (consommation et intégration) d'un système embarqué.

Dans cette thèse, nous avons d'abord étudié théoriquement les performances des techniques "ajout de signal" dites de "distorsions, et nous avons ensuite développé deux nouvelles techniques "ajout de signal" à compatibilité descendante.

**Mots clés : OFDM, PAPR, Amplificateur de Puissance, "ajout de signal"**

## Abstract

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) is a sophisticated multicarrier modulation technique used in the field of wireless communication enabling current technologies to achieve a high transmission rate. It is used in most communication standards such as DAB, DVB-T, Wireless Local Area Networks (WLAN), WiMAX. It is undergoing standardization in the LTE (Long Term Evolution) standard for the fourth generation mobile (4G).

The major drawback of OFDM is that it generates temporal signals with high amplitude variations characterized by a high PAPR (Peak-to-Average Power Ratio) This feature makes the OFDM signals very sensitive to non-linearities of analog components, particularly those of the High Power Amplifier (HPA).

The objective of this thesis has been to develop and analyze techniques for PAPR reduction known as "adding signal" which are backwards compatible. These techniques have been developed in order to satisfy the constraints (consumption and integration) of an embedded system.

In this thesis, we first studied theoretically the performance of "adding signal" techniques known as distortion techniques, and then we developed two new backwards compatible "adding signal" techniques.

**Keywords : OFDM, PAPR, High Power Amplifier, "adding signal" techniques**

---