



HAL
open science

Développements de systèmes multipassages pour application à la spectroscopie d'absorption : Cavity Ring Down Spectroscopy multimode et cellules à passages multiples

Jérémie Courtois

► **To cite this version:**

Jérémie Courtois. Développements de systèmes multipassages pour application à la spectroscopie d'absorption : Cavity Ring Down Spectroscopy multimode et cellules à passages multiples. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. Français. NNT: . tel-00458101v1

HAL Id: tel-00458101

<https://theses.hal.science/tel-00458101v1>

Submitted on 19 Feb 2010 (v1), last revised 28 Feb 2010 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS XI
UFR SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THESE
à présenter pour obtenir

Le **GRADE de DOCTEUR en SCIENCES PHYSIQUES**
DE L'UNIVERSITE PARIS XI, ORSAY

Par
Jérémie COURTOIS

**DEVELOPPEMENT DE SYSTEMES MULTIPASSAGES POUR
APPLICATION A LA SPECTROSCOPIE D'ABSORPTION : CAVITY
RING DOWN SPECTROSCOPIE MULTIMODE ET CELLULES A
PASSAGES MULTIPLES**

Soutenance présentée le 9 Décembre 2009 devant la commission d'examen constituée de :

M. Daniele ROMANINI	Directeur de thèse
M. Ajmal MOHAMED	Co-directeur de thèse
Mme Dolorès GAUYACQ	Présidente
M. Weidong CHEN	Rapporteur
M. Nicolas TREPS	Rapporteur
M. Jérôme MORVILLE	Examinateur
M. Michel Lefebvre	Examinateur

REMERCIEMENTS

Mes premiers remerciements, bien qu'impersonnels, s'adressent aux deux structures scientifiques que sont l'Office Nationale d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (Onera) et le Centre National d'Etude Spatiales (Cnes). La première m'a accueilli dans ses locaux, au sein du fort de Palaiseau, et m'a fait bénéficier de toute l'infrastructure nécessaire pour mener à bien mes travaux de recherche, tandis que la seconde les a rendus possibles par le financement de ma bourse de thèse. J'ai, à franchement parler, une très vive reconnaissance pour ces deux hauts lieux de la recherche scientifique. Grâce à elles, j'ai bénéficié d'un accès privilégié au savoir et j'ai eu, en outre, la chance de voyager pour des conférences à travers le monde : un grand merci pour ces formidables opportunités de vie. Dans la même veine, je remercie l'ensemble des auteurs de ma bibliographie dont les recherches m'ont été d'un indispensable apport pour permettre les miennes propres. Puissent ces maigres remerciements témoigner de mon immense gratitude pour l'ensemble du savoir dont j'ai profité.

Cette aventure, j'en ai pleinement conscience, fût une grande chance. « Chercher à comprendre pour savoir » me semble être le plus beau métier du monde. Ici, plutôt que de remercier la Vie qui m'a conduit jusqu'à présent, je souhaiterais très humblement exprimer ma reconnaissance envers les hommes et les femmes qui ont constitué le tout de cette aventure humaine et professionnelle.

Je remercie d'abord Pierre Touboul, chef du département « Mesures Physiques », pour m'avoir offert l'opportunité d'effectuer ce doctorat.

Merci à Emmanuel Rosencher, directeur scientifique de la branche Physique. Bien que très éloigné du quotidien de mon « banc optique », j'ai une très grande admiration pour cet homme au savoir gigantesque. Toujours je demeurerai très honoré d'avoir été l'une de ses « ouailles ».

Un grand merci à Michel Lefebvre, notre chef d'unité « Sources Lasers et Métrologie ». Je le remercie pour son attention constante des avancements réalisés durant mon travail et, d'une manière générale, pour son implication à la vie des jeunes chercheurs.

Je remercie avec chaleur mon encadrant Ajmal Mohamed. D'abord pour avoir mis en place l'infrastructure dont j'ai disposé durant ce travail, ensuite pour sa grande sympathie humaine. Ajmal, j'espère sincèrement avoir été à la hauteur de la confiance que tu m'as manifestée.

A mon directeur de thèse Daniele Romanini : Merci beaucoup. Un merci bien sincère Daniele d'avoir tellement éclairé ma lanterne. Je te suis très reconnaissant de tous les efforts prodigués pour ce travail, ceci en dépit du tas de difficultés lié à la distance séparant nos deux labos. Avoir été l'un de tes étudiants fût un remarquable privilège. Merci pour ton savoir, merci de me l'avoir donné en partage. Mon admiration pour le scientifique que tu es n'a d'égal que l'honneur que j'ai eu d'avoir fait de la recherche à tes côtés.

Je remercie Nicolas Treps et Weidong Chen qui furent les rapporteurs de ce manuscrit. Merci pour vos efforts de correction.

Je tiens à remercier à leur tour Brigitte Attal-Tretout, Neilly Dorval, Frédéric Grisch et Mikaël Orain pour leur sympathie quotidienne. Je remercie également Florence Baumgartner et Hélène-Meller pour tous les efforts déployer à mon égard. Merci à Jean-Bonnet, à la fois pour sa bonhomie aussi bien que pour ses multiples et précieux éclaircissements.

Une pensée pour la « troupe » des atomes froids : Alexandre Bresson, Yannick Bidel. Je vous remercie pour votre convivialité. J'incorpore également Fabien Lienhart pour avoir, entre autres choses, été l'instigateur de cette aventure en faisant suivre mon CV il y a trois ans et demi de cela. Nassim Zahzam et Olivier Carraz ont volontairement manqué à l'appel : le premier, Nassim, attendu que j'ai une sympathie toute particulière à son encontre. Merci pour ta facilité humaine et, plus fondamentalement, pour ton soutien et tes conseils qui furent, sans l'ombre d'un doute, d'un grand intérêt. Le second puisqu'il s'agit d'une amitié toute personnelle. Olivier, je suis bien content d'avoir partagé l'aventure d'une thèse avec toi (et de t'avoir, soit précisé en passant, coiffé sur le poteau !). Je te remercie pour le tas d'aides scientifiques que tu as eu l'occasion de me fournir (un jour, d'ailleurs, si cette taille de symétrie fait des bulles tu peux compter sur moi pour signaler, comme de juste, ta part de gloire). J'ai grande confiance en ta valeur scientifique et je souhaite ta carrière longue et prospère. Egalement merci pour ton naturel amical et, surtout, pour nos vacances partagées. *Infinitely thank you* super guerrier.

Je remercie d'une pierre deux coups Myriam Raybaut et Antoine Godard. Tout deux me font incontestablement penser à de la bonne humeur. Merci pour vos sourires. Un

merci plus particulier à Antoine pour ses aides souvent essentielles en termes de recherche scientifique.

Je veux également remercier Isabelle Debecker pour ses précieux développements sur la CRDS. Je pense de la même manière à Jérôme Morville et à son remarquable travail qui fût d'un inestimable concours.

En ce qui concerne les habitants du J3-01, je remercie d'abord chaleureusement Jean-Pierre Faléni. Merci Jean-Pierre pour tes innombrables coups de pouce réalisés sur les bancs multipassages. De manière plus personnelle un sincère merci pour ta gentillesse et ta façon si naturelle de rendre service.

Je remercie Jean-Michel Melkonian, alias « Mini Siegman ». Il est inutile, d'après le sobriquet que je te prêterai toujours, de préciser le respect que je porte ensemble à toi et ta sagacité. Merci pour tes aides par dizaines.

Je remercie Raphaël Vallon. Un peu à la façon de Jean-Michel je t'adresse un grand merci pour ta disponibilité d'esprit. Merci pour les innombrables discussions qu'on a pu avoir. Il est bon d'avoir pu, avec tant de facilité, communiquer avec autant de valeur intellectuelle.

Merci à Jean-Baptiste Dherbecourt. Pêle-mêle pour nos débats scientifiques et ton aide véritable, parfois l'allure de ta touffe de cheveux, tes leçons de guitare, les happy-hours, ton humour, les disquettes partagées... en bref pour ton amitié. En dépit de ce qu'on a pu penser, je t'inscris en faux : « You are not as heavy as I looked »... Je compte sur toi pour ne pas me laisser oublier au bon souvenir de Gégé.

Fabien Boëtier, je remercie ta sympathie ainsi que ta patience d'avoir accepté de résoudre nombreux de mes problèmes. J'ai eu un grand plaisir de profiter des bons soins de ton intelligence.

Merci aux doctorants Sara Abbate, Bertrand Hardy et Babacar Diop.

Je remercie Thomas Schmid, technicien et ami. Merci Thomas de m'avoir fait partager ta convivialité durant ces trois années de vie. Il est beaucoup trop de souvenirs partagés pour n'en pouvoir citer que quelques uns. Peut-être le 34-35 à jamais mémorable ? Sans doute, toutefois, toutes nos tranches de rires qui se comptent comme le cumule des scores d'une années de compète.. Tu as bien certainement largement contribué au bonheur de cette aventure humaine. Permits ces plats remerciements de rendre compte de ma reconnaissance pour notre complicité. Potame dit : « Chaaahoooo ».

J'ai également grande envie de citer, pour la postérité, mes amis : Fabrice, Roda, Julien, Ludo, César, Benjamin, Camille, Hugues, Carole. A vous 9 un grand merci pour votre soutien dans l'existence. Un merci à part pour Adrien, l'habitant hamburger.

Je remercie ma sœur Marine pour son expertise informatique et Roro pour le coup de main au pot de soutenance. J'anticipe un merci à la personne qui va suivre pour l'heureuse surprise que fût la venue de mon Père comme prétexte à ce jour du 9 Décembre 2009.

Enfin, je remercie infiniment ma mère. Merci pour tout Maman, ce travail t'est dédié.

Paris, le 5 janvier 2010

TABLE DES MATIERES

1	INTRODUCTION ET MOTIVATIONS	7
1.1	L'ONERA, LA SOUFFLERIE F4 ET LA SPECTROSCOPIE D'ABSORPTION	9
1.2	LA CAVITY RING DOWN SPECTROSCOPIY	10
1.3	LES CELLULES MULTIPASSAGES.....	12
1.4	CHAMPS D'APPLICATIONS.....	13
1.5	PRESENTATION DU MANUSCRIT	13
2	CAVITES OPTIQUES ET PHASE DE GOUY	17
2.1	POINT DE VUE DE L'OPTIQUE ONDULATOIRE : MODES PROPRES D'UN RESONATEUR OPTIQUE LINEAIRE.....	19
2.1.1	Faisceaux gaussiens et résonateurs optique	19
2.1.1.1	Optique des faisceaux lasers dans l'approximation paraxiale : les faisceaux gaussiens	19
2.1.1.2	Modes propres de Hermite-Gauss d'un faisceau gaussien	20
2.1.1.3	Résonateur optique.....	22
2.1.1.3.1	« Paramètre g » de la cavité et propriétés du faisceau gaussien accordées sur celles d'une cavité optique.....	23
2.1.2	La phase de Gouy	24
2.1.2.1	Phénoménologie	24
2.1.2.2	Fréquences propres des modes de résonances	25
2.1.3	Phase de Gouy et cavité optique	26
2.1.3.1	Cavité quelconque	26
2.1.3.2	Cavité fractionnellement dégénérée	28
2.2	POINT DE VUE DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE.....	29
2.2.1	Propagation d'un rayon lumineux au sein d'une cavité	29
2.3	CONNEXION ENTRE OPTIQUE GEOMETRIQUE ET OPTIQUE ONDULATOIRE A TRAVERS LA PHASE DE GOUY.....	32
	Synthèse	36
3	CRDS PAR BALAYAGE RAPIDE ET CONTINU DE LA FREQUENCE LASER: VERS LA NECESSITE D'UNE INJECTION MULTIMODE	39
3.1	UNE CAVITE OPTIQUE HAUTE FINESSE COMME SYSTEME MULTIPASSAGE	41
3.1.1	De la loi de Beer-Lambert à la CRDS : principe de la spectroscopie d'absorption	41
3.1.2	La CRDS par laser pulsé : principe de la spectroscopie par mesure du temps de déclin d'une cavité optique	42
3.1.3	De la CRDS-pulsée à la cw-CRDS	44
3.1.4	De la CRDS en régime continu au schéma par balayage rapide.....	45

3.1.4.1	Limitations temporelles des schémas « pas à pas » pulsés et continus.....	47
3.1.4.2	Schéma sans verrouillage de mode : la CRDS par balayage rapide et continu	47
3.2	CW-CRDS RAPIDE ET CONTINUE : CARACTERISATION.....	48
3.2.1	Dispositif expérimental.....	49
3.2.1.1	Description des éléments fondamentaux constitutifs du montage CRDS par balayage continu.....	50
3.2.1.1.1	La cavité Ring Down.....	50
3.2.1.1.2	La source laser.....	51
3.2.1.1.3	Le dispositif d'envoi du faisceau vers la cavité.....	52
3.2.1.1.4	Le photodétecteur.....	53
3.2.1.1.5	Le système de calibration en longueur d'onde	54
3.2.1.2	Transmission temporelle d'une cavité rapidement balayée.....	54
3.2.1.2.1	Evènement ring down.....	55
3.2.1.2.2	Efficacité de couplage par balayage rapide et continu de la fréquence laser	56
3.2.2	Limitation spectrale du schéma d'excitation par balayage continu au travers des modes longitudinaux fixes de la cavité.....	57
3.3	AUGMENTATION DE L'ECHANTILLONNAGE SPECTRAL EN CW-CRDS PAR BALAYAGE RAPIDE ET CONTINU DE LA FREQUENCE LASER	59
3.3.1	Première solution : Balayage simultané du mode laser et des modes de la cavité	59
3.3.1.1	Augmentation du balayage de la cavité.....	60
3.3.1.2	Diminution du balayage laser.....	61
3.3.2	Deuxième solution : Mise à profit de la structure transverse du résonateur	61
3.3.2.1	Excitation monomode : Mode matching	61
3.3.2.1.1	Injection expérimentale.....	64
3.3.2.1.1.1	Mode d'injection de la cavité.....	64
3.3.2.1.1.2	Mode matching expérimental	64
3.3.3	Transmission d'une cavité fondamentalement excitée	65
3.3.4	Excitation multimode d'une cavité optique	66
3.3.4.1	Décomposition d'un faisceau gaussien sur les modes transverses de la cavité	66
3.3.4.2	Spectre multimode d'évènements ring down	70
3.3.4.2.1	Taille de cavité quelconque.....	70
3.3.4.2.2	Cavité fractionnellement dégénérée	71
3.3.4.3	Gain en définition spectrale	72
Synthèse		74
4	CW-CRDS MULTIMODE ET CAVITE FRACTIONNELLEMENT DEGENEREE.....	77
4.1	DEUX SCHEMAS EXPERIMENTAUX D'INJECTION	79
4.1.1	Excitation multimode axiale	79
4.1.1.1	Fibre multimode	80
4.1.1.2	Oxygène moléculaire et profil de raie d'absorption préliminaire	82
4.1.1.3	Limite de détectivité du dispositif.....	84
4.1.1.4	A propos de la sensibilité de notre dispositif	85
4.1.1.5	Optimisation de la sensibilité : cas général	86
4.1.1.6	Injection axiale multimode et bruit périodique intrinsèque.....	87
4.1.1.7	Le bruit périodique.....	88
4.1.1.7.1	La diffraction.....	88

4.1.1.7.2	Inhomogénéité spatiale des réflectivités de miroir.....	89
4.1.1.8	Distinction des pertes propres associées à chaque groupe singulier de résonance	90
4.1.1.9	Spectres étalonnés « mode-à-mode » : cavités de couple (N,K)= (4,1) et (6,1)	91
4.1.2	Injection hors axe.....	93
4.1.3	Plusieurs cavités pour un unique ordre réentrant N	94
4.1.3.1.1	<i>Expérimentalement.....</i>	95
4.1.4	Résonances réentrantes	97
4.1.5	Profil de raie d'absorption hors axe et limite de détectivité	99
4.1.5.1	Degré de dégénérescence d'un résonateur fractionnellement dégénéré	100
4.2	CRDS ET BATTEMENTS DE MODES.....	101
4.2.1	Origine physique.....	102
4.2.2	Phénomène de battement.....	103
4.2.2.1	Description.....	104
4.3	COMPARAISON DES METHODES D'INJECTION MULTIMODE : SENSIBILITE DES MESURES	105
	Synthèse	109
5	INELUCTABLE ASTIGMATISME ET CAVITE HAUTE-FINESSE : CARACTERISATION	111
5.1	DOMAINE SPATIAL : INELUCTABLE ASTIGMATISME, FINESSE ET FIGURES DE LISSAJOUS	113
5.1.1	Réponse à l'astigmatisme, cavité basse et haute finesse : temps de vie des photons	113
5.1.1.1	Observation expérimentale des profils transverses en injection hors axe pour une cavité haute finesse non parfaitement sphérique	113
5.1.2	Profils transverses de Lissajous : finesse et astigmatisme	115
5.1.2.1	Cavité astigmatique réentrante	116
5.1.2.2	Simulation des profils transverses	117
5.1.2.3	Profil « central » et symétrie des figures de Lissajous	119
5.2	DOMAINE FREQUENTIEL : INELUCTABLE ASTIGMATISME, FINESSE, FIGURES DE LISSAJOUS ET INTERVALLE DE DEGENERESCENCE	121
5.2.1	Vision classique	121
5.2.1.1	Battement sélectif de modes et mesure de l'astigmatisme associé à des miroirs sphériques : introduction à la dispersion modale	121
5.2.1.2	Excitation hors axe et modes mis en jeu	124
5.2.1.2.1	Introduction.....	124
5.2.1.2.2	Caractérisation	125
5.2.1.2.3	Modes invoqués aux résonances hautement dégénérées lors d'une injection hors axe réentrante	126
5.2.1.3	Comportement d'une cavité haute-finesse astigmatique : succession des profils transverses de Lissajous, intervalle de dégénérescence et symétrie caractéristique.....	129
5.2.1.3.1	Modélisation.....	129
5.2.1.3.2	Coïncidences particulières de modes particuliers : le profil net de Lissajous	129
5.2.1.3.3	Succession des profils de Lissajous et intervalle de dégénérescence	132
5.2.1.3.4	Intervalle de dégénérescence	132
5.2.1.3.5	Profils de Lissajous / N taches d'impacts.....	133
5.2.1.3.6	Symétrie des profils transverses de Lissajous et profil central en (« X et en O »)	135
5.3	POINT DE VUE QUANTIQUE ET REVISION MODALE	136
5.3.1	Bibliographie.....	136
5.3.2	Brève introduction : Analogie quantique-classique	137

5.3.3	Signification physique des paramètres invoqués dans la fonction d'état : correspondance quantique-classique	138
5.3.3.1	Simulation quantique des profils transverses de Lissajous	138
5.3.3.1.1	Etat cohérent quantique et profils transverses de Lissajous.....	138
5.3.3.1.2	Analogie classique-quantique et signification des paramètres N, M, p et q de l'état cohérent.....	140
5.4	PROFILS TEMPORELS DE TRANSMISSION D'UNE CAVITE HAUTE-FINESSE INJECTEE HORS DE L'AXE OPTIQUE.....	142
5.4.1	Description analytique des profils temporels transmis : de la cavité sphérique à la cavité légèrement astigmatique	143
5.4.1.1	Prise en compte de l'inhérent astigmatisme	145
5.4.1.2	Astigmatisme et dispersion modale.....	146
5.4.2	Dispersion modale et lissage, par effet de moyenne, des décroissances ring down	146
5.4.2.1	Astigmatisme et taille de cavité.....	146
5.4.2.2	Injection hors axe et longueur effective de propagation en trajectoire réentrante	148
5.4.3	Réapparition des oscillations Doppler à l'approche de l'axe optique de la cavité	150
Synthèse	151	
6	DEVELOPPEMENT CONNEXE : CAVITES MULTIPASSAGES NON-RESONANTES : DES CELLULES DE D. R. HERRIOTT AUX CELLULES DE C. ROBERT	155
6.1	LA COURSE AU NOMBRE DE PASSAGES.....	157
6.2	LES CELLULES DE HERRIOTT	158
6.2.1	Alignement expérimental des cellules multipassages	159
6.2.2	Système désaligné : nouvelle configuration multipassage	159
6.2.3	Augmentation du nombre de passages et de la sensibilité de l'outil spectroscopique	160
6.2.3.1	Essais en soufflerie F4	161
6.2.3.2	Cellules multipassages de Herriott et nombre de passages	161
6.2.3.3	Trajectoires circulaires réentrantes et augmentation des tailles de miroir ...	162
6.2.3.4	Description analytique.....	163
6.2.3.5	Cellules multipassages versatiles	164
6.2.4	Cellules multipassages de Herriott et astigmatisme	164
6.3	CELLULES ASTIGMATES [108].....	166
6.4	CELLULES DE C. ROBERT.....	168
6.4.1.1	Principe de la cellule : couple de valeurs (N, K) arbitraire	169
6.4.1.2	Cas général : couple de valeurs (N, K) non-arbitraire.....	170
Synthèse	172	
7	CONCLUSION.....	175
8	ANNEXE A : PROFILS DE RAIE D'ABSORPTION	183
9	ANNEXE B : SPECTRE DE TRANSMISSION D'UN FABRY-PEROT	189

A large, stylized blue number '1' is centered on the page. The number has a thick, solid blue fill and a slight shadow effect. The top of the '1' is slanted to the left, and the base is a wide, flat horizontal bar.

***INTRODUCTION ET
MOTIVATIONS***

Le but de cette thèse est d'explorer diverses possibilités offertes par les cavités multipassages en vue d'améliorer la technique de spectroscopie d'absorption en termes de rapidité et de sensibilité dans le diagnostic optique d'écoulements à cinétique chimique étudiés à l'Onera. Dans une brève présentation des moyens d'essais comme vecteur de la recherche aérospatiale, nous présenterons la soufflerie F4 destinée à reproduire les conditions réelles de vol rencontrées par les véhicules spatiaux au cours de leur rentrée atmosphérique. La méconnaissance de données thermo-aérodynamiques, en particulier la concentration en oxygène moléculaire possiblement présent au sein de tels écoulements, est le sujet de cette thèse : développer un outil rapide et suffisamment sensible pour caractériser cette molécule.

L'objectif consiste à développer des systèmes de cavités optiques dits multipassages. La molécule d'investigation, l'O₂, présente en effet dans le visible des transitions optiques dites « interdites » qui la rendent difficilement observable par les outils de spectroscopie d'absorption « classiques » à simple passage d'un faisceau lumineux. Les systèmes multipassages, qu'il s'agisse de cavités optiques résonantes ou de cellules multipassages « traditionnelles », type cellules de Herriott, seront les pièges à lumière développés dans cette thèse. Augmenter le chemin optique d'interaction entre le laser et les molécules à doser permettra, telle une loupe, d'observer et de rendre ainsi possible la caractérisation de l'oxygène moléculaire au sein des écoulements générés en soufflerie.

Un bref état de l'art des deux systèmes multipassages de spectroscopie d'absorption développés dans cette thèse composera le second thème de cette introduction.

Enfin, nous présenterons un synopsis de chacun des chapitres constitutifs de ce manuscrit.

1.1 L'ONERA, LA SOUFFLERIE F4 ET LA SPECTROSCOPIE D'ABSORPTION

La mise en œuvre de moyens d'essais, tels que la soufflerie F4 au centre de l'Onera du Fauga-Mauzac (Toulouse), est devenu indispensable pour la prédiction des contraintes aérodynamiques agissant sur les maquettes tests aussi bien que pour la validation des codes de calculs.

De par ses caractéristiques géométriques et énergétiques (chauffage du gaz test par un arc électrique et durée de rafale utile de quelques 100 à 200 millisecondes), F4 demeure dans le monde une soufflerie unique en son genre. Vouée aussi bien à des fins industrielles que de recherche, elle est capable de reproduire des vitesses d'écoulements rencontrées par un engin spatial durant sa phase de rentrée atmosphérique (plusieurs km.s^{-1}) et constitue, *ipso facto*, un moyen essentiel d'aide à la caractérisation des phénomènes physico-chimiques rencontrés dans ces singuliers types d'écoulements.

La trajectoire de rentrée atmosphérique d'un véhicule spatial traverse différentes couches de densités de gaz dépendamment de son altitude. Lorsque la densité est suffisamment importante, une onde de choc détachée se forme autour de l'engin compte tenu la forte compression du gaz sur une distance très courte. Une importante fraction de l'énergie cinétique mise en jeu est alors transférée en chaleur à la traversée de l'onde de choc, ceci particulièrement dans la région du nez de l'engin. Ce transfert d'énergie se traduit en une élévation substantielle de la température du gaz dans la couche du choc (jusqu'à 20 kK) entraînant, par voie de fait, une forte activité des processus chimiques (dissociation, recombinaison, ionisation..).

L'étude des interactions de tous ces phénomènes constitue « l'étude des écoulements hypersoniques hyperenthalpiques en déséquilibres chimiques », dont l'aboutissement permet la compréhension de la physique des gaz à très hautes températures et leurs interactions avec la paroi d'un véhicule.

Etape indispensable, la compréhension des phénomènes au sol est rendue possible par la reconstruction des écoulements dans les tuyères des souffleries autour des maquettes. On cherche ainsi à s'assurer la représentativité des modèles physiques utilisés dans les codes de simulations numériques afin de permettre une extrapolation aux vols. Puisqu'il subsiste encore beaucoup de méconnaissances liées à cinétique chimique de ce type d'écoulements (qui font appel à des conditions extrêmes en termes de température et de pression), il s'agit au préalable de les étudier en absence de toute maquette.

Parmi les techniques de diagnostic spectroscopique maîtrisées et mises en œuvre à l'Onera, la spectroscopie par absorption optique est un outil de choix pour le sondage des écoulements générés dans ladite soufflerie. Cet intérêt, outre son aptitude à caractériser finement le milieu d'investigation, tient en son caractère par essence non-intrusif attendu que l'écoulement

demeure non perturbé par la lumière. Par ailleurs, cette méthode gagne par sa relative simplicité de mise en œuvre expérimentale ainsi que par sa haute cadence, possiblement atteignable, d'acquisition de mesure. Le suivi en temps quasi réel (chaque $\sim 2,5$ ms) de l'évolution des paramètres du milieu (température, concentration, pression, vitesse) étant un facteur nécessaire pour la caractérisation de ce type d'écoulements transitoires.

Un dispositif de spectroscopie d'absorption est déjà à l'œuvre au sein de *F4* pour la caractérisation de la vitesse de l'écoulement, par décalage Doppler des raies, ainsi que des concentrations en molécules de NO, CO et CO₂ [1]. Ici, nous constaterons qu'il s'agit, toute proportion gardée, de molécules « commodes » en ce sens qu'un unique passage au travers de l'écoulement (~ 1 mètre de longueur effective d'absorption) est suffisant pour observer à sa transmission un signal d'absorption permettant d'inférer les propriétés intrinsèques du gaz.

Toutefois, dans les cas de molécules dites à l'état de trace ou présentant de très faibles transitions optiques, ce dispositif de passage unique ne fournit plus la sensibilité requise. En particulier, le suivi des concentrations en oxygène moléculaire, autour de ses transitions les plus intenses dans le visible vers 760 nm, pose problème étant donné le caractère « interdit » des transitions optiques dans l'approximation du dipôle électrique. Sa caractérisation tient ainsi en la capacité de pouvoir rendre compte des infimes transitions rovibrationnelles associées à ce système diatomique.

L'observation des concentrations en O₂, observation dont l'intérêt est manifeste dans le « grand tout » des phénomènes de recombinaison et dissociation des molécules survenant au fur et à mesure de l'écoulement, nécessite de développer un moyen offrant une détectivité suffisante, par spectroscopie d'absorption, à l'exigence du diagnostic de cette molécule.

L'augmentation de la longueur effective d'absorption, *i.e.* la sensibilité du dispositif, est rendue possible par des systèmes dits multipassage. Il s'agit, littéralement, de piéger la lumière entre deux ou plusieurs miroirs afin de rendre efficace l'interaction lumière-matière lors de la propagation du faisceau sonde au travers de l'écoulement.

Parmi les méthodes candidates basées sur cet effet multipassage, l'Onera développe deux techniques : la CRDS, qui s'appuie sur les propriétés de résonances d'une cavité haute finesse et les cellules multipassages « standards » appelées communément, d'après le nom de leur inventeur, les cellules de Herriott.

1.2 LA CAVITY RING DOWN SPECTROSCOPY

L'histoire de la CRDS débuta aussitôt les années 1961 lorsque D. A. Jackson constata l'intérêt d'utiliser « un interféromètre de Fabry-Pérot sphérique » plutôt que le traditionnel résonateur « plan-plan » afin d'augmenter son pouvoir de résolution [2]. Juste derrière, en 1962, Kastler montra que l'absorption atomique dans un interféromètre « plan-plan » doit s'avérer

équivalente à celle observée le long d'un grand chemin optique d'absorption ordinaire de faisceau lumineux [3]. Il faudra dès lors attendre quelques 12 années avant que ce même Kastler découvrit que le signal exponentiel de transmission d'un pulse lumineux au travers d'une cavité est directement tributaire des pertes intrinsèques qui lui sont associées, réflectivités des miroirs incluses [4].

Le premier « perte-mètre » était né.

Néanmoins, eu égard à la qualité des miroirs alors disponibles, nous sommes encore loin de l'application CRDS proprement dite.

Au début des années 80, les progrès de revêtements de miroirs devinrent tels que les mesures conventionnelles, jusqu'alors consacrées, n'autorisaient plus la caractérisation assez précise du pouvoir réflectif des miroirs.

On voit alors la parution d'un papier de Herbelin *et al.* [5] où il est question de la détermination précise des réflectivités par mesure de changement de phase. Bien que significativement différente de l'approche actuelle, ce fût ici l'expérience originelle où le temps de déclin d'une cavité optique était mis à profit pour extraire la réflectance d'un résonateur (transmission après un simple passage).

Quatre ans plus tard fût mise au point la première démonstration par Herbelin *et al.* d'une mesure de réflectivité par détermination du temps de décroissance de l'intensité exponentiellement transmise d'une cavité optique [6]. Une nouvelle étape est franchie lorsque l'équipe de Jabr et Crawford, en 1985, démontre l'utilisation d'un laser pulsé pour la mesure des réflectivités. C'est la première démonstration de l'utilisation d'un pulse lumineux plutôt que d'un laser continu modulé. Avec eux naissait le terme « Cavity Ring Down » [7].

Cette même année voit concurremment une publication de Hernandez étudiant en détail la potentialité d'utiliser ce temps de déclin comme outil de mesure de matière absorbante. Toutefois, aucune mesure de spectre, comme l'établit leur théorie, n'est encore présentée [8].

Finalement, en 1988, O'Keef et Deacon présentèrent ce qui est aujourd'hui considéré comme le soubassement de la technique CRDS [9]. En plus de simplifier le schéma expérimental par l'utilisation d'une source laser pulsée, ils appliquèrent la mesure du temps de déclin à la détermination de plusieurs transitions interdites $b^1\Sigma_g^- \rightarrow X^3\Sigma_g^-$ de l'oxygène moléculaire autour de 630 nm. Il s'agissait ici de la première publication basée sur la technique CRDS.

A l'heure actuelle, il existe quelques 530 citations qui font référence à leurs travaux.

Dresser un portrait exhaustif, depuis les pères fondateurs O'Keef et Deacon, du développement de la technique CRDS s'avèrerait fastidieux. Par contre, le lecteur curieux « du patrimoine historique de la CRDS » pourra, à sa guise, se référer au texte exclusivement publié à cet effet [10].

1.3 LES CELLULES MULTIPASSAGES

Les conditions extrêmement « hostiles » rencontrées dans l'enceinte de la soufflerie *F4*, e.g. les vibrations des miroirs induites par le passage éclair du courant d'air ($\sim 4500 \text{ m.s}^{-1}$) ainsi que leur détérioration par les dépôts de poussières, rendent très difficile l'utilisation de l'outil de CRDS pour application au sondage de tels écoulements.

Courant 2005, à l'occasion d'une campagne d'essai, I. Debecker *et. al.* constatèrent en effet que l'implémentation de l'outil CRDS, dans de telles conditions expérimentales, n'était pas évidente : ils se heurtaient aux inconvénients inhérents à l'utilisation d'une cavité haute finesse, notamment à la difficulté de conserver l'alignement de la cavité dans un environnement très perturbé.

Les cellules multipassages, à l'instar du système CRDS, piègent un faisceau laser entre deux (ou plusieurs) miroirs de façon à augmenter la longueur d'interaction entre le faisceau et les molécules à sonder et augmente, *de facto*, la sensibilité du dispositif d'absorption spectroscopique. Tandis que la technique CRDS repose sur la résonance d'une cavité haute finesse, les cellules multipassages s'affranchissent de cette propriété, extrêmement draconienne s'il en est, par des trous effectués dans les miroirs afin d'injecter et/ou extraire le rayonnement.

En dépit d'une réduction de la sensibilité du spectromètre, induite par les longueurs d'interactions associées à chaque dispositif (CRDS $\sim 1200 \text{ m}$ si $L_{\text{CRDS}}=30 \text{ cm}$ et $R_{\text{CRDS}}=99,975 \%$ / Cellules multipassages $\sim 30 \text{ m}$ si $L_{\text{Multi}}=30 \text{ cm}$ et $n_{\text{Passages}}=100$), les cellules multipassages non-résonantes sont beaucoup moins sensible aux perturbations (vibrations, vide..) et s'avèrent ainsi être un outil de choix lorsqu'on s'intéresse à la caractérisation d'environnements inhospitaliers.

Les cellules multipassages optiques non résonantes sont utilisées depuis quelques 70 années pour permettre l'obtention de longs chemins optiques en spectroscopie d'absorption. Nous pouvons distinguer quatre types de cellules : ce sont des cellules de White [11] lorsque deux miroirs font face à un troisième, des cellules de Herriott [12] lorsque deux miroirs sphériques sont en vis-à-vis, des cellules astigmatiques [13] lorsque les réflecteurs présentent de l'astigmatisme ou enfin des cellules qualifiées « d'exotiques » lorsqu'elles ne correspondent à aucun des précédents critères [14]. Ces dernières peuvent être basées sur des systèmes de matrices optiques constituées de miroirs ou de prismes rétro réflecteurs [15-16-17].

On remarque qu'une distinction a été faite entre les cellules astigmatiques et les cellules de Herriott bien qu'elles aient été, toutes deux, les premières développées par la même équipe : Herriott *et.al.*, mais, il est habituel de consacrer le terme de cellules de Herriott seulement pour des cavités à miroirs sphériques.

On retiendra aussi les cellules de Robert [18], du nom de leur découvreur, dont nous parlerons plus avant dans le manuscrit. L'intérêt de ces cellules tient principalement en leur

capacité à obtenir de nombreux passages par de petits miroirs standards (sphériques et plans) sans qu'il soit nécessaire de les percer pour injecter et extraire le faisceau sonde.

1.4 CHAMPS D'APPLICATIONS

La CRDS sera de préférence employée au sondage d'espèces à l'état de trace qui présentent de fortes absorptions ou à celui d'espèces abondantes dont les sections efficaces sont très faibles. Ce système spectroscopique ultra-sensible fait en effet appel à la mesure du temps de vie des photons piégés dans une cavité haute-finesse et sa gamme dynamique est limitée par les pertes par passage. Typiquement, cette gamme dynamique couvre quelques 3 à 4 ordres de grandeur (entre 10^{-5} et 10^{-9} cm^{-1}) bien qu'à l'heure actuelle des limites de détectivité inférieures soient atteintes. Tout bien considéré, ces temps de vie se doivent d'être de l'ordre de grandeur de la microseconde. En deçà, les décroissances sont trop courtes pour permettre la déduction d'une constante de temps.

L'utilisation des propriétés de résonance d'une cavité optique haute finesse ($F > 10000$) permet d'augmenter la longueur effective d'absorption d'un facteur proportionnel à $2F/\pi$. Explicitement, l'emploi de miroirs de réflectivité $R=99,99\%$ séparés d'une distance $L=50$ cm conduira en une longueur effective d'absorption $L/(1-R)$ de 5000 m.

Relativement aux cellules de Herriott, les longueurs de parcours optique atteindront de manière générale des valeurs comprises entre la dizaine et la centaine de mètres (dépendamment de la taille de cavité, de leur taille et de leurs propriétés spatiales (courbures)). L'encombrement spatial (taille des réflecteurs) ainsi que le pouvoir réfléchissant des miroirs étant les sources primaires de ces limitations. Néanmoins, la tenue mécanique du dispositif en fait un facteur de choix pour l'application au dosage d'environnements hostiles.

1.5 PRESENTATION DU MANUSCRIT

Le **deuxième chapitre** est dédié à la présentation des deux protagonistes de ce manuscrit, à savoir : le faisceau gaussien sonde et la cavité optique « mère ». Nous introduirons les concepts physiques basiques mis en jeu afin de permettre la bonne compréhension de la suite de nos propos. La description de la phase de Gouy, véritable pivot de cette première discussion, permettra d'appréhender les propriétés, aussi bien spectrales que spatiales, d'un faisceau gaussien possiblement piégé dans une cavité optique. Les cavités fractionnellement dégénérées, encore appelées cavités réentrantes dans une description de l'optique géométrique, seront finalement caractérisées.

Le **troisième chapitre** permettra la présentation de l'outil de Cavity Ring Down Spectroscopy mis en œuvre à l'Onera. En abordant le cas d'école de la CRDS-pulsée, qui permet de se figurer une image intuitive de la technique de mesure, nous présenterons les tenants et aboutissants du schéma par balayage rapide et continu de la fréquence laser à travers

le peigne fixe des modes de cavités. En dépit de sa formidable propriété de doser avec une grande sensibilité, en quelques 2 ms, des espèces à l'état de trace, nous constaterons la limitation spectrale inhérente à cette technique opératoire. Les cavités fractionnellement dégénérées, introduites précédemment, apparaîtront alors comme le support multimode *ad hoc* permettant de pallier l'insuffisance d'échantillonnage spectral lorsqu'est ambitionné le dosage d'environnement basse pression par de petites cavités.

Le **quatrième chapitre** mettra en évidence puis comparera les deux façons d'exciter la structure multimode d'une cavité fractionnellement dégénérée. Une attention particulière sur les sensibilités obtenues dépendamment du schéma expérimental d'injection, à savoir l'excitation multimode axiale et hors-axiale, nous amènera à considérer dans le détail la structure transverse d'un résonateur.

Le **cinquième chapitre** décrira deux observations expérimentales faites lorsqu'une cavité haute finesse fractionnellement dégénérée est excitée en configuration réentrante (hors de l'axe optique). Nous invoquerons l'inévitable astigmatisme associé à leur conception, infime s'il en est, afin d'expliquer les observations la succession des profils transverses de Lissajous dans un intervalle millimétrique, dit de dégénérescence, ainsi que la disparition des oscillations Doppler normalement présentes en début de décroissance ring down.

Une description géométrique, supportée par le temps de vie des photons, ainsi qu'une description modale, supportée par la dispersion ou la levée de dégénérescence, aboutiront ensemble à la caractérisation de la physique associée à ces observations.

Le **chapitre connexe**, enfin, décrira l'autre outil de spectroscopie d'absorption multipassage développé pendant cette thèse, à savoir : les cellules multipassages non résonantes. Lorsqu'un trou est présent pour injecter (et souvent pour extraire) le faisceau dans la cavité, on parle de cellules multipassages. Nous présenterons l'ensemble des développements réalisés à l'égard de cette technique.

A large, stylized blue number '2' serves as a background for the title. The number is thick and has a slight shadow effect, giving it a three-dimensional appearance. It is centered on the page.

*CAVITES OPTIQUES ET
PHASE DE GOUY*

Ce premier chapitre, pour une entière compréhension du manuscrit, s'appliquera à décrire et examiner les propriétés fondamentales d'un résonateur optique. Un premier point de vue ondulatoire constituera ses propriétés de filtre aussi bien spectral que spatial, tandis qu'un point de vue géométrique permettra d'appréhender les caractéristiques spatiales du rayon possiblement « piégé » entre les deux miroirs constitutifs de la cavité.

Comme clé de voûte de ces deux théories gigognes (optique ondulatoire et géométrique), la phase de Gouy sera détaillée pour faire apparaître, lorsqu'elle vérifie le cas précis d'une valeur rationnelle $\theta=2\pi K/N$, le lien identitaire entre cavité fractionnellement dégénérée et cavité réentrante.

2.1 POINT DE VUE DE L'OPTIQUE ONDULATOIRE : MODES PROPRES D'UN RESONATEUR OPTIQUE LINEAIRE

2.1.1 FAISCEAUX GAUSSIENS ET RESONATEURS OPTIQUE

2.1.1.1 Optique des faisceaux lasers dans l'approximation paraxiale : les faisceaux gaussiens

Les faisceaux lasers ont beaucoup de similitudes avec les ondes planes, à ceci près que leur distribution d'intensité n'est pas uniforme mais concentrée le long de l'axe optique z et que leur front d'onde est légèrement courbé.

Le champ électrique \vec{E} se propageant dans un milieu homogène est soumis aux équations de Maxwell à partir desquelles l'onde électromagnétique, dans un milieu isotrope, satisfait à l'équation de propagation libre. Elle est donnée par :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = 0 . \quad (2.1)$$

Pour une onde plane, de polarisation uniforme dans le plan transverse (x,y) , le champ électrique, alors solution de l'équation de Helmholtz $\Delta E(x,y,z) + k^2 E(x,y,z) = 0$ où $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde, peut se prendre sous la forme générale :

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \psi(x,y,z) e^{-i(kz - \omega t)} \vec{u} , \quad (2.2)$$

avec $\psi(x,y,z)$ définissant l'enveloppe du champ électrique supposée indépendante du temps tandis que l'exponentielle garantit une propagation selon l'axe optique z avec une période spatiale d'une longueur d'onde λ . Si les distances caractéristiques de variations transverses de l'enveloppe du champ sont définies comme grandes devant la longueur d'onde, aussi bien que par rapport aux dimensions transverses du faisceau, il vient l'approximation paraxiale définie mathématiquement par :

$$\left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial \psi}{\partial z} \right| \text{ et } \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right| \quad (2.3)$$

et l'équation de propagation de l'enveloppe devient :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 . \quad (2.4)$$

Remarque sur l'équation d'onde paraxiale :

Pour anticiper la suite de nos propos, on peut d'ores et déjà remarquer (cf. chapitre 5) l'isomorphisme entre cette équation qui décrit la propagation d'une onde électromagnétique dans l'approximation paraxiale et l'équation d'onde de Schrödinger pour une particule libre dans un espace à 2D (x,y) où ici z remplace le temps t .

2.1.1.2 Modes propres de Hermite-Gauss d'un faisceau gaussien

Les modes de Hermite-Gauss sont les modes propres de l'équation de propagation paraxiale de l'enveloppe pour un système à géométrie rectangulaire. Ces solutions s'écrivent :

$$\Psi_{mn}(x,y,z,k) = \frac{1}{\omega(z)\sqrt{2^{m+n-1}\pi n!m!}} \times H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{\omega(z)}\right) \times H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{\omega(z)}\right) \times e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{\omega^2(z)} - ik\left(\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - z\right) + i(m+n+1)\varphi(z)\right)} \quad (2.5)$$

où les termes $\omega(z)$, $R(z)$ et $\varphi(z)$ représentent respectivement l'évolution de la taille transverse du mode lors de sa propagation le long de l'axe optique z , l'évolution de son rayon de courbure ainsi que l'évolution de sa phase. Ils s'expriment :

$$\begin{aligned} \omega(z) &= \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \\ R(z) &= z \left(1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right) \\ \varphi(z) &= \text{ArcTan}\left(\frac{z}{z_R}\right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

et :

$$z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}, \quad (2.7)$$

est la distance de Rayleigh. Les termes $H_\chi(\xi)$ représentent les polynômes d'Hermite d'ordre χ et s'écrivent $H_\chi(\zeta) = (-1)^\chi e^{\zeta^2} \frac{d^\chi}{d\zeta^\chi} (e^{-\zeta^2})$.

Dans chaque plan transverse à la direction de propagation z , l'amplitude suit une distribution gaussienne en (x,y) : on qualifie les modes de propagation de faisceaux gaussiens. La largeur $\omega(z)$ de cette gaussienne caractérise la largeur transversale du faisceau. Elle passe par une valeur minimale ω_0 , encore appelée le col du faisceau, qui se trouve en $z=0$ avec notre choix d'origine. Par coutume, on parlera plus fréquemment de sa dénomination anglaise : le waist.

Remarquons d'ores et déjà que les caractéristiques du faisceau gaussien définies en (2.6) dépendent entièrement de l'unique paramètre ω_0 et de son origine pour une longueur d'onde λ donnée.

La largeur $\omega(z)$ augmente avec z et tend vers $\omega(z) \sim 2z/(k\omega_0)$ pour les grandes distances z . Dans cette limite, l'ouverture angulaire du faisceau est de l'ordre de :

$$\theta \approx \frac{\omega(z)}{z} = \frac{2}{k\omega_0} = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}. \quad (2.8)$$

D'après la première égalité donnée en (2.6), la largeur $\omega(z)$ du faisceau demeure proche de ω_0 tant que la distance z demeure inférieure à la longueur de Rayleigh z_R . Cette longueur caractérise la distance sur laquelle le faisceau reste collimaté. Au-delà de cette distance, il commence à diverger angulairement jusqu'à sa valeur asymptotique donnée par l'ouverture angulaire θ comme introduite en (2.8).

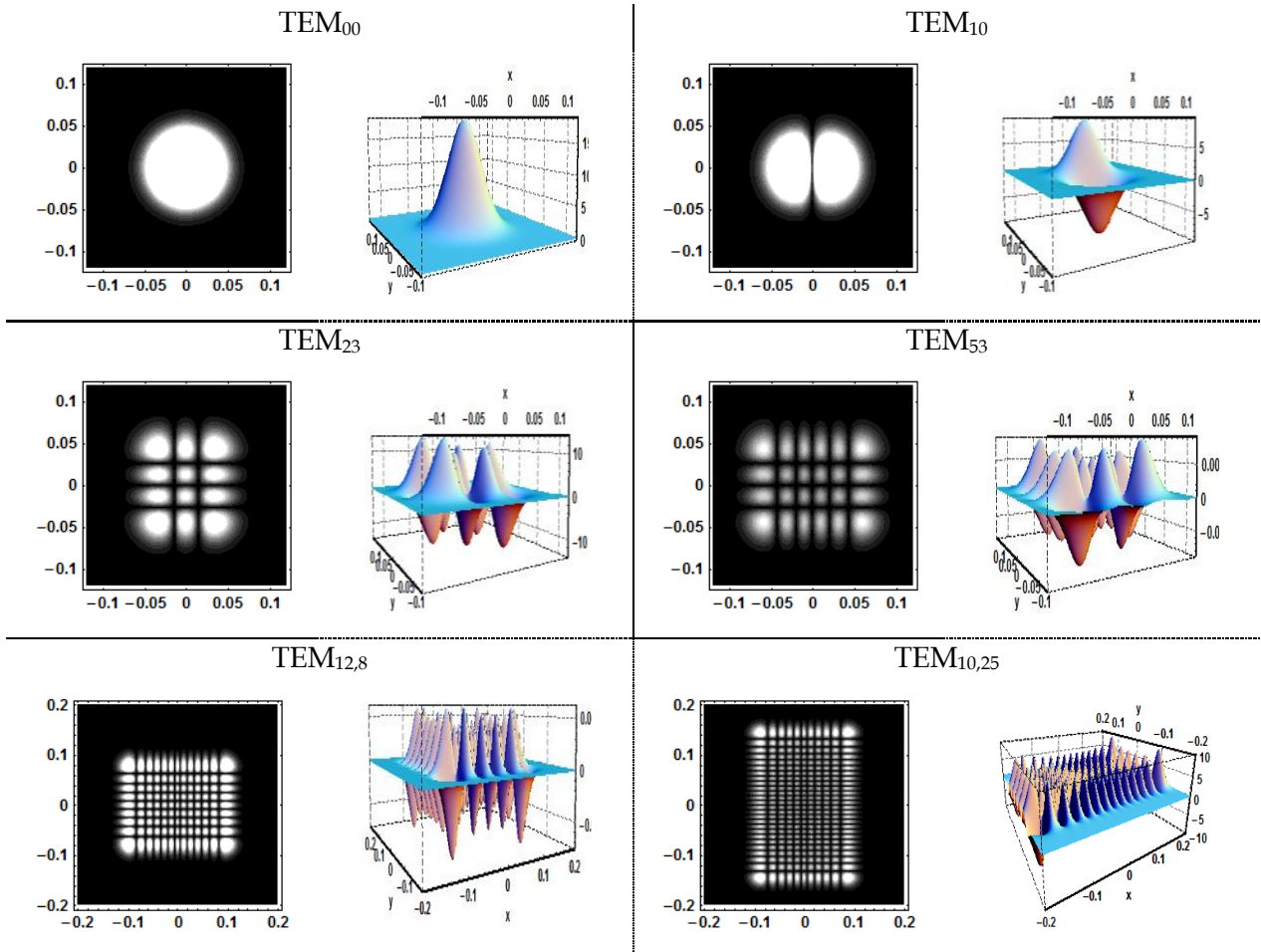


Figure 2.1 : Reconstruction numérique de quelques modes propres de Hermite-Gauss TEM_{mn} . Chacun d'eux est construit depuis les caractéristiques du faisceau gaussien fondamental qui vérifie, en $z=0$, la valeur $\omega_0=283 \mu\text{m}$. Pour chaque mode de propagation l'intensité lumineuse est respectivement figurée $|\psi_{mn}(x, y, z=12,5\text{cm})|^2$ ainsi que l'enveloppe de son champ électrique $\psi_{mn}(x, y, z=12,5\text{cm})$.

La phase du faisceau est constante sur des fronts d'onde sphériques de courbure $R(z)$. Cette courbure est nulle au waist et le front d'onde y est plan. Elle augmente avec z pour tendre vers $R(z) \sim z$ aux grandes distances. Les fronts d'ondes représentent alors des sphères centrées en 0 . Enfin, le terme de phase $\varphi(z)$ représente le déphasage dû à la propagation selon l'axe optique z .

La figure 2.1 représente la répartition d'amplitude du champ électrique et de son intensité dans le plan (x,y) pour une valeur arbitraire z de propagation. Tout autre plan de l'espace aurait conduit aux mêmes caractéristiques spatiales, seules les dimensions transverses du faisceau évoluent avec z : les modes de Hermite-Gauss demeurent modes de Hermite-Gauss lors de leur propagation.

Il est digne de remarque que le faisceau gaussien $TEM_{q,00}$ (où la signification physique des nombres quantique m , n et q sera bientôt précisée), encore appelé mode gaussien fondamental selon la coutume, est celui qui présente la plus forte concentration lumineuse le long de son axe optique.

Pour un axe optique donné, il existe une infinité de familles de solutions (q,m,n) pour la même équation de Maxwell paraxiale donnée en (2.5). Les fonctions composant une telle base, qui décrivent la propagation libre du champ dans l'espace, sont connues sous le nom de modes Transverses Electro-Magnétiques TEM_{mn} .

Un mode $\psi_{mn}(x,y,z,k)$ a m et n zéro, ou nœuds, respectivement sur les axes x et y . Il a, par voie de conséquence, $\{(m+1).(n+1)\}$ lobes de signes alternativement positifs et négatifs qui correspondent à un déphasage de π .

L'extension spatiale du mode $\psi_{mn}(x,y,z,k)$ est donnée par l'approximation usuelle [19] :

$$\omega_{m,n}(z) = (\sim \sqrt{m}\omega(z), \sim \sqrt{n}\omega(z)). \quad (2.9)$$

La figure 2.2 résume les principales caractéristiques d'un faisceau gaussien fondamental TEM_{00} .

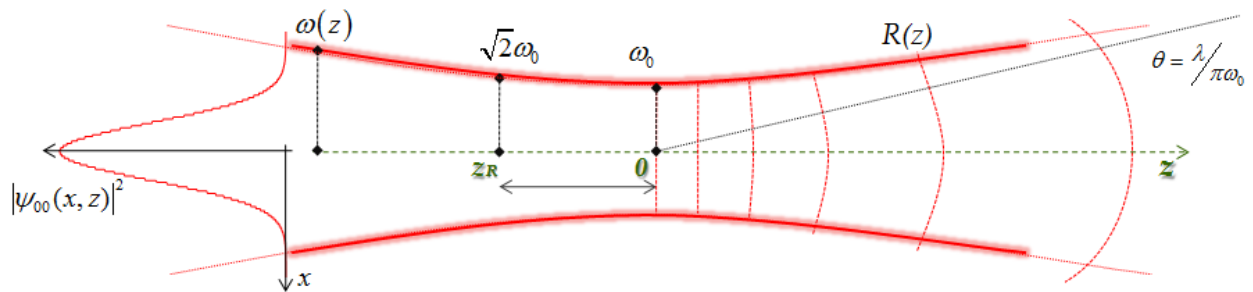


Figure 2.2 : Schéma récapitulatif des principaux paramètres décrivant le faisceau gaussien fondamental $TEM_{0,00}$.

2.1.1.3 Résonateur optique

Etant donné un faisceau tel que décrit en figure 2.2, nous pouvons former un résonateur optique en disposant, aux points z_1 et z_2 de l'espace, deux réflecteurs ayant des rayons de courbure qui coïncident avec les fronts d'onde du faisceau propageant (cf. figure 2.3). Puisque les surfaces d'onde sont normales à la direction de propagation de l'énergie lumineuse, le faisceau se retrouvera identique à lui-même une fois réfléchi. Dès lors, un déphasage accumulé entre les deux miroirs qui sera multiple entier de π résultera en une configuration stable d'autoreproduction de son champ : le faisceau gaussien est en résonance avec la cavité optique.

D'une manière équivalente, étant donné deux miroirs de courbures sphériques R_1 et R_2 distants de L , nous pouvons ajuster la position $z=0$ et le paramètre ω_0 afin que ces miroirs coïncident avec les fronts d'onde du faisceau.

Nous verrons davantage dans le détail, au chapitre suivant, que ces discussions s'entendent plus largement sous le terme de mode matching. Faire « exister » un mode laser dans une cavité optique consiste à mode matcher un faisceau gaussien sur les propriétés de la cavité, c'est-à-dire à ajuster les caractéristiques du faisceau afin qu'il s'accorde à vérifier les conditions d'autoreproduction de son champ électrique.

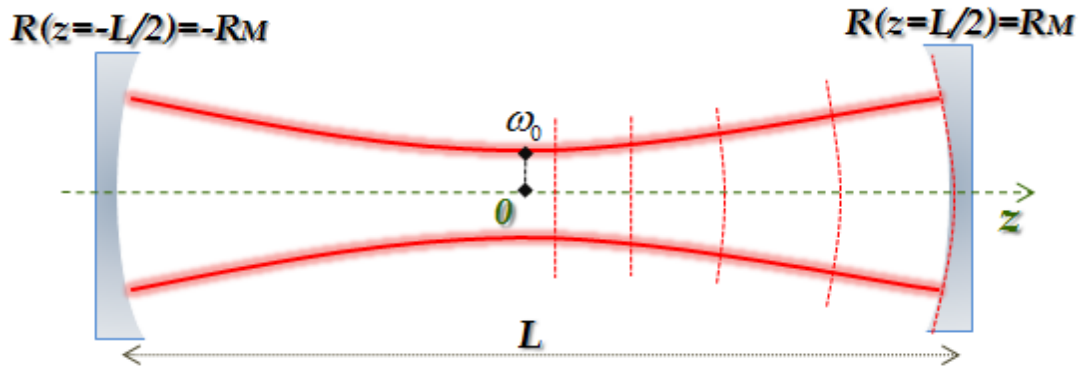


Figure 2.3 : Représentation schématique en $1/e^2$ de l'intensité du mode gaussien fondamental en propagation durablement confinée.

2.1.1.3.1 « Paramètre g » de la cavité et propriétés du faisceau gaussien accordées sur celles d'une cavité optique

Une façon coutumière de paramétrer un résonateur optique consiste à introduire le « paramètre g » exprimé par $g_{1,2} = 1 - L/R_{1,2}$. Les spots ω_1 et ω_2 sur chacun des miroirs ainsi que le waist ω_0 représentant $1/e^2$ de la valeur de l'intensité des rayons lumineux s'expriment comme [20] :

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \frac{\lambda L}{\pi} \sqrt{\frac{g_2}{g_1(1-g_1g_2)}} \\ \omega_2^2 &= \frac{\lambda L}{\pi} \sqrt{\frac{g_1}{g_2(1-g_1g_2)}}\end{aligned}\quad (2.10)$$

et

$$\omega_0^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \sqrt{\frac{g_1g_2(1-g_1g_2)}{(g_1+g_2-2g_1g_2)^2}}.$$

Il vient ainsi qu'une solution réelle et finie des paramètres gaussiens du faisceau n'existe qu'à la condition qu'ils soient confinés dans un intervalle de valeurs défini par :

$$0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1. \quad (2.11)$$

Cette double inégalité constitue la région de stabilité du résonateur et exprime la condition requise pour que deux miroirs, de courbure R_1 et R_2 et séparés de L , garantissent un système focalisant périodique. Le résonateur assure alors l'existence, au sein du résonateur, d'un mode propre de manière durable.

Pour trouver les modes propres d'un résonateur, *i.e.* les modes de propagation qui s'auto-reproduisent spatialement dans le temps, il faut faire épouser les rayons de courbure des fronts d'ondes avec l'enveloppe des miroirs, comme en figure 2.3 :

$$\begin{cases} R(z_1) = (z_1 - z_0) \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_1} \right)^2 \right) = R_1 \\ R(z_2) = (z_2 - z_0) \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_2} \right)^2 \right) = R_2 \end{cases} \quad (2.12)$$

En pratique, la longueur et les courbures de miroirs sont les paramètres fixés par l'expérience : ce système de deux équations détermine donc les deux inconnues z_0 et z_R .

La longueur de Rayleigh z_R ainsi que la localisation des miroirs M_1 et M_2 sont uniquement déterminés par la taille $L = z_2 - z_1$ de la cavité et les rayons de courbure des miroirs R_1 et R_2 .

2.1.2 LA PHASE DE GOUY

Jusqu'ici, nous n'avons considéré que la dépendance spatiale des caractéristiques des faisceaux gaussiens. Une autre considération essentielle, quant au possible confinement de ces faisceaux au sein d'une cavité optique, tient en l'évolution de sa phase durant sa propagation.

En plus de la nécessité de devoir vérifier les conditions précédemment établies concernant la reproduction dans l'espace du champ électrique sur lui-même, le déphasage acquis par l'onde sur un aller-retour de cavité doit vérifier une valeur entière de 2π afin de pouvoir osciller au sein du résonateur.

2.1.2.1 Phénoménologie

Voici plus d'un siècle, précisément en 1890, L. G. Gouy montra [21-22] qu'un faisceau lumineux passant au travers de son point de focalisation acquiert un facteur de phase additionnel égal à π . Il démontra cet état de fait par l'expérience de la figure 2.4 où la lumière transmise au travers d'un diaphragme est réfléchi par deux miroirs dont l'un est plan et l'autre concave. Etant donné un léger angle entre ces deux miroirs, les faisceaux respectivement réfléchis se recouvrent spatialement et interfèrent en entraînant un jeu de franges circulaires d'interférences. Gouy observa que la tache centrale de ces figures était respectivement claire ou sombre de part et d'autre du plan focal du miroir concave. Il attribua cette caractéristique à un saut de phase de π causé par la focalisation du faisceau.

Par la suite, d'autres études montrèrent que la magnitude de cette phase de Gouy est reliée à la structure transverse du faisceau, *i.e.* à son diamètre $\omega(z)$ ainsi qu'à la courbure $R(z)$ de son front d'onde.

La figure 2.5 montre que ce déphasage n'a pas lieu brusquement mais à l'inverse de façon progressive autour du point de focalisation.

Tout faisceau qui se propage d'un plan de référence vers un deuxième, chacun des deux se situant dans la zone de Rayleigh, acquiert un déphasage plus important que pour deux plans situés dans la zone du champ lointain. Cette légère différence de déphasage, qui peut être une

fraction quelconque de la phase de Gouy, peut ainsi être interprétée comme la différence de phase qui existe entre un faisceau focalisé et une onde plane, accumulée pendant sa propagation le long de l'axe optique z entre deux plans de référence.

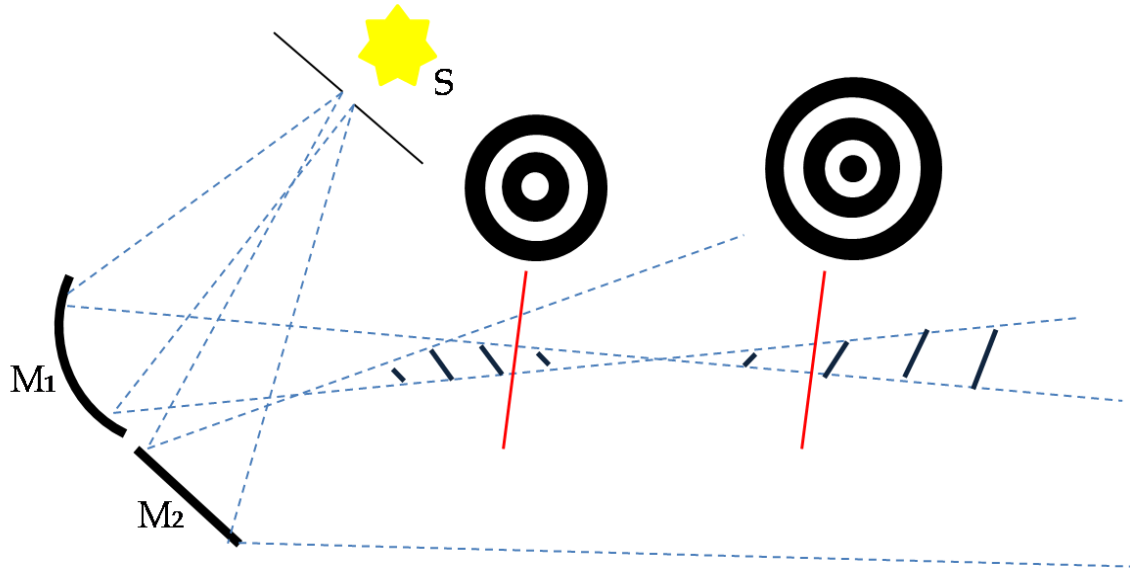


Figure 2.4 : Représentation schématique de l'expérience de Gouy. La lumière d'une source S traverse un diaphragme et est, en conséquence, réfléchi par les deux miroirs : M_1 est concave et M_2 est plan. L'angle, entre ces derniers, conduit en une zone de recouvrement hachurée. Si dans chacune de ces deux régions on place un écran pour imager les deux faisceaux, on observera les fameuses figures de franges concentriques avec les zones claires et sombres respectivement inversées par rapport au point de focalisation.

2.1.2.2 Fréquences propres des modes de résonances

Le résonateur optique le plus simple est linéaire, c'est-à-dire constitué de deux miroirs en regard l'un de l'autre. Leurs rayons de courbures respectifs seront notés, pour la généralité, R_1 et R_2 et séparés d'une distance L . L'équation (2.6) relative à la phase acquise par le faisceau gaussien fondamental, où il a été choisi $z=0$ comme origine du lieu de focalisation du faisceau, permet d'envisager le déphasage depuis les plans z_0 et z_1 comme :

$$\varphi_{1,0} = \varphi(z_1) - \varphi(z_0) = \text{Arctan}\left(\frac{z_1}{z_R}\right) - \text{Arctan}\left(\frac{z_0}{z_R}\right). \quad (2.13)$$

Le déphasage acquis sur les allers-retours de cavité par le mode fondamental TEM_{00} sera nommé, dans toute la suite, la phase de Gouy. Celle-ci peut être déterminée en choisissant un plan de référence z_{ref} dans la cavité et en calculant l'accumulation de phase depuis ce plan de référence jusqu'au plan du miroir M_2 , puis la valeur acquise jusqu'au plan de M_1 jusqu'à son retour final vers le plan de référence. On a ainsi fait un aller-retour complet de cavité et on peut écrire :

$$\theta = [\varphi(z_{M_2}) - \varphi(z_{ref})] + [-\varphi(z_{M_1}) - \varphi(z_{M_2})] + [\varphi(z_{ref}) - \varphi(z_{M_1})] = 2[\varphi(z_{M_2}) - \varphi(z_{M_1})] \quad (2.14)$$

où on a considéré $z_{M_1} < z_{ref} < z_{M_2}$. Nous remarquons ici que le résultat est indépendant du choix du plan de référence : la phase de Gouy relève seulement des ratios z_1/z_R et z_2/z_R . Exprimés en termes de paramètres gaussien, ils s'écrivent :

$$\frac{z_{1,2}}{z_R} = \frac{g_{2,1}(1-g_{1,2})}{\sqrt{g_1 g_2 (1-g_1 g_2)}}. \quad (2.15)$$

Injecter cette valeur dans l'équation (2.13) entraîne :

$$\theta = 2 \cdot \text{ArcCos}(\pm \sqrt{g_1 g_2}) \quad (2.16)$$

où le signe \pm signifie la dépendance des termes g . On aura $-$ pour $g_1 g_2 < 0$ et $+$ pour $g_1 g_2 > 0$. Les modes transverses supérieurs de Hermite-Gauss, quant à eux, acquièrent un déphasage supplémentaire sur un aller-retour par rapport au mode gaussien. On a :

$$\theta_{mn} = (m+n+1)\theta. \quad (2.17)$$

Nous désignerons maintenant la phase de Gouy sur un aller-retour de cavité du mode TEM_{00} comme étant simplement θ .

Les modes propres d'une cavité s'obtiennent en imposant à cette phase de Gouy d'être un multiple entier q de 2π . Il vient :

$$v_{q,mn} = \frac{c}{2L} \left(q + (m+n+1) \frac{\theta}{2\pi} \right) = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{\theta_{mn}}{2\pi} \right). \quad (2.18)$$

Le paramètre longitudinal q , qui vient d'apparaître, indexe le nombre de nœuds de l'onde stationnaire le long de l'axe optique de la cavité. On précise que la somme $S=m+n$ représente l'ordre du mode $TEM_{q,mn}$.

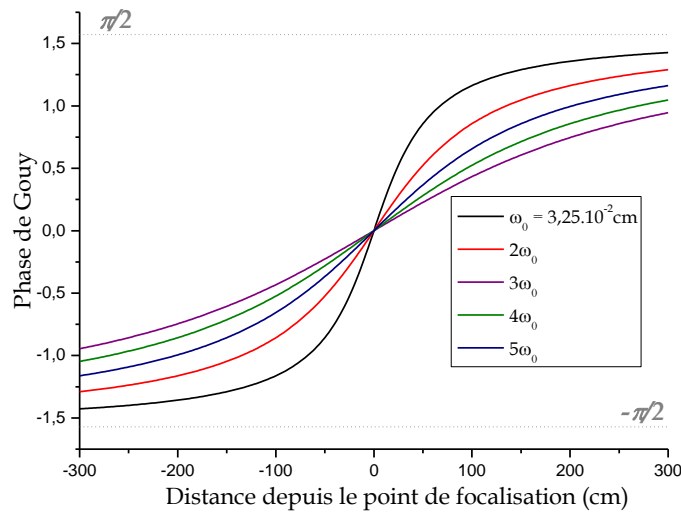


Figure 2.5 : Evolution de la phase de Gouy d'un faisceau gaussien TEM_{00} au cours de sa propagation. Le faisceau est supposé converger en $z=0$. La phase y est alors nulle au waist tandis qu'elle prend les valeurs asymptotiques $\pm\pi/2$ à $\pm\infty$.

2.1.3 PHASE DE GOUY ET CAVITE OPTIQUE

2.1.3.1 Cavité quelconque

Le spectre résultant consistera ainsi, pour chacun des modes longitudinaux q , en un peigne de fréquences équidistantes. L'intervalle spectral entre deux modes consécutifs est appelé

l'écart transverse et est donné d'après (2.18) par $\Delta\nu_T = \frac{c}{2L} \cdot \frac{\theta}{2\pi}$. Ces peignes sont eux-mêmes séparés de leur famille voisine ($q+1$) par l'Intervalle Spectral Libre, $\Delta\nu_L = c/2L$, tel qu'illustré en figure 2.6. Dans cette représentation tous les modes sont figurés par des tirets de même taille. Aucune discrimination, *a priori*, n'étant faite ici entre les différents modes propres.

Il est dès lors manifeste que la somme de tous ces peignes de modes, c'est-à-dire la prise en compte de toutes les familles de modes q , formeront un continuum dans le domaine des fréquences. Il est important de spécifier que ce continuum n'existerait qu'en principe, c'est à dire en considérant l'absence totale de mécanisme de sélection de modes. Insistons sur ce point : ce continuum n'existerait que par la considération d'une onde plane susceptible d'exciter tous les modes d'ordres supérieurs $TEM_{q,mn}$ contenu par une cavité optique constituée de miroirs aux dimensions transverses infinies : on parle de continuum virtuel. Il faudrait, dans l'absolu, un faisceau incident d'injection qui contienne à la fois la structure spatiale de tous les modes sous-tendu par les miroirs de la cavité et toutes les fréquences du spectre électromagnétique : pour $R_1=R_2=1$, la cavité serait alors entièrement transparente au rayonnement (en négligeant toutes les pertes additionnelles, la diffraction en l'occurrence).

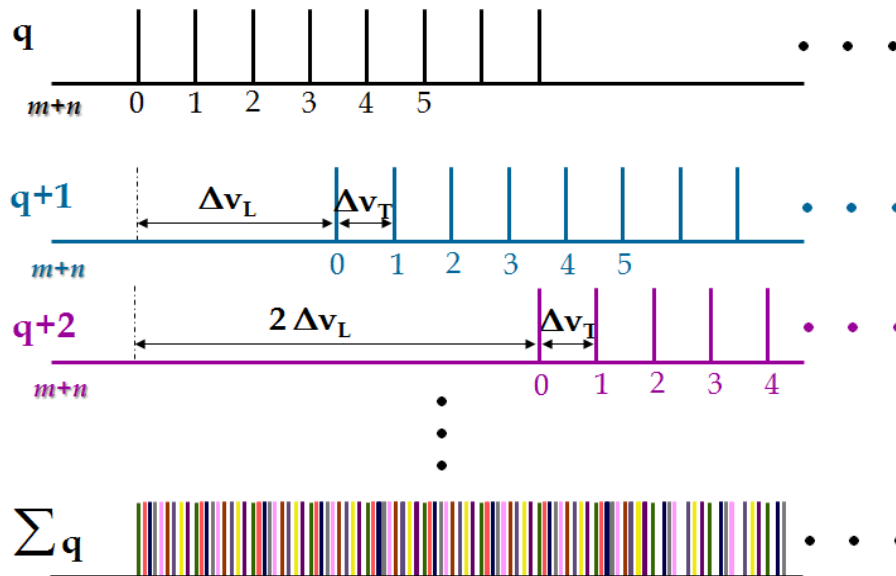


Figure 2.6 : Représentation schématique de la structure spectrale des modes propres d'un résonateur optique. Il est indiqué, pour chacune des valeurs q de modes longitudinaux, l'intervalle entre deux modes transverses consécutifs $\Delta\nu_T$. Chacun des peignes de familles de modes est séparé du prochain par l'Intervalle Spectral Libre $\Delta\nu_L$. Il est enfin précisé le spectre en son entier résultant de la somme de toutes les familles de modes q .

En pratique, évidemment, ce continuum n'existe pas. Il peut toutefois s'avérer très dense en cas de mode matching médiocre. De plus, la présence d'un mécanisme de sélection de modes conduira, de manière générale, à des amplitudes différentes dans le spectre de résonances.

Soulignons ici que les modes appartenant à une même famille q et partageant la même somme d'indices transverses ($m+n$) possèdent la même fréquence propre. Pour une cavité

sphérique, chacun des groupes de fréquences propres d'une même famille de mode longitudinal q est en effet $(m+n+1)$ -fois dégénéré de modes transverses.

2.1.3.2 Cavité fractionnellement dégénérée

La discussion précédente reste valable pour toutes les valeurs de la phase de Gouy : $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Néanmoins, lorsque cette phase prend une valeur rationnelle multiple de 2π , c'est-à-dire lorsque $\theta = 2\pi K/N$ avec K et N ne partageant pas de dénominateur commun, l'équation (2.18) des fréquences propres de résonance prend la forme :

$$v_{q,mn} = \frac{c}{2L} \left(q + (m+n+1) \frac{K}{N} \right) = \frac{c}{2LN} (Nq + K(m+n+1)). \quad (2.19)$$

On remarque alors que l'augmentation de la somme $(m+n)$ des modes transverses par le facteur N cependant qu'est diminué l'ordre longitudinal q par K laissera les fréquences propres de résonance inchangées. Ceci étant vrai indépendamment du choix de q , m et n . C'est à dire que, par exemple, les modes $(q, S=m+n)=(0,0)$ et $(0-K, 0+N)=(-1,4)$ sont dégénérés en fréquence lorsque $N=4$ et $K=1$.

Ainsi, en plus d'observer la dégénérescence de modes $(m+n)$ appartenant à la même famille d'ordre q , comme mentionné précédemment, le résonateur présente maintenant une dégénérescence entre modes appartenant à des familles d'ordres longitudinaux q différents. Ces groupes de dégénérescence sont séparés par K dans l'indexation longitudinale et par N dans l'indexation transverse $(m+n)$. Les fréquences, à la résonance, vérifient alors :

$$v_{q,(m+n)} = v_{q-Q,(m+n)+N.Q} \quad (2.20)$$

où $Q=1,2,\dots$. La somme sur toutes les familles de modes, telle que schématisée en figure 2.7, sera alors un peigne où chaque groupe modal est le siège d'une grande dégénérescence. Par exemple, pour $N=4$ et $K=1$, les modes transverses (q,m,n) égaux à $(0,0,1)$, $(0,1,0)$, $(-1,0,5)$, $(-1,2,3)$, $(-1,4,1)$, $(-1,5,0)$, $(-2,0,9)$, $(-2,3,6)$... appartiendront à un groupe de résonances dégénérées.

Ces groupes de modes dégénérés sont équidistants de $\Delta v_i/N = c/2LN$ et fractionnent ainsi l'Intervalle Spectral Libre de N . Ce fait fût originellement observé dès 1964 par D. Herriott [12].

Ce type particulier de résonateur sera dit, dans cette représentation de l'optique ondulatoire, fractionnellement dégénéré en vertu de sa structure spectrale qui forme un peigne.

Un exemple notoire de ce type de résonateur est la cavité confocale où $K/N=1/2$. Ici les modes sont dégénérés en groupes par ordre de parité : on passe successivement d'une famille avec $(m+n)$ -pairs à $(m+n)$ -impairs.

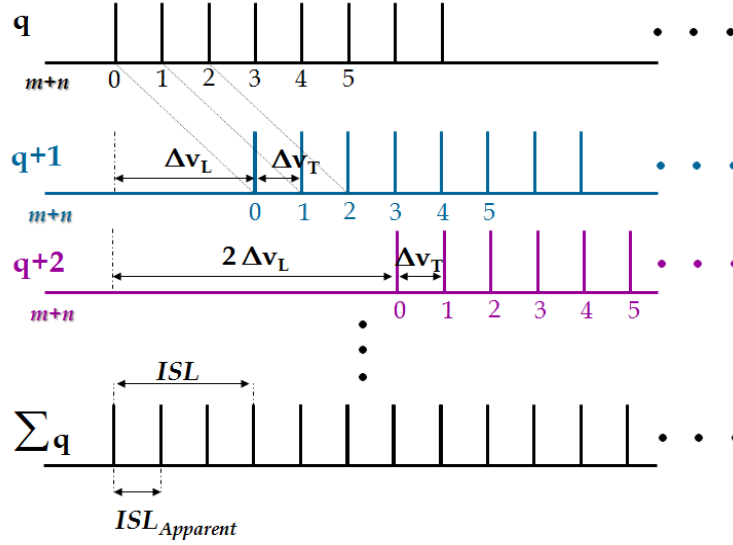


Figure 2.7 : Représentation schématique de la structure spectrale typiquement observée pour un résonateur fractionnellement dégénéré. Il est indiqué, pour trois familles de modes, l'écart équidistant en fréquence : $\Delta v_T = \Delta v_L/3$. Chacun des peignes de familles de modes est séparé du subséquent par Δv_L . Il est enfin précisé le spectre en son entier résultant de la somme de toutes les familles de modes. Ce spectre consiste en des résonances équidistantes séparées de $\Delta v_T = \Delta v_L/3$.

Pour récapituler, on remarquera que la différence essentielle entre résonateur quelconque et résonateur fractionnellement dégénéré tient en la valeur du retard de phase du mode TEM_{00} sur un aller-retour de cavité. Lorsque $\theta=2\pi p$, avec p un nombre irrationnel, aucune combinaison d'augmentation de q lorsqu'est diminué la somme $(m+n)$ ne conduit aux mêmes fréquences de résonances. Chaque famille transverse caractérisée par son ordre longitudinal q et son ordre transverse $(m+n)$ aura sa propre et unique fréquence de résonance.

2.2 POINT DE VUE DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

En dépit du fait que cette phase de Gouy paraît jusqu'ici relever purement des propriétés de l'optique ondulatoire, elle joue également un rôle prépondérant dans la détermination des propriétés des rayons optiques au sein d'un résonateur. Il ne s'agit en réalité que d'une conséquence directe du fait que les règles de propagation des faisceaux gaussien sont les mêmes que celle qui gouvernent les rayons optiques paraxiaux (approximation selon laquelle les angles de propagation par rapport à l'axe optique sont petits. Il en découle alors les approximations à l'ordre zéro des fonctions trigonométriques).

2.2.1 PROPAGATION D'UN RAYON LUMINEUX AU SEIN D'UNE CAVITE

Pour décrire la propagation d'un rayon lumineux au sein d'un résonateur nous considérons un plan à 2-dimensions contenant l'axe optique z avec une des deux dimensions transverses (x,y) . Chaque rayon sera localement décrit par un vecteur $\vec{r}=(x,x')$ où x représente, en coordonnées cartésiennes, la distance à l'axe du rayon et x' sa pente, *i.e.* l'angle de propagation par rapport à l'axe optique tel qu'indiqué en figure 2.8.

La théorie des matrices de transfert de rayons (*MTR*), développée dans les années 1960 [23], est d'un intérêt particulier pour la description de la propagation d'un faisceau gaussien aussi bien que la propagation d'un rayon lumineux au sein d'un résonateur. Chaque élément optique, depuis la lentille jusqu'au milieu à gradient d'indice, possède son diagnostic dans les *MTR*.

On se propose ici d'appliquer quelques-unes de ces propriétés à la détermination des caractéristiques d'un rayon lumineux piégé dans une cavité optique.

On commence en considérant qu'une cavité multipassage, consistant en deux miroirs coaxiaux est équivalente, dans l'approximation paraxiale, à une série de lentilles équidistantes telles que présentées en figure 2.8. Ces lentilles ont des focales $f_1 = f_2 = R/2$ dans le cas de notre cavité sphérique et sont séparées d'une distance L .

La position x_n et la pente x'_n d'un rayon à un plan de référence situé à la droite de la $n^{\text{ième}}$ lentille sont complètement déterminées par les conditions initiales (x_0, x'_0) . L'analyse peut aisément s'étendre à la deuxième dimension de l'espace et décrire ainsi la position et la pente du faisceau dans le plan (y, z) .

Nous calculons à présent la matrice-*ABCD* sur un aller-retour de cavité où nous prenons, par exemple, le miroir M_1 comme plan de référence. La propagation sur une distance L depuis le miroir M_1 jusqu'au miroir M_2 est décrite (voir Annexe pour l'ensemble des matrices de transfert) par :

$$\mathbf{M}_L = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

tandis que l'effet focalisant des miroirs est :

$$\mathbf{M}_{M_{1,2}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_{1,2}} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

on peut dès lors établir la matrice de transfert sur un aller-retour comme :

$$\mathbf{M}_{AR} = \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_L \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_L = \begin{pmatrix} -1+2g_2 & 2Lg_2 \\ 2\frac{2g_1g_2-g_1-g_2}{L} & 4g_1g_2-2g_2-1 \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

où, dans un souci de généralisation, l'équation (2.23) est écrite avec les paramètres g_1 et g_2 de la cavité.

On prendra garde à la disposition inversée des matrices. En effet, au sortir d'un aller-retour de cavité, les caractéristiques du faisceau sont devenues :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_L \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_L \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_L \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \begin{pmatrix} x_0 + Lx'_0 \\ x_0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_L \cdot \begin{pmatrix} (x_0 + Lx'_0) \\ -\frac{2}{R_2}(x_0 + Lx'_0) + x'_0 \end{pmatrix} \dots, \quad (2.24)$$

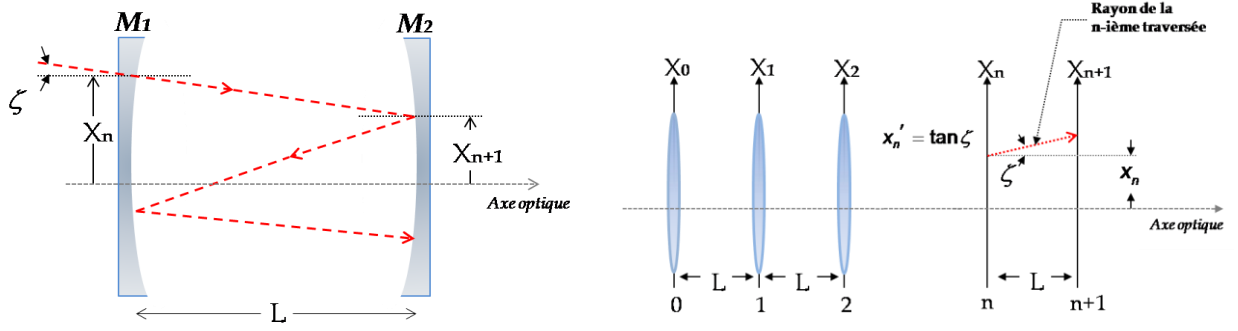


Figure 2.8 : Schématisation de l'analogie entre un rayon confiné au sein d'une cavité et un système focalisant périodique de lentilles minces. La position (x_n, y_n) et la pente (x'_n, y'_n) du faisceau après un aller-retour peuvent être calculées depuis ces positions et pentes initiales, (x_0, y_0) et (x'_0, y'_0) , et les paramètres de la cavité. La cavité équivalente est représentée par des miroirs de courbures $R_1=2f_1$ et $R_2=2f_2$ qui refocalisent le faisceau à chaque réflexion.

C'est-à-dire que depuis le plan de référence sur le miroir M_1 , le faisceau s'est d'abord propagé, puis ensuite réfléchi, etc.. C'est pourquoi l'action sur le faisceau original est d'abord M_L , puis M_2 , etc..

Une fois la matrice de transfert définie sur un aller-retour, on peut étendre l'analyse à N allers-retours de cavité par :

$$\vec{r}_{N+1} = M_{AR} \cdot \vec{r}_N = M_{AR}^{N+1} \cdot \vec{r}_0. \quad (2.25)$$

Ce problème de matrices en cascade est solutionné en trouvant les valeurs et solutions propres de la matrice M_{AR} . Autrement dit, on cherche une base de « rayons propres » \vec{r} correspondant aux valeurs propres η qui satisfont chacun l'équation propre :

$$M_{AR} \cdot \vec{r}_N = \eta \cdot \vec{r}_N. \quad (2.26)$$

Le détail des développements de calculs est laissé au lecteur qui pourra le trouver en référence [19].

En prenant en compte la stabilité du résonateur, c'est-à-dire $0 \leq g_1, g_2 \leq 1$, on parvient aux valeurs propres données par :

$$\begin{aligned} \eta_{1,2} &= 2g_1g_2 - 1 \pm 2\sqrt{g_1^2g_2^2 - g_1g_2} \\ &= \text{Cos}(\theta) \pm i\text{Sin}(\theta) = e^{\pm i\theta} \end{aligned} \quad (2.27)$$

La matrice aux valeurs propres est donc complexe et a une amplitude valant l'unité. La propagation d'un rayon quelconque dans ce système périodique stable prend alors la forme :

$$\vec{r}_N = c_a \vec{r}_a \cdot e^{iN\theta} + c_b \vec{r}_b \cdot e^{-iN\theta} = \vec{r}_0 \cdot \text{Cos}(N\theta) + \vec{s}_0 \cdot \text{Sin}(N\theta), \quad (2.28)$$

avec : $\vec{r}_0 = c_a \vec{r}_a + c_b \vec{r}_b$ représentant le vecteur rayon initial, $\vec{s}_0 = i(c_a \vec{r}_a - c_b \vec{r}_b)$ qui est une sorte de « vecteur pente » du rayon, \vec{r}_a et \vec{r}_b sont les rayons propres et enfin, on l'aura reconnue, la phase de Gouy θ égale à $\theta = 2\text{ArcCos}(\sqrt{g_1g_2})$.

2.3 CONNEXION ENTRE OPTIQUE GEOMETRIQUE ET OPTIQUE ONDULATOIRE A TRAVERS LA PHASE DE GOUY

Depuis les équations (2.18) et (2.28), on peut voir que la phase de Gouy joue un rôle crucial à la fois dans la détermination des propriétés spectrales du résonateur (dans le cas d'un traitement d'optique ondulatoire) et dans les relations existantes sur la position et la pente d'un rayon lors de sa transformation après un demi, ou encore N allers-retours de cavité (traitement des rayons optiques).

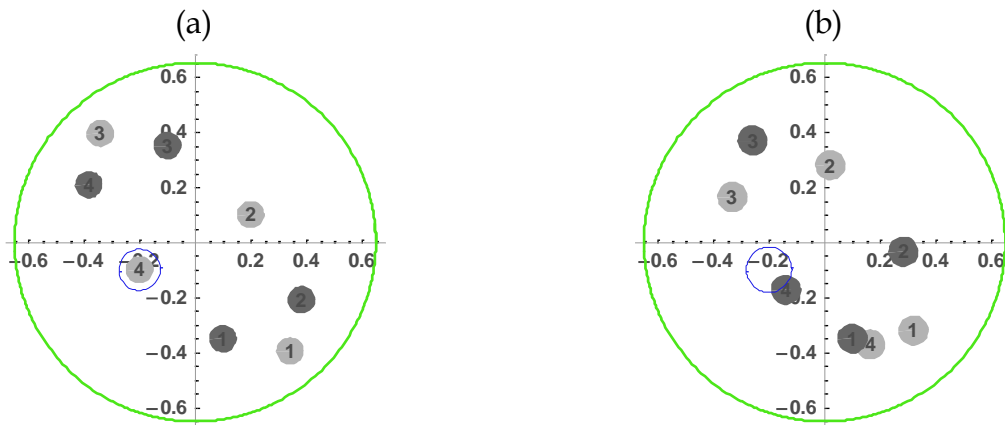


Figure 2.9 : Comparaison des impacts s'imprimant sur le miroir d'entrée entre deux cavités supportant des déphasages différents du mode TEM_{00} sur un aller-retour. En bleu sont figurées les positions d'injection du faisceau. En (a) la cavité est $1/4$ -fractionnellement dégénérée et le 4^{ième} et dernier impact sur M_1 correspond exactement à la position d'injection dans la cavité. En (b) la cavité fait 40 cm : elle est, d'après la courbure de ses miroirs, quelconque et sa trajectoire ne se reboucle pas après 4 allers-retours. Les impacts gris clairs et gris foncés représentent respectivement les spots aux réflexions sur les miroirs M_1 et M_2 .

Cette nature duale de la phase de Gouy prend un sens précis lorsqu'on s'intéresse aux cavités fractionnellement dégénérées. En effet, on a mentionné qu'elle prend alors des valeurs rationnelle $\theta=2\pi K/N$, avec $1 \leq K \leq N-1$. Les valeurs propres de la matrice de transfert sur un aller-retour deviennent alors :

$$\eta_{1,2} = e^{\pm i\theta} = e^{\pm i2\pi K/N}, \quad (2.29)$$

et conduisent aux valeurs propres sur N allers-retours :

$$\eta_{1,2}^N = e^{\pm iN2\pi K/N}. \quad (2.30)$$

D'après (2.29) nous voyons que :

$$\begin{aligned} \vec{r}_N &= \vec{r}_0 \cos(N\theta) + \vec{s}_0 \sin(N\theta) \\ &= \vec{r}_0 \cos(N2\pi K/N) + \vec{s}_0 \sin(N2\pi K/N) \\ &= \vec{r}_0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

et ceci quelque soit le choix des caractéristiques originelles du vecteur \vec{r}_0 .

De manière équivalente, on peut écrire que lorsque la phase de Gouy vérifie $\theta=2\pi K/N$, la matrice $ABCD$ sur N allers-retours vérifie :

$$\mathbf{M}_{\text{AR}}^N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Ainsi, dans un tel résonateur, un faisceau paraxial quelconque sera dotée d'une trajectoire qui se recouvrira spatialement sur elle-même après N allers-retours. On parle de cavité qui préserve le paramètre gaussien $q(z) = \left(\frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega(z)^2} \right)^{-1}$ du faisceau [24-25] (« q -preserving cavity »). A l'inverse, un résonateur supportant une phase de Gouy irrationnelle ne verra jamais de faisceau se retrouver parfaitement identique à lui-même sur N allers-retours.

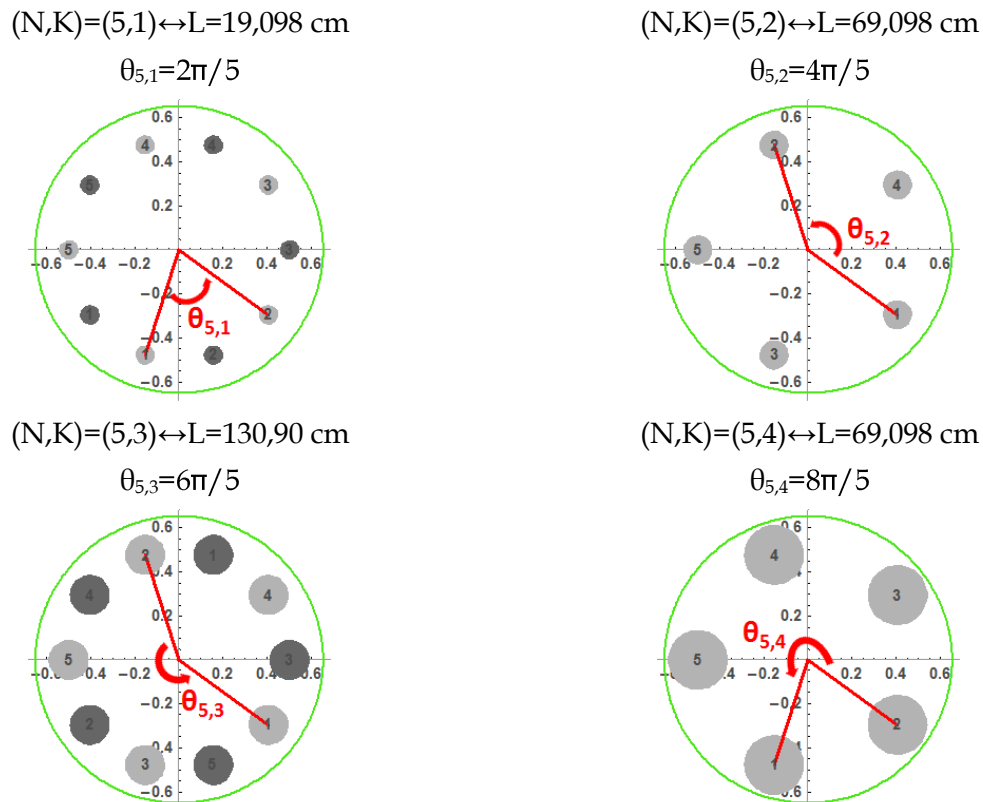


Figure 2.10 : Mise en évidence de l'influence du paramètre réentrant K sur des trajectoires circulaires d'ordre $N=5$. Lorsque $K=1$, le faisceau se recouvre spatialement en ayant fait une seule révolution transverse autour de l'axe optique du résonateur. De la même manière, le couple $(N,K)=(5,3)$ caractérisera une taille de cavité qui accueillera en son sein un faisceau à l'ordre réentrant 5 où 3 révolutions transverse seront nécessaires pour préserver le paramètre gaussien q du faisceau. Les impacts gris clairs et gris foncés représentent respectivement les spots aux réflexions sur les miroirs M_1 et M_2 .

Un exemple de trajectoires elliptiques est figuré en 2.9. Dans chacun des cas de figure, l'injection est semblable et vaut $(x_0, x_0', y_0, y_0') = (-0.2 \text{ cm}, 0.3/L, -0.1 \text{ cm}, -0.25/L)$. Le premier faisceau, en (a), est injecté dans une cavité fractionnellement dégénérée vérifiant le couple de valeur $(N,K)=(4,1)$, soit une cavité de $L_{\text{magique}} = R(1 - \cos(\pi K/N)) = 29.2893 \text{ cm}$ puisque la courbure des miroirs est prise comme $R_1 = R_2 = 100 \text{ cm}$; et, en (b), le faisceau est injecté dans une cavité quelconque de 40 cm.

Comme mentionné précédemment, et clairement visible en figure 2.9, une trajectoire de faisceaux dans une cavité avec $\theta=2\pi K/N$ effectuera $2N$ passages de cavités avant de se recouvrir sur elle-même.

Le paramètre K , quant à lui, représente le nombre « de tours transverses » que le faisceau effectue au sein de la cavité en N allers-retours. Un exemple de situation avec $N=5$, en figure 2.10, met en lumière cet état de fait.

On constatera enfin que dans une vision géométrique la phase de Gouy θ représente, en radian, l'angle entre deux réflexions successives en un plan de référence z quelconque à l'intérieur de la cavité.

Remarque sur les tailles d'impacts aux réflexions :

Les simulations présentées en figure 2.9 et 2.10 tiennent rigoureusement compte de la réalité d'injection de telles cavités. On remarquera en effet l'évolution, dépendamment des longueurs de cavités, des tailles d'impacts aux réflexions. Leur valeur étant à relier aux propriétés d'accord de mode spatial du faisceau gaussien sur les propriétés géométriques de la cavité (L et R_{M1}, R_{M2}).

En effet, on verra, au chapitre suivant, que l'injection d'une cavité requiert une condition *sine qua non* appelée mode matching. Celle-ci garantit au front d'onde du faisceau gaussien d'épouser la courbure des miroirs à la réflexion. De cette façon, en plus de reproduire spatialement le faisceau sur lui-même lors de ses multiples allées et-venues, la taille du faisceau conserve les dimensions du mode de cavité injecté, en l'occurrence ici le mode fondamental. Les impacts représentés dans les différents cas de figure doivent ainsi augmenter proportionnellement avec la taille de la cavité considérée pour une longueur d'onde fixée (ici à 760 nm). En toute rigueur, on peut montrer que la conservation de la taille du faisceau dans un plan z fixé n'est strictement valable que pour une injection axiale. Ici, l'injection hors axe doit conduire en une évolution sinusoïdale des tailles d'impacts en fonction de l'ordre de la réflexion.

Dans le cas d'une cavité symétrique, il vient $g_1=g_2=1-L/R$. Le waist du faisceau est ainsi centré dans la cavité et la taille des impacts sur les miroirs s'écrit :

$$\omega_0^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{1+g}{4(1-g)}} \quad \text{et} \quad \omega_1^2 = \omega_2^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{1}{1-g^2}}. \quad (2.33)$$

On précise en figure 2.11 ci-après l'évolution du couple {waist-taille des impacts aux réflexions} en fonction de la taille du résonateur pour une longueur d'onde donnée.

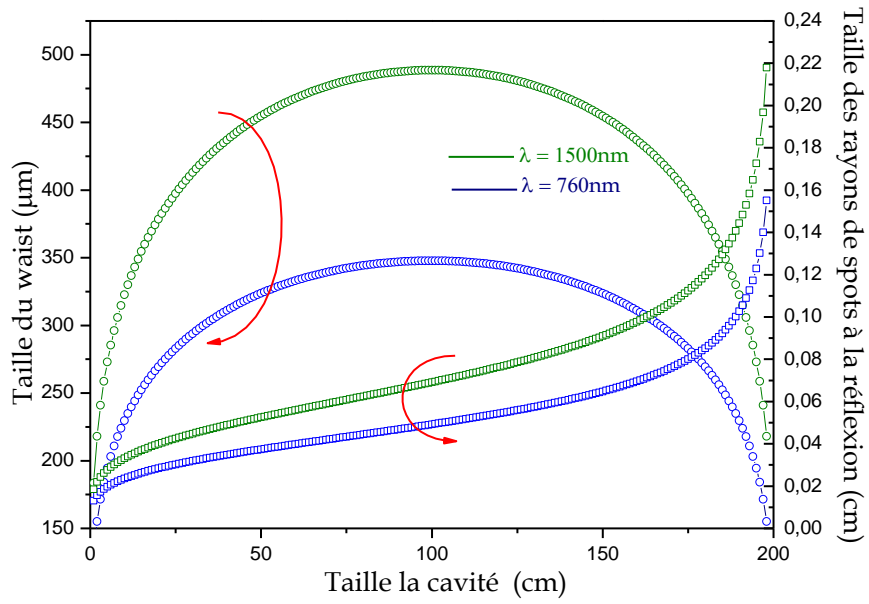


Figure 2.11 : Evolution de la taille du waist du mode fondamental TEM_{00} en fonction de la taille de la cavité supportant des miroirs sphériques d'égal rayon de courbure $R=100$ cm ainsi que la taille du mode à la réflexion. Il est également présenté une comparaison de cette évolution dépendamment de la longueur d'onde du faisceau gaussien.

Ce premier chapitre a proposé un inventaire des propriétés essentielles des cavités optiques.

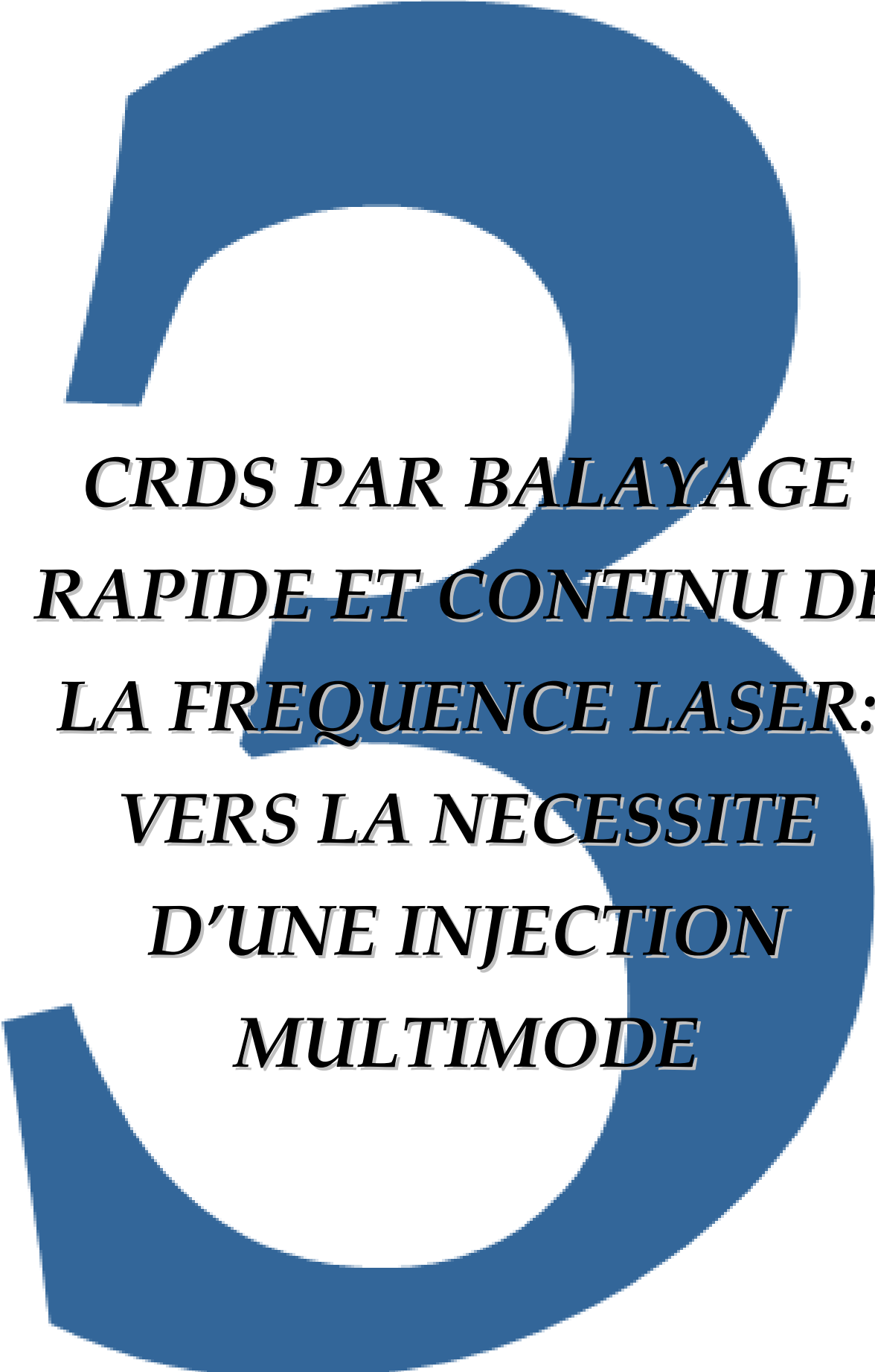
On retiendra qu'un mode propre de propagation TEM_{mn} est résonant, c'est-à-dire que son oscillation efficace est établie dans la cavité, lorsque son déphasage vérifie une valeur entière de π pour une traversée de sa longueur. L'onde interfère constructivement sur elle-même et est dite résonante avec la cavité : celle-ci est alors transparente, si $R_{M1}=R_{M2}=1$, au rayonnement incident. Cette résonance conduira en une propagation stable entre les deux miroirs, dans l'espace donc dans le temps, si l'accord spatial du mode laser sur le mode correspondant de la cavité est vérifié, c'est-à-dire si les conditions d'auto-reproduction du champ électrique aux réflexions sont établies : c'est le mode matching.

Quelque soit la valeur de l'ordre du mode considéré, les propriétés d'un résonateur ont été, à dessein, généralisées par la phase de Gouy θ définissant le retard de phase accumulé par le mode fondamental TEM_{00} par rapport à une onde plane sur un aller-retour de cavité. Sous certaines valeurs caractéristiques de ce déphasage, i.e. $\theta=2\pi K/N$ où N et K n'ont pas de dénominateur commun, la cavité présente en transmission une structure fractionnée. Chacune de ces résonances est, en toute généralité, infiniment dégénérée de modes transverses appartenant à des familles longitudinales q différentes. On parle, dans cette perspective de l'optique ondulatoire, de cavité fractionnellement dégénérée.

L'intérêt de mettre en avant cette phase de Gouy s'est pleinement manifesté aussitôt l'examen d'une cavité optique depuis le point de vue de l'optique géométrique. Il est en effet apparu qu'elle définit, de surcroît, l'angle entre deux impacts successifs observé en un plan quelconque contenu dans la cavité. Sous certaines valeurs caractéristiques de cette phase de Gouy, i.e. $\theta=2\pi K/N$ où N et K n'ont pas de dénominateur commun, la cavité supporte une trajectoire de faisceau qui se reboucle sur lui-même après N allers-retours. On parle, dans cette perspective de l'optique géométrique, de cavité réentrante.

Cette dualité de représentations reflète l'unité des théories gigognes de l'optique. Dans l'approximation paraxiale, une cavité vérifiant une valeur rationnelle $\theta=2\pi K/N$ sera fractionnellement dégénérée dans le domaine des fréquences et réentrante dans le domaine spatial.

L'intérêt d'une telle propriété, pour application à la Cavity Ring Down Spectroscopy, fait l'objet du chapitre qui suit.



***CRDS PAR BALAYAGE
RAPIDE ET CONTINU DE
LA FREQUENCE LASER:
VERS LA NECESSITE
D'UNE INJECTION
MULTIMODE***

Nous consacrerons ce chapitre aux tenants et aboutissants de l'outil de spectroscopie d'absorption défini par l'acronyme CRDS pour Cavity Ring Down Spectroscopy. La technique sera d'abord présentée par son schéma « pulsé » permettant de se figurer une image intuitive des concepts mis en jeu. Suivra le schéma de cw-CRDS employé à l'Onera qui consiste en un balayage rapide, continu et unique de la fréquence laser à travers le peigne fixe des modes de la cavité. La réponse à cette excitation, i.e. les évènements ring down successivement observés à chaque résonance, permettra alors de juger des limitations de définition spectrale d'un tel dispositif.

Lorsqu'on ambitionne la caractérisation d'environnement basse pression par de petites cavités, deux solutions sont envisageables pour pallier cette insuffisance d'échantillonnage spectral. La notre consiste en la mise à profit de la structure transverse du résonateur.

Nous décrirons ainsi la décomposition d'un faisceau gaussien paraxial sur la base des fonctions propres orthonormées de la cavité afin de caractériser sa réponse multimode. Les cavités fractionnellement dégénérées, introduites au chapitre précédent, apparaîtront alors comme le support multimode ad hoc pour augmenter la définition spectrale de notre dispositif de cw-CRDS continu.

3.1 UNE CAVITE OPTIQUE HAUTE FINESSE COMME SYSTEME MULTIPASSAGE

3.1.1 DE LA LOI DE BEER-LAMBERT A LA CRDS : PRINCIPE DE LA SPECTROSCOPIE D'ABSORPTION

Molécules et atomes absorbent les radiations électromagnétiques à des fréquences qui leur sont propres. On parle communément du spectre d'absorption de l'espèce. Ce spectre est intrinsèquement tributaire des transitions associées à ses propriétés électroniques, vibrationnelles ou rotationnelles et figure, de ce fait, comme une signature lui étant propre.

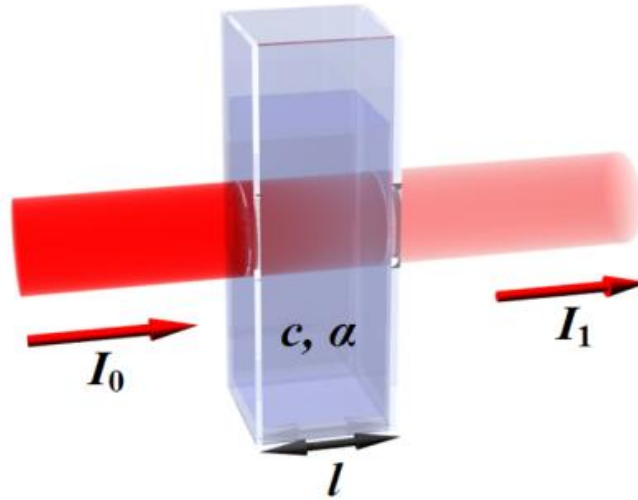


Figure 3.1 : Principe de la mesure d'absorption directe. Un faisceau d'intensité initiale I_0 traverse un milieu absorbant de longueur l tandis qu'est détectée l'intensité transmise I_1 .

Dans les systèmes conventionnels d'absorption optique directs, les intensités incidentes et transmises (respectivement I_0 et I_1) d'un faisceau lumineux se propageant au travers d'un milieu de longueur l et de coefficient d'absorption $a(\nu)$, sont mesurées. L'absorption du milieu, reliée à l'atténuation de l'intensité du rayonnement, est exprimée par la notoire loi de Beer-Lambert :

$$I_1(\nu) = I_0(\nu) \cdot e^{-a(\nu)l}, \quad (3.1)$$

depuis laquelle on déduit le coefficient d'absorption qui s'exprime comme :

$$\alpha(\nu) = -\frac{1}{l} \cdot \ln \left(\frac{I_1(\nu)}{I_0(\nu)} \right). \quad (3.2)$$

Remarquons que $\alpha(\nu)$ est une constante de proportionnalité qui dépend à la fois de l'identité de l'espèce, des conditions thermodynamiques dans lesquelles elle se trouve ainsi que de la fréquence ν d'observation.

Dans la limite des petites absorptions où $a(\nu) \cdot l \ll 1$, il vient depuis (3.2) :

$$\alpha(\nu) \approx -\frac{\Delta I(\nu)}{I_0(\nu)l}. \quad (3.3)$$

Il est dès lors manifeste que la plus petite absorption détectable, par cette mesure directe, est reliée à la plus petite variation d'intensité possiblement détectable ainsi qu'au bruit de la mesure $(\Delta I/I)_{min}$.

Pour de très faibles absorptions optiques ($1 - (I_1(\nu)/I_0(\nu)) < 10^{-6}$), comme celles rencontrées lors du dosage d'espèces à l'état de traces ou présentant des transitions optiques interdites (par définition très faibles), il devient indispensable d'augmenter la sensibilité du dispositif.

Cette limitation est classiquement surmontée en augmentant la distance d'interaction laser-matière. De cette façon, il résultera une plus grande différence d'intensité entre les signaux incidents et transmis : la sensibilité s'en trouve ainsi accrue.

Il apparaît clairement que cette contrainte majeure ne peut être surmontée que par le biais de dispositifs permettant au faisceau sonde d'effectuer de multiples passages parmi le milieu d'intérêt. En d'autres termes, il faut piéger artificiellement la lumière entre deux ou plusieurs miroirs afin de rendre efficace l'interaction laser-matière.

3.1.2 LA CRDS PAR LASER PULSE : PRINCIPE DE LA SPECTROSCOPIE PAR MESURE DU TEMPS DE DECLIN D'UNE CAVITE OPTIQUE

Un point de départ commode pour introduire les caractéristiques de la CRDS consiste à se figurer le modèle idéal au premier ordre de l'exponentiel pour le temps de déclin de la cavité. Ce modèle simplifié, où la « longueur spatiale » du pulse lumineux injecté dans la cavité est plus courte que la distance d'aller-retour de celle-ci, conduit à discrétiser les impulsions transmises au travers du miroir de sortie à chaque réflexion. Dans cette limite, on s'affranchit des effets d'interférences et la lumière peut être assimilée à une corpuscule. La figure 3.2 illustre cette situation où les multiples transmissions, à l'intérieur du temps de décroissance, sont représentées par des impulsions dispersées dans le temps. Ici, l'intensité mesurée en détection est une série d'évènements individuels d'intensité à chute exponentielle, attendu qu'à chaque réflexion le pulse se déleste d'une fraction de son intensité. Ces signaux transmis sont temporellement équidistants de $2L/c$ où c est la célérité de la lumière. Dans cette première approximation, la résultante temporelle, ou l'intégration par la bande passante du détecteur des impulsions successivement transmises, sera une exponentielle décroissante lisse.

Pour une cavité à vide, ce temps de vie des photons est défini comme le temps mis à l'intensité de l'enveloppe transmise pour tomber à $1/e$ de sa valeur initiale. On l'exprime comme :

$$\tau_{Vide} = \frac{L}{c(1-R+A)} \quad (3.4)$$

où les paramètres R et A représentent respectivement les pertes par réflexion des miroirs définies comme une moyenne géométrique $\sqrt{R_1 \cdot R_2}$ et toutes les pertes additionnelles envisageables dans un résonateur telles que la diffraction, la diffusion rugueuse ou encore les

perdes par absorption des substrats de miroirs. En outre, on considère que l'effet de dépendance $R(\nu)$ est négligeable sur les plages de mesures considérées ($\sim 0,6 \text{ cm}^{-1}$).

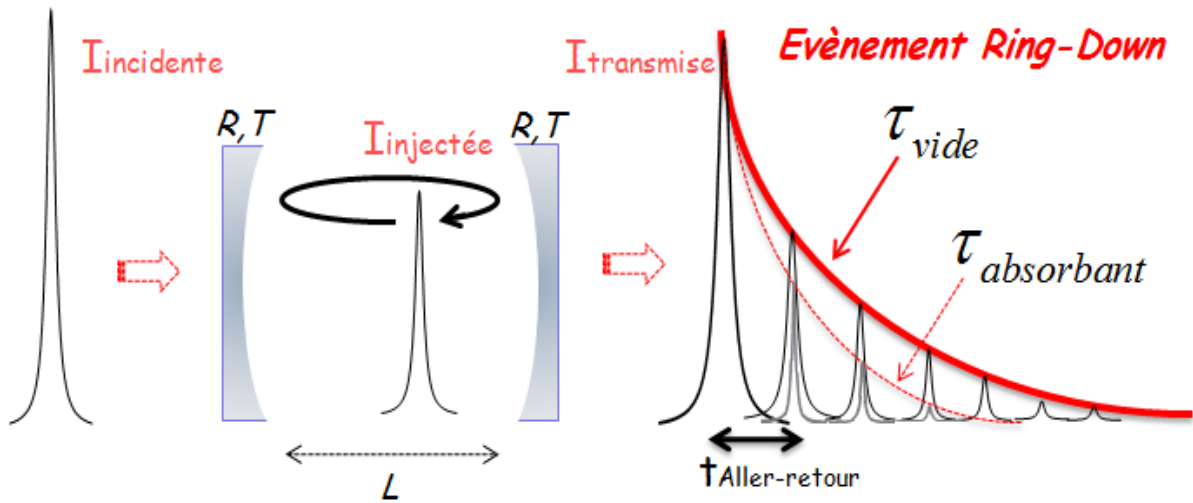


Figure 3.2 : Dans une première approximation, puisque la lumière est incohérente relativement aux dimensions de la cavité ($t_{impulsion} < t_{aller-retour}$), elle peut être représentée comme un corpuscule qui effectue de multiples allées et venues et se déleste d'une fraction de son énergie à chaque réflexion. On observe ainsi, en transmission, un signal exponentiellement décroissant dont le temps de déclin est directement tributaire de la taille de cavité ainsi que de ses pertes intrinsèques.

Fort de cette représentation, on se figure qu'avec la présence d'un absorbant au sein de la cavité on observera de la même façon un signal exponentiellement décroissant en transmission, cette fois plus court, attendu que des pertes additionnelles liées à l'absorption du milieu s'ajoutent au dénominateur. Il vient:

$$\tau(\nu) = \frac{L}{c(1-R+A+\alpha(\nu).L)} \quad (3.5)$$

avec $\alpha(\nu)$ représentant le coefficient d'absorption de la molécule à la fréquence ν . Celui-ci s'exprime alors simplement en fonction du temps de vie de la cavité en l'absence de toute absorption, selon :

$$\alpha(\nu) = \frac{1}{c} \left(\frac{1}{\tau(\nu)} - \frac{1}{\tau_0} \right) \quad (3.6)$$

Le coefficient d'absorption de la molécule est ainsi déterminé par la mesure du temps de vie des photons à la fréquence ν et de celui de la cavité à vide qui sert d'étalon. Un profil d'absorption est alors obtenu en balayant la fréquence laser autour de la raie visée et en mesurant, à chaque pas, les temps de décroissance.

En raison de sa simplicité, de sa capacité à mesurer l'absorption sur une échelle absolue, de sa grande sensibilité, de son immunité face aux fluctuations d'intensités d'un pulse à l'autre, et de sa compatibilité au dosage de petits volumes de gaz ou de jets atomiques/moléculaires,

cette technique est-employée dans de nombreuses applications. Un panorama exhaustif de ses variétés d'implémentation est détaillé, en référence [10].

3.1.3 DE LA CRDS-PULSEE A LA CW-CRDS

La simplification de nos propos est favorable à une compréhension intuitive du concept de la mesure. Cette description est néanmoins incorrecte en ce sens que la largeur spectrale du laser, aussi bien que la structure des modes propres de la cavité, doivent en toute rigueur être considérées [26-27].

Les largeurs spectrales des sources pulsées sont généralement dans les gammes du GHz et conduisent en l'excitation simultanée de plusieurs modes de cavité du fait du recouvrement spectral du laser relativement à la fonction de transfert du résonateur. En dépit d'une attention rigoureuse sur l'accord spatial du faisceau d'injection sur un mode précis de la cavité, il existera donc inéluctablement une excitation résiduelle des modes supérieurs. L'étendue spectrale de la source ne permet pas de séparer l'excitation des modes longitudinaux et transverses dans le domaine des fréquences. De plus, intrinsèquement à la dynamique des lasers pulsés, il existera une variation de distribution de densité spectrale d'un pulse à l'autre, ce qui se traduira par l'excitation différentes de modes transverses d'une mesure à l'autre.

Cela étant, les pertes de la cavité présentent des différences de valeurs depuis chacun des modes transverses possiblement excités. Cet état de fait, relié à l'inhomogénéité spatiale des réflectivités sur la surface des miroirs, donne lieu, puisque chaque mode $TEM_{q,m}$ à q fixé présente son propre temps de décroissance caractéristique, à des décroissances qui sont multi-exponentielles. La détermination des constantes de temps depuis des ajustements simplement exponentiels conduit ainsi en des valeurs erronées [28] du coefficient d'absorption $a(\nu)$.

De surcroît, l'inhomogénéité du détecteur, *i.e.* sa réponse en fonction de la position du faisceau sur la matrice active, brise la symétrie des différents ordres transverses (voir section 4.2.2 et 5.2.1.1). Ceci à pour conséquence néfaste de produire le battement fréquentiel des modes en transmission responsable d'une modulation qui se superpose à la décroissance et compromet, de fait, la précision pour la détermination des constantes de temps. En pratique, ces oscillations peuvent être filtrées électroniquement afin d'épurer, au signal exponentiel basse fréquence, la haute fréquence des notes de battements.

Ces différents effets liés à la largeur de raie laser furent étudiés par un grand nombre d'auteurs [29-30]. Ils mirent en évidence que l'excitation sélectivement monomode, en épurant l'ensemble de ces divers effets, devrait résulter en la capacité d'augmenter la sensibilité possiblement atteignable des dispositifs. Sélectionner l'excitation d'un seul mode de la cavité doit en effet garantir la sensibilité ultime de la technique en favorisant la meilleure précision sur la détermination des temps de décroissance, alors strictement mono-exponentielle, aussi bien que le meilleur rapport signal sur bruit.

La première démonstration de cette amélioration de la détermination des valeurs de décroissances, revient à Van Zee *et al.* [31]. Ils proposèrent l'utilisation d'une source OPO (Oscillateur Paramétrique Optique) de largeur spectrale de 115 MHz conjuguée à une cavité de 10 cm afin de garantir un *ISL* de 1,5 GHz et un écart de 500 MHz entre deux modes transverses consécutifs ($R=20$ cm). Par mise en forme spatiale du faisceau sonde à l'aide d'un diaphragme et l'utilisation d'une caméra CCD en transmission de cavité, ils parvinrent ainsi à l'excitation sélective du mode fondamental. La sensibilité atteinte vaut 5.10^{-10} cm⁻¹. On notera toutefois que cette excitation monomode n'est pas évidente avec des sources pulsées. Différentes suggestions expérimentales sont donnée en [32-33] pour optimiser cet accord spatial.

Les profils spatiaux des faisceaux émis par les lasers continus sont, quant à eux, de qualité généralement supérieure. Cette caractéristique permettra d'aider à coupler plus efficacement le faisceau laser dans un mode particulier de la cavité. De plus, le flux maintenant continu de la radiation lumineuse intra-cavité peut se construire dans une période temporelle plus étendue facilitant l'emploi de sources cohérentes d'énergie relativement faible.

Une comparaison générale sur les sensibilités possiblement atteignables entre un schéma de CRDS monomode pulsé et de CRDS par laser continu met en évidence la conclusion selon laquelle les meilleures limites de détection sont obtenues avec des lasers continus de très petite largeur spectrale [34].

En outre, la définition spectrale, *i.e.* la résolution du spectromètre qui se relie à la largeur spectrale des impulsions lasers employées, reste insuffisante pour décrire la structure de molécules à structure spectrale fine ou celle de gaz en environnement basse pression qui révèlent des profils Gaussien.

L'utilisation de telles sources lasers continues vient alors bientôt suppléer la technique pulsée jusqu'ici décrite. Outre les raisons précédemment alléguées, l'intérêt fût amplement stimulé par le relatif moindre coût des lasers continus, leur facilité d'utilisation, leur compacité ou encore leur grande compatibilité avec une variété de composants optiques, notamment les coupleurs de fibres maintenant largement développés grâce au formidable essor dans le domaine des télécommunications optiques.

3.1.4 DE LA CRDS EN REGIME CONTINU AU SCHEMA PAR BALAYAGE RAPIDE

Tandis qu'en CRDS par laser pulsé le signal est naturellement initié par l'arrivée du pulse dans la cavité, il est nécessaire en CRDS par laser continu (cw-CRDS) de coupler préalablement la lumière au sein du résonateur puis d'interrompre l'interaction laser/cavité afin d'observer le signal ring down.

Depuis une idée originale de K.K. Lehmann [35], la première démonstration de l'utilisation de sources laser continues dans les schémas de CRDS fût réalisée par Romanini *et al.* dès 1997

[36-37-38]. Les évènements ring down étant générés par une méthode qui devînt rapidement l'apanage des expériences de cw-CRDS : la taille de la cavité est périodiquement et lentement modulée par un transducteur piézo-électrique afin de balayer le peigne de bande passante de la cavité à l'intérieur du mode laser. Il s'initie ainsi, aussitôt que cette coïncidence spectrale se produit, l'injection lumineuse au sein du résonateur. Un dispositif électro-optique est alors prévu pour verrouiller le mode laser sur le mode de la cavité. Un modulateur acousto-optique, voué à interrompre subitement l'irradiation vers la cavité, permet dès lors d'observer le déclin des photons piégés. Un détecteur de seuil est ici utilisé pour capturer sélectivement le mode TEM_{00} de la cavité et initier l'acquisition des signaux ring down transmis, via le modulateur, aussitôt l'injection laser endiguée.

Depuis ce schéma précurseur de D. Romanini *et al.* différentes solutions ont été mises en place, dans l'approche CRDS par laser continu, pour interrompre le couplage du faisceau laser dans la cavité afin de mesurer la constante de décroissance τ de l'évènement ring down subséquent. La figure 3.3 présente les trois stratégies qui peuvent être effectivement adoptées. Elles consistent en :

- L'emploi d'un prompt interrupteur optique : un acousto-optique (A.O) aussi bien qu'un électro-optique (E.O) ;
- Une rapide modulation électronique de la fréquence ou de l'amplitude du rayonnement continu ;
- Une variation rapide de la longueur de la cavité.

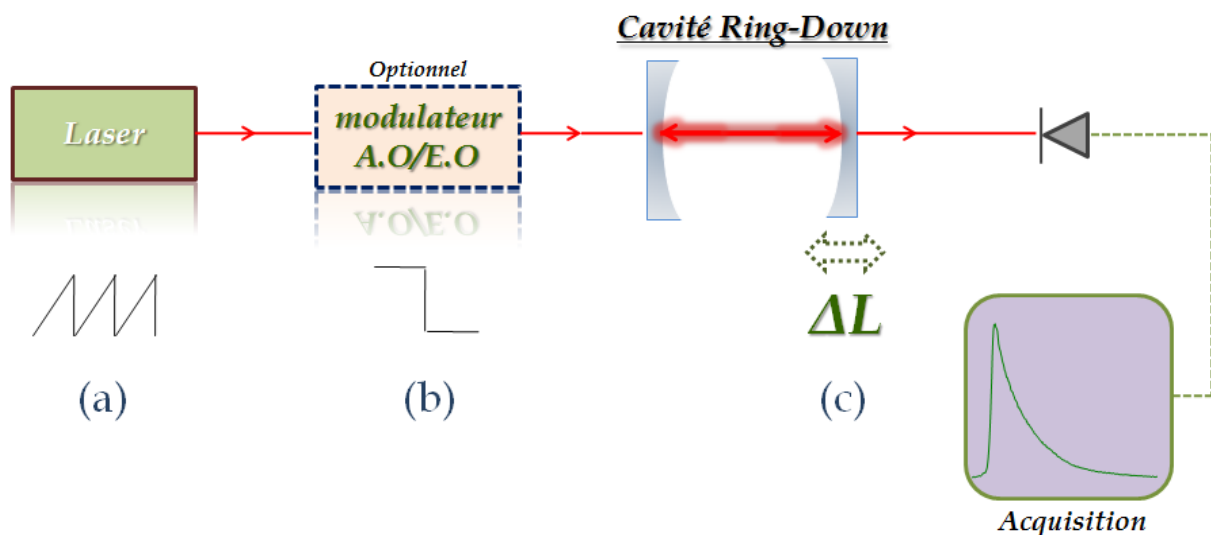


Figure 3.3 : Schématisation du schéma de cw-CRDS comprenant une source laser continue, un optionnel interrupteur acousto-optique (A.O) ou électro-optique (E.O), une cavité haute finesse, un photodétecteur pour contrôler la lumière transmise par la cavité. Ce dernier est relié à une électronique appropriée pour afficher, enregistrer et traiter les évènements ring down.

Les plus grandes sensibilités de mesures sont toutefois observées en verrouillant la cavité et le laser sur une résonance afin d'obtenir de plus grandes et de plus reproductibles intensités

intracavités qui, par voie de conséquence, conduisent en la récolte de signaux plus intenses en transmission.

La mise en œuvre de dispositifs à verrouillage actif de la bande passante d'une diode laser (faiblement étendue spectralement $\sim 1\text{MHz}$) sur un mode d'une cavité haute finesse est en revanche, en plus d'être coûteuse, généralement difficile. En effet, la moindre variation thermique influant sur la taille de cavité aussi bien qu'une infime vibration mécanique du montage peut entraîner le miroir dans une position hors-résonance. Pour illustrer les difficultés reliées à cet état de fait, nous citerons Paldus *et. al.* [39] qui stabilisèrent la cavité à l'aide d'une des deux composantes de polarisation (celle présentant la plus basse finesse) de la lumière incidente tandis que la seconde était dédiée à la production du signal ring down.

3.1.4.1 Limitations temporelles des schémas « pas à pas » pulsés et continus

Il est digne de remarque que ces schémas, par source pulsée et par source continue, aboutissent à l'enregistrement de profils de raies sur des échelles de temps de la minute, voire pour les plus rapides, de quelques secondes, puisqu'il est nécessaire de répéter l'opération à chaque pas de la fréquence laser pour déterminer le temps de déclin $\tau(\nu)$ autour de la raie d'absorption. Pour obtenir un spectre, il faut en effet incrémenter la fréquence laser pour renouveler une résonance.

Ces temps d'acquisition, où très généralement une moyenne des évènements ring down doit permettre d'accroître la sensibilité de la mesure, sont toutefois incompatibles avec nos applications qui traitent du dosage de phénomènes transitoires se produisant dans des écoulements dits réactifs. Dans la soufflerie hypersonique *F4*, par exemple, les écoulements à doser sont générés durant des « tirs » de quelques 200 ms où les conditions thermo-aérodynamiques changent d'à peu près 1% pour chaque milliseconde écoulée. Pour de telles applications, explicitement, un dispositif d'acquisition rapide est indispensable.

3.1.4.2 Schéma sans verrouillage de mode : la CRDS par balayage rapide et continu

Deux équipes, Hann *et. al.* [40] et Orr *et. al.* [41], ont été les premiers à montrer qu'un spectre d'évènements ring down pouvait être mesuré en déplaçant rapidement la radiation continue et la cavité optique depuis un état résonant à non-résonant sans aucune interruption optique. Une telle approche de CRDS continue apparaît bien plus simple que les schémas susmentionnés mettant en œuvre des interrupteurs optiques. De plus, cette façon d'appréhender la technique laisse à se figurer la possibilité d'un formidable gain temporel.

Les premiers schémas de l'équipe, pionnière s'il en fût, développèrent originellement [41-42] un balayage rapide et continu de la taille du résonateur à l'aide d'une calle piézo électrique afin d'observer un peigne de ring down transmis constitutif des résonances longitudinales.

Plus avant dans l'amélioration du concept de la production successive et rapide des évènements ring down, ils implémentèrent l'alternative suivante : le balayage rapide et continu

de la fréquence laser au travers du peigne fixe des modes de la cavité. Dans cette approche, tandis que le mode laser est rapidement balayé en fréquence au travers des résonances de la cavité, de l'intensité est générée au sein du résonateur puis s'ensuit l'évènement ring-down aussitôt que le recouvrement spectral est révolu. Ce schéma permet maintenant des temps d'acquisition de spectres d'absorption inférieurs à la seconde.

Avec cette méthode naissait un outil ultra-rapide et ultra-sensible de spectroscopie d'absorption.

A l'Onera, notre laboratoire utilise ce schéma de cw-CRDS par balayage rapide de la fréquence laser à travers le peigne fixe des modes de la cavité. Détaillons.

3.2 CW-CRDS RAPIDE ET CONTINUE : CARACTERISATION

Le chapitre précédent a établi les caractéristiques d'une cavité en résonance avec un faisceau gaussien paraxial. Un multiple entier de 2π (ou une valeur rationnelle multiple de 2π pour le résonateur fractionnellement dégénéré) de son déphasage sur un aller-retour de cavité garantit l'interférence constructive de son champ, tandis que l'accord spatial préserve sa reproduction spatiale dans l'espace : la lumière alors résonante se couple efficacement dans la cavité. Dans ces conditions, la cavité peut piéger le rayonnement et se comporter, à l'instar du système pulsé, comme un outil de spectroscopie par mesure du temps de vie des photons.

Une modulation triangulaire du courant électrique d'alimentation de la diode laser permet de balayer sa fréquence d'émission. Typiquement, à ~ 250 Hz, l'amplitude du balayage sera de quelques 0.6 cm^{-1} en moins de 3 ms, variation suffisante pour couvrir l'ensemble d'un profil de raie d'absorption. Les vitesses de balayage du mode laser correspondantes sont de l'ordre de $4 \text{ THz}\cdot\text{s}^{-1}$.

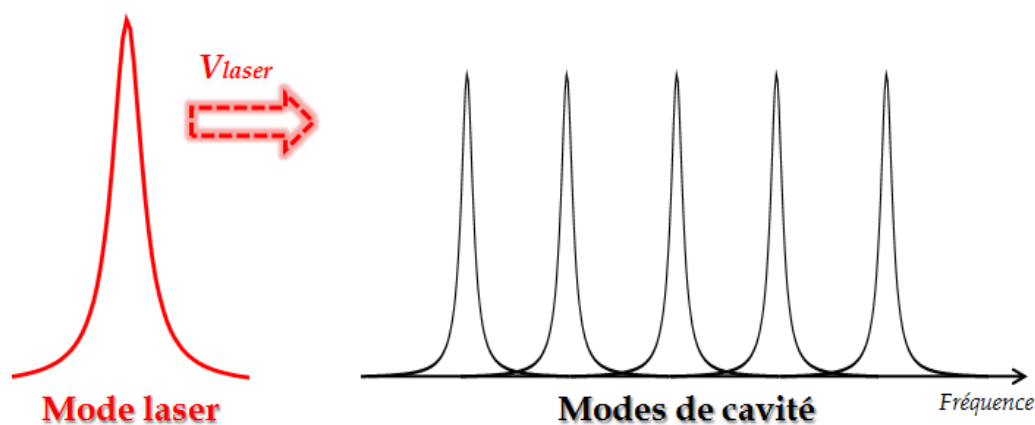


Figure 3.4 : Représentation schématique du principe de l'excitation continue par balayage de la fréquence du mode laser (rouge) au travers des modes fixes de la cavité (noirs). A chaque coïncidence spectrale, de l'énergie est emmagasinée au sein de la cavité tandis qu'entre deux modes, la totalité de l'énergie incidente est réfléchi.

Le principe d'excitation d'une cavité est figuré ci-dessus où le mode laser, en rouge, est balayé à la vitesse V_{laser} parmi les modes (ici longitudinaux) de la cavité représentés en noir. Aussitôt que le mode laser recouvre un des modes de la cavité au cours du balayage de la fréquence laser, la condition d'interférence constructive est vérifiée et de l'énergie lumineuse est stockée au sein du résonateur.

Une fois révolue la traversée de la bande passante de la cavité par le mode laser, nous sommes hors-résonance et la faible fraction d'intensité transmise dans la cavité n'interfère plus constructivement sur elle-même après un ou plusieurs allers-retours de cavité. Il n'y a plus construction intra-cavité du champ électrique, la transmission est nulle et toute l'intensité lumineuse incidente est réfléchiée vers la source.

3.2.1 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le montage expérimental utilisé pour la mise en œuvre de la CRDS rapide est représenté sur la figure 3.5. La source utilisée pour injecter la cavité Ring Down est une diode laser à cavité étendue (ECDL pour Extended Cavity Diode Laser) émettant autour de 770 nm et accordable sur quelques 15 nm. Le faisceau traverse d'abord un isolateur optique de Faraday (fournissant un taux d'isolation de l'ordre de 40 dB) afin de prévenir tout retour provenant de la cavité, ou de tout autre élément optique qui perturberait le fonctionnement du laser. La sortie laser est assurée par un fiberdock qui couple l'émission laser dans une fibre optique. En dépit d'une efficacité d'injection d'environ 70%, depuis l'ECDL vers la fibre, ce schéma présente l'avantage de pouvoir disposer facilement, et à son gré, de l'émission laser. L'injection dans un coupleur de fibre permet en effet de profiter de trois sources à des taux respectifs de 50, 35 et 15 %. En outre, ce couplage direct dans une fibre assure le filtrage spatial du faisceau émis qui présente, généralement, une répartition spatiale différente d'un mode propre particulier de cavité. Il est, le plus souvent, elliptique et la propagation au sein d'une fibre monomode garantit sa mise en forme spatiale.

Le faisceau source ainsi divisé en trois est simultanément couplé vers :

- ✚ La cavité ring down à l'intérieur de laquelle sont dosées les espèces gazeuses,
- ✚ Un Fabry-Pérot étalon basse finesse permettant un étalonnage en longueur d'onde,
- ✚ Un lambda-mètre pour spécifier la longueur d'onde d'émission et obtenir ainsi une référence.

L'enregistrement d'un profil de raie d'absorption nécessite un balayage rapide de la longueur d'onde du laser autour de la position centrale de la raie. Pour cela, le courant fourni par l'alimentation de la diode est modulé à ~ 250 Hz par un signal triangulaire. La fréquence émise est balayée sur une amplitude d'environ 0.6 cm^{-1} (18 GHz) afin de couvrir en totalité le profil de raie sondé à la pression atmosphérique.

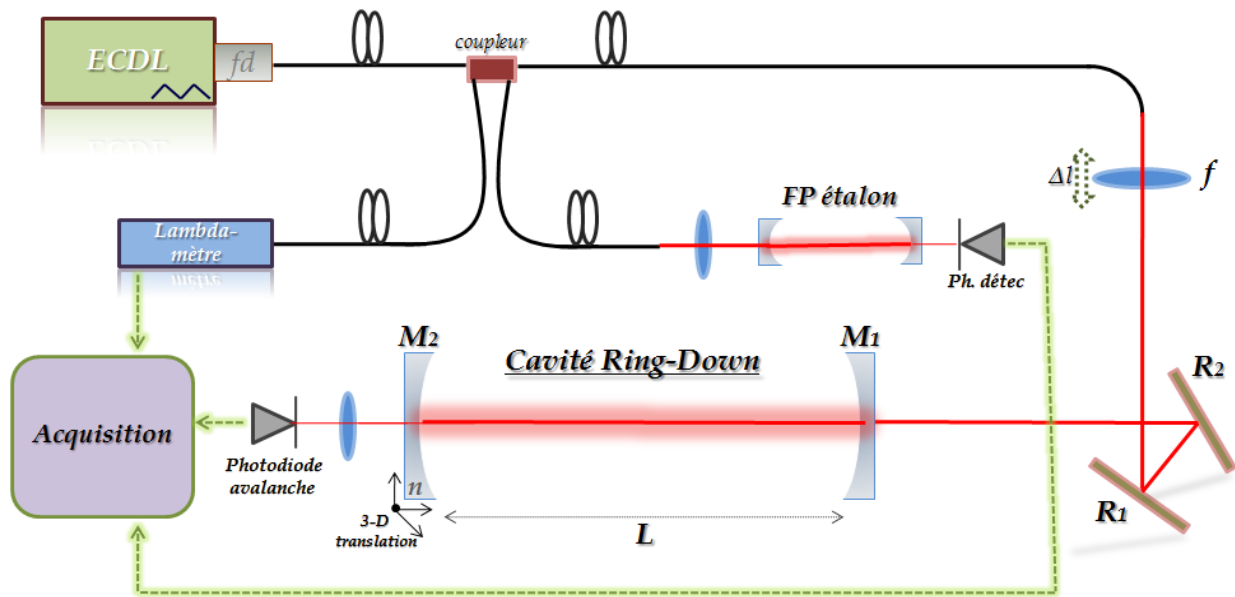


Figure 3.5 : Schéma du montage CRDS rapide employé pour la détection d'espèces à l'état de trace

Chaque passage du laser à travers la raie donne lieu à une série d'événements ring down correspondants aux fréquences de résonance successives de la cavité. Les signaux transmis par le miroir de sortie sont détectés par une photodiode Silicium à avalanche amplifiée, enregistrés puis traités numériquement. Après extraction des temps de Ring Down de chaque résonance, les coefficients d'absorption déduits fournissent un profil temporel de la raie. Le système de calibration en longueur d'onde, constitué du lambda-mètre et d'un Fabry-Pérot étalon, permet de convertir le profil d'absorption dans le domaine des fréquences.

3.2.1.1 Description des éléments fondamentaux constitutifs du montage CRDS par balayage continu

3.2.1.1.1 La cavité Ring Down

La cavité est constituée de miroirs diélectriques multicouches fournis par la société Layertec. Leur face réfléchissante possède une excellente qualité de surface, qualifiée de « super-polie », indispensable pour assurer de faibles pertes rugueuses. Leur face arrière est plane à $\lambda/10$. La réflectivité des miroirs est spécifiée ~ 0.9997 à 760 nm, le maximum de réflectivité se situant autour de 790 nm. Les miroirs ont un diamètre de 12.7 mm et une épaisseur de 6.35 mm. Le rayon de courbure de la face concave est de 1 m.

Les miroirs de la cavité sont placés dans des supports à joints toriques (conçus par D. Romanini) permettant d'y insérer un tube en vue de sondage basse pression, ces supports étant eux-mêmes placés dans des montures avec réglages fins par vis micrométriques.

Notons que les miroirs utilisés sont de réflectivité assez basse comparée aux valeurs pouvant être aujourd'hui atteintes (au-delà de 0.9999 %) dans la gamme de longueurs d'ondes considérée.

En dépit des valeurs relativement faibles des temps de ring down associés à nos cavités vides, $\sim 3 \mu\text{s}$ pour $L=30 \text{ cm}$ (cf. équation (3.4)), plusieurs raisons motivent ce choix. La première tient au bénéfice d'une puissance suffisamment importante en transmission de cavité, compte-tenu que le schéma d'injection employé induit une efficacité de couplage réduite. Le problème du recouvrement entre deux modes consécutifs lors du balayage rapide de la fréquence laser doit également être pris en compte. Typiquement, pour un balayage de 0.6 cm^{-1} en 2 ms , l'écart temporel entre chaque résonance du laser avec un mode fondamental de la cavité (dont l' ISL est $\sim 0.017 \text{ cm}^{-1}$) est de l'ordre de $57 \mu\text{s}$. Les temps de Ring Down du système doivent donc être suffisamment courts pour que chaque relaxation exponentielle puisse s'accomplir en totalité.

En outre, le schéma qui sera présenté tout au long de ce document tire profit de la structure transverse du résonateur. On montrera que l' ISL effectif sera une fraction N de l' ISL : pour 4 résonances transverses entre deux modes longitudinaux, les événements ring down sont maintenant équidistants de $19 \mu\text{s}$.

Enfin, le prix de ces miroirs permet la réalisation d'un montage peu coûteux, destiné à être souvent transporté et utilisé dans des installations de type industriel.

3.2.1.1.2 La source laser

Outre la cavité Ring Down, la source laser est l'élément essentiel du montage car ce sont ses caractéristiques (largeur de raie, accordabilité rapide, stabilité, puissance) qui vont déterminer la qualité des signaux récoltés au cours de nos expériences de CRDS. Nous utilisons une diode laser à cavité étendue émettant autour de 770 nm , accordable entre 763 et 777 nm et délivrant une puissance lumineuse maximale de $\sim 12 \text{ mW}$. La diode laser de type Fabry-Pérot, à base d'Arséniure de Gallium, son support et le dispositif d'alimentation sont commercialisés par Toptica (modèle *DL100*). L'ensemble du montage est asservi en température à l'aide d'un module à effet Peltier. La source se présente dans un boîtier compact de $110 \times 80 \times 80 \text{ mm}$.

Le faisceau divergent émis par la diode est collimaté par une lentille puis envoyé vers un réseau de diffraction placé en configuration Littrow [43] : l'ordre 0 est réfléchi vers la sortie du dispositif tandis que l'ordre 1 est réinjecté vers la diode (voir figure 3.6). Alors que la première cavité est constituée par la diode elle-même, la seconde cavité, dite « étendue », s'établit entre le réseau et la face arrière de la diode. Cette dernière étant caractérisée par une finesse plus grande que celle de la cavité interne formée par la diode, la rétroaction optique provenant de la cavité étendue a pour effet d'affiner la raie émise par le laser en sélectionnant une longueur d'onde particulière du spectre de gain, généralement étendu, du matériau semi-conducteur.

Le choix d'une *ECDL* pour réaliser nos expériences est motivé par la faible largeur spectrale de ce type de source. Elle offre en effet une largeur de quelques centaines de kHz, plus faible que celles des diodes laser à multipuits quantiques et réseau optique gravé (MQW-DFB), (généralement 1 MHz) ou que les diodes Fabry-Pérot simples (plusieurs dizaines de MHz). Cette caractéristique se révèle essentielle pour développer un schéma de CRDS où la cavité est injectée lors d'une modulation rapide de la fréquence laser, ceci sans extinction optique du faisceau.

La largeur de raie d'une *ECDL* est généralement spécifiée à 1 MHz pour un temps d'observation de l'ordre de la seconde, mais peut être estimée à quelques centaines de kHz pour des temps d'observation très courts (quelques μs) [44]. C'est notamment le cas lorsqu'on considère le processus d'injection d'une cavité par passage rapide en résonance du laser, où le temps de recouvrement entre mode laser et mode de cavité est très réduit ($\sim 1 \mu\text{s}$).

Le dispositif utilisé permet également d'obtenir une bonne accordabilité en fréquence sans saut de mode. La fréquence émise peut être modulée sur une plage suffisamment étendue pour couvrir le profil d'une raie d'absorption, et ce de manière rapide, ce qui constitue un atout majeur pour nos applications.

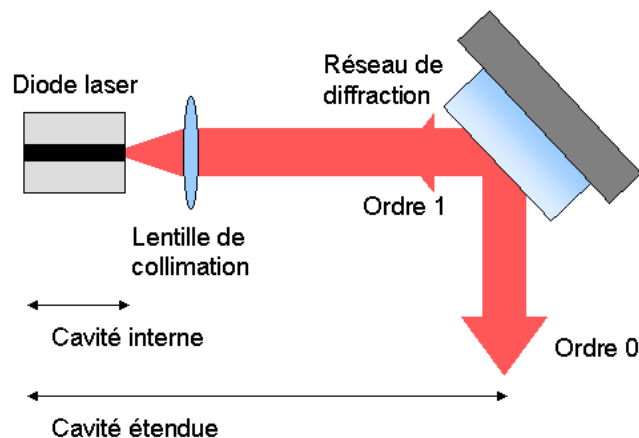


Figure 3.6 : Schématisation du principe d'une diode laser à cavité étendue montée en configuration Littrow.

La diode laser fonctionne à la fréquence du mode de cavité étendue le plus favorisé par les éléments sélectifs en longueur d'onde que sont la cavité interne et le réseau. L'accordabilité continue est obtenue en combinant de manière adéquate les variations des différents paramètres influant sur la fréquence du rayonnement émis.

Le réseau de diffraction assure un filtrage spectral en favorisant la réinjection d'une longueur d'onde particulière, déterminée par l'angle d'incidence sur le réseau. Le mode qui oscille est donc celui dont la longueur d'onde est la plus proche de la longueur d'onde de moindres pertes. L'accord continu en fréquence est réalisé en translatant simultanément la fonction réseau sélectionnant le minimum de pertes et le mode de cavité externe grâce à une cale piézo électrique intégrée au support du réseau. Cette opération s'effectue en choisissant un point de pivot de telle sorte que la rotation du plan du réseau et la variation en longueur de la cavité étendue soient accordées. Un balayage additionnel du courant d'injection de la diode permet également la suppression de sauts de modes en translatant les modes internes de la diode laser.

3.2.1.1.3 Le dispositif d'envoi du faisceau vers la cavité

Pour une commodité d'usage, le montage CRDS aujourd'hui employé apparaît totalement fibré. Un *fiberdock*, présent en sortie de diode, couple directement l'énergie lumineuse émise au sein d'un coupleur afin de s'affranchir d'un dispositif asphérique de mise en forme spatiale du

faisceau émis tandis qu'un isolateur, intégré au montage de l'ECDL, réduit significativement tout *feedback* rédhibitoire, ou retour vers la diode laser. Celui-ci permet en effet de ne pas perturber son fonctionnement monomode en filtrant les réflexions parasites du montage : celle provenant, évidemment, du miroir d'entrée de la cavité mais également celle formée au couplage dans la fibre optique.

L'énergie incidente, en sortie de coupleur, est divisée en trois sorties de fraction respective : 50%, 35% et 15%. Ces valeurs correspondent à des puissances de l'ordre de 2,9 mW, 2,1 mW et 0,9 mW. La première voie, la plus énergétique, sera employée pour la cavité ring down tandis que les deux autres seront respectivement utilisées pour le système de calibration en longueur d'onde, à savoir le Fabry-Pérot étalon ainsi que le lambdamètre.

Le coupleur, de transmission maximale à 780 nm, est caractérisé par un diamètre de cœur de $\varphi_{\text{fibre}}=4,9 \mu\text{m}$. Son ouverture numérique est de 0,11 et sa fréquence normalisée vaut donc 2,208. La fibre est dite monomode.

Afin de positionner la lentille de couplage à distance adéquate de la cavité ring down constituée de miroirs de courbure de 1 m et distants de 29,3 cm, nous utilisons le calcul d'accord entre un faisceau gaussien et le mode fondamental d'une cavité décrit en section 3.3.2. Pour une lentille de couplage de focale $f=11 \text{ mm}$ et un rayon de mode spécifié à $2,45 \mu\text{m}$, les distances fibre-lentille et lentille-cavité nécessaires à l'obtention d'un accord de mode sont respectivement $h_1=11,11 \text{ mm}$ et $h_2=668,5 \text{ mm}$. Ces paramètres permettent d'obtenir un faisceau gaussien fondamental convergeant dans la cavité, dont la taille d'impact et le rayon de courbure sur les faces internes des miroirs sont adaptés à ceux du mode TEM_{00} de la cavité.

La lentille est placée sur une platine de translation afin de permettre l'ajustement précis de sa position. Les deux miroirs de renvoi argentés ($R=96\%$) sont placés sur montures à vis micrométriques de manière à pouvoir préciser finement l'orientation et la translation du faisceau dans la cavité.

3.2.1.1.4 Le photodétecteur

La détection des signaux de ring down est réalisée avec une photodiode à avalanche au Silicium, de bande passante 10 MHz, fournie par la société Hamamatsu (modèle C5460). La surface active de la photodiode mesure 1,5 mm de diamètre et sa sensibilité à 800 nm est de 0,5 A/W. La photodiode a un gain interne variable de 1 à 200 et est couplée à un circuit d'amplification de gain 10^5 V/A . Les performances optimales en termes de rapport signal sur bruit sont obtenues avec un gain interne de 30. La puissance minimum détectable, donnée par le NEP (pour Noise Equivalent Power), est de $0,2 \text{ pW}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Nous avons opté pour ce type de détecteur car il est beaucoup plus sensible que les photodiodes PIN classiques. Avec ces dernières, l'efficacité quantique est au plus unitaire : un électron est créé pour chaque photon collecté. Avec une photodiode à avalanche, un photon absorbé crée, par effet d'avalanche dans la jonction PN, plusieurs électrons. Le système est

alimenté en ± 12 V et comprend un générateur de haute-tension, nécessaire au déclenchement du processus d'amplification par avalanche. Ce système d'alimentation et le faible encombrement de la photodiode (80×50 mm) rendent son utilisation aisée.

3.2.1.1.5 Le système de calibration en longueur d'onde

La succession des événements ring down observés et enregistrés en transmission de la cavité constitue une séquence temporelle. Il convient ainsi, en vue de mesures spectroscopiques, de la traduire en une séquence spectrale afin d'aboutir au profil d'absorption proprement dit. Pour ce faire, il est nécessaire d'établir une équivalence instantanée temps/fréquence.

La longueur d'onde du laser peut être mesurée précisément en envoyant un prélèvement du faisceau vers un « lambdamètre » commercialisé par la SOPRA (modèle LM25). Il est constitué de 4 coins de Fizeau et sa résolution est de 100 MHz. Toutefois, sa réponse n'est pas assez rapide pour suivre la valeur de la longueur d'onde au cours du balayage à travers la raie d'absorption. La calibration en longueur d'onde sera ainsi effectuée *a posteriori* en exploitant une fréquence absolue de référence et une référence relative dont le pic d'absorption de la raie d'intérêt et un Fabry-Pérot étalon seront les outils respectifs.

On se positionne en longueur d'onde via le lambdamètre qui nous renseigne sur la présence d'une raie d'absorption. La cavité ring down servira directement, quant à elle, d'étalon en fréquence depuis la séquence de résonances transmises distancées de l'ISL.

Remarque sur le système d'étalonnage en longueur d'onde :

On emploiera, dans la quasi-majorité de nos expériences de CRDS, une cavité fixe tandis que sera balayé en fréquence le mode laser sonde. C'est ce qui justifie l'utilisation de la cavité ring down dans le rôle d'étalon en fréquence. On notera, toutefois, qu'aussitôt que sont envisagées des expériences où la taille de la cavité ring down doit être modulée par un transducteur piézo-électrique (voir par exemple en section 3.3.1), son étalonnage en fréquence devient, en toute rigueur, caduque. Il est alors essentiel de disposer d'une référence indépendante, telle la transmission d'un Fabry-Pérot, sur une autre voie d'enregistrement.

3.2.1.2 Transmission temporelle d'une cavité rapidement balayée

Les profils d'intensité transmis par la cavité, *i.e.* les événements ring down, feront l'objet d'un développement plus mathématique au chapitre 5 lorsqu'on traitera des signaux transmis par une cavité astigmatique injectée hors de l'axe optique. Pour une bonne compréhension des propos relatifs à la transmission temporelle d'une cavité rapidement balayée par le mode laser, nous invitons le lecteur à combiner ces deux discussions.

Ici, nous présenterons, d'abord phénoménologiquement, ces profils transmis puis les divers facteurs influant sur l'efficacité de couplage d'une cavité optique en cw-CRDS.

3.2.1.2.1 Evènement ring down

Si la fréquence du mode laser est lentement balayée, ou à l'inverse, si les modes longitudinaux de la cavité sont lentement translatés, la transmission lumineuse temporelle de la cavité est décrite par la formule d'Airy [45] qui révèle la situation idéale d'un état stationnaire : pour chaque composante spectrale du mode, le régime stationnaire est atteint et l'on retrouve l'image dans le temps de la fonction de transfert de la cavité. En revanche, aussitôt que ce mouvement relatif est rapide, la transmission d'une cavité (nécessairement haute finesse pour stocker suffisamment longtemps les photons pendant et après la résonance) est modifiée par une décroissance exponentiellement décroissante : c'est l'évènement ring down présenté en figure 3.7-b. Il est constitué d'une phase ascendante : l'énergie lumineuse grandit dans la cavité lorsque la fréquence laser est résonante avec un mode de cavité (pour des vitesses de balayage typique de $\sim 4 \text{ THz.s}^{-1}$, cette phase d'initiation dure quelque $\sim 1 \mu\text{s}$) et une plus longue décroissance dont l'ensemble de l'enveloppe décroît exponentiellement avec une constante de temps $\tau(V_{\text{Résonance}})$ donnée en (3.4) : une fois que le mode laser a traversé la bande passante du mode de la cavité mis en jeu, l'énergie lumineuse alors stockée se propage et se déteste, à chaque réflexion, d'une fraction de son intensité.

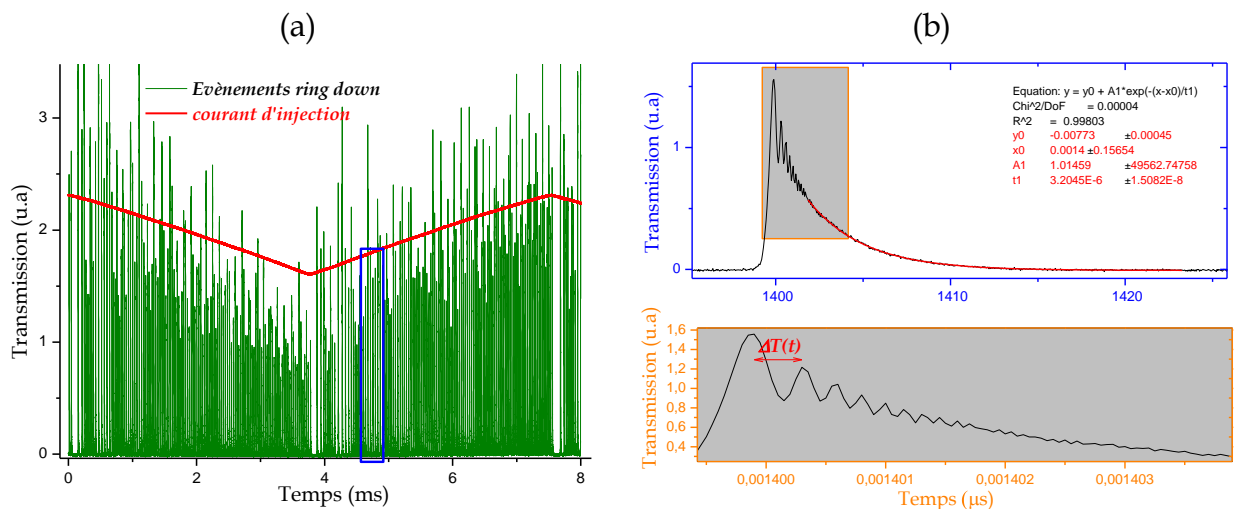


Figure 3.7 : Exemple expérimental, en (a), de spectre d'évènements ring down (spectre CRD) obtenus par un balayage unique et rapide ($\sim 4 \text{ THz.s}^{-1}$) de la fréquence laser à travers le peigne fixe des modes de la cavité. Deux agrandissements, en (b) permettent d'observer respectivement les différentes phases constitutives d'un évènement ring down ainsi que les oscillations Doppler, dites ici Doppler par abus de langage, qui se superposent à la décroissance.

Un agrandissement du signal ring down, en 3.7-b permet d'observer, aussitôt la valeur seuil de couplage intra-cavité transmise, une oscillation de l'enveloppe exponentielle qui tend à s'amortir dans le temps. On parle d'oscillations Doppler amorties qui résultent d'une note de battement causée par l'interférence entre le champ intra-cavité stocké à la résonance et la faible portion du champ résiduel balayé en fréquence qui entre progressivement dans la cavité [46-47-48]. Soulignons notamment que ces notes de battements amorties constituent un facteur limitant quant à la détermination des constantes de temps. Leur présence réduit en effet les

portions de décroissance exploitable par un ajustement exponentiel puisqu'il faut « se passer » des débuts de portion pour lesquelles l'amplitude des oscillations est plus importante que le bruit.

La séquence entière, comprenant la courte période pendant laquelle est stockée l'intensité suivie de la plus longue décroissance ring down, est ainsi répétée autant de fois qu'une résonance s'établit : l'ensemble constitue un spectre ring down.

On pourra noter, dans la séquence d'évènements ring down illustrée en figure 3.7-a des fluctuations d'intensité d'une résonance à l'autre qui peuvent être attribuées à l'irrégularité de la vitesse du balayage laser et au « jitter » de la cavité et du laser, *i.e.* aux vibrations mécaniques des miroirs et aux effets dus à la largeur de la bande passante du laser et à celle de la cavité.

On rappellera toutefois que la CRDS est immunisée face à ces variations aléatoires d'efficacité d'injection (régime de stockage d'intensité à la résonance) puisque qu'elle fait appel à la mesure des temps de vie des photons qui demeurent, par essence, insensibles à l'intensité lumineuse injectée.

Remarque sur les oscillations Doppler :

Les oscillations observées sur l'enveloppe des décroissances ring down portent le nom consacré d'oscillations Doppler. On pourra toutefois constater que ce terme ne devrait pas, à proprement parler, s'appliquer à ce cas de figure du laser continu et rapidement balayé. Par coutume, il est toutefois maintenu dans nos discussions. Il provient de l'analogie faite avec le schéma de CRDS où l'injection de la cavité est obtenue à fréquence laser fixe tandis que c'est la longueur de cavité qui est modulée. Dans ce cas précis, la réflexion du champ intra-cavité sur le miroir alors mouvant conduit effectivement en un décalage Doppler progressif de la fréquence laser injectée. On observe alors ce phénomène de battement depuis l'interférence du champ décalé en fréquence avec le champ incident non perturbé. Tandis qu'il s'agit, en l'occurrence, d'un véritable décalage Doppler en fréquence puisqu'un mouvement relatif existe, on continuera de parler d'oscillations Doppler qui ne sont ici manifestées que suite au balayage progressif de la fréquence laser.

On notera enfin que ces deux schémas d'injection, pour autant qu'est vérifiée l'égalité $V_{laser}/V_0 = V_{cavité}/L_0$ avec V_{laser} et $V_{cavité}$ les vitesses respectives du laser et de la cavité, conduisent en des signaux transmis strictement équivalents.

3.2.1.2.2 Efficacité de couplage par balayage rapide et continu de la fréquence laser

L'efficacité de couplage dans une cavité injectée par un balayage rapide de la fréquence laser est reliée à divers facteurs : certains sont associés à la cavité (longueur et réflectivité des miroirs) et d'autres aux propriétés du laser sonde (puissance laser incidente, évidemment, mais aussi largeur spectrale et vitesse du balayage). Détaillons.

On peut d'abord naturellement se figurer que l'importance de l'efficacité de couplage sera inversement proportionnelle à la vitesse du balayage laser puisque celle-ci conditionne la durée du recouvrement spectral, *i.e.* la durée de la résonance. J. W. Hann *et. al.* [40] montrèrent qu'il n'en va pas exactement ainsi. En outre, cette évolution dépend de la largeur spectrale du laser à laquelle est reliée la notion de densité spectrale par unité de fréquence.

Augmenter la largeur spectrale du laser, à puissance identique, revient à diminuer la densité spectrale par unité de fréquence, donc l'efficacité d'injection, tandis que le temps de recouvrement augmente inversement proportionnellement. Compte tenu de la valeur de largeur spectrale du laser et de la finesse de la cavité, il faut ainsi distinguer les régions de vitesses de balayage laser.

Si désormais tous les paramètres sont fixés, il est bon de remarquer que l'efficacité de couplage décroît lorsque la cavité augmente de taille et que le pouvoir réfléchissant des miroirs de ce résonateur augmente : dans chacun de ces cas de figure, les largeurs spectrales des modes de cavité sont diminuées et il en résulte, pour V_{laser} et $\Delta\nu_{laser}$ fixées, des temps de recouvrement spectraux réduits. La résonance se fait plus rapidement et il en découle un moindre stockage de l'intensité lumineuse au sein du résonateur.

Pour compléter ces propos, nous préciserons que l'efficacité de couplage dépend de toute évidence du mode de la cavité injecté eu égard à l'intégrale spatiale du recouvrement du faisceau laser et du mode considéré. Il est naturel qu'un faisceau incident TEM_{00} , quasi aligné sur l'axe optique de la cavité, excite de manière prépondérante le mode fondamental tandis que les ordres transverses supérieurs le seront moins. Ces propos seront détaillés dans la section 3.3.4 consacrée à la décomposition d'un faisceau gaussien sur les modes transverses d'une cavité.

Une description beaucoup plus approfondie, enrichie d'une analyse mathématique, est disponible en référence [49] sur l'injection d'une cavité optique, et sur son efficacité, par balayage rapide et continu d'une radiation.

3.2.2 LIMITATION SPECTRALE DU SCHEMA D'EXCITATION PAR BALAYAGE CONTINU AU TRAVERS DES MODES LONGITUDINAUX FIXES DE LA CAVITE

Pour faire suite aux discussions précédentes relatives à la transmission temporelle d'une cavité continûment excitée, on peut s'accorder à penser que le peigne des événements ring down transmis est, pour un balayage uniforme, équidistant d'instantanés donnés par :

$$t = \frac{ISL}{V_{Laser}} = \frac{c}{2L} \cdot (V_{Laser})^{-1}. \text{ C'est à dire que le profil d'absorption est échantillonné d'après}$$

l'Intervalle Spectral Libre de la cavité. Autrement dit, seule la taille du résonateur influe sur le nombre de points définissant le profil d'absorption. Augmenter le balayage laser n'a pour seule conséquence que d'explorer une plus grande plage spectrale sans pour autant mieux résoudre le profil d'absorption.

Généralement, cette situation ne s'avère pas rédhibitoire en ce sens qu'une augmentation de la taille de cavité surmonte cette lacune en permettant d'observer le nombre de points utiles aux caractéristiques de l'environnement sondé. Par exemple, une cavité de 1 mètre échantillonnera le profil de raie chaque $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$. Il existera alors suffisamment de points spectraux pour définir une raie d'absorption. En termes consacrés, on dira que la définition spectrale est suffisante.

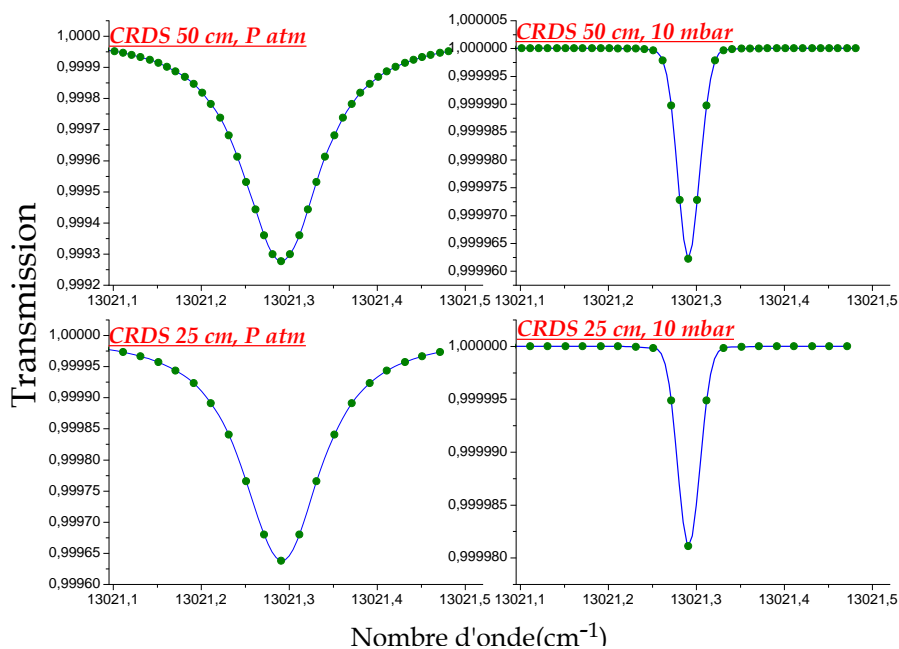


Figure 3.8 : Simulations sous HITRAN de profils de raies d'absorptions de l'O₂ mettant en évidence la dépendance de l'échantillonnage spectral en fonction de la taille de la cavité et de la pression du milieu à sonder. L'ISL, qui fixe cette définition spectrale, est trop grand pour permettre de doser sans ambiguïté un environnement basse pression par de petites cavités.

Le schéma de cw-CRDS continu apparaît toutefois problématique lorsqu'on ambitionne de miniaturiser le dispositif, *i.e.* de diminuer la taille de cavité à l'intérieur de laquelle sont dosées les espèces. En outre, comme montré par les profils de raies de transmission de la figure 3.8, les spectres présentent à pression réduite des profils gaussiens (cf. Annexe A). A titre d'exemple, la bande « A », de l'oxygène moléculaire qui nous intéresse, présente des profils de raies d'absorption caractéristiques, à 10 mbar, dont les largeurs à mi-hauteur sont d'environ $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ tandis que l'ISL d'une cavité de 25 cm vaut $2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$. Le nombre de points dans cet intervalle à mi-hauteur, *i.e.* ≤ 2 , ne permet une définition adéquate de l'enveloppe du profil de raie en vue d'inférer sans ambiguïté, depuis un ajustement correspondant, les propriétés intrinsèques du gaz.

La faculté du dosage ultra-rapide d'environnements basse pression, de surcroît par des petites tailles fixées de cavités, passe ainsi nécessairement par l'augmentation du nombre de résonances observées au cours du balayage continu du laser.

Remarque sur la définition spectrale des schémas de cw-CRDS non-continus :

Les schémas de cw-CRDS par passage non-continu, quelques soient les schémas permettant d'obtenir des événements ring down (utilisation d'interrupteurs acousto ou électro-optiques, mise hors-résonance par un brutal balayage laser aussi bien que par un brutal balayage de la taille de la cavité), ne souffraient pas de cette limitation d'échantillonnage spectral. Celui-ci est en effet relié au « pas » de la fréquence laser employé. Par exemple, en [50], D. Romanini *et al.* utilisent un système de traçabilité, ou d'asservissement, qui contrôle la taille de la cavité afin de maintenir l'oscillation d'un mode longitudinal avec le mode laser et ce, même lorsque la fréquence laser est balayée. De la sorte, les événements ring down peuvent être produits aussi souvent qu'il plait à l'expérimentateur. La définition spectrale du schéma n'est pas, *de facto*, un facteur limitant.

Des mesures avec de grandes résolutions spectrales sont ainsi atteignables et permettent d'envisager, avec ces schémas de cw-CRDS non-continus, le dosage de raies sub-Doppler [51-52].

3.3 AUGMENTATION DE L'ÉCHANTILLONNAGE SPECTRAL EN CW-CRDS PAR BALAYAGE RAPIDE ET CONTINU DE LA FREQUENCE LASER

Deux solutions existent pour densifier le spectre ring down, c'est-à-dire augmenter le nombre de résonances lors du balayage laser unique et continu à travers le peigne fixe des modes de la cavité.

- ✚ La première consiste à balayer simultanément, et en « sens » opposés, le mode laser avec le peigne des modes longitudinaux de la cavité. Isabelle Debecker, dans son travail de thèse qui précède celui-ci, a développé ce dispositif. On en présentera brièvement les tenants et aboutissants ;
- ✚ La deuxième méthode, celle qui nous concernera jusqu'au terme de ce manuscrit, consiste à tirer profit de la structure transverse du résonateur.

3.3.1 PREMIERE SOLUTION : BALAYAGE SIMULTANE DU MODE LASER ET DES MODES DE LA CAVITE

Précédemment, nous avons constaté la limitation spectrale qu'impose la taille de la cavité à travers son ISL . Une solution astucieuse consiste à balayer simultanément les modes de la cavité avec le balayage opposé en fréquence du mode laser. Ce mouvement relatif, schématisé en figure 3.9, permet ainsi d'observer davantage de coïncidences spectrales par rapport au schéma standard du peigne fixe des modes longitudinaux de cavité.

Sur ce principe, il a été montré que le nouvel Intervalle Spectral Libre, ISL dit dynamique, ainsi obtenu, peut s'exprimer comme [53] :

$$ISL_{\text{dyn}} = ISL \frac{V_{\text{laser}}}{(V_{\text{laser}} - V_{\text{cavité}})} \quad (3.7)$$

où la différence $(V_{\text{laser}} - V_{\text{cavité}})$ des vitesses de balayage représente la vitesse effective du passage en résonance.

Il en découle un gain en résolution spectrale défini comme le rapport entre l' ISL_{dyn} et l' ISL de la cavité fixe. On écrit :

$$G_{rés} = \frac{ISL}{ISL_{dyn}} = 1 - \frac{V_{cavité}}{V_{laser}}. \quad (3.8)$$

Cette expression confirme bien le fait intuitif selon lequel les modes doivent être balayés en sens opposés pour observer un gain en échantillonnage spectral.

3.3.1.1 Augmentation du balayage de la cavité

La solution qui s'impose immédiatement pour obtenir un gain en résolution consiste à augmenter la vitesse de translation $|V_{cavité}|$ des modes de la cavité pour une plage temporelle de balayage donnée. Cela s'obtient d'abord en augmentant l'amplitude de modulation de la longueur de la cavité. Typiquement, les valeurs accessibles des cales piézo-électriques vont jusqu'à 20 μm . Il a toutefois été constaté qu'à partir de quelques 7 μm de translation périodique, les déplacements de miroirs ne se font plus rigoureusement selon l'axe optique de la cavité et conduisent ainsi à l'excitation de modes d'ordres transverses supérieurs, en début et fin de rampe, qui peuvent venir se superposer aux décroissances des modes préférentiels TEM_{00} . En outre, ce mouvement « de biais » peut entraîner le désalignement du faisceau sur la photodiode. Cette dernière caractéristique, pour le moins rédhitoire, provoque des battements de modes responsables de relaxation non-exponentielle [54]. On développera la conséquence de cet effet au chapitre 4.

D'autre part, les vitesses de balayage ne peuvent pas être rigoureusement uniformes. On observe particulièrement en début et fin de rampe, des modes davantage rapprochés les uns des autres. Ceci s'explique par la non-linéarité de la translation de la cale piézo-électrique au début du balayage lorsque la vitesse passe d'une valeur nulle à une valeur constante.

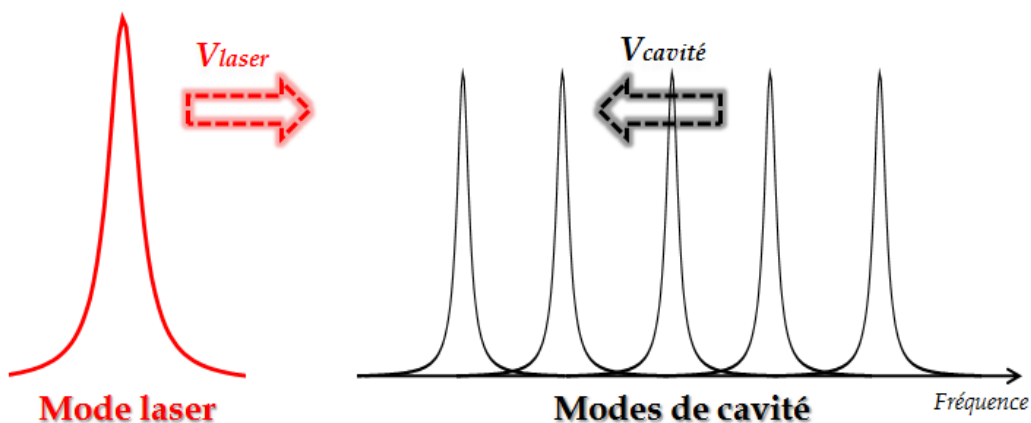


Figure 3.9 : Schématisation du principe du balayage continu du mode laser à travers le peigne des modes longitudinaux simultanément translatés. U_{laser} et $U_{cavité}$ sont respectivement les vitesses de balayage du mode laser et des modes TEM_{00} de la cavité

3.3.1.2 Diminution du balayage laser

Enfin, toujours pour favoriser l'augmentation du nombre de résonances par ce balayage simultané, on peut diminuer la vitesse du balayage laser. En effet, on constate qu'une réduction de la vitesse du mode laser, pour une période temporelle de balayage identique, permettra de laisser « davantage de temps » aux modes de la cavité pour venir à la « rencontre » du mode laser. Les recouvrements spectraux seront, *ipso facto*, plus nombreux.

En revanche, cette méthode, qui revient en pratique à diminuer la cadence d'acquisition des spectres, va à l'encontre des prérogatives imposées par notre volonté de schéma de CRDS rapide.

Quoiqu'il en soit de ces considérations, un balayage laser de $7,05 \text{ THz}\cdot\text{s}^{-1}$ conjugué à une vitesse de translation d'un des miroirs de $10 \text{ }\mu\text{m}\cdot\text{ms}^{-1}$ a permis de réduire l'échantillonnage à $5,75\cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ lorsque la cavité fait 50 cm ($ISL_{\text{fixe}}=1\cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$).

Ce schéma, bien que remarquable, présente néanmoins l'inconvénient d'être tributaire d'un balayage de cavité entraînant inévitablement un encombrement relié à la cale piézo-électrique et son alimentation.

Remarque sur l'historique de l'augmentation de l'échantillonnage spectral :

En 2005, l'équipe alors pionnière du dispositif de CRDS par passage rapide et continu mit en place, afin de combler les lacunes observée entre chaque ISL, une mesure de spectre CRD aussitôt suivie d'un second enregistrement où l'un des deux miroirs constitutifs de la cavité est très légèrement déplacé de sa position initiale (typiquement $0,27 \text{ }\mu\text{m}$ afin de garantir un décalage en fréquence du second peigne de quelque $0,35$ fois l'ISL de la cavité). De cette façon, la nouvelle grille spectrale obtenue colmate les vides d'échantillonnage de l'ISL. En multipliant par deux le temps d'acquisition (puisque 2 mesures de spectres CRD), ils ont doublé l'échantillonnage spectral de leur dispositif. L'idée du balayage simultané mode-laser/peigne-de cavité était déjà dans l'air.

On propose dans ce travail de thèse un schéma qui présente, en plus d'aboutir à un gain en définition spectrale, l'avantage majeur de se dispenser d'un tel transducteur piézo électrique. Ceci est garanti en tirant bénéfice de la structure transverse du résonateur par le biais d'une cavité dite fractionnellement dégénérée laquelle correspond, en optique géométrique, à une cavité réentrante.

3.3.2 DEUXIEME SOLUTION : MISE A PROFIT DE LA STRUCTURE TRANSVERSE DU RESONATEUR

3.3.2.1 Excitation monomode : Mode matching

Les caractéristiques d'une cavité optique sont entièrement contenues dans le waist de son mode gaussien fondamental TEM_{00} . Celui-ci étant lui-même complètement déterminé par la

taille du résonateur et la courbure des miroirs qui le constituent. Il est commode d'introduire le paramètre gaussien d'un faisceau qui s'exprime comme :

$$q(z) = \left(\frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \right)^{-1}. \quad (3.9)$$

On parle du rayon de courbure complexe du faisceau. Sa variation $q(z)$ avec la distance est, par définition :

$$q(z) = z - z_0 + q_0 \text{ où } q_0 = iz_R. \quad (3.10)$$

Mode match une cavité consiste à accorder spatialement le faisceau incident, supposé gaussien, sur le mode fondamental de la cavité, c'est-à-dire de faire correspondre le paramètre gaussien $q_{las}(z)$ du faisceau avec celui, $q_{cav}(z)$, du mode de la cavité à injecter. Le confinement du rayonnement au sein du résonateur est alors garanti par une propagation le long de l'axe optique cependant que le front d'onde du faisceau épouse la courbure des miroirs à la réflexion. Il s'agit donc de conditionner le faisceau d'injection dépendamment des caractéristiques de la cavité mère.

Cette mise en forme spatiale est assurée physiquement par une lentille d'injection placée au sortir d'une fibre optique et positionnée adéquatement le long de l'axe optique du système. La figure 3.10 représente schématiquement ce concept d'accord spatial.

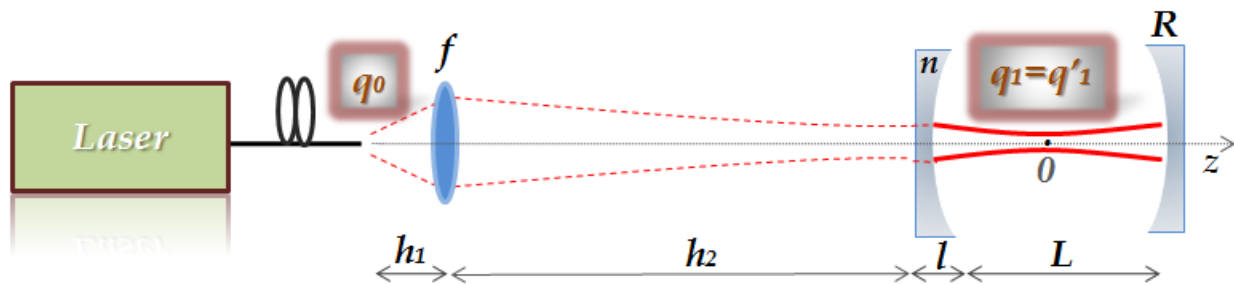


Figure 3.10 : Schématisation du principe d'accord de mode spatial. Mode match la cavité sur son mode fondamental TEM_{00} , caractérisé en $z=0$ par son rayon de courbure complexe $q'_1 = iz_{Rcavité}$, consiste à conditionner le faisceau laser issu de la fibre optique ($q_0 = iz_{Rfibre}$) pour qu'il vérifie, au centre de la cavité, $q_1 = q'_1$.

Comme introduit au chapitre 2, la description de la propagation d'un faisceau gaussien est basée sur la théorie des matrices de transfert. Elle permet de relier les caractéristiques du faisceau depuis les plans z de l'espace. Ici, on cherche simplement les distances d'accord de modes h_1 et h_2 permettant la superposition du faisceau incident sur le mode TEM_{00} de la cavité. Puisque nos expériences considèrent une cavité symétrique, les distances d'accord de mode seront déterminées dès lors que, en $z=0$, le faisceau aura un front d'onde plan afin d'avoir son waist au centre de la cavité. Le paramètre gaussien en sortie de fibre s'écrit :

$$q_0 = iz_R = i \frac{\pi \omega_{fib}^2}{\lambda}, \quad (3.11)$$

puisqu'alors les fronts d'onde sont plans au col de ce faisceau primordial.

Ce faisceau naturellement divergent est focalisé par une lentille convergente de focale f située à une distance h_1 de la sortie de fibre. Le faisceau se propage sur une distance h_2 vers le miroir d'entrée de la cavité où il se réfracte sur sa face plane durant une épaisseur l . Survient alors la réfraction sur la face courbée R_1 du miroir puis, finalement, la propagation $L/2$ jusqu'au centre de la cavité. Le paramètre q_1 est relié à q_0 par la relation :

$$q_1 = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D} \quad (3.12)$$

où A, B, C, D sont les éléments de la matrice de transfert caractérisant l'entière propagation du faisceau depuis les plans z_0 et z_1 de l'espace. On écrit :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = M_{L/2} \cdot M_{\text{réfractionS}} \cdot M_1 \cdot M_{\text{réfractionP}} \cdot M_{h_2} \cdot M_f \cdot M_{h_1} \\ = \begin{pmatrix} 1 & L/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)/R_c & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1/n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & h_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & h_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

L'équation (3.12) se scinde en un système de deux équations à deux inconnues provenant de l'identification respective des parties réelles et imaginaires. On a :

$$[h_1, h_2] \begin{cases} -Cz_{\text{fib}} z_{\text{cav}} = B \\ Dz_{\text{cav}} = Az_{\text{fib}} \end{cases}. \quad (3.14)$$

Dès lors que la focale de la lentille d'injection est fixée, ce système est seulement fonction de h_1 et h_2 . Il existera ainsi une unique solution d'accord de modes ayant des valeurs physiques ($h_1, h_2 > 0$).

A titre d'exemple, la cavité qui nous intéresse mesure 29.3 cm. Elle se compose de miroirs d'une épaisseur de 6.35 mm dont l'indice optique vaut 1.454 et présente des rayons de courbure de 1 m chacun. Pour un faisceau laser ayant approximativement le col égal au rayon du cœur de la fibre optique, soit 2.45 μm , l'utilisation d'une lentille d'injection de focale $f=1,1\text{cm}$ entraîne les distances d'accord de mode $h_1=1.116$ cm et $h_2=66.85$ cm.

La sensibilité sur la valeur des différents paramètres régissant ces distances d'accord de mode est mise en évidence dans la figure 3.11.

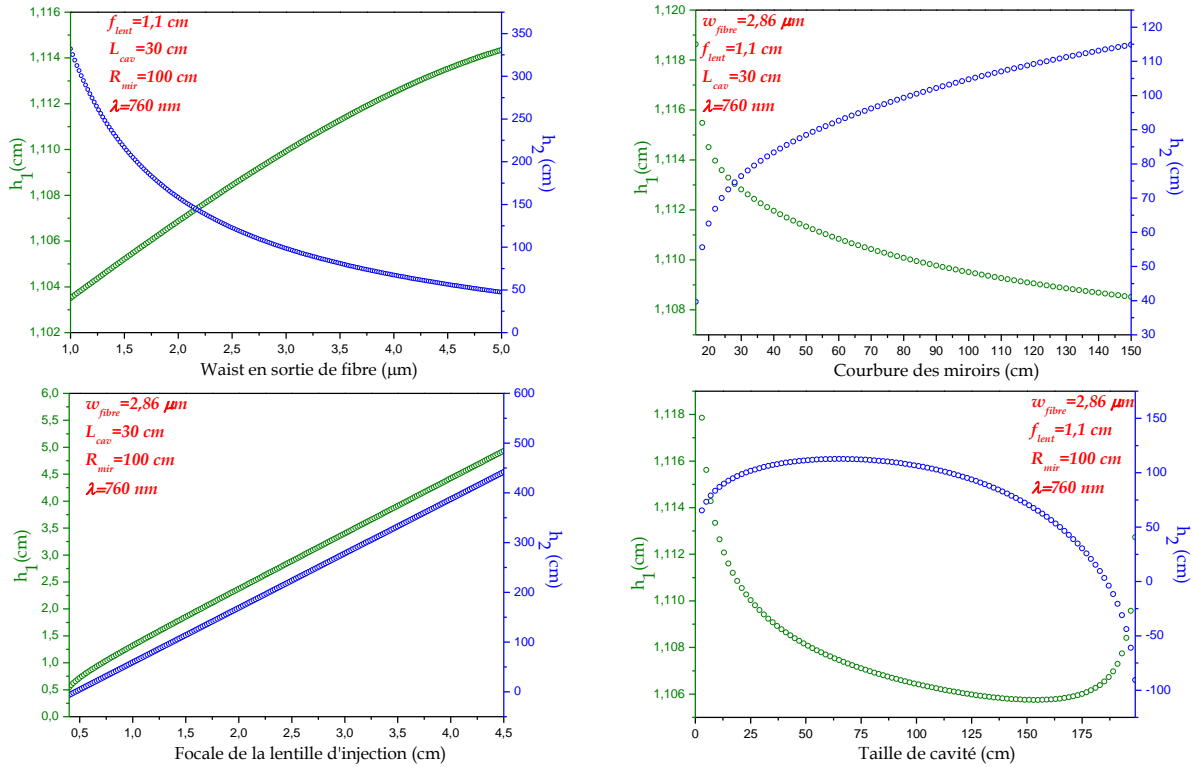


Figure 3.11 : Evolution des distances d'accord de mode h_1 et h_2 en fonction des différents paramètres possiblement variables constitutifs du système CRDS.

3.3.2.1.1 Injection expérimentale

3.3.2.1.1.1 Mode d'injection de la cavité

Dans les expériences de CRDS à sélection de modes, le fondamental TEM_{00} est celui qui est le plus largement employé. On dit ici « largement employé » pour ne pas dire que le mode fondamental est « systématiquement » le mode injecté.

En tout état de cause, nous pouvons dire que la majorité des faisceaux émis ont un profil gaussien qui s'apparente le plus fortement au mode fondamental de la cavité. Lorsque tel n'est pas le cas, les expérimentateurs s'appliquent au préalable à filtrer spatialement le faisceau afin de le mettre en forme TEM_{00} . Ceci est réalisé par l'injection dans une fibre monomode dont le cœur est à section circulaire.

Le profil transverse peut également être filtré par un diaphragme à section circulaire qui rendra le faisceau originel gaussien fondamental à sa transmission.

3.3.2.1.1.2 Mode matching expérimental

Expérimentalement, mode matcher parfaitement une cavité sur le mode fondamental (ou tout autre mode propre de la cavité) est impossible. Autrement dit, on ne pourra coupler entièrement l'énergie du faisceau incident dans l'unique mode TEM_{00} car il existera toujours un paramètre de faisceau qui ne s'accordera pas parfaitement avec celui de la cavité. On peut évoquer le faisceau incident qui ne sera sans doute pas exactement TEM_{00} , une erreur sur le positionnement de la lentille d'injection h_1 , sur la valeur f de sa focale, sur le positionnement h_2

du miroir M_1 , sur la longueur L de la cavité, ou encore une méconnaissance précise de la courbure des miroirs.

Des efficacités de couplage d'injection monomode de 1:100 sont toutefois généralement atteintes expérimentalement avec des sources lasers continues.

La méthode employée durant ce travail de thèse consiste à disposer, au préalable, d'une « cible » disposée sur le support du miroir afin d'en viser précisément le centre. Après avoir déterminé les distances d'accord de mode adaptées, on dispose le miroir d'entrée M_1 en h_1 . A l'aide de cette cible, on vise très précisément le centre du miroir. L'axe optique du système est, de cette façon, fixé. Il sera notre référentiel à partir duquel sera alignée la cavité. Le miroir M_2 est alors positionné à la distance L de M_1 . Ce dernier ayant été retiré de sa monture, on positionnera transversalement M_2 , via trois platines de translations pour un positionnement 3D *ad hoc*, afin que le faisceau vise à son tour le centre du miroir grâce à la cible de positionnement. Par auto-collimation on règle « l'assiette » de M_2 . Celui-ci est alors parfaitement centré et orthogonal à l'axe optique. On focalise alors le faisceau précisément à la distance h_3 où $h_3 > h_2$ représente la distance de focalisation lorsqu'on détermine une distance d'accord de mode en l'absence du miroir d'entrée M_1 . On peut montrer en effet que la présence de ce miroir a pour effet de légèrement focaliser le faisceau à sa traversée. Le faisceau ainsi focalisé, lorsque M_1 est absent, aura les caractéristiques $h_3=99,78$ cm et $\omega_0=204,9$ μm . La même opération sur le miroir M_1 permet d'axer et de centrer définitivement le résonateur selon son axe optique.

En balayant la fréquence laser, les résonances doivent d'ores et déjà être observables, via un oscilloscope, en transmission de cavité. On observe ainsi en temps réel l'excitation de la cavité par le faisceau incident : de cette façon, cela revient à « photographier » la structure modale du résonateur.

En premier lieu, jouer sur la platine de translation supportant la lentille d'injection réduit substantiellement l'excitation des modes supérieurs. Durant cette opération, on observe que certains modes gagnent de l'amplitude au détriment d'autres. L'optimisation de l'accord de mode se poursuit en jouant à la fois sur les réglages de miroirs de cavité et sur ceux des miroirs de renvois R_1 et R_2 .

Dans la plupart des cas, un faisceau incident de bonne qualité, *i.e.* un faisceau incident bien TEM_{00} , doit permettre l'excitation sélective de plus de 98% des modes fondamentaux.

3.3.3 TRANSMISSION D'UNE CAVITE FONDAMENTALEMENT EXCITEE

Un exemple de bon mode matching est représenté en figure 3.12 où les groupes d'ordres supérieurs sont excités à moins de 1%.

Le sens de la rampe de courant permet de reconnaître et de spécifier ces groupes de modes successivement excités par le mode laser durant son balayage. Etant de pente négative, elle correspond à une diminution de la longueur d'onde et donc à une augmentation de la fréquence laser. Pour chaque famille d'ordre longitudinal q sont alors successivement excités

dans le temps les groupes de modes donnés par : $TEM_{q,0}$, $TEM_{q,1}$, $TEM_{q,2}$ et $TEM_{q,3}$ puis $TEM_{q+1,0}$ etc. où l'on étiquette les modes selon $TEM_{q,(m+n)}$.

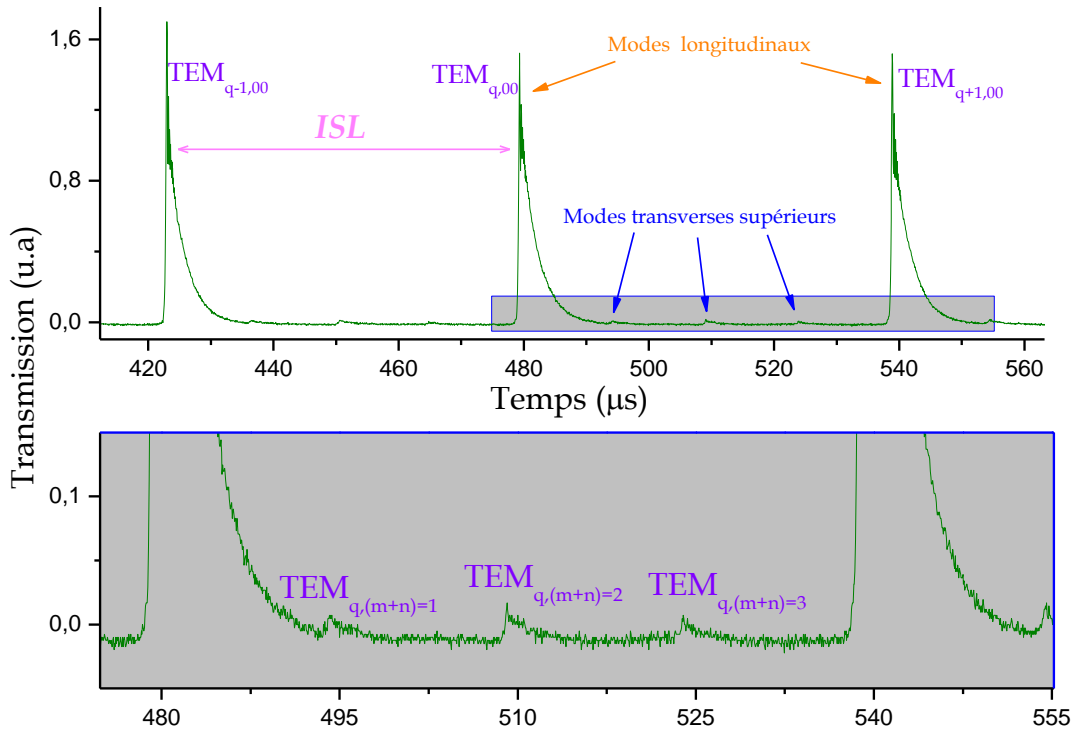


Figure 3.12 : Exemple de cavité mode matchée. Pour une cavité de 29,2893 cm, lorsque la courbure des miroirs vaut 1 m, il existe 3 groupes de modes dégénérés parmi un ISL. Ici, les groupes de modes supérieurs sont excités à <1%.

Remarque sur les recouvrements temporels de décroissances :

L'enregistrement présenté ci-dessus permet de se figurer les considérations fondamentales relatives à un schéma de CRDS par balayage rapide et continu de la fréquence laser à travers le peigne fixe des modes de la cavité. On constate en effet que, dépendamment du couple de valeurs (V_{laser} , $R_{miroirs}$, $L_{cavité}$), les groupes de modes constitutifs de la cavité pourront donner lieu à des recouvrements temporels de décroissances. Ici, compte tenu de la vitesse de balayage ($\geq 5\text{THz}\cdot\text{s}^{-1}$), de la réflectivité des miroirs ($R \sim 0,99974$) et de la taille du résonateur ($L_{cavité} = 29,3\text{ cm}$), on observe que le groupe de modes dégénérés $TEM_{q,(m+n)=1}$ résonne avant que les photons piégés dans le mode fondamental $TEM_{q,(m+n)=0}$ aient effectivement totalement quitté la cavité. Ceci a pour conséquence majeure de limiter les portions de décroissances dont l'ajustement permet de déduire les pertes du résonateur. Dans un souci d'optimiser la sensibilité de ce schéma de CRDS, il convient ainsi de considérer au mieux le compromis des paramètres (V_{laser} , $R_{miroirs}$, $L_{cavité}$).

3.3.4 EXCITATION MULTIMODE D'UNE CAVITE OPTIQUE

3.3.4.1 Décomposition d'un faisceau gaussien sur les modes transverses de la cavité

En CRDS, chacun des modes supérieurs possiblement excités, dont les fréquences propres de résonances ont été données en équation (2.18), représente la potentialité de bénéficier d'un

point spectral supplémentaire sur le profil de raie d'absorption. Exciter les modes transverses d'une cavité consiste à coupler l'énergie incidente du mode laser sonde sur ses modes propres supérieurs. En pratique, on pourra mismatcher légèrement la cavité, c'est-à-dire désaligner quelque peu le faisceau laser depuis sa position d'accord du mode fondamental communément employé. Ou bien, comme nous le verrons dans le chapitre qui suit, on pourra employer une fibre multimode afin d'imposer au faisceau incident une structure spatiale qui sera une combinaison linéaire de modes transverses. Ce faisant, l'injection axiale pourra naturellement garantir une excitation multimode du résonateur.

La figure 3.13 schématise les différents cas de désaccord d'un faisceau gaussien TEM_{00} . Bien sûr, leurs effets cumulés auront lieu.

Pour une cavité formée de deux miroirs en vis-à-vis, il existe six paramètres qui décrivent l'alignement du faisceau et son mode matching : deux rotations θ_x et θ_y , deux translations transverses Δx_0 et Δy_0 (alignement) ainsi que la position axiale du waist Δz_0 et sa taille $\Delta \omega_0$ (mode matching). Tous sont mesurés « au ou depuis » le waist de la cavité. Il est commode, pour ce genre de problème mettant en jeu des translations et des rotations, d'utiliser un système de coordonnées cartésiennes.

Chaque mode propre de la cavité est excité dépendamment de son recouvrement spectral et spatial entre le champ incident et les fréquences propres de la cavité : c'est le mode matching précédemment évoqué.

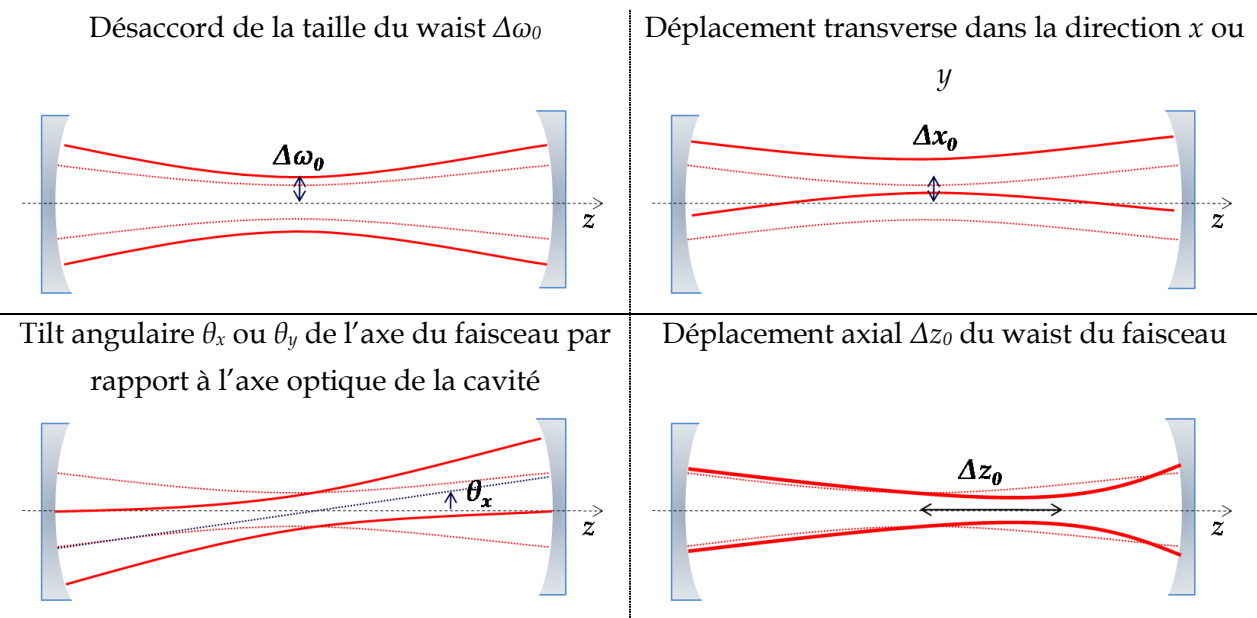


Figure 3.13 : Possibles désalignements du faisceau incident par rapport au mode fondamental de la cavité.

De manière générale, lorsqu'un faisceau quelconque est injecté dans une cavité, il se décompose sur ses modes transverses qui forment une base propre complète orthonormée. Cette décomposition modale est pondérée par un coefficient de couplage qui correspond à la projection spatiale du mode laser incident $\psi(x,y)$ sur les modes ε_{mn} du résonateur. On l'écrit :

$$C_{mn} = \iint \psi(x,y) \varepsilon_{mn}^*(x,y) dx dy . \quad (3.15)$$

La décomposition du champ incident sur les modes ε_{mn} de la cavité est ainsi:

$$\Psi_{\text{cavité}} = \sum_{mn} C_{mn} \varepsilon_{mn} . \quad (3.16)$$

Le calcul des coefficients de pondération de la décomposition d'un faisceau gaussien sur les ordres TEM_{mn} de la cavité a été envisagé dès les années 1964 par Kogelnik qui développa, depuis une cavité parfaitement alignée, un traitement sur le couplage des premiers ordres par un faisceau désaligné [55]. Bayer-Helms [56] présentèrent en 1983 des résultats avec un désalignement arbitraire ainsi qu'un désaccord spatial. Les expressions qui en découlèrent sont toutefois mathématiquement lourdes et apparaissent d'application difficile. En 1996, D. Romanini et K. K. Lehmann [30] s'appliquèrent à développer une relation de récurrence simple avec, en outre, une approche permettant la prise en compte d'éventuel astigmatisme. Ils exprimèrent la « réponse » d'une cavité optique lorsque les composantes spatiales du faisceau incident sont gaussiennes et astigmatiques, avec une taille de waist arbitraire aussi bien qu'avec des positions focales dans les trois directions de l'espace. Tout ceci considéré dans les bornes des petits angles par rapport à l'axe optique z afin de rester confiné dans les limites de l'approximation paraxiale.

Une révision de ces résultats, par D. Romanini, est à l'heure actuelle en préparation [57]. Une définition plus précise des paramètres de projection du faisceau gaussien sur la base des modes de la cavité permet de corriger de sensibles approximations afin d'établir une parfaite invariance de leur valeur en fonction de z . En outre, il montre la consistance du modèle en recomposant le faisceau initialement décomposé. Il s'agit de décomposer le faisceau incident sur la base des modes propres de la cavité puis, d'après les coefficients de couplage ainsi déterminés, de reconstituer le profil spatial du champ résonant intra-cavité. On peut, de la sorte, rendre compte de l'excitation d'une cavité injectée selon un schéma réentrant, c'est à dire un faisceau qui se reboucle spatialement sur lui même après N allers-retours : on parle d'excitation hors axe. Enfin, tout dernièrement avec nos avancements sur les cavités souffrant d'un infime astigmatisme, les calculs ont été généralisés aux cavités astigmatiques constituées de miroirs non sphériques. Ces derniers développements permettent de reconstruire l'observation de profils de Lissajous des trajectoires d'impacts aux réflexions dans une vision modale. L'étude du chapitre 5, en rendant compte de l'inévitable astigmatisme de nos miroirs, rentrera davantage dans ces détails.

L'ensemble de l'analyse numérique permet une prise en compte naturelle du couplage d'un faisceau laser incident TEM_{00} sur les modes TEM_{mn} de la cavité. En outre, la méthode analytique s'applique au cas plus général d'un faisceau présentant une structure spatiale qui correspond à une superposition quelconque de modes TEM .

Nous empruntons les résultats de D. Romanini et K. K Lehmann pour rendre compte de l'excitation de nos cavités ring down.

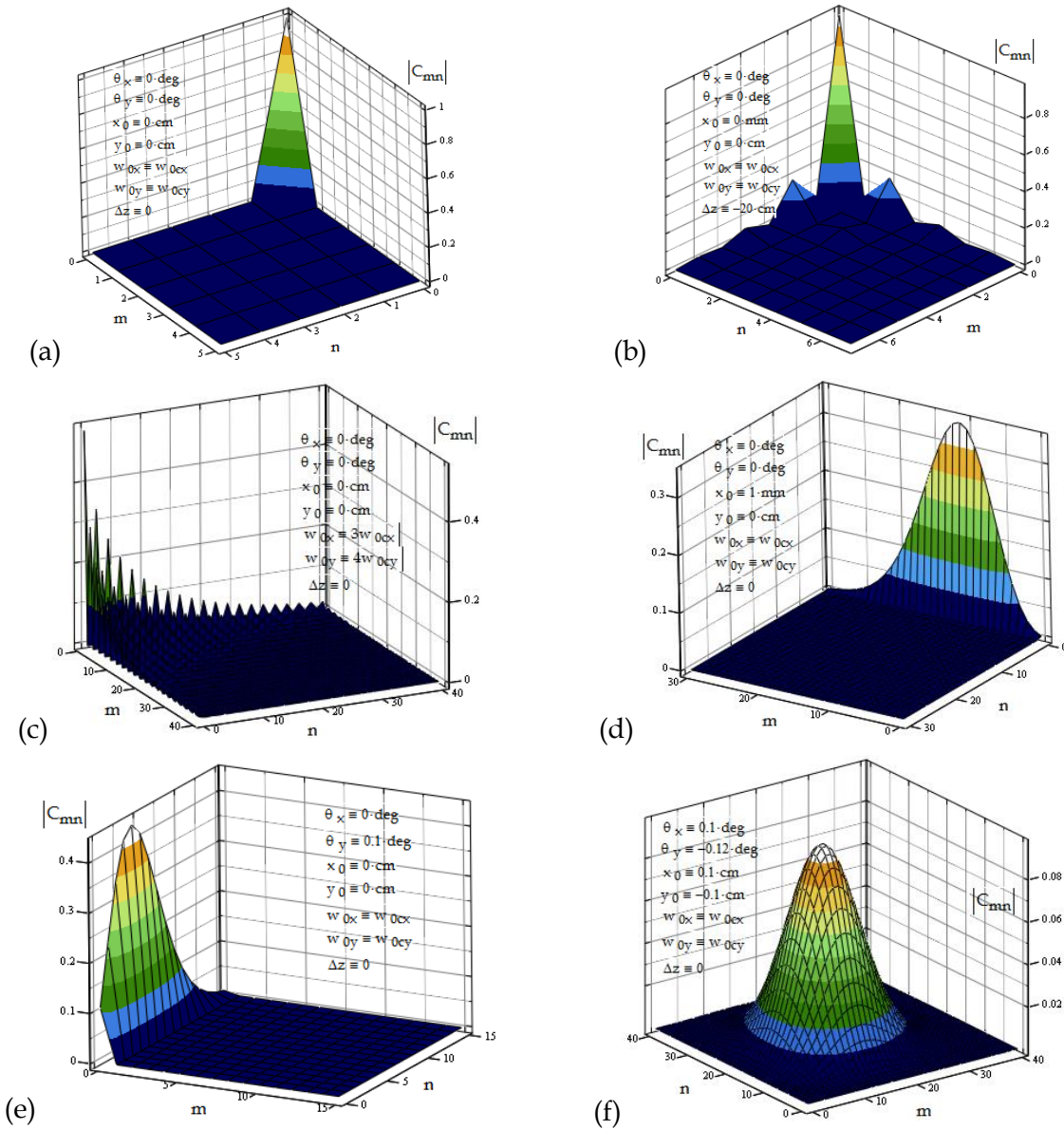


Figure 3.14 : Simulation de la décomposition linéaire d'un faisceau gaussien sur les modes propres transverses d'une cavité optique. Dans chacune des configurations, sauf la dernière, l'ensemble des paramètres non précisés sont accordés au mode TEM₀₀ de la cavité. Pour la cohérence de l'illustration, la somme des coefficients de couplage est prise égale à 1. Comme l'illustre le premier histogramme 3D, un faisceau incident parfaitement mode matché conduit à coupler l'ensemble de l'intensité du faisceau dans le mode fondamental de la cavité.

L'analyse mathématique ne sera pas présentée ici. Pour ceci, nous invitons le lecteur à se reporter à la référence [30]. De manière phénoménologique, les codes de calculs s'organisent de la manière suivante : le référentiel du faisceau incident est projeté sur celui de la cavité à l'intérieur duquel est exprimée la structure transverse du champ électrique. Les intégrales de recouvrement spatial du champ électrique sur la base de la cavité selon les directions x et y de l'espace sont trouvées comme des polynômes quadratiques depuis lesquels est inférée une relation de récurrence qui exprime les intégrales d'ordres élevés $m, n > 0$.

L'ensemble de la dérivation mathématique permet ainsi, comme le présente la figure 3.14, de se figurer les coefficients de couplage en amplitude représentatifs de situations expérimentalement envisageables. La première, en (a), correspond au cas d'accord de mode parfait. Pour parvenir à un tel cas de figure, il faut un faisceau incident spatialement parfaitement TEM_{00} qui présente, de surcroît, une injection idéale où aucun des désalignements décrits en figure 3.13 n'a lieu. Cette situation nous servira de référence : l'ensemble de l'amplitude du champ électrique du faisceau est couplée dans le mode fondamental TEM_{00} de la cavité et le coefficient de pondération qui lui correspond vaut l'unité.

Les situations (b), (c), (d), et (e) simulent les cas individuels de désalignements possibles tandis que le cas (f) en cumule quelques uns. On remarquera, pour satisfaire à la conservation de l'énergie, que la somme des coefficients de couplage vaut un. Toute l'énergie du faisceau incident est en effet décomposée sur les modes transverses de la cavité : ceci permet de traduire le caractère complet de la base des modes $TEM_{q,mn}$ du résonateur. Le champ effectif couplé dans la cavité correspond simplement à une somme pondérée de tous les modes propres excités.

3.3.4.2 Spectre multimode d'évènements ring down

Expérimentalement, l'excitation multimode de la cavité est naturellement observée. Lorsqu'on s'est assuré d'avoir mis en place les éléments optiques du système selon les distances d'accord de mode *ad hoc* et que les miroirs sont alignés sur l'axe optique par auto-collimation du faisceau, on observe généralement le signal de la figure 3.14 aussitôt qu'est alimenté le détecteur. Par ce balayage laser rapide et continu, on observe ainsi en temps réel la décomposition du faisceau sonde sur la structure modale de la cavité.

3.3.4.2.1 Taille de cavité quelconque

Le spectre des résonances multimodes de la figure 3.15 présentée ci-dessous est issu d'une taille de cavité quelconque, *e.g.* de 28,3 cm compte tenu de la courbure des miroirs qui la constituent (1m). « Quelconque » ayant ici trait à la valeur de la phase de Gouy du mode fondamental TEM_{00} sur un aller-retour de cavité.

Le caractère continu de la structure spectrale d'un tel résonateur (cf. section 2.1.3.1) entraîne une excitation désordonnée des modes de la cavité lorsque le faisceau d'injection est désaligné et mismatché : à l'intérieur d'un Intervalle Spectral Libre sont excités les $n = \text{PartieEntière}[\Delta v_i / \Delta v_T] = \text{PartieEntière}[2\pi\theta^{-1}]$ modes associés à une famille longitudinale q_0 ainsi que des modes transverses appartenant aux familles $q < q_0$ (avec des coefficients de couplages qui tendront à s'amortir au fur et à mesure de l'augmentation du couple $(m+n)$).

Ces excitations désordonnées, mises en évidence par l'agrandissement de la figure 3.15, donnent lieu à des recouvrements de décroissances qui empêchent l'extraction des constantes de temps $\tau(v)$ par un ajustement exponentiel. A l'évidence, celui-ci sera impossible lorsque les fréquences de résonances de deux groupes de modes $\nu_{q_1, m_1 n_1}$ et $\nu_{q_2, m_2 n_2}$, avec $q_1 > q_2$ et $(m_1 + n_1) < (m_2 + n_2)$, se produisent en un temps $t < \tau$. De même, il sera trop réduit pour garantir une sensibilité optimale lorsque $t > \tau$.

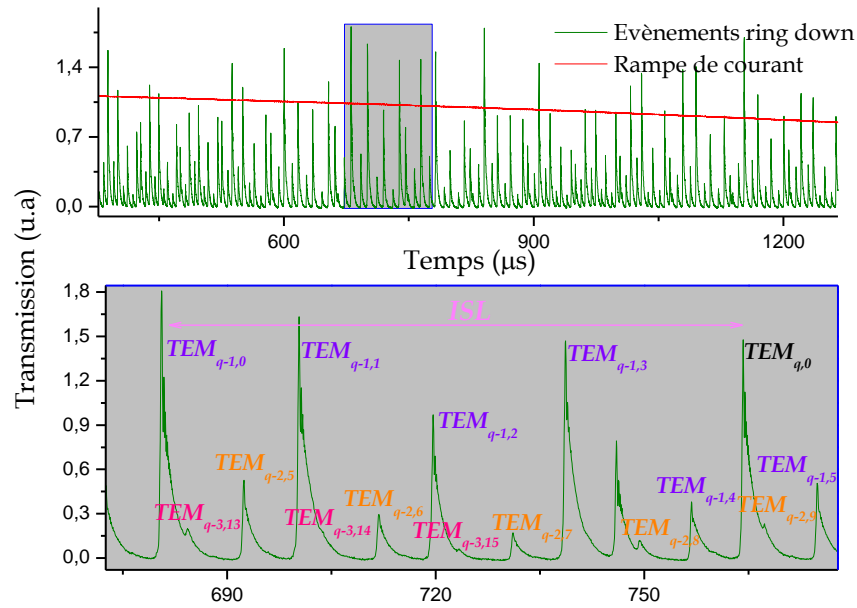


Figure 3.15 : Exemple de cavité où les modes supérieurs ont été excités. Pour une cavité quelconque de 28.3 cm, les familles de modes supérieurs sont successivement excitées. Les recouvrements temporels de certaines décroissances, compte tenu de la structure continue du spectre d'une telle cavité, rendent l'extraction de certains temps de ring-down impossible.

Les modes associés à différentes familles d'ordre longitudinal q pourront être excités à des instants très proches, étant donné le bloc périodique que constitue l'ISL dans la construction du spectre des fréquences de résonance, mais ne seront néanmoins jamais identiques : l'excitation multimode d'une cavité de taille quelconque se heurte à cet état de fait rédhibitoire.

3.3.4.2.2 Cavité fractionnellement dégénérée

La discussion du chapitre précédent sur les cavités fractionnellement dégénérée apparaît dès lors comme la panacée pour braver ces recouvrements de modes intempestifs. Choisir une taille de cavité *ad hoc*, *i.e.* imposer une phase de Gouy sur un aller-retour de cavité (choisir $L_{magique}$ pour une courbure R donnée), permet en effet d'exciter simultanément, pendant le balayage continu de la fréquence laser, des familles de modes ayant des ordres longitudinaux q différents.

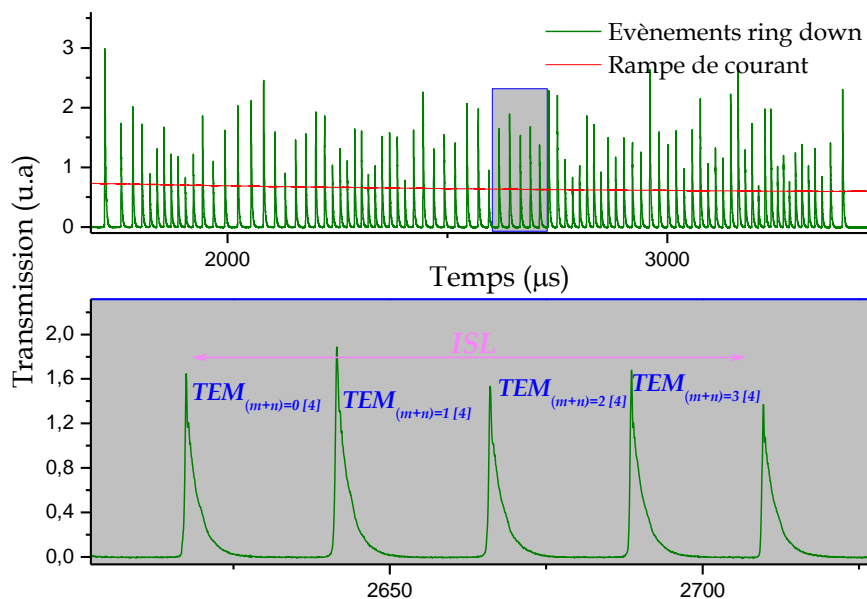


Figure 3.16 : Exemple d'enregistrement de l'excitation multimode d'une cavité fractionnellement dégénérée. Ici, la taille de cavité vaut 29,2893 cm pour une courbure de miroir de 1 m : elle vérifie un couple de valeurs réentrantes $(N,K)=(4,1)$ et l'ISL est fractionné en 4 groupes de résonances constituées de modes dégénérés.

Il n'apparaît alors plus, comme figuré en 3.16, de recouvrements temporels par opposition à une taille de cavité quelconque. Chaque résonance est le siège d'une dégénérescence de modes appartenant à différentes familles longitudinales q . L'exemple présenté met en jeu une cavité de couple de valeurs réentrantes $(N,K)=(4,1)$, soit $L=29,29$ cm : l'ISL est constitué de 4 groupes de modes dégénérés en fréquence.

3.3.4.3 Gain en définition spectrale

Ces tailles de cavités au sein desquelles la phase de Gouy prend une valeur rationnelle multiple de 2π , i.e. $\theta=2\pi K/N$, seront désignées sous le qualificatif de « taille magique ». Elles présentent l'insigne particularité de rendre possible la mise à profit de la structure transverse du résonateur. Dépendamment de l'ordre réentrant N , donc de la taille de la cavité, on peut ainsi augmenter la définition spectrale de la raie d'absorption de ce facteur N par rapport à l'excitation sélective des modes longitudinaux seuls. La figure 3.17 illustre ce gain d'échantillonnage en comparant deux séquences ring down sur une plage temporelle identique et pour une vitesse semblable du balayage laser. L'augmentation du gain en définition spectral est $G=N$.

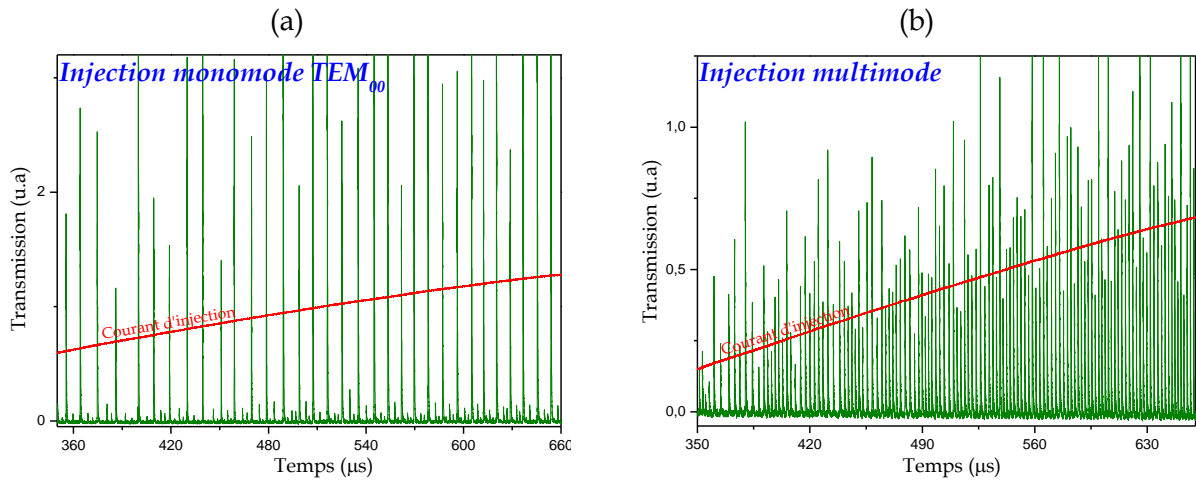


Figure 3.17 : Mise en évidence expérimentale de l'augmentation du nombre de résonances, pendant une vitesse identique de balayage laser au travers d'une cavité précisément fixée à 29,2 cm, par excitation multimode d'une cavité fractionnellement dégénérée. la séquence de transmission (a) est purement monomode TEM_{00} , la résolution spectrale vaut l'unité. La deuxième, en (b), tire profit de la structure transverse du résonateur. Dans ce dernier cas, qui correspond à une cavité vérifiant le couple réentrant $(N,K)=(4,1)$, le gain en définition vaut $G=4$.

A l'inverse de la plupart des techniques de spectroscopie d'absorption où l'information moléculaire est déduite d'un rapport d'intensité, la CRDS mesure le taux de perte d'une cavité haute finesse depuis la décroissance temporelle de l'intensité lumineuse transmise. Elle s'affranchit, de fait, des fluctuations d'intensité de la source laser.

La longueur équivalente d'interaction optique, souvent supérieure au km compte tenu des multiples allers-retours suscités par le haut pouvoir réfléchissant des miroirs de la cavité, permet la mise en évidence de très faibles absorptions optiques et confère à la CRDS sa grande sensibilité.

La CRDS par balayage continu du mode laser à travers le peigne des modes de la cavité se distingue des premiers schémas de CRDS, pulsés ou de cw-CRDS « pas à pas », par un formidable gain de temps. Ce dispositif d'enregistrement « à la volée » des évènements ring down permet en effet, en quelques ~ 2 ms, de collecter un spectre complet de résonances depuis lesquelles sont inférés les pertes intrinsèques du résonateur, donc les coefficients d'absorption des molécules.

Toutefois, lorsque la technique doit s'appliquer au sondage d'environnement basse pression par de petites cavités, l'échantillonnage spectral des modes TEM₀₀ n'est plus suffisant pour définir sans ambiguïté l'enveloppe du profil gaussien de la raie d'absorption. L'ISL, par définition associé à la taille du résonateur, représente en effet une grille d'échantillonnage dont la structure fixe ne permet plus la juste définition des raies d'absorption.

L'augmentation de la définition spectrale peut être garantie par l'excitation multimode de la cavité. Chaque mode transverse représente en effet la potentialité de bénéficier d'un point spectral supplémentaire.

La possibilité de tirer adéquatement profit de ces modes transverses supérieurs apparaît tributaire d'une taille ad hoc de cavité. Tandis que l'excitation multimode d'une cavité quelconque par le balayage continu du mode laser donne lieu à une transmission « désordonnée » des évènements ring down, une taille dite « magique » conduit à fractionner les modes en N groupes à l'intérieur de l'ISL. Chacun d'eux est

virtuellement infiniment dégénéré de modes transverses appartenant à différentes familles longitudinales q . Cette singularité pallie, par voie de fait, aux recouvrements de décroissances sur le spectre des évènements ring down.

Le gain en échantillonnage spectral est proportionnel à l'ordre réentrant N de la cavité. On écrit : $G_{\text{multimode}}=N$.

A large, bold, blue number '4' is centered on the page. The text is overlaid on the number.

*CW-CRDS MULTIMODE
ET CAVITE
FRACTIONNELLEMENT
DEGENEREE*

Le deuxième chapitre, en rappelant les propriétés spectrales et spatiales d'un résonateur, a permis d'introduire le résonateur fractionnellement dégénéré. Le troisième, quant à lui, a institué ce support multimode comme adéquat à l'augmentation de l'échantillonnage spectral de notre schéma de cw-CRDS continu.

Ce 4^{ème} chapitre décrira, à travers l'expérience, l'excitation multimode de ces cavités magiques. Nous développerons les deux injections possibles de telles cavités, à savoir : l'excitation multimode hors axe et axiale. Bien qu'aboutissant toutes deux au même bénéfice spectral N , nous mettrons en évidence les différences de limites de détections obtenues dans chacun de ces deux schémas d'injections.

Depuis une taille magique de cavité donnée par :

$$L_{\text{mag}}(N, 0 < K < N) = R(1 - \cos(\pi K/N)), \quad (4.1)$$

où N et K sont deux entiers ne partageant pas de diviseur commun, il a été constaté que l'excitation multimode présentait l'insigne avantage, comparé à une taille quelconque de résonateur, de ne pas donner lieu à des recouvrements de modes lorsque le laser est balayé en fréquence. En effet, chacune des N résonances contenues dans un *ISL*, nombre directement tributaire de la longueur de la cavité pour une courbure R de miroir donnée, est le siège d'une dégénérescence de modes appartenant à des familles longitudinales q différentes.

4.1 DEUX SCHEMAS EXPERIMENTAUX D'INJECTION

Nous sommes amenés, en pratique, à distinguer deux schémas expérimentaux sensiblement différents pour permettre l'excitation multimode d'une cavité fractionnellement dégénérée. Comme l'illustre la figure 4.1, la première méthode consiste à exciter axialement la cavité à l'aide d'un faisceau d'injection spatialement multimode tandis que la seconde provient de la particularité du recouvrement spatial d'un faisceau injecté hors de l'axe optique d'une cavité magique.

Cette différence, que l'on peut d'ores et déjà imputer à l'ordre des modes transverses dégénérés mis en jeu aux résonances, sera pleinement constatée dans les explications de ce chapitre.

4.1.1 EXCITATION MULTIMODE AXIALE

Le chapitre 3 a permis de nous figurer l'excitation d'une cavité optique dépendamment des caractéristiques du faisceau gaussien d'injection, à savoir : son mode matching (accord entre les caractéristiques du susdit faisceau sonde et celles du mode correspondant de la cavité) et son alignement (caractéristiques spatiales du faisceau par rapport à l'axe optique formé par les deux miroirs de la cavité).

La plupart des dispositifs de CRDS, voire la majorité, s'appliquent à exciter sélectivement la cavité sur son mode fondamental : ceci s'explique par le fait que les profils spatiaux des faisceaux issus des lasers s'apparentent généralement à un mode gaussien fondamental. En outre, les optiques de filtrage spatial pour l'accord de mode (fibre monomode, diaphragme) sont à section circulaire. Mode matcher la cavité le long de son axe optique étant alors la condition *sine qua non* permettant de garantir une excitation monomode.

Partant d'un faisceau gaussien incident, les développements préétablis (cf. chapitre 2) relatifs à sa décomposition linéaire sur les modes propres transverses d'une cavité ont permis d'appréhender les différentes possibilités conduisant à l'excitation multimode de la structure transverse du résonateur. L'ensemble des développements qui suivront dans cette première partie aura trait à l'excitation axiale multimode qui considère des désalignements angulaires (θ_x, θ_y) nuls afin de distinguer ce cas de figure à celui qui lui fera suite, à savoir : l'excitation hors axe du résonateur.

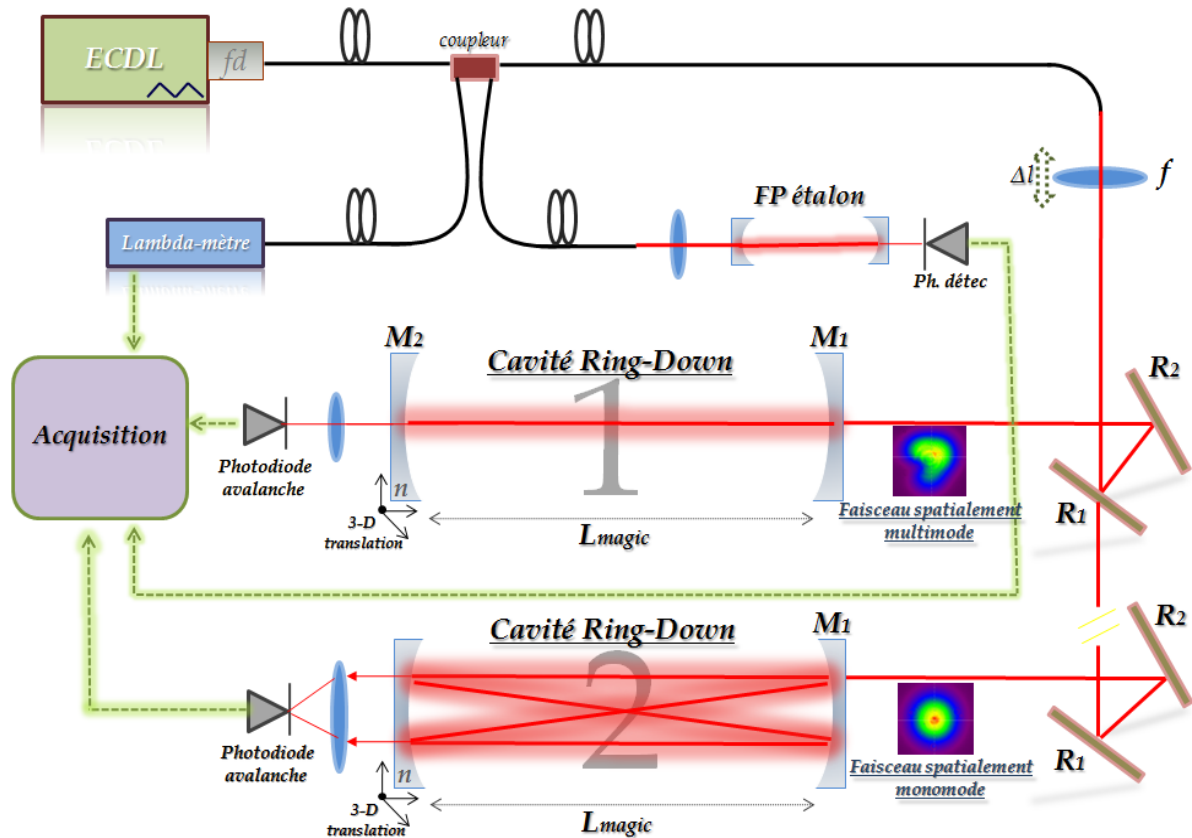


Figure 4.1 : Schématisation des dispositifs de CRDS rapide permettant de tirer profit de la structure transverse du résonateur. La situation 1 consiste en l'excitation multimode de la cavité sur son axe optique via l'emploi d'une fibre spatialement multimode. La deuxième situation consiste, toujours à la taille magique, en une excitation multimode depuis une injection hors axe rééminente.

4.1.1.1 Fibre multimode

L'excitation multimode axiale repose sur l'utilisation d'un faisceau incident non- TEM_{00} dont le profil spatial multimode provient de l'emploi d'une fibre multimode d'injection. Tandis qu'une fibre monomode ne possède qu'un mode de propagation étant donné les indices optiques qui la constituent et ses caractéristiques spatiales à une longueur d'onde λ fixée, une fibre multimode permettra une propagation selon divers chemins optiques. Chacun d'eux étant autant de modes de propagation possiblement empruntés par l'intensité lumineuse injectée en son sein.

La fibre multimode employée possède un rayon de cœur de $\varphi/2=4,5 \mu\text{m}$ et une Ouverture Numérique (O.N.) spécifiée à 0,11 ($ON = \sqrt{n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2}$). A 760 nm, sa fréquence normalisée vaut :

$$V = \pi \frac{\varphi}{\lambda} NA = 4,01. \quad (4.2)$$

Il peut alors être montré que, lorsque $V < 2,405$, seul le mode de propagation fondamental et linéairement polarisé de Bessel LP_{01} se propage dans son cœur. Cette fibre est alors dite, à l'inverse, multimode.

Compte tenu de l'utilisation des faisceaux gaussiens et le manque de « maniabilité » des expressions relatives aux fonctions de Bessel, Marcuse rechercha et trouva la meilleure gaussienne $g(r) = \text{Exp}\left(-\left(r/\omega\right)^2\right)$ décrivant les variations radiales d'amplitude du mode fondamental issu d'une fibre optique. Le waist, d'abord décrit par une fonction de Bessel et maintenant par l'approximation une fonction gaussienne, au sortir de la fibre optique donne :

$$\omega_{\text{mode}} = \varphi_{\text{fibre}} \left(0,650 + 1,619.V^{-3/2} + 2,879.V^{-6} \right). \quad (4.3)$$

Avec une précision de l'ordre de 1%, cette relation permet de préciser les distances d'accord de modes pour l'optimisation, au plus près, des caractéristiques du faisceau sonde sur celles des modes de la cavité (on remarquera bien sûr que le meilleur moyen consiste en une mesure expérimentale de waist. Cette méthode peut se retrouver en [58-59]).

De plus, la fréquence normalisée V donne une indication sur le nombre de modes de propagation dans le cœur de la fibre optique. L'application numérique $V^2/2$ conduit en la possibilité d'existence de quelques 8 modes de propagation guidés. Ainsi, suivant l'injection du faisceau issu de l'ECDL aussi bien que de « l'entortillement » de la fibre multimode (on parlera de son « stress ») depuis son entrée jusqu'à sa sortie, *i.e.* les angles impliqués dans les réflexions totales à l'interface cœur-gaine, l'intensité du faisceau propageant incident pourra se coupler plus ou moins sur ses différents modes propres guidés d'ordres supérieurs. Il résultera en transmission de fibre une structure spatiale du faisceau comme somme de ces différents modes pondérés par les coefficients de couplage correspondants. A l'instar des modes propres constitutifs d'un résonateur, l'ensemble des modes guidés et rayonnés d'une fibre optique forment en effet une base orthonormée complète sur laquelle tout champ peut se décomposer linéairement. On pourrait tout aussi bien ainsi, à l'inverse, recomposer le faisceau incident original depuis la connaissance des caractéristiques du faisceau transmis par la fibre [57].

On donne en figure 4.2 une image caractéristique de chacun des deux types de faisceaux transmis par des fibres respectivement mono et multimode.

Ces deux clichés ont été pris à la même distance $z \sim 2 \text{ cm}$ depuis le même support de fibre. Pour la comparaison, les énergies récoltées sur la caméra sont semblables et valent $100 \mu\text{W}$.

On insiste sur le fait que la distribution spatiale transmise par une fibre multimode varie dépendamment du stress qui lui est imposée tandis qu'à l'inverse celle issue de la fibre monomode demeure invariante.

Comme illustré par ces photos, la répartition spatiale du faisceau au sortir de la fibre multimode n'est pas celle d'un mode gaussien fondamental TEM_{00} mais bien celle d'une superposition modale $\sum_{m,n=0}^{V^2/2} C_{x,m} \psi_{x,m}(x,z) + C_{y,n} \psi_{y,n}(y,z)$ où l'on a séparé les deux indices quantiques m, n selon les deux coordonnées cartésiennes de l'espace x et y comme : $\psi_{nm}(x, y, z) = \psi_{x,m}(x, z) \cdot \psi_{y,n}(y, z)$.

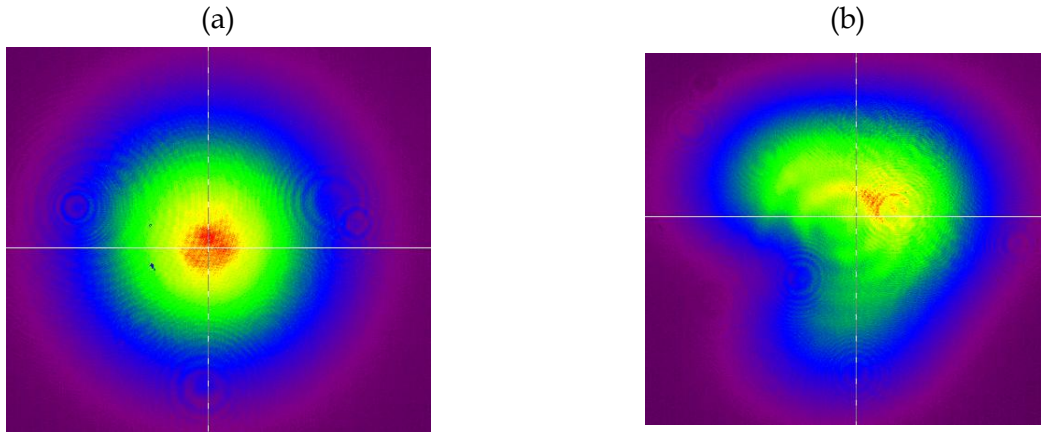


Figure 4.2 : Comparaison des profils d'intensité transmis par une fibre monomode (a) et multimode (b).

L'utilité d'employer une telle fibre multimode apparaît alors pleinement : le faisceau spatialement multimode issu de la fibre pourra aisément recouvrir les premiers modes transverses de la cavité tout en se propageant le long de son axe optique.

Un faisceau gaussien fondamental, tel qu'issu d'une fibre monomode, aligné sur l'axe optique ne saura exciter que les modes d'ordre pair de la cavité en vertu de la symétrie cylindrique du système qui impose :

$$\iint_S \Psi_{00}(x,y) \varepsilon_{(m+n)=\text{pair}}^*(x,y) . dS \neq 0 \quad \text{et} \quad \iint_S \Psi_0(x,y) \varepsilon_{(m+n)=\text{impair}}^*(x,y) . dS = 0, \quad (4.4)$$

En revanche, le faisceau « hybride » formé de la superposition linéaire de modes verra sa symétrie axiale brisée et pourra ainsi exciter efficacement, par un mode matching non parfait, quelques uns des premiers modes transverses contenus dans l'*ISL* de la cavité.

Les modes dégénérés d'ordre transverse $(m+n)=\text{impairs}$ seront excités tout comme les ordres pairs.

4.1.1.2 Oxygène moléculaire et profil de raie d'absorption préliminaire

En fait de développements et d'applications, l'oxygène moléculaire a très souvent servi de point de référence pour démontrer l'opportunité et/ou la validité de la technique ring down.

Nos deux principales raies d'investigation appartiennent à la bande $(0,0)$, ou bande « A », de la transition électronique $b^1\Sigma_g^+ \leftarrow X^3\Sigma_g^-$. Elles sont notées $^PQ(N'=25, J'=25)$ et $^PP(N'=25, J'=25)$ et sont respectivement centrées autour de $13021.2912 \text{ cm}^{-1}$ et $13023.079 \text{ cm}^{-1}$. La figure 4.3 présente les branches P et Q tandis que le tableau 4.1 précise les données spectroscopiques des deux raies utilisées.

Cette bande « A » est l'une des quatre bandes associées au système atmosphérique $b-X$ de l'oxygène moléculaire dans la région du visible et du proche-infra-rouge.

Les transitions depuis le niveau fondamental $X^3\Sigma_g^-$ vers les niveaux excités $b^1\Sigma_g^+$ sont toutes interdites dans l'approximation dipolaire électrique compte tenu des propriétés de symétrie d'inversion d'une molécule diatomique homonucléaire. Les transitions dipolaires magnétiques, toutefois permises, sont quant à elle plus faible d'un facteur 10^9 par rapport à des transitions électroniques traditionnelles.

Etant donné l'association de la faiblesse de ces bandes, de l'abondance naturelle de l'O₂ et de la disposition de diode laser accordable dans ces régions spectrales, ces transitions ont servi de référence pour démontrer le pouvoir de sensibilité de la technique CRDS [60-61-62-63].

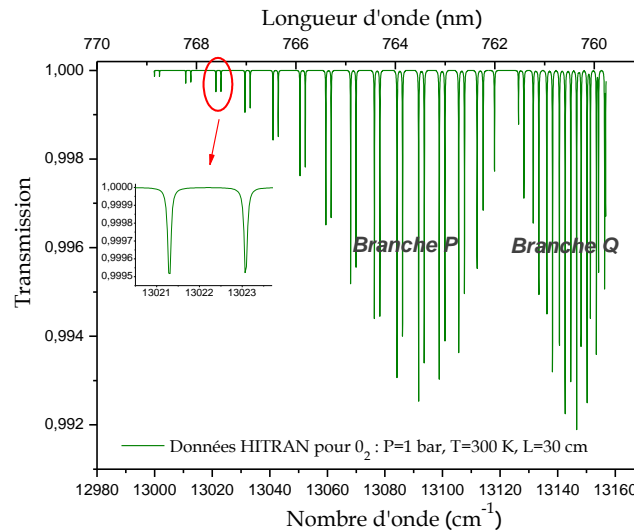


Figure 4.3 : Présentation de deux branches d'absorption de la bande « A » de l'Oxygène moléculaire. Les données de la simulation sont précisées en légende.

En ce qui nous concerne, l'avantage de ces deux raies de la branche P réside dans les valeurs des constantes qui permettent l'obtention de signaux ring down exploitables (temps de décroissances compris entre $\sim 0,8 \mu\text{s} < \tau < \sim 3,6 \mu\text{s}$) compte tenu de la taille de cavité employée, des réflectivités de miroirs dont nous disposons ($R \sim 99,97\%$) ainsi que des vitesses de balayage employées. Nous rappelons qu'il est nécessaire, dans notre schéma de CRDS par balayage rapide et continu de la fréquence laser, que les photons piégés lors d'une résonance aient entièrement quitté la cavité avant le recouvrement spectral subséquent, *i.e.* que chaque relaxation exponentielle s'accomplisse en totalité. Les recouvrements temporels de décroissances ainsi évités permettent d'ajuster l'ensemble du signal décroissant et de garantir au système sa sensibilité optimale.

L'ensemble des spectres d'oxygène moléculaire qui seront présentés par la suite sont obtenus en balayant la fréquence du laser sur environ $0,5 \text{ cm}^{-1}$. Nous les déterminons à pression atmosphérique en sondant le volume d'air ambiant présent entre les deux miroirs de la cavité.

	$\sigma \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	$S \text{ (cm}^{-1}\text{/(molec.cm}^{-2}\text{))}$	$R \text{ (Dby)}$	$E \text{ (cm}^{-1}\text{)}$
Raie ^P Q(25) à 300 K	13021.2912	$4,434 \cdot 10^{-25}$	$3,25 \cdot 10^{-8}$	933,5311
Raie ^P Q(24) à 300 K	13023,07905	$4,246 \cdot 10^{-25}$	$3,211 \cdot 10^{-8}$	931,7433

Tableau 4.1 : Données spectroscopiques des deux raies du système O₂.

Depuis l'acquisition de l'ensemble d'un spectre ring down (*e.g.* comme en figure 3.15), les temps caractéristiques des décroissances sont extraits de chaque événement ring down sous

LabView. Les coefficients d'absorption sont ensuite déterminés depuis ces mesures $\tau(\nu)$ et de la valeur du temps de ring down pour la cavité vide $\tau_0 \sim 3.54 \mu\text{s}$. Le profil temporel de raie d'absorption est enfin converti en profil spectral via le dispositif d'étalonnage.

La figure 4.4 montre un profil de raie d'absorption linéarisé en longueur d'onde ainsi que son ajustement sur un profil lorentzien. Sont également présentés les résidus qui correspondent à la différence entre les données de cet ajustement et celles des points expérimentaux. Les temps de ring down associés sont reportés dans la partie supérieure du graphique.

La raie est échantillonnée sur 101 points en quelques 2,5 ms et sa résolution spectrale correspondante, $4.3 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$, est donnée par l'ISL de la cavité de 29,3 cm réduit d'un facteur $N=4$ étant donné son caractère $1/4$ -fractionnellement dégénéré.

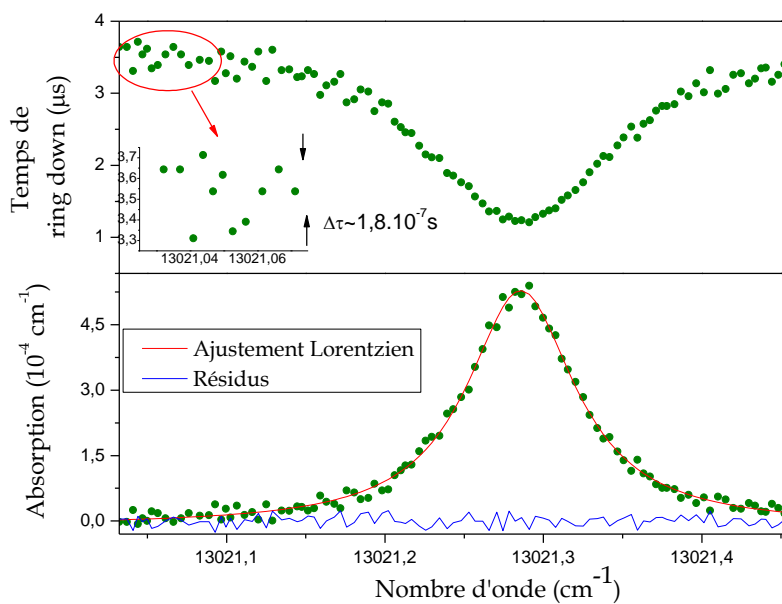


Figure 4.4 : Profil de raie d'absorption de l' O_2 obtenu par CRDS continue à pression atmosphérique et à température ambiante. La mise à profit de la structure multimode d'une cavité de $\sim 29,3\text{cm}$, correspondant aux paramètres réentrants $(N,K)=(4,1)$, permet un gain en résolution spectrale de valeur 4 par rapport à une excitation longitudinale TEM_{00} . Les temps de Ring Down correspondants sont reportés dans la partie supérieure du graphique.

4.1.1.3 Limite de détectivité du dispositif

La limite de détection exprime une mesure de la plus petite concentration possiblement mesurable par le spectromètre. Elle estime ainsi le bruit du dispositif et s'obtient depuis la déviation standard de la ligne de base du spectre par rapport à un ajustement linéaire. Aussi bien, cette sensibilité peut s'exprimer à partir des fluctuations des temps de ring down sur la ligne de base via l'expression [36] :

$$\alpha_{\min} = \frac{\Delta\tau}{\tau L_{\text{eq}}} \quad (4.5)$$

où $L_{\text{eq}} = c\tau$ est le chemin équivalent d'absorption. Une mesure idéale de sensibilité consisterait à effectuer un enregistrement des temps de ring down en dehors de toute raie d'absorption où les conditions expérimentales seraient identiques à celles employées pour le dosage de la molécule. La séquence des temps de ring down forme alors une ligne de base et permet de chercher la déviation standard des points sur tout l'enregistrement, non biaisé par l'absorption des molécules, puis d'en déterminer la moyenne. Toutefois, en pratique, on peut depuis le spectre de la figure 4.4 en estimer une valeur très proche. Les quelques 10 premiers points qui constituent la ligne de base permettent d'évaluer des variations relatives de temps de ring down à environ 5 %, soit avec un temps à vide de $\sim 3,54 \mu\text{s}$ une limite de détection de l'ordre de $5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$.

4.1.1.4 A propos de la sensibilité de notre dispositif

Il est intéressant de comparer les performances de ce premier schéma de cw-CRDS multimode à ceux rencontrés dans la littérature. Les limites de détection s'échelonnent typiquement [36-39-64-65-66] dans des gammes de 10^{-9} - 10^{-10} cm^{-1} . En termes de limite de détection normalisée par la bande passante temporelle de la mesure, soit $\alpha_{\min} \cdot \sqrt{\Delta t}$ où Δt est le temps de mesure des ring down nécessaire à la constitution du profil d'absorption, des résultats variant entre 10^{-10} - $10^{-11} \text{ cm}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ sont fréquemment publiés. A l'heure actuelle, la palme revient à l'équipe de Spence *et al.* [67] qui est parvenue à une sensibilité record de $8,8 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ pour la détection du dioxyde de carbone autour de 1064 nm.

Soulignons par ailleurs que de tels dispositifs de CRDS s'appuient sur des systèmes mode-lockés, c'est-à-dire utilisant un asservissement électro-optique qui verrouille la fréquence du laser sur un mode propre de la cavité. Ces schémas permettent de bénéficier de plus grandes et de plus reproductibles énergies intracavités afin de garantir le meilleur rapport signal sur bruit, ainsi que des variations moins importantes dans les temps de ring down. Ces asservissements reposent toutefois sur des méthodes expérimentales lourdes [68] telles que celles proposées par Pound *et al.* originellement destinées au domaine des micro-ondes.

D'autre part, ces schémas obtiennent l'ensemble d'un profil de raie d'absorption « pas-à-pas », c'est à dire que l'opération qui consiste à déterminer les temps de vie de photons correspondants à une coïncidence spectrale est répétée à chaque pas de la fréquence laser. Ces dispositifs permettent ainsi d'obtenir un grand nombre d'événements ring down pour un même point de mesure afin de moyenniser leur valeur. Ils affinent alors la précision en réduisant significativement le bruit dit « shot-to-shot », c'est-à-dire le bruit natif des variations de mesure d'une constante de temps à l'autre.

Les travaux qui constituent la référence la plus appropriée, relativement à nos mesures, sont ceux d'Y. He et B. J. Orr. Rappelons que cette équipe est à l'origine du développement des

dispositifs par balayage unique, rapide et continu de la fréquence laser afin d'obtenir des événements de ring down sans extinction optique. Ils sont parvenus à des détectivités de l'ordre de $9.10^{-8} \text{ cm}^{-1}$ ou $1,1.10^{-9} \text{ cm}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$ [69]. En comparaison, la mesure de nos événements ring down mesurés toutes les $\sim 25 \mu\text{s}$ conduisent en une limite de détection rapportée à la bande passante de $\sim 2,3.10^{-9} \text{ cm}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$. On remarquera en passant qu'ils obtiennent ces valeurs par détection hétérodyne (signal réfléchi par le miroir d'entrée en battement avec le champ résonant) qui utilise un traitement plus complexe. En outre, leur temps de ring down sont de l'ordre de $10 \mu\text{s}$.

La valeur supérieure de notre limite de détectivité préliminaire par rapport à la « communauté CRDS », parfois de deux ordres de grandeurs, provient essentiellement (mais pas seulement !..) de sa caractéristique originale, à savoir : l'obtention d'un spectre de ring down de façon continue et très rapide, 2.5 ms , avec un système de détection simplifié à l'extrême sans aucun traitement post-expérimental des signaux de ring down (détection hétérodyne, filtrage des hautes fréquences des décroissances ou moyenne des événements ring down qui correspondent à une mesure spectrale (un point du spectre)).

4.1.1.5 Optimisation de la sensibilité : cas général

Une façon traditionnelle d'optimiser la limite de détectivité consiste d'abord à augmenter les temps de ring down par l'utilisation de miroirs davantage réfléchissants ainsi que par l'emploi de cavités plus longues afin, dans les deux cas, de réduire l'ampleur de a_{min} en minimisant le rapport $\Delta\tau/\tau_0$. De surcroît, augmenter la valeur des constantes de temps permet d'exploiter des portions de décroissances plus grandes. On augmente ainsi la précision des mesures par un ajustement plus sensible. A titre d'exemple, les mêmes mesures cette fois réalisées avec des miroirs de pouvoir réfléchitif valant $99,99 \%$ (les nôtres valent ici $\sim 99,973 \%$) auraient conduit en une limite de détectivité de $1,6.10^{-7} \text{ cm}^{-1}$.

Il est également véritable, comme mentionné précédemment, que la moyenne des ajustements de décroissances de plusieurs exponentielles de ring down augmenterait la statistique de détermination des $\tau(\nu)$ et améliorerait ainsi la limite de détection. On peut citer, par exemple, S. Kassi *et. al.* [70] qui obtinrent une sensibilité de $2.10^{-11} \text{ cm}^{-1}$ en moyennant 3000 événements ring down par point du spectre d'absorption.

Enfin, une moyenne de N spectres (chacun enregistré pour une même taille de cavité) peut augmenter le rapport signal sur bruit d'un facteur $N^{1/2}$ avec, en contrepartie, une pénalité temporelle proportionnelle. Nous présentons, à titre indicatif par l'illustration expérimentale de la figure 4.5-a, quatre spectres expérimentaux déterminés « coup sur coup » avec, en 4.5-b, la moyenne de ces derniers. La diminution du bruit, par effet de statistique, s'accompagne alors d'une meilleure définition spectrale du profil résultant et induit de fait une déduction plus précise des paramètres physiques recherchés. On constate en effet que cette moyenne de 4 profils de raies a pour effet de réduire la dispersion des points sur la ligne de base. La mesure

de la déviation standard des résidus, par rapport à un ajustement lorentzien, donne alors une sensibilité quelque peu meilleure, de l'ordre de $1,8 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$.

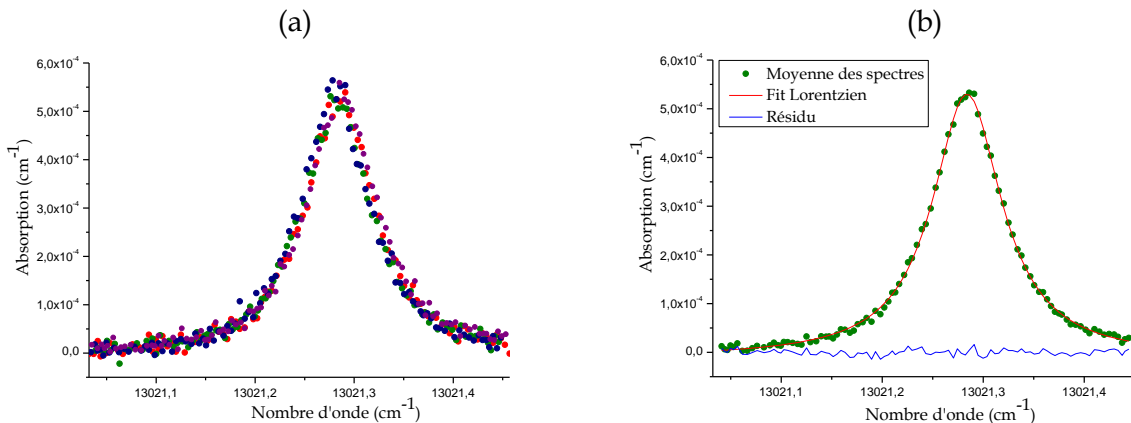


Figure 4.5 : Illustration, en (b), de l'augmentation de la limite de détection du dispositif, par réduction des variations des temps de vie d'un mode à l'autre, par une moyenne des 4 enregistrements présentés en (a).

Il est ainsi possible d'atteindre des limites de détection quelques peu inférieures en moyennant plusieurs spectres, avec une durée d'acquisition restant raisonnable (~ 4 fois 2,5 ms). Ce procédé, néanmoins temporellement opposé à nos applications qui sont la caractérisation et le suivi de phénomènes transitoires, donc rapides, ne sera pas utilisé.

4.1.1.6 Injection axiale multimode et bruit périodique intrinsèque

Relativement à la sensibilité ultime de notre dispositif, il nous reste à évoquer sa caractéristique essentielle, à savoir les modes de la cavité mis en jeu dans l'échantillonnage spectral des profils de raie. Rappelons que la mise à profit de la structure transverse du résonateur est motivée par le gain notable en résolution spectrale ($G_{Multimode}=N$). L'ensemble de nos résultats jusqu'alors évoqués s'appuient en effet sur une cavité d'ordre réentrant $N=4$ permettant de bénéficier des 4 groupes de résonances de modes dégénérés successivement excités pendant le balayage du mode laser à travers l'*ISL* de la cavité.

La totalité des schémas de CRDS précédemment comparés injectent, à dessein, sélectivement le mode fondamental TEM_{00} de la cavité. Cette « discrimination » modale doit en effet assurer la plus grande sensibilité des mesures : d'abord par un effet de rapport signal sur bruit puisque mode matcher un unique mode garantit la meilleure efficacité d'injection du faisceau sonde dans le mode de cavité et, *ipso facto*, le plus grand signal en transmission, ensuite parce que l'ensemble des décroissances collectées et enregistrées à chaque mesure sont natives du même mode fondamental de la cavité : leur détermination demeure alors reproductible d'une mesure à l'autre en ce sens que les pertes associées aux modes excités sont, selon toute vraisemblance, identiques d'une résonance à l'autre.

L'originalité de notre présent système de CRDS multimode axial, en revanche, est que le mode laser incident est couplé dans quelques uns des premiers modes constituant la structure

transverse du résonateur. En plus de réduire le rapport signal sur bruit, à l'observation de chaque résonance, on excite successivement des groupes de modes dégénérés qui possèdent une structure spatiale différente.

La figure 4.6 présente un enregistrement de constantes de temps déduites depuis un balayage unique et continu (en 2,8 ms) de la fréquence laser au travers des modes d'une cavité fractionnellement dégénérée d'ordre $(N,K)=(4,1)$. Une observation détaillée du spectre ring down permet de constater, sur cette ligne de base, une alternance des temps de vie des photons piégés aux résonances successives : cette alternance traduit une variation des pertes intrinsèques de l'onde se propageant au sein du résonateur dépendamment du groupe de modes dégénérés excité.

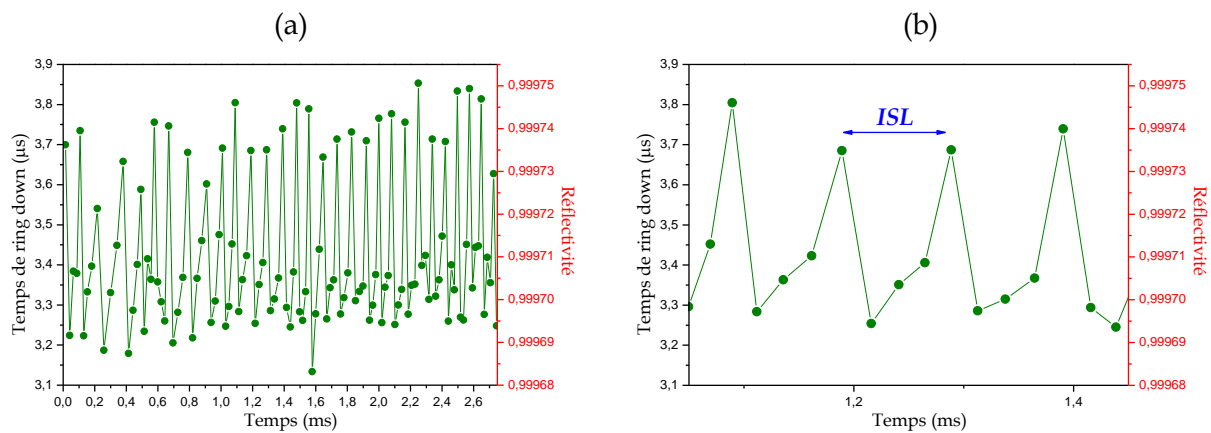


Figure 4.6 : En (a) est présenté l'ensemble d'un spectre ring down issu de l'excitation axiale multimode d'une cavité $\frac{1}{4}$ -fractionnellement dégénérée. En (b) est agrandie une partie de la séquence ring down afin de mettre en évidence la période caractérisée par l'Intervalle Spectral Libre.

On constate en outre que ces variations présentent une période caractéristique qu'on peut d'ores et déjà relier à l'ISL de la cavité. Celui-ci constitue en effet un bloc périodique élémentaire qui se perpétue dans l'espace des fréquences ou, aussi bien, en transmission temporelle de la cavité. Pour autant que le profil spatial du faisceau d'injection demeure inchangé, la structure des superpositions de modes transverses dégénérés sera entièrement traversée lorsque le laser aura balayé un ISL.

On pourra dire que l'Intervalle Spectral Libre représente le « motif » élémentaire constitutif de l'ensemble de la « frise » spectrale.

4.1.1.7 Le bruit périodique

4.1.1.7.1 La diffraction

Une première vision, pour expliquer ces variations de temps de vie d'un groupe de modes à l'autre, consisterait à incriminer les pertes par diffraction dans la cavité. Ces pertes \mathcal{L}_{mn}^{diff} , qui apparaissent dans le terme A de l'équation (3.4), sont caractérisées par le nombre de Fresnel sans dimension N_f représentant le rapport de l'angle sous-tendu par un miroir de cavité et l'angle de diffraction de l'onde électromagnétique se propageant dans la cavité. Plus

simplement, ce nombre compare la dimension de la surface des miroirs de rayon a avec l'aire du mode délimitée par le rayon $\omega_{mn}(z)$ pris par le faisceau à la réflexion. On l'exprime comme :

$$N_f = \frac{a^2}{L\lambda}, \quad (4.6)$$

où $2a$ est le diamètre des miroirs. Il est donc intuitif de se figurer qu'un mode d'ordre élevé, puisque davantage diffracté, doit subir plus de pertes aux réflexions sur des miroirs aux dimensions finies. Pour un mode transverse particulier [71], les pertes par diffraction diminuent exponentiellement avec l'augmentation de N_f .

Nos valeurs expérimentales appliquées à cette formule donnent $N_f \sim 40$.

Comme exemple typique [72], considérons une cavité de 50 cm constituée de miroirs d'1 cm de diamètre, de courbure de 1 m et de transmission $1-R=10^{-4}$. Pour cette cavité, $N_f \sim 20$ et \mathcal{L}_{mn}^{diff} vaut $\sim 10^{-4}$ seulement lorsque $m+n \sim 46$.

Autrement dit, les pertes par diffraction commencent à devenir comparables aux pertes réfléchives seulement pour des modes transverses très élevés.

4.1.1.7.2 Inhomogénéité spatiale des réflectivités de miroir

Une explication davantage raisonnable consiste à discriminer les pertes spatiales liées aux réflectivités des miroirs. Chaque groupe de résonance dégénérée correspond en effet à une distribution spatiale du champ électrique qui est la somme pondérée des différents modes de la cavité $\varepsilon_{q,mm}$ mis en jeu par le mode laser $\psi(x,y)$. Pour chacune de ces N résonances contenues dans l'ISL, on peut écrire le champ électrique intracavité total comme :

$$\Psi_{K^{i\text{ème}} \text{résonance } [N]}(x,y) = \left\{ \sum_{\beta=0}^{\infty} C_{q=-\beta+K, (m+n)=\beta.N+K} \times \varepsilon_{q=-\beta+K, (m+n)=\beta.N+K}(x,y) \right\} \text{ mod } N \quad (4.7)$$

avec K variant de 0 à $N-1$, où N est l'ordre réentrant de la cavité qui représente le fractionnement de l'ISL, afin de définir l'ensemble des N résonances de modes dégénérés qu'il contient. Le modulo $[N]$ décrit ainsi l'ensemble de la structure modale : le bloc périodique se perpétue à l'identique lorsque le laser a balayé un ISL.

Le coefficient de couplage $C_{q=-\beta+K, (m+n)=\beta.N+K}$ des modes dégénérés $TEM_{q,(m+n)}$ mis en jeu aux N résonances s'écrit :

$$C_{q=-\beta+K, (m+n)=\beta.N+K} = \iint \psi(x,y) \times \varepsilon_{q=-\beta+K, (m+n)=\beta.N+K}^*(x,y) \cdot dS. \quad (4.8)$$

$\varepsilon_{q=-\beta+K, (m+n)=\beta.N+K}$ est la structure spatiale transverse de la cavité définie par les modes de Hermite-Gauss natifs des modes propres d'un résonateur optique comme exprimé en (2.5).

Chacun des modes constitutifs de ces combinaisons linéaires conduira ainsi à des modes différents à chacune des N résonances et, partant, à des distributions spatiales différentes aux réflexions.

Etant donnée une inéluctable inhomogénéité spatiale des réflectivités d'un miroir, chacune des N résonances constituées de modes dégénérés subit des pertes aux réflexions qui lui sont propres.

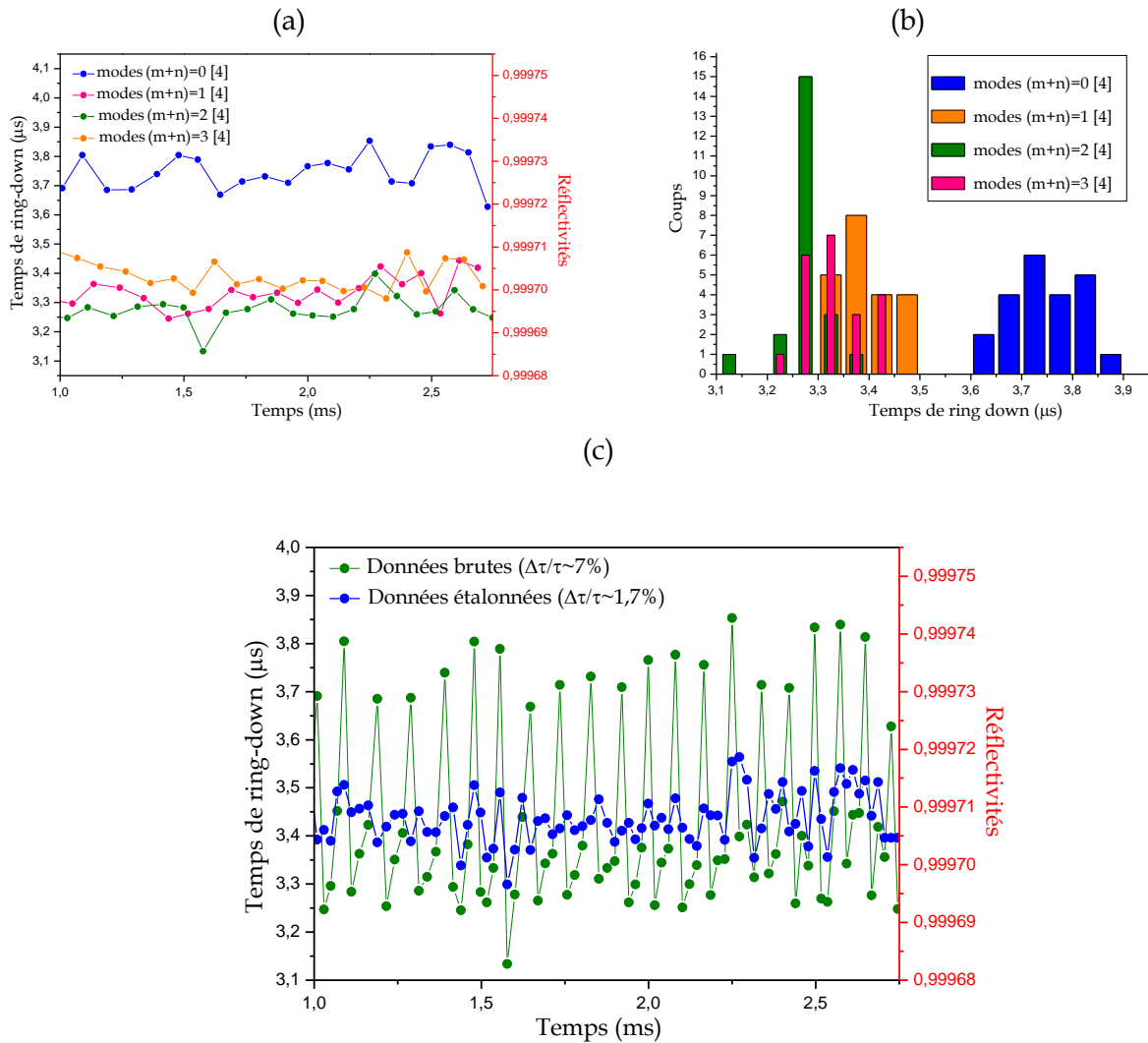


Figure 4.7 : Le premier enregistrement expérimental (a) présente une discrimination des constantes de temps de chacun des quatre groupes de résonance entrelacés constitutifs de l'ISL de la cavité. Chacune des courbes illustre les temps de ring down associés à l'un des quatre groupes de modes particuliers. En (b) est figuré un histogramme représentatif des nombres de coups associés à une valeur de temps de ring down pour chaque groupe distingué tandis qu'en (c) sont figurés sur un même graphe les données brutes des temps de ring down (en vert) avec les temps étalonnés correspondants (en bleu).

4.1.1.8 Distinction des pertes propres associées à chaque groupe singulier de résonance

Fort de ce constat nous pouvons, depuis les temps de ring down enregistrés successivement et présentés en figure 4.6-a, distinguer un temps de vie moyen des photons piégés dans chacune des résonances formant les quatre combinaisons linéaires distinctes formées à partir de l'expression (4.7).

Le premier graphique de la figure 4.7-a distingue ainsi chacun des groupes de modes dégénérés qui forment N spectres entrelacés afin de déterminer les pertes relatives propres qui leurs sont associées. Le tableau 4.2 précise, quant à lui, les temps de vie moyens de photons associés à chacun de ces 4 groupes qui fractionnent l'ISL. Ces valeurs moyennes permettront

ainsi de calibrer, ou d'étalonner, chaque résonance du spectre CRD à la valeur moyenne de l'ensemble du groupe dégénéré qui lui correspond. On établit, ce faisant, un étalonnage spécifique qu'on qualifiera de « mode-à-mode ».

Groupe de modes	TEM _{(m+n)=0[4]}	TEM _{(m+n)=1[4]}	TEM _{(m+n)=2[4]}	TEM _{(m+n)=3[4]}
τ_{moyen} (μ s)	~3,73	~3,335	~3,26	~3,39
a_{min} (10^{-5} cm ⁻¹)	~1,51	~1,48	~1,52	~1,44

Tableau 4.2 : Discrimination de chacun des 4 groupes de résonance constitutifs de l'ISL de la cavité afin de déterminer la valeur moyenne des temps de vie des photons piégés dans chacun de ces modes dégénérés. Sont également figurées les limites de détectivités associées à chacun des 4 spectres entrelacés. Pour comparaison, la limite de détectivité de l'ensemble de ces points de mesure non-distingués vaut $5,4.10^{-7}$ cm⁻¹.

Le graphique 4.7-c compare, toujours en dehors de toute absorption, l'enregistrement des données brutes (où l'on entend par données « brutes » les données primitives) aux données post-étalonnées. Les variations relatives des temps de ring down déterminées respectivement à 7 % et 1,7 % permettent de montrer que la limite de détectivité du dispositif passe de $5.1.10^{-5}$ cm⁻¹ à $1,6.10^{-5}$ cm⁻¹. Post-calibrer chaque groupe de modes s'avère ainsi une solution judicieuse et simple pour réduire le bruit « mode-à-mode » qui prédomine sur nos spectres.

4.1.1.9 Spectres étalonnés « mode-à-mode » : cavités de couple (N,K)= (4,1) et (6,1)

Plutôt que de déduire le coefficient d'absorption $a(\nu)$ du milieu depuis la connaissance de $\tau(\nu)$ et τ_0 selon l'équation donnée en (3.6), on peut exploiter l'étalonnage « mode-à-mode » en constatant que les pertes additionnelles qui relèvent de l'absorption du milieu sont les mêmes pour chacun des spectres entrelacés constitutifs des N résonances. On peut ainsi écrire :

$$\alpha\left(\nu_{(m+n)\in K[4]}\right) = \frac{1}{c} \left(\frac{1}{\tau\left(\nu_{(m+n)\in K[4]}\right)} - \frac{1}{\tau_{moyen}\left(\nu_{(m+n)=K[4]}\right)} \right), \quad (4.9)$$

où K est toujours une valeur variant de 0 à $N-1$ afin de caractériser les N résonances de l'ISL. Ceci revient à associer une ligne de base propre à chacun des modes constitutifs des N spectres entrelacés.

La figure 4.8 ci-dessous présente le résultat de cet étalonnage « mode à mode » sur un profil de raie d'absorption de l'oxygène moléculaire.

Rapporté au temps de mesure (136 points en ~ 2.75 ms), les limites de détectivité valent respectivement $\sim 2,3.10^{-7}$ cm⁻¹.Hz^{-1/2} et $\sim 7,4.10^{-8}$ cm⁻¹.Hz^{-1/2}.

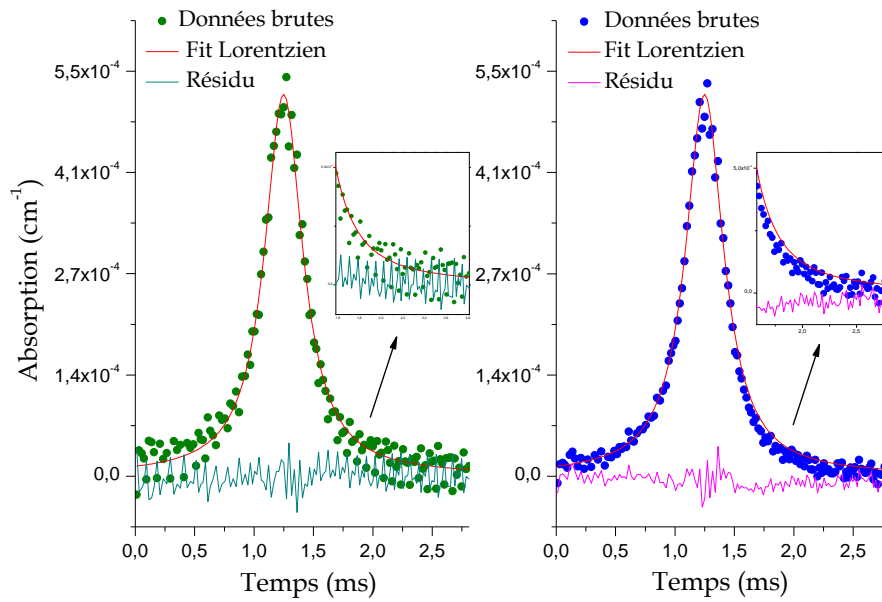


Figure 4.8 : Présentation d'un spectre d'absorption de l'oxygène moléculaire obtenu par mise à profit de la structure transverse du résonateur pour une cavité $1/4$ -fractionnellement dégénérée avec : à gauche les données « brutes » et à droite le spectre post-expérimentalement étalonné qui lui correspond.

Pour généraliser cet état de fait, nous présentons également en figure 4.9 un exemple de profil de raie enregistré avec le couple de valeurs réentrantes $(N,K)=(6,1)$, soit une cavité de 13,4 cm compte tenu de la courbure des miroirs. Un raisonnement analogue conduit à la même observation : puisque l' ISL est maintenant fractionné en 6 groupes de modes dégénérés, la période des pertes intrinsèques de la cavité observée sur le spectre vaut 6.

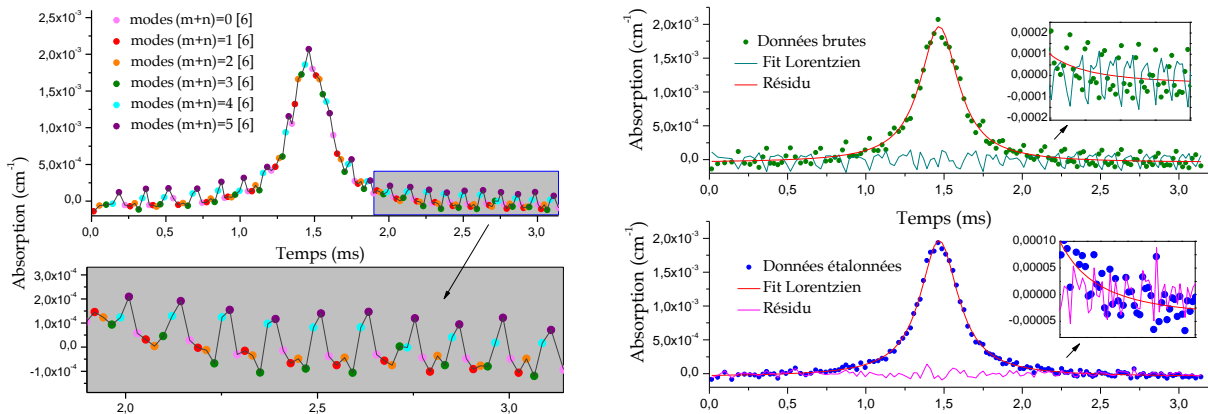


Figure 4.9 : Exemple de profil de raie d'absorption multimode obtenu avec une cavité $1/6$ -fractionnellement dégénérée.

De la même manière que pour une cavité fractionnellement dégénérée d'ordre $N=4$, les six groupes de résonances de modes dégénérés présentent une structure spatiale propre du champ électrique résultant de la somme donnée dans l'expression (4.7). Un étalonnage spécifique de ces 6 spectres entrelacés permet à nouveau d'augmenter la limite de détectivité du schéma axial-multimode.

4.1.2 INJECTION HORS AXE

Nous venons de traiter l'excitation axiale multimode d'une cavité optique. Intéressons nous désormais à l'injection hors axe du résonateur, injection qui conduit, aux tailles magiques, à des trajectoires spatialement réentrantes. Le schéma expérimental présenté en figure 4.1 distingue ce cas de figure à l'excitation multimode axiale.

Tandis que l'injection axiale multimode requérait l'emploi d'un faisceau non-axialement symétrique afin d'assurer l'excitation des quelques premiers modes transverses de la cavité (aussi bien pairs qu'impairs), l'injection hors axe garantit une excitation multimode efficace avec un faisceau gaussien TEM_{00} aussi bien qu'avec celui issu d'une fibre multimode telle qu'employée dans les discussions précédentes. Ceci provient directement du fait que la trajectoire classique d'un rayon lumineux dans une cavité optique peut être partitionnée en une superposition linéaire de ses modes transverses. La propagation lumineuse selon une direction hors axe implique en effet l'excitation de nombreux modes transverses. On parlera de façon plus précise, par la suite, de cavités hautement dégénérées.

Par ailleurs, on rappellera d'une manière générale (injection multimode axiale ou hors-axiale) la nécessité de s'affranchir du mode matching lorsqu'on escompte exciter une cavité fractionnellement dégénérée. Puisque, pour ledit résonateur, tous les modes mis en jeu sont concentrés parmi des groupes de modes dégénérés, il est essentiel de s'affranchir d'un mode matching parfait attendu que celui-ci, en s'accordant sur un mode de résonance singulier, détruit l'augmentation de la densité spectrale transmise.

Une nouvelle fois, cette caractéristique est bien connue pour les cavités confocales pour lesquelles chaque groupe de résonances se distingue, en plus de sa superposition de mode propre, « de son voisin » par la parité des modes qui le constitue. Centrer un faisceau gaussien axi-symétrique au sein d'une telle cavité annihile le recouvrement spatial des familles de modes impairs et conduit, par voie de fait, à un spectre de transmission ayant la traditionnelle $c/2L$ périodicité plutôt que $c/4L$ ($N=2$ pour une cavité confocale).

Historiquement, l'alignement du faisceau laser dans une configuration hors axe relativement à l'axe optique, à l'inverse du conventionnel accord de mode TEM_{00} , est apparu originellement comme une solution prometteuse en expérience ICOS (Integrated Cavity Output Spectroscopy) pour créer un peigne de résonances extrêmement dense [73]. L'injection hors axe conduit en effet à l'excitation de nombreux modes transverses dégénérés, à chaque résonance, qui appartiennent à différentes familles longitudinales q .

Le cas idéal est atteint, en expérience ICOS, lorsque l'espacement entre deux modes pics successifs de transmissions est plus petit que la largeur spectrale du laser sonde. Dès lors que cette situation est vérifiée, les propriétés de filtrage spectral de la cavité disparaissent et la transmission du résonateur n'est plus reliée à la fréquence laser. La principale source limitant la détectivité du système est effectivement le bruit qui résulte des fluctuations d'intensités transmises par la cavité [44-74] ainsi que d'une moyenne incomplète du spectre transmis. L'injection hors axe, en réduisant l' ISL proportionnellement à l'ordre réentrant, densifie le

spectre transmis par la cavité et permet une moyenne davantage effective de celui-ci. En conséquence de quoi le bruit, causé par les variations d'intensité transmises lorsque le mode laser excite les résonances successives, est réduit.

Ceci fût la première application, en métrologie, d'une cavité excitée hors axe depuis la description, par l'auteur éponyme, des cellules rééentrantes de Herriott [12].

Concernant la CRDS hors axe, nous citons la seule référence disponible aujourd'hui [113]. Il s'agit d'un système de cw-CRDS voué à la détection de radicaux de nitrate.

4.1.3 PLUSIEURS CAVITES POUR UN UNIQUE ORDRE REENTRANT N

Les propos du chapitre 2 ont permis de constater l'impact d'une valeur rationnelle $\theta=2\pi K/N$ de la phase de Gouy sur les trajectoires empruntées par le faisceau. On rappelle que ces valeurs particulières de tailles de cavité s'expriment par la relation $L_{Magique}(N,0<K<N-1)=R(1-Cos(\pi K/N))$.

Le fait que les paramètres K et N ne doivent pas partager de diviseur commun, ou encore que la fraction K/N soit irréductible, provient de tailles magiques similaires pour des valeurs différentes du paramètre réentrant N .

Le tableau 4.3 qui suit en donne un exemple. Tandis qu'une cavité de couple $(N,K)=(4,2)$ vérifie une longueur de 1 m d'après la formule précédente, on montre que le couple de valeurs $(N,K)=(2,1)$ conduit, lui aussi, en une longueur magique de cavité identique. Une cavité symétrique de 1 m, supportant des miroirs de 1 m de courbure, sera rééentrante d'ordre 2. On observera, sur chacun des miroirs de la cavité, 2 impacts et non pas 4 comme le suggère, *a priori*, le couple réentrant $(N,K)=(4,2)$.

	K=1	K=2	K=3
N=4	L= 29.2893 cm	L=100 cm	L=170.711 cm
N=2	L=100 cm		

Tableau 4.3 : Mise en évidence des valeurs permises par le paramètre K pour une valeur fixée du paramètre réentrant N .

La figure 4.10-a suivante généralise cet état de fait en indiquant le nombre de cavités associées à un ordre réentrant N . En 4.10-b sont figurées les valeurs de tailles de cavités magiques pour les 6 premiers ordres réentrants tandis que la figure 4.10-c présente quelques-unes des trajectoires rééentrantes de faisceaux avec les tailles de cavité qui leur correspondent.

(a)

(c)

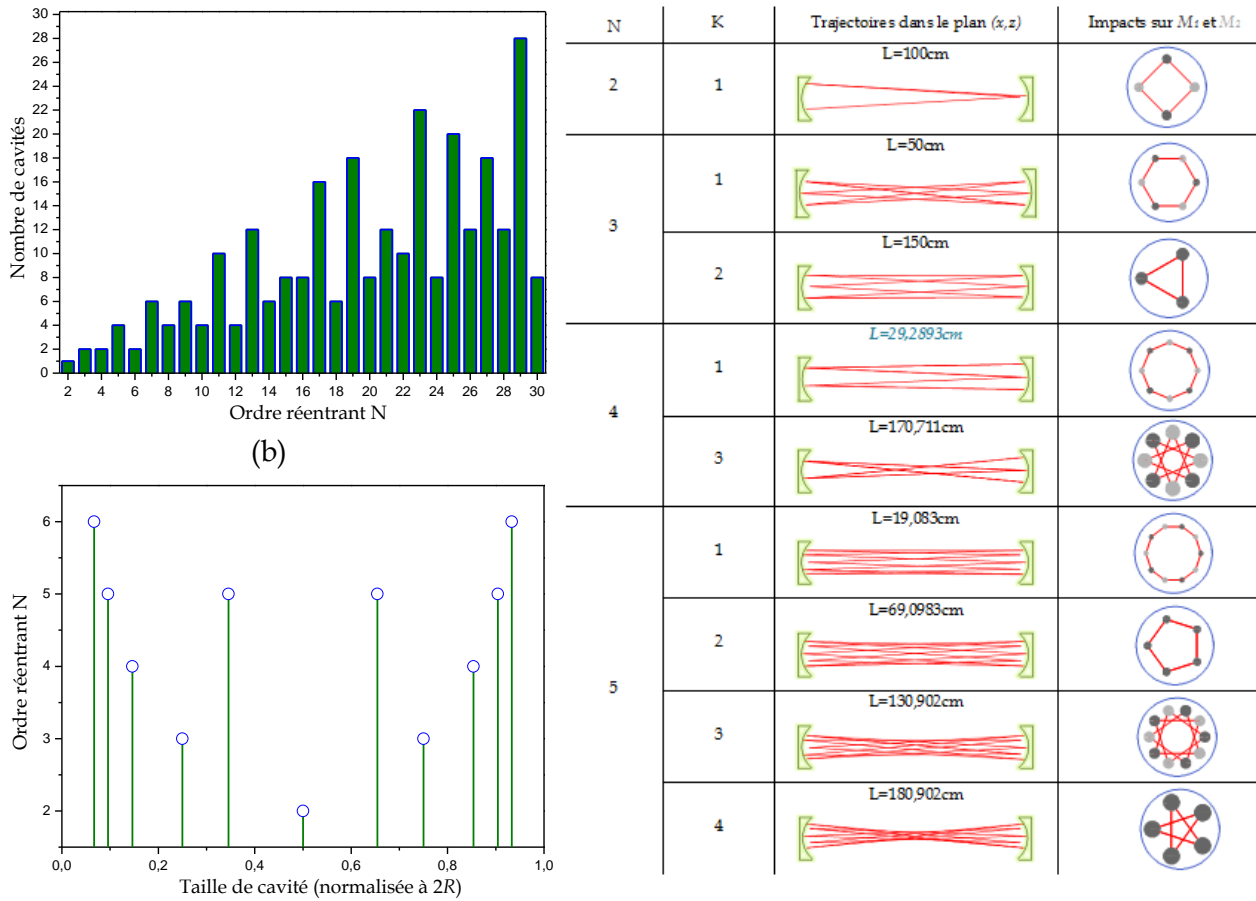


Figure 4.10 : En (a) est représenté le nombre de cavités, pour une courbure de miroir donnée, associées à un ordre réentrant lorsque N et K ne partagent pas de diviseur commun. En (b) sont précisées les tailles de cavités pour à un ordre réentrant N et en (c) sont représentées des quelques premières trajectoires circulaires et réentrantes de couple de valeurs (N,K) . La cavité est symétrique avec des miroirs de courbure $R=100$ cm. La taille des impacts correspond à un faisceau incident mode matché sur le mode TEM_{00} de la cavité. Les impacts gris clairs et gris foncés correspondent respectivement aux réflexions sur les miroirs M_2 et M_1 . Les paramètres d'injections des cavités sont, afin de garantir une trajectoire circulaire, invariablement $(x_0, x_0', y_0, y_0') = (-0.45, x_0(d-a)/2b, 0, x_0 \sin(\theta)/b)$ où x_0 est l'abscisse originelle du faisceau. a, b, d sont les éléments de la matrice aller-retour de transfert et θ la phase de Gouy sur un aller-retour.

4.1.3.1.1 Expérimentalement

L'excitation hors axe d'une cavité réentrante repose sur la valeur précise de sa taille. Le miroir de sortie se doit d'être monté sur un jeu de trois platines de translations micrométriques permettant un ajustement fin dans les trois directions de l'espace. Une caméra, placée en transmission du résonateur, permet d'imager les impacts qu'imprimera le faisceau pendant le temps de vie des photons piégés aux résonances des groupes de modes dégénérés. Le protocole peut être suivi des deux manières suivantes :

- ✚ La taille du résonateur est proche de la taille magique tandis que le faisceau d'injection est aligné sur l'axe optique de la cavité. Le miroir de sortie est traduit perpendiculairement à celui-ci, selon x , puis selon la direction y . Ces deux translations

assurent alors l'obtention d'une trajectoire elliptique dans la cavité. Une seule translation aurait conduit en une trajectoire linéaire. L'image sur le miroir donne maintenant un profil vague et irrégulier. Le dernier stage de translation, celui orienté selon la direction z , précise la longueur de la cavité sur sa taille « magique ». Plus on s'en approche, plus les formes d'impacts deviennent distinctes. A la dégénérescence parfaite, si $N=4$, une trajectoire elliptique formée de quatre spots est visible.

- ✚ On laisse les miroirs alignés sur leur axe optique et on injecte le faisceau dans la cavité avec deux petits angles θ_x et θ_y . Le reste de l'opération, selon la direction z de l'espace, étant commune aux deux méthodes d'injection.

En pratique, on remarquera que des infimes réglages sur les assiettes (angles des supports de miroirs) des deux miroirs sont nécessaires pour parvenir à la trajectoire réentrante voulue où chaque impact se distingue des autres.

Les photos prises en transmission de cavité des deux trajectoires caractéristiques d'une cavité sphériques sont présentées en figure 4.11 ci-dessous.



Figure 4.11 : Exemple de taches d'impacts formant des trajectoires linéaire et circulaire qui s'impriment sur le miroir de sortie d'une cavité sphérique réentrante d'ordre 4.

Remarque sur l'observation des profils transverses elliptiques :

En réalité, les clichés d'impacts pris et présentés en figure 4.12 ne sont valables que pour des cavités à miroirs parfaitement sphérique ($R_x=R_y$: situation impossible) ou sinon, pour une cavité qui l'est presque mais de finesse faible. On peut s'accorder à considérer une finesse faible, en CRDS, lorsque pour une taille de cavité donnée le ratio $L/(1-R)$ devient inférieur à 300, soit des temps de vie à taille de cavité fixée inférieurs à la microseconde (en l'absence d'absorbant). En deçà, les constantes de décroissances sont trop courtes ($\sim 7,5 \cdot 10^{-7}$ s pour la cavité de 30 cm qui a conduit aux photos de la figure 4.12, soit $R \sim 99,87\%$, i.e. $F \sim 320$) pour permettre des mesures suffisamment sensibles.

Dans la réalité, toutefois, l'obtention de miroirs parfaitement sphériques est impossible. En outre, les temps de ring down observés sont de l'ordre de quelques μ s. Ces deux facteurs conjugués seront discutés dans le chapitre suivant. Nous précisons d'ores et déjà que les trajectoires d'impacts de la figure 4.12 ne correspondent pas à la réalité des caractéristiques des cavités qui nous ont conduites aux profils de raie d'absorption présentés ici.

4.1.4 RESONANCES REENTRANTES

Passant outre la remarque qui précède, les profils transverses observés sur les miroirs devraient être constitués de N impacts correspondants à une trajectoire réentrante du faisceau qui passe $2N$ -fois dans la cavité avant de se recouvrir spatialement sur lui-même. La distribution du champ électrique, pour chacune des N résonances qui divisent l' ISL , est formée d'une superposition particulière de modes transverses. Celle-ci est donnée par l'équation (4.7). Il existe ainsi à chaque résonance qu'on observe en balayant la fréquence laser sur un ISL la même trajectoire de faisceau dans la cavité mais avec, de façon peut-être surprenante, une superposition de modes propres différents.

Les propos développés dans la section 3.3.4, relatifs à la décomposition d'un faisceau gaussien sur la base des modes propres de la cavité, ont permis de se figurer les valeurs des coefficients de couplage de chaque mode propre dépendamment des degrés de désalignement et de mismatching. Ici, pour rendre compte de la distribution spatiale du champ électrique intracavité en un plan z de l'espace pour une injection hors axe à la taille magique, on recompose le faisceau comme une somme des coefficients de couplage qu'on multiplie à la fois par la structure spatiale du mode qui lui correspond et par la formule de Airy qui supprime les modes hors de la résonance. Il vient :

$$\left| \Psi_{\text{intracavité}}(x,y,z,\varphi) \right|^2 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left| C_{mn} \Psi_{mn}(x,z) \right|^2 \cdot \frac{T}{1-R \cdot \text{Exp} \left[i(\theta_{mn} + \varphi) \right]}, \quad (4.10)$$

où θ_{mn} est la phase de Gouy associée aux modes dégénérés d'ordre $S=m+n$.

On modélise de la sorte, telle que présentée en figure 4.12 la distribution résultante du champ intracavité sur le miroir M_2 de sortie (ou de tout autre plan de l'espace à l'intérieur de la cavité). Nous obtenons un profil transverse constitué de 4 pics, lesquels sont consistants avec un faisceau qui se reboucle sur lui-même après 4 allers-retours de cavité. Le calcul des distributions de champ pour chacune des $N-1=3$ autres résonances qui composent l' ISL conduit en un profil transverse semblable. A « première vue » seulement car on se souviendra que chaque groupe de modes dégénérés, à l'intérieur de l' ISL , se distingue du précédent par une somme d'indices transverses $S=m+n$ augmentée de 1. En première approximation, on peut les assimiler comme identiques compte tenu de l'importance des ordres de modes mis en jeu et la dérisoire différence de structure spatiale qui les distingue lorsque $\Delta S=1$.

La figure 4.12-b (en bas) constitue l'agrandissement d'une résonance, ici le groupe arbitraire $m+n=2$ modulo 4, où est mis en évidence le grand nombre de modes participant à la dégénérescence. A la taille magique, les modes composant un groupe de modes dégénérés sont excités pour une même valeur de déphasage et leur « poids » dépend de l'intégrale de recouvrement du mode de cavité considéré avec le faisceau d'injection. On anticipe également en soulignant que la possibilité d'observer N (ici 4) tâches d'impacts, *i.e.* de retracer la même trajectoire N fois dans la cavité, est strictement liée à la possibilité de décrire l'excitation de la cavité comme une superposition de fonction d'ondes dégénérées. Nous y reviendront au chapitre 5.

Les N différentes résonances successives de l'ISL mettent en jeu des modes dont l'ordre transverse $S=m+n$ [4] est incrémenté de 1. La différence de distribution du champ électrique entre ces N profils de l'ISL est ainsi infiniment ténue et l'enchaînement stroboscopique de ces N profils « éclairés » successivement par le passage rapide et continu du laser conduit en une figure moyenne d'impacts. L'observation à la caméra d'une trajectoire réentrante semble ainsi figée en une figure statique tandis qu'elle est animée, en temps réel, de N profils à la structure spatiale très proche.

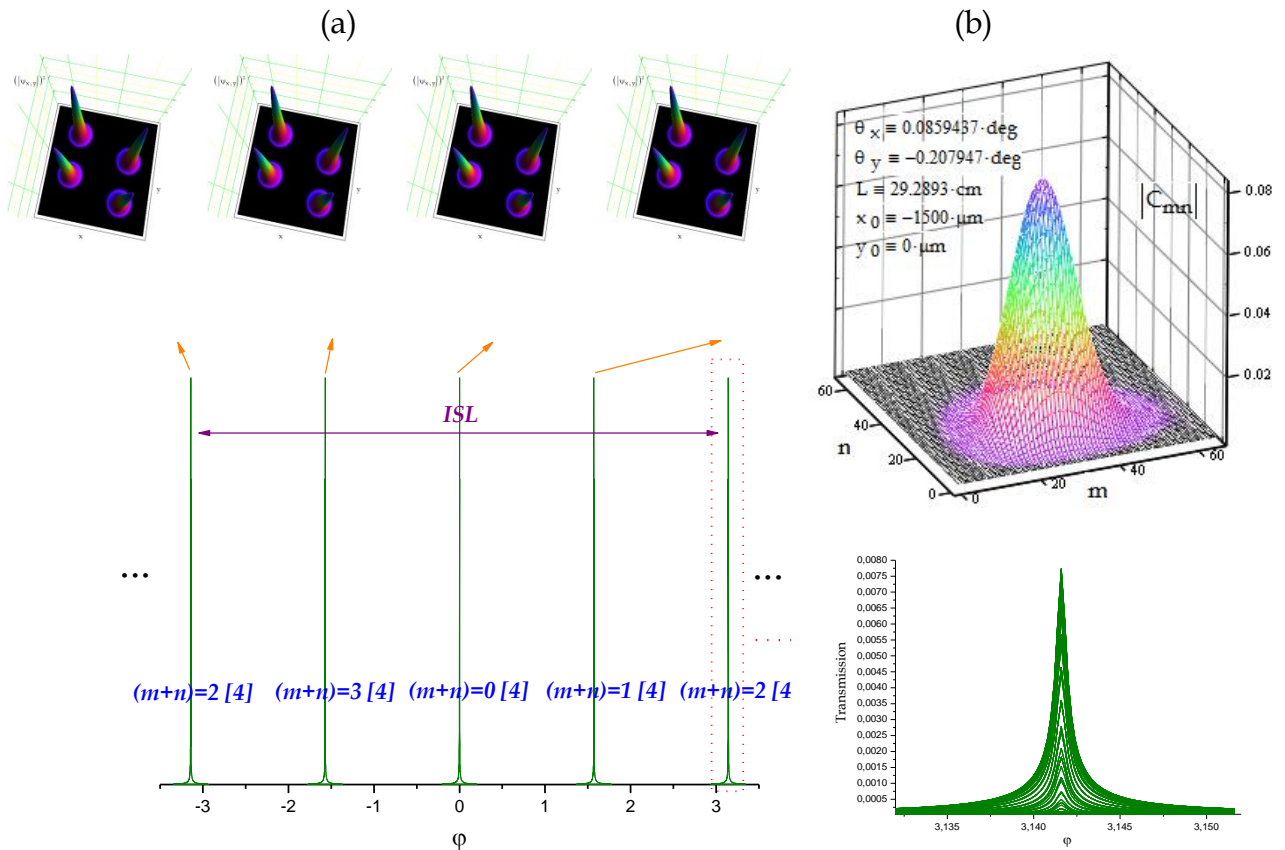


Figure 4.12 : En (a) sont schématisés la structure fractionnée d'une cavité de couple de valeurs réentrante $(N,K)=(4,1)$ ainsi que le champ intracavité modélisé à chacune des N résonances dégénérées composant l'ISL. En (b) sont respectivement présentés les coefficients de couplage en amplitude du faisceau incident sur les modes de la cavité correspondant à l'injection hors axe de la cavité sphérique et l'agrandissement d'une des résonances : chacune d'elle est constituée d'un grand nombre de modes parfaitement dégénérés.

La différence notable qui distingue toutefois chacune de ces résonances provient des valeurs de phase. Ces profils présentent en effet des phases différentes à chacune des valeurs caractéristiques $\theta=2\pi K/N$ de résonances qui fractionnent la phase de Gouy [57].

Par souci de simplicité, nous considérerons à nouveau le cas de la cavité confocale où les deux groupes de modes dégénérés constitutifs de l'ISL rassemblent des modes pairs ($m+n=0[2]$) et impairs ($m+n=1[2]$) qui présentent respectivement, par rapport à l'axe optique de la cavité,

une symétrie d'inversion pair $(x,y \rightarrow -x,y)$ et impair $(x,y \rightarrow -x,-y)$. Lorsqu'on balaie la fréquence laser du faisceau « hors-axialement » injecté, on observe les deux pics de transmission correspondant tout deux à la même distribution du champ des deux taches de faisceaux caractéristiques de la cavité confocale. Toutefois, chacune de ces distributions de champ présente une parité opposée : tandis qu'une résonance est le siège de deux taches ayant la même phase, indépendamment positive ou négative afin de construire une fonction résultante à symétrie pair, la subséquente aura, d'après le même raisonnement fait à l'inverse, deux impacts avec une phase opposée : le déphasage globalement accumulé d'une résonance à l'autre vaut $\theta=2\pi K/N=\pi$.

4.1.5 PROFIL DE RAIE D'ABSORPTION HORS AXE ET LIMITE DE DETECTIVITE

La figure 4.13 montre un profil multimode d'absorption obtenu d'après une injection hors axe de la cavité. La cavité mesure 29,3 cm et vérifie le couple de valeurs réentrantes $(N,K)=(4,1)$. Les conditions spectroscopiques de la molécule sont les mêmes qu'en section 4.1.1.2. La raie d'absorption est échantillonnée par 82 points en ~ 2 ms.

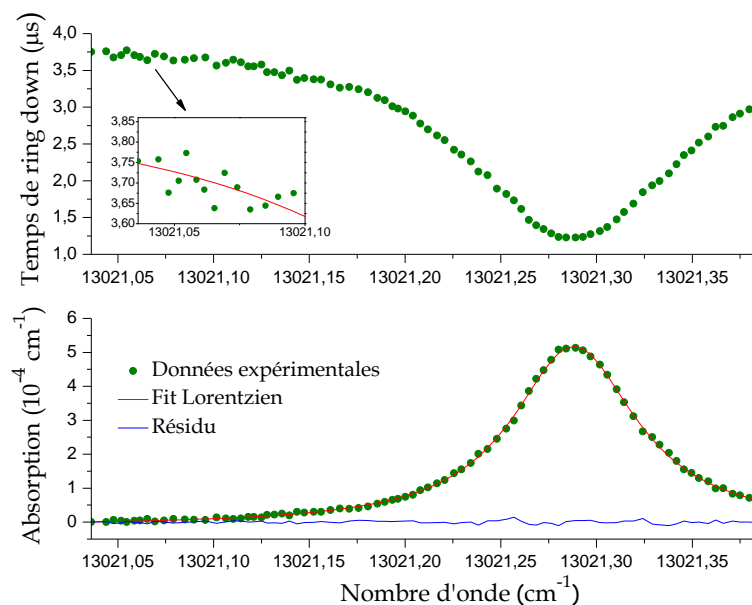


Figure 4.13 : Profil de raie d'absorption de l' O_2 obtenu par injection hors axe d'une cavité de 29,3 cm, correspondant aux paramètres réentrants $(N,K)=(4,1)$.

La limite de détectivité est évaluée depuis les variations de temps de ring down sur l'aile de la raie : les variations relatives de $\sim 1,5\%$ correspondent à environ $8,3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$. Normalisée par le temps de mesure, on obtient $\sim 4,1 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$.

La figure 4.14 présente la correspondance satisfaisante entre un profil de raie expérimental obtenu par l'excitation multimode d'une cavité d'ordre réentrant $N=4$ injectée hors de l'axe optique et un profil théorique simulé depuis les données de HITRAN pour des valeurs attendues de l'atmosphère du laboratoire.

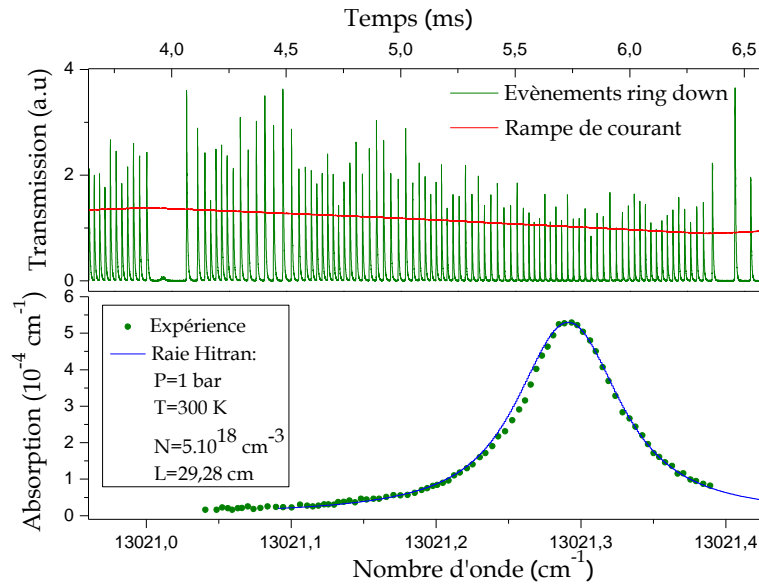


Figure 4.14 : Comparaison entre le profil obtenu par CRDS multimode d'ordre réentrant $N=4$ et le profil théorique simulé par HITRAN.

Les paramètres du gaz tels que température, pression et concentration en espèce absorbante sont déduits en ajustant les données expérimentales par un profil de Voigt avec la méthode non-linéaire de Levenberg-Marquardt. L'Annexe A, en fin de document, donne davantage de détails sur les profils de raie observés.

4.1.5.1 Degré de dégénérescence d'un résonateur fractionnellement dégénéré

L'ensemble de nos propos traite de cavité fractionnellement dégénérées : la transmission d'un tel résonateur se structure ainsi selon une séquence de résonances qui est discrète et régulière. Pour $\theta=2\pi K/N$, elles s'échelonnent en fréquence en une organisation de « peigne » chaque $c/2LN$.

Une notion fondamentale, pour la bonne intelligence des cavités fractionnellement dégénérées, est le degré de dégénérescence d'une cavité optique.

Parler de degré de dégénérescence sous-entend distinguer le nombre de modes dégénérés mis en jeu aux résonances successives. Cela nous permet ainsi de discerner le degré de dégénérescence relatif à une cavité fractionnellement dégénérée en fonction des deux excitations dont il est question tout au long de ce manuscrit : l'injection multimode axiale et hors-axiale.

Les quatre courbes présentées en figure 4.15 mettent en évidence les coefficients de couplage en intensité $|C_{m0}|^2$ d'un faisceau TEM_{00} injecté selon différents désalignements Δx par rapport à l'axe optique. Autrement dit, elles illustrent le nombre de modes (à un facteur N près), à laquelle est associée une intégrale de recouvrement, qui participera effectivement aux groupes de résonances de modes dégénérées en fonction du type d'injection évoqué : augmenter le désaccord spatial le long de l'axe optique, sur x seulement pour considérer l'excitation

exclusive des modes $TEM_{q,m0,r}$ revient à simuler l'injection hors axe. On constate alors que le nombre de modes excités augmente avec le degré de désalignement pratiqué.

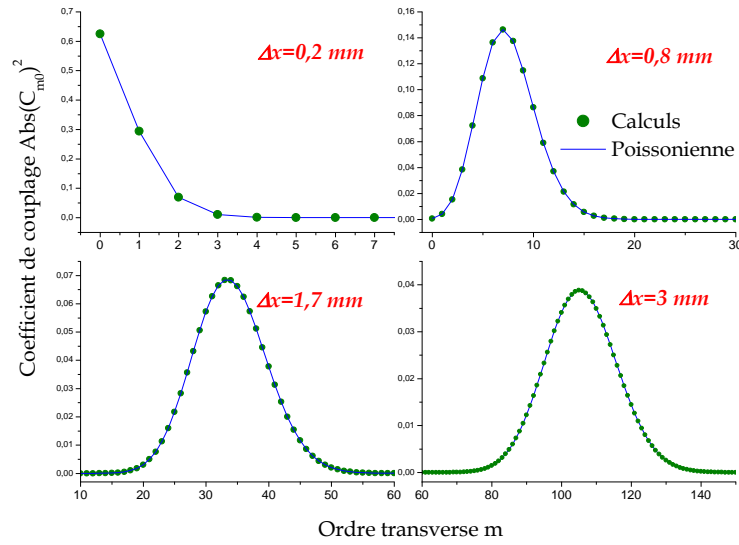


Figure 4.15 : Simulation des coefficients de couplage en intensité des modes TEM_{m0} pour différents degrés de désalignements Δx le long de l'axe optique. Les autres paramètres d'injection sont accordés sur le mode TEM_{00} de la cavité, i.e. seuls les modes transverses TEM_{m0} sont sélectivement excités.

Il est également intéressant de constater que la distribution des coefficients de couplage suit une loi Poissonienne. Les courbes bleues figurées sur chaque graphe en sont la pleine manifestation. Son expression, bientôt publiée [57], est trouvée comme :

$$|C_{x,m}|^2 = \frac{p_x^m}{m!} \cdot \text{Exp}[-p_x] \quad \text{avec} \quad p_x = \left(\frac{z_R \varphi_x}{\omega_{0c}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{\omega_{0c}} \right)^2 \quad (4.11)$$

avec Δx l'écart en x par rapport à l'axe optique, φ_x l'angle selon x d'injection par rapport à l'axe optique (en degré) et z_R et ω_{0c} respectivement la longueur de Rayleigh et le waist du mode fondamental de la cavité.

La conclusion qui s'impose est donc la suivante : une injection hors axe se traduit par un haut degré de dégénérescence tandis qu'à l'inverse il sera faible pour une cavité multimode excitée le long de l'axe optique.

Ceci permet de justifier l'assertion selon laquelle une cavité injectée hors de l'axe optique fait participer, à la résonance, des modes appartenant à un grand nombre de familles longitudinales q tandis que l'excitation multimode axiale n'en fait participer que très peu.

4.1.6 CRDS ET BATTEMENTS DE MODES

4.1.6.1 Origine physique

Un des éléments fondamental d'un montage CRDS, jusqu'alors non évoqué, est la lentille de focalisation vers le photo-détecteur. Bien qu'en CRDS par injection axiale des modes longitudinaux la présence d'une lentille soit, d'une manière générale, nécessaire, sa présence s'avère absolument indispensable dans les expériences multimode par injection hors axe. Les signaux à récolter sur la photodiode à avalanche, à chaque résonance transverse, sont en effet constitués des quatre impacts formant la trajectoire réentrante. Ces quatre impacts, plus ou moins distants de l'axe optique dépendamment des caractéristiques spatiales du faisceau d'injection, doivent tous être complètement collectés par la surface active de la matrice de détection.

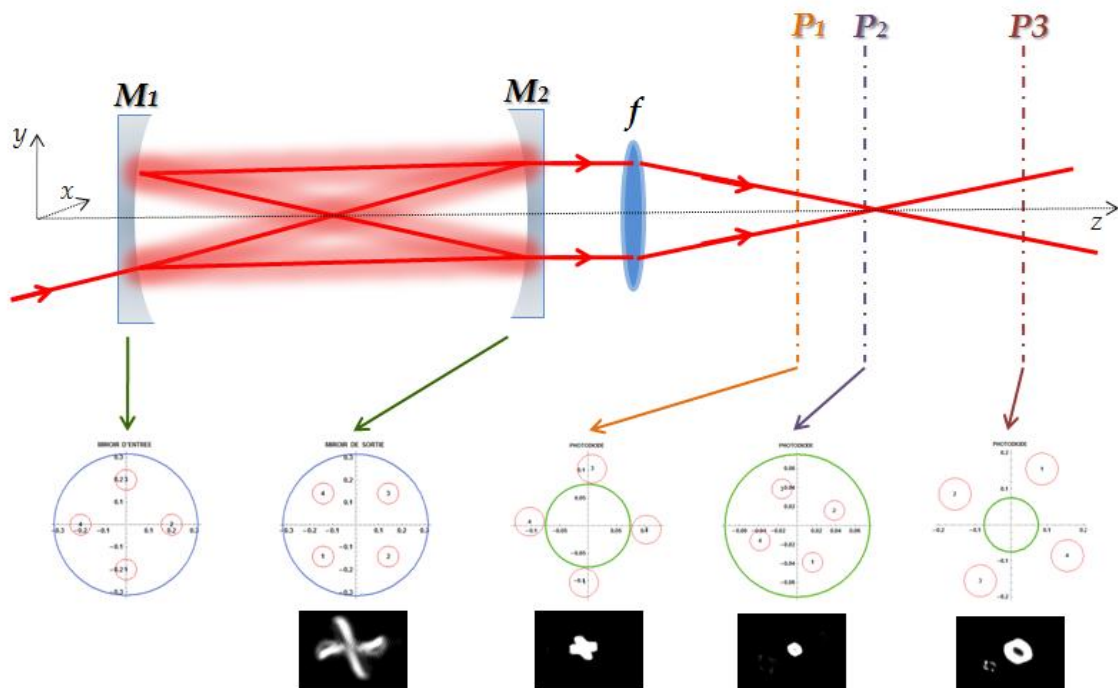


Figure 4.16 : Représentation schématique du principe de focalisation des faisceaux émergents d'une cavité injectée hors axe. La focale de la lentille est prise $f=8\text{cm}$. En dessous sont figurées les caractéristiques spatiales du faisceau dépendamment des plans z d'observation. Les simulations sont effectuées à la taille magique de cavité $N=4$ ($L=29,2893\text{ cm}$). L'évolution des tailles du faisceau est conforme à une injection accordée sur le mode TEM_{00} de la cavité avec, comme caractéristique d'injection, $(x_0, x'_0, y_0, y'_0) = (0.2\text{cm}, 2 \cdot 10^{-3}\text{rad}, 0, -4.8 \cdot 10^{-4}\text{rad})$. Les clichés expérimentaux, en bas de la figure, illustrent nos propos. Chacun correspond à la projection de l'image du profil transverse, sur les trois plans P1, P2 et P3 de l'espace, observé à la résonance. L'existence d'un tel profil transverse dans la cavité (dit en « X et en O») sera explicitée au chapitre 5.

Dans l'ensemble des expériences réalisées, le diamètre de la matrice active du détecteur est circulaire et vaut 1,5 mm. La figure 4.16 ci-dessus donne un exemple de simulation théorique d'une situation possiblement rencontrée expérimentalement lors d'une excitation hors axe. Aussitôt que la bande passante du laser sonde coïncide avec un des groupes de modes dégénérés de la cavité, les 4 impacts constitutifs de la trajectoire réentrante (dans cette situation à l'ordre réentrant $N=4$) sont transmis à chacune des réflexions. Chacun d'eux s'échappe du résonateur avec une pente spatiale qui lui est propre et qui est entièrement contenue dans

l'injection initiale du faisceau (et les caractéristiques de la cavité), au plan de référence du modèle de calcul, grâce à la théorie des matrices de transfert.

En transmission, les faisceaux sont expérimentalement focalisés vers le détecteur par une lentille de focale $f=8$ cm où chaque impact possèdera une position caractéristique. La situation rencontrée en figure 4.16 simule les coordonnées des spots rencontrés dans trois plans distincts de l'espace. On a pris respectivement $P1$, $P2$ et $P3$ à 6, 8 et 14 cm de la lentille (soit $P2$ au plan focal). Pour une complète intelligence de l'expérience, précisons que cette lentille est distante de 3 cm du miroir M_2 de sortie.

Ces simulations théoriques, comme les clichés expérimentaux observés aux mêmes plans, mettent en valeur l'absolue nécessité d'employer une lentille de focalisation. Sans elle, évidemment, il est inutile d'escompter collecter l'ensemble du signal transmis constituant les résonances réentrantes. Du reste, on constate que la position du détecteur doit nécessairement se trouver dans le plan focal de la lentille afin d'avoir l'ensemble des 4 faisceaux au plus près de l'axe optique avec, au surplus, des tailles d'impacts qui soient les plus petites possible.

Si cette condition *sine qua non* n'est pas vérifiée, on observera le phénomène de battements de modes que nous allons détailler.

4.1.6.2 Phénomène de battement

Pour décrire cet état de fait, les deux séquences d'évènements ring down (a) et (b) de la figure 4.17 comparent deux enregistrements expérimentaux : dans le premier a été récoltée la totalité de l'intensité lumineuse transmise par la structure transverse de la cavité tandis qu'une fraction seulement de celle-ci est détectée dans le deuxième enregistrement.

Il apparaît alors que les décroissances ne sont plus mono-exponentielles, en (b), lorsqu'une partie du signal est masqué en transmission de cavité, à l'inverse du signal (a). On constate, en outre, que les constantes de temps déterminées depuis les ajustements simplement exponentiels peuvent être plus courtes ou plus longues que dans le cas idéal.

L'échelle des ordonnées met en évidence que 33% de la totalité du signal transmis, en (b) où est visible le battement, a été perdu sur les bords du détecteur. En (c) sont présentés les résidus qui correspondent à la différence des ajustements exponentiels avec les données de l'expérience. Ces derniers rendent compte de la qualité de l'ajustement, c'est à dire la précision sur le modèle.

De toute évidence, on observe sur les décroissances le battement de modes dont l'orthogonalité a été brisée.

(a)

(b)

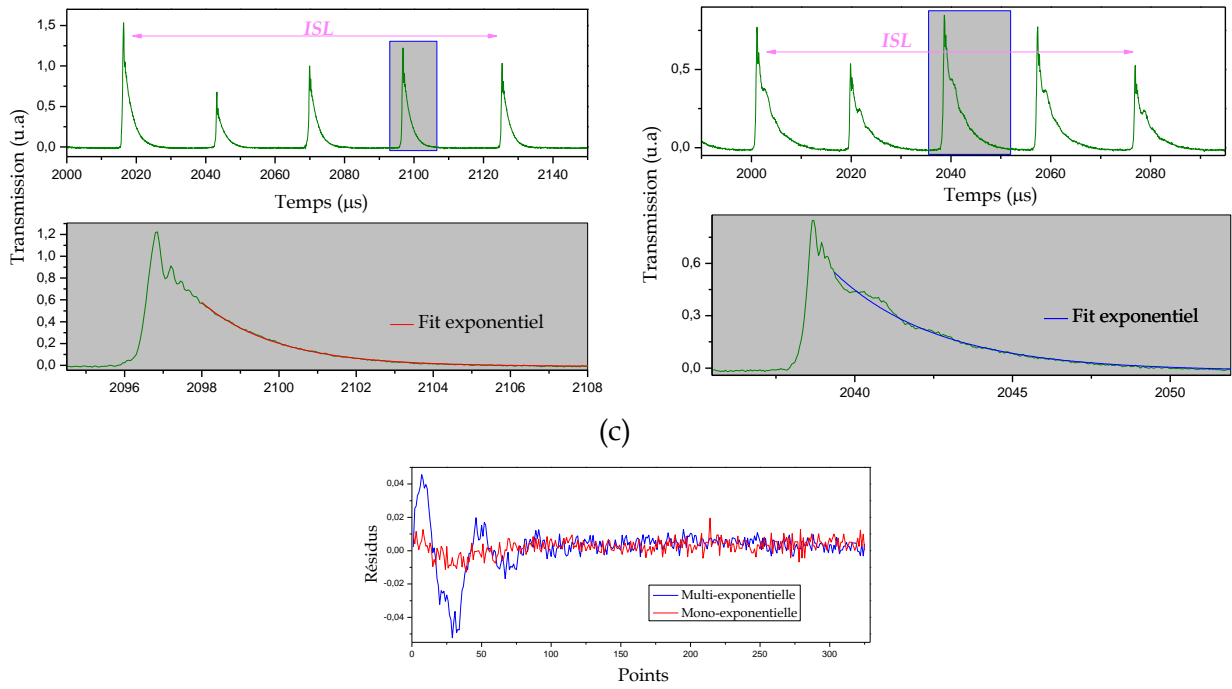


Figure 4.17 : Mise en évidence expérimentale du phénomène de battement de modes en expérience CRDS réalisée avec une injection multimode d'ordre réentrant $N=4$. L'enregistrement (a) est issu de faisceaux totalement collectés sur le photo-détecteur tandis que le deuxième, de même configuration expérimentale de cavité, provient du décalage transversal de celui-ci.

4.1.6.3 Description

Le phénomène de battement ainsi mis en évidence s'analyse en considérant le champ total, à la résonance, des deux fréquences propres ω_1 et ω_2 alors supposées non-dégénérées [54]. Si l'on considère le battement des modes TEM_{01} et TEM_{10} , il est donné par :

$$\psi(x,y,t) = \psi_{01}(x,y)e^{-i\omega_1 t} + \psi_{10}(x,y)e^{-i\omega_2 t}, \quad (4.12)$$

où $\psi_{01}(x,y)$ et $\psi_{10}(x,y)$ sont les profils spatiaux des deux modes du premier groupe transverse $S=(m+n)=1$. L'intensité du signal que produira cette superposition linéaire de champs sur le détecteur de dimension surfacique A est :

$$I(t) = \int_A |\psi(x,y,t)|^2 \cdot dA = I_1 + I_2 + I_{12} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t], \quad (4.13)$$

avec I_1 et I_2 les courants mesurés, $I_{12} = 2E_{00} E_{10}$ l'intensité du terme de battement et $(\omega_1 - \omega_2)$ la fréquence du battement des modes, c'est-à-dire l'écart en fréquence des deux modes mis en jeu. Le terme I_{12} vaut :

$$I_{12} = \int_A \psi_{01}^*(x,y) \cdot \psi_{10}(x,y) \cdot dA \begin{cases} = 0 & \text{si } A > \text{taille du mode} \\ \neq 0 & \text{si } A < \text{taille du mode} \end{cases} \quad (4.14)$$

Cette intégrale vaut 0 lorsque la surface A du détecteur est plus grande que la surface des deux modes compte tenu de l'orthogonalité des modes propres de Hermite-Gauss. En revanche, lorsqu'une partie du faisceau « somme de modes » est partiellement bloquée (e.g. lorsque la surface du détecteur est plus petite que le faisceau collecté, qu'un élément bloque une partie du faisceau, lorsque la matrice active du détecteur présente une réponse non

spatialement uniforme ou encore lorsque la lentille qui focalise le signal vers le détecteur est abîmée ou poussiéreuse) l'intégrale spatiale de recouvrement ne vaut plus zéro et un battement peut se produire.

La figure 4.18 présente un exemple de cause de battement entre les modes TEM_{01} et TEM_{00} . Sans le cache, puisque le champ électrique du mode TEM_{01} est π -déphasé sur chacun de ses deux lobes, l'intégrale spatiale de recouvrement avec le mode TEM_{00} vaut zéro et aucun signal de battement n'est mesuré sur le photo-détecteur. Ceci est une conséquence directe liée au fait que la base des modes propres d'une cavité est orthogonale.

Le cache, en revanche, bloque une partie des faisceaux transmis par la cavité et brise, de fait, l'orthogonalité des modes : un signal de battement peut être observé.

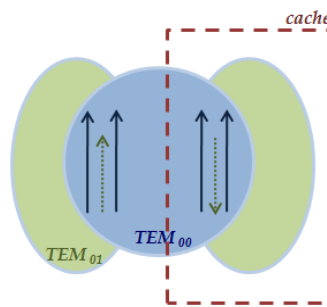


Figure 4.18 : Illustration schématique de la nécessité de bloquer une partie des faisceaux, par exemple, pour produire le phénomène de battements de modes (ici entre le TEM_{00} et le TEM_{01}).

Précisons que la force du phénomène de battement, I_{12} , est directement liée à la position du faisceau sur la photodiode tandis que la fréquence de cette note, quant à elle, est liée à l'importance de l'écart en fréquence des modes mis en jeu.

Ce phénomène de battement fera l'objet d'une nouvelle discussion à l'occasion du chapitre 5, lorsqu'on se consacrera à la caractérisation des cavités haute finesse inéluctablement astigmatiques. Nous verrons alors que l'observation du battement de modes judicieusement sélectionnés (TEM_{01} et TEM_{10}) permet de préciser le faible écart à la sphéricité associé à des miroirs.

4.2 COMPARAISON DES METHODES D'INJECTION MULTIMODE : SENSIBILITE DES MESURES

Le gain N en résolution spectrale, à partir d'une taille magique de cavité, peut ainsi s'obtenir indépendamment par une injection hors axe ou une injection axiale à l'aide, dans le dernier cas, d'un faisceau incident spatialement multimode.

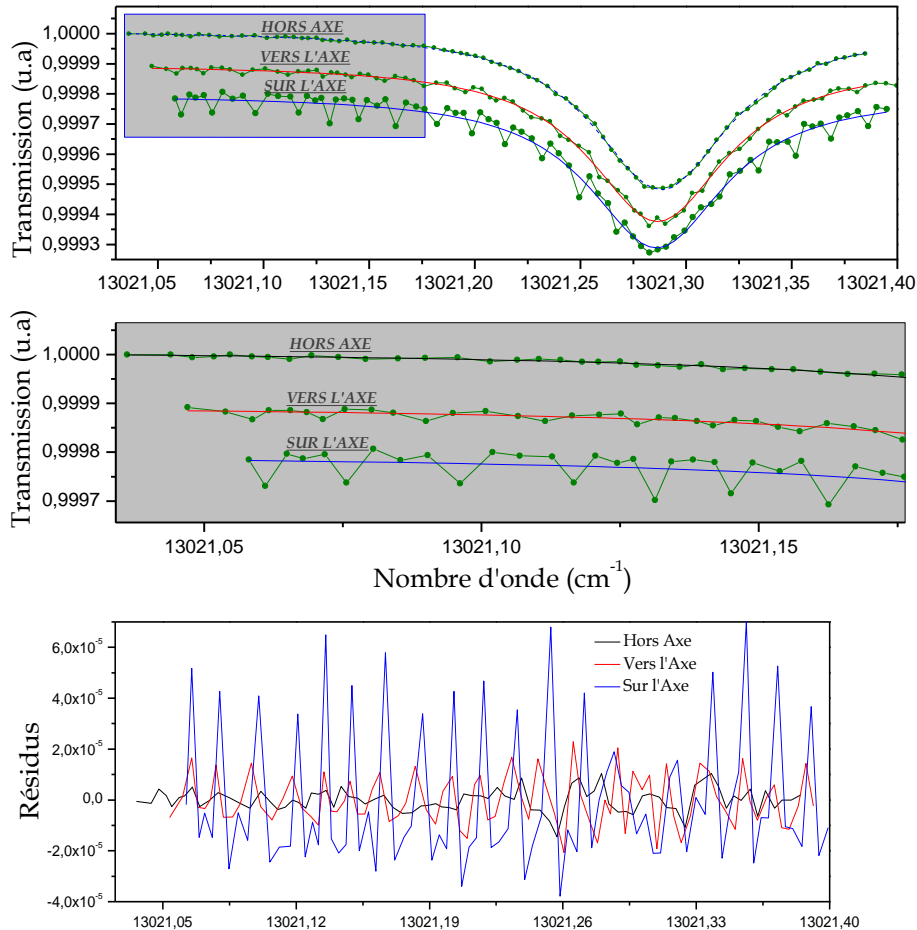


Figure 4.19 : Comparaison de trois spectres expérimentaux pour trois différents cas d'injection. Depuis une configuration hors axe de couple de valeurs réentrantes $(N,K)=(4,1)$, le faisceau est progressivement réaligné sur l'axe optique de la cavité. Les résidus de spectres déterminés par la différence des données de l'ajustement avec celles de l'expérience, présentés en dessous, permettent de constater l'augmentation de la limite de détection avec l'approche du faisceau vers l'axe optique.

Une différence notable persiste toutefois entre ces deux schémas expérimentaux, à savoir : les sensibilités respectives reliées au bruit mode-à-mode. On constate en effet, tels que l'illustrent les profils présentés et comparés en figure 4.19, que les variations des temps de vie d'un mode à l'autre s'avèrent davantage prononcées à l'approche de l'axe optique de la cavité. Les limites de détection sont évaluées à $3.10^{-6} \text{ cm}^{-1}$, $9,5.10^{-6} \text{ cm}^{-1}$ et $5.10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ pour, respectivement, une injection multimode hors axe, une injection multimode davantage vers l'axe et enfin une injection multimode sur l'axe optique de la cavité.

Une première explication consiste à discriminer les modes mis en jeu dans chacun des deux schémas d'injection. D'après les discussions de la section 4.2.3.1 relatives au degré de dégénérescence d'une cavité magique, on peut en effet affirmer que l'ordre des modes sera davantage élevé en injection hors axe qu'en injection axiale multimode (on rappelle que la répartition spatiale des modes transverses augmente proportionnellement avec les ordres m et n selon les directions de l'espace x et y , respectivement).

De fait, les modes mis en jeu en injection hors axe possèdent une structure spatiale transverse, à l'intérieur d'une ISL, qui diffère moins d'un groupe de résonance dégénéré à l'autre. On illustre en figure 4.20 ces propos à travers les comparaisons de modes d'ordres élevés $TEM_{40,35}$ - $TEM_{40,40}$ et de modes d'ordres bas $TEM_{5,3}$ - $TEM_{5,8}$. On se souviendra que l'ordre transverse $S=m+n$ associé à une famille longitudinale q augmente de 1 lorsqu'on passe d'une résonance à l'autre à l'intérieur de l'ISL.

Il est alors manifeste que les quatre structures transverses successivement formées aux 4 résonances constituant l'ISL seront davantage similaires lorsqu'on traite d'une cavité hautement dégénérée mettant en jeu, par essence, des ordres m et n élevés.

En alléguant alors une inévitable inhomogénéité spatiale des réflectivités des miroirs, chaque groupe de modes dégénérés souffrira des pertes propres aux réflexions successives. Toutefois, les variations des temps de vie de photons piégés dans les modes par une injection hors de l'axe optique tendent à être faibles.

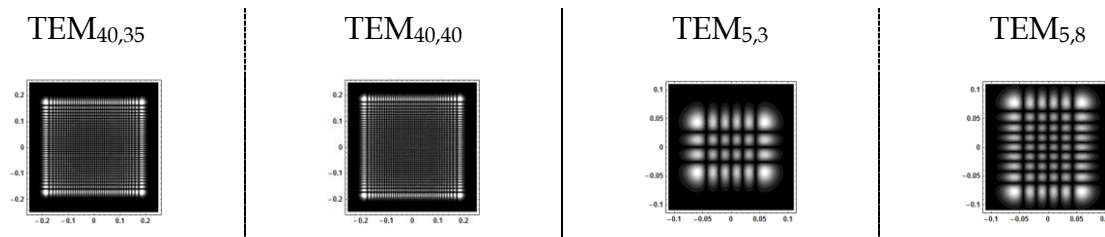


Figure 4.20 : Comparaison des répartitions transverses des profils spatiaux de modes dépendamment de leur ordre : plus celui-ci est élevé, plus les modes ici caractérisés par $\Delta S = \Delta(m+n) = 5$ ont tendance à se ressembler.

D'autre part, les profils transverses observés en injection hors axe sont, *a priori*, constitués de N impacts. Il est ainsi tout à fait raisonnable de se figurer que le faisceau explorera davantage de surface de miroir durant son temps de vie. Ceci revient alors, si l'on considère que l'inhomogénéité des réflectivités suit une distribution aléatoire, à davantage moyenner les pertes aux réflexions. Le faisceau, sur N allers-retours avant son recouvrement spatial (donc après $2N$ réflexions avant d'interférer) échantillonne davantage de surface de miroir ($S_{Totale} = N \times \pi \omega^2 (z = \pm L/2)$) et a ainsi affaire à une réflectivité davantage « moyennée ».

Enfin, de manière moins affirmative, on pourrait invoquer la discrimination qui doit se faire sur le caractère de l'onde lumineuse contenue dans la cavité pour chacun des deux schémas d'injection. Tandis qu'une onde propagative circule dans une cavité excitée selon une trajectoire réentrante, il s'établit une onde stationnaire lors de l'injection du faisceau sur l'axe optique. On pourrait ainsi constater qu'indépendamment de la superposition des modes mis en jeu, les pertes aux réflexions de l'onde propagative sont les mêmes.

Remarque sur l'inhomogénéité spatiale des réflectivités :

Nous n'avons évoqué, comme facteur de discrimination dans les temps de vie de photons piégés dans des modes différents, que l'inhomogénéité spatiale des

réflectivités. Toutefois, il faudrait en toute rigueur inclure dans ce terme la rugosité des miroirs qui joue, sans doute, un rôle non négligeable d'inhomogénéité aléatoire. Comme étude sur la caractérisation de ce phénomène, citons les travaux de T. Klaassen *et. al.* [75] sur lequel nous reviendrons à l'occasion du prochain chapitre.

Les cavités fractionnellement dégénérées ont ceci de remarquable qu'elles permettent de pouvoir tirer profit de la structure transverse d'un résonateur et, partant, de densifier le spectre d'évènements ring down.

Depuis une taille magique de cavité, nous avons distingué deux schémas expérimentaux qui permettent de bénéficier des N groupes de résonances contenus dans l'ISL : l'excitation multimode par injection axiale et l'excitation multimode par injection hors axe.

Sur l'axe optique, il a été montré que la succession des temps de ring down présente de substantielles variations ($\Delta\tau/\tau \sim 7\%$) dont la périodicité vaut l'ordre réentrant N de la cavité : l'Intervalle Spectral Libre constitue en effet le bloc périodique de la structure modale du résonateur.

Fort de ce constat, nous avons procédé à un étalonnage spécifique de chacun des N groupes de modes entrelacés d'un spectre d'absorption. Cet étalonnage post-expérimental (dit « mode-à-mode ») permet ainsi de réduire significativement (de 7.10^{-7}cm^{-1} à 2.10^{-7}cm^{-1}) la limite de détection du spectromètre.

A l'inverse, des variations relatives des temps de ring down de $\sim 1,7\%$ pour l'injection hors axe ne nécessitent pas d'étalonner les constantes de temps mesurées.

La modélisation du champ intracavité d'une cavité excitée hors de l'axe optique, à la taille magique, ainsi que la notion de degré de dégénérescence tendent toutes deux à expliquer les différences de sensibilités attribuées aux deux schémas d'injection. Tandis que l'injection axiale multimode ne fait participer que peu de modes d'ordres bas qui sont spatialement très distincts, l'injection réentrante hors axe fait simultanément résoner beaucoup de modes d'ordres élevés. Dans ce dernier cas, les N structures spatiales réentrantes formées par superposition de modes propres tendent à moins se distinguer les unes des autres : en invoquant une vraisemblable inhomogénéité spatiale de la réflectivité des miroirs constitutifs de la cavité, i.e. des défauts locaux, on explique que le bruit mode à mode est davantage prononcé autour de l'axe optique de la cavité.



***INELUCTABLE
ASTIGMATISME ET
CAVITE HAUTE-
FINESSE :
CARACTERISATION***

Ce chapitre précisera deux observations importantes relatives aux cavités haute finesse fractionnellement dégénérées excitées hors de l'axe optique et qui possèdent, de façon inéluctable, une infime fraction d'astigmatisme.

Dans le domaine spatial, nous verrons d'abord qu'un faible écart à la sphéricité des courbures associé à un super-miroir provoque, autour de la dégénérescence, des taches d'impacts aux réflexions qui s'écartent de l'ellipticité : on parle de figures de Lissajous. Les impacts ne forment pas une ellipse à la taille « magique » et dans son proche entourage, mais se regroupent en des profils spatiaux caractéristiques qui se succèdent à l'intérieur d'un intervalle millimétrique dit de dégénérescence.

A l'aide de la phase de Gouy, véritable pivot des théories géométriques et ondulatoires de l'optique, nous associerons ces observations au domaine spectral. Précisément, nous nous interrogerons de la manière suivante : comment expliquer, en termes de modes, l'existence de traces d'impacts de Lissajous aux réflexions plutôt que des trajectoires elliptiques compte tenu de la finesse du résonateur et d'un faible astigmatisme ? Comment se représenter et expliquer la succession de ces profils transverses contenus, de plus, dans un intervalle microscopique autour de la dégénérescence ? Enfin, comment ces dispersions particulières de modes particuliers peuvent rendre compte de la symétrie qui s'organise autour d'un profil transverse central typique ?

Une vision quantique permettra ensuite une nouvelle construction des profils transverses intra-cavité. Cette analyse confortera nos précédents développements sur le comportement des cavités haute-finesse qui souffrent d'un faible astigmatisme.

Pour finir, nous constaterons d'autre part la disparition des oscillations Doppler en début de décroissance ring down lorsque l'injection de la cavité s'écarte de l'axe optique. A nouveau, nous imputerons la dispersion modale (corollaire direct de l'inévitable astigmatisme) pour caractériser ces observations.

Nous avons remarqué, au chapitre précédent, que les trajectoires elliptiques d'impacts présentées par les deux photos de la figure 4.11 ne traduisaient pas la réalité des cavités haute finesse employées dans nos expériences de CRDS. De telles trajectoires elliptiques, qui présentent la particularité d'être circulaires ou linéaires, n'ont en effet été observées que « si et seulement si » la cavité était constituée de miroirs parfaitement sphériques ou, s'ils s'écartaient très faiblement de la sphéricité, « si et seulement si » la cavité était de finesse suffisamment faible.

L'application d'une injection hors axe à la technique CRDS, c'est-à-dire à des cavités haute finesse supportant des temps de vie de photons de quelques μs pour $L \sim 30$ cm, n'entraîne plus, aux réflexions, l'observation de taches d'impacts bien distincts à la taille magique mais des profils transverses associés à des figures de Lissajous décidément organisées à l'intérieur d'un intervalle millimétrique dit de dégénérescence.

5.1 DOMAINE SPATIAL : INELUCTABLE ASTIGMATISME, FINESSE ET FIGURES DE LISSAJOUS

5.1.1 REPONSE A L'ASTIGMATISME, CAVITE BASSE ET HAUTE FINESSE : TEMPS DE VIE DES PHOTONS

Les deux clichés de la figure 4.11 représentent les distributions moyennes qui s'impriment sur le miroir de sortie lorsque la fréquence laser est rapidement et continûment balayée à travers la structure multimode $1/4$ -fractionnellement dégénérée du résonateur et ce, pour une injection hors de l'axe optique et différentes conditions d'alignement. La réflectivité des miroirs, mesurée par notre système CRDS à vide, a été estimée à 99,8 %. La finesse qui lui correspond vaut 1500. A chaque résonance, les photons piégés dans la cavité de 29,3 cm subissent ainsi quelques 480 réflexions sur chaque miroir avant de tomber à $1/e$ de leur intensité initialement couplée.

Considérons maintenant une paire de miroirs identiques issus du même fabricant. Ils sont « neufs » et leur réflectivité moyenne est déterminée à 99,974 %. Le même raisonnement conduit à considérer, dans ce cas de figure, quelques 3820 réflexions. Les photons, se réfléchissant davantage pendant leur temps de vie, subissent davantage les défauts perturbateurs du résonateur.

En particulier, l'inévitable astigmatisme des miroirs, astigmatisme probablement inhérent à leur conception, conduit à distinguer deux types de résonateurs : chacun réagira avec plus ou moins de force en fonction de la finesse qui le caractérise.

5.1.1.1 Observation expérimentale des profils transverses en injection hors axe pour une cavité haute finesse non parfaitement sphérique

Les profils observés dans nos expériences de CRDS, pour une cavité dont la taille s'approche du résonateur sphérique d'ordre réentrant $N=4$ et pour des longueurs de cavité choisies, sont illustrés en figure 5.1.

D'emblée, on remarque qu'il ne s'agit pas d'un profil unique de 4 taches, correspondant à une trajectoire réentrante d'ordre 4, mais d'une succession de profils transverses qui balayent,

aux réflexions, une grande partie de la surface des miroirs. Les figures ainsi composées, durant le temps de vie des photons, sont connues sous le nom de figures de Lissajous.

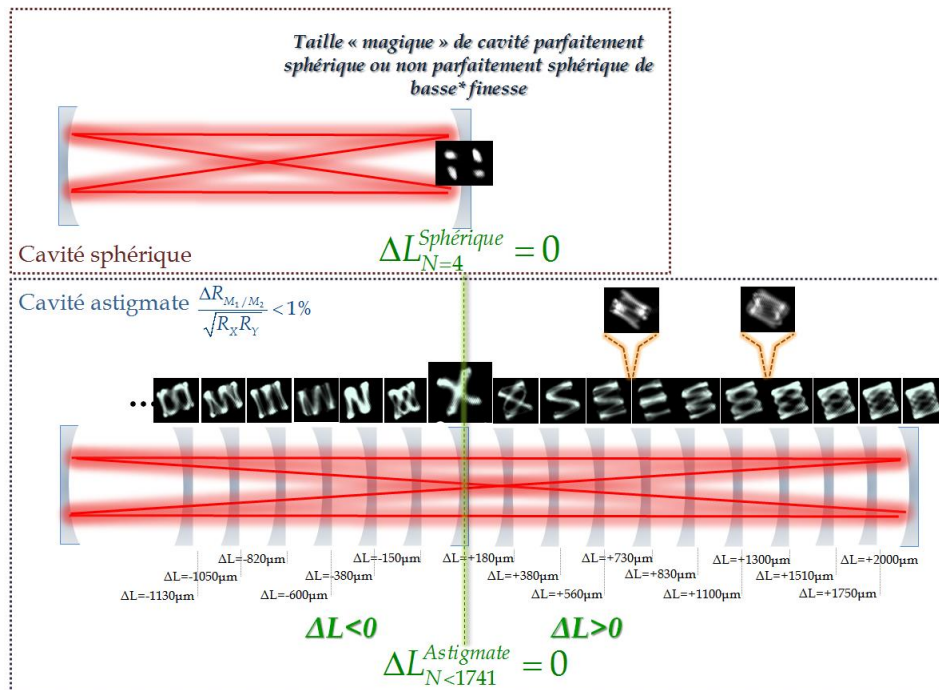


Figure 5.1 : Le cas idéal d'une cavité sphérique (en haut) est comparé avec le cas réel d'une cavité haute-finesse inéluctablement astigmatte (en bas). En bas sont présentés quelques uns des profils transverses expérimentalement observés en transmission des miroirs (dans l'intervalle de dégénérescence), lorsqu'on balaye la fréquence laser autour des modes fixes de la cavité. Pour des valeurs de longueurs de cavité situées entre deux trajectoires « nettes », les profils sont irréguliers et vagues : le faisceau « court », durant le temps de vie des photons, dans la cavité sans reboucler sa trajectoire : on parle de trajectoire ouverte. Le cas idéal d'une cavité sphérique est comparé avec le cas réel d'une cavité haute finesse inéluctablement astigmatte. On remarquera, pour introduire la suite de nos propos, qu'il existe une symétrie de révolution $\pm\pi/2$ de part et d'autre du profil dit « X et en O » ($\Delta L=0$).

L'expérience montre (la théorie le montrera bientôt à son tour) qu'autour de la taille magique $\Delta L_{N=4}^{\text{Sphérique}} = 0$, il existe des profils transverses qui se succèdent à des pas en longueur de $\sim 200 \mu\text{m}$. Ces profils sont contenus dans un intervalle de dégénérescence d'environ 6 mm, soit $\pm 3 \text{ mm}$ autour du profil caractéristique en « X ».

Entre deux profils distincts (*i.e.* en faisant varier la taille de cavité), que nous qualifierons de « nets », le profil transverse est à l'inverse irrégulier et vague. Tandis que les profils nets ont une trajectoire d'impacts aux réflexions qui reboucle le faisceau après un nombre $N < c\tau/L$ de tours de cavité, ce qui donne une trajectoire fermée d'impacts, les images « brouillonées » elles, sont associées à un faisceau qui circule (ou court), dans la cavité sans reboucler sa trajectoire durant le temps de vie des photons.

Enfin, on notera que les profils demeurent nets sur une course de $\sim 10 \mu\text{m}$.

Expérimentalement, ces derniers profils nets sont obtenus en modifiant finement la taille de la cavité par translation micrométrique. Lorsqu'on commence à apercevoir une trajectoire de

Lissajous caractéristique, on joue sur les assiettes des miroirs que l'on ajuste successivement. Dès lors, en affinant la taille de la cavité, il apparaît l'une des trajectoires typiques présentées en figure 5.1. Chacune de ces trajectoires correspond à un trio propre de valeurs réentrantes (N, K_x, K_y) , où la signification des paramètres K_x et K_y sera précisée par la suite.

Remarque sur les spectres ring down associés à l'intervalle de dégénérescence :

En dépit de l'apparente différence entre les profils transverses observés aux réflexions du miroir de sortie, on précise d'ores et déjà, afin d'éviter toute confusion, que les spectres temporels de transmission, *i.e.* le nombre de résonances pour une période de balayage laser T donnée, est strictement semblable d'un profil net à l'autre (on inclut d'ailleurs toutes les tailles de cavités, autrement dit également les profils vagues contenus dans l'intervalle de dégénérescence).

Chacune des tailles de cavité correspond en effet à la résonance d'un faisceau qui s'est retrouvé spatialement identique à lui-même après $N=4$ allers-retours de cavité. En première approximation (nous verrons par la suite la spécificité associée à un profil net de Lissajous), l'Intervalle Spectral Libre est ainsi, dans chaque cas de figure, fractionné en 4 groupes de modes dégénérés. La différence qui distingue ces profils transverses, dans la vision spatiale et temporelle, tient à l'ordre de bouclage de la trajectoire des réflexions pendant le long temps de vie des photons (lequel intervient subséquemment au recouvrement spectral du mode laser et d'un groupe de mode dégénéré de cavité).

5.1.2 PROFILS TRANSVERSES DE LISSAJOUS : FINESSE ET ASTIGMATISME

L'effet de l'astigmatisme des miroirs se comprend à partir des simulations présentées en figure 5.2. Les deux situations, en 5.2-a et 5.2-b, comparent des trajectoires d'impacts obtenues respectivement avec des cavités basse et haute finesse où l'on introduit, à dessein, un faible astigmatisme. Pour chaque cavité, les paramètres d'injection sont strictement semblables et précisés dans la légende.

On remarque d'emblée qu'en fonction du nombre de passages dans la cavité (*i.e.* de la finesse), les trajectoires présentent une différence notable. Tandis que l'astigmatisme n'est pas assez prononcé ($\Delta R_{moyen}/R_{x,y} \leq 1\%$) pour perturber notablement, en 5.2-b, la trajectoire circulaire d'impacts (situation idéale représentée en 5.2-a), son action perturbatrice modifie maintenant significativement la trajectoire du faisceau lorsque la finesse augmente. Dans ce dernier cas, tel que représenté en figure 5.2-c, la trajectoire suit une figure de Lissajous.

Sans astigmatisme, c'est-à-dire lorsque $R_x=R_y=R$, la trajectoire est en toute généralité elliptique. Avec, les coordonnées d'impacts oscillent avec une fréquence propre selon chacune des directions x et y de l'espace et aboutissent aux figures de Lissajous.

Nous concluons d'après l'expérience que, compte tenu d'un inéluctable astigmatisme supposé issu de la fabrication des miroirs (on écarte ici l'influence du stress mécanique induit par les vis de maintien des miroirs), les trajectoires suivront ou non les figures de Lissajous en fonction du temps de vie dont bénéficient les photons dans la cavité.

Cette idée est confortée par une manipulation simple qui consiste à introduire des pertes intra-cavité additionnelles. Expérimentalement, on place une lame fine transparente proche de l'angle de Brewster au sein de la cavité haute finesse supportant à la résonance une des trajectoires de Lissajous observée à un des « paliers » de la distance dégénérée, *i.e.* un profil transverse net, afin d'établir des pertes de Fresnel aux interfaces de la lame. On constate alors que celle-ci disparaît au détriment d'un profil constitué de 4 impacts distincts.

La figure de Lissajous dont l'établissement a été permis par le long temps de vie des photons ($F \sim 12000$), lequel temps permet le parcours sur l'ensemble de la surface des miroirs selon l'astigmatisme de la cavité, se modifie à faible finesse (< 200 avec la lame) pour former les quelques seuls premiers impacts de la trajectoire préalablement circulaire.

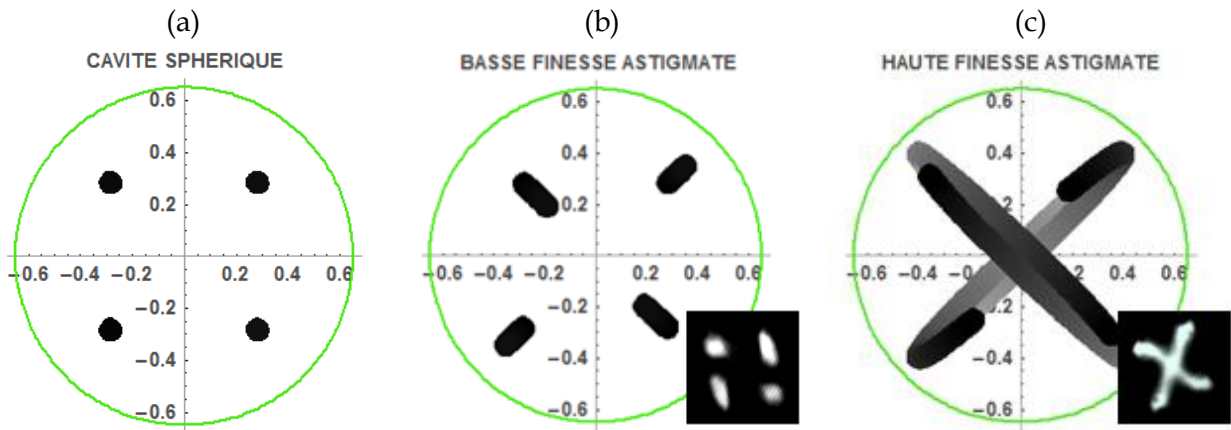


Figure 5.2 : Simulations des taches d'impacts qui s'impriment sur le miroir de sortie, durant la résonance d'ordre réentrant $N=4$ suivi subséquentment du temps de vie des photons, pour respectivement : (a) une cavité symétrique aux miroirs parfaitement sphériques ($R_x=R_y=100$ cm) et (b) et (c) des cavités astigmatiques avec $R_x=100.406$ cm, $R_y=99.613$ cm pour des valeurs de finesse de 1500 (réflectivité de 99,8%) et 12000 (99,974%), respectivement. Toutes les simulations supportent les mêmes caractéristiques d'injections : $(x_0, x_0', y_0, y_0') = (-0.4, 4.10^{-3}, 0, -9.66.10^{-3})$. La taille des impacts correspond aux dimensions transverses d'un faisceau accordé aux caractéristiques spatiales du mode TEM_{00} de la cavité. Enfin, on remarquera une variation des teintes de gris en (c) qu'on associe à l'augmentation du numéro de la réflexion. L'impact noir constituant la dernière.

5.1.2.1 Cavité astigmatique réentrante

Avec des miroirs astigmatiques, on a deux équations réentrantes indépendantes qui régissent la circulation d'un faisceau à l'intérieur d'une cavité [13]. Les coordonnées (x, y) de la $n^{\text{ème}}$ tache d'impact sont données par :

$$\begin{aligned} x_n &= A \cdot \sin\left(\frac{n\theta_x}{2} + \alpha\right) & \theta_x &= 2 \cdot \text{ArcCos}\left(1 - \frac{L}{R_x}\right) \\ y_n &= B \cdot \sin\left(\frac{n\theta_y}{2} + \beta\right) & \theta_y &= 2 \cdot \text{ArcCos}\left(1 - \frac{L}{R_y}\right) \end{aligned} \quad \text{avec} \quad (5.1)$$

où :

$$A^2 = \frac{2R_x}{2R_x - L} \left(x_0^2 + Lx_0 x_0' + L \frac{R_x}{2} x_0'^2 \right), \quad B^2 = \frac{2R_y}{2R_y - L} \left(y_0^2 + Ly_0 y_0' + L \frac{R_y}{2} y_0'^2 \right),$$

$$\text{Tan}(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{2R_x}{L} - 1}}{1 + R_x \frac{x_0'}{x_0}} \quad \text{et} \quad \text{Tan}(\beta) = \frac{\sqrt{\frac{2R_y}{L} - 1}}{1 + R_y \frac{y_0'}{y_0}} \quad (5.2)$$

représente des constantes fixées par l'expérience. On précise que le maximum d'excursion, selon les deux directions de l'espace, est contenu dans A et B . Les termes θ_x et θ_y étant, quant à eux, reconnus comme les phases de Gouy maintenant distinguées pour chaque direction transverse de l'espace.

On voit ainsi que les taches d'impacts tracent une trajectoire sur chaque miroir qui présente une évolution sinusoïdale selon x et y , à l'instar d'une trajectoire paramétrique elliptique, néanmoins caractérisée par des fréquences différentes : ce sont des figures de Lissajous.

Une trajectoire de Lissajous est réentrante, après $2N$ passages de cavité, lorsque chacune des deux phases de Gouy vérifie les conditions réentrantes :

$$\theta_x = 2\pi \frac{K_x}{N} \quad \text{et} \quad \theta_y = 2\pi \frac{K_y}{N}. \quad (5.3)$$

On rappelle que les entiers $K_{x,y}$ représentent le nombre de passages transverses qu'effectue le faisceau durant sa propagation dans la cavité. Ainsi, K_x et K_y distinguent le nombre de fois où la trajectoire du faisceau à respectivement croisée les plans x et y .

5.1.2.2 Simulation des profils transverses

Les simulations de profils transverses présentées en figure 5.3 confortent nos observations. Le choix des paramètres du code de simulation est motivé par la volonté d'établir au plus près une connexion empirique.

Tout d'abord, on fixe la valeur de l'ordre réentrant N , c'est notre point de départ. Il vaut ici 1002. Le faisceau devra effectuer 1002 allers-retours avant de se reboucler sur lui-même. Puisqu'il faut fixer une des courbures de miroirs, on impose 100 cm à R_x , valeur motivée par celle, *a priori*, spécifiée par le fabricant. Le choix des paramètres $K_{x,y}$ provient de leur influence sur la taille de la cavité aussi bien que de la focale des miroirs selon y qui en découlera. On remarque qu'avec la désignation de la valeur N , un paramètre $K_x=250$ conduit en une taille magique L de 29,1786 cm, taille très proche de la taille réentrante d'une cavité sphérique $N=4$ qui s'apparente à nos conditions expérimentales. Enfin, le choix $K_y=251$ est directement relié à la valeur de $R_y=99,246$ cm qu'il entraîne. $K_y=K_x+1$ assure un astigmatisme faible : il doit, selon toute vraisemblance, en être ainsi.

Partant de l'ensemble des paramètres de cavité décrits, on fait varier la longueur du résonateur dans un intervalle (dit de dégénérescence) de $\pm 2,2$ mm par pas de ~ 185 μm autour

de la taille magique. Quelques-unes des trajectoires typiques, qu'on reconnaîtra proche de l'expérience, sont figurées ci-dessous.

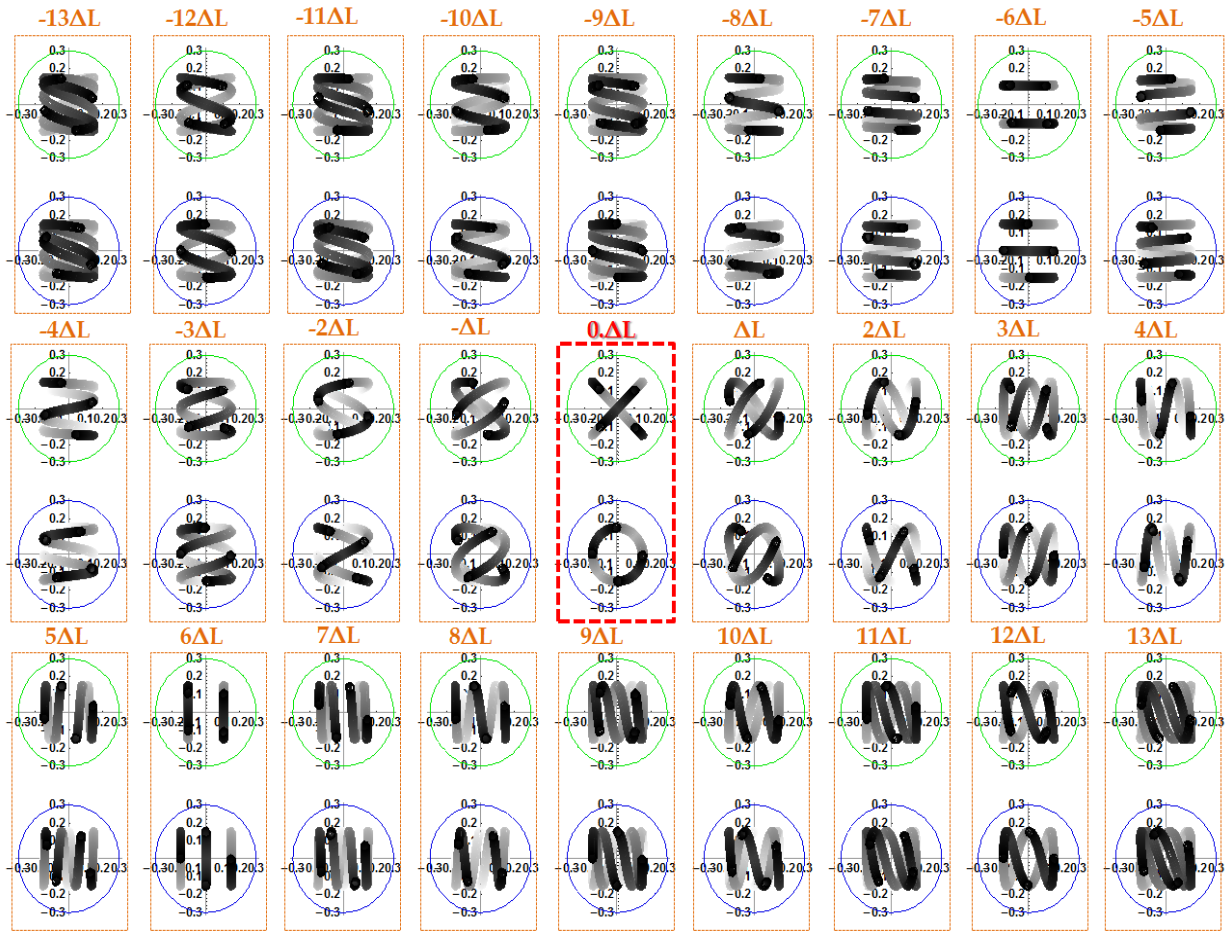


Figure 5.3 : Simulation de quelques trajectoires caractéristiques d'impacts respectivement formés sur le miroir de sortie (en vert) et sur le miroir d'entrée (en bleu). La trajectoire $\Delta L=0$ correspond à une cavité astigmatte réentrante de trio de valeurs $(N, K_x, K_y)=(1002, 250, 251)$ donc, puisque $R_x=100$ cm, à $R_y=99,246$ cm et $L=29,1786$ cm. L'incrément en longueur ΔL vaut ici $185 \mu\text{m}$. L'injection dans la cavité est semblable à celle des simulations présentées en figure 5.2 et identique pour tous les profils. On remarquera qu'à l'instar des photos expérimentales, les courbes simulées présentent une symétrie de révolution caractéristique par rapport aux profils en « X et en O ». Notamment, nous montrerons que celui-ci vérifie $L_{\text{Magique}}=L_{\text{Symétrie}}$.

Remarque sur l'astigmatisme et l'orientation relative des axes principaux des miroirs :

Les simulations précédentes tiennent compte de « simple » astigmatisme. On oppose celui-ci à l'astigmatisme général où un angle β , entre les axes principaux (x,y) et (x',y') respectivement associés à M_1 et M_2 , est pris en compte [79-80]. On parle dans ce cas là de cavité « twistée ». Pour nous, les axes principaux des deux miroirs astigmatés sont parallèles.

Pour se convaincre de la généralité de nos propos, on représente ci-dessous la même trajectoire qu'en figure 5.3, pour $\Delta L=0$, avec différents angles relatifs entre les axes principaux des miroirs.

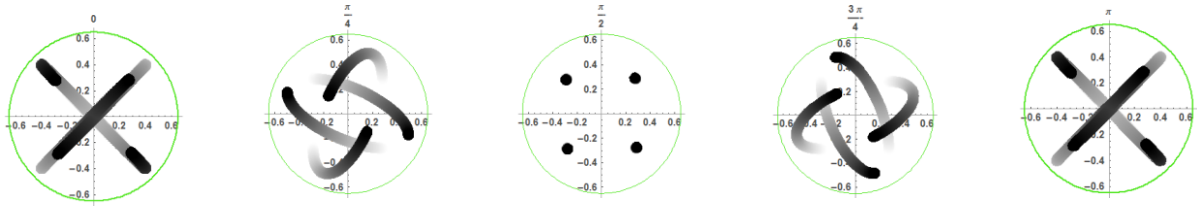


Figure 5.4 : Simulations de trajectoires d'impacts correspondant à l'injection $\Delta L=0$ présentée en figure 5.3 pour différents angles relatifs entre les axes principaux des miroirs M_1 et M_2 .

5.1.2.3 Profil « central » et symétrie des figures de Lissajous

Les figures 5.1 et 5.3 rendent compte d'une propriété générale concernant les profils de Lissajous observés aux réflexions (également aussi en tout plan z de la cavité), à savoir : l'existence d'une symétrie des trajectoires d'impacts autour du profil central caractéristique dit en « X et en O ».

On précise d'ailleurs qu'il ne s'agit aucunement d'un évènement fortuit. Cet état de fait est absolument reproductible et n'est pas l'apanage d'une cavité réentrante d'ordre $N=4$. Nos expériences sur d'autres ordres réentrants ($N=6$) l'ont vérifié.

Pour autant, cette remarquable symétrie n'est strictement vérifiée que lorsque les profils sur M_1 et M_2 décrivent rigoureusement un cercle et une croix (précisément alignée sur les droites $x=y$ et $x=-y$), respectivement. Si l'on raisonne sur M_1 (et le cercle qui s'y imprime), on peut montrer, en égalisant les fréquences donnée en équation (5.1), que la possibilité d'observer une ellipse avec des miroirs astigmatés tient en une taille particulière de cavité, dite ici de symétrie, qui vaut :

$$L_{\text{Symétrie}} = \frac{2R_x + 2R_y - \sqrt{8R_x R_y}}{2 \frac{R_x}{R_y} + 2 \frac{R_y}{R_x}}. \quad (5.4)$$

Depuis cette ellipse, les constantes de l'équation (5.2) peuvent être ajustées pour former un cercle. Herriott *et. al.* [12] montrent, dans le cas d'une cavité sphérique, que ceci est vérifié lorsque $A=B$ et $a=\beta \pm \pi/2$. On peut ainsi étendre l'analyse pour une cavité astigmaté où l'on associe à ces paramètres les indices de l'espace x et y .

Il s'avère, dans notre cas précis simulé en figure 5.3, que la taille magique vérifie précisément la valeur de la taille de symétrie donnée en (5.4). En outre, les conditions d'injection dans la cavité ont été choisies telles que le profil central, *i.e.* $L_{\text{Magique}}=L_{\text{Symétrie}}$, soit constitué d'une ellipse caractéristique sur M_1 : un cercle (donc un « X » sur M_2). Toutefois, à l'heure actuelle, aucune vraisemblance mathématique n'a été dégagée lorsque la cavité est variée de $\pm \Delta L$ autour de la taille de symétrie. Nous pouvons simplement faire constater que si l'on considère les coordonnées (x_n, y_n) du n ième impact pour un delta L positif et (x'_n, y'_n) pour un delta L négatif, on vérifie que, lorsque $(x_0, y_0, x'_0, y'_0) = \left(-1, 0, \frac{1}{R_x}, \sqrt{\frac{2R_y - L}{R_y^2 L}} \right)$:

si $x_n > 0, y_n > 0$	si $x_n > 0, y_n < 0$	si $x_n < 0, y_n > 0$	si $x_n < 0, y_n < 0$
alors $x'_n = y_n$ et $y'_n = x_n$	alors $x'_n = -y_n$ et $y'_n = -x_n$	alors $x'_n = -y_n$ et $y'_n = -x_n$	alors $x'_n = -y_n$ et $y'_n = -x_n$

et que, lorsque $(x_0, y_0, x'_0, y'_0) = \left(1, 0, -\frac{1}{R_x}, \sqrt{\frac{2R_y - L}{R_y^2 L}} \right)$:

si $x_n > 0, y_n > 0$	si $x_n > 0, y_n < 0$	si $x_n < 0, y_n > 0$	si $x_n < 0, y_n < 0$
alors $x'_n = y_n$ et $y'_n = x_n$	alors $x'_n = -y_n$ et $y'_n = -x_n$	alors $x'_n = -y_n$ et $y'_n = -x_n$	alors $x'_n = y_n$ et $y'_n = x_n$

Remarque sur les valeurs des pentes à l'origine :

Les choix des pentes à l'origine sont directement motivés par la possibilité de décrire l'ellipse sur M_1 comme un cercle et une croix parfaitement alignée sur les axes $x=y$ et $x=-y$ sur M_2 .

La figure 5.5 présente de nouvelles simulations où le profil de référence, auquel est associé un couple arbitraire de valeurs réentrantes, n'est pas en « X et en O ».

Il n'existe maintenant plus aucune symétrie de révolution autour de lui lorsqu'on fait varier la taille de cavité de $\pm \Delta L$. En revanche, il apparaîtra sans doute le profil caractéristique à un des incréments en longueur micrométrique ΔL : il apparaît alors à nouveau la symétrie de révolution $\pm \pi/2$ autour de lui.

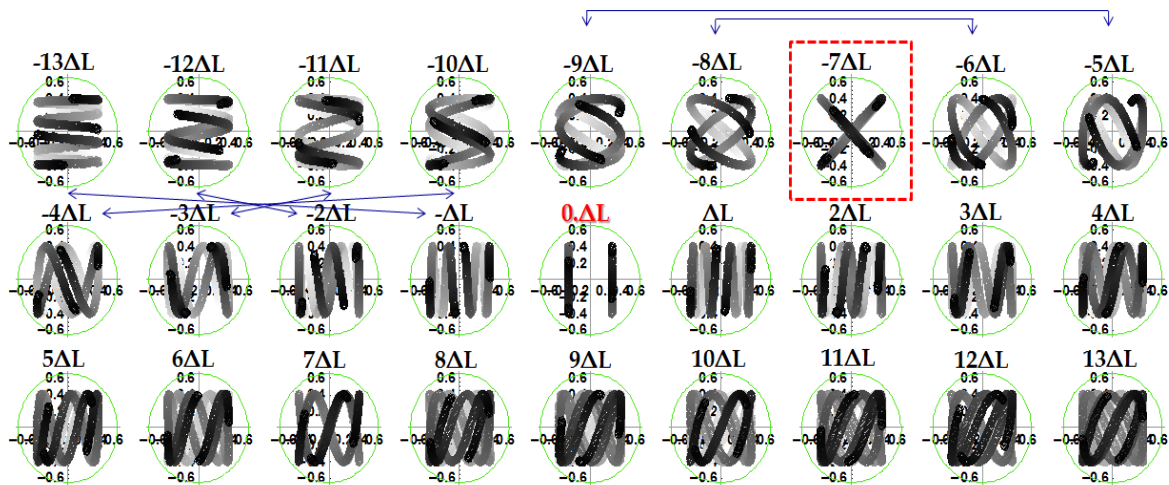


Figure 5.5 : Mise en évidence de l'absence de symétrie de révolution lorsque le profil de référence, ici de trio de valeurs réentrantes $(N, K_x, K_y) = (1020, 255, 256)$, soit $L = 29.2893$ cm et $R_y = 99.26078$ cm lorsque $R_x = 1$ m, n'est pas en « X et en O ». On remarquera toutefois que la symétrie se retrouve aussitôt que reparait à un des incréments en longueur (ici $154 \mu\text{m}$) le profil caractéristique de la taille symétrique.

On montre d'ailleurs, par application numérique de l'équation (5.3), que la taille symétrique (donc le profil en « X et en O ») correspondant à l'astigmatisme de la cavité des profils de la figure 5.5 vaut 29.1807 cm, soit à 9.10^{-4} cm près $L_{\text{Symétrie}} = L_{\text{Magique}} - 7\Delta L$.

5.2 DOMAINE FREQUENTIEL : INELUCTABLE ASTIGMATISME, FINESSE, FIGURES DE LISSAJOUS ET INTERVALLE DE DEGENERESCENCE

5.2.1 VISION CLASSIQUE

Une vision modale classique du phénomène devrait illustrer plus avant le lien dual entre optique ondulatoire et optique géométrique. Tandis qu'à partir de la finesse et de l'inhérent astigmatisme des miroirs nous avons interprété puis reconstitué les profils transverses d'impacts formés pendant le temps de relaxation des photons après la résonance, une interprétation maintenant abordée sous l'angle fréquentiel devrait permettre une compréhension plus fondamentale de la physique des cavités astigmatiques.

Comment, en effet, se représenter et expliquer cette succession de profils transverses de Lissajous caractéristiques contenus dans un intervalle millimétrique autour de la dégénérescence ? Au surplus, comment se figurer, en termes de modes, la symétrie de révolution caractéristique qui s'organise autour d'un profil typique central ?

Nous aborderons ces discussions par une estimation de l'écart relatif à la sphéricité des miroirs d'après la mesure du battement entre deux modes particuliers. Nous poursuivrons ensuite par la modélisation du champ intracavité qui oscille aux résonances d'une cavité astigmatique en vue d'interpréter les dispersions modales associées aux profils de Lissajous et d'en dégager le comportement directeur, à savoir : les coïncidences particulières de modes particuliers, et leur superposition, à l'intérieur de l'intervalle de dégénérescence. Enfin, nous donnerons explication de la symétrie caractéristique.

5.2.1.1 Battement sélectif de modes et mesure de l'astigmatisme associé à des miroirs sphériques : introduction à la dispersion modale

L'enregistrement de la figure 5.6, à travers le signal transmis d'une cavité injectée sur son axe optique où apparaît seulement l'excitation des premiers modes transverses de la cavité, est voué à donner une idée de l'écart à la sphéricité associé aux miroirs employés.

Cette mesure est rendue possible en faisant battre les modes $TEM_{q,01}$ et $TEM_{q,10}$. Nous précisons d'ores et déjà l'attention qui a été portée quant à l'excitation sélective de ces modes particuliers. La séquence ring down permet en effet de se convaincre que le couplage du faisceau incident dans la cavité est tel que ces deux modes sont seuls en résonance.

Lorsqu'un seul mode est excité, comme l'illustre la figure 5.6-c du ring down correspondant à l'excitation du mode TEM_{00} seul, la décroissance exponentielle est insensible à la translation du photo-détecteur selon une direction transverse de l'espace. Il est seul en résonance et ne peut battre avec personne. En revanche, pour une résonance constituée de modes quasi-dégénérés, comme en 5.6-b, le phénomène de battement peut paraître : cette observation constitue le corollaire direct de la brisure d'orthogonalité de modes non-dégénérés.

On remarquera également que les deux groupes de modes dégénérés $TEM_{q,(m+n)=2}$ et $TEM_{q,(m+n)=3}$ présentent aussi une décroissance ring down avec une oscillation périodique comme conséquence du battement entre modes de même ordre transverse ($m+n$) dont la dégénérescence, normalement vérifiée pour une cavité sphérique, à été levée.

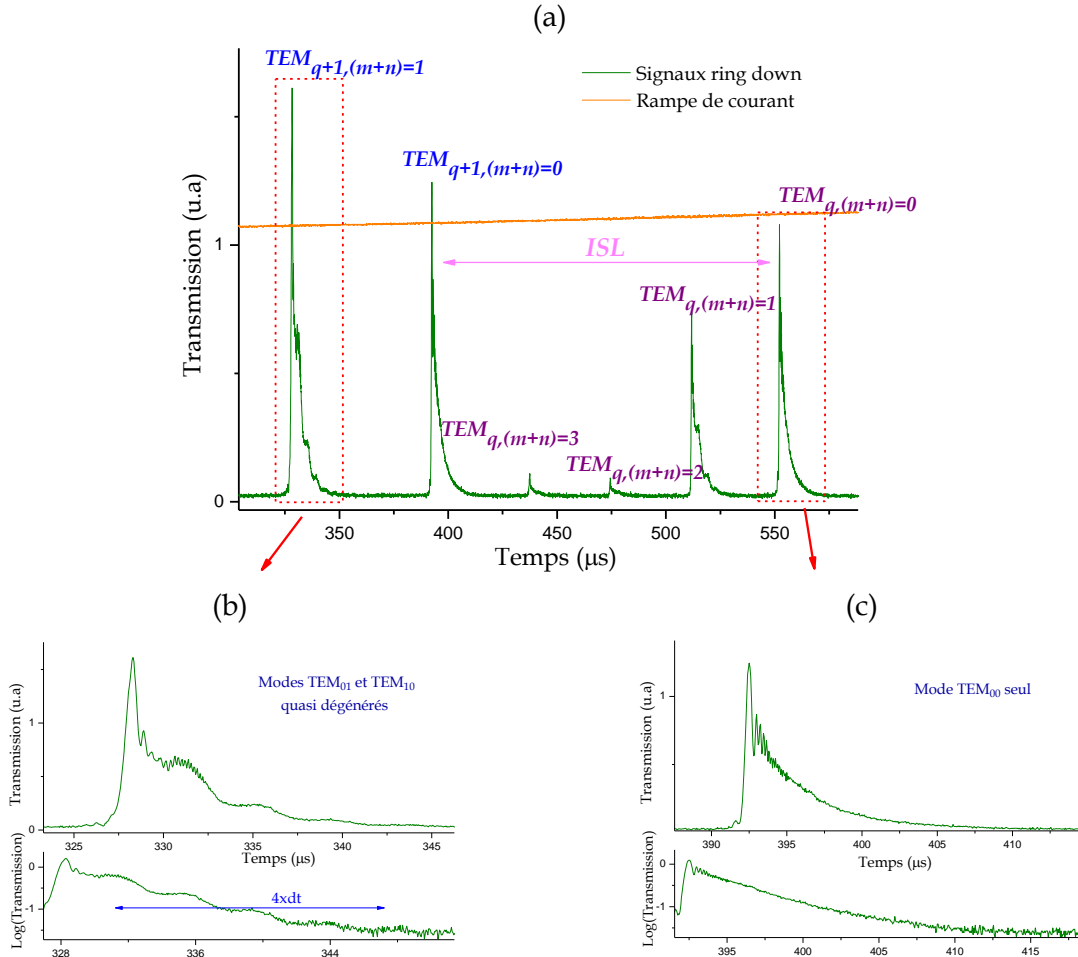


Figure 5.6 : Mise en évidence de la perturbation des décroissances ring down par le battement de modes lorsque l'orthogonalité des modes de la cavité est brisée. L'influence de la levée de dégénérescence, dont la note de battement est le corollaire direct, est illustrée par les deux graphiques qui zooment respectivement en (b) et en (c) l'excitation des modes $TEM_{q+1,(m+n)=1}$ et $TEM_{q,(m+n)=0}$. L'observation des oscillations, en (b), est rendue possible par un décalage transverse du photo détecteur depuis sa position centrée sur le faisceau transmis par la cavité.

En première approximation, il est raisonnable d'invoquer l'existence d'un infime astigmatisme des miroirs constitutifs de la cavité afin d'expliciter le facteur responsable de la levée de dégénérescence observée. La symétrie cartésienne du système, avec l'astigmatisme, est en effet brisée et les modes peuvent battre en fréquence (pour autant qu'un facteur rompe l'orthogonalité des modes) et donner ainsi lieu à une oscillation périodique qui s'imprime sur les décroissances ring down.

Remarque sur l'ordre temporel des résonances observées :

L'enregistrement de la figure 4.19 correspond à une rampe de courant positive, c'est-à-dire à une fréquence du laser balayée dans le sens des fréquences négatives. C'est pourquoi, dans le temps, on observe pour un ordre longitudinal q l'excitation des modes transverses avant le fondamental.

Le signal de battement observé en figure 5.6-b permet d'évaluer la valeur de la levée de dégénérescence des modes TEM_{01} et TEM_{00} . Cet écart en fréquence nous est donné par l'inverse de la période d'oscillation observée sur la décroissance. Par définition fixe, cet écart vaut 266kHz à ± 9 kHz et il lui correspond une période d'oscillation de $\sim 3,6 \mu\text{s}$.

Lorsqu'on allègue aux miroirs de l'astigmatisme, les fréquences propres données par l'équation (2.19) doivent être modifiées pour faire apparaître la dépendance des courbures, maintenant distinguées, selon les deux axes principaux des miroirs. Il vient :

$$v_{q,mn}^{\text{Astigmat}} = \frac{c}{2L} \left(q + (m + \frac{1}{2}) \frac{\theta_x}{2\pi} + (n + \frac{1}{2}) \frac{\theta_y}{2\pi} \right), \quad (5.5)$$

où les expressions de θ_x et θ_y ont été précisées en équation (5.1).

L'expérience a été réalisée à la taille magique de couple de valeurs réentrantes $(N,K)=(4,1)$, soit $L=29.3$ cm. En considérant l'écart en fréquence $|\nu_{q,01}-\nu_{q,10}|$ et en fixant une des deux courbures par la valeur spécifiée par le fabricant, *i.e.* $R_x=1\text{m}$, on estime une courbure selon l'axe principal y de $R_y \sim 99.8$ cm, soit un écart relatif $|\Delta R/R|$ de $\sim 0,2\%$.

Il va sans dire qu'on a ici approximé la valeur de R_y , relativement à R_x , à une moyenne géométrique $\sqrt{R_{1y} \cdot R_{2y}}$.

On constatera que cette mesure de l'écart relatif $\Delta R/R$ a été faite en considérant une taille de cavité parfaitement connue. On a ainsi négligé, lorsqu'est invoqué de l'astigmatisme, l'évolution de la levée de dégénérescence qui se relie à une variation de la taille du résonateur. Nos calculs de levée de dégénérescence, et partant, d'astigmatisme, ont été réalisés par considération de la taille magique 29,29 cm. Cette valeur se justifie par le protocole expérimental employé où nous avons précisé au mieux cette longueur en prenant pour référence une trajectoire réentrante $N=4$. Nous avons préalablement observé à la caméra, en transmission de cavité, une trajectoire d'impacts aux réflexions (cf. photos de la figure 5.1) puis nous avons refocalisé le faisceau sur l'axe optique de la cavité. En jouant sur la distance d'accord de mode fibre-lentille, sur la pente d'injection du faisceau aussi bien que sur les assiettes des miroirs, nous nous sommes attaché à garantir l'excitation particulière des modes TEM_{01} et TEM_{10} . La suite du chapitre s'appliquera davantage à caractériser la dispersion modale. Toutefois, nous faisons remarquer qu'une erreur de + ou - 2 mm sur la précision de la taille magique conduit en des écarts en fréquences $\nu_{q,01}-\nu_{q,01}$ valant respectivement 266,75 kHz et 265,25 kHz.

Ici, compte tenu de la faiblesse de la somme transverse $S=m+n=1$ mise en jeu on constate, par l'application numérique, la très faible dépendance vis-à-vis d'une erreur sur une variation de taille de cavité qui en résulte. Ceci étant dit, nous verrons que l'effet devient non négligeable aussitôt qu'augmentent les valeurs des nombres quantiques m et n .

Remarque sur la mesure de finesse d'une cavité et le paradoxe temps/fréquence :

La finesse d'une cavité donne une mesure de sa capacité à piéger le rayonnement lumineux. Plus elle est élevée, plus longtemps sera stocké le rayonnement entre ses miroirs. Ce facteur de qualité peut indépendamment s'exprimer par les relations $F=ISL/\delta\nu$ et $F = \pi\sqrt{R}/(1-R)$ où $\delta\nu$ est la largeur à mi-hauteur de la bande passante de la cavité. C'est à dire que, d'après ces deux expressions, la finesse d'une cavité peut se déterminer par une mesure temporelle, via le temps de vie des photons, aussi bien que par la détermination de la largeur spectrale comparée à l' ISL .

L'objet de cette remarque consiste à mettre en garde l'expérimentateur. Les notes de battements constatées précédemment (ainsi que l'élargissement des résonances d'un groupe de mode S) constituent le corollaire direct d'une levée de dégénérescence. Idéalement, les fréquences des modes propres transverses d'ordre $(m+n)$ sont $(m+n+1)$ -fois dégénérées. Ceci est une conséquence de la symétrie de la cavité, *i.e.* les paramètres déterminants les fréquences propres telles que les courbures de miroirs qui sont les mêmes selon les deux coordonnées cartésiennes de l'espace. Si une irrégularité est introduite dans la cavité, la dégénérescence est brisée et les modes transverses partageant la même somme d'indice $(m+n)$ se dispersent et la dégénérescence est levée [54]. L'importance de cette levée se relie directement à l'ampleur de la perturbation et nos enregistrements, présentés en figures 4.17 et 5.6, en sont la pleine manifestation.

La conséquence directe de cet état de fait sera l'élargissement inhomogène de la résonance $\nu_{q,mn}$. Puisque la résolution du système {cavité-laser} n'est pas assez fine pour résoudre la levée de dégénérescence, on observe une résonance globale qui convolue l'ensemble des modes dispersés.

Tandis que la mesure de la finesse par CRDS est insensible à la levée de dégénérescence (toute proportion gardée évidemment) la mesure du ratio des largeurs à mi-hauteur par l' ISL est en revanche « biaisée » par ce type d'élargissement inhomogène. Celui-ci tend en effet à sous-estimer la valeur de la finesse de la cavité.

5.2.1.2 Excitation hors axe et modes mis en jeu

5.2.1.2.1 Introduction

Nous aborderons ces discussions par un détour vers les travaux de Dingjan *et. al.* [77] qui observèrent un phénomène nous concernant et dont nous allons tâcher d'en donner explication, à savoir : l'observation sur nos miroirs de trajectoires d'impacts qui forment des figures de Lissajous à des pas microscopiques en longueurs autour de la taille magique. Bien que leurs études portent sur des cavités actives qui se distinguent des nôtres par un milieu amplificateur, elles sont fort édifiantes et permettront, en plus d'introduire nos interprétations, de les conforter.

Dingjan *et. al.*, en 2001, ont mis en évidence l'impact d'une configuration fractionnellement dégénérée sur l'intensité émise depuis un cristal pompé hors de l'axe optique d'une cavité héli-confocale.

Tandis qu'en dehors d'une sélection particulière de taille de cavité un laser pompé hors axe émet sur le mode supérieurs de Hermite-Gauss dont le recouvrement est le plus important [81], une taille arbitraire de cavité (telle que $\theta=2\pi K/N$) conduit le laser à opérer sur un mode totalement différent : le champ laser qui oscille fait maintenant montre d'un profil transverse auquel correspond une trajectoire réentrante. Ces trajectoires géométriques (il en existe plusieurs dépendamment de l'injection de pompe), étranges s'il en est, étant formées d'une combinaison linéaire de modes de Hermite-Gauss verrouillés en phase.

Ils établissent, en outre, que les faibles ratios de fréquences K/N présentent une nette et notable augmentation de l'intensité laser et que, plus encore, ces élévations d'intensité persistent dans un intervalle fini ($\Delta L \sim 0,2$ mm) autour de ces tailles magiques de cavité. Dans chacun de ces intervalles l'intensité émise est, à peu de chose près, constante avec un profil transverse unique qui lui est associé et qui demeure identique. Ils concluent ainsi que les modes de Hermite-Gauss participant à ce verrouillage de phases étaient dégénérés à l'intérieur de cet intervalle.

Ils poursuivent l'explication de l'existence de cet intervalle de verrouillage de modes « lasés » en invoquant une compétition entre deux mécanismes : le principe d'émission maximal et la dispersion modale : chacun d'eux ayant pour action de favoriser la cohésion des modes ou de les disperser, respectivement. D'où, comme résultante, la présence de cet intervalle de longueur où les modes demeurent dégénérés. Davantage de détails sur les principes de ces phénomènes sont donnés dans la référence.

5.2.1.2.2 Caractérisation

Cette précédente digression sur l'étude de l'équipe de Dingjan portait sur l'observation d'un intervalle de verrouillage de fréquence, c'est-à-dire d'un intervalle de verrouillage de profil géométrique d'impact (4 tâches distinctes). Tandis que la dispersion modale, reliée à la phase de Gouy (leur cavité n'est pas considérée comme étant astigmatique), tend à distancer les modes de résonances les uns des autres, le principe de moindre énergie du système [82], quant à lui, tend à verrouiller les modes ensemble afin de maximiser l'intensité laser émise. De cette compétition naît l'intervalle de verrouillage en fréquence.

La cavité étant passive dans nos propres expériences, seul le phénomène de dispersion est ici mis en jeu. Sur les quelques 6 mm d'intervalle de longueur à l'intérieur duquel sont visibles les profils transverses de Lissajous, il existerait ainsi suffisamment de modes préalablement dégénérés pour conduire aux coïncidences modales responsables des profils transverses.

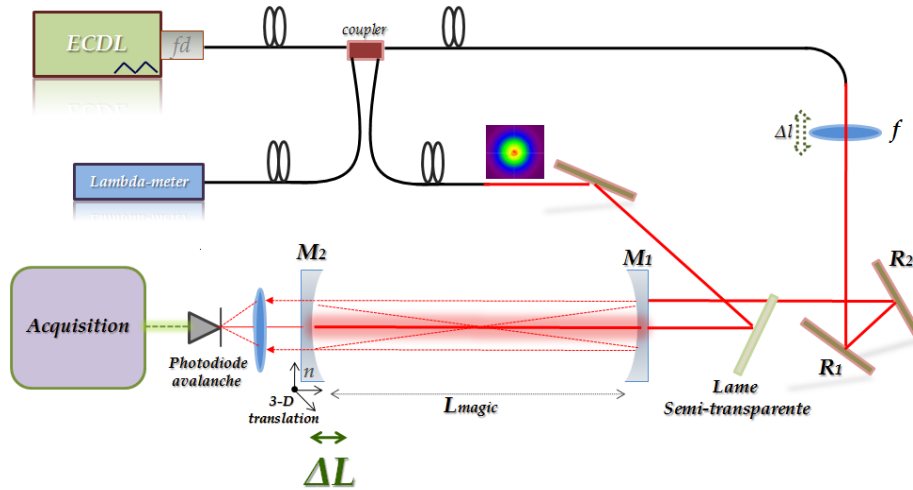


Figure 5.7 : Schématisation du dispositif expérimental permettant de se figurer le nombre de modes mis en jeu aux résonances dégénérées lorsque la trajectoire de faisceau est réentrante ainsi que la valeur $S=m+n$ de leur ordre transverse. Une première voie laser excite hors-axialement la cavité : on obtient un des profils transverse tels que présentés en figure 5.1 pour une taille très proche de la dégénérescence (on part précisément du mode « X ») ; tandis qu'une deuxième voie, via l'emploi d'une lame semi-transparente, excite simultanément et sélectivement les modes fondamentaux TEM_{00} de la cavité : ce sont nos modes de références. Depuis cette taille magique, la cavité est déplacée de $\Delta L \sim 0,74$ cm afin de disperser les modes préalablement dégénérés. L'ensemble des signaux transmis sont focalisés sur le photodétecteur. Le spectre temporel, qui le traduit, est présenté en figure 5.7.

5.2.1.2.3 Modes invoqués aux résonances hautement dégénérées lors d'une injection hors axe réentrante

Pour se donner une idée du nombre de modes mis en jeu aux résonances, on part d'une trajectoire réentrante caractérisée par un des profils transverse de Lissajous présentés en figure 5.1. Depuis cette taille magique de cavité, on fait varier la longueur du résonateur sur quelques millimètres (0,73 cm) afin de rendre possible l'observation résolue des modes préalablement regroupés en une unique résonance.

L'injection du résonateur est maintenue identique à l'excitation hors axe réentrante. Le signal transmis est illustré en figure 5.7.

En transmission, il apparaît ainsi des résonances fortement excitées : elles correspondent à l'injection TEM_{00} de référence ; et des groupes de modes, dispersés puisque $L_{cavité} \neq L_{magique}$, qui caractérisent l'excitation hors axe multimode.

Depuis l'équation (2.19) des fréquences propres de résonances, la différence en fréquence qui distingue les modes de Hermite-Gauss pour lesquels la différence d'ordre longitudinal vaut $\Delta q = -K$ et la différence d'ordre transverse $\Delta S = N$ égale :

$$\Delta v_{K/N} = v_{q-K, S+N} - v_{q, S+N} = \frac{c}{2L} \left(-K + N \frac{\theta}{2\pi} \right). \quad (5.6)$$

En substituant à notre cavité symétrique de couple de valeurs réentrantes $(N, K) = (4, 1)$ et en prenant la dérivé $\frac{\partial \Delta v_{K/N}}{\partial L}$, nous trouvons que les groupes de modes considérés de modes dégénérés se dispersent les uns des autres à un taux de $9,22 \text{ MHz.cm}^{-1}$.

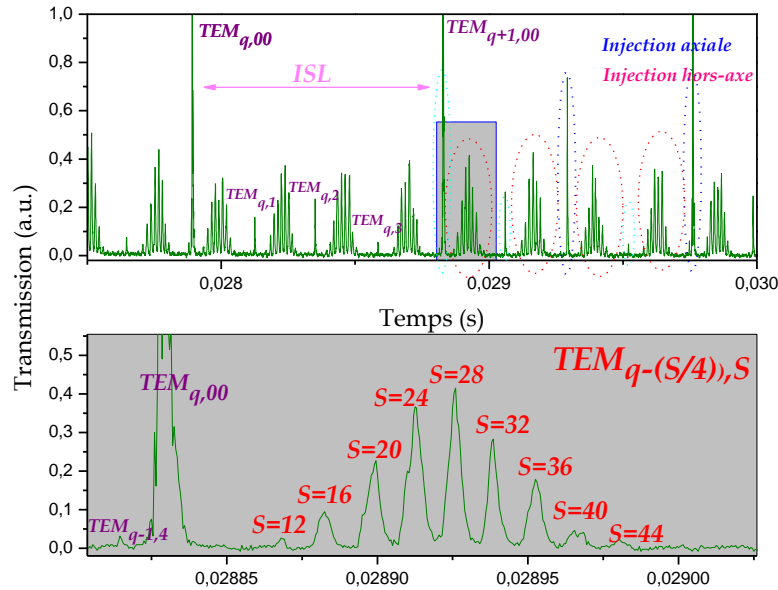


Figure 5.8 : Signal observé en transmission de cavité excitée selon le protocole expérimental présenté en figure 5.5. Les résonances fortement excitées correspondent aux modes longitudinaux de la cavité tandis que les groupes de modes dispersés illustrent les modes transverses mis en jeu en excitation hors axe. La vitesse de balayage est choisie volontairement faible ($\sim 0,6 \text{ THz}\cdot\text{s}^{-1}$) afin de s'affranchir, au possible, des décroissances ring down. L'agrandissement de l'enregistrement permet de se figurer le nombre de modes participant aux résonances dégénérées lorsque la cavité est fixée sur sa taille magique. On donne également la mesure de l'ordre $S=m+n$ des modes mis en jeu.

Afin de reconnaître ces modes, *i.e.* d'énumérer leur ordre transverse $S=m+n$, il est nécessaire de disposer d'un mode de référence. Celui-ci est obtenu, comme précisé en figure 5.7, par une deuxième voie laser qu'on accorde sur le mode TEM_{00} de la cavité. De la sorte, on excite simultanément le mode fondamental et les modes supérieurs préalablement constitutifs de la trajectoire réentrante.

Remarque sur le degré de dégénérescence associé à la structure spatiale du faisceau d'injection :

L'expérience ici décrite est rendue pratique par l'utilisation d'un coupleur de fibre monomode qui permet de disposer facilement d'une deuxième voie laser. En fait, l'ensemble des expériences d'injections hors axe qui conduisent aux profils transverses présentés en figure 5.1 ont été réalisées avec une fibre multimode afin de disposer de davantage d'intensité laser incidente (meilleur couplage laser-fibre étant données les dimensions du cœur d'une fibre multimode relativement à une fibre monomode). Il est alors raisonnable de se figurer, compte tenu de la structure spatiale multimode du faisceau injecté, que la cavité sera en réalité d'autant plus dégénérée que dans l'expérience ici présentée, *i.e.* qu'il existera davantage de modes participant aux résonances dégénérées.

La période de la rampe de courant et le nombre de résonances longitudinales observées pendant ce laps de temps nous renseignent sur la vitesse du balayage laser. Elle vaut ici $\sim 5,64 \cdot 10^{11} \text{ Hz} \cdot \text{s}^{-1}$. La reconnaissance des modes dispersés se déduit ainsi de l'écart en fréquence mesuré entre le mode $TEM_{q-(S/N),S}$ considéré et le mode $TEM_{q,00}$ de référence. On résout :

$$\Delta v_{\text{mesuré}} = v_{q-\frac{S}{N},S} - v_{q,0} = \frac{Sc}{4LN\pi} (-2\pi + N\theta), \quad (5.7)$$

où N est l'ordre réentrant et S la somme transverse ($m+n$).

Notre injection réentrante met ainsi en jeu, par application numérique, des modes dont l'ordre transverse varie par pas de 4 autour de $S \sim 28$.

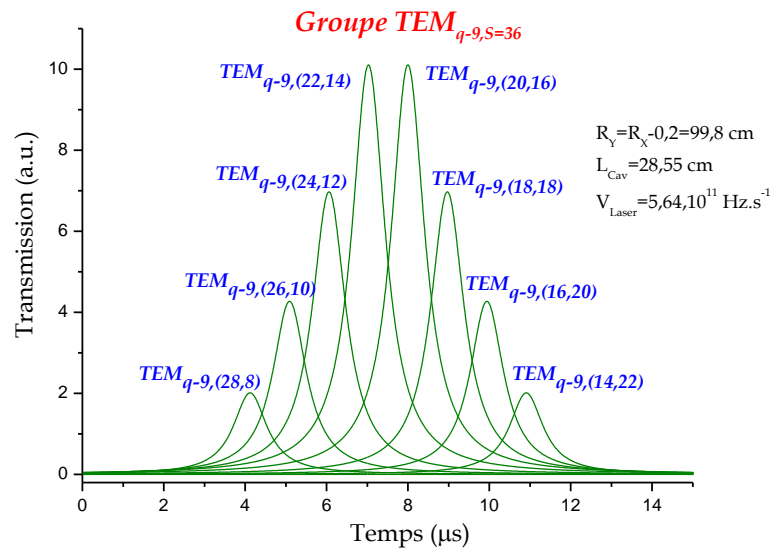


Figure 5.9 : Reconstitution de la dispersion des modes appartenant au groupe $TEM_{q-9,36}$ lorsqu'est pris en compte l'inévitable astigmatisme mesuré en section 5.2.2. Ce groupe de modes normalement dégénérés, si $R_x=R_y$, rend compte de l'élargissement d'un des pics de résonance présent dans l'agrandissement de la figure 5.7. L'origine des abscisses correspond à l'excitation simultanée du groupe de mode $TEM_{q-9,36}$ d'une cavité sphérique.

D'autre part, on remarquera que chaque pic de résonance semble constitué de plusieurs pics cette fois non résolus étant donné le couple { finesse du résonateur-largeur de raie laser }. Ces pics non résolus, qui partagent la même somme transverse S et qui appartiennent à la même famille longitudinale q , sont la conséquence d'un élargissement de type inhomogène du groupe de résonance compte tenue de la multitude de modes transverses dégénérés se distinguant de leur nombre quantique m et n . La dispersion s'applique et lève la dégénérescence pour les modes partageant la même somme transverse ($m+n$) lorsqu'on allègue aux miroirs un inhérent astigmatisme [83].

La figure 5.9 ci-dessus illustre ce phénomène en simulant l'élargissement de la résonance $TEM_{q-9,36}$, constitutif d'un des N groupes de modes normalement dégénérés lorsque $L=L_{\text{Magique}}$, qui correspond à l'un des pics de l'agrandissement de la figure 5.7. La simulation tient compte

de la même vitesse de balayage laser que dans l'expérience avec l'astigmatisme $(R_x, R_y) = (100\text{cm}, 99.8\text{cm})$ comme mesuré précédemment.

5.2.1.3 Comportement d'une cavité haute-finesse astigmatique : succession des profils transverses de Lissajous, intervalle de dégénérescence et symétrie caractéristique

5.2.1.3.1 Modélisation

Les 4 taches d'impact modélisées en section 4.1.4 étaient formées de la superposition de modes transverses idéalement dégénérés. Or, l'expérience nous a montré que la sphéricité ne peut exister parfaitement dans la « vraie vie » : nous observons en effet 4 tâches clairement distinctes compte tenu de la faible finesse de la cavité alors employée.

Le traitement analytique de la modélisation du champ intracavité pour une cavité astigmatique, par rapport à la cavité sphérique, se distingue uniquement par les deux phases de Gouy associées aux deux directions transverses de l'espace. On écrit maintenant :

$$\left| \Psi_{\text{intracavité}}(x, y, z, \varphi) \right|^2 = \sum_m \sum_n \left| C_{mn} \Psi_{mn}(x, y, z) \right|^2 \cdot \frac{T}{1 - R \cdot \text{Exp} \left[i(m \cdot \theta_x + n \cdot \theta_y + \varphi) \right]} \quad (5.8)$$

C'est à dire que de la même façon qu'en équation (4.10), ceci signifie que le champ intracavité, pour un déphasage arbitraire φ et un plan z de l'espace, est recomposé depuis la superposition des modes transverses de Hermite-Gauss mis en jeu par la fonction d'Airy et pondérés par le coefficient de couplage qui leur correspond.

La figure 5.10 ci-après montre un exemple de modélisation depuis la théorie modale. Nous présentons d'abord les coefficients de couplages natifs du recouvrement spatial du faisceau incident sur les modes propres de la cavité qui dépendent des caractéristiques d'injections précisées sur la figure. Il est ensuite figuré le profil géométrique 3D correspondant : celui-ci est déterminé par la théorie des matrices de transfert dont nous rappelons les règles de bases au chapitre 2. Enfin, nous montrons les profils transverses reconstitués depuis (5.8) en trois plans z de l'espace.

5.2.1.3.2 Coïncidences particulières de modes particuliers : le profil net de Lissajous

Une fois le code de calcul (C++) implémenté dans une VI sous LabView, ces modélisations nous permettent de suivre en temps réel l'évolution de la distribution spatiale du champ électrique (ou de son carré l'intensité) en variant la taille du résonateur dans l'intervalle de dégénérescence. Exactement de la même façon qu'expérimentalement lorsque nous observons, à la caméra, la succession des profils de Lissajous.

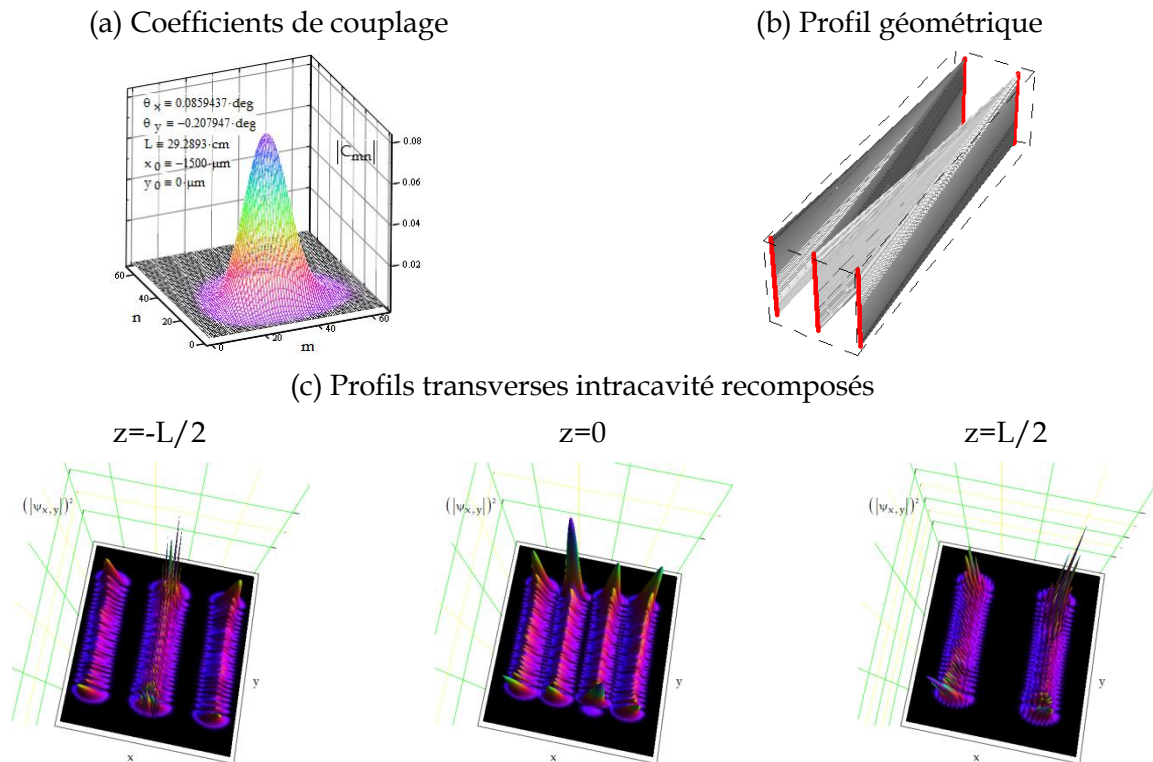


Figure 5.10 : Exemple, en (a), d'une décomposition d'un faisceau gaussien sur les modes propres de la cavité d'après les caractéristiques d'injection hors axe précisées sur le graphe et, en (c), de sa recombinaison en différents plans z de l'espace, c'est à dire du champ en résonance avec la cavité astigmatique. En (b) est simulé, pour l'analogie, le profil 3D déduit depuis la théorie des matrices de transfert géométriques. On précise que les simulations sont effectuées avec des valeurs de courbure de miroirs $R_x=100$, $R_y=99.2461$ cm et une réflectivité de 99,974%.

La possibilité d'observer un des profils « net » de Lissajous, tels que figurés en 5.1, se conçoit en prêtant une attention toute particulière aux dispersions modales suscitées par une taille précise de cavité dans l'intervalle de dégénérescence. Dans l'exemple de la figure 5.10 qui suit, par exemple, on s'aperçoit qu'une taille précise de 29.234 cm, si $(R_x, R_y)=(100\text{cm}, 99.246\text{cm})$, provoque la dispersion des quatre groupes de modes (alors sensément dégénérés pour une cavité sphérique) qui tendent à « s'organiser » de façon structurée. Des exemples d'intensité de champ intracavité sont précisés pour des valeurs arbitraires de phase φ .

Pour des tailles particulières de cavités, il existe ainsi des coïncidences particulières de modes particuliers dont l'ensemble forme un « peigne » : on parlera de la dégénérescence des modes en sous-groupes. La superposition de ces modes dégénérés forme un profil net de Lissajous. On peut montrer que lorsqu'on déplace cette phase sur une des coïncidences voisines (voir figure 5.11), *i.e.* qu'on observe à une autre fréquence la structure modale de la cavité, on obtient un profil sensiblement identique : par rapport au sous-groupe mettant en jeu des modes $TEM_{m,n}$, on superpose maintenant avec son proche voisin (pour lequel $\varphi_2 > \varphi_1$) des modes $TEM_{m+1,n-1}$. Puisqu'en définitive ces modes pris individuellement se ressemblent grandement, leurs sommes respectives (ou superposition) tendent vers un profil de Lissajous sensiblement semblable.

On peut ainsi résumer nos propos par ceci : à l'intérieur d'un des N groupes de modes de résonances contenus dans l'ISL, on observe un profil de Lissajous « net » lorsque les modes

sont parvenus en une structuration de sous-groupes dégénéré. Chacun d'eux se distingue de son proche voisin, en toute généralité, par $\Delta m = \pm 1 \leftrightarrow \Delta n = -\Delta m$. Ici, le signe \pm dépend des valeurs relatives de R_x et R_y .

Pour ce qui concerne les $N-1$ autres groupes de résonances de l'ISL, seul l'ordre transverse S associé aux familles longitudinales q a varié de ± 1 . A nouveau, la multitude de profils transverses natifs de la multitude des superpositions de sous-groupes se distinguent si peu qu'on peut les assimiler, en première approximation, comme identiques.

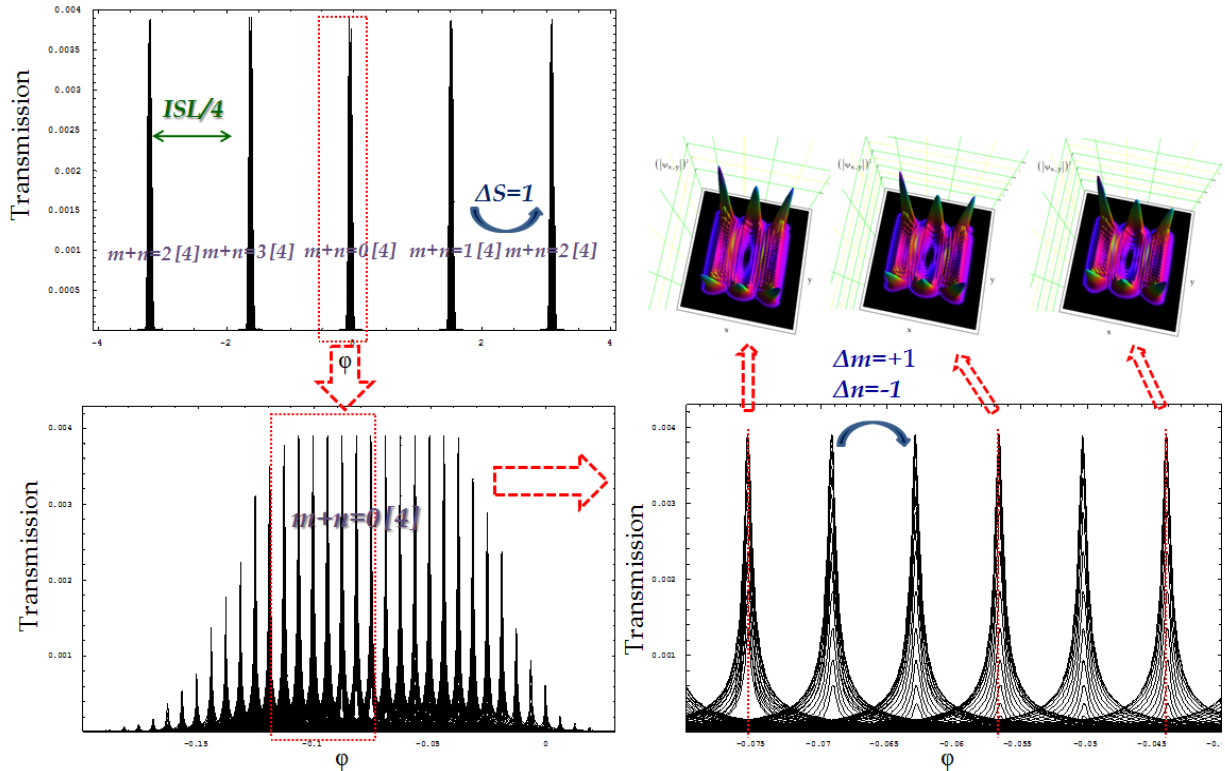


Figure 5.11 : Mise en évidence de la structuration en « peigne » des différents modes transverse quant à la possibilité d'observer une figure de Lissajous au profil « net » en tout plan z intracavité. La cavité mesure 29.23396 cm, $(R_x, R_y) = (100\text{cm}, 99.246\text{cm})$ et la réflectivité moyenne est prise comme valant 99,974%. Chaque sous-groupe de modes dégénérés donne, par superposition, un profil particulier de Lissajous. On notera, toutefois, la proche ressemblance entre les profils formés à l'intérieur d'un groupe $m+n=0..N-1$ [4] de résonance.

De fait, dans nos expériences de CRDS où est rapidement balayée la fréquence laser afin d'enregistrer « à la volée » les événements ring down, ceci revient à rapidement explorer (en $125 \mu\text{s}$ si $V_{\text{laser}} = 4 \text{ THz}\cdot\text{s}^{-1}$) toute la structure modale de la cavité dont l'ISL constitue le bloc périodique. On « photographie » successivement, de la sorte, la multitude de profils de Lissajous formés de toutes les coïncidences modales particulières. Puisque la différence, en termes de distribution spatiale, est si ténue d'un sous groupe de modes dégénérés à l'autre, le passage rapide de la fréquence laser revient à les figer en un profil moyen très peu différent des profils individuels ici modélisés.

5.2.1.3.3 Succession des profils de Lissajous et intervalle de dégénérescence

Lorsqu'on varie continument la taille du résonateur, les modes préalablement en coïncidence se dispersent avec un taux $\frac{\partial v_{q,mm}^{Astigmat}}{\partial L} = -\frac{c}{4\pi L^2} \left(2\pi q + (1+2m)\frac{\theta_x}{2\pi} + (1+2n)\frac{\theta_y}{2\pi} \right)$, mesuré en Hz par unité de longueur, propre aux nombres quantiques m et n de chacun auquel est associé un ordre longitudinal q . Pour une nouvelle taille particulière de cavité, les modes vont à nouveau parvenir en une structuration particulière, telle qu'en figure 5.12-b, et ainsi donner lieu à un nouveau profil net de Lissajous comme corollaire direct d'une superposition particulière de modes transverses alors coïncidant.

A l'inverse, entre deux tailles singulières de cavités qui produisent des profils nets de Lissajous, les modes ne sont pas structurellement organisés. Pour n'importe quelle valeur de phase à l'intérieur de la dispersion d'un des N groupes, tel que figuré en 5.12-a, la superposition modale est sans harmonie et le profil moyen observé en transmission de cavité est irrégulier et vague.

5.2.1.3.4 Intervalle de dégénérescence

On peut dès lors se figurer que depuis l'ensemble de la distance en longueur à l'intérieure de laquelle s'observera des profils transverses de Lissajous existe l'intervalle de dégénérescence. A l'intérieur de celui-ci, les dispersions modales permettent aux modes transverses se s'organiser en sous-groupes dégénérés pour certaines valeurs discrète de taille de cavité. Hors de ses « frontières », la dispersion est telle que pour toute valeur de phase parmi la structure modale de la cavité il n'existe plus de coïncidences dominantes : le laser rapidement balayé ne « voit » qu'une succession disparate de modes transverses.

Remarque sur les dispersions particulières de profils particuliers :

Il s'avère que certains profils de Lissajous particuliers, tel que celui constitué de deux et trois traces d'impacts respectivement sur les miroirs M_2 et M_1 (cf. figure 5.9), présentent des dispersions modales caractéristiques : les modes coïncident en effet dans des sous-groupes dégénérés à l'intérieur desquels chacun d'eux présente la même valeur de coefficient de couplage. Pour exemple l'agrandissement de la dispersion présentée en figure 5.11-b. Aujourd'hui, aucune explication n'apparaît pertinente pour rendre compte du sens de cet état de fait.

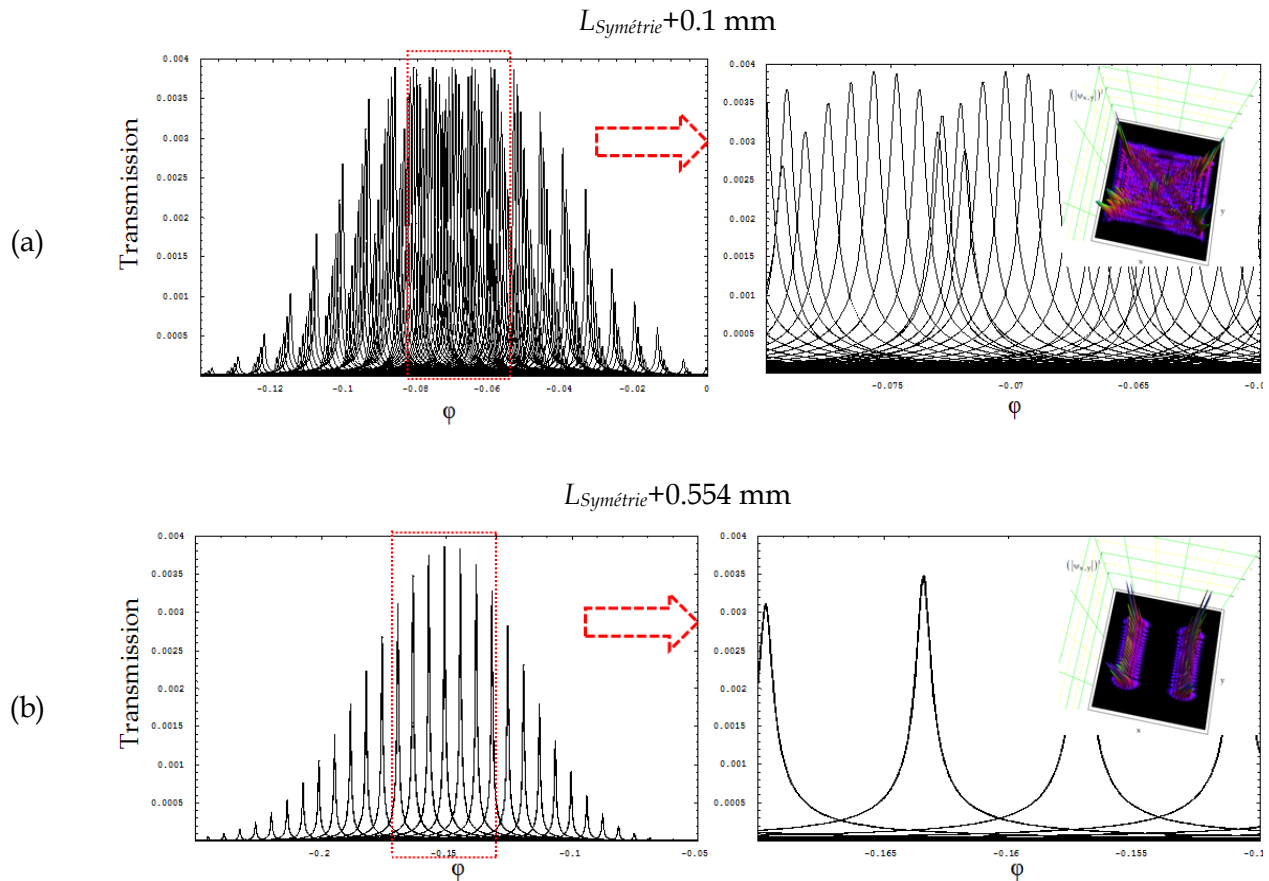


Figure 5.12 : Mise en évidence, à travers des simulations de taux de dispersion, de la possibilité d'observer des trajectoires de Lissajous « nettes » (b) plutôt que des profils irréguliers et vagues (a). Lorsque la dispersion conduit à une structuration en peigne, les sous groupes de modes dégénérés assurent, par superposition, un profil net. A l'inverse, lorsqu'aucune « organisation » ne s'opère, le profil est irrégulier et vague.

5.2.1.3.5 Profils de Lissajous / N taches d'impacts

Tandis que dans la vision spatiale le facteur important qui se relie à la finesse du résonateur est le temps de vie des photons, c'est la largeur à mi-hauteur ((*FWHM* pour « Full Width at Half Maximum »)) des modes de la cavité qui importent maintenant dans la vision fréquentielle.

A une augmentation de finesse correspond un affinement de la bande passante de la cavité. Pour simplifier, les pertes associées aux modes sont toutes identiquement nulles et les largeurs de modes sont alors semblables à finesse donnée. Il est clair que la condition réentrante, autrement dit la condition de dégénérescence, est d'une manière générale beaucoup plus draconienne pour une cavité à finesse élevée.

La possibilité d'observer aux réflexions N tâches d'impacts bien distinctes, auxquelles est associée une trajectoire de cavité rebouclée après N allers-retours, est liée à la possibilité de décrire l'excitation de la cavité comme une superposition de modes dégénérés. En pratique, on acceptera l'idée selon laquelle les modes d'une cavité sont dégénérés lorsque leur différence de fréquence est inférieure à leur largeur à mi-hauteur.

Pour un astigmatisme donné, lorsque la finesse de la cavité est faible (donc avec une $FWHM$ qui est, de manière inverse ($F=ISL/FWHM$), proportionnellement large) les modes transverses dispersés par l'astigmatisme peuvent perdurer en dégénérescence autour de la taille magique (où l'on entend la notion de dégénérescence précédemment évoquée). C'est ce qu'on observe en figure 5.13 : la superposition des modes, à l'intérieur d'un des N groupes de modes dégénérés, conduit à des distributions spatiales du champ intracavité formées de 4 pics.

En revanche, ces largeurs de bandes passantes deviennent plus étroites lorsque la finesse de la cavité augmente et une même valeur de dispersion ne préserve maintenant plus la dégénérescence de l'ensemble des modes. Pour des valeurs particulières de tailles de cavité, les modes peuvent s'organiser les uns avec les autres en sous groupes dégénérés : ces superpositions particulières permettent de former des profils de Lissajous.

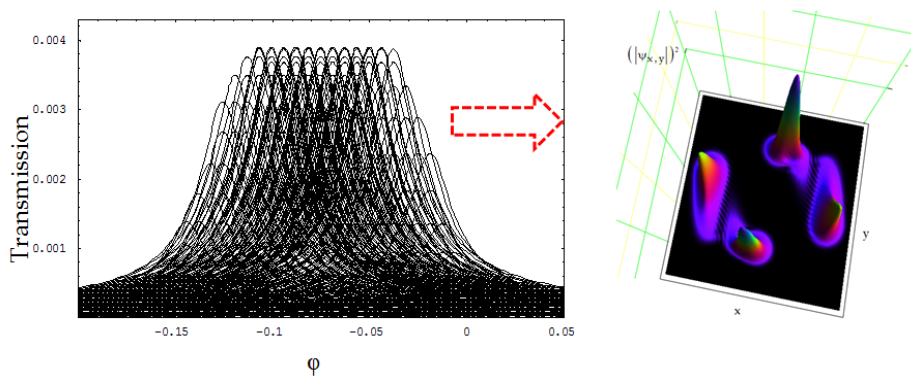


Figure 5.13 : Mise en évidence de l'effet d'une diminution de la finesse du résonateur sur l'allure des modes dispersés constitutifs des N groupes de résonances et du champ intracavité qui en résulte. Les paramètres d'injection ainsi que la taille de cavité sont strictement identiques au cas présenté en figure 5.10. La réflectivité moyenne des miroirs vaut ici 99 %

Remarque sur la notion de dégénérescence et analogie quantique :

En mécanique quantique, une superposition d'états propres dégénérés donne lieu à un état stationnaire, c'est à dire à un état qui ne manifeste pas de dépendance temporelle. Ici, lorsque la finesse de la cavité non parfaitement sphérique est basse, nous faisons le constat selon lequel l'observation des états superposés est limitée dans le temps par le ring down (temps de vie des photons dans la cavité). Dans ce cas précis, la limitation temporelle est forte et empêche de voir la dynamique du système, *i.e.* la population de l'état superposé ce vide avant qu'il puisse évoluer. Nous avons 4 taches d'impacts distinctes.

En revanche, il correspond au cas de la cavité haute finesse une situation dans laquelle les modes sont non dégénérés pour ce même astigmatisme, *i.e.* une semblable dispersion, et on assiste à une dynamique de ces états individuels durant une plus importante fenêtre temporelle d'observation, laquelle est permise par les longs temps de ring down. Nous avons des profils de Lissajous.

5.2.1.3.6 Symétrie des profils transverses de Lissajous et profil central en (« X et en O »)

La seule façon de rendre compte de la symétrie des profils de Lissajous de part et d'autre du profil central dit en « X et en O », telle que présentée par exemple en figure 5.14, consiste à invoquer la coïncidence de modes individuels $\sum \psi_{mn}$ et $\sum \psi_{nm}$ respectivement pour des deltas en longueur positifs et négatifs autour de la taille de symétrie déterminée par l'équation (5.3).

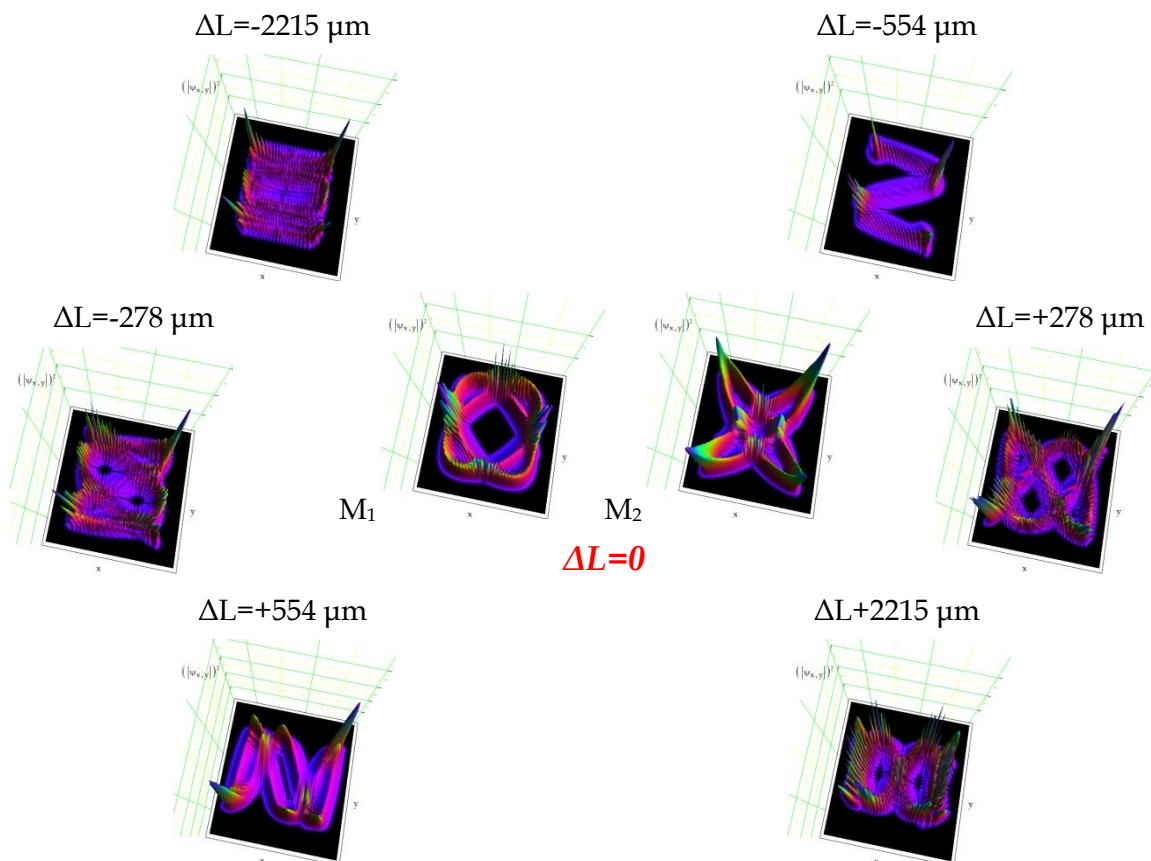


Figure 5.14 : Mise en évidence de la symétrie des profils transverses du champ intracavité autour du profil central caractéristique.

On montre en effet, à l'aide de la figure 5.15, que les deux profils particuliers correspondant aux variations $\Delta L = \pm 554 \mu\text{m}$ (profils en « S » et en « Z » précédemment présentés) mettent en jeu des coïncidences de modes en sous-groupes dont la particularité est d'échanger les indices quantiques m et n . On montre en effet que de part et d'autre de $\Delta L = 0$, la dispersion préserve la dégénérescence de modes individuels symétriques. Autrement dit, il perdure dans les superpositions la symétrie caractéristique.

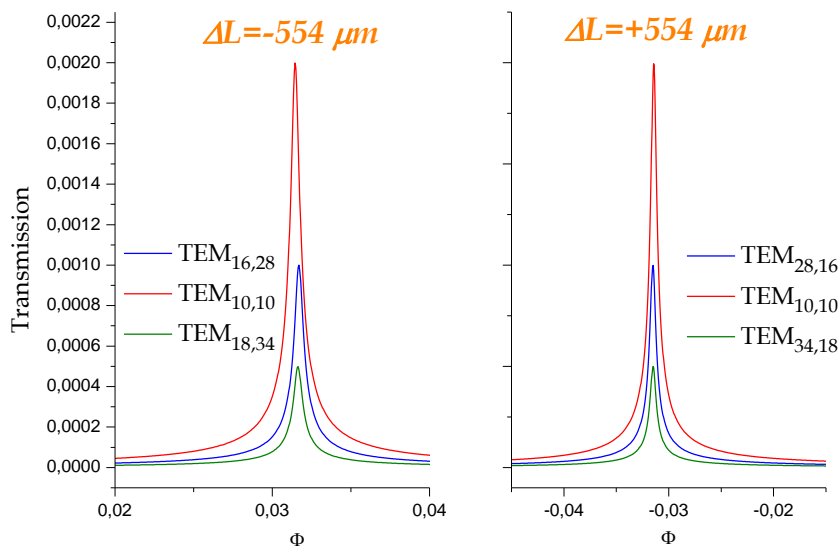


Figure 5.15 : Mise en évidence de la dégénérescence de modes individuels symétriques lorsque la taille de la cavité est translatée d'une valeur égale, mais de sens opposée, par rapport au profil central.

5.3 POINT DE VUE QUANTIQUE ET REVISION MODALE

On se propose finalement d'aborder le comportement d'une cavité astigmatique par une description quantique. En étayant de cette façon l'ensemble des constats préétablis, nous chercherons à conforter nos interprétations des cavités haute-finesse qui présentent un faible mais néanmoins inéluctable astigmatisme.

Nous avons déjà précisé, à l'occasion de la première remarque de ce manuscrit, lorsque nous établissions les caractéristiques d'un faisceau gaussien, l'isomorphisme entre l'équation d'onde électromagnétique paraxiale et l'équation de Schrödinger de l'oscillateur harmonique à deux dimensions [84]. Autrement dit, nous constatons déjà que la fonction d'onde native d'un résonateur optique est la même que celle décrivant une particule libre dans un espace à 2-D.

Cette exacte correspondance est la base qui permet de faire correspondre les états stationnaires localisés quantiques avec les orbites classiques de Lissajous.

5.3.1 BIBLIOGRAPHIE

La description analytique de l'outil mathématique quantique qui permet la reconstruction des profils transverses de Lissajous dépasse toutefois le cadre de ce manuscrit. Le lecteur pourra trouver de plus amples informations en référence [85].

Nous élaguerons au maximum la description analytique, absconse s'il en est, mais nous n'échapperons pas à une introduction de cette construction mathématique. L'ensemble des termes constitutifs de cette discussion provient des travaux de l'équipe de Y. F. Chen *et. al.*. Ils bâtissent, depuis les années 2003, une abondante et fort édifiante description de la connexion

classique-quantique en vue d'explorer la physique mésoscopique associée à la formation de fonctions d'ondes d'ordres élevés (donc de profils transverses).

Nous invitons d'ores et déjà le lecteur, pour une entière intelligence des propos qui vont suivre, à se référer aux articles [78-86-87-88-89-90-91-92] ainsi que ceux, plus éloignés du sujet mais traitant de l'application des cavités fractionnellement dégénérées [93-94].

5.3.2 BREVE INTRODUCTION : ANALOGIE QUANTIQUE-CLASSIQUE

Pour expliquer la nature quantique des profils de Lissajous observés aux réflexions des miroirs, autour de la dégénérescence, il est essentiel de se figurer la façon dont les fonctions d'onde peuvent être associées aux trajectoires classiques de l'oscillateur harmonique à deux dimensions.

Ici, plutôt que de détailler par le menu la construction analytique de l'analogie quantique-classique d'un oscillateur harmonique anisotrope, on renvoie le lecteur à la référence [87]. On résumera les propos qui y sont tenus en constatant que l'outil mathématique est analytiquement construit par la représentation $SU(2)$ des états cohérents. Celle-ci consiste en une superposition d'états cohérents dégénérés ou encore, en termes d'optique ondulatoire, à une superposition de modes propres dégénérés.

Les valeurs propres de l'oscillateur harmonique anisotrope à 2D, avec des fréquences dont le rapport s'écrit $\omega_x : \omega_y = p : q$, s'écrivent :

$$E_{m,n} = \left[\left(m + \frac{1}{2} \right) p + \left(n + \frac{1}{2} \right) q \right] \hbar \omega, \quad (5.9)$$

où ω est le facteur commun aux deux fréquences ω_x et ω_y . Il est alors explicite que les états cohérents associés à une famille d'états propres $\psi_{pK,q(N-K)}(x,y)$, avec $K=0,1,2,\dots,N$, $m=pK$ et $n=q(N-K)$, soient dégénérés pour un index N donné.

Nous faisons remarquer que les états propres introduits ici ne sont rien d'autres que les fonctions d'onde natives d'un résonateur sphérique, à une correspondance quantique près non précisée. De la même manière que la représentation de Schwinger de l'algèbre $SU(2)$, l'état cohérent pour l'oscillateur quantique $p : q$ est trouvé par :

$$Y_N^{p,q}(x,y) = \frac{1}{(1+|\tau|^2)^{N/2}} \cdot \sum_{K=0}^N \binom{N}{K}^{1/2} \tau^K \psi_{pK,q(N-K)}^{HG}(x,y), \quad (5.10)$$

où $\binom{N}{K} = \frac{N!}{K!(N-K)!}$ est le coefficient binomial.

Nous passons la signification des termes de l'expression (5.10) pour en arriver, au terme d'une analyse numérique simplificatrice (*i.e.* un ajustement des coefficients de l'expression permettant d'aboutir à la réalité physique des fonctions d'onde), à un état partiellement cohérent qui révèle la propriété d'exprimer des profils transverses de Lissajous :

$$\Psi_{N,M}^{p,q}(x,y) = \left[\sum_{K=J}^{N-J} \binom{N}{K} \right]^{-1/2} \cdot \left[\sum_{K=J}^{N-J} \binom{N}{K} \right]^{1/2} \cdot \Psi_{pK,q(N-K)}^{\text{HG}}(x,y), \quad (5.11)$$

où l'index $M=N-2J+1$ représente le nombre d'états propres composant l'état cohérent partiel $\Psi_{N,M}^{p,q}(x,y)$. En un mot, l'état quantique est dit partiel compte tenu du nombre réduit d'états cohérents qui apparaît dans les sommes par opposition à l'expression (5.10).

5.3.3 SIGNIFICATION PHYSIQUE DES PARAMETRES INVOQUES DANS LA FONCTION D'ETAT : CORRESPONDANCE QUANTIQUE-CLASSIQUE

Par souci de simplicité, nous avons amplement résumé l'ensemble de l'analyse quantique qui permet d'aboutir à l'expression (5.11). Ces propos, qui dépassent de loin les bornes de ce travail, se voulaient simplement introductifs.

5.3.3.1 Simulation quantique des profils transverses de Lissajous

Avant d'entrer dans le détail de la fonction d'onde, on notera d'abord que l'expression (5.11) doit vérifier la condition $p+q=ZN$, où $Z=1,2,\dots,\infty$, afin de demeurer consistante et d'ainsi poursuivre nos développements sur une cavité dont l'ordre réentrant vaut N . On assure ainsi que la fréquence de chacun des états propres constitutifs de l'état cohérent $\Psi_{N,M}^{p,q}(x,y)$ soit dégénérée.

5.3.3.1.1 Etat cohérent quantique et profils transverses de Lissajous

Nous présentons en figure 5.16 une application numérique de l'expression (5.11). Les six profils transverses sont respectivement obtenus en faisant varier l'un des paramètres de cette expression en vue d'en dégager la signification physique.

Nous ferons d'abord remarquer, à l'instar des profils effectivement observés dans l'expérience et de ceux simulés en section 5.2, que les profils n'ont apparemment plus rien de commun avec des modes individuels de Hermite-Gauss. L'aboutissement à ces profils de Lissajous est ainsi directement tributaire de la superposition particulière de ces modes ainsi que des coefficients de pondération apparaissant dans les coefficients binomiaux (qui traduisent physiquement les coefficients de couplage du faisceau incident sur les modes propres de la cavité).

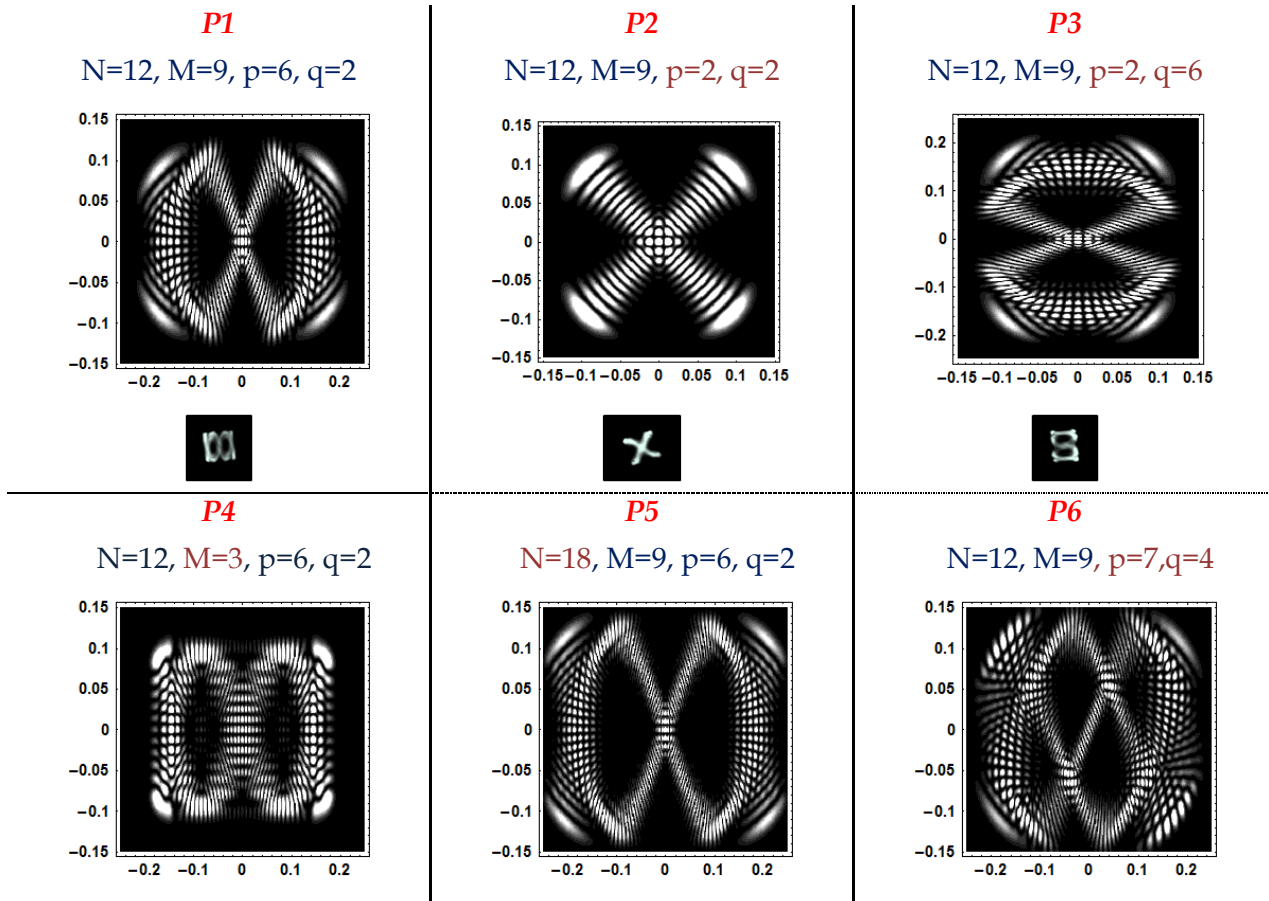


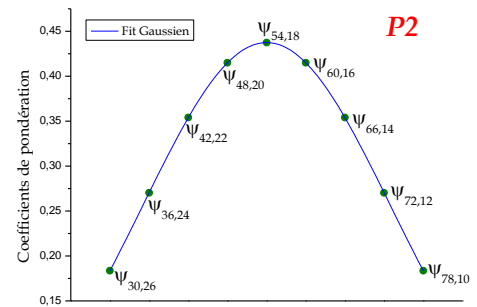
Figure 5.16 : Application numérique de l'équation définie en (5.11) constitutive des états cohérents $P1, P2, P3 \dots P6$. L'ensemble des simulations met en évidence l'influence des paramètres intervenants dans l'expression sur la distribution transverse du champ intracavité superposé. Le choix arbitraire du profil $P1$, comme référence, provient de son allure transverse typique. On présente sous $P1, P2$ et $P3$ les profils transverses expérimentaux qui leur correspondent.

Le tableau 5.1 qui suit précise les modes mis en jeu dans chacune des superpositions linéaires constitutives des profils transverses de Lissajous de la figure 5.16

$P1$	$a \psi_{12,20} + b \psi_{18,18} + c \psi_{24,16} + d \psi_{30,14} + e \psi_{36,12} + d \psi_{42,10} + c \psi_{48,8} + b \psi_{54,6} + a \psi_{60,4}$
$P2$	$G \psi_{8,24} + H \psi_{10,22} + I \psi_{12,20} + J \psi_{14,18} + K \psi_{16,16} + J \psi_{18,14} + I \psi_{20,12} + H \psi_{22,10} + G \psi_{24,8}$
$P3$	$R \psi_{20,12} + S \psi_{18,18} + T \psi_{16,24} + U \psi_{14,30} + V \psi_{12,36} + U \psi_{10,42} + T \psi_{8,48} + S \psi_{6,54} + R \psi_{4,60}$
$P4$	$A \psi_{30,14} + B \psi_{36,12} + A \psi_{42,10}$
$P5$	$r \psi_{30,26} + s \psi_{36,24} + t \psi_{42,22} + u \psi_{48,20} + v \psi_{54,18} + u \psi_{60,16} + t \psi_{66,14} + s \psi_{72,12} + r \psi_{78,10}$
$P6$	$w \psi_{14,30} + x \psi_{21,27} + y \psi_{28,24} + z \psi_{35,21} + \$ \psi_{42,18} + z \psi_{49,15} + y \psi_{56,12} + x \psi_{63,9} + w \psi_{70,6}$

Tableau 5.1 : Mise en évidence des modes invoqués dans les superpositions linéaires des profils transverses de la figure 5.9.

Il est ici intéressant de remarquer que les coefficients de pondération apparaissant dans les superpositions modales des états cohérents, présentées dans le tableau 5.1, sont égaux deux-à-deux de part et d'autre du mode prépondérant et suivent ainsi une évolution Gaussienne. Bien qu'en toute rigueur Poissonnienne [57] (cf. section 4.1.5.1), celle-ci permet toutefois de s'approcher de la réalité : un faisceau incident injecté hors de l'axe optique recouvrira spatialement un mode de façon prépondérante tandis que de part et d'autre de celui-ci les modes tendent à être moins couplés.



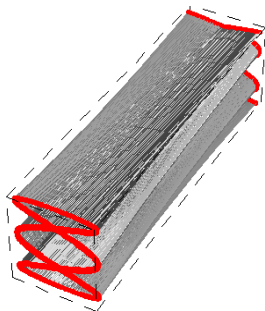
5.3.3.1.2 Analogie classique-quantique et signification des paramètres N , M , p et q de l'état cohérent

La comparaison des trois premiers profils transverses P1, P2 et P3 permet de confirmer la déduction faite sur l'origine de la symétrie de révolution expérimentalement observée.

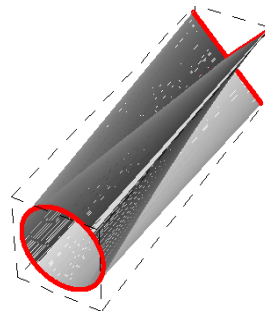
Dans les simulations de P1 et P3 est inversée la valeur des paramètres p et q . Il apparaît clairement, d'après le tableau précisant les modes invoqués dans la formation des profils, que la superposition met respectivement en jeu des modes $\sum \psi_{X,Y}$ et $\sum \psi_{Y,X}$. Depuis la symétrie $\pm\pi/2$ des modes individuels $\psi_{X,Y}$ et $\psi_{Y,X}$, pris séparément, on peut immédiatement conclure sur la symétrie $\pm\pi/2$ des profils somme P1 et P3.

Entre ces deux profils se situe P2 qui présente la caractéristique de correspondre au mode en « X », *i.e.* de tenir lieu de profil central. Celui-ci est constitué de modes propres de Hermite-Gauss qui sont de symétrie $\pm\pi/2$ par rapport au mode prédominant.

$L(N,K_x,K_y) - 2,2154$ mm



$L(N,K_x,K_y)$



$L(N,K_x,K_y) + 2,2154$ mm

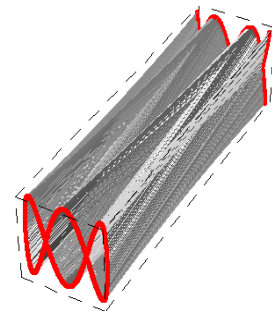


Figure 5.17 : Simulation de profils 3D de trajectoires de faisceau mettant en évidence la symétrie de révolution autour du profil dit en « X et en O » caractérisé par un couple de valeurs réentrantes $(N,K_x,K_y)=(1002,250,251)$ et les injections initiales ad hoc pour garantir respectivement le cercle sur M_1 et la croix sur M_2 (cf. section 5.1.1.3.2).

Les paramètres p et q peuvent ainsi être raccordés physiquement à une variation de taille de cavité pour une valeur d'astigmatisme donnée. Ils influencent les taux de dispersion modale et engendrent des superpositions particulières de modes particuliers.

En échangeant les valeurs des paramètres p et q , nous avons respectivement fait coïncider des modes dominants symétriques, précisément de la même façon que lorsque qu'on faisait varier de $\pm\Delta L$ la taille de la cavité autour du profil central.

En outre, entre les profils P1 et P6 a été incrémenté p de 1 et, pour demeurer consistant avec l'ordre réentrant de valeur 4 de nos expériences, le paramètre q vaut 4. Il apparaît maintenant des profils de Lissajous totalement différents. On peut ainsi faire le constat selon lequel une variation de taille de cavité a dispersé les modes, alors dégénérés en sous-groupes lorsqu'ils constituaient P1, pour aboutir à une nouvelle coïncidence particulière de modes particuliers, *i.e* un nouveau profil de Lissajous caractérisé par P6.

Depuis les profils P1 et P5, seul le paramètre N a été modifié. Le profil P5 est plus étendu spatialement et il lui correspond $N=18$ par rapport à $N=12$ pour P1. L'ordre de l'état cohérent P5 est plus élevé et ceci s'observe directement dans l'ordre S des modes mis en jeu dans la superposition. Si nous nous rappelons que l'ensemble des modes constitutifs d'une des résonances qui fractionnent l' ISL s'organisent en une multitude de sous-groupes de modes dégénérés, on peut attribuer au paramètre N une valeur de phase φ où sera considérée la superposition modale.

En section 5.2.1.3.2, nous faisons effectivement constater que les profils transverses de Lissajous formés de la multitude des sous-groupes coïncidents se distinguaient les uns des autres mais toutefois très faiblement. Le profil global du champ intra-cavité est le même tandis que la différence des ordres m et n invoqués conduit à plus ou moins étendre spatialement l'enveloppe de la figure. Les modes se distinguent mais l'harmonie particulière de la superposition demeure. On peut faire correspondre un sous-groupe de modes particuliers à l'ordre de l'état cohérent $\psi_{N,M}^{p,q}(x,y)$.

De la même manière que précédemment, on garde deux fonctions de superposition d'états cohérents avec des paramètres constants à l'exception, cette fois, de M .

D'après l'équation (5.11) il est mis en évidence que M représente le nombre d'états propres composant l'état cohérent partiel $\Psi_{N,M}^{p,q}(x,y)$. On lui attribue ainsi la notion de degré de dégénérescence du résonateur (tel que défini en section 4.2.3.1). Dans P1 il y a 9 modes qui participent à la superposition modale, c'est-à-dire que 9 modes « dominant » tandis que P4 n'est formé que de 3 modes propres. La résultante sur les profils est la clarté. Bien que seulement 3 modes de Hermite-Gauss soient effectivement nécessaires pour composer, par superposition, un profil de Lissajous, on remarque que le profil est mieux défini lorsque prédominant plus de modes.

Physiquement, on peut associer à ce paramètre le degré de dégénérescence de la cavité. Lorsque M augmente, la cavité est davantage dégénérée car la somme met en jeu plus de modes. On pourrait expérimentalement comparer ces deux simulations théoriques par l'excitation hors axe, d'une cavité dont la taille est fixée (et comprise dans l'intervalle de

dégénérescence), à l'aide d'une fibre monomode et multimode. La différence des deux injections tenant au fait que le faisceau incident multimode, compte tenu de sa caractéristique spatiale, recouvrira davantage de modes qu'un faisceau incident monomode. Le degré de dégénérescence qui en résulte est plus élevé puisque l'excitation d'un faisceau spatialement multimode met en jeu plus de modes.

5.4 PROFILS TEMPORELS DE TRANSMISSION D'UNE CAVITE HAUTE-FINESSE INJECTEE HORS DE L'AXE OPTIQUE

Nous nous proposons désormais de revenir à nos expériences sur la CRDS et notamment de rendre compte, d'après l'ensemble des précédentes discussions de ce chapitre, d'une observation importante. L'observation des profils temporels transmis par une cavité haute finesse injectée hors de l'axe optique par un laser continu rapidement balayé conduit en effet à la disparition des oscillations Doppler, ou ringing, normalement observées en début de décroissance. Les décroissances ring down ne sont plus superposées d'une note de battement amortie dans le temps, dont l'origine physique a été discutée en section 3.2.1.2, mais elles présentent à l'inverse une décroissance lisse.

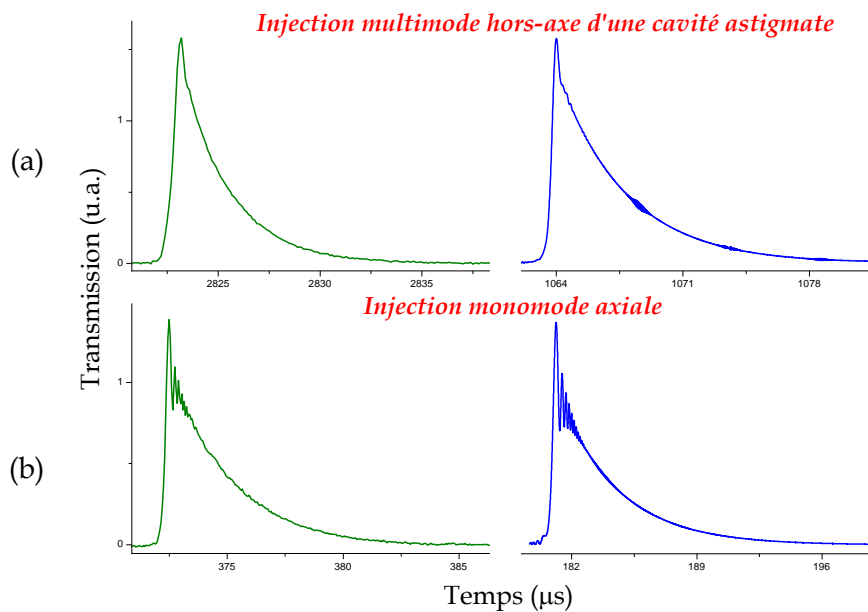


Figure 5.18 : Comparaison de signaux ring down observés (en vert) et simulés (en bleu) lorsqu'est respectivement considérée l'excitation, en (a), de 9 modes non-parfaitement dégénérés (injection multimode et prise en compte d'un astigmatisme) et, en (b), d'un seul. Les modes invoqués dans l'excitation multimode ainsi que les paramètres physiques de la simulation (laser et cavité) sont précisées en section 5.4.1.1.

La figure 5.18 ci-dessus compare les signaux de ring down respectivement observés pour une injection axiale monomode et une injection multimode hors de l'axe optique où, dans le dernier cas, est introduit un faible astigmatisme. On observe alors que les oscillations Doppler tendent à s'effacer lorsque l'injection de la cavité est hors de l'axe optique.

L'origine physique de cette disparition peut se comprendre en considérant l'injection dynamique d'une cavité optique hautement dégénérée où un faible astigmatisme, dont l'effet est la dispersion modale des modes dégénérés, a été introduit.

5.4.1 DESCRIPTION ANALYTIQUE DES PROFILS TEMPORELS TRANSMIS : DE LA CAVITE SPHERIQUE A LA CAVITE LEGEREMENT ASTIGMATE

Les propos tenus en section 3.2.1.2 ont déjà présenté la transmission d'une cavité rapidement balayée par un laser continu. On se propose ici d'en donner une explication mathématique afin de décrire les caractéristiques des profils temporels associés à l'excitation hors axe d'une cavité possédant un incontournable astigmatisme. Ces descriptions seront toutefois très concises, laissant la possibilité au lecteur de trouver de plus amples informations dans les études [49-53-95].

Pour rappel : l'énergie lumineuse se construit dans la cavité aussitôt qu'une coïncidence entre le mode laser (en rouge sur la figure 5.19) et un mode de la cavité (en bleu) se produit. La lumière incidente interfère constructivement pendant ses allers-retours de cavité. Le mode laser continûment balayé traverse rapidement la bande passante et l'interférence, lorsqu'est totalement révolue la coïncidence, est maintenant destructive. Les photons ainsi précédemment piégés dans un mode de la cavité se propagent et s'échappent du résonateur à chaque réflexion.

L'intensité globale transmise est une exponentielle décroissante dont la constante de temps est tributaire de la longueur de la cavité aussi bien que de ses pertes intrinsèques. A la résonance, le champ E_{cav} existant dans la cavité à la position x et au temps t peut s'exprimer en superposant le champ incident instantanément émis avec celui émis à l'instant antérieur $t - T^{AR}$, où $T^{AR} = 2L/c$ est le temps nécessaire à un aller-retour de cavité (voir figure 5.19). On écrit :

$$E_{cav}(x,t) = \sqrt{T}E_{las}(x,t) + \rho\sqrt{T}E_{las}(x,t-T^{AR}), \quad (5.12)$$

où $T=1-R$ et ρ symbolise les éventuelles pertes additionnelles par aller-retour.

Le champ laser incident E_{las} est exprimé par Z. Li et G. E. Stedman [96] comme une onde plane monochromatique progressive d'amplitude E_0 dont la fréquence est linéairement balayée. Ils écrivent :

$$E_{las}(x,t) = E_0 \exp \left\{ i \left[\omega_{las}(0) + \frac{w_{las}}{2} \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \left(t - \frac{x}{c} \right) \right\} = E_0 \exp [i\phi(t)], \quad (5.13)$$

avec $\omega_{las}(0)$ la fréquence initiale du laser et w_{las} la vitesse de balayage qui lui est associée.

Les travaux de J. Morville *et. al.* [44] permettent une description plus réaliste de l'injection d'une cavité par passage rapide en prenant en compte la largeur spectrale du laser.

Le champ émis par un laser stabilisé en amplitude et fonctionnant bien au-dessus du seuil est en effet affecté par des fluctuations de phase produites par l'émission spontanée : ceci conduit en un élargissement spectral du champ émis. L'émission spontanée est prise comme contribution dominante à l'élargissement du laser et la phase spontanée aléatoire vient s'ajouter à la phase du champ laser pour conduire à un profil de raie lorentzien [97] (cette

description est bien adaptée au cas des lasers à diode pour lesquels les sources de bruits techniques sont minimales et les processus de gain largement influencés par l'émission spontanée).

Il est montré que la phase Φ du champ laser évolue selon un processus de marche aléatoire caractérisé par une distribution de probabilité dépendante du temps. Celle-ci tend pour un grand nombre d'événements vers une distribution normale de moyenne nulle et d'écart type :

$$\langle \Phi^2(t) \rangle = \frac{t}{t_c} = \pi t \Delta\nu, \quad (5.14)$$

où t_c est le temps de cohérence du laser et $\Delta\nu$ sa largeur de raie à mi-hauteur.

Les fluctuations de phase du laser sont donc prises en compte en multipliant, dans l'équation (5.13), le champ de la source arrivant sur la cavité à chaque aller-retour par le terme de phase aléatoire $\text{Exp}[i\varphi(2T^{AR})]$, où φ est un déphasage aléatoire issu de la distribution de Φ pour $t = T^{AR}$.

Contrairement à une injection idéale monochromatique, les événements ring down ne sont plus reproductibles puisqu'ils fluctuent maintenant à l'instar de la phase de l'émission laser.

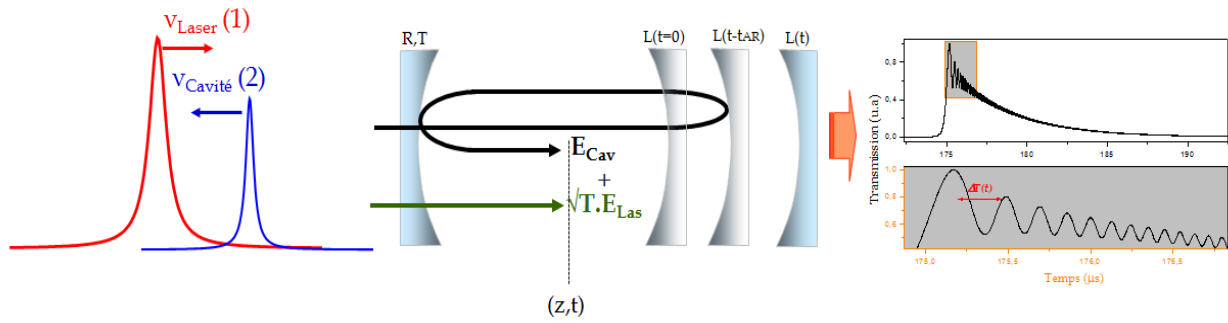


Figure 5.19 : Représentation schématique des deux situations d'injection dynamique d'une cavité optique. En (1) la cavité est de taille fixe et la fréquence du laser est rapidement balayée et en (2) la fréquence laser est fixée tandis que le miroir de sortie est mouvant (à l'évidence, on pourrait tout à fait envisager la conjugaison de ces deux cas de figure). A l'instant t et à la position x s'additionnent l'onde provenant directement de la source E_{las} et l'onde E_{cav} émise à l'instant antérieur T^{AR} . Chacun des cas de figure conduit, pour autant que les rapports vitesse spatiale du miroir sur espace et vitesse de fréquence du laser sur fréquence soient conservés, en un profil d'intensité transmis identique. La simulation d'un tel évènement ring down est présentée en transmission de cavité.

La relation récursive de l'équation (5.12) permet de relier le champ existant dans la cavité à tout instant t au champ existant à un instant antérieur séparé de la durée nécessaire pour parcourir un aller-retour. Cette relation peut s'étendre à tout nombre entier n d'allers-retours.

Au temps t , le champ intra-cavité total s'exprime en fonction des champs émis par la source aux instants antérieurs séparés de T^{AR} et ayant fait de 1 à n allers-retours dans la cavité :

$$\begin{aligned} E_{cav}(x,t) &= \sqrt{T} \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n E_{las}(x,t-n2\tau) \\ &= \sqrt{T} E_{las}(x,t) \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \exp\left(\frac{i2\omega_{las}(0)}{c} \left\{ \left[L_0 + w_{las} \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] n - \frac{w_{las}}{c} L_0 n^2 \right\}\right). \end{aligned} \quad (5.15)$$

L'intensité transmise par la cavité est donnée par le module au carré du champ E_{cav} , multiplié par le coefficient de transmission en intensité T des miroirs. Les termes de l'équation (5.15) accumulent des déphasages significativement différents à cause de la variation de la fréquence du laser, ce qui va résulter en une modulation à la fois en phase et en amplitude du champ intra-cavité.

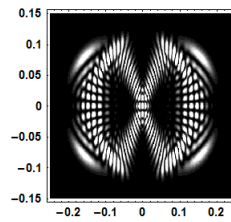
L'évolution temporelle de l'intensité transmise par la cavité au cours d'un balayage continu de la fréquence du laser est simulée en évaluant à chaque instant les champs successivement transmis sur une échelle allant de $t=0$ à $t=nT^{AR}$. En choisissant un nombre d'allers-retours suffisamment important, on obtient des profils d'intensité transmise qui permettent de se figurer l'allure des signaux de ring down obtenus, dépendamment du couple de paramètres $(V_{laser}, R_{miroirs}, \Delta\nu_{laser}, L_{cavité})$, lorsque la cavité est injectée par passage en résonance de la fréquence du laser.

Le signal ring down présenté en figure 5.19 simule la transmission d'une cavité de 30 cm, balayée à la vitesse de $5 \text{ THz}\cdot\text{s}^{-1}$ par un laser de largeur spectrale de 500 kHz, dont les réflectivités de miroirs sont prises comme $\sqrt{R_1 R_2} = 0,9974$.

Par ailleurs, nous précisons que les auteurs référencés en [98] montrent que la période de temps séparant les deux premiers maxima du ringing vaut $\Delta T = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}\Omega_{ISL}}$ où $\Omega = 2\nu/\lambda$.

5.4.1.1 Prise en compte de l'inhérent astigmatisme

L'ensemble des simulations d'évènements ring down transmis par une cavité haute finesse astigmatique prend en compte, pour l'exemple, la superposition du groupe de modes préalablement dégénérés dont le profil transverse est présenté ci-après en figure 5.20. La combinaison linéaire des modes mis en jeu est précisée sous le profil simulé.



$$\sum = a \psi_{6,18} + b \psi_{12,16} + c \psi_{18,14} + d \psi_{24,12} + e \psi_{30,10} + d \psi_{36,8} + c \psi_{42,6} + b \psi_{48,4} + a \psi_{52,2}$$

Figure 5.20 : Présentation du profil transverse considéré dans l'ensemble des simulations sur les décroissances ring down transmises par une cavité astigmatique continûment et rapidement balayée en fréquence avec, en dessous, la superposition des modes de Hermite-Gauss qui lui correspond.

Le choix arbitraire de ce groupe de modes dégénérés est motivé par l'existence d'un tel profil dans nos expériences de CRDS hors axe. Pour mémoire, la figure 5.1 présentait les profils transverses observés dans l'intervalle de dégénérescence.

5.4.1.2 Astigmatisme et dispersion modale

En figure 5.21 nous montrons la dispersion des modes invoqués dans le profil de la figure 5.20 lorsqu'est introduit un écart à la sphéricité des miroirs. L'échelle des abscisses est obtenue en calculant la dispersion des modes, dépendamment de l'astigmatisme précisé en légende, par rapport à la situation idéale d'une cavité sphérique parfaitement dégénérée. Autrement dit, il correspond à $\Delta\nu=0$ la dégénérescence de l'ensemble des modes invoqués dans la superposition modale pour un jeu de miroirs sphériques.

Ces simulations permettent alors de se figurer les ordres de grandeur des dispersions associées à un ordre transverse donné aussi bien qu'à un astigmatisme particulier.

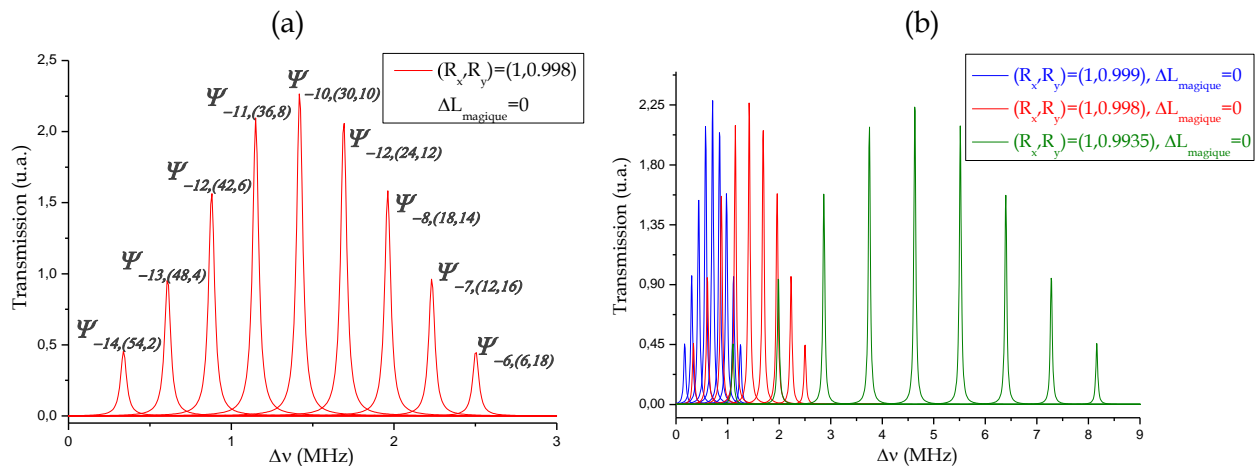


Figure 5.21 : Simulations de la dispersion des modes $\Psi_{q,(m,n)}$ invoqués dans l'état cohérent auquel est associé le profil transverse de Lissajous de la figure 5.20. Le graphe (a), pour un astigmatisme donné, met en évidence la dépendance des ordres m et n auquel est associé un taux de dispersion propre. Le graphe (b) illustre l'effet de l'astigmatisme sur la dispersion modale. L'ensemble des calculs de dispersion a été effectué relativement à une cavité sphérique, c'est-à-dire que la valeur $\Delta\nu=0$ correspond à une cavité sphérique idéale parfaitement dégénérée d'ordre $N=4$

Remarque sur les taux de dispersion dus à l'astigmatisme :

Il peut a priori sembler « curieux » de constater l'évolution des taux de dispersion associés aux modes de la figure 5.14-a eu égard au fait que les sommes élevées $S=m+n$ sont moins dispersées, dans cet exemple, que les modes de sommes inférieures. En fait, nous avons arbitrairement posé $R_X=1$ m et $R_Y=99,8$ cm : ainsi, c'est la valeur de l'index quantique n qui prépondère dans l'influence des taux de dispersion calculés.

5.4.2 DISPERSION MODALE ET LISSAGE, PAR EFFET DE MOYENNE, DES DECROISSANCES RING DOWN

5.4.2.1 Astigmatisme et taille de cavité

La détermination précédente des taux de dispersion permet de convertir ces écarts fréquentiels en termes temporels. Un balayage laser de $4,3$ THz.s⁻¹ conduira en effet à exciter les modes du groupe considéré en figure 5.21-a à des instants séparés de $\sim 80,5$ ns si $R_X=1$ m et $R_Y=99,8$ cm.

Les simulations de ring down de la figure 5.22 illustrent et comparent l'effet de l'astigmatisme sur la disparition des oscillations Doppler. La largeur à mi-hauteur du laser est prise à 500 kHz, la cavité fait 30 cm, la vitesse du balayage laser est de 4.2 THz.s⁻¹ et les réflectivités valent 99,973%.

Tandis que pour une cavité parfaitement sphérique, à la taille magique, les oscillations Doppler sont normalement présentes en début de décroissance, elles tendent à être complètement lissées aussitôt qu'un astigmatisme disperse les modes sensément dégénérés (si $\Delta L_{magique}=0$ et $\Delta R=0$).

Les courbes bleues de la figure 5.22, quant à elles, prennent le problème dans l'autre sens : elles illustrent et comparent, pour une cavité parfaitement sphérique, l'effet d'une variation infime depuis la taille magique $N=4$. Tandis que les oscillations Doppler apparaissent en début de décroissance, de la même manière que pour le premier graphe en rouge qui révèle le cas idéal d'une cavité sphérique dégénérée, elles sont complètement lissées aussitôt qu'une variation de taille de cavité disperse les modes sensément dégénérés (si $\Delta L_{magique}=0$ et $\Delta R=0$). Ce dernier effet, *i.e.* la dispersion modale entraînée par une variation de taille de cavité, a été présenté à l'occasion des discussions de la section 4.2.3.

L'ensemble des simulations conforte la vraisemblance d'un effet de moyenne quant à la disparition des oscillations Doppler. On remarque que l'allure des signaux ring down dépend de l'importance de l'astigmatisme : jusqu'à une certaine valeur, $\sim (R_x=1, R_y=0.9995)$, la décroissance commence à être constituée de plusieurs décroissances individuelles.

Il apparaît ainsi que le lissage des oscillations est dû au moyennage d'évènements ring down excités successivement dans le temps en fonction de la dispersion modale dont l'astigmatisme est considéré comme principal responsable.

Remarque sur les causes de dispersion modale :

Hormis l'astigmatisme et une variation de taille de cavité, un autre effet peut être considéré comme cause de dispersion modale. Remarquons à cet égard le travail de T. Klassen *et. al.* [75] aussi bien que celui de H. Huang *et. al.* [28] qui ont mis en évidence le couplage de modes par diffusion rugueuse comme facteur responsable d'une répulsion modale et, partant, d'une dispersion. Ils établirent (l'un pour caractériser les pertes rugueuse d'un résonateur, l'autre pour caractériser l'observation de décroissances non-exponentielles en CRDS, respectivement) que ce couplage change les fréquences propres de résonances associées aux modes propres de la cavité à l'instar d'une levée de dégénérescence, en mécanique quantique [99], des niveaux d'énergie lorsqu'existe un couplage entre deux états propres.

D'après une vision théorique standard des modes d'une cavité, chacun d'eux est indépendant et il n'y a aucun couplage entre les modes propres - il s'agit, comme les modes de l'oscillateur harmonique, d'un système linéaire. Si nous considérons désormais la diffusion sur chacun des miroirs de la cavité, nous aurons un « speckel » aléatoire qui a pour effet de coupler l'amplitude du champ électrique de différents modes [100]. A chaque miroir est associée une matrice de couplage caractérisée par des

éléments diagonaux perturbateurs afin de décrire l'effet de la diffusion avant et après chaque réflexion. Ainsi, il existe autour de la dégénérescence un mélange de modes, ou couplage, responsable d'une levée de dégénérescence (on parle du phénomène d'« anti-crossing level » décrit, par exemple, en référence [101]).

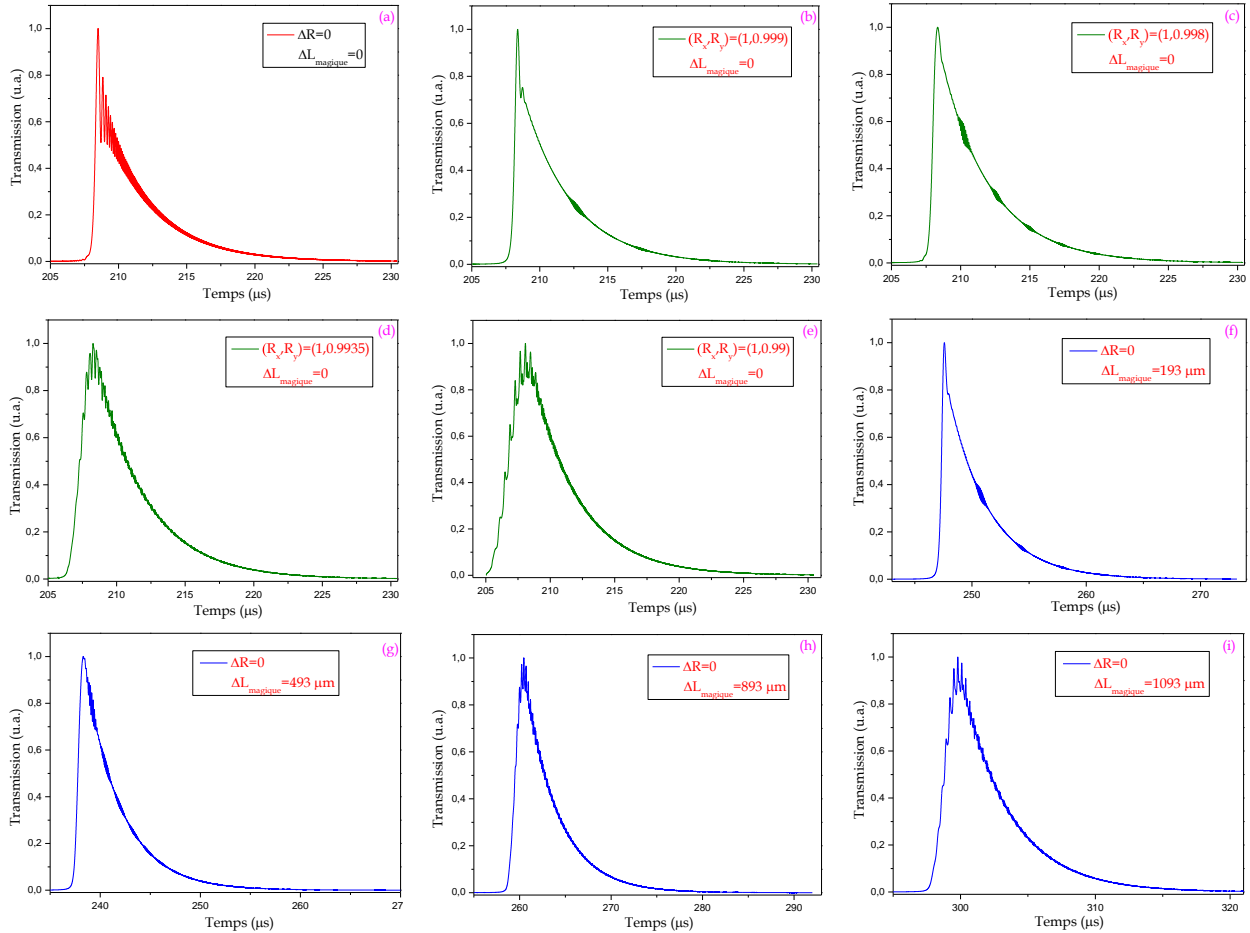


Figure 5.22 : Simulations de profils d'intensité transmis en fonction du degré d'astigmatisme de la cavité (courbes vertes) aussi bien que d'une variation de longueur ΔL par rapport à la taille magique d'une cavité sphérique (courbes bleues).

5.4.2.2 Injection hors axe et longueur effective de propagation en trajectoire réentrante

Pour compléter l'explication de ces observations expérimentales, nous devons également alléguer la notion de longueur effective de parcours du faisceau dans la cavité lors du cas particulier de l'injection hors axe.

La détermination de la taille magique du résonateur d'après l'équation (4.1) considère en effet une longueur qui s'applique le long de l'axe optique z de la cavité, c'est-à-dire sur une longueur qui lie les centres respectifs des miroirs. Or, il va de soit que l'injection hors axe d'une cavité ne suivra pas, par définition, l'axe optique du système mais verra à l'inverse un faisceau qui se propage en son sein avec des pentes différentes de zéro.

Autrement dit, la longueur effective de parcours dans la cavité, *i.e.* la longueur effectivement parcourue durant la propagation du faisceau sur sa trajectoire réentrante, ne sera plus rigoureusement égale à celle correspondant à la taille magique. De cela, on peut se figurer que la trajectoire au sein de la cavité ne vérifiera plus rigoureusement un déphasage sur un aller-retour qui vaut une valeur rationnelle multiple de 2π . Les fréquences de résonances ne seront plus, de cette façon, exactement dégénérées et nos précédents raisonnements sur l'excitation successive des modes à des instants différents s'appliquent à nouveau.

La figure 5.23-a illustre cet état de fait. Nos simulations de trajectoires de faisceau permettent de déterminer avec précision la longueur de parcours du faisceau dans une cavité injectée hors de l'axe optique. Ici, nous omettons l'astigmatisme de la cavité. Nous considérons une taille magique de cavité vérifiant le couple réentrant $(N,K)=(4,1)$, soit $L=29.2893$ cm, et une injection circulaire typique telle que représentée par les tâches d'impacts de la figure 5.23-a. La courbe des distances parcourues qui lui correspond met alors en évidence que les valeurs oscillent, dépendamment de l'ordre du passage, autour d'une longueur moyenne ici calculée à $L_{Effective}=29,2763$ cm. Ce cas de figure arbitraire, mais néanmoins général, permet ainsi de déterminer une phase de Gouy moyenne différente de $\theta=2\pi/4$.

La simulation en figure 5.23-b illustre les valeurs de taux de dispersion associées à chaque mode. Une nouvelle fois, la levée de dégénérescence $\Delta\nu$ est calculée relativement à une taille magique parfaitement sphérique de couple de valeurs $(N,K)=(4,1)$ au sein duquel se propage le faisceau gaussien le long de l'axe optique afin de garantir la taille précise $L_{Magique}$.

Ce dernier effet relié à la longueur effective de propagation compte tenu de la trajectoire hors axe du faisceau, à l'aspect non négligeable, vient ainsi s'ajouter aux dispersions engendrées par l'astigmatisme.

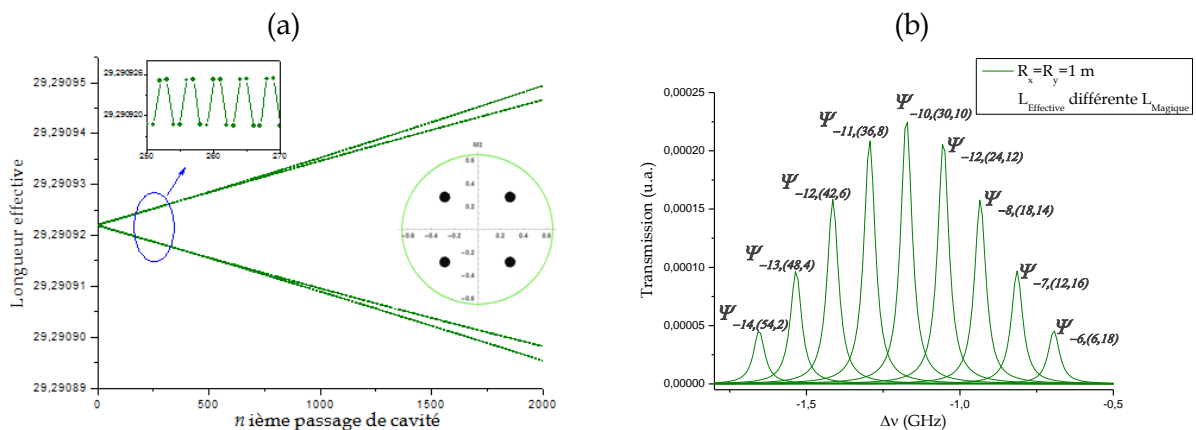


Figure 5.23 : Mise en évidence, en omettant l'astigmatisme, de la dispersion modale entraînée par la longueur effective de parcours d'un faisceau injecté hors de l'axe optique. La simulation des tâches d'impacts présentée en (a) précise la généralité du cas de figure. En (b) est illustrée la dispersion des modes constitutifs du profil transverse de la figure 5.20 auquel correspond une phase de Gouy « moyenne » déterminée d'après la longueur effective moyenne trouvée en (a).

5.4.3 REAPPARITION DES OSCILLATIONS DOPPLER A L'APPROCHE DE L'AXE OPTIQUE DE LA CAVITE

Expérimentalement, il s'avère que de réaligner le faisceau sur l'axe optique du système depuis une injection hors axe entraîne la réapparition des oscillations Doppler. Les décroissances ring down présentent alors, à nouveau, leur allure usuelle telle que figuré en **5.22-a**.

D'abord, on peut raisonner grâce à la section précédente en constatant qu'en réalignant le faisceau sur l'axe optique on précise la valeur *ad hoc* de la phase de Gouy sur la propagation du faisceau dans la cavité. La longueur effectivement parcourue sur un aller-retour tend à davantage égaliser la fraction $\frac{1}{4}$ de la phase de Gouy : les modes qui participent à la résonance dégénérée tendent à être moins dispersés.

Cependant, de façon plus essentielle, nous garderons à l'esprit la différence substantielle qui distingue une cavité multimode injectée sur l'axe et hors de l'axe optique, à savoir : le degré de dégénérescence de la cavité engendré.

La section **4.2.3.1** rappelait en effet qu'une injection multimode axiale ne met en jeu que peu de modes aux résonances dégénérées (relativement à l'excitation hors axe). Aussi, observer la réapparition des oscillations Doppler à l'approche de l'axe optique de la cavité s'explique plus raisonnablement par l'absence d'une moyenne efficace des signaux de ring down pour effectivement lisser les décroissances.

SYNTHESE

Les photos d'impacts de faisceau qui s'impriment sur les miroirs prétendument sphérique d'une cavité haute-finesse, à la taille magique, ne forment pas des trajectoires elliptiques mais des figures de Lissajous. On observe, en outre, que ces profils de Lissajous se succèdent dans un intervalle en longueur de quelques millimètres autour d'une taille magique de couple de valeurs réentrantes (N,K).

Cette notion d'intervalle de dégénérescence est l'objet de ce chapitre : caractériser sa cause et expliquer ses effets.

Tout d'abord, il a été mis en évidence, à l'aide d'une description géométrique, qu'un infime astigmatisme associé à un miroir hautement réfléchissant entraîne l'observation de trajectoires significativement différentes lorsque la taille de la cavité est incrémentée d'une valeur microscopique. Cet effet boule de neige, i.e. une petite cause pour un grand effet, prend sens lorsqu'on évoque le temps de vie des photons : puisqu'ils sont durablement piégés dans le résonateur, ils ont le temps de subir ses défauts perturbateurs pendant leur existence dans la cavité.

En particulier, un inévitable astigmatisme conduira les photons à explorer l'entière surface des miroirs pendant leurs nombreuses allées et venues : ce sont les profils de Lissajous.

L'intervalle de dégénérescence, ou encore l'intervalle en longueur à l'intérieur duquel sont effectivement observés ces profils transverses, perdure dans nos expériences sur ± 3 mm. Tandis qu'on augmente (ou diminue, respectivement) de ~ 200 μm la taille de la cavité, on augmente (diminue) significativement la longueur effective de parcours dans la cavité. La succession des profils transverses nets de Lissajous étant la conséquence d'une trajectoire fermée des impacts du faisceau aux réflexions.

Une description modale, en partie supportée par une analyse quantique, a permis de se figurer plus avant les tenants et aboutissants de cet intervalle de dégénérescence. La modélisation du champ intra-cavité pour une cavité faiblement astigmatique met en évidence le fait selon lequel est associée à chaque profil transverse de Lissajous une superposition modale particulière. Lorsqu'est variée la longueur du résonateur, les modes se dispersent dépendamment de leurs ordres quantiques m et n et à une nouvelle

coïncidence particulière de modes particuliers, dont l'ensemble forme un peigne de sous-groupes dégénérés, est associé un nouveau profil net de Lissajous.

Ces phénomènes de dispersion ont permis, en outre, d'appréhender la symétrie de révolution des profils de Lissajous observés en transmission de cavité, qui s'organise autour d'un profil central caractéristique dit en « X » et « O ».

D'avantage en rapport avec les développements sur la CRDS, nous constatons par l'expérience la disparition des oscillations Doppler en début de décroissance, celles-ci étant naturellement associées à un schéma par passage rapide et continu en résonance.

De nouveau, l'inévitable astigmatisme permet de corroborer les observations : celui-ci disperse en fréquence les modes sensément dégénérés à la taille magique et entraîne, dans le temps, leur excitation individuelle successive. Tandis qu'un ensemble de modes dégénérés ($R_x=R_y$) conduit en leur excitation simultanée, et donc à une décroissance résultante sur laquelle s'imprime l'oscillation Doppler amortie, un faible astigmatisme résulte au lissage de la décroissance par effet de moyenne.



***DEVELOPPEMENT
CONNEXE : CAVITES
MULTIPASSAGES NON-
RESONANTES : DES
CELLULES DE D. R.
HERRIOTT AUX
CELLULES DE C. ROBERT***

Ce chapitre connexe décrira nos développements sur les cavités multipassages non résonantes.

En vertu de leur relative moindre sensibilité mécanique par rapport au système CRDS (vibration, alignement...), les cellules multipassages constituent un outil de choix pour le dosage de gaz en environnements hostiles.

Au travers de nos développements expérimentaux, nous décrirons les tenants et aboutissants de cet outil de spectroscopie d'absorption direct. En abordant par le principe les cellules multipassages de Herriott, véritables fondement de la technique, nous décrirons ensuite les cellules astigmatiques qui permettent d'obtenir des trajectoires de Lissajous aux réflexions et, partant, un accroissement de la longueur d'interaction entre le faisceau et le milieu à sonder. Finalement, nous présenterons une « curiosité » expérimentale qui permet d'explorer, avec des miroirs sphériques, l'ensemble de leur surface : les cellules de C. Robert.

Les conditions extrêmement « hostiles » rencontrées dans l'enceinte de la soufflerie *F4*, e.g. le vide poussé pré-rafale (1 mbar), les vibrations des miroirs induites par le passage éclair du courant d'air ($\sim 4500 \text{ m.s}^{-1}$) aussi bien que les aspects relatifs à leur détérioration par les dépôts de poussières rendent très difficile l'application de l'outil CRDS pour sonder de tels écoulements.

A l'occasion d'une campagne d'essai, courant 2005, I. Debecker *et. al.* se heurtèrent en effet aux inconvénients relatifs aux propriétés de résonances d'une cavité, notamment à la difficulté de maintenir son alignement (cavité au sein même du caisson d'essai sans aucune possibilité de réglages).

Les cellules multipassages, à l'instar du système CRDS, piègent un faisceau laser entre deux (ou plusieurs) miroirs de façon à augmenter la longueur d'interaction entre ledit faisceau et les molécules à sonder et augmente, ce faisant, la sensibilité du dispositif d'absorption spectroscopique. Tandis que la technique CRDS repose sur la résonance d'une cavité haute finesse, les cellules multipassages s'affranchissent de cette propriété, extrêmement draconienne s'il en est, par des trous effectués dans les miroirs afin d'injecter et/ou d'extraire le rayonnement.

En dépit d'une réduction de sensibilité par rapport au spectromètre CRDS, étant donné les longueurs d'interactions associées à chaque dispositif (CRDS $\sim 1200 \text{ m}$ si $L_{\text{CRDS}}=30 \text{ cm}$ et $R_{\text{CRDS}}=99,975 \%$ / Cellules multipassages $\sim 30 \text{ m}$ si $L_{\text{Multi}}=30 \text{ cm}$ et $n_{\text{Passages}}=100$), les cellules multipassages non résonantes constituent un outil de choix dès lors qu'on s'intéresse à la caractérisation d'environnements inhospitaliers.

6.1 LA COURSE AU NOMBRE DE PASSAGES

Les cellules multipassages existent sous un très grand nombre de formes : ce sont des cellules de Herriott lorsqu'il s'agit de deux miroirs sphériques [12], des cellules de White lorsqu'il y en a trois [11], des cellules astigmatiques dès que la cavité est montée avec des miroirs aux focales différentes selon x et y [13-102] (on inclue ici les cellules cylindriques où l'une des deux courbures de l'espace est plane). Il existe également des cellules plus « exotiques » : certaines sont équipées de composants optiques destinés à faire circuler à nouveau le faisceau dans la cavité, à sa sortie de cellule ou simplement pendant la propagation du faisceau dans la cavité afin d'ajouter un certain nombre de passages additionnels : ces composants sont parfois des prismes [103], des coins de cubes [104] ou encore un jeu de miroirs astucieusement disposés [13-105].

Voici un bref aperçu de la littérature « multipassage ». Chacune des équipes, citées ou non, cherchant une façon d'augmenter le nombre de passages dans la cavité pour les besoins de l'application spectroscopique tandis que d'autres, tel que C. Robert [18], eurent une idée ingénieuse et la développèrent pour le plaisir de découvrir et de faire avancer la science.

6.2 LES CELLULES DE HERRIOTT

On décrira, dans cette partie, les cellules de Herriott sphériques. La précision quant à la sphéricité des miroirs n'étant ici pas superflue puisqu'il fût également le premier à développer les cellules astigmatiques.

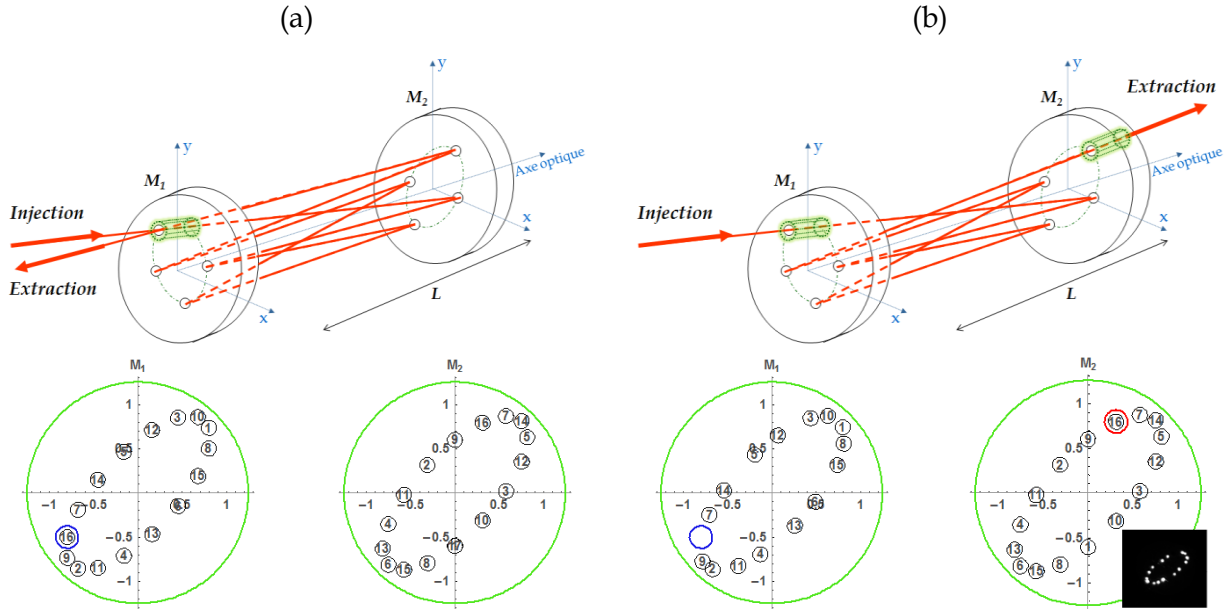


Figure 6.1 : Schématisation du principe des cellules multipassages de Herriott. Deux miroirs sphériques de courbure R , alignés selon l'axe optique z et distants de L sont en vis-à-vis. L'injection dans la cavité du faisceau se fait par un trou d'entrée tandis que sa sortie, ou extraction, peut être envisagée aussi bien (a) par ce même trou (trajectoire réentrante) que par un deuxième (b) situé dans M_2 . Les simulations d'impacts présentées correspondent aux cas deux cas de figure ainsi envisagés. Les paramètres d'injections initiaux sont respectivement identiques et valent $(x_0, x_0', y_0, y_0') = (-0.8, 0.8/L, -0.5, -0.1/L)$ avec (a) $L=120,791$ cm (conditions réentrantes de couple $(N, K) = (32, 17)$ lorsque $R_M = 100$ cm) et (b) $L=120$ cm. La photo présentée sur le miroir M_2 du cas non réentrant conforte l'accord théorie/expérience. Les impacts bleu et rouge représentent respectivement les trous d'entrée et de sortie.

Les cellules de Herriott (on consacra ce terme pour une cavité formée de deux miroirs sphériques) se constituent, d'une manière générale, de deux miroirs sphériques et symétriques en regard l'un de l'autre. Leur rayon de courbure est noté $R=f/2$ et la distance qui les sépare est L . Tel qu'illustré sur la figure 6.1, on peut envisager deux schémas expérimentaux sensiblement différents : le premier, présenté en 6.1-a, possède un trou unique qui officie à la fois comme trou d'injection et d'extraction du faisceau tandis que le deuxième, schématisé en 6.1-b, en possède deux : l'injection et l'extraction se faisant respectivement sur M_1 et M_2 .

Les discussions générales proposées en section 2.2.1 ont introduit l'analyse des propriétés spatiales d'un faisceau gaussien lors de ses multiples allers-retours entre les deux miroirs constitutifs d'une cavité sphérique. La section 3.2.3.2.1, quant à elle, a introduit le paramètre gaussien q du faisceau, lequel paramètre permet une complète connaissance de la taille du faisceau ainsi que de la courbure de son front d'onde : tandis que le faisceau se propage à

travers un système optique, la transformation de son paramètre q est gouvernée par le formalisme des matrices $ABCD$ donné par l'équation (3.12).

L'application de cette théorie permet ainsi d'appréhender les caractéristiques du faisceau (positions, pentes, rayon du spot, rayon de courbure) en tout plan z de l'espace.

6.2.1 ALIGNEMENT EXPERIMENTAL DES CELLULES MULTIPASSAGES

Les simulations des trajectoires d'impacts de faisceaux aux réflexions ont ceci de fondamentales qu'elles permettent de se figurer l'emplacement des trous à effectuer aussi bien que la proximité des impacts dépendamment du nombre de passages et des caractéristiques d'injection dans la cellule.

Lorsqu'un nombre de passages a été choisi par l'expérimentateur, le code de calcul est l'outil indispensable à la mise sur pied de la cellule multipassage. Toutefois, entre la simulation et l'expérience demeure une difficulté : la détermination de l'axe optique du système ainsi que l'orthogonalité des deux miroirs par rapport à celui-ci. Les simulations considèrent en effet un système rigoureusement orthogonal $((x, y) \perp z)$ et parfaitement aligné sur l'axe optique (rappelons qu'un faisceau aligné sur l'axe optique du système se retrouve spatialement indéfiniment identique à lui-même pendant sa propagation).

Expérimentalement, ces deux conditions sont réalisées par l'emploi de « caches » sur lesquels sont reproduites les positions des taches d'impacts aux réflexions. Pour chaque miroir, un papier où sont troués les premiers impacts (le trou d'entrée + 1^{ier} impact pour M_1 et les deux premiers impacts pour M_2) permet, littéralement, de guider le faisceau dans la cavité et d'aligner ainsi le système multipassage.

En pratique, la taille de la cavité est fixée et on applique les caches sur chacun des deux miroirs. Avec les miroirs de couplage dans la cellule, nous passons par le trou du miroir d'entrée et « visons » le premier impact préalablement percé d'un trou de la taille mode matchée du spot : les pentes d'injection initiales du faisceau sont ainsi fixées expérimentalement. A l'aide des assiettes du miroir de sortie (réglages angulaires selon x et y) on s'applique à viser le premier impact correspondant à la réflexion sur le miroir d'entrée : M_2 est ainsi complètement aligné sur l'axe optique du système. De nouveau, on vise via M_1 la deuxième réflexion calculée sur M_2 et le miroir d'entrée est maintenant complètement aligné sur l'axe optique. Les caches sont retirés du devant des miroirs et la trajectoire du faisceau est celle qui correspond à la théorie.

6.2.2 SYSTEME DESALIGNE : NOUVELLE CONFIGURATION MULTIPASSAGE

A partir d'une configuration expérimentale donnée, *e.g.* ici les 31 passages à travers 1,2 m comme illustré en figure 6.1-b, on peut à dessein désaligner la cavité pour tenter de parvenir à une nouvelle configuration présentant davantage de passages. Ceci revient, en pratique, à modifier les pentes d'injection du faisceau ainsi que les assiettes des miroirs, c'est-à-dire dans

ce dernier cas à « tilter » angulairement leur position selon les deux directions transverses x et y de l'espace.

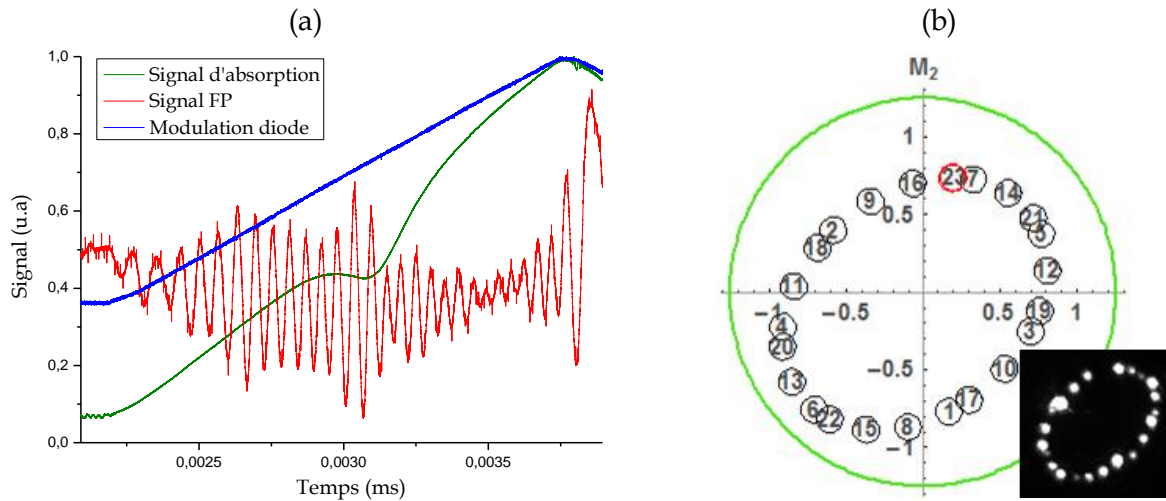


Figure 6.2 : En (a) est présenté un exemple de signal transmis par une cellule de Herriott de 31 passages à travers 1,2 m de cavité. La raie sondée est celle de l'oxygène moléculaire dont les caractéristiques ont été précisées en section 4.2.1.2. La trajectoire qui s'applique aux conditions expérimentales est celle présentée en figure 6.1-b. Le graphique (b) présente la même cellule multipassage qu'en 6.1-b, i.e. les mêmes trous d'injection et d'extraction sur chacun des miroirs, sauf que la cavité a été désalignée en vue d'aboutir à une configuration de 47 passages à travers la même longueur de cavité (1,2 m). La photo présentée corrobore l'accord théorie/expérience des systèmes désalignés.

A. E. Siegman décrit dans son livre [19] l'analyse mathématique d'un tel problème. On renvoie le lecteur à la page 607 du manuel. Il s'agit, en un mot, d'utiliser maintenant des matrices 3x3, dites « ABCDEF », où les nouveaux termes E et F traduisent la perturbation engendrée par le désalignement de l'élément optique selon l'axe z du système. Comme présenté en figure 6.2-b, on peut ainsi parvenir à guider, via la modification de l'assiette des miroirs ainsi que les pentes d'injection, le faisceau sur une trajectoire de 47 passages qui accroît *de facto* le chemin effectif d'interaction laser/matière avec les mêmes miroirs et, partant, les mêmes trous identiquement disposés.

6.2.3 AUGMENTATION DU NOMBRE DE PASSAGES ET DE LA SENSIBILITE DE L'OUTIL SPECTROSCOPIQUE

L'enregistrement de la figure 6.2-a présente le signal transmis par le système de spectroscopie d'absorption multipassage (31 passages), lequel permet, depuis un code d'inversion, d'ajuster le profil d'absorption afin d'extraire les propriétés du gaz. La fréquence laser est balayée périodiquement à quelques 330 Hz autour de la raie d'absorption de l'espèce visée (O_2). Il est inutile de préciser que l'augmentation du nombre de passages à travers la cavité augmente la sensibilité du dispositif en augmentant le signal absorbé.

6.2.3.1 Essais en soufflerie F4

Nous avons implémenté, courant 2007, le système désaligné de 47 passages à travers 1,2 m de cellule (dont ~ 1 m d'écoulement) dans l'enceinte du caisson d'essai de la soufflerie F4. F4 est une installation à haute enthalpie mise en service pour l'étude de la phase de rentrée d'un véhicule spatial dans la haute atmosphère avec effet de gaz réels. Pour obtenir ces rafales (~ 200 ms d'écoulement) chaudes à grand nombre de Mach (entre 15 et 20), le gaz d'essai (air, N_2 , CO_2) est chauffé et comprimé dans une chambre d'essai par le passage d'un arc électrique de forte intensité (fournie par un générateur impulsionnel d'une puissance de quelques 150 MW). Les conditions génératrices maximales pouvant atteindre jusqu'à 7500 K et 1000 bar.

Pour nos essais, le gaz utilisé était de l'air porté à une pression génératrice de 200 bar afin de conduire à une enthalpie relativement réduite de ~ 8 MJ/kg et une vitesse avoisinant les 3000 m/s. La pression de l'écoulement est de l'ordre de 5 mbar.

La figure 6.3 qui suit montre un exemple de signaux récoltés avant et pendant la rafale. La fréquence laser est balayée à 250 Hz sur environ $0,6$ cm $^{-1}$.

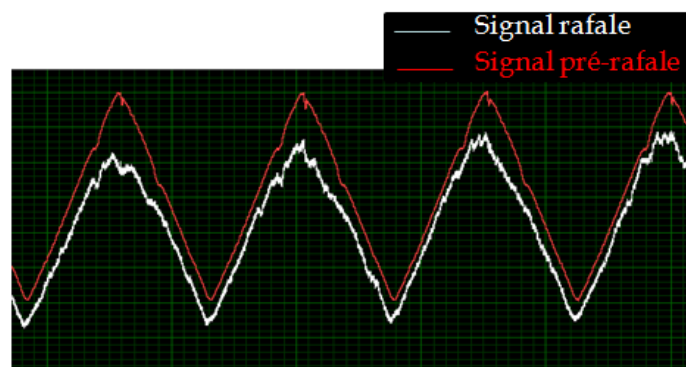


Figure 6.3 : Exemple de signaux (transmis par la cellule multipassage figurée en 6.2-b) enregistrés avant et pendant la rafale.

En dépit de l'impossibilité de déterminer la présence éventuelle d'oxygène moléculaire, ces résultats ont permis de valider la tenue mécanique du dispositif à l'intérieur même du caisson d'essai. Le signal représenté par la courbe blanche, en figure 6.3, prouve en effet que les systèmes multipassages de Herriott résistent à l'environnement inhospitalier de la soufflerie.

Nous espérons avec ce système une sensibilité suffisante (longueur d'interaction effective avec l'écoulement ~ 45 m), il s'avère toutefois que le niveau de signal sur bruit est trop faible pour distinguer une éventuelle absorption parmi le signal masqué par les poussières ou autres résidus solides de l'écoulement (lorsqu'ils traversent le passage du faisceau dans la cavité).

6.2.3.2 Cellules multipassages de Herriott et nombre de passages

Les cellules de Herriott conventionnelles, telles que décrites précédemment, sont limitées par le nombre d'impacts possiblement atteignables. En effet, il faut garantir au faisceau qu'il ne se recouvre pas spatialement sur lui-même : dans le cas contraire il s'échapperait de la cellule avant le nombre prévu n de passages. Ceci restreint alors le nombre total de passages à la

circonférence de l'ellipse divisée par le diamètre du trou, lequel est tributaire, de fait, du diamètre du faisceau aux réflexions. A titre d'exemple, on donne l'évolution, en figure 6.4-a, du nombre de passages maximum que l'on peut atteindre avec ces cellules de Herriott. On remarquera que les simulations considèrent des trajectoires d'impacts, aux réflexions, qui sont circulaires : c'est en effet ce type de trajectoire qui garantit le plus grand nombre de passages dans la cellule attendu qu'un cercle est la plus grande ellipse.

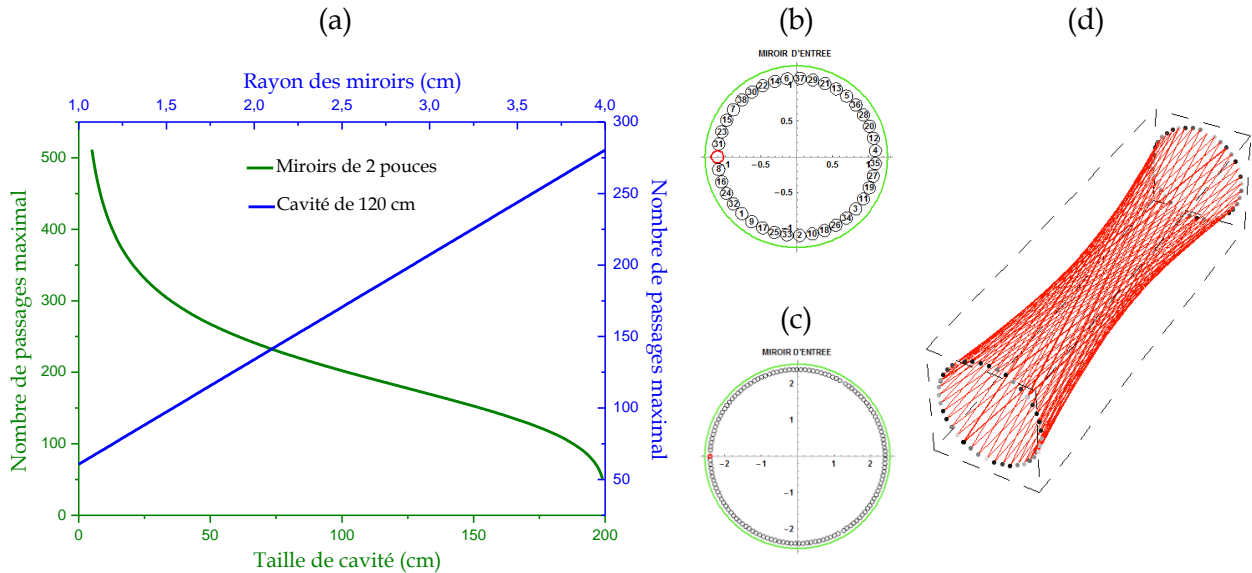


Figure 6.4 : Illustration de la limitation du nombre de passages dans une cellule de Herriott sphérique. Le graphique (a) présente simultanément le nombre maximal de passage de cavité pour (en vert) une taille de miroir donnée dépendamment de la taille de la cavité (donc de la taille des impacts pour $\lambda=760$ nm et $R_{1,2}=1$ m) et (en bleu) ce même nombre maximal pour une taille de cavité donnée dépendamment de la taille transverse des miroirs. En (b) et (c) sont représentés des exemples de simulations de nombre maximal de passages pour une cellule de 120 cm avec des miroirs de 1 pouce ($n_{Max}=72 \times 2$) et des miroirs de 2 pouces pour une cavité de 50,34 cm ($n_{Max}=260 \times 2$),

Remarque sur les signaux d'absorption attendus :

Le profil 3D de la figure 6.4-d permet de dégager une caractéristique sur le signal absorbé tel que, par exemple, présenté en figure 6.3. On s'aperçoit tout d'abord que chaque passage du faisceau dans la cavité entraîne une projection du vecteur d'onde selon le vecteur vitesse de l'écoulement qui sera positive et négative. Autrement dit, le profil d'absorption, par effet Doppler, va être scindé en deux sous-profil de part et d'autre du centre de la raie pour $V_{écoulement}=0$. Par ailleurs, pour chacun des deux sens de propagation selon l'axe optique z de la cavité, le faisceau traverse la cavité avec une pente propre à son ordre de passage. A nouveau, par effet Doppler, chacun des deux profils d'absorption distingués sera légèrement élargit.

6.2.3.3 Trajectoires circulaires réentrantes et augmentation des tailles de miroir

Le développement qui s'est imposé pour persévérer dans notre étude a été d'employer, en fait de système multipassages de Herriott, des miroirs de deux pouces (50,8 mm de diamètre) conjugués à une trajectoire circulaire et réentrante de faisceau.

L'intérêt d'une trajectoire circulaire a précédemment été stipulé : il permet de balayer la plus grande surface possible des miroirs sphériques et, ainsi, d'accroître le nombre possible de réflexions. Pour ce qui a trait aux caractères réentrant des trajectoires, l'intérêt majeur est de s'affranchir du trou d'extraction dans le miroir de M_2 , attendu que le faisceau est maintenant injecté et extrait par le même trou qui fait alors double office. En outre, une trajectoire réentrante de faisceau rend le système multipassage versatile en ce sens qu'un jeu de miroirs, *i.e.* deux miroirs et un trou, permet d'aboutir à profusion de possibilités expérimentales. En effet, le système réentrant permet indépendamment de :

- ✚ Fixer le nombre de passages et laisser arbitraire la taille de la cellule.
- ✚ Fixer la taille de la cellule et laisser arbitraire le nombre de passages (en toute rigueur autour d'un intervalle en longueur ≤ 3 cm).

6.2.3.4 Description analytique

On présente ici succinctement l'analyse mathématique décrivant la propagation circulaire réentrante d'un faisceau paraxial dans une cavité symétrique sphérique de longueur L supportant des miroirs de courbure $R=2f$. D'après les développements de la section 2.2.1, la matrice « aller-retour » de propagation dans la cellule s'écrit $M_{AR} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ -1/f & 1-L/f \end{pmatrix}$. Après n passages de cellules, le théorème de Sylvester [106] :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n = \frac{1}{\sin \theta/2} \begin{pmatrix} A \sin(n\theta/2) - \sin((n-1)\theta/2) & B \sin(n\theta/2) \\ C \sin(n\theta/2) & D \sin(n\theta/2) - \sin((n-1)\theta/2) \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

permet d'écrire que les coordonnées du faisceau à la $n^{\text{ième}}$ réflexion s'écrivent :

$$x_n = x_0 \cos(n\theta/2) + \sqrt{\frac{L}{4f-L}} (x_0 + 2fx_0') \sin(n\theta/2), \quad (6.2)$$

où θ aura été reconnue comme la phase de Gouy sur un unique passage de cavité. Cette équation peut se réécrire : $x_n = A \cdot \sin(n\theta/2 + a)$. Puisque le même raisonnement tient pour la direction y de l'espace, on écrit : $y_n = B \cdot \sin(n\theta/2 + \beta)$. Les paramètres A et B recèlent le maximum d'excursion du faisceau dans les directions qui leur correspondent [107].

On voit ainsi que la trajectoire des faisceaux sera circulaire si $A=B$ et $a=\beta \pm \pi/2$. On peut montrer que ceci est satisfait, si $y_0=0$, lorsque :

$$x_0' = \frac{x_0}{2B} (D-A) \text{ et } y_0' = \frac{x_0}{B} \sin \theta/2. \quad (6.3)$$

La trajectoire décrit ainsi un cercle de rayon x_0 .

Dorénavant, de la même manière qu'en CRDS appliquée à une taille magique, la trajectoire sera réentrante aussitôt que la phase de Gouy sur un aller-retour ($=2\text{ArcCos}(1-L/R)$) vérifie une valeur rationnelle multiple de 2π .

6.2.3.5 Cellules multipassages versatiles

Il a été précisé que le désavantage majeur de trouser les deux miroirs provient du fait que le système ainsi constitué est voué, par essence, à une trajectoire particulière, *i.e.* un nombre de passages de cellule fixé. Au mieux, comme nous l'avons figuré en section 6.2.1.1, une deuxième trajectoire (si l'on cherche plus de passages mais évidemment ≥ 2 si l'on en cherche moins) peut s'obtenir en modifiant les pentes d'injection et/ou en désalignant le système, c'est-à-dire en jouant sur les assiettes des miroirs.

Un système réentrant, tel que présenté en figure 6.5, permet quant à lui d'obtenir un nombre arbitraire $\leq n_{Max}$ de passages, où n_{Max} est limité par la taille des miroirs. A l'inverse, le même jeu de miroirs peut servir à s'appliquer à plusieurs configurations imposées par « l'encombrement » expérimental.

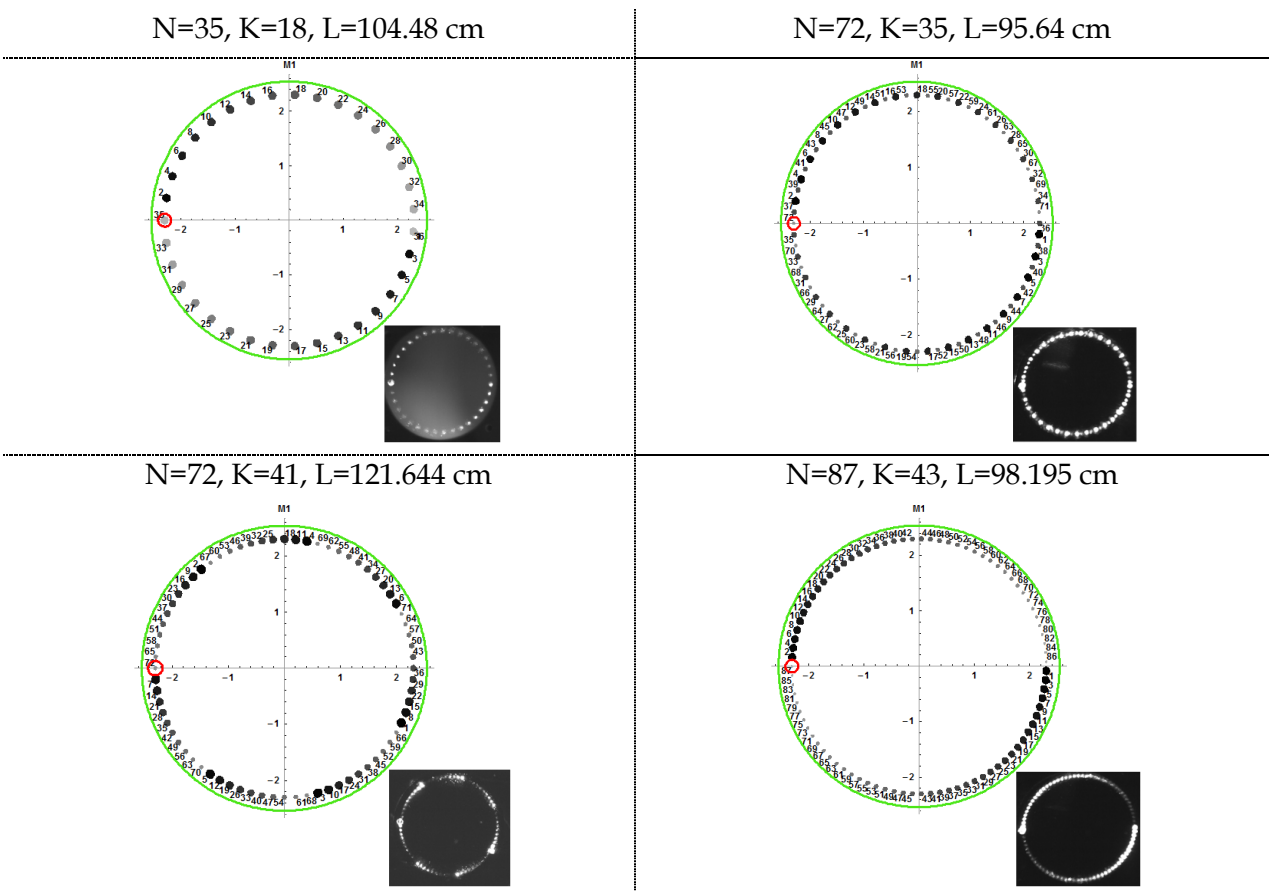


Figure 6.5 : Exemple de quelques trajectoires circulaires typiques calculées et observées pour différents couples de valeurs réentrantés (N,K) . Les intensités des taches d'impacts simulées, aussi bien que leur taille, sont proportionnelles à l'ordre de la réflexion. La première égale les propriétés d'un faisceau mode matché sur le mode fondamental de la cavité où le critère de 99% de son intensité transverse est pris en compte.

6.2.4 CELLULES MULTIPASSAGES DE HERRIOTT ET ASTIGMATISME

Pour rejoindre les propos relatifs à l'astigmatisme développé en chapitre 5, nous présentons une situation expérimentale dans laquelle apparaît une curiosité que nous jugeons, sur le tard, l'effet d'un faible astigmatisme. Il s'agissait alors, avec notre jeu de miroirs sphériques de 1

pouce, de s'essayer aux trajectoires réentrantes. Etant donné la position de notre trou d'injection/extraction $(x_0, y_0) = (-0.8, -0.5)$, on peut montrer que l'ordre réentrant $(N, K) = (30, 17)$, soit une longueur de cavité $L = 120.8$ cm qui s'approche aux conditions d'implémentations de l'outil dans la soufflerie *F4*, constitue le nombre de passages maximal possiblement atteignable. La simulation de la figure 6.6-a illustre cette trajectoire d'impact sur le miroir M_1 .

On constate que la trajectoire d'impacts, telle que figurée en 6.6-a, s'écartent de la circularité pour donner lieu à une curiosité expérimentale. D'après la simulation présentée en 6.4-b, cette situation apparaît aussitôt qu'on invoque un faible astigmatisme. Il correspond ainsi une figure de Lissajous à la trajectoire d'impacts aux réflexions. Lorsque $R_y = R_x - 1 = 99.5$ cm, la simulation corrobore à nouveau parfaitement la théorie.

En fait, de la même manière qu'en section 5.1, il existera toujours un faible astigmatisme associé à un miroir prétendument sphérique. La figure 6.6-c reprend la situation expérimentale décrite en début de section où nous prétendions un accord parfait entre l'observation et la simulation. En réalité, l'astigmatisme existait déjà. L'ajustement expérimental devant alors provenir d'un réglage *ad hoc* des assiettes des miroirs. Nous constatons, ceci dit, que l'écart entre les trajectoires (distinguées par les impacts mauves et bleues) demeure infime.

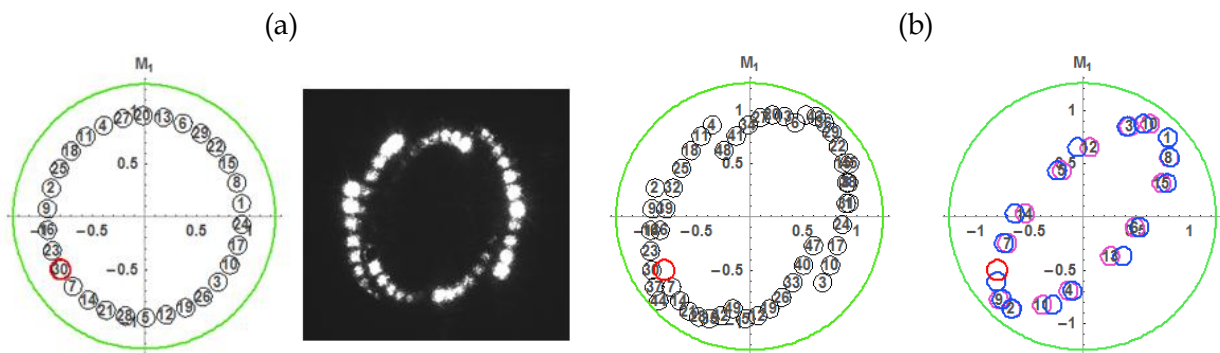


Figure 6.6 : Mise en évidence expérimentale de l'inhérent astigmatisme associé à un miroir. En (a) est comparée la trajectoire de faisceau escomptée aux réflexions avec la réalité expérimentale qui lui correspond. La simulation en (b) reprend les mêmes paramètres d'injection qu'en (a) avec maintenant $R_x = R_y - 0.5$ cm, où $R_x = 1$ m. La simulation s'accorde à présent parfaitement avec l'expérience. En (c) sont reprises les conditions expérimentales précisées en figure 6.1 afin de mettre en évidence l'effet de l'astigmatisme. Tandis que les impacts mauves et numérotés correspondent à une cavité sphérique, les bleus sont associés à une cavité astigmatique

Remarque sur l'astigmatisme observé avec les cellules de Herriott :

Contrairement aux situations expérimentales du chapitre 5 relatives à la CRDS, aucune attention particulière n'avait été ici prise en compte concernant le stress mécanique infligé aux miroirs par les vis de maintien. Etant donné le rapport hauteur largeur des miroirs (1 pouce sur 5 mm) utilisés pour les cellules multipassages ainsi que le faible nombre de réflexions, il est raisonnable de considérer que le facteur prépondérant de l'astigmatisme observé est ce stress mécanique

On peut toutefois rappeler que l'importance de l'astigmatisme, tel qu'on le présentera à nouveau en section 6.3.1, dépendra toujours de l'angle relatif entre les axes principaux des miroirs. On montre en effet, d'après les simulations de la figure 6.7, que les trajectoires qui correspondent à une cellule astigmatique tendent plus ou moins à s'éloigner du cas idéal de la cellule sphérique dépendamment de cet angle relatif.

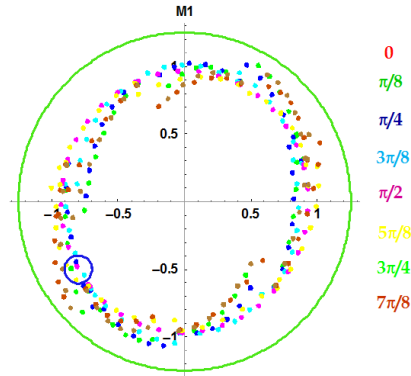


Figure 6.7 : Mise en évidence des différences de trajectoires d'impacts dépendamment de l'angle relatif des axes principaux de miroirs légèrement astigmatiques. Les simulations sont faites avec $R_x=R_y-0.5$ cm, où $R_x=1$ m tandis que les conditions d'injections sont toutes semblables : elles vérifient les conditions circulaires $(x_0,x_0',y_0,y_0')=(-0.8,0.5/L,-0.5,-0.1/L)$ et une cavité réentrante de couple $(N,K)=(30,17)$

6.3 CELLULES ASTIGMATES [108]

En dépit de l'important nombre de passages possiblement atteignable avec des miroirs sphériques de tailles relativement modestes, on remarque que l'essentiel de leur surface demeure inutile : ceci est directement tributaire des fréquences spatiales des positions x_n et y_n des impacts dans tout plan contenu dans la cellule. Puisque ces coordonnées oscillent à la même fréquence sur leur axe respectif, la courbe paramétrique résultante est elliptique. En revanche, dès lors que les miroirs présentent de l'astigmatisme, *i.e.* $R_x \neq R_y$, les fréquences d'oscillation associées aux deux directions x et y de l'espace se distinguent et les figures de Lissajous qui en découlent permettent d'explorer l'ensemble de la surface des miroirs.

De telles cellules ont été réalisées aussitôt les années 1965 [13] lorsque Herriott et Schultze cherchèrent à densifier le nombre d'impacts pouvant être supporté par des miroirs. Ils présentèrent à cet égard deux systèmes : le système astigmatique, dont nous allons parler, et celui obtenu par une perturbation extérieure, tel un additionnel petit miroir collé sur M_2 , afin de dévier la trajectoire elliptique en plusieurs autres qui lui sont concentriques, *etc.*

On précise toutefois que la manufacture de tels miroirs, où les focales sont distinctes selon les deux directions de l'espace, est, en plus d'être onéreuse, très difficile. La comparaison de la théorie avec l'expérience, en figure 6.8-c d'une trajectoire simulée (donc escomptée) de 205 passages de cavité à travers 130 cm ($R_x=619,8$ cm et $R_y=309,9$ cm), prouve qu'il est illusoire d'espérer des courbures qui s'ajustent avec les valeurs spécifiées par le fabricant. En tout état de cause, il existera toujours une erreur dans la fabrication qui rendra caduque l'accord

théorie/expérience. Le faisceau ne suivra pas les volontés de l'expérimentateur et seule une mesure par détermination du temps de vol d'un pulse lumineux permettra de préciser la longueur d'absorption effectivement atteinte. Ce type de miroirs conduira indéniablement à travailler « à vue », c'est-à-dire sans aucun moyen d'ajuster la théorie avec l'expérience.

Cet état de fait nous conforte dans l'idée qu'il est très préférable, dès lors qu'on cherche à utiliser des miroirs non sphériques pour obtenir des trajectoires de Lissajous aux réflexions, d'employer des miroirs cylindriques. Ceux-ci se distinguent par une courbure infinie selon l'une des directions de l'espace tandis que l'autre demeure courbe. Avec une telle configuration de cellule, dite cylindrique, on obtiendra de façon similaire un balayage sur l'ensemble de la surface des miroirs avec l'avantage patent de maintenant travailler avec les caractéristiques attendues des réflexions : on connaîtrait ainsi pertinemment la longueur effective d'absorption empruntée par le faisceau sonde. Une description analytique rigoureuse de ces cellules est donnée en référence [109].

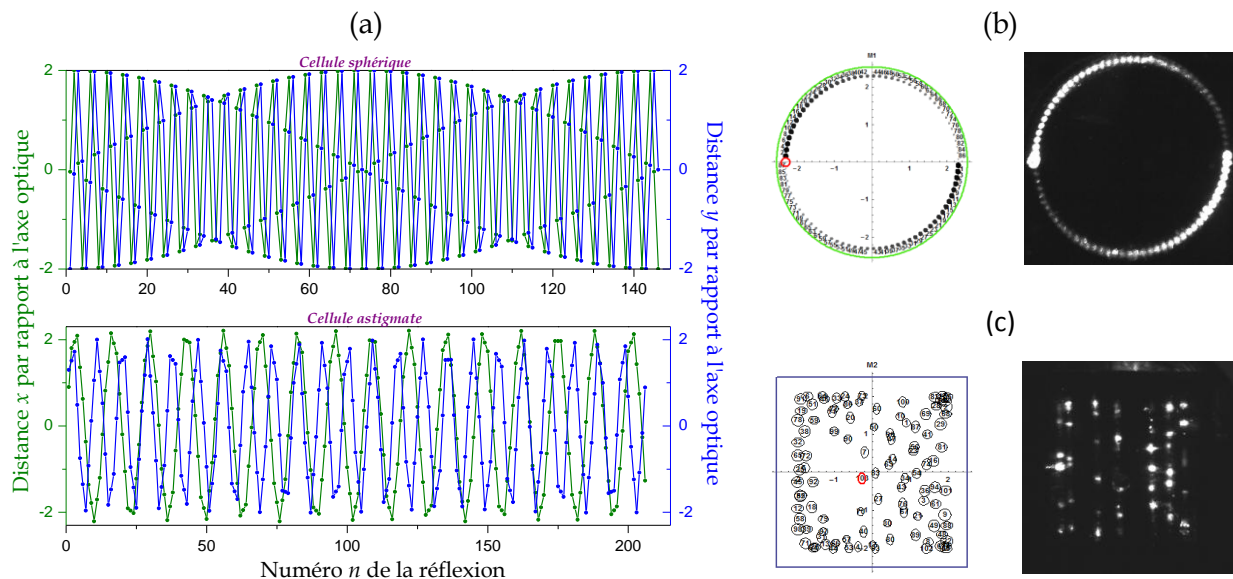


Figure 6.8 : En (a) est mise en évidence graphique la distinction existante entre les fréquences d'oscillations d'un système sphérique et cylindrique avec, en (b) et (c), un exemple de trajectoires qui leur est respectivement attribué.

Remarque sur le mode matching d'un système astigmaté :

Une attention particulière du système astigmaté présenté en figure 6.8-c nous permet de constater que les taches d'impacts ne sont plus rigoureusement sphériques mais présentent une ellipticité propre à chaque réflexion. La simulation présente effectivement la réalité de nos expériences où les distances d'accord de mode ont été déterminées à partir de la courbure moyenne des miroirs, soit un waist au centre de la

cavité calculé depuis : $\frac{R_x + R_y}{2} = (z - z_0) + \left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}\right)^2 \cdot (z - z_0)^{-1}$. Expérimentalement, pour

rigoureusement mode matcher une telle cavité, il faudrait disposer de deux lentilles d'injection cylindriques depuis le sortir de la fibre optique. Les positionner orthogonalement et aux distances *ad hoc* h_i d'accord de mode (cf. section 3.3.2.1),

permettraient respectivement de faire correspondre les fronts d'onde selon x et y du faisceau avec les caractéristiques R_x et R_y des miroirs aux réflexions.

Lorsque les axes principaux des deux miroirs sont orthogonaux ($R_{1x} \perp R_{2x}$), la trajectoire suit une ellipse. En revanche, aussitôt qu'un angle relatif φ distingue la direction de ces deux axes, la matrice 4x4 [110] de la réflexion « twistée » devient :

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_{T(-\varphi)} \cdot \mathbf{M}_R \cdot \mathbf{M}_{T(\varphi)}, \quad (6.4)$$

où $M_{T(\varphi)}$ est la matrice de rotation et s'écrit [80-102-111] :

$$\mathbf{M}_{T(\varphi)} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

et la matrice aller-retour qui lui correspond s'écrit :

$$\mathbf{M}_{AR} = \mathbf{M}_{R_1} \cdot \mathbf{M}_L \cdot \mathbf{M}_{R_2} \cdot \mathbf{M}_L = \mathbf{M}_{R_1} \cdot \mathbf{M}_L \cdot \mathbf{M}_{T(-\varphi)} \cdot \mathbf{M}_{R_2} \cdot \mathbf{M}_{T(\varphi)} \cdot \mathbf{M}_L. \quad (6.6)$$

Des exemples théoriques de trajectoires possiblement atteignables sont présentées en figure 6.9.

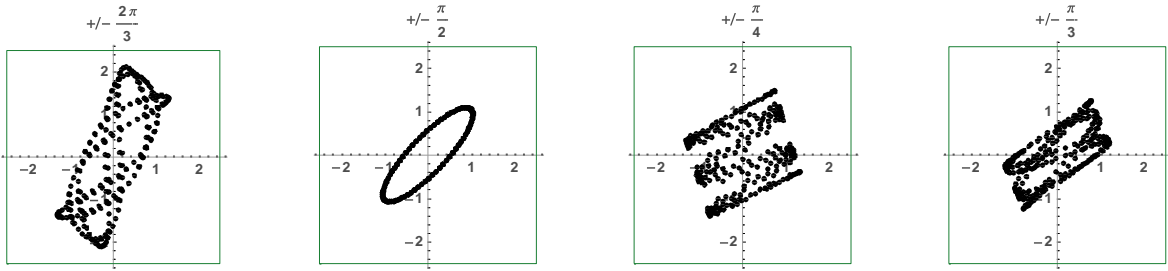


Figure 6.9 : Présentation de quelques trajectoires simulées d'impacts de faisceaux piégés dans une cellule cylindrique ($R_x=300$, $R_y=\infty$ et $L=120$ cm) dépendamment de l'angle entre les axes principaux des miroirs M_1 et M_2 . Les conditions d'injection, i.e. la position initiale du faisceau aussi bien que sa pente, sont dans chaque cas identiques et valent $(x_0, x_0', y_0, y_0') = (-0.7, 7.10^{-3}, 0, 5, 71.10^{-3})$.

6.4 CELLULES DE C. ROBERT

On présentera enfin les cellules de C. Robert. Celles-ci ont attiré notre attention puisqu'elles permettent d'aboutir à des trajectoires d'impacts qui explorent l'entière surface des réflecteurs constitutifs de la cellule avec des miroirs sphériques. L'astuce de l'ingénieur du Centre National de la Recherche Scientifique (Cnrs) a consisté à rompre volontairement la symétrie du système afin de perturber les réflexions de leur trajectoire elliptique. En pratique, ceci revient à :

- ✚ Scinder en deux parties un des deux miroirs sphériques de la cellule, puis légèrement tourner angulairement une des deux parties ainsi créées ;

- ✚ Disposer d'une cellule plan-sphérique où le miroir plan est en fait constitué de deux miroirs distincts accolés, puis légèrement tourner angulairement un de ces deux miroirs.

Pour ce qui nous concerne, nous avons employé le deuxième dispositif qui permet une mise en œuvre expérimentale plus aisée.

6.4.1.1 Principe de la cellule : couple de valeurs (N, K) arbitraire

Une façon intuitive de se figurer le principe de fonctionnement de la cellule consiste à prendre un couple réentrant particulier. Par exemple, le couple de valeurs (N,K)=(30,29) conduit en une taille de cavité de 199,452 cm lorsque la courbure des miroirs est de 1 m. La trajectoire des impacts qui s'imprime sur le miroir d'entrée, lorsque les caractéristiques d'injections sont prises pour vérifier une trajectoire circulaire, est simulée en figure 6.10-a ci-dessous. On peut remarquer que la particularité de cette trajectoire d'impact tient en l'ordre des réflexions : les $N/2$ premières réflexions se font sur la partie inférieure du miroir tandis que les $N/2$ dernières sont sur sa partie supérieure.

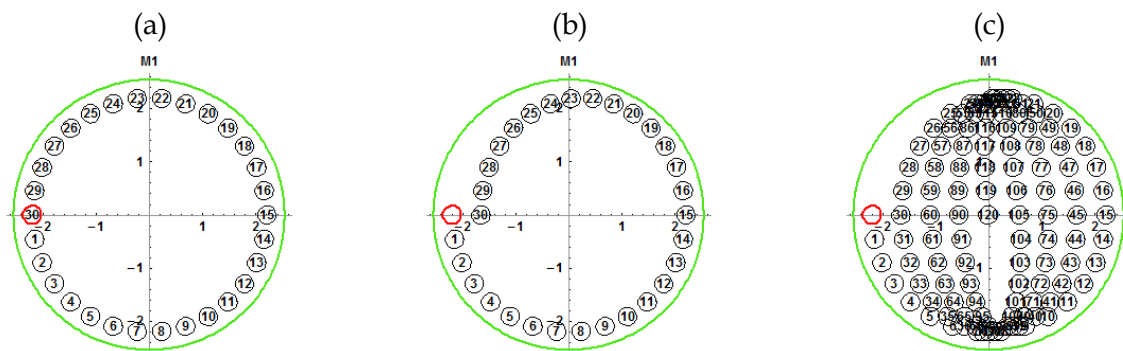


Figure 6.10 : Mise en évidence du principe de re-circulation d'un faisceau dans une cellule de C. Robert. En (b) la partie supérieure M_1' du miroir scindé en deux à été tournée selon l'axe y d'un angle de $-8,6 \cdot 10^{-4}$ degré. En (c) est illustrée la trajectoire des impacts après 240 traversées de cavité.

Imaginons désormais couper horizontalement ce miroir juste en dessous du trou d'injection (représenté en rouge sur les figures) afin de pouvoir légèrement tourner angulairement une de ses deux parties ainsi distinguées. Ce second miroir, ou tout du moins cette nouvelle moitié de miroir, sera appelée M_1' . Tilter angulairement M_1' selon l'axe y revient à créer, pour les $y > y_{\text{trou}}$ d'injection une nouvelle cellule de Herriott.

Lorsque M_1' tourne selon l'axe y , son centre de courbure est déplacé sur l'axe x de façon proportionnelle.

Les $N/2$ premières réflexions demeurent ainsi spatialement inchangées : elles ont toujours lieu sur ce demi-cercle. Lorsque le faisceau s'apprête à se réfléchir sur M_1' , il est maintenant dans une nouvelle cellule : une cellule de Herriott dont l'axe optique a été translaté le long de x . Cette première réflexion, caractérisée par (x_0, x_0', y_0, y_0') , fait figure d'injection initiale dans cette nouvelle cellule.

La seconde moitié des N réflexions se fait dans la nouvelle cellule et génère, *de facto*, une seconde moitié d'ellipse cette fois symétrique par rapport au nouvel axe optique formé par (M_1', M_2) : c'est la situation illustrée en figure 6.10-b.

Dès lors, le schéma se poursuit et permet de décrire une trajectoire qui balaie l'ensemble de la surface des miroirs.

Remarque sur les tailles d'impacts aux réflexions :

Compte tenu des dimensions de la cavité (reliées aux valeurs des paramètres réentrants pour une courbure donnée), les simulations présentées en figure 6.10 ne reflètent pas la réalité de notre laser en ce sens que les tailles d'impacts correspondent à une cavité mode matchée par un faisceau de 200 nm. On rappelait déjà, en figure 2.11, l'évolution de la taille d'un faisceau aux réflexions dépendamment de la longueur d'onde du faisceau. Ici, la longueur d'onde a été adaptée afin de présenter des tailles d'impacts « correctes » au vu de la taille de cavité employée.

6.4.1.2 Cas général : couple de valeurs (N, K) non-arbitraire

En toute généralité, c'est-à-dire pour un couple de valeurs différent de $(N, K=N-1)$ ou $(N, 1)$, l'ordre des réflexions est disparate : les réflexions successives peuvent aussi bien s'observer sur la partie inférieure ou supérieure du miroir d'entrée. En se souvenant que le paramètre K représente le nombre de révolutions transverses du faisceau selon l'axe optique z de la cellule, on remarquera que le faisceau oscillera K -fois depuis chacune des deux parties du miroir d'entrée M_1 .

L'intérêt manifeste d'une telle cellule consiste ainsi à pouvoir disposer d'une trajectoire d'impacts aux réflexions qui explore l'ensemble de la surface des miroirs. En outre, comme illustré en figure 6.11, on peut parvenir à observer des trajectoires qui ne nécessitent plus de trous d'injection et/ou d'extraction : l'injection et l'extraction pouvant en effet se faire à l'extérieur du miroir d'entrée M_1 .

Un système de cellule de C. Robert plan-sphérique, présenté ci-après, précise cet état de fait : l'injection de la cellule, en rouge et l'extraction, en bleu, a lieu en dehors du miroir d'entrée.

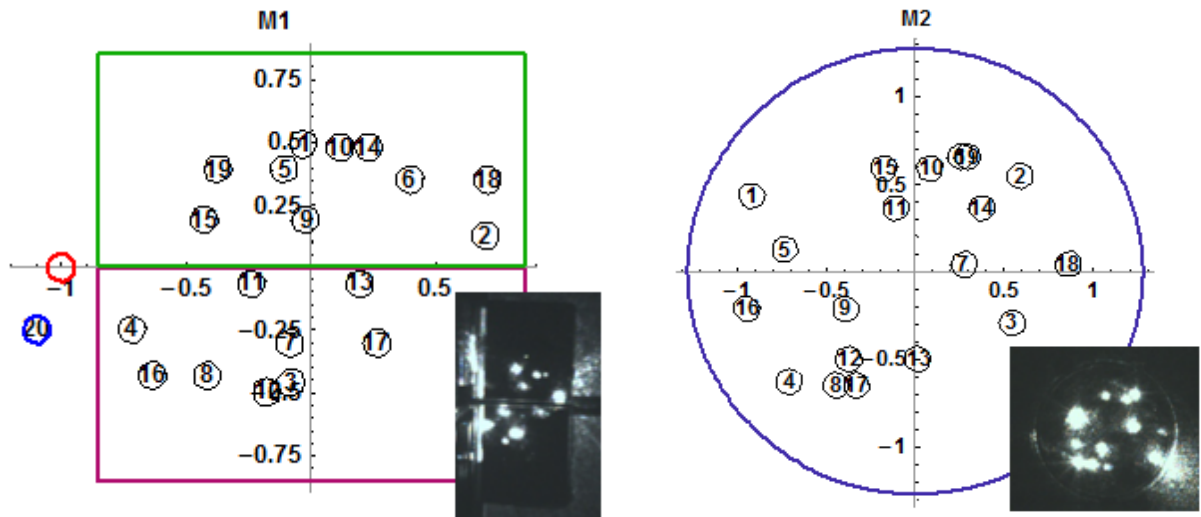


Figure 6.11 : Présentation d'un système de cellule de Robert plan-sphérique où l'injection et l'extraction, respectivement représentées par les impacts rouge et bleu, se font en dehors du miroir d'entrée.

Les cellules multipassages non résonantes ont été développées comme une alternative à la CRDS pour le dosage de l'oxygène moléculaire possiblement présent dans les écoulements générés à F4. Elles ont en effet ceci de remarquable, à l'inverse de la CRDS, qu'elles s'affranchissent des propriétés de résonance d'une cavité optique : l'injection et l'extraction du faisceau sont obtenues par des trous dans les miroirs.

Il existe un grand nombre de types de cellules. Nous en avons développé et présenté quelques unes : les plus simples, et aussi les plus faciles en pratique, sont les cellules de Herriott sphériques.

Un premier système de 47 m de longueur effective d'absorption n'a pas permis une sensibilité suffisante pour la caractérisation de l'écoulement. Toutefois, cette campagne d'essais a validé la tenue mécanique du dispositif au sein même du caisson d'essai de la soufflerie. Nous avons alors persévéré avec davantage de passages de cavité en configuration réentrante, jusqu'à 160 avec des miroirs sphériques de 2 pouces.

Nous avons également expérimenté et présenté des cellules astigmatiques et des cellules de C. Robert afin, respectivement, de tenter d'accroître la longueur effective d'interaction laser-matière ou de simplifier la complexité expérimentale du dispositif.



***CONCLUSION
GENERALE***

L'objectif de ce travail de thèse a consisté en la continuation du développement de l'outil de Cavity Ring Down Spectroscopy rapide précédemment mis en œuvre par l'étude d'I. Debecker.

Il s'agissait, d'autre part, de poursuivre l'investigation d'un outil de spectroscopie suffisamment sensible pour la métrologie d'écoulements transitoires et inhomogènes produits, par exemple, dans la soufflerie hypersonique *F4*. A cette fin, nous avons développé parallèlement des cellules multipassages non résonantes.

L'outil de cw-CRDS mis en œuvre à l'Onera se distingue des schémas traditionnels par sa capacité au dosage d'espèces à l'échelle de la milliseconde. Cette remarquable propriété, combinée à son extrême sensibilité, font de la CRDS un outil de spectroscopie d'absorption suffisamment rapide et sensible pour répondre aux exigences du diagnostic de phénomènes transitoires constitués d'espèces faiblement absorbantes.

En dépit de ses formidables performances, la cw-CRDS par balayage rapide, unique et continu de la fréquence laser à travers le peigne fixe des modes de la cavité n'apparaît plus appropriée pour l'application au dosage d'environnement basse pression par de petites cavités. Dans ce cas particulier, l'échantillonnage du dispositif n'est plus assez fin pour résoudre spectralement le profil gaussien associé à l'espèce dosée.

Cette limitation constitue le corollaire direct de la méthode opératoire qui consiste en un balayage continu de la fréquence laser à travers le profil d'absorption de la raie visée. Les résonances successives qui nous renseignent sur les coefficients d'absorption sont en effet enregistrées « à la volée » durant le balayage unique de la fréquence laser. La définition spectrale du profil d'absorption se voit alors intrinsèquement limitée par l'Intervalle Spectral Libre au sein de laquelle sont dosées les espèces.

Durant son travail de thèse, I. Debecker s'appliqua ainsi à développer une méthode de balayage simultané, et en sens opposé, du mode laser et des modes de la cavité. L'augmentation du nombre de coïncidences spectrales, *i.e.* le nombre de points d'échantillonnage, est ainsi garanti par ce mouvement relatif.

Mon travail de thèse se propose de tirer profit de la structure transverse du résonateur. Les modes propres de la cavité constituent en effet autant de résonances pouvant permettre de bénéficier de points supplémentaires pour mieux définir le profil de raie d'absorption.

Cette étude a été introduite par le rappel des concepts de base des deux acteurs de la mesure que sont le faisceau gaussien sonde et la cavité optique mère. Nous avons ainsi précisé les caractéristiques spatiales et spectrales d'une cavité en résonance avec un faisceau laser.

Notre intérêt s'est alors porté sur la phase de Gouy d'un faisceau gaussien piégé dans une cavité afin de permettre d'appréhender les concepts duals de cavité fractionnellement dégénérée et de cavité réentrante. Véritable clé de voûte des théories géométrique et ondulatoire de l'optique, une valeur rationnelle multiple de 2π de cette phase de Gouy (soit $\theta=2\pi K/N$ où K et N ne partageant pas de diviseur commun) conduit au fractionnement de l'ISL en N groupes de modes dégénérés dans une vision modale et, dans une vision géométrique, à une trajectoire de faisceau qui se reboucle après N allers-retours de cavité.

La poursuite de nos développements a mis en évidence la particularité de ces valeurs discrètes de la phase de Gouy quant à la mise à profit de l'excitation multimode du résonateur. Lorsque la taille de la cavité vérifie une taille *ad hoc* dite « magique », chaque résonance est virtuellement infiniment dégénérée de modes transverses qui appartiennent à des familles longitudinales q différentes. L'excitation multimode par un laser rapidement balayée n'est plus désordonnée mais maintenant structurée en « peigne » : le couplage du faisceau incident sur les modes transverses d'une cavité fractionnellement dégénérée permet un gain en définition spectrale proportionnelle à l'ordre réentrant N .

Nous avons ensuite mis en évidence les deux façons possibles d'exciter les modes transverses d'une telle cavité magique. Il a été en effet envisagé d'injecter le faisceau sur l'axe optique de la cavité à l'aide d'un faisceau incident spatialement multimode ou hors de celui-ci en vertu des propriétés « magiques » relatives au recouvrement spatial d'un faisceau, indépendamment des caractéristiques d'injection, après $2N$ tours de cavité.

Bien qu'aboutissant tous deux au même gain N d'échantillonnage spectral, ces deux schémas se distinguent par leur limite de détectivité. Il est en effet apparu un bruit caractéristique, lequel s'attribue à l'inhomogénéité spatiale des réflectivités des miroirs, qui tend à davantage se prononcer autour de l'axe optique de la cavité.

Après avoir formulé l'expression du champ intra-cavité oscillant aux N résonances de groupes de modes dégénérés, nous avons pu constater que ce bruit « mode à mode », dont la périodicité égale l'Intervalle Spectral Libre de la cavité, reflète l'importance des différences de distributions spatiales des modes à l'intérieur desquels sont piégés les photons. Tandis que l'injection axiale multimode met en jeu des modes d'ordre bas qui tendent à grandement se distinguer lorsqu'est varié l'ordre transverse ($m+n$) associé à un ordre longitudinal q de 1 (d'une résonance à l'autre), l'injection hors axe fait participer des modes d'ordre élevé dont les distributions spatiales s'apparentent davantage pour cette même variation.

A l'injection multimode axiale, relativement à l'injection multimode hors axe, correspond donc de plus grandes différences de pertes aux réflexions entre les N groupes de résonances.

La périodicité N des temps de vie des photons dans les spectres d'absorption nous a permis d'envisager un étalonnage spécifique des constantes de temps associées aux N groupes de modes dégénérés. Chacun de ces N spectres entrelacés subit des pertes propres aux réflexions

dont une calibration post-expérimentale spécifique permet de réduire significativement les variations de constantes de temps associées aux modes successifs. Grâce à cela, la limite de détectivité, préalablement de $\sim 6,8.10^{-7} \text{ cm}^{-1}$ a été réduite à $\sim 1,7.10^{-7} \text{ cm}^{-1}$. Rapporté au temps de mesure du spectre d'évènements de ring down (~ 136 points en $\sim 2,75$ ms), nous obtenons respectivement des sensibilités de $\sim 3,1.10^{-9} \text{ cm}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ et $7,6.10^{-10} \text{ cm}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$.

Par ailleurs, nous avons montré que l'injection hors axe du résonateur permet de s'affranchir de ce traitement des données brutes. A la suite de développements préalables de mon directeur de thèse, D. Romanini, nous avons pu caractériser la réponse d'une cavité injectée hors de son axe optique. La recombinaison, dans le référentiel de la cavité, du faisceau incident d'après les coefficients de couplage associés à l'excitation des modes propres supérieurs de la cavité, permet de modéliser le champ intra-cavité existant aux N résonances. Chaque résonance est le siège d'un champ qui oscille selon une même trajectoire de cavité tandis que la répartition spatiale, aux réflexions, est sensiblement identique : le bruit mode à mode est fortement réduit et les limites de détectivité atteignent $8,3.10^{-8} \text{ cm}^{-1}$, soit $4,1.10^{-10} \text{ cm}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ une fois normalisées par le temps de mesure.

Ces développements sur la cw-CRDS multimode continue par injection hors axe d'une cavité nous ont menés à deux observations expérimentales d'importance, à savoir : la succession de profils transverses de Lissajous des impacts du faisceau aux réflexions dans un intervalle millimétrique en longueur ainsi que la disparition des oscillations Doppler normalement superposées aux décroissances ring down compte tenu du schéma d'injection continu.

L'avant dernier chapitre de ce manuscrit a ainsi été consacré à la caractérisation de ces états de fait, chacun étant la manifestation d'un inéluctable astigmatisme des miroirs constitutifs de la cavité dont le corollaire est le phénomène de dispersion modale.

Notre démarche d'analyse s'est organisée autour des visions géométriques, modales et quantiques de l'optique.

D'un premier examen exprimé en termes de temps de vie de photons, nous avons reconstitué la succession des profils de Lissajous par considération d'un faible écart relatif ($\Delta R/R=0,2\%$) à la sphéricité des courbures de miroirs depuis la mesure de la note de battement des modes $TEM_{q,01}$ et $TEM_{q,10}$. Nous avons ainsi modélisé la réalité de l'existence d'une succession de profils transverses de Lissajous dans un intervalle en longueur via la théorie des matrices de transfert. A l'évidence, il ressort qu'une cavité haute finesse rend compte, durant le long temps de vie des photons piégés aux résonances, d'une infime différence des courbures associées aux deux directions de l'espace.

La continuation des travaux de D. Romanini et K. K. Lehmann sur la décomposition d'un faisceau gaussien sur la base des modes transverses de la cavité nous a ensuite conduits à généraliser le comportement modal d'une cavité présentant de l'astigmatisme. Cette analyse modale nous a ainsi permis de déterminer et de modéliser la structure spatiale du champ intra-cavité lorsqu'est considérée la réalité des miroirs disponibles. Dans l'intervalle de

dégénérescence, la superposition modale pondérée des coefficients de couplages *ad hoc* donne lieu à la formation de profils transverses de Lissajous.

La compréhension de la nature de ces phénomènes, *i.e.* formation et succession de profils de Lissajous, s'appréhende par une attention particulière des dispersions modales mises en jeu. Nous avons ainsi constaté, puis dégagé, un comportement général aux cavités haute-finesse sensément sphériques. Pour des tailles particulières de cavités, il existe des coïncidences particulières de modes particuliers : l'ensemble des modes constitutifs d'un groupe de modes dégénérés s'organise en une structuration « en peigne ». Ces nouvelles et singulières dégénérescences de modes en sous-groupes résultent, par superposition, en des profils caractéristiques de Lissajous.

L'ensemble de ces coïncidences de modes particuliers qui forment des figures de Lissajous a permis l'existence de l'intervalle de dégénérescence.

Le phénomène de dispersion modale nous a enfin permis de comprendre et d'analyser la disparition des oscillations Doppler normalement présentes dans un schéma de CRDS par balayage continu de la fréquence laser. L'excitation successive dans le temps (ordre de grandeur de la dizaine de ns, voire la centaine) des modes dispersés en fréquence par l'astigmatisme explique le lissage, par effet de moyenne, des événements de ring down individuels. Ce raisonnement est conforté par la réapparition desdites oscillations lorsqu'est refocalisé le faisceau le long de l'axe optique du système. Ici, le faible degré de dégénérescence associé à ce type d'injection multimode ne permet pas de conduire en une moyenne efficace dont le lissage des décroissances apparaît être la conséquence naturelle.

Chronologiquement développées en premier, nous avons finalement présenté nos études sur les cellules multipassages non résonantes. Avec elles, nous souhaitons proposer une alternative à la CRDS quant au dosage de l'oxygène moléculaire possiblement présent dans les écoulements générés par la soufflerie hypersonique F4. Une campagne d'essai a mis en évidence la tenue mécanique du dispositif durant la brutale détente du gaz à analyser. Très encourageante, cette campagne nous a permis de récolter un signal après 46 passages au travers de l'écoulement et de nous renseigner sur la plausibilité de son dosage au sein même du caisson d'essai de la soufflerie. Toutefois, la sensibilité dont nous disposions alors s'est avérée insuffisante pour permettre de distinguer un éventuel signal d'absorption parmi les poussières de l'écoulement qui obstruaient le signal à analyser. Nous avons ainsi persévéré dans nos développements afin d'aboutir à des systèmes plus sensibles permettant d'atteindre, avec des miroirs de 2 pouces, quelques 160 passages à travers 1m20 de cavité.

Nous avons également présenté des systèmes astigmatiques qui, après expériences, se sont révélés non fiables. La correspondance entre les spécifications du fabricant et la réalité des courbures de miroirs ne permet effectivement pas de travailler selon les trajectoires envisagées par la théorie.

Enfin, nous avons présenté nos développements sur les cellules de C. Robert qui ont ceci de remarquable qu'elles permettent d'obtenir des trajectoires d'impacts aux réflexions qui balayent l'ensemble des surfaces de miroirs sphériques. En outre, ces cellules permettent de s'affranchir, lorsqu'on le désire, de trous d'injection et/ou d'extraction.

Au cours de ces développements, la survenue d'un sinistre à la soufflerie ne nous a pas permis d'implémenter à nouveau l'un de ces dispositifs dans le caisson d'essai de *F4*.



***ANNEXE A : PROFIL DE
RAIE D'ABSORPTION***

Pour mettre en évidence la physique qui « se cache » derrière une transition optique d'absorption et caractériser les profils de raies qui en découlent, nous réécrivons la loi de Beer-Lambert proposée en section 3.1 de la manière suivante :

$$I(\nu) = I_0(\nu) \cdot \text{Exp}(-\alpha_{i,k}(\nu)L), \quad (\text{A.1})$$

où sont maintenant précisés des indices de transitions du niveau i vers le niveau k , $|i\rangle \rightarrow |k\rangle$, qui dépendent des densités de population N_i et N_k de ces niveaux énergétiques non-dégénérés. Les paramètres g_i et g_k associés sont les poids statistiques de transition.

La section efficace d'absorption σ_{ik} (en cm^2) de chaque espèce absorbante est alors donnée par :

$$\alpha_{ik}(\nu) = \sigma_{ik}(\nu) \left[N_i \frac{g_i}{g_k} N_k \right], \quad (\text{A.2})$$

qui permet d'écrire :

$$I(\nu) = I_0(\nu) \cdot \text{Exp}(-\sigma(\nu)NL) \quad (\text{A.3})$$

lorsque $N_k \ll N_i$ et que l'on suppose la densité de population N_i indépendante de I pour des absorption linéaire.

Le coefficient d'absorption est fortement dépendant de la fréquence d'observation autour de l'espèce absorbante.

Le profil qui le détermine, centré autour de ν_0 , peut s'écrire comme le produit de son intégration spectrale, c'est l'intensité ou la force de raie S qui est répertoriée dans les bases de données, avec une fonction enveloppe $f(\nu)$ normalisée à l'unité. Il vient :

$$\alpha(\nu) = S(T) \cdot f(\nu - \nu_0). \quad (\text{A.3})$$

La force de raie dépend uniquement de la température et est donnée [112] par :

$$S(T) = S(T_{\text{ref}}) \cdot \frac{Q(T_{\text{ref}})}{Q(T)} \cdot \frac{\text{Exp}(-c_2 E_i / T)}{\text{Exp}(-c_2 E_i / T_{\text{ref}})} \cdot \frac{1 - \text{Exp}(-c_2 \nu_{ik} / T)}{1 - \text{Exp}(-c_2 \nu_{ik} / T_{\text{ref}})} \quad (\text{A.4})$$

où :

$$c_2 = \frac{hc}{k} = 1,4388 \text{ cm.K}, \quad (\text{A.5})$$

et :

$$Q(T) = \sum_n g_n \cdot \text{exp}(-c_2 E_n / T) \quad (\text{A.6})$$

avec ν le nombre d'onde du niveau de plus basse énergie E_i , $Q(T)$ la fonction de partition du système et h , c et k qui sont respectivement la constante de Planck, la célérité et la constante de Boltzmann. $S(T_{\text{ref}})$ est une force de raie connue.

En dépit du fait que la force de raie $S(T)$ décrit la transition de deux niveaux d'énergie discrets $|i\rangle \rightarrow |k\rangle$, le processus d'absorption n'est pas strictement monochromatique. A l'inverse, il existera toujours une distribution spectrale autour de la fréquence centrale $\nu_0 = (E_i -$

E_k/\hbar attribuée à la transition optique de différence d'énergie $\Delta E = E_i - E_k$ entre le niveau fondamental et excité.

Ce phénomène d'élargissement, dont découle le profil en « cloche » typique, est dû à deux phénomènes principaux distincts que l'on peut traiter de manière indépendante : l'effet Doppler et l'élargissement collisionnel.

La fonction enveloppe pour un milieu gazeux s'écrit généralement comme un profil de Voigt dont l'expression s'écrit :

$$f_v(v, P_i, T) = \frac{1}{\Gamma_L \Gamma_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi^3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Exp} \left[-\ln 2 \left(\frac{v' - v_0}{\Gamma_D} \right)^2 \right]}{1 + \left(\frac{v - v'}{\Gamma_L} \right)^2} dv' \quad (\text{A.7})$$

où Γ_D et Γ_L sont respectivement les largeurs Gaussienne et Lorentzienne à mi-hauteur. La première est déterminée par la distribution de Boltzmann des molécules (vitesse thermique) et la seconde par les collisions et dépend de la pression du milieu. Les expressions de ces largeurs à mi-hauteurs s'écrivent :

$$\Gamma_D(T) = v_0 \sqrt{\frac{2 \ln 2 k_B T}{M c^2}} \quad (\text{A.8})$$

$$\Gamma_L(P_i, T) = \sum_{i=0}^n \gamma_i(T) P_i$$

M est la masse moléculaire et γ_i les coefficients d'élargissement des différentes espèces gazeuses. En particulier, γ_0 est dit le « self-broadening coefficient » (coefficient d'auto-élargissement) et les autres, les « foreign-broadening coefficients » (coefficients d'élargissement « étranger »). Ces coefficients d'élargissement suivent la loi en température :

$$\gamma_i(T) = \gamma_i^0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\beta_i}, \quad (\text{A.9})$$

où les exposants β_i sont des nombres positifs généralement de l'ordre de 0,5 et T_0 est une température de référence (généralement 296 K).

Si $\Gamma_D \gg \Gamma_L$ dans l'intégrale de convolution (), alors on parle d'élargissement Doppler et le profil est donné par la fonction :

$$f_D(v, P_i, T) = \frac{1}{\Gamma_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \text{Exp} \left[-\ln 2 \left(\frac{v - v_0}{\Gamma_D} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.10})$$

La largeur gaussienne à mi-hauteur Γ_D s'écrit :

Dans la limite de ce régime, l'intensité du pic d'absorption augmente proportionnellement avec la pression.

Dans le cas opposé, i.e. lorsque $\Gamma_D \ll \Gamma_L$ l'élargissement du profil est dominé par la pression et il vient :

$$f_L(v, P_i, T) = \frac{1}{\Gamma_L \pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{v - v_0}{\Gamma_L} \right)^2}, \quad (\text{A.11})$$

Dans ce régime, la profondeur du pic d'absorption est indépendante de la pression tandis que l'aire du profil augmente proportionnellement avec la pression.



*ANNEXE B : SPECTRE DE
TRANSMISSION D'UN
FABRY-PEROT*

Considérons un résonateur composé de deux miroirs plans identiques en vis-à-vis, chacun possédant la réflectivité $R=r^2$ (et donc $T=1-R$). La fréquence du champ incident est prise comme étant ν tandis que le vecteur d'onde qui lui correspond s'écrit $k=2\pi/\lambda=2\pi\nu/c$ où c est la vitesse de la lumière. Si l'amplitude du champ incident est E_0 , on aura alors juste à droite du miroir d'entrée :

$$\Psi_{i_0} = t\Psi_0 \quad (B.1)$$

Cette onde se propage jusqu'au second miroir au sein de la cavité, se réfléchit puis retourne en arrière vers le miroir d'entrée où une nouvelle fraction du champ électrique est réfléchi. Ayant réalisé un aller-retour complet de cavité depuis sa position originelle, le champ résultant s'écrit :

$$\Psi_{i_n} = \Psi_0 r^2 e^{2ikL} \quad (B.2)$$

avec L la distance séparant les miroirs. Ce champ effectuera le même scénario pendant n allers-retours. Il vient ainsi :

$$\Psi_{i_n} = t\Psi_0 r^{2n} e^{2nikL} \quad (B.3)$$

Si le champ incident demeure présent depuis son injection, alors le champ tout de suite à la droite du miroir d'entrée sera la somme d'ondes ayant effectué $0, 1 \dots n$ allers-retours. Le champ total peut donc être exprimé comme une série :

$$\Psi_i = t\Psi_0 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} e^{2nikL} = \frac{t\Psi_0}{(1-r^2 e^{2ikL})} \quad (B.4)$$

L'intensité qui lui correspond est :

$$I_i = |\Psi_i|^2 = \frac{T}{|1 - R e^{2ikL + i\Phi_0}|} I_0 \quad (B.5)$$

où $\Phi_0 = \text{ArcTan}(\text{Im}(r^2)/\text{Re}(r^2))$ est le déphase induit à la réflexion et où les transmissions en amplitude sont exprimées en coordonnées polaires : $t = |t| e^{i\phi}$. Les champs et intensités transmis sont donc respectivement :

$$\begin{aligned} \Psi_t &= \frac{t^2 e^{ikL}}{(1-r^2 e^{2ikL})} \Psi_0, \\ I_t &= \frac{T^2}{|1 - R e^{2ikL + i\Phi_0}|^2} I_0. \end{aligned} \quad (B.6)$$

Cette dernière expression traduit le fait que pour une radiation incidente, à ν fixée, la lumière qui se propage dans les deux directions au sein de la cavité donne lieu à une onde stationnaire. Le spectre de transmission est égal à l'intensité incidente modulé d'une fonction de transmission. Pour $R \sim 1$, cette intensité transmise en fonction de la fréquence consiste en une série de pics ayant une largeur à mi-hauteur ($FWHM$) donnée par :

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \frac{(1-R)}{\pi\sqrt{R}} \quad (B.7)$$

séparés par l'Intervalle Spectral Libre $c/2L$ de l'étalon. La finesse de cet étalon est définie comme le ratio entre l' ISL et la $FWHM$ et est égale à :

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (\text{B.8})$$

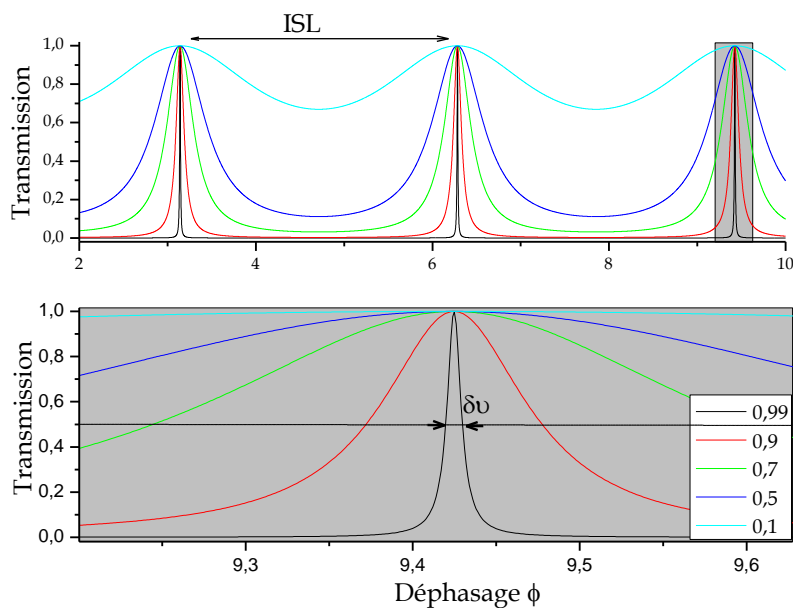


Figure B.1 : Représentation de la fonction de transmission d'un Fabry-Pérot pour plusieurs valeurs de Finesse (donc du coefficient de réflexion R). En dessous est représentée un agrandissement de la région grisée où apparaît plus clairement la largeur à mi-hauteur $\delta\nu$ définissant la bande passante du résonateur.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. Mohammed, B. Rosier, P. Sagnier, D. Henry, Y. Louvet and D. Bize, "Application of infrared Diode Absorption Spectroscopy to the F4 High Enthalpy Wind Tunnel," *Aero. Science and Techn.*, p. 241-250 (1998).
- [2] D. A. Jackson, "The spherical fabry-perot interferometer as an instrument of high resolving power for use with external or with internal atomic beam," *Proc. R. Soc. London, Ser. A.* **263**, p. 289-308 (1961).
- [3] A. Klaster, "Atomes à l'intérieur d'un interféromètre fabry-pérot," *Appl. Opt.* **1**, p. 17-24 (1962).
- [4] A. Klaster, "Transmission d'une impulsion lumineuse par un interféromètre fabry-pérot," *Nouv. Rev. Optique.* **5**, p. 133-139 (1974).
- [5] J. Herbelin, J. McKay, M. Kwok, R. Ueunten, D. Urevig, D. Spencer, and D. Bernard,, "Sensitive measurement of photon lifetime and true reflectances in an optical cavity by a phase-shift method," *Appl. Opt.* **19**, p. 144-147 (1980).
- [6] D. Z. Anderson, J. C. frisch, and C. S. Masser, "Mirror reflectometer based on optical cavity decay time," *Appl. Opt.* **23**, p. 1238-1245 (1985).
- [7] T. M. Crawford, "Error sources in the ring down optical cavity decay time mirror reflectometer," *Proc. soc. Photo-Optical Instrum. Eng.* **540**, p. 295-302 (1985).
- [8] G. Hernandez, "Fabry-perot with an absorbing etalon cavity," *Appl. Opt.* **24**, p. 3062-3067 (1985).
- [9] A. O'Keef and D. A. G. Deacon, "Cavity ring-down optical interferometer for absorption measurements using pulsed laser sources," *Rev. Sci. Instrum.* **59**, p. 2544-2551 (1988).

- [10] J. J. Scherer, J. B. Paul, A. O'keef and J. Saykally, "Cavity RingDown Laser Absorption Spectroscopy : History, Development and Application to Pulsed Molecular Beam," *Chem. Rev.* **97**, p. 25-51 (1997).
- [11] J. U. White, "Long optical path of large aperture," *J. Opt. soc. Am.* **32**, p. 285-288 (1942).
- [12] D. R. Herriott, R. Kompfer and H. Kogelnik, "Off-axis paths in spherical mirror interferometers," *Appl. Opt.* **3**, p. 523-529 (1964).
- [13] D. R. Herriott and H. J. Schultze, "Folded optical delay lines," *Appl. Opt.* **4**, p. 883-889 (1965).
- [14] S.M. Chernin, "Development version of the three-objective multipass matrix system," *J. Mod. Opt.* **48**, p. 619-632 (2001).
- [15] L. Grassi and R. Guzzi, "Theoretical and practical consideration of the construction of a zero-geometric-loss multiple-pass cell based on the use of monolithic multiple-face retroreflectors," *Appl. Opt.* **40**, p. 6062-6071 (2001).
- [16] A. L. Vitushkin and F L. F. Vitushkin, "Design of a multipass optical call based on the use of shifted corner cubes and right-angle prisms," *Appl. Opt.* **37**, p. 55 (1998).
- [17] D. Ritz, M. Hausmann and U. Platt, "An improved open path multi-reflection cell for the measurement of NO₂ and NO₃," *Optical Methods in Atmosphere Chemistry: Proceedings of the Meeting, Berlin*, p. 200-211 (1992).
- [18] C. Robert, "Simple, stable, and compact multiple-reflection optical cell for very long optical paths," *Appl. Opt.* **46**, p. 5408-5418 (2007).
- [19] A. E. Siegman, "Lasers," University Science Book, (1986).
- [20] A. Yariv, "Quantum electronics," (1975).
- [21] L. G. Gouy, "Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses," *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris.* **110**, p. 1251-1253 (1890).
- [22] L. G. Gouy, "Sur la propagation anormale des ondes," *Ann. de Chim. et Phys.* **24**, p. 145-213 (1891).
- [23] H. Kogelnik and T. Li, "Laser beams and resonators," *Appl. Opt.* **5**, p. 1550-1567 (1966).
- [24] A. M. Kowalewicz, A. Sennaroglu, A. T. Zare and J. G. Fujimoto, "Design principles of q-preserving multipass-cavity femtosecond lasers," *J. Opt. soc. Am. B.* **23**, p. 760-770 (2006).

- [25] A. Sennaroglu and J. Fujimoto, "Design criteria for Herriott-type multi-pass cavities for ultrashort pulse lasers," *Opt. Express*. **11**, p. 1106-1113 (2003).
- [26] P. Zalicki and R. N. Zare, "Cavity ring-down spectroscopy for quantitative absorption measurements," *J. Chem. Phys.* **102**, p. 2708-2717 (1995).
- [27] J. T. Hodges, J. P. Looney and R. D. van Zee, "Laser bandwidth effects in quantitative cavity ring-down spectroscopy," *Appl. Opt.* **35**, p. 4112 (1996).
- [28] H. Huang and K. K. Lehmann, "Noise in cavity ring-down spectroscopy caused by transverse mode coupling," *Opt. Express*. **20**, p. 8745-8759 (2007).
- [29] P. Zalicki and R. N. Zare, "Cavity Ring Down Spectroscopy for quantitative absorption measurements," *J. Chem. Phys.* **102**, p. 2708-2717 (1995).
- [30] K. K. Lehmann and D. Romanini, "The superposition principle and cavity ring-down spectroscopy," *J. Chem. Phys.* **105**, p. 10263-10277 (1996).
- [31] R. D. Van Zee, J. T. Hodges and J. P. Looney, "Pulsed, single-mode cavity ringdown spectroscopy," *App. Opt.* **18**, p. 3951 (1999).
- [32] Y. Gong and B. Li, "Ray-transfer-matrix model for accurate pulsed cavity ring-down measurement in the mismatching case," *Appl. Opt.* **47**, p. 3860-3867 (2008).
- [33] D. H. Lee, Y. Yoon, B. Kim, J. Y. Lee, Y. Shim Yoo and J. W. Hahn, "Optimization of the mode matching in pulsed cavity ringdown spectroscopy."
- [34] D. Romanini, P. Dupré and R. Jost, "Non-linear effects by continuous wave cavity ring down spectroscopy in jet-cooled NO₂," *Vibr. Spect.* **19**, p. 93-106 (1999).
- [35] K.K. Lehmann, "Ring-down cavity spectroscopy cell using continuous wave excitation for trace species detection," Brevet U.S. n° 5528040, (1996).
- [36] D. Romanini, A. A. Kachannov, N Sadeghi and F. Stoeckel, "Cw- cavity ring down spectroscopy," *Chem. Phys. Lett.* **264**, p. 316-322 (1997).
- [37] D. Romanini, A. A. Kachannov and F. Stoeckel, "Diode laser cavity ring down spectroscopy." **270**, p. 538-545 (1997).
- [38] D. Romanini, A. A. Kachannov, N Sadeghi and F. Stoeckel, "Diode Cavity ring down spectroscopy : broadband absolute absorption measurements," *Chem. Phys. Lett.* **270**, p. 546-550 (1997).

- [39] B. A. Paldus, C. C. Harb, T. G. Spence, B. Wilke, J. Xie, J. S. Harris and R. N. Zare, "Cavity-locked ringdown spectroscopy," *J. Appl. Phys.* **83**, p. 3991-3997 (1998).
- [40] J. W. Hahn, Y. S. Yoo, J. Y. Lee, J. W. Kim and H. Lee, "Cavity ringdown spectroscopy with a continuous-wave laser: calculation of coupling efficiency and a new spectrometer design," *App. Opt.* **38**, p. 1859-1866 (1999).
- [41] Y. He and B. J. Orr, "Ringdown and cavity-enhanced absorption spectroscopy using a continuous-wave tunable diode laser and a rapidly-swept optical cavity," *Chem. Phys. Lett.* **319**, p. 131-137 (2000).
- [42] R. A. Shorten, Y. He and B. J. Orr, "Swept-cavity ring down absorption spectroscopy: put your laser light in and shake it all about," *Aust. J. Chem.* **56**, p. 219-231 (2003).
- [43] R. J. Lang, D. G. Mehyus and D. F. Welch, *US. Pat.*, p. 5 771 252 (1998).
- [44] J. Morville, D. Romanini, M. Chenevier and A. Kachanov, "Effects of laser phase noise on the injection of a high-finesse cavity," *Appl. Opt.* **41**, p. 6980-6990 (2002).
- [45] K. W. Busch and M. A. Busch, "Cavity-Ringdown Spectroscopy: an Ultratrace-Absorption Measurement Technique," *ACS Symposium Series (American Chemical Society)*. **720**(1999).
- [46] Z. Li and R. G. T. Bennett, G. E. Stedman, "Swept-frequency induced optical cavity ringing," *Opt. Commun.* **86**, p. 51-57 (1991).
- [47] M. J. Lawrence, B. Willke, M. E. Husman, E. K. Gustafson and R. L. Byer, "Dynamic response of a Fabry-Perot interferometer," *J. Opt. Soc. Am. B.* **16**, p. 523-532 (1999).
- [48] L. Matone, M. Barsuglia, F. Bondu, F. Cavalier and N. Man H. Heitmann "Finesse and mirror speed measurement for a suspended Fabry-Perot cavity using the ringing effect," *Phys. Lett. A.* **271**, p. 314-318 (200).
- [49] J. Morville, "Injection des cavités optiques de haute finesse par laser à diode - Application à la CW-CRDS et à la détection de traces atmosphériques," Thèse de doctorat, Université de Grenoble 1, (2001).
- [50] P. Dupré D ; Romanini, R. Jost, "Non-linear effects by continuous wave cavity ringdown spectroscopy in jet-cooled NO₂," *Vib. Spect.* **19**, p. 99-106 (1999).
- [51] A. A. Kachanov D. Romanini, F. Stoeckel, "Diode laser cavity ring down spectroscopy," *Chem. Phy. Letters.* **270**, p. 538-545 (1997).

- [52] L. Biennier, D. Romanini, A. Kachanov and A. Campargue, "Structure and rovibrational analysis of the $[O_2(^1\Delta_g)_{v=0}]_2 \leftarrow [O_2(^3\Sigma^-_g)_{v=0}]_2$ transition of the O_2 dimer," *J. Chem. Phys.* **112**, p. 6309-6323 (2000).
- [53] I. Debecker, "Développement de dispositifs de cavity ring down spectroscopy rapide pour la caractérisation d'écoulements transitoires et inhomogènes," Thèse de doctorat, Université de Paris 11, (2006).
- [54] J. P. Goldsborough, "Beat Frequencies Between Modes of a Concave-Mirror Optical Resonator," *Appl. Opt.* **3**, p. 267-275 (1964).
- [55] H. Kogelnik, "Proceedings of the symposium on Quasi-optics. Jerome fox, polytechnic press ed.," (1964).
- [56] F. Bayer-Helms, "Coupling coefficients of an incident wave and the modes of a spherical optical resonator in the case of mismatching and misalignment," *App. Opt.* **23**, p. 1369-1380 (1984).
- [57] D. Romanini, "Decomposition of a gaussian beam into transverse modes: modeling the excitation of an optical cavity," en préparation.
- [58] Lukàs Slodicka, "Realization of spatial modes filtration by single-mode optical fiber," Travail de fin d'étude, Université de Palacky, (2006).
- [59] N. Hodgson and H. Weber, "Optical resonator : fundamentals, advanced concepts and applications," Springer, (1996).
- [60] J. T. Hodges, J. P. Looney, R. D. Van Zee, "Laser bandwidth effects in quantitative cavity ring-down spectroscopy," *Appl. Opt.* **35**(4112)(1996).
- [61] R. Engeln and G. Meijer, "A fourier transform cavity ring down spectrometer," *Rev. Sci. Instrum.* **67**, p. 2708 (1996).
- [62] R. Engeln, G. Berden, E. Vander Berg and G. Meijer, "Polarization dependent cavity ring down spectroscopy," *J. Chem. Phys.* **107**, p. 4458 (1997).
- [63] J. L. Naus, "Cavity Ring-Down Spectroscopy on atmospheric molecules," Thèse de doctorat, Vrije Universiteit, (2001).
- [64] G. Berden, R. Peeters and G. Meijer, "Cavity ring-down spectroscopy: experimental schemes and applications," *Int. Rev. Chem.* **19**, p. 565-607 (2000).
- [65] M. D. Wheeler, S. M. Newman, A. J. Orr-Ewing and M. N. R. Ashfold, "Cavity ring-down spectroscopy," *J. Chem. Soc., Faraday Trans.* **94**, p. 337-351 (1998).

- [66] P. Dupré, "Ultra-sensitive gas spectroscopy; pollutant detection,," C.R. Acad. Sci. Paris, t. 2, Série IV, p. 929-964 (2001).
- [67] L. G. Spence, C. C. Harb, B. A. Paldus, R. N. Zare, B. Willke and R. L. Byer, "A laser-locked cavity ringdown spectrometer employing an analog detection scheme," Rev. Sci. Instrum. **71**, p. 347-353 (2000).
- [68] R. W. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley and H. Ward., "Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator," Appl Phys. B. **31**, p. 97-105 (1983).
- [69] Y. He and B. J. Orr, "Ringdown and cavity-enhanced absorption spectroscopy using a continuous-wave tunable diode laser and a rapidly swept optical cavity," Chem. Phys. Letters. **319**, p. 131-137 (2000).
- [70] S. Kassi, D. Romanini, A. Campargue and B. Busseron-Honvault, "Very High Sensitivity CW-Cavity Ring Down Spectroscopy : Application to the $a^1\Delta_g(0)-X^3\Sigma^-1_g(1)$ O₂ band near 1.58 μm ," Chem. Phys. Lett. **409**, p. 281-287 (2005).
- [71] J. L. Remo, "Diffraction losses for symmetrically perturbed curved reflectors in open resonators," App. Opt. **20**, p. 2997-3002 (1981).
- [72] J. T. Hodges, J. P. Looney and R. D. van Zee, "Response of a ring-down cavity to an arbitrary excitation," J. Chem. Phys. **105**, p. 10278-10288 (1996).
- [73] J. B. Paul, L. Lapson and J. G. Anderson, "Ultrasensitive Absorption Spectroscopy with a High-Finesse Optical Cavity and Off-Axis Alignment," App. Opt. **40**, p. 4904-4910 (2001).
- [74] W. Zhao, X. Gao, W. Chen, W. Zhang, T. Huang, T. Wu and H. Cha, "Wavelength modulated off-axis integrated cavity output spectroscopy in the near infrared," Appl. Phys. B. **26**, p. 353-359 (2006).
- [75] T. Klaassen, J. de Jong, M. van Exter and J. P. Woerdman, "Transverse mode coupling in optical resonator," Opt. Letters. **30**, p. 1959-1961 (2005).
- [76] A. Ramsay and J. J. Degnan,., "A Ray Analysis of Optical Resonators Formed by Two Spherical Mirrors," App. Opt. **9**, p. 385-398 (1970).
- [77] J. Dingjan, M.P. van Exter and J.P. Woerdman, "Geometric modes in a single-frequency Nd:YVO₄ laser," Opt. Commun. **188**, p. 345-351 (2001).
- [78] Y. F. Chen, K. F. Huang and Y. P. Lan, "Spontaneous transverse patterns in a microchip laser with a frequency-degenerate resonator," Opt. Letters. **28**, p. 1811-1813 (2003).

- [79] S. J. M. Habraken and G. Nienhuis, "Modes of a twisted optical cavity, S. J. M. Habraken and G. Nienhuis, PHYSICAL REVIEW A 75, 033819 (2007)," Phys. Rev. A. **75**, p. 033819 (2007).
- [80] V.L. Kasyutich and P.A. Martin, "Multipass optical cell based upon twocylindrical mirrors for tunable diode laserabsorption spectroscopy," Appl. Phys. B. **88**, p. 125-130 (2007).
- [81] Y.F. Chen, T.M. Huang, K.H. Lin, C.F. Kao, C.L. Wang and S.C. Wang, "Analysis of the effect of pump position on transverse modes in fiber-coupled laser-diode end pumped lasers," Opt. Commun. **136**, p. 399-404 (1997).
- [82] L. A. Westling, M. G. Raymer and J. J. Snyder, "Single-shot spectral measurements and mode correlations in a multimode pulsed dye laser," J. Opt. Soc. Amer. B. **1(2)**, p. 150-154 (1984).
- [83] C. Fabre, R. G. DeVoe and R. G. Brewer, "Ultrahigh-finesse optical cavities," Opt. Express. **11**, p. 365-367 (1986).
- [84] H. Kogelnik, T. Li, Proc. of the IEEE. **54**, p. 1312-1329 (1966).
- [85] H. Goldstein, "Classical Mechanics, 2nd edition (Addison-Wesley, Reading, MA," (1980).
- [86] Y. F. Chen and Y. P. Lan, "Observation of transverse patterns in an isotropic microchip laser," Phys. Rev. A. **64**, p. 043814 (2003).
- [87] Y. F. Chen, Y. P. Lan and K. F. Huang, "Observation of quantum-classical correspondence from high-order transverse patterns," Phys. Rev. A. **68**, p. 043803 (2003).
- [88] Y. F. Chen, T. H. Lu, K. W. Su and K. F. Huang, "Quantum signatures of nonlinear resonances in mesoscopic systems: Efficient extension of localized wave functions," Phys. Rev. E. **72**, p. 056210 (2005).
- [89] T. H. Lu, Y. F. Chen and K. F. Huang, "Spatial morphology of macroscopic superposition of three-dimensional coherent laser waves in degenerate cavities," Phys. Rev. A. **77**, p. 013828 (2008).
- [90] Y. F. Chen, T. H. Lu, K. W. Su and K. F. Huang, "Devil's staircase in three-dimensional coherent waves localized on Lissajous parametric surfaces," Phys. Rev. Lett. **96**, p. 213902 (2006).
- [91] T. H. Lu, Y. C. Lin, Y. F. Chen and K. F. Huang, "Three-Dimensional Coherent OpticalWaves Localized on Trochoidal Parametric Surfaces," Phys. Rev. Lett. **101**, p. 233901 (2008).

- [92] Y. F. Chen, C. H. Jiang, Y. P. Lan and K. F. Huang, "Wave representation of geometrical laser beam trajectories in a hemiconfocal cavity," *Phys. Rev. A.* **69**, p. 053807 (2004).
- [93] T. H. Lu, Y. F. Chen and K. F. Huang, "Generalized hyperboloid structures of polarization singularities in Laguerre-Gaussian vector fields," *Phys. Rev. A.* **76**, p. 063809 (2007).
- [94] T. H. Lu, Y. F. Chen, K. F. Huang, "Generation of polarization-entangled optical coherent waves and manifestation of vector singularity patterns," *Phys. Rev. E.* **75**, p. 026614 (2007).
- [95] V. Motto-Ros, "Cavités de haute finesse pour la spectroscopie d'absorption haute sensibilité et haute précision : Application à l'étude de molécules d'intérêt atmosphérique," Thèse de doctorat, Université de Lyon, (2005).
- [96] Z. Li, R. G. T. Benett and G. E. Stedman, "Swept-frequency induced optical cavity ringing," *Opt. Comm.* **86**, p. 51-57 (2002).
- [97] A. L. Schawlow and C. H. Townes, "Infrared and optical masers," *Phys. Rev. A.* **112**, p. 1940-1949 (1958).
- [98] J. Poirson, F. Bretenaker, M. Vallet and A. Le Floch, "Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry-Perot cavity. Application to the measurement of high finesse," *J. Opt. Soc. Am. B.* **14**, p. 2811 (1997).
- [99] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu and F. Laloe, "Quantum Mechanics, vol. 1," (John Wiley & Sons), p. 405 (1977).
- [100] J. C. Stover, "Optical Scattering, Measurement, and Analysis," McGraw-Hill, (1990).
- [101] R. Paschotta, "Beam quality deterioration of lasers caused by intracavity beam distortions," *Opt. Express.* **14**, p. 6069-6074 (2006).
- [102] J. B. MacManus and P.L. Kebebian, M. S. Zahniser, "Astigmatic mirror multipass absorption cells for long-pass-length spectroscopy," *App. Opt.* **34**, p. 3336-3348 (1995).
- [103] L. Grazzi and R. Guzzi, "Theoretical and practical consideration of the construction of a zero-geometric-loss multiple-pass cell based on the use of monolithic multiple-face retroreflectors," *App. Opt.* **33**, p. 6062-6071 (2001).
- [104] L. Vitushkin and L. F. Vitushkin, "Design of a multipass optical cell based on the use of a shift corner cubes and right-angle prisms," *App. Opt.* **37**, p. 162-165 (1998).

- [105] J. F. Doussin, D. Ritz and P. Carlier, "Multiple-pass cell for very long path infrared spectroscopy," *App. Opt.* **38**, p. 4145-4150 (1999).
- [106] A. A. Tovar and L. W. Casperson, "Generalized Sylvester theorems for periodic applications in matrix optics," *J. Opt. Soc. Am. A.* **12**, p. 578-590 (1995).
- [107] P. L. Hsiung, X. Li, C. Chudoba, I. Hartl, T. H. Ko and J. G. Fujimoto, "High-speed path-length scanning with a multiple-pass cavity delay line," *App. Opt.* **42**, p. 640-648 (2003).
- [108] Mc Manus and J. Barry, "Paraxial matrix description of astigmatic and cylindrical mirror resonators with twisted axes for laser spectroscopy," *App. Opt.* **46**, p. 472-482 (2007).
- [109] L. Hao, S. Qiang, G. Wu, L. Qi, D. Feng and Q. Zhu,, "Cylindrical multipass Lissajous system for Laser photoacoustic spectroscopy," *Rev. Sci. Inst.* **73**, p. 2079 (2002).
- [110] R. C. Jones, "A new calculus for the treatment of optical systems. I. Description and discussion of the calculus," *J. Opt. Soc. Am.* **31**, p. 488-493 (1941).
- [111] J. A. Silver, "Simple dense-pattern optical multipass cells," *App. Opt.* **44**, p. 3545-6556 (2005).
- [112] L.S. Rothman, C.P. Rinsland A. Goldman, S.T. Massie, D.P. Edwards, J.- M. Flaud, A. Perrin, C. Camy-Peyret, V. Dana, J.-Y. Mandin, J. Schroeder, A. Mccann, R.R. Gamache, R.B. Wattson, K. Yoshino, K.V. Chance, K.W. Jucks, L.R. Brown, V. Nemtchinov, P. Varanasi, "The HITRAN molecular spectroscopic database and hawks (HITRAN atmospheric workstation) : 1996 edition," *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* **60**, p. 665-710 (1998).
- [113] J. D. Ayers, R. L. Apodaca, W. R. Simpson and D. S. Baer, "Off-axis cavity ringdown spectroscopy: application to atmospheric nitrate radical detection," *Appl. Opt.* **44**, p.7239-7242 (2005).

Développements de systèmes multipassages pour application à la spectroscopie d'absorption : Cavity Ring Down Spectroscopy multimode et cellules à passages multiples

La spectroscopie d'absorption par mesure du temps de vie des photons piégés dans une cavité optique haute-finesse, ou Cavity Ring Down Spectroscopy (CRDS), compte parmi les outils de diagnostic optique les plus sensibles. L'excitation « mode matchée » d'un laser continu rapidement et continûment balayé ($\sim 4 \text{ THz.s}^{-1}$ durant $\sim 2 \text{ ms}$), *i.e.* la cw-CRDS monomode rapide, garantit à la technique ses meilleures performances en termes de limites de détectivité avec, en contrepartie, des points de mesures séparés de l'Intervalle Spectral Libre du résonateur ($ISL=c/2L$) : le dosage d'environnements basse pression requiert de longues cavités. Cette étude originale propose de mettre à profit la structure transverse du résonateur afin de rendre possible la miniaturisation du dispositif de cw-CRDS rapide. L'excitation multimode d'une cavité fractionnellement dégénérée (dite de taille « magique »), ici présentée, permet de bénéficier d'un gain d'échantillonnage spectral qui vaut l'ordre réentrant N employé. Nous développons deux schémas d'injection multimode : l'injection multimode axiale et l'injection multimode réentrante, dite dans ce dernier cas hors de l'axe optique, de telles cavités et nous en étudions les principales différences. Une étude détaillée du champ intracavité existant aux N résonances constitutives de l' ISL est proposée afin de rendre compte des limites de détectivités associées à ces deux schémas d'injection multimode sensiblement distincts.

Une seconde partie de ce travail de thèse est dédiée à caractériser de façon approfondie l'observation des profils spatiaux intracavités formés en injection hors axe lorsque la cavité souffre d'un faible astigmatisme ($\Delta R/R \sim 2\%$) : on parle de profil de Lissajous. Cette étude rend compte des mécanismes fondamentaux, telle la coïncidence particulière de modes particuliers par dispersion modale, qui aboutissent en un intervalle millimétrique de dégénérescence. Celui-ci est le siège d'une succession de profils transverses de Lissajous symétriques les uns des autres de part et d'autre d'une taille particulière de cavité : nous en précisons les causes. Le résiduel astigmatisme ainsi mis en évidence et mesuré permet, en outre, d'expliquer la disparition des oscillations Doppler normalement présentes en début de décroissance ring down dans ce type d'injection dynamique.

De façon connexe, nous développons plusieurs types de cellules multipassages non-résonantes comme alternative à la CRDS pour le dosage d'environnements hostiles.

Mots clefs : CW-CRDS RAPIDE ; RESONATEUR OPTIQUE ; TEMPS DE VIE DES PHOTONS ; CAVITE FRACTIONNELLEMENT DEGENEREE ; CAVITE MAGIQUE REENTRANTE ; EXCITATION MULTIMODE ; CHAMP RESONANT INTRACAVITE ; PROFILS TRANSVERSES DE LISSAJOUS ; ASTIGMATISME ; DISPERSION MODALE ; OSCILLATIONS DOPPLER ; CELLULES DE HERRIOTT.

Developments of multipass systems for absorption spectroscopy application : Multimode Cavity Ring Down Spectroscopy and multipass cells

The absorption Spectroscopy technique based on the measure of the free photon lifetime trapped inside a high-finesse optical cavity, also known as Cavity Ring Down Spectroscopy (CRDS), is among the most sensitive optical diagnostic tools. The « mode matched » cavity excitation using a continuous wave laser quickly and continuously swept ($\sim 4 \text{ THz.s}^{-1}$ during $\sim 2 \text{ ms}$), *i.e.* the high-speed monomode cw-CRDS, ensures to the technique its best performances in terms of detection limit "with however the drawback" data-points separated by the Free Spectral Range of the resonator ($FSR=c/2L$) : then, probing low pressure samples demand long cavities. This original study proposes to take advantage of the resonator's transverse mode structure and then to make possible the high-speed cw-CRDS device miniaturization. The fractionally degenerated cavity multimode excitation (also called "magic length" resonator) is presented here. It provides a wide spectral sampling improvement proportional to the employed reentrant order N . We are developing and testing two multimode cavity injections schemes. The first one is axial while the other one is reentrant, also said to be an off-axis excitation injection of such cavities and we examine the main differences. A detailed investigation of the intracavity field at the N resonances fractioning the FSR is proposed, explaining the detection limits observation associated to these two slightly distinct multimode injection schemes.

A second part of this work is dedicated to the detailed characterization of intracavity patterns, which are created in off-axis injection when the cavity has an inbuilt weak astigmatism ($\Delta R/R \sim 2\%$) : referred as Lissajous profile. This study allows accounting for the fundamental mechanisms, such as the particular coincidence of particular modes by modal dispersion, which result in a millimeter degenerate interval. It exists inside this one a succession of symmetrical Lissajous transverse profiles from each other on both sides around a particular cavity length : we specify the causes. The residual astigmatism, highlighted here, explains the disappearance of the Doppler oscillations, usually present during the ring down decays in these high-finesse cavity injection dynamics.

Finally, we develop several types of non-resonant multipass cells as an alternative to the CRDS device for a hostile environments analysis.

Key words: HIGH-SPEED CW-CRDS ; OPTICAL RESONATOR ; FREE PHOTON LIFETIME ; FRACTIONALLY DEGENERATE CAVITY ; MAGIC RESONATOR ; MULTIMODE EXCITATION ; RESONANT INTRACAVAVITY FIELD ; LISSAJOUS PATTERNS ; ASTIGMATISM ; MODAL DISPERSION ; DOPPLER OSCILLATIONS ; HERRIOTT CELLS.