



**HAL**  
open science

# Modélisation et quantification tridimensionnelles des écarts de fabrication pour la simulation d'usinage

Stéphane Tichadou, Stéphane Tichadou

► **To cite this version:**

Stéphane Tichadou, Stéphane Tichadou. Modélisation et quantification tridimensionnelles des écarts de fabrication pour la simulation d'usinage. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2004. Français. NNT: . tel-00456836

**HAL Id: tel-00456836**

**<https://theses.hal.science/tel-00456836v1>**

Submitted on 15 Feb 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ÉCOLE DOCTORALE**

**MECANIQUE, THERMIQUE ET GENIE CIVIL**

*Année 2005.*

N° B.U. : \_\_\_\_\_

**Thèse de DOCTORAT**

*Diplôme délivré conjointement par  
L'École Centrale de Nantes et l'Université de Nantes*

Spécialité : GENIE MECANIQUE

Présentée et soutenue publiquement par :

**STEPHANE TICHADOU**

le 14 septembre 2005  
à L'Ecole Centrale de Nantes

**Modélisation et quantification tridimensionnelles  
des écarts de fabrication pour la simulation d'usinage**

**JURY**

Président :	Max GIORDANO	Professeur des Universités, Lméca - Esia Annecy
Rapporteurs :	Pierre BOURDET François VILLENEUVE	Professeur des Universités, Lurpa – Ens de Cachan Professeur des Universités, L3S - Université J.Fourrier Grenoble
Examineurs :	Christian ARBER (Invité) Jean-Yves HASCOET Olivier LEGOFF	General Manager Missler-TopSolid Professeur des Universités, IRCCyN – Ecole Centrale de Nantes Maître de conférences, IRCCyN – Ecole Centrale de Nantes

---

Directeur de thèse : Jean-Yves HASCOET  
Laboratoire : IRCCyN équipe MO2P  
Co-encadrant : Olivier LEGOFF  
Laboratoire : IRCCyN équipe MO2P



*« On fait la science avec des faits, comme on fait une maison avec des pierres : mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison. »*

*Henri Poincaré*

*« On ne fait jamais attention à ce qui a été fait; on ne voit que ce qui reste à faire. »*

*Marie Curie*

*« Conservons par la sagesse ce que nous avons acquis par l'enthousiasme. »*

*Condorcet*

Certaines fois l'auteur a néanmoins pensé à ...

*« Que diable allait-il faire dans cette galère? »*

*Molière, Les fourberies de Scapin*



# Avant-Propos

Se lancer dans un travail de thèse est une aventure extraordinaire.

Pour moi, l'aventure fut familiale, professionnelle, scientifique et humaine.

Je n'aurai jamais pu mener à bien cette entreprise sans l'adhésion et le soutien inconditionnel de ma famille.

Marie-Hélène, ces quelques mots ne suffiront jamais à exprimer l'immense reconnaissance de tout l'amour que tu m'as donné et que tu me donnes chaque jour.

Denis, Clément et Raphaël qui m'a demandé : «Dis Papa ? A quoi ça sert une thèse ?», merci pour vos encouragements, j'espère que vous avez compris et pardonné mes instants de distraction et d'absence à la maison.

Maman, ta fierté lors de la soutenance était si belle... Papa était là, parmi nous, je le sais.

# Remerciements

Ce mémoire est la concrétisation de travaux de recherche menés à l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes dirigée par J.F. Lafay. Je tiens à le remercier, lui et toute son équipe administrative, pour l'accueil et les conditions de travail excellentes qui m'ont été offertes pendant ces quatre années.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Jean-Yves HASCOET chef de l'équipe Modélisation et Optimisation des Process de Production (MO2P), qui a accepté de diriger mon travail. Prendre en charge un « vieux » thésard, n'est pas une chose facile. Il a eu confiance en moi et son encadrement m'a permis d'exploiter mon expérience et de me faire découvrir des méthodes de travail. Ses qualités humaines rares et précieuses, son potentiel scientifique et la relation très personnelle qu'il a tissée avec moi sont inestimables. Merci de m'avoir soutenu et suivi à tout moment et surtout dans certaines périodes noires de découragements, de m'avoir guidé en me lançant dans le grand bain de la communication scientifique, de m'avoir conseillé dans la stratégie du travail, de m'avoir fait prendre du recul pour donner plus de perspective à notre travail, mais aussi d'avoir financé cette thèse en me procurant un confort matériel total.

Je remercie Olivier Legoff d'avoir co-encadré cette thèse et de m'avoir proposé ce sujet qui était à l'intersection de nos affinités scientifiques. Son sens critique « ultra » développé m'a permis d'améliorer mon travail en permanence. Ses connaissances scientifiques, ses méthodes de travail, son implication et sa participation dans des tâches opérationnelles nous ont permis de faire de grandes avancées.

Je remercie également Max Giordano (Professeur à l'ESIA Annecy) d'avoir présidé ce jury. Sa présence était plus que symbolique, la boucle était bouclée puisqu'il est à l'origine de mes premiers travaux de recherche lors de la naissance du Lméca. Ses remarques et ses commentaires suite à une lecture très approfondie de mon mémoire témoignent d'un intérêt qui me touche beaucoup.

Je remercie Pierre Bourdet (Professeur ENS Cachan) et François Villeneuve (Professeur Université J. Fourier Grenoble) pour leur rapport. La lecture d'un tel « pavé » pendant les chaleurs estivales n'a pas toujours du être facile. Les remarques constructives et les questions

posées m'ont permis d'avoir un autre éclairage sur ce travail et d'envisager de nouvelles voies.

Je tiens enfin à remercier Mr Christian Arber (General Manager Missler-TopSolid) de m'avoir fait l'honneur de participer à ce jury. Sa présence témoigne de l'intérêt d'un éditeur majeur de la CFAO sur nos travaux et son regard permet de relativiser nos perspectives avec les besoins industriels.

Pour finir, je tiens à exprimer mes remerciements à :

Monsieur Duhamel de la Société Legris (Malestroit) qui a été réceptif à nos préoccupations et nous a fourni un lot de production sur lequel nous avons bâti nos expérimentations.

L'Ecole Centrale de Nantes qui m'a permis de bénéficier d'un aménagement de service lors des deux dernières années de ma thèse.

L'équipe du département Ingénierie des Produits et des Systèmes Industriels et plus particulièrement à Patrick Baron et le groupe d'enseignants de Production Mécanique Industrielle, pour avoir, accepté une charge de travail supplémentaire due à mon aménagement de service. Leurs encouragements ont été permanents.

Jacques Geffriaud qui a usiné, palpé, mesuré, monté, démonté... avec efficacité et toujours dans la bonne humeur.

L'équipe MO2P qui a toujours témoigné un fort intérêt pour ce travail et à qui j'ai fait subir mes premiers exposés en français et ... en anglais !



# Table des Matières

<b>Glossaire</b>	1
<b>Notations</b>	7
<b>Abréviations</b>	9
<b>Chapitre 1</b>	
<b>1 Introduction</b>	11
1.1 Préambule	11
1.2 Observation du produit dans son processus de réalisation	11
1.3 La cotation de fabrication et la simulation géométrique d'usinage	14
1.3.1 La cotation de fabrication	14
1.3.2 La simulation géométrique d'usinage	15
1.4 Objet des travaux	15
<b>Chapitre 2</b>	
<b>2 La simulation d'usinage en études de fabrication</b>	17
2.1 Introduction	17
2.2 L'avant-projet d'études de fabrication	17
2.2.1 La gamme de fabrication	18
2.2.2 Le rôle de la cotation de fabrication et de la simulation d'usinage	20
2.3 Les modèles de représentation des défauts géométriques et dimensionnels	20
2.3.1 Présentation de différents modèles	21
2.3.2 La normalisation, une représentation incontournable	22
2.3.3 Description de la modélisation des défauts par les torseurs de petit déplacement	23
2.4 Le tolérancement	29
2.4.1 Analyse des tolérances	30
2.4.2 La synthèse des tolérances	31
2.4.3 L'analyse et la synthèse des tolérances par rapport à la démarche qualité	33
2.5 La cotation de fabrication et la simulation d'usinage	34
2.5.1 Simulation géométrique d'usinage, outils unidirectionnels	34
2.5.2 La simulation géométrique d'usinage tridimensionnelle	45
2.5.3 La représentation graphique des gammes	47
2.6 L'offre industrielle	50
2.6.1 Les logiciels de simulation géométrique des défauts d'assemblage	50
2.6.2 Les logiciels de simulation de programmes d'usinage CN	51
2.6.3 Les logiciels de FAO	52
2.7 Quantification et analyse des défauts de fabrication	52
2.7.1 Les écarts de reprise	53
2.7.2 Les écarts d'usinage	54
2.8 Conclusion	56

## Chapitre 3

<b>3</b>	<b>Modélisation de la simulation géométrique d'usinage, première approche en CFAO et métrologie virtuelle</b>	59
3.1	Introduction	59
3.2	Modélisation d'une phase d'usinage	60
3.2.1	Inventaire des éléments intervenant dans une phase d'usinage	60
3.2.2	Sources des écarts de fabrication	61
3.2.3	Proposition de modélisation d'une phase d'usinage	63
3.3	Graphe de représentation d'une phase	65
3.3.1	Représentation graphique d'une phase d'usinage	66
3.3.2	Niveaux de détail de la modélisation	68
3.3.3	Représentation de la gamme d'usinage	69
3.3.4	Synthèse du graphe de représentation d'une phase	71
3.4	Simulation géométrique d'usinage intégrée en FAO	71
3.4.1	Principe	72
3.4.2	Simulation d'une phase	73
3.4.3	Simulation de la gamme d'usinage	81
3.5	Métrologie virtuelle de la maquette numérique « image du réel »	82
3.5.1	Extraction du modèle simulé	82
3.5.2	Métrologie virtuelle de la maquette numérique usinée	83
3.6	Automatisation de la simulation	85
3.6.1	Etude de plusieurs configurations de défaut	85
3.6.2	Méthode de paramétrage des défauts d'usinage dans les phases	86
3.6.3	Finalités de la simulation d'usinage en FAO	87
3.7	Discussion sur la simulation géométrique d'usinage intégrée en FAO	88
3.7.1	Efficacité de la méthode	88
3.7.2	Applications de la simulation d'usinage intégrée en FAO	89
3.7.3	Commentaires sur les modes de définitions numériques d'une pièce	91
3.8	Conclusion	92

## Chapitre 4

<b>4</b>	<b>Approche formelle de la simulation tridimensionnelle d'usinage</b>	95
4.1	Introduction	95
4.2	La simulation d'usinage 3D basée sur une représentation des écarts géométriques par les torseurs	96
4.2.1	Identification des éléments et graphes de phase	96
4.2.2	Hypothèses de la modélisation géométrique retenue	97
4.3	Typologie des torseurs utilisés en simulation d'usinage	100
4.3.1	Rappel des torseurs utilisés pour le comportement géométrique des mécanismes	100
4.3.2	Bilan des torseurs utilisés dans une phase d'usinage	102
4.3.3	Initialisation des composantes indéterminées	103
4.3.4	Notation des torseurs et des composantes	103
4.4	Ecriture formelle de la simulation d'usinage	104
4.4.1	Respect des exigences : Conditions géométriques d'usinage	104
4.4.2	Résolution par chaîne de torseurs	105
4.5	Exemple d'application bidimensionnel	107
4.5.1	Introduction	107
4.5.2	Description de la gamme de fabrication	108
4.5.3	Paramétrage de la pièce	108

4.5.4	Simulations unidirectionnelles de l'exemple	109
4.5.5	Graphes de représentation de la gamme de fabrication	110
4.5.6	Etudes de simulation des différentes conditions géométriques d'usinage	111
4.6	Application tridimensionnelle - Automatisation de l'approche	133
4.6.1	Introduction	133
4.6.2	Méthodologie générale	134
4.6.3	Exemple d'application tridimensionnel	144
4.6.4	Vérification des conditions géométriques d'usinage	146
4.7	Comparaison des deux approches de la simulation d'usinage	157
4.7.1	Comparaison des résultats numériques	157
4.7.2	Synthèse de la démarche de chaque approche	158
4.7.3	Tableau de comparaison	160
4.7.4	Complémentarité des approches	162
4.8	Conclusion	163

## Chapitre 5

<b>5</b>	<b>Quantification des dispersions de fabrication</b>	165
5.1	Introduction	165
5.2	Analyse unidirectionnelle	165
5.2.1	Rappel de la modélisation unidirectionnelle des « □l »	166
5.2.2	Notion d'écart et de dispersions	167
5.2.3	Evaluation des dispersions de fabrication	169
5.2.4	Proposition d'une nouvelle méthode de quantification	174
5.3	Généralisation en tridimensionnel	176
5.3.1	Les dispersions généralisées en tridimensionnel	177
5.3.2	Méthode de quantification des dispersions tridimensionnelles de fabrication	180
5.4	Expérimentation sur un cas industriel	186
5.4.1	Présentation de l'expérimentation	187
5.4.2	Exploitation des résultats	198
5.5	Conclusion et perspectives	204
5.5.1	Commentaires sur l'approche de la quantification	204
5.5.2	Analyse de la méthode et des moyens de mesure	205

## Chapitre 6

<b>Conclusion et perspectives</b>	207
-----------------------------------	-----

<b>Références</b>	211
-------------------	-----

<b>Annexes</b>	221
----------------	-----



# Glossaire

## API :

(Eng.) Automated Program Interface, utilitaire informatique associé au logiciel, développé pour effectuer des tâches automatiquement (export, extraction d'éléments, génération de paramètres, ....).

## Avant-Projet d'Etudes de Fabrication :

Etude prévisionnelle de la gamme de fabrication, incluant la simulation d'usinage, fixant les phases, les mises en position des pièces, les groupes de surfaces réalisées et les moyens de production.

## Analyse de variances :

Test mathématique vérifiant l'hypothèse d'égalité des variances d'échantillons observés. Appliqué par le test de Fisher-Snedecor.

## Cahier des charges fonctionnel :

Document visant à définir les spécifications de bases d'un produit à réaliser. Il permet d'explicitier les rapports et les relations clients/fournisseurs, d'envisager les phases d'utilisation du produit pendant toute sa vie, y compris les phases de recyclage. Il n'est pas une réponse technique à la question posée mais donne une estimation entre les résultats prévus et réels. Il structure la réflexion sur l'environnement du produit et son implantation, et apporte une ouverture vers la gestion globale de l'équipement.

## CAM/CAP :

Coefficient d'aptitude du moyen de production, ou coefficient d'aptitude du procédé. Voir capabilité.

## Capabilité (machine ou procédé) :

Anglicisme, traduit par la norme française par Aptitude. Indicateur de performance pour chiffrer le rapport entre performance demandée et performance réalisée. Au minimum une capabilité doit être supérieure à 1. Plus mathématiquement, il s'agit du ratio entre la tolérance souhaitée et la dispersion produite.

## Cible (pièce) :

Terme utilisé pour représenter l'objet idéal désiré. On appellera cible, la pièce sans défaut géométrique et dont toutes les dimensions sont centrées au milieu des intervalles de tolérances. (voir aussi Nominale)

## Contrat de phase :

Document décrivant la phase ou la sous-phase d'usinage rappelant :

- La machine utilisée,
- Les renseignements documentaires utiles à la phase (N° programme, Fichiers, matière, plan de production, le temps alloué à la préparation, le temps de cycle).
- Une zone graphique reprenant le dessin de phase indiquant :
  - La localisation d'un repère attaché à la pièce dans l'espace machine.
  - La description de la mise et du maintien en position de la pièce sur le porte-pièce.
  - Les esquisses d'outils et les trajectoires des opérations d'usinages par rapport à la pièce.
  - Les spécifications de fabrication.
- Un tableau déroulant la suite chronologique des opérations d'usinage en précisant :
  - La dénomination du cycle d'usinage,
  - Les outils (+ attachement) utilisés par leur adressage et leur dénomination,

- Les paramètres d'usinage (conditions de coupe, temps)

Nota : Malgré son appellation ce document n'a rien de contractuel, il est en revanche un document de communication utile au processus de réglage (contrat de phase prévisionnel) lors de la mise en place et la mise au point d'une phase, puis lors de l'archivage de la validation d'une phase (fiche de phase d'usinage). [NF E04-013]

Conditions géométriques d'usinage :

Conditions à satisfaire lors de la fabrication d'un produit. Elles sont de deux types : associées au produit, ce sont les conditions fonctionnelles de la pièce généralement traduites par des spécifications dimensionnelles et géométriques normalisées ou associées aux procédés, ce sont les conditions relatives imposées par les contraintes de fabrication qui sont fonction des opérations d'usinage et de la gamme choisie (copeau minimum ou maximum et surépaisseur, orientations limites, ...). Ces exigences sont indépendantes. Pour valider une gamme, toutes ces conditions doivent être respectées.

Cote de fabrication :

Spécification fabriquée d'un point de vue unidirectionnel.

Dessin d'ensemble :

Dessin décrivant tout le mécanisme en définissant les formes et les dimensions des pièces.

Dessin de définition :

Selon la norme ISO 128-1, ce dessin de la pièce définit complètement et sans ambiguïtés les exigences auxquelles doit satisfaire le produit dans l'état de définition prescrit. Le dessin fait foi entre les parties contractantes, il sert de critère d'acceptation ou de refus de la pièce. Les spécifications dites fonctionnelles expriment directement les conditions d'aptitude à l'emploi du produit fini.

*Question-citation : « Un dessin de définition n'est-il pas déjà un dessin de fabrication ? » A. Clément lors du séminaire du Groupe de Recherche en Tolérancement (GRT) à Bordeaux Juin 2002.*

Dessin de brut :

Dessin d'état intermédiaire de la pièce à l'état brut, c'est à dire en première phase.

Dessin de phase :

Dessin définissant partiellement la pièce en donnant les spécifications fabriquées de la pièce à la fin de la phase.

Dessin d'état intermédiaire :

Dessin définissant complètement les exigences auxquelles doit satisfaire la pièce dans son état en fin de phase. Utile lors de phases sous-traitées.

Dispersion d'une caractéristique :

Intervalle borné représentant la variabilité d'une caractéristique. Cette grandeur est représentative d'un pourcentage de la population (99.73% selon NFX 06-033).

Dispersion de production :

Dispersion observable pour une caractéristique réalisée par un moyen de production au cours de laquelle différents paramètres liés à la mise en œuvre ont pu varier.

Dispersion intrinsèque (ou instantanée) du moyen de production :

Dispersion observable pour une caractéristique réalisée par un moyen de production pendant une durée au cours de laquelle les paramètres de mise en œuvre n'ont pas varié.

Dossier de fabrication :

Document d'archive, stockant toutes les données et les actions décrivant la production.

Exigence fonctionnelle :

Condition géométrique imposée sur le mécanisme pour éviter une défaillance du mécanisme dans une configuration donnée.

Fiche de poste :

Document précisant le programme de production (charge et cadence), l'inventaire et les références des outillages utilisés (porte-pièce, outils, moyens de mesure).

Fiche de réglage :

Document utilisé lors de la mise en place de la production, récapitulant les opérations de mise au point de la production ainsi les moyens de mesure permettant de la valider.

Fiche de surveillance :

Document utilisé pour le suivi de production, utile au pilotage du procédé (carte de contrôle et tableau de bord), susceptible d'informer sur les coefficients d'aptitude du procédé. Les caractéristiques surveillées sont principalement les spécifications les plus délicates tenir ou sont les plus représentatives de l'état du procédé.

Gamme de fabrication :

Dossier comprenant la description du processus de réalisation de la pièce avec pour chaque sous-phase ou phase :

- La désignation de la machine,
- La mise et le maintien en position de la pièce,
- Le volume de matière enlevée et les surfaces générées,
- La simulation dimensionnelle d'usinage,
- La liste des exigences de fabrication,
- Les temps de production.

Mesurande :

Grandeur soumise à un mesurage.

Moyen de production :

Machine ou ensemble de machines de production permettant de réaliser l'ensemble des opérations nécessaires à la production.

Nomenclature d'usinage :

Fiche synthétique indiquant la chronologie des différentes phases et les moyens mobilisés.

Nominale (pièce) :

On appelle pièce nominale la pièce théorique et sans défaut géométrique telle qu'elle a été conçue avec des dimensions nominales (usuelles ou normalisées) et sans tolérance. Les dimensions nominales ne sont pas obligatoirement les dimensions au milieu des intervalles de tolérance. (Voir aussi Cible).

Normalité (test de) :

Test mathématique, vérifiant l'hypothèse d'appartenance d'un échantillon observé à une population de distribution normale. Parmi les tests les plus fréquents on retiendra le test du  $\chi^2$  (non normalisé) et le test de Komolgorov-Smirnov proposé par la norme.

Opération d'usinage :

Ensemble ordonné d'éléments de travail réalisé par un outil pour aboutir une ou plusieurs formes géométriques (cycles d'ébauche, de finition, groupement d'usinages...).

Phase d'usinage :

Ensemble de sous phases réalisées sur une unité de production.

*Nota : A moins d'une spécificité en exigeant la nuance, pour l'intégralité de l'ouvrage le terme « phase » sera utilisée pour évoquer la phase ou la sous-phase, c'est à dire à chaque fois que pièce sera reprise dans un porte-pièce.*

Plan fonctionnel :

Dessin d'ensemble représentant le mécanisme dans une configuration donnée et sur lequel sont définies les exigences fonctionnelles sous forme de cotes ou de spécifications géométriques.

Processus :

Ensemble des moyens et d'activités de production qui transforment des éléments entrants en éléments sortants. Cet ensemble comprend tous les moyens nécessaires : moyens de production, main d'œuvre, mode opératoire, maintenance, etc.

Reprise (écarts de) :

Écarts liés à la mise en position de la pièce dans le porte-pièce. Ils sont fonction de la qualité de la liaison, on constate des écarts de reprise en remettant la même pièce et de la variation dimensionnelle et géométrique des pièces du lot à produire.

Simulation géométrique d'usinage :

Activité ayant pour but de simuler les effets des phases d'usinage (opérations d'usinage et mise en position) sur le comportement dimensionnel et géométriques des surfaces des pièces tout le long du processus de fabrication. Elle permet de définir la cotation de fabrication qui détermine les pièces dans leur état intermédiaire.

Sous-phase d'usinage :

Ensemble d'opérations réalisées sans démontage de la pièce ou transfert de l'assemblage « pièce, porte-pièce » d'une broche de machine à une autre.

Spécifications fabriquées et cotes de fabrication :

Spécifications dimensionnelles ou géométriques entre surfaces actives de la phase ou la sous-phase.

STEP (norme) :

Le standard pour l'échange de données de produit, STEP (STandard for the Exchange of Product model data en anglais) ou ISO 10303 porte sur la représentation et l'échange de données de produits et a pour objectif d'intégrer les processus de conception, de développement, de fabrication et de maintenance de ces derniers. Cette méthode permet de définir une représentation non ambiguë des données du produit, interprétable par tout système informatique, et couvrant tout le cycle de vie des produits.

Surfaces actives :

Surfaces de la pièce qui sont usinées ou qui participent à la mise en position de la pièce dans la phase ou la sous-phase.

Torseur :

Un torseur est constitué de deux champs vectoriels :

\* un champ uniforme, dont la valeur, en tout point, est nommée résultante, notée  $\vec{R}$

\* le champ des moments, dont la valeur en un point O est notée et  $\vec{M}_O$

Ces deux champs sont reliés par la relation de Varignon :  $\vec{M}_P = \vec{M}_O + \vec{PO} \wedge \vec{R}$

Pour définir un torseur, il suffit donc de connaître sa résultante et son moment en un point quelconque.

Torseur de petit déplacement :

Ensemble de deux vecteurs qui représentent le déplacement d'un élément par rapport à un autre. Il représente le déplacement entre deux entités E1 et E2.

Le déplacement d'un point A de E1 par rapport à E2 sera  $\vec{D}_A = \vec{D}_O + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}$

Cette relation est admissible pour des petits angles de rotation (voir annexe 2).

Dans une base  $B (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ,  $\vec{\Omega} = \alpha \cdot \vec{x} + \beta \cdot \vec{y} + \gamma \cdot \vec{z}$  où ( $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ ) sont les petits angles de

rotation linéarisés et  $\vec{D}_O = u \cdot \vec{x} + v \cdot \vec{y} + w \cdot \vec{z}$  où (u, v et w) sont les trois projections de translation d'une entité par rapport à l'autre au point O.

$$\text{Notation : } \mathbf{T}_{E1,E2} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega} \\ \vec{D}_O \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{Bmatrix}_{O,B}$$

**Typologie des torseurs de petits déplacement utilisés**

Torseur Ecart :

représente l'écart entre la position d'une surface associée à une surface réelle et sa position nominale. Ce type de torseur dépend de la topologie de la surface.

Torseur Défaut :

représente les écarts entre deux surfaces d'une même pièce.

Torseur Jeu :

également appelé torseur Connexion, représente les défauts de position entre deux surfaces de deux solides différents.

Torseur Global :

représente les défauts de position d'un solide par rapport à un repère. Ce repère peut-être attaché à la situation nominale du solide ou à un autre solide

## *Glossaire*

## Notations utilisées

P : Modèle théorique de la pièce

P<sub>k</sub> : Surface k de la pièce P

MT : Machine outil

H : Porte pièce

H<sub>h</sub> : Surface h du porte-pièce H

M<sub>i</sub> : Opération d'usinage i

M<sub>ij</sub> : Surface j générée par l'opération d'usinage M<sub>i</sub>

$T_{n Mm_i, P_i}$  : Torseur de petit déplacement de la phase "n" entre les éléments M<sub>mj</sub> et P<sub>i</sub>.

Réduit au point A, les composantes dans une base B sont :

$$T_{n Mm_i, P_i} = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_n Mm_j, P_i \\ \beta_n Mm_j, P_i \\ \gamma_n Mm_j, P_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_n Mm_j, P_i \\ V_n Mm_j, P_i \\ W_n Mm_j, P_i \end{pmatrix} \right\} (A, B)$$

Ind. : Composante de torseur indéterminée.

## Notations mathématiques

Soit un échantillon observé de n valeurs { X<sub>1</sub>, ..., X<sub>i</sub>, X<sub>n</sub> }

$\bar{x}$  : la moyenne 
$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

s : écart type estimateur d'un échantillon 
$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Soit x, une variable aléatoire de distribution de probabilités p(x) caractérisant une population.

$\mu$  : la moyenne de la population 
$$\mu = \sum x.p(x)$$

$\sigma^2$  : la variance de la population 
$$\sigma^2 = \sum (x - \mu)^2.p(x)$$

## *Notations*

## **Abréviations**

5M	: Main d'œuvre, Machine, Matière, Méthode, Milieu
AP	: (Eng.) Application Protocol
APEF	: Avant Projet d'Etudes de Fabrication
API	: (Eng.) Automated Program Interface
CAD	: (Eng.) Computer Aided Design
CAM	: (Eng.) Computer Aided Manufacturing
CAPP	: (Eng.) Computer Aided Process Planning
CAO	: Conception Assistée par Ordinateur
Cap/m	: Coefficient d'Aptitude Machine ou Procédé
CAPP	: (Eng.) Computer Aided Process Planning
Cf	: Cote de fabrication
CFAO	: Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur
Cp	: Epaisseur de Copeau
DFM	: (Eng.) Design For Manufacturing
$\Delta l$	: Dispersion des écarts de position axiale d'une surface par rapport à un référentiel
GMC	: (Eng.) Geometric Manufacturing Conditions
GT&D	: (Eng.) Geometric Tolerancing and Dimensioning
ISO	: International Standard Organisation
IT	: Intervalle de Tolérance
MMT	: Machine à Mesurer Tridimensionnelle
MOCN	: Machine-Outil à Commande Numérique
MSP	: Maîtrise Statistique des Procédés
MMT	: Machine à Mesurer Tridimensionnelle
NF	: Normalisation Française
SDT	: (Eng.) Small Displacement Torsor

### *Abréviations*

SPC : (Eng.) Statistical Process Control

STEP : Standards for the Exchange of Product data

TPD : Torseur de petit déplacement

# 1 Introduction

## 1.1 Préambule

Depuis des siècles l'homme n'a eu de cesse d'améliorer son quotidien. Son imagination lui a permis de trouver des idées et de les mettre œuvre. Au fil du temps les métiers se sont développés. La technique, du mot grec « techné » qui signifie secret, était l'apanage des artisans. Du début à la fin, ils étaient maîtres de leur œuvre. Le temps a séparé les hommes, d'un côté se trouvaient les hommes du savoir-faire, de la technique, et de l'autre les hommes du savoir-parler, de la rhétorique. Avec l'encyclopédie des métiers de Diderot et d'Alembert [Did 1751], il s'est avéré que des pratiques étaient communes à différents corps de métiers. Avec la révolution industrielle, le savoir-faire s'est fragmenté pour laisser la place à la Taylorisation du travail qui était, à l'époque, la meilleure organisation industrielle pour répondre à la production de masse [Par 01]. Aujourd'hui face à la concurrence, l'industrie est à l'écoute des besoins de consommation de son client dont les exigences concernent le cycle de vie du produit, de sa conception à son démantèlement [ISO 9000]. L'organisation industrielle est mondiale, elle participe à un transfert des savoirs-faire, des données et des biens matériels. Dans ce contexte technico-économique, notre travail se situe dans le processus de réalisation d'un produit mécanique et plus particulièrement au niveau de sa fabrication.

## 1.2 Observation du produit dans son processus de réalisation

En observant le produit sous l'aspect géométrique, dans son processus de réalisation, nous distinguons cinq niveaux d'observation. Chaque niveau doit satisfaire à des exigences qui sont exprimées par des spécifications (Tableau 1-1).

Niveau	Exigences	Description
Avant-projet	Fonctions de services	Cahier des charges
Produit	Fonctions techniques	Dessin d'ensemble
Pièce	Conditions géométriques	Dessin de définition
Pièce en cours de fabrication	Conditions géométriques intermédiaires	Contrat de phase
Surface de la pièce	Conditions opératoires	Fiche d'opération

Tableau 1-1 Les différents niveaux d'observation du produit dans son processus de réalisation

Le premier niveau d'observation est l'avant-projet qui est à l'origine de la conception du produit où les exigences du client sont traduites en fonctions. Celles-ci sont exprimées sur un cahier des charges. Aucune solution technique n'est définie.

Le second niveau est le produit qui est le fruit de la conception. Des fonctions techniques sont des réponses aux fonctions de services exigées. La description du produit est faite sur un dessin d'ensemble où apparaissent des solutions techniques et des conditions fonctionnelles qui sont matérialisées par des assemblages mécaniques de pièces.

Le troisième niveau est celui de la pièce. Celle-ci est définie telle qu'elle est dans l'assemblage afin d'assurer toutes les fonctions techniques. D'un point de vue normatif, la description de la pièce est décrite par un dessin de définition qui rappelle toutes ses caractéristiques (matériau, quantité, dimensions, géométrie,...). Les spécifications de tolérancement géométrique et dimensionnel sont exprimées avec un langage normalisé qui traduit les conditions géométriques que doit respecter la pièce.

Le quatrième niveau est le niveau de la pièce en cours de fabrication. La pièce est réalisée suivant un processus de fabrication et de transformation progressive pour aboutir à son état final. A chaque phase de production, la pièce est dans un état intermédiaire. A chaque état, elle doit être définie par des spécifications de tolérancement géométrique et dimensionnel qui dépendent du choix du processus de fabrication et des performances des procédés utilisés. Les conditions de réalisation sont exprimées sur un contrat de phase qui décrit globalement les conditions de réalisation de la pièce.

Le cinquième niveau est la surface de la pièce. Celle-ci est réalisée lors d'une phase sur un moyen de production. Une fiche opératoire décrit les méthodes de fabrication et de mise en

œuvre (réglage et pilotage) du procédé pour garantir la pièce conforme à l'état intermédiaire souhaité.

A chaque niveau, correspond la plupart du temps, un métier. Ces métiers travaillent ensembles pour un objectif commun, mais avec des méthodes, des outils et des contraintes qui ne sont pas identiques. Ces métiers sont globalement la conception, l'industrialisation et la production.

Le cadre de notre étude se situe sur l'étude des caractéristiques géométriques et dimensionnelles des pièces et plus particulièrement des pièces en cours de fabrication. Quel que soit le moyen de production, celui-ci ne produit jamais deux pièces identiques. Les caractéristiques de chaque pièce fluctuent. Pour assurer le respect des conditions fonctionnelles d'un ensemble mécanique, il va falloir définir les limites admissibles sur les caractéristiques de chaque pièce. Les tolérances dimensionnelles et géométriques définissent ces limites.

En passant d'un niveau d'observation à un autre, les exigences à respecter font l'objet d'un transfert. Celles ci sont traduites en fonction du niveau concerné. Au final, une fonction de service a des conséquences sur les conditions de la mise en œuvre d'un procédé et inversement, la mise en œuvre d'un procédé peut avoir un effet sur une fonction de service exigée. Les méthodes de transfert doivent être performantes pour améliorer le processus de réalisation d'un produit.

Il apparaît que l'efficacité du transfert des tolérances n'est pas optimale. En descendant d'un niveau les contraintes sont de plus en plus fortes. A titre d'exemple, la spécialisation des différents manufacturiers et l'appel à la sous-traitance crée une chaîne d'intervenants de plus en plus grande. On assiste aujourd'hui à une dérive qui tend à réduire les tolérances entre chaque sous-contractant, le fournisseur de premier niveau se voyant contraint à des niveaux de difficultés excessifs [Bou 04].

Cette situation est due à un manque de formalisme dans la définition des pièces à chaque état intermédiaire. Les niveaux qui touchent l'industrialisation et la production sont les moins formalisés en termes de vocabulaire, de modélisation et de normalisation.

Nous constatons des similitudes entre chaque niveau. Nous remarquons que des méthodes et outils utilisés à un niveau peuvent éventuellement être appliqués dans un autre.

Par exemple :

- Le positionnement relatif entre deux surfaces est exprimé de la même manière sur le dessin d'un assemblage et sur la simulation d'une gamme d'usinage.
- La répartition des tolérances se calcule par les mêmes méthodes pour les différentes pièces d'un assemblage en conception et les différentes cotes de fabrication d'une pièce en étude de fabrication.
- L'utilisation du langage ISO [ISO 8015] est le même pour décrire la définition des pièces finies (état fonctionnel) et des pièces en cours de fabrication (état intermédiaire).

Ces similitudes nous invitent à avoir une veille sur l'ensemble des activités pratiquées à chaque niveau afin d'utiliser au mieux ces méthodes et outils.

Le groupe de recherche en tolérancement (GRT) et le groupe de recherche en usinage (Manufacturing 21) sont des communautés de chercheurs français qui participent à cette action afin de diffuser au mieux les modèles, approches et méthodes. Nos travaux contribuent à l'animation de ces groupes.

## **1.3 La cotation de fabrication et la simulation géométrique d'usinage**

L'étude de la fabrication consiste à déterminer le processus de réalisation des pièces. La génération des gammes de fabrication consiste à regrouper les opérations d'usinage phase par phase en précisant les méthodes et les procédés utilisés. Pour chaque phase, il faut définir les caractéristiques de la pièce dans son état intermédiaire. C'est le but de la cotation de fabrication. La simulation géométrique d'usinage est un outil de la cotation de fabrication qui permet de représenter la qualité potentielle que l'on peut espérer du processus étudié [Dur 03].

### **1.3.1 La cotation de fabrication**

La cotation de fabrication décrit l'état géométrique et dimensionnel intermédiaire de la pièce tout au long de son processus de fabrication. Elle est fonction des choix effectués lors de l'Avant-Projet d'Etudes de Fabrication (APEF).

Les contraintes sont :

- Respecter les exigences de définition fonctionnelles de la pièce dans son mécanisme.

- Respecter les exigences manufacturières qui ponctuent les difficultés de réalisation de la pièce (conditions de fabrication, de conditionnement, d'assemblage, de manutention, ...).

### **1.3.2 La simulation géométrique d'usinage**

La simulation d'usinage consiste à utiliser une modélisation géométrique des défauts de fabrication afin de recenser l'ensemble des sources d'écarts qui ont un effet sur les conditions fonctionnelles et manufacturières. Elle se fonde sur la prédiction de l'influence des défauts fabriqués.

La simulation permet d'analyser un avant-projet d'études de fabrication en identifiant et en classant les défauts susceptibles d'être générés tout le long du processus de fabrication. Ceci permet de valider la gamme de fabrication prévisionnelle.

La simulation permet également la synthèse d'un avant-projet d'études de fabrication. En optimisant les tolérances de fabrication, elle aide au choix des procédés les plus adaptés en fonction des exigences à respecter.

La simulation géométrique s'applique à tous les procédés de fabrication et de mise en forme des pièces.

## **1.4 Objet des travaux**

Notre étude se focalise sur la simulation géométrique d'usinage pour la cotation de fabrication. Dans la bibliographie, celle-ci est développée essentiellement en unidirectionnel, peu d'études sont proposées en tridimensionnel.

Le chapitre 2 présente un état de l'art et une synthèse des activités nécessaires pour mener à bien la simulation géométrique d'usinage. Sa situation est replacée dans le contexte de la génération des gammes de fabrication. La simulation fait appel à la modélisation géométrique des défauts des pièces. Nous observons les principales propositions et détaillons plus particulièrement la modélisation retenue qui utilise les torseurs de petit déplacement. Nous présentons également les travaux menés en cotation de fabrication et simulation unidirectionnelle puis les propositions tridimensionnelles. Par ailleurs, la simulation exige de quantifier des défauts de fabrication, nous présentons les approches qui proposent de les évaluer par des modèles ou des méthodes de mesures.

Le chapitre 3 propose une première approche de la simulation géométrique d'usinage. Celle-ci se base sur une modélisation d'une phase d'usinage associée à un graphe de représentation.

Cette modélisation est apte à être rapidement déployée sur un système de fabrication assistée par ordinateur où les défauts de fabrication modélisés sont intégrés lors de l'usinage de la pièce. Nous proposons une méthode de métrologie virtuelle de la maquette numérique de la pièce avec défauts pour observer la pièce dans son état final simulé.

Suite à ces premiers résultats, le chapitre 4 propose de mettre en place une écriture formelle de la simulation d'usinage. Celle-ci utilise les torseurs de petit déplacement qui sont spécifiquement définis autour de notre application. Le respect des exigences fonctionnelles et manufacturières est traduit sous ce formalisme par des conditions géométriques d'usinage. Celles-ci sont exprimées par des chaînes de torseurs sur la base du graphe de représentation des phases d'usinage. Un exemple d'application bidimensionnel permet de s'approprier des différentes phases du formalisme. Compte tenu du nombre de données à traiter en tridimensionnel, nous proposons une automatisation de l'approche. Elle génère automatiquement les chaînes des torseurs relatives aux conditions à respecter en utilisant une représentation numérique de la pièce construite sur un logiciel de conception assistée par ordinateur. Cette approche formelle automatique est comparée avec la première approche de simulation intégrée.

La quantification des défauts de fabrication est traitée dans le chapitre 5. Pour rendre notre modélisation opérationnelle, il est souhaitable de l'alimenter en données numériques expérimentales ou modélisées. Suite à une analyse des quantifications des défauts de fabrication en unidirectionnel, nous proposons une méthode de quantification originale. Celle-ci est étendue en tridimensionnel puis expérimentée sur une série de pièces issues de l'industrie. Le principe et les protocoles opératoires sont précisés et les résultats permettent de quantifier des torseurs de dispersions d'usinage et de mise en position.

## **2 La simulation d'usinage en études de fabrication**

### **2.1 Introduction**

L'objectif de ce chapitre est de présenter une synthèse des recherches et des activités mobilisées lors de l'avant-projet d'études de fabrication et plus particulièrement en simulation géométrique d'usinage. A travers ce descriptif nous évoquons les principales disciplines abordées en cotation de fabrication.

Tout d'abord un rappel est fait sur la génération des avant-projets d'études de fabrication et les différentes approches de génération des gammes.

Nous focalisons ensuite notre revue sur l'aspect géométrique et dimensionnel. Nous rappelons les différents modèles de représentation des défauts géométriques ainsi que les méthodes et outils pour aider au tolérancement.

Nous détaillons la cotation de fabrication et la simulation d'usinage unidirectionnelle et présentons les approches utilisées en tridimensionnel.

Parmi les outils d'aide, nous citons les apports des offres industrielles avec une revue de logiciels de simulation.

Pour finir nous évoquons l'évaluation des ordres de grandeurs des défauts de fabrication nécessaires à la validation des résultats prédictifs de la simulation d'usinage.

### **2.2 L'avant-projet d'études de fabrication**

En reprenant les quatre niveaux du processus de réalisation d'un produit (présentés au chapitre 1), notre étude se situe au niveau de la fabrication des pièces. Lors de l'industrialisation, un avant-projet d'études de fabrication vise à établir une étude prévisionnelle de la gamme de fabrication. Celle-ci comprend la simulation géométrique d'usinage et la définition des différentes phases afin de déterminer les mises en position des pièces, les groupes de surfaces réalisées et les moyens de production utilisés. L'objectif est de délivrer un dossier de fabrication dans lequel est décrit le processus de production par des

contrats de phase qui permettent au service chargé de la production industrielle de préparer, régler, mettre en œuvre, surveiller et piloter les moyens de production et les outillages associés.

### 2.2.1 La gamme de fabrication

La gamme de fabrication décrit le processus de production. Sous une forme plus générale D. Van Zeir [Van 98] déclare que : *la gamme d'usinage peut se définir comme une détermination systématique des méthodes par lesquelles un produit est fabriqué de manière économique et compétitive dans un environnement donné.*

Cette définition permet de prendre en compte l'ensemble des contraintes qui cernent la production qu'elles soient économiques, techniques mais aussi contextuelles. La génération des gammes d'usinage se fait dans un environnement contraint décrit par la Figure 2-1 [Ham 02].

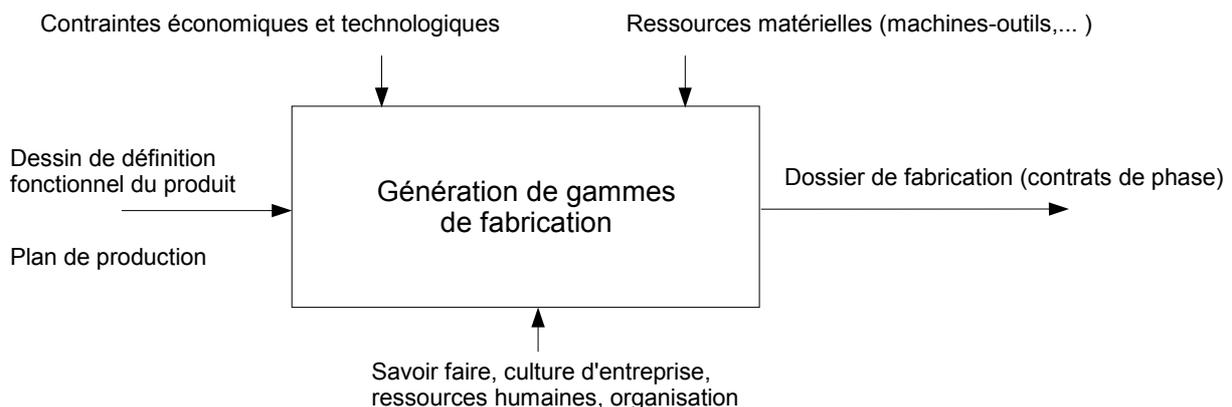


Figure 2-1 Contraintes autour de la génération des gammes de fabrication

Les problèmes de fabrication sont non déterministes [Ans 94], il y a plusieurs solutions possibles pour un même problème. Par exemple, deux sous-traitants répondant à un appel d'offres peuvent délivrer des productions similaires (conformité, quantité, coûts, délais, marge bénéficiaire, ...) alors que leurs processus de production sont probablement radicalement différents.

Les raisonnements pour créer une gamme se font [Sab 95] soit :

- par une approche par variantes où l'on propose une gamme par identification de solutions déjà existantes comme par exemple la technologie de groupe [Hel 93],
- soit par une approche générative qui consiste appréhender l'ensemble des contraintes et en fournir une solution optimale grâce à des connaissances métiers.

Cette dernière approche a été plus développée pour la génération automatique des gammes de fabrication (CAPP<sup>(1)</sup>) avec, au début, des démarches algorithmiques dans les années 70 et plus tard dans les années 80 des démarches utilisant des techniques d'intelligence artificielle [Tet 97] et des outils tels que les systèmes experts, les réseaux de neurones, la logique floue et les algorithmes génétiques. Ces travaux contribuent fortement à aider et orienter l'opérateur notamment avec les approches multi-agents [Ham 02] [Lih 03] qui proposent des gammes en répondant à des critères.

Les critères pour choisir la gamme idéale ou optimale sont nombreux et complexes, parmi eux on note les coûts [Sor 03] (de production, de matériaux, d'outillages, ...), les temps (de préparation, d'usinage, ...), le nombre de phases, le nombre d'opérations, la non-qualité (rebus et retouches), ....

En revanche la validation d'une gamme impose deux points incontournables :

- La faisabilité de la gamme : Les phases créées doivent être matériellement réalisables. Si la détermination des surfaces d'appui et de bridage ne peut pas assurer le maintien et la mise en position de la pièce, alors la gamme n'est pas capable [Kul 00].
- La garantie de la conformité dimensionnelle et géométrique du produit. Si les défauts de fabrication de la pièce sont au-delà des tolérances exigées la gamme n'est pas capable.

Ce dernier point est primordial et nous constatons que peu d'approches de génération de gamme automatique intègrent des outils permettant de prédire le comportement géométrique probable des pièces suivant la gamme envisagée.

Certaines démarches déterminent des opérations et des stratégies d'usinage en fonction de la nature des surfaces, de leur tolérance dimensionnelle et/ou de l'état de surface. Elles utilisent des approches produit (feature modeling) basées sur la détection d'entités dans le modèle de définition de la pièce [Gar 92]. Ces démarches ne concernent que la phase mais pas la gamme.

La prise en compte du tolérancement sur le choix du processus de fabrication supposant plusieurs posages est développée essentiellement en tournage, c'est à dire en unidirectionnel. On note les travaux de Lin [Lin 99] qui intègrent comme données d'entrée les tolérances entre surfaces et de [Shu 02] plus complets qui utilisent les algorithmes génétiques pour le choix des phases en tournage en fonction des spécifications de la pièce [Yao 04].

---

<sup>1</sup> CAPP : Computer Aided Process Planning

## **2.2.2 Le rôle de la cotation de fabrication et de la simulation d'usinage**

Le respect des tolérances dans les travaux sur la génération automatique des gammes d'usinage est souvent une action postérieure au choix et à l'ordonnancement des phases de fabrication. La simulation géométrique d'usinage permet de prendre en compte le cumul des défauts géométriques de fabrication, cette démarche n'est pas encore intégrée dans les systèmes de génération de gamme. Les raisons de cette absence résident sur les difficultés de représenter, formaliser, combiner et quantifier les défauts géométriques de fabrication.

La cotation de fabrication détermine les spécifications dimensionnelles et géométriques de la pièce dans tous ses états intermédiaires de telle sorte que soit respecté l'ensemble des exigences fonctionnelles du produit, des exigences manufacturières du processus et des exigences économiques de production.

## **2.3 Les modèles de représentation des défauts géométriques et dimensionnels**

Pour mieux appréhender la cotation de fabrication il est utile de faire un point sur les méthodes de tolérancement géométrique et dimensionnel utilisées lors de la conception des produits assemblés. Nous avons noté des activités similaires entre la conception et l'étude de la fabrication où les formalismes utilisés lors des transferts d'exigences concernent des éléments géométriques entre différents composants. Parmi ces similitudes, les modèles de représentation des défauts géométriques et dimensionnels sont à la base du formalisme nécessaire à la simulation d'usinage.

Il convient de choisir un mode de représentation de la pièce et de ses défauts afin d'étudier leur influence sur le comportement d'un mécanisme lorsque l'on est en conception, ou d'étudier l'effet de leur accumulation lorsque l'on est en fabrication.

Historiquement, les premiers modèles utilisés sont des représentations unidirectionnelles des dimensions des pièces (1D). Cette représentation n'est pas suffisante pour exprimer les exigences sur les produits. Même si elle est encore à la base de nombreuses démarches d'optimisation des tolérances, il est nécessaire de travailler sur les défauts géométriques et dimensionnels des produits (G&D T<sup>(1)</sup>).

---

<sup>1</sup> G&D T : Geometric and Dimensional Tolerancing

### 2.3.1 Présentation de différents modèles

Parmi les modes de représentation de la géométrie, les modèles les plus utilisés sont les modèles variationnels [Thi 01]. Ces modèles, où la modélisation géométrique de la pièce est variable, sont composés de modèles paramétrique, cinématique, vectoriel, torsoriel. Nous présentons une liste non exhaustive mais représentative des modèles les plus courants en mécanique.

- Le modèle paramétrique proposé par Requicha [Req 93] décrit un objet par des paramètres indépendants auxquels sont associées des variables d'offset pour représenter les défauts. Cette modélisation est très répandue car les variations de surfaces sont indépendantes les unes des autres.
- Le modèle cinématique représente les défauts des surfaces de la pièce par 14 degrés de liberté paramétrés suivant une structure cinématique définie par rapport à un référentiel de définition de la pièce [Riv 93]. Cette modélisation utilise des matrices Jacobiennes pour situer les éléments et les zones de tolérances.
- Le modèle vectoriel proposé par Wirtz [Wir 91], inspiré des calculs d'erreurs sur les robots 6 axes de Weil [Wei 88], décrit chaque surface de la pièce sous la forme d'un vecteur de position et d'un vecteur d'orientation, en mentionnant les caractéristiques géométriques de forme et de dimension. Les applications ont permis de nombreux travaux sur le tolérancement vectoriel (VD&T<sup>(1)</sup>) [Sak 03]. Cette modélisation ne prend pas en compte l'étendue des surfaces et seuls les éléments de définition sont contraints.
- Le modèle torsoriel, proposé par Ballot [Bal 95], met en place un modèle géométrique des pièces en attribuant un écart aux surfaces défini par un torseur de petit déplacement. Les torseurs pouvant s'exprimer en tout point, l'étendue de la surface peut-être prise en compte. F. Thiebaut, dans sa thèse [Thi 01] a construit un outil de gestion de la géométrie pour l'analyse des tolérances sur le comportement des mécanismes. Ce modèle sera décrit plus en détail dans le paragraphe 2.3.3.

Le mode structurel de description de la géométrie construit par les Surfaces Associées Technologiquement et Topologiquement (SATT) [Cle 91] est indépendant d'un formalisme mathématique de représentation de la géométrie. Il permet de considérer une pièce sous la forme d'association de paires de surfaces ou d'une surface et de SATT qui définissent

---

<sup>1</sup> VD&T : Vectorial Dimensionning and Tolerancing

d'autres SATT. Chaque SATT est associé à un Élément Géométrique de Référence Minimum (EGRM). L'EGRM est par définition « le système euclidien de référence associé aux éléments réels de référence ». Cette structuration est particulièrement bien adaptée pour représenter des spécifications de tolérancement [Gau 94] et la traduction des conditions d'aptitudes à l'emploi [Tou 02].

Pour ne pas isoler les modélisations, il existe des passerelles pour passer d'une modélisation à une autre, nous notons celle établie entre les torseurs de petits déplacements et la modélisation cinématique avec les matrices Jacobiennes [Ghi 03]. Gaunet, dans sa thèse [Gau 94], a mis en place une procédure où le concept des SATT est rapproché du concept du torseur de petit déplacement.

### **2.3.2 La normalisation, une représentation incontournable**

Pour être capable de communiquer et transmettre des informations, la norme propose une série de référentiels de représentation de la géométrie des pièces et des tolérances, nous citons par exemple les normes ISO [ISO 8015 ; ISO 14638 ; ISO 14660-1]. Dans un souci d'efficacité et de reconnaissance [Ngo 99], chaque modélisation doit être compatible avec la norme. Un travail important est de participer à l'activité de normalisation pour imposer ou disposer, selon son point de vue et ses intérêts, de nouveaux standards de représentations géométriques des pièces.

Tels sont les cas du concept GPS (Geometrical Product Specification) de P. Bennich [Ben 94] et du « skin model » associé à l'approche Geospelling de L. Mathieu et A. Ballu [Mat 03].

Le G.P.S. consiste à définir, les caractéristiques géométriques fonctionnelles entre les pièces, les caractéristiques macro et micro géométriques des surfaces des pièces elles-mêmes à divers stades de leur transformation, ainsi que les limites qui assureront le fonctionnement attendu du produit. Cette approche associe une condition de fonctionnement d'un mécanisme à une définition géométrique d'un produit suivant un langage de représentation symbolique garantissant une expression univoque des besoins fonctionnels et des vérifications. Avec ce concept se situe la notion de pièce représentée non idéale (skin model) au niveau de la spécification du produit. Il s'agit d'une représentation imaginée du produit avec ses défauts possibles où la surface totale du modèle est continue. Cette évolution actuelle de la norme concerne la cotation de fabrication. Une veille permanente sur les normes est indispensable.

Des publications proposent des outils et des méthodes analytiques d'aide au tolérancement avec la norme ISO qui permettent de passer d'une modélisation à une représentation normalisée. Hernandez présente un outil d'aide analytique au tolérancement ISO utilisant les

torseurs d'écart et les torseurs d'efforts [Her 02]. Anselmetti crée la méthode CLIC (Cotation en Localisation avec Influence des Contacts) qui déploie de manière systématique des spécifications normalisées en fonction des exigences fonctionnelles [Ans 03]. Bellacicco utilise les SATT et les graphes de liaisons et de contacts pour spécifier des tolérances [Bel 04]. Gaunet utilise treize contraintes entre les éléments de situation des SATT qui permettent d'établir 61 cas de tolérancement entre deux SATT [Gau 94]. Ces quatre exemples non exhaustifs témoignent de la nécessité de rester associé au langage normalisé.

### 2.3.3 Description de la modélisation des défauts par les torseurs de petit déplacement

A partir des modes de représentation des défauts géométriques, nous souhaitons approfondir la connaissance du modèle utilisant les torseurs de petit déplacement. Nous présentons ici sa description un peu plus en détail.

Le torseur distributeur de petit déplacement présenté par P. Bourdet et A. Clément [Bou 88] représente le déplacement entre deux entités E1 et E2, sous forme de deux vecteurs qui sont ses éléments de réduction :

- Un champ uniforme invariant dont la valeur est nommée résultante  $\vec{\Omega}$ .
- Un champ de moment, dont la valeur en un point O choisi est nommée  $\vec{D}_O$ .

Dans une base  $B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , les deux vecteurs s'expriment :

$$\vec{\Omega} = \alpha \cdot \vec{x} + \beta \cdot \vec{y} + \gamma \cdot \vec{z} \text{ où } (\alpha, \beta \text{ et } \gamma) \text{ sont les petits angles de rotation linéarisés.}$$

$$\vec{D}_O = u \cdot \vec{x} + v \cdot \vec{y} + w \cdot \vec{z} \text{ où } (u, v \text{ et } w) \text{ sont les trois projections de translation au point O.}$$

$$\text{Notation : } \mathbf{T}_{E1,E2} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega} \\ \vec{D}_O \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{array} \right\}_{O,B} \quad \text{Propriété : } \mathbf{T}_{E2,E1} = - \mathbf{T}_{E1,E2}$$

Suivant les propriétés des torseurs dont un rappel synthétique peut-être consulté dans la référence [Lee 97], le champ des moments d'un torseur est défini en tout point de l'espace, ce champ est équiprojectif, les deux champs sont reliés par la relation de Varignon. Ainsi les petits déplacements sont calculables en tout point (Figure 2-2).

Le déplacement d'un point A sera donné par  $\vec{D}_A = \vec{D}_O + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}$

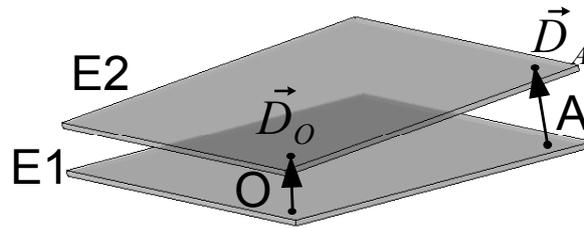


Figure 2-2 Equiprojectivité de la translation

### 2.3.3.1 Typologie des torseurs utilisés pour le comportement géométrique des mécanismes

E. Ballot a mis en œuvre dans sa thèse [Bal 95], les torseurs de petit déplacement pour modéliser les comportements géométriques des mécanismes. Cette modélisation prend en considération les variations de positions relatives des solides et leurs défauts géométriques.

La modélisation définit quatre types de défauts de positionnement par des torseurs de petit déplacement : le torseur écart, le torseur défaut, le torseur jeu et le torseur global (Figure 2-3).

Le torseur écart et le torseur défaut sont propres à un solide et ses surfaces.

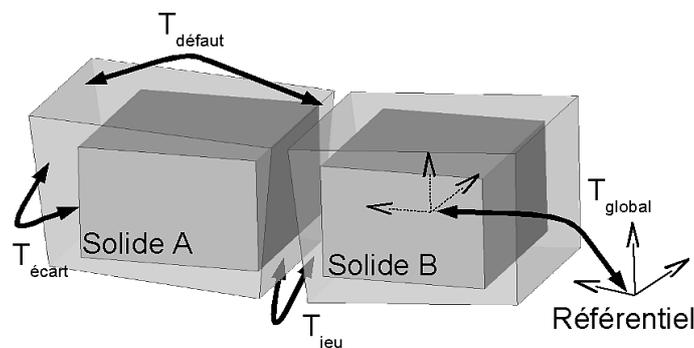


Figure 2-3 Les différents types de torseurs

Le torseur jeu et le torseur global, sont relatifs aux positions des solides avec leur environnement.

### 2.3.3.2 Le torseur écart

Le torseur écart représente le déplacement entre une surface théorique nominale et la position de la surface réelle représentée par sa surface associée. Ce type de torseur ne dépend que de la topologie de la surface.

Par exemple pour un plan Pl par rapport à la pièce nominale P (Figure 2-4):

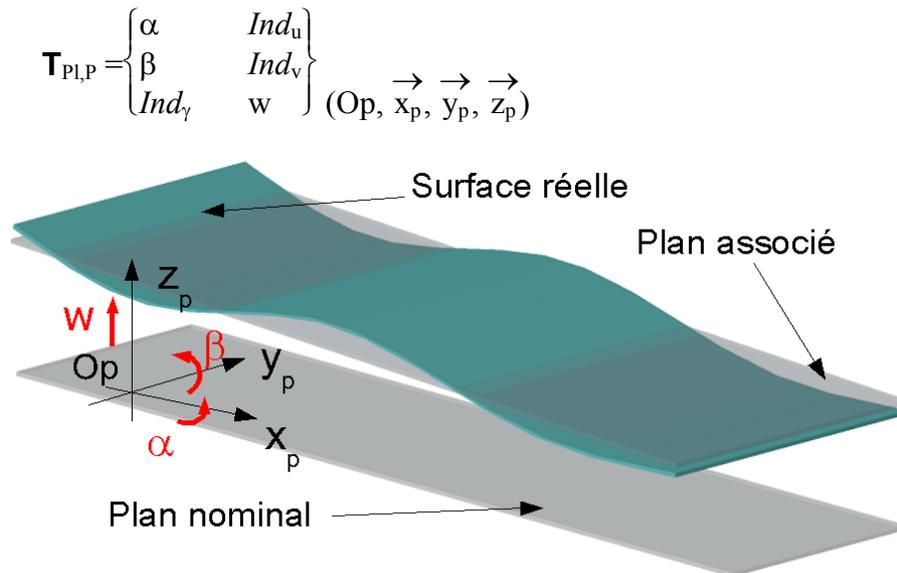


Figure 2-4 Le torseur de petit déplacement d'un plan

Les trois composantes *Ind* sont appelées indéterminées car elles sont indépendantes de la topologie de la surface et ne peuvent pas être définies.

### Torseur d'écart intrinsèque associé

Pour les surfaces telles que les cylindres, sphères, cônes et tores, les composantes des torseurs sont définies au niveau des éléments géométriques de réduction minimum (axe, centre, ...) qui ne sont des points appartenant aux surfaces elles-mêmes. F. Thiebault dans sa thèse [Thi 01] a défini un outil élémentaire de prise en compte de la géométrie des faces pour quantifier le déplacement d'un point de la surface compte tenu de son déplacement géométrique et du défaut intrinsèque de la surface (variation de rayon, d'angle).

La variation de paramètre intrinsèque d'une surface est caractérisée par un vecteur appelé torseur d'écart intrinsèque associé qui se cumule à la variation de position de la surface.

La Figure 2-5 représente le paramétrage d'un cylindre permettant de définir son torseur d'écart et le torseur d'écart intrinsèque au point M.

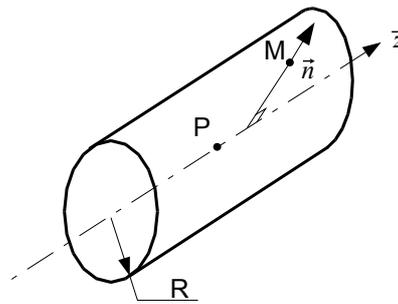


Figure 2-5 Paramétrage du cylindre

Le torseur écart est  $\mathbf{T}_{Cyl,P} = \left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \\ Ind_v \end{array} \right\} \left( \begin{array}{l} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ Ind_w \end{array} \right) (P, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Le paramètre intrinsèque du cylindre est le Rayon R.

Le torseur d'écart intrinsèque associé au cylindre au point M appartenant à la surface du cylindre est le vecteur :

$$\vec{D}_M = dr. \vec{n}$$

### 2.3.3.3 Le torseur défaut

Le torseur défaut représente les défauts de position entre deux surfaces d'une même pièce (Figure 2-6).

Les torseurs défauts entre deux surfaces de la pièce expriment les conditions fonctionnelles et les conditions de fabrication à respecter lors de l'étude d'avant projet d'études de fabrication.

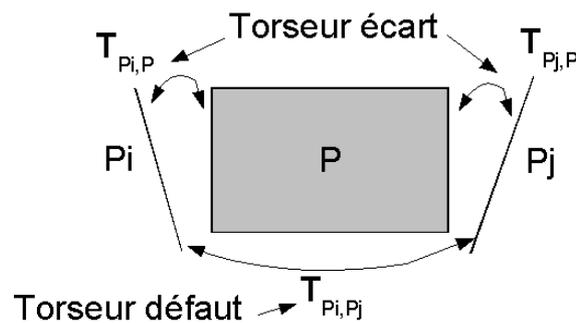


Figure 2-6 Le torseur défaut

Les torseurs défauts entre deux surfaces d'une même pièce sont fonction de la nature des surfaces et de leur orientation nominale relative.

Pour chaque couple de surfaces, un torseur défaut « type » est défini.

Le torseur défaut est la somme de torseurs écarts :  $\mathbf{T}_{Pi,Pj} = \mathbf{T}_{Pi,P} - \mathbf{T}_{Pj,P}$

Comme chaque torseur écart possède des composantes indéterminées *Ind*, l'expression du torseur défaut réduit en un point et dans une base commune va combiner les composantes des deux torseurs écarts.

Afin de rechercher les composantes du torseur défaut entre deux surfaces, E. Ballot [Bal 95] propose un opérateur « intersection » des torseurs écarts de chacune de ces surfaces. L'opération d'intersection des torseurs défauts impose que, dès qu'une composante du torseur défaut possède une relation linéaire comprenant une indéterminée « *Ind* », alors cette composante est entièrement indéterminée. C'est à dire pour chaque composante :

$$\forall \mathbf{a} \in \mathfrak{R} ; \quad \mathbf{a} + Ind = Ind$$

$$\forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^2 ; \quad \mathbf{a} \cdot Ind + \mathbf{b} \cdot Ind = Ind$$

Cette règle de calcul impose un choix judicieux de la base et du point dans lequel est exprimé le torseur défaut.

Pour comprendre cet opérateur, nous proposons en annexe 1 l'étude du torseur défaut entre deux plans. Suite à cet exemple, nous retenons que l'expression du torseur défaut doit faire l'objet d'une étude préalable qui dépend de la nature des éléments concernés et du repère dans lequel il doit être exprimé.

### 2.3.3.4 Le torseur jeu (ou torseur connexion)

Le torseur jeu est également appelé torseur de connexion, il représente les écarts de position entre deux surfaces de deux solides. Il caractérise les erreurs au niveau d'une liaison élémentaire entre les deux surfaces. Dans notre étude à venir en simulation d'usinage, le torseur connexion caractérisera par exemple la liaison entre la pièce et le porte-pièce. Sur la Figure 2-7 est défini le torseur jeu d'une liaison appui plan matérialisée par le contact entre deux plans.

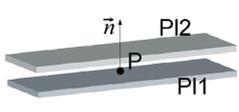
Liaison	Surfaces en contact		Schéma	Repère	Torseur jeu
Appui plan	Plan	Plan		$(P, \dots, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{PI1,PI2} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha & Ind_u \\ \beta & Ind_v \\ Ind_\gamma & w \end{array} \right\} P$

Figure 2-7 Définition du torseur en jeu entre deux plans

Dans l'Annexe 2 est fourni un complément sur le torseur jeu. Un tableau rappelle la définition du torseur jeu pour les principales liaisons élémentaires entre deux surfaces. Un exemple est traité sur l'étude d'une liaison composée sur une même surface.

### 2.3.3.5 Le torseur global

Le torseur global représente les défauts de position d'un solide par rapport à sa position nominale (Figure 2-8). Le torseur global résulte des torseurs défaut et des torseurs écart des surfaces du solide et des torseurs jeu du solide avec d'autres solides.

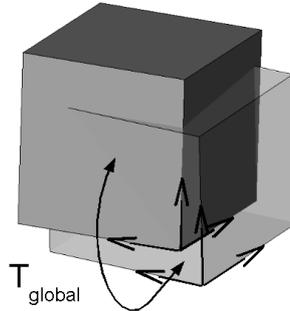


Figure 2-8 Torseur global entre le solide et sa position nominale

Le torseur global permet d'identifier les écarts occasionnés par les liaisons de toutes les surfaces d'une pièce avec son environnement, comme par exemple la liaison entre la pièce et le porte-pièce.

### 2.3.3.6 Simulation du comportement géométrique d'un empilage de composants

Avec ces différents torseurs, la situation de différents composants dans un mécanisme est décrite en fonction des écarts. Il suffit d'additionner l'ensemble des différents torseurs impliqués dans une boucle de composants pour simuler le comportement géométrique.

Thiebault [Thi 01] a développé avec cette modélisation une simulation du comportement d'un mécanisme en y ajoutant les mobilités cinématiques. A partir de ce formalisme, il édite les spécifications de tolérancement normalisées que doivent respecter les différents composants.

Nous partirons de ces bases pour les appliquer à la simulation d'usinage.

### 2.3.3.7 Relation entre les torseurs et les spécifications normalisées

Un lien entre la modélisation des torseurs de petit déplacement et la représentation normalisée ISO a été établi par Ballot [Bal 95] et Thiebaut [Thi 01]. La traduction permet d'exprimer le torseur défaut entre deux surfaces d'une pièce en spécification normalisée et inversement. (Figure 2-9).

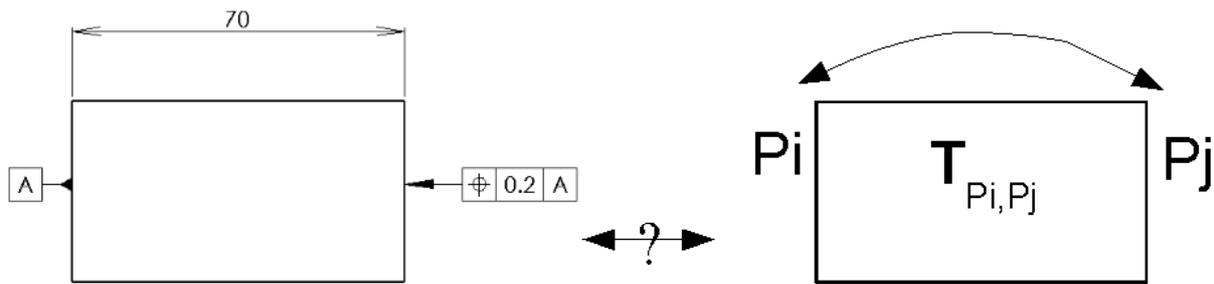


Figure 2-9 Relation entre les spécifications normalisées et les tolérances défaut

Leurs travaux permettent d'exprimer également les systèmes de références qui représentent un groupe de surfaces.

## 2.4 Le tolérancement

L'objet de ce paragraphe n'est pas de s'étendre sur un descriptif complet de l'état de l'art en tolérancement. Un travail conséquent et remarquable a été réalisé par Hong [Hon 02a] [Hon 02b] [Hon 03] et Chase [Cha 91]. Après avoir rappelé le rôle des tolérances dans le cycle de vie du produit (Figure 2-10), ces articles répertorient les travaux portant sur l'analyse, la synthèse, le transfert et l'évaluation des tolérances. Les thèmes abordés concernent la conception, la fabrication et la mesure.

L'analyse des tolérances porte sur la vérification des conditions fonctionnelles en fonction de la variation individuelle des pièces d'un mécanisme.

La synthèse procède au contraire à la répartition et l'allocation des tolérances en fonction des conditions fonctionnelles à respecter.

Le transfert consiste à affecter les tolérances de la pièce en cours de fabrication en fonction des aptitudes de production.

L'évaluation des tolérances porte sur les méthodes de mesure et l'interprétation des mesures en fonction des spécifications à respecter.

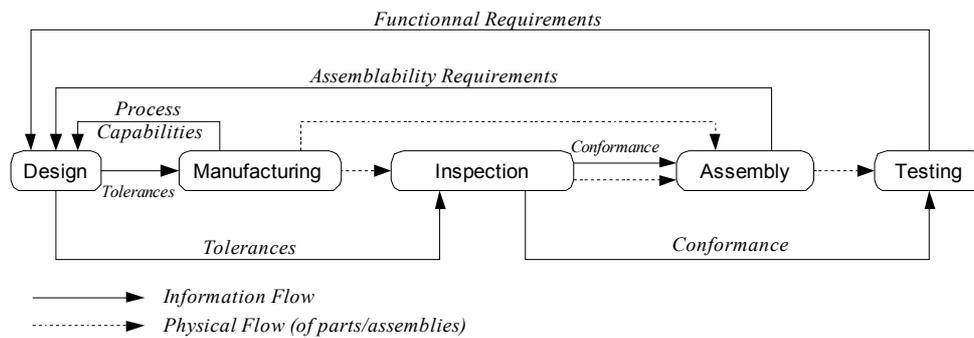


Figure 2-10 Rôle omniprésent des tolérances dans le cycle de vie du produit (selon Hong)

## 2.4.1 Analyse des tolérances

L'analyse des tolérances consiste à vérifier que les défauts géométriques et dimensionnels envisagés et modélisés sur les pièces respectent les exigences fonctionnelles du produit.

En unidirectionnel, les méthodes d'analyse sont basées sur des modèles déterministes ou statistiques. Ils reposent sur des problèmes combinatoires d'assemblage de composants. Le détail des méthodes de calcul d'analyse des tolérances est identique à celui fait pour les tolérances de fabrication. Elles sont présentées au paragraphe 2.5.1.

En conception, la démarche « 6 sigma » (Design for 6 sigma) prend en compte les données statistiques sur la performance et les aptitudes des moyens de production. Elles permettent d'analyser le tolérancement des assemblages et de vérifier si les conditions sont respectées [LeF 04] [Tho 03].

En tridimensionnel, nous prenons le parti de n'évoquer les publications qui sont associées à la modélisation des défauts utilisant les torseurs de petit déplacement.

Thiebaut dans sa thèse consacre un chapitre sur l'analyse des tolérances dans les mécanismes avec la modélisation des torseurs de petit déplacement [Thi 01]. L'analyse des tolérances est basée sur l'utilisation de gabarits qui contraignent la géométrie des pièces étudiées afin d'établir si les maxima d'une fonction objectif sont compatibles avec les exigences fonctionnelles [Dan 00a][Dan 00b]. Ce travail basé sur les torseurs est un point de départ pour le développement de l'analyse des tolérances de fabrication utilisant la même modélisation.

En tridimensionnel, Giordano a représenté les jeux et les écarts dans un mécanisme [Gio 92]. Cette approche représente sous forme graphique des domaines jeux qui sont des polytopes dans l'espace vectoriel des composantes des torseurs de petit déplacement.

Des opérations sur ces polytopes permettent d'effectuer l'analyse des tolérances et l'étude de leur propagation [Pet 04]. La Figure 2-11 représente l'assemblage 2D de deux pièces repérées 0 et 1. Le graphe des liaisons des deux pièces représente les domaines « écart »  $E_{0A}$ ,  $E_{1A}$ ,  $E_{0B}$ ,  $E_{1B}$  sur chaque pièce, respectivement sur les faces de liaison A et B. Les domaines « jeu » fonctionnels  $J_{0A1}$  et  $J_{1B0}$  sont des polytopes dans l'espace jeu tridimensionnel des composantes non indéterminées  $Ry$  et  $Rz$  de rotation et  $Tx$  de translation.

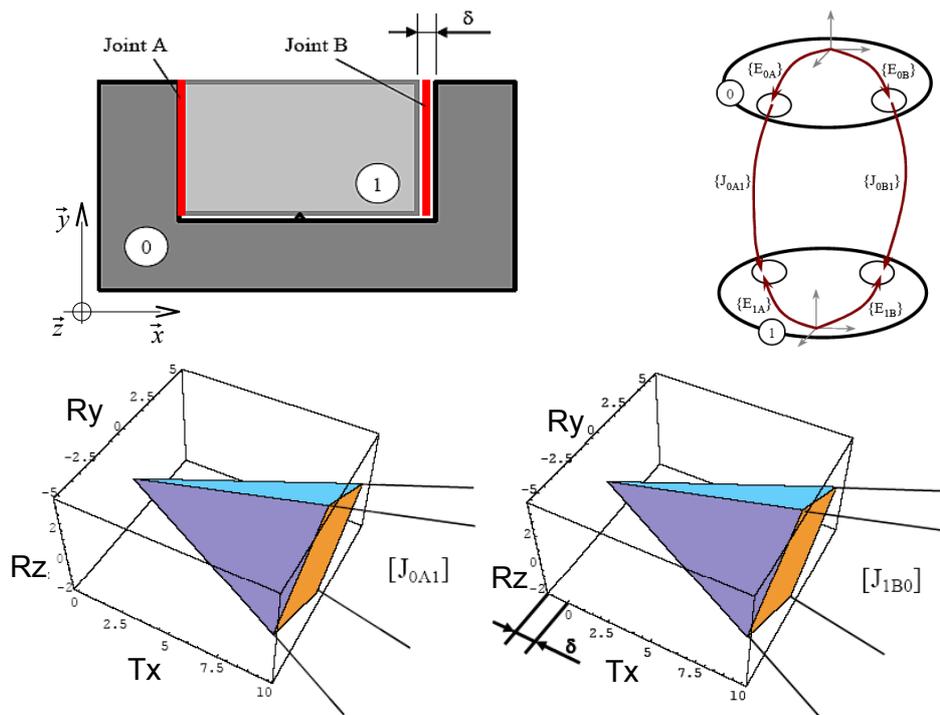


Figure 2-11 Représentation des défauts géométriques de liaison par des domaines jeux et écarts

L'analyse de l'assemblage s'écrit par une fermeture sur les domaines « jeu » et « écart »:

$$\{E_{A0}\} + \{J_{0A1}\} + \{E_{A1}\} + \{E_{1B}\} + \{J_{1B0}\} + \{E_{B0}\} = \{0\}$$

Cette modélisation a l'avantage d'être très visuelle en 2D. En 3D, des opérateurs sur les polytopes sont proposés, pour manipuler ces domaines [Tes 99]. En revanche, elle perd son caractère visuel car l'espace est à six dimensions. Cette modélisation est transférable en fabrication pour analyser les défauts fabriqués.

## 2.4.2 La synthèse des tolérances

La synthèse consiste à trouver des solutions pour répartir et allouer des tolérances en fonction des conditions fonctionnelles à respecter.

En unidirectionnel, la synthèse des tolérances est fortement étudiée. Les approches sont basées sur des méthodes d'optimisation.

Les démarches d'optimisation des tolérances sont basées sur des fonctions « objectif » principalement liées aux coûts de production. Une difficulté réside dans l'expression des coûts qui sont fonction des procédés. Les modèles de calculs de coûts sont nombreux et divers.

Les modèles de coûts ne sont pas linéaires en fonction de la tolérance. Des méthodes proposent l'utilisation d'algorithmes génétiques permettant de prendre en compte la non-linéarité des coûts (Figure 2-12) pour l'allocation des tolérances [Che 00][Zha 96].

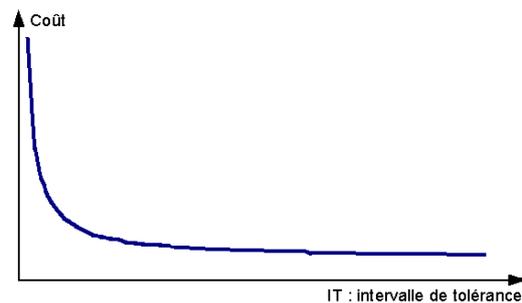


Figure 2-12 Fonction coût / IT de fabrication

Dupinet utilise la logique floue pour évaluer les coûts en fonction de critères de difficultés de production [Dup 96]. Des règles sont bâties à partir de ces critères en fonction des dimensions à obtenir. Un algorithme de recuit simulé répartit les tolérances. Cette approche est plus souple sur la modélisation des coûts qui sont dédiés au savoir-faire de l'entreprise.

Parmi les modèles de coûts, la proposition de la fonction Perte de Taguchi [Tag 88] fait date. Cette fonction, (Figure 2-13) caractérise la perte  $L$  pour l'entreprise en fonction de la dimension  $d$  de la caractéristique produite. La perte suit une forme parabolique en fonction de l'écart entre la dimension produite et la cible à atteindre  $d_0$ . Cette fonction associée aux conditions fonctionnelles permet d'exprimer les fonctions contraintes de l'optimisation.

Cette fonction semble contradictoire avec la traditionnelle fonction coût (Figure 2-12) où plus les tolérances sont larges et moins le procédé est coûteux.

La fonction Perte a été définie pour garantir la qualité de l'assemblage. Taguchi considère que les fonctions du mécanisme sont optimales quand les dimensions des composants sont sur la cible. Plus on s'éloigne de la cible, plus les risques de non-qualité augmentent. C'est une approche économique sur le produit, alors que la fonction coût / tolérances est une approche sur les procédés.

La fonction Perte a permis de relativiser la pondération des tolérances qui ne doivent pas être vues sous un aspect binaire (dans la tolérance = bon, hors de la tolérance = mauvais). M. Pillet a défini sur ce concept le tolérancement inertiel [Pil 02] qui recherche l'objectif cible et calcule les tolérances par une méthode de régression multilinéaires [Ser 02].

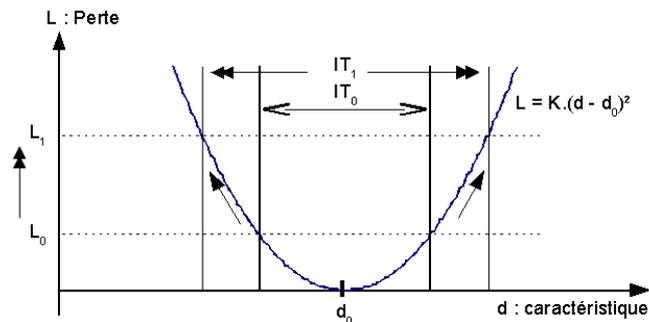


Figure 2-13 Fonction Perte selon Taguchi

Suivant ce concept, Yang a mis en place des réseaux hiérarchiques de contraintes sur les tolérances avec une optimisation basée sur les multiplicateurs de Lagrange où les fonctions coûts sont dérivées [Yan 03]. Cette approche alloue les tolérances mais présente la particularité de donner une analyse de sensibilité sur les solutions proposées.

Feng, ajoute dans la recherche des tolérances, les fonctions théoriques des distributions (normales, non symétriques) avec une méthode d'optimisation basée sur le SIP (Stochastic Integer Programming) [Fen 01]. Les résultats obtenus prennent en compte globalement les contraintes, la méthode est également déployée pour des systèmes non linéaires permettant d'intégrer des conditions d'aptitudes à l'emploi utilisant des paramètres physiques complémentaires (inertie, volume, ...). Cette méthode n'est utilisée qu'en unidirectionnel.

Toutes ces approches ne prennent pas en compte le paramétrage de représentation tridimensionnelle des pièces. Il augmente le nombre de variables à optimiser et pose des difficultés de modélisation des contraintes en fonction des paramètres géométriques des pièces.

### 2.4.3 L'analyse et la synthèse des tolérances par rapport à la démarche qualité

Parmi ces démarches d'analyse et de synthèse des tolérances, bon nombre utilisent les indicateurs de performances de la production. Ce choix répond aux objectifs de la qualité : ils cherchent à utiliser au mieux les moyens de production (conformité, coût, délais) en respectant les exigences fonctionnelles. Les procédés sont perçus comme des boîtes noires.

Il est souhaitable d'aller plus loin dans la connaissance de la production, d'identifier les sources des défauts de fabrication, de rechercher leur contribution sur la qualité des pièces et leur effet sur le fonctionnement des mécanismes. En observant l'intérieur de ces boîtes noires, plus on est capable d'identifier les sources de défauts, plus on possède d'informations pour l'attribution des tolérances y compris pour les pièces en cours de fabrication.

La cotation de fabrication et la simulation d'usinage permettent d'approfondir la connaissance des phénomènes sur les variations dimensionnelles et géométriques des pièces afin d'aider à la conception.

## **2.5 La cotation de fabrication et la simulation d'usinage**

La cotation de fabrication consiste à déterminer les spécifications des pièces dans leur état intermédiaire. Il s'agit de définir le type de spécification et de quantifier la tolérance associée.

La simulation géométrique d'usinage met en situation selon un modèle donné, l'ensemble des défauts géométriques qui apparaissent au cours de la gamme de production envisagée. Elle contribue à la cotation de fabrication en détaillant les effets des défauts de fabrication sur les exigences à respecter.

Nous détaillons le mécanisme complet de la simulation d'usinage en unidirectionnel pour mieux appréhender l'aspect tridimensionnel.

La cotation de fabrication consiste à définir :

- Le choix des cotes de fabrication.
- Le calcul des dimensions moyennes.
- Le calcul des tolérances.

### **2.5.1 Simulation géométrique d'usinage, outils unidirectionnels**

La simulation géométrique d'usinage unidirectionnelle est formalisée par une modélisation linéaire et vectorielle des dimensions. Il s'agit de mettre en situation des chaînes de cotes entre les surfaces. Elle est bien adaptée au tournage. Les problématiques tridimensionnelles ont longtemps été traitées en unidirectionnel indépendamment dans chaque direction principale de la pièce [Wad 67].

Suivant une direction, entre chaque face sont installées des cotes «condition» (dimension nominale + intervalle de tolérance) qui expriment les exigences fonctionnelles issues du dessin de définition et les exigences de fabrication relatives au procédé choisi lors de l'avant projet d'études de fabrication.

Une cote de fabrication est une spécification dimensionnelle entre surface actives de la phase ou la sous-phase. Les surfaces actives sont les surfaces de la pièce qui sont usinées ou qui participent à la mise en position de la pièce dans la phase (ou la sous-phase).

Les différentes méthodes et modélisations de simulation unidirectionnelle s'articulent autour de deux points :

- Le choix d'un système de cotes de fabrication, c'est à dire quelles sont les cotes de fabrication à définir. Le système de cotes de fabrication est souvent obtenu par des graphes de représentation qui permettent de créer des chaînes de cotes.
- Le calcul et/ou la vérification des cotes de fabrication (dimension moyenne et intervalle de tolérance) visant à satisfaire toutes les exigences.

### 2.5.1.1 Choix d'un système de cotation de fabrication

Pour relier  $n$  surfaces actives dans une phase, il faut  $(n - 1)$  cotes de fabrication indépendantes à choisir parmi les  $n.(n-1)/2$  cotes de fabrication possibles. Nous allons présenter deux des approches les plus pratiquées.

### 2.5.1.2 Recherche des cotes de fabrication

O. R. Wade [Wad 67] est le premier à avoir formalisé la simulation dimensionnelle d'usinage. Selon lui, hormis les dimensions directement produites par la forme de l'outil (rainure, gorge, ...) historiquement appelées cotes outil, chaque cote fabriquée est définie entre la face usinée et la face de reprise (Figure 2-14).

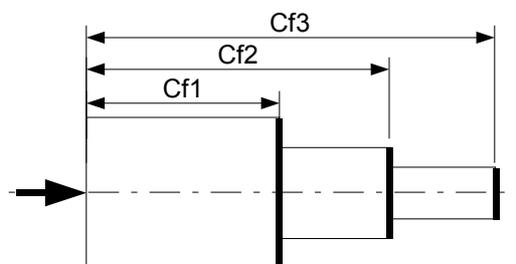


Figure 2-14 Choix d'un système de cotes de fabrication selon Wade

Ce choix était à l'époque destiné à aider le régleur de la machine dans sa tâche afin de localiser chaque partie active d'outil par rapport aux appuis de mise en position de la pièce.

Cette proposition est plus proche du pilotage de la production que de l'étude prévisionnelle de la fabrication.

Pour d'autres raisons, cette méthode a également longtemps été utilisée par les services méthodes Renault qui souhaitaient simplifier et automatiser le choix et le calcul des cotes de fabrication [RTI 76].

P. Bourdet [Bou 73 a][Bou 73b] a remarqué que chaque surface active dans une phase évolue dans une zone délimitée et bornée dans l'espace de la machine. Cette zone de dispersion appelée populairement  $\Delta l$ , est attribuée soit à des écarts lors de l'usinage soit à des écarts lors de la mise en position.

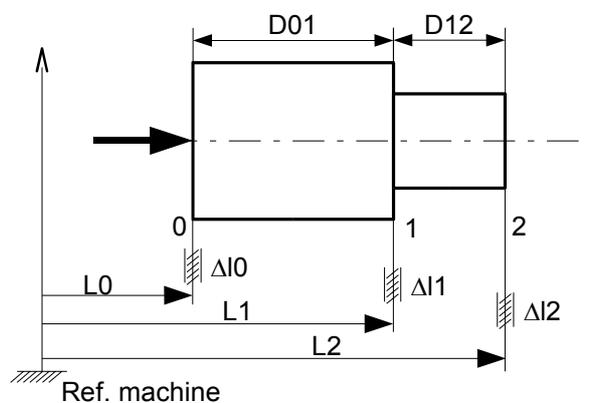


Figure 2-15 Modélisation unidirectionnelle d'une phase proposée par P. Bourdet

L'intervalle de tolérance d'une cote de fabrication de la phase (Figure 2-15) entre deux surfaces  $i$  et  $j$  est donné par l'égalité :  $ITC_{fij} = \Delta l_i + \Delta l_j$ . La règle de choix de la cote de fabrication est de respecter le plus directement chaque cote condition, en d'autres termes avoir des chaînes de cotes avec le minimum de maillons puisque la tolérance de la condition est à répartir sur chaque maillon.

Un exemple simple de simulation unidirectionnelle permettant de comparer les deux choix de systèmes de cotation énoncés est proposé sur la Figure 2-16.

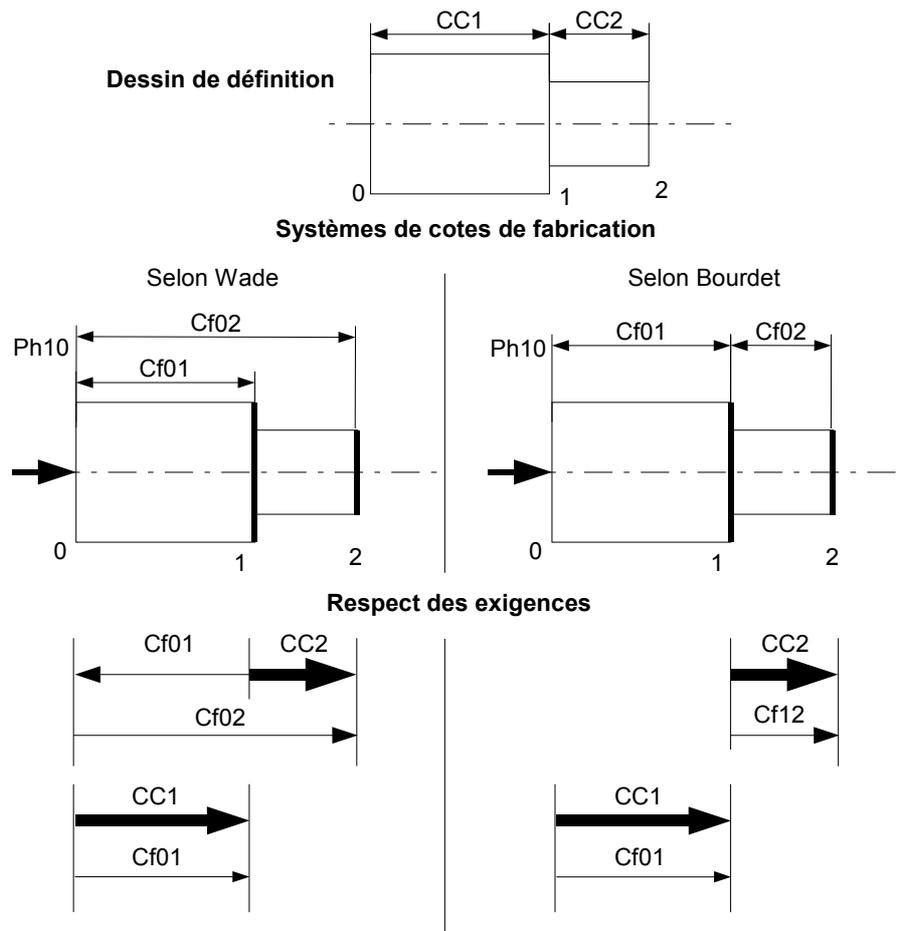


Figure 2-16 Effet du choix d'un système de cotation de fabrication

Dans chaque cas, les cotes de fabrication doivent respecter les exigences CC1 et CC2.

Dans le modèle de Wade,  $CC1 = Cf01$  et  $CC2 = Cf02 - Cf01$

Dans le modèle de Bourdet,  $CC1 = Cf01$  et  $CC2 = Cf12$ .

Dans le modèle de Wade, on constate que la cote de fabrication Cf01 se trouve impliquée dans le respect des deux conditions. Cf01 est donc soumise à deux contraintes, l'intervalle de tolérance de Cf01 risque d'être faible.

L'option prise par Wade s'avère très pénalisante : pour un même processus de fabrication, le calcul donne des tolérances de fabrication plus faibles pour garantir la pièce.

### 2.5.1.3 Graphes d'analyse et de recherche des cotes de fabrication

La représentation graphique des phases est un outil efficace pour générer des chaînes de cotes. On notera principalement en unidirectionnel la méthode «digraphic» proposée par P.Ji [Ji 99] et l'exploitation graphique du tableau des  $\Delta I$  proposée à l'origine par P. Bourdet [Bou 73a][Bou 73b].

Les deux méthodes seront comparées au travers d'un exemple de simulation (Figure 2-17) [Mac 00].

### Méthode « digraphic »

Pour un avant projet d'études de fabrication donné et suite à un choix de système de cotes de fabrication, la méthode « digraphic » consiste à représenter graphiquement deux arbres liant les différentes surfaces. Le premier arbre est relatif aux cotes condition (blueprint dimensions tree), il représente les exigences. Le second est l'arbre de fabrication (working dimensions tree), il représente les cotes de fabrication.

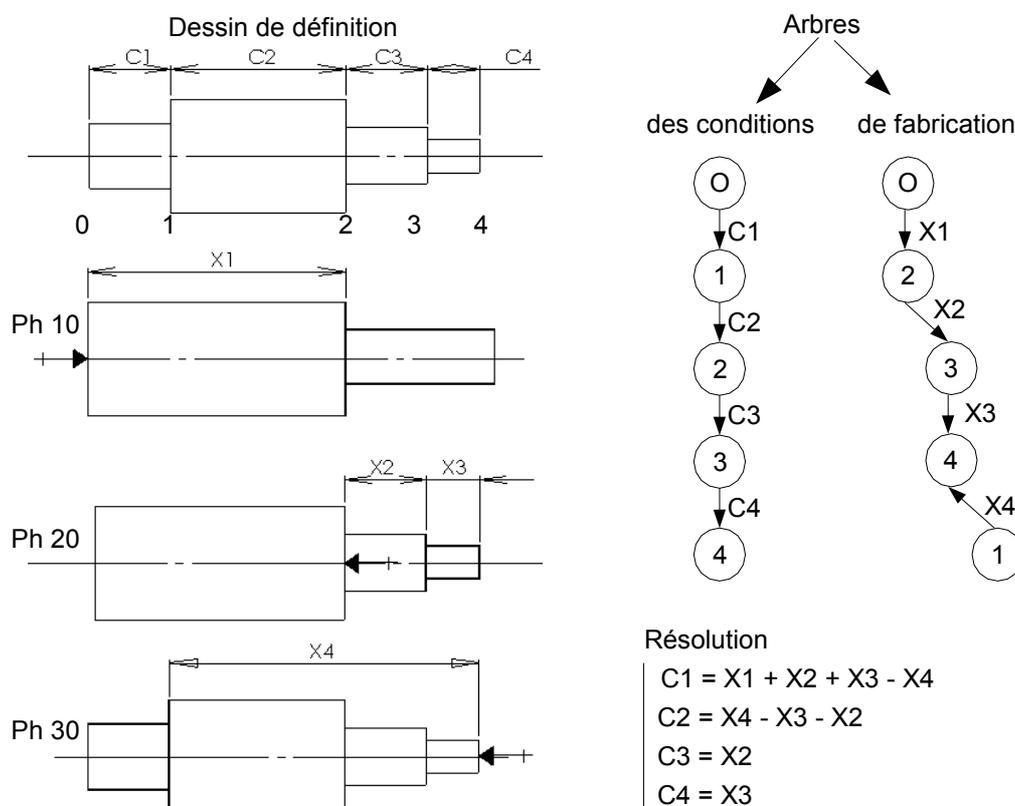


Figure 2-17 Méthode de simulation « digraphic »

La détermination des cotes fabriquées se fait à partir du système d'équations linéaires qui consiste à trouver la matrice inverse donnant le vecteur X des cotes fabriquées  $X_i$  en fonction du vecteur C des conditions  $C_i$ .

La visualisation des cotes de fabrication dépendantes est rapide. Elle est perçue par des boucles sur l'arbre de fabrication (Figure 2-18). La résolution du système linéaire est classique. Cette méthode ne propose pas de règle pour trouver le meilleur système de cotation.

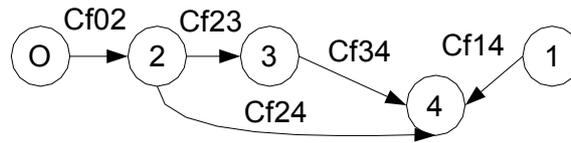


Figure 2-18 Détection de cotes de fabrication dépendantes

### Graphe de simulation associé aux $\Delta l$

La seconde méthode consiste, pour chaque phase, à positionner au regard de chaque surface active, un lieu  $\Delta l_i$  qui peut être représenté par un symbole ( $\blacktriangle$  pour une surface de reprise et  $\bullet$  pour une surface usinée).

#### Etude des variations dimensionnelles

Les variations dimensionnelles entre deux surfaces  $i$  et  $j$  correspondent à deux cas :

- Si les surfaces  $i$  et  $j$  sont actives dans la même phase, alors la cote de fabrication  $C_{fij}$  existe et  $ITC_{fij} = \Delta l_i + \Delta l_j$ .

C'est le cas des cotes condition C3 et C4 de l'exemple de la Figure 2-19.

- Si les surfaces  $i$  et  $j$  ne sont pas actives dans la même phase, la cote de fabrication  $C_{fij}$  n'existe pas. La condition  $C_{ij}$  dépend de plusieurs phases. L'intervalle de tolérance de la condition  $ITC_{ij}$  est le cumul des intervalles de tolérance des cotes de fabrication dont elle résulte.

La méthode graphique consiste à suivre le chemin qui relie une surface à une autre, en partant de la dernière surface réalisée et en passant si besoin par les surfaces de mise en position à chaque changement de phase. Le chemin est unique et il n'y a qu'une seule cote de fabrication par phase sur le chemin.

Le chemin à parcourir pour relier les surfaces 0 et 1 est représenté sur la Figure 2-19. Ce chemin caractérise les variations dimensionnelles de la condition C1.

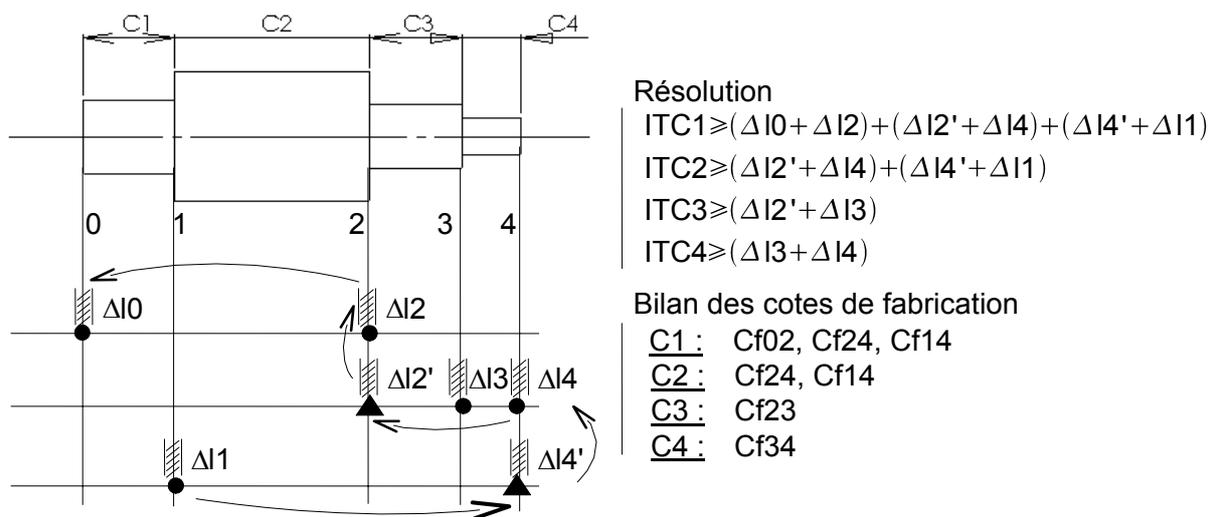


Figure 2-19 Tableau de simulation des « ΔI »

### Résolution

La résolution consiste à écrire l'inégalité imposant le respect des intervalles de tolérance des cotes condition vis à vis des dispersions de fabrication. Sur la Figure 2-19 sont exprimées les contraintes pour respecter les quatre conditions C1 à C4.

### Bilan des cotes de fabrication

Le graphe permet de dresser le bilan des cotes de fabrication pour chaque phase. Ces cotes de fabrication sont reportées phase par phase sur la (Figure 2-20).

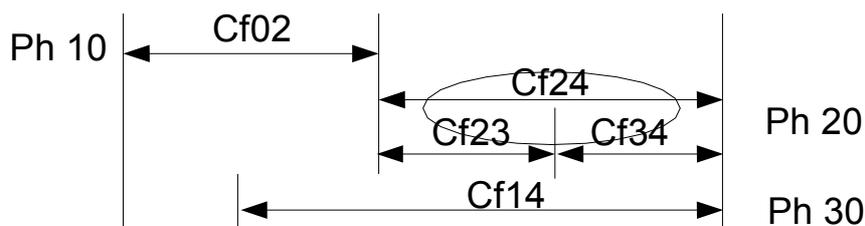


Figure 2-20 Bilan des cotes de fabrication

On notera que la tolérance d'une cote de fabrication est systématiquement la somme d'un couple de deux (ΔI).

La thèse de D. Duret [Dur 88] a proposé une automatisation de la recherche et du calcul des cotes fabriquées par la théorie des graphes. Xue l'a formalisé par une approche matricielle [Xue 02]. Anselmetti [Ans03] a accompagné ces propositions avec une démarche méthodologique de recherche des cotes de fabrication.

### 2.5.1.4 Cas particuliers de l'appairage dimensionnel

Duret a étudié en unidirectionnel, l'appairage des dimensions fabriquées [Dur 88]. Rappelons que la cotation de fabrication définit des cotes de fabrication pour chaque phase.

Les cotes fabriquées sont indépendantes des dimensions fabriquées lors les phases précédentes. Si la pièce à la fin d'une phase est dans les tolérances de fabrication, alors la pièce poursuit sa production. Le réglage de la phase suivante est indépendant des dimensions obtenues. Pour des pièces en matériaux précieux, où les rebus sont très coûteux, il est possible de cibler les dimensions à fabriquées en fonction des dimensions obtenues lors des phases précédentes, ceci permet de réduire considérablement les intervalles de tolérances en pilotant la production en fonction de l'état de la pièce. La simulation de ce pilotage adaptatif appelé Sequential Tolerance Control a été également repris par T.M. Cavalier avec des simulations de Monte-Carlo [Cav 00] [McG 01].

### 2.5.1.5 Calcul des dimensions moyennes de fabrication

En unidirectionnel, il faut faire la nuance entre cote et dimension. Une cote  $C$  est un ensemble borné de dimensions  $d_i$ . Une dimension est définie par la valeur d'un mesurande (grandeur soumise à un mesurage) de longueur. On notera :

$$\text{une cote de fabrication } C_f = df_{\text{moy}} \pm \frac{ITC_f}{2}$$

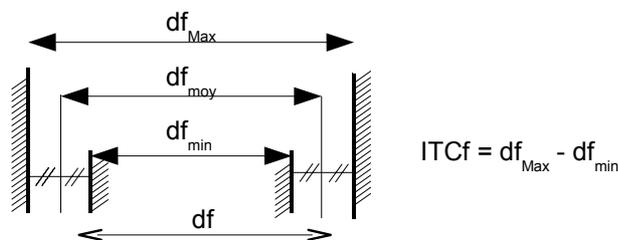


Figure 2-21 Description d'une cote en unidirectionnel

Le calcul des dimensions moyennes est vectoriel.

Chaque cote condition  $C$  est la résultante d'une chaîne de cotes  $C_{fi}$ . Il y a une chaîne de cotes par condition.

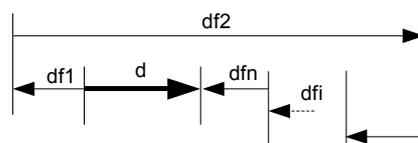


Figure 2-22 Calcul des dimensions moyennes

Comme on peut l'observer sur la Figure 2-22, si la dimension  $d$  entre deux surfaces est la somme de  $n$  dimensions fabriquées  $df_i$ , quels que soient les modèles, chaque  $df_{i\text{moy}}$  doit

vérifier la somme algébrique des dimensions moyennes.  $d_{\text{moy}} = \sum_{i=1}^n df_{i\text{moy}}$

Pour un même avant-projet d'études de fabrication, le meilleur système de cotation de fabrication est celui, qui vérifiera que toutes les exigences sont satisfaites et proposera les plus grands intervalles de tolérance de fabrication [Bou 95].

### 2.5.1.6 Analyse et synthèse des tolérances de fabrication

A l'heure actuelle, dans l'industrie, le calcul des intervalles de tolérances des cotes de fabrication n'est pas systématiquement fait lors de la simulation d'usinage. Les cotes de fabrication sont vérifiées pour valider l'avant projet d'études de fabrication. Les indicateurs normalisés [NFX 06-033] qui caractérisent la production sont les coefficients d'aptitude du moyen (ou du procédé) Cam. Ces indicateurs constituent une base de données pour chiffrer les tolérances fabriquées.

D'une part, la simulation d'usinage définit les cotes de fabrication et fixe les contraintes qu'elles doivent respecter. D'autre part, la production chiffre à priori les intervalles de tolérance des cotes de fabrication prévisionnelles (avec les coefficients d'aptitude) compte tenu de l'expérience industrielle. Si toutes les contraintes sont respectées, alors l'avant projet de fabrication est validé. Cette stratégie est décrite sur la partie gauche de la Figure 2-23 où les cotes de fabrication sont validées.

Sur la partie droite de la Figure 2-23 une approche complémentaire est présentée où les cotes de fabrication sont calculées par optimisation. Cette approche est moins pratiquée car le calcul sous contraintes des tolérances de fabrication (formées par les différentes inégalités) est résolu par des méthodes d'optimisations plus ou moins complexes [Ans 03]. Cette seconde approche permet, une fois les tolérances de fabrication optimisées, de choisir où redéfinir les processus de production (par exemple de moindre coût) qui respectent les exigences. Il s'agit de la synthèse des tolérances fabriquées.

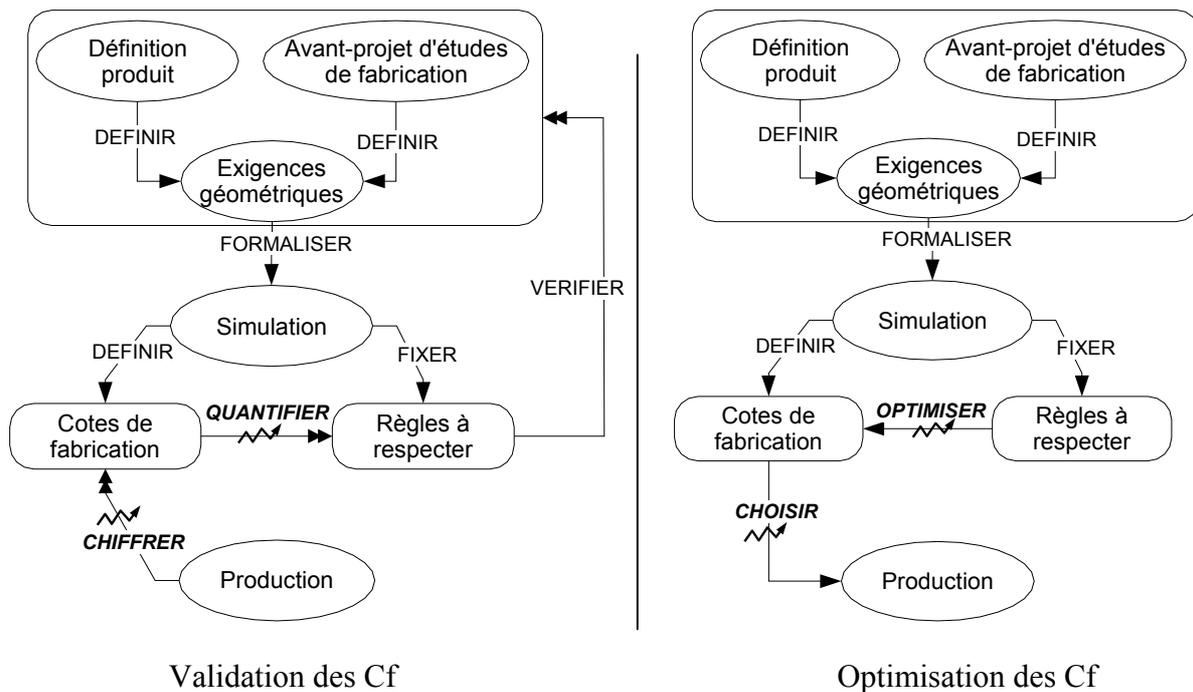


Figure 2-23 Différentes approches du calcul des cotes de fabrication

### 2.5.1.7 Analyse des tolérances de fabrication

La validation d'un avant-projet d'études de fabrication consiste à vérifier le calcul des tolérances. Cette vérification peut-être faite soit, au pire des cas, c'est à dire en envisageant les conditions limites d'acceptation, soit par approche statistique en ne prenant en considération que les cas les plus probables [Cav 70].

#### Calcul au pire des cas

Pour que 100% des dimensions  $d_i$  obtenues soient dans l'intervalle de tolérance ITC, il faut vérifier pour chaque cote de fabrication que :

$$\sum_{i=1}^n ITC_i \leq ITC.$$

Cette inégalité découle de l'hypothèse d'une équiprobabilité de distributions des dimensions fabriquées. Cette hypothèse se révèle très restrictive puisqu'elle considère que la probabilité de combiner les dimensions fabriquées est constante alors qu'il est plus rare d'avoir des dimensions extrêmes que des dimensions moyennes [Pil 03].

#### Calcul statistique

Les dimensions fabriquées  $d_i$  sont des variables aléatoires, alors  $d$  qui est la somme des dimensions fabriquées est une variable aléatoire [Whe 99].

Si les dimensions fabriquées sont indépendantes, alors la variance  $\sigma_d^2$  de la variable  $d$  est

égale à la somme des variances  $\sigma_{d_i}^2$  des variables  $d_i$ .  $\sigma_d^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{d_i}^2$ .

Si les distributions des dimensions  $d_i$  sont normales, alors  $d$  sera également distribuée normalement. Au risque de 0,27%, les variances des dimensions fabriquées doivent respecter l'inégalité :

$$6 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{d_i}^2} \leq \text{ITC}.$$

Le calcul statistique alloue une marge plus grande aux intervalles de tolérance de fabrication, mais il fait l'objet de conditions et d'hypothèses (indépendance des variables et distribution normale) qui doivent être acceptables.

Ces hypothèses ne sont pas systématiques en production. Dans le cas où elle ne sont pas vérifiées, des modèles statistiques plus élaborés permettent de calculer les tolérances. On notera que les distributions relatives aux défauts de positions distribuées de façon circulaire autour d'un point sont caractérisées par la loi de Rayleigh [Sou 86], [Leh 90].

Une autre approche utilise la logique floue pour la modélisation des cotes de fabrication. Elle considère l'incomplétude et l'incertitude associées à des connaissances métiers qui vont pondérer les limites des cotes de fabrication [Lel 00]. Cette approche est probabiliste, elle s'appuie sur la notion de cotes résultantes floues. Les premières applications montrent que parmi les opérateurs classiques de la logique floue, les résultats diffèrent et qu'une expérimentation est nécessaire pour valider cette approche.

### **Indicateur de performance d'une gamme**

Duret propose un utilitaire (CapGam<sup>(1)</sup>) où est présentée la notion de capabilité globale de la gamme de fabrication [Dur 02]. Ce logiciel cumule statistiquement les capabilités des procédés associés aux cotes de fabrication impliquées dans le respect d'une cote fonctionnelle. Le résultat est le rapport de la tolérance fonctionnelle par la dispersion globale

---

<sup>1</sup> CapGam : ([www.ogp.univ-savoie.fr/CapGam/CapGamme.htm](http://www.ogp.univ-savoie.fr/CapGam/CapGamme.htm))

du processus de fabrication. Cet indicateur fait est un indicateur synthétique d'analyse des tolérances de fabrication.

### **2.5.1.8 Synthèse des tolérances de fabrication**

La synthèse des tolérances se fait par optimisation. Elle consiste à satisfaire une fonction donnée suivant un critère en respectant des contraintes :

- La fonction exprime les relations entre les paramètres du modèle de simulation.
- Le critère peut-être le coût minimum, les tolérances maximales, etc...
- Les contraintes sont représentées par les inégalités des cotes conditions à respecter.

Différentes méthodes sont utilisées.

Avec la méthode des «  $\Delta I$  », les dispersions sont optimisées individuellement en fonction du système d'inéquations à respecter. C'est un problème d'optimisation linéaire de type simplex [Ans 03]. La contrainte est d'obtenir les dispersions maximales pour trouver les processus de fabrication avec les tolérances fabriquées les plus larges.

Les tolérances fabriquées sont-elles corrélées avec de coût ? Li propose une méthode de calcul de tolérances d'usinage plus globales avec des algorithmes génétiques par optimisation discrète non-linéaire avec une contrainte sur le coût [Li 00]. Cette approche est présentée sur de pièces de tournage modélisées en 1D. Les résultats dépendent de la fonction du coût en fonction des tolérances. Celle-ci est sujette à discussion.

Pour affiner la modélisation des coûts, Carrino a proposé une approche basée sur un système expert qui fixe des règles métiers. Les tolérances sont optimisées pour un coût minimum [Car 03]. Toute la fiabilité de l'approche réside dans la pertinence des règles métiers.

Chacune de ses publications ne prend en compte que des modélisations unidirectionnelles.

## **2.5.2 La simulation géométrique d'usinage tridimensionnelle**

Le nombre de développements de la simulation géométrique d'usinage tridimensionnelle est faible. Parmi elles nous retenons :

- Spiewak [Spi 94] propose une simulation géométrique et cinématique d'une phase de fraisage à partir des travaux de Denavitt et Hartenberg [Den 55] sur la modélisation des manipulateurs. Sa modélisation détaille les différents phénomènes caractéristiques de fraisage (battements et excentration d'outil, inclinaison de broche, erreurs de

mouvement et de trajectoires, déformation pièce et outil,...). L'étude très détaillée mais elle ne concerne que la phase, elle n'est pas en mesure d'étudier un avant-projet d'étude de fabrication en cumulant une succession de phases. Cette approche nécessite de connaître les différents ordre de grandeur des défauts pris en compte, ces valeurs sont pour l'instant issus de modèles et peu d'expérimentation.

- La modélisation cinématique des défauts de fabrication proposée par Bénéat [Bén 01] permet de simuler la fabrication d'une pièce. La modélisation est basée sur une représentation des défauts de fabrication par des matrices Jacobiennes. Un graphe de représentation de la gamme (voir paragraphe suivant) est le support des différents défauts de fabrication intégrés dans la modélisation. Cette approche donne des résultats d'analyse des tolérances fabriquées, mais elle permet de faire une étude de sensibilité des tolérances fonctionnelles par rapport aux sources de défauts de production. En revanche, aucune expérimentation n'est faite sur cette approche et l'origine des défauts fabriqués simulés dans le modèle est inconnue.
- Le tenseur d'incertitude, proposée par Clément [Clé 96] permet d'établir la modélisation tridimensionnelle des procédés de fabrication et la cotation de fabrication par l'intermédiaire des SATT. Cette approche simule le déplacement de points de la pièce en fonction de l'incertitude des points de contact théoriques entre la pièce et le porte pièce. Elle permet d'analyser les effets des dispersions de mise en position mais ne considère pas les dispersions d'usinage. L'hypothèse du contact entre la pièce et le porte-pièce localisé par des points nécessite d'être vérifiée.
- Villeneuve et Legoff [Vil 01] ont modélisé les défauts géométriques de fabrication avec les torseurs de petits déplacements. En considérant chaque phase comme un mécanisme et l'enchaînement des phases comme des changements de configuration, un premier modèle de simulation de la gamme de fabrication a permis d'exprimer les conditions géométriques à respecter sous la forme de torseurs en fonction de défauts de fabrication. Des mesures de quantification des torseurs défauts sur une série de pièces fabriquées ont permis de caractériser le cumul des dispersions 3D d'usinage et de mise en position. Ces travaux sont poursuivis notamment pour l'aide à la cotation de fabrication et de transfert des tolérances de fabrication [Vig 03]. La modélisation génère un grand nombre de données. Elle nécessite une automatisation. Son exploitation dépend des méthodes expérimentales de quantification des torseurs. Celles-ci ne sont pas proposées.

- La cotation de fabrication paramétrée proposée par Duret [Dur 03] présente une application de cotation de fabrication dédiée à la production modélisable en 3D. Les contraintes de production (volumes copeaux, réglages d'outils, ..., prise de pièces) sont paramétrées dans la simulation. Cette approche est plus dédiée à la stratégie de pilotage de la production qu'à l'étude prévisionnelle de fabrication. Il n'est pas précisé l'origine des données utilisées en 3D.

Aucune de ses propositions ne propose de faire une synthèse des tolérances en 3D car les modèles sont plus complexes et surtout plus volumineux en paramètres. Pour l'instant les réflexions se basent uniquement sur la géométrie et le dimensionnement. Les coûts ou facteurs de difficultés de réalisation des pièces ne sont pas pris en compte. De plus les données numériques font défaut pour valider ces approches.

### 2.5.3 La représentation graphique des gammes

Les graphes sont des outils importants pour mettre en évidence les modèles utilisés et les relations entre les différents éléments représentés. Nous l'avons vu en simulation d'usinage unidirectionnelle. Nous estimons que la modélisation et la représentation graphique d'un processus de fabrication où les défauts potentiels de fabrication sont pris en considération, constituent une aide à l'analyse de la fabrication.

En tridimensionnel, trois types de graphes retiennent notre attention.

Bénéat propose une représentation graphique de la gamme d'usinage appelée « process plan graph » [Bén 01] (Figure 2-24).

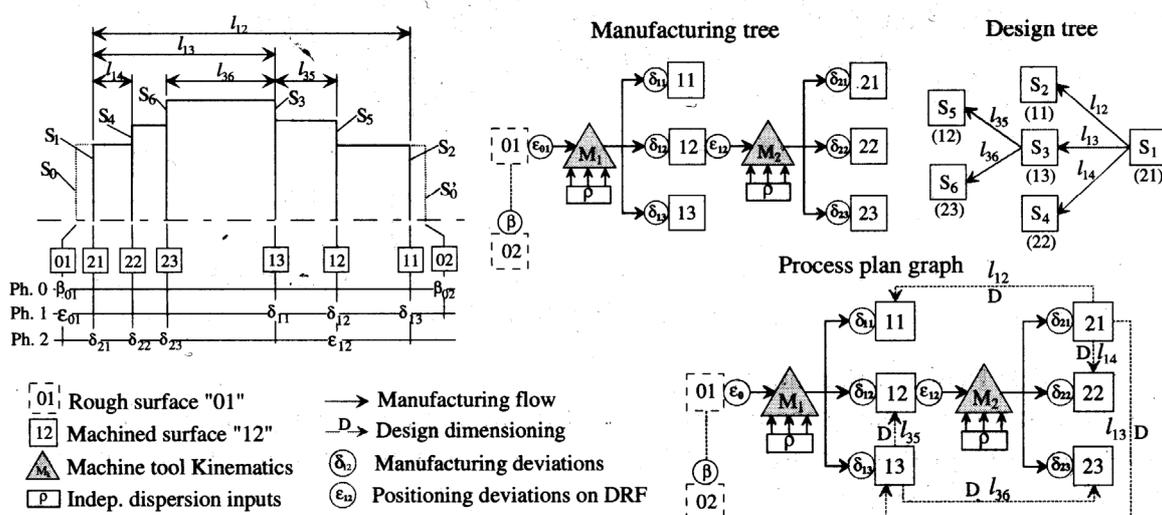


Figure 2-24 Process Plan Graph de Bénéat

Ce graphe, illustré sur un exemple 1D, mais également utilisé en 3D, synthétise la gamme de fabrication en reliant les surfaces des pièces, les machines utilisées, les défauts de fabrication (classés par type), et les conditions à respecter. Cette représentation synthétique fait apparaître globalement des dispersions sans faire apparaître tous les éléments (porte-pièce, outil, ...). Ce graphe est ensuite utilisé avec la modélisation de défauts géométriques par des matrices Jacobiennes.

Zhang utilise deux types de graphes pour l'aide à la conception des porte-pièces [Zha 01]. Le but est d'énumérer les liens et de définir les spécifications de fabrication entre les surfaces de mise en position et les surfaces réalisées pour garantir les spécifications fonctionnelles. Ces graphes sont le « Feature and Tolerance Relationship Graph » (FTG) et le « Datum and Machining relationship Graph » (DMG) (voir Figure 2-25). Le premier graphe (FTG) relie les surfaces conformément aux spécifications fonctionnelles à respecter. Le second graphe (DMG) est utilisé pour analyser les sources de défauts qui interviennent dans la position relative entre deux surfaces. Chaque source de défaut fait l'objet d'une modélisation qui correspond au cas de figure de la pièce et du procédé utilisé pour la phase. Ce graphe est basé sur la pièce et ses spécifications. Il génère des boucles de liaison entre surfaces de la pièce, mais ne met pas en situation les sources de défauts qui sont associées aux procédés.

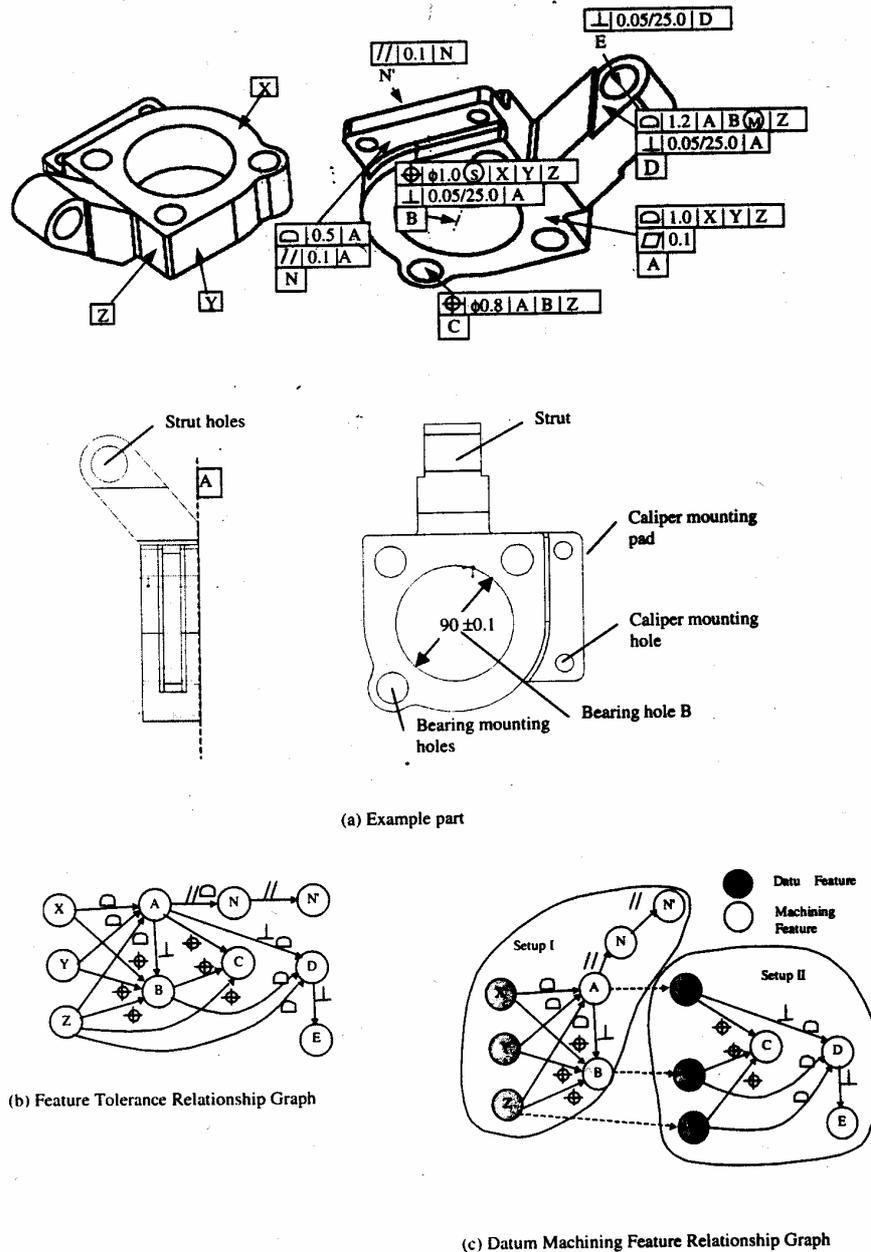
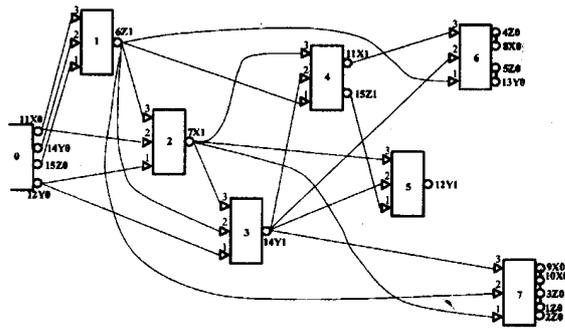
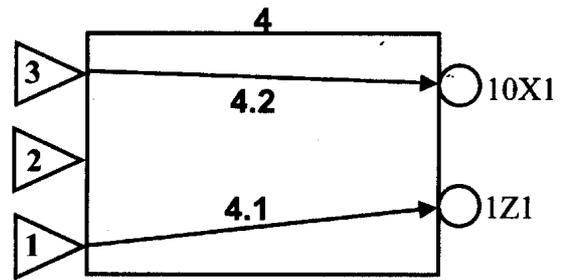


Figure 2-25 Graphes FTG et DMG de Zhang

Britton propose un graphe de représentation de la gamme [Bri 02a]. Ce graphe représente les phases qui sont des boîtes (Figure 2-26). Les entrées des boîtes sont les surfaces de mise en position ; les sorties, les surfaces usinées. Le passage d'une phase à l'autre se matérialise par un lien entre surfaces communes aux phases. Chaque boîte de phase est détaillée par les cotes de fabrication entre surfaces de mise en position et les surfaces usinées (comme le modèle de Wade [Wad 67]). L'inconvénient de ce graphe est un traitement parallèle et indépendant des liens entre surfaces sur les trois directions principales (X, Y, Z). Cette hypothèse n'est pas représentative des défauts tridimensionnels.



Directed graph of the manufacturing sequence



Representation of set-up 4

Figure 2-26 Graphe de représentation d'une gamme et de la phase selon Britton

Pour conclure, ses trois représentations constituent une base de réflexion sur une représentation graphique de la gamme d'usinage que nous souhaitons proposer. Pour avoir le point de vue global, la gamme et les phases doivent apparaître. Indépendamment de toute modélisation géométrique des défauts il est nécessaire de faire apparaître où et quand interviennent des perturbations dans le processus de fabrication. Ceci exige de représenter les surfaces usinées et les surfaces de mise en position de la pièce mais aussi les différents éléments où interviennent des variations dimensionnelles et géométriques.

## 2.6 L'offre industrielle

Les auteurs de logiciels proposent à ce jour des produits susceptibles d'aider à l'analyse des défauts géométriques. Parmi cette offre nous remarquons des propositions qui simulent le comportement géométrique des défauts sur les assemblages, les logiciels de simulation d'usinage et les logiciels de CFAO dotés de simulation potentielle.

### 2.6.1 Les logiciels de simulation géométrique des défauts d'assemblage

Ces logiciels consacrés à l'assemblage sont intéressants aussi pour l'étude de la fabrication. Ils peuvent être détournés de leur application principale pour simuler un assemblage correspondant à une phase d'usinage.

Mécamaster ([www.mecamaster.com](http://www.mecamaster.com)) est une solution qui permet d'envisager des instances de défauts sur des assemblages complexes en 3D [Clo 01]. Il permet de quantifier en tout point du mécanisme l'erreur de position. Il est muni d'un générateur de graphe des liaisons. Le graphe trace et répertorie l'ensemble des sources de défauts qui participe à l'erreur. Il peut être utilisé pour l'analyse et la synthèse.

Tolerance manager ([www.tolerancemanager.com](http://www.tolerancemanager.com)) calcule la sensibilité et la dispersion arithmétique des Conditions d'Aptitude à l'Emploi du produit (C.A.E.) en fonction des tolérances de fabrication [LeF 04]. Il est destiné aux assemblages. Il simule statistiquement (par la méthode de Monte-Carlo) les effets des capacités sur les CAE. Cette approche statistique est intéressante, car elle traite des distributions probables des défauts.

EM-TolMate ([www.tecnomatix.fr](http://www.tecnomatix.fr)) est un outil d'interprétation et de gestion des tolérances 3D. Il simule les contraintes géométriques de conception tout au long du cycle d'industrialisation. Il permet la définition et l'analyse des tolérances dans un modèle CAO. Il fournit une représentation 3D des tolérances, connue sous le nom de "Softgauge" pour que ces tolérances soient conformes aux normes. La connexion entre la CAO et le tolérancement ISO est un aspect positif pour exploiter et exprimer les résultats.

Le projet Anatole (EADS) [Mar 03] utilise la modélisation géométrique des torseurs de petit déplacement dans une application de simulation de tolérance, assurant l'assemblage optimal des milliers de pièces mécaniques qui entrent dans la fabrication d'un Airbus. L'application et la modélisation utilisée peuvent être utilisées pour simuler la gamme d'usinage rassemblant toutes les phases d'usinage.

### **2.6.2 Les logiciels de simulation de programmes d'usinage CN**

Les logiciels de simulation d'usinage permettent de générer des modèles numériques correspondant aux trajectoires programmées en codes CN. Ils retranscrivent virtuellement les opérations d'usinage. Nous citons Vericut V5.0 ([www.CGTech.com](http://www.CGTech.com)), NCsimul ([www.spring.fr](http://www.spring.fr)), Predator ([www.predator-software.com](http://www.predator-software.com)), et Delmia Virtual NC ([www.delmia.com](http://www.delmia.com)). A la fin de la simulation, une maquette numérique de la pièce est générée.

Ces logiciels simulent l'enlèvement de matière dans l'environnement machine et autorisent un contrôle des erreurs et collisions en fonction de l'évolution de l'état du brut. Ces simulateurs prennent en compte différents phénomènes (actions mécaniques, volume de copeaux, ...).

Par exemple, le simulateur "High Speed Machining" développé à l'IRCCyN sur la base de Prédator est un simulateur qui intègre également le comportement dynamique des machines qui n'est pas négligeable en usinage grande vitesse [Has 03].

En plus de la vérification des trajectoires, une analyse de la maquette numérique simulée est possible en la comparant avec le modèle CAO théorique souhaité. Ceci permet d'identifier les

blocs CN où l'outil a trop usiné ou au contraire, a laissé un excédant de matière. Le contrôle dimensionnel est possible par l'utilisation de fonctions pour mesurer les rayons de courbure, les entre-axes, les perçages, les angles. Ces mesures peuvent se faire sur un logiciel de CAO par l'intermédiaire de format d'échange de données (IGES, STEP, ...).

Ces logiciels sont des outils de simulation de phase mais pas de simulation de gamme. Ils ne simulent pas un enchaînement de posages différents. Ces logiciels servent en priorité à sécuriser les parcours (trajectoires, cinématique et dynamique) et les opérations d'usinage (efforts de coupe, comportement d'outil, avance, engagement).

La validation de la géométrie est opérationnelle. Elle permet de simuler des défauts géométriques de fabrication sur la pièce. En revanche, elle ne correspond qu'à des instances de défauts et ne prend pas en compte de variabilité du processus d'usinage.

### **2.6.3 Les logiciels de FAO**

De plus en plus de logiciels de FAO simulent le comportement général de la phase. La machine-outil, les outillages (porte-pièce, porte-outil, outil, ...) sont installés afin de générer et aussi de vérifier les trajectoires (collisions, temps, ...). Les principaux logiciels sont Catia, ProEngineer, WorkNC, DelCam....

Parmi l'offre proposée, TopSolid-TopCAM ([www.topsolid.com](http://www.topsolid.com)) gère le brut de la pièce, génère à chaque usinage le modèle numérique de la pièce dans son état intermédiaire et permet l'enchaînement des phases par associativité. Le fait de pouvoir également gérer les tolérances dimensionnelles sous forme de variables paramétriques avec la possibilité d'éditer les instances des paramètres au niveau mini, maxi, nominal ou moyen, rend possible le paramétrage des variations les défauts de fabrication.

Toutes ces fonctionnalités permettent d'envisager de simuler les défauts géométriques de fabrication d'une gamme d'usinage et de vérifier le résultat sur une maquette numérique de la pièce simulée avec défauts.

## **2.7 Quantification et analyse des défauts de fabrication**

La simulation d'usinage et les études de fabrication nécessitent la connaissance des ordres de grandeurs des défauts de fabrication pour valider les résultats prédictifs de la simulation d'usinage. Les défauts de fabrication sont observés sur l'état des pièces en sortie de

fabrication, mais leur origine est classée en deux catégories principales. Les défauts de fabrication sont dus aux écarts de reprise et aux écarts d'usinage [Hon 03].

Les différentes publications en simulation d'usinage expriment les sources des défauts de fabrication selon les modélisations choisies. Pour valider ces modèles, les ordres de grandeurs de chaque type d'écart doivent être quantifiés.

Peu de propositions font état des méthodes d'évaluation des sources des défauts fabriqués. L'évaluation peut être issue soit de modèles de comportement soit de mesures expérimentales. Ces dernières nécessitent beaucoup d'essais.

### 2.7.1 Les écarts de reprise

Les écarts de reprise sont les écarts de positionnement lors de la mise et du maintien en position de la pièce dans le porte-pièce.

Nous résumons par un diagramme Ishikawa de cause à effet, les sources d'écarts de reprise sur la Figure 2-27.

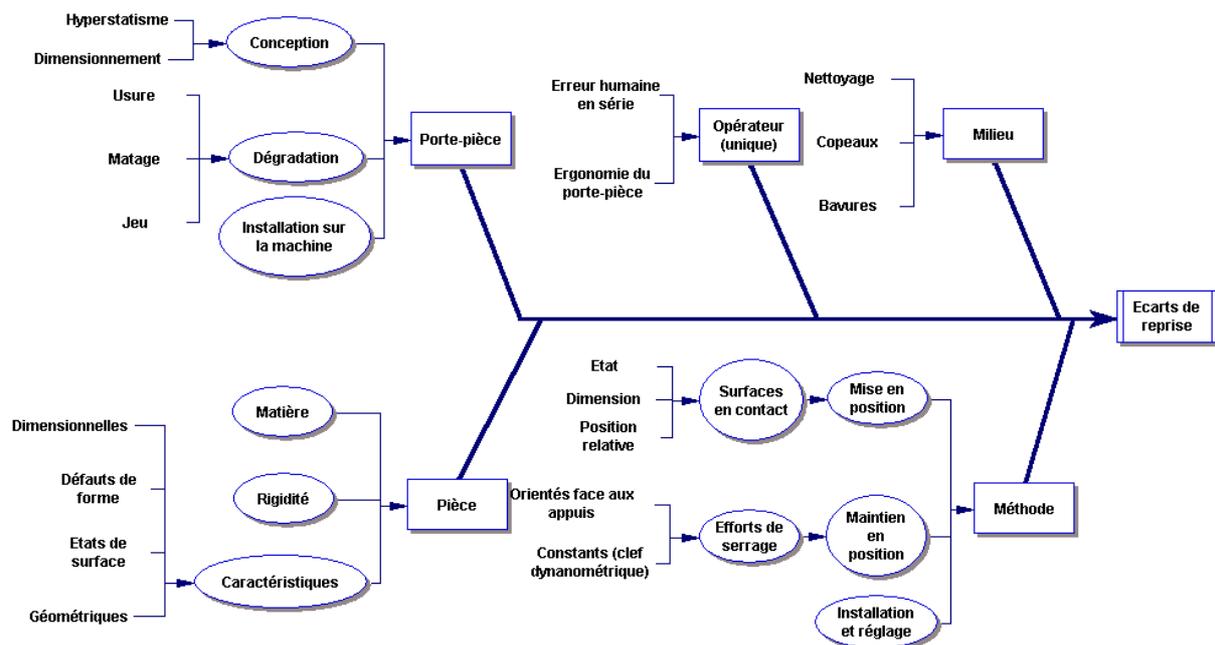


Figure 2-27 Diagramme cause à effet des écarts de reprise

Les principales publications évoquent les deux premières branches du diagramme, c'est à dire la pièce et le porte-pièce.

La modélisation des défauts de mise en position combinant la théorie des pressions de contact et les éléments finis ont fait l'objet de travaux [Rag 04] [Li 99].

Suite à la modélisation, les défauts sont estimés par des mesures de vérification (comparateurs placés au regard des surfaces de mise en position). Ces approches sont intéressantes, mais elles ne prennent pas en compte la variabilité de la géométrie des pièces qui fait partie des sources d'écarts de mise en position. De plus, les applications ne sont pas génériques et sont réduites à des porte-pièces élémentaires de type étau ou porte pièce modulaire.

Des travaux similaires ont présenté des estimations de dispersions de remise en position. Les modèles sont principalement issus de la mécanique des milieux déformables [Liu 01] [Ron 01]. En revanche, dans ces propositions, l'évaluation des dispersions est faite par simulation de Monte-Carlo. Aucune mesure n'est faite pour valider les modèles.

Musa évalue les écarts de remise en position en répétant la mise en position d'une pièce sur le porte-pièce et en la mesurant sur une machine à mesurer tridimensionnelle [Mus 04]. Il intègre deux branches supplémentaires (Figure 2-27) qui sont associées à l'opérateur et la méthode. Il déduit des séries de mesures des distributions de paramètres de position et d'orientation. Ces mesures expérimentales caractérisent uniquement le porte-pièce, mais n'évalue pas l'association (série de pièces) + porte-pièce.

Armillotta [Arm 01] et Louati [Lou 05] évaluent par simulation de Monte-carlo, les effets des écarts de remise en position en fonction de la dispersion théorique des points de contact entre la pièce et le porte-pièce. Louati exprime ensuite ces valeurs sous la forme de spécifications de fabrication ISO de cotation. Ces deux approches ne génèrent pas de données expérimentales.

Pour conclure, nous constatons par ces publications qu'il est délicat d'évaluer les écarts de remise en position que ce soit par un modèle et/ou des mesures. Aucun modèle théorique générique ne se distingue et les méthodes de mesure sont expérimentales sans pouvoir être déployée en production.

## **2.7.2 Les écarts d'usinage**

Les écarts d'usinage sont formés par les écarts entre la surface visée lors de l'opération d'usinage et la surface réelle usinée. Ils résultent des phénomènes ayant eu lieu lors de l'usinage.

Les écarts d'usinage sont fonction d'un grand nombre de paramètres liés à l'opération, l'outil, la machine, etc.... Il n'est pas envisageable de lister toutes les modélisations qui ont été faites

sur ce thème. Nous présentons sous la forme d'un diagramme Ishikawa de cause à effet des sources d'écarts d'usinage sur la Figure 2-28.

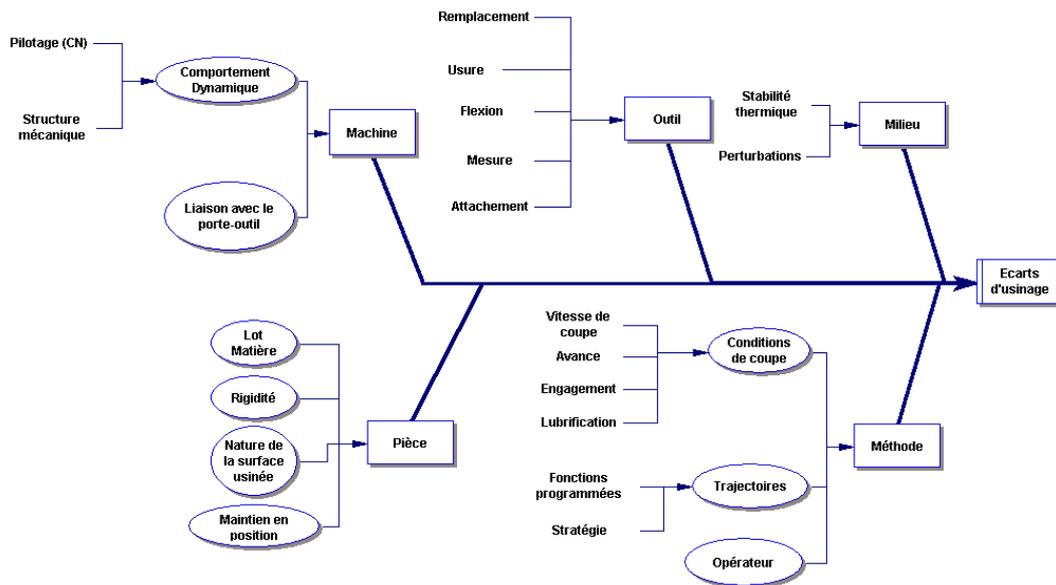


Figure 2-28 Diagramme cause à effet des écarts d'usinage

Chaque branche fait l'objet de publications. Les phénomènes physiques sont nombreux, ils portent sur les déflexions d'outil [Seo 98], le comportement dynamique des machines [Ter 04], des déformations des pièces, des formes générées en fonction du type d'usinage [Lar 03] [Gil 02], de la dilation thermique de la broche [Seg 01]....

Indépendamment des modélisations et des phénomènes physiques, il est intéressant d'observer les méthodes de mesures des écarts d'usinage. Celles-ci sont peu nombreuses.

Musa propose de mesurer des défauts de fabrication en fraisage avec un capteur de déplacement linéaire monté sur la broche [Mus 04]. Ce capteur accoste la pièce après l'usinage. Cette méthode est pertinente car elle permet de filtrer les écarts de reprise. En revanche l'information est unidimensionnelle.

Dugas reconstitue les défauts des surfaces usinées en collectant les déplacements réels de la machine lors de l'usinage [Dug 02]. Ce travail d'analyse de comportement dynamique est destiné à la simulation d'usinage des formes complexes. Il intègre les caractéristiques machine dans les écarts d'usinage. La variabilité des phénomènes mesurés n'est pas encore prise en compte dans les mesures, mais ce type de défauts d'usinage doit être intégré à terme dans l'analyse de la fabrication.

Nous remarquons que ces deux propositions font appel à des méthodes de mesure sur les moyens de production. Elles ont un point commun : Dans le premier cas, la position de la

pièce est évaluée par rapport à la machine ; dans le second cas, les surfaces usinées sont reconstruites à partir des données des codeurs de la machine. Ces mesures ne sont pas des caractéristiques propres à la pièce mais des caractéristiques de la pièce par rapport à la machine. Cette particularité est importante pour comprendre qu'en effectuant ce type de mesure on isole les écarts d'usinage des écarts de mise en position.

## 2.8 Conclusion

Ce chapitre a présenté un état de l'art des travaux de recherche décrivant les activités et les méthodes mobilisées en cotation de fabrication et en simulation géométrique d'usinage.

Les différentes approches de génération automatique des gammes prennent rarement en considération le tolérancement géométrique comme point de départ. C'est regrettable car l'état dimensionnel et géométrique de la pièce est un des critères fondamentaux pour qualifier une gamme. Le tolérancement est souvent utilisé à posteriori pour valider les gammes. La raison est probablement liée au faible nombre de travaux de recherches sur la simulation géométrique d'usinage. Pour que le tolérancement soit intégré dans l'aide à la création des gammes, il est nécessaire d'accroître les connaissances sur la cotation de fabrication.

Après avoir détaillé les points clefs de la cotation de fabrication et de la simulation d'usinage en unidirectionnel, nous avons fait le point sur les approches tridimensionnelles. La simulation géométrique d'usinage tridimensionnelle s'avère jeune quand on la compare avec la simulation unidirectionnelle où les publications prennent en compte de nombreux paramètres tels les coûts. Les modèles unidirectionnels sont pourtant limités.

La simulation faite avec les «  $\Delta l$  », a mis en évidence l'importance de la contribution des défauts de reprise. Ces écarts de mise en position dépendent de la liaison entre la pièce et le porte-pièce. Comme le représente l'exemple bidimensionnel de la Figure 2-29, la liaison pièce / porte-pièce est composée de plusieurs liaisons élémentaires parallèles dans différentes directions (linéaire rectiligne et ponctuelle sur l'exemple). Les défauts des liaisons élémentaires ne sont pas uniquement des translations ( $u_x$  et  $v_y$ ), il existe aussi un défaut angulaire ( $\gamma_z$ ) de reprise. Ces trois défauts de mise en position sont dépendants.

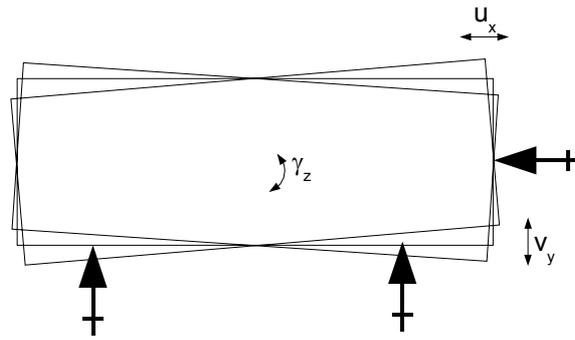


Figure 2-29 Etude des écarts de mise en position sur un exemple bidimensionnel.

Les exigences fonctionnelles, représentées par des spécifications de tolérancement géométrique normalisées, expriment des contraintes de position et d'orientation tridimensionnelles. Si la simulation unidirectionnelle est effectuée dans les directions principales de la pièce, alors aucune spécification angulaire n'est étudiée. La simulation des exigences géométriques est alors partielle et incomplète.

Pour effectuer des développements, il faut affiner les modèles et les garantir. Par conséquent, afin de respecter au mieux l'expression des exigences fonctionnelles et pour avoir une approche plus globale et réaliste, il est souhaitable d'utiliser un modèle de simulation géométrique d'usinage tridimensionnel.

En premier lieu, nous pensons qu'il est pertinent de proposer une modélisation de la phase d'usinage afin de structurer les différents éléments à prendre en considération. Le chapitre 3 présente une modélisation qui est décrite par un graphe de représentation. Le graphe nous semble le support idéal pour mettre en place des éléments. Une première approche de la simulation est présentée en utilisant les offres logicielles qui, compte tenu de leurs performances actuelles, répondent à nos besoins pour simuler les défauts de fabrication. Ces possibilités nous permettent de générer une maquette numérique simulée de la pièce avec défauts et de vérifier sa conformité par une métrologie virtuelle.

La similitude des activités de conception et de fabrication, nous a incités à étudier les modèles de représentation des défauts géométriques ainsi que les méthodes et outils pour aider au tolérancement des assemblages. A partir des modes de représentation des défauts géométriques, notre choix est de poursuivre et assurer la continuité des travaux utilisant les torseurs de petit déplacement. Le formalisme utilisé est très proche de nos préoccupations scientifiques car il permet d'exprimer, avec un mode de gestion unifié, la position de tout

point d'une surface de la pièce dans un ensemble mécanique [Thi 01]. L'apport de cette approche est de simplifier les expressions et les résolutions. Elle part du principe que les déplacements des solides et des surfaces sont petits au regard des dimensions. Elle consiste à linéariser les rotations au premier ordre. Dès le début, les modèles sont linéaires.

Précisons que ce choix est également culturel et qu'il s'inscrit dans notre volonté de développer cette modélisation pour les études de fabrication. Elle est utilisée dans le chapitre 4 où nous proposons une seconde approche formelle de la simulation d'usinage pour mettre à disposition un outil susceptible de faire de l'analyse et de la synthèse des tolérances de fabrication.

Les différentes approches de la simulation d'usinage qu'elles soient unidirectionnelles ou tridimensionnelles utilisent des modèles de défauts géométriques. Pour être opérationnelle, toute modélisation a besoin d'être alimentée en données numériques. Peu de publications évoquent l'estimation des sources de défauts qu'elles soient issues d'un modèle théorique et/ou de mesures expérimentales. Nous pensons que l'approche qui propose une méthode de mesure destinée à évaluer les sources des écarts de fabrication indépendante des phénomènes physiques de fabrication est judicieuse. De plus, ces sources d'écarts sont principalement associées à l'usinage ou à la mise en position. Au chapitre 5, nous étudions la possibilité de quantifier les défauts de mise en position et d'usinage afin de valider les résultats prédictifs que nous proposons avec notre approche formelle de la simulation tridimensionnelle d'usinage.

# **3 Modélisation de la simulation géométrique d'usinage, première approche en CFAO et métrologie virtuelle**

## **3.1 Introduction**

La simulation géométrique d'usinage a pour but de préciser si le processus de production envisagé est apte à garantir la conformité de la pièce et/ou du produit.

Dans notre étude, le processus de production est une succession de phases d'usinage. Pour identifier les sources de défauts de fabrication, il nous semble pertinent de modéliser tout d'abord une phase d'usinage après avoir inventorié les éléments et écarts potentiels de fabrication.

En proposant un graphe pour représenter chaque phase d'usinage suivant la modélisation retenue, la gamme de fabrication de la pièce sera décrite. Alors il sera possible de visualiser les sources des écarts de fabrication qui sont à l'origine des défauts de positions relatives des surfaces de la pièce usinée.

Dans un premier temps, la mise en situation de cette modélisation des phases peut être implantée dans un logiciel de Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO) en intégrant chaque élément et les écarts de fabrication qui les relient.

Cette simulation géométrique tridimensionnelle d'usinage délivrera une maquette numérique d'une pièce comportant des défauts de fabrication. Ce solide sera vérifié par une séquence de métrologie virtuelle effectuée sur un modèleur volumique. De plus ce solide simulé pourra également être replacé dans son contexte d'utilisation afin de valider ses fonctions. Différentes instances de défauts seront combinées afin d'analyser le processus de fabrication.

## 3.2 Modélisation d'une phase d'usinage

### 3.2.1 Inventaire des éléments intervenant dans une phase d'usinage

La simulation d'usinage a pour but de prévoir les effets des défauts géométriques des pièces en cours et en fin de fabrication. Les défauts de fabrication sont les variations géométriques et dimensionnelles apparues lors des phases d'usinage.

Dans le processus d'industrialisation, au stade de l'étude de l'avant-projet de fabrication, nous ne prendrons en considération que les défauts récurrents, c'est à dire les défauts qui affectent la géométrie et les dimensions des pièces pour une production en régime stabilisé, c'est à dire pour une production maîtrisée et pilotée.

Nous écarterons toutes les sources de défauts associées à des défaillances tels les bris d'outil, réglages inopportuns en cours de production, dégradations machine et autres accidents de production. Ces causes qu'il ne faudra pas négliger pour autant, font partie des préoccupations ultérieures liées à la conduite et la maîtrise des procédés une fois les gammes validées.

Lorsqu'on observe une production sérielle, on caractérisera les défauts par des grandeurs caractéristiques (distances et angles) dont on observera, la position par rapport à la cible visée, la distribution et la fluctuation.

La cellule élémentaire de fabrication [Mat 94] mise en œuvre dans une phase met en situation différentes entités (Figure 3-1) :

- La machine-outil : ensemble électro-mécanique composé de plusieurs liaisons pilotées et contrôlées pour générer des mouvements de coupe et d'avance relatifs entre la pièce et les outils.
- Le porte-pièce : assemblage, installé sur la machine outil, dont les fonctions principales sont de positionner et de maintenir la pièce.
- La pièce à usiner : solide provenant de la phase précédente dans un état intermédiaire.
- Les outils et leurs attachements : assemblages de différents composants (arête de coupe, porte-plaquette, porte-outil, éléments de bridage)...
- Les trajectoires de travail : mouvements relatifs entre l'outil et la pièce décrivant les conditions cinématiques d'usinage, la plupart du temps matérialisés par des programmes définis dans des repères localisés dans l'espace machine.

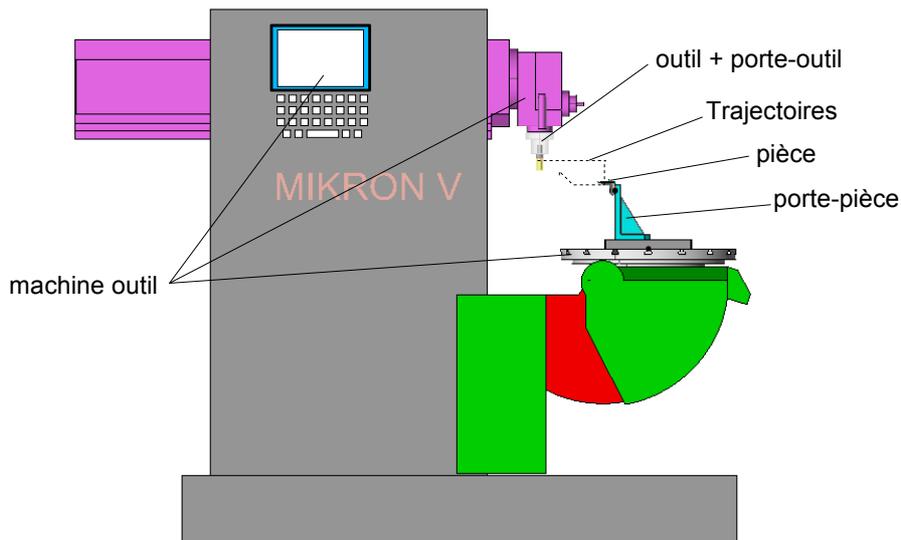


Figure 3-1 Inventaire des entités de la cellule élémentaire d'usinage

### 3.2.2 Sources des écarts de fabrication

Nous définirons un écart comme un domaine entre une situation nominale souhaitée et une situation réelle. Un écart de fabrication engendrera des défauts géométriques et/ou dimensionnels sur la pièce.

Les sources d'écarts de fabrication proviennent des éléments intervenant dans la phase d'usinage. Elles ont deux origines. Soit, elles sont liées à des erreurs sur les caractéristiques intrinsèques de chaque entité, soit, elles sont fonction du couplage entre plusieurs entités. En d'autres termes, si les dimensions et la géométrie des entités diffèrent des cotes moyennes ou si les positionnements entre chaque entité sont perturbés, des défauts seront constatés sur la pièce.

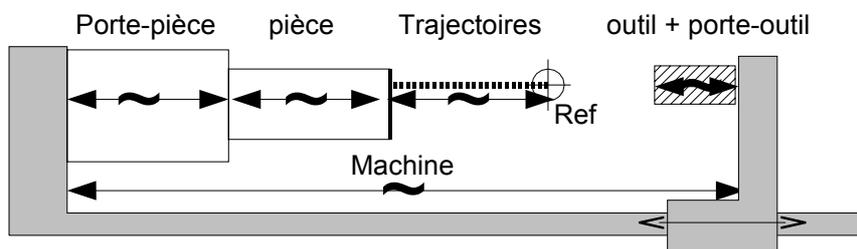


Figure 3-2 Ecartés générés par les erreurs sur les dimensions des entités

Parmi les erreurs sur les caractéristiques intrinsèques des entités nous pouvons citer (Figure 3-2):

- Sur la machine-outil :

- les défauts structurels de liaisons tels des rectitudes de mouvement, des faux ronds, les défauts géométriques, dilation thermique, déformation machine, la résolution de déplacement ...
- les défauts de comportement dynamique entraînés par des conditions d'utilisation (grande vitesse, actions mécaniques, masse embarquée). Cf [Dug 02] pour la prédiction des défauts de comportement dynamiques.
- Sur le porte-pièce et les outils :
  - les défauts géométriques et dimensionnels,
  - les erreurs de mesures de jauges,
  - les déformations engendrées par les actions mécaniques d'usinage. Cf [ Li 99] pour la modélisation de déformation des porte-pièce et [Seo 98] [Lar 03] pour la simulation des déflexions d'outil.
- Sur la pièce dans son état intermédiaire :
  - la variabilité des dimensions issues d'un lot de production lors de la phase précédente,
  - les déformations dues aux actions mécaniques d'usinage et de maintien en position [Rag 04].
- Sur les trajectoires d'usinage
  - Les erreurs de calculs de trajectoire faite en FAO (lissage, modèle numérique erroné, ...).

Parmi les écarts rencontrés lors du couplage des entités (Figure 3-3).

- Nous recensons les défauts de positionnement entre :
  - la pièce et le porte-pièce [Ron 01],
  - le porte-pièce et la machine [Arm01], [Mus 04a],
  - la machine et les trajectoires d'usinage (erreurs de localisation des repères de programmation dans l'espace machine),
  - la machine et l'outil,
  - L'enveloppe générée par le trajet de l'outil et la pièce du fait de déformations locales par exemple.

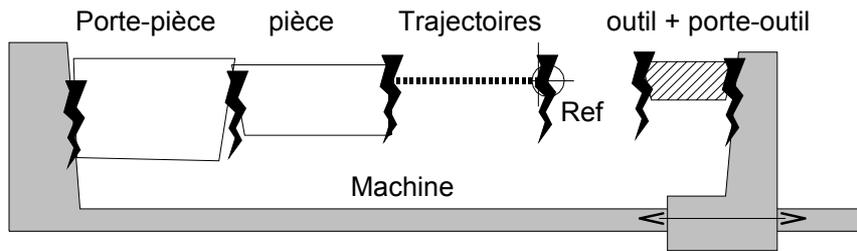


Figure 3-3 Ecart de positionnement entre entités

### 3.2.3 Proposition de modélisation d'une phase d'usinage

Notre étude se focalise sur l'analyse des défauts géométriques et dimensionnels des pièces usinées en fonction des erreurs constatées lors des opérations d'usinages.

Nous proposons de modéliser toutes les entités d'une phase sous la forme de composants physiques et des surfaces qui les caractérisent. En effet, nous constatons que la cellule d'usinage telle que nous l'avons inventoriée peut se modéliser comme un mécanisme constitué de plusieurs composants.

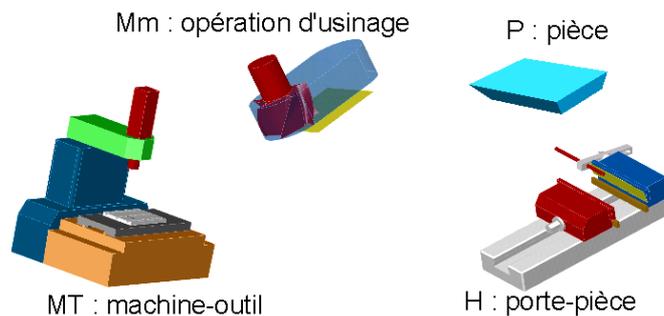


Figure 3-4 Inventaire des composants pris en considération dans une phase

Notre inventaire comprend quatre composants physiques (Figure 3-4).

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, les composants physiques sont la pièce P, le porte-pièce H et la machine-outil MT. Nous allons créer un composant physique supplémentaire qui est l'opération d'usinage Mm [Tic 05].

#### 3.2.3.1 L'opération d'usinage

L'opération d'usinage est vue comme un solide virtuel (Figure 3-5) décrit par les trajectoires d'usinage de l'outil + porte-outil sur la pièce dans l'espace de la machine. L'opération d'usinage est fonction de la trajectoire, de la structure cinématique de la machine-outil, et de l'outil utilisé (travail d'enveloppe, de forme, ...).

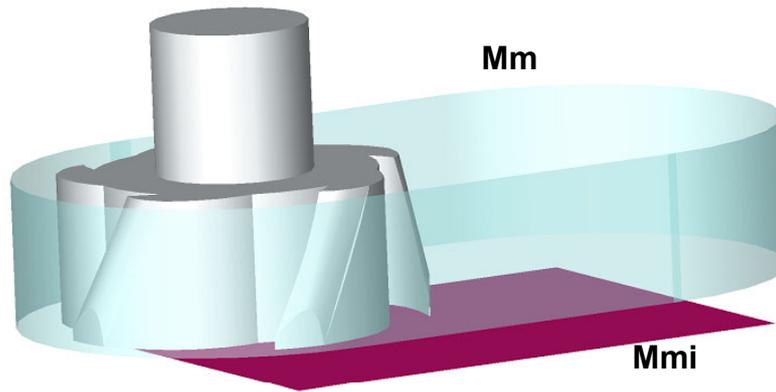


Figure 3-5 Mm : Opération d'usinage Mm et surface d'usinage Mmi

Nous délaissions donc les entités outil et trajectoires d'usinage au profit de l'entité « opération d'usinage Mm<sup>(1)</sup> ».

### 3.2.3.2 Les surfaces des composants :

Dans une phase, à chaque composant, nous identifions des surfaces remarquables.

- Les surfaces Pi<sup>(2)</sup> de la pièce P qui sont :
  - les surfaces usinées qui résultent de la génération de surface d'usinage faite par le passage de l'outil sur la pièce lors de l'opération d'usinage Mm.
  - Les surfaces de mise en position.

Ces surfaces sont traditionnellement appelées surfaces actives de la pièce dans la phase.

- Les surfaces du porte-pièce H qui sont à l'interface de la pièce et du porte-pièce, et les surfaces de liaison entre le porte-pièce H et la machine-outil MT.
- Les surfaces de la machine-outil qui participent d'une part à la liaison entre le porte-pièce et la machine et d'autre part à la liaison entre l'ensemble (porte-outil + outil) et la machine.
- Les surfaces d'usinage Mml<sup>(3)</sup> générées par les outils lors d'une opération d'usinage Mm visant à réaliser les surfaces Pi de la pièce P (Figure 3-5).

---

<sup>1</sup> Mm : Opération d'usinage numéro « m » de la phase.

<sup>2</sup> Pi : Surface numéro « i » de la pièce P.

<sup>3</sup> Mml : Surface d'usinage numéro l de l'opération d'usinage Mm.

### 3.3 Graphe de représentation d'une phase

Nous venons de proposer une approche novatrice de la modélisation d'une phase d'usinage. Elle se fait par une décomposition des éléments qui participent à la phase. Les composants de base sont la pièce, le porte-pièce, la machine-outil et l'opération d'usinage. Notre démarche consiste à homogénéiser ces données sous forme de solides et des surfaces. La création de l'opération d'usinage, défini comme un solide virtuel, est un artifice qui permet d'intégrer tous les écarts relatifs aux outils, aux usinages et aux trajectoires.

Chaque source d'écarts que nous avons listés est susceptible de trouver sa place dans cette modélisation. Si nous disposons de méthodes capables de mettre en situation, les défauts relatifs aux caractéristiques intrinsèques de ces composants et les écarts de positionnement entre eux, alors il nous sera possible représenter les défauts géométriques des pièces fabriquées.

Plusieurs études ont montré l'intérêt de représenter les relations entre surfaces des pièces d'un mécanisme par des graphes [Bal 99],[Cas 99]. D'un point de vue général le graphe décrit de manière pragmatique une situation associée à une modélisation sans recourir à une rhétorique. Plus mathématiquement un graphe représente une série de relations binaires entre des éléments.

Nos objectifs sont de disposer d'une représentation graphique qui traite de cas tridimensionnels de simulation d'usinage qui soit indépendante, dans un premier temps, d'un formalisme basé sur les écarts géométriques et dimensionnels et qui permette de structurer les données et d'aider à la résolution.

Différentes représentations graphiques de phases ou de gammes d'usinage ont été proposées. Aucune n'a retenu notre faveur. [Ji 99] ne traite que de cas unidirectionnels, [Xue 02] de cas bidirectionnels. [Zha 01], [Bri02] sont orientés pour traduire le tolérancement. [Cle 96] est dédié à la modélisation des SATT<sup>(1)</sup>. [Ben 01] met en place une modélisation tridimensionnelle mais différencie les sources des différents types de défauts dans la représentation graphique et rassemble toute la gamme de fabrication dans une seul graphe, ceci est très complet mais alourdit l'utilisation.

---

<sup>1</sup> SATT : Surfaces associées technologiquement et topologiquement

Compte tenu de ses propositions graphiques existantes qui ne répondent pas totalement à nos objectifs, nous allons créer un graphe général qui est un support à la simulation tridimensionnelle d'usinage dans lequel nous allons :

- mettre en situation les surfaces et les solides inventoriés lors de notre proposition de modélisation d'une phase,
- placer les écarts géométriques entre ces différents éléments,
- représenter un graphe par phase, pour être capable de faire l'analyse locale d'une phase et observer la pièce dans un état intermédiaire,
- mettre en évidence les écarts géométriques sous une forme globale sans y associer de typologie particulière (reprise, usinage, déflexion,...),
- être indépendant d'une formalisation des écarts géométriques.

### 3.3.1 Représentation graphique d'une phase d'usinage

Le graphe que nous proposons est constitué de sommets et de liens. Nous devons définir les éléments à mettre en situation (les sommets) et les relations binaires entre ces éléments (les liens).

Notre graphe de phase d'usinage met en place les solides et leurs surfaces qui seront les sommets et les écarts géométriques entre ces éléments qui seront les liens.

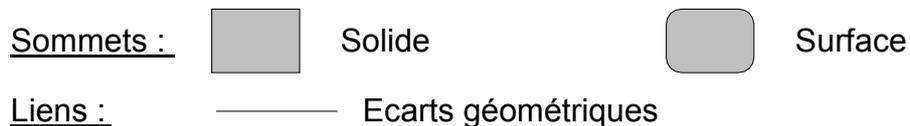


Figure 3-6 Légende et définitions des éléments du graphe

Sur la Figure 3-6, est précisée la légende du graphe. Une nuance sur le symbole rectangulaire est faite pour différencier les solides des surfaces.

Nous avons vu que les sources d'écarts sont de deux types. Soit, elles sont propres aux éléments, dans ce cas elles seront représentées par un lien entre le solide et une ou plusieurs de ses surfaces. Soit, elles sont relatives au positionnement entre ces éléments et seront représentées soit par un lien entre deux surfaces de d'éléments différents ou, sous une forme plus globale par un lien entre deux solides.

### 3.3.1.1 Nomenclature et notation des éléments du graphe d'une phase

Un graphe type de phase est détaillé sur la Figure 3-7.

Les sommets du graphe sont :

- le modèle théorique de la pièce P et ses surfaces actives, c'est à dire :
  - les surfaces générées dans la phase (P4, P5, P6) (certaines peuvent disparaître en cours de gamme),
  - les surfaces qui participent à la mise en position de la pièce (P1, P2, P3)
- le porte pièce (H) et ses surfaces :
  - en contact avec la pièce suivant une relation d'ordre hiérarchique de liaisons (H1, H2, H3)
  - en contact avec la machine-outil (H1-1, H1-2, H1-3)
- la machine outil (MT) et ses surfaces en contact avec le porte-pièce (MT1, MT2, MT3)
- les opérations d'usinage (M1 et M2) et leurs surfaces d'usinage (M11, M12 et M21)

Des écarts géométriques existent entre chacun des ces éléments, donc il y aura des liens entre les éléments.

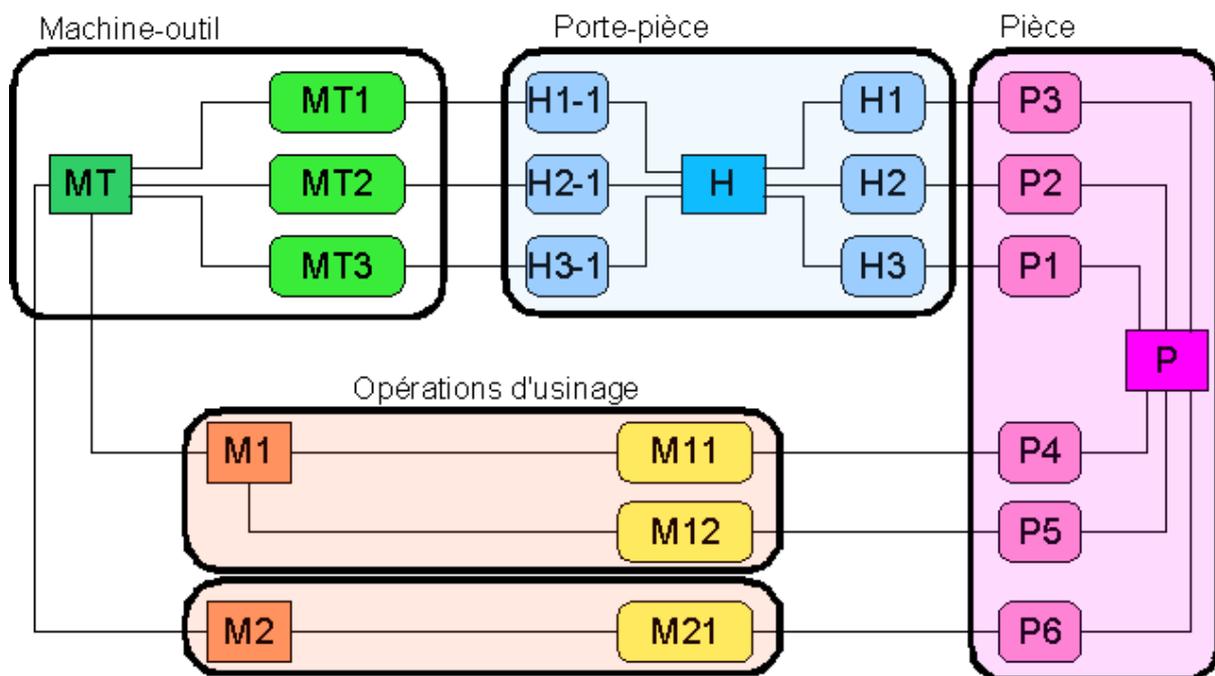


Figure 3-7 Graphe de représentation d'une phase

Notons qu'à ce stade de l'étude, notre proposition de graphe est indépendante du choix de modélisation des défauts géométriques.

Sur le graphe de la Figure 3-7, des choix ont été fait pour ne pas faire apparaître certaines surfaces de composants (par exemple les liaisons de la machine, les différents composants qui constituent le porte-pièce). Notre représentation graphique ne fige pas la modélisation et peut être plus ou moins détaillée.

### 3.3.2 Niveaux de détail de la modélisation

#### 3.3.2.1 Graphe de la première phase :

Pour la première phase, la pièce est généralement livrée dans un état donné. Le procédé qui l'a élaborée n'est pas forcément connu. Donc la représentation graphique de cette phase ne sera pas détaillée. Le graphe fera uniquement apparaître les surfaces  $P_i$  générées par rapport à un modèle théorique  $P^{(1)}$  de la pièce.

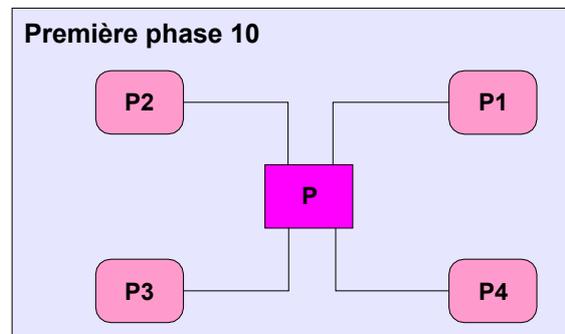


Figure 3-8 Graphe de la première phase

Tout procédé de production (fonderie, matriçage, prototypage,...) peut être représenté avec la même modélisation graphique. Celle-ci n'est pas exclusivement dédiée à l'usinage.

Cette représentation peut-être adoptée aussi pour les phases intermédiaires qui partent en sous-traitance et dont l'utilisateur n'a pas la maîtrise.

#### 3.3.2.2 Réduction du niveau de détail

Les éléments du graphe sont soit des solides soit des surfaces, il est possible de compacter le graphe en détaillant plus ou moins les différents éléments et leurs relations. La nature des liens entre éléments reste la même sur l'interprétation et l'exploitation du graphe.

D'un point de vue métrologique, les écarts géométriques entre deux surfaces de solides peuvent être directement observés sans passer par des surfaces de liaison. Par exemple, on

---

<sup>1</sup> Le modèle théorique est soit le modèle nominal soit le modèle cible (voir glossaire).

peut compacter le modèle général présenté ci-dessus en ne rentrant pas dans le détail la liaison entre le porte-pièce et la machine-outil (Figure 3-9).

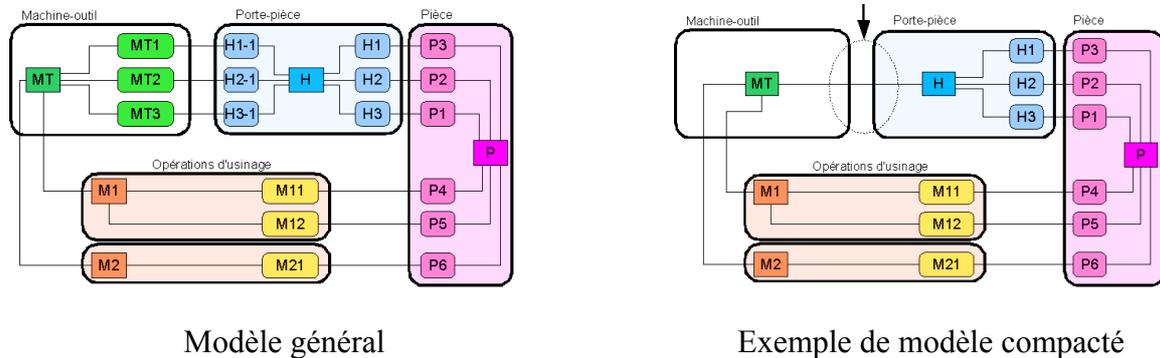


Figure 3-9 Niveaux de détail des éléments du graphe de phase

Cette possibilité de compactage est susceptible de concorder avec un paramétrage dépendant des méthodes d'identification des écarts tout en allégeant la représentation.

En fonction des cas de figures, la résolution du graphe, c'est à dire le niveau de détail des composants à considérer, est adaptable. De ce fait, la description de la phase sera modulable à la situation étudiée (par exemple s'il y a plusieurs broches, une panoplie de porte-pièce, la prise en compte des attachements outils,...).

### 3.3.3 Représentation de la gamme d'usinage

La gamme complète de réalisation de la pièce sera représentée par l'ensemble des graphes des phases.

La Figure 3-10 décrit la gamme d'usinage du taquet dont le dossier de fabrication est fourni en annexe 3. Cette pièce est réalisée en 3 phases, tout d'abord, l'élaboration du brut en fonderie au sable suivie de deux phases de fraisage.

A chaque phase, les surfaces créées sur la pièce sont identifiées (Pi). Pour les phases d'usinage 10 et 20 sont repérées également les surfaces de mise en position. Ces dernières sont associées à une surface du porte-pièce (Hi) dans lequel l'indice permet de classer la hiérarchie des liaisons entre la pièce et le porte-pièce. Les opérations d'usinage et les surfaces d'usinage sont repérées, on remarque par exemple en phase 20 que les surfaces P1, P2, P3 et P4 sont en vis à vis avec les surfaces d'usinage M21, M22, M23 et M24 et sont réalisées par le même outil (opération d'usinage M2).

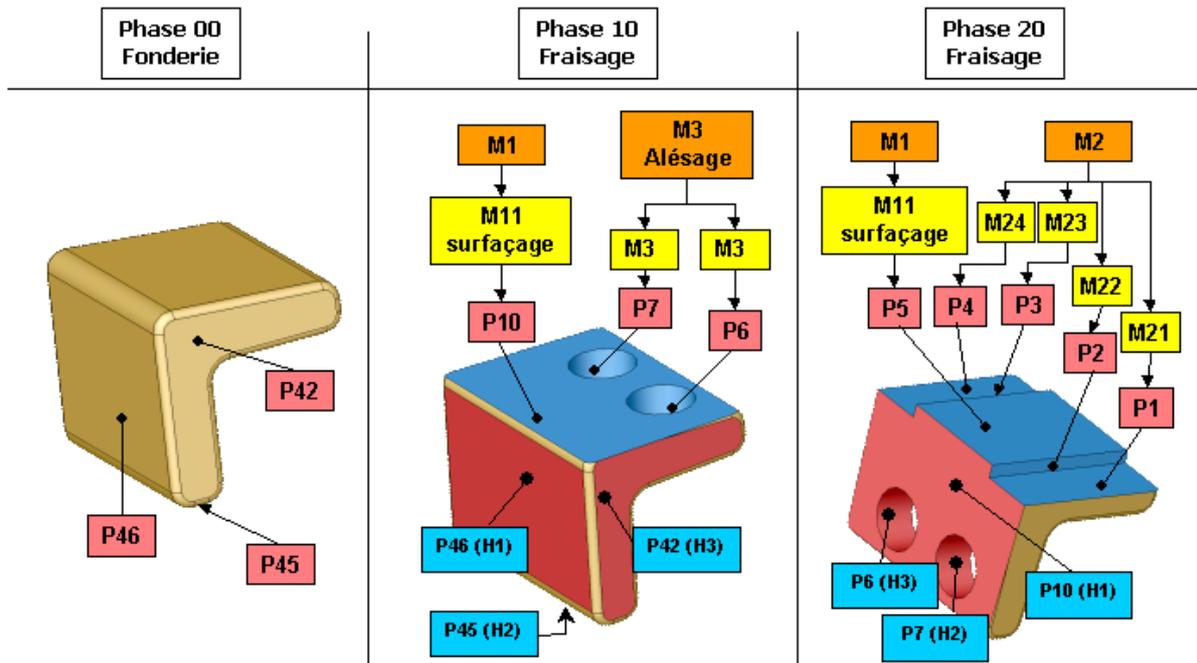


Figure 3-10 Description de la gamme, repérage des éléments (exemple du taquet)

La transposition de cette gamme de fabrication en graphes est représentée sur la Figure 3-11. On remarque trois graphes de phase. Dans cet exemple un modèle de graphe compacté a été choisi afin de simplifier la représentation. Toutes les surfaces concernées de la pièce apparaissent à chaque phase ainsi que les autres composants (opérations et surfaces d'usinage, machine outil, porte-pièce). Tous les liens caractérisant des écarts géométriques sont installés entre les différents éléments.

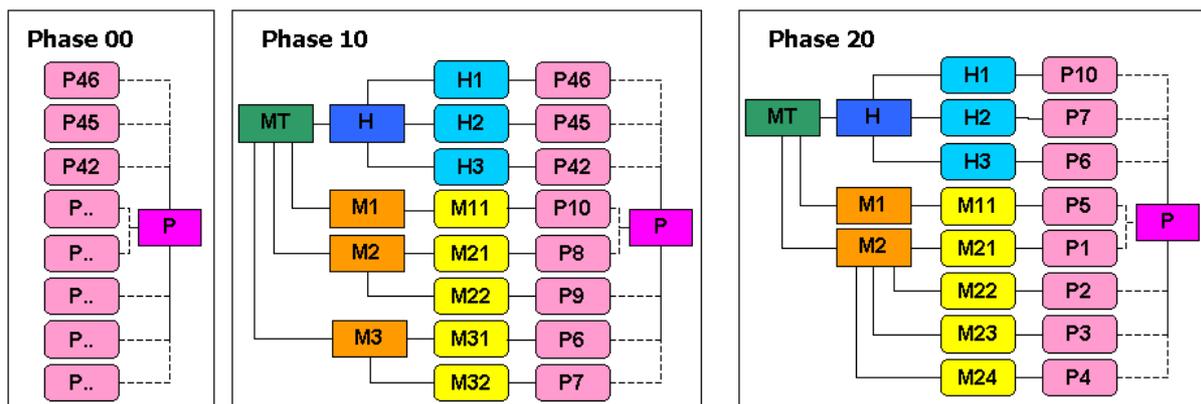


Figure 3-11 Graphes de la gamme (exemple du taquet)

Pour identifier les défauts de positions relatives entre deux surfaces de la pièce, il suffit de parcourir le chemin d'une surface à l'autre en passant par le (ou les) graphe(s) et ainsi lister le cumul des sources d'écarts entre les surfaces concernées.

Au chapitre 4, cette représentation graphique sera utilisée avec un modèle d'expression des défauts géométriques et une démarche méthodologique de parcours des chemins sera exposée.

### **3.3.4 Synthèse du graphe de représentation d'une phase**

Le graphe proposé permet de répondre à nos objectifs. Il est associé à la modélisation de la phase d'usinage que nous avons proposée. En fonction du niveau de détail de représentation, chaque composant est mis en scène par le solide qu'il est et/ou les surfaces qui le délimitent. Le graphe présente de manière uniforme les sources d'écarts intrinsèques aux éléments, et entre composants.

L'association des graphes de toutes les phases décrit la gamme suivant la modélisation proposée et va permettre d'identifier les origines des défauts de positions relatives des surfaces de la pièce en fonction du processus de production.

De plus, cette modélisation graphique présente l'avantage de mettre en situation des cas tridimensionnels mais aussi bidimensionnels ou unidirectionnels sans être dédiés au tolérancement ni au formalisme d'un modèle particulier d'expression des écarts géométriques.

## **3.4 Simulation géométrique d'usinage intégrée en FAO**

La gamme d'usinage déterminée par la modélisation et la succession de toutes les phases peut être simulée afin de constater les défauts de fabrications potentiels de la pièce, que ce soit dans un état intermédiaire ou dans son état final. Il s'agit de définir et de mettre en place des écarts géométriques entre chaque élément pour observer les défauts.

Avant d'associer une modélisation mathématique des écarts géométriques au concept de phase préalablement défini, nous estimons utile de disposer d'un outil de simulation géométrique d'usinage plus opérationnel et immédiat.

En effet, à partir du moment où ont été listés les différents composants de la phase et les écarts géométriques relatifs, nous pouvons les mettre en situation avec l'aide d'un logiciel de FAO<sup>(1)</sup>.

Le choix d'un logiciel de FAO par rapport à un logiciel de CAO nous a paru dans un plus naturel et pratique. En effet dans un logiciel FAO, la plupart des composants listés dans la

---

<sup>1</sup> FAO : Fabrication Assistée par Ordinateur

phase sont existants (outil, outillage, machine) et mis en situation, la génération des trajectoires est assistée, et les surfaces et les solides usinés sont automatiquement générés.

Une séquence de métrologie virtuelle de la maquette numérique de la pièce usinée permettra ensuite d'observer et de chiffrer les défauts de fabrication.

Ces résultats seront des éléments de comparaison et de validation pour toute modélisation mathématique ultérieure des défauts géométriques de fabrication.

### **3.4.1 Principe**

La fonction initiale d'un logiciel de FAO est de générer des trajectoires d'usinages associées à des conditions de coupe afin que les outils choisis réalisent les surfaces désirées. Les données issues de la FAO sont traduites par un post-processeur qui transforme les instructions en code interprétable par le directeur de commande de la machine-outil.

Aujourd'hui, des évolutions de solutions logicielles sont proposées par les éditeurs de systèmes FAO. Parmi celles-ci, nous noterons plus particulièrement :

- Un environnement volumique paramétrique et une compatibilité avec les modélisateurs volumiques de CAO destinés à utiliser la maquette numérique de la pièce à réaliser,
- Des contextes d'utilisation pré-définis (tournage, fraisage, électroérosion,...),
- L'exploitation des définitions géométriques et cinématiques des machines,
- La prise en compte des définitions numériques de la géométrie des outils et outillage de coupe (attachements, porte-outil,...),
- L'extraction en format volumique de la pièce en fin de phase,
- La possibilité de simulation d'usinage pour la détection des collisions,
- L'analyse des caractéristiques dimensionnelles et géométriques des solides numériques,
- L'associativité des données permettant d'enchaîner les phases d'usinage.

Ce sont ces derniers points qui vont nous permettre d'observer l'état de la pièce obtenue en fin de fabrication.

La méthode consiste à générer pour chaque phase une séquence FAO en incluant des écarts géométriques au niveau des liaisons entre les composants.

L'approche innovante est d'utiliser le solide de la pièce obtenue à la fin d'une phase dans son état intermédiaire et de l'installer comme pièce brute au début de la phase suivante. Phase

après phase les défauts vont s'accumuler. A la fin de la gamme, la pièce simulée dans son état final sera mesurée et vérifiée.

Sur la Figure 3-12 sont représentées les deux étapes de simulation et de métrologie virtuelle. La première étape intègre les écarts de fabrication dans chaque phase en FAO et de transférer la pièce simulée de phase en phase. La seconde étape mesure virtuellement les caractéristiques de la pièce avec ses défauts de fabrication.

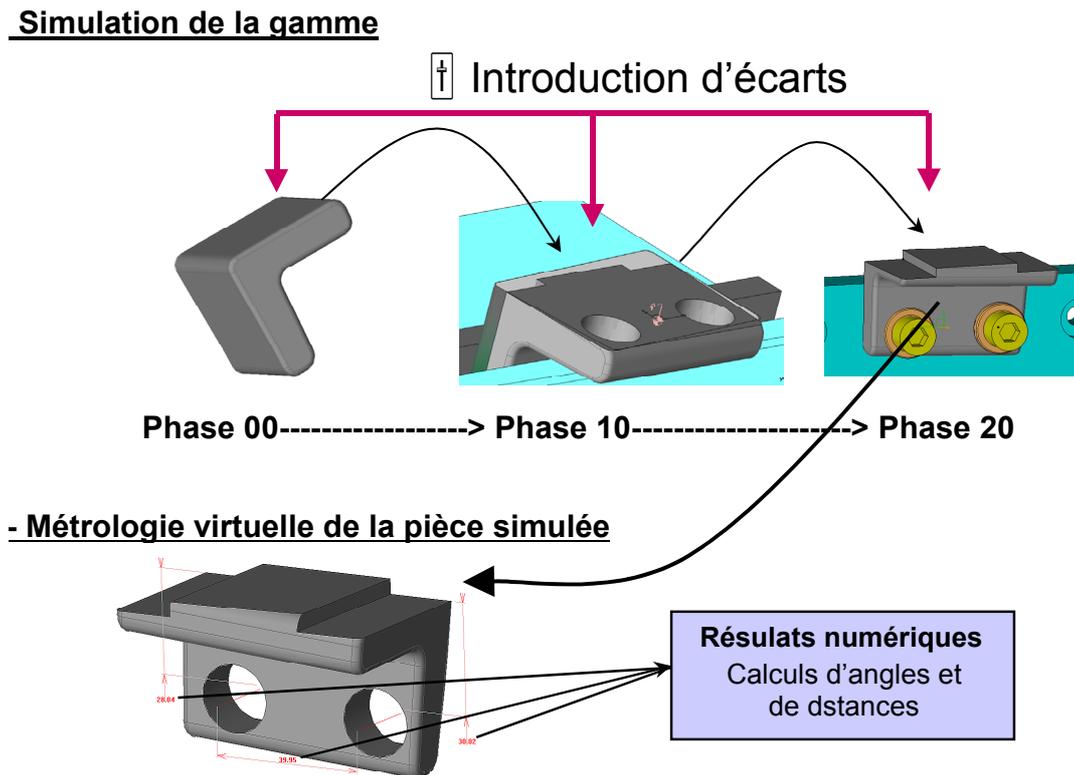


Figure 3-12 Principe de la simulation géométrique d'usinage en FAO

### 3.4.2 Simulation d'une phase

Avant d'observer les défauts géométriques sur la pièce simulée en fin de gamme, il faut tout d'abord installer nominalement l'ensemble des composants de la phase puis intégrer les défauts géométriques entre ces composants.

Nous allons décrire l'implantation nominale d'une phase. Cette démarche a été mise en place sur le logiciel de CFAO TopSolid/TopCam<sup>(1)</sup>. Cette méthodologie est opérationnelle dans

<sup>1</sup> TopSolid et TopCam : Logiciels CFAO édités par la société Missler

l'environnement de la plate forme CFAO d'enseignement du département IPSI de l'Ecole Centrale de Nantes [Tic 01].

### 3.4.2.1 Composants mis en place

Les logiciels de CAO et CFAO sont actuellement capables de mettre en situation des ensembles mécaniques en respectant leurs caractéristiques géométriques et dimensionnelles, et les contraintes géométriques de position et d'orientation. En conception, il résulte de ces fonctionnalités, une maquette numérique de l'ensemble mécanique permettant de simuler son comportement cinématique et/ou dynamique, d'analyser des trajectoires, de détecter des collisions, de quantifier des propriétés mécaniques (masses, inerties, ....).

Nous avons eu la même préoccupation, lors de la mise en place d'une séquence FAO d'une phase d'usinage. C'est à dire que nous avons numérisé tout l'environnement de travail de notre parc de production; machines-outil (géométrie, cinématique et référentiels), porte-pièces et outillage (banque de composants modulaires, cales, butées,...), outils coupants, porte-outil, plaquettes,....

Avant de générer les trajectoires d'usinage en FAO nous devons mettre en place l'ensemble des composants, c'est à dire :

- Sélectionner la machine-outil sur laquelle seront exécuter les usinages de la phase.
- Installer le porte-pièce sur la machine en respectant les contraintes de liaison.
- Positionner la maquette numérique de la pièce brute<sup>(1)</sup> (ou dans son état intermédiaire au début de la phase) sur le porte-pièce en respectant les contraintes des surfaces de liaison.
- Positionner la maquette numérique de la pièce à obtenir, qui est la cible<sup>(2)</sup>, par rapport à la pièce brute.
- Définir le (ou les) référentiel(s) de programmation des trajectoires par rapport à la cible.

---

<sup>1</sup> Dans ce chapitre, pour simplifier les expressions nous appellerons pièce « brute », la pièce telle qu'elle arrive en début de la phase avant usinage.

<sup>2</sup> Nous appellerons cible, la maquette numérique de la pièce finie, centrée au milieu de ses tolérances dimensionnelles et sans défauts géométriques.

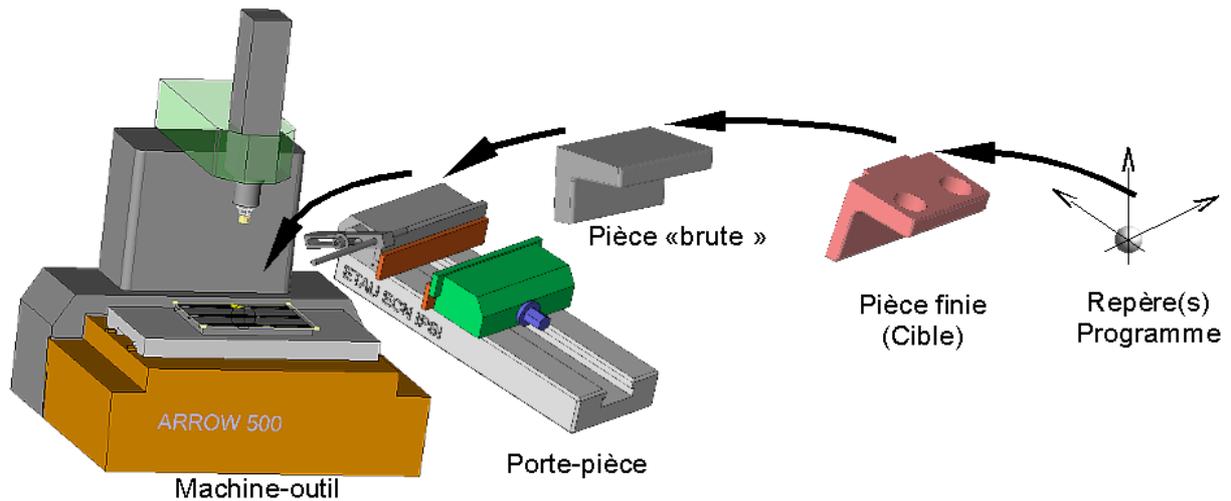


Figure 3-13 Installation des composants en FAO

A partir de cette installation (Figure 3-13), classiquement, les trajectoires d'usinage de chaque outil sont créées afin d'être exécutées par les machines-outils. Pour mettre en œuvre la production, il faudra équiper la machine des outils nécessaires, installer les outillages (porte-pièce) et localiser les référentiels de programmation dans l'espace de la machine.

Notons sur ce dernier point, que si les maquettes numériques des éléments sont conformes à la réalité, la localisation des référentiels de programmation dans l'espace machine est déjà connue et ne nécessite pas d'opération de réglage sur la machine, ceci évitera des temps improductifs.

A ce stade, tout est idéal :

- Les dimensions et la géométrie de la pièce « brute », et de la cible, sont au milieu des spécifications.
- Les dimensions d'outils.
- Le positionnement de la pièce « brute » sur le porte-pièce.
- Le positionnement du porte-pièce sur la machine.
- Le positionnement de la cible par rapport à la pièce brute.
- La localisation du référentiel de programmation sur la cible.

La maquette numérique qui résultera des opérations d'usinage sera alors également centré et nominale. Pour le moment la méthodologie présentée n'apporte rien de nouveau. Mais elle est structurée de telle sorte, notamment au niveau de la mise en place et de l'association des composants, que les écarts de fabrication sont intégrables suivant le graphe que nous avons proposé.

### 3.4.2.2 Identification des défauts intégrés sur la CFAO

A partir de la préparation de la séquence en FAO où la cible est en position idéale, nous allons installer des écarts géométriques.

Seule la pièce cible est fixe. Elle est le support des opérations d'usinage. Tous les autres éléments vont subir des transformations.

#### Écarts de mise en position de la pièce

Dans un premier temps, nous allons perturber les liaisons ou les positionnements de la pièce, en intégrant des écarts entre la machine-outil et le porte-pièce puis le porte-pièce et la pièce « brute ». Les écarts de mise en position pris en considération sont représentés sur le graphe de la phase (Figure 3-14).

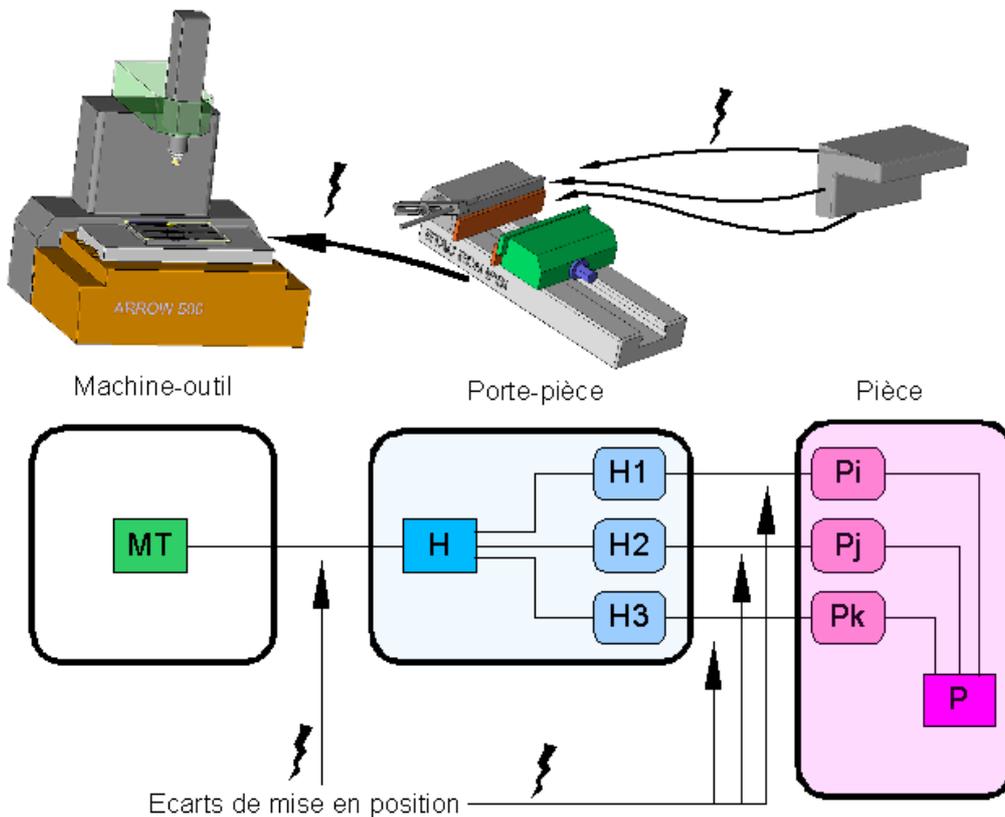


Figure 3-14 Intégration des écarts de mise en position

La mise en application de cet écart est spécifique à chaque logiciel de FAO.

La méthode mise en œuvre avec le logiciel choisi consiste à associer un repère à chaque élément. Ce repère est construit en fonction de la nature de la liaison entre les éléments. Il sera fidèle à la hiérarchie des liaisons entre les éléments.

Lorsque la situation est nominale les repères sont coïncidents  $R_0 = R_1$  (Figure 3-15).

Pour simuler les défauts de liaisons, les repères sont décalés par une translation  $T$  et une rotation  $\mathcal{R}$ .

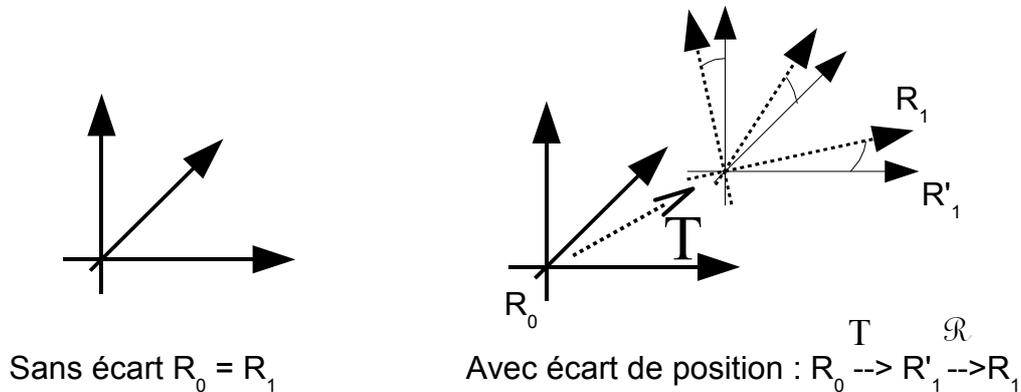


Figure 3-15 Ecart de position entre deux éléments par décalage de repère

Cette méthode recourt à un paramétrage élémentaire de 6 variables, 3 variables de translation  $T$  et 3 variables de rotation  $\mathcal{R}$ .

En cumulant les écarts de positionnement de la liaison machine-outil -> porte pièce puis porte-pièce -> pièce « brute », on établit (Figure 3-16) le décalage entre la pièce « brute » et la pièce cible qui elle est restée fixe.

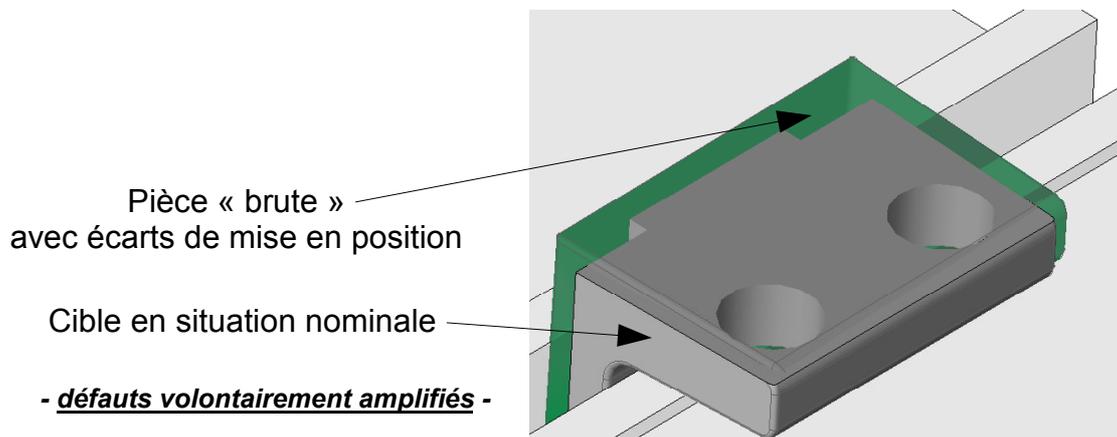


Figure 3-16 Visualisation des écarts géométriques de mise en position en FAO

### Écarts générés par les variations dimensionnelles et géométriques des éléments

De manière générale toutes les caractéristiques dimensionnelles et géométriques des composants peuvent être étudiées comme des variables qui contribuent à générer des écarts de

fabrication. Dans notre étude, pour simuler les écarts de fabrication lors d'une production stabilisée, seules les caractéristiques qui fluctuent seront paramétrées. Il s'agit d'écarts aléatoires. Parmi ceux-ci, seules les variations de la pièce brute issue de la première phase sont à retenir, les autres dimensions des éléments ne varient pas (Figure 3-17). Au cas où une production sérielle à étudier utiliserait une série de porte-pièce « identiques » (tour multibroche, montages parallèles en panoplie, transfert, ....), les dimensions des porte-pièce peuvent alors faire l'objet d'un paramétrage dimensionnel et géométrique.

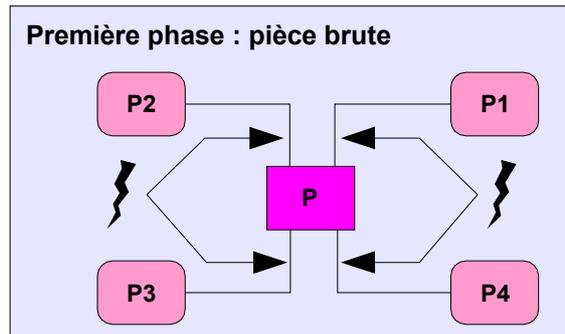


Figure 3-17 Intégration des variations dimensionnelles et géométriques du brut

Si les autres éléments mis en place ne sont pas conformes au nominal et ne subissent pas de fluctuation dimensionnelle, alors l'écart peut-être annulé et/ou compensé en remettant à jour l'objet numérique le représentant. Certains de ces écarts constants sont éventuellement corrigibles lors du réglage (comme par exemple la mise à jour des jauges de montage).

La pièce brute est bâtie comme un solide paramétré. Chaque paramètre est défini par une valeur cible et un intervalle de tolérance IT (Figure 3-18). Ces tolérances peuvent être données par les capacités des procédés de réalisation du brut.

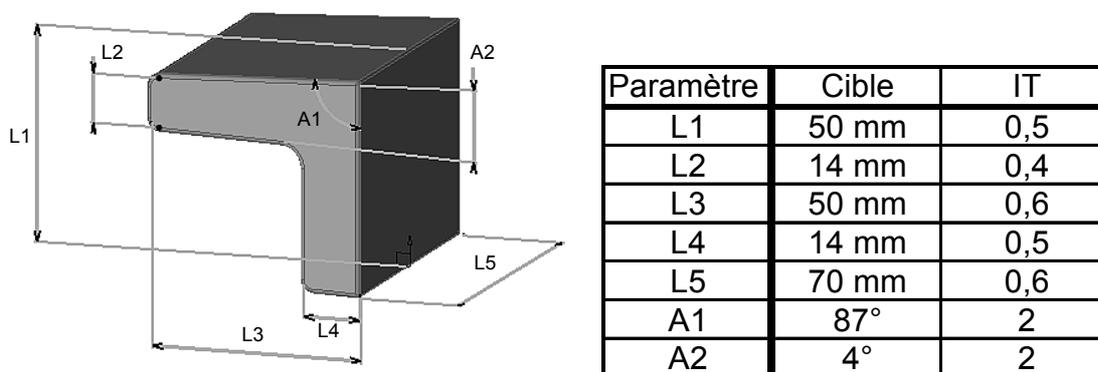


Figure 3-18 Paramétrage des dimensions et de la géométrie de la pièce brute

Certains modeleurs volumiques de CAO ou CFAO prennent en compte des variations dimensionnelles sous une forme paramétrique. C'est à dire qu'il est possible d'affecter à

chaque dimension linéaire ou angulaire un intervalle de tolérance. Cet intervalle est paramétrable. Le logiciel peut redessiner la pièce dans son état mini, maxi ou milieu.

Quelques éditeurs affichent des intentions pour inscrire aussi le tolérancement géométrique de position sous forme paramétrique. La norme est en préparation et n'a pas encore fixé de règles de représentation des tolérances géométriques sur des modèles de représentation volumique. A terme, cette option aura le mérite de rendre le paramétrage dimensionnel et géométrique plus adéquat avec le tolérancement normalisé.

Seules les tolérances dimensionnelles (distances et angles) seront paramétrées. La description des tolérances de formes et les états de surface ne sont pas paramétrables.

### Écarts sur la localisation du référentiel de programmation

Initialement, la situation du (ou des) référentiel(s) de programmation est attachée à la pièce finie. Un paramétrage de sa localisation permettra de mettre en évidence l'incidence d'un décalage d'origine programme lors d'un réglage sur la machine. Ce décalage déplacera les trajectoires d'usinage. Cet écart sera installé sur les opérations d'usinage (Figure 3-19).

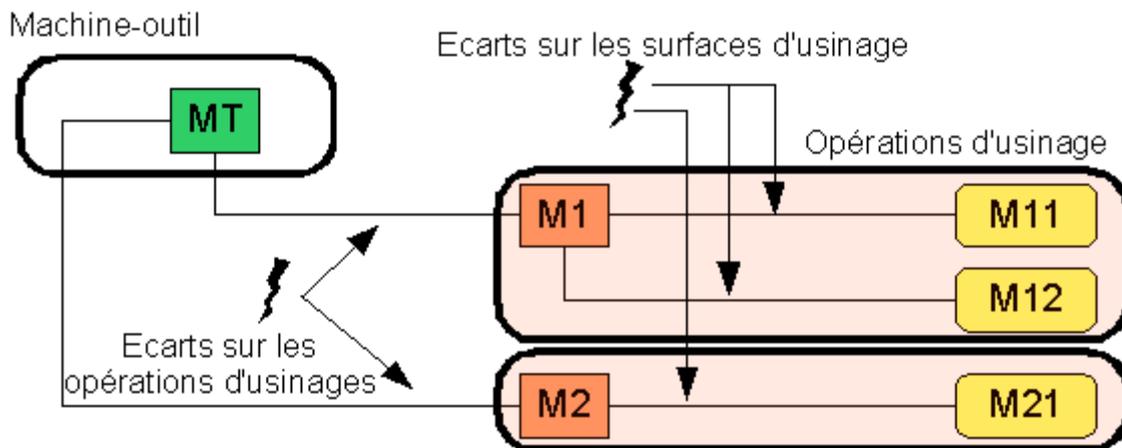


Figure 3-19 Écarts sur les opérations et surfaces d'usinage

### Écarts sur les surfaces d'usinage

Les surfaces d'usinage peuvent subir des écarts suite à des problèmes de déflexions d'outil, de mesure de jauge, d'usure,... Sur le graphe, ces écarts se situent entre les opérations et les surfaces d'usinage (Figure 3-19).

Ces écarts seront installés lors de l'édition des paramètres des opérations d'usinage (surépaisseurs latérale, axiale, ...). Sur Figure 3-20 est mis en évidence un écart dimensionnel simulé sur une opération de contournage. On constate une variation  $dr$  de diamètre entre

l'alésage souhaité et l'alésage réalisé. Cet écart peut provenir d'une variation de la jauge de rayon d'outil suite à des phénomènes dynamiques de coupe. Cet écart a été intégré en paramétrant la surépaisseur d'usinage radiale de l'opération.

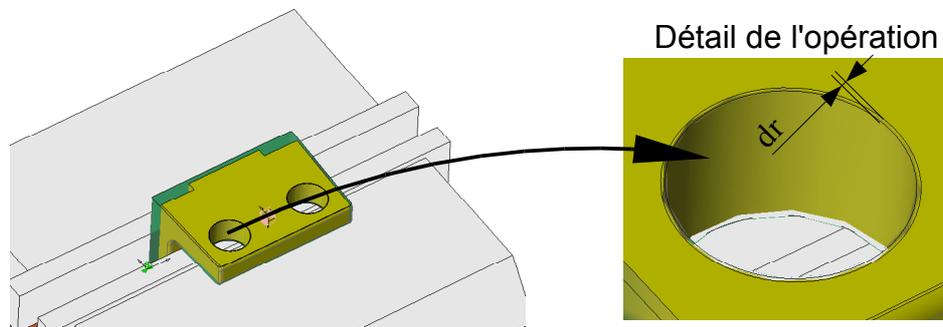


Figure 3-20 Simulation d'un écart dimensionnel sur une opération de contournage

Avec un logiciel FAO, les défauts de géométrie d'outil sont plus délicats à simuler car l'intégration des défauts est moins naturelle. Par exemple, une fraise deux tailles de contournage peut s'user et devenir conique. Ce défaut peut être simulé, mais le paramétrage devient rapidement laborieux et long car il faut créer une banque d'outils dont les dimensions et la géométrie sont paramétrables en fonction de la nouvelle topologie de l'outil.

Nous arrivons aux limites de l'utilisation telle qu'elle d'un logiciel de FAO qui à ce jour n'est pas conçu pour « usiner » des pièces avec des défauts. Il faut avouer qu'intégrer des défauts d'usinage pour générer des pièces défectueuses est une idée qui peut paraître étonnante dans un premier temps.

### 3.4.2.3 Récapitulation des défauts pris en compte

Sur la Figure 3-21, nous avons listé les principales sources de défauts et d'écarts de fabrication. Elles ont été mises en place par rapport aux éléments du graphe de phase d'usinage. Les défauts que nous prenons en compte lors de la simulation géométrique d'usinage en FAO sont cochés. Les écarts entre deux éléments sont en bleu et les défauts intrinsèques aux éléments sont en rouge.

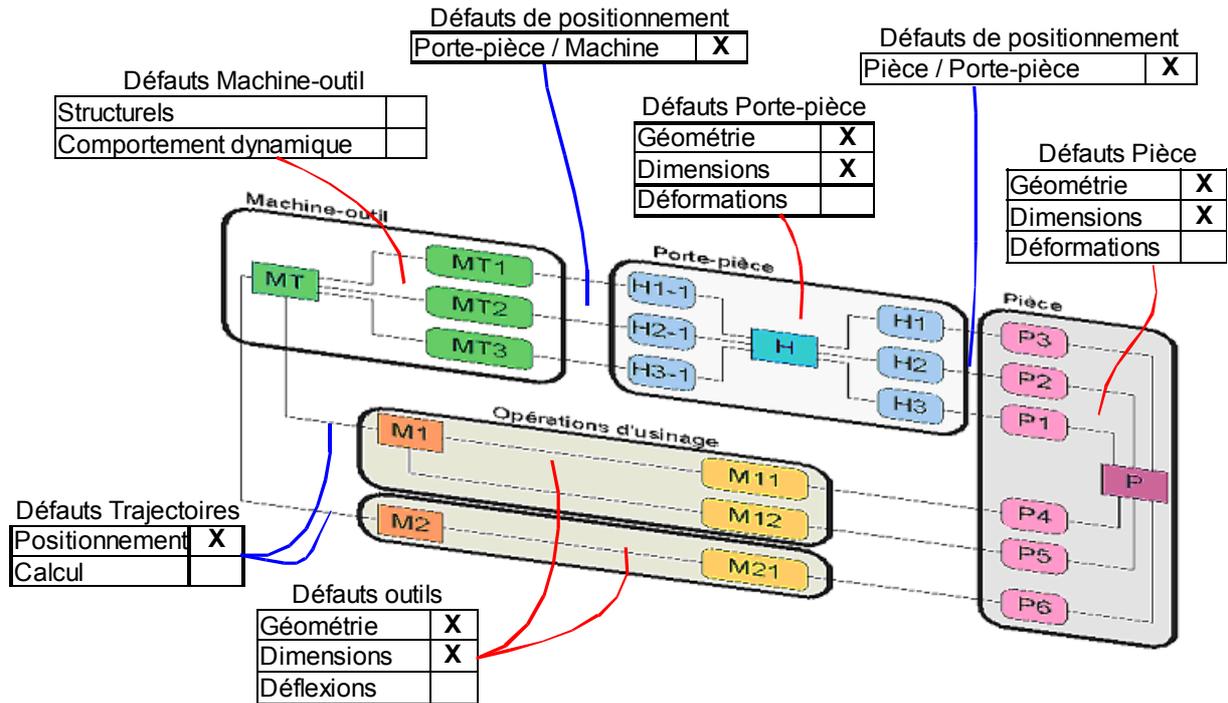


Figure 3-21 Récapitulation des défauts pris en compte en simulation FAO

On remarque que les déformations des différents éléments (pièce, machine, outil, trajectoire) ne sont pas intégrés, car elles engendrent une modification de la topologie des surfaces qu'il est difficile d'intégrer avec les fonctionnalités d'un logiciel de FAO. De même les défauts de forme ne sont pas pris en considération faute de connaissance de la signature des procédés et de la complexité de modélisation des surfaces.

### 3.4.3 Simulation de la gamme d'usinage

La gamme d'usinage est simulée en enchaînant les phases les unes après les autres.

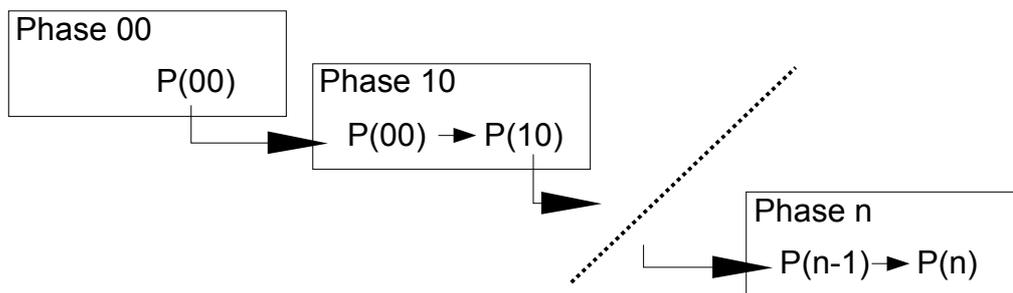
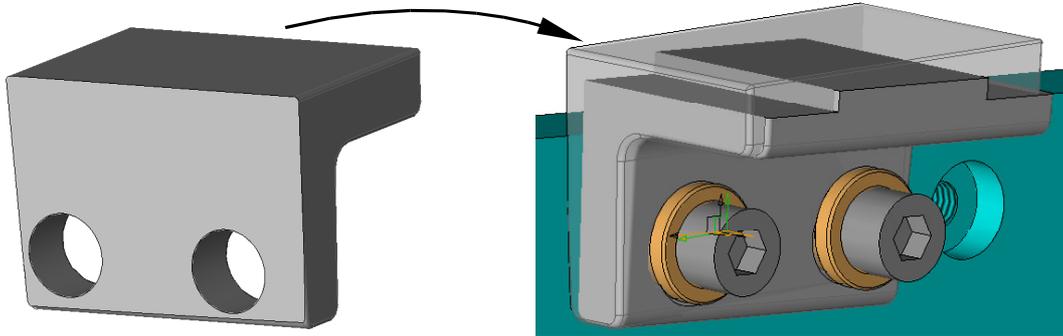


Figure 3-22 Transfert de la pièce simulée en fin phase

Soit  $P(n)$ , le solide simulé en fin de phase  $n$ , en partant du fichier de la pièce brute paramétrée  $P(00)$ , il suffit d'installer dans chaque phase  $n$  le solide  $P(n-1)$  représentant la pièce simulée en fin de phase précédente ( $n-1$ ) (Figure 3-22).

A chaque phase, les écarts de fabrication sont intégrés par l'intermédiaire des différents paramètres (Figure 3-23).



Pièce simulée en fin de phase -----> Installée en pièce « brute » en phase suivante

Figure 3-23 Enchaînement des phases d'usinage pour simuler la gamme

## 3.5 Métrologie virtuelle de la maquette numérique « image du réel »

La modélisation de la phase d'usinage nous a permis de lister et identifier les éléments participant à la phase, le graphe associé a mis en évidence les écarts potentiels entre ces éléments. A partir de ces données, nous avons pu structurer la simulation d'une gamme d'usinage sur un logiciel de FAO en intégrant des écarts de fabrication afin de générer une maquette numérique de la pièce à chaque état intermédiaire et dans son état final. Ce solide comporte des défauts par rapport à la cible visée. Ces défauts vont pouvoir être caractérisés.

### 3.5.1 Extraction du modèle simulé

A la fin de la gamme, le solide numérique  $P(n)$  est un objet numérique qui peut être exportable et isolé (Figure 3-24) pour être analysé et mesurer. Il présente les défauts de fabrication simulés. Ce solide est conservé soit pour établir des comparaisons avec la maquette numérique de la pièce nominale, soit pour être analysé par des mesures virtuelles.

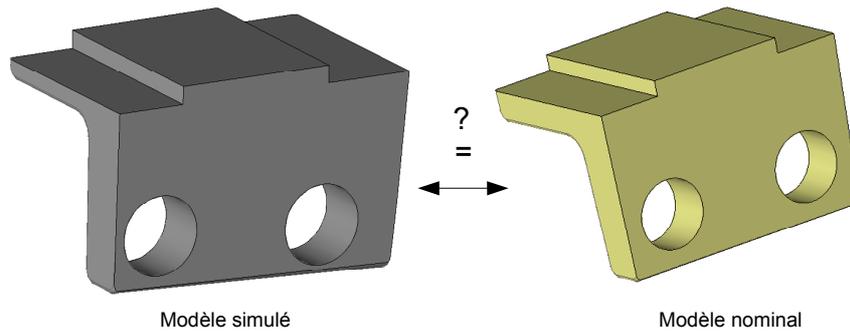


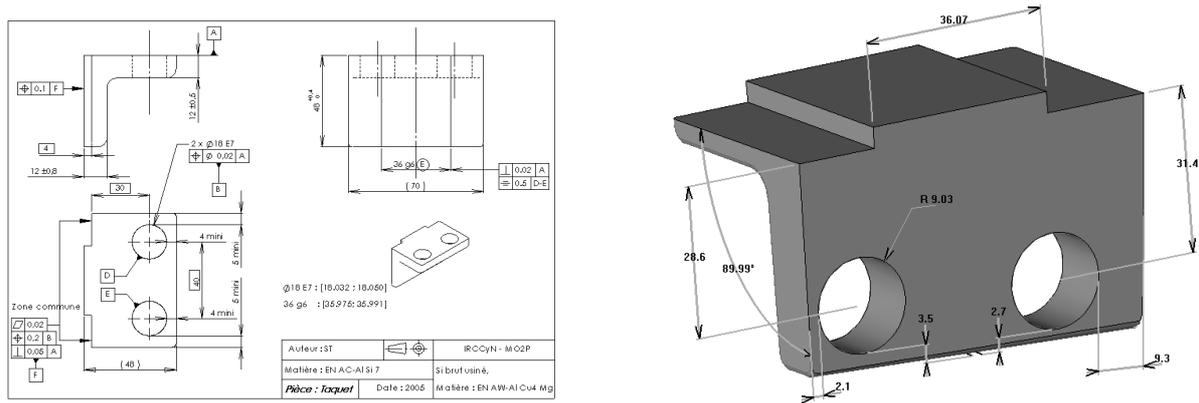
Figure 3-24 Les défauts sont-ils acceptables ?

### 3.5.2 Métrologie virtuelle de la maquette numérique usinée

La métrologie virtuelle consiste à analyser sur un modèle volumique les spécifications de la pièce de manière analogue à une séquence de métrologie tridimensionnelle. En effet les logiciels de CAO actuels disposent d'outils d'analyse et de mesures. Les caractéristiques physiques mesurées sont des angles, des distances mais aussi des volumes, aires, moments d'inertie, etc....

En fin de gamme ou tout au long du processus de fabrication, cette simulation permet de mesurer le cumul des effets des différents écarts de fabrication qui ont été intégrés. Chaque spécification de fabrication est analysée et vérifiée.

Sur le logiciel effectuant la métrologie virtuelle, les vérifications des spécifications dimensionnelles et géométriques normalisées se feront essentiellement par des calculs de distances et/ou d'angles. Les éléments analysés sont, soit des surfaces élémentaires de la pièce, soit des éléments théoriques et/ou des repères construits (par intersection, éléments médian, ajustement (best fit),... ) (Figure 3-25).



Interprétation des spécifications et métrologie tridimensionnelle du modèle simulé

Figure 3-25 Métrologie virtuelle

Dans l'état actuel de la simulation que nous proposons, chaque surface simulée est une surface de typologie identique avec la surface nominale et de défaut de forme nul.

Il est préférable de pouvoir exécuter les mesures de la maquette numérique simulée sur le logiciel où a été fait la FAO. Cette option sera intéressante lors de l'étude de l'évolution des configurations de défauts de fabrication où l'on souhaite observer l'évolution des mesures quasi-instantanément grâce aux liens dynamiques entre les différentes données. Dans le cas contraire, la maquette numérique sera importée sur un logiciel de CAO et le lien dynamique sera rompu pour effectuer l'analyse de la pièce.

Pour effectuer un dépouillement et une analyse plus rapides, nous avons connecté les valeurs des mesures avec une base de données. Cette base de données stockera les résultats de différentes configurations d'écarts de fabrication. Une fois les tables de mesures saisies, l'évolution des spécifications sera étudiée.

Pour cela, nous avons paramétré, sur le logiciel où est effectué la métrologie virtuelle, les différentes mesures de distances ou d'angles de la pièce simulée. Ces paramètres sont ensuite exportés vers une base de données où sont préalablement listées toutes les spécifications de la pièce telles que les valeurs cibles, mini, maxi et les conditions d'acceptation.

Une analyse succincte de deux spécifications de la pièce, une perpendicularité et une localisation est présentée sur la Figure 3-26. Celles-ci ont été traduites par des mesures virtuelles de distances ( $p_1, \dots, p_4$ ) et ( $d_1, d_2$ ). Ces mesures sont reliées et transmises automatiquement à la base de données dans laquelle l'analyse de la pièce est effectuée des tests automatiques sur chaque spécification.

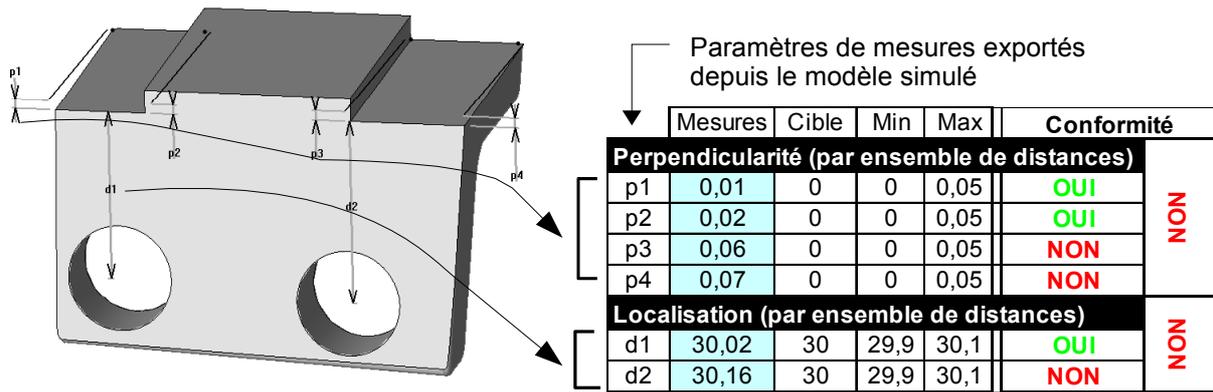


Figure 3-26 Connexion des mesures virtuelles avec une base de données

### 3.6 Automatisation de la simulation

La mise à disposition en fin de simulation d'usinage d'une maquette numérique de la pièce simulée avec des défauts de fabrication accumulés tout au long du processus nous permet de procéder à la métrologie virtuelle de la pièce.

Ces séquences de mesures réalisées sur un logiciel de FAO ou de CAO font appel aux mêmes méthodes utilisées pour des gammes de mesures tridimensionnelles. Alors les spécifications dimensionnelles et géométriques de position et d'orientation sont vérifiables.

La simulation que nous venons de proposer fait une « photo » de l'état géométrique et dimensionnel de la pièce pour une combinaison donnée des différents écarts de fabrication. Il va falloir alors automatiser l'enchaînement de toutes ces séquences (simulation, amplitudes des écarts fabriqués et mesure) pour étudier plusieurs configurations des défauts de fabrication.

#### 3.6.1 Etude de plusieurs configurations de défaut

En observant l'état de la pièce par rapport à l'évolution de l'amplitude des écarts de fabrication, nous sommes en mesure de valider ou améliorer la gamme d'usinage et/ou de fixer des valeurs limites des différents écarts de fabrication.

Afin de simuler plusieurs combinaisons d'écarts de fabrication nous souhaitons disposer instantanément d'une image de la pièce simulée et d'une fiche de mesures de vérification de ses spécifications.

Pour mettre en place cette méthode de simulation intégrale, un travail préalable est nécessaire, il faut créer et paramétrer :

- le fichier CAO de la pièce brute,
- chaque séquence FAO des phases successives avec les défauts de fabrication énoncés,
- les mesures de distances et d'angles entre éléments fabriqués ou construits de la pièce simulée lors de la métrologie virtuelle.

### **3.6.2 Méthode de paramétrage des défauts d'usinage dans les phases**

Nous avons mis en place une organisation logicielle qui relie les données de paramétrage des écarts de fabrication stockées dans une base de données, avec les paramètres d'écarts intégrés dans les fichiers FAO décrivant le processus de la gamme d'usinage.

La plupart des logiciels de CFAO proposent des interfaçages compatibles avec des bases de données. Ces interfaces autorisent l'échange de données.

Pour cela nous avons déployé l'organisation informatique suivante (Figure 3-27):

La base de données comporte deux types de tables :

- Une table de données numériques d'entrées représentant les paramètres des écarts de fabrication qui sont importées vers la FAO.
- Une table de données numériques de sorties représentant les paramètres de mesures de la pièce simulée qui sont exportées de la FAO.

Parmi les données d'entrées, on peut structurer les documents :

- Une table comprenant les variations dimensionnelles et géométriques de la pièce brute.
- Une table par phase, comprenant l'ensemble des écarts de fabrication. C'est à dire les écarts :
  - de mise en position,
  - générés par les variations dimensionnelles et géométriques des éléments,
  - de localisation des référentiels de programmation,
  - des opérations d'usinage.

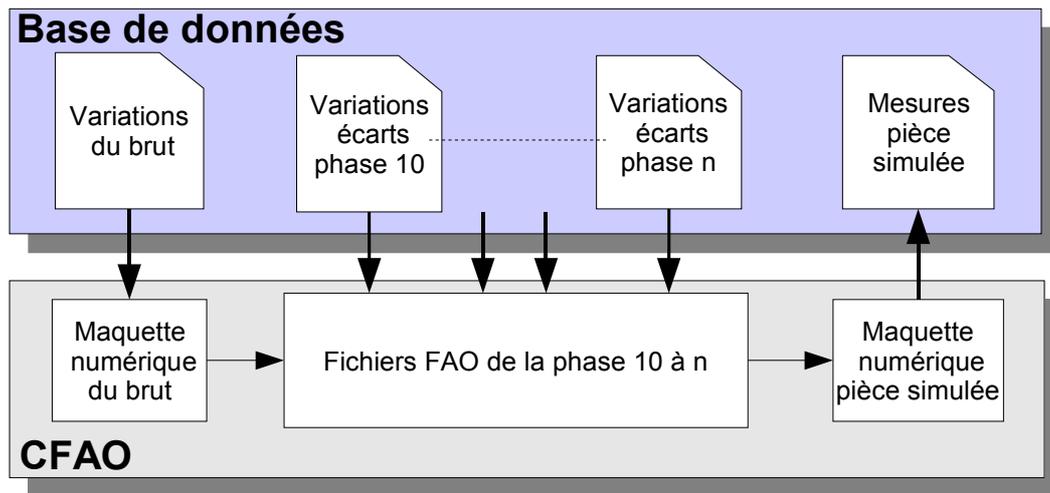


Figure 3-27 Interfaçage Tableur CFAO pour automatiser la simulation

### 3.6.3 Finalités de la simulation d'usinage en FAO

Sur la Figure 3-28 sont représentées deux finalités de notre approche de la simulation d'usinage en FAO. Suite à la vérification de la conformité de la pièce simulée, si le résultat n'est pas acceptable alors il est possible d'une part, de moduler l'amplitude des écarts de fabrication ou d'autre part, de modifier la gamme de fabrication.

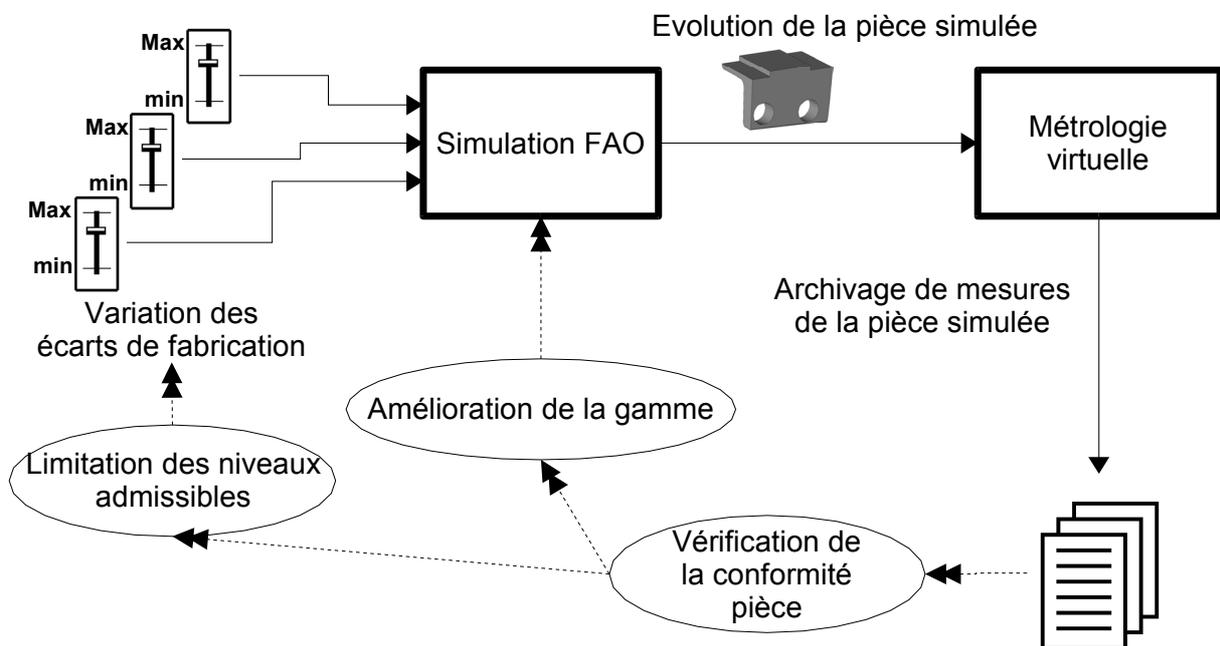


Figure 3-28 Suivi des mesures en fonction de la variation des écarts de fabrication

Cette simulation est bien entendu plus longue qu'une tâche de FAO traditionnelle. En revanche elle répond à des objectifs supplémentaires :

- Elle contribue à valider la gamme d'usinage et autorise des améliorations.
- Elle met à disposition une maquette numérique simulée.
- Elle borne les limites admissibles des écarts de fabrication pour renseigner la production.
- Elle génère les programmes d'usinage lorsque tous les défauts sont nuls.

## **3.7 Discussion sur la simulation géométrique d'usinage intégrée en FAO**

### **3.7.1 Efficacité de la méthode**

#### **3.7.1.1 Au niveau de l'organisation matérielle**

A titre informatif pour la gamme du taquet (Annexe 3), les effets d'une nouvelle configuration des écarts sont visualisés et exportés en moins de 20 secondes<sup>(1)</sup>, le temps de rejouer la totalité de la gamme et d'exécuter la mesure virtuelle. Il est possible de réduire les temps en créant des API<sup>(2)</sup> spécifiques entre la base de données et la FAO. Cette organisation matérielle est opérationnelle.

L'étude de différentes combinaisons des écarts de fabrication peut s'automatiser et être tracée dans la base de données.

Pour l'exemple du taquet, nous dénombrons 47 paramètres d'écarts (10 pour les variations de brut, 17 pour la première phase et 20 pour la seconde). Il y a donc  $2^{47}$  combinaisons entre ces paramètres en prenant les valeurs au pire des cas (mini, maxi). Ce calcul est là pour rappeler que compte tenu du temps de traitement (1 minute (incluant la métrologie virtuelle et l'export des grandeurs) pour l'exemple du taquet), cette méthode de simulation est essentiellement destinée à l'analyse des effets des écarts de fabrication.

#### **3.7.1.2 Analyse des résultats numériques**

La perception tridimensionnelle des défauts de fabrication de la pièce est visible et mesurable.

---

<sup>1</sup> Configuration matérielle correspondante : Pentium III à 2,5GHz, 512Mo de Ram, (OS Windows 2000) avec le logiciel TopSolid/CAM 2004.

<sup>2</sup> API : Automated Program Interface, utilitaire informatique associé au logiciel développé pour effectuer des tâches automatiquement (export, extraction d'élément, génération de paramètres, ....)

Hormis les défaut de forme, les spécifications dimensionnelles et géométriques normalisées sont quantifiables. Elles reposent sur des calculs d'angles et de distances et sur une interprétation géométrique des spécifications de la pièce. La métrologie virtuelle est similaire à la pratique d'une séquence sur un logiciel de mesure tridimensionnelle.

En revanche les calculs sont sous-traités et exécutés par le logiciel de FAO qui utilise une modélisation et des algorithmes dont l'utilisateur ne connaît ni la résolution et la précision. Les incertitudes logicielles de calculs apparaissent à différents stades : lors de la simulation et de la génération de surfaces de la pièce, lors des transferts de la maquette à chaque changement de phase et lors de l'analyse et de la mesure virtuelle du solide simulé. Nous garderons en mémoire que cette méthode de simulation comporte des incertitudes de calculs dont les limites ne sont pas clairement identifiées. A ce stade de l'étude, il serait intéressant de comparer des simulations identiques sur deux logiciels différents.

A ce stade de la réflexion, nous conserverons les résultats de cette méthode de simulation afin de les comparer avec d'autres méthodes de simulation pour les apprécier et les relativiser.

Les défauts de la pièce simulée sont fonction des écarts de fabrication qui ont été intégrés.

### **3.7.2 Applications de la simulation d'usinage intégrée en FAO**

La particularité de cette simulation géométrique d'usinage est de disposer en fin de FAO d'une maquette numérique simulée avec défauts. C'est à dire de disposer d'un objet que l'on peut mesurer, observer mais aussi replacer dans un contexte fonctionnel pour voir si ces conditions d'aptitude à l'emploi sont remplies.

#### **3.7.2.1 Analyse des effets des écarts de fabrication et validation de la pièce fabriquée**

La première application que nous avons présentée est la mesure tridimensionnelle virtuelle de la pièce simulée pour vérifier sa conformité en fonction des écarts survenus lors de la fabrication.

La méthode utilise le logiciel de FAO comme une boîte noire. Les défauts de la pièce sont constatés et mesurés. En revanche aucune information n'est disponible concernant les contributions de chaque écart de fabrication sur les défauts. Elle ne permet pas de faire une étude de synthèse sur les écarts de fabrication.

### 3.7.2.2 Implantation du modèle simulé dans l'assemblage de conception et étude des effets.

Une autre application consiste à replacer la maquette numérique simulée dans son contexte de conception afin de vérifier si les exigences fonctionnelles du produit sont toujours satisfaites.

A titre d'exemple, lors d'un projet de réalisation d'un moyeu d'hélice (Figure 3-29) [Tic 04c], suite à un défaut de centrage survenu en cours de fabrication, nous avons intégré à posteriori cette erreur et obtenu le modèle numérique de la pièce avec des défauts.

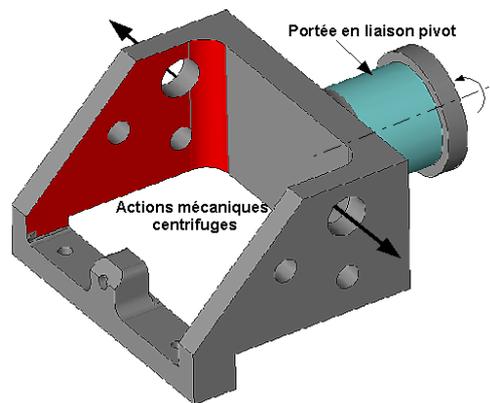
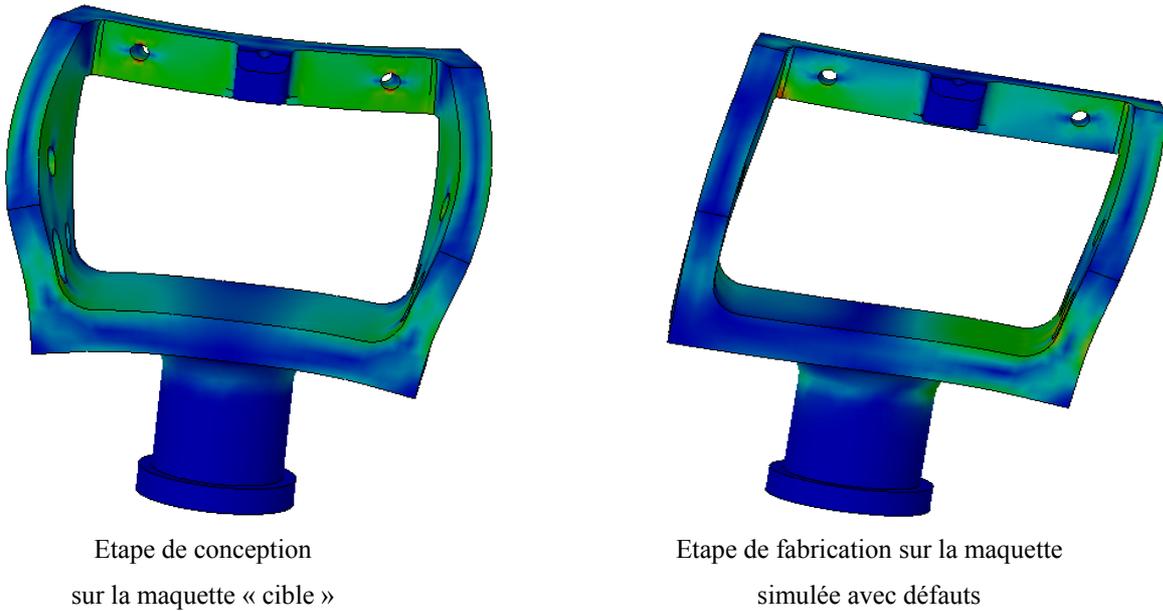


Figure 3-29 Définition numérique de la pièce et mise en situation.

Cette pièce est en liaison pivot et subit des actions mécaniques centrifuges de l'hélice sur ces parois latérales comme indiqué sur la Figure 3-29.

Lors de sa conception, une simulation par éléments finis déterminant les distributions des contraintes et la déformée a permis de définir les dimensions et la géométrie nominales de la pièce lorsqu'elle est en charge. Sur la partie gauche de la Figure 3-30 sont tracées les distributions des contraintes et les déformées de la maquette cible du moyeu soumis à ces charges lorsque tout est idéal.

Simulation par éléments finis : études des distributions de contraintes et des déformées



Etape de conception  
sur la maquette « cible »

Etape de fabrication sur la maquette  
simulée avec défauts

*Figure 3-30 Validation de la poursuite de la fabrication par analyse de la maquette simulée*

Lorsque le défaut de fabrication s'est avéré, nous avons utilisé la maquette simulée pour vérifier ses conditions d'aptitudes à l'emploi. Sur la partie droite de la Figure 3-30, la simulation par éléments finis nous a permis de constater que les déformations et les contraintes étaient encore admissibles pour l'utilisation prévue.

La mise à disposition de la maquette simulée nous a permis de poursuivre la fabrication de cette pièce de sécurité à forte valeur ajoutée malgré son défaut de fabrication. Ceci nous a permis d'économiser du temps en ne recommençant pas la production d'une nouvelle pièce.

D'un point de vue plus général, cet exemple d'application nous permet d'émettre une réflexion plus globale.

Nous pouvons reconstituer un assemblage mécanique en CAO qui met en situation les pièces simulées telles que nous venons de les créer, c'est à dire avec des défauts de fabrication. Il est alors possible d'identifier géométriquement les défauts d'un mécanisme afin de valider son fonctionnement.

### **3.7.3 Commentaires sur les modes de définitions numériques d'une pièce**

Le fait de reconstruire un solide virtuel suite à la simulation nous permet de constater que l'élaboration de la maquette numérique d'une pièce peut être faite suivant deux méthodes différentes et indépendantes :

- Suivant l'approche de la conception fonctionnelle classique où les contraintes géométriques et dimensionnelles entre les surfaces et volumes de chaque pièce se font suivant le respect et les exigences du mécanisme à concevoir. Les fonctions basiques d'esquisses, d'extrusion se font au gré des fonctions à réaliser.
- Suivant l'approche fabrication, c'est à dire suivant la chronologie de réalisation des différentes surfaces et des différents volumes de la pièce et ce dans tous les états intermédiaires (avec ou sans défauts).

A l'issue des ces modes d'élaboration, les résultats doivent converger vers des objets identiques.

L'utilisation plus ou moins artificielle des fonctions d'un logiciel de FAO nous a permis de disposer d'une maquette numérique simulée. Les limitations s'imposent par la difficulté de paramétrer des écarts géométriques de fabrication tels que des changements de topologie de surfaces (par exemple l'usure d'une fraise cylindrique qui la rend conique). Il faut, dans ces cas là, s'adapter aux spécificités du logiciel pour définir et paramétrer ses écarts.

Si la simulation devient trop délicate à formaliser en FAO, alors nous garderons à l'esprit qu'une maquette numérique simulée de la pièce est réalisable sur modeleur CAO. Dans ce cas, l'arbre de construction de la pièce du modeleur CAO ne sera plus établi en fonction des exigences fonctionnelles mais décrira le processus de fabrication. Les écarts de fabrication seront à paramétrer sur ce modèle. Ce point sera retenu dans le chapitre suivant.

### **3.8 Conclusion**

Après avoir identifié les différents éléments intervenant dans une phase d'usinage et les sources générant des écarts de fabrication, dans ce chapitre nous venons de proposer une modélisation homogène d'une phase d'usinage faisant intervenir des solides et des surfaces. Dans cette modélisation nous avons créé la notion d'opération d'usinage comme étant un solide virtuel participant à la phase.

Chaque phase est décrite par un graphe mettant en situation les différents éléments et les écarts de fabrication. L'association de tous les graphes de phase représente ainsi la gamme d'usinage d'une pièce. Nous sommes en mesure grâce à ces graphes d'identifier les sources d'écarts qui sont à l'origine des défauts de position entre des surfaces de la pièce.

Nous proposons une première approche de la simulation géométrique d'usinage tridimensionnelle en intégrant les écarts de fabrication entre les éléments dans un logiciel de

FAO qui décrit le processus de réalisation de la pièce. Cette méthode a le mérite d'être simple, opérationnelle et utilisable par tous. Elle délivre une maquette numérique de la pièce simulée avec des défauts de fabrication dans le but de vérifier sa conformité suite à une métrologie virtuelle ou dans le but de la remettre dans son contexte fonctionnel et de valider son utilisation.

Il s'agit là d'un type d'outil d'analyse et d'aide à la décision qui peut trouver son utilisation suivant deux orientations :

- Lors de l'industrialisation, grâce à la simulation on peut valider un avant-projet d'études de fabrication qui permet de vérifier si les exigences fonctionnelles et les conditions d'aptitude à l'emploi de la pièce sont satisfaites.
- Lors de la conception, où dans un contexte DFM <sup>(1)</sup>, on peut disposer d'informations sur les tolérances de fabrication réalistes des pièces pour déterminer et optimiser les conditions fonctionnelles du produit à développer.

Cette simulation permet de mesurer le cumul des effets des différents écarts de fabrication. En revanche, elle ne permet pas d'identifier les contributions de chaque écart intégré durant la gamme. Quelle est la part de la remise en position, des écarts liés aux opérations d'usinage, des erreurs de bruts, .... ?

Cette question fait appel à un besoin de modélisation mathématique et d'une écriture formelle des défauts.

Jusqu'à présent nous avons traité ces données par des logiciels utilisés comme des boîtes noires. Il nous faut alors proposer un formalisme et une modélisation des écarts géométriques pour disposer d'un outil de simulation tridimensionnel plus complet et explicite.

---

<sup>1</sup> Design For Manufacturing



## **4 Approche formelle de la simulation tridimensionnelle d'usinage**

### **4.1 Introduction**

Notre objectif pour la simulation géométrique d'usinage est double. Les axes d'études portent sur l'analyse et la synthèse d'un Avant-Projet d'Etudes de Fabrication (APEF).

L'analyse permet de valider une gamme d'usinage prévisionnelle en observant les contributions des défauts de fabrication vis à vis des exigences à satisfaire.

La synthèse permet d'allouer ou de distribuer les défauts géométriques admissibles de fabrication en fonction des exigences fonctionnelles du produit et des exigences manufacturières du processus de production. Lors de la mise en œuvre de la production, une augmentation potentielle des tolérances conduit, à choisir les procédés de production adéquats, à simplifier les procédures de réglage, à diminuer les délais de mise au point de la production et donc à réduire les coûts de production.

Le chapitre précédent a mis en évidence de façon quantitative les défauts géométriques de fabrication. Ceci permettra d'expliquer et de prévenir les phénomènes de manière plus complète ou encore d'identifier pour chaque source de défaut de fabrication quelles sont leurs contributions, leurs effets et leur importance. Nous présentons dans ce chapitre une approche formelle de la simulation tridimensionnelle d'usinage basée sur une modélisation des défauts géométriques par les torseurs de petit déplacement. Par ce biais l'étude des défauts de fabrication sera mise sous forme de relations que nous pourrons analyser.

Cette approche sera déployée, d'une part sur un exemple bidimensionnel simple afin de bien percevoir les méthodes et les principes de calculs effectués. D'autre part, elle sera généralisée en tridimensionnel suivant une démarche méthodologique que nous présenterons pour automatiser la simulation. Un exemple d'application 3D mettra en évidence l'intérêt de la génération automatique des données afin d'exprimer les conditions géométriques à respecter. A la fin du chapitre, nous proposons une analyse comparative entre l'approche formelle de la simulation géométrique d'usinage et l'approche de la simulation utilisée en FAO présentée au chapitre 3.

## 4.2 La simulation d'usinage 3D basée sur une représentation des écarts géométriques par les torseurs

En observant le processus de fabrication d'une pièce, O. Legoff et F. Villeneuve [Vil 01] ont considéré que chaque phase peut-être observée comme un mécanisme ou un assemblage élémentaire. En utilisant les modélisations des défauts dans les mécanismes, il est possible de développer un modèle de simulation des défauts d'usinage pour chaque phase de fabrication d'une pièce.

### 4.2.1 Identification des éléments et graphes de phase

En reprenant la modélisation d'une phase que nous avons proposée au chapitre 3, l'étude des défauts géométriques de fabrication s'effectue sur les positions et les orientations des surfaces des différents composants qui participent à la phase. Dans une phase d'usinage, nous avons distingué deux types d'entités : les composants physiques et leurs surfaces. Rappelons que les composants sont la pièce, le porte-pièce, la machine-outil et les opérations d'usinage. Le graphe de la phase associé à la modélisation proposée est représenté sur la Figure 4-1.

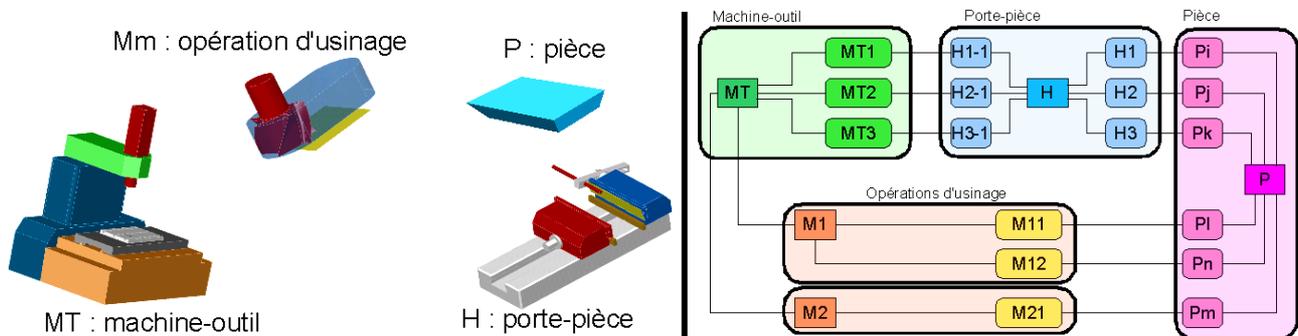


Figure 4-1 : Liste des composants et exemple d'un graphe d'une phase

La représentation graphique d'une phase que nous avons créée, met en évidence les écarts géométriques potentiels entre les composants ou les surfaces de ces composants. Ces écarts peuvent être perçus comme des dispersions  $\Delta l$  généralisées en tridimensionnel.

Nous allons choisir une formalisation des écarts géométriques entre composants et l'utiliser pour la modélisation d'une phase.

## 4.2.2 Hypothèses de la modélisation géométrique retenue

Les hypothèses portent sur les pièces, les surfaces, et les amplitudes des défauts.

### 4.2.2.1 Pièce indéformable

Certaines surfaces de la pièce peuvent être actives dans différentes phases d'usinage. Lorsqu'elles sont actives, il faut considérer que leur situation géométrique reste inchangée par rapport à la pièce. Une première hypothèse est de considérer la pièce indéformable quelles que soient les actions mécaniques d'usinage et de maintien en position (serrage). Cette hypothèse permet de considérer les surfaces inchangées (caractéristiques, topologie, etc...) dans différentes phases.

### 4.2.2.2 Surface associée parfaite et sans défaut

Lorsque l'on évoque une surface, on peut envisager deux points de vue :

- La réalité : c'est à dire la surface réelle qui est un élément imparfait et non défini.
- Le modèle : c'est à dire la surface nominale qui est un élément parfaitement défini.

La perception de la surface réelle est subjective car la surface n'est connue qu'au travers du procédé métrologique utilisé. Chaque surface réelle sera identifiée par une surface associée dont on évaluera :

- les propriétés intrinsèques (le défaut de forme et les dimensions),
- la position par rapport à la surface nominale.

L'approche métrologique tridimensionnelle classique consiste à associer à la surface réelle une surface parfaite de substitution dont la topologie est identique à la surface nominale et qui la représente au mieux. En métrologie, les modèles d'association répondent soit au critère normalisé de défaut de forme mini tangent à l'extérieur de la matière, soit au critère des moindres carrés des écarts ; ce dernier ayant pour intérêt d'avoir une solution non optimale mais unique. Le choix d'un critère d'association sera nécessaire lors de l'évaluation des défauts fabriqués, mais n'a pas d'incidence dans un premier temps sur la modélisation pour la simulation géométrique qui ne traite que de surfaces parfaites.

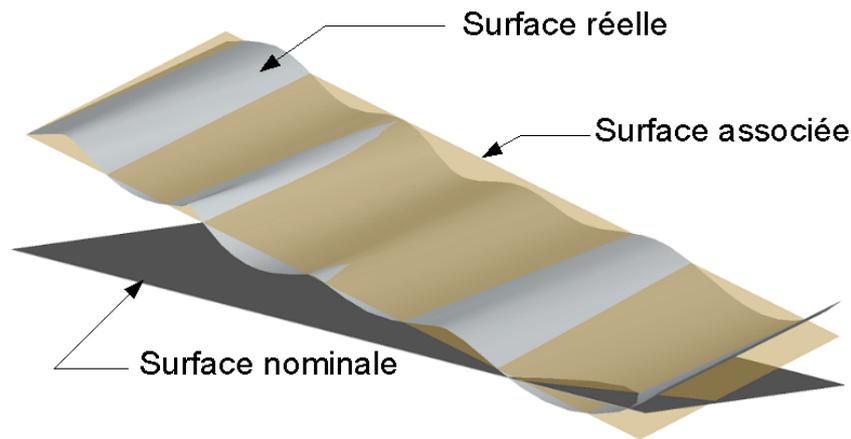


Figure 4-2 Association des surfaces

On pose les hypothèses relatives aux surfaces :

- Toutes les surfaces utilisées dans notre modélisation sont considérées comme géométriquement définies, parfaites et sans défaut.
- Puisque l'élément associé est considéré comme parfait, le défaut de forme des surfaces est négligeable devant les défauts de position et d'orientation.

#### 4.2.2.3 Faible amplitude des défauts

Dans le contexte de la technologie mécanique en général et de l'étude des phases d'usinage en particulier, l'ordre de grandeur des écarts géométriques entre les différentes entités est guidé par les normes ISO 2768-1 et 2768-2 qui fixent les tolérances pour les dimensions linéaires et angulaires et les tolérances géométriques pour les composants non affectés de tolérances individuelles (Tableau 4-1). Ces valeurs proposées par la norme sont le meilleur reflet des grandeurs utilisées dans l'industrie mécanique.

classe de tolérance		Ecartes angulaires admissibles ( $\pm$ rad) pour une longueur d'élément (mm)				
désignation	description	<10	[10;50]	[50;120]	[120;400]	>400
<b>f</b>	fine	0,017453	0,008727	0,005760	0,002909	0,001454
<b>m</b>	moyenne					
<b>c</b>	grossière	0,026180	0,017453	0,008727	0,004363	0,002909
<b>v</b>	très grossière	0,052360	0,034907	0,017453	0,008727	0,005760

Tableau 4-1 Ecartes angulaires admissibles selon la norme ISO 2768-1

Nous constatons que l'ordre de grandeur des écarts angulaires donnés par la norme est faible. On peut poser l'hypothèse H : pour un angle petit, il est possible de le linéariser, c'est à dire en faire une approximation au premier ordre :

$$H: \text{Pour un angle } \alpha \text{ exprimé en rad, } \sin(\alpha) = \text{tg}(\alpha) = \alpha \text{ et } \cos(\alpha) = 1$$

Pour une rotation  $\alpha$ , l'extrémité de l'élément de longueur  $L$  se déplace verticalement de  $h = L.tg(\alpha)$

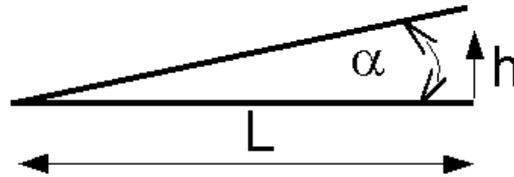


Figure 4-3 Déplacement  $h$  pour un angle de rotation  $\alpha$

L'erreur  $E_h$  du déplacement  $h$  faite par l'approximation de premier ordre est :

$$E_h = L.(tg(\alpha) - \alpha)$$

A partir des valeurs angulaires fixées par la norme, on peut calculer l'ensemble des erreurs  $E_h$  en fonction des dimensions limites des éléments (Figure 4-4).

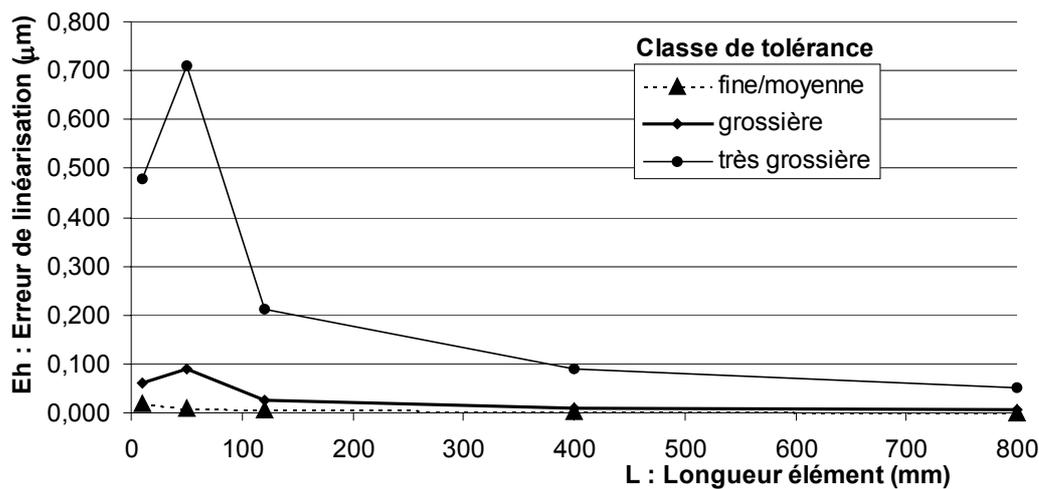


Figure 4-4 Erreur de linéarisation par classes de tolérance de la norme ISO 2768-1

On constate que l'erreur  $E_h$  n'excède jamais plus  $0,7 \mu\text{m}$  et ce pour la classe de tolérance la plus grossière. Cet ordre de grandeur d'erreur est inférieur aux incertitudes de mesure de moyens de mesure conventionnellement utilisés en mécanique. L'erreur  $E_h$  n'est pas détectable par la mesure.

Une étude similaire sur les tolérances géométriques (classe de tolérance H, K et L) proposées par la norme ISO 2768-2 confirme de la même manière cette hypothèse.

Nous concluons de ces résultats que le développement limité du premier ordre des angles de rotation est admissible et peut caractériser les défauts d'orientation.

#### **4.2.2.4 Modélisation géométrique retenue**

Parmi les modélisations permettant de représenter des écarts entre deux composants nous retiendrons les matrices de transformation homogènes et les torseurs de petit déplacement.

Le choix du torseur de petit déplacement a eu notre faveur par rapport à l'utilisation des matrices de transformations homogènes. Celles-ci permettent également de formaliser les positions relatives de repères attachés à des éléments mais leur manipulation est plus lourde car elle fait intervenir du calcul matriciel manipulant des valeurs angulaires sous une forme non linéaire.

Compte tenu des hypothèses pour l'utilisation de petits angles de rotation constatée dans notre champ d'application, la linéarisation des angles est admissible.

Nous utiliserons une formalisation des écarts géométriques qui sera basée sur les torseurs de petit déplacement qui s'appuient sur nos hypothèses énoncées précédemment.

Les intérêts de l'utilisation des torseurs de petit déplacement sont :

- Une formulation mathématique basée sur l'algèbre linéaire. Ce dernier point sera utile et intéressant lors des résolutions pour l'analyse et l'optimisation.
- Une formulation unique et globale de différents défauts géométriques.

Une étude sur l'erreur de linéarisation des angles commise par l'utilisation des torseurs est proposée en annexe 4.

### **4.3 Typologie des torseurs utilisés en simulation d'usinage**

#### **4.3.1 Rappel des torseurs utilisés pour le comportement géométrique des mécanismes**

Nous avons choisi de modéliser par des torseurs de petit déplacement quatre types de défauts de positionnement : le torseur écart, le torseur défaut, le torseur jeu et le torseur global (Figure 4-5). Ces torseurs sont définis dans le chapitre 2.

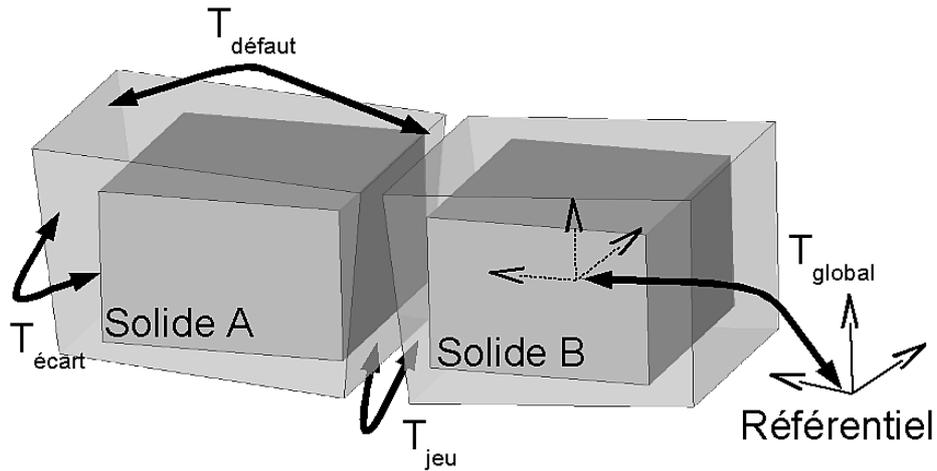


Figure 4-5 Les différents types de torseurs

Le torseur écart et le torseur défaut sont propres à un solide et ses surfaces. Le torseur jeu et le torseur global, sont relatifs aux positions des solides avec leur environnement.

A titre de rappel voici les quatre type de torseurs que nous utiliserons :

- Le torseur écart représente le déplacement entre une surface théorique nominale et la position de la surface réelle représentée par sa surface associée. Ce type de torseur ne dépend que de la topologie de la surface. Pour les cylindres, sphères, cônes et tores, un torseur écart intrinsèque est associé au torseur écart qui permet de prendre en compte les variation dimensionnelles.
- Le torseur défaut représente les défauts de position entre deux surfaces d'une même pièce (Figure 4-6). Le torseur défaut exprime une condition fonctionnelle ou une condition de fabrication à respecter lors de l'étude d'avant projet d'études de fabrication.

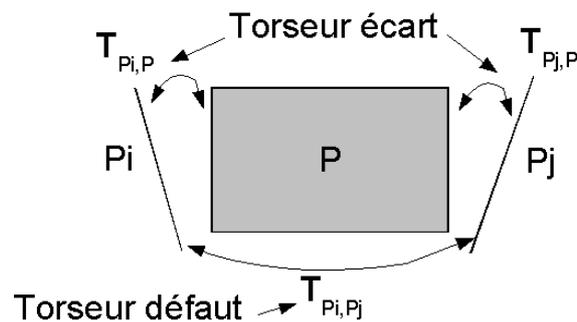


Figure 4-6 Le torseur défaut

*Le torseur jeu (ou torseur connexion)*

- Le torseur jeu (appelé aussi torseur connexion) représente les écarts de position entre deux surfaces de deux solides. Il caractérise les erreurs au niveau d'une liaison élémentaire

entre les deux surfaces. Dans notre étude en simulation d'usinage, comme nous l'avons présenté en unidimensionnel au chapitre 2, la liaison qui génère les principales sources de défauts de fabrication est la liaison entre la pièce et le porte-pièce. Elle caractérise les écarts de remise en position. Les autres liaisons entre la machine et l'outil d'une part, la machine et le porte-pièce d'autre part sont par fonction de meilleure qualité. Elles sont à l'origine d'écarts de moindre importance.

- Le torseur global représente les défauts de position d'un solide par rapport à sa position nominale (voir le paragraphe du 2.3.3.5 chapitre 2). Le torseur global résulte des torseurs défaut et des torseurs écart des surfaces du solide et des torseurs jeu du solide avec d'autres solides.

### 4.3.2 Bilan des torseurs utilisés dans une phase d'usinage

Compte tenu de la définition de ces torseurs et de la modélisation de la phase d'usinage que nous avons proposé au chapitre 3, nous sommes en mesure de formuler les défauts géométriques d'usinage.

En reprenant le graphe de représentation compacté d'une phase, nous pouvons dresser (Figure 4-7) la liste des types de torseurs qui caractérisent des écarts géométriques entre les différents éléments d'une phase.

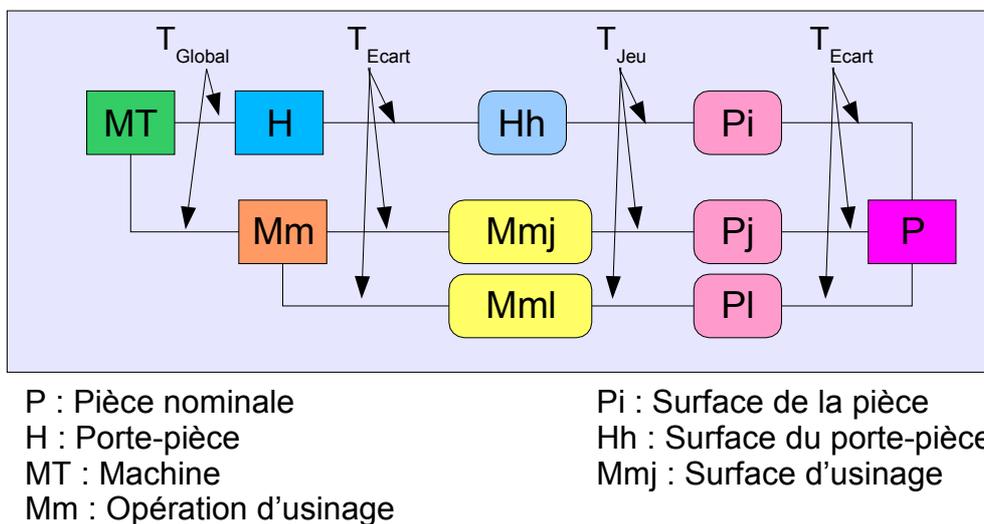


Figure 4-7 Types de torseurs mis en place dans une phase d'usinage

Le Tableau 4-2 résume sous une autre forme les torseurs utilisés où sont rappelés leur type et leur dénomination.

Type de Torseur	Global	Ecart	Jeu
<p>The diagram illustrates a machining process. A tool (MT) is shown cutting a simulated piece (Pi) which is mounted on a workpiece holder (H). The tool is moving to the right, as indicated by an arrow. The contact surfaces are labeled: Mm (tool tip), Mmj (tool flank), Pi (piece top), Hh (holder top), and Pk (holder bottom).</p>	$T_{MT,Mm}$          $T_{MT,H}$	$T_{Mm,Mmj}$   $T_{Pi,P}$   $T_{H,Hh}$	$T_{Mmj,Pi}$   $T_{Hh,Pk}$

Tableau 4-2 Bilan des torseurs utilisés dans une phase d'usinage

### 4.3.3 Initialisation des composantes indéterminées

Les composantes indéterminées des torseurs écart  $T_{Mm,Mmj}$ ,  $T_{H,Hh}$  et des torseurs jeu  $T_{Mmj,Pi}$  sont fixés à 0.

En effet, les écarts exprimés par ces torseurs ne dépendent que des surfaces qu'ils mettent en situation et sont indépendants des autres entités.

Seuls les torseurs connexion  $T_{Hi,Pi}$  qui caractérisent les défauts de mise en position entre les surfaces du porte-pièce et les surfaces de la pièce comportent des composantes indéterminées. Ces composantes sont fonction de l'ensemble des liaisons élémentaires entre les différentes surfaces de la pièce et du porte-pièce.

### 4.3.4 Notation des torseurs et des composantes

Le nombre de paramètres étant multiplié par 6 par rapport au cas unidimensionnel, il est souhaitable de proposer un système de notation qui permette de comprendre rapidement les différentes équations.

Mis à part le torseur défaut entre deux surfaces de la pièce, tous les torseurs sont associés à une phase d'usinage. Ils en porteront l'indice.

Notation générale :  $T_n Mmi,Pi$  Torseur de la phase "n" entre les éléments Mmj et Pi.

Réduit au point A, les composantes dans une base sont :

$$T_n Mmj,Pi = \left\{ \begin{array}{l} \alpha_n Mmj,Pi \\ \beta_n Mmj,Pi \\ \gamma_n Mmj,Pi \end{array} \right\} \left( \begin{array}{l} U_n Mmj,Pi \\ V_n Mmj,Pi \\ W_n Mmj,Pi \end{array} \right)_A$$

## 4.4 Ecriture formelle de la simulation d'usinage

A présent, la phase est modélisée avec différents éléments, la gamme de fabrication de la pièce est représentée par l'association de tous les graphes de phase, et les écarts géométriques entre les éléments sont formalisés par des torseurs de petit déplacement. Nous sommes en mesure de procéder à une simulation d'usinage qui va décrire formellement les origines des défauts géométriques d'une pièce.

Valider un avant-projet d'études de fabrication, nécessite de vérifier que toutes les exigences fonctionnelles du produit et les exigences manufacturières des procédés sont satisfaites. Nous allons devoir exprimer ces exigences selon l'approche formelle que nous avons adoptée.

### 4.4.1 Respect des exigences : Conditions géométriques d'usinage

Le but de la simulation d'usinage est d'analyser les effets et les incidences des défauts de fabrication sur la pièce finie en fonction de la gamme proposée. Au niveau géométrique et dimensionnel, les exigences à respecter sont d'origine fonctionnelle et manufacturière. En anglais dénommées Geometric Manufacturing Conditions (GMC) [Tic 05], les conditions géométriques d'usinage sont de deux types :

- associées au produit, ce sont les conditions fonctionnelles de la pièce généralement traduites par des spécifications dimensionnelles et géométriques normalisées,
- associées aux procédés, ce sont les conditions relatives imposées par les possibilités de fabrication qui sont fonction des opérations d'usinage, des méthodes de mise en œuvre des procédés et de la gamme choisie.

Ces exigences sont indépendantes. Pour valider une gamme, toutes ces conditions doivent être respectées.

#### 4.4.1.1 Expression des conditions géométriques d'usinage

Les conditions géométriques d'usinage expriment les défauts de positions relatives entre deux surfaces de la pièce. Selon notre approche, elles seront donc exprimées par un torseur défaut.

Nous allons mettre en équations les composantes non indéterminées du torseur défaut entre deux surfaces en fonction des autres torseurs mis en place.

Soit une condition géométrique d'usinage entre deux surfaces  $P_i$  et  $P_j$  à respecter, l'expression mathématique de cette condition est donnée par le torseur défaut  $T_{P_i, P_j}$ .

#### **4.4.1.2 Relation avec le tolérancement normalisé**

Notre choix est d'utiliser un formalisme qui est indépendant des modes de représentation des tolérances. Actuellement les exigences fonctionnelles sur les pièces sont exprimées avec des langages normalisés nationaux ou internationaux (ANSY, ISO,...). Compte tenu de cette diversité, il est délicat d'en choisir une. De plus en cas d'une évolution majeure de ces normes, notre modélisation ne sera pas directement affectée.

Dans notre étude nous présenterons des exemples qui portent sur la position relative entre deux éléments. Le cas des systèmes de référence ou des zones communes, qui font entrer en relation plus de deux surfaces peut-être traité en formulant le torseur défaut entre les éléments associés. JY Choley dans sa thèse [Cho 05] propose une méthode d'identification métrologique des surfaces impliquées dans un système de référence afin de les associer à un élément nominal.

Un lien est établi entre une spécification de tolérancement géométrique normalisée et le torseur défaut que nous allons utiliser.

De plus, nous serons également attentifs sur la nécessité d'exprimer une exigence de fabrication (qui est une condition géométrique d'usinage) sous la forme d'un torseur défaut.

#### **4.4.2 Résolution par chaîne de torseurs**

Une condition géométrique d'usinage est une contrainte reliant deux surfaces de la pièce fabriquée. Grâce aux graphes de représentation des phases, l'expression d'une condition sera la somme des torseurs de petit déplacement qui se trouvent sur le chemin entre les deux surfaces.

##### **4.4.2.1 Analyse d'une chaîne de torseurs**

Un exemple de chaîne de torseurs est présenté sur la Figure 4-8.

Elle détermine le torseur défaut entre deux surfaces ( $P_l$  et  $P_q$ ) usinées avec un même outil dans la phase  $n$ . Dans le cadre de la simulation d'usinage où nous voulons exprimer les sources d'écarts qui interviennent dans la phase, la fermeture de la chaîne s'effectue par les maillons qui passent par les éléments de la phase.

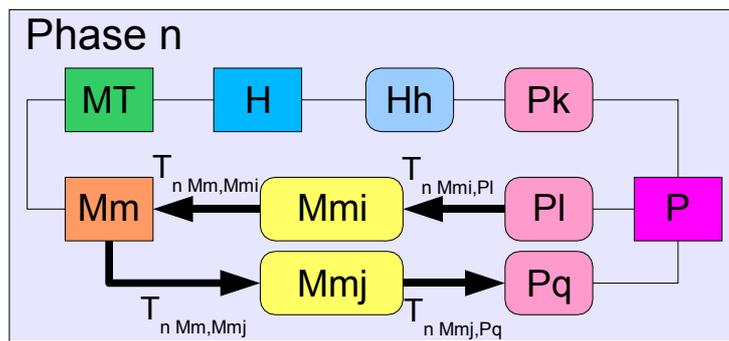


Figure 4-8 Analyse d'une chaîne de torseurs sur le graphe de la phase n

La fermeture de la chaîne de torseurs s'écrit :

$$T_{Pl,Pq} = - T_{n Mmi,Pl} - T_{n Mm,Mmi} + T_{n Mm,Mmj} + T_{n Mmj,Pq}$$

Cette condition dépend de 4 torseurs qui concernent les opérations d'usinage des deux surfaces avec le même outil.

Ce formalisme transcrit les défauts géométriques tridimensionnels entre deux surfaces fabriquées en une seule équation utilisant des éléments homogènes (les torseurs) et un seul opérateur mathématique.

Les conditions géométriques d'usinage imposées par la gamme ainsi modélisée, seront mises en équation en deux temps :

- Tout d'abord, une mise en équations des composantes des torseurs défauts à étudier.
- Puis, une écriture torsorielle de la fermeture des chaînes de torseurs.

Ces deux séquences sont distinctes et seront exécutées séparément afin de simplifier les traitements mathématiques.

#### 4.4.2.2 Analyse des chemins

En fonction du type de conditions entre deux surfaces, on peut constater que les chemins peuvent être multiples et peuvent passer d'un graphe de phase à un autre.

Comme il en a été fait référence lors de l'étude de la simulation d'usinage unidirectionnelle au paragraphe 2.5.1 du chapitre 2, trois cas de conditions différents :

- Les conditions sont entre deux surfaces actives d'une même phase avec :
  - deux surfaces usinées,
  - une surface usinée et une surface de mise en position.

- Conditions entre deux surfaces réalisées dans des phases différentes.

Afin de clarifier notre méthode de calcul et nos techniques d'association des torseurs, nous proposons d'étudier un exemple bidimensionnel. Il est destiné à expliquer les différents points apportés par notre approche.

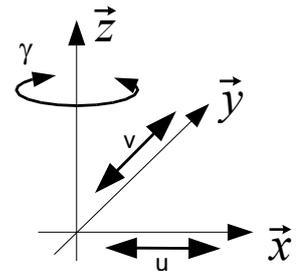
## 4.5 Exemple d'application bidimensionnel

### 4.5.1 Introduction

Pour simplifier les écritures des torseurs et afin de mieux comprendre le traitement, nous présenterons dans un premier temps un exemple d'application de fraisage traité en bidimensionnel dans le plan (x,y).

Hypothèse : L'exemple est bidimensionnel en considérant l'épaisseur de la pièce faible par rapport aux autres dimensions.

Dans ce cas, seules sont à considérer, les deux composantes  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  de translation dans le plan (x,y) et la composante  $\gamma$  de rotation suivant l'axe (z) normal au plan.



En bidimensionnel nous adopterons la convention d'écriture suivante :

Un torseur  $\mathbf{T}$  dans la base B réduit au point O s'écrit :

$$\mathbf{T} = \left\{ \begin{pmatrix} I \\ I \\ \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ I \end{pmatrix} \right\}_{(O,B)} \quad \text{Avec } \vec{\Omega} = \gamma \cdot \vec{z} \quad \text{et} \quad \vec{D}_O = u \cdot \vec{x} + v \cdot \vec{y}$$

Compte tenu de l'hypothèse posée, les composantes non étudiées (c'est à dire les deux rotations suivant x et y et la translation suivant z) seront remplacées par le terme  $I$ .

### 4.5.2 Description de la gamme de fabrication

La gamme de fabrication de la pièce est schématisée sur la Figure 4-9. Bien qu'elle soit discutable au sens technologique, elle a été créée pour expliquer au mieux la mise en œuvre de notre méthode de simulation.

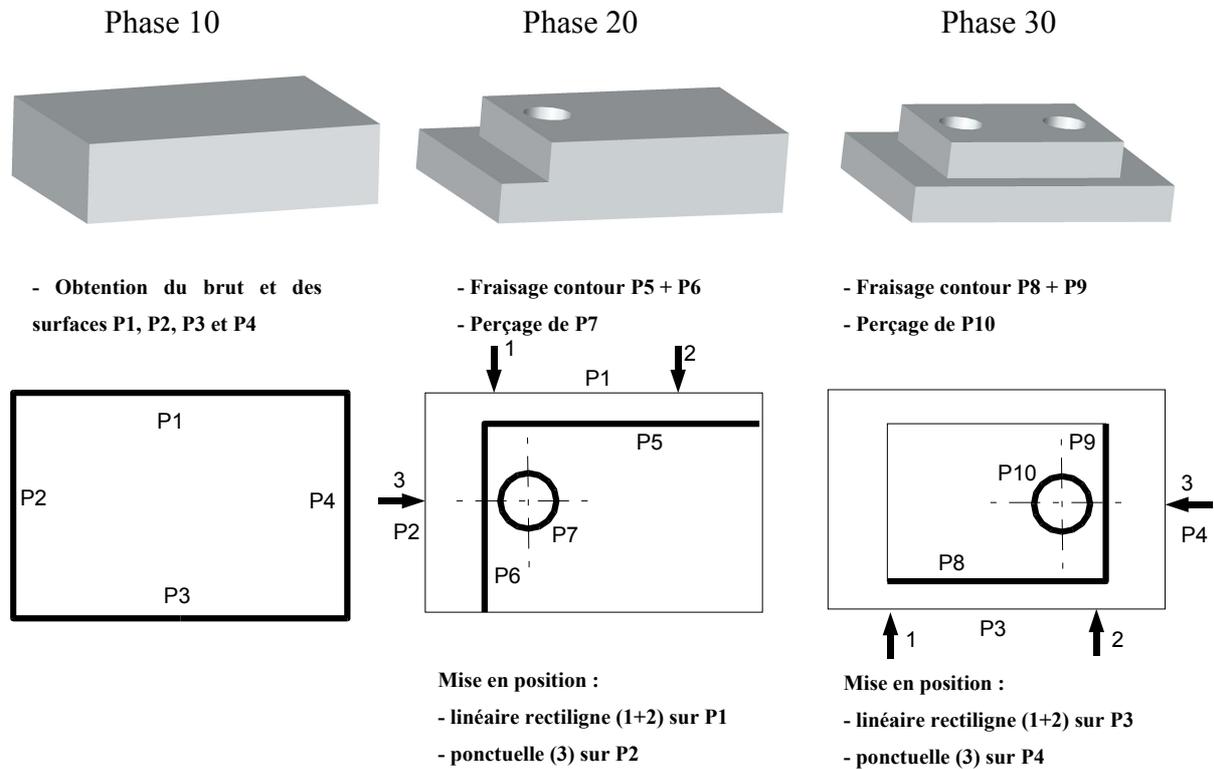


Figure 4-9 Gamme de fabrication de l'exemple 2D

Dans les phases 20 et 30, les mises en position des pièces sont isostatiques, nous proposons en Annexe 5 sur cet exemple 2D les particularités d'une mise en position hyperstatique.

### 4.5.3 Paramétrage de la pièce

Pour mettre la simulation en équations, chaque surface doit être repérée et associée à un point et une base, où sont exprimés les éléments de réduction des torseurs de petit déplacement.

Afin de simplifier les expressions, nous n'utiliserons qu'une seule base  $B(\vec{x}, \vec{y})$ , et nous minimiserons le nombre de points pour éviter trop de changements de repères et de réductions de torseurs.

L'identification, la numérotation des surfaces et le repérage des points de réduction où seront définis les torseurs sont proposés sur la Figure 4-10.

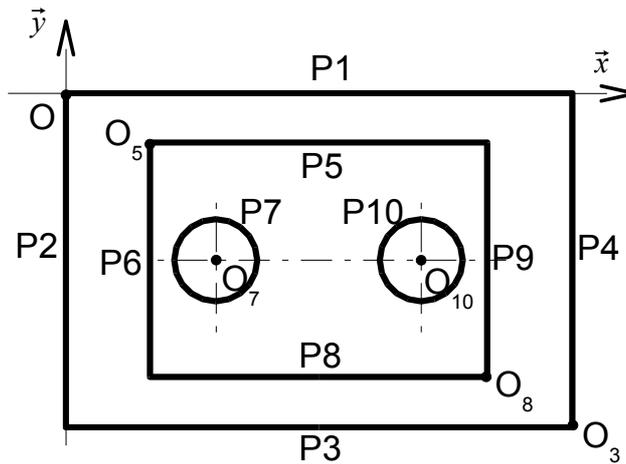


Figure 4-10 Paramétrage de l'exemple 2D

Soit la modélisation géométrique et définition des éléments de la pièce :

P1, P2, P3, P4, P5, P6, P8, P9 sont des droites.

P7 et P10 sont des cercles de centre  $O_7$  et  $O_{10}$

Dans la base  $B(\vec{x}, \vec{y})$ , les points remarquables des différentes surfaces sont définis par les vecteurs :  $\vec{OO}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$

L'étude de cet exemple portera sur quatre types de conditions géométriques d'usinage. Chacune fait apparaître progressivement la méthodologie associée à notre modélisation. Les conditions sont représentées par les torseurs défauts suivants :

- $\mathbf{T}_{P5,P7}$  entre deux surfaces actives usinées d'une même phase.
- $\mathbf{T}_{P1,P5}$  entre deux surfaces actives, P5 usinée et P1 de mise en position.
- $\mathbf{T}_{P5,P8}$  deux surfaces réalisées dans des phases différentes.
- $\mathbf{T}_{P6,P9}$  deux surfaces réalisées dans des phases différentes.

#### 4.5.4 Simulations unidirectionnelles de l'exemple

Afin de relativiser les résultats de notre approche, ce paragraphe traite succinctement l'exemple proposé avec la méthode des  $\Delta I$  (Cf paragraphe 2.5.1 du chapitre 2) déployée indépendamment dans les deux directions principales (x) et (y).

Sur la Figure 4-11 sont mis en place les tableaux des  $\Delta I$  de l'exemple dans les deux directions étudiées.

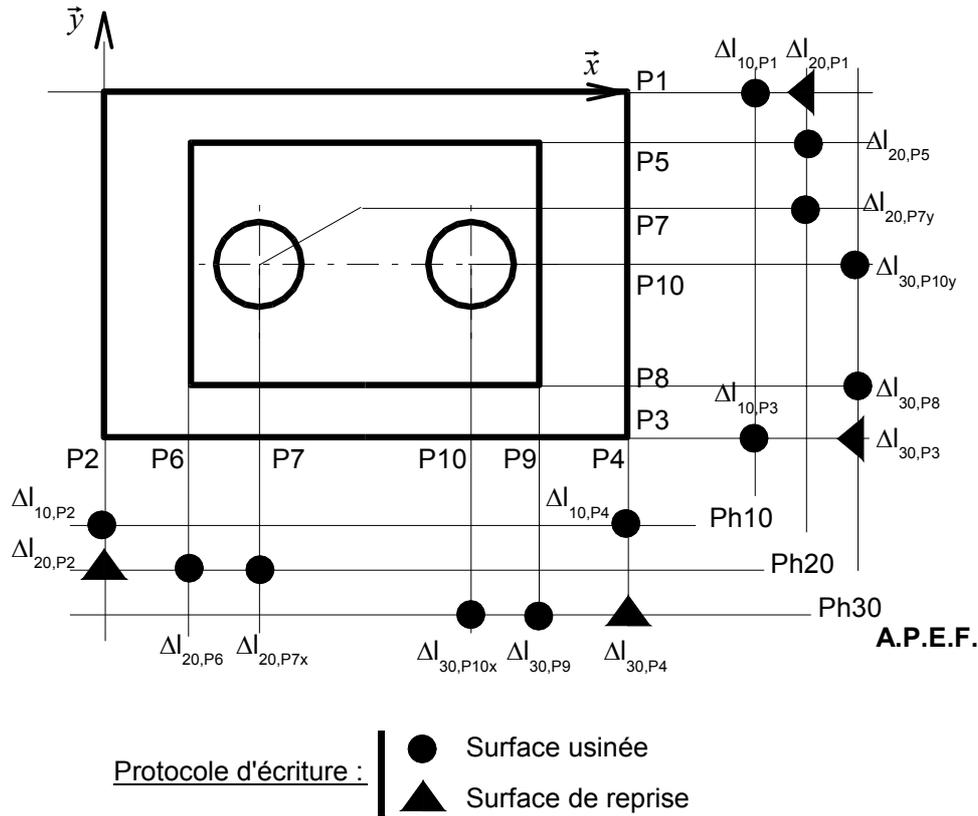


Figure 4-11 Tableaux de simulations unidirectionnelles de l'exemple 2D

En utilisant les tableaux ci-dessus, les dispersions dimensionnelles relatives aux conditions à étudier doivent respecter les inégalités suivantes entre :

$$P5 \text{ et } P7 \text{ (suiv. } y) : ITC_{P5,P7} = \Delta l_{20,P5} + \Delta l_{20,P7y}$$

$$P1 \text{ et } P5 \text{ (suiv. } y) : ITC_{P1,P5} = \Delta l_{20,P1} + \Delta l_{20,P5}$$

$$P8 \text{ et } P5 \text{ (suiv. } y) : ITC_{P8,P5} = (\Delta l_{30,P8} + \Delta l_{30,P3}) + (\Delta l_{10,P3} + \Delta l_{10,P1}) + (\Delta l_{20,P1} + \Delta l_{20,P5})$$

$$P9 \text{ et } P6 \text{ (suiv. } x) : ITC_{P9,P6} = (\Delta l_{30,P9} + \Delta l_{30,P4}) + (\Delta l_{10,P4} + \Delta l_{10,P2}) + (\Delta l_{20,P2} + \Delta l_{20,P6})$$

Ces solutions seront comparées avec les conditions géométriques d'usinage que nous allons étudier avec notre formalisme.

### 4.5.5 Graphes de représentation de la gamme de fabrication

Suivant le modèle de graphe compacté, la gamme est représentée par les graphes des 3 phases.

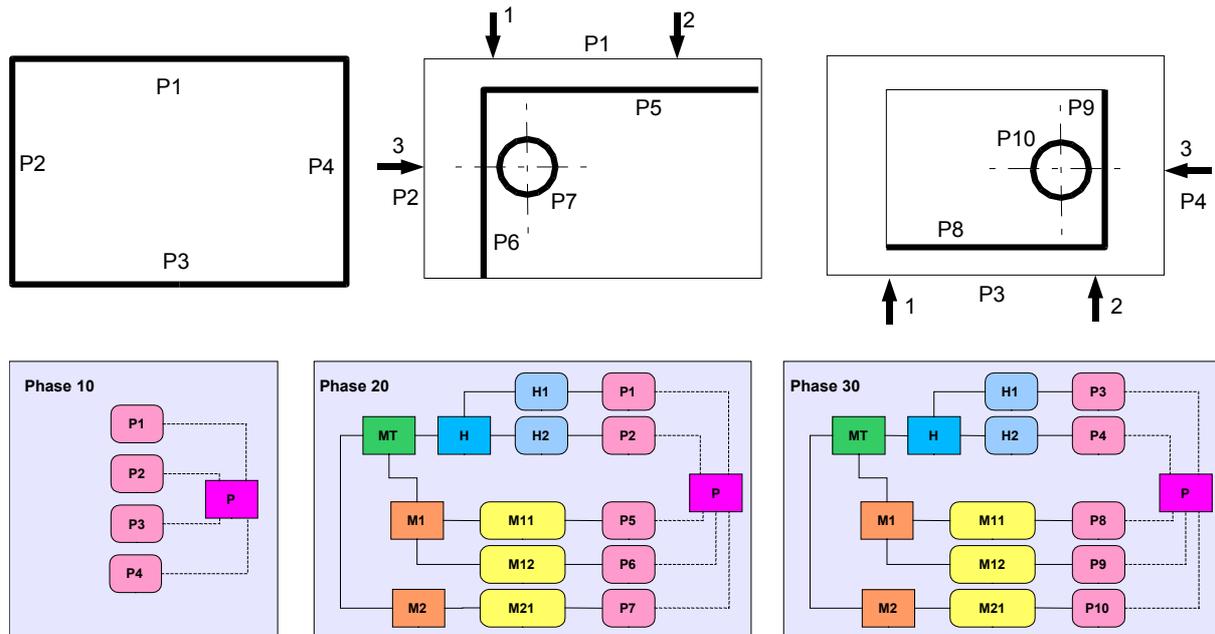


Figure 4-12 Graphes de la gamme d'usinage de l'exemple 2D

## 4.5.6 Etudes de simulation des différentes conditions géométriques d'usinage

### 4.5.6.1 Simulation d'usinage entre deux surfaces usinées dans une phase

#### Etude de la fermeture de la chaîne de torseur entre P5 et P7

P5 et P7 sont usinées en phase 20. Comme on peut le constater sur la Figure 4-13, le chemin qui les relie est unique. Le chemin parcouru met en évidence des défauts, qui proviennent des deux usinages effectués avec des outils différents (M1--M11--P5 et M2--M00--P7) et concernent leur mise en œuvre sur la machine (MT--M1 et MT--M2).

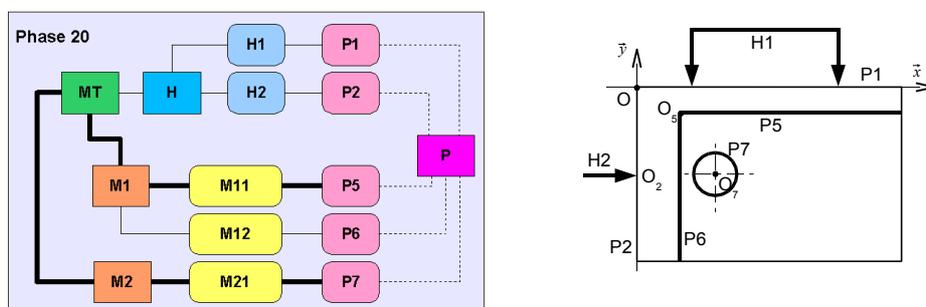


Figure 4-13 Chemin entre deux surfaces usinées dans la même phase

Le chemin se traduit alors par la chaîne de torseurs suivante :

$$\mathbf{T}_{P5,P7} = -\mathbf{T}_{20M11,P5} - \mathbf{T}_{20M1,M11} - \mathbf{T}_{20MT,M1} + \mathbf{T}_{20MT,M2} + \mathbf{T}_{20M2,M21} + \mathbf{T}_{20M21,P7}$$

Afin d'écrire les équations relatives à cette chaîne, il faut au préalable identifier les composantes qui définissent le torseur défaut entre P5 et P7. Nous rappelons que seules les composantes qui ne comprennent pas d'indéterminées sont étudiées. Il est inutile de rechercher l'expression des autres composantes car elles n'ont pas de sens géométrique lorsque l'on observe uniquement les défauts entre les deux surfaces concernées.

### Recherche des composantes représentatives de la condition

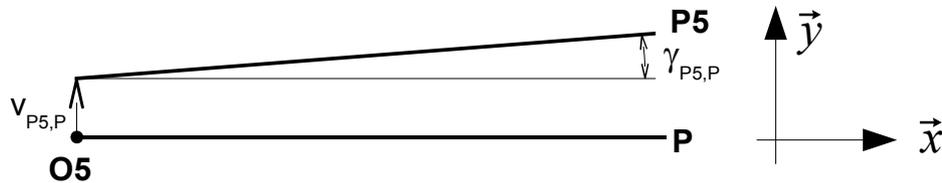
Le torseur défaut associé à cette condition géométrique est  $\mathbf{T}_{P5,P7}$ . Ce torseur défaut implique une droite P5 et un cercle P7. Les deux points de réduction les plus naturels de ce torseur sont, soit le point  $O_7$  centre du cercle P7, soit un point appartenant à la droite P5.

Comme nous l'avons défini au chapitre 2, le torseur défaut entre deux surfaces d'une pièce est la somme de deux torseurs écart.

C'est à dire que le torseur défaut  $\mathbf{T}_{P5,P7} = \mathbf{T}_{P5,P} - \mathbf{T}_{P7,P}$  où P est le modèle théorique idéal de la pièce.

Il faut définir les deux torseurs écart  $\mathbf{T}_{P5,P}$  et  $\mathbf{T}_{P7,P}$ .

P5 est une droite, son torseur écart en  $O_5$  point de la droite s'écrit :



$$\mathbf{T}_{P5,P} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{P5,P} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Ind_{uP5,P} \\ v_{P5,P} \\ I \end{array} \right) \right\}_{(O_5, B)} \quad \text{où } Ind_{uP5,P} \text{ est la composante de translation}$$

indéterminée suivant l'axe x pour cet élément.

P7 est un élément de type cercle, son torseur écart s'exprime son centre en  $O_7$  :

$$\mathbf{T}_{P7,P} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ Ind_{\gamma P7,P} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} u_{P7,P} \\ v_{P7,P} \\ I \end{array} \right) \right\}_{(O_7, B)}$$

- Si nous exprimons le torseur défaut en  $O_7$  centre du perçage, alors  $\mathbf{T}_{P5,P}$  réduit en  $O_7$ , P7 s'écrit :

$$\mathbf{T}_{P5,P} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{P5,P} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Ind_{uP5,P} + (y_5 - y_7) \cdot \gamma_{P5,P} \\ v_{P5,P} - (x_5 - x_7) \cdot \gamma_{P5,P} \\ I \end{array} \right) \right\} (O_7, B)$$

$$\text{Alors le torseur défaut } \mathbf{T}_{P5,P7} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{P5,P} - Ind_{\gamma P7,P} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Ind_{uP5,P} + (y_5 - y_7) \cdot \gamma_{P5,P} - u_{P7,P} \\ v_{P5,P} - (x_5 - x_7) \cdot \gamma_{P5,P} - v_{P7,P} \\ I \end{array} \right) \right\} (O_7, B)$$

Compte tenu de l'opération d'intersection des torseurs écart pour définir le torseur défaut (voir paragraphe 2.3.3 du chapitre 2), les composantes qui comportent des indéterminées sont des composantes indéterminées.

$$\text{Ce torseur est donc du type } \mathbf{T}_{P5,P7} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ Ind_{\gamma P5,P7} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Ind_{uP5,P7} \\ v_{P5,P7} \\ I \end{array} \right) \right\} (O_7, B)$$

On constate que seule la composante de translation ( $v_{P5,P7}$ ) suivant la direction  $\bar{y}$  du point  $O_7$  est définie, elle simule le déplacement relatif entre la droite P5 et le cercle P7.

La simulation de la condition géométrique d'usinage entre P5 et P7 consiste alors à calculer les paramètres d'écart dont dépend la composante ( $v_{P5,P7}$ ).

➤ Si nous exprimons le torseur défaut en  $O_5$  point appartenant à la droite alors  $\mathbf{T}_{P5,P}$  s'écrit :

$$\mathbf{T}_{P5,P7} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{P5,P} - Ind_{\gamma P7,P} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Ind_{uP5,P} - u_{P7,P} + (y_7 - y_5) \cdot Ind_{\gamma P7,P} \\ v_{P5,P} - v_{P7,P} - (x_7 - x_5) \cdot Ind_{\gamma P7,P} \\ I \end{array} \right) \right\} (O_5, B)$$

Dans ce cas de figure, toutes les composantes ont au moins une indéterminée *Ind*. Donc, aucune d'entre elles ne peut-être étudiée. Alors la simulation de la condition n'est pas possible en ce point.

Comme nous l'avons évoqué au chapitre 2, les choix du point de réduction et de la base du torseur défaut sont importants. Pour trouver le repère idéal de définition du torseur défaut, on se reportera aux définitions des Eléments Géométriques de Réduction Minimum présenté au chapitre 2 de la thèse de D. Gaunet [Gau 94] et/ou à l'opérateur d'intersection des domaines écarts proposé dans la chapitre 2 de la thèse d' E. Ballot [Bal 95]. Ces références établissent des catalogues de torseurs défaut pour toutes les combinaisons de surfaces géométriques élémentaires.

D'un point de vue général, nous retiendrons qu'il n'est pas utile d'écrire les équations sur toutes les projections de la base. Il ne faut travailler que sur les projections intéressantes, c'est à dire celles du torseur défaut qui ne comprennent pas d'indéterminées.

## Analyse des maillons de la chaîne de torseurs

Les défauts géométriques entre les éléments P5 et P7 sont résumés dans l'égalité :

$$\mathbf{T}_{P5,P7} = - [\mathbf{T}_{20M11,P5} + \mathbf{T}_{20M1,M11} + \mathbf{T}_{20MT,M1}] + [\mathbf{T}_{20M21,P7} + \mathbf{T}_{20M2,M21} + \mathbf{T}_{20MT,M2}]$$

En observant ce résultat, nous constatons qu'il y a deux groupes de somme de torseurs qui correspondent aux deux branches sur le graphe de la phase :

- le premier groupe  $[\mathbf{T}_{20MT,M1} + \mathbf{T}_{20M1,M11} + \mathbf{T}_{20M11,P5}]$ , relatif à l'usinage de P5
- le second groupe  $[\mathbf{T}_{20M21,P7} + \mathbf{T}_{20M2,M21} + \mathbf{T}_{20MT,M2}]$ , relatif à l'usinage de P7.

Nous allons analyser les torseurs de chaque groupe de cette chaîne.

Commençons par les écarts géométriques de fabrication relatifs à l'usinage de P5.

La Figure 4-14 représente séquentiellement le cumul de ces trois torseurs associés aux défauts de fabrication de P5. Sur cette figure, le schéma **a)** correspond à la situation nominale sans défauts, c'est à dire une opération d'usinage nominale M1' idéalement positionnée dans l'espace de la machine-outil MT pour réaliser la pièce théorique P.

Sur le schéma **b)** de la Figure 4-14 apparaissent les deux premiers torseurs  $\mathbf{T}_{20MT,M1}$  et  $\mathbf{T}_{20M1,M11}$ .

- $\mathbf{T}_{20MT,M1}$  est un torseur global entre la machine-outil MT et l'opération d'usinage M1. Il caractérise les écarts géométriques entre la trajectoire d'usinage idéale sur de la cible et sa position réelle dans l'espace de la machine. Par exemple, ce torseur global peut mettre en évidence une erreur de rectitude de la trajectoire machine suivant l'axe utilisé lors du contourage de P5,P6.

$$\mathbf{T}_{20MT,M1} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20MT,M1} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \mathbf{u}_{20MT,M1} \\ \mathbf{v}_{20MT,M1} \\ I \end{array} \right) \right\} (O_5, B)$$

- $\mathbf{T}_{20M1,M11}$  est un torseur écart entre l'opération d'usinage M1 de contourage (qui réalisera P5 et P6) et la surface d'usinage M11. Dans cet exemple, il caractérise les écarts géométriques entre la trajectoire de l'opération et l'enveloppe générée par l'outil. Par exemple, ce torseur écart peut mettre en évidence une erreur de jauge d'outil.

$$\mathbf{T}_{20M1,M11} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20M1,M11} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_{20M1,M11} \\ I \end{array} \right) \right\} (O_5, B)$$

Sur le schéma complet **c)** de la Figure 4-14 est cumulé le torseur  $\mathbf{T}_{20M11,P5}$ .

- $T_{20M11,P5}$  est un torseur connexion entre les éléments M11 (surface d'usinage) et P5 (surface usinée de la pièce). Il caractérise les écarts géométriques entre l'enveloppe outil et la surface générée. Par exemple, ce torseur connexion peut mettre en évidence un décalage suite à une flexion d'outil lors de l'usinage.

$$T_{20M11,P5} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20M11,P5} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} 0 \\ v_{20M11,P5} \\ I \end{array} \right) (O_5, B)$$

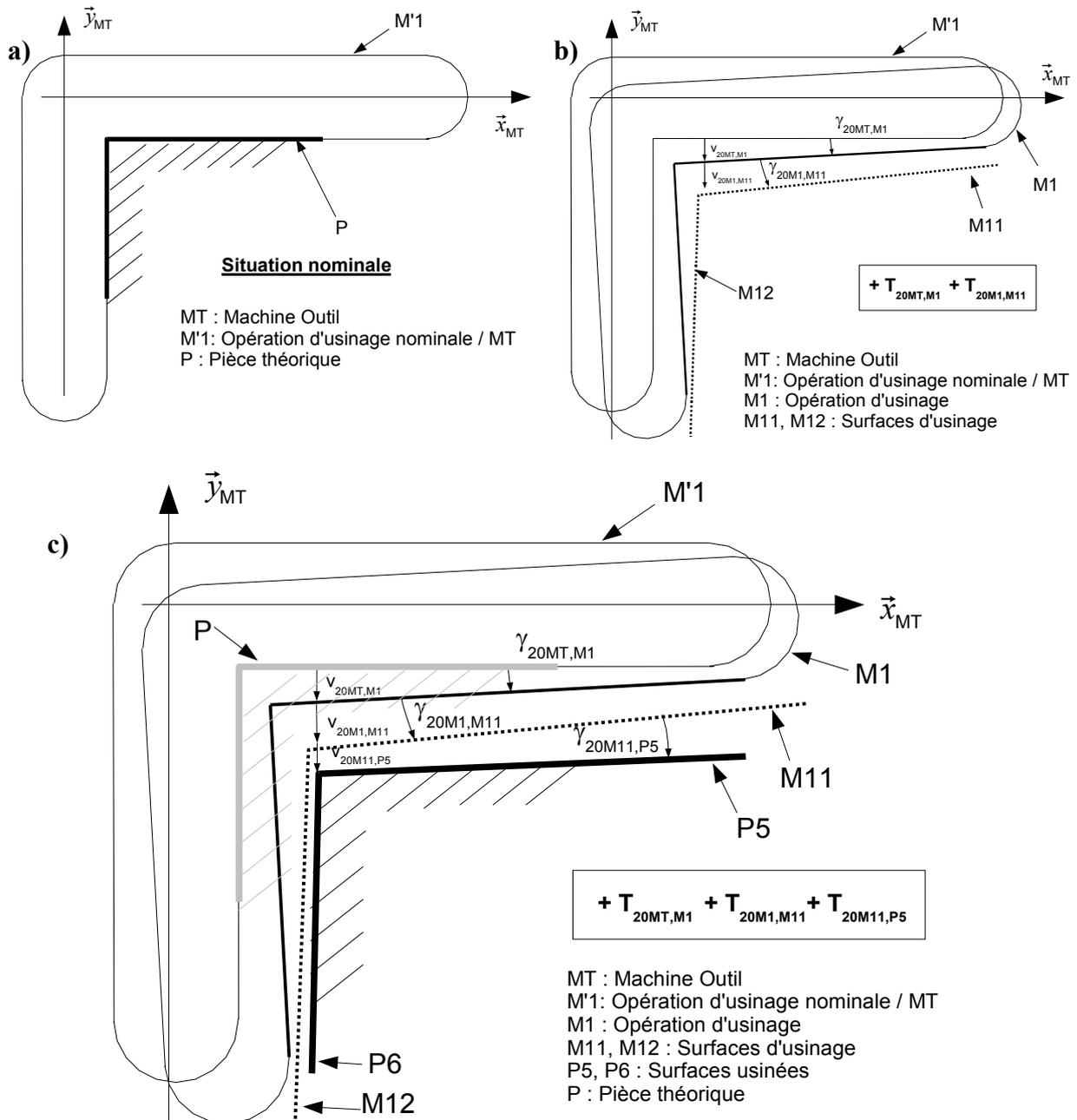


Figure 4-14 Représentation progressive du cumul des torseurs associés aux défauts de fabrication de P5

Les mêmes types de torseurs sont à définir sur la seconde branche qui mène à l'élément P7.

- $T_{20M21,P7}$  est un torseur connexion entre les éléments M21(surface d'usinage) et P7 (alésage usiné sur la pièce). Il caractérise les écarts géométriques entre le centre (2D) de l'alésage réalisé sur la machine et le lieu réel de l'alésage réalisé sur la pièce. Il peut être par exemple, le résultat d'un désaxage outil lors de l'usinage.

$$T_{20M21,P7} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ 0 \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20M21,P7} \\ v_{20M21,P7} \\ I \end{array} \right) (O_7, B)$$

- $T_{20M2,M21}$  est un torseur écart entre l'opération d'usinage M2 et la surface d'usinage M21. Dans cet exemple, il caractérise les écarts géométriques entre le centre de l'alésage visé et le centre de l'enveloppe générée par l'outil.

$$T_{20M2,M21} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ 0 \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20M2,M21} \\ v_{20M2,M21} \\ I \end{array} \right) (O_7, B)$$

Sur la Figure 4-15 sont représentées les composantes de ces deux premiers torseurs.

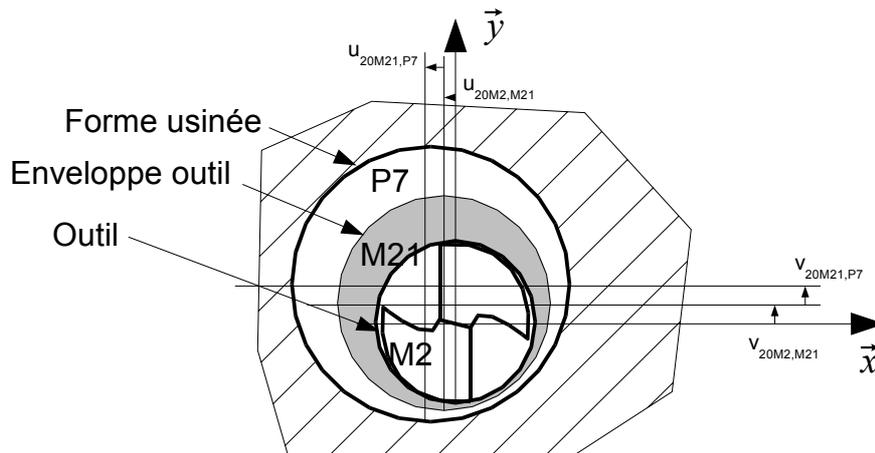


Figure 4-15 Analyse des composantes des torseurs de l'alésage P7

- On notera que la Figure 4-15 illustre les déplacements qui représentent les défauts de situation des éléments. Les variations de diamètres sont pris en compte par l'étude des défauts en un point du cercle et sont modélisés par le torseur d'écart intrinsèque ( $dr$ ) associé à chacun des cercles mis en situation (voir paragraphe 2.3.3.2 du chapitre 2).  $T_{20MT,M2}$  est un torseur global entre la machine-outil MT et l'opération d'usinage M2. Il caractérise les écarts géométriques entre l'axe de l'alésage visé et la position de la cible. Il peut être causé par un défaut de positionnement machine.

$$\mathbf{T}_{20MT,M2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20MT,M2} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} \mathbf{U}_{20MT,M2} \\ \mathbf{V}_{20MT,M2} \\ I \end{array} \right) (\mathbf{O}_7, \mathbf{B})$$

Une fois les torseurs réduits en  $\mathbf{O}_7$ , nous pouvons écrire la relation de la composante  $v_{P5,P7}$  suivant  $\vec{y}$  du défaut de fabrication entre P5 et P7 :

$$v_{P5,P7} = - [(v_{20M21,P5} + v_{20M2,M21} + v_{20MT,M2}) + (x_5 - x_7) \cdot (\gamma_{20M11,P5} + \gamma_{20M1,M11} + \gamma_{20MT,M1})] \\ + [v_{20M11,P7} + v_{20M1,M11} + v_{20MT,M1}]$$

Cette relation signifie que le défaut linéaire entre le centre de l'alésage P7 et la « droite » usinée P5 est fonction des défauts géométriques liés à l'usinage des deux éléments.

La simulation unidirectionnelle avec la méthode des  $\Delta l$  (voir paragraphe 4.5.4) de cet exemple donne pour cette condition :

$$ITC_{P5,P7} = (\Delta l_{20,P5} + \Delta l_{20,P7y}) \text{ où } \Delta l_{20,P5} \text{ et } \Delta l_{20,P7y} \text{ sont des dispersions d'usinage suivant la direction } y \text{ des éléments P5 et P7.}$$

Par rapport à la modélisation unidirectionnelle, notre résultat intègre des écarts angulaires dans les défauts fabriqués et il s'avère plus riche en informations.

En effet, nous obtenons un découpage plus fin des écarts d'usinage de chaque élément fabriqué où apparaissent les erreurs relatives, aux positions des trajectoires ( $\mathbf{T}_{nMT,Mk}$ ), aux enveloppes générées ( $\mathbf{T}_{nMk,Mkj}$ ) et aux phénomènes de coupe ( $\mathbf{T}_{nMkj,Pi}$ ).

En affectant des défauts angulaires nuls ( $\gamma_i = 0$ ), on trouve :

$$v_{P5,P7} = - (v_{20M21,P5} + v_{20M2,M21} + v_{20MT,M2}) + (v_{20M11,P7} + v_{20M1,M11} + v_{20MT,M1})$$

Le résultat est similaire à celui fourni par la modélisation unidirectionnelle, c'est à dire le cumul des dispersions d'usinage des deux éléments mais avec un niveau d'observation plus fin.

#### 4.5.6.2 Simulation d'usinage entre une surface usinée et une surface de mise en position

P5 est un élément rectiligne usiné. P1 est un élément rectiligne de mise en position par une liaison linéaire rectiligne.

### Etude de la fermeture de la chaîne de torseurs entre P1 et P5

P1 et P5 sont usinées en phase 20. Sur la Figure 4-16, le chemin pour relier P1 à P5 est unique. Il ne concerne que la phase 20.

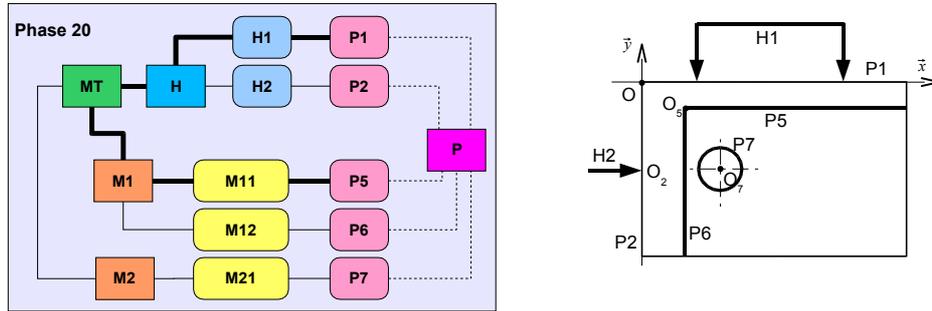


Figure 4-16 Chemin reliant P5 et P1

$$\mathbf{T}_{P1,P5} = - [\mathbf{T}_{20M11,P5} + \mathbf{T}_{20M1,M11} + \mathbf{T}_{20MT,M1}] + [\mathbf{T}_{20MT,H} + \mathbf{T}_{20H,H1} + \mathbf{T}_{20H1,P1}]$$

Nous constatons à nouveau, qu'il y a deux groupes de torseurs :

$[\mathbf{T}_{20M11,P5} + \mathbf{T}_{20M1,M11} + \mathbf{T}_{20MT,M1}]$  relatif à l'usinage de P7.

$[\mathbf{T}_{20MT,H} + \mathbf{T}_{20H,H1} + \mathbf{T}_{20H1,P1}]$  relatif à la mise en position sur P1.

Compte tenu de la nature et de l'orientation des éléments (droites nominalement parallèles), les calculs et la réduction du torseur défaut  $\mathbf{T}_{P1,P5}$  ont été effectués au point O. Ce torseur s'écrit :

$$\mathbf{T}_{P1,P5} = \left\{ \begin{array}{l} I \\ I \\ \gamma_{P1,P5} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{l} Ind_{uP1,P5} \\ \mathbf{V}_{P1,P5} \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

Les composantes non indéterminées associées à la condition entre ces deux droites parallèles sont la composante de rotation  $\gamma_{P1,P5}$ , et composante de translation  $\mathbf{V}_{P1,P5}$  suivant l'axe y.

Le premier groupe de torseur a déjà été défini dans le paragraphe précédent.

Le second groupe, relatif à la mise en position comprend les torseurs suivants :

➤  $\mathbf{T}_{20MT,H}$  est le torseur global de mise en position du porte pièce dans l'espace machine.

$$\mathbf{T}_{20MT,H} = \left\{ \begin{array}{l} I \\ I \\ \gamma_{20MT,H} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{l} \mathbf{u}_{20MT,H} \\ \mathbf{V}_{20MT,H} \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

Ce torseur global peut mettre en évidence une erreur de positionnement du porte-pièce sur la machine.

- $T_{20H,H1}$  est le torseur écart de positionnement de la liaison linéaire rectiligne par rapport à la situation nominale du porte pièce installé sur la machine.

$$T_{20H,H1} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H,H1} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} 0 \\ v_{20H,H1} \\ I \end{array} \right) \right\} (O,B)$$

Ce torseur écart peut mettre en évidence un défaut géométrique du porte-pièce.

- $T_{20H1,P1}$  est le torseur jeu entre la surface de mise en position P1 et la surface de liaison du porte-pièce. Notons que dans ce torseur, il y a une composante indéterminée  $Ind_{u20H1,P1}$  qui est fonction de liaison complète entre la pièce porte-pièce. Cette indéterminée dépend de la liaison entre P2 et H2.

$$T_{20H1,P1} = \left\{ \left( \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H1,P1} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Ind_{u20H1,P1} \\ v_{20H1,P1} \\ I \end{array} \right) \right\} (O,B)$$

Ce torseur jeu met en évidence les défauts de mise en position de P1 sur la face du porte-pièce.

Les deux composantes recherchées sont calculés :

$$\gamma_{P1,P5} = - (\gamma_{20M11,P5} + \gamma_{20M1,M11} + \gamma_{20MT,M1}) + (\gamma_{20MT,H} + \gamma_{20H,H1} + \gamma_{20H1,P1})$$

En réduisant en O la composante de translation,

$$v_{P1,P5} = [- (v_{20M11,P5} + v_{20M1,M11} + v_{20MT,M1}) + X_5 \cdot (\gamma_{20M11,P5} + \gamma_{20M1,M11} + \gamma_{20MT,M1})] + [v_{20MT,H} + v_{20H,H1} + v_{20H1,P1}]$$

Les défauts géométriques angulaire et linéaire entre les deux éléments P5 et P1 (droites nominalement parallèles) sont le cumul des écarts géométriques lors de l'usinage de P5 et des écarts de mise en position sur la surface P1.

La simulation unidirectionnelle avec les  $\Delta l$  (voir paragraphe 4.5.4), donne :

$$ITC_{P1,P5} = (\Delta l_{20,P1} + \Delta l_{20,P5})$$

où  $\Delta l_{20,P5}$  est la dispersion d'usinage de P5,

et  $\Delta l_{20,P1}$  est la dispersion de reprise sur P1.

Notre approche confirme ce résultat et lui confère là encore plus de détails car les dispersions d'usinage et de mise en position sont détaillées éléments par éléments.

Notamment, notre approche prend en compte les écarts de fabrication angulaires qui ne sont pas considérés en unidirectionnel.

En annulant les écarts angulaires, on retrouve :

$$V_{P1,P5} = - (V_{20M11,P5} + V_{20M1,M11} + V_{20MT,M1}) + (V_{20MT,H} + V_{20H,H1} + V_{20H1,P1})$$

où les trois premiers termes caractérisent les écarts d'usinage de P5, les trois derniers les écarts de reprise sur P1.

### Calcul du défaut fabriqué en différents points

Une fois les composantes du torseur défaut entre les éléments de la pièce calculés en un point, la formalisation des défauts géométriques par les torseurs permet à présent de les calculer en d'autres points. Il suffit d'utiliser la règle d'équiprojectivité sur le vecteur translation.

Par exemple, en tout point  $O_i (x_i, y_i)$  appartenant à l'une des deux droites, le défaut relatif suivant la direction  $y$  entre P1 et P5 est égal à  $(V_{P1,P5} - (x_5 - x_i) \cdot \gamma_{P1,P5})$

La projection du défaut suivant  $\bar{y}$  en tout point  $O_i$  en fonction de son abscisse  $x_i$  est représentée sur la Figure 4-17. On remarquera que pour les défauts entre P5 et P1, les défauts maxima seront observés aux points extrêmes des deux éléments.

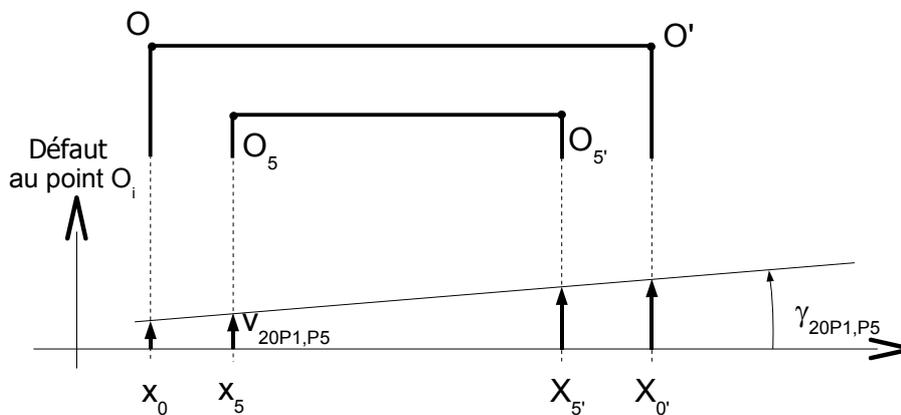


Figure 4-17 Evaluation du défaut en différents points

#### 4.5.6.3 Simulation d'usinage entre deux surfaces réalisées dans des phases différentes (cas 1)

Les éléments P8 et P5 sont des droites nominalement parallèles réalisées respectivement en phase 20 et 30 (Figure 4-18).

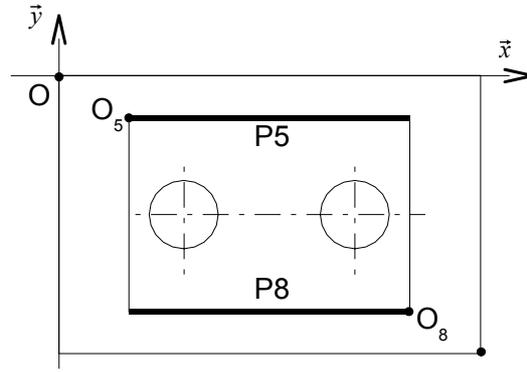


Figure 4-18 Simulation entre P8 et P5, réalisées dans deux phases différentes (cas 1)

## Résolution

Le torseur défaut à étudier est défini en  $O_5$ ,  $\mathbf{T}_{P8,P5} = \left\{ \begin{matrix} I \\ I \\ \gamma_{P8,P5} \end{matrix} \right\} \left( \begin{matrix} Ind_{uP8,P5} \\ V_{P8,P5} \\ I \end{matrix} \right) (O_5, B)$

Alors, les composantes  $V_{P8,P5}$  et  $\gamma_{P8,P5}$  sont à exprimer.

## Choix du chemin reliant les deux éléments

En observant le graphe de la gamme sur la Figure 4-19, on dénombre quatre chemins possibles pour relier les éléments P8 et P5.

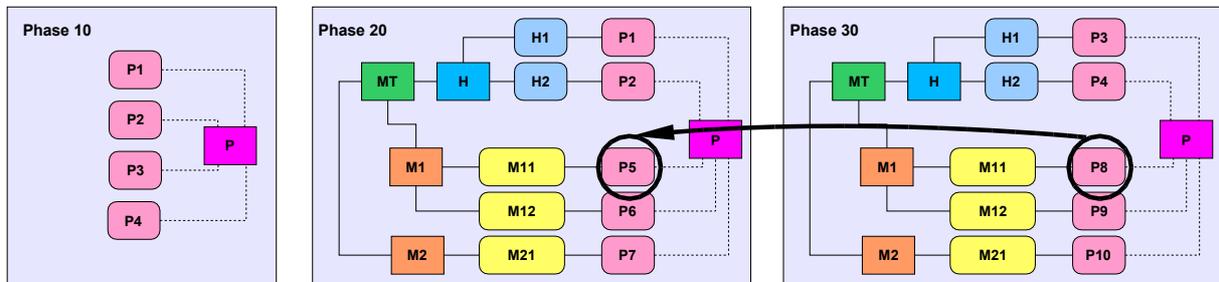
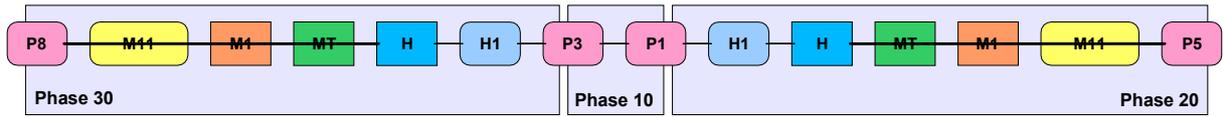


Figure 4-19 Recherche des chemins entre deux éléments

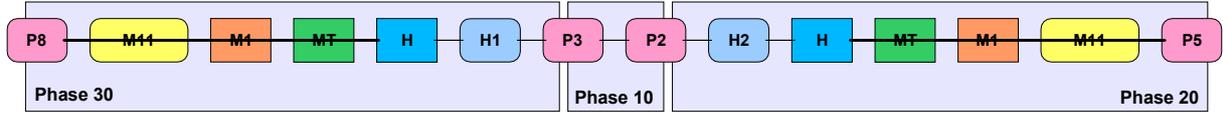
Comme lors de l'utilisation du tableau de simulation en unidirectionnel, les chemins se trouvent plus facilement et systématiquement en partant de l'élément le plus récent (P8 dans l'exemple) au plus ancien (P5).

Ces quatre chemins se traduisent par quatre fermetures de chaînes de torseurs.

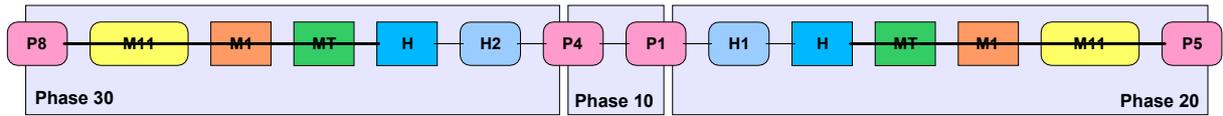
En déroulant linéairement le chemin entre les phases, les quatre chemins sont :



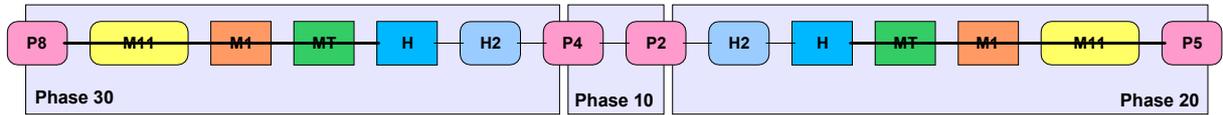
$$T_{P8,P5} = T_{30P8,H} + T_{30H,H1} + T_{30H1,P3} + T_{10P3,P1} + T_{20P1,H1} + T_{20H1,H} + T_{20H,P5} \quad (I)$$



$$T_{P8,P5} = T_{30P8,H} + T_{30H,H1} + T_{30H1,P3} + T_{10P3,P2} + T_{20P2,H2} + T_{20H2,H} + T_{20H,P5} \quad (II)$$



$$T_{P8,P5} = T_{30P8,H} + T_{30H,H2} + T_{30H2,P4} + T_{10P4,P1} + T_{20P1,H1} + T_{20H1,H} + T_{20H,P5} \quad (III)$$



$$T_{P8,P5} = T_{30P8,H} + T_{30H,H2} + T_{30H2,P4} + T_{10P4,P2} + T_{20P2,H2} + T_{20H2,H} + T_{20H,P5} \quad (IV)$$

Les séquences de maillons ( $T_{30P8,M11} + T_{30M11,M1} + T_{30M1,MT} + T_{30MT,H}$ ) d'une part et ( $T_{20H,MT} + T_{20MT,M1} + T_{20M1,M11} + T_{20M11,P5}$ ) d'autre part sont sur tous les chemins. Elles ont été contractées respectivement par  $T_{30P8,H}$  et  $T_{20H,P5}$  afin d'alléger les équations.

Les variantes des chemins se situent à des « aiguillages ».

Comme on peut le voir sur la Figure 4-20, ces aiguillages se trouvent soit :

- lors du choix de la surface de la liaison pièce / porte-pièce  $T_{nH,Hi}$ ,
- lors de la première phase 10  $T_{10Pi,Pj}$ .

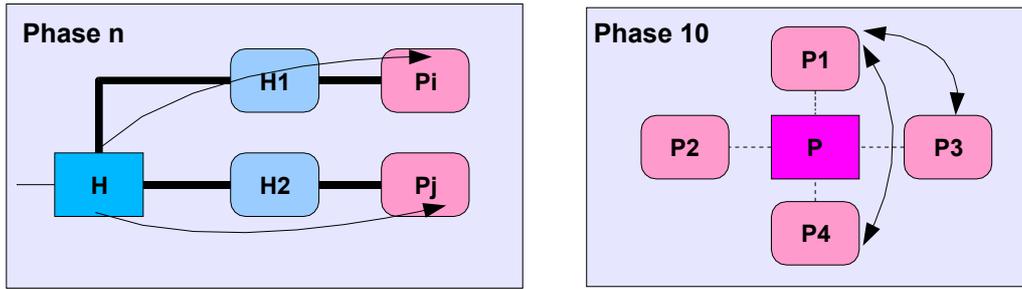


Figure 4-20 Analyse des aiguillages sur les chemins

Notre approche de la modélisation de la gamme par les graphes de phase permet de mettre en évidence les relations d'antériorité qui existent entre les écarts de reprise et les défauts de fabrication des surfaces de mise en position.

### Analyse des relations sur les quatre chemins

Les quatre chemins relient P8 à P5. Donc les quatre relations de torseurs sont égales car elles expriment les mêmes défauts géométriques.

En effectuant l'égalité entre les équations (I) et (II), on trouve :

$$\text{Avec : } \mathbf{T}_{10P3,P1} = \mathbf{T}_{10P3,P} - \mathbf{T}_{10P1,P} \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{10P3,P2} = \mathbf{T}_{10P3,P} - \mathbf{T}_{10P2,P}$$

$$(I) = (II) \Leftrightarrow \mathbf{T}_{10P3,P} - \mathbf{T}_{10P1,P} + \mathbf{T}_{20P1,H1} + \mathbf{T}_{20H1,H} = \mathbf{T}_{10P3,P} - \mathbf{T}_{10P2,P} + \mathbf{T}_{20P2,H2} + \mathbf{T}_{20H2,H}$$

$$\Leftrightarrow -\mathbf{T}_{10P1,P} + \mathbf{T}_{20P1,H1} + \mathbf{T}_{20H1,H} = -\mathbf{T}_{10P2,P} + \mathbf{T}_{20P2,H2} + \mathbf{T}_{20H2,H}$$

En remplaçant les termes sous une autre forme, cette égalité se résume par la relation :

$$(I) = (II) \Leftrightarrow \mathbf{T}_{10P1,P2} = \mathbf{T}_{20P1,H1} + \mathbf{T}_{20H1,H} + \mathbf{T}_{20H,H2} + \mathbf{T}_{20H2,P2}$$

De la même manière on peut effectuer l'égalité (III) = (IV)

$$\mathbf{T}_{10P4,P1} + \mathbf{T}_{20P1,H1} + \mathbf{T}_{20H1,H} = \mathbf{T}_{10P4,P2} + \mathbf{T}_{20P2,H2} + \mathbf{T}_{20H2,H}$$

$$\text{Avec : } \mathbf{T}_{10P4,P1} = \mathbf{T}_{10P4,P} - \mathbf{T}_{10P1,P} \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{10P4,P2} = \mathbf{T}_{10P4,P} - \mathbf{T}_{10P2,P}$$

On constate que (III) = (IV) se résume par la relation :

$$(III) = (IV) \Leftrightarrow \mathbf{T}_{10P1,P2} = \mathbf{T}_{20P1,H1} + \mathbf{T}_{20H1,H} + \mathbf{T}_{20H,H2} + \mathbf{T}_{20H2,P2}$$

Les deux égalités (I) = (II) et (III) = (IV) sont équivalentes et expriment la même relation :

$$\mathbf{T}_{10P1,P2} = \mathbf{T}_{20P1,H1} + \mathbf{T}_{20H1,H} + \mathbf{T}_{20H,H2} + \mathbf{T}_{20H2,P2}$$

Nous pouvons représenter graphiquement cette relation sur la Figure 4-21. Il s'agit là d'une boucle dans les graphes de la gamme. Nous allons traiter localement cette boucle.

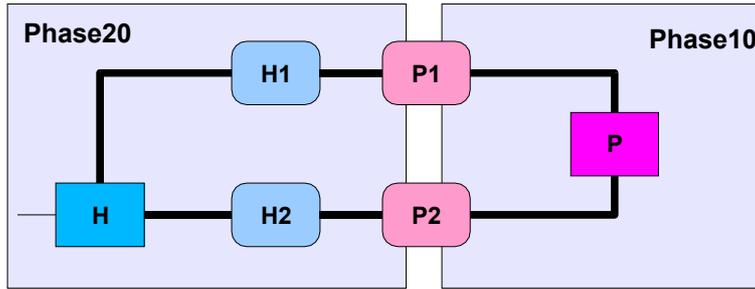


Figure 4-21 Représentation graphique de la relation entre deux chemins

Rappelons que les torseurs connexion  $\mathbf{T}_{H_i, P_i}$  sont les seuls à comprendre des composantes indéterminées. La relation montre la dépendance des torseurs qui participent aux écarts de mise en position de la phase 20 avec les défauts fabriqués lors de la phase précédente.

Nous allons montrer sur cet exemple que cette relation contribue à la définition des composantes indéterminées des torseurs d'écarts de mise en position.

### Expression des torseurs de la boucle

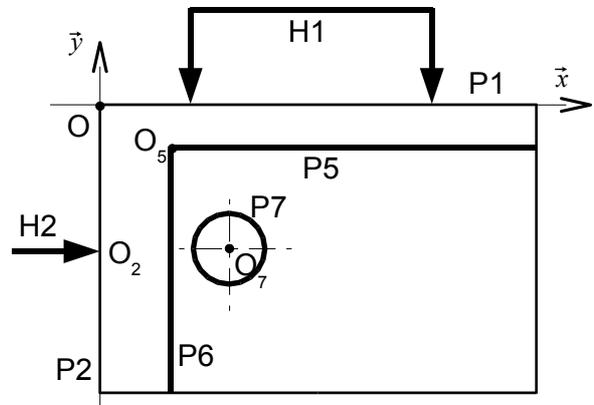
En phase 20, les torseurs connexion entre les surfaces de la pièce et du porte-pièce sont fonction des liaisons élémentaires suivantes :

Liaison linéaire rectiligne sur P1:

$$\mathbf{T}_{20H1, P1} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H1, P1} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} Ind_{u_{20H1, P1}} \\ v_{20H1, P1} \\ I \end{array} \right) (O, B)$$

➤ Liaison ponctuelle sur P2 :

$$\mathbf{T}_{20H2, P2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ Ind\gamma_{20H2, P2} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H2, P2} \\ Ind_{v_{20H2, P2}} \\ I \end{array} \right) (O_2, B)$$



$$\text{Réduit en O : } \mathbf{T}_{20H2, P2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ Ind\gamma_{20H2, P2} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H2, P2} + y_2 \cdot Ind\gamma_{20H2, P2} \\ Ind_{v_{20H2, P2}} \\ I \end{array} \right) (O, B) \quad \text{avec } x_2 = 0$$

Les torseurs écarts des surfaces du porte-pièce sont définis par :

$$\mathbf{T}_{20H, H1} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H, H1} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} 0 \\ v_{20H, H1} \\ I \end{array} \right) (O, B) \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{20H, H2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ 0 \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H, H2} \\ 0 \\ I \end{array} \right) (O, B)$$

Une mesure de la pièce dans son état intermédiaire en fin de phase 10 permet de caractériser ses défauts de fabrication sous la forme d'un torseur défaut entre les éléments P1 et P2 :

$$\mathbf{T}_{10P1,P2} = \mathbf{T}_{10P1,P} - \mathbf{T}_{10P2,P}$$

$$\text{Avec } \mathbf{T}_{10P1,P} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{10P1,P} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} 0 \\ \mathbf{V}_{10P1,P} \\ I \end{array} \right) (\mathbf{O}, \mathbf{B}) \quad \text{et } \mathbf{T}_{10P2,P} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{10P2,P} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} \mathbf{U}_{10P2,P} \\ 0 \\ I \end{array} \right) (\mathbf{O}, \mathbf{B})$$

$$\text{Soit : } \mathbf{T}_{10P1,P2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} -\mathbf{U}_{10P2,P} \\ \mathbf{V}_{10P1,P} \\ I \end{array} \right) (\mathbf{O}, \mathbf{B})$$

L'égalité de la boucle sur les 3 composantes donne le système d'équations linéaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\gamma_{20H1,P1} - \gamma_{20H,H1} + \text{Ind}_{\gamma_{20H2,P2}} = \gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} \\ -\text{Ind}_{u_{20H1,P1}} + \mathbf{U}_{20H,H2} + \mathbf{U}_{20H2,P2} + \mathbf{y}_2 \cdot \text{Ind}_{\gamma_{20H2,P2}} = -\mathbf{U}_{10P2,P} \\ -\mathbf{V}_{20H1,P1} - \mathbf{V}_{20H,H1} + \text{Ind}_{v_{20H2,P2}} = \mathbf{V}_{10P1,P} \end{array} \right.$$

Les trois composantes indéterminées sont à présent définies :

$$\text{Ind}_{u_{20H1,P1}} = -\mathbf{U}_{10P2,P} - \mathbf{U}_{20H,H2} - \mathbf{U}_{20H2,P2} - \mathbf{y}_2 \cdot (\gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} + \gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1})$$

$$\text{Ind}_{\gamma_{20H2,P2}} = \gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} + \gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1}$$

$$\text{Ind}_{v_{20H2,P2}} = \mathbf{V}_{10P1,P} + \mathbf{V}_{20H1,P1} + \mathbf{V}_{20H,H1}$$

Un constat s'impose : par cette approche, basée sur les graphes de phase nous montrons que les caractéristiques de mise en position de la pièce dans le porte-pièce sont, bien entendu, fonction : de toutes les liaisons élémentaires entre les surfaces de la pièce et le porte-pièce et de la nature des défauts géométriques de la pièce lorsqu'elle arrive dans son état en début de phase. Autrement dit les caractéristiques de mise en position dépendent aussi des phases précédentes. Ce n'est pas une découverte pour les praticiens mais la formalisation que nous proposons l'illustre alors que la modélisation unidirectionnelle n'est pas en mesure de prendre ce point en considération.

Dans notre exemple la liaison entre la pièce et le porte-pièce est isostatique. Le cas d'une liaison hyperstatique sur cet exemple bidimensionnel est traité en annexe 5. La résolution sera alors contrainte par des équations de compatibilité qui définissent des dépendances entre les composantes des torseurs connexion des liaisons élémentaires entre la pièce et le porte-pièce.

## Unification des torseurs de mise en position

Nous appellerons opération d'unification, l'action qui consiste à calculer les composantes indéterminées des torseurs connexion de mise en position  $T_{nHi,Pj}$ . Cette opération peut être traitée à priori hors de toute étude de conditions géométriques d'usinage en analysant les chemins des boucles de mise en position.

En poursuivant l'exemple bidimensionnel, on peut écrire les égalités entre les équations (I) = (III) et (II) = (IV).

Nous retrouvons que ces deux égalités sont équivalentes et établissent une nouvelle relation :

$$T_{10P3,P4} = T_{30P3,H1} + T_{30H1,H} + T_{30H,H2} + T_{30H2,P4}$$

De manière identique à la première unification, cette relation définit les composantes indéterminées des torseurs connexion de la mise en position de la phase 30.

Le graphe de la Figure 4-22 exprime cette relation et montre la boucle reliant les écarts géométriques de mise en position avec la phase 10.

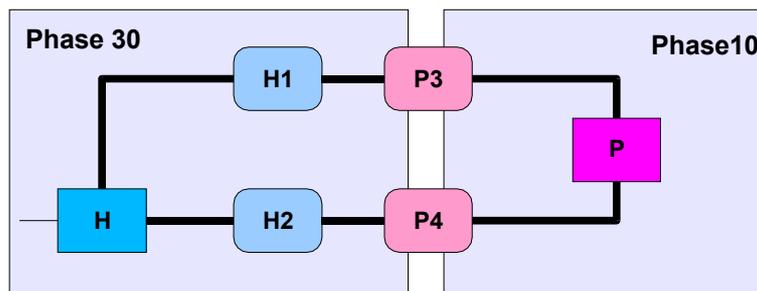


Figure 4-22 Unification des torseurs de mise en position de la phase 30

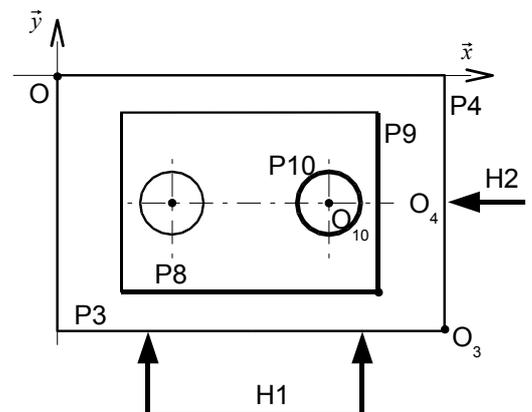
En posant la définition suivante des torseurs pour la phase 30 :

Liaison linéaire rectiligne en P3 :

$$T_{30H1,P3} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{30H1,P3} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} Ind_{u_{30H1,P3}} \\ V_{30H1,P3} \\ I \end{array} \right) (O_3, B)$$

Liaison ponctuelle sur P4 :

$$T_{30H2,P4} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ Ind\gamma_{30H2,P4} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{30H2,P4} \\ Ind_{v_{30H2,P4}} \\ I \end{array} \right) (O_4, B)$$



Les torseurs écarts des surfaces du porte-pièce sont définis par :

$$\mathbf{T}_{30H,H1} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{30H,H1} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} 0 \\ \mathbf{v}_{30H,H1} \\ I \end{array} \right) (\mathbf{O}_3, \mathbf{B}) \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{30H,H2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ 0 \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} \mathbf{u}_{30H,H2} \\ 0 \\ I \end{array} \right) (\mathbf{O}_4, \mathbf{B})$$

Après calculs, les trois composantes indéterminées sont :

$$Ind_{u_{30H1,P3}} = -u_{10P4,P} - u_{30H,H2} - u_{30H2,P4} - (y_3 - y_4) \cdot (\gamma_{10P3,P} - \gamma_{10P4,P} + \gamma_{30H1,P3} + \gamma_{30H,H1})$$

$$Ind_{\gamma_{30H2,P4}} = \gamma_{10P3,P} - \gamma_{10P4,P} + \gamma_{30H1,P3} + \gamma_{30H,H1}$$

$$Ind_{v_{30H2,P4}} = v_{10P3,P} + v_{20H1,P3} + v_{20H,H1}$$

Dans l'exemple traité, les opérations d'unification sont assez élémentaires, car les surfaces de mise en position sont toutes fabriquées lors de la première phase. Des configurations plus complexes imbriquant des boucles dans les unifications se résolvent avec la même démarche. Il suffit dans ce cas de commencer les unifications par la première phase.

### Expression des composantes de la condition d'usinage $\mathbf{T}_{P8,P5}$

A présent que toutes les indéterminées sont définies et calculées, peu importe le chemin à prendre pour établir les équations de la condition géométrique d'usinage à vérifier.

Ceci étant, en proposant une hiérarchie sur les liaisons élémentaires entre la pièce et le porte-pièce, la liaison primaire (H1,P1 dans l'exemple) qui immobilise le plus grand nombre de degrés de liberté (2,  $v$  et  $\gamma$  dans l'exemple) est celle qui comporte le moins de composantes indéterminées (1,  $Ind_{u_{20H1,P1}}$  dans l'exemple).

Il est plus efficace de traiter les chemins qui passent par les liaisons primaires pour éviter des changements de variables dans les équations.

A titre d'exemple le chemin édité par l'équation (I) ne fait intervenir aucune composante indéterminée lors du calcul des composantes  $v_{P8,P5}$  et  $\gamma_{P8,P5}$  du torseur défaut  $\mathbf{T}_{P8,P5}$  étudié.

Rappel de l'équation (I) :

$$\mathbf{T}_{P8,P5} = \mathbf{T}_{30P8,H} + \mathbf{T}_{30H,H1} + \mathbf{T}_{30H1,P3} + \mathbf{T}_{10P3,P1} + \mathbf{T}_{20P1,H1} + \mathbf{T}_{20H1,H} + \mathbf{T}_{20H,P5} \quad (I)$$

Après calculs, l'équation (I) s'exprime sur les deux projections suivant  $\bar{y}$  de résultante ( $\gamma$ ) et du moment ( $v$ ) réduit en  $O_5$  :

$$\begin{aligned} \gamma_{P8,P5} = & - (\gamma_{30M11,P8} + \gamma_{30M1,M11} + \gamma_{30MT,M1}) + (\gamma_{30MT,H} + \gamma_{30H,H1} + \gamma_{30H1,P3}) + \gamma_{10P3,P1} \\ & - (\gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1} + \gamma_{20MT,H}) + (\gamma_{20MT,M1} + \gamma_{20M1,M11} + \gamma_{20M11,P5}) \end{aligned}$$

$$V_{P8,P5} = [-(V_{30M11,P8} + V_{30M1,M11} + V_{30MT,M1}) + (X_8 - X_5) \cdot (\gamma_{30M11,P8} + \gamma_{30M1,M11} + \gamma_{30MT,M1})] \quad (a)$$

$$+ [(V_{30MT,H} + V_{30H,H1} + V_{30H1,P3}) - (X_3 - X_5) \cdot (\gamma_{30MT,H} + \gamma_{30H,H1} + \gamma_{30H1,P3})] \quad (b)$$

$$+ [V_{10P1,P} - V_{10P3,P}] \quad (c)$$

$$- [(V_{20H1,P1} + V_{20H,H1} + V_{20MT,H}) - X_5 \cdot (\gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1} + \gamma_{20MT,H})] \quad (d)$$

$$+ [V_{20MT,M1} + V_{20M1,M11} + V_{20M11,P5}] \quad (e)$$

En analysant ligne par ligne la composante  $v_{P8,P5}$ , les défauts de position suivant  $\bar{y}$  entre les deux éléments P8 et P5 sont fonction :

- Ligne (a) : des écarts d'usinage de l'élément P8,
- Ligne (b) : des écarts de mise en position en phase 30 sur P3,
- Ligne (c) : des défauts de fabrication du brut en phase 10 entre P1 et P3,
- Ligne (d) : des écarts de mise en position en phase 20 sur P1,
- Ligne (e) : des écarts d'usinage de l'élément P5.

Le modèle unidirectionnel traité avec la méthode des  $\Delta l$  au paragraphe 4.5.4 donne pour cette condition :

$$ITC_{P8,P5} = (\Delta l_{30,P8}) + (\Delta l_{30,P3}) + (\Delta l_{10,P3} + \Delta l_{10,P1}) + (\Delta l_{20,P1}) + (\Delta l_{20,P5})$$

lignes  $\longrightarrow$  (a)  $\curvearrowright$  (b)  $\curvearrowright$  (c)  $\curvearrowright$  (d)  $\curvearrowright$  (e)  $\curvearrowright$

En annulant les défauts angulaires sur la relation  $v_{P8,P5}$  les résultats des deux approches concordent.

Nous retrouvons bien le résultat proposé par la méthode unidirectionnelle qui cumule des dispersions d'usinage et de reprise sur les trois phases. En revanche, notre approche est plus fine au niveau des sources des écarts géométriques et elle ajoute une relation supplémentaire sur les écarts angulaires qui ne sont pas considérés en unidirectionnel.

#### 4.5.6.4 Simulation d'usinage entre deux surfaces réalisées dans des phases différentes (cas 2)

Pour terminer la présentation de notre approche formelle sur cet exemple d'application, nous allons traiter une dernière simulation.

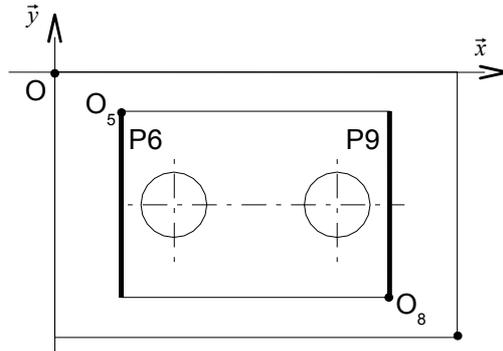


Figure 4-23 Simulation entre P9 et P6, réalisées dans deux phases différentes (cas 2)

Les éléments P9 et P6 (voir Figure 4-23) sont des éléments rectilignes nominalement parallèles réalisés respectivement en phase 20 et 30. Le résultat de la simulation avec la méthode unidirectionnelle des  $\Delta I$  montre que cette condition est similaire à celle du paragraphe précédent. Nous allons montrer que notre approche donne de nouvelles informations.

### Résolution

Le torseur défaut entre ces deux éléments est défini en  $O_5$  :

$$\mathbf{T}_{P9,P6} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{P9,P6} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} \mathbf{U}_{P9,P6} \\ \text{Ind}_{V_{P9,P6}} \\ I \end{array} \right) (O_5, B)$$

Les expressions des composantes  $\gamma_{P9,P6}$  et  $\mathbf{U}_{P9,P6}$  sont à calculer.

Comme dans la précédente étude, en observant le graphe de la gamme sur la Figure 4-24, on dénombre 4 chemins possibles.

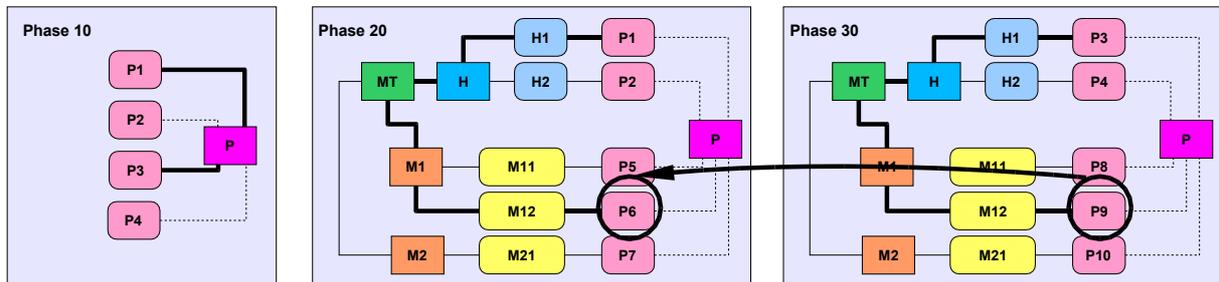
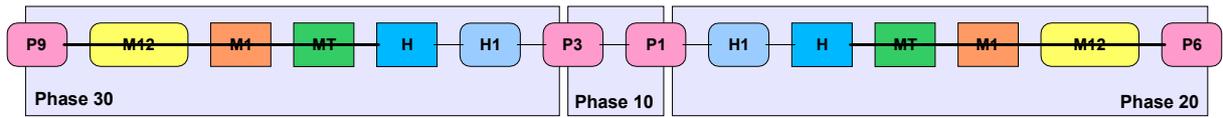


Figure 4-24 Chemins entre les éléments P9 et P6

Les unifications des torseurs de mise en position ont déjà été traitées au chapitre précédent. Comme nous l'avons exposé, nous utilisons le chemin qui passe par les liaisons de mise en position primaires.

Ce chemin est décrit sur le graphe déroulé ci-dessous.



On dénombre 5 groupes de torseurs.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}_{P9,P6} = & -\mathbf{T}_{30M12,P9} - \mathbf{T}_{30M1,M12} - \mathbf{T}_{30MT,M1} \\
 & + \mathbf{T}_{30MT,H} + \mathbf{T}_{30H,H1} + \mathbf{T}_{30H1,P3} \\
 & + \mathbf{T}_{10P3,P1} \\
 & - \mathbf{T}_{20H1,P1} - \mathbf{T}_{20H,H1} - \mathbf{T}_{20MT,H} \\
 & + \mathbf{T}_{20MT,M1} + \mathbf{T}_{20M1,M12} + \mathbf{T}_{20M12,P6}
 \end{aligned}$$

Sur cette relation torsorielle, nous retrouvons les mêmes contributions de défauts de fabrications que pour l'étude précédente.

En développant les calculs des deux composantes nous trouvons pour la composante de rotation :

$$\begin{aligned}
 \gamma_{P9,P6} = & -(\gamma_{30M12,P9} + \gamma_{30M1,M12} + \gamma_{30MT,M1}) + (\gamma_{30MT,H} + \gamma_{30H,H1} + \gamma_{30H1,P3}) + \gamma_{10P3,P1} \\
 & - (\gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1} + \gamma_{20MT,H}) + (\gamma_{20MT,M1} + \gamma_{20M1,M12} + \gamma_{20M12,P6})
 \end{aligned}$$

Ce résultat sur la composante angulaire est similaire à l'expression de  $\gamma_{P8,P5}$  étudié dans le cas précédent. On retrouve les mêmes groupes de composantes.

En revanche pour la composante de translation suivant  $\bar{x}$  en O5 :

$$\begin{aligned}
 u_{P9,P6} = & [-(u_{30M12,P9} + u_{30M1,M12} + u_{30MT,M1}) - (y_8 - y_5) \cdot (\gamma_{30M12,P9} + \gamma_{30M1,M11} + \gamma_{30MT,M1})] \\
 & + [(u_{30MT,H} + Ind_{u_{30H1,P3}}) - (y_3 - y_5) \cdot (\gamma_{30MT,H} + \gamma_{30H,H1} + \gamma_{30H1,P3})] \\
 & - [(Ind_{u_{20H1,P1}} + u_{20MT,H}) - y_5 \cdot (\gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1} + \gamma_{20MT,H})] \\
 & + [u_{20MT,M1} + u_{20M1,M12} + u_{20M12,P6}]
 \end{aligned}$$

Les composantes indéterminées calculées lors des unifications sont :

$$Ind_{u_{30H1,P3}} = -u_{10P4,P} - u_{30H,H2} - u_{30H2,P4} - (y_3 - y_4) \cdot (\gamma_{10P3,P} - \gamma_{10P4,P} + \gamma_{30H1,P3} + \gamma_{30H,H1})$$

$$Ind_{u_{20H1,P1}} = -u_{10P2,P} - u_{20H,H2} - u_{20H2,P2} - y_2 \cdot (\gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} + \gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1})$$

En les remplaçant dans l'expression de  $u_{P9,P6}$  et en reconstituant des groupes on obtient :

$$\begin{aligned}
 u_{P9,P6} = & [-(u_{30M12,P9} + u_{30M1,M12} + u_{30MT,M1}) - (y_8 - y_5) \cdot (\gamma_{30M12,P9} + \gamma_{30M1,M11} + \gamma_{30MT,M1})] \quad (a) \\
 & + [(u_{30MT,H} - u_{30H,H2} - u_{30H2,P4}) - (y_3 - y_5) \cdot (\gamma_{30MT,H} + \gamma_{30H,H1} + \gamma_{30H1,P3}) \\
 & \quad - (y_3 - y_4) \cdot (\gamma_{10P3,P} - \gamma_{10P4,P} + \gamma_{30H1,P3} + \gamma_{30H,H1})] \quad (b) \\
 & + [u_{10P2,P} - u_{10P4,P}] \quad (c) \\
 & - [(u_{20MT,H} - u_{20H,H2} - u_{20H2,P2}) - y_5 \cdot (\gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1} + \gamma_{20MT,H}) \\
 & \quad y_2 \cdot (\gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} + \gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1})] \quad (d) \\
 & + [u_{20MT,M1} + u_{20M1,M12} + u_{20M12,P6}] \quad (e)
 \end{aligned}$$

Les groupes (a) et (e) représentent respectivement les écarts de fabrication des éléments P9 et P6.

Le groupe (c) représente les défauts de fabrication entre les surfaces P2 et P4 lors de la première phase car ces éléments sont ensuite utilisés comme surface de mise en position.

Les groupes (b) et (d) représentent les écarts de mise en position suivant  $\bar{x}$  pour chacune des phases. Nous n'analyserons que (b) car (d) fait l'objet des mêmes particularités.

$$(b) : (u_{30MT,H} - u_{30H,H2} - u_{30H2,P4})$$

$$\begin{aligned}
 & - (y_3 - y_5) \cdot (\gamma_{30MT,H} + \gamma_{30H,H1} + \gamma_{30H1,P3}) - (y_3 - y_4) \cdot (\gamma_{30H1,P3} + \gamma_{30H,H1}) \\
 & - (y_3 - y_4) \cdot (\gamma_{10P3,P} - \gamma_{10P4,P})
 \end{aligned}$$

En analysant les termes de (b), les deux premières lignes sont les composantes désormais habituelles des écarts de mise en position de la pièce et du porte-pièce. En revanche la dernière ligne fait apparaître une influence des défauts angulaires des surfaces de reprise P3 et P4 qui ont été générés lors de la première phase 10.

A titre de comparaison avec la simulation unidirectionnelle, en admettant que tous les écarts angulaires sont nuls dans les phases 20 et 30  $u_{P9,P6}$  s'écrit :

$$u_{P9,P6} = [-(u_{30M12,P9} + u_{30M1,M12} + u_{30MT,M1})] \leftarrow (1)$$

$$+ [(u_{30MT,H} - u_{30H,H2} - u_{30H2,P4})] \leftarrow (2)$$

$$- (y_3 - y_4) \cdot (\gamma_{10P3,P4})$$

$$+ [u_{10P2,P} - u_{10P4,P}] \leftarrow (3)$$

$$+ y_2 \cdot (\gamma_{10P1,P2})$$

$$- [(u_{20MT,H} - u_{20H,H2} - u_{20H2,P2})] \leftarrow (4)$$

$$+ [u_{20MT,M1} + u_{20M1,M12} + u_{20M12,P6}] \leftarrow (5)$$

La simulation unidirectionnelle donne :

$$ITC_{P9,P6} = (\Delta l_{30,P9}) + (\Delta l_{30,P4}) + (\Delta l_{10,P4} + \Delta l_{10,P2}) + (\Delta l_{20,P2}) + (\Delta l_{20,P6})$$

$(1) \curvearrowright \quad (2) \curvearrowright \quad (3) \curvearrowright \quad (4) \curvearrowright \quad (5) \curvearrowright$

Les termes sont tous identifiés en comparant les deux approches sauf les membres entourés :  $[(y_3 - y_4) \cdot (\gamma_{10P3,P4})]$  et  $[y_2 \cdot (\gamma_{10P1,P2})]$ .

Ces derniers représentent des déplacements dus aux défauts angulaires entre les éléments (P1 et P2) et (P3 et P4).

La Figure 4-25 schématise de manière épurée la présence et l'influence de ces composantes d'écart linéaires  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$ .

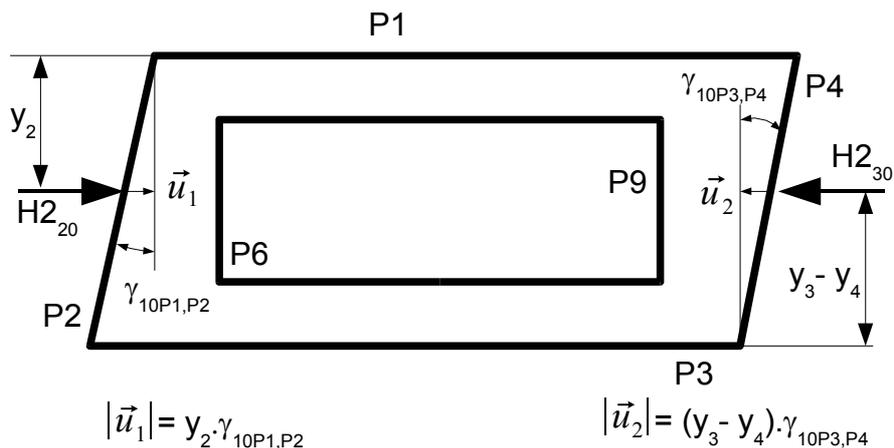


Figure 4-25 Prise en compte du défaut angulaire de la première phase

En effet plus le défaut angulaire entre les surfaces (P1 et P2) et (P3 et P4) est important plus la pièce aura tendance à se décaler suivant l'axe  $\bar{x}$  et donc déportera la position des surfaces usinées P6 et P9 par rapport au porte-pièce, entraînant ainsi un défaut de fabrication.

## Conclusions sur l'exemple bidimensionnel d'application

En conclusion de cet exemple d'application nous listons les points particuliers de notre approche formelle de la simulation d'usinage :

- Elle permet de prendre en compte les défauts angulaires que les méthodes unidirectionnelles ne peuvent pas prendre en considération.
- Elle décompose finement les sources d'écarts entre les différents éléments que nous avons modélisés dans les phases d'usinage.
- Elle intègre et cumule fidèlement toutes les sources des défauts de fabrication qui sont apparues progressivement dans la gamme de la pièce comme le fait dans une moindre mesure la méthode des  $\Delta I$ .
- Elle permet de comprendre les effets des variations dimensionnelles et géométriques des pièces en cours de fabrication sur les écarts de remise en position.
- Elle propose une démarche méthodologique de traitement de la simulation par l'intermédiaire de graphe et d'équations. Cette méthodologie sera en mesure d'être automatisée et permettra des applications tridimensionnelles de pièces plus complexes où le nombre de données et d'équations sera plus élevé.

## 4.6 Application tridimensionnelle - Automatisation de l'approche

### 4.6.1 Introduction

L'approche formelle de la simulation d'usinage utilisant les torseurs de petit déplacement que nous venons de proposer, génère un grand nombre de données et d'équations à traiter. La mise en place du problème et sa résolution manuelle deviennent rapidement longues et fastidieuses.

Pour que ce type de simulation soit efficace, nous avons mis en place une méthode de travail assistée par ordinateur qui exprime les conditions géométriques d'usinage en générant automatiquement les équations des torseurs défaut de la pièce [Leg 04a].

Pour cela nous avons structuré la méthode en quatre étapes :

- Générer tous les torseurs des graphes de la gamme.
- Créer les chaînes de torseurs relatives aux conditions géométriques d'usinage.

- Calculer par l'unification les composantes indéterminées des torseurs connexion de mises en position.
- Editer les équations des composantes des torseurs défaut à étudier.

Les deux premiers points s'effectuent avec un modéleur volumique de CAO sur lequel nous avons développé un API afin de créer et transmettre des données exploitables par un logiciel de traitement mathématique formel qui traite les deux derniers points.

## 4.6.2 Méthodologie générale

Avant d'automatiser différentes séquences, les données que doit avoir l'utilisateur sont :

- La définition de la pièce à réaliser et le bilan des conditions géométriques d'usinage.
- La description de la gamme de fabrication.
- La description de chaque phase d'usinage dont :
  - le choix d'un niveau de détail de la modélisation de la phase,
  - les opérations d'usinage ordonnancées,
  - la description de la mise en position (choix des surfaces d'appui et liaison).

### 4.6.2.1 Génération automatique des torseurs du graphe

Chaque lien du graphe de phase est un torseur. Chaque torseur comporte deux vecteurs définis dans une base locale : la résultante et le moment réduit en un point. Ceci représente six composantes.

En exprimant un torseur dans un référentiel global  $R_0$  où sera faite la résolution, la définition d'un torseur nécessite la génération de 18 paramètres :

- $2 \times 3 = 6$  pour les deux vecteurs du torseur,
- 3 pour les coordonnées du point de réduction dans  $R_0$ ,
- $3 \times 3 = 9$  pour les projections des vecteurs de la base dans  $R_0$ .

Dans l'exemple précédent, il a 30 torseurs, soit 540 paramètres à définir avant de procéder à la résolution.

Compte tenu de cette quantité de données, il nous paraît indispensable de les générer automatiquement en utilisant un modéleur de CAO.

### Définition des torseurs

La définition des torseurs est fonction de la topologie des éléments et de la nature de leur liaison (torseur écart, jeu, global, défaut).

Sur la Figure 4-26, représentant un extrait de graphe de phase, nous allons observer chaque type de torseur.

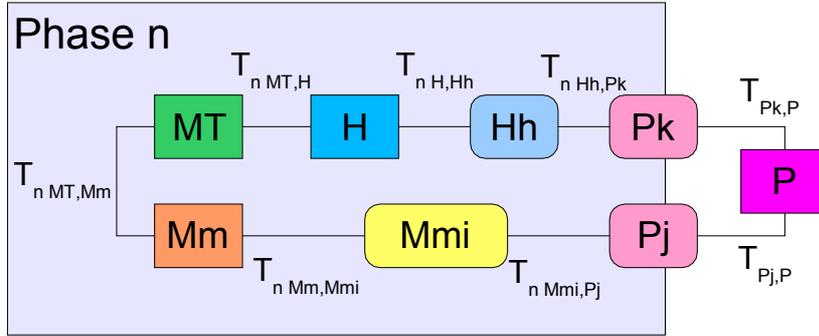


Figure 4-26 Extrait de graphe de phase et bilan des torseurs

Sur la branche relative à l'usinage de la surface  $P_j$ , nous remarquons que la surface d'usinage  $M_{mi}$  et la surface usinée  $P_j$  ont des topologies identiques (par exemple, une surface d'usinage plane est censée réaliser un plan). Donc les torseurs  $T_{nMm, Mmi}$ ,  $T_{nMmi, Pj}$ ,  $T_{Pj, P}$  ne sont fonction que de la topologie de la surface  $P_j$ .

Si  $P_j$  est identifiée, alors ces trois torseurs peuvent être définis.

Pour chaque type de surface il est possible d'écrire le torseur caractéristique dans un repère local. Ce repère local de définition du torseur est défini au point de réduction du moment et dans une base associée à la nature de l'élément. Par exemple, pour un plan, le repère local sera principalement défini par la normale et un point du plan ; pour un cylindre, le repère sera associé à son axe et un point de l'axe.

Pour une surface usinée  $P_j$  plane (Figure 4-27), le torseur caractéristique d'un plan est :

$$T_{Plan} = \begin{Bmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & 0 \\ 0 & w \end{Bmatrix} (Op, \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p)$$

Détails de la figure : Le diagramme illustre un plan  $P_j$  (type Plan) dans un repère local  $(Op, \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p)$ . Le point  $Op$  est l'origine du repère. Les axes  $\vec{x}_p$  et  $\vec{y}_p$  sont dans le plan, et  $\vec{z}_p$  est la normale. Une force  $w$  est représentée par une flèche rouge verticale. Des angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont indiqués par des arcs rouges.

Figure 4-27 Définition des torseurs caractéristiques associés à un plan  $P_j$  usiné

De cette définition, on écrit les trois torseurs de la branche relative à l'usinage de  $P_j$  :

$$\mathbf{T}_{nMmi,Pi} = \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{nMmi,Pj} \quad 0 \\ \beta_{nMmi,Pj} \quad 0 \\ 0 \quad \quad \quad w_{nMmi,Pj} \end{array} \right\} \mathbf{R}_{nMmi,Pj}$$

$$\mathbf{T}_{nMm,Mmi} = \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{nMm,Mmj} \quad 0 \\ \beta_{nMm,Mmj} \quad 0 \\ 0 \quad \quad \quad w_{nMm,Mmj} \end{array} \right\} \mathbf{R}_{nMm,Mmj}$$

$$\mathbf{T}_{Pj,P} = \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{Pj,P} \quad \quad 0 \\ \beta_{Pj,P} \quad \quad \tilde{0} \\ 0 \quad \quad \quad w_{Pj,P} \end{array} \right\} \mathbf{R}_{Pj}$$

Les torseurs  $\mathbf{T}_{nMT,Mm}$  et  $\mathbf{T}_{nMT,H}$  sont de type global et complet (6 composantes). Ils peuvent être définis pour chaque phase dans un repère de référence nommé  $\mathbf{R}_{nMT}$ , attaché au modèle de la pièce.

Le torseur écart  $\mathbf{T}_{nH,Hh}$  est fonction de la topologie de la surface du porte-pièce Hh. Si Hh est identifiée, alors  $\mathbf{T}_{H,Hh}$  est défini.

Le torseur jeu  $\mathbf{T}_{nHh,Pk}$  est fonction de la liaison de Hh/Pk. Si Hh et Pk sont identifiées, alors le torseur connexion  $\mathbf{T}_{nHh,Pk}$  est défini en fonction de la liaison (voir les définitions type des torseurs en fonction des liaisons en Annexe 2). Ce torseur est le seul à posséder des composantes indéterminées.

Par exemple sur le Tableau 4-3, pour une liaison linéaire rectiligne entre un plan et un cylindre, le torseur jeu est défini et associé à un repère.

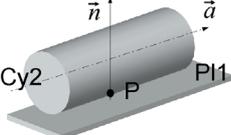
Liaison	Surfaces en contact		Schéma	Repère	Torseur jeu
Linéaire rectiligne	Plan	Cylindre		$(P, \vec{a}, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{Pl1,Cy2} = \left\{ \begin{array}{ll} Ind_{\alpha} & Ind_u \\ \beta & Ind_v \\ Ind_{\gamma} & w \end{array} \right\} P$

Tableau 4-3 Définition du torseur jeu caractéristique en fonction des surfaces

### Informations nécessaires à la création des torseurs

Pour créer et définir automatiquement tous ces torseurs il faut disposer des informations suivantes :

- La phase à laquelle s'associe la machine outil MT et le porte-pièce H.
- Les opérations d'usinage Mm qui sont des volumes. Elles génèrent les surfaces d'usinage Mmi et délimitent les surfaces de la pièce Pj.
- Les surfaces de mise en position Hh et le type de liaison qui les associe avec les surfaces de la pièce Pj (ponctuelle, plane, linéaire rectiligne,....).

A partir de ce constat, nous avons eu l'idée de construire, sur un logiciel de CAO, la pièce suivant son processus de fabrication afin de mettre en place tous ces éléments nécessaires à la génération des torseurs. Le logiciel utilisé est Solidworks (<sup>1</sup>). Ce choix est motivé par rapidité de mise en œuvre des API sous Visual basic afin d'extraire et de traiter les données.

Avant la génération des données, l'utilisateur doit effectuer le travail de construction de la pièce. Pour cela il doit déclarer les différents éléments en respectant un protocole de construction que nous avons établi.

### **Protocole de construction numérique de la pièce fabriquée**

Chronologiquement la pièce est construite par des opérations sur des volumes en respectant l'ordre suivant :

- 1- Création du modèle numérique de la pièce brute
- 2- Phase par phase :
  - Création ordonnancée des opérations d'usinage. Suite aux opérations, les différentes surfaces d'usinage et les différentes surfaces de la pièce seront automatiquement générées.
  - Description de la mise en position : Suivant la hiérarchie décrite dans la phase, des surfaces représentant celles du porte-pièce sont créés et positionnées en contact avec les surfaces de la pièce.
  - L'arbre de construction CAO de la Figure 4-28 représente la construction du taquet suivant sa gamme de fabrication (voir dossier de fabrication en annexe 3) :
    - Les trois phases de réalisation apparaissent.
    - En phase 20, l'opération d'usinage nommée dans l'arbre S2M2, est un fraisage modélisé par un enlèvement de matière extrudée. A partir de cet enlèvement, les quatre surfaces planes du tenon du taquet sont réalisées.
    - En fin de phase 20, on observe la création ordonnée des surfaces de mise en position (S1H1 pour l'appui plan et, S2H2 et S3H3 pour le double centrage) qui sont positionnées par rapport aux surfaces d'appui de la pièce.

---

<sup>1</sup> Solidworks : logiciel édité par la société Dassault Systems

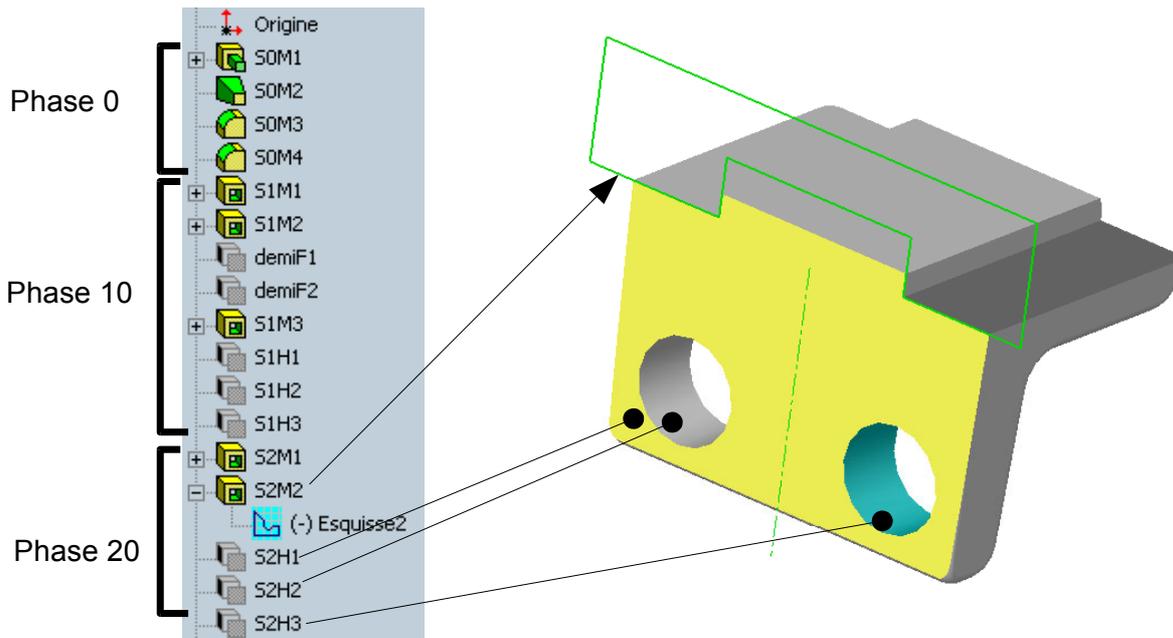


Figure 4-28 Arbre de construction de la pièce pour la génération des données

Nota : la machine-outil et le porte-pièce n'ont pas eu besoin d'être représentées dans ce document CAO. La maquette ainsi créée ne sert pour l'instant que de support à la création de données où ne sont utilisées que la topologie des surfaces et leur situation et rôle dans le processus de fabrication. Il s'agit d'un document « pièce » (par opposition avec un document « assemblage »), où seules les surfaces d'appui du porte-pièce ont été ajoutées.

### Génération automatique des données

Une fois la pièce modélisée suivant ce protocole, nous avons développé une API<sup>(1)</sup> Visual Basic en programmation objet qui consiste à scruter l'arbre de construction CAO.

Un des points particuliers de cette API est de définir automatiquement les points de réduction et les repères locaux en fonction du type de surface étudiée. En effet dans le fichier CAO, la surface est définie, en fonction de son type, nous irons chercher ses éléments géométriques caractéristiques (point de réduction et repère local). Cette fonctionnalité nous enlève une activité de saisie extrêmement rébarbative.

---

<sup>1</sup> API : Automated Program Interface, utilitaire informatique associé au logiciel, développé pour effectuer des tâches automatiquement (export, extraction d'éléments, génération de paramètres, ...).

Les principales tâches de l'API sont :

- Pour toutes les n phases :
  - Création du torseur global  $\mathbf{T}_{nMT,H}$  en  $R_0$ ,
  - Pour toutes les opérations d'usinage  $M_m$  :
    - Création du torseur global  $\mathbf{T}_{nMT,M_m}$ ,
    - Rechercher des surfaces usinées :
      - A chaque surface usinée,
        - Identifier sa topologie,
        - Générer automatiquement les torseurs type ( $\mathbf{T}_{nM_{mi},P_i}$ ,  $\mathbf{T}_{P_j,P}$ ,  $\mathbf{T}_{nM_m,M_{mi}}$ ) associés à la topologie,
        - Définir pour chaque torseur un repère local (point + base) associé à la surface par rapport à  $R_0$ .
  - Rechercher les surfaces de mise en position :
    - Pour toutes les surfaces de mise en position :
      - Identifier sa topologie,
      - Générer le torseur écart  $\mathbf{T}_{nH,H_h}$  associé à la topologie,
      - Rechercher la surface de la pièce en liaison,
      - Générer le torseur connexion  $\mathbf{T}_{nH_h,P_k}$  relatif à la liaison,
      - Définir un repère local (point + base) associé à la surface par rapport à  $R_0$ .
- Exporter ces données dans un format compatible avec un logiciel de calcul formel.

A ce stade, nous avons généré automatiquement une liste formatée comprenant :

- Tous les torseurs associés aux graphes de la gamme. Ces torseurs sont définis dans des repères locaux.
- Toutes les définitions des repères locaux par rapport au repère de référence  $R_0$ .

Le formatage des données a été dédié au logiciel de calcul formel qui effectuera la résolution.

La génération des données par notre API est quasi instantanée. Le temps consacré par l'utilisateur pour créer les données est celui nécessaire à la modélisation de la pièce fabriquée suivant notre protocole. Ce travail est beaucoup moins fastidieux que de pointer manuellement chaque surface, rechercher le point de réduction et définir le repère local.

#### **4.6.2.2 Création automatique des chaînes de torseurs relatives aux conditions géométriques d'usinage.**

Chaque condition géométrique d'usinage est un torseur défaut  $\mathbf{T}_{P_i,P_j}$  entre deux surfaces de la pièce. Sur le modèleur CAO, l'utilisateur doit placer un lien entre les surfaces concernées par

l'intermédiaire d'une « annotation »<sup>(1)</sup>. Ceci permet de créer un lien entre deux ou plusieurs surfaces (voir Figure 4-29). Les « annotations » apparaissent sous forme de lignes d'attache entre les surfaces qui convergent vers le symbole P (P comme Position).

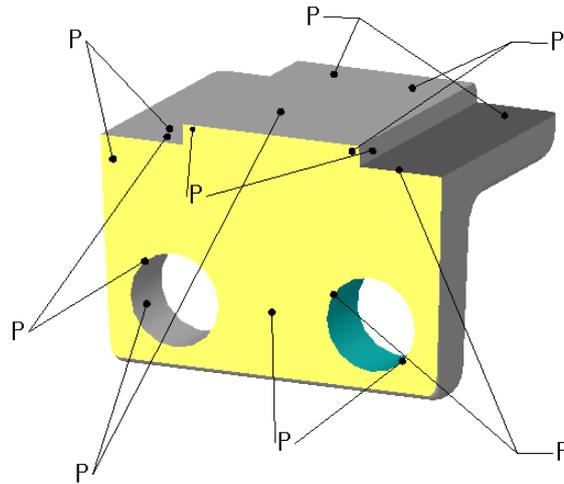


Figure 4-29 Affectation des conditions géométriques d'usinage avec les « annotations »

Les annotations sont des variables attachées au fichier CAO de la pièce. L'API que nous avons développé opère alors une scrutation des annotations de type « P » pour rechercher les liens entre les surfaces de la pièce.

Pour chaque lien, le programme interface identifie les surfaces concernées, sélectionne la surface réalisée en dernier et remonte l'arbre de construction pour rejoindre l'autre surface. Tous les chemins possibles sont identifiés. C'est là que s'applique la méthode du choix du chemin expliquée dans l'exemple 2D page 120.

Il y a une équation de chaîne de torseurs par chemin. Toutes les chaînes de torseurs sont créées et exprimées systématiquement dans le repère de référence  $R_0$ .

L'utilisation des annotations est une technique dédiée au logiciel utilisé. Nous voyons à ce jour des logiciels qui expriment sous une forme plus spécifique le tolérancement géométrique sur la maquette volumique des pièces. Il serait intéressant d'exploiter ce formalisme pour renseigner de manière plus fine le défaut acceptable entre deux surfaces.

### 4.6.2.3 Unification des torseurs de mise en position

A ce niveau du traitement, nous avons effectué avec l'API associée à la CAO la création des torseurs et des chaînes de torseurs qui expriment les conditions géométriques d'usinage. La

---

<sup>1</sup> Annotation : fonction du logiciel Solidworks permettant d'éditer du texte et de le relier à différentes surfaces.

suite des tâches est effectuée avec le logiciel de calcul formel Mathematica<sup>(1)</sup>, où les équations des composantes des conditions géométriques d'usinage seront éditées.

L'unification a pour but de calculer les composantes indéterminées des torseurs connexion au niveau des surfaces d'appui de la pièce.

Nous avons vu dans l'exemple bidimensionnel (voir paragraphe 4.5.6.3), qu'il est nécessaire de réduire le nombre de chaînes de torseurs en procédant à l'unification des torseurs de mise en position. Cette opération est indépendante du traitement des conditions géométriques et peut se faire avant leur résolution.

La méthode de traitement est la suivante :

1. Puisque les composantes indéterminées à calculer sont toujours dépendantes des opérations des phases précédentes, débiter les opérations d'unification par la première phase.
2. Ecrire les chaînes de torseurs qui relient les surfaces de mise en position.

La méthode d'unification est décrite graphiquement sur la Figure 4-30.

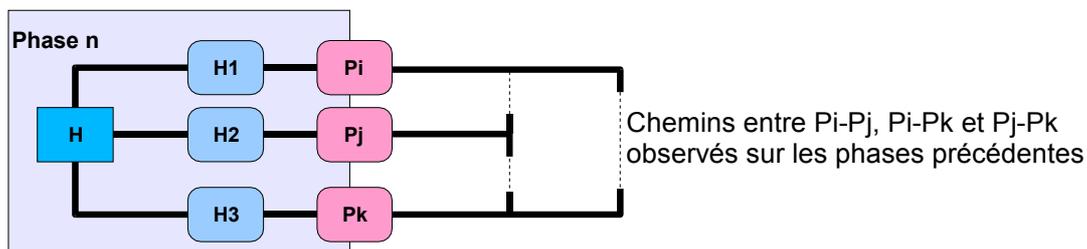


Figure 4-30 Unification : écrire les boucles reliant les surfaces de mise en position  $P_i$ ,  $P_j$  et  $P_k$

$T_{P_i, P_j}$  se calcule en partant vers gauche (coté porte-pièce) sur la Figure 4-30. C'est à dire :

$$T_{P_i, P_j} = T_{n P_i, H_1} + T_{n H_1, H} + T_{n H, H_2} + T_{n H_2, P_j}$$

$T_{P_i, P_j}$  se calcule également en partant vers la droite en utilisant des chemins qui passent par les graphes des phases précédentes.

3. Egaliser les chaînes de torseurs équivalentes qui expriment  $T_{P_i, P_j}$ .

Toutes ces égalités représentent des systèmes d'équations linéaires dont les inconnues sont les composantes indéterminées *Ind*.

4. Calculer les composantes indéterminées.

<sup>1</sup> Mathematica est édité par Wolfram Research

Nous avons utilisé une fonction de résolution mathématique qui recherche les composantes indéterminées, les isole afin de créer un système de Cramer et de les calculer. Ceci permet de trouver automatiquement les composantes indéterminées *Ind*, et de lister les équations de compatibilité si la mise en position est hyperstatique (voir l'annexe 5 pour l'étude d'une mise en position hyperstatique).

Suite à ce traitement, nous avons vérifié la robustesse de la résolution en remplaçant les composantes indéterminées dans chaque torseur connexion. Nous avons constaté qu'en refermant les boucles sur  $T_{P_i, P_j}$ , toutes les égalités sont vérifiées. Nous avons validé cette méthode sur différents exemples dont le cas bidimensionnel présenté dans ce chapitre.

L'unification étant faite, les composantes indéterminées calculées font état de la dépendance des écarts de mise en position en fonction des défauts réalisés dans les phases précédentes. Au moment de résoudre les conditions géométriques d'usinage peu importe le chemin utilisé lors de la mise en position (H1-Pi ; H2-Pj ; H3-Pk). Ces chemins sont équivalents et s'écrivent sous la même forme.

#### **4.6.2.4 Edition des équations du modèle**

A présent, pour chaque condition géométrique d'usinage, les chaînes de torseurs sont établies, tous les torseurs sont définis et il n'y a plus de composantes indéterminées. Les torseurs défaut sont alors entièrement définis.

Le torseur défaut d'une condition géométrique à étudier possède des composantes représentatives qui sont fonction de la nature des surfaces et de leur position relative. L'utilisateur en possession de tous les torseurs défaut n'a plus qu'à sélectionner les composantes des torseurs défaut qui caractérisent des conditions géométriques d'usinage pour les éditer afin d'analyser l'avant projet d'étude de fabrication.

#### 4.6.2.5 Bilan de la méthode de génération et traitement des données

La Figure 4-31 rappelle la méthode de traitement et de génération des données.

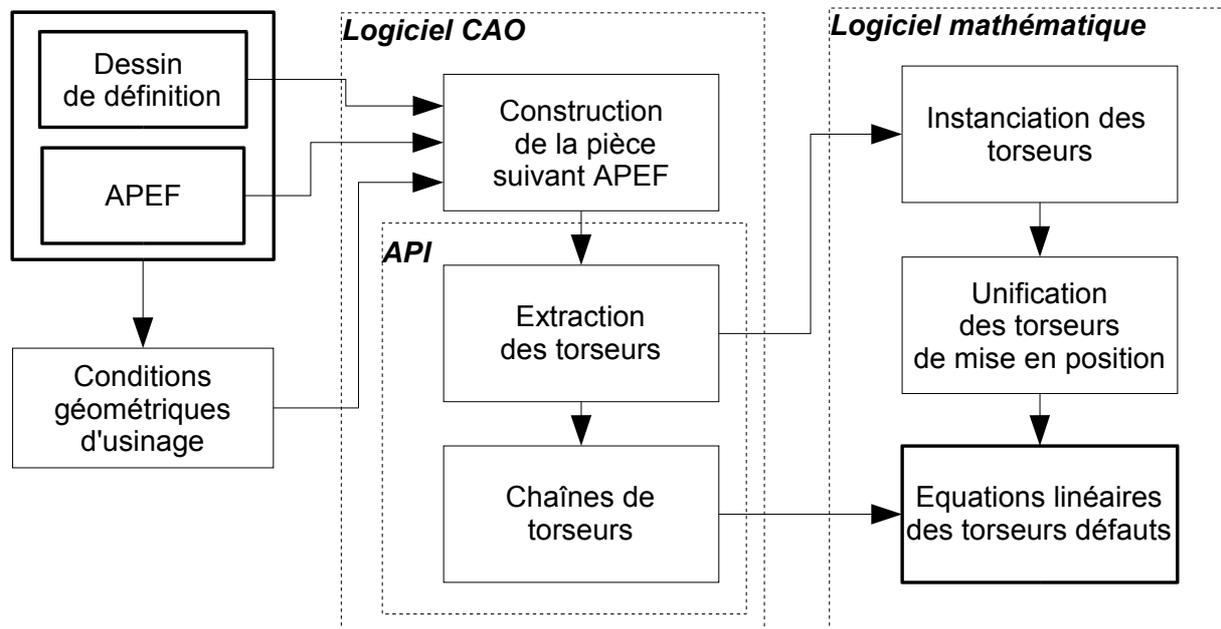


Figure 4-31 Méthode de génération et de traitement des données

Parmi les étapes de travail certaines sont manuelles d'autres sont automatisées :

Sont manuelles :

Sur le modèleur CAO :

- La construction de la pièce suivant l'avant projet d'étude de fabrication,
- L'indication des conditions géométriques d'usinage entre surfaces (annotations).

Sur le logiciel de calcul formel :

- La sélection des composantes représentatives des torseurs défaut des conditions géométriques d'usinage à étudier.

Sont automatisées :

Sur le modèleur CAO via l'API :

- La définition de tous les torseurs pris en compte dans la modélisation de la gamme (typologie, base locale, point de réduction),
- La génération des chaînes de torseurs des conditions géométriques d'usinage

Sur le logiciel de calcul formel :

- Les boucles de chaînes de torseurs pour l'unification,

- Le calcul des composantes indéterminées des torseurs jeu de mise en position lors de l'opération d'unification,
- La génération des équations des torseurs défauts. Dans une seconde phase de développement, les étapes manuelles qui portent sur le logiciel de calcul formel seront automatisables, il n'y a pas de verrou technique concernant leur intégration.

La méthode de travail assistée par ordinateur que nous avons créé est opérationnelle. La simulation tridimensionnelle d'usinage avec les torseurs de petit déplacement est entièrement possible pour des pièces dites prismatiques, fraisées et de géométrie élémentaire. Les cas de figures avec des surfaces élémentaires toriques et sphériques ou avec des surfaces quelconques (réglées, gauches, ...) n'ont pas encore été testés. Les surfaces de base dont on connaît le torseur caractéristique ne sont pas toutes implémentées à ce jour, elles feront l'objet de développements ultérieurs.

Il nous semble essentiel de valider tout d'abord cette approche par une démarche expérimentale de quantification numérique des grandeurs utilisées.

### **4.6.3 Exemple tridimensionnel d'application**

Dans ce paragraphe nous allons reprendre l'exemple de la fabrication du taquet qui a été traité au chapitre 3. Le dossier de fabrication de cette pièce est détaillé en Annexe 3. Au travers de cet exemple, nous souhaitons exposer des expressions relatives à des conditions géométriques d'usinage obtenues grâce à cette assistance informatique. A cette occasion, nous effectuerons des analyses de conditions géométriques spécifiques et nous les comparerons avec les résultats de la méthode de simulation d'usinage présentée au chapitre 3.

La gamme de fabrication de la pièce et le niveau de modélisation des graphes des phases sont rappelés sur la Figure 4-32.

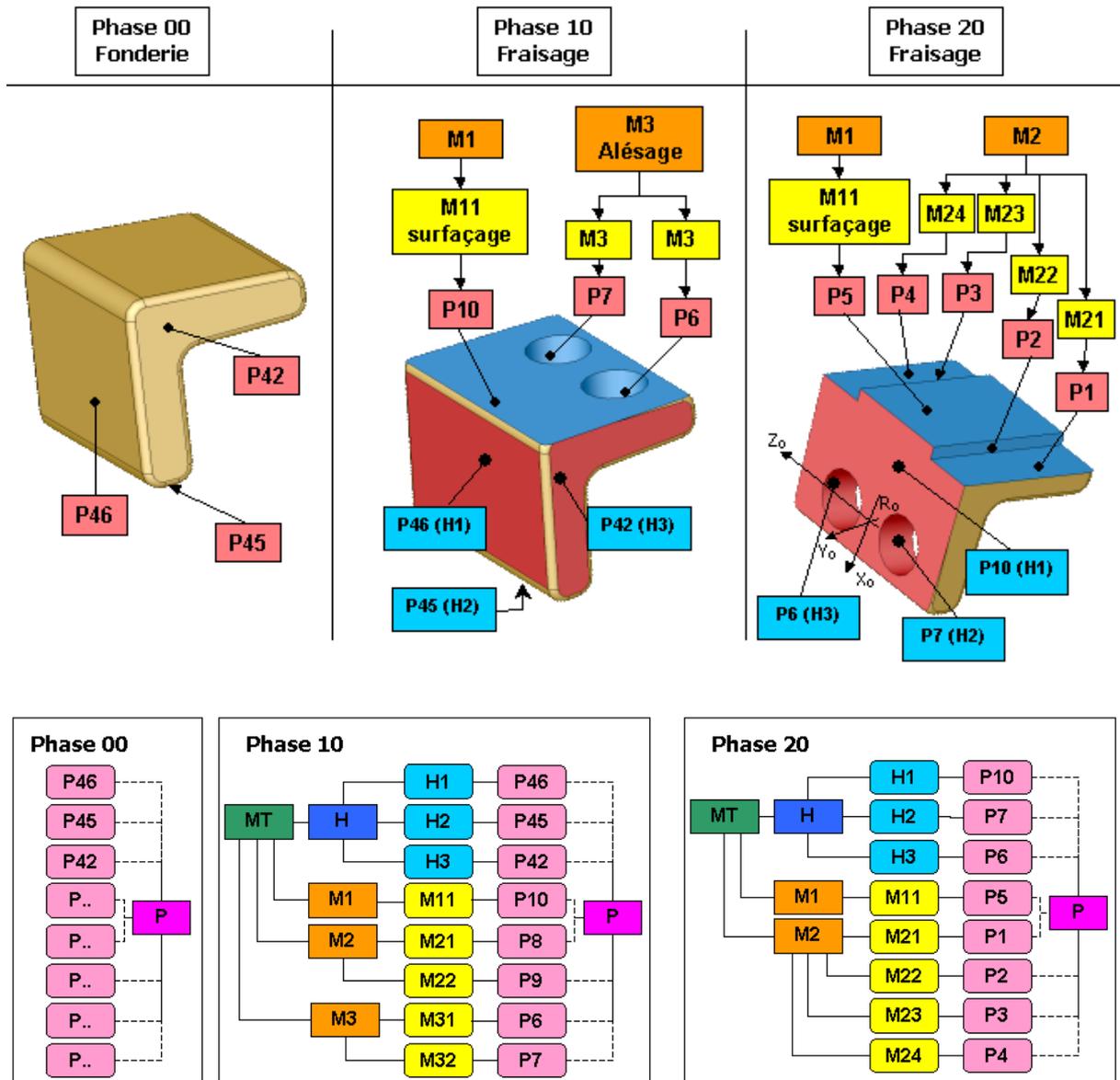


Figure 4-32 Description et graphes de la gamme de l'exemple du taquet

En ne considérant que les surfaces planes et cylindriques, nous recensons sur cette pièce 47 surfaces principales (certaines sont temporaires comme les surfaces de ½ finition par exemple).

Pour traiter les conditions géométriques d'usinage que nous allons étudier par la suite, plus de 300 équations ont été générées automatiquement. Notons que toutes ne sont pas nécessaires car certaines comprennent des composantes indéterminées qui seront inutilisables. De plus les surfaces de moindre importance (telles que congés, chanfreins, etc...) sont également à l'origine de torseur qui ne seront pas utilisés.

Nous allons tout d'abord étudier différentes conditions géométriques d'usinage et observer les équations générées. Ensuite, nous comparerons numériquement les résultats pour des instances de défauts donnés, avec ceux trouvés par la métrologie virtuelle de la pièce simulée avec des défauts en FAO que nous avons proposée au chapitre 3. Cette comparaison nous permettra d'analyser et d'évaluer les deux approches que nous proposons.

#### 4.6.4 Vérification des conditions géométriques d'usinage

L'approche formelle par les torseurs associée à la modélisation de la gamme de fabrication se base sur l'expression des torseurs défaut. Au travers de cet exemple nous verrons comment est assuré le lien entre le tolérancement géométrique et les torseurs défaut. Il s'agit là également d'une séquence de métrologie virtuelle qui n'est plus appliquée sur la maquette numérique de la pièce simulée mais qui est transférée par des calculs de déplacements sur les torseurs défauts. L'objet de ce manuscrit n'est pas de proposer une méthode générique et globale de vérification des spécifications géométriques et dimensionnelles normalisées avec les torseurs défauts. Nous allons étudier des conditions géométriques d'usinage portant sur un panel représentatif (sans être exhaustif) de caractéristiques géométriques et dimensionnelles. Nous avons publié ces études où sont détaillés les calculs [Leg04].

##### 4.6.4.1 Compactage et mise en forme des données

Compactage des données :

Afin d'alléger les équations en faisant disparaître des composantes, nous poserons :

$$\mathbf{T}_{MT,H} = \mathbf{T}_{MT,Mm} = \mathbf{T}_{Mm,Mmi} = \mathbf{0}$$

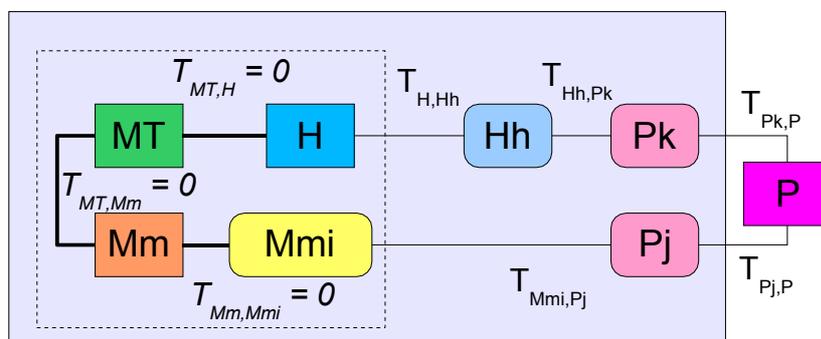


Figure 4-33 Compactage des données par annulation de torseurs

Cette annulation doit être considérée comme un compactage des données. Les différents torseurs nuls disparaissent mais les écarts qu'ils représentent se retrouvent globalisés dans

d'autres expressions des autres torseurs. Par exemple sur la Figure 4-33, les défauts de mise en position du porte-pièce ( $\mathbf{T}_{MT,H}$ ) sur la machine sont transférés sur les écarts des surfaces du porte-pièce par rapport au porte-pièce ( $\mathbf{T}_{H,Hh}$ ).

Mise en forme des données :

Afin de minimiser le nombre de changements de repère, nous avons rendu coïncident  $R_0$ , le repère nominal associé à la pièce théorique, avec  $R_{nMT}$ , les repères des machines-outils lors de chaque phase.

Dans l'exemple, le repère  $R_0$  est positionné sur le plan P10 entre les deux alésages (voir phase 30 de la Figure 4-32).

#### 4.6.4.2 Etude des variations de distances entre deux plans parallèles

Il s'agit d'étudier la largeur du tenon, formé par les surfaces P2 et P3. Les flancs du tenon (P2 et P3) sont contournés dans la même phase 20 par le même outil. Sur graphe de la phase 20 (Figure 4-32), l'opération d'usinage est nommée M2 et les surfaces d'usinage respectives sont M22 et M23.

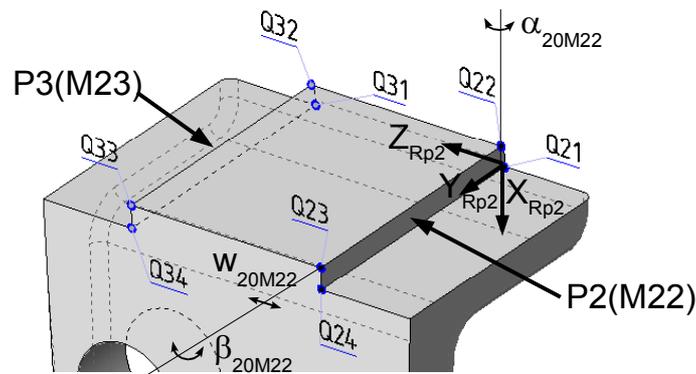


Figure 4-34 Condition géométrique d'usinage entre P2 et P3

Le torseur défaut est  $\mathbf{T}_{P2,P3} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{P2,P3} \\ \vec{D}_{QP2,P3} \end{Bmatrix} (Q, Rp2)$

La fermeture de la chaîne de torseurs générée automatiquement donne :

$$\mathbf{T}_{P2,P3} = -\mathbf{T}_{20M22,P2} - \mathbf{T}_{20M2,M22} - \mathbf{T}_{20M2,M13} - \mathbf{T}_{20M23,P3}$$

Suite au compactage des données :

$$\mathbf{T}_{P2,P3} = -\mathbf{T}_{20M22,P2} + \mathbf{T}_{20M23,P3}$$

La variation de dimension entre les plans nominalement parallèles P2 et P3 s'exprime, avec l'utilisation des torseurs de petit déplacement, par le moment du torseur  $\mathbf{T}_{P2,P3}$  projeté dans la direction normale aux plans  $\vec{z}_{Rp2}$ .

Pour connaître la variation dimensionnelle au point  $Q(x_Q, y_Q, z_Q)_{R0}$ , il s'agit d'écrire :

$$\vec{DQ}_{P2,P3} \cdot \vec{z}_{Rp2}$$

La génération automatique des données a défini les torseurs jeu entre surface pièce et surface d'usinage par :

$$\mathbf{T}_{20M22,P2} = \begin{pmatrix} \alpha_{20M22,P2} \\ \beta_{20M22,P2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{20M22,P2} \end{pmatrix} (O_{20M22}, R_{20M22})$$

$$\mathbf{T}_{20M23,P3} = \begin{pmatrix} \alpha_{20M23,P3} \\ \beta_{20M23,P3} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{20M23,P3} \end{pmatrix} (O_{20M23}, R_{20M23})$$

Notons que les projections des déplacements normaux au plans (composantes  $w$ ) des deux torseurs connexion sont fonction du point de réduction où ont été définis automatiquement les torseurs ( $O_{20M22}$  et  $O_{20M23}$ ).

L'expression du torseur défaut relatif à la condition a été générée par l'équation :

$$\vec{DQ}_{P2,P3} \cdot \vec{z}_{Rp2} = -w_{20M22,P2} + (-62,75 - y_Q) \cdot \alpha_{20M22,P2} + (8,27 + x_Q) \cdot \beta_{20M22,P2} \\ - w_{20M23,P3} - (62,19 + y_Q) \cdot \alpha_{20M23,P3} - (11,89 + x_Q) \cdot \beta_{20M23,P3}$$

Ce déplacement est indépendant de la coordonnée  $z_Q$  du point Q, car les éléments P2 et P3 sont nominalement symétriques par rapport au plan  $(0, x_0, y_0)$ . Nous ne distinguons aucune symétrie apparente concernant les expressions (coefficients et signes) relatives à l'usinage des deux plans, car les origines des repères  $R_{20M23}$  et  $R_{20M22}$  ont été choisies automatiquement et ne sont pas symétriques par rapport à  $R_0$ .

Suivant la forme de l'équation obtenue, on peut conclure que les valeurs du déplacement seront maximales aux points Q limites de chacune des deux surfaces. En se référant à la Figure 4-34, il s'agit des points (Q21, Q22, Q23, Q24, Q31, Q32, Q33, Q34).

La variation dimensionnelle étant indépendante de  $z_Q$  et compte tenu de la similitude et la symétrie des plans P2 et P3, pour les couples de points (Q21, Q31) ; (Q22, Q32) ; (Q23, Q33) et (Q24, Q34) les déplacements sont égaux. C'est à dire :

$$\text{Pour } i \in \{1,2,3,4\} : \vec{DQ}_{2i P2,P3} \cdot \vec{z}_{Rp2} = \vec{DQ}_{3i P2,P3} \cdot \vec{z}_{Rp2}$$

Donc la condition géométrique d'usinage s'étudiera de manière équivalente, soit sur les points extrêmes de P2 (Q21, Q22, Q23, Q24) soit sur les points extrêmes de P3 (Q31, Q32, Q33, Q34).

L'équation linéaire du déplacement  $DQ_{P2,P3} \cdot z_{Rp2}$  correspond à l'équation d'un plan du type :

$$DQ_{P2,P3} \cdot z_{Rp2} = A + B \cdot x_Q + C \cdot y_Q$$

L'évolution de ce déplacement en fonction des coordonnées  $(x_Q, y_Q)$  du point Q appartenant à la surface P2, est représenté par le plan sur la Figure 4-35.

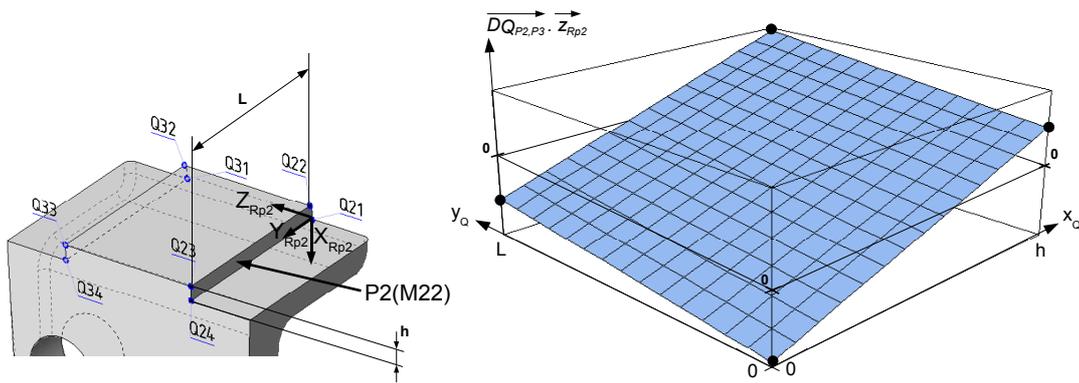


Figure 4-35 Evolution de la variation de distance entre P2 et P3 en fonction du point Q

Comme on peut le constater sur cette figure, La valeur maximale est bien en un des points limite du plan P2.

#### 4.6.4.3 Perpendicularité entre un plan usiné et un plan d'appui

Nous proposons d'étudier la perpendicularité entre deux surfaces actives P1 et P10. P1 est un plan généré lors de l'opération d'usinage M2 et dont la surface d'usinage correspondante est nommée M21 (voir Figure 4-32).

P10 est le plan d'appui de la pièce, sa liaison avec la surface du porte-pièce H1 est considérée comme primaire vis à vis des deux liaisons par centreurs P7/H2 et P6/H3.

La fermeture de la chaîne de torseurs générée automatiquement donne :

$$\mathbf{T}_{P1,P10} = -\mathbf{T}_{20M11,P1} - \mathbf{T}_{20M1,M11} - \mathbf{T}_{20MT,M1} + \mathbf{T}_{20MT,H} + \mathbf{T}_{20H,H1} + \mathbf{T}_{20H1,P10}$$

Suite au compactage des données :

$$\mathbf{T}_{P1,P10} = -\mathbf{T}_{20M11,P1} + \mathbf{T}_{20H1,P10}$$

Après calcul et résolution, l'angle entre P1 et P10 est :

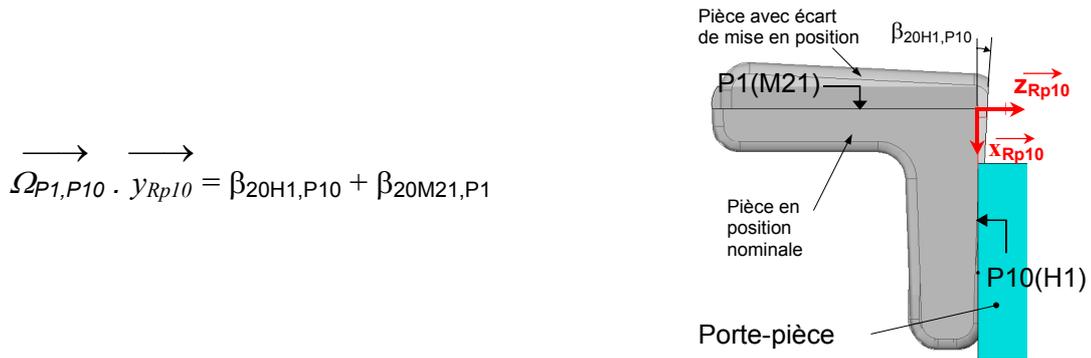


Figure 4-36 Représentation de l'écart angulaire de mise en position

$\beta_{20H1,P10}$  est l'écart de mise en position angulaire autour de  $y_{Rp10}$  comme le représente la Figure 4-36.

$\beta_{20M21,P1}$  est l'écart angulaire entre la surface de l'opération d'usinage M21 et la surface usinée P1 (non représenté sur la figure).

### Evaluation de la perpendicularité avec les équations formelles

Les équations générées automatiquement permettent de calculer le déplacement relatif de P1 par rapport à P10 en tout point Q de P1, par exemple au point Q11 :  $\vec{D}_{Q11P1,P10}$ .

Sur la Figure 4-37, la mesure de la perpendicularité s'effectue en projetant ce déplacement suivant la projection  $x_{Rp10}$ , c'est à dire :  $\vec{D}_{Q11P1,P10} \cdot x_{Rp10}$

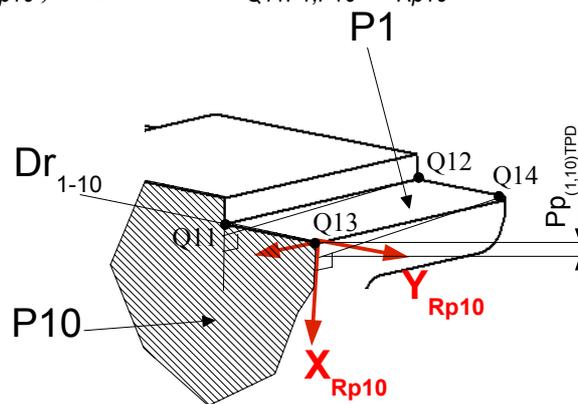


Figure 4-37 Evaluation de la perpendicularité des deux plans P1 - P10

Le défaut de perpendicularité sera maximum aux points limites de P1 (qui est de base rectangulaire), c'est à dire aux points Q11, Q12, Q13 et Q14. La perpendicularité est calculée par le déplacement relatif sur les couples de points (Q11-Q12) et (Q13, Q14).

La perpendicularité s'exprime donc par <sup>(1)</sup> :

$$Pp_{(1,10)TPD} = \text{Max} \left[ \left| \vec{D}_{Q11P1,P10} \cdot \vec{X}_{Rp10} - \vec{D}_{Q12P1,P10} \cdot \vec{X}_{Rp10} \right|, \left| \vec{D}_{Q13P1,P10} \cdot \vec{X}_{Rp10} - \vec{D}_{Q14P1,P10} \cdot \vec{X}_{Rp10} \right| \right]$$

Après calculs  $Pp_{(1,10)TPD} = 48,044 \cdot (\beta_{20H1,P10} + \beta_{20M11,P1})$

La valeur de 48,044 correspond à la profondeur de la pièce suivant  $Z_{P10}$ . Nous retrouvons bien le résultat intuitif de la perpendicularité qui est le produit du sinus de l'angle des défauts cumulés (ici linéarisés au premier ordre) par la longueur de l'élément.

### Evaluation de la perpendicularité sur la maquette simulée en FAO

Dans ce paragraphe, nous allons comparer les résultats trouvés avec l'approche formelle par les torseurs de petit déplacement avec les mesures virtuelles de la pièce simulée avec défauts de fabrication en FAO.

Sur la maquette numérique simulée (Figure 4-37), nous avons défini :

$Dr_{1-10}$  : la droite d'intersection P1 P10 passant par les points Q11 et Q13

$Pp_{(1,10)1}$  : la distance entre la projection du point Q12 sur P10 et  $Dr_{1-10}$

$Pp_{(1,10)2}$  : la distance entre la projection du point Q14 sur P10 et  $Dr_{1-10}$

La perpendicularité sur la maquette simulée est  $Pp_{(1,10)FAO} = \text{Max} (Pp_{(1,10)1}, Pp_{(1,10)2})$

### Comparaison des résultats

Posons  $\Delta Pp_{(1,10)} = Pp_{(1,10)FAO} - Pp_{(1,10)TPD}$ , la différence entre les résultats issus de la simulation en FAO et les résultats obtenus avec l'approche formelle par les torseurs de petit déplacement.

Après calculs, nous constatons :

Pour les combinaisons de  $\beta_{20M11,P1} \in [-0,29^\circ ; 0,29^\circ]$  et  $\beta_{20H1,P10} \in [-0,29^\circ ; 0,29^\circ]$ , (valeurs maximales angulaires proposées par la norme pour une classe fine « f » Cf paragraphe 4.2.2.3) :

$$\Delta Pp_{(1,10)} = Pp_{(1,10)FAO} - Pp_{(1,10)TPD} \leq 0,004 \mu\text{m}$$

Compte tenu de l'ordre de grandeur de l'écart maximum  $\Delta P_{p(1,10)}$ , nous pouvons admettre que les résultats des deux approches sont équivalents.

#### 4.6.4.4 Localisation d'un axe de mise en position par rapport à un plan usiné

Dans cette étude, nous étudierons la localisation de l'axe de l'alésage P7 utilisé comme centreur pour la mise en position (liaison secondaire) par rapport au plan usiné P1. Les surfaces sont toutes les deux actives dans la phase 20 (voir Figure 4-32). La fermeture de la chaîne de torseur s'écrit :

$$\mathbf{T}_{P1,P7} = -\mathbf{T}_{20M11,P1} - \mathbf{T}_{20M1,M11} - \mathbf{T}_{20MT,M1} + \mathbf{T}_{20MT,H} + \mathbf{T}_{20H,H2} + \mathbf{T}_{20H2,P7}$$

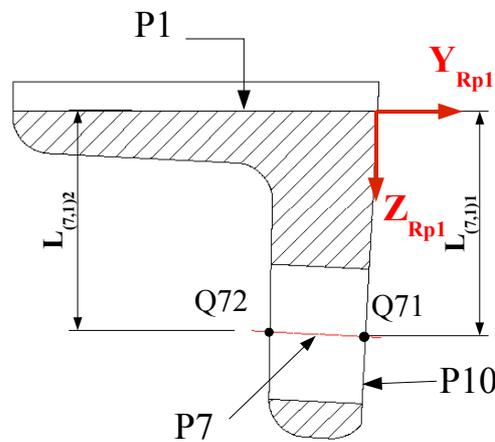


Figure 4-38 Localisation de l'axe de P7 par rapport au plan P1

#### Evaluation de la localisation avec les torseurs

Sur la Figure 4-38, la variation de position de P7 par rapport à P1 est calculée par les déplacements des deux points extrêmes Q71 et Q72 de l'axe de l'alésage suivant la direction

$\longrightarrow$   
 $Z_{Rp1}$ .

La distance nominale de la localisation étant de 30mm, les distances entre le plan P1 et les points Q71 et Q72 de l'axe de P10 sont :

$$L_{(7,1)1} = \boxed{30} + D_{Q71P1,P7} \cdot \longrightarrow_{Z_{Rp1}} \quad \text{et} \quad L_{(7,1)2} = \boxed{30} + D_{Q72P1,P7} \cdot \longrightarrow_{Z_{Rp1}}$$

<sup>1</sup> Pour effectuer différentes comparaisons entre les deux approches, l'indice TPD sera utilisé pour les résultats trouvés avec l'approche formelle par les torseurs de petits déplacements et l'indice FAO pour les résultats avec la métrologie virtuelle de la pièce simulée en FAO.

Après développement nous trouvons deux équations linéaires qui comprennent les coefficients suivants :

Coefficients		Contribution
$\beta_{10M11,P10}$	-47,907	Ecart d'usinage en phase 10 des surfaces P10, P7 et P6 qui participent à la mise en position de la phase 20.
$u_{10M31,P6}$	0,217	
$u_{10M32,P7}$	-0,217	
$\beta_{10M32,P7}$	47,907	
$\beta_{20H,H1}$	47,907	Ecart de mise en position de la liaison principale H1/P10.
$\beta_{20H1,P10}$	47,907	
$u_{20H,H2}$	1,217	Ecart de mise en position de la liaison secondaire H2/P7.
$u_{20H2,P7}$	1,217	
$u_{20H,H3}$	-0,217	Ecart de mise en position de la liaison tertiaire H3/P6.
$u_{20H3,P6}$	-0,217	
$w_{20M21,P1}$	-1	Ecart d'usinage du plan P1 en phase 20.
$\alpha_{20M21,P1}$	-46,354	
$\beta_{20M21,P1}$	-14,721	

La présence des quatre premiers paramètres du tableau traduit l'influence des écarts d'usinage en phase 10 des surfaces P10, P7 et P6 sur les écarts de mise en position en phase 20. Ces paramètres sont issus de l'unification.

Pour mieux comprendre, la Figure 4-39 représente les écarts de mise en position au niveau de la douille de centrage en phase 20. L'axe de la douille de centrage n'est pas confondu avec celui de l'alésage P7 car l'orientation de la douille est contrainte par la direction de liaison principale sur le plan P10.

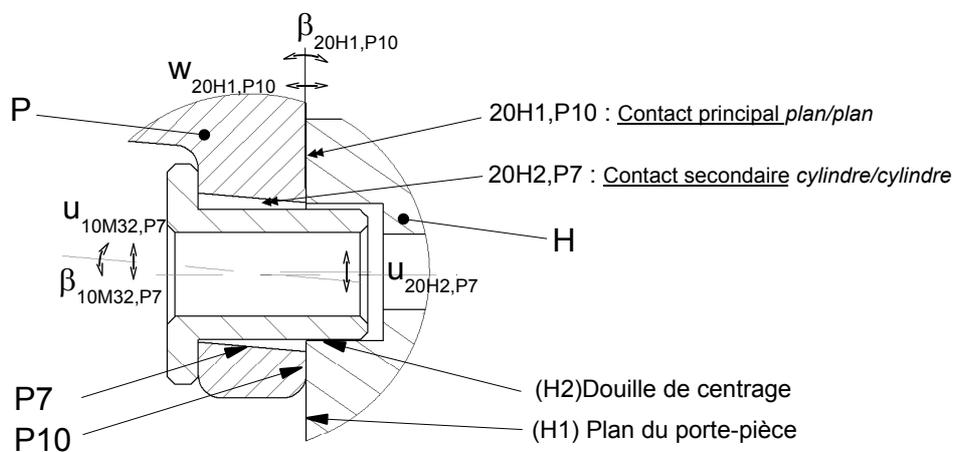


Figure 4-39 Effets des défauts d'usinage de la phase 10 sur les défauts de reprise en phase 20

Comme on peut le constater sur la Figure 4-39, les diamètres de la douille de centrage et de l'alésage ont un effet sur les défauts de mise en position de la pièce. Les écarts sur les diamètres sont initialement représentés par des torseurs d'écarts intrinsèques associés aux surfaces cylindriques (voir le paragraphe 2.3.3.2 du Chapitre 2). Dans notre exemple nous les avons intégrés dans les composantes du torseur connexion  $\mathbf{T}_{20H2,P7}$  et plus particulièrement dans la composante  $\mathbf{U}_{20H2,P7}$ .

### Comparaison des défauts de localisation calculés par les deux approches

Dans le but de poursuivre l'évaluation de nos approches, nous allons comparer les résultats numériques des variations de distances entre le plan P1 et l'axe de l'alésage P7.

La métrologie virtuelle de la maquette simulée s'effectue par les évaluations de distances :  $L_{(7,1)1}$  et  $L_{(7,1)2}$  (voir Figure 4-38).

Nous pouvons établir les comparaisons entre les résultats de l'approche formelle et les mesures virtuelles suite à la simulation en FAO.

Soient les écarts  $\Delta_{L(7,1)1}$  et  $\Delta_{L(7,1)2}$  établissant les comparaisons respectivement établies au niveau des déplacements des points Q71 et Q72, posons :

$$\Delta_{L(7,1)1} = L_{(7,1)1}(\text{FAO}) - L_{(7,1)1}(\text{TDP}) \quad \text{et} \quad \Delta_{L(7,1)2} = L_{(7,1)2}(\text{FAO}) - L_{(7,1)2}(\text{TDP})$$

Pour alléger les calculs et les expressions, après compactage,

$$\mathbf{T}_{P1,P7} = -\mathbf{T}_{20M11,P1} + \mathbf{T}_{20H2,P7}.$$

*Nota :* Cette relation est trompeuse, car elle ne fait pas apparaître de torseurs associés à la phase 10. Or, le torseur jeu  $\mathbf{T}_{20H2,P7}$  a des composantes indéterminées qui ont été calculées lors de l'unification et ses composantes sont fonction des écarts de fabrication du plan P10 et des alésages en phase 10.

En ne considérant dans un premier temps que l'écart angulaire de reprise  $\beta_{20H1,P10}$  sur le plan principal P10, les différences  $\Delta_{L(7,1)i}$  sont tracées sur Figure 4-40.

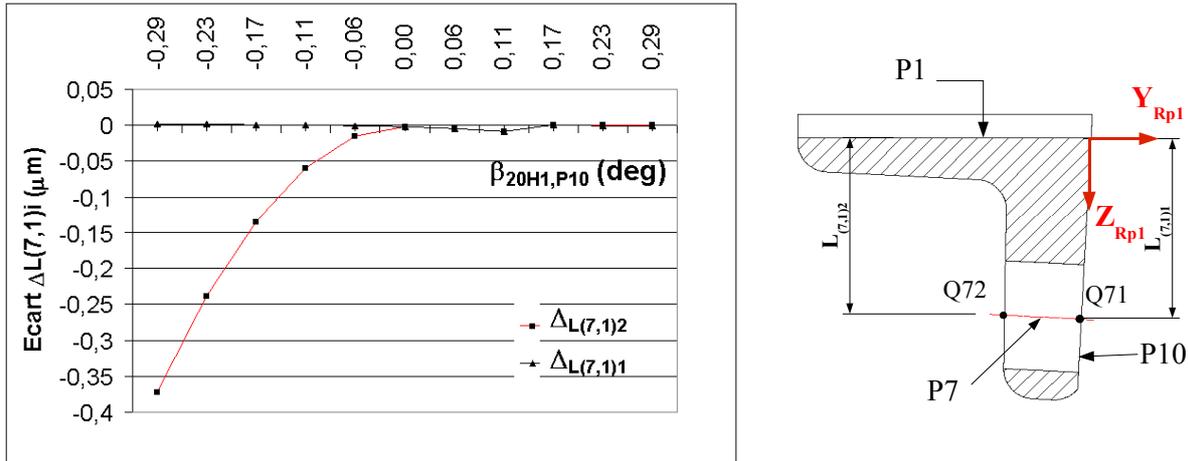


Figure 4-40 Comparaison des deux approches de la simulation sur les distances Plan P1-Cylindre P7

$\Delta L(7,1)1$  et  $\Delta L(7,1)2$  sont différentes et n'ont pas les mêmes évolutions. L'erreur  $\Delta L(7,1)2$  étudiée au point Q72 n'est pas constante en fonction de  $\beta_{20H1,P10}$ , elle est moins régulière et plus importante que  $\Delta L(7,1)1$  étudiée au point Q71. Malgré tout, les différences restent inférieures à 0,4  $\mu\text{m}$ . A ce stade des comparaisons, nous ne sommes pas en mesure d'identifier si l'erreur provient d'une approche plutôt que de l'autre ou des méthodes de mesure utilisées. En revanche, nous pouvons affirmer qu'il existe une différence relative et que celle-ci demeure acceptable compte tenu des ordres de grandeurs constatés.

En cumulant, à présent les trois principales sources d'écart de mise en position, c'est à dire sur l'appui plan ( $\beta_{20H1,P10}$ ) et les douilles de centrage ( $u_{20H2,P7}$  et  $u_{20H3,P6}$ ), nous avons représenté sur la Figure 4-41 la différence de distance  $\Delta L(7,1)2$ . Celle-ci est au maximum inférieure à 0,6 $\mu\text{m}$ .

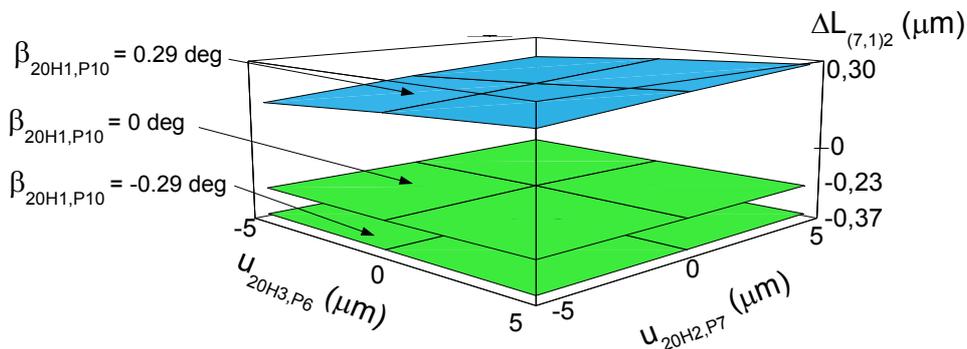


Figure 4-41 Comparaison sur la variation de  $L(7,1)2$  en fonction des écarts de remise en position

Ces résultats nous incitent à admettre à nouveau que nos approches sont comparables lorsqu'elles sont mises en œuvre avec des grandeurs d'écarts usuelles.

#### 4.6.4.5 Tolérance géométrique d'un élément médian

Pour terminer l'exemple d'application, nous proposons d'étudier la perpendicularité de l'élément médian du tenon (milieu de P3 et P2) avec le plan de mise en position P10 (voir Figure 4-42).

Hypothèse : compte tenu de la faible hauteur du tenon (4 mm), la perpendicularité sera étudiée dans un plan. Nous choisirons le plan supérieur du tenon. Les résultats ne différeraient pas si l'étude se faisait dans le plan inférieur.

Sur la Figure 4-42, la pièce est représentée dans le plan supérieur, la perpendicularité s'évalue suivant la direction  $\vec{y}_{Rp10}$ . Elle sera établie aux points extrêmes des surfaces P2 et P3.

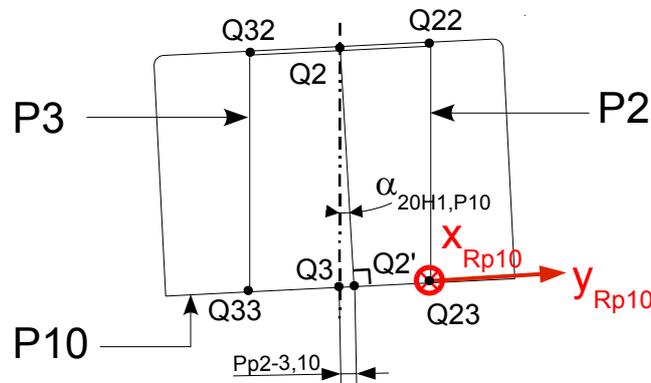


Figure 4-42 Perpendicularité d'un élément médian

Nous allons exprimer les déplacements en Q32 et Q33 de P3 par rapport à P10 suivant la direction  $\vec{y}_{Rp10}$ .

Idem pour les déplacements en Q22 et Q23 de P2 par rapport à P10.

L'élément médian de (P2,P3) se déplace en Q2 (point milieu de (Q32,Q22)) et en Q3 (milieu de (Q23et Q33)) respectivement de :

$$1/2(D_{Q32_{P3,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10} + D_{Q22_{P2,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10}) \quad \text{et} \quad 1/2(D_{Q33_{P3,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10} + D_{Q23_{P2,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10}).$$

Alors la perpendicularité de l'élément médian s'exprime :

$$Pp_{2-3,10} \text{ (TPD)} = [(D_{Q32_{P3,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10} + D_{Q22_{P2,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10}) - (D_{Q33_{P3,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10} + D_{Q23_{P2,P70}} \cdot \vec{y}_{Rp10})]/2$$

Après calculs,

$$Pp_{2-3,10} \text{ (TPD)} = 48,044[(\alpha_{20H,H1} - \alpha_{20H1,P10}) + 0,5.(\alpha_{20M22,P2} - \alpha_{20M23,P3})]$$

Les deux premiers termes ( $\alpha_{20H,H1}$ ,  $\alpha_{20H1,P10}$ ) représentent les écarts angulaires (suivant  $\vec{x}_{Rp10}$ ) de mise en position du plan P10 et les deux derniers ( $\alpha_{20M22,P2}$ ,  $\alpha_{20M23,P3}$ ) les écarts angulaires d'usinage des plans P2 et P3 (voir les définitions de ces torseurs au paragraphe

4.6.4.2). Le coefficient 48,044 correspond à la profondeur de la pièce. On retrouve bien dans ce calcul de perpendicularité le produit de la longueur de l'élément par le cumul de petits angles de défauts linéarisés.

### Comparaison des défauts de perpendicularité calculés par les approches

Sur la Figure 4-42 ont été définis les éléments suivants :

Q2 : point milieu de Q32-Q22

Q3 : point milieu de Q33-Q23

Q2' : point projection de Q2 sur P10

En métrologie virtuelle de la pièce simulée en FAO, la perpendicularité de l'élément médian

P3-P2 par rapport à P10 est la distance :  $Pp_{2-3,10}(\text{FAO}) = \overrightarrow{Q3Q2'} \cdot \overrightarrow{Y_{Rp10}}$

Soit  $\Delta Pp_{2-3,10}$  la différence entre les deux approches :

$$\Delta Pp_{2-3,10} = Pp_{2-3,10}(\text{FAO}) - Pp_{2-3,10}(\text{SDT})$$

En ne considérant que l'écart angulaire de reprise  $\alpha_{20H1,P10} \in [-0,29^\circ ; 0,29^\circ]$ , après calculs,

$$\Delta Pp_{2-3,10} = Pp_{2-3,10}(\text{FAO}) - Pp_{2-3,10}(\text{SDT}) \leq 0,008 \mu\text{m} .$$

Cette différence (0,008  $\mu\text{m}$ ) est ici encore acceptable avec les grandeurs utilisées. Ce résultat confirme la convergence des deux approches.

## 4.7 Comparaison des deux approches de la simulation d'usinage

### 4.7.1 Comparaison des résultats numériques

L'exemple d'application avec les différentes spécifications étudiées dans le paragraphe précédent, nous permet d'établir une comparaison des résultats numériques entre les deux approches de simulation géométrique que nous avons présentées. Notons que chaque approche comporte deux parties : une partie de simulation et une partie de métrologie. La comparaison numérique porte donc globalement sur les deux approches, en incluant les méthodes de mesures. On ne peut pas comparer ces approches de simulation sans impliquer les méthodes de mesures associées.

Nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, numériquement, en intégrant les mêmes écarts, dont les ordres de grandeurs sont usuels, dans les deux méthodes de simulation, les résultats

convergent et sont équivalents alors que les principes de calculs sont différents et indépendants.

Nos approches convergent, il s'agira à terme de valider nos résultats avec des expérimentations et de les comparer d'autres modélisations.

Parallèlement à cette comparaison numérique, nous allons établir des comparaisons sur les démarches de mise en œuvre, les méthodes opérationnelles, les limitations et les exploitations possibles des résultats [Leg 04b].

### **4.7.2 Synthèse de la démarche de chaque approche**

La Figure 4-43 représente en parallèle l'enchaînement des tâches à effectuer pour les deux approches proposées pour la simulation géométrique d'usinage.

Les données d'entrées communes aux deux approches sont :

- La définition de la pièce (un modèle CAO associé à une mise en plan exprimant le tolérancement géométrique et dimensionnel).
- L'avant projet d'études de fabrication dont :
  - La définition de la pièce brute,
  - La liste des phases avec description des mises en position et des opérations effectuées,
  - Le bilan des conditions géométriques d'usinage à respecter.

A partir de ces données les étapes de chaque approche sont les suivantes :

#### **Pour l'intégration de la simulation d'usinage en FAO :**

- Création des séquences d'usinage relatives à chaque phase et paramétrage de la pièce brute.
- Intégration du paramétrage et affectation des écarts de fabrication sur tout le processus à partir de la modélisation du graphe des phases.
- Métrologie virtuelle de la pièce simulée.
- Transfert des résultats vers une base de données.
- Analyse et vérification des conditions géométriques et dimensionnelles.

#### **Pour l'approche formelle par les torseurs de petit déplacement :**

- Reconstruction du modèle de la pièce suivant le processus de fabrication envisagé.
- Affectation des conditions géométriques d'usinage (GMC) entre surfaces à partir de la modélisation du graphe des phases.

- Extraction des données géométriques relatives :
  - aux surfaces actives (création des torseurs écart),
  - aux contacts entre composants (pièce / porte-pièce, porte-pièce / machine) dans chaque phase (création des torseur jeu et globaux).
- Fermeture des chaînes de torseurs relatives des conditions géométriques d'usinage.
- Résolution mathématique (symbolique) des chaînes de torseurs et unification des torseurs de reprise.
- Résolution numérique en fonctions des valeurs des écarts de fabrication.
- Expression via les torseurs défaut des défauts de la pièce fabriquée sous forme d'équations linéaires.
- Analyse et la synthèse de l'avant-projet d'études de fabrication.

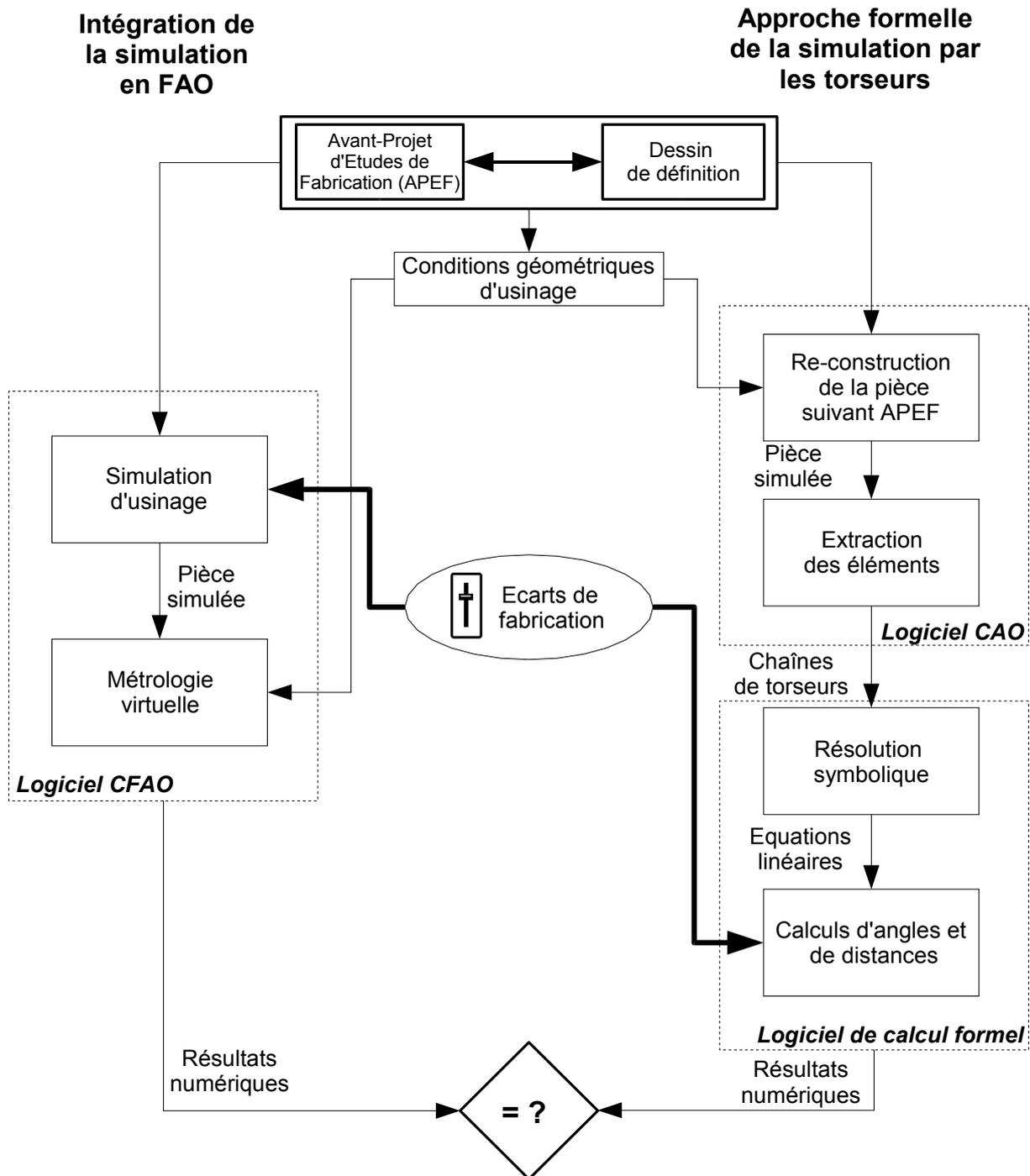


Figure 4-43 Description générale des deux approches de la simulation géométrique d'usinage

### 4.7.3 Tableau de comparaison

Nous présenterons sous la forme d'un tableau (Tableau 4-4) la comparaison des deux méthodes de simulations géométrique d'usinage. Ce tableau a été établi pour identifier les avantages et les inconvénients des deux approches de la simulation géométriques d'usinage en fonction de critères qui nous semblent prépondérants.

Critères	Approche formelle par les torseurs	Intégration de la simulation en FAO
Analyse APEF	↗↗ Equations linéaires	↗ Résultats numériques sans analyse de tendance
Synthèse APEF	↗↗ Equations linéaires ↗↗ Optimisation des tolérances de fabrication	↘ Méthode basée sur des instances de défauts ↘ Actuellement, impossible d'optimiser les tolérances de fabrication
Gestion des modifications de la gamme	↘ Reconstruction du modèle de la pièce	↘ Modifier et rejouer toutes les phases
Gestion des modifications des écarts de fabrication	↗↗ Calculs symboliques	↘ Difficile, rejouer la gamme
Mise à disposition d'un modèle numérique final	↘↘ Pas encore	↗↗ Oui, automatiquement créé à chaque phase ↗↗ Utilisable en CAO
Métrologie virtuelle	↘ Interprétation et traduction des spécifications normalisées	↗↗ Immédiate
Prise en compte de tous types d'écarts de fabrication	↗→ Oui, sauf les défauts de forme	↘ Difficile, nécessite des procédures particulières d'utilisation non spécifiques aux logiciels de FAO Pas de défaut de forme
Automatisation	↗ Oui pour la génération des équations ↘ Non pour les calculs de vérification des spécifications	↘ Lente. La stabilité dépend du logiciel utilisé.
Temps de traitement	↘ Reconstruction du modèle de la pièce ↗↗ Génération des données et équations ↗↗ Unification ↗ Calculs des spécifications	↘ Génération de la gamme avec intégration des écarts ↗↗ Récupération de la pièce simulée ↗→ Mesures virtuelles instables (sujettes aux changements de configuration des écarts)
Robustesse	↗↗ Pas de problèmes rencontrés	→ Sensibilité des mesures en fonction de l'évolution des configurations des écarts
Précision des calculs	→ Limitée par les hypothèses de calculs faites avec les torseurs	→ Limitée par la précision numérique des logiciels utilisés

Tableau 4-4 Tableau de comparaison des deux approches.

#### 4.7.4 Complémentarité des approches

Suite au tableau de comparaison précédent, nous proposons de nouveaux objectifs en associant les deux approches pour obtenir un maximum d'avantages.

Parmi les points forts et les apports de nos approches, ces objectifs, sont :

- L'expression de relations entre les conditions géométriques d'usinage et les écarts de fabrication : Pour cela, il faut une méthode qui, basée sur une modélisation des défauts de fabrication, génère automatiquement les données relatives à la géométrie de la pièce simulée suivant son processus de fabrication.
- La métrologie virtuelle de la pièce simulée avec défauts : Pour cela, il faut une méthode qui délivre à l'utilisateur une maquette numérique simulée avec défauts.
- L'analyse et la synthèse de l'avant-projet d'études de fabrication : Pour cela, lors de la conception dans un contexte DFM <sup>(1)</sup>, il faut une méthode délivrant des informations sur les tolérances de fabrication réalistes et/ou optimisées des pièces afin de déterminer et optimiser les conditions fonctionnelles du produit.

Nous sommes convaincus de l'intérêt de disposer d'un modèle de pièce simulée et reconstruite suivant son processus de fabrication. Nous jugeons pertinent de coupler à terme deux modes de construction géométrique :

- d'une part, la construction correspondant à la phase de conception qui répond aux exigences fonctionnelles et qui définit par des tolérances,
- d'autre part, la construction correspondant au processus d'élaboration qui se conforme à la gamme envisagée et intégrant toutes les sources de défauts de fabrication.

Si lors de la conception d'un produit, toutes ces informations étaient disponibles, nous répondrions fortement à un objectif de la conception intégrée (CIM<sup>(2)</sup>). Cela nécessite de placer dans une même base les informations concernant les exigences fonctionnelles aujourd'hui exprimées sous la forme de spécifications dimensionnelles et géométriques et les informations concernant le processus de fabrication.

---

<sup>1</sup> Design For Manufacturing

<sup>2</sup> CIM : Computed Integrated Manufacturing

La norme STEP<sup>(1)</sup> et son équivalent ISO c'est à dire la famille ISO10303 [ISO10303-1], notamment avec les AP<sup>(2)</sup> 224 et 240 ouvre un formalisme répondant à ce souhait. En effet, ces protocoles d'application, AP224 (Mechanical Product Definition for Process Planning Using Machining Features) et AP240 (Process Plans for Machined Parts), permettent de placer dans la structure de description d'un produit et/ou d'une pièce respectivement les entités d'usinage, les tolérances géométriques et dimensionnelles [Tsa 01], les propriétés mécaniques d'une part, la gamme de fabrication, la chronologie des phases, les machines-outils, les outils et les porte-pièce utilisés etc... d'autre part.

Une poursuite de ce travail peut-être envisagé avec l'aide de ce support normalisé.

## **4.8 Conclusion**

Suite à la modélisation d'une phase d'usinage, à sa représentation par un graphe et au choix d'une description des écarts géométriques des défauts par les torseurs, ce chapitre a présenté une nouvelle approche formelle de la simulation tridimensionnelle d'usinage.

Sur un exemple d'application bidimensionnel nous avons présenté et mis en place une démarche méthodologique de la simulation afin d'exprimer les conditions géométriques d'usinage à respecter en fonction des écarts de fabrication formulés sous forme de torseurs.

La méthodologie a permis de mettre en place une automatisation de certaines étapes de la simulation, notamment :

- en générant les données par l'intermédiaire d'une pièce construite en CAO suivant sa gamme de fabrication,
- en synthétisant les défauts de reprise par des opérations d'unification sur les torseurs de mise en position.
- en développant les expressions des conditions géométriques d'usinage à respecter.

La méthode a été déployée sur une application tridimensionnelle, pour exprimer et vérifier différentes spécifications. Les résultats numériques pour des instances de défauts donnés convergent avec ceux trouvés par la métrologie virtuelle des pièces simulées avec défauts en FAO que nous avons présentée au chapitre 3.

---

<sup>1</sup> STEP : STandard for the Exchange of Product model data

<sup>2</sup> AP : Application Protocol

A partir de ces deux approches et de leurs apports nous disposons de nouveaux objectifs sur de la simulation numérique d'usinage dont les grandes lignes sont :

- Disposer d'une maquette numérique de la pièce simulée avec défauts afin de la vérifier par la métrologie virtuelle.
- Générer automatiquement les données pour exprimer les relations entre les défauts fabriqués des pièces et les écarts de fabrication.
- Utiliser en conception un modèle de description de la pièce sur lequel sont intégrés les défauts potentiels de fabrication.

La validation de cette modélisation nécessite qu'elle puisse être utilisée avec des données numériques issues de l'expérimentation. Le chapitre suivant va proposer une méthode de quantification des différents écarts de fabrication.

# 5 Quantification des dispersions de fabrication

## 5.1 Introduction

Les approches de la simulation géométrique d'usinage que nous avons proposées, ont démontré qu'elles apportaient des informations nouvelles, pertinentes et préventives sur la qualité géométrique et dimensionnelle des pièces à fabriquer.

Pour que la modélisation soit opérationnelle, il faut l'alimenter en données expérimentales.

Pour cela, nous allons revenir sur l'approche unidirectionnelle des «  $\Delta l$  » où nous allons distinguer la notion d'écart de fabrication avec la notion de dispersions de fabrication. Ceci nous permettra d'utiliser notre modélisation par les torseurs de petit déplacement sous la forme de  $\Delta l$  généralisés en tridimensionnel.

Pour utiliser ces modèles, il faut auparavant définir une méthode de mesure fiable des dispersions de fabrication. Nous allons proposer en unidirectionnel puis en tridimensionnel, une méthodologie basée sur une double mesure des pièces.

Cette généralisation en 3D sera déployée sur un cas de production de pièces industrielles où seront décrits les protocoles de mesures et de traitements ainsi que des résultats permettant de comparer des dispersions d'usinage ou de mise en position.

Pour finir, nous allons proposer des perspectives suite à ces premiers résultats tant sur des applications potentielles de la méthode que sur des choix de nouveaux procédés de mesures.

## 5.2 Analyse unidirectionnelle

L'approche de la simulation d'usinage que nous avons établi en formalisant les défauts géométriques par des torseurs de petit déplacement est assez similaire à celle développée par P. Bourdet en unidirectionnel qui utilise la notion des «  $\Delta l$  » [Bou 73a] [Bou 73b]. C'est également à partir de cette approche que Ballot [Bal 95] a débuté la modélisation des défauts

géométriques 3D dans les assemblages. En effet, nous associons à chaque élément des écarts que nous cumulons tout au long du processus de fabrication.

Il va falloir tout d'abord distinguer la notion d'écart de la notion de dispersion.

L'approche des «  $\Delta l$  » souffre du fait de ne pas avoir de données expérimentales fiables sur les ordres de grandeurs des dispersions utilisées. Nous allons proposer un principe de mesure qui nous permettra de la rendre exploitable et de la généraliser en tridimensionnel.

### 5.2.1 Rappel de la modélisation unidirectionnelle des « $\Delta l$ »

A titre de rappel, sur l'exemple de la Figure 5-1, pour une phase de tournage lors d'une production sérielle, les «  $\Delta l$  » sont des lieux probables dans lesquels se situent les surfaces actives par rapport à un référentiel. La pièce est en appui sur la surface 0 et les surfaces 1 et 2 sont fabriquées.

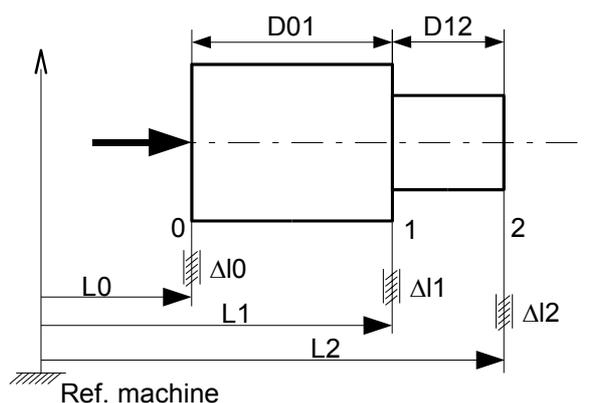


Figure 5-1 Modélisation des «  $\Delta l$  » en unidirectionnel

En 1D, l'intervalle de tolérance  $ITC_{fij}$  de la cote de fabrication  $C_{fij}$  qui caractérise la distance entre deux surfaces actives  $i$  et  $j$ , s'exprime :  $ITC_{fij} = \Delta l_i + \Delta l_j$

Suivant cette représentation, les lieux «  $\Delta l$  » sont affiliés soit aux dispersions d'usinage ( $\Delta l_1$  et  $\Delta l_2$  respectivement pour les faces 1 et 2), soit aux dispersions de mise en position ( $\Delta l_0$  pour la surface d'appui 0).

Cette modélisation nous semble très intéressante pour la simulation d'usinage. A partir du moment où les valeurs des dispersions  $\Delta l$  sont connues, elle permet de faire apparaître la part de dispersions d'usinage ou de mise en position sur des conditions à respecter. En revanche dans la littérature, il existe peu de tableaux de  $\Delta l_i$ , et rarement les détails des protocoles qui quantifient les dispersions sont présentés [Pad 86]. A notre connaissance Renault utilise en

interne dans ses services des tableaux de valeurs couplant des sommes de  $\Delta l_i$ , mais pas de valeurs individuelles.

## 5.2.2 Notion d'écart et de dispersions

### 5.2.2.1 Analyse de la position d'une surface

Comme le schématise la Figure 5-2, lorsqu'on analyse dans le cas unidirectionnel, la position d'une surface (1) par rapport à un référentiel, celle-ci est caractérisée par une distance  $L_1$  entre le référentiel et la surface. En considérant une production sérielle d'un lot de taille  $n$ ,  $L_{1i}$  est la longueur de  $L_1$  pour la pièce numéro  $i$ .

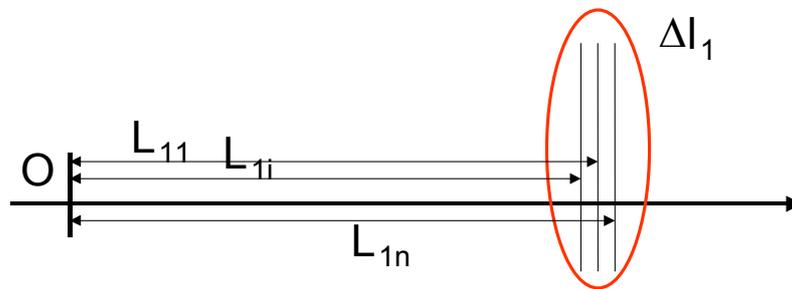


Figure 5-2 Suivi de la position d'une surface sur un lot fabriqué.

Sur le lot,  $L_1$  est une variable aléatoire de l'ensemble  $\{L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1i}, \dots, L_{1n}\}$ .

$\Delta l_1$  représente le lieu borné des situations de la surface 1 par rapport au référentiel.

La variable aléatoire  $L_1$  est représentée par des statistiques. Parmi ces statistiques, nous retenons [Won 91]:

- La forme de la distribution (Normale, Rayleigh, binomiale, ...), qui indique la nature des événements qui se sont déroulés lors de la production du lot.
- Les paramètres de position (moyenne, médiane, mode), qui informent sur la situation globale de la surface par rapport au référentiel. Ces paramètres sont associés aux réglages qui visent la cible souhaitée [Pil 02].
- Les paramètres de dispersion (écart type, variance, étendue), qui renseignent sur la fluctuation des positions de la surface. Ces paramètres sont associés à la variabilité du procédé et à la capabilité intrinsèque [NFX 06-033].

Par hypothèses, ces trois caractéristiques sont indépendantes.

Avec ces statistiques descriptives, il s'agit de poser une hypothèse sur la population théorique dont est extrait  $L_1$ , de la tester et de déduire mathématiquement son comportement probable de la variable puis de la combiner avec d'autres variables afin d'établir des prédictions sur leur association.

### Exemple

Sur la Figure 5-3, à partir d'un lot produit, de moyenne  $\overline{L_1}$  et d'écart type estimateur  $s_1$ , se distribuant suivant un histogramme donné, on peut poser comme hypothèse que le lot est extrait d'une production de distribution normale, dont on peut estimer la moyenne  $\lambda_1$  et l'écart type  $\sigma_1$ .

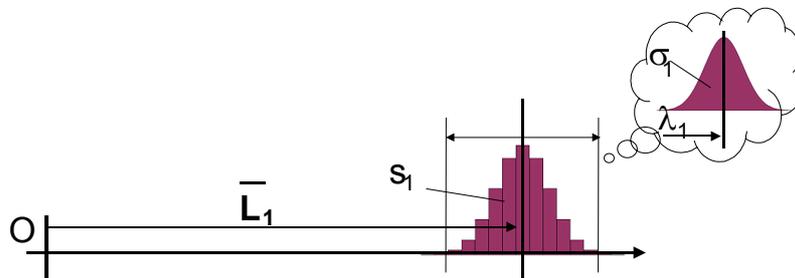


Figure 5-3 Statistique descriptive et estimation de la population

Si le test de normalité s'avère concluant, alors on peut en déduire que les sources de variations de  $L_1$  sont nombreuses, indépendantes et de même ordre de grandeur (et donc que rien n'est anormal). Suivant cette hypothèse de normalité, on peut considérer que la probabilité de trouver  $L_1$  dans un intervalle de  $\pm 3.\sigma_1$  centré autour de  $\lambda_1$  est de 99,73%. Cet intervalle caractérise le paramètre de dispersion de la position de la surface 1.

#### 5.2.2.2 Définition des dispersions

Dans la modélisation des  $\Delta l$ , l'objectif en simulation d'usinage est de vérifier ou d'optimiser les dispersions afin de respecter les conditions fonctionnelles ou manufacturières.

En simulation, les paramètres de réglage des procédés ne sont pas pris en compte, il s'agit d'une étude de premier niveau, où les positions visées sont idéales et dans laquelle seules les fluctuations aléatoires sont étudiées. Les positions moyennes des surfaces ne sont pas étudiées, seuls les paramètres de dispersions sont à prendre en considération afin de les comparer avec les intervalles de tolérances des conditions à respecter. Il s'agit d'estimer la capacité intrinsèque de la gamme prévisionnelle.

Jusqu'à présent, dans notre travail, nous avons évoqué la notion d'écart. Dans notre cas, un écart est la différence entre une grandeur de référence (nominale, théorique ou attendue) et une grandeur mesurée ou simulée. Un écart correspond à une instance pour une pièce donnée.

Une dispersion est un paramètre représentatif de l'ensemble des écarts pour une série de pièces. Comme nous l'avons définie précédemment, la dispersion est indépendante de la position. Elle est donc indépendante du référentiel. Pour caractériser la dispersion, il n'est donc pas nécessaire de matérialiser un référentiel, il suffit d'effectuer des mesures par rapport à une même référence, peu importe où elle se situe. Cette remarque va nous aider à mettre en place une nouvelle méthode de quantification des dispersions.

### 5.2.3 Evaluation des dispersions de fabrication

Nous avons perçu au chapitre 2, l'intérêt unidirectionnel d'utiliser les  $\Delta l$ . Leur identification permet de comprendre la contribution des différentes sources de défauts de fabrication sur une condition à respecter. En revanche, compte tenu de la pauvreté actuelle des données sur leur ordre de grandeur, notre objectif est de trouver une méthode de quantification et de mesure des «  $\Delta l$  ». Nous allons tout d'abord poser le problème en analysant une dimension. Ensuite nous étudions et discutons sur des propositions de quantification des dispersions. Enfin nous présentons une méthode de quantification originale.

#### 5.2.3.1 Analyse d'une série de dimensions fabriquées

Soit dans cet exemple, une pièce délimitée par deux surfaces 1 et 2 (Figure 5-4) produites dans la même phase, la dimension mesurée sur la pièce est  $d_{12}$ .

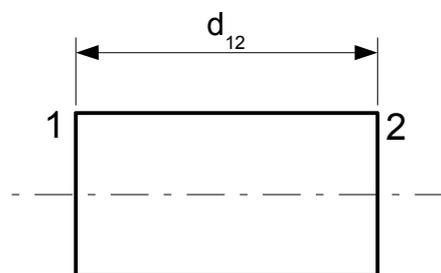


Figure 5-4 Mesure de la dimension de la pièce :  $d_{12}$

Lors d'une production sérielle, la mesure  $d_{12}$  est une variable aléatoire d'écart type  $\sigma_{12}$ .

Le paramètre  $\sigma_{12}$  est utilisé notamment pour calculer des indicateurs de performance, comme par exemple le coefficient d'aptitude du procédé  $CAP = \frac{IT}{6 \cdot \sigma_{12}}$  qui permet de savoir si le procédé est capable ou non.

En suivant la modélisation des  $\Delta I$  sur la Figure 5-1, les surfaces 1 et 2 évoluent par rapport à un référentiel. Les positions des surfaces 1 et 2 sont caractérisées par des variables aléatoires  $L_1$  et  $L_2$  de variances respectives  $\sigma_1^2$  et  $\sigma_2^2$ .

Le but est de trouver  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour évaluer  $\Delta I_1$  et  $\Delta I_2$ .

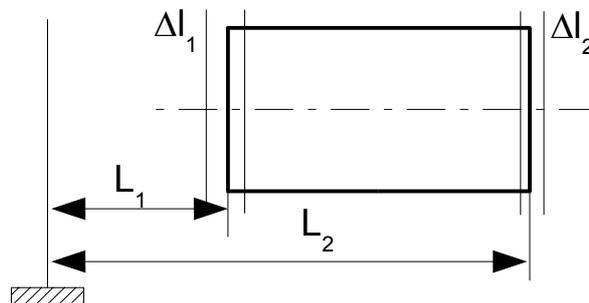


Figure 5-5 Analyse des surfaces fabriquées suivant les  $\Delta I$

On note la relation  $d_{12} = L_2 - L_1$

Alors  $\sigma_{12}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_1^2 - \sigma_{1,2}^2$  où  $\sigma_{1,2}^2$  est la covariance de  $L_1$  et  $L_2$ .

En considérant que les positions des surfaces 1 et 2 sont indépendantes,

alors  $\sigma_{1,2}^2 = 0$ .

Donc  $\sigma_{12}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_1^2$

Il y a deux inconnues ( $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ ) pour une seule équation. Il n'est donc pas possible de trouver  $\sigma_1$  ou  $\sigma_2$  indépendamment.

Ce simple exemple nous permet de conclure que la mesure d'une série de pièces permet de qualifier la performance du procédé (CAP) mais ne permet pas de quantifier localement d'où proviennent les variations de  $d_{12}$ , c'est à dire quelle est la part attribuée aux variations de positions de la surface 1 et de la surface 2.

C'est pour cette raison que les simulations d'usinage sont principalement effectuées pour vérifier ou optimiser des couples de dispersions ( $\Delta I_1 + \Delta I_2$ ) qui représentent des dispersions de dimensions fabriquées, et non pour vérifier ou optimiser chaque dispersion considérée individuellement.

### 5.2.3.2 Etude des propositions existantes

Plusieurs propositions ont été faites par P. Bourdet [Bou 73b], D. Duret [Dur 88] ou E.A. Lethihet [Leh 00] pour quantifier des dispersions. Nous allons montrer toutes les difficultés matérielles pour exploiter ces mesures.

Ces propositions sont résumées sur l'exemple de la Figure 5-6. La pièce est réalisée en une phase. La pièce en appui sur la surface 0, les surfaces 1 et 2 sont réalisées dans la même phase de manière indépendante.

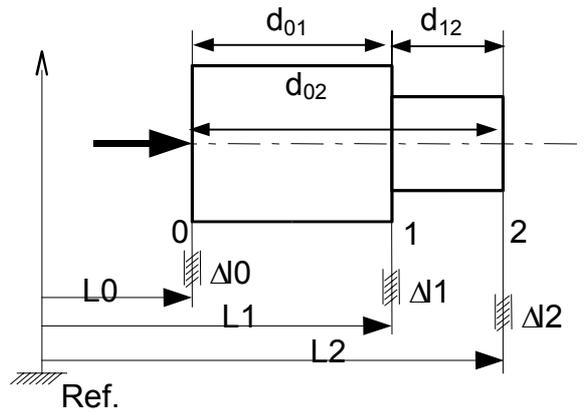


Figure 5-6 Proposition de quantification des « Δl »

La pièce peut-être mesurée par les trois dimensions :  $d_{01}$ ,  $d_{12}$  et  $d_{02}$ . Ces variables ont pour variance respective  $\sigma_{01}^2$ ,  $\sigma_{12}^2$  et  $\sigma_{02}^2$ .

En utilisant la modélisation des  $\Delta l$ , on trouve les relations :

$$\begin{cases} d_{01} = L_1 - L_0 \\ d_{12} = L_2 - L_1 \\ d_{02} = L_2 - L_0 \end{cases} \quad (I)$$

Posons comme hypothèse que les longueurs  $L_i$  sont des variables aléatoires de variances  $\sigma_i^2$ .

Le but est de trouver  $\sigma_i$  afin de quantifier les dispersions  $\Delta l_i$  de chaque surface.

En considérant les variations de positions indépendantes, la relation sur les variances est représentée par :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{02}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_0^2 \\ \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \end{pmatrix}, \text{ la résolution du système donne } \begin{pmatrix} \sigma_0^2 \\ \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \end{pmatrix} = 0,5 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{02}^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Soit } \begin{cases} \sigma_0^2 = 0,5.(\sigma_{01}^2 - \sigma_{12}^2 + \sigma_{02}^2) \\ \sigma_1^2 = 0,5.(\sigma_{01}^2 + \sigma_{12}^2 - \sigma_{02}^2) \\ \sigma_2^2 = 0,5.(-\sigma_{01}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{02}^2) \end{cases} \quad (\text{II})$$

Ce résultat fait apparaitre une solution de calcul possible des dispersions de position des surfaces.

### Discussion

Si l'on observe les relations sur les variances, on constate la présence de signes négatifs qui vont poser des problèmes lors du calcul des variances qui, par définition, sont toujours positives.

Mathématiquement, nous démontrons que  $d_{01}$ ,  $d_{12}$  et  $d_{02}$  ne sont pas indépendantes. Les trois mesures sont liées car  $d_{02} = d_{01} + d_{12}$ .

Si l'on ne trouve pas cette égalité lors des mesures, alors une erreur de mesure perturbe déjà la résolution du calcul des variances.

Le système (I) n'a que deux relations indépendantes et il devient :

$$\begin{cases} d_{01} = L_1 - L_0 \\ d_{12} = L_2 - L_1 \end{cases} \text{ De cette relation, on en déduit celle sur les variances :}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{12}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_0^2 \\ \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \end{pmatrix} \quad (\text{III})$$

Le système comprend deux équations correspondant aux deux mesures indépendantes pour trois inconnues. On ne peut pas trouver de solution pour  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

### Application et simulation numérique

Une autre manière de montrer les difficultés de résolution de cette proposition consiste à effectuer une simulation de Monte-Carlo.

Dans cette simulation numérique schématisée sur la Figure 5-7, considérons une situation théorique telle que trois surfaces 0, 1 et 2 évoluent suivant des distributions normales.

Les mesures simulées d'une pièce de la production prélevée au hasard sont :

$$d_{01,i} = d_{01} + \mathcal{N}(0, \sigma_{th0}) + \mathcal{N}(0, \sigma_{th1}) \text{ et } d_{12,i} = d_{12} + \mathcal{N}(0, \sigma_{th1}) + \mathcal{N}(0, \sigma_{th2})$$

Où  $d_{01}$  et  $d_{12}$  sont les dimensions nominales entre les surfaces (0,1) et (1,2) et  $\mathcal{N}(0, \sigma_{thi})$  représente un tirage aléatoire d'une valeur se distribuant normalement dans une population théorique de moyenne 0 et de variance  $\sigma_{thi}^2$ .

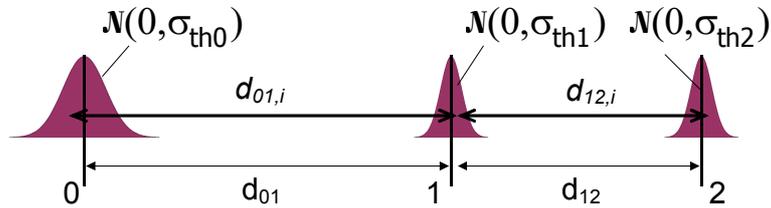


Figure 5-7 Tirage de mesures simulées pour calculer les dispersions

La troisième mesure  $d_{02,i}$  est dépendante des deux autres  $d_{02,i} = d_{01,i} + d_{12,i}$

A partir de 3 échantillons de mesures de n pièces  $\{d_{01,1}, \dots, d_{01,i}, \dots, d_{01,n}\}$ ,  $\{d_{12,1}, \dots, d_{12,i}, \dots, d_{12,n}\}$  et  $\{d_{02,1}, \dots, d_{02,i}, \dots, d_{02,n}\}$ , on peut estimer les variances de chaque échantillon,  $\sigma_{01}^2$ ,  $\sigma_{02}^2$  et  $\sigma_{12}^2$ .

En suivant la proposition, on peut calculer les variances  $\sigma_1^2$ ,  $\sigma_2^2$ , et  $\sigma_{12}^2$ , en utilisant la relation (II).

Nous allons procéder à 1000 tirages d'échantillons de taille  $n = 50$ . Les dimensions nominales sont fixées :  $d_{01} = 20$  ;  $d_{12} = 10$  et  $d_{02} = 30$ .

Posons  $\sigma_{th1} = \sigma_{th2}$  pour minimiser le nombre de paramètres. Ceci veut dire que les sources de dispersions théoriques des surfaces 1 et 2 sont identiques.

Le Tableau 5-1 indique pour différents rapports  $\sigma_{th0}/\sigma_{th1}$  (c'est à dire pour différents ordres de grandeur des dispersions) :

- les erreurs relatives  $\sigma_{thi}^2/\sigma_i^2$  entre les variances théoriques  $\sigma_{thi}^2$  et les variances calculées  $\sigma_i^2$ .
- le pourcentage de cas de tirages sans solutions, c'est à dire où les variances calculées sont négatives.

$\frac{\sigma_{th0}}{\sigma_{th1}}$ avec ( $\sigma_{th1}=\sigma_{th2}$ )	Erreur relative sur $\sigma_{th0}^2$	Erreur relative sur $\sigma_{th1}^2$	% de $\sigma_1^2$ négatives	Erreur relative sur $\sigma_{th2}^2$
2	1,4%	103,8%	98,9%	88,0%
10	0,94%	199,0%	69,40%	197,0%
50	0,6%	2678,0%	54,0%	7471,0%

Tableau 5-1 Tableau d'analyse des variances calculées suite au tirage Monte-Carlo

Les erreurs relatives ne sont pas acceptables et le pourcentage de cas sans solution nous démontre que la proposition faite pour calculer les dispersions à partir des mesures effectuées uniquement sur les pièces n'est pas exploitable et ne suffit pas pour trouver les dispersions relatives à chaque face.

### 5.2.4 Proposition d'une nouvelle méthode de quantification

Pour résoudre ce problème, il manque une donnée. La solution consiste à trouver une relation complémentaire, c'est à dire une mesure dimensionnelle supplémentaire.

Il faut effectuer une mesure par rapport à un autre référentiel. Profitons de la présence de la pièce quand elle est sur la machine en cours de production pour procéder à des mesures, et utilisons la machine comme référentiel.

Cette proposition est schématisée sur la Figure 5-8, où les surfaces usinées sont mesurées sur la machine en utilisant un palpeur. La proposition porte sur une mesure des surfaces usinées car elles sont la plupart du temps plus accessibles que les surfaces de mise en position. Pour évaluer la dispersion, peu importe où se trouve la référence, il suffit qu'elle soit la même lors du palpéage des pièces.

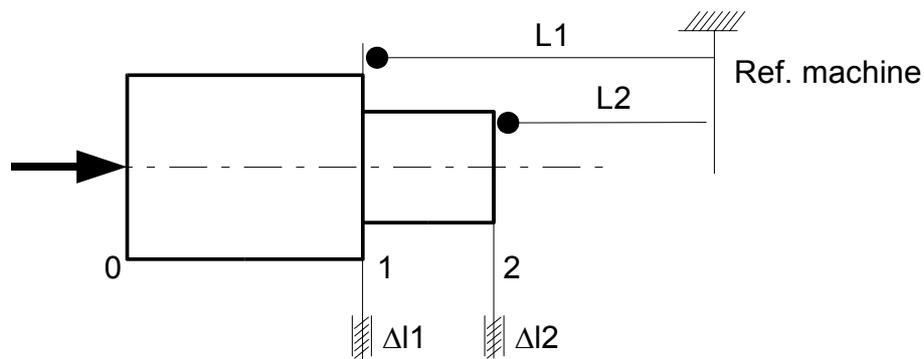


Figure 5-8 Localisation des surfaces de la pièce sur la machine par palpéage

Dans ce cas, sur une série de pièces produites, les dispersions des surfaces 1 et 2 peuvent être évaluées par les variances  $\sigma_1^2$  et  $\sigma_2^2$  des valeurs mesurées  $L_1$  et  $L_2$ .

En mesurant les pièces une fois « libérées » hors de la machine, nous obtenons une série de dimensions indépendantes  $d_{01,i}$  et  $d_{12,i}$  (représentées sur la Figure 5-9) qui définissent les variances  $\sigma_{01}^2$  et  $\sigma_{12}^2$ .

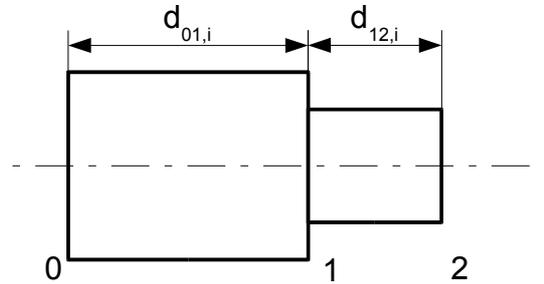


Figure 5-9 Mesure de la pièce numéro  $i$ , hors machine

A partir de ces mesures nous pouvons utiliser la relation (III) sur les variances :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{12}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_0^2 \\ \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \end{pmatrix}.$$

Nous avons à présent deux équations qui permettent :

- D'évaluer la variance  $\sigma_0^2$  de la position de la surface 0 :  $\sigma_0^2 = \sigma_{01}^2 - \sigma_1^2$
- De valider le calcul préliminaire de  $\sigma_1^2$  et  $\sigma_2^2$  en vérifiant la relation  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma_{12}^2$

Nota : En mesurant sur les pièces les dimensions  $d_{01}$  et  $d_{02}$ ,  $\sigma_0$  doit vérifier les deux relations :

$$\sigma_0^2 = \sigma_{01}^2 - \sigma_1^2 \quad \text{et} \quad \sigma_0^2 = \sigma_{02}^2 - \sigma_2^2.$$

A partir de ces deux relations, une analyse des variances (ANOVA) par un test de Fisher-Snedecor [Won 01][Fis 53] permet de vérifier s'il y a une différence significative entre les deux résultats de  $\sigma_0^2$ .

Une simulation de Monte-Carlo comparable à la simulation du paragraphe précédent, suivant ce protocole de double mesure pièces est représentée sur le Tableau 5-2.

La simulation porte sur 1000 tirages d'échantillons de 50 pièces. Le rapport  $\sigma_{th0}/\sigma_{th1}$  est égal à 10 et  $\sigma_{th1} = \sigma_{th2}$ .

Le tableau indique la valeur théorique  $\sigma_{thi}^2$  des variances à calculer, les valeurs  $\sigma_i^2$  calculées avec la méthode, l'erreur relative  $\sigma_{thi}^2/\sigma_i^2$  et la distribution des variances  $\sigma_i^2$  pour visualiser d'éventuelles anomalies de simulation.

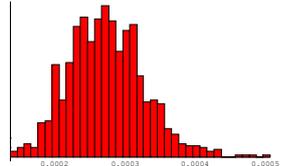
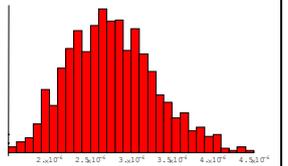
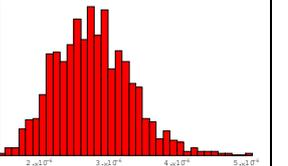
	Surface 0	Surface 1	Surface 2
Variances théoriques $\sigma_{thi}$	$\sigma_{th0} = (0,1/6)^2$ $\sigma_{th0}^2 = 2,7777.10^{-4}$	$\sigma_{th1} = (0,01/6)^2$ $\sigma_{th1} = 2,777.10^{-6}$	$\sigma_{th2} = (0,01/6)^2$ $\sigma_{th2} = 2,777.10^{-6}$
Moyenne des variances calculées $\sigma_i$	$\sigma_0^2 = 2,7773.10^{-4}$	$\sigma_1 = 2,766.10^{-6}$	$\sigma_0 = 2,783.10^{-6}$
Erreur moyenne relative sur les variances	0,15%	0,41%	0,21%
Distribution des variances suivant les tirages			

Tableau 5-2 Tableau d'analyse des variances par simulation de Monte-Carlo en double mesure

Ces résultats montrent que les erreurs relatives sur les variances sont inférieures à 0,5 % pour une taille d'échantillon supérieur à 30 pièces et ce, quels que soient les rapports de variances  $\sigma_{th0}/\sigma_{th1}$ . Il n'y a pas d'anomalies de simulation et la comparaison des échantillons simulés montre que les variances calculées sont identiques ou plus précisément ne sont pas significativement différentes au sens statistique.

Pour conclure, nous proposons en unidirectionnel une méthode de quantification des dispersions des surfaces en procédant à une double mesure des pièces. La première, en palpant les pièces sur la machine, c'est à dire en localisant les surfaces des pièces par rapport à un référentiel, la seconde en mesurant les pièces à l'état libre, c'est à dire en localisant les surfaces précédentes par rapport à d'autres surfaces de la pièce. Cette démarche permet donc d'identifier les dispersions de fabrication surface par surface.

D'un point de vue purement théorique, pour obtenir toutes les dispersions des surfaces, il suffit de les palper toutes les surfaces par rapport à un référentiel (sur la machine par exemple). Pratiquement, ce n'est pas possible, notamment pour les surfaces qui participent à la mise en position.

Un processus opératoire plus complet sera proposé dans le paragraphe 5.4.

### 5.3 Généralisation en tridimensionnel

Dans le paragraphe précédent, en unidirectionnel, nous avons fait évoluer notre propos en passant de la notion d'écart de fabrication à la notion de dispersions de fabrication et nous avons proposé une méthode théorique de quantification de ces dispersions.

Nous allons proposer d'exprimer les dispersions de fabrication et de les quantifier par palpement d'éléments dans l'espace de la machine. Pour cela, nous utiliserons la modélisation de la phase d'usinage que nous avons représentée par un graphe et nous mettrons à contribution la formalisation des écarts de fabrication par les torseurs de petit déplacement pour être capable d'analyser les effets des dispersions de fabrication lors d'une simulation géométrique d'un avant-projet d'études de fabrication.

### 5.3.1 Les dispersions généralisées en tridimensionnel

#### 5.3.1.1 Sélection des écarts aléatoires

Lors des chapitres précédents, nous avons mis en œuvre la simulation avec les écarts de fabrication que nous avons formalisés par différents types de torseurs. L'expression des conditions géométriques d'usinage et des torseurs de mise en position (suite à l'unification) se fait par l'intermédiaire de chaînes de torseurs. Sous sa forme la plus générale, une composante nommée  $c_{PK,PI}$  d'une condition géométrique d'usinage s'exprime par une équation linéaire du type :

$$c_{PK,PI} = \sum_{i=1}^n (A_i \cdot \alpha_i + B_i \cdot \beta_i + C_i \cdot \gamma_i + M_i \cdot u_i + N_i \cdot v_i + L_i \cdot w_i)$$

où  $(A_i, B_i, C_i, M_i, N_i, L_i)$  sont des constantes,  $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, u_i, v_i, w_i)$  sont les composantes des torseurs impliqués et  $n$  le nombre de torseurs dans la chaîne.

L'étude des variations de  $c_{PK,PI}$  se traite comme un calcul d'erreur, soit « au pire des cas », soit statistiquement.

Calcul au pire des cas : Soit  $R[X]$  l'étendue des écarts d'une variable  $X$ .

Alors  $R[c_{PK,PI}]$  s'exprime par la relation, si  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, u_i, v_i$  et  $w_i$  sont indépendants :

$$R[c_{PK,PI}] = \sum_{i=1}^n (|A_i| \cdot R[\alpha_i] + |B_i| \cdot R[\beta_i] + |C_i| \cdot R[\gamma_i] + |M_i| \cdot R[u_i] + |N_i| \cdot R[v_i] + |L_i| \cdot R[w_i])$$

Calcul Statistique : Soit  $\sigma_X^2$  la variance de la variable  $X$ .

Nous partons de l'hypothèse que les écarts sont indépendants.

Alors  $\sigma_{c_{PK,PI}}^2$  s'exprime par la relation si  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, u_i, v_i$  et  $w_i$  sont indépendants :

$$\sigma_{CPk,PI}^2 = \sum_{i=1}^n (A_i^2 \cdot \sigma_{\alpha_i}^2 + B_i^2 \cdot \sigma_{\beta_i}^2 + C_i^2 \cdot \sigma_{\gamma_i}^2 + M_i^2 \cdot \sigma_{\mu_i}^2 + N_i^2 \cdot \sigma_{\nu_i}^2 + L_i^2 \cdot \sigma_{\omega_i}^2)$$

Dans les deux cas de calculs, si les écarts sont constants, leur étendue et leur variance sont nulles, alors l'évaluation des variations des composantes est indépendante des écarts de fabrication constants.

Au niveau de l'étude de l'avant-projet de fabrication, dans le but de simuler la gamme de fabrication, nous allons sélectionner et ne retenir que les écarts de fabrication aléatoires (d'étendue et de variance non nulle). C'est à dire les écarts susceptibles de fluctuer lors d'une série stabilisée.

Les écarts systématiques et constants qui sont aussi à l'origine de défauts de fabrication des pièces ne sont pas à négliger pour autant, mais leur prise en compte se fera au niveau de l'étude de la mise au point et du pilotage de la production. Ces écarts pourront trouver une forme de compensation (correction, réglage, ....) qui ne génère pas de modification de la gamme de fabrication.

Pour chaque écart aléatoire recensé, il faut évaluer sa dispersion, c'est à dire soit son étendue soit sa variance.

Pour résumer cette approche : lorsque les écarts de fabrication modélisés et formalisés par les torseurs de petit déplacement sont traités sous la forme de variations d'écarts, ils sont une généralisation de la méthode des « Δl ».

### 5.3.1.2 Réduction de la modélisation

Reprenons sur la Figure 5-10, le graphe général que nous avons proposé au chapitre 3 pour modéliser les écarts géométriques dans une phase.

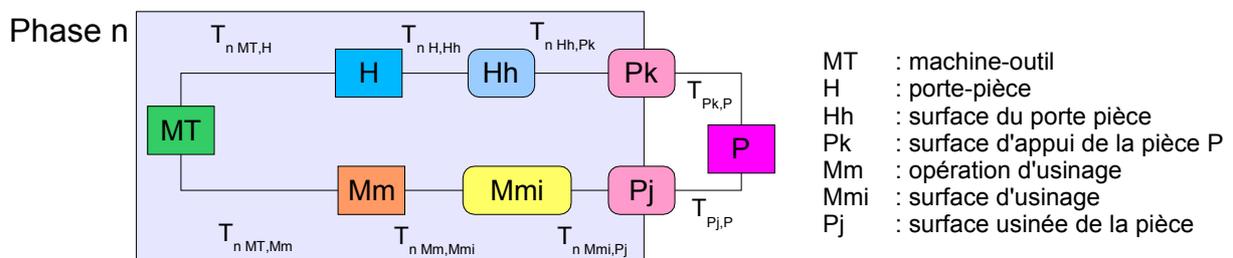


Figure 5-10 Graphe général de la modélisation d'une phase

A priori il est difficile de cibler sur ce graphe quels sont les écarts aléatoires et les écarts constants. Il n'existe pas de modèle générique permettant de spécifier suivant le type de torseur s'il est constitué de composantes représentant des écarts aléatoires ou constants.

Prenons par exemple, la liaison machine-outil / porte-pièce (MT,H). S'il n'y a qu'un seul montage et que celui-ci n'est jamais désinstallé de la machine lors de la production, les écarts qui caractérisent les défauts de liaison (représentés par le torseur  $T_{n,MT,H}$ ) sont constants. En revanche, si au cours de la production, il y a démontage du porte-pièce ou s'il y a plusieurs montages (tels des montages d'usinage en panoplie sur un centre de production palettisé, ou sur un tour multibroches,...), le torseur  $T_{n,MT,H}$  sera constitué de composantes variables.

De plus, pour évaluer un ensemble d'écarts, il est nécessaire de procéder à des mesures. En pratique dans un environnement de production, seules les surfaces de la pièce sont accessibles. Sachant que notre proposition de quantification des dispersions unidirectionnelles consiste à palper la pièce dans son porte-pièce par rapport à un référentiel (machine ou autre), nous proposons de réduire le graphe de la phase en compactant le cumul des écarts en ne conservant que les surfaces de la pièce et un référentiel lié à la machine outil.

Le graphe compacté est représenté sur la Figure 5-11 où les torseurs sont réunis et où il ne reste plus que deux types de branches (en gras sur la figure) :

- La branche relative à la mise en position de MT à Pk. (représentée par  $T_{n,MT,Pk}$ )
- La branche relative à l'usinage des surfaces de MT à Pj (représentée par  $T_{n,MT,Pj}$ )

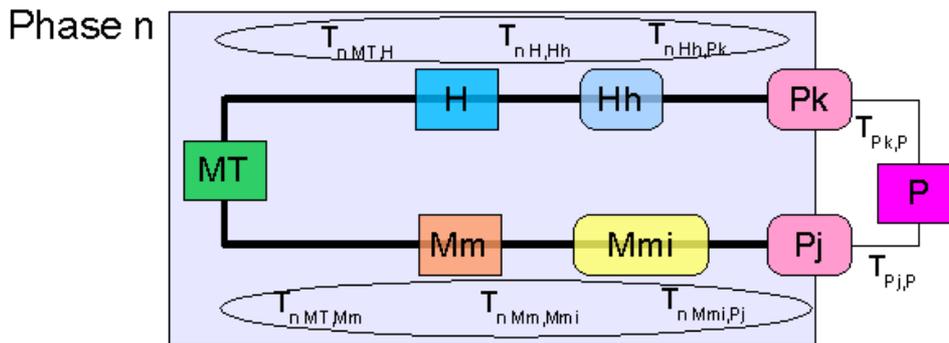


Figure 5-11 Réduction du graphe et du nombre de paramètres

Ceci revient à ne conserver que des dispersions globales d'usinage et de reprise relatives à chaque branche. Puisque les surfaces de la pièce sont impliquées dans ces deux branches (MT,Pj et MT,Pk), et puisque les caractéristiques géométriques et dimensionnelles des pièces

(sur un lot) sont variables, alors les torseurs compactés ont des composantes variables qui représentent des dispersions tridimensionnelles de fabrication.

La réduction du nombre de paramètres tend à alléger la modélisation. Quoiqu'il en soit, à partir du moment où des méthodes de mesures d'écarts existent (mais restent à définir), il est possible de « décompacter » le modèle. Pour reprendre l'exemple du porte-pièce multiple ou en panoplie, si l'on procède à une mesure (par palpage ou autre) systématique de la position et de l'orientation du porte-pièce dans l'espace machine, on peut générer des dispersions relatives au torseur  $\mathbf{T}_{n,MT,Hi}$ .

Sur chaque phase, notons que les écarts de reprise et d'usinage sont indépendants conformément à l'hypothèse posée.

### **5.3.2 Méthode de quantification des dispersions tridimensionnelles de fabrication**

#### **5.3.2.1 Principe**

Comme nous l'avons proposé au paragraphe 5.2.4, afin de quantifier les dispersions de fabrication, c'est à dire les dispersions d'usinage et les dispersions de reprise, il est nécessaire à chaque phase, d'effectuer deux types de séries de mesures sur un lot produit :

- ① Mesurer toutes les pièces sur le porte-pièce à la fin de la phase par rapport à un référentiel commun (par exemple celui de la machine-outil).
- ② Mesurer chaque pièce pour identifier les positions relatives des différentes surfaces.

Ces deux séquences sont replacées autour des éléments du graphe d'une phase n sur la Figure 5-12.

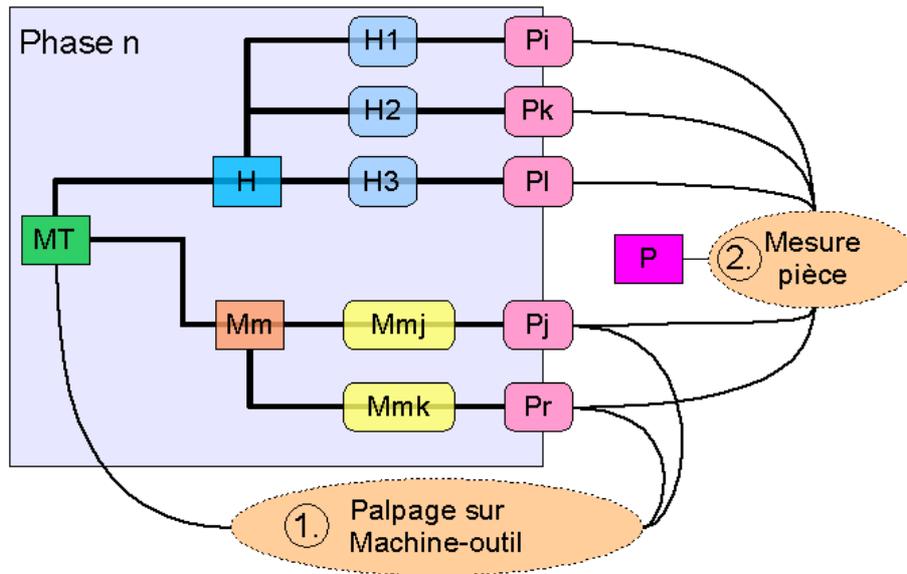


Figure 5-12 Schéma de principe de la méthode de quantification des dispersions sur une série de pièces

### 5.3.2.2 Traitement des séquences de mesures

#### Torseurs des dispersions d'usinage

A partir de la première séquence de mesures par palpation, la série de mesures détermine les composantes (non nulles) des torseurs de dispersions d'usinage des surfaces réalisées. Sur la Figure 5-12, ces torseurs sont  $\mathbf{T}_{n, MT, Pj}$  et  $\mathbf{T}_{n, MT, Pr}$ .

Nous disposons directement des composantes des dispersions d'usinage de chaque surface usinée.

#### Torseurs des dispersions de reprise

A partir de la seconde séquence de mesures, la série de mesures détermine les composantes des torseurs défaut de la pièce. Sur la Figure 5-12, ces torseurs sont soit  $\mathbf{T}_{Pi, Pj}$ , soit  $\mathbf{T}_{Pi, P}$  et  $\mathbf{T}_{Pj, P}$  si un référentiel associé à la pièce P a été déterminé.

En combinant les deux séquences de mesurages (1.) et (2.), nous évaluons les composantes des dispersions de reprise (correspondant au chemin MT-H-H1-Pi) en écrivant les différentes boucles du graphe sous forme de fermeture des chaînes de torseurs. Par exemple sur la Figure 5-12, il y a deux chemins possibles pour relier MT à Pi en utilisant les données obtenues par les mesures, soit en passant par Pj, c'est à dire MT-Mm-Mmj-Pj-Pi, soit en passant par Pr, c'est à dire MT-Mm-Mmk-Pr-Pj. Ces chemins se traduisent par l'égalité suivante sur les chaînes de torseurs :

$$\mathbf{T}_{n\text{ MT},P_i} = \mathbf{T}_{n\text{ MT},P_j} + \mathbf{T}_{P_j, P_i} = \mathbf{T}_{n\text{ MT},P_r} + \mathbf{T}_{P_r, P_i}$$

Deux cas peuvent se présenter :

- Soit ces équations sont complémentaires et elles permettent de calculer toutes les composantes.
- Soit-elles sont équivalentes, c'est à dire que des composantes se retrouvent dans plusieurs équations et elles permettent de vérifier la robustesse des résultats en testant si les valeurs des composantes calculées par chaque chaîne ne sont pas significativement différentes.

### Cas de la première phase

Au début de la gamme, la pièce arrive dans son état initial qui peut-être par exemple un brut forgé, moulé, pré-usiné en sous-traitance, etc.... Cette phase d'élaboration n'est pas toujours connue et il n'est pas possible de la décrire par le graphe classique de phase que nous proposons. Il est donc nécessaire de procéder à une métrologie de réception afin de quantifier les dispersions des défauts de la pièce lorsqu'elle est fournie dans cet état initial (Figure 5-13).

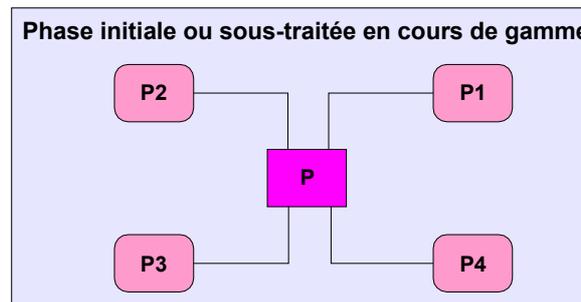


Figure 5-13 Graphe de la première phase ou d'une phase intermédiaire sous-traitée

De même si un lot de pièces part en sous-traitance au cours de sa production, il sera nécessaire de faire une « photo » de son état lors de sa sortie et de son retour pour caractériser les dispersions de production du processus délocalisé.

### 5.3.2.3 Exploitation des résultats

A partir de cette proposition qui permet de quantifier les torseurs de dispersions de fabrication, nous proposons quelques exploitations possibles des résultats qui vont permettre de mieux identifier les sources de dispersions pour rendre plus efficace la simulation géométrique d'usinage.

### Quantification globale des dispersions de reprise

Le chiffrage des dispersions du torseur de reprise permet d'évaluer globalement la performance de la remise en position du couple pièce + porte-pièce. Elle permet de quantifier les variations des rotations et des translations représentant la position de la série de pièces dans l'espace de la machine.

Cette exploitation est utile pour comparer et aider à choisir la liaison pièce / porte-pièce idéale parmi plusieurs solutions possibles. On peut voir sur la Figure 5-14, les distributions des composantes de deux torseurs de reprise caractérisant deux montages d'usinage différents pour un même type de pièce. En fonction de la nature des distributions et de leurs caractéristiques, on peut ensuite effectuer un choix sur celui qui aura les paramètres de dispersions les plus adaptés aux exigences.

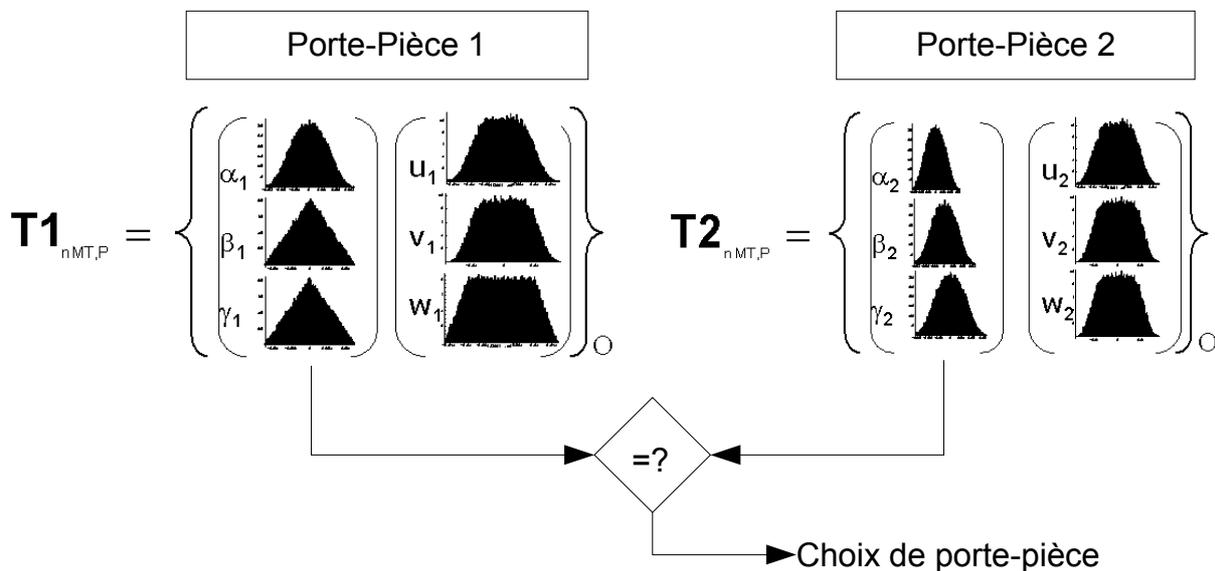


Figure 5-14 Comparaison des dispersions des torseurs de reprise de deux porte-pièces

### Analyse des sources de dispersions de reprise

Dans la simulation formelle d'usinage présentée au chapitre 4, nous avons procédé à des opérations d'unification des torseurs de mise en position. Ces opérations ont eu pour intérêt d'exprimer les composantes indéterminées des torseurs connexion des liaisons élémentaires entre les surfaces du porte-pièce et les surfaces d'appui de la pièce.

Nous avons vu que les torseurs représentant les écarts de mise en position dépendent des torseurs connexion ( $H1,P_i$  ;  $H2,P_j$  ;  $H3,P_k$  voir sur la Figure 5-15). Ces torseurs ont des composantes indéterminées qui suite à l'unification sont fonction de la nature de la liaison

globale pièce / porte-pièce (isostatique, hyperstatique), des liaisons élémentaires surface pièce / surface porte-pièce et des torseurs défauts de la pièce lorsqu'elle arrive au début de la phase.

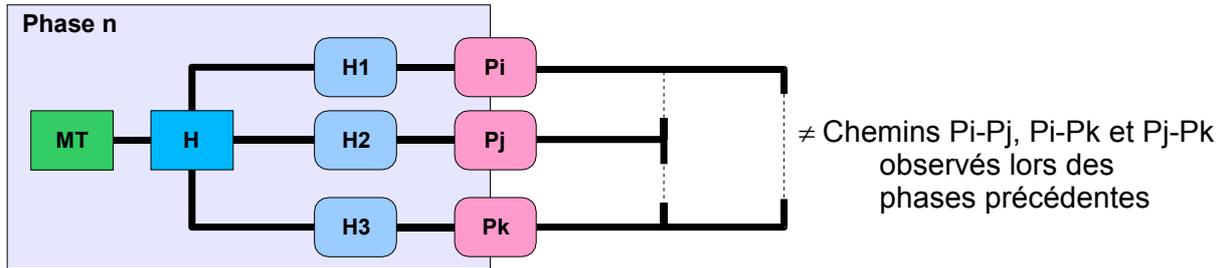


Figure 5-15 Opération d'unification pour l'expression du torseur de reprise

Nous sommes donc capables de déterminer les relations théoriques qui expriment les torseurs de reprise. Comme à présent nous savons quantifier les torseurs de reprise par des mesures, nous pouvons coupler ces deux approches afin de détailler quelles sont les sources qui contribuent aux dispersions de reprise et quelles sont leur niveau.

Cette démarche est résumée sur la Figure 5-16. D'une part nous exprimons les torseurs par l'approche formelle, d'autre part nous quantifions les dispersions des torseurs de reprise et d'usinage. En couplant les deux, il est possible de chiffrer les pourcentages des dispersions qui caractérisent les dispersions de reprise. Parmi ces dispersions, certaines sont liées aux défauts des pièces générés lors des phases précédentes, les autres sont propres à la nature de la liaison pièce / porte-pièce.

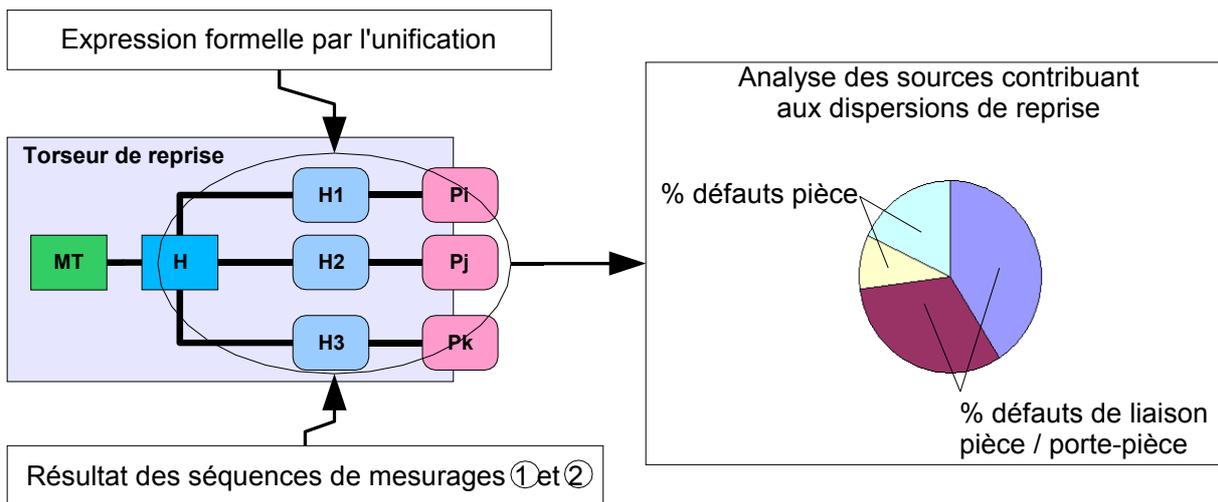


Figure 5-16 Méthode d'analyse des sources de dispersion de reprise.

### Analyse des défauts de fabrications sur une condition à respecter

L'approche formelle nous a permis d'exprimer le torseur défaut d'une condition géométrique d'usinage. Cette condition est souvent représentée par une spécification géométrique ou dimensionnelle bornée par une tolérance qui fixe les limites des défauts géométriques de la pièce.

Suite au compactage qui réduit le modèle à des données mesurables, nous chiffrons les dispersions d'usinages et de reprises.

Ceci permet d'analyser et de quantifier :

- Les sources de dispersions à l'origine des défauts géométriques de la pièce.
- Les contributions des dispersions sur les défauts fabriqués.
- La marge restant par rapport à la tolérance exigée.

Cette analyse est représentée sur la Figure 5-17. Soit une condition géométrique d'usinage définie par  $T_{Pj,Pl}$  à respecter entre deux surfaces  $Pj$  et  $Pl$ . Sur une des composantes de ce torseur (par exemple la composante de déplacement  $u_{Pj,Pl}$ ), la spécification entre  $Pj$  et  $Pl$  impose un intervalle de tolérance  $IT_{u_{Pj,Pl}}$  sur la composante à analyser. Comme l'expression de  $u_{Pj,Pl}$  est connue et comme toutes les dispersions sont quantifiées, on peut représenter par rapport à la tolérance :

- La part des dispersions de reprise des différentes phases ( $Dr_n$  et  $Dr_{n-1}$ ).
- La part des dispersions d'usinage ( $D_m$ ).
- Le pourcentage restant pour les écarts de fabrications non aléatoires.

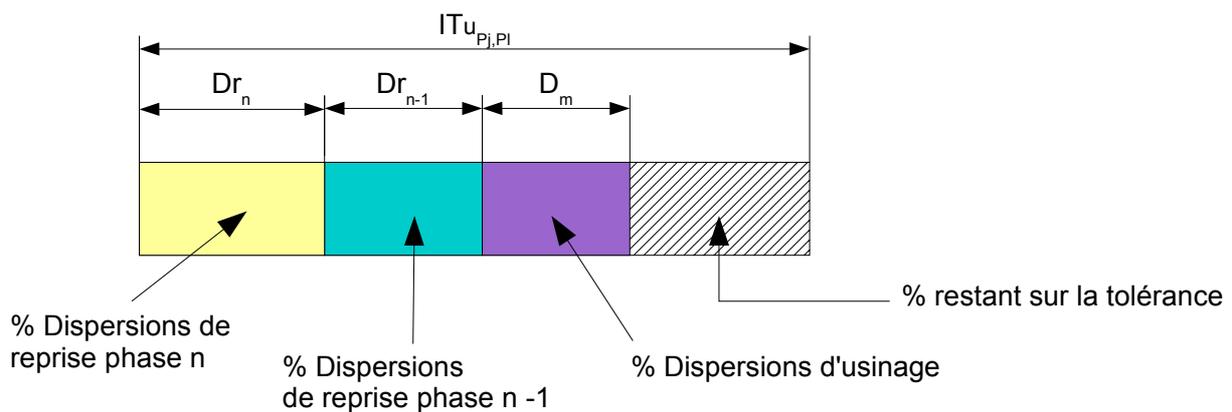


Figure 5-17 Analyse des défauts de fabrication sur une condition à respecter

Cette illustration se rapproche de la notion d'aptitude (ou capacité) nominale de l'avant-projet d'étude de fabrication par rapport à une spécification. Elle vient en complément et en

prévision avec la notion d'aptitude du procédé (CAP) qui ne concerne qu'une opération sur une phase et qui est dédiée à la maîtrise et au pilotage des procédés.

En unidirectionnel le logiciel CapGam [Dur 02] définit et calcule l'indicateur de capacité d'une gamme en simulation, nous pouvons reprendre cette définition en posant le ratio :

$$\frac{IT_{UP,PI}}{\sum \text{Dispersion}}$$

L'intérêt de cet indicateur est de pouvoir valider un avant projet d'études de fabrication, il doit être supérieur à 1 bien évidemment.

Si la marge restant sur la tolérance est grande, elle peut être l'objet d'une révision de la tolérance de la condition à satisfaire en rétroagissant sur le processus de conception, où au contraire d'un assouplissement des contraintes imposées sur les dispersions de fabrication en choisissant des moyens de production, des procédures de réglage ou des choix de mise en position moins coûteux.

## 5.4 Expérimentation sur un cas industriel

Pour exposer la validité de notre proposition de quantification des dispersions de fabrication, nous avons effectué une expérimentation sur un lot de pièces fournies par un industriel. L'entreprise de raccords haute et basse pression Legris, par l'intermédiaire de son unité de production de Malestroit<sup>(1)</sup> a montré un intérêt pour notre approche en nous fournissant un lot de 70 pièces (Figure 5-18) préalablement usinées sur lesquelles nous avons complété la fabrication en effectuant deux phases d'usinage. La quantité de pièces (70), permet de faire des analyses statistiques fiables.



---

<sup>1</sup> Société Legris ([www.Legris.com](http://www.Legris.com)) : Unité de Malestroit, route Questembert Bel Air 56190 MUZILLAC.

## 5.4.1 Présentation de l'expérimentation

### 5.4.1.1 Objectifs

Notre expérimentation propose de chiffrer des dispersions de fabrication en effectuant un double mesurage des pièces, le premier en palpant la pièce dans le porte-pièce et le second en mesurant les pièces en fin de production.

Ceci afin de :

- comparer des dispersions d'usinage d'opérations d'usinage identiques avec des porte-pièces différents,
- comparer les dispersions de reprise de deux porte-pièces différents.

### 5.4.1.2 Description de la pièce et de la gamme de fabrication

La série de pièce qui nous a été fournie est un raccord hydraulique en laiton de matriçage.

Les pièces du lot qui nous a été livré, sont dans un état intermédiaire de fabrication. C'est à dire que les pièces ont déjà subi un certain nombre de phases d'usinage. Nous considérerons cet état comme l'état initial de notre production.

Certaines surfaces sont de bonne qualité dimensionnelle et géométrique d'autres surfaces sont brutes de matriçage. Un extrait de quelques spécifications des pièces dans leur état à la livraison est présenté sur la mise en plan de la Figure 5-19.

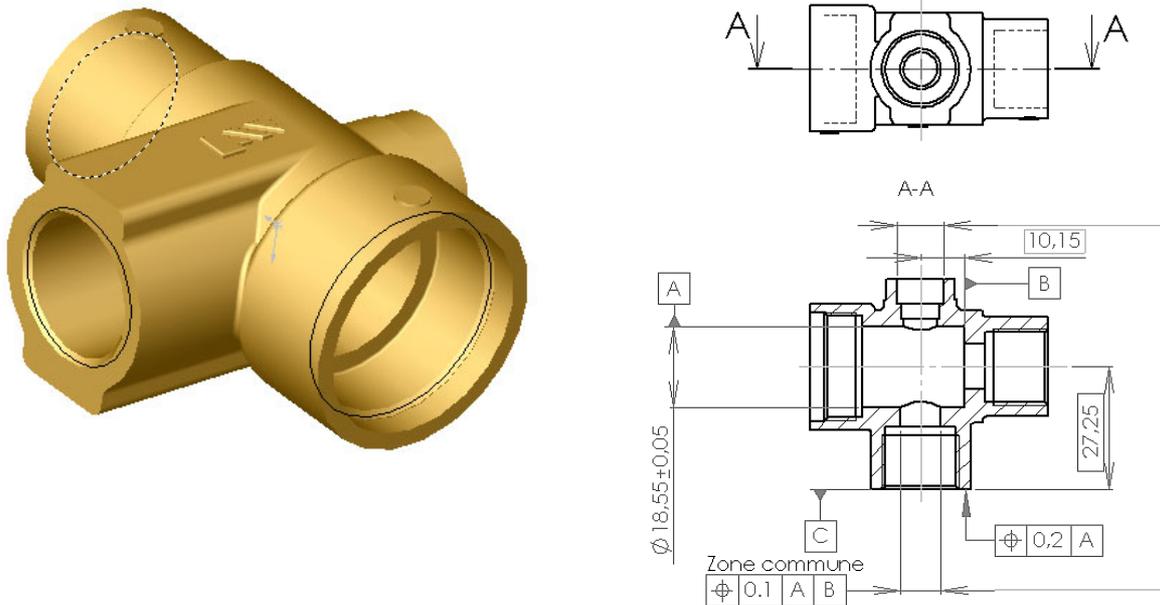


Figure 5-19 Rendu réaliste de la pièce et description des principales caractéristiques à la livraison

Compte tenu du niveau de qualité du lot livré, le cylindre A, le plan B et le plan inférieur C, définissent le système de référence pour situer les autres surfaces de la pièce.

La pièce présentant une symétrie par rapport au plan de coupe A-A, nous avons effectué deux phases d'usinage qui exécutent les mêmes opérations mais avec deux types de mise en position différentes. Ceci permettra de comparer les dispersions d'usinage et de mise en position des deux phases.

Le premier porte-pièce ne comprend que des liaisons avec des surfaces brutes de matriçage, le second porte-pièce ne comprend que des liaisons avec des surfaces préalablement usinées, c'est à dire de meilleure qualité. Les tolérances de matriçage constatées à la production du brut avant usinage sont évaluées par l'entreprise après réception à 0,5 mm. Ceci garantit des dispersions de reprise différentes entre les deux phases.

La description des trois phases est représentée sur les trois figures ci-après.

Le graphe de phase est également représenté avec le repérage des surfaces sur chaque figure. Pour les deux dernières phases, des flèches représentent les liaisons théoriques de mise en position de la pièce.

En phase S0 (Figure 5-20), la pièce est réceptionnée. A titre informatif, le cylindre référence A est nommé P15, le plan B est P18 et le plan C est P35.

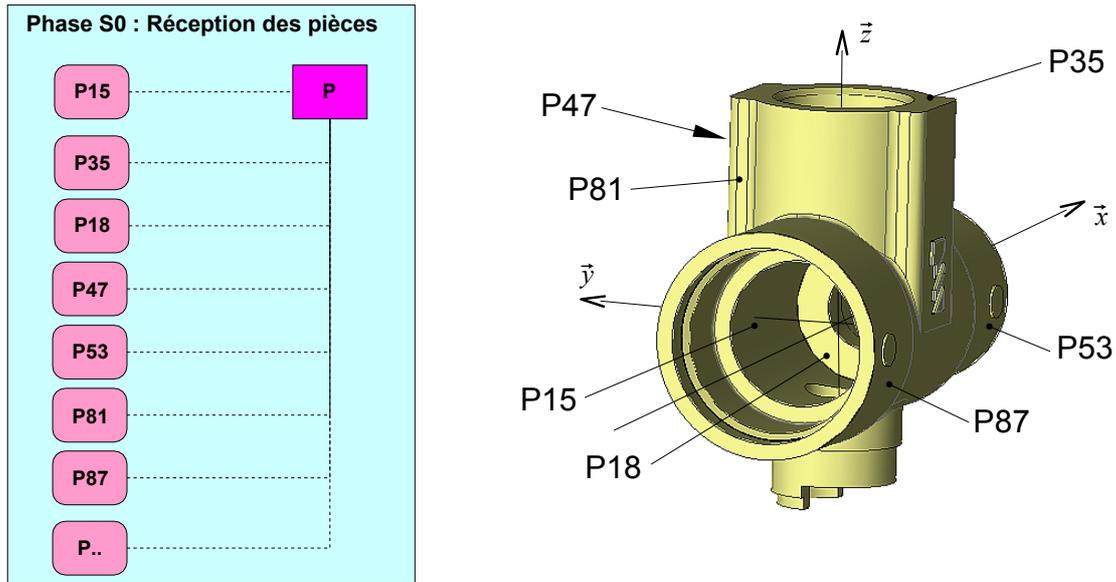


Figure 5-20 Phase S0, Etat initial de la pièce livrée.

Les phases S1 et S2 sont similaires, les surfaces usinées et les opérations d'usinage sont analogues. La même machine à commande numérique est utilisée, les conditions opératoires sont identiques sur les deux phases (trajectoires, conditions de coupe, outil, ...).

En phase S1 (Figure 5-21), la mise en position se fait sur les surfaces brutes de matriçage, par deux liaisons linéaires annulaires sur les cylindres P87 et P53 et deux ponctuelles sur P47 et P81. Le plan P14 est fraisé en bout avec une fraise « 2 Tailles » lors de l'opération M1. Les plans P8, P9, P10 sont réalisés en fraisage combiné avec une fraise « 2 Tailles » lors de l'opération M2.

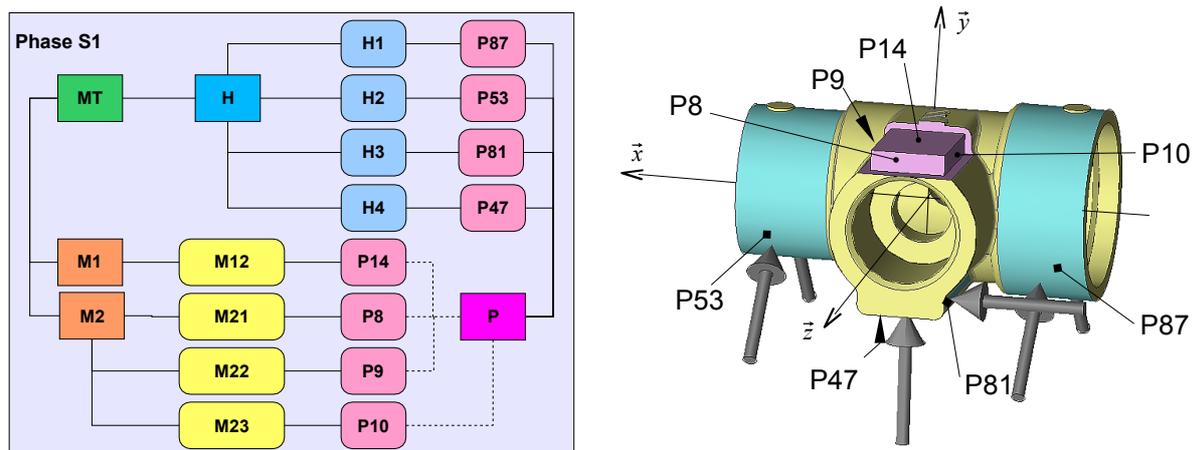


Figure 5-21 Phase S1, mise en position sur des surfaces brutes de matriçage (P87, P53, P81, P47)

En phase S2 (Figure 5-22), la mise en position se fait sur les surfaces usinées, par une liaison pivot glissant sur le cylindre P15, un appui plan sur le plan P18 et une ponctuelle sur le plan

P14 usiné en phase S1. Le plan P7 est fraisé en bout avec une fraise « 2 Tailles » lors de l'opération M1. Les plans P1, P2, P3 sont réalisés en fraisage combiné avec une fraise « 2 Tailles » lors de l'opération M2.

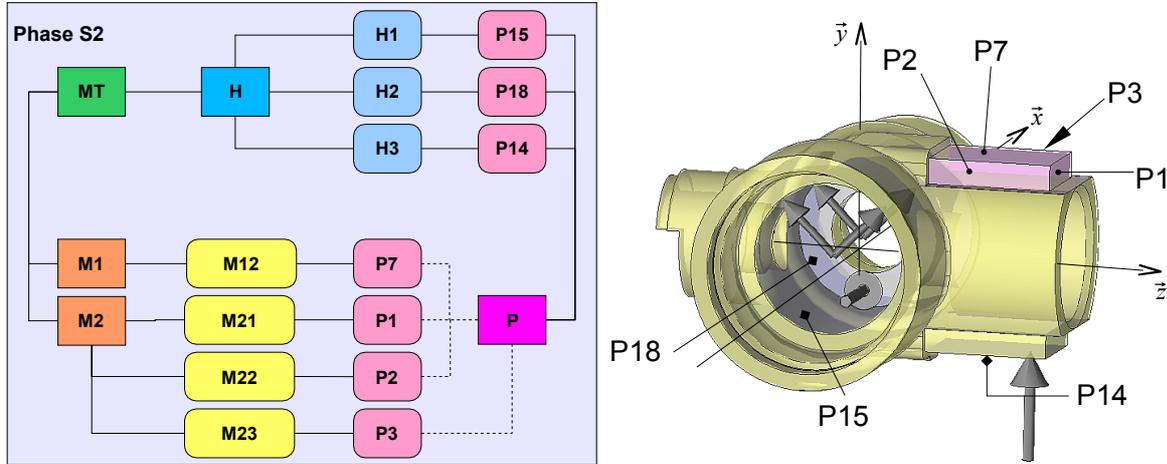


Figure 5-22 Phase S2, mise en position sur des surfaces usinées (P15, P18, P14).

### 5.4.1.3 Stratégie d'essai, manipulations et méthodologie

La stratégie générale de l'expérimentation consiste à :

1. Réceptionner et identifier la qualité du lot de pièces livrées sur machine à mesurer tridimensionnelle.
2. Usiner et palper sur la machine-outil les surfaces générées lors des phases S1 puis S2 pour chaque pièce du lot.
3. Mesurer le lot de pièces produites sur machine à mesurer tridimensionnelle.

Chaque étape est accompagnée d'un protocole de mesure et de traitement statistique des données et d'une étude de répétabilité des processus de mesures (Figure 5-23).

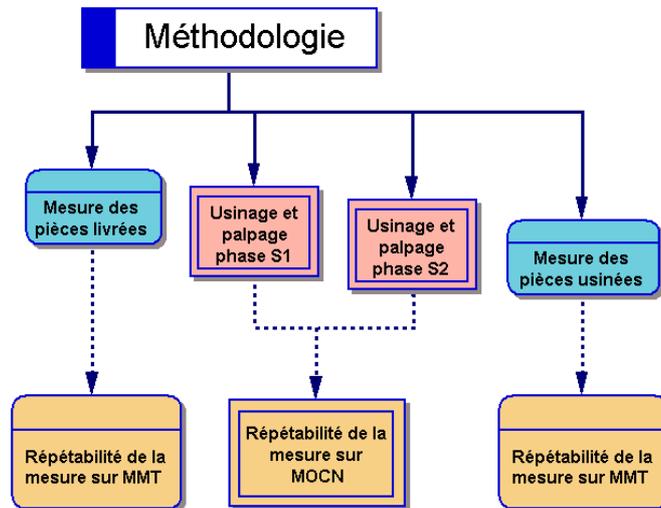


Figure 5-23 Rappel de la méthodologie générale de l'expérimentation

## Réception du lot de pièces en phase S0

Le lot de pièces a été réceptionné, c'est à dire que toutes les pièces ont été mesurées et identifiées sur une machine à mesurer tridimensionnelle à commande numérique.

La réception des pièces est représentée par le graphe de la figure (Figure 5-24).

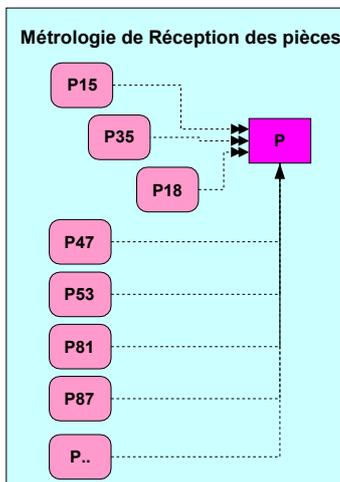


Figure 5-24 Métrologie de réception des pièces en phase S0

## Recherche des composantes des torseurs défaut

La réception consiste à identifier la pièce en palpant ses surfaces principales. Les caractéristiques recherchées sur les pièces seront mises sous la forme de composantes de torseurs par rapport au repère de référence de la pièce R ( $O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ).

Sur chaque pièce, à partir de la référence ordonnée constituée par le cylindre P15, le plan P35 et le plan P18, nous avons créé un référentiel R associé à la pièce P.

La construction de R est la suivante (voir Figure 5-25):

- L'axe  $\bar{x}$  est défini par l'axe du cylindre P15 qui est la direction principale.
- Soit le point  $I = (\text{Axe de P15}) \cap \text{P18}$ , l'origine O se trouve sur  $\bar{x}$  tel que  $\overline{OI} = 10,15$
- Soit D, la droite perpendiculaire à P35 passant par O. L'axe  $\bar{z}$ , passe par O et appartient au plan (Axe de P15, D).
- Enfin  $\bar{y} = \bar{z} \wedge \bar{x}$

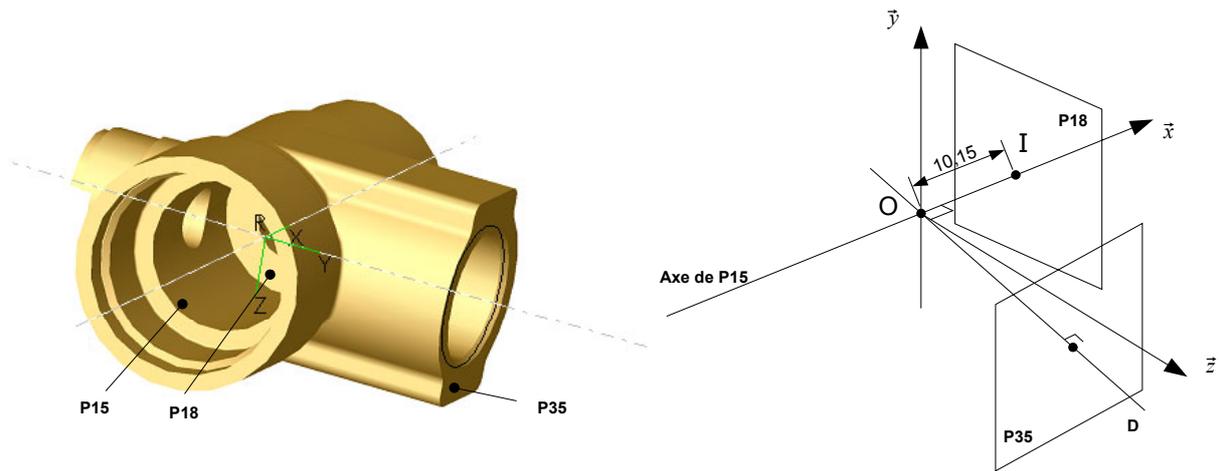


Figure 5-25 Construction du référentiel pièce R

Pour chaque surface palpée, le logiciel de mesure recherche par une optimisation au sens des moindres carrés l'élément théorique associé. Ensuite, la position de cet élément associé est calculée par rapport à sa position nominale dans le référentiel R.

Par exemple, pour déterminer le torseur écart du plan P47, après palpage des éléments de construction du référentiel R, la pièce nominale P est positionnée par rapport à  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . La surface P47 est palpée. A partir de la topologie de P47 qui est nominale plane, un plan théorique lui est associé par optimisation au sens des moindres carrés.

Les composantes de rotation du torseur de petit déplacement de la surface palpée P47 sont  $\alpha_{P47,P}$  et  $\gamma_{P47,P}$  respectivement sur  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$ . La composante de translation  $V_{P47,P}$  est calculée en un point quelconque E de P37 suivant  $\vec{y}$  la normale au plan nominal.

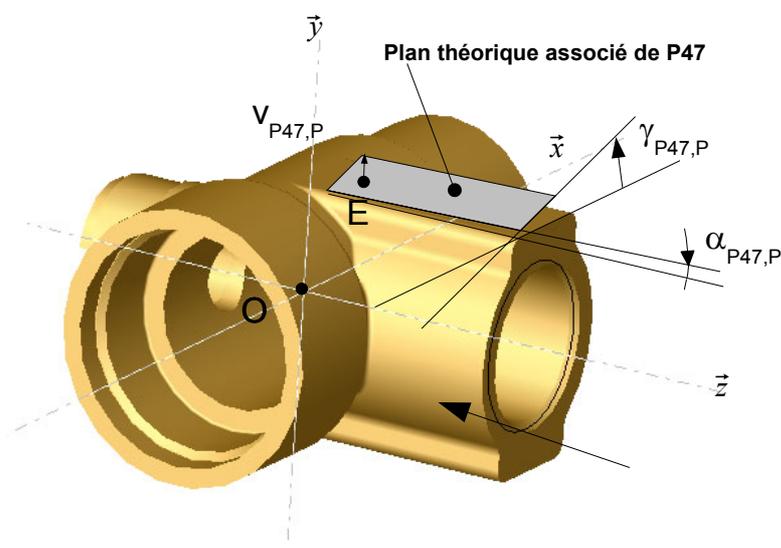


Figure 5-26 Identification des composantes du torseur écart du plan P47

Le torseur écart de P47 i est  $\mathbf{T}_{iP47,P} = \begin{Bmatrix} \alpha_{P47,P} & Ind_u \\ Ind_\beta & V_{P47,P} \\ \gamma_{P47,P} & Ind_w \end{Bmatrix} (E, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Toutes les surfaces que nous sommes susceptibles d'étudier ont été caractérisées par leur torseur défaut. Par soucis d'homogénéité, tous les torseurs écarts ont été réduits au point O. Les composantes indéterminées *Ind.* ont été annulées. Les défauts de forme et les paramètres intrinsèques (diamètre, angle, ...) résultants de l'optimisation de chaque surface ont également été mémorisés, afin d'avoir la possibilité à plus long terme d'exploiter ces informations.

A titre indicatif pour une pièce, plus de 80 caractéristiques sont calculées.

Il est à noter que le choix du référentiel R est subjectif, son choix ne changera pas les données qui nous intéressent. Nous ne travaillons qu'avec des paramètres de dispersions et la seule condition à respecter est que le repère R soit toujours identiquement défini par rapport à la pièce. En unidirectionnel le choix du référentiel est comparable au fait de toujours caler la pièce sur la même surface pour mesurer ensuite les autres surfaces.

### Usinage en phase S1 et palpage des surfaces usinées sur la machine-outil

La machine à commande numérique était pré-réglée pour la phase S1. Le programme comportait les trajectoires d'usinage et de palpage. Les surfaces P8, P9, P10 et P14 ont été usinées et palpées (Figure 5-27 et Figure 5-28).

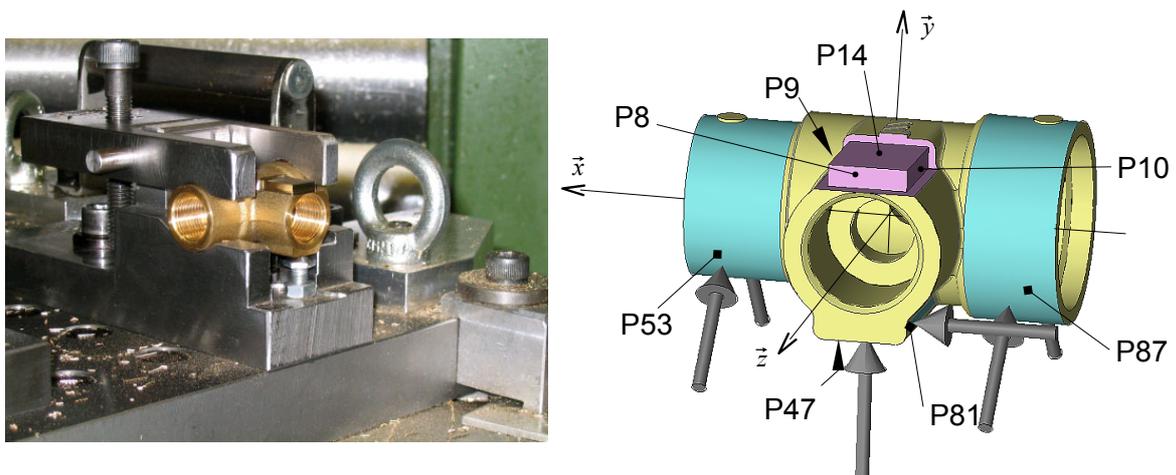


Figure 5-27 Usinage en phase S1

Pour conserver l'historique de la production et détecter d'éventuels phénomènes (dérives, décalages, ...), nous avons assuré une traçabilité des pièces qui ont toujours été traitées dans le même ordre.

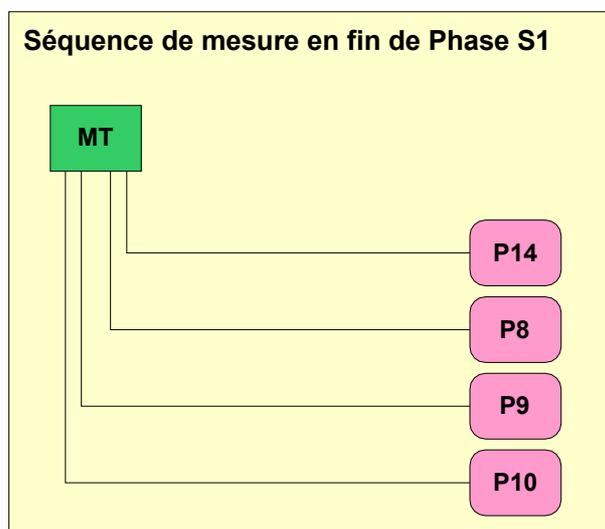
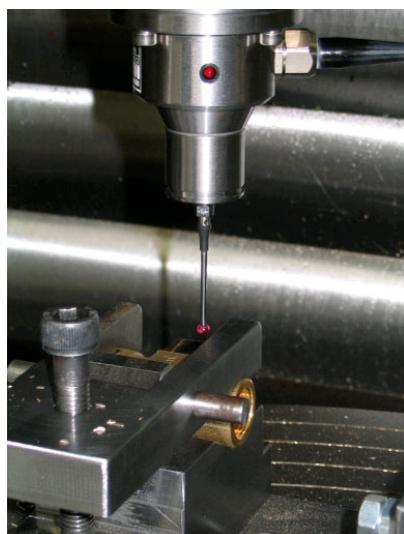


Figure 5-28 Palpage en fin de phase S1

Le palpage sur la machine-outil s'est fait avec un palpeur à déclenchement par contact monté sur la broche de la machine-outil. Chaque point palpé est identifié par ses coordonnées par rapport à l'origine de programmation. Pour éviter des calculs supplémentaires nous avons confondu cette origine avec celle de la pièce P. Les coordonnées des points palpés sont donc identifiées dans un repère coïncidant avec le repère R.

Les coordonnées des points palpés sont récupérées depuis la commande numérique pour être traitées sur un poste informatique. Comme lors de la réception des pièces sur MMT, la caractérisation des surfaces usinées est obtenue par discrétisation des surfaces par palpage [Cas 89]. Nous avons utilisé les mêmes algorithmes que le logiciel de la machine à mesurer, à savoir une optimisation au sens des moindres carrés pour associer une surface théorique à la surface usinée palpée.

Par pièce, à la fin de la première phase S1, nous disposons des quatre torseurs d'écarts d'usinage  $\mathbf{T}_{S1\ MT,P14}$ ,  $\mathbf{T}_{S1\ MT,P8}$ ,  $\mathbf{T}_{S1\ MT,P9}$  et  $\mathbf{T}_{S1\ MT,P10}$ . Sur le lot usiné, l'ensemble de ces torseurs permet de définir les torseurs de dispersions d'usinage des surfaces P14, P8, P9 et P10.

Les distributions des composantes ont été constatées normales lors du traitement statistique des données (voir annexe 7).

## Usinage en phase S2 et palpage des surfaces usinées sur la machine-outil

Nous avons appliqué le même protocole pour la phase S2 où les surfaces P1, P2, P3 et P7 ont été usinées puis palpées (Figure 5-29 et Figure 5-30).

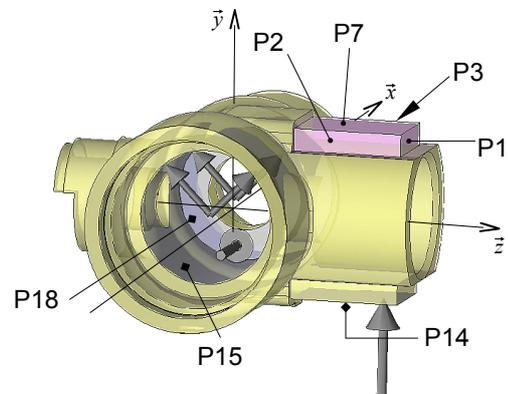
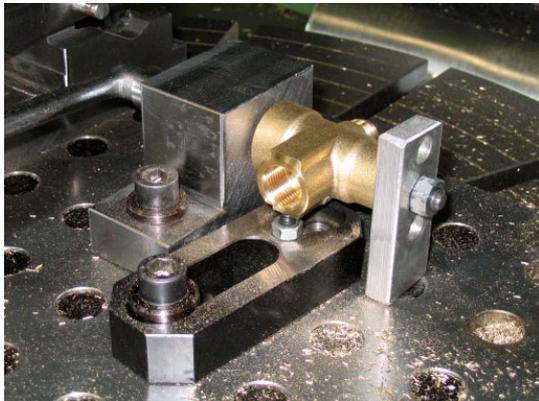


Figure 5-29 Usinage en phase S2

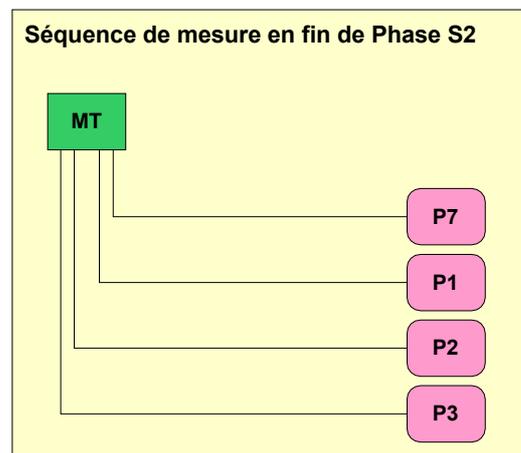


Figure 5-30 Palpage en fin de phase S2

De manière analogue, à la fin de la dernière phase S2, nous disposons des quatre torseurs d'écart d'usinage  $\mathbf{T}_{S2\ MT,P7}$ ,  $\mathbf{T}_{S2\ MT,P1}$ ,  $\mathbf{T}_{S2\ MT,P2}$  et  $\mathbf{T}_{S2\ MT,P3}$ . Sur le lot usiné, l'ensemble de ces torseurs nous permet de définir les torseurs de dispersions d'usinage des surfaces de P1, P2, P3 et P7. Comme en phase S1, les distributions des composantes ont été constatées normales lors du traitement statistique des données.

## Métrie finale des pièces sur machine à mesurer tridimensionnelle

La série de pièces terminée, nous avons réalisé la métrologie finale qui est similaire à celle effectuée lors de la réception. Seules les nouvelles surfaces (P1, P2, P3, P7, P8, P9, P10 et P14), c'est à dire usinées en phase S1 et S2, et les surfaces de référence (P15, P18, P37) ont

été palpées (Figure 5-31). Cette métrologie finale a permis de déterminer pour une surface  $P_k$ , le torseur écart  $\mathbf{T}_{P_k,P}$  dans le repère  $R(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ .

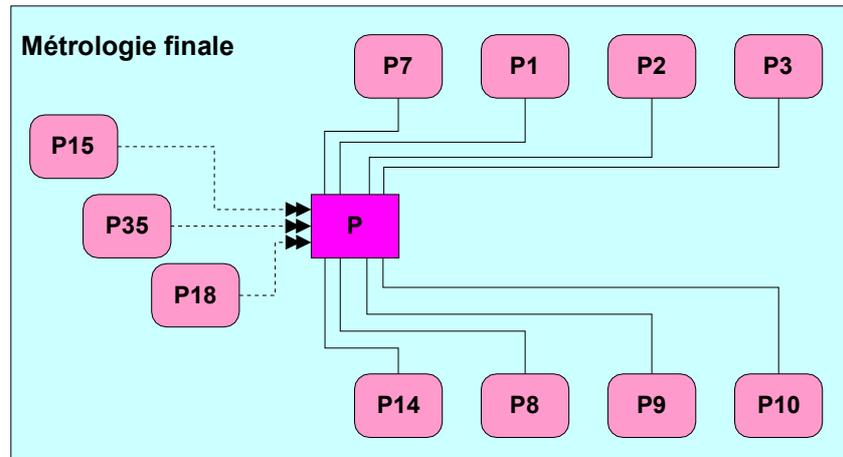


Figure 5-31 Métrologie finale des surfaces usinées sur les pièces

#### 5.4.1.4 Remarques sur le traitement et la validation des mesures

Une étude complète sur les protocoles de traitement statistique des données est détaillée en annexe 7. Cette étude porte sur la qualification des procédés de mesure et les tests utilisés pour comparer les variances des dispersions mesurées.

#### Fiabilité des mesures

Un essai de répétabilité a été fait pour tester la stabilité et la robustesse du repère R en effectuant 30 fois la mesure d'une même pièce. Quel que soit l'élément palpé, les variances des composantes de répétabilité sont toujours significativement différentes et inférieures aux composantes de dispersions de la série de pièces mesurées.

Remarque : Afin de garantir nos résultats et déceler toutes erreurs, quelques surfaces palpées lors de la réception ont été re-palpées dans cette métrologie finale. Leurs torseurs écart ont été comparés et il n'est pas apparu de différence significative entre les variances des composantes des torseurs lors des deux séquences de mesures. Ceci conforte la robustesse du protocole de nos mesures.

#### Processus sous contrôle

Le but de nos manipulations étant de quantifier des phénomènes aléatoires, nous avons pris le plus grand soin pour mettre en place des protocoles d'essais très rigoureux qui minimisent les causes assignables. Par exemple, les pièces ont été mises en place par le même opérateur avec

une procédure de serrage constant (clef dynamométrique), chaque phase a été lancée en continu sur une journée de production pour éviter les redémarrages, les porte-pièces n'ont jamais été démontés, les re-calibrages de palpeurs se sont faits entre les deux lancements de phase...etc.

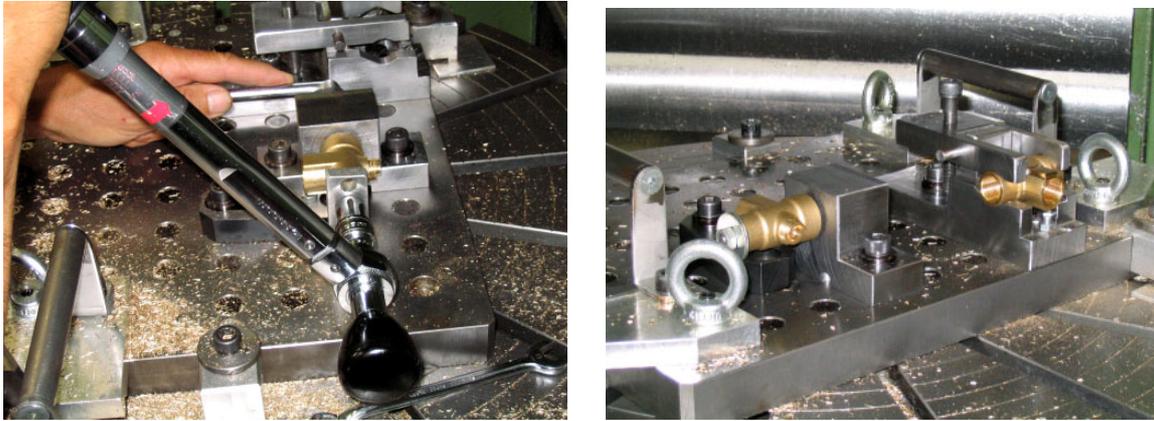


Figure 5-32 Expérimentation sous procédures contrôlées (serrage et installation des porte pièces)

### **Evaluation des paramètres de dispersions**

A la fin des manipulations, suite aux différentes mesures de la série de pièces, nous avons :

- traité les composantes des torseurs,
- tracé les distributions,
- testé les normalités,
- édité les statistiques.

A titre informatif un graphique décrit en annexe 7 l'organisation et le traitement des données lors du calcul des composantes.

Les hypothèses de normalité ont toujours été acceptées, y compris pour les angles. Ceci confirme que les composantes angulaires suivent une distribution normale.

La statistique que nous retiendrons sur chaque composante est la variance, puisque les variables sont considérées issues de population normales. Nous combinerons ainsi les variables par addition des variances.

## 5.4.2 Exploitation des résultats

### 5.4.2.1 Analyse comparative des torseurs de dispersions d'usinage

A partir de deux séquences de mesure des pièces par palpage sur machine-outil à la fin des phases S1 et S2, nous disposons de quatre torseurs de dispersions d'usinage.

Comme nous avons délibérément effectué le même type d'opération dans les deux phases, les variances des torseurs doivent être comparables.

L'analyse de la morphologie des surfaces usinées nous permet de formuler des hypothèses sur la nature de la topologie des éléments.

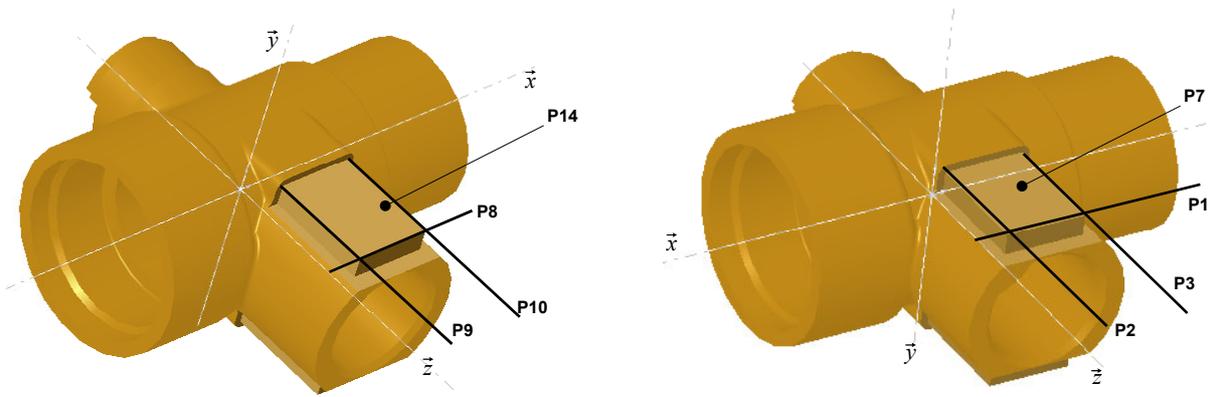


Figure 5-33 Hypothèses sur la topologie des éléments

La Figure 5-33 nous montre que les éléments P8, P9 et P10 sont assimilables à des droites projetées sur le plan P14. Il en est de même pour les éléments symétriquement opposés où P1, P2 et P3 sont des droites projetées sur P7.

Compte tenu de ces hypothèses, et de la symétrie comparons les variances des torseurs d'usinage des phases S1 et S2 réduits aux mêmes points par rapport aux éléments et dans une base  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ .

### Comparaison des variances des torseurs

Deux à deux les comparaisons sont sur les variances des torseurs relatifs aux droites:

$$\mathbf{T}_{S1 P9,MT} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{S1 P9,MT} \\ \beta_{S1 P9,MT} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \text{ et } \mathbf{T}_{S2 P2,MT} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{S2 P2,MT} \\ \beta_{S2 P2,MT} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{S1 P10,MT} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{S1 P10,MT} \\ \beta_{S1 P10,MT} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \text{ et } \mathbf{T}_{S2 P3,MT} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{S2 P3,MT} \\ \beta_{S2 P3,MT} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{S1 P8,MT} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_{S1 P8,MT} & 0 \\ 0 & w_{S1 P8,MT} \end{Bmatrix} \text{ et } \mathbf{T}_{S2 P1,MT} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_{S2 P1,MT} & 0 \\ 0 & w_{S2 P1,MT} \end{Bmatrix}$$

Et pour les torseurs relatifs aux plans P14 et P7 :

$$\mathbf{T}_{S1 P14,MT} = \begin{Bmatrix} \alpha_{S1 P14,MT} & 0 \\ 0 & v_{S1 P14,MT} \\ \gamma_{S1 P14,MT} & 0 \end{Bmatrix} \text{ et } \mathbf{T}_{S2 P7,MT} = \begin{Bmatrix} \alpha_{S2 P7,MT} & 0 \\ 0 & v_{S2 P7,MT} \\ \gamma_{S2 P7,MT} & 0 \end{Bmatrix}.$$

## Résultats

Pour chaque composante une comparaison des variances a été faite par un test de Fisher-Snedecor (voir annexe 6). Dans tous les cas les variances sont comparables et ne sont pas significativement différentes.

Pour illustrer ce constat, le Tableau 5-3 indique les variances et les écarts types calculées sur les trois composantes des torseurs  $\mathbf{T}_{S1 P14,MT}$  et  $\mathbf{T}_{S2 P7,MT}$ . La dernière colonne donne le résultat du test de comparaison des variances et la différence entre les écarts types trouvés lors des deux phases.

	Élément	P14	P7	Test de comparaison des variances et différence $\Delta\sigma$
$\alpha$	Variance (rad <sup>2</sup> )	9,6381E-9	8,17873E-9	Variances comparables $\Delta\sigma_\alpha = 7,743E-6$ rad
	Ecart type (rad)	0,0000981738	0,0000904363	
$\gamma$	Variance (rad <sup>2</sup> )	1,67751E-8	1,59761E-8	Variances comparables $\Delta\sigma_\beta = 4,44E-7$ rad
	Ecart type (rad)	0,000129519	0,000126396	
$v$	Variance (mm <sup>2</sup> )	0,0000012544	0,00000182798	Variances comparables $\Delta\sigma_w = 0,00023$ mm
	Ecart type (mm)	0,00112	0,00135203	

Tableau 5-3 Tableau de comparaison des variances des dispersions d'usinage

L'ordre de grandeur des valeurs trouvées qui caractérisent les dispersions d'usinage est assez instructif. En considérant que la zone de dispersion couvre six fois l'écart type de la variable, on calcule :

- la dispersion d'usinage  $\Delta\alpha$  du plan usiné suivant l'axe  $\vec{x}$  :  $\Delta\alpha = 0,59E-3$  rad,
- la dispersion angulaire  $\Delta\gamma$  du plan usiné suivant l'axe  $\vec{z}$  :  $\Delta\gamma = 0,777 E-3$  rad.
- la dispersion linéaire en O  $\Delta v$  suivant  $\vec{y}$  :  $\Delta v = 0,008$  mm

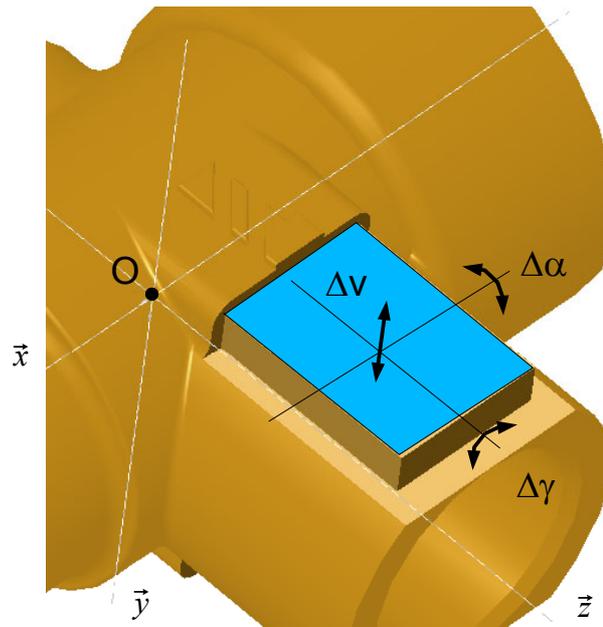


Figure 5-34 Analyse des dispersions d'usinage des plans symétriques P14 et P7

A terme, il serait intéressant de corrélérer ces ordres de grandeurs avec les conditions opératoires d'usinage (choix d'outil, stratégie d'usinage, direction d'usinage, conditions de coupe, ...).

En se limitant à l'aspect unidirectionnel, nous avons évalué  $\Delta v = 0,008$  mm, nous pouvons admettre que les dispersions d'usinage dans une direction perpendiculaire au plan usiné sont de l'ordre de grandeur de 0,01mm.

#### 5.4.2.2 Quantification des dispersions de reprise

Prenons l'exemple de la phase S1, toutes les données relatives à cette phase sont rappelées sur la Figure 5-35.

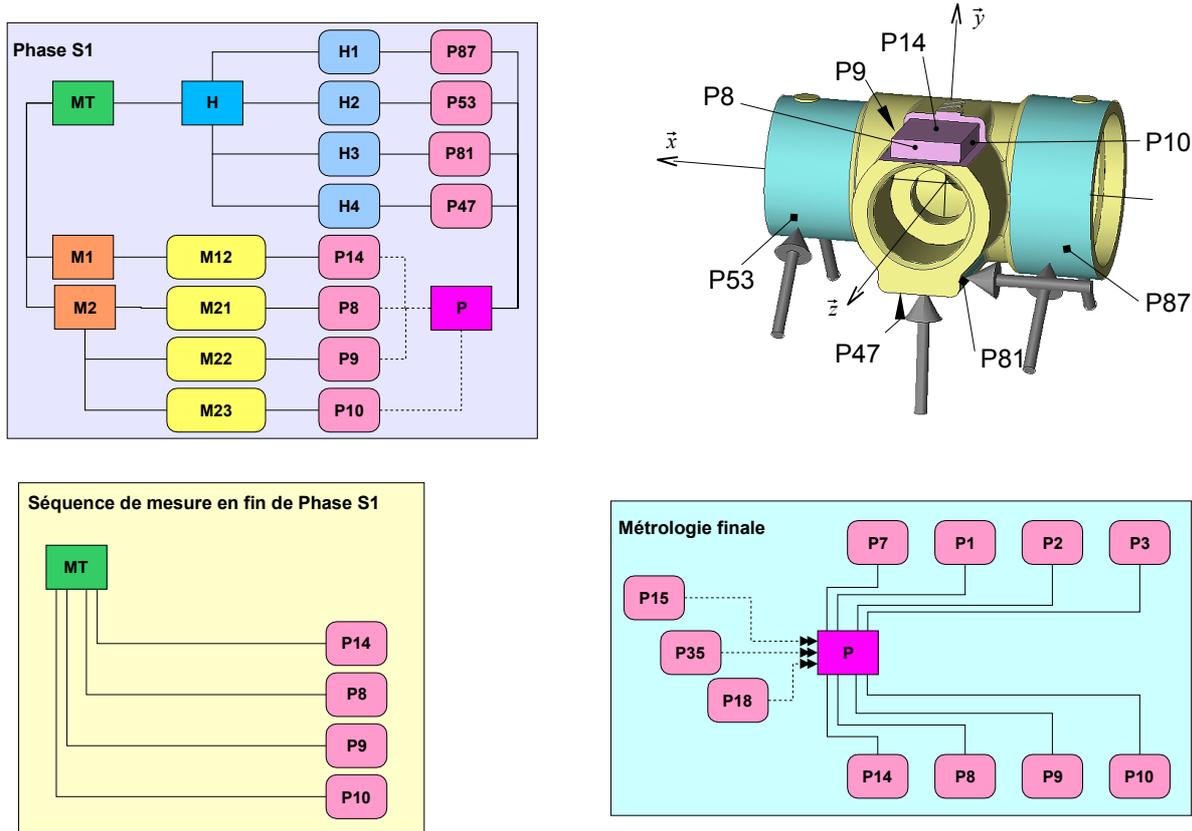


Figure 5-35 Rappel des données relatives à la phase S1

Le torseur global qui caractérise la remise en position de la pièce s'exprime par  $\mathbf{T}_{S1 P,MT}$ .

Nous pouvons écrire les relations sur les dispersions des torseurs en parcourant les chemins qui se résument ainsi : les dispersions du torseur écart d'une surface de la pièce sont le cumul des dispersions du torseur d'écart d'usinage et des dispersions du torseur de reprise. En notant sous la forme générale  $\sigma^2(\mathbf{T}_{Pi,P})$ , les variances des composantes du torseur  $\mathbf{T}_{Pi,P}$ .

Alors,

$$\sigma^2(\mathbf{T}_{P14,P}) = \sigma^2(\mathbf{T}_{S1P14,MT}) + \sigma^2(\mathbf{T}_{S1 MT,P})$$

$$\sigma^2(\mathbf{T}_{P8,P}) = \sigma^2(\mathbf{T}_{S1P8,MT}) + \sigma^2(\mathbf{T}_{S1 MT,P})$$

$$\sigma^2(\mathbf{T}_{P9,P}) = \sigma^2(\mathbf{T}_{S1P9,MT}) + \sigma^2(\mathbf{T}_{S1 MT,P})$$

$$\sigma^2(\mathbf{T}_{P10,P}) = \sigma^2(\mathbf{T}_{S1P10,MT}) + \sigma^2(\mathbf{T}_{S1 MT,P})$$

où  $\mathbf{T}_{P, Pi}$ , sont des torseurs écart mesurés lors de la métrologie finale,

et  $\mathbf{T}_{S1 Pi,MT}$  sont des torseurs d'écarts d'usinage mesurés lors du palpage sur la machine outil.

Ces quatre égalités sont complémentaires ou redondantes. Elles sont complémentaires lorsque les composantes calculées ne sont définies que par une relation, et redondantes, si elles sont dépendantes de plusieurs relations. Le Tableau 5-4 représente les composantes recherchées du torseur de reprise  $\mathbf{T}_{S1 P_i,MT}$  par rapport aux éléments des équations qui le définissent.

	$\sigma^2_{\alpha_{S1 P,MT}}$	$\sigma^2_{\beta_{S1 P,MT}}$	$\sigma^2_{\gamma_{S1 P,MT}}$	$\sigma^2_{u_{S1 P,MT}}$	$\sigma^2_{v_{S1 P,MT}}$	$\sigma^2_{w_{S1 P,MT}}$
P14	X		X		X	
P8		X				X
P9		X		X		
P10		X		X		

Tableau 5-4 Composantes du torseur de reprise en fonction des éléments usinés

S'il y a plusieurs croix dans une colonne alors les équations sont redondantes car les trois droites P8, P9 et P10 doivent donner le même résultat sur la composante de rotation  $\sigma^2_{\beta_{S1 P,MT}}$  autour de  $\bar{y}$ . De même P9 et P10 doivent être équivalentes pour déterminer la composante de translation  $\sigma^2_{u_{S1 P,MT}}$ .

En cas de redondance, il suffit de calculer la variance pour chaque relation et de tester si les variances sont non significativement différentes. Si le test est positif, la moyenne des variances sera la meilleure image de la dispersion de la variable correspondante.

## Résultats

Les traitements pour évaluer les dispersions de reprise des phases S1 et S2 sont identiques.

Après application numérique, les équations redondantes sont confirmées par les tests de comparaisons des variances. Ces tests nous permettent d'affirmer que les composantes ne sont pas significativement différentes.

La Figure 5-36 reprend la comparaison des dispersions des torseurs de reprise des deux phases S1 et S2.

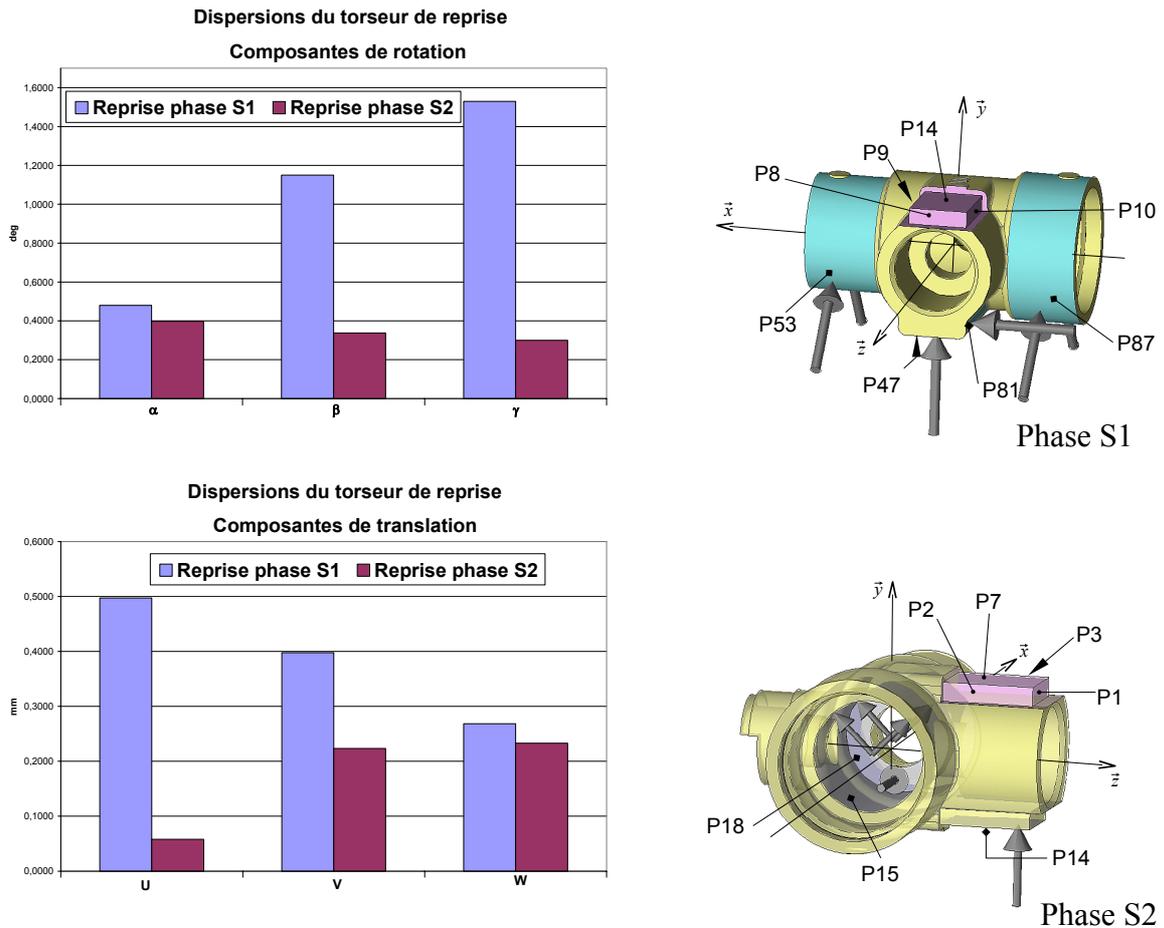


Figure 5-36 Comparaison des torseurs de dispersion de reprise des deux phases S1 et S2

On constate que les dispersions de reprise sont plus importantes en phase S1 qu'en phase S2. Certaines composantes sont fortement différentes, par exemple  $\beta$  et  $\gamma$  les composantes de rotation suivant  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ , et la composante de translation u suivant  $\vec{x}$ . Les chaînes de torseurs des conditions géométriques d'usinage qui passeront par ces composantes sont fortement pénalisées par ces dispersions. En revanche la dispersion de rotation  $\alpha$  suivant  $\vec{x}$  n'est pas fortement différente.

Ce résultat que nous avons prévu par le niveau de qualité des surfaces de mise en position (brutes de matriçage pour S1 et usinées pour S2) est confirmé et nuancé par nos mesures et nos calculs.

## 5.5 Conclusion et perspectives

### 5.5.1 Commentaires sur l'approche de la quantification

Ce chapitre a établi un lien entre la notion d'écart de fabrication modéliser par les torseurs et la notion de dispersions en vue d'être exploitée lors d'application numérique en simulation d'usinage.

Pour cela nous avons généralisé la méthode des  $\Delta l$  en tridimensionnel en utilisant la notion de dispersions des composantes de torseur de fabrication.

Nous avons mis en place une méthode originale d'évaluation des dispersions de fabrication, où nous avons proposé d'effectuer un double mesurage des pièces, d'une part sur le moyen de production, et d'autre part en métrologie. Cette méthode de mesures nous permet d'alimenter notre approche formelle de la simulation d'usinage avec les torseurs de petit déplacement. Ce point fait défaut aux principales publications sur la simulation tridimensionnelle.

Notre approche expérimentale a été exploitée sur une série de pièces issues de l'industrie pour quantifier et comparer des torseurs de dispersions de reprise et d'usinage. Ces résultats permettent de choisir la mise en position la plus adaptée aux conditions à respecter, mais aussi de proposer de nouvelles combinaisons de surfaces de mise en position.

Les résultats nous indiquent que l'approche de la simulation d'usinage que nous avons déployée est exploitable. Parmi les applications, nous souhaitons poursuivre les études par une analyse plus détaillée et notamment :

- coupler les résultats expérimentaux avec des expressions formelles de la simulation d'usinage que nous avons proposée,
- expliquer les sources des défauts de fabrication sur les conditions géométriques d'usinage afin de valider un avant-projet d'études de fabrication,
- effectuer par une analyse en composantes principales une corrélation entre les paramètres intrinsèques des éléments (défauts de forme et dimensions) et les dispersions de reprise,
- capitaliser les données pour constituer une banque de données.

## 5.5.2 Analyse de la méthode et des moyens de mesure

### 5.5.2.1 Analyse critique sur le palpage

Nous avons réalisé la double mesure avec un palpeur à déclenchement monté sur la broche de la machine-outil. Les résultats ont montré que la répétabilité de ce processus de mesure était compatible avec les dispersions à quantifier.

En revanche, nous tenons à souligner deux points :

- Le palpage est une opération assez lente, qui n'est pas très productive. A titre indicatif, le temps de palpage de la pièce d'expérimentation (qui s'effectue toujours en vitesse contrôlée pour préserver le capteur) est égal au temps d'usinage.
- La mesure par discrétisation faite avec un palpeur limite la connaissance des surfaces évaluées. Il serait intéressant de disposer de plus de points pour avoir plus d'informations sur les surfaces générées.

### 5.5.2.2 Proposition de mesure optique

Aujourd'hui, des capteurs optiques de photogrammétrie [Alb 89] [Gim 97] [Hoh 97] [Kra 98][Mor 96] permettent d'identifier des surfaces mécaniques avec une résolution égale au micron sur des surfaces de 200 x 200 mm.

La Figure 5-37 présente sous forme d'image (effectué avec le logiciel Altimap) la capture du plan du taquet (Annexe 3) par photogrammétrie avec un capteur de la société EOtech. Le temps d'acquisition de la surface est inférieur à 10 secondes. Ce type de capteur est peu encombrant, il peut-être installé de manière fixe sur une machine-outil.

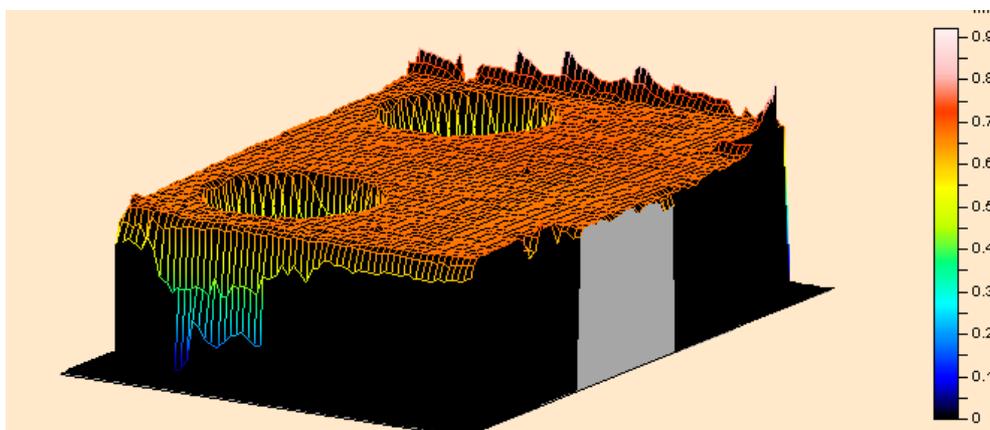


Figure 5-37 Image de fichier numérique de la capture par photogrammétrie d'une surface

Nous distinguons plusieurs avantages à utiliser ce type de technologie : la rapidité d'acquisition et surtout le niveau d'observation des surfaces.

A l'heure actuelle au sens de la norme le défaut de forme correspond à une zone limite de tolérance, il n'est pas spécifié de forme particulière à obtenir [Web 02]. Le défaut de forme que nous n'avons pas pris en considération dans notre modélisation est une exigence fonctionnelle à respecter. Cette condition impose des choix sur les paramètres relatifs aux opérations d'usinage (outils, conditions de coupe, trajectoires, ...). Pourtant la forme est également un facteur qui n'est pas sans conséquence sur les dispersions de mise en position. Il conditionne la qualité de la liaison entre la pièce et le porte pièce.

Des travaux de recherches sont actuellement menés sur la signature des procédés [Lin 03], ils associent la forme de la surface au procédé qui la réalise et au procédé qui la mesure.

Nous pensons qu'il est souhaitable de poursuivre nos travaux en prenant la forme des surfaces en considération, et ce, grâce à des technologies de mesure qui deviennent accessibles et proposent de nouvelles informations.

Ceci peut permettre d'intégrer plus globalement le défaut de forme à notre modélisation et ainsi de trouver des corrélations plus fortes entre les dispersions de reprise et la forme des surfaces.

## 6 Conclusion et perspectives

La finalité des travaux présentés dans ce mémoire est de contribuer à la simulation géométrique tridimensionnelle d'usinage. Pour y parvenir nous avons présenté les problématiques de la cotation de fabrication rencontrés lors de la génération des gammes de fabrication. Nous avons choisi de représenter les écarts géométriques de fabrication par les torseurs de petit déplacement qui sont déjà utilisés dans la modélisation des défauts dans les mécanismes.

Une première approche de la simulation a été proposée en modélisant une phase d'usinage. Cette modélisation est supportée par un graphe de représentation qui est indépendant de tout formalisme d'expression des écarts. A partir de cette mise en situation, nous avons proposé une première approche de la simulation d'usinage en l'implantant dans un système de fabrication assistée par ordinateur. Les écarts de fabrication sont intégrés dans les phases d'usinage de la pièce. Cette approche permet d'aboutir à une maquette numérique de la pièce fabriquée avec défauts. En utilisant les ressources d'analyse des modélisateurs volumiques nous procédons à la mesure virtuelle de la pièce qui permet d'observer directement sa qualité géométrique et dimensionnelle en fonction des défauts. Cette première approche nous a permis de comprendre l'intérêt de disposer d'une image du réel de la pièce.

Les résultats obtenus avec cette première approche nous permettent d'analyser l'effet des défauts de fabrication, mais pas de connaître quel est le niveau de leur contribution sur les défauts de la pièce. Pour atteindre cet objectif, nous avons formalisé le comportement des défauts géométriques de fabrication par une représentation basée sur les torseurs de petit déplacement. Nous avons ainsi exprimé les conditions géométriques d'usinage à respecter sous la forme de chaînes de torseurs. Une fois l'apprentissage de l'outil associé à la modélisation de la phase, nous avons démontré son utilité sur une application tridimensionnelle. A cette occasion, nous avons développé une méthode de génération automatique et de traitement des données. Cette méthode est couplée à un logiciel de conception assistée par ordinateur sur lequel la pièce a été reconstruite conformément à son processus de production. Le résultat obtenu est un ensemble d'équations qui exprime les conditions à respecter en fonction des écarts de fabrication.

Nous avons comparé les deux approches de simulation proposées. Les résultats convergent et les méthodes bien que différentes sont complémentaires. L'une permet par la métrologie virtuelle une inspection instantanée de la pièce simulée, l'autre permet par son aspect formel de comprendre, d'analyser et d'optimiser les effets des écarts de fabrication.

La simulation géométrique d'usinage ne sera opérationnelle et utile que si les défauts géométriques de fabrication sont chiffrables. Nous avons proposé une méthode originale de quantification des dispersions de mise en position et des dispersions d'usinage. Cette méthode se fait par une double séquence de mesures. La première consiste à localiser les surfaces usinées sur le poste de travail, la seconde consiste à mesurer la pièce à l'état libre. Cette proposition a été expérimentée et les résultats ont permis de chiffrer des dispersions de fabrication. Les valeurs trouvées ont été intégrées à la modélisation de la simulation que nous avons proposée afin de comparer différentes solutions de mises en position et de chiffrer des dispersions d'usinage.

Les apports de notre étude sont :

- La modélisation d'une phase et sa représentation graphique.
- La simulation d'usinage en FAO avec l'intégration des défauts de fabrication.
- La métrologie virtuelle de la maquette numérique simulée de la pièce avec défauts.
- L'approche formelle de la simulation avec les torseurs de petit déplacement et les méthodes de traitement associées.
- La génération automatique des données de l'approche formelle pour l'analyse et la synthèse en tridimensionnel.
- La méthode de quantification expérimentale des dispersions d'usinage et de reprise.

Plusieurs perspectives de poursuites de nos travaux sont envisageables :

- Le couplage des deux approches de la simulation que nous avons proposées, est une orientation que nous jugeons pertinente. Il serait souhaitable de disposer d'un modèle numérique simulé de la pièce avec défauts qui soit immédiatement mesurable, accompagné des expressions formelles de situation qui permettent l'analyse et la synthèse. La norme STEP semble une piste à explorer pour poursuivre cette voie.

- La poursuite de l'intégration des mesures des dispersions dans notre modélisation de la simulation avec les torseurs avec des modélisations moins compactées. Ces informations sur la connaissance des différentes grandeurs doivent permettre de préciser les contributions de chaque type de défauts sur des conditions à respecter.
- La mesure des pièces avec des procédés optiques, plus rapides et plus représentatifs des surfaces va contribuer à prendre en considération le défaut de forme qui est un facteur qui n'est plus à négliger dans la simulation d'usinage notamment dans les écarts de mise en position.
- La déformation des pièces est un fait avéré en usinage, que ce soit lors du maintien en position ou pendant les opérations. La modélisation de ce phénomène avec les torseurs de petit déplacement connaît des développements qu'il serait intéressant d'intégrer à notre approche [Cid 04].



# Références

- [Alb 89] Albertz, J., Kreiling, W., Photogrammetric Guide, 1989, Wichmann, 292 pages
- [Ans 03] Anselmetti B., Tolérancement : Cotation de fabrication et métrologie, 2003, Lavoisier , 430 pages.
- [Ans 05] Anselmetti B., Louat H., Generation of manufacturing tolerancing with ISO standards, 2005, Machine tools and manufacture, 8 pages.
- [Ans 94] B. Anselmetti, Génération automatique de gamme de tournage et contribution à la gestion de cellule de production, Habilitation à diriger des recherches, 1994, Université de Nancy 1.
- [Arm 01] Armillotta T, Carrino C., Morini, Polini, Semeraro, An analytical approach to machining deviation due fixturing, 2001, 7th CIRP International Seminar on CAT, ENS de Cachan, pages 173-182.
- [Bal 95] Ballot E., Lois de comportement géométriques des mécanismes pour le tolérancement, 1995, Thèse de doctorat, Ens de Cachan LURPA.
- [Bal 99] Ballu A., Mathieu L., Choice of fonctionnal specifications using graphs within the framework education, 1999, 6th CIRP International Seminar on CAT, Enschede, pages 197-206.
- [Bel 04] Bellacicco A., Marchand F., Riviere A. and al, Method for generating a 3D tolerancing schemes to mechanisms, 2004, Proceedings of IDMME 04, Bath, 11 pages.
- [Bén 01] Bénéat R., Cloutier G., Fortin C., Process Plan validation including process deviations and machine tool-errors, 2001, 7th CIRP International Seminar on CAT, ENS de Cachan, pages 191- 200.
- [Ben 94] P. Bennich, Chains of Standards a New Concept in GPS Standards, Manufacturing Review, 1994, The American Society of Mechanical Engineers, Vol. 7, N° 1, pages 29-38.
- [Bou 04] Bourmault G., Témoignages industriels, la filière automobile, 2004, Journée : Spécifications géométriques des produits, Annecy.
- [Bou 73a] Bourdet P., Chaînes de cotes de fabrication : le modèle, 1973, L'ingénieur et le technicien de l'enseignement, 6 pages.
- [Bou 73b] Bourdet P., Chaînes de cotes de fabrication : le mode opératoire, 1973, L'ingénieur et le technicien de l'enseignement, 7 pages.
- [Bou 88] Bourdet P., Clément A., A study of optimal-criteria identification based-on the small-displacement scrow model, 1988, Annals of the CIRP, Vol. 37, pages 503-506.
- [Bou 95] Bourdet P., Rémy-Vincent J., Schneider F., Tolerance analysis in manufacturing, 1995, 4th CIRP International Seminar on CAT, Tokyo Japon, pages 115-130.

- [Bou 96] Bourdet P., Mathieu L., Lartigue C., Ballu A., The concept of the small displacement torsor in metrology, 1996, *Advanced Mathematical Tools in Metrology II*, pages 110-123.
- [Bri 02a] Britton G., Thimm G., Beng T.S., Jiang F., A Graph Representation Scheme for Process Planning of Machined Parts, 2002, *Advanced Manufacturing Technology*, N°20, pages 429-438.
- [Car 03] Carrino L., Moroni G., Poloni W. and al, Machining planning for tolerance synthesis, 2003, *Machining Science and Technology*, Vol. 7, N°3, pages 333-347.
- [Cas 99] Case K., Wan Harum W.A., A single representation to support assembly and process planning in feature-based design machined part, 1999, *Proceedings of the I MECH E Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 213 Part B, pages 143-155.
- [Cav 00] Cavalier Tom M., Lehtihet E. A., A comparative evaluation of sequential set point adjustments procedures for tolerance control, 2000, *International Journal of Production Research*, Vol. 38, N°8, pages 1769-1777.
- [Cav 70] Cavé R., *Le contrôle statistique des fabrications*, 1970, Eyrolles, 350 pages.
- [Cha 91] Chase K.W., Parkinson A.R., A survey research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies, 1991, *Research in Engineering Design*, Vol. 3, pages 23-37.
- [Che 00] Chen T-C, Fischer G.W., A GA-based search for the tolerance allocation problem, 2000, *Artificial Intelligence in Engineering*, Vol. 14, pages 133-141.
- [Cho 05] Choley J.Y., Une approche variationnelle de l'association des références en tolérancement géométrique, 2005, Thèse de doctorat, SupMéca.
- [Cid 04] Cid G., Thiebaut F., Bourdet P., Taking the deformation into account for components' tolerancing, 2004, *Proceedings of IDMME 04*, Bath, 9 pages.
- [Clé 91] Clément A., Desrochers A., Rivière A., Theory and Practice of 3D Tolerancing for Assembly, 1991, 2nd CIRP International Seminar on CAT, Pennstate University, 10 pages.
- [Clé 96] Clément A., Le Pivert P., Rivière A., Modélisation des procédés d'usinage simulation réaliste 3D, 1996, *Proceedings of IDMME 96*, Nantes, pages 355-364.
- [Clo 01] Clozel P., 3D tolerance analysis, from preliminary study, 2001, *Geometric Product Specification and verification*, Kluwer, pages 93-104.
- [Dan 00a] Dantan J.Y., Thiebaut F., Ballu A., Bourdet P., Functionnal and manufacturing specifications - Part1 : geometrical expression by gauge with internal mobilities, 2000, *Proceedings of IDMME 00*, Montréal, 8 pages .
- [Dan 00b] Dantan J.Y., Thiebaut F., Ballu A., Bourdet P., Functionnal and manufacturing specifications - Part2 : Validation of process plan, 2000, *Proceedings of IDMME 00*, Montréal, 6 pages.
- [Den 55] Denavitt J., Hartenberg R.S., A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, 1955, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 22, pages 215-221.

- [Did 1751] Encyclopédie, ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers de Diderot et d'Alembert. ([//portail.atilf.fr/encyclopedie](http://portail.atilf.fr/encyclopedie))
- [Dug 02] Dugas A., Simulation d'usinage de formes complexes, 2002, Thèse de doctorat, IRCCyN - Mo2P Ecole Centrale de Nantes.
- [Dup 96] Dupinet E., Balazinski M., Czogala E., Tolerance allocation based on fuzzy logic and simulated annealing, 1996, Journal of Intelligent manufacturing, Vol. 7, pages 487-497.
- [Dur 02] Duret D., logiciel CapGam de calcul de capacité de gamme en simulation d'usinage et des cotes cibles de production en 1D, 2002, OGP Annecy Transfert ([www.ogp-annecy.com](http://www.ogp-annecy.com)).
- [Dur 03] Duret D., Sergent A., Pillet M., Cotation de fabrication paramétrée, Modélisation et pilotage d'une production, 2003, Acte de conférence, CPI Meknès, 16 pages.
- [Dur 88] Duret D., Intégration de la fonction contrôle dans un processus de fabrication, 1888, Thèse de doctorat, CNAM.
- [Fen 01] Feng C.X., Wang J., Wang J.S., An optimization model for concurrent selection of tolerances and suppliers, 2001, Computers & Industrial Engineering, Vol. 40, pages 15-33.
- [Fis 53] Fisher, R. A., and F. Yates. Statistical tables 1953, Edinburgh : Oliver & Boyd. 200 pages.
- [Gar 92] Y. Gardan, C. Minich, La modélisation géométrique et l'extraction de caractéristique de forme, 1992, Revue internationale de CFAO et d'infographie, Vol 7, N°3, pages 311-333.
- [Gau 94] Gaunet D., Modèle formel en tolérancement de position. Contribution à l'aide au tolérancement des mécanismes en CFAO, 1994, Thèse de doctorat, ENS de Cachan LURPA.
- [Ghi 03] Ghie W, Laperriere L., Desrochers A, Application of a Unified Jacobian-Torsor Model for Tolerance Analysis, 2003, Journal of Computer and Information Science Engineering, Vol. 3, N°1, pages 2-14.
- [Gil 02] Gilsinn D.E., Bandy H.T., Ling A.V., A spline algorithm for modeling cutting errors on turning centers, 2002, Journal of Intelligent manufacturing, Vol. 13, pages 391-401.
- [Gim 97] GIM, GIM's Product Survey on Digital Photogrammetric Workstations, 1997 Geomatics Info Magazine, Vol.11, N°7, 6 pages.
- [Gio 92] M. Giordano, D. Duret, S. Tichadou et R. Arrieux, Space clearance volumic tolerancing, 1992, Annals of the C.I.R.P., Vol. 41, N°1, pages 565-569.
- [Ham 02] Hamara O., Contribution à la génération de gammes d'usinage : intégration de l'homme et approche multi-agents, 2002, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.

- [Has 03] Hascoët JY., Lee JJ., Dugas A., Terrier M., Virtual Manufacturing for High Speed Machining, 2003, International Journal of Production Engineering and Computers, Vol 5-6, 12 pages.
- [Hel 93] H. A. El Maraghy, Evolution and future perspective of CAPP, 1993, Annals of the CIRP, Vol 42, pages 1-13.
- [Her 02] Hernandez P., Giordano M., Outil analytique d'aide au tolérancement géométrique en vue d'intégration en CAO, 2002, Proceedings of IDMME 02, Clermont-Ferrand, 10 pages.
- [Hoh 97] Höhle, J., The automatic Measurement of Targets. Photogrammetrie, 1997, Fernerkundung, Geoinformation janvier, pages 13-21.
- [Hon 02a] Hong Y.S., Chang T.-C., A comprehensive review of tolerancing research, 2002, International Journal of Production Research, Vol. 40, N°11, pages 2425-2459.
- [Hon 02b] Hong Y.S., Chang T.-C., Tolerancing algebra : a building block for handling tolerance interactions in design manufacturing Part 1 : concept and representation, 2002, International Journal of Production Research, Vol. 40, N°18, pages 4633-4649.
- [Hon 03] Hong Y.S., Chang T.-C., Tolerancing algebra : a building block for handling tolerance interactions in design manufacturing Part 2 : Tolerance interaction, 2003, International Journal of Production Research, Vol. 41, N°1, pages 47-63.
- [Hua 03] Huang S.H., Liu Q., Rigorous Application of Tolerance Analysis in Setup Planning, 2003, International Journal of The Advanced Manufacture, N°3, pages 196-207.
- [ISO 10303-1] Norme ISO 10303-1, Systèmes d'automatisation industrielle et intégration. Représentation et échange de données de produits. Partie 1 : aperçu et principes fondamentaux, 1994, ISO.
- [ISO 14253-1] Norme ISO 14253-1, Spécification géométrique des produits (GPS). Vérification par la mesure des pièces et des équipements de mesure. Partie 1 : règles de décision pour prouver la conformité ou la non-conformité à la spécification, 1998, ISO.
- [ISO 14638] Norme ISO 14638, Spécification géométrique des produits (GPS) Schéma directeur, 1995, ISO.
- [ISO 14660-1] Norme ISO 14660-1, Spécification géométrique des produits (GPS)- Éléments géométriques - Partie 1: Termes généraux et définitions, 1999, ISO.
- [ISO 8015] Norme ISO 8015, Dessins techniques. Principe de tolérancement de base, 1985, ISO.
- [ISO 9000] Norme ISO 9000:2000, Systèmes de management de la qualité - Principes essentiels et vocabulaire, 2000, ISO.
- [Ji 99] Ji P., An algebraic approach for dimensional chain identification in process planning, 1999, International Journal of Production Research, Vol. 37, N°1, pages 99-110.

- [Kon 97] Konakalla S., Gavankar P., An object-oriented system for tolerance charting, 1997, Journal of Intelligent Manufacturing, N°8, pages 239-250.
- [Kra 98] Kraus, K., Waldhäusl P., Manuel de photogrammétrie, principe et procédés fondamentaux, 1998, Trad. Grussenmeyer P. et Reis O., Editions Hermès, Paris.
- [Kul 00] K. Kulankara, S.N. Melkote, Machining fixture layout optimization using the genetic algorithm, 2000, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 40, pages 579- 598.
- [Lar 03] Larue A., Anselmetti B., Deviation of a machined surface in flank milling, 2003, International Journal of Machine tools and Manufacture, Vol. 43, pages 129-138.
- [Lee 97] Leeder L., Caractérisation géométrique et cinématique des liaisons simples et composées, 1997, Mémoire ingénieur, CNAM Paris.
- [LeF 04] P. Le Faou, P. Pradoura, A. Van Hoecke, Positionnement de la cotation fonctionnelle et du tolérancement dans une démarche 6 , 2004, Technologies et Formations N°112, pages 14-22.
- [Leg 04a] Legoff O., Tichadou S., Hascoët J.-Y., 3D computer aided geometrical modeling and simulation of process planning, International Conference TMCE Tools and Methods of Competitive Engineering, Lausanne, 2004, p. 683-694.
- [Leg 04b] Legoff O., Tichadou S., Hascoët J.-Y., Manufacturing errors modelling : two three-dimensional approaches, 2004, International Journal of Engineering and Manufacturing, Vol. 218 - Part B, pages 1869-1873.
- [Leh 90] Lehtihet E.A., Gunasena U.N., Statistical models for the relationship between production errors and the position tolerance of hole, 1990, Annals of the CIRP, Vol.39, N°1, pages 569-572.
- [Lel 00] Lelu C., Dahan M., Utilisation de la logique floue pour la modélisation des cotes de fabrication, 2000, Proceedings of IDMME 00, Montréal , 10 pages.
- [Li 00] Li W. , Bai G., Zhang B., Optmization of machining datum selection and machining tolerance allocation with genetic algorithms, 2000, International Journal of Production Research, Vol. 38, N°6, pages 1407-1424.
- [Li 99] Li B., Melkote S. N., Improved workpiece location accuracy through fixture layout optimization, 1999, International Journal of Machine tools and Manufacture, N°39, pages 871-883.
- [Lih 03] Lihui W., Weiming S., DPP : An agent-based approach for distributed process planning, Journal of Intelligent Manufacturing, 2003, Vol. 14, pages 429-439.
- [Lin 03] Linares J.M., Contribution à la propagation des incertitudes dans les gammes de mesures des MMC, 2003, Habilitation à diriger les recherches, Université Aix Marseille.
- [Lin 99] Lin A.C., Lin M.Y., Ho H.B., CAPP and integration with tolerance charts for machining of aircraft components, Computers in Industry, 1999, N°38, pages 263-283.

- [Liu 01] Lui Q., Huang S. H., Prediction of component dimensional and geometric accuracy through manufacturing error synthesis, 2001, Transactions of NAMRI/SME, Vol. XXXIX, pages 525-532.
- [Lou 05] Louati H., Anselmetti B., Influence des erreurs de mise en position sur une spécification exprimée en normes ISO de cotation, 2005, Congrès International CMSM, Hammamet, 15 pages.
- [Mac 00] Machu F., Perrin M, Généralités et Etudes de Fabrication, 2000, Cours de méthodes de fabrication en Mathématiques Spéciales Technologiques, LTE G. Eiffel Cachan, 34 pages.
- [Mar 03] Marguet B., Chevassus N., Falgarone H., Bourdet P., Geometrical behavior laws for computed aided tolerancing : AnaTole a tool for structurel assembly tolerance analysis, 2003, 7th CIRP International Seminar on CAT, Charlotte, pages 124-131.
- [Mat 03] L. Mathieu, A. Ballu, GEOSPELLING : a common language for Specification and Verification to express method uncertainty, 2003, Proceedings of the 8th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, Charlotte, USA, 8 pages.
- [Mat 94] Mathieu L. et al, Cellule de Production - UV PRODUCTION AUTOMATISEE C1 Resp. J.P. Cordebois, 1994.
- [McG 01] Mc Garvey R., Lehtihet E. A., Del Castillo E., Cavalier Tom M., On the frequency and location of the set point adjustments in sequential tolerance control, 2001, International Journal of Production Research, Vol. 39, N°12, pages 2659-2674.
- [Mor 96] Morot, P., Grussenmeyer, P., Development of PC-based digital photogrammetric software at the ENSAIS Department of Surveying : the TIPHON software, 1996, Proceedings of the GIS Euroconference, Madrid, 6 pages.
- [Mus 04] Musa Rami A.,Huang S. H., Shultes B. C., Simulation-based manufacturing error synthesis: input analysis and validation, 2004, Transactions of NAMRI/SME, Vol. 32, pages 311-318.
- [NFX 06-033] Norme NFX 06-033, Aptitude des moyens de production et des processus de fabrication - Généralités, 1995, AFNOR.
- [Ngo 99] Ngoi B.K.A., Lim L.E.N., Ong A.S. and al, Applying the coordinate tolerance system to tolerance stack analysis involving position tolerance, 1999, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 15, pages 404-408.
- [Pad 86] P. Padilla, B. Anselmetti, L. Mathieu, M. Raboyeau, Production Mecanique, 1986, Editions DUNOD.
- [Pai 95] Pairel E., Métrologie fonctionnelle par calibre virtuel sur machine à mesurer tridimensionnelle, 1995, Thèse de doctorat, Université de Savoie LMécA.
- [Par 01] Parola M., Introduction du cours de management par la qualité, 2001, Ecole Centrale de Nantes.

- [Pet 04] Petit J.P., Samper S., Tolerancing analysis and functional requirement checking, 2004, Proceedings of IDMME 04, Bath, 9 pages.
- [Pil 02] Pillet M., Le tolérancement inertiel dans le cas de produits assemblés, 2002, Proceedings of IDMME 02, Clermont Ferrand, 10 pages.
- [Pil 03] Pillet M., Six sigma, comment l'appliquer ?, 2003, Editions d'organisation, 473 pages.
- [Rag 04] Raghu A., Melkote S.N., Analysis of the effects of fixture clamping sequence on part location errors, 2004, International Journal of Machine Tools and manufacture, Vol. 44, pages 373-382.
- [Req 93] Requicha A.A.G., Mathematical meaning and computational representation of tolerance specification, 1993, International Forum of Dimensional Tolerancing and Metrology, Vol. 27, pages 31-68.
- [Riv 93] Rivest L., Fortin C., Desrochers A., Tolerance modeling for 3D analysis: Presenting a kinematic formulation, 1993, 6th CIRP International Seminar on CAT, Cachan, pages 51-74.
- [Ron 01] Rong Y., Hu W., Kang Y., Zhang Y., David W. Yen, Locating error analysis and tolerance assignment for computer-aided fixture design, 2001, International Journal of Production Research, Vol. 39, N°15, pages 3529-3545.
- [RTI 76] Revue des Techniques Industrielles, 1976.
- [Sab 95] L. Sabourin , l'expertise en conception de gammes d'usinage, 1995, Thèse de doctorat, ENS de Cachan-LURPA.
- [Sak 03] Saka A., Contribution à l'amélioration du dimensionnement et tolérancement vectoriel portant sur la spécification, les modèles pour l'analyse et la fabrication, 2003, Thèse de doctorat, Université Sidi Mohamed Ben Abdellh.
- [Sal 96a] Salomons O.W. and al., A computer tolerancing tool I : Tolerance specification, 1996, Computers in Industry, Vol. 31, pages 161-174.
- [Sal 96b] Salomons O.W. and al., A computer tolerancing tool I : Tolerance analysis, 1996, Computers in Industry, Vol. 31, pages 175-186.
- [Seo 98] Seo T.E., Intégration des effets de déformation d'outil en génération de trajectoires d'usinage, 1998, Thèse de doctorat, IRCCyN - Ecole Centrale de Nantes.
- [Seg 01] S. Segonds, P. Lagarrigue, J. M. Redonnet, W. Rubio, Compensation for machining defects due to spindle dilatation, 2001, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 41, pages 439-454.
- [Ser 02] Sergent A., Pillet M., Duret D., Objectif cible et méthode de régression multilinéaire application à la détermination statistique des tolérances, 2002, Proceedings of IDMME 02, Clermont Ferrand, 7 pages.
- [Shu 02] Shunmugam M.S., Puneti M., Bhaskara Reddy S.V., A method of preliminary planning for rotationnal components with C-axis features using genetic algorithm, 2002, Computers in Industry, Vol. 48, pages 199-217.

- [Sor 03] Sormaz D.N., Khoshnevis B., Generation of alternative process plan in integrated manufacturing system, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2003, Vol. 14, pages 509-526.
- [Sou 86] Souvay P., *La statistique outil de la qualité*, Afnor - Gestion, 1986, 281 pages.
- [Spi 94] Spiewak S.A., Analytical modelling of cutting point trajectories in milling, 1994, *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 116, pages 440-448.
- [Tag 88] Taguchi G., Elsayed A. , Hsiang T., *Quality Engineering in Production Systems*, 1988, Mcgraw-Hill College, 192 pages.
- [Ter 04] Terrier M., Dugas A., Hascoët J.Y., Qualification of Parallel Kinematics Machines In High Speed Milling on Free Form Surfaces, 2004, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, N°44/7-8, pages 865-877.
- [Tes 99] Tessandier D., Delos V., Couettard Y., Operations on polytopes : application to tolerance analysis, 1999, 6th CIRP International Seminar on CAT, pages 425-434.
- [Tet 97] Teti R., Kumura S.R.T., Intelligent computing methods for manufacturing systems, 1997, *Annals of the CIRP*, Vol 46, N° 2, pages 629-652.
- [Thi 01] Thiebaut F., Contribution à la définition d'un moyen unifié de gestion de la géométrie réaliste basé sur le calculs des lois de comportement des mécanismes, 2001, Thèse de doctorat, ENS de Cachan LURPA.
- [Tho 03] Thornton A.C., *Variation Risk Management: Focusing Quality Improvements in Product Development and Production*, 2003, Hardcover, ISBN 0-471-44679-3, 320 pages.
- [Tic 01] Tichadou S., TP de Mise en oeuvre des machines outils à commande numérique - FAO, Centrale Nantes, 2001.
- [Tic 04c] Tichadou S., Enseignement par Projet de Conception-Fabrication, Centrale Nantes, 2004.
- [Tic 05] Tichadou S., Legoff O., Hascoët J.-Y., 3D geometrical simulation of manufacturing. Compared approaches between integrated CAD/CAM system and small displacement taylor model, 2005, *Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, ISBN 1-4020-3481-4, Kluwer, pages 446-456.
- [Tou 02] Toulorge H., Rivière A., Bellacicco A. and al, Développement d'une méthode d'assistance fonctionnelle au tolérancement, 2002, *Proceedings of IDMME 02*, Clermont-Ferrand, 10 pages.
- [Tuk 77] TUKEY, J. W., *Exploratory Data Analysis - EDA*, Reading, 1977, MA - Addison-Wesley, 224 pages.
- [Van 98] Van Zeir G., Kruth J.P., Detand J., A Conceptual Framework for Interactive and Blackboard Based CAPP, 1998 *International Journal of Production Research*, N° 36 Vol. 6, pages 1453-1473.

- [Vig 03] Vignat V., Villeneuve F., 3D transfer of tolerances using SDT approach : application to turning process, 2003, International Journal of Computing and Information, Vol. 3, pages 45-53.
- [Vil 01] Villeneuve F., Legoff O., Landon Y., Tolerancing for manufacturing : a three-dimensionnal model, 2001, International Journal of Production Research, Vol. 39, N°8, pages 1625- 1634.
- [Vil 04] Villeneuve F., Vignat F., Manufacturing process simulation for tolerance analysis and synthesis, 2004, Proceedings of IDMME 04, Bath, 10 pages.
- [Wad 67] Wade O. R., Tolerance control in design and manufacturing, 1967, Industrial Press.
- [Web 02] Weber T., Motovalli S., Fallahi B., Cheraghi S.H., A unified Approach to form error evaluation, 2002, Precision Engineering, N°26, pages 269-278.
- [Wei 88] Weill R., Tolerancing for function, 1988, Annals of the CIRP Vol.37, N°2, pages 603-610.
- [Whe 99] Wheeler David L., Cavalier Tom M., E.A. Lehtihet, An implicit enumeration approach to probabilistic tolerance allocation under conventional tolerance control, 1999, International Journal of Production Research, Vol. 37, N°16, pages 3773-3789.
- [Wir 91] Wirtz A., Vectorial tolerancing for quality control and functional analysis in design, 1991, 2th CIRP International Seminar on CAT, pages 77-84.
- [Won 91] Thomas H. Wonnacott, Ronald J. Wonnacott, Statistique, 2001, Economica, ISBN 2-7178-2072-8, 920 pages.
- [Xue 02] Xue J.B., Ji P., Identifying tolerance chains with a surface-chain model in tolerance charting, 2002, Journal of Materials Processing Technology, N°123, pages 93-99.
- [Yan 03] Yang C.C., Naikan V.N.A., Optimum tolerance design for complex assemblies using hierarchical interval constraint networks, 2003, Computers and Industrial Engineering, Vol. 45, pages 512-543.
- [Yao 04] Yao S., Han X., Hu W., Rong Y., Automated setup planning for part families, 2004, Proceedings of IDMME 04, Bath, 17 pages.
- [Zha 01] Zhang Y., Hu W., Rong Y., David W. Yen, Graph-based set-up planning and tolerance decomposition for computer aided fixture design, 2001, International Journal of Production Research, Vol. 39, N°14, pages 3109-3126.
- [Zha 96] Zhang G., Simultaneous tolerancing for design and manufacturing, 1996, International Journal of Production Research, Vol. 34, N°12, pages. 3361-3382.



# Table des Annexes

## Annexe 1

Etude du torseur défaut entre deux plans

## Annexe 2

Le torseur jeu

## Annexe 3

Dossier de fabrication du taquet

## Annexe 4

Analyse de l'erreur de modélisation commise par l'utilisation des torseurs

## Annexe 5

Analyse de la liaison pièce / porte-pièce (isostatique – hyperstatique)

## Annexe 6

Analyses statistiques des mesures

## Annexe 7

Organisation et traitement des données lors des calculs des composantes



# Annexe 1

## Etude du torseur défaut entre deux plans

Pour chaque couple de surfaces, un torseur défaut « type » est défini.

Le torseur défaut est la somme de torseurs écarts :  $\mathbf{T}_{P_i, P_j} = \mathbf{T}_{P_i, P} - \mathbf{T}_{P_j, P}$

Comme chaque torseur écart possède des composantes indéterminées *Ind*, l'expression du torseur défaut réduit en un point et dans une base commune va combiner les composantes des deux torseurs écarts.

Afin de rechercher les composantes du torseur défaut entre deux surfaces, E. Ballot [Bal 95] propose un opérateur « intersection » des torseurs écarts de chacune de deux surfaces. L'opération d'intersection des torseurs défauts impose que, dès qu'une composante du torseur défaut possède une relation linéaire comprenant une indéterminée « *Ind* », alors cette composante est entièrement indéterminée. C'est à dire pour chaque composante :

$$\forall \mathbf{a} \in \mathfrak{R} ; \quad \mathbf{a} + \text{Ind} = \text{Ind}$$

$$\forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^2 ; \quad \mathbf{a} \cdot \text{Ind} + \mathbf{b} \cdot \text{Ind} = \text{Ind}$$

Cette règle de calcul impose un choix judicieux de la base et du point dans lequel est exprimé le torseur défaut.

Pour comprendre cet opérateur, nous proposons d'étudier le torseur défaut entre deux plans.

## Cas 1 : Etude du torseur défaut entre deux plans nominalement parallèles (Figure 1)

Il s'agit d'exprimer dans cet exemple, le torseur défaut entre deux plans PI1 et PI2 appartenant à une pièce P. Ces plans sont nominalement parallèles.

Les éléments de réduction du torseur défaut seront exprimés au point O1 appartenant à PI1 et dans une base dont la direction z est normale à PI1.

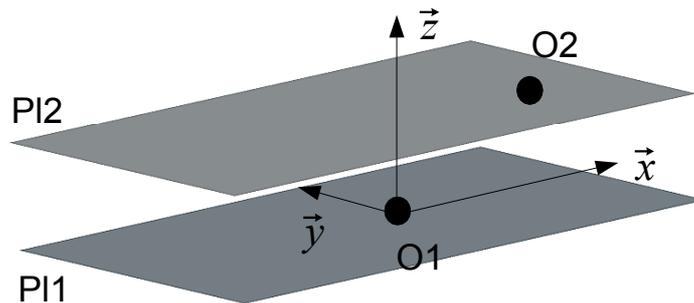


Figure 1 Torseur défaut entre deux plans parallèles

$$\text{Par définition } \mathbf{T}_{PI1,PI2} = \mathbf{T}_{PI1,P} - \mathbf{T}_{PI2,P}$$

Dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , les torseurs écarts sont :

$$\mathbf{T}_{PI1,P} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 & Ind_{u1} \\ \beta_1 & Ind_{v1} \\ Ind_{\gamma_1} & w_1 \end{Bmatrix}_{O1} \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{PI2,P} = \begin{Bmatrix} \alpha_2 & Ind_{u2} \\ \beta_2 & Ind_{v2} \\ Ind_{\gamma_2} & w_2 \end{Bmatrix}_{O2} \quad \text{avec } O1O2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

Le torseur écart de PI2 au point O1 s'exprime :

$$\mathbf{T}_{PI2,P} = \begin{Bmatrix} \alpha_2 & Ind_{u2} + y_2 Ind_{\gamma_2} - z_2 \beta_2 \\ \beta_2 & Ind_{v2} - x_2 Ind_{\gamma_2} + z_2 \alpha_2 \\ Ind_{\gamma_2} & w_2 + x_2 \beta_2 - y_2 \alpha_2 \end{Bmatrix}_{O1}$$

Alors par composition

$$\mathbf{T}_{PI1,PI2} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 - \alpha_2 & Ind_{u1} - Ind_{u2} - y_2 Ind_{\gamma_2} + z_2 \beta_2 \\ \beta_1 - \beta_2 & Ind_{v1} - Ind_{v2} + x_2 Ind_{\gamma_2} - z_2 \alpha_2 \\ Ind_{\gamma_1} - Ind_{\gamma_2} & w_1 - w_2 - x_2 \beta_2 + y_2 \alpha_2 \end{Bmatrix}_{O1}$$

Après l'opération d'intersection, en appliquant les règles de calcul,

$$\text{le torseur défaut s'écrit sous la forme : } \mathbf{T}_{PI1,PI2} = \begin{Bmatrix} \alpha_{12} & Ind_{u12} \\ \beta_{12} & Ind_{v12} \\ Ind_{\gamma_{12}} & w_{12} \end{Bmatrix}_{O1}$$

où  $\alpha_{12}$ ,  $\beta_{12}$  et  $w_{12}$  sont les composantes du torseur défaut et  $Ind_{\gamma_{12}}$ ,  $Ind_{u_{12}}$ ,  $Ind_{v_{12}}$  ses composantes indéterminées.

Pour ce cas de figure où l'on exprime le torseur défaut dans cette base, deux composantes de rotation  $\alpha_{12}$  et  $\beta_{12}$  suivant x et y et une composante de translation  $w_{12}$  suivant z caractérisent le torseur défaut.

## Cas 2 : Etude du torseur défaut entre deux plans quelconques (Figure 2)

Dans ce deuxième cas de figure, il s'agit d'exprimer le torseur défaut entre deux plans P11 et P12 quelconques appartenant à une pièce P. Les éléments de réduction du torseur défaut seront exprimés au point O1 appartenant à la droite d'intersection entre P11 et P12 et dans une base dont la direction z est normale à P11.

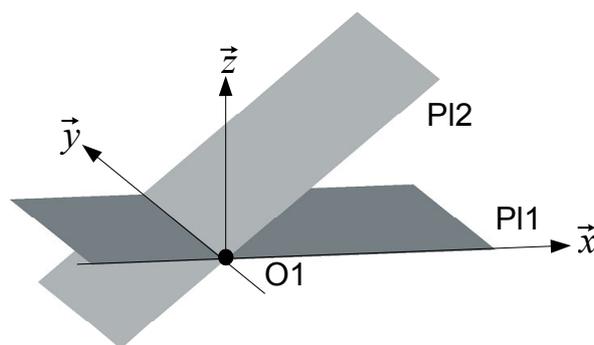


Figure 2 Torseur défaut entre deux plans quelconques

Pour des plans quelconques, le même calcul montre que le torseur est de la forme :

$$\mathbf{T}_{P11,P12} = \left\{ \begin{array}{ll} Ind_{\alpha_{12}} & Ind_{u_{12}} \\ \beta_{12} & Ind_{v_{12}} \\ Ind_{\gamma_{12}} & Ind_{w_{12}} \end{array} \right\} O1$$

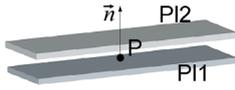
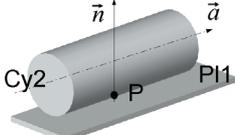
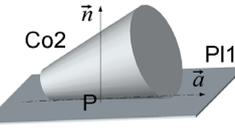
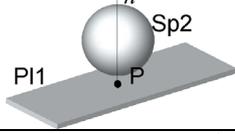
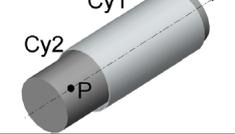
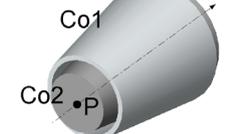
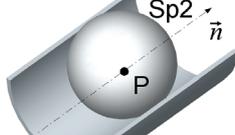
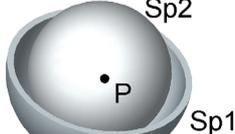
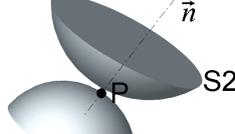
Nous constatons que seule la composante  $\beta_{12}$  de rotation suivant y (parallèle à la droite d'intersection P11 / P12) caractérise le défaut entre P11 et P12.

En conclusion, suite à cet exemple, l'expression du torseur défaut doit faire l'objet d'une étude préalable qui dépend de la nature des éléments concernés et du repère dans lequel il doit être exprimé.



## Annexe 2 Torseur Jeu

Egalement appelé torseur de connexion, il représente les défauts de position entre deux surfaces de deux solides différents. Ci-dessous le tableau des torseur jeu des liaisons élémentaires entre deux types de surfaces.

Liaison	Surfaces en contact		Schéma	Repère	Torseur jeu
Appui plan	Plan	Plan		$(P, \dots, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{PI1,PI2} = \begin{Bmatrix} \alpha & Ind_u \\ \beta & Ind_v \\ Ind_\gamma & w \end{Bmatrix} P$
Linéaire rectiligne	Plan	Cylindre		$(P, \vec{a}, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{PI1,Cy2} = \begin{Bmatrix} Ind_\alpha & Ind_u \\ \beta & Ind_v \\ Ind_\gamma & w \end{Bmatrix} P$
Linéaire rectiligne	Plan	Cône		$(P, \vec{a}, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{PI1,Co2} = \begin{Bmatrix} Ind_\alpha & Ind_u \\ \beta & Ind_v \\ Ind_\gamma & w \end{Bmatrix} P$
Ponctuelle	Plan	Sphère		$(P, \dots, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{PI1,Sp2} = \begin{Bmatrix} Ind_\alpha & Ind_u \\ Ind_\beta & Ind_v \\ Ind_\gamma & w \end{Bmatrix} P$
Pivot glissant	Cylindre	Cylindre		$(P, \dots, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{Cy1,Cy2} = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ Ind_\gamma & Ind_w \end{Bmatrix} P$
Pivot	Cône	Cône		$(P, \dots, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{Co1,Co2} = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ Ind_\gamma & w \end{Bmatrix} P$
Linéaire annulaire	Cylindre	Sphère		$(P, \dots, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{Cy1,Sp2} = \begin{Bmatrix} Ind_\alpha & u \\ Ind_\beta & v \\ Ind_\gamma & Ind_w \end{Bmatrix} P$
Rotule	Sphère	Sphère		$(P, \dots, \dots, \dots)$	$\mathbf{T}_{Sp1,Sp2} = \begin{Bmatrix} Ind_\alpha & u \\ Ind_\beta & v \\ Ind_\gamma & w \end{Bmatrix} P$
Ponctuelle	Point de surface	Point de surface		$(P, \dots, \dots, \vec{n})$	$\mathbf{T}_{S1,S2} = \begin{Bmatrix} Ind_\alpha & Ind_u \\ Ind_\beta & Ind_v \\ Ind_\gamma & w \end{Bmatrix} P$

## Etude d'une liaison composée sur une même surface

Lorsqu'une surface est en contact multiple avec d'autres éléments, les liaisons sont parallèles. Le torseur jeu de la liaison composée sur la surface est calculé en égalisant chaque torseur jeu des liaisons élémentaires.

L'exemple présenté (Figure 1) traite d'un cas de figure similaire à une liaison pièce / porte-pièce formée par trois appuis ponctuels sur un plan.

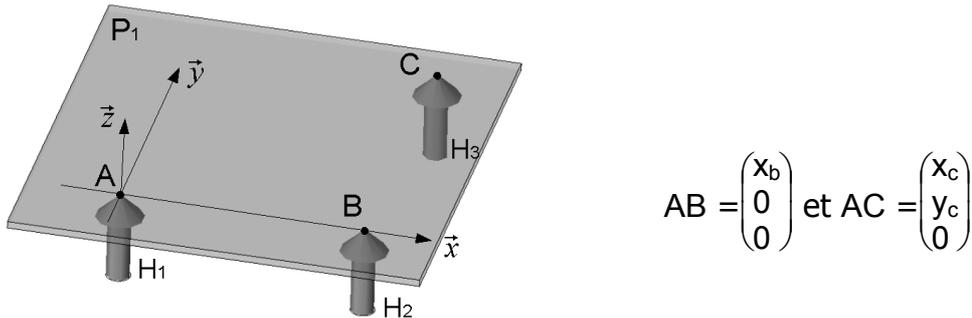


Figure 1 Liaison d'un plan avec trois appuis ponctuels

Les liaisons sont parallèles alors :  $\mathbf{T}_{P1,H1} = \mathbf{T}_{P1,H2} = \mathbf{T}_{P1,H3} = \mathbf{T}_{P1,H(1+2+3)}$

A chaque point de contact, le torseur jeu s'exprime dans la base (x, y, z).

$$\mathbf{T}_{P1,H1} = \begin{Bmatrix} Ind_{\alpha 1} & Ind_{u1} \\ Ind_{\beta 1} & Ind_{v1} \\ Ind_{\gamma 1} & w_1 \end{Bmatrix}_A \quad \mathbf{T}_{P1,H2} = \begin{Bmatrix} Ind_{\alpha 2} & Ind_{u2} \\ Ind_{\beta 2} & Ind_{v2} \\ Ind_{\gamma 2} & w_2 \end{Bmatrix}_B \quad \mathbf{T}_{P1,H3} = \begin{Bmatrix} Ind_{\alpha 3} & Ind_{u3} \\ Ind_{\beta 3} & Ind_{v3} \\ Ind_{\gamma 3} & w_3 \end{Bmatrix}_C$$

$\mathbf{T}_{P1,H1} = \mathbf{T}_{P1,H2}$  réduit au point A donne le système

$$\begin{cases} Ind_{\alpha 1} = Ind_{\alpha 2} \\ Ind_{\beta 1} = Ind_{\beta 2} \\ Ind_{\gamma 1} = Ind_{\gamma 2} \\ Ind_{u1} = Ind_{u2} \\ Ind_{v1} = Ind_{v2} - x_b \cdot Ind_{\alpha 1} \\ w_1 = w_2 + x_b \cdot Ind_{\beta 2} \end{cases}$$

La dernière égalité détermine  $Ind_{\beta 2}$ ,  $Ind_{\beta 2} = (w_1 - w_2) / x_b$  que l'on peut renommer  $\beta_{12}$ .

$$\mathbf{T}_{P1,H(1+2)} = \begin{Bmatrix} Ind_{\alpha 1} & Ind_{u1} \\ (w_1 - w_2) / x_b & Ind_{v1} \\ Ind_{\gamma 1} & w_1 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} Ind_{\alpha 1} & Ind_{u1} \\ \beta_{12} & Ind_{v1} \\ Ind_{\gamma 1} & w_1 \end{Bmatrix}_A \quad \text{avec } \beta_{12} = (w_1 - w_2) / x_b$$

On constate que le torseur jeu qui résulte des deux premiers appuis ponctuels H1 et H2 est un torseur jeu de type liaison linéaire rectiligne suivant x. On retrouve logiquement dans cette expression intermédiaire la composition des liaisons parallèles sur une surface.

De la même manière, en couplant le troisième appui ponctuel H3, on écrit l'égalité

$$\mathbf{T}_{P1,H(1+2)} = \mathbf{T}_{P1,H3}$$

$$\mathbf{T}_{P1,H(1+2+3)} = \left\{ \begin{array}{l} (x_b(w_1 - w_3) - x_c(w_1 - w_2)) / (x_b - y_c) \\ (w_1 - w_2) / x_b \\ Ind_{v123} \end{array} \right\} \begin{array}{l} Ind_{u123} \\ Ind_{v123} \\ w_1 \end{array} \Bigg|_A = \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{123} \\ \beta_{123} \\ Ind_{v123} \end{array} \right\} \begin{array}{l} Ind_{u123} \\ w_1 \\ \end{array} \Bigg|_A$$

On trouve alors un torseur jeu de type liaison plane de direction normale z.

A moins de vouloir étudier les effets individuels des liaisons élémentaires, nous proposons comme dans l'exemple précédent de globaliser le torseur jeu pour chaque surface concernée de la pièce. Ceci permettra d'alléger l'écriture des composantes du torseur. Bien entendu, dans cette annexe nous avons traité une liaison isostatique. Le cas d'une liaison hyperstatique (quatre appuis ponctuels sur le plan) nécessite une attention plus particulière.

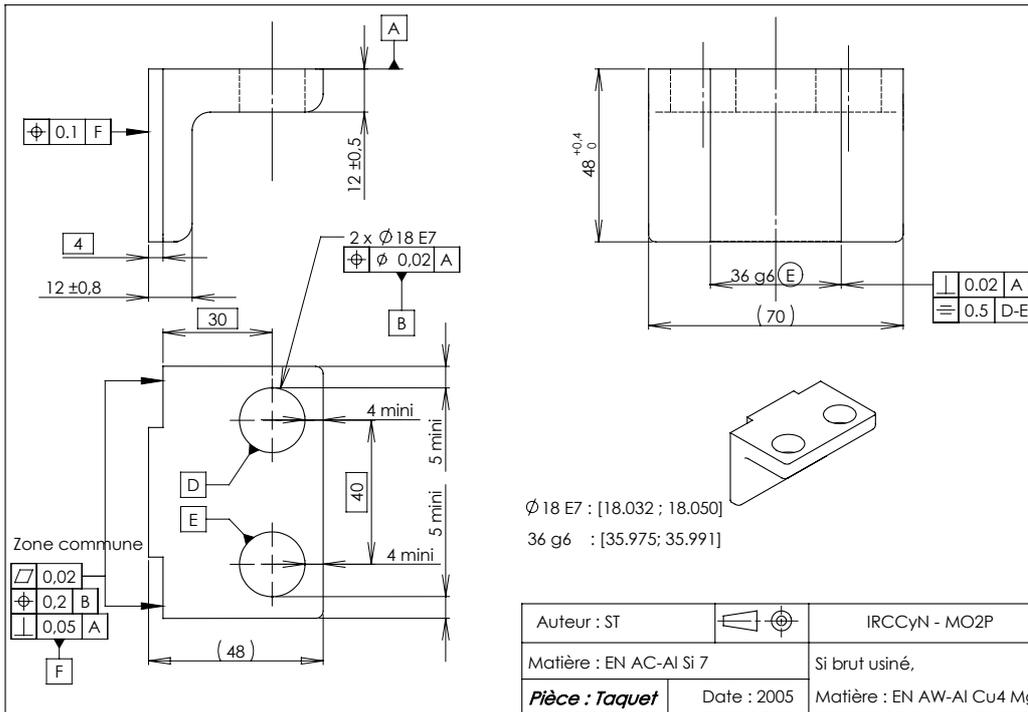


## Annexe 3

### Dossier de fabrication du taquet

Cette pièce est utilisée comme exemple de support dans les chapitres 3 et 4.

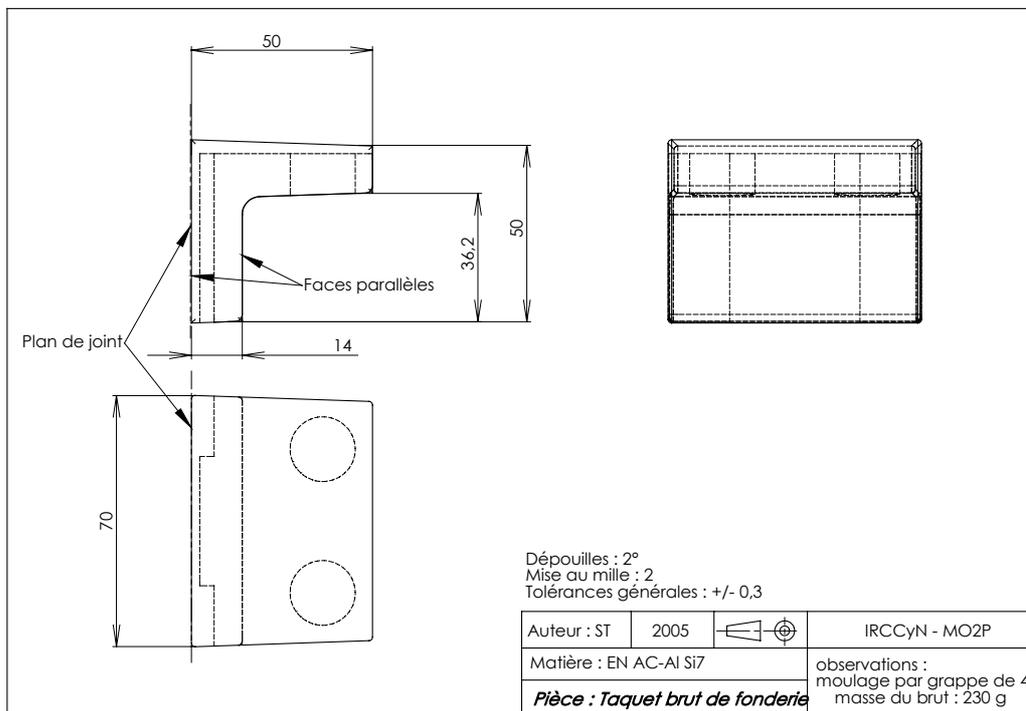
### Dessin de définition



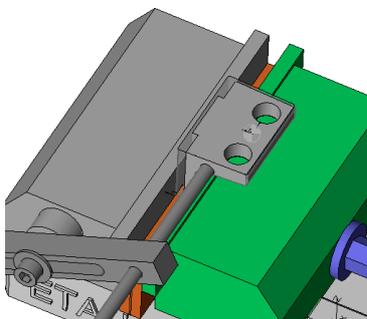
### Nomenclature des phases

N°	Désignation	Moyen de production
00	Elaboration du brut	Fonderie Sable sur plaque modèle
10	Surfaçage de A et réalisation des 2 alésages $\Phi$ 18 E7.	Fraiseuse CN Arrow 500
20	Surfaçage, contournage du tenon 36 g6.	Fraiseuse CN Mikron
30	Métriologie de réception	MMT Johanson

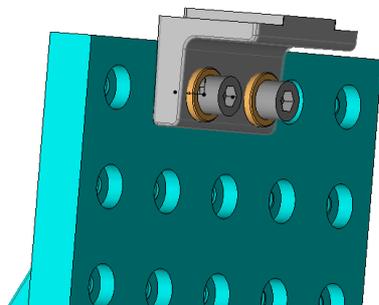
# Brut de fonderie



## Phase 10 : Détail des surfaces de mise en position (étai)



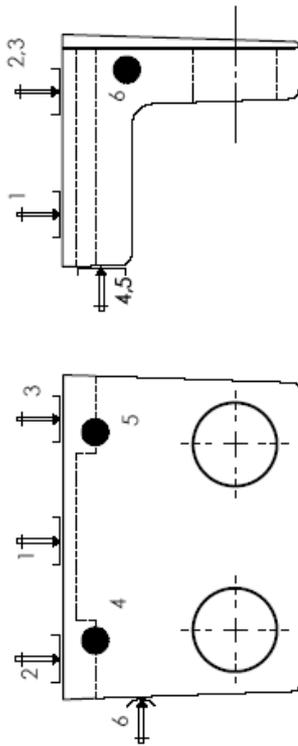
## Phase 20 : Détail des surfaces de mise en position (sur éléments modulaires)



<b>Contrat de Phase partiel Phase N°10</b>	Ensemble :	Date : 2005
	Pièce : Taquet Matière : EN AC-A1 S17	<b>IRCCYN - M02P</b>
N° Programme : %10 Fichier : Taquet.part		

**Désignation : Fraisage**

Machine - outil : Fraiseuse CN ARROW 500 3axes



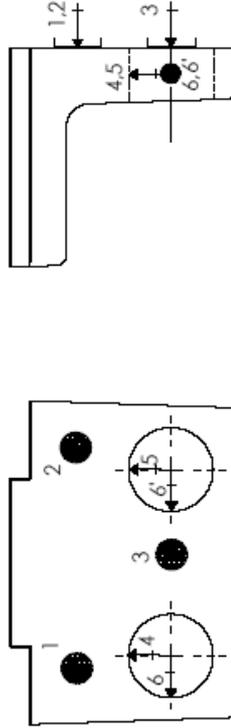
Porte-pièce : Etau + butée

Désignation des opérations	Outils	Φ	Z	M <sub>ag</sub>	Conditions de coupe			N	Vf
					V <sub>c</sub> (m/min)	fz	ae		
Surfaçage du plan A	Fr 2T	63	6	1	120	0,12	ae	600	360
Pointage	Foret à pointer	-	-	7			ae <sub>max</sub>	4000	400
Perçage 17,8	Foret	17,8		11	70	0,1		1252	125
Alésage	Alésoir E7	18		13	80	0,05		1400	70

<b>Contrat de Phase Partiel Phase N°20</b>	Ensemble :	Date : 2005
	Pièce : Taquet Matière : EN AC-A1 S17	<b>IRCCYN - M02P</b>
N° Programme : %20 Fichier : Taquet1.part		

**Désignation : Fraisage**

Machine - outil : Fraiseuse CN MIKRON



Porte-pièce Norelem, équerre + double centrage dans Alésages de 18

Désignation des opérations	Outils	Φ	Z	M <sub>ag</sub>	Conditions de coupe			N	Vf
					V <sub>c</sub> (m/min)	fz	ae		
Surfaçage	Fr 2T	63	5	1	120	0,12	ae	600	360
Ébauche tenon	Fr 2T	22	6	12	120	0,04		1600	400
Finition tenon 3,6 g6	Fr 2T	22	6	12	120	0,06	0,3	1600	570



## Annexe 4

### Analyse de l'erreur de modélisation commise par l'utilisation des torseurs de petits déplacements

Afin de valider l'utilisation de la modélisation des défauts géométriques utilisant les torseurs de petits déplacements, nous avons étudié l'erreur commise lors de la linéarisation des rotations.

Dans cette annexe, nous proposons d'analyser l'erreur en étudiant le petit déplacement d'un plan.

Dans un premier temps, l'évolution de l'erreur sera étudiée en tout point du plan, puis l'erreur maximale sera suivie en fonction de l'amplitude des rotations et de la dimension du plan. Enfin nous proposerons de fixer des valeurs angulaires limites acceptables pour valider l'utilisation des torseurs de petits déplacements.

### Paramétrage de l'étude

Soit un plan ( $z=0$ ) subissant au point  $O$  deux rotations  $\alpha$  et  $\beta$  respectivement suivant les directions  $x$  et  $y$ . L'étude d'une translation au point  $O$  n'a pas d'effet sur l'erreur de linéarisation.

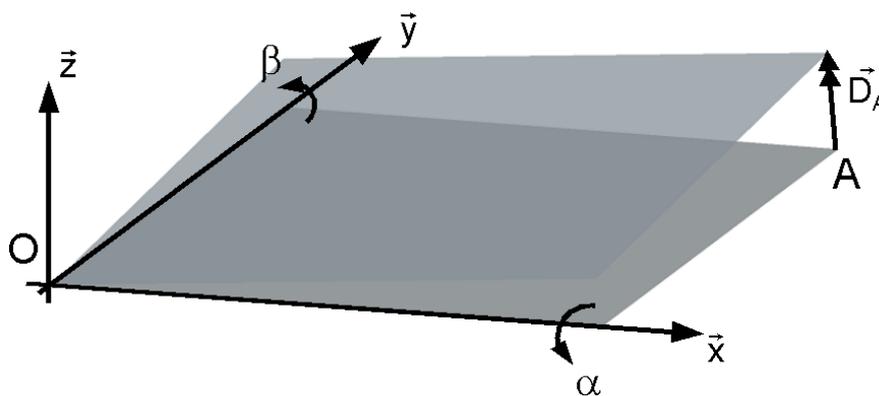


Figure 1 Paramétrage de l'étude du déplacement d'un plan

## Expression de l'erreur commise par la linéarisation

Le déplacement réel suivant  $\vec{z}$  (normale au plan), d'un point P (x,y,0) du plan est exprimé par les matrices de rotation dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ :

$$R\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \text{ et } R\beta = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}$$

La projection suivant  $\vec{z}$  de la translation d'un point P en P' après les deux rotations est :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PP'} \cdot \vec{z} &= (\overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{z} = ((R\beta \cdot R\alpha) \cdot \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{z} \\ \Rightarrow \overrightarrow{PP'} \cdot \vec{z} &= y \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - x \cdot \sin(\beta) \end{aligned}$$

En utilisant le torseur des petits déplacements, la composante de déplacement est :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{D_P} \cdot \vec{z} &= (\overrightarrow{D_O} + \overrightarrow{PO} \wedge \vec{\Omega}) \cdot \vec{z} \\ &= y \cdot \alpha - x \cdot \beta \quad \text{avec } \overrightarrow{D_O} = \vec{0} \end{aligned}$$

L'erreur  $E_P$  au point P est égale à la différence :

$$\begin{aligned} E_P &= \overrightarrow{D_P} \cdot \vec{z} - \overrightarrow{PP'} \cdot \vec{z} \\ E_P &= y \cdot (\alpha - \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta)) - x \cdot (\beta - \sin(\beta)) \end{aligned}$$

Pour un cas de figure où  $\beta = -\alpha$ , l'erreur  $E_P$  suit l'équation d'un plan (Figure 2).

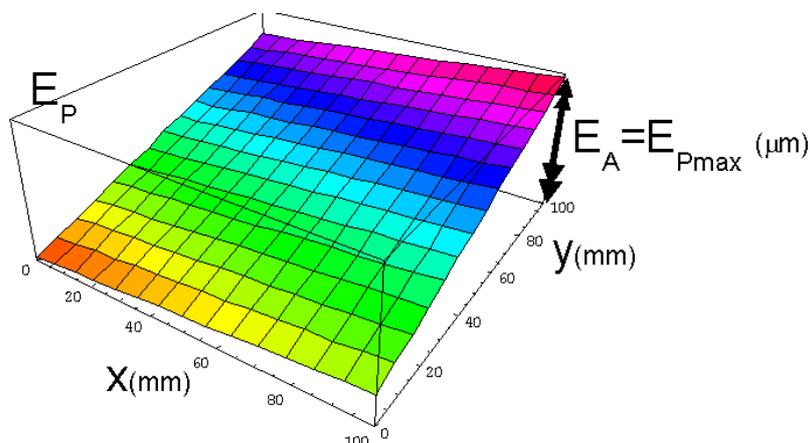


Figure 2 Evolution de l'erreur  $E_P$  en tout point du plan

L'erreur  $E_P$  est maximale au point A situé à l'opposé de O.

## Evolution de l'erreur maximale en fonction de la dimension du plan et de l'amplitude de la rotation

En partant cas de figure où les rotations et les dimensions latérales du plan sont égales ( $\beta = \alpha$  et  $x = y$ ), on peut étudier l'évolution de l'erreur maximum  $E_A$  au point A en fonction de la valeur de la rotation, pour trois dimensions de plan (10x10 mm), (100x100 mm), (300x300 mm) (Figure 3).

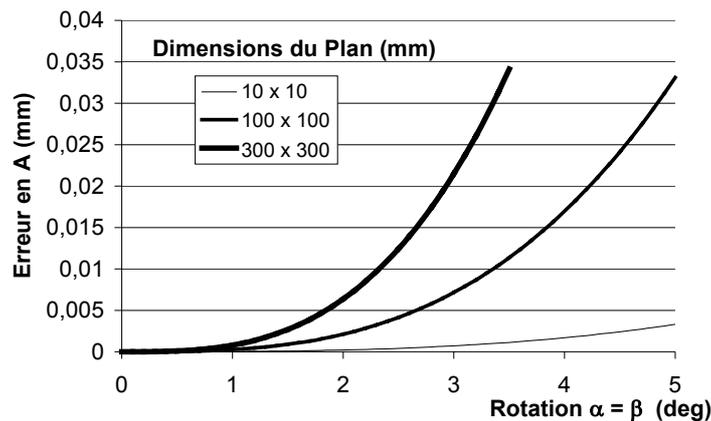


Figure 3 Erreur Maxi  $E_A$  au point A

## Choix des valeurs limites de rotation

Dans le cas de l'exemple étudié, pour une erreur maximale imposée  $E_{A\text{Max}}$ , on peut tracer l'amplitude de rotation maximum en fonction des dimensions du plan (Figure 4).

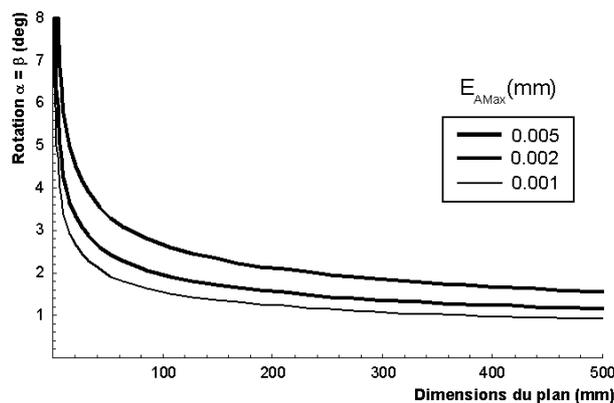


Figure 4 Rotation maximum du plan pour un seuil d'erreur  $E_{A\text{Max}}$

Suivant ce graphe, pour un plan de dimension donné, il suffit de déterminer un seuil maximal de l'erreur  $E_A$  afin de choisir la valeur limite de la rotation  $\alpha$ . On constate sur le graphique qu'une valeur de rotation  $\alpha = 1,5$  deg génère une erreur  $E_A$  de linéarisation de moins de 1  $\mu\text{m}$ .

Pour guider l'utilisateur dans le choix des valeurs maximales des angles utilisables avec les torseurs de petits déplacements, nous conseillons de faire appel aux indications de la norme ISO 2768-2 sur les tolérances géométriques pour les composants non affectées de tolérances individuelles. Ces valeurs correspondent aux cas de figures généralement rencontrées en mécanique.

Dans le tableau suivant sont indiquées les tolérances générales  $h$  de parallélisme (ou de planéité) (Figure 5) et en fonction des classes de tolérances (H, K, L) et de la longueur  $d$  de l'élément.

Classe de tolérance	Tolérance géométrique $h$ (mm) parallélisme et planéité					
	longueur nominale $d$ (mm)					
	<10	[10;30]	[30;100]	[100;300]	[300;1000]	[1000;3000]
H	0,02	0,06	0,1	0,2	0,3	0,4
K	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
L	0,1	0,2	0,4	0,8	1,2	1,6

Pour chaque cas, l'angle associé à la tolérance est  $\alpha = \text{Arctg}(h/d)$ .

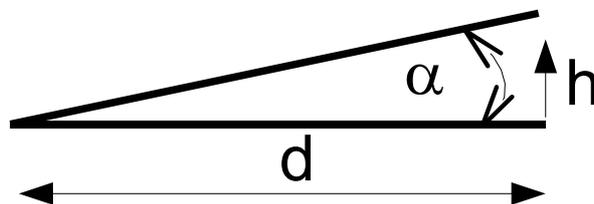


Figure 5 Défaut ( $h$ ) en fonction de la longueur  $d$  du plan et de l'angle  $\alpha$

Les valeurs limites fixées par la norme de l'angle  $\alpha$  en fonction de la dimension  $d$  sont traduites sur le graphique ci-dessous.

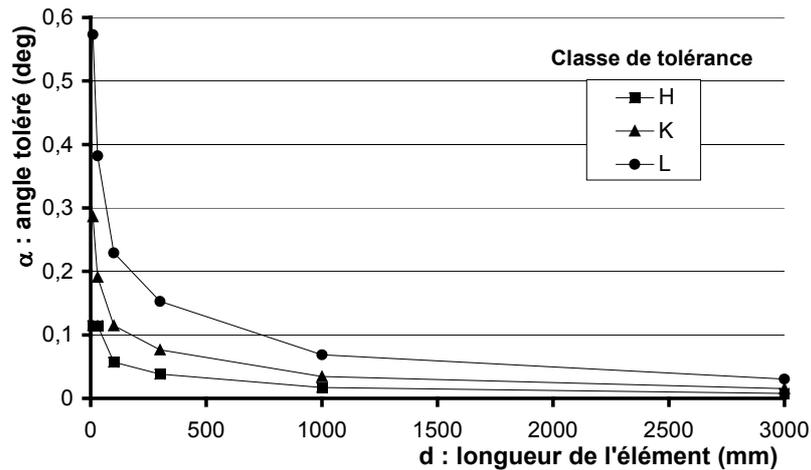


Figure 6 Tracé des valeurs normalisées de rotations pour des classes de tolérances

Pour ces valeurs issues de la norme, l'erreur de linéarisation est  $E_h$ .

$$E_h = d \cdot \text{Atg}(h/d) - h.$$

$E_h$  n'excède jamais  $10^{-6} \mu\text{m}$ .

Cette erreur est acceptable dans le contexte de travail associé à la mécanique.

Nous pouvons considérer ces valeurs normalisées comme des valeurs de base cohérentes pour fixer les limites numériques des angles de rotations à utiliser avec les torseurs de petits déplacements.

Le choix de l'angle sera fonction de la nature de l'élément étudié et de ses caractéristiques dimensionnelles et de la classe de tolérance choisie.

## Conclusions

De manière plus générale, la vérification de validité d'approximation est possible pour tous types d'éléments (plan, cylindre, droite, ...).

Nous adopterons comme valeurs limites angulaires, les bornes proposées dans la norme ISO 2768-2 qui fixe les tolérances géométriques pour les composants non affectés de tolérances individuelles.

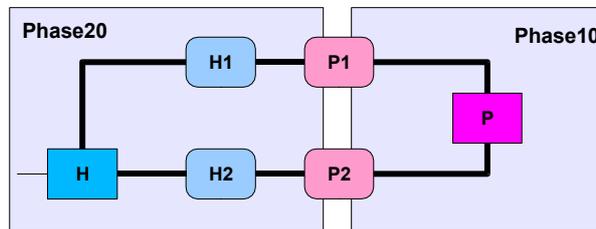


## Annexe 5

### Analyse de la liaison pièce / porte-pièce

Dans cette annexe, nous allons détailler la liaison entre la pièce et le porte-pièce. Nous reprendrons de l'exemple d'application bidimensionnel traité dans le chapitre 4.

Dans cet exemple, l'opération d'unification en phase 20 des torseurs de mise en position s'effectue entre les deux éléments P1 et P2. L'égalité représente la fermeture de la boucle  $T_{P1,P2}$ .



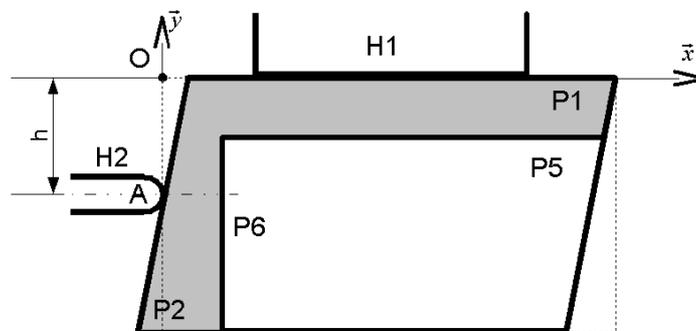
Il s'agit de résoudre l'égalité :

$$T_{20P1,H1} + T_{20H1,H} + T_{20H,H2} + T_{20H2,P2} = T_{10P1,P} - T_{10P2,P}$$

Deux cas seront traités, le premier avec une mise en position isostatique, le second avec une mise en position hyperstatique.

#### Liaison pièce / porte-pièce isostatique

En phase 20, la surface P1 est considérée en liaison linéaire rectiligne avec le porte-pièce et la surface P2 en appui ponctuel au point A. C'est le cas type d'une mise en position avec un étau.



Liaison linéaire rectiligne sur P1:

$$\mathbf{T}_{20H1,P1} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H1,P1} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} Ind_{u_{20H1,P1}} \\ v_{20H1,P1} \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

➤ Liaison ponctuelle sur P2 :

$$\mathbf{T}_{20H2,P2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ Ind_{\gamma_{20H2,P2}} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H2,P2} \\ Ind_{v_{20H2,P2}} \\ I \end{array} \right) (A,B)$$

$$\text{Réduit en O : } \mathbf{T}_{20H2,P2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ Ind_{\gamma_{20H2,P2}} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H2,P2} + y_A \cdot Ind_{\gamma_{20H2,P2}} \\ Ind_{v_{20H2,P2}} \\ I \end{array} \right) (O,B) \quad \text{avec } x_A = 0$$

Les torseurs écarts des surfaces du porte-pièce sont définis par :

$$\mathbf{T}_{20H,H1} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H,H1} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} 0 \\ v_{20H,H1} \\ I \end{array} \right) (O,B) \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{20H,H2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ 0 \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H,H2} \\ 0 \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

Une mesure de la pièce dans son état intermédiaire en fin de phase 10 permet de caractériser ses défauts de fabrication sous la forme d'un torseur défaut entre les éléments P1 et P2 :

$$\mathbf{T}_{10P1,P2} = \mathbf{T}_{10P1,P} - \mathbf{T}_{10P2,P}$$

$$\text{Avec } \mathbf{T}_{10P1,P} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{10P1,P} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} 0 \\ v_{10P1,P} \\ I \end{array} \right) (O,B) \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{10P2,P} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{10P2,P} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{10P2,P} \\ 0 \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

$$\text{Soit : } \mathbf{T}_{10P1,P2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} -u_{10P2,P} \\ v_{10P1,P} \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

L'égalité de la boucle sur les 3 composantes donne le système linéaire :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\gamma_{20H1,P1} - \gamma_{20H,H1} + Ind_{\gamma_{20H2,P2}} = \gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} \\ -Ind_{u_{20H1,P1}} + u_{20H,H2} + u_{20H2,P2} + y_2 \cdot Ind_{\gamma_{20H2,P2}} = -u_{10P2,P} \\ -v_{20H1,P1} - v_{20H,H1} + Ind_{v_{20H2,P2}} = v_{10P1,P} \end{array} \right.$$

Ces trois équations à trois inconnues sont indépendantes et permettent de trouver les trois composantes indéterminées qui sont à présent définies :

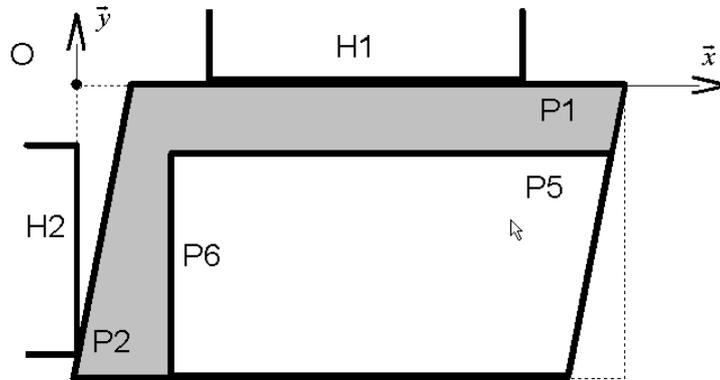
$$Ind_{u_{20H1,P1}} = -u_{10P2,P} - u_{20H,H2} - u_{20H2,P2} - y_2 \cdot (\gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} + \gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1})$$

$$Ind_{\gamma_{20H2,P2}} = \gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} + \gamma_{20H1,P1} + \gamma_{20H,H1}$$

$$Ind_{v_{20H2,P2}} = v_{10P1,P} + v_{20H1,P1} + v_{20H,H1}$$

## Liaison pièce / porte-pièce hyperstatique

Une variante de la mise en position de la pièce peut-être envisagée en phase 20, les surfaces P1 et P2 sont chacune en liaison linéaire rectiligne avec le porte-pièce.



La fermeture de la boucle s'écrit  $\mathbf{T}_{P1,P2} = \mathbf{T}_{10P1,P2} = \mathbf{T}_{20P1,P2}$

Détail de  $\mathbf{T}_{20P1,P2}$

$$\mathbf{T}_{20P1,P2} = -\mathbf{T}_{20H1,P1} - \mathbf{T}_{20H,H1} + \mathbf{T}_{20H,H2} + \mathbf{T}_{20H2,P2}$$

Dans ce cas,

$$\mathbf{T}_{20H1,P1} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H1,P1} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} Ind_{u_{20H1,P1}} \\ v_{20H1,P1} \\ I \end{array} \right) (O,B) \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{20H,H1} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H,H1} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} 0 \\ v_{20H,H1} \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

En revanche pour la liaison avec H2

$$\mathbf{T}_{20H2,P2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H2,P2} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H2,P2} \\ Ind_{v_{20H2,P2}} \\ I \end{array} \right) (O,B) \quad \text{et} \quad \mathbf{T}_{20H,H2} = \left\{ \begin{array}{c} I \\ I \\ \gamma_{20H,H2} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} u_{20H,H2} \\ 0 \\ I \end{array} \right) (O,B)$$

Alors l'égalité sur les 3 composantes donne le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\gamma_{20H1,P1} - \gamma_{20H,H1} + \gamma_{20H,H2} + \gamma_{20H2,P2} = \gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P} \\ -Ind_{u_{20H1,P1}} + u_{20H,H2} + u_{20H2,P2} = -u_{10P2,P} \\ -v_{20H1,P1} - v_{20H,H1} + Ind_{v_{20H2,P2}} = v_{10P1,P} \end{array} \right.$$

Il y a 3 équations pour 2 indéterminées. Les deux dernières équations définissent les deux composantes indéterminées des torseurs jeu  $Ind_{u_{20H1,P1}}$  et  $Ind_{v_{20H2,P2}}$ .

En revanche la première équation est une équation de compatibilité introduite par le degré d'hyperstaticité de la liaison. Elle impose un lien entre les composantes de rotation  $\gamma_{20H1,P1}$  et  $\gamma_{20H2,P2}$ . Ces composantes sont dépendantes. Nous proposons de garder la composante de la liaison principale c'est à dire  $\gamma_{20H1,P1}$  et de remplacer  $\gamma_{20H2,P2}$  par sa relation de compatibilité à chaque fois que cette composante sera utilisée.

$$\gamma_{20H2,P2} = (\gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P}) + (\gamma_{20H1,P1}) + (\gamma_{20H,H1} - \gamma_{20H,H2})$$

Cette relation met en évidence que les écarts angulaires de mise en position de l'appui secondaire sont fonction des défauts angulaires entre les éléments P1 et P2 de la pièce lorsqu'elle arrive de la phase précédente ( $\gamma_{10P1,P} - \gamma_{10P2,P}$ ), du jeu angulaire de la liaison principale ( $\gamma_{20H1,P1}$ ) et des défauts angulaires géométriques du porte-pièce ( $\gamma_{20H,H1} - \gamma_{20H,H2}$ ).

## **Conclusions**

De façon plus générale, si la liaison est isostatique, il y aura autant d'équations indépendantes que d'inconnues (en 3D : 6 équations pour 6 inconnues). En revanche si la nature de la liaison pièce / porte-pièce est hyperstatique, le nombre d'équations sera supérieur au nombre d'inconnues. Ces équations supplémentaires de compatibilité sont des contraintes qui vont fixer les différents paramètres entre eux.

## Annexe 6

### Analyses statistiques des mesures

Toutes les séries de mesures ont été traitées statistiquement.

Quelle que soit la séquence de mesure effectuée, que ce soit sur machine-outil avec palpeur ou sur la machine à mesurer tridimensionnelle lors des mesures de pièces et des mesures de vérification des dispersions de reprise, les analyses sont les suivantes :

- Analyse de la répétabilité du processus de mesure par rapport aux variabilités des grandeurs mesurées afin de confirmer que le processus est capable et les mesures exploitables.
- Etude des formes de distributions et évaluation de statistiques descriptives.
- Comparaison de séries de valeurs.

### Etudes des variables

Les études se décomposent en deux parties : les variables seules et les comparaisons de variables.

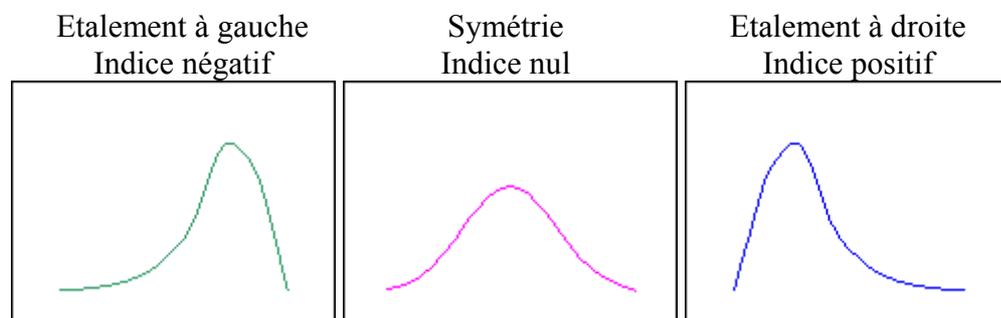
### Analyse d'une variable

L'analyse d'une variable se résume par les données suivantes :

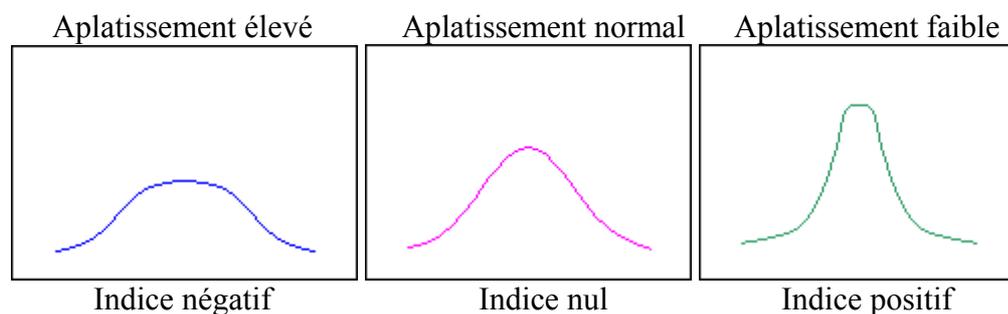
- Le nuage de points : Série chronologique des mesures permettant de déceler une dérive ou tendance ou un phénomène particulier.
- La boîte à moustaches (traduction de Box & Whiskers Plot) [TUK 77] : Diagramme résumant seulement en une figure quelques caractéristiques de position du caractère étudié (médiane, quartiles, minimum, maximum ou déciles). Il est utilisé pour comparer un même caractère dans deux populations de tailles différentes. Il s'agit de tracer un rectangle allant du premier quartile au troisième quartile et coupé par la médiane et de rajouter des segments aux extrémités menant jusqu'aux valeurs extrêmes.
- L'histogramme : Graphique permettant de soumettre une hypothèse de distribution type lors d'un test.

- L'édition des statistiques de la variable de l'échantillon observé, c'est à dire :
  - Effectif,
  - Moyenne,
  - Variance,
  - Ecart-type,
  - Minimum,
  - Maximum,
  - Etendue,
  - Asymétrie standard : Le degré d'asymétrie d'une courbe se mesure à l'aide d'un coefficient d'asymétrie.
    - \* une distribution parfaitement symétrique a un coefficient d'asymétrie de 0 ;
    - \* une distribution asymétrique étalée à gauche a un coefficient négatif ;
    - \* une distribution asymétrique étalée à droite a un coefficient positif.

Le coefficient est d'autant plus grand que l'asymétrie est forte. De façon schématique :



- Aplatissement standard : A moyenne et variance égales, l'allure générale de la distribution peut être plus ou moins voûtée ou aplatie. Il existe plusieurs indices qui permettent de mesurer l'aplatissement. Le Kurtosis mesure la concentration par rapport à l'aplatissement. Il est positif quand la concentration est élevée, et négatif quand la concentration est faible. Sa valeur est nulle pour une concentration "normale". Les configurations sont résumées par les schémas ci-dessous :



### Commentaire général sur l'ensemble des mesures effectuées

Compte tenu de la forme des histogrammes, nous avons observé que tous les échantillons que nous avons observés sont issus de population normale d'après les indicateurs. Ils ont subi un test de normalité, qui permet alors de procéder à d'autres vérifications, notamment la

répétabilité du moyen de mesure utilisé qui doit être inférieure à la variabilité de la série mesurée.

## Comparaison de variables

En considérant la propriété d'indépendance, la comparaison de deux échantillons s'effectue par le biais de paramètres estimés (le plus souvent la moyenne et/ou la variance). Dans notre étude sur les dispersions nous étudierons la comparaison des variances.

L'hypothèse est : relativement à la variable étudiée, ces deux échantillons ont-ils été prélevés indépendamment l'un de l'autre. Par soucis de simplicité de formulation des hypothèses, on retiendra, pour  $H_0$ , l'hypothèse négative qui se traduit par le fait que les variables observées ne sont pas significativement différentes.

Le test pratiqué est le test des variances de Fisher-Snedecor [Fis 53].

Ce test ne s'applique qu'au cas de deux échantillons gaussiens:  $X_1 : \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1)$  et  $X_2 : \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2)$

Le test se fait sur les variances.

On construit les quantités  $\frac{n_i s_i^2}{\sigma_i^2}$  où  $s_i^2$  est l'estimateur de la variance  $\sigma_i^2$  de la variable aléatoire

$X_i$  et  $n_i$  le nombre d'individus observés. Cette quantité suit une loi du  $K^2_{n_i-1}$ . Sous l'hypothèse  $H_0$  d'égalité des variances ( $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ), la quantité :

$$F_{n_1-1; n_2-2} = \frac{\frac{n_1 s_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 s_2^2}{n_2 - 1}} \text{ suit une loi de Fisher-Snédecor.}$$

En pratique, on met toujours au numérateur la plus grande des deux quantités afin d'obtenir une variable de décision dont la valeur est supérieure à 1. Si  $F > k$  où  $k$  est la valeur reliée à l'erreur de première espèce et peut être lue dans une table de Fisher-Snédecor, alors l'hypothèse est rejetée et les variances sont significativement différentes.

## Traitement des données

Le traitement statistique des données a été fait avec l'aide du logiciel Stagraphics plus <sup>(1)</sup>.

---

<sup>1</sup> Stagraphics Plus : Edité par StatPoint, Inc. ([www.statgraphics.com](http://www.statgraphics.com)).

Cette annexe propose en exemple, l'étude d'une composante de petit déplacement du plan usiné P7 en phase S2 lors du palpage sur la machine outil (voir Figure 1, cf l'expérimentation sur un cas industriel au chapitre 5).

Le palpage du plan a permis de déterminer par calcul et optimisation les composantes de déplacement de la surface par rapport surface nominale définie dans le référentiel de la machine-outil  $R_{MT}$ .

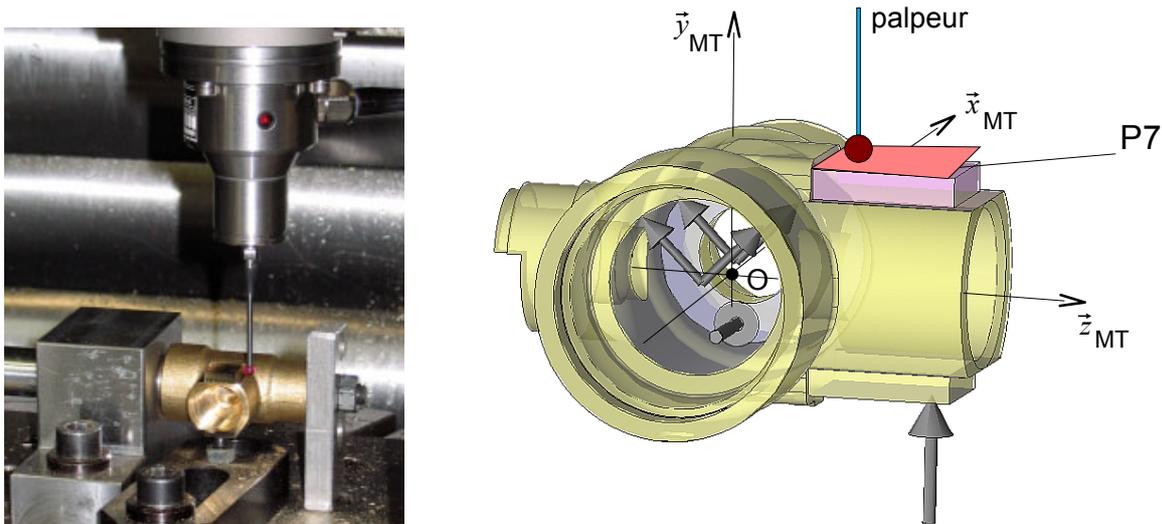


Figure 1 Palpage de la surface P7 sur la machine-outil en fin de phase S2

Les 3 composantes calculées du torseur écart  $\mathbf{T}_{n_{MT,P7}}$  sont :

$$\mathbf{T}_{n_{MT,P7}} = \begin{Bmatrix} \alpha_{S2MT,P7} \\ I \\ \gamma_{S2MT,P7} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} I \\ v_{S2MT,P7} \\ I \end{pmatrix} (\mathbf{O}, R_{MT})$$

Pour illustrer le traitement statistique, nous allons étudier comme exemple,  $v_{S2MT,P7}$  la composante de déplacement normal au plan P7 exprimée en O, origine du repère  $R_{MT}$ .

Pour démontrer que le processus de mesure est capable, un essai de répétabilité a été effectué. Nous avons procédé à une trentaine de mesures de la même pièce sur la machine-outil pour avoir un échantillon statistique de bonne qualité (lors du traitement une valeur aberrante a été extraite, il ne reste plus que 29 valeurs).

La composante  $v_{S2MT,P7}$  lors de l'essai de répétabilité est la variable notée  $v_{rep}$ .

Et elle est notée V sur la mesure lors de la série.

La série comporte 68 pièces, la taille de l'échantillon est également très correcte pour établir des statistiques.

Ci dessous est reproduit un rapport de traitement automatique des données. Ce rapport est effectué avec l'aide du logiciel Statgraphics Plus.

## Analyse à une variable : étude de la répétabilité

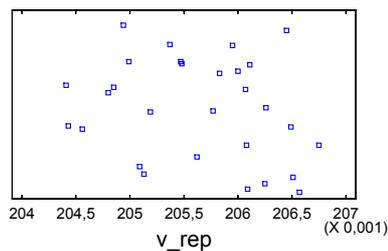
Variable des données: v\_rep

29 valeurs entre 0,20441 et 0,20675

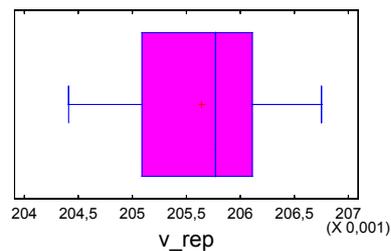
Le StatAdvisor

-----  
Cette procédure a pour but de résumer un unique échantillon de données. Elle va calculer diverses statistiques et afficher divers graphiques.

Nuage de points



Boîte à moustaches



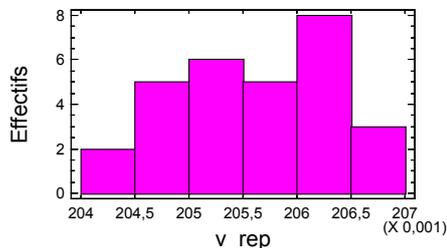
Statistiques résumées pour v\_rep

Effectif = 29  
Moyenne = 0,205638  
Variance = 4,76715E-7  
Ecart-type = 0,000690445  
Minimum = 0,20441  
Maximum = 0,20675  
Etendue = 0,00234  
Asymétrie std. = -0,527506  
Aplatissement std. = -1,2084

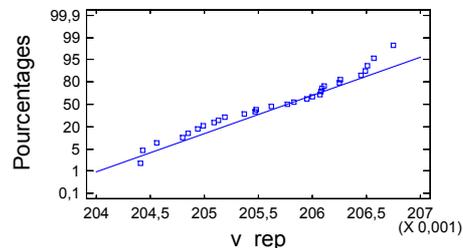
Le StatAdvisor

-----  
Ce rapport donne des statistiques résumées pour v\_rep. Il inclut des mesures de tendance centrale, des mesures de variabilité et des mesures de forme. Les coefficients d'aplatissement standardisé et d'asymétrie standardisée sont particulièrement utiles car ils peuvent être utilisés pour déterminer si l'échantillon suit une loi normale. Des valeurs de ces statistiques en dehors de la plage -2 à +2 indiquent un écart significatif à la normalité, ce qui rend non valides les tests statistiques concernant l'écart-type. Dans ce cas, la valeur de l'asymétrie standardisée est dans la plage attendue pour des données suivant une loi normale. La valeur de l'aplatissement standardisé est dans la plage attendue pour des données suivant une loi normale.

Histogramme



Graphique de normalité



## Conclusion et commentaires sur la répétabilité

L'hypothèse de distribution normale est acceptée, compte tenu du commentaire généré par le « StatAdvisor ». Ceci veut dire qu'il ne s'est pas passé de phénomènes particuliers lors de

l'essai de répétabilité. Le processus de mesure n'a pas de dérive ou de sources d'incertitudes liées à des causes assignables (aussi appelées causes spéciales) [Pil 03].

L'ordre de grandeur de la variabilité du processus de mesure est indiqué par son écart type  $\sigma_{v\_rep} = 0,690445E-3$  mm.

Les tests de comparaison sont faits sur la variance :  $\sigma^2_{v\_rep} = 4,76715E-7$  mm<sup>2</sup>.

## Analyse à une variable : étude de la série mesurée

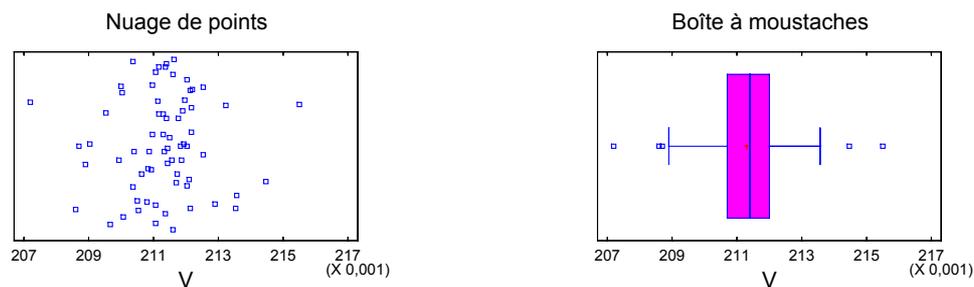
Nous allons analyser statistiquement de la même manière la composante  $V_{S2MT,P7}$  sur la série de pièces mesurées.

Variable des données: V

68 valeurs entre 0,2072 et 0,21549

Le StatAdvisor

-----  
Cette procédure a pour but de résumer un unique échantillon de données. Elle va calculer diverses statistiques et afficher divers graphiques. Les intervalles de confiance et les tests d'hypothèses sont également présents dans cette procédure

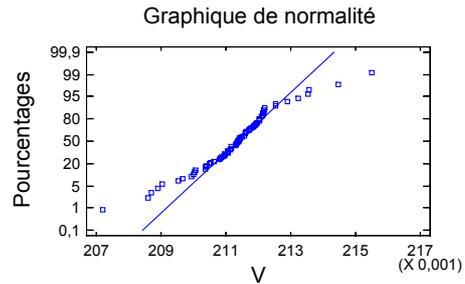
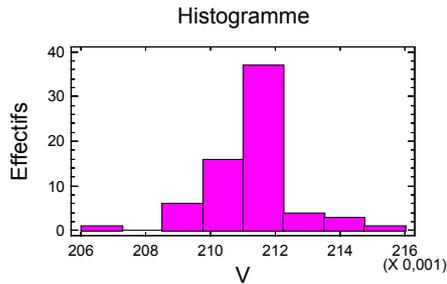


Statistiques résumées pour V

Effectif = 68  
Moyenne = 0,211307  
Variance = 0,00000172987  
Ecart-type = 0,00131524  
Minimum = 0,2072  
Maximum = 0,21549  
Etendue = 0,00829  
Asymétrie std. = -0,148745  
Aplatissement std. = 1,58883

Le StatAdvisor

-----  
Ce rapport donne des statistiques résumées pour V. Il inclut des mesures de tendance centrale, des mesures de variabilité et des mesures de forme. Les coefficients d'aplatissement standardisé et d'asymétrie standardisée sont particulièrement utiles car ils peuvent être utilisés pour déterminer si l'échantillon suit une loi normale. Des valeurs de ces statistiques en dehors de la plage -2 à +2 indiquent un écart significatif à la normalité, ce qui rend non valides les tests statistiques concernant l'écart-type. Dans ce cas, la valeur de l'asymétrie standardisée est dans la plage attendue pour des données suivant une loi normale. La valeur de l'aplatissement standardisé est dans la plage attendue pour des données suivant une loi normale.



## Conclusion et commentaires sur la répétabilité

L'hypothèse de distribution normale est acceptée, ceci veut dire qu'il ne s'est pas passé de phénomènes particuliers lors de l'usinage de la série de pièces (causes assignables de type, usure outil, dérèglement, ...) seuls des paramètres aléatoires de dispersions sont à l'origine des variations. L'ordre de grandeur de la variabilité de la série usinée est indiqué par son écart type  $\sigma_v = 1,31524E-3$  mm. Sa variance est :  $\sigma^2_v = 17,2987E-7$  mm<sup>2</sup>.

## Analyse de deux échantillons : Etude de la répétabilité par rapport à la série de pièces mesurées

Pour valider le processus de mesure qui dans notre cas ne portera que sur des paramètres de dispersions, en s'inspirant de la norme sur l'agrément des moyens de mesures [ISO 014253-1], nous allons comparer la variance de la répétabilité  $\sigma^2_{v\_rep}$  avec celle de la série de pièces  $\sigma^2_v$ . Si les deux distributions sont normales, le test de Fisher-Snedecor est applicable.

Notons que si l'hypothèse de normalité est rejetée :

- Pour la répétabilité, il faut remettre en question le processus de mesure qui doit se répéter normalement compte tenu de la variable étudiée (angle ou translation).
- Pour la série usinée, il faut diagnostiquer l'origine de la non-normalité et la compenser sur la série de valeurs (par exemple : correction de l'usure de l'outil, recalage moyen suite à un renouvellement d'outil, ...).

## Comparaison de deux échantillons - V & v\_rep

Résumé de la procédure

Echantillon 1: V

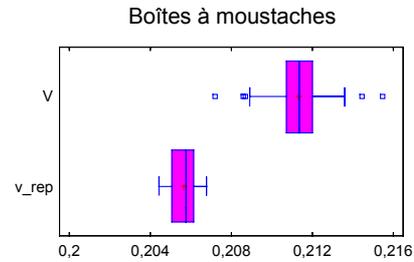
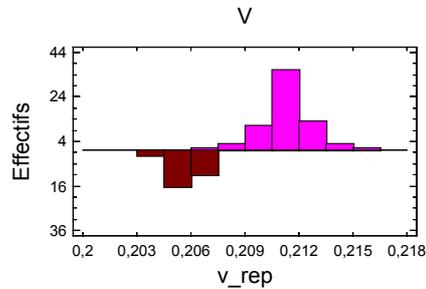
Echantillon 2: v\_rep

Echantillon 1: 68 valeurs entre 0,2072 et 0,21549

Echantillon 2: 29 valeurs entre 0,20441 et 0,20675

Le StatAdvisor

-----  
 Cette procédure permet de comparer deux échantillons de données. Elle calcule des statistiques, affiche des graphiques pour chaque échantillon et effectue divers tests pour déterminer s'il y a des différences significatives entre les deux échantillons.



Statistiques résumées

	V	v_rep
Effectif	68	29
Moyenne	0,211307	0,205638
Variance	0,00000172987	4,76715E-7
Ecart-type	0,00131524	0,000690445
Minimum	0,2072	0,20441
Maximum	0,21549	0,20675
Etendue	0,00829	0,00234
Asymétrie std.	-0,148745	-0,527506
Aplatissement std.	1,58883	-1,2084

Le StatAdvisor

-----  
 Ce rapport donne des statistiques résumées pour les deux échantillons de données. D'autres options pour les tableaux de cette analyse peuvent être utilisées pour déterminer si les différences entre les statistiques des deux échantillons sont statistiquement significatives. Les coefficients d'aplatissement standardisé et d'asymétrie standardisée sont particulièrement intéressants car ils peuvent être utilisés pour déterminer si les échantillons proviennent de la même distribution. Des valeurs de ces statistiques en dehors de la plage de -2 à +2 indiquent un écart significatif à la normalité, ce qui rend invalides les tests de comparaison des écarts-types. Dans ce cas, les deux coefficients d'asymétrie standardisée sont dans la plage attendue. Les deux coefficients d'aplatissement standardisé sont dans la plage attendue.

Comparaison des écarts-types

	V	v_rep
Ecart-type	0,00131524	0,000690445
Variance	0,00000172987	4,76715E-7
Ddl	67	28

Ratio des variances = 3,62872

Intervalles de confiance à 95,0%

Ecart-type de V: [0,00112535;0,00158284]  
 Ecart-type de v\_rep: [0,000547923;0,000933794]  
 Ratio des variances: [1,84676;6,56248]

Test F de comparaison des écarts-types

Hypothèse nulle:  $\sigma_1 = \sigma_2$   
 (1) Hypothèse Alt.:  $\sigma_1 \neq \sigma_2$   
 F = 3,62872      Proba. = 0,000343815

Le StatAdvisor

Cette option calcule un test F de comparaison des variances des deux échantillons. Il calcule également des intervalles ou limites de confiance pour chaque écart-type ou pour le ratio des variances. Un test F peut également être utilisé pour tester une hypothèse spécifique concernant les écarts-types des populations dont proviennent les échantillons. Dans ce cas, le test a été construit pour déterminer si la valeur du ratio des écarts-types est égale à 1,0 contre l'hypothèse alternative que la valeur du ratio n'est pas égale à 1,0. Comme la valeur de la probabilité est inférieure à 0,05, on peut rejeter l'hypothèse nulle en faveur de l'hypothèse alternative.

NOTE IMPORTANTE: les tests F et les intervalles de confiance indiqués ici supposent que les échantillons suivent des lois normales.

## **Conclusion et commentaires sur la comparaison des variances**

Le test F a été effectué, car les deux séries ont été considérées comme normales. L'hypothèse alternative de différence significative des deux séries de valeur est acceptée, les variances sont significativement différentes et la variance de répétabilité  $\sigma^2_{v\_rep}$  est inférieure à la variance  $\sigma^2_v$  de la série de pièces.

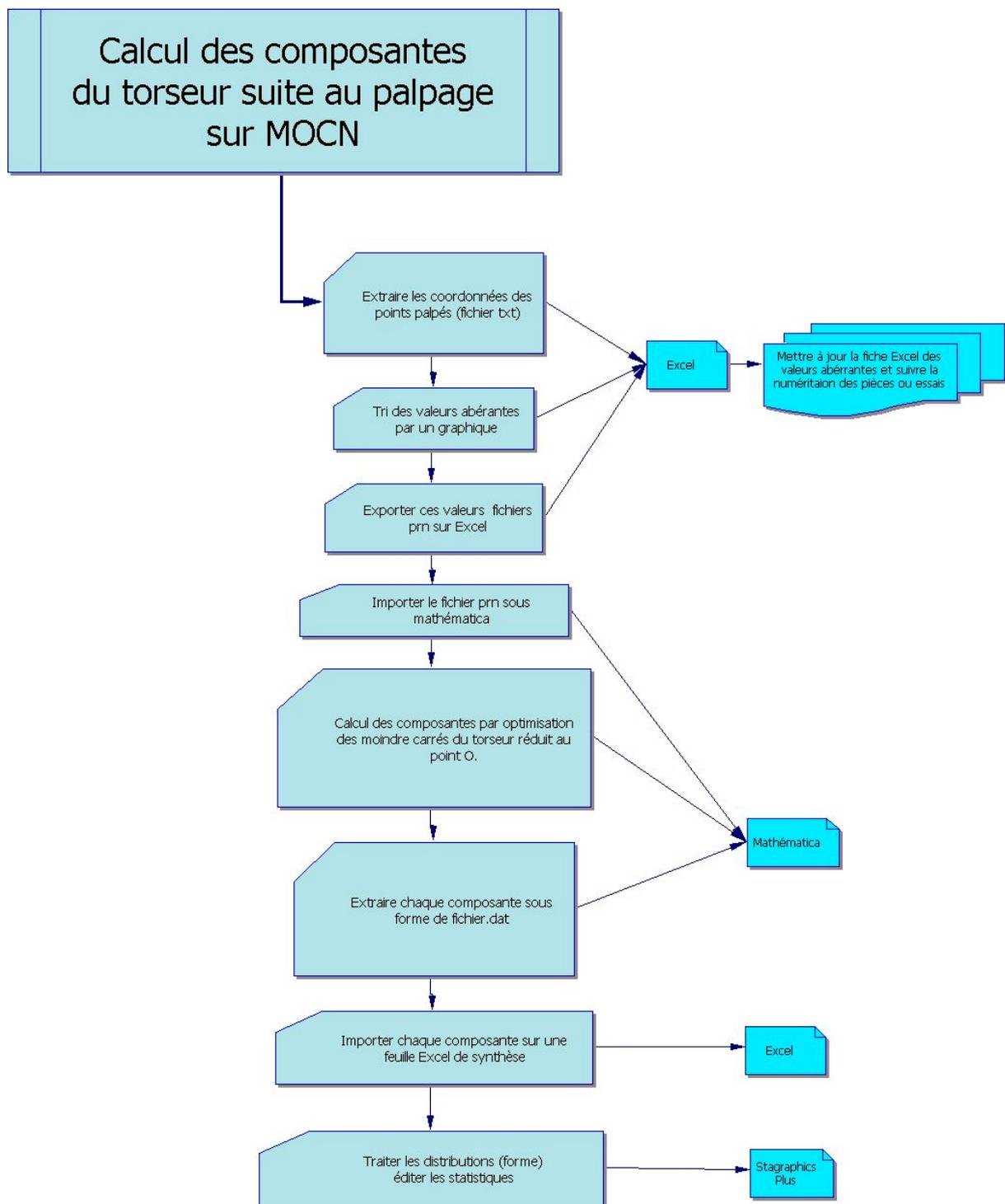
Le seuil de décision que nous avons choisi pour considérer le processus de mesure capable fixe le ratio des variances à 3, en dessous le processus de mesure est considéré comme très bruité et d'un niveau de confiance trop bas. Un ratio de 3 correspond à un rapport d'environ 50% entre le bruit de la mesure et des dispersions d'usinage.

Dans notre cas le ratio est de 3,6. Nous considérons que les mesures qui ont traitées  $V_{S2MT,P7}$  la composante de déplacement du plan P7 sont exploitables. Alors la variance  $\sigma^2_v$  caractérise la dispersion d'usinage du plan P7 de la composante de  $V_{S2MT,P7}$ .



## Annexe 7

### Organisation et traitement des données lors des calculs des composantes







## Résumé :

Dans le processus d'industrialisation d'un produit, l'étude de la cotation de fabrication est une étape de l'élaboration de la gamme de fabrication des pièces à produire. Grâce à la simulation d'usinage, elle met en évidence les variations dimensionnelles et géométriques probables des pièces tout le long de leur processus de fabrication, c'est à dire phase après phase. Ces écarts, dus à la fabrication, doivent être tolérés afin de respecter l'ensemble des contraintes fonctionnelles et manufacturières du produit.

On distingue généralement deux étapes lors de la cotation de fabrication :

- Tout d'abord, la simulation dimensionnelle et géométrique d'usinage qui permet l'expertise et la validation d'un avant projet d'étude de fabrication par la prédiction des variations géométriques des surfaces réalisées.
- Puis, l'optimisation qui permet l'augmentation potentielle des tolérances de fabrication afin de respecter l'ensemble des contraintes associées au produit et d'intégrer au plus tôt, dès la conception, les contraintes de fabrication et de constater leurs effets sur les caractéristiques du produit.

L'objectif principal de ce travail est d'aboutir à un modèle global réaliste des défauts fabriqués afin de mener à bien la simulation d'usinage.

Dans un premier temps, une modélisation des phases d'usinage et, une représentation graphique des gammes de fabrication sont proposées. Une première approche de la simulation d'usinage est présentée en intégrant les écarts de fabrication sur un logiciel de FAO afin de générer une pièce simulée avec défauts. Sur cette maquette numérique, est effectuée la métrologie virtuelle qui caractérise grâce à un modèle volumique, les défauts de la pièce simulée.

Dans un second temps, une approche formelle de la simulation d'usinage est proposée. Des relations sont créées entre les défauts des pièces fabriquées et les écarts de fabrication. Des travaux de recherche initiés dans le domaine de la cotation fonctionnelle ont montré que l'utilisation des torseurs permet une modélisation tridimensionnelle des défauts géométriques. En considérant une phase d'usinage comme un empilage de composants, c'est à dire comme un mécanisme, il est possible de modéliser les défauts de fabrication inhérents à chaque phase puis de les cumuler suivant le processus de fabrication. Une démarche méthodologique permet de générer automatiquement les chaînes de torseurs relatifs à l'ensemble des défauts de fabrication de la pièce brute à la pièce finie. Suite à une étude de cas, les deux approches convergent vers des résultats comparables. Un bilan des apports des deux méthodes de simulation est présenté afin de les associer et de les rendre complémentaires.

Enfin, pour permettre de valider expérimentalement les modèles et les approches, un processus opératoire de mesure des défauts tridimensionnels de fabrication est proposé. Il identifie les types de dispersions de fabrication et établit leurs contributions et leurs effets sur la géométrie des pièces. Ces méthodes et les moyens de mesure associés ont été développés dans l'optique d'être adaptés au contexte industriel afin de favoriser la capitalisation du savoir-faire.

Mots-clés : Simulation d'usinage, maquette numérique simulée, métrologie virtuelle, torseur de petit déplacement, méthode de quantification tridimensionnelle des défauts fabriqués.

---

Title : Three-dimensional modelisation and quantification of the manufacturing errors for the machining simulation

## Abstract:

During the industrialization of a manufacturing process, tolerance charting is an essential step of process planning. This activity is needed to validate and optimize process plan by dimensioning acceptable geometrical errors on parts. The two main stages of tolerance charting are usually:

- Dimensional and geometrical manufacturing simulation: validation of the process plan by predicting and estimating the minimal manufacturable values for each tolerance of each set-up.
- Optimization: enlarge some tolerances in order to reduce manufacturing costs while satisfying the functional and manufacturing constraints.

In an integrated design and manufacturing context this is useful to know as soon as possible the effects of the manufacturing errors on the product characteristics.

The main objective of our work is to define a global and realistic model of the manufacturing errors for the machining simulation.

In the first part, a geometrical model of the whole process plan is proposed and formalized using charts. Each component of the process and its geometrical errors are considered in our approach. Based on this model, a first method for the machining simulation is proposed using a CAM system. All manufacturing errors are integrated in order to generate a virtually manufactured workpiece. The resulting numerical model of the part can be measured using a CAD system, this virtual metrology approach allows us to measure manufactured errors and control the virtual part.

In the second part, a formal approach of the machining simulation is proposed. Using our model, all mathematical relations between the manufacturing errors and the resulting errors on the finished workpiece are easily defined. All errors are modeled using small displacements torsors. This linear model already proved its efficiency in the field of metrology and design tolerancing to modelize three-dimensional geometrical errors. Our approach considers each set-up as a mechanism and each manufacturing error is defined with a torsor. It is thus possible to add them according to the process plan. Starting from a CAD model of a part and its process plan (a kind of design for manufacturing CAD model), we have developed an application of our method in order to generate automatically the torsor chains of manufacturing errors.

Using an example, we show that the results of the two approaches (the CAM simulated and the formal one) converge towards comparable values. An analysis of benefits and drawbacks of each method is presented in order to associate them and to make them complementary.

Lastly, to validate our models and approaches, we propose an experimental method to measure the three-dimensional manufacturing errors. Different types of manufacturing dispersions are identified and their contributions and effects on the workpiece geometry are established. These methods and the associated measuring processes were developed to be adapted to the industrial context and knowledge capitalization.

Keywords: Manufacturing simulation, small displacement torsor, simulated numerical workpiece, virtual metrology, quantification of three-dimensional manufacturing errors