

Nouvelles propositions pour la résolution exacte du sac à dos multi-objectif unidimensionnel en variables binaires

Julien Jorge

julien.jorge@univ-nantes.fr



Laboratoire d'Informatique de Nantes Atlantique,
UMR CNRS 6241, UFR de Sciences et Techniques de Nantes



11 mai 2010

- 1 Le problème multi-objectif de sac à dos
- 2 Procédures en deux phases
- 3 Procédures de séparation et d'évaluation
- 4 Conclusions et perspectives

Exemple de problème de sac à dos multi-objectif

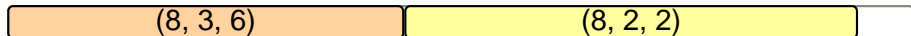
 n objets $(5, 6, 4)$ $(2, 2, 7)$ $(8, 3, 6)$ $(8, 2, 2)$ $(1, 2, 8)$ Profits (c_i^1, \dots, c_i^p) Poids w_i Capacité ω du sac

Quels objets pour un profit maximum ?

Exemple de problème de sac à dos multi-objectif

Quelques solutions

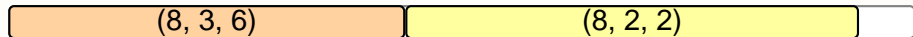
Maximiser le premier profit : valeur = (16, 5, 8)



Exemple de problème de sac à dos multi-objectif

Quelques solutions

Maximiser le premier profit : valeur = (16, 5, 8)



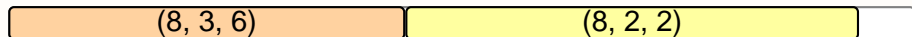
Maximiser le second profit : valeur = (13, 9, 10)



Exemple de problème de sac à dos multi-objectif

Quelques solutions

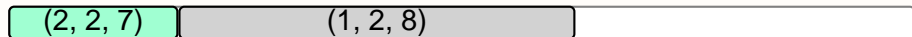
Maximiser le premier profit : valeur = (16, 5, 8)



Maximiser le second profit : valeur = (13, 9, 10)



Maximiser le troisième profit : valeur = (3, 4, 15)



Le sac à dos en résumé

De nombreuses variantes :

- nombre d'exemplaires des objets (**unitaire**, entier) :
- domaine des profits, des poids, de la capacité (**entiers**, réels, unitaires)
- plusieurs contraintes (plusieurs poids par objet)
- un ou plusieurs profits (mono- **multi-objectif**)
- ...

Notre problème de sac à dos est \mathcal{NP} -complet, $\#\mathcal{P}$ -complet.

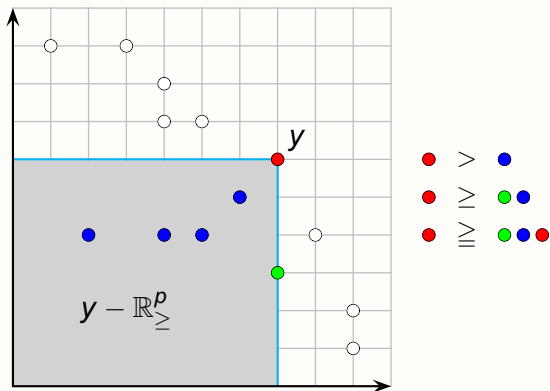
Formulation mathématique du problème

- $\mathbb{R}_{\geq}^q = \{y \in \mathbb{R}^q : y_i \geq 0, \forall i\}$
- $\mathbb{R}_{\geq}^q = \mathbb{R}_{\geq}^q \setminus (0, \dots, 0)$
- $\mathbb{R}_{>}^q = \{y \in \mathbb{R}_{\geq}^q : y_i > 0, \forall i\}$

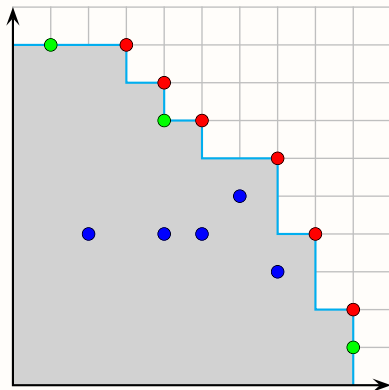
$$\left. \begin{array}{l}
 \max \quad z_j(x) = \sum_{i=1}^n c_i^j x_i \quad j \in \{1, \dots, p\}, c_i \in \mathbb{N}_{\geq}^p \\
 \text{s.c.} \quad \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq \omega \quad \omega, w_i \in \mathbb{N}^* \\
 \quad \quad x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}
 \end{array} \right\} \text{01MOKP}$$

- X est l'ensemble des solutions réalisables
- $Y = \{z(x) : x \in X\}$

Dominance de Pareto (illustrée)



Dominance de Pareto (illustrée)



- image non dominée \Rightarrow solution efficace
- X_E est l'ensemble des solutions efficaces
- $Y_N = \{z(x) : x \in X_E\}$

Ensemble complet maximal $X_{EM} \neq$ ensemble complet minimal X_{Em}

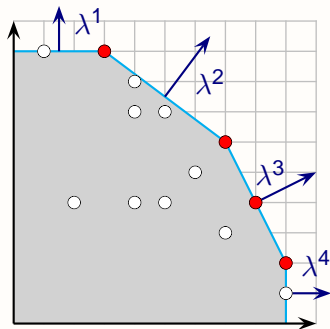
Somme pondérée (Geoffrion, 1968)

Soit $\lambda \in \mathbb{R}^p$. La somme pondérée P_λ se formule

$$\left. \begin{array}{l} \max \quad z^\lambda(x) = \sum_{j=1}^p \lambda_j z_j(x) \\ \text{s.c.} \quad x \in X \end{array} \right\} P_\lambda$$

C'est un problème mono-objectif

- Les solutions de P_λ sont dites *supportées*
- Si $\lambda \in \mathbb{R}_{>}^p$, ce sont des solutions efficaces (X_{SE}, Y_{SN})
- En général, $X_{SE} \subset X_E$



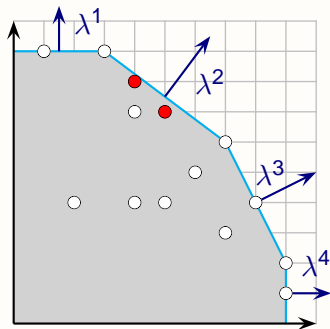
Somme pondérée (Geoffrion, 1968)

Soit $\lambda \in \mathbb{R}^p$. La somme pondérée P_λ se formule

$$\left. \begin{array}{l} \max \quad z^\lambda(x) = \sum_{j=1}^p \lambda_j z_j(x) \\ \text{s.c.} \quad x \in X \end{array} \right\} P_\lambda$$

C'est un problème mono-objectif

- Les solutions de P_λ sont dites *supportées*
- Si $\lambda \in \mathbb{R}_{>}^p$, ce sont des solutions efficaces (X_{SE}, Y_{SN})
- En général, $X_{SE} \subset X_E$**
 $X_{NE} = X_E \setminus X_{SE}, (Y_{NN})$



Méthodes de résolution exacte pour le sac à dos

- PSE, programmation dynamique (Martello et Toth, 1990) **(mono-objectif)**
- Dichotomie (Aneja et Nair, 1979) (X_{SE}, Y_{SN})
- Algorithmes en deux phases (Ulungu, 1995, Visée *et al.*, 1998) **bi-objectif**, (X_{Em}, Y_N)
- Dichotomie par ajout de contraintes (Degoutin et Gandibleux, 2002) (X_{Em}, Y_N)
- **Programmation dynamique** (Bazgan *et al.* 2009) (Y_N)
- **Analogie avec les plus longs chemins** (Captivo *et al.* 2003) (Y_N)

+ algorithmes de réduction *a priori* dans le cas mono-objectif.

Constat

Résolution de MOKP, deux approches, deux difficultés :

- Programmation dynamique, plus longs chemins : algorithmes performants mais gourmands en mémoire
- À l'opposé, une procédure en 2-phases, mais limitée au cas bi-objectif

Remarques :

- 2-phases + *ranking* efficace sur d'autres problèmes, *quid* de MOKP ?
- \exists 2-phases multi pour AP, jamais évaluée sur KP
- PSE : algo classique en optimisation, peu de travaux sur une procédure multi- (Bouibede-Hocine, 2007, Sourd et Spanjaard, 2008)

Performantes pour KP mono-objectif, passage au multi ?

- 1 Le problème multi-objectif de sac à dos
- 2 Procédures en deux phases**
- 3 Procédures de séparation et d'évaluation
- 4 Conclusions et perspectives

Principe général

Procédure initialement proposé par Ulungu (1995), appliquée au KP.
Améliorée par Visée *et al.* (1998).

Phase 1 (X_{SE}) :

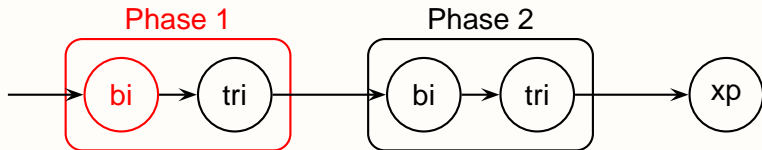
- bi-objectif : dichotomie (Aneja et Nair, 1979)
- tri-objectif : partitionnement de l'espace des poids (Przybylski, 2006)

Phase 2 (X_{NE}) :

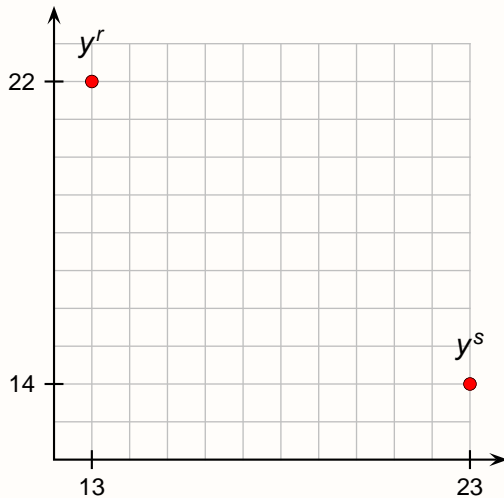
- PSE (Visée *et al.*, 1998)
- *ranking* (affectation (Przybylski, 2006), chemins (Raith, 2008))

Toujours conserver la structure du problème

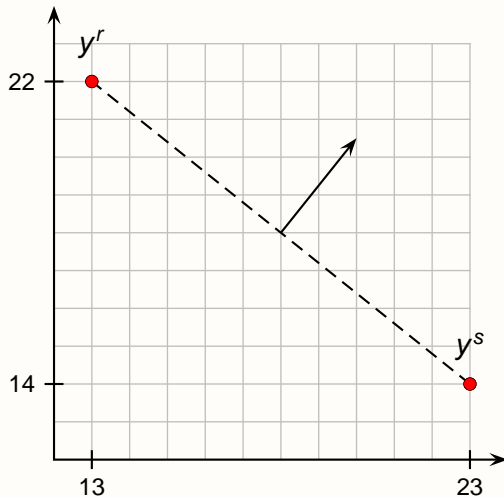
Calcul de X_{SE} , cas bi-objectif



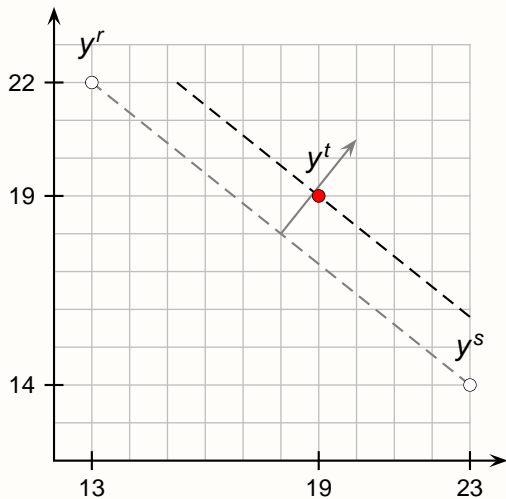
Phase 1 : dichotomie (illustration)



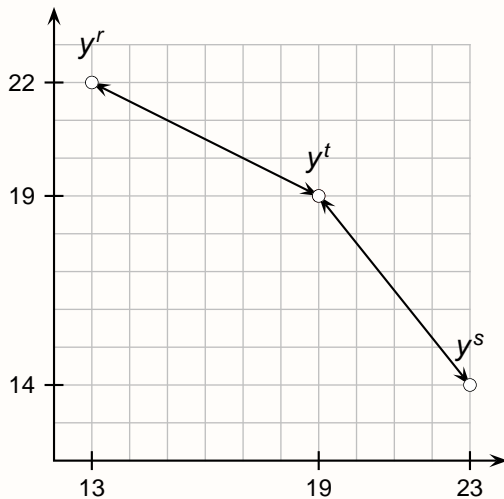
Phase 1 : dichotomie (illustration)



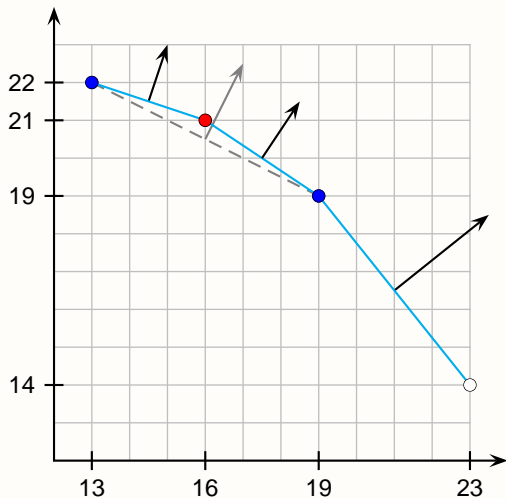
Phase 1 : dichotomie (illustration)



Phase 1 : dichotomie (illustration)



Phase 1 : dichotomie (illustration)

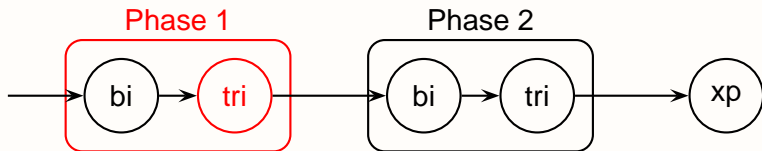


Phase 1 : dichotomie (Aneja et Nair)

Procédure :

- 1 Calculer les solutions lexicographiquement optimales
- 2 Choisir deux points supportés adjacents y^r et y^s
- 3 Construire et résoudre $P_{\lambda, \lambda \perp}(y^r, y^s)$, obtenir $y^t \in \mathbb{N}^2$
- 4 Si $\lambda \cdot y^t \neq \lambda \cdot y^r$, conserver y^t
- 5 Si il reste des adjacences non traitées, retourner en 2

Calcul de X_{SE} , cas tri-objectif

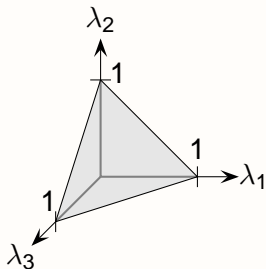


Cas multi-objectif

$W^0 = \{\lambda \in \mathbb{R}_{>}^p : \lambda_p = 1 - \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i\}$
 permet d'obtenir toutes les solutions supportées.

Chaque point de Y_{SN} est optimal pour un P_λ , λ choisi dans W^0 :

$$W^0(y) = \{\lambda \in W^0 : \lambda \cdot y \geq \lambda \cdot y', \forall y' \in Y_{SN}\}$$



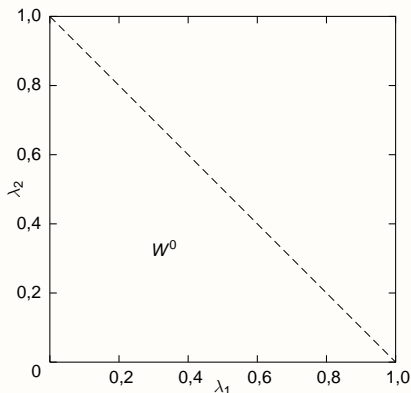
Calcul de $Y_{SN} \Leftrightarrow$ déterminer $W^0(y), \forall y \in Y_{SN}$

Cas multi-objectif

$W^0 = \{\lambda \in \mathbb{R}_{>}^p : \lambda_p = 1 - \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i\}$
 permet d'obtenir toutes les solutions supportées.

Chaque point de Y_{SN} est optimal pour un P_λ , λ choisi dans W^0 :

$$W^0(y) = \{\lambda \in W^0 : \lambda \cdot y \geq \lambda \cdot y', \forall y' \in Y_{SN}\}$$



Calcul de $Y_{SN} \Leftrightarrow$ déterminer $W^0(y), \forall y \in Y_{SN}$

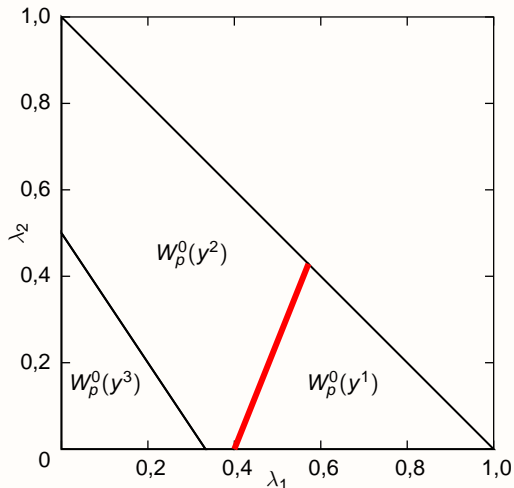
Illustration

Points initiaux :

- $y^1 = (16, 5, 8)$
- $y^2 = (13, 9, 10)$
- $y^3 = (3, 4, 15)$

Exploration de la facette

$$W_p^0(y^1)/W_p^0(y^2)$$

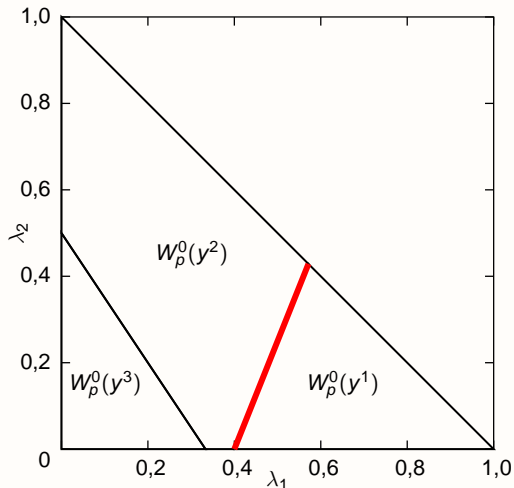


Illustration

Construction d'un problème bi-objectif.

Puis calcul des solution supportées :

- $y^4 = (9, 5, 14)$



Illustration

Mise à jour de $W_\rho^0(y)$

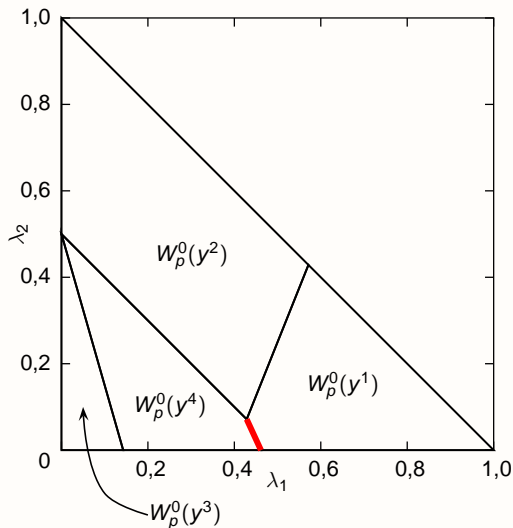
Exploration de la facette

$$W_\rho^0(y^1)/W_\rho^0(y^4)$$

Pas de nouveau point.

Toutes les facettes de $W_\rho^0(y^1)$ ont été explorées :

$$W^0(y^1) = W_\rho^0(y^1)$$



Illustration

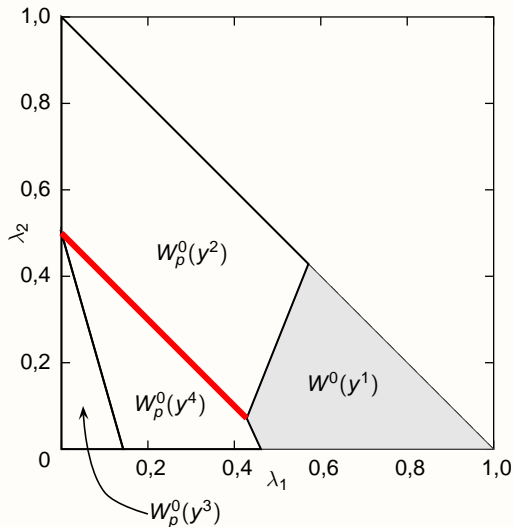
Traitement de $W_\rho^0(y^2)$.

Exploration de la facette

$$W_\rho^0(y^2)/W_\rho^0(y^4)$$

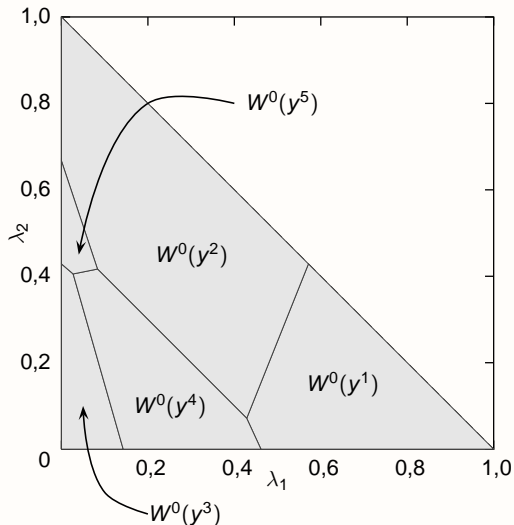
Nouveau point supporté :

- $y^5 = (6, 8, 12)$

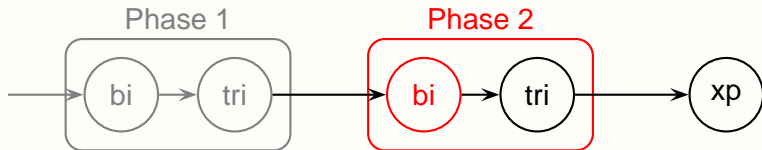


Illustration

Processus répété tant qu'il existe des faces non explorées.



Calcul de X_{NE} , cas bi-objectif



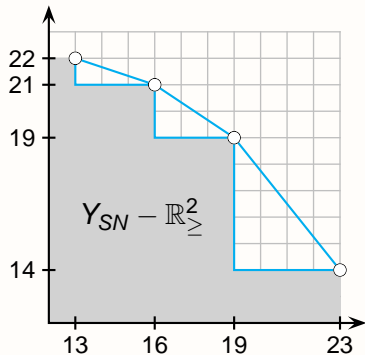
Seconde phase, cas bi-objectif

Espace représenté par des triangles.

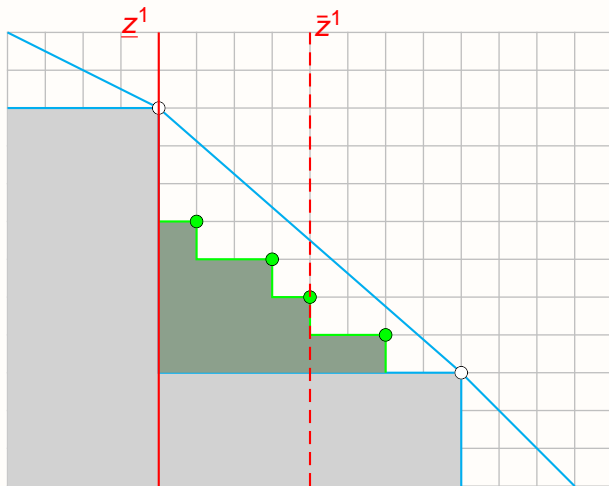
La seconde phase explore ces triangles un à un.

Procédure de Visée *et al.* : PSE
« mono-objectif »

Évaluation des nœuds adaptée au cas multi-objectif.

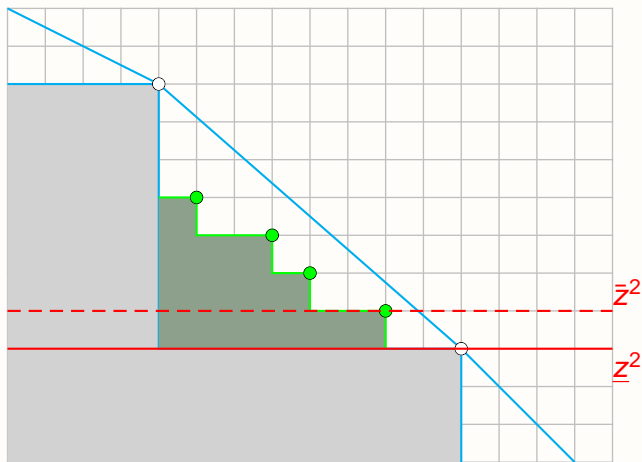


Amélioration de l'évaluation : point utopique



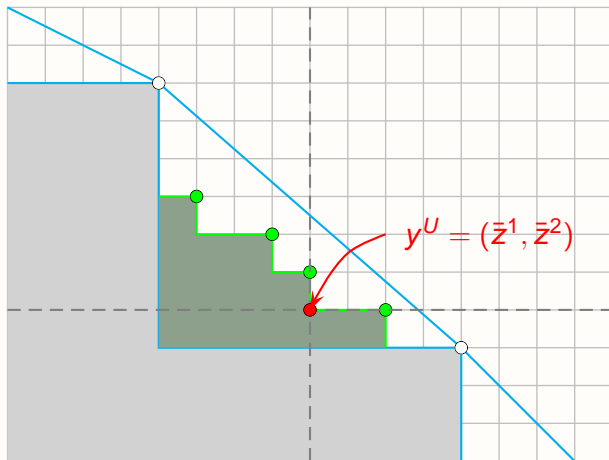
Relaxation objectif 1 $\rightarrow \bar{z}^1$, arrêt si $\bar{z}^1 \leq \underline{z}^1$

Amélioration de l'évaluation : point utopique

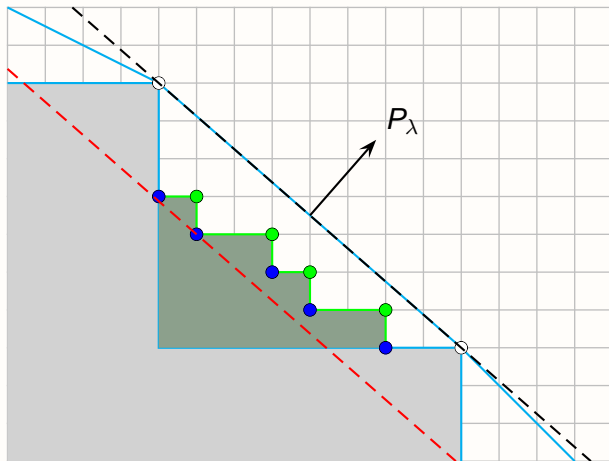


Relaxation objectif 2 $\rightarrow \bar{z}^2$, arrêt si $\bar{z}^2 \leq \underline{z}^2$

Amélioration de l'évaluation : point utopique

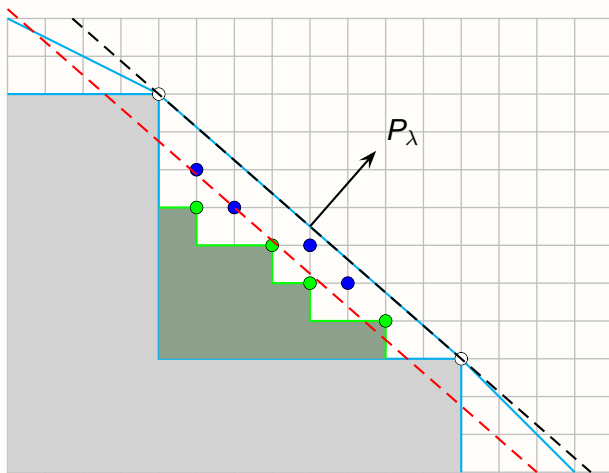


Le point (\bar{z}^1, \bar{z}^2) est dominé

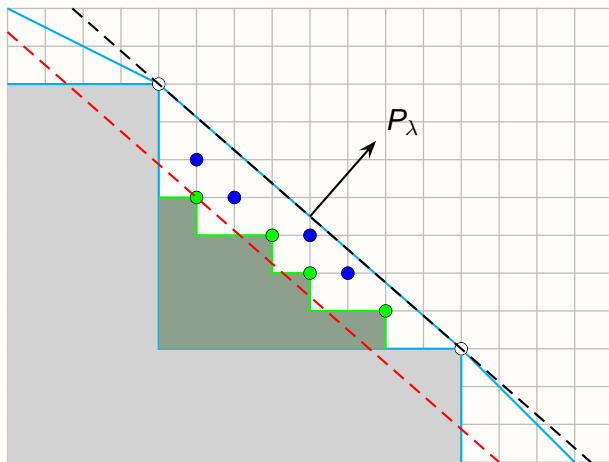
Amélioration de l'évaluation : \underline{z}^λ plus serrée

Borne évaluée sur les **points nadirs locaux**.
 Relaxation objectif $P_\lambda \rightarrow \bar{z}^\lambda$, arrêt si $\bar{z}^\lambda \leq \underline{z}^\lambda$.

Amélioration de l'évaluation : \underline{z}^λ plus serrée



Borne évaluée sur les images des solutions potentiellement efficaces.

Amélioration de l'évaluation : \underline{z}^λ plus serrée

Borne évaluée sur les images des solutions potentiellement efficaces, avec conservation des solutions équivalentes.

Phase 2 : exploration des triangles avec un *ranking*

Obtenir les solutions de P_λ dans l'ordre décroissant de $z^\lambda(x)$

Points forts :

- Trouve au plus tôt les solutions efficaces
- Ces solutions ne seront pas remises en question
- Incrément rapide de \underline{z}^λ

Pour le sac à dos :

- \exists une analogie KP \rightarrow plus longs chemins (PLC)
- \exists un *ranking* pour les PLC

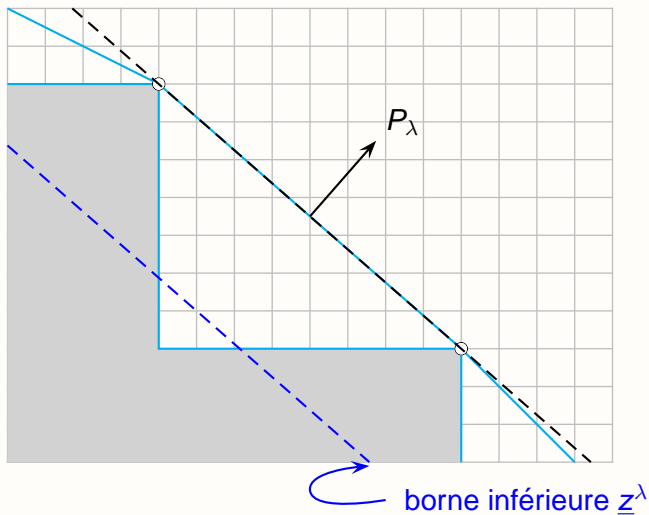
Illustration du *ranking*

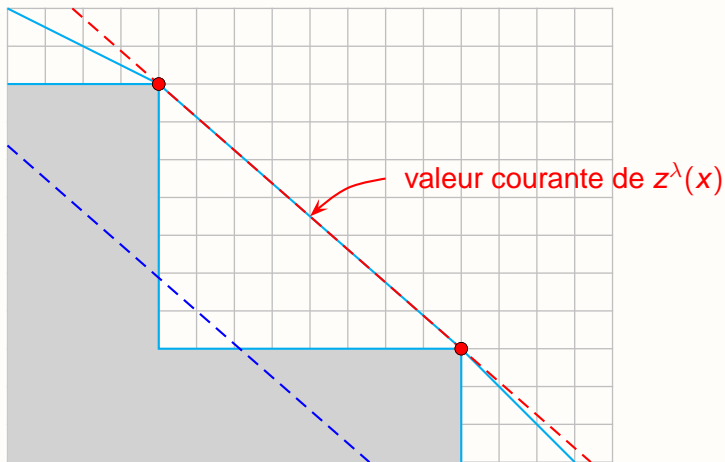
Illustration du *ranking*

Illustration du *ranking*

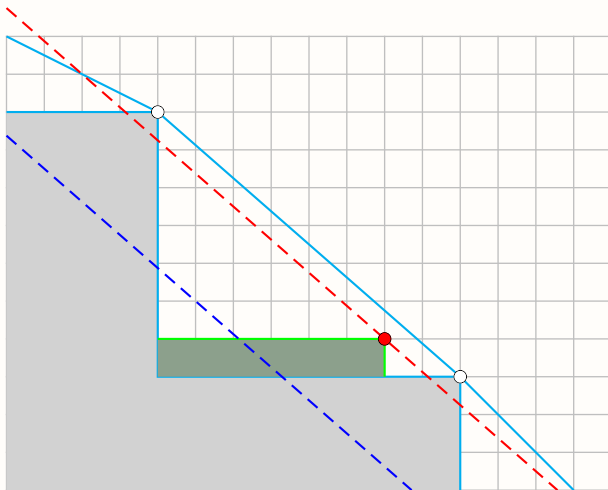


Illustration du *ranking*

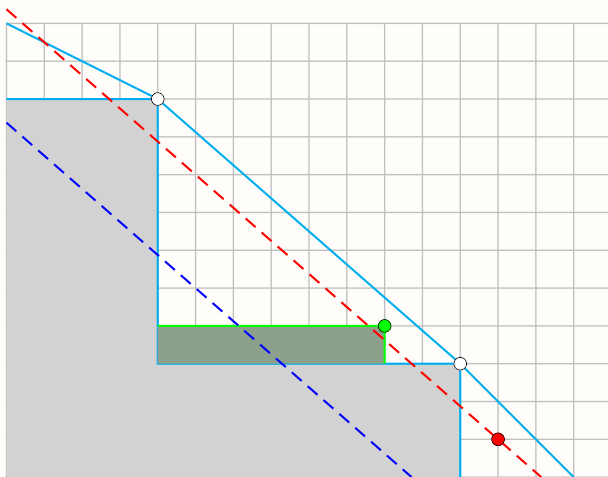


Illustration du *ranking*

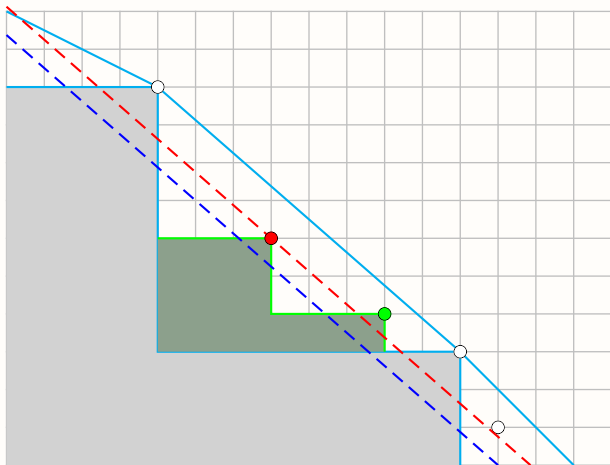


Illustration du *ranking*

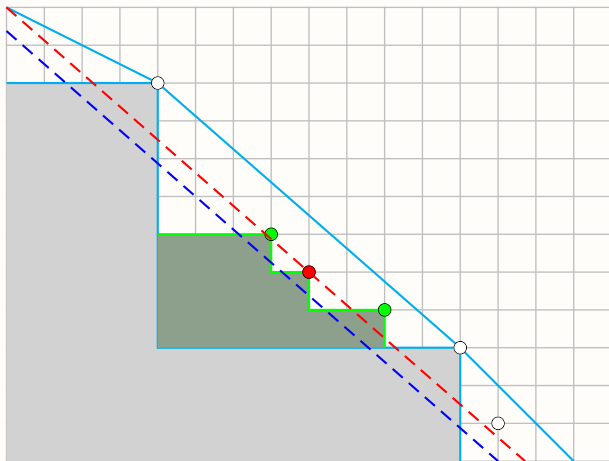


Illustration du *ranking*



Illustration du *ranking*

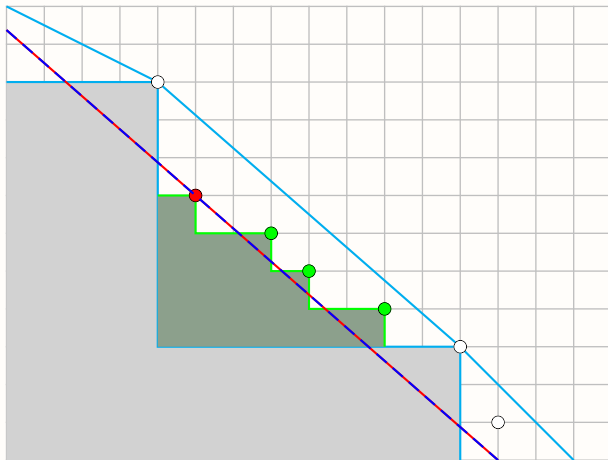
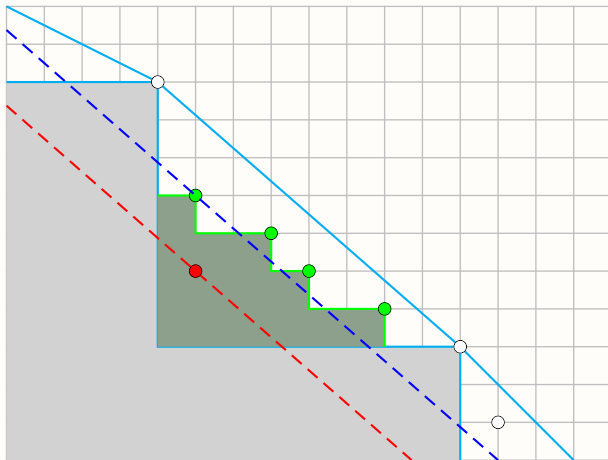
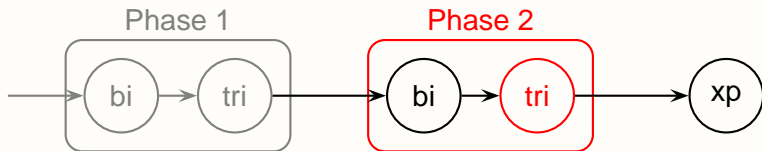


Illustration du *ranking*

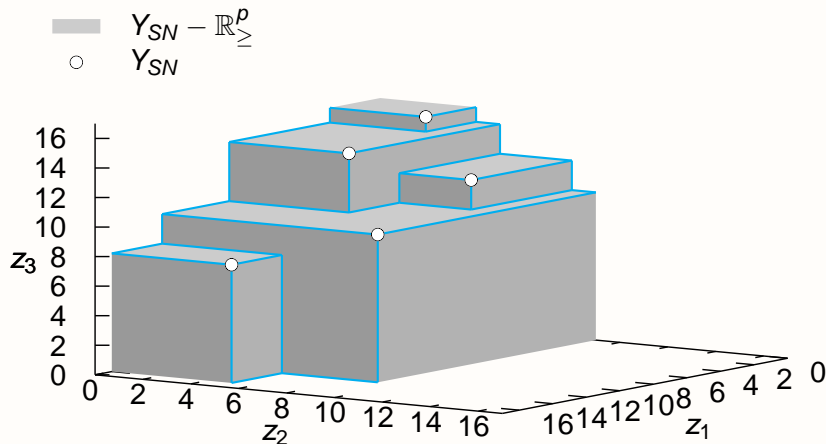


Calcul de X_{NE} , cas tri-objectif



Seconde phase, cas tri-objectif

Espace non dominé non exploré à l'issue de la phase 1



Cas multi-objectif

Principale difficulté du passage bi-objectif à multi-objectif :

- l'espace à explorer n'est plus décrit de manière triviale

Solution : autre description de la zone de recherche (Przybylski, 2006)

Description de la zone de recherche

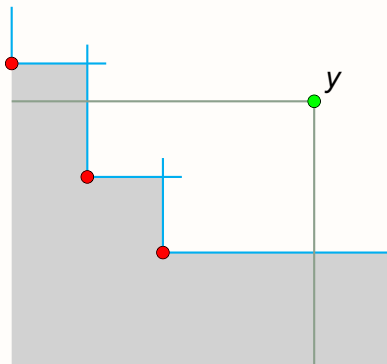
Un ensemble de points $D(U)$, $U \subseteq Y_N$ tel que :

- aucun point n'est dans l'espace strictement dominé
- tout l'espace non dominé est au dessus d'un point de $D(U)$
- les points de $D(U)$ ne se dominent pas

Mise à jour de $D(U)$

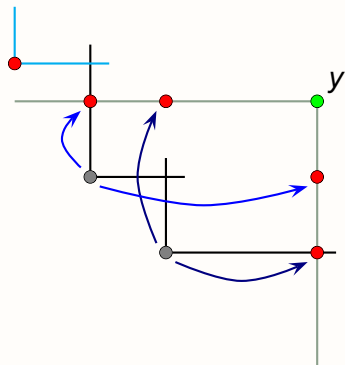
1 Obtenir les points

$$Q = \{d \in D(U) : d \leq y\}$$



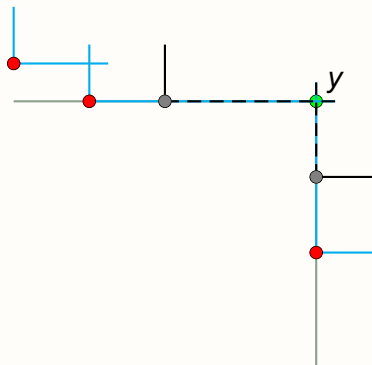
Mise à jour de $D(U)$

- 1 Obtenir les points
 $Q = \{d \in D(U) : d \leq y\}$
- 2 $\forall j \in \{1, \dots, p\}$, remplacer la coordonnée j de $d \in Q$ par y_j . Obtenir l'ensemble Q' de ces nouveaux points.



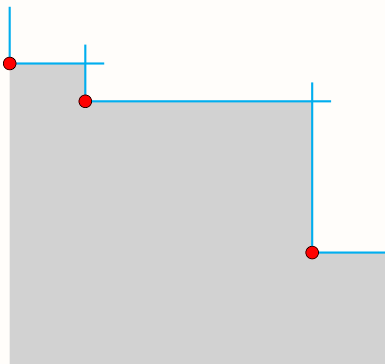
Mise à jour de $D(U)$

- 1 Obtenir les points
 $Q = \{d \in D(U) : d \leq y\}$
- 2 $\forall j \in \{1, \dots, p\}$, remplacer la coordonnée j de $d \in Q$ par y_j . Obtenir l'ensemble Q' de ces nouveaux points.
- 3 Retirer les $d \in Q'$ tels que
 $\exists d' \in Q' : d' \leq d$



Mise à jour de $D(U)$

- 1 Obtenir les points
 $Q = \{d \in D(U) : d \leq y\}$
- 2 $\forall j \in \{1, \dots, p\}$, remplacer la coordonnée j de $d \in Q$ par y_j . Obtenir l'ensemble Q' de ces nouveaux points.
- 3 Retirer les $d \in Q'$ tels que
 $\exists d' \in Q' : d' \leq d$
- 4 $D(U \cup \{y\}) \leftarrow D(U) \setminus Q \cup Q'$

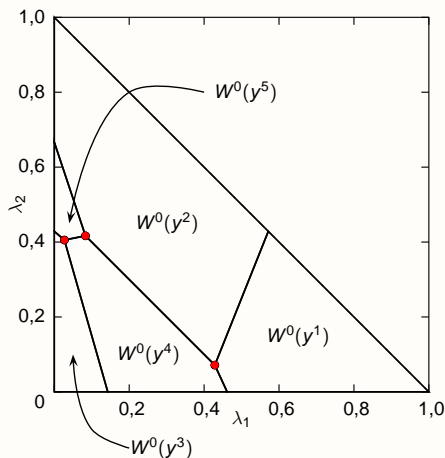


Application du *ranking*

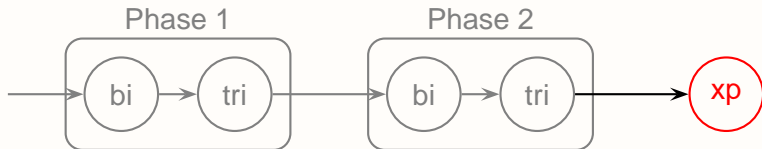
Le ranking est appliqué comme dans le cas bi-objectif, avec

- partitionnement de W^0 donne λ_{\perp}
- $D(Y_{SN})$ associé avec les plus proches facettes

\underline{z}^{λ} adapté à $D(Y_{SN})$



Expérimentations numériques



Expérimentations numériques (bi-objectif)

Pentium 4 à 3,73 GHz avec 3 Go de mémoire vive

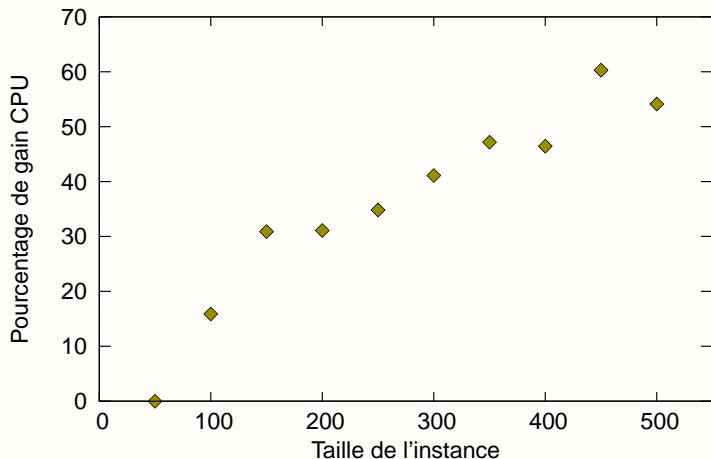
Phase 1 : P_λ résolu par programmation dynamique (Martello et Toth, 1990)

Environ 300 instances aux caractéristiques variées :

- A-1, B-1, C-1 de type random
- A-2, A-4 aux objectifs conflictuels
- A-3, A-4 aux profits générés par plateaux
- B-2, C- $\{2-3\}$ aux profits corrélés
- B-3 profits corrélés avec les poids
- C-4 profits de B-3 et poids corrélés avec profits

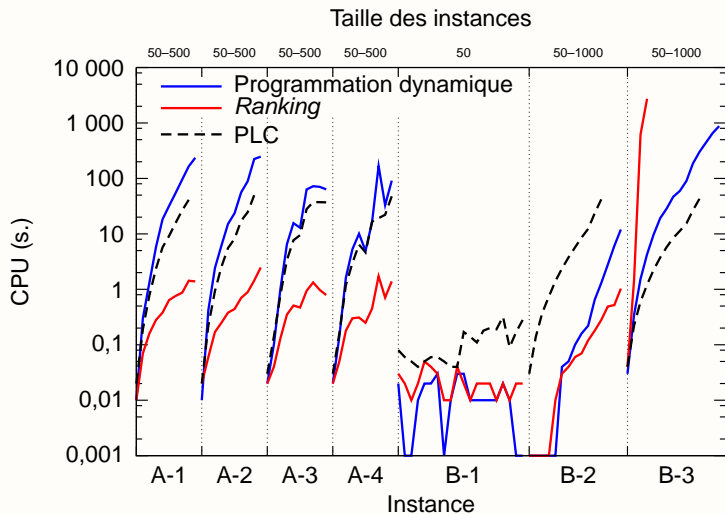
Conséquences de nos modifications de l'évaluation

Un gain allant jusqu'à 60% sur des instances de 50 à 500 variables.

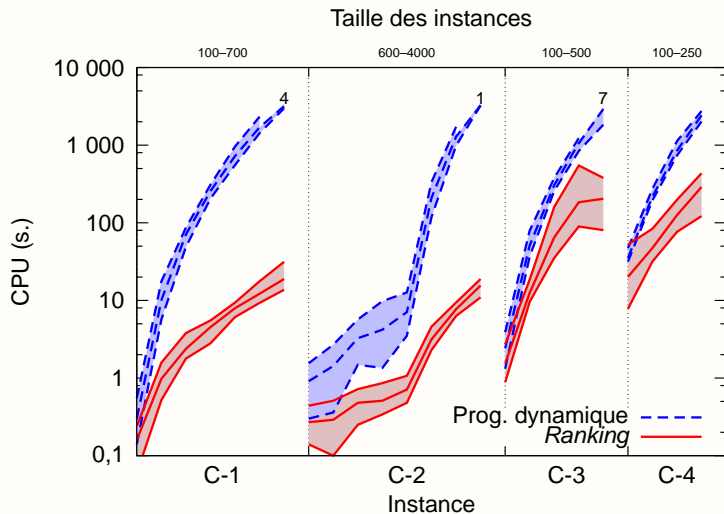


Gain moyen par taille d'instance.

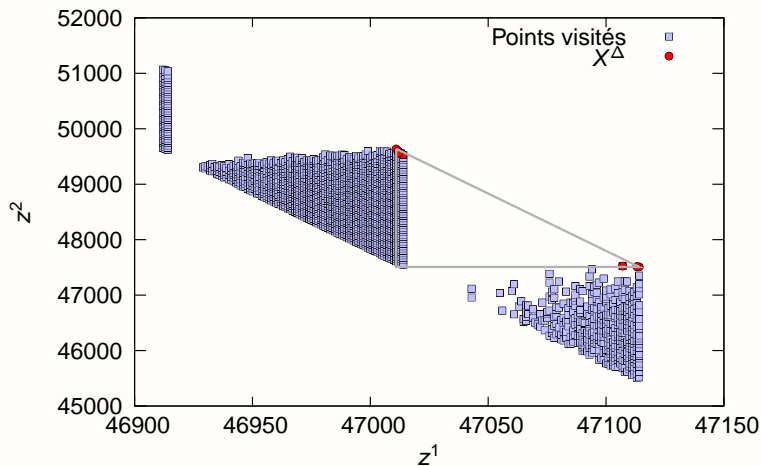
Temps de résolution (bi-objectif)



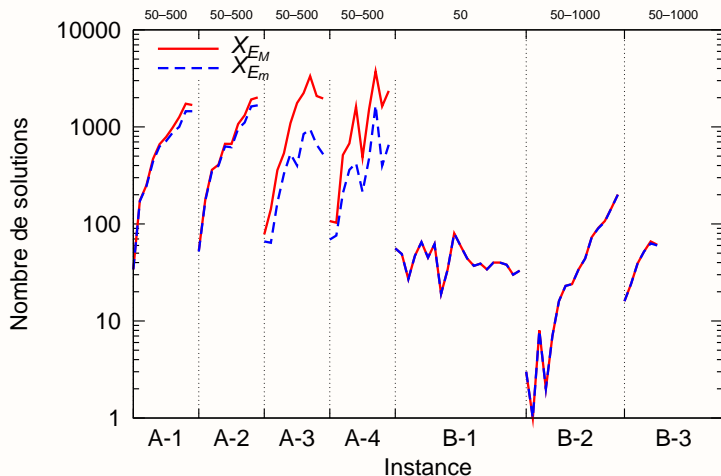
Temps de résolution (bi-objectif)



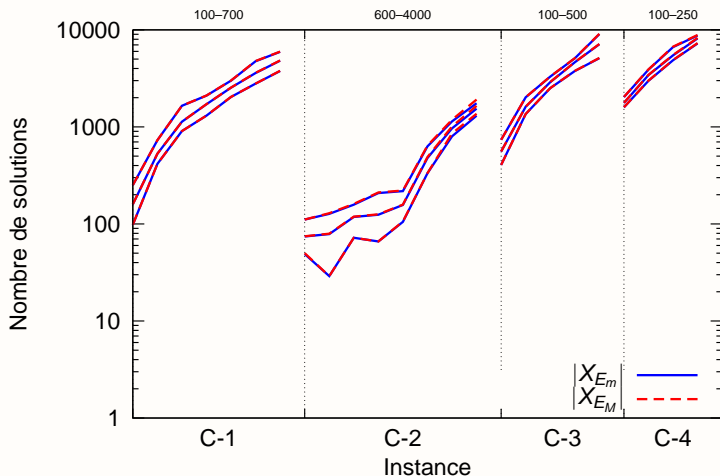
Évidence du point faible du *ranking*



Nombre de solutions (bi-objectif)



Nombre de solutions (bi-objectif)



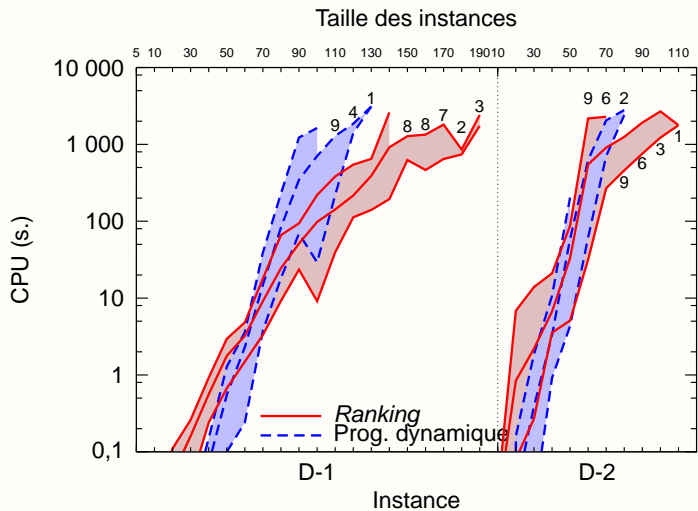
Expérimentations numériques (tri-objectif)

Présentation des instances

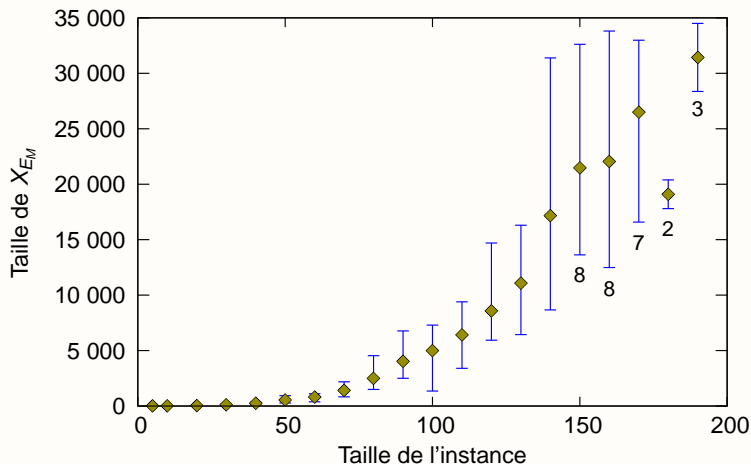
700 instances

- D-1 de type random
- D-2 second profit corrélé avec le premier, troisième profit corrélé avec les deux autres

Expérimentations numériques (tri-objectif), résultats



Expérimentations numériques (tri-objectif), résultats



- 1 Le problème multi-objectif de sac à dos
- 2 Procédures en deux phases
- 3 Procédures de séparation et d'évaluation**
- 4 Conclusions et perspectives

Grandes lignes

Trois éléments dans les PSE :

- 1 Ordre des sélection des variables
- 2 Évaluation des nœuds
- 3 Ordre de traitement des nœuds

Pour le KP mono :

- 1 Efficacité d'un objet $\frac{c}{w}$ ↘
- 2 Relaxation linéaire
- 3 Profondeur d'abord

PSE pour KP mono grandement aidées par une fixation *a priori* des variables. *Quid* de MOKP ?

Une procédure de réduction de problème pour MOKP

Ensemble des données :

$$V = \{v^j = (c_j^1, \dots, c_j^p, -w_j)\}$$

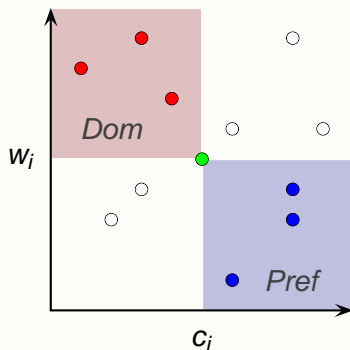
Définition de :

$$Pref(i) = \{j : v^j \geq_v v^i\}$$

$$Dom(i) = \{j : v^j \leq_v v^i\}$$

Propriétés :

- 1 $x_i = 0$ si $\sum_{j \in Pref(i)} w_j + w_i > \omega$
- 2 $x_i = 1$ si $\sum_{j \notin Dom(i)} w_j \leq \omega - w_i$

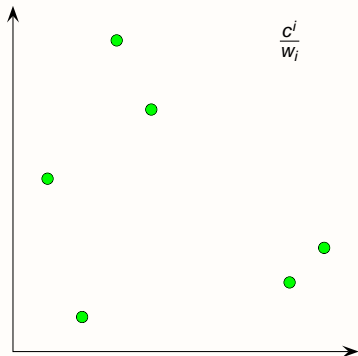


En pratique, résultats mitigés, efficaces sur les instances bi- sans corrélation.

Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

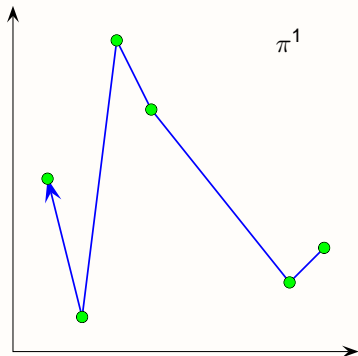
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- préférence pour les non dominés
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

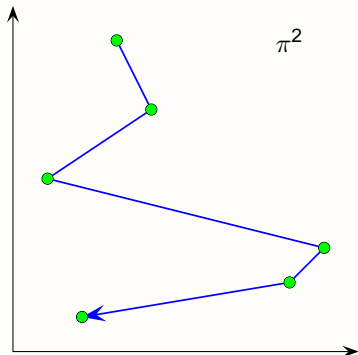
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- préférence pour les non dominés
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

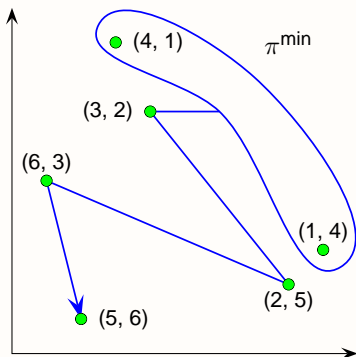
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- préférence pour les non dominés
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

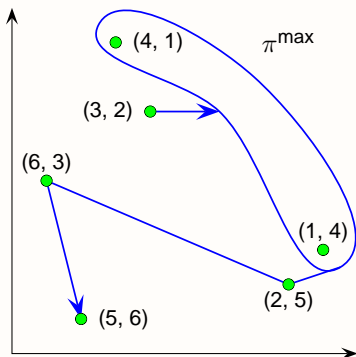
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- préférence pour les non dominés
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

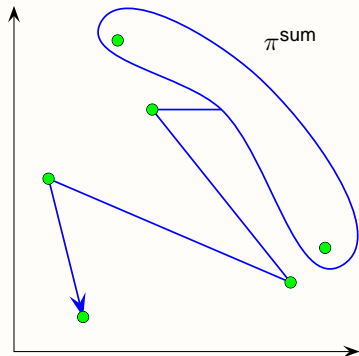
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- préférence pour les non dominés
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

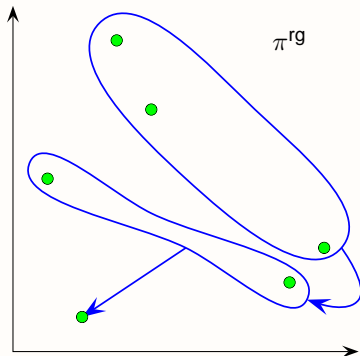
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- préférence pour les non dominés
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

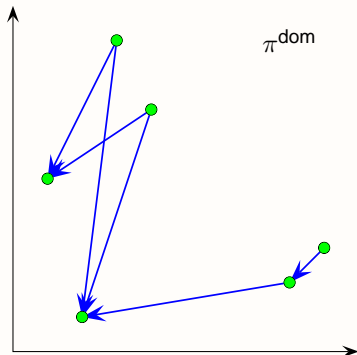
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- **rang « niveau de dominance »**
- préférence pour les non dominés
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

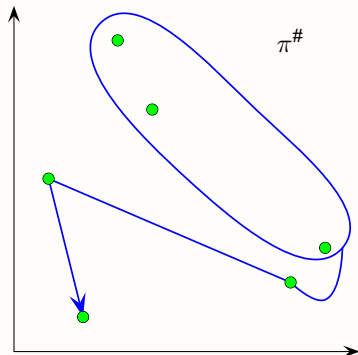
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- **préférence pour les non dominés**
- nombre de données dominantes, ↗



Ordre de considération des objets

Multi-objectif :

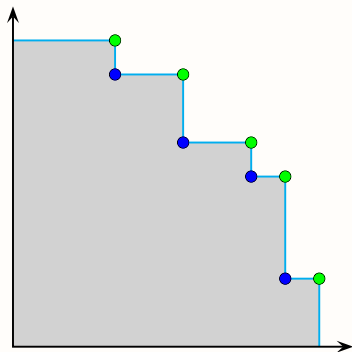
- π^j : un objectif à la fois
- rang (position selon π^j) min, max et somme, croissant
- rang « niveau de dominance »
- préférence pour les non dominés
- **nombre de données dominantes, ↗**



Évaluation des nœuds

Description de l'espace de recherche $D(U)$

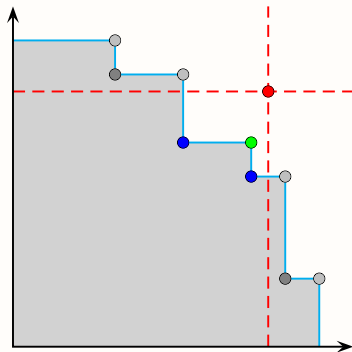
- point utopique (cf phase 2)
- mono (vers utopique)
- enveloppe, de utopique à $\text{conv}(Y_{SN})$ (phase 1 utilisée par la suite)



Évaluation des nœuds

Description de l'espace de recherche $D(U)$

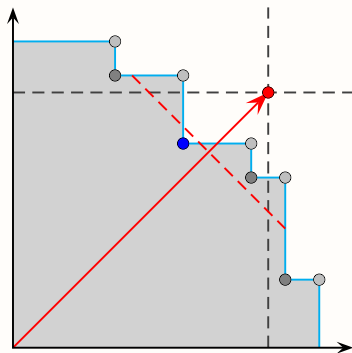
- point utopique (cf phase 2)
- mono (vers utopique)
- enveloppe, de utopique à $\text{conv}(Y_{SN})$
(phase 1 utilisée par la suite)



Évaluation des nœuds

Description de l'espace de recherche $D(U)$

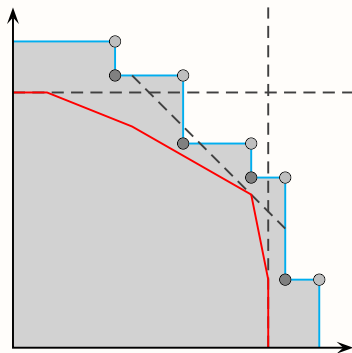
- point utopique (cf phase 2)
- **mono (vers utopique)**
- enveloppe, de utopique à $\text{conv}(Y_{SN})$
(phase 1 utilisée par la suite)



Évaluation des nœuds

Description de l'espace de recherche $D(U)$

- point utopique (cf phase 2)
- mono (vers utopique)
- **enveloppe, de utopique à $\text{conv}(Y_{SN})$**
(phase 1 utilisée par la suite)



Branchement

Profondeur d'abord :

- Sélection de la première variable x_i libre selon l'ordre initial
- Brancher sur $x_i = 1$, diffusion sur $Pref(v^i)$
- Brancher sur $x_i = 0$, diffusion sur $Dom(v^i)$

Délai :

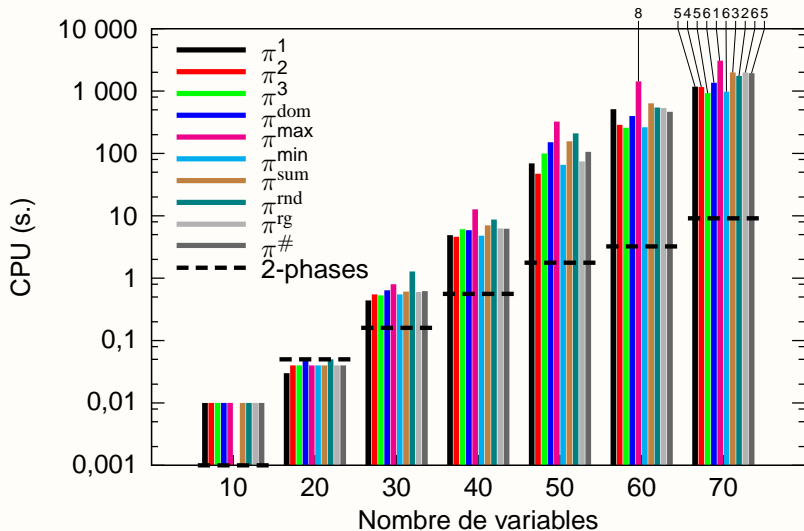
- Même sélection
- Préparer et évaluer un nœud pour $x_i = 1$
- Préparer et évaluer un nœud pour $x_i = 0$
- Ajouter ces nœuds dans une file d'attente
- Brancher sur le nœud en tête de file

File d'attente des nœuds

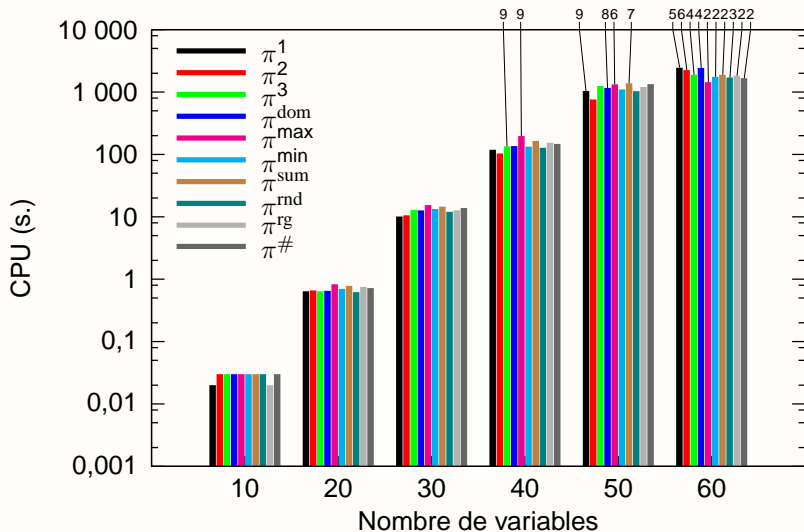
Critère de sélection du suivant :

- ratio résiduel au plus loin de $\frac{1}{2}$
- solutions supportées du sous arbre peu dominées
- un maximum de solutions supportées
- capacité disponible la plus faible
- cardinalité la plus grande

Temps de résolution en moyenne (profondeur), D-1



Temps de résolution en moyenne (délai), D-1



Nombre de nœuds en moyenne π^{\min} , D-1

	10	20	30	40	50	60	70
z^U	43,5%	60,2%	60,8%	71,7%	64,8%	74,6%	66,2%
P_λ	0,7%	4,8%	16,4%	16,3%	28,4%	22,2%	30,8%
Vus	58	814	6416	$3,6 \cdot 10^4$	$2,4 \cdot 10^5$	$8,5 \cdot 10^5$	$2,1 \cdot 10^6$

Nœuds fermés et nombre de nœuds visités (profondeur)

	10	20	30	40	50	60
z^U	46,9%	63,5%	58%	66%	67,6%	57,7%
P_λ	0%	2,3%	13,9%	13,4%	15,5%	22,5%
conv	20,34%	13%	16,3%	13,3%	12,4%	17,8%
Vus	27	350	2383	$1,2 \cdot 10^4$	$5,7 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^5$

Nœuds fermés et nombre de nœuds visités (délai)

- 1 Le problème multi-objectif de sac à dos
- 2 Procédures en deux phases
- 3 Procédures de séparation et d'évaluation
- 4 Conclusions et perspectives**

Conclusions

- Programmation dynamique : multi-objectif, rapide et gourmand
- 2-phases : lent mais endurant

→ La 2-phases bi-objectif avec *ranking* surpasse l'existant

- 2-phases : jamais évaluée pour plus de 2 objectifs sur MOKP

→ Une limitation qui n'a plus lieu d'être.

→ L'efficacité de la méthode est confirmée.

- PSE : une approche principalement mono-objectif, deux travaux sur du bi-objectif

→ Deux procédures multi-objectif

→ Une nouvelle approche pour la réduction de problème

Perspectives

PSE : le passage au multi révèle plusieurs verrous
Positionnement par rapport à ϵ -contrainte, k -PPM ?

Réduction de problème : une procédure aux performances discrètes
Procédure par comparaison de frontières et d'ensembles bornant ?

2-phases : Extraction d'un type d'instance bloquant le *ranking*
Influence directe des données, nécessité de caractériser les instances.

Nouvelles propositions pour la résolution exacte du sac à dos multi-objectif unidimensionnel en variables binaires

Julien Jorge

julien.jorge@univ-nantes.fr

Laboratoire d'Informatique de **Nantes Atlantique**,
UMR CNRS 6241, UFR de Sciences et Techniques de Nantes

11 mai 2010

Illustration

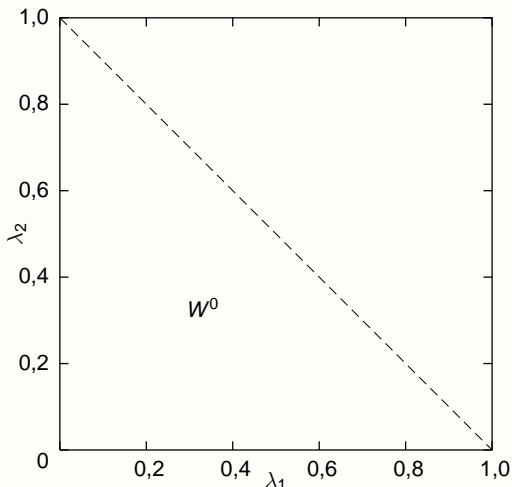
Points initiaux :

- $y^1 = (16, 5, 8)$
- $y^2 = (13, 9, 10)$
- $y^3 = (3, 4, 15)$

Face $W^0(y^1)/W^0(y^2)$:

$$\lambda \in W^0 : \lambda \cdot y^1 = \lambda \cdot y^2$$

$$\begin{aligned} & \lambda_1 y_1^1 + \lambda_2 y_2^1 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) y_3^1 \\ = & \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) y_3^2 \end{aligned}$$



Illustration

Points initiaux :

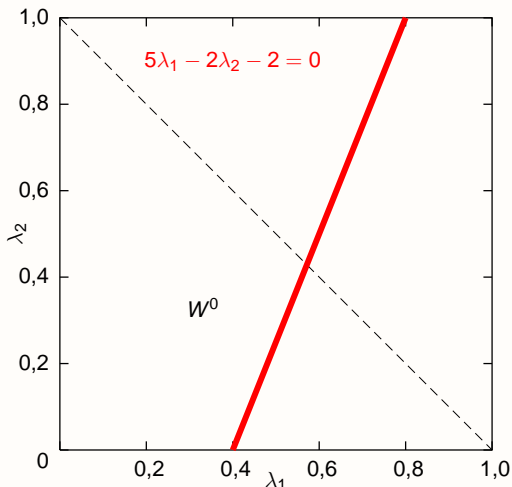
- $y^1 = (16, 5, 8)$
- $y^2 = (13, 9, 10)$
- $y^3 = (3, 4, 15)$

Face $W^0(y^1)/W^0(y^2)$:

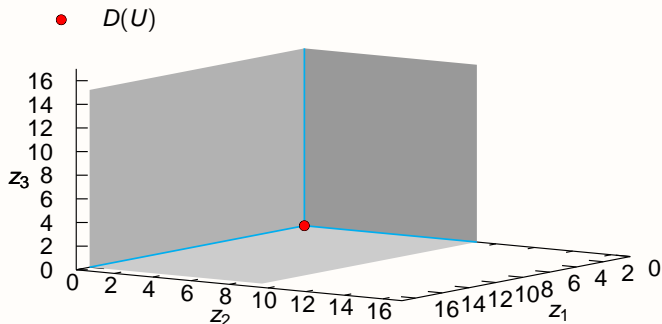
$$\lambda \in W^0 : \lambda \cdot y^1 = \lambda \cdot y^2$$

$$\begin{aligned} & \lambda_1 y_1^1 + \lambda_2 y_2^1 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) y_3^1 \\ &= \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) y_3^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 5\lambda_1 - 2\lambda_2 - 2 = 0$$

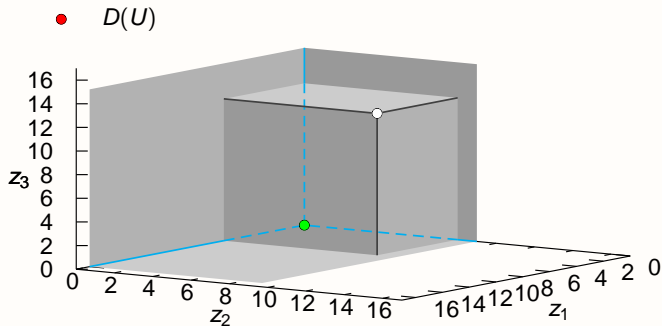


Description de la zone de recherche



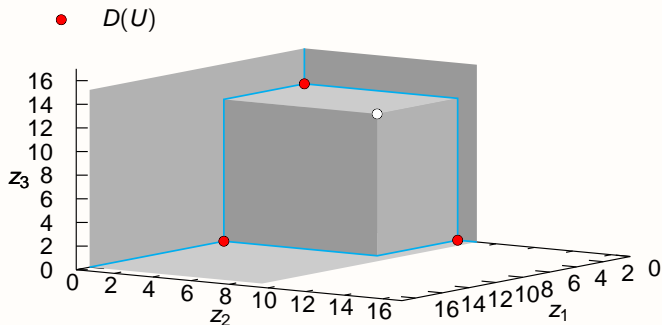
Toutes les solutions efficaces ont leur image dans $0 + \mathbb{R}_{\geq}^p$, représenté par $D(0)$

Description de la zone de recherche



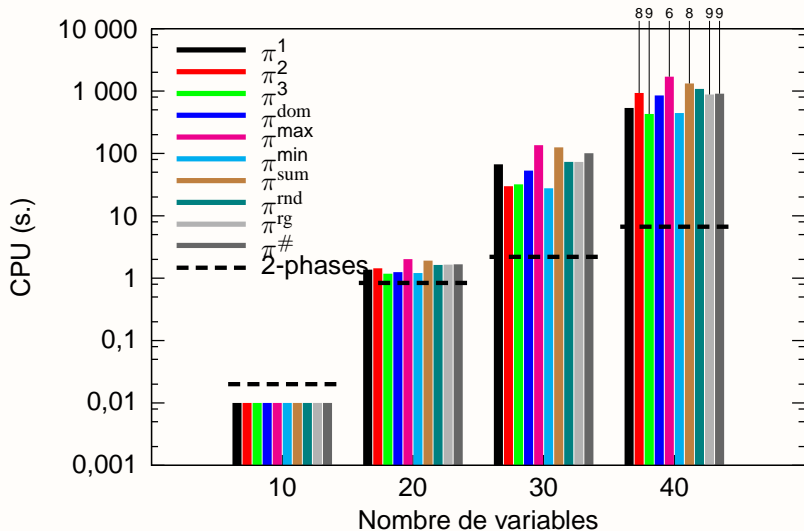
La connaissance d'un point $y \in Y_N$ invalide une partie de l'espace décrite par $(D(U) + \mathbb{R}_{\geq}^p) \cap (y - \mathbb{R}_{\geq}^p)$

Description de la zone de recherche



→ déterminer les remplaçants à $d \in D(U) \cap (y - \mathbb{R}_{\geq}^p)$ pour décrire l'espace hors de $y - \mathbb{R}_{\geq}^p$

Temps de résolution en moyenne, D-2



Temps de résolution en moyenne (délai), D-2

