



HAL
open science

Etude d'un emmanchement fretté compte tenu de l'effet combiné des défauts de forme et d'état de surface

Hamid Boutoutaou

► **To cite this version:**

Hamid Boutoutaou. Etude d'un emmanchement fretté compte tenu de l'effet combiné des défauts de forme et d'état de surface. Autre [cond-mat.other]. Université de Bourgogne; École nationale polytechnique (Alger), 2012. Français. NNT: 2012DIJOS001 . tel-00728865

HAL Id: tel-00728865

<https://theses.hal.science/tel-00728865v1>

Submitted on 6 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Thèse
de
DOCTORAT



EN COTUTELLE AVEC L'UNIVERSITE DE BOURGOGNE, FRANCE

Présentée par

BOUTOUTAOU Hamid

Magister en Construction Mécanique

SPECIALITE : GENIE MECANIQUE

OPTION : CONSTRUCTION MECANIQUE

*Etude d'un emmanchement fretté compte tenu de
l'effet combiné des défauts de forme
et d'état de surface*

Soutenue le 24 janvier 2012 devant le Jury d'examen :

Président	Saïd RECHAK	Professeur	E.N.P, Alger
Co-directeur	Mohamed BOUAZIZ	Professeur	E.N.P, Alger
Co-directeur	Jean-François FONTAINE	Professeur	Université de Bourgogne, France
Rapporteur	Robert ARRIEUX	Professeur	Université de Savoie, France
Examineur	Abdelkader NOUR	Professeur	Université de Boumerdès, Algérie
Rapporteur	Paolo VANNUCCI	Professeur	Université Versailles St Quentin, France

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma vive gratitude et mes vifs remerciements à mes Directeurs de thèse, Messieurs Mohamed BOUAZIZ, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, Alger, et Jean-François FONTAINE, Professeur à l'Université de Bourgogne, France, pour m'avoir confié ce sujet de recherche, mis à ma disposition tous les moyens nécessaires au bon déroulement de ce travail, et m'avoir honoré par la cotutelle de thèse entre leurs établissements.

Je remercie également l'ensemble des membres du jury pour avoir accepté d'expertiser cette thèse et pour leurs précieuses appréciations; je cite Messieurs Saïd RECHAK, Professeur à l'Ecole nationale Polytechnique, Abdelkader NOUR, Professeur à l'Université M'Hamed Bougara de Boumerdès, Paolo VANNUCI, Professeur à l'Université de Versailles Saint Quentin, France et Robert ARRIEUX, Professeur à l'Université de Savoie, France.

J'exprime aussi ma reconnaissance aux responsables de l'IUT d'Auxerre qui ont bien voulu accepter de m'accueillir au sein du groupe du laboratoire LRMA, ainsi qu'à mes responsables de la Faculté des Sciences de l'Ingénieur (Université de Boumerdès), en particulier, Monsieur Madani MÂALEM, Vice-Doyen de la faculté, chargé de la Post-Graduation, pour avoir accepté le financement de mes stages dans le cadre de ma formation doctorale.

Je tiens également à remercier toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce travail, en particulier, toute l'équipe de la Maison de l'Entreprise, Auxerre.

Enfin, je remercie vivement toute ma famille et mes amis pour leur soutien moral et leur encouragement.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I: ETAT DE L'ART.....	3
I) Introduction.....	3
II) Description de l'opération de frettage.....	3
III) Théorie des parois épaisses.....	4
IV) La méthode des éléments finis.....	8
IV.1) Résolution du problème de contact.....	8
IV.2) Travaux réalisés sur les assemblages frettés par la méthode des éléments finis.....	9
V) Notion de contact localisé.....	12
V.1) Contact élastique hertzien, contact élastique non hertzien, contact surfacique.....	12
VI) Prise en compte du comportement de la macro géométrie et de la micro géométrie.....	18
VII) Conclusion.....	20
CHAPITRE II: PRISE EN COMPTE DE L'INFLUENCE DU DEFAUT DE FORME.....	21
I) Introduction.....	21
II) Définition du serrage.....	22
III) Modélisation du frettage par la méthode des éléments finis.....	23
III.1) Hypothèses générales	23
III.2) Modélisation de l'étape de frettage.....	26
III.3) Influence théorique du défaut de forme sur les propriétés mécaniques de l'assemblage fretté.....	27
III.3.1) Influence sur la pression, les déplacements et les contraintes.....	27
III.3.1.1) Répartition des pressions à l'interface.....	27
III.3.1.2) Répartition des déplacements à l'interface.....	28
III.3.1.3) Répartition des contraintes de Von Mises.....	29
III.3.1.4) Influence de la période du défaut période.....	31
III.3.1.5) Influence de l'amplitude du défaut.....	32
III.3.2) Aire de contact.....	34
III.3.3) Concentration de contrainte sur les bords.....	35
IV) Modélisation de l'extraction.....	36
V) Etude expérimentale	39
V.1) Réalisation et mesure des échantillons.....	39
V.2) Quantification des propriétés mécaniques de la résistance des échantillons.....	42
V.2.1) Mesure des pressions à l'interface.....	42
V.2.2) Mesure de l'effort d'extraction.....	43
V.3) Comparaison des modélisations et des expérimentations.....	45
VI) Conclusion sur l'influence du défaut de forme.....	47

CHAPITRE III : ETUDE DE L'INFLUENCE DU DEFAUT D'ETAT DE SURFACE48
I) Introduction	48
II) Modélisation du comportement des aspérités	48
II.1) Méthode d'homogénéisation.....	48
II.1.1) Cadre général.....	49
II.1.2) Cadre du contact rugueux.....	51
II.2) Modélisation du comportement des aspérités par technique d'homogénéisation adaptée au processus de frettage.....	54
II.2.1) Méthodologie retenue.....	54
II.2.2) Modélisation microscopique dans le contexte d'un frettage sans défaut de forme	55
II.2.2.1) Paramètres d'influence pris en compte.....	55
II.2.2.2) Modélisation axisymétrique.....	58
II.2.2.3) Influence théorique de la valeur du serrage Δ_M	62
II.2.2.4) Influence théorique de la rugosité moyenne R_Z	63
II.2.2.5) Influence théorique du pas de rugosité A_R	65
II.2.2.6) Influence théorique de la forme du profil.....	67
II.2.2.7) Détermination de la résistance à l'extraction.....	69
II.2.2.8) Bilan de l'étude axisymétrique.....	70
II.2.3) Modélisation de l'élément homogénéisé équivalent en 3D à partir d'un micro-domaine.....	71
II.2.4) Influence des paramètres de l'état de surface sur les états de sollicitation des aspérités.....	75
II.2.5) Identification de la loi de comportement de l'élément homogénéisé.....	77
III) Modélisation du procédé de frettage avec prise en compte de l'état de surface en utilisant des éléments interfaces homogénéisés	81
III.1) Cas des frettages ne présentant pas de défaut de forme.....	81
III.2) Cas des frettages présentant un défaut de forme.....	86
III.2.1) Moyeu de forme extérieure cylindrique.....	86
III.2.2) Moyeu de forme extérieure rectangulaire.....	91
III.3) Comparaison des modélisations et des cas expérimentaux.....	94
IV) Conclusion de l'étude sur la modélisation par élément homogénéisé	96
CHAPITRE IV : METHODE POUR CALCULER LES DIMENSIONS DE L'ALESAGE D'UN ASSEMBLAGE FRETTE EN TENANT COMPTE DU DEFAUT DE FORME ET D'ETAT DE SURFACE	97
I) Introduction	97
II) Méthodologie de calcul en prenant en compte les défauts de forme	97
III) Correction du modèle en adjoignant l'influence de l'état de surface	98
IV) Exemple	101
IV.1) 1ère modélisation avec les données initiales.....	101
IV.2) 2ème modélisation avec les mêmes données mais un serrage $\Delta_M = 40 \mu\text{m}$	103
IV.3) 3ème modélisation un serrage $\Delta_M = 40 \mu\text{m}$ et une avance plus faible $a=0,015\text{mm/tr}$	103
IV.4) 4ème modélisation un serrage $\Delta_M = 40 \mu\text{m}$ et une avance $a=0,3\text{mm/tr}$	105
V) Conclusion sur la méthode proposée	106

CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....	107
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	108
ANNEXES.....	114
Annexe 1 : Echantillons présentant une forme extérieure circulaire (C) et rectangulaire.(R).....	114
Echantillons présentant une forme extérieure rectangulaire avec défaut de forme prévu.....	115
Annexe 2 : Exemple de démarche d'identification des coefficients.....	118
Bilan de la détermination des coefficients mécaniques.....	123

INTRODUCTION GENERALE

Le frettage est une opération qui consiste à réaliser un assemblage avec serrage entre deux pièces, l'une appelée frette (alésage, moyeu), l'autre frettée (arbre, axe). Le plus souvent, l'assemblage est obtenu soit en chauffant la frette, soit en refroidissant la frettée. Le serrage souhaité est obtenu à la température ambiante de l'assemblage par contraction de la première ou dilatation de la deuxième. A noter que la deuxième solution est plus coûteuse. L'avantage de ce procédé est d'éviter l'emploi d'une pièce pour la liaison de l'assemblage.

Généralement, les deux pièces sont cylindriques ou coniques.

Ce procédé était peu utilisé du fait qu'il était mal connu. En effet, sa modélisation reposait jusqu'à ces dernières années sur des règles très simplificatrices valables pour des formes simples. Aujourd'hui, il est très employé du fait des développements des moyens de calculs et des outils de modélisation, d'ailleurs, les normes incitent, au-delà de l'utilisation de ces règles simples, à effectuer des modélisations par éléments finis. Actuellement, on recourt souvent à l'utilisation de logiciels spécialisés qui permettent d'aboutir à cet objectif et de résoudre des problèmes très complexes.

Pour l'opération de frettage, on compte assez facilement les conditions de contact nécessaires à sa modélisation. Ainsi, on peut prendre en compte les formes complexes des pièces industrielles. Toutefois, les contraintes de fabrication sont souvent ignorées. Les différents éléments constituant les assemblages sont alors considérés comme étant géométriquement parfaits. Les modèles ainsi créés imposent alors de fortes contraintes sur les procédés de fabrication afin de rendre cohérentes les hypothèses de calcul avec les conditions opérationnelles de réalisation.

Dans cet axe de recherche, on trouve deux travaux de recherche importants, celui de I.E. SIALA [SIA,96] qui a traité le frettage en tenant compte du défaut de forme, et celui de G.M. YANG [YAN,98] qui a étudié le frettage en tenant compte de l'état de surface. Le présent travail se positionne comme une continuité de ces travaux. Il vise à apporter une contribution originale à l'étude du processus de frettage en intégrant dans les modèles les deux défauts géométriques (défauts de forme et d'état de surface) des pièces assemblées.

Sur les propriétés des assemblages frettés, la présente étude permet d'envisager une méthodologie de conception prenant en compte les défauts géométriques utilisés par les bureaux d'études. Comme le problème abordé est vaste et complexe, l'étude présentera un caractère restrictif : seul l'alésage du moyeu est considéré comme géométriquement imparfait.

La thèse est structurée comme suit :

Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art de l'étude du processus du frettage. Ce processus est de plus en plus étudié dans le cadre de l'optimisation de procédés de fabrication ou de produits divers et variés. Les possibilités de modélisation sont évoquées pour des mécanismes de grandes dimensions ou au contraire pour des assemblages de composants électroniques, pour simuler les effets de la température de chauffe ou pour estimer les contraintes résiduelles. On

constate toutefois que l'influence de certains paramètres de défauts géométriques, comme le type de profils (en U, en U inversé obtenus en tournage) et la forme géométrique extérieure de la frette (rectangulaire), ne sont pas pris en compte. Cet aspect motive aussi notre étude.

Au deuxième chapitre, on s'intéresse à l'étude de l'influence des défauts de forme. L'étude des défauts géométriques est envisagée en utilisant la démarche généralement utilisée dans le domaine du génie mécanique. Celle-ci consiste à séparer les défauts de forme de ceux de l'état de surface. Comme indiqué ci-dessus, seule la surface cylindrique du moyeu (alésage) est considérée comme présentant des défauts. Ceux-ci sont identifiés suivant la directrice du cylindre par leur fréquence et limités aux défauts conventionnels trouvés en tournage. L'utilisation de la méthode des éléments finis permet de modéliser les assemblages. L'influence de la valeur et de la fréquence du défaut mais aussi de la forme extérieure du moyeu sur les caractéristiques de l'assemblage est aussi introduite. On cherchera à montrer, d'une part, qu'il est possible d'effectuer des modélisations de ce type, et d'autre part, que le défaut peut être avantageusement exploité pour contribuer à la résistance de l'assemblage. L'étude sera appuyée par une expérimentation dans le but de comparer avec les modélisations, même pour des assemblages considérés comme non conventionnels pour lesquels la plasticité apparaît au niveau des surfaces en contact. Dans cette modélisation, la résistance calculée, caractérisée par l'effort d'extraction, ne tient pas compte de l'influence de l'état de surface, notamment de la rugosité.

La prise en compte de la rugosité dans la modélisation fait l'objet du troisième chapitre. Il est difficile d'intégrer celle-ci directement du fait du caractère micro-géométrique des données qui conduirait à l'élaboration de modèles trop lourds dans le contexte d'assemblages industriels. C'est pourquoi, nous proposons une approche utilisant des éléments homogénéisés. La micro-géométrie n'est plus décrite au niveau du maillage global mais au niveau de ces éléments dont le comportement mécanique est équivalent à celui des éléments représentant les défauts de rugosité. Ceci permet alors d'avoir un maillage simplifié dans les modélisations de pièces complexes. Ne disposant pas de loi analytique traduisant le comportement des aspérités au cours du procédé de frettage, une identification numérique est réalisée à partir d'un micro-domaine décrivant le profil de rugosité. Plusieurs paramètres sont pris en compte tels que la rugosité moyenne, le pas de rugosité ou encore la forme des aspérités mais sans être, là encore, exhaustif du fait de l'étendue du problème: seuls des profils similaires à ceux obtenus par tournage sont pris en compte. Le problème lié à l'épaisseur de l'élément homogénéisé équivalent est alors notable : celle-ci influence les caractéristiques mécaniques de manière non négligeables. Quelques résultats expérimentaux sont confrontés aux modélisations.

Un processus complet d'une modélisation est ensuite proposé dans le quatrième chapitre. Il propose une démarche d'optimisation du procédé de frettage. L'objectif de cette approche permet, suivant le cas, d'envisager de réaliser les surfaces grâce à un procédé classique de tournage contrairement à la démarche habituelle qui préconise d'utiliser un procédé de finition coûteux tel que le procédé de rectification.

La thèse se termine par une conclusion générale où l'on effectue un bilan du travail réalisé et en y mentionnant également quelques perspectives pour la continuité de ce travail.

ETAT DE L'ART

I) INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est de faire un état des lieux sur les connaissances actuelles en matière de frettage. Après une présentation du procédé et des méthodes de calcul traditionnelles utilisées pour dimensionner les éléments d'un ensemble fretté, nous aborderons les possibilités actuelles de modélisation des assemblages de pièces complexes que cela soit au niveau du processus en lui-même que des propriétés des assemblages réalisés. Nous aborderons ensuite les différentes manières de traiter le contact entre deux pièces, qu'il soit localisé ou surfacique (conforme). Nous dresserons ensuite les pistes qui nous permettront d'intégrer dans la modélisation l'étude de l'influence des défauts de forme et de l'état de surfaces des éléments en contact.

II) DESCRIPTION DE L'OPERATION DE FRETTAGE

Les assemblages frettés interviennent de plus en plus comme solution performante du point de vue technologique et économique dans les mécanismes composant les produits manufacturés. L'absence de pièces ou d'éléments intermédiaires entre les deux pièces à assembler permet de simplifier notablement le procédé d'assemblage, donc de diminuer les coûts d'obtention. L'ajustement entre les deux pièces assemblées est serré c'est-à-dire que le diamètre de l'axe (arbre) est plus grand que le diamètre de l'alésage. Le serrage provoqué par l'assemblage des deux pièces induit une pression qui les maintient solidaires grâce au frottement entre les 2 surfaces de contact (voir figure I.1), empêchant ainsi tout mouvement relatif entre elles.

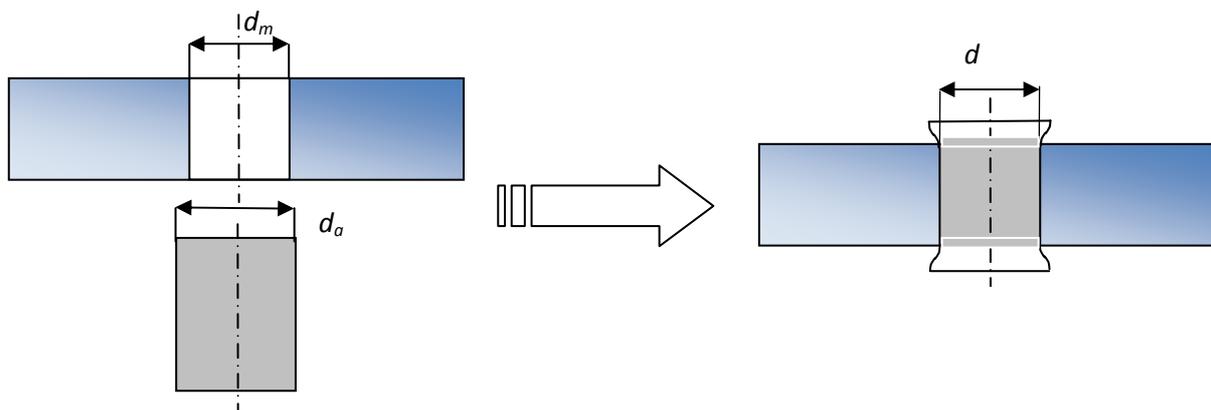


Figure I.1 : Description du processus de frettage

Plusieurs possibilités existent pour réaliser l'assemblage. La pièce présentant l'alésage peut être chauffée et du fait de sa dilatation, il est alors possible d'insérer l'axe librement. On peut procéder de la manière inverse : On refroidit l'axe qui, par sa contraction, peut être inséré librement dans l'alésage. Une troisième manière consiste à réaliser l'emmanchement sous une presse. Il est alors nécessaire de contrôler que les surfaces ne soient pas détériorées lors du glissement. Enfin, le gonflement de l'alésage peut être obtenu par une pression (hydraulique par exemple). Cette dernière technique nécessite cependant des appareillages adaptés et que la

pression puisse être assurée à l'interface des deux pièces. Elle présente toutefois l'avantage d'un démontage possible de l'ensemble.

Les propriétés de résistance mécanique de l'assemblage réalisé dépendent fortement de la nature des matériaux mais aussi des dimensions, formes et état des surfaces des pièces réalisées. Assurer une bonne résistance de l'assemblage nécessite donc de prévoir son comportement en fonction de ces paramètres d'influence. Depuis plusieurs décennies, les ingénieurs utilisent des méthodes qui sont normalisées [NF, 84]. Ces règles de calcul n'ont pas changé depuis cinquante ans. Elles sont basées sur les solutions classiques du tube à paroi épaisse avec des pressions internes. Ce modèle considère de simples pièces cylindriques de géométries parfaites qui ne donnent pas la possibilité de simuler le comportement de la plupart des cas industriels. Les techniques par éléments finis sont de plus en plus utilisées aujourd'hui pour compléter le modèle des normes et affiner les résultats au cas traité précisément. Peu d'études ont été réalisées pour faire évoluer les règles de calcul. Toutefois, depuis une dizaine d'années, on constate un regain d'intérêt pour ce principe d'assemblage. Et son étude a suscité des travaux permettant d'en mieux comprendre et maîtriser ses caractéristiques.

Nous présenterons dans ce chapitre, l'état de l'art dans le domaine des assemblages frettés en rappelant tout d'abord brièvement les fondements de la théorie qui a permis de les mettre en œuvre depuis plus de 50 ans. Nous présenterons ensuite les éléments qui entrent en jeu dans le procédé, notamment la théorie du contact entre deux pièces mécaniques. Enfin nous aborderons les travaux déjà réalisés dans le domaine, notamment ceux qui ont déjà été abordés au Laboratoire de Mécanique de l'Université de Bourgogne (LRMA) et dont la présente étude se situe dans le prolongement.

III) THEORIE DES PAROIS EPAISSES

La théorie des parois cylindriques épaisses, développée par Lamé et Clapeyron en 1833 puis généralisée par Timoshenko [TIM, 56], est à la base des règles de calcul des assemblages frettés. Dans cette théorie, on fait l'hypothèse que les deux pièces frettées sont des solides idéaux: parfaits géométriquement, subissant des petites déformations, constituées de matériaux homogènes et isotropes, subissant des sollicitations uniformes, possédant des surfaces parfaitement polies, etc. Elle est simple et pratique et est proposée par les normes [AFN,80], [AFN,84].

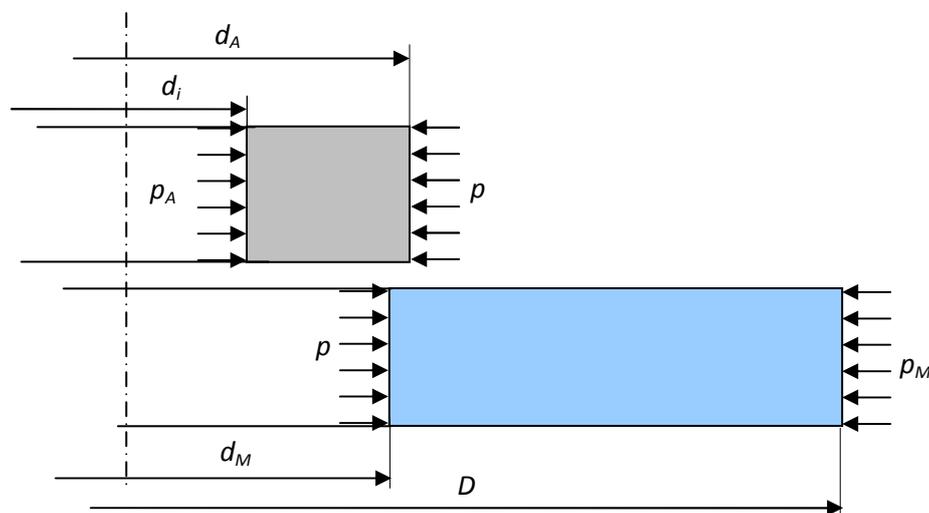


Figure I.2 : Hypothèses géométriques effectuées dans le cadre des modèles normalisés

Ces normes, définissent la notion de serrage Δ , donnée par la différence des diamètres extérieur de l'axe (d_A) et intérieur du moyeu (d_M) :

$$\Delta = d_A - d_M, \quad (\text{I.1})$$

L'équilibre local permet de définir la relation entre les données géométriques, de chargement extérieur et les propriétés matérielles :

$$\frac{\Delta}{d} = \left[\frac{d^4(a_M - a_A) + d^2 D^2(a_A - b_M) + D^2 d_i^2(b_A - b_M) - d_i^2 d^2(b_M + a_A)}{(D^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)} \right] - P_M \frac{D^2(a_M - b_M)}{(D^2 - d^2)} - P_A \frac{d_i^2(a_A - b_A)}{(d^2 - d_i^2)} \quad (\text{I.2})$$

Avec : - Δ , serrage entre les deux pièces

- p , pression à l'interface,

- d_i , diamètre intérieur de l'axe,

- d_A , diamètre extérieur de l'axe,

- d_M , diamètre intérieur du moyeu,

- D , diamètre extérieur du moyeu,

- d , diamètre de frettage

- a_A, a_M, b_A, b_M , des coefficients fonction des propriétés élastiques des matériaux

$$a_A = \frac{1 - \nu_A}{E_A} ; \quad a_M = \frac{1 - \nu_M}{E_M} ; \quad b_A = \frac{1 + \nu_A}{E_A} ; \quad b_M = \frac{1 + \nu_M}{E_M}$$

Les contraintes dans le moyeu et dans l'axe peuvent alors être calculées à partir de la pression à l'interface, paramètre principal du problème.

Contraintes dans l'axe :

$$\sigma_r = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] - \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} - p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.3.a})$$

$$\sigma_\theta = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.3.b})$$

Contraintes dans le moyeu :

$$\sigma_r = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.4.a})$$

$$\sigma_\theta = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.4.b})$$

Avec d_c , diamètre pour lequel est calculée la contrainte.

Lorsque l'arbre est plein et lorsque la pression extérieure p_M est nulle (cas usuel), ces expressions se simplifient notablement. Cette démarche est toutefois assez éloignée de la réalité. En effet, les caractéristiques de l'assemblage sont très sensibles aux formes géométriques, ceci oblige à avoir des surfaces très précises géométriquement, mais aussi à l'état des surfaces en contact. Les normes proposent alors des formules empiriques qui ne sont pas aujourd'hui

satisfaisantes [AFN, 84]. Dans ce sens il est essentiel pour contribuer à une meilleure définition des caractéristiques des assemblages obtenus par frettage de prendre en compte le comportement des pièces en contact mutuel.

Le laboratoire de recherche en mécanique est acoustique a déjà entrepris des travaux sur le frettage et l'influence des défauts de forme sur les caractéristiques de résistance mécanique. En 1996, I.E. Siala a élaboré un modèle prenant en compte les défauts de forme des surfaces en contact mais sans prendre en compte le comportement des aspérités [SIA, 96]. Les deux composants assemblés sont considérés isotropes et élastiques. Une démarche similaire à celle de Chiu and Hartnett [CHI, 87] en 1987 pour résoudre des problèmes présentant des contacts partiellement conformes, a été développée. La solution du problème est donnée par la superposition de chargements périodiques dont la formulation est basée sur une double série de Fourier dépendant de l'angle θ et de la position axiale z . La pression à l'interface peut alors s'écrire comme une fonction dont on a découplé les variables et qui peut s'écrire de la manière suivante :

$$P(\theta, z) = P_o \cdot f(\theta) \cdot g(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_n^m \cdot e^{2\pi i \left(n \frac{\theta}{2\pi} + m \frac{z}{L} \right)} \quad (I.5)$$

Les coefficients C_n^m s'expriment par :

$$C_n^m = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{L} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^L P(\xi, \zeta) \cdot e^{-2\pi i \left(n \frac{\xi}{2\pi} + m \frac{\zeta}{L} \right)} d\xi d\zeta \quad (I.6)$$

Où L , représente la longueur des parties assemblées.

Le problème est alors résolu grâce à des solutions générales données par Neuber et Papcovitch

$$\vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{B} - \frac{1}{4(1-\nu)} \cdot \text{grad}(\vec{R} \cdot \vec{B} + B_0) \quad (I.7)$$

où \vec{U}_0 représente un vecteur de déplacement solide, \vec{R} , le vecteur position du point considéré, ν le coefficient de Poisson, B_0 le scalaire de Papcovitch et \vec{B} le vecteur de Papcovitch (ses composantes sont des fonctions découplées des paramètres de repérage (r, θ, z))

Les solutions du problème de contact sont exprimées de manière numérique.

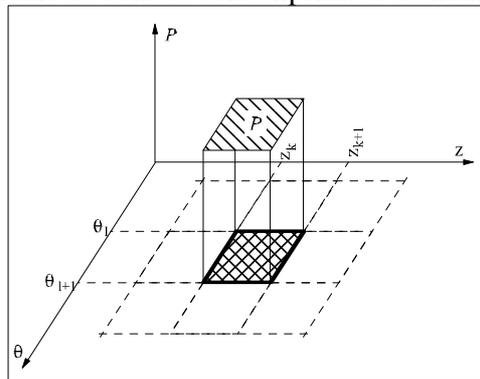


Figure I.3 : Discrétisation et paramétrage de la surface de contact

Une solution du problème est obtenue en vérifiant les conditions de Signorini décrivant le contact unilatéral :

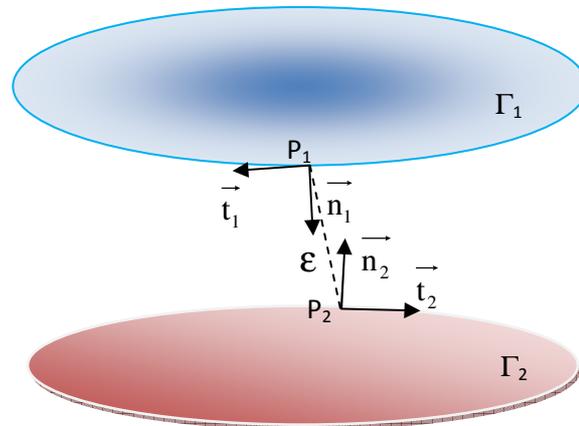


Figure I.4 : Description géométrique du contact

- l'impénétrabilité des deux solides,

$$u_n = u_n(p_1) + u_n(p_2) \leq 0 \quad (\text{I.8})$$

- La condition d'adhérence, les efforts exercés au niveau du contact dans la direction normale au contact doivent être des compressions

$$F_n \leq 0 \text{ et } F_n(p_1) = F_n(p_2) \quad (\text{I.9})$$

- La condition de complémentarité : en tout point de la zone de contact, le produit scalaire de l'effort normal et des déplacements relatifs nominaux doit être nul (voir Figure I.5):

$$(u_n(p_1) + u_n(p_2)) \cdot F_n(p_1) = 0 \quad (\text{I.10})$$

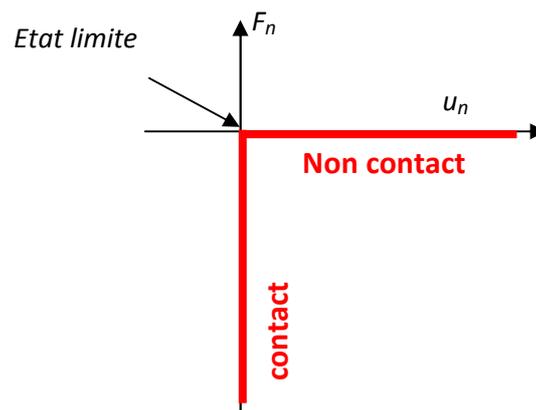


Figure I.5 : Condition sur l'effort et le déplacement normal pour un contact unilatéral

Le problème peut alors s'exprimer sous la forme suivante :

$$U_{ij} = F_{ijkl} \cdot P_{kl} \quad (\text{I.11})$$

F_{ijkl} constitue la matrice d'influence de flexibilité du modèle. Elle caractérise le déplacement d'un point M_{ij} dû à la pression appliquée point M_{kl} .

Grâce à sa modélisation numérique, I.E. Siala a étudié divers défauts axisymétriques, plans et 3D. Les résultats obtenus montrent que le défaut de forme introduit un déphasage géométrique du lieu où les contraintes radiales et circonférentielle sont maximales. La présence d'un défaut peut alors renforcer la résistance mécanique [FON, 98a]. La démarche a permis de mieux comprendre le comportement du défaut de forme mais elle est toutefois limitée à des formes simples. Elle ne s'applique pas au large panel de formes potentiellement rencontrées dans l'industrie.

Depuis, pendant ces quinze dernières années, la technique des éléments finis s'est largement développée et elle est à la portée de la plupart des bureaux d'études industriels.

IV) LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV.1) Résolution du problème de contact

Celle-ci est couramment utilisée aujourd'hui car elle permet de résoudre des problèmes pour des géométries et des chargements complexes. Elle est utilisée aujourd'hui de manière très courante et quasi quotidiennement dans les bureaux d'études des entreprises. Beaucoup de logiciels prennent aujourd'hui en compte le contact entre 2 objets.

Quand on considère la structure indépendamment de l'état des surfaces (celles-ci sont considérées comme parfaitement polies) ; On a l'habitude de modéliser le contact en respectant les conditions de Signorini exprimées plus haut (voir équations I.8, I.9 et I.10).

Cette description reste toutefois théorique et ne correspond pas précisément à la réalité. Elle n'est d'ailleurs pas admissible du point de vue mathématique car la fonction reliant la pression et le contact n'est pas bijective. Elle n'est donc numériquement pas résoluble. La loi doit être alors modifiée pour permettre une régularisation du problème.

Pour imposer la condition de contact, deux techniques sont régulièrement utilisées, la technique de pénalisation et celle des multiplicateurs de Lagrange.

La condition de contact peut s'écrire $c(u) = \delta - u$ avec δ écart initial entre deux point considérés potentiellement en contact (voir figure I.4).

L'énergie potentielle interne en un point peut s'écrire de la manière suivante :

$$\pi(u, \lambda) = \frac{1}{2} Ku^2 + \frac{1}{2} \chi c^2 \quad (\text{I.12})$$

Avec : χ facteur de pénalisation et K coefficient de rigidité

L'évolution de l'énergie peut s'écrire en fonction du déplacement u

$$Ku \delta u - \chi c(u) \delta u = 0 \quad (\text{I.13})$$

La résolution de l'équation (I.13) donne les solutions triviales suivantes :

$$u = \chi \varepsilon / (K + \chi) \quad \text{et} \quad c(u) = K \varepsilon / (K + \chi) \quad (\text{I.14})$$

Si le facteur de pénalisation χ est choisi suffisamment grand, le terme $c(u)$ tend vers 0. Ceci permet donc d'assurer correctement la condition de contact. La figure I.6 montre graphiquement la loi de contact et la différence avec la loi théorique due à l'effet du coefficient de pénalisation χ .

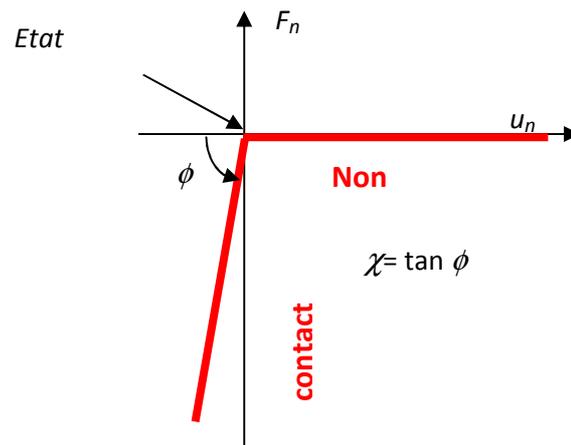


Figure I.6: Condition sur l'effort et le déplacement normal pour un contact unilatéral régularisé

La technique des multiplicateurs de Lagrange, introduit autant de nouvelles variables que de conditions à vérifier. De manière très synthétique, elle peut être décrite de la façon suivante, en considérant l'énergie des forces intérieures:

$$\pi(u, \lambda) = \frac{1}{2} Ku^2 + \lambda c(u) \quad (\text{I.15})$$

La variation de l'énergie interne par rapport à (u, λ) s'écrit alors :

$$Ku\delta u - \lambda\delta u = 0 \quad \text{et} \quad c(u)\delta u = 0 \quad (\text{I.16})$$

Les conditions de contact et de non pénétrabilité décrites par les équations (I.8) et (I.9), sont exprimées pour chaque nœud en contact. L'inconvénient de cette méthode est d'alourdir la résolution si on a beaucoup de nœuds en contact. La fonction de contact n'est pas de classe C1 au point correspondant à l'état limite. Ceci introduit souvent dans la gestion du contact des instabilités qui peuvent nuire à la bonne résolution du problème. Les techniques numériques actuelles utilisent souvent une loi de contact adoucie comme l'indique la figure I.7. Cette loi est souvent justifiée physiquement par le comportement des aspérités de l'état de surface des deux solides en contact. Il n'existe cependant pas à notre connaissance d'étude reliant la loi utilisée qui reste purement arbitraire et le comportement physique des aspérités.

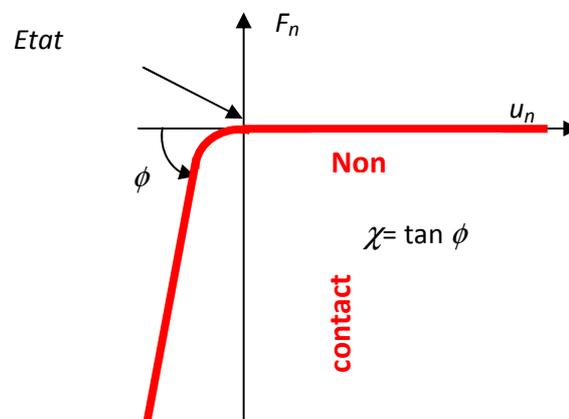


Figure I.7: Condition sur l'effort et le déplacement normal pour un contact unilatéral adouci à l'état limite

IV.2) Travaux réalisés sur les assemblages frettés par la méthode des éléments finis

Quelques études récentes montrent l'intérêt de disposer de modèles fins des assemblages obtenus par frettage afin de mieux comprendre et de mettre au point les assemblages frettés. Zhang et al. [ZHA, 00] ont étudié la répartition de contraintes à l'interface d'un roulement à billes notamment sur les bords avec la méthode des éléments finis. Ils ont établi un critère de résistance basé sur 2 facteurs de sécurité λ_s (facteur de sécurité assurant la résistance de chaque élément) et λ_p (facteur de sécurité assurant la liaison entre les 2 pièces). Ils proposent une nouvelle méthode de calcul des frettages en incluant la contrainte axiale qui n'est pas prise en compte par les normes. Eyercioglu et al. [EYE, 09] ont utilisé une modélisation par éléments finis pour concevoir un outillage de forgeage présentant des parties frettées afin d'assurer les dimensions finales correctes du produit fini. Ils ont montré que le fait de prendre en compte la forme des dents au lieu d'une surface cylindrique améliorerait le dimensionnement de forme frettée en carbure de tungstène (voir Figure I.8).

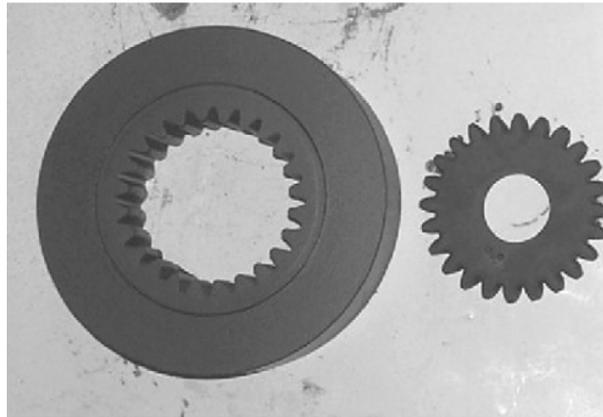


Figure I.8 : Exemple d'outillage fretté et pignon obtenu par forgeage (d'après Eyercioglu et al. [EYE, 09])

Truman et Booker [TRU, 07] ont analysé l'effet du chargement dû au serrage sur les micro-glissements pendant la phase de frettage d'un engrenage présentant une rigidité radiale non constante sur un axe. L'analyse par élément finis a permis de montrer que la cause de la rupture constatée sur le produit était due à des micro-glissements trop importants qui génèrent un endommagement localisé important à l'interface (voir figure I.9).

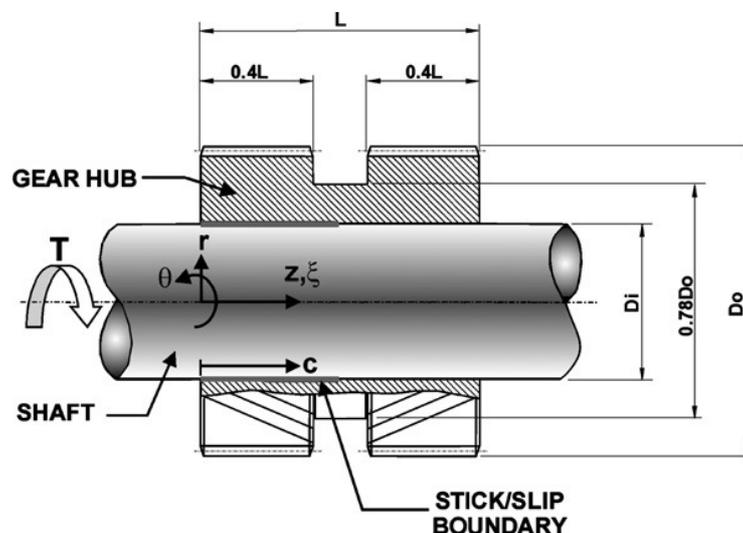


Figure I.9 : Micro glissement provoquant la rupture d'un assemblage pignon axe obtenu par frettage (d'après Truman et Booker [TRU, 07])

En étudiant le renforcement de la résistance locale par traitement thermique par laser, L. Sniezek et al. [SNI, 10] ont montré grâce à une approche par éléments finis que l'on peut augmenter la résistance de 50% en réalisant un déphasage géométrique du traitement sur l'axe et l'alésage, comme l'indique la figure I.10. Le comportement des matériaux dépendant de la position angulaire, a pu être pris en compte par la méthode des éléments finis.

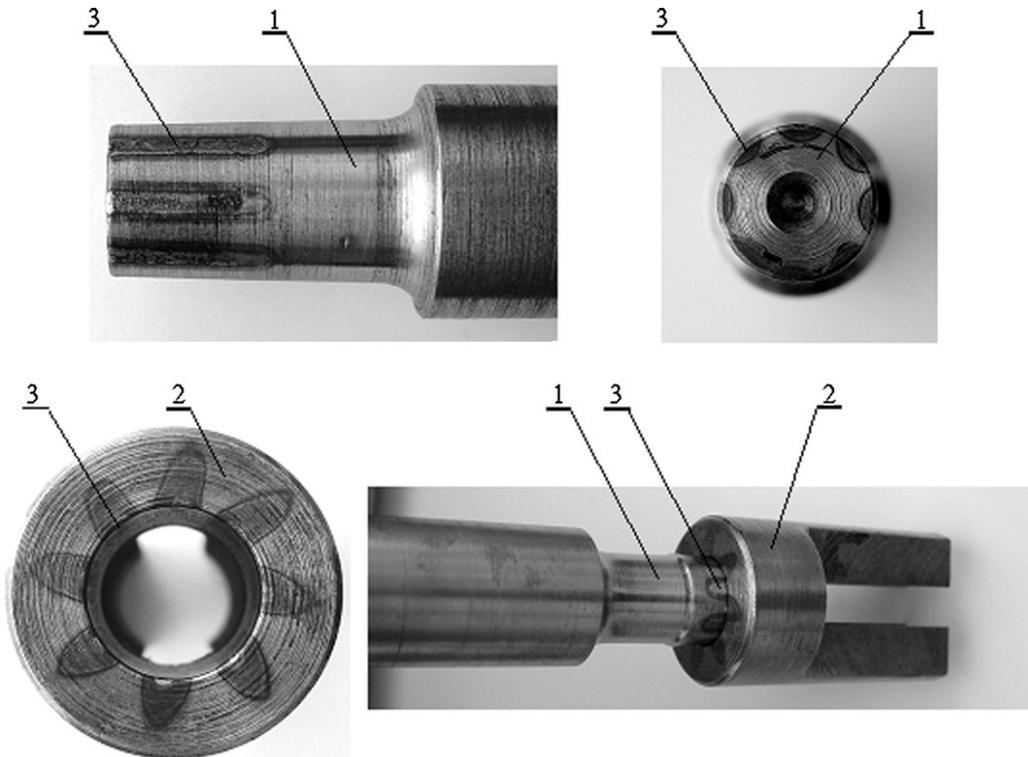


Figure I.10 : Traitement localisé suivant la position angulaire et déphase lors de l'assemblage d'un axe et d'un moyeu (d'après Sniezek et al. [SNI, 10])

Adnan et al. [ADN, 05] notent la nécessité de simuler le procédé d'assemblage par exemple dans le cas d'emmanchement de joint souple pour mieux concevoir ce type d'assemblage. Tandis que Sun et al [SUN, 10] utilisent la simulation pour valider les déformations dues à la chauffe d'un vilebrequin lors de l'insertion de frettes (voir Figure I.11).

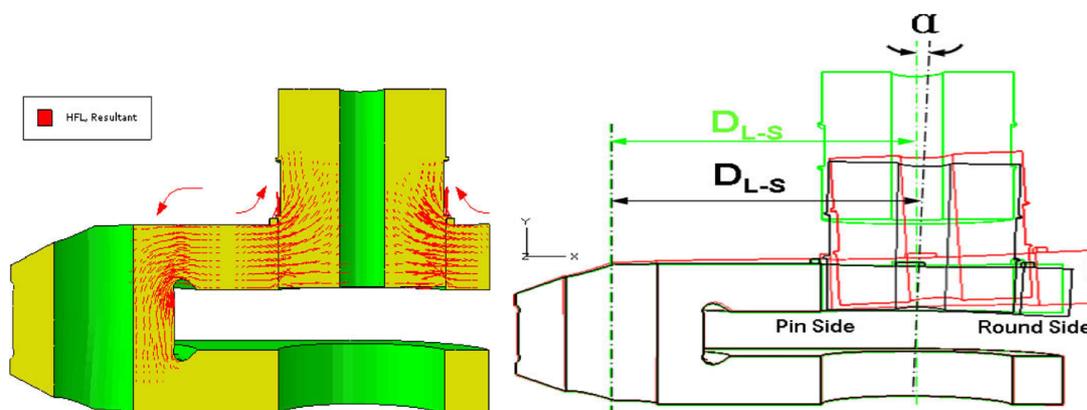


Figure I.11 : A gauche : Chauffe de la masselotte et emmanchement d'un tourillon de Vilebrequin. A droite : Déformations obtenues (d'après Sun et al. [SUN, 10])

Crocollo et al. [CRO, 10] utilise une modélisation par éléments finis pour étudier le comportement à la fatigue d'un axe de guidon de moto emmanché sur sa fourche. L'approche classique ne permet pas dans ce cas, de prendre en compte la forme complexe de la chape d'emmanchement de la fourche (voir figure I.12).

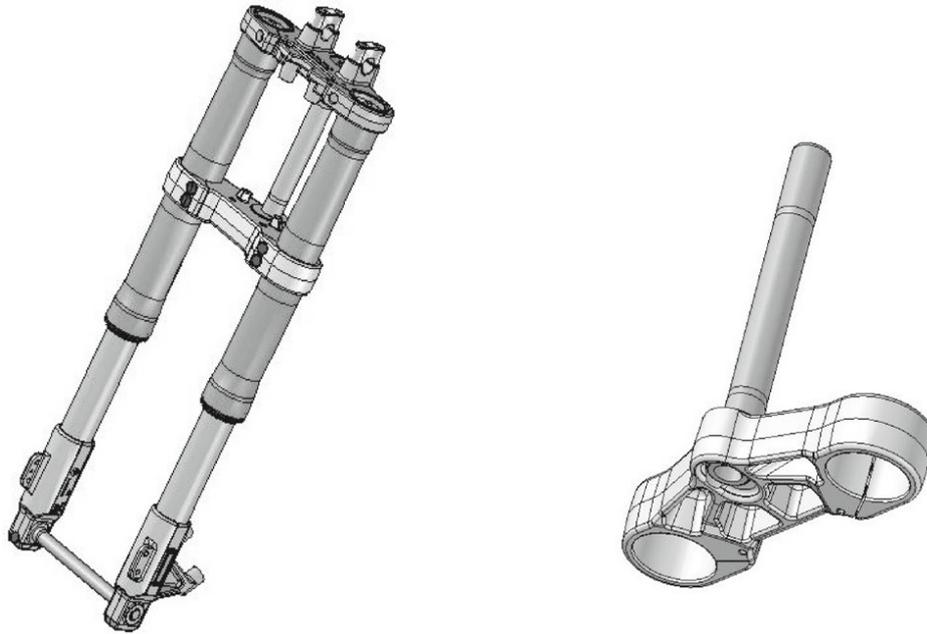


Figure I.12: Chape d'emmanchement de forme complexe ne pouvant pas être étudiée par la méthode classique de détermination des emmanchements (d'après Crocollo et al. [CRO, 10])

Ces études sont très nombreuses aujourd'hui du fait de la possibilité accrue des logiciels de calcul par éléments finis à disposition des bureaux d'étude industriels. Il n'est donc pas possible d'en faire une utilisation exhaustive. On remarque que ces études sont très variées et touchent autant le comportement de l'assemblage que le procédé d'emmanchement en lui-même.

Elles contribuent à mieux définir les caractéristiques de l'assemblage. Elles sont toutefois limitées car elles considèrent les surfaces géométriquement parfaites mais surtout, elles ne prennent pas en compte le comportement de la texture micro-géométrique dont l'influence est notable.

Il est donc nécessaire de s'intéresser au comportement des aspérités avec l'objectif de répondre aux questions suivantes:

- Quel est le comportement des aspérités sous la pression de contact ?
- Comment calculer la pression de contact ?
- Quels sont les paramètres d'influence ?

Apporter des réponses exhaustives est difficile compte tenu de la complexité du problème. L'objet du paragraphe suivant est de faire un état des travaux effectués dans ce domaine.

V) NOTION DE CONTACT LOCALISE

V.1) Contact élastique hertzien, contact élastique non hertzien, contact surfacique.

Indépendamment du calcul de résistance mécanique, les recherches sur le contact progressent sans cesse, notamment pour leur importance dans le domaine de la tribologie. Historiquement, la première modélisation sur les contacts est la théorie de Hertz (1881). Ce modèle ne prend en considération que les contacts considéré comme ponctuel (sphère/ sphère, sphère / plan) ou linéaire (cylindre/cylindre, cylindre/plan) entre 2 solides élastiques, parfaitement polis. Les différents modèles permettent de définir l'aire de contact entre les solides en fonction de la sollicitation exercée ainsi que le rapprochement δ relatif entre les deux solides (voir figure I.13).

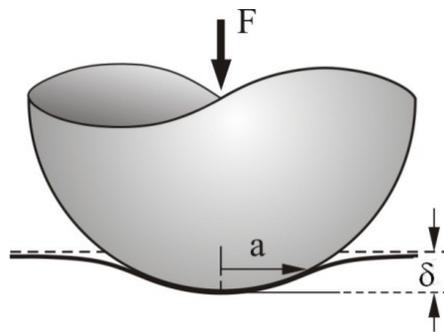


Figure I.13 : Contact élastique sphère plan

Bowden et Tabor (1958) ont montré que l'aire réelle du contact d'une aspérité est beaucoup plus grande que celle prévue par la théorie de Hertz [BOD,58]. Car la plupart des aspérités en contact subissent des déformations plastiques même sous faibles chargements. Différentes méthodes statistiques ont été ensuite entreprises afin de prendre en compte le caractère aléatoire des surfaces des pièces mécaniques. Celle qui fait référence dans le domaine a été proposée par Greenwood et Williamson en 1966 (GW). La rugosité est prise en compte par une série de sphères de même diamètre mais dont les hauteurs suivent une distribution gaussienne [GRE, 66], [GRE, 70]. Les sphères sont considérées indépendantes les unes des autres. C'est-à-dire qu'il n'y a pas d'interaction entre elles.

De nombreux travaux se sont ensuite succédés avec un apport de diverses modifications afin de représenter au mieux le comportement des aspérités.

Withhouse et Archard ont présenté une théorie aléatoire non-continue avec une fonction auto corrélative exponentielle pour un profil Gaussien [WIT, 70]. Nayak a appliqué un modèle théorique basé sur une définition continue et prend en compte le fait que les aspérités sont reliées par des vallées [NAY, 70]. D'autres modèles ont ensuite été développés en considérant que les aspérités sont reliées par des vallées [NAY, 70]. Bush et al. ont utilisé une surface simplifiée en forme de paraboloidé afin de mieux prendre en compte la forme des aspérités [BUS, 75]. Mc Cool a ajouté l'analyse spectrale au modèle de Greenwood et Williamson ce qui a permis une définition et une analyse facilitées [McCO, 86]. Chang et al. ont étendu le modèle GW à un modèle élastoplastique en incluant le contrôle des variations de volume [CHA, 87]. Enfin, Adam et Nosonovsky en font une synthèse [ADA, 00].

Il est donc difficile de rendre compte de manière précise de l'ensemble des travaux qui ont été effectués sur le sujet. D'une manière générale, la base de la plupart de ces études concerne le

problème du contact entre aspérités et poinçon plat dans le cas de l'indentation d'un matériau par un poinçon rigide comme le montre la figure I.14. Les conditions de chargement des surfaces sont donc différentes de celles associées aux assemblages frettés (voir figure I.14b). Ces travaux sont toutefois intéressants car ils indiquent non seulement des tendances, par exemple la persistance des aspérités sous fortes charges, mais ils donnent aussi une analyse quantitative sur l'évolution de paramètres importants telles que la proportion entre la surface réelle de contact (A_r) et la surface nominale (A_n), la pression réelle (p_r) et la pression nominale (p_n), etc..[WIL, 72], [CHI, 77].

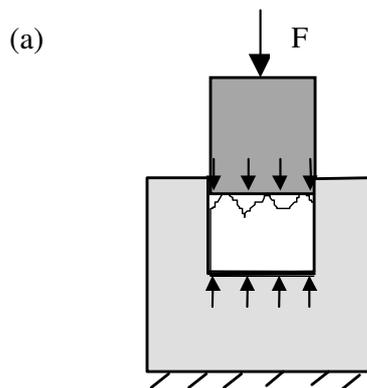


Figure I.14 (a): Indentation d'une surface rugueuse par un poinçon plat.

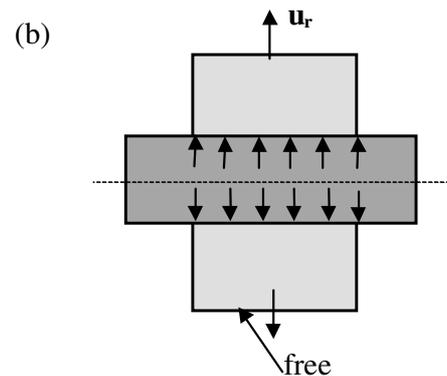


Figure I.14 (b): Conditions aux limites associées à un assemblage cylindrique.

Lorsque des surfaces lisses et rugueuses sont comprimées mutuellement sous l'action d'une charge F , l'aire réelle de contact est toujours plus petite que l'aire nominale. La pression réelle est donc plus grande que la pression nominale.

Par équilibre, on peut écrire la relation suivante:

$$p_r \cdot A_r = p_n \cdot A_n. \quad (\text{I.17})$$

Moore [MOO, 48] a montré la persistance des aspérités et les raisons de ce phénomène dû au durcissement et à l'interaction entre les champs de déformation. Différentes expérimentations montrent que pour une indentation locale, des déformations plastiques se produisent seulement lorsque la pression moyenne de contact est très importante, par exemple le rapport $p_r/2k$, où k est la contrainte limite de cisaillement, peut atteindre un facteur variant de 2 à 10: La variation de ce rapport dépend du processus d'élaboration de la surface mais aussi du mode de sollicitation de celle-ci.

Childs [CHI,77] a montré que la non uniformité des aspérités ou une importante rugosité peut accroître la pression réelle par rapport à une répartition uniforme des aspérités ou encore une surface lisse.

Avec le développement des techniques de calcul par ordinateur, des simulations numériques du problème du contact entre deux surfaces rugueuses deviennent possibles et réalisables [BAI, 91], [SUT, 88].

Ike et Makinouchi [IKE, 90] ont montré, grâce à une modélisation élasto-plastique par éléments finis, que les conditions aux limites jouent un rôle prépondérant sur le comportement de l'interface à l'échelle micro-géométrique.

La figure I.15.b donne l'évolution de la pression réelle normalisée $p_r/2k$ en fonction du rapport A_r/A_n et le chargement dans une direction perpendiculaire à celle du contact comme indiqué sur la figure I.15.a. Ils notent qu'une compression latérale retarde l'écrasement des aspérités contrairement à une tension latérale qui l'accélère.

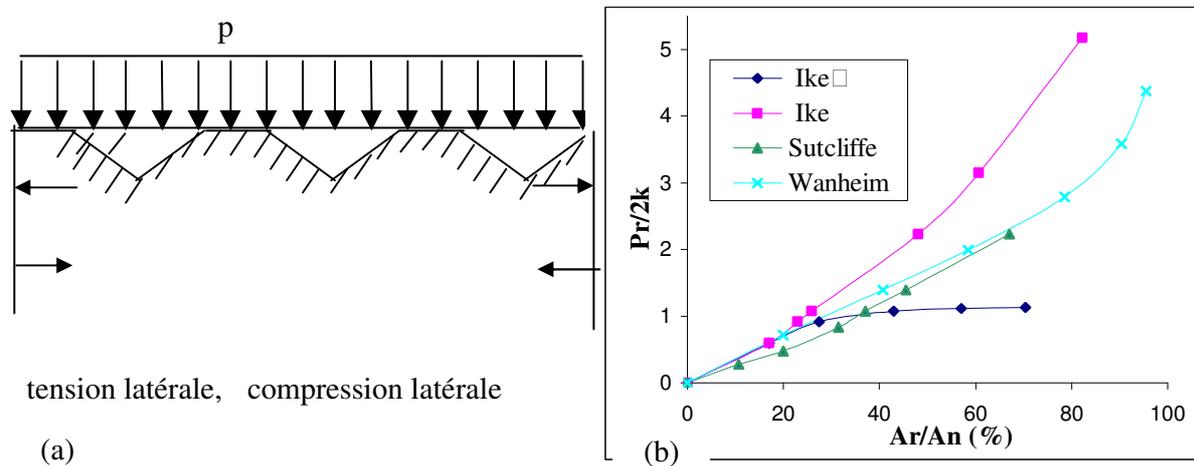


Figure.I.15: Modèle de contact micro-géométrique (a) – Evolution du rapport A_r/A_n en fonction de la pression réelle normalisée pour différentes configurations des sollicitations dans le matériau (tension latérale – compression latérale) (b)

En ce qui concerne les assemblages cylindriques, il existe un couplage entre les chargements normaux et tangentiels à l'interface dû à l'effet cylindrique; le problème ne peut donc pas être extrapolé à partir des précédents travaux. En fait, peu d'études concernent le présent sujet et leur approche est essentiellement empirique [RYZ, 84].

Dans le cadre de précédentes études effectuées au Laboratoire de recherche en mécanique et acoustique de l'Université de Bourgogne, Yang s'est intéressé au comportement de la micro-géométrie (état de surface) sur les propriétés des assemblages frettés. Les normes sur ce sujet sont assez sommaires, elles préconisent de respecter une rugosité arithmétique comprise entre $0,2 \mu\text{m}$ et $0,8 \mu\text{m}$ pour les arbres et pouvant aller jusqu'à $1,6 \mu\text{m}$ pour les alésages de diamètre supérieur à 180 mm . Le comportement des aspérités provoque une perte de serrage L_Δ qui est donnée par l'expression suivante :

$$L_\Delta = 3 [R_a(\text{arbre}) + R_a(\text{alésage moyeu})] \quad (\text{I.18})$$

Cette relation n'est pas satisfaisante car la rugosité arithmétique n'est qu'un critère représentatif au sens d'une moyenne qui ne distingue pas les pics des vallées.

Pour construire un modèle prenant bien en compte l'influence des aspérités, G.M. Yang a effectué une série de tests expérimentaux [YAN, 98] ainsi que des simulations numériques associées [YAN, 00] dans l'objectif d'estimer la pression réelle d'interface et la surface réelle de contact en fonction des paramètres de l'assemblage et de l'état des surfaces.

Deux types de serrage ont été définis, un serrage moyen Δ_m et un serrage pic à pic Δ_{pp} comme l'indique la figure I.16. L'axe présentait des défauts d'états de surface faibles devant ceux de l'alésage pour simplifier le problème.

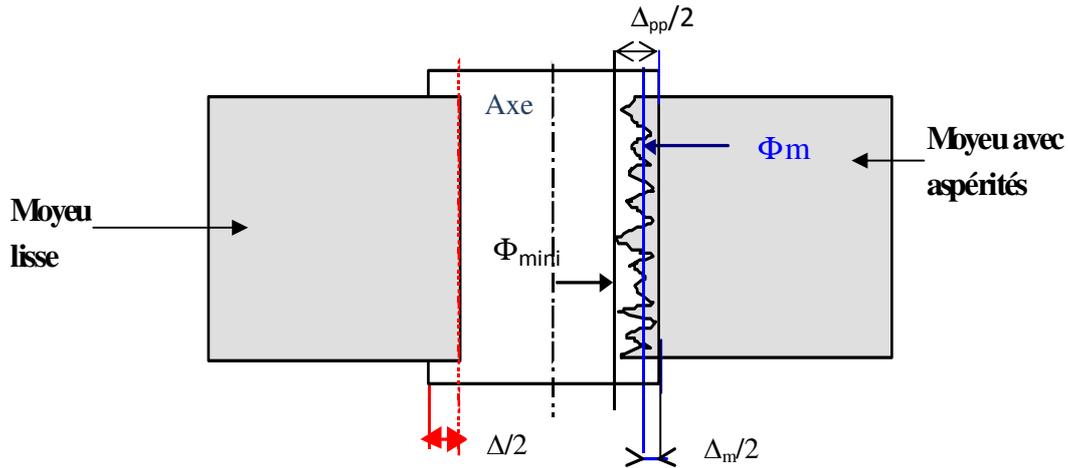
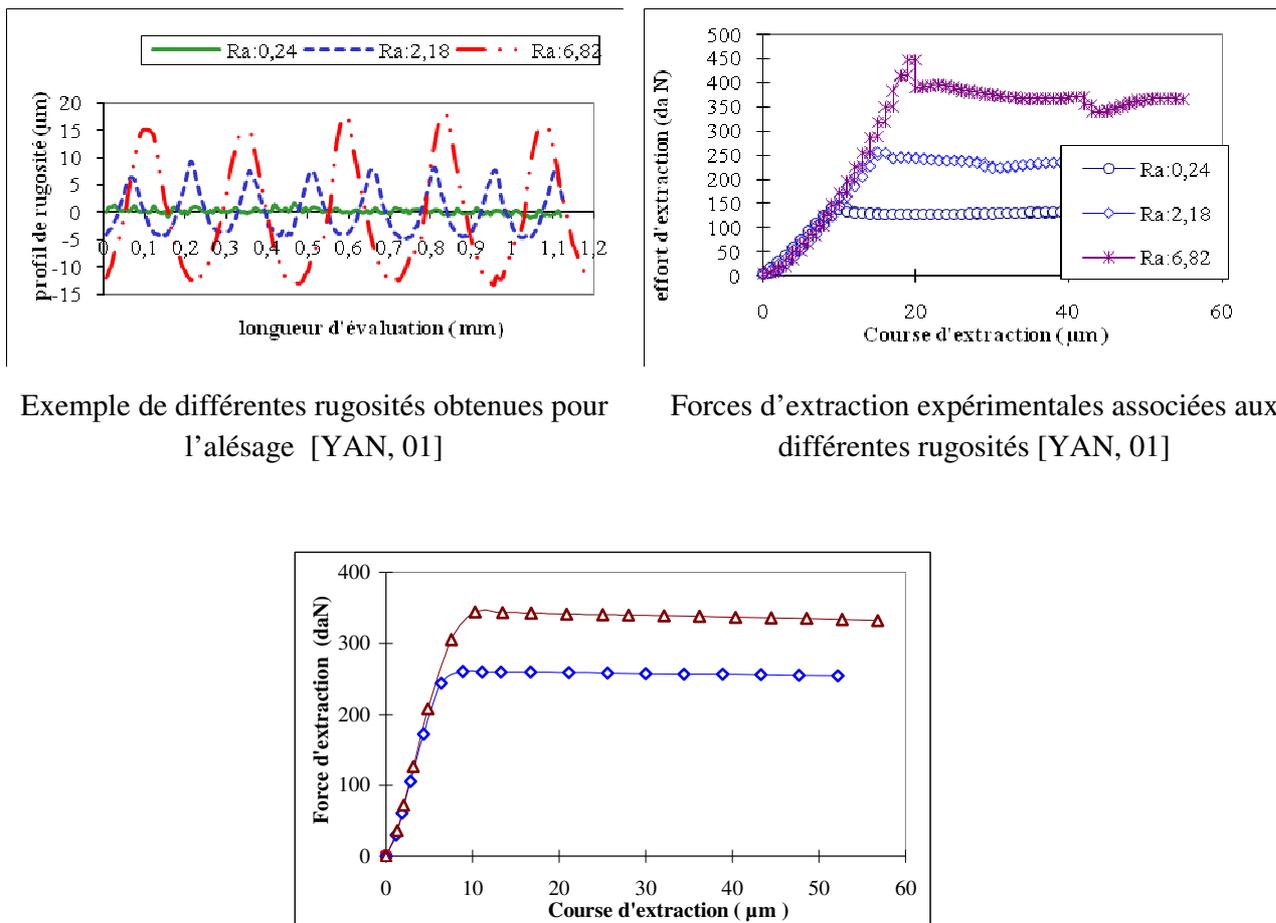


Figure I.16: Cas théorique (assemblage géométriquement parfait) et cas réel avec deux possibilités de définir le serrage : Δ_m serrage moyen et Δ_{pp} serrage pic à pic (d'après Yang et al. [YAN, 01]).

Les graphes de la figure I.17 suivante montrent un exemple des résultats obtenus pour des surfaces obtenues par opération d'alésage du moyeu sur un tour.



Exemple de différentes rugosités obtenues pour l'alésage [YAN, 01]

Forces d'extraction expérimentales associées aux différentes rugosités [YAN, 01]

Figure I.17 : Exemple de résultats obtenus par G.M. Yang pour des frettages d'échantillons cylindriques moyeu en duralumin et axe en acier (d'après [YAN, 98] et [YAN, 01])

Cette étude a permis de mieux définir les conditions de pertes de serrage associées au comportement des aspérités dans le cadre de serrage relatif conventionnel ($\Delta\% = \Delta / d_{nominal}$) par l'utilisation de l'expression (I.18) :

$$\Delta_{pp} \text{ corrigé} = ds_{max} - dh_{min} - 2(R_p - R_{pm}) \quad (I.18)$$

Où, ds_{max} représente le diamètre maxi de l'axe, dh_{min} , le diamètre mini du moyeu, R_p la rugosité d'aplanissement (hauteur maxi des saillies) et R_{pm} la hauteur moyenne des saillies.

Dans ce cadre, seules les aspérités les plus hautes rentrent en plasticité. Le reste des saillies est en élasticité et leur rigidité est quasiment équivalente à celle du massif. Yang s'est aussi intéressé à des assemblages présentant des serrages plus importants [YAN, 02]. Il a dans ce cadre élaboré un modèle de comportement élastoplastique pour lequel les contraintes, notamment la pression à l'interface, sont calculées à partir de la courbe du taux de portance (voir figure I.18). L'aire réelle de contact est dans un premier temps estimée pour un chargement donné puis l'équilibre est ensuite réalisé par itération jusqu'à obtenir un résidu acceptable.

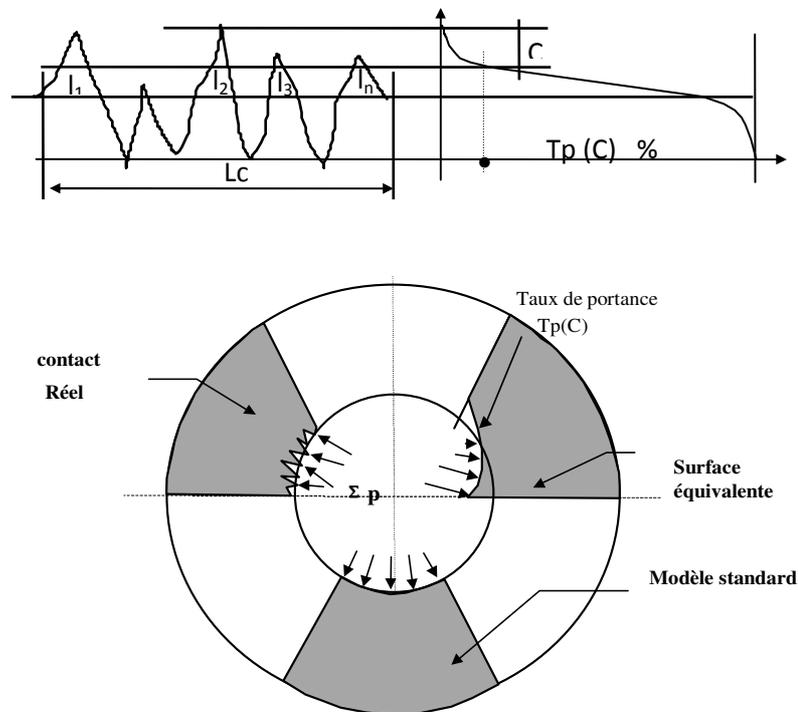


Figure I.18 : Surface équivalente remplaçant la surface réelle intervenant dans le modèle élastoplastique de Yang (d après [YAN, 02])

Le modèle permet de déterminer la pression nominale apparente. La figure I.19 montre son évolution pour des serrages dépassant les serrages conventionnels ($\Delta\%=0.16\%$). On remarque alors la perte de serrage due à la plasticité des aspérités qui dépend de la hauteur des aspérités. Le tableau I.1 montre que le modèle établi par G.M. Yang est capable de prédire la résistance à l'extraction en prenant en compte le comportement des aspérités.

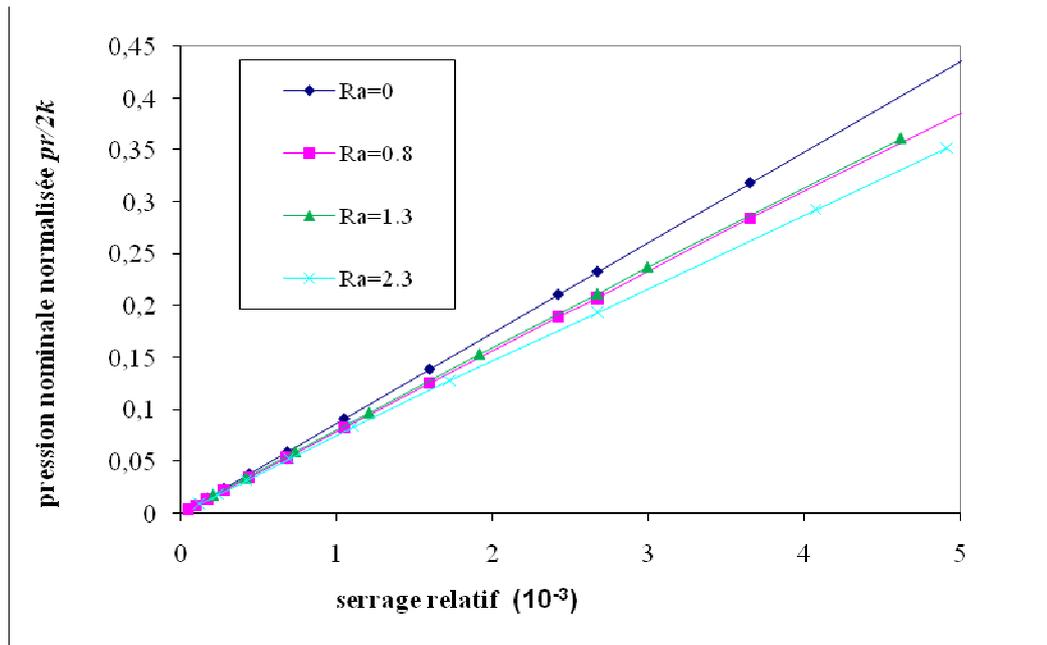


Figure I.19: Pression nominale normalisée en fonction du serrage relatif pour des frettages présentant différents états de surface (d'après Yang [YAN, 02])

Tableau I.1: Pression nominale normalisée (MPa): Expérimentation^T, méthode des éléments finis*, modèle proposé avec perte de serrage⁺ et sans perte de serrage[°] pour $\Delta/d=5\text{‰}$ (d'après Yang [YAN, 02])

Ra	$p_n/2k^T$	$p_n/2k^*$	$p_n/2k^+$	$\Delta_{pp} - L_{\Delta o} - L_{\Delta p}$	$p_n/2k^\circ$	Δ_{pp}
0,8	0,399	0,376	0,417	78,9	0,429	79,55
1,08	0,376	0,381	0,424	65,6	0,431	79,9
2,3	0,321	0,352	0,341	65,1	0,430	79,8

Les travaux effectués par Yang ont permis de mieux comprendre le comportement et le rôle des aspérités dans le cadre des assemblages frettés. Toutefois, le modèle élaboré reste limité au cadre des assemblages de composants cylindriques du fait du modèle élasto-plastique employé. Il est donc difficilement applicable aux ensembles utilisés couramment dans l'industrie. Il est donc nécessaire de poursuivre son étude en essayant de la généraliser et de trouver un moyen de coupler les défauts de forme et d'état de surfaces, C'est l'objet du paragraphe suivant qui donnera les grandes lignes de notre approche.

VI) PRISE EN COMPTE DU COMPORTEMENT DE LA MACRO GEOMETRIE ET DE LA MICRO GEOMETRIE

Nous avons vu aux paragraphes précédents que la méthode des éléments finis était largement répandue aujourd'hui pour résoudre les problèmes de calcul des structures qui ont des formes complexes. Plus la forme est complexe plus le maillage doit être fin pour obtenir des résultats ayant des incertitudes acceptables. Les moyens de calculs évoluant de jour en jour, la taille des problèmes à traiter ne posent plus guère de problème. Dans ce sens, le défaut de forme peut être facilement intégré dans la définition du maillage, à partir du moment où il a été quantifié.

Ceci n'est toutefois pas valable pour l'état de surface car la différence des échelles est très importante. Le prendre en compte dans le maillage serait alors très difficile tant du point de vue de la mise en œuvre que du calcul. Les travaux de Yang ont porté sur un assemblage cylindrique simple, les étendre à des pièces de forme complexe ne serait pas raisonnable.

L'état de surface joue un rôle important mais il est limité à une zone proche de l'interface. On peut donc considérer l'assemblage fretté comme deux ensembles structuraux et une interface les reliant. Les données à cette interface dépendent bien des dimensions des pièces, de leurs matériaux constitutifs et des défauts géométriques. Il faut donc envisager de rechercher le comportement de cette interface.

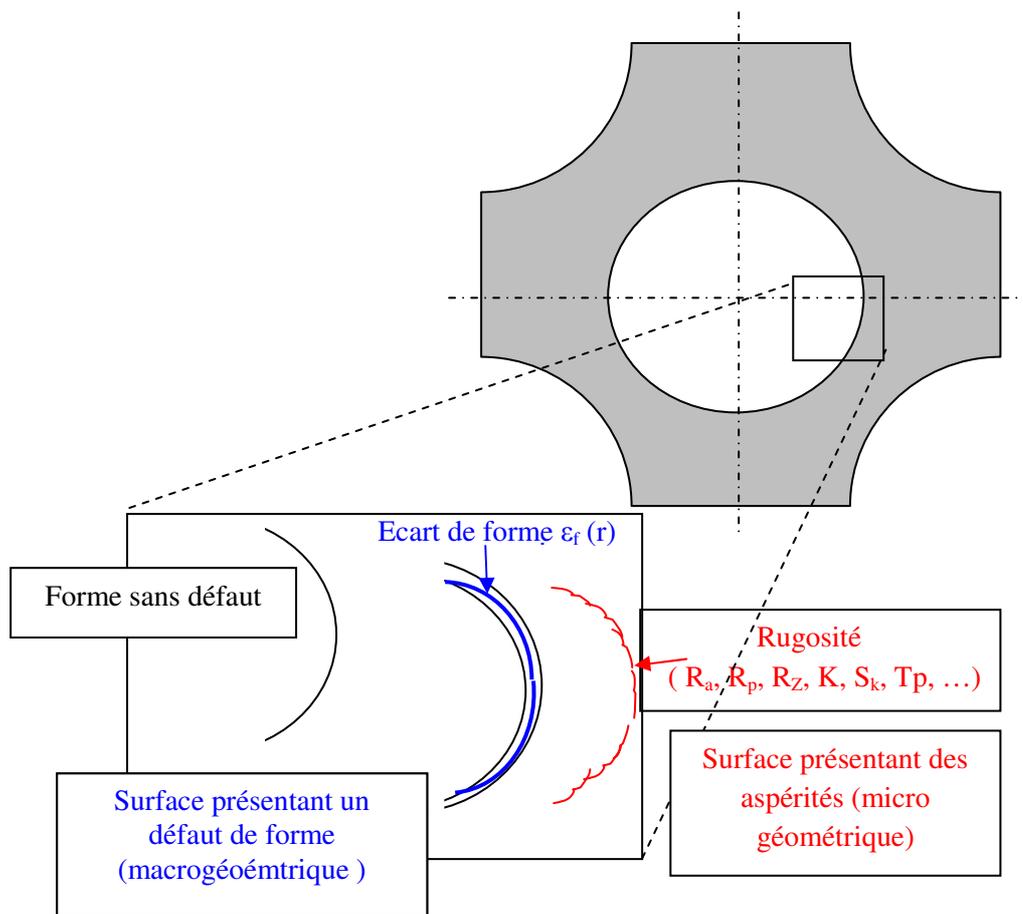


Figure I.20 : Principe de la modélisation envisagée : description macro-géométrique donnée au niveau du maillage et prise en compte du comportement micro-géométrique dans la loi de contact ou dans un élément spécifique

Plusieurs approches sont possibles. La première envisagée par Fontaine et al. [FON, 02], consiste à intégrer dans la loi de contact utilisée par le logiciel de calcul (ABAQUS® par exemple) une loi adoucie non pas prise arbitrairement (voir figure I.7) mais dépendant du comportement des aspérités. Cette approche assez simple permettrait de rendre cohérent la démarche de modélisation. La seconde démarche consiste à élaborer un élément d'interface homogénéisé. C'est-à-dire un élément présentant une forme simple (brique à 8 nœuds en 3D) mais intégrant le comportement des aspérités. La première approche n'est pas à notre connaissance abordée dans la

littérature. Elle paraît simple mais est complexe à mettre œuvre pour traduire de manière fine le comportement réel des aspérités. Elle risque surtout de ne pas bien prendre en compte ce comportement qui dépend comme nous l'avons vu plus haut des contraintes dans la pièce elle-même. La deuxième approche fait l'objet de certains travaux récents [BEL, 10] qui concernent l'homogénéisation du contact entre deux surfaces rugueuses mais dans le cadre de l'indentation par un poinçon rigide. Nous allons donc aborder notre étude en deux temps. Dans le chapitre II, nous étudierons l'influence du défaut de forme, notamment pour des pièces non cylindriques, ce qui n'a pas été abordé jusqu'à présent. Puis, dans le chapitre III, nous aborderons la modélisation du comportement des aspérités sur la base d'une technique d'homogénéisation.

VII) CONCLUSION

Nous constatons que, pour traiter de l'influence du défaut de forme, la méthode des éléments finis est assez bien adaptée, c'est pourquoi nous l'utiliserons dans le chapitre II pour étudier l'influence du défaut de forme. Sa limite dans le traitement de l'influence de l'état de surface réside dans la dimension très importante du problème (nombre de degrés de libertés important) pour modéliser les aspérités. Nous développerons donc une alternative en utilisant une méthode d'homogénéisation.

PRISE EN COMPTE DE L'INFLUENCE DU DÉFAUT DE FORME

I) INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous aborderons l'étude de l'influence du défaut de forme. Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre précédent, celui-ci peut être modélisé par une technique de calcul par éléments finis. Les moyens techniques actuels sont donc bien adaptés pour cette étude. La notion de définition du serrage sera abordée (au sens de la moyenne et de l'enveloppe), puis la modélisation de l'étape de frettage sera abordée avec la présence de défauts de forme sur l'alésage du moyeu. La partie mesure de caractérisation mécanique de l'assemblage sera ensuite décrite par la modélisation d'un test de résistance à l'extraction. Enfin une confrontation des résultats théoriques et expérimentaux permettra de dégager l'influence essentielle du défaut sur les propriétés mécaniques de l'assemblage.

Ne pas tenir compte des défauts de forme présente l'inconvénient d'être obligé de fabriquer les surfaces des pièces assemblées avec une grande précision pour être en accord avec les calculs. Ceci accroît les coûts de production et nécessite l'emploi de procédé de superfinition tel que la rectification.

Mais il y a aussi des avantages au fait de considérer la présence de défauts de forme de l'interface. La résistance de l'assemblage augmente en présence de défaut de forme. Fontaine et Siala [FON, 98b] ont montré que le défaut de forme avait une influence non négligeable sur l'état de contrainte local au niveau de l'interface de contact. Comme l'indiquent les équations (II.1) et (II.2), lorsque les pièces sont parfaitement cylindriques, les contraintes principales au niveau de l'interface dans la pièce possédant l'alésage (moyeu, disque etc.) sont composées d'une compression radiale σ_r et d'une tension circonférentielle σ_θ . Les contraintes axiales restent négligeables exceptées au niveau des bords.

$$\sigma_r = p \frac{r_1^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \left[1 - \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} \right) \right] \quad (\text{II.1})$$

$$\sigma_\theta = p \frac{r_1^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \left[1 + \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} \right) \right] \quad (\text{II.2})$$

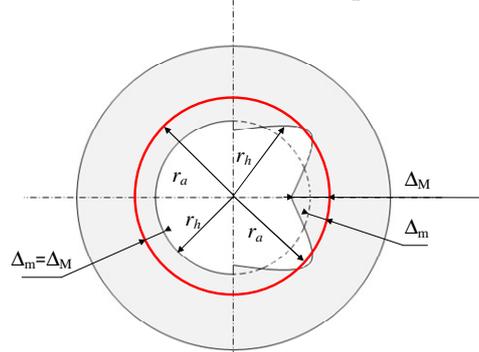
$$\sigma_{VM} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r)^2 + (\sigma_\theta)^2}, \text{ ce qui donne, } \sigma_{VM} = p \frac{r_1^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \sqrt{2 + \frac{r_2^2}{r_1^2}} \quad (\text{II.3})$$

Avec, p pression d'interface, r_1 rayon intérieur et r_2 rayon extérieur du moyeu.

Cet état donne une contrainte équivalente de Von Mises qui peut être supérieure au double de la pression d'interface (voir équation (II.3)). Le défaut de forme a pour conséquence de changer l'état local de contrainte car la contrainte radiale (pression) est maximale lorsque le serrage est maximal. Au contraire, la contrainte ortho-radiale de tension est inférieure ce qui a pour conséquence de limiter la contrainte équivalente de Von Mises. Il est donc possible pour une même contrainte d'augmenter la pression donc la résistance de l'assemblage.

II) DEFINITION DU SERRAGE

L'introduction du défaut de forme change la notion classique de serrage car le rayon varie alors en chaque point. Deux définitions de celui-ci peuvent alors être introduites (voir figure II.1)



A : Moyeu sans défaut de forme

B : Moyeu avec défaut de forme

Figure II.1 Représentation du serrage maxi Δ_M et moyen Δ_m .

Le serrage moyen Δ_m est défini par l'équation suivante :

$$\Delta_m = 2 \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (r_a - r_h) d\theta \right] \quad (\text{II.4})$$

Le serrage maxi Δ_M est défini par l'équation suivante (II.5):

$$\Delta_M = 2 \cdot \max[(r_a - r_h)] \quad (\text{II.5})$$

Avec r_a , rayon extérieur local de l'axe et r_h , rayon local intérieur du moyeu.

A priori, ces deux définitions du serrage sont possibles. Elles sont à rapprocher des critères d'association possible des surfaces réelles et théoriques fabriquées définies par les normes internationales [ISO, 99]. Ces normes permettent de définir les différentes grandeurs mises en jeu lors de la métrologie des surfaces. Dans ce sens la première représentation du serrage, c'est-à-dire le serrage moyen Δ_m se justifie par une définition mathématique précise. Elle est basée sur une moyenne de distances locales entre les deux surfaces associée à l'axe et au moyeu au sens des moindres carrés au niveau mathématique. Ce critère permet d'avoir une unicité du résultat. D'autre part il est assez facile à mettre en œuvre. Toutefois les métrologues des surfaces mécaniques ont défini d'autres critères notamment dans le cas de surfaces destinées à être assemblées car le critère moyen ne représentait pas correctement les propriétés mécaniques induites par les surfaces en jeu dans les assemblages obtenus. C'est ainsi que des critères de surfaces enveloppes ont été définis. Ces derniers sont à rapprocher, dans notre cas, à la définition du serrage maxi Δ_M : plus grande distance entre les 2 points correspondant des surfaces de l'axe et

de l'alésage du moyeu. Si ce critère dit physique correspond mieux que le précédent aux propriétés mécaniques recherchées dans l'assemblage notamment la notion de pression locale à l'interface, il est toutefois tributaire des défauts locaux. Si ces derniers sont importants, le critère ne rendra pas bien compte des propriétés globales de l'assemblage. C'est pourquoi, les deux définitions seront employées et comparées dans cette étude.

III) MODELISATION DU FRETAGE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

III.1) Hypothèses générales

On considère un axe parfait en acier avec un rayon variant entre 7,985 mm et 7,995 mm. Sa longueur est de 20 mm. Le matériau possède les caractéristiques élastiques suivantes: module d'Young $E = 2,10 \cdot 10^5$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0,28$ et limite élastique $\sigma_e = 350$ MPa. L'axe est assemblé avec un moyeu en duralumin présentant deux formes extérieures différentes (circulaire avec un diamètre extérieur D_m égal à 39mm et rectangulaire avec une longueur extérieure L égale à 40mm et une largeur l égale à 30mm). Les propriétés mécaniques employées pour le duralumin sont $E = 7,2 \cdot 10^4$ MPa, $\nu = 0,33$ et $\sigma_e = 405$ MPa. La loi de plasticité utilisée est la loi classique de Prandtl-Reuss avec un écrouissage isotrope. La loi utilisée est de la forme :

$$\sigma_{eq} = \sigma_y + K_y \varepsilon_p^{1/M} \quad (\text{II.6})$$

où σ_y est la limite élastique

σ_{eq} est la contrainte équivalente

K_y est le coefficient de résistance plastique et M exposant d'écrouissage.

Dans le cas des matériaux ductiles ayant un écrouissage isotrope, on peut définir les caractéristiques élasto-plastiques à partir des contraintes réelles et de la déformation logarithmique. Nos moyeux en duralumin correspondent à ce type de comportement.

Pour une série de résultats contrainte - déformation nominales obtenus par un essai uni-axial (figure II.2), les équations ci-dessous nous permettent de calculer les contraintes réelles et les déformations logarithmiques plastiques correspondantes.

$$\sigma_{réel.} = \sigma_{nom.} (1 + \varepsilon_{nom.}) \quad (\text{II.7})$$

$$\varepsilon_{ln}^{pl} = \ln(1 + \varepsilon_{nom.}) - \sigma_{réel.} / E \quad (\text{II.8})$$

Ainsi, dans la zone élasto-plastique la courbe contrainte – déformation est composée par une suite de segments de droite dont on peut déterminer l'équation.

Soit le segment **1-- 2** défini respectivement par les points: **1** (0.08778, 550) et **2** (0.09485, 554) , dont l'équation est : $f(x) = 551,63 x + 501,58$

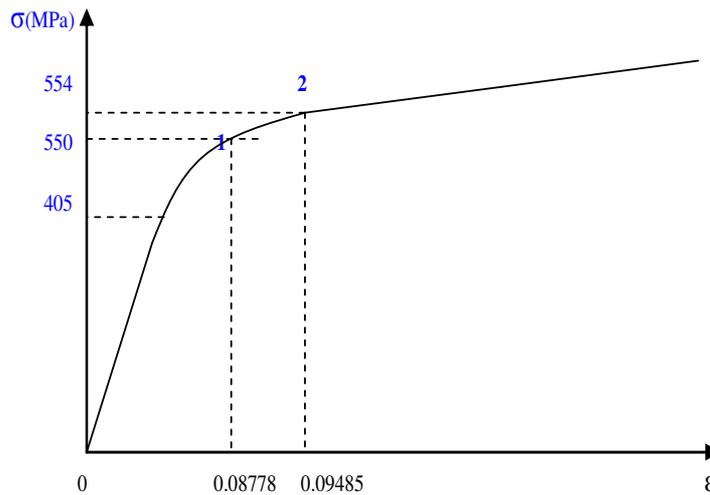


Figure II.2 : Courbe contrainte – déformation du duralumin AU4G

On peut déterminer toutes les valeurs du couple contrainte – déformation réelles jusqu'à :

$$\ln(1 + \varepsilon_{\text{nom}}/100) - \sigma_{\text{nom}}/E = 1 \quad (\text{II.9})$$

(valeur considérée comme non atteignable a priori dans le processus de frettage)

L'alésage présente différents défauts de forme représentatifs du procédé d'obtention. Dans le cas que nous étudions nous préconisons d'obtenir les surfaces par tournage afin d'avoir un défaut de forme significatif. Ainsi le profil cylindrique possède des lobes suivant la directrice du cylindre.

Un profil présentant un lobe (périodicité du défaut $T = 2\pi$) simule le cas d'un défaut classique du à la géométrie de la machine. Un profil présentant trois lobes (périodicité du défaut $T = 2\pi/3$) donne l'effet d'un défaut du au serrage d'un mandrin avec 3 mors. Enfin un profil présentant 4 lobes (périodicité du défaut $T = \pi/2$) indique un défaut plus complexe, par exemple provoqué par un plateau 4mors. Le serrage est considéré comme standard c'est-à-dire plus petit que la valeur conventionnelle d'un serrage relatif de 0,16%. La figure II.3 indique le profil du défaut pour chaque cas.

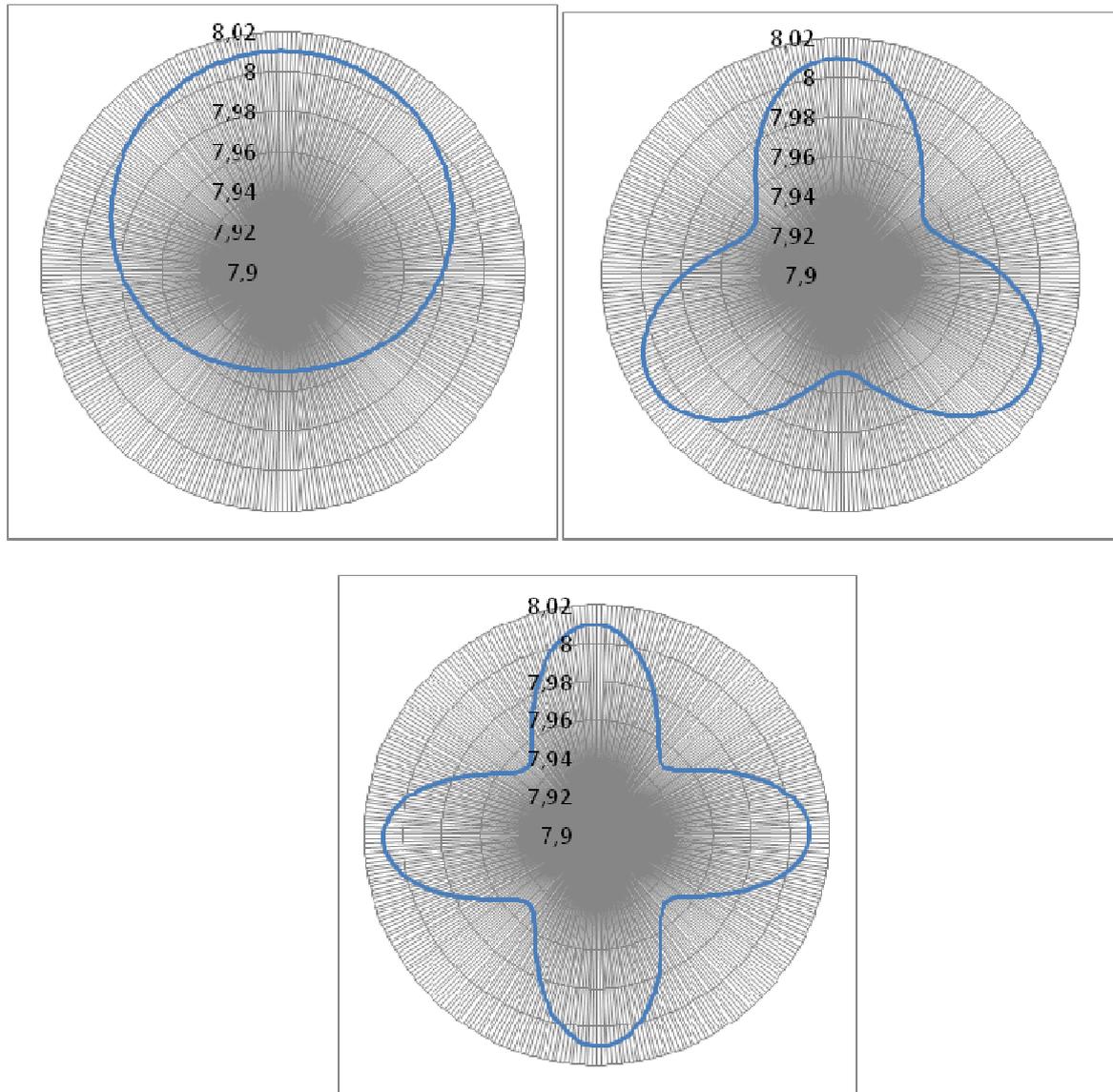


Figure II.3 : Représentation des 3 profils de défaut de forme simulé de l'alésage avec un diamètre moyen $d_m = 15.96$ un défaut $\varepsilon_f = 0,06\text{mm}$

Plusieurs hypothèses ont été effectuées dans la modélisation :

- L'axe est considéré comme géométriquement parfait devant les défauts de l'alésage.
- La phase de dilation thermique n'est pas prise en compte. Elle n'affecte pas les propriétés des matériaux et la géométrie de l'interface.
- Le comportement est élastoplastique, les formulations en petites déformations et le contact avec petit glissement sont choisis pour modéliser la phase de frettage. Tandis qu'un contact avec glissement important est choisi pour la phase d'extraction.
- Le coefficient de frottement entre l'acier et le duralumin dépend de nombreux paramètres comme l'indique Booker et Truman [BOO, 11] (c'est-à-dire serrage, surfaces, contraintes, concentration de contrainte,...).

Ils indiquent que dans le cadre de pression importante comme dans le cas du frettage, le coefficient de frottement doit être mesuré à partir d'échantillons possédant des caractéristiques identiques à celles des assemblages envisagés. Il est toutefois bien connu que le coefficient de frottement d'un assemblage fretté est beaucoup plus faible que celui induit par des contacts sur des surfaces présentant des pressions locales plus faibles [BHU,99]. D'autre part celui-ci ne varie pas ou peu en fonction de l'aire de contact dans le cas d'un contact surfacique. Dans le cadre d'un contact contra-formel (cylindre plein/cylindre creux), Booker et Truman [BOO, 04] ont montré qu'il était identique dans le cas d'un contact radial total ou partiel. C'est pourquoi dans cette présente étude, nous pouvons faire l'hypothèse que le défaut de forme n'influence que l'état local de contrainte, le coefficient de frottement est alors considéré identique pour chaque essai. Nous l'avons choisi à une valeur conventionnelle entre acier et duralumin de 0,15.

La modélisation est effectuée avec le logiciel par élément finis ABAQUS.

III.2) Modélisation de l'étape de frettage

Pour prendre en compte correctement les effets de gradient de contrainte, Lanoue et al. [LAN, 09] indiquent que le maillage doit être raffiné près de l'interface de l'axe et du moyeu. Une étude de convergence a été réalisée pour apprécier cette influence et différentes contraintes de contact ont été testées pour avoir un bon compromis entre précision et temps de calcul.

L'option « interference fit » d'ABAQUS® permet de réaliser assez facilement cette étape. La figure 3.2 montre le maillage utilisé. Des éléments linéaires de type brique C3D8R ont été choisis pour leur facilité d'emploi ; ils sont très économiques (occupent moins d'espace mémoire) et présentent un bon taux de convergence par rapport aux éléments tétraédriques. Au voisinage de l'interface de contact sur une épaisseur de 1 mm du moyeu et 0.75mm de l'axe, la taille respective des éléments est de (0.05mm x 0.05mm x 0.2mm) pour le moyeu et (0,2mm x 0,2mm x 0,25mm) pour l'axe. Une taille plus importante a été choisie sur le reste des éléments pour limiter la dimension du problème. Les conditions aux limites pour le frettage sont définies par un blocage axial de la surface extérieure du moyeu et un blocage dans toutes les directions du centre de l'axe, comme le montre la figure II.5.

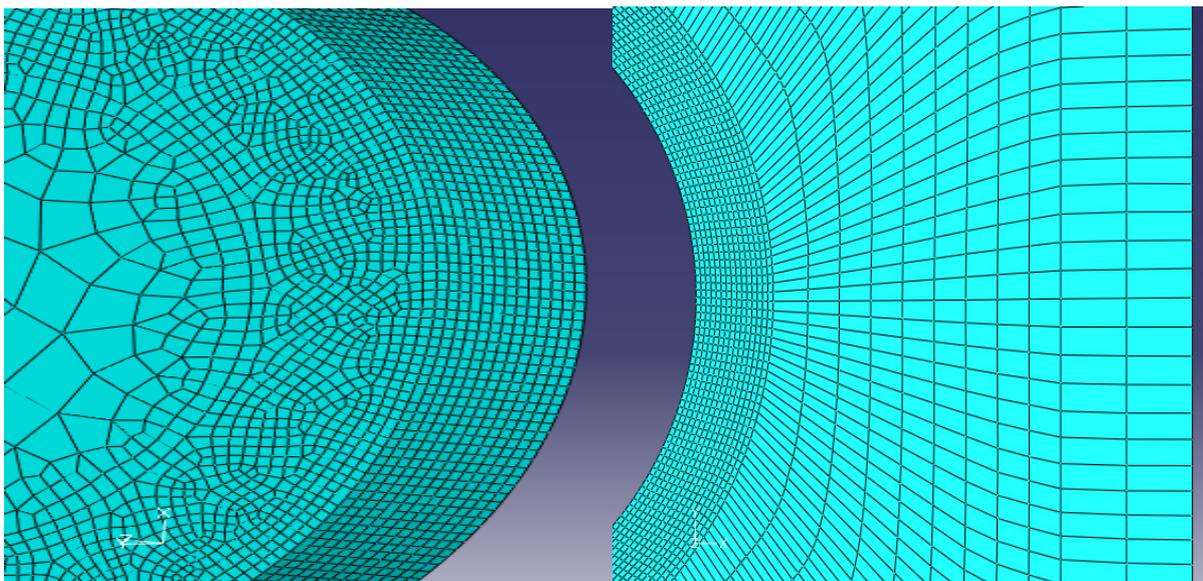


Figure II.4 : Détail du maillage de l'axe et du moyeu dans le cas d'un moyeu rectangulaire

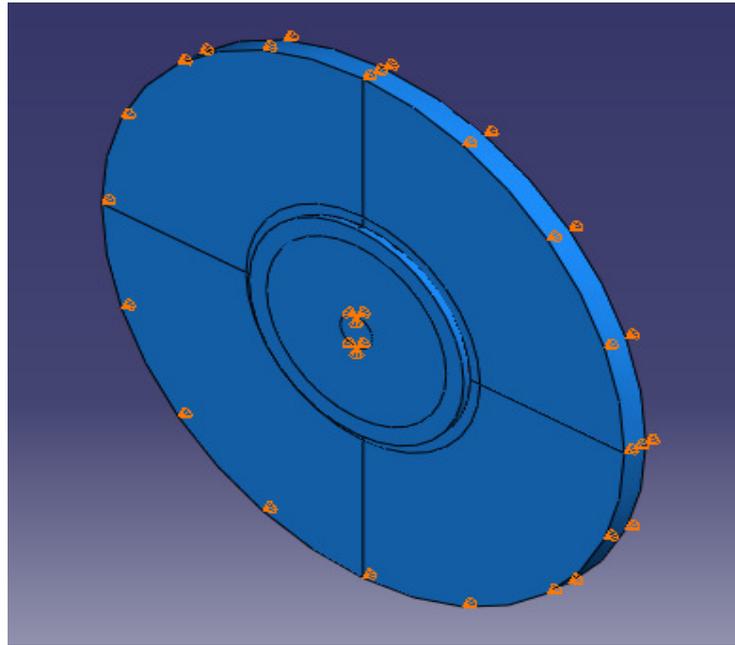


Figure II.5 : Conditions aux limites du modèle d'assemblage fretté

III.3) Influence théorique du défaut de forme sur les propriétés mécaniques de l'assemblage fretté

III.3.1) Influence sur la pression, les déplacements et les contraintes

III.3.1.1) Répartition des pressions à l'interface

En présence du défaut de forme, la pression n'est pas constante comme l'indiquent les figures II.6 et II.7, alors que dans le cas d'une géométrie parfaite, la pression est constante.

La pression peut être nulle dans le cas où les deux surfaces ne sont pas localement en contact et suit la forme du défaut dans la zone de contact. On remarque que la forme extérieure du moyeu a une influence faible sur cette répartition. La période du défaut influence la pression maxi : plus la période est faible plus la pression est importante.

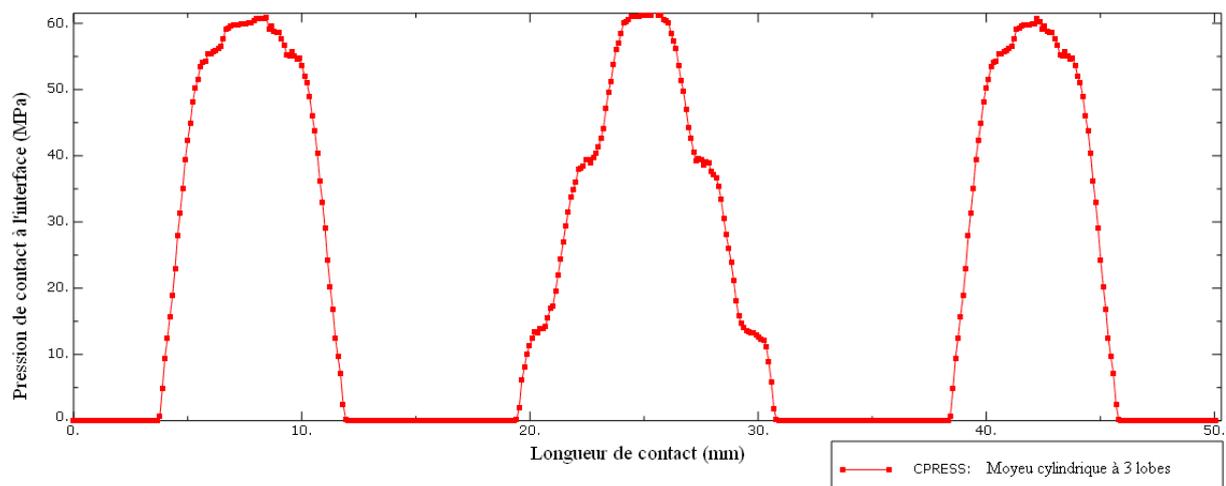


Figure II.6 : Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 3 lobes

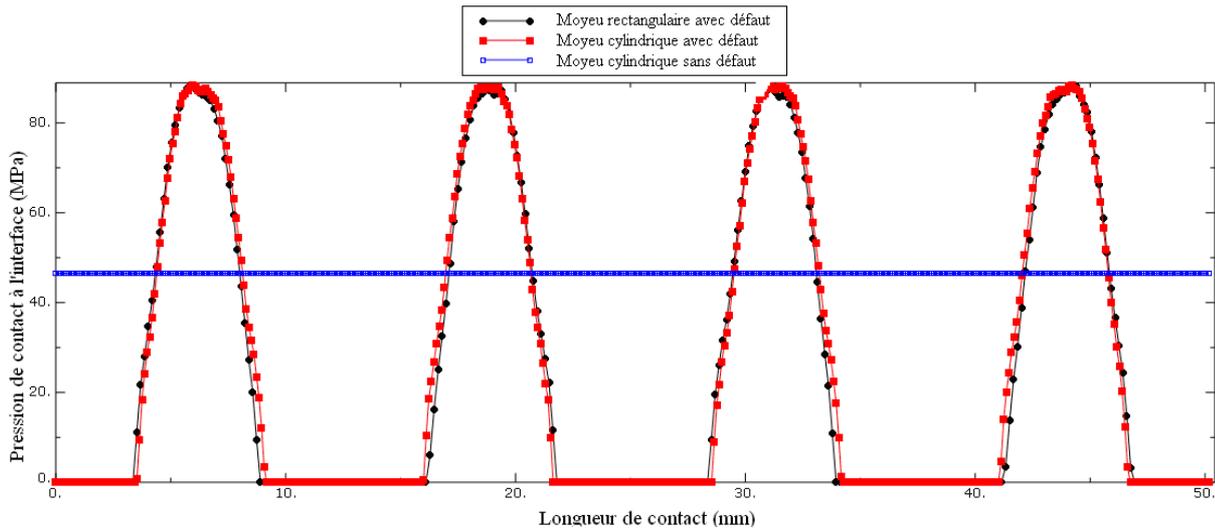


Figure II.7 : Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes

III.3.1.2) Répartition des déplacements à l'interface

Par rapport au cas sans défaut, la variation des déplacements à l'interface suit la forme et la période du défaut. Les figures II.8 et II.9, montrent que le nombre de lobes influe sur l'allure et la valeur des déplacements. Ces derniers atteignent la valeur maximale aux sommets et la valeur minimale au bas des lobes.

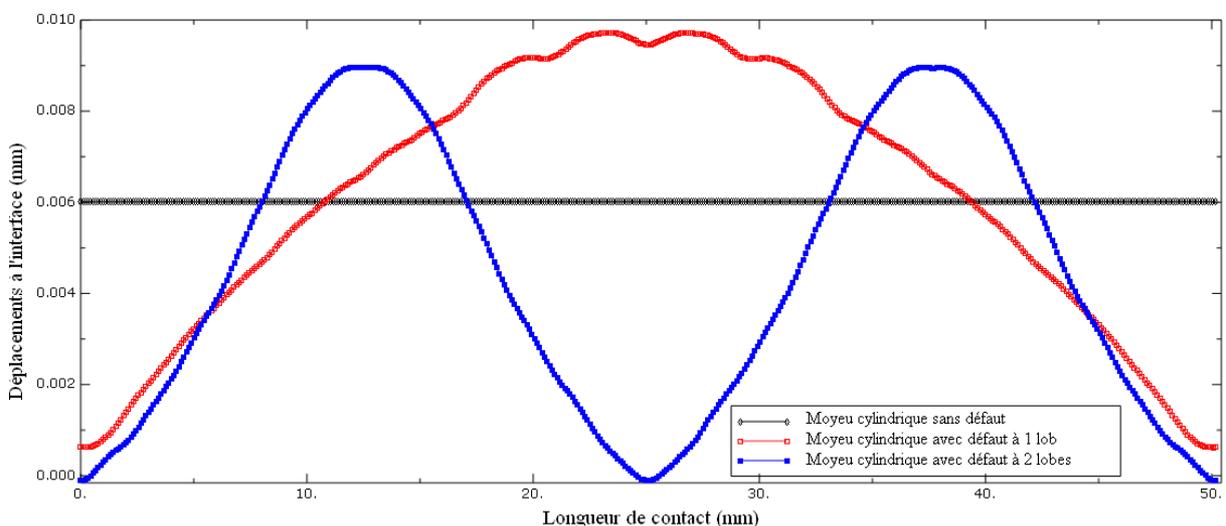


Figure II.8 : Répartition des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 0 ,1 et 2 lobes

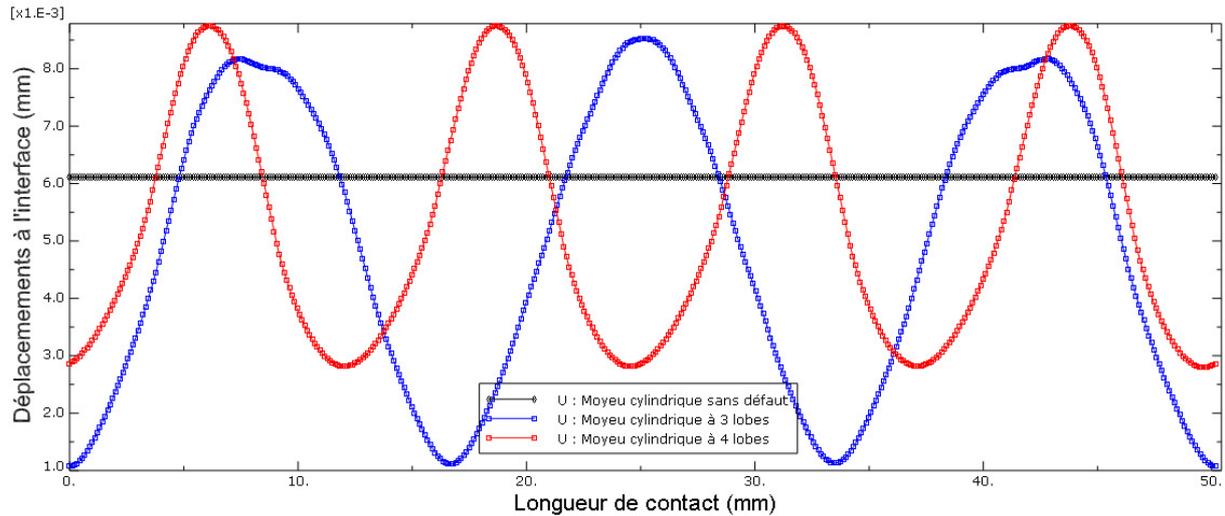


Figure II.9 : Répartition des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 0, 3 et 4 lobes

III.3.1.3) Répartition des contraintes de Von Mises

La figure II.10 montre la cartographie des contraintes de Von Mises. On remarque que le défaut de forme impacte fortement les contraintes de Von Mises. Celles-ci sont maximales au niveau des lobes du défaut de forme. La forme extérieure influence peu cette répartition dans la zone proche de l'interface.

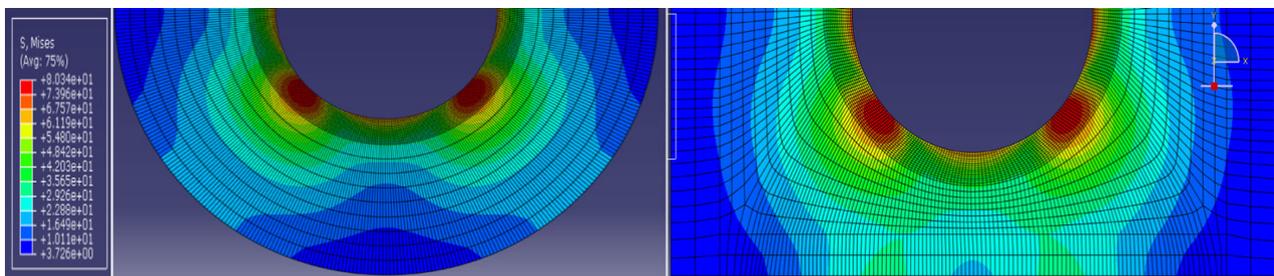


Figure II.10 : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour les géométries extérieures circulaire et rectangulaire

Au niveau de l'interface, on remarque que, la distribution de celle-ci ne suit pas celle de la pression. Sur la figure II.11 qui indique la comparaison entre les cas parfait et avec défauts, on remarque que la contrainte de Von Mises atteint des valeurs maximales là où la pression est maximale mais aussi des valeurs maximales intermédiaires, déphasées par rapport aux précédentes. En présence de défaut, la contrainte de Von Mises atteint un niveau équivalent à la pression maximum, alors que dans le cas où la surface du moyeu est parfaite, elle est égale au double. Ce résultat correspond à celui que Siala a mis en évidence [SIA, 96]. En fait, le défaut provoque un déphasage spatial entre les contraintes radiale et circumférentielle maxi, comme l'indique la figure II.12. Ceci provoque donc une baisse de la contrainte de Von Mises donc de la sollicitation mécanique interne subie par le matériau. D'un point de vue purement descriptif, on peut expliquer ce résultat de la manière suivante : le défaut permet à la matière de se déformer dans la direction circumférentielle donc de diminuer la sollicitation subie localement.

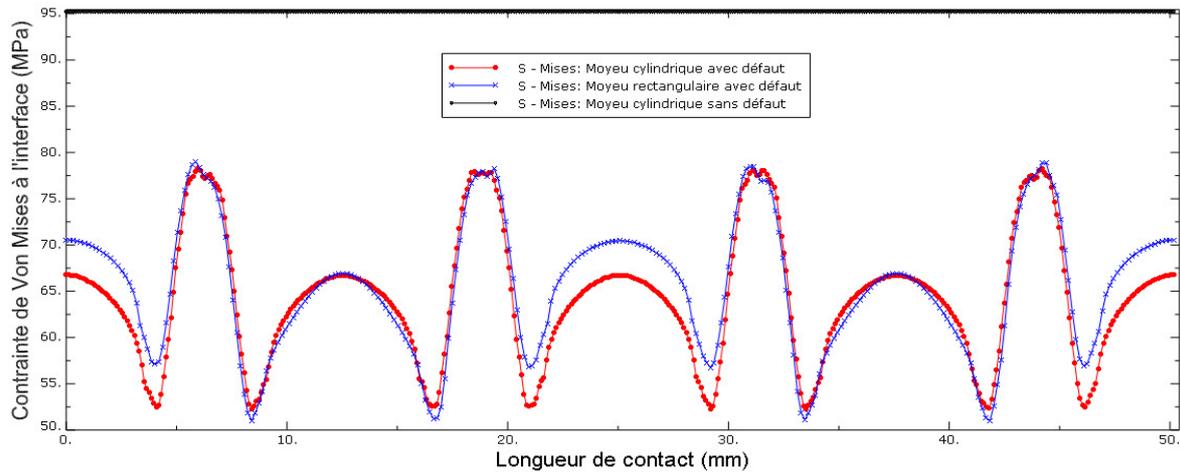
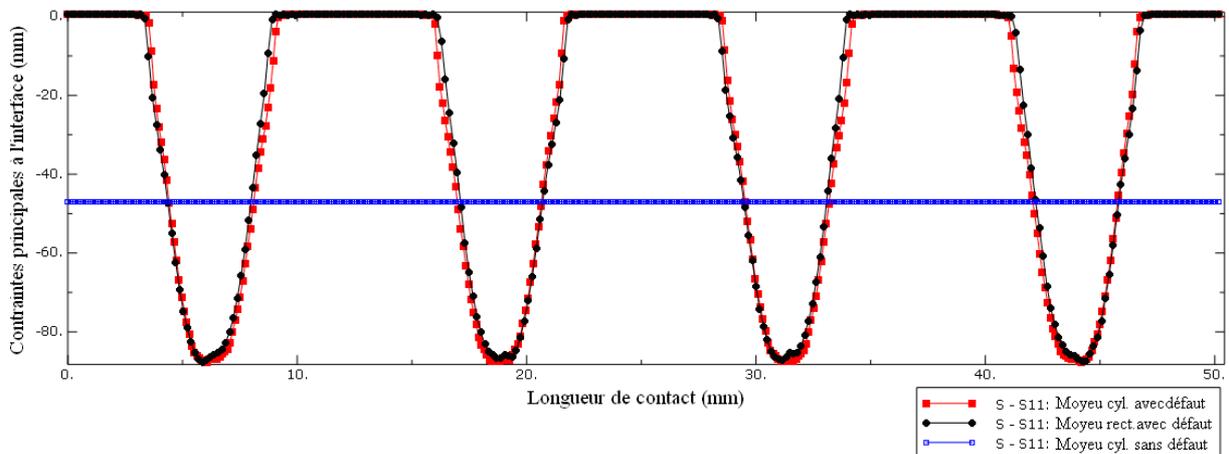
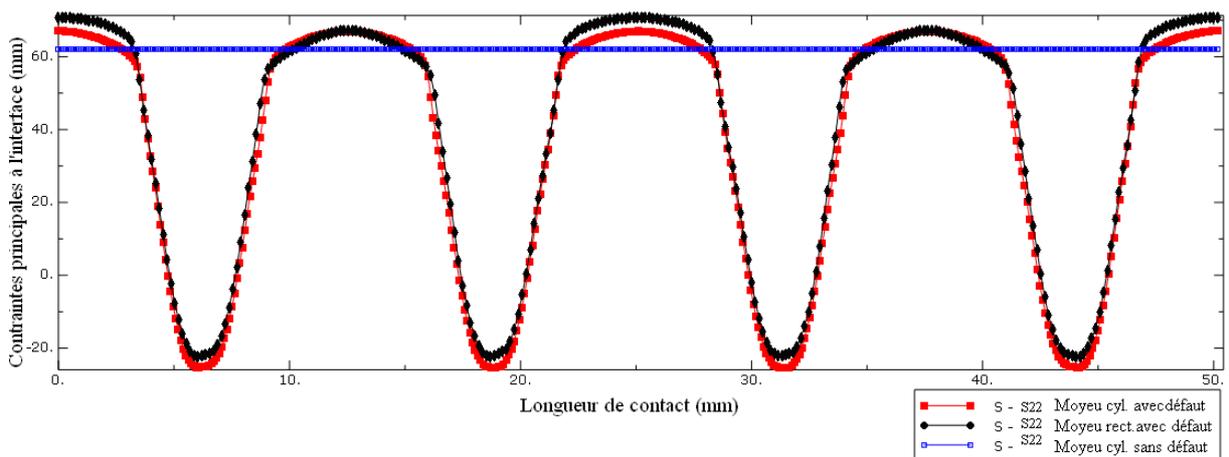


Figure II.11 : Répartition des contraintes de Von Mises pour une géométrie parfaite (noir) et dans le cas d'un défaut de forme avec une forme extérieure circulaire (rouge) et rectangulaire (bleu)



(a)



(b)

Figure II.12 : Répartition des contraintes radiales (a) et circonférentielles (b) à l'interface pour les cas sans défaut (bleu) et avec un défaut présentant 4 lobes pour des formes extérieures circulaires (rouge) et rectangulaires (noir)

Ce premier résultat est important car il permet de bien noter l'influence du défaut de forme. Toutefois, on constate que la contrainte de Von Mises n'est plus maximum à l'interface

mais à l'intérieur du moyeu dans une zone proche de la surface de contact (voir Figure II.13). On remarque également que le défaut n'a qu'une influence très localisée, limitée à une zone de l'ordre de 10% de la différence des rayons intérieur et extérieur du moyeu. De ce fait; la forme extérieure du moyeu influence relativement peu les caractéristiques mécaniques de l'assemblage au niveau de l'interface.

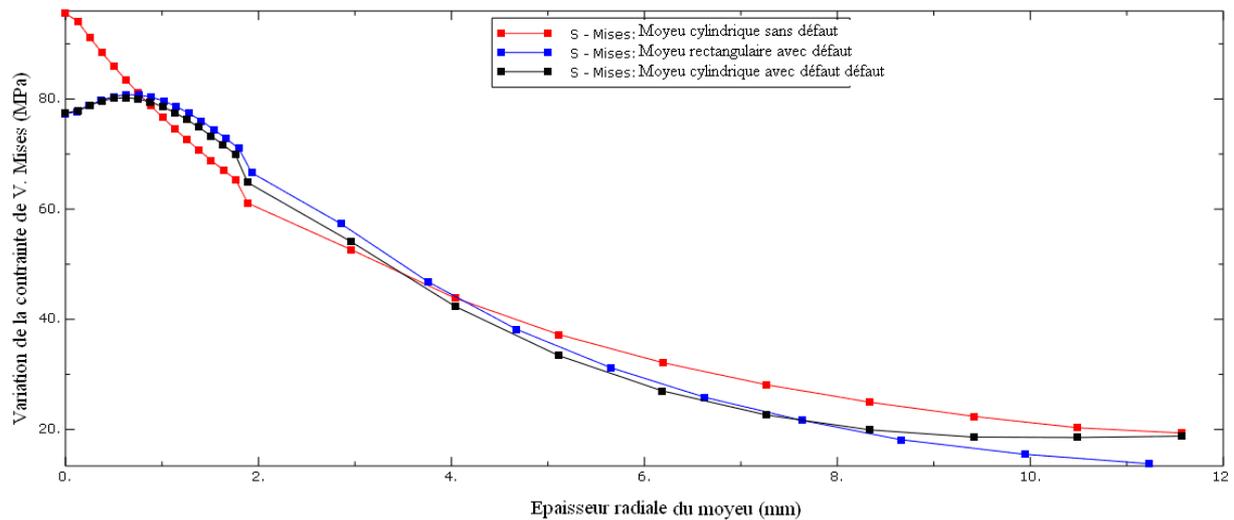


Figure II.13 : Répartition suivant une direction radiale de la contrainte de Von Mises pour les cas sans défaut et avec défaut

III.3.1.4) Influence de la période du défaut de forme

Si on cherche l'influence de la période du défaut sur les propriétés mécaniques de l'assemblage, on constate que l'augmentation de sa périodicité tend à accroître la pression et la contrainte de Von Mises maxi (voir graphique de gauche de la figure II.14). Dans le cas d'un défaut de forme important, du fait que la pression de contact peut être faible ou alors nulle si le serrage local est négatif (pas de contact local), la pression moyenne ne progresse pas dans les mêmes proportions (voir graphique de droite de la figure II.14), ramenée à la contrainte de Von Mises maxi, cette dernière tend à décroître. Ceci montre la limite de l'influence du défaut. En effet, si la pression maxi admissible augmente avec le défaut, la résistance mécanique de l'assemblage n'augmente pas forcément dans les mêmes proportions. On ne pourra donc pas accroître la résistance de l'assemblage par la présence du défaut. Toutefois, on pourra, s'il est bien sûr contrôlé et compatible avec les tolérances géométriques admissibles, le tolérer et ainsi utiliser un procédé d'obtention des surfaces moins onéreux.

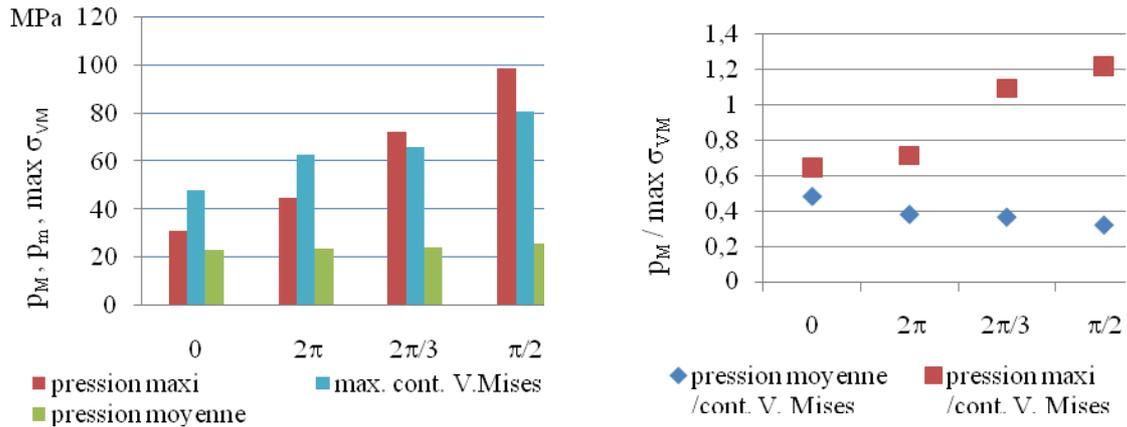
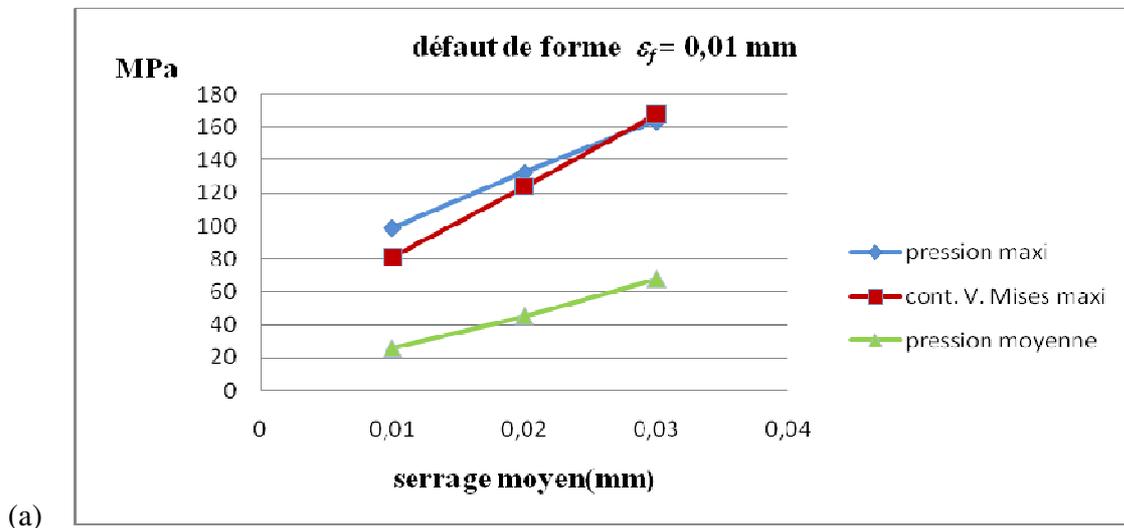


Figure II.14: Comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de la périodicité du défaut (à gauche), évolution de la pression maxi et moyenne relative à la contrainte de Von Mises maxi en fonction de la périodicité du défaut (à droite)

III.3.1.5 Influence de l'amplitude du défaut

La figure II.15 montre que la valeur du défaut de forme et celle du serrage moyen influence directement le niveau de contrainte à l'interface. La variation est grossièrement linéaire. Plus la valeur du défaut de forme est importante, plus la pression s'accroît en fonction du serrage ainsi que sa différence avec la contrainte de Von mises maximum. Toutefois, la pression moyenne n'augmente pas dans les mêmes proportions. Ceci est du là encore à l'aire de contact qui est plus petite pour de grandes valeurs du défaut.



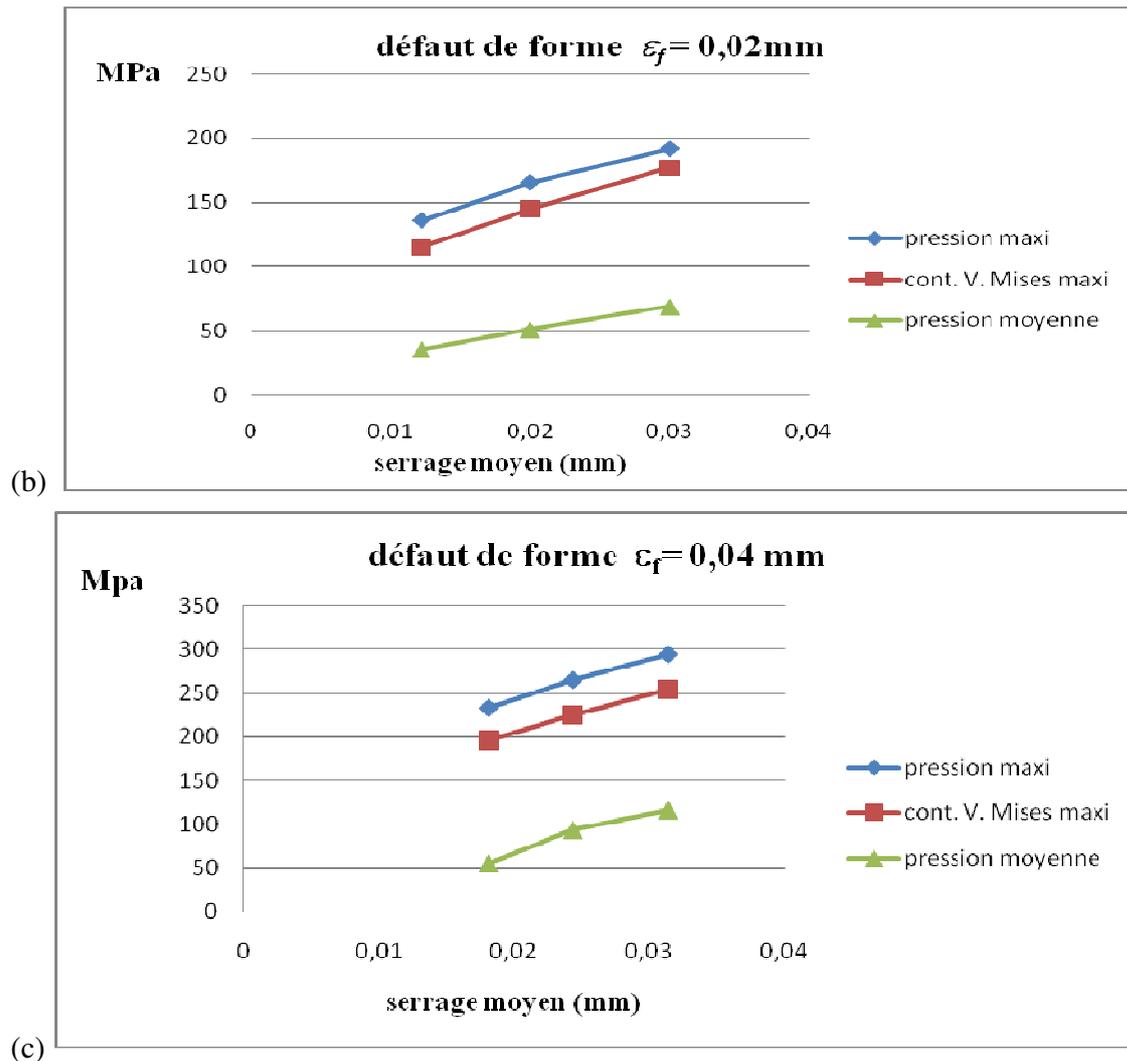


Figure II.15 : Variation de la pression maxi et moyenne ainsi que de la contrainte de Von mises maxi en fonction du serrage et du défaut de forme : (a) $\varepsilon_f=0.01\text{mm}$; (b) $\varepsilon_f=0.02\text{mm}$; (c) $\varepsilon_f=0.04\text{mm}$

Le comportement plastique apparaît pour des serrages relatifs importants. D'après les normes [AFN, 80] et [AFN,84], les expressions de calcul pour des surfaces parfaites sont valables pour des serrages dit « conventionnels », c'est-à-dire pour une valeur du serrage relatif inférieure à 0,16%. Des frettages avec serrages dépassant cette limite ($\Delta_m = 0,048\text{mm}$) ont été modélisés. Dans le cas de défaut présentant 4 lobes, la plasticité apparaît alors pour un serrage moyen de 0,041mm. La figure II.16 montre pour un défaut de forme à 4 lobes que la pression moyenne (précurseur de la résistance) ne décroît pas notablement du fait de la plasticité contrairement à la pression maximum qui diminue sous l'action de l'écroutissage. Ce phénomène peut être expliqué par l'accroissement de la surface de contact qui devient plus important lors de la plasticité. Les deux éléments se compensent mutuellement, l'évolution de la pression moyenne reste globalement linéaire. Ce résultat montre qu'en présence de défaut de forme, la plasticité locale peut être utilisée pour augmenter la pression moyenne donc la résistance de l'assemblage.

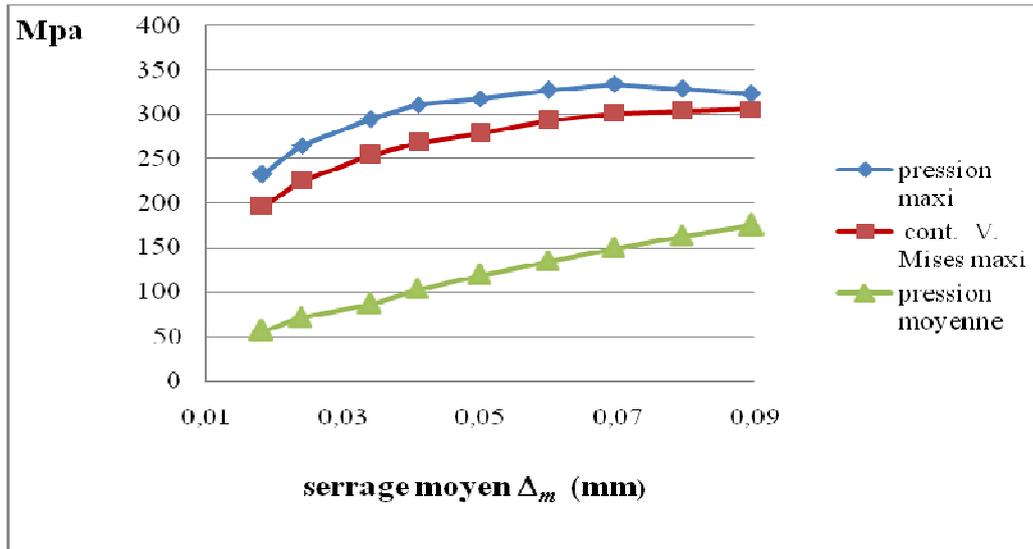


Figure II.16 : Evolution des pressions moyenne, maxi et contrainte de Von Mises Maxi à l'interface pour un profil du défaut de forme à 4 lobes dans le cas de serrages importants

III.3.2) Aire de contact

La figure II.17 indique l'évolution du rapport entre l'aire réelle de contact et l'aire nominale (ou apparente) correspondant au cas sans défaut. Lorsque l'aire réelle de contact tend vers l'aire nominale, la contrainte de Von Mises maximum atteint la valeur de la pression maximum ($\epsilon_f = 0,01$ mm et serrage moyen $\Delta_m = 0,03$ mm). Lorsque la zone proche de l'interface devient plastique, la pression maxi continue de croître mais de manière moindre du fait de l'écroutissage.

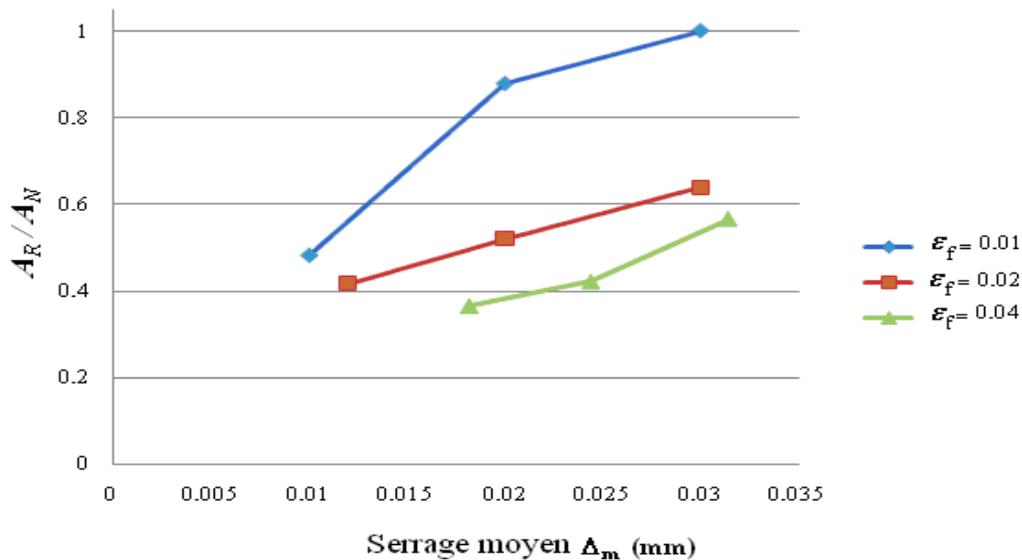


Figure II.17 : Evolution de l'aire de contact en fonction de l'amplitude du défaut pour un profil à 4 lobes

Pour des serrages importants supérieurs aux valeurs conventionnelles, on remarque que l'aire de contact réelle continue de progresser (voir Figure. II.18). Cette progression s'effectuant de manière quasi linéaire. Elle confirme bien le résultat obtenu précédemment sur l'évolution de la pression moyenne.

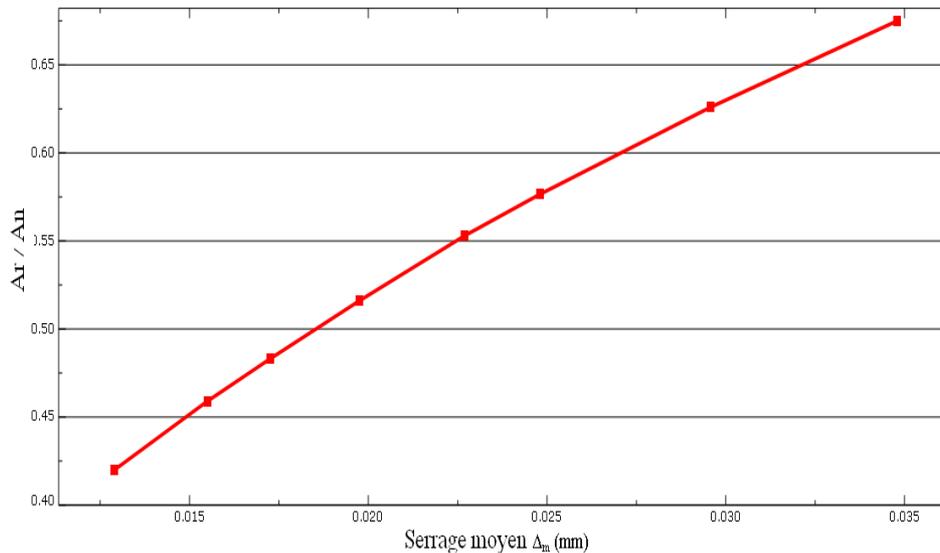


Figure. II.18 : Evolution de l'aire de contact en fonction du serrage pour un profil à 4 lobes et un défaut de forme $\varepsilon_f = 0,02$ mm

III.3.3) Concentration de contrainte sur les bords

Un autre phénomène bien connu est la présence de concentration de contraintes due aux effets de bords. Ozel et al. [OZE, 05] ont étudié l'influence de la forme d'axe et du moyeu sur la répartition des pressions pour un assemblage fretté. Ils constatent que les effets de bords dépendent fortement de la géométrie tant au niveau de l'interface que de la forme extérieure du moyeu. Zhang et al. [ZHA, 07] ont modélisé un turbo compresseur de moteur de locomotive diesel. Les assemblages présentaient un axe en acier et une turbine en alliage léger. Ils ont montré que la concentration de contrainte au niveau des bords dépendait fortement de la forme extérieure de la turbine. Fontaine et Siala [FON, 98] ont montré qu'il était possible théoriquement de supprimer la concentration de contrainte due aux effets de bord par la définition d'un chanfrein approprié. Pratiquement, ce chanfrein reste difficile à réaliser car il nécessiterait des moyens de production très précis et la présence du défaut viendrait encore compliquer la tâche. La figure II.19 indique bien l'influence du bord sur les pressions. On remarque que le défaut a tendance à augmenter l'effet de bord. Ces éléments sont bien sûr essentiels à prendre en compte dans la définition de l'assemblage.

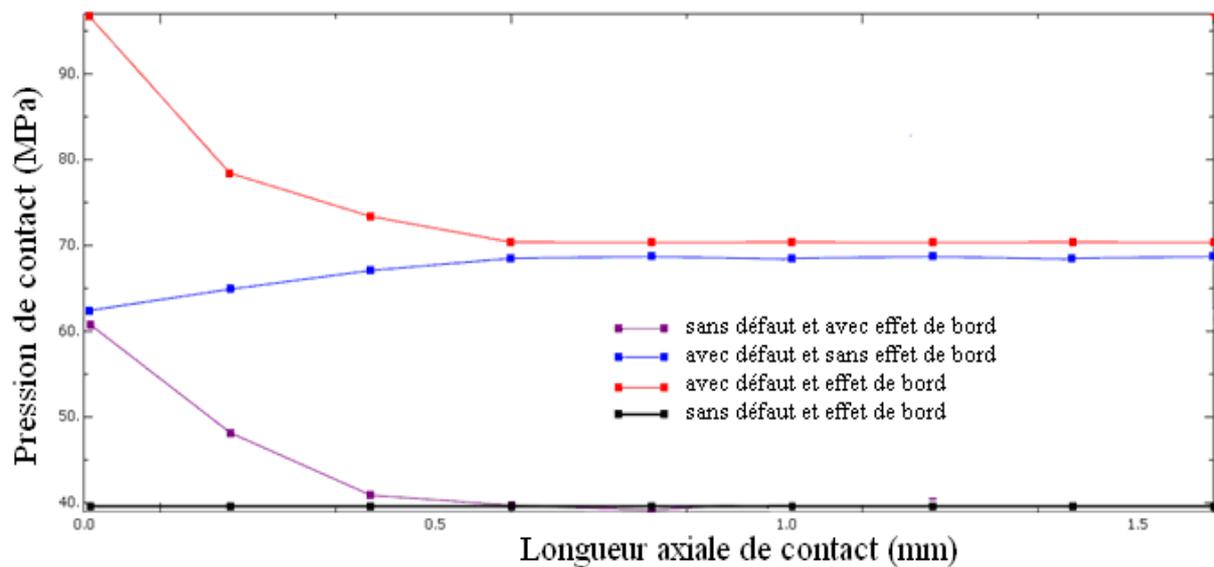


Figure II.19 : Effets du bord sur la pression à l'interface du moyeu

IV) MODELISATION DE L'EXTRACTION

Pour mesurer les propriétés de l'assemblage et confronter les modélisations à l'expérience, la résistance à l'extraction a été choisie pour sa facilité de mise en œuvre.

Pour modéliser celle-ci, les conditions aux limites suivantes ont été appliquées : Un déplacement axial (selon la direction Z) de l'axe a été imposé. La face plane du moyeu et la surface cylindrique extérieure ont été bloquées dans la direction axiale Z. Une petite zone proche de l'interface a été laissée libre pour tenir compte du jeu entre l'axe et le dispositif support (voir Figure II.20). Pour des questions de commodité, seule une épaisseur de base a été modélisée. Pour des échantillons d'épaisseur plus importante, l'effort peut être extrapolé en fonction des rapports entre les surfaces. Cette démarche introduit une légère erreur due à la moyennation de l'effet de bord mais celle-ci est réduite du fait de la localisation restreinte de la concentration de contrainte.

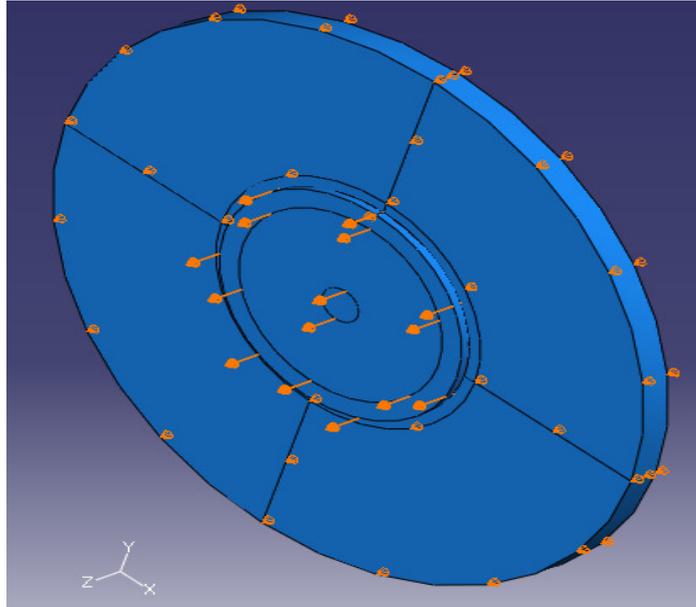


Figure II.20 : Conditions aux limites de la phase d'extraction

Comme évoqué plus haut, le coefficient de frottement a été pris avec la valeur arbitraire de 0,15. Cette valeur est couramment utilisée dans un contact acier /duralumin. Pour être plus rigoureux et précis, il aurait fallu le déterminer expérimentalement. Toutefois, dans le cadre de cette étude, il peut être considéré comme variable de corrélation. Ne cherchant pas à déterminer de façon absolue mais relative les résistances des assemblages modélisés, il n'est donc pas nécessaire de le connaître de manière très précise.

Un exemple d'évolution de l'effort d'extraction est donné sur la figure II.21. Le phénomène de frottement statique n'est pas pris en compte car difficile à déterminer précisément. Seul le frottement dynamique est simulé ce qui donne l'allure de plateau à la courbe. En pratique, le seuil du frottement statique étant plus important, les courbes présentent un pic dans la phase transitoire.

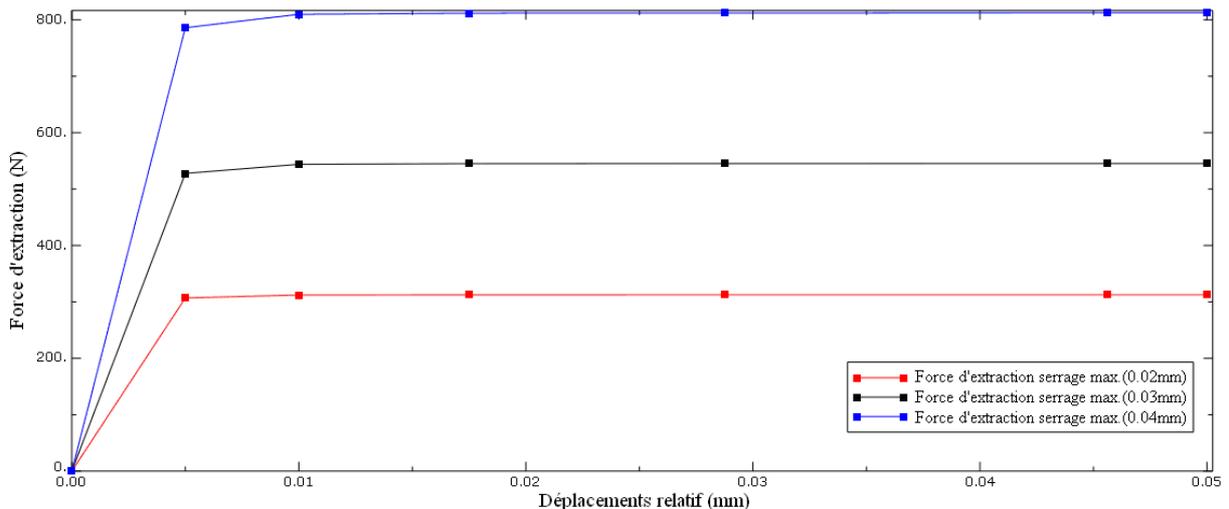


Figure II.21: Evolution des efforts d'extraction pour différents serrages dans le cas d'un défaut de forme (profil à 4 lobes d'amplitude $\varepsilon_f = 0,02$ mm, 0,03mm et 0,04mm)

Comme le montre le tableau II.1 présenté ci-dessous pour des échantillons avec et sans défaut, la périodicité du défaut influence la force d'extraction. Pour un même serrage et une même amplitude du défaut, on remarque que la force d'extraction augmente.

Tableau II.1: Force d'extraction théorique pour un serrage moyen $\Delta_m = 0.01$ mm

Nombre de lobes	0 lobe (sans défaut)	1 lobe ($T=2\pi$)	3 lobes ($T = 2\pi/3$)	4 lobes ($T= \pi/2$)
Force d'extraction	279 N	288 N	289.5 N	312 N

La figure II.22 montre que suivant la définition du serrage, l'effet du défaut de forme sur la force d'extraction est différent. Si on considère le serrage moyen, comparé à un alésage parfait, lorsque le moyeu présente des défauts, la force est toujours supérieure. Cela signifie que le défaut accroît la résistance. Cette évolution est non linéaire en fonction du défaut de forme. Au contraire, si on considère la définition du serrage maximum, c'est l'opposé et plus le serrage sera important plus l'écart entre les résultats sera important. Les résultats sont alors proches d'une droite de régression et l'évolution de la résistance sera à peu près linéaire en fonction du défaut de forme. On remarque donc que les deux définitions du serrage sont possibles, la première donne des résultats proches du calcul effectué avec l'hypothèse de pièces sans défaut, la seconde est mieux corrélée avec les résultats du calcul de la résistance. Si les deux définitions sont possibles, il convient donc de préciser dans la définition du serrage celle qui est préconisée.

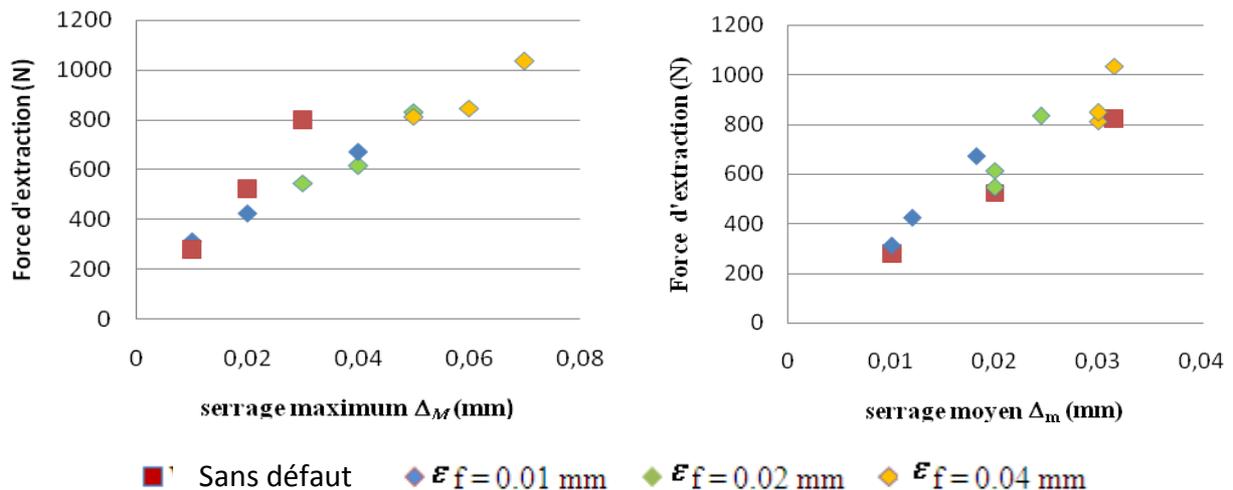


Figure II.22 : Effort théorique d'extraction pour différentes valeurs du défaut de forme en fonction du serrage maxi. (à gauche) et du serrage moyen (à droite)

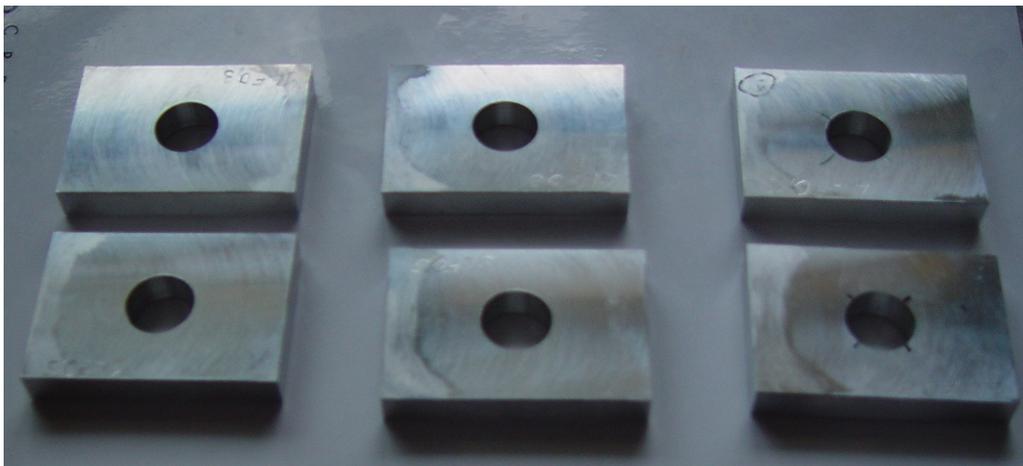
Les effets de bords ont une petite influence sur la résistance. Du fait des grandes pressions locales, le « bourrelet » généré par la déformation de l'axe tend à s'opposer à l'extraction. L'accroissement de la force d'extraction est de l'ordre de 10%. Il tend à être plus important lorsque le moyeu présente des défauts de forme importants. La connaissance de la pression moyenne n'est donc pas suffisante pour la détermination de la résistance à l'extraction de l'assemblage.

V) ETUDE EXPERIMENTALE

V.1) Réalisation et mesure des échantillons

L'objectif de cette partie est de prévoir la résistance d'un assemblage fretté en présence de défauts géométriques. Bien que, la modélisation ne concerne que les défauts de forme, il a semblé utile d'avoir des échantillons pour différents états de surface notamment dans l'objectif de répondre à la seconde partie de ce travail. Ainsi, différents échantillons ont été réalisés: ils présentent un défaut de forme avec un profil à 1, 3 ou 4 lobes ($T=2\pi$, $2\pi/3$ et $\pi/2$), un diamètre moyen identique égal à 7,98 mm et une valeur maxi du défaut de forme ε_f variant de 0,02 mm à 0,06 mm. Le pas de rugosité varie de 0,14 mm à 0,5 mm et la rugosité moyenne R_z de 2,74 μm à 22 μm . Les moyeux ont été frettés sur un axe en acier calibré (stub) à un diamètre 7,996 mm. Les résultats présentés, concernent seulement les moyeux rectangulaires. Les échantillons ont été usinés sur un centre à commande numérique. Le défaut de forme a été obtenu avec une petite fraise à contourner. Enfin, une passe de finition sur un tour a permis d'obtenir les différentes rugosités.

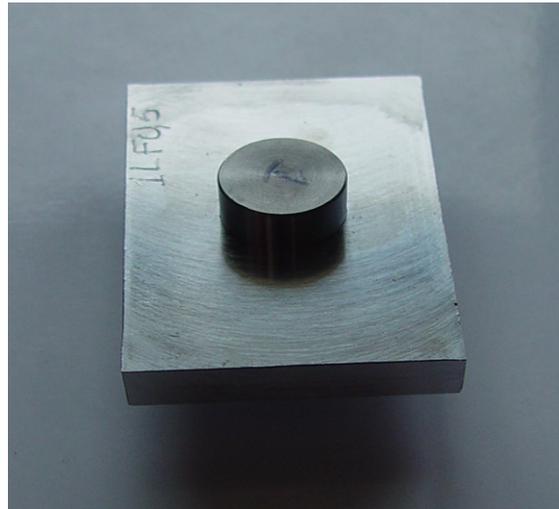
Les photos suivantes (voir figures II.23 (a), (b) et (c)) montrent différents échantillons réalisés avec des formes extérieures rectangulaires



(a) Moyeux rectangulaires



(b) Axes en acier (stub)



(c) moyeu et axe assemblés

Fig II.23 : Photos des échantillons réalisés

Chaque échantillon a été mesuré de manière précise avec la procédure suivante :

1^{ère} phase : Mesure du diamètre moyen sur une Machine à Mesurer Tridimensionnelle (MMT), avec une tête PH10 et le logiciel Prélude (voir figure II.24). Deux sections les plus éloignées possibles ont servi à déterminer chaque alésage. Ces sections ont été définies à partir de 50 points de mesure et les cercles obtenus avec une méthode des moindres carrés ont permis de déterminer le diamètre moyen de chaque alésage

2^{ème} phase : Mesure du défaut de forme sur une machine de mesure de pièce cylindrique (voir figure II.24). La MMT, n'étant pas très adaptée à la mesure des défauts de formes. Ceux-ci ont été mesurés grâce à une machine de mesure des pièces cylindriques (ces mesures étant toutefois relatives, la mesure du diamètre moyen effectuée à la première phase est nécessaire). Les profils mesurés sur des sections correspondant à celles de la mesure des diamètres moyens sur la MMT ont été digitalisés tous les 5 degrés.



Figure.II.24: Machine à mesurer tridimensionnelle utilisée pour mesurer le diamètre moyen des alésages



Figure.II.25 : machine à mesurer les défauts des pièces cylindriques utilisées pour mesurer les défauts de forme des alésages

La figure II.26 montre un exemple de résultat de mesure du défaut de forme d'un échantillon présentant un profil avec 4 lobes et une valeur du défaut de forme maxi de 62 µm.

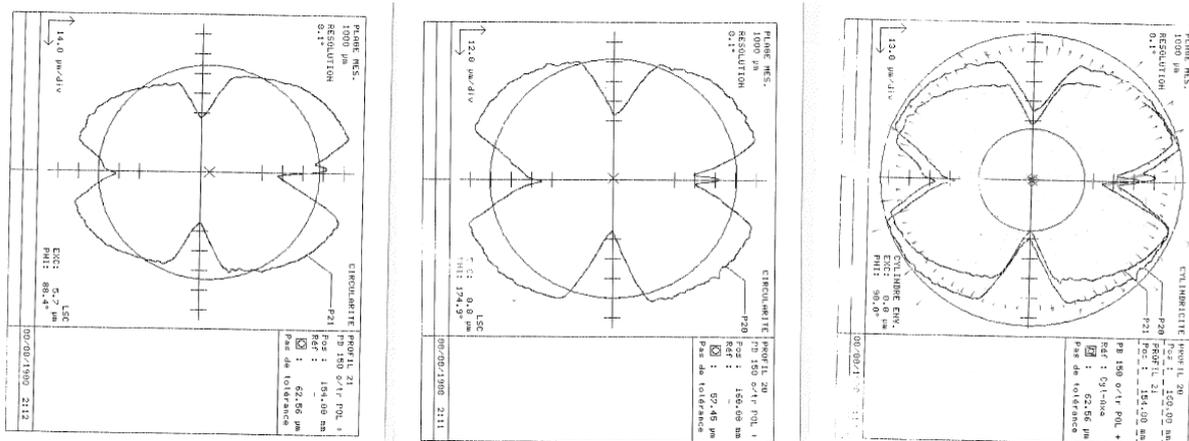


Figure II.26 : Exemple de profils de défaut de forme mesurés

3^{ème} phase : mesure de la rugosité. Ne disposant pas au laboratoire de surfacturer, la rugosité a été mesurée avec un rugosimètre (voir figure II.27) classique par contact. Quatre mesures suivant la génératrice à différents endroits de l'alésage ont été moyennées afin d'avoir un résultat représentatif de l'ensemble de la surface. Seule la rugosité suivant la génératrice à été mesurée. En effet celle-ci est largement prépondérante en opération de tournage (voir figure II.28).



Figure.II.27: Rugosimètre utilisé pour effectuer les mesures de rugosité

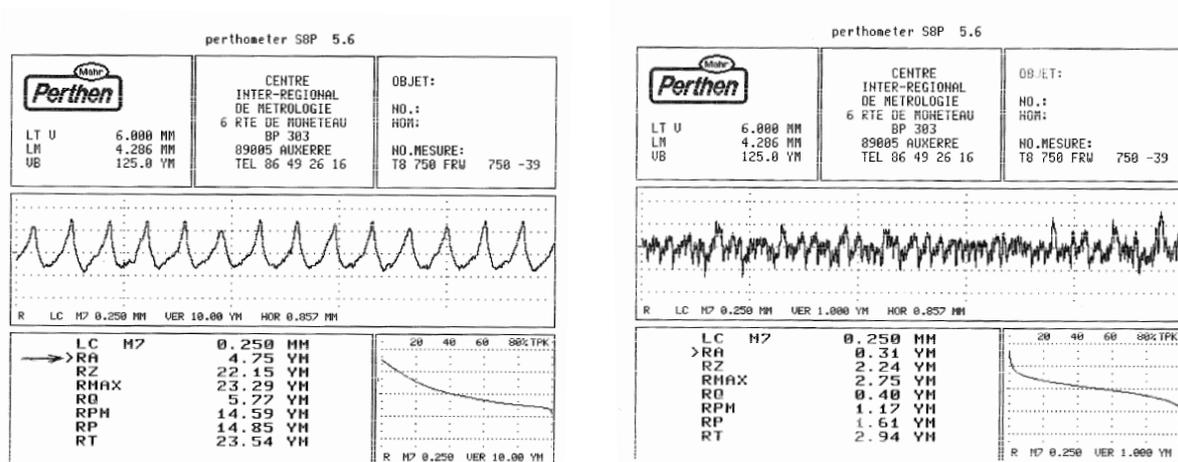


Figure.II.28: Exemples de profil de rugosité mesuré pour un profil à 4 lobes une avance de 0,3mm par tour correspondant à une opération d'ébauche (à gauche) et de 0,05 mm par tour correspondant à une finition (à droite)

La synthèse des résultats de mesure des échantillons est donnée en annexe 1, elle concerne les échantillons de forme extérieure rectangulaire mais aussi de forme extérieure circulaire avec ou sans défaut de forme.

L'opération de frettage a ensuite été réalisée en chauffant les moyeux à une température compatible avec un emmanchement sans effort de manière à ne pas altérer les surfaces. Une température limite de 400°C n'a toutefois pas été dépassée de façon à ne pas transformer thermiquement les matériaux. Certains échantillons dont le serrage était trop important n'ont toutefois pas pu être assemblés.

V.2) Quantification des propriétés mécaniques de la résistance des échantillons

V.2.1) Mesure des pressions à l'interface

Vérifier les prévisions de la modélisation de l'opération de frettage reste une tâche difficile, car il est impossible de placer des jauges d'extensométrie sur l'interface sans les détériorer. Plusieurs techniques ont fait l'objet de précédents travaux. Lewis et al. [LEW, 05] ont essayé de mesurer les pressions d'interface par des ultra-sons. Ils ont toutefois constaté que la précision de l'étalonnage dépend de la similitude de la rugosité de l'échantillon étalon avec celui

des surfaces de l'assemblage pour lequel on souhaite déterminer les pressions de contact. Ils notent qu'il n'y a pas de méthode pour obtenir directement la pression de contact, analytiquement à partir des mesures de réflexion. Hosseinzadeh et al [HOS, 11] ont adapté la technique du deep hole drilling (DHD) pour mesurer les contraintes résiduelles d'un assemblage fretté afin de prendre en compte l'état d'élastoplasticité du matériau. La méthode incrémentale (ICHD) mise au point permet de mesurer les contraintes dans les 3 directions. Elle met en évidence les contraintes résiduelles dues à l'usinage des surfaces, celles-ci peuvent en effet modifier notablement les contraintes effectives. Cette technique donne un bon accord entre la théorie et l'expérience mais elle est difficile et délicate à mettre en oeuvre. Enfin, Lewis et al. [LEW, 09] ont récemment utilisé la technique de diffraction des neutrons pour mesurer les contraintes engendrées lors d'un assemblage fretté puis soumis à une sollicitation en torsion. Cependant, cette technique demande un matériel important et ne permet pas de mesurer les contraintes exactement à l'interface mais seulement à proximité de celle-ci. Elle permet toutefois de valider un modèle numérique en élasticité obtenu par élément finis. Les résultats de mesure obtenus pour un serrage relatif de 0,09% recouvrent ceux donnés par la modélisation avec toutefois des incertitudes de mesure qui ne permettent pas de mettre en évidence les effets de bord. La détermination de l'état de contrainte repose sur la détermination des micro-déformations de la structure, la connaissance de la loi de comportement est donc nécessaire. Dans le cadre d'une loi élasto-plastique, la mesure est plus complexe du fait de la non linéarité du comportement.

La mesure des contraintes à l'interface est donc une opération difficilement réalisable malgré les progrès actuels des techniques expérimentales. C'est pourquoi, l'effort d'extraction, grandeur globale mais facilement mesurable sera utilisé ici pour comparer les résultats de la modélisation avec les expérimentations.

V.2.2) Mesure de l'effort d'extraction

La résistance de chaque assemblage a ensuite été déterminée par un essai d'extraction grâce à une machine de traction. La figure II.29 montre le dispositif avec lequel les essais ont été réalisés. L'échantillon assemblé a été placé entre 2 plateaux de compression et posé par l'intermédiaire d'un support. Deux essais d'extraction, un dans chaque sens, pour chaque échantillon ont été effectués, afin de valider ou non l'effet de la conicité de l'alésage. Seul l'effort nous intéresse dans cette expérimentation, c'est pourquoi il a été mesuré précisément grâce à une cellule d'effort. La détermination de la rigidité de l'assemblage, beaucoup plus difficile à modéliser, n'a pas été recherchée.

Lorsque le défaut de conicité est faible, les courbes obtenues présentent des allures identiques à celles indiquées sur les figures II.30 (a) et (b). On remarque une phase de résistance élastique de l'assemblage puis une phase de glissement figuré par un plateau présentant ou non des vagues.

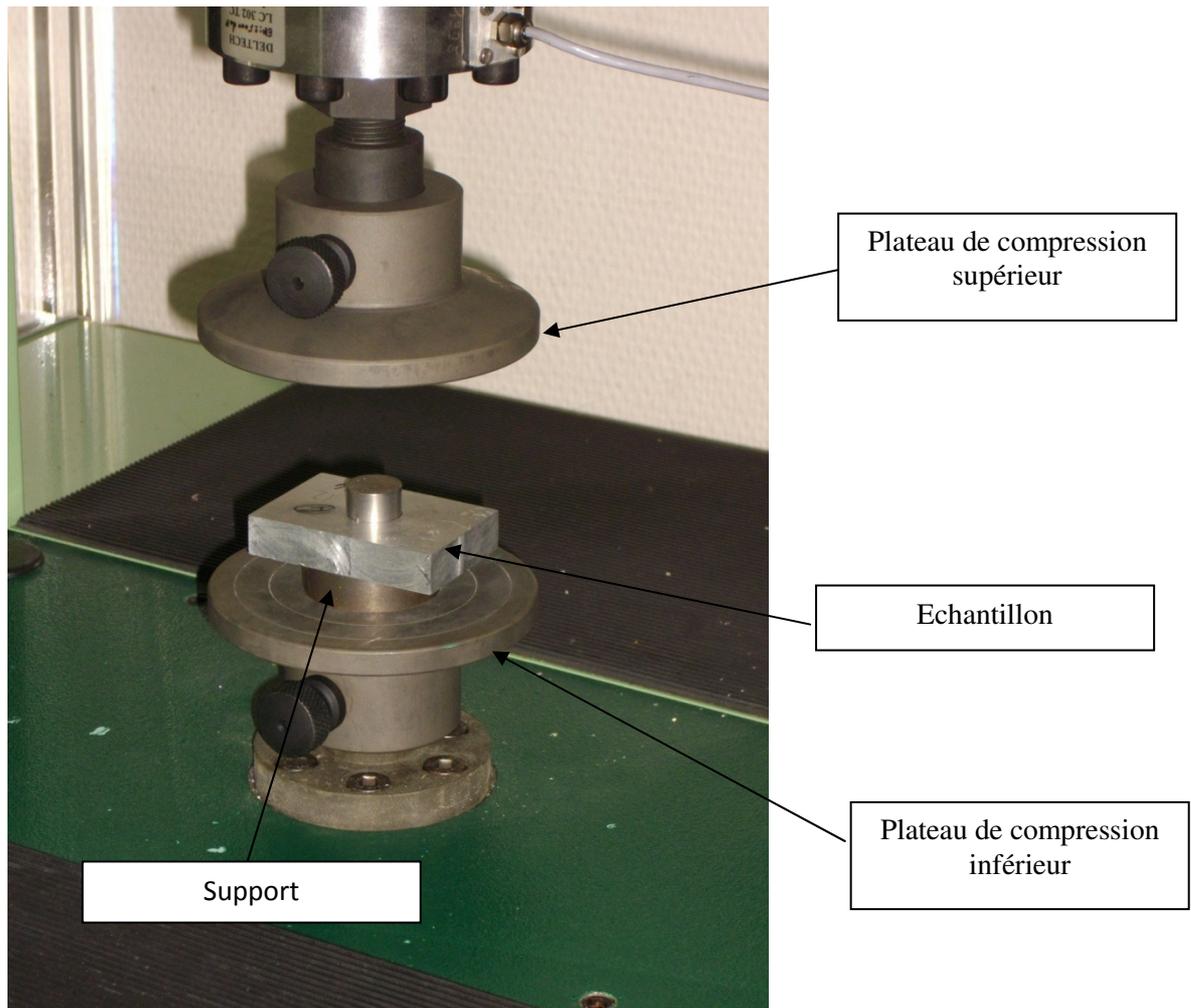


Figure II.29 : Dispositif de mesure de la résistance à l'extraction

La figure II.30 (a) représente la résistance à l'extraction d'un échantillon présentant un profil avec un lobe, un défaut de forme de $26\ \mu\text{m}$ et dont la finition a été réalisée avec une avance de $0,05\ \text{mm}$ par tour. On remarque que la courbe d'extraction puis la courbe inverse ne se superposent pas parfaitement. Deux raisons peuvent en être la cause :

- la surface est matée lors du premier déplacement par le glissement entre l'acier et le duralumin. Elle ne réagit donc pas de la même manière pour le deuxième déplacement.
- la surface est légèrement conique ce qui explique la non apparition du plateau lors du deuxième déplacement.

Ces deux causes peuvent bien sûr se produire simultanément.

La courbe représentée sur la figure II.30 (b) montre la résistance à l'extraction d'un échantillon présentant un profil avec un lobe, un défaut de forme de $31\ \mu\text{m}$ et dont la finition a été réalisée avec une avance de $0,5\ \text{mm}$ par tour. On remarque des effets de vagues qui sont dues vraisemblablement aux effets de coincement provoqué par le frottement sec entre les deux surfaces. Ces éléments montrent la difficulté de réalisation de telles expérimentations.

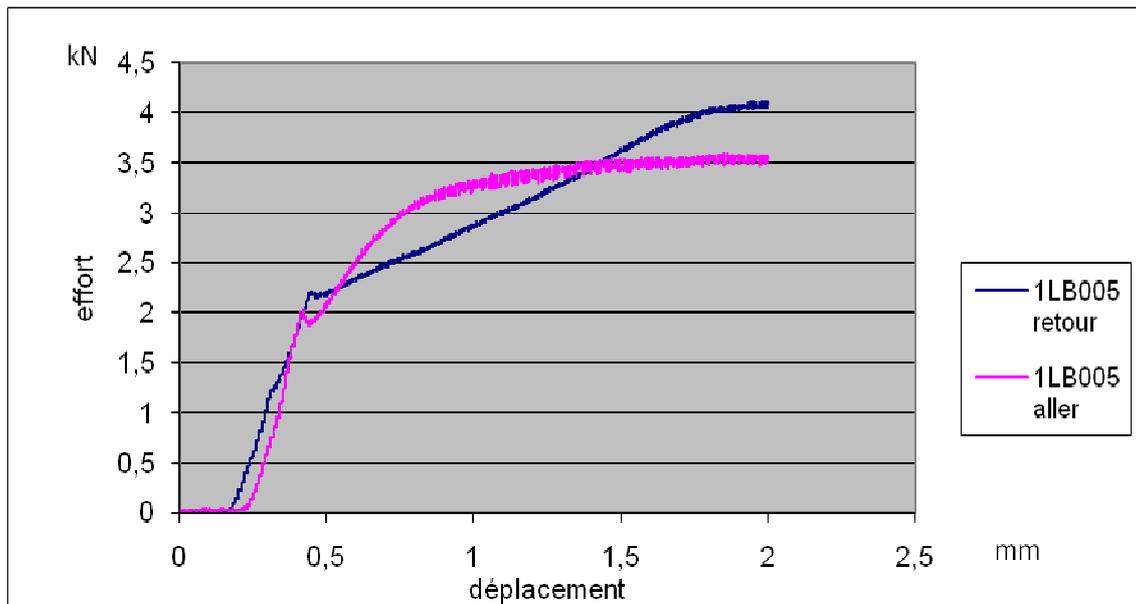


Figure II.30 (a) : Courbe d'extraction de l'échantillon 1LB005 suivant un premier sens (aller) puis un sens opposé (retour)

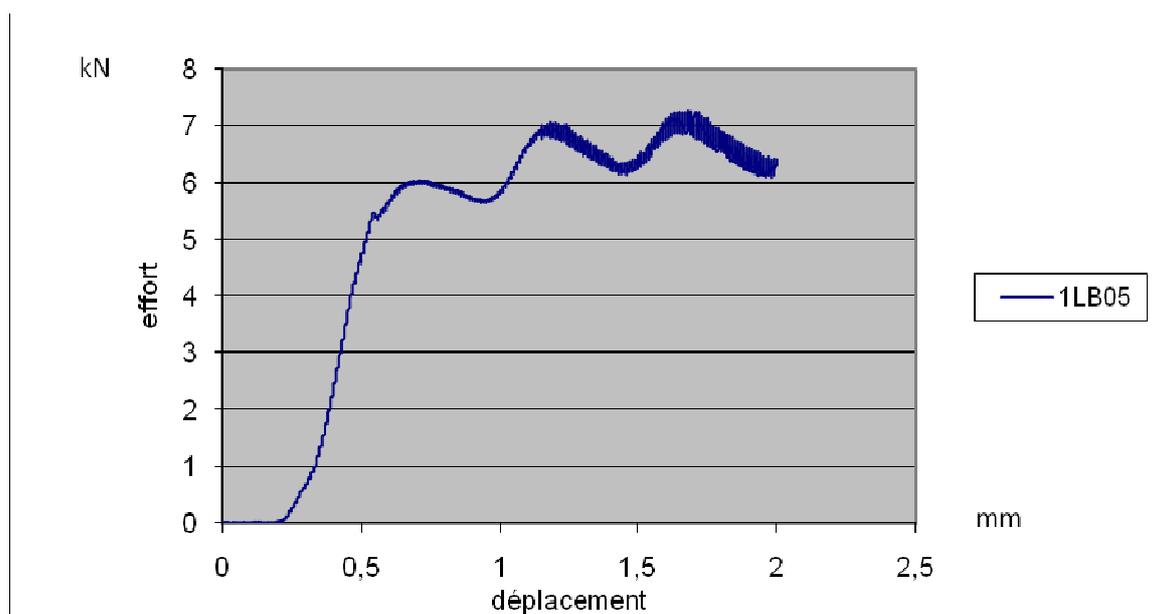


Figure II.30 (b) : Courbe d'extraction de l'échantillon 1LB05 suivant un premier sens (aller)

V.3) Comparaison des modélisations et des expérimentations

Chaque échantillon a été ensuite modélisé à partir des données géométriques mesurées. Le profil de l'alésage a donc été reconstruit en superposant le profil du défaut de forme mesuré sur les 2 niveaux au diamètre moyen.

Le tableau II.2 donne les différentes caractéristiques pour chaque échantillon fretté, ainsi que les efforts d'extraction expérimentaux et calculés avec ABAQUS. Ces résultats sont représentés également par la figure II.31 qui montre l'évolution de la force d'extraction

expérimentale comparée à la force théorique en fonction du serrage relatif maximum, défini par la relation suivante $\Delta_M \% = \Delta_M / d_A$ avec Δ_M serrage maximum et d_A diamètre de l'axe.

Tableau II.2 : Comparaison des efforts obtenus par modélisation avec Abaqus et ceux obtenus par expérimentation

N° de l'échantillon	Période T du défaut	Amplitude du défaut ϵ_f (mm)	Δ_M (mm)	Δ_m (mm)	Δ_M relatif %	Δ_m relatif (%)	Effort théorique (N)	Effort expérimental (N)
1LB005	2π	0.022	0.025	0.012	0.16	0.08	2231	2200
3 LB 005	$2\pi/3$	0.026	0.026	0.014	0.16	0.09	1847	2000
1 LB 05	2π	0.033	0.044	0.027	0.28	0.17	4393	4500
4LB01S3	$\pi/2$	0.02	0.05	0.03	0.31	0.19	5209	4900
4LB015	$\pi/2$	0.030	0.06	0.03	0.38	0.19	5785	5500
1LB03	2π	0.034	0.066	0.051	0.41	0.32	6587	6000
3LB03	$2\pi/3$	0.051	0.09	0.0546	0.56	0.34	6768	6400
4LB03	$\pi/2$	0.062	0.09	0.0538	0.56	0.34	7828	7200

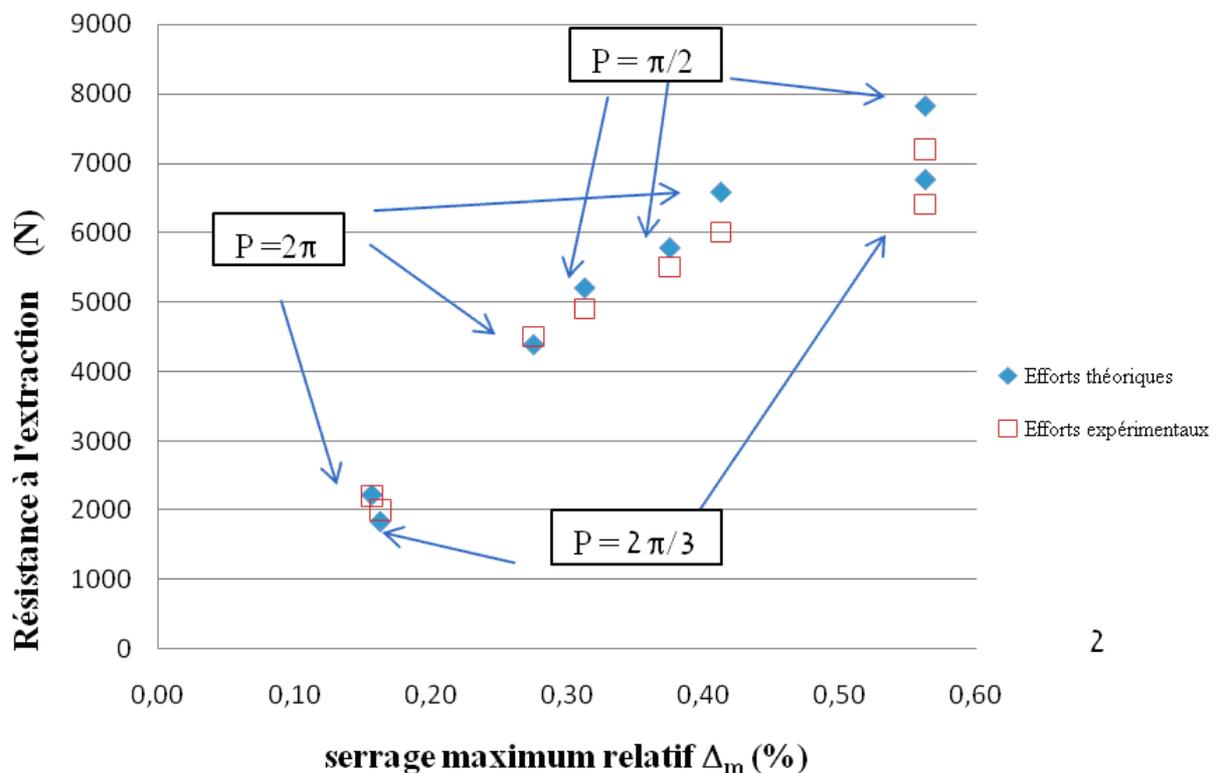


Figure II.31: Evolution de la résistance à l'extraction théorique et expérimentale en fonction du serrage relatif maximal

On remarque que pour des serrages conventionnels inférieurs à 0,16%, les écarts entre la modélisation et l'expérimentation sont faibles. Lorsque le serrage dépasse 0,3% les écarts entre résultats théoriques et expérimentaux sont plus importants. Ceci est dû aux comportements des aspérités qui passent rapidement en plasticité. Cet effet est connu sous le nom de perte de serrage ou lissage. Il dépend de la valeur de la rugosité. La rugosité caractéristique au niveau du dernier point de la courbe est la suivante $R_a = 1.98 \mu\text{m}$, $R_z = 8.9 \mu\text{m}$ et $R_t = 13,7 \mu\text{m}$. Fontaine et al. [FON, 02] ont montré que la perte de serrage peut atteindre une valeur non négligeable de l'ordre de plusieurs centaines de newton. Ainsi il est nécessaire à ce niveau de tenir compte du comportement des aspérités pour les deux derniers points du graphe correspondant aux échantillons. On remarque que, pour un même serrage, les efforts d'extraction diffèrent. Ceci montre l'influence du défaut de forme et la nécessité d'une modélisation pour le prendre en compte.

Dans [BOU, 11], on présente les résultats de l'étude de cette première partie dans une revue internationale, ce qui montre la contribution scientifique sur cet aspect de recherche.

VI) CONCLUSION

L'objectif de l'étude entreprise dans ce chapitre était de montrer l'influence du défaut de forme ainsi que certaines caractéristiques géométriques des surfaces en contact des pièces fretées, telles que la période, l'amplitude, le chanfrein, le serrage....., sur la répartition des pressions de contact, les contraintes de Von Mises et la résistance mécanique de l'ensemble à l'extraction. Nous montrons que l'effet du défaut de forme n'est pas négligeable et qu'au lieu de dégrader les caractéristiques de résistance de l'assemblage, il peut lui conférer une résistance égale voire plus importante que sans la présence du défaut. Cela signifie que les procédés généralement employés pour élaborer les surfaces présentant les caractéristiques préconisées par les normes ne sont pas obligatoirement nécessaires. Des procédés comme le tournage ou l'alésage moins onéreux peuvent tout à fait convenir si toutefois le défaut est maîtrisé. Nous montrons que ces caractéristiques peuvent être facilement déterminées par les moyens de modélisation actuels, en l'occurrence à l'aide des logiciels par éléments finis. Ceux-ci peuvent permettre de bien quantifier les effets de concentration de contraintes dus aux bords. Ils peuvent être minimisés par des formes adéquates de type chanfrein. Toutefois lorsque les surfaces présentent une rugosité importante, l'influence de celle-ci n'est pas négligeable et il est nécessaire de la prendre en compte. C'est l'objet du chapitre suivant dans lequel nous proposons une démarche simple pour aborder ce problème.

ETUDE DE L'INFLUENCE DU DEFAUT D'ETAT DE SURFACE

I) INTRODUCTION

Nous abordons dans ce chapitre l'étude du comportement des aspérités de l'état de surface au cours du processus de frettage. Comme nous l'avons déjà abordé lors de la présentation de l'état de l'art, cette partie est complexe. D'une part, il est difficile de caractériser simplement l'état de surface car de nombreux critères ont été introduits pour décrire celui-ci, tant au niveau profil [ISO, 98-b], [ISO, 98-a] qu'au niveau de la surface [MAI, 01]. Il est donc difficile de modéliser son comportement. D'autre part, la mesure et la mise en œuvre pratique est assez complexe du fait de l'aspect micro-géométrique, l'ordre de grandeur étant inférieur au micromètre. Dans un premier temps nous allons aborder l'aspect modélisation du comportement des aspérités en portant notre choix sur une résolution numérique. Nous verrons les raisons qui nous ont poussés à choisir une méthode du type homogénéisation. Ensuite nous aborderons l'influence d'un nombre restreint de paramètres fondamentaux sur le comportement des aspérités soumises aux chargements localisés à l'interface lors d'un frettage. Puis nous déterminerons les propriétés mécaniques de l'assemblage en fonction des caractéristiques de l'état de surface. Enfin, nous confronterons nos résultats théoriques avec les expérimentations que nous avons réalisées.

II) Modélisation du comportement des aspérités

Comme nous l'avons évoqué au chapitre I, la prise en compte du comportement des aspérités est étroitement liée aux lois de contact employées. Modéliser les aspérités par un maillage fin n'est pas compatible avec la complexité des pièces développées par l'industrie. Il est donc nécessaire d'introduire le comportement de celles-ci à un niveau macroscopique.

Le modèle de contact basé sur les conditions de Signorini reste un modèle théorique éloigné des conditions réelles car les aspérités ne sont pas prises en compte.

De nombreux auteurs ([ODE, 84], [SIM, 85], [JOH, 89], [BAT, 97],...) se sont penchés sur le problème complexe de résolution du contact par la méthode des éléments finis. Les méthodes employées reposent sur la pénalisation ou la méthode des multiplicateurs de Lagrange que nous avons brièvement introduites plus haut (voir § I.3).

Zavarise et al. [ZAV, 98] introduisent une méthode qui permet de mieux maîtriser la loi de contact en admettant une pénétration éventuelle ainsi qu'une rigidité qui n'est pas forcément infinie lorsqu'il y a contact. La figure III.1 montre que la méthode proposée est beaucoup plus souple que la méthode de pénalité classique pour résoudre le problème de contact ; Elle permet d'une part d'améliorer la convergence par une meilleure stabilité des algorithmes de calcul mais aussi de mieux représenter les conditions physiques. Ces modèles peuvent être enrichis par une description basée sur des NURBS dans le cas de grandes déformations [DeLO, 11].

Intégrer directement le comportement des aspérités dans une telle loi de contact est une idée intéressante mais nous sommes alors confrontés à deux difficultés.

La première tient du fait qu'il faut que la loi traduise bien le comportement local des surfaces en contact. Cet objectif peut être atteint en modélisant finement le comportement des aspérités et en traduisant la relation entre la pénétration et l'effort de contact.

La seconde, plus complexe à résoudre, vient du comportement des aspérités qui ne dépend pas uniquement des sollicitations normales à la surface (du type pression) mais aussi des sollicitations dans les directions de la surface. Cela signifie que la loi de contact dépend des conditions de sollicitation dans chaque solide en contact. Le problème de la formulation du contact devient alors complexe voire insolvable dans l'état actuel des méthodes déjà développées.

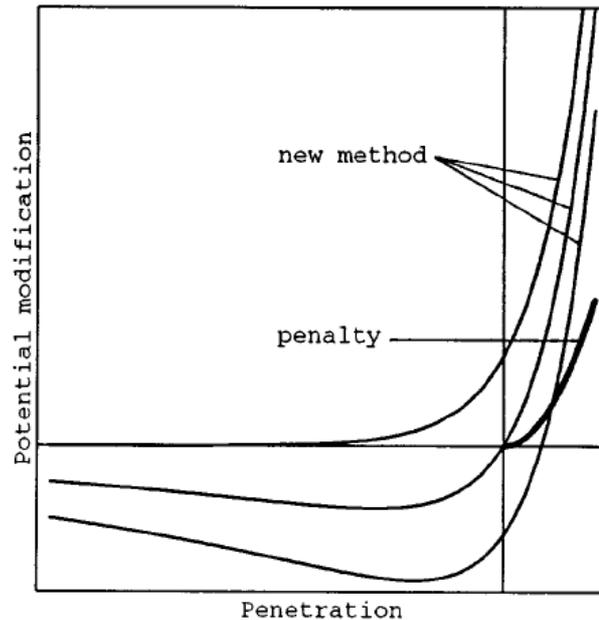


Figure III.1 : Modification du potentiel proposé par Zavarise par rapport au modèle gouverné par la méthode de pénalité (d'après [ZAV, 98])

Pour arriver à notre objectif d'étude, nous avons donc choisi d'utiliser une technique d'homogénéisation c'est-à-dire d'intégrer le comportement des aspérités dans un élément macro-géométrique ayant une forme simple.

II.1) Méthode d'homogénéisation

II.1.1) Cadre général

La méthode d'homogénéisation consiste à décrire le problème à un niveau multi-échelles. Le milieu homogénéisé (échelle macro) prend en compte le comportement local (échelle micro) en moyennant les effets. L'objectif est bien sûr de simplifier les calculs mais d'un autre côté, on perd en précision et des phénomènes locaux peuvent ne pas être discernés. Cette méthode semble toutefois bien adaptée à notre problème.

J.C. Passieux passe en revue les différentes méthodes multi-échelles notamment la méthode d'homogénéisation [PAS, 08]. Sanchez-Palencia [SAN, 74] a été un des premiers à mettre en œuvre une approche multi-échelle, basée sur l'analyse asymptotique de la solution,

mettant en jeu un problème macro posé sur des quantités homogénéisées et un problème micro permettant de remonter aux propriétés locales.

La théorie d'homogénéisation s'est imposée pour des milieux anisotropes comme les matériaux composites. Elle a d'abord été appliquée aux matériaux présentant des périodicités de structures.

Cette théorie s'applique dans le cas où le matériau est constitué de la répétition régulière d'un même motif, la cellule élémentaire. Cette cellule élémentaire est agrandie par une homothétie de rapport ε et notée Θ . ε est un paramètre petit qui caractérise le rapport des échelles micro et macro.

Une variable x est associée aux variations lentes (échelle macro), tandis que y est la variable locale de Θ associée aux variations rapides (échelle micro) (voir figure III.2). L'opérateur de comportement élastique e (opérateur de Hooke) est alors constant d'une cellule à l'autre, il est tel que $\mathbf{K}(x, y) = \mathbf{K}(y)$.

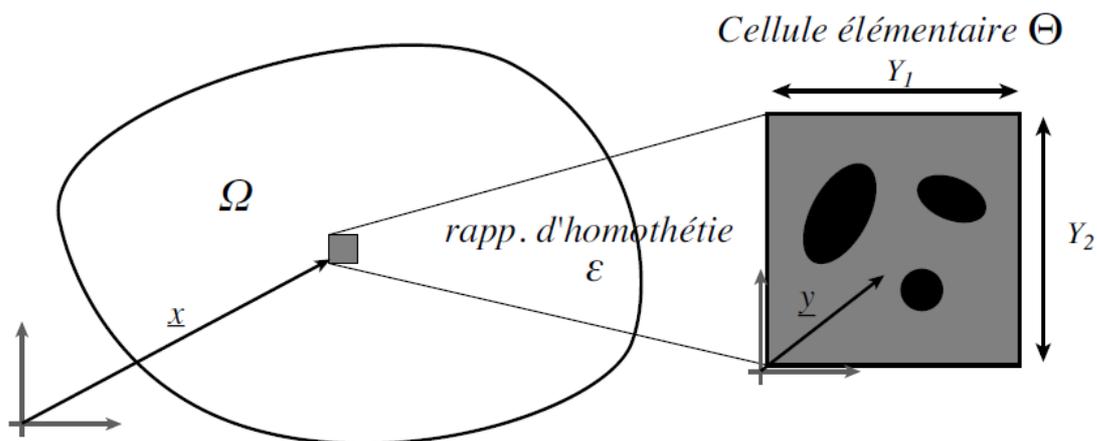


Figure III.2.: Notion de volume élémentaire et de différentes échelles (d'après J.C. Passieux [PAS, 08]).

Le problème se résout alors à différentes échelles :

- Ordre (-1) : Le champ de déplacement $u(0)$ est indépendant de y , c'est la solution macroscopique à variation lente.
- Ordre (0) : Le problème local consiste à trouver un ensemble champ de déplacement $u(1)$ permettant de construire un potentiel dépendant de la variable x et de la variable y . On fait l'hypothèse que le champ fonction de y se déduit linéairement du premier champ
- Ordre (1) : L'équilibre global et les conditions aux limites permettent de trouver le champ de déplacement moyenné avec un opérateur de comportement issu de calculs sur la microstructure.

Cette méthode reste adaptée au problème linéaire, et n'est applicable à notre cas que si les aspérités restent en élasticité. Elle admet néanmoins assez mal les effets de bord qui doivent subir un traitement particulier [DEV, 89].

J.C. Passieux introduit d'autres méthodes dérivant de la technique d'homogénéisation des milieux périodiques dans le cadre de comportements non linéaires. Le travail de la plupart des auteurs a consisté à écrire le développement asymptotique de toutes les variables du problème (déformations anélastique [FIS, 97], endommagement [TEM, 07]...). D'autres approches consistent à ne pas se donner a priori d'hypothèse sur le modèle macro non linéaire, mais plutôt à mener une analyse micro-macro itérative, dans laquelle un problème macro est résolu par la technique des éléments finis avec un comportement issu de calculs sur la microstructure.

Dans le cadre de modèles complexes, Feyel a utilisé la méthode des éléments finis pour effectuer les calculs à l'échelle micro [FEY, 03].

Cette méthode appelée méthode des éléments finis à deux niveaux (FE2) consiste à discrétiser la structure par une méthode éléments finis et à associer, à chacun des points d'intégration des éléments, un volume élémentaire représentatif Θ du matériau périodique, lui-même muni d'un maillage éléments finis très fin. Comme l'indique la figure III.3, les variables s sont décomposées en une partie macro SM et une partie micro Sm à qui on impose des conditions de périodicité sur les bords $\partial\Theta$. Les quantités macro SM sont constantes sur la cellule Θ , et correspondent à la valeur de cette variable S au point de Gauss du maillage grossier.

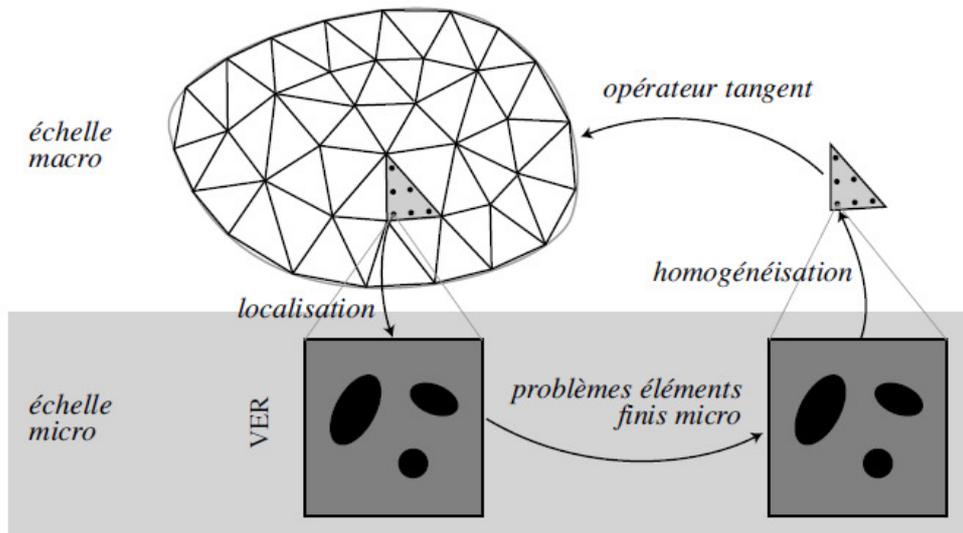


Figure III.3 : Imbrication des deux échelles de calcul l'échelle micro pouvant être traitée numériquement ou analytiquement (d'après J.C. Passieux [PAS, 08])

Il existe aussi beaucoup d'autres techniques et il est difficile d'en faire un état des lieux complet.

II.1.2) Cadre du contact rugueux

Dans le domaine du comportement des surfaces cette technique est aussi employée comme nous l'avons indiqué dans le chapitre I, Belghith et al ont introduit un modèle de comportement de contact rugueux homogénéisé [BEL, 10]. Pour ces travaux, les auteurs ont utilisé une caractérisation du comportement des aspérités donnée par Robbe-Valloire [ROB, 01]. Le modèle employé fait l'hypothèse d'aspérités de forme circulaire avec une loi de répartition log-normale.

Le rayon moyen ρ_i des aspérités est déduit des caractéristiques dimensionnelles des motifs par la relation suivante :

$$\rho_i = \frac{1}{16} \frac{AR_i^2}{H_i} \quad (\text{III.1})$$

Où AR_i représente le pas entre 2 pics de rugosité et H_i la hauteur entre le pic et la vallée du profil de rugosité au sens de la norme des motifs [ISO, 98-a].

Le rayon change d'une aspérité à l'autre avec une variabilité contrôlée, la valeur moyenne des rayons est alors :

$$\rho_m = \frac{1}{16} \left(\frac{AR^2}{R} + \frac{SAR^2}{R} \right) \quad (\text{III.2})$$

où AR représente le pas moyen de rugosité, SAR son écart type et R la hauteur rugosité moyenne. Son écart quadratique moyen s'écrit:

$$\rho_{rms} = \frac{1}{16} \frac{AR^2}{R} \sqrt{\frac{SR^2}{R^2} + 4} \cdot \frac{SAR^2}{AR^2} \quad (\text{III.3})$$

La fonction de distribution des rayons est alors la suivante

$$f(\rho) = \frac{1}{c_1 \rho \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2c_1^2} [\ln \rho - 2c_2]^2\right) \quad (\text{III.4})$$

Où c_1 et c_2 sont fonction de ρ_m et ρ_{rms}

Et celle des sommets :

$$f(Z) = \frac{1}{Z_{rms} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{Z - Z_m}{Z_{rms}}\right]^2\right) \quad (\text{III.5})$$

Le modèle intègre le comportement des aspérités et le fait qu'elles soient élastiques, élasto-plastiques ou entièrement plastiques. Ce modèle a été confronté à un modèle numérique d'indentation élaboré avec le logiciel ABAQUS. La figure III.4 (b) montre la comparaison du modèle analytique et du modèle numérique de prédiction de l'évolution de la distance d'enfoncement en fonction de la pression nominale pour un profil donné par la figure III.4 (a).

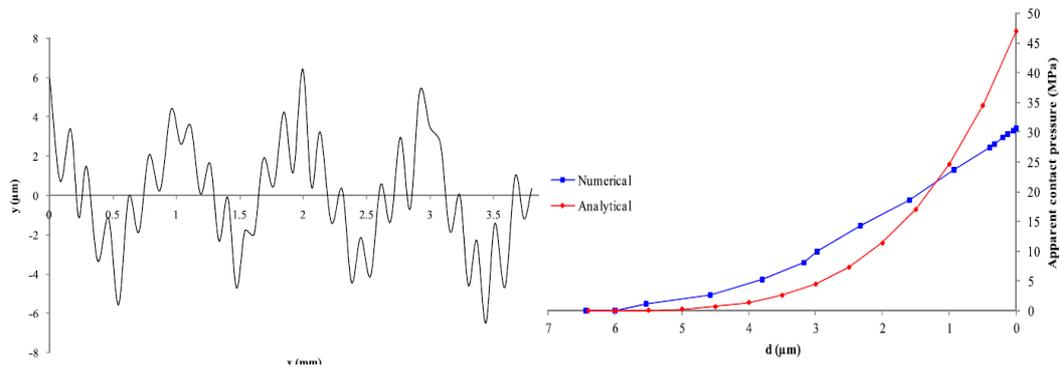


Figure III.4 : (a) Profil de rugosité, (b) Pression apparente de contact pour les deux modèles (d'après Belghith et al. [BEL, 10])

Belghith et al proposent alors une technique d'homogénéisation basée sur la représentation donnée par la figure III.5. En se basant sur la courbe synthétique précédente reliant la pression de contact avec la distance de séparation entre les deux surfaces moyennes, un comportement homogénéisé peut alors être établi. Les auteurs ont aussi vérifié d'une part la précision du modèle numérique ainsi que sa sensibilité aux variations des paramètres d'état de surface. Cette récente technique donnant de bons résultats, les auteurs vont l'appliquer à des cas réalistes de pièces industrielles, dans de futurs travaux.

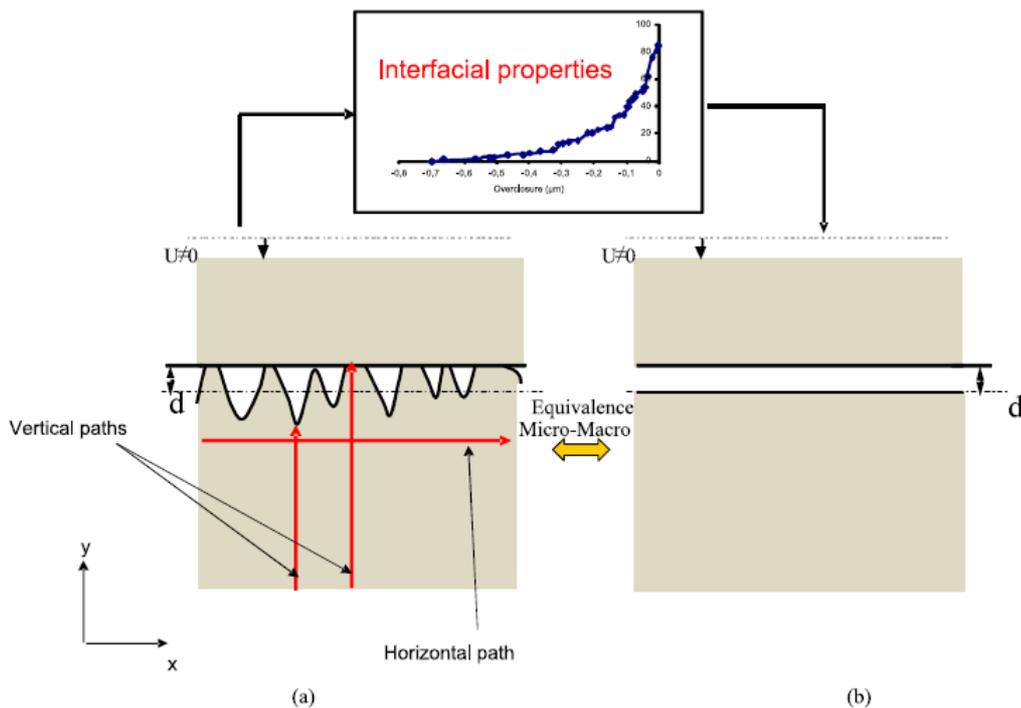


Figure III.5 : Passage de l'échelle micro (a) à l'échelle macro (b) par homogénéisation (d'après Belghith et al. [BEL, 10])

Cette approche ne peut pas être appliquée directement au cas du frettage car comme nous l'avons vu dans le chapitre I, le modèle de comportement des aspérités dépend fortement des états de contraintes dans les matériaux et non de la pression uniquement. Le modèle utilisé est celui de l'indentation par un poinçon plat, il ne correspond donc pas aux cas de sollicitations présentes lors

du frettage. Nous allons donc développer un modèle spécifique au cas du frettage en considérant tout d'abord la non présence de défaut de forme puis en intégrant dans un deuxième temps la présence de celui-ci.

Pour résumer, ce paragraphe consacré à l'approche traditionnelle des calculs homogénéisés, on peut dire que celle-ci consiste à établir dans un premier temps des coefficients effectifs ou macroscopiques (obtenus à l'aide de la structure fine du milieu), puis à résoudre dans un deuxième temps un problème homogénéisé (c'est-à-dire utilisant les coefficients effectifs déterminés précédemment) sur un maillage grossier (par rapport aux échelles des hétérogénéités initiales). Cette approche permet d'obtenir assez facilement le comportement moyen des variables du modèle. Nous allons donc la développer en deux temps, tout d'abord une modélisation fine du comportement des aspérités puis une intégration des résultats dans un calcul à plus grande échelle.

II.2) Modélisation du comportement des aspérités par technique d'homogénéisation adaptée au processus de frettage

II.2.1) Méthodologie retenue

Afin de bien simuler le comportement des aspérités, nous avons retenu la technique d'homogénéisation. Le comportement des aspérités est lié à l'état de contrainte dans le matériau dans les directions perpendiculaires au contact. Introduire la dépendance de celui-ci dans la direction du contact n'est donc pas suffisant. Il est donc nécessaire d'élaborer un élément dont la description sera macroscopique mais qui sera relié d'une part au massif de la pièce qui la compose et qui subira d'autre part le contact avec la deuxième pièce.

La possibilité d'élaboration de cet élément existe dans le logiciel ABAQUS, d'une part le contact est bien géré, d'autre part le logiciel offre la possibilité d'élaborer des lois de comportement particulières.

La démarche que nous avons employée est la suivante :

Dans un premier temps, il est nécessaire d'étudier le comportement des aspérités. Celui-ci bien sûr dépend des caractéristiques de l'état de surface c'est-à-dire des paramètres de rugosité. Remarque : nous supposons dans ce qui suit que les ondulations sont négligeables et nous ne distinguons pas la séparation des défauts en ondulation et rugosité) [YAN, 02]. Le pas et la hauteur moyenne de rugosité ont été retenus ainsi que la forme des aspérités. Pour établir la loi de comportement, ne disposant pas de modèle analytique, nous avons élaboré un modèle numérique. Deux possibilités ont été envisagées, une modélisation dans des circonstances réelle c'est-à-dire dans la configuration globale d'un frettage avec des hypothèses d'axisymétrie. C'est l'approche qu'avait utilisée Yang dans les travaux précédents [YAN, 99]. Cette voie nous a confronté à certaines difficultés, notamment en termes de dimensions du problème : il faut mailler finement les aspérités mais aussi prendre en compte les dimensions macroscopiques ce qui alourdit fortement le modèle. C'est pourquoi, nous nous sommes orientés vers une modélisation équivalente nous limitant à un micro-domaine représentant l'interface sans les effets de courbure qui sont du second ordre au regard de la faible dimension du micro-domaine considéré. Cette modélisation consiste à isoler le petit domaine d'interface pour lequel on a décrit les aspérités et de lui appliquer les conditions aux limites (chargement, liaisons) équivalentes à celles de l'état fretté. Les dimensions de l'élément ont été fixées arbitrairement dans les directions perpendiculaires au contact en respectant la condition d'avoir suffisamment d'aspérités prises en compte. Par contre l'épaisseur de l'élément (dans la direction de la pression de contact) a été déterminée à la suite de l'examen des cartographies obtenues grâce aux simulations « in situ »

(axisymétriques) de telle manière que le champ de contraintes ne soit plus dépendant des aspérités.

Dans un second temps, la loi de comportement pour chaque cas traité a été identifiée. Cette loi est basée sur un modèle élastique anisotrope. Pour les frettages conventionnels où $\Delta\% < 0,16$, le comportement global reste élastique, tandis que le comportement local peut devenir élasto-plastique.

Enfin, l'élément homogénéisé a été intégré dans des modélisations complètes d'assemblages frettés.

Dans les paragraphes suivants, nous exposons notre démarche. Dans un premier temps l'alésage du moyeu sera supposé géométriquement parfait puis le défaut de forme sera pris en compte. Enfin les modélisations seront confrontées aux expérimentations que nous avons déjà présentées dans le chapitre précédent.

II.2.2) Modélisation microscopique dans le contexte d'un frettage sans défaut de forme

II.2.2.1) Paramètres d'influence pris en compte

Pour caractériser l'état de surface, un grand nombre de critères sont définis dans la normalisation. Nous distinguerons trois types de paramètres, ceux liés à l'amplitude du défaut, ceux liés à la période (ou longueur d'onde) et ceux liés à la forme du défaut. Pour caractériser l'amplitude qui n'est pas constante en pratique suivant un profil et sur une longueur considérée, trois critères sont couramment retenus:

- " R_a ": la rugosité arithmétique qui représente l'écart arithmétique moyen. C'est la moyenne arithmétique des valeurs absolues des écarts, entre les pics et les creux. " R_a " mesure la distance entre cette moyenne et la ligne dite «centrale». On admet couramment que cette notion synthétise approximativement les différents paramètres intervenant pour caractériser la rugosité. Cependant ce critère représente mal les états de surface car il ne permet pas de distinguer les formes en creux et en saillies ; La définition en est donnée par la relation (III.6). Ce critère est peu sensible d'un type de surface à un autre, il ne sera donc pas utilisé ici.

$$R_a = \frac{1}{L} \int |z(x) - R_p| dx, \text{ avec } : R_p = \frac{1}{L} \int (z(x)) dx \text{ appelée rugosité d'aplanissement} \quad (\text{III.6})$$

- " R_t ": la rugosité totale. C'est la dénivellation la plus importante entre le plus haut sommet d'un pic et le fond le plus bas d'un creux. Ce critère est très sensible aux états locaux (rayure, ...).

Il ne pourra donc pas bien caractériser l'état de surface dans le cas du frettage.

- " R_z ": la rugosité moyenne. C'est la moyenne des écarts totaux de rugosité R_t observés sur 5 longueurs d'évaluation qui sont définies par rapport au pas de rugosité A_R . Ce critère caractérise bien la hauteur moyenne de rugosité. Ce paramètre est expliqué sur la figure III.6.

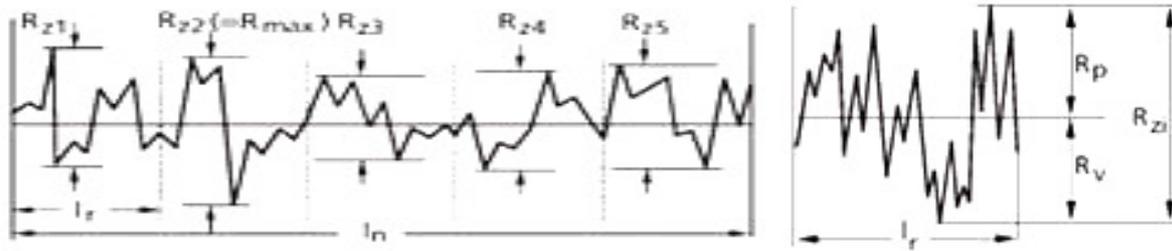


Figure III.6 : Caractérisation de la rugosité moyenne R_z

La hauteur individuelle de profil de rugosité R_{Zi} est la somme de la plus grande des hauteurs de saillies R_{Pi} et de la plus grande des hauteurs de creux R_{Vi} du profil de rugosité pour chaque longueur de base l_{ri} . La moyenne des 5 hauteurs individuelles de rugosité donne la valeur R_z . Cette définition correspond à celle de la norme ISO 4287 (critères par rapport à la ligne moyenne)[ISO, 98-b]. Cette définition est choisie car elle est représentative de l'état de surface moyen et est très proche du paramètre de rugosité moyenne R défini par la méthode des motifs (critère par rapport à la ligne enveloppe) [ISO, 98-a], autre méthode de base d'expression des paramètres d'états de surface notamment employée pour les assemblages.

Pour caractériser la longueur d'onde du défaut, les normes définissent le pas de rugosité A_R . Il est déterminé par le processus d'élaboration de la surface : en tournage il est donné par l'avance de l'outil qui décrit une hélice. En rectification il est obtenu par une combinaison de la rotation, l'avance et la taille des grains de la meule. Dans notre cas, le processus de tournage est choisi pour l'élaboration des surfaces. L'avance par tour donnera donc le pas de rugosité.

Enfin pour décrire la forme du défaut, plusieurs critères peuvent être employés. On utilise couramment le taux de portance, le taux d'aplanissement, le coefficient d'asymétrie. Le taux de portance est décrit par la surface cumulée à différentes hauteurs, il est décrit par la courbe d'Abbott (voir figure III.7). Le coefficient d'asymétrie (S_k , Skewness) et le taux d'aplanissement (E_k , Kurtosis) sont les moments d'ordre 3 et 4. La figure III.8 donne une représentation sommaire de ces critères. Pour les différentes formes étudiées, la courbe d'Abbott servira de référence ainsi que les deux critères Skewness et Kurtosis.

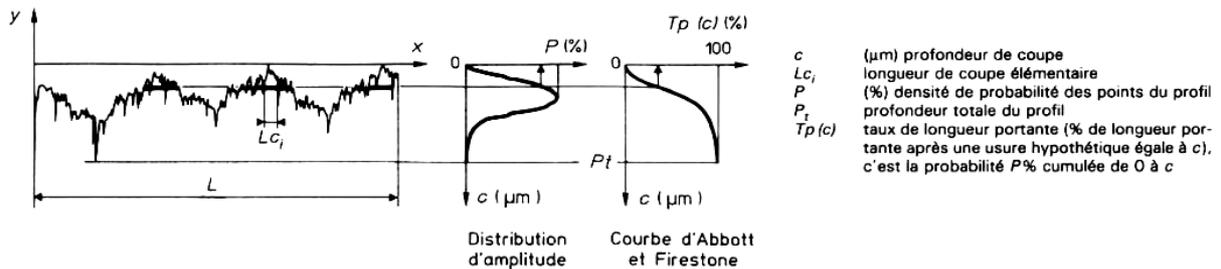


Figure III.7 : Taux de portance (d'après Boulanger [BOU, 91])

Profondeur moyenne quadratique (écart-type) : $Rq = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L y^2(x) dx}$

Skewness : $Sk = \frac{1}{Rq^3} \frac{1}{L} \int_0^L y^3(x) dx$

- Si $Sk = 0$, la courbe de distribution est symétrique, le profil aussi.
- Si $Sk < 0$, le profil est *plein*, c'est-à-dire que l'on trouve une concentration de la matière dans la partie supérieure du profil.
- Si $Sk > 0$, le profil est *creux*.
- Ce paramètre permet donc de chiffrer l'asymétrie de la courbe de distribution d'amplitude.
- Si $E_k = 3$, la distribution est normale. La loi de répartition des profondeurs (distribution d'amplitude) est gaussienne.
- Si $E_k < 3$, la répartition est plus étendue (ou aplatie).

Figure III.8 : Coefficient d'asymétrie S_k « Skewness » et taux d'aplanissement E_k « Kurtosis » (d'après Boulanger [BOU, 91])

Dans les modélisations théoriques qui vont suivre, nous considérerons les variations des paramètres précédents donnés par les éléments suivants :

- La rugosité moyenne varie de 4 à 20 μm
- Le pas de rugosité varie de 100 à 200 μm
- Le profil est donné par une forme linéaire, une forme en U (caractéristique des états de surface obtenue par tournage) et une forme en U inversé (\cap).

Les profils utilisés pour l'étude théorique sont indiqués sur la figure III.9 pour l'exemple d'une rugosité moyenne $R_z = 10 \mu\text{m}$. Le profil en U est assez réaliste et s'approche du profil obtenu par tournage. Le tableau III.1 donne les critères correspondants aux différents profils. On remarque que les valeurs des critères pour R_q et R_a sont pratiquement identiques par contre le coefficient d'asymétrie S_k est différent et permet de discriminer les différents profils.

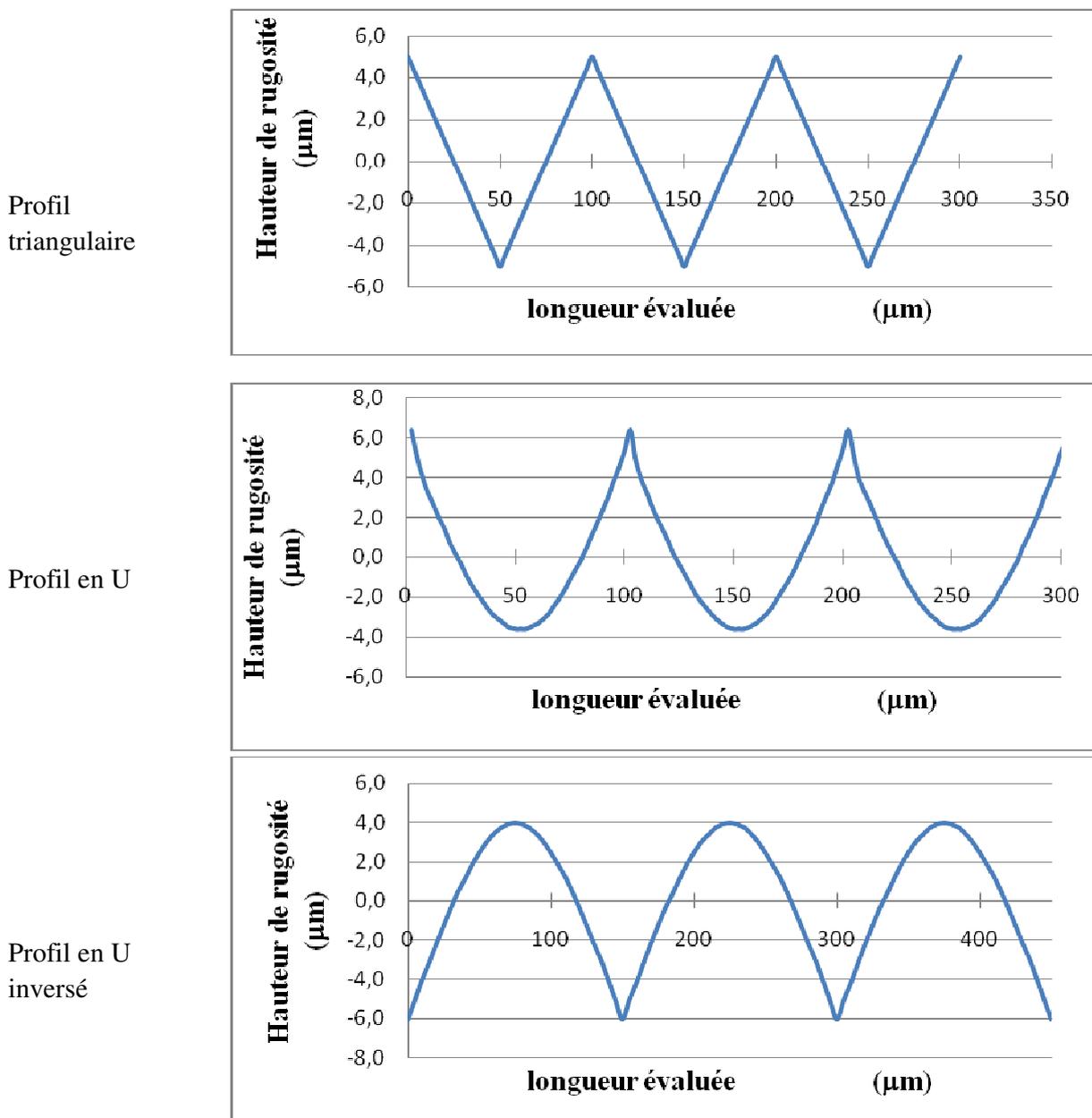


Figure III.9 : Différents profils théoriques d'état de surface qui seront à la base des modélisations

Tableau III.1: Critères correspondant aux profils théoriques ci-dessus (valeurs données en micromètres)

	R_z	R_q	R_a	S_k	E_k
Profil triangulaire	10	2,9	2,5	0	1,8
Profil en U	10	3	2,7	0,42	1,99
Profil en U inversé	10	3	2,7	-0,41	1,85

II.2.2.2) Modélisation axisymétrique

L'objectif de cette modélisation est de considérer l'élément interface in situ, c'est-à-dire dans sa configuration réelle. La difficulté de cette approche est la lourdeur de la modélisation : d'une part du fait du maillage qui doit être fin proche de l'interface, mais d'autre part par le fait que pour trouver l'influence du serrage, il faut effectuer une modélisation pour chaque cas. Toutefois cette démarche permet de trouver la limite de l'influence des aspérités donc de dimensionner l'épaisseur de l'élément homogénéisé qui sera utilisé par la suite.

La figure III.10 représente le maillage pour le cas de l'assemblage d'un axe en acier et d'un moyeu en duralumin avec les caractéristiques suivantes :

- serrage au sens de l'enveloppe au maximum de matière $\Delta_M/2 = 2\mu\text{m}$
- pour le moyeu, les paramètres d'état de surface sont $R_z = 10\ \mu\text{m}$, $A_R = 100\ \mu\text{m}$ avec les dimensions des pièces suivantes : rayon moyen de l'alésage $r_M = 7.98\ \text{mm}$; rayon minimal
 $r_{Min} = r_M - R_z / 2$; rayon extérieur $R_b = 19.544\text{mm}$,
- pour l'axe rayon, $r_A = r_{Min} + \Delta_M/2$. Les longueurs (épaisseurs) de l'axe et du moyeu sont égales $L_A = L_M = 1.8\text{mm}$.

Des éléments linéaires quadrilatéraux de type CAX4R ont été choisis pour leur facilité d'emploi ; au voisinage de l'interface de contact sur une tranche radiale de 0,5 mm du moyeu et 0.25 mm de l'arbre, la taille respective des éléments est de $5\mu\text{m}$ pour le moyeu et $15\mu\text{m}$ pour l'arbre, dans le reste du maillage, une taille de $200\ \mu\text{m}$ a été prise pour les deux éléments assemblés.

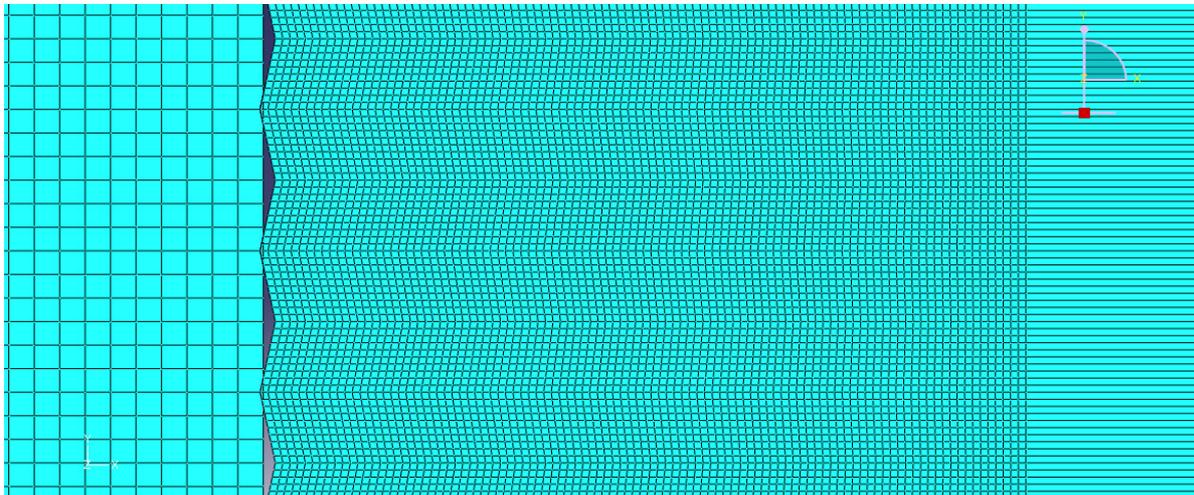


Figure.III.10. : Maillage de l'interface des deux éléments en contact

Les conditions aux limites sont données sur la figure III.11. L'axisymétrie rend nuls les déplacements radiaux de l'axe. Un de ses points fixés axialement permet de bloquer la structure. On pourrait aussi assurer cette condition par une symétrie dans un plan perpendiculaire à l'axe. Une condition de déplacement axial nul a été ajoutée en périphérie. Ceci permet de se placer dans des conditions de déformations planes qui correspondent en principe au cas du frettage de moyeux épais.



Figure.III.11 : Conditions aux limites du frettage avec axisymétrie

La cartographie des contraintes de Von Mises est donnée sur la figure III.12 on remarque que la zone affectée par les aspérités est trop faible, elle est nettement inférieure à 0,1mm. D'après la cartographie, sur le reste de l'ensemble du moyeu, les contraintes ne dépendent plus de la position axiale considérée. On peut donc considérer que les aspérités n'ont plus d'influence. On remarque sur la figure III.13 qui donne la répartition de la pression de contact que celle-ci peut atteindre des valeurs plus importantes que la contrainte de Von Mises à l'endroit où il y a contact. La valeur importante de la pression peut s'expliquer par le fait que la surface de contact est très réduite.

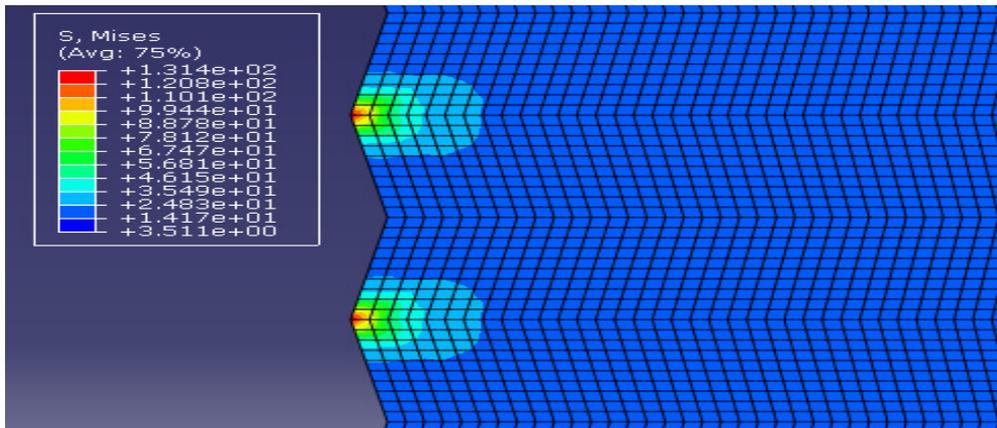


Figure.III.12 : Cartographie des contraintes de Von Mises à l'interface du moyeu

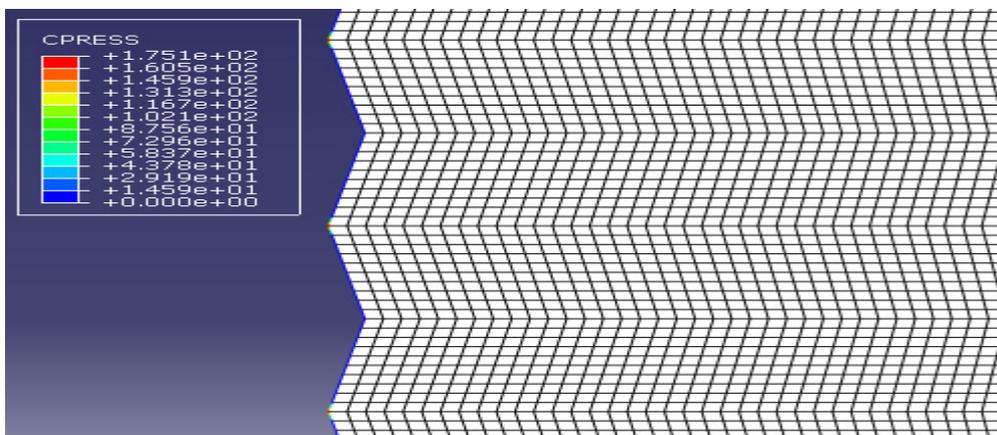


Figure.III.13 : Cartographie des pressions de contact à l'interface du moyeu

Les figures III.14 (a), (b) et (c) donnent les iso-valeurs des contraintes. On remarque que la contrainte radiale, pression de contact si on considère l'interface, est maximale en intensité au niveau des pics par contre à la limite du contact, la contrainte devient positive. Ceci peut toutefois être un artefact de calcul dû à la discontinuité du contact. Il serait nécessaire alors de discrétiser plus finement le maillage pour être sûr du résultat donné. La valeur de la contrainte axiale maximale est importante et se situe non pas sur l'interface mais dans la matière. Quant à la contrainte circonférentielle, elle est maximale non pas au niveau du sommet de l'aspérité mais dans le creux. Ces éléments sont importants et vont nous permettre de déterminer l'épaisseur des éléments homogénéisés. En effet, il est nécessaire d'une part d'avoir une homogénéité des conditions sur les bords de l'élément afin de bien assurer la continuité des sollicitations internes, d'autre part de ne pas avoir des éléments (maillage) trop épais car ils ne représenteraient pas correctement l'interface.

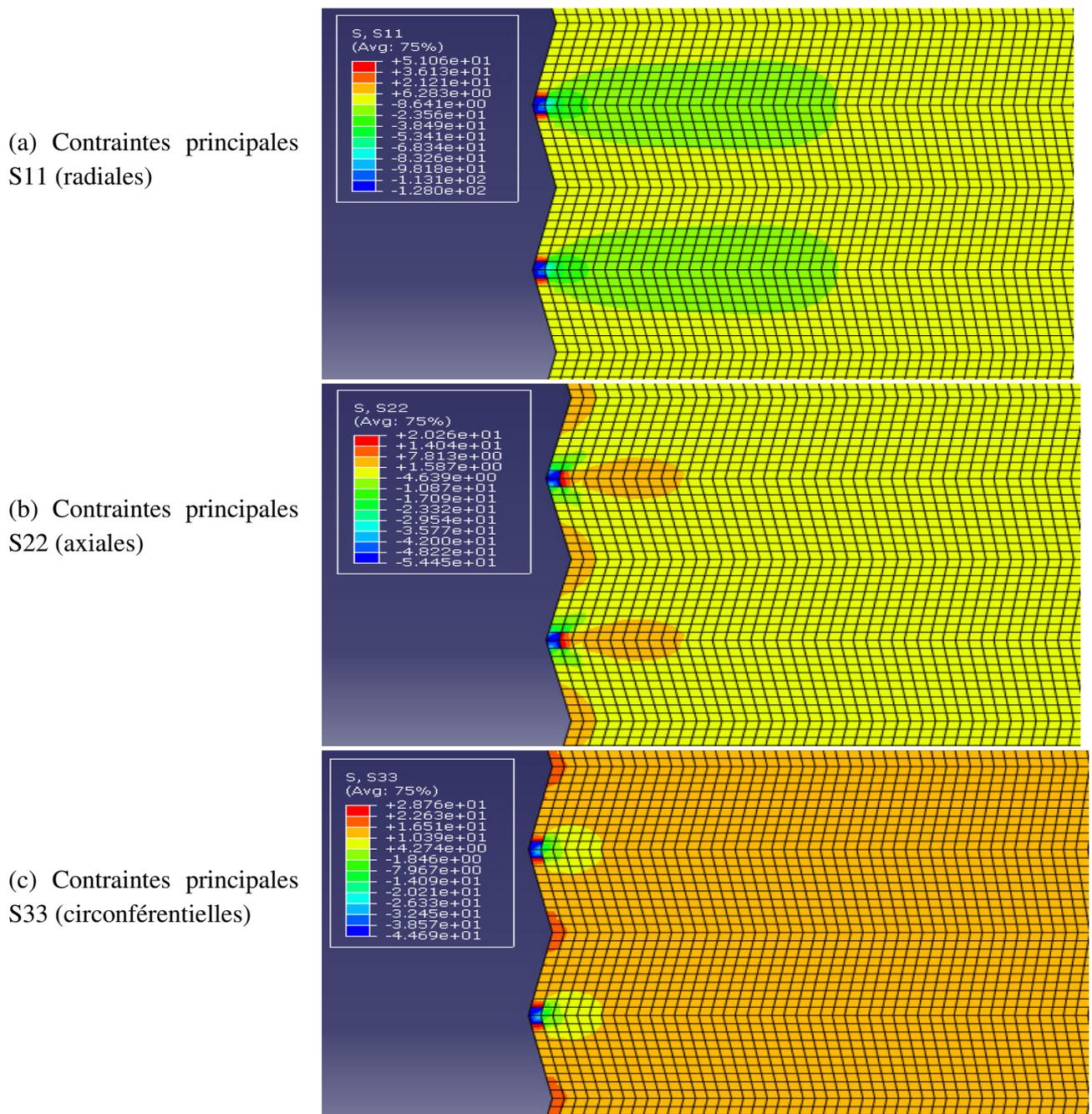


Figure.III.14 : Cartographie des contraintes principales à l'interface du moyeu

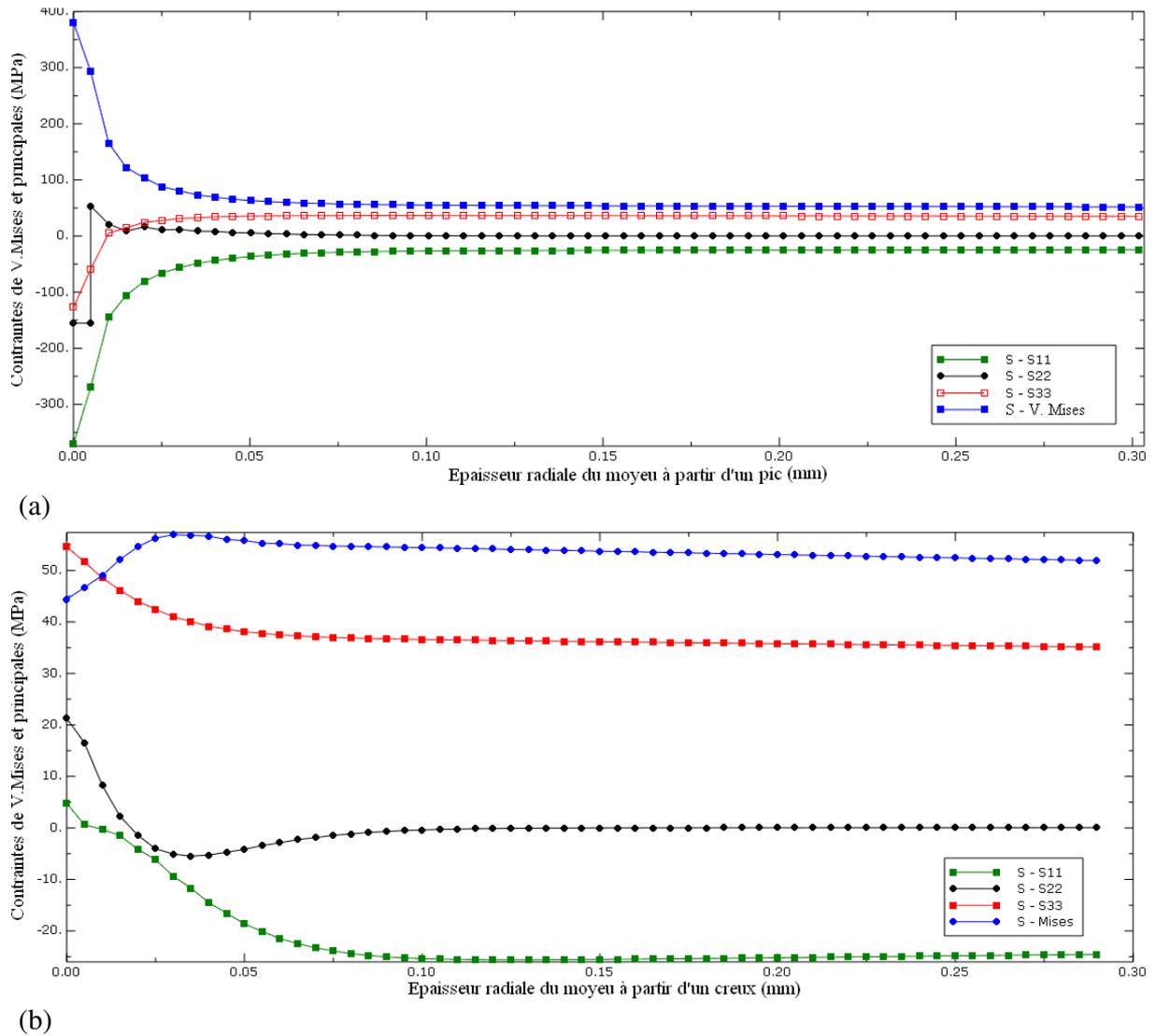


Figure III.15 : Contraintes principales et VM suivant épaisseur $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$, $R_Z = 4\mu\text{m}$, $A_R=100\mu\text{m}$, forme triangulaire) à partir d'un pic (a) - à partir d'un creux (b) avec S11 contrainte radiale, S22 contrainte axiale, S33 contrainte circonférentielle

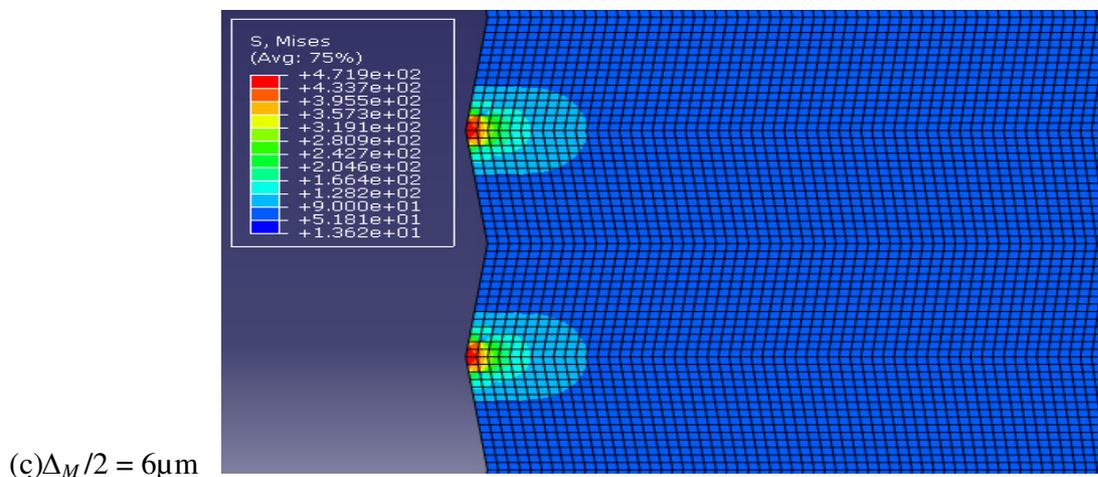
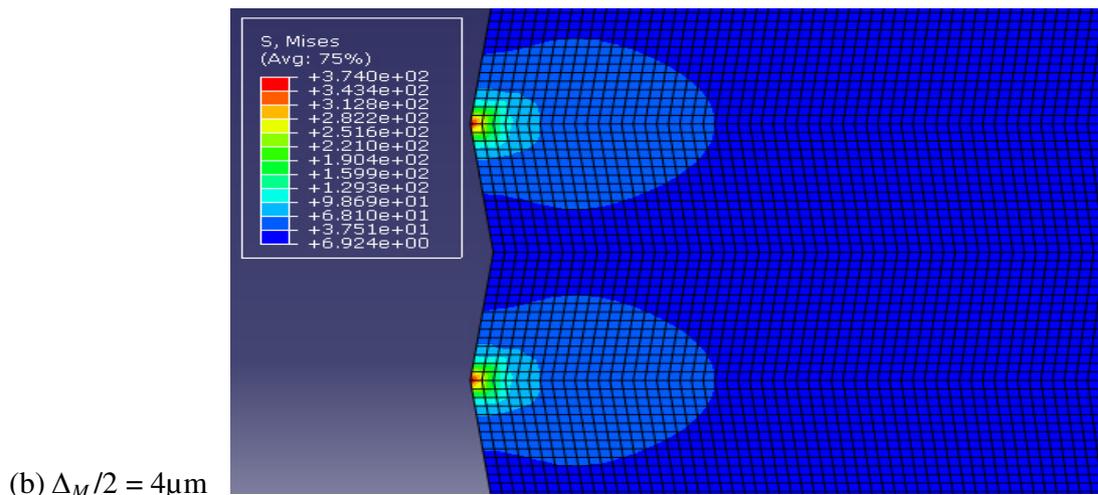
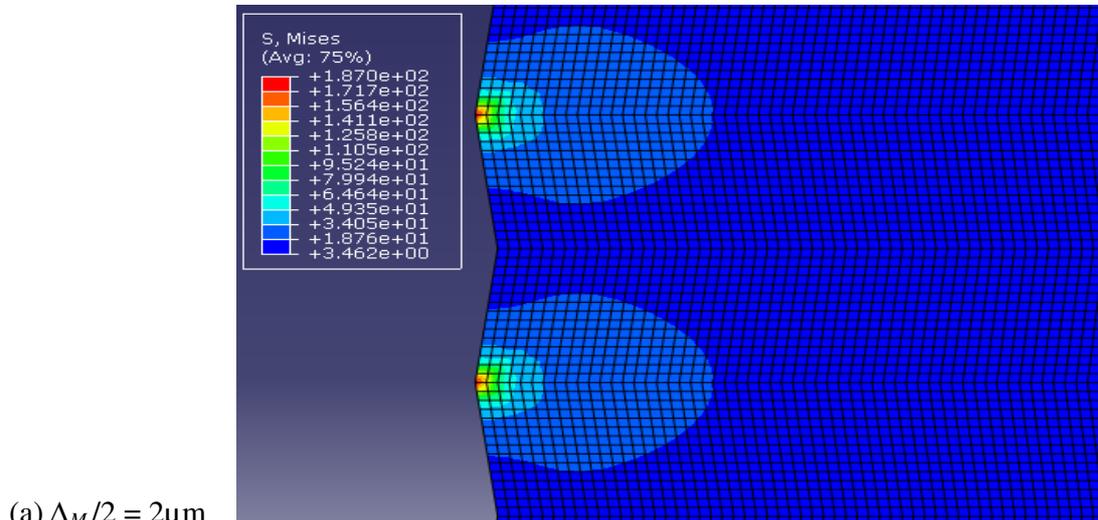
Il est intéressant de représenter l'évolution des contraintes sur un même graphe afin de bien apprécier leur niveau et leur évolution en fonction du rayon. On voit que, pour l'exemple donné sur la figure III.15, les répartitions sont totalement différentes suivant que l'on se place au niveau d'un pic ou d'un creux :

- Au niveau du pic, l'état de contraintes présente des contraintes radiale, axiale et circonférentielle en compression, l'évolution de la contrainte axiale est tributaire de la finesse du maillage, on constate un léger artefact au niveau de l'interface. Sa valeur reste toutefois faible par rapport aux deux autres.
- Au niveau du creux, la contrainte radiale est quasi nulle car il n'y a pas de contact, les contraintes circonférentielle et axiale sont plus importantes.

Au-delà d'une distance radiale de 0,1mm, on constate que l'état de contrainte correspond à celui d'un frettage présentant des surfaces sans défaut.

II.2.2.3) Influence théorique de la valeur du serrage Δ_M

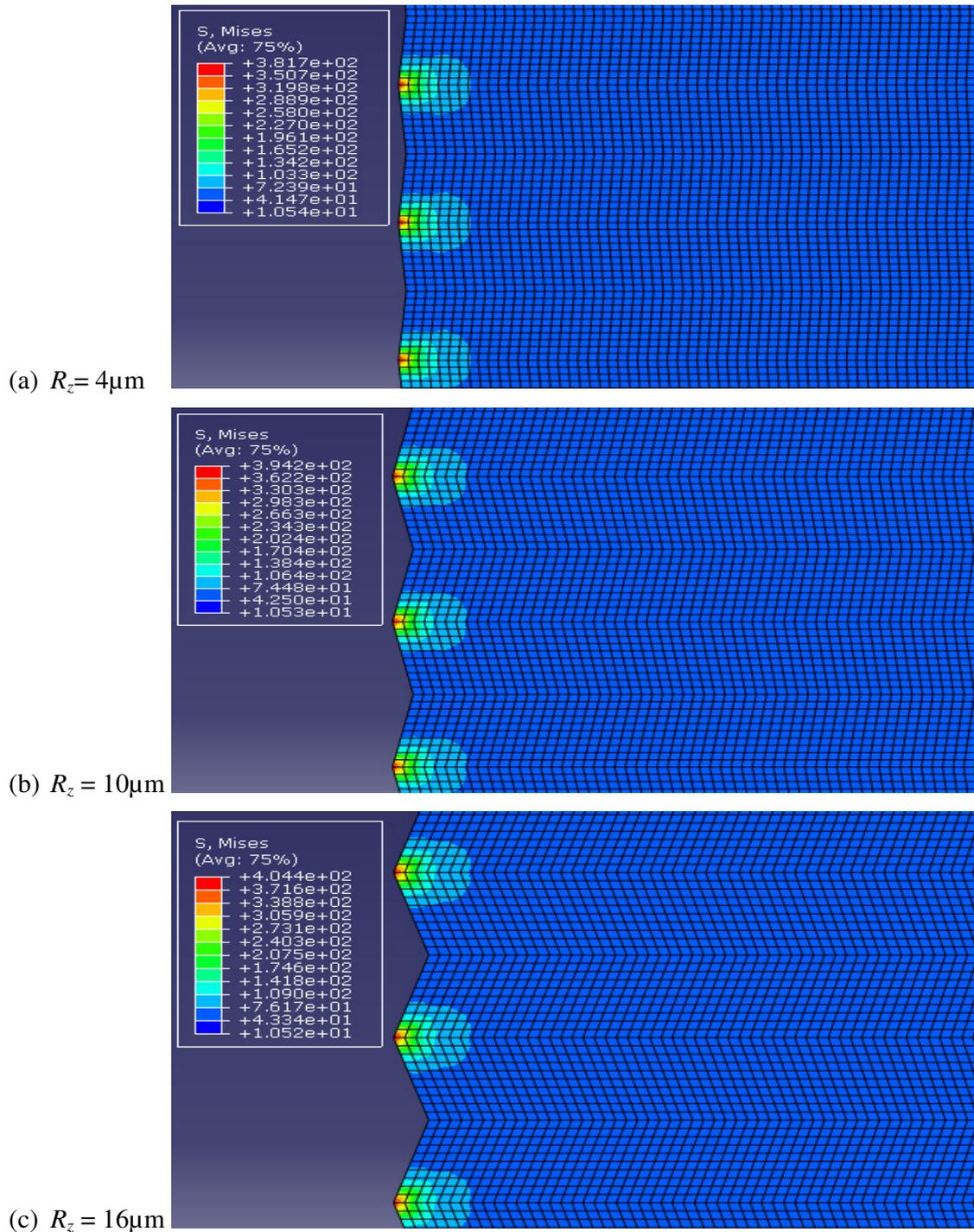
Les figures III.16 (a), (b) et (c) représentent la cartographie des contraintes de Von Mises en fonction du serrage pour une rugosité $R_z = 10\mu\text{m}$, un pas de rugosité $A_R = 150\mu\text{m}$ et un profil triangulaire. On remarque que, plus le serrage est important, plus les contraintes de Von Mises ont tendance à croître et leur cartographie change.



Figures III.16 : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu en fonction du serrage

II.2.2.4) Influence théorique de la rugosité moyenne R_z

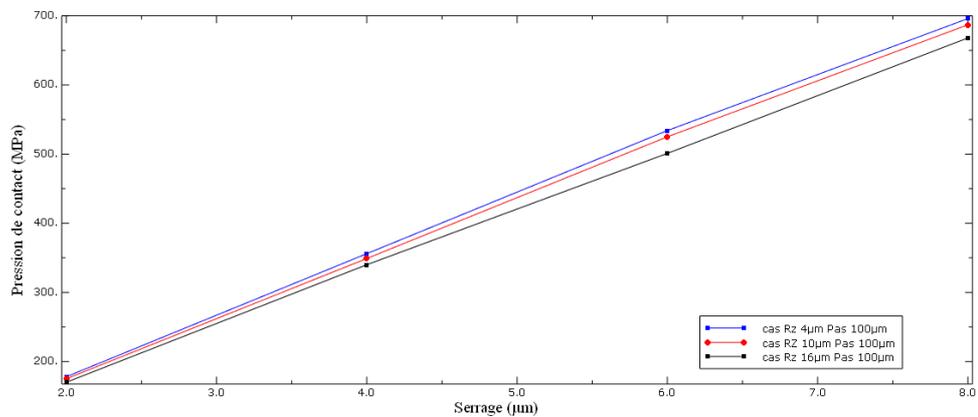
Les figures III.17 (a), (b) et (c) représentent la cartographie des contraintes de Von Mises en fonction la valeur de rugosité R_z pour un serrage $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$, pas de rugosité $A_R = 100\mu\text{m}$ et un profil triangulaire. On remarque que la valeur du défaut de rugosité influence peu les contraintes de Von Mises. Toutefois la zone affectée par le comportement des aspérités a tendance à être légèrement plus importante quand le défaut augmente.



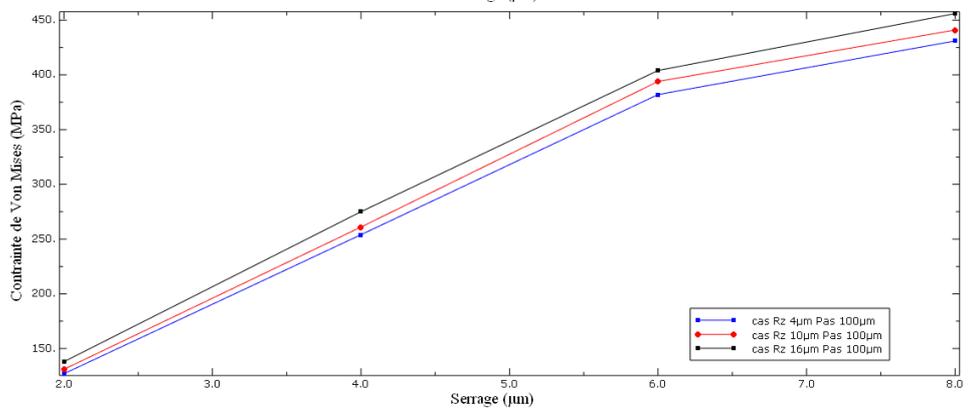
Figures III.17: Influence de la rugosité moyenne R_z : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu

Les figures III.18 (a) et (b) montrent l'évolution des pressions de contact et de la contrainte de Von mises maxi en fonction du serrage pour des rugosités moyennes différentes. On remarque que la rugosité a relativement peu d'influence sur ces données et que l'évolution relative est quasi-similaire. Ceci peut s'expliquer par le fait que les aspérités ont des rigidités semblables quelques soient leurs hauteurs. Le paramètre de hauteur des aspérités joue donc peu sur les caractéristiques de l'assemblage : la pression maximale varie linéairement en fonction du serrage. Par contre, on s'aperçoit que les aspérités rentrent en élastoplasticité à partir d'un serrage $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$ du fait du fléchissement de la contrainte de Von Mises. Cette apparition de la plasticité ne dépend pas de la hauteur des aspérités. On peut présumer que le paramètre R_Z sera donc peut influent sur les caractéristiques de l'assemblage. Sur la figure III.18(c), on a représenté la pression maximum et la contrainte de Von Mises pour un même serrage $\Delta_M/2 = 2\mu\text{m}$. On remarque que les valeurs sont quasiment constantes ce qui indique bien que la hauteur moyenne de rugosité influence peu l'état de contrainte du moyeu proche de l'interface.

(a) Pression maxi en fonction du serrage $\Delta_M/2$ et de la rugosité moyenne R_Z



(b) Contrainte de Von Mises maxi en fonction du serrage $\Delta_M/2$ et de la rugosité moyenne R_Z



(c) Pression et contrainte de Von Mises en fonction de la hauteur moyenne de rugosité R_Z pour un $\Delta_M/2 = 2\mu\text{m}$

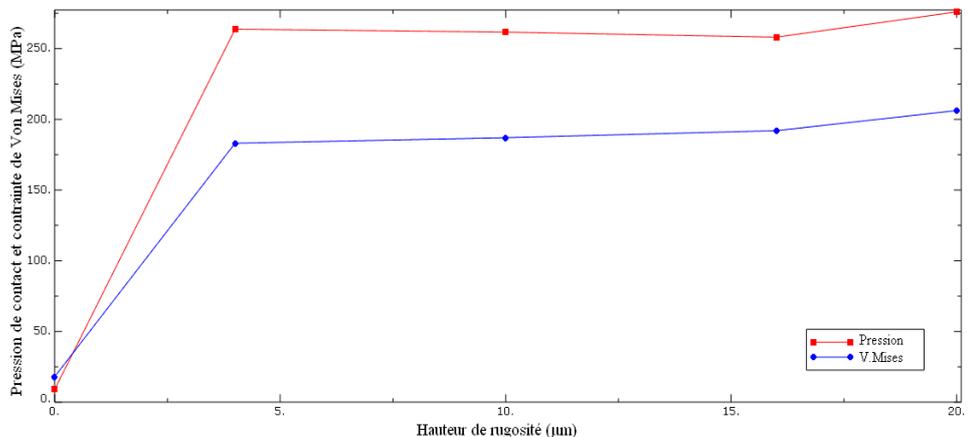
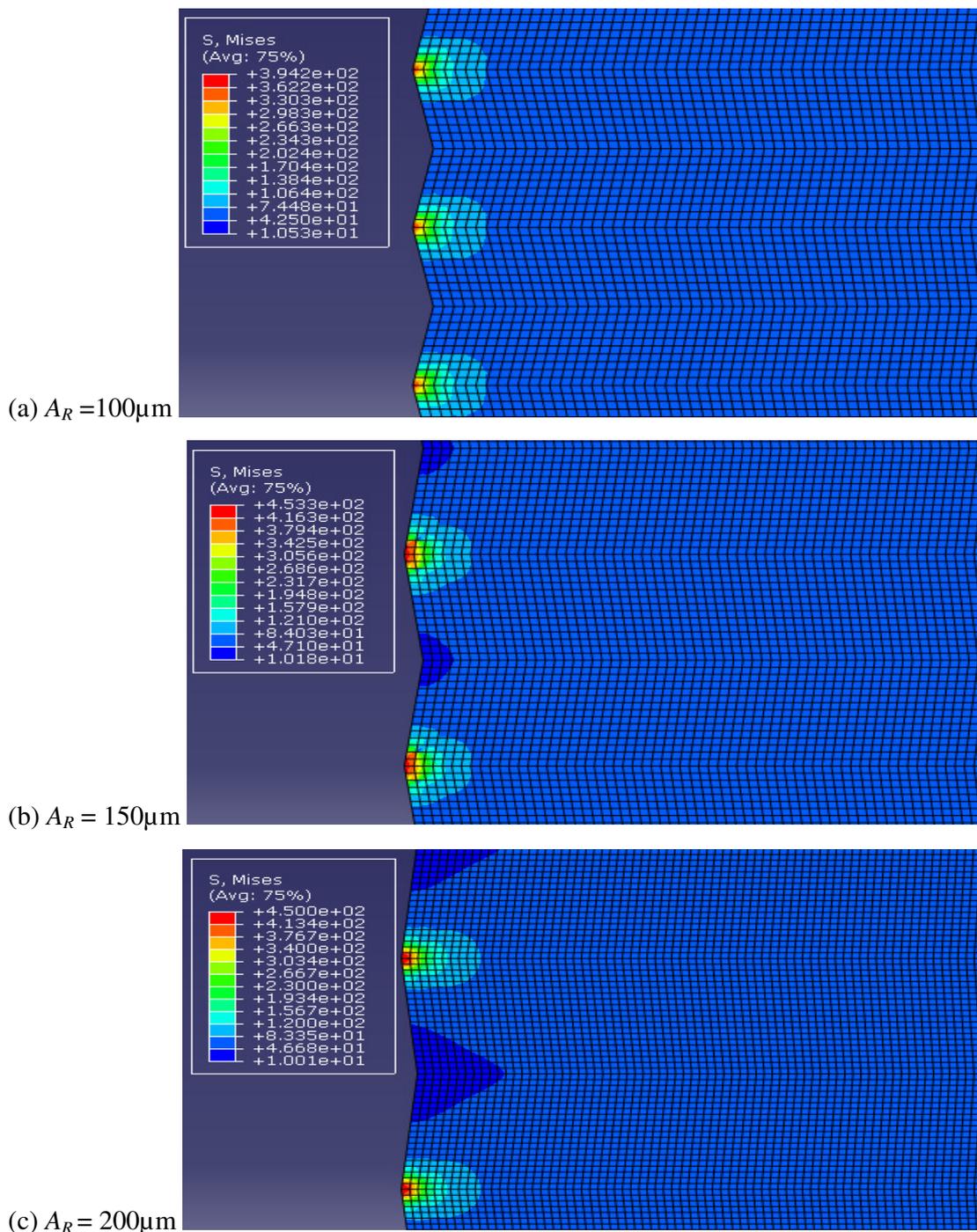


Figure III.18: Variation de la pression et de la contrainte de Von Mises maxi pour $A_R=100\mu\text{m}$ et un profil triangulaire.

II.2.2.5) Influence théorique du pas de rugosité A_R

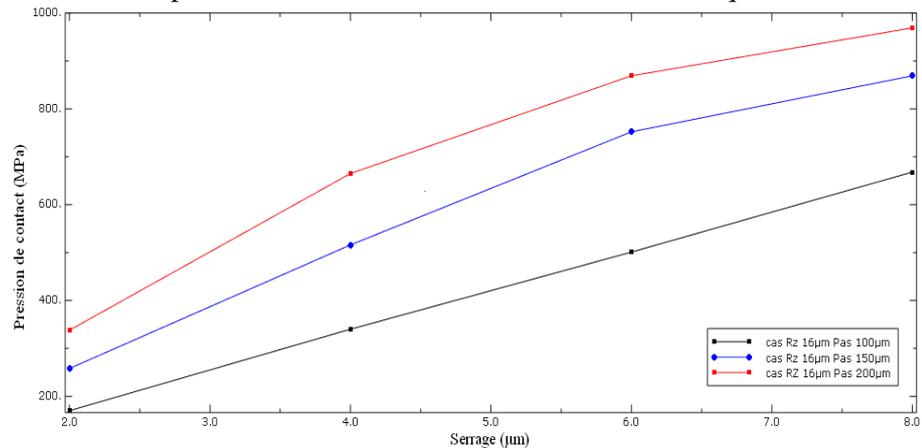
Les figures III.19 (a), (b) et (c) représentent la cartographie des contraintes de Von Mises en fonction du pas de rugosité pour un serrage $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$, une rugosité $R_z = 10\mu\text{m}$ et un profil triangulaire. On remarque que le pas de rugosité augmente la valeur des contraintes de Von Mises et modifie sensiblement leur cartographie. En fait, on remarque aussi que la pression réelle maximum de contact augmente alors que l'aire totale en contact a tendance à diminuer.



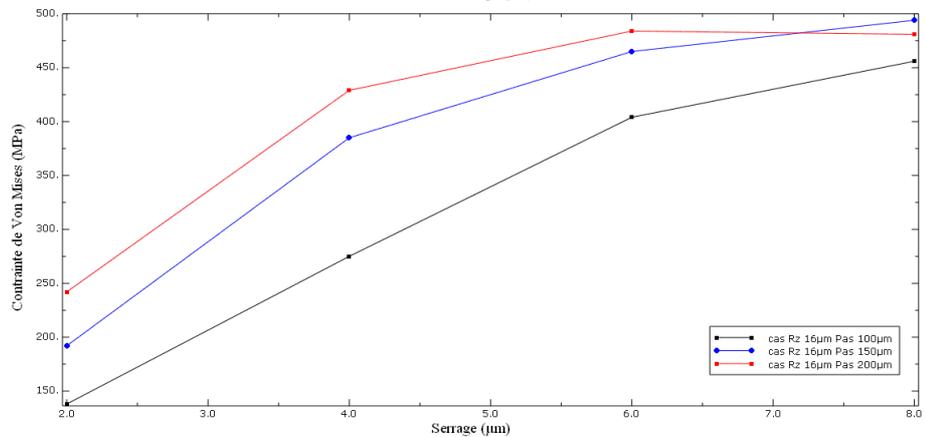
Figures III.19 : Influence du pas A_R de rugosité : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu

Sur les figure III.20 (a) et (b), on peut voir que l'évolution des pressions de contact maxi et de la contrainte de Von Mises maxi en fonction du serrage pour des pas de rugosités différents. Contrairement à la rugosité moyenne, on remarque que le pas a une influence notable sur la pression de contact maxi qui évolue différemment en fonction du serrage. Plus le pas est réduit moins la pression est importante. Ceci est parfaitement logique car pour un faible pas la surface du contact sera plus importante que pour un large pas. L'apparition de la plasticité dépend de la valeur du pas. Elle apparaît à une valeur du serrage $\Delta_M/2 = 4 \mu\text{m}$ pour des pas A_R de $150 \mu\text{m}$ et $200 \mu\text{m}$ tandis qu'elle apparaît à une valeur du serrage $\Delta_M/2 = 6 \mu\text{m}$ pour un pas A_R de $100 \mu\text{m}$. La plasticité a tendance à faire stagner la croissance de la valeur de la pression maxi pour des pas importants. Le pas de rugosité A_R est donc une caractéristique de l'état de surface très importante et qui doit être impérativement prise en compte dans une modélisation d'assemblage fretté. Sur la figure III.20 (c), on remarque bien l'influence du pas de rugosité indépendamment du serrage qui a tendance à accroître la pression et la contrainte de Von Mises maxi quand il croît.

(a) Pression maxi en fonction du serrage $\Delta_M/2$ et du pas de rugosité A_R



(b) Contrainte de Von Mises maxi en fonction du serrage $\Delta_M/2$ et du pas de rugosité A_R



(c) Pression et contrainte de Von Mises en fonction du pas de rugosité A_R pour un serrage $\Delta_M/2 = 2 \mu\text{m}$

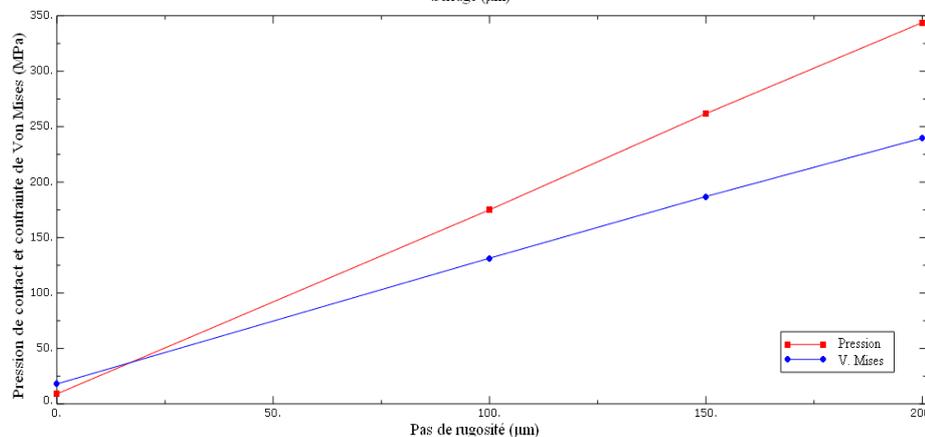
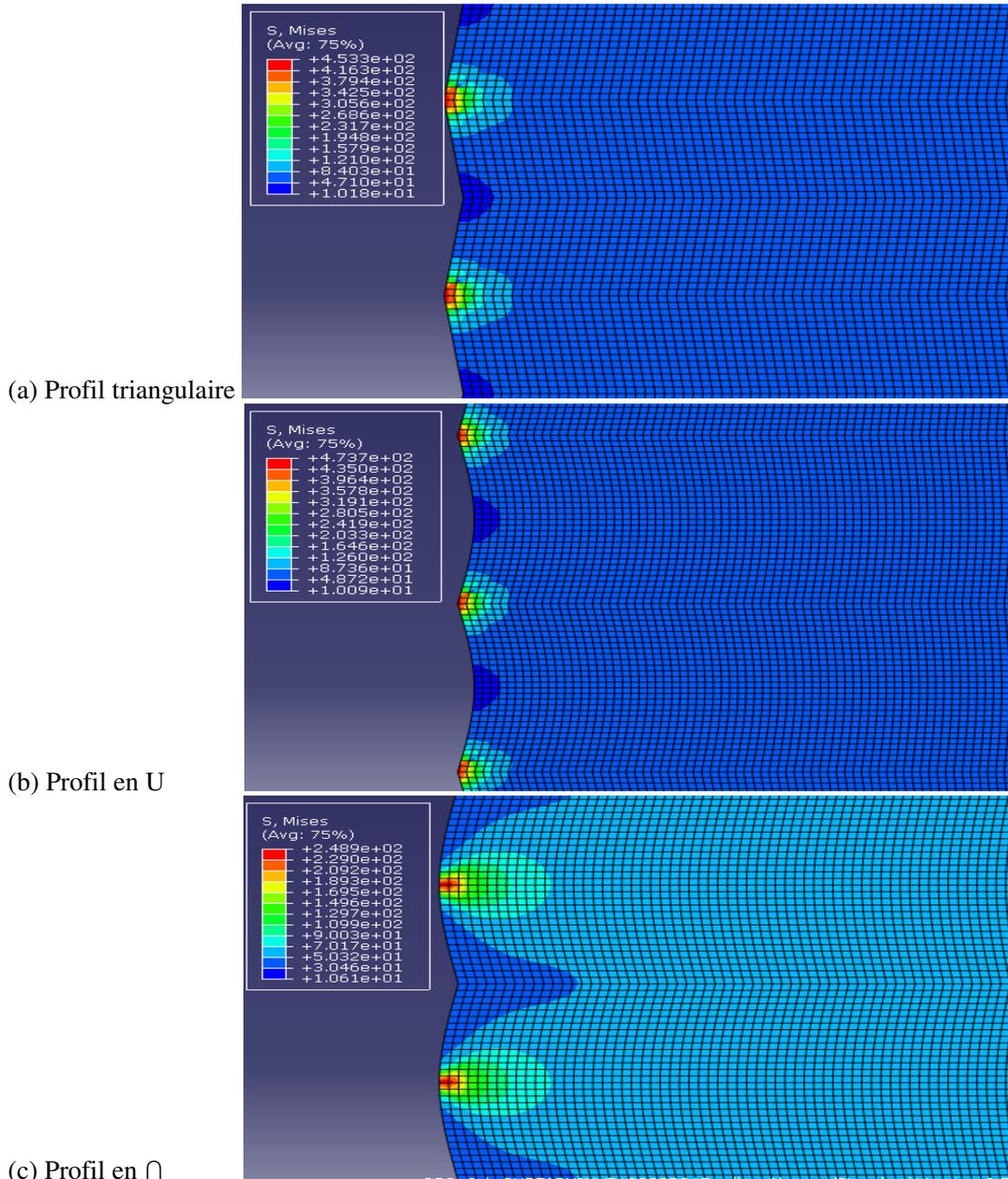


Figure III.20: Variation de la pression maxi et de la contrainte de Von Mises maxi pour $R_Z = 16 \mu\text{m}$ et un profil triangulaire

II.2.2.6) Influence théorique de la forme du profil

Les figures III.21 (a), (b) et (c) représentent la cartographie des contraintes de Von Mises en fonction de la forme du profil (triangle isocèle, U et U inversé) pour une rugosité moyenne $R_Z = 10 \mu\text{m}$, un pas de rugosité $A_R = 150 \mu\text{m}$ et un serrage $\Delta_M/2 = 6 \mu\text{m}$. On remarque que la forme du profil influence notablement l'état de contraintes. Pour les surfaces présentant des pics (a) et (b), la zone sollicitée est très localisée et les gradients de contraintes sont élevés. Pour les surfaces présentant des plateaux (c), les contraintes sont plus faibles et plus diffuses, les gradients de contraintes sont aussi faibles et l'influence des aspérités plus pénétrante dans le massif.



Figures III.21: Influence de la forme du profil : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu

La figure III.22 montre l'évolution de la pression maximale de contact ainsi que celle de la contrainte maximale de Von Mises pour divers serrages ainsi que pour des formes de profils différents. On constate que la forme du profil a une influence importante sur ces deux paramètres notamment si la forme correspond plus à une surface présentant des pics qu'à une surface présentant des plateaux. On remarque bien que les profils en triangle et en U donnent des résultats relativement proches mais très différents du profil en U inversé.

La forme du profil est donc un élément essentiel dans le comportement des aspérités, il est donc nécessaire de la prendre en compte.

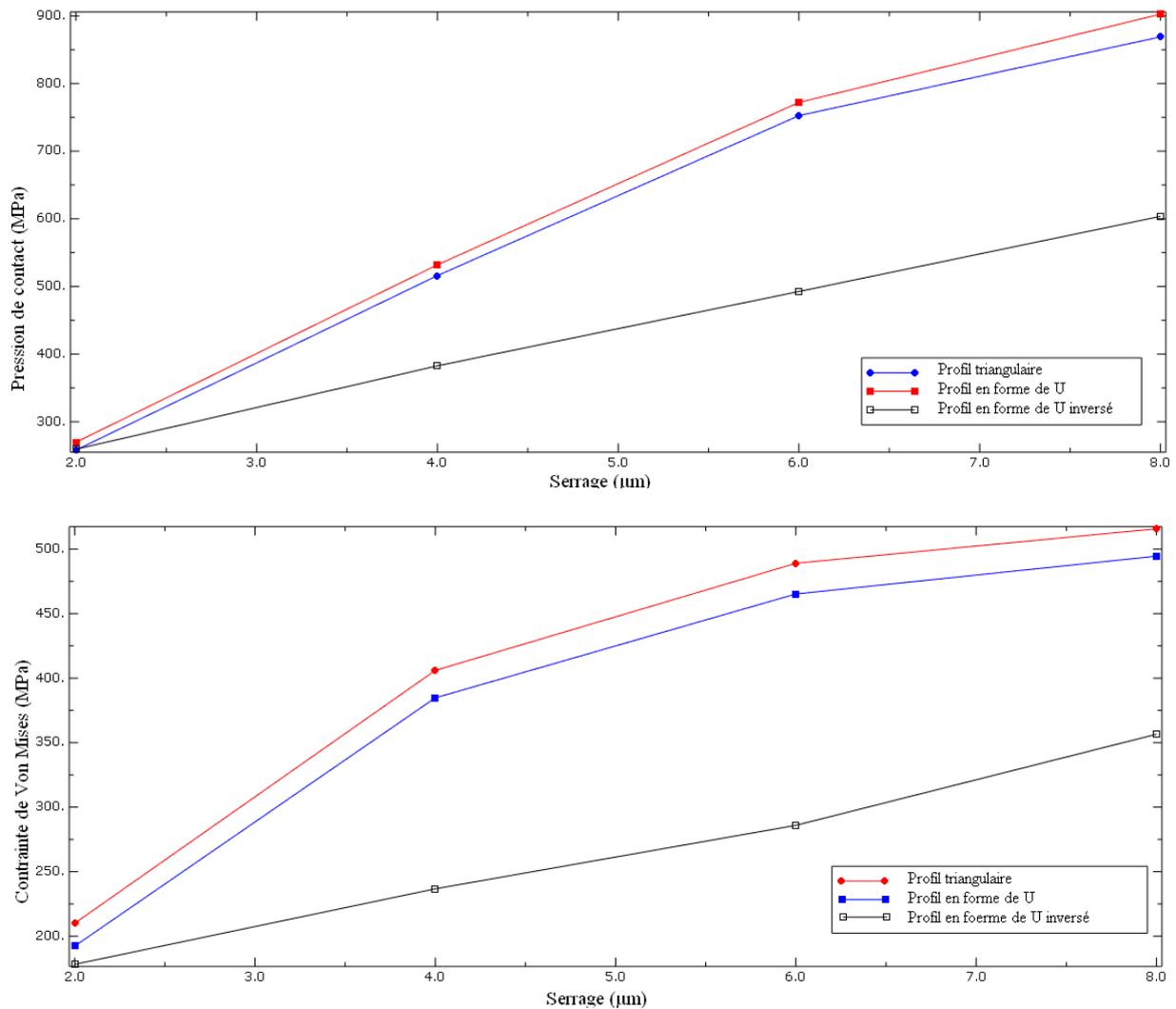


Figure III.22: Pression (en haut) et contrainte de Von Mises (en bas) en fonction du serrage $\Delta_M/2$ et du type de profil et pour $R_Z = 16 \mu\text{m}$, $A_R = 150 \mu\text{m}$

On constate que la pression de contact augmente en fonction du serrage. Elle a tendance à croître linéairement puis le sommet de l'aspérité devient élastoplastique comme on peut le voir sur la figure III.23. La contrainte de Von Mises au niveau de l'interface est maximum à l'endroit où les 2 pièces sont en contact, toutefois, le matériau est sollicité sur l'ensemble de l'interface, les creux et la partie inférieure des aspérités restant en élasticité.

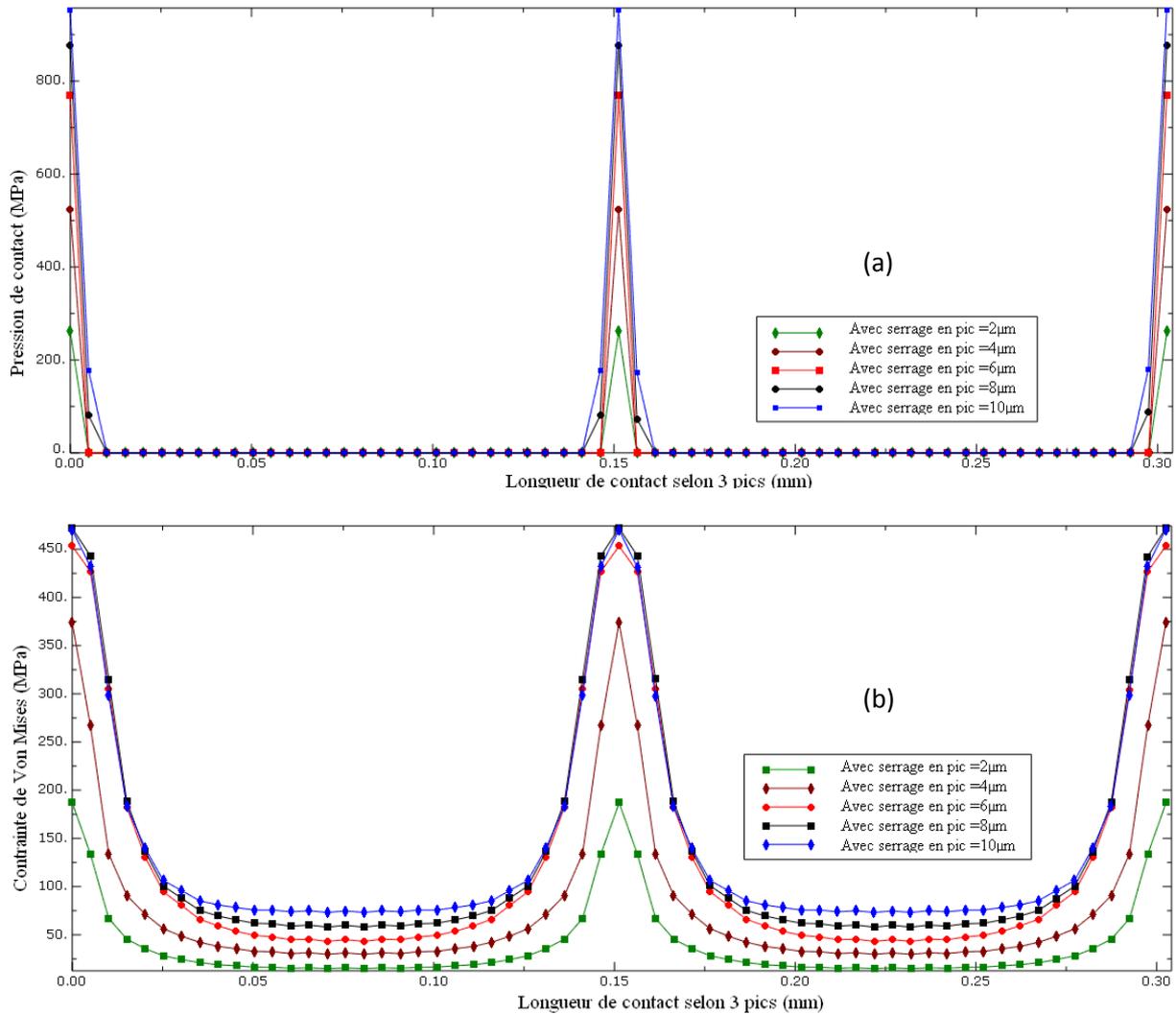


Figure III.23 : Pression de contact (a) contrainte de Von Mises (b) en fonction du serrage $\Delta_M/2$ pour un alésage avec les caractéristiques ($R_Z = 4 \mu\text{m}$, $A_R=100 \mu\text{m}$, forme triangulaire)

II.2.2.7) Détermination de la résistance à l'extraction.

Comme pour le chapitre II, des simulations ont été effectuées afin de voir l'effet des paramètres sur la résistance à l'extraction. Ces tests ont été effectués pour des longueurs de l'axe et épaisseurs du moyeu identiques, il n'y a donc pas présence d'effets de bord. La figure III.24 indique l'évolution de l'effort d'extraction théorique en fonction de la rugosité moyenne et du pas de rugosité. On remarque sur la figure III.24 (a) que la rugosité moyenne a tendance à augmenter l'effort d'extraction contrairement à la pression maximale (voir § II.2.2.4). Ceci peut être dû soit à une augmentation de l'aire de contact qui s'accroît lorsque la valeur de la rugosité moyenne augmente mais aussi à la rugosité induite par le moyeu sur l'axe qui crée un « ancrage » des deux surfaces. Le pas de rugosité influence aussi de manière notable l'effort d'extraction. Plus le pas est important plus l'aire de contact est faible. Ceci explique l'évolution de l'effort d'extraction. On note toutefois qu'au-delà d'une certaine valeur celui-ci reste quasiment constant. Faute de temps, ces éléments ne seront pas plus détaillés, ils devront faire l'objet d'une étude plus fournie, afin de mieux comprendre les phénomènes en jeu.

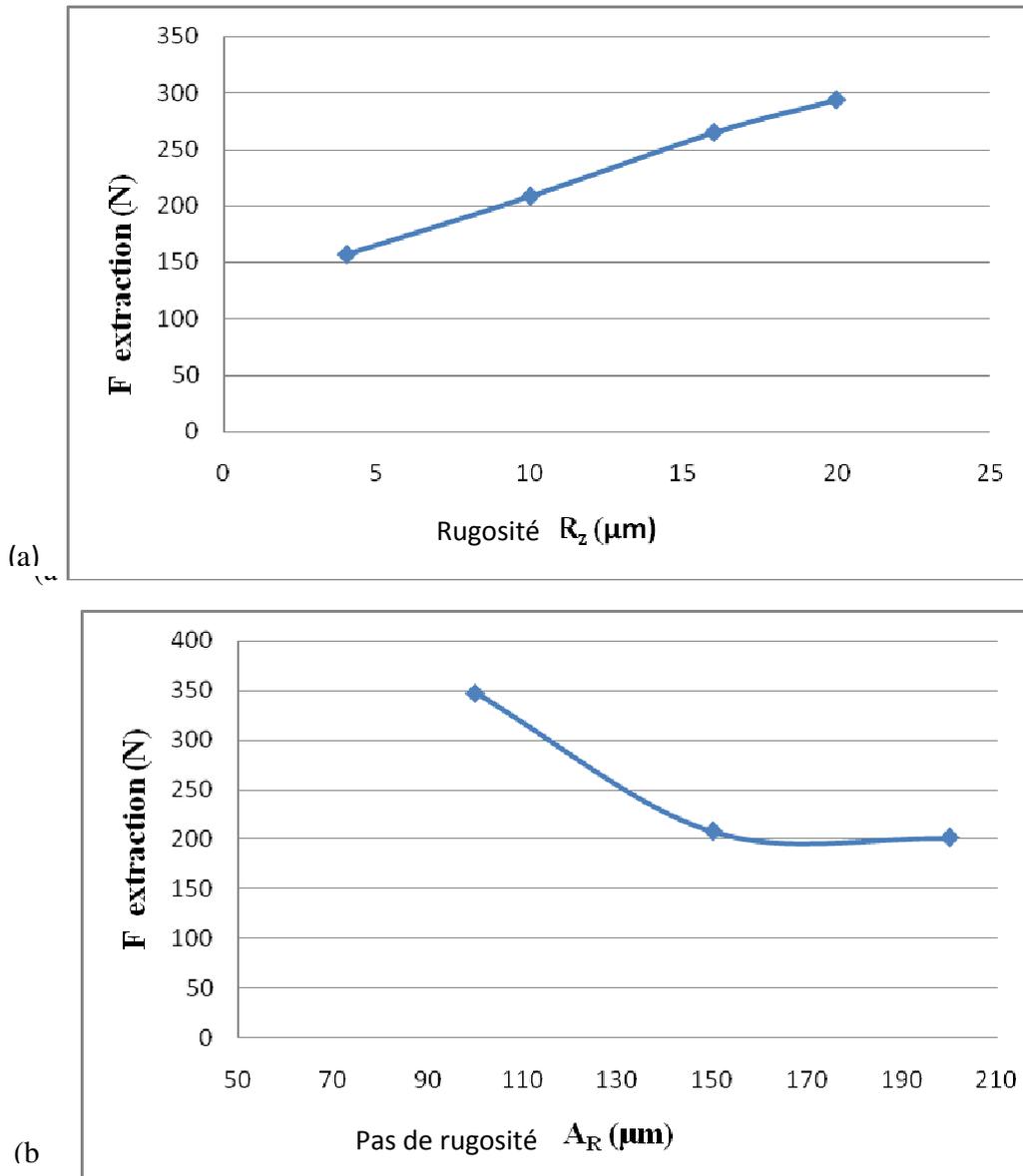


Fig III.24 : Influence de la rugosité moyenne (a) et du pas de rugosité (b) sur l'effort d'extraction pour un même serrage $\Delta_M = 2\mu\text{m}$

II.2.2.8) Bilan de l'étude axisymétrique

Dans ce paragraphe nous montrons l'influence des aspérités sur l'état de sollicitation de l'assemblage. L'état de surface des modélisations reste théorique mais simule un état de surface obtenu par génération par un outil coupant (tournage, alésage,...). Nous constatons que la rugosité moyenne est relativement peu influente sur les pressions contrairement au pas de rugosité et à la forme des aspérités mais la résistance de l'assemblage (force d'extraction) dépend au final de ces trois paramètres. Il est donc nécessaire de les prendre en compte dans la modélisation du frettage. Dans tous les cas on peut estimer que l'influence des aspérités sur l'hétérogénéité du champ de contraintes est relativement limitée à une zone proche de celle-ci. Au-delà d'une distance de 0,1mm pour les exemples considérés, les aspérités n'ont plus d'influence. Il est donc raisonnable de prendre une épaisseur de l'élément homogénéisé de l'ordre de 0,1mm.

II.2.3) Modélisation de l'élément homogénéisé équivalent en 3D à partir d'un micro-domaine

La modélisation du macro-élément homogénéisé suppose que l'on puisse décrire le comportement micro-géométrique et le transcrire au niveau macro-géométrique. Dans le paragraphe précédent, nous avons mis en évidence l'importance des paramètres d'influence de l'état de surface sur la pression de contact (pression réelle) et la contrainte de Von Mises. Ces paramètres seront donc pris en compte dans l'homogénéisation du micro-domaine. D'autre part nous avons identifié que l'influence des aspérités était restreinte à une zone proche des surfaces en contact. Nous pouvons donc donner une épaisseur à l'élément homogénéisé qui respecte un bon compromis entre précision et cohérence au niveau des limites de l'élément. Il est donc possible de simuler le comportement d'un élément composé d'éléments finis microscopiques et qui décrit correctement l'état de surface tout en n'étant plus in situ comme dans le paragraphe précédent.

Pour être cohérent, il faut appliquer toutefois au micro-domaine des conditions aux limites compatibles avec les sollicitations qu'il subirait s'il était in situ.

Nous allons tout d'abord faire l'hypothèse dans un premier temps que l'alésage ne présente pas de défaut de forme. Dans ce cas, les sollicitations appliquées sur les bords de l'élément sont une pression dans la direction radiale, une tension égale dans la direction circonférentielle (voir figure III.25). Dans la direction axiale, les hypothèses de contraintes planes ou de déformations planes peuvent être effectuées. La première correspond à un moyeu peu épais, tandis que la seconde est valable si le moyeu est épais du fait de l'influence du frottement. Pour des questions de temps, nous nous sommes limités à la première hypothèse en tenant compte du fait que les serrages que nous considérons restent dans un cadre conventionnel ($\Delta_M\% < 0,16$) et que le coefficient de frottement considéré ($f = 0,15$) est faible. Cette limitation nous a semblé raisonnable. Il serait toutefois intéressant de considérer le cadre des déformations planes (moyeu épais) afin d'apprécier les écarts entre ces deux hypothèses. Afin de bien prendre en compte le contact, la pression est donnée par un poinçon rigide.

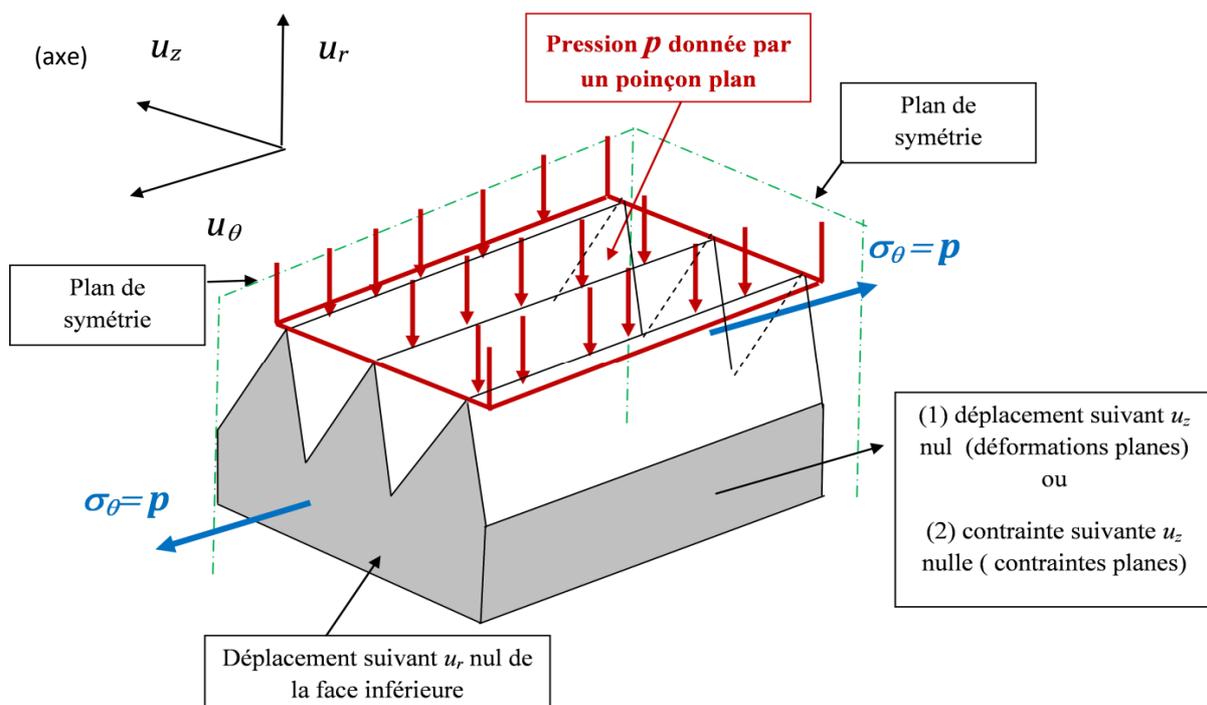


Figure III.25: Schéma de principe de la modélisation en vue de l'homogénéisation avec les conditions aux limites appliquées.

Maillage

On peut voir, sur la figure III.26, le maillage construit sur la base d'éléments linéaires de type hexaédrique (brique) C3D8R utilisés pour leur facilité d'emploi. Le maillage de l'échantillon (pièce esclave) est divisé en deux parties, sur une hauteur de $25\mu\text{m}$ de la zone du contact, des éléments de taille $(2,5\mu\text{m} \times 2,5\mu\text{m} \times 5\mu\text{m})$ ont été choisis et une taille de $(2,5\mu\text{m} \times 5\mu\text{m} \times 5\mu\text{m})$ pour les éléments de la deuxième partie. Tous les éléments du poinçon ont une taille identique $(10\mu\text{m} \times 12\mu\text{m} \times 5\mu\text{m})$. Les dimensions globales sont les suivantes: $300\mu\text{m} \times 50\mu\text{m} \times 150\mu\text{m}$ pour le poinçon rigide et $300\mu\text{m} \times 50\mu\text{m} \times 100\mu\text{m}$ pour l'échantillon.

Les conditions aux limites pour les calculs sont définies par un blocage vertical suivant Y (u_y) de la face d'appui de la pièce esclave et un blocage transversal suivant les directions X (u_x) et Z (u_z) de la face supérieure du poinçon (voir figure III.27).

Le schéma de simulation suivant le cas de chargement est donné par les étapes suivantes :

- 1^{ère} étape : modélisation et mise en contact des deux éléments,
- 2^{ème} étape : application de la pression d'une valeur de 10 MPa,
- 3^{ème} étape : application de la contrainte circonférentielle d'une valeur de 10 MPa,
- répétition des étapes 2 et 3 jusqu'à une valeur de pression de 80 MPa,

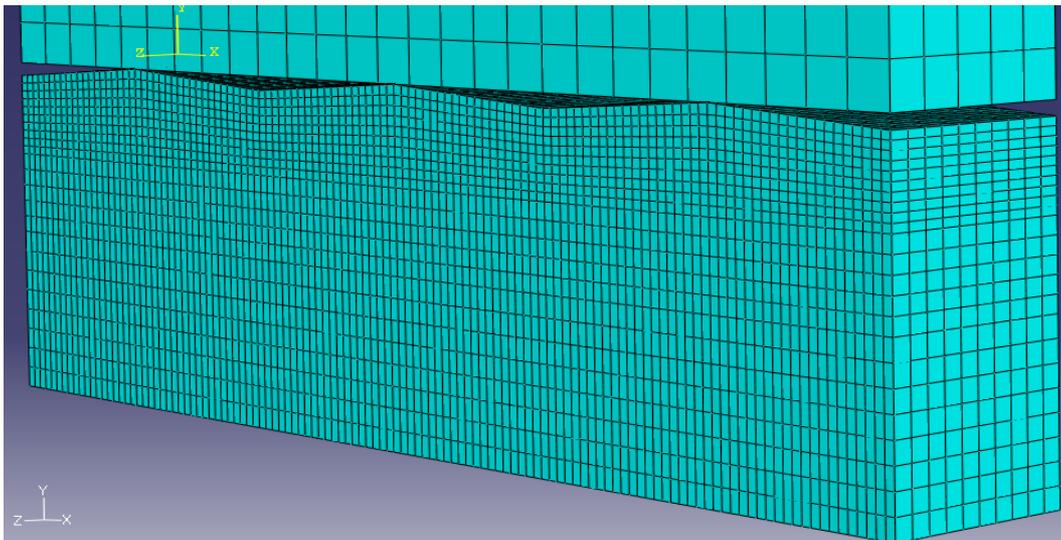


Figure.III.26: Détail du maillage des deux pièces en contact avec des caractéristiques de l'état de surface $R_Z = 4\mu\text{m}$, $A_R=100\mu\text{m}$ et un profil triangulaire.

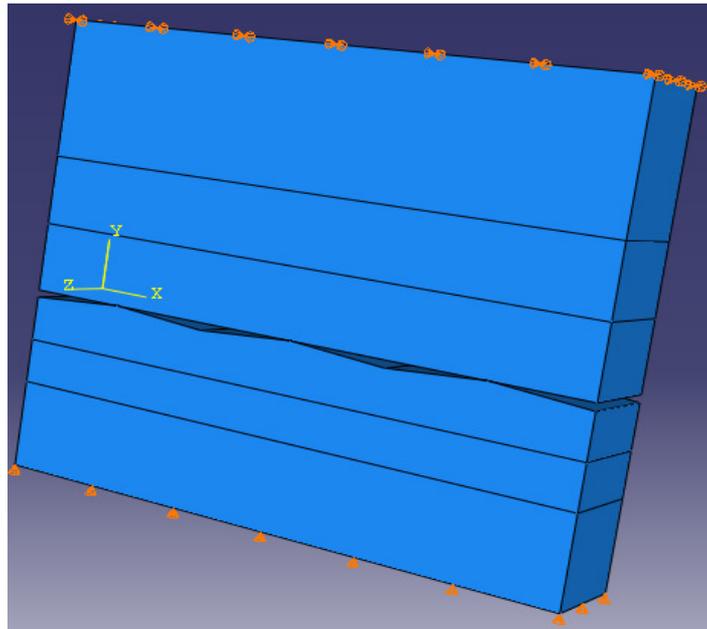


Figure.III.27: Conditions aux limites des deux pièces en contact avec des caractéristiques de l'état de surface $R_Z = 4 \mu\text{m}$, $A_R=100 \mu\text{m}$ et un profil triangulaire.

La correspondance des référentiels globaux est la suivante :

- La direction X de la modélisation correspond à la direction axiale in situ,
- La direction Y de la modélisation correspond à la direction radiale in situ,
- La direction Z de la modélisation correspond à la direction circonférentielle in situ.

La figure III.28 donne la répartition des iso-valeurs de contraintes de Von Mises. L'allure est similaire à celle des modélisations obtenues in situ. On remarque sur la figure III.29 que la zone de contact reste faible et la pression réelle de contact est donc très importante.

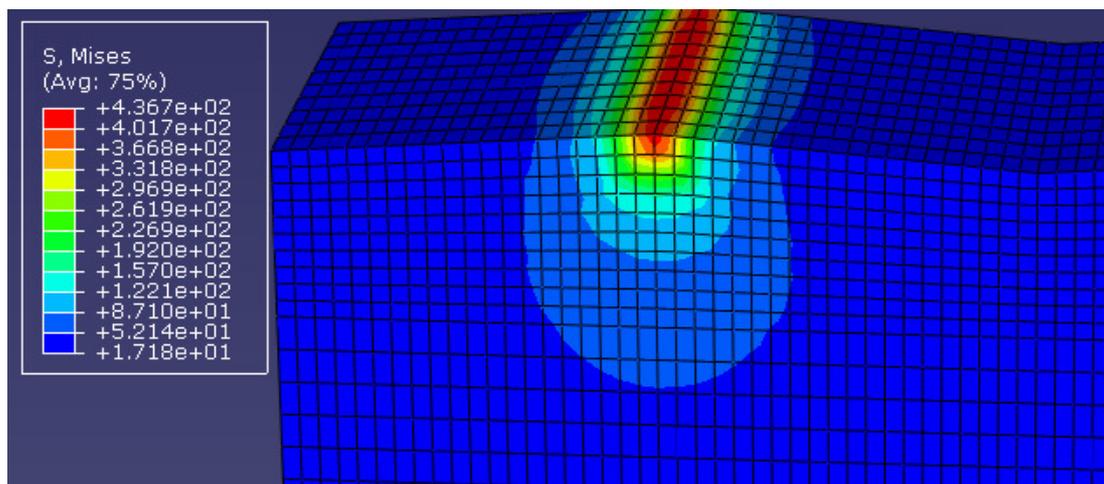


Figure.III.28: Cartographie des contraintes de Von Mises dans la zone de contact

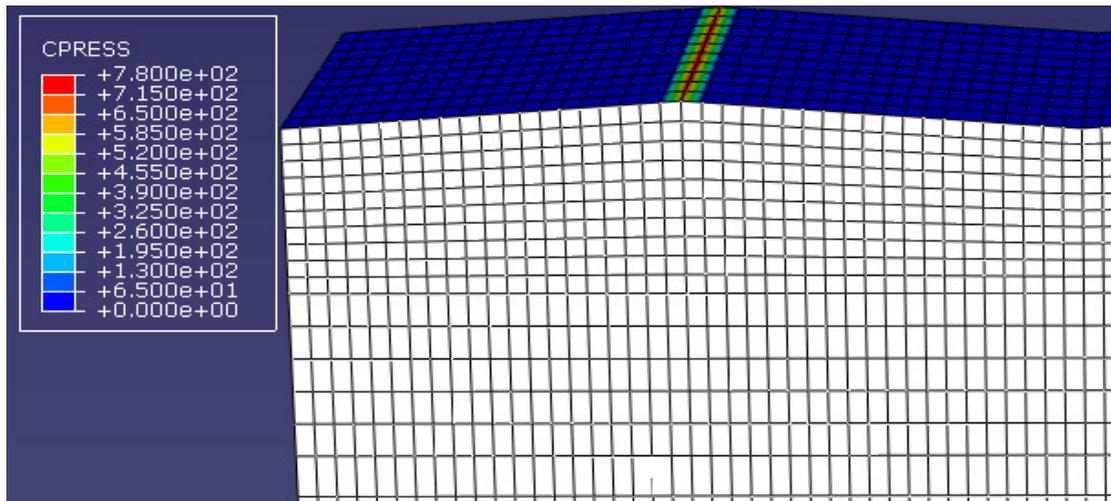
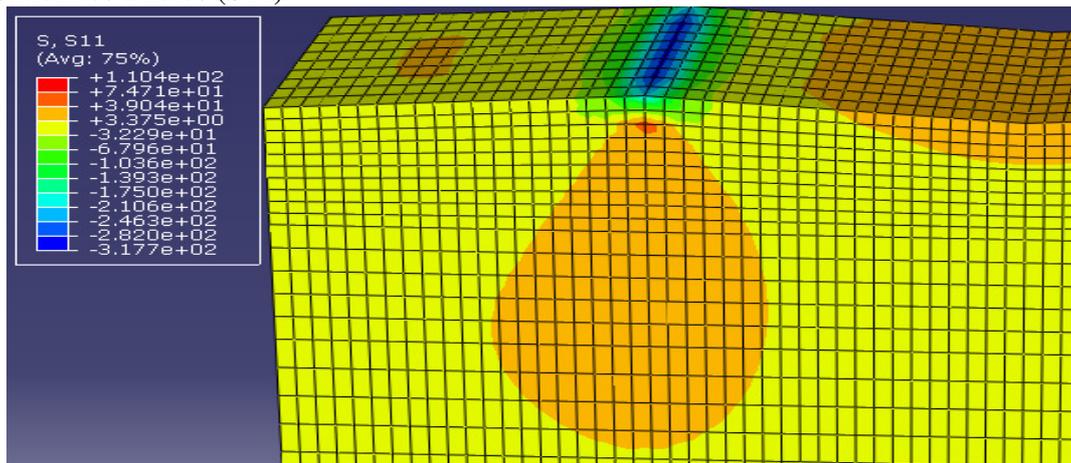


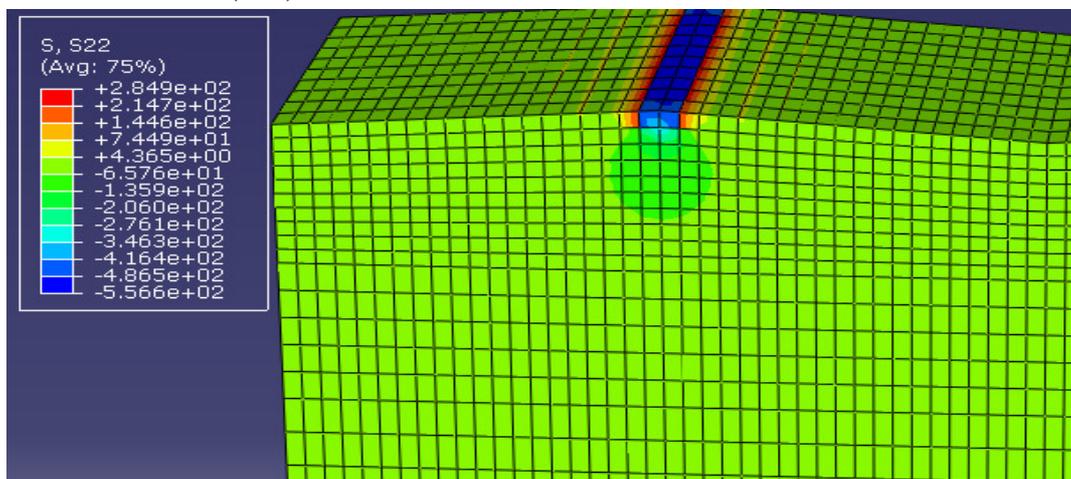
Figure.III.29 : Cartographie des pressions de contact

Les contraintes dans les directions radiale, circonférentielle et axiale sont données dans les figures III.30 (a), (b) et (c) suivantes. On constate qu'elles ont la même allure que les modélisations axisymétriques in situ.

(a) contraintes axiales (S11)



(b) contraintes radiales (S22)



© contraintes circonférentielles (S33)

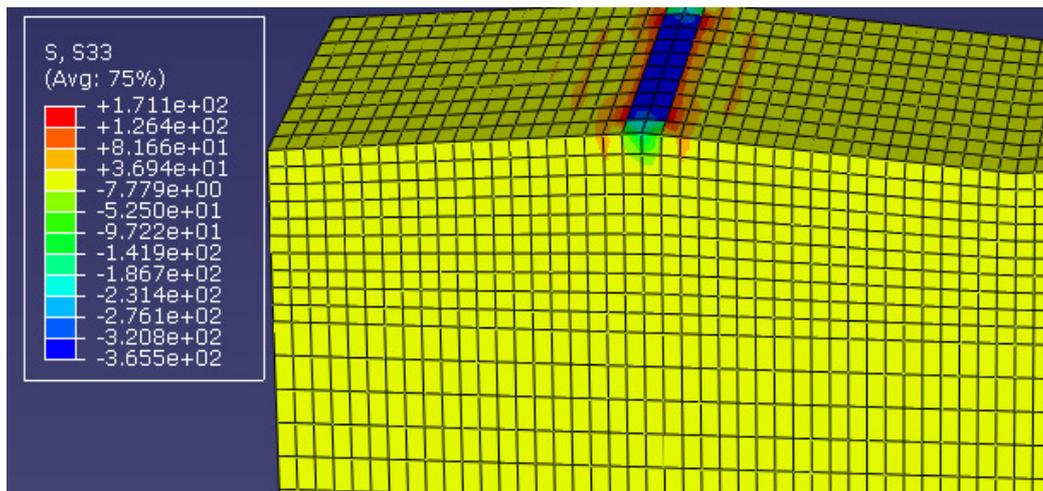


Figure III.30 : Cartographie des contraintes dans la zone de contact

II.2.4) Influence des paramètres de l'état de surface sur les états de sollicitation des aspérités

Comme nous l'avons indiqué plus haut, cette approche permet de simuler, pour des mêmes caractéristiques d'état de surface, des conditions de serrage différentes à partir d'une seule modélisation en faisant varier la pression nominale. Nous avons donc étudié l'influence de la rugosité moyenne et du pas de rugosité pour des pressions nominales différentes autrement dit pour des serrages différents.

- **Pression réelle maximale**

La modélisation du micro-domaine 3D dans l'objectif de l'utilisation de la technique homogénéisation, permet une étude des réponses en fonction de la pression appliquée ou encore du déplacement du poinçon. Il est alors intéressant de tracer l'évolution de la pression réelle en fonction de la pénétration du poinçon et de voir l'influence des paramètres de l'état de surface (hauteur moyenne de rugosité et pas de rugosité). Sur la figure III.31, la pression réelle a été tracée en fonction de deux valeurs du pas de rugosité ($A_R = 100$ et $150 \mu\text{m}$) et deux valeurs de hauteur de rugosité moyenne ($R_z = 4$ et $10 \mu\text{m}$) pour un profil triangulaire. La pression globale appliquée par le poinçon varie entre 0 et 80 Mpa. Cette pression est donc très inférieure à la limite élastique du matériau considérée égale à 405 MPa. On s'aperçoit que les aspérités entrent très rapidement en plasticité puisque, pour une pression nominale du poinçon égale à 20 Mpa (2^{ème} point sur les courbes), la pression réelle maximale est supérieure à 600MPa. La pression réelle croît régulièrement, elle dépend bien sûr de l'aire de contact. On notera que les courbes sont relativement similaires, elles traduisent bien le comportement du matériau mais aussi celui de l'aspérité qui dépend essentiellement de sa forme.

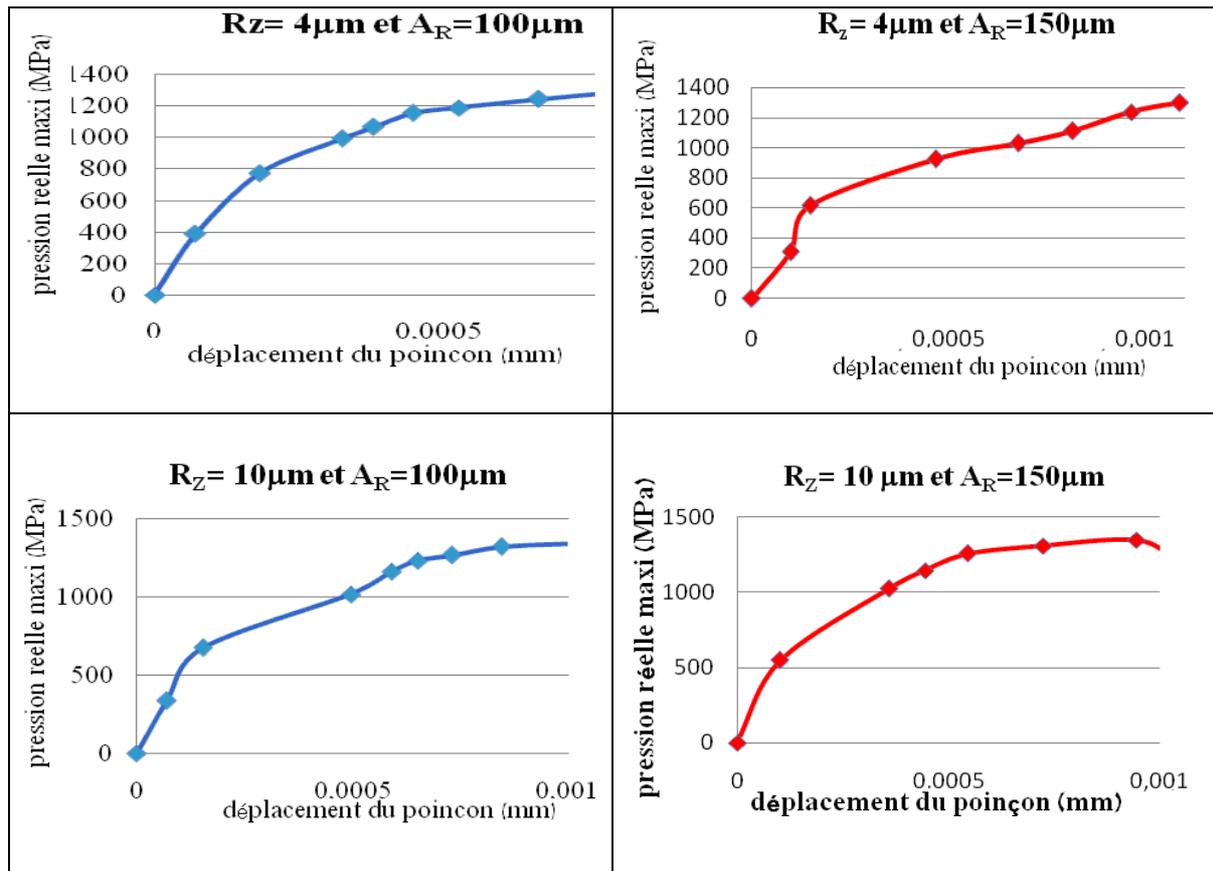


Figure III.31 : Evolution de la pression réelle calculée en fonction du rapprochement poinçon échantillon pour différentes rugosités moyennes et pas de rugosité dans le cas d'un profil triangulaire.

- **Rapport aire réelle/aire nominale**

Sur la figure III.32, le rapport de l'aire réelle sur l'aire nominale a été représenté. On s'aperçoit que celui-ci reste très faible pour des pressions nominales appliquées assez importantes : pour une pression nominale appliquée par le poinçon de 80 Mpa, le rapport A_R/A_n est de l'ordre de 10%. Ceci explique donc la valeur importante des pressions réelles subies par les aspérités. Bien quantifier les aires de contact réelles reste toutefois difficile du fait des effets de saut dus à la discrétisation. On remarque bien sur les courbes ces effets de saut. Pour les réduire, il faudrait discrétiser plus finement les aspérités. Ceci serait nécessaire si on souhaitait faire une étude très précise et très fine du comportement local de l'aspérité. Si la détermination de l'aire de contact reste soumise à cette incertitude de calcul, l'erreur engendrée est moins importante sur les pressions calculées aux nœuds. Ce sont ces dernières qui sont importantes dans l'équilibre local et la détermination du comportement de l'aspérité. Là encore pour des questions de temps, nous ne rechercherons donc pas à déterminer précisément l'aire de contact réelle, mais il sera nécessaire d'affiner plus tard cet aspect.

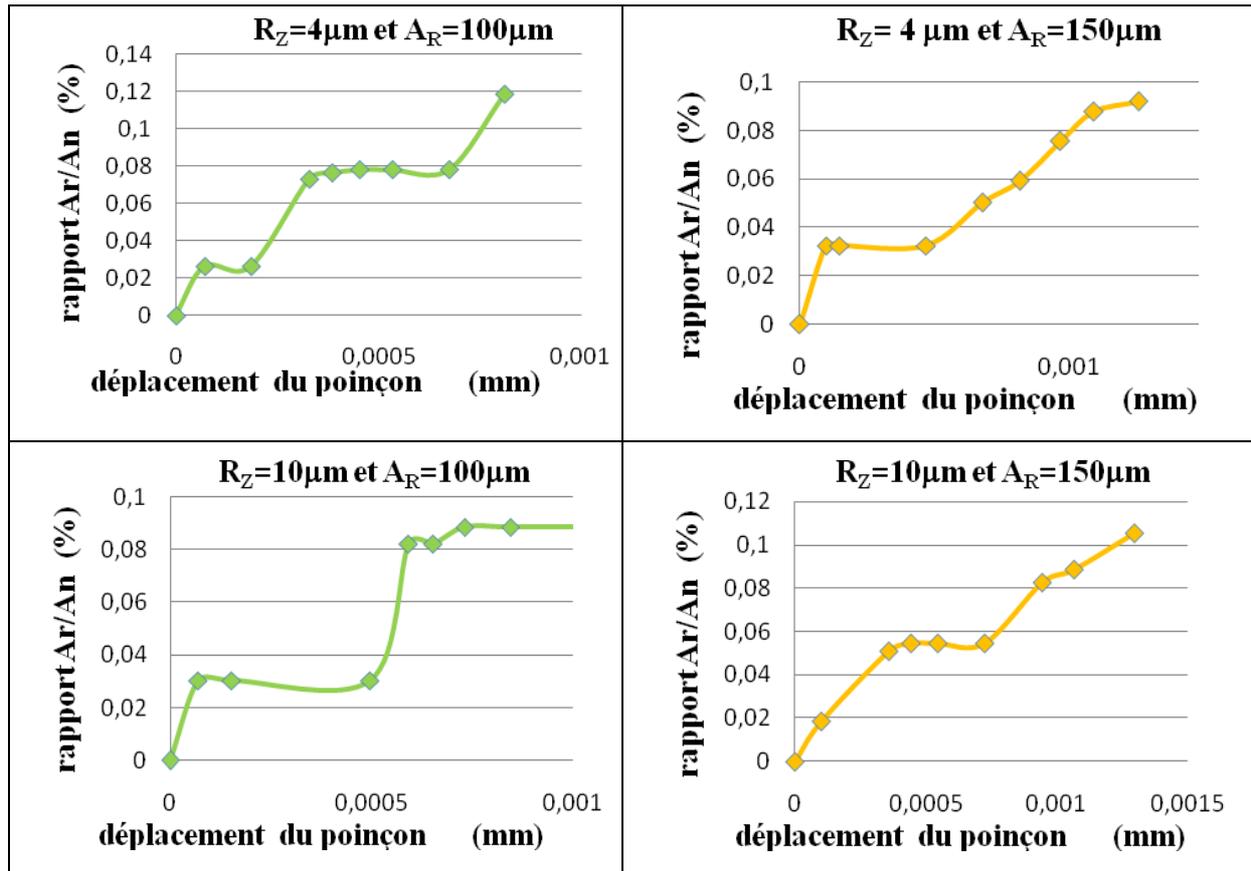


Figure III.32 : Evolution du rapport entre l'aire de contact réelle calculée et l'aire apparente en fonction du rapprochement poinçon échantillon pour différentes rugosités moyennes et pas de rugosité dans le cas d'un profil triangulaire

II.2.5) Identification de la loi de comportement de l'élément homogénéisé

Pour trouver la loi de comportement de l'élément d'interface, il faut exprimer l'évolution des déformations de l'élément en fonction des paramètres de chargement, soit la pression dans le sens « radial » et une traction égale dans le sens circonférentiel. Pour quantifier les déformations homogénéisées, nous prenons la définition suivante. L'élément homogénéisé s'inscrit dans un parallélépipède qui se déforme en suivant le micro-domaine réel. La figure III.33 montre un schéma de principe de cette description. Le micro-domaine s'inscrit dans un parallélépipède rectangle qui représente le macro-élément homogénéisé. Il est défini, dans la direction radiale, par son épaisseur e , dans la direction circonférentielle, par sa largeur l et, dans la direction axiale, par sa longueur L .

On fait l'hypothèse que les déformations sont homogènes. Pour quantifier les déformations radiales, il faut quantifier la variation d'épaisseur. Pour cela on effectue le rapport entre l'épaisseur de l'échantillon sous pression et l'épaisseur initiale de l'élément comme l'indique l'expression suivante :

$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{22} = \frac{(e(p) - e_0)}{e_0} \quad (\text{III.6})$$

De même on quantifie les déformations circonférentielle et axiale grâce aux expressions (III.7) et (III.8)

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{33} = \frac{(l(p) - l_0)}{l_0} \quad (\text{III.7})$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{11} = \frac{(L(p) - L_0)}{L_0} \quad (\text{III.8})$$

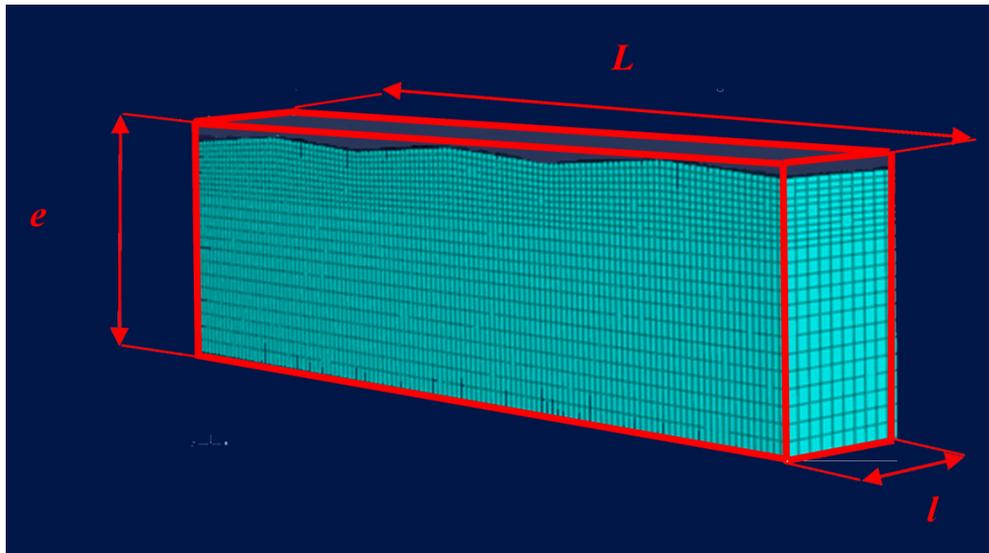


Figure III.33 : Micro-domaine réel (en bleu) et macro-élément homogénéisé (en rouge)

Une certaine difficulté réside dans la détermination des dimensions globales du macro-élément homogénéisé. En effet, si dans la direction radiale l'épaisseur est quantifiée sans problème entre le sommet des aspérités et le coté opposé, dans les 2 autres directions, les longueurs et largeurs ne sont pas constantes. Dans certains tests, on considérera les bords libres de contraintes où on imposera une contrainte. De ce fait, les déplacements pourront varier localement surtout à proximité des aspérités. Ceci ne représente pas exactement le comportement de l'élément in situ. Toutefois ces variations sont très localisées au niveau de la pointe des aspérités (voir figure III.34), nous considérons qu'en moyennant l'ensemble des déplacements, nous avons une bonne appréciation de la déformation de l'élément homogénéisé.

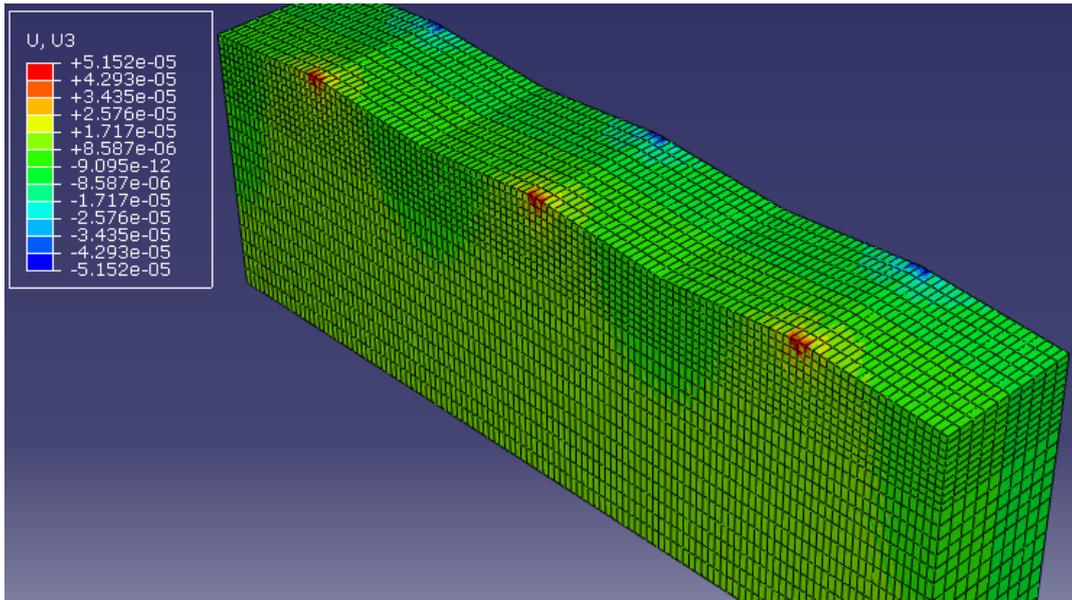


Figure III.34 : Variation des déplacements dans la direction 3 (direction circonférentielle pour l'élément in-situ) pour un chargement pression-contraainte circonférentielles égales et opposées

- **Identification dans le cadre de l'élasticité**

Dans le cadre d'un comportement élastique, les évolutions doivent suivre les équations suivantes : Soit le champ de contraintes dans le macro-élément homogénéisé :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} -\sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.9})$$

Il vérifie l'équilibre. La loi d'élasticité peut s'écrire :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \boldsymbol{\sigma} - \frac{1+\nu}{E} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \text{Id} \quad (\text{III.10})$$

Soit en développant

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \begin{pmatrix} -\sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.10})$$

D'après la relation (III.9), $\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = 0$, soit l'expression des déformations :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \begin{pmatrix} -\sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.11})$$

Ceci donne les expressions des déformations suivantes :

$$\varepsilon_{rr} = -\frac{1+\nu}{E} \sigma \quad \text{et} \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1+\nu}{E} \sigma \quad (\text{III.12})$$

On remarque donc que, théoriquement, les déformations sont égales et opposées. Ce n'est pas le cas quand on regarde les courbes d'évolution données par la figure III.35. La déformation dans la direction circonférentielle est trop faible que la déformation dans la direction radiale.

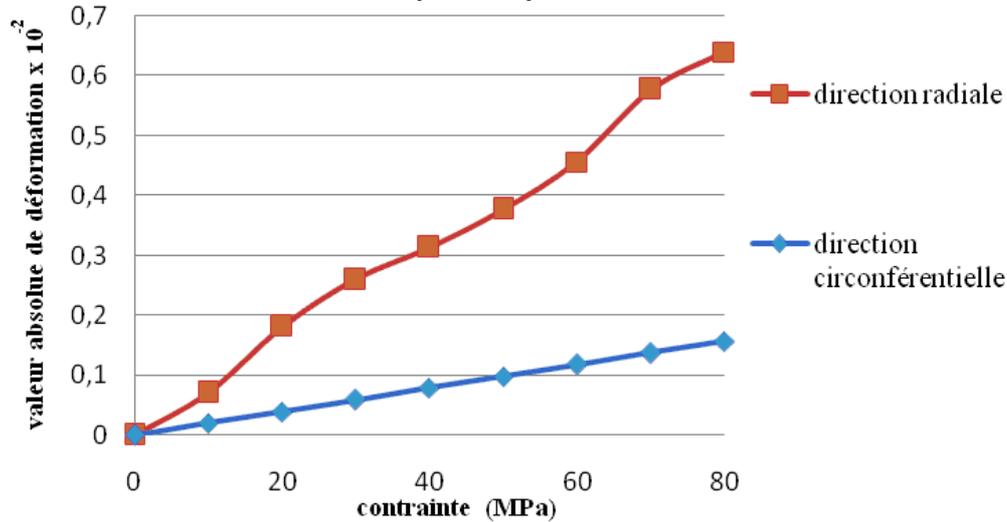


Figure III.35 : Exemple de variation de la déformation dans les directions « radiale » et « circonférentielle » (cas $R_Z = 4 \mu\text{m}$, $A_R = 100 \mu\text{m}$ et profil triangulaire)

Ceci signifie donc que l'élément homogénéisé est anisotrope. Ce qui était bien sûr prévisible. Il est donc nécessaire d'identifier une loi de comportement élastique anisotrope. L'hypothèse d'une isotropie transverse est raisonnable car la texture du défaut n'influence pas à priori les caractéristiques mécaniques dans le plan (circonférentiel-axial).

Dans le cadre d'une loi isotrope transverse, la loi de comportement élastique peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t} & \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & \frac{1}{E_t} & \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{tt}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1_{tt}}{2G_{tt}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu_{tt})}{E_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Avec :

- E_l et E_t , les modules d'Young, respectivement dans la direction suivant laquelle est exercée la pression et dans la direction transversale (l correspond à la direction 2 dans le repère de l'élément et à la direction radiale in situ, t correspond aux directions 1 et 3 dans le repère de l'élément et aux directions axiale et circonférentielle in situ),
- ν_{lt} , ν_{tl} et ν_{tt} les coefficients de Poisson dans les différents plans ; $\nu_{lt}/E_l = \nu_{tl}/E_t$,
- G_{lt} , et $G_{tt} = E_t/2(1 + \nu_{tt})$: modules de cisaillement.

Cinq paramètres indépendants sont à déterminer. En faisant un essai avec une pression seule, on peut déterminer E_l et ν_{lt}/E_l . En effectuant un essai avec une pression et une contrainte circonférentielle non nulle, on peut déterminer les paramètres E_t et ν_{tt}/E_t . Enfin un essai de cisaillement transverse permet de déterminer G_{lt} . Les calculs d'identification sont donnés en annexe n°2.

- **Identification dans le cadre de plasticité**

Pour des serrages importants, il est possible que le macro-élément homogénéisé devienne élastoplastique. Le comportement d'isotropie transverse peut alors toujours être considéré. Plusieurs aspects sont alors à aborder pour effectuer cette modélisation.

Il faut bien prendre en compte que la plasticité n'apparaît pas au même niveau de contrainte pour chaque direction d'anisotropie. Il est donc tout naturel d'utiliser un critère de plasticité anisotrope. Il est possible d'utiliser le critère de Hill qui est le plus simple parmi les critères de plasticité anisotrope. Il permet de distinguer la limite élastique en fonction de la direction considérée.

$$f(\sigma) = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{32})^2 + G(\sigma_{32} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2(L\sigma_{22}^2 + M\sigma_{31}^2 + N\sigma_{12}^2)} \quad (\text{III.14})$$

L'érouissage est un élément important de la plasticité. L'influence de l'anisotropie, notamment celle de la direction du chargement (traction vs compression) est importante dans notre cas ; la prise en compte de cette anisotropie est plus complexe et nécessite de développer un modèle à érouissage cinématique. Ces aspects du comportement (élasto-plasticité) ne seront pas traités dans le cadre de la présente étude.

III) MODELISATION DU PROCÉDE DE FRETTAGE AVEC PRISE EN COMPTE DE L'ÉTAT DE SURFACE EN UTILISANT DES ÉLÉMENTS INTERFACES HOMOGENEISES.

Dans ce paragraphe, nous allons intégrer dans les modélisations, les éléments homogénéisés afin de traduire de manière la plus simple mais la plus proche possible de la réalité, les effets de l'état de surface. Dans un premier temps, nous allons considérer des assemblages dont les constituants ne présentent pas de défauts de forme puis nous allons reprendre les modèles effectués dans le cadre du chapitre II pour lesquels nous avons considérés les défauts de forme.

III.1) Cas des frettages ne présentant pas de défaut de forme

Dans un premier temps il est nécessaire de valider notre démarche. Pour ce faire nous avons comparé les modélisations avec l'intégration du défaut dans le maillage et avec les éléments homogénéisés. Ceci a été effectué pour des raisons de simplicité dans un cadre axisymétrique.

Le cas que nous avons considéré présente les caractéristiques suivantes :

- le serrage est égal à $\Delta_M = 4\mu\text{m}$ soit un serrage relatif $\Delta_M \% = 0,05\%$
- l'état de surface et les valeurs des constantes mécaniques du macro-élément homogénéisé correspondant au cas expérimental 3LB05, sont représentées dans le tableau ci-dessous (voire aussi l'annexe A.2) :

Tableau III.2 : Valeurs des constantes mécaniques du cas 3LB05

Paramètres état de surface	E_l (MPa)	E_t (MPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (MPa)	G_{tt} (MPa)
$R_z = 19 \mu\text{m}$, $A_R = 286 \mu\text{m}$, profil en U	16666	72000	0,09	0,3	27700	27700

Ces valeurs sont calculées par la démarche d'identification des coefficients de la loi d'élasticité à isotropie transverse. Le tableau précédent montre que les caractéristiques mécaniques dans la direction radiale sont trop faibles du fait d'une rigidité faible (écrasement des aspérités et perte de serrage). A noter que ces valeurs sont très sensibles à la forme et le pas du profil qui influent beaucoup sur les valeurs de déformations à l'interface, elles indiquent une parfaite concordance avec les deux courbes de la figure III.35 qui montrent l'anisotropie du comportement de l'élément homogénéisé.

- l'épaisseur du macro-élément homogénéisé, e_h , correspond à celle du domaine ayant servi à identifier la loi de comportement (dans l'exemple présent $e_h = 0,1\text{mm}$)
- le maillage a été effectué de manière similaire pour les deux modélisations, pour le moyeu la taille des éléments est égale à $5\mu\text{m}$ sur l'épaisseur e_h , puis à $10\mu\text{m}$ sur une épaisseur de $0,5 \text{ mm}$ enfin à $150\mu\text{m}$ sur le reste ; pour l'axe la taille des éléments est égale à $10\mu\text{m}$ sur une épaisseur de $0,5 \text{ mm}$ et à $150\mu\text{m}$ pour le reste comme l'indique la figure ci-dessous.

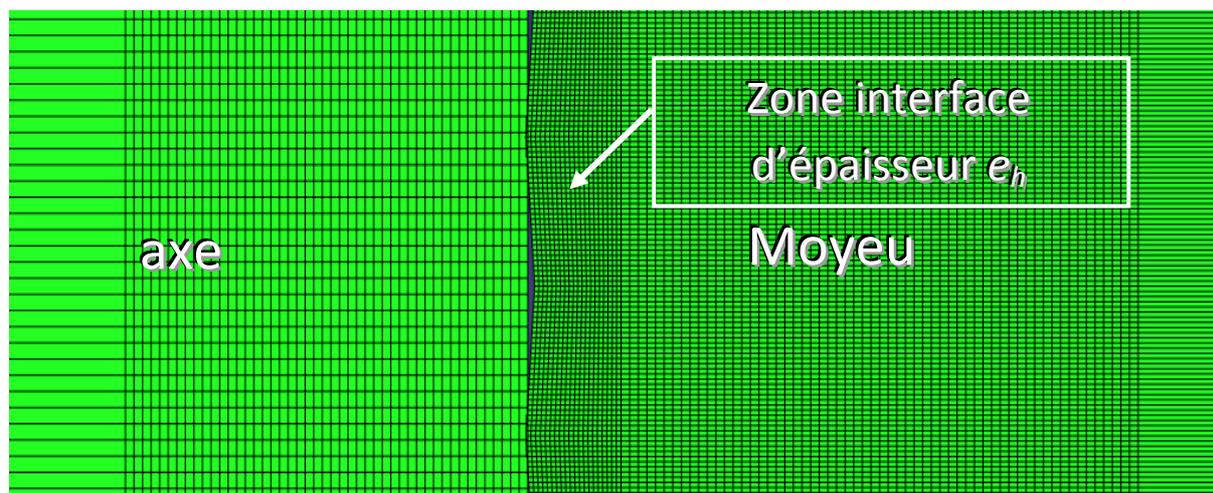
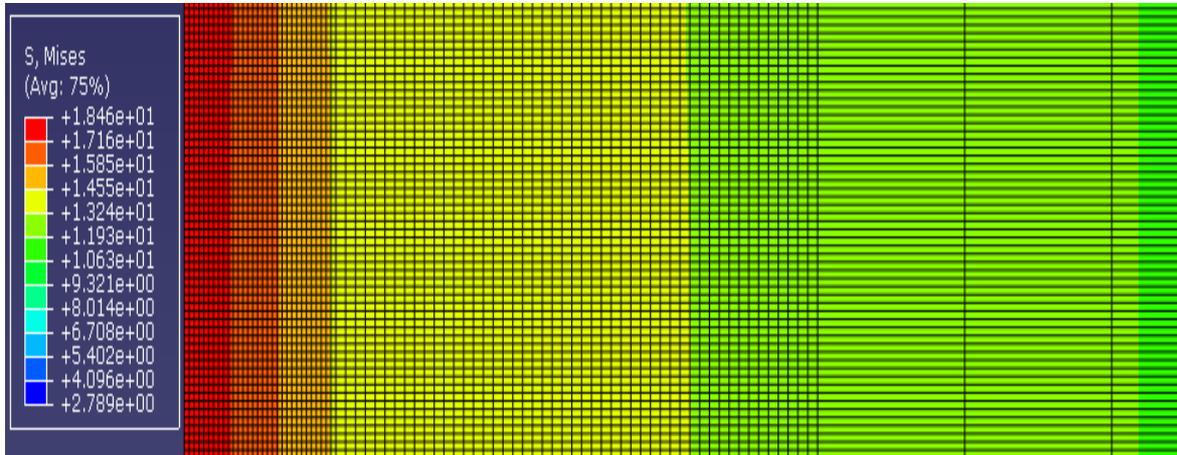


Figure III.36 : Maillage utilisé pour la modélisation axisymétrique avec aspérité

Les figures III.37 et III.38 indiquent respectivement les isovaleurs des contraintes de Von Mises et les contraintes principales dans les directions du repère d'axisymétrie.

Modélisation avec des éléments homogénéisés



Modélisation avec des aspérités

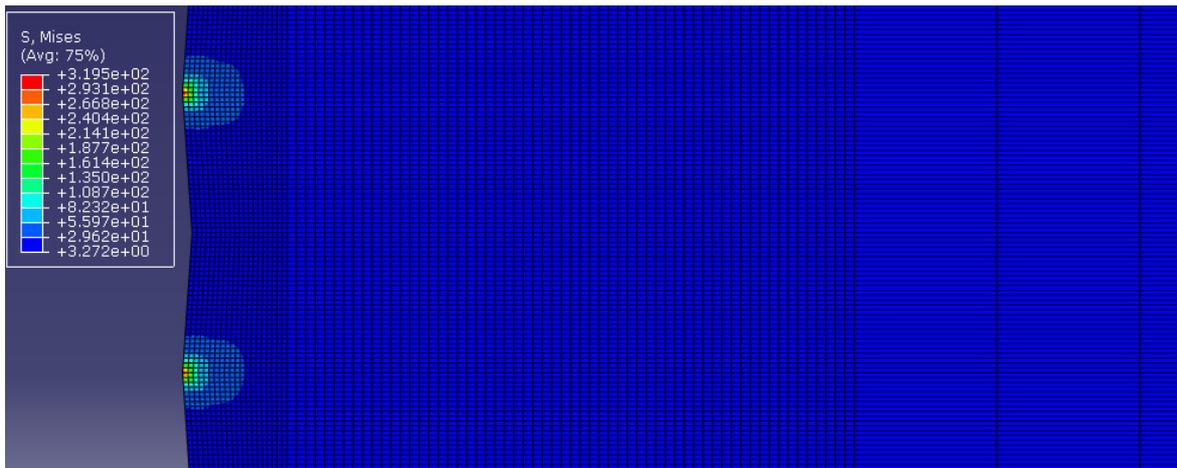


Figure III.37 : Répartition des contraintes de Von Mises avec les éléments homogénéisés et avec la modélisation des aspérités

Les répartitions des contraintes sont bien sûr différentes. Il est difficile de comparer avec précision les contraintes à la frontière entre la partie homogénéisée et la partie massive du moyeu. On remarque que la différence de comportement induit des artefacts au niveau de cette frontière. Ils sont dus à la différence des caractéristiques matérielles (visibles sur le graphe des contraintes axiales). L'écart entre les valeurs de la pression moyenne et de l'effort d'extraction sont cependant les éléments importants à valider pour toute application de la méthode que nous proposons. Dans cet exemple, l'écart entre les valeurs trouvées est inférieur à 1%.

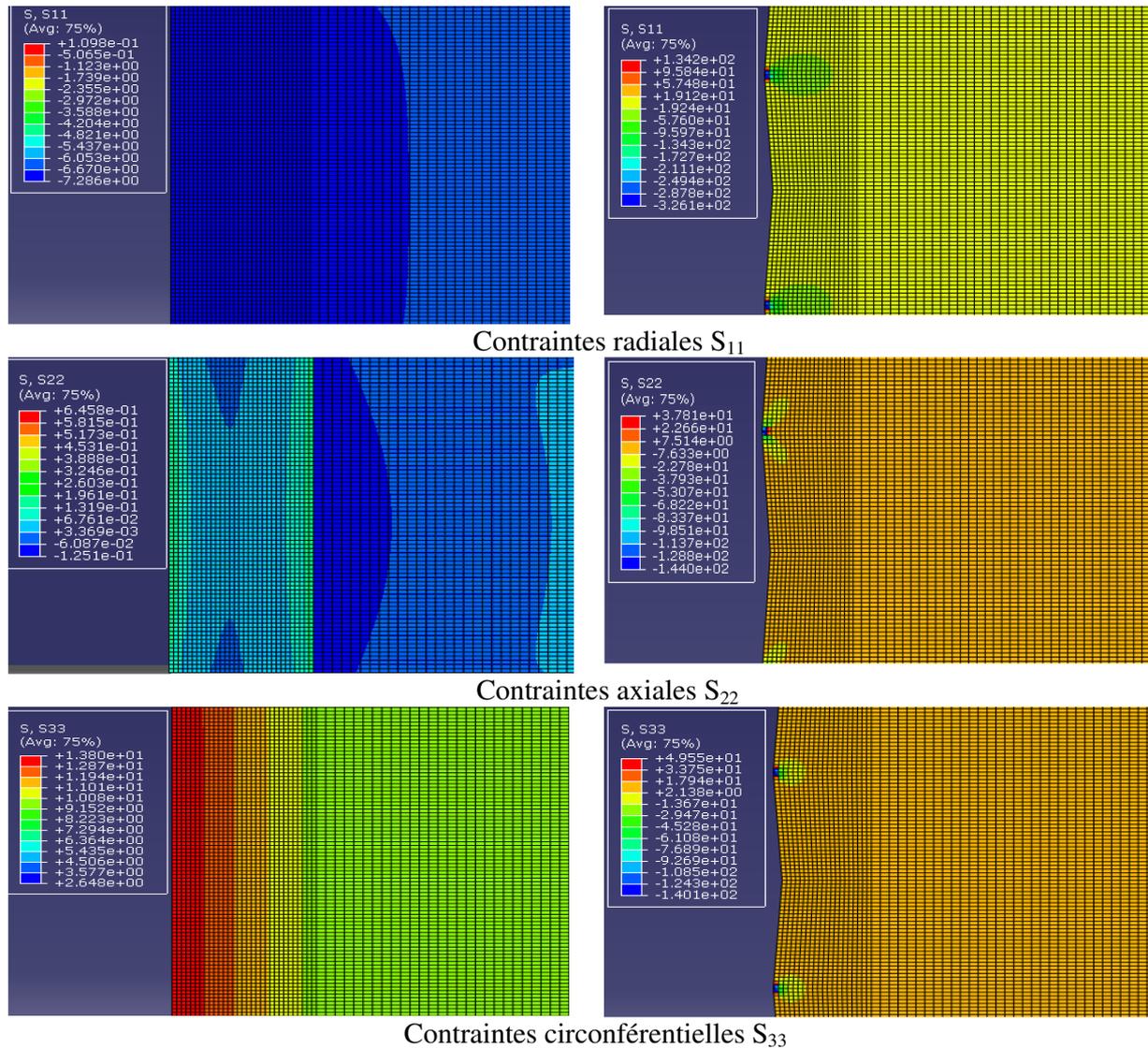


Figure III.38 : Répartition des contraintes avec les éléments homogénéisés (à gauche) et avec la modélisation des aspérités (à droite)

Nous avons appliqué cette démarche à divers états de surface pour un serrage égal à $4 \mu\text{m}$. Le tableau III.2 montre que les résultats trouvés sont cohérents pour une large étendue de paramètres d'état de surface. Les écarts entre les efforts d'extraction trouvés en modélisant les aspérités ou en utilisant des macro-éléments homogénéisés sont très faibles.

Notre méthode est donc applicable dans le cadre d'une modélisation du procédé d'assemblage par frettage en intégrant l'état de surface.

Tableau III.3 : Comparaison des résultats des efforts d'extraction obtenus à partir de modélisations avec aspérités et éléments homogénéisés pour différents cas de calculs pour un serrage $\Delta_M=4\mu\text{m}$

N° cas	R_Z (μm)	A_R (μm)	Type de profil	Paramètre de la loi d'élasticité						Epaisseur de la zone homogénéisée (mm)	Modélisation axisymétrique avec aspérités		Modélisation avec macro-éléments homogénéisés		Ecart relatif (P1-P2)/P2 %
				E_l (MPa)	E_t (MPa)	n_{lt}	n_{tt}	G_{lt} (MPa)	G_{tt} (MPa)		Pression moyenne P1 (MPa)	Effort extraction F1 (N)	Pression moyenne P2 (MPa)	Effort extraction F2 (N)	
1	4	286	U	12000	72000	0,18	0,3	27700	27700	0,1	17,21	74,03	17.53	75.37	1.8
2	9	286	U	6000	72000	0,11	0,3	27700	27700	0,1	16,64	71,58	16.76	72	0.7
3	22	86	U	24000	72000	0,11	0,3	27700	27700	0,15	15,77	67.84	16.65	71.58	5.28
4	49	286	U	4800	72000	0,01	0,3	27700	27700	0,15	14.5	62,34	15.92	68.45	9

III.2) Cas des frettages présentant un défaut de forme

III.2.1) Moyeu de forme extérieure cylindrique

Le cas présenté ci-dessous concerne un assemblage dont le moyeu circulaire présente un défaut de forme d'amplitude $\varepsilon_f = 0,02\text{mm}$ et de période $T = \pi/2$, l'état de surface est celui correspondant au cas expérimental 4LB03.

Les dimensions théoriques du moyeu sont :

- rayon de l'alésage $r_b = 7,98 + 0,01\cos(4\theta)$ mm,
- rayon extérieur $R_b = 19,544$ mm, épaisseur (longueur) $e = 2,5$ mm.
- Epaisseur de la zone homogénéisée : $e_h = 0,1$ mm
- Paramètres de l'état de surface et de la loi de comportement

Tableau III.4 : Valeurs des constantes mécaniques du cas 4LB03

Paramètres d'état de surface	E_l (MPa)	E_t (MPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (MPa)	G_{tt} (MPa)
$R_Z = 22 \mu\text{m}$, $A_R = 86 \mu\text{m}$, profil en U	24000	72000	0,11	0,3	27700	27700

Ces paramètres calculés par la méthode de l'annexe 2, sont en parfaite concordance avec les courbes de la figure III.35 qui montrent l'anisotropie du comportement de l'élément homogénéisé.

Les dimensions de l'axe sont données par : rayon de l'axe $r_a = 7,985$ mm, longueur $e_{tt} = 2,5$ mm.

La figure III.39 montre le maillage des pièces effectué avec les paramètres suivants :

- Moyeu : éléments de type brique de dimensions (0,1 mm x 0,1 mm x 0,15 mm) sur une épaisseur radiale de 1 mm. Les autres éléments, (0,1 mm x 0,15 mm x 1mm),
- Axe : (0,1 mm x 0,15mm x 0,2mm) à l'interface et (0,75 mm x 1 mm x 1mm) sur l'ensemble restant.

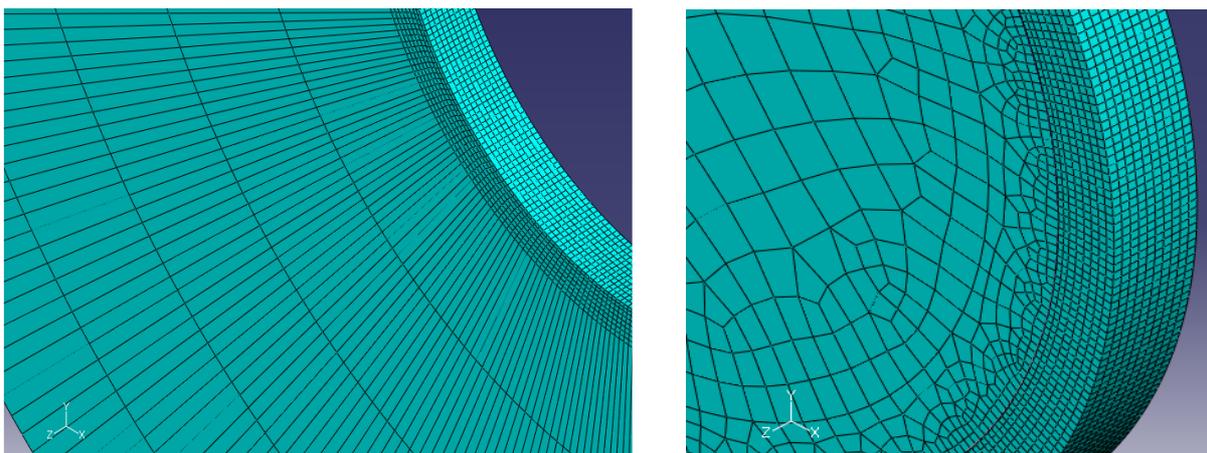
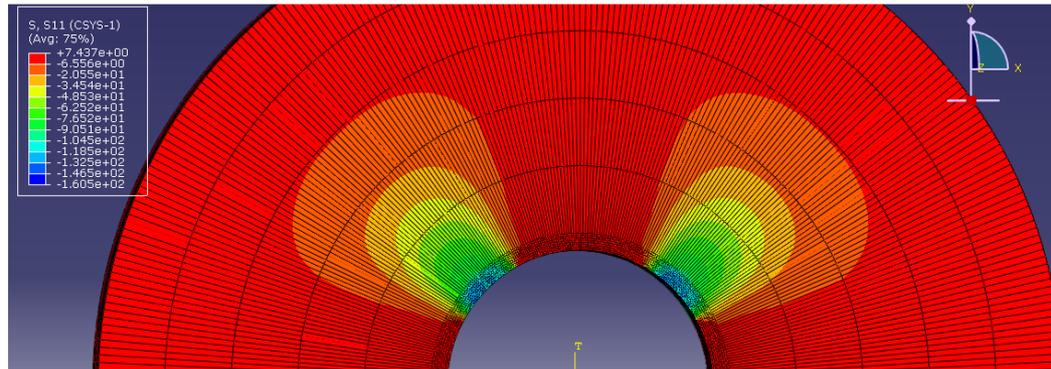


Figure III.39 : Maillage du moyeu présentant un défaut de forme à 4 lobes (à gauche) et de l'axe géométriquement parfait (à droite)

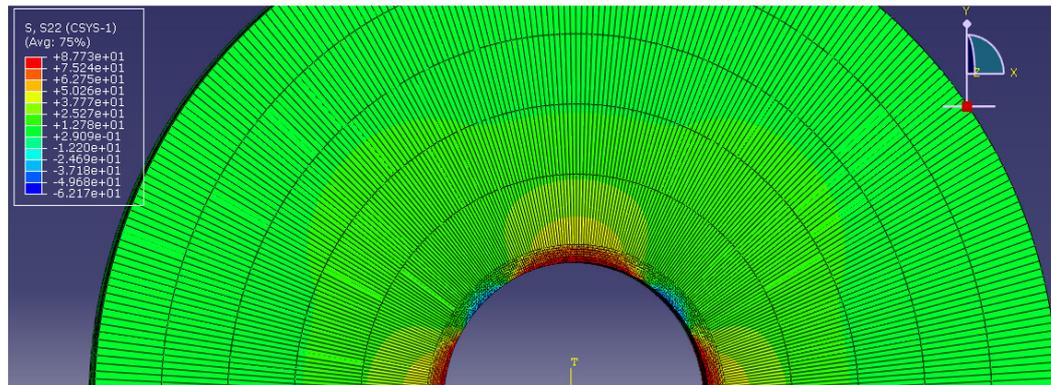
Les conditions aux limites sont données par un déplacement U_3 imposé à l'axe et un blocage axial suivant U_3 de la surface extérieure du moyeu.

Les résultats en termes de cartographie des contraintes sont donnés sur la figure III.40. La figure III.41 donne la répartition le long d'une directrice (circulaire) des déplacements radiaux au niveau de l'interface. Deux cas sont représentés, celui avec la présence d'aspérités modélisées par des macro-éléments homogénéisés ainsi que celui d'un moyeu parfaitement lisses (sans défaut de rugosité). On constate que la perte de rigidité due aux aspérités n'est pas négligeable : les points du moyeu en contact avec l'axe ont tendance à se déplacer plus lorsque l'on considère les aspérités, ce qui est conforme avec la perte de rigidité de celles-ci. Les points situés dans les creux du défaut de forme se déplacent toutefois moins. Ceci s'explique par une rigidité moindre, ils sont alors moins « entraînés par leurs voisins ».

Contraintes radiales S_{11}



Contraintes circonférentielles S_{22}



Contraintes axiales S_{33}

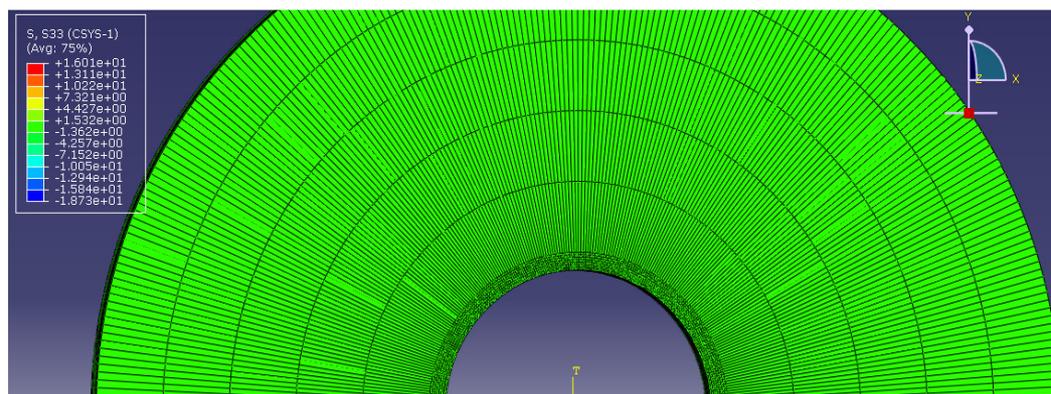


Figure III.40 : Répartition des contraintes pour une modélisation avec éléments homogénéisés et pour un défaut de forme à 4 lobes.

L'impact sur la pression de contact, directement liée à la rigidité du matériau, est très important. La figure III.42 montre cette importante différence. On remarque toutefois que la surface apparente de contact est plus importante. Ceci traduit bien la compliance des aspérités.

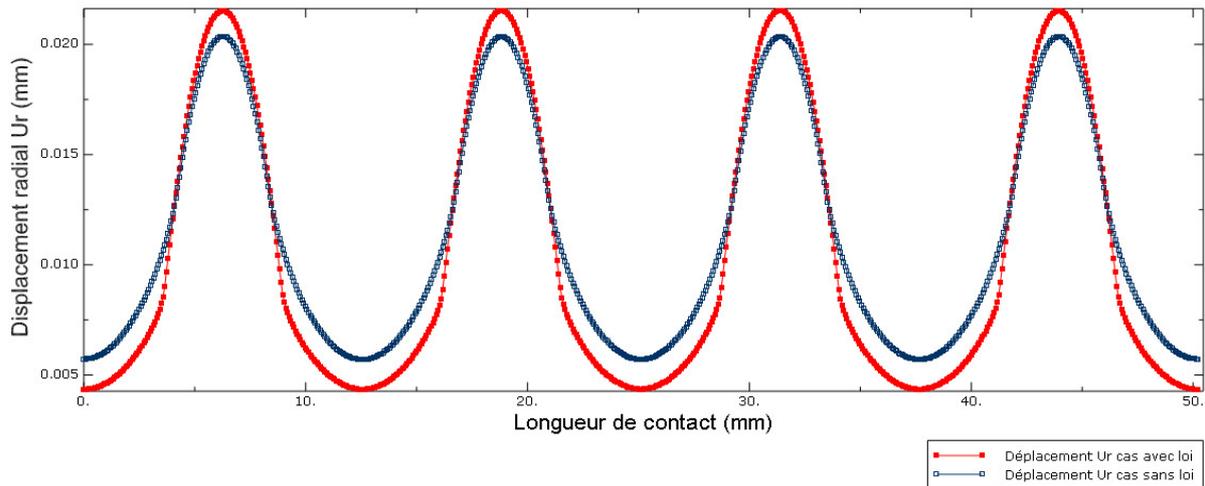


Figure III.41 : Variation du déplacement radial U_r au niveau de la surface de contact pour un cas de défaut de forme à quatre lobes et d'amplitude $\varepsilon_f = 0.02$ mm, avec (rouge) ou sans (bleu) prise en compte de l'état de surface

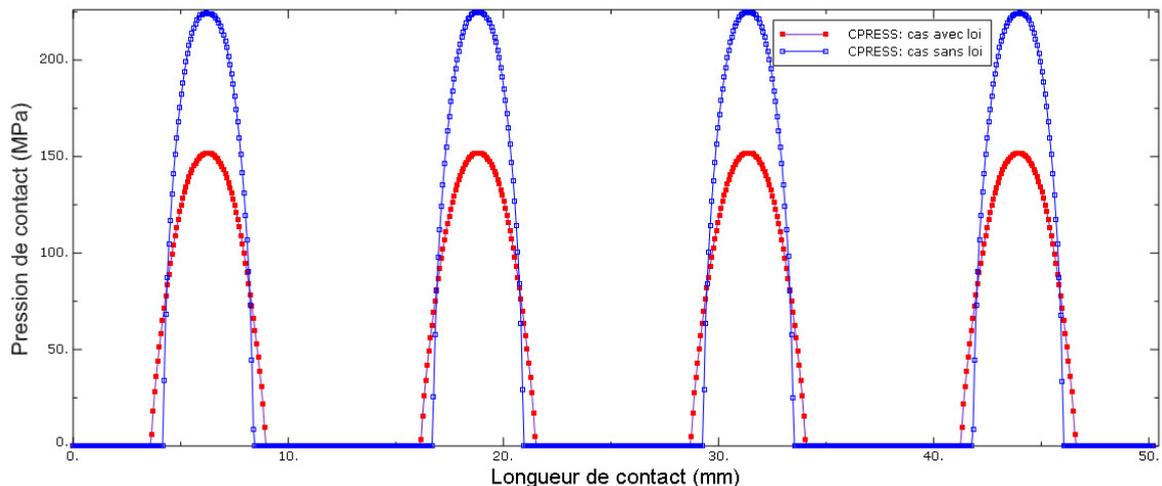


Figure III.42 : Variation de la pression de contact à l'interface avec (rouge) ou sans (bleu) prise en compte de l'état de surface

La même constatation peut être faite pour la contrainte de Von Mises à l'interface dont le profil d'évolution tout au long de la circonférence est représenté sur la figure III.43. On note que les aspérités ont tendance à minimiser l'effet du défaut de forme. Les écarts relatifs entre les maximums primaires et secondaires sont plus faibles que dans le cas sans rugosité. Les contraintes maxi présentent toutefois une légère différence aux points de rebroussement de l'évolution entre les creux et les sommets des lobes. Les figures III.44 (a) et (b) indiquent l'écart des évolutions des contraintes principales. On retrouve bien ces micro-pics. Ils proviennent de l'évolution de la contrainte circonférentielle. Il n'est pas immédiat de les expliquer, et leur interprétation physique n'a sans doute pas de sens direct puisque les éléments représentent un comportement moyenné.

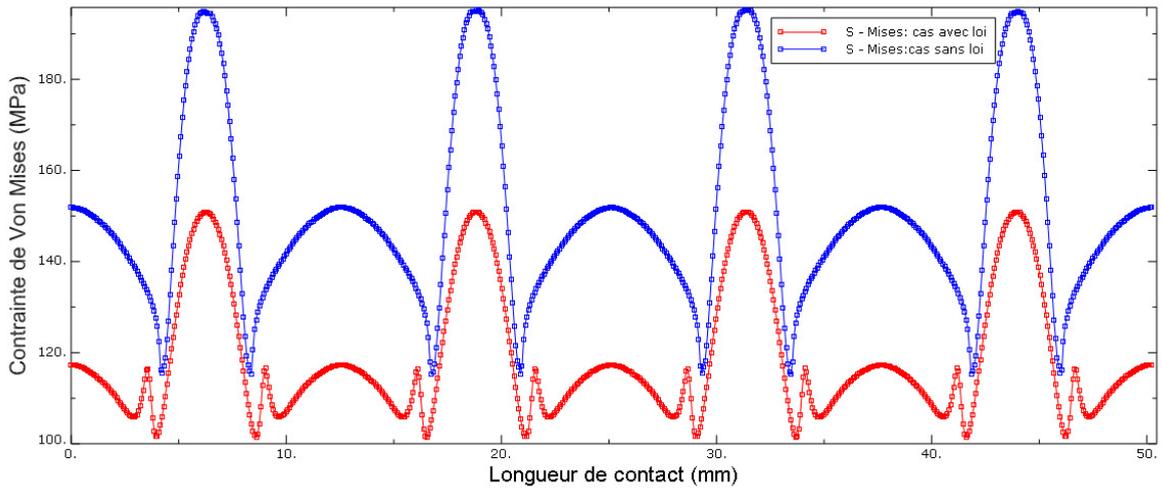
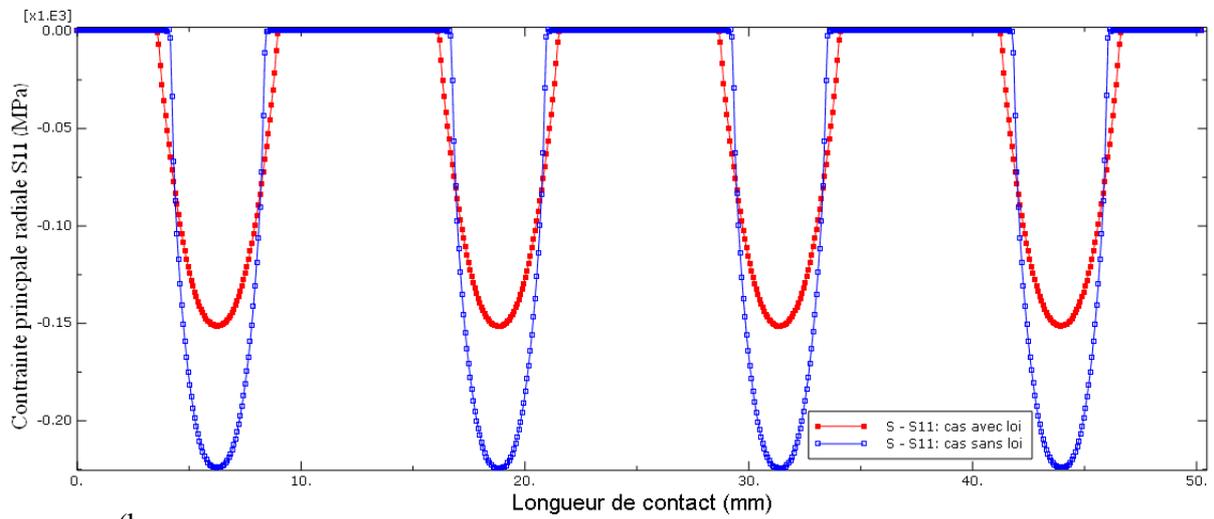


Figure III.43: Variation de la contrainte de Von Mises suivant la circonférence de la surface de contact avec (rouge) ou sans (bleu) prise en compte de l'état de surface

(a)



(b)

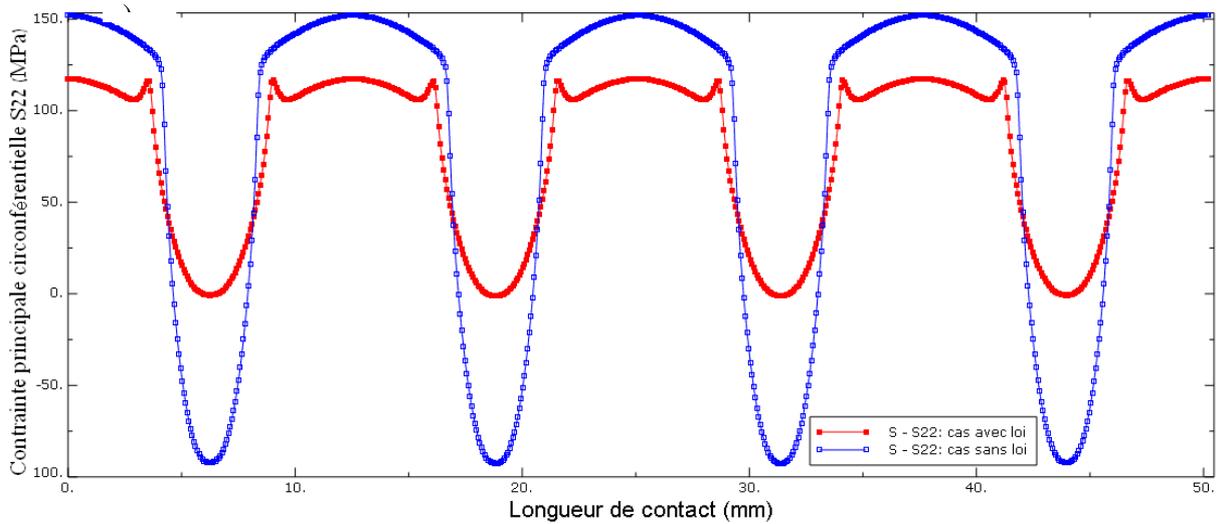


Figure III.44 : Variation de la contrainte principale radiale S_{11} (a) et de la contrainte principale circonferentielle S_{22} (b) avec (rouge) ou sans (bleu) prise en compte de l'état de

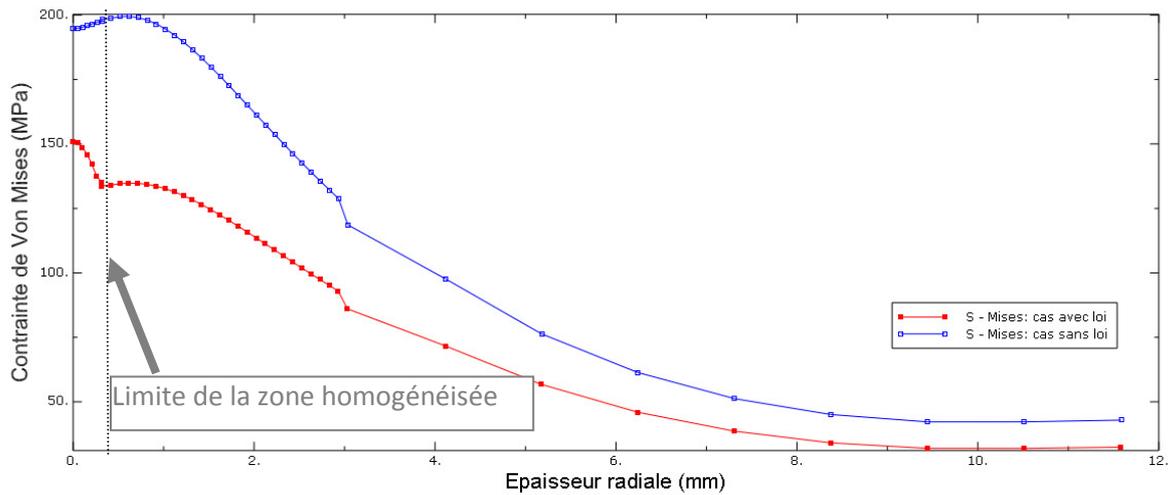


Figure III.45 : Evolution de la contrainte radiale suivant un rayon du moyeu circonférentielle avec (rouge) ou sans (bleu) prise en compte de l'état de surface

La figure III.45 indique l'évolution de la contrainte radiale suivant un rayon du moyeu. On remarque que le comportement des aspérités au travers des éléments homogénéisés modifie légèrement le profil d'évolution. La contrainte radiale maximale se situe au niveau de la surface de contact alors que dans le cas sans défaut d'état de surface elle est légèrement déplacée à l'intérieur du moyeu. Une discontinuité apparaît à la limite de la zone homogénéisée représentant les aspérités. Il est difficile, sans analyse plus approfondie, de valider cette évolution et de confirmer si elle est bien conforme avec la réalité. Faute de temps là encore, nous n'approfondirons pas cet aspect.

- **Effet sur l'effort d'extraction**

L'influence de l'état de surface sur l'effort d'extraction est bien sûr notable. Dans le tableau III.3, trois configurations ont été comparées, un premier cas sans défaut de forme, un deuxième cas avec défaut de forme mais sans rugosité (parfaitement lisse), enfin un troisième cas avec le même défaut de forme mais avec le défaut d'état de surface correspondant à l'exemple ci-dessus (cas 1LB03). L'épaisseur de la zone d'interface homogénéisée a été prise égale à 0,3mm. Les serrages maxi Δ_M sont identiques est égaux à 15 μm ce qui correspond à des serrages relatifs de 0,09%. On remarque bien l'effet de perte de serrage due à la rigidité des aspérités qui est plus faible que celle du matériau massif. Il est donc essentiel de prendre en compte le défaut de forme et la rugosité lorsque ceux-ci ont des valeurs importantes qui correspondent par exemple à des conditions d'obtention des surfaces obtenues par finition en tournage. L'effort obtenu peut varier de 30% comme l'indiquent les résultats dans le tableau III.5.

Tableau III.5 : Comparaison des efforts d'extraction obtenus pour des assemblages avec et sans défauts géométriques.

Cas simulés	Rayon mini $r_{b,min}$ (mm)	Rayon moy. $r_{b,moy}$ (mm)	Serrage maxi Δ_M (mm)	Défaut de forme ε_f (mm)	Epaisseur zone interface homogénéisé e_h (mm)	Pression moyenne P_{moy} (Mpa)	Effort d'extraction (N)
Avec défauts de forme et rugosité	7,97	7,98	0,015	0,01	0.3	29,84	242
Avec défaut de forme seul	7,97	7,98	0,015	0,01	0	35,56	307
Sans défauts	7,97	7,97	0.015	0	0	43,01	323

III.2.2) Moyeu de forme extérieure rectangulaire

Le cas présenté ci-dessous concerne un assemblage de nos échantillons mesurés dont le moyeu rectangulaire présente un défaut de forme non régulier de son alésage à 4 lobes et d'amplitude $\varepsilon_f = 0,062$ mm avec, l'état de surface correspond au cas expérimental 4LB03 présenté au paragraphe précédent. Nous avons toutefois considéré dans ce cas que la longueur de l'axe était plus grande que l'épaisseur du moyeu d'où la présence d'effets de bord.

Les dimensions théoriques du moyeu sont :

- rayon moyen de l'alésage $r_m = 7,973$ mm,
- longueur $L = 58$ mm, largeur $l = 40$ mm et épaisseur $e = 8$ mm.
- Paramètres de l'état de surface et de la loi de comportement

Tableau III.6 : Valeurs des constantes mécaniques du cas 4LB03

ram Paramètres état de surface	E_l (MPa)	E_t (MPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (MPa)	G_{tt} (MPa)
$R_Z=22\mu\text{m}$, $A_R=86\mu\text{m}$, profil en U	24000	72000	0,11	0,3	27700	27700

- Epaisseur de la zone homogénéisée : $e_h = 0,3$ mm (serrage max trop important)

Celles de l'axe sont données par : rayon de l'axe $r_a = 7,996$ mm, longueur $e = 18$ mm. Le maillage est donné par la figure III.46

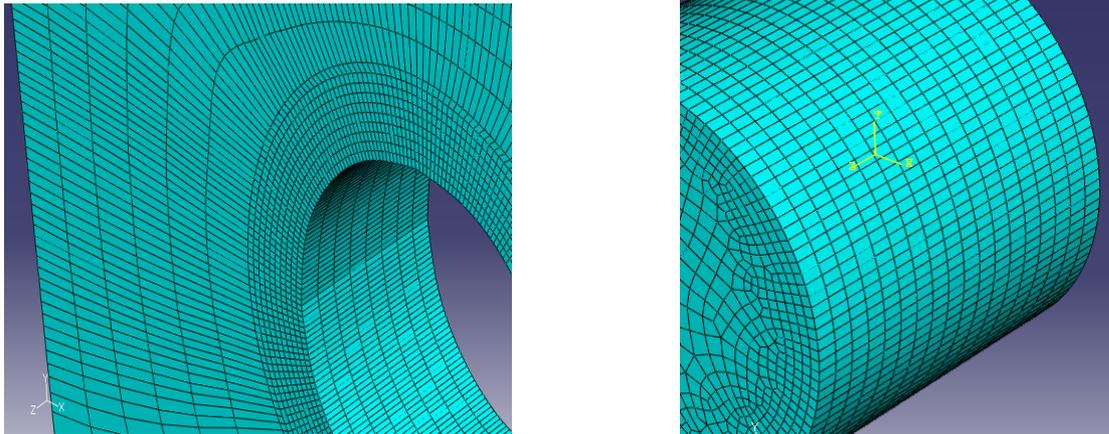


Figure III.46 : Maillage du moyeu rectangulaire présentant un défaut de forme à 4 lobes (à gauche) et de l'axe géométriquement parfait (à droite)

Les contraintes de Von Mises données sur la figure III.47 font bien apparaître des effets de bord prononcés au niveau des lobes.

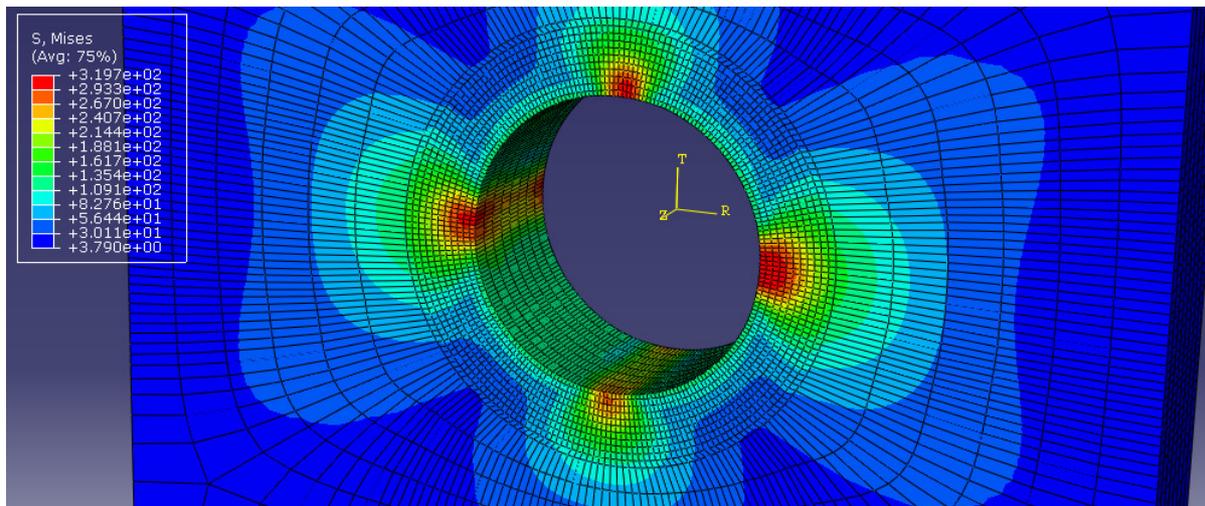
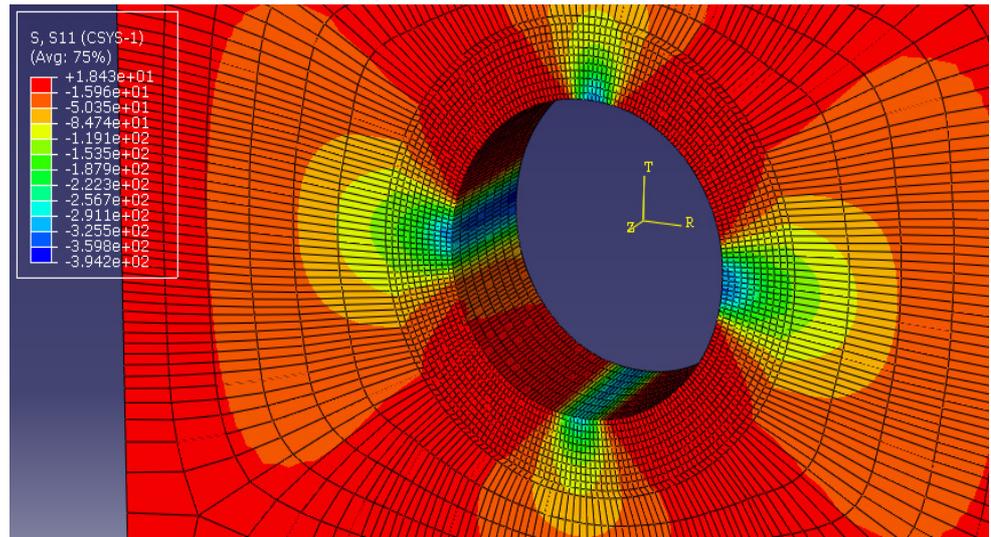


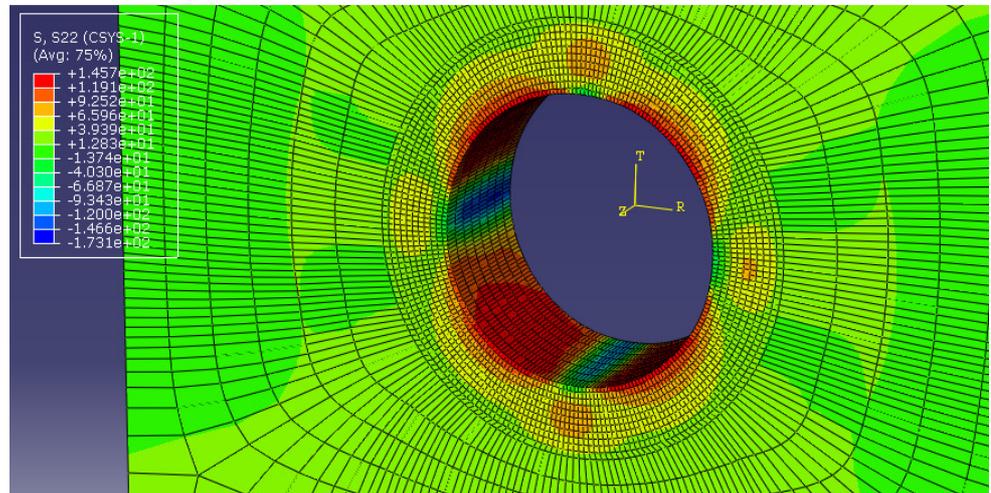
Figure III.47 : Répartition des contraintes de Von Mises pour une modélisation avec éléments homogénéisés et dans le cas d'un moyeu rectangulaire pour un défaut de forme à 4 lobes

Les effets de bord sont aussi présents sur la figure III.48 qui donne la répartition des contraintes radiales, circonférentielles et axiales. Les répartitions sont globalement similaires à celle données par des simulations sans défaut. Une étude plus précise permettant d'analyser l'influence des aspérités sur les effets de bord non négligeables dans le processus d'assemblage serait très intéressante. Toutefois là encore par manque de temps nous n'avons pu la mettre en œuvre

Contraintes radiales S_{11}



Contraintes circonférentielles S_{22}



Contraintes axiales S_{33}

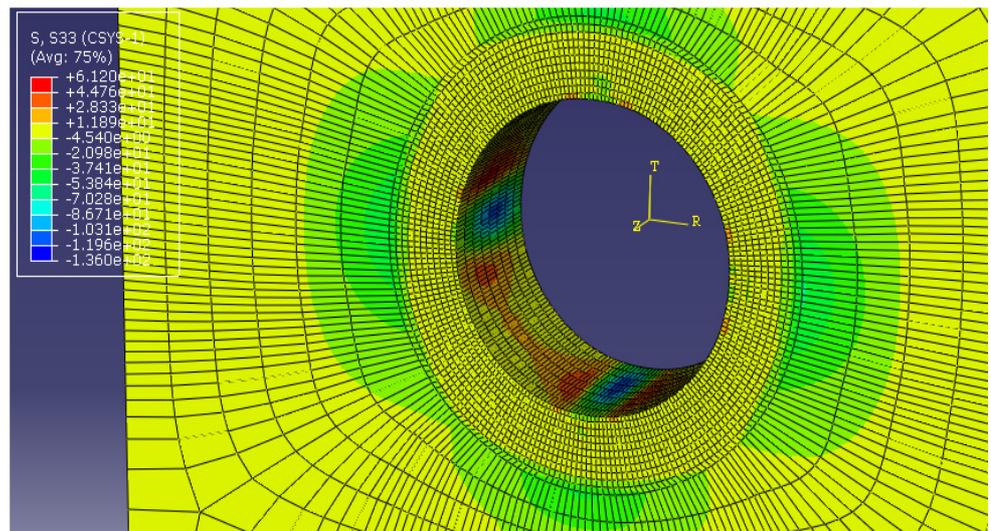


Figure III.48 : Répartition des contraintes pour une modélisation avec éléments homogénéisés et dans le cas d'un moyeu rectangulaire pour un défaut de forme à 4 lobes

III.3) Comparaison des modélisations théoriques et des cas expérimentaux

Afin de valider notre démarche par rapport à la réalité physique, nous avons effectué des modélisations correspondant aux expérimentations que nous avons réalisées et qui ont été présentées dans le chapitre II.

Ces modélisations correspondent à divers cas présentant des défauts de forme et avec des moyeux ayant des formes extérieures rectangulaires ou circulaires. Dans chaque cas, les maillages ont été effectués avec des valeurs assez fines : éléments de type brique de dimensions (0.05 x 0.1 x 0.5) mm) sur l'épaisseur homogénéisée variant de 0,1 à 0,15 mm et de 0.5 mm sur le reste du moyeu comme l'indique la figure III.46. Les conditions aux limites sont données sur la figure III.49 : on a imposé un déplacement de quelques microns à tous les nœuds de l'axe suivant la direction axiale (U_3), tandis que le moyeu était en appui sur le flanc opposé au déplacement ainsi que le blocage suivant la direction U_3 de ses faces extérieures (conditions de frettage).

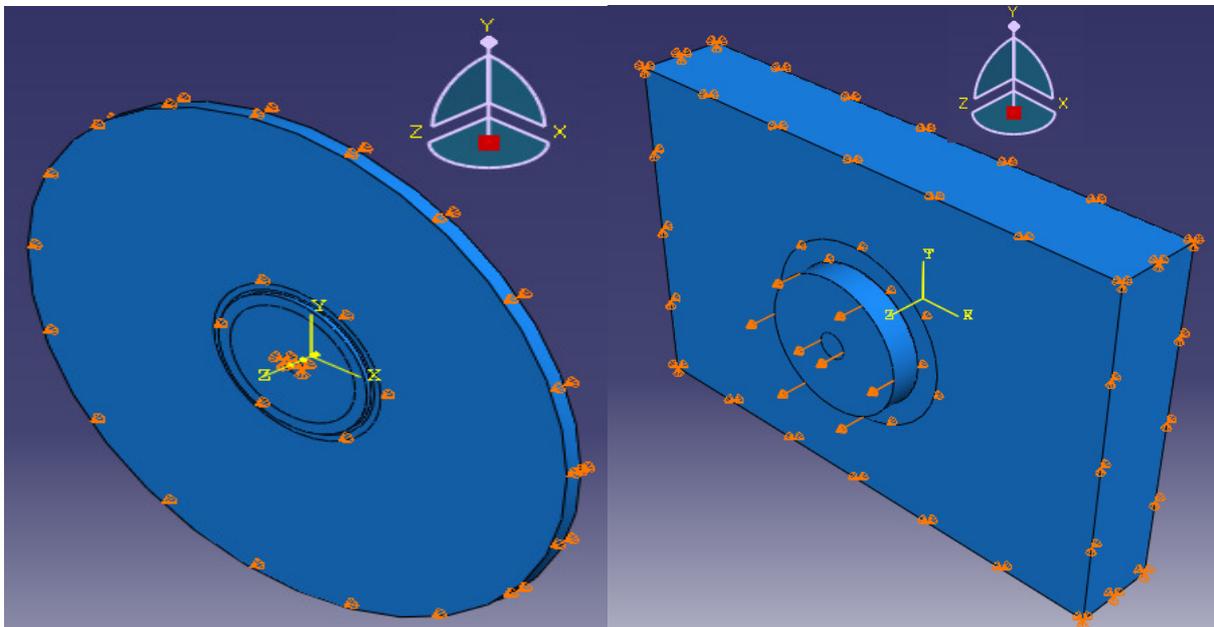


Figure III.49 : Conditions aux limites appliquées pour quantifier la résistance à l'extraction

Les résultats trouvés sont récapitulés dans le tableau III.7. Il résume 4 essais avec un moyeu de forme extérieure rectangulaire (1LB03, 3LB03, 3LB05 et 4LB03) et un essai avec un moyeu de forme extérieure circulaire (C0300B).

On remarque que l'effort calculé avec le modèle intégrant la rugosité a tendance à être réduit par rapport aux alésages considérés parfaitement lisses. Ceci correspond bien à une perte de serrage. Il est difficile de conclure sur l'adéquation du modèle avec les résultats de mesure car dans certains cas l'effort calculé avec la rugosité est plus proche de l'effort mesuré expérimentalement que lorsque que l'on ne prend pas en compte la rugosité (1LB03 et C0300B). Dans d'autres cas, on obtient l'inverse (3LB03 et 4 LB03). Un des cas considéré (3LB05) donne des résultats expérimentaux aberrants. Il est nécessaire de pouvoir disposer de valeurs expérimentales plus nombreuses basées sur un échantillonnage plus fourni, ce que nous n'avons pas eu malheureusement le temps et les moyens d'effectuer dans le cadre de ce travail.

Tableau III.7 : Comparaison des valeurs de résistance à l'extraction expérimentales et calculées avec ou sans prise en compte de l'état de surface

Cas	Rugosité moyenne	Rugosité arithmétique	Pas de rugosité	Epaisseur zone Homogénéisée	Défaut de forme	Serrage moyen	Serrage maxi	Serrage maxi relatif	Effort d'extraction (expérience)	Effort d'extraction calculé sans rugosité	Effort d'extraction calculé avec rugosité
	R_z (μm)	R_a (μm)	A_R (μm)	e_h (mm)	ε_f (μm)	Δ_m (μm)	Δ_M (μm)	Δ_M %	F exp (N)	F ext (N)	Fext (N)
1LB03	9	1.8	286	0,1	34	26	33	0,4	6000	6600	5986
3LB03	4	0.52	286	0,1	51	23	37	0,46	6400	6700	6679
4LB03	22	4.75	86	0,15	62	24	42	0,52	7200	7828	7058
C0300B	49	12.2	286	0,15	68	70	150	1	12000	12560	11961

IV) CONCLUSION

En conclusion sur ce chapitre, nous avons montré la faisabilité de la prise en compte de l'état de surface de manière simple par une technique d'homogénéisation numérique dans le cadre du comportement d'un assemblage obtenu par frettage. Cette approche permet de modéliser son influence dans une modélisation de pièces industrielles qui présentent généralement des géométries complexes. L'absence de grand glissement permet de prendre en compte une loi de comportement élastique isotrope transverse de la zone homogénéisée. Dans la plupart des cas si le serrage relatif reste dans les limites conventionnelles en présence de défaut de forme faibles, le modèle élastique est acceptable car, même si les aspérités deviennent rapidement plastiques, leur comportement a relativement peu d'influence sur la pression moyenne (macro-grandeur qui caractérise la résistance de l'assemblage).

Nous avons effectué l'identification de la loi homogénéisée de manière numérique. Celle-ci dépend de paramètres tels que l'amplitude moyenne et le pas moyen de rugosité mais aussi de la forme du profil.

Le manque de temps nous a empêchés d'affiner notre étude sur bon nombre de points. Il sera nécessaire est d'y revenir afin de garantir la bonne efficacité de la démarche que nous proposons.

METHODE POUR CALCULER LES DIMENSIONS DE L'ALEPAGE D'UN ASSEMBLAGE FRETTE EN TENANT COMPTE DU DEFAUT DE FORME ET D'ETAT DE SURFACE

I) INTRODUCTION

Dans les chapitres précédents, nous avons montré qu'il est possible de prendre en compte le défaut de forme et l'état des surfaces en contact dans la modélisation d'un assemblage fretté. Ces défauts influencent notablement les propriétés mécaniques de l'assemblage. Aujourd'hui les normes proposent d'avoir des dimensions très précises et des défauts géométriques et micro-géométriques quasi nuls. Ceci nécessite l'utilisation de moyens de super finition du type rectification ou polissage pour réaliser les surfaces des éléments à assembler. Nous avons montré dans le chapitre II que le défaut de forme avait tendance à déphaser les contraintes radiale et circonférentielle. Ceci a pour conséquence de diminuer les contraintes de Von Mises. Ce décalage ne se fait pas au détriment de la pression maxi ou moyenne (qui intervient dans les caractéristiques de résistance de l'assemblage fretté). La présence du défaut ne dégrade donc pas a priori les propriétés mécaniques de l'assemblage. Au contraire, les défauts peuvent permettre aux matériaux d'être mieux adaptés aux sollicitations.

II) Méthodologie de calcul EN PRENANT EN COMPTE LES DEFAUTS DE FORME

Tenir compte du défaut de forme nécessite de définir à priori les spécifications des éléments qui sont assemblés.

Il est donc essentiel de définir des spécifications qui prennent en compte non seulement l'aspect géométrique mais aussi l'aspect résistance de l'assemblage. Le serrage maxi ou moyen peut être associé à un mesurage assurant la résistance mécanique. Dans une première approche la méthode conventionnelle peut être adaptée au cas du frettage d'un alésage présentant des défauts de forme. En faisant l'hypothèse que l'axe ne présente pas de défaut, en connaissant le type de défaut de forme obtenu sur une machine donnée et en supposant bien sûr que ce défaut soit maîtrisé dans des proportions acceptables.

La méthodologie proposée est la suivante :

- 1^{ère} étape :** détermination par simulation numérique du rayon ou diamètre maxi pour obtenir la résistance minimum désirée
- 2^{ème} étape :** détermination par calcul numérique du rayon ou diamètre moyen minimum en prenant en compte la plage de la valeur du défaut de telle manière que la contrainte de Von Mises n'excède pas la limite élastique.

Par exemple, on cherche à déterminer le rayon d'un alésage dont la périodicité du défaut est égale à $\pi/2$. La résistance minimum d'extraction désirée est de 650N.

1^{ère} étape : par calcul numérique, un alésage ayant un rayon moyen de 7,985 mm et une amplitude de défaut de forme de 0,01mm peut satisfaire les conditions de résistance. Ce rayon est 7,978 pour un alésage géométriquement parfait.

2^{ème} étape : de manière similaire, un alésage ayant un rayon de 7,98 mm et un défaut de forme d'amplitude 0,02mm ne présente pas de zone plastique. Ce rayon est de 7,969 pour un alésage géométriquement parfait.

Un rayon moyen compris entre les deux valeurs satisfait donc aux conditions de résistance. La table IV.1 résume ces éléments et indique que l'on peut alors réduire dans ce cas avantageusement les coûts de production.

Table IV.1: Détermination des dimensions de l'alésage du moyeu avec ou sans présence admise de défaut de forme.

	Rayon moyen (mm)	Tolérance (mm)	Procédé d'usinage
Cas sans défaut	$r_m = 7,973$ mm	0,009	rectification
Cas avec défaut de forme	$7,98 \text{ mm} < r_m < 7,985$ mm	0,04	tournage

Par principe n'importe quel type de défaut peut être pris en compte, notamment la conicité de la surface de l'alésage. En effet, ce défaut est très fréquent lorsque l'on réalise des alésages de petits diamètres à l'outil à aléser qui est par conception assez flexible (voir l'exemple de la figure IV.1).

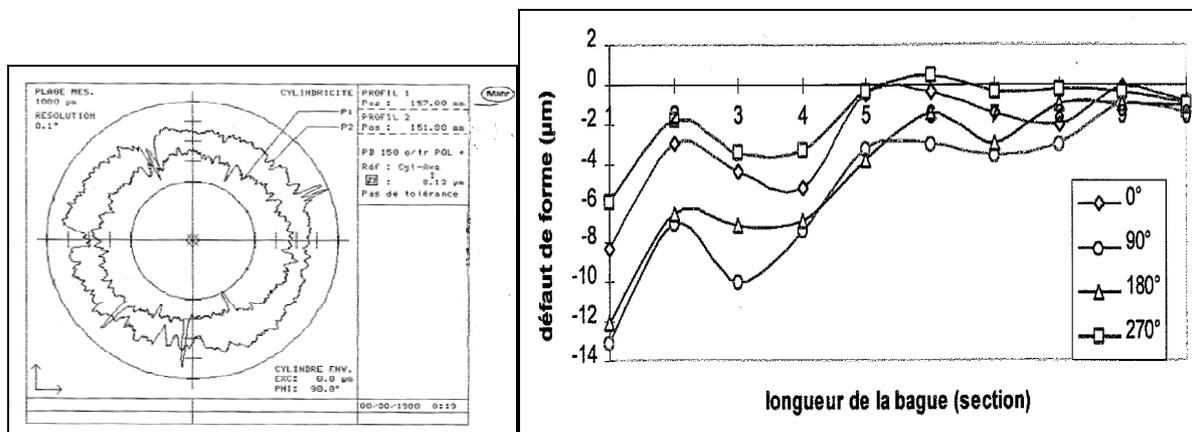


Figure IV.1 : Métrologie d'une surface alésée en vue d'un assemblage par frettage (échantillon CA055) avec présence de conicité, défaut de circularité des directrices (à droite) et de rectitude des génératrices (à gauche).

III) CORRECTION DU MODELE EN ADJOIGNANT L'INFLUENCE DE L'ETAT DE SURFACE

Nous avons vu dans le cadre du chapitre III que l'état de surface avait une influence notable sur la résistance d'un assemblage fretté. La valeur du pas de rugosité mais aussi celle de la rugosité moyenne ainsi que la forme des aspérités contribuent de manière diverse aux propriétés

mécaniques de l'assemblage obtenu. Les normes, toujours dans un contexte de détermination précise des valeurs de résistance et de contraintes maximales, nécessitent d'avoir recours à des procédés de superfinition avec des états de surfaces très fins. La prise en compte de la rugosité dans le modèle se résume à prévoir une perte de serrage due à la déformation des aspérités. Conventionnellement, la perte de serrage est déduite des rugosités arithmétiques des deux surfaces par l'expression suivante.

$$\Delta_p = 3(R_{aA} + R_{aM}) \quad (IV.1)$$

Cette expression peut être bien adaptée au cadre conventionnel des surfaces superfinies car les rugosités sont faibles ainsi que la perte de serrage.

La rugosité peut toutefois être exploitée à bon escient et permet de mieux faire travailler la matière au voisinage de l'interface en diminuant le rapport pression de contact sur contrainte de Von Mises car, comme nous l'avons montré précédemment, elle joue le même rôle que le défaut de forme à un niveau micro géométrique. On peut donc envisager des assemblages frettés réalisés avec des surfaces présentant des rugosités non négligeables. Mais l'expression donnée par les normes n'est plus valable, car, à des valeurs importantes de rugosité, le paramètre rugosité arithmétique (R_a) n'est certainement pas le paramètre adéquat. En effet, il moyenne fortement la valeur de la rugosité, de plus, du fait de la valeur absolue utilisée dans son expression, il ne distingue pas la symétrie du profil (creux/vallées) comme l'indique les graphes des profils en U et U inversé de la figure III.9 (voir chapitre III). On remarque dans le tableau III.1 que les valeurs des rugosités arithmétiques pour ces deux profils sont identiques alors que les propriétés induites sur les assemblages frettés sont différentes. Il est donc nécessaire, pour prendre en compte l'influence de la rugosité, d'exploiter notre démarche. On peut la résumer par l'organigramme donné par la figure IV.2 à la page suivante.

La première étape consiste à discrétiser le profil de l'état de surface. Il peut être procédé au préalable à des essais associant matériaux, outils et conditions de coupe (vitesse de coupe, avance, et profondeur de passe). Un profil moyen peut être pris en compte car les effets locaux (défauts dits du 4^{ème} ordre, rayure, etc...) n'ont que très peu d'influence sur la pression de contact moyenne.

Dans un deuxième temps, une modélisation d'un micro domaine 3D est réalisée. Plusieurs aspérités seront prises en compte (au moins trois) afin d'avoir une bonne stabilité de l'élément et rendre minimal les effets de bord. L'épaisseur de l'élément sera déterminée en fonction de la hauteur des aspérités elle sera de l'ordre de 0,1mm mais pourra être plus importante dans le cas de forte rugosité.

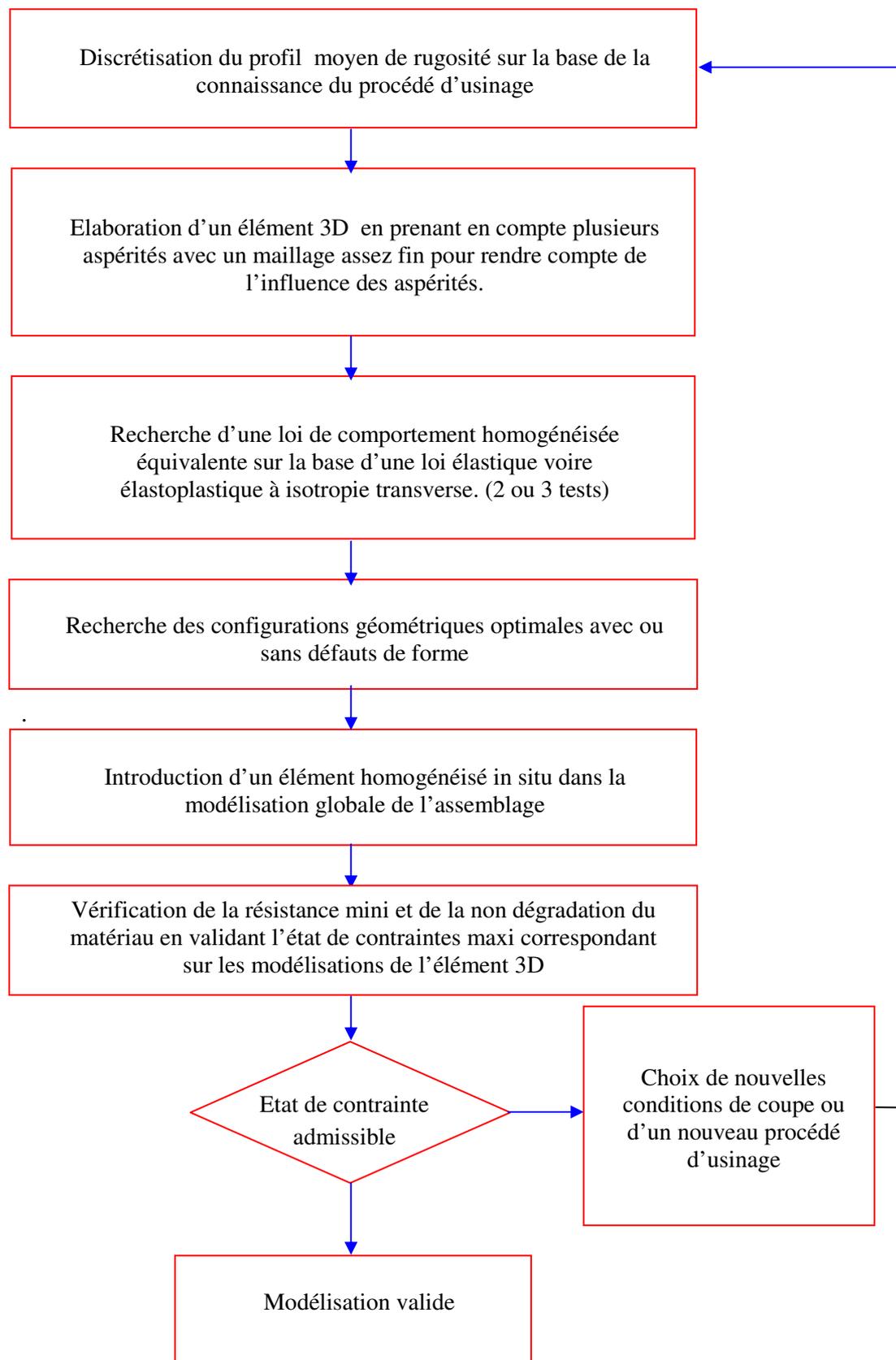


Figure IV.2 : Organigramme du processus de modélisation d'un mécanisme présentant un assemblage par frettage avec prise en compte de l'état des surfaces

2^{ème} étape : Elaboration d'un élément 3D en prenant en compte plusieurs aspérités avec un maillage assez fin pour rendre compte de l'influence des aspérités

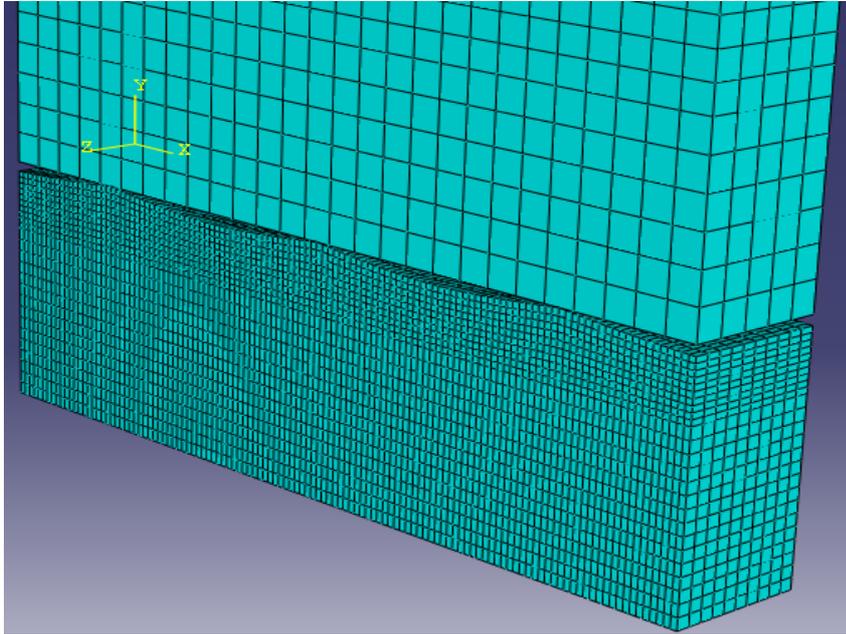


Figure IV.4 : Micro domaine permettant de faire l'identification du comportement de l'état de surface

3^{ème} étape : Recherche des coefficients de la loi élastique avec isotropie transverse

Les propriétés élastiques trouvées sont les suivantes :

Table IV.2 : Valeurs des constantes mécaniques

Profil n°1	E_t (MPa)	E_t (MPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (MPa)	G_{tt} (MPa)
$R_Z = 49 \mu\text{m}$, $A_R = 286 \mu\text{m}$, profil en U	4800	72 000	0,01	0,3	27700	27700

4^{ème} étape : Modélisation du procédé de frettage en tenant compte du défaut de forme et de l'état de surface par éléments homogénéisés.

Table IV.3 : Résultats de la modélisation

Pression maximale de contact (MPa)	Contrainte de Von Mises maxi(MPa)	Pression nomin. ou moyen.(MPa)	Effort d'extraction (N)	Observation
155	170	42	3057	Résistance trop faible

On constate sur ce premier cas de calcul que la résistance à l'extraction est trop faible. On peut alors augmenter le serrage.

IV.2) 2^{ème} modélisation avec les mêmes données mais un serrage $\Delta_M = 40 \mu\text{m}$

Les conditions d'usinage étant inchangées, on utilise les éléments précédents pour effectuer la modélisation en diminuant le diamètre de l'alésage

La répartition des contraintes de Von Mises obtenue est donnée sur la figure IV.5. On remarque que c'est la zone proche de l'interface qui travaille plus.

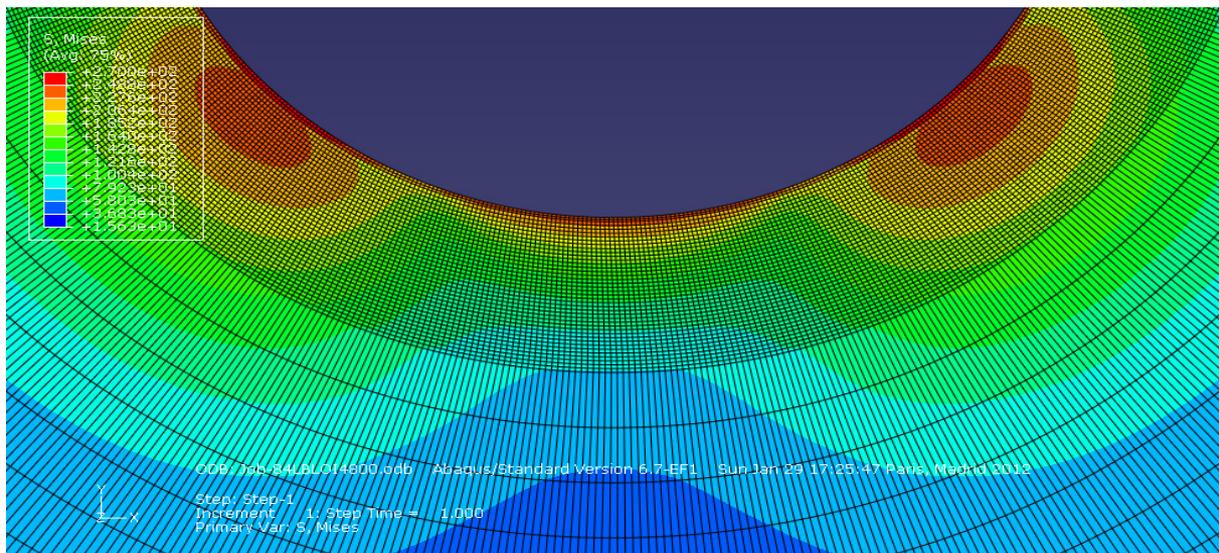


Figure IV.5 : Répartition des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour une zone proche de l'interface pour le cas du profil n°1

Table IV.4 : Résultats de la modélisation

Pression maximale de contact (MPa)	Contrainte de V. M. maxi.(MPa)	Pression nomin. ou moyen.(MPa)	Effort d'extraction (N)	Observation
217	249	60.5	4356	Résistance trop faible

On remarque que l'effort est toujours trop faible. On décide de changer les conditions de coupe plutôt que d'augmenter encore le serrage, car le serrage relatif dépasse notablement la valeur conventionnelle : $\Delta_M\% = 0.5\% \gg 0,16\%$.

IV.3) 3^{ème} modélisation un serrage $\Delta_M = 40 \mu\text{m}$ et une avance plus faible $a=0,15\text{mm/tr}$

1^{ère} étape : On considère que le défaut de forme est inchangé. Il est nécessaire de re-discrétiser uniquement le profil de rugosité (voir Figure IV.6).

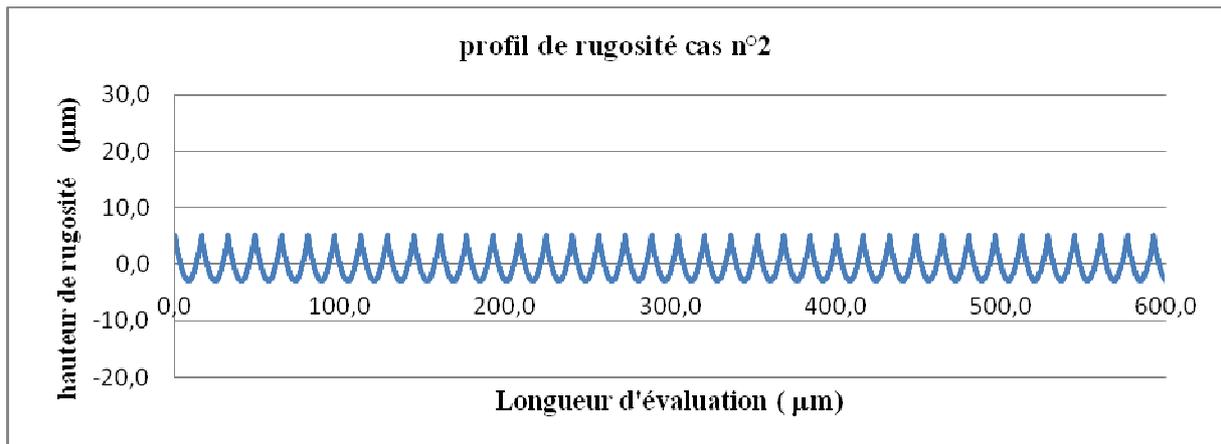


Figure IV.6 : Nouveau profil de rugosité avec une avance de 0,15 mm

2^{ème} et 3^{ème} étape : On identifie les paramètres de la loi de comportement liés à l'élément homogénéisé

Table IV.5 : Valeurs des constantes mécaniques

Profil n°2	E_t (MPa)	E_t (MPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (MPa)	G_{tt} (MPa)
$R_Z = 8 \mu\text{m}$, $A_R = 16 \mu\text{m}$, profil en U	40253	72 000	0,196	0,3	27700	27700

4^{ème} étape : Modélisation du procédé de frettage en tenant compte du défaut de forme et de l'état de surface par éléments homogénéisés

Table IV.6 : Résultats de la modélisation

Pression maxi. de contact (MPa)	Contrainte maxi. de V.Mises (MPa)	Pression moyenne (MPa)	Effort d'extraction (N)	Observation
293	294.5	70.6	5453	Marge par rapport à la plasticité trop faible

La figure IV.7 donne la répartition des contraintes de Von Mises. On constate que les contraintes de Von Mises maxi ont fortement augmenté. Il y a donc un risque d'endommager la surface.

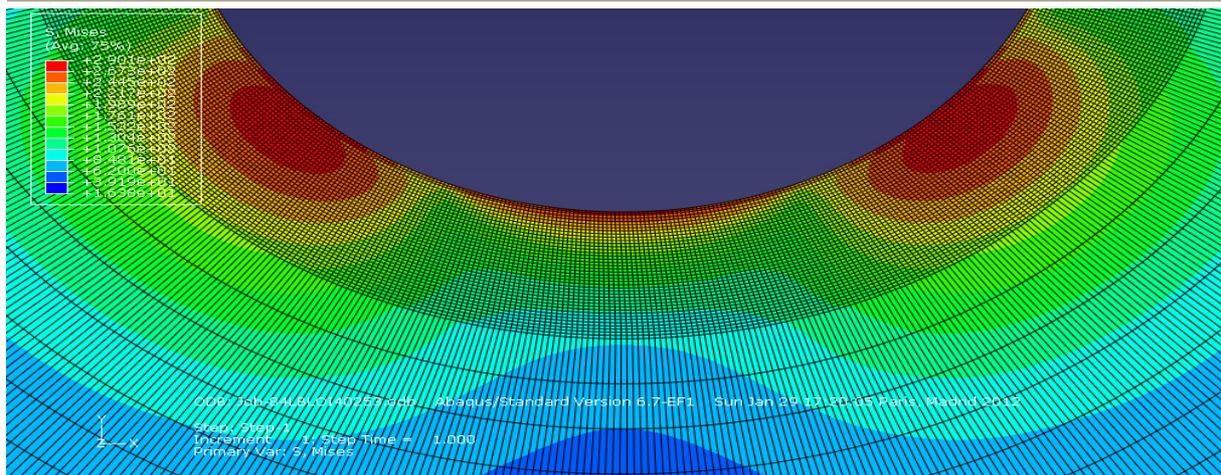


Figure IV.7 : Répartition des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour une zone proche de l'interface

Pour améliorer la définition de l'assemblage, on décide de changer les conditions de coupe et de revenir à une avance par tour de 0,3mm/tr mais en changeant les conditions de coupe pour diminuer la valeur de la rugosité.

IV.4) 4^{ème} modélisation un serrage $\Delta_M = 40 \mu\text{m}$ et une avance $a=0,3\text{mm/tr}$

1^{ème} étape : On considère que le défaut de forme est toujours inchangé. Il est nécessaire de re-discrétiser uniquement le profil de rugosité (voir Figure IV.8).

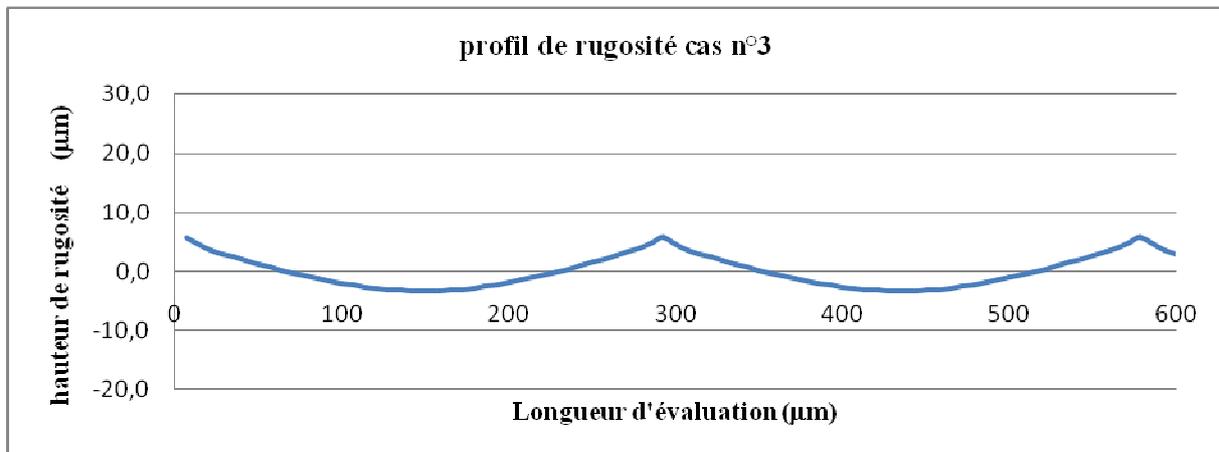


Figure IV.8 : Nouveau profil de rugosité avec une avance de 0,3 mm

2^{ème} et 3^{ème} étape : On identifie les paramètres de la loi de comportement lié à l'élément homogénéisé

Table IV.7 : Valeurs des constantes mécaniques

Profil n°2	E_l (MPa)	E_t (MPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (MPa)	G_{tt} (MPa)
$R_Z = 9 \mu\text{m}$, $A_R = 286 \mu\text{m}$, profil en U	6 000	72000	0,11	0,3	27700	27700

4^{ème} étape : Modélisation du procédé de frettage en tenant compte du défaut de forme et de l'état de surface par éléments homogénéisés

Table IV.8 : Résultats de la modélisation

Pression max. de contact (MPa)	Contrainte de V. M. maxi. (MPa)	Pression nomin. ou moy. (MPa)	Effort d'extraction (N)	Observation
258	231	66	4950	Conditions acceptables

La figure IV.9 donne la répartition des contraintes de Von Mises

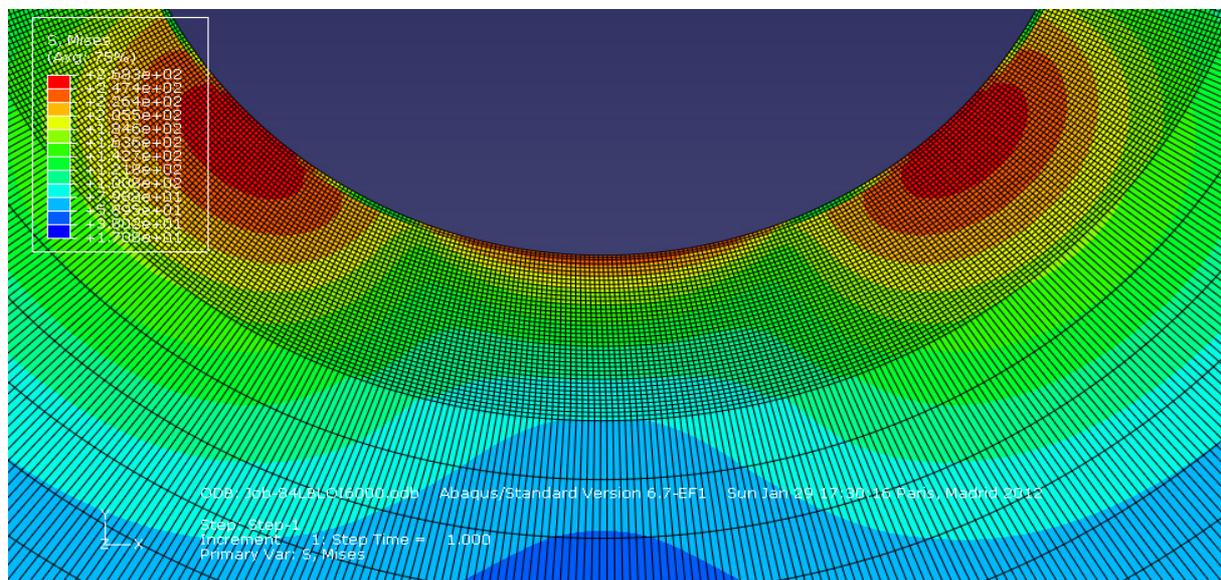


Figure IV.9 : Répartition des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour une zone proche de l'interface

V) CONCLUSION

L'exemple présenté ci-dessus est bien sûr un cas très simple. Les choix sont purement indicatifs et sont basés sur des données théoriques. Il montre cependant que les défauts ont une grande influence sur la résistance de l'assemblage. Il indique la faisabilité d'une démarche d'optimisation des spécifications des caractéristiques admissibles pour un assemblage fretté en tenant compte des défauts géométriques (forme et état de surface). Il permet de donner une démarche concrète aux bureaux d'étude qui souhaiteraient optimiser leurs assemblages.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE

Nous avons montré dans cette étude qu'il était non seulement possible mais essentiel d'intégrer les défauts des surfaces fabriquées dans la modélisation des assemblages frettés. Si les modèles classiques de calcul ne le permettent pas du fait de leurs hypothèses simplificatrices, il est tout à fait possible aujourd'hui, grâce à la méthode des éléments finis, de les intégrer dans une modélisation numérique. Les enjeux en termes économiques sont importants. En effet, d'un premier point de vue, les défauts sont inhérents aux processus d'obtention des surfaces mécaniques, ne pas les considérer dans la modélisation contraint pour être cohérent sur le plan pratique d'employer des moyens de super finitions très coûteux. Puis d'un autre point de vue, les défauts contribuent à la résistance de l'interface, notamment, en diminuant le rapport pression-contrainte de Von Mises.

L'interface ayant un défaut, la valeur du serrage n'est plus unique. Nous avons proposé deux définitions possibles : le serrage moyen et le serrage maximum. Ces deux valeurs donnent bien sûr des caractérisations différentes. Dans le cas des défauts étudiés (basés sur une évolution sinusoïdale) le serrage maximum est mieux corrélé avec l'effort d'extraction. Nous préconisons donc cette définition qui correspond bien aux critères de maximum matière employés pour spécifier géométriquement les assemblages.

Nous avons mis en évidence que la forme extérieure du moyeu influence de manière secondaire la résistance de l'assemblage, le gradient de contrainte de l'interface vers l'extérieur du moyeu étant important. Par contre la périodicité et la valeur du défaut conditionnent beaucoup la pression moyenne à l'interface.

L'étude de la rugosité sur des cas axisymétriques a permis de valider l'action des paramètres d'état de surface que nous avons retenus : paramètres quantitatifs (rugosité moyenne et pas de rugosité), paramètre qualitatif (forme du profil). Nous avons montré que si le pas de rugosité influence plus la pression moyenne que la rugosité moyenne, cette dernière agit sur la valeur de la résistance à l'extraction. Une étude plus détaillée serait nécessaire pour analyser en détail cette action.

Nous proposons une méthode qui permet de prendre en compte facilement la rugosité dans un modèle géométriquement complexe. Ce modèle est basé sur une homogénéisation numérique pour laquelle la loi de comportement utilisée est isotrope transverse. L'identification de cette loi est effectuée à partir d'un micro-domaine prenant en compte d'une part la géométrie des aspérités, d'autre part des chargements correspondant aux conditions de sollicitation que subit l'interface dans un frettage avec la présence de défaut de forme. Deux cas de chargements permettent d'identifier la loi, un troisième cas permet de vérifier les valeurs obtenues. La démarche a été testée sur des cas simples avec diverses caractéristiques d'état de surface obtenus par procédé de tournage. Le nombre d'échantillons expérimentaux étant trop limités, nous n'avons pas toutefois pu valider de manière satisfaisante les modélisations effectuées.

Enfin, pour tenir compte des défauts dans la détermination des caractéristiques d'un assemblage fretté, nous proposons une méthodologie permettant d'identifier les conditions d'usinage en fonction de critère de résistance souhaité de l'assemblage. De notre point de vue, les deux défauts, forme et rugosité, ne participent pas au même niveau à cet aspect. Les défauts de

forme influencent l'aspect macroscopique des contraintes et sont directement lié aux caractéristiques de résistance de l'interface. Les défauts d'état de surface interviennent au niveau microscopique, de ce fait ils influencent l'état de contrainte ultime avant apparition de fissures. On peut en effet facilement imaginer que la rugosité libère les contraintes de peau. Un assemblage avec un serrage important obtenu à partir de surfaces parfaitement polies ne saurait résister aux contraintes importantes à l'interface.

Ce point de vue est bien sûr théorique car il part du principe que les défauts sont maîtrisés ce qui n'est jamais exactement le cas. Mais une approche statistique peut être envisagée. On peut donc associer un procédé de fabrication avec tous ses paramètres notamment porte pièce et outil, à une classe de défaut. La démarche que nous proposons peut alors être envisagée. Elle permettra une meilleure connaissance du processus d'assemblage qui, malgré qu'il soit de plus en plus employé dans l'industrie, n'est pas parfaitement maîtrisé aujourd'hui.

Notre étude est bien sûr limitée. Elle n'avait pas la prétention d'être exhaustive. Si la prise en compte du défaut de forme dans une modélisation numérique ne doit pas poser de gros problèmes (mise à part les effets de bord qui sont à considérer avec précaution et précision), celle de l'état de surface reste complexe. Les raisons en sont multiples. Parmi le nombre très important de paramètres de caractérisation, seul deux paramètres quantitatifs (R_z et A_R) et un paramètre qualitatif (forme du profil) ont été considérés ici. Les paramètres d'amplitude et de pas sont des paramètres moyens, ils représentent d'après nous assez bien le profil de rugosité (Yang a montré dans une précédente étude que les paramètres locaux intervenaient peu et pouvait être exclus de la modélisation). La forme, quant à elle, a une influence plus complexe que nous n'avons pas abordé ici.

Beaucoup d'éléments n'ont pu être abordés ou validés faute de temps ou de moyens. Comme nous l'avons déjà indiqué, il serait nécessaire d'envisager des expérimentations plus développées, c'est-à-dire, avec une approche statistique car il est difficile de réaliser les surfaces avec précision. Ceci pose problème pour identifier l'influence de tel ou tel paramètre mais aussi pour valider les modèles. Multiplier les données expérimentales est donc une nécessité.

L'étude des paramètres de la forme du profil de l'état de surface (influençant la rigidité de la zone interface homogénéisée) doit être menée en essayant d'identifier le ou les paramètres d'influence (kurtosis, skewness,...). Dégager l'action de ces paramètres pourrait permettre d'envisager un modèle paramétré alors qu'aujourd'hui il est nécessaire d'identifier numériquement la loi de comportement pour chaque état de surface. L'amélioration de l'identification de la loi homogénéisée est aussi un objectif de futurs travaux. Dans le cadre de notre étude, on fait l'hypothèse d'une isotropie transverse alors que la rugosité n'est pas identique dans les directions transverses (axiale et circonférentielle). Le coefficient de frottement n'est aussi sans doute pas isotrope. Il serait donc intéressant de considérer non seulement la résistance à l'extraction mais aussi la résistance au couple. C'est d'ailleurs celle-ci qui est souvent recherchée dans les cas industriels. La loi de comportement de l'interface doit donc pouvoir distinguer ces deux paramètres. Il semble évident que si le profil de rugosité était distribué suivant la directrice (direction ortho radiale) plutôt que suivant la direction axiale, l'influence de celle-ci serait tout autre. On retrouverait vraisemblablement, à l'échelle microscopique, l'effet obtenu par les défauts de circularité. Les propriétés de résistance de l'assemblage pourraient sans doute être optimisées. Un modèle élastique de comportement a été introduit ici mais il ne correspond pas exactement au comportement réel car les aspérités entrent rapidement en plasticité (Yang l'a montré dans de précédents travaux [YAN, 98]). La recherche d'une loi constitutive élastoplastique pour le comportement du macro-élément homogénéisé est sans doute nécessaire si on souhaite améliorer le modèle. Sa construction reste délicate car le modèle est anisotrope avec un écrouissage anisotrope ainsi qu'un effet Bauschinger prononcé. Cette construction est toutefois envisageable.

Enfin, motivé par le fait qu'il est plus facile de réaliser une surface par dressage extérieur qu'un alésage, nous avons considéré dans cette étude l'axe exempt de défaut (tout au moins négligeable face à ceux du moyeu). Ceci n'est bien sûr pas le cas dans la réalité. L'étude du couplage des défauts de forme et d'état de surface sur les deux éléments assemblés est une perspective délicate mais nécessaire pour prendre en compte la démarche de conception appliquée au quotidien dans les entreprises mécaniques.

L'étude des caractéristiques des assemblages frettés est d'actualité. La définition et la spécification de telles opérations en intégrant les défauts géométriques est possible dans le cas de pièces présentant des géométries complexes. La démarche proposée au chapitre 4 reste bien sûr synthétique mais elle peut être appropriée facilement par les bureaux d'études industriels.

Cette étude reste bien sûr limitée du fait du large domaine que constitue la variété des défauts géométriques. L'approche reste toutefois à notre avis prometteuse. Elle devra être complétée par une étude plus systématique des différentes typologies de défaut d'état de surface. Elle devra aussi être validée par une étude expérimentale plus complète pour cerner mieux les paramètres agissants sur la qualité d'assemblage par frettage.

Ce travail ne tient compte que de la résistance de l'assemblage fretté à l'effort d'extraction. Il serait encore intéressant de le mener en considérant la résistance au couple de torsion qui est un cas fréquent dans les transmissions mécaniques.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ADA, 00] Adam C.G., Nosonovsk M., Contact modeling- forces. *Tribol. Int.*, (2000), 33 (5-6), 431-442
- [ADN, 05] Adnan O., Emsettin T., Murat D.A., Sadri S., Stress analysis of shrink-fitted joints for various fit forms via finite element method. *Materials and Design.* (2005); 26: 281-289
- [AFN, 80] NF E22-622 Assemblage frettés dimension, tolérances et états de surface, 1980, AFNOR, Paris la Défense
- [AFN, 84] NF E22-620, Assemblage frettés sur portée cylindrique : fonction, réalisation, calcul, Jan.1984, AFNOR, Paris la Défense
- [BAI, 91] Bailley D.M., Sayles R.S., Effect of roughness and sliding friction on contact stresses, *journal of tribology*, (1991), Vol. 113, 729 –738.
- [BAT, 97] Bathe K.J., Bouzinov P.A., on the constraint function method for contact problems, *Computer& structures*, (1997), 64, 5-6 , 1069 -1085
- [BEL, 10] Belghith S., Meslini S., BelhadjSalah H., Ligier J.L., Modeling of contact between rough surface using homogenization technique, *C. R. Mécanique*, 338 (2010) , 48-61.
- [BHU, 99] Bhushan B, *Principles and Applications of Tribology*, Wiley, New York (1999).
- [BOD, 58] Bowden F.P., Tabor D., *The friction and lubrication of solids* , Clarendon Press, Oxford, (1958).
- [BOO, 04] Booker J, Truman C, Wittig S, Mohammed Z.A Comparison of Shrink-fit Holding Torque Using Probabilistic, Micro-mechanical and Experimental Approaches, in: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B* 2004; **218**: 175-187
- [BOO, 11] Booker J., Truman C., measuring the coefficient of friction for use in shrink fit calculation. *Experimental Techniques*, no. doi: 10.1111/j.1747-1567.2009.00593.x
- [BOU, 91] Boulanger J., tolérances et écart dimensionnel, géométrique et d'état de surfaces, traité de génie mécanique, B7 010-2, Ed Les techniques de l'ingénieur, 10 mai 1991
- [BOU, 11] Boutoutaou H., Bouazziz M., Fontaine J.F., Modeling of interference fits taking form defects of the surfaces in contact into account, *Materials and Design* 32 (2011); 3692–3701.
- [BUS, 75]. Bush A.W., the elastic contact of a rough surface, *Wear*, (1975), 35 , 87-111
- [CHA, 87] Chang W.,R., Etsion I., Bogy D.B., An elastic-plastic model for the contact of rough surface, *J. Tribol. Tr ASME*, (1987); 109, 257-263
- [CHI, 77] Childs T.H.C., The persistence of roughness between surfaces in static contact, *Proc. R. Soc. Lond.*, 1977, A. 353, pp 35-53
- [CHI, 87] Chiu Y.P., Hartnett M.J., A numerical solution for the contact problem involving bodies with cylindrical surface considering effect, *Journal of Trihology*, (1987),109, 479-486.
- [CRO, 10] Croccolo D., DeAgostinis M., Vincenzi N., Static and dynamic strength evaluation of interference fit and adhesively bonded cylindrical joints. *International Journal of Adhesion & Adhesives.* (2010); 30 : 359-366
- [DAN, 02] Dantan J.Y.; Ballu A., Mathieu L., Geometrical product specifications – model for product life cycle. *Computer Aided Design.* 2002 ; 40 :493-501.

- [DeLO, 11] De Lorenzi L., Temizer I., Wriggers P., Zavarise G., A large deformation frictional contact formulation using NURBS-based isogeometric analysis, *Int. J. Numer. Meth. Engng* (2011), Published online in Wiley Online Library (wileyonlinelibrary.com). DOI: 10.1002/nme.3159
- [DEV, 89] Devries F., Dumontet F., Duvaut G., Léné F., Homogenization and damage for composite structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, (1989).27 :285–298.
- [EYE, 09] Eyercioglu O, Kutuk MA, Yilmaz NF. Shrink fit design for precision gear forging dies. *J of Mat. Proc. Tech.* (2009); 209: 2186-2194
- [FEY, 03] Feyel F., A multilevel finite element (FE2) to describe the response of highly nonlinear structures using generalized continua. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (2003). 192 :3233–3244
- [FIS, 97] Fish J., Shek K., Pandheeradi M., Shephard M.S., Computational plasticity for composite structures based on mathematical homogenization : Theory and practice. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (1997). 148 :53–73.
- [FON, 02] Fontaine J.F. Yang G.M., Coquille J.C., Lambertin M., Tight Fit Design Taking Into Account Form and Surface Defects, (2002), 183-191 , Kluwer Academic Publishers.
- [FON, 98a] Fontaine J.F., Siala I.E., form defects influence on the shrinkage fit characteristics, *Eur. J. Mech. A/Solid*, (1998), 17, 107-119
- [FON, 98b] Fontaine J.F, Siala I.E., Optimization of the cylindrical interface shape of a shrinkage fit. *J of Mat. Proc. Tech.* 1998; 74/1-3: 96-103.
- [GRE, 66] Greenwood J.A., Williamson J.B.P., Contact of nominally flat surface, *Proc. R. Soc. London*, (1966), A 295, 300-319
- [GRE, 70] Greenwood J.A., Tripp J.H., The contact of two nominally flat rough surface., Contact of nominally flat surface, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, (1970), 185, 300-319
- [HOS, 11] Hosseinzadeh F., Mahmoudi A.H., Truman C.E., Smith D.J., Application of Deep Hole Drilling to the Measurement and Analysis of Residual Stresses in Steel Shrink-Fitted Assemblies, *Strain*, no. doi: 10.1111/j.1475-1305.2010.00783.x
- [IKE, 90] Ike, H., Makinouchi, A., Effect of lateral tension and compression on plane strain fathering processes of surface asperities lying over a plastically deformable bulk. *Wear*, (1990), Vol. 140 , pp. 17-38
- [ISO, 08] Norme ISO 25178-2-Spécification géométrique des produits (GPS) - État de surface : surfacique - Partie 2 : termes, définitions et paramètres d'états de surface, AFNOR 2008
- [ISO, 98-a] Norme NF EN ISO12085 Spécification Géométrique des Produits (GPS) Etat de surface : Méthode du Profil Paramètres liés aux motifs, 03- 1998
- [ISO, 98-b] Norme NF EN ISO 4287 Spécification Géométrique des Produits (GPS) Etat de surface : Terme et définition des paramètres d'état de surface 12-1998
- [ISO, 99] ISO 14660-1:1999, Geometrical Product Specifications (GPS) - Geometrical features - Part 1: General terms and definitions, 1999
- [JOH, 89] Johnson A.R. , Quigley C.J., Frictionless geometrically non-linear contact using quadratic programming, *Int. J. Numer. Meth. Engi.*, (1989). 28, 127-144.
- [KOG, 03].. Kogut L., Etsion I., A finite element based elastic-plastic model for the contact to rough surfaces . *Tribol. Trans.* (2003), 46, 383-390.
- [LAN, 09] Lanoue F., Vadean A., Sanschagrin B., Finite element analysis and contact, modeling considerations of interference fits for fretting fatigue strength calculations. *Simulation. Modeling Practice and Theory.* 2009; 17 : 1587-1602

- [LEW, 05] Lewis R, Marshall MB, Dwyer-Joyce R.S. Measurement of interface pressure in interference fits. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2005; 219/(2): 127-139.
- [LEW, 09] Lewis S.J., Hossain S., Booker J.D., Truman C.E., Stuhr U., Measurement of Torsionally Induced Shear Stresses in Shrink-Fit Assemblies. *Experimental Mechanics*, 2009; 49:637–651
- [MAI, 01] Mainsah E., Greenwood I.A., Chetwynd D.G., In: *Metrology and Properties of Engineering Surfaces*, ed Kuwlers academic Publishers, 2001, p. 24-32.
- [McCO, 86] McCool J.I., Comparison of models for rough surfaces, *Wear*, (1986), Vol. 107 37-60.
- [MOO, 48] Moore, A.J.W, *Proc. R. Soc. Lond.*, 1948, A195, pp 231-243.
- [NAY, 73]. Nayak P.R., Radom process model of rough surface in plastic contact, *Wear*, (1973) , 26, 305-333
- [ODE, 84] Oden J.T., Pires E.B, Algorithms and numerical results for finite element approximations of contact problems with non-classical friction laws, *Comput. Struct.*, , (1984), 19(1), 137-147
- [OZE, 05] Özel A, Temiz Ş, Aydın MD, Şen S. Stress analysis of shrink-fitted joints for various fit forms via finite element method. *Materials and Design*. 2005; 26: 281–289
- [PAS, 08] Passieux J.C., Approximation radiale et méthode LATIN multi-échelle en temps et espace, thèse de doctorat de l'ENS de Cachan, soutenue le 1 décembre 2008
- [ROB, 00] Robbe-Valloire F., Proгри R., Paffoni B., Gras R., Modelisation de la topographie microgeometrique Application a l'ecrasement de surfaces, *Materiaux et techniques*, (2000) 3–4, 33–40.
- [ROB, 01] Robbe-Valloire F., Paffoni B., Proгри R., Load transmission by elastic, elasto-plastic or fully plastic deformation of rough interface asperities, *Mech. Mater.*(2001) 617–633
- [RYZ, 84] Ryzhov E.V. et al, Determination of contact area of part joined by an interference fit. *Soviet Engineering Research*, (1984), Vol. 4, N° 3, Issue 3, 8-10
- [SAN, 74] Sanchez-Palencia E. Comportement local et macroscopique d'un type de milieux physiques hétérogènes. *International Journal of Engineering Science*, (1974). 12(4) :331–351
- [SIA, 96] Siala I.E. Modélisation mécanique des assemblages obtenus par procédé de frettage avec la prise en compte du défaut de forme, Thèse de doctorat de l'Université de Bourgogne, soutenue le 18 octobre 1996 à Auxerre, France
- [SIM, 85] Simo J. C., Wriggers P., Taylor R. L., A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, (1985) 51, 163-180.
- [SNI, 10] Sniezek L., Zimmerman J., Zimmerman A., The carrying capacity of conical interference-fit joints with laser reinforcement zones. *J. of Mat. Proc. Tech.* (2010); 210: 914-925.
- [SUT, 88] Sutcliffe M.P.F., Surface asperity deformation in metal forming processes, *Int. J. Mech. Sci.*, (1988), N. 30, 847-868.
- [TEM, 07] Temizer I. Wriggers P.. An adaptive method for homogenization in orthotropic nonlinear elasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (2007)196 :3409–3423
- [TIM, 56] Timoshenko S.P., *Strength of materials part II: advanced theory and problems*. 3rd ed. Krieger Pub. Co. (1956), p. 205-213
- [TRU, 07] Truman C.E., Booker J;D., Analysis of a shrink-fit failure on a gear hub/shaft assembly, *Engineering Failure Analysis*. 2007; 14: 557-572

-
- [WIL, 72] Wiliamson J.B.P., Hunt R. T., Asperity persistence and the real area of contact, Proc. R. Soc. Lond., A. 327, 1972, pp147-157
- [WIT, 70]. Wittehouse D.J., Archard J.F., Proc R. Soc. London , A316 (1970) 48/71, 625-633
- [YAN, 01] Yang G.M., Coquille J.C., Fontaine J.F., Lambertin M., Influence of Roughness on Characteristics of Tight Interference Fit of a Shaft and a Hub, Int. J. of Solids and Struc., (2001), Vol 38/42-43, 7691-7701.
- [YAN, 02] Yang G.M., Coquille J.C., Fontaine J.F., Lambertin M., Contact Pressure Between Two Rough Surfaces of a Cylindrical Fit, Journal of Materials Processing Technology (2002), Vol 123/3, 490-497.
- [YAN, 98] Yang, G.M., 1998. Influence de l'état de surface sur les caractéristiques d'un assemblage fretté. Thèse de doctorat ENSAM, France
- [YAN,99] Yang G.M., Coquille J.C., Fontaine J.F., Lambertin M., Modélisation des procédés d'assemblage par frettage en prenant en compte les défauts micro-géométriques de l'interface , , 4^{ème} colloque en Calcul des Structures, Giens, 18 – 21 mai 1999
- [ZAV, 98] Zavarise G., Wriggers P., Schrefler A., A method for solving contact problems, Int. J. Numer. Meth. Engng. (1998), 42, 473-498
- [ZHA, 00] Zhang Y., McClain B., Fang X.D., Design of interference fits via finite element method. Int. J. of Mechanical Sciences,(2000); 42: 1835-1850.
- [ZHA, 07] Zhang H.W., Liao A.H., Wu C.H., Numerical simulation of contact problems in vane machinery by a parametric quadratic programming method. Arch. Appl. Mech. 2007; 77: 421–437.

ANNEXES

Annexe 1. Résultats de la mesure des échantillons

Tableau A1. 1. Echantillons présentant une forme extérieure circulaire (C) et rectangulaire (R)

Pièce	Etat de surface				Moyeu		Défaut de forme		
	T = 27°C				T = 27°C		T = 27°C		
	Filtre (M7)				Mesure alésomètre 3 touches		Rayon palpeur = 2mm		
	LC = 0,8	LT = 5,6 mm	LM = 4 mm		n ^{bre} points palpés = 3x3		Filtre passe bas de 150 ondes/tour		
	R _a (µm)	R _z (µm)	R _t (µm)	AR (µm)	diamètre	ε _f	ε _f (h=8,5mm)	ε _f (h=2,5mm)	ε _f (cyl.)
C0055A	1,5	7,8	11,92	16	15,972	0,008	0,0212	0,0267	0,0267
	1,4	7,2	7,8		15,946				
C0055B	2,0	11,6	14,8		15,948	0,0166	0,0264	0,0329	0,0340
	1,4	8,4	10,7		15,944				
C0190A	3,2	16	19,4		15,991	0,014	0,0297	0,0301	0,0312
	3,5	16,2	22,0		15,998				
C0190B	4,6	24,7	54,9		15,897	0,03	0,0260	0,0275	0,0275
	3,7	20,4	30,2		15,917				
C0300A	7,9	32,3	36,3		15,838	0,066	0,0490	0,0510	0,0510
	9,2	36,5	48,2		15,832				
C0300B	12,2	49,0	54,9	286	15,857	0,0271	0,0652	0,0533	0,0683
					15,946				
R0055	1,1	7,2	9,0		16,000	0,009	0,0235	0,0278	0,0278
	0,9	5,6	6,4		15,986				
R0190	4,8	19,2	21,7		15,966	0,021	0,0574	0,0626	0,0626
	4,5	20,1	23		15,965				
R0300	8,2	59,2	49		15,95	0,062	0,0574	0,0527	0,0607
	12,4	38,5	90		15,941				
R0400	12,4	57,2	87		15,888	0,008	0,0912	0,0940	0,0976
	11,7	48,2	66		15,886				

Tableau A1. 2. Echantillons présentant une forme extérieure rectangulaire avec défaut de forme prévu

Pièce		Etat de surface				Moyeu		Défaut de forme		
						T = 19,5°C		T = 22°C		
		filtre LC=0,25				Cte palpeur = 1,979 mm		Rayon palpeur = 2 mm		
		LT=6 mm		LM=4,2mm		n ^{bre} points palpés = 50		Filtre passe bas de 150 ondes/tour		
		R _a (μm)	R _z (μm)	R _t (μm)	AR (μm)	diamètre	ε _f	ε _f (h=8,5mm)	ε _f (h=2,5mm)	ε _f (cyl.)
1 Lobe	1LB0,05	0,39	2,74	3,2	142	15,984	0,022	0,0212	0,0267	0,0267
						15,978	0,017			
	1LB0,3	1,98	8,9	13,7	286	15,946	0,029	0,0264	0,0329	0,0340
		1,8	8,8	11,0		15,944	0,029			
	1LB0,5	4,3	22,3	24,8	489	15,968	0,033	0,0297	0,0301	0,0312
						15,97	0,034			
3 Lobes	3LB0,05	0,44	2,01	4,07		15,982	0,025	0,0260	0,0275	0,0275
						15,982	0,026			
	3LB0,3	0,52	3,57	4,93	286	15,950	0,057	0,0490	0,0510	0,0510
						15,952	0,059			
	3LB0,5	3,6	18,65	21,39	140	15,969	0,069	0,0652	0,0533	0,0683
						15,969	0,056			
4 Lobes	4LB0,05	0,31	2,24	2,94		15,981	0,038	0,0235	0,0278	0,0278
						15,984	0,032			
	4LB0,3	4,8	20,97	21,7	86	15,947	0,071	0,0574	0,0626	0,0626
		4,5	21,0	23,0	86,75	15,946	0,068			
	4LB0,5(1)	4,2	23,25	31,3		15,969	0,045	0,0574	0,0527	0,0607
						15,971	0,044			
4LB0,5(2)	5,26	32,0	34,0		15,921	0,095	0,0912	0,0940	0,0976	
					15,933	0,116				

Tableau A1.3 : Température minimale de frettage (moyeux de forme rectangulaire)

Diamètre axe d =15,996 mm				
Coefficient de dilatation Alu. $\lambda= 26 \mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$				
Moyeux	Diam. alé. min. (mm)	$\Delta\%$ relatif = Δ/d	Serrage Δ (mm)	Température minimale de frettage $\Delta T = \Delta/\lambda d$ ($^\circ\text{C}$)
1LB0,05	15,962	0,0021	0,034	81,8
	15,961	0,0022	0,035	84,2
1LB0,3	15,917	0,0049	0,079	190,0
	15,915	0,0051	0,081	194,8
1LB0,5	15,935	0,0038	0,061	146,7
	15,936	0,0038	0,06	144,3
3LB0,05	15,957	0,0024	0,039	93,8
	15,956	0,0025	0,04	96,2
3LB0,3	15,893	0,0064	0,103	247,7
	15,893	0,0064	0,103	247,7
3LB0,5	15,9	0,0060	0,096	230,8
	15,913	0,0052	0,083	199,6
4LB0,05	15,943	0,0033	0,053	127,4
	15,952	0,0028	0,044	105,8
4LB0,3	15,876	0,0075	0,12	288,5
	15,878	0,0074	0,118	283,7
4LB0,5(1)	15,924	0,0045	0,072	173,1
	15,927	0,0043	0,069	165,9
4LB0,5(2)	15,826	0,0106	0,17	408,8
	15,817	0,0112	0,179	430,4

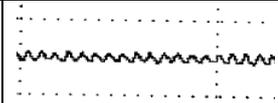
Tableau A1.4 : Température minimale de frettage (moyeux de formes circulaire et rectangulaire)

Diamètre axe d = 15,996 mm				
Coef. dilatation alu $\lambda = 26 \mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$				
Moyeux	dia. alé min	$\Delta\%$ relatif = Δ/d	Serrage Δ	deltaT = $\Delta/\lambda d$
C0055A	15,968	-0,0018	0,028	67,3
	15,942	-0,0034	0,054	129,8
C0055B	15,9397	-0,0035	0,0563	135,4
	15,9357	-0,0038	0,0603	145,0
C0190A	15,984	-0,0008	0,012	28,9
	15,991	-0,0003	0,005	12,0
C0190B	15,887	-0,0068	0,109	262,1
	15,907	-0,0056	0,089	214,0
C0300A	15,805	-0,0119	0,191	459,2
	15,799	-0,0123	0,197	473,7
C0300B	15,84345	-0,0095	0,15255	366,8
	15,93245	-0,0040	0,06355	152,8
R0055	15,9955	0,0000	0,0005	1,2
	15,9815	-0,0009	0,0145	34,9
R0190	15,9555	-0,0025	0,0405	97,4
	15,9545	-0,0026	0,0415	99,8
R0300	15,919	-0,0048	0,077	185,1
	15,91	-0,0054	0,086	206,8
R0400	15,884	-0,0070	0,112	269,3
	15,882	-0,0071	0,114	274,1

Annexe 2. Exemple de démarche d'identification des coefficients

Le profil de rugosité de l'essai CA055 a servi d'exemple pour montrer la démarche d'identification des coefficients mécaniques de la loi d'élasticité à isotropie transverse avec les paramètres géométriques suivants :

Tableau A2.1: Données géométriques du profil

R_Z	A_R	Profil
8 μm	16 μm	

Trois essais sont nécessaires pour effectuer l'identification. Les résultats des simulations correspondants aux différents cas d'essais sont donnés dans les tableaux ci-dessous :

Tableau A2.2: Valeurs des déformations en fonction du cas de chargement ($\sigma_{rr} = -p$, $\sigma_{\theta\theta} = 0$) et ($\sigma_{rr} = -p$, $\sigma_{\theta\theta} = 0.25p$)

Valeur du chargement	$\sigma_{rr} = -p$	$\sigma_{\theta\theta} = 0$	$\sigma_{rr} = -p$	$\sigma_{\theta\theta} = 0.25.p$	
	graphe (a)	graphe (b)	graphe (c)	Graphe (d)	graphe (e)
P (MPa)	ϵ_{rr}	$\epsilon_{\theta\theta}$	ϵ_{rr}	$\epsilon_{\theta\theta}$	ϵ_{zz}
0	0	0	0	0	0
10	0,0004935	0,0000968	0,000252	0,000084	0,0000151
20	0,000741	0,000147	0,000504	0,000169	3,032E-05
30	0,0009873	0,0001972	0,000756	0,000252	4,527E-05
40	0,001233	0,000247	0,00109	0,000336	6,039E-05
50	0,001481	0,0002972	0,001288	0,000423	0,0000755
60	0,001775	0,0003374	0,001515	0,000505	9,062E-05
70	0,0019738	0,0003873	0,001765	0,000589	0,0001057
80	0,0002468	0,0000467	0,002016	0,000672	0,0001208

Tableau A2.3: Valeurs des déformations en fonction du cas de chargement ($\sigma_{rr} = -p$, $\sigma_{\theta\theta} = p$), ($\tau_{r\theta} = p$) et ($\tau_{\theta z} = p$)

Valeur du chargement	$\sigma_{rr} = -p$	$\sigma_{\theta\theta} = p$	$\tau_{r\theta}$	$\tau_{\theta z}$
	graphe (f)	graphe (g)	graphe (h)	Graphe (i)
P (MPa)	ϵ_{rr}	$\epsilon_{\theta\theta}$	$\epsilon_{r\theta}$	$\epsilon_{\theta z}$
0	0	0	0	0
10	0,0002856	0,000185	0,00019	0,000185
20	0,0005705	0,000373	0,000381	0,00037
30	0,000857	0,0005614	0,000572	0,000556
40	0,001145	0,000749	0,0007589	0,000741
50	0,00143	0,0009373	0,0009507	0,0009268
60	0,00173	0,001126	0,001135	0,001112
70	0,00198	0,001315	0,001326	0,001297
80	0,002258	0,001487	0,001519	0,001483

1^{ère} essai : Essai avec chargement en pression radiale ($\sigma_{22} = \sigma_{rr} = -p$), contrainte circonférentielle nulle ($\sigma_{33} = \sigma_{\theta\theta} = 0$) et contrainte axiale nulle ($\sigma_{11} = \sigma_{zz} = 0$).

Le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t} & \frac{-\nu_{tl}}{E_t} & \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_l} & \frac{-\nu_{tl}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & \frac{-\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{lt}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{lt}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu_{tt})}{E_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2. 1})$$

Soient les déformations fonction des contraintes et des paramètres de la loi:

$$\epsilon_{11} = \frac{-\nu_{tl}}{E_l} p \quad ; \quad \epsilon_{22} = \frac{-1}{E_l} p \quad ; \quad \epsilon_{33} = \frac{\nu_{lt}}{E_l} p \quad (\text{A2. 2})$$

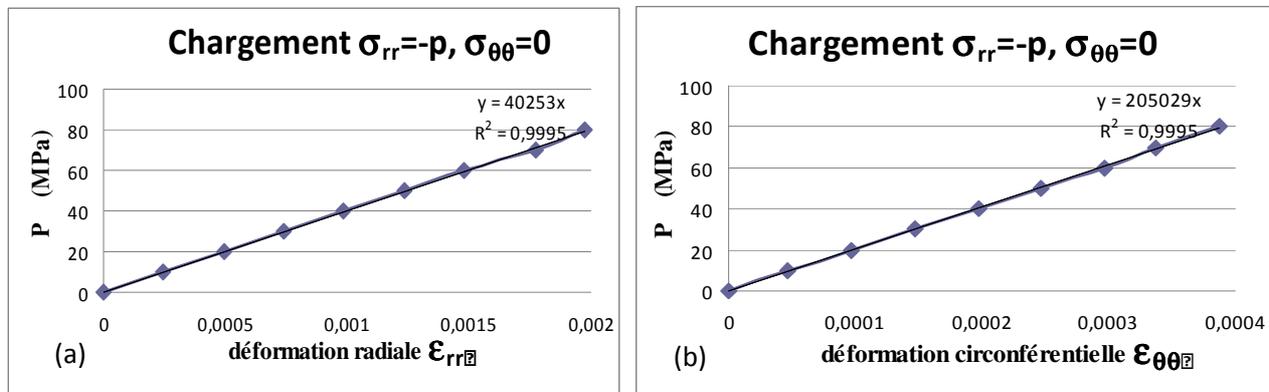


Figure A2.1 : Courbes de déformations radiale (a) et circonférentielle (b) pour le cas où $\sigma_{rr} = -P$ et $\sigma_{\theta\theta} = 0$.

D'après les courbes (a), (b) et les relations (A2.2), nous avons : $P = E_l \cdot \epsilon_{22} = 40253 \epsilon_{22}$,

on peut tirer $E_l = \frac{P}{\epsilon_{22}} = 40253 \text{ MPa}$ et $\frac{E_l}{\nu_{lt}} = \frac{E_l}{\nu_{23}} = 205029$ d'où $\nu_{lt} = \nu_{23} = 0.196$

2^{ème} essai : Essai avec chargement en pression radiale ($\sigma_{22} = \sigma_{rr} = -P$), contrainte circonférentielle égale et opposée ($\sigma_{33} = \sigma_{\theta\theta} = 0.25P$) et contrainte axiale nulle ($\sigma_{11} = \sigma_{zz} = 0$).

Le tenseur des déformations s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t} & \frac{-\nu_{tl}}{E_t} & \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_l} & \frac{-\nu_{tl}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{tt}}{E_t} & \frac{-\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{lt}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1_{tl}}{2G_{lt}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu_{tt})}{E_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -P \\ 0.25P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A2. 3)$$

Soient les déformations fonction des contraintes et des paramètres de la loi:

$$\epsilon_{11} = \left(\frac{\nu_{tl}}{E_t} - \frac{0.25\nu_{tt}}{E_t} \right) P ; \quad \epsilon_{22} = \left(\frac{-1}{E_l} - \frac{0.25\nu_{tl}}{E_t} \right) P ; \quad \epsilon_{33} = \left(\frac{\nu_{lt}}{E_l} + \frac{0.25}{E_t} \right) P \quad (A2. 4)$$

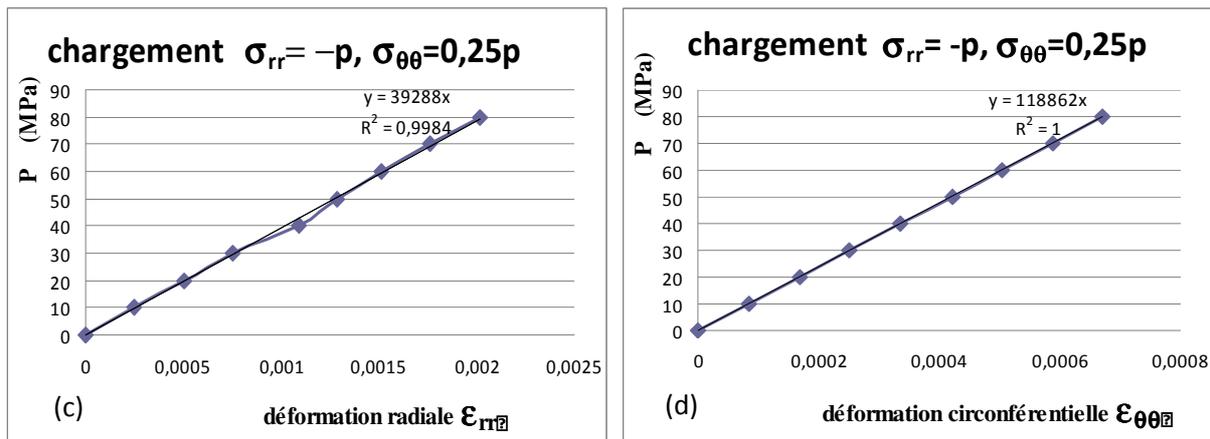


Figure A2. 2 : Courbes de déformations radiale (c) et circonférentielle (d) pour le cas où $\sigma_{rr} = -P$ et $\sigma_{\theta\theta} = 0.25P$.

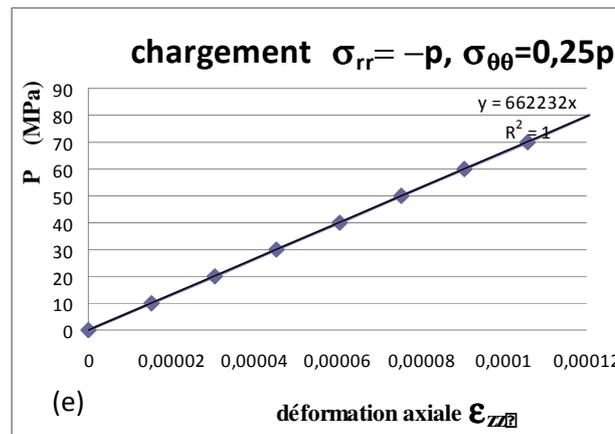


Figure A2.3 : Courbe de déformation axiale (e) pour le cas où $\sigma_{rr} = -P$ et $\sigma_{\theta\theta} = 0.25P$.

La courbe A2.2 (c) ou (d) et les relations (A2.4) nous permettent de calculer la valeur du module transversal E_t . Soit :

$$\varepsilon_{33} = \left(\frac{\nu_{lt}}{E_l} + \frac{1}{E_t} \right) P \Rightarrow \frac{\varepsilon_{33}}{P} = \left(\frac{\nu_{lt}}{E_l} + \frac{0.25}{E_t} \right) = \frac{1}{118862} \Rightarrow E_t = \frac{0.25}{\frac{1}{118862} - 0.196} = 70543 \text{ MPa}$$

D'après la courbe (e) et la relation (A2.4) on peut déterminer la valeur du coefficient de Poisson transverse ν_{tt} .

$$\frac{\varepsilon_{11}}{P} = \left(\frac{\nu_{tl}}{E_l} - \frac{0.25\nu_{tt}}{E_t} \right) = \frac{1}{662232} \Rightarrow \nu_{tt} = 4. \left(-\frac{E_t}{662232} + \nu_{tt} \right) = 4. \left(-\frac{70543}{662232} + 0.196 \right) = 0.35$$

3^{ème} essai : Essai avec chargement en pression radiale ($\sigma_{22} = \sigma_{rr} = -P$), contrainte circonférentielle égale et opposée ($\sigma_{33} = \sigma_{\theta\theta} = P$) et contrainte axiale nulle ($\sigma_{11} = \sigma_{zz} = 0$), cet essai nous permet de vérifier les calculs précédents.

Le tenseur des déformations s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t} & -\frac{\nu_{tl}}{E_t} & -\frac{\nu_{tt}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{tl}}{E_l} & \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_{tl}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{tt}}{E_t} & -\frac{\nu_{tl}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{lt}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1_{tl}}{2G_{lt}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1 + \nu_{tt})}{E_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -P \\ P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.5})$$

Soient les déformations fonction des contraintes et des paramètres de la loi:

$$\varepsilon_{11} = \left(\frac{\nu_{tl}}{E_l} - \frac{\nu_{tt}}{E_t} \right) p ; \quad \varepsilon_{22} = \left(\frac{-1}{E_l} - \frac{\nu_{tl}}{E_t} \right) p ; \quad \varepsilon_{33} = \left(\frac{\nu_{lt}}{E_l} + \frac{1}{E_t} \right) p \quad (\text{A2.6})$$

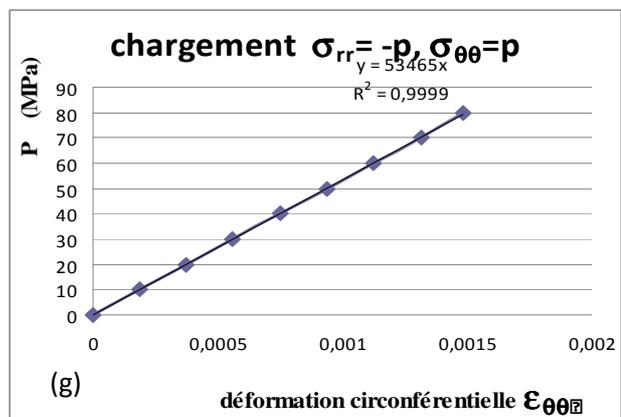
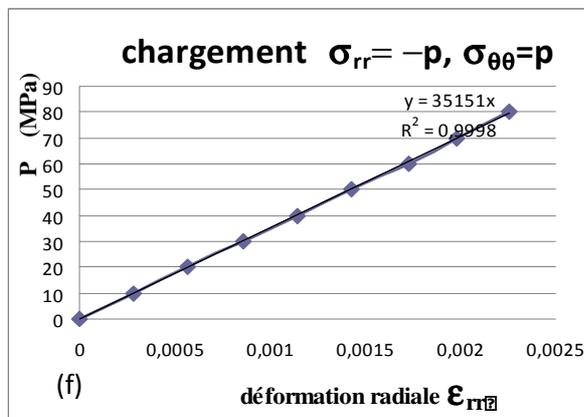


Figure A2.4 : Courbes de déformations axiale (f) et circonférentielle (g) pour le cas où $\sigma_{rr} = -P$ et $\sigma_{\theta\theta} = P$.

Les courbes A2.4 (f), (g) et les relations (A2.6) nous permettent de vérifier la valeur du module transversal E_t et celle du module radial E_l déjà calculées, Soient :

$$\varepsilon_{33} = \left(\frac{\nu_{lt}}{E_l} + \frac{1}{E_t} \right) P \Rightarrow \frac{\varepsilon_{33}}{P} = \left(\frac{\nu_{lt}}{E_l} + \frac{1}{E_t} \right) = \frac{1}{53465} \Rightarrow E_t = \frac{1}{\frac{1}{53465} - \frac{\nu_{lt}}{40253}} = 72282 \text{ MPa}$$

$$\frac{\varepsilon_{22}}{P} = - \left(\frac{1}{E_l} + \frac{\nu_{tl}}{E_t} \right) = - \frac{1}{35151} \Rightarrow E_l = \frac{1}{\frac{1}{35151} - \frac{0.196}{72282}} = 38854 \text{ MPa}$$

4^{ème} essai: Essais avec chargements en cisaillement dans le plan $r\theta$ (lt) puis le plan θz (tt):

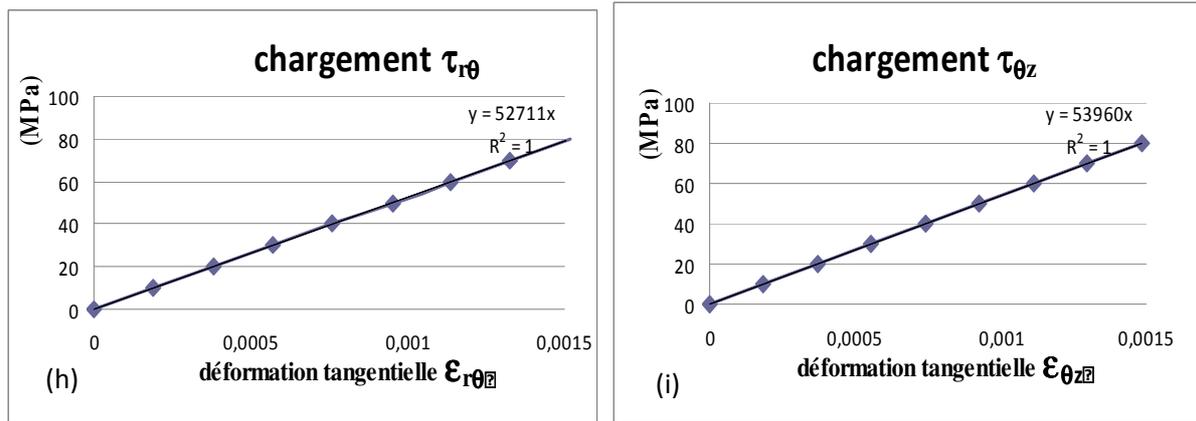


Figure A2.5 : Courbes de déformations tangentielles dans le plan $r\theta$ (e) et le plan θz (f)

Le tenseur des déformations s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_t} & -\frac{\nu_{tl}}{E_t} & -\frac{\nu_{tl}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{tl}}{E_t} & -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{lt}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{lt}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu_{tl})}{E_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.7})$$

Les relations entre déformations et contraintes pour les deux chargements s'écrivent respectivement :

Dans le plan 12 (tl):

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{tl} = \frac{\tau_{r\theta}}{2G_{lt}} \quad (\text{A2.8})$$

La courbe A2.5 (h) et la relation (A2.8), nous donnent la valeur du module G_{tl} , soit:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{\theta r} = \varepsilon_{tl} = \frac{\tau_{\theta r}}{2G_{tl}} \Rightarrow \tau_{\theta r} = 2G_{tl} \cdot \varepsilon_{tl} = 52711 \varepsilon_{tl} \Rightarrow G_{tl} = \frac{\tau_{\theta r}}{2 \cdot \varepsilon_{tl}} = 26356 \text{ MPa}$$

Et dans le plan transverse 13 (tt):

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{tt} = \frac{\tau_{\theta z}}{2G_{tt}} \quad (\text{A2.9})$$

La courbe A2.5 (i) et la relation (A2.9), nous donnent la valeur du module G_{tt} , soit:

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{tt} = \frac{\tau_{\theta z}}{2G_{tt}} \Rightarrow \tau_{\theta z} = 2G_{tt} \cdot \varepsilon_{tt} = 53960 \varepsilon_{tt}, \text{ ce qui donne : } G_{tt} = 26980 \text{ MPa}$$

Ces deux valeurs sont très proches de la valeur nominale du matériau qui est de 27700 MPa. Dans toutes nos simulations, nous avons pris comme données des modules de cisaillement de la zone homogénéisée, la valeur nominale du matériau.

Soit le bilan de la détermination des coefficients mécaniques :

Tableau A.2.4 : Valeurs des coefficients mécaniques de la loi isotrope transverse

$E_1 = E_2 = E_3$	70543 MPa
$E_1 = E_2$	40253 MPa
$\nu_{11} = \nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$	0.196
$\nu_{11} = \nu_{13}$	0.35
$G_{11} = G_{12} = G_{23}$	26356 MPa
$G_{11} = G_{13}$	26980 MPa