



HAL
open science

Equilibre et dynamique. Etudes sur la mécanique française aux XVIIe et XVIIIe siècles : Malebranche, Varignon, sciences des machines et collisions

Christophe Schmit

► **To cite this version:**

Christophe Schmit. Equilibre et dynamique. Etudes sur la mécanique française aux XVIIe et XVIIIe siècles : Malebranche, Varignon, sciences des machines et collisions. domain_other. Université de Nantes, 2007. Français. NNT: . tel-00578691

HAL Id: tel-00578691

<https://theses.hal.science/tel-00578691>

Submitted on 21 Mar 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NANTES
U. F. R LETTRES ET LANGAGES
CENTRE FRANÇOIS VIETE

Année 2007

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE NANTES

Discipline : Epistémologie, Histoire des Sciences et Techniques

présentée et soutenue publiquement

par

M. Schmit Christophe

Le 19 juin 2007

Titre :

Equilibre et dynamique.

Etudes sur la mécanique française aux XVII^e et XVIII^e siècles : Malebranche, Varignon,
science des machines et collisions.

Directeur de thèse : Pr. Patrice Bailhache

JURY

M. Patrice Bailhache, Professeur émérite, Université de Nantes
M. Michel Blay, Directeur de Recherche au CNRS
M. François De Gandt, Professeur, Université de Lille III
M. Alain Firode, Maître de Conférences, IUFM Nord Pas-de-Calais
M^{me} Sophie Roux, Maître de Conférences, Université de Grenoble II

Remerciements

Ce travail n'aurait pas pu être mené à son terme sans les précieuses remarques et corrections de M. P. Bailhache, notre directeur ; nous le remercions sincèrement.

Nous remercions MM. F. De Gandt et M. Blay d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, ainsi que M^{me} S. Roux et M. A. Firode d'être membres du jury.

Nous tenons aussi à exprimer notre reconnaissance à M. P. Crépel pour ses conseils et sa générosité.

Puis à M. J. Viard, avec lequel les séminaires et conversations ont toujours été stimulants.

Nous associons à ces remerciements les chercheurs du Centre François Viète de Nantes. Ce laboratoire nous a accueilli et a aussi éveillé, par ses enseignements de DEA et ses séminaires, notre goût pour l'histoire des sciences.

Enfin, le Lirdhist de Lyon nous a accueilli durant deux années ; nous remercions chaleureusement les chercheurs de ce laboratoire et en particulier H. Chabot.

Merci à vous deux, Julien Prunelle et Sébastien Le Rom.

A Linda (improbable chinoise) pour ces années pleines de sourires passées avec les voisins franco-roumains.

A Anne-Gaëlle, l'amie anglaise.

Puis Tomoko, Emmanuelle, Myrtille (anglo-lyonnaise).

A Olivier (bientôt des matchs en L2 ?)

Enfin aux dalembertiens Alexandre, Guillaume et Fabrice, ainsi qu'aux doctorants (ou ex) du Lirdhist, Sandy, Caroline, Yannick, Jérôme, Simon, Thomas et Jérémy.

ABBREVIATIONS

AT XI :

Tome XI des *Œuvres de Descartes* publiées par Adam et Tannery.

D'Alembert [1743], II, III : *Traité de dynamique* dans l'édition de 1743, Partie I, Chapitre III

Der Briefwechsel, I :

Tome I de *Der Briefwechsel von Johann I Bernoulli*, suivi du tome en chiffres romains.

HARS date [date] :

Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Avec les Mémoires de Mathématiques & de Physiques, pour la même année, 1699-1790. Compte rendu situé dans la partie *Histoire*, suivi de l'année de rédaction et entre crochets de celle de publication.

MARS 1666-1699, tome X :

Tome X des *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences depuis 1666 jusqu'à 1699*, Paris 1729-1733.

MARS date [date] :

Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Avec les Mémoires de Mathématiques & de Physiques, pour la même année, 1699-1790. Mémoire suivi de l'année de rédaction et entre crochets de celle de publication.

MS I :

Tome I de *Leibnizens mathematische Schriften*, éd. Gerhardt.

OCM I :

Tome I des *Œuvres Complètes* de Malebranche.

Principes TMC :

Principes mathématiques de la philosophie naturelle, traduction de la Marquise du Châtelet.

PS I :

Tome I de *Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz*, éd. Gerhardt.

RDV, VI, II, I :

Recherche de la Vérité, Livre VI, Partie II, chapitre I.

Pour les extraits des Registres manuscrits des Procès-Verbaux de séances de l'Académie Royale des Sciences, nous donnerons la date de séance concernée suivie de l'abréviation P. V. Acad., et le tome des registres (séance du 30 janv. 1700, P. V. Acad., t. 19, f° etc..)

Une fois l'œuvre introduite dans le corps de texte, nous ne la mentionnerons qu'en indiquant le nom d'auteur suivi entre crochets par la date de publication. Ainsi D'Alembert [1743] pour *Traité de dynamique*, première édition de l'année 1743.

Introduction

Dans la « Préface » de son *Traité de dynamique* de 1743, Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783) précise que le terme « dynamique » doit s'entendre comme « la Science du Mouvement des Corps, qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque ». Par une telle définition, il récuse l'acception traditionnelle assimilant cette science à celle « des puissances ou causes motrices »¹ : dans son projet d'« applanir l'abord »² de la mécanique, D'Alembert entend démontrer les « principes » qui la fonderont à partir « de la considération seule du mouvement, envisagé de la manière la plus simple & la plus claire » et estime que « tout ce que nous voyons bien distinctement dans le Mouvement d'un Corps, c'est qu'il parcourt un certain espace, & qu'il employe un certain temps à la parcourir » ; les « causes motrices », sacrifiées sur l'autel de la clarté, laissent place au seul « Mouvement qu'elles produisent »³. « Causes motrices », « forces inhérentes au Corps en Mouvement », autant d'entités à proscrire.

Ces « principes » au fondement de la mécanique dalembertienne sont au nombre de trois : le principe d'inertie, ceux des mouvements composés et de l'équilibre. Leurs démonstrations occupent la « Première partie » du *Traité*⁴ et, combinés entre eux, ils « conduisent à la solution de tous les Problèmes où l'on considère le mouvement d'un Corps en tant qu'il peut être altéré par un obstacle impénétrable & mobile »⁵ ; le fruit d'une telle combinaison donne naissance au « principe général » qui ouvre la « Seconde partie » du livre,

¹ J. Le Rond D'Alembert, *Traité de dynamique*, dans lequel les loix de l'équilibre & du mouvement des Corps sont réduites au plus petit nombre possibles, & démontrées d'une manière nouvelle, & où l'on donne un Principe général pour trouver le Mouvement de plusieurs Corps qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque, David l'aîné, Paris, 1743 (première édition), « Préface », p. xxij.

² *Ibid.*, p. iv.

³ *Ibid.*, p. xvi.

⁴ Première partie intitulée « Loix générales du Mouvement & de l'équilibre des Corps ». Les démonstrations figurent dans chacun des trois chapitres. Pour une analyse détaillée de ses démonstrations, voir A. Firode, *La dynamique de D'Alembert*, Bellarmin/Vrin, Montréal/Paris, 2001, chapitre IV, pp. 85-116.

⁵ D'Alembert [1743], « Préface », p. xv.

le principe dit de D'Alembert, et qui offre le moyen de « résoudre toutes les questions de Dynamique par une même Méthode »⁶.

L'analyse de ces trois principes sur une période antérieure à 1743 constitue en partie le fil conducteur de cette thèse.

Nous consacrons le premier volet de ce travail à l'étude du concept d'inertie tel qu'il apparaît dans l'œuvre de Nicolas Malebranche (1638-1715) et suivons la postérité des thèses de l'oratorien dans le milieu scientifique français des années 1720 et 1730. Il faut replacer les positions critiques de D'Alembert à l'encontre du concept de force dans un paysage intellectuel anti-dynamiste présent au début du XVIII^e siècle⁷. L'occasionalisme, par son examen critique de la causalité, n'est pas étranger à l'existence d'un tel contexte ; nous cherchons à préciser ce jugement et l'inertie nous paraît un thème privilégié pour mener à bien cette tâche.

Nous soutiendrons que Malebranche est à l'origine d'un véritable courant de pensée qui conduit ceux que nous nommerons des "disciples" à critiquer l'axiomatique newtonienne et en particulier le bien-fondé de la *vis insita* ou *vis inertiae*. Pour certains d'entre eux, suivant en cela une argumentation malebranchiste, la question de la résistance d'un corps au repos est dénuée de sens, seul le mouvement pouvant se trouver à l'origine de toute action. La force d'inertie ne sera alors qu'un simple nom, celui d'un effet constaté, mais un effet ne provenant pas d'une résistance et ne renvoyant en aucun cas à une réalité dynamique inhérente à la matière. Un auteur nous apportera aussi le témoignage du lien existant entre des thèses occasionnalistes et la nécessité, face à l'inconcevable de la cause, de penser la mécanique comme une science des effets ; à cet égard, il associera directement la critique de la causalité induite par le malebranchisme à un doute porté à l'encontre de l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes.

La force comme un simple nom, la mécanique entendue comme science des effets, le doute sur un axiome qui demeure au début du XVIII^e siècle un instrument essentiel de la mathématisation du concept de force, autant de prises de positions que nous retrouvons chez D'Alembert. A nos yeux, l'intérêt de cette question de l'inertie tient à la possibilité qu'elle offre d'avoir une connaissance plus précise de la postérité des thèses de Malebranche dans leurs liens avec ce paysage anti-dynamiste que nous mentionnions. D'Alembert cite dans

⁶ *Ibid.*, p. xxiv.

⁷ Nous empruntons la formule à A. Firode, voir cet auteur pour une analyse détaillée de ce paysage pp. 14-22.

son *Traité* de 1743 et dans un article de l'*Encyclopédie* deux de ces auteurs influencés par l'oratorien. Que retient-il de ces lectures ? Sont-elles une source d'inspiration ? Nous ne pouvons pas répondre à ces questions et préférons mettre en évidence l'existence de ce courant conduisant à des thèses préfigurant celles de D'Alembert, et remarquer que celui-ci connaît bel et bien son origine et ses conséquences concernant l'axiomatique newtonienne.

Le second moment de cette thèse s'attachera à analyser les rapports entre la science de l'équilibre et l'étude des collisions au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles ainsi que la statique de Pierre Varignon (1654-1722). La science des machines simples nous semble fournir le principe des vitesses virtuelles sur lequel s'appuie la recherche de règles du choc. Pour énoncer celles-ci, beaucoup de savants pensent avant tout le choc comme un phénomène ressortissant à l'équilibre où des quantités de mouvement égales de corps allant en sens contraires se détruisent, comme des poids sur une machine équilibrée se voient incapables de produire un mouvement. Finalement, une pratique concevant l'équilibre comme moyen pour déterminer l'issue d'une interaction dynamique, en particulier celle de la percussion, est largement partagée et provient de cette extension du domaine d'application du principe des virtuelles à l'analyse de la collision ; cette pratique sera celle de D'Alembert et son principe de l'équilibre doit être replacé dans ce contexte scientifique.

Le parallélogramme des forces constitue la clef de voûte de la statique de Varignon. Nous étudions comment cet auteur met œuvre cette composition de forces dans l'étude des machines simples et soutenons que, pour un cas particulier de collision, Varignon utilise le principe de D'Alembert. Nous suivons alors l'influence de la science de l'équilibre de Varignon et notons que cet exemple de choc et la technique sur laquelle repose son analyse apparaissent à de nombreuses reprises dans les années 1720 et 1730 et, en particulier, qu'ils font l'objet d'un enseignement. D'Alembert reconnaîtra que ses prédécesseurs ou contemporains utilisèrent son principe pour ce cas de collision.

Nous soutiendrons alors dans cette seconde partie que l'étude du choc au moyen du principe des vitesses virtuelles et que la statique de Varignon doivent être considérées comme des hypothèses pour la recherche de l'origine du principe de D'Alembert.

Nous terminons cette thèse, en donnant quelques définitions du mouvement et démonstrations du principe d'inertie de mécaniciens français de la première moitié du XVIII^e siècle. Ensuite, nous remarquons à travers la lecture d'écrits dynamiques de Varignon que

l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes fonde sa mathématisation de la force. Enfin, nous interrogeons quel peut être le statut modal (nécessaire ou contingent) du principe fondamental de la dynamique chez Varignon et Fontenelle. Systématiquement, pour chacun de ces thèmes, D'Alembert prend l'exact contre-pied des conclusions de ses aînés. Sans prétendre que ce dernier adresse sa critique directement à l'encontre de ces auteurs, leurs écrits ont valeur de témoignages car ils attestent que les préoccupations de D'Alembert ne sont pas étrangères à un contexte scientifique français.

Enfin, Varignon développe différentes techniques de calcul des forces centrales que nous retrouvons dans le *Traité de dynamique*. A plusieurs reprises, D'Alembert montre sa connaissance des travaux de son aîné et nous soutiendrons qu'il en subit l'influence. Nous terminons cette thèse par l'examen du mouvement de corps le long de surfaces courbes, problème présent chez Varignon et dans des enseignements des années 1730, problème figurant dans le *Traité* de D'Alembert ; là encore, nous relevons en quoi cet auteur subit l'influence de Varignon.

Le principe de D'Alembert ne saurait être compris dans son aspect seulement technique ; A. Firode a souligné combien la méthode qu'il met en œuvre est indissociable d'un projet philosophique. En effet, résoudre un problème mécanique ne passe pas chez D'Alembert par une analyse dynamiste qui surdéterminerait le concept de force alors même que cette entité est bannie d'une physique dont les fondements doivent respecter un critère d'évidence. En ce sens, la méthode mise en œuvre dans le principe de D'Alembert évite de recourir aux « êtres obscurs & Métaphysiques » que sont les causes motrices. La technique, combinaison des principes de l'équilibre et de la composition de mouvement, ne fait alors appel qu'au mouvement des corps et, en ce sens, répond à l'idéal de clarté qui habite le projet dalembertien ; le principe n'est donc pas « philosophiquement neutre »⁸. Nous souscrivons à cette thèse et pensons pouvoir affiner l'arrière-plan dans lequel s'inscrit ce volet philosophique, en examinant la postérité de thèses de Malebranche et leur influence dans la critique de conceptions dynamistes à travers l'exemple du concept d'inertie ; la mécanique de l'oratorien survit à son auteur et détermine un rejet de l'axiomatique newtonienne. Nous ne pouvons pas affirmer avec certitude que D'Alembert reconduit directement des thèses qu'il lit chez des disciples de Malebranche. Quoi qu'il en soit, il est clair que sa pensée doit s'inscrire dans le prolongement de leurs réflexions.

⁸ Nous résumons ici succinctement la thèse d'A. Firode, *op. cit.*, pp. 9-10 et pp. 132-134.

Dans son aspect technique, le principe de D'Alembert nous semble redevable à Varignon et s'inscrire dans la continuité de méthodes d'élaborations de règles de collisions où le principe de vitesses virtuelles joue un rôle fondamental. Nous ne prétendons cependant pas minimiser le rôle de D'Alembert. Le principe est à nos yeux bel et bien *son* principe dans le sens où l'auteur a pour projet d'unifier toute la dynamique autour d'une même méthode, alors que ces prédécesseurs n'utilisent cette dernière que dans quelques cas particuliers. Il y a chez D'Alembert ce travail de réflexion qui fait qu'une pratique finie par prendre le statut d'un « principe général ».

Enfin, des méthodes mathématiques de mécanique célestes de détermination des forces centrales apparaissant dans le *Traité* nous semblent relever d'une lecture de Varignon.

Le but de cette thèse consiste donc à replacer la dynamique de D'Alembert dans un contexte scientifique français du début du XVIII^e siècle. Nous soutiendrons qu'elle doit être comprise comme un prolongement et un dépassement du travail de réflexion sur la causalité engagé par Malebranche, de la pratique de l'équilibre appliquée aux collisions et de la science de Varignon.

PARTIE I

Malebranche et la critique du concept d'inertie

Introduction

L'œuvre de Malebranche ne renferme pas seulement des écrits mécaniques ; il existe une mécanique malebranchiste fruit d'une réflexion originale et spécifique à son auteur. Cette première partie s'efforcera de le justifier en examinant les thèses de l'oratorien relatives au concept d'inertie et en en cherchant la postérité dans les années 1720 et 1730.

La question de l'origine de la résistance à une mise en mouvement revient en effet souvent sous la plume de Malebranche, et ses prises de positions bien tranchées dessinent un des traits les plus saillants de cette physique : dans son corpus ou dans des écrits de disciples, et nous légitimerons cette appellation, nous ne trouverons pas de conceptualisation de l'inertie. Si elle n'existe pas en tant que propriété de la matière, le mal est plus profond : l'idée de résistance d'un corps au repos est bannie, elle ne fait pas partie des catégories dynamiques intervenant dans une explication physique. Le travail de Malebranche peut ainsi se comprendre comme une alternative à l'axiomatique newtonienne.

Une telle absence peut résulter d'une lecture critique de la science cartésienne et en particulier d'un refus de la force de repos de Descartes. Nous suivrons dans le premier chapitre les thèses de ce dernier pour mieux saisir les enjeux de la réforme malebranchiste. Le second chapitre s'attardera sur des écrits contemporains à la production scientifique de Malebranche afin de discerner entre d'éventuelles influences et les prises de positions personnelles. Nous en viendrons alors à l'œuvre du philosophe que nous examinerons en deux temps (troisième chapitre) : nous chercherons le lieu où s'opère ce rejet du concept cartésien et en évaluerons le sens ; enfin, nous confronterons nos premières conclusions au contenu des différentes rédactions des règles de collisions. A l'issue de ces lectures, nous nous rendrons compte que Malebranche cherche systématiquement à faire sans cette inertie et à rendre compte des phénomènes que nous lui attribuerions par la résistance du milieu (air ou matière subtile). Finalement, l'action ne peut se concevoir qu'à travers un mouvement, seule catégorie opérante dans l'explication d'un phénomène. Malebranche juge, d'une part, inconcevable que la matière en tant que telle puisse renfermer l'idée d'une quelconque puissance, et, d'autre part, la théorie de la double efficace rend caduque la thèse cartésienne dotant repos et mouvement d'une même valeur ontologique.

Des disciples s'appuieront sur de telles conclusions pour critiquer les concepts newtoniens d'inertie et de réaction. Finalement, il en est de l'inertie comme de la gravité. Pour ces auteurs, seule la causalité par contact peut fonder une physique et, suivant en cela l'enseignement de Malebranche, du seul mouvement doit procéder une explication. La science newtonienne se voit donc sacrifiée sur l'autel d'une clarté toute malebranchiste ; ce projet de clarification conduira alors à ne voir derrière l'expression « force d'inertie » rien de plus qu'un nom et en aucun cas une réalité dynamique.

D'autre part, un disciple (Trabaud) fait un lien explicite entre les thèses occasionnalistes et la mise en question de l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause : comment, en l'absence d'idées claires sur la causalité peut-on fonder une science sur une telle maxime ? Il faudrait ne s'en tenir qu'aux effets, par exemple, pour Trabaud qui reconnaît la résistance de la matière à une mise en mouvement, celui constaté de l'inertie, sans rechercher l'origine d'un tel fait puisque la nature intime de la matière nous demeure inaccessible. Malgré tout, pour cet auteur, la source de toute action dérive de Dieu, Trabaud revendiquant explicitement son adhésion à l'occasionalisme. Autrement dit, ses thèses ne conduisent pas à un scepticisme radical remettant en cause le paradigme d'une physique de type causale ; le problème de la causalité reçoit une solution théologique.

Ce thème de l'inertie comme fil conducteur nous conduit ainsi à deux types de conclusions. Soit une critique de l'axiomatique newtonienne en ne considérant cette résistance que comme un simple nom, en raison d'une adhésion au malebranchisme pour lequel la justesse d'une science repose sur le seul mouvement, c'est-à-dire sur la « force mouvante » entendue comme expression de l'efficace divine. Soit la reconnaissance de l'inertie comme un effet, constat qui doit être joint à la volonté d'établir une mécanique sur les seuls faits ; il faut associer à cette dernière remarque une remise en cause de l'axiome de proportionnalité.

Nous reconnaissons là plusieurs thèmes de la pensée de D'Alembert. Il serait cependant difficile de soutenir qu'il s'inspire directement de ces écrits. Difficile dans le sens où Trabaud, à titre d'exemple, s'interroge sur la légitimité de l'axiome de proportionnalité, questionnement suscité par l'occasionalisme comme l'auteur en témoigne explicitement, mais, finalement, ne rejette pas son caractère opératoire. Quoi qu'il soit, D'Alembert connaît l'ouvrage de Trabaud (publié en 1741) dès la première publication de son *Traité de*

dynamique (1743); de même qu'il connaît la critique malebranchiste des concepts newtoniens.

Il existe donc un courant de pensée de grande ampleur, existant tout au long des années 1720 et 1730, et largement diffusé ; le livre de Traud se veut un manuel¹. Ainsi, au lieu d'affirmer que D'Alembert s'appuie sur ces auteurs, notons l'existence d'arguments d'inspiration malebranchiste qui déterminent une analyse critique de la causalité laquelle témoigne de la présence d'un courant anti-dynamiste dans les années 1720 et 1730, courant dans lequel s'inscrira la production scientifique de D'Alembert. Cette analyse se manifeste par un rejet de concepts newtoniens. D'autre part, elle se trouve à l'origine d'une réflexion sur la nécessité de fonder une physique à partir des seuls effets observables et tend alors à réduire les forces à ceux-là. Enfin, elle donne naissance à une interrogation sur le bien-fondé d'un axiome de proportionnalité alors même que la cause reste inconcevable, axiome sur lequel repose la mathématisation du concept de force.

¹ Nous renvoyons à l'Annexe 8 où quelques citations extraites du livre de Traud justifient cette appellation de manuel.

Chapitre I

Force et inertie cartésiennes

Introduction

Ce chapitre concernera les conceptions cartésiennes de la force et de l'inertie. Cette lecture de Descartes est guidée par le souci d'éclairer certains aspects de la mécanique de Malebranche, en particulier la signification de la critique et du rejet de la notion cartésienne de force de repos ; il ne s'agit donc pas de prétendre à un exposé exhaustif de la mécanique cartésienne, mais bien d'orienter notre lecture vers des thèmes que nous aborderons lors de l'examen du corpus malebranchiste.

Nous chercherons quelle peut être la signification d'une telle force au regard de l'axiomatique de la mécanique classique, en notant la définition qu'en donne Descartes et la manière dont il la fait intervenir dans l'explication de phénomènes, en particulier dans son étude du choc. Cette évaluation passera aussi par des commentaires sur la réception d'une telle notion par des savants tels que Leibniz et Newton.

Malebranche écrira souvent qu'« un corps au repos ne résiste pas » ; nous aurons l'occasion de remarquer qu'une telle formule se veut une critique adressée à l'encontre de la mécanique de Descartes. Pour comprendre pleinement la signification et la portée de la réforme malebranchiste, nous nous tournons dans ce premier chapitre vers cette notion de résistance telle qu'elle se présente chez Descartes.

I-La matière cartésienne

1.1 Matière et étendue : remarques sur des lectures critiques

La thèse cartésienne identifiant l'essence de la matière à l'étendue est une constante dans la carrière du savant¹. Comme toute thèse nouvelle, elle a sa part de charge polémique contre celles de la tradition et les conceptions atomiste et scolastique seront visées². Ainsi, dans la seconde partie des *Principes*, l'article 4 relatif à la « nature du corps » critique les thèses atomistes définissant la matière par des propriétés « qui touchent nos sens » (la dureté, la pesanteur)³ ; d'autre part, l'identification cartésienne de l'essence de la matière à la seule étendue rend du même coup superflues les distinctions scolastiques fondant la nature corporelle à partir des principes aristotéliens de privation, matière première et forme⁴.

1.1.1 Gassendi et l'inertie

Des contemporains et commentateurs plus tardifs rejeteront ces thèses cartésiennes. Par exemple, Gassendi, « parce que l'extension, à laquelle Descartes veut réduire la matière, est purement passive, exclut l'action et le mouvement, et en rend ainsi incompréhensible la présence dans le monde, puisqu'ils ne peuvent venir ni d'un autre corps, ni de l'esprit, qui est incorporel. Il faut donc que la matière soit conçue comme "matière

¹ Voir D. Garber, *La physique métaphysique de Descartes*, PUF, Paris, 1999, p. 107 et pp. 106-108 pour un bref compte rendu de la présence de cette thèse dans différentes œuvres cartésiennes.

² Concernant le « manuel » que devaient constituer les *Principes de la philosophie* se substituant aux « sommes philosophiques » de l'Ecole, Voir F. de Buzon et V. Carraud, *Descartes et les « Principia » II, Corps et mouvement*, PUF, Paris, 1994, pp. 9-20.

³ Voir *Principes*, AT XI, partie II, p. 65 et surtout l'article 20, « Qu'il ne peut y avoir aucuns atomes ou petits corps indivisibles », p. 74.

⁴ *Ibid.*, p. 47. Le rejet des conceptions scolastiques de la matière et des formes substantielles figure déjà dans le *Monde ou Traité de la Lumière* : « je conçois son [la matière] estenduë, ou la propriété qu'elle a d'occuper de l'espace, non point comme un accident, mais comme sa vraye Forme ou son Essence » ; la « vraye Forme », entendre par là 'nature', n'est justement plus la « Forme » des anciens. Leur définition du mouvement/changement apparaît inintelligible, moquée, et substituée par une « facile à connoistre », « plus simple & intelligible » que les objets des géomètres, consistant dans le passage du corps d'un lieu dans un autre, voir AT XI, p. 36 et pp. 39-40 ; sur ce passage du *Monde*, voir aussi A. Koyré, *Etudes galiléennes*, Hermann, Paris, 1966, pp. 318-321.

active»⁵. Cette activité/mobilité vient de l'atome capable de se mettre spontanément en mouvement⁶. D'autre part, la matière possède des dimensions mais aussi une capacité de résister⁷. Cette dernière reçoit indifféremment l'appellation d'impénétrabilité (antitypie), solidité, dureté, tangibilité ; elles renvoient à l'idée d'impossibilité d'occuper un même espace pour plusieurs corps et constituent même « l'essence de la matière »⁸.

O. R. Bloch souligne que dans certains textes, la résistance/impénétrabilité disparaît au profit de la « gravité »⁹ et relève alors une difficulté de la conception de Gassendi faisant de l'impénétrabilité l'essence de la matière tout en la dérivant parfois de la « gravité »¹⁰.

⁵ O. R. Bloch, *La philosophie de Gassendi, Nominalisme, Matérialisme et Métaphysique*, Martinus Nijhoff, La Haye, 1971, p. 207. Pour une définition de ces notions d'activité et passivité, voir Annexe 1.

⁶ *Ibid.*, voir p. 210 la traduction d'un fragment des *Syntagma Philosophicum* : « La gravité [...] ou poids n'[est] rien d'autre qu'une faculté ou force naturelle et interne, par laquelle l'atome peut s'ébranler et se mouvoir par lui-même ; ou si l'on préfère, rien d'autre qu'une propension infuse, innée, native et inamissible au mouvement, une propulsion et une impulsion procédant de l'intérieur ». Malgré le recours au terme de « gravité », le mouvement de l'atome se fait dans toutes les directions de l'espace et non selon la seule verticale.

⁷ « Extension et résistance, tels sont donc les deux attributs fondamentaux et irréductibles de la matière, et non, comme pour Descartes, l'extension seule, dont dérivait l'impénétrabilité », *ibid.*, p. 204.

⁸ *Ibid.*, p. 208. Voir F. Bernier, *Abrégé de la philosophie de Gassendi en VII tomes*, Anisson, Posuel et Rigaud, Lyon, 1684 (3^{ème} édition), réédition Fayard, 1992, tome II, livre I, chapitre IX « De l'Essence de la Matière », pp. 81-82 : « L'on sçait enfin qu'y ayant dans la Matière trois ou quatre choses, solidité, dureté, resistance, impenetrabilité, et etendue, qui au fond sont une seule et unique chose conceüe differemment, la Solidité doit estre considerée comme ce qui est de premier dans la Matière, et comme la cause primitive, et originelle de l'Etenduë [...] La raison de cecy est, que nous concevons que ce qui fait que deux parties de Matière gardent leur Etenduë, ou demeurent de suite l'une hors de l'autre sans se réduire, et se confondre dans un seul et mesme lieu, c'est parce qu'elles se resistent mutuellement l'une à l'autre, et qu'elles se resistent parce qu'elles sont dures, et solides. D'où il faut inferer que l'on doit plutost faire consister l'Essence de la Matière dans la Solidité qui est premiere, que dans l'Etendue, ou si vous voulez, que dans l'impenetrabilite qui suive, quoyque necessairement, de la Solidité ».

⁹ O. R. Bloch, *op. cit.*, pp. 206-207.

¹⁰ D'un côté, la volonté d'attribuer un « principe dynamique » à la matière conduirait à attribuer le-dit principe à l'impénétrabilité puisque celle-ci constitue la propriété essentielle du corps ; une telle « unité ne peut alors se réaliser [...] qu'en faisant du principe interne du mouvement [la « gravité »], la raison dernière de la solidité de la matière ». De l'autre, et c'est la « plupart du temps » le cas, Gassendi conçoit l'impénétrabilité comme l'essence de la matière et « le principe de la propension au mouvement [la « gravité »] reste au dehors, et constitue un second principe dynamique, séparé de l'essence de la matière », *ibid.*, pp. 206-208. Pour la définition de la « gravité », voir la note 6 ci-dessus.

La notion de résistance reste associée dans ces conceptions à l'impénétrabilité ; trouve-t-on un autre type de résistance qu'on pourrait rapprocher de l'inertie ? D'une part, le principe d'inertie s'avère inenvisageable par la spontanéité au mouvement des atomes¹¹. D'autre part, si on ne peut concevoir le repos d'un corps qu'à partir d'une compensation de mouvements égaux, opposés et spontanés des atomes le constituant¹², comment ce corps pourrait-il s'opposer à une mise en mouvement si toutes ses "forces internes" se neutralisent ?

Les « Doutes » de l'*Abrégé* de Bernier n'apportent pas davantage de lumière. Supposant qu'un « Atome rond », « poli », « meu au delà du Monde, ou dans un lieu absolument Vuide » en rencontre « un autre de mesme figure, mais qui fust en repos », celui-là emporte celui-ci sans rien perdre de son mouvement, « car comme un corps dans le Vuide semble devoir estre dans un parfait equilibre ou indifference, et de ne pouvoir par consequent faire aucune resistance ; pourquoy l'atome rencontrant ne continueroit-il pas son chemin, comme s'il ne rencontroit rien ? »¹³. Rencontrant un atome dans « un repos invincible », le mobile perd l'intégralité de son mouvement. Si « l'Atome rencontré n'estoit pas dans un repos invincible », l'autre l'emporterait en perdant une partie de son mouvement¹⁴. Dans la supposition idéale d'un atome au repos (inenvisageable d'après la théorie de Gassendi),

¹¹ Nous suivons ici les conclusions de S. Roux, *La philosophie mécanique (1630-1690)*, Thèse de doctorat non publiée, Paris, EHESS, 1996, p. 109 et d'A. Koyré dans *Pierre Gassendi 1592-1655. Sa vie et son Œuvre, Journées du Centre de Synthèse*, Paris, 1955, p. 109 (cité par S. Roux, note 27 p. 109), contre O. R. Bloch, *op. cit.*, pp. 223-227.

¹² Voir O. R. Bloch, *op. cit.*, pp. 218-219 : sont « inertes », « passives » et « immobiles », les combinaisons d'atomes qui forment des corps mais chaque atome est mobile. Voir aussi Bernier, *op. cit.*, tome II, livre I, chapitre XIX, « Quel est le prochain, et premier Principe des actions dans les Causes secondes », pp. 189-190 : « Du concours de plusieurs Atomes il s'en fait premierement de très petites masses, ou molécules, qui sont veritablement portées d'un certain costé selon l'impétuosité du plus grand nombre d'Atomes, mais dont le mouvement est pourtant rendu plus lent par ceux qui font effort au contraire, et qui agissent transversalement ». Voir aussi chapitre XIII, « Du Mouvement des Atomes », p. 119, avec la précision qu'« ils [les atomes] n'estoient jamais en repos ».

¹³ Bernier, *op. cit.*, « Doute VI », « Si dans la doctrine des Atomes on ne pourroit point etablir ces quatre Regles generales du Mouvement », p. 287.

¹⁴ *Ibid.* Les première et troisième règles paraissent contradictoires. Bernier suppose pour la seconde un « repos invincible » puis une « resistance mediocre » pour la troisième ; à sa guise, l'auteur suppose différents degrés de résistances, comme autant d'hypothèses.

l'« équilibre ou indifférence » fonde l'absence de résistance, soit l'absence de perte de mouvement de l'atome incident.

La thèse cartésienne de l'essence de la matière ne permet pas selon Gassendi d'expliquer l'action et le mouvement dans ce monde. Mobilité et activité sont indissociables voire synonymes¹⁵, ce qui rend difficile l'explication de la résistance éprouvée lors d'une mise en mouvement d'un corps en repos.

1.1.2 Leibniz et l'inertie

Pour sa part, Leibniz conçoit le corps « inerte » ; d'une part, il ne change pas spontanément son état (se mettre en mouvement ou changer de vitesse et/ou de direction) et, d'autre part, il oppose une résistance au mobile le percutant¹⁶. Or, « l'étendue ou ce qui, dans le corps, est purement géométrique, si l'on n'y ajoute rien, ne contient en soi rien qui puisse faire naître l'action et le mouvement » et, d'autre part, le corps résiste au mouvement par une « *inertie naturelle* », c'est-à-dire ne le conserve pas mais tend au repos¹⁷. Leibniz adjoint à l'étendue cartésienne « quelque chose de passif, outre l'étendue, à savoir ce par quoi le corps résiste à la pénétration »¹⁸. L'association de l'impénétrabilité et de « l'inertie naturelle » définit alors la « force passive de résistance » conçue comme « la notion même de matière première ou de masse » ; d'une telle « conception suivent des lois du mouvement très différentes de celles que l'on obtient si l'on ne reconnaît rien de plus dans les corps et la

¹⁵ « Nous avons supposé en général jusqu'ici que l'action des causes secondes ne faisait qu'un avec leur mouvement ; autrement dit qu'il n'y avait rien qui puisse agir sans produire du mouvement ; ni rien qui puisse produire du mouvement sans agir », extrait des *Syntagma Philosophicum* traduit par O. R. Bloch, *op. cit.*, p. 209.

¹⁶ G.-W. Leibniz, « De la nature en elle-même, ou de la force inhérente aux choses créées et de leurs actions. Pour servir de confirmation et d'éclaircissement à la dynamique de l'auteur », dans *Opuscules philosophiques choisis*, traduits du latin par P. Schrecker, Vrin, Paris, 1966, pp. 102-103, texte initialement publié en 1698 dans les *Acta Eruditorum*.

¹⁷ *Ibid.* Dans le chapitre III concernant Malebranche, nous aurons l'occasion de revenir sur l'inertie chez Leibniz à travers la correspondance des deux savants. Leibniz note que « la matière résiste au mouvement par une sorte d'*inertie naturelle*, comme Kepler l'a très bien nommée [...] », *ibid.*, p. 103.

¹⁸ G.-W. Leibniz, « De la nature du corps et de la force motrice », dans *Système nouveau de la nature et de la communication des substances et autres textes 1690-1703*, présentation et notes de Christiane Frémont, GF Flammarion, Paris, 1994, p. 173, fragment non publié daté de 1702.

matière que l'étendue et l'impénétrabilité »¹⁹. D'autre part, puisque « l'inertie naturelle » s'oppose au mouvement alors que l'« expérience » confirme que le corps conserve la vitesse acquise, il faut « une force motrice primitive qui s'ajoute à l'étendue (ou à ce qui est proprement géométrique) et à la masse (ou ce qui est purement matériel) et qui agit toujours »²⁰. La notion de substance prend son sens dans cette association de forces « passive » et « active »²¹.

¹⁹ G.-W. Leibniz, « De la nature en elle-même [...] », *op. cit.*, p. 103. Voir *supra*, note 33 pour le type de règles obtenues.

²⁰ *Ibid.*, p. 104, voir aussi p. 103 : « De même que, dans la matière, l'inertie naturelle s'oppose au mouvement, de même il y a, inhérente au corps et même à toute substance, une constance naturelle s'opposant au changement. Or cette doctrine ne justifie pas, elle contredit plutôt ceux qui refusent aux choses toute action ».

²¹ Par cette « force primitive première » ou « entéléchie première », le corps agit sur lui-même en surmontant son « inertie naturelle » ce qui permet de fonder le principe d'inertie qui s'observe expérimentalement. Voir sur ce point A. G. Ranea, *The a priori Method and the actio Concept Revised. Dynamics and Metaphysics in a unpublished controversy between Leibniz and Denis Papin*, *Studia Leibnitiana*, XXI, 1, 1984, pp. 42-68, en particulier pp. 63-64. Le cartésien Papin ne conçoit pas qu'un corps puisse agir lorsqu'il est animé d'un mouvement rectiligne uniforme dans le vide : « [il] se meut sans rencontrer rien sur quoy agir et de qui il puisse aussi recevoir de l'altération », lettre à Leibniz du 5 novembre 1696. Leibniz répondra le 28 février 1699 que « quand le corps est en mouvement, et résiste au repos, alors je tiens qu'il a une force ou entelechie, qui le fait tendre à continuer le mouvement. D'où il s'ensuit que la masse résiste continuellement à l'entelechie, et ainsi qu'il y a action et réaction dans le corps même ». Voir aussi M. Fichant, *Actiones sunt suppositorum*, l'ontologie leibnizienne de l'action, dans *Philosophie*, n° 53, 1997, p. 145 : « A la critique, formulée notamment par Denis Papin, selon laquelle un corps dans son effet formel de mouvement (que nous qualifierions d'état inertial) n'agit pas proprement, Leibniz a répondu par l'attribution au corps dans cette situation d'une action sur soi-même (*actio in seipsum*) ».

La réhabilitation des formes substantielles prend pour point de départ la rédaction du *De corporum concursu* de 1678 établissant une mesure de la force et des lois du choc en désaccord avec Descartes (pour ce texte de Leibniz voir *La réforme de la dynamique*, édité et annoté par M. Fichant, Vrin, Paris, 1994), voir M. Fichant, « Mécanisme et métaphysique : le rétablissement des formes substantielles (1679) », dans *Philosophie*, n° 39, 1993, p. 28 : « le *Discours* [de Métaphysique de 1686] (art. 18) présente le retour aux « formes ou natures indivisibles » comme étant encore une suite de l'« erreur mémorable de Descartes » et de la substitution corrélative de la force estimée par mv^2 à la quantité de mouvement dans les lois de la nature. Mais comme cette substitution a été opérée en 1678, il y a tout lieu de penser que c'est à partir de cette date que les conséquences ont commencé d'en être tirées, dans un sens qui permettra, quelques années après, de mener la critique de la physique cartésienne sur les deux fronts de la formule mathématique des lois et de l'analyse catégoriale de la réalité corporelle ». Cette nouvelle conception de la matière s'inscrit aussi dans une réflexion théologique, en particulier concernant l'Eucharistie, voir ce même article, ainsi que M. Fichant, « De la puissance à l'action : la

1.1.3 Premiers écrits newtoniens

Dans un texte rédigé vers 1665, Newton rejette les fondements de la science cartésienne, en particulier ses définitions d'espace, de corps et de mouvement. Il conçoit l'espace « comme une chose distincte du corps »²², le corps comme « ce qui remplit un lieu », c'est-à-dire que par son impénétrabilité il exclut d'autres corps de sa « partie d'espace », enfin le mouvement par le changement de lieu²³. Newton définit « les corps comme des quantités déterminées d'étendues que Dieu, omniprésent a pourvu de certaines propriétés telles que 1 ils sont mobiles et c'est pourquoi j'ai dit, non qu'ils sont des parties numériques de l'espace absolument immobiles, mais seulement des quantités déterminées transférables d'un espace à l'autre. 2 Que deux corps de cette sorte ne peuvent coïncider en quelque point que ce soit ou qu'ils sont impénétrables et par suite lorsque leurs mouvements les font se rencontrer, ils sont réfléchis selon des lois déterminées ; 3 qu'ils peuvent exciter dans les esprits créés diverses perceptions des sens et de l'imagination et peuvent à leur tour être mus par ces esprits »²⁴.

En outre, « les corps ont la force de se transférer leurs actions mutuellement les uns aux autres » et nier ceci revient à « réduire le corps à un espace vide »²⁵. Or, justement, le milieu, qu'il s'agisse de l'air ou de la matière subtile doit s'opposer au mouvement d'un corps car « si l'on rejette [...] toute puissance de résistance au passage des corps qui traversent, l'on rejettera alors complètement la nature corporelle » ; le « fluide corporel » fait obstacle au mouvement, sauf s'il possède la vitesse des corps. Du coup, si l'espace était totalement plein, « sans aucun pore vide, il serait aussi dense que n'importe quel fluide [...] et il céderait aux mouvements des corps qui le traverseraient par une inertie non moindre que celle de ce fluide »²⁶. L'argument deviendra par la suite la pierre de touche du rejet des tourbillons cartésiens : concevoir la matière, si fluide soit-elle, c'est concevoir une inertie, donc une résistance au mouvement des astres contrairement aux affirmations cartésiennes. Ici, le

singularité stylistique de la dynamique », dans *Science et métaphysique chez Descartes et Leibniz*, PUF, Paris, 1998, en particulier pp. 210-214.

²² I. Newton, *De la gravitation ou les fondements de la mécanique classique*, introduction, traduction et notes de M.-F. Biarnais, Les Belles Lettres, Paris, 1985, p. 20.

²³ *Ibid.*, p. 18.

²⁴ *Ibid.*, pp. 52-53.

²⁵ *Ibid.*, p. 64.

²⁶ *Ibid.*

raisonnement invite alors à ajouter une propriété essentielle au corps, l'inertie, non pas au sens képlérien mais conçue comme « la force interne d'un corps qui empêche celui-ci de changer facilement d'état sous l'effet d'une force appliquée à ce corps »²⁷.

Dans ce texte, si Newton corrige la thèse cartésienne de l'absence de résistance, il le fait dans le cadre de la mécanique cartésienne : il ne s'agit pas pour lui de soutenir que selon Descartes les corps ne résistent pas, mais de souligner une incohérence de la théorie tourbillonnaire ; s'il y a matière, il y a inertie. Or, la manière même selon laquelle Newton conçoit cette inertie dérive directement de la mécanique cartésienne²⁸.

1.1.4 Remarques sur les trois exemples précédents

Ces trois exemples ont un double intérêt. D'une part, ils soulignent une difficulté inhérente à la conception cartésienne de la matière : pour Gassendi et Leibniz, cette géométrisation rend impensable l'action et le mouvement dans ce monde ; pour Newton, l'absence de vide implique une résistance et donc rend impensable le mouvement dans les cieux. Pour autant, les critiques qui prennent appui sur l'expérience (pour Leibniz, impossibilité d'expliquer les règles du choc en suivant les thèses cartésiennes ; pour Newton, l'incompatibilité entre les tourbillons et les lois de Kepler) remettent en cause la pertinence des fondements de la science cartésienne mais pas l'intégralité de son contenu. Ces critiques consistent à attribuer d'autres propriétés essentielles à la matière (impénétrabilité, inertie), non que ces notions soient absentes du propos cartésien : elles dérivent soit de l'étendue (cas de l'impénétrabilité) ou Descartes les relie à l'action divine (la force de repos). Les remarques portent alors sur la juste définition qu'il faut donner de la matière, sans pour autant réfuter la présence d'une inertie dans la mécanique cartésienne²⁹.

²⁷ *Ibid.*, p. 68.

²⁸ Nous reviendrons sur ce point dans le troisième paragraphe ci-dessous.

²⁹ Newton critique l'absence de résistance affectant le mouvement d'une comète non pas à cause de l'absence d'inertie dans la physique cartésienne mais parce que l'univers plein cartésien implique nécessairement résistance ; le correctif apporté par Newton consiste en la nécessité de concevoir des parties vides de matière, mais non d'ajouter l'inertie à la matière.

Leibniz écrit qu' « il y a deux choses dans la Résistance ou Masse : d'abord ce qu'on appelle l'Antitypie ou impénétrabilité, ensuite la résistance ou ce que Kepler appelle l'inertie naturelle des corps, que Descartes aussi, quelque part dans sa Correspondance, reconnaît à ceci, qu'en vérité les corps ne reçoivent un nouveau mouvement que par force et partant résistent à celui qui fait pression et en brisent la force », dans Leibniz, « De

D'autre part, ces exemples mettent en pleine lumière des problématiques que nous retrouverons au cours de ce premier chapitre. La thèse de Gassendi consiste finalement à ne concevoir l'action qu'à travers le mouvement ; la question de la résistance du corps au repos mériterait davantage de développement. Dans un tout autre cadre conceptuel que l'atomisme/dynamisme de Gassendi et sans prétendre qu'il s'agit là d'une influence de ce philosophe, cette question du repos et l'action dérivant du seul mouvement se retrouveront chez Malebranche et chez de nombreux disciples.

Qu'on conçoive seulement une cause première (les occasionnalistes) ou qu'on réhabilite des forces inhérentes aux corps (Leibniz), l'explication de phénomènes à partir de la

la nature du corps et de la force motrice », *op. cit.*, p. 176 ; Leibniz se réfère sans doute aux lettres de Descartes à F. de Beune (30 avril 1639, AT II, p. 543) et au marquis de Newcastle (avril 1648, AT V, p. 136), sur lesquelles nous reviendrons, voir *infra* 1.2.

Cette dernière citation de Leibniz laisserait à penser qu'il assimile les inerties keplérienne et cartésienne ; il n'en est rien. Leibniz les relie par leur point commun : plus le corps contient de matière, plus il résiste. Pour autant, pour Kepler cette résistance est une répugnance au mouvement. Pour Descartes, comme nous le constaterons, elle se rattache à un principe de conservation du mouvement. Dans une lettre à Bayle adressée à Basnage de Beauval datée des 16-26 octobre 1692, Leibniz note que le corps ne fait pas effort pour demeurer en un certain lieu mais fait effort contre celui qui l'en chasse. Il ajoute : « Mons. des Cartes luy même en a entreveu quelque chose, soutenant que le repos même à quelque force ; mais il l'a expliqué d'une manière insoûtenable que le R. P. Malebranche a eu raison de refuter », P. S., tome III, p. 96. D'autre part, en référence aux articles 37 et 38 de la seconde partie des *Principes* de Descartes, Leibniz loue « la loi très vraie et incontestable de la nature, que chaque chose demeure dans le même état, en tant qu'elle ne dépend que d'elle-même », voir *Remarques sur Descartes*, dans *Opuscules philosophiques choisis*, traduction P. Schrecker, *op. cit.*, p. 46.

Leibniz critique la conception de la dureté des corps telle que la livre Descartes à partir du repos des parties constituantes et de leurs forces de repos voir *Principes*, AT XI, art. 55, p. 94, « Qu'ils n'y a rien qui joigne les parties des corps durs, sinon qu'elles sont en repos au regard l'une de l'autre ». Il considère deux cubes contigus (A et B) en repos l'un par rapport à l'autre, une boule (C) venant heurter A dans la direction parallèle aux faces coïncidentes ; le choc ne se transmet pas à B à moins se supposer A et B attachés et ainsi réfute la thèse cartésienne. Il note cependant « qu'il est vrai qu'alors A, par son repos, résistera au choc de C et ne pourra être poussé en avant par C que si C perd quelque chose de sa force [par « force » il entend ici mouvement] ; il est donc également vrai que, dans ce cas, A résiste par son repos à la séparation de B ; mais cet effet n'est qu'accidentel et ne se produit pas parce que le choc tend à séparer A de B, mais parce que A doit absorber de la force, ce qui se produirait également si B n'était pas du tout présent », voir *Remarques sur Descartes*, *op. cit.*, p. 68. Autrement dit, aux yeux de Leibniz, l'erreur de Descartes n'est pas de ne pas bien concevoir l'inertie des corps mais de lui faire jouer un rôle qu'elle ne peut assumer dans l'origine de la cohésion des corps.

matière et du mouvement s'appuie sur des lois et concepts ; l'explication elle-même peut apporter des précisions sur ceux-ci, voire véhiculer des notions que le contenu des définitions ne laissait pas supposer³⁰. Quel que soit le fondement métaphysique, on peut toujours comparer les outils intervenant dans l'explication à ceux de la mécanique classique. La matière/étendue, à elle seule, laisserait peu de place à la notion de résistance³¹ ; pour autant on la trouve chez Descartes. La critique de la substance cartésienne menée par Leibniz concerne la stricte métaphysique sans pour autant tout rejeter de la physique. Leibniz voit chez Descartes une résistance, ce qui revient à signifier qu'il prend note de la reconnaissance par ce dernier, si ce n'est d'une conceptualisation, au moins de la présence de cette résistance (voir note précédente, lettre à Bayle) ; par contre, il réfute les thèses cartésiennes relatives à la matière, et il refuse le recours à l'immutabilité divine comme source de la conservation du mouvement et du repos et, par-là même, le recours à une loi de persistance garantissant la résistance des corps³².

Leibniz refuse à Malebranche le concours permanent du Créateur³³ et ne voit plus chez l'oratorien la résistance qu'il trouvait chez Descartes. Il ne la voit pas car il juge la notion malebranchiste de substance déficiente ; mais il ne la voit pas non plus dans le discours scientifique lui-même, Malebranche cherchant, dans ses règles du choc, à rendre compte de la

³⁰ Ainsi de ces savants dits « cartésiens » qui définissent explicitement la force comme une quantité de mouvement alors qu'interviennent dans leurs raisonnements des impulsions pouvant recevoir l'appellation de « grandeur du choc » ou « force du choc », voir le chapitre II de cette partie, la seconde partie du chapitre III relative à l'étude du choc chez Malebranche ou bien encore ces savants français des années 1720 qui subissent l'influence de Newton, en particulier en appliquant la loi d'égalité de l'action-réaction (voir chapitre IV).

³¹ Si on supposait un corps au repos « indifférent au mouvement ou au repos », « celui qui est en mouvement emporterait avec lui celui qui est en repos, sans recevoir aucune diminution de sa vitesse, et sans qu'en tout ceci la grandeur, égalité ou inégalité des deux corps puisse rien changer ; ce qui est entièrement irréconciliable avec les expériences ». Ainsi, l'« étendue serait entièrement indifférente à l'égard [du] changement [de mouvement], et les résultats du concours des corps s'expliqueraient par la seule composition Géométrique des mouvements », voir G.-W. Leibniz, « Extrait d'une Lettre de M. de Leibniz sur la question si l'essence des corps consiste dans l'étendue », dans C. Frémont, *op. cit.*, p. 36. Lettre initialement publiée dans le *Journal des Savants*, datée du 18 juin 1691.

³² Concernant l'article 36 des *Principes*, Leibniz critique l'argument de la constance de Dieu au fondement de la conservation du mouvement ; en admettant cette constance, on ne sait pas pour autant ce qui se conserve véritablement, la quantité de mouvement ou la force vive, *Remarques sur Descartes*, *op. cit.*, pp. 42-43.

³³ L'occasionalisme implique un recours au *Deus ex machina* ou au miracle, voir *Système nouveau de la nature et de la communication des substances*, dans C. Frémont, *op. cit.*, p. 72.

résistance d'un corps en recourant au milieu extérieur, ce que nous analyserons dans le chapitre III. Autrement dit, ce qui figurait chez Descartes disparaîtrait alors de la science malebranchiste et, si tel est bien le cas, il faudra en chercher les raisons et les conséquences.

Indépendamment du recours aux causes secondes ou à une unique cause³⁴, le discours scientifique qui cherche à expliquer des phénomènes renferme des concepts dont on peut examiner la pertinence en les mettant en rapport avec ceux de la mécanique classique ; nous soumettrons à un tel examen la science cartésienne.

1.2 Forces de mouvement et de repos

La première « Loi de la Nature » présente dans *Le Monde* et les *Principes* énonce la persistance de la matière dans son « état » ; elle pose en particulier, en l'absence de collisions, la conservation du mouvement et du repos d'un corps³⁵. Cette notion de conservation est introduite à propos des quantités globales de mouvement et de repos dans l'univers³⁶ ; localement, elle concerne aussi un corps particulier ou un système de deux corps

³⁴ Il ne s'agit pas de prétendre qu'on puisse dissocier en deux domaines totalement distincts les réflexions sur l'essence de la matière et la matière telle qu'elle apparaît dans une théorie du choc. Ainsi, dans le cas de Malebranche, nous essaierons de noter quels rapports pourraient exister entre sa théorie de la double efficace et la notion d'inertie.

³⁵ « Chaque partie de la matiere, en particulier, continuë toujours d'estre dans un mesme estat, pendant que la rencontre des autres ne la contraint point de le changer [...] si elle est arrestée en quelque lieu, elle n'en partira jamais, que les autres ne l'en chassent ; & si elle a une fois commencé à se mouvoir, elle conitnuëra toujours avec une égale force, jusques à ce que les autres l'arrestent ou la retardent », *Le Monde*, AT XI, p. 38. Dans les *Principes*, on peut lire la formulation suivante : « chaque chose en particulier [...] continuë d'estre en mesme estat autant qu'il se peut, & que jamais elle ne le change que par la rencontre des autres [...] si elle est en repos, ... elle ne commence point à se mouvoir de soy-mesme. Mais lors qu'elle a commencé une fois de se mouvoir, nous n'avons aussi aucune raison de penser qu'elle doive jamais cesser de mouvoir de mesme force [...], pendant qu'elle ne rencontre rien qui retarde ou qui arreste son mouvement », AT IX, p. 84.

³⁶ Voir *Principes*, AT IX, art. 36, p. 83 : « Dieu [...] a créé la matiere avec le mouvement et le repos, & [...] conserve maintenant dans l'univers, par son concours ordinaire, autant de mouvement et de repos qu'il y en a mis en le creant ».

et, dans la diversité des mouvements et collisions, les lois ont pour tâches de maintenir constantes les quantités globales³⁷.

Le Monde comme les *Principes* utilisent l'expression « force de mouvement »³⁸ ; les *Principes* introduisent la « force de repos »³⁹. Dans les deux cas, ces « forces » caractérisent la capacité d'un corps à conserver son état et Descartes les relie justement à la loi de persistance : « la force pour agir ou pour résister » de chaque corps « consiste en cela seul, que chaque chose persiste autant qu'elle peut à demeurer au mesme estat où elle se trouve, conformément à la premiere loy » ; aussi, « lorsqu'il [le corps] est en repos, il a de la force pour demeurer en ce repos & [...] pour résister à tout ce qui pourroit le faire changer. De mesme que, lorsqu'il se meut, il a de la force pour continuer de se mouvoir avec la mesme vitesse & vers le mesme costé »⁴⁰.

Le repos et le mouvement deviennent ontologiquement équivalents, aucun des deux n'est privilégié au détriment de l'autre, Dieu les conservant identiquement à chaque instant ; cette persistance fonde l'action et la résistance. Cette dernière existe donc bien dans la métaphysique cartésienne, comme la conséquence d'une conservation. Elle joue aussi un rôle proprement physique. Au-delà des critiques relatives à une juste définition du corps⁴¹, cette « force de repos » a une fonction explicative dans la mécanique cartésienne⁴² ; on peut d'autre part la rapprocher d'une notion d'inertie

³⁷ Parmi une littérature abondante, pour le fondement de ces lois par le recours à la constance de l'action divine, voir D. Garber, *op. cit.*, pp. 303-321 ; en particulier, sur le problème que pose cette 'déduction' d'une conservation globale à une locale, voir chez ce même auteur pp. 314-315.

³⁸ Voir *infra* 2.2.

³⁹ Suivant A. Gabbey, cette « force de repos » n'intervient pas avant 1640, voir Force and Inertia in Seventeenth-Century Dynamics, dans *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 2, 1971-1972, p. 24. Plus précisément il s'agit de la lettre adressée à Mersenne du 28 octobre 1640, AT III, p. 213 : « il est certain que, de cela seul qu'un cors a commencé à se mouvoir, il a en soy la force de continuer à se mouvoir ; ainsi que, de cela seul qu'il est arrêté en quelque lieu, il a de la force de continuer à y demeurer ». S. Roux interprète l'apparition de cette notion par « le refus de la notion d'inertie » au sens de Kepler, *op. cit.*, p. 414. Nous reviendrons sur ce point en 1.3.

⁴⁰ *Principes*, AT IX, art. 43, p. 83.

⁴¹ Voir *supra*, 1.1.

⁴² Le meilleur exemple de cette fonction explicative serait l'explication cartésienne de la dureté, reposant sur les forces de repos des parties des corps (voir *supra* note 29). Voir sur cette explication les analyses

1.3 Inertie

L'article 26 des *Principes* pose qu'« il n'est pas requis plus d'action pour le mouvement que pour le repos »⁴³. Victime d'un « préjugé », nous pensons qu'il faut plus « d'action », « d'effort », de « force » pour « produire un mouvement que pour l'arrêter », par ce que nous ne percevons pas la pesanteur qui résiste au mouvement de nos membres. Or nous faisons aussi bien effort pour mouvoir les corps que pour les arrêter : « nous n'employons pas plus d'action, pour faire aller, par exemple, un bateau qui est en repos dans une eau calme, & qui n'a point de cours, que pour l'arrêter tout à coup pendant qu'il se meut »⁴⁴. Dans cet exemple du bateau, sans monter en épingle le contenu de ce texte, on peut difficilement manquer la relation entre l'action/force et le changement d'état. S'il faut autant d'action dans l'un et l'autre cas, c'est qu'on trouve autant de résistance. Or, celle-ci provient de la persistance, des forces de repos et de mouvement ; autrement dit, ces dernières introduites pour des corps précisément en repos et mouvement sont ici associées au processus permettant l'obtention de ces états. On pourrait conclure que l'évaluation même de ces “forces” passe par ce changement ; sans aller si loin, le texte contient cette potentialité et ceci vient de cette équivalence entre deux états auxquels on associe une capacité de résister. Mais évaluer les forces de repos et de mouvement par des changements d'état, c'est sans doute trop tirer les conceptions d'action et d'inertie du côté de la mécanique newtonienne⁴⁵.

En l'occurrence, on sait que Descartes refuse l'inertie au sens képlérien ; ce qui ne signifie pas pour autant qu'il introduise celle au sens newtonien. Reconnaisant le repos et le mouvement comme deux états de la matière, pour Descartes il faut rechercher la cause du changement d'un état, non celle de sa continuation, s'opposant en cela aux thèses scolastiques ou de Kepler⁴⁶. Pour ce dernier, le corps est inerte en ce sens il ne possède pas de tendances propres lui faisant changer de « lieu naturel », mais aussi parce qu'il faut une cause externe

de S. Roux, *op. cit.*, pp. 409-413. Nous reviendrons sur l'explication cartésienne lorsque nous aborderons le rejet de la force de repos opéré par Malebranche, voir *infra* chapitre III, 1.2 Critique de la thèse cartésienne.

⁴³ *Principes II*, AT XI, p. 77.

⁴⁴ *Ibid.*

⁴⁵ Nous reviendrons sur ce terme « d'action », voir *infra* 2.2.

⁴⁶ Concernant le fameux problème de la continuation du mouvement d'un projectile, voir *Le Monde*, AT XI, p. 41 et les *Principes*, art. 38. Voir sur ce point A. Koyré, *op. cit.*, pp. 324-325.

pour entretenir le mouvement⁴⁷ ; le corps résiste au mouvement car il tend spontanément au repos⁴⁸.

L'inertie selon Descartes se définit doublement, bien que toutes les deux restent subordonnées au principe de conservation du mouvement. Dans « toute la matière créée », la quantité de mouvement « n'augmente ni ne diminue jamais ; & ainsi, que, lorsqu'un corps en fait mouvoir un autre, il perd autant de son mouvement qu'il lui en donne » ; si ce qu'une pierre « meut de terre contient mille fois plus de matière qu'elle, en lui transférant tout son mouvement, elle ne lui donne que la millionième partie de sa vitesse ». Il suit que « si deux corps inégaux reçoivent autant de mouvement l'un que l'autre, cette pareille quantité de mouvement ne donne pas tant de vitesse au plus grand qu'au plus petit, on peut dire, en ce sens, que plus un corps contient de matière, plus il a d'*Inertie Naturelle* ». Descartes ajoute aussitôt « qu'un cors, qui est grand, peut mieux transférer son mouvement aux autres cors, qu'un petit, & qu'il peut moins estre mû par eux »⁴⁹ et conclut sur l'existence d'une « *inertie*, qui dépend de la quantité de la matière, & une autre qui dépend de l'estenduë des superficies »⁵⁰. Suivant sa quantité de matière, le corps prend/cède plus ou moins

⁴⁷ Voir A. Koyré, *op. cit.*, p. 187. Voir J. Kepler, *In commentaria de Motibus Martis, Opera*, éd. Frisch, v. III, p. 458, traduit par A. Koyré, *op. cit.*, pp. 191-192 : « Tout corps matériel est, en lui-même et par nature, immobile et destiné au repos, dans quelque lieu qu'il soit. Car le repos, de même que les ténèbres, est une espèce de privation, qui n'exige pas de création, mais appartient aux choses créées comme une certaine trace du néant ; le mouvement, par contre, est quelque chose de positif comme la lumière. Ainsi, si la pierre se meut localement, elle ne le fait pas en tant qu'elle est matérielle, mais en tant qu'elle [est corps, c'est-à-dire, elle se meut soit en tant qu'elle] est poussée ou attirée extrinsèquement par quelque chose, soit en tant qu'elle est douée intrinsèquement d'une certaine faculté de tendre vers quelque chose ».

⁴⁸ Voir J. Kepler, *Abrégé d'astronomie copernicienne*, trad. Jean Peyroux, A. Blanchard, Paris, 1998 : « La terre est inerte au mouvement, et elle résiste jusqu'à un certain point au même de partout ; mais tous les corps sont tels dans la mesure [où ils sont] des corps », Partie V, p. 102 ; « Toute la terre, parce qu'elle est entière, et en regard de sa matière, n'a naturellement aucun mouvement plan : en effet la matière en laquelle consiste le plus la Terre, est propre à l'inertie, répugnant au mouvement et cela d'autant plus fortement que l'abondance de matière est resserrée dans un étroit espace », Partie VI p. 113.

⁴⁹ Voir aussi *Le Monde*, AT XI, p. 69 : « plus un corps est gros, plus il luy est facile de communiquer une partie de son mouvement aux autres corps, & plus il est difficile aux autres de luy communiquer quelque chose du leur ».

⁵⁰ Lettres à De Beaune, 30 avril 1639, AT II, p. 543 ; voir aussi la lettre au Marquis de Newcastle, avril 1648, AT V, p. 136.

facilement une vitesse ; suivant sa superficie aussi, puisqu'il présente au milieu dans lequel il baigne une plus ou moins grande surface de contact⁵¹.

Un tel texte peut être rapproché de certains passages du *Traité de la percussion* de Mariotte, lorsque celui-ci écrit qu'un corps immobile suspendu verticalement « résistera moins au mouvement » s'il est choqué horizontalement par un plus « pesant » ; inversement, « plus le corps au repos sera pesant, plus il résistera au mouvement »⁵². Mariotte remarquera ensuite qu'il ne faut pas attribuer cette résistance au milieu ou au poids, mais « la cause de cet effet, est la mesme qui rend ce corps plus pesant, sçavoir la plus grande quantité de sa matiere »⁵³. Dans tout son livre, le « poids » auquel se réfère Mariotte n'est pas « la vertu qui fait mouvoir vers le centre de la terre ; mais son volume, avec une certaine solidité ou condensation des parties de sa matiere, qui est vray-semblablement la cause de sa pesanteur »⁵⁴. Mariotte note encore que dans l'expérience précédente l'air résiste au « volume » du corps mis en mouvement mais pas au point de le prendre comme un facteur déterminant⁵⁵.

Le « volume » et « la solidité ou condensation » des parties interviennent comme grandeurs rendant compte d'une résistance. Descartes recourra au même terme de « solidité » : cette « mesure » de la matière sera aussi une grandeur rendant compte pour un corps de « sa force à continuer » son mouvement⁵⁶. Le contexte dans lequel Mariotte introduit cette notion (l'exemple du choc pour signifier une propriété de résistance de la matière), le recours pour quantifier une résistance au « volume » et à la « condensation », celui-là donnant un premier aperçu de la matière présente dans un corps, celle-ci affinant la première idée en tenant compte de la structure interne (les pores) de ce corps, invitent à

⁵¹ Descartes relie aussi la superficie à la quantité de matière d'un corps, voir *infra* 1.4.

⁵² E. Mariotte, *Traité de la percussion ou chocq des corps. Dans lequel les principales Regles du mouvement, contraires à celles de M^r Descartes, & quelques autres Modernes ont voulu établir, sont démontrées par leurs veritables Causes*, Estienne Michallet, Paris, 1673, p. 29-30.

⁵³ *Ibid.*, p. 37. Nous reviendrons sur ce passage, voir *infra*, chapitre II, 3.2.1.

⁵⁴ *Ibid.*, p. 33. L'édition posthume de 1740 des *Œuvres* de Mariotte ajoutera immédiatement à la suite : « [...] laquelle est plus ou moins grande à l'égard des autres corps, quand il a plus ou moins de volume, ou qu'il est plus ou moins condensé », p. 11.

⁵⁵ *Ibid.*, p. 36.

⁵⁶ *Principes*, AT XI, partie III, art 122 p. 175.

supposer une inspiration cartésienne ; ce qui en retour incite à examiner cette notion de « solidité » telle qu'elle apparaît dans *Le Monde* et les *Principes*.

1.4 Solidité

Dans ces deux livres, cette notion intervient dans un contexte cosmologique, mais « le problème abordé a une portée générale : il s'agit de comprendre qu'une même force produise des effets différents sur des corps qui paraissent avoir une même quantité de matière, et par conséquent de construire une mesure de la matérialité distincte de la mensuration géométrique de l'étendue, alors que pourtant matière et étendue géométrique sont principalement identiques »⁵⁷. Cette « mesure » ne remet pas en cause la définition de la matière par l'étendue, mais peut s'interpréter comme une tentative d'explication de données de l'observation par la quantité de matière et la figure des corps⁵⁸ ; par la prise en compte de la matérialité du corps, et non par sa seule réduction à une donnée géométrique, la solidité s'associera aux propriétés inertielles de la matière.

Le « ciel » d'une étoile se découpe en deux grandes zones : de l'étoile jusqu'à une sphère limite, les corpuscules du second élément s'étagent en ordre décroissant selon les vitesses et croissant selon les « grosseurs » ; de cette sphère aux limites du ciel, ils sont d'égale « grosseur » et les vitesses croissent⁵⁹. Un astre d'un tourbillon peut être happé par un

⁵⁷ S. Roux, *op. cit.*, p. 434. *Le Dictionnaire de l'Académie Française*, Veuve J.-B. Coignard, Paris, 1694 (1ère édition), 2 vol., définit ce qui est solide par « ce qui a de la consistance, & dont les parties demeurent naturellement dans la mesme situation. Il est opposé à fluide ». Il apporte un autre sens : « il signifie aussi ce qui est extrêmement compacte & serré dans ses parties. En ce sens il est opposé à Poreux », voir p. 485. *Le Dictionnaire* de Furetière, renvoie à cette opposition du solide au liquide ; il donne pour synonyme « massif », qui « se dit de ce qui est plein au dedans, & de ce qui a quelque épaisseur & solidité. Ce bastion n'est pas creux, il est tout plein, tout massif ». C'est dans cette opposition à ce qui est poreux que Descartes l'utilise, voir *Dictionnaire Universel, contenant généralement tous les mots françois tant vieux que modernes et les termes de toutes les sciences et des arts*, A. et R. Leers, La Haye, 1690, tomes II et III.

⁵⁸ C'est en substance la thèse de D. M. Clarke, *The Impact Rules of Descartes' Physics*, *Isis*, 1977, 68 (n° 241), p. 59 : « Descartes is evidently trying to come to terms with our experience of moving very dense objects and the exertion this requires, and also our experience of moving objects with more or less facility in fluids of differing viscosities ».

⁵⁹ *Principes*, AT XI, partie III, art. 82 p. 148. Descartes justifie par la forme irrégulière du ciel la plus grande vitesse des corpuscules les plus éloignés du soleil, art 83 p. 149. Par son mouvement, le soleil augmente la vitesse de la matière du ciel et « doit [l'] entraîner avec soy [...] jusques à une certaine distance » qui définit la

tourbillon voisin⁶⁰ ; placé dans ce nouveau ciel, il se meut circulairement mais doit « aussi estre poussé par elle [la matière du tourbillon] vers le centre de ce mouvement circulaire, pendant qu'il a en soy moins d'agitation que les parties de cette matiere qui le touche »⁶¹. La matière du ciel, par son mouvement circulaire, tend à s'éloigner du centre de révolution, mais puisqu'elle entraîne l'astre, elle lui donne aussi « quelque force pour s'écarter du centre »⁶². Si l'astre a « fort peu de solidité, il doit descendre fort bas » vers le centre, ou bien s'en éloigner jusqu'au point de pouvoir passer au-delà de la sphère limite et devenir comète, circulant alors dans différents ciels.

Par le mouvement de la matière céleste, l'astre acquiert une force « pour continuer à estre [...] transporté, ou bien à se mouvoir » qui est son « agitation »⁶³. L'agitation est la force à continuer le mouvement en ligne droite qui se mesure par la quantité de matière du troisième élément⁶⁴. La solidité de l'astre est cette même quantité de matière mais « en tant qu'elle est comparée avec l'estenduë de [sa] superficie, & la grandeur de l'espace qu'occupe cet astre »⁶⁵.

Ainsi, des « pièces d'or, de plomb, ou d'autre métal », en comparaison d'autres en « bois » ou « pierre » de mêmes grandeur et figure, « conservent bien plus leur agitation, & ont beaucoup plus de force à continuer leur mouvement [...] ce qui fait que nous jugeons qu'elles sont plus solides ; c'est à dire que ces metaux ont en eux plus de la matiere du troisieme element, & moins de pores qui soient remplis de celle du premier »⁶⁶. Le corps plus solide est celui qui contient plus de matière qu'un autre et alors a une plus grande capacité à conserver un mouvement : cette notion vise à rendre compte d'une loi de persistance par la

sphère limite, art. 84 p. 150. Dans cette zone délimitée entre le soleil et la sphère limite, les parties du second élément plus proches du soleil sont les plus petites « car si elles estoient plus grosses ou égales, elles iroient au dessus des autres, à cause que ce qu'elles ont de vitesse plus que ces autres, leur feroit avoir plus de force », art. 85 pp. 150-151.

⁶⁰ *Ibid.*, art 115 pp. 169-170.

⁶¹ *Ibid.*, art 119 p. 173.

⁶² *Ibid.*, art 120 p. 174. Sur cet « effort pour s'éloigner du centre », voir *infra* 3.2.

⁶³ *Ibid.*, art 121 p. 174.

⁶⁴ L'agitation d'un astre « ne doit pas estre mesurée par la grandeur de sa superficie, ny par la quantité de toute la matiere dont il est composé, mais seulement par ce qu'il y a en luy, ou autour de luy, de la matiere du troisieme element », *ibid.*

⁶⁵ *Ibid.*

⁶⁶ *Ibid.*, art 122 p. 175.

matière propre d'un corps. Cependant, Descartes a fixé deux paramètres dans sa comparaison : la grandeur et la figure. Ces deux dernières vont aussi intervenir dans l'estimation de la solidité.

La grandeur du corps importe, une petite boule d'or peut avoir « moins de force à continuer son mouvement qu'une autre beaucoup plus grosse » de bois ou de pierre⁶⁷, parce que la première contiendra moins de matière du troisième élément que les autres. Inversement, un astre peut avoir « moins de solidité ou moins de force à continuer son mouvement, que les petites boules du second élément qui l'environnent, nonobstant qu'il soit fort gros »⁶⁸ ; à elle seule la grandeur ne suffit pas pour rendre compte de la « force à continuer le mouvement », il faut aussi prendre en compte la figure du corps.

En effet, on pourrait dire que celle-ci intervient doublement. D'une part parce que cette figure peut rendre compte de la quantité de matière présente dans un corps : pour deux corps de surface donnée, celui de figure sphérique « contient le plus de matière sous une moindre superficie » que l'autre et a ainsi plus de force pour continuer son mouvement⁶⁹. D'autre part, parce qu'une plus grande superficie offre une plus grande zone de contact et donc d'action du milieu extérieur⁷⁰.

⁶⁷ *Ibid.*

⁶⁸ *Ibid.*, art. 123 p. 175.

⁶⁹ *Ibid.*, art. 123 p. 176. Même remarque dans *Le Monde*, voir AT XI, p. 67. Ceci permet de justifier que les petites boules du second élément puissent avoir plus de force qu'une planète cependant plus grosse. Il faut en effet comparer la capacité qu'a le volume occupé par le troisième élément de continuer son mouvement à celle d'un même volume du second élément susceptible de venir prendre sa place (art. 121 p. 174 : « la force dont cette même matière [du second élément] le fait descendre vers S [le centre de révolution], doit être mesurée par la grandeur de l'espace qu'il occupe, à cause que, bien que toute la matière qui est dans le tourbillon [...], face (sic) effort pour s'éloigner d'S, ce n'est pas toutefois elle toute, mais seulement ce sont celles de ses parties qui monte à la place de l'astre N, lorsqu'il descend, & qui par conséquent sont égales en grandeur à l'espace qu'il quitte, lesquelles agissent contre luy »). Or, pour un même grandeur, la figure sphérique des petites boules est celle qui contient davantage de matière.

⁷⁰ La force dont la matière d'un tourbillon emporte un astre « doit être estimée par la grandeur des superficies qu'elle rencontre [...] à cause que, d'autant plus que ces superficies sont plus grandes, il y a d'autant plus de matière qui agit contre luy », *ibid.*, art. 121 p. 174. De même, bien qu'en bois et plus petite qu'un lingot d'or, une boule peut cependant être « capable de plus d'agitation » selon que ce dernier a « plus de superficie, à raison de la quantité de sa matière [...], que n'en a cette boule de bois » ; ceci peut s'obtenir si on « le tiroit en

Cette notion peut être rapprochée de l'inertie telle que Descartes la définissait doublement dans sa lettre à Debeaune : une liée à la quantité de matière du corps, une autre à sa superficie. Dans *Le Monde*, il écrit que la force de continuer le mouvement en ligne droite « ne dépend pas seulement de la quantité de la matière qui est en chaque corps, mais aussi de l'étendue de sa superficie. Car, encore que, lors que deux corps se meuvent également vite, il soit vray de dire que, si l'un contient deux fois autant de matière que l'autre, il a aussi deux fois autant d'agitation : ce n'est pas à dire pour cela, qu'il ait deux fois autant de force à continuer de se mouvoir en ligne droite ; mais il en aura deux fois autant, si avec cela sa superficie est justement deux fois aussi étendue, à cause qu'il rencontrera toujours deux fois autant d'autres corps, qui luy feront résistance ; & il en aura beaucoup moins, si sa superficie est étendue beaucoup plus de deux fois »⁷¹. Autrement dit, la solidité, dans ce livre nommée massivité, est une mesure qu'il faut relier à l'inertie définie dans cette lettre⁷².

La solidité renvoie alors à une propriété de persistance de la matière. Pour autant, elle ne se réduit pas à la matière brute (autrement dit, à la masse) mais son estimation passe par la superficie et le volume qu'occupe celle-ci. Ces dernières grandeurs interviennent par leurs liens avec la quantité de matière du corps (voir l'exemple de la figure sphérique comme celle contenant à grandeur égale le plus de matière). Puis parce que la solidité ne rend pas seulement compte d'une persistance comme propriété exclusive d'une matière brute, mais inscrit le corps dans un système où se produisent des contacts.

La solidité, en prenant en compte le milieu, introduit déjà les paramètres permettant de penser l'action. En ce sens, la solidité introduite par Mariotte et son refus de tenir compte de la résistance du milieu définit un concept de masse plus proche de celui de

filets forts deliez, ou si on le battoit en feuilles fort minces, ou si on le rendoit plein de pores ou petits trous semblables à ceux d'une éponge », art. 122 p. 175.

⁷¹ *Le Monde*, AT XI, pp. 66-67.

⁷² Voir aussi la lettre à Mersenne du 23 février 1643, AT III, p. 636. « l'impression & le mouvement & la vitesse, considerez en un mesme cors, ne sont qu'une mesme chose ; mais, en deux cors differens, le mouvement ou l'impression sont differens de la vitesse. Car si ces deux cors font autant de chemin l'un que l'autre en mesme tems, on dit qu'ils ont autant de vitesse ; mais celui qui contient le plus de matière, soit à cause qu'il est plus solide, soit à cause qu'il est plus grand, à besoin de plus d'impression & de mouvement pour aller aussy viste que l'autre ».

Newton ; cette notion, telle qu'elle apparaît chez l'abbé, peut être assimilée à une densité. En ne se coupant pas du milieu extérieur la solidité cartésienne rend déjà compte du lien étroit entre la loi de persistance et « la force d'agir ».

II- La « force » dans la partie II des Principes

2.1 Force et persistance

Le mot « force » peut dans un premier temps être pris pour synonyme de mouvement ; dans l'énoncé de la loi de conservation d'un état physique (première règle/loi dans *Le Monde* et première loi des *Principes*), un corps se meut « avec une égale force » s'il conserve sa vitesse⁷³.

⁷³ *Le Monde*, AT XI, p. 38, première règle du mouvement : « chaque partie de la matiere, en particulier, continuë toujours d'estre dans un mesme estat, pendant que la rencontre des autres ne la contraint point de changer. C'est à dire que : si elle a quelque grosseur, elle ne deviendra jamais plus petite, sinon que les autres la divisent ; si elle est ronde ou quarrée, elle ne changera jamais cette figure, sans que les autres l'y contraignent ; si elle est arrestée en quelque lieu, elle n'en partira jamais, que les autres ne l'en chassent ; & elle a une fois commencé à se mouvoir, elle continuëra toujours avec une égale force, jusques à ce que les autres l'arrestent ou la retardent ». Les *Principes* (art 37, « premiere loy de la nature »), énoncent la même loi en utilisant ce mot 'force' dans l'édition française de 1647, terme absent dans l'édition latine de 1644. Pour autant, l'art. 43 (« En quoy consiste la force pour chaque corps pour d'agir ou pour resister »), sur lequel nous reviendrons, fait appel à cette loi de conservation en recourant cette fois-ci au terme force : « hinc enim id quod alteri conjunctum est, vim habet nonnullam, ad impediendum ne disjungatur ; id quod disjunctum est, ad manendum disjunctum ; id quod quiescit, ad perseverandum in suâ quiete, atque ex consequenti ad resistendum iis omnibus quae illam possunt mutare ; id quod movetur, ad perseverandum in suo motu, hoc est, in motu ejusdem celeritatis & versus eandem partem », AT III, partie II, art. 43, pp. 66-67. Dans les *Principes*, AT XI, art. 40, référence à la « force [...] pour continuer de se mouvoir en ligne droite ». Voir aussi la lettre à Mersenne datée du 28 octobre 1640, AT III, p. 213 : « de cela seul qu'un corps a commencé à se mouvoir, il a en soi la force de continuer à se mouvoir ; ainsi que, de cela seul qu'il est arresté en quelque lieu, il a de la force de continuer à y demeurer ».

Voir la lettre à Mersenne, 17 novembre 1641, AT III, p. 451 : « le mouvement, ou la force à se mouvoir, [est] une quantité qui n'augmente jamais ny ne diminuë, mais qui se transmet d'un cors en un autre ». Dans *Le Monde*, p. 11 : « la vertu ou la puissance de se mouvoir soy-mesme, qui se rencontre dans un corps, peut bien passer tout ou partie dans un autre, et ainsi n'estre plus dans le premier, mais qu'elle ne peut pas n'estre plus du tout dans le monde » ; cette « puissance de se mouvoir soy-mesme » n'est rien d'autre que le mouvement qui perdure et se transmet d'un corps à l'autre. Voir *Le Monde* p. 49 : « l'action ou la force de se mouvoir & de se diviser, qui aura esté mise d'abord en quelqu'unes de ses parties, s'est épanuë & distribuée en toutes les autres au mesme instant, aussi également qu'il se pouvoit ». Voir la lettre à Mersenne du 17 novembre 1642 où un

Descartes utilise aussi le terme dans des situations où la permanence n'a plus lieu. Ainsi, il ne faut pas « une force plus grande & plus d'action pour produire un mouvement que pour l'arrester »⁷⁴ ; ou bien dans l'énoncé de son principe de statique : « la mesme force qui peut lever un poids, par exemple de cent liures a la hauteur de deux pieds, en peut aussy lever un de 200 livres, a la hauteur d'un pied, ou un de 400 a la hauteur d'un demi pied, & ainsy des autres »⁷⁵ ; principe formulé dans la même lettre en utilisant « action »⁷⁶ à la place de « force ». « Action » renvoie à différents sens⁷⁷ ; on peut cependant difficilement refuser, d'après les exemples précédents, d'associer force/action à un changement d'état.

Or, les collisions provoquent des modifications de mouvements et il sera justement question dans le choc de se référer à une « force d'agir contre » ou de « résister à »⁷⁸ de chacun des mobiles impliqués afin de déterminer le résultat de l'interaction. Quelle relation précise existe-t-il entre la force et changement ? Il semble qu'à ce sujet on puisse distinguer le contenu du *Monde* de celui des *Principes* ; celui-ci développe davantage cette notions de « forces d'agir » que ne le fait celui-là. L'émergence, à la fin des années 1630, de la question de la « force de percussion »⁷⁹ ainsi que l'établissement des règles de collisions semblent en constituer la raison.

corps se meut « par la force qu'on a imprimé en luy, en le poussant en sorte que la cause qui a commencé à le mouvoir n'agisse plus », AT II, p. 592-593.

⁷⁴ *Principes*, AT XI, art. 26 p. 77.

⁷⁵ Lettre à Constantin Huygens, 5 octobre 1637, AT I, pp. 435-436.

⁷⁶ *Ibid.*, p. 436 : « s'il est nécessaire d'employer l'action par laquelle on peut leuer un poids de 100 liures a la hauteur de deux pieds, pour en leuer un a la hauteur d'un pied seulement, cetuy cy doit peser 200 liures. Car c'est le mesme de lever 100 liures a la hauteur d'un pied, & derechef encore cent a la hauteur d'un pied, que d'en lever deux cent a la hauteur d'un pied, & le mesme aussy que d'en lever cent a la hauteur de deux pieds ».

⁷⁷ Voir en particulier la théorie de la lumière présente dans *La Dioptrique* et la correspondance avec Morin. Descartes écrit que la lumière est un « certain mouvement, ou une très rapide et agile action » ou « une action ou une inclination à se mouvoir », *La Dioptrique*, Discours I, AT VI, pp. 84 et 89. Morin réplique qu'une action/inclination diffère d'un mouvement comme la puissance à l'acte. Descartes réplique qu'« action » a un sens général incluant aussi bien inclination que mouvement. Voir lettres à Morin des 13 juillet et 12 septembre 1638, AT II, pp. 203-204 et pp. 363-364.

⁷⁸ *Principes*, AT IX art. 43, p. 88.

⁷⁹ Voir Annexe 2 sur ce sujet.

Le contenu de la seconde règle du *Monde* diffère de celui de la troisième loi des *Principes*⁸⁰ :

-seconde règle (R 2) :

« quand un corps en pousse un autre, il ne sauroit luy donner aucun mouvement, qu'il n'en perde en mesme temps autant du sien ; ny luy en ôter, que le sien ne s'augmente d'autant »⁸¹

-troisième loi (L 3) :

« si un corps qui se meut & qui en rencontre un autre, a moins de force, pour continuer de se mouvoir en ligne droite, que cét autre pour luy résister, il perd sa détermination sans rien perdre de son mouuement ; & que, s'il a plus de force, il meut avec soy cét autre corps, et perd autant de son mouvement qu'il luy en donne »⁸².

R2 énonce qu'en cas de transfert de mouvement, la quantité de mouvement globale est conservée ; L 3 suit encore la loi de conservation, mais vient surtout préciser les modalités du transfert en faisant intervenir une comparaison de forces, celles pour « continuer de se mouvoir » et pour « résister ». L 3 met donc l'accent sur l'inégalité de « forces » comme moyen de réguler les échanges de mouvements et déterminer l'issue du choc⁸³.

⁸⁰ Les première et troisième règles du *Monde* ne diffèrent pas des première et seconde lois des *Principes*. Voir la troisième partie concernant Newton pour la troisième règle et la seconde loi relative à la « détermination » du mouvement.

⁸¹ *Le Monde*, AT XI, p. 41.

⁸² *Principes II*, AT IX, art. 40 pp. 86-87.

⁸³ Cela ne signifie pas que le traitement de la collision ne passe pas par une inégalité de forces dans *Le Monde*. Ainsi, suite à l'énoncé de la seconde règle, Descartes écrit que « le mouvement d'un corps n'est pas retardé par la rencontre d'un autre à proportion de ce que celui-cy luy résiste, mais seulement à proportion de ce que la résistance en est surmontée, & qu'en luy obeissant, il reçoit en soy la force de se mouvoir que l'autre quitte » ; la conservation de la quantité de mouvement contenu dans R 2 ne fait pas l'impasse de la prise en compte de « résistance » et de « résistance à surmonter », voir AT XI p. 42.

Le chapitre II du *Monde* se propose d'expliquer la nature du feu et son action sur les corps (« En quoy consiste la Chaleur & la Lumière du feu »). L'altération d'un corps soumis au feu provient du mouvement de ses parties provoqué par l'action des « petites parties » de la flamme, poussant et remuant celles du corps, qui ne « font point trop de résistance » ; on trouve donc « quelque puissance, qui remuë violemment les plus subtiles de ses [au corps brûlé] parties », voir AT XI, resp. pp. 8 et 7. En outre, « estant si petites que la veuë ne nous les sauroit faire distinguer, elles n'auroient pas tant de force qu'elles ont pour agir contre les autres corps, si la promptitude de leur mouvement ne recompensoit le défaut de leur grandeur », *ibid.*, p. 8. L'« action » de ces « parties » s'oppose à la « résistance » d'autres ; comme dans les *Principes*, l'une et l'autre se comprennent par

Ces « forces » tirent leur origine de la loi de persistance (première loi du mouvement) : « la force dont un corps agit contre un autre corps ou résiste à son action, consiste en cela seul, que chaque chose persiste autant qu'elle peut à demeurer au mesme estat où elle se trouve, conformément à la premiere loy. De façon [...] que, lors qu'il [un corps] est en repos, il a de la force pour demeurer en ce repos & pour resister à ce qui pourroit le faire changer. De même que, lors qu'il se meut, il a de la force pour continuer de se mouvoir avec la mesme vitesse & vers le mesme côté »⁸⁴. Seule la persistance du mouvement, et donc l'action de Dieu comme garant de la conservation, fonde l'action ; pour autant la « force » doit aussi être une grandeur, doit avoir physiquement son mot à dire, puisqu'elle importe pour réguler l'échange de mouvements.

L'estimation de la force d'un corps fait alors appel à ses caractéristiques, ce qui nous ramènent à la notion de « solidité ». Si pour les changements de mouvement et/ou de déterminations, « il faut seulement calculer combien il y a de force en chacun des corps, pour mouvoir ou pour resister au mouvement », on doit « juger de la quantité de cette force par la grandeur du corps où elle est, & de la superficie selon laquelle ce corps est séparé d'un autre, & aussi de la vitesse du mouvement [...], & les façons contraires dont plusieurs divers corps se rencontrent »⁸⁵.

Si la force cartésienne se définit à partir de l'idée de persistance, lorsqu'elle intervient physiquement, elle doit faire appel à tous les facteurs pouvant maintenir ou empêcher le mouvement. En l'occurrence, il faut se référer à la grandeur comme indice de la contenance du troisième élément ; aux superficies, comme zones de contacts donc d'action des corps ; à la vitesse (suivant l'expression du *Monde*, la « promptitude » peut récompenser la taille du corps). La solidité installait, par la mesure de la matérialité du corps, l'idée de

le biais de la persistance de l'état physique. Pour autant, si la « force pour agir » d'un mobile passe par la prise en compte de sa 'taille' et sa « promptitude », la notion n'est pas l'objet de la même attention que dans les *Principes* (les articles 43 et 45 complètent L III en précisant en quoi consiste la force et en l'estimant) car la « force d'agir » du *Monde* sert plus à expliquer qualitativement des phénomènes (ici l'action du feu) qu'à donner des règles quantifiées. Comme le note A. Gabbey à propos de R2, « the law is incomplete, its applicability to the solution of collision problems is greatly restricted by the fact that it says nothing about the dynamical *conditions* under which the exchange of motion will occur, but merely claims that if motion is exchanged, then it must be in accordance with the conservation principle », *op. cit.*, p. 21.

⁸⁴ *Principes*, AT IX, art. 43 p. 88.

⁸⁵ *Ibid.*

persistance dans le monde physique et renvoyait à l'inertie au sens de Descartes. Cette inertie met en branle diverses caractéristiques physiques du corps en tant qu'elles permettent de justifier la continuation du mouvement malgré l'opposition du milieu ; inertie et action sont alors indissociables ou, plus précisément, celle-ci est conséquence de celle-là. La seule idée que Descartes puisse alors se faire de la relation force-changement passe par la confrontation des états inertiels des corps⁸⁶.

2.2 La règle 4 du choc et la loi III

On ne développera pas ici un commentaire des règles du choc⁸⁷. Telles qu'elles apparaissent dans les *Principes*, elles correspondent à des situations idéales de collisions de corps durs⁸⁸ où le milieu ne vient pas entraver le mouvement⁸⁹ ; d'après cette dernière

⁸⁶ Voir les remarques d'A. Gabbey, *op. cit.*, p. 62 : « The function of Descartes' First Law is to provide the (secondary) grounds for saying that for a body at rest, or in motion, there is a constant force maintaining it in that state, and therefore a force (the same force in the case of motion, thought not in the case of rest) causing the body to resist and act on other bodies. Since force in the latter sense is the fundamental cause at work in the physical change [...] the function of the First Law can be said to be equivalently to equip Descartes with the sole causal explanation of bodily behaviour, which in its prescriptive form is directly applicable in the actual practice of mechanics ». Voir aussi S. Roux sur la distinction entre les forces cartésienne et newtonienne, celle-là dérivant d'un 'principe d'inertie', celle-ci venant se greffer sur ce principe considéré comme une « sorte de degré-zéro du mouvement » : « la loi de conservation cartésienne ne décrit pas comme le principe d'inertie un degré-zéro du mouvement, une situation neutre de persistance sur lequel se grefferaient d'autres lois rendant compte, grâce à d'autres êtres, des changements de mouvements. C'est une loi absolument fondamentale, qui rend compte et de la persistance des mouvements et de leurs variations, donc qui rend compte d'absolument tous les phénomènes », S. Roux, Descartes et le "principe d'inertie", histoire, philosophie, historiographie, Tours, déc. 1998, p. 11 (communication personnelle).

⁸⁷ Parmi une littérature nombreuse, voir les analyses de D. Garber, *op. cit.*, pp. 351-396 ; D. M. Clarke, *op. cit.* ; R. J. Blackwell, Descartes' Laws of Motion, *Isis*, vol. 57, 2, n°188, 1966, pp. 220-234 ; F. de Buzon et V. Carraud, *op. cit.*, pp.

⁸⁸ En illustration de L3, Descartes écrit que « nous voyons qu'un corps dur, que nous avons poussé contre un autre plus grand qui est dur & ferme, rejaillit vers le costé d'où il est venu, & ne perd rien de son mouuement ; mais que si le corps qu'il rencontre est mol il s'arreste incontinent, pource qu'il luy transfere son mouuement », *Principes*, AT IX, art. 40 p. 87. *Le Monde* offre un commentaire semblable dans R2 : « si [...] l'on pense que, plus un corps peut resister, plus il soit capable d'arrester le mouvement des autres, ainsi que peut-estre d'abord on se pourroit persuader : on aura derechef bien de la peine à rendre raison, pourquoy le mouvement de cette pierre s'amortit plustost en rencontrant un corps mol, & dont la resistance est mediocre, qu'il ne fait, lors qu'elle en rencontre un plus dur, & qui luy resiste davantage ? comme aussy pourquoy, si-tost

condition, la résistance qu'offre un corps au repos à une mise en mouvement ne pourra pas être imputée au milieu qui s'opposerait, mais bien à ce seul corps.

On trouve en l'occurrence un tel cas dans la règle 4 (R4) . Ici, le corps en repos (C) est plus « grand » que le mobile incident (B) : quelle que puisse être la vitesse de ce dernier, jamais il ne mettra C en mouvement mais rejaillira avec sa vitesse initiale. R4 respecte le premier volet de L3 ; il faut donc que C possède plus de force pour résister que B n'en a d'agir.

La Dioptrique fournit un exemple d'application de L3 : si les corps percutés « sont mous, ils arrestent & amortissent tout a fait son mouvement [de la balle] : comme lorsqu'elle donne contre des toiles, ou du sable, ou de la boüe ; au lieu que s'ils sont durs, ils la renvoyent d'un autre costé sans l'arrester ; ce, en plusieurs diverses façons »⁹⁰. D'après le contexte, le corps heurté est inamovible. La traduction française ajoute à la première partie de L3 le terme « ferme », n'apparaissant pas dans la version latine⁹¹ ; autrement dit, le rebond peut survenir avec le corps non inamovible.

qu'elle a fait un peut d'effort contre ce dernier, elle retourne incontinent comme sur ses pas, plutost que de s'arrester ny d'interrompre son mouvement pour son sujet ? », AT XI, pp. 41-42. La dureté s'oppose à la mollesse, la première impliquant une réflexion, l'autre un mouvement commun. Dans ces conditions, L 3 s'appliquerait à tous les types de corps répartis sur une gamme de dureté/mollesse située entre deux extrêmes qu'illustrerent les exemples précédents. Pour autant, la dureté ne fonde pas à elle seule l'existence d'un rejaillissement : puisque les corps durs doivent aussi respecter la seconde partie de L 3, leur collision peut conduire à un mouvement commun. A quoi sert alors la précision de corps durs ? Peut-être signifie-t-elle simplement que les corps ne subissent pas de déformations et que dans ces conditions la quantité de mouvement doit se retrouver intégralement et uniquement sous forme de grandeurs en mouvement ; le but que poursuit Descartes reste une quantification des mouvements, but inaccessible s'il faut aussi tenir compte d'une déformation des corps.

⁸⁹ Pour déterminer les changements de vitesses et/ou sens au cours du choc, il faut « calculer combien il y a de force en chacun des corps [...] & ce calcul seroit aisé à faire en des corps parfaitement durs, s'il se pouvoit faire qu'il n'y en eust point plus de deux qui se rencontrassent, ni qui se touchassent l'un l'autre à mesme temps, & qu'ils fussent tellement separez de tous les autres, tant durs que liquides, qu'il n'y en eust aucun [...] qui aydast, ni qui empeschast en aucune façon leurs mouvemens », *Principes*, AT IX, art. 45 p. 89.

⁹⁰ *La Dioptrique*, Discours I, A.T. VI, p. 89.

⁹¹ Le corps est dit « dur & ferme » dans la version française de L 3 ; simplement « dur » dans la version latine et dans R2 du *Monde*.

Cette possibilité peut alors s'interpréter par l'introduction de la force de repos. Si elle apparaît dans cette terminologie dès 1640, il faut relever cependant que les règles présentent dans la correspondance avant la parution des *Principes* n'en font aucun usage ; dans la configuration de choc qu'est R4, le mobile incident ne rejaillit pas, mais le choc donne lieu à un mouvement commun⁹². D'autre part, on ne trouve pas avant 1644 ce versant fonctionnel conféré à L3, c'est-à-dire cette possibilité à partir d'un rapport de forces de déterminer quantitativement des vitesses finales. On pourrait alors supposer que la prise en compte de la force de repos dans le calcul des règles du choc soit concomitante à l'élaboration de L 3 ; en particulier, ces deux versants de la loi (rebond ou mouvement commun) auraient quelque chose à voir avec R4 mais aussi R5 et R6⁹³.

A l'appui de cette thèse, on peut examiner deux exemples de collisions présents dans la correspondance, assez marginaux car impliquant des corps « flexibles », c'est-à-dire, en opposition aux corps « durs », pouvant subir une déformation et retrouver leur forme initiale. Ainsi, il peut se faire qu'après la collision d'une « petite » boule au repos par une plus grosse, elles ne repartent pas ensemble, voire que cette dernière s'arrête pour le cas où ces boules « ne sont pas parfaitement dures, ny le plan où elles sont unis »⁹⁴. Alors, après la collision, soit le mobile incident rebrousse chemin et les boules se meuvent dans des sens opposés, soit elles suivent un même sens mais avec des vitesses différentes⁹⁵. Ce second

⁹² Voir en particulier la lettre à Mersenne du 25 décembre 1639 donne l'exemple d'une collision impliquant un corps au repos « double en grandeur » du mobile incident ; le résultat conduit à un mouvement commun, voir AT II, p. 627. La lettre du 28 octobre 1640 adressée à Mersenne contient le même exemple, voir AT REF p. 208 ; malgré l'introduction dans ce courrier du vocabulaire de la « force de repos », le résultat énoncé demeure identique, et donc en contradiction avec le contenu de R4 ; à cette date, Descartes ne possède manifestement pas de moyen d'évaluer cette force de repos. Les lettres suivantes ne reprendront plus cet exemple de collision, et ce jusqu'à la lettre à Clerselier du 17 février 1645, AT IV, pp. 183-188.

⁹³ Dans R5, $B > C$, C initialement immobile : après le choc, les corps ont une vitesse commune. Pour R6, $B = C$, C initialement immobile : après le choc les corps partent en sens opposés, C prenant le quart de la vitesse initiale de B, B en conservant les trois-quarts.

⁹⁴ Voir lettre à Mersenne du 23 février 1643, AT III, p. 634.

⁹⁵ *Ibid.*, p. 635 : « si A perd toute sa force, avant que B [au repos] puisse sortir du lieu où elle est, les parties de ces deux boules, estans repliées en dedans au point où elles s'entretochent tendent à se remettre, comme un arc, en leur 1^{ère} figure, au moyen de quoy elles chassent A vers H, & B vers E, mais B plus viste que A, à cause qu'il est plus aysé à mouvoir ».

résultat contredit le contenu de L3 : celle-ci, dans son premier volet, permet bien un rebond mais, dans sa seconde partie, n'autorise qu'un mouvement commun. Or, le domaine d'application de L3 ne concerne pas les seuls corps durs : les *Principes* la qualifient de « loi de la nature », elle vaut donc pour le système ; d'autre part, si Descartes précise bien que ses règles ne concernent que des situations idéales de corps durs et d'absence d'action du milieu, ce n'est qu'après avoir énoncé la loi, sans préciser qu'elle ne s'appliquerait que dans ces circonstances particulières. Il semble alors possible de conclure qu'au milieu de l'année 1643, Descartes ne possédait pas encore L3.

Les règles de collisions présentes dans la correspondance ne concernent pour l'essentiel que corps « durs » ; dans tous les cas de figures, la quantité de mouvement se conserve et, à l'issue du choc, les corps cheminent avec la même vitesse, côte à côte. Tous les exemples donnés par Descartes impliquent un corps au repos, plus « petit » ou plus « grand » que le mobile incident⁹⁶. Le contenu de ces règles contredit donc R4, R5 et R6.

Il ne semble pas, et ce jusqu'en 1643, que la prise en compte d'un rapport de forces soit essentielle à la détermination de l'issue d'un choc ou, du moins, la question ne se pose pas comme dans les *Principes* ; dans la correspondance, le corps en mouvement 'l'emporte' toujours sur l'autre en l'entraînant dans un mouvement commun. Autrement dit, jusqu'en 1643, Descartes ne paraît pas introduire la force de repos dans son raisonnement ; conséquemment, la structure même de L3, basée sur la comparaison de forces, ne peut être tenue pour acquise à cette date. Ceci n'explique pas la raison du rebond dans R4, ni celle de cette division en deux parties de la loi ; au moins constate-t-on, d'une part, que le cheminement conduisant à la règle et à la loi suit un cours parallèle et, d'autre part, que des



Pour une réflexion de la « grosse » boule ou un mouvement de mouvement sens à l'issue du choc, voir aussi la lettre à Mersenne du 26 avril 1643, AT III, pp. 562-653.

⁹⁶ Dans seulement deux lettres, le corps immobile est le plus « grand », voir lettres à Mersenne des 25 décembre 1639 et 28 octobre 1640, AT I et AT II, resp. p 627 et p. 208 ; c'est l'inverse pour toutes les autres lettres, voir dans AT III, lettres à Mersenne du 17 novembre 1641, pp. 450-451, 19 janvier 1642, pp. 481-482, 17 novembre 1642, pp. 592-593.

concepts et lois n'émergent qu'au moment de la rédaction des *Principes* et qu'alors le contenu des règles ne présente peut-être pas toute la sûreté qu'offrirait davantage de recul⁹⁷.

Le cadre théorique de l'analyse du choc reste dans les *Principes* ce qu'A. Gabbey nomme « the functional conception of force as a dynamical contestant » ; ce qui détermine l'issue d'un choc reste une inégalité de forces entendues comme mouvements qui persistent⁹⁸. Il n'empêche, comme le montre cet auteur, sans présumer que L3 ou le principe d'économie (voir note précédente) fondent le résultat des règles, que R4 et R5 offrent la possibilité de quantifier la force de résistance du corps au repos par le changement de mouvement qui l'affecte⁹⁹.

⁹⁷ Voir P. Costabel, *Essai critique sur la mécanique cartésienne*, dans *Démarches originales de Descartes savant*, Vrin, Paris, 1982, p. 246 : « on a dit et redit que les règles cartésiennes du choc ne sont qu'une esquisse, mais on l'a fait en sous-entendant que les principes dont elles seraient l'esquisse étaient déjà fermes dans la pensée de Descartes. La réalité nous paraît différente. Ces règles ne sont qu'une esquisse parce qu'elles sont l'expression d'une pensée en état de recherche ». L'auteur remet en particulier en cause « l'interprétation classique » voyant comme « principes » assurés l'estimation de la force par la quantité de mouvement et la conservation de la quantité de mouvement, voir pp. 245-246. Nous ne suivons pas cette thèse concernant la conservation de la quantité de mouvement ; toutes les études de choc présentes dans la correspondance avant l'édition des *Principes* de 1644 recourent à ce « principe » ; on le trouve d'autre part, aussi bien dans R2 que dans L3. P. Costabel soutient que les recherches de Descartes concernant le choc reposaient sur « deux niveaux », un « profond et philosophique dominé par la notion d'économie dans les changements de modalités, un niveau de traduction en termes plus mathématiques, mettant en scène des notions de forces et de résistances », *ibid.*, p. 249. Ce « principe d'économie » est celui présent dans la lettre à Clerselier datée du 17 février 1645 consistant à affirmer que dans une collision il s'opère un règlement de contrariétés (des vitesses et sens contraires des mouvements incidents) de telles sortes qu'ils soient les moindres possibles. Cette thèse est aussi soutenue par J.-P. Sérès, *Machines et communication*, Vrin, Paris, 1987 ; M. Fichant, *La réforme de la dynamique*, *op. cit.*, « Introduction » ; F. de Buzon et V. Carraud, *op. cit.* pp. 108-109 ; D. Garber, *op. cit.*, pp. 367-376, montre la difficulté de l'appliquer à toutes les règles ; voir aussi sur ce point. A. Gabbey, *op. cit.*, qui soutient la thèse d'une opposition de forces et d'un règlement via L 3. Un compromis figure chez D. M. Clarke, soutenant une utilisation du principe énoncé à Clerselier pour les règles impliquant un corps au repos, mais non pour les autres, voir D. M. Clarke, *op. cit.*, pp. 64-65. Signalons que ce principe ne figure dans aucun autre endroit du corpus cartésien.

⁹⁸ A. Gabbey, *op. cit.*, p. 18.

⁹⁹ *Ibid.*, p. 25. Pour sa part, A. Gabbey ne fait pas intervenir le principe d'économie mais reste dans cette idée d'un traitement du choc basé sur une inégalité de forces. Notons d'autre part que la lettre à Clerselier s'ouvre par l'affirmation « que c'est une loi de la nature, qu'il faut que le corps, qui en meut un autre, ait plus de force à la mouvoir, que l'autre n'en a pour résister » ; en l'occurrence ce propos est conforme à L3 qui est justement « une loi de la nature », voir Lettre à Clerselier du 17 février 1645, AT IV, p. 184.

En supposant un mouvement commun après le choc et en respectant la conservation de la quantité de mouvement (2^{ème} volet de L3), on dispose de l'équation $BV_B=[B+C]V'$. A partir de la version française des Principes et de la lettre à Clerselier du 17 février 1645, A. Gabbey conclut : « C at rest resists the reception of the quantity of motion $\frac{C.B.Vb}{B+C}$ with a force of equal size, and this force is contested by the *remaining* motive force of B, given by $\frac{B.B.Vb}{B+C}$. Hence (by the Third Law) B will not move C, since $\frac{C.B.Vb}{B+C} > \frac{B.B.Vb}{B+C}$, given that $C>B$ »¹⁰⁰.

La force de résistance serait donc la quantité de mouvement acquise par C initialement au repos, s'il se déplaçait avec B après le choc ; la force de B s'estimerait par sa quantité de mouvement résiduelle. Or, d'après L3, le mouvement commun ne peut se produire que si la force de B surpasse celle de C ; ce raisonnement par l'absurde conduit alors au rebond de B. On vérifierait alors qu'un corps « sans mouvement a autant de degré de résistance que l'autre, qui se meut, en a de vitesse »¹⁰¹ ; ou encore « que C doit d'autant plus résister, que B vient plus vite vers lui ; et que sa résistance doit prévaloir à l'action de B, à cause qu'il est plus grand que lui »¹⁰².

¹⁰⁰ *Ibid.*, p. 27. Dans un premier temps, on peut lire dans R4, que C doit d'autant plus résister que B va plus vite, puis que sa résistance l'emporte sur l'action de B étant donné sa plus grande taille ; « ainsi, par exemple, si C est double de B, & que B ait trois degrés de mouvement, il ne peut pousser C, qui est en repos, si ce n'est qu'il luy en transfère deux degrés, à savoir une pour chacune de ses moitiés, & qu'il retienne seulement le troisième pour soy, à cause qu'il n'est pas plus grand que chacune des moitiés de C, & qu'il ne peut aller par après plus vistes qu'elles [...] Mais puisque C est en repos, il résiste dix fois plus à la réception de vingt degrés, qu'à celle de deux, & cent fois plus à la réception de deux cent ; en sorte que, d'autant que B a plus de vitesse, d'autant il trouve en C plus de résistance. Et pour ce que chacune des moitiés de C a autant de force pour demeurer en son repos, que B en a pour le pousser, & qu'elles luy résistent toutes deux en même temps, il est évident qu'elles doivent prévaloir à le contraindre de rejaillir », *Principes*, AT IX, pp. 90-91.

Dans la lettre à Clerselier, Descartes prend l'exemple de B avec « 9 degrés de mouvement » et B et C dans les rapports 5/4 ou 4/5. Pour ce second cas, « B ne peut mouvoir C, si de ces neuf degrés de mouvement il ne luy en transfère 5, qui est plus de la moitié de ce qu'il a, & par conséquent à quoy le corps C résiste plus que B n'a de force pour d'agir », Lettre à Clerselier, AT III, pp. 184-185.

¹⁰¹ Voir Lettre à Clerselier, AT III, p. 185.

¹⁰² *Principes*, livre II, article 49 (règle 4), traduction du latin par D. Garber. Selon cet auteur, la thèse d'A. Gabbey « reflète le point de vue de textes plus tardifs », en l'occurrence la lettre à Clerselier et l'édition

A partir de cette analyse, A. Gabbey remarque que Descartes semble donner un lien entre la force et le changement de mouvement¹⁰³ ; que ce dernier, égal au mouvement cédé par le mobile incident, mesure la résistance du corps et fait alors se ‘rapprocher’ l’analyse cartésienne de la loi d’égalité action-réaction newtonienne¹⁰⁴. Pour autant, les exemples de R4 et R5 montrent Descartes plus proche de l’*actio-patio* scolastique que d’une opposition dynamique entre action-réaction¹⁰⁵.

A. Gabbey montre aussi l’influence qu’ont pu exercer sur Newton ces mesures de la force de résistance du corps au repos présentes dans R4 et R5 et de la force du mouvement, en examinant la dualité de la *vis inertiae* figurant dans les définitions 12 et 13 des deux versions du traité préparatoire à l’édition des *Principia* de 1687, *De Motu*, et les définitions III et IV des *Principia* ; cette force est entendue à la fois comme s’opposant à la *vis impressa* (déf. III) ou comme capacité à maintenir un état inertial (déf. IV)¹⁰⁶. Ceci nous amène alors au troisième point de cette partie.

française des Principes de 1647, mais non le contenu du texte de 1644. Ce basant sur l’édition latine, D. Garber soutient que Descartes mesure la force de résister de B par la quantité CV_B . Il reconnaît cependant qu’une telle mesure contient un paralogisme : « si c’est, en effet, ce que Descartes est en train de dire ici, alors voilà un problème intéressant : comment C sait-il à quelle vitesse B se meut ? Certes il n’y a pas de force de résistance par rapport à C avant le moment effectif où B entre en collision avec C. Mais à ce moment B exerce une force de progression, proportionnelle à sa vitesse multipliée par sa grandeur. Mais comment C peut-il distinguer à ce moment entre un petit corps très rapide et un plus grand, plus lent en proportion ? », voir D. Garber, *op. cit.*, note 15, p. 364. En effet, on peut avoir une même force de progression (BV_B), en supposant B et V_B inversement proportionnées. Mais alors comment C ‘reconnait’ que B est plus petit et qu’il peut donc résister totalement ?

On peut remarquer que la thèse d’A. Gabbey permet de lever cette difficulté. D’autre part, on ne voit pas comment la mesure proposée par D. Garber pourrait respecter la conservation de la quantité de mouvement au cours du choc ; l’estimation donnée par A. Gabbey a pour fondement L3 et la conservation du mouvement, mais quel fondement théorique présent dans les *Principes* justifierait la quantité CV_B ?

¹⁰³ Ce qui se retrouve aussi dans la présentation que fait Descartes de l’inertie, voir *supra* 1.3.

¹⁰⁴ Voir A. Gabbey, *op. cit.*, pp. 28-29.

¹⁰⁵ *Ibid.*, pp. 29-30. L’*actio* est un mouvement produit mais conçu du point de vue de l’agent ; la *patio* est ce même mouvement mais rapporté au patient. Suivant A. Gabbey, l’opposition entre ces deux conceptions est seulement logique mais non dynamique. Descartes ne voit pas dans l’*actio-patio* l’origine du changement d’état mais rapporte ce dernier à une inégalité de forces-mouvements. Autrement dit, si le changement de mouvement permet de mesurer une force de résistance, il ne constitue le socle conceptuel de l’analyse du choc.

¹⁰⁶ *Ibid.*, pp. 31-41.

III-Newton lecteur de Descartes

Après les études d'A. Koyré, de J. Herivel, I. B. Cohen et A. Gabbey¹⁰⁷, l'influence déterminante que la lecture de Descartes exerça sur Newton n'est plus à démontrer ; d'où la brièveté de cette section. On se propose ici d'examiner la réception de la notion cartésienne de solidité et de compléter une remarque de J. Herivel concernant « l'effort pour s'éloigner du centre ».

3.1 Solidité

Dans son *De Gravitatione*, Newton réfute la thèse cartésienne définissant l'essence du corps par l'étendue, l'idée essentielle étant qu'une telle identification ne permettrait plus au corps d'agir et de résister¹⁰⁸. Or le milieu résiste, de par sa nature corporelle, de même « qu'il existe des espaces vides dans la nature »¹⁰⁹. Si l'éther était « un fluide totalement corporel, sans aucun pores vides [...] il y [le mouvement du corps] céderait par une inertie bien plus grande » que tout autre fluide « pour peu que le projectile soit poreux ». En effet, contrairement aux fluides, l'éther « pénétrerait en ses pores intimes et [...] rencontrerait non seulement toute la surface externe mais aussi les surfaces de toutes les parties ». Rien de tel cependant, la résistance de l'éther est négligeable ; il faut donc concevoir « la plus grande partie de l'espace éthéré [...] comme un vide disséminé entre les corpuscules »¹¹⁰.

¹⁰⁷ A. Koyré, *Etudes newtoniennes*, Gallimard, Paris, 1968, « Newton et Descartes », pp. 85-242 ; J. Herivel, Sur les premières recherches de Newton en dynamique, *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications*, tome XV, n° 2, 1962, pp. 105-140 et *The background to Newton's Principia, a study of Newton's Dynamical Researches in the Years 1664-1684*, Clarendon Press, Oxford, 1965 ; I. B. Cohen, «Quantum in se est» : Newton's concept of inertia in relation to Descartes and Lucretius, *Notes and Records of the Royal Society of London*, XIX, 1964, pp. 131-155 et *The Newtonian Revolution, with Illustrations of the Transformation of Scientific Ideas*, Cambridge-London-New York, Cambridge University Press, 1980.

¹⁰⁸ Voir *supra* 1.1. Cela reviendrait pour Newton à supprimer « la faculté ou la puissance par laquelle les corps mettent en mouvement les perceptions des choses pensantes » ; une telle suppression « est aussi grave que supprimer l'autre faculté, par laquelle les corps ont la force de se transmettre leurs actions mutuellement les uns aux autres : c'est-à-dire aussi grave que réduire le corps à un espace vide », *De la gravitation, op. cit.*, pp. 62 et 64.

¹⁰⁹ *Ibid.*, p. 64. Voir *supra* 1.1.

¹¹⁰ *Ibid.*, p. 66.

Newton assimile l'inertie à « une force interne d'un corps qui empêche celui-ci de changer facilement d'état sous l'effet d'une force appliquée à ce corps »¹¹¹. La force, « principe causal du mouvement et du repos » se définit doublement comme externe (« qui génère, détruit ou change d'une quelconque manière le mouvement imprimé à un corps ») ou interne (« principe interne par lequel le mouvement ou le repos attaché au corps est conservé et par lequel tout s'efforce de persévérer en son état et oppose de la résistance »)¹¹² ; cette seconde acception correspond à l'inertie et renvoie à une conception de la force d'agir ou de résister conséquence de la persévérance dans un état, conception semblable à celle figurant chez Descartes.

Le corps le plus dense est celui qui possède la plus grande inertie ; inversement pour le plus rare. Newton conçoit la raréfaction et la condensation à la manière de « Descartes ou Epicure » et reconduit l'exemple de l'éponge ; la « grandeur du corps tout entier » s'évaluera alors par « tant par la quantité de ses parties que par celle de ses pores » et « l'inertie » diminuera par l'augmentation des pores ou inversement augmentera par leur diminution.

La densité, comme mesure de la matérialité du corps, est aussi un indice de son « inertie » définie comme propriété à persévérer dans un état. Cette mesure s'inspire de la notion de solidité cartésienne comme les références aux surfaces tant internes qu'externes du corps empêchant la continuation du mouvement¹¹³ et à la 'quantité' des pores présents dans le corps en témoignent. Newton cite dans ce texte une lettre écrite à Mersenne datée du 30 juillet 1640 ; il a donc connaissance, puisque insérée dans le même volume, de celle adressée à Debeaune contenant la conception cartésienne de l'inertie. Il n'en garde manifestement que le premier volet, celui concernant la quantité du troisième élément¹¹⁴ ; le second (relié à la

¹¹¹ *Ibid.*, p. 68.

¹¹² *Ibid.*, p. 66.

¹¹³ Newton mentionne les surfaces internes et externes pour rendre compte de toute la résistance qui devrait empêcher la mobilité du corps plongé dans l'éther, afin de prouver que celui-ci contient des espaces vides. Il ne s'agit donc pas de rejeter l'importance de ces surfaces dans une estimation de la capacité qu'a un corps à continuer son mouvement, mais de s'appuyer justement sur celle-ci afin de défendre la thèse du vide.

¹¹⁴ Voir *supra* 1.3.

superficie du corps) n'a peut-être plus lieu d'être étant donné l'existence d'une matière éthérée entrecoupée de vides.

Il faudrait maintenant suivre l'évolution de la force d'inertie newtonienne ; les études sus-mentionnées établissent à quel point les définitions III, IV et la loi I des *Principia* prennent racine dans la lecture de Descartes. La conceptualisation de résistance-réaction de la matière doit alors sans doute aux analyses cartésiennes relatives à la solidité associant des caractéristiques du corps à sa capacité à maintenir son état.

3.2 « Effort pour s'éloigner du centre »

Le Monde et les *Principes* énoncent comme loi de la nature la tendance d'un corps à suivre une trajectoire rectiligne¹¹⁵. Dans les deux cas, l'exemple de la trajectoire d'une pierre sortie d'une fronde, tangentielle au cercle décrit par cette dernière, illustre la loi. L'effort centrifuge apparaît comme conséquence de la loi : la pierre suit une direction tangentielle « ce qui nous fait voir manifestement, que tout corps qui est meu en rond, tend sans cesse à s'esloigner du cercle qu'il décrit », ce que « nous pouvons mesme sentir de la main, pendant que nous faisons tourner cette pierre dans cette fronde ; car elle tire & fait tendre la corde pour s'esloigner directement de notre main »¹¹⁶. L'effort radial est celui que fait la pierre pour retrouver son mouvement naturel ; il provient d'une contrainte, celle-là

¹¹⁵ *Le Monde*, AT XI, *op. cit.*, règle 3 pp. 43-44 : « lors qu'un corps se meut, encore que son mouvement se fasse le plus souvent en ligne courbe, & qu'il ne s'en puisse jamais faire aucun, qui ne soit en quelque façon circulaire [...] toutesfois chacune de ses parties en particulier tend toujours à continuer le sien en ligne droite. Et ainsi leur action, c'est à dire l'inclination qu'elles ont à se mouvoir, est differente de leur mouvement » ; *Principes*, AT IX, *op. cit.*, loi 2 pp. 85-86 : « chaque partie de la matiere, en son particulier, ne tend jamais à continuer de se mouvoir suivant des lignes courbes, mais suivant des lignes droites, bien que plusieurs de ces parties soient souvent contraintes de se détourner, pource qu'elles en rencontrent d'autres en leur chemin, & que, lors qu'un corps se meut, il se fait tous-jours un cercle ou anneau de toute la matiere qui est meüë ensemble ».

¹¹⁶ *Principes*, AT IX, *op. cit.*, p. 86. Le latin, en recourant à l'expression « ex quo sequitur » (AT VIII, p. 63) fait plus explicitement découler cet effort de la loi énoncée. Dans *Le Monde*, Descartes note que la pierre suit une tangente au point de sortie de la fronde, « mais de plus, pendant tout le temps qu'elle y est, elle presse le milieu de la fronde, & fait tendre la corde : montrant évidemment par là, qu'elle a toujours inclination d'aller en droite ligne, & qu'elle ne va en rond que par contrainte », voir AT XI p. 44.

même empêchant la trajectoire que définit la loi de la nature. D'où le vocabulaire de « l'effort »¹¹⁷.

Descartes mentionne aussi bien des efforts tangentiel que radial ; le premier ne semble pas avoir toute l'importance du second intervenant, entre autre, dans l'explication de la lumière. De plus, voulant montrer comment un corps « tend à s'éloigner du centre autour duquel il se meut », Descartes ne mentionne que l'effort radial de la pierre ou d'une fourmi qui, attachée à une règle mobile, emploie « toutes ses forces pour aller » sur un point situé sur une tangente¹¹⁸. Si l'effort radial semble avoir davantage d'importance dans l'explication des phénomènes¹¹⁹, l'exemple de l'insecte montre aussi qu'il n'existe que pensé à travers la nécessité de suivre un mouvement tangentiel, celui-là même dont l'empêchement à pour conséquence l'effort centrifuge.

L'analyse de la nature de la lumière et de sa propagation à pour préliminaire l'étude du mouvement d'une fronde en termes d' « inclinations empêchées ». La pierre, au cours de la rotation, est le siège de trois « inclinations » : une tangentielle, une radiale centrifuge et une autre circulaire. La première peut être décomposée en les deux suivantes¹²⁰.

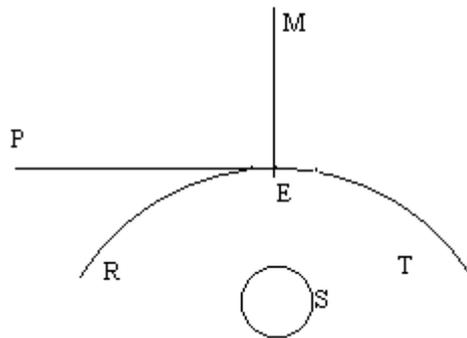
¹¹⁷ *Le Monde*, AT XI p. 84 : « lors que je dis qu'un corps tend vers quelque costé, je ne veux pas pour cela qu'on s'imagine qu'il ait en soy une pensée ou une volonté qui l'y porte, mais seulement qu'il est disposé à se mouvoir vers là : soit que veritablement il s'y meuve, soit plutost que quelque autre corps l'en empesche ; & c'est principalement en ce dernier sens que je me sers du mot tendre, à cause qu'il semble signifier quelque effort, & que tout effort présuppose de la resistance ». Voir aussi *Principes*, AT IX, art. 56, p. 131.

¹¹⁸ *Principes*, AT IX, art. 58, p. 132.

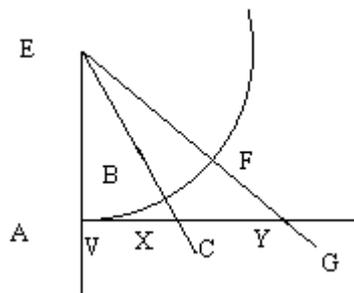
¹¹⁹ S. Roux insiste sur l'importance de cet effort centrifuge qui se voit qualifié par Descartes de « loi de la nature » ; l'auteur note que « la troisième loi de la nature du Monde et la deuxième loi des Principes de la Philosophie consistent surtout à énoncer l'existence d'un effort centrifuge », voir Thèse, op. cit., 489 et plus généralement sur le lien entre cet effort avec la nature de la lumière, pp. 482-507 ; avec la pesanteur pp. 534-544.

¹²⁰ *Le Monde*, AT XI p. 85 : « Imaginez-vous l'inclination qu'à cette pierre à se mouvoir d'A vers C, comme si elle estoit composée de deux autres, qui fussent, l'une de tourner suivant le cercle AB, & l'autre de monter tout droit suivant la ligne VXY ».

Puisque le mouvement tangentiel n'a pas lieu, celui selon une des deux composantes n'est pas réalisé : le mouvement circulaire se faisant, il y a résistance face au mouvement radial « & par conséquent, qu'elle [la pierre] ne tend, c'est à dire qu'elle ne fait effort, que pour s'éloigner directement du centre »¹²¹ de rotation afin, pourrions-nous ajouter, de conserver la tendance tangentielle¹²² ; l'effort centrifuge ne semble pas analysé indépendamment de la « force à continuer le mouvement » de direction tangentielle et se déduirait de celle-ci. L'analyse appliquée au mouvement des parties du second élément en témoigne : elles « ne tendent de leur propre inclination que vers P », c'est-à-dire que suivant une tangente mais



« la resistance des autres parties du Ciel, qui sont au dessus d'elles, les fait tendre, c'est a dire les dispose à se mouvoir suivant le cercle ER. Et derechef, que cette resistance opposée à l'inclination qu'elles ont de continuer leur mouvement en ligne droite, les fait tendre, c'est a dire, est cause qu'elles font effort pour se mouvoir vers M. Et ainsi, jugeant de toutes les



Voir aussi *Principes*, AT IX, art. 58, p. 132.

¹²¹ *Le Monde*, AT XI, p. 86.

¹²² *Ibid.*, p. 85. « L'inclination » de la pierre à se mouvoir suivant AG est composée de deux autres suivant AB et VXY et « ce en telle proportion, que, se trouvant à l'endroit de la fronde marqué V, lors que la fronde est à l'endroit du cercle marqué A, elle se deust trouver par après à l'endroit marqué X, lors que la fronde seroit vers B, & à l'endroit marqué Y, lors qu'elle seroit vers F, & ainsi demeurer toujours en la ligne droite ACG », soit la tangente au cercle.

autres en mesme sorte, vous voyez en quel sens on peut dire qu'elles tendent vers les lieux, qui sont directement opposez au centre du Ciel qu'elles composent »¹²³, S étant ce centre.

L'effort centrifuge exprime la résistance qu'offre la matière du deuxième élément lorsqu'il y a empêchement de sa tendance naturelle.

J. Herivel montre à quel point l'analyse cartésienne du mouvement circulaire influence le jeune Newton¹²⁴. Elle semble cependant perdurer jusqu'aux brouillons précédant les versions du traité *de Motu*. Ainsi, l'effort centrifuge appartient à cette famille des forces internes des corps qui opposent une résistance lorsque leur état inertial est perturbé ; la persistance implique une résistance dont la force centrifuge est l'expression lors des mouvements circulaires¹²⁵. L'origine d'une telle conception semble assez claire d'après l'exemple cartésien concernant le mouvement des corpuscules du second élément¹²⁶ ; cette résistance, qui a le statut d'une réaction dans le texte de Newton, provient de cette propriété de la matière cartésienne à persévérer dans un mouvement rectiligne uniforme le long d'une tangente à une trajectoire courbe. Faire de la force centrifuge une *vis inertiae* montre à quel

¹²³ *Ibid.*, p. 86. Voir p. 87 pour cette figure.

¹²⁴ J. Herivel [1962], *op. cit.*, pp. 117-129 et J. Herivel [1965], *op. cit.*, pp. 45-53. Voir en particulier le manuscrit « Waste Book » (MS. Add. 4004) probablement rédigé vers 1664-1666, ainsi que MS. Add. 3958 (5) dont la rédaction est antérieure à 1669, voir dans J. Herivel [1965], pp. 129-130, pp. 145-147 et pp. 192-198. L'influence concerne en particulier l'existence des deux efforts radial et tangentiel.

¹²⁵ Voir MS. Add. 3965 (5a), définition 12, dans J. Herivel [1965], p. 311 : « The internal force and innate force of a body is the power by which it preserves in its state of rest or of moving uniformly in a straight line. It is proportional to the quantity of the body, and is actually exercised proportionally to the change of state, and in so far as it is exercised it can be said to be the exercised force of a body, of which [?] one kind is the centrifugal force of rotating bodies » ; définition 13 : « The force of a body arising from its motion is that by which the body endeavours to preserve the total quantity of its motion. It is commonly called impetus and is proportional to the motion, and according to its kind is absolute or relative. The centrifugal force of rotating bodies is to be referred to the absolute kind »

Voir aussi MS. Add. 3965 (5), définition 14, dans J. Herivel [1965], p. 320 : « The exercised force of a body is that by which it attempts to preserve that part of its state of rest or motion which it gives up at particular moments and it is proportional to the change or part of its state given up at particular moments, and not improperly is said to be the reluctance or resistance of the body, of which one species is the centrifugal force of rotating bodies ».

¹²⁶ J. Herivel [1965], p. 56 : « Why Newton should thus have instanced centrifugal force as an example of the “force of a body”. i. e. its inertia, as opposed to a force derived from the tendency to persevere in a straight line (along the tangent) is not at all clear ».

point Newton voit à travers la loi de persistance cartésienne l'existence de la résistance d'un corps qu'il conceptualisera par l'inertie¹²⁷.

Conclusion

La matière cartésienne n'est pas privée de résistance. Cette dernière trouve son origine via une loi de conservation, celle-là même qui fonde toute action. L'introduction de forces de repos et de mouvement viennent entériner une équivalence ontologique entre les deux états. Cette loi de persistance à l'origine de l'action fait diverger les notions cartésienne et newtonienne de force et d'inertie ; cela n'exclut cependant pas l'importance de celles-là dans l'élaboration de celles-ci¹²⁸.

Cette symétrie entre les états et cette "potentialité dynamique" qu'elle recèle n'auront plus cours avec Malebranche. Si cette loi de persistance fonde à nouveau l'action, l'élimination par l'oratorien de la force de repos éloignera ses réflexions mécaniques de la conceptualisation newtonienne. Il ne s'agit en aucun cas de prétendre que Newton serait redevable du seul Descartes ; l'intention de ce premier chapitre était avant tout de mieux saisir des concepts cartésiens afin d'examiner leurs devenir dans la mécanique de Malebranche et

¹²⁷ Sur l'évolution du "principe d'inertie" chez Newton à partir de sa lecture de Descartes, voir A. Gabbey, *op. cit.*, pp. 31-41.

¹²⁸ Dans ses premiers écrits, Newton perçoit l'action à travers la loi de persistance. Voir les manuscrits MSS. Add. 4004 (« Waste Book ») dans J. Herivel [1965], pp. 128-182 en particulier f° 12-f°13, l'axiome 100 concernant la conservation des états de repos et des vitesses et « déterminations », duquel Newton fait dépendre l'action et à partir duquel il énonce séparément la conservation du repos et du mouvement rectiligne uniforme (axiomes 1 et 2, f°11). Voir aussi la distinction entre la force du mouvement (axiome 104 : « [...] the force with which b is moved (or the power of b to persever in its velocity or to helpe or to hinder another body from persevering in its velocity) », et axiome 111) et l'égalité entre la force pour réduire le corps au repos ou le mettre en mouvement (axiome 112 : « A body is said to have more or lesse motion as it is moved with more or lesse force, that is as there is more or lesse force required to generate or to destroy its whole motion » ; axiome 114 : « There is required soe much and noe more force to reduce a body to rest than there is to move it : *et a contra* » à rapprocher de l'art. 26 de la seconde partie des *Principes* de Descartes : « Il n'est pas requis plus d'action pour le mouvement que pour le repos »). Plus généralement, les axiomes 101 à 107 posent pour des corps animés d'une même vitesse une relation de proportionnalité entre la résistance (axiome 101 : « that cause hindrance impediment resistance or opposition [...] ») pour réduire un mouvement au repos ou la puissance pour mettre un corps au mouvement (axiome 103 : « the power virtue or efficacy of the cause [...] ») et la "taille" des corps ; les axiomes 108 à 111 posent celle entre ces forces et la vitesse pour des corps égaux ; les axiomes 112 à 118 fusionnent ces deux séries d'axiomes.

de comprendre en retour celle-ci, puisque Malebranche commente, s'appuie sur, et prend position contre certaines thèses cartésiennes.

Pour autant, Malebranche hérite aussi d'une mécanique qui s'élabore dans la seconde moitié du XVII^{ème} siècle, en particulier d'études de collisions. Là encore, nous nous tournons brièvement vers celles-ci avant l'examen du corpus malebranchiste.

Chapitre II

Entre concepts et méthodes : remarques sur la dynamique dans la seconde moitié du XVII^{ème} siècle

Introduction

Les écrits mécaniques de Malebranche s'inscrivent dans une période historique de développement de la dynamique. Malebranche ne se coupe pas des réflexions de savants contemporains mais s'en nourrit. Nous abordons les écrits de ces savants à travers deux thèmes qui dans le chapitre suivant guideront notre lecture de la mécanique de Malebranche.

Le premier concerne la question de l'inertie ; comment rendre compte de la résistance d'un corps à une mise en mouvement ? Les réponses apportées peuvent diverger. Elles passent soit par la reconnaissance d'une propriété de la matière, soit par la nécessité de faire intervenir le milieu extrinsèque s'opposant au mouvement.

Le second est relatif aux méthodes développées lors des études de chocs. Une pensée dynamique du choc existe, passant en particulier par la quantification de la « force de la percussion » ; la collision ne se réduit pas à une cinématique et l'intérêt porté à cette grandeur marque bien la reconnaissance d'une entité irréductible à une quantité de mouvement. Cette grandeur est une première étape du chemin conduisant au concept de force newtonien. Pour autant, par définition, l'étape est aussi inachèvement. En l'occurrence, on ne pourra pas mentionner la présence d'une axiomatique newtonienne dans des écrits qui posent des difficultés de conceptualisation de l'inertie. D'autre part, les rédactions s'inspirent des méthodes de la science des machines, en particulier d'une application de la loi du levier. Les analogies avec cette science font que la loi de l'équilibre, plus qu'une égalité entre l'action et la réaction, reste déterminante dans l'étude des collisions.

La période couverte s'étend environ de 1670 à 1680 : ce chapitre ne sera pas une histoire de la dynamique du XVII^{ème} siècle. L'intérêt pour cette seule décennie se justifie par l'édition d'ouvrages présents dans la bibliothèque de Malebranche ; ils sont aussi

des ouvrages de savants lus et reconnus¹. Nous le justifierons *a posteriori* après l'examen des règles de collisions données par Malebranche ; les méthodes développées et les questions que posent sa mécanique concernant l'inertie entrent en résonance avec ce qui suit.

I-I.-G. Pardies

C'est dans son *Discours sur le mouvement local* que le Père Ignace-Gaston Pardies (1636-1673) offre sa théorie du mouvement et du choc des corps². Malgré les dénégations du jésuite, le texte est largement inspiré par la lecture des *Principes* de Descartes, en particulier la seconde partie de l'ouvrage relative à la matière et au mouvement³.

¹ Un témoignage intéressant est offert par A. Parent dans ses *Essais et recherches de mathématique et de physique. Nouvelle Edition augmentée d'un troisième volume, & d'un tiers au moins en chacun des deux premiers*, Paris, 1713 (3 tomes). L'auteur analyse et critique les théories du choc de Descartes, Borelli, Pardies, Wallis, Huygens, Dechales, Mariotte et Newton, tome III pp. 73-85. Nous aurons l'occasion de revenir sur les écrits de Parent dans le chapitre IV de cette partie et dans la troisième partie. Qu'en 1713 on puisse encore soumettre à un examen critique des textes des années 1670-1680 montrent que leur contenu n'est pas totalement obsolètes. Il faut d'autre part remarquer qu'en 1713 une seule étude de collisions existe dans les MARS, et ce jusqu'en 1721 ; elle est l'oeuvre de L. Carré, *Des Loix du Mouvement*, MARS 1706 [1731], pp. 442-461. Carré est le secrétaire de Malebranche et ces règles ne diffèrent en rien (excepté sur le style, avec en 1706 une écriture algébrique) de celles de RDV 1700 et 1712. La référence de Parent à ces auteurs invitent à considérer leurs travaux comme des références et comme suffisamment connus pour les examiner ici. Remarquons enfin que Varignon connaît les traités de Pardies et Dechales, jusqu'à s'en inspirer pour élaborer son parallélogramme des forces qui deviendra la clef de voûte de sa statique ; nous en reparlerons dans la seconde partie.

² I.-G. Pardies, *Discours du mouvement local, avec des Remarques sur le Mouvement de la Lumière* dans *Œuvres*, Les Freres Bruyset, Lyon, 1725 (1ère éd. en 1670).

³ Un « Avis au Lecteur » rapporte l'opinion de lecteurs qui « publioient qu'il [Pardies] suivoit entierement la doctrine de M. Descartes ; & que quoiqu'en quelques endroits il semblât le combattre sans le nommer, il établissoit tous ses sentimens sur cette matiere ». D'où des « remarques » ajoutées en fin de livre, l'auteur se croyant obligé de « détromper » le public qui suivrait l'opinion des détracteurs. Pour l'essentiel, ces « remarques » concernent une critique de la preuve de Descartes du principe d'inertie, l'impossibilité d'un changement d'état sans cause reposant sur le fait que « Dieu seroit sujet au changement » est « un raisonnement qui fait rire ceux qui ont quelque teinture en Théologie ». D'autre part, le jésuite opte pour une conservation d'une quantité de mouvement algébrique et non scalaire, voir Pardies, pp. 185-186 et p. 182. Pour l'inspiration cartésienne, nous souscrivons cependant à l'opinion des détracteurs de l'auteur.

1.1 Mouvement et repos

L'exposé s'ouvre par l'énoncé de la propriété générale d'indifférence du corps au mouvement comme au repos, conception associée à l'idée d'une passivité de la matière⁴ : l'absence de « cause » perturbatrice fait qu'une boule, « étant une fois déterminée au repos, il est impossible qu'elle se détermine elle-même à quitter ce repos » puis, symétriquement, de par son indifférence au mouvement comme au repos, « il est impossible qu'elle se détermine elle-même à quitter [le] mouvement »⁵. Suit alors le qualificatif d'« état » associé aux configurations de repos et de mouvement et une équivalence d'activité entre ceux-ci⁶.

En effet, Pardies soutient « que le repos n'est pas une pure negation ». Partant d'un raisonnement largement inspiré par Descartes⁷, il estime qu'on a tendance à considérer le repos comme « une cessation d'action » et d'attribuer au mouvement « une action positive », laquelle s'expérimente lorsque « nous nous mouvons, ou que nous voulons mouvoir un autre corps : au lieu que nous concevons qu'un corps demeure au repos déhors que personne n'y touche, & qu'il n'y a aucune autre cause qui lui imprime effectivement cette qualité ou cette action nécessaire pour le mouvement ». Pour autant, « si la pesanteur de nos corps qu'il nous faut porter, la roideur des membres qu'il nous faut plier, l'agitation des esprits [animaux] qu'il nous faut employer, & beaucoup d'autres choses, nous font experimenter quelque resistance, & nous obligent d'user de quelque violence pour surmonter ces empêchemens », en supposant « aucun empêchement ny de gravité, ny d'inclination particuliere, ny de corps qui puisse résister au dehors », il deviendra manifeste « qu'il ne faut pas plus d'action pour le mouvement que pour le repos ; & qu'afin qu'un corps se repose, il n'est pas moins besoin qu'il ait été mis en repos, qu'il est necessaire, afin qu'il se mouve, qu'il ait été mis dans le

⁴ Pour une définition de cette notion d'indifférence, voir dans cette partie chapitre IV, 2.2 ; pour la passivité et d'activité, voir Annexe 1.

⁵ *Ibid.*, p. 140.

⁶ « le mouvement est un estat par lequel un corps correspond successivement à divers lieux ou bien une presence passagere, ou une suite de diverses presences en divers endroits : comme le repos est un estat, par lequel un corps correspond toûjours à un mesme lieu : ou bien une mesme présence en un mesme endroit », *ibid.*, p. 142.

⁷ Il s'agit de l'article 26 de la partie II des *Principes*. Voir *supra* 1.3.

mouvement »⁸. Aussi, trouve-t-on « autant d'action positive dans le repos que dans le mouvement »⁹.

Le repos se définit comme un « état de consistance, & une présence constante » et le mouvement comme changeant, « une présence passagere », mais dans les deux cas, « s'il y a quelque action ou quelques sortes de cause dans le corps, qui doit produire cette suite de diverses presences dans le mouvement ; il n'est pas moins besoin d'action ou de force dans le repos pour conserver cette même présence ; parce que conserver une chose, c'est la produire continuellement ». Postulant une identité entre la production et la conservation, Pardies se place manifestement sur le terrain de la création continuée. Indifféremment, l'action ou la force concerne une mise en mouvement (« afin qu'un corps se repose, il n'est pas moins besoin qu'il ait été mis en repos, qu'il est nécessaire, afin qu'il se mouve, qu'il ait été mis dans le mouvement » précisait la citation précédente) ou l'état lui-même, et nous voici en présence des notions cartésiennes de forces de repos et de mouvement.

Qu'il faille ou non « produire » une « qualité » dans le corps pour le maintenir dans un état¹⁰ et, si produite, que cette qualité perdure ou non, n'importe pas aux yeux de Pardies qui, visant seulement la justification de la continuation en l'état, s'appuie sur l'idée « qu'il faut toujours une cause positive pour produire de nouveau quelque effet que ce soit ; au lieu qu'il n'en est pas besoin pour faire subsister déjà : & c'est la véritable raison pour quoi une figure quarrée qui aura été faite sur de la cire, durerait éternellement, si Dieu empêchoit tous les agens extérieurs de rien détruire dans cette cire, parce que cette cire quarrée ne sauroit perdre cette figure, sans qu'une autre figure soit produite », raisonnement applicable au mouvement¹¹. Le raisonnement de Pardies roule donc essentiellement sur un

⁸ *Ibid.*, p. 141. Sur ce point, voir Descartes, *Principes II, op. cit.*, art. 26 et *supra* chapitre I, 1.3.

⁹ *Ibid.*

¹⁰ Sur cette « qualité qu'on appelle Impétuosité », qu'on prétend produite dans le corps par l'agent qui le pousse, Pardies écrit « qu'il m'est fort indifférent qu'on le croye ainsi » ou non : si cette qualité est nécessaire, elle doit durer « éternellement » pour faire continuer le corps en l'état sinon, qu'on suppose qu'elle se « détruise d'elle-même », le mouvement ne cessera pas pour autant, l'existence d'une « cause positive » étant toujours nécessaire « pour produire de nouveau quelque effet que ce soit », *ibid.*, p. 146.

¹¹ *Ibid.*, p. 146 et concernant le mouvement, p. 147. Sur la loi générale de persistance applicable aussi bien à une « figure quarrée » qu'au mouvement, voir Descartes, *Principes II, op. cit.*, art. 37.

principe de raison (sans « cause positive », par exemple des corps extérieurs, le corps persiste en l'état) et sur l'intervention du Créateur (création continuée)¹².

L'activité à laquelle se réfère Pardies concerne l'action permanente de Dieu. Elle fonde une équivalence ontologique entre le repos et le mouvement qui semble directement issue d'une lecture de Descartes.

1.2 "Principe d'inertie"¹³

Tout comme chez Descartes, l'énoncé d'un "principe d'inertie" est bicéphale. D'une part, Pardies pose une équivalence entre les deux états de repos et mouvement, et assume la conservation de ce dernier sans en préciser la nature et, d'autre part, la notion de « détermination » vient compléter l'aspect directionnel de ce qui se conserve. Pour autant Pardies ne justifie pas la droite par la conservation en l'instant reposant sur l'action divine, comme on le trouve chez Descartes (*Principes II*, art. 39) mais fait appel « aux mêmes raisons [...] apportées pour prouver que le mouvement dure toujours » soit, finalement, à la nécessité d'une « action positive » pour changer un état. Ces communions de « mêmes raisons » peuvent constituer la cause d'un énoncé se rapprochant de notre principe d'inertie où l'état physique concilierait à la fois vitesse et direction : Pardies écrit que le corps « persevere dans la même espece de mouvement, & dans le même degré de vîtesse, où il a été mis ». Malgré tout, « l'espece de mouvement » semble une notion valise englobant davantage que la droite. Ainsi Pardies poursuit en notant : « par exemple s'il a commencé de se mouvoir sur une ligne droite vers l'Orient avec un degré de vîtesse, il continuë de se mouvoir avec un pareil degré, sans jamais se départir d'un seul point de cette ligne »¹⁴ ; ce principe n'apparaîtrait que comme un « exemple » d'une proposition plus générale englobant différents types de trajectoires.

¹² Une double justification présente aussi chez Descartes, *Principes II*, *op. cit.*, art. 36 (Dieu comme première cause du mouvement) et art. 37. Pour ce dernier article : si une partie de matière est en mouvement, « lors qu'elle a commencé une fois de se mouvoir, nous n'avons aussi aucune raison de penser qu'elle doive jamais cesser de se mouvoir de mesme force », voir p. 84.

¹³ Nous justifions ces guillemets par le fait que le principe d'inertie chez Descartes n'est pas celui chez Newton, voir chapitre I ; l'argument vaut aussi pour Pardies.

¹⁴ Pardies, *op. cit.*, p. 149.

Enfin, il faut attendre l'exemple cartésien de la fronde pour avoir l'affirmation « qu'un corps ne peut être déterminé à se mouvoir sur une ligne courbe, ou d'une vitesse inégale ; mais que tout corps continuë de se mouvoir en ligne droite & avec une vitesse uniforme »¹⁵ ; le terme « détermination » semble englober à la fois un aspect directionnel et une vitesse. A chaque position de la trajectoire circulaire décrit par la fronde, les « premiers mouvemens font autant de déterminations différentes, dont les dernières détruisent les premières : ainsi le corps demeure affecté de la dernière détermination », et suit la tangente en ce point avec la vitesse de rotation. Cette succession de « déterminations » fait écho à la conservation cartésienne en l'instant lors de l'analyse du même exemple. Pour autant la notion de détermination ne semble plus relever de la même définition, et permet d'énoncer un principe plus proche de notre principe d'inertie ; que la conservation des vitesse et direction repose sur les mêmes « raisons » témoigne sans doute de l'interdépendance de ces deux notions dans l'esprit de Pardies.

Pour autant, la primauté accordée au mouvement rectiligne uniforme s'avère bien moins claire qu'il n'y paraît. Pardies juge que Descartes « se sert très mal du principe [...] *Que tout corps qui se meut autour d'un centre, fait effort pour s'en éloigner* », l'utilisant en particulier pour son explication de la pesanteur. Il convient d'apporter une restriction, « que cela est vrai dans les mouvemens artificiels, & que cela peut ne l'être pas dans les naturels »¹⁶. Le jésuite semble retomber dans une distinction d'obédience aristotélicienne entre les différents types de mouvement en reconduisant à mi-mots le privilège accordé au cercle.

Rompant avec le caractère privatif accolé à l'état de repos, Pardies reconduit en même temps des thèses de l'orthodoxie scolastique. Donnant un énoncé d'un principe d'inertie se rapprochant du notre, des propos témoignent cependant de l'importance de la circularité. La science cartésienne n'est pas totalement reconduite en même temps que Pardies va au-delà par certains côtés en associant rectilinéarité et uniformité de la vitesse dans l'énoncé d'un principe d'inertie. Quelle position prend Pardies vis-à-vis des règles de collisions cartésiennes ?

¹⁵ *Ibid.*, p. 150.

¹⁶ *Ibid.*, p. 187.

1.3 Percussion et masse

L'analyse de la collision recèle un inattendu : l'équivalence posée entre le mouvement et le repos n'est pas suivie dans les faits d'une notion de degrés de force de repos comme on pourrait trouver des degrés de force de mouvement. Pardies n'introduit pas une grandeur susceptible de rendre compte de la pluralité de cette première force, que Descartes ferait dépendre de la « grandeur », ou qu'on pourrait rattacher à la masse. Cette propriété de la matière ne joue aucun rôle dans l'établissement des règles de collision dans « le vuide » ou dans un milieu sans résistance.

Dans le choc, « il se fait une percussion, qui est mutuelle & également reçûë dans l'un & dans l'autre corps », que les deux corps soient en mouvement ou bien qu'un des deux demeure au repos ; dans ce dernier cas, le corps immobile ne subit pas passivement l'action mais agit sur l'autre. Que a frappe B autant qu'il est frappé lui-même se conçoit en supposant « deux corps tout-à-fait semblables en masses, en figure, en dureté ». Pardies cite le cas de deux corps « également durs, sans aucune difference », plantés de clous identiques sur les têtes desquels les corps se rencontrent : « il n'y a point de raison qui puisse nous faire croire que le clou de B soit plus enfoncé que celui d'a »¹⁷.

Les corps durs en question ont la capacité de rebondir et l'adjectif reçoit alors la définition donnée par Huygens dont Pardies connaît le texte de 1669 publié dans le *Journal des Sçavans*, à savoir celle de corps parfaitement élastiques¹⁸ ; ainsi le jésuite donne les exemples du choc symétrique de corps de même masse et de même vitesse ou celui du carreau. Dans les chocs, les « percussions frappent & poussent les deux corps vers les endroits opposés » ; pour le carreau, a et B ayant même masse, « le corps a donne son mouvement & sa vitesse au corps B » initialement au repos, et a « reçoit » lors du choc sa vitesse incidente, en sens opposé¹⁹. Il serait excessif de rechercher dans ce texte une conceptualisation et une utilisation systématisée de la loi d'égalité action-réaction. Il n'en demeure pas moins que la réciprocité du choc est établie, que la notion de « percussion » recèle les idées de changements d'états et de réciprocité, qu'un des deux corps soit au repos ou non. La

¹⁷ *Ibid.*, p. 154.

¹⁸ « Les percussions de corps inégaux se feront de la maniere que veut Monsieur Hugens, dans le dernier Journal des Sçavans », *ibid.*, p. 177.

¹⁹ *Ibid.*, p. 156.

« percussion » reçoit aussi l'appellation de « force de la percussion ». Est reconnu alors le caractère mutuel de cette dernière qui ne dépend que de la vitesse respective, la constance de celle-ci entraînant celle de celle-là, quelles que puissent être les variations des « vitesses absolues »²⁰. La force se définit alors à partir de deux entités et n'est plus l'apanage d'un seul corps. Suit la conservation d'une quantité de mouvement algébriquement comptée²¹.

Pour quelles raisons un corps peut agir sur un autre ? De quoi proviennent les changements de mouvement ? C'est ici que le texte ne tient plus toutes les promesses dynamiques que les éléments rapportés ci-dessus pouvaient offrir. En effet, Pardies mentionne indifféremment les vitesses ou les mouvements respectifs ; il n'introduit pas une grandeur telle qu'une masse permettant de différencier l'un de l'autre. Comment se justifie-t-il ? Les règles de collision ne font pas « mention de l'égalité ou de l'inégalité des corps qui se frappent » ; ainsi, dans l'exemple du carreau, Pardies ne précise pas l'égalité de « masses » et fait ceci sciemment.

En effet, le corps « frappé » est indifférent « à demeurer en repos ou à prendre le mouvement, & tout l'effet de la percussion venant de l'impenetrabilité des corps : si nous supposons que le corps frappé soit plus grand, pourveu que toutes ses parties soient bien unies ensemble, il faudra qu'il se meuve de la même vitesse que se meut le corps qui frappe, par la même raison que lorsqu'ils sont égaux », à savoir « parce qu'ils sont impenetrables, & que le corps frappant ne peut se mouvoir plus avant, sans que le corps frappé qui est au-devant, ne prenne toute sa vitesse. Et comme d'ailleurs, le plus grand est aussi indifferant que le corps égal pour le repos & pour le mouvement ; certes, le plus grand ne fera pas plus de resistance que l'égal, puisque ni l'un ni l'autre n'en feront pas la moindre du monde »²². L'impenetrabilité rend possible le changement des mouvements ; le transfert total de vitesse repose sur l'indifférence de la matière laquelle rend caduque la prise en compte de la diversité des « grandeurs ». Un mobile incident perdra donc la totalité de sa vitesse que prendra le corps initialement au repos, quelles que puissent être les 'masses'²³.

²⁰ *Ibid.*, p. 157.

²¹ « il n'est pas vray de dire qu'il y ait toujours autant de mouvement absolu après la percussion, qu'il y en avoit devant », *ibid.*, p. 170.

²² *Ibid.*, p. 172.

²³ « Un corps mobile rencontrant un autre corps au repos, lui donne tout son mouvement, & demeure lui-même au repos », *ibid.*, p. 155.

L'étude de la collision ne respecte donc plus un principe de conservation du mouvement ; seule la vitesse importe, et l'indifférence d'un corps aux deux états dénie à la matière toute responsabilité dans les changements de mouvement. L'indifférence ne reçoit pas un sens dynamique mais vient simplement signifier que le corps est susceptible de prendre également deux états. Finalement la percussion est mutuelle car les corps sont tous les deux impénétrables ; sans prétendre qu'il s'agisse d'une influence de Gassendi, on retrouve cette importance accordée à cette propriété qui semble se substituer à la masse afin d'assurer le caractère mutuel du choc²⁴.

Conscient que l'expérience invalide ses règles Pardies, les estime valables dans le vide et non dans un espace plein (air ou « autre substance encore plus subtile »). Le mouvement d'un corps perdure dans une substance « parfaitement fluide », « parfaitement pleine », c'est-à-dire n'ayant ni la possibilité de se « condenser ni [de] se rarefier », constituée de parties « flexibles & liquides », renfermée dans un « obstacle inébranlable » : le corps « pousse » la matière devant lui qui, par suite de mouvements de réflexions de celle-ci sur la paroi, pousse les parties de fluide situées derrière ce corps. Ce mouvement dans le plein expliqué par la « poussée » continue tirée de l'hypothèse tourbillonnaire de Descartes permet d'expliquer que « les percussions de corps égaux se font dans le plein comme dans le vuide » et que l'inégalité des corps implique dans ce milieu des percussions différentes²⁵. Dans le vide, ne se préoccupant pas de la « masse », une « règle generale » établit que la collision de deux corps de masses quelconques conduit à un rebond avec échange des vitesses initiales ; règle valable dans le plein pour des « masses » identiques. L'inégalité des corps pose

²⁴ Sur cette notion d'impénétrabilité chez Gassendi, voir chapitre I, 1.1.1. S. Roux rapporte la formule E. Meyerson pouvant s'appliquer ici au cas de Pardies : l'impénétrabilité, est « l'action transformée en propriété », voir thèse, *op. cit.*, p. 117. Il faut noter toutefois que Pardies considère la matière passive au sens qu'elle ne peut pas se mettre spontanément en mouvement, contrairement à Gassendi.

²⁵ Dans le premier cas, puisque les corps sont « égaux », une même quantité de fluide les enveloppera, et « la resistance de la liqueur du corps frappé est précisément récompensée par l'impulsion de la liqueur du corps frappant » ; « mais si le corps frappant est plus grand, il faut necessairement qu'il ne reçoive pas tant d'effet de la percussion que l'autre, parce qu'il est emporté avec plus de violence par la liqueur qui l'environne », *ibid.*, pp. 175-176.

problème dans ce milieu et Pardies reconnaît l'impossibilité de réduire l'étude à une seule « règle générale » ; aussi préfère-t-il renvoyer aux règles de Huygens de 1669²⁶.

Que le repos se définisse comme un état au même titre que le mouvement ne conduit pas à la reconnaissance d'une quantité rendant compte d'une résistance. L'indifférence de la matière à l'état physique semble davantage un moyen de critiquer la règle 4 de Descartes qu'une maxime fondatrice d'une équivalence dynamique. Un corps peut s'opposer à un changement de mouvement sans pour autant qu'advienne la conceptualisation d'une grandeur susceptible de justifier différents degrés de résistance. « La force de la percussion » affecte identiquement les deux corps en même temps que l'auteur s'exprime indifféremment en terme de vitesse ou mouvement respectif ne faisant pas de la masse un élément essentiel de l'action. Pardies va au-delà de Malebranche en tenant compte de cette action mutuelle impliquant une résistance ; il semble cependant face aux-mêmes difficultés pour conceptualiser l'inertie.

Comment quantifier cette « force de la percussion » ? Dans le cas d'un mobile incident d'un « degré » de vitesse percutant un corps au repos, la force sera d'un « degré » et « poussera » les deux corps ; le premier est « poussé également vers les endroits opposés » par son mouvement incident et la force qu'il reçoit et ainsi demeure au repos, tandis que « la percussion que reçoit [le second étant de] un degré »²⁷. La force égalera deux degrés lorsque les mobiles se rencontreront avec des vitesses incidentes de un « degré » et ils rejailliront avec ces dernières. Dans ces deux cas, la force pourrait s'assimiler à une quantité de mouvement produite mais, comme le note R. Westfall, cette force de percussion se mesure par la somme de mouvements initiaux et ce n'est qu'incidemment qu'elle mesure un changement de mouvement²⁸. En effet, Pardies imagine de part et d'autre d'une « lame » pouvant se mouvoir deux corps A et B animés d'une même vitesse (un « degré ») se rencontrant au même niveau de cette plaque : ils rejaillissent en conservant leur vitesse tout comme dans le cas précédent du choc symétrique ; supposons la lame inébranlable et l'effet sera le même. Que maintenant seul A rencontre l'obstacle supposé fixe, il rebroussera chemin comme

²⁶ Pardies se contente d'écrire qu'« on peut faire voir par les règles précédentes, que les percussions des corps inégaux se feront de la manière que veut Monsieur Hugens, dans le dernier Journal des Sçavans », *op. cit.*, p. 177.

²⁷ *Ibid.*, p. 156.

²⁸ R. Westfall, *op. cit.*, p. 197.

précédemment en conservant sa vitesse incidente. Pour autant, dans ce dernier cas, la force de percussion devrait être d'un seul « degré » et par conséquent le corps ne saurait rebondir.

1.4 Résistance à une mise en mouvement : quelle origine ?

R. Westfall, dans son *Force in Newton's Physics*, analyse partiellement le *Discours* et le traité de statique de Pardies, pour conclure que : « Pardies' analysis, connected at every point with the basic themes of seventeenth-century mechanics, illustrated how readily the model of impact misled dynamic thought »²⁹. L'examen de R. Westfall porte essentiellement sur la notion de résistance intervenant chez le jésuite, un mobile incident donnant toute sa vitesse à un corps au repos, sans considération de leurs masses. Comme le remarque l'historien, « Pardies' assertion was the logical outcome of the seventeenth-century concept that matter is indifferent to motion »³⁰.

Il y a lieu cependant de replacer cet exemple de collision dans un contexte qui serait celui d'une critique de la règle 4 de Descartes ; l'intérêt porté au cas du carreau paraît bien relever d'une analyse de la science cartésienne. Pardies associe systématiquement le terme « résistance » à l'adjectif « inébranlable » et la « résistance » qu'il a en vu semble être celle énoncée par Descartes, soit une opposition absolue à une mise en mouvement, non nécessairement à l'absence d'une réaction de la matière.

En effet, le raisonnement de Pardies s'engage sur deux pistes qu'il convient de distinguer. D'une part, il refuse l'affirmation cartésienne de résistance absolue en précisant qu'afin qu'un corps « s'attache & adhere en quelque part, il faut qu'il trouve quelque corps solide & inébranlable auquel il puisse s'accrocher, comme le fait l'ancre d'un navire qui s'attache sur le roc »³¹. Comment s'imaginer « qu'un corps puisse s'accrocher dans le vuide pour y demeurer inébranlable, & résister à tout ce qui feroit effort pour le tirer de là » ? Par quel « lien un corps suspendu au milieu de l'air pourroit-il se cramponer là sans branler, & y résister à quiconque viendroit s'efforcer de lui faire changer de place » ?³² Par résistance, il

²⁹ R. Westfall, *op. cit.*, p. 195. *op. cit.*, p. 177.

³⁰ *Ibid.*, pp. 182-183.

³¹ I.-G. Pardies, *La statique ou la science des forces mouvantes*, dans *Oeuvres*, *op. cit.*, p. 263 (1^{ère} édition en 1674).

³² *Ibid.*

faut ici entendre l'incapacité à "mettre en branle" le corps soit le caractère inébranlable du corps au repos que réfute Pardies. D'autre part, pour illustrer sa thèse, il en vient à l'exemple de poids : « nous ne saurions imaginer dans les corps aucune résistance de leur part plus forte & plus efficace que celle que nous expérimentons qu'ils font par leur pesanteur ; cependant je me fais fort de montrer [...] qu'un petit grain de sable, en tombant sur un plat d'une balance, feroit lever l'autre plat, où seroit un autre poids aussi lourd, si vous voulez, que toute la terre, & luy donneroit toute la vitesse qu'il avoit luy-même en descendant »³³. N'imaginer aucune résistance « plus forte & efficace » que le poids n'exclut pas l'idée d'un autre type de résistance différent de la pesanteur ; Pardies souhaite montrer que s'il est possible de mouvoir un grand poids, la pesanteur étant la résistance quotidienne que nous éprouvons, à plus forte raison il le sera de mouvoir un corps dans le vide où la pesanteur n'intervient pas. Est-ce à dire que le corps dans le vide n'offre pas de résistance entendue comme réaction ?

Ces précautions terminologiques prises, on constate qu'effectivement Pardies refuse la résistance absolue de Descartes mais ne lui substitue pas une résistance s'apparentant à une réaction. Bien que l'expérience d'une mise en mouvement d'un corps sans pesanteur, dans un milieu sans résistance, le conduise à l'identité d'actions pour cesser un mouvement ou mettre en mouvement un corps au repos (voir paragraphe 1.1), il note qu'une même force appliquée à des corps de "masses" différentes donnera une même vitesse³⁴. Finalement, la

³³ *Ibid.* Pardies prend l'exemple d'un plan incliné : dans un premier temps, situation d'équilibre, avec verticalement un poids e 10 à 100 fois plus petit que l'autre c sur le plan. Puis, on ajoute un léger supplément à ce poids vertical ; e « l'emportera, & en descendant il fera monter avec une égale vitesse l'autre poids c . Il est donc visible que ce petit corps e peut non seulement mouvoir un corps dix fois & cent fois plus grand que luy, mais encore luy donner toute sa vitesse ; ce qui suffit pour démontrer ce que je prétendois », p. 264.

³⁴ Pardies considère une collision se faisant « comme dans le vuide, sans pesanteur, sans legereté, & sans aucun autre empeschement ». Dans ce cas, « il ne faut pas plus de force à mouvoir un grand corps, qu'à en mouvoir un petit ; & qu'il n'y aura pas plus de peine à mouvoir dix parties, qu'à en mouvoir cinq, puisque ny les cinq, ny les dix ne font aucune résistance. Et certainement puisque une boule en frappant contre une autre boule qui luy est égale, peut la mouvoir, & en la mouvant luy donner toute sa vitesse, comme tout le monde en convient ; si nous voulons à considerer cette seconde boule jointe à une troisième qui n'ajoute aucune nouvelle résistance ; n'est-il pas visible que la même force qui suffisoit pour mouvoir cette seconde boule quand elle estoit seule, suffira aussi pour la mouvoir avec la même vitesse quand elle est jointe à cette troisième qui n'apporte aucune nouvelle difficulté ? Il est bien vray que dans l'estat où nous sommes, nous avons plus de peine à remuer une grosse pierre, qu'à en remuer une petite ; mais il n'y a personne qui ne sçache que cela vient de la résistance que cause la pesanteur de ces pierres. Car si la grande pierre n'estoit pas plus pesante que la plus petite, il n'y a point de doute que nous pourrions la mouvoir avec la mesme facilité ». *La Statique, op. cit.*, p.

nécessité d'une action pour changer un état découle de l'idée d'un maintien du corps dans son état ; l'argumentation ne dépasse pas ce niveau métaphysique de discours en ce sens qu'elle ne donne pas lieu à l'introduction d'une mesure donnant à la proposition un sens physique, un indice physique de persistance ("masse" ou grandeur d'un corps).

Lorsque Pardies étudie la collision dans le plein, quelles que soient les configurations de choc (différence des « grandeurs », mouvement ou immobilité), il précise bien que « la liqueur du corps frappé empêche ce même corps frappé de se mouvoir librement » ; le milieu extérieur se substitue à une propriété intrinsèque de la matière. Pour autant, dans le vide ou dans un milieu n'offrant pas de résistance, à quoi attribuer la perte de vitesse du mobile incident ? Pour des corps égaux, les « percussions » dans le vide ou le plein obéissent aux mêmes règles. Dans ce dernier cas, la résistance du corps à une mise en mouvement trouve une justification par le biais de celle du milieu ; dans le premier, à même résultat, même cause : s'il existe une résistance dans le second cas, il faut bien qu'il en existe une dans le premier. D'où provient-elle ? Il faut probablement concevoir que l'impénétrabilité fournisse suffisamment, aux yeux de Pardies, la cause de l'action.

Pour conclure, on peut remarquer que l'équivalence ontologique entre les deux états ne conduit à la détermination de grandeurs physiques susceptibles d'en rendre compte dans l'explication du choc ; le corps persévère dans chacun des états, mais curieusement la "masse" ne constitue pas une mesure physique de cette persévérance. La résistance à une mise en mouvement d'un corps dans un milieu semble dévolue à celle que lui oppose cet environnement. Concernant le choc dans le vide, la perte de mouvement d'un mobile dans son choc sur un corps immobile s'explique par un tout autre cadre théorique que celui rencontré chez Descartes ; Pardies ne recourt pas à un principe de conservation du mouvement et semble ériger l'impénétrabilité comme propriété essentielle au fondement de l'action. Aussi faut-il remarquer que la mention du caractère mutuel du choc n'implique pas nécessairement de penser ce choc en terme d'égalité entre l'action et la réaction ; mentionner ceci ne signifie pas qu'il faille y voir une analyse se rapprochant de l'axiomatique de la mécanique classique.

262. Excepté la pesanteur, Pardies ne voit donc pas d'autres résistances ; une même force appliquée donnera à différents corps une même vitesse, quelles que soient leur 'masse'. De telles thèses apparaissent aussi chez Leibniz dans sa *Théorie du mouvement abstrait* de 1671 ; nous aurons l'occasion de le mentionner dans la première partie du chapitre suivant concernant l'analyse de la dureté par Malebranche, voir aussi chapitre IV, 2.2.2.

II- C.-F. Milliet Dechales

2.1 Le « ressort » de l'air comme cause de la continuation d'un mouvement

Le père jésuite C.-F. Milliet Dechales fait aussi jouer un rôle essentiel au milieu dans la continuation du mouvement : tout comme dans la mécanique de Pardies, l'héritage aristotélicien semble côtoyer la science nouvelle³⁵. Le livre de Dechales s'ouvre par une série de « propositions physiques » relatives à la nature du mouvement. On peut y lire une réfutation des thèses cartésiennes concernant sa persistance et sa communication, mais aussi de celles recourant aux « qualités impresses »³⁶.

³⁵ Le plein rend compte de la possibilité du rebond d'un « petit » corps venant percuter un plus « grand » au repos ; de même que ce dernier continue son mouvement dans son sens initial lorsqu'il choque un plus « petit » immobile. Dans ces conditions, le milieu permet de comprendre la continuation du mouvement et « Aristote n'est pas si blâmable que quelques-uns prétendent, lorsque pour expliquer les causes de la continuation du mouvement, il a employé le *medium*, c'est-à-dire, la substance liquide dans laquelle les corps se meuvent », voir Pardies *Discours du mouvement local, op. cit.*, p. 177.

³⁶ En considérant le mouvement comme un être « successif » et non « permanent », Dechales estime qu'« il est impossible qu'un mouvement en produise un autre ou que sa première partie soit cause de la seconde ». En effet, « la cause doit exister quand elle agit, ce qui n'est plus n'ayant aucune puissance, & toute action étant fondée sur l'être & non sur le néant » : le mouvement étant successif, sa « première partie » n'existe plus quand la seconde est produite, elle ne peut donc en être la cause. De même, lorsqu'un corps en frappe un autre et s'arrête, il ne peut être la cause de ce second mouvement puisque le premier cesse, « la cause ne s'affaiblissant jamais par son action », Dechales, *Traité du mouvement local, et du ressort. Dans lequel, leur Nature, & leurs Causes, sont curieusement recherchées, & où les Loix qu'ils observent dans l'accélération & les pendules, & encor dans la percussion & la réflexion des corps, sont solidement établies*, Anisson et Posuel, Lyon, 1682, p. 10. La critique des « qualités impresses » repose sur la même argumentation : un corps dur rencontre un autre au repos, les deux vont ensemble à une vitesse moindre que celle du mobile incident ; « or [...] si la qualité impressée du premier en produit une autre dans le second, d'où vient qu'elle s'affaiblit, & perd précisément autant de son mouvement qu'elle en donne, quoy que les autres agents ne s'affaiblissent point par leur action, que le feu ne perde rien de sa force quand il brûle, ny le Soleil quand il éclaire » ; dans le cas d'un carreau, « l'impétuosité » d'un corps cesse quand celle de l'autre commence, elle ne peut donc pas en être le principe « puisque la cause, & l'effet doivent exister en même temps », *ibid.*, p. 25-27. Les deux arguments reposent donc, d'une part, sur l'impossibilité pour l'agent de s'affaiblir et, d'autre part, sur la coexistence de la cause et de l'effet. On ne doit pas non plus parler de « communication » en lieu et place d'une « action » : la « qualité » dans un corps « ne peut passer la même » dans un autre ; même conclusion pour un mouvement « pris pour un mode permanent », le « mode » demeurant « essentiellement attaché à leur propre sujet », *ibid.*,

Si l'air devient essentiel à la continuation du mouvement d'un projectile, Dechales ne reconduit pas pour autant à la lettre la théorie aristotélicienne ; il fait jouer au « ressort » du milieu le rôle de principe explicatif³⁷. Un corps dur « condense les parties antérieures [de l'air], & rarefie celles qui suivent » de telle sorte que « l'air [...] peut faire quelque impression par derrière sur le corps qui l'a mis en ressort »³⁸. En effet, partant du principe que « toute sorte de ressort fait principalement son effort du côté qui luy résiste le moins », le milieu compressé devant le corps se dilate, ses parties « poussent les parties qui sont plus proches » lesquelles finissent par faire « effort » derrière le corps, lieu de moindre résistance puisque « dilaté » ; cette circulation de la matière se fait avec une restitution intégrale de la quantité de mouvement du corps pressant, assurant ainsi la conservation du même mouvement³⁹.

Ce « ressort » de l'air tient lieu de principe ne nécessitant pas d'explication⁴⁰. Dechales refuse de recourir à une matière subtile car celle-ci possédant « la liquidité dans un parfait degré » ne saurait offrir ni impression ni résistance aux corps⁴¹. Puis il élargit son

132. Sur cet argument classique chez les philosophes mécanistes d'impossibilité de transfert du mouvement conçu comme mode d'un corps, voir S. Roux, thèse, *op. cit.*, pp. 134-135.

Concernant la continuation et la communication du mouvement Dechales, critiquant Descartes, refuse de recourir « au Sanctuaire en des matières si faciles, & si communes », Dechales, *op. cit.*, p. 131 ; son explication s'appuiera sur le « ressort » de l'air.

³⁷ L'élasticité de l'air est une propriété suffisamment établie dans la période de rédaction du traité de Dechales (1682), entre autre par les expériences de Boyle et Mariotte ; au XVII^{ème} siècle, l'intérêt accru pour cette propriété serait concomitant à l'invention de la carabine à air, voir M. Boas-Hall, « L'élasticité de l'air avant Mariotte et en Angleterre », dans *Mariotte, savant et philosophe, analyse d'une renommée*, Vrin, Paris, 1986, pp. 55-63. Beeckman et Torricelli utilisaient déjà l'élasticité de l'air pour expliquer le rebond des corps, voir S. Roux, thèse, *op. cit.*, pp. 583-587.

³⁸ *Ibid.*, p. 111.

³⁹ *Ibid.*, pp. 111-112.

⁴⁰ *Ibid.*, p. 46. L'air possède une raréfaction et condensation propres : « la résistance de l'air a estre pressé, s'explique beaucoup mieux si nous établissons ce principe que l'air est déterminé de sa nature à une certaine extension, ensorte qu'il résiste autant qu'il peut, si on le presse davantage ».

⁴¹ *Ibid.*, pp. 44-45. Dechales critique l'analyse de l'élasticité présente dans les *Principes* reposant sur « l'effort » qu'exerce la matière subtile afin de restituer aux pores des parties concaves et convexes d'un corps la même surface ; pour cette explication cartésienne, voir dans cette partie chapitre III, 1.4.2. Dechales remarque qu'on suppose, d'une part, que la matière subtile circule dans un même sens, comme si aucune de ses parties

propos à tous les corps, précisant « qu'il est tres probable, que la plupart des corps, [ont] des figures qui leur sont propres, qu'ils ont la force de les reprendre, & de produire du mouvement pour cela, quand quelque force estrangère la leur fait perdre »⁴². La « vertu [des corps] de reprendre leur figure » tout comme la « raréfaction propre » de l'air demeurent deux « principes » n'appelant pas davantage d'explication de la part de Dechales.

Les règles de collision s'établissent alors dans le plein, l'air jouant un rôle dans la communication du mouvement. En effet, lorsque le corps A rencontre B au repos, tous les deux sans « ressort », ce premier « par son mouvement a mis l'air en ressort, & à la rencontre du corps B, ce ressort doit pousser non seulement le corps A, mais encor le corps B ». Puisque le « ressort » ne peut produire une plus grande quantité de mouvement que celle ayant servi à la comprimer, « il doit produire dans l'agrégé des deux corps une égale quantité à celle qu'il produisoit dans le seul corps A » conduisant à un mouvement avec vitesse commune⁴³. Les autres configurations de chocs se ramènent à celle-ci par la méthode du bateau de C. Huygens⁴⁴, méthode que Dechales a pu rencontrer dans ses lectures de Wallis et Mariotte (voir *infra*). A la différence de Descartes, le milieu ne sert pas à justifier l'écart entre des règles abstraites et le choc réel : le « ressort » de l'air assure la continuation et la conservation du mouvement ; un mouvement inertial ne saurait se définir sans le milieu extérieur et, finalement, Dechales poursuit, en l'adaptant par ce recours au « ressort » du milieu, les grandes lignes de la conception aristotélicienne.

2.2 Règles de collisions

Dechales tire sa conception de l'action du principe statique cartésien qui lui fournit le moyen de quantifier « la force de la percussion ». Ainsi, « si on a esté obligé d'employer la force d'un poids d'une livre qui descend de deux pieds, il [le ressort] n'aura pas plus de force qu'il en faut pour porter le poids d'une livre à la hauteur de deux pieds » ; la

« ne rencontroit jamais l'autre, & ne pouvoit contrarier, & mesme détruire son mouvement » puis, d'autre part, qu'elle « peut faire effort contre un corps, elle qui a une tres parfaite liquidité par laquelle elle se doit ajuster parfaitement, & sans aucune resistance, à la figure des corps qu'elle rencontre », *ibid.*, pp. 68-69.

⁴² *Ibid.*, p. 63.

⁴³ *Ibid.*, proposition 16 p. 130.

⁴⁴ Ainsi des propositions 17 (choc symétrique de corps égaux sans « ressort ») à 22 (corps égaux sans ressort animés de vitesse de même sens), voir pp. 134-154.

« force du ressort » égalera alors celle employée pour le comprimer et s'identifie à « la quantité de mouvement » produite par le « ressort »⁴⁵. Pour quantifier cette dernière grandeur, Dechales utilise indifféremment l'espace parcouru ou la vitesse du corps⁴⁶. La « force du ressort » servira à évaluer « force de la percussion » dans les collisions élastiques, mais la teneur dynamique relevée ci-dessus ne permettra pas de dégager une élaboration claire de l'égalité action-réaction.

Le traitement des collisions inélastiques (corps « inflexibles » ou « mols ») repose sur deux méthodes : la conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement ou la méthode du bateau⁴⁷.

⁴⁵ *Ibid.*, p. 74. Voir aussi p. 76 : « la quantité de mouvement qu'on employe à mettre un corps en ressort, est la mesure de la puissance qui le produit, & le mouvement que le ressort produit est aussi la mesure de sa force ». Descartes notait que « la mesme force qui peut lever un poids, par exemple de cent liures a la hauteur de deux pieds, en peut aussy lever un de 200 liures, a la hauteur d'un pied » ; pour le principe de statique de Descartes, voir *infra* chapitre I, 2.1.

⁴⁶ « Je suppose qu'on connoit la quantité de mouvement d'un corps, en le multipliant ou par l'espace qu'il parcourt, ou par sa vitesse » ; la grandeur caractéristique du « corps » est le poids, *ibid.*, p. 76. Cette substitution de l'espace par la vitesse se pratique couramment dans la science des machines simples, et nous renvoyons à la troisième partie de cette thèse. Il faut noter ici que l'accélération provoqué par le ressort n'entre pas en ligne de compte dans l'évaluation de la force et l'auteur fait, tout comme pour les machines, comme si les mouvements étaient uniformes.

⁴⁷ Cette méthode repose sur un choc référence impliquant la collision d'un mobile et d'un corps au repos, à l'issue de laquelle on obtient un mouvement commun. Par exemple, pour un observateur sur la berge, un choc sur le navire de corps durs de même quantité de mouvement, le navire se déplaçant à la vitesse d'un corps, deviendra ce choc référence. Par ce dernier, les deux corps vont ensemble à la vitesse du navire assurant ainsi que dans ce référentiel ils demeurent immobiles. La fin du raisonnement assure l'universalité de la proposition en précisant que « les percussions sont les mesmes hors du Navire » et que les « corps demeureront immobiles après le choc », *ibid.*, p. 140-141.

Dechales utilise encore une autre méthode qui s'appuie sur le mouvement de l'air ; deux mobiles mettent des parties d'air en « ressorts » avec une quantité de mouvement égales aux leurs : ces quantités s'additionnent pour des mouvements de mêmes sens ou se détruisent en partie pour des sens opposés. Si du point de vue du calcul ceci revient à appliquer la conservation d'une quantité de mouvement, sur le fond, ce raisonnement offre à Dechales une justification de la continuation et la communication du mouvement.

2.2.1 Chocs inélastiques

Pour cette première méthode, les mobiles animés d'un mouvement en sens contraire perdent une même quantité de mouvement, le surplus se distribuant à « l'agrégé ». De « destruction », il n'est plus question lorsqu'un corps en rattrape un autre ; dans ce cas de figure, la conservation du mouvement permet de déterminer la vitesse finale. Seuls des mouvements contraires font intervenir un raisonnement reposant explicitement sur une « action »/« destruction » ; les mouvements opposés permettent de comprendre l'opposition de forces, c'est comme si le cas d'une balance équilibrée où les poids chargés sur les deux plateaux produisent des efforts égaux en sens opposés servait de modèle.

En effet, la destruction de mouvements revient à une application de la loi du levier. Cette destruction permet de régler la préséance des forces (entendues comme quantités de mouvement) ; ici, un des mobiles « découpe » dans l'autre une force égale et cela revient à utiliser le choc symétrique comme référence : pour un tel choc, « les percussions » sont identiques, « il n'y aura point de raison que l'une emporte l'autre », ou encore les corps réalisent un « équilibre »⁴⁸. On doit entendre ici par « percussion » ou « choc », la quantité de mouvement également perdue de part et d'autre ; c'est-à-dire ces « actions »/ « force du ressort » dont étaient susceptibles ces quantités de mouvement, « actions » dont la définition reposait sur le principe statique cartésien. Cette analogie avec la science des machines se retrouvera chez Wallis, Mariotte, ou Parent ; la liste ne se veut pas exhaustive. Dans son esprit, cette méthode revient à celle utilisée par D'Alembert dans ses études de chocs inélastiques⁴⁹.

⁴⁸ Lors du choc symétrique, Dechaies précise qu'« il y aura Equilibre, & aucuns des mouvemens n'emportera l'autre », ou encore que les « momens » sont égaux, *ibid.*, p. 139 ; cet équilibre s'obtient aussi bien pour des poids et vitesses égales que pour des vitesses en proportion inverse des poids, voir pp. 139-140. Sur la question de la tradition de la science des machines et son influence dans l'élaboration des règles du choc, voir Partie II.

⁴⁹ Nous développerons dans ce chapitre les méthodes de Wallis et Mariotte. Le chapitre suivant s'attardera sur celles de Malebranche. Pour Parent et D'Alembert, nous renvoyons à la seconde partie, chapitre I. Nous émettrons l'hypothèse que la genèse du principe de D'Alembert peut s'interpréter à partir de cette tradition de l'étude du choc fondé sur un modèle de destruction/équilibre de quantités égales ainsi que sur une tradition reposant sur la statique de Varignon.

La quantification de cette « force de la percussion » survenant lors d'un choc ne s'identifie cependant pas au changement de mouvement affectant identiquement chaque corps. Pour Dechales, on aura égalité des « percussions » lorsque deux corps rencontrent un mur inflexible avec des « forces » ou « moments » ou « quantités de mouvement » égales. Les « chocs » de corps élastiques sur d'autres au repos et inamovibles sont proportionnels aux vitesses incidentes pour des « poids » identiques ; pour des vitesses égales, aux poids des corps ; enfin, au composé de ces deux grandeurs. En corollaire, Dechales pose que « si les pesanteurs des corps qui choquent un corps immobile sont reciproques à leurs vitesses les chocs seront égaux »⁵⁰. Ces propositions sont adaptables aux corps durs, et conduisent Dechales au traitement de la collision de corps de même quantité de mouvement pour lesquels « les percussions sont égales » où « il n'y a point de raison que l'une emporte l'autre »⁵¹. On ne trouve donc pas *une* « percussion » mais *deux* comparées l'une à l'autre.

En fait, ce que compare Dechales correspond aux mouvements initiaux pour lesquels le « choc » produit sur un pan de mur immobile un repos (corps inélastiques) ou un rebond. « La force de la percussion » est la somme des mouvements « équilibrés », soit le double du mouvement perdu par le corps dit le plus « faible » ; c'est un agrégé de quantités de mouvement incidentes en partie ou totalement détruites. Les corps ont des forces/mouvements inégaux mais lors du choc, le plus faible détruit dans l'autre une force à sa portée. Si, effectivement, le processus/changement de mouvement figure dans l'analyse du jésuite, ce n'est pas pour autant qu'il formule une loi d'égalité de l'action et de la réaction. De fait, on reste dans ce schéma d'une inégalité de forces où l'équilibre semble plus au fondement de l'analyse que la loi sus-mentionnée ; par ailleurs, le sens du mouvement reste important car il permet de définir une opposition et une destruction d'une quantité⁵².

2.2.2 Chocs élastiques

Des corps inélastiques de même « poids » animés de vitesses contraires et égales « détruiront » leurs mouvements. Mais dotés de « ressorts », « la force de leur ressort

⁵⁰ *Ibid.*, voir pp. 98 à 101.

⁵¹ *Ibid.*, p. 139.

⁵² Cette analyse du choc à partir d'une inégalité de « forces » et cette importance de mouvements de sens opposés correspondent à ce que A. Gabbey nomme « the functional conception of force as a dynamical contestant », voir « *Force and Inertia* », *op. cit.*, pp. 18-19.

sera égale a celle qu'on a employée à les fléchir, c'est à dire à l'agregé de l'un & de l'autre »⁵³. Autrement dit, cette « force » égale la somme (« agregé ») des mouvements incidents ; qu'un seul corps soit élastique, l'autre « dur & inflexible », « le ressort qui se produiroit dans ce mobile auroit autant de force que les deux, tout l'effort du choc ayant été employé à le produire » et les deux corps se réfléchiront avec leurs vitesses initiales⁵⁴. Dans ces deux cas, Dechales précise que les « résistances » des corps sont identiques.

Le choc élastique repose sur ce principe (faux) que les vitesses de restitutions ne suivent pas la proportion inverse des « poids »⁵⁵, que Dechales justifie par le fait qu'un « ressort » agit « d'autant plus d'un côté qu'on luy résistoit de l'autre : autrement quand un corps est porté contre un autre inébranlable, il faudroit que la moitié de la force du ressort fut employée inutilement contre ce corps, & ainsy il n'en resteroit plus que la moitié pour repousser celui qui choque, lequel reprend sa vitesse toute entiere »⁵⁶ ; cette égalité des quantités de mouvement affectant chaque corps lors d'une restitution impliquerait la destruction de celle affectant le corps immobile et le corps rejaillissant perdrait alors une partie de sa vitesse initiale, ce que contredit l'expérience. Un ressort placé entre deux poids A et B « employe une plus grande partie de son action vers B à mesure que la resistance est plus grande vers A » ; « il agit plus du côté qui luy resiste moins »⁵⁷. Aussi Dechales ne s'exprime-t-il pas en terme de vitesses de restitution, mais de mouvements : ce ressort « partage son action reciproquement selon la raison des résistances » et « il y aura même raison du mouvement qu'il produit en A, à celui qu'il produit en B, que de la resistance que fait le corps B, à celle de A, c'est à dire que de B, à A »⁵⁸. Pour les collisions précédentes impliquant des « poids » identiques, on retombe sur la proportion inverse entre les « poids » et les vitesses de rejaillissement⁵⁹ ; par contre, toutes celles qu'énonce le jésuite pour des corps de « poids » différents sont fausses.

⁵³ *Ibid.*, p. 398.

⁵⁴ *Ibid.*, p. 399.

⁵⁵ Nous reviendrons sur cette proportion avec Wallis et Mariotte. Notons simplement pour l'instant que lors de collisions élastiques, les vitesses de rejaillissements consécutives à la compression doivent suivre cette proportion.

⁵⁶ *Ibid.*, p. 438.

⁵⁷ *Ibid.*, pp. 89 et 82.

⁵⁸ *Ibid.*, p. 415.

⁵⁹ Ainsi, on aurait (résistance A)/(résistance B) = BV_B/AV_A ; l'identité des résistances donne les poids A, B, en proportion inverse des vitesses.

En effet, à partir de la proportion établie, Dechales, dans le cas d'un choc impliquant des vitesses en proportion inverse des poids, remarque que « la quantité de mouvement sera la même après le choc, que devant », mais que « les vitesses seront en raison doublée des premières »⁶⁰. Autrement dit, les corps ne garderont pas leurs vitesses initiales. Or, Dechales réduit toutes les collisions, par la méthode du bateau, à un tel choc symétrique ; il s'ensuit des valeurs erronées des mouvements finaux. Ceux-ci se déterminent « par la force du ressort, laquelle se doit mesurer par l'effort du choc, ou de la percussion »⁶¹ en prenant « pour règle de toutes les percussions, le cas : auquel les deux corps sont portez l'un contre l'autre par des vitesses reciproques », une telle configuration de choc s'obtenant à l'aide d'un navire en mouvement.

Par exemple, lors d'un choc impliquant A et B de « poids » 3, 1 et de vitesses 4, 4, Dechales embarque ces corps sur un bateau allant de B vers A, animé d'une vitesse 2 de telle sorte que les quantités de mouvement pour un observateur situé sur la berge soient identiques. Les vitesses de rebond « sont en raison doublée des mobiles : car le mouvement absolu de B, sera triple de celui de A [puisque $A=3.B$] : & l'agregé total du mouvement sera 12 : donc le mobile B en aura 9, & le mobile A, en aura 3 ». Les corps B et A possèdent des vitesses 9 et 1 auxquelles il faut ajouter celle du navire pour qu'un observateur situé dans ce référentiel trouve les vitesses 11 et 1⁶². Cet « agregé du mouvement » reçoit aussi l'appellation de « force de la percussion » ou « percussion ». Un tel exemple montre alors que « la proposition universelle [de conservation de la vitesse respective] ne peut subsister »⁶³.

Comme dans le cas du choc inélastique, on retrouve cette nécessité de se ramener à une situation « d'équilibre » ; on retrouve aussi une étude qui ne met pas en pleine lumière une égalité entre l'action-réaction, mais qui recourt à une « force de la percussion » qu'on ne peut pas assimiler à une action.

⁶⁰ *Ibid.*, p. 413. Pour deux corps A et B de vitesses initiales v et v' et de vitesses de restitution u et u' , on aura $Au/Bu' = B/A$ soit $u/u' = (B/A)^2$. D'après l'hypothèse, $B/A = v/v'$ et ainsi $u/u' = (v/v')^2$.

⁶¹ *Ibid.*, p. 423.

⁶² *Ibid.*, p. 427.

⁶³ *Ibid.*, p. 439.

2.2.3 L'opposition à une mise en mouvement

La vitesse respective reste cependant essentielle à l'étude de collisions élastiques ; sa constance implique celle de la force de la percussion et justifie ainsi la méthode du bateau. Elle implique aussi la reconnaissance d'une « résistance » qu'un corps au repos est capable d'opposer. En effet, embarqués sur un navire, le choc d'un « petit » corps sur un plus « grand » immobile peut être perçu pour un observateur sur la berge comme la collision du « petit » par le « grand » ; « ainsi ce n'est pas seulement la quantité de mouvement du corps qui se meut, qui fait la percussion plus grande, ou plus petite, mais encor il faut avoir égard à la resistance qu'on luy fait » soit, ici, « examiner qu'elle resistance fait un corps qui est en repos »⁶⁴. Pour ce faire, il faut à nouveau s'embarquer pour comprendre l'opposition à une mise en mouvement d'un corps ; que A de vitesse 12, de poids 1 vienne percuter un autre au repos de poids 2, « puisqu'après le choc, il ne reste dans A, que le mouvement de 4, le corps B, qui fait perdre le reste, a le même effet que s'il luy resistoit, & ainsi faisant resistance pour 8. la percussion sera comme de 16. ainsi le ressort aura la même force »⁶⁵. Dans un premier temps, « sans avoir égard au ressort », le mouvement de A passera de 12 à 4⁶⁶ ; cette même perte s'obtiendra lors d'une collision symétrique observée par quelqu'un sur la berge, le navire allant de B vers A à la vitesse 4.

On voit bien l'artifice utilisé ci-dessus ; Dechales mentionne la « résistance », ici celle d'un corps au repos mais, finalement, se ramène au cas bien rassurant du choc symétrique, celui qui implique opposition de mouvements/forces égaux soit de « résistances » égales. Dechales ne développe pas davantage la notion de résistance à une mise en mouvement. L'unique mention qu'il en fait tient en une proposition : « le corps que l'on met en ressort, doit resister à son mouvement total ». Il précise qu' « on ne peut faire violence, ou fléchir un corps capable de ressort, & le mettre dans cet estat de contrainte, qu'il ne fasse quelque resistance à son mouvement total, ensorte qu'il y aye plus de difficulté de luy faire entierement changer de place, que de le fléchir »⁶⁷. La compression ne peut exister que si le

⁶⁴ *Ibid.*, p. 424.

⁶⁵ *Ibid.*, p. 441.

⁶⁶ En considérant les corps durs, la vitesse commune de A et B sera de 4 (la quantité de mouvement initiale de A divisée par la somme des masses).

⁶⁷ *Ibid.*, p. 79.

corps résiste au préalable à la mise en mouvement ; qu'entendre précisément par ce terme de résistance ?

Dechales raisonne par induction à partir d'exemples concernant pour l'essentiel une résistance absolue : en tirant la corde d'un arc, on ne le fléchit pas sans l'arrêter en son milieu autrement la force appliquée ne ferait que le mouvoir en totalité ; la mise en vibration d'une corde de « Luth ou d'Épinette » suppose sa fixation en chacune de ses extrémités. Puis, l'argumentation tend à se défaire du schéma de pensée confortable où la résistance s'explique naturellement par les parties inamovibles reliées à un corps à ressort : « or quoy que cette résistance ne paroisse si clairement dans quelques ressorts ; parce qu'elle n'est pas entière, & totale, elle ne laisse pas de s'y rencontrer »⁶⁸. Par analogie, les machines simples rendent compte de l'existence de telles oppositions, sans pour autant les justifier : « il en arrive presque de mesme en cette matiere, que dans le levier, dans lequel on suppose toûjours que le soûtien est immobile, quoy que souvent il cede un peu, & se meuve : ainsi nous avons remarqué, que dans l'action de ramer, l'eau qui est frappée par le bout de la rame, & qui sert de soûtien, ou hypomoclion autant qu'elle resiste, ne laisse pas de ceder ». Ainsi, « quoy que souvent le corps à ressort change de place, vous ne le courberez jamais, qu'autant qu'il resiste à ce premier mouvement »⁶⁹.

Dechales attribue donc du « ressort » aux corps (c'est un « principe ») en même temps qu'il semble leurs conférer une résistance. Il ne justifie cependant pas ces propriétés. L'air et la matière subtile, ne rendent pas compte de la compression ou dilatation de la matière par une circulation car le « ressort » ne fait pas appel « au mouvement & à l'agitation »⁷⁰. Le rôle de l'air dans la résistance que peut offrir un corps à une mise en mouvement pose question. Dechales fait jouer à son « ressort » le rôle du moteur susceptible d'expliquer une continuation de mouvement ; celle-ci n'est donc pas une propriété intrinsèque au corps lui-même. D'autre part, le corps « condense » l'air devant lui, dont les parties, de proche en proche, assurent une circulation poussant le corps par derrière ; pour subir une telle compression, il faut bien que ce milieu résiste. Comme nous l'avons noté, Dechales refuse de recourir à une matière subtile car celle-ci possédant « la liquidité dans un parfait degré » ne

⁶⁸ *Ibid.*, p. 80.

⁶⁹ *Ibid.*, pp. 81-82.

⁷⁰ *Ibid.*, p. 66.

saurait offrir ni impression ni résistance aux corps ; c'est pour cette raison qu'il préfère utiliser l'air plutôt que le fluide cartésien⁷¹.

Dechaies n'en dit cependant pas davantage et on semble s'acheminer vers une reconduction d'une thèse aristotélicienne qui conférerait au milieu une double fonction motrice et résistante, en même temps qu'il reconnaît « un principe » aux corps, à savoir le « ressort ». Cette mécanique n'est pas sans offrir quelques analogies avec celle de Malebranche : une physique basée sur une élasticité universelle avec une conception de l'inertie déficiente.

III-La comptabilité double de la « force de la percussion »

Comme noté, la « force de la percussion » chez Pardies et Dechaies, n'est pas une action entendue dans son sens newtonien, mais quantitativement le double.

Pourquoi compter doublement « la force de la percussion » ? Pour quelle(s) raison(s) n'aboutit-on pas directement à la reconnaissance d'une égalité de forces identifiable à celle de l'action-réaction ?

La science des machines simples semble guider l'analyse des collisions ; a-t-elle à voir avec cette comptabilité double ? On ne conçoit vraiment une action/résistance qu'à partir de mouvements contraires, là où des mouvements se détruisent. Le passage de la statique aux collisions conduit à qualifier d'équilibre un choc symétrique ; pour ce dernier, tout comme sur une balance équilibrée, les poids exercent des efforts égaux et contraires conduisant à une destruction de mouvement. Le point d'appui d'une balance soutient la somme de deux poids ; le centre de gravité d'un système de deux mobiles peut « soutenir » le choc de deux quantités de mouvement égales. Mariotte semble mener une telle analogie, partant de deux corps reliés par une tige, le centre de gravité du système tombant sur une ligne horizontale inflexible, il remplace les deux poids par un unique dont le « centre de pesanteur » heurte cette même ligne ; dans les deux cas, le choc conduit à un équilibre⁷². Par degrés, le raisonnement, s'appuyant sur le modèle d'une balance équilibrée, passe au choc s'effectuant au niveau du centre de gravité du système de deux poids pour aboutir au cas d'un seul corps,

⁷¹ Voir *supra* 2.1.

⁷² Voir partie II chapitre I.

agglomérat de ces deux poids. La science des machines convierait ainsi au passage des efforts verticaux des poids sur un point d'appui aux efforts horizontaux du choc sur un centre de gravité, assurant alors une comptabilité double pour « la force de percussion », somme des deux efforts sur la balance.

Pour autant, d'après un tel raisonnement, cette notion de « force de percussion » ne concernerait que les seuls mouvements en sens contraires ; pourtant Dechales comme Pardies signalent bien la constance d'une telle force pour une identité de vitesse respective, quels que soient les sens des mouvements. Si on veut bien admettre l'importance du modèle du levier pour des mouvements contraires, comment rendre compte de la « force de la percussion » pour des mouvements de même sens ? Il est possible de transformer de tels mouvements en mouvements contraires par la méthode du bateau et ainsi de retrouver la possibilité d'appliquer la loi du levier ; on trouve ceci chez Dechâles (voir 2.2.3) et c'est en substance l'analyse proposée par Wallis.

3.1 La force de la percussion chez Wallis

Dans sa *Mechnica*, Wallis compte aussi doublement ce qu'il nomme « grandeur du choc » (« ictus magnitudo »). Dans un premier temps, cette grandeur semble tenir plus d'un raisonnement logique que d'une pensée physique. Ainsi, lors d'un choc de deux corps « parfaitement durs », le « grave » possédant le plus fort « moment » (quantifié par le produit poids-vitesse) en perd une partie qu'il cède à l'autre : « l'effet » du choc sera ces moments gagnés et perdus dont la somme quantifiera « la grandeur du choc »⁷³. L'effet implique nécessairement une cause (c'est ainsi que se justifie le principe d'inertie⁷⁴), lesquels

⁷³ J. Wallis, *Mechanicorum, sive Tractatus de Motu*, pars tertia, 1671, dans *Opera Mathematica*, vol.1, Oxford, 1695, rééd. Georg Olms Verlag, Hildelsheim/New York, 1972, chapitre XI, proposition V, p. 1006 : « Ictus magnitudo aequipollet duplo momenti ablati in directe impngentium (si quod fit) fortiori ».

⁷⁴ *Ibid.*, voir chapitre I, proposition XI, pp. 585-586. Wallis énonce que si le moment l'emporte sur l'empêchement/« impedimento », le mouvement augmente ou commence s'il n'existait pas. En cas « d'équivalence », rien ne se produit ni ne se détruit et repos ou mouvement perdurent/ « Adeoque quae prius erat val Quies vel Motus, perseverat ». Dans le scolie, Wallis ajoute : « Postremam hujus Propositionis partens ; Nempe, Inceptum Motum, (nisi obstaculum ponatur) suapte sponte (sine continuo motore,) non minus quam jam existentem Quietem (nisi accedat Motor) perseverare ; Galileus, Cartesius, Gassendus, aliique, videntur Postulare ; atque hinc non levis momenti multa inferunt : Qui autem Demonstrat, non menimi me vidisse

sont reliés par une relation de proportionnalité⁷⁵. A la fois issue d'une justification du principe d'inertie à partir du principe de causalité et d'une proportionnalité cause-effet, la « grandeur du choc » s'évalue par ce double changement de mouvement ; cela ne résout cependant pas l'énigme de cette sommation de deux variations dans le décompte de l'effet.

Chez Wallis, l'introduction de cette « grandeur » s'associe à la conservation du mouvement : elle fait suite à un exemple de collision de corps durs impliquant un corps au repos. La vitesse commune permet de calculer les mouvements perdus et acquis, dont la somme définit la grandeur du choc. Il est remarquable que cet « grandeur » intervienne dans une configuration de choc présente dans les *Principes* (R4), et qu'elle découle de l'application de la conservation cartésienne. En amont de la conceptualisation de l'action ou d'une résistance (ici le corps au repos) figurerait, comme chez Descartes, une loi de conservation.

3.1.1 Le choc élastique

L'exposé du choc inélastique de Wallis alterne conservation de mouvement, donnant lieu à la définition de la « grandeur du choc »⁷⁶, et recours à la règle du levier. Ainsi,

quempiam ». Relevons l'expression « suapte sponte » présente dans les *Principes* de Descartes. Pour les origines statiques et la quantification du « moment » et de l'« empêchement », voir *supra* partie II.

⁷⁵ *Ibid.*, chapitre I, proposition VII, p. 587: « effectus sunt, causis suis adaequatis, proportionales ».

⁷⁶ Les propositions relatives aux collisions inélastiques donnent le mouvement final pour un choc impliquant un corps au repos, les mouvements selon un même sens et dans des sens opposés ; toutes reposent sur la conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement, et dans toutes Wallis calcule la perte de mouvement affectant le mobile le « plus fort », préfigurant ainsi l'introduction de la « grandeur du choc », double de cette quantité cédée. Cette grandeur apparaît dans la proposition V, à la suite des collisions inélastiques. L'étude de choc élastique reposera sur deux méthodes (voir *infra*), dont la méthode du bateau.

Suite aux remarques de Huygens dans le document « Extrait d'une lettre de M. Hugen à l'auteur du Journal », imprimé dans le *Journal des Savans* de 1669, stipulant qu'il donna dès 1661 des résolutions de collisions élastique, C Vilain note qu'« il est donc intéressant de constater que l'on effectue des expériences sur les chocs en Angleterre à cette date, et que seul Huygens possède une méthode personnelle de traitement des chocs par relativité galiléenne. Il est cependant probable que cette méthode ne semble pas convaincante à l'époque et personne n'imitera Huygens avant Mariotte en 1673. On préfère comparer les quantités de mouvement des corps, comme force du corps en mouvement au sens intuitif, non conceptualisé de ce terme. Voilà sans doute pourquoi Huygens hésite à divulguer sa méthode relativiste qui empêche de donner un sens à la quantité de mouvement individuelle du corps. C'est là son originalité profonde et la raison de son isolement en dépit de la reconnaissance de la validité de ses résultats », C. Vilain, *La mécanique de Christian Huygens. La*

les définitions des « moments » et « empêchements » semblent tenir du modèle des machines simples et le résultat du choc se règle en fonction de la prévalence des forces, comme sur une balance⁷⁷.

Dans les collisions élastiques, cette « grandeur » s'identifie à la « la force de compression » et à « la force élastique de restitution ». Lorsqu'un corps de quantité de mouvement $mrPC$ vient heurter un mur inamovible, l'un et/ou l'autre possédant un « ressort », la force transmise au ressort égale la « force élastique », à savoir celle qui supporte la totalité du choc : cette compression dure jusqu'à ce que le ressort égale la « force de compression ». Or, le ressort subit une déformation due à la fois à la quantité de mouvement $mrPC$ mais aussi à la résistance du mur. Cette dernière vaut justement la quantité $mrPC$; si le corps et le mur étaient indéformables, la résistance égalerait le mouvement incident et la « grandeur du choc » vaudrait alors deux fois ce mouvement⁷⁸. La « force de compression » s'identifie alors à « la grandeur du choc ». Ensuite, le ressort se détend en restituant une égale quantité de mouvement dans les deux corps, faisant rejallir le mobile avec sa vitesse incidente⁷⁹.

Les autres types de collisions (sans corps inamovible) reposent sur deux méthodes : 1/ la moitié de « la force élastique »/« grandeur du choc » agit sur chaque corps leur conférant une vitesse qu'il faudra ajouter/soustraire à la vitesse commune les animant lorsqu'on les suppose sans ressort ; 2/la réduction d'un choc à un cas connu par la méthode du bateau⁸⁰. Ainsi, dans la proposition 8, A de poids mP et de vitesse rC heurte B de poids nP au

relativité du mouvement au XVII^e siècle, Albert Blanchard, Paris, 1996, pp. 102-103. Notons que si Wallis recourt bien à cette comparaison de mouvements, il utilise aussi la technique de Huygens ; elles ne s'excluent pas à partir du moment où on reconnaît l'invariance de la « grandeur du choc » dans les référentiels galiléens : via un changement de référentiel, on passe simplement d'une inégalité de forces/mouvements à une égalité. Les « hésitations » que rapporte C. Vilain concernent les différentes rédactions des règles que donne Huygens, les faisant, dès 1656, reposer sur la méthode du bateau, envoyant ensuite à la Royal Society un texte basé sur la méthode des « deux compagnons » et, enfin, exposant au *Journal des Sçavans* des résultats sans préciser la méthode utilisée, voir C Vilain, *ibid.*, pp. 101-108.

⁷⁷ Voir partie II.

⁷⁸ J. Wallis, *op. cit.*, chapitre XI, proposition VI, pp. 1006-1007.

⁷⁹ Pour cette collision élastique, voir J. Wallis, *op. cit.*, chapitre XIII, proposition I, pp. 1018 à 1021.

⁸⁰ Wallis donne généralement deux démonstrations, une reposant sur « la grandeur du choc », l'autre sur la méthode du bateau. Pour cette dernière, le choc de référence peut être la collision symétrique : les propositions 6 (corps « égaux », un rattrapant l'autre) et 7 (corps « égaux » allant l'un contre l'autre) se ramènent à la

repos. Sans « ressort », les corps auraient une vitesse commune $\frac{m}{m+n}rC$ entraînant une perte de mouvement pour « le plus fort » de $\frac{m.n}{m+n}rPC$ dont le double donne « la force élastique de restitution ». La moitié de cette quantité confère à A et B des vitesses de rejaillissement $-\frac{n}{m+n}rC$ et $+\frac{m}{m+n}rC$ qu'il faudra ajouter à la vitesse commune. L'autre méthode consiste à partager la vitesse respective (rC) en « proportion réciproque des poids » afin de déterminer la vitesse du centre de gravité du système. Au poids mP correspondra la quantité $\frac{n}{m+n}rC$ et à B, $\frac{m}{m+n}rC$. En supposant les corps sur un référentiel animé de la vitesse $-\frac{m}{m+n}rC$ (vitesse égale et de sens contraire au centre de gravité), un observateur extérieur verra A avec $rC - \frac{m}{m+n}rC = \frac{n}{m+n}rC$ et B avec $0 - \frac{m}{m+n}rC$, autrement dit, on obtient la configuration d'un choc symétrique (pour l'observateur) ou les vitesses incidentes et de restitution (de signes opposés à ces dernières) sont en « proportion réciproque des poids »⁸¹ ; la suite est affaire de compositions de vitesses.

3.1.2 Remarques sur ce choc

Le traitement des collisions élastiques appelle plusieurs remarques :

-L'exposé de Wallis ne s'attarde pas sur la notion d'inertie ; excepté la référence à Descartes et Galilée concernant l'énoncé du principe (voir *supra*), une occurrence mentionne de manière laconique le concept : dans une collision impliquant un corps au repos mais non inamovible, Wallis écrit que tant que la compression du ressort est plus facile que la mise en mouvement des graves, le fléchissement se poursuit⁸² ; on trouvait un tel raisonnement chez Dechales (voir 2.2.3, « quoy que souvent le corps a ressort change de place, vous ne le courberez jamais, qu'autant qu'il resiste à ce premier mouvement ») à ceci

proposition 5 (corps « égaux », un des deux au repos) elle-même démontrée à partir du choc symétrique, voir J. Wallis, *op. cit.*, chapitre XIII, pp. 1025 à 1028. Pour des corps « inégaux », Wallis se ramène à la proposition 8 où un des deux corps est immobile, et dont la démonstration repose sur le calcul de la « grandeur du choc » (voir cette démonstration ci-dessous à titre d'illustration dans le corps du texte).

⁸¹ Pour ces démonstrations, voir J. Wallis, *op. cit.*, voir chapitre XIII, proposition 8, pp. 1028-1029.

⁸² *Ibid.*, proposition V p. 1025: « Nam quamdiu Elasteris flexio facilius fiat quam utriusque Gravis processus, Elater porro flectitur ; & qua Vi flectitur, eadem propter Vim Elasticam se restituit ».

près que le jésuite faisait intervenir le milieu pour justifier la résistance ; Wallis ne fait aucune référence au milieu extérieur.

-Le « ressort » est conçu comme une globalité, comme si les corps mettaient en commun leurs « ressorts » pour n'en faire qu'un, ou comme si deux mobiles durs heurtaient un ressort placé entre eux à chacune de ses extrémités. La « force du ressort » s'identifie alors à la « grandeur du choc », somme de quantités de mouvement perdues par les corps et que le ressort soutient ; la restitution du mouvement s'opère par un partage égal pour chaque corps de cette « grandeur ».

-Comment justifier un tel partage ? Qu'on s'embarque sur le navire ou prenne en compte les compressions jusqu'à l'annulation de la vitesse respective et un mouvement commun de corps durs, les méthodes paraissent dans le fond semblables, la différence n'étant que de commodité. En effet, la « force du ressort » n'est pas « équivalente à la quantité de mouvement que l'un ou l'autre des deux corps acquereroit ou perdrait, si les corps estoient parfaitement durs & sans ressort », mais à la quantité de mouvement que l'un *et* l'autre acquièrent ou perdent. Or, un cas exemplaire offre une restitution de mêmes quantités de mouvement pour chaque corps, le choc symétrique. Par le « bateau », Wallis ramène toute collision à ce choc de référence ; la vitesse de l'agglomérat des corps durs est aussi celle du centre de gravité du système et comme la proposition 8 ci-dessus examinée y invite, on peut à nouveau embarquer les corps sur un référentiel animé de cette vitesse mais en sens opposé de telle sorte qu'un observateur ne participant pas à un tel mouvement visualise ce choc symétrique. Dans les deux cas, on en revient à un modèle de compression d'un ressort par deux corps de part et d'autre du centre de gravité immobile, autrement dit, à la règle du levier. Nous retrouverions alors cette hypothèse d'un centre de gravité qui 'soutenant' deux chocs comme le point d'appui d'une balance soutient les efforts de deux poids.

-La collision de deux corps de même quantité de mouvement peut se comprendre comme celles simultanées de ces deux mobiles sur un même obstacle inamovible (voir Pardies section 1.3, Mariotte début de la partie II). Si des éléments dynamiques interviennent dans ces études du choc (le fait qu'un corps au repos résiste et provoque une compression implique la reconnaissance d'une inertie ; plus que les corps durs, le « ressort » matérialise l'égalité d'une action-réaction permettant de visualiser la déformation-restitution

de la figure du corps, fait allant de pair avec la perte-restitution d'une même vitesse) il faut relever leur caractère épars.

Cette démarche prônant de substituer au centre de gravité de deux corps un pan de mur inamovible entraîne non plus la prise en compte d'un seul mais de deux systèmes mécaniques, deux interactions, celles de chacun des deux corps avec le ressort, et non plus l'interaction des deux corps entre eux. Le problème posé tient alors en une juste appréciation de l'action et de la réaction, celles survenant lors du contact des deux corps, non plus celles de part et d'autre du centre de gravité conçues sur le modèle de la loi du levier ; associée à la question d'une juste définition du système mécanique, c'est celle du tracé d'une ligne de partage nette entre équilibre et action-réaction qui se pose⁸³ ; les éléments dynamiques s'élaborent au sein d'un mode de pensée imposé par les machines simples et ne prennent pas une véritable autonomie.

3.2 Le *Traité* de Mariotte

3.2.1 Les prémisses d'une dynamique

Le traitement du choc de Mariotte conduit à des conclusions semblables. Son *Traité de la percussion* suit une séquence de rédaction remarquable où, à travers des illustrations expérimentales, il définit l'action, rend compte de l'inertie de la matière, aboutit à un principe d'inertie pour finalement parvenir au développement de règles du choc. Le contenu de ce cheminement constitue aux yeux de R. Westfall un moment important de l'évolution de la mécanique, Mariotte donnant dans son livre une orientation résolument dynamique à la science du mouvement⁸⁴. Celle-ci débute par la distinction entre la

⁸³ Nous aurons l'occasion de revenir sur les rapports équilibre et action-réaction dans la Partie II.

⁸⁴ Comparant les oeuvres de Wallis et Mariotte, R. Westfall écrit : « Standing on the ambiguous ground that separates statics from dynamics, Wallis tried to lead mechanics to clarity by incorporating dynamics into statics. In contrast, Mariottes's lines of march converted statics into dynamics ». A propos de l'indifférence de la matière : « Mariotte's *Traité* on Impact contained the first explicit modification of the concept of indifference in seventeenth-century literature. The elaboration of a successful quantitative dynamics demanded a further exploration of the path he opened », voir R. Westfall, *op. cit.*, p. 252 et P. 256. Nous adhérons à cette conclusion en même temps qu'il faut noter que Mariotte voit dans le principe des vitesses virtuelles le « principe universel de la mécanique », voir Partie III, chapitre I, 2.2.

« puissance du mouvement, ou [...] quantité de mouvement » et la « puissance » ou « force de leur choc pour faire impression l'un sur l'autre »⁸⁵. Le produit du poids par la vitesse définit la première. Ceci n'empêche pas l'existence d'une donnée dynamique, un « effort » ou « poussée ». Ainsi, « si un corps estant en mouvement est poussé par un autre corps selon la mesme ligne de direction, ou selon une autre, le corps poussé prendra un mouvement qui dépendra des deux causes & sera composé du premier mouvement & du second, tant à l'égard de sa direction, qu'à l'égard de sa vitesse »⁸⁶. Cet « effort » est toujours effort *sur* un autre corps et trouve son origine dans la science des machines, la « poussée » de Mariotte semblant provenir de la science galiléenne⁸⁷. Transposée au cas du choc, comme la citation précédente l'atteste, la « poussée » implique impulsion.

Pour autant, Mariotte reste dans une conception du choc où l'inégalité des “forces”/mouvement sert de cadre général à la résolution ; bien que présente, Mariotte ne fait pas de cette impulsion un concept central mais demeure dans l'inégalité de mouvements effectifs⁸⁸. Si le caractère mutuel de la percussion est noté, plus qu'une égalité action-réaction, Mariotte met en pleine lumière un facteur essentiel, la vitesse respective : la « force du choc pour faire impression » demeurera constante lorsque la vitesse respective le sera, comme l'atteste l'aplatissement identique de deux mobiles de terre glaise ; ces déformations semblables ne conduisent pas à l'égalité *de* forces mais à l'identité *d'une* force.

3.2.2 Le poids d'une méthode

La conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement sert à déterminer la vitesse finale d'une collision inélastique ; associée au principe de causalité, elle permet aussi l'énoncé du principe d'inertie⁸⁹. Tout en procédant à un exposé remarquable de

⁸⁵ E. Mariotte, *Traité de la percussion ou chocq des corps. Dans lequel les principales Regles du mouvement, contraires à celles de M^r Descartes, & quelques autres Modernes ont voulu établir, sont démontrées par leurs veritables Causes*, Estienne Michallet, Paris, 1673, p. 25.

⁸⁶ *Ibid.*, p. 23.

⁸⁷ Voir Partie II, chapitre I.

⁸⁸ Des corps de plus grande quantité de mouvement fait un plus « grand effet » qu'un autre, ce qui se manifeste par une plus grande déformation dans la terre glaise recevant les impacts ; plus que l'« effort » impliquant déformation, Mariotte porte son attention sur l'intensité des mouvements incidents, voir pp. 29-31.

⁸⁹ « Si un corps mol sans ressort choque directement un autre corps mol & sans ressort, les deux ensemble, étant joints apres le choc, iront de mesme part que le corps choquant, & la quantité de mouvement des

données dynamiques, en particulier concernant les propriétés inertielles de la matière dans le « quatrième principe d'expérience »⁹⁰, le livre de Mariotte est le lieu d'une tension, ces définitions et énoncées dynamiques devant faire face au poids d'une méthode, l'ouvrage se bâtit autour du principe du levier⁹¹. En effet, le « cinquième principe », valable pour les corps « mols » ou à « ressort », ouvre le commencement des règles du choc en stipulant que des corps se rencontrant avec une même quantité de mouvement « s'attachent ensemble » et restent immobiles, ou bien, pour des quantités de mouvement inégales, « ne demeurent pas en repos ». Suit un « Avertissement » inscrivant le choc dans le prolongement de la science des machines en précisant que ce « principe » est « presque la même chose » qu'une règle du levier car la proportion inverse des poids aux longueurs des bras dans une situation d'équilibre « procede de ce qu'ils sont disposez à se mouvoir avec des vitesses reciproques à leurs poids »⁹².

deux ensemble, sera égale à la quantité de mouvement de ce corps avant le chocq » ; en conséquence, Mariotte écrit qu' « il suit de cette proposition que le mouvement d'un corps qui n'en rencontre point de contraire ne se perd point ; puis que la quantité de mouvement qui est dans les deux boules jointes ensemble est égale à celle qui estoit dans la seule boule », *ibid.*, pp. 48-49 et p. 52. Cette proposition est suivie de deux autres « principes d'expériences » correspondant aux collisions de « corps mols sans ressorts » allant de « mesme part » ou « l'un contre l'autre », *ibid.*, pp. 56-57 et pp. 60-61.

⁹⁰ Ce « principe » énonce que « si un corps en repos suspendu est chocqué horizontalement par un autre corps plus pesant, il résistera moins au mouvement, & le corps chocquant recevra moins d'impression par le chocq, que si le corps en repos estoit également pesant ; & plus le corps au repos sera pesant, plus il resistera au mouvement pourvu que le corps chocquant demeure tousiours le mesme, & qu'il rencontre tousiours l'autre avec la mesme vistesse », *ibid.*, p. 34. Mariotte illustre ceci par une série de collisions d'une boule de terre glaise animée d'une même vitesse sur un corps en bois ; plus pesant que le mobile, le bois prendra une plus petite vitesse et le choc entraînera une plus grande déformation de la glaise que s'il était moins pesant. Contrairement aux jésuites précédemment cités, Mariotte refuse une explication recourant à l'air résistant (une boule de plomb d'une livre résiste plus au choc qu'une de bois d'une livre alors que celle-ci occupe un plus grand volume donc « pousse plus d'air devant soy »), et ajoute que « ce n'est pas aussi à cause du principe de mouvement vers le centre de la terre, qu'un corps plus pesant resiste plus au mouvement d'un autre corps, qu'un moins pesant, lorsqu'il est chocqué horizontalement ; car son mouvement vers le centre n'est point empesché. Mais la veritable cause de cet effet, est la mesme qui rend ce corps plus pesant, sçavoir la plus grande quantité de sa matiere », *ibid.*, pp. 34-37. Sur ce point, voir les remarques de R. Westfall, *op. cit.*, p. 255-256. Notons qu'en 1667, Borelli, dans son *De vi percussionis liber*, tient un raisonnement semblable en éliminant le poids et faisant intervenir la seule quantité de matière dans l'étude de mouvements horizontaux, voir R. Westfall, *op. cit.*, p. 223.

⁹¹ Sur l'importance de ce principe chez Mariotte, voir Partie II, chapitre I.

⁹² Mariotte, *op. cit.*, pp. 38-39.

Mariotte ne résume donc pas l'étude des machines à une science purement géométrique à l'instar d'Archimède mais l'incorpore dans une science du mouvement en recourant à un principe de compensation poids-vitesse (ici, virtuelles, comme en témoigne l'usage de « disposez ») ; le même principe s'applique dans l'étude du choc où Mariotte qualifie « d'équilibre » une collision symétrique ; nous aurons l'occasion de revenir sur ce point dans la seconde partie de cette thèse et de montrer l'influence déterminante de Galilée sur cette question. On peut alors imaginer le modèle d'une balance sous-tendant l'étude du choc inélastique : deux quantités de mouvement égales impliquent un équilibre/repos ; pour une inégalité de mouvement, « la moindre quantité de mouvement se perdra entièrement, & il s'en perdra autant de l'autre », comme si le corps le plus “faible” découpait/équilibrait dans l'autre une quantité à la portée de ses “forces”.

3.2.3 Collisions élastiques

L'analyse de collisions élastiques s'ouvre par le cas du choc symétrique entraînant pour chaque corps une restitution « de sa première vitesse » ; sans « ressort », le mouvement se perd⁹³, mais les corps se rencontrant avec « la même force », « leur choc fera le même effet que si chacun d'eux avoit rencontré un corps inflexible & inébranlable »⁹⁴ ; or, si un corps dur rencontre « un corps inébranlable à ressort », ce dernier lui restitue sa vitesse incidente⁹⁵. On retrouve cette conception du pan de mur substituable au centre de gravité ; de part et d'autre de ce plan fictif, les actions s'identifient à des changements de mouvement, mais l'égalité action-réaction n'est pas définie pour l'interaction des deux corps.

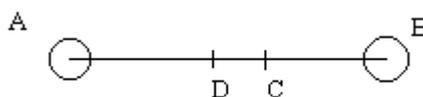
Ce choc symétrique conduit à deux « conséquences ». D'une part, une généralisation de cette proportion des vitesses de rejaillissement en raison inverse des poids à des mouvements incidents quelconques. Mariotte en donne une double justification : lorsque la pression cessera, les boules « se repousseront l'une l'autre par leurs ressorts » et, si elles sont « égales », doivent « résister & se repousser de même force », sinon, « la plus grosse

⁹³ Mariotte renvoie ici au « cinquième principe d'expérience », celui-là même conduisant à l'« Avertissement » où il dresse une analogie entre la collision symétrique et l'équilibre dans les machines simples. Il qualifiera d'« espèce d'équilibre » la collision élastique de corps de même quantité de mouvement, voir partie II, chapitre I.

⁹⁴ *Ibid.*, p. 91.

⁹⁵ *Ibid.*, p. 73.

doit plus resister au mouvement que la moindre [...] & il est tres-vraysemblable que ce doit estre selon la proportion des poids »⁹⁶ ; puis, « l'expérience [fait] voir cette proportion dans toutes sortes d'inégalité de boules de mesme matiere à ressort »⁹⁷. D'autre part, « deux corps à ressort [...] partagent par le mouvement de ressort la vitesse respective de leur chocq, selon la raison reciproque de leurs poids, quelques vitesses propres qu'ils aient eu avant le chocq »⁹⁸. Le raisonnement se fonde sur l'identité de la « force du chocq » pour une même vitesse respective, entraînant une même compression des « ressorts » de chaque corps et sur la prise en compte de la collision symétrique (le « principe universel des Méchaniques ») au niveau du centre de gravité. Si les boules A, B se rencontrent en D avec les vitesses BC, AD, leur vitesse respective sera la même que si elles se heurtaient au centre de gravité C avec BC, AC.



Cette identité fait que « l'impression du ressort qu'elles feront l'une sur l'autre sera la mesme [que si elles s'étaient rencontrées en C] & par conséquent elles prendront une force de ressort aussi prompte & aussi ferme [que lors du choc en C] ». Or, une collision au niveau du centre de gravité entraîne un partage de la vitesse respective AB en « proportion reciproque de leurs poids », puisque A prendra AC et B, BC ; l'identité de la compression du « ressort » des corps conduit pour un choc en D à des vitesses de rejaillissement qui suivront la même proportion que celle du choc en C.

Un tel cheminement permet alors de définir une règle générale pour les collisions élastiques comprenant deux moments : 1/ considérer les corps « sans ressort » et déterminer leur vitesse commune ; 2/ y ajouter les vitesses de rejaillissement obtenues par le partage de la vitesse respective en proportion inverse des poids⁹⁹. Cette méthode figurait déjà

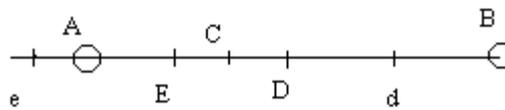
⁹⁶ *Ibid.*, p. 95.

⁹⁷ *Ibid.*

⁹⁸ *Ibid.*, p. 96.

⁹⁹ Mariotte offre une solution géométrique pour la construction des vitesses que nous illustrons dans le seul cas de mouvements contraires. A, B, sont deux corps parfaitement élastiques de vitesses AD, BD ; C le centre de gravité ; CD=CE ; après le choc, EA et EB représenteront les vitesses de A et B.

dans la *Mechanica* de Wallis¹⁰⁰ ; elle permet aussi à Mariotte de retrouver la « loi admirable de la Nature » suivant le mot de Huygens, à savoir que « le centre commun de gravité de deux ou de trois ou de tant qu'on voudra de corps, avance toujours également vers le mesme costé en ligne droite devant & apres leur rencontre »¹⁰¹.



Sans « ressorts », les corps iraient avec la vitesse commune CD. D'après les propositions précédentes, les vitesses de rejaillissements sont CA et CB. Ajouter CD ou EC à cette dernière donne une vitesse finale EB pour B ; soustraire cette quantité à CA donne EA pour A, voir Mariotte, *op. cit.*, pp. 115-118.

¹⁰⁰ Voir *supra*, 3.1.1. Leibniz écrira à Mariotte qu'il ne connaît « personne qui en [le « grand principe du Ressort, qui est la cause véritable de tous les phenomenes du choc des corps »] ai parlé que nous trois [Wallis dans le troisième livre de sa *Mechanica* publié en 1671, Mariotte dans son *Traité de la percussion* et lui-même dans sa *Theoria de motu concreti*], l'un sans sçavoir la moindre chose de l'autre ». Leibniz écrit avoir pris connaissance de l'œuvre de Wallis seulement lors de son séjour en France, « l'année passée » note-t-il ; il note que Mariotte va « donner des lumières nouvelles en part de mechanique », témoignant ainsi que le *Traité* du savant français qui paraîtra en 1673 n'est pas encore publié. Les éditeurs datent alors la rédaction de la lettre au début de 1673, nous amenant à une lecture de Wallis en 1672 ; on peut supposer que Mariotte ait pris connaissance du livre de Wallis au cours de la même année et, par conséquent, de la méthode de l'anglais pour déterminer les règles de collisions élastiques reposant sur deux étapes (choc inélastique et rejaillissement) que Mariotte fait sienne, voir Leibniz *Sämtliche Schriften und Briefe*, hrsg. v. d. Akademie der Wissenschaften der DDR, série II, tome I, Akademie-Verlag, Berlin, 1987, pp. 233-234.

¹⁰¹ Voir C. Huygens, « Extrait d'une lettre de M. Huguens à l'Auteur du Journal », dans *Le Journal des Sçavans*, 1669, pp. 23-24. Pour la démonstration de cette proposition chez Mariotte, voir P. Costabel, La «loi admirable» de Christian Huygens, *Revue d'Histoire des Sciences*, tome IX, 1956. Suivant l'auteur, l'« élégance » de la démonstration « réside essentiellement dans le principe d'équilibre des quantités de mouvement comptées à partir du centre de pesanteur et dans la superposition des deux phénomènes du choc mou et du ressort. Il est impossible d'enlever à Mariotte l'originalité de ce dernier point, qui constitue une méthode d'analyse simple et suggestive », voir p. 215 ; même conclusion dans l'article du même auteur « Mariotte et les règles du mouvement » dans *Mariotte, savant et philosophe, analyse d'une renommée*, Vrin, Paris, 1986, p. 79. Nous sommes d'avis contraire concernant « l'originalité » de cette méthode que Wallis utilise dans sa *Mechanica*, voir note précédente. Pour le recours au « principe d'équilibre », P. Costabel renvoie à l'influence de C. Wren, bien qu'on puisse à nouveau mentionner Wallis et, plus généralement note la double influence de Wren et Huygens, voir P. Costabel [1956], pp. 15-16 et P. Costabel [1986] pour celle de Huygens, pp. 79-82.

Pour sa démonstration, Mariotte suppose, dans un premier temps, des corps « sans ressort » le centre de gravité C s'avancant de CD lorsque A et B se rencontrent (voir figure note ci-dessus) ; mais CD représente aussi la vitesse commune, soit celle du centre de gravité après le choc. Lors d'une collision élastique, indépendamment de la vitesse commune EC=CD des corps supposés mous, A et B rejaillissent avec CA et CB, faisant alors de

On constate l'importance que revêt le cas du choc symétrique. Il est la configuration de référence permettant une quantification. Après la reconnaissance de la constance de la « force du choc » pour une même vitesse respective, une collision pourra s'étudier à partir du centre de gravité en superposant le mouvement de ce dernier (commun aux deux corps supposés mous) et celui du rejaillissement ; le choc symétrique apporte la détermination des vitesses de restitution qu'il faudra composer avec la vitesse commune. Qu'il s'agisse de démontrer la constance de la vitesse respective¹⁰², celle du mouvement du centre de gravité¹⁰³ ou la conservation de la quantité de mouvement pour les collisions élastiques¹⁰⁴, Mariotte s'appuie systématiquement sur cette configuration de choc.

3.2.4 Mariotte et Newton

L'auteur escamote une conceptualisation juste des forces en présence en leurs substituant la « force du choc » proportionnée à la vitesse respective ; il en fait une quantité globale qui se partage équitablement comme l'enseigne le choc symétrique. Derrière cette «force», on peut reconnaître la « grandeur du choc » de Wallis ou « la force de la percussion » de Dechales. Si des éléments dynamiques interviennent, il faut noter leur caractère limité. De part et d'autre du centre de gravité, les corps sont également comprimés et les actions identiques de leurs « ressorts » entraînent la production de quantités de mouvement identiques; c'est comme s'ils heurtaient des obstacles inamovibles. « La force du choc », quantité globale proportionnée à la vitesse respective, ne permet pas de traduire numériquement les vitesses de rejaillissement ; il faut recourir au choc symétrique. Si on doit voir un semblant de conceptualisation de l'action-réaction, une égalité de forces lors du choc, celle-ci n'apparaît vraiment que dans ce cas symétrique.

Pour autant, un tel choc invite à concevoir une double réflexion de part et d'autre d'un point immobile, une double action-réaction, et non une unique affectant les corps

E « le centre commun de pesanteur, parce que ces vitesses sont reciproques aux poids des boules », mais puisque $EC=CD$, la vitesse de ce centre demeurera constante, voir Mariotte, *op. cit.*, pp. 193-198.

¹⁰² Mariotte, *op. cit.*, partie I, proposition XXI, pp. 127-128.

¹⁰³ *Ibid.*, partie II, proposition IV, pp. 193-198.

¹⁰⁴ *Ibid.*, partie I, proposition XXII (mouvements de même sens ou un des corps est au repos) et XXII (mouvements de sens contraires), pp. 128-131 et pp. 131-134.

entre eux. Autrement dit, l'intérêt de la méthode de Mariotte tient plus à son caractère opératoire qu'à sa teneur conceptuelle. L'importance du centre de gravité tient à la possibilité de se ramener à une situation commode de symétrie où s'impose naturellement une identité de compressions ; cette identité d'actions est cependant celle des efforts de poids sur une machine équilibrée de part et d'autre d'un point d'appui, non celle d'une action-réaction.

Pour démontrer la conservation de la quantité de mouvement, Mariotte tient le raisonnement suivant : si les corps sont « sans ressort », les quantités de mouvement avant et après le choc sont identiques ; or « les ressorts » produisent des mouvements égaux dans chacun des corps et ainsi, « le recul de l'un par le mouvement de ressort ostera autant de la quantité de mouvement simple, que l'avance de l'autre y en adjoustera », d'où la conservation globale¹⁰⁵. Le savant tient exactement le même raisonnement concernant la constance du mouvement du centre de gravité du système : il utilise une collision inélastique sur laquelle il greffe la restitution de mêmes quantités de mouvement, opération sans effet sur la vitesse du centre de gravité¹⁰⁶.

La conservation du mouvement découle, chez Newton, de la loi III d'action-réaction (corollaire III de cette loi). Celle du mouvement du centre de masse repose sur deux étapes. D'une part, si deux corps sont en mouvement rectilignes uniformes, un point dans un rapport donné par rapport aux poids est soit en repos soit en mouvement rectiligne uniforme ; or, le centre de gravité est dans un tel rapport donc « dans un système de corps, dont les actions réciproques les uns sur les autres ne sont point troublées par aucune action ou empêchement externe, & dont par conséquent chacun se meut uniformément en ligne droite, le commun centre de gravité de tous ces corps sera en repos ou sera mû uniformément en ligne droite »¹⁰⁷. D'autre part, il propose « d'aller plus loin », en tenant compte cette fois-ci

¹⁰⁵ *Ibid.*, pp. 129-130.

¹⁰⁶ *Ibid.*, pp. 193-198.

¹⁰⁷ Newton, *Principes TMC*, tome I, cor. IV de la loi III, p. 25. M.-F. Biarnais traduit différemment ce passage : « par conséquent dans un système où les corps sont totalement exempts d'action les uns sur les autres et de toutes autres actions exercées de l'extérieures sur eux et où ils se meuvent uniformément en ligne droite », voir *Les Principia de Newton. Genèse et structure des chapitres fondamentaux avec traduction nouvelle*, dans Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences, n° 2, 1982, p. 71. P. Costabel fait à juste titre remarquer l'inutilité d'une telle démonstration puisqu'en l'absence d'actions mutuelles ou extérieures, les corps suivent chacun le principe d'inertie et le corollaire s'en déduit par simple géométrie, voir P. Costabel, *Les Principia de*

des actions des corps entre eux, conférant ainsi une tonalité dynamique à son propos ; les distances du centre de gravité aux centres des corps sont en proportion inverse des masses et les mouvements relatifs que feront les corps pour s'éloigner ou s'approcher de ce centre seront égaux entre eux ; ainsi, « ce centre ne subira ni poussée en avant ni retardement ni ne subira de changement de son état de mouvement ou de repos, par les changements de mouvement des corps égaux et en sens contraires donc par les actions que les deux corps exercent l'un sur l'autre »¹⁰⁸. La seconde partie de cette phrase se réfère à la loi III d'action-réaction¹⁰⁹.

A première vue, les démonstrations de Mariotte et Newton paraissent proches ; la ressemblance de forme, voire méthodologique, cache cependant une différence conceptuelle. La pratique de Mariotte implique un retour systématique à une loi d'équilibre qui constitue un outil permettant de déterminer des vitesses finales ; le savant ne sait pas faire autrement que raisonner par analogie avec la science des machines et en ce sens la méthode prend le pas sur l'élaboration de lois dynamiques. Si Newton raisonne dans le référentiel du centre de masse, c'est pour constater l'identité des mouvements relatifs des corps, ce qui en amont provient d'une égalité dynamique d'actions et réactions mais non afin de retrouver l'instrument d'une science qu'il connaît, la loi du levier. Dans les faits, la différence est minime ; dans le fond, elle met en évidence l'opposition entre un recours à une méthode commode et une pensée scientifiquement mature qui a fait sienne une conceptualisation dynamique en se détachant de la science des machines.

Conclusion

Cette conclusion ne vaudra que pour les travaux des quatre savants précédemment examinés ; au moins offrent-ils des recoupements intéressants¹¹⁰.

Newton et leurs colonnes d'Hercule, *Revue d'Histoire des Sciences*, XL/3-4, 1987, p. 260. La traduction de la Marquise de Châtelet ne rend pas bien cette absence d'actions mutuelles des corps.

¹⁰⁸ Newton, *Principes*, cor. IV, trad. M.-F. Biarnais, *op. cit.*, p. 71.

¹⁰⁹ Pour des remarques sur ce corollaire IV de la loi III des *Principes* de Newton, voir P. Costabel [1987], pp. 259-261 et P. Costabel [1956], pp. 217-219.

¹¹⁰ Cette conclusion vaudra aussi pour les travaux de l'académicien A. Parent que nous examinerons dans la seconde partie. Finalement, l'étude du choc repose sur « une réduction à l'équilibre » suivant

La possibilité d'une action se comprend à partir d'une loi de persistance ; de ce point de vue, il s'agit nettement d'une influence cartésienne. La résistance d'un corps au repos est diversement traitée. Pardies semble suivre l'exposé cartésien concernant les états de repos et mouvement, mais la thèse métaphysique n'a pas de retombée dans le champ physique ; l'impénétrabilité doit rendre compte de l'action et, dans le plein, la résistance éprouvée à une mise en mouvement est avant tout la résistance due au milieu ; cette dernière conclusion vaut pour Dechaes. Wallis reste discret sur ce thème et Mariotte l'aborde expérimentalement. Tous corrigent la règle 4 de Descartes, mais n'offrent pas également les mêmes raisons. Soit la matière ne résiste pas d'une manière absolue comme dans R4 car elle ne résiste pas purement et simplement (Pardies), ou bien c'est autre chose qui résiste, non le corps lui-même (Pardies, Dechaes). Soit, la matière résiste, mais non comme Descartes et les jésuites le pensent : pas d'une manière absolue, sans le secours du milieu, mais par elle-même (Mariotte)¹¹¹.

« La force de la percussion » offrirait un versant dynamique à l'analyse du choc par la prise en compte de changements de mouvement. Si l'étude du choc repose sur une inégalité de mouvement, elle fait aussi intervenir un changement de mouvement affectant identiquement chaque corps. Il est remarquable que les études mentionnées ci-dessus sont parvenues à surmonter la difficulté galiléenne de l'infinité de la force de la percussion. Il serait difficile d'en donner les raisons, mais remarquons que ces savants s'engagent dans un programme de recherche cartésien (les règles du choc) ; Wallis inviterait à faire dériver sa mesure de cette force d'une lecture de Descartes (voir le début de 3.1). L'analyse de la collision fait aussi la part belle à la loi du levier, à ce cas de choc symétrique érigé comme choc référence. La portée dynamique de cette « force » doit être tempérée par des pratiques dérivant de la science des machines¹¹². Par conséquent, si on constate bien des éléments dynamiques dans ces diverses rédactions, il faut cependant noter qu'ils ne sont pas

l'expression de Parent, soit à étudier le choc au niveau du centre de masse afin se s'appuyer sur la configuration du choc symétrique.

¹¹¹ Régis cherchera à intégrer les conclusions de Mariotte sur la résistance de la matière dans un cadre théorique cartésien, en maintenant les forces de repos et de mouvement dérivant d'une loi de permanence, voir dans cette partie, chapitre IV, 2.2.

¹¹² Nous y reviendrons, voir Partie II, chapitre I.

conceptualisés et qu'il y a tout lieu de se demander si la méthode ne prend pas le pas sur la définition des concepts.

Difficultés pour penser l'inertie de la matière, absence de conceptualisations, importance d'une méthode dont l'origine est à chercher du côté des machines simples (finalement on construit une nouvelle science, celle du choc, à partir de celle que l'on connaît) ; autant de données que nous retrouverons dans la mécanique de Malebranche.

Chapitre III

Force et inertie chez Malebranche

« Au reste je croi devoir avertir que ce qui gête le plus la Physique de M. Descartes est ce faux principe que le repos a de la force ; Car de là il a tiré des regles du mouvement qui sont fausses : de là il a conclu que les boules de son second élément étoient dures par elles-mêmes ; d'où il a tiré de fausses raisons de la transmission de la lumiere & de la variété des couleurs, de la génération du feu, & donné des raisons fort imparfaites de la pesanteur. En un mot ce faux principe que le repos a de la force influë presque partout dans son système qui marque d'ailleurs un génie supérieur aux Philosophes qui l'ont precedé : j'espere que l'on conviendra de tout ceci, quand on aura lû & bien conçu tout entier le seizième éclaircissement, j'avouë cependant que je dois à M. Descartes ou à sa maniere de philosopher les sentimens que j'oppose aux siens, & la hardiesse de le reprendre »¹

« En effet si l'on ne veut raisonner des corps et de leurs proprieté que sur les idées claires que l'on en peut avoir, on n'attribuera jamais à la matiere d'autre force ou d'autre action que celle qu'elle tire de son mouvement »²

Introduction

La première citation pourrait résumer l'attitude de Malebranche face à l'héritage cartésien. Descartes a défini la bonne méthode car « si l'on veut s'instruire à fond de la Physique, comme l'on ne peut mieux faire que de lire & de méditer ses ouvrages, on ne sçauroit rien faire, si l'on ne suit sa méthode, je veux dire si l'on ne raisonne comme lui sur des idées claires, en commençant toujurs par les plus simples »³. Descartes recommande lui-même de ne recevoir ce qu'il écrit « que lorsqu'on y est forcé par l'évidence » et en ceci « ne ressemble pas à ces faux sçavans qui usurpant une domination injuste sur les esprits, veulent

¹ Malebranche, *De la Recherche de la Vérité*, livre VI, partie II, chapitre IX, dans OCM II (Livres IV-VI) édité par G. Rodis-Lewis, Vrin, Paris, 1974 (2^e édition), p. 449. Toutes les citations seront tirées de la sixième édition de RDV (1712) ; nous préciserons lorsqu'elles proviendront des éditions antérieures.

² Malebranche, *Des loix de la communication des mouvemens*, dans RDV, OCM XVII-1 intitulé *Pièces jointes, écrits divers*, Vrin, Paris, 1977 (seconde édition), p. 83. Les citations proviendront de la sixième édition de RDV (1712) ; nous préciserons lorsqu'il sera question des éditions précédentes.

³ RDV, VI, II, IV, p. 339.

qu'on les croie sur leur parole » alors même qu'ils ne rendent pas « les hommes disciples de la vérité intérieure, en ne leur proposant que des idées claires »⁴. Toutefois, comme le remarque A. Robinet, « Malebranche se présente comme cartésien contre Aristote, mais aussi comme cartésien contre Descartes »⁵. Aussi critiquera-t-il différentes explications du maître, celles-là même figurant dans la citation en exergue, tout en louant la « méthode » cartésienne⁶. Dans ce qui suit, nous examinons plus particulièrement la critique de la force de repos cartésienne.

Malebranche voit dans cette force de repos la source de tous les maux du système cartésien ; il apparaît comme un « faux principe » et son existence trouve en partie son origine du non-respect de la méthode⁷. Dans de nombreux textes, une phrase de Malebranche revient comme un leitmotiv : un corps au repos ne possède aucune force. Malgré la simplicité apparente de la formule, son interprétation et ses implications justifient à nos yeux la première partie de ce chapitre.

Dans la première partie de ce chapitre, nous examinerons la manière dont s'opère le rejet de la force de repos. Pour cela, nous suivrons l'explication de la dureté des corps telle qu'elle apparaît dans le chapitre IX de la seconde partie du livre VI de RDV⁸. Descartes rendait compte de la dureté et de la cohésion de la matière par la force de repos des parties constituantes ; il y a fort à parier que l'explication de Malebranche, qui diffère de celle de son aîné, nous renseigne sur les motivations le conduisant à rejeter le concept cartésien. Trois questions guideront notre lecture de ce chapitre IX :

-quelles sont les motivations du rejet de l'explication cartésienne ?

-quelle explication propose Malebranche ?

-quelles conséquences peut-on tirer à propos des concepts d'inertie et d'action ?

⁴ *Ibid.*

⁵ A. Robinet, *Malebranche de l'Académie des Sciences, l'œuvre scientifique 1674-1715*, Vrin, Paris, 1970, p. 107.

⁶ Descartes s'est « souvent trompé, non par le défaut de sa méthode, ou la fausseté de ses principes, car il n'en suppose point d'autres que les notions communes & les idées claires, mais par les difficultés de les suivre dans l'examen des sujets trop composés », RDV, VI, II, IV, p. 341.

⁷ Voir *infra* 1.4.2.

⁸ A. Robinet a analysé l'explication de la dureté donnée par Malebranche, voir *op. cit.*, section II (« Une physique de la matière en mouvement »), chapitre II (« Première extension du rôle de la matière subtile »), pp. 87-110. Nous orientons pour notre part notre propos en direction des conséquences de la réforme malebranchiste relativement au concept d'inertie.

La seconde partie de ce chapitre, en examinant les règles du choc de Malebranche, complètera ces premières conclusions. Deux axes principaux guident cette lecture des règles :

-entre 1675 et 1700 (1^{ère} et 5^{ème} éditions de RDV), Malebranche corrigera de nombreuses fois ses règles du choc ; à l'issue de chacune de ses corrections, de ces étapes où le philosophe pensait avoir livré une théorie définitive du choc, nous examinerons quels concepts d'action et d'inertie interviennent dans ces règles ;

-nous mettrons les travaux de Malebranche en relation avec ceux de ses aînés ou contemporains (développés au chapitre précédent) : chez l'oratorien, l'analogie avec la science des machines nous semble aussi prendre le pas sur une conceptualisation dynamique.

A l'issue de ces deux séries d'analyses, nous serons mieux à même de comprendre ce que peut signifier cette absence de résistance du corps au repos. En effet, si on se place du point de vue d'une critique de la règle 4 des chocs de Descartes, l'absence signifie que le corps initialement au repos, quand bien même sa « grandeur » excèderait celle du mobile le percutant, acquiert un mouvement. Autrement dit, ce corps immobile ne résiste pas d'une manière absolue comme l'entend Descartes. D'autre part, si on veut bien voir dans la force de repos un succédané de l'inertie de la matière, il faut s'interroger alors sur la portée de la réforme malebranchiste au regard du concept newtonien d'inertie : ne pas résister, est-ce seulement ne pas résister absolument ? Malebranche ne peut admettre l'inertie comme une propriété de la matière ; la réaction d'un corps en repos ne sera pas admise telle quelle, mais nécessitera d'être expliquée. En ce sens, le corps au repos ne résiste pas par lui-même ; la perte de mouvement affectant un mobile lorsqu'il percute ce corps immobile ne proviendra pas d'une résistance intrinsèque au corps et ce changement de mouvement n'ouvrira pas la voie à une conceptualisation de l'inertie. En tant que telle, cette notion n'a pas d'existence dans le cadre axiomatique de la mécanique de Malebranche.

Le corps ne résiste donc pas comme l'entendent, d'une part, Descartes et, d'autre part, Newton. Seul le mouvement fonde aux yeux de Malebranche la possibilité d'une action. Le repos ne fait pas partie des catégories dynamiques malebranchistes : l'opposition mouvement-mouvement se substitue à l'opposition cartésienne mouvement-repos. Cette opposition cartésienne, si elle tenait d'une argumentation logique emprunte d'une influence

scolastique⁹, était aussi lourde de potentialités conceptuelles au regard de l'influence qu'exerça Descartes sur Newton. La lecture du corpus cartésien ne conduit pas Malebranche là où elle conduisit Newton ; nous le montrerons tout au long de ce chapitre et en donnerons les raisons. Dans le chapitre suivant, nous suivrons la postérité des thèses malebranchistes relatives à l'inertie de la matière.

I-La critique de la force de repos cartésienne

L'explication de la dureté des corps figure dans RDV, partie II, chapitre IX d'un Livre VI intitulé « *De la methode* » et dont le projet est « de montrer les chemins qui conduisent à la connoissance de la vérité, & de donner à l'esprit toute la force & toute l'adresse que l'on pourra, pour marcher sur ces chemins sans se fatiguer inutilement & sans s'égarer »¹⁰. Cette seconde partie contient les règles cartésiennes de la méthode¹¹ que le chapitre VIII illustre à travers une série d'explications¹². Enfin, le texte sur lequel se porte notre attention s'insère dans ce projet d'exemplifier la méthode. Son titre : « Dernier exemple pour faire connoître l'utilité de cet ouvrage. L'on cherche dans cet exemple la cause physique de la dureté ou de l'union des parties des corps les unes avec les autres »¹³. Il pouvait figurer à la suite des analyses présentes au sein du chapitre VIII ; qu'il donne lieu à un traitement à part en souligne l'importance. Cette importance tient essentiellement au rejet de la force de repos.

⁹ Voir en particulier *Principes II, op. cit.*, art. 37 p. 85 : « le repos est contraire au mouvement, & rien ne se porte par l'instinct de sa nature à son contraire, ou à la destruction de soy-mesme »; voir aussi art. 44 p. 88 : « le mouvement n'est pas contraire à un autre mouvement mais au repos ».

¹⁰ RDV, VI, I, I, p. 245.

¹¹ RDV, VI, II, chapitres I et II. Le « principe de toutes ces règles est, *qu'il faut toujours conserver l'évidence dans ses raisonnemens, pour découvrir la vérité sans craindre de se tromper*. De ce principe dépend cette règle générale qui regarde le sujet de nos études, sçavoir, *que nous ne devons raisonner que sur des choses dont nous avons des idées claires : & par une suite nécessaire, que nous devons toujours commencer par les choses les plus simples & les plus faciles, & nous y arrêter fort long-temps avant que d'entreprendre la recherche des plus composées & des plus difficiles* ». Puis viennent les règles « concernant la manières dont il faut s'y prendre pour resoudre les questions », *op. cit.*, p. 296. Pour les comparaisons des énoncés de Malebranche et Descartes, voir les commentaires de G. Rodis-Lewis, pp. 548-549.

¹² Ainsi trouve-t-on une « Explication de la propriété de l'aiman » et une « Recherche de la cause du mouvement de nos membres », voir RDV, VI, II, VIII, respectivement pp. 400 à 406 puis pp. 406-419.

¹³ *Ibid.*, p. 420.

1.1 Rejet des explications traditionnelles

1.1.1 Formes et sympathies

Malebranche critique des explications « indistinctes »¹⁴ de l'union des corps¹⁵. Parmi celles-ci figure le recours à la « forme des corps » ou à « l'amitié & l'inclination qu'elles ont pour leurs semblables ». Mais de ces explications, « nous n'avons point d'idées distinctes & particulières, mais seulement de confuses & de générales, que nous ne formons ce me semble que par rapport à nôtre nature & de l'existence même desquelles plusieurs personnes, & peut-être des nations entières ne conviennent pas »¹⁶. De telles interprétations, toutes théoriques qu'elles paraissent, trouvent leur origine dans « nôtre nature », et n'échappent donc pas à une critique d'une épistémologie basée sur les sens qui peuvent être, faute de méthode, sources « d'idées confuses »¹⁷.

¹⁴ Terminologie d'A. Robinet, *op. cit.*, p. 90. Malebranche suit un ordre progressif dans son argumentation allant des conceptions « indistinctes » (formes substantielles, sympathies) aux « conceptions qui, quoique distinctes, seront cependant insuffisantes » (atomisme et « volonté de l'Auteur de la nature »), *ibid.*

¹⁵ Malebranche distingue trois types d'union. Les corps sont unis « par la continuité » lorsque leurs parties se « tiennent si fort les unes aux autres, qu'il faut faire effort pour les séparer, & qu'on les regarde comme ne faisant ensemble qu'un tout » ; « par la contiguïté » lorsque « deux corps se touchent immédiatement, & qu'il n'y a rien entre eux » ; non « étroitement unis », on peut les séparer facilement (le « beurre », « l'eau ») ; enfin on trouve une « union » exemplifiée par deux plaques de marbres à surfaces polies posées l'une sur l'autre : « qu'encore qu'on les puisse très-facilement séparer en les faisant glisser, on a pourtant quelque peine à le faire en un autre sens ». Seule l'explication de la première catégorie donnera lieu à un développement qui permettra de comprendre les deux suivantes : toutes s'expliqueront par l'action de la matière subtile dont l'action rendra compte des degrés de dureté, voir RDV, VI, II, IX, pp. 420-421. Sur l'influence de la *Théorie du mouvement abstrait* de Leibniz dans ces définitions de l'union, voir A. Robinet, *op. cit.*, pp. 88-89 ; du même auteur, *Malebranche et Leibniz, relations personnelles, présentées avec les textes complets des auteurs et de leurs correspondants revus, corrigés et inédits*, Vrin, Paris, 1955, p. 67-68 ; voir enfin P. Mouy, *Le développement de la physique cartésienne 1646-1712*, Vrin, Paris, 1934, pp. 287-288.

¹⁶ RDV, VI, II, IX, p. 422.

¹⁷ Voir RDV, VI, II, II, p. 302. Ce chapitre (« De la règle générale qui regarde le sujet de nos études. Que les Philosophes de l'école ne l'observent point ; ce qui est la cause de plusieurs erreurs dans la Physique ») place pour première règle la nécessité de « raisonner sur des idées claires ». Malebranche y critique Aristote et les scolastiques qui ne raisonnent « presque jamais que sur des idées confuses » reçues des sens, et sur « d'autres idées vagues, générales, & indéterminées, qui ne représentent rien de particulier à l'esprit », *ibid.* Les « termes ordinaires » à cette philosophie ne peuvent qu'« exprimer confusément aux sens & à l'imagination les sentiments confus que l'on a des choses sensibles : ou à faire parler d'une manière vague & indéterminée ». Ils concernent

1.1.2 Atomisme

Malebranche part du constat que « tout le monde conçoit distinctement que tous les corps sont composez ou peuvent être composez de petites parties ». Certaines « branchuës & crochuës » constitueront autant de « petits liens capables d'arrêter les autres » ou bien encore « s'entrelaceront toutes dans leurs branches, de sorte qu'ont ne pourra pas facilement les désunir »¹⁸. Cette thèse est confortée par le témoignage des sens : nous constatons que les « parties visibles des corps grossiers » s'unissent ainsi et transposons cette donnée macroscopique au niveau microscopique. Malebranche, se défiant « des préoccupations, & des impressions de mes sens », cherche la raison de la cohésion des parties des « petits liens ». On ne peut recourir à d'autres liens, les premiers, par hypothèse, devant

donc d'une part les idées sensibles, d'autres part la logique et Malebranche les qualifie d'« équivoques ». Parce que « les hommes pensent que ce qu'ils sentent, est la même chose que ce qui est dans l'objet ils croient avoir droit de juger des qualitez des objets par les sentimens qu'ils en ont », *ibid.*, p. 302. Ainsi dira-t-on que l'herbe est verte, qu'elle « a sur elle les couleurs qu'ils y croient voir », l'équivoque des termes entraînant la confusion entre « la maniere d'être des corps avec celle des esprits », puisque « les couleurs que l'on voit ne sont que dans l'ame », *ibid.* En outre, bien loin de s'en tenir à un jugement « des qualitez sensibles par les sentimens qu'ils en reçoivent : ils jugent des choses mêmes en conséquence des jugemens qu'ils ont fait touchant les qualitez sensibles » : le blé de dur et jaune devient farine, et de ces qualités différentes tombant sous les « yeux et les mains » on infère des « formes nouvelles », p. 304. Parmi les autres « termes équivoques » figurent ceux de la logique aristotélicienne (« par lesquels il est facile d'expliquer toutes choses sans avoir aucune connaissance », p. 305) et Malebranche de citer les facultés, puissances, formes, actes, causes par soi etc.. Entre facultés et effets, on ne trouve « aucune liaison » (l'auteur prend l'exemple de la forme du feu et les facultés de réchauffer, dilater, produire la fluidité, en vu d'expliquer, sous l'effet de la chaleur, le durcissement de la boue et l'amollissement de la cire, faits intelligibles suivant les principes du mécanisme). Voilà donc des « idées vagues et indéterminées » engageant « insensiblement dans l'erreur », ces philosophes voulant que « ces termes signifient certains êtres particuliers », p. 307.

En conséquence et complément du chapitre précédent, le chapitre III (« De l'erreur la plus dangereuse de la Philosophie des Anciens »), dénonce l'attribution aux « corps [de] quelques entités distinguées de la matière », comme « principales causes des effets que l'on voit arriver ». En effet, de « l'idée que l'on a de cause ou de puissance d'agir, on ne peut douter que cette idée represente quelque chose de divin », on en vient à admettre « quelque chose de divin dans tous les corps qui nous environnent ». Le danger consiste alors à entrer « insensiblement dans le sentiment des Payens » et à idolâtrer de fausses causes nous détournant de Dieu, voir VI, II, III, pp. 309-310.

¹⁸ *Ibid.*, VI, II, IX, p. 423.

être infiniment durs, sans parties, insécables. Passer outre revient à se perdre dans le vertige de l'infini, dans l'explication du lien du lien etc..¹⁹

Comment « les parties de ces petits liens ou de ces parties branchuës peuvent être aussi étroitement unies ensemble »²⁰ ? Penser ces liens comme des atomes « essentiellement crochuës & branchuës », bref affirmer l'existence de parties ultimes, dures par nature, revient à « recourir à une forme abstraite, & [...] embrasser un fantôme de Logique », recourir à l'idée « vague de *nature* ou d'*essence* »²¹. Bref, quitter le premier travers de l'épistémologie scolastique basée sur les sens pour retomber dans l'autre²². Tout au contraire, ces parties sont « tres-divisibles, & nécessairement divisibles par leur essence & par leur nature »²³. Le rejet de l'atomisme repose donc sur la divisibilité par nature de la substance étendue. On peut d'autre part noter que Malebranche associe la « rupture » à la « flexibilité » au même titre que l'indivisibilité par « nature » à l'« inflexibilité » ; rompre, c'est avant tout plier²⁴. Malebranche recourt ici à un principe de continuité. A. Robinet souligne que la rédaction de ce chapitre IX concernant la dureté est une des plus anciennes de RDV²⁵. Il n'est pas impossible que ce principe provienne d'une influence de lectures leibniziennes ; à ce moment de la première édition de RDV (1675), Malebranche dispose des deux théories du mouvement (concret et abstrait) de Leibniz, cette seconde théorie dont Malebranche s'inspire dans sa définition de l'union des corps²⁶.

¹⁹ Sur l'influence de la *Théorie du mouvement abstrait* de Leibniz concernant cet argument, voir A. Robinet, *Malebranche de l'Académie*, op. cit., p. 92. Voir aussi *Malebranche et Leibniz*, op. cit., p. 68.

²⁰ RDV, VI, II, IX, p. 423.

²¹ *Ibid.*, p. 424.

²² Voir ci-dessus, note 17.

²³ RDV, VI, II, IX, p. 424.

²⁴ *Ibid.*, p. 425. L'hypothèse de l'indivisibilité ne va pas sans celle de l'inflexibilité : « si les parties de ces liens pouvoient changer de situation les unes à l'égard des autres, il est visible qu'elles se pourroient séparer : puisqu'il n'y a point de raison, pourquoi si une partie peut un peu s'éloigner de l'autre, elle ne le pourra pas tout-à-fait ». Autrement dit, Malebranche recourt à un principe de continuité justifié par le principe de raison.

²⁵ A. Robinet, *Malebranche de l'Académie des sciences*, op. cit., p. 89.

²⁶ Voir *supra* 1.1.1. Malebranche possède un exemplaire de l'*Hypothesis physica nova* de Leibniz, voir OCM XX, pp. 247 et 269. Cette *Théorie du mouvement concret* définit une élasticité universelle par le biais de la circulation de l'éther, voir *infra* 1.2.1 note 37. Malgré tout, Malebranche résistera aux critiques leibniziennes de ses règles du choc, critiques s'appuyant sur le principe de continuité qui, selon Leibniz, « est absolument nécessaire dans la Geometrie, mais il reussit encore dans la Physique, parce que la souveraine sagesse, qui est la

A. Robinet note que l'argumentation développée « ne repose pas sur la divisibilité de la matière à l'infini » (Malebranche mentionne la « divisibilité » sans préciser davantage). Il attribue ceci au fait que Malebranche, dans ses premières rédactions de la *Recherche*, n'a pas encore réformé la matière subtile cartésienne comme il le fera en 1700 (5^{ème} édition). En l'occurrence, puisque Malebranche rangera côte à côte le second élément cartésien et les atomes de Gassendi, la critique des thèses atomistes vaudra aussi pour les corpuscules du second élément²⁷. Les éléments cartésiens sont indissociables de la force de repos²⁸ ; en attendant la réforme de la matière subtile cartésienne, c'est cette force que Malebranche critiquera.

1.2 Critique de la thèse cartésienne

Malebranche estime que seules trois causes conçues « distinctement » peuvent intervenir dans l'explication de l'union des corps : « les parties mêmes de ce petit lien », lien qui relie entre elles deux parties d'un même corps ; « la volonté de l'Auteur de la nature » ; « les corps invisibles qui environnent ces petits liens »²⁹. Dans ce moment de la rédaction, « ces belles choses » que constituent « la forme des corps, les qualitez, de dureté ou quelque qualité occulte, la sympathie qui seroit entre les parties de même genre » qui ne sont que des « idées vagues & générales de Logique »³⁰, sont déjà disqualifiées comme prétendantes à l'explication de la cohésion ; c'est maintenant la thèse cartésienne qu'examine Malebranche.

La critique se fait en deux temps. Il s'agit d'une part d'examiner l'argument cartésien d'après la manière dont on conçoit la matière ; d'autre part, de repenser les états de mouvement-repos cartésien en fonction de la manière dont on conçoit l'action divine.

source de toutes choses, agit en parfait geometre, et suivant une harmonie à laquelle rien ne se peut adjouter », voir Lettre A3 de juillet 1687 dans Annexe 3.

²⁷ Voir A. Robinet, *Malebranche de l'Académie*, op. cit., p. 93.

²⁸ Voir *infra* 1.4.2 Erreurs cartésiennes.

²⁹ RDV, VI, II, IX, p. 426.

³⁰ *Ibid.*

1.2.1 Les parties responsables de la cohésion

La thèse cartésienne s'appuie sur la force de repos des parties constituantes d'un corps : « je ne croy pas qu'on puisse imaginer aucun ciment plus propre à joindre ensemble les parties des corps durs, que leur propre repos »³¹. Malebranche convient que « les parties des corps durs demeurent unies, tant qu'elles sont au repos les unes auprès des autres », et qu'une fois au repos, « elles continuent par elles-mêmes d'y demeurer autant qu'il se peut »³², mais n'estime pas qu'on atteigne là le cœur des raisons physiques puisqu'il faut « découvrir d'où vient que les parties de ces corps ont force pour demeurer en repos les unes auprès des autres, & qu'elles résistent à l'effort que l'on fait pour les remuer ou les separer »³³. A Descartes qui justifiait la cohésion par le repos des parties, Malebranche oppose la recherche de l'origine de la force responsable de la résistance opposée à leur séparation : les forces de repos individuelles ne suffisent donc pas à définir la cohésion de l'ensemble³⁴.

³¹ Descartes, *Principes II*, *op. cit.*, art. 55.

³² RDV, VI, II, IX, p. 427. Ce « autant qu'il se peut » fait écho au « *quantum in se est* » présent dans la loi I des *Principes* de Descartes. Sur cette expression figurant dans le *De rerum natura* de Lucrèce, son interprétation aux XVI^{ème} et XVII^{ème} siècle, sa présence chez Descartes et Newton, voir I. B. Cohen, « Newton's Concept of Inertia in Relation to Descartes and Lucretius », *Royal Society of London, Notes and Records*, 19, 1964, pp. 131-155 et W. L. Hine, « Inertia and Scientific Law in Sixteenth-Century Commentaries on Lucretius », *Renaissance Quarterly*, vol. 48, n° 4 (Winter 1995), pp. 728-740. Dans ce dernier article, l'auteur montre qu'un commentaire de 1511 du livre de Lucrèce définit le « *quantum in se est* » par « par sa propre nature sans intervention de forces », ou encore comme synonyme de « mouvement naturel » appliqué au mouvement vertical uniforme des atomes, voir p. 734. L'expression « par elle-même » figurant dans la citation de Malebranche renvoie à celle présente chez Descartes ; l'identité de formulation n'implique cependant pas l'identité conceptuelle. Certes, chaque corps persiste/persévère dans l'état dans lequel il se trouve et la matière est passive en ce sens qu'elle ne se met pas spontanément en mouvement. La loi de persistance cartésienne s'applique cependant aussi bien au mouvement qu'au repos et vient conférer à ce dernier une réalité dynamique, ce qu'exclut totalement Malebranche. Ce dernier s'assigne pour tâche d'expliquer l'origine de « la force pour demeurer au repos les unes auprès des autres » des différentes parties et la résistance à la séparation. Sa réponse ne consiste pas en une justification par une capacité *inhérente* à la matière mais en l'intervention *extérieure* d'autres corps (la matière subtile). Le corps demeure en repos « par lui-même », à cause de son incapacité à se mettre en mouvement spontanément ; cela n'implique pas pour autant que Malebranche attribue au repos la même réalité physique qu'au le mouvement.

³³ RDV, VI, II, IX, p. 427.

³⁴ Nous avons déjà mentionné la critique adressée par Leibniz concernant l'explication cartésienne de la cohésion (voir *supra* chapitre I, 1.1.4). Les conséquences de ce refus commun à Leibniz et Malebranche de la

La solution apportée par Descartes n'offre alors que « vrai-semblance » là où la raison aspire à la « certitude ». Cette solution dépend d'une loi de persistance conférant une force « égale pour le mouvement & pour le repos » et l'impossibilité de séparer des parties proviendrait qu'« on n'emploie pas assez de mouvement pour vaincre le repos »³⁵. Malebranche demande comment « sçavoir avec certitude & évidence, que chaque corps a cette force pour demeurer en l'état qu'il est, & que cette force est égale pour le mouvement & pour le repos ; puisque la matiere paroît au contraire indifférente au mouvement & au repos, & absolument sans aucune force »³⁶.

Le seul jugement certain concernant la matière porte sur son identification à l'étendue ; une telle identification n'implique aucune idée de force. Par lui-même le corps est « indifférent ». Pour la définition de ce terme, nous renvoyons au chapitre IV de cette partie I (chapitre IV, 2.2) ; qu'il s'agisse de Pardies ou Leibniz, ou bien encore de la définition qu'en donne Keill, il signifie tout à la fois que le corps est également susceptible d'être en mouvement ou en repos mais aussi qu'il n'oppose aucune résistance du passage de l'un à l'autre ; un mobile mettra en mouvement un corps sans rien perdre de sa vitesse³⁷. Leibniz, dans sa *Théorie du mouvement abstrait*, revendique l'étude du mouvement sur des considérations strictement géométriques (voir chapitre IV, 2.2)³⁸ ; ici Malebranche ne procède

thèse cartésienne ne conduisent cependant pas les deux savants aux mêmes conclusions à propos de l'inertie. Leibniz conçoit la matière douée d'une résistance et estime même la trouver chez Descartes (voir supra chapitre I, 1.1.4 ; voir aussi Annexe 3, lettre B3 de Leibniz à Bayle datée du début 1693 : un corps « fait tojpurs effort contre celui qui le doit chasser du lieu, ou il est [...] Mons. des Cartes luy même en a entrevu quelque chose, en soutenant que le repos même à quelque force ») ; par contre, Leibniz reprochera à Malebranche d'être allé trop loin dans sa réforme et d'utiliser le milieu extérieur (l'air) dans des explications qui nécessiteraient plutôt l'inertie de la matière, voir Annexe 3 lettre B9 de Leibniz à Malebranche datée du 13/23 mars 1699.

³⁵ RDV, VI, II, IX, p. 427.

³⁶ *Ibid.*, pp. 427-428.

³⁷ Voir *infra* chapitre IV, 2.2 Indifférence.

³⁸ Voir F. Duchesneau, *La dynamique de Leibniz*, Vrin, Paris, 1994, p. 38 : « dans la *Theoria motus abstracti* (1671), Leibniz projette de fonder une *phoronomia elementalis* qui, à l'instar de la géométrie, puisse développer de façon rationnelle et abstraite, les lois de la mécanique. En particulier, cette *phoronomia* doit formuler les règles du choc dans leur plus grande généralité, sans partir des phénomènes physiques tels que les révèle l'expérience ». L'auteur note que « ce qui dans la théorie du mouvement abstrait se trouvera justifié par des raisons géométriques, s'appliquera *ipso facto* à la réalité physique parce que l'essence des objets physiques correspond à la seule possibilité de leur production géométrique, même si cette possibilité ne suffit pas à les

pas à un exercice d'abstraction mais raisonne sur l'essence du corps intégré dans le système du monde ; aussi cette indifférence concerne-t-elle le corps en général, ce qui conduirait à conclure que Malebranche n'attribue pas de propriétés dynamiques à la matière.

L'enjeu de ce texte dépasse donc le cadre d'une explication de la cohésion. De fait l'explication cartésienne et sa réfutation invite nécessairement à une réflexion sur la loi de persistance et conséquemment sur cette force de repos. Se dessine alors une césure entre deux manières de penser le repos : pour l'un, c'est un état au même titre que le mouvement et même équivalent ontologiquement³⁹ ; pour l'autre, on ne saurait fonder une explication de la dureté par le seul repos parce que la matière ne recèle aucune idée de force. Cette différence ontologique va être l'objet d'une seconde argumentation disqualifiant la thèse cartésienne.

produire sans une raison suffisante de l'ordre qu'ils réalisent *in concreto* », *ibid.*, p. 39. En l'occurrence cet « ordre » est réalisé dans le système du monde par la circulation de l'éther qui vient conférer l'élasticité aux corps. En effet, en passant de la mécanique de la théorie abstraite à l'explication des phénomènes physiques, « il convient de supposer un aménagement divin qui maintienne les effets suivant le rapport de plus grande convenance ou de plus grand ordre », *ibid.*, p. 63. Par exemple, la théorie abstraite ne donne une égalité des angles d'incidence et de réflexion que pour le seul cas d'une incidence de 30° (voir *Théorie du mouvement abstrait*, théorèmes 7, 8, 9) sur la normale au plan de réflexion ; l'expérience nous apprend l'égalité. Cette loi d'égalité ne peut se démontrer abstraitement ; il faut la mettre du côté des observations et rendre compte de sa constance par « l'hypothèse du mouvement concret, soit l'Economie présente du monde », et cet ordonnancement est important car la vision et l'ouïe n'existeraient pas (voir *Théorie du mouvement concret*, § 21). Or, grâce à l'éther, tous les corps sont élastiques et donc tous se réfléchissent ; s'ensuit une explication de la loi optique (*Théorie du mouvement concret*, § 21), ainsi qu'une justification des règles de collisions élastiques de Huygens et Wren (*ibid.*, § 22).

³⁹ Équivalent au mouvement, mais aussi son mode le plus contraire, voir *Principes II, op. cit.*, art. 55, p. 94 : « il n'y a aucune qualité plus contraire au mouvement qui pourroient separer ces parties, que le repos qui est en elles ». Descartes pose deux couples de contrariétés : mouvement-repos ; déterminations-déterminations, voir partie II, art. 44. C'est sur ce premier couple que repose l'explication de la cohésion. Sur ce point, S. Roux soutient la thèse que « pour comprendre que Descartes ait choisi d'expliquer la dureté des corps par la force de repos de leurs parties, plutôt que par quelques mouvements conspirants ou contraires, il faut par contre se référer à la série de textes où il distingue la détermination du mouvement et assigne une réalité moindre à la première qu'à la seconde : puisqu'elle a moins d'être que le mouvement, elle ne peut suffire à s'opposer au mouvement de séparation des parties ; seule y suffit l'entité de valeur ontologique égale au mouvement qu'est le repos », Thèse, *op. cit.*, p. 433.

1.2.2 « La volonté de l'Auteur de la nature »

L'argumentation basée sur les propriétés de la matière n'apportant aucune conclusion ferme, suit l'examen de la seconde hypothèse, où « la force que les corps semblent avoir dans eux-mêmes » expliquant la cohésion résulterait de la volonté du Créateur.

Cette « volonté » s'identifie à « la force mouvante, laquelle met les corps en mouvement » et conserve la matière « successivement en plusieurs endroits » ; il pourrait se faire que « Dieu veuille que chaque corps demeure dans l'état où il est, & que sa volonté soit la force qui en unit les parties les unes aux autres »⁴⁰. Bref, cette volonté peut être « la puissance naturelle, qu'ont les corps pour demeurer dans l'état où ils ont une fois été mis », sans en exclure celui de repos.

Pour autant, lorsqu'il s'agit de savoir si Dieu veut « par une volonté positive que les corps demeurent au repos », Malebranche déploie encore la méthode cartésienne pour estimer n'en posséder « point de preuve certaine ». Tout au contraire, « il semble qu'il suffit que Dieu veuille qu'il y ait de la matière, afin que non seulement elle existe, mais aussi afin qu'elle existe au repos ». En effet, « l'idée d'une matière muë renferme certainement deux puissances ou efficaces [...] celle qui l'a créée, & de plus celle qui l'a agitée », tandis que celle « d'une matière en repos ne renferme que l'idée de la puissance qui l'a créée, sans qu'il soit nécessaire d'une autre puissance pour la mettre en repos » : concevoir de la matière « sans songer à aucune puissance » revient à la penser au repos. Dès lors, « le repos n'est que la privation du mouvement [...] la force prétendue qui fait le repos, n'est que la privation de celle qui fait le mouvement, car il suffit ce me semble que Dieu cesse de vouloir qu'un corps soit mû, afin qu'il cesse de l'être, & qu'il soit en repos »⁴¹.

La thèse de la double efficace vient alors apporter un complément à la première série d'arguments. En effet, la conception de la matière ne renvoie pas à une idée de forces inhérentes (des « entitez distinguées de la matière »⁴²), et en ceci Malebranche suit

⁴⁰ RDV, VI, II, IX, p. 428.

⁴¹ *Ibid.*, p. 429.

⁴² RDV, VI, II, III, p. 309.

Descartes⁴³. Pour autant, ce dernier conçoit une action divine conférant une « force de repos égale à la force de mouvement », de telle sorte qu'un corps au repos puisse résister. Il faut finalement, pour affirmer l'absence de force de repos, que Malebranche récuse cette équivalence d'actions et prône un supplément d'être au mouvement au détriment du repos : la matière ne résiste pas car elle ne renferme aucune idée de force ; elle ne résiste pas car la « volonté positive » de Dieu ne concerne que le seul mouvement. Souscrire à la thèse cartésienne de la création continuée⁴⁴, n'implique donc pas de poser l'existence des êtres de la même manière.

1.2.3 Repos comme privation du mouvement

La critique de la force de repos fonctionne sur l'opposition des couples mouvement-monde créé/repos-néant. Lorsqu'une boule se meut, « la force [...] qu'a cette

⁴³ *Ibid.*, p. 313 : « la force mouvante des corps n'est [...] point dans les corps qui se remüent, puisque cette force n'est autre chose que la volonté de Dieu. Ainsi les corps n'ont aucune action ». Voir aussi RDV, I, VIII, § I, pp. 101-102 sur « l'équivoque du mot mouvement » : « ce terme signifie ordinairement deux choses : la première est une certaine force, qu'on imagine dans le corps mû, qui est la cause de son mouvement : la seconde est le transport continuel d'un corps, qui s'éloigne ou qui s'approche d'un autre, que l'on considère comme au repos » ; « or on est ce me semble dans des erreurs tres-grossière, & mêmes tres dangereuses touchant la force, qui donne le mouvement & qui transporte les corps ». A rapprocher de la distinction cartésienne entre le « mouvement pris selon l'usage commun » définit comme l'« action par laquelle un corps passe d'un lieu dans un autre » (*Principes*, partie II art. 24) et le « mouvement proprement dit » qui est « le transport et non pas la force qui le transporte » (*ibid.*, art. 25) ; pour concevoir distinctement le mouvement, il faut penser seulement « à celui qui se fait d'un lieu à un autre, sans chercher la force qui le produit », (*ibid.*, partie I art. 65).

M. Gueroult note que c'est à Descartes que Malebranche reconnaît « le mérite d'avoir réfuté les erreurs auxquelles cette force mouvante donnait lieu [...] Toutes ces thèses [les causes naturelles comme causes occasionnelles et non réelles], y compris la position du concept de cause occasionnelle, ne sont que le commentaire libre des articles 36 et 37 de la seconde partie des *Principes* », voir « Métaphysique et physique de la force chez Descartes et Malebranche, 2^{ème} partie : Malebranche », dans *Etudes sur Descartes, Spinoza, Malebranche et Leibniz*, Georg Olms Verlag, Hidelshheim New-York, 1970, p. 131.

⁴⁴ Voir *Entretiens sur la métaphysique et la religion*, VII, § VIII, pp. 156-157 : « assurément le monde dépend des volontez du Créateur. Si le monde subsiste, c'est donc que Dieu continuë de vouloir que le monde soit. La conservation des créatures n'est donc de la part de Dieu que leur création conitnuée. Je dis de la part de Dieu qui agit. Car de la part des créatures, il y paroît de la difference, puisqu'elles passent du néant à l'être par la création, & que par la conservation elles continuënt d'être. Mais dans le fonds la création ne passe point, puisqu'en Dieu la conservation & la création ne sont qu'une même volonté, & qui par consequent est nécessairement suivie des mêmes effets ».

boule que je vois rouler, c'est la volonté de Dieu qui l'a fait rouler », et le repos se conçoit comme « la cessation de cette volonté de Dieu [qui] sera la cessation du mouvement de la boule » : « la volonté [...] n'étant plus : cette force ne sera plus ». Le repos ne requiert aucune force, et « ce seroit admettre en Dieu une volonté positive sans raison & sans nécessité, que de donner aux corps quelque force pour demeurer au repos »⁴⁵. Le principe de raison suffisante appuie un raisonnement rendant la force de repos superflue : le mouvement requiert une force mouvante pour sa conservation et par-là même pour développer une action (l'action ne survient qu'à travers une loi de persistance), ce que ne requiert pas le repos.

A contrario, ne peut-on pas concevoir le mouvement comme une privation du repos ? Malebranche répond par la négative car si « Dieu cesse de vouloir qu'elle [la boule] soit en repos », « je ne vois pas que la boule se remuë », et « il est impossible de concevoir qu'elle aille avec quelque degré de mouvement », car « les mouvemens sont d'une infinité de façons, ils sont capables du plus & du moins »⁴⁶. Le changement repos-mouvement donne lieu à une indétermination du point de vue des données quantitatives et directionnelles à cause de l'infinité de mouvements possibles : comment concevoir « de quel côté ; & selon quel degré de mouvement »⁴⁷ le corps se déplacera ? Le repos n'offre pas comme le mouvement de telles incertitudes : incapable « du plus & du moins », il n'est pas une grandeur ; « le repos n'étant rien, ils [les degrés de repos] ne peuvent differer les uns des autres »⁴⁸, et l'impossibilité de penser différents degrés de repos renvoie à celle de concevoir les différents types de mouvements qui résulteraient de la cessation du repos. On ne trouve donc pas de forces de repos au même titre qu'on trouverait des forces mouvantes parce que la force de repos n'existe pas⁴⁹.

⁴⁵ RDV, VI, II, IX, p. 430.

⁴⁶ *Ibid.*, p. 431.

⁴⁷ *Ibid.*, p. 430.

⁴⁸ *Ibid.*, p. 431. « Les repos... » dans les éditions I à IV, note de l'éditeur.

⁴⁹ Cette argumentation est une attaque directe à l'encontre des cartésiens, ceux-là même qui posent une équivalence entre repos et mouvement. Voir P.-S. Régis, *Système de Philosophie*, tome II, livre I, partie III, ch. V, pp. 65-66 : « il y a de la force & de l'action positive dans le repos comme dans le mouvement ; car si nous considérons bien la nature du repos & du mouvement, nous trouverons que le mouvement peut estre aussi appelé une cessation du repos, que le repos est appelé une cessation de mouvement, ou plutôt nous trouverons que le mouvement & le repos sont effectivement quelque chose de réel & de positif ».

Malebranche conclut son raisonnement par une analogie avec la Création : pour anéantir un monde, « il ne faut pas que Dieu veuille qu'il ne soit pas, parce que Dieu ne peut pas vouloir le néant par une volonté positive : il suffit seulement que Dieu cesse de vouloir qu'il soit »⁵⁰. Contrairement au mouvement, le repos « pure privation [...] ne suppose point en Dieu de volonté positive »⁵¹ mais une simple cessation d'action. La comparaison nous conduit directement à l'état de repos comme un « rien », un « néant ».

Comme le souligne A. Robinet, « cette discussion relève donc d'un extrémisme occasionaliste qui exclut radicalement de la matière corporelle toute trace d'énergie, même potentielle, toute possibilité d'apprécier de manière quelconque une "force de repos", ne serait-ce que par la "grandeur" puisque celle-ci s'avère inappréciable »⁵². *A contrario*, pour Descartes la force de repos pouvait avoir différents degrés, puisqu'elle dépendait de la grandeur du corps immobile et de la vitesse du mobile incident⁵³. Conséquemment, dans *Le Monde*, suite à l'énoncé de la première règle/loi du mouvement, Descartes critiquait la thèse scholastique du repos conçu comme simple « privation » de mouvement⁵⁴ ; il en résultait, dans les *Principes*, l'élaboration des concepts de forces de repos et de mouvement⁵⁵.

⁵⁰ *Ibid.* Même argumentation dans les *Entretiens sur la métaphysique et sur la religion*, OCM XII, « Entretien VII », §§ VII à IX. Voir § IX p. 158 où Malebranche écrit que le néant « ne peut être le terme des volontés divines. Assurément le néant n'a point assez de réalité, lui qui n'en a point du tout, pour avoir quelque rapport avec l'action d'un Dieu, avec une action d'un prix infini. Donc Dieu ne peut vouloir positivement l'anéantissement de l'Univers ».

⁵¹ *Ibid.*, p. 430.

⁵² A. Robinet, *Malebranche de l'Académie*, *op. cit.*, p. 99. Notons qu'on ne saurait imputer le rejet d'une résistance qu'oppose la matière au repos à la seule thèse cartésienne de l'identification de la matière à l'étendue, le contre-exemple étant Descartes lui-même.

⁵³ *Principes*, partie II, art. 49, *op. cit.*, pp. 90-91 : « il est certain que C [au repos] doit d'autant plus résister, que B vient plus vite vers luy ; & que sa résistance doit prevaloir à l'action de B, à cause qu'il est plus grand que luy ». Voir infra chapitre I pour un commentaire des règles 4, 5 et les remarques d'A. Gabbey sur la mesure de cette force de repos. Voir aussi M. Gueroult, *op. cit.*, p. 93 : « on peut calculer en chaque circonstance la force de résistance du corps en repos, cette force s'accroissant en fonction directe de la vitesse du corps choquant. D'où l'on voit que la force de repos varie, qu'elle présente des degrés, qu'elle a de ce fait des propriétés, et que, par conséquent, elle n'est pas un néant ».

⁵⁴ Les philosophes de l'Ecole « attribuent au moindre de ces mouvemens un estre beaucoup plus solide & plus veritable qu'ils ne font au repos, lequel ils disent n'en estre que la privation. Et moy, je conçois que le repos est aussi bien une qualité, qui doit estre attribuée à la matiere, pendant qu'elle demeure en une place, comme le mouvement en est une qui luy est attribuée, pendant qu'elle en change », *Le Monde*, AT XI, p. 40.

1.2.4 Privation : la critique de S. Clarke

Le terme « privation » renvoie, avec la forme substantielle et la matière première, à un des trois principes des choses naturelles selon Aristote. La matière est « pure puissance »⁵⁶, et devient substance par sa combinaison avec une forme. La privation est l'absence d'une forme, et existe dans la matière susceptible de recevoir cette forme ; elle n'est pas un rien, mais ce qui rend possible la génération de la substance comme sa cause *per accidens*⁵⁷. Pour autant, l'existence du terme dans une physique semblant calquée sur la logique ne semble pas être conservée dans le péripatétisme tardif⁵⁸. Il semble même que du sens scolastique ne soit gardée que l'idée d'opposition à la forme, c'est-à-dire l'idée d'absence de qualités ou propriétés, et que l'opposition logique fasse place à celle entre le non-être et l'être⁵⁹.

Voir Toletus, *Commentaria una cum quaestionibus in octos libros de Physica auscultatione*, Venetiis, 1574, Lib. VI, cap. 6, text. 54, dans E. Gilson, *Index scolastico-cartésien*, Vrin, Paris, 1979 (seconde édition), texte 303, p. 195 : « Illa quies motui opponitur qui ponit potentiam ad illum motum, est enim quies privatio [...] ».

⁵⁵ *Principes*, partie II, art. 26. Voir *supra* chapitre I, 1.3.

⁵⁶ « J'appelle matière ce qui n'est par soi, ni existence déterminée, ni une certaine quantité, ni d'aucune autre des catégories par lesquelles l'Être est déterminé » Aristote, *Métaphysique Z 3*, 1029a 20, Belles-Lettres, Paris, 1981, trad. J. Tricot ; « Materia secundum se est pura potentia, id est, neque actus, nec aliquid ex potentia et actu compositum. Haec assertio est tam Peripateticae quam Platonicae scholae communis », *Commentarii collegii Conimbricensis, Commentarii in octo libros physicorum Aristotelis*, Conimbricae, 1592, Lib. I, Cap. 9, quaest. 3, art. 1, dans E. Gilson, *op. cit.*, texte 273, p. 170.

⁵⁷ Voir R. Ariew et A. Gabbey, The scholastic background, dans *The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*, D. Garber, M. Ayers, R. Ariew, A. Gabbey (éd.), Cambridge University Press, Cambridge, 1997, vol. 1, p. 430. Voir E. A S^{to} Paulo, *Summa philosophica quadripartita, de rebus Dialecticis, Moralibus, Physicis et Metaphysicis, Authore, Fr. Eustachio a Sancto Paulo, a congregatione Fuliensi*, Parisiis, Carolus Chastellain, 1609, Pars 1, p. 153, dans E. Gilson, *op. cit.*, texte 381, p. 245 : « Est autem privatio non quaelibet formae carentia, sed ea quae reperetur in subjecto apto ad talem formam ». Puis, sur la distinction entre privation et négation, Suarez, *Metaphysicorum disputationum, in quibus et universa naturalis theologia ordinate traditur, et quaestiones omnes ad duodecim Aristotelis libros pertinentes accurate disputantur*, Salmanticae, 1597, Disp. 54, sect. 3, art. 8, dans E. Gilson, *op. cit.*, p. 245 : « privatio dicit carentiam in subjecto apto nato, negatio vero dicit carentiam in subjecto simpliciter ».

⁵⁸ Voir R. Ariew et A. Gabbey, *op. cit.*, p. 430.

⁵⁹ Sur la distinction entre privation et négation, voir citation de Suarez ci-dessus. Voir *Dictionnaire de l'Académie Française, op. cit.*, (première édition de 1694), entrée « privation », p. 326 : « manque ou perte de bien, d'un avantage qu'on devoit avoir. La privation de la veuë. la privation de l'ouïe. il est dans une privation de toutes choses. Aristote reconnoist trois principes des choses naturelles, la forme, la matiere, la privation ». Le

Le néant signifie absence de propriétés ; l'axiome « le néant n'a pas de propriétés » constitue le premier de la métaphysique de Malebranche⁶⁰. Rohault distingue deux types de propriétés, la « propriété essentielle » (« ce que nous concevons convenir à un sujet, & qui est une suite nécessaire de son essence ») et la « propriété accidentelle » ou « simplement accident » (« ce que l'on conçoit estre indifferent à un sujet, ou qui luy convient de telle sorte, qu'il pourroit bien ne luy convenir sans cesser d'estre ce qu'il estoit »)⁶¹. Les propriétés essentielles de la matière sont au nombre de quatre : étendue, figure, impénétrabilité, divisibilité ; les accidentelles sont la pesanteur, la froideur, la dureté etc.. car « il n'y a pas une de ces choses qui soit inseparable de la matiere »⁶².

Lorsque Malebranche définit le repos comme privation, il entend que par lui-même il ne peut rendre compte des « propriétés accidentelles » de Rohault, en particulier de la dureté des corps. En ce sens, il est un néant puisque ce monde, tel que nous le voyons avec ses changements nécessite des mouvements. La privation est privation de mouvement, c'est-à-dire de force mouvante qui elle seule renferme une idée claire de l'action, donc de changement ; ce mouvement sera la cause mécanique de tout effet. Pour Malebranche, le mouvement, et seulement lui, en tant qu'expression d'une efficace divine, nous permet d'établir une connexion nécessaire entre une cause et un effet⁶³. Dès lors, à l'issue d'un choc d'un mobile contre un corps au repos, il n'y aura pas lieu de concevoir une perte de vitesse comme l'effet de la réaction de ce dernier corps puisque son état ne renferme aucune idée

Nouveau Dictionnaire de l'Académie Française, (éd. 1718) reprend la définition de 1694 en ajoutant que le mot « se dit aussi en termes de Philosophie, pour marquer negation absoluë : Et dans cette acception on dit Aristote [...] », p. 366.

⁶⁰ Voir Malebranche *Entretiens*, I § I p. 32. Voir aussi RDV, III, II, I p. 415 et IV, XI, § II, p. 90. J. Rohault, *Traité de physique*, Veuve de Charles Savreux, Paris, 1671, en fait son premier axiome (voir Première partie, Chapitre V, « Des principaux axiomes de la Physique », p. 29 : « Le Neant ou le Rien n'a aucune propriété. Ainsi, l'on ne peut pas dire que le Neant eschauffe ou refroidisse, qu'il soit divisible, & qu'il ait des parties, &c. C'est pourquoy là où l'on reconnoistra quelque propriété que ce puisse estre, là aussi il faut dire qu'il y a quelque chose, & un veritable Estre »). Voir aussi Descartes, *Principes*, partie I, art. 11 : « le néant n'a aucunes qualités ni propriétés [...] ».

⁶¹ J. Rohault, *op. cit.*, ch. IV, « Avis touchant les mots », pp. 25-26. Une propriété essentielle au triangle sera que la somme des angles d'un triangle vaut deux droits ; une propriété accidentelle, la noirceur d'un triangle puisqu'il pourrait ne pas l'être tout restant triangle.

⁶² *Ibid.*, ch. VII, « De la Matière », p. 36.

⁶³ Voir *infra* 1.5 de ce chapitre.

d'action (car il est privé de mouvement) et en tant que tel ne saurait être un élément explicatif d'une relation de cause à effet⁶⁴.

Cette notion de privation sera critiquée par le newtonien S. Clarke ; c'est qu'on n'attribue pas les mêmes « propriétés » à la matière dans les sciences anglaise et française. Dans les *Regulae philosophandi* de ses *Principes*, Newton conçoit la dureté, l'impenétrabilité, la mobilité et l'inertie (les corps sont « doués d'une certaine force (que nous appelons force d'inertie) par laquelle ils perséverent dans le mouvement ou dans le repos ») comme propriétés essentielles des corps⁶⁵. D'après les *Principes*, il entend tirer ces propriétés de l'expérience et non de la connaissance de l'essence de la matière⁶⁶. C'est à partir de cette idée d'une inertie comme propriété que S. Clarke entend réfuter la thèse malebranchiste de la privation. Sa critique livre alors deux informations : d'une part, à ses yeux les conceptions cartésiennes de forces de repos et de mouvement doivent être rapprochées, voire assimilées, à la force d'inertie newtonienne ; d'autre part, la métaphysique malebranchiste conduit directement à l'absence d'une conceptualisation de l'inertie. Autrement dit, sur ce dernier point, lorsque Malebranche écrit qu'un corps au repos ne résiste pas, il ne rejette pas seulement la résistance absolue de la règle 4 de Descartes mais aussi, d'après Clarke, la résistance entendue comme réaction.

Les critiques de Clarke figurent dans les annotations de sa traduction du *Traité de physique* de Rohault. Clarke rejette les thèses cartésiennes concernant l'essence de la matière et la conservation de la quantité de mouvement⁶⁷. Il ne fait cependant aucune

⁶⁴ Voir dans ce chapitre partie II, 2.2.2.1 c. Voir aussi chapitre IV, 2. 3.2 concernant l'absence de réaction chez Crousaz et Privat de Molières, ainsi que 2.3.3 b pour Saulmon.

⁶⁵ *Principes TMC*, tome II, pp. 3-5. Sur le statut particulier de la gravité, voir A. Koyré, *Etudes newtoniennes*, op. cit., pp. 188-202. Voir aussi V. Le Ru, *Voltaire newtonien, le combat d'un philosophe pour la science*, Vuibert/Adapt, Paris, 2005, pp. 17-32.

⁶⁶ *Principes TMC*, tome II, Scholie général, p. 178 : « nous voyons les figures et les couleurs des corps, nous entendons leurs sons, nous touchons leurs superficies extérieures, nous sentons leurs odeurs, nous goûtons leurs saveurs ; mais quant aux substances intimes, nous ne les connaissons par aucun sens, ni par aucune réflexion ».

⁶⁷ Concernant la matière, Clarke note : « not *Extension*, but *Solid Extension*, impenetrable, which endowed with the *Power of resisting*, may (as was before said) be more truly called the *Essence of Matter* ». Voir *Rohault's System of Natural Philosophy. Illustrated with Dr. Samuel Clarke's Notes, Taken Mostly out of Sir*

remarque concernant l'énoncé du principe "d'inertie". Rohault le fait reposer sur l'axiome 6 stipulant que « rien ne tend de soy-même à sa destruction » et sur les axiomes 7 et 8 énonçant respectivement que « tout changement procede d'une cause extérieure » et que « lors qu'il se fait quelque changement, il est toujours proportionné à la force de l'agent qui le cause ; en sorte que le sujet où il arrive, conserve le plus qu'il est possible de sa première façon d'estre. Ainsi, si un corps qui se meut lentement en rencontre un autre au repos qu'il pousse devant luy, il ne faut pas penser qu'il l'oblige à se mouvoir plus viste qu'il va luy-mesme »⁶⁸. Les annotations de Clarke, loin de critiquer l'énoncé de Rohault, y souscrivent en apportant des remarques qui n'ajoutent rien aux axiomes 6 et 8⁶⁹. Ce n'est que dans un deuxième temps, fidèle en ceci à la présentation cartésienne, que Rohault mentionne la persistance de la détermination ; Clarke ne donne à nouveau aucune remarque concernant cette division du principe en deux parties⁷⁰. Il note que « Cartes and some others contend, that That which is at Rest, has some kind of Force, by which it continues at Rest, and whereby it resists everything that would change its state ; and that Motion may as well be called a Cessation of Rest, as Rest is a Cessation of Motion »⁷¹ et que cette « sorte de force » fait défaut chez Malebranche.

Isaac Newton's Natural Philosophy. Done into English by John Clarke, London, 1729 (seconde édition anglaise, première édition en 1723), p.15.

⁶⁸ Voir Rohault, *Traité de Physique* [1671], *op. cit.*, p. 31. Une version du 'principe d'inertie' consistera à énoncer que « ce qui est en repos, ne commencera jamais à se mouvoir, si quelque chose ne le meut ; de mesme aussi, ce qui a une fois commencé à se mouvoir, ne sçauroit de soy-mesme ne pas continuër à se mouvoir, jusqu'à ce qu'il rencontre quelque chose qui retarde ou qui arrête son mouvement », *ibid.*, p. 63.

⁶⁹ Pour l'axiome 6, Clarke note : « *Every Thing, as much as it can, endeavours to continue in that State in wich it is* » ; concernant le 8 : « *Every Alteration is always proportionable to the Force of the Agent which causes it. So that the Thing which is altered, continues, as much as it can, in its first State. Thus, if a Body, which moves slowly, comes upon another Body at rest, and pushes it before it, we cannot think that it can move this latter Body swifter than it goes it self* ». Le traducteur (J. Clarke) ajoute une note se rapportant à la nature des corps, et corrigeant la dernière phrase de l'axiome 8 de Rohault qui manifestement ne fait allusion qu'à des corps durs : « *Swifter than it goes it self. Unless it be endued with an elastick Force, which is to be understood as an addition of new Force* », voir *Rohault's System of Natural Philosophy, op. cit.*, pp. 19-20.

⁷⁰ Voir Rohault, *Traité de Physique* [1671], *op. cit.*, pp. 100-101 : « comme chaque chose persiste de soy-mesme autant qu'elle peut dans sa façon d'estre, il est évident qu'un corps qui a une fois commencé de se mouvoir avec une certaine détermination, la doit toujours garder, c'est-à-dire, qu'il doit toujours décrire une ligne droite, puisque c'est la seule détermination qui soit naturelle à un corps qui se meut ».

⁷¹ *Rohault's System of Natural Philosophy, op. cit.*, p. 41.

En effet, Clarke qualifie de « pétition de principe » le raisonnement de l'oratorien figurant dans RDV, VI, II, IX, soit la section relative à la dureté des corps : « *Malebranch in his Enquiry after Truth, Book 6. Chap. 9.* and others contend on the contrary, that Rest is a mere privation of Motion ; their Arguments may be seen briefly explained in Mr. *Le Clerc's Phys. Book 5. Chap. 5.* One Thing only I would observed by the way, relating to this Matter, and that is, that *Malebranch* and Mr. *Le Clerc*, who follow his Opinion, in the following Argument, beg the Question. Suppose, say they, a Ball at Rest ; suppose that God should cease to will any Thing concerning it ; what would be the Consequence ? It would be at Rest still. Suppose it be in Motion ; and that God should cease to Will that it should be in Motion, what would follow then ? It would not be in Motion any longer. Why not ? Because the Force, whereby the Body in Motion continued in the State it was, is the *positive* will of God, but that whereby it is at Rest is only *privative* : this is a manifest begging of the Question »⁷². En réalité, la « force ou tendance » de persévérer dans chacun des deux états est l'inertie de la matière et même s'il se pouvait que la volonté de Dieu n'intervienne plus, les corps en mouvement et en repos persisteraient tout de même dans leurs états⁷³.

Clarke et Leibniz s'accordent sur cette critique du repos comme privation⁷⁴. Tous les deux y voient non une simple critique de la règle 4 de Descartes mais bel et bien l'absence de conceptualisation d'une réaction. C'est que Malebranche va s'efforcer d'expliquer la résistance non plus par le repos mais par le mouvement. Il rompra ainsi la contrariété cartésienne repos-mouvement pour lui substituer celle de mouvement-mouvement.

1.3 Les exemples de Malebranche

Malebranche donne dans RDV, VI, II, IX une série d'exemples justifiant sa thèse d'absence de force pour le corps au repos. Ce texte ne donne pas une définition explicite de l'action, mais permet cependant une première approche de la notion. On remarque que le mouvement effectif est l'élément de compréhension de l'action et de la résistance ; autrement

⁷² *Ibid.*, p. 42.

⁷³ *Ibid.*

⁷⁴ Concernant Leibniz, nous reviendrons sur ses critiques, voir en particulier dans ce chapitre II, 2.2.2.1.

dit, à l'origine de toute action figure une loi de persistance, mais seulement appliquée au cas du mouvement.

Le premier exemple est un raisonnement infinitiste associant « raison » et « expériences » :

« la raison & mille & mille expériences m'apprennent que si deux corps égaux en masse, l'un se meut avec un degré de vitesse, & l'autre avec un demi degré, la force du premier sera double du second. Si la vitesse du second n'est que le quart, la centième, la millionième de celle du premier ; le second n'aura que le quart, la centième, la millionième partie de la force du premier. D'où il est aisé de conclure, que si la vitesse du second est infiniment petite, ou enfin nulle, comme dans le repos, la force du second sera infiniment petite, ou enfin nulle, s'il est en repos. Ainsi il me paroît évident que le repos n'a nulle force pour résister à celle du mouvement »⁷⁵.

On pourrait rapprocher ce raisonnement de celui de Galilée concernant la chute libre où le corps passe du repos à une vitesse finie par tous les « degrés » de vitesse⁷⁶. Il vient finalement nous dire que le corps au repos cédera et corrige alors la règle 4 de Descartes car le corps en mouvement à toujours plus de force⁷⁷ ; dans un contexte galiléen, l'exemple signifierait que la plus petite force peut mettre un corps en mouvement. La force en question renvoie ici à la force mouvante (quantité de mouvement) : l'absence de mouvement actuel implique l'absence de la « force pour résister ». Si à travers ce raisonnement Malebranche ne souhaite que montrer la mobilité du corps au repos, au moins peut-on remarquer l'importance du mouvement effectif ; lui seul renferme une possibilité d'action et l'estimation d'une force de repos ne passe pas par la prise en compte d'un changement d'état, bref d'une réaction. Si

⁷⁵ RDV, VI, II, IX, p. 429. Raisonnement présent à partir de 1700, cinquième édition de RDV.

⁷⁶ Galilée, *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*, introduction traduction, notes et index par Maurice Clavelin, PUF, Paris, 1995 (3^{ème} édition), 3^{ème} journée pp. 132-133. Galilée montre le passage continu d'une « infinie lenteur » à une vitesse finie en s'appuyant sur l'effet de la percussion d'un corps sur un pieu enfoncé dans le sol ; l'effet dépend de la vitesse du corps et l'effet imperceptible correspondra à un mouvement « très lent » et à une « vitesse plus que minime ».

⁷⁷ *Ibid.*, p. 430 : « le moindre mouvement, je veux dire celui du plus petit corps agité renfermera plus de force & de puissance que le repos du plus grand corps. Ainsi, le moindre effort ou le plus petit corps que l'on concevra agité dans le vuide contre un corps tres-grand & tres-vaste, sera capable de le mouvoir quelque peu ; puisque ce grand corps étant en repos il n'aura aucune puissance pour résister à celle de ce petit corps, qui viendra frapper contre lui ».

on veut suivre la thèse d'A. Gabbey relative aux règles cartésiennes 4 et 5 du choc, si on se remémore l'introduction des forces de repos et de mouvement dans l'art. 26 des *Principes*, exemplifiées par la mise en mouvement d'un navire, et la réception newtonienne de cette phrase cartésienne qu'il faut autant d'action pour mettre en mouvement qu'au repos⁷⁸, force est de constater que ce changement de mouvement apparaissant chez Descartes ne fait pas l'objet d'une analyse particulière de la part de Malebranche.

D'autres arguments énoncent « des expériences qui prouvent sensiblement que le repos n'a aucune puissance pour résister au mouvement ». Ces raisonnements manquent à nouveau ce qui pouvait faire la richesse du raisonnement cartésien, à savoir la prise en compte des changements d'états et leurs liens avec l'action. Selon Descartes, un petit corps peut mettre en mouvement un plus grand au repos, lorsqu'ils baignent dans un fluide. En effet, il n'agit pas seul, mais « détermine les parties du corps liquide qui sont agitées [...] à le [l'autre corps] pousser, & à lui communiquer une partie de leur mouvement »⁷⁹. Suivant une telle hypothèse, Malebranche note que le corps augmente en permanence son mouvement, « puisque cette impulsion est continuelle, son mouvement doit toujours croître » ; l'observation révèle tout au contraire que la vitesse diminue à cause de la résistance du fluide. Ainsi, si le mouvement s'avère possible dans un milieu résistant, puisque « l'expérience apprend que de fort grands vaisseaux, qui nagent dans l'eau, peuvent être agitez par de petits corps qui viennent heurter contr'eux »⁸⁰, à plus forte raison il devrait l'être

⁷⁸ Sur ces différents points, voir *supra* chapitre I.

⁷⁹ RDV, VI, II, IX, p. 434. Malebranche rejette l'intervention des « petites parties » de fluide dans l'explication du mouvement d'un corps : leurs actions se font équilibre et ce quand bien même ce corps change de lieu. Dans un premier exemple, concernant le mouvement d'un navire dans une rivière, il développe l'idée que le vide facilite davantage le mouvement que le plein, et que dans ce dernier, contrairement à l'affirmation cartésienne, un petit mouvement ne se voit pas plus facilité qu'un plus grand (*Principes*, II^{ème} partie, article 58 : « l'air, l'eau et les autres fluides [...] cèdent très aisément lorsqu'ils [des corps] se meuvent plus lentement »). L'exemple de la collision entre un morceau « de bois d'un demi-pied » contre un autre « d'un pied » au repos dans l'eau procède de la même idée. D'après la règle 4, le plus petit corps ne peut mettre en mouvement le plus grand ; mais le plein rend possible un tel phénomène car, suivant les cartésiens, le premier « détermine » les parties du corps liquide à le pousser. Dans ces conditions, Malebranche précise que le mouvement devrait être perpétuel, le corps se voyant continuellement poussé, ce qui contredit l'expérience. Aussi, les « parties » du fluide ne servent qu'à établir un équilibre et ne constituent pas ce supplément de force s'adjoignant à celle du corps percutant, indispensable à la mise en mouvement.

⁸⁰ *Ibid.*, p. 433.

dans le vide, où aucune résistance n'intervient : « si ces grands corps étoient dans le vuide, ils pourroient encore être agitez avec plus de facilité » ; « il seroit encore infiniment plus facile d'agiter un grand corps dans le vuide que dans l'eau, puisqu'il n'y auroit point de résistance de la part des corps d'alentour »⁸¹.

Cet exemple, comme le précédent, basé sur le principe de continuité, ne fait que conforter la thèse suivant laquelle « le moindre mouvement contient plus de puissance & plus de force que le plus grand corps en repos : & qu'ainsi on ne doit point comparer la force du mouvement & du repos, par la proportion qui se trouve entre la grandeur des corps qui sont en mouvement & en repos, comme a fait M. Descartes »⁸² ; mais comme le précédent aussi, il montre que l'intérêt du philosophe se porte plus sur les conditions de mobilité qu'offre ou non le milieu, bref sur la résistance de ce milieu, que sur une résistance qui serait propre à la matière.

Ces analyses doivent aussi attester du fait que « la volonté de l'Auteur de la nature, qui fait la puissance et la force que chaque corps a pour continuer dans l'état dans lequel il est, ne regarde que le mouvement & non point le repos, puisque les corps n'ont aucune force par eux-mêmes »⁸³. La loi de persistance ne concerne donc que le mouvement ; contrairement à ce qui figure chez Descartes, l'action ne pourra donc pas provenir d'une loi de persistance applicable au repos mais au seul mouvement.

Dans ces conditions, « puisque le repos n'a point de force pour résister au mouvement »⁸⁴ seul un autre mouvement pourra expliquer la cohésion.

1.4 L'intervention de la matière subtile et « quelques réflexions sur le sentiment de M. Descartes, & sur l'origine de son erreur »⁸⁵

1.4.1 Matière subtile

⁸¹ *Ibid.*

⁸² *Ibid.*

⁸³ *Ibid.*, p. 432-433.

⁸⁴ *Ibid.*, p. 437.

⁸⁵ *Ibid.*, p. 444.

Malebranche conçoit alors « une matiere invisible qui les [corps] environne, laquelle étant extrêmement agitée, pousse avec beaucoup de violence les parties exterieures & interieures de ces corps, & les comprime ainsi de telle sorte, que pour les separer, il faut avoir plus de force que n'en a cette matiere invisible laquelle est extrêmement agitée »⁸⁶. Si « les parties des corps durs [...] sont si fort unies les unes aux autres, c'est qu'il y a d'autres petits corps au dehors infiniment plus agitez que l'air grossier que nous respirons, qui les poussent et qui les compriment : & que ce qui fait que nous avons de la peine à les separer n'est pas leur repos, mais l'agitation de ces petits corps qui les environnent, & qui les compriment. De sorte que ce qui résiste au mouvement n'est pas le repos, qui n'en est que la privation, & qui n'a de soi aucune force, mais quelque mouvement contraire qu'il faut vaincre »⁸⁷.

La cohésion s'explique par l'intervention d'une entité extérieure ; la résistance au mouvement qu'oppose un corps au repos ne provient pas d'une capacité intrinsèque mais d'un mouvement contraire. On remarquera par la suite, lors de collisions de corps durs, que le terme « résistance » n'intervient que pour les cas de collisions impliquant des mouvements de sens opposés. Il y a là sans doute unité pour la cohésion et la collision : il y a « résistance » là où on trouve des mouvements contraires.

Malebranche va introduire une série d'exemples visant à justifier la possibilité d'une action d'un milieu extérieur. Qu'il s'agisse des « experiences de Magdebourg d'Otton de Guericke », de « la vessie de carpe » placée dans un vide, de « deux plans de verre ou de marbre » en contact et difficilement séparables, dans tous les cas l'air grossier intervient dans l'explication ; de tels exemples sont censés donner du grain à moudre à la thèse d'une « poussée » et « compression » par des « petits corps infiniment plus agitez que l'air grossier »⁸⁸.

⁸⁶ *Ibid.*, p. 437. Comme le note S. Roux, à propos de ce type d'explications de la cohésion des corps, « pour que les corps microscopiques s'enchevêtrent ou soient pressés par la matière subtile, il faut déjà qu'ils soient durs », Thèse, *op. cit.*, p. 411. Malebranche n'échappe pas à une question de fond : que presse exactement la matière subtile si ce n'est nécessairement quelque chose de dur sur quoi son action puisse s'exercer ? Une telle question mérite d'être posée concernant les collisions de corps mous et nous y reviendrons. Il y a fort à penser que la conclusion de S. Roux sur l'« aporie de la physique cartésienne », à savoir « Descartes atomiste malgré lui » (*ibid.*, p. 447), puisse s'adapter aussi à Malebranche concernant son explication de la dureté.

⁸⁷ RDV, VI, II, IX, p. 439.

⁸⁸ Dans cette première expérience, une fois le vide fait, « l'action des chevaux qui tiroient les deux hémisphères de deux côtes, ne pouvoit pas vaincre l'effort d'une infinité de petites parties d'air qui leur

La dureté ne peut se mesurer « par rapport à nos mains, ou aux efforts que nous sommes capables de faire », ceci n'étant « presque rien en comparaison de celle [la force] de la matière subtile ». En effet, la force des hommes ne provient que d'une « tres-petite fermentation de leur sang, laquelle en agite quelque peu les petites parties, & produit ainsi les esprits animaux », et qui résulte seulement d'« une fort petite communication du mouvement de cette matière subtile ». Malebranche montre alors à travers une seconde série d'exemples la puissance considérable déployée par cet élément échappant à nos sens et par là-même justifie la difficulté de séparer les parties d'un corps et rend légitime l'explication de la cohésion par l'action de compression du fluide⁸⁹.

Finalement le fluide devient un principe universel expliquant les différents types de cohésion des corps qu'on rencontre dans la nature : « qu'il y en a quelques uns [des corps] qui font ressort & se redressent, d'autres qui demeurent ployez, d'autres qui sont fluides & liquides : & enfin elles [les parties de la matière invisible] sont cause non-seulement de la force, que les parties des corps durs ont pour demeurer les unes auprès des autres, mais aussi de celle que les parties des corps fluides ont de s'en separer ; c'est-à-dire que c'est elle qui rend quelques corps durs & quelques autres fluides : durs lorsque leurs parties se touchent immédiatement ; fluides, lorsque leurs parties ne se touchent point, & que la matière subtile glisse entre-elles »⁹⁰. Nous renvoyons à l'Annexe 5 (section : « tourbillons ») pour l'explication finale de la dureté se basant sur la force centrifuge des petits tourbillons de matière subtile.

Le fluide assure donc une continuité physique entre les deux états extrêmes de dureté et fluidité, et c'est bien le principe de continuité qu'utilisera Malebranche pour

résistoient, en pressant ces deux hémisphères ». L'union des deux hémisphères provient de la compression sur la surface « extérieure & convexe » qui n'existe pas « en même tems dans leur surface concave & intérieure ». La vessie remplie d'air dans un vase dont on fait le vide « crève & se rompt, parce qu'alors il n'y a point d'air au dehors de la vessie qui résiste à celui qui est dedans ». Enfin, l'air comprime les deux plaques, et s'oppose à la séparation. Voir pp. 438-439.

⁸⁹ Qu'il s'agisse des effets de la poudre à canon, de ceux du feu dans les mines, dans la pesanteur des corps, ces exemples prouvent « la grandeur du mouvement de la matière subtile » et qu'il n'est alors pas au-dessus de ses forces « d'unir & de comprimer ensemble les parties des corps durs aussi fortement qu'elles le sont », voir p. 441.

⁹⁰ *Ibid.*, pp. 442-443.

souligner l'incohérence du texte cartésien et relever « l'erreur » que constitue l'introduction d'une force de repos superflue.

1.4.2 Erreurs cartésiennes

En effet, Descartes « s'est laissé aller à cette pensée, qu'on ne pouvoit donner les règles de la différente communication des mouvemens, que par la proportion qui se trouve entre les différentes grandeurs des corps qui se choquent, puisqu'il n'est pas possible de pénétrer les desseins & la volonté de Dieu ». Jugeant « que chaque chose avoit de la force pour demeurer dans l'état où elle étoit », il a « conclu que le repos avoit autant de force que le mouvement », mesurant « les effets de la force du repos par la grandeur du corps en repos, comme ceux de la force en mouvement »⁹¹. Mais, d'une part, en admettant le raisonnement cartésien, « il ne s'ensuit point que celle [la volonté positive et efficace de Dieu] qui feroit le repos fût égale à celle qui produiroit le mouvement, Dieu ayant pu subordonner l'une à l'autre & vouloir que la première cédât toujours à la seconde »⁹². D'autre part, Malebranche s'« étonne » que Descartes n'ait pas corrigé cette pensée : le texte souffre d'une incohérence dans ses principes explicatifs : la matière subtile dont « il a reconnu l'existence & quelques effets » explique « la force qu'ont certains corps pour se redresser »⁹³ ; puis, « il ne lui

⁹¹ *Ibid.*, p. 444.

⁹² *Ibid.*, p. 445.

⁹³ Malebranche précise qu'on trouve ceci dans l'article 132 de la quatrième partie des *Principes*, article intitulé « *Ce que c'est qu'être roide ou faire ressort, & pourquoi cette qualité se trouve aussi dans le verre* ». Les « corps [flexibles] ne peuvent estre pliez..., que la figure de leurs pores ne se change quelque peu, en sorte que la matiere qui a coustume de les remplir, n'y pouvant plus couler si facilement que de coustume, pousse par les parties de ce corps qui l'en empeschent, et aussi fait effort pour les remettre en leur premiere figure. Par exemple, si dans un arc, qui n'est point bandé, les pores qui donnent passage au second element sont exactement ronds, il est évident qu'après qu'il est bandé..., ces mêmes pores doivent estre un peu plus longs que larges, en forme d'ovales, & que les parties du second element pressent les costez de ces ovales..., afin de les faire derechef devenir rondes. Et bien que la force dont elles les pressent, estant considérée en chacune de ces parties en particulier, ne soit pas fort grande, toutefois, à cause qu'il y en a tous-jours un fort grand nombre... qui agissent ensemble, ce n'est pas merveille qu'elles facent que [...] l'arc se débände avec beaucoup de violence », voir *Principes* AT IX, pp. 270-271.

L'explication du « ressort » repose finalement sur ce qu'on peut supposer être une application de la loi de conservation du mouvement ; le changement de forme des pores provoque l'empêchement de la circulation du fluide qui en retour agit (« presse »). C'est probablement de cet article dont Cordemoy s'inspirera lorsqu'il examinera l'élasticité à partir de la circulation du fluide. Il fait jouer au 'principe d'inertie', via la

attribuë pas leur dureté, ou la résistance qu'ils font lorsqu'on tâche de les ployer & de les rompre, mais seulement au repos de leurs parties ». Or, il « paroît évident que la cause qui redresse & qui rend roides certains corps, est la même que celle qui leur donne la force de résister lorsqu'on les veut rompre : car enfin la force qu'on emploie pour rompre de l'acier ne differe qu'insensiblement de celle par laquelle on le ploie jusqu'à ce qu'il soit près de se rompre »⁹⁴. A nouveau le principe de continuité joue dans la critique. D'où la conclusion, à forte tonalité leibnizienne, qu'« il n'y a aucun corps dur qui ne fasse quelque peu de ressort »⁹⁵. Cette rédaction fait de nombreux renvois à l'Eclaircissement XVI de 1712 (6^{ème} édition de RDV) : ces premières explications malebranchistes concernant le ressort seront à partir de 1699 amplifiées par l'introduction des petits tourbillons constitutifs du fluide dont la force centrifuge assure une élasticité universelle. Les corps du système seront donc essentiellement élastiques et l'étude des collisions des corps durs un exercice de géomètre, non de physicien⁹⁶.

D'après le contenu de l'article 132 de la quatrième partie des *Principes*, Descartes devait donc réexaminer l'explication de la cohésion mais aussi les règles du choc. En effet, dans le système cartésien, d'après Malebranche, il est nécessaire que les grands corps communiquent du mouvement aux plus petits et que ceux-ci rejaillissent sans perte, « car sans cela son premier élément n'auroit pas tout le mouvement qu'il est nécessaire qu'il ait pardessus le second, ni le second pardessus le troisième ; & tout son système seroit

circulation de la matière subtile, le rôle d'un principe de conservation permettant au corps fléchi de recouvrer sa figure d'origine : « quand cette lame vient à être courbée, comme ses parties s'écartent du côté de la superficie de la partie convexe, & se rapprochent en la concave, il s'ensuit que les pores s'étréussent en l'une, & s'élargissent en l'autre. De sorte que la matière subtile qui y coule incessamment, rencontrant le côté de chaque pore, qui est le plus ouvert, s'y insinuë abondamment, & trouvant l'autre côté plus étroit, elle fait un effort continuel, pour écarter les parties ainsi rapprochées, & continuer son cours en ligne droite. Ce qui ne se peut faire qu'en redressant cette lame, c'est-à-dire, en remettant toutes ses parties en leur première situation », voir G. de Cordemoy, *Six Discours sur la distinction et l'union du corps et de l'âme*, dans *Œuvres philosophiques* de Cordemoy, éd. critique de P. Clair et F. Girbal, PUF, Paris, 1968, Discours III, pp. 125-126. Voir sur son raisonnement les analyses de S. Roux, *Descartes et le "principe d'inertie"*, *op. cit.*, p. 11.

⁹⁴ *Ibid.*, p. 445.

⁹⁵ *Ibid.*, p. 446. Voir l'*Hypothesis physica nova* de Leibniz, art. 22 : « soit artifice à admirer du créateur, soit bienfait nécessaire à la vie, tous les corps sensibles sont par notre hypothèse élastiques à cause de la circulation de l'éther ; donc tous les corps sensibles réfléchissent ou réfractent », trad. J. Peyroux dans G.-W. Leibniz, *Ecrits concernant la chimie. Suivis de la physique générale*, A. Blanchard, Paris, 1990, p. 44.

⁹⁶ De telles lois servent seulement à « s'exercer l'esprit », voir *infra*, seconde partie de ce chapitre, 2.1.

absolument faux »⁹⁷. La supposition de la force de repos s'adapte parfaitement à une telle configuration : les grands corps en repos résistent à l'action des plus petits donc « il est visible que les grands corps doivent avoir beaucoup moins de mouvement qu'un pareil volume de plus petits, puisqu'ils peuvent toujours selon cette supposition communiquer celui qu'ils ont, & qu'ils n'en peuvent pas toujours recevoir des plus petits ». Elle n'apparaît donc pas « contraire à tout ce que M. Descartes avoit dit dans ses principes depuis le commencement jusqu'à l'établissement de ses regles du mouvement : & s'accommodant fort bien avec la suite de ses mêmes principes, il croyoit que les regles du mouvement qu'il pensoit avoir démontrées dans leur cause, étoient encore suffisamment confirmées par leurs effets »⁹⁸. La force de repos se verrait ainsi confortée dans son existence par la cohérence du système cartésien ; son emploi dans le choc s'en verrait justifié. Si Malebranche convient que « les grands corps communiquent plus facilement leur mouvement que les petits » et donc que le « premier élément est plus agité que le second, & le second que le troisième », ceci s'explique cependant sans l'intervention de la force de repos.

En effet, les petits corps et les corps fluides ne communiquent à de grands corps que le mouvement commun à toutes leurs parties : « l'eau d'une riviere ne peut communiquer à un bateau que le mouvement de la descente qui est commun à toutes les petites parties dont l'eau est composée », lesquelles ont « une infinité d'autres [mouvements] particuliers ». Ceci ne signifie pas qu'un petit corps ne puisse pas communiquer de son mouvement à un plus grand ; il faut seulement prendre garde que « si vingt parties d'un corps fluide poussent quelque corps d'un côté, il y en a autant qui le poussent de l'autre : il [le navire] demeure donc immobile, & toutes les parties du corps fluide dans lequel il nage, rejaillissent sans rien perdre de leur mouvement ». Un navire ne pourra donc jamais avoir « autant de mouvement qu'un égal volume d'eau ». De la même manière, « les corps grossiers, & dont les parties sont unies les unes avec les autres ne peuvent recevoir que le mouvement circulaire & uniforme du tourbillon de la matiere subtile qui les environne ». Voilà qui « suffit pour faire comprendre que les corps grossiers ne sont point si agitez que les

⁹⁷ *Ibid.*, p. 447.

⁹⁸ *Ibid.*, p. 447. Que « les effets de la nature » confirment « ses regles », voilà selon Malebranche une raison du maintien du faux principe de la physique cartésienne. Mais en examinant « de nouveau ses principes sans préoccupation, [...] il [Descartes] n'auroit pas crû que les effets de la nature eussent confirmé ses regles », *op. cit.*, p. 448.

petits, & qu'il n'est point nécessaire pour expliquer ces choses de supposer, que le repos ait quelque force pour résister au mouvement »⁹⁹.

Là encore, le raisonnement de Malebranche semble manquer l'essentiel ; il cherche à expliquer mécaniquement l'effet que Descartes impute à la force de repos et refuse par là-même toute possibilité d'associer une action à l'état de repos. Ce souci d'expliquer ce qui chez Descartes provient d'une loi de la nature, ou chez les newtoniens d'une propriété essentielle de la matière, apparaîtra dans les règles de collision ; Malebranche cherchera à comprendre autrement que par l'effet d'une force de repos ou d'inertie la perte de mouvement d'un mobile heurtant un corps au repos.

1.5 Force mouvante

C'est que la question de conceptualiser une réaction n'a pas à se poser, encore une fois par ce simple fait que le repos est une notion essentiellement privative.

Etablir un véritable lien de cause à effet c'est concevoir une relation nécessaire entre une cause et un effet¹⁰⁰. N'ayant pas « d'idées distinctes » des « causes naturelles » on s'imagine qu'elles sont les « véritables causes » alors qu'elles ne sont que des « causes occasionnelles »¹⁰¹. Finalement, « il n'y a que l'être infiniment parfait, entre la volonté duquel & les effets l'esprit apperçoit une liaison nécessaire. Il n'y a donc que Dieu qui soit véritable cause, & qui ait la puissance de mouvoir les corps »¹⁰² ; « la force mouvante des corps n'est donc point dans les corps qui se remüent, puisque cette force n'est autre que la volonté de Dieu. Ainsi les corps n'ont aucune action : & lors qu'une boule qui se remüe, en rencontre & en meut une autre, elle ne lui communique rien qu'elle ait : car elle n'a pas même la force

⁹⁹ *Ibid.*, p. 448.

¹⁰⁰ RDV, VI, II, III, p. 316 : « cause véritable est une cause entre laquelle & son effet l'esprit apperçoit une liaison nécessaire ».

¹⁰¹ *Ibid.*, p. 309 et p. 312. Voir aussi Eclaircissement XV, pp. 204 : « Il y a bien des raisons qui m'empêchent d'attribuer aux causes *secondes* ou *naturelles*, une force, une puissance, une efficace pour produire quoi que ce soit. Mais la principale est que cette opinion ne me paroît pas même concevable. Quelque effort que je fasse pour la comprendre, je ne puis trouver en moi d'idée qui me représente ce que ce peut être que la force ou la puissance qu'on attribüé aux créatures ».

¹⁰² RDV, VI, II, III, p. 316.

qu'elle luy communique »¹⁰³. La répétition d'événements nous fait indûment prendre pour cause réelle ce qui n'est que cause occasionnelle¹⁰⁴. Finalement, l'expérience nous dévoile une loi, « mais demeurons-en là »¹⁰⁵.

¹⁰³ *Ibid.*, p. 313. Sur cet exemple de la boule comme cause occasionnelle, voir aussi RDV, Eclaircissement XV, p. 208 ; RDV, III, II, III, p. 426 ; *Entretiens*, VII, pp. 161-162. Voir G. de Cordemoy, *Six Discours sur la distinction et l'union du corps et de l'âme*, dans *Oeuvres philosophiques avec une étude bibliographique*, éd. critique de P. Clair et F. Girbal, PUF, Paris, 1968, Discours IV, p. 139 : « ce qu'on doit entendre, quand on dit que les corps meuvent les corps c'est, qu'étant tous impenetrables, & ainsi, les mêmes ne pouvant toujours être mûs, du moins avec égale vitesse, leur rencontre est une occasion à l'esprit, qui a mû les premiers, de mouvoir les seconds. Or, comme nous ne considerons pas toujours cette premiere cause, qui fait mouvoir, & que nous ne nous arrêtons qu'à ce qui se voit, parce que souvent cela suffit pour nous faire entendre ; nous nous contentons, lors que nous voulons dire, pour quoy un certain corps, qui étoit en repos, commence à être mû, d'expliquer comment il a été rencontré par un autre corps, qui étoit en mouvement : alleguant ainsi l'occasion pour la cause [...] un corps n'en peut mouvoir un autre, & [...] c'est quelque esprit, qui les fait mouvoir ».

¹⁰⁴ RDV, III, II, III, p. 426 : « les hommes ne manquent jamais de juger qu'une chose est cause de quelque effet, quand l'un & l'autre sont joints ensemble, supposé que la véritable cause de cet effet leur soit inconnuë. C'est pour cela que tout le monde conclut, qu'une boule agitée qui en rencontre une autre, est la véritable, & la principale cause de l'agitation qu'elle lui communique : que la volonté de l'ame est la véritable, & principale cause du mouvement du bras, & d'autres préjugez semblables : parce qu'il arrive toujours qu'une boule est agitée, quand elle est rencontrée par une autre qui l'a choque ; que nos bras sont remuez presque toutes les fois que nous le voulons, & que nous ne voyons point sensiblement qu'elle autre chose pourroit être la cause de ces mouvements ».

Voir G. de Cordemoy, *Six Discours*, discours IV, dans *Oeuvres philosophiques, op. cit.*, p. 137 : « il faut soigneusement discerner ce qu'on a effectivement reconnu, d'avec ce qu'on a seulement conjecturé : car c'est de la confusion de ces deux choses, que viennent toutes nos erreurs sur ce point. Lorsqu'on dit, par exemple, que le corps B a chassé le corps C de sa place ; si on examine bien ce qu'on reconnoît de certain en cela, on verra seulement que B étoit mû, qu'il a rencontré C, qui étoit en repos ; & que depuis cette rencontre, le premier cessant d'être mû, le second a commencé de l'être. Mais que l'on reconnoisse que B donne du mouvement à C, cela n'est en verité qu'un préjugé, qui vient de ce que nous ne voyons pour lors que ces deux corps ; & que nous avons coûtume d'attribuer tous les effets qui nous sont connus, aux choses que nous appercevons : sans prendre garde que souvent ces choses sont incapables de produire de tels effets, & sans considerer qu'il peut y avoir mille causes, qui, tout imperceptibles qu'elles sont, peuvent produire des effets sensibles ».

¹⁰⁵ Qu'il s'agisse de l'interaction entre les corps ou l'âme et la corps, les conclusions sont les mêmes : « l'expérience m'apprend que je sens de la douleur, par exemple, lorsqu'une épine me pique. Cela est certain. Mais demeurons-en là. Car l'expérience ne m'apprend nullement que l'épine agisse sur nôtre esprit, ni qu'elle ait aucune puissance. N'en croions rien, je vous le conseille ». Malebranche, *Entretiens*, VII, § II, p. 151.

Au risque de lapalissade, la force mouvante est celle qui meut. Nous avons constaté que le repos était à l'écart de la loi de persistance qui fondait l'action (« la volonté de l'Auteur de la nature, qui fait la puissance et la force que chaque corps a pour continuer dans l'état dans lequel il est, ne regarde que le mouvement & non point le repos, puisque les corps n'ont aucune force par eux-mêmes »¹⁰⁶) ; l'efficace des lois divines à pour préalable celle du mouvement, et seulement lui :

« Ayant résolu de produire par les voyes les plus simples, comme plus conformes à l'ordre immuable de ses attributs, cette variété infinie de créatures que nous admirons, il a voulu que les corps se müssent en ligne droite, parce que cette ligne est la plus simple. Mais les corps étant impénétrables, & leurs mouvemens se faisant selon des lignes opposées, ou qui s'entrecoupent, il est nécessaire qu'ils se choquent et qu'ils cessent par conséquent de se mouvoir de la même façon [...] Car je suis persuadé que ces deux loix naturelles qui sont les plus simples de toutes ; sçavoir, que tout mouvement se fasse ou tende à se faire en ligne droite, & que dans le choc les mouvemens se communiquent à proportion, & selon la ligne de leur pression, suffisent, les premiers mouvemens étant sagement distribuez, pour produire le monde tel que nous le voyons [...]

Je dis donc que Dieu par la premiere des loix naturelles, veut positivement, & fait par conséquent le choc des corps : & qu'il se sert ensuite de ce choc qui l'oblige à varier son action, à cause que les corps sont impénétrables, comme d'une occasion pour établir la seconde loi naturelle, qui règle la communication des mouvemens ; & qu'ainsi le choc actuel est cause naturelle ou *occasionnelle* de la communication actuelle des mouvemens, par laquelle Dieu sans changer sa conduite, produit une infinité d'ouvrages admirables »¹⁰⁷

La force mouvante est celle qui dans ce monde fonde la continuation d'un mouvement rectiligne uniforme comme effet d'une cause agissant suivant les voies les plus simples ; le repos, qui n'apparaît pas dans la formulation de la loi, n'est pas un état qui bénéficierait de l'action de la cause première au même titre que le mouvement. Les lois générales, celles qui devraient se rapprocher du principe, ces lois que Malebranche découvre par une contemplation des attributs divins et en particulier la sagesse qui fait agir le Créateur suivant les voies les plus simples, ne feront jamais mention du repos mais seulement du

¹⁰⁶ *Ibid.*, p. 432-433.

¹⁰⁷ RDV, *Eclaircissement XV*, p. 217.

mouvement¹⁰⁸. Finalement, cette liaison nécessaire entre la cause et son effet qui passe au niveau métaphysique par la prise en compte de la volonté divine passera, au niveau physique des causes occasionnelles, par celle d'un mouvement et de son effet ; aucune référence ne sera faite à l'effet qu'est susceptible de produire un repos. Ceci nous semble défavorable à une conceptualisation de l'inertie et d'une réaction ; nous examinerons dans les règles de collision si tel est bien le cas. Nous aurons l'occasion de remarquer qu'une perte de mouvement d'un mobile lorsqu'il choque un corps au repos ne donne pas lieu à une conceptualisation de la réaction et qu'alors c'est suivant un tout autre cadre conceptuel que celui de la mécanique classique que Malebranche rend compte de cet événement.

Conclusion

Dans sa volonté d'expliquer la cohésion des corps, Malebranche rejette le concept cartésien de force de repos. Le sens de l'affirmation malebranchiste que « le repos n'a pas de force pour résister » peut se comprendre dans un contexte historique critique à l'encontre de la règle 4 cartésienne du choc. La réforme du système cartésien ne sera vraiment définitive qu'avec la conception d'une matière subtile « infiniment fluide » qui supplantera les éléments cartésiens. Malebranche ne procède donc pas à l'éviction de n'importe quelle force mais de la 'force cartésienne', celle dont se sert Descartes pour justifier le caractère inamovible de corps percutés sous certaines conditions de vitesses et grandeurs.

Une telle réforme s'inscrit dans un contexte historique. En effet, d'autres rejeteront cette force, qu'il s'agisse de Leibniz s'inspirant de Hobbes dans la rédaction de sa *Théorie du mouvement abstrait*¹⁰⁹ ou encore de cette conception d'une matière indifférente qu'on rencontre chez Pardies (voir chapitre II, 1.3).

¹⁰⁸ Nous renvoyons à l'Annexe 4 relative aux lois du mouvement.

¹⁰⁹ Pour cette influence, voir F. Duchesneau, *op. cit.*, pp. 24-29 et pp. 41-48. L'auteur remarque que « dans une analyse anti-cartésienne, dont Leibniz va prendre acte, Hobbes récuse l'opposition du mouvement et du repos, qui ne forment des contraires qu'en tant que termes abstraits ; l'opposition réelle dans la représentation des causes ne peut consister que dans les mouvements contraires. Rien n'indique toutefois comment on peut concilier cette conception avec la notion de force suivant le modèle *mlv*, où la masse apparaît comme facteur d'intégration de la résistance au mouvement contraire. Lorsque Hobbes reprend sa doctrine de la force dans le *De corpore*, III, XV, §1, il modifie sa définition en semblant faire abstraction du facteur de masse. Mais il rétablit immédiatement un rapport de la *quantitas motionibus* à la grandeur relative des corps dotés de même vitesse. En fait, Hobbes a tendance à situer l'élément dynamique dans la vélocité de la partie minimale de

Chez Malebranche, cette réforme va cependant au-delà d'une simple correction d'une « erreur » de Descartes. Elle affecte l'équivalence ontologique posée dans les *Principes* et c'est bien parce qu'il y a révision de la "force cartésienne", si on voit en celle-ci un antécédent de l'inertie, que la correction de Malebranche doit bien avoir quelques conséquences sur les fondements de cette mécanique. En l'occurrence, la loi de persistance cartésienne n'est plus bicéphale, la seule action intelligible est celle dérivant de la persistance d'un mouvement. Les corps ont donc une « puissance » pour « agir & pour se résister les uns aux autres », découlant de cette volonté divine que « chaque chose demeure en l'état où elle est », mais aucune « preuve certaine » ne permet d'affirmer que « Dieu veuille par une volonté positive que les corps demeurent au repos »¹¹⁰. La résistance qu'on pourrait associer au repos n'est pas donnée comme la résistance issue du mouvement, mais nécessite d'être expliquée. Dans le système final des petits tourbillons, le corps au repos sera celui que des mouvements contraires comprimeront également ; le repos est conséquence de mouvements, il est équilibre de pressions.

Il importe de remarquer que les thèses de Malebranche relatives à la force de repos seront constantes durant toute sa carrière scientifique. Nous verrons que celles-ci ont une influence directe sur l'absence de conceptualisation de la réaction ; autrement dit, les propos du philosophe ne sont pas seulement la marque d'une époque qui les rendraient ainsi datés (une époque contemporaine aux deux *Théories* de Leibniz ou aux écrits de Pardies) mais apparaissent suffisamment définitifs pour figurer dans la dernière édition de RDV (1712) ; cette constance de la pensée de l'oratorien donnera lieu dans les années 1698-1699 à des critiques de Leibniz. Ce dernier aura reconnu la vanité de la force de repos cartésienne, mais précisera bien que sa théorie abstraite du mouvement ne vaut que pour des corps géométriques, privés d'inertie, non pour les corps intégrés dans le système. Ce travail réflexif

matière et à assumer une sommation de ces parties à la façon des intégrations artificielles de Cavalieri. Cette thèse est confirmée lorsque Hobbes déclare : "Le changement est donc mouvement (savoir des parties de l'agent ou du patient) : ce qu'il fallait démontrer. Il s'ensuit que le repos ne peut être cause de quoi que ce soit, pour autant qu'il ne peut causer aucun mouvement ni aucun changement". La théorie leibnizienne du conatus fera aussi abstraction du facteur résistance constitué par la masse », voir p. 45. Pour Leibniz, voir *supra* chapitre I, 1.1.4, note 29 : l'indifférence au mouvement comme au repos fait qu'un mobile heurte un corps en repos sans perdre sa vitesse ; voir aussi *infra* chapitre IV, 2.2 indifférence.

¹¹⁰ RDV, VI, II, IX, pp. 428-429.

du savant sur le concept de matière ne nous semble pas mené à son terme par Malebranche ; nous aurons l'occasion de développer ceci dans la section suivante.

Chez Malebranche, cette réforme de la force de repos s'appuie sur une conception de la matière et de l'action divine. D'autres occasionalistes, comme Louis de La Forge, conservent cette force cartésienne. La Forge note que du fait de l'immutabilité divine, « nous sommes assurez qu'il [Dieu] n'aneantira jamais les choses qu'il a une fois créées, & c'est par la connoissance que Monsieur Descartes en a euë, qu'il a avancé dans ses principes, que Dieu conservoit par la mesme action, la mesme quantité de mouvement, & de matiere qu'il a produite la premiere fois ; C'est de cette unité, & de cette Immutabilité, que naist la force que chaque chose à de se maintenir dans l'estat où elle est, sçavoir celles qui se meuvent dans le mouvement, celles qui se reposent dans le repos, les choses separées dans leur séparation, & celles qui sont unies dans leur union, jusques à ce qu'elles en soient chassées par une autre plus forte »¹¹¹. Il reconduit donc la loi de permanence cartésienne présente dans l'article 36 de la partie II des *Principes*, et cite finalement le contenu de l'article 43 concernant les conséquences physiques de la loi, en particulier la cohésion expliquée par la force de repos. Le rejet de cette dernière nous semble être une spécificité malebranchiste, et trouve son fondement dans cette vision particulière de l'action divine, cette théorie de la double efficace¹¹².

Comme nous le remarquons, des formules de ce chapitre IX de RDV rapprochent Malebranche de conceptions rencontrées chez ses contemporains, en particulier

¹¹¹ Louis de La Forge, *Traité de l'esprit de l'homme*, dans *Œuvres philosophiques* de La Forge, éd. critique de P. Clair, PUF, Paris, 1974, pp. 141-142.

¹¹² Nous ne trouvons pas chez G. de Cordemoy un rejet explicite de la force de repos. Une des raisons de son refus d'admettre la matière comme une substance étendue (Cordemoy conçoit la matière comme un assemblage de « corps », c'est-à-dire d'atomes) semble pourtant concerner cette force de repos. Puisque selon les cartésiens le corps A est divisible (contrairement à l'opinion de Cordemoy pour lequel seul l'assemblage de corps l'est) les mouvements divers des autres corps ou son propre mouvement causeront à A des changements continus : « il ne sera pas un instant sous la même figure, ni sous la même grandeur [...] Ainsi cette opinion [la matière comme substance étendue], qui n'est pas claire, quand on la propose, ne peut servir de rien dans en Physique, quand on la suppose, puisqu'elle ne peut expliquer ni le repos, ni le mouvement des corps, dont on sçait que dépend toute la Physique », voir *Six Discours* dans *Oeuvres, op. cit.*, pp. 99-100. On trouverait ici un rejet de la force de repos provenant d'un refus opposé à la théorie de l'union selon Descartes ; à moins qu'il ne s'agisse que d'un refus de l'explication de la cohésion par cette force cartésienne, sans pour autant rejeter l'idée de force de repos. Nous ne trouvons pas dans ce texte d'éléments suffisants pour conclure.

de Pardies, concernant l'indifférence de la matière au mouvement comme au repos. Que cette mécanique s'inscrive dans un contexte historique d'élaboration de la dynamique semble aussi perceptible dans les théories du choc de Malebranche que nous examinons maintenant.

II-Force et inertie d'après les règles du choc

Introduction

C'est dans RDV, à la suite de son explication de la cohésion des corps, que Malebranche énonce des règles du choc. Cette localisation dans l'oeuvre n'est pas le fruit du hasard ; en effet, ces règles devront tenir compte des leçons du chapitre IX concernant le rejet de la force de repos. Par le biais d'une lecture de ces règles, en suivant leurs différentes strates d'élaboration¹¹³, nous chercherons à préciser les concepts d'action et d'inertie et, ainsi, à compléter les conclusions de la première partie¹¹⁴.

A. Robinet donne un exposé des différentes élaborations des règles de Malebranche et P. Costabel de nombreux commentaires dans ses annotations insérées dans les *Oeuvres complètes* ; un exposé exhaustif des règles n'a plus lieu d'être après le travail des éditeurs des *Oeuvres*, aussi n'examinerons-nous que les concepts de force et d'inertie qu'elles renferment. Il nous semble qu'au-delà de l'examen de la genèse des règles, l'intérêt majeur de la mécanique de Malebranche tient justement aux nombreuses réflexions qu'elle porte sur ces deux concepts. Parce que ce dernier aspect nous semble insuffisamment analysé par les deux commentateurs mentionnés ci-dessus, le développement qui suit nous semble justifié.

Malebranche rédige ses « lois de la communication des mouvements » à ce moment de l'histoire de la mécanique où naissent les concepts dynamiques ; l'oratorien n'échappe pas aux réflexions de ses contemporains sur les fondements de la nouvelle science, qu'il s'agisse de la question de l'inertie ou de la mathématisation de l'action. Nous retrouverons alors des thèmes déjà rencontrés dans le second chapitre de cette partie. Nous y

¹¹³ La première couvre une période allant de 1675 à 1692 ; la seconde de 1692 à 1698 ; enfin, la troisième prend pour origine des réflexions menées en 1698-1699 et se termine avec les deux dernières publications de la *Recherche*, en 1700 et 1712.

¹¹⁴ Voir A. Robinet, *Malebranche de l'Académie des Sciences*, *op. cit.*, pp. 111-192 ; les annotations de P. Costabel sont insérées dans les *Œuvres Complètes*, tome XVII-1, pp. 199-236.

soulignons le poids d'une méthode, la loi du levier, fondement sur lequel s'élaborait les règles de collisions ; par son raisonnement analogique avec la science des machines Malebranche ne fait pas oeuvre d'originalité, mais reconduit une technique courante dans la mécanique de la seconde moitié de XVII^{ème} siècle ; une technique qui ne permet pas aux concepts dynamiques de prendre leur autonomie. Les écrits du philosophe renferment aussi cette impression d'« entre-deux » mentionné dans le second chapitre lorsque sont aussi palpables les influences de ces écrits où interviennent la « grandeur du choc » et autre « force de la percussion » rencontrées chez Pardies, Wallis ou Mariotte ; notions qui constituent les prémisses d'une conceptualisation de la force.

Comme l'énonce la seconde citation placée en exergue, l'action ne se conçoit vraiment qu'à travers la persistance du mouvement ; les analyses qui suivent confirment les conclusions de la partie précédente et, finalement, le repos se voit vidé de toute potentialité dynamique. C'est alors ici qu'intervient la spécificité de la pensée de Malebranche ; puisque le repos n'a pas de force, il faudra rendre compte de la résistance rencontrée lors d'une mise en mouvement. Deux voies guident Malebranche à cette fin. Nous avons noté l'importance du milieu extérieur chez Pardies et Dechales (voir chapitre II, respectivement 1.4 et 2.2.3) et du rôle qu'ils lui attribuaient en le substituant à l'inertie. Pardies, malgré l'équivalence ontologique posée entre les deux états, n'en déduit pas une équivalence physique et ne fait jouer à la masse aucun rôle dynamique ; la notion d'indifférence du corps à chacun des deux états équivaut à une absence de propriétés dynamiques. Malebranche fait sienne cette notion (voir 1.2.1 de ce chapitre). Mais il fait aussi intervenir le milieu (jusqu'en 1699) afin de pallier l'absence de force de repos ; il justifie alors ce besoin d'expliquer la résistance en recourant à la matière subtile ou à l'air par le fait même qu'il a rejeté la force cartésienne. La spécificité malebranchiste tient au fait que cette résistance du milieu entre de plein pied dans l'énoncé de règle du choc ; il ne s'agit pas de faire intervenir ce milieu afin de justifier qualitativement un écart entre théorie et expérience mais bien de s'appuyer sur celui-ci dans l'élaboration de ces règles.

Il faut cependant noter que Malebranche ne mentionnera plus l'action du milieu à partir de la cinquième édition de la *Recherche*. Seul subsiste le recours à un principe de conservation du mouvement, déjà présent avant cette date, qui devrait à lui seul justifier une perte de mouvement d'un mobile lors de sa collision avec un corps au repos, par le simple fait que l'agglomérat des corps augmente la masse et, par conséquent, diminue la vitesse initiale. Ce mécanisme fonctionnera aussi pour les collisions élastiques, puisque leur étude

repose sur un intermédiaire inélastique ; le mouvement commun existe, ne serait-ce qu'un instant. D'autre part, les exposés des règles des collisions élastiques de 1700 et 1712 sont très formelles ; elles reposent sur les méthodes données par Mariotte (voir *supra*, chapitre II, 3.2.3), et c'est comme si la technique prenait le pas sur la réflexion conceptuelle.

Finalement, à partir du moment où l'inertie n'est pas considérée comme une propriété de la matière, il faudra bien expliquer ses effets. Cette démarche nous semble justifiée par ce contexte historique de formation de la dynamique, mais aussi pour des raisons propres à Malebranche concernant l'absence de la force de repos, rejet s'appuyant sur une différence ontologique entre repos et mouvement.

Le recours à une loi de levier en lieu et place d'une conceptualisation dynamique, la résistance du corps devant s'expliquer et n'étant pas reçue comme notion première, les facteurs intervenants dans cette explication (milieu, principe de conservation), sont autant de traits saillants de l'analyse du choc chez Malebranche ; ils forment aussi ce qui l'éloigne de l'axiomatique de la mécanique classique.

2.1 Lois pour les corps durs

Dans toute son œuvre Malebranche examine les collisions de corps durs ; le statut des lois élaborées changera cependant. Le premier exposé procède à une réforme des règles cartésiennes consécutive à l'éviction de la force de repos. Comme chez Descartes, l'écart entre les lois rationnelles et l'expérience résulte du milieu perturbateur. Par la suite, l'étude du choc de corps durs ne sera plus qu'un exercice de mathématicien (des règles utiles pour « s'exercer l'esprit ») : les lois des chocs dans le système n'auront plus pour assise celles des corps durs car, par nature, le corps est mou et seule la matière subtile confère cohésion et dureté. D'autre part, comme nous l'avons vu, « il n'y a aucun corps dur qui ne fasse quelque peu de ressort »¹¹⁵. Dans les différentes publications relatives aux chocs de corps durs, nous rencontrons deux constantes : la conservation de la quantité du mouvement comptée scalairement¹¹⁶ ; l'absence de résistance pour un corps au repos.

¹¹⁵ Voir dans ce chapitre 1.4.2.

¹¹⁶ Dans la cinquième édition de la *Recherche de la vérité*, Malebranche donne un exposé des lois des corps durs en tenant compte à la fois des conservations algébrique et scalaire des quantités de mouvement.

Le tableau qui suit contient les différentes sources disponibles concernant les collisions de corps durs :

Sources disponibles ¹¹⁷	Nature des corps et principes de conservation du mouvement utilisés
Quatre première éditions de RDV (1675, 1676, 1678 et 1688)	Corps durs ¹¹⁸ ; Conservation de lmv
Traité à part de 1692 (Des loix de la communication des mouvemens)	Corps durs et élastiques ; Dans les deux cas conservation de lmv
Source B (marginalia de Malebranche sur son esxeplaire personnel du traité de 1692)	Corps durs et élastiques : conservation de lmv
Correction de ce traité dans deux lettres de J. Lelong à C.-R. Reyneau, resp. des 20 juin 1699 (source B1) et 11 juillet 1699 (source B2) ¹¹⁹	Corps durs : conservation de lmv et de la quantité de mouvement comptée algébriquement ; Corps élastiques : conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement
Deux dernières éditions de RDV (1700, 1712)	Corps durs : conservation de lmv et de la quantité de mouvement comptée algébriquement ; Corps élastiques : conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement

2.1.1 Première période : 1675-1688

2.1.1.1 Les premières règles du choc

L'exposé est identique dans les différentes éditions de cette période. Il figure dans RDV, VI, II, IX, à la suite de la révision de la force de repos ; les modifications apportées par rapport au traitement cartésien procèdent alors d'une telle réforme.

¹¹⁷ Toutes ces sources figurent dans le tome XVII-1 des *Oeuvres Complètes* ; nous préciserons systématiquement à quel document nous nous référerons.

¹¹⁸ Nous avons constaté aussi l'introduction du milieu comme élément perturbateur explicatif de la divergence entre la spéculation et l'expérience. Les corrections restent cependant qualitatives.

¹¹⁹ B1 et B2 correspondent à des corrections de Malebranche de son traité de 1692, corrections transcrites par Lelong et envoyées à Reyneau. La source B est rédigée dans le courant 1698, probablement avant décembre 1698, moment du ralliement officiel de Malebranche à la thèse de conservation du mouvement de « même part », voir Annexe 3, lettre B8.

Malebranche étudie la collision dans le vide mais, suivant une telle hypothèse, « puisqu'ils [les corps] ne sont durs que par la pression de la matière subtile qui les environne », « si deux corps se rencontrent, ils s'aplatiroient sans rejaillir »¹²⁰. Aussi faut-il « les supposer durs par eux mêmes », comme le fit Descartes¹²¹, et non par la pression du fluide, afin de rechercher à quelle « regle generale » soumettre les différents cas de concours.

Malebranche note que le repos n'a « point de force pour résister au mouvement » ; que les corps ne doivent « être considerez que comme un seul dans le moment de leur rencontre » ; qu'ils ne rejaillissent « que lorsqu'ils sont égaux en grandeur et en vîtesse, ou que la vitesse recompense la grandeur ou la grandeur la vîtesse ». Il suit que « dans tous les autres cas ils doivent toujours communiquer leur mouvement, de telle manière qu'ils aillent après de compagnie avec une égale vîtesse »¹²². D'où la « regle generale de la communication des mouvemens » : « pour sçavoir ce qui doit arriver dans toutes les différentes suppositions de la grandeur et de la vîtesse des corps qui se rencontrent, il n'y a qu'à ajoûter tous les degrés de mouvement de deux ou plusieurs corps qui ne doivent être considerez que comme un seul dans le moment de leur rencontre, et après diviser la somme de tout le mouvement à proportion de la grandeur de ces corps »¹²³.

Cette règle générale est une re-formulation de la loi III de Descartes. L'inégalité de force/mouvement détermine l'issue de la collision (« le plus fort vain[c] le plus foible, pour aller après de compagnie »¹²⁴) et c'est la quantité scalaire du mouvement qui se

¹²⁰ RDV, VI, II, IX, p. 39. L'aplatissement n'a rien d'évident : comme nous le constaterons, Malebranche émettra l'hypothèse de corps pouvant se transpercer. La nature de la matière en l'absence d'action de compression du fluide reste indéterminée ; cette question rejoint celle de l'explication de la dureté par cette pression de matière fluide qui revient implicitement à postuler ce qu'il faut démontrer.

¹²¹ P. Costabel souligne « ce compromis bizarre qui doit supposer le contraire de ce qui vient d'être établi, pour établir la vérité d'une hypothèse condamnée », voir tome XVII-1, p. 10. En effet, l'analyse précédente de Malebranche réfutait l'existence de corps durs par eux-mêmes, rendant compte de la cohésion par le fluide éthéré.

¹²² Ceci correspond à une partie de l'énoncé de la loi III (article 43, partie II) des *Principes* de Descartes : « s'il [un corps] a plus de force, il meut avec soy cet autre corps, et perd autant de son mouvement qu'il luy en donne ». Voir dans cette partie chapitre I, 2.1 et 2.2.

¹²³ RDV, VI, II, IX, pp. 39-40.

¹²⁴ *Ibid.*, p. 42.

conserve. Malebranche juge trois règles de collisions énoncées par Descartes fausses, deux d'entre elles s'appuyant sur ce concept de force de repos.

Ainsi la règle 4 de Descartes donne lieu à la correction suivante : $B=1$ et $C=2$ (les « grandeurs » des corps), avec pour B trois degrés de mouvement et C au repos. Alors, $3=(1+2)V'$ soit $V'=1$; donc $BV'=1$ et $\Delta(BV_B)=2$, correspondant à B « lui en doit donner [à C] deux [degrés de mouvement] ».

Pour la règle 7 de Descartes¹²⁵ : $B=1$, $C=2$, B trois degrés de mouvement et deux pour C. « Il faut faire l'addition des degrez de vitesse qui sont cinq, et les diviser ensuite à proportion de leur grandeur ». Il faut lire “mouvement” en lieu et place de “vitesse”, l'addition de ces dernières donnant 4 (trois « degrez » pour B et un pour C) et non 5. Ainsi $3+2=(1+2)V'$ soit $V'=5/3$. $BV'='1\ 2/3'$, selon la notation de Malebranche, et $CV'=10/3$ ('3 1/3')¹²⁶.

L'application de cette « regle generale » pose difficulté lorsque dans R7 on trouve la configuration, $BV_B < CV_C$ avec $V_B > V_C$, et le corps B qui rattrape C ; configuration de choc que n'étudie pas Malebranche. En effet, le « plus fort » est ici C et si la loi III de Descartes prévoit dans une telle configuration un rejaillissement de B, le rebond, d'après Malebranche, n'apparaît seulement que pour la configuration de la première règle.

Les lois du choc reposent donc sur la « regle generale », complétée par l'absence de force de repos ; la seule indétermination à propos du rapport de forces concerne la première règle (quantités de mouvement égales pour des grandeurs identiques ou inversement proportionnelles aux vitesses) donnant lieu à un traitement à part. L'inégalité des forces reste donc le cadre général de l'analyse de la collision et la conservation de la quantité de mouvement scalaire joue à plein. L'élaboration de Malebranche ne permet pas de résoudre

¹²⁵ Chez Descartes, cette règle correspond aux cas $V_B > V_C$, vitesses initiales de même sens, avec trois cas distincts : 1/ $B > C$ ou $CV_C < BV_B$ avec des vitesses initiales de même sens qui donne $V'_B = V'_C = \frac{BV_B + CV_C}{B + C}$; 2/ $CV_C > BV_B$, conduisant à $V'_B = V_B$ et $V'_C = V_C$, avec un rebond de B et V'_C de même sens que V_C ; 3/ $CV_C = BV_B$ donnera $V'_B < V_B$ (V'_B de sens opposé à V_B) et $V'_C > V_C$ (V'_C et V_C de même sens).

¹²⁶ André Robinet donne pour vitesses finales $V_B=1$ et $V_C=2$; de même, pour R7, l'auteur note $V_B=1\ 2/3$ et $V_C=3\ 1/3$. Il nous semble pourtant que ces valeurs concernent les mouvements : la « regle generale » précise bien la nécessité d'une vitesse finale commune lorsque les quantités de mouvement initiales sont inégales. Voir A. Robinet, *Malebranche de l'Académie, op. cit.*, pp. 120-121.

toutes les configurations de collisions possibles (voir règle 7) ; l'étude du choc reste en devenir¹²⁷.

En considérant R4 révisée, il est remarquable que la force de repos disparaisse sans que pour autant le mobile conserve l'intégralité de sa vitesse incidente. Ce que propose Malebranche n'est donc pas une pure phoronomie à la manière du *Traité du mouvement abstrait*¹²⁸. La conservation du mouvement justifie cette perte, et celle-ci n'est que la conséquence de celle-là. Elle ne fait pas l'objet d'une attention particulière qui viserait à en faire l'effet de l'action du corps au repos. Si nous donnons les exemples numériques de R4 et R7, c'est avant tout pour constater que Malebranche ne fait aucune référence à la « grandeur du choc » ou à « la force de la percussion » ; il reste à un niveau de lecture critique de Descartes, sans recourir à ces grandeurs, présentes chez Wallis ou Mariotte, dans son traitement du choc. Ces grandeurs n'apparaîtront qu'en 1692 ; Malebranche se dégagera sans doute davantage de l'emprise cartésienne pour intégrer des connaissances et conceptualisations de savants contemporains.

2.1.1.2 Résistance et effort

¹²⁷ Seulement deux cas possibles pour un rebond et donc, selon Malebranche, « il est facile de là de conclure que dans tous les autres cas, ils doivent toujours communiquer leur mouvement, de telle manière qu'ils aillent après de compagnie avec une égale vitesse », RDV, VI, II, IX, p. 39. Suivant A. Robinet, « ces suppositions [éviiction de la force de repos, conservation de la quantité de mouvement scalaire] n'infirmen en effet aucune des trois "lois" cartésiennes des §§ 37, 39 et 40 du Livre II des *Principes* », *op. cit.*, p. 118. Nous émettons quelques réserves. D'abord, pour le cas de R7 : le cadre théorique défini par Malebranche n'implique pas de rebond lorsque les forces en présences sont inégales ce qui contredit alors le contenu de la loi III. Malebranche laisse en suspend la combinaison que nous mentionnions qui, si elle apparaît pourtant bien dans les *Principes*, s'avère impossible à résoudre avec la loi que donne l'oratorien. Ensuite, l'absence de force de repos rend caduque la possibilité d'un rebond lors de la collision contre un corps immobile, ce qui figure dans la loi III de Descartes ; on pourrait déjà dire que le rejet de la force de repos détruit l'intégralité de l'axiomatique cartésienne.

¹²⁸ Pour Leibniz et ses analyses du choc dans les années 1670-1671, voir dans cette partie chapitre IV, 2.2. Pardies n'utilise pas la « grandeur » dans ses règles de collision, mais simplement des compositions de vitesses (voir chapitre II, 1.3). Ceci ne fait que signaler 'l'originalité' de la solution de Malebranche qui, pour l'instant, mérite éclaircissement : la grandeur reste un élément essentiel au traitement, quand bien même l'oratorien la viderait de sa substance dynamique.

Le deuxième volet de l'étude traite des raisons physiques du désaccord entre les règles et l'expérience : « mais ces règles quoique certaines par les choses que j'ai dites sont contraires à l'expérience, parce que nous ne sommes pas dans le vuide »¹²⁹ et il arrive « que les corps ne vont point de compagnie après leur rencontre ». Une telle divergence s'explique par le « ressort » issu de la circulation de la matière subtile dans les pores des corps : chassée de l'endroit où le contact se produit, elle finit par reprendre sa circulation initiale et « repousse les deux corps qui se sont rencontrés de côté et d'autre, et rétablit son passage que la percussion lui bouchoit »¹³⁰. Le rebond s'explique alors par le milieu : dans le vide, « n'y ayant point de corps qui les [les corps entrant en collision] environnât, ils ne pourroient jamais faire de ressort, le choqué ne résistant point du tout au choquant : mais l'air, la pesanteur, etc ; résistant au grand mouvement que le choquant donne au choqué, le choqué résiste au choquant et l'empêche de le suivre »¹³¹ ; dans le vide, les corps vont donc de compagnie.

La résistance du corps percuté, résistance nécessaire à la compression, provient du milieu (l'air et la matière subtile, cette dernière étant à l'origine de la pesanteur ; nous aurons l'occasion de revenir sur cette résistance de la matière subtile, voir *infra* 2.2.2.1) s'opposant à la modification de son mouvement ; l'élasticité s'explique alors par la circulation du fluide et par cette résistance. En effet, un corps choqué sera pris entre la pression de celui qui le heurte et l'opposition du milieu à l'acquisition d'un nouveau mouvement. Ainsi, dans le

¹²⁹ RDV, VI, II, IX, p. 40.

¹³⁰ *Ibid.*, p. 41. Malebranche livre une justification expérimentale des règles établies rationnellement : les corps « gardent avec d'autant plus d'exactitude [les règles] qu'[ils] font moins de ressort » cas, par exemple, des boules de plomb. De tels corps « ne rejaillissent point après le choc, mais [...] vont à peu-près selon les règles ». Dans le système, les corps rebondissent car ils sont durs, non pas en eux-mêmes, mais à cause du fluide rendant compte de la cohésion et la dureté. En conséquence des analyses de la cohésion de la matière, l'élasticité est essentielle au système. Pour les corps durs, la matière subtile ne peut pas, sa circulation se voyant partiellement empêchée lors du concours, prendre un autre passage que celui offert par les pores. Pour les corps mous, elle peut se frayer un passage dans la matière du corps, et « peut s'ouvrir des passages de tous les côtés avec beaucoup de facilité » ; la déformation de ces corps n'est plus alors suivie d'un retour à leurs figures d'origine. Autrement dit, le corps dur a ses parties constituantes qui résistent à une destruction du fluide qui est obligé de se conformer aux canaux des pores ; dans le système, la dureté est synonyme de restitution de la figure d'origine et de rebond ; dans le vide, le corps dur ne rejaillit pas. Finalement est dur le corps qui ne se déforme (dans le vide) ou celui qui se déforme mais conserve sa figure d'origine.

¹³¹ *Ibid.*, p. 41.

vide, « n’y ayant point de corps qui les environnât, ils ne pourroient jamais faire de ressort, le choqué ne résistant point du tout au choquant »¹³². Penser l’élasticité ne renvoie pas à ce que développerait une individualité, mais doit prendre en compte la totalité du système : d’une part parce que le fluide subtil en est la cause ; d’autre part, parce que comprimer un corps nécessite la prise en compte de la résistance du milieu. La conséquence logique de l’absence de force de repos, donc de résistance, implique la nécessité d’un contre-coup au choc provoqué par « l’air subtil et grossier », expliquant une compression. Ce type d’explication, faisant l’impasse sur une inertie de la matière, interviendra jusqu’en 1699. On comprend ainsi que le changement de mouvement d’un mobile heurtant un corps au repos ne fasse pas l’objet d’une attention particulière : penser la « résistance » d’un corps percuté c’est avant tout donner les conditions établissant sa compressibilité, à savoir cette prise en sandwich entre un mobile et le milieu¹³³.

Si un corps dur en percute un autre, le chemin dans lequel le fluide circule s’étrécissant, la matière subtile « qui s’y trouve enfermée continuant son chemin en ligne droite faute de chemins nouveaux, elle repousse le corps qui le choque avec d’autant plus de violence qu’elle trouve plus de difficulté à se faire un chemin »¹³⁴. La persistance du mouvement rectiligne explique le rejaillement et à cet égard le schéma donné par Malebranche est éloquent. Deux droites verticales dessinées sur un cercle représentant une boule dure définissent un canal qui symbolise le chemin du fluide subtil. Pour le corps mou

¹³² *Ibid.*, p. 42.

¹³³ Le milieu explique la résistance, non intrinsèque au corps, et la possibilité de rebond. Grandeur, dureté et pesanteur sont les trois paramètres à prendre en compte « pour prévoir à-peu-près ce qui doit arriver dans la percussion de differens corps ». En effet, « il n’y a qu’à comparer la dureté des corps qui se choquent, et l’air que le choqué doit agiter de nouveau dans le temps de la percussion afin qu’il se meuve ». Une plus grande dureté renvoie à davantage de ressort et donc de rebond ; la mise en mouvement d’un corps de grand volume nécessite un plus grand déplacement d’air qui résiste au mouvement, donc davantage de résistance ; même si Malebranche n’en donne pas les raisons, la pesanteur entre aussi en ligne de compte puisqu’elle a partie lié avec la matière subtile, voir p. 43 (on constatera que le corps plus pesant est celui dont les pores sont plus petits de telle sorte que même la matière subtile puisse offrir une résistance, voir infra 2.2.2.1). On retrouvera, dans les analyses ultérieures du choc, une explication de la perte de mouvement par la résistance opposée par le milieu, qui en ce sens ‘permet’ de pallier l’absence d’inertie. Le problème reste entier si on considère les corps en eux-mêmes indépendamment du système, c’est-à-dire l’élaboration d’un cadre conceptuel qui ne tiendrait pas compte de différentes situations physiques, qu’il s’agisse de la nature des corps ou du milieu.

¹³⁴ *Ibid.*, p. 42.

figurent à la place de ce canal deux canaux brisés, le fluide s'étant frayé un chemin dans la matière du corps. Dans ce dernier cas, les corps ne rebondissent pas ; le rejaillissement implique que le fluide puisse retrouver sa droite de circulation originelle¹³⁵.

La loi de conservation du mouvement permet alors de rendre compte de l'effort comme cela apparaît aussi lors de la collision : « il paroît évident que tout corps mû faisant toujours effort pour aller en ligne droite, et ne s'en détournant que le moins qu'il peut lorsqu'il trouve résistance, il ne doit jamais rejaillir, puisqu'en rejaillissant, il se détourne beaucoup de la ligne droite. Il faut donc, ou bien que les corps s'appâtissent, ou que le plus fort vainque le plus foible, pour aller après de compagnie : mais parce que les corps font ressort et qu'ils sont durs, ils ne peuvent aller de compagnie, puisque si A pousse a, a repousse A : et ainsi ils doivent s'éloigner l'un de l'autre »¹³⁶.

¹³⁵ L'analyse de l'élasticité chez Descartes (le cas du verre dans l'article 132 de la partie II des *Principes*) et G. de Cordemoy (cette fois-ci pour tous les corps) repose sur l'idée d'un mouvement naturel de la matière subtile défini par le principe d'inertie ; le retour à un état inertiel originel donnera lieu à une action (voir chapitre I, 1.4.2) : « le principe de conservation du mouvement en ligne droite a dès lors un objet privilégié qui est la matière subtile ; il devient ici une sorte de principe aristotélicien de retour à l'ordre : non seulement la matière subtile persévère dans son mouvement en ligne droite tant qu'elle n'en est pas détournée, mais elle a la force de maintenir ce mouvement malgré les obstacles, de le rétablir en modifiant les corps qui s'y opposent. La matière subtile qui par sa circulation engendre l'élasticité des corps n'a pas pour seule fonction de remplir l'espace, ce n'est pas un espace concrétisé, un milieu neutre qui aurait pour unique rôle de transmettre des mouvements : elle garantit la régulation des désordres », voir S. Roux, thèse, *op. cit.*, p. 574.

Ainsi cette connexion entre principe d'inertie et matière subtile établit un mouvement naturel qui rend compte d'une action en cas d'empêchement. Finalement, cela ne serait qu'une transposition dans la philosophie mécanique de la dichotomie antique mouvements naturels/violents : « la philosophie mécanique n'a pas totalement éliminé l'idée d'un ordre naturel : la transposition de la notion aristotélicienne de lieu naturel, c'est l'existence d'une matière particulièrement fluide douée d'un mouvement naturel, capable de se rétablir spontanément lorsqu'il est perturbé. Cette matière garantit l'ordre du monde et régule ses perturbations : alors que les solides donnent l'être, les fluides donnent l'ordre », *ibid.* Toutes ces conclusions nous semblent applicables aux travaux de Malebranche : la persistance et le retour à l'équilibre entraîne une action ; dans les ultimes rédactions, le système du monde est régulé par une loi d'équilibre : « toutes les parties de l'Univers sont en équilibre ou tendent à s'y mettre ; par ce principe général de la physique, que tout corps moins pressé d'un côté que d'un autre, se meut jusqu'à ce qu'il le soit également de tout côtéz », RDV, Eclaircissement XVI, p. 280, voir aussi Annexe 5 sur cet Eclaircissement XVI.

¹³⁶ RDV, VI, II, IX, p. 42. Cette minimisation du changement figure dans de nombreux textes, mais n'apparaît pas dans les éditions finales (1700 et 1712) de RDV. Il n'est pas impossible de voir ici une influence du principe présent dans la lettre de Descartes à Clerselier du 17 février 1645, chapitre I, 2.2.

Pour conclure sur ces premières règles de Malebranche, on remarque que l'influence de Descartes reste importante, en particulier dans la formulation de la règle générale, dans l'idée d'un effort compris à travers la loi de persistance, appliquée cependant au seul cas du mouvement rectiligne. L'absence de force de repos n'est pas seulement celle d'une résistance absolue au sens de R4, mais aussi l'absence d'une résistance de la matière : l'opposition à une mise en mouvement se conçoit dans le système et à l'aide du milieu (air, matière subtile). Sur ce dernier point, les analyses de Malebranche sont à rapprocher de celles de Pardies ou de Dechales (voir chapitre II, respectivement 1.4 et 2.2.3). *A contrario*, Malebranche n'accepte pas les conclusions de Mariotte concernant l'inertie (voir chapitre II, 3.2.1 ; nous y reviendrons dans 2.2.2.1) ; il faut nécessairement rendre compte d'une résistance et ce par l'intermédiaire d'éléments extrinsèques au corps, non par sa quantité de matière. Lors de choc dans le vide, la question de la résistance ne se pose pas : les corps vont de compagnie « parce que n'y ayant point de corps qui les environnât, ils ne pourroient jamais faire de ressort, le choqué ne résistant point du tout au choquant ». Finalement, le mouvement commun n'implique pas l'idée d'une résistance et celle-ci n'est perçue qu'à travers la possibilité d'un rejaillissement, c'est-à-dire un mouvement en sens contraire au sens incident ; le lien entre une force et une variation de mouvement ne suscite pas un intérêt particulier. La conservation de la quantité de mouvement rend compte d'une perte d'un mouvement initial, sans qu'il soit besoin de poser une force de repos.

2.1.2 Deuxième période : 1692-1712

Malebranche publie en 1692, en tirage à part des éditions de RDV, *Des loix de la communication des mouvemens*. Il juge que sa première étude des collisions s'est faite « sans un examen suffisant et dans l'empressement où j'étois de finir l'ouvrage » et souhaite « qu'on le substitue [le livre de 1692] à sa place [la première version des règles examinée ci-dessus] »¹³⁷. Malebranche mentionne alors l'influence de la critique de Leibniz, au moment de la controverse de 1687 sur l'estimation de la force et sur le principe de conservation cartésien, comme facteur déterminant un nouvel examen des règles¹³⁸.

¹³⁷ *Des loix* [1692], tome XVII-1, p. 50.

¹³⁸ Pour cette controverse opposant Leibniz à l'abbé Catelan et Malebranche, voir P. Costabel, *La dynamique de Leibniz, les textes de 1692*, Hermann, Paris, 1960, pp. 32-38. Malebranche juge « tres-fausse » la

L'ouvrage de 1692 contient trois parties ; dans chacune d'elles Malebranche applique le principe cartésien de conservation de la quantité de mouvement, et la force de repos n'intervient plus¹³⁹. La première partie expose les règles du choc pour les corps durs et développe ce que Malebranche fit dans « l'empressement » près de vingt ans auparavant. Ici, « les corps sont dans le vuide et durs par eux mêmes ». La seconde traite des « corps tels qu'ils sont, mais sans rapport à la résistance de l'air ». Enfin la troisième partie « regarde les choses comme elles sont sans faire aucune supposition arbitraire »¹⁴⁰. Dans cet ouvrage, comme le remarque A. Robinet, « l'admission relative des résultats de l'expérimentation est entièrement annihilée par les réserves qui sont faites, au profit de la spéculation, et par le report de l'attention de Malebranche au modèle des premières lois »¹⁴¹. En effet, Malebranche ne tient pas encore compte des résultats expérimentaux, en particulier ceux de Mariotte et cherche à formuler ses nouvelles règles à partir du principe cartésien¹⁴² ; d'autre part, les premières lois relatives aux corps durs servent de base à l'analyse des collisions élastiques, ce qui ne sera plus le cas dans les rédactions ultérieures.

A partir de la 5^{ème} édition de RDV (1700), seules deux études subsisteront : celle concernant les corps infiniment durs qui se veut un simple exercice de géomètre ; celle concernant les lois des chocs élastiques, soit les collisions dans le système,

règle générale du choc énoncée dans les premières éditions de RDV et affirme que s'il n'avait pas lu dans « les *Nouvelles de la République des lettres* quelques objections de Monsieur de Leibnitz », il n'aurait peut-être jamais pensé de sa vie à corriger sa règle, voir *Des lois*, p. 50.

¹³⁹ Sur cette loi de conservation, Malebranche écrit qu'il est impossible de démontrer en rigueur ce qui dépend de l'arbitraire divin, que Dieu pourrait faire que les mouvements ne se communiquent pas ou que les mouvements opposés se détruisent, mais « comme l'expérience y est ce me semble contraire, puisque la matière conserva depuis longtemps son mouvement ; je crois devoir simplement supposer ce qui ne se peut démontrer dans la rigueur ou l'exactitude géométrique », *ibid.*, p. 56.

¹⁴⁰ *Des lois*, B2, p. 52.

¹⁴¹ A. Robinet, *Malebranche de l'Académie*, *op. cit.*, p. 138.

¹⁴² *Ibid.*, p. 138. « Malebranche n'ignore plus ni les critiques de Leibniz, ni les résultats de Mariotte : ce traité de 1692 est une ultime tentative pour en retarder la reconnaissance et prolonger le règne de la spéculation pure à la cartésienne. Car ni le "principe" de Leibniz n'y est admis, alors qu'il le sera en 1700, ni les expériences de Mariotte ne sont estimées recevables, alors qu'elles le seront en 1700 ». Par « principe de Leibniz », il faut comprendre la conservation algébrique de la quantité de mouvement.

qui prend appuie sur les résultats de Mariotte et la conservation de la quantité de mouvement algébrique.

En 1692, 1700, 1712, Malebranche donne des règles des collisions de corps durs qui reposent sur la loi de conservation cartésienne. A peu de choses près, ces règles sont identiques dans ces différentes éditions ; les citations proviendront de RDV 1712 et nous préciserons lorsque nous nous référerons aux deux autres éditions. Pour ces différents textes, le lecteur est convié « à faire œuvre de géomètre c'est-à-dire à bien raisonner sur des hypothèses indépendantes des expériences »¹⁴³. En 1700 et 1712, s'ajoutent à ce premier exposé des règles basées sur la conservation algébrique. Nous examinons dans ces différentes rédactions les conceptions de l'action et de l'inertie.

2.1.2.1 Lois des collisions des corps durs avec conservation de la quantité de mouvement scalaire

La conservation de la quantité de mouvement au sens cartésien (nommée « quantité absolüe de mouvement ») est appliquée jusqu'en 1699. A partir de la 5^{ème} édition de RDV, la réforme est acquise et « Dieu ne conserve pas toujours absolument une égale quantité de mouvement, mais [...] il en conserve toujours une égale quantité de même part ». En 1700 et 1712, Malebranche donne tout de même un exposé des règles de collisions de corps durs à partir du principe cartésien.

a-« Grandeur du choc »

En comparaison des éditions précédentes de RDV, l'introduction de cette grandeur nous paraît être un des apports essentiels du texte de 1692 ; elle vient inscrire la mécanique de Malebranche dans cette période de naissance de la conceptualisation dynamique.

¹⁴³ *Des loix, Notes de l'éditeur des lois du mouvement*, note 14, p. 202. Ces annotations sont l'œuvre de P. Costabel. Par la suit, quand nous citerons une note, nous utiliserons l'abréviation « Note », suivie de son numéro et de la pagination.

Le texte commence par l'exposition d'une série de définitions et la mise en place de concepts. Les corps durs sont sans « ressort », ils ne se déforment pas et transmettent instantanément le mouvement ; pour autant, le choc ne conduit pas systématiquement à un mouvement final commun. Ils sont aussi dits impénétrables. Cette notion revêt son importance pour l'occasionalisme¹⁴⁴. Elle est en même temps commode. En effet, étudiant le choc dans le vide, sans recourir à la matière subtile, les corps ne peuvent posséder ni dureté ni cohésion ; cette impénétrabilité tend à se substituer à ces notions et c'est comme si Malebranche l'érigéait en propriété quasi essentielle ; il précise bien que l'impénétrabilité, non l'étendue ou la masse, détermine l'action divine (voir note précédente). On peut noter que le premier article concerne la conservation de « la quantité absoluë de mouvement » puis, que suit immédiatement l'impénétrabilité ; d'une part, ce que Dieu conserve, d'autre part, la manière dont il est déterminé à agir.

On retrouve un thème récurrent de la mécanique malebranchiste à travers cet énoncé que « le repos n'a point de force pour resister au mouvement »¹⁴⁵ ; les règles seront l'occasion d'examiner comment Malebranche justifie une perte de mouvement lors d'une

¹⁴⁴ Voir dans ce chapitre 1.5 concernant la force mouvante : « Dieu par la premiere des loix naturelles [le mouvement rectiligne] ; veut positivement, & fait par conséquent le choc des corps : & qu'il se sert ensuite de ce choc qui l'oblige à varier son action, à cause que les corps sont impénétrables, comme d'une occasion pour établir la seconde loi naturelle, qui règle la communication des mouvemens ; & qu'ainsi le choc actuel est cause naturelle ou *occasionnelle* de la communication actuelle des mouvemens, par laquelle Dieu sans changer sa conduite, produit une infinité d'ouvrages admirables », RDV, Eclaircissement XV, p. 217. L'impénétrabilité détermine ainsi Dieu à établir sa seconde loi naturelle.

Comme le remarque A. Firode, D'Alembert et Fontenelle pensent que si le corps choquant n'est pas la cause métaphysique productive du changement de mouvement, il est cependant la cause physique car ce corps ne transmet pas son mouvement « selon des lois arbitraires qui relèveraient de la volonté divine, mais selon des principes strictement déterminés par la nature même des corps ». En particulier, l'impénétrabilité rend aux yeux de D'Alembert nécessaire l'existence de lois du choc. D'Alembert pense que pour Malebranche le choquant n'est pas la cause physique du changement, que la communication de mouvement découle de la volonté et de l'action immédiate de Dieu et non de propriétés des corps. A. Firode note que « l'opposition que D'Alembert croit entretenir ici à l'égard de Malebranche est en fait moins grande qu'il paraît le penser. Malebranche n'a jamais prétendu que l'existence même des lois du choc relève de l'arbitraire de la volonté divine. Le décret divin n'institue que la forme déterminée du changement de mouvement, et non la nécessité pour les corps de changer leurs mouvements en raison de leur impénétrabilité », voir A. Firode, *op. cit.*, p. 125 et note 26 p. 126. La citation ci-dessus extraite de l'*Eclaircissement XV* conforte cette thèse.

¹⁴⁵ *Des loix*, p. 59.

collision impliquant un corps immobile. La quantité de mouvement se définit comme « le produit de la vitesse d'un corps par sa masse. Ce produit exprime aussi la quantité de la force mouvante actuellement appliquée à produire le mouvement. Puisque les effets sont en proportion avec les forces qui les produisent »¹⁴⁶. La « masse » remplace la « grandeur » figurant dans RDV avant 1688 ; nous constaterons par la suite qu'il s'agit plus d'une substitution de vocabulaire que d'une introduction d'un nouveau concept inspiré d'une lecture de Newton ; d'une part, le milieu scientifique français ne semble connaître le contenu des *Principia* qu'à partir de 1692¹⁴⁷ et, d'autre part, le terme masse est d'un usage courant dans la seconde moitié du XVII^{ème} siècle¹⁴⁸. La quantité de mouvement est l'expression d'une force en acte (« actuellement »), la « force mouvante » à savoir l'efficace divine. Suit alors une définition du choc comme « cause naturelle ou occasionnelle » de la redistribution du mouvement qui achève, après la mention de l'impénétrabilité et de l'efficace divine associée au mouvement et non au repos (la force est « force mouvante »), la présentation du cadre philosophique de la doctrine occasionaliste du choc.

La suite du texte se veut davantage technique et reflète l'influence de lectures qui traitent de la notion de force de la percussion ; elles conduisent Malebranche à se soucier davantage de la conceptualisation de l'action. Puisqu'un corps en meut un autre « à proportion de la grandeur du choc » il faut quantifier celle-ci ; la « quantité du choc » (Q) répond à cette fonction. Pour résumer, on peut distinguer trois cas :

1/Corps égaux :

$Q=m(v_1+v_2)$ pour des mouvements de sens contraires ; $Q=m(v_1-v_2)$ pour un même sens ;

2/Corps inégaux, le « plus fort » étant le plus « grand » :

$Q=m(v_1+v_2)$ pour le sens contraire ; $Q=m(v_1-v_2)$ pour le même sens. Dans ces deux cas, m est la masse du plus « petit » ;

¹⁴⁶ *Ibid.*

¹⁴⁷ Voir Malebranche OCM, XVII-2, pp. 61-62 : l'oratorien Jacquemet proche de Malebranche écrit à Reyneau le 27 avril 1692 que la méthode des tangentes de Barrow est « la même que celle de M. l'Abbé [de Catelan], de M. le Marquis [de L'Hôpital] et de M. Newton p. 263 », dernière référence correspondant à la première édition des *Principes* de Newton.

¹⁴⁸ On ne trouve pas de mention du contenu des *Principia* dans les Registres des PV de l'Académie avant 1695 ; nous y reviendrons dans la troisième partie ainsi que sur l'utilisation du terme « masse » dans la seconde..

3/Corps inégaux, le plus fort étant le plus petit :

$Q = m_1(v_1 - v_2)$ pour le même sens, avec m_1 la masse du plus petit corps ; $Q = m_1v_1 + m_2v_2$ pour des sens contraires.

Une telle grandeur doit beaucoup à la lecture de Pardies¹⁴⁹. Plus généralement, elle figure aussi chez Wallis (« grandeur du choc » est la traduction de l'appellation latine « ictus magnitudo » de Wallis), Dechales, et Mariotte¹⁵⁰. Cette quantité dépend de la vitesse respective qui était apparue pour ces savants comme un facteur déterminant à l'évaluation de la force de la percussion¹⁵¹. On retrouve aussi d'autres éléments témoignant de l'influence de ces lectures. Malebranche considère que « les corps ne se poussent que parce qu'ils sont impénétrables », et par conséquent ne prend en compte que la surface d'impact commune aux deux corps. Il en résulte que sa « grandeur du choc » ne prendra en compte que les dimensions du plus petit corps et la vitesse respective car les corps « n'agissent que selon la vitesse avec laquelle ils se rencontrent dans l'instant du choc ». Cumulant ces deux points, Malebranche pourra énoncer, par exemple, que « lorsque le plus fort est le plus grand, il n'agit pas selon

¹⁴⁹ P. Costabel souligne l'influence de Pardies, *Discours du mouvement local* (1670), concernant cette notion. Pour cet auteur, lors de la rencontre de deux corps, « il se fait une certaine percussion » qui « est toujours mutuelle et elle est également reçue dans l'un et l'autre corps ». Sur ce dernier point d'équipartition de la quantité du choc, comme le souligne P. Costabel, la différence est notable entre les deux savants : selon Malebranche, un corps au repos ne réagit pas à l'action qu'il reçoit, voir notes 21 et 31, pp. 204 à 206. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce dernier point.

¹⁵⁰ Malebranche possède un exemplaire de l'*Opera Mathematica* de Wallis comprenant le traité de mécanique de celui-ci. Il possède es ouvrages de Pardies, de Mariotte (*Traité de la percussion*) et de Dechales, *Cursus seu Mundus mathematicus*, Jean Posuel et Claude Rigaud, Lyon, 1690 (première édition en 1674) dont le contenu relatif à la force de percussion ne diffère pas du traité rencontré dans le second chapitre de cette partie (nous reviendrons brièvement dans la deuxième partie sur le *Cursus* de Dechales, voir chapitre I). De même, possède-t-il un exemplaire du *De Vi percussionis liber* de Borelli. Nous n'avons pas étudié ce dernier livre, et renvoyons aux conclusions de R. Westfall, décelant à la fois des éléments dynamiques dans ce livre mais notant aussi que Borelli « was mostly concerned in the book with the favourite diversion of seventeenth-century dynamics, the force of body's motion, the measurement of which derived ultimately from the ratios of the simple machines », *op. cit.*, p. 224, voir aussi p. 218. Nous retrouverions alors dans ce livre des données perçues chez d'autres auteurs, à savoir des éléments dynamiques qui ne parviennent pas totalement à prendre leur autonomie par rapport à la tradition de la sciences des machines. Sur la présence des ouvrages mentionnés dans la bibliothèque de Malebranche, voir OCM, tome XX, « Index reconstitué par noms d'auteurs », pp. 253-283.

¹⁵¹ Voir chapitre II, 1.3, ou bien encore les auteurs qui utilisent la méthode du bateau, Wallis, Mariotte, Dechales.

toute sa force sur le plus petit qui vient à sa rencontre, mais selon la vitesse respective ou la somme des vitesses multipliée seulement par la masse du petit, qu'il chasse devant lui, parce qu'il a plus de force »¹⁵². Nous avons rencontré ce "découpage" chez Dechaies (chap. II, 2.2.1) ou Mariotte (chap. II, 3.2.2) ; comme la suite l'attestera, le plus petit corps "découpe" dans l'autre une 'force' équivalente de telle sorte que ces deux forces s'équilibrent/s'annulent : comme pour ses contemporains, le traitement du choc chez Malebranche repose aussi sur une analogie avec la science des machines.

b-Action

On trouve « une force qui naît dans le contact lui-même »¹⁵³, rappelant la définition de Descartes de la force d'agir, qui prendrait en compte les vitesses, grandeurs, les surfaces et contrariétés de modes ; du reste, comme chez Descartes, cette action survient à partir d'une loi de persistance puisque la « force mouvante » est l'action divine¹⁵⁴. Cette même loi de persistance gouverne aussi l'idée d'action chez Wallis (chap. II, 3.1) ou Mariotte (chap. II, 3.2.1 et 3.2.2). Malebranche identifie la « quantité du choc » à l'action du « plus fort ». Il faut ici souligner la dissociation opérée entre « force mouvante », simple quantité de mouvement et l'action : dans les formules précédentes de Q, le corps « le plus grand » et le « plus fort », « n'agit pas selon toute sa force », c'est-à-dire son mouvement. Le mouvement effectif renferme une potentialité d'action ; le corps, selon les différentes circonstances de collision, cède une partie ou la totalité de ce qu'il possède. On peut sans doute relever ici une tradition cartésienne dans cette dissociation entre mouvement et action.

La quantité de mouvement diffère donc de l'action et le caractère opératoire du traitement du choc est dévolu à cette grandeur qui survient à l'occasion de l'impact. D'après les formules de calcul énoncées plus haut, elle a cependant plus à voir avec les vitesses effectives qu'avec des vitesses finale et initiale : si l'action provoque un changement de mouvement, Malebranche ne la définit pas par ce dernier. Finalement, ce n'est qu'incidemment que cette « grandeur du choc » prend en compte la variation (voir Pardies chapitre II, 1.3). Élément du calcul de la redistribution des vitesses, elle n'apparaît cependant

¹⁵² *Des lois*, p. 61

¹⁵³ Voir note 22, p. 205.

¹⁵⁴ Voir dans ce chapitre 1.5.

pas comme le facteur décisif du règlement du concours, déterminé *a priori* dans ses grandes lignes : le « plus fort » (la plus grande quantité de mouvement) impose son effet, « il chasse devant lui »¹⁵⁵ l'autre corps, et la « quantité du choc » permet de déterminer les vitesses finales.

Différentes expressions relient l'action et l'acquisition d'une vitesse : « les effets sont en proportion avec les forces qui les produisent » ; « afin qu'un corps en remuë un autre, il faut qu'il le pousse ou le choque ; et s'il le meut, ce doit être à proportion de la grandeur du choc »¹⁵⁶ ; « puisque les corps sont mûs à proportion de ce qu'ils sont poussez, il est clair que la quantité du choc doit régler la quantité du mouvement que doit avoir le plus foible après le choc »¹⁵⁷. La « poussée » s'identifie à la « grandeur du choc » et son effet, une acquisition de mouvement, s'évalue par la « quantité du choc ». Cette appellation de « poussée » figure chez Mariotte (chap. II, 3.2.1) ; les mouvements acquis et perdu servent à évaluer l' « ictus magnitudo » de Wallis (chap. II, 3.1).

c-Action-réaction

Malebranche privilégie l'action du « plus fort » au détriment de celle que développerait l'autre corps (le « plus faible ») ; qu'en est-il précisément de la réciprocité de la percussion ? La quantité du choc « doit régler la quantité du mouvement que doit avoir le plus foible après le choc » : pour une collision de mouvements en sens contraires, ce plus faible rebondit avec cette quantité ; sinon, elle s'ajoute au mouvement que ce corps possédait. Finalement, un tel raisonnement témoigne d'une absence de réciprocité dans la pensée de l'action, la « grandeur du choc » n'affectant que « le plus faible ».

Que « le plus fort » s'impose ne signifie certes pas qu'il conserve son mouvement et en cela Malebranche ne propose pas l'élaboration d'une pure phoronomie à l'instar des analyses de Leibniz au début des années 1670¹⁵⁸ : « le mouvement ne se perd

¹⁵⁵ *Des loix*, p. 61.

¹⁵⁶ *Ibid.*, p. 59.

¹⁵⁷ *Ibid.*, p. 61.

¹⁵⁸ Lettre de Leibniz des 13/23 mars 1699 adressée à Malebranche : « Si la matiere estoit indifferente au mouvement et au repos [et s'il y avoit des corps durs sans ressort] il arriveroit dans le concours une simple composition des conatus de l'un et de l'autre, c'est à dire le corps pour n'estre point empeché garderoit sa

point », la quantité scalaire globale demeure donc constante, mais cette perte ne s'analyse pas dans le cadre d'une opposition dynamique qu'impliquerait la loi d'égalité action-réaction ; elle ne provient pas de la résistance qu'offre l'autre corps à un changement d'état mais s'explique naturellement par le biais d'une loi de conservation du mouvement. Dans une collision impliquant des mouvements contraires, la force du plus faible « doit retomber sur lui-même avec ce que lui donne le plus fort » ; ceci revient finalement à « considérer le plus foible comme au repos »¹⁵⁹. Un corps en repos, le maintien en cet état ne nécessitant pas de force, ne saurait réagir et, au final, il acquiert un mouvement égalant la « quantité du choc ». Cette dernière analyse s'avère indispensable pour Malebranche à cause de la nature du corps : puisque le mobile est dur, il ne peut pas « en même tems recevoir deux forces ou deux mouvemens » et alors « le plus fort ne peut jamais rien recevoir du plus foible »¹⁶⁰. En effet, pour un corps dur, contrairement à un « corps à ressort », « toutes les parties avancent ou reculent également »¹⁶¹.

« Recevoir », c'est alors énoncer la possibilité d'une coexistence de deux mouvements opposés au sein d'un même corps ; nécessairement agir ou réagir implique l'existence d'un mouvement actuel. L'impossibilité de penser une réaction pour des solides indéformables rend manifeste l'absence d'une conceptualisation en terme de changements d'états affectant également les deux corps. Comme nous le constaterons, le corps élastique rend possible la coexistence d'un mouvement à rebours et du mouvement incident et alors rend intelligible une réaction. Pour autant, si celle-ci ne figure pas comme un concept énoncé indépendamment de la nature physique du corps, valable aussi bien pour les corps durs que pour les corps élastiques, on ne peut pas lui accorder le statut de concept ; on ne peut pas non plus accorder à la loi d'égalité de l'action et de la réaction le statut de loi générale du mouvement. En ce sens, plus qu'une action-réaction, c'est une *actio-patio* qui apparaît comme

tendance et recevrait encor celle que l'autre tache de luy donner. C'est ce que j'appellois la Theorie du mouvement abstrait dans un petit traité imprimé en 1671. Mais je reconnus qu'il n'est point conforme au systeme : et j'ay trouvé depuis que la matiere n'est pas [comme] je la supposois avec les autres. Autrement le moindre corps pourrois mettre en mouvement le plus grand, sans rien perdre de sa force, et il n'y auroit point de choc ny de resistance, quand deux corps vont d'un même costé », dans A. Robinet, *Malebranche et Leibniz, relations personnelles, op. cit.*, p. 340 ; voir Annexe 3 lettre B9.

¹⁵⁹ *Des loix*, p. 61. Nous renvoyons aux exemples dans les pages qui suivent.

¹⁶⁰ *Ibid.*, p. 60.

¹⁶¹ *Ibid.*

cadre théorique : le « plus faible » reçoit un mouvement identique à celui cédé par l'autre, mais la quantité perdue ne saurait provenir d'une réaction¹⁶².

Le traitement du choc repose donc sur le principe, valable pour tous les corps que « les corps sont mûs à proportion de ce qu'ils sont poussez »¹⁶³. Pour autant, leur nature impose des spécificités dans son application. Pour les corps durs, il faut tenir compte de l'impénétrabilité ; « que le mouvement se communique par le choc immédiatement et dans un instant » ; « qu'un même corps ne peut recevoir deux mouvements contraires ». D'où la formule « ils n'agissent donc que selon la vitesse avec laquelle ils se rencontrent dans l'instant du choc », signifiant que, contrairement aux corps élastiques, l'action ne se fait pas progressivement, continûment par degrés de vitesse, mais immédiatement.

Concernant la collision d'un corps dur contre un solide inébranlable, « le choquant et le choqué sont également poussez, parce qu'ils sont également impénétrables, et que le choqué est supposé inébranlable »¹⁶⁴. Ces deux conditions physiques (impénétrabilité et un corps inébranlable), mais aussi la conservation de la quantité de mouvement, expliquent donc la possibilité du rejaillissement pour un corps dur, et fondent l'égalité de « poussées » réciproques : le corps au repos peut donc agir sur le mobile incident du fait de son inamovibilité et de son impénétrabilité. *A contrario*, un mobile percutant un corps de même grandeur, au repos, mais non fixé au sol, perd tout son mouvement ; ceci ne fait pas appel à une « poussée » du corps au repos¹⁶⁵ : « si deux boules égales A et B sont parfaitement dures, et que A choque B qui est en repos, A perdra tout son mouvement et B le prendra. Cela doit être ainsi ; car quoy que B soit impenetrable, il n'a point de force qui le rende inébranlable. Il est poussé sans repousser, puisque le repos n'a point de force pour resister au mouvement. A

¹⁶² Sur cette *actio-patio*, voir dans cette partie chapitre I, 2.2, note.

¹⁶³ *Ibid.*, p. 61. Cette « loi » figure dans de nombreux textes philosophiques, voir Annexe 4 sur les lois du mouvement. Pour les corps élastiques : « les corps à ressort [...] donnent tout leur mouvement à la matière invisible qui leur rend aussi-tôt, et qui les repousse autant qu'elle a été poussée ». Ainsi « la force de leur ressort qui les repousse vient uniquement de la force de leur choc », tout comme pour les corps durs, et le rebond est proportionné à la poussée initiale. Voir p. 65.

¹⁶⁴ *Ibid.*, p. 63.

¹⁶⁵ Cas dit du « carreau ». Descartes donne pour résultat de ce choc un rebond mutuel.

n'étant donc point repoussé, il ne doit point rejaillir, et comme il pousse B de toute sa force, B doit prendre tout son mouvement »¹⁶⁶.

« Repousser » s'associe à « rejaillir » : le mouvement actuel témoigne donc de l'existence d'une réaction (tout comme de la possibilité d'une action) et, comme précédemment souligné, le changement de mouvement du mobile incident (identique à celui du corps heurté) ne relève pas d'une réaction opposée à son action ou n'apparaît pas comme l'élément à partir duquel on pourrait conceptualiser une action. Finalement, comme l'écrit Malebranche, « la force des corps, ou l'effet de leur choc ne peut être que du mouvement, ou du transport actuel »¹⁶⁷. Aussi, la perte totale de mouvement d'un mobile heurtant un corps au repos ne correspond pas à l'effet d'une réaction. On mesure à travers cet exemple et la mention du « repos [qui] n'a pas de force pour résister », que ce rejet de la force de repos touche la conceptualisation de la réaction de la matière (« un corps poussé sans repousser ») ; la perte de mouvement du corps choquant ne saurait s'expliquer par une force d'inertie de l'autre, développée en opposition ; elle provient de la dépense totale de la force potentielle du corps percutant. Cette perte totale s'explique par les paramètres de cette configuration de choc (les masses identiques), par le fait que le « plus faible » reçoit pour mouvement la « grandeur du choc », soit le mouvement incident du mobile.

« Le principe incontestable » stipulant que « lors que les corps sont mûs, ils le sont à proportion qu'ils ont été poussez » ne contient pas l'idée d'une « poussée » contraire susceptible d'expliquer une mise en repos (ou perte d'une partie du mouvement) du corps qui « pousse » et qui relèverait, pour un corps immobile, d'une propriété intrinsèque à la matière ou bien encore d'une loi de persistance applicable de manière identique pour le repos comme pour le mouvement. Dans ces conditions, si un corps heurte un autre inébranlable, l'impénétrabilité mutuelle assure qu'il « sera autant repoussé qu'il aura poussé » et, suivant le principe du mouvement proportionné à la poussée, le mobile rejaillit en conservant sa vitesse incidente. Cette égalité ne survient que lors d'une condition physique extrême (une résistance totale à une mise en mouvement), ou bien encore pour des corps animés de mouvements de sens opposés de même quantité. Finalement, pour ces deux exemples (rebond avec conservation du mouvement, perte totale), « puisque les circonstances ne sont plus les mêmes

¹⁶⁶ *Ibid.*, p. 62.

¹⁶⁷ *Ibid.*, p. 87.

[...] il doit assurément y avoir quelque diversité dans les effets »¹⁶⁸, et le mobile heurtant une paroi inébranlable ne saurait perdre son mouvement contrairement à l'autre exemple de collision.

Mais cette dernière citation rejaillit sur les conditions d'application d'une loi d'égalité d'action-réaction, mise en pleine lumière seulement pour des cas particuliers. Elle ne se voit donc pas conférer le statut fondamental qu'on lui trouve dans les *Principia* de Newton pour des raisons liées à la nature physique des corps, associées à l'idée d'action représentable par des mouvements actuels au sein d'un corps, à l'absence de force de repos (« le repos n'a point de force pour résister au mouvement, et [...] n'en est qu'une pure privation »¹⁶⁹), à l'absence d'un principe de continuité justifiant une identité d'application suivant les différentes circonstances (une poussée contre un pan de mur inébranlable entraînant un rebond avec conservation de la quantité de mouvement ; la perte totale de mouvement dans la collision avec un corps au repos). On ne trouve donc pas de juste milieu entre le caractère inamovible (voir la règle 4 de Descartes) et une passivité totale, qui pourrait se conceptualiser par l'inertie de la matière. Ces conclusions valent pour des mouvements de même sens : « il est évident qu'un corps qui est mû dans le même sens qu'un autre, n'a point de force contraire pour lui résister, et qu'il n'est choqué par celui qui l'attrape que selon la différence des vitesses »¹⁷⁰. L'obstacle inamovible et l'opposition de sens permettent de comprendre la résistance. Nous avons déjà rencontré l'importance de cette opposition de sens dans la justification d'une résistance (voir chapitre II, 2.2.1 concernant Dechales), et avons mentionné la possible influence de la science des machines à ce sujet (chap. II, voir début de III) ; nous constaterons que Malebranche utilise la loi du levier dans le choc élastique.

d-Exemples de règles de collisions de corps durs

Donnons un exemple pour chacun des types de rencontre.

¹⁶⁸ *Ibid.*, pp. 63-65.

¹⁶⁹ *Ibid.*, p. 75.

¹⁷⁰ *Ibid.*, p. 68.

Un des deux corps est au repos :

Un corps de masse $2m$, de vitesse 1 , en percute un de masse m au repos¹⁷¹. Le plus faible est le plus petit, la configuration 2 dans le calcul de Q donnera $Q = m(1-0) = m1$. Ceci correspond à l'état final du corps initialement au repos, l'autre devant avoir $2m1/2$, puisque la quantité scalaire de mouvement se conserve. Ainsi, « la force du choquant agit immédiatement et en un instant sur le choqué, et par conséquent il le pousse selon toute sa vitesse »¹⁷². Le corps ne perd pas toute sa « force », mais cède seulement $m1$ qui correspond à la quantité du choc, donc à l'action sur l'autre au repos. La quantité du choc mesure la variation de la quantité de mouvement du corps percuté.

Pour des mouvements contraires :

$2m2$ et $m1$, $Q = m(2+1) = m3$ (configuration 2) ; le plus petit repart avec cette quantité de mouvement. Malebranche propose la séquence suivante : dans un premier temps, il faut « considérer le [corps le] plus foible comme au repos »¹⁷³ ; la quantité du choc, donc la nouvelle quantité de mouvement du plus faible, sera $m2$; puis, le plus fort ne pouvant « jamais rien recevoir du plus foible », « la force du plus foible, doit retomber sur lui-même »¹⁷⁴, et $m1$ s'ajouter à $m2$. L'action comprend donc ce rejaillissement de $m1$ et cette poussée de $m2$. L'artifice mathématique résout la contrainte d'impossibilité de mouvements contraires pour un même corps. Cette quantité $m1$, plus qu'une action générée par un mouvement, provient de l'incapacité du plus faible d'agir contre l'autre ; « le plus fort » développe son action et transfère $m2$ ¹⁷⁵. La « quantité du choc » sera donc $m2$, qui correspond au changement d'état du corps le plus faible ($m3 - m1$).

Deux corps allant dans le même sens :

$m2$ et $2m$ donnent $Q = m(2-1) = m1$; soit $2m + m1 = 2m + 2m1/2 = 2m3/2$ pour le corps rattrapé ; $m1$ pour l'autre. Q mesure le changement de mouvement du corps atteint (égal à $2m1/2$ soit une quantité égale à $m1$) ; ici, « il est évident qu'un corps qui est mû dans le même sens qu'un autre, n'a point de force contraire pour lui résister, et qu'il n'est choqué par celui qui l'attrape que selon la différence de vitesse »¹⁷⁶.

¹⁷¹ Nous utilisons les notations de Malebranche : « $2m1$ » signifie que le corps de masse $2m$ possède une vitesse 1 .

¹⁷² *Ibid.*, p. 67.

¹⁷³ *Ibid.*, p. 61.

¹⁷⁴ *Ibid.*, p. 61.

¹⁷⁵ Quelques pages plus loin, avec la collision entre $m2$ et $m1$, Malebranche précise que le « propre effort [de $m1$] retombe sur lui avec l'effort de $m2$ », *ibid.*, p. 89.

¹⁷⁶ *Ibid.*, p. 69.

Finalement, Malebranche expose une règle générale récapitulative dans l'hypothèse d'une conservation de la quantité de mouvement scalaire :

-en cas de mouvements contraires, le corps le « plus fort » (la quantité mv la plus grande) oblige l'autre à rejaillir ; s'il possède la masse la plus petite, il cède toute sa force.

-pour des mouvements de même sens ou lorsqu'un des corps est au repos, celui allant le plus vite sera toujours le plus fort, l'autre ne possédant pas de force pour résister¹⁷⁷.

L'étude du choc repose ainsi sur une évaluation préalable des quantités de mouvement en présence, comme on ferait un bilan des forces : « celui qui aura un plus grand produit [de la vitesse par la masse], étant le plus fort »¹⁷⁸. Cette première étape permet de définir le sens final des mouvements. Puis, il faut tenir compte des masses respectives intervenant dans le calcul de la « quantité du choc ». Cette dernière permet alors de déterminer les vitesses finales. Cette quantité s'identifie à l'action du « plus fort ». Cependant, elle n'intervient que comme complémentaire à la quantité de mouvement qui règle les sens finaux.

Le traitement malebranchiste du choc reste indissociable d'une inégalité de forces/quantités de mouvement. La quantité de mouvement (« force mouvante ») côtoie, la « grandeur du choc » : la première intervient pour préciser le sens final (le « plus fort » impose sa loi) et constitue une sorte de 'réservoir de force' ; la seconde pour régler les vitesses. Si on veut bien voir derrière cette « quantité de choc » un succédané de l'action, on ne peut manquer non plus de constater que ce n'est qu'incidemment qu'apparaît le lien entre action (« grandeur du choc »)-changement de mouvement. En effet, cette « grandeur du choc » est définie par les mouvements initiaux. Ce n'est finalement qu'en recourant lors du choc à la mise en repos du corps le « plus faible » que le changement de mouvement s'identifie à cette « grandeur du choc ».

« La force des corps, ou l'effet de leur choc ne peut être que du mouvement, ou du transport actuel »¹⁷⁹. A l'introduction de la « quantité du choc » ne répond donc pas la mise

¹⁷⁷ Ce dernier point règle la difficulté que nous avons précédemment soulevée avec le cas de la règle 7 : lorsque $BV_B < CV_C$ avec les vitesses $V_B > V_C$ de même sens, le corps B sera dit « le plus fort ».

¹⁷⁸ *Ibid.*, p. 69.

¹⁷⁹ *Ibid.*, p. 87.

en pleine lumière de concepts fondamentaux : Malebranche ne semble pas mener ce travail réflexif sur l'étude de la collision qui permettrait l'avènement de l'action mesurée par une variation de mouvement (d'une manière plus assumée, plus explicite et définitive), de l'inertie, d'une réaction.

2.1.2.2 Lois des collisions des corps durs avec conservation de la quantité de mouvement algébrique

En 1699, Malebranche rejette le principe de conservation cartésien pour lui substituer la conservation du « mouvement de même part »¹⁸⁰. Il estime que cette nouvelle supposition où « les mouvements contraires se détruisent, ne change rien dans les loix que je viens d'établir, lorsque les corps sont mûs en même sens, ou lorsque le choqué est en repos, puisqu'en ces deux cas il n'y a point de forces ou de mouvemens contraires ; et qu'ainsi la quantité absolüe de mouvement doit alors demeurer la même »¹⁸¹. A nouveau, seul l'opposition de sens de mouvements semblent rendre compte d'une possibilité de résistance ; repos et mouvement de même sens n'impliquent pas une idée d'opposition dynamique : « il est évident qu'un corps qui est mû dans le même sens qu'un autre, n'a point de force contraire pour lui résister, et qu'il n'est choqué par celui qui l'attrape que selon la différence de vitesse »¹⁸². Si on considère la « grandeur du choc » comme antécédent de l'action, il faut à nouveau constater que la possibilité d'une conceptualisation d'une résistance est tributaire des circonstances même de la collision, en l'occurrence cette résistance est associée à une opposition de mouvements. Cela ne signifie pas pour autant que la collision impliquant mouvements contraires conduise à la conceptualisation d'une égalité action-réaction.

En effet, pour ce type de chocs, dans cette nouvelle hypothèse de loi de conservation, il faut soustraire à la force du « plus fort » celle du « plus faible », ce qui revient à considérer celui-ci au repos ; comme nous l'avions rencontré avec Mariotte ou De Chales,

¹⁸⁰ *Ibid.*, p. 73. « Dieu conserve toujours une une égale quantité de mouvement » mais à condition d'appliquer la maxime au mouvement du « centre de pesanteur de deux ou plusieurs corps qui se choquent de quelque manière que ce puisse être » ; dans ce sens, la maxime est « vrai[e] et conforme à l'expérience », voir pp. 73 et 75.

¹⁸¹ *Ibid.*, p. 77. Voir aussi source B2 p. 76.

¹⁸² *Ibid.*, p. 69.

Malebranche mentionne dans cette circonstance de collision une destruction de mouvements contraires. S'appliqueront ensuite les règles de calcul de la grandeur Q énoncées précédemment, selon que la masse du « plus fort » est supérieure ou inférieure à celle de l'autre¹⁸³. Par conséquent, les conclusions établies concernant l'absence de conceptualisation d'une égalité entre l'action et la réaction s'adaptent aussi aux règles établies dans cette nouvelle hypothèse de conservation.

Pour conclure sur ces collisions de corps durs, on notera que les études de malebranchistes s'appuient sur les mêmes instruments conceptuels que ses contemporains, qu'il s'agisse de la grandeur du choc ou, ce qui sera davantage développé par la suite, de l'importance de la loi du levier. La spécificité malebranchiste tient à l'application d'une loi de persistance n'affectant pas également repos et mouvement ; les conséquences seront nettes si on compare les travaux de Malebranche et de Mariotte, celui-ci concevant la résistance comme proportionnée à la quantité de matière, celui-là cherchant à l'expliquer par le milieu extrinsèque au corps. Dans les cas de collisions précédemment étudiées on ne peut manquer desouigner l'absence de réciprocité dans la conceptualisation de l'action. A cet égard est sans doute révélatrice l'estimation de la grandeur du choc chez Malebranche : cette quantité ne correspond qu'au changement de mouvement du corps dit « faible », qui n'agit pas sur le « fort ». La « force de la percussion » chez Wallis, Pardies ou Dechaies s'évaluait par le double de l'action ; si une telle mesure était erronée, elle avait au moins le mérite de souligner une réciprocité absente de la conceptualisation malebranchiste.

Dans ce qui suit, nous donnons un aperçu de l'évolution des règles de collisions élastiques, et l'évolution des diverses explications de la résistance à une mise en mouvement.

2.2 Collisions élastiques

2.2.1 Les « secondes lois de la communication des mouvements » de 1692

¹⁸³ Pour ce premier cas, la vitesse restante du plus fort sera donnée par la différence des quantités de mouvement divisée par sa masse, et c'est avec celle-ci que le plus faible rejallira. Sinon, après la première opération, le plus fort cédera la totalité de la quantité de mouvement restante. Nous ne développerons pas davantage ces points.

a-Mécanisme de compression

Les textes de 1692, 1700 et 1712 donnent une même description du processus de compression des corps élastiques¹⁸⁴. Après les corps durs « par eux-mêmes », Malebranche traite des corps durs « à ressort », ceux dont la matière subtile assure cohésion et élasticité. Ces derniers corps sont durs (par opposition aux mous) en ce sens qu'ils recouvrent leurs formes initiales. La durée de l'action permet de distinguer ces deux types de corps : « l'action des corps qu'on suppose infiniment durs, se communique de l'un à l'autre immédiatement, et en un instant ; et que celle des corps durs à ressort, tels que sont les corps durs ordinaires, ne se communiquent de l'un à l'autre successivement, à cause de la matière subtile qui en pénètre les pores, et qui reçoit et redonne l'impression des corps qui se choquent »¹⁸⁵.

Les corps durs à ressort « se redressent, lorsqu'on les a courbez, ils résistent à l'effort qu'on fait pour les rompre : ils ont donc quelque force », car « il faut certainement de la force pour agir ou pour résister à quelque action ». Pour autant, « si l'on ne veut raisonner des corps et de leurs propriétés que sur les idées claires que l'on en peut avoir, on n'attribuera jamais à la matière d'autre force ou d'autre action que celle qu'elle tire de son mouvement »¹⁸⁶. Cette force pour agir ou résister ne provient pas du repos des parties du corps ni d'une matière immobile les environnant et pénétrant : suivant cette conception de la passivité de la matière, le repos ne peut conduire de lui-même à un mouvement et, une fois ployé, un corps demeure dans cet état. La « force du ressort » vient donc du mouvement « de la matière subtile ou invisible qui les [corps] environne, et qui en pénètre les pores »¹⁸⁷.

Grâce à la matière subtile « le mouvement qu'imprime le choc ne se communique pas tout entier en un instant », et ce qu'« un corps en choque un autre qui est en arrêt, ou qui lui résiste »¹⁸⁸. Le corps dit « choqué » est à « l'arrêt ou résiste » : nous soulignons précédemment que le terme « résistance » n'apparaissait que pour des collisions

¹⁸⁴ Ce qui suit est donc commun aux trois textes. Nous suivons toujours l'édition de 1712 (identique à celle de 1700) en indiquant les éventuelles différences avec le texte de 1692.

¹⁸⁵ *Ibid.*, p. 81.

¹⁸⁶ *Ibid.*, p. 83.

¹⁸⁷ *Ibid.*

¹⁸⁸ *Ibid.*, p. 87.

de mouvements contraires. Pour autant, même pour un corps au repos, n'ayant donc aucune force pour résister, la communication ne se fait pas instantanément. Dans toutes les circonstances de collisions (repos, mouvements contraires ou de même sens), le corps choquant « continuë d'avancer tant que le choqué lui cède », il « continuë son impression », les « parties du choqué, et de la matiere subtile qui est dans leurs pores » cédant « quelque peu à l'effort du choc »¹⁸⁹. S'il demeure vrai que « le plus foible » ne peut vaincre « le plus fort », il parvient cependant à « vaincre une certaine quantité de petites parties qu'il choque dans le plus fort »¹⁹⁰. Aussi, « la réaction du choqué, et de la matiere subtile contre le choquant ne se fait pas toute entière en un instant »¹⁹¹. Les parties des corps reculent réciproquement, successivement, « jusqu'à un certain point, où l'effort du choc est en équilibre avec la résistance de la matiere subtile, équilibre qui ne peut durer qu'un instant »¹⁹². Puis, survient le rejaillissement, d'autant plus prompt « que la force du ressort est grande » ou, ce qui revient au même, « que la matiere subtile a été plus longuement comprimée par la résistance que le corps choqué à fait au choquant ». Dans l'étude précédente, la théorie de la matiere fait que « le plus fort ne reçoit aucune force ou aucun effet du choc du plus foible »¹⁹³ ; ici, elle rend possible une action et réaction dans un processus continu, la matiere subtile entre les pores rendant pensable la compression donc l'existence de deux mouvements au sein d'un même corps¹⁹⁴. Pour autant, nous constaterons que de 1692 à 1699 les corps rattrapés par un autre plus rapide ou les corps immobiles ne développent aucune résistance donc aucune compression de la matiere subtile : la réciprocité d'une action dans l'analyse de ces deuxièmes lois, lois rejetées à partir de 1700, ne concerne encore que les mouvements contraires.

Pour ces mouvements contraires, au maximum de compression, la matiere subtile « repousse également de part et d'autre les corps qui s'étoient choquez », ne pouvant

¹⁸⁹ *Ibid.*, p. 85.

¹⁹⁰ *Ibid.*, p. 87.

¹⁹¹ *Ibid.*

¹⁹² *Ibid.*, p. 89.

¹⁹³ *Ibid.*, p. 87.

¹⁹⁴ En 1692, c'est une circulation de la matiere subtile au sein d'un corps qui en explique l'élasticité. A partir de 1700, ce « ressort » provient de forces centrifuges générées par le mouvement circulaire de petits tourbillons.

« y avoir équilibre sans égalité des forces contraires »¹⁹⁵. De là, ce que précisera l'édition de 1700, des vitesses de rejaillissement en raison réciproque des masses des corps. Nous détaillerons par la suite ce mécanisme de rejaillissement et de poussées égales de la matière subtile lors de l'examen des règles de 1700 et 1712 ; nous donnerons aussi les raisons de cette proportion entre les masses et vitesses (voir 2.2.2.2, b). Pour lors, nous ne détaillons pas davantage le mécanisme de compression entre 1692-1699 : il est identique à celui de 1700 pour des mouvements contraires mais diffère pour les autres cas de collisions ; dans la section qui vient, nous examinons la signification de cette différence du point de vue de la conceptualisation de la réaction.

b-De 1692 à 1699, absence de réaction

A la suite de cette explication de la compression, Malebranche donne en 1692 une série d'articles agrémentés de nombreuses modifications datées de 1699 : cette partie disparaîtra en 1700 en raison essentiellement du rejet de principe de conservation cartésien. Ce qui suit ne figure donc pas dans les éditions de 1700 et 1712. Nous n'examinons que partiellement le développement (fastidieux) de Malebranche et nous insistons surtout sur la question de la réaction du corps dit « choqué ».

§-Pour des mouvements de même sens ou avec un corps au repos

« Si on suppose que le ressort soit parfait, la réaction de la matière subtile sur chacun des corps choquez par des mouvements contraires, sera précisément égale à la force du

¹⁹⁵ *Ibid.*, p. 89. Les textes de 1692 et 1700 précisent qu'une partie de la matière subtile chassée hors des pores lors de la collision, retourne dans les corps pour expliquer le rejaillissement. La dernière édition mentionne seulement une compression du fluide, l'élasticité de la matière provenant de la contraction des tourbillons qui retournent à leur forme initiale via la force centrifuge. Il ne s'agit donc plus d'une circulation du fluide à travers le corps mais d'une compression du fluide en son sein (Voir P. Costabel, note 209, p. 236). Cette première explication revient finalement à l'utilisation d'une loi de persistance, loi que nous trouvons appliquée dans les premières rédactions de la période 1675-1688, voir 2.1.1.2 La seconde explication, intervenant au moment de l'élaboration de la théorie tourbillonnaire généralisée à l'ensemble du monde n'est fondamentalement pas différente en ce sens que le retour à leur forme originelle des petits tourbillons est induit par l'équilibre du système. Dans les deux cas, le choc est perçu comme une perturbation et son issue est guidée par cette finalité d'un retour à la stabilité au sein du système du monde.

plus foible et non pas à la force du plus fort ni à celle que produit le choc »¹⁹⁶. On peut noter au passage la distinction entre deux types de forces : celle des corps et celle que « produit le choc ». Cette dernière est cependant dissociée de la « grandeur du choc » puisque cette grandeur s'identifie à « la force du plus foible » : bien que Malebranche ne le précise pas, il semble cette force produite par le choc ait à voir avec la vitesse respective.

L'étude du choc de ces corps à « ressort » revient à celle des corps durs par eux-mêmes, qu'il s'agisse de la conservation de la quantité de mouvement scalaire et algébrique. Pourquoi cette égalité de la « réaction » à « la force du plus foible » ? Prendre pour évaluation de la compression de la matière subtile cette force revient à dire qu'un corps au repos n'agit pas lors de la collision puisqu'il est dépourvu de force. Si ceci n'explique rien, au moins ne trouve-t-on pas de contradiction avec cette caractéristique de la mécanique de Malebranche : « si un corps est au repos ou n'a point de mouvement contraire, on peut regarder la réaction comme nulle » ou encore, « je suppose comme certain que le repos n'a nulle force pour résister au mouvement »¹⁹⁷. Même conclusion pour un corps rattrapé : il ne développe pas de réaction, car dans ce type de choc le corps le plus lent peut être considéré comme au repos. Dans ces deux cas, les règles établies pour les corps durs pourront s'appliquer.

Finalement, comme le note P. Costabel, « le ressort n'est mis en jeu, pour Malebranche, que lorsque les corps se heurtent avec des mouvements contraires »¹⁹⁸ et ce jusqu'en 1699. Ainsi, seules les règles concernant les mouvements contraires différeront de celles établies pour les corps durs qui paraissent solidement ancrées dans l'explication des chocs de ce monde réel. On ne trouve donc pas de différences fondamentales induites par la différence de nature physique : « si un corps à ressort en choque un autre qui soit en repos et

¹⁹⁶ *Ibid.*, p. 90.

¹⁹⁷ *Ibid.*

¹⁹⁸ P. Costabel, voir note 83 p. 217: « Au fond, Malebranche a cru trouver une explication rationnelle de la destruction des mouvements contraires : cette destruction sert à la compression de la matière subtile. Ainsi le seul cas où le principe de conservation de la quantité de mouvement oblige à s'écarter des règles de la première partie à cause des signes différents s'explique par le ressort et c'est aussi le seul cas où les lois sont différentes pour les corps infiniment durs et les corps réels ». En 1692, la conservation du mouvement de même part n'est énoncée qu'à l'issue de l'étude des chocs élastiques pour les mouvements de sens contraire ; elle n'a donc pas le statut d'une loi générale mais dépend seulement de la nature des corps et des circonstances de collisions (sens contraires).

qui n'ait point de mouvement contraire pour lui résister, il est clair qu'il observera les mêmes loix de mouvement que les corps durs sans ressort, car un ressort qui n'est point bandé n'a nul effet »¹⁹⁹. Le processus continu de compression mutuelle ne concerne alors que les mouvements contraires. Si un mobile vient heurter un corps au repos, 'il manque une force' pour comprimer la matière subtile remplissant les pores des corps. La compression implique la prise en compte d'un rapport de forces qui ne peut exister que pour des mouvements opposés. Ainsi, la matière est dépourvue de propriétés inertielle et il est clair que la critique de la résistance ne concerne pas seulement la résistance de Descartes, mais bel et bien la possibilité qu'a un corps de réagir. Enfin, puisque Malebranche fonde son étude sur les collisions de corps durs, les conclusions énoncées pour celles-ci valent ici, en particulier l'absence de conceptualisation d'une réaction et l'explication d'une perte de mouvement par l'application d'une loi de conservation du mouvement.

§§-Pour des mouvements de sens contraires

Dans ce cas, « le plus foible n'est pas seulement repoussé par une réaction de la matière subtile égale à la force qu'il avoit avant le choc, mais encore par l'excez de la force du plus fort sur la sienne, dont le plus fort lui communique du moins une partie. Car il lui communique cet excès tout entier s'il est le plus petit aussi bien que s'il est le plus fort : mais s'il est le plus grand il ne pousse que selon sa vitesse le petit »²⁰⁰. D'après cette dernière phrase, le transfert de mouvement au moment de la compression maximale doit suivre les règles de collisions de corps durs.

Finalement, les mouvements contraires détruits servent à la compression mutuelle. Le corps dit le « plus faible », sans vitesse à l'instant de l'équilibre, se voit repoussé par le résidu de force de l'autre et par sa "force initiale" qui correspond à la réaction du « ressort » ; au mouvement résiduel du « plus fort », il faut soustraire la quantité de mouvement cédée à l'autre puis ajouter, dans le sens opposé à sa vitesse initiale, le mouvement du plus faible, correspondant à la compression (nous renvoyons aux exemples de règles ci-dessous).

¹⁹⁹ *Ibid.*, p. 92.

²⁰⁰ *Ibid.*, p. 90. La dernière phrase correspond à un ajout de 1698-1699.

c-Exemples de règles

Les différentes règles sont établies en faisant « abstraction de la résistance de l'air, de celle de la matière subtile, qu'on attribue communément à la pesanteur du corps, & de celle enfin qui vient de la diversité de leur figure »²⁰¹. On en trouve de deux types, suivant la nature des corps.

1) corps mous : $v_{finale}=(m_1v_1+m_2v_2)/m_1+m_2$, en comptant algébriquement les vitesses²⁰².

Contrairement aux corps dits « durs » mentionnés ci-dessus, le corps mou donne lieu à un mouvement commun.

2) corps durs à ressort

§-Cas de mouvements de même sens ou avec un des corps au repos

« Puisque la matière subtile n'a point de réaction si elle n'est comprimée et qu'elle n'est comprimée dans le choc des corps que par leur résistance, et à proportion de leur résistance, si un corps à ressort en choque un autre qui soit en repos ou qui n'ait point de mouvement contraire pour luy résister, il est clair qu'il observera les mêmes loix de

²⁰¹ *Ibid.*, p. 90.

²⁰² Pour des mouvements contraires, la radicalité de la pensée concernant l'absence d'inertie conduit le philosophe à affirmer que « la partie du plus fort, qui multiplie par sa vitesse est l'excès de la force du plus fort sur le plus foible, continuera son chemin avec la même vitesse qu'auparavant », en relevant toutefois qu'une telle conception reste difficilement envisageable au regard de l'expérience. Ceci pose cependant une question de fond sur ce qu'est la matière, ce qui fait la cohésion d'un corps. *A priori*, pourquoi un mobile mou ne viendrait pas perforer un corps au repos, celui-ci n'ayant aucune résistance et cohésion ? Leibniz note, dans l'article 21 de sa *Théorie du mouvement concret*, qu'« aucun corps considéré en lui-même, s'il n'était animé par une perpétuelle ventilation de l'éther, ne refléterait ni ne réfracterait, au moins selon les lois qui sont rapportées habituellement. Car si un corps mu vient à se heurter à un corps en repos, il le perforera tout entier sans aucune réfraction, même si celui qui avait la grandeur d'un grain de sable et celui qui reçoit le choc l'épaisseur de mille lieux », voir G. W. Leibniz, *Théorie du mouvement abstrait ou raisons universelles des mouvements indépendantes de la sensation des phénomènes* dans G. W. Leibniz, *Lettres et opuscules de physique et de métaphysique du jeune Leibniz (1663-1671)*, publié dans Sciences et Techniques en Perspective, volume 6, année 1984-1985, Université de Nantes, trad. R. Violette, *op. cit.*, p. 68.

mouvement que les corps durs sans ressort, car un ressort qui n'est point bandé n'a nul effet. Or encore un coup, le ressort des corps n'est bandé, ou ce qui est la même chose, la matière subtile n'est comprimée qu'à proportion de la résistance que le corps choqué ou le fluide qui l'environne fait au choquant »²⁰³ : l'absence de résistance dans ces circonstances de collision (mouvement de même sens et absence de fluide extérieur) entraîne une absence de compression de la matière subtile ; les règles seront alors celles de la première partie (corps durs)²⁰⁴. La résistance s'entend alors ici par l'existence d'un mouvement contraire : le corps « choqué » n'est source d'aucune compression et donc susceptible d'aucune réaction sur le corps « choquant » s'il n'est pas animé d'un mouvement en sens contraire.

Malebranche précise qu'« il faut prendre garde que s'il faut le double de force pour donner à un corps une vitesse double, cela ne vient nullement de ce que le repos a une force véritable, mais de ce qu'il faut que la cause réponde à l'effet »²⁰⁵, autre formulation du principe proportionnant la « poussée » au mouvement produit. Descartes introduisait l'idée

²⁰³ *Ibid.*, p. 92. Ceci correspond au texte de 1692. On peut lire dans les corrections des années 1698-1699 que « cette matière [subtile] n'a point de réaction si elle n'est comprimée, c'est à dire si les pores du corps où elle est ne sont changés et ne résistent à son mouvement ». Or, dans ces deux cas de concours, le ressort du choqué n'est pas comprimé, sous peine d'admettre une réaction du dit corps. Si on observe une compression lors d'une collision « à proportion de la résistance que le corps choqué ou le fluide qui l'environne fait au choquant », il faut préciser que cette « résistance » provient de mouvements contraires ou du milieu s'opposant à une mise en mouvement, théorie abandonnée à partir de l'édition de 1700, expliquant la compression du corps choqué et donc sa réaction. Nous reviendrons sur ce point. Notons que pour ces règles, puisque l'analyse se déroule sans considérer le milieu extérieur, les corps choqués, dans ces deux circonstances de collision, n'opposeront aucune résistance.

²⁰⁴ Malebranche ne précise pas davantage : il faut donc supposer qu'il applique à ces corps les règles des corps durs en supposant les deux principes de conservation de la quantité de mouvement.

²⁰⁵ *Ibid.*, pp. 92-94. Illustrons ce propos par deux exemples.

Quantités de mouvement initiales : (a) $m_1 \Rightarrow 2m_0$; (b) $m_2 \Rightarrow 2m_0$

Quantité du choc : (a) $Q=m_1$; (b) $Q=m_2$

Quantités de mouvement finales : (a) $m_0 \ 2m_1/2 \Rightarrow$; (b) $m_0 \ 2m_1 \Rightarrow$

Ainsi, « un corps en repos quelque grand qu'il soit, ne peut donc résister à un fort petit, quoiqu'il en soit choqué avec une grande vitesse, parce qu'il peut en recevoir l'impression, en prenant une vitesse qui soit en raison réciproque de sa masse et le petit demeure au repos », p. 94. Suivant une telle formulation, la résistance renvoie à l'inamovibilité ; la possibilité de réception d'une vitesse résulte de l'absence d'opposition. Dans les collisions ci-dessus, une vitesse finale double proviendra des quantités du choc et de mouvement incident doubles ; que « la cause réponde à l'effet » est une autre manière de formuler la proportion entre la « poussée » sur le corps le plus faible (quantité du choc) et le mouvement acquis.

d'une force de repos rendant compte de cette différence de vitesse²⁰⁶. La justification de Malebranche prend appui sur l'incapacité de concevoir quelque chose de positif dans le repos, assimilé à un néant, et revient à l'utilisation de la théorie de la double efficace²⁰⁷. On constate alors qu'un tel raisonnement est discriminant à l'encontre d'une conceptualisation de l'inertie : l'attention du philosophe ne concerne que le seul mouvement et, finalement, le principe de conservation justifie la perte de vitesse du mobile incident : « un corps au repos quelque grand qu'il soit, ne peut donc résister à un fort petit [...] parce qu'il en peut recevoir l'impression, en prenant une vitesse qui soit en raison réciproque de sa masse et le petit demeure en repos »²⁰⁸. Si Descartes raisonne aussi à partir d'une loi de conservation pour justifier l'introduction de l'« *Inertie Naturelle* », la différence essentielle avec Malebranche est l'équivalence que Descartes pose entre repos et mouvement. En ce sens on peut bien parler d'inertie chez Descartes, même si son introduction à partir d'une loi de conservation ne répond pas à l'axiomatique newtonienne, alors que chez Malebranche l'absence même d'équivalence entre états fait que la question d'une conceptualisation de l'inertie n'a pas lieu d'être posée²⁰⁹.

§§-Mouvements de sens opposés

Nous préférons illustrer cette partie par un exemple de choc impliquant des quantités de mouvements 3m12 et m12, les développements de Malebranche étant fastidieux et complexes. « Entre l'instant du choc & celui de l'équilibre, le corps le plus fort a autant perdu de mouvement que le plus petit »²¹⁰ en possède ; à cet instant de l'équilibre, qui est

²⁰⁶ Voir chapitre I, 1.3.

²⁰⁷ « pour créer deux pieds de matiere, il faut le double d'action ou de volonté active dans le Créateur que pour n'en créer qu'un pied. Mais ce seroit fort mal raisonner que d'en conclure que le neant résiste effectivement à l'action du Créateur », *Des loix.*, p. 94. Texte conservé jusqu'en 1699.

²⁰⁸ *Ibid.*

²⁰⁹ D. Garber note chez Descartes la dépendance de l'« *Inertie Naturelle* » à une loi de conservation et, qu'ainsi, « ce qui est fondamental ici, ce n'est pas la force supposée de l'inertie mais la *loi*, la contrainte du mouvement qui dérive non pas de la matière elle-même, mais directement de l'activité constante de Dieu dans le monde, conservant la même quantité de mouvement [...] » , *op. cit.*, p. 385. Nous pensons la même chose concernant Malebranche à la condition de relever cette différence fondamentale que la thèse de la force de repos cartésienne donne un fondement ontologique à la résistance de la matière, fondement absent des analyses malebranchistes.

²¹⁰ *Des loix*, p. 94.

celui de l'annulation de la vitesse respective, ce choc revient à celui entre $2m_1$ et m_0 , le corps le plus faible 'découpant' dans l'autre une masse identique. Puis, la masse restante, supérieure à celle du plus faible, lui donnera une vitesse '12', suivant les règles des corps durs (en effet, si on raisonne par la « quantité du choc », le plus faible reçoit le mouvement m_1) : ce corps « reçoit tout d'un coup, & non peu à peu, l'impression du plus fort »²¹¹ et cette quantité m_1 . Dans ces conditions, il restera m_1 ($2m_1 - m_1$) au plus fort, soit, répartie sur toute sa masse ($3m$), une quantité de mouvement $3m_1$. Simultanément, « la réaction de la matière subtile sur chacun des corps [qui] est égale à la force du plus foible » se distribue également sur chaque corps, donnant une perte de m_1 pour le « plus fort », un gain pour l'autre. On a donc, au final, $3m_0$ et m_2 ²¹².

A partir de cet exemple, Malebranche remarque que la quantité de mouvement comptée scalairement diminue de m_2 ²¹³. Puisqu'en 1692, il adopte encore l'hypothèse cartésienne de conservation, il se doit de justifier une telle perte. Il suppose alors que cette « force » n'est pas détruite mais passe par l'intermédiaire de la matière subtile comprise à l'intérieur des corps « à celle qui les environne », fait accomplir à ce fluide « mille mouvements », et « aux corps [...] mille vibrations qui frapperont l'air tant grossier que subtil »²¹⁴. Bref, cette quantité n'est pas perdue mais se transfère en partie au milieu et fait

²¹¹ *Ibid.*, p. 96. Malebranche précise « qu'on doit regarder dans le plus grand corps la partie choquée comme en repos dans l'instant de l'équilibre, & celle qui est éloignée de l'endroit du choc, comme en mouvement parce qu'elle avance effectivement encore et qu'elle presse la partie choquée contre la corps le plus foible à proportion de sa vitesse, de sorte que la partie choquée du plus fort ne sert plus qu'à transmettre l'action de celle qui la suit derrière », à l'instar de ce qui s'observe dans le jeu du « Tric-trac » où une dame en percute plusieurs autres rangées en ligne droite et au repos : ces dernières transmettent instantanément la vitesse à la dame située en fin de série.

²¹² Pour des chocs impliquant des masses différentes de celles de cet exemple :

Si la masse restante du corps le plus fort, après la première opération (le calcul de la compression), est inférieure à celle de l'autre corps, il transfère tout son mouvement, conformément aux premières lois des corps durs. Puis il faut tenir compte de la force de restitution (à rebours du sens du mouvement du mobile incident) de la matière subtile.

Si le « plus petit » est le « plus fort », il arrête (soustraction des quantités de mouvement) le plus grand, le pousse de toute sa force, et reste au repos. La seconde étape consistant à utiliser la « force du ressort ».

²¹³ On passe de $3m_1 + m_1$ à m_2 .

²¹⁴ *Ibid.*, p. 98.

vibrer les corps. Lorsqu'en 1699 Malebranche adoptera le principe de conservation d'une quantité algébrique, ce type de "raccommodage" qualitatif n'aura plus lieu d'exister²¹⁵.

Après une série d'exemples²¹⁶, Malebranche précise que pour « deux corps égaux ou inégaux, à ressort parfait, ou même imparfait, mais égal dans l'un et dans l'autre, se choquant avec des vîtesses contraires, égales ou inégales [...] la somme du mouvement en avant qui précède le choc, et de celui en arriere qui le suit, est égale dans chacun des corps »²¹⁷. En conservant l'exemple précédent, si $3m_{12}$ et m_{12} se rencontrent, le premier devenant $3m_0$, le second rejaillissant avec m_{24} , on aura $3m_{12}-3m_0=m_{12}+m_{24}$, ce qui revient à énoncer une conservation de la quantité de mouvement algébrique. Cette loi de conservation n'est donc qu'une conséquence (Malebranche en fait un « corollaire » de cet exemple de choc) d'un type de choc particulier, celui impliquant des mouvements de sens contraires ; elle n'a donc pas de 1692 à 1699 le statut d'une loi générale applicable indépendamment des circonstances de collisions.

Il serait d'autre part tentant de voir derrière ce type d'écriture, rendant manifeste qu'un mobile gagne le mouvement perdu par l'autre, une égalité entre action et réaction. Il ne semble pourtant pas que le phénomène physique donnant cette équation soit perçu dans toute sa dimension dynamique²¹⁸. Malebranche justifie cette égalité en deux

²¹⁵ En 1699, revenant sur cette perte de mouvement et sa justification d'alors, Malebranche écrit qu'« on pourroit dire peut être que la quantité de mouvement m_{24} n'est point détruite, et qu'elle se communique à la matiere subtile et aux corps choquez à qui elle fait faire plusieurs vibrations, et je l'avois ainsi pensé, prévenu par les raisons spécieuses qui semblent prouver que la quantité de mouvement demeure toujours la mesme. Mais cela me parroit faux, car l'expérience apprend [...] », voir pp. 98-100.

²¹⁶ *Ibid.*, pp. 98-102.

²¹⁷ *Ibid.*, p. 105.

²¹⁸ S'interrogeant sur la raison de l'intérêt du philosophe pour « cette propriété d'égalité des sommes algébriques de quantité de mouvement, avant et après le choc, pour les deux corps », P. Costabel conclut que « vraisemblablement, c'est parce que ladite propriété met en évidence l'action du choc, égale pour chaque corps », voir note 121, p. 222. Malebranche étudie l'exemple d'une collision de mouvements de sens opposés entre $6m_{12}$ et $-m_{12}$ qui donne $-6m_6$ et m_{24} . La variation totale de mouvement vaut m_{36} et la quantité de choc seulement m_{12} . Si P. Costabel sous-entend que Malebranche ait perçu par ce changement d'état (m_{36}) un moyen d'évaluer une action égale à une réaction nous émettons quelques réserves : sa « grandeur du choc » n'est pas cette variation totale mais seulement m_{12} . D'autre part, cette solution repose sur l'étude des corps durs pour lesquels il est difficile de parler de conceptualisation d'action et encore moins de réciprocité de l'action, en

temps. Premièrement, dans la phase impliquant le « ressort », les corps « perdent également de leur mouvement en avant » (dans la compression, $3m_{12}$ devient $2m_{12}$ et m_{12} , m_0) puis en « acquièrent en arrière » également aussi (dans la restitution, chacun prend m_{12}), soient des variations de mouvement identiques pour chaque corps. Ensuite, concernant la « quantité du choc », le « plus fort donne au plus foible autant de mouvement en arrière, qu'il lui communique de celui qu'il avoit en avant »²¹⁹ (soit ici m_{12}). Globalement, les quantités échangées demeurent donc égales : ce que perd un corps en terme de mouvement se retrouve dans l'autre corps. Tous les éléments semblent réunis en vue de l'élaboration d'une théorie dynamique adéquate ; ils n'apparaissent cependant pas conceptualisés : l'égalité résulte plus des diverses opérations de transferts de mouvement que d'une loi d'égalité action-réaction. D'autre part, nous avons constaté que ces règles élastiques s'appuyaient sur les collisions de corps durs et les conclusions relatives à l'absence de conceptualisation pour celles-ci valent alors pour celles-là.

Pour conclure, nous retiendrons comme élément essentiel de ces « secondes loix » l'absence de résistance d'un corps au repos qui se manifeste par l'absence de compression de la matière subtile lorsqu'un mobile percute un corps au repos. Finalement, résister prend bien ici le sens de réagir, et on ne peut que constater l'absence de conceptualisation de la réaction. Seuls les mouvements de sens opposés renvoient à un couple action-résistance²²⁰. Nous préférons mentionner ce couple plutôt que le couple action-réaction. En effet, l'action reste *essentiellement* liée au mouvement et non au repos. Ce caractère essentiel est perceptible lorsque le choc contre un corps immobile n'entraîne pas de compression du fluide : l'absence de réaction tire son origine du rejet de force de repos, rejet provenant de la thèse de la double efficace et de la manière de « concevoir » la matière. Autrement dit, l'action provient de la seule « force mouvante » ; finalement, c'est la question elle-même d'une conceptualisation de la réaction qui n'a pas lieu d'être posée.

particulier, comme c'est le cas pour ces corps élastiques dans l'étude desquels Malebranche recourt à un intermédiaire inélastique, lorsque un des deux corps est au repos.

²¹⁹ *Ibid.*, pp. 102-104.

²²⁰ Sur ce point, l'analyse cartésienne diffère de celle de Malebranche. Si un « mail » heurte une boule, successivement, avec la même force (vitesse), son mouvement diminue de moins en moins au cours du temps, « à cause qu'il trouvoit moins de résistance », une plus grande différence de vitesse entre les deux corps expliquant alors une plus grande opposition. Malgré les mouvements de même sens, Descartes énonce l'existence d'une résistance. Voir la lettre de Descartes à Mersenne du 19 janvier 1642, AT III, pp. 481-482.

Les lois établies donnent satisfaction en ce qu'elles « sont conformes à la raison quoiqu'elles soient contraires à ce qui frappe nos sens dans les expériences » ; Malebranche affirme ne pas prétendre qu'elles « doivent s'accorder avec l'expérience, ou plutôt avec ce qu'il y a de visible ou sensible dans les expériences »²²¹. Aussi le philosophe va-t-il s'efforcer de justifier l'écart entre théorie et expérience en avançant quatre raisons²²². Cependant, comme le précise une addition de 1699, « l'examen des deux premières espèces de lois ne sert guère qu'à exercer l'esprit »²²³, et les secondes disparaîtront totalement des éditions de 1700 et 1712. Mais alors l'expérience ne joue plus un rôle ancillaire et les règles établies *a posteriori* par Mariotte devront être fondées en raison.

2.2.2 « Les lois générales de la communication des mouvements fondées sur l'expérience »

2.2.2.1 Inertie et résistance

En 1692, 1700 et 1712, Malebranche écrira que les opérations prescrites par les « règles qui regardent la Physique » doivent répondre aux effets naturels et les représenter à l'esprit. Ainsi, « si le calcul ne s'accorde point avec les opérations de la nature, il est clair que la règle qui le prescrit n'est point fondée en raison, quoiqu'elle puisse s'accorder quelquefois à l'expérience. Une telle règle [...] est ordinairement une occasion d'erreur »²²⁴. A partir de

²²¹ *Des lois.*, p. 105.

²²² Le ressort peut s'avérer imparfait ; la résistance de l'air, qui augmente « en même raison que la surface » et « en raison doublée de la vitesse » ; la résistance attribuée à la pesanteur, « plus un corps est pesant, plus il trouve de résistance à être mû » car de tels corps ont moins de pores : « si donc on conçoit que tous les corps sont comme des cribles à l'égard de la matière subtile, & que les plus pesants sont ceux qui ont moins de trous, ou de plus petits, on verra sans peine par cette comparaison que les plus pesants apportent plus de résistance au mouvement, parce qu'ils déplacent plus de parties de la matière subtile ». La résistance de l'air augmente comme la surface, celle de la matière subtile comme la « solidité » (la masse) ; l'air grossier ne pénétrant pas les pores, seul l'éther se voit concerné par les différentes « solidités ». Ainsi la matière subtile « pénètre les pores d'un corps d'autant moins qu'il est plus solide et [...] un corps ne peut être mû qu'il ne chasse devant lui d'autant plus de matière subtile qu'il est plus solide ». Dernier paramètre : la figure des corps. Voir pp. 104-110.

²²³ *Ibid.*, p. 112.

²²⁴ *Ibid.*, p. 117.

1700, tout son travail consistera donc, après avoir accepté la règle de Mariotte dont il est ici question²²⁵, à en justifier les opérations et les rendre intelligibles au regard du comportement microscopique des corps lors du choc ; il fait alors correspondre les étapes que prescrit la règle aux propriétés naturelles des corps.

Cependant, si à partir de 1700 le philosophe admet les résultats de l'expérience et la règle de Mariotte, dans le traité de 1692, et jusqu'en 1699, il accorde davantage crédit à la spéculation. Dans un ajout au livre de 1692 rédigé en 1698/1699, intitulé « reflexion sur les troisièmes loix » et concernant les chocs dans le système²²⁶, le philosophe corrige les deux étapes de la règle de Mariotte : le calcul défini par la première étape ne paraît « pas d'abord répondre à l'effet naturel qu'il doit représenter à l'esprit » et la seconde opération « contraire à la raison »²²⁷. Ces jugements sonnent donc comme « un refus opposé à Mariotte »²²⁸ et plaident en faveur d'une élaboration *a priori*²²⁹. Malebranche soulève deux difficultés

²²⁵ Cette règle comprend deux opérations : considérer les corps comme mous et chercher la vitesse finale après collision ; tenir compte du « ressort » en distribuant réciproquement aux masses la vitesse respective des corps. Enfin, pour déterminer les vitesses finales, il faut ajouter ou retrancher les quantités de mouvement données par les deux étapes, suivant les sens identiques ou contraires. Malebranche posera, par exemple, la question de la justification de la première étape (considérer les corps mous) si on travaille avec des corps élastiques. Sa réponse visera à trouver « le calcul », à savoir la première partie de la règle, susceptible de s'accorder avec l'« opération de la nature ». Ainsi cette étape sera justifiée par la nature de la matière ce qui revient aux yeux du philosophe à la « fonder en raison ».

²²⁶ Dans le système, donc en ne faisant « abstraction de rien » : « je considere, écrit-il dans un ajout de 1699, les corps comme dans les secondes loix avec ce ressort qu'ils tirent de l'action de la matiere subtile, qui se meut dans leurs pores en tout sens, et surtout qui y circule avec une vitesse comme infinie. Mais de plus j'ay egard à la resistance qu'elle fait aux corps qui ne peuvent se mouvoir sans la deplacer », *Des loix*, voir B1 et B2, p. 112.

²²⁷ *Ibid.*, p. 116, resp. *Des loix* [1692], sources B1 et B2.

²²⁸ A. Robinet, *op. cit.*, p. 155.

²²⁹ Dans le traité de 1692, Malebranche écrit que « la regle est claire mais la raison Physique de la regle ne paroît pas d'abord, parce que les opérations qu'elle prescrit ne representent point à l'esprit les effets naturels », *Des loix*, p. 116. Ce texte ne qualifie pas, comme cela apparaît en 1700, de « fort exactes » les expériences de Mariotte car ce livre « s'acharne à prouver que ses résultats ne coïncide en rien avec les exigences de la spéculation », A. Robinet, *op. cit.*, p. 152. A cet égard, « ce traité de 1692 est une ultime tentative pour en [les résultats de Mariotte et la conservation de mouvement algébrique] retarder la reconnaissance et prolonger le règne de la spéculation pure à la cartésienne », *ibid.*, p. 138. Aussi, l'expérience et la méthode des expérimentateurs se voient-elles critiquées, ces derniers ne donnant pas des expériences « exactement décrites & rangées dans un ordre naturel », n'établissant pas « des regles dont les operations du

concernant la règle de l'expérimentateur. D'une part, elle prescrit d'appliquer la règle de collision des corps mous à des « corps durs à ressort » ; d'autre part, la « force du ressort », après le calcul de la seconde opération, paraît supérieure à ce dont on disposait initialement, création *ex nihilo* contraire à la raison et à l'expérience²³⁰. A l'occasion des réflexions menées afin de fonder en raison les règles, Malebranche recourt à la résistance du milieu pour expliquer la compression mutuelle des corps ; cette résistance extérieure est alors essentielle à l'élaboration des règles, et non plus simplement ce correctif qualitatif justifiant l'écart entre théorie et expérience que nous rencontrons dans les éditions de RDV avant 1688.

calcul suivroient pié à pié les effets naturels, & y répondroient à peu près », se contentant « d'établir des regles qui ne donnent ce me semble nulle ouverture à l'esprit, parce qu'elles ne découvrent point le principe naturel dont elles doivent être tirées », *Des loix*, p. 124. D'où la conclusion du livre de 1692 conférant au seul domaine du spéculatif une légitimité dans ses conclusions : « Et peut-être quelqu'un auroit-il trouvé le vrai système dont dépend la raison de toutes ces experiences [...] Pour moi je ne prétens pas avoir fort approché du but. Je n'ai ni le loisir de m'exercer à ce jeu, ni les experiences necessaires pour me redresser, & pour me conduire. Apparemment je me suis trompé dans les secondes loix, & je ne pretens pas avoir rien établi dans les troisièmes. Mais il me semble que j'ay suffisamment prouvé & expliqué les premieres, & ce sont les seules qu'on avoit quelque droit de me demander », *Des loix*, p. 124.

Ce dernier propos (« droit de me demander ») rend bien compte d'une séparation radicale entre expérimentateurs et spéculatifs : si la question est celle de la découverte rationnelle des résultats établis par l'expérience, sans échange entre les deux domaines, reste cependant un climat de méfiance à l'encontre des résultats expérimentaux, à cause des méthodes employées (manque d'ordre, d'exactitude dans les descriptions, élaborations ne permettant pas la découverte d'un « principe naturel »). Subsiste ainsi une ambiance générale de suspicion face aux données du sensible, n'acquérant pas une certitude toute géométrique. On comprend alors la conclusion *a priori* surprenante du philosophe n'accordant pas crédit à ses propres conceptions rendant raison des expériences, mais privilégiant les lois des corps durs.

²³⁰ Malebranche illustre son propos par la collision entre m24 et 3m0. Le premier corps comprime la matière subtile de « toute sa force qui est m24 », quantité mesurant la « force du ressort ». Suivant la seconde opération définie par la règle de Mariotte, la vitesse '24' se répartit pour chaque corps en proportion inverse des masses, le corps percutant se voyant alors repoussé avec m18, l'autre avec 3m6. Dans ces conditions, « la force du ressort doit être m36 [m18+3m6] plus grande d'un tiers que m24 : et cette force auroit encore été plus grande, si le corps [au repos] avoit eu plus de masse », *Des loix*, pp. 116-118. Ainsi, « la force du ressort, ou la réaction de la matière subtile » dépasse « la force qui l'a comprimée ». Malebranche additionne ces deux mouvements restitués pour définir la force du ressort assimilée à la réaction de la matière ; il compte finalement deux fois la véritable réaction. Cette augmentation du « ressort » et aussi contraire à l'expérience et Malebranche invoque le cas d'une chute libre « d'une boule à ressort » qui « jamais ne remontera plus haut que le lieu dont elle est tombée », *ibid.*, p. 118. L'auteur écrira en 1699 que « ces raisons [relatives aux deux parties de la règle] fort vraisemblables m'ont autrefois fait douter de la justesse des experiences, et prevenu d'abord contre la regle generale ou plutost contre les operations qu'elle prescrit », *ibid.*

§-Dans le texte de 1692

Les exemples qui suivent figurent seulement dans le livre de 1692 ; Malebranche ne les conservera pas en 1698/1699. En 1692 et en 1699 il ne considérera pas le milieu extérieur comme perturbateur, mais bien au contraire comme indispensable à l'établissement des règles du choc.

La collision de corps durs à « ressort » entre $3m_0$ et m_{24} conduit aux mouvements finaux $-m_{12}$ et $3m_{12}$. Malebranche détaille l'obtention de ce résultat en suivant les étapes prescrites par la règle de Mariotte. Dans un premier temps, il s'appuie sur ses règles de collisions de corps durs : « les corps sont mûs à proportion qu'ils sont poussez, on conçoit naturellement que $3m_0$ étant poussé par m_{24} , il doit devenir $3m_8$: & m_{24} n'étant point repoussé, puisque $3m_0$ n'a point en lui de force contraire, m_{24} doit demeurer m_0 »²³¹. Puis, contrairement au contenu des secondes lois pour lesquelles la compression mutuelle n'existait qu'en présence de mouvements contraires, m_{24} ne peut « pousser » $3m_0$ sans comprimer « également la matiere subtile qui étoit dans les pores des deux corps »²³². Cette réciprocité ne provient pas d'une opposition au changement que développerait le corps au repos mais s'explique par le milieu, par « la resistance continuelle d'une masse $3m$ de l'air tant subtil que grossier, qu'il a fallu déplacer tout d'un coup avec la vitesse 8, & faire circuler pour prendre par derriere la place du corps $3m$ »²³³. L'air joue donc ici le rôle dévolu à l'inertie.

La « force du ressort » est m_{24} et, au moment du maximum de compression, s'instaure « une espece d'équilibre » provoqué par la résistance du milieu. Ensuite, « la matiere subtile dont la force est comme infinie refluant & passant avec violence dans les pores de ces deux corps qui sont appuyez l'un sur l'autre, élargit promptement ces pores, & repousse également les corps avec la force m_{24} »²³⁴. Plus précisément, la masse d'air faisant opposition, la quantité de mouvement m_{24} se partage en deux parties égales, parties mesurant les compressions affectant chacun des deux corps. L'analyse ne met pas pleinement en évidence une opposition de forces agissant réciproquement et de valeurs respectives m_{12} mais

²³¹ *Ibid.*, p. 118.

²³² *Ibid.*

²³³ *Ibid.*, pp. 118-120.

²³⁴ *Ibid.*

procède à une division équitable d'une quantité disponible, ce partage égal provenant d'une analyse de la collision sous-tendue par une idée d'équilibre. Finalement, m_0 devient $-m_{12}$ et $3m_8$ recevant m_{12} ($3m_4$), $3m_{12}$ ²³⁵.

Pour des mouvements contraires, même type de raisonnement. Après destruction de la force/mouvement du « plus faible » s'instaure « une espèce d'équilibre », le résidu de force du « plus fort » poussant l'autre corps qui en retour se voit opposer la résistance du milieu : « le contre coup que l'air fait (j'entens toujours le subtil et le grossier) suffit pour arrêter & contre-balancer un moment l'un sur l'autre les deux corps : & la raison de ceci est qu'apparemment tout est plein »²³⁶. Ainsi le « plus foible », dorénavant au repos, pousse « l'air qui est devant lui, cet air le repousse & lui resiste d'abord infiniment ». Cette opposition entraîne un partage égal de la 'force' résiduelle du mobile : cette équiartition définit la compression subie par les deux corps. D'autre part, la force résiduelle transmet une quantité de mouvement au corps le « plus foible » déterminée suivant les règles des corps durs. Bref, Malebranche opère un partage de la force résiduelle et simultanément applique les règles des corps durs. La « compression directe » des corps provoque une « compression latérale » générant, après la « résistance infinie », une circulation de la matière (air subtil et grossier) lui permettant de « prendre la place du corps [le plus faible] par derrière, & lui en ced[ant] autant en avant : de sorte que ce corps avance librement avec la force qu'il a reçue du corps choqué »²³⁷.

Dans toutes les configurations de choc, le milieu permet alors de rendre compte d'une compression par la résistance qu'il offre à une mise en mouvement ; une compression que Malebranche ne peut pas expliquer à partir du seul corps au repos faute de force de repos. Le milieu se substitue ainsi à une inertie naturelle.

²³⁵ *Ibid.*, p. 120.

²³⁶ *Ibid.*

²³⁷ *Ibid.* L'auteur donne l'exemple de $3m_{12}$ contre m_{12} . La première étape conduit au résultat $2m_{12}$ ($3m_8$) puis m_0 . L'équilibre, impliqué par le milieu, conduit au transfert de m_{12} à m_0 , restant $3m_4$ à l'autre. Puis vient la restitution de la « force de compression » valant m_{24} et se partageant équitablement, ce qui conduit à $3m_0$ ($3m_4 - m_{12}$) et m_{24} ($m_{12} + m_{12}$). Malebranche souligne que le résultat de la collision entre m_{24} et $3m_0$ donnait m_{12} et $3m_{12}$, à savoir les vitesses initiales de ce dernier exemple ; voilà qui semble « conforme à l'expérience, & paroît même conforme à la raison. Car il est clair que ces deux corps après le second choc, doivent reprendre leur premier état, s'ils se rendent mutuellement les forces qu'ils se sont données, ce qu'on suppose naturellement devoir arriver », *ibid.*, p. 122.

Cette thèse se retrouve sous la plume de Bayle, dans des échanges épistolaires avec Leibniz. Bayle n'accorde pas à son correspondant l'existence d'une force interne qui permettrait de rendre compte d'une résistance. Prônant l'essence géométrique de la matière, il rejette la résistance absolue de la règle R4 de Descartes et explique l'opposition à une mise en mouvement par l'action du milieu : « je ne suis [...] point convaincu qu'il faille mettre l'essence du corps dans un attribut différent de l'étendue : parceque tout autre attribut me paroistroit aussi mal aisé à accorder avec la resistance que font les corps les uns aux autres que l'étendue : car je ne sçauois comprendre qu'un corps puisse avoir en lui mesme et comme une chose interne ou intrinseque un effort pour demeurer dans un certain lieu. Cet effort doit donc proceder d'un principe exterieur au corps, et cela estant un corps qui n'aura pour son essence que l'étendue pourra resister tant qu'on voudra, pourvû que ce principe exterieur agisse sur lui »²³⁸. Comme pour Malebranche, le réductionnisme géométrique nous fait passer de la correction de R4 à l'absence totale de réaction de la matière ; l'effet de l'inertie s'interprète non pas comme celui d'une propriété intrinsèque au corps mais par l'action du milieu extrinsèque.

§§-Les ajouts de 1698/1699

Cette analyse d'une opposition à un changement d'état faisant intervenir uniquement le milieu extérieur se retrouve dans des corrections apportées en 1699 ; ce qui devrait tenir lieu d'épiphénomène dans l'explication physique est convié à jouer un rôle majeur. Justifiant la différence entre les seconde et troisième lois²³⁹, Malebranche livre l'exemple de deux corps durs à ressort dans le vide (secondes lois de 1692), un de « cent degrez de vitesse » percutant l'autre au repos, « cent fois plus grand que lui ». Il lui communique un degré de vitesse, « sans que les parties de ce grand corps souffrissent la moindre compression ou se missent en ressort, puisque la compression ne peut se faire que

²³⁸ Voir Basnage de Beauval à Leibniz, lettre non datée mais probablement rédigée à la fin de 1692 ou au début de 1693, voir Leibniz, PS III, pp. 91-92. Voir aussi Annexe 3 lettres B1, B2, B3. Bayle ne précise pas ce qu'est ce « principe exterieur » aux corps ; d'après le contenu de la réponse de Leibniz (lettre B3), les deux correspondants ont cependant en tête l'action du milieu et non de Dieu.

²³⁹ La différence essentielle entre les deuxième et troisième lois, lors de la collision avec un corps au repos, concerne la durée de l'action : pour celles-ci, le transfert se fait successivement, le corps le « plus foible » au repos « ne pouvant pas vaincre en un instant la resistance du plein pour aller selon toute sa vitesse » ; pour celles-là, le transfert se fait instantanément. Voir pp. 128-132, source B2.

par la resistance, et que la resistance ne peut venir du repos qui n'a nulle force »²⁴⁰. En outre, avec le vide, on fait « abstraction de la resistance de la matiere que les corps sont obligez de deplacer »²⁴¹. Aussi, le rebond du petit corps dans le plein ne s'expliquera que par la compression des parties du corps choqué, « mises en ressort par le choq et la resistance de la matiere subtile qui environne ce corps et qu'il doit deplacer pour se mouvoir »²⁴².

Toujours en 1699, concernant les différences de compression malgré l'identité des « forces primitives »²⁴³, Malebranche précise le déroulement physique de la première opération prescrite par la règle de Mariotte : « dans le plein le mouvement ne se communique pas en un instant comme dans le vuide, mais successivement, et peu à peu à cause de la resistance de la matiere qu'il faut deplacer et que les corps n'etant point durs par eux memes, ils gardent jusqu'au debandement du ressort de leurs parties, les loix des corps mous, ou ne communique leur mouvement qu'autant qu'il est necessaire pour aller de compagnie »²⁴⁴ ; à nouveau, la résistance à une mise en mouvement est celle du milieu.

Les leçons expérimentales de Mariotte sont donc reçues avec ce regard critique qui voit davantage avec un bon oeil, du moins jusqu'en 1699, les élaborations rationnelles. Une attitude sceptique face aux résultats de l'expérimentateur n'explique pourtant pas tout et il faut bien que Malebranche ait dans son escarcelle une thèse forte qui le détermine à refuser telle quelle la résistance de la matière et à chercher à en rendre raison ; cette thèse est le rejet de la force de repos. Elle conduit systématiquement Malebranche à des errements, le faisant manquer l'inertie de la matière. Ainsi, lorsqu'il cherchera à justifier l'écart entre ses « secondes lois du mouvement » et l'expérience, il précisera que le « ressort » des corps peut ne pas être parfait, que l'air résiste ou, que cela provient d'une cause « beaucoup plus considerable que celle de l'air, [...] la resistance qu'on attribue communement à la pesanteur [qui] est d'autant plus grande que les corps sont plus pesans »²⁴⁵.

²⁴⁰ *Ibid.*, source B2 p. 128.

²⁴¹ *Ibid.*, source B2 pp. 128-130.

²⁴² *Ibid.*, source B2 p. 130.

²⁴³ Voir par la suite 2.2.2.2 Equations de compression, a-Phase de rebond.

²⁴⁴ *Des loix*, source B2 p. 138.

²⁴⁵ *Des loix* [1692], p. 108. Ce texte sera conservé jusqu'en 1699.

Comment expliquer cette dernière résistance ? Il est remarquable que Malebranche reconduise à la lettre l'expérience de Mariotte relative à la résistance ressentie lors d'une mise en mouvement d'un pendule vertical par une impulsion horizontale, mais qu'il parvienne à une conclusion différente. Mariotte précisait que la résistance ne venait pas de la pesanteur dont la droite d'action était orthogonale à l'impulsion et, dans les conditions de l'expérience, l'air n'intervenait pas non plus (voir ch. II, 3.2.1, 3.2.2). Malebranche prend deux poids d'égal volume, le plus léger heurtant horizontalement le plus lourd suspendu : le premier rejaillit contrairement aux secondes lois (le mouvement devrait toujours "l'emporter"). Selon Mariotte, puisque les volumes sont identiques, l'air ne joue aucun rôle dans ce choc. Si un corps résiste d'autant plus qu'il est pesant, pour autant, la pesanteur s'exerce de haut en bas et le mouvement incident horizontal ne « contrarie » pas l'autre mouvement. Mariotte concluait alors que la quantité de matière rendait compte de cette résistance ; Malebranche cherche une autre explication.

En l'occurrence, « les corps les plus pesans sont ceux qui ont le moins de pores, ou de plus petits [...] & plus un corps est serré, & à moins de pores par où l'air tant grossier que subtil puisse passer, & plus il est obligé de chasser devant lui de parties de ce fluide. Donc plus un corps est pesant, plus il trouve de resistance à être mû même horizontalement »²⁴⁶. D'autre part, « les corps sont comme des cribles à l'égard de la matiere subtile, & [...] les plus pesans sont ceux qui ont moins de trous, ou de plus petits [...] les plus pesans apportent plus de resistance au mouvement, parce qu'ils déplacent plus de parties de la matiere subtile »²⁴⁷.

Pour conclure, de 1692 à 1699, cette dernière date correspondant au moment de la préparation du texte final de 1700, le philosophe explique encore le processus continu du choc élastique par la résistance ; la cinquième édition de RDV (1700) n'en tiendra plus compte²⁴⁸. Cette résistance provient de l'air « subtil » et « grossier », mais aussi de la matière

²⁴⁶ *Ibid.*, p. 108.

²⁴⁷ *Ibid.*, p. 110. La résistance de l'air augmente comme la surface des corps car l'air ne pénètre pas les pores ; celle de la matière subtile comme la « masse » ou « solidité ».

²⁴⁸ Faut-il y voir une influence de Leibniz ? Ce dernier rejette l'utilisation du milieu extérieur comme moyen d'expliquer le rejaillissement d'un corps incident donc d'une compression, mais affirme croire en l'existence d'une inertie de la matière. Ainsi, dans une lettre adressée à Malebranche datée des 13/23 mars 1699, Leibniz joint des feuillets datés de 1692, rédigés à la suite de sa lecture du traité de 1692 (*Remarques sur les lois de la communication des mouvements de Malebranche*). On peut y lire les réflexions suivantes concernant

subtile. En ce sens on pourrait dire que la résistance est systémique et que de fait tous les corps résistent ; pour autant, il est question d'énoncer des concepts et des lois physiques indépendants des circonstances d'études, soit à la fois dans le vide et dans le système.

Les textes aboutis de 1700 et 1712 feront la part belle à l'expérience : la validité des résultats de Mariotte ne sera plus remise en cause et les opérations que recommande sa règle seront acceptées et justifiées ; expérience qui apprend aussi que seul le « mouvement de même part » se conserve²⁴⁹.

l'affirmation de Malebranche que « le repos n'a point de force pour resister au mouvement », et ce avant la parution du texte finale de 1700 : « Je l'avoue, mais la matiere a une inertie naturelle car elle ne peut être mise en mouvement, sans qu'il en couste au moteur quelque chose de sa force. Et ce que dit l'auteur [...] que le neant ne resiste point davantage au createur, quand il produit deux pieds de matiere, que lors qu'il en produit qu'un pied est vray, mais le créateur n'y perd rien de sa force. L'inertie de nos corps sensibles est proportionnelle a la pesanteur [...] Cette inertie fait qu'un aix est plutost percé que mû par une balle de mousquet ; ce qu'on ne sçaurait attribuer à la resistance de l'air [...]car quand un vent contribueroit à pousser et l'air, et l'aix, la balle ne laisseroit pas de percer l'aix, pour ne dire qu'il en arriveroit autant dans le vuide ». Pour cette lettre, voir Annexe 3 lettre B9. Malebranche notait qu'un « ais assez grand » devait être percé par une balle de mousquet, plutôt que de participé à un mouvement commun, à cause de la résistance de l'air s'opposant à sa mise en mouvement, voir *Des loix*, pp. 106-108.

Malebranche considère la matière indifférente au repos et au mouvement (voir la première partie de ce chapitre, 1.2.1 : « la matiere paroît [...] indifférente au mouvement & au repos, & absolument sans aucune force ») ; Leibniz poursuit sa lettre sur cette notion d'« indifférence » qu'il conçoit comme une absence d'inertie : « Si la matiere estoit indifferente au mouvement et au repos [et s'il y avoit des corps durs sans ressort] il arriveroit dans le concours une simple composition des conatus de l'un et de l'autre, c'est à dire le corps pour n'estre point empeché garderoit sa tendance et recevrait encor celle que l'autre tache de luy donner. C'est ce que j'appellois la Theorie du mouvement abstrait dans un petit traité imprimé en 1671. Mais je reconnus qu'il n'est point conforme au systeme : et j'ay trouvé depuis que la matiere n'est pas [comme] je la supposois avec les autres. Autrement le moindre corps pourrois mettre en mouvement le plus grand, sans rien perdre de sa force, et il n'y auroit point de choc ny de resistance, quand deux corps vont d'un même costé », écrit de Leibniz extrait de A. Robinet, *Malebranche et Leibniz, relations personnelles, op. cit.*, p. 340.

²⁴⁹ Influence conjuguée des données expérimentales et de Leibniz. Le ralliement à cette thèse est « officialisé » dans une lettre datée du 13 décembre 1698 adressée au philosophe allemand : « Les obligations particulieres que vous ont tous ses disciples [de la vérité] a cause des nouvelles vues que vous leur avez donnees pour avancer dans les sciences ne leur permet pas d'être indifferens à l'égard de votre merite ; et s'il y en a qui le soient ou qui le paroissent ils ne se font tort qu'a eux mêmes du moins dans l'esprit des habiles gens. En relisant à la campagne où j'avois quelque loisir, le méchant petit traité de la communication des mouvemens, et voulant me satisfaire sur les troisièmes loix, j'ai reconnu qu'il n'étoit pas possible d'accorder l'experience avec le principe de Descartes que le mouvement absolu demeure toujours le meme. J'ai donc tout changé ce traité, car je

2.2.2.2 Equation de compression (5^{ème} et 6^{ème} éditions de RDV)

En effet, « la regle [de Mariotte] est confirmée par un grand nombre d'experiences exactement faites » et « il est impossible, en établissant d'autres operations, qui d'abord paroîtroient peut-être plus vrai-semblables, de ne rien dire qui ne choque ces experiences ». Il faut donc « non seulement s'en tenir à la regle, mais tâcher de découvrir les raisons physiques des operations qu'elle prescrit »²⁵⁰. Ce changement va de pair avec l'adoption d'un autre principe de conservation, celui de « la quantité de mouvement de même part », « les mouvemens particuliers peuvent varier, mais [...] la force en general de même part demeure toujours la même ; ou [...] le centre de pesanteur des corps qui se choquent, a la même vitesse avant et après le choc »²⁵¹. L'expérience l'« apprend », tout comme elle confirme que la collision de deux mobiles animés des vitesses finales obtenues par un premier choc redonne au système la configuration de ce concours initial : « il est impossible que cela arrive autrement, supposé que la même quantité de mouvement de même part demeure toujours, et que la grandeur du second choc soit égale à celle du premier »²⁵². L'insertion d'un schéma représentant la collision de deux pendules comme origine des données expérimentales illustre bien le changement de perspective : la physique ne s'élabore pas d'une manière

suis maintenant convaincu que le mouvement absolu se perd et s'augmente sans cesse et qu'il n'y a que le mouvement de même part qui se conserve toujours le même dans le choc. J'ai donc tout corrigé ce traité mais je ne sçai pas encore quant on le réimprimera. Je vous dis ceci Monsieur afin que vous continuiez d'être persuadé que je cherche sincerement la verité, et que je merite en partie par cette disposition de mon esprit que vous continuiez de m'aimer autant que je vous honore ». Le « méchant petit traité » est celui de 1692. Expérience et théorie ne s'accordent pas si on essaie de fonder autrement les règles de Mariotte et le « raccommodage » qualitatif que nous mentionnions précédemment concernant la perte d'une quantité de mouvement comptée scalairement et distribuée à la matière subtile ne donne pas entière satisfaction, voir 2.2.1 Les « *secondes loix de la communication des mouvemens* » de 1692, c-Exemples de règles, 2/ corps durs à ressorts, §§-Mouvements de sens opposés.

²⁵⁰ *Des loix*, p. 125. Les autres « operations [...] peut-être plus vrai-semblables » sont celles établies en 1692. Mais l'auteur reconnaissait déjà à cette date que « si on prenoit d'autres exemples à examiner on rencontreroit certaines difficultez dans les operations, & le calcul ne s'accorderoit pas avec l'experience », *ibid.*, p. 122. Voilà donc les résultats d'une spéculation de 1692 qui « choque[nt] ces experiences », lesquelles au contraire légitiment la règle de Mariotte.

²⁵¹ *Ibid.*, p. 127.

²⁵² *Ibid.*

purement rationnelle²⁵³. Malebranche adopte les conservations de la quantité de mouvement algébrique et de la vitesse respective ; cela ne le conduit cependant pas à celle de la force vive²⁵⁴. L'expérience justifiant les deux lois, suit l'analyse du fondement physique des deux opérations prescrites par la règle de Mariotte.

a-Première opération de la règle de Mariotte

En premier lieu, il convient de justifier l'utilisation des lois de collision des corps mous, l'étude se portant sur celles des durs élastiques. Le corps « par lui-même est infiniment mou puisque le repos n'a point de force pour résister au mouvement » : le corps est mou car il n'y a pas de force de repos expliquant la dureté comme l'entendait Descartes ; d'autre part, l'expression « par lui-même » renvoie aussi à l'absence de la matière subtile expliquant la cohésion. La première opération prescrite par la règle de Mariotte se conçoit en ne tenant pas compte de la matière subtile, du moins au niveau du point d'impact : son éviction implique celle du « ressort ». Dans ces conditions, selon Malebranche, les parties des corps mous cèdent réciproquement « jusqu'à l'instant de la parfaite compression ou réaction de la matière subtile qui fait ressort »²⁵⁵.

Cette conception du corps « infiniment mou » est entachée d'obscurités : comment comprendre l'action réciproque de corps « infiniment mous » incapables de résister au mouvement ? Comment la matière molle de ces corps parviendrait à comprimer la matière subtile située dans chaque corps puisqu'elle n'offre par elle-même aucune résistance au mouvement ? On retombe sur cette difficulté de la théorie malebranchiste dans laquelle la cohésion des corps s'explique par une pression du fluide sur une surface par « elle-même » infiniment molle. La moindre pression devrait perforer un tel corps²⁵⁶.

²⁵³ Cette appareil est celui qu'utilise Mariotte dans son *Traité de la percussion* pour établir ses « principes d'expériences ».

²⁵⁴ Le fait qu'un corps tombant remonte à la hauteur du lâché, que Malebranche mentionne des expériences de collisions de pendules, qu'il admette la loi galiléenne de chute libre enfin qu'il énonce deux équations de conservation, constituent autant d'éléments devant naturellement conduire à la conservation de l'énergie cinétique.

²⁵⁵ *Les lois*, p. 129.

²⁵⁶ Voir en particulier les remarques de Leibniz sur ce point, 2.2.1, c Exemples de règles, 1) corps mous.

Si on veut bien passer outre les difficultés exposées ci-dessus, un autre problème apparaît, cette fois-ci liée à la question de la force de repos. Le processus de compression décrit en 1692, 1700 et 1712 est le même. En 1692 et 1699, parce que le corps au repos ne résistait pas, Malebranche estimait que la collision élastique ne différait pas d'une collision de corps durs, et que la matière subtile n'était pas comprimée. Aussi illustre-t-il le cas d'une compression mutuelle par le seul exemple de mouvements contraires. Il donne à nouveau cet unique exemple en 1700, bien que l'application de la première opération de la règle de Mariotte implique une compression mutuelle dans toutes les circonstances de collisions (un corps immobile, des mouvements de même sens, des mouvements contraires) ; Malebranche ne donne aucune raison explicite permettant de comprendre un tel changement en l'espace de quelques mois (de 1699 à 1700).

On peut se demander si une nouvelle théorie de la matière n'est pas à l'origine de ce changement. Il est vrai qu'en 1692 Malebranche établit les lois pour collisions élastiques à partir des lois du choc de corps durs, ce qui n'est plus le cas en 1700 : le corps par lui-même se définit par une mollesse infinie. A partir de 1699, Malebranche conçoit aussi la matière subtile comme un assemblage d'une infinité de petits tourbillons se contrebalançant par des forces centrifuges²⁵⁷. Ces innovations permettent d'expliquer la possibilité d'une réaction ? Le problème soulevé relatif à l'explication de la dureté est toujours d'actualité en 1700 : le phénomène de compression/restitution de la matière subtile est en lui-même clair, mais sur quoi s'exerce la pression de ce fluide puisque la matière est totalement malléable (mollesse infinie), sans force, jusqu'à en être perforée ? Une telle question vaut pour tous les types de collision. Il n'y a pas plus de raisons en 1700 qu'en 1692 qu'un corps au repos permette la compression du fluide contenu dans les pores d'un mobile incident : outre la difficulté de concevoir une pression du fluide sur les parois des corps constitués d'une matière « infiniment molle », il faudrait aussi que le corps au repos résiste un tant soit peu à la mise en mouvement afin que le fluide soit comprimé, soit supposer une certaine inertie. Or, sur ce point, rien dans le texte ne permet d'affirmer que Malebranche confère à la matière une telle propriété. Tout au contraire, les affirmations que le repos n'a pas de force et le livre VI de RDV analysé dans la première partie de ce chapitre figure dans les éditions de 1700 et 1712.

²⁵⁷ Nous renvoyons en particulier à l'Annexe 5 relative à l'Eclaircissement XVI.

b-Phase de rebond

Le « ressort » intervient dans la seconde opération. Cette dernière consiste « à distribuer réciproquement aux masses des corps leur vitesse respective » car, après « l'équilibre », ils doivent « être repoussés à proportion de la compression de la matière subtile qui fait la force du ressort, compression qui dépend de la vitesse respective avec laquelle les corps se choquent ». A cet instant, « l'effort de cette compression, doit nécessairement être égal de part et d'autre dans chacun des corps choqués », puisqu'il donne lieu à un « équilibre » qui suppose « égalité de forces contraires ». Ainsi, « il faut que les mouvements des corps rejaillissant soient égaux », donc « que par l'effort du ressort, leurs vitesses soient réciproquement comme leurs masses »²⁵⁸. Ces explications plutôt laconiques concernant le passage d'une distribution de la vitesse respective réciproquement aux masses à l'obtention de vitesses de rejaillissement suivant la même proportion, et ce par l'intermédiaire de l'égalité de la force de compression à l'instant de l'équilibre, nécessiteraient des éclaircissements ; P. Costabel y voit une certaine confusion²⁵⁹. Le problème nous semble cependant ailleurs, ce raisonnement soulevant une question davantage conceptuelle. L'analyse du rebond proposée par Malebranche n'a en effet rien d'original et s'inscrit dans ce courant d'études du choc reposant sur la science des machines (nous renvoyons au second chapitre). L'appel à « l'équilibre de forces contraires » marque une appartenance en même temps qu'il reflète la difficulté d'établir une ligne de partage nette entre un équilibre et une action-réaction²⁶⁰.

²⁵⁸ *Ibid.*, p. 133.

²⁵⁹ P. Costabel note qu'on peut penser que le raisonnement renferme « une vision quelque peu confuse de restitution de la force de compression, partagée également entre les deux corps », voir note 195 p. 232. L'auteur cite à l'appui de cette hypothèse le fait que Malebranche, en 1692, procède à ce type de partage dans la version corrigée de la règle de Mariotte. P. Costabel souligne aussi que Fontenelle comprend ainsi la démarche lors de la rédaction de sa partie historique du Mémoire de L. Carré de 1706, disciple de Malebranche. Pour autant les exemples donnés par Malebranche ont tendance à infirmer cette thèse. D'autre part, Malebranche s'appuie ici sur le livre de Mariotte où la justification de ce partage en proportion inverse des masses apparaît explicitement, voir dans cette partie chapitre II, 3.2.3.

²⁶⁰ Nous renvoyons au second chapitre pour cette question. Voir aussi les remarques éclairantes d'A. Parent, accordant à Newton la validité de la loi d'égalité entre l'action et la réaction à condition de préciser toutefois qu'une telle égalité ne vaut que pour un équilibre, à savoir une égalité de quantités de mouvement, voir dans cette thèse partie II, chapitre I.

L'article suivant pallie ce défaut d'explication sur la redistribution des vitesses en étudiant le cas où m_2 et $3m_8$ viennent heurter respectivement $5m_0$. Malgré la même « force » disponible (m_2), les états finaux diffèrent, la matière subtile ne subissant pas la même compression. Dans le premier exemple, « la force de cette compression est égale à m_2 », $3m_5$ dans le second²⁶¹. L'instant « d'équilibre », moment de la plus forte compression et de son arrêt, ne survient « que lorsque les corps qui se sont choquez peuvent aller de compagnie », « le plus fort n'agissant plus sur le plus faible »²⁶², soit au moment de l'annulation de la vitesse respective. Ce mouvement commun donne 4 et 3 degrés de vitesse pour ces deux exemples. Dans le premier cas, « m_2 a comprimé $5m_0$ avec la force m_2 , en devenant lui m_4 ; et $5m_0$, $5m_4$. Mais $3m_8$ quoiqu'égal en force à m_2 , n'a comprimé le même $5m_0$, qu'avec la force $3m_5$, en devenant lui, $3m_3$; et $5m_0$, $5m_3$ »²⁶³ : « la compression de la matière subtile n'est donc point égale à la force primitive des corps avant le choc : mais elle est et doit être égale à celle qu'ils employent à se comprimer jusques à ce qu'ils puissent aller de compagnie, c'est-à-dire qu'elle est égale à celle qu'on retranche par la première opération qui les a supposez mous »²⁶⁴. La différence de quantité de mouvement entre l'état initial (« force primitive ») et le mouvement d'ensemble mesure la force de compression. En utilisant les mêmes notations que P. Costabel²⁶⁵, on peut symboliser le calcul comme suit : V_0 et V_0' deux vitesses initiales comptées algébriquement de deux corps m et m' ; $(mV_0+m'V_0')/m+m'$ représente la vitesse d'ensemble après la première opération considérant les corps mous ; $mV_0 - m(mV_0+m'V_0')/m+m' = m \cdot m'(V_0-V_0')/m+m'$ et $m'V_0' - m'(mV_0+m'V_0')/m+m' = m' \cdot m(V_0'-V_0)/m+m'$ représentent les forces de compression, égales pour chaque corps. Ainsi, $V = m'(V_0-V_0')/m+m'$ et $V' = m(V_0'-V_0)/m+m'$, vitesses de rejaillissement de m et m' , sont bien « réciproquement comme leurs masses » et la seconde opération revient « à distribuer reciproquement aux masses des corps leur vitesse respective »²⁶⁶.

Malebranche peut donc se corriger, lui qui affirmait en 1692 qu'avec l'application de la règle de Mariotte la quantité de la « force du ressort » pouvait dépasser

²⁶¹ *Les lois*, p. 139.

²⁶² *Ibid.* Relevons que cette expression ne mentionne pas une action du « plus faible » sur l'autre corps.

²⁶³ *Ibid.*, p. 141.

²⁶⁴ *Ibid.*

²⁶⁵ Voir note 200 pp. 233-234.

²⁶⁶ *Les lois*, p. 133.

celle de la « force primitive » : il comptait deux fois celle-là, alors qu'il « faut faire attention à ce principe certain, que la réaction est égale à la résistance que trouve l'action, ou qu'un corps qui en choque un autre, souffre dans ses parties la même compression qu'il subit dans l'autre »²⁶⁷. L'équipartition d'une quantité globale indice de la compression fait donc place à un raisonnement dynamique explicite consistant en l'égalité de deux forces opposées, évaluées par un changement d'état (du mouvement initial au mouvement commun). L'estimation de « la force de compression » repose sur le principe « que la compression ne se faisant qu'à proportion que le corps le plus fort trouve de la résistance dans le plus foible, cette compression ne s'augmente que jusqu'à ce que le plus foible ait acquis une vitesse égale à celle du plus fort, parce qu'alors le plus foible ne lui résiste plus, ou n'empêche plus son mouvement [...] L'égalité de vitesse arrête l'augmentation de la compression »²⁶⁸. Ce moment, qualifié d'« équilibre », permet donc la mesure de l'action du ressort. Malgré la mise en évidence d'une compression mutuelle, la science de l'équilibre n'est pas bien loin.

Finalement, ces actions de forces identiques sont celles s'exerçant de part et autre du centre de gravité du système des deux corps, le mouvement commun du maximum de compression s'effectuant à la vitesse de ce centre. Ce texte nous semble suffisamment influencé par Mariotte pour reconduire les conclusions adoptées pour ce dernier. Nous notons en particulier l'importance du centre de gravité, celle de la loi d'équilibre pour, finalement, conclure sur le poids d'une méthode dirimant une conceptualisation dynamique. En outre, lorsque Malebranche revendique appliquer une égalité action-réaction ses propos sont constamment battus en brèche par sa pratique : il mentionne l'action du « plus fort » qui donne plus qu'il ne reçoit de l'autre puis, surtout, qu'est-ce que la réaction d'un corps au repos ? Nous ne croyons guère à l'existence d'une telle loi chez Malebranche. D'une part, parce qu'elle n'existe pas pour les corps durs ; la moindre des choses qu'on puisse demander à une telle loi est bien d'être universelle, non valable pour le seul cas de collisions élastiques. D'autre part, parce que le repos pose un problème fondamental dans la physique de Malebranche.

²⁶⁷ *Ibid.*, p. 143. Ceci permet donc de corriger l'exemple de la note 110 : « lorsque m_2 choque m_1 , la compression n'est donc que de $m_1 v$ et non pas de $m_2 v$ comme Malebranche l'avait cru en la comptant indûment deux fois. D'une manière générale, l'application de la règle de Mariotte, correctement interprétée, donne maintenant tout apaisement : dans le choc de m_2 sur m_1 , la force de compression qui est aussi celle du ressort ne dépasse jamais $m_1 v$. Elle n'atteint $m_1 v$ que lorsque m_2 est infiniment grand », P. Costabel, note 205 p. 235.

²⁶⁸ *Les lois*, p. 143.

L'examen des règles du choc de corps durs nous incitait à penser que la loi d'égalité action-réaction n'apparaissait pas explicitement : « la grandeur du choc » n'affectait que le corps dit le « plus faible », ce type de collision ne conduisant pas à penser le caractère mutuel de la percussion ; « le plus fort » ne peut recevoir « aucune force ou aucun effet du choc » car, écrit Malebranche, « la force des corps, ou l'effet de leur choc ne peut être que du mouvement, ou du transport actuel »²⁶⁹. Pour les corps élastiques, la possibilité de deux mouvements contraires existe, les parties constituantes poussées « reculent » réciproquement jusqu'au moment où « l'effort du choc est en équilibre avec la résistance de la matière subtile »²⁷⁰ : le mouvement des parties d'un corps (le « choqué ») provoqué par le choc de l'autre corps finit par s'équilibrer avec la matière subtile comprimée ; ce phénomène est identique dans l'autre corps (le « choquant ») et, finalement, les forces de restitution sont égales. En ce sens, il semble que la nature des corps (la possibilité que coexistent deux mouvements contraires au sein d'un même corps, le mouvement du corps et celui de recul de certaines de ses parties), influence la compréhension et formulation de la loi physique. L'égalité entre l'action et la réaction n'apparaîtrait finalement pas indépendante de la nature du corps ; il semble par conséquent difficile de lui conférer le statut de loi. D'autre part, quels en sont les concepts ? Le fait que cette loi n'apparaisse pas dans les collisions de corps durs montre à quel point Malebranche ne fait pas du changement de mouvement l'objet principal de la mesure de l'action-réaction ; l'effet du choc reste du « transport actuel ». Si ce « transport » n'existe pas pour le corps dur, il existe bel et bien pour les corps élastiques. En ce sens, cette loi d'action-réaction reste conditionnée pour l'existence d'un mouvement effectif ; plus qu'une identité de forces conceptualisées par des changements de mouvement, c'est l'identité de mouvements égaux « actuels » au sein de chacun des corps qui rend possible cette loi.

La rédaction de 1700 est tout de même déconcertante ; elle semble en effet contradictoire avec ce que Malebranche a écrit jusqu'à présent. C'est pour toutes les circonstances de collisions que Malebranche énonce cette thèse de compression réciproque et égale, et ceci paraît surprenant pour celui qui rejette la force de repos ; si la matière au repos n'offre pas de résistance, comment expliquer qu'elle puisse agir sur un mobile ? Jusqu'à 1699, l'absence de résistance était synonyme d'absence de compression, soit de réaction. Chez Mariotte, la résistance du corps au repos est justifiée : le corps résiste à proportion de la

²⁶⁹ *Ibid.*, p. 87.

²⁷⁰ *Ibid.*, p. 89.

matière qu'il contient (voir chapitre II, 3.2.2). Si Malebranche reproduit les opérations de Mariotte, il n'admet cependant pas ce préalable. Rappelons à nouveau que RDV contient ce livre VI qui associe la loi de persistance au seul mouvement et par conséquent la possibilité d'une action seulement à partir de la mobilité. Malebranche ne semble garder de Mariotte que la méthode, sans aller au-delà dans la formulation du cadre dynamique nécessaire à son application.

On émettra deux hypothèses pour interpréter ce qui peut apparaître comme un changement. Comme nous le constaterons au chapitre suivant, cette méthode de collision passant par une distribution des vitesses de rejaillissement, distribution déterminée par le partage de la vitesse respective en proportion inverse de masses, sera substituée en 1721 dans les travaux de l'Académie des Sciences par une assise davantage dynamique. Il est clair que les réflexions menées par Malebranche s'inscrivent dans cette période de développement de la dynamique de la seconde moitié du XVII^{ème} que nous avons essayé de caractériser par ce recours à la loi du levier. Lorsque Malebranche mentionne l'existence d'un « équilibre » lors du choc, il s'inscrit dans une histoire et il s'inspire des écrits de ses contemporains.

En particulier, la comptabilité double de la force de compression et son partage égal pour chaque corps est une pratique classique rencontrée entre autre chez Wallis qui évaluait son « ictus magnitudo » par le double d'une perte de mouvement (voir dans cette partie chapitre II, 3.1.1 et 3.1.2) ; la « force de la percussio » est une sorte de tout, la somme des quantités de mouvement du choc symétrique que doit supporter le centre de gravité d'un système (voir chapitre II, 1.3 ; début de III ; 3.1.2 ; 3.2.3). Ce partage de la vitesse respective pour le calcul des vitesses de rejaillissement se rencontre chez Wallis ou Mariotte ; il dérive de la loi du levier (concernant Mariotte, voir dans cette partie le chapitre II, 3.2.3). La pratique du choc chez Malebranche provient donc d'une méthode tirée de la science des machines. Le chapitre II montrait l'importance du centre de gravité du système de deux corps dans l'étude du choc : ce point est une sorte de mur fictif de part et d'autre duquel les forces de compression sont égales. En adoptant la méthode de Mariotte, Malebranche fait sienne cette importance conférée à ce point et, par-là même, la possibilité de ramener tout type de choc à un choc symétrique. En effet, cette méthode offre la possibilité de transformer le repos d'un corps en un mouvement pour un observateur situé au niveau du centre de gravité du système ; par conséquent, elle permettrait d'escamoter cette question de la résistance du corps au repos en substituant à ce dernier un mouvement de telle sorte que le choc devienne celui de deux corps animés de mouvements égaux de sens contraires. Or, les écrits de Malebranche

antérieurs à 1700 associent systématiquement le terme de « résistance » aux seuls cas de mouvements opposés ; il faut d'autre part remarquer qu'en 1700 Malebranche ne détaille le mécanisme de compression que pour le seul cas de mouvements contraires, semblant montrer ainsi l'importance de cette configuration de choc. Enfin, notons que Dechales "résout" justement cette question de la résistance du corps en repos en embarquant ce corps sur un navire ; le corps est ainsi en mouvement pour un observateur sur la berge qui visualise ce choc comme un choc symétrique²⁷¹. Il faut noter cependant que, sauf erreur, jamais dans le corpus malebranchiste nous ne trouvons une référence concernant cette méthode du bateau.

L'autre hypothèse concernerait le principe de conservation du mouvement. L'étude des collisions élastiques repose sur deux moments. Le premier consiste finalement à faire de ces corps à « ressort » des corps mous. Les remarques de Malebranche concernant les chocs inélastiques s'appliquent alors : la perte de mouvement provient d'un mouvement de compagnie qui en augmentant la masse diminue nécessairement la vitesse du mobile incident. Ce changement de mouvement provient alors d'une loi de conservation de la quantité de mouvement sans qu'il soit besoin de mentionner une résistance du corps « choqué ».

Conclusion

Qu'il s'agisse de l'explication de la dureté ou des règles du choc, les analyses menées conduisent à la même conclusion : dans la mécanique de Malebranche l'inertie n'est pas conceptualisée. D'une part, elle ne peut pas être une propriété de la matière et, d'autre part, l'action divine repose sur une loi de persistance ne concernant que le seul mouvement ; finalement, la question même de cette conceptualisation n'a pas lieu de se poser. Le recours au milieu extérieur (air grossier, subtil, matière subtile) afin d'expliquer la résistance à une mise en mouvement témoigne bien de cette absence de l'inertie.

Malebranche paraît *a priori* peu enclin à donner une nouvelle mouture de ses règles après avoir reconnu la conservation du mouvement de « même part », comme en atteste le contenu d'une lettre de décembre 1698 : « à l'égard des règles du mouvement, je vous prie Mr. de me dispenser de les examiner. Je n'y ai déjà que que trop pensé, et je croi que mon

²⁷¹ Voir chapitre II, début de 2.2.3.

temps seroit mal employé à cette sorte d'étude »²⁷². Pour autant, l'année 1699 est celle des nombreuses corrections du livre de 1692. Dès mars de cette même année, Malebranche « m[et] la dernière main » aux règles du mouvement²⁷³ mais, en juin et juillet 1699, la résistance à une mise en mouvement s'explique encore par l'action du milieu extérieur²⁷⁴ ; la rédaction de mars n'est donc pas définitive, puisque Malebranche ne tient plus compte du milieu en 1700. Or, toujours en mars 1699, Leibniz envoie à Malebranche des critiques des explications du livre de 1692 qui recourent à l'air ; il n'est pas impossible que l'oratorien en tienne compte pour sa rédaction finale de 1700, alors que Leibniz écrirait en pure perte que « le repos n'a point de force pour resister au mouvement. Je l'avoue, mais la matiere a une inertie naturelle car elle ne peut estre mise en mouvement, sans qu'il en couste au moteur quelque chose de sa force »²⁷⁵.

A partir de 1700, l'élaboration des lois du mouvement ne semble plus reposer sur le milieu extérieur. Les années 1698-1699 marquent un tournant dans la physique de Malebranche. Il tire les conséquences du rejet de la force de repos, en particulier en donnant un autre système du monde composé de tourbillons de matière se substituant aux corpuscules cartésiens du second élément ; il adopte le principe de conservation du mouvement « de même part » ; il accepte les résultats expérimentaux de Mariotte. Malgré tout, rien dans le corpus malebranchiste ne permet d'affirmer que de tels changements affectent la conception de la matière. Les multiples modifications des règles du choc s'accompagnent constamment du même leitmotiv d'absence de force pour un corps au repos, de la même dissymétrie

²⁷² Malebranche à Berrand, 23 décembre 1698, dans OCM, *Correspondance et actes, 1690-1715*, p. 653. Cette lettre est reproduite par A. Robinet, avec des doutes concernant la date (« fin 1699 ? ») et sur le destinataire (« Leibniz ? »), voir *Malebranche et Leibniz, relations personnelles, op. cit.*, p. 343. Malebranche poursuit en précisant que « c'est la raison qui doit regler nos etudes, et la raison nous apprend qu'il faut s'appliquer à la recherche des veritez qui sont le plus necessaires, soit pour rendre à Dieu ce que nous lui devons soit pour satisfaire aux devoirs de la societé civile. Il n'y a gueres que la religion et la connaissance de nous memes qui doivent nous occuper ; car à peine avons-nous assez de temps ou assez de facilité à mediter ou à lire de ces choses pour nous instruire ».

²⁷³ Voir Le Thorel à Leibniz, 20 mars 1699, cité par A. Robinet dans *Malebranche et Leibniz, relations personnelles, op. cit.*, p. 336 : « Le P. Malebranche a mis la dernière main à l'œuvre mathématique sur quoi il vous avait consulté. Ce sont de nouvelles règles du mouvement qui ne sont pas encore imprimées ».

²⁷⁴ Sources B1 et B2.

²⁷⁵ Lettre de Leibniz à Malebranche datée du 13/23 mars 1699, dans A. Robinet, *Malebranche et Leibniz, relations personnelles, op. cit.*, p. 340.

ontologique affectant mouvement et repos. D'autre part, même si un tel argument doit être considéré avec précautions, et même si Malebranche ne fait aucune remarque sur les concepts newtoniens, nous constaterons au chapitre suivant que des disciples (nous justifierons cette dénomination) feront de cette thèse d'absence de force de repos un argument essentiel pour rejeter la force d'inertie et la réaction de l'axiomatique newtonienne²⁷⁶.

La réforme de la force de repos permet de corriger la résistance absolue de la règle 4 de Descartes. Selon Leibniz, elle conduit Malebranche à une thèse d'indifférence de la matière au repos comme au mouvement, à l'absence d'inertie. Malgré tout, et c'est un autre reproche de Leibniz, pour Malebranche un mobile agissant contre un corps immobile perd une partie de son mouvement bien que ces corps soient géométriques. Si la mécanique de Malebranche ne se présente pas tout à fait comme une phronomie, elle n'est pas non plus une dynamique ; la « masse » se substitue à la « grandeur », mais cela ne change rien quant à sa conception de la matière.

Finalement, seul le mouvement permet de penser l'action et une perte provient de la nécessité de proportionner l'effet à sa cause. Comme chez Descartes, la force renvoie à deux réalités différentes : un simple mouvement ; ce qui survient lors du choc, une loi de persistance fondant l'action. Ainsi trouve-t-on la « grandeur du choc » pour les corps durs et la « force de compression » pour les corps élastiques. Toutes deux requièrent un changement d'état comme élément d'évaluation. Cependant, l'égalité avec la réaction, qui semble apparaître explicitement pour ces derniers types de corps, ne figure pas dans l'étude des corps durs ; plus qu'une variation de mouvement, certes présente, ce qui fonde l'action est avant tout la possibilité de produire un mouvement actuel²⁷⁷. Pour des corps durs, le « plus faible » ne peut réagir sur l'autre car ce serait, argumente Malebranche, faire coexister deux

²⁷⁶ La Bibliothèque Municipale de Lyon possède dans son fond ancien l'exemplaire de Malebranche de la première édition des *Principia* de Newton. La consultation du livre est décevante ; Malebranche ne donne aucun commentaire sur les lois du mouvement ou sur les définitions, en particulier la définition de la force d'inertie.

²⁷⁷ Concernant les lois des corps durs, le philosophe semble conditionné par l'idée qu'il se fait de la force (du rapport de force) et de son effet assimilable à un mouvement actuel : si le corps infiniment dur empêche de penser deux mouvements contraires (la 'force/quantité de mouvement' du mobile et ce qu'il reçoit de l'autre) au sein d'un corps c'est bien à cause, à l'origine, de la représentativité mentale du phénomène physique en terme de mouvement effectif.

mouvements opposés au sein d'un même corps ; la possibilité d'existence de mouvements effectifs contraires permet de penser l'action-réaction. En amont et en aval de l'action se trouve un mouvement. Mouvement comme cause, l'action ne survenant qu'à partir d'une loi de persistance ; mouvement comme effet, l'effet du choc « ne peut être que du mouvement, ou du transport actuel »²⁷⁸. La loi de l'action-réaction reste alors tributaire de la nature physique du corps et n'atteint pas le statut de loi générale. Au demeurant, tant que l'action provient de la « force mouvante », d'une loi de persistance ne concernant que le mouvement, la mécanique de Malebranche reste essentiellement dissymétrique et rend difficilement pensable la réaction d'un corps immobile. Ajoutons enfin que la pratique du choc reste pour une large part guidée par une idée sous-jacente d'équilibre issue d'une tradition de l'étude du choc dans la seconde moitié du XVII^{ème} siècle ; la méthode peut constituer, comme nous le relevions dans le second chapitre, un facteur compromettant la conceptualisation dynamique.

Nous suivons dans le chapitre à venir la postérité des thèses malebranchistes concernant l'inertie de la matière.

²⁷⁸ *Des loix*, p. 87.

L'influence de la mécanique de Malebranche

Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons la question de la conceptualisation de l'inertie dans les années 1720 et 1730 au sein du milieu scientifique français. Nous examinerons plus particulièrement des écrits dans lesquels les auteurs soutiennent la thèse d'une absence de force de repos, ne conçoivent l'action qu'à partir d'une loi de persistance impliquant le seul mouvement et, finalement, rejettent toute conceptualisation de l'inertie et de la réaction. Autant de thèses nous semblant dériver directement des analyses de Malebranche. Nous soutenons donc que ce rejet des concepts newtoniens dérive directement d'une influence de l'oratorien et plus précisément de son analyse critique de la force de repos cartésienne.

Dans une première partie, nous remarquons l'existence d'une filiation malebranchiste concernant les explications de la pesanteur, de la dureté, de l'élasticité, explications s'appuyant sur les petits tourbillons de Malebranche, que certains perfectionnent même en supposant un emboîtement infini de tourbillons. Nous ne proposons pas ici une analyse détaillée du contenu des explications données par ces savants, ni un développement exhaustif de tous les domaines scientifiques dans lesquels Malebranche a pu exercer une influence¹. Il nous importe seulement de remarquer que ces savants seront ceux-là mêmes qui rejeteront l'inertie de la matière et expliqueront ses effets dans un tout autre cadre théorique que l'axiomatique newtonienne.

Cette filiation ne suffirait pourtant à elle seule à établir un lien nécessaire entre leur conception de la matière et celle de Malebranche. Nous examinons alors dans une seconde partie leurs réflexions sur la force de repos, en montrant l'influence des thèses de Malebranche, et examinons leurs critiques de l'inertie newtonienne.

¹ En particulier, nous n'aborderons pas le thème de la lumière.

I Explications de différents phénomènes : pesanteur, élasticité et dureté

1.1 Pesanteur et mécanique céleste

On peut considérer Privat de Molières² comme le meilleur héritier de la physique de Malebranche. Il reconduit la théorie des petits tourbillons³, et ce modèle d'un univers équilibré dans lequel ils s'insèrent⁴. Il va même au-delà du maître en concevant différents ordres de tourbillons⁵. Il développe une théorie de la pesanteur inspirée de Malebranche, reposant sur l'idée qu'un corps dans l'atmosphère rompt l'équilibre du système des petits tourbillons dont le retour à l'ordre provoque la chute du mobile⁶.

² Académicien, prêtre de l'Oratoire, succède à P. Varignon à la Chaire de Philosophie Grecque et Latine du Collège Royal qu'il occupe de 1723 à 1742, année de son décès. Il y professe le contenu de son livre les *Leçons de Phisiques*.

³ J. Privat de Molières, *Leçons de Phisique, contenant les Elemens de Phisique, déterminée par les seules Loix de Mécaniques. Expliquées au College Royal de France*, Veuve Brocas, Musier, Pissot, Bullot, Paris, 1740 (seconde édition en quatre tomes). La théorie céleste commence par l'affirmation que « les grands Tourbillons dont l'univers est formé, ne peuvent être que des tourbillons composés par de petits tourbillons », voir Tome I, leçon III « Des tourbillons composés entr'eux, et du tourbillon composé de petits tourbillons », proposition VIII, p. 186. Voir Annexe V pour la théorie des tourbillons de Malebranche présente dans le XVI^{ème} Eclaircissement de RDV de 1712.

⁴ *Ibid.*, leçon V, « De l'Ether et de son insensible résistance », p. 345 : « Selon nous l'Univers n'est autre chose qu'un ressort composé de petits ressorts, & ceux ci encore composés d'autres ressorts incomparablement plus petits, & ainsi de suite ; & dont la nature & les propriétés sont une suite nécessaire des loix du mouvement. Les ressorts se balancent mutuellement chacun dans leur genre, & les phénomènes les plus surprenants de la nature ne procedent que de la rupture de cet équilibre universel causée par quelque accident particulier ».

⁵ *Ibid.*, p. 336 : « On peut très-bien concevoir que les petits tourbillons [...] que nous appellerons *petits tourbillons du second ordre*, peuvent être des tourbillons composés d'autres petits tourbillons, que nous appellerons *petits tourbillons du troisième ordre* ; Et que l'on peut encore penser [...] que les petits tourbillons du troisième ordre sont aussi des tourbillons composées d'autres petits tourbillons d'un quatrième ordre, & ainsi de suite ; non pas à l'infini mais tant qu'il sera nécessaire de pousser la division & la subdivision actuelle de la matiere, pour expliquer les Phénomènes ». Cet 'emboîtement' des tourbillons apparaît dans le *Probleme Physico-mathématique, dont la solution tend à servir de réponse à une des Objections de M. Newton contre la possibilité des tourbillons célestes*, MARS 1729 [1731], pp. 235-244.

⁶ La théorie de la pesanteur commence par l'affirmation que pour « un Tourbillon [celui autour d'une planète] composé de petits tourbillons, la Force centrale, avec laquelle chacun des points de ce Tourbillon tend à s'éloigner du centre, sera plus grande que celle avec laquelle chacun de ces mêmes points tendroit à s'éloigner

Les travaux de mécanique céleste de Molières s'inscrivent dans ce contexte historique polémique de défense du système tourbillonnaire face aux attaques newtoniennes. Molières se fait alors le héraut des tourbillons en suivant « les traces du P. Malebranche »⁷ comme en attestent ses Mémoires à l'Académie de 1728 et 1729⁸. Nous ne développons pas

du même centre, si tout le reste étant égal, le Tourbillon étoit simple, ou formé de globules durs », *ibid.*, proposition IX, p. 189. Contrairement aux corpuscules durs, les petits tourbillons développent des forces centrifuges particulières et ceux situés sur un rayon tiré du centre d'une planète « tendent à s'éloigner » les uns des autres. Pour un tel système, il faudra donc 'composer' les « efforts » dus à la rotation du grand tourbillon avec celui des petits ; *a contrario*, un grand tourbillon composé des seuls corpuscules durs ne fait pas intervenir ce second « effort », voir p. 193. Il faut cependant noter que Molières ne s'exprime pas comme Malebranche en terme d'égalité action-réaction ; la compression dans son système de petits tourbillons est plus forte que dans l'autre et si on suppose ce grand tourbillon dans une « superficie invincible », tous ses points tendent à « s'écarter du centre avec une force plus grande », *ibid.*. Or justement, tous les grands tourbillons de l'univers s'équilibrent mutuellement et créent entre eux des forces extérieures. Pour autant, il ne se sert pas de la planète comme d'un élément stable sur laquelle l'action des petits tourbillon donnerait une réaction. Il faut que la rotation du grand tourbillon détermine les petits à s'éloigner du centre car, sans cette rotation, un mobile comprimé par le milieu pourra demeurer suspendu sans tomber, voir pp. 297-298.

La leçon IV, (« Du Mouvement tant accéléré que retardé, et du Phénomène de la Pesanteur », p. 231) vient compléter ces premiers énoncés. Dans un premier temps, l'auteur montre que « la pesanteur ne peut procéder de l'excès de la vitesse de la matière subtile sur celle du mobile qu'elle entraîne en circulant dans un Tourbillon » (proposition XI, p. 287) . Molières reprend un argument de Malebranche : dans le modèle cartésien, la matière fluide contiguë à la Terre tournerait 17 fois plus vite que celle-ci et il est alors étonnant que le corps ne participe à cette vitesse de rotation mais chute suivant la seule verticale ; au contraire, un corps entraîné dans un fluide finit par prendre la vitesse de ce dernier (sur cette vitesse de rotation de la matière subtile et cet entraînement des corps à la vitesse du fluide, voir Malebranche RDV, Eclaircissement XVI, p. 276 ; voir Annexe 5, force centrifuge et équilibre de l'univers, 2/Gravitation). Ainsi le corps et un même volume de matière subtile que ce dernier vont à la même vitesse et on ne peut se baser sur l'inégalité de vitesse pour expliquer la pesanteur.

Privat de Molière énonce alors que « dans un Tourbillons sphérique composé de petits tourbillons, si à quelle distance qu'on voudra de son centre on pose un Mobile dur, ou dont les parties ne soient pas en petits tourbillons ; quoique ce mobile y circule aussi vite que le volume de la matière du tourbillon dont il occupe la place y auroit circulé, la Mobile pésera, ou s'approchera continuellement du centre du grand Tourbillon », (proposition XII, p. 291) : un mobile ne possède pas de petits tourbillons et ainsi « la matière étherée aura plus de force à s'éloigner du centre que le mobile » (p. 294), conformément à la proposition IX de la leçon III précédemment énoncée ; sur ce différentiel de forces centrifuges (la matière du corps n'en possédant pas) dans l'explication de la pesanteur chez Malebranche, voir Annexe 5, force centrifuge et équilibre de l'univers, 1/pesanteur.

⁷ *Ibid.*, tome I, leçon IV, pp. 313-314.

⁸ Privat de Molières, *Loix generales du mouvement dans les tourbillons sphériques*, MARS 1728 [1753] ; *Problèmes physico-mathématique, dont la solution tend à servir de réponse à une des objections*

d'analyses de ces textes, mais en relevons simplement la teneur malebranchiste⁹ dans le cas particulier de la « démonstration » de la troisième loi de Kepler.

Molières suppose un tourbillon cylindrique tournant autour de son axe de symétrie et composé de « très-petits globules égaux »¹⁰. Il établit que chacun des globules tend à s'éloigner suivant une direction perpendiculaire à l'axe de rotation, que les forces centrifuges d'une même couche sont égales et qu'elles sont en raison réciproque des distances à l'axe. Ce premier volet terminé, il passe à une « Superficie Sphérique » remplie de ces mêmes globules pour établir que « chacun des globules compris dans une même couche sphérique concentrique à la superficie du Globe, pressera la couche qui la précède avec une force que je nomme centrale, dont le rayon qui passe par le centre du Globe sera la direction »¹¹ ; le mouvement de rotation développe des forces centrifuges orthogonales à l'axe du cylindre (qui devient l'axe de rotation de la sphère) et les globules d'une couche inférieure pressent la couche supérieure non par cette force mais par une radiale partant du centre de la sphère.

Cette « force centrale » est avant tout une force centrifuge et seulement après coup une force centripète ; elle est la même pour tous les globules d'une même couche sphérique (prop. IX, p. 131). Dans l'équateur du tourbillon, la force centrale de chacun des points est égale à la force centrifuge de ces mêmes points (prop. VIII, pp. 129-130). Puis, « les forces centrales P. p. des points d'un Tourbillon Sphérique qui s'étend, se distribuèrent enfin de telle sorte, que la Somme PS des forces centrales de tous les points d'une de ses couches sphériques, sera égale à la Somme ps des forces centrales de tous les points d'une autre de ses couches quelconques. Ainsi, PS=ps », avec S la somme de « tous les points » d'une même couche (prop. XI, p. 143). Ceci revient finalement à la condition d'équilibre entre les couches. Il s'ensuit alors les proportions P.p::dd.DD (prop. XII, p. 150). Pour le plan équatorial, P.p::F.f::dd.DD et F.f::VV/D.uu/d soit VV.uu::d.D, avec V, u les vitesses de

de M. Newton contre la possibilité des tourbillons célestes, MARS 1729 [1731]. Ces Mémoires seront repris dans la Leçon II (*Des loix generales du mouvement en ligne courbe, & des proprétés des Tourbillons*), des *Leçons de Phisiques*, tome I, op. cit., pp. 87-164.

⁹ Pour ces mémoires dont le but est finalement d'accorder le système tourbillonnaire aux lois de Kepler et donc de réfuter les propositions LII et LIII du second livre des *Principia*, nous renvoyons à P. Brunet, *L'introduction des théories de Newton en France avant 1738*, A. Blanchard, Paris, 1941, pp. 157-165.

¹⁰ Privat de Molières, *Leçons de physique*, op. cit., tome I, leçon II, prop. V p. 115.

¹¹ *Ibid.*, prop. VI, p. 121.

rotation des couches (prop. XIII, p. 153). Enfin, les temps de révolution des points d'une même couche sphérique sont entre eux comme les distances jusqu'à l'axe du tourbillon. Il suit les propositions essentielles que « les distances des globules qui se meuvent dans le plan de l'équateur d'un tourbillon sphérique dont les forces centrales centrifuges de tous ses points font équilibre, sont entr'elles comme les Racines cubiques des quarrés des tems de leurs révolutions » (prop. XV, pp. 156-157). (combinaison de $VV.uu::d.D$; $V.u::E/T.e/t$ avec $E:e::D:d$, E et e , chemins circulaires équatoriaux) ; loi de K établie dans ce plan, puis dans les « superficies coniques » que définit pour un rayon quelconque le mouvement de rotation (démonstré dans MARS 1728). Enfin, Prop. XVI, p. 160 : « dans le plan de l'Equateur d'un Tourbillon Sphérique, les Aires que décrit le rayon d'un point quelconque mené au centre des forces, d'où il tend à s'éloigner, sont entr'elles comme les Tems que le mobile employe à décrire les arcs de son orbe, qui terminent ces Aires »¹².

Les efforts du Mémoire de 1729, s'appuyant sur les résultats du précédent, se concentreront sur la validité de la troisième loi de Kepler à condition de substituer aux corpuscules durs cartésiens les petits tourbillons de Malebranche¹³. C'est à cette occasion que Molières livre sa thèse de l'emboîtement de tourbillons¹⁴.

Dans la mécanique céleste de Privat de Molières, comme dans celle de Malebranche, l'établissement de la troisième loi de Kepler s'appuie sur la thèse de l'équilibre de l'univers, équilibre des forces centrifuges de couches concentriques enveloppant des petits tourbillons de matière (voir Annexe 5 concernant l'Eclaircissement XVI)¹⁵.

1.2 Ressort

¹² Ces démonstrations figurent dans le Mémoire de 1728.

¹³ Privat de Molières, *Problème physico-mathématique*, *op. cit.*, pp. 235-244. Nous renvoyons aux analyses de P. Brunet, *op. cit.*, pp. 160-165.

¹⁴ Privat de Molières, MARS 1729 [1731], pp. 241-244.

¹⁵ A l'issue de ce Mémoire, la loi de Kepler ne vaut cependant que dans le plan équatorial du tourbillon et non pour un plan de direction quelconque passant par le centre (Y). Molières montre alors que les points d'une même superficie conique quelconque de sommet (Y) et de base un cercle parallèle au cercle équatorial suivra la troisième loi de Kepler, voir pp. 265-266.

Grâce à une *Dissertation sur les causes du ressort*, J. P. Crousaz (1663-1750) remporte en 1721 le prix décerné par l'Académie de Bordeaux¹⁶. Si on éprouve de la peine à ployer une lame de fer, « il faut que quelque mouvement contraire s'oppose à celui que je tâche de produire [et] que quelque impulsion détermine une lame ployée à se remettre »¹⁷. Cette lame est constituée de pores s'élargissant du côté de la convexité et s'étrécissant au niveau de la concavité. L'explication repose sur l'idée qu'une même quantité de matière circule dans ces pores, ce qui implique une plus grande vitesse de circulation dans les passages étroits et alors « cette même quantité de parties [de fluide] toujours poussée avec plus de vitesse, a une plus grande quantité, & par conséquent une plus grande force de mouvement : Elle fait donc sur les parois qu'elle traverse une impression plus vive »¹⁸.

Cette première explication du ressort reprend finalement les thèses classiques faisant de l'effort restituant la figure d'origine une conséquence du principe de conservation du mouvement rectiligne. Bien que primées, ces analyses ne constituent par pour autant la théorie officielle de l'élasticité propre à la science française. En l'occurrence, un autre mémoire recevant un autre prix reprend à son compte les thèses de Malebranche.

Mazière, père oratorien, remporte en 1726 le prix de l'Académie auquel participe J. I. Bernoulli¹⁹. Prêtre de l'Oratoire comme Privat de Molières, les savants de cet ordre font figure de hérauts de la science de Malebranche : le mémoire de Mazière ressemble à une compilation de chapitres de RDV.

Les corps d'une « dureté parfaite », à savoir « ceux dont les parties intégrantes [...] ne peuvent être dérangées de leurs situations respectives » ne rebondissent pas²⁰. Mazière

¹⁶ J.-P. Crousaz, *Dissertation sur les causes du ressort, qui a remporté le Prix à l'Académie Royale des Belles Lettres, Sciences & Arts, pour l'année mil sept cens vingt-un*, R. Brun, Bordeaux, 1721.

¹⁷ *Ibid.*, p. 2.

¹⁸ *Ibid.*, p. 9. C'est en substance l'explication de Cordemoy, voir dans cette partie chapitre III, 1.4.2.

¹⁹ Mazière, *Les loix du choc des corps a ressort parfait ou imparfait, déduites d'une explication de la cause physique du ressort*, dans *Recueil des pieces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les pieces qui y ont concouru. Tome premier contenant les Pieces depuis 1720 jusqu'en 1727*, Gabriel Martin, J.-B. Coignard, H.-L. Guerin, C-A. Jombert, Paris, 1752.

²⁰ *Ibid.*, p. 6. Si deux corps durs avec des « forces égales » (à savoir de même quantité de mouvement), leurs « parties » ne pouvant être « dérangées » agissent ensemble dans « un instant indivisible ». Aussi un des corps possède-t-il dans cet instant deux forces égales et contraires. Or, « il est évident qu'un corps qui est mu

recherche la « cause physique » de cette « force inconnue » permettant aux « parties » de certains corps de retrouver la position respective qui était la leur avant le choc. Bien que Dieu soit la cause unique de tous les mouvements, la « cause physique » recherchée doit cependant s'expliquer par le mouvement de corps²¹. En l'occurrence, les corps baignent dans une matière composée de « corpuscules très-petits » de forme sphérique, « infiniment fluides », formant des tourbillons tournant sur leurs propres centres et se contrebalançant²² ; pour qu'ils conservent « toutes leurs forces », ils sont « enveloppés » dans de grands tourbillons assurant leur compression infinie²³

Lors de la collision de corps élastiques une partie de la matière subtile comprise dans les pores s'échappent des corps jusqu'à annulation de la vitesse respective, synonyme de fin de compression. Lorsque celle-ci cesse, « il doit y avoir un parfait équilibre entre les tourbillons extérieurs & intérieurs, parce que ceux-ci cessent dans cet instant de

directement, en même temps à droite & à gauche par deux forces égales & opposées, doit par l'effet de cette double action, demeurer au repos », *ibid.*, p. 7. Ce raisonnement s'inspire de Malebranche, qui ne concevant pas deux forces (mouvements) égales au sein d'un même corps dur, refusait à celui-ci la possibilité d'un rebond, voir dans cette partie chapitre III, 2.2.2.1 c.

²¹ *Ibid.*, p. 8. Voir aussi *Traité des petits tourbillons*, dans *Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les pièces qui y ont concouru. Tome premier contenant les Pièces depuis 1720 jusqu'en 1727*, Gabriel Martin, J.-B. Coignard, H.-L. Guerin, C.-A. Jombert, Paris, 1752, pp. IX-X : « Dans l'ordre de la Nature, un corps est mû par un autre corps : par un corps qui le touche immédiatement : par un corps qui a du mouvement ou de la force ». Voir Malebranche, RDV, Eclaircissement XV, p. 213 : bien qu'il n'y ait pas d'autres causes que Dieu, « j'avoue qu'il ne faut pas recourir à Dieu où a la cause universelle, lors qu'on demande la raison des effets particuliers [...] il faut donner, si on le peut, la cause naturelle & particulière des effets dont il est question », en recourant à la matière subtile.

²² Mazière, *op. cit.*, pp. 16-17. Concernant la petitesse de ces tourbillons, Mazière note qu'un corpuscule d'air peut contenir un million de corpuscules de matière subtile quoique lui-même un million de fois plus petit qu'un « ciron », voir Malebranche, *Entretiens sur la métaphysique*, X, § II, p. 228. Il note que la matière subtile est composée de « corpuscules très-petits, qui puissent suivant les différents besoins, être divisés sans aucune peine, & subdivisés en d'autres plus petits à l'infini ; en un mot, qui soient eux-mêmes infiniment fluides, & n'aient de dureté que par la compression de ceux qui les environnent », p. 16. Cette opposition de la fluidité à la dureté est celle de la divisibilité infinie à l'atomisme. Pour autant, Mazière ne paraît pas introduire comme Molière différents ordres d'infinie petitesse et conserve des petits tourbillons de même taille ; il semble en ceci plus fidèle au texte malebranchiste. Il note à l'instar de Malebranche et de Molière la fluidité parfaite de la matière, qu'elle est « infiniment comprimée », que « les tourbillons grands & petits se contrebalancent par leurs forces centrifuges », voir pp. 16 et 18.

²³ Mazière, *op. cit.*, p. 17.

sortir & de repousser ceux-là »²⁴. Pour autant, ce n'est pas à proprement parler la circulation du fluide qui explique le changement de formes des corps. Avant le choc, les tourbillons intérieurs pressaient les corps mais l'équilibre avec ceux situés à l'extérieur empêchait la modification des pores. Dans l'instant du choc, les forces centrifuges des tourbillons intérieurs augmentent à cause de la diminution de diamètre qu'occasionne la compression, alors que les tourbillons extérieurs conservent la même force. En fin de compression, les tourbillons extérieurs n'ont pas de forces centrifuges capables d'arrêter l'expansion des tourbillons intérieurs, et en même temps que les pores s'élargissent, le fluide extérieur rentre dans le corps. La force centrifuge constitue la clef de voûte de l'explication et ainsi, « la matière subtile est la cause physique du ressort par la force de ses petits tourbillons »²⁵.

L'équilibre et sa rupture respectivement définis par une égalité et une inégalité de forces centrifuges expliquent ainsi les phases de compression et restitution ; la circulation de la matière est une conséquence de cette explication, car « par cette loi invariable, [...] *les corps vont du côté vers lequel ils sont moins pressés* »²⁶. L'explication comme la référence à cette loi de la nature témoignent d'une influence directe de Malebranche²⁷.

Privat de Molières n'expose pas le mécanisme microscopique de la compression. Pour autant, puisque l'équilibre du système du monde et l'élasticité universelle sont associées dans un « Univers [qui] n'est autre chose qu'un ressort composé de petits ressorts » qui s'équilibrent mutuellement par les forces centrifuges des petits tourbillons, l'hypothèse qu'il reprenne à son compte les théories de Malebranche n'a rien d'incongru ; ce que confirme en partie son explication de la dureté.

1.3 Dureté

1.3.1 Privat de Molière et Mazière

²⁴ *Ibid.*, p. 23.

²⁵ *Ibid.*, p. 22.

²⁶ *Ibid.*, p. 11.

²⁷ Pour cette explication de Malebranche, nous renvoyons au chapitre III ; pour la loi de la nature, voir Annexe 4.

Le corps dur peut se définir doublement : il est celui qui ne se déforme pas, ce qui, d'autre part, entraîne une absence de rebond²⁸. Les corps baignent dans le fluide élastique et ainsi il ne s'en trouve aucun « qui ne fasse quelque peu de ressort »²⁹. La dureté n'est pas une donnée première et chez Molière comme chez Mazière, à la suite de Malebranche, la théorie des petits tourbillons doit en rendre compte. Les motivations de son rejet tiennent en partie à la nécessité de justifier le rebond ainsi qu'à une économie de principes³⁰. Molière et Mazière refusent la force de repos et conséquemment l'explication cartésienne d'une dureté reposant sur le repos mutuel des parties du corps³¹. Comme cela figure chez Malebranche, l'erreur des « loix du mouvement » cartésiennes, et en particulier la présence de la force de repos, invite à modifier la théorie des éléments : un « petit » corps peut mettre un plus grand en mouvement et communiquer presque toute sa « force » soit perdre la plus grande partie de sa vitesse ; ainsi le mouvement du premier élément et du second devrait se transférer au troisième pour finalement disparaître³².

²⁸ Suivant Molières, « des globules durs, dont les parties sont en repos les unes à l'égard des autres, ne peuvent nous fournir aucune idée de l'élasticité ; c'est une nécessité que nous transformions avec le P. Malebranche, ces globules de Descartes en petits tourbillons », *op. cit.*, tome I, leçon III, proposition VII, p. 186. Voir aussi tome IV, leçon XVII, p. 193 : « un corps [est] parfaitement dur, lorsqu'il ne [change] pas de figure ». Mazière écrit que « les corps durs ne rejaillissent pas parce qu'ils sont durs » et que « les corps ne rejailliraient pas, s'ils n'avoient du ressort », voir *Traité des petits tourbillons*.

²⁹ Voir Malebranche, RDV, VI, II, IX, p. 446.

³⁰ Molières, *op. cit.*, tome I, leçon III, proposition VII, p. 186 : en utilisant les petits tourbillons, « nous évitons par là de mettre la dureté au rang des premiers principes, & [...] nous laissons cette résistance qu'apportent les parties de certains corps à leur séparation, & qu'on nomme *Dureté*, au rang des effets particuliers qui doivent procéder des loix mécaniques, & de la combinaison des mouvemens ». La dureté est « un Phénomène composé qui procède du mouvement, & qui doit se déduire des loix de l'impulsion » ; ainsi, on « évite la multiplicité des principes » et on n'« imagine pas dans la Nature une force indépendante de la force mouvante d'où procède la dureté », *ibid.*, pp. 189-190.

³¹ *Ibid.*, tome I, leçon IV, p. 320 : « le plus grand corps au repos reçoit du mouvement du moindre petit corps qui choque : [...] par conséquent la dureté ne peut procéder du seul repos des parties d'un corps, lesquelles étant très-petites, doivent recevoir du mouvement au moindre effort, & se séparer l'un de l'autre ». Molières note aussi qu'introduire une force de repos revient, d'une part, à « multiplier les principes, introduire dans l'univers deux especes de forces indépendantes l'un de l'autre, & attribuer l'effet du ressort à une cause métaphysique », puis à contredire l'expérience qui invalide les règles de collision de Descartes, voir tome II, leçon VI, p. 80.

³² *Ibid.*, tome II, leçon VI, pp. 7-8. Voir sur ce point chez Malebranche, chapitre III, 1.4.2.

Molière fait reposer son explication sur la pression de la matière subtile³³. Pour autant, ce n'est qu'une « dureté seconde » car la pression suppose aussi une certaine dureté pour pouvoir s'exercer. Quid de la « dureté première » ? Molière raisonne par analogie à partir d'une cosmogonie empruntant à Descartes. Des « parties » de matières composant les petits tourbillons se « détachent », ne conservent pas leur mouvement, « s'arrêtent les unes auprès des autres » et composent des « molécules plus grosses ». Celles-ci sont poussées au centre d'un plus grand tourbillon par la « matière éthérée environnante » et peuvent former des « croûtes liées & permanentes » recouvrant la matière du premier élément. Ce plus grand tourbillon peut-être happé par un plus important, donnant une planète avec son propre tourbillon et circulant autour d'une étoile³⁴ ; il se forme « un globe dur & pesant » (la planète), et « c'est une conséquence raisonnable de penser qu'en même tems de petits globes durs se soient pareillement formés aux centres d'un grand nombre de tourbillons dont il est composé »³⁵. Autrement dit, les premiers, seconds etc.. tourbillons posséderont des « globules durs » ; « extrêmement durs » même, puisque l'effort du tourbillon terrestre n'est qu'« un infiniment petit » en comparaison de celui de petits tourbillons. Molière estime alors avoir découvert « la cause de la dureté première » grâce « au mouvement circulaire »³⁶ et considère la dureté de ces petits globes comme « le principe de la dureté des corps sensibles »³⁷.

Il semble difficile de ne pas voir dans ce raisonnement un retour à une thèse corpusculariste. Molières ne dit pas ouvertement qu'il emboîte une infinité de tourbillons, et prône de ne pas aller au-delà de l'ordre nécessaire à l'explication d'un phénomène. Par conséquent l'explication s'accommode bien d'un petit corps « extrêmement dur ». Molière ne suit donc pas Malebranche dans sa thèse de la dureté et en constate la pétition de principe³⁸ ; sa réponse consiste à finalement réintroduire des corpuscules durs. L'analogie avec la mécanique céleste recèle sa part d'obscurités. Des « parties » des tourbillons du

³³ Il suit à la lettre le raisonnement de Malebranche en recourant aux mêmes exemples, qu'il s'agisse des plaques de marbre ou des expériences de Magdebourg, voir tome II, leçon VI, pp. 80-81. Pour Malebranche, voir dans cette partie chapitre III, 1.4.1.

³⁴ Molières, pp. 14-15.

³⁵ *Ibid.*, tome II, leçon VI, p. 63.

³⁶ *Ibid.*, p. 88.

³⁷ *Ibid.*, p. 89.

³⁸ Pour qu'une pression existe, il faut bien supposer que le fluide agisse sur une surface dure, soit présupposer ce qu'il faut démontrer.

second élément « se détachent » et s'agglomèrent en formant des « molécules plus grosses » ; que sont ces « parties » définies comme des « molécules » alors même qu'elles sont « parties » d'un fluide subtil ? Elles ne s'identifient pas encore à des globes durs puisqu'elles vont justement contribuer à leurs formations ; on peut difficilement ne pas penser que Molières leurs attribuent inconsciemment une certaine dureté.

Ce genre d'explication tient de l'aveu d'échec. Molière croit donner le change en utilisant le mouvement circulaire d'une matière fluide mais, au fond, son rejet de la thèse de Malebranche le conduit vers un modèle corpusculaire.

Mazière ne développe pas d'explication de la dureté mais, dans son mémoire de 1726, renvoie directement au chapitre IX, livre VI, de RDV³⁹ ; il n'échappe donc pas au reproche qu'on peut adresser à Malebranche.

1.3.2 Lectures critiques : Saulmon et Varignon

a- Saulmon

Saulmon commence par rejeter la thèse atomiste : l'explication de la cohésion par l'union de parties « crochuës » et « branchuës » telle qu'on l'observe pour des corps visibles conduit à introduire d'autres « liens » expliquant la cohésion de ces parties et « ainsi de suite à l'infini », alors même que « les plus petites parties ou dernières sont solides »⁴⁰.

Comment expliquer la dureté de ces « dernières parties solides » ? Saulmon rejette la thèse cartésienne reposant sur le repos mutuel de ces parties par un argument rencontré chez Malebranche : « comme si la cessation du mouvement qui fait le repos étoit

³⁹ Mazière, *Les loix du choc des corps a ressort parfait ou imparfait*, *op. cit.*, p. 6 : « si quelqu'un y [dans les corps] croit y apercevoir de *petits liens*, je le renvoie au Livre de la recherche de la vérité », précisant dans la marge les références « Livre VI de la méthode. Ch. IX », soit le chapitre concernant la recherche de « la cause physique de la dureté » où Malebranche rejette l'hypothèse atomiste (les petits liens) et introduit la pression des petits tourbillons.

⁴⁰ Saulmon, *De la dureté des corps*, dans PV. Acad., t. 40, année 1721, fol. 281v.-282r. Il faut entendre par « parties solides », sans pores, pleines de matière, donc non susceptibles d'en expliquer la dureté par un entrelacement de parties « branchuës ». Pour ce raisonnement présent chez Malebranche, voir *infra* chapitre III, première partie.

une force, et qu'elle eût en elle même divers degrez de force »⁴¹. Il rejette aussi l'idée d'une « poussée » causée par une matière subtile⁴².

La cause de la dureté est aussi celle du « ressort ». Or ce dernier peut s'interpréter suivant trois hypothèses : 1) la circulation d'un fluide remettant des pores rétrécis dans leur premier état ; 2) le poids des colonnes d'un fluide environnant qui appuyant sur les « petites lames » du corps situées au niveau de la partie convexe lui restituent sa figure ; 3/ les forces centrifuges d'une infinité de tourbillons. « Toutes ces causes sont des pressions » et, finalement, conduisent au même problème de concevoir qu'une matière infiniment molle puisse supporter un « effort » qui expliquerait la cohésion d'un corps : au contraire, « les efforts ou pression de petits tourbillons, dont l'équilibre ne feroit qu'entretenir ou même augmenter par de petits chocs continuels la mollesse des Corps »⁴³. Bref, le raisonnement de Saulmon vise à montrer la pétition de principe de telles explications, la pression nécessitant finalement un support dur sur laquelle elle puisse s'exercer, ce qui revient à postuler ce qu'il faut expliquer. Saulmon juge alors la dureté « indépendante de cette mollesse [de la matière première] » et des forces de pressions⁴⁴.

Il recherche la cause de « l'union des parties » d'une « Boule de Mail » sans pores, parfaitement pleine, lorsqu'elle se meut. Saulmon suppose un cône frappé à son sommet : les parties constituant l'axe tendent à se mouvoir suivant cette droite, les autres obliquement. Il en est de même pour la boule frappée suivant un diamètre/axe et on peut décomposer les obliques suivant ce diamètre et perpendiculairement. Le long et de part et d'autre d'un diamètre orthogonal au diamètre/axe, des « efforts égaux » et opposés se

⁴¹ *Ibid.*, fol. 282r. Pour cet argument chez Malebranche, voir chapitre III, 1.2.3.

⁴² On pourrait imaginer qu'une matière primitive « infiniment molle » constitue la matière originelle de tous les corps et que la dureté proviendrait d'une circulation et poussée « violente » d'un fluide, telle que pour séparer les parties du corps il faille produire « plus de force que n'en a cette matière invisible », ce qui reviendrait à adopter la thèse de Malebranche (qui n'est pas nommé dans ce texte), *ibid.*, fol. 282v. Malgré la « beauté » et « brillance » de l'explication, l'air à la surface de l'eau est plus agité en été qu'en hiver donc elle devrait geler au moment le plus chaud ; de même les métaux chauffés devraient se raffermir. Enfin, « si la matière de ces petites parties [des corps] étoit d'elle même molle, elle devrait s'amollir encore de plus en plus par la violence des coups de la matière invisible environnante qui luy est étrangère, et la frappe continuellement soit en dehors soit en dedans », voir fol. 283r. et 283v.

⁴³ *Ibid.*, fol. 283v.

⁴⁴ *Ibid.*, fol. 285r.

« contrebalancent » et ne permettent pas aux parties de matière de se séparer⁴⁵. Suivant le diamètre/axe et parallèlement à celui-ci, des « filets de matière » sont animés d'une vitesse commune, donc ne se séparent pas⁴⁶.

Autant dire que Saulmon n'explique rien. Si la vitesse des filets parallèles plus proches du diamètre/axe dépasse celle des filets contigus, provoquant ainsi un léger enfoncement de la boule à ce niveau, cependant ces vitesses « approchent indéfiniment près de l'égalité » sans qu'on en perçoive bien la justification ; comment expliquer que ces filets s'entraînent avec cette même vitesse si ce n'est en postulant implicitement la cohésion ? Plutôt que de chercher les « causes physiques » de l'union des parties, Saulmon donne des propriétés cinématiques qui n'en sont que la conséquence. L'explication rejette la thèse de Malebranche en soulignant la contradiction interne ; elle met aussi en pleine lumière la difficulté qu'ont les savants de concevoir correctement ce qui fait qu'un corps mérite l'appellation de corps.

b-Varignon

Pour les mêmes raisons que Saulmon, Varignon refuse de faire intervenir la pression d'un fluide⁴⁷. Suivant Varignon, « quoique le repos n'ait aucune force pour résister au mouvement, néanmoins il faut toujours quelque force pour produire du mouvement ; & qu'il en faut d'autant plus, qu'on veut en produire davantage »⁴⁸. Varignon rejette la force de repos cartésienne et le caractère inamovible qu'elle pourrait conférer aux corps immobile et fournit une explication basée sur un principe de conservation du mouvement.

⁴⁵ *Ibid.*, fol. 285v. et fol. 286v.

⁴⁶ *Ibid.*, fol. 286v. et fol. 288r.

⁴⁷ P. Varignon, *Conjectures sur la dureté des corps*, MARS 1666-1699, t. XIII, daté du 31 mars 1692, pp. 71-72 : « M. Varignon convient avec ceux qui tiennent la seconde opinion, que le repos n'a aucune force pour résister au mouvement : & la raison qu'il en donne, est que toute force est capable de *plus* & de *moins*, & que le repos n'en est point capable. Mais il ne demeure pas d'accord que la dureté des corps vienne d'aucune compression de la matière subtile qui les environne. Car pour produire cet effet, il lui paroît qu'il faudroit que les parties de ces corps & de la matière subtile fussent déjà dures ; ce qui suppose la question ». Sur cette idée présente chez Malebranche du repos incapable de plus et de moins de force, voir chapitre III, 1.2.3.

⁴⁸ *Ibid.*, p. 72.

La résistance ressentie à la rupture des parties d'un corps provient « de la difficulté de produire tout ce qu'il faut de mouvement pour cela ». Quel mouvement faut-il produire ? Puisque tout est plein, la séparation des parties du corps nécessite que d'autres « s'ajustent promptement » aux ouvertures. Ces dernières parties se séparent d'autres, et la place laissée doit être à nouveau comblée et il faut que « cela se fasse ainsi de tous côtés aux environs de ce corps, jusqu'à ce que l'ouverture qui se fait entre celles de ces parties qu'on divise, soit proportionnée à la grandeur des corps dont il est environné »⁴⁹.

Ainsi, « pour diviser un corps il en faut toujours diviser plusieurs autres, & donner à leurs parties des mouvemens si prompts & si subits, qu'elles viennent tout d'un coup se jeter dans les ouvertures qu'elles doivent occuper ; ce qui demande d'autant plus de force, qu'il en faut diviser davantage en même temps, & qu'il faut leur donner un mouvement plus subit ». Dans ces conditions, « puisque la dureté des corps ne consiste que dans ce qu'il faut surmonter pour les fendre, pour les casser, ou pour les rompre ; c'est une conséquence nécessaire *qu'elle peut bien ne consister aussi que dans la difficulté de faire tant de divisions à la fois, c'est-à-dire, dans la difficulté de mettre tout d'un coup tant de matière en mouvement, & de lui donner un mouvement si subit* »⁵⁰.

Un corps sera d'autant plus dur qu'il faut pour le fendre faire dans un même temps plus de divisions dans la matière environnante. La grandeur des parties comblant l'espace ouvert dans le corps et la promptitude de leur mouvement sont sentées rendre compte de la dureté ; autrement dit, le raisonnement s'appuie sur un principe de conservation d'inspiration cartésienne. *A contrario*, dans le vide, on n'aura que le corps à diviser et non la matière environnante ; il paraîtra alors « très-mol ».

Que ce corps paraisse « très-mol » et non « infiniment-mol » est en soi la preuve d'une certaine cohésion de matière telle que justement on puisse affirmer que le corps est ce corps. En recourant au principe de conservation, Varignon, comme Saulmon, s'attache à tirer des conséquences : ici, en conséquence du plein, il faut mouvoir et diviser davantage de matière, mais l'explication ne s'attaque pas à la question des « causes physiques » donnant les raisons de la cohésion d'un corps en propre, indépendamment du milieu extérieur.

⁴⁹ *Ibid.*

⁵⁰ *Ibid.*, pp. 72-73.

La théorie de Varignon n'échappe pas à une certaine circularité : il faut donner davantage de mouvement pour rompre un corps dur et un corps est dur parce qu'on doit donner davantage de mouvement pour le briser.

Conclusion

Reconduire, amender, critiquer ; la vie des théories physiques de Malebranche ne se limite pas au temps de leur production. La partie précédente ne prétend pourtant pas à l'exhaustivité car, en particulier, nous n'aborderons pas le devenir des thèses malebranchistes sur la nature de la lumière, sa propagation etc.. Nous justifions ce choix par le fait que l'optique de Malebranche repose aussi sur cette conception d'un univers tourbillonnaire et, qu'en ce sens, étudier l'optique n'offrait guère plus d'informations qu'un examen de l'élasticité ou la dureté. Il ne s'agissait pas d'établir le devenir de l'intégralité de la science de Malebranche. Nous avons délibérément orienté notre propos autour de quelques savants. Car si ces savants critiquent à leur tour l'existence d'une force de repos, et font de cette critique l'argument essentiel de leur rejet du concept d'inertie, cette première approche pouvait nous inciter à penser qu'il s'agissait là d'une influence de Malebranche. Bref, nous cherchions à établir un réseau d'influences pour asseoir davantage l'idée que le refus adressé à Newton dérive bien de thèses malebranchistes. Ce que nous justifions dans la section suivante.

II-La question de l'inertie dans les années 1720 et 1730

Introduction

Nous nous proposons ici d'évaluer l'influence qu'ont pu exercer les réflexions de Malebranche concernant l'inertie de la matière à travers la lecture d'études de savants, essentiellement français, écrites dans les années 1720 et 1730.

Quelles études ? Pour la plupart, il s'agit de Mémoires insérés dans les MARS ou de Prix remportés par des savants français ou étrangers, soit d'écrits dont l'Académie des Sciences approuve le contenu scientifique. Etudier l'influence de Malebranche sur ce thème nous semble difficilement envisageable hors de la zone d'influence de l'institution française : nous avons eu l'occasion de relever les critiques de S. Clarke ou de Leibniz à l'encontre des

théories de la matière de l'oratorien. D'autre part, la première partie a succinctement établi la postérité, au sein du milieu scientifique français, des explications malebranchistes de l'élasticité ou de la dureté. Ces savants empruntant à Malebranche donneront aussi des règles de collisions ou des analyses sur la nature du mouvement ; il s'impose d'examiner si leurs propos s'accompagnent de réflexions sur l'inertie de la matière qu'il serait possible de rattacher aux préoccupations de Malebranche.

Les années 1720 sont le théâtre d'un regain d'intérêt pour les études de collisions, qu'il s'agisse de chocs élastiques ou non. Entre 1700 et 1720, seulement un Mémoire de Carré aborde ce thème⁵¹, alors que dans la décennie suivante on dénombre trois mémoires (1721, 1726, 1728) et trois prix (1720, 1724, 1726) ayant trait aux chocs⁵². Il est probable que la question des forces vives qui ressurgit au sein de l'Académie à cette époque motive ces rédactions ; au-delà de l'énoncé des règles, le choc permettrait aussi de conclure sur ce problème plus fondamental de la mesure de la force d'un corps en mouvement. D'autre part, les lois du choc sont aussi lois du mouvement. Dans le cadre d'une philosophie mécaniste, le choc devient aussi le phénomène clef à travers lequel s'énoncent concepts et principes. Il n'est pas impossible que ces rédactions des années 1720 procèdent aussi du souhait plus vaste de poser les fondements axiomatiques de la science du mouvement ; nous aurons l'occasion de revenir sur ce point dans la seconde partie de cette thèse.

Il faut noter que ces écrits sur le choc font de nombreuses références explicites au cadre axiomatique newtonien en recourant en particulier à la loi d'égalité entre l'action et la réaction ; nous pensons alors que ces textes s'inscrivent sous le double héritage des sciences malebranchiste et newtonienne.

⁵¹ Au risque de faire injure à la mémoire de Carré, il semble envisageable que ses relations, plus que le caractère novateur et la pertinence du contenu de son texte, justifie cette publication. Carré, secrétaire de Malebranche, est entré à l'Académie fort de cet appui, et son Mémoire de 1706 (*Des Loix du Mouvement*, MARS 1706 [1731], pp. 442-461) n'est finalement rien d'autre qu'une réécriture des lois du mouvement de la cinquième édition de RDV.

⁵² Nous préciserons les auteurs et titres au cours de la rédactions. Le prix de 1720 concerne plus généralement les lois du mouvement ; la pièce primée de Crousaz énonçait aussi des règles de collisions de corps durs. Nous n'analyserons pas le mémoire de l'abbé Camus de 1728, *Du mouvement accéléré par des ressorts, & des forces qui résident dans les corps en mouvement*, MARS 1728 [1753], pp. 159-197, ce texte ne nous semblant pas apporter d'informations sur ce thème de l'inertie et de la postérité des thèses de Malebranche.

A l'issue de ces lectures, nous concluons comme suit. L'état de repos pose un problème conceptuel puisque, et c'est en ceci que l'influence de Malebranche apparaît, seul le mouvement peut figurer à l'origine d'une action. Aussi la mention précédente d'un recours au cadre théorique newtonien est-elle trop forte ; si des savants semblent recourir à une loi d'égalité entre l'action et la réaction, la résistance à une mise en mouvement ne repose cependant pas sur le concept newtonien d'inertie qui est explicitement rejeté. Une perte de mouvement lors d'un choc s'interprète avant tout comme une conséquence de la loi de conservation de la quantité de mouvement, sans qu'il soit besoin de remonter au-delà dans les fondements dynamiques. On peut souligner que cette "remontée" en vue d'élaborer un concept resterait infondée en ce sens qu'on prive la matière de force de repos ou qu'on tend à reconduire la double efficace malebranchiste.

2.1 Collisions et loi d'égalité de l'action et de la réaction

2.1.1 Mazière

Nous avons vu que Mazière empruntait la totalité de sa conception de l'élasticité des corps à la théorie des petits tourbillons Malebranche. Le couronnement du mémoire en 1726 par l'Académie des sciences à valeur de reconnaissance pour la science de Malebranche, et ce d'autant plus que l'assemblée consent à insérer dans le volume des *Recueils des prix*, à la suite du texte de Mazière, un complément rédigé par ce dernier, après réception du prix, intitulé *Traité des petits tourbillons de la matière subtile*⁵³.

Les règles du choc tiennent tout à la fois d'une lecture de Malebranche, et donc de toute la tradition qui inspire le philosophe, et de Newton. L'influence de Malebranche concerne essentiellement le fondement mécaniste rendant intelligible la compression par le biais de la force centrifuge des petits tourbillons. La "griffe" newtonienne est cependant perceptible. Cela passe d'une part par la prise en compte d'un « rapport élastique » défini comme constant pour des corps de même nature⁵⁴. Puis, malgré le cadre théorique d'une

⁵³ Nous avons déjà mentionné ce texte, et il ne nous semble pas nécessaire d'y revenir.

⁵⁴ Mazière, *Les lois du choc des corps a ressort parfait ou imparfait*, *op. cit.*, p. 29 : « si dans un choc la force avec laquelle les ressorts se rétabliront dans deux corps, est à celle avec laquelle ils ont été comprimés, par exemple comme 15 est à 16 », dans toutes les autres circonstances de collisions de ces corps ou de corps de même nature, ces deux « forces » seront dans le même rapport. Mazière écrivait dans les pages précédentes que

inégalité de « forces » assimilées à des quantités de mouvement⁵⁵, par une nette référence à une « compression mutuelle » et une égalité de « forces » affectant chaque corps au moment du choc⁵⁶.

Soit deux corps A et B, de vitesses a , b avec $a > b$ et dirigées de même sens ; r est le « rapport élastique », a' et b' les vitesses finales. Dans la phase de compression, A perd une vitesse x , soit une « force » Ax ; dans la phase de restitution, il perd la « force » rAx . On obtient les équations :

$$(1) Aa' = Aa - Ax - rAx$$

$$(2) Bb' = Bb + Ax + rAx$$

Ces équations marquent nettement la perte réciproque de « forces » égales. En fin de compression, B possède la « force » $Bb + Ax$, soit la vitesse commune $\frac{Bb + Ax}{B}$. Or ceci correspond aussi à la vitesse $a - x$ de A. D'où l'égalité $a - x = \frac{Bb + Ax}{B}$ donnant $x = B \cdot \frac{a - b}{A + B}$; en remplaçant x par sa valeur dans (1) et (2) on obtient les vitesses finales.

La conservation de la vitesse respective n'apparaît que comme un corollaire d'une analyse dynamique du choc et non cette quantité dont la constance découlait de la seule expérience et dont le partage en proportion inverse des masses permettait de résoudre le problème de collision⁵⁷. Le fondement théorique des règles s'inspire alors d'une lecture

« les forces que deux boules de verres ont après le choc, sont à celles qu'elles avoient avant le choc, à peu près comme 15 à 16 » et précisait la provenance de son exemple numérique : « voyez les principes de Physique de M. Newton », voir p. 5. Cet intérêt pour les « ressorts » imparfait et cet exemple numérique apparaissent dans le Scholie des lois des *Principia* (« dans les boules de verre ces vitesses [les vitesses respectives initiales et finales] étoient à peu près comme 15 à 16 »), voir *Principes TMC*, tome I, p. 32.

⁵⁵ *Ibid.*, p. 3 : « les forces des corps où leurs mouvemens sont en raison composée de leurs masses & des vitesses qu'ils ont dans l'instant qu'on les considere ».

⁵⁶ *Ibid.*, p. 28 : « dans l'instant que la compression finit, le choquant & le choqué ont perdu une égale quantité de leurs forces primitives, lorsque les mouvemens sont contraires [...] car jusqu'à cet instant les deux corps se sont comprimés mutuellement ; & dans ces compressions mutuelles, ils ont employé des forces égales ; & ces forces qu'ils ont employées, ils les ont perduës ». Pour des mouvemens de même sens, en fin de compression, « le choquant a perdu autant de force que le choqué en a gagné [...] car dans ce cas, comme dans le précédent, la compression est mutuelle », *ibid.*, p. 29.

⁵⁷ Le problème II, en cherchant « le rapport de la vitesse respective qui suit le choc, à celle qui le précède », établit que ce rapport vaut « le rapport élastique r », *ibid.*, pp. 38-41.

newtonienne⁵⁸. En même temps, les « forces » égales sont avant tout des « forces » également perdues (pour des mouvements en sens contraire) ou perdues et gagnées (mouvements de même sens) par le fait de la compression mutuelle ; ce sont des parties identiques de mouvements primitifs échangées entre les mobiles. Ainsi, la compression mutuelle fait intervenir des changements de mouvements égaux, le raisonnement s'appuie sur ces variations et prend une tournure dynamique.

2.1.2 Saulmon

L'analyse de Mazière est quasiment identique à celle présente dans un Mémoire des MARS rédigé par Saulmon en 1721. Fontenelle note les deux nouveautés de la méthode utilisée par Saulmon : « cette matiere [les collisions élastiques] déjà traitée en 1706, & assés amplement d'après feu M. Carré, va l'être encore ici d'après M. Saulmon presque sans aucune redite » ; en l'occurrence « nous n'avions donné aucune idée de la cause du Ressort, ici nous en donnerons quelqu'une, nous avons supposé que la Vitesse respective qui étoit avant le choc se partage entre les deux Corps après le choc en raison renversée de leurs masses, ce qui paroît très conforme & à l'expérience, & même au raisonnement, mais ici nous ne ferons pas même cette supposition si aisée à recevoir »⁵⁹.

D'une part, Saulmon donne un fondement mécaniste aux phénomènes de compression/restitution sur lequel nous reviendrons⁶⁰ ; d'autre part, la seconde remarque de Fontenelle porte sur la méthode employée qui, cette fois-ci, diffère du partage de la vitesse respective qu'on trouvait chez Malebranche et Carré. Cette dernière pratique tirait son origine de la science du choc établie dans la seconde moitié du XVII^{ème} siècle se basant sur des « principes d'expériences » comme l'écrivait Mariotte ; nous notons que Malebranche écrivait, lors de la phase de rebond des corps, que la vitesse respective devait être partagée en proportion inverse des masses puis concluait sur la nécessité que les vitesses de rejaillissements soient en proportion inverse des masses : le passage de la première affirmation à la seconde était plutôt obscur (voir chapitre III, 2.2.2.2 b). Cette fois-ci, chez

⁵⁸ Nous reviendrons brièvement sur la présentation des règles de collisions dans l'école anglaise dans la section relative à J. Keill, voir *infra* 2.1.3.

⁵⁹ HARS 1721 [1723], p. 86.

⁶⁰ Voir dans ce chapitre 2.3.3, b.

Saulmon, il est net, avec une description des processus de compression basées sur une loi d'égalité de l'action à la réaction.

La recherche de vitesses finales d'un choc de corps « à ressort parfait » de masses et de vitesses initiales quelconques suit la méthode rencontrée précédemment chez Mazière⁶¹. La détermination des règles repose sur la prise en compte d'un mouvement commun lors de l'annulation de la vitesse respective et d'une compression mutuelle égale affectant chaque corps donnant lieu à un changement de mouvement identique de signes différents. L'étude se clôt avec la mention de « l'accord » entre des formules trouvées et celles « que M. Newton & M. Keil ont trouvées à leurs manières »⁶².

2.1.3 Les règles du choc chez J. Keill

Newton, Keill ou Maclaurin font précéder les règles du choc d'une axiomatique dynamique : les références à des questions de collisions dans les *Principia* n'apparaissent que comme des corollaires de la loi d'égalité de l'action et de la réaction⁶³.

⁶¹ Soient A, B les masses ; a, b les vitesses initiales ; c, e les vitesses finales pour des mouvements initiaux de même sens ; f, g pour des mouvements initiaux de sens contraires.

Mouvements de même sens :

1^{er} moment : durant la compression, A perd la « force » z et « le mouvement ou la force » de A sera +Aa-z ; celle de B, +Bb+z. « quand le ressort acheve d'être bandé, les deux corps tendent à se mouvoir d'une vitesse commune, & ils peuvent être regardés comme un même corps qui tend à se mouvoir ; donc si la somme des mouvements que les deux corps ont alors est divisée par celle de leurs masses, le quotient sera cette vitesse commune ». Ainsi $(+Aa-z+Bb+z)/A+B=(+Aa+Bb)/A+B$ est la vitesse commune.

2^{ème} moment : à l'instant de la restitution, la « force » de B vaudra $(+ABa+BBb)/A+B$; puisqu'elle vaut aussi Bb+z on obtient $z=(+ABa-ABb)/A+B$. Après restitution, Aa-2z et Bb+2z représentent les « forces » de A et B. Avec $c=(+Aa-2z)/A$ et $e=(+Bb+z)/B$, et en remplaçant z par sa valeur on obtient $c=+Aa-Ba+2Bb/+A+B$ et $e=+Bb-Ab+2Aa/+A+B$.

Dans le cas de mouvement initiaux contraires, « on change les signes dans les cellules où se trouve b » : $z=+Aba+ABb/+A+B$, $f=+Aa-Ba-2Bb/+A+B$, $g=(-Bb+Ab+2Aa)/+A+B$, voir Saulmon, *Du choc des corps à ressort*, MARS 1721 [1723], pp. 132-134.

⁶² *Ibid.*, p. 134.

⁶³ Newton formule les propositions de conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement et de la constance du mouvement du centre de masse d'un système de corps en collision dans les corollaires III et IV des lois du mouvement, soit comme des conséquences de la loi d'égalité de l'action et de la

L'identité des règles de collision entre les anglais et Malebranche ne doit pas masquer une différence de fond qui tient à ce que les premiers se réfèrent à une assise conceptuelle dynamique clairement définie alors que Malebranche recourt davantage à une méthode où à des résultats empruntés à l'expérience qu'il cherche à expliquer dans un cadre mécaniste. La différence n'est pas seulement une différence de forme : la science de Malebranche pose des problèmes concernant la conceptualisation de l'inertie, sur lesquelles nous reviendrons en examinant les réflexions de certains disciples sur ce concept. L'expression « lois du mouvement » peut s'entendre alors de diverses façons : dans un sens newtonien, il s'agit d'axiomes renfermant des concepts ; pour Malebranche, il s'agit de formules de collisions, sans remonter à la racine conceptuelle des règles établies.

réaction. La constance de la vitesse respective pour des corps parfaitement élastiques apparaît dans le scholie des lois.

Dans le prix de l'Académie de 1724 remporté par Maclaurin (voir *Dissertation des loix du choc des corps* dans *Recueil des Pièces qui ont remporté les prix, op. cit.*, tome I), celui-ci présente une axiomatique dynamique (les trois lois de Newton), avant toute élaboration des règles de collision des corps durs et élastiques. Il énonce entre autre que « le changement de force, c'est-à-dire, son augmentation ou diminution, est toujours proportionnel à la force imprimée, & se fait dans la direction de cette force », voir p. 6. Cette première « force » que l'auteur mentionne étant la quantité de mouvement du corps (« les forces des corps sont comme leurs masses multipliées par leurs vitesses », voir p. 15). Suit la loi d'égalité, sur laquelle repose la démonstration de la proposition I. Celle-ci donne la valeur de la vitesse finale commune lors d'une collision de corps durs allant initialement de même sens. Outre l'impossibilité de rebond, Maclaurin énonce que « tout ce que l'un de ces corps perd par le choc, l'autre le gagne ; ainsi la somme de leurs forces après le choc sera la même que la somme de leurs forces avant le choc », p. 16. Autrement dit cette proposition ne dérive pas d'une loi de conservation préalablement posée, mais cette loi n'est qu'un corollaire de la loi d'égalité action-réaction ; Maclaurin prend soin de calculer cette force imprimée dans le second corollaire de cette proposition, voir p. 17. Les mêmes conclusions concernant ce fondement dynamiques des règles valent pour les collisions élastiques, les corps « s'enfoncent » mutuellement jusqu'à annulation de la vitesse respective, moment où ils s'avancent avec une vitesse commune, « comme s'il n'y avoit point de ressort ». Par la suite, les parties des corps « se débandent, & se restitu[ent] par les mêmes degrez, & avec les mêmes forces par lesquelles elles avoient été enfoncées ». D'où une conservation de la vitesse respective et la conclusion que « l'action du ressort dans le choc des Corps parfaitement élastiques double le changemens des forces qui devoient être produits dans les Corps, s'ils n'avoient point de ressort », p. 19.

J. Keill publie dès 1700 le premier manuel newtonien⁶⁴. Il y énonce un concept de force présent dans la loi II des *Principia*, plus généralement reprend les lois du mouvement de Newton, en particulier la loi d'égalité de l'action et de réaction⁶⁵. La « grandeur du choc » égale la perte de mouvement du corps « le plus puissant » - entendre par-là celui possédant la plus grande quantité de mouvement ; c'est aussi le mouvement reçu par l'autre corps⁶⁶. Il s'ensuit les corollaires de conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement,

⁶⁴ J. Keill, *An introduction to Natural philosophy or, Philosophical Lectures read in the University of Oxford, Anno Dom. 1700, to which are Added, the demonstrations of Monsieur Huygens's Theorems, concerning the Centrifugal Force and Circular Motion*, London, 1720 (traduction de la première édition latine de 1700, *Introductio ad veram physicam*, Oxford).

⁶⁵ *Ibid.*, p. 147 : « Re-action is always equal, and contrary to Action ; or the Actions of two Bodies upon each other are always equal, and in contrary Directions. That is, by Action and Re-action equal Changes of Motion are produced in bodies acting upon each other, and these Changes are impressed toward contrary Parts ».

Keill introduit la force imprimée (« force impressed ») suivant le modèle de la loi II de Newton ; il fait dépendre la relation entre la force et le changement de mouvement de l'axiome de proportionnalité entre la cause et l'effet, voir p. 140.

Il faut souligner que contrairement à Newton, Keill énonce une série d'axiomes qui à première lecture nous semble assez proches de ceux rencontrés dans le *Traité de physique* de J. Rohault. Voir en particulier les quatre premiers axiomes de Keill : « I. There are no Properties or Affections of a Non-entity or Nothing » ; « II. No Body can be naturally annihilated » ; « III. Every Mutation induced in a natural Body, proceeds from an external Agent ; for every Body is a listless Heap of Matter, and it cannot induce any Mutation in itself » ; « IV. Effects are proportionable to their adequate Causes », pp. 89-91. Chez Rohault : 1^{er} : « le Neant ou le rien n'a aucune propriété » ; 2^{ème} : « il est impossible que quelque chose se fasse absolument de rien, ou que le pur rien devienne quelque chose » ; 3^{ème} : « une chose, ou une substance, ne sauroit estre entierement aneantie ; c'est-à-dire ne sauroit tellement cesser d'estre, qu'il n'en reste plus quoy que ce soit » ; 4^{ème} : « tout effet présuppose unecause », J. Rohault, *Traité de physique*, Paris, 1683, sixième édition, pp. 37-38. Le *Traité* de Rohault est aussi un manuel en Angleterre, la traduction en latin par S. Clarke connaît quatre éditions entre 1697 et 1710, voir V. Schüller, « Samuel Clarke's annotations in Jacques Rohault's *Traité de physique*, and how they contributed to popularising Newton's physics », dans *Between Leibniz, Newton, and Kant, Philosophy and Science in the Eighteenth Century*, W. Lefèvre (éd.), Kluwer Academics Publishers, Dordrecht/Boston/London, 2001, pp. 95-110.

⁶⁶ J. Keill, *op. cit.*, théorème XXV, p. 177 : « if a moving Body strikes directly against another either in motion or at rest ; the Magnitude of the Stroke is proportionable to the Momentum that is lost at the Concourse by the more powerful Body, whichever of them it is ». Keill écrit encore : « the Magnitude of the Stroke will be equivalent to the Force impressed by the first on the other : wherefore that Force impressed departs from the percutient Body, [by the third Law] so that the Motion lost in the percutient Body will be proportionable to the Force impressed on the other Body, and consequently to the Magnitude of the Stroke », *ibid.*, pp. 177-178.

de l'état inertiel du centre de gravité du système des deux corps⁶⁷. Cette « grandeur du choc » est aussi la force de compression affectant identiquement chaque corps élastique ; c'est ce même fondement dynamique qui permet de définir la conservation de la vitesse respective lors d'une collision de corps parfaitement élastiques⁶⁸.

Les règles de collisions élastiques s'obtiennent alors en combinant la constance de la vitesse respective avec la conservation de la totalité de la quantité de mouvement comptée algébriquement. En considérant des mouvements initiaux de même sens, avec les masses A, B et leurs vitesses C, c et en posant x la vitesse de A après le choc dans le même sens que C, « because the relative Velocity of the Bodies both before and after the concourse is the same, the Velocity of the Body B will be $x+C-c$: for relative Velocity of the Bodies is equal to the Excess of the Velocity, whereby the Velocity of the swifter Body exceeds that of the slower, so that the Excess ought to be $C-c$ ». Les quantités de mouvement des corps seront Ax et Bx+BC-Bc ; « and the Sum of these Motions will be equal to the Sum of the former Motions, that is, it will be $Ax+Bx+BC-Bc=AC+Bc$ », soit $Ax+Bx=AC-BC+2Bc$. Cette équation donne alors les vitesses de A ($x=\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}$) et $B=x+C-c=\frac{2AC-Ac+Bc}{A+B}$ ⁶⁹.

⁶⁷ *Ibid.*, théorèmes XX à XXIII, pp. 165-171.

⁶⁸ *Ibid.*, p. 188, théorème XXIX : « if two perfectly Elastick Bodies impinge on one another, their relative Velocity will be the same before and after the Impulse ; that is, the perfectly Elastick Bodies will recede from each other after the Stroke, with the same Celerity, wherewith they first approached one another ».

La force de compression, c'est-à-dire l'intensité du choc (« the compressing Force, or the Magnitude of the Stroke ») provient (« arises from ») de la vitesse relative et est proportionnelle à cette vitesse. Les corps élastiques retrouvent leurs figures initiales par une « force » égalant celle qui les a compressés. Keill note que cette « force » de restitution (« restoring Force ») « is equivalent to the Force wherewith the Bodies approach to each other before the Impulse ». ; « but Bodies are compelled to separate from one another by this restoring Force, whence this Force acting on the same Bodies, will produce a relative velocity equal to that which that had at first », *ibid.*

La force en question qui agit sur les corps s'identifie à « l'intensité du choc », à savoir, d'après les définitions précédentes à la force imprimée sur chacun des deux corps. Il se trouve qu'elle est proportionnelle à la vitesse respective. Il ne s'agit pas d'introduire une nouvelle « force » exprimant la compression par l'intermédiaire de la vitesse relative, mais de rendre compte que la « grandeur du choc » en dépend. Aussi est-ce à partir de l'égalité entre l'action et la réaction que Keill démontre la constance de la vitesse relative avant et après le choc. Si l'expression « la force avec laquelle les corps approchent l'un de l'autre » peut sembler ambiguë en ce sens qu'elle tend à assimiler force de compression/restitution au mouvement relatif, Keill précise que ces quantités sont « équivalentes » et mais non égales.

⁶⁹ *Ibid.*, pp. 192-193. Si $BC > AC + 2Bc$, $x < 0$ et A rebrousse chemin.

Saulmon établit des règles en considérant la vitesse commune, soit finalement à partir du mouvement du centre de gravité du système, auquel il soustrait/additionne la force de compression (la différence entre un mouvement initial et le mouvement commun). Keill considère ici les conservations de la quantité de mouvement et de la vitesse respective. Les deux méthodes diffèrent sur la forme mais sont strictement équivalentes. En effet, la prise en compte de la vitesse commune du centre de gravité revient à recourir au principe de conservation du mouvement⁷⁰ ; l'identité des forces de compression et restitution de part et d'autre du centre de gravité implique, par rapport à ce point, des vitesses de rejaillissement égales aux vitesses incidentes, autrement dit l'identité de la vitesse respective avant et après le choc. D'autre part, on trouve chez ces deux auteurs une déduction des règles à partir de la loi d'égalité entre l'action et la réaction.

Si à travers la lecture de ces textes on veut admettre une influence newtonienne dans la conception de l'action, malgré tout ces travaux s'inspirent aussi de Malebranche. En ce sens, Saulmon souligne l'identité de ses résultats avec ceux que Keill ou Newton « ont trouvés à leurs manières » et, dans ces « manières », il y a des concepts, en particulier celui d'inertie que Saulmon va rejeter. Autrement dit, l'identité de forme entre l'élaboration des règles de choc des français ne doit pas masquer une différence de fond.

2.2 L'influence de Malebranche concernant la question de l'inertie

2.2.1 Force de repos

Les formules, rencontrées de nombreuses fois chez Malebranche, stipulant que le repos n'a pas de force, qu'un corps au repos ne résiste pas etc. figurent dans de nombreux textes des années 1720⁷¹. Comme chez Malebranche, et en suivant la lettre de la philosophie

⁷⁰ Considérer la somme/différence des mouvements avant et après le choc revient à tenir compte d'un mouvement unique transportant les deux corps ensemble avec la vitesse du centre de gravité. Or, cette somme/différence de mouvements se conserve au cours du choc. La vitesse du centre de gravité demeure donc inchangée.

⁷¹ Privat de Molières, *Explication physique et mécanique du choc des corps à ressort*, MARS 1726 [1753], p. 7 : « un corps au repos continue de lui-même de demeurer en repos, & n'apporte aucune résistance

positive au mouvement » ; voir aussi *Leçons de physique, op. cit.*, p. 80 concernant la dureté des corps : introduire la force de repos cartésienne revient « à multiplier les principes, introduire dans l'univers deux espèces de forces indépendantes l'un de l'autre, & attribuer l'effet du ressort à une cause métaphysique ».

Mazière, *Les lois du choc des corps à ressort, op. cit.*, p. 8 : « une cause physique n'est pas une intelligence ; ainsi la cause physique que nous cherchons [afin d'expliquer l'élasticité], est un corps, & un corps en mouvement, car le repos n'a pas de force ». Voir aussi, *Traité des petits tourbillons, op. cit.*, pp. IX-X : « les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement. Le repos n'a pas de force. Dans l'ordre de la Nature, un corps est mû par un autre corps : par un corps qui le touche immédiatement : par un corps qui a du mouvement ou de la force » ; voir aussi p. 6 : « les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement ».

A. Parent, *Essais et recherches de mathématique et de physique. Nouvelle Edition augmentée d'un troisième volume, & d'un tiers au moins en chacun des deux premiers. Premier volume. Qui contient l'Analyse des Principes, de la Méthode, de la Dioptrique, des Météores & de la Musique de M. Descartes ; avec des Suppléments sur quantité d'endroits. Plusieurs Extraits curieux de différens journaux ; avec des Remarques & Additions. Et quelques nouveaux Mémoires de Mathématique, de Physique, & de Métaphysique*, Paris, 1713, (3 tomes) concernant un commentaire critique de l'article XXVI de la seconde partie des *Principes* de Descartes, voir tome I, pp. 36-38 : « De ce que nous employons de la force, aussi-bien pour arrêter des corps en mouvement que pour les mouvoir quand ils sont au repos, on peut seulement conclure que le mouvement demande de la force aussi-bien pour être arrêté que pour être produit ; & on peut seulement inférer delà, que le mouvement est une force qui ne peut être détruite que par une force du moins égale. Mais le repos n'étant que la négation du mouvement, & le mouvement n'étant qu'un changement de lieu ou de situation, il est évident que le repos n'est autre chose qu'une subsistance ou stabilité dans un même état de lieu ou de situation. C'est pourquoy si le repos d'un corps luy donnoit quelque force, il s'ensuivroit que la simple permanence d'un corps dans son lieu, ou dans sa situation, luy donneroit de la force & de la détermination. Mais les corps environnans étant quelque chose de purement accidentel à l'égard du corps environné, on ne sauroit penser que leur absence ou leur présence produise une nouvelle nature dans le corps environné : donc cette force qu'il auroit, luy seroit naturelle : donc un corps auroit de luy-même la force d'affecter un lieu plutôt qu'un autre : donc enfin un corps ne seroit pas un être purement indéterminé, comme tout le monde en convient, & l'auteur même ».

A. Parent écrit que Dieu forme « toutes les impressions ou perception » de l'âme, « ensorte que tout autre agent n'en peut être tout au plus que l'occasion, sçavoir en tant que notre Auteur s'est assujetti par sa propre volonté, & pour des raisons qu'il s'est réservées, de former dans nôtre ame de telles dispositions dans certaines conjonctures », *ibid.*, pp. 2-3. L'auteur semble influencé par les thèses occasionnalistes. On peut supposer une influence de l'atomisme de Cordemoy lorsqu'il remarque que « l'idée du corps ne consiste point absolument dans l'étenduë, ny dans les figures ; mais que l'idée d'étenduë continuë ne renferme autre chose qu'une multitude innombrable de parties semblables, c'est à dire de petits corps assemblez & conjoints ; & qu'en un mot celle des figures ne renferme que l'arrangement de ces corpuscules », *ibid.*, p. 9 ; ou encore lorsqu'il estime ce corps « indivisible en soy-mesme », pp. 10-11. Parent a suivi des cours de Sauveur qui occupa la chaire de mathématiques au Collège Royal à partir de 1686, ce même Sauveur qui fut un proche du philosophe occasionnaliste Cordemoy. Voir les Eloges de Fontenelle dans *Oeuvres Complètes*, Fayard, Paris, 1996, tome VII 1722-1752, pp. 372-373 et p. 363.

mécanique, ces expressions peuvent se combiner avec la notion de passivité de la matière : un corps au repos n'a pas de force en ce sens qu'il ne peut pas se mettre spontanément en mouvement⁷². D'autre part, le corps au repos ne résiste pas d'une manière absolue comme on le trouve dans la règle 4 de Descartes.

Toutefois, d'autres propos semble aussi le rapprocher de Malebranche, ainsi concernant la thèse de la double efficace, à l'occasion d'une critique de l'article 43 de la seconde partie des *Principes* de Descartes relatif à la « force pour agir ou pour résister » de chaque corps : « à l'égard de la comparaison qu'il [Descartes] fait du mouvement avec le repos ; il est tres-aisé de la détruire, puisqu'il ne faut aucune nouvelle action du côté de l'Auteur de la nature pour conserver un corps seul au milieu de plusieurs autres en repos ; & qu'il en faut au contraire une différente de la création pour le faire changer continuellement de lieu, de situation & de figure. Or c'est cette nouvelle détermination de l'Auteur de la nature qui fait toute la force du mouvement qui est dans la nature. Donc le mouvement renferme de la force, & le repos une indifférence parfaite », *ibid.*, p. 53. Il note alors que c'est peut-être l'attachement de plaques de marbres « qui a donné à notre auteur [Descartes] de croire que le seul repos des parties leur donnoit de l'attache entr'elles ; mais le raisonnement dont il se sert, ne conclut aucunement cela : Puisque ce n'est jamais par le repos que l'on résiste au mouvement, mais par un mouvement contraire ; le repos ne disant rien de nouveau dans le corps outre son existence, son lieu & sa situation, & n'étant opposé au mouvement, que comme la privation l'est à l'existence », *ibid.*, p. 68-69. Comme chez Malebranche, l'opposition mouvement-mouvement se substitue donc à l'opposition cartésienne mouvement-repos.

J.-P. Crousaz, *Discours sur le principe, la nature, et la communication du mouvement dans Recueil des piéces qui ont remporté les prix de L'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les Piéces qui ont concouru. Tome premier. Contenant les Piéces depuis 1720 jusqu'en 1727*, C. Jombert, Paris, 1752, p. 27 : « le repos n'en est que la privation, que la negation [du mouvement], car le repos n'a point d'activité, & l'étenduë n'est active que par le mouvement ».

Saulmon, *De la dureté des corps, op. cit.*, fol. 282 r. : concernant la cause de la dureté, « je me sens quasi porté à conclurre avec un celebre Philosophe [Descartes], que l'on ne peut imaginer d'autre Ciment qui unisse les parties d'un Corps, que leur tranquillité et leur propre repos, comme si la cessation du mouvement qui fait le repos étoit une force, et qu'elle eût en elle même divers degrez de force ; Mais parce que je ne veux rien croire que je ne sache, je quitte volontiers cette opinion pour chercher quelque chose de plus exacte ».

⁷² Mazière, *Les loix du choc des corps à ressort, op. cit.*, p. 23 : les parties d'un corps déplacées par une compression ne peuvent pas d'elles-mêmes produire un mouvement de rejaillissement, « elles n'ont point de force d'aller dans un sens opposé à celui vers lequel elles ont été poussées ; puisqu'elles sont dans un repos mutuel, soit dans l'instant que la compression commence, soit dans l'instant qu'elle finit ; & que le repos ne produit jamais de mouvement ».

Crousaz, *op. cit.*, pp. 16-17 : « dès qu'on sera convenu que corps & étendue c'est le même, on sera obligé de reconnoître, & on verra très clairement, qu'aucun corps, c'est-à-dire, qu'aucune partie d'étendue ne peut tirer son mouvement d'elle-même, qu'elle ne sçauroit passer d'elle-même de l'état de repos à celui de mouvement ».

2.2.2 Indifférence

Qu'un corps ne résiste pas ne signifie pas pour autant qu'il ne réagisse pas. Dans des écrits des seconde et première moitiés des XVII^{ème} et XVIII^{ème} siècles, le corps est dit indifférent au mouvement comme au repos ; on peut dégager deux sens pour cette expression. Le premier correspondrait à une période post-dynamique, au moment où s'élaborent les premières et nombreuses études sur les règles de collisions. Ainsi nous avons vu que Pardies fait reposer son analyse du choc sur l'impénétrabilité et cette indifférence. En supposant des boules dans un « espace tout uniforme, où il n'y ait rien qui portât plus d'un côté que d'un autre [en supposant en outre les corps sans pesanteur, sans légèreté], ou qui les pût empêcher de se mouvoir librement : si elles venoient à être poussés vers quelque endroit, alors nous concevriens que ces boules seroient tout-à-fait indifferentes pour se toucher, ou pour être séparées, pour être ici, où pour être là ; puisqu'elles ne trouvent rien en un endroit plus qu'en un autre ; & par consequent elles seront aussi également indifferentes, pour être en repos, ou pour être en mouvement »⁷³ ; l'absence de « détermination particuliere » ou de qualités (pesanteur, légèreté) rend les deux états également possibles et en ce sens le corps est indifférent. Puis, les boules sont indifférentes « pour se toucher ».

Pardies donne un sens dynamique (ou plutôt une absence de sens dynamique) au terme : le corps au repos ne résiste pas, un mobile incident ne perd pas de vitesse lorsqu'il rencontre un corps au repos ; Pardies ne prend alors pas en compte la masse ou grandeur du corps qui rendrait compte de différents degrés de résistances : ces degrés n'ont pas lieu d'être car on ne trouve pas de résistance purement et simplement⁷⁴.

Leibniz donne la même signification à cette expression. Il fait sienne cette maxime aux alentours des années 1670, puis la rejette lorsqu'il critique l'essence cartésienne de la matière qu'il dote d'une inertie ; l'idée d'indifférence convient si on réduit le corps à une

⁷³ I.-G. Pardies, *Discours du mouvement local*, dans *Œuvres*, *op. cit.*, pp. 139-140.

⁷⁴ Voir dans cette partie, chapitre II, 1.4. Voir aussi Bernier, *op. cit.*, p. 287 : « car comme un corps dans le Vuide semble devoir estre dans un parfait equilibre ou indifference, et de ne pouvoir par consequent faire aucune resistance ; pourquoy l'atome rencontrant ne continueroit-il pas son chemin, comme s'il ne rencontroit rien ? »

donnée géométrique, mais la matière ne se définit pas par sa seule étendue⁷⁵. Il conserve donc la même signification pour cette expression mais en rejette la validité scientifique.

Bien qu'adhérant à la thèse cartésienne concernant l'essence de la matière, Régis critiquera la conception de Pardies et par conséquent les conséquences que tire Leibniz

⁷⁵ Voir Leibniz, *De Rationibus motus*, dans *Sämtliche Schriften und Briefe* (SSB), hrsg. v. d. Akademie der Wissenschaften der DDR, série VI (philosophische schriften), tome II, Akademie-Verlag, Berlin, 1990, pp. 159-165 ; texte de août ou septembre 1669, citations traduites par M. Fichant dans *La réforme de la dynamique*, *op. cit.*, p. 35. : « Si un corps heurte un corps au repos, le tout qu'ils composent sera mû à la même vitesse et la même direction que le corps en mouvement ». Voir aussi *Summa Hypotheseos physicae novae*, SSB, série VI, tome II, pp. 336-339 (datée de la seconde moitié de 1671) dans M. Fichant, *La réforme*, *op. cit.*, p. 37 : on ne peut pas déduire une « phoronomie universelle » de règles de collisions de corps durs qui impliquent le rôle du milieu et l'élasticité ; malgré tout, énoncées dans le vide ou dans un milieu inopérant, on trouve que « si un corps en heurte un autre en repos, il l'entraîne avec lui avec la même vitesse dans la même direction [...] ». M. Fichant note qu'« en l'absence de toute considération de la masse ou de ce que Leibniz désignera bientôt comme l'inertie de la matière, le corps qui rattrape son devancier n'est en rien ralenti et conserva toute sa vitesse ; les conatus de même sens s'ajoutent sans restriction aucune, de sorte que le corps le plus lent conserve toute sa vitesse antérieure et reçoit en outre, comme il l'aurait fait s'il était en repos, toute celle de son poursuivant », *ibid.*, p. 37. Voir aussi *Théorie du mouvement abstrait ou raisons universelles des mouvements indépendantes de la sensation des phénomènes*, traduction R. Violette dans *Lettres et opuscules de physique et de métaphysique du jeune Leibniz (1663-1671)*, publié dans *Sciences et Techniques en Perspective*, volume 6, année 1984-1985, Université de Nantes, p. 90 : « si un corps heurte un autre corps au repos ou qui le rencontre plus lentement en droite ligne ou qui le précède plus lentement, il l'entraîne avec lui (c'est-à-dire le meut dans la même direction) avec une vitesse égale à l'excès de la vitesse la plus rapide sur la vitesse la plus lente ».

Si on supposait un corps au repos « indifférent au mouvement ou au repos », « celui qui est en mouvement emporterait avec lui celui qui est en repos, sans recevoir aucune diminution de sa vitesse, et sans qu'en tout ceci la grandeur, égalité ou inégalité des deux corps puisse rien changer ; ce qui est entièrement irréconciliable avec les expériences ». Ainsi, l'« étendue serait entièrement indifférente à l'égard [du] changement [de mouvement], et les résultats du concours des corps s'expliqueraient par la seule composition Géométrique des mouvements ». Tout au contraire, « tout cela fait connaître, qu'il y a dans la nature quelque autre chose que ce qui est purement Géométrique, c'est-à-dire que l'étendu et son changement tout nu. Et à la bien considérer, on s'aperçoit qu'il y faut joindre quelque notion supérieure ou métaphysique, savoir celle de la substance, action et force ; et ces notions portent que tout ce qui pâtit doit agir réciproquement, et que tout ce qui agit, doit pâtir quelque réaction, et par conséquent qu'un corps en repos ne doit être emporté par un corps en mouvement sans changer quelque chose de la direction et de la vitesse de l'agent », dans G.-W. Leibniz, « Extrait d'une Lettre de M. de Leibniz sur la question si l'essence des corps consiste dans l'étendue », dans C. Frémont, *op. cit.*, pp. 36-37. Lettre initialement publiée dans le *Journal des Savants*, datée du 18 juin 1691.

de la réduction du corps à une donnée géométrique. Aux yeux de Régis ce géométrisme n'exclut pas une perte de mouvement lors du choc, et la justification qu'il en donne repose sur une application du principe de conservation. Ainsi, « un Philosophe moderne » (un astérisque renvoie à la note « le P. Pardies dans son traité du Mouvement local ») prétend, en l'absence « de pesanteur & sans légèreté » qu' « il ne faut pas plus de force pour mouvoir un grand corps, que pour en mouvoir un petit, & que la même force suffit pour mouvoir également vite, par ce que ni l'un ni l'autre ne font aucune résistance au mouvement ». Mais Régis réplique qu' « un corps n'en peut mouvoir un autre sans luy communiquer de sa force, & qu'une force égale partagée entre deux corps égaux ne les peut faire mouvoir chacun qu'avec une vitesse de la moitié plus petite »⁷⁶.

Régis note alors le caractère mutuel de la percussion, que les deux corps soient mobiles ou qu'un reste au repos⁷⁷ ; l'impénétrabilité et la conservation de mouvement fondent la collision⁷⁸. Le corps au repos peut être mis en mouvement, justement parce qu'il est indifférent à chacun de ces états : aucun n'a de privilège sur l'autre, le corps est susceptible de les prendre également. L'indifférence, comme l'entend Régis, implique alors le refus de la règle 4 de Descartes, mais pas pour autant l'absence d'une résistance et intervient au contraire dans un contexte de rédaction ayant une teneur dynamique.

⁷⁶ P.-S. Régis, *Système de Philosophie, contenant la logique, métaphysique, physique & Morale*, sept tomes, Anisson, Posuel & Rigaud, Lyon, 1691, tome I, pp. 91-92.

⁷⁷ Il reprend l'exemple de clous à demi fichés dans des boules et note que lors de la collision, « il n'y a point de raison qui nous puisse faire croire » qu'ils ne soient pas également enfoncés, *ibid.*, pp. 119-120. Cet exemple figurait chez Pardies, voir *infra* chapitre II, 1.3.

⁷⁸ L'impénétrabilité est « une propriété essentielle de la quantité divisée & figurée », entendre par « quantité » le corps. Comme chez Descartes, elle découle de l'étendue, *ibid.*, tome II, pp. 16-17. L'impénétrabilité justifie les changements de mouvement de ce monde (les changements proviennent « de ce que le monde est plein, que la matière est impenetrable, & qu'il y a des corps auprès de nous qui sont en mouvement, & d'autres qui sont en repos », tome I, p. 97) et ceux-ci respectent une loi de conservation : un corps A en mouvement « poussera donc le corps C, mais le corps A ne peut pousser le corps C, sans luy donner du mouvement, ni luy donner du mouvement sans en perdre autant qu'il luy en donne », *ibid.*, p. 98.

A un niveau de lecture plus métaphysique et en suivant la leçon cartésienne, l'action des corps les uns sur les autres provient d'une persistance dans un état⁷⁹. Cette dernière concerne aussi bien le mouvement que le repos et passe par la considération de forces de repos et de mouvement⁸⁰. Les corps en repos « agissent » autant d'eux-mêmes que ceux qui sont en mouvement, « car si d'un côté les corps qui se meuvent agissent sur ceux qui sont en repos en les mouvant, de l'autre les corps qui sont en repos agissent sur ceux qui sont en mouvement en les arrêtant »⁸¹ ; le caractère mutuel de la collision trouve ainsi son fondement dans cette équivalence entre mouvement et repos laquelle consiste à attribuer à ces états des 'forces'.

Les résultats et expériences des “modernes” sont assimilés et fondus dans ce schéma explicatif cartésien. Les règles de corps durs ou élastiques dépendent d'une même assise conceptuelle ; loi de persistance (les forces de repos et de mouvement), caractère mutuelle de la percussion. Ces deux forces sont susceptibles de degrés en fonction de la vitesse ou de la grandeur des corps ; Régis reprend l'expérience de Mariotte concernant la plus grande résistance qu'offre un corps plus pesant qu'un autre à une mise en mouvement et attribue « la véritable cause de cet effet [a] la plus grande quantité de matière propre » que contient ce corps⁸².

⁷⁹ Régis note que « chaque chose persiste d'elle-même à demeurer dans l'état où elle est, si rien ne l'en empêche », et applique cette maxime au repos et au mouvement, sans préciser le type de direction concernée, *ibid.*, tome I, p. 97. Il précisera plus loin que le « corps qui se meut, fait effort pour se mouvoir en ligne droite », *ibid.*, p. 136. Autrement dit, comme on le retrouve chez Descartes, les états équivalents concernent le mouvement en général (non le seul mouvement rectiligne uniforme) et le repos. Sitôt la loi de persistance énoncée, les changements de mouvement en sont la conséquence puisque tout étant plein et les corps impénétrables, les corps ne peuvent continuer leurs mouvements initiaux, *ibid.*, p. 97.

⁸⁰ *Ibid.*, tome II, p. 64-66 : « l'application successive active dans laquelle consiste le mouvement, dépend de quelque cause efficiente qui l'a produit, mais on a beaucoup de peine à croire que l'application constante, ou l'application successive, mais passive, dans laquelle consiste le repos, en dépende aussi ». Mais, « il y a de la force & de l'action dans le repos comme dans le mouvement ; car si nous considérons bien la nature du repos & du mouvement, nous trouverons que le mouvement peut être aussi appelé une cessation du repos, que le repos est appelé une cessation du mouvement ».

⁸¹ *Ibid.*, p. 72.

⁸² *Ibid.*, tome II p. 191 : « si un corps en repos & suspendu est choqué horizontalement par un autre corps plus pesant, il résistera moins au mouvement, & le corps choquant recevra moins d'impression par le choc, que si le corps en repos étoit également pesant. Et plus le corps en repos sera pesant, plus il résistera au

Dans la rédaction proposée par Régis, la notion d'indifférence se rattache à des données plus dynamiques, contrairement à l'acception qu'en donne Pardies et Leibniz. Elles passent par la reconnaissance d'un changement de mouvement affectant chacun des corps entrant en collision (le caractère mutuel de la percussion) ; par la considération des forces de mouvement et forces de repos cartésiennes, cette dernière ne servant cependant plus à justifier une résistance absolue comme dans la règle 4, mais permettant de concevoir une opposition à une mise en mouvement s'apparentant d'après l'expérience de Mariotte à l'inertie de la matière.

Ce n'est pas la seule école française qui rattache l'indifférence du corps à un réseau conceptuel dynamique. Ainsi J. Keill, après avoir énoncé le principe d'inertie, précise qu'on trouve dans les corps une « certaine force ou plutôt inactivité » par laquelle ils s'opposent aux changements d'états, et fait qu'il ne faut pas moins de force pour mettre un corps en mouvement qu'en repos, force interne qu'il nomme *vis inertiae*⁸³.

Il poursuit en relevant que certains philosophes considèrent les corps indifférents au mouvement et au repos, et ajoute : « but by this Indifference they do not, I believe, mean such a Disposition in Bodies, whereby they do not in the least resist Rest or Motion : for on this Supposition it would follow, that any Body, however great, and moved with the swiftest velocity, might be stopped by any the smallest Force ; or if the great Body was at Rest, it might be moved by any Body, however small, without the least loss of Velocity in the impelling Body : that is, any small Body impinging on a greater one, would carry that greater Body along with it, without the least Loss of its Motion ; and each Body after the Impulse would be jointly carried along with that Celerity, that the small Body had at first,

mouvement, pourvu que le corps choquant demeure toujours le même, & qu'il rencontre toujours l'autre avec la même vitesse ». Voir *infra* chapitre II, 3.2.2.

⁸³ J. Keill, *op. cit.*, pp. 134-135 : « There is besides in all Bodies a certain Force, or rather Inactivity, whereby they oppose every Change ; whence it is, that they are very difficultly put out of their State, whatever it is : but that Force is the same in moving Bodies, as in those at Rest, nor do Bodies less resist the Action, whereby they are brought from Motion to Rest, than that whereby they pass from Rest to Motion ; that is, there is not required a less Force to put a stop to the Motion of any Body, than was before necessary to impress that Motion on the same Body. Whence, since *Vis Inertiae* or Inactivity of Matter always equally resists equal Changes, it will not be less powerful to continue a Body in Motion, which has begun to move, than to preserve a quiescent Body in the same State of Rest ».

which, we all know, is absurd »⁸⁴. Il poursuit alors en donnant une définition de l'indifférence qui s'insère dans le cadre conceptuel de la mécanique newtonienne : « this Indifference therefore is not placed in a Non-resistance to Motion from a State of Rest, or to Rest from a State of Motion ; but in this only, that a Body of its own nature is not more propense to Motion than to Rest, nor more resists to pass from a State of Rest to Motion, than to return again from that Motion to the same State of Rest : besides, any quiescent Body may be moved by any Force, and an equal Force acting in a contrary Direction, will be able to destroy that Motion ; and in this, they would have this Indifference placed »⁸⁵. L'indifférence signifie l'absence d'états privilégiés et la possibilité qu'a un corps de prendre également chacun des deux états, à condition de remarquer aussi qu'il opposera une même résistance lors du passage de l'un à l'autre. On retrouve alors le sens donné par Régis, même si ce dernier ne définit pas aussi explicitement les concepts dynamiques que les newtoniens⁸⁶.

Une présentation intermédiaire de l'indifférence semble envisageable. Elle passerait par le refus des analyses de Pardies et de Leibniz concernant les conséquences de collisions si on réduisait le corps à de strictes données géométriques. Elle refuserait aussi l'équivalence ontologique entre repos et mouvement instaurée par Descartes. Le corps serait bien dit « indifférent de sa nature, à l'un ou l'autre de ces états [repos et mouvement], ou du moins [...] il est susceptible de l'un ou de l'autre »⁸⁷, mais au-delà de la similitude entre cette formulation avec celle de Keill, se cacherait une différence conceptuelle majeure relative à l'inertie ; le corps peut prendre les deux états sans pour autant qu'ils soient dynamiquement équivalents.

2.2.3 Retour sur les malebranchistes

La présentation dynamique de l'indifférence n'est pas partagée par tout le monde. Chez Régis, le rejet de la règle 4 ne conduit pas comme chez Malebranche à celui de la notion de force de repos ; il concilie au contraire celle-ci avec les re-formulations des règles

⁸⁴ *Ibid.*, p. 135.

⁸⁵ *Ibid.*, p. 136.

⁸⁶ Régis n'énonce pas une axiomatique newtonienne, et fait dériver ses conceptions de forces de mouvement et de repos d'un principe de persistance, dans le droit fil des conceptions cartésiennes.

⁸⁷ J.-P. Crousaz, *Discours sur le principe, la nature, et la communication du mouvement*, op. cit., p. 6.

et en particulier les expériences de Mariotte concernant le concept d'inertie. D'autres savants, directement influencés par la théorie de la matière de Malebranche, privent le corps au repos de toute réaction.

2.2.3.1 Crousaz et la force de repos

Par sa critique de thèses malebranchistes, le *Discours* de J.-P. Crousaz primé par l'Académie en 1720 fait figure d'un plaidoyer contre l'occasionalisme. La critique n'est pourtant pas un rejet de la totalité de la mécanique malebranchiste ; l'influence exercée par l'oratorien semble conduire Crousaz à rejeter le concept d'inertie et de réaction d'un corps au repos, ce que nous examinons ici.

Suivant Crousaz, « les corps n'ont de force que par leur mouvement, la force du mouvement, c'est le mouvement même », et le mouvement est une « manière d'être efficace & active »⁸⁸. Cette activité se « prouve » par le simple fait qu' « un corps change de place, il déplace donc, il pousse ce qu'il rencontre »⁸⁹. La notion d'activité est donc une conséquence de la mobilité, le mouvement engendrant des « poussées » devient susceptible de changer des états et de produire les événements physiques de ce monde⁹⁰. *A contrario*, « le

⁸⁸ *Ibid.*, p. 27.

⁸⁹ *Ibid.*, p. 37.

⁹⁰ Voir aussi du même auteur *Essay sur le mouvement, où il est traité de sa Nature, de son Origine, de sa Communication, des Chocs des Corps qu'on suppose parfaitement Solides, du Plein & du Vuide, & de la Nature de la Reaction*, Alberts & Vander Kloot, La Haye, 1728, en particulier la section « Eclaircissement sur la reaction », p. 149 : « le mouvement étant de sa nature un état actif ; par la même qu'il existe, & qu'il est mouvement, il se trouve déterminé à surmonter les obstacles, a ne pas céder, a s'opposer a ce qui tend à le faire cesser ».

Il faut noter que cette activité provient de Dieu qui a donné à la matière originelle son premier mouvement. Pour autant, Crousaz n'est pas partisan de la doctrine de la création continuée et estime qu'une fois la « force mouvante » donnée par Dieu, celle-ci se conserve par elle-même ; il ne conçoit pas la conservation comme une création sans cesse renouvelée : l'existence des créatures provient de « l'ordre efficace de la volonté Divine [...] mais il me paroît aussi qu'on ne peut tirer de là aucune conséquence pour la Création Continuellement réitérée, pour la suite non interrompue de reproduction ». Il ajoute que cette volonté « est assez efficace, pour que ce dont elle ordonne l'existence réelle & durable, commence non seulement d'exister, mais continue », voir *Essay, op. cit.*, pp. 131-133.

repos n'en [du mouvement] est que la privation, que la *negation*, car le repos n'a point d'activité, & l'étendue n'est active que par le mouvement »⁹¹ ; le repos n'a pas d'activité en ce sens que « si tout demeurait en repos, il ne se ferait aucun changement, & il ne se produirait aucun effet »⁹². Cette différenciation roule sur l'idée de la passivité de la matière dont convienne tous les partisans de la philosophie mécanique : « le corps de sa nature est un être passif, & qui ne devient actif que par le mouvement qui luy survient, qu'il ne se donne point, & qu'il reçoit d'ailleurs »⁹³ ; le corps en repos ne peut pas spontanément se mettre en mouvement et donc par la suite agir.

De tels qualificatifs associés au mouvement et au repos se retrouvent sous la plume de Régis ; ils ne recouvrent cependant pas les mêmes fondements conceptuels⁹⁴. En effet, suivant Crousaz, Descartes a conclu avec « trop de précipitation » que le repos « étoit aussi actif, & lui a attribué autant de résistance au mouvement, que le repos avoit de force pour vaincre le mouvement. Le Pere Malebranche a relevé cette erreur, avec les autres où elle avoit engagé ce grand Philosophe »⁹⁵. Autrement dit, un mobile met constamment en mouvement un corps au repos ; ce dernier ne possède pas la force absolue que Descartes a bien voulu lui attribuer par l'intermédiaire de la force de repos. Crousaz estime donc que Malebranche a opéré « avec raison » mais qu'il est allé trop loin en faisant du repos « une simple privation, un rien ». En l'occurrence, le corps conserve la même situation spatiale, les mêmes relations de distance et applique « sa surface constamment aux mêmes parties » ; ces termes « signifient » et « les idées qui leur repondent sont des idées réelles & positives »⁹⁶.

⁹¹ J.-P. Crousaz, *Discours*, *op. cit.*, p. 35.

⁹² *Ibid.*, p. 37.

⁹³ J.-P. Crousaz, *Essay sur le mouvement*, *op. cit.*, p. 149.

⁹⁴ Régis définit le mouvement comme une « application successive active » du corps à son voisinage immédiat, et le repos comme une application « successive passive » ; deux forces contraires peuvent s'exercer sur un navire qui tout en repos par rapport à la berge, « s'applique successivement par tout ce qu'il a d'extérieur à diverses parties de l'eau & de l'air qui le touchent immédiatement ». Le repos peut aussi se définir comme « application constante », lorsque le corps avoisine les mêmes parties extérieures, *op. cit.*, tome II pp. 42 et 45. Dans tous les cas, « aucun corps ne peut ne peut se mouvoir luy-même », en ce sens que le « moteur » est la « force mouvante » qui s'identifie à la volonté divine, voir tome II p. 58. En ce sens aussi qu'une mise en mouvement d'un corps ne procède que d'une cause extérieure, soit d'un corps en mouvement, « tout changement qui arrive à un sujet procède d'une cause extérieur », axiome 4, tome I p. 131.

⁹⁵ J.-P. Crousaz, *Discours*, *op. cit.*, pp. 35-36.

⁹⁶ *Ibid.*, p. 36.

Bref, si Crousaz critique Malebranche, cela ne concerne pas le rejet de la force de repos auquel il souscrit mais simplement le refus de considérer le repos comme une privation du fait de configurations spatiales⁹⁷.

L'autre critique adressée à Malebranche porte sur la question de savoir si le choc est cause occasionnelle ou réelle de la redistribution de mouvement. Crousaz opte pour la seconde option. Nous ne détaillons pas ce raisonnement, essentiellement motivé par des questions théologiques et prenant l'exact contre-pied de la doctrine occasionnaliste : si Malebranche voit dans les causes secondes une forme d'idolâtrie nous éloignant de Dieu, Crousaz juge au contraire « plus digne d'elle [la puissance divine] de se déploier pour produire des choses réelles, que pour donner simplement naissance à des riens & à des apparences d'Êtres, pour produire des causes & des forces réelles, que pour faire naître de simples apparences de causes & de forces »⁹⁸. Si Dieu est la cause du premier mouvement, Crousaz n'estime pas que sa volonté soit « la véritable cause des mouvemens qui naissent de

⁹⁷ Malebranche établit « le neant du repos », en considérant que celui-ci n'est qu'une cessation de mouvement, alors que la « destruction » du repos n'entraîne pas le mouvement puisque ce dernier nécessite un terme, un degré de vitesse ; bref, la cessation du repos conduit à une indétermination. Crousaz n'estime pas l'argument « concluant ». Si on détruit une « courbure dans une surface », elle sera plane. Si on détruit « la forme plane », on ne peut pas dire que « la courbure lui succedera, & qu'elle ne sera que la cessation de la portion plane ; car il y a une infinité de courbures ; il faut en introduire une déterminée ». Pour autant, on ne peut pas en conclure « que la position des parties d'une surface plane, n'est qu'une simple negation, que cette position n'est rien de réel, & qu'elle ne doit avoir qu'une definition négative », *op. cit.*, p. 36. Une fois de plus, l'exemple se base sur des caractéristiques spatiales ; il n'affecte pas le raisonnement de Malebranche concernant le rejet de la force de repos.

⁹⁸ J.-P. Crousaz, *Discours*, *op. cit.*, p. 64. Crousaz estime qu'on « dépouille » les créatures de toute activité pour des motifs différents : pour certains (les occasionnalistes), exhiber l'« extrême & absoluë foiblesse » des créatures a pour fin d'« engager les hommes à ne craindre à n'aimer que Dieu » ; pour d'autres, l'absence qu'à la créature d'activité propre les « affranchis de toute crainte, de tout reproche, de toute loi ». Du coup, l'effet de 'vases communiquant' : plus les premiers ont de piété, plus ils doivent craindre d'affermir les autres dans des principes dont les suites implique renversement de la vertu et de la religion. Etant donné les conséquences, les principes du système des causes occasionnelles sont « suspects » et « ils n'en faut pas davantage pour en conclure qu'ils sont faux », *ibid.*, pp. 61-62.

Cet argument de Crousaz des causes secondes « magnifi[ant] la grandeur de ces attributs [de Dieu] » figure aussi parmi les réfutations qu'oppose D. Hume au système des causes occasionnelles, voir *Enquête sur l'entendement humain*, section VII « L'idée de connexion nécessaire », présentation M. Beyssade, Paris, GF Flammarion, 1983, pp. 138-139.

nouveau, dont le choc des mobiles est simplement *l'occasion* »⁹⁹ ; les chocs ne sont pas l'occasion de l'exercice de l'efficace divine mais bien « des *causes veritables & réelles* ».

La divergence métaphysique n'empêche pas la convergence de vues en physique ; dans son exposé sur les « causes réelles » de l'action, à aucun moment Crousaz ne mentionne le repos, mais construit sa rédaction sur cette dissymétrie n'attribuant qu'au seul mouvement une « activité ». L'intérêt des textes de Crousaz tient à ce lien qu'ils tissent entre la notion de passivité, le refus de la force de repos, l'inspiration malebranchiste, et le rejet de l'inertie de la matière et de la réaction. La passivité de la matière au repos n'est plus alors seulement cette absence de mouvement spontané mais l'absence d'inertie ; la résistance éprouvée à une mise en mouvement ne s'expliquera pas par une propriété intrinsèque au corps mais par des facteurs extrinsèques.

2.2.3.2 Critiques de la réaction et de l'inertie

a-J.-P. Crousaz

L'*Essay* de 1728 reproduit le *Discours* de 1720 en y ajoutant des notes marginales ; une de celles-ci porte sur l'interprétation de la perte de mouvement du mobile heurtant un corps au repos. Crousaz écrit qu'on a supposé une « réaction », une « action reciproque, par laquelle le frappé, agit sur le frappant, autant que celui-ci agit sur luy »¹⁰⁰. On peut bien justifier cette perte par cette réaction, mais à condition de ne pas lui prêter trop d'importance, à condition de « la supposer, pour la facilité des calculs, si on trouve qu'elle les rend plus aisés », autrement dit, la raison d'être d'une telle notion dans un discours scientifique ne tiendrait qu'à sa commodité technique. Il faut pas lui conférer une réalité particulière mais la subordonner à un principe de conservation du mouvement. En effet, Crousaz estime l'explication du transfert de mouvement via ce principe « simple & intelligible » alors que la réaction, il « n'en [a] pas sçû [s'] en former d'idée »¹⁰¹. Bref, la

⁹⁹ *Ibid.*, p. 56.

¹⁰⁰ J.-P. Crousaz, *Essay, op. cit.*, p. 110.

¹⁰¹ *Ibid.*, p. 111. Crousaz note que « le corps frappant ne se meut pas, après aussi vite qu'il faisoit avant le choc, non à cause d'une repugnance que le corps eût à se mouvoir, & d'une réaction qu'il luy est opposée ; Mais

réaction comme l'entend Crousaz n'a rien d'une explication et n'est qu'un mot, elle ne répond pas à un critère de clarté au vu d'une matière définie par l'étendue.

Ce premier aperçu concernant la réaction est complété par les « Eclaircissement sur la reaction » et « Eclaircissement sur la force du mouvement », uniquement présents dans le livre de 1728. Ces sections rappellent l'activité du mouvement, seule cause possible d'un changement, la passivité du repos. C'est bien à partir de ces catégories que Crousaz juge que « depuis quelque temps le goût de l'absurdité s'est emparé de quelques sçavans du premier ordre », et « s'est répandu comme une espece de mode ; on étoit las de la clarté, on à attribué au *Repos* une certaine *Force*, dont on n'a aucune idée, & qui de plus est incompatible avec la notion de repos, & tout ce qu'on connoit de sa nature ». Crousaz ajoute que « pour donner plus de Merveilleux a cette hypothese, on s'est fait plaisir à appeller cette force imaginée du nom paradoxe de VIS INERTIAE. Ce paràdoxe a eu assez de charmes pour faire négliger la contradiction »¹⁰².

Si la nature même du repos, c'est-à-dire le caractère passif de la matière, implique une absence de mouvement spontané du corps, elle renvoie aussi pour Crousaz à l'absence de toute force intrinsèque non plus construite sur le schéma de formes substantielles ou de qualités occultes que critique la philosophie mécanique, mais construite dans le cadre d'une dynamique newtonienne¹⁰³ ; on ne peut pas conceptualiser une réaction du corps au repos parce que celui-ci, de par sa nature, ne renferme pas l'idée d'activité dévolue au seul corps en mouvement. Finalement, il en est de la force d'inertie et de la gravité newtoniennes comme des formes substantielles : ces notions manquent de clarté, sont incompatibles avec l'essence de la matière identifiée à l'étendue qui en retour ne permet pas de concevoir l'action ; cette dernière ne peut se concevoir qu'à partir d'un mouvement.

parce que telle est la nature du mouvement, que pour subsister en quantité égale, il faut nécessairement que la vitesse diminuë a proportion que la Masse augmente », *ibid.*, pp. 157-158.

¹⁰² *Ibid.*, p. 168.

¹⁰³ La référence à « quelques savans du premier ordre » jointe à l'appellation « force d'inertie » renvoient directement aux conceptions newtoniennes.

Refus de la force de repos, action à partir du seul mouvement, cette construction dissymétrique fondée sur la nature même du corps semble une conséquence dans le droit fil des théories de Malebranche. S'il convient de se méfier de tout propos établissant une logique nécessaire entre thèses métaphysiques et discours scientifiques, il faut noter cependant que Crousaz lui-même *nous dit* que l'inertie newtonienne est infondée au regard de la nature du corps et conséquemment doit être rejetée. D'autre part, cette dépendance de l'action au seul mouvement semble reconduire la thèse de la double efficace de Malebranche ; s'il critique la « privation » malebranchiste, ce n'est pas pour conférer au corps au repos une réalité dynamique.

b-Privat de Molières

Dans ses *Leçons de phisiques*, Privat de Molières aborde la question de la perte de mouvement d'un mobile dans un fluide. Elle part d'un constat : « quoiqu'il soit vrai qu'un corps au repos n'ait jamais aucune force capable de résister au mouvement ; ce n'est pas à dire pour cela que lorsqu'un corps A rencontre un autre B en repos, le corps A ne doive perdre de son mouvement, & qu'on ne puisse dire en un sens que le corps B, recevant le mouvement que le corps A lui communique, *résiste* au mouvement du corps A »¹⁰⁴. Comme chez Crousaz, cette perte ne donne pas lieu à une conceptualisation particulière, mais n'est qu'une conséquence d'un principe de conservation du mouvement : « M. Newton appelle *Force d'inertie* cette résistance, qui n'est qu'une conséquence de la loi du choc, qui veut que les mouvemens se distribuent aux masses, & que la vitesse du choquant diminue ; ce que l'on peut admettre sans inconvénient »¹⁰⁵. Molières n'entend pas faire de cette force une notion première, mais finalement un nom, une autre façon d'exprimer une perte de mouvement dont la raison est à chercher du côté d'un principe de conservation.

Les réflexions de Molières sur l'inertie le conduisent à des conclusions surprenantes. Il entend défendre une mécanique céleste basée sur les tourbillons de matière et

¹⁰⁴ Privat de Molières, *Leçons de phisique, op. cit.*, tome I, leçon IV, « Du mouvement tant accéléré que retardé, et du Phénomène de la Pesanteur », pp. 270-271.

¹⁰⁵ *Ibid.*, pp. 271-272.

doit alors réfuter les critiques newtoniennes¹⁰⁶. Parmi celles-ci, Molières rapporte une proposition du livre second des *Principia*, à savoir « qu'un mobile dense ou pesant (car par ces mots il [Newton] n'entend qu'une même chose) traversant un fluide d'une égale densité spécifique, c'est-à-dire, dont un volume pareil pèse autant que le mobile », perd la moitié de sa vitesse avant de parcourir trois de ses diamètres¹⁰⁷. Par conséquent, si un fluide aussi « dense & aussi matériel que les cartésiens le supposent » remplit le ciel et les pores des corps terrestres, le mouvement ne peut continuer¹⁰⁸.

Molières accorde ces conséquences à Newton mais désapprouve les prémisses du raisonnement : il faut en effet, selon lui, différencier densité et pesanteur. En l'occurrence, « un corps pesant qui traversera horizontalement l'Ether, n'éprouvera aucune résistance sensible, en le traversant, par la seule raison que l'Ether ne pèse point » ; le mobile ne perdra donc qu'une quantité infiniment petite de sa vitesse¹⁰⁹. Newton n'a pas démontré ce qu'il se produirait si le corps traversait « un fluide autant dense qu'on voudra le supposer, mais dont la pesanteur seroit infiniment petite ou nulle » ; de son raisonnement, on conclut même que plus petite sera la pesanteur spécifique du fluide par rapport à celle du mobile, plus grand sera l'espace parcouru avant que le corps ne perde la moitié de sa vitesse¹¹⁰. Or, une fois pompé l'air de la « machine pneumatique », la matière subtile qui subsiste « n'[a] presque point de pesanteur » tout en restant « très-dense au sens qu'elle remplisse exactement tous les moindres espaces » ; autrement dit, ce n'est pas parce que l'éther est dense qu'il est pesant¹¹¹.

Il faut alors distinguer deux types de matières : une qui pèse car ses parties ne sont pas composées de petits tourbillons ; une autre qui ne pèse pas car composée uniquement

¹⁰⁶ Voir *supra* pour les théories de Molières sur ce thème.

¹⁰⁷ Privat de Molières, *Leçons de physique, op. cit.*, tome I, leçon V « De l'éther et de son insensible résistance », p. 351. Pour une telle proposition, on ne prend pas en compte la viscosité du fluide. Il s'agit de la proposition XXXV-Problème VII du livre II de la section VII du livre II, « Des mouvemens des fluides & de la résistance des projectiles » : « On de mande la résistance qu'éprouve un globe qui se meut uniformément dans un milieu rare formé de très-petites particules égales, en repos & situées à des distances égales les unes des autres », Newton, *Principes TMC*, p. 354.

¹⁰⁸ *Ibid.*, p. 353.

¹⁰⁹ *Ibid.*, pp. 371-372. Proposition VIII : « un corps pesant qui traversera horizontalement l'Ether, n'éprouvera aucune résistance sensible, en le traversant, par la seule raison que l'Ether ne pèse point. Et le mobile ne perdra tout au plus à chaque fois qu'il parcourra dans ce milieu, un de ses diamètres, & qu'il déplacera un volume de ce milieu égal au sien, qu'une quantité infiniment petite de sa force & de sa vitesse ».

¹¹⁰ *Ibid.*, pp. 373-374.

¹¹¹ *Ibid.*, p. 374-375.

de ces petits tourbillons¹¹². On se retrouve alors dans une situation d'hétérogénéité des propriétés physiques de la matière : il y aura cette matière subtile qui tout en étant matière ne pèse pas, parce que non composée du troisième élément ; cette matière pesante car non composée de tourbillons. L'éther n'a pas de pesanteur et dans la logique du raisonnement de Molières prend le statut particulier de matière corporelle n'offrant aucune résistance. La critique newtonienne consistait à dire que la présence de matière impliquait celle d'une force d'inertie donc d'une résistance ; Molières réplique que l'éther est dense au sens qu'il occupe tout l'espace et mais seulement ceci.

Un corps pesant tombe d'environ 15 pieds/s ; si la pesanteur passe à 15pieds/2s, 15 pieds/3s etc. cette pesanteur ne sera plus que le 1/4, 1/9 etc. de la précédente. La pesanteur est une « force mouvante » quantifiée à chaque instant par une quantité de mouvement ; cette pesanteur peut diminuer si pour une même masse la vitesse de chute diminue. La force mouvante appliquée horizontalement afin de produire sur ce corps une même vitesse V horizontale diminuera dans les mêmes proportions que la gravité. En admettant qu'il faille appliquer une force F pour produire une vitesse horizontale V lorsque le corps chute suivant la loi d'accélération de 15 pieds/s, « la force f qu'il faudra employer pour lui procurer la vitesse horizontale V [lorsque la pesanteur du mobile est infiniment petite], sera infiniment petite à l'égard de la force F »¹¹³.

Suit alors l'exemple d'un corps pesant A rencontrant B « dont la quantité de matière qu'il contient est égale à celle de A, & qui ne pèse qu'infiniment peu » ; A ne perd par le choc qu'une quantité « infiniment petite de sa force & de sa vitesse » et B prend la même vitesse que A, car d'après le raisonnement du paragraphe précédent, « cette quantité infiniment petite de la force du corps grave A suffit au corps B, qui ne pèse qu'infiniment peu, pour lui procurer cette vitesse »¹¹⁴. Privat de Molières transpose alors au cas de l'éther : A ne perd donc pas son mouvement dans le fluide et, finalement, « l'insensible résistance de l'Ether » procéderait de son absence de pesanteur¹¹⁵.

¹¹² *Ibid.*, p. 378.

¹¹³ *Ibid.*, p. 381.

¹¹⁴ *Ibid.*, p. 382.

¹¹⁵ Avant de parvenir à cette conclusion, Privat de Molières aura “démontré” que « l'insensible résistance de l'Ether » ne provient ni du mouvement de parties du fluide (proposition VI), ni des pores du corps dans lesquels se faufile la matière subtile (proposition VII).

Molières estime que selon le raisonnement de Newton si la pesanteur spécifique du milieu était infiniment petite par rapport à celle du corps, le milieu n'opposerait pas de résistance ; d'un point de vue newtonien, ceci est exact, car en proportionnant quantité de matière et pesanteur on ne trouve tout simplement plus de milieu mais un espace vide ne s'opposant pas au mouvement. Molières conserve alors cette relation entre absence de pesanteur et de résistance, qui est recevable dans la mécanique newtonienne, mais souhaite pour sa part montrer qu'un milieu de pesanteur infiniment petite n'apporte aucune résistance tout en considérant un espace rempli d'un fluide dense, c'est-à-dire occupant la totalité de l'espace. Il estime alors que plus la pesanteur d'un corps diminue, plus la force horizontale appliquée afin de produire une même vitesse V doit diminuer. Finalement un corps met en mouvement un autre de même quantité de matière mais de pesanteur infiniment petite sans perdre de vitesse.

Ce raisonnement soulève deux difficultés. D'une part, la présence de matière (le fluide) implique pesanteur ; cette dissociation entre pesanteur et densité est arbitraire. D'autre part, pour un corps de quantité de matière déterminée, il n'y a pas de raison que la force appliquée horizontalement doive être influencée par la gravité de direction verticale ; il faudra une même force horizontale pour produire la même vitesse qu'on soit sur Terre ou sur Jupiter, où les pesanteurs au niveau du sol diffèrent.

Cette dépendance entre la vitesse horizontale et la pesanteur d'un corps apparaît encore à travers un autre exemple. Si une boule de plomb repose sur une plaque de marbre, pour la mouvoir horizontalement, « il faut nécessairement vaincre la force verticale qu'il a vers le centre de la Terre ; il ne faut pas seulement y employer une force capable de procurer une certaine vitesse u , il faut encore vaincre la tendance p que le mobile a vers le centre de la Terre. Il faut donc que la force qu'on emploiera soit pf . Or quelque petite que soit la quantité p , la force pf sera toujours infiniment grande par rapport à la force f . Donc selon toutes les loix des Mécaniques, pour mouvoir horizontalement une bale de plomb sur une table de marbre avec une certaine vitesse, il faut y employer une force infiniment plus grande que ne seroit celle qu'on y emploieroit si le moteur n'avoit point de pesanteur »¹¹⁶. Le fait que ' pf ' soit infiniment plus grand que f constitue en soit une surprise, puisque p est infiniment petit. Deux facteurs entraîneraient une perte de vitesse : il faut donner une vitesse u , en

¹¹⁶ *Ibid.*, p. 389. Par ' pf ', il faut lire la somme des quantités scalaires des forces.

conformité avec l'application de la loi de conservation du mouvement (ce qu'on attribuerait à l'inertie) ; il faut vaincre la résistance due à la pesanteur.

Il paraît surprenant qu'en 1740 on puisse encore trouver un tel raisonnement ; Mariotte montrait dès 1673 que la pesanteur n'intervenait pas dans la résistance à une mise en mouvement suivant une droite horizontale¹¹⁷. Dans cet exemple figure, même si Molières ne le conçoit pas ainsi, l'effet d'une force d'inertie (« employer une force pour procurer une vitesse »). L'exemple précédent impliquant la collision de A et B de « même quantité de matière » aboutissait à la conservation de la vitesse de A, et la mobilité de B à la même vitesse puisque sans pesanteur une force infiniment petite suffisait pour procurer à B une telle vitesse ; cette fois-ci, matière et inertie ne font pas bon ménage, B n'entraîne même pas de perte de vitesse. On pourrait remarquer que Malebranche introduisait aussi la pesanteur pour expliquer une résistance ; cela signifiait qu'il fallait prendre en compte l'opposition au mouvement due à la matière subtile. On peut difficilement évoquer cet argument pour Molières puisqu'il cherche justement à montrer l'absence de résistance du milieu.

2.2.3.3 Les explications de la résistance

a-J.P. Crousaz

Nous avons noté que Crousaz et Molières rendaient concevables la perte d'un mouvement par le biais de la loi de conservation du mouvement¹¹⁸. Ils ne vont cependant pas au-delà de l'analyse et s'arrêtent au seuil de la conceptualisation de l'inertie. Certes, de fait son effet se manifeste mais par le refus de l'inertie ou de la force de repos, il rentre dans un schéma explicatif différent de ceux de Newton ou Descartes.

¹¹⁷ Voir chapitre II, 3.2.1 et 3.2.2.

¹¹⁸ On trouve trace d'un tel raisonnement chez P. Varignon en 1692, soit avant sa lecture de Newton. Concernant l'explication de la dureté des corps, il écrit que « quoique le repos n'ait aucune force pour résister au mouvement, néanmoins il faut toujours quelque force pour produire du mouvement ; & qu'il en faut d'autant plus, qu'on veut en produire davantage », MARS 1666-1699, t. XIII, daté du 31 mars 1692, p. 72.

Crousaz analyse les raisons du sentiment de pénibilité qu'on éprouve à mouvoir un corps. En supposant que le milieu extérieur n'agisse pas, la vitesse de notre bras diminue à mesure d'une « Masse poussée » plus grosse, diminution accompagnée « d'un sentiment incommode ». Si on veut maintenir la vitesse constante « la tension des fibres qui deviendrait plus roide seroit encor suivie d'un nouveau sentiment penible ». Ceci fait imaginer dans ce corps une « repugnance à avancer », une « fermeté active à sortir de l'état de repos »¹¹⁹. Crousaz estime que ce ne sont là que des « illusions, & des restes d'Enfance ». La véritable raison est que « pour produire un tel effet, il faut de l'activité, il faut du mouvement, & à proportion qu'il s'en excite dans nos muscles, à proportion que leurs fibres sont tenduës, nous éprouvons de certains sentiments ; Ces sentimens sont l'effet non d'une resistance & d'une réaction dans le corps au repos, mais d'un mouvement qui s'excite dans le nôtre, & qui y est nécessaire pour servir ensuite à ébranler de grosses masses avec une certaine vitesse »¹²⁰.

Crousaz porte donc son intérêt sur l'agent, le patient en retour n'est pas la cause d'une réaction mais subit seulement ; il s'agit finalement de proportionner la cause à son effet, celui-ci n'affectant en rien celui-là. Tout en s'inspirant d'un article de la seconde partie des *Principes* de Descartes¹²¹, Crousaz en détourne le contenu pour conclure dans un sens entièrement contraire à Descartes en adoptant un mode de pensée plus proche d'une relation agent-patient que d'une action-réaction : il ne s'agit pas de poser une équivalence ontologique entre mouvement et repos, de concevoir des forces de repos et de mouvement, mais bien de rejeter toute symétrie conférant au patient une potentialité, une possible réactivité. Lors d'une collision, si on se contente d'entendre par « la réaction du Repos [...] un certain effet qui se produit dans le moteur, un certain état, une certaine modification qui survient toute semblable a celle que le repos y feroit naitre par une réaction, s'il étoit capable d'action », on peut garder la terminologie ; mais il ne faut pas aller au-delà et concevoir une vraie réaction tirant son origine d'une « activité », la perte de vitesse s'expliquant simplement par une conservation du mouvement.

¹¹⁹ J.-P. Crousaz, *Essay, op. cit.*, p. 151.

¹²⁰ *Ibid.*, p. 152.

¹²¹ Il s'agit de l'article 26, voir chapitre I, 1.3.

A travers un autre exemple, dont on pourrait trouver l'origine dans la lecture de Descartes¹²², Crousaz note qu'il ne faut pas moins « d'effort » pour mettre en mouvement de « trois mesures » dans un certain temps un navire dans une eau calme que pour le retenir et empêcher son entraînement lorsqu'il est transporté par un courant allant à cette vitesse. Si ce premier effort à pour cause « la réaction du repos », il faudrait reconnaître dans « l'*Inertie* autant de force, que dans le mouvement [...] ce qu'il seroit facile à refuter »¹²³. En fait, pour la mise en mouvement, il faut « soulever au moins un tant soit peu » l'eau déplacée, et plus vite on meut le navire, plus l'eau se soulève. L'égalité d'effort à fournir vient donc d'une égalité de pesanteur à vaincre ; pour le second cas, « l'Eau coule par un effet de sa pesanteur » et empêcher l'entraînement du navire revient à empêcher le mouvement du fluide soit opposer un obstacle équivalent à la pression du poids ; pour le premier, « il faut vaincre ce même poids, & le soulever avec plus ou moins de vitesse, suivant ce qu'on veut donner au bateau »¹²⁴.

La symétrie tracée par Descartes est donc rompue. Crousaz, ne donne pas une interprétation abstraite de l'expérience consistant à attribuer des propriétés à la matière, mais utilise des propriétés extrinsèques au corps, à savoir la pesanteur du milieu. Il précise que « lorsqu'il s'agit de soutenir, ou de vaincre l'effort de la pesanteur & d'en empêcher l'effet, on a à surmonter un obstacle différent de la simple *Inertie*. Qu'on fasse consister la nature de la pesanteur en ce qu'on voudra ; son efficace, est une efficace de mouvement, & non *de simple paresse à se mouvoir* »¹²⁵.

A l'origine de l'action, d'un changement, il faut un mouvement ; la résistance doit aussi s'expliquer comme telle, n'étant finalement que le résultat d'une opposition de mouvements. Nous avons noté l'existence d'une telle interprétation chez Malebranche et Bayle¹²⁶. Crousaz reprend aussi ce point, mais sans le développer, semblant le laisser ainsi dans un état d'évidence. Dans l'exemple précédent concernant la mise en mouvement d'un

¹²² En l'occurrence toujours cet article 26 avec son exemple de mise en mouvement et d'arrêt d'un bateau.

¹²³ J.-P. Crousaz, *Essay, op. cit.*, p. 246.

¹²⁴ *Ibid.*, p. 247.

¹²⁵ *Ibid.*, p. 248. Bien que la phrase « simple paresse à se mouvoir » puisse faire penser au sens keplérien du terme inertie, Crousaz ne remet pas en cause la persistance du mouvement ; la question qu'il pose est celle de l'existence de la réaction, et l'inertie renvoie alors sous sa plume au sens que lui donne Newton.

¹²⁶ Voir chapitre III, seconde partie. Voir aussi Annexe 3, lettre B3 de Leibniz à Bayle datée du début 1693.

corps par l'action d'un muscle, il précisait que la résistance pouvait venir des « mouvements » des corps environnants, mais qu'il se plaçait dans une situation où « il n'y auroit a l'opposition d'aucun mouvement contraire »¹²⁷.

b-Saulmon

L'étude des collisions reste alors dans une incertitude conceptuelle relativement à l'inertie. Après avoir établi ses règles du choc, Saulmon précise que sa théorie « ne suppose pas qu'une même quantité de mouvement soit employée toute entière en même temps, & à bander le ressort, & à mouvoir les corps en ligne droite selon la direction du plus fort dans l'instant que le ressort acheve d'être bandé, & que les corps tendent à se mouvoir d'une vitesse commune. Elle ne suppose pas non plus aucune propriété des mouvements ou des vitesses des corps après le choc, connue par l'expérience, elle en est indépendante. Elle ne suppose pas non plus que la masse de la matière ait par elle-même une force pour résister & donner du mouvement, ou que le repos en ait une, car tout cela paroît incroyable, à cause qu'une force est le produit de la masse par la vitesse, & que la masse n'a point par elle-même une vitesse, & que le repos n'en a pas non plus. La démonstration est tirée des causes primitives du ressort. Elle ne suppose en ces corps d'autres forces étrangères que les chocs perpétuels ou d'une matière subtile coulante en leurs pores, ou d'un fluide environnant »¹²⁸.

¹²⁷ J.-P. Crousaz, *op. cit.*, p. 151.

¹²⁸ Saulmon, *Du choc des corps à ressort*, *op. cit.*, pp. 138-139. La première partie de la citation fait allusion aux études menées jusqu'alors où, par exemple, pour des corps élastiques, la quantité de mouvement de mouvement d'un mobile heurtant un corps au repos servait à la fois à comprimer et mouvoir les deux corps d'un mouvement commun, comme s'ils étaient inélastiques.

La formulation des règles est indissociable de la recherche de « la cause physique » du ressort. Saulmon modélise le corps élastique par un corps dur auquel on attache un tuyau où circule de l'eau (sensée illustrer le comportement d'un fluide et donc en particulier de la matière subtile) : celle-ci « aura selon sa nature deux directions, l'une à se mouvoir directement selon la direction du tuyau, & l'autre à se mouvoir latéralement, en faisant des efforts continuels contre les parois intérieures ». Lors d'un choc, en supposant seulement un corps au repos (B heurté par A) munit d'un tel tuyau, celui-ci se rétrécit et l'eau fait un effort égal et opposé (les corps reçoivent des « forces égales » et opposées) sur chacun des corps jusqu'à annulation de la vitesse respective ; dans la phase de restitution, « quand le tuyau acheve d'avoir repris sa première figure, l'eau a encore communiqué aux deux corps des forces égales en sens contraires, & égales aux deux premières ». A reçoit donc « en arrière » la « force » $2z$ que B reçoit « en avant », voir pp. 127-128 ; cette quantité $2z$ est celle qui intervient

Nous notions que Saulmon subissait l'influence de Newton et Keill ; il ne va cependant pas jusqu'à admettre « que la masse de la matière ait par elle-même une force pour résister », précisant qu'une telle force ne peut provenir que d'un mouvement. Il semble alors que le recours à la matière subtile, à cette « force étrangère » au corps, puisse à ses yeux se substituer à une inertie¹²⁹. Il rendrait ainsi intelligible une analyse dynamique de la collision reposant sur l'influence anglaise dans le cadre d'une philosophie mécanique d'inspiration malebranchiste qui rejette toute force interne aux corps. Au-delà de la ressemblance formelle du traitement de la collision chez Saulmon et des anglais, les concepts sous-jacents sont donc différents.

2.3 Trabaud et D'Alembert

2.3.1 Le traité de mécanique de Trabaud

L'intérêt de l'ouvrage de Trabaud publié en 1741¹³⁰ est d'offrir plusieurs témoignages. Dans la deuxième et la troisième partie de cette thèse, nous noterons que son contenu relatif à la science de l'équilibre est directement issu de la statique de P. Varignon et évaluerons jusqu'à quel point celle-ci anticipe certains passages du *Traité de dynamique* ; dans ce qui suit, nous remarquons que Trabaud associe de manière explicite l'occasionalisme de Malebranche à un scepticisme quant à la légitimité d'une approche causale de la mécanique. L'occasionalisme vient interroger la pertinence de pratiques scientifiques attribuant des propriétés à la matière et, finalement, par le doute qu'il jette rend nécessaire de fonder une physique sur les seuls effets observables. En l'occurrence, Trabaud

dans les formules de collision, voir *supra* 2.1.2. Par la suite, Saulmon transpose ce premier exemple au cas d'une collision de deux corps chacun doté de son tuyau, voir pp. 128-129.

¹²⁹ Il n'est pas impossible qu'un tel raisonnement figure chez Mazière dans son *Traité des petits tourbillons de la matière subtile* de 1726, lorsqu'il précise qu'un corps au repos résiste par la force de la matière subtile. Malheureusement, Mazière ne précise pas davantage.

¹³⁰ Trabaud, *Principes sur le mouvement et l'équilibre, pour servir d'introduction aux Mécaniques & à la Physique*, J. Desaint et C. Saillant, Paris, 1741 (1^{ère} éd. ; 2^{nde} en 1743 ; toutes les citations proviendront de la première édition).

rapporte une thèse, manifestement courante, reliant l'occasionalisme à une remise en cause de l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes, clef de voûte d'une mathématisation du concept de force (sur un exemple de mathématisation, voir Partie III, chapitre II). Ce livre importe donc si on se place dans une perspective dalembertienne. On sait la critique de l'« axiome » de proportionnalité que mène d'Alembert, « axiome vague & obscur » surdéterminant la force et, en outre, axiome « de peu de justesse & de précision »¹³¹. Il faut signaler que D'Alembert connaît le livre de Trabaud qu'il cite dans chacune des éditions de son *Traité de dynamique*.

2.3.1.1 Science mathématique

L'ouvrage de Trabaud s'ouvre sur une opposition épistémologique entre d'un côté la « *Physique systématique* » et de l'autre la « *Physique mathématique* », toutes deux incluses dans une « *Physique raisonnée, la Physique scientifique* »¹³². Le point commun entre ces deux grandes catégories réside dans leurs prémisses. Suivant l'auteur, les philosophes des derniers siècles raisonnent « tous sur le même principe, que tout ce qui appartient au monde sensible s'opère avec la matière & le mouvement »¹³³. Les divergences essentielles concernent la question des « premières causes » : le premier courant constitue « un corps de principes par le moyen desquels on peut [les] conjecturer avec vraisemblance » et « plus les causes sont intimement liées avec les effets qu'on leur attribue & qu'on en fait dépendre, plus on est assuré d'approcher de la vérité »¹³⁴ ; les adeptes de la seconde, « sentant bien [la] difficulté de pénétrer dans la vraie structure de l'univers, & de parvenir jusqu'aux premières causes [...] bornerent [...] leurs recherches au seul mouvement » car pour « établir la

¹³¹ D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », p. xxij. D'Alembert prend l'exemple d'un corps ayant « une simple tendance à se mouvoir avec une certaine vitesse, tendance arrêtée par un obstacle », ou le même corps animé d'un mouvement uniforme, ou encore subissant une perte progressive de vitesse : « dans tous ces cas, l'effet produit par le Corps est différent, mais le Corps considéré en lui-même n'a rien de plus dans un cas que dans un autre ; seulement l'action de la cause qui produit l'effet est différemment appliquée », p. xxij.

¹³² Trabaud [1741], « Préface », respectivement pp. ij et iij. Trabaud écrit qu'« expliquer la nature » consiste à « amasser les faits », ce qui donne lieu à une « Physique expérimentale », puis à voir « leur dépendance mutuelle ». Si on parvient alors « à nous en représenter plusieurs sous la même idée [...] si [...] nous pouvons déterminer dans quelle proportion ils influent les uns sur les autres ; cet enchaînement dûment connu des causes & d'effets, est ce qui constitue la *Physique raisonnée, la Physique scientifique* », *ibid.*, p. j.

¹³³ *Ibid.*, p. ij.

¹³⁴ *Ibid.*

certitude des conséquences qu'on en peut déduire, il n'est pas nécessaire d'entrer dans les qualitez les plus intimes des corps, ni de connoître leur vraies causes, les causes qui concourent à leur formation ou qui les meuvent » et, du coup, les mouvements étant réglés « par des loix certaines & constantes [...] ce sont ces loix là qu'il importe & qu'il suffit de bien connoître »¹³⁵.

Dans cette seconde voie, « il s'agit d'exprimer les effets naturels par certains rapports », sans que « l'esprit » n'approfondisse ni les premières causes, « ni qu'il discute les premiers principes des corps » et si cette méthode « est la plus aisée », elle est aussi « la plus à la portée de l'esprit humain ; rien ne lui est plus familier que les rapports, & il ne conçoit jamais mieux une chose que lorsqu'on la lui présente à la lumière de quelque rapport »¹³⁶. De même paraît-elle légitime car « dans la Nature [...] tout s'y opere avec poids & mesure ; c'est donc se conformer aux vûes de la Nature, ou de son Auteur, & la suivre pied à pied, que de développer ses opérations par une suite de rapports »¹³⁷.

Trabaud prend alors nettement parti pour cette seconde méthode de philosopher et, dans son chapitre « *Des forces qui meuvent les corps* », précise qu'on « n'examinera point leur nature ni le lieu où elles [les forces] résident ; mais on s'appliquera [...] à connoître [...] la loi suivant laquelle elles agissent »¹³⁸. Cette attitude doit être associée à un certain scepticisme concernant notre aptitude à concevoir une cause.

2.3.1.2 Scepticisme vis-à-vis de tout dynamisme : la réduction des causes aux seuls effets

En effet, si « tout ce qui appartient au monde sensible s'opere avec la matiere & le mouvement », ce dernier « présente deux côtez, l'un éclairé, l'autre ténébreux »¹³⁹ : la

¹³⁵ *Ibid.*, p. iij.

¹³⁶ Trabaud, *op. cit.*, Préface, p. iij.

¹³⁷ *Ibid.*

¹³⁸ *Ibid.*, Livre premier, chapitre second, « *Du mouvement en tant qu'il convient à tous les corps* », p. 37.

¹³⁹ La métaphore des chemins « éclairé » et « ténébreux » développée par Trabaud concernant une étude du mouvement qui, d'un côté, se contenterait de chercher des rapports de distance, vitesse, tandis que de l'autre, elle chercherait à « approfondir son essence » n'est pas sans rappeler les propos de d'Alembert relatif à la démonstration des principes rendue claire et simple à partir de la seule considération du mouvement. De fait, il annonce avoir « détourné la vûe de dessus les *causes motrices*, pour n'envisager uniquement que le Mouvement

recherche des rapports de vitesse, de force etc. n'offre pas de difficultés ; *a contrario*, dans la recherche de la « nature » de cette dernière, de « son essence [...] l'esprit a bien de la peine à se conduire ». Trabaud illustre ceci en exposant deux thèses contradictoires. Tout d'abord par l'exemple classique des occasionalistes. Lorsqu'un corps en choque un autre au repos, « on est porté » à croire qu'il lui donne du mouvement. Mais des philosophes, « élevant leur raison au-dessus des sens, ne peuvent se persuader que la matière étant dépourvue d'intelligence & de volonté puisse produire le mouvement » ; n'ayant « ni force, ni puissance, ni efficacité pour produire », Dieu veut le choc qui « n'est qu'une cause occasionnelle qui [Le] détermine à produire le mouvement actuel conformément aux lois qu'il a établies »¹⁴⁰. Puis, opposés à cette thèse, certains voient le mouvement comme une cause nécessaire, « sa force & son activité [étant] essentiellement attachées à son existence »¹⁴¹. Ces derniers se divisent encore en deux sous-catégories concernant « les différentes manières dont les corps peuvent agir les uns sur les autres » : les partisans de l'impulsion et ceux de l'action à distance¹⁴². Finalement les trois grandes thèses opposées que propose Trabaud reposent sur la confrontation cause première, causes secondes ; soit on adhère à l'occasionalisme, soit on conçoit le corps comme acteur, qu'il s'agisse de l'impulsion ou de l'action à distance. Trabaud voit dans cette diversité d'opinions la preuve « que l'ordre qui règne dans cet Univers est arbitraire de la part du Créateur »¹⁴³.

Trabaud adopte une attitude déjà présente chez Newton dans ses *Principes* en prônant de ne s'en tenir qu'aux phénomènes, aux faits. Concernant la gravitation, propriété de la matière ou non, « on convient assez généralement des effets [...] Ce qui montre bien que pour connaître les effets d'une cause, leur enchaînement & leur dépendance mutuelle, il n'est pas nécessaire de connaître sa nature, ni en quoi elle consiste » et, dès lors, « il suffit que l'on

qu'elles produisent », proscrivant « les forces inhérentes au Corps en Mouvement, être obscurs & Métaphysiques, qui ne sont capables que de répandre les ténèbres sur une Science claire par elle-même », D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », pp. vvj-xvij. Dès lors, d'Alembert « envisage plutôt la Mécanique comme la science des effets, que comme celle des causes », p. xxxj. Pour Trabaud, « cette science claire par elle-même » passe par la considération des seuls effets, des phénomènes, indépendamment de la recherche des causes.

¹⁴⁰ Trabaud, *op. cit.*, « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xvij.

¹⁴¹ *Ibid.*

¹⁴² *Ibid.*

¹⁴³ *Ibid.*, p. xviii.

puisse observer la loi suivant laquelle elle agit »¹⁴⁴. Puisque « la partie de Physique dont l'objet est de pénétrer dans les premières causes [n'a pas] été portée jusqu'à présent à un degré d'évidence capable de convaincre & de dissiper tout doute »¹⁴⁵, on ne peut être certain que de « l'existence des effets, les déduire les uns des autres [...] quoique nous ne connoissions point la nature de leurs causes »¹⁴⁶. La connaissance de l'effet même n'est « pas essentiellement liée avec celle de la cause qui le produit, & ne dévoile point sa nature particulière »¹⁴⁷ et la seule « certitude du phénomène observé » devrait rallier tous les savants. Finalement, gravitation ou impulsion, « puissances attractives » ou « fluide subtil », qu'on aille au-delà des faits et c'est la question de l'inconcevable de l'action qui ressurgit.

Ce raisonnement emprunte probablement à Maupertuis qui, dans son *Discours sur les différentes figures des astres*¹⁴⁸, tirait parti de l'occasionnalisme pour développer la thèse que l'attraction n'était pas plus inconcevable que l'impulsion. Finalement, Maupertuis retournait à ses fins l'argument malebranchiste de la simplicité de la causalité par contact comme cause occasionnelle déterminant l'efficace divine pour demander s'il n'était « pas plus difficile à Dieu de faire tendre ou mouvoir l'un vers l'autre deux corps éloignés, que d'attendre, pour le pouvoir, qu'un corps ait été rencontré par un autre ? »¹⁴⁹. Sur fond de scepticisme, il concluait sur notre impossibilité d'avoir « des corps des idées complètes » et par conséquent de savoir s'il fallait concevoir la gravité comme une propriété appartenant à la matière ; Trabaud note l'impossibilité de concevoir la « nature » de la cause. Pour l'un comme pour l'autre, il importe de s'en tenir à l'évidence des effets.

¹⁴⁴ *Ibid.*, Livre second, Chapitre premier, « Des propriétés les plus générales des corps pesans », p. 103.

¹⁴⁵ *Ibid.*, « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xviiij.

¹⁴⁶ *Ibid.*

¹⁴⁷ *Ibid.*

¹⁴⁸ P.-L. M. de Maupertuis, *Discours sur les différentes figures des astres, où l'on essaye d'expliquer les principaux phénomènes du Ciel*, dans *Oeuvres*, J.-M. Bruyset, Lyon, 1758 (texte publié à l'origine en 1732 ; seconde édition en 1742), reprint Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York, 1974, tome I. L'emprunt concernerait le second chapitre de ce livre (« Discussion métaphysique sur l'Attraction ») où Maupertuis après avoir énoncé que « tout effet réglé, quoique sa cause soit inconnue, peut être l'objet des Mathématiciens, parce que tout ce qui est susceptible de plus & de moins, est de leur ressort, quelle que soit sa nature », cite l'exemple de Galilée qui donna une théorie sans connaître la cause de la pesanteur ; Trabaud donne le même argument, voir « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xviiij.

¹⁴⁹ Maupertuis, *Discours*, *op. cit.*, p. 94.

Contrairement à Maupertuis, Trabaud se réclame ouvertement occasionnaliste. Il rapporte les thèses philosophiques concurrentes citées ci-dessus et la « diversité d'opinion » invite le physicien à la prudence. L'occasionnalisme jette ainsi le doute sur le bien-fondé d'une physique reposant sur des causes secondes et conduit à une certaine circonspection. Malgré tout, par son adhésion à l'occasionnalisme, si Trabaud écrit ne pas examiner « la nature » des forces, c'est aussi, et peut-être avant tout, parce que l'inconcevable de la cause renvoie à l'inconcevable de l'efficace divine.

2.3.1.3 L'occasionnalisme de Trabaud

Et, en effet, Trabaud n'est pas philosophiquement neutre. Il remarque tout d'abord qu'un corps peut en mouvoir un autre, que c'est « une vérité d'expérience », que « le mouvement d'un corps est une cause qui produit un nouveau mouvement, ou du moins qu'un corps qui est mû est un principe d'où le mouvement se communique aux corps qu'il rencontre »¹⁵⁰ ; on pourrait rapprocher cette citation avec un extrait du *Traité de dynamique*, où D'Alembert demande « quelles sont les causes capables de produire ou de changer le Mouvement dans les Corps ? Nous n'en connoissons jusqu'à présent que de deux sortes : les unes se manifestent à nous en même-tems que l'effet qu'elles produisent, ou plutôt dont elles sont l'occasion [...] »¹⁵¹. Chez Trabaud, ce « du moins », cette mention d'un « principe » au lieu d'écrire simplement que le mouvement est « cause », vient apporter une nuance induite par l'occasionnalisme. Certes, l'auteur écrit ne pas vouloir « entreprendre de discuter », ne pas « décider », si les corps en mouvement sont « de vraies causes », si la mise en mouvement lors d'un choc « arrive seulement en vertu d'une loi établie, ou bien parce que dans les corps qui sont mûs, il y a une force agissante & capable de mouvoir, une force qui fasse impression permanente & durable, qui soit elle-même productrice de mouvement », car « les effets du choc n'en seront pas moins connus »¹⁵². Pour autant, il écrit aussi que « lorsqu'on considère les corps en repos ou en mouvement, l'esprit ne découvre pas certainement avec évidence qu'il y a en eux quelque vertu ou puissance pour produire quoi que ce soit. Il paroît au contraire conforme à la droite raison de penser que Dieu seul produit le mouvement, & que le choc n'est que comme une occasion qui détermine cet être suprême à mouvoir les corps qui se

¹⁵⁰ Trabaud [1741], « Livre troisième », « Du choc ou de la force de percussion des corps », p. 209.

¹⁵¹ D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », p. x ; D'Alembert [1743], « Préface », p. x.

¹⁵² Trabaud [1741], p. 209.

trouvent sur le passage d'autres corps qui sont déjà en mouvement » ; ce choc qui « détermine » Dieu n'est pas s'en rappeler des thèses malebranchistes¹⁵³.

Si cette profession de foi de ne s'en tenir qu'aux phénomènes rapproche Trabaud de Newton, remarquons que « l'enchaînement » ou la « dépendance mutuelle » des effets qui présideraient à l'élaboration d'une loi rendant compte de la gravitation fait écho à un autre enchaînement, celui rencontré dans l'exemple occasionaliste des différentes séquences d'une collision : dans un premier temps, un corps A vient heurter B au repos puis, A demeure immobile et, ensuite, B possède une certaine vitesse ; on ne peut affirmer que A soit la cause réelle, mais il faut s'en tenir aux seules consécutives, à la « vérité d'expérience ». Autrement dit, cette épistémologie prônant une physique de type légale est aussi nécessitée par des prises de positions philosophiques. Ainsi, Trabaud souligne l'arbitraire des lois du chocs et l'impossibilité de les établir rationnellement puisque « Dieu étant le maître absolu des lois de la communication du mouvement, auroit pu établir de toutes différentes de celles que l'expérience a fait découvrir : d'où il suit qu'on ne peut pas les déduire de la seule idée que l'on a de la matière & du mouvement »¹⁵⁴.

2.3.1.4 Examen de l'axiome de proportionnalité

Face à la nécessité de ne s'en tenir qu'aux faits, Trabaud pose alors la question suivante : « mais si dans la science du Mouvement on peut se passer de la

¹⁵³ *Ibid.*, p. 210. Sur ce choc comme occasion qui détermine Dieu dans son action, voir Malebranche, *Entretiens sur la métaphysique et sur la religion* (EMR), Entretien VII § V : « Dieu ne communique pas sa puissance aux créatures, & ne les unit entre elles, que parce qu'il établit leurs modalités, causes occasionnelles des effets qu'il produit lui-même ; causes occasionnelles, dis-je, qui déterminent l'efficace de ses volontés ». Voir aussi EMR, VII § XII (« la nature des corps, leur impénétrabilité l'obligera à en faire de telles [des lois du mouvement] qu'il jugera à propos ; & il se détermine à celles qui sont les plus simples, si elles suffisent à l'exécution des ouvrages qu'il veut former de la matière ») ; RDV, Eclaircissement XV, p. 217 (« Dieu par la première des lois naturelles [le mouvement se fait en ligne droite], veut positivement, & fait par conséquent le choc des corps : & qu'il se sert ensuite de ce choc qui l'oblige à varier son action, à cause que les corps sont impénétrables, comme d'une occasion pour établir la seconde loi naturelle [les mouvements se communiquent à proportion et selon la ligne de leur pression], qui règle la communication des mouvements »).

¹⁵⁴ Trabaud, [1741], « Livre troisième », « Du choc ou de la percussion des corps », p. 217.

considération des causes, que deviendra l'axiome si trivial & d'un usage si fréquent : savoir, *Que les effets sont proportionnels aux causes ?* »¹⁵⁵.

La critique de cet axiome apparaîtra chez Maupertuis bien après la publication de la première édition du *Traité de dynamique* et il semble redevable sur ce point à D'Alembert¹⁵⁶. Autrement dit, dans sa rédaction de 1741, Traubaud ne reprend pas le contenu d'une analyse qui figurerait dans l'œuvre de Maupertuis ; quoi qu'il en soit, l'examen sur l'axiome apparaît comme une conséquence logique de la thèse de l'inconcevabilité de la cause développée dans le *Discours de la figure des astres*, puisque l'axiome invite à surdéterminer le concept de force.

Traubaud n'entend pas « exclure toute cause », mais il convient de s'entendre sur le terme : « dans la nature les effets tiennent les uns aux autres ; & par cette dépendance réciproque, ils influent aussi les uns sur les autres ». Aussi un effet produit peut, à son tour, « devenir cause & produire d'autres effets »¹⁵⁷. Quand même la nature des causes serait cachée, cela n'empêcherait pas « que leur efficace, leur puissance, leur action ne se manifeste, & que nous ne puissions comparer les effets par le rapport connu des forces que ces causes exercent »¹⁵⁸. Aussi par « causes », entend-on dans l'axiome « les causes prochaines & immédiates ; ou si l'on entend des premières causes, le sens regarde leur action, & non leur nature »¹⁵⁹. Un « grand nombre de Philosophes » soutient que les corps n'ont ni puissance, ni action, que « Dieu opere tout, que les corps ne sont que des causes apparentes ; qu'ainsi c'est en vain qu'on leur attribue des effets, & que c'est sans raison qu'on prétend que ces effets leurs sont proportionnels » ; quoi qu'il en soit, que Dieu détermine l'effet du choc « dépendamment des masses & des vitesses » ou que, pour les autres, « les corps

¹⁵⁵ *Ibid.*, « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xix.

¹⁵⁶ A. Firode, *La dynamique de D'Alembert, op. cit.*, pp. 20-22. Un premier développement critique de la notion de force figure dans *L'Essai de Cosmologie* de 1750 ; il sera complété par la publication de *L'Examen philosophique de la preuve de l'existence de Dieu* (1756) où Maupertuis, après le constat de notre méconnaissance de la force, dénonce les explications causales et en particulier le recours à l'axiome de proportionnalité.

¹⁵⁷ Traubaud donne l'exemple d'un corps et chute libre, un « principe » venant lui donner un mouvement et le faisant descendre ; le mobile, par son mouvement, déplace de l'air qui à son tour vient faire impression sur d'autre corps. L'effet (mouvement de l'air) peut à son tour être une cause.

¹⁵⁸ Traubaud [1741], « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xix. Voir d'Alembert [1758], art. 22 p. 26 : « nous ne prendrons jamais le rapport de deux forces que pour celui de leurs effets ».

¹⁵⁹ Traubaud [1741], « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xix.

exercent une vraie action », « si on ne fait attention qu'à l'effet, & non à la maniere dont il est produit, on l'aura également [...] puisque dans l'une & l'autre hypothèse l'effet est déterminé par les mêmes circonstances »¹⁶⁰ ; « quelque sentiment que l'on embrasse sur la nature des causes, on parvient aux mêmes veritez »¹⁶¹.

Nous avons souligné l'occasionnalisme de Trabaud ; ce qu'il prête aux « Philosophes » vaut donc aussi pour lui. Il rapporte ici une opinion apparemment répandue et issue de l'occasionnalisme : cette doctrine vidant les corps de toute potentialité, ceux-ci ne deviennent que « causes apparentes », soit causes occasionnelles, qui, en tant que telles, ne sauraient fonder l'axiome de proportionnalité. Il ne fait là que reprendre l'exemple traditionnel des occasionnalistes, celui du mobile heurtant un corps au repos : ce premier mouvement ne peut être pris pour une « vraie cause » et cet exemple pose en retour la question du bien-fondé de l'axiome de proportionnalité. Car en effet, un tel exemple est souvent pris comme une illustration du concept de « force motrice » : un auteur comme Varignon écrirait que dans une telle collision le mobile incident exerce une « puissance motrice » ou une « force motrice » produisant une quantité de mouvement dans l'autre corps ; en application de l'axiome de proportionnalité ce changement est l'effet de la « puissance » (voir Partie II, Chapitre II, 1.2).

Si cette position annonce celle de D'Alembert, nous sommes cependant au milieu du gué. En effet, il existe toujours dans la pensée Trabaud la nécessité d'une action, d'une cause. Certes, la certitude de la mécanique, si elle s'en tient aux effets, ne dépend pas de la diversité des opinions philosophiques (cause première ou causes secondes). C'est en substance la thèse défendue par D'Alembert lors de son examen de la querelle des forces vives : « qu'on propose le même Problème de Méchanique à résoudre à deux Géometres, dont l'un soit adversaire & l'autre partisan des forces vives, leurs solutions, si elles sont bonnes, seront toujours parfaitement d'accord »¹⁶². D'Alembert dénonce alors « l'axiome vague & obscur » fondant la proportionnalité de la force à « l'élément de vitesse », principe « inutile » et « banni » de la mécanique¹⁶³, puis le critique en montrant qu'une « même cause »

¹⁶⁰ *Ibid.*, p. xx.

¹⁶¹ *Ibid.*

¹⁶² D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », pp. xxij-xxiv.

¹⁶³ *Ibid.*, p. xii.

diversement appliquée peut produire des effets différents¹⁶⁴. Mais, pour sa part, Trabaud fait jouer à cet axiome de proportionnalité un rôle opératoire dans un discours scientifique ; il ne remet pas en cause sa pertinence et l'invoque pour rejeter la force vive comme mesure de « la force d'un corps en mouvement »¹⁶⁵. Même inconcevable, il existe une « efficace », une « action », une « puissance » productrice de mouvement que son occasionalisme rattache à Dieu. Autrement dit, à la prise en compte des seuls effets ne fait pas suite la thèse d'une inutilité de l'axiome de proportionnalité comme on peut la rencontrer chez D'Alembert, sans doute par le fait que Trabaud donne une solution théologique au problème de la causalité. Ainsi, le rapport d'effets permet d'élaborer une science, il définit aussi un rapport de forces, mais celles-ci ne sont pas totalement que des noms, puisque rattachées à une efficace divine. Le scepticisme de Trabaud n'est pas celui de Maupertuis ou D'Alembert, l'inconcevable de la cause ne conduisant pas à un rejet du concept de force productrice.

Dans d'autres passages de son livre, Trabaud écrit ne pas examiner la question de la « cause efficiente, c'est-à-dire qui produit le mouvement » ; que celui-ci provienne de l'action divine ou de causes secondes, « rien n'empêche que pour la clarté du discours, on ne considère cette force comme appliquée au corps qui choque, & comme faisant impression »¹⁶⁶, il soutient n'en rien décider, que « les effets du choc n'en seront pas moins

¹⁶⁴ *Ibid.*, voir pp. xxij-xxiij.

¹⁶⁵ Trabaud maintient la proportionnalité dans son analyse du mouvement et lui confère, restant en cela fidèle à Varignon, le statut d'axiome ; il écrira qu' « une force constante produit pendant des instans égaux des degrez égaux de vitesse. La force variable communique pendant des instans égaux des degrez inégaux de vitesses : or quelle que soit la loi qui règle l'action de la puissance, les degrez de vitesses sont proportionnels à ses efforts ; un effort double communique au corps une vitesse double, un effort triple est suivi d'une vitesse triple. Suivant l'axiome universellement reçu, *Les effets sont proportionnels aux causes qui les produisent* », Trabaud, « Livre premier », « Chapitre second », « Des forces qui meuvent les corps », p. 38. Dans le même chapitre, dans une section intitulée « Réflexions sur les forces des corps en mouvement, & sur la maniere de les comparer », Trabaud rejette la mesure leibnizienne de la force dans un raisonnement s'appuyant sur la proportionnalité de l'effet à sa cause, voir en particulier pp. 50-52. D'Alembert, dans une critique s'appuyant sur le constat de la diversité de la mesure de la cause que lui inspire la querelle des forces vives, rejette tout à la fois les aspects métaphysique et opératoire de l'axiome. Sur ce point, voir V. Le Ru, *Jean Le Rond D'Alembert philosophe*, Vrin, Paris, 1994, chapitre cinq, « La querelle des forces vives », pp. 77-92.

¹⁶⁶ *Ibid.*, « Livre troisième », « Du choc ou de la percussion des corps », p. 210.

connus » et que « c'est tout ce qu'[il] se propose dans ce traité »¹⁶⁷. Finalement, « dans la science du Mouvement on peut se passer de la considération des causes »¹⁶⁸ en ne faisant « attention qu'à l'effet & non à la manière dont il est produit »¹⁶⁹. Si on s'en tenait à ce niveau de lecture du livre de Trabaud, ses thèses préfigureraient celles de D'Alembert. En effet, on approche d'une thèse d'une force conçue comme un simple nom, une commodité de langage ; D'Alembert écrivait ne se servir « du terme obscur de *force* » que pour « éviter les circonlocutions »¹⁷⁰ ou encore que « plus l'obstacle qu'un Corps peut vaincre, ou auquel il peut résister, est considérable, plus on peut dire que sa force est grande, pourvu que sans vouloir représenter par ce mot un prétendu être qui réside dans le Corps, on ne s'en serve que comme d'une manière abrégé d'exprimer un fait »¹⁷¹.

Notons que Trabaud adopte toujours une posture du pédagogue rapportant les différentes thèses en concurrence ; soit on ne reconnaît que l'action divine, soit on soutient l'existence de causes secondes¹⁷². La diversité des thèses, cette alternative nous place devant un fait : la causalité reste incompréhensible au savant. Trabaud ne rompt pas ce cercle, ce qui le conduirait à la thèse radicale de D'Alembert du rejet d'une physique causale : « quelque sentiment qu'on prenne sur ce point [cette alternative] [...], il faut cependant reconnoître que la production du mouvement est l'effet d'une cause : or comme on est porté à croire qu'une force se trouve là où elle exerce son action, & où elle produit son effet, rien n'empêche pour la clarté du discours » de considérer qu'un mobile exerce une « vraie force » sur un autre¹⁷³. La mise en parallèle des thèses concurrentes n'aboutit pas à une autre manière de faire de la mécanique en évinçant tout dynamisme.

Trabaud n'échappe donc pas à une physique de type causale ; il fait de l'axiome de proportionnalité un instrument essentiel de la mathématisation de la force et subit

¹⁶⁷ Trabaud, « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xx. Si Trabaud écrit ne rien « décider » quant à l'alternative concernant la causalité (causes secondes ou cause première), la « droite raison » lui fait adhérer cependant préférer l'occasionalisme.

¹⁶⁸ *Ibid.*, « Reflexions sur le mouvement en forme de Dissertation », p. xix.

¹⁶⁹ *Ibid.*

¹⁷⁰ D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », p. xxxiv.

¹⁷¹ *Ibid.*, p. xix.

¹⁷² Le livre de 1741 se veut un manuel, voir Annexe 7.

¹⁷³ Trabaud 1741], « Livre troisième », « Du choc ou de la percussion des corps », p. 210.

en cela l'influence de Varignon¹⁷⁴. Il est ainsi à la croisée des chemins : le tout dynamisme se voyant tempéré par la réflexion sur la causalité mais ceci ne le conduit pas encore à la physique radicalement autre de D'Alembert. Quoi qu'il en soit, on trouve cette tendance à conserver un terme (la force) pour la « clarté » du discours, le recours à un vocabulaire, celui des savants favorables aux causes secondes qui soutiendraient qu'un corps « fait impression », exerce « une vraie force ou puissance » sur un autre, n'est conservé qu'à titre de commodité ; on rencontre la nécessaire prise en compte des effets indépendamment des modes de production ; et ce questionnement sur le devenir de l'axiome « trivial & d'un usage si fréquent » de proportionnalité de la cause et l'effet. Autant de thèses inspirées par l'occasionnalisme, par le doute qu'il vient jeter sur les fondements d'une physique qui reposerait sur des causes secondes ; autant de thèses qui préfigurent les réflexions de D'Alembert.

2.3.1.5 Inertie

Conserver le terme de force pour la « clarté du discours » c'est en substance la thèse de Crousaz et Privat de Molières concernant la « réaction » et la « force d'inertie » ; ils ne conservaient les expressions que par commodité, finalement pour abrégier le discours, tout comme D'Alembert écrirait ne se servir « du terme obscur de *force* » que pour « éviter les circonlocutions ».

Pour Traubaud, la « force d'inertie » est avant tout un effet constaté. La résistance éprouvée à une mise en mouvement ne provient ni de la pesanteur du corps, ni du milieu¹⁷⁵. Elle ne dérive pas « d'une vraie force qui réside dans les corps & qui leur soit comme inhérente & naturelle, car outre que l'on ne conçoit pas bien comment il se peut faire qu'une telle force n'agisse qu'au moment du choc ; c'est que l'on ne voit pas non plus comment elle peut résister en même-temps suivant plusieurs directions, lorsqu'un corps est choqué à la fois par plus d'un côté ; ou encore comment elle change de direction suivant le

¹⁷⁴ Nous aurons l'occasion de mentionner cette influence dans Partie II, chapitre II et Partie III, chapitre III.

¹⁷⁵ L'auteur cite les expériences de pendule de Mariotte que nous mentionnions dans le second chapitre ; voir Traubaud, « Livre troisième », « Du choc ou de la percussion des corps », p. 214.

besoin & suivant que la force motrice en change elle-même ». Puisque rien ne peut expliquer cette résistance ni « au dehors & au-dedans », « il s'ensuit qu'elle ne peut être que l'effet immédiat de la volonté du Créateur, qui par un choix très-libre, a voulu que le choc ou l'impulsion fût un moyen pour communiquer le mouvement, & que la résistance des corps pût occasionner le choc : car sans la résistance le choc n'est pas bien intelligible : un corps ne s'applique à un autre, & ne le presse qu'autant que celui-ci lui résiste »¹⁷⁶. L'impénétrabilité qui conditionnait le choc selon Malebranche ne suffit donc plus ; Trabaud y adjoint la résistance de la matière qui implique réciprocity d'actions dans la percussion. Alors, « ce que M. Neuton appelle *force d'inertie* [...] rien n'empêche qu'on en fasse usage »¹⁷⁷ à condition toutefois de ne pas y voir une « vraie force qui réside dans les corps & qui leur soit comme inhérente & naturelle »¹⁷⁸. En ce sens, l'inertie n'est pas comprise comme une propriété de la matière, mais cette résistance vient compléter l'énoncé malebranchiste d'une loi de persistance qui ne concernait que le seul mouvement.

Il faut noter que Trabaud se distingue de Crousaz et Molières ; pour ces derniers la résistance du corps au repos est inutile, alors que Trabaud pense que mouvement et repos ont le même degré ontologique. Les uns reconduisent à la lettre les thèses de Malebranche, l'autre subira sans doute l'influence de Newton concernant la nécessaire prise en compte d'une résistance¹⁷⁹. Quoi qu'il en soit, pour les uns, l'effet constaté (la perte de mouvement d'un mobile heurtant un corps au repos) dérive d'une interaction pensée sur le mode agent-patient, et si pour Trabaud il provient d'une vraie résistance comme expression d'une volonté de Dieu, pour chacune des deux parties la « force d'inertie » est avant tout un nom rendant compte d'un effet et non d'une conception dynamiste de la matière.

2.3.2 D'Alembert

¹⁷⁶ *Ibid.*, pp. 214-215.

¹⁷⁷ *Ibid.*, pp. 215.

¹⁷⁸ *Ibid.*

¹⁷⁹ Sur cette influence de Newton sur Trabaud, voir Partie II, Chapitre III, 4.4.

D'Alembert connaît le livre de Trabaud qu'il cite dans les deux éditions de son *Traité* ; précisons cependant que D'Alembert n'invite à consulter cet ouvrage que pour son exposé de la science des machines et donc en aucun à propos de la question de la causalité¹⁸⁰.

Nous aurons l'occasion de développer la critique de D'Alembert des démonstrations de la persistance du mouvement ; il rejette les thèses supposant un « Etre dont on n'a point d'idée nette », à savoir « une force qu'on imagine dans la matiere & dont on n'a point d'idée nette », propos visant aussi bien la *vis insita* newtonienne que les « forces inhérentes » leibniziennes, ou encore refuse la notion d'indifférence¹⁸¹.

Nous notons que Malebranche développait des critiques centrées sur la force de repos en posant la question de l'origine de cette résistance. D'Alembert n'ignore pas les thèses malebranchistes ainsi que leurs conséquences, à savoir le rejet du concept newtonien d'inertie et du concept de réaction. En effet, dans l'art. « Mouvement » de l'*Encyclopédie*, il cite l'« *essai* de M. de Crousaz sur le *mouvement*, qui fut couronné par l'académie des Sciences »¹⁸² en 1720, comme une des nombreuses références à consulter sur la science du mouvement. Le prix remporté par Crousaz porte le titre de *Discours sur le principe, la nature, et la communication du mouvement* ; la citation précédente contenant « *essai* » et « *mouvement* » en italiques fait donc plutôt référence au livre de 1728 s'intitulant *Essay sur le mouvement, où il est traité de sa Nature, de son Origine, de sa Communication, des Chocs des Corps qu'on suppose parfaitement Solides, du Plein & du Vuide, & de la Nature de la Reaction* où se trouve inséré le prix en question. L'intérêt de cet ouvrage réside dans les nombreux ajouts qu'apporte Crousaz au texte de 1720 ; ajouts parmi lesquels figure un rejet explicite de l'inertie newtonienne motivé par une adhésion à des thèses malebranchistes¹⁸³.

¹⁸⁰ D'Alembert [1758], I, III, art. 59, p. 71. En ce qui concerne « le détail des différentes Machines », il renvoie le lecteur à « la Méchanique de M. Camus[...] & à l'Ouvrage de M. Trabaud, qui a pour titre : *Principes sur le Mouvement & l'Equilibre* ; Ouvrages ou cette matière est traitée avec exactitude & clarté ». Voir aussi D'Alembert [1743], I, III, art. 49, p.48. L'ouvrage de Camus s'intitule *Traité des forces mouvantes pour la pratique des arts et métiers, avec une application de vingt machines nouvelles et utiles*, C. Jombert, Paris, 1722. Nous reviendrons sur la statique de Varignon et son influence sur Trabaud dans les deux parties suivantes.

¹⁸¹ Voir partie III, chapitre I.

¹⁸² *Encyclopédie*, art. « Mouvement », tome 10, p. 840.

¹⁸³ Voir *supra*, chapitre IV 2.2.3.1 et 2.2.3.2 a pour les ajouts de 1728.

Ce même art. « Mouvement » contient la traduction quasi-intégrale d'un commentaire de S. Clarke présent dans ses annotations du livre de J. Rohault. Nous avons déjà rencontré ce passage ; il s'agit du moment où le philosophe anglais examine la conception malebranchiste du repos comme « pure privation de mouvement », opposant Malebranche à Descartes, dénonçant la « pétition de principe » du raisonnement de l'oratorien, concluant sur l'existence de l'inertie de la matière. Cette notion de « privation » que Clarke récuse entre à ses yeux en contradiction avec l'inertie newtonienne¹⁸⁴. Ce passage rédigé/traduit par Formey, sans aucun doute relu par D'Alembert qui écrit la suite de l'article, témoigne de la connaissance d'une question centrale de la mécanique de Malebranche, la critique de la force de repos cartésienne, de même que celle de ses conséquences, comme en atteste aussi la référence à J.-P. Crousaz, à savoir ce refus du concept newtonien d'inertie.

Dans le *Traité de dynamique*, D'Alembert critique la démonstration du principe d'inertie basée sur la notion d'indifférence ; elle signifie finalement « qu'il n'est pas essentiel à la matière de se mouvoir toujours ni d'être en mouvement », s'en pour autant impliquer qu'un mobile ne puisse tendre au repos. D'Alembert ne soutient pas une telle thèse, mais écrit qu'« on pourroit penser qu'il ne faut autre chose à un Corps pour être en repos, que d'être un Corps, au lieu que pour le mouvement, il a peut-être besoin de quelque chose de plus, qui doit être, pour ainsi dire, continuellement reproduit en lui »¹⁸⁵ à l'instar de ce que nous « éprouvons dans le mouvement de notre corps, qui pour se mouvoir à besoin d'un effort continu, lequel se consume & renaît à chaque instant »¹⁸⁶.

La trame du raisonnement, cet anthropomorphisme qui nous ferait attribuer au mouvement un surcroît d'être d'après le sentiment d'effort et pénibilité que nous éprouvons

¹⁸⁴ Voir *supra*, chapitre III 1.2.4. Pour la traduction dans l'*Encyclopédie*, voir art. « Mouvement », tome 10, p. 832. Elle débute de « si le repos est une pure privation... » jusqu'à « ...par rapport à la densité & la quantité de matière de l'autre ». Le passage anglais correspondant commence par « whether Rest be a mere *privation* ... » pour terminer à « ... to the Density or Quantity of Matter in the other ». Contrairement au texte anglais, l'article ne contient ni la référence au passage concerné dans RDV, VI, II, IX, ni la mention du théologien français F. Clerc.

¹⁸⁵ D'Alembert [1758], I, I, art. 7, pp. 7-8 ; D'Alembert [1743], I, I, art. 7, pp. 6-8. Ce raisonnement identique dans l'article « Force d'inertie », tome 7, p. 111. Pour une analyse des critiques dalembertiennes des démonstrations traditionnelles du principe d'inertie, voir Partie III, Chapitre I.

¹⁸⁶ D'Alembert [1758], I, I, art. 7, p. 8 ; D'Alembert [1743], I, I, art. 7, pp. 6-8

en nous déplaçant, renvoie à une critique d'inspiration cartésienne de thèses scolastiques¹⁸⁷. Il n'est pas improbable que D'Alembert emprunte aussi à Malebranche. En effet, si cette idée « qu'il ne faut autre chose à un Corps pour être en repos, que d'être un Corps, au lieu que pour le mouvement, il a peut-être besoin de quelque chose de plus » doit résumer une argumentation de type scolastique, notons sa ressemblance avec la thèse de la double efficace de l'oratorien présente dans *RDV*, VI, II, IX, partie où Malebranche conçoit le repos comme « privation de mouvement »¹⁸⁸ et où justement il introduit cette notion d'indifférence (« la matiere paroît [...] indifférente au mouvement & au repos, & absolument sans aucune force »¹⁸⁹).

Sans toutefois apporter une conclusion définitive sur cette éventuelle présence malebranchiste, l'article « Force d'inertie » de l'*Encyclopédie* peut aussi orienter la rédaction de l'art. 7 du *Traité* en direction de cette piste. D'Alembert y commente cette croyance nous portant à supposer « dans un corps en mouvement un effort ou énergie, qui n'est point dans un corps au repos », qui vient de ce que « nous sommes toujours portés à transférer aux corps inanimés les choses que nous observons dans notre propre corps »¹⁹⁰ ; il s'agit de l'argument développé dans l'art. 7 du *Traité*. Finalement, de ce mot « force » appliqué aux corps on ne peut attacher que trois sens : « 1°. celui de la sensation que nous éprouvons, & que nous ne pouvons supposer dans une matiere inanimée : 2°. celui d'un être métaphysique, différent de la sensation, mais qu'il nous est impossible de concevoir, & par conséquent de définir : 3°. enfin (& c'est le seul sens raisonnable) celui de l'effet même, ou de la propriété qui se manifeste par cet effet, sans examiner ni rechercher la cause ». D'Alembert, prône de n'entendre par le mot rien d'autre que l'effet et alors « nous ne voyons rien de plus dans le mouvement, que dans le repos, & [...] nous pouvons regarder la continuation du mouvement, comme une loi aussi essentielle que celle de la continuation du repos ». Le propos pourrait s'arrêter là mais D'Alembert poursuit en notant que chaque état possède une force d'inertie : « Mais, dira-t-on, un corps au repos ne mettra jamais un corps en mouvement ; au lieu qu'un corps en mouvement meut un corps au repos. Je réponds que si un corps en mouvement meut un corps en repos, c'est en perdant lui-même une partie de son

¹⁸⁷ Propos à mettre en parallèle avec l'art. 26 de la Partie II des *Principes* de Descartes, voir *supra* Chapitre I.

¹⁸⁸ Voir *supra*, chapitre III, 1.2.2.

¹⁸⁹ Voir *supra* chapitre III, 1.2.1.

¹⁹⁰ *Encyclopédie*, art. « Force », tome 7, p. 111.

mouvement ; & cette perte vient de la résistance que fait le corps au repos au changement d'état. Un corps en repos n'a donc pas moins de *force* réelle pour conserver son état, qu'un corps en mouvement, quelque idée qu'on attache au mot *force* »¹⁹¹.

Que cette force pour le repos soit aussi « réelle » que celle associée au mouvement est justement remise en cause par les thèses de Malebranche ; on pourrait rapprocher cette dernière citation des critiques de Leibniz à l'encontre de l'absence d'inertie chez l'oratorien : « Le repos n'a point de force pour résister au mouvement. Je l'avoue, mais la matière a une inertie naturelle car elle ne peut être mise en mouvement, sans qu'il en coûte au moteur quelque chose de sa force »¹⁹². Un renvoi de l'article « Force d'inertie » invite à consulter l'article « Mouvement », celui-là même où Formey mentionne et critique la thèse malebranchiste du repos conçu comme une « privation » de mouvement, thèse accordant un surcroît d'être à ce dernier, et article où D'Alembert cite l'ouvrage de 1728 de J.-P. Crousaz qui contient un long développement inspiré par Descartes (*Principes*, Partie II, art. 26) et Malebranche (RDV, VI, II, IX) concernant justement cette argumentation anthropomorphique à l'issue de laquelle l'auteur suisse, en suivant les thèses de Malebranche, rejette la force de repos cartésienne et l'inertie du corps au repos¹⁹³. Nous n'affirmerons pas que D'Alembert “répond” aux malebranchistes qui rejettent le bien-fondé de la force de repos ; il peut très bien dans ces articles critiquer des thèses d'inspiration scolastiques. Notons cependant que la lecture de l'article 26 de Descartes menée par Crousaz rend aussi plus contemporaine cette question d'une dissymétrie entre repos et mouvement.

¹⁹¹ *Ibid.*

¹⁹² Voir lettre de Leibniz à Malebranche de 13/23 mars 1699, Annexe 3, lettre B9.

¹⁹³ Nous avons analysé ce passage du livre de J.-P. Crousaz, voir supra 2.2.3.3 a.

Conclusion

Les travaux de Mazière, Molières, Saulmon, Crousaz, s'inspirent de Malebranche. S'ils s'en éloignent concernant certaines explications particulières (dureté, élasticité) tous ont en commun de poursuivre cette réflexion sur l'absence de force de repos, de concevoir le mouvement comme unique source d'action.

La lecture de Newton ou plus généralement de la science anglaise permet aux études du choc de prendre une tournure dynamique ; il y est question de compressions égales et opposées et cette fois-ci, le partage d'une vitesse respective en proportion inverse des masses semble laisser place à une meilleure compréhension dynamique du phénomène de compression mutuelle ; les raisonnements basés sur une notion d'équilibre laissent place à l'application d'une loi d'égalité de l'action et de la réaction. Une loi cependant tronquée, et donc au regard de l'axiomatique newtonienne, certainement pas une loi ; ces savants refusent l'inertie et cherchent à en rendre compte par des éléments extrinsèques aux corps. On ne peut donc pas parler de conceptualisation de l'inertie et de la réaction, puisqu'on cherche à rendre raison d'une résistance suivant le schéma d'une philosophie mécanique rénovée par Malebranche, où la résistance est conséquence d'un mouvement opposé ; les newtoniens considèrent l'inertie comme propriété première, les malebranchistes doivent rendre raison d'une résistance.

La loi de conservation du mouvement apporte aussi une justification commode à la perte de vitesse d'un corps incident pour ceux qui refusent la force de repos ; le mouvement étant commun pour les chocs inélastiques ou devant l'être ne serait-ce qu'un instant lors des chocs élastiques, la quantité de mouvement d'un corps se retrouve dans l'agglomérat des deux corps et l'augmentation de la masse entraîne nécessairement une diminution du mouvement du mobile incident. Dans ce raisonnement, ce qui apparaît comme un résultat de l'inertie n'est en fait qu'un dérivé d'une loi de conservation, une conséquence logique et en tant que telle ne nécessitant pas l'attention particulière que lui conférerait une conceptualisation. Certes le "principe d'inertie" cartésien n'est pas celui de Newton ; basé sur une loi de conservation, lui seul permet une action. Mais au moins trouve-t-on une équivalence entre mouvement et repos. Malebranche et ses disciples s'éloignent encore plus

du principe newtonien que le “principe d’inertie” cartésien ne s’en éloignait. Ils en font la même application que Descartes, seule la persistance permet une action, mais l’énoncé bicéphale n’a plus lieu d’être : seul le mouvement importe dans une nouvelle loi de permanence refondue par l’oratorien. Le concept malebranchiste d’action ne recouvre plus son sens cartésien.

Un texte de Dortous de Mairan permettrait de situer l’embarras de certains savants français pris entre les mécaniques de Malebranche et de Newton¹⁹⁴. Mairan conçoit « toute tendance, toute *sollicitation* au mouvement » telles que « la pesanteur, les attractions magnétiques & électriques », comme « l’effet de quelque mouvement »¹⁹⁵. Mais qu’en est-il de l’inertie ? Faut-il concevoir cette résistance comme procédant d’un mouvement ? « *L’inertie* de la matière, qu’elle qu’en soit la cause ; cette résistance, plus ou moins grande, qu’elle apporte à être tirée du repos, & à recevoir un mouvement fini, en raison de sa masse, ne peut-elle pas à la rigueur être conçue comme l’effet de quelque mouvement ? » Manifestement, Mairan répond par l’affirmative : « du moins & incontestablement doit-elle être conçue comme une force actuelle, qui agit par quelque mécanisme qui nous est caché »¹⁹⁶. L’idée du « mécanisme », d’une « force actuelle », laisserait à penser qu’on peut rendre raison de l’inertie, qu’elle n’est pas première ; Mairan prendrait acte de l’existence de cette résistance sans savoir vraiment comment l’expliquer. Une incertitude dont témoigne sans doute l’alternative concernant la masse qui est conçue comme « une véritable force, ou tient lieu d’une véritable force » : la masse *est* ou *est comme*. C’est dans cet entre-deux que se loge la tension entre des thèses malebranchiste et newtonienne.

¹⁹⁴ Sur la critique mais aussi l’influence exercée par Newton concernant la mécanique céleste de Dortous de Mairan, voir P. Brunet, *op. cit.*, p. 170. Le mémoire d’optique de Dortous de Mairan de 1723 place sur un même pied d’égalité les théories tourbillonnaires et de l’émission de Malebranche et Newton, comme si ces deux savants donnaient les deux seuls modèles recevables et en compétitions, voir en particulier D. de Mairan, *Suite des recherches physico-mathématiques sur la réflexion des corps*, MARS 1723[1753], pp. 343-386, en particulier p. 366. Cette double référence et opposition semble être aussi celle qui est à l’oeuvre lorsqu’il s’agit de donner les fondements conceptuels des règles de collisions, d’après ce que nous relevons dans ce chapitre.

¹⁹⁵ Dortous de Mairan, *Dissertation sur l’estimation & la mesure des forces motrices des corps*, MARS 1728 [1753], p. 39.

¹⁹⁶ *Ibid.*

Mairan semble aussi conférer à cette inertie un sens newtonien. La masse « est une force capable de modifier celle qui est extérieurement appliquée au corps, pour le mouvoir, ou pour l'arrêter. Sans cela la masse ne seroit pas plus capable de s'opposer à l'action de la force extérieure, ou de concourir avec elle pour augmenter l'effet, que le volume, ou la couleur, ou telle autre dénomination accidentelle des corps. En un mot, une force ne peut être augmentée, modifiée, ou détruite, que par une autre force, par un être semblable & de même nature qu'elle »¹⁹⁷. Parce que la masse s'oppose, il faut qu'elle soit de même nature que ce qui agit contre elle, qu'elle soit donc une force au même titre que ce qui provient d'un mouvement. La logique du texte placerait alors cette force comme interne, en opposition justement avec la « force extérieure » ; si Mairan la différencie de ce qui n'est qu'« accidentel » au corps (volume, couleur...), elle prend alors un caractère essentiel.

La gravité n'est pas une propriété de la matière et s'explique par un mouvement ; l'inertie doit pouvoir se concevoir ainsi, mais puisque le corps est au repos, concevoir l'action sans un mouvement semble impossible au point qu'il faille recourir à un « mécanisme caché ». Mairan semble aussi attribuer à l'inertie le statut de propriété de la matière comme on le trouve chez Newton. Propos tenant du clair-obscur ; embarras qui témoigne sans doute de l'influence exercée par la théorie de la matière de Malebranche.

La réflexion sur la causalité menée par les cartésiens de la mouvance occasionaliste aboutit à « un mouvement de scepticisme quant à la possibilité de connaître la nature des causes du mouvement autrement que par leurs effets »¹⁹⁸. Ce mouvement conduit à l'argument de l'inconcevable consistant à relever l'incompréhension à laquelle nous sommes réduits face aux interactions corps-âme ou corps-corps et prônant conséquemment de ne s'en tenir qu'aux faits¹⁹⁹ ; ce même argument qu'utiliseront Maupertuis et D'Alembert pour mettre

¹⁹⁷ *Ibid.*, p. 40.

¹⁹⁸ V. Le Ru, *La crise de la substance et de la causalité. Des petits écarts cartésiens au grand écart occasionaliste*, CNRS éditions, Paris, 2003, p. 183. Il faut aussi joindre à l'origine de ce scepticisme « un mouvement de pensée plus difficile à cerner [que l'occasionalisme] où convergent sans doute l'immatérialisme de Berkeley et le développement considérable, à la suite de l'œuvre de Newton, de la théologie naturelle et d'une conception "théologisante" de la physique en Angleterre mais aussi en Hollande et en Allemagne », *ibid.*

¹⁹⁹ Sur cet argument de l'inconcevable développé par G. de Cordemoy et L. de La Forge, voir V. Le Ru, *La crise de la substance...*, respectivement p. 143 et pp. 127-128. Voir du même auteur, La réception occasionaliste de Descartes : des malebranchistes à l'*Encyclopédie*, dans *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 38, avril 2005, « La formation de D'Alembert », pp. 191-192. Voir aussi Malebranche,

sur un pied d'égalité les explications de la gravitation via l'attraction newtonienne ou une impulsion²⁰⁰.

Il semble que l'occasionalisme malebranchiste vienne poser une particularité inexistante dans ceux de La Forge ou Cordemoy ; il s'agit du rejet de la force de repos cartésienne. Nous pouvons suivre les conséquences d'une telle thèse conduisant à l'exclusion de la force d'inertie newtonienne. Finalement, si on accepte ce mot, ce n'est justement qu'à titre de mot : pour Crousaz ou Privat de Molières la résistance à une mise en mouvement peut bien s'appeler « réaction » ou « force d'inertie » mais il ne s'agit que d'un terme nommant un

Méditations Chrétiennes, dans OCM, tome IX, § 2 p. 96, cité dans D. Moreau, *Malebranche*, Vrin, Paris, 2006, pp. 147-148 (le Verbe s'adresse au philosophe) : « Tu voudrais bien comprendre comment la volonté de mon Père a tant d'efficace qu'elle donne et conserve l'être à toutes choses. Mais c'est en vain que tu te tourmentes pour le savoir [...] tu veux savoir pourquoi une chose existe de cela seul que Dieu le veut. Tu me demandes une idée claire et distincte de cette efficace infinie qui donne et conserve l'être à toutes choses. Je n'ai point maintenant de réponse à te faire qui soit capable de te contenter. Ta demande est indiscreète. Tu me consultes sur la puissance de Dieu ; consulte moi sur sa Sagesse si tu veux que je te satisfasse maintenant. Je ne donne point aux hommes d'idée distincte qui réponde au mot de puissance ou d'efficace [...] tu ne sais même pas ce que c'est que la volonté de Dieu ». D. Moreau note « l'obscurité fondamentale » pour Malebranche des notions de « force », « d'efficace », de « puissance » et par conséquent « la difficulté qu'il y a à comprendre la causalité telle que nous la concevons naturellement en attribuant une telle efficace aux causes secondes. C'est pourquoi ce serait une erreur de croire que l'occasionalisme, qui certes corrige ou précise des interprétations erronées, élucide simultanément tous ces thèmes et prétend rendre intelligible la causalité dans son essence ». L'auteur poursuit en notant l'inspiration malebranchiste de Hume, l'un comme l'autre considérant que le contenu des lois se détermine par « la constatation *a posteriori* de consécutives réglées », D. Moreau, *op. cit.*, p. 171.

²⁰⁰ Pour ces deux auteurs, voir V. Le Ru, *La crise de la substance...*, *op. cit.*, p. 127-128 et chez ce même auteur, *Voltaire newtonien, le combat d'un philosophe pour la science*, Vuibert/Adapt, Paris, 2005, p. 29 et pp. 33-39. Voir aussi A. Firode, *op. cit.*, pp. 14-22. Pour Maupertuis, voir *Discours sur les différentes figures des astres, où l'on essaye d'expliquer les principaux phénomènes du Ciel*, dans *Oeuvres*, J.-M. Bruyset, Lyon, 1768 (texte publié à l'origine en 1732), reprint Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York, 1974, tome I, p. 98 : « des Philosophes n'auront garde de croire que la force impulsive soit plus concevable que l'attractive. Qu'est-ce que cette force impulsive ? comment réside-t-elle dans les corps ; qui eût pu deviner qu'elle y réside, avant que d'avoir vu des corps se choquer ? La résidence des autres propriétés dans les corps n'est pas plus claire. Comment l'impenétrabilité & les autres propriétés viennent-elles se joindre à l'étendue ? Ce seront là toujours des mystères pour nous ». Si on soutient les thèses occasionalistes d'absence de force impulsive propre aux corps pour ne retenir que l'efficace de Dieu à travers les lois de la communication des mouvements, « on se rend sans s'en apercevoir [...] de quel droit pourroit-on assurer que Dieu n'a pu vouloir établir de pareilles lois pour l'attraction ? », *ibid.*, p. 99.

fait et n'impliquant aucune propriété particulière de la matière. On peut rapprocher ces conceptions d'un écrit de Hume faisant suite à l'argument de l'inconcevable qui dérive d'un examen de l'occasionalisme, et stipulant que l'expression *vis inertiae* désigne seulement des faits et ne renvoie pas pour celui qui l'utilise à « une idée du pouvoir d'inertie »²⁰¹. Chez ces savants s'inspirant de Malebranche, comme chez Hume, les réflexions occasionalistes conduisent directement à l'inconcevable et à la réduction de la force à un simple nom. Si Hume et les malebranchistes se rejoignent, les seconds cherchent cependant à rendre compte de cette résistance par une impulsion ; si le milieu français s'accorde sur l'inconcevable, il s'accorde aussi sur la primauté du mode d'action par contact, soit sur la recherche de causes occasionnelles s'inscrivant dans le cadre d'une philosophie mécanique. L'inertie entrera donc dans un cadre explicatif différent du cadre newtonien. Il ne s'agit pas de s'interroger sur l'inertie comme cause seconde ou action immédiate d'une loi divine, il s'agit tout simplement de ne pas en faire un objet d'étude particulier, une perte de mouvement s'expliquant naturellement en faisant intervenir un principe de conservation du mouvement.

Le refus de l'inertie entendue dans son sens newtonien s'opère donc à partir d'une conception de la matière se définissant essentiellement comme étendue. La thèse de l'existence d'une force de repos passe aussi pour une obscurité à partir du moment où toute cause efficiente ne peut procéder que d'un mouvement. A l'issue de cette chasse à l'inconcevable, l'inertie ne sera plus qu'un nom. Finalement, comme l'écrit Hume, « le corps mû prend au corps qui le meut autant de mouvement qu'il en acquiert lui-même. Tels sont les faits. Quand nous appelons cela *vis inertiae*, nous désignons seulement ces faits sans prétendre avoir une idée du pouvoir d'inertie » (voir note ci-dessus). Expliquer l'inertie par une loi de conservation tient à ce projet d'éliminer l'obscurité de ce « pouvoir d'inertie ». Le

²⁰¹ D. Hume, *op. cit.*, note 1 p. 140 : « je n'ai pas besoin d'examiner tout au long la *vis inertiae*, dont on parle tant dans la nouvelle philosophie et qu'on attribue à la matière. Nous trouvons par expérience qu'un corps au repos ou en mouvement demeure toujours dans son état présent jusqu'à ce qu'il en soit chassé par une nouvelle cause ; et que le corps mû prend au corps qui le meut autant de mouvement qu'il en acquiert lui-même. Tels sont les faits. Quand nous appelons cela *vis inertiae*, nous désignons seulement ces faits sans prétendre avoir une idée du pouvoir d'inertie ; de la même manière que lorsque nous parlons de pesanteur, nous entendons certains effets sans comprendre ce pouvoir actif ». Hume poursuit en notant que « Sir Isaac Newton n'eut jamais l'intention de dépouiller les causes secondes de toute force et de toute énergie bien certains de ces disciples aient tenté d'établir cette théorie sur son autorité ».

malebranchisme opère une clarification en limitant le nombre de principes premiers de la mécanique ; l'inertie deviendra superflue.

Ne tenir compte que des phénomènes sans s'enquérir de la nature de la cause, prendre acte seulement de l'existence d'une action par l'effet mesuré, telles sont les pratiques de Molières, Crousaz ou Trabaud. Leurs motivations sont cependant différentes. Pour les deux premiers, il s'agit de nier le concept de force de repos comme inconcevable au regard de la double efficace et de leur conception de la matière. Pour Trabaud, cet impensable qu'est la nature intime de la matière le conduit à refuser l'inertie comme propriété des corps. D'autre part, cet auteur ne reconduit pas la thèse de la double efficace, la loi de persistance divine s'appliquant aussi bien au repos qu'au mouvement ; pour autant, qu'il revendique une adhésion à l'occasionalisme et apporte ainsi d'une certaine manière une solution théologique au problème de la causalité, ou qu'il mette côte à côte les arguments opposés des partisans des causes premières ou des causes secondes en feignant de ne pas « décider », dans les deux cas le livre de Trabaud témoigne de ce climat d'incertitude dans lequel les savants se trouvent dans les années 1730. Action divine ou cause seconde, dans les deux cas l'action demeure inaccessible à notre entendement. D'où cet appel à ne prendre en compte que des effets et leurs rapports. Cette incompréhension de la causalité entraîne une suspicion à l'encontre de l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause ; Maupertuis affirmera qu'« après qu'on aura bien réfléchi sur le peu d'idée qu'on a de la cause et de l'effet, dans le mouvement des corps, on trouvera bien étrange de voir les plus grands hommes qui ont traité de la dynamique répéter sans cesse les mots de cause et d'effets ; vouloir expliquer les phénomènes du mouvements par ces prétendus axiomes, les effets ne doivent pas surpasser les causes ; les effets doivent être proportionnels aux causes etc. »²⁰²

A leur manière, les écrits de Mazière, Saulmon, Molières, Crousaz ou de Trabaud, offrent le témoignage de l'influence de la pensée de Malebranche. Ces auteurs n'aboutissent pas à un scepticisme radical concernant la causalité et ils apportent une solution théologique qui ne satisfera pas D'Alembert. Cela peut être l'origine de leur conservation de l'axiome de proportionnalité, la raison de la continuation d'une physique causale. S'ils mettent l'accent sur les seuls effets, ceci provient avant tout de l'arbitraire des lois au regard

²⁰² Maupertuis, *Examen philosophique de la preuve de l'existence de Dieu*, dans Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1756, p. 405, cité par A. Firode, *op. cit.*, p. 21.

de notre entendement, sans pour autant que la question des causes productrices soit totalement évincée du discours scientifique ; bien qu'inconcevables, l'« efficace », la « puissance » ou « l'action » jouent un rôle dans l'explication de phénomènes. Aussi Traubaud conserve-t-il cet axiome pour fonder cette thèse d'une mesure de « la force d'un corps en mouvement » par une quantité de mouvement.

D'Alembert ira plus loin et semble parachever le travail entrepris par ces malebranchistes ou, du moins, par cette rupture avec une solution théologique, lui donner un autre sens. La prise en compte des seuls effets mesurables, la force entendue comme simple nom et conséquemment l'introduction de concepts mécaniques par « une neutralisation de leur sens autre que scientifique » en se dégageant de « la métaphysique des causes », autant d'éléments caractérisant le « style de la pensée scientifique de D'Alembert »²⁰³. Cette « théorie de la définition », au cœur du projet d'« aplanissement » des « abords » de la mécanique de D'Alembert, en tant que cette théorie élimine toute surdétermination de concepts qui ne deviennent qu'une simple dénomination d'un effet mathématisé²⁰⁴, peut s'inspirer des travaux des malebranchistes, même si D'Alembert n'adhère pas à la solution théologique qu'ils apportent au problème de la causalité ; c'est bien parce que ces derniers récusent l'existence de causes secondes qu'ils entendent conserver l'expression « force d'inertie » par commodité, par « clarté du discours » ou comme l'écrivait D'Alembert « pour abrégé & pour nous conformer à l'usage ordinaire »²⁰⁵.

Il est habituellement reconnu que la « crise » de la causalité constitue un contexte intellectuel dans lequel la production scientifique de D'Alembert prend racine. Lire différents ouvrages avec comme fil conducteur cette question de l'inertie s'avère riche d'enseignements ; les débats engagés autour de ce concept illustrent d'une manière précise des origines et des réflexions qui nous conduiront à cette situation de « crise ». Autrement dit, il est possible grâce à ce thème de mesurer l'impact direct du malebranchisme dans la critique de la dynamique. Il faut noter que l'inertie importe pour cette mécanique française, elle qui

²⁰³ V. Le Ru, *Jean Le Rond D'Alembert philosophe*, Vrin, Paris, 1994, ch. VII, p. 107.

²⁰⁴ A titre d'exemple, l'axiome de proportionnalité des effets aux causes permet de remonter d'un effet (dv pendant dt) à sa cause (la force accélératrice f) alors que d'Alembert entend prendre l'expression $f=dv/dt$ « pour une définition, & d'entendre seulement par le mot force accélératrice, la quantité à laquelle l'accroissement de vitesse est proportionnel », autrement dit, un simple « rapport » ; le terme de force accélératrice est conservé, D'Alembert [1758], I, I, p. 25 ; D'Alembert [1743], I, I, pp. 18-19.

²⁰⁵ *Ibid.*

entend fonder une action à partir d'une loi de persistance. Remettre en cause la légitimité de cette résistance implique conséquemment une réorganisation du fondement de la science du mouvement ; c'est toute la démarche de Malebranche face à l'héritage cartésien. Concernant notre concept d'inertie, l'oratorien est un protagoniste essentiel, voire l'origine, de cette « crise », lui qui ne conçoit une action qu'avec le seul mouvement. Mais ce n'est pas tout. Quand bien même, à l'instar de Trabaud, on reconnaîtrait une équivalence ontologique entre le mouvement et le repos, l'occasionalisme vient jeter un doute sur un axiome de proportionnalité entre la cause et l'effet, et conséquemment sur la légitimité de l'inertie d'un corps dont l'effet s'identifie à une perte de mouvement d'un mobile incident.

Certes, D'Alembert connaît les ouvrages de Crousaz et Trabaud. Nous n'affirmons pas qu'il s'en inspire directement mais préférons remarquer la proximité de ses thèses avec celles des malebranchistes et, dès lors, soutenir l'existence d'un courant de pensée que nous rattacherons à l'oratorien et qu'on peut mettre en pleine lumière par l'examen d'un concept, courant qui constitue un contexte préfigurant la réflexion critique de D'Alembert, et à ce titre, sans doute, favorable à son éclosion.

PARTIE II

Equilibre et dynamique au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles

Introduction

Comment comprendre qu'au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles on conçoive le choc comme un phénomène du ressort d'une science de l'équilibre ? Cette question est en partie à l'origine du premier chapitre de cette partie. Y répondre pleinement nécessiterait sans doute une mise en perspective historique plus large que nous ne le ferons car, après tout, la percussion (ou la « force de la percussion »), a toujours été considérée comme une machine simple, elle apparaît dans des traités dits des « Mécaniques » et, ainsi, devrait être analysée avec les mêmes “principes” qu'une balance ou un levier. Pour faire bref, penser la collision c'est se demander si la force développée est homogène à un poids statique soit, finalement, si on peut la “peser”, l'équilibrer.

Pour notre part, le propos sera plus modeste, nous nous en tiendrons à une période plus courte et chercherons à mettre en pleine lumière le rôle du principe des vitesses virtuelles dans l'élaboration d'une science du choc. L'extension du domaine d'application de ce principe tiré de la science des machines peut être perçue comme un moment permettant d'intégrer le choc dans le giron d'une science de l'équilibre. Nous pouvons dans un premier temps simplement dresser le constat de l'existence d'analogies entre les méthodes employées en statique et en dynamique. Il faut cependant chercher à interroger ces “analogies” ce qui revient, pour nous, au-delà des similitudes de pratiques, à nous demander si les actions de poids sur un levier sont les mêmes que celles de corps entrant en collision. Chercher à répondre c'est, finalement, se demander si l'équilibre impliqué dans un choc est un équilibre au même titre que celui intervenant dans une machine ; si tel était le cas, ceci justifierait le fait qu'on puisse mentionner l'existence d'un équilibre lors d'une collision.

Pour rechercher quelles seraient les conditions qui permettraient de prétendre que le choc relève d'un équilibre, nous suivrons deux voies. D'une part, nous remarquons que le même principe (vitesses virtuelles) sert à fonder chacune des deux sciences et, ainsi, son utilisation offre le témoignage d'une continuité *methodologique*, cette communauté de méthodes pouvant en retour justifier à elle seule cette possibilité d'intégrer le choc dans une statique. D'autre part, la notion d'action intervenant dans la percussion est construite à partir de ce principe : certains savants écriront simplement « employer » ce dernier à l'étude de la collision et il y aurait là continuité *conceptuelle* de l'action intervenant dans chacun de ces domaines de la mécanique.

Nous ne prétendons pas apporter une réponse définitive à notre question initiale ; le but envisagé serait plus modestement de dresser un tableau historique pour mieux

inscrire la théorie de l'équilibre de D'Alembert dans une continuité. Nous constaterons en effet que la notion de « puissance » et son action définies dans son *Traité de dynamique* dérive du principe des vitesses virtuelles, et que la question conceptuelle, à savoir la continuité ou non de l'action d'une science à l'autre se pose aussi pour cet auteur.

A l'origine de cette étude se trouve une incompréhension. Si nous comprenons le principe de D'Alembert dans son formalisme, dans sa seule application, nous ne parvenons pas à éclaircir sa signification conceptuelle. Certes, nous adhérons à la thèse de A. Firode que nous rappelions dans l'introduction générale : se référer à un équilibre, à une destruction de mouvement lors d'un choc, c'est avant tout ne pas penser l'interaction mécanique en terme de forces productrices de mouvement, soit refuser l'utilisation de la loi d'égalité entre l'action et la réaction. Il y a là volonté du philosophe en même temps qu'artifice mathématique. Doit-on comprendre le principe seulement suivant ces deux aspects ? Sans répondre définitivement, nous remarquons que la pratique de D'Alembert s'inscrit aussi dans une histoire et, probablement, qu'en ce début du XVIII^e siècle, il existe des savoir-faire voire des modes de pensées qui découlent d'une pratique millénaire de la science des machines et dont l'évolution de la mécanique nous coupe ; la dynamique newtonienne nous incite naturellement à penser une interaction en terme d'action, de production, là où à une époque donnée l'équilibre était premier. Mettre en évidence ce "savoir-faire" en notant des continuités méthodologique et conceptuelle qui se nouent autour du principe des vitesses virtuelles, c'est ce que nous examinerons ; cela peut (peut-être) permettre d'éclaircir notre incompréhension.

Le deuxième moment de cette partie repose sur l'étude de la statique de Varignon et de son influence. Cette science nous semble fondamentale pour saisir la genèse du principe de D'Alembert. Nous montrons que Varignon est à l'origine de nouvelles techniques d'études de l'équilibre sur les machines simples basées sur le parallélogramme des forces. Les méthodes développées par cet auteur constituent la matrice d'un enseignement existant dans les années 1720 et 1730. Composition et décomposition de forces, collision oblique impliquant destruction/équilibre d'une composante, mouvement le long de surfaces courbes analysé à l'aide du principe de composition, voilà une séquence de rédaction que nous rencontrons aussi bien chez Varignon que dans des manuels de Privat de Molières et Trabaud, mais aussi dans le *Traité de dynamique*.

Nous soutiendrons dans cette seconde partie que la pratique du choc basée sur le principe des vitesses virtuelles et que la science de l'équilibre de Varignon sont des hypothèses fondamentales pour la recherche de l'origine du principe de D'Alembert.

Chapitre I

Machines simples et collisions

Introduction

Ce qui suit se veut un complément du chapitre II de la première partie. Nous notions alors l'importance du choc symétrique, celui impliquant des corps ayant une même quantité de mouvement, dans la formulation des règles du choc : la méthode du bateau de Huygens permettait de ramener des collisions à une situation dite « d'équilibre ». Par cette référence à un « équilibre », par une pratique d'une loi du levier, la recherche des règles emprunte à la science des machines simples.

Dans ce qui suit, nous chercherons à affiner cette relation entre équilibre et collision, en nous demandant en quoi consiste précisément cet "emprunt". Le principe des travaux ou vitesses virtuels constitue une passerelle nous menant d'une science à l'autre. Originellement rencontré par le biais des machines, ce principe dans une pratique propre au XVII^e siècle permet l'élaboration de règles de collision, en même temps qu'il fonde une notion « d'effort ». Ce dernier intervient lorsqu'un poids se situe sur un bras de levier, ou lors d'une collision. Noter le rôle du principe des vitesses virtuelles dans la définition de l'« effort » pour chacun de ces deux domaines de la mécanique, tel est le fil de conducteur de ce chapitre. La continuité de cette notion d'une science à l'autre, et parfois les témoignages de son identité, peuvent nous permettre de mieux comprendre les raisons pour lesquelles une collision relèverait d'un équilibre. Autrement dit, au-delà du constat d'existence d'analogies entre les machines et le choc, il existe des continuités conceptuelles qui peuvent rendre possibles de placer une dynamique (des collisions) dans le giron d'une science de l'équilibre.

Il faut noter cependant que nous nous plaçons ici à ce moment historique de l'élaboration d'une dynamique. Que le choc fasse partie d'une science de l'équilibre, qu'on l'étudie avec les mêmes principes et/ou concepts que celle-ci, renvoie avant tout à un processus historique où l'autonomie de la dynamique n'est pas encore acquise. En ce sens, le rejet de l'axiomatique newtonienne auquel procédera un savant comme A. Parent témoigne plus d'une incompréhension des concepts que d'un projet de type dalembertien. Quoi qu'il en soit, noter l'importance du principe des vitesses virtuelles nous paraît un examen de choix

pour saisir les racines du principe de D'Alembert. En effet, nous voudrions justifier ici que l'attention accordée à l'équilibre/destruction de quantités de mouvement ainsi que celle accordée au centre de gravité d'un système nous conduisent à des pratiques de la collision basée sur des décompositions de forces/mouvements et d'équilibre de composantes qui préfigurent l'énoncé du principe.

I-Les *momenti* de Galilée

Héritant d'une tradition d'études hydrostatiques, de sciences du mouvement et des machines simples, on pourrait dire du projet galiléen qu'il constitue une tentative de coordination des différents champs de la mécanique menée par une réflexion sur ses premiers principes ; elle ferait alors jouer à la notion de *momento* un rôle unificateur¹.

Un corps manifeste une tendance naturelle à descendre vers le centre de la terre et sa liaison dans un système mécanique modifie cette propension : Galilée introduit la notion de *momento* comme quantification de l'action du poids dans ce système². Cette dernière reçoit différentes mathématisations, comme autant de témoignages de la multiplicité d'influences affectant l'élaboration de la mécanique de Galilée ; témoignage aussi que, tout en reposant sur une assise d'inspiration statique, le savant invite à donner à ce qu'il nomme *momento* une portée dynamique³. On retrouverait alors sous cette commune appellation trois grandes

¹ Voir F. De Gandt, *Force et géométrie. Mouvement et mathématiques chez Newton*, thèse de doctorat, Paris I-Sorbonne, 1987 (2 vol.) : « l'entreprise intellectuelle de Galilée pourrait être définie, pour faire bref, comme l'essai d'étendre à des domaines nouveaux les concepts et les modes de raisonnement de la science des machines », extension concernant aussi bien la « pesanteur » que « l'action des fluides et la percussion », p. 156. Le "moment" occupe alors la place centrale parmi ces « concepts ». Quant aux « modes de raisonnement », le principe du levier fournit les mises en rapport de grandeurs équilibrées. De même, l'invariance du produit Pv, tirée de la statique, permet de déterminer, par exemple, des grandeurs dynamiques par le biais d'un retour à l'équilibre, le cas du plan incliné en étant une illustration.

² Sur la réception de cette notion par les contemporains lors de la publication en 1612 du *Discours sur les corps flottants de Galilée*, voir W. Shea, *La révolution galiléenne, de la lunette au système du monde*, Editions du Seuil, Paris, 1992, pp. 38-39.

³ Suivant M. Clavelin, *La philosophie naturelle de Galilée*, Albin Michel, Paris, 1996 (première édition en 1968), p. 148, trois courants inspirent Galilée lors de la composition de son ouvrage *Le Mécaniche*, daté de la période 1595-1600, qui sera "traduit" ("adapté" conviendrait mieux) par Mersenne en 1634 sous le titre *Les*

acceptions : la composition du poids avec la longueur d'un bras de levier, soit le moment statique ; la combinaison du poids par sa vitesse virtuelle ; enfin, le *momento* dégagé de toute dépendance avec la machine et considéré en lui-même, analyse développée par le biais du plan incliné. Finalement, la science galiléenne s'élabore autour d'une grandeur fondamentale, une « invariant poids-vitesse »⁴ utilisé dans différents domaines de la mécanique.

mécaniques de Galilée et paraîtra en italien en 1649 (*Della scienza mecanica e delle utilità che si traggono di quella*).

Le premier courant trouve sa source dans les *Problèmes mécaniques* du Pseudo-Aristote. Dans cet ouvrage, la composition d'un poids situé à l'extrémité d'un levier et de sa vitesse décrite suivant l'arc de cercle deviendra la grandeur permettant de définir des configurations d'équilibre. P. Duhem voit dans cette pratique l'acte de naissance du principe des vitesses virtuelles, voir *Les origines de la statique*, Hermann, Paris, 1905, particulièrement livre I pp. 8-9. L'étude des machines simples passera par une réduction au cas du levier, voir M. Clavelin, *op. cit.*, pp. 148-150. Sur le contenu et l'influence exercée par ce livre tant sur les mécaniciens de la Renaissance que sur Galilée, voir F. De Gandt, *Les Mécaniques attribuées à Aristote et le renouveau de la science des machines au XVI^e siècle, Les études philosophiques*, juillet-septembre 1986, pp. 391-405.

Le second courant correspond à la « tradition archimédienne ». Ici, « soucieux de transformer la statique en une science démonstrative, Archimède refuse, dans sa théorie du levier, de rapporter l'équilibre, sous quelque forme que ce soit, aux mouvements virtuels de la puissance et de la résistance », M. Clavelin, *op. cit.*, p. 150. Tout en définissant des situations d'équilibre reposant sur des symétries en considérant le centre de gravité du système et du point d'appui du levier, Archimède « utilise implicitement la notion de moment statique [...], mais il admet encore que celui-ci est toujours mesuré par le produit P.L », *ibid.*, 152. Cette remarque figure dans E. Mach, *La Mécanique exposé historique et critique de son développement*, Hermann, Paris, 1925, première édition française en 1904, pp. 21-22. Sans entrer davantage dans le détail, si M. Clavelin émet des réserves sur la critique de Mach qui met en évidence l'existence d'un « principe supragéométrique » là où le raisonnement se voudrait géométrique, et conclut que la volonté de donner une étude uniquement mathématique n'aboutit pas à une conceptualisation de « la notion de moment statique », *ibid.*, 153.

Enfin, le dernier courant s'inspire du *De ratione ponderis* de Jordanus de Nemore, XIII^e siècle, où l'analyse du levier passe par une détermination des configurations d'équilibre à l'aide de déplacements virtuels des extrémités des bras ; le raisonnement de Jordanus de Nemore repose sur les distances verticales franchies en cas de mouvement du système, *ibid.*, pp. 155-160 et P. Duhem, *op. cit.*, tome I pp. 121-123. P. Duhem insiste sur son influence et celle de son école sur l'élaboration du principe de statique de Descartes. Jordanus de Nemore introduit la notion de « *gravitas secundum situm* », une « pesanteur relative » dépendant de la situation du poids dans une machine et l'applique aux mouvements curvilignes des extrémités des bras d'un levier. Pour des arcs de cercles égaux parcourus par les deux corps, celui qui franchit une plus grande distance verticale à davantage de « *gravitas secundum situm* » ; l'intérêt d'une telle pratique tient dans l'accent mis sur ces déplacements verticaux, préfigurant ainsi le principe des travaux virtuels, voir P. Duhem, *op. cit.*, tome I p. 118 et pour l'analyse du plan incliné, M. Clavelin, *op. cit.*, p. 158-159.

⁴ F. De Gandt, *Les Mécaniques attribuées à Aristote...*, *op. cit.*, p. 403.

1.1 Premier sens

Il dérive directement de la loi du levier : « le *moment* est l'inclination du mesme corps lorsqu'elle n'est pas seulement considérée dans ledit corps, mais conjointement avec la situation qu'il a sur un bras de levier, ou d'une balance ; & cette situation fait qu'il contrepèse souvent avec un plus grand poids, à raison de sa plus grande distance d'avec le centre de la balance »⁵. La combinaison du poids et d'une longueur définit alors le moment statique⁶ comme mesure « d'une inclination à descendre ». Galilée met en pleine lumière ce qui n'était qu'en germe chez Archimède, à savoir ce moment statique, en même temps qu'il réduit l'étude des machines simples et composées au cas du levier, ce qui relève cette fois-ci d'une tradition péripatéticienne⁷. Les deux étapes de ce premier volet font finalement reposer la science des machines sur des considérations essentiellement géométriques. Galilée n'en reste cependant pas à ce seul aspect mais intègre la théorie des machines simples à « la science de l'équilibre »⁸ dépendante d'une vision dynamique. On trouvera à cette occasion le second sens de *momento*, faisant alors appel aux dimensions vitesse et temps : ce n'est plus

⁵ M. Mersenne, *Les Mécaniques de Galilée*, édition critique par B. Rochot, PUF, Paris, 1966 (édition originale de 1634), pp. 26-27. L'égalité des moments devient ainsi une condition d'équilibre à l'origine du « principe général, qui sert pour démontrer ce qui arrive à toutes sortes de Machines » : « les poids inégaux suspendus à des distances inégales pèsent également, & sont en équilibre, quand lesdites distances ont mesmes proportion entr'elles que les poids », p. 30. Du coup, le « moment » se définit comme « inclination composée » dépendante de la disposition d'un corps sur une machine : « cette inclination est composée de la pesanteur absolue du corps, & de l'éloignement du centre de la balance, ou de l'appuy du levier », *ibid.*, pp. 26-27. Du même auteur, *Les nouvelles pensée de Galilée*, édition critique par P. Costabel et M.-P. Lerner, Vrin, Paris, 1963 (édition originale de 1639), adaptation des *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles* de 1638, reprennent ce principe d'équilibre basée sur le moment statique, voir début du livre II, pp. 113-118.

⁶ M. Clavelin, *op. cit.*, p. 163 : « Galilée place expressément la condition d'équilibre de deux poids dans l'égalité de leurs moments statiques, et du coup il énonce le premier principe sur lequel pourra être fondée l'analyse des machines simples ». Dans le même ouvrage : « Galilée est ainsi le premier à dégager explicitement la notion de moment statique, même si l'analyse du levier coudé dans le *De ratione ponderis* en enveloppe la connaissance implicite [...] Cette première acception du concept de *momento* commande toute la description des machines simples », note 119, p. 161.

⁷ *Ibid.*, p. 163.

⁸ *Ibid.*, p. 164.

l'emplacement sur un bras de levier qui rend compte des différentes « poussées » d'un poids, mais la vitesse de son déplacement⁹.

1.2 Second sens

Les *Mécaniques de Galilée* rédigées par Mersenne s'ouvrent par une maxime fondamentale présidant à une bonne compréhension des opérations des machines simples : « la nature ne peut être trompée ni céder à ses droits : & nulle résistance ne peut estre surmontée que par une plus grande force »¹⁰. Une juste appréciation du fonctionnement de mécanismes passera alors par la combinaison de quatre grandeurs : le poids à soulever, la force appliquée, la hauteur d'élévation et le temps de parcours¹¹. Une force mouvante, bien que d'intensité moindre qu'une résistance, pourra néanmoins la mouvoir sur une distance donnée à condition de diviser le fardeau en autant de parties l'égalant : l'opération fait alors intervenir une nouvelle dimension fondamentale, le temps (appliquer la force autant de fois qu'il y a de parties : « parce que l'on a souvent beaucoup de temps, & peu de force ; c'est pourquoy la longueur du temps recompense le peu de force »¹²), qui, dans une machine, combiné au chemin parcouru, permettra d'introduire la vitesse.

La machine permet de cumuler l'action de la force (sans faire intervenir l'artifice de la division du poids)¹³. Dès lors, une même force parcourt un certain nombre de fois un espace identique à celui que franchit le poids ; autant de fois que ce dernier la surpasse. S'ensuit sur chaque extrémité des bras d'un levier une inégalité d'espaces parcourus

⁹ Sur la traduction, que nous suivrons, de *momento* par « poussée », voir F. De Gandt [1987], *op. cit.*, p. 155.

¹⁰ Mersenne, *Les Mécaniques*, *op. cit.*, p. 23. Il s'agit ici « que les artisans ne croient pas qu'ils [les instrument de la mécaniques] puissent servir aux opérations dont ils ne sont pas capables, & que l'on puisse lever de grands fardeaux avec peu de force ».

¹¹ *Ibid.*, pp. 23-24.

¹² *Ibid.*, p. 24 : « on ne peut pas dire à la fin du transport, que l'on ayt remué un grand fardeau avec peu de force, puisqu'elle a toujours esté égale à chaque partie du fardeau ; de manière que l'on ne gagne rien avec les instruments, d'autant que si l'on applique une petite force à un grand fardeau, il faut beaucoup de temps, & que si l'on veut le transporter en peu de temps, il faut une grande force. D'où l'on peut conclure qu'il est impossible qu'une petite force transporte un grand poids dans moins de temps qu'une plus grande force ».

¹³ Sur ce cumul comme moyen de penser l'action de la gravité, celle de la percussion, par analogie avec la science des machines, voir F. De Gandt [1987], pp. 160-164 et 175-181.

dans un même temps, donc une inégalité de vitesses. Deux poids B et D s'équilibrent sur cet appareil de point d'appui C, avec $B/D=CD/CB$ et $B>D$; « si l'on adjouste quelque chose à l'un »¹⁴ des poids, la nouvelle situation sera GCI (Figure 1).

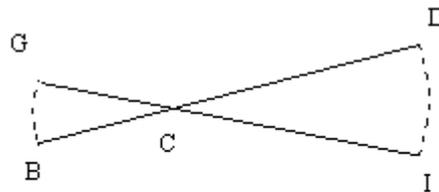


Figure 1

Les triangles semblables impliquent que « le mouvement du poids D descendant en I surpasse autant le mouvement de B en G, comme la distance DC surpasse la distance CB » : la vitesse du poids D surpasse autant de fois celle de B que celui-ci surpasse celui-là ; « il est aysé de conclurre par tout ce discours la grande force qu'apporte la vistesse du mouvement pour accroistre la puissance du mobile, laquelle est d'autant plus grande que le mouvement est plus viste »¹⁵.

Dans ces conditions, intervient le second sens du terme « moment », apparentée ici à une « poussée » identifiable à une combinaison d'un poids et d'une vitesse. Cette fois-ci, l'étude des machines ne dépend plus d'une vision essentiellement géométrique (situation spatiale d'un poids sur un bras) mais bien d'une donnée dynamique dont Galilée dit trouver l'origine dans le texte du pseudo-Aristote¹⁶. Le *momento* sera « cette vertu, cette

¹⁴ Mersenne, *Les Mechaniques*, p. 33. Le texte de Mersenne tient davantage de l'adaptation que d'une traduction fidèle. F. De Gandt [1989] traduit ce passage par « si l'on ajoutait à l'un des deux une très petite poussée de pesanteur /un minimo de gravità/ », p. 168.

¹⁵ Mersenne, *Les Mechaniques*, *op. cit.*, p. 33. Traduction de F. De Gandt [1987] : « Et ce discours peut nous faire connaître comment la vitesse du mouvement a la puissance d'accroître la poussée /momento/ dans le mobile », p. 169.

¹⁶ Voir dans P. Duhem, *op. cit.*, tome I, pp. 249-250, rapportant des propos de Galilée extraits du *Discours sur les corps flottants de Galilée* : « une telle compensation entre la gravité et la vitesse se retrouve dans tous les instruments de mécaniques ; Aristote l'a prise pour principe dans les *Questions mécaniques* ; d'où nous pouvons prendre pour très vraie cette affirmation que deux poids de grandeur inégale s'équilibrent réciproquement et possèdent des *momenti* égaux, toutes les fois que leurs gravités sont en raison inverse des vitesses de leurs mouvement ».

Le moment statique du poids C diminue par rapport à celui de A lorsque le bras le portant descend en F, donnant alors la configuration d'un levier coudé¹⁹ : le moment de A surpasse celui de C de KC et ainsi de suite suivant la descente de C qui « diminuë son moment & son inclination à aller en bas selon les différentes inclinaisons des plans FB, LB, &c. » ; si on peut « imaginer » que ce corps glisse sur la surface du quart de cercle CI, « lequel contient un plan qui s'incline perpetuellement de plus en plus », son « inclination à descendre » s'amenuise en même temps que la déclivité de la pente ; conséquemment, cette dernière se référant aux positions C, F, L etc. soit aux différents points C, K, M etc., les diminutions des moments statiques sont proportionnées à celles de sa tendance à descendre en suivant la courbure²⁰.

Galilée assimile ensuite l'« inclinaison » de F sur le cercle avec celle sur la tangente en ce point ; l'« inclination » en chacun des points sera la même que si le corps partait de ces points sur chacune des tangentes. Puisque l'« inclination » suivant le cercle diminue en suivant la même proportion que le moment statique, celle selon la tangente suivra la même proportion. Ainsi en nommant I les « inclinaisons » et M les moments statiques, $M(C)/M(F)=BC/BK=I(C)/I(F)$. Par construction, $BK/BF(=BC)=FK/FH$ (BFK et FKH semblables), donc $I(C)/I(F)=FH/FK$: « la proportion du moment total & absolu du mobile dans la perpendiculaire de l'orizon avec le moment qu'il a sur le plan incliné HF est la mesme que la proportion de FH à FK »²¹. Le moment intervenant dans cette citation renvoie à « l'inclinaison » I : il s'agit de ce que la troisième journée des *Discours* nommera le moment de descente²². Cette fois-ci, ce moment ne dépend plus des liaisons du système mais trouve

¹⁹ Mersenne [1634], *op. cit.*, p. 53 : « le moment de F ne sera pas égale au moment de A, parce que la distance du point, ou du poids F avec la ligne de direction BI n'est pas égale à la distance de la force, ou du poids A d'avec la mesme ligne de direction ».

²⁰ « Mais quand il est au point F, il est en partie soustenu par le plan circulaire, & sa pente, ou l'inclinaison qu'il a vers le centre de la terre est autant diminuée que BC surpasse BK », *ibid.*, p. 54.

²¹ *Ibid.*

²² Galilée, *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*, introduction, traduction et notes par M. Clavelin, Armand Colin, Paris, 1970, p. 146 : « considérez ce fait bien connu que les moments (*i momenti*) ou les vitesses d'un même mobile varient avec les différentes inclinaisons des plans : la vitesse la plus grande à lieu le long de la perpendiculaire à l'horizon, tandis que sur les plans inclinées elle diminue au fur et à mesure que ceux-ci s'écartent davantage de la verticale, c'est-à-dire deviennent plus obliques ; si bien que l'*impeto*, la puissance, l'énergie ou, voulons-nous dire, le moment de descente (*l'impeto, il talento, l'energia o vogliam dire il momento di discendere*) sont diminués dans le mobile par le plan sur lequel il

l'autonomie d'une grandeur dynamique ; le moment statique, par le biais du levier, en permet la mesure, mais n'épuise pas à lui seul tout le sens de la nouvelle notion introduite. Puisque le *momento*, la poussée, change suivant l'inclinaison du plan alors même que le poids demeure identique, une rupture s'introduit dans la vision traditionnelle assimilant poids et force motrice : « il devient impossible de réduire sans plus la gravité, entendue comme force motrice, à la gravité entendue comme poids, et un nouveau concept est nécessaire pour décrire le mouvement d'un grave vers le bas » et le *momento* « traduira, pour une situation donnée, l'intensité de la force dont dépend le mouvement vers le bas : il devient à proprement parler la cause du mouvement »²³. Par conséquent, le *momento* « permet de penser cette fonction motrice en elle-même, et donc d'en faire un objet de pensée autonome »²⁴.

Après avoir exprimé la variation de « l'impeto » suivant l'inclinaison des plans, le « scholie de Viviani » figurant dans les *Discours* (voir note précédente) reprend « ce que notre Académicien, dans un ancien Traité de mécanique écrit autrefois à Padoue à l'intention seulement de ses élèves, avait démontré longuement et de façon concluante, en considérant l'origine et la nature de ce merveilleux instrument qu'est la vis »²⁵. Le texte en

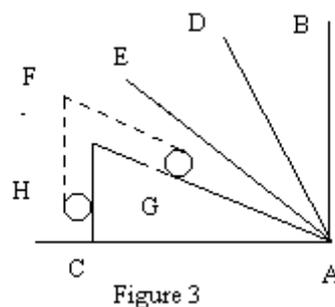
prend appui et descend ». Ce texte (le « scholie de Viviani », nom du disciple l'ayant notée sous la dictée de Galilée) n'apparaît pas dans l'édition de 1638, ni dans celle de Mersenne de 1639 (*Les nouvelles pensées de Galilée*, édition critique par P. Costabel et M.-P. Lerner, Vrin, Paris, 1963), mais seulement en 1656. M. Clavelin relève trois acceptions différentes pour « momento », présentes dans la 3^{ème} Journée de ces *Discours* : « la quantité dont croît la vitesse naturellement accéléré en des intervalles de temps égaux successifs (*momento di velocità*) ; « pour décrire une grandeur dynamique, associée au mouvement, équivalente en fait à la force vive de la mécanique classique » ; « par l'expression *momento di descendere*, Galilée désignera alors la grandeur de la force qui sur le plan incliné assure le mouvement plus ou moins rapide d'un corps vers le bas », voir note 85 p. 259.

²³ M. Clavelin, *La philosophie naturelle de Galilée*, *op. cit.*, p. 174.

²⁴ *Ibid.*, p. 174. Pour autant, comme le montre F. De Gandt, le « lien causal » entre les « poussées » causées par la pesanteur et l'augmentation de vitesses « reste caché ». Galilée ne semble pas formuler de relation entre les « poussées » intervenant dans les machines et la vitesse acquise lors d'une chute libre. *A contrario*, le disciple Torricelli associe poids et force dans leur lien génétique avec la vitesse dans une « thèse [qui] peut être considérée comme équivalente au principe : une force constante engendre une accélération », là où Galilée en reste à un « parallélisme » entre les *momenta* et l'acquisition de vitesse. Voir F. De Gandt [1987], *op. cit.*, pp. 180-190 ; voir aussi *infra* pour ce parallélisme. Conséquemment, notons pour éviter tout risque d'anachronisme que le travail de Galilée permet de penser la « force motrice » suivant le mot de M. Clavelin, sans en définir explicitement les modalités d'action.

²⁵ Galilée, *Discours*, *op. cit.*, pp. 146-147.

question (l'« ancien Traité ») correspond aux *Méchaniques*, et consiste en la mise en relation de « l'impeto et le moment de descente d'un grave » le long d'un plan incliné et le long de la verticale²⁶. On ne reproduira pas le raisonnement, disons qu'il se base sur l'idée que le « moment de descente » est égal « à la plus petite résistance » qu'il faut opposer à la descente du mobile ; Galilée place un contrepoids H équilibrant le système qu'il soumet à un déplacement : le poids G reposant sur le plan ne résiste que par « la nécessité de franchir la distance verticale » du plan tandis que l'autre parcourt un chemin vertical égal à la longueur de ce plan (voir figure 3).



Ainsi, « s'il doit y avoir équilibre, c'est-à-dire repos des mobiles, leurs moments, leurs vitesses ou leurs propensions au mouvement (*i momenti, le velocità o le lor propensioni al moto*) ou encore les espaces qu'ils passeraient dans un même temps, doivent être en raison inverse de leur gravité, conformément à ce que l'on démontre pour tous les mouvements mécaniques »²⁷. Si les distances entre les poids suivent la proportion des dimensions du plan, l'équilibre s'ensuivra. Le raisonnement repose sur la méthodologie des machines, et si les déplacements imposés semblent finis, Galilée mentionne les « propensions » et emploie le conditionnel (« passeraient »), les deux impliquant une virtualité. Ainsi « la force ou plus petite résistance » H mesure la « propension » ou « moment de descente partiel du poids G ». Il suit naturellement que « l'impeto ou moment de descente partiel de G sur la plan incliné FA sera à son moment total le long de la perpendiculaire FC comme le poids H est au poids G, c'est-à-dire, par construction, comme la perpendiculaire FC, hauteur du plan incliné, est à la longueur FA du même plan »²⁸.

²⁶ Voir *Les Méchaniques*, *op. cit.*, pp. 52-55. Cette adaptation de Mersenne ne reproduit pas à la lettre la démonstration contenue dans les *Discours*, mais l'esprit est le même.

²⁷ Galilée, *Discours*, *op. cit.*, p. 147.

²⁸ *Ibid.*, p. 148.

Dans un paragraphe suivant, Galilée analyse la relation des vitesses de chute le long de plans de même hauteur mais diversement inclinés²⁹. Pour chacun des deux corps, on connaît, grâce au raisonnement rapporté ci-dessus, la proportion de leurs moments empêchés par des contrepoids. Que se produit-il une fois ces derniers ôtés ? Galilée répond que « tels que furent les élans (impeto) dans le premier ébranlement, tels seront, proportionnellement, les degrés de vitesse gagnés en un même temps, puisque ceux-ci et ceux-là croissent selon la même proportion »³⁰. Les vitesses croissent suivant la proportion des moments, les deux évoluent semblablement, sans qu'une définition explicite de la relation entre pesanteur/poussée ne soit établie³¹.

Le terme « moment » recouvre donc la signification d'effort/poussée intervenant dans une machine simple où il consiste en une combinaison d'un poids ou force motrice avec une vitesse réelle (déplacement d'une charge) ou virtuelle (situation d'équilibre), et celle d'une action d'un corps en chute libre (la poussée de la pesanteur). Finalement, on passerait d'une situation statique faisant intervenir le principe des vitesses virtuelles à une dynamique où l'action se substitue à une configuration d'équilibre.

Le principe de statique suppose un système de forces équilibrées auxquelles on imprime un déplacement élémentaire afin d'étudier leurs relations : ainsi le mouvement de poids équilibrés sur un plan incliné détermine leurs proportions d'après les dimensions de l'appareil. A l'unique vitesse donnée correspondent des vitesses différentes pour chaque poids puisque seules certaines de leurs composantes doivent être prises en compte (ainsi le déplacement selon la seule verticale pour le poids reposant sur le plan) ; bref, des vitesses suivant la direction des forces. Le mouvement en question est celui imposé aux tendances que sont les forces ; nous avons vu que Galilée "chargeait" d'une petite masselotte ou donnait une petite impulsion à un bras de levier afin d'étudier les conditions d'équilibre du système (voir *supra* 2.2). Dans le cas de la chute libre, les vitesses ne correspondent plus à ces déplacements

²⁹ *Ibid.*, p. 148. Un théorème précise que les mobiles partant du repos, les vitesses acquises le long de ces plans sont égal à l'arrivée sur le plan horizontal.

³⁰ Traduction F. De Gandt [1987], thèse, *op. cit.*, p. 189. La traduction de M. Clavelin diffère en insistant moins sur ces « élans » au commencement du mouvement, mais en mentionnant un « impeto total » dans une « partie de mouvement » : « tels aura été l'impeto total communiqué dans une partie du mouvement, tels seront proportionnellement les degrés de vitesse acquis pendant le même intervalle de temps, puisque celui-là et ceux-ci croissent en même temps avec la même proportion », *Discours, op. cit.*, p. 148.

³¹ Voir note ci-dessus.

imposés mais aux tendances elles-mêmes, à l'action des poids. Les vitesses virtuelles de l'équilibre sur un plan définiraient le comportement des vitesses effectives lors de chute. Mieux, elles s'y identifieraient, puisque quel que soit l'instant de chute, les poussées « dans le premier ébranlement » définissent la proportion des deux catégories de vitesses, les virtuelles comme les réelles. La transition des efforts statiques (force-vitesse virtuelle) aux efforts dynamiques (acquisition de vitesse par la pesanteur) est obscure. Nous reviendrons par la suite sur cette notion « d'effort » en tant que son ambiguïté peut permettre une application assez large de la notion d'équilibre, jusqu'à y inclure des phénomènes dynamiques tels que le choc de corps.

La mécanique ainsi fondée devrait reposer sur une grandeur invariante poids-vitesse ; elle permettrait alors d'unifier la science des machines, l'hydrostatique, ainsi que la dynamique. Nous constaterons que la tâche des français consistera à adjoindre à ces différents domaines le phénomène de collisions de corps afin d'en établir des règles, faisant ainsi se rencontrer l'analyse galiléenne et un programme de recherche cartésien.

II-Mariotte : traditions galiléenne et cartésienne

2.1 *Traité de la percussion*

Nous avons déjà rencontré la théorie des chocs de Mariotte³² ; nous importe ici le faisceau d'analogies que tisse l'auteur entre sa théorie de la « percussion » et la science des machines, ainsi que le transfert conceptuel qui s'ensuit.

Le traité se compose d'une série de « principes d'expériences » comme autant de règles de chocs empiriques³³. Une de ces propositions établit que la « puissance » ou

³² Voir *supra*, Partie I Chapitre II.

³³ Les références seront tirées de la première édition du *Traité de la percussion ou chocq des corps. Dans lequel les principales Regles du mouvement, contraires à celles de M^r Descartes, & quelques autres Modernes ont voulu établir, sont démontrées par leurs veritables Causes*, Paris, Estienne Michallet, 1673. Pour la méthode développée par Mariotte dans sa théorie du choc et sur les différences de celle-ci avec celle de Malebranche, voir *supra* chapitre I. « L'effort » d'un corps sur un autre est assimilé à une poussée : « si un corps estant en mouvement est poussé par un autre corps selon la mesme ligne de direction, ou selon une autre, le

« force du chocq » de deux corps l'un sur l'autre demeure identique pour une même vitesse respective, des « boules de terre glaise » subissant un aplatissement semblable³⁴. Cet « effort » augmentera si un des corps possède « une plus grande puissance de mouvement, ou une plus grande quantité de mouvement » laquelle se mathématise par le produit d'un poids et d'une vitesse³⁵. Figure ici une distinction entre le mouvement (« puissance de mouvement ») et la « force du chocq », grandeur irréductible à la première et recevant l'acception dynamique de « poussée ». L'analyse se poursuit par le cas d'un choc inélastique impliquant deux mouvements en sens contraires et de quantité égale : les corps « s'arrêteront l'un l'autre, & demeureront sans mouvement, s'ils s'attachent ensemble ; mais si les deux quantités de mouvement sont inégales, ils ne demeureront pas en repos immédiatement après le chocq »³⁶.

A cette occasion, Mariotte insère un « Avertissement » précisant que « ce principe d'expérience ou règle de la nature, & cette conséquence sont presque la même chose que ces principes de Mécanique ; les corps dont les poids & les distances sont réciproques en une balance, font équilibre ; & s'ils font équilibre, leurs poids & leurs distances sont réciproques »³⁷. Il écrit alors que ces derniers « principes suivent en ordre de nature les deux autres & en dépendent : car la cause naturelle de l'équilibre de deux corps qui ont leurs poids & leurs distances réciproques, procède de ce qu'ils sont disposés à se mouvoir avec des vitesses réciproques à leurs poids ; celui dont la distance est sous-double, ne pouvant descendre que l'autre qui est supposé peser la moitié moins, ne s'esleve avec une vitesse deux fois plus grande »³⁸.

corps poussé prendra un mouvement qui dépendra des deux causes & sera composé du premier mouvement & du second, tant à l'égard de sa direction, qu'à l'égard de sa vitesse », p. 23.

³⁴ Mariotte, *op. cit.*, partie I, proposition III pp. 25-29.

³⁵ *Ibid.*

³⁶ *Ibid.*, proposition VI p. 38.

³⁷ *Ibid.*, p. 40.

³⁸ *Ibid.*, p. 41. Les « deux autres » principes en question, sont tirés de la proposition VI et stipulent, d'une part, que l'équilibre survient pour une proportion inverse des poids et des vitesses, et d'autre part, sa réciproque. Mariotte écrit que « le principe de Mécanique, que les poids égaux en des distances inégales pesent inégalement, se doit entendre lors que ces poids sont mis ensemble d'un costé & d'autre de la balance ; puis que les forces de pesanteur qu'ils ont en ces distances différentes, procèdent de ce qu'ils sont disposés à se mouvoir avec des vitesses différentes », *ibid.*, pp. 43-44. Plutôt que l'inégalité de moments statiques, Mariotte interprète l'absence d'équilibre par une vision dynamique que lui permet les travaux virtuels.

Ainsi, les poussées-efforts s'annihilent tout comme l'égalité de *momenti-poussées* des poids provoque l'équilibre dans une machine. Manifestement Mariotte rattache cet équilibre apparaissant dans ces deux domaines de la mécanique à cette quantité poids-vitesse rencontrée chez Galilée. Pour les machines, on nommera « la quantité de pesanteur la force d'un poids dans une disposition à se mouvoir » ce qui, lors de collisions, reçoit l'appellation de « quantité de mouvement », à savoir, « la force de ce poids se mouvant effectivement selon cette vitesse »³⁹. Ce parallélisme entre les deux sciences pose en retour la question de l'unité conceptuelle des efforts/poussées qui interviennent dans ces deux cas. Pour le choc, Mariotte se réfère ici à une vitesse « effective », là où l'équilibre de la machine implique virtualité. Quoi qu'il en soit, la « poussée » d'un corps est une impulsion que sa vitesse vient accroître, comme en atteste la déformation d'un corps inélastique, tout comme dans une machine la vitesse récompense la petitesse d'une force⁴⁰. D'autre part, dans un exemple que nous suivrons dans la section 2.2, Mariotte applique directement ce principe des vitesses virtuelles au cas d'une collision, les vitesses des corps en mouvement n'étant plus « effectives » mais bien virtuelles⁴¹.

Après l'examen de chocs de corps mous, le savant en vient aux collisions parfaitement élastiques. Au détour d'un nouvel « Avertissement », il précise que les règles jusqu'à présent établies valent aussi pour des corps durs ; les corps inélastiques vont devenir les intermédiaires permettant de trouver les lois de comportement des corps dits à

³⁹ *Ibid.* Voir aussi p. 42 : « Et comme un poids de six livres à une distance de deux pieds du centre de mouvement d'une balance, est dit avoir une mesme force de pesanteur qu'un poids de quatre livres à une distance de trois pieds ; ainsi un poids de six livres avec deux degrez de vistesses sera dit avoir une mesme puissance de mouvement, ou une mesme quantité de mouvement qu'un poids de quatre livres avec trois degrez de vistesse ».

⁴⁰ La « puissance du mouvement » augmentant, l'effort aussi : on rencontre une plus grande déformation de la matière dans un choc inélastique. Tout comme dans une machine, la vitesse récompense la petitesse du poids du corps, voir *supra*, 1.2 : « il est aysé de conclurre [...] la grande force qu'apporte la vitesse du mouvement pour accroistre la puissanc du mobile, laquelle est d'autant plus grande que le mouvement est plus viste ».

⁴¹ Nous constaterons dans 2.2 que Mariotte n'utilise pas des vitesses finies mais recourt à des « commencements » de mouvement, mot présent sous la plume de Descartes lorsqu'il mentionne son principe, voir *infra*.

« ressort »⁴². Ces lois se verront alors réduites, dans leurs fondements, à cette même idée d'équilibre. L'étape intermédiaire inélastique permet de déterminer le mouvement commun des deux corps et, par la suite, Mariotte fait jouer le « ressort » de chaque mobile⁴³. Si des corps parfaitement élastiques d'égales quantités de mouvement (« de même force ») entrent en collision, « leur choc fera le même effet que si chacun d'eux avoit rencontré un corps inflexible & inébranlable, & par consequent ils s'applatiront de même »⁴⁴. Le changement d'état affecte identiquement les mobiles qui, reprenant leurs figures, finissent par retrouver leurs vitesses initiales : « faisant encore une espèce d'équilibre entre elles [il s'agit de balles] en prenant des vitesses réciproques à leurs poids, chacune retournera en arrière avec sa première vitesse »⁴⁵.

Mariotte estime avoir analysé « l'action » du ressort. L'identité « d'actions » affectant chaque corps confère au propos une dimension dynamique, en même temps que l'intermède inélastique permet de penser en terme d'équilibre. Nous retrouvons ici l'importance du centre de gravité du système, le mouvement commun (la phase inélastique) n'étant rien d'autre que le mouvement de ce point (voir Partie I Chapitre II). Mariotte

⁴² *Ibid.*, proposition XIV p. 88 : « puisque c'est le seul ressort qui donne le mouvement de reflexion, il est aisé à juger que s'il y avoit quelques corps inflexibles qui se rencontrassent directement, leurs mouvement après le choc suivraient les mesmes loix que les boules molles sans ressort, & que lors qu'un corps inflexible en choqueroit un autre inflexible & inébranlable il demeureroit sans mouvement, & ne retourneroit point en arriere ; puisqu'il n'auroit aucune cause nouvelle de mouvement de ce costé-là ». La proposition XIV donne l'issue d'une collision de corps parfaitement élastiques se rencontrant avec des « vitesses réciproques à leurs poids ». Mariotte recourt à la proposition VI (une erreur d'impression s'est glissée dans l'édition de 1673 qui mentionne la proposition V, sans rapport avec la démonstration en question. L'édition de *Œuvres de Mariotte, de l'Académie Royale des Sciences ; comprenant tous les Traitez de cet Auteur, tant ceux qui avoient paru séparément, que ceux qui n'avoient pas encore été publiés ; Imprimés sur les exemplaires les plus exacts & les plus complets ; Revûes & corrigées de nouveau. Nouvelle édition*, tome II, Jean Neaulme, La Haye, 1740 corrige et fait appel à la proposition VI) qui précise que, toutes choses égales par ailleurs, une collision inélastique entraînerait le repos. Suite à l'identité des règles de collisions des corps mous et durs précédemment énoncées, il écrit les corps se percutant avec « la mesme force [...] leur chocq fera le mesme effet que si chacun d'eux avoit rencontré un corps inflexible & inébranlable », c'est-à-dire, un corps dur immobile. Ensuite, il fait intervenir le « ressort », voir p. 91.

⁴³ Voir *supra* Partie I Chapitre II 3.2.3 pour les règles de collisions élastiques chez Mariotte.

⁴⁴ *Ibid.*, p. 91.

⁴⁵ Mariotte [1740], p. 29. Ce commentaire n'apparaît pas comme tel dans la première édition (ni dans la 3^{ème} de 1684) qui ne contient pas l'expression une « espèce d'équilibre ».

généralise alors cette pratique : quels que soient les mouvements incidents, les boules « pressées & mises en ressort [...] prendront aussi en se séparant des vitesses qui seront l'une à l'autre en raison reciproque de leurs poids, ou ce qui est le mesme, chacune d'elles prendra une égale quantité de mouvement »⁴⁶. Mariotte met ainsi l'accent sur cette poussée affectant identiquement chaque corps et qui correspond à la compression jusqu'à annulation de la vitesse respective, tout en se référant à une situation d'équilibre.

Dans la seconde partie de son traité qui débute par la présentation de la méthode dite du « bateau » de Huygens⁴⁷, Mariotte recourt à une expérience de pensée semblant exemplaire en tant qu'elle unit choc et machines. Il imagine deux « poids » de même « quantité de mouvement » tombant simultanément sur les plateaux d'une balance. Si leur « centre de mouvement » correspond au point d'appui, « ils feront equilibrium au moment du chocq ; & si les points où ils choquent la balance sont inégalement distants du centre de mouvement, ils ne feront pas equilibrium ; mais si leurs quantitez de mouvement sont en raison reciproque des distances inégales, ils feront equilibrium au moment du chocq »⁴⁸. Il suppose un jet d'eau pressant un bras et équilibrant un poids posé à l'autre extrémité⁴⁹ puis passe du flux

⁴⁶ Mariotte [1673], *op. cit.*, pp. 94-95. Il ne s'agit pas des vitesses finales des mobiles après leur séparation, mais uniquement de celles données par la restitution de leurs formes. On pourrait rendre compte de la collision de Mariotte comme suit : V_0 et V_0' deux vitesses initiales comptées algébriquement de deux corps m et m' ; $(mV_0+m'V_0')/m+m'$ représente la vitesse d'ensemble pour la collision élastique ; $mV_0-m(mV_0+m'V_0')/m+m'=m \cdot m'(V_0-V_0')/m+m'$ et $m'V_0'-m(mV_0+m'V_0')/m+m'=m' \cdot m(V_0'-V_0)/m+m'$ donnent les forces de compression, égales pour chaque corps. Ainsi, $V=m'(V_0-V_0')/m+m'$ et $V'=m(V_0'-V_0)/m+m'$, les vitesses de rejaillissement de m et m' , sont « en raison réciproque des poids », de même qu'on vérifie avec les deux dernières relations que « deux corps à ressort qui se sont rencontrés directement, partagent par le mouvement de ressort la vitesse respective de leur chocq, selon la raison reciproque de leurs poids », *op. cit.*, p. 96.

⁴⁷ Mariotte ne se sert pas de cette méthode mais « il entreprend au contraire de montrer [...] que ce principe est conséquence des règles de la première partie », P. Costabel, Mariotte et les règles du mouvement, dans *Mariotte, savant et philosophe, analyse d'une renommée*, Vrin, Paris, 1986, p. 80. Nous renvoyons à cet article sur l'évaluation de l'influence que Huygens exerça sur Mariotte.

⁴⁸ *Ibid.*, partie II, proposition XIII pp. 258-259. Il n'est pas interdit de voir ici un empreint de la méthode de la balance de Wren consistant à « peser » les mouvement en présence lors de choc et déterminer l'issue d'une collision. Pour la technique de Wren, nous renvoyons à C. Vilain, La question du 'centre d'oscillation' de 1660 à 1790, *Physis*, Vol. XXXVII, fasc. 1, 2000, pp. 29-30.

⁴⁹ La «force des jets» semble un thème d'étude courant dès la fin des années 1660 au sein de l'Académie Royale des Sciences et nous renvoyons pour cette histoire à M. Blay, Recherches sur les forces exercées par les

continu du liquide au choc de ses constituants, de « petits corps égaux entre-eux & sans ressort » ; il remplace alors le poids par un jet identique, lui-même composé de corps durs, l'équilibre s'ensuivant encore. Mariotte en infère que ce qui vaut pour le macroscopique tient aussi pour le microscopique et la balance demeurera équilibrée lorsqu'il s'agira de corps venant heurter, suivant les proportions adéquates, chacun des deux plateaux⁵⁰.

Dans le même ordre d'idée, en n'imaginant plus cette fois-ci le flux d'un jet mais la chute d'un système de corps, si « le centre commun de pesanteur » d'une ligne « inflexible » reliant deux « poids » inégaux A et B, tombe sur une autre ligne supposée « inflexible & inébranlable », il se fera un équilibre au moment du choc. Si on remplace ce système à deux corps par un seul dont le « centre de pesanteur » tombe verticalement « sur une ligne horizontale inébranlable », la même conclusion s'impose⁵¹.

De cette illustration par la balance et du raisonnement impliquant un système puis un unique corps, ressort l'idée que l'action impliquant des corps durs peut s'interpréter par le biais d'un équilibre : du constat que deux poids seront équilibrés lorsque « leur centre de pesanteur » se confondra avec le point d'appui de la balance, Mariotte en vient à penser le mouvement du système rigide à deux corps, maintenu au repos par une ligne « inflexible », et finit son raisonnement par un corps dur, qui finalement n'est rien moins qu'un composé de petites balances, des quantités de matières égales figurant de part et d'autre du centre de gravité. Les différentes transitions dévoilent la construction mentale conduisant naturellement à transposer l'équilibre sur une machine au cas de corps durs entrant en collision ; on passe du traditionnel équilibre de machines à celui de « puissances » dont l'intensité est celle de corps en mouvement. Cet équilibre impliquant des corps inélastiques apparaît dans un autre traité qui introduit le principe des vitesses virtuelles au fondement de toute science mécanique.

fluides en mouvement à l'Académie Royale des Sciences : 1668-1669, dans *Mariotte, savant et philosophe, analyse d'une renommée, op. cit.*, pp. 91-124. Il est question dans ce genre de recherches de trouver un équivalent statique, par un mécanisme de levier, à la pression causée par le jet. Ce genre d'expériences conduit Huygens à énoncer que « les impressions de l'eau courante contre une surface platte sont en raison doublée de ses différentes vitesses », voir M. Blay, p. 102. Mariotte reprendra une telle expérience, qu'il tient donc probablement de Huygens, et ces résultats, *ibid.*, pp. 106-107.

⁵⁰ *Ibid.*, p. 259. Dans son *Traité de Mécanique, ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des Arts, & les propriétés des corps pesants lesquels ont un plus grand usage dans la Physique*, Paris, 1695, P. de La Hire reprendra cet exemple de choc simultané équilibrant une balance, de même que toute la théorie de Mariotte concernant la « force de l'eau » sur les aubes d'un moulin dont l'évaluation repose sur le principe décrit dans la note précédente, à savoir une mesure de l'action par l'équivalent d'un poids l'équilibrant.

⁵¹ Mariotte, *op. cit.*, p. 264.

2.2 *Traité du Mouvement des eaux*⁵²

En préliminaire à une analyse hydrostatique, Mariotte introduit explicitement, dans la « règle II » de ce traité, un cas de collision de corps comme relevant d'un équilibre : si deux corps « sans ressort de même matière » se choquent « horisontalement & directement » avec « leurs vitesses [...] reciproques à leurs grosseurs, au moment du choc ils feront équilibre »⁵³. Si les grandeurs impliquées varient, un des corps « l'emporte », comme cela a lieu sur une balance⁵⁴. L'auteur voit dans cette règle le moyen de « prouver facilement le principe de Méchanique, qui a été mal prouvé par *Archimède*, par *Galilée*, & par plusieurs Auteurs ; sçavoir, que lorsqu'en une balance les poids sont réciproques à leurs distances du centre de la balance, ils font équilibre »⁵⁵. Mariotte considère alors une balance équilibrée BAC, de point d'appui A, avec $AC=4AB$ et les poids $B=4C$. En raisonnant par l'absurde, si B « l'emporte », il décrit un arc et fait mouvoir C quatre fois plus vite. Dans ces conditions, « les quantitez de mouvement de ces deux corps seroient égales, & une quantité de mouvement auroit forcé une qui lui seroit égale ; ce qui est impossible » puisque la règle II prévoit un équilibre pour une telle égalité. Un exemple de collision servirait ainsi à fonder dans le cas d'un équilibre la proportion jusqu'alors reconnue entre les bras d'un levier et les poids.

Ce qui est équilibre pour la machine implique virtualité de mouvements, là où le choc renvoie à une effectivité ; le terme « équilibre » ne signifie rien d'autre qu'une égalité des quantités de mouvements de chaque corps. Mariotte ne prête donc guère attention à la différence entre vitesses virtuelles et vitesses effectives. Dans l'analyse qui suit, il précisera

⁵² Mariotte, *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides, divisé en V parties par feu Mr. Mariotte, de l'Académie Royale des Sciences ; Mis en lumière par les soins de Mr. de La Hire, Lecteur & Professeur du Roi pour les Mathématiques, & de l'Académie Royale des Sciences ; Imprimé sur la plus nouvelle & la meilleure Edition, augmentée & corrigée de nouveau dans Œuvres de Mariotte [1740], tome II, op. cit.*

⁵³ *Ibid.*, règle II p. 357. Concernant cette « grosseur », Mariotte précise que des corps d'une même matière « ont leurs poids proportionnés aux quantités de leurs matières » ; elle est donc une quantité de matière et l'auteur utilise indifféremment poids ou « grosseur ».

⁵⁴ Voir première partie, les corps « s'arrêteront l'un l'autre, & demeureront sans mouvement, s'ils s'attachent ensemble ; mais si les deux quantités de mouvement sont inégales, ils ne demeureront pas en repos immédiatement après le chocq », proposition VI p. 38.

⁵⁵ *Ibid.*

qu'il faut, dans une machine, d'une part, considérer les vitesses suivant les directions verticales pour appliquer un principe statique identifiable à celui défini par Descartes⁵⁶, puis, d'autre part, recourir aux « commencements » de mouvement⁵⁷ ; ensuite, il appliquera en l'état ces grandeurs au cas d'un choc.

Et cette fois-ci, au-delà de la simple analogie entre science des machines et collision, se pose la question de l'identité des concepts dans chacune des deux sciences ; après avoir mentionné cet exemple, nous constaterons dans le paragraphe IV que Mariotte ne perçoit aucune différence de nature entre percussion et pesanteur, que finalement pression et collision sont assimilables et qu'ainsi les méthodes et concepts de la science des machines deviennent légitimement applicables dans celle du choc.

L'exemple proposé par Mariotte s'inspire de Galilée (voir *supra* 1.3). Mariotte considère l'équilibre dans une roue, avec les poids $B=2A$, BK élevée de 60° sur l'horizon, trace la tangente BF en B, rencontrant en F l'horizontale AK prolongée ; « le plan BF sera élevé de 30 degrés, & la perpendiculaire BG ne sera plus que la moitié de BF » (voir figure

⁵⁶ *Ibid.*, règle III p. 358 : « lorsque deux poids n'ont pas la même direction vers le centre de la terre, & qu'ils sont disposés en sorte que l'un ne puisse se mouvoir, qu'il ne fasse mouvoir l'autre aussi vite ; il ne faut pas estimer la force de chacun par sa simple quantité de mouvement, mais par une quantité de mouvement respective, qui se trouve en multipliant chaque poids par sa vitesse à l'égard de son approche ou de son recul au centre de la terre ». L'auteur souligne par là qu'il faut prendre en compte la composante verticale de la vitesse ou la longueur le long de cette direction (il utilise indifféremment les deux quantités dans ce cas). Il illustre cette règle par un équilibre de deux poids sur un plan incliné. Pour connaître les « forces » ou les « quantitez respectives de mouvement », il faut multiplier le poids reposant sur le plan par la hauteur de ce dernier, distance d' « approche [de la boule] du centre de la terre » et celui suspendu par la longueur du plan, puisqu'il « fait autant de chemin en montant ou descendant [que l'autre poids sur le plan], & qu'[il] va directement vers le centre de la terre ». Pour des poids en proportion inverse de ces distances, « il se fera équilibre [...] ce qui procède des causes expliquées dans les deux premières règles », la seconde règle mentionnées ci-dessus étant introduite pour une collision de corps inélastiques, voir p. 258. L'autre exemple concerne un équilibre de poids reposant sur des plans inclinés de part et d'autre d'une même hauteur ; ici encore, Mariotte mentionne des élévations verticales et fait appel à la seconde règle. Dans les deux cas, le savant ne précise pas qu'il s'agit de « commencements » de mouvement, mais il le mentionnera explicitement par la suite. Ce premier exemple se trouve dans *Les Mécaniques de Galilée* du Père Mersenne, *op. cit.*, additions IV et X, respectivement pp. 59 et 77 ; les deux dans le traité de mécanique de Descartes. L'utilisation de vitesses (référence à une collision de corps durs en mouvement) constitue un « mélange » des pratiques cartésienne et galiléenne.

⁵⁷ Ce « commencement » fait écho à l'utilisation du principe par Descartes et Galilée. Voir Annexe 6 pour le principe de Descartes.

4). Le mouvement de B « se fait au commencement selon la tangente », mais ne s'avance vers le centre de la terre que de la verticale BG. De son côté, A s'en éloigne et « sera disposé à aller deux fois plus vite [...] que le poids B ». Puisque FB, BG sont dans le même rapport que AK, KG, « le poids B fera le même effet à l'égard du poids A, que s'il étoit en G » ; autrement dit, les moments statiques par rapport à K du poids B situé en B ou en G sont les mêmes. Mariotte considère alors que « si AK est la mesure de la vitesse de A », KG représentera celle de B ; puisque $AK=2KG$, « le poids A sera réciproquement au poids B comme KG à KA, & par la 2°. & 3°. Règle ces poids ainsi disposés feront équilibre »⁵⁸.

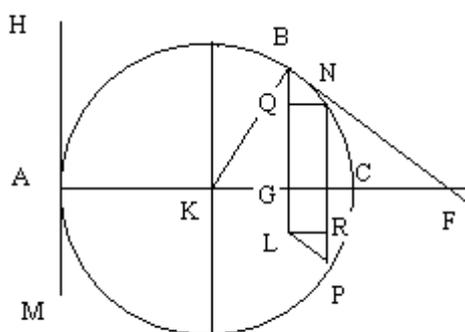


Figure 4

En reprenant le fil du raisonnement, Mariotte introduit un « commencement » de mouvement donnant la proportion des vitesses entre chacun des poids laquelle se retrouve entre AK et KG, et ce dernier rapport lui permet alors de substituer des vitesses aux longueurs. Autrement dit, par la considération des seules composantes verticales on recourt aux moments statiques, mais cette étape se voit escamotée par la substitution de vitesses en lieu et place des bras de levier. Ceci permet alors de ramener l'équilibre de la machine à celui de « poids » entrant en collision par un appel à la « règle II » (des « corps sans ressort », stipule la règle). Ces longueurs AK, KG représentent finalement les vitesses virtuelles BN et BQ et elles deviennent celles de corps entrant en collisions.

Mariotte ne propose pas ici une démonstration dévoilant les conditions d'équilibre entre deux poids liés à une machine particulière ; il propose plutôt une illustration d'une intime connexion de l'équilibre statique et de celui du choc. Il s'agit avant tout d'un exemple, témoignant d'une identité de traitement par le biais d'un même concept de

⁵⁸ *Ibid.*, p. 359.

phénomènes mécaniques différents. Même concept, en effet, car la question du passage de déplacements virtuels aux vitesses de collisions se fait sans qu'il y ait là matière à réflexion particulière ; une réflexion qui dissocierait l'effort intervenant dans la machine de celui existant dans une collision. En reprenant brièvement le fil du raisonnement, l'auteur semble constater une identité entre la « poussée » du poids B à l'extrémité du bras KB et celle de sa descente le long d'un plan incliné que dessinerait la tangente BF : en effet, la proportion établie entre BF et BG qui est celle entre BN et BQ n'est rien moins que celle entre les vitesses de chute verticale et celle le long du plan (voir *supra*, 1.3). Puisqu'on se réfère aux « commencements » de descente, la proportion entre BF et BG est aussi celle des *momenti* galiléen. Par conséquent KG représentera la vitesse associée à cette « poussée » verticale, de même que KA celle de A ; « l'équilibre » de la collision implique alors des vitesses virtuelles et les « efforts » dans le choc sont ceux-là même que définit le « moment de descente » de Galilée. Intervenant à travers les liaisons d'un système mécanique, sur un plan et, finalement, dans une collision, les vitesses virtuelles définissent une unité conceptuelle (l'identité de la poussée-effort) affectant différents domaines de la mécanique.

Par conséquent, on assisterait à une transposition directe de l'effort-poussée de la statique à l'impression de la collision. Nous gardons pour l'instant cette expression de vitesses virtuelles, quand bien même dans cet exemple Mariotte ne définirait pas la nature des corps. En effet, pour des corps durs, l'expression ne convient plus, les vitesses instantanément acquises dans un tel choc devant être finies. Il y aura lieu d'interroger cette « virtualité » et nous le ferons dans la conclusion cette partie : une définition générale d'une telle vitesse nous semble être celle d'une tendance au mouvement empêchée, ce qui peut tout aussi bien concerner des corps inélastiques ou élastiques.

Dans un dernier exemple, Mariotte remplace les poids par des « puissances » tirant A et B suivant AM et BL. L'équilibre surviendra lorsque les « puissances » en M et L seront dans le même rapport que AK à KG, et « ce qui procède de ce que la puissance en L ne fait point venir directement le point B, mais il va selon la tangente BF au commencement de mouvement ». Il alors suppose BN « indéfiniment petite », NQ perpendiculaire à BL. B tendant de B vers N, L « vient » en P et NP=BL, avec ces deux directions parallèles. LR, QN parallèles à AK donnent RP=BQ et LP=BN. La puissance en M « se sera avancée selon la direction d'effort AM d'une ligne égale à BN ou LP » et celle en L, « en même tems », selon « la direction d'effort BL ou NP, que de la ligne RP ». Puisque BN=2RP (BF=2BG d'après la

démonstration précédente et BFG, LRP semblables par construction), l'équilibre n'existera que pour une puissance en L double de celle agissant en A⁵⁹. Mariotte recourt donc à des déplacements « indéfiniment petits » et n'escamote plus comme précédemment les moments statiques au profit de vitesses : il n'utilise tout simplement plus ces derniers et le principe des travaux/vitesses virtuels y gagne en autonomie jusqu'à devenir le « principe universel de la mécanique »⁶⁰.

Nous concluons cette partie relative à Mariotte en notant que le principe des vitesses virtuelles, historiquement élaboré à partir d'études concernant la science des machines, constitue pour l'auteur un moyen de relier le choc et l'équilibre des machines. Le savant semble tout à la fois influencé par l'utilisation qu'en fait Galilée, en même temps qu'il applique le principe à un thème de recherche cartésien, à savoir le choc de corps. Le cadre théorique galiléen fournirait ce concept de « moment » appliquée à l'étude de la percussion. Cette utilisation/extension du principe statique au cas du choc n'est pas le propre de Mariotte. Nous en constaterons une remarquable utilisation chez J. I Bernoulli : le savant partira de l'énoncé du principe et, selon son expression, l'« emploiera » dans l'étude du choc (voir la conclusion de cette partie). Bernoulli invite alors à substituer le déplacement infinitésimal permettant l'étude des conditions d'équilibre entre forces par celui provoqué par une

⁵⁹ *Ibid.*, pp. 359-360.

⁶⁰ *Ibid.*, p. 360 : « Lorsque deux poids ou deux autres puissances sont disposées en sorte que l'une ne puisse se mouvoir qu'elle ne fasse mouvoir l'autre, si l'espace que doit parcourir un des poids selon sa direction propre & naturelle, est à l'espace que doit parcourir l'autre en même tems selon sa direction propre & naturelle, réciproquement comme ce dernier poids est au premier ; il se fera équilibre entre les deux poids : mais si l'un des poids est en plus grande raison à l'autre, il forcera ». Remarquons que ce principe fait appel à des « espaces » et non des vitesses. Il semble que le temps permette l'interchangeabilité des deux grandeurs. Comme nous l'avons relevé pour les propositions précédentes, Mariotte fait intervenir des vitesses. Dans le cas d'équilibre de deux corps reposant chacun sur des plans inclinés de même hauteur et juxtaposés, Mariotte précise qu'un même glissement les affecte et que les parcours verticaux « accomplis en même tems », seront les « mesure[s] de[s] vitesse[s] » de chaque poids.

Constatant l'absence du principe des vitesses virtuelles dans certains traités de statique de savants français contemporains de Mariotte, P. Duhem conclue que « la Statique de Pardies, le Traité de Mécanique du P. Lamy sont des œuvres fort médiocres ; ces deux écrits, comme ceux de Rohault et de De Challes, nous montrent en quel état de décadence se trouvait, au voisinage de l'an 1680, la science de l'équilibre », *op. cit.*, tome II, p. 243. Il conviendrait de circonscrire cette conclusion aux seuls traités examinés par l'auteur ; l'œuvre de Mariotte repose bien sur un tel principe. Puis, comme nous le remarquerons, les mécaniques de Pardies et Dechales sont très influencées par la lecture de Galilée.

collision ; d'autre part, il remplace les forces par les masses des corps. Une telle pratique nous semble au cœur de tous les travaux de savants français que nous examinerons dans la paragraphe qui suit ; on la rencontre aussi chez Varignon qui, partant des principes cartésien et galiléen, en vient à substituer des masses aux poids et une variation de vitesse provoquée par l'action d'une force au déplacement d'un système équilibré (voir Partie III, chapitre II, 1.2).

La pratique de Mariotte ne semble pas tenir d'un projet explicite visant à fonder la dynamique au sein d'une théorie générale de l'équilibre mais davantage de bâtir une science du choc en utilisant les outils qui permettent à Galilée de fonder sa mécanique qui repose sur cet invariant poids-vitesse, l'approche galiléenne se basant sur une mise en « parallèle » de différents domaines mécaniques coordonnée autour de cette grandeur⁶¹. De fait, si le principe des vitesses virtuelles offre la possibilité de penser une réduction à une science de l'équilibre, il est davantage perçu à ce moment de l'histoire comme un moyen permettant de théoriser d'autres sciences.

III-Efforts statique et dynamique : Dechales, Pardies, Wallis et Parent

3.1 C.-F. Milliet Dechâles et I.-G. Pardies

Une telle pratique serait illustrée par le contenu de travaux du Père jésuite C.-F. Milliet Dechales⁶². Dans une machine, l'évaluation de l'effet d'un poids doit prendre en compte la « quantité de mouvement » définie comme le produit « du nombre des parties du poids par la vitesse », l'espace pouvant se substituer à cette dernière dans un temps déterminé ; deux poids de même quantité de mouvement s'équilibrent. On parlera alors d'une égalité de forces pour deux mobiles dont « les grandeurs sont en raison inverse de leurs vitesses »⁶³. De telles définitions s'appliqueront à l'analyse de la collision.

⁶¹ Voir *supra* I.

⁶² Claude-François Milliet Dechales, *Cursus seu Mundus mathematicus*, Jean Posuel et Claude Rigaud, Lyon, 1690 (première édition en 1674) et *Traité du mouvement local...*, *op. cit.* Nous n'avons pas eu accès au premier ouvrage et nous référons aux citations présentes dans P. Duhem [1905], *op. cit.*, tome II, pp. 220 à 222.

⁶³ P. Duhem [1905], tome II, *op. cit.*, p. 220. Dechales souligne alors qu'« aucune machine n'augmente les forces de la puissance » et que « si les forces de la puissance peuvent s'appliquer à un plus grand poids, c'est

La « force du ressort » ne dépassera pas celle employée à le bander et Dechales le justifie par une équivalence « d'actions » rappelant le principe statique cartésien : « si on a esté obligé d'employer la force d'un poids d'une livre qui descend deux pieds, il [le ressort] n'aura pas plus de force qu'il en faut pour porter le poids d'une livre à la hauteur de deux pieds »⁶⁴. Ceci est reçu comme « un Axiome de la mécanique » et cette élévation de poids se nomme aussi « quantité de mouvement » ; la « mesure de la force » du ressort s'identifie alors « à la quantité de mouvement qu'on employe » à le comprimer et qu'il restitue intégralement⁶⁵. Ces préliminaires posés concernant « l'action » du ressort, Dechales en vient à la collision de corps à ressort sur un « corps ferme » : « si les pesanteurs des corps qui choquent un corps immobile sont reciproques à leurs vitesses les chocs seront égaux », autrement dit les compressions identiques et, par conséquent, « les chocs ont même raison que les moments, ou les forces des corps ont mesme raison que les quantitez de mouvement ». Finalement ce terme « moment » s'associe à une quantité de mouvement, sans pour autant que l'auteur se coupe de l'idée d'une production de ce mouvement ; l'utilisation de ce terme semble devoir à une lecture galiléenne⁶⁶. Ces raisonnements valent aussi pour des corps

que la quantité de mouvement est diminuée dans le poids ou augmentée dans la puissance », *ibid.*, p. 221. L'égalité « d'efforts » prend en compte l'invariant poids-vitesse, cette dernière récompensant la petitesse d'une force mouvante suivant la maxime de Galilée.

⁶⁴ Dechales [1682], *Traité du mouvement local*, *op. cit.*, p. 74, voir aussi p. 76 : « c'est la mesme chose de mouvoir le poids d'une livre de deux pieds, ou de mouvoir un pied, le poids de deux livres » ; Descartes écrivait « c'est le mesme », voir aussi l'Annexe 6 relative au principe statique cartésien.

⁶⁵ *Ibid.*, p. 76. Voir aussi p. 78 : « il faut autant de force pour donner la vitesse de quatre degrez à un corps d'une livre, que pour produire celle de deux degrez dans le corps de deux livres » ; ainsi, « l'action » ou « force » du ressort passe de l'équivalence cartésienne à une mesure recourant aux vitesses. On constatera que ce mouvement produit recevra l'appellation de « moment », terminologie galiléenne.

⁶⁶ *Ibid.*, p. 100. Le « moment » est donc la quantité de mouvement produite. Comme signalé dans la précédente note, Dechales semble tirer ce terme d'une lecture galiléenne. Analysant l'équilibre sur un plan incliné, nous rencontrons un « glissement » conduisant à une égalité de « moments » de deux poids compris comme le produit de leurs mouvements verticaux et leurs « grandeurs », aux « moments » des seuls poids en considérant qu'ils « tombent » verticalement. Ainsi, puisque les déplacements verticaux du poids reposant sur le plan et de celui suspendu verticalement sont dans la proportion du plan incliné à l'hypoténuse, « le moment d'un corps, qui est posé sur un plan incliné, au moment du même corps qui descend perpendiculairement, a même raison que la perpendiculaire au plan incliné », *ibid.*, p. 336. Passant des corps s'équilibrant et liés à un système mécanique à un corps « posé » sur un plan et « tombant », Dechales introduit le « moment de descente » de Galilée par un raisonnement semblable au maître.

« mols » ou « inflexibles » et on passe du mobile heurtant un « corps ferme » au cas où deux poids mobiles avec des « forces » égales où des « momens égaux » se rencontrent ; ils s'arrêteront et cette égalité implique « équilibre », tout comme pour les machines simples.

Dechales mentionne pour ce dernier cas une « destruction » des mouvements et plus généralement lorsque deux poids inégaux animés de vitesses différentes en sens contraire se heurtent, le plus petit mouvement “découpe” une quantité égale dans l'autre corps, ces deux « momens » se « détruisant »⁶⁷. Le mouvement restant se répartit alors sur les deux poids et nous renvoyons pour cette pratique au chapitre II de la partie I, la méthode du bateau pouvant toujours ramener les collisions au cas du choc symétrique impliquant des mouvements de sens opposés et se détruisant.

Lors d'une collision élastique, le « ressort » partage son « action réciproquement selon les résistances des corps »⁶⁸. Le jésuite réfute l'hypothèse de vitesses de rejaillissement inversement proportionnelles aux « résistances » et, selon lui, seules les quantités de mouvement de rejaillissement suivent une telle proportion ; manifestement, le cas de collision contre un obstacle invincible lui fait rejeter cette proposition ; pour les autres cas de collisions sans corps inamovibles, cette résistance s'identifie au poids (voir partie I, chapitre I, 2.2.2). Le seul moyen alors pour faire jouer à

Aussi Dechales en vient-il naturellement à la proportion entre les vitesses le long du plan et de la verticale : elles doivent suivre le rapport des moments « car le mobile qui a des forces doubles, doit se mouvoir avec une double vitesse, puisque je considère les vitesses dans le même état, c'est à dire, celles que le corps produit au commencement de son mouvement : & faisant abstraction de toute autre force étrangère, je ne puis avoir autre mesure de son mouvement, que ses forces pour se mouvoir, c'est à dire son moment : donc les mouvemens qu'il produit quand il tombe perpendiculairement, & quand il descend sur un plan incliné, sont en même raison que les momens », *ibid.*, p. 340. Les vitesses sur le plan et le long de la verticale seront alors dans la proportion de la longueur à la hauteur, tout comme les moments. Dechales prend en compte ces derniers au « commencement du mouvement », soit les « poussées » dont la proportion s'établit par la considération d'un équilibre, proportion qui se retrouve entre les vitesses de chute. Manifestement ce texte se réfère au scholie Viviani qui n'apparaît pas dans l'édition de Mersenne, *Les nouvelles pensées de Galilée*, de 1639 ; il semblerait donc témoigner d'une connaissance de l'édition des *Discours* de 1656 et sur cette proposition galiléenne, voir *supra*, 1.3.

⁶⁷ *Ibid.*, pp. 145, 150 et 414.

⁶⁸ *Ibid.*, p. 88 et p. 414. Dechales semble appliquer le modèle de corps inélastiques rencontrant à chacune de ses extrémités un ressort (voir entre autre, pp. 76, 84, 91, 398 et 414) en même temps qu'il parle de « corps à ressort », voir p. 423.

cette « résistance », mal définie, un rôle dans l'établissement de règles consiste en un rappel systématique, par le biais de la méthode du bateau, des collisions inélastiques à un choc symétrique où les poids se retrouvent inversement proportionnels aux vitesses : en effet, cette configuration implique identité de « résistances ». Dans une balance équilibrée ou lors du choc symétrique, les corps s'opposent une même « résistance » et le rappel de toutes les collisions à ce cas du choc symétrique se justifie alors par une analogie avec la statique : « ainsi nous avons pris pour mesure du ressort, le cas auquel les vitesses estoient reciproques aux corps, parce que pour lors l'on a l'Equilibre »⁶⁹.

Finalement, toutes les collisions élastiques s'étudient à partir de ce choc symétrique impliquant une égalité de « moments ». Ce « moment » doit tout à la fois à une lecture galiléenne et au principe statique cartésien. Il est la variation de mouvement produite par une action, que celle-ci provienne d'une machine ou d'une percussion.

On retrouve les différents sens galiléens du terme *momento* dans un ouvrage d'un autre jésuite, Ignace-Gaston Pardies⁷⁰. Le livre « traite de ces sortes de mouvemens qui se font avec quelque violence, en surmontant la résistance qui se rencontre d'ailleurs »⁷¹. Il propose une « démonstration de toutes les machines mouvantes, dont la force se réduit à celle de la balance » ; la loi du levier est élevée au rang de principe heuristique en même temps qu'elle devient « la proposition fondamentale de la statique » : « deux poids suspendus des deux costez d'une balance demeurent en équilibre, lors que les longueurs des bras de la balance d'où les poids sont suspendus, sont en raison réciproque des poids »⁷². Aussi, Pardies utilise-t-il comme notion première le moment statique (combinaison du poids et de la

⁶⁹ *Ibid.*, p. 436.

⁷⁰ I.-G. Pardies, *La Statique ou la science des forces mouvantes* dans *Œuvres, op. cit.*, troisième édition, 1725 (première publication en 1670).

⁷¹ *Ibid.*, Préface, p. 216.

⁷² *Ibid.*, p. 239. Avec cette primauté accordée à cette loi, le livre ne fait évidemment pas œuvre de nouveauté et s'inscrit dans une tradition déjà fort ancienne ; on pourrait citer l'école péripatéticienne, Archimède, comme Pardies le fait lui-même, voir p. 213. Il cite encore Héron d'Alexandrie dont l'intérêt de l'ouvrage *Les Mécaniques*, selon R. Dugas, réside dans son utilisation du moment statique pour traiter l'équilibre des leviers angulaires ; l'historien note un probable emprunt d'une telle notion à Archimède, voir R. Dugas, *Histoire de la mécanique*, réédition Jacques Gabay, Paris, 1996, pp. 32-33.

longueur d'un bras de levier) et ce ne sera que comme corollaire qu'il introduira les vitesses virtuelles⁷³.

Le second sens du moment est celui du poids statique sans combinaison avec une distance. Les poids inégaux d et e exercent des forces contraires équilibrant un levier mobile autour de a (voir figure ci-dessous) : « si ces deux efforts demeurent en équilibre sans se surmonter l'un l'autre, ils seront en raison réciproque de leurs distances, c'est-à-dire, que comme la longueur ca est à la longueur ba, ainsi sera le poids d au poids e »⁷⁴ ; ici, l'« effort » concerne les seuls poids, sans combinaison avec le dispositif de la machine. Conséquemment, et Pardies est nettement influencé par Galilée et Torricelli, « personnes [qui] se sont fait une *Science toute nouvelle du Mouvement* », il développe par l'intermédiaire du plan incliné la notion « d'effort que fait un corps à descendre ».

Un poids e retient par l'intermédiaire d'une poulie un poids c reposant sur un plan incliné fh : « le poids qui s'appuie ainsi sur le plan incliné, pesera plus que le poids suspendu en l'air ; & [...] tirant une perpendiculaire fg à l'horizon, le poids c sera au poids e, comme hf est à fg »⁷⁵.

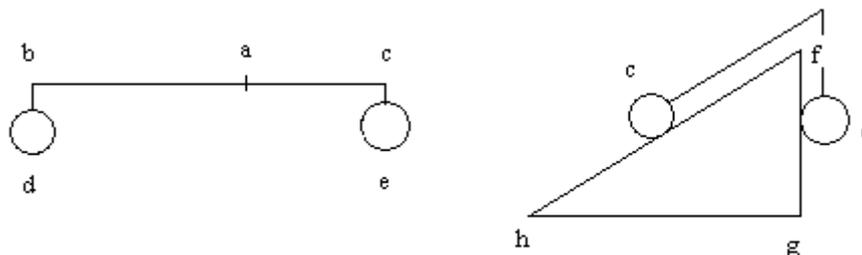


Figure 5

Ceci posé, il en vient à la « proportion de la force à descendre dans le plan incliné »⁷⁶, qui ne suppose cette fois-ci plus de poids retenant le corps dans sa descente, et

⁷³ L'application du levier conduit donc au moment du poids comme grandeur permettant de mathématiser une situation d'équilibre. Ce moment statique est défini en toute généralité, Pardies note que « le bras de la balance [...] se doit prendre en une ligne perpendiculaire à la ligne de direction », ou encore que « la longueur du bras se doit prendre depuis le centre de la balance jusqu'à l'endroit où la perpendiculaire coupe la ligne de direction du poids », voir p. 244.

⁷⁴ *Ibid.*, pp. 249-250.

⁷⁵ *Ibid.*, p. 226.

⁷⁶ *Ibid.*, p. 259.

finir par conclure qu'« ainsi généralement on peut poser que l'effort que fait un corps à descendre par un plan incliné fh, est à toute sa pesanteur, comme la perpendiculaire fg [...] au plan incliné ; ou bien comme le sinus de l'angle d'inclinaison fgh est au sinus total »⁷⁷. On passe donc d'un « effort » déterminé par un poids s'opposant à la descente à l'« effort que fait un corps à descendre », ne tenant plus compte de ce poids résistant. Ce texte suit donc le raisonnement de Galilée donnant à « l'effort » une acception dynamique.

Cette dernière analyse constitue aux yeux de Pardies un moyen pour réfuter la notion de la force de repos de Descartes et particulièrement rejeter sa règle 4 (voir *supra*, Partie I, Chapitre I). Là où il s'agissait pour Descartes de traiter de mises en mouvement par l'intermédiaire d'une collision, Pardies donne un contre exemple tiré du plan incliné et d'un mécanisme statique. Le poids e équilibre c qui se trouve sur ce plan : « nous pouvons considérer les poids homogènes e & c [...] qui étant en équilibre, sont néanmoins fort inégaux, en sorte que c peut être dix fois & cent fois plus grand que n'est e. Dans ce cas, si nous venons à ajouter quelque chose, pour petit qu'il soit, au poids e, ce poids l'emportera, & en descendant il fera monter avec une égale vitesse l'autre poids c. Il est donc visible que ce petit corps e peut non seulement mouvoir un corps dix fois & cent fois plus grand que luy, mais encore luy donner toute sa vitesse »⁷⁸ ; ainsi le « moindre effort » suffit pour mouvoir un corps. Une fois de plus, ce raisonnement s'inspire de Galilée ; pour un levier équilibré, « on adjouste quelque chose » à un poids, ou sur un plan incliné, « il suffit pour mouvoir un fardeau, que la force surpasse insensiblement celle qui le soutient » (voir Mersenne [1634], *op. cit.*, p. 33 et pp. 54-55 ; voir *supra*, 1.2). Pardies transpose les concepts élaborés par Galilée à l'analyse du choc, car finalement ce « moindre effort » correspond à un « moment », à cette action que le jésuite examine lors de la chute libre sur le plan incliné. Comme nous le développons pour Dechaes, l'action impliquée dans une collision, celle identifiable au moment, ne diffère pas de « l'effort » sur la machine. Une telle conclusion nous semble aussi applicable au cas de J. Wallis.

⁷⁷ *Ibid.*, pp. 263-264.

⁷⁸ *Ibid.*, p. 264.

3.2 J. Wallis

La *Mechanica* de Wallis repose sur le principe des travaux virtuels. Dans un premier temps Wallis utilise le moment statique renvoyant à un équilibre pensé par le biais de la symétrie d'un problème. Ainsi, les parties relatives à la balance (chapitre III, « *De Libra* ») et au levier (chapitre VI, « *De Vecte* ») reposent sur cette grandeur qu'il nomme indifféremment moment ou *ponderatio*, composé de la longueur d'un bras et d'un poids⁷⁹.

Wallis voit aussi dans l'élévation d'un poids sur une certaine hauteur la grandeur susceptible de fonder une science statique ; on peut même mentionner la généralité du principe puisque applicable à pour toutes les « forces motrices » (après avoir énoncé ce principe pour des poids, Wallis précise que « le même résultat s'applique, *mutatis mutandis*, à toute force motrice »)⁸⁰ ; on reconnaît là une application du principe statique cartésien. Wallis fait reposer son axiomatique sur la proportionnalité entre cause et effet⁸¹, définit le « moment » d'une force appliquée pendant un certain temps comme la « raison composée » de la grandeur de cette force par la durée de son application, et introduit l'empêchement au mouvement (« *impedimenta* ») par la « raison composée » d'un poids et d'une hauteur d'élévation⁸² : les moments sont proportionnés aux empêchements⁸³ ce qui lui permet de quantifier le « degré de force » (la grandeur de la force mentionnée ci-dessus) : « In

⁷⁹ Voir cette définition du moment statique dans Wallis, *Mechanica sive de Motu, Tractatus Geometricus*, dans *Opera Mathematica, op. cit.*, Chapitre III, scholie de la proposition XV, p. 632 : « Momentum illud hic intelligo, quo Pondus gravat suum respective Librae Brachium ; quod itaque speciatim *Ponderationem* apello ».

⁸⁰ *Ibid.*, Chapitre II, proposition VI et VII, pp. 598-599 : « Comparata Gravia caeteris paribus, ea ratione Ponderant (Descensum moliendo, aversendo Ascensum), qua pollent eorum si moveantur Descensus Ascensuve ; sive, quae ex Ponderum & Altitudinum rationibus componitur. Idemque aliis motibus, mutatis mutandis, accomodabitur ». Dans la suite de la proposition, il note « Si duo Gravia (seu Vires Motrices)... » Remarquons que Wallis ne donne pas une loi d'accélération pour un corps pesant mais pour un corps soumis à une force motrice ; il introduit donc une notion générale et le poids n'est qu'une force motrice parmi d'autres.

⁸¹ *Ibid.*, Chapitre I, proposition 7 p. 584 : « Effectus sunt, causis suis adaequatis, proportionales ». Le recours au principe statique cartésien qui lui-même repose sur cette proportionnalité invite à penser qu'il y a là une influence cartésienne.

⁸² *Ibid.*, voir pour les définitions de ces notions Chapitre I, propositions XVIII à XX et propositions XIII à XVI, pp. 587-589.

⁸³ *Ibid.*, Chapitre I, proposition XVII, pp. 588-589 : « Quae respectivis Impedimentis aequipollent Momenta, sunt Impedimentis proportionalia [...] Eaque Momenta, si augeantur ; vel minuantur Impedimenta ; movebunt ». Wallis fait appel à la proposition VII, celle de proportionnalité des effets à leurs causes.

comparatis motibus, Virium gradus (caeteris paribus) sunt in ratione quae ex Ponderum & Celeritatum rationibus componitur » (proposition XXVII)⁸⁴. Ensuite, Wallis énonce qu'une telle proposition permet de traiter des problèmes telle que la détermination de la vitesse du corps, la force et le poids étant donnés etc..

Dans ce type de rédaction, tout le chapitre I concerne des définitions et propositions générales (« De Motu generalia ») applicables aussi bien à la cinématique, la statique où la dynamique ; ce genre d'exposition se retrouvera chez Varignon dans les années 1690 (voir Partie III, Chapitre II). Il semble difficile d'entendre ce qu'est cette proportionnalité entre moments et empêchements sans se référer à la science des machines, comme en attesterait la prise en compte d'une combinaison force-temps, qui rappelle la maxime galiléenne d'une durée récompensant la petitesse de la force, ou la proposition de proportionnalité effets-causes et la prise en compte des « élévations » de corps pour traiter de l'équilibre sur une machine, deux derniers aspects qui nous conduisent au principe statique cartésien. Finalement, le moment (ce qui produit un mouvement/ « Momentum, appello, id quod motui efficiendo conduit », *ibid.*, Définition III, p. 576) est la « poussée » galiléenne dont l'exercice dans le temps donne une quantité de mouvement.

Le « degré de force », introduit précédemment à l'aide des principes statiques, exprime aussi la « force ou l'impetus » (« Vis seu novus Impetus ») ou encore le « moment » d'une « cause motrice » agissant continûment sur le modèle de la pesanteur ; la même cause « imprime » un degré de vitesse identique à chaque instant suivant la proposition VII de proportionnalité de cause-effet⁸⁵. Finalement, le « moment » était défini comme produit de la force par la durée de son action et, ici, il n'est ni plus ni moins que la quantité de mouvement produite à chaque instant. Il n'y a pas incompatibilité entre ces raisonnements, il faut penser ce moment comme susceptible d'un cumul, un moment final (au bout d'un certain temps) n'étant que l'agrégat de moments instantanés ; ceci correspond à la théorie galiléenne du cumul du moment (nous y reviendrons dans la Partie III, chapitre II) à ceci près que Wallis définit explicitement une relation de proportionnalité entre la cause motrice (la poussée) et l'acquisition de vitesse dans le temps. En amont de ce raisonnement, l'acquisition de vitesse et donc l'action, est mathématisée à l'aide des principes de statique, Wallis introduisant son « degré de force » par l'intermédiaire des notions de « moment » et d' « empêchement ».

⁸⁴ *Ibid.*, Chapitre I proposition XXVII, pp. 592-593.

⁸⁵ Wallis, *Mechanicorum, sive Tractatus de Motu, Pars tertia*, dans *Opera Mathematica, op. cit.*, Chapitre X, proposition I et II, pp. 992-993.

Ce « moment » intervient aussi dans la collision. Il s'identifie au simple mouvement d'un poids et se nomme aussi « force » (un poids mP possède une vitesse rC « cui aequipolleat Momentum seu Vis $mrPC$, per prop. 27. Cap. I. »⁸⁶). Cette proposition 27 était celle relative à la combinaison des principes statiques et permettait de définir le « degré de la force » (voir ci-dessus), soit finalement l'action de cette force ; toutes les règles de collisions de corps durs ou élastiques repose sur cette action tirée de cette proposition. Wallis introduit aussi un moment identifié à une « force d'impulsion » (« Momentum seu Vis impellens », proposition II, p. 1003) qui génère un moment-mouvement par le biais de la grandeur du choc (voir *supra* Partie I, Chapitre II). Autrement dit, les principes statiques fondent le concept la poussée rencontrée dans la collision, comme ceci apparaissait chez Dechales s'appuyant sur le principe de Descartes.

Entre la poussée statique et celle intervenant en dynamique (collisions), les travaux/vitesses virtuelles semblant jeter des ponts. Tout comme pour les machines, il y sera question d'égalité et d'inégalité de moments dans le choc ; si, chez Wallis, la « comparaison » (sous-entendu sur une machine) des corps pesants implique la prise en compte de leurs ascensions ou descentes en application du principe statique cartésien, la poussée intervenant dans le choc est aussi conçue à partir du même principe.

Wallis, Mariotte ou Dechales utilisent la méthode du bateau, et finalement un principe de compensation poids-vitesses (celui que Mariotte nomme « principe universel de la mécanique ») pour analyser le choc comme ressortissant à l'équilibre. L'étude de la collision repose alors sur la combinaison d'une technique de changement de référentiels et sur un recours au principe des vitesses virtuelles fondant le concept d'action. Un livre de 1713 de A. Parent témoigne qu'au XVIII^e siècle de telles pratiques sont toujours d'actualité.

3. 3 A. Parent et la « réduction » à l'équilibre

Les *Elémens de Méchanique et de Physique* d'Antoine Parent s'ouvrent par l'exposé d'une méthode permettant de déterminer les règles de collisions de corps durs et élastiques : « la maniere de rappeler tous les chocs à l'équilibre ou de les en déduire par des témoins auxiliaires, contenoit la connoissance de tout ce qu'on peut désirer du

⁸⁶ *Ibid.*, Chapitre XI, proposition I, p. 1002.

mouvement ; & croyant que ce fût une chose tout à-fait nouvelle, je m'appliquay l'année derniere à pousser cette methode jusques à en tirer des principes generaux pour la connoissance de toutes sortes de percussions »⁸⁷. La nouveauté revendiquée n'est qu'illusoire : Parent recourt à la méthode du bateau de Huygens et si les œuvres posthumes de celui-ci ne paraissent qu'en 1703, Wallis, Mariotte ou Dechales l'utilisent (voir Partie I, chapitre II). Parent le reconnaît avec une ingénuité difficilement crédible tant les écrits de ces derniers auteurs sont connus de tous : « depuis que ce Traité est achevé on m'a fait voir plusieurs Auteurs, comme Messieurs Vallis & Mariotte dans son Traité de la Percussion, qui semblent avoir en vûë la même maniere de considerer le mouvement, quoy qu'ils ne se soient pas expliquez de même, si ce n'est peut-être M. Mariotte dans ses mouvemens composez. On m'a assuré de plus que M. Huguens avoit publié dès il y a long-temps ce même Principe dans plusieurs Journaux. Cependant le peu de progrez qu'on a fait jusqu'icy dans la connoissance du choc, me pourroit faire croire que la maniere d'en faire application n'a pas encore été connuë puisqu'encore aujourd'huy plusieurs Auteurs celebres ont leurs principes particuliers, & sont si peu d'accord entr'eux »⁸⁸.

Parent procède à ce qu'il nomme une « reduction de toutes les differentes especes de chocs directs au seul équilibre »⁸⁹. Ce dernier intervient par l'action de « forces égales », la « force » s'identifiant ici à une quantité de mouvement ; la configuration référence sera donc celle impliquant des masses inversement proportionnelles aux vitesses effectives⁹⁰.

⁸⁷ A. Parent, *Elémens de Méchanique et de Physique, où l'on donne géométriquement les principes du choc & des équilibres entre toute sorte de corps. Avec l'explication naturelle des machines fondamentales*, Florentin et T. Delaulne, Paris, 1700, Préface (non paginée).

⁸⁸ *Ibid.*, Préface.

⁸⁹ *Ibid.*, p. 40.

⁹⁰ L'introduction de masses au lieu de poids n'a rien d'originale, on la retrouve chez différents acteurs. J. Sauveur dans son *Traité de Méchanique* (texte non publié et manuscrit non daté, Archives de l'Académie des Sciences, cote 1J16). Sauveur pose que « si le poids et la puissance ont des vitesses reciproques aux masses ainsy la quantité de leur mouvement ou leurs forces sont egalles et par conséquent ils demeureront en equilibrium », f°. 18 v. Cet équilibre vaut aussi bien pour des quantités de mouvement (produit d'une masse et d'une vitesse) égales sur une machine ou dans un choc. Pour ce dernier, dans le cas de corps durs (seuls étudiés dans ce manuscrit par Sauveur), la « destruction » de mouvements égaux se comprendra comme un équilibre et servira à fonder les règles de collisions : des mobiles allant en sens contraires « tendent à s'arreter l'un et l'autre de sorte que s'ils avoient des forces egalles, ils demeureroient en repos après leur chocq, donc le plus fort pert autant de sa force que le plus foible en a, ainsy il ne reste pour mouvoir ces deux corps apres leur chocq que la difference

Un tel choc se définit alors comme la « loy de l'équilibre » et « cette loy étant posée on doit donner le resultat de tous les chocs possibles des mêmes corps sans équilibre »⁹¹. Les chocs inélastiques conduisent au repos ; les collisions élastiques, à une restitution des vitesses initiales car, avec une égalité de « forces », chacun des mobiles se comporte comme « un obstacle solide » l'un à l'égard de l'autre, « donc chacun doit retourner à sa vitesse naturelle »⁹².

En quoi consiste cette « réduction » ? A partir de trois types de collisions concernant deux corps de masses A et B (mouvements de même sens, de sens opposé, un corps immobile), Parent « divise la distance AB en C, ensorte que $AC|CB||B|A$, ou que le produit de A par AC soit égal au produit de B par BC ; c'est-à-dire ensorte que si A & B, partant en même temps des lieux où ils sont, venoient se choquer en C ils eussent des forces égales, & pendant le mouvement de A vers B, je divise continuellement la distance des deux dans la même proportion reciproque de ces corps »⁹³. Si les collisions s'effectuent au centre de masse du système, les corps se percutent avec une même « force » et on se retrouve dans la

de leurs forces ou de leurs quantitez de mouvement », f° 5r-6v. On retrouve là une pratique rencontrée dans Partie I, chapitre II.

Dans son *Traité de physique*, Veuve de Charles Savreux, Paris, 1671, Jacques Rohault définit la quantité de mouvement comme le déplacement d'un volume sur une certaine distance (« elle s'estime par le plus ou le moins de matiere qui se meut tout à la fois ; tellement que si un corps de deux pieds cubiques parcouroit une ligne de dix toises, ce seroit deux fois autant de mouvement, que si un corps d'un pied cubique parcouroit la mesme ligne de dix toises », voir pp. 59-60). Il substitue volume et masse : « Et de là il suit manifestement, qu'afin que deux corps inégaux ayent des quantitez égales de mouvement, il faut que les lignes qu'ils parcourent soient entre elles en raison reciproque de leurs masses ; Comme, si un corps est triple d'un autre, il faut que la ligne qu'il parcourt ne soit que le tiers de celle de l'autre », p. 60 ; « supposons que le corps A ait deux pieds en tout sens [...] sa masse est octuple [...] », p. 68). Enfin, dans l'exemple d'un levier équilibré, il écrit : « quand deux corps appliquez aux extremitez d'une balance, ou d'un levier, sont entre eux en raison reciproque de leurs distances au point fixe, c'est une nécessité qu'en se mouvant ils décrivent des lignes qui soient entre elles en raison reciproque de leurs masses ». Dans son *Traité des Méchaniques*, dans *Œuvres Posthumes de M^r Rohault*, Guillaume Deprez, Paris, 1682, il fait reposer toute sa théorie de l'équilibre sur le moment statique et définit l'équilibre sur une balance par des « poids [...] entr'eux en Raison reciproque de leurs distances », p. 493. Cette substitution de masses aux poids se rencontrera aussi chez Varignon lors de son utilisation des principes statiques cartésien et galiléen (voir Partie III, Chapitre II, 1.2.1) ainsi que chez certains des ses élèves, voir conclusion de ce chapitre.

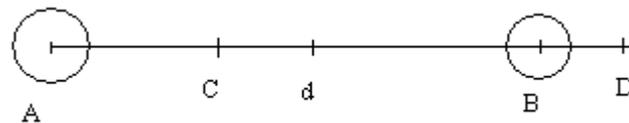
⁹¹ *Ibid.*, p. 19.

⁹² *Ibid.*, p. 59.

⁹³ *Ibid.*, p. 40.

configuration de la « loy d'équilibre ». On peut représenter les différents cas par le tableau suivant :

	Vitesse de A	Vitesse de B
A rattrape B et le choque en D	$AD=AC+CD$	$BD=BC+CD$
A et B ont des mouvements de sens contraires, le choc se produit en d	$AD=AC+Cd$	$Bd=BC+Cd$
A choque B en repos et $B=D=d$	$AD=AB=AC+CD$	$BD=0=BC+CD$



En supposant « un plan auxiliaire qui se meuve de A vers B de la même vitesse que C, à l'égard de ce plan C aura été immobile » ; pour un observateur situé sur ce plan, les vitesses de A et B seront AC et BC, puisque Cd ou CD correspondent à la vitesse du centre de masse du système. Une variante consiste à laisser ce plan immobile et mouvoir celui supportant les deux corps avec une vitesse DC ou dC (autrement dit, à les « embarquer » sur un navire). Dans les deux cas, les corps se choquent « d'égales forces » au niveau du point C.

Les collisions inélastiques conduisent à un repos par rapport au plan auxiliaire soit une vitesse commune CD (ou Cd) pour le système des deux corps par rapport à un repère absolu ne participant pas au mouvement du centre de masse. Dans l'autre cas, les corps demeurent au repos par rapport au référentiel du centre de masse et animés des vitesses précédentes (CD ou Cd) pour un observateur lié au plan auxiliaire. Pour les collisions élastiques, il suffira de composer les vitesses de restitution (égales à CA et CB) avec celle du centre de masse du système.

La méthode de Parent utilisant des plans mobiles s'inspire des analyses de Huygens et plus généralement des pratiques de Wallis ou Mariotte. Elle constitue le fondement de l'exposé du livre de 1713, bien que ce dernier tende à se défaire de l'artifice des changements de repères. Ceux-ci permettent de définir une décomposition de mouvement particulière, les mouvements initiaux des corps donnant lieu à des mouvements équilibrés et communs. L'exposé de 1713 n'apparaît pas comme une rupture par rapport à celui de 1700, mais il convient de noter que dans cette continuité la décomposition prend une certaine autonomie par rapport à un exposé qui recourait aux plans comme support à l'imagination dans une expérience de pensée.

Le livre de 1713 énonce « deux principes » : « *dans toutes sortes de choqs, les corps se choquent avec équilibre, & se séparent de même* »⁹⁴. L'expérience justifie ce premier point, montrant « les corps mous, omogènes & de même figure qui se rencontrent de quelque manière que ce soit, sont également aplatis par le choq » ; elle valide le second, car « quand un ressort mis entre deux corps vient à se bander, il les écarte en leur donnant des vitesses réciproques à leurs masses, c'est-à-dire, des forces égales »⁹⁵. Notons que pour Parent un aplatissement identique affectant chaque corps renvoie à un équilibre : comme nous le constaterons dans le paragraphe 3.4, il ne distingue pas l'équilibre de l'égalité de l'action à la réaction.

L'aplatissement dépend de la vitesse respective des mobiles ; on peut décomposer à souhait les mouvements initiaux du moment que celle-ci demeure inchangée. En particulier, Parent les décompose systématiquement en mouvements « commun » et « d'équilibre » : « les mouvemens *Supposez* ou *Vrais*, comme par exemple, AD, BD, & les mouvemens *Feints*, sçavoir, un mouvement CD *Commun* à tous les corps, à l'égard duquel ils sont indifferens entre eux (puisqu'ils vont de même vitesse ne sçauraient se choquer) ; & deux autres mouvemens AC, BC que j'appelle *Mouvemens d'équilibre*, parce que faisant abstraction du mouvement *commun*, ces deux corps font effectivement équilibre entre eux, en se choquant en C avec les vitesses AC, BC, à cause que ces vitesses ont été faites réciproques à leurs masses ; Desorte que ce *Mouvement commun* tient icy le même lieu que le mouvement parallèle, qui dans les choqs obliques se conserve tout entier ; & le Mouvement

⁹⁴ A. Parent, *Essais et recherches de mathématique et de physique. Nouvelle Edition augmentée d'un troisième volume, & d'un tiers au moins en chacun des deux premiers*, J. de Nully, Paris, 1713, tome II, p. 760.

⁹⁵ *Ibid.*

d'équilibre fait le même effet que les mouvemens perpendiculaires, qui contiennent une opposition entiere ; & je ne crois point qu'on puisse imaginer de résolution plus parfaite du mouvement qu'en deux autres, dont l'un est tout-à-fait indifferant, & l'autre tout-à-fait opposé : toute autre résolution étant encore résoluble en celle-cy »⁹⁶.

Cette décomposition revient à celle due au déplacement du plan auxiliaire à la vitesse du centre de masse, ou sur celui du plan commun au corps avec la vitesse de ce centre, en sens opposé, méthodes pratiquées en 1700 ; on ne passe cependant plus d'un repère à l'autre et il faut relever une généralisation d'une décomposition entraînant l'équilibre/destruction d'une composante, la seconde s'identifiant alors au mouvement final.

Telle est du moins l'analyse pour les corps inélastiques pour lesquels « les mouvemens d'équilibre AC, BC doivent se détruire l'un l'autre, puisqu'ils sont égaux & contraires, & qu'un de ces corps est à l'égard de l'autre un obstacle inébranlable ». Les deux corps ne possèdent donc plus que la vitesse commune BC⁹⁷.

Telle est aussi celle pour les corps élastiques, car ces derniers doivent « s'aplatir également » jusqu'à annulation de la vitesse respective, moment où ils tendent à suivre le comportement de corps inélastiques. Il ne reste alors plus qu'à ajouter et soustraire à la vitesse commune celles des rejaillissements de chaque corps provenant de l'élasticité⁹⁸.

Le traitement proposé s'articule autour de la notion d'équilibre impliquant des « forces égales ». Directement issue de la pratique de Huygens, le changement de repère impliquant le référentiel du centre de masse tend à se muer en une décomposition recourant à une destruction de mouvement. Parent écrit qu'on peut toujours concevoir un mouvement initial comme composé d'un mouvement final (le mouvement commun, celui du centre de masse pour des corps inélastiques) et un autre équilibré. En ce sens, il ne paraît pas excessif de voir dans la pratique de ceux qui utilisent ces compositions cinématiques (Parent, Mariotte, Dechales, Wallis etc..) et des équilibres, l'esprit de la méthode de D'Alembert (voir paragraphe V).

⁹⁶ *Ibid.*, pp. 762-763. Voir le tableau précédent pour les décompositions.

⁹⁷ *Ibid.*, p. 764.

⁹⁸ Cette quantité restituée se détermine par la différence entre le mouvement initial et le mouvement commun qui permet de déterminer la force de compression. Intégralement distribuée sur chaque corps, il faudra l'ajouter et la soustraire au mouvement commun afin de déterminer les vitesses finales de chacun. Nous renvoyons au second chapitre de la première partie pour l'exposé de cette méthode.

Avant de clore ce chapitre sur un paragraphe relatif à ce dernier auteur, nous examinerons ce qu'il convient d'entendre par cette notion d'« équilibre » qu'invoquent les savants jusqu'à présent mentionnés lorsqu'ils étudient la collision, en nous demandant si à leurs yeux la percussion implique un équilibre au même titre qu'on rencontre un équilibre dans la science des machines simples.

IV-Remarques sur les analogies

On peut entendre ces analogies entre la science des machines et celle des collisions comme une simple comparaison, la vision de phénomènes se ressemblant, sans prétendre que les concepts requis pour celle-là s'identifient à ceux mobilisés par celle-ci. Dès lors, la statique, par le biais du principe des travaux et/ou des vitesses virtuels, deviendrait pourvoyeuse de nouveaux concepts, cependant irréductibles aux siens. Il faudrait alors concevoir l'utilisation du terme « équilibre » dans l'étude des collisions comme une extension purement nominale et non conceptuelle. La situation inverse serait aussi envisageable : les savants mentionnés ci-dessus recourent à une « loi d'équilibre » lors du choc, car cette science ne diffère pas de la statique, les deux relèvent des mêmes concepts et méthodes.

En formulant le problème autrement, cela revient à se demander si les « actions » rencontrées en statique, et leurs déclinaisons telles que « moment », « effort », voire « force » sont les mêmes en dynamique. Cette question en tant qu'elle revient à poser celle de la genèse de la dynamique est ample et nous ne saurions y répondre dans son intégralité. Plutôt que la distinction tranchée entre les deux acceptions mentionnées, il y a tout lieu de se demander si un juste milieu n'existe pas. Il consisterait justement à souligner que dans cette phase d'élaboration d'une nouvelle science à partir de celle que l'on connaît et pratique depuis l'Antiquité, celle des machines, la notion « d'action » tend à se dégager d'un sens traditionnel tout en n'aboutissant pas encore à une vision uniquement dynamique. Nous relèverons plutôt l'ambiguïté de la notion, ambiguïté pouvant alors permettre de voir une « loi d'équilibre » en lieu et place d'une action-réaction et ainsi venant justifier une pratique qui consiste, selon l'expression de Parent, à « réduire à l'équilibre » ce que de prime abord nous tendrions naturellement à considérer comme un événement dynamique, à savoir une percussion.

4.1 Détour galiléen

Pour chercher la nature de « l'effort », la science galiléenne pourrait fournir une grille de lecture. Le projet de Galilée, comme brièvement relevé, peut s'interpréter comme une extension de l'invariant poids-vitesse de la science des machines à l'analyse dynamique. Le moment-poussée, combinaison d'un poids et d'une vitesse réelle ou virtuelle, laisse place au « moment de descente », grandeur qui n'est plus tributaire des liaisons d'un système mécanique mais devient autonome, objet d'étude pour lui-même. En outre, le « moment » intervient dans l'analyse de la « force de la percussion ».

La question de l'identité des actions impliquées se pose ou, plus précisément, celle de savoir si le « moment » des machines simples renvoie au même concept que celui intervenant dans des phénomènes dynamiques. D'un côté, on trouve un « moment » composé d'un poids et d'une vitesse virtuelle et, de l'autre, une vitesse acquise ; un principe des vitesses virtuelles ou une application d'une quantité invariante poids-vitesse, avec une vitesse finie, pour expliquer la « force des machines » et, lors de la chute libre, une pesanteur conduisant à l'acquisition de moments et de vitesses. Dans les deux cas, la vitesse rend compte de l'augmentation de la poussée. Ainsi, sur un levier, elle récompense la petitesse d'une force ; lors d'une chute, les moments s'accumulent de la même manière que s'accumulent les degrés de vitesse (sur ce cumul, nous renvoyons à la Partie III, Chapitre II, 1.3.1). Dans ce second cas, Galilée n'explicite pas le lien entre la force-poussée de la pesanteur et l'acquisition de vitesse ; elles augmentent parallèlement (voir *supra*, 1.3). La vitesse d'une force appliquée à une machine augmente son moment, au même titre que la vitesse s'accroissant lors d'une chute augmentera l'action du poids lors de sa percussion sur le sol. Concernant l'étude de la force de percussion, Galilée en donne deux moutures.

La première figure dans les *Mécaniques de Galilée* du Père Mersenne⁹⁹. On peut y lire : « cet effect [de la force de percussion] vient de la mesme source que les autres effects Mechaniques, à sçavoir que la force, la resistance, & l'espace par lesquels se font les mouvemens ont une telle correspondance & proportion entr'eux que la force répond seulement à une resistance qui luy est égale, & qu'elle la meut seulement par un espace égal,

⁹⁹ M. Mersenne, *Les Mécaniques de Galilée*, *op. cit.*, chapitre XI, « De la force de percussion », pp. 64-66.

ou d'une égale vitesse, dont elle se meut elle mesme » ; une force moitié moindre qu'une résistance la mouvra à condition qu' « elle mesme se meut d'une double impétuosité [...] ce qui se remarque en toutes sortes d'instrumens, par le moyen desquels l'on peut mouvoir & surmonter toute sorte de resistance pour grande qu'elle puisse estre avec une force si petite que l'on voudra ». Dans cette première étude, la force en question s'identifie à la pression d'un poids et la science des machines permet d'apporter une réponse à la question posée : la force de percussion est susceptible de recevoir une mesure que fournira le principe appliqué à l'étude des machines simples et « aucune différence de nature n'existera par conséquent entre la *percussion* et la *pression* »¹⁰⁰.

Une autre analyse de cette force devait composer la 6^e Journée des *Discours* de 1638, mais ne paraîtra que de manière posthume¹⁰¹. C'est toujours la science des machines qui fournit le cadre méthodologique mais les conclusions s'éloignent de l'écrit de jeunesse. Cette fois-ci, Galilée est conscient qu'un « bélier » lâché d'une même hauteur sur un pieu ne l'enfonce pas d'une même profondeur après chaque percussion, et qu'un poids toujours croissant doit être posé pour produire le même effet ; dans ces conditions, quel poids immobile faut-il prendre pour mesurer la force de percussion qui demeure constante, le poids tombant de la même hauteur¹⁰² ? D'autre part, si ce pieu s'enfonce toujours moins pour chaque coup successif, on en vient à un poids immobile d'une grandeur infinie et une force de percussion infinie¹⁰³.

Galilée révisé ses premières conceptions et ne parvient pas à évaluer cette force. Pour autant, les schémas de pensée de la science des machines guident encore sa démarche et cette « infinité » n'est pas le propre de la seule force de percussion. Ainsi, « non seulement dans la percussion, l'opération de celle-ci paraît infinie, surpassant n'importe quelle résistance, si grande soit-elle, mais elle paraît telle dans n'importe quel autre outil mécanique ; il est en effet manifeste qu'un très petit poids de une livre, en descendant, soulèvera un poids de 100 et 1000 et autant de livres qu'il nous plaira, si nous plaçons ce

¹⁰⁰ M. Clavelin, *op. cit.*, p. 476

¹⁰¹ 6^e Journée des *Discours* titrée « De la force de la percussion », publiée dans une réédition des œuvres complètes de Galilée en 1718, traduite avec un commentaire introductif par S. Moscovici, Remarques sur le dialogue de Galilée *De la force de la percussion*, Revue d'Histoire des Sciences, 1963, tome XVI pp. 97-137.

¹⁰² Voir S. Moscovici, *op. cit.*, pp. 122-124.

¹⁰³ *Ibid.*, p. 124.

poids sur le bras d'une balance 100 ou 1000 fois plus loin du centre que le poids très grand, c'est-à-dire si nous faisons en sorte que l'espace que parcourt le petit en descendant soit 100 ou 1000 fois plus grand que l'espace que parcourt l'autre ne montant, ou encore si la vitesse de celui-là est 100 ou 1000 fois plus grande que la vitesse de celui-ci »¹⁰⁴. L'infinité intervient aussi dans les machines, il suffira pour s'en convaincre d'éloigner le poids moteur du point d'appui du levier. Le moment varie selon la disposition de ce poids sur l'appareil ; le moment du poids au repos se voit aussi modifié par la hauteur de sa chute laquelle donne existence à un moment total, cumul des moments instantanés¹⁰⁵. Galilée montre alors les modifications commune affectant un même poids selon qu'il est libre ou associé à un mécanisme ; une mise en parallèle semblant offrir le témoignage d'une identité de nature entre l'action de la percussion et celle dans la machine¹⁰⁶.

Aussi s'approche-t-on d'un traitement du choc reposant sur une loi d'équilibre, pouvant s'apparenter à celui pratiqué par les savants français précédemment mentionnés, sans pour autant que Galilée ne recherche des règles de collisions ; l'analyse se porte sur la force de percussion, non sur des règles devant en régir le comportement. Plus généralement, Galilée restreint la percussion à une classe de phénomènes spécifiques, ceux impliquant la pesanteur

¹⁰⁴ *Ibid.*, p. 126.

¹⁰⁵ *Ibid.*, p. 136 : « le moment d'un grave dans l'acte de la percussion n'est rien d'autre qu'un composé et un agrégat de moments infinis, dont chacun est égal au moment seul soit interne et naturel du corps (qui est celui de la gravité absolue propre qu'il exerce éternellement en reposant sur quelque chose qui résiste) soit externe et violent, qui est celui de la force mouvante. Ces moments s'accumulent dans le temps du mouvement du grave d'instant en instant, tous égaux et se conservent en lui précisément de la façon dont s'accroît la vitesse d'un corps qui tombe : ceci se produit toujours comme dans tous les instants en nombre infini d'un temps, si petit soit-il, pour un grave qui passe par de nouveaux degrés de vitesse, tous égaux, en conservant toujours les degrés acquis dans le temps précédent ; de même, pour le mobile se conservent et se composent d'instant en instant ces moments, soit naturels, soit violents, que lui a condérés la nature ou l'art ».

On remarque au passage l'évolution parallèle entre l'accroissement des vitesses et des moments, sans pour autant que l'auteur définisse une relation entre la force de la pesanteur et l'accélération. Texte cité par F. de Gandt [1987], thèse, *op. cit.*, p. 180 ; voir les commentaires qui suivent sur l'absence de relation entre la « poussée » et le degré de vitesse, p. 181.

¹⁰⁶ Concernant la percussion, « il apparaît que le nœud de la principale difficulté vient de ce qu'on ne comprend pas comment l'opération de la percussion, qui semble infinie, doit nécessairement ne pas procéder par des moyens différents de ceux qu'emploient les autres machines, qui, avec de très petites forces, surpassent des résistances énormes ; cependant je ne désespère pas de pouvoir expliquer que la percussion aussi agit de la même manière », trad. S. Moscovici, *op. cit.*, p. 125.

et non la masse ; cette force de la percussion se voit limitée dans sa généralité et, conséquemment, il y a tout lieu de penser que cette restriction à la pesanteur fournit aussi un élément favorable à son assimilation à la science des machines¹⁰⁷.

Le disciple de Galilée, E. Torricelli, suit le maître dans cette conception de la force infinie en même temps qu'il semble assimiler les concepts statique et dynamique de moments. Cette infinité provient d'une accumulation de moments générés à chaque instant de la chute libre : quelle que soit sa durée, l'infinité des instants implique une somme infinie de moments qui se libéreront lors du choc (ceci reconduit la théorie de Galilée, voir ci-dessus). Pour autant, se posant lui-même l'objection que toute durée contient une infinité d'instant et qu'ainsi l'effet d'une chute serait infini quand même la hauteur serait petite, il répond en mettant l'accent sur la durée du phénomène : le corps percuté cède pendant un certain temps à l'action du mobile incident, et cette durée permet de diminuer l'effet de la force de percussion. Dans ces conditions, à l'invariant poids-vitesse ou poids-distance auquel recourait Galilée dans ses *Mécaniques*, Torricelli substitue la quantité poids-durée, cette dernière étant celle de l'extinction des moments accumulés par le corps pesant lors de sa chute. De l'infinité de la force de percussion ne s'ensuit pas celle de l'effet ; tel serait le cas si l'action ne s'exerçait que dans l'instant¹⁰⁸. Cette annihilation des moments lors du choc est pensée chez Torricelli comme une décélération, celle qu'on rencontre lors de la remontée d'un pendule, cette phase de mouvement qui épuise tous les moments accumulés durant la phase de descente. Aussi cette prise en compte de la durée du choc permet-elle à Torricelli de penser la percussion comme un équilibre où « la résistance pendant un certain temps permet d'équilibrer l'action du poids pendant le temps de la chute »¹⁰⁹.

¹⁰⁷ Voir sur ce point les commentaires de S. Moscovici, pp. 107-108.

¹⁰⁸ Pour les analyses de la force de la percussion chez Torricelli, voir F. de Gandt, L'analyse de la percussion chez Galilée et Torricelli, dans *L'œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, F. de Gandt (éd.), Publications de la faculté des Lettres et Sciences Humaines de Nice, n°32 (1^{re} Série), Belles Lettres, 1987, pp. 57-77.

¹⁰⁹ *Ibid.*, p. 71. Dans ce même article, F. de Gandt note que Torricelli croie à « l'unité de ce concept de momento ». Finalement, au-delà de la diversité des dispositions d'un poids sur une machine qui provoquerait différents moments, reste le lien génétique entre temps et moments. Le poids du corps se comprend à partir de Torricelli comme une succession de poussées/moments sans cesse renouvelés et réglés sur le flux du temps ; Torricelli assure une continuité entre la poussée sur la machine et celle dans la chute libre, car le temps unifie et devient le grand régulateur de l'action. Voir en particulier dans cet article p. 71 et pp. 75-76.

4.2 Pression et percussion

Cette extension du moment statique à celui de l'accélération de chute libre semble partagée par les savants que nous avons mentionnés¹¹⁰. Leurs travaux consisteraient alors à aller au-delà, pratiquer un autre élargissement en appliquant les principes de la science des machines non plus seulement à l'étude de la force de percussion, mais à l'établissement de règles de collision. La compensation entre le poids et la vitesse détermine l'issue d'une collision, la plus grande « force » l'emportant, comme sur une balance ; l'« effort » intervenant dans le choc se calque sur celui présent dans une machine, et le principe des vitesses virtuelles permet de le définir.

Mariotte fait de ce principe un « principe universel de la mécanique », et la retenue qu'il semble parfois afficher (la collision de corps inélastiques de même quantité de mouvement donne un repos, « ce principe d'expérience ou règle de la nature, & cette conséquence sont presque la même chose que ces principes de Mécanique ») n'est plus de mise lorsqu'il veut démontrer la règle du levier à partir de cette collision. Dans ce cas, en effet, la « poussée », terme appliqué pour signifier l'action des corps entre eux équivaut aux poussées statiques de ces mêmes corps sur une balance : le « commencement de mouvement » permet d'introduire la quantité poids-vitesse virtuelle établissant l'équilibre de la machine, et cette même quantité représente l'effort des corps entre eux. Le texte ne témoigne pas d'une quelconque différence entre ces efforts. Comme noté, si Mariotte prend conscience que l'étude du choc ne doit pas reposer sur le seul poids, que l'horizontalité du phénomène implique la prise en compte d'une propriété de la matière assimilée à l'inertie (voir Partie I, Chapitre II), cela ne change fondamentalement pas les choses concernant cette continuité entre la poussée sur la machine et celle du choc. Entre les « poussées » de la collision de corps et l'équilibre de la machine, seul le temps semble apporter une différence essentielle ; celles-ci sont continues, celles-là ne durent pas. D'autre part, nous avons constaté que Dechales introduisait le principe statique cartésien pour étudier les compressions lors de la collision élastique ; la méthode et les concepts de la science des machines sont donc opératoires pour l'analyse de la percussion.

Mais un poids simplement posé sur un support ou un autre en chute libre percutant ce dernier peuvent produire le même effet ? Dans un même livre, les réponses

¹¹⁰ Nous le retrouvons aussi chez Wallis, voir Annexe.

peuvent diverger. Ainsi dans son étude du coin, La Hire écrit que « quoique l'action du coin dépende seulement de la percussion dont il est difficile de donner le rapport avec la pesanteur, nous ne laisserons pas de considérer l'effort qui le pousse, comme celui d'une puissance sans avoir égard à la percussion »¹¹¹. L'effort de la poussée statique est convoqué pour étudier la collision, non faute de mieux, non parce qu'il serait irrémédiablement impossible de "mesurer" cette percussion, mais parce que cela s'avère seulement « difficile ». Un autre paragraphe donne impossible la comparaison entre un poids et cette force en s'appuyant sur une illustration mathématique classique témoignant de l'incommensurabilité des deux « efforts » : « on ne doute point que la percussion ne soit d'autant plus grande & ne fasse d'autant plus d'effort que le corps qui frappe est plus pesant & qu'il a plus de vitesse, puisque ce n'est que par la pesanteur & par la vitesse du corps jointes ensemble que se fait l'effort de la percussion. C'est-pourquoy il n'est pas possible de comparer l'effort de la percussion avec celui de la pesanteur seule d'un corps : car ce seroit faire la même chose que si l'on vouloit comparer une superficie formée par une ligne qu'on auroit fait mouvoir par un espace avec une ligne seule »¹¹².

Sauveur étudie aussi ce coin en ramenant la percussion à une simple poussée statique, sans affirmer une homogénéité ou irréductibilité : « l'effort du chocq, c'est a dire des coups violens que l'on donne sur leurs testes [...] que nous n'examinerons point icy contribuent beaucoup à l'effort qu'ils produisent »¹¹³ ; là encore, il ne s'agit pas de réfuter la possibilité d'une comparaison, mais de différer l'analyse à un autre moment, un autre travail.

L'incertitude sur la question n'est pas partagée par tous. Examinant « si la gravitation, ou l'effort du corps pesant qui est en repos, peut estre comparé avec la force qu'il acquiert en tombant, ou celle du choc, & de la percussion », Dechales répond par l'affirmative. Manifestement le raisonnement semble favorable à la supériorité de la force de percussion sur le simple poids. Un équilibre pourra se produire lorsque deux poids inégaux, dont un très supérieur à l'autre, tomberont de hauteurs différentes sur les extrémités des bras d'une balance. La hauteur de chute du plus grand poids est très petite et s'il vient à être simplement posé, il « a moins de force, que quand il tombe », et l'équilibre est rompu¹¹⁴. Aux

¹¹¹ La Hire, *Traité de Mécanique, ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des Arts, & les propriétés des corps pesants lesquels ont un plus grand usage dans la Physique*, Paris, 1695, p. 274.

¹¹² *Ibid.*, p. 292-293.

¹¹³ Sauveur, *op. cit.*, f° 38r.

¹¹⁴ *Ibid.*, pp. 251-252.

yeux de Dechales, réfuter une telle analyse passe par celle du présupposé sur laquelle elle s'appuie, à savoir, à ses yeux, que « le temps, & le mouvement [...] sont divisibles à l'infiny : & parce que je n'ai jamais crû ces divisibilités à l'infiny [...] cette démonstration n'aura guere de force chez moi ». En effet, « personne n'a pû démontrer qu'un mouvement plus petit à l'infiny fust possible [...] & mesme quand cela seroit, je ne crois pas que l'acceleration se fasse tellement par des parties proportionnelles à l'infiny plus petites, mais je croy que le corps qui se meut commence par un degré déterminé d'impétuosité, proportionné à la force de la pesanteur : car une cause déterminée produit un effet déterminé »¹¹⁵.

Dechales reproduit ici le même raisonnement que Mariotte, pour lequel « un corps qui tombe dans l'air libre, commence à tomber avec une vitesse déterminée, & qui n'est pas infiniment petite, c'est à dire qu'elle est telle, qu'il y en peu avoir de moindres, en différents degrez »¹¹⁶. Le mobile commence son mouvement avec une petite vitesse, mais une vitesse finie. Dans de telles conditions, ce qui nous apparaît comme une pression (un poids simplement posé) revient à une collision, la différence entre les deux actions ne provenant que d'une intensité entre grandeurs finies mais non entre grandeurs assimilables « à une ligne et une superficie » ; percussion et pesanteur deviennent alors comparables, car de mêmes natures physique et mathématique. Une fois évacuée le problème d'une différence de temporalité (d'un côté celle impliquant le processus continu de chute et de l'autre la discontinuité du choc), puisqu'on équilibre des poids on peut tout aussi bien « peser le choc » sans que la question d'une différence de dimension vienne perturber cette analogie¹¹⁷.

¹¹⁵ *Ibid.*, p. 256.

¹¹⁶ Mariotte [1673], *op. cit.*, p. 240. Manifestement Dechales reproduit à la lettre le raisonnement de Mariotte, jusque dans les expressions et exemples. Pour Mariotte, quelle que soit la cause de la pesanteur, action d'une matière subtile ou principe interne au corps, « cet agent naturel [...] a une action déterminée : donc son effet sera aussi déterminé », *ibid.* Chez Descartes, on retrouve cette critique adressée à la loi de chute des corps de Galilée. Concernant les exemples, celui du jet d'eau que nous donnerons par la suite figure chez Mariotte, pp. 244-245.

¹¹⁷ Dechales [1682], *op. cit.*, p. 259 : « une force de percussion peut estre si petite, qu'elle ne fera pas remuer un grand corps, par exemple une montagne : c'est à dire qu'elle ne pourra pas produire dans toutes les parties de la montagne, une impétuosité qui soit plus forte, que celles qu'elles [les parties de la matière subtile] produisent dedans elles & que j'appelle gravitation. C'est pourquoy il faut dire ou que le corps pesant produit dedans soy-mesme, quand il est au repos, une impétuosité d'une force déterminée, & qui peut commencer le mouvement avec une vitesse déterminée ; ou que luy-mesme à cette force, ensorte que si la percussion qui le pousse vers en haut, est si legere, qu'elle ne produise pas une grande impétuosité, il ne bougera pas ».

La question devient alors celle de la comparaison de deux quantités de mouvement et non d'une « force de percussion » et d'un poids au repos. Qu'on imagine un poids suspendu et un jet d'eau venant le percuter de bas en haut. Si « quelle percussion que ce soit estoit plus grande que la gravitation d'un corps en repos, celle de ce jet seroit plus grande que la gravitation du corps ». Or, le corps n'est pas poussé vers le haut et, une fois le fil coupé, il descend, « donc chaque goutte qui le frappe ne le fait pas mouvoir vers le haut [...] il faut donc dire que ce corps pesant encor qu'en repos, ne doit pas estre consideré sans vitesse, mais qu'il en a le principe dedans soy, & que cette premiere gravitation fait autant pour l'Equilibre, que si elle étoit accompagné de mouvement, qu'elle ne produit pas parce qu'on l'empesche »¹¹⁸. Ainsi, « l'effort du choc, ou percussion n'est pas infiny », de même que celui de la percussion horizontale, et les deux peuvent se comparer à un poids¹¹⁹. Bien « qu'il nous soit difficile de déterminer combien est forte la pression d'un corps qui est en repos, si on le compare avec celui qui se meut, cependant je dis qu'il a une impétuosité permanente en vertu de laquelle il auroit un mouvement d'une vitesse déterminée, lequel nous ne sçavons pas encor précisément, fautes d'expériences suffisantes »¹²⁰.

Puisque la pression et la collision sont de même nature, il devient alors possible de réduire la question de la percussion à celle des machines simples. La force ne sera finalement qu'un poids que viendra augmenter la vitesse de chute. Comparant « l'effort du corps au repos » avec « l'impétuosité que ce mesme corps acquiert en tombant », Dechales souligne « qu'ils sont de mesme nature, & qu'ils s'aydent l'un l'autre, & que l'un rend l'autre plus intense, & qu'ainsi on peut les comparer »¹²¹. Finalement, le mouvement « ajoute » du poids, et la percussion n'est qu'une pression amplifiée par le mouvement. Une telle conception rend alors envisageable de ramener le choc dans le giron de l'équilibre. Cette question de la “mesure de la percussion” n'est pas “datée” et n'a rien d'anecdotique : nous aurons l'occasion de citer un Mémoire de 1732 du Chevalier de Louville, l'auteur se montrant favorable à la commensurabilité des deux « efforts » (voir *infra*, Partie III, Chapitre II, 3.5 note 236), de même que l'article « Force » de l'*Encyclopédie* témoigne de l'importance et de l'incertitude concernant un tel sujet (voir *infra* Partie III, Chapitre II, 3.5).

¹¹⁸ *Ibid.*, p. 262.

¹¹⁹ *Ibid.*, p. 265.

¹²⁰ *Ibid.*, p. 275.

¹²¹ Dechales [1682], *op. cit.*, p. 250.

4.3 Parent et Régis et les « abus » de l'équilibre

Des textes de A. Parent et de P.-S. Régis semblent mettre en cause cette éventuelle identité des « efforts » statique et dynamique. Parent cherche la « manière de démontrer l'équilibre de Statique sans se servir du levier, c'est à dire en employant seulement les propriétés du chocq direct »¹²².

Soit sur un levier de point d'appui C deux poids A, B tels que $B=2A$ et $AC=2BC$. Fidèle à une vision mécaniste de la gravitation, Parent pose que « c'est le milieu où sont les corps pesant A & B, qui les chasse en bas, tel que soit ce milieu »¹²³. Ainsi si B décrit « l'arc insensible $B\beta$ », il élève « en même temps A par l'arc insensible $A\alpha$ » tel que $A\alpha = 2B\beta$; « le produit de B par l'arc $B\beta$ pourra se prendre pour l'effort du milieu, puisqu'il exprime toute la quantité de ce milieu qui pénétrant ou environnant B a fait impression sur luy pendant cet instant » et, de même, le produit de A par $A\alpha$ sera « la resistance du même milieu, puisqu'il exprime la quantité du milieu, qui pénétrant ou environnant A a fait impression sur luy, à l'encontre de celui qui a fait impression sur B »¹²⁴. Puisque l'« effort » égale la « résistance », le mouvement devient impossible et le système reste au repos. Parent remplace ensuite les poids B et A par l'action de deux hommes d'un côté et d'un seul de l'autre. Ils provoquent les mêmes déplacements « insensibles » précédents, et Parent conclut que les efforts sont identiques car « la quantité d'esprits [animaux] qui auroit combattu de part & d'autre, seroit égale »¹²⁵. Dans ces exemples, pesanteur issue d'impressions ou intervention d'esprits animaux, il s'agit de remplacer la configuration statique de l'équilibre (loi du levier) par une action de 'corpuscules' (matière subtile ou esprits).

L'« effort » renvoie dans tous les cas à la combinaison d'une force (poids, action d'une puissance ou d'un homme) et d'une hauteur « insensible » d'élévation.

¹²² Parent [1713], tome II, *op. cit.*, p. 361, « Nouvelle Démonstration Physique de l'équilibre dans la pesanteur ». Parent écrit avoir « trouvé au reste ce principe dans la Physique de M. Régis depuis que je l'ay fait imprimer », voir pp. 884-885. Un traitement similaire de cette question figure chez Régis, *Cours entier de philosophie ou système général selon les principes de M. Descartes contenant la logique, la métaphysique, la physique, la morale*, Huguëtans, Amsterdam, 1691, tome I, pp. 475-477.

¹²³ *Ibid.* Dans la préface de ses *Elémens de Méchanique et de Physique*, *op. cit.*, Parent écrit que « quant au titre de ce Livre, je ne crois pas qu'il se trouve encore personne assez étranger dans la Physique pour vouloir contester qu'elle n'est qu'un pur effet du choc des corps ; c'est pourquoy on m'avouëra que l'on ne peut pas donner des Elemens du choc, qu'ils ne le soient de toute la Physique en meme temps ».

¹²⁴ Parent [1713], tome II, p. 363.

¹²⁵ *Ibid.*, p. 364.

Enfin, le « principe » que mentionnera la citation suivante n'est rien d'autre que celui des travaux et/ou vitesses virtuels. La question que se pose Parent est la manière dont il faut l'appliquer à l'étude du choc direct. Sa réponse mélange lucidité et embarras. « J'avoué, écrit-il, que si l'on veut appliquer ce principe au choc horizontal des corps solides ou fluides, il faudra prendre le produit de B par sa vitesse naturelle pour les solides, ou par le carré de cette vitesse pour les fluides, c'est-à-dire la force de B & la multiplier par $B\beta$, & appeler ce solide l'effort de B ; & prendre le produit de A par sa vitesse naturelle, c'est-à-dire la force de A, & la multiplier par $A\alpha$ & appeler ce second solide la résistance de A, & supposant que BC soit à AC, comme la force de A est à celle de B, conclure delà que ces deux solides étant égaux, la résistance en A seroit égale à l'effort en B, & qu'ainsi B ne pourroit pas mouvoir A & réciproquement, car je ne vois point d'autre moyen que celui-là »¹²⁶.

En quoi ceci constitue un « aveu » et que signifie-t-il ? Traiter l'équilibre de la sorte lors de la collision ne correspond pas à la pratique jusqu'à présent développée par Parent. Aussi, reconnaît-il « qu'en voulant expliquer ainsi l'équilibre autour d'un point fixe par l'équilibre du choc direct, il semble qu'on détruit en même temps le direct, puisqu'il ne faut autre chose pour ce dernier, qu'une égalité entre les forces, c'est-à-dire entre les simples produits des masses par les vitesses sensibles & naturelles ou par leurs carrés dans les fluides. C'est ce qui mériterait bien, ce me semble, l'application des Sçavans, & c'est cette dernière difficulté qui m'a fait avoir recours à d'autres principes »¹²⁷.

L'utilisation du principe statique « détruit » cette conception de l'équilibre impliquant une égalité des quantités de mouvement, puisque nécessitant d'adjoindre des déplacements élémentaires à ces « forces ». Enfin, à travers ce propos, Parent pointe du doigt la limite d'applicabilité du principe statique des vitesses virtuelles, ou plutôt de sa transposition directe pour l'étude de la collision, et face à une situation inextricable laisse aux « Sçavans » le soin de régler la « difficulté », soit de rendre compatibles deux « principes ». Pour sa part, il préfère « rappeler » à l'équilibre (ce qu'il entend par « avoir recours à d'autres principes »).

Le texte de Parent tient du clair-obscur. D'une part, Parent est conscient des différentes grandeurs impliquées dans le principe statique : partant des poids et des

¹²⁶ *Ibid.*, p. 365.

¹²⁷ *Ibid.*, p. 366.

déplacements « insensibles », il faudrait, si on l’appliquait au choc, prendre des masses en mouvement et leurs adjoindre ces mêmes déplacements. Comme nous le constaterons par la suite, J. I. Bernoulli écrit « employer » ce principe à l’analyse du choc. Il passe des « forces absolues » équilibrées auxquelles il donne une vitesse virtuelle afin d’étudier les conditions d’équilibre entre ces forces, au cas de corps en collision ; ici, ces forces deviennent des masses, et le déplacement élémentaire celui que provoque l’action des corps¹²⁸. Certains savants auront donc moins de scrupules que Parent et il faut remarquer que la pratique de Bernoulli est aussi celle qui finalement apparaît chez des auteurs comme Mariotte, Dechales et même Varignon (voir Partie III, chapitre II, 1.2.1 a) : le principe statique, qu’il s’agisse de celui de Descartes ou Galilée sert à fonder une égalité dynamique entre l’action et la réaction. D’autre part, et malgré tout, Parent reste dans cette conception d’un équilibre survenant lors d’une égalité de quantités de mouvements et au-delà de la perspicacité dont semblent témoigner sa remarque et ses doutes, il en demeure à un traitement formel (il emploie la méthode du bateau, c’est-à-dire justement une “méthode”) de la collision pensée comme un équilibre.

A l’issue d’un raisonnement semblable, Régis soulignera un abus de langage et nommera les mouvements « *Mécaniques*, [ceux] qui regardent la pesanteur respective des corps, & qui diffèrent des mouvemens naturels, en ce que ceux-ci sont indépendans les uns des autres, ou s’ils en dépendent, ils ne sont pas opposez comme font les mouvemens mécaniques ; ce qu’il faut bien remarquer pour éviter de tomber dans l’erreur où sont ceux qui confondent ces mouvemens, & qui disent que quand des corps égaux se choquent avec des forces égales & opposées, ils doivent demeurer en équilibre, c’est à dire, en repos, car c’est proprement abuser du mot d’*Equilibre*, qui est à la vérité un repos, mais un repos purement respectif »¹²⁹. Apparaît en filigrane dans ce texte, une différence entre les phénomènes physiques reposant sur la continuité de l’action, les tendances au mouvement s’exerçant incessamment lors de l’équilibre sur une balance, ce qui n’est pas le cas lors d’un choc ; D’Alembert procédera à la même distinction et conclura que dénommer « équilibre » une collision de corps durs se justifie par la volonté de « généraliser les idées, & simplifier le langage » : il s’agit avant tout d’une question de commodité¹³⁰.

¹²⁸ Voir Conclusion de cette partie.

¹²⁹ P.-S. Régis, *Cours entier de philosophie, op. cit.*, tome I, *op. cit.*, p. 386.

¹³⁰ On retrouve cette différence dans l’article « Equilibre » de d’Alembert, où le savant reconnaît qu’ « on ne devrait employer le mot *équilibre*, que pour désigner le repos de deux puissances ou deux corps qui

Mais alors qu'est-ce que l'équilibre pour Parent, lui qui ne semble pas apporter la restriction que souligne Régis ? Parent « considère deux espèces d'équilibre, savoir, un équilibre total ou parfait, qu'on peut appeler équilibre de repos, & un partial ou imparfait, qu'on peut nommer équilibre de mouvement »¹³¹. Le premier implique « une égalité entre toute la force d'une part, & toute la force d'une autre ; & comme cette égalité détruit ordinairement le mouvement, au moins l'apparent, on peut l'appeler équilibre de repos, comme si les corps A & B venant à se rencontrer, s'arrêtoient mutuellement : ou si (par exemple) plusieurs corps A & B poussans ensemble le corps D, & un autre C, ou plusieurs les repoussant avec autant de force, tous ces corps demeuroient en repos ». Il s'agit ici d'une égalité de quantité de mouvement donnant le repos ; un tel équilibre implique donc des corps inélastiques. On trouve une autre illustration lorsque « quelques corps ou puissances A & B tirans les extrémités A & B des rayons solides DA, DB en sens contraires, tendoient à se faire tourner mutuellement autour du centre D, & qu'elles s'arrétassent l'une l'autre, toutes ces égalités de forces s'appellent des équilibres parfaits »¹³². Cet équilibre tient plus du sens traditionnel puisque ADB représente un levier coudé en D aux extrémités duquel s'exercent deux « puissances » ; dans ce dernier cas, l'équilibre se mathématise par le biais du moment statique (les « puissances » combinées aux « rayons solides »). Le dénominateur commun entre ces deux exemples est le repos final, et Parent ne tient pas compte de l'instantanéité (choc) ou de la durée (puissances) de l'action comme éléments susceptibles de différencier deux types « d'équilibre ».

L'autre sens, « l'Equilibre imparfait », se trouve « dans toutes les puissances qui sont en mouvement contre des résistances muës, il y a (par exemple) un tel équilibre entre

sont dans un état d'effort continuel, & continuellement contre-balancé par un effort contraire, en sorte que si un des deux efforts contraire venoit à cesser ou à être diminué, il s'ensuivroit du mouvement. Ainsi deux poids attachés aux bras d'une balance sont en *équilibre* dans le sens proprement dit [...] Au contraire deux corps égaux & durs qui se choquent en sens opposés avec des vitesses égales, détruisent à la vérité leurs mouvemens, mais ne sont pas proprement en *équilibre*, parce que l'effort réciproque des deux corps est anéanti par le choc ; après l'instant du choc ces deux corps ont perdu leur tendance même au mouvement, & sont dans un repos absolu & respectif, en sorte que si on ôtoit un des corps, l'autre resteroit en repos sans se mouvoir. Cependant pour généraliser les idées, & simplifier le langage, nous donnons dans cet article le nom d'*équilibre* à tout état de deux puissances ou forces égales qui se détruisent, soit que cet état soit instantané, soit qu'il dure aussi long-tems qu'on voudra », voir *Encyclopédie*, art. « Equilibre », tome 5, p. 874.

¹³¹ Parent [1700], *op. cit.*, p. 16.

¹³² *Ibid.*, p. 17.

un homme qui va d'un pas, & d'un effort toujours égal, dans une eau tranquille, entre des hommes & des chevaux qui tirent quelque fardeau d'un pas & d'un effort toujours égal ». Ici, « toutes la force des puissances motrices n'est pas employée contre la resistance », d'où le qualificatif d'imparfait. Que l'homme soit en mouvement dans la rivière ou en repos et l'eau venant à sa rencontre, « il faut la même partie de sa force pour soutenir ce choc qui est le même ; si donc toute sa force étoit anéantie par le choc qu'il souffre contre l'eau il ne pourroit pas marcher, il demeureroit en repos ». Pour des animaux tirant une charge, « une partie de la force qu'ils employent est anéantie par le poids, & l'autre sert à mouvoir le poids & leurs corps ; celle qui est anéantie par le poids est celle qui est en équilibre avec le poids »¹³³. Seule une partie de la force est « détruite », « anéantie » ; seule cette quantité est « équilibrée » par la résistance, le résidu de force assurant la mobilité.

A l'égalité entre une action et une réaction Parent substitue ce qu'il nomme un « équilibre » faisant intervenir des mouvements effectifs égaux et qui s'annihilent. On voit ici la limite de sa conception de l'équilibre. Ce dernier affecte un corps ou un système soumis à des forces dont la résultante sera nulle. L'action/réaction fait intervenir deux corps, et ne consiste pas en un exercice de forces agissant sur un seul corps pour le maintenir au repos : elle intervient lors de chaque interaction physique. Parent, pour sa part, ne voit dans l'égalité de forces qu'une cessation de mouvement ou une destruction de parties de mouvements : finalement, c'est l'équilibre tel qu'il le conçoit qui survient dans chaque événement dynamique. L'absence de mouvement à la suite d'un choc reproduit le phénomène observé dans une balance au repos, d'où cette qualification « d'équilibre ». C'est le modèle de l'inégalité de forces/quantités de mouvements qui doit régir l'interaction physique, dont une partie ou l'intégralité sera détruite.

Ainsi, Parent accordera à Newton la validité de sa troisième loi du mouvement, la loi d'égalité action/réaction, en apportant toutefois une restriction ; donnons dans un premier temps sa critique du concept de force newtonien : « l'Illustre M. Newton a laissé dans ses Principes de Philosophie, imprimez à Londres en 1687. differens principes pour les loix du Mouvement, quoy qu'il n'en ait déduit aucunes régles. Le premier est qu'il prétend que dans le choq des corps (les effets sont toujours proportionnels aux causes). Ainsi Selon ce Sçavant, un corps égal, double, triple, &c. d'un autre corps en repos, venant toujours avec une

¹³³ *Ibid.*, p. 18.

même vitesse le choquer directement, devrait luy donner des vitesses qui fussent entr'elles comme les nombres 1, 2, 3, 4, &c. ce qu'on sçait par démonstration, & par experience n'être pas véritable ». Ce premier point porte sur la mathématisation de la force et témoigne d'une mauvaise interprétation du texte newtonien reflétant une absence de conceptualisation de l'action. C'est en doublant, triplant etc...l'action que l'effet augmentera dans la même proportion. En l'occurrence, il faut concevoir cette action comme le changement de mouvement affectant le mobile incident dont la multiplication augmentera dans la même proportion l'effet. Or, Parent ne double, triple etc... ici que le mouvement effectif du mobile incident et reste alors dans ce schéma de pensée d'une inégalité de forces, de prévalence des forces, devant régir la collision.

Enfin, « le second principe est (*que l'Action & la Réaction sont égales dans toutes sortes de Choqs.*) Mais comme ce principe n'est évident que dans l'état d'équilibre, & que l'auteur n'enseigne point à rappeler tous les corps à l'équilibre, il s'ensuit encore que toutes les conséquences qu'il en tire ne sont nullement démontrées. Et quand même on luy accorderoit ce principe comme évident, il resteroit encore à prouver que la quantité du choc est la même hors le centre de gravité commun, que quand les corps se choquent actuellement dans ce centre ; c'est-à-dire que quand ils ont entr'eux des forces égales, c'est ce que ce Sçavant ne fait point ; ce qui soit dit sans vouloir rabaisser le reste de l'Ouvrage, qui est tout rempli d'une Geometrie admirable »¹³⁴. Cette loi ne se vérifierait que pour le seul équilibre, entendu que l'action qui donne naissance à ce dernier s'identifie à une égalité des quantités de mouvement des mobiles ; Parent ne saisit donc pas la teneur conceptuelle du texte de Newton. Il s'en tient à cette « réduction à l'équilibre » qui est une identité de mouvements effectifs.

Réduire à l'équilibre par la méthode du bateau, faire du choc symétrique la configuration référence nécessaire à l'étude des collisions, c'est donner une importance fondamentale au centre de gravité du système. Nous l'avons noté dans le second chapitre de la première partie : le centre de gravité est ce point se voyant affecté de chocs d'intensités égales ou, encore, l'endroit de part et d'autre duquel les corps du système possèdent une même quantité de mouvement. Finalement, si nous définissons l'équilibre comme un ensemble de forces agissant sur un système, ce qui est ici équilibré est un point matériel (centre de gravité), celui au niveau duquel des forces contraires agissent et s'annihilent. Dans son analyse de

¹³⁴ Parent [1713], tome III, *op. cit.*, pp. 84-85.

l'équilibre, Parent alterne entre clairvoyance et confusion. On ne peut pas appliquer directement le principe des vitesses virtuelles car les grandeurs impliquées diffèrent de celles intervenant dans un choc. Mais ceci ne signifie pas pour autant que l'auteur ait une vision nette de l'action entendue comme une impulsion, et de son égalité à la réaction. Comprendre cette notion lui ferait dissocier ce qui tient de l'équilibre et doit s'analyser par le biais du principe des vitesses virtuelles de ce qui correspond à la loi III de Newton.

Parent ne précise pas l'origine de cette affirmation selon laquelle deux quantités de mouvement égales s'équilibrent. Mariotte invoquerait le principe des vitesses virtuelles. Parent se prive de cette réponse, mais au fond il ne fait pas différemment de ces contemporains et finalement sa pratique dérive d'une transposition au choc du principe appliqué à la machine. Cette problématique soulevée par Parent est cependant intéressante car elle nous place au cœur d'une difficulté : peut-on légitimement assimiler les actions intervenant en statique et lors des collisions ? Par leur pratique du principe des vitesses virtuelles, les savants étudiés ne se posent guère ce problème car ils fondent le concept de force motrice à partir du principe statique ; aussi assimilent-ils travail virtuel et moment, ce qui figurera chez D'Alembert (voir chapitre III).

Quoi qu'il en soit, Parent (mais aussi D'Alembert) préfère ne pas s'attarder sur des réflexions conceptuelles et prône un traitement formel de la collision.

Nous voyons que le principe des vitesses virtuelles est le lieu du passage d'une statique à une dynamique. Il implique une continuité de l'effort d'une science à l'autre, pour Torricelli le temps permet ce passage. On trouve aussi une identité conceptuelle ; construire des notions d'action, d'efforts, à partir du même principe et des mêmes grandeurs physiques pour chacun des domaines de la mécanique semble renvoyer aux mêmes concepts. D'autre part, une identité de nature entre pesanteur et percussion rendant ainsi cette dernière assimilable à une pression (Dechales, Mariotte) offre la possibilité d'une réduction de l'effort dynamique à celui du poids reposant sur une machine. Régis perçoit une différence entre équilibre et dynamique du fait de la temporalité des événements. Parent point du doigt une difficulté concernant l'application du principe au choc, mais en même temps il ne saisit pas la différence conceptuelle entre équilibre, qui finalement et du ressort des travaux virtuels, et action dynamique ; la méthode (« réduction » par le bateau) prend le pas sur la réflexion conceptuelle. Les thèses de ces deux derniers auteurs nous semblent assez marginales. Varignon, Mairan ou Trabaud ne se poseront pas le problème de la temporalité de l'interaction comme éventuel moyen d'exclure le choc du champ de la science de l'équilibre

(voir les deux chapitres suivants). D'autre part, le principe des vitesses virtuelles est transposé au choc sans que la question des dimensions des grandeurs impliquées ne vienne jeter le trouble. Ainsi, des masses seront dites en équilibre aussi bien sur une machine que dans un choc ; ce sera le cas aussi pour D'Alembert et il y a là extension du principe des vitesses virtuelles. Avant d'aborder ces points dans les chapitres suivants, nous examinons quel lien peut exister entre ces pratiques de réduction de l'équilibre au niveau du centre de gravité et le principe de D'Alembert.

V-Choc des corps et centre de gravité dans le *Traité de dynamique*

Le *Traité de dynamique* et l'article « Percussion » de l'*Encyclopédie* énoncent des règles de collisions impliquant des corps durs, règles basées sur le « principe général », soit le principe dit de D'Alembert. Les règles de collisions élastiques reposent sur ce premier acquis, D'Alembert n'ayant plus qu'à « greffer » au premier type de collision l'effet du « ressort » assurant le rebond des corps.

Avant de donner un compte-rendu de ces règles, rappelons le contenu du « principe ». Pour des interactions physiques impliquant des chocs ou liées à des contraintes mécaniques (des machines), les mouvements a, b, c etc. imprimés aux corps d'un système peuvent être décomposés en la somme des mouvements a, b, c etc. réellement pris et d'autres mouvements α, β, χ etc. Si seuls ces derniers étaient appliqués aux corps, ils les laisseraient au repos ; la résultante de ces mouvements doit être nulle, autrement dit, ils « s'équilibrent ». Finalement, les mouvements produits sous l'effet d'une contrainte mécanique se comprennent à partir de mouvements sans cette contrainte et d'autres répondant à une condition d'équilibre ; les mouvements initiaux se décomposent en mouvements finaux réellement pris compte tenu des actions mutuelles des corps et en mouvements détruits. Il doit en résulter que a, b, c etc. ne peuvent plus (à l'opposé de a, b, c etc.) se « nuirent » mutuellement¹³⁵.

¹³⁵ D'Alembert [1758], II, I, art. 60 pp. 74-75 : « pour trouver le mouvement de plusieurs corps qui agissent les un sur les autres. *Décomposés les mouvements a, b, c &c. imprimés à chaque corps, chacun en deux autres a, α ; b, β ; c, χ ; &c. qui soient tels, que si l'on n'eût imprimé aux corps que les mouvements a, b, c &c. ils eussent pû conserver ces mouvemens sans se nuire réciproquement ; & que si on ne leur eût imprimé que les mouvemens α, β, χ , &c. le système fût demeuré en repos ; il est clair que a, b, c seront les mouvemens que ces corps prendront en vertu de leur action ».*

Avec M et m les masses des corps durs, A et a leurs vitesses initiales et V , u les vitesses finales, « il est certain que les vitesses A , a peuvent être regardées comme composées des vitesses V et $A-V$, et u , $a-u$ ». D'après le principe de dynamique, V et u , les vitesses finales, ne se « nuisent point l'une à l'autre, donc elles doivent être égales et de même sens, donc, $V=u$ ». D'autre part, les vitesses « $A-V$, $a-u$ se détruisent mutuellement », c'est-à-dire que « la masse M multipliée par la vitesse $A-V$ doit être égale à la masse m multipliée par la vitesse $a-u$, ou $a+u$ (parce que la vitesse $-u$ qui est égale à V est en sens contraire de la vitesse a et qu'ainsi $a-u$ est réellement $a+u$) » ; suit la détermination de V à partir de l'équation $MA-MV=ma+mV$ ¹³⁶.

Dans son *Traité*, D'Alembert ne livre que les règles du choc inélastique et donne d'une manière laconique la manière de trouver celles des collisions élastiques : ainsi, « *si tant de Corps qu'on voudra viennent se choquer de manier, qu'en les supposant parfaitement durs & sans ressort, ils demeurent tous en repos après le choc ; je dis que s'ils sont à ressort parfait, ils retourneront en arriere chacun avec la vitesses qu'il avoit avant le choc* » ; l'effet du « ressort » restitue « en sens contraire à chaque corps le mouvement qu'il a perdu par l'action des autres »¹³⁷.

Ce dernier Lemme renferme un sous-entendu. Si des corps durs possèdent une même quantité de mouvement, le repos qui s'ensuit est aussi l'immobilité du centre de masse du système ; pour des mouvements différents, la vitesse finale commune aux deux corps correspond à celle de ce centre. Ce dernier mouvement n'importe finalement pas dans la restitution du ressort et on peut faire comme s'il n'existait pas : autrement dit, mouvement commun (rectiligne uniforme) ou non du système, ceci n'importe pas dans l'interaction

Pour une analyse du principe et de ses applications, voir A. Firode, *op. cit.*, ch. VI, pp. 129-156 ; Craig G. Fraser, *D'Alembert's principle : the original formulation and application in Jean d'Alembert's Traité de Dynamique*, Centaurus, n° 28, 1985, pp. 31-61 et 145-159, repris dans *Calculus and Analytical Mechanics in the Age of Enlightenment*, *op. cit.* ; T. L. Hankins, *D'Alembert*, *op. cit.*, chapitre VIII, « The laws of motion and d'Alembert's principle », pp. 170-194 ; V. Le Ru, *Jean Le Rond d'Alembert philosophe*, *op. cit.*, « Annexe I », pp. 273-280.

¹³⁶ *Encyclopédie*, art. « Percussion », tome 12, p. 331. Le *Traité de dynamique* donne un exposé moins détaillé que cet article « Percussion ». Nous renvoyons à D'Alembert [1743], II, III, art. 125, p. 138 et D'Alembert [1758], II, III, art. 156, p. 211.

¹³⁷ D'Alembert [1758], II, III, Lemme XI art. 167, pp. 217-218 ; D'Alembert [1743], II, III, Lemme XI art. 136, p. 145.

physique. C'est le « mouvement feint » que mentionnait Parent dans son livre de 1713. Pour des chocs élastiques, en cas de vitesse du centre de masse nulle, les vitesses de rejaillissement seront simplement les vitesses initiales des mobiles ; pour un mouvement non nul de ce centre, il faudra composer sa vitesse (la vitesse commune du choc inélastique) avec celles de restitution du « ressort ». Nous avons rencontré de nombreuses fois cette pratique du choc reposant sur ces deux étapes, qu'il s'agisse des règles de Mariotte ou de Wallis¹³⁸.

Cette analyse des collisions élastiques et inélastiques doit être reliée à un autre passage du *Traité de dynamique*, passage qui lui donne son fondement et où il est justement question du mouvement du centre de masse d'un système ; ce qui importe ici c'est que D'Alembert associe cette pratique du choc, finalement assez courante, à l'application du « principe général ».

Après avoir énoncé ce dernier, l'auteur consacre en effet un chapitre entier aux « Propriétés du centre de gravité commun de Plusieurs corps, déduites du Principe précédent »¹³⁹. Nous ne garderons de ce chapitre que le « Théorème I » énonçant que « l'état de Mouvement ou de repos du centre de gravité de plusieurs Corps, ne change point par l'action mutuelle de ces corps entr'eux, pourvû que le système soit entierement libre, c'est-à-dire qu'il ne soit point assujetti à se mouvoir autour d'un point fixe »¹⁴⁰. D'Alembert décompose les mouvements a, b, c etc., imprimés aux corps A, B, C etc. en a, b, c etc. et α, β, χ etc. Inversement, il considère que a, b, c peuvent se concevoir comme composés a, b, c etc. et $-\alpha, -\beta, -\chi$ etc. Le mouvement du centre de masse du système, en supposant les corps animés de a, b, c etc., sera le même que si nous les supposions d'abord mus avec a, b, c , etc. et ensuite avec $-\alpha, -\beta, -\chi$ etc.¹⁴¹ Par hypothèse, il n'y a pas de point fixe dans ce

¹³⁸ Dans l'art. « Percussion », D'Alembert détaille les règles de collisions élastiques ; A. Firode les analyse et nous renvoyons à son livre *La dynamique de D'Alembert, op. cit.*, pp. 144-146.

¹³⁹ D'Alembert [1758], II, II, pp. 75-96 ; D'Alembert [1743], II, II, pp. 52-68.

¹⁴⁰ D'Alembert [1758], II, II, « Théorème I » art. 76 p. 87 ; D'Alembert [1743], II, II, « Théorème I » art. 64 p. 63.

¹⁴¹ Il s'agit là d'une simple proposition géométrique établie dans le Lemme IV, lui-même reposant sur d'autres Lemmes (I, II, III) géométriques. Pour ces Lemmes, voir D'Alembert [1758], II, II, art. 64, 65, 67, 68 ; D'Alembert [1743], II, II, art. 53, 54, 56, 57. Le premier Lemme détermine le mouvement du centre de masse d'un système lorsque les corps constitutifs sont animés de mouvements rectilignes uniformes et tous parallèles. Dans le Lemme II, les mouvements des corps ne sont pas parallèles et D'Alembert les décompose en composantes parallèles entre elles (pour simplifier en des composantes horizontales et verticales). Les

système et, par application du « principe », les corps soumis aux seuls mouvements $-\alpha, -\beta, -\chi$ etc. demeurent au repos, ces derniers s'équilibrant ($-\alpha - \beta - \chi$ etc.=0)¹⁴². Ainsi, par la prise en compte des seuls $-\alpha, -\beta, -\chi$ etc. « le chemin du centre de gravité est zéro »¹⁴³. Par conséquent, « le chemin du centre de gravité est le même quand les corps ont les mouvements $a, b, c, \&c.$ que s'ils suivoient les mouvements $a, b, c, \&c.$ qu'on leur a imprimés »¹⁴⁴.

On peut évidemment appliquer un tel raisonnement aux collisions inélastiques et élastiques ; pour ces premières, le mouvement du centre de masse demeure rectiligne uniforme indépendamment de l'interaction ; a, b correspondraient aux mouvements initiaux de deux corps, a, b aux mouvements finaux, ces derniers possédant une vitesse commune, celle du centre de masse. La collision, d'après « Théorème I » implique un équilibre, une destruction, au niveau du centre de masse (par la prise en compte des seuls $-\alpha, -\beta, -\chi$ etc. « le chemin du centre de gravité est zéro ») qui ne modifie pas l'état du

composantes horizontales donnent pour résultante le mouvement du centre de gravité dans cette direction, de même pour les composantes verticales. La composition des deux résultantes définit alors le mouvement du centre de masse du système. Le Lemme III énonce la même chose que le précédent pour le cas où le système serait déplacé, les corps cependant gardant les mêmes mouvements (directions et vitesses). Enfin, le Lemme IV reprend le Lemme II, en supposant cette fois-ci que les décompositions ne sont pas parallèles entre elles.

¹⁴² Cette condition d'absence de point fixe fait que la résultante $-\alpha - \beta - \chi$ etc.=0. En effet, l'équilibre dans un système n'implique pas nécessairement une résultante des forces nulle : il suffit que cette dernière passe par un point d'appui (par exemple celui d'une balance).

¹⁴³ D'Alembert fait ici appel au Lemme V. Dans ce dernier on imprime aux corps A, B, C... d'un système sans point fixe les vitesses M, N, P...tels « qu'en vertu de ce mouvement [les composition des masses A, B, C par les vitesses M, N, P] ils [les corps] soient en équilibre ». D'Alembert montre que si ces corps suivent librement M, N, P etc. le centre de gravité demeure au repos. En décomposant M(m, m'), N(n, n'), Q(q, q') etc. avec m, n, q...parallèles entre elles et à une direction K et m', n', q' etc. parallèles entre elles et à une direction

Q, la vitesse du centre de gravité sera suivant $K = \frac{A.m + B.n + C.q...}{A + B + C...}$ (1) et suivant $Q = \frac{A.m' + B.n' + C.n'...}{A + B + C...}$

(2). La condition d'équilibre impose que $A.M+B.N+C.Q$ etc.=0 ce qui donne deux équations obtenues pour chacune des composantes selon K et Q. D'Alembert justifie cette dernière relation (la résultante des forces nulle) par le fait qu'il n'y ait pas de point fixe (par hypothèse). Ces deux dernières équations (celles des composantes) reviennent finalement à évaluer à zéro les numérateurs de (1) et (2), soit finalement à signifier l'absence de mouvement du centre de gravité.

¹⁴⁴ D'Alembert [1758], II, II, « Théorème I » art. 76 p. 87 ; D'Alembert [1743], II, II, « Théorème I » art. 64 p. 87 p. 63.

centre de masse du système. Autrement dit, on retrouve là cette décomposition appelant équilibre que nous rencontrons chez ses prédécesseurs.

Deux passages du *Traité* précisent ce que sont ces quantités détruites : « la loi générale de l'équilibre, est que les puissances soient entr'elles réciproquement comme les vitesses, estimées suivant les directions de ces puissances » ; l'auteur ajoutera que « c'est de cette loi générale, dont M. *Newton* fait mention en peu de mot au commencement de ses *Principes* »¹⁴⁵. Par ce mot « puissance », il faut entendre « le produit d'un corps par sa vitesse ou par sa force accélératrice »¹⁴⁶ ; la référence à *Newton*, donc, finalement à l'égalité entre l'action et la réaction, invite à penser que dans l'énoncé de cette « loi générale de l'équilibre » le terme « puissance » peut aussi s'identifier à la masse. Au demeurant, un « Théoreme » stipule que « si deux corps dont les vitesses sont en raison inverse de leurs masses, ont des directions opposées, de telle manière que l'un ne puisse se mouvoir sans déplacer l'autre, il y aura équilibre entre ces deux corps »¹⁴⁷. Nombreux seront les articles de l'*Encyclopédie* où l'équilibre impliquera une quantité de mouvement (masse-vitesse), qu'il s'agisse de collisions ou de la science des machines (là où on attendrait, pour définir une condition d'équilibre à voir un poids en lieu et place d'une masse ; nous renvoyons sur ce point au Chapitre III).

Il ne nous paraît pas anodin que D'Alembert consacre un chapitre entier à la question du centre de gravité. Nous avons souligné l'importance de ce point dans les méthodes de recherches de règles de collisions (voir Partie I, chapitre II et, ci-dessus, le paragraphe consacré à A. Parent). Ce centre est lieu du choc symétrique celui qui implique destruction, annihilation. Les quantités équilibrées de D'Alembert sont celles de ses aînés, ceux-là qui passent d'un principe des vitesses virtuelles appliqué aux machines à son utilisation au cas du choc. Finalement, un mouvement initial doit se comprendre comme susceptible de contenir un mouvement perdu (le mouvement équilibré) et le mouvement final (celui, pour le cas de chocs inélastiques, du centre de gravité) ; nous avons relevé à de nombreuses reprises cette pratique d'une "découpe", le corps dit le « plus faible » détruisant/découpant/équilibrant dans l'autre une quantité à sa portée. Parent illustre bien cette

¹⁴⁵ D'Alembert [1758], I, III, « Remarque III » art. 59 p. 71 ; D'Alembert [1743], I, III, art. 48 p. 47.

¹⁴⁶ D'Alembert [1758], I, III, « Remarque. Sur l'usage du mot de Puissances dans la Statique », art. 51 p. 58 ; D'Alembert [1743], I, III, « Remarque. Sur l'usage du mot de Puissances dans la Statique », art. 43 p. 47.

¹⁴⁷ D'Alembert [1758], I, III, art. 46 pp. 50-51 ; D'Alembert [1743], I, III, art. 30 p. 37.

pratique : il écrit que le choc implique l'équilibre d'une partie ou de l'intégralité d'une quantité de mouvement initiale. Plus généralement les savants du tournant des XVII^e et XVIII^e siècles nous permettent de donner les raisons historiques de cette technique : à titre d'exemple, Parent, en 1700, « réduit à l'équilibre » par la méthode du bateau, pour ensuite (en 1713) se défaire de ce changement de référentiel qui reste cependant l'origine souterraine de sa nouvelle pratique ; les écrits de Mariotte ou Dechaules témoignent d'autre part de ce processus d'extension du domaine d'applicabilité d'un principe tiré de la science des machines simples à l'étude de la collision. Tant et si bien que cette extension et que cette technique de « réduction à l'équilibre » d'une collision au niveau du centre de gravité d'un système constituent un savoir-faire répandu à l'aube du XVIII^e siècle.

Nous émettrons l'hypothèse que la séquence de rédaction du *Traité de dynamique*, allant de l'énoncé du principe à son application pour établir les propriétés du centre de gravité, ne répond pas nécessairement une séquence chronologique. En effet, l'étude des collisions mettait déjà en œuvre des pratiques où le centre de gravité et ses propriétés jouaient un rôle considérable, pratiques consistant à détruire/équilibrer des quantités de mouvement égales tout en tenant compte du mouvement commun du système. Ces faits nous paraissent préfigurer la dynamique de D'Alembert.

Pour comprendre les origines du principe de D'Alembert, de nombreuses études ont mentionné l'importance de la méthode employée par Jacques Bernoulli dans sa résolution du problème du centre d'oscillation ; nous ne reviendrons pas sur cette influence qui nous semble indiscutable¹⁴⁸. Quoi qu'il en soit, la pratique de Bernoulli repose sur une loi du levier dans son interprétation que nous qualifierons de dynamique, à savoir sur une loi de compensation des poids et de leurs vitesses virtuelles¹⁴⁹. Remarquons alors que Bernoulli n'applique là que des acquis (ce qui n'ôte rien à l'originalité de sa méthode dans le traitement de ce problème particulier) dont les racines sont à chercher du côté de la science des machines.

¹⁴⁸ Nous renvoyons en particulier aux articles de D. Speiser, *Die Grundlegung der Dynamik des starren Körpers durch Jacod Bernoulli*, dans *Der ausbau des calculs durch Leibniz und die brüder Bernoulli*, Studia Leibnitiana, Sonderheft 17, Franz Steiner Verlag, Wiesbaden gmbh, Stuttgart, 1989, pp. 82-98. Ce auteur accorde la paternité du principe de D'Alembert à J. Bernoulli, voir en particulier p. 95. Voir aussi C. Vilain, La question du 'centre d'oscillation' de 1703 à 1743, *Physis*, Vol. XXXVII, fasc. 2, 2000, pp. 439-466.

¹⁴⁹ Pour une analyse du raisonnement de Bernoulli, voir C. Vilain, La question..., *op. cit.*, fasc. 2 pp. 444-448.

L'examen de règles du choc au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles permettrait ainsi d'inscrire la pratique de D'Alembert dans un contexte historique. Cet examen préserve d'un double écueil : d'une part, celui de considérer l'avènement du principe de D'Alembert comme le moment d'une rupture radicale dans l'histoire de la dynamique ; d'autre part, et inversement, de trop installer cette dynamique dans une continuité qui ne lui donnerait aucun relief, lui ferait perdre tout son lustre. Car, sur ce dernier point, si nous croyons en l'existence d'antécédents qui préfigurent le travail de D'Alembert, et nous l'illustrerons à nouveau à travers l'analyse de la statique de Varignon dans les deux chapitres qui suivent, force est de constater que le principe de D'Alembert est justement un « principe général » qui répond à une volonté globalisante d'expliquer toute la dynamique et de la placer dans son intégralité dans le giron d'une science de l'équilibre. Entre des méthodes qui anticipent un principe, des méthodes qui doivent être ancrées dans une histoire, celle de la genèse de la dynamique dans son rapport à la science des machines, et le travail réflexif d'un savant sur ces méthodes le conduisant à ce projet d'unification, il y a là nouveauté.

Il est certes vrai qu'il existe des pratiques de réduction à l'équilibre qui dans leur esprit répondent à cette idée que l'équilibre permet de déterminer l'issue d'une collision. Doit-on dire pour autant prétendre qu'il s'agit-là d'une utilisation du principe de D'Alembert ? Ces études reposent sur un examen du choc au niveau du centre de masse ; c'est ce qui se produit à ce point (équilibre) et son mouvement qui conduit aux vitesses finales. La pratique du choc de D'Alembert, en application directe de ce principe, ne prend pas en compte ce point et son mouvement. Il décompose abstraitement des mouvements initiaux avec des mouvements fictifs détruits de telle sorte que l'interaction se solde par une compatibilité de mouvements finaux ; les propriétés du centre de masse sont établies à partir du principe, mais celles-ci n'interviennent pas directement dans la résolution du choc, elles n'en constituent pas le socle. Si Parent tend à s'abstraire dans son traité de 1713 d'une méthode d'un changement de référentiel et s'approche d'une décomposition d'Alembertienne, il reste cependant nécessaire de décomposer à partir du centre de gravité. En ce sens, la décomposition de D'Alembert est totalement générale. Dans sa résolution du choc D'Alembert procède comme s'il ignorait ou n'avait plus besoin de ce centre. Cependant, pour en arriver là, et sans doute à cet égard sa démonstration de l'uniformité du mouvement du centre de masse le justifierait, il faut toute une tradition d'études qui repose sur le fait que par la prise en compte des seuls mouvements fictifs $-\alpha, -\beta, -\chi$ etc. « le chemin du centre de gravité est zéro » comme l'écrivait D'Alembert. Aussi voit-on clairement que son étude des

propriétés du mouvement du centre revient finalement à décomposer des quantités équilibrées autour de ce point, soit finalement à la pratique du choc de Parent.

Conclusion

Notre examen du rapport entre équilibre et collision repose sur deux moments. Nous avons relevé dans ce chapitre et dans le second de la première partie l'existence de pratiques faisant la part belle au centre de gravité d'un système ; la méthode du bateau permet de « réduire » tous les chocs à une collision symétrique, situation dite d'« équilibre » puisque de part et d'autre de ce centre les corps possèdent une même quantité de mouvement, à l'instar des combinaisons entre des poids et leurs tendances au mouvement sur une balance équilibrée.

Le second moment vise à définir la notion « d'effort » présente dans une machine ou lors d'un choc ; il s'agit d'interroger le terme “analogie” qui nous servait à qualifier d'une manière insuffisamment précise les “ressemblances” rencontrées dans l'analyse de la percussion ou de l'équilibre. L'idée générale consiste à relever une continuité d'une science à l'autre ou de souligner que « l'effort » présent dans la dynamique (percussion) dérive de celui rencontré dans la statique. Le principe des vitesses/travaux virtuels semble être un instrument privilégié pour comprendre cette transition : nous avons noté qu'un auteur comme Dechales fondait le concept d'action dynamique à partir du principe cartésien qui lui permet penser la compression mutuelle de corps à « ressorts » ; nous remarquerons que J. I Bernoulli « emploie » son principe des vitesses virtuelles à l'étude des chocs. Nous ne prétendons pas que la naissance de la dynamique soit tributaire de ce seul principe : notre travail se veut plus modeste et cherche seulement à établir que des continuités méthodologique et conceptuelle peuvent justifier qu'on mentionne l'existence d'un équilibre lors d'une collision, là où un lecteur moderne interpréterait le choc par le biais d'une égalité entre une action et une réaction, autrement dit de mettre en pleine lumière des points de convergences qui pourraient justifier de placer la collision dans le giron d'une science de l'équilibre.

Le langage mathématique des proportions n'est pas étranger à cette “extension” du principe des vitesses virtuelles aux chocs. Si dans une machine on nomme « action » (terminologie cartésienne), moment (galiléenne) ou « force motrice » (Descartes mentionne la « force à deux dimensions » ou « action » ; Wallis la « cause motrice ») le produit d'un poids par son déplacement/vitesse, l'utilisation de masses (ou « moles ») à la place de poids, sous

prétexte d'une proportionnalité entre ces deux grandeurs, vient alors définir une « action » d'une toute autre dimension. Nous pourrions citer à cet égard le cas de Rohault (voir *supra*) mentionner le travail de Varignon (voir Partie III, Chapitre II, 1.2.1 a) ou encore le contenu d'une thèse rédigée par un élève de P. Varignon dans les années 1690 –1700. Nous rencontrons dans ce dernier texte des énoncés des principes de statique de Descartes et Galilée où le terme « moles » se substitue au poids. La « force motrice » devient productrice d'une quantité de mouvement¹⁵⁰. Par la considération de deux corps en mouvement, en égalant chacune des grandeurs constitutives de leurs « forces motrices », on obtient diverses proportions ; ainsi, si les forces sont égales (équilibre), « moles sunt inter se, 1°. ut producta ex temporibus directè, & ex spatiis reciprocè » ; « Spatia sunt inter se, 1°. ut producta ex temporibus directè per moles reciprocè »¹⁵¹. L'auteur en conclut « Atque hinc Cartesianæ (Mech. & Epist. 73. Tom. 1. & Epist. 24. Tom. 2.) ratio Machinarum, quam interroganti cuique deducemus »¹⁵² ; cette masse intervient aussi dans le principe statique galiléen¹⁵³.

Ce que Descartes nommait « action » et qui dimensionnellement renvoyait à un travail permet ici de définir une force. Nous relèverons par la suite que l'« action », celle de la loi III du mouvement de Newton, reçoit chez ce dernier, tout comme chez Varignon, une utilisation parfois ambiguë ; elle intervient aussi bien en statique qu'en dynamique¹⁵⁴. Nous notons que D'Alembert écrivait rencontrer son principe statique (vitesses virtuelles) dans les *Principes* de Newton (voir *supra* V) et, finalement, la loi III du mouvement s'interprétait comme une loi d'équilibre. Il n'est improbable que la proportionnalité des poids aux masses vienne assurer l'application d'un même principe dans ces deux sciences. Conjointement, il faut aussi relever l'aspect formel qui gouverne l'étude des collisions ; mentionner l'équilibre, recourir à la méthode du bateau, substituer les masses aux poids, autant de pratiques légitimes

¹⁵⁰ *Theses mathematicae de Motu. Propugnabuntur à Jacobo Boucher, Parisino, die Jovis 21. Augusti M.DC.XCII à tertiâ ad Vesperam. Arbiter erit PETRUS VARIGNON, à Regiâ Scientiarum Academiâ, & Matheseus Professor, In Collegio Mazarinaeo, 1692, dans le recueil intitulé Theses Mathematicae Propugnabuntur in Regio Ludovici Magni Collegio Societatis Jesu, Diebus V. & VI. Iulii anni M. DC. LXXXVI, p. 23 : « Vires semper esse, 1°. Ut producta ex molibus & spatiis directè, & ex temporibus reciprocè ; seu [...] in ratione compositâ ex directô motum, & reciprocâ temporum [...] 2°. Ut quoti ex productis molium & longitudinum per tempora motûs, seu ut quoti ex motibus per tempora divisus [...] ».*

¹⁵¹ *Ibid.*, p. 25.

¹⁵² *Ibid.*

¹⁵³ *Ibid.*, p. 33.

¹⁵⁴ Voir *supra*, Partie II, Chapitre II.

au regard d'une technique strictement mathématique mais qui posent des difficultés conceptuelles.

Car, finalement, comment comprendre cette association entre équilibre et choc ? L'équilibre implique des forces qui se compensent et qui agissent sur un corps ou sur un système, là où l'égalité entre action-réaction nécessite la prise en compte de deux corps. Comprendre une telle association passe, sans doute, par l'examen d'un contexte historique, celui se manifestant par la prégnance de la science des machines pourvoyeuse de principes (vitesses virtuelles) et de concepts (effort). Nous ne prétendons pas que la pratique de D'Alembert dériverait seulement de difficultés conceptuelles ou d'une approche strictement formelle de l'étude des chocs ; nous avons noté cette « portée philosophique » du principe. A cet égard, il n'est pas anodin que D'Alembert qualifie de « vague » et « obscur » les propositions qui établissaient avant le *Traité* les propriétés des centres de gravité de système¹⁵⁵. Ainsi, la manière dont Newton les établit repose sur une loi d'égalité entre action et réaction, soit sur un concept de force lui-même affublé du qualificatif « d'obscur » (voir Partie I, Chapitre II, 3.2.4) ; les démonstrations apportées jusqu'alors ne peuvent convenir car elles reposent sur une notion n'ayant pas la clarté des principes composant le « principe général ». Cette remarque vaut aussi pour les énoncés de règles de collision. En effet, Wallis, pour lequel nous montrions l'importance du centre de gravité et de la méthode du bateau dans sa théorie du choc (Partie I, Chapitre II, 3.1) fait reposer son action sur l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes ; les académiciens français des années 1720 utilisent des « forces du mouvement » ou s'inspirent de la mécanique newtonienne (c'est le cas de Mazière et Saulmon, voir Partie I, Chapitre IV, 2.1.1 et 2.1.2) ; nous aurons d'autre part l'occasion de relever l'importance de l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes dans le milieu scientifique français du début du XVIII^e siècle (voir Partie III, Chapitre II).

Quoi qu'il en soit, la recherche des racines de cet aspect technique du principe de D'Alembert nous semble devoir passer par l'examen de la relation entre la science des machines et les études des collisions ; plus généralement, par la nécessité d'accorder davantage d'importance à des théories du choc. Nous examinerons dans ce qui suit un autre volet technique, celui que nous rencontrons dans la statique de P. Varignon.

¹⁵⁵ D'Alembert [1743], « Préface », pp. xxv-xxvj : « Du même Principe qui me conduit à la solution de tous les Problèmes de Dynamique, je déduis aussi plusieurs propriétés du centre de gravité, dont les unes sont entièrement nouvelles, les autres n'ont été prouvées jusqu'à présent que de manière vague & obscure ».

Chapitre II

Les traités de statique de Pierre Varignon

Introduction : les motivations à l'origine d'une nouvelle méthode

A en croire son auteur, l'ouvrage de statique de 1687¹ est avant tout motivé par un souci de généralité. Selon Varignon, les études classiques des machines simples reposent toutes sur la loi du levier, les mécaniciens s'y voyant contraints « parce que leurs principes n'avoient pas assez d'étenduë pour en pouvoir démontrer les propriétés indépendamment les unes des autres »². Sur le mode « anciens » contre « modernes », Varignon oppose Archimède à Descartes et Wallis³, les principes de celui-là n'étant « ny si étendus, ny si convainquants » que les principes de ceux-ci. Cependant, le satisfecit accordé aux deux savants de son siècle n'est que partiel ; quand bien même leurs principes paraîtraient plus généraux, ils n'« éclairent » pas plus que ceux des « anciens » car « ces Auteurs se sont tous plus attachés à prouver la nécessité de l'équilibre qu'à montrer la manière dont il se fait »⁴. Varignon s'assigne alors pour tâche de « chercher l'équilibre lui-même dans sa source, ou pour mieux dire ; dans sa génération »⁵. A la « nécessité de conséquence », il oppose une explication en terme de causes, celles « générant » l'équilibre.

¹ Pierre Varignon, *Projet d'une nouvelle mécanique avec un Examen de l'opinion de M. Borelli, sur les propriétés des Poids suspendus par des Cordes*, Veuve Edme Martin, Jean Boudet, Estienne Martin, Paris, 1687.

² *Ibid.*, « Préface » (non paginée). Les « principes » jusqu'à lors utilisés prouvent qu'ils ne peuvent servir « tout au plus, qu'à démontrer que *l'équilibre se trouve toujours dans le levier auquel sont appliquez deux poids qui sont entr'eux en raison réciproque des distances de leurs lignes de direction à son point d'appui* ».

³ L'absence de généralité des principes, « c'est peut être ce qui a porté M. Descartes, & M. Wallis à prendre une autre route ; quoi qu'il en soit, ce n'a pas été sans succès, puisque celle qu'ils ont suivie, conduit également à la connoissance des usages de chacune de ces machines, sans être obligé de les faire dépendre l'une de l'autre ; outre qu'elle a mené M. Wallis beaucoup plus loin qu'aucun Auteur, que je sçache, n'eût encore été de ce côté-là », *ibid.* Cette « dépendance » que Varignon mentionne, c'est l'utilisation du levier (une machine simple parmi les autres) pour trouver les conditions d'équilibre dans les autres machines.

⁴ *Ibid.*

⁵ *Ibid.* « Il faut entrer dans la génération de l'équilibre pour y voir en soi, & pour y reconnoître les propriétés que tous les autres principes ne prouvent, tout au plus, que par nécessité de conséquence ».

Le concept de force apparaissait indistinct du poids et fondu au sein du moment statique ou du principe s'apparentant aux travaux virtuels ; dorénavant, il deviendra l'élément central de l'étude d'un équilibre puisque, suivant l'auteur, seul apte à en expliquer l'origine. Face aux analyses classiques cherchant à quantifier les conséquences de l'équilibre, Varignon substitue une recherche de type causale. Faisant du concept de force le soliste principal, dès ce texte de jeunesse la petite musique de Varignon semble se mettre en place⁶ ; un premier écrit que la suite du parcours scientifique de Varignon ne démentira pas, consistant à placer le concept de force au centre de son activité de chercheur, une thématique de la force que ne fera qu'amplifier la lecture du texte newtonien⁷. Si ce programme demeure encore à l'état naissant, en ce sens qu'il ne concerne pour lors que la seule statique, il n'en demeure pas moins qu'avant sa lecture du savant anglais, Varignon se *donne* la force.

Se donner la force, c'est prendre conscience d'un concept dépassant le simple référent de poids ; mais c'est aussi à cette époque ne pas encore définir une mathématisation explicite de la nouveauté : ce texte de 1687 n'offre pas de définition de ce qu'il convient d'entendre par "force"⁸. Nous y retrouvons deux grandes catégories : le terme force applicable

⁶ Texte de jeunesse, premier livre et coup de maître à en croire l'Eloge de Fontenelle insérée dans *l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences* de 1722, année de décès de Varignon : « La Nouvelle Mécanique fut reçûë de tous les Géomètres avec applaudissement ; & elle valut à son Auteur deux places considérables, l'une de Géomètre dans cette Académie en 1688, l'autre de Professeur de Mathématiques au College Mazarin », p. 140. L'ouvrage a suscité cependant une polémique avec B. Lamy,, une querelle de priorité concernant le parallélogramme des forces, voir P. Costabel, Varignon, Lamy et le parallélogramme des forces, *Archives Internationales d'histoire des Sciences*, 1966, pp. 103-124.

⁷ Rappelons que pour Newton « toute la difficulté de la Philosophie paroît consister à trouver les forces qu'employe la nature, par les Phénomènes du mouvement que nous connoissons, & à démontrer ensuite, par là, les autres phénomènes », « Préface de Monsieur Newton à la première édition des Principes en 1686 », *Principes mathématiques de la philosophie naturelle, par feuë Madame la Marquise du Chastellet*, Desaint & Saillant, Lambert, Paris, 1759, tome premier, reprint par éditions J. Gabay, 1990, p. xvj.

⁸ Cette définition figurera dans l'ouvrage posthume de 1725. Pour autant, comme le montre P. Costabel, le propos du texte de 1687 ne saurait dériver « d'une position péripatéticienne pure ». En effet, dans sa « Demande », Varignon ne se réfère pas au seul mouvement comme unique synonyme de la force, mais traite aussi du corps faisant « effort pour se mouvoir », dans lequel on trouvera toujours un point nommé « *Centre de gravité* ou plus généralement son *Centre de direction, d'équilibre*, du moins pour le tems qu'il détermine ainsi ce corps à suivre son impression » ; le mouvement à l'état naissant implique un effort dont résulte une impression, voir Varignon [1687], *op. cit.*, p. 2. P. Costabel conclut que « sans doute le traitement de l'« instantané » est ainsi limité à ce qui doit permettre l'élaboration d'une statique, mais il fait apparaître au niveau de l'*impression*

au simple mouvement ; celui impliquant “un effort sur”. Dans ce dernier cas, Varignon mentionne une « action » de la pesanteur, ou son « impression » ou, plus généralement, l'impression « de quelque autre force »⁹. La pesanteur constitue une référence pour penser l'action/l'impression en toute généralité : « il est clair que de quelque côté que tende le corps MN, & que sa ligne de direction soit tournée, soit que cette impression lui vienne de sa pesanteur, ou de quelque autre force, cette ligne de direction passera toujours » par le point de concours des cordes retenant le corps¹⁰. Ce passage de la verticalité de la pesanteur à l'horizontalité du choc puis, plus généralement, à une droite d'action de direction quelconque constitue le moment d'émergence d'un concept global. L'autonomie accordée à la force statique est rendue possible par les travaux de Descartes relatifs à la collision, par le *momento* galiléen, et toute une kyrielle de savants reprenant ces thématiques dynamiques et nous pensons en particulier à J. Wallis, auquel Varignon se réfère¹¹.

En ce sens, l'analyse du texte de Varignon qu'offre E. Mach paraît juste, si l'on apporte cependant quelques nuances quant à ses conclusions. L'auteur ne semble pas connaître le texte de 1687 et n'analyse que l'édition posthume de 1725¹². Ceci n'affecte pas sa conclusion générale, mais ne rend pas compte de l'absence de pensée dynamique explicite, au sens newtonien, de la première mouture de la statique de Varignon ; pour le dire plus nettement, le concept newtonien de « force motrice imprimée » apparaît explicitement dans l'ouvrage de 1725, ce qui n'est pas le cas en 1687. Ainsi nous souscrivons à la thèse suivant laquelle « la statique est pour lui [Varignon] un cas particulier de la dynamique » ou encore

et avec un caractère axiomatique, un principe de composition et d'équivalence dynamique puisque l'objet de la *demande* est le postulat d'existence, à chaque instant, d'un point du corps (sous-entendu évidemment, solide) tel que sa tendance au mouvement soit la même que s'il était *surchargé* de l'impression de tous les autres points », voir P. Costabel [1966], pp. 105-106.

⁹ Varignon [1687], *op. cit.*, Préface.

¹⁰ *Ibid.*, corollaire I du lemme II, p. 5.

¹¹ Dans sa *Mechanica*, Wallis définit le concept de cause motrice en reproduisant le raisonnement de Galilée relatif à la chute libre ; l'acquisition à chaque instant d'un « degré » identique de vitesse ne renvoie pas seulement à l'action de la pesanteur mais à une définition de la force en toute généralité. Voir chapitre précédent 3.2.

¹² Concernant l'ouvrage de 1687, il écrit que « Varignon l'avait [le parallélogramme des forces] aussi énoncé [tout comme Newton la même année] dans un mémoire présenté à l'Académie des sciences de Paris mais [il] ne fut imprimé qu'après la mort de son auteur », E. Mach, *La mécanique*, trad. E. Bertrand, Hermann, Paris, 17904, rééd. J. Gabay, 1987, p. 42.

que Varignon « a toujours à l'esprit le problème général dynamique et qu'il limite volontairement sa recherche au cas d'équilibre », que nous sommes en présence d'une « statique dynamique »¹³, à condition toutefois de garder à l'esprit qu'une définition newtonienne du concept de force reste encore en devenir. Ces remarques de E. Mach semblent recevables concernant le texte de 1725.

C'est que l'esprit dans lequel s'opère la rédaction de 1687 diffère de celui des années 1710-1720. L'axiomatique du premier livre de Varignon témoigne de l'origine historique de l'idée de composition des forces : le premier lemme pose l'existence d'un équilibre pour la position la plus basse du centre de gravité d'un corps soumis à sa seule pesanteur ; le second que la droite d'action d'un grave soutenu par deux cordes maintenues par des clous concourt avec les directions de celles-ci ; enfin, le troisième expose une composition de « puissances » appliquées à un corps « sans pesanteur », la résultante devant être la diagonale du parallélogramme¹⁴. Le cinquième lemme définit les relations trigonométriques entre les côtés d'un triangle et ses angles (le rapport des côtés est comme celui des sinus des angles opposés) : ce lemme servira à l'étude de toutes les machines (voir *infra*). Varignon donne à voir une axiomatique imprégnée d'un processus historique : une élaboration de la composition de forces naissant de la science des machines ici, en particulier, la suspension d'un poids¹⁵. Varignon se démarque cependant de ses contemporains en

¹³ E. March, *op. cit.*, p. 44.

¹⁴ Nous reviendrons dans le corps du texte sur les axiomatiques des livres de 1687 et 1725 ; nous y reviendrons aussi dans la Partie III, Chapitre II, 1.1.

¹⁵ Pour les influences exercées sur Varignon par les travaux Dechales et Pardies concernant le parallélogramme des forces utilisé dans les machines, voir P. Costabel [1966], *op. cit.*, pp. 109-110. Ces deux jésuites donnent un parallélogramme sur une machine simple composée d'un système de poulie ; les cordes représentent les directions de forces. Le parallélogramme n'est pas défini de manière autonome (indépendamment de la machine) comme c'est le cas pour Varignon.

Varignon donne deux mémoires en mai et septembre 1687 publiés respectivement dans les *Nouvelles de la République des Lettres* puis dans l'*Histoire des Ouvrages des Sçavans*, intitulés *Démonstration générale de l'usage des poulies à moufle* et *Une nouvelle démonstration du paradoxe de Mariotte*. Dans ce dernier texte, il est question d'étudier le rapport de deux puissances équilibrant un poids en recourant à la proposition « démontrée chez le Père Dechâle et le Père Pardies » à savoir que « la pesanteur totale d'un corps suspendu par deux cordes est à la force qu'il emploie contre chacune d'elles comme le sinus des angles que ces mêmes cordes réciproquement prises font dans la ligne de direction de ce poids ». Varignon, souligne qu'il démontre cette proportion pour ce problème particulier dans son ouvrage de 1687, d'une manière « beaucoup plus simple que les précédentes » démonstrations, et, en particulier en ne recourant plus à cet intermédiaire trigonométrique

reconnaissant l'importance, car la généralité, de cette composition de forces. Ainsi, estimant que la poulie et le plan incliné sont aussi simples que le levier, le recours à celui-ci pour expliquer ceux-là vient « que leurs principes n'avoient pas assez d'étendue pour en pouvoir démontrer les propriétés indépendamment les unes des autres »¹⁶.

Là où la composition de forces apparaissait chez les contemporains dans sa dépendance avec la machine simple, et sans plus, Varignon l'en dégage et en fait un élément premier de sa mécanique. Si on peut parler d'autonomie de la force en comparaison de l'application des vitesses virtuelles ou d'une loi du levier, il faut noter qu'il s'agirait davantage d'une autonomie d'une méthode, en ce sens que le concept reste en 1687 encore en devenir. Nous l'avons mentionné, l'œuvre de maturité de 1725 définira explicitement la force en suivant la lettre newtonienne. Nous voudrions cependant attirer l'attention sur un autre aspect de l'ouvrage de 1725 qui nous semble négligé. Certes, cette statique est tributaire d'une dynamique mais nous situerions ailleurs l'intérêt du livre de Varignon. En effet, dans quelques cas, la décomposition de forces devient un instrument pour étudier des collisions de corps durs par l'intermédiaire d'un équilibre, pratiques se retrouvant chez des savants français influencés par Varignon et qui à nos yeux anticipent bien des aspects du *Traité de Dynamique* de d'Alembert¹⁷. Aussi croyons-nous possible de lire suivant deux directions contraires

entre forces et sinus, mais en allant à la racine de cette relation, c'est-à-dire par une composition directe de forces, voir P. Costabel [1966], *op. cit.*, pp. 109-110.

Ce parallélogramme de forces intervenait donc chez les contemporains de Varignon, mais ils n'en faisaient pas l'objet d'une méthode générale dans l'étude des machines (nous avons vu en particulier le rôle du principe des vitesses/travaux virtuelles chez Dechâles et Pardies). Qui plus est, la relation entre sinus et forces ne dérivait pas d'une conception préalable de la composition de forces ; Varignon dégage la composition de force des machines simples pour en faire un outil systématique qui instruit la relation trigonométrique.

¹⁶ Varignon [1687], *op. cit.*, « Préface ».

¹⁷ T. L. Hankins dans *Jean d'Alembert, Science and the Enlightenment*, Gordon and Breach, 1990 (reprint), pp. 188-189, se demande comment d'Alembert peut expliquer des forces statiques (« static forces ») par les collisions de corps durs, et à cette occasion signale que le savant remplace trois forces tirant (« forces pulling ») un point par le biais de trois cordes par trois corps durs donnant des moments (« momenta ») proportionnelles aux-dites forces. Il note alors, que « Pierre Varignon had already given a similar comparison between static forces and forces of collision in his *Nouvelle mécanique ou statique, dont le projet fut donné en 1687*, 2 vols. (Paris, 1725), II, 186-186 », note 1, p. 189.

T. L. Hankins est à notre connaissance le seul auteur qui rattache une pratique de l'équilibre présente dans le traité de 1725 à D'Alembert. On trouve effectivement trace de cet exemple chez Varignon ; nous pensons aussi que d'autres, à la suite de cet auteur, développerons une telle pratique, qu'il s'agisse du Chevalier de

l'ouvrage de Varignon : une réduction de la statique à une dynamique en même temps qu'il ouvre la voie à des pratiques inverses visant à rattacher cette science à celle de l'équilibre¹⁸.

Dans ce qui suit, nous nous proposons de mettre en pleine lumière ces deux derniers aspects. Nous présenterons succinctement l'axiomatique de Varignon¹⁹, donnerons un exemple d'application de sa technique de composition afin d'étudier l'équilibre dans une machine, puis nous nous concentrerons sur le rapport entre composition de forces et collisions de corps durs ; nous insisterons davantage sur ce dernier point en nous plaçant dans une perspective d'Alembertienne. En effet, à nos yeux, le travail de Varignon est à l'origine d'une nouvelle pratique dans la science statique, pratique basée sur des compositions et décompositions de forces. Ces techniques deviendront, comme nous le constaterons dans le chapitre suivant ainsi que dans la dernière partie, des « éléments de mécanique », des notions premières, enseignées dans les années 1720 et 1730. Or, parmi ces « éléments », une part importante sera accordée aux décompositions et équilibres de forces : une force initiale se concevra alors comme composée d'une force équilibrée/détruite lors d'une interaction physique et d'une force finale. Il y a selon nous ici matière à soutenir que la science de Varignon est un moment essentiel pour celui qui recherche les origines du principe de D'Alembert. Ce chapitre et le suivant viseront à établir la postérité du travail de Varignon et l'influence de sa science de l'équilibre sur D'Alembert.

I-« Principe général » de la statique et applications

1.1 L'ouvrage de 1687

Louville, de Dortous de Mairan de Privat de Molières et de Traubaud (voir chapitre suivant). La "réduction" d'une étude de collision à un cas d'équilibre est courante au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles et la remarque de T. L. Hankins mérite d'être insérée dans ce contexte historique. D'autre part, nous situerons ailleurs l'importance du travail de P. Varignon dans son rapport à celui de D'Alembert : la pratique varignonienne de décomposition et destruction/équilibre de forces est à nos yeux un antécédent du principe de D'Alembert.

¹⁸ Il ne faudrait pas lire le traité de Varignon comme un projet conscient de réduction de la dynamique à une statique. Les cas de collisions de corps n'apparaissent que marginaux dans son ouvrage de 1725, sauf erreur seulement à deux moments, dans l'*Avertissement* sur lequel nous reviendrons et celui mentionné dans la note précédente.

¹⁹ Nous compléterons cette présentation par le chapitre II de la partie III.

S'il offre une théorie générale des forces entrant dans des configurations d'équilibre, Varignon se *donne* la force sans en définir explicitement le contenu. Aussi, tout en distinguant la tendance au mouvement et le mouvement actuel, n'en établit-il pas le lien. La démarche semble alors la suivante : Varignon établit une règle de composition de mouvements actuels et la transpose aux cas de mouvements empêchés ; ce qui vaut pour les premiers vaut aussi pour les tendances au mouvement ; il passe du fini à l'infinitésimal sans jeter des ponts, c'est-à-dire sans aller au-delà dans une définition de la force²⁰. En ce sens, la composition de mouvements offerte tient plus de la cinématique que de la dynamique. Quoiqu'il en soit, l'absence de dynamique est plus une absence de définition explicite d'une force qu'une absence radicale ; nous remarquerons dans le chapitre II de la partie III que dans les années 1690 Varignon utilise le principe statique cartésien et l'axiome de proportionnalité des effets à leurs pour définir son concept de force motrice et que cette définition peut être reliée au contenu du livre de 1687²¹. Varignon écrit dans son premier axiome que « les

²⁰ Nous renvoyons à *infra* 1.3 pour l'examen du principe de Varignon. Dans sa « Demande », Varignon écrit qu' « on suppose ici que dans tout corps qui se meut, ou qui fait effort pour se mouvoir, il y a toujours un certain point qui surchargé de l'impression de tous les autres, détermine ce corps à suivre celle qu'il a pour lors vers l'endroit où il tend », Varignon [1687], p. 2.

²¹ Pour autant, la thèse soutenue par R. Dugas qui suit les conclusions de P. Duhem, semble trop forte. R. Dugas pense que « Varignon entend la composition des forces et des mouvements au sens d'Aristote, car il demeure délibérément fidèle à la dynamique péripatéticienne », R. Dugas, *op. cit.*, p. 215. Pour appuyer sa thèse, l'historien se réfère uniquement au texte de 1725 et tire une conclusion sur les deux écrits de Varignon de 1687 et 1725, sans relever la différence susceptible d'exister entre ces deux écrits. En particulier il cite l'axiome VI de l'édition de 1725 précisant que « les vitesses d'un même corps, ou de corps de masses égales, sont comme les forces motrices qui y sont employées, c'est-à-dire, qui y causent ces vitesses : réciproquement lorsque les vitesses sont dans cette raison, elles sont celles d'un même corps ou de corps de masses égales », Varignon, *op. cit.*, p. 5. R. Dugas suit l'opinion de P. Duhem et écrit qu' « il ne semble pas que les géomètre de XVII^e et même du XVIII^e siècle aient attaché d'importance à la distinction fondamentale que l'on peut faire aujourd'hui entre la méthode de Newton et du P. Lamy et la méthode de Varignon en matière de démonstration du parallélogramme », *Les origines de la statique, op. cit.*, p. 216 et concernant le parallélogramme aristotélicien, *ibid.*, pp. 21-22. La thèse est difficilement soutenable concernant le texte de 1687 pour lequel nous notions, à la suite de P. Costabel, une notion d'effort, de tendance, s'opposant à la seule uniformité associée à la force ; elle est franchement erronée en 1725 : la lecture de Newton semble avoir plus nettement orienté la composition en terme dynamique, la « force motrice » que nous relèverons renvoie à la « force motrice imprimée » newtonienne. D'autre part, soutenir une telle thèse, c'est méconnaître la dynamique newtonienne développée par Varignon dans ses Mémoires à l'Académie Royale des Sciences dans les années 1700-1710 ; sur ce dernier point, voir Partie III, chapitre II. Enfin, nous constaterons que la notion d'action dérive chez Varignon dans les années 1690

espaces que parcourent un même corps, ou des corps égaux dans des temps égaux, sont entre-eux comme les forces qui les meuvent »²², et considère essentiellement des mouvements uniformes²³. Aussi en arrive-t-il à la composition proprement dite : « si le point A sans pesanteur est poussé en même tems, & uniformément par deux puissances E & F suivant les lignes AC & AB, qui fassent entr'elles quelque angle CAB que ce soit, & que la force dont agit la puissance E, soit à celle dont agit la puissance F, comme AC à AB. Ce point A suivra la Diagonale AD du parallelogramme BC fait sous ces deux lignes »²⁴ (voir figure 1).

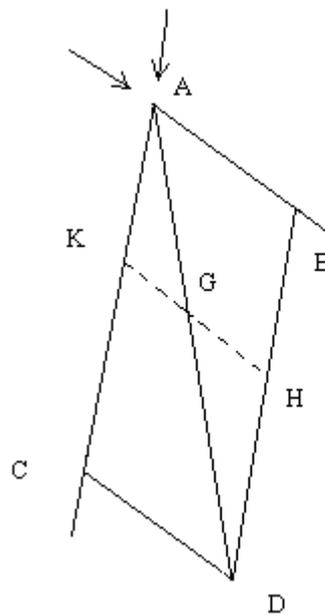


Figure 1

Dans sa démonstration, l'auteur considère le mouvement de la ligne AB le long de AC et celui de A sur AB ; par une simple mise en rapport des vitesses, il en vient à la génération de la diagonale. Le même type de démonstration se retrouvera en 1725 bien que cette fois-ci la définition newtonienne de la force soit revendiquée²⁵.

du principe statique cartésien (Partie III, Chapitre II, 1.1) et qu'il est possible de la rattacher à l'axiomatique du livre de 1687 ; autrement dit, cette notion d'action est déjà en filigrane dans cet ouvrage.

²² Varignon [1687], pp. 1-2.

²³ Même si dans le corollaire 1 du lemme III qui introduit la composition de mouvements mentionne « les forces des puissances E & F [qui] augmenteroient ou diminueroient, pouvu que ce fut suivant la même proportion de part & d'autre », *ibid.*, p. 7. Il y a donc là matière à composition de forces d'une manière instantanée, autrement dit une irréductibilité de la force à une simple quantité de mouvement.

²⁴ *Ibid.*, lemme III p. 6. Le lemme IV définit cette composition avec un corps.

²⁵ Dans l'édition de 1725, Varignon, pour sa composition de mouvement, se réfère ici à la pratique des anciens géomètres recourant aux tracés de courbes par des voies cinématiques, citant, entre autre, la spirale

1.2 La teneur dynamique de l'ouvrage de 1725

Au tout début de l'ouvrage figure une série de définitions et d'axiomes qui se clôt par un « Avertissement ». Dans celui-ci Varignon définit ce qu'il faut entendre lorsqu'il « dira dans la suite [de l'ouvrage] qu'un corps est pressé, poussé, ou tiré de telle ou telle *force* ou par telle ou telle *force*, qu'on appellera aussi *puissance* »²⁶. Ces trois types d'action n'étaient pas mentionnés si explicitement dans l'édition de 1687²⁷. Varignon semble alors ouvrir la voie vers une possible unification conceptuelle des poussées, pressions et tractions. En effet, il précise qu'on n'« entendra par cette force que ce que l'Agent qui presse, pousse, ou tire ce corps, lui en imprime suivant sa direction » et non ce que « l'Agent pourroit avoir »²⁸. Aussi prend-il un exemple de collision pour illustrer son propos : « lorsque la boule A choque ou pousse la boule B, nous ne prendrons pour la force de la boule B, que ce que la boule A lui en imprimera suivant sa direction ; & non tout ce que la boule A en avoit en la choquant : le surplus de ce que la boule A en avoit, n'appartenant point à la boule B, mais seulement ce que cette boule B en reçoit suivant la direction de la boule A »²⁹. Ce qui agit au cours d'une pression (« agent ») et définit la « force » du corps la subissant ne s'identifie pas à

d'Archimède, la conchoïde de Nicomède etc.. : « tous les Mathematiciens se servent de mouvemens composez pour la generation d'une infinité de ligne courbe ; & tous les Physiens exacts, pour déterminer les forces des chocs ou des percussions obliques, &c. Ainsi je ne prétends rien de l'usage que j'ai indiqué il y a près de 40 ans, & que j'en fais encore ici pour l'explication des Machines », Varignon *Nouvelle Mécanique ou statique, dont le projet fut donné en M.DC.LXXXVI. Ouvrage posthume de M. Varignon, des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse, Lecteur du Roy en Philosophie au College Royal, & Professeur des Mathématiques au College Mazarin*, 2 tomes, Paris, 1725, tome I, *op. cit.*, p. 8. Dans ce même livre, il imagine une « fourmi » se déplaçant sur AB, ligne transportée sur AC (voir pp. 21-22) illustration d'une composition de mouvement figurant chez Descartes, dans le livre III des *Principes de Philosophie* de 1644. Ces propos revendiquant une filiation historique et stipulant que la pratique de la composition de forces dans l'ouvrage de 1725 s'identifie à une cinématique laissent perplexe ; nous remarquerons que cette vision n'épuise cependant pas tout le contenu du livre de 1725 et que la force introduite trouve bien son origine chez Newton.

²⁶ Varignon [1725], p. 9.

²⁷ Ils n'apparaissent qu'au fil du texte dans l'ouvrage de 1687 : on relèvera l'« impression composée » d'un corps sur un plan incliné issue de la gravité et d'une « puissance » résistante ; la « poussée » lorsqu'il s'agit de démontrer le parallélogramme des forces ; des forces qui « tirent » lorsqu'un poids est suspendu par des cordes, voir Varignon [1687], respectivement « Préface », p. 1 et p. 12.

²⁸ Varignon [1725], p. 9.

²⁹ *Ibid.*, pp. 9-10. D'après cette citation, le choc et la poussée apparaissent synonymes.

la quantité de mouvement du mobile incident. Varignon introduit alors quelques définitions : « par les mots de *force*, ou *puissance motrice*, d'un corps, on n'entendra dans la suite que ce qu'il en reçoit de l'Agent qui le pousse ou le tire, & non tout ce que cet Agent en pourroit avoir en le poussant ; ou (ce qui revient au même) on ne comptera ici pour *force* ou *puissance motrice* dans l'Agent, que ce qu'il en communique au corps sur lequel il agit : c'est cette mesure de force communiquée, qui sera dans la suite appelée la *force motrice* de ce corps »³⁰.

La puissance initiale « imprime » une certaine « force motrice », une « force »-mouvement au corps B : une telle conception de l'action rappelle « la force motrice imprimée » de la loi II des *Principes* de Newton, lien que l'exemple canonique du choc ne dément pas³¹. Aussi relève-t-on deux acceptions possibles pour ce mot force : la « force imprimée », « force communiquée » par l'agent au cours de la collision « l'agent », puis la « force du corps » s'identifiant alors à son seul mouvement. Dans une terminologie newtonienne, on noterait la « *vis impressa* », « action par laquelle l'état du corps est changé » et « qui consiste uniquement dans l'action, & elle ne subsiste plus dans le corps, dès que l'action vient à cesser »³², et la « *vis insita* », « pouvoir [que la matière] a de résister, et par laquelle « tout corps persévère de lui-même dans son état actuel de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite »³³. Bref, il ne semble pas interdit, à la lumière de ce qui ne figurait pas dans le texte de 1687³⁴, de souligner l'influence de la lecture de Newton. Relevons un autre point. Dans son exemple de collision, Varignon utilise indifféremment les termes « choquer », « pousser » ou « imprimer » à propos de l'action de la boule. De même, à la fin de la dernière citation, il adjoint le verbe « tirer » (« par les mots de *force*, ou *puissance motrice*, d'un corps, on n'entendra dans la suite que ce qu'il en reçoit de l'Agent qui le pousse ou le tire... ») et la « force imprimée » recouvre alors trois types d'action, le choc³⁵, la

³⁰ *Ibid.*

³¹ Faisant immédiatement suite à la loi II, on trouve des exemples de chocs dans la loi III définissant l'égalité entre action et réaction, les corollaires 3, 4, 5 de cette loi, et enfin le scholie des lois.

³² Newton, *Principes TMC*, Définition IV, p. 3.

³³ *Ibid.*, définition III, p. 2.

³⁴ Cet avertissement était absent de la première édition.

³⁵ Varignon assimile « choc » et « poussée » : « la boule A choque ou pousse la boule B », Varignon [1725], p. 9. Remarquons, comme écrit plus haut, que « pression », « poussée » et « choc » sont utilisés indifféremment et puisque Varignon ne donne comme exemple que des cas de collisions, on ne peut pas, dans la doute, affirmer qu'il pourrait entendre par « pression » une action continue, mais plutôt une pression dans

pression, la traction. Ceci figure chez Newton et, si on suit l'analyse de T. L. Hankins, l'assimilation doit être liée à la volonté d'unifier les actions au sein d'une même loi³⁶. Il paraît alors envisageable de mentionner "l'esprit newtonien" guidant la rédaction de ce passage.

1.3 Le principe de Varignon : composition de forces et équilibre³⁷

La seule différence de fond entre les livres de 1687 et 1725 tient dans la définition du concept dans le droit fil de la science newtonienne. Les ouvrages diffèrent aussi par leur forme : l'un se veut un *Projet* et ne contient qu'en partie une théorie qui deviendra une *Nouvelle mécanique ou Statique* : une ébauche qui s'amplifiera pour donner l'ouvrage référence de cette science dans la première moitié du XVIII^e siècle³⁸.

Le point commun essentiel entre les deux livres tient à la volonté de traiter l'équilibre en terme de forces antagonistes. Le parallélogramme des forces devient la clef de voûte de tout le système : il suffit d'opposer à la résultante du concours de deux « puissances » productrices de mouvement une force d'intensité égale, de même direction et de sens opposé pour que l'équilibre s'ensuive ; ou bien encore d'opposer un obstacle inamovible. Inversement, une situation de repos implique des forces identiques dont la

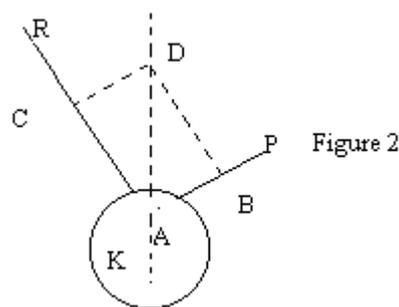
l'instant. D'autre part, même si aucune référence sur la nature de ces corps n'est faite dans cet avertissement, tous les autres exemples de collision donnés par Varignon impliquent des corps durs.

³⁶ L'auteur se demande pourquoi Newton identifie, d'une part, la force à l'impulsion et, d'autre part, à une accélération et cherche une réponse en rapportant un extrait de la définition IV, stipulant que « la 'vis impressa', a, d'autre part, des sources diverses : telles que le choc, la pression, la force centripète », *Principes* dans M.-F. Biarnais, *op. cit.*, p. 26. Ainsi, « since the second law is a law about impressed forces, it has to cover all three kinds of impressed forces : percussion, which causes an instantaneous change of momentum ; pressure, which is applied continually and produces an acceleration ; and centripetal force, or motion cause by an attracting centre...[Newton] had to choose between forces that were proportional to discrete finite changes of momentum and forces that were proportional to accelerations [...] Where d'Alembert divided the problems of mechanics into two different categories [collision de corps durs, gravitation], Newton attempted to subsume them all under the same set of laws », T. L. Hankins, *D'Alembert, Science and the Enlightenment*, p. 182. Voir du même auteur *The Reception of Newton's Second Law of Motion in the Eighteenth Century*, dans *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, n° 78-79, 1967, pp. 47-48.

³⁷ Ce terme de « principe » est de Varignon et il s'agit simplement du parallélogramme des forces.

³⁸ Telle est l'opinion de d'Alembert dans l'article « Statique » de l'*Encyclopédie*, tome 15, p. 496 : « l'ouvrage le plus étendu que nous ayons sur la *statique*, est la *nouvelle mécanique* de M. Varignon, imprimée à Paris en 1725, en deux volumes in-4°. Dès l'année 1687 l'auteur avoit donné un ouvrage sur ce même sujet avec le titre *projet d'une nouvelle mécanique* ».

décomposition permettra de déterminer les rapports entre les différents angles et composantes compris dans un parallélogramme. Le texte de 1687 applique systématiquement au cas par cas, pour différentes machines simples, les relations entre les forces et le sinus des angles du triangle qu'elles définissent afin d'étudier des conditions d'équilibre : nous donnerons ci-dessous l'application de cette méthode aux cas du plan incliné et du levier³⁹. La suspension d'un point maintenu en équilibre par deux cordes permet d'illustrer cette mise en relation entre « puissances » et angles qui sera par la suite à l'œuvre pour toutes les machines simples⁴⁰ (voir figure 2).



En supposant un poids K maintenu par des cordes qui concourent en A, « les impressions particulières que P & R » font sur ce point seront les mêmes « que qu'elles feroient, si elles pousoient chacune suivant sa ligne de direction AP & AR » ; traction ou « poussée », le corps doit « tendre le long de quelque ligne AD, qui soit la diagonale d'un parallélogramme fait sous ses parties AB & AC des lignes de direction des puissances P & R, qui soient entr'elles comme ces puissances »⁴¹. Cette ligne AD doit nécessairement se trouver dans le prolongement que la droite d'action du poids retenu, sous peine de devoir à nouveau composer deux mouvements suivant un parallélogramme dont AD et le poids K définiraient les côtés et, pour cette même raison d'équilibre, « la force dont ce poids est tiré suivant AD,

³⁹ Ces relations entre forces et angles ne seront plus le socle sur lequel reposera l'étude de l'équilibre sur différentes machines dans l'ouvrage de 1725. Elles ne deviendront que des corollaires de propositions plus générales mais, quoi qu'il en soit, c'est davantage le mode d'exposé qui diffère entre les deux livres que la méthode générale ; elle repose pour les deux traités sur le parallélogramme des forces.

⁴⁰ « Proposition fondamentale des poids suspendus avec des cordes. En quelque nombre qu'elles soient ; & pour tous les angles possibles qu'elles peuvent faire entre elles », Varignon [1687], *op. cit.*, p. 11.

⁴¹ Varignon fait appel au Lemme III ; pour ce lemme, voir *supra* 1.1.

est aussi égale à la pesanteur de ce poids »⁴². Or, « la force dont il [le poids] est ainsi tiré de A vers D, est à celle dont la puissance P le tire à elle, comme (Lemme 3. Cor 3) AD à AB »⁴³ soit, en utilisant le lemme 5, « comme le sinus de l'angle DBA, ou de son complément, (BC est un parallélogramme) au sinus de l'angle BDA, ou de RAK égal à celui-ci, ou à son complément : Donc ce poids K est à la puissance P, comme le sinus de l'angle PAR, au sinus de l'angle RAK »⁴⁴. La configuration d'équilibre impose alors des relations du types : $K/P = \sin(PAR)/\sin(RAK)$; $P/R = \sin(RAK)/\sin(PAK)$; $K/R = \sin(RAP)/\sin(PAK)$ ⁴⁵.

Le point de départ repose finalement sur le mouvement qui devrait se produire en cas de composition de forces ; l'équilibre nécessite une force égale, de même direction et opposée à la résultante des puissances P et R. Ceci vaut aussi bien pour les tractions (cas illustré ci-dessus) que pour des collisions ou des « impressions » selon l'expression de Varignon ; nous le remarquerons davantage en évoquant le contenu du livre de 1725. Suivent alors les relations angulaires donnant la « proposition fondamentale » pour ce cas de poids suspendus⁴⁶.

L'exposé de 1725 commence par l'axiome de proportionnalité entre la cause et l'effet⁴⁷ : il est le fondement de toute la statique et la dynamique de Varignon ; nous aurons l'occasion de montrer qu'il est à la base de la mathématisation du concept de force chez Varignon (voir Partie III, chapitre II). Sur cet axiome repose le concept de « force motrice »

⁴² Varignon [1687], p. 12. Si tel n'était pas le cas, le corps « se mouvrait encore en haut, ou en bas selon la différence de ces forces, ce qui est encore contre l'hypothèse », *ibid.*

⁴³ *Ibid.* Ce corollaire 3 du Lemme III stipule que « puisque le point A parcourt AD & AB en même tems, la force, ou le composé de forces, qui le pousse le long de AD, est à celle qui le pousse le long de AB, comme AD à AB. Et pour la même raison, elle est à celle dont il est poussé le long de AC, comme AD à AC », *ibid.*, p. 7.

⁴⁴ *Ibid.*, p. 13. Lemme V : « les trois côtes d'un triangle rectiligne, quel qu'il soit, sont entr'eux, comme les sinus des angles ausquels ils sont opposez », *ibid.*, p. 9.

⁴⁵ Voir les corollaires 1 à 6 de cette proposition, pp. 14 à 15. Le corollaire 6 énonce la réciproque, voir pp. 15-16.

⁴⁶ Cette méthode est aussi celle appliquée aux autres « propositions fondamentales » qui concernent le levier, le plan incliné. Dans tous les cas, ces « propositions » consistent en une mise en relation entre les sinus des angles du parallélogramme des forces qui produisent un équilibre.

⁴⁷ Varignon [1725], tome I, Axiome I, p. 5 : « Les effets sont toujours proportionnels à leurs causes ou forces productrices, puisqu'elles n'en sont les causes qu'autant qu'ils en sont les effets, & seulement en raison de ce qu'elles y causent ».

qui « imprime » un mouvement et que Varignon introduit par un exemple de collision ; « les vitesses d'un même corps [...], sont [-elles] comme les forces motrices qui y sont employées, c'est-à-dire qui y causent ces vîteses »⁴⁸. A la suite du premier axiome, deux autres introduisent l'opposition de causes. Des « forces ou résistances égales, suivant les mêmes directions » produisent des effets égaux » (à mêmes causes, mêmes effets) et on peut alors les substituer l'une à l'autre⁴⁹. Si au lieu de la substitution on passe à l'opposition, alors « un corps [...] pressé, poussé, ou tiré tout à la fois par deux forces égales, & directement opposées [...] doit rester immobile, c'est-à-dire, en repos, sans autre obstacle que la contrariété de ces forces qui se détruisent, ou s'empêchent également l'une l'autre, chacune soutenant l'autre toute entière »⁵⁰. Or, « lorsque tout demeure en repos, nonobstant l'action de [...] forces ou puissances l'une contre l'autre, ou contre l'obstacle qui les arrête », les « forces sont dites en *Equilibre* entr'elles »⁵¹. Dès lors, il suffit d'introduire un « principe general » basé sur la composition de mouvement qui, associé à trois corollaires⁵², donnera une méthode pour « mettre en équilibre entr'elles tant de forces ou de puissances quelconques qu'on voudra, qui

⁴⁸ *Ibid.*, Axiome VI, p. 5.

⁴⁹ *Ibid.*, Axiome II, p. 4 : « une force égale à une autre, ou à quelque résistance que ce soit, mise à sa place avec la même direction, & dans le même sens, y doit produire le même effet ».

⁵⁰ *Ibid.*, Axiome III, p. 5.

⁵¹ *Ibid.*, Définition IV, p. 4.

⁵² *Ibid.*, « principe general », pp. 6-7 : « Quel que soit le nombre des forces ou des puissances quelconques, dirigées comme l'on voudra, qui agissent à la fois sur un même corps, ou ce corps ne se remuera point du tout, ou il n'ira que par un seul chemin, & suivant une ligne qui sera la même que si au lieu d'être ainsi poussé, pressé, ou tiré par toutes ces puissances à la fois, ce corps ne l'étoit suivant la même ligne, & en même sens que par une seule force ou puissance équivalente ou égale à la résultante du concours de toutes celles-là. *Ce principe est d'autant plus évident, que rien ne l'est davantage qu'un même corps ne sçauroit aller par plusieurs chemins à la fois ; & de quelque vîtesse qu'il aille, il n'ira que comme s'il n'étoit poussé en ce sens que par une seule force capable de lui donner cette vîtesse* ». Le Corollaire I précise que si un corps « n'étoit pressé, poussé ou tiré que par une seule force, un obstacle invincible, ou du moins une résistance égale à cette force, opposé à ce corps dans la direction de cette même force, l'arrêteroit (ax. 3.) tout court ; [...] Donc aussi un obstacle invincible, ou du moins une résistance égale à la force résultante du concours d'action de tant d'autres quelconques qu'on voudra, & dirigées comme l'on voudra, opposé dans la direction de cette force résultante au corps, sur lequel agissent toutes celles-là, l'arrêtera tout court, & soutiendra ainsi sur lui toutes ces forces ou puissances en équilibre entr'elles », *op. cit.*, p. 7. Le Corollaire II pose la réciproque du précédent : si toutes les forces s'équilibrent, l'obstacle se trouve dans la direction de la force résultante et la soutient « d'une résistance égale, & directement contraire à cette force », *op. cit.*, pp. 7-8. Enfin, « l'équilibre sera impossible entre quelque nombre de puissances que ce soit, tant qu'elles ne trouveront point d'obstacle de résistance égale & directement opposée à la force résultante de leur concours », Corollaire III, *op. cit.*, p. 8.

dirigées à volonté, agissent toutes à la fois sur un même corps »⁵³. En effet, il ne reste plus qu'à trouver « suivant quelle ligne elles [les forces agissantes] doivent s'accorder à le pousser, ou à le tirer toutes ensemble », dans le cas d'un obstacle invincible, et « avec quelle force, si dans cette ligne on ne veut lui en opposer qu'un d'une résistance égale » à la force résultante⁵⁴.

La clef de voûte du traité de Varignon consiste donc en la composition de forces ; l'équilibre s'obtient par la « destruction, ou l'empêchement »⁵⁵ de la résultante par un obstacle ou une autre force de même direction, d'égale intensité et opposée, le corps, dans un tel cas, « demeurant au repos »⁵⁶. Composition et destruction, des éléments qui, comme nous le constaterons, ne conduisent pas systématiquement à l'immobilité mais peuvent s'avérer des moyens pour déterminer des mouvements finaux à l'issue d'une interaction (voir *infra*).

A la suite de ce « principe général », Varignon donne trois versions de la composition de mouvement ; nous n'examinons ici que les deux premières⁵⁷.

La première met en jeu un point matériel se déplaçant sur une droite mû parallèlement à elle-même, les vitesses prises uniformes ; l'artifice de la règle mobile se justifie pour « préparer l'imagination au mouvement composez »⁵⁸. Une telle démonstration figure aussi chez Trabaud, dans l'ouvrage déjà cité dans la première partie ; étant un manuel, ce type de démonstration semble donc répandu.

La seconde introduit une composition de mouvement sans recourir à la règle mobile⁵⁹. Cette fois-ci, la composition prend une tournure dynamique. Si dans sa

⁵³ *Ibid.*, p. 8.

⁵⁴ *Ibid.*, p. 8.

⁵⁵ *Ibid.*, Axiome III, p. 5.

⁵⁶ *Ibid.*, Définition V.

⁵⁷ La troisième version concerne le « concours d'actions » sur un corps quelconque, et non plus seulement sur un point matériel. Voir Annexe 7 pour l'intégralité d'une de ces démonstrations.

⁵⁸ *Ibid.*, Lemme I, p. 13.

⁵⁹ *Ibid.*, Lemme II, pp. 14-15 : « A sans pesanteur est poussé par deux forces ou puissances E, F, toutes employées sur lui, suivant les lignes AC, AB, qui fassent entr'elles quelque angle CAB que ce soit, & que la force ou la puissance E suivant AC, soit à la force ou puissance F suivant AB, comme AC est à AB. Ce point A par le concours de ces deux forces E, F, sans le secours d'aucune ligne mobile, parcourra la diagonale AD du parallélogramme ABCD dans le même tems qu'elles lui auroient fait parcourir séparément les côtes AC, AB, qu'on leur suppose proportionnels ».

démonstration Varignon mentionne la « force particuliere » du corps ou « la force ou vitesse qui lui est propre »⁶⁰, il ne se coupe pas de l'idée d'une production de mouvement. L'interchangeabilité entre force et mouvement devient légitime si on se réfère au modèle d'action défini par le choc ; l' « agent » communique une « *force ou puissance motrice* »⁶¹, soit un mouvement, devenant sa mesure. La teneur dynamique de l' « Avertissement » impose une composition de forces entendues comme changement de mouvement. Du reste, lorsque Varignon montre que la quantité de mouvement comptée scalairement ne se conserve pas, il recourt à une collision de corps durs : « A [...] poussé en même tems par deux autres durs E, F, suivant les côtez AB, AC, du parallélogramme BC, avec des forces capables séparément chacune de lui faire parcourir chacun de ces côtez en tems égaux, en parcourroit [...] par leurs concours, & en pareil tems, la diagonale AD »⁶². A l'origine de la composition de mouvement figure le « concours d'action » ou de « puissances » pensé dynamiquement. Suit alors une série de corollaires posant, par exemple, que la force résultante est à chacune des puissances comme la diagonale aux côtés ; qu'un point mû d'une vitesse uniforme suivant une ligne AD « peut également l'avoir été par une seule puissance dirigée en ce sens, ou par le concours de deux autres [...] dirigées suivant les côtez d'un parallélogramme [...] dont cette ligne AD, soit la diagonale, & qui soient à cette puissance-là comme ces côtez correspondans sont à cette diagonale »⁶³ ; qu'« il n'y a point de mouvement uniforme en ligne droite, qui ne puisse

Dans sa démonstration, Varignon raisonne par analogie. Il part du cas de deux corps mus ensemble « sans s'aider ni se nuire comme lorsqu'ils le sont d'égales vitesses en même sens, chacun par sa force particuliere », cas où chaque corps se meut « seul de la force ou vitesse qui lui est propre ». Il suppose qu'une règle soit mise en mouvement par une force et qu'un point reposant sur cette règle soit aussi mis en mouvement par une force identique ; ces deux mouvements sont indépendants, la règle ne transportant pas le corps. Simultanément, ce dernier est « poussé » suivant une autre direction. Le point, sans être emporté par la ligne mobile, « seroit toujours sur elle ainsi mûe, comme si elle l'emportoit effectivement avec elle ». Finalement, le raisonnement s'appuie sur l'acquis de la première démonstration tout en procédant à cet artifice de deux mouvements « propres » de même direction. Finalement, à mêmes causes, mêmes effets ; il n'y a aucune raison pour que le corps supposé subir l'action de deux forces ne suive pas la trajectoire qu'il décrivait dans la première démonstration lorsque la règle l'emportait. Pour l'intégralité des démonstrations de 1725 nous renvoyons à l'Annexe 7.

⁶⁰ *Ibid.*, p. 14.

⁶¹ *Ibid.*, « Avertissement », p. 9.

⁶² *Ibid.*, p. 25.

⁶³ *Ibid.*, Corollaires 1 et 2, pp. 16-17.

également être l'effet d'une seule puissance, ou de concours d'action d'une infinité d'autres prises deux à deux »⁶⁴.

Nous donnons en Annexe 7 l'intégralité des démonstrations de Varignon et Traubaud ; leurs méthodes correspondent précisément à celles critiquées par D'Alembert dans le *Traité de dynamique* ou dans l'article « Composition du mouvement » de l'*Encyclopédie*⁶⁵. Sans prétendre qu'il les vise directement, il est par contre certain qu'il les connaît ; D'Alembert cite de nombreuses fois le livre de Varignon dans des articles de l'*Encyclopédie* (voir chapitre suivant) et nous avons noté sa référence en 1743 au livre de Traubaud (voir Partie I, chapitre IV). D'Alembert note que « la démonstration qu'on apporte à l'ordinaire » consiste à supposer une règle mobile » ; que d'autre part, « la plupart des démonstrations communes[...] sont fondées sur ce qu'on regarde les deux puissances [...] comme agissant sur le corps [...] pendant tout le tems de son mouvement, ce qui n'est pas précisément l'état de la question ». Opérer ainsi revient à présupposer une action permanente des forces et donc une conservation des tendances initiales pendant tout le long d'un parcours, alors même que « dès qu'il [le corps] a pris une direction moyenne [...], les deux tendances [...] n'existent plus »⁶⁶.

Or, un tel reproche peut être adressé à l'encontre de la démonstration de Varignon. D'une part, il recourt à cet artifice d'une ligne mobile ; d'autre part, son autre démonstration suppose une « force ou vitesse [...] propre » (voir note 59 et Annexe 7). Comme le note A. Firode, le reproche qu'adresse D'Alembert aux démonstrations habituelles de la composition de forces est « similaire à celui qu'il dirige contre les preuves habituelles du principe d'inertie », à savoir qu'« elles présupposent l'action continue d'une force motrice »⁶⁷. Or, tel est justement un des fondements de la démonstration du principe d'inertie chez Varignon, car il faut voir derrière cette « force propre » ou « puissance », et le contexte

⁶⁴ *Ibid.*, Corollaire 5, p. 19. Ceci à condition que chaque force de chaque couple agissant séparément fasse parcourir au corps les côtés des parallélogrammes dans le même temps que la diagonale résultante du concours est parcourue.

⁶⁵ *Encyclopédie*, art. « Composition du mouvement », tome 3 p. 770 ; D'Alembert [1758], I, II, art. 29 pp. 37-38 ; D'Alembert [1743], I, II, art. 22, p. 24.

⁶⁶ D'Alembert [1758], art. 29 pp. 37-38 ; même critique dans l'art. « Composition du mouvement ». Pour une analyse de la démonstration de D'Alembert, nous renvoyons à A. Firode, *op. cit.*, pp. 94-98.

⁶⁷ A. Firode, *op. cit.*, p. 95.

newtonien que nous mentionnions invite à suivre cette hypothèse, une variante de la *vis insita* newtonienne (voir Partie III, chapitre I).

Dans ce qui suit, nous examinerons les propositions relatives à l'équilibre pour le levier et le plan incliné telles qu'elles sont incluses dans la publication de 1687 ; le choix de cette édition peut sembler arbitraire mais la méthode est la même en 1687 ou 1725.

1.4 Les cas du plan incliné et du levier

Varignon n'utilise plus les principes statiques cartésiens ou galiléens pour étudier des conditions d'équilibre, mais une seule opposition de forces. Le cahier des charges semble rempli en ce sens qu'il donne une étude génétique de l'équilibre en terme de forces antagonistes. Il s'agit bien de « génération » car de la force dynamique, telle qu'elle apparaît dans le livre de 1725, à la force statique, il n'y a qu'un pas que donne l'opposition, la résistance à la production du mouvement. Nous ne relèverons que quelques détails des démonstrations de 1687.

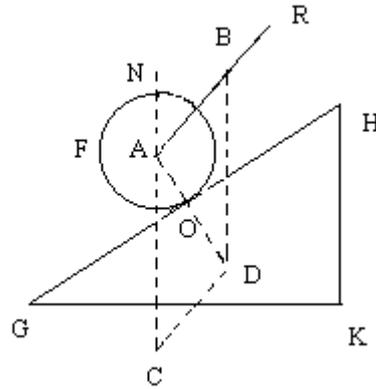
1.4.1 Equilibre sur un plan incliné

La proposition énoncée se veut générale : les poids sont soutenus « pour toutes les directions possibles des puissances » sur « quelque espèce de surfaces que ce soit »⁶⁸. Varignon montre que pour une configuration d'équilibre, « telle que soit la surface GH ; le poids EO, & la puissance R qui le soutient dessus, sont toujours entr'eux en raison réciproque des sinus des angles que font leurs lignes de direction avec AD tirée perpendiculairement du point A de leurs concours, sur la surface GH »⁶⁹ (voir figure 3).

⁶⁸ Varignon [1687], *op. cit.*, p. 40.

⁶⁹ *Ibid.*

Figure 3



Les forces concourant en un point A, le corps « doit tendre suivant quelque ligne AD qui soit la diagonale d'un parallélogramme fait sous des parties AC & AB de leurs lignes de direction [de la pesanteur et de la force R], qui soient entr'elles, comme ce poids est à cette puissance »⁷⁰. Il faut que AD soit perpendiculaire à la surface (autrement le corps « rouleroit ou couleroit vers H, ou vers G ») et passe par un point de contact de cette dernière avec le corps. Dès lors, il ne reste plus qu'à utiliser le Corollaire III du Lemme IV précisant que le rapport de la force résultante à la force retenant le corps est comme AD à AB soit, d'après le lemme V (voir *supra* 1.3), comme $\sin(DBA)/\sin(BDA) = \sin(BAC \text{ complément de } DBA)/\sin(DAC = BDA)$. De même, le rapport de la force résultante au poids est comme $\sin(BAC)$ à $\sin(BAD)$. Conséquemment on trouvera $P/R = \sin(BAD)/\sin(DAC)$, « telle que soit » la surface GH. Le Corollaire 5 de cette proposition utilise ces proportions en tenant compte de la « résistance » qu'offre la surface, réaction de mêmes intensité et direction mais de sens opposé.

A partir de ces proportions établies en toute généralité, il devient simple de montrer qu'une surface plus inclinée nécessite une moindre force R ou encore que dans un plan incliné, si la direction de R est parallèle à la surface on retrouve la proportion classique $P/R = HG/HK$ ⁷¹.

1.4.2 Leviers

⁷⁰ *Ibid.*, p. 41.

⁷¹ Les Corollaires X et XIV démontrent, respectivement, ces deux propositions : puisqu'on a $R/P = \sin(DAC)/\sin(BAD)$, un plan de plus en plus incliné donnera un rapport sinus de plus en plus petit ; pour la seconde, les triangles BAD et HKG deviennent semblables ce qui revient à $P/R = 1/\sin(DAC) = 1/\sin(HGK) = HG/HK$, voir pp. 45-46.

La proposition concerne tous les types de leviers, pour toutes directions possibles de forces ; là encore, le souci de généralité prévaut⁷². Varignon se donne le levier MN, les « puissances » E et F agissant à ses extrémités, puis lui substitue un levier angulaire MAN en imaginant le seul point A « poussé, mais en même-tems vers R suivant AR [...] & vers S suivant AS » par des puissances respectivement égales à E et F ; AR et AS sont entre eux comme les puissances E et F. D'après le Lemme III il résulte de ce « concours d'action de ces deux puissances » une « impression composée » telle que le point A ne « tend[e] qu'à se mouvoir suivant la diagonale AG ». Qu'un obstacle « fixe » B se présente sur cette ligne et tout « ce corps, ou ce levier » poussé suivant AG se voit arrêté (voir figure 4).

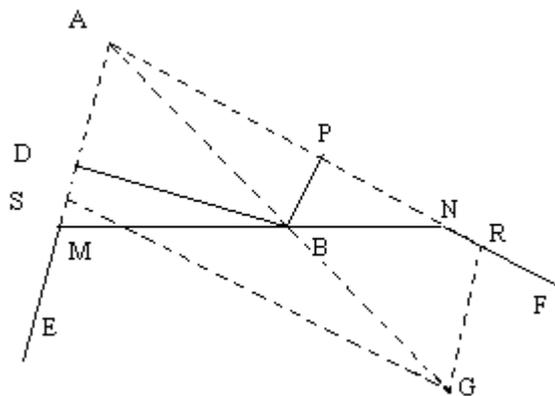


Figure 4

Ce premier raisonnement permet d'appliquer le lemme de composition et de déterminer la direction finale du mouvement du corps-levier poussé. Varignon replace ensuite les deux puissances E et F aux points M et N du levier angulaire AMN ; si l'action ne s'exerce plus sur le seul point A, l'application de puissances identiques (sens, direction, intensité) conduisent au même résultat, à savoir un mouvement suivant AG de la totalité de l'appareil, empêché par le point B. Dernière étape, en retranchant la partie MAN et ne conservant que le levier MN, « toute leur action [celle résultant de la composition des deux puissances] doit encore se trouver réunie dans le seul point B de ce levier, par ou passe la diagonale AG du parallélogramme RS ; & par conséquent, elles doivent encore demeurer en équilibre sur ce

⁷² *Ibid.*, p. 58 : « Proposition fondamentale pour toutes sortes de leviers, de quelque espèce, & dans quelque situations qu'ils soient ; & pour toutes les directions possibles des puissances, ou des poids qui y sont appliquez ».

point »⁷³. Par abstractions croissantes on en arrive donc à la situation d'équilibre imposant que la droite d'action passe par le point d'appui du levier. Puisque « l'impression composée » est aux puissances comme la diagonale aux côtés, la « résistance » du point d'appui suivra la même proportion⁷⁴.

Varignon fait alors “tourner” sa méthode : de la proportion entre les puissances et les côtés du parallélogramme suit celle entre ces mêmes puissances et les sinus des angles du triangle GAR ; $E/F = GR/AR = \sin(GAR)/\sin(RGA) = BP/BD$, avec ces deux segments tirés de B respectivement perpendiculaires aux deux lignes de direction des forces⁷⁵. Varignon en vient donc à établir la relation classique d'équilibre du levier à partir d'un principe plus général : « voilà ce qu'on appelle ordinairement le premier principe de Méchanique, & ce que personne, du moins que je connoisse, n'avoit encore démontré de cette manière, n'y si généralement »⁷⁶.

Si deux puissances D et E agissent sur l'extrémité A d'un levier AB de point d'appui B, tel quelles soient « en raison réciproque des sinus des angles que font leurs lignes de direction, qu'elles quelles soient, avec ce levier », on obtient un équilibre⁷⁷. Varignon montre simplement que « A reçoit une impression suivant quelque ligne AG » diagonale de ASGR, avec $AS/AR = D/E$, ligne de même direction que AB ; l'équilibre s'ensuit⁷⁸.

Tout revient à développer une même méthode (relation entre forces et côtés du parallélogramme puis entre forces en sinus) elle-même dépendante de la composition vectorielle de forces, et la géométrie permet de trouver les propositions. Pour autant, si la pratique est géométrique, l'esprit nous semble dynamique. Le sens le plus faible du terme dynamique consiste simplement à relever que Varignon se *donne* la force et en fait la pierre angulaire de l'édifice. Jusqu'alors, la force ne semblait définie qu'à travers son homologue poids, les principes (moments statiques, travaux virtuels...) la fondaient en leur sein sans l'identifier. Au sens le plus fort, la force reçoit une mesure identifiée au changement de mouvement que son action provoque : la lecture newtonienne conduit Varignon vers une

⁷³ *Ibid.*, pp. 59-60.

⁷⁴ *Ibid.*, Corollaire IV, p. 61.

⁷⁵ *Ibid.*

⁷⁶ *Ibid.*, p. 66.

⁷⁷ *Ibid.*

⁷⁸ *Ibid.*, pp. 66-67.

pratique non réductible à une simple cinématique. Mais ne trouve-t-on qu'une visée essentiellement dynamique dans ce livre de 1725 ?

II-Equilibre et choc

Par quatre fois le livre de 1725 donne des exemples de collisions de corps durs et vise alors à étudier des percussions par le biais d'équilibres : dans l' « Avertissement » que nous avons déjà examiné ; lors d'une composition de forces (voir *supra*) ; dans un exemple de collision d'un corps sur un plan ; lorsque Varignon démontre le principe des travaux virtuels⁷⁹. Nous examinons ici ces trois derniers et conséquemment essayons d'évaluer quel peut être, au-delà de son contenu propre concernant la science statique, l'enjeu de la théorie de Varignon.

2.1 Puissances et actions : aspects terminologiques

T. L. Hankins souligne un problème relatif à la pensée newtonienne de la force : Newton utilise à la fois le terme “action” pour caractériser sa troisième loi du mouvement et traiter des machines dans le scholie de ses lois⁸⁰. Dans son premier sens, elle renvoie à la « force motrice imprimée » regroupant trois modalités d'actions différentes (pression, collision, attraction). Tout en reprenant dans ce même scholie les exemples d'attraction et de choc des corps, Newton y adjoint celui des machines simples : « de même

⁷⁹ Varignon reproduit la lettre de Jean Bernoulli de 1717 contenant le principe, voir Varignon [1725], tome II pp. 176 à 188.

⁸⁰ T. L. Hankins, *D'Alembert, Science and Enlightenment*, Oxford University Press, Oxford, 1971, pp. 187-188. L'auteur relève cette “obscurité” (“Newton's obscurity”) consistant à utiliser l'action dans le sens de force motrice imprimée et de travail virtuel ; ainsi d'étendre l'action-réaction au domaine de l'équilibre. Il conclut alors, dans la perspective d'Alembertienne qui est la sienne, que la troisième loi du *Traité de dynamique*, loi d'équilibre, « while certainly not identical to Newton's law, may have been his way of understanding 'actions' without making them into forces ». Si on comprend bien, la substitution d'une “action” dynamique par une “action” dans une machine, grandeurs n'offrant pas la même mathématisation, peut permettre une autre substitution, celle de l'équilibre en lieu et place de l'égalité action-réaction. Remarquons que si ce lien direct tissé par l'auteur entre Newton et d'Alembert peut être supposé, il ne faudrait pas passer sous silence ces « réductions » du choc à l'équilibre dans lesquelles le principe des vitesses virtuelles joue un rôle essentiel ; réduire cette pratique à une “obscurité” ne nous semble pas rendre compte tout un contexte historique dans lequel s'insère une telle pratique.

que les corps ont même force dans le choc et la réflexion quand leurs vitesses sont réciproquement proportionnelles à leur '*vis insitiae*' : de même, les agents qui servent à mouvoir les instruments mécaniques sont équipotents et se soutiendront par leurs efforts contraires qu'ils font l'un contre l'autre, quand leurs vitesses estimées dans la direction des forces, sont réciproquement proportionnelles à ces forces »⁸¹. Aussi deux poids sur une balance s'équilibreront-ils, ou encore auront-ils « même force pour mouvoir les bras de cette balance, quand ils sont réciproquement proportionnels à leurs vitesses de montée et de descente, lors des d'oscillations de la balance »⁸². En conclusion, Newton justifie ses exemples de machines simples par le témoignage qu'ils offrent de l'étendue et de la certitude de sa troisième loi : « si en effet on apprécie l'action de l'agent d'après sa vitesse et sa force tout ensemble ; et si, de même, on apprécie la réaction du corps résistant à la fois d'après les vitesses de chacune de ses parties et les forces de résistance qui viennent de leurs frottements, cohésion, poids et accélération : l'action et la réaction seront toujours égales l'une à l'autre, quel que soit l'usage que l'on fasse de ces instruments »⁸³. L'ambiguïté de cette extension du domaine d'applicabilité de cette troisième loi tient tout à la fois à un problème dimensionnel (les grandeurs pour rendre compte de l'équilibre dans la machine ne sont pas celles de l'action lors d'une collision) et conceptuel par ce passage de l'équilibre à l'action-réaction.

L'« action » chez Varignon fait écho à celle rencontrée chez Newton, dans sa diversité de sens et de mathématisation. En effet, le français donne deux acceptions possibles à cette notion d'« action ». Dans son premier sens, l'« Agent [...] imprime suivant sa direction » une « force ou puissance motrice » qui correspond, l'exemple de la collision en attestant, à une quantité de mouvement donnée⁸⁴. Puis, en considérant un levier, Varignon définit le « *Momentum* » comme le produit du « poids ou puissance absolue par sa distance à l'appui ». Ce dernier, en « françois » ne peut mieux s'exprimer, selon l'auteur, que par

⁸¹ Newton, *Principes*, trad. de M.-F. Biarnais, *op. cit.*, p. 78. La Traduction de la Marquise recourt au vocable « équilibre » pour qualifier le choc impliquant d'égale quantité de mouvement et rapproche davantage choc et machine que ne le fait Newton : « de même que les corps qui se choquent se font équilibre, quand leurs vitesses sont réciproquement comme leurs forces d'inertie (*ut vires inertiae* :) les puissances qui agissent dans la mécanique se contrebalancent & détruisent leurs efforts mutuelles quand leurs vitesses dans la direction des forces sont réciproquement comme ces forces », voir *Principes TMC*, p. 33.

⁸² M.-F. Biarnais, *op. cit.*, p. 79.

⁸³ *Ibid.*, p. 80.

⁸⁴ Varignon [1725], tome I, *op. cit.*, p. 9.

« *Force relative, ou impression ou action* »⁸⁵. Sur ce levier, le passage du moment statique à une grandeur homogène à un travail ou une puissance (le poids élevé suivant l'arc décrit par le bras le soutenant) n'est qu'affaire de proportion, car dans le « *principe de Galilée* » employant des vitesses virtuelles, les « *espaces [qui sont] toujours comme les vitesses* »⁸⁶. Dans ces conditions, la « quantité d'action ou d'impression (*Momentum*) d'une puissance »⁸⁷ peut s'exprimer par la combinaison d'un poids et de sa vitesse d'élévation. L'« action » s'identifie alors, d'une part, à une quantité de mouvement produite (dans la collision) et, d'autre part, à une grandeur homogène à un travail voire une puissance. En complément, nous remarquerons que Varignon fonde le concept de force motrice à partir du principe des vitesses virtuelles, en substituant poids et masses (voir Partie III, chapitre II).

Lorsque Varignon définit ce qu'il faut entendre par une « Machine », à savoir « l'Instrument dont on peut se servir pour mouvoir un corps », il précise aussitôt que le terme de « puissance » doit être compris dans le sens général de « tout ce qui est capable de mouvoir un corps, à l'aide d'une Machine, ou non »⁸⁸. Varignon ajoute que « ce qu'il y a de force employée à mouvoir le corps, & en vertu de qui il seroit effectivement mû, si rien ne s'y opposoit, s'appelle la *force de ce corps* »⁸⁹ ; aussitôt l'équilibre des « puissances » rompu, on en vient à parler de la « force » d'un corps mû au même titre que dans un choc on parle de la « force du corps ». Cette dernière expression s'applique alors aussi bien à l'effet de la « puissance » agissante sur un corps de manière directe ou par le biais d'un mécanisme. Penser « ce qui est capable de mouvoir » sans recourir à une machine, tel que l'auteur le demande, c'est se référer aux phénomènes de gravitation ou de collision ; à travers la disparité des événements physiques qu'il englobe, le vocable « puissance » implique des actions différentes, celles que nous rencontrons chez Newton mais, finalement, comme en atteste l'exemple canonique du choc, la définition de la « force motrice », de la « puissance », c'est la collision qui la donne ; comme Varignon l'écrit laconiquement, « dans la nature, [...] une infinité de mouvemens résultent de plusieurs chocs », le modèle mécaniste constituant

⁸⁵ *Ibid.*, p. 304.

⁸⁶ *Ibid.*, p. 321.

⁸⁷ *Ibid.*, p. 317. Varignon note que « le produit de cette distance [de la droite d'action de la force au poids d'appui] par la force employée de cette puissance, est la mesure de son action, ou de l'impression (*Momentum*) qu'elle fait sur ce levier ».

⁸⁸ *Ibid.*, p. 3.

⁸⁹ *Ibid.*

probablement l'ultime référence pour penser l'action⁹⁰. Traction, collision, pression, se voient fédérer autour de cette force motrice imprimée et la « puissance » n'est finalement qu'un corps en mouvement dont l'« impression » est une action. Cette terminologie se retrouve chez D'Alembert lorsqu'il écrit qu'« on ne doit donc entendre par l'action des puissances, & par le terme même de *puissances* dont on se sert communément dans la Statique, que le produit d'un corps par sa vitesse ou par sa force accélératrice »⁹¹. Il importe à nouveau de signaler que l'extension du principe de vitesses virtuelles au cas du choc (car c'est bien de cela qu'il s'agit chez D'Alembert, voir le chapitre précédent) permet alors de penser cette interaction comme un équilibre. Aussi, lorsque Varignon mentionnera l'équilibre/destruction d'une force lors d'une collision (voir *infra*), il se place dans une pratique courante et dont nous relevons l'importance (voir Partie I, Chapitre II et chapitre précédent).

Du point de vue conceptuel, l'action telle qu'on la trouve dans les textes de Newton et Varignon pose quelques difficultés. Qu'on imagine deux corps entrant en collision, qu'on exerce du doigt une pression sur une pierre ou encore que cette dernière soit tirée par un cheval, tous ces cas exemplifient l'égalité d'actions et réactions en tant que ces dernières interviennent sur deux corps différents⁹². Qu'on suppose maintenant deux poids s'équilibrant sur une balance, ceci renvoie à un autre concept. Si, en suivant la thèse de T. L. Hankins l'ambiguïté chez Newton se retrouve chez d'Alembert (voir *supra* note 80), cela ne doit pas faire l'impasse du contenu du livre de Varignon ; au demeurant il faut rattacher de telles pratiques à un contexte historique plus vaste, à l'essor de la nouvelle science dynamique avec cette importance accordée au principe des vitesses virtuelles.

Si cette association choc-équilibre n'est pas l'œuvre de Varignon, par cet accent mis sur des compositions et décompositions de forces il inaugure cependant une nouvelle pratique dans le domaine de la science statique. D'autre part, dans son livre de 1725, Varignon donne une analyse d'une collision oblique de corps durs (un corps frappe obliquement un pan de mur inamovible) que nous retrouverons sur une période de vingt chez plusieurs auteurs, en particulier dans les livres de Privat de Molières et Trabaud. Puisque ceux-ci rédigent des manuels, l'étude de ce choc reposant sur la décomposition d'une force

⁹⁰ *Ibid.*, p. 23.

⁹¹ D'Alembert [1758], I, III, art. 51 p. 58.

⁹² Ces trois exemples sont donnés par Newton dans sa troisième loi du mouvement, voir M.-F. Biarnais, *op. cit.*, pp. 65-66.

initiale et un équilibre/destruction d'une des composantes est répandue dans les années 1720 et 1730 (nous y reviendrons dans le chapitre suivant ; voir Annexe 8 et 9). Au-delà du résultat de cette interaction (la détermination du mouvement final du corps), c'est la méthode qui importe ; en effet, D'Alembert reconnaîtra dans cet exemple une utilisation de son principe. Avant d'en arriver au *Traité* de 1743, nous examinons dans ce qui suit la manière dont Varignon aborde ce choc.

2.2 Compositions statique et dynamique

Dans le Lemme II du livre de 1725, Varignon énonce la composition de forces, en faisant intervenir un corps « sans pesanteur [...] poussé » par deux « puissances »⁹³. Le corollaire qui suit énonce que la « force résultante [...] du concours d'action » de deux « puissances », « dès le premier instant du mouvement qu'en reçoit le point [...], doit dès cet instant être à chacune de celles-là comme la diagonale [...] du parallélogramme [...] à chacun de ses côtés »⁹⁴. L'équilibre impliquant des empêchements de mouvements réduits à une simple tendance, la prise en compte de « l'instant » justifie que des tendances aux mouvements, celles pouvant relever de collisions de cors durs, se composent comme des mouvements finis. Voulant montrer que la quantité de mouvement comptée scalairement ne se conserve pas, Varignon imagine « un corps durs [...] poussé en même tems par deux autres durs »⁹⁵. Le corps suivra alors la diagonale d'un parallélogramme et la somme des longueurs des côtés (quantités de mouvement en un temps donné) de celui-ci excédera la longueur (quantité de mouvement pendant le même temps) de celle-là. L'« action » impliquée renvoie ici à la « force motrice imprimée » et Varignon illustre son principe de composition de « puissances », jusqu'à présent appliqué à la statique, par cette collision.

Dans un autre exemple, Varignon suppose « un corps dur A sans pesanteur, poussé par une seule force ou puissance E suivant ED, oblique à un plan dur & immobile GH »⁹⁶ (voir figure 5). Une telle configuration figure dans un Mémoire de 1722 de Dortous de

⁹³ Si le corps en question, « poussé » suivant deux directions AB et AC telles que les « puissances » soient entre elles comme ces longueurs, « parcourra la diagonale AD du parallélogramme ABCD dans le même tems qu'elles lui en auraient fait parcourir separement les côtés AC, AB, qu'on leur suppose proportionnels », Varignon [1725] tome I, Lemme II pp. 14-15.

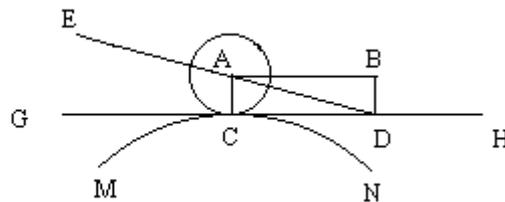
⁹⁴ *Ibid.*, p. 16.

⁹⁵ *Ibid.*, pp. 25 à 27.

⁹⁶ *Ibid.*, tome I, Corollaire VI du Lemme III, p. 35.

Mairan, dans les livres de Privat de Molières et de Trabaud, enfin dans l'article 37 du *Traité de Dynamique*. Ce corps, rencontrant le plan en C, est « poussé [...] de même que s'il l'étoit par le concours de deux puissances ou forces dirigées suivant les côtez AC, AB, du parallélogramme rectangle BC, lesquelles fussent à la puissance E comme ces côtez sont à la diagonale AD de ce parallélogramme »⁹⁷.

Figure 5



Directement opposé à la force suivant AC, le « plan [...] recevrait & soûtiendrait (Ax. 3.) tout le coup [de celle-ci], sans en rien recevoir ni soûtenir de la seconde ». Varignon conclut en deux temps : d'une part, le corps « poussé » de la force E suivant AD frappe « le plan GH d'une force qui seroit à celle-là, comme AC à AD » ; d'autre part, le corps « couleroit après cela de C vers H suivant CH de la force qui lui resteroit seule & toute entiere suivant AB, laquelle seroit à la force E, comme AB, ou CD est à AD »⁹⁸. Une telle proportion découle du Lemme III (voir *infra* 2.4).

Dans cet exemple Varignon recourt à l'Axiome III. Ce dernier pose qu'un corps « pressé, poussé, ou tiré tout à la fois par deux forces égales, & directement opposées » reste « immobile, c'est-à-dire, en repos, sans autre obstacle que la contrariété de ces forces qui se détruisent, où s'empêchent l'une l'autre, chacune soûtenant l'autre toute entiere »⁹⁹. La composante perpendiculaire de la « puissance » incidente subit donc cette « destruction » définie par l'axiome puisque seule la composante latérale subsiste. A la suite de cette collision oblique, le Corollaire VIII traite d'un choc direct et énonce que pour qu'un corps « poussé ou tiré » demeure au repos sur le plan qu'il percute, « il faut qu'il le soit suivant la perpendiculaire à ce plan en un point où il le touche » et, réciproquement, le corps subissant

⁹⁷ *Ibid.*

⁹⁸ *Ibid.*

⁹⁹ *Ibid.*, pp. 4-5.

cette poussée ou traction perpendiculairement au plan, « doit (Ax. 3.) demeurer au repos, n'ayant (*Hyp.*) que cette impression ou force perpendiculaire, à laquelle la force invincible du plan est alors directement opposée »¹⁰⁰. Varignon utilise à nouveau l'Axiome III dans ce dernier cas où le corps perd toute sa vitesse. Or, lorsque des forces « agissent l'une contre l'autre, ou contre un obstacle commun », de telle sorte qu'« elles ne l'emportent ni l'une sur l'autre, ni sur cet obstacle ; c'est-à-dire, lorsque tout demeure en repos, nonobstant l'action de ces forces ou puissances l'une sur l'autre, ou contre l'obstacle qui les arrête », ces « deux ou plusieurs forces sont dites *en Equilibre* »¹⁰¹. Ainsi, la destruction de la composante perpendiculaire de la vitesse du corps est perçue comme une configuration d'équilibre : une « puissance » (le corps en mouvement) ne « l'emporte » pas sur « l'obstacle » et, en l'occurrence, la destruction de vitesse fait que « tout demeure en repos ». Dans cet exemple, le mouvement initial se conçoit donc comme renfermant deux composante, le mouvement final et une autre orthogonale à l'obstacle qui la « détruit », ou l'« empêche ». Autrement dit, l'issue d'une interaction se détermine par ces forces équilibrées.

2.3 Démonstration du principe de Bernoulli

Varignon publie un large extrait de la lettre datée du 26 janvier 1717 que lui adressa Jean Bernoulli et qui contient l'énoncé du principe des travaux virtuels¹⁰². Il se

¹⁰⁰ *Ibid.*, pp. 35-36.

¹⁰¹ *Ibid.*, pp. 4.

¹⁰² Voir la Section IX intitulée « corollaire general de la Théorie précédente ». L'énoncé du principe, tel qu'il se trouve dans la lettre, reçoit la forme suivante : « en tout équilibre de forces quelconques, en quelque maniere qu'elles soient appliquées les unes sur les autres, ou médiatement ou immédiatement ; la somme des Energies affirmatives sera égale à la somme des Energies negatives prises affirmativement ». Varignon juge cette « proposition » à la fois « belle » et « generale » et précise avoir demandé l'autorisation à Bernoulli de « l'ajouter ici avec la démonstration que cette Théorie m'en fournissoit ». Cette « energie » est le produit d'une force par sa vitesse virtuelle associée lorsqu'on « imprime à tout le système de ces forces un petit mouvement, soit parallele à soi-même suivant une direction quelconque, soit autour d'un point fixe quelconque ». Varignon, en partant de sa théorie de composition de forces va donner une série de démonstrations du principe de Bernoulli et l'appliquer pour des cas d'équilibre impliquant les cinq machines simples. Il donne au passage un renseignement sur la date de rédaction de son traité : « la Théorie, qui en étoit achevée lorsque ce Sçavant Mathématicien m'envoya cette proposition, ne m'ayant pas permis de la démontrer sur chacune de ces Machines à sa place, sans changer un très grand nombre de citations répandues dans cette Théorie », il juge préférable de l'insérer dans cette section qui clôt l'analyse des machines simples. Dans ces conditions, le livre est presque achevé en 1717. Voir Varignon [1725], tome II, *op. cit.*, p. 174-175. La rédaction de l'ouvrage semble

propose de démontrer ce principe et, à cette occasion, transforme un problème d'équilibre en un problème de collision ; conséquemment, ce dernier peut s'analyser par un équilibre. Dans ces conditions, Varignon va rendre interchangeables les « puissances » statique et les pressions issues de simples quantités de mouvement et, dès lors, définir une mesure de celles-là par celles-ci¹⁰³.

Dans ses démonstrations du principe¹⁰⁴, Varignon prend un système de cordes attachées en un nœud tirées par des « puissances » ; est suspendu à l'une d'elles un poids équilibré par les actions des autres forces. On restitue ici la première démonstration du principe, dans le cas où le système de forces est mû parallèlement à lui même, suivant la direction du poids soutenu. Varignon prend une « partie quelconque Aa » d'un système où « les puissances tirent droit, sans s'appuyer sur rien »¹⁰⁵ (voir figure 6). AB, AC, AE etc.,

commencer peut avant 1710. Varignon écrit à Bernoulli le 19 novembre 1710 : « le libraire m'ayant parler de réimprimer ma mécanique, je n'ay plus que statique dans la teste ; ce qui augmente considerablement l'ouvrage qui sera proprement la mécanique dont l'autre n'étoit que le projet », voir J. I Bernoulli, *Der Briefwechsel...*, tome III, *op. cit.*, p. 311.

¹⁰³ En analysant un cas de traction de trois forces sur un point, d'Alembert substitue aux trois « puissances » habituelles trois masses attachées à chacune des cordes et leurs donnant des moments (quantités de mouvements) proportionnels aux forces de traction ; voir d'Alembert [1758], I, III, art. 49, pp. 56-57 et dans la première édition, article 41, pp. 40-42 ; voir *infra* 2.4. A cette occasion, T. L. Hankins signale que Varignon développait déjà une semblable comparaison entre forces statiques et forces de collision, voir T. L. Hankins, *D'Alembert...*, *op. cit.*, note 1 p. 189 : « Pierre Varignon had already given a similar comparison between static forces and forces of collision in his *Nouvelle mécanique ou statique*, dont le projet fut donné en 1687, 2 vols. (Paris, 1725), II, 186-189. D'après cet pagination, l'auteur fait référence à cette démonstration du principe des travaux virtuels.

¹⁰⁴ Varignon donne quatre démonstrations du principe. Dans la première, tout le système de forces subit une translation suivant la direction du poids soutenu, les directions des « puissances » demeurant identiques. Puis, il imagine par l'intermédiaire d'un système de poulies un mouvement de rotation des différentes forces. Suit un déplacement dans une direction quelconque. Ces trois points suivent finalement le contenu de la lettre de Bernoulli, qui mentionnait « un petit mouvement [du système de forces], soit parallele à soi-même suivant une direction quelconque, soit autour d'un point fixe ». Suit le cas de collision de corps en substituant des mouvements en lieu et place des « puissances ». Enfin, Varignon vérifie le principe au cas des machines simples : tour, levier, plan incliné, vis et coin. Il donne alors une section allant des pages 174 à 223 du tome II de son livre.

¹⁰⁵ Varignon [1725], tome II, p. 177. Pour un mouvement autour d'un point fixe, les « puissances voyant leurs directions modifiées, Varignon imagine des cordes passant par les poulies et tendues par des poids. Il précise que « la partie Aa » est prise « infiniment petite », voir figure 7.

représentent les « puissances » P, Q, R etc., à partir desquelles l'auteur tire sur la direction AK les perpendiculaires Bb, Cc, Ee etc. ap, aq, ar etc. représentent les perpendiculaires issues de a sur chacune des directions des forces. Les triangles Apa, ABb, Aqa, AcC etc.. pris deux à deux ont l'angle commun A et un angle droit ; il sont par conséquent semblables. Suivent alors les proportions :

$$Aa.Ap :: AB.Ab :: P.b \text{ soit } b=P.Ap/Aa$$

$$Aa.Aq :: AC.Ac :: Q.c \text{ soit } c=Q.Aq/Aa$$

$$Aa.Ar :: AE.Ae :: R.e \text{ soit } e=R.Ar/Aa$$

Etc., avec b, c, e...les composantes de P, Q, R... le long de AK.

Ainsi, dans le cas d'équilibre, ceci donne $c+e-b \pm \text{etc.} = K^{106}$ soit, $Q.Aq + R.Ar - P.Ap \pm \text{etc.} = K.Aa$

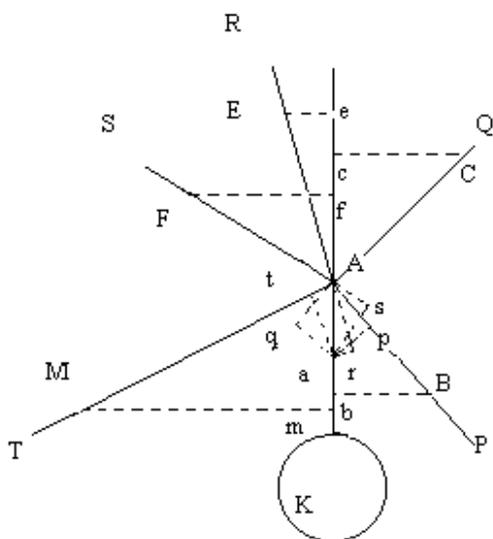


Figure 6

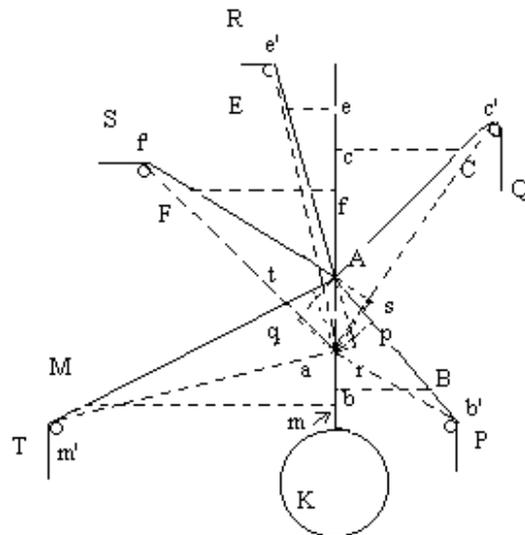


Figure 7

¹⁰⁶ *Ibid.*, p. 178. Varignon s'appuie sur le Théorème VI de son tome I concernant l'équilibre pour un poids soutenu par plusieurs cordes : les composantes au-delà du nœud (nommées « sublimatez ») égalent celles en-deçà (« profondeurs »), voir tome I, p. 163 : un nœud est tiré par des puissances et par un poids qu'elles équilibrent, « ce poids ainsi en équilibre avec toutes ces puissances, sera toujours à chacune d'elles comme la somme de leurs sublimatez, moins celle de leurs profondeurs, c'est-à-dire, comme l'excès dont la première de ces deux sommes surpasse la seconde, est à chacune des proportionnelles de ces mêmes puissances ».

Ensuite, Varignon imagine « tout le système [...] mû de manière que son point A parcourroit la partie quelconque Aa de la direction AK du poids K » et, alors, toutes les forces « demeurent toujours parallèles chacune à soi-même ». A passant en a, les directions des « puissances » demeurent « perpendiculaires en a aux mêmes lignes fixes ap, aq, ar (...) ». Les forces « avancent ou reculent » et si Aa est la vitesse virtuelle de K, Ap, Aq, Ar etc.. le seront de P, Q, R etc., d'où le résultat¹⁰⁷.

Ceci fait, Varignon substitue aux « puissances » des corps en mouvement et imagine un corps « sans pesanteur ni action aucune de soi-même » en lieu et place du nœud, choqué « à la fois par autant d'autres corps qu'il y a ci-dessus de puissances K, P, Q, R, S, T, &c. (en y prenant le poids K pour une de ces puissances, laquelle soit d'une force égale à la pesanteur de ce poids, & de même direction que lui) suivant leurs directions, directement à contre-sens de ceux suivant lesquels ces puissances tirent ce point ou nœud A, & avec des forces égales à celles de ces puissances, en sorte que chacun de ces corps choquans pousse le choqué en A avec une force égale à celle dont il est tiré directement à contre-sens par la puissance dont ce corps choquant est suivant la direction »¹⁰⁸. Varignon fait alors appel à l'Axiome II qui, valable aussi bien pour des pressions, collisions et tractions¹⁰⁹, permet de

¹⁰⁷ *Ibid.*, p. 178. La lettre de Bernoulli précisait que suite au « petit mouvement », les « augmentations ou diminutions se trouvent, si l'on tire une perpendiculaire à l'extrémité de la ligne de tendance de quelque force, laquelle perpendiculaire retranchera de la même ligne de tendance, mise dans la situation voisine par le petit mouvement, une petite partie qui sera la mesure de la *vitesse virtuelle* de cette force », voir Varignon [1725], tome II, *op. cit.*, p. 175. Pour le système de poulies de la figure 7, les directions Ab'P, Ac'Q, Ae'R etc..deviennent ab'P, ac'Q, ae'R etc., les angles entre leurs directions étant infiniment petit, puisque Aa l'est aussi. On obtiendra alors « les différences infiniment petites Ap, Aq, Ar, Af, At, &c. pour les quantitez dont les puissances P, Q, R, S, T &c. reculeroient ou avanceroient ici suivant leurs directions, chacune suivant la sienne, pendant que le poids K y descendroit suivant la sienne AK de la partie infiniment petite Aa de cette direction ». En recourant à son Théorème 6 utilisé dans la précédente démonstration, Varignon conclut identiquement. Ainsi, pour les deux cas étudiés, Varignon vérifie bien l'égalité des « énergies » pour une « rupture [d'équilibre] qu'on a supposée faite par une force étrangère », pour des vitesses virtuelles « finies ou infiniment petites à volonté », *ibid.*, p. 180. L'auteur estime avoir démontré la validité du principe pour, dans le premier exemple, des déplacements finis ou non et, pour le second, pour des déplacements infinitésimaux.

¹⁰⁸ *Ibid.*, tome II, pp. 186-187.

¹⁰⁹ Remarquons que dans la citation précédente Varignon utilise indifféremment « poussé » ou « tiré ». Concernant l'Axiome III : « lorsqu'un corps est pressé, poussé, ou tiré tout à la fois par deux forces égales, & directement opposées, il doit rester immobile, c'est-à-dire, en repos, sans autre obstacle que la contrariété de ces forces qui se détruisent, ou s'empêchent également l'une l'autre, chacune soutenant l'autre toute entière. La

conclure que « tous ces chocs ensemble retiendroient le corps choqué en repos & en équilibre en A, comme ce nœud y est retenu par le concours de toutes ces puissances ; & que quelque mouvement droit qu'on donnât alors à ce corps choqué, tel que celui qu'on a donné [dans les exemples précédents] au nœud A dont ce corps choqué tient ici la place, les vîteses virtuelles & les Energies de ces corps choquans seroient égales à celles de ces puissances [...] c'est-à-dire, égales chacune pour chacun de ces corps choquans à celle de la puissance correspondante, qu'il égaleroit [...] en force absolue, & de laquelle il suivroit la direction à contre-sens »¹¹⁰.

Ainsi, ce qui vaut pour les tractions vaut pour le cas de collisions : « en cas d'équilibre entre les corps choquans qu'on y suppose agir tous à la fois sur le corps choqué en A, comme les puissances dont ils suivent les directions à contre-sens, agissent sur ce nœud A, c'est-à-dire, en cas de repos de ce corps choqué », les égalités entre « énergies » se retrouvent¹¹¹. Le principe de Bernoulli vient vérifier ce qu'établissait le principe de composition de Varignon, à savoir l'équilibre entre les corps, et celui-là n'est qu'une conséquence de celui-ci. Les collisions, au même titre que les tractions, peuvent définir un équilibre qui renvoie à la prise en compte des seules « puissances » comprises comme des corps en mouvement.

Varignon énonce explicitement que les systèmes de corps ou de puissances statiques sont soumis à une « rupture [d'équilibre] qu'on a supposée faite par une force étrangere » afin d'étudier les conditions d'équilibre ; les « puissances » (corps en mouvement venant se « pousser ») un observateur extérieur déplace le système. Telle ne sera pas la pratique de Bernoulli lors de son analyse de la collision : il substituera au déplacement imposé un déplacement provoqué par la collision elle-même, à savoir celui occasionné par l'action (voir conclusion de cette partie). Cette pratique a été rencontrée dans le chapitre précédent, le

même chose se doit dire (ax. 2.) d'une force & d'une resistance qui lui seroit égale, & directement opposée ». Cet Axiome II énonce que des « forces ou résistances égales, suivant les mêmes directions » produisent des effets identiques et ceci doit se relier au premier axiome posant la proportionnalité entre les effets et « leurs causes ou forces productrices », *ibid.*, tome I, p. 5.

¹¹⁰ *Ibid.*, tome II, p. 187.

¹¹¹ *Ibid.*, p. 188. Varignon démontre la même chose si le corps A est animé d'un mouvement au moment de la collision. Il suppose alors ce mouvement provoqué par un mobile incident qu'il nomme « choquans imaginaire » qui le rencontre au même instant que les autres corps, tous s'équilibrant, voir pp. 188-189.

principe des vitesses virtuelles définissant une action dynamique. Au demeurant, les précautions prises par Varignon concernant l'application du principe de Bernoulli ne se rencontrent pas dans tous ses textes ; son concept de force motrice dérive du principe statique cartésien (des travaux virtuels) dans lequel il substitue le poids par une masse (voir Partie III, Chapitre II, 1.2.1 a). Enfin, notons que lorsque Newton entend élargir le domaine d'applicabilité de sa loi d'action-réaction aux machines, il procède finalement à une substitution du principe des vitesses virtuelles à l'action dynamique, ce dont témoigne la traduction de la Marquise du Châtelet lorsqu'elle mentionne l'équilibre rencontré dans une collision : « de même que les corps qui se choquent se font équilibre, quand leurs vîteses sont réciproquement comme leurs forces d'inertie (*ut vires inertiae* :) les puissances qui agissent dans la mécanique se contrebalancent & détruisent leurs efforts mutuelles quand leurs vîteses dans la direction des forces sont réciproquement comme ces forces »¹¹².

Bernoulli tiendra le même raisonnement : il passera des poids aux masses, celles-ci étant assimilées aux « forces d'inertie », alors même que la masse n'est pas réductible à la force d'inertie, celle-ci se définissant par la réaction au changement de mouvement qu'on impose au corps¹¹³. Le recours à la force d'inertie au lieu de cette masse tendrait à justifier l'extension de ce principe statique au cas du choc : là où on trouvait dans l'équilibre d'une machine une force (un poids), ici figure une autre force, la force d'inertie. Une sorte de glissement s'opère entre, d'un côté, poids-masse et, de l'autre, déplacement imposé à un système équilibré-déplacement provoqué par une action. La proportionnalité poids-masse, cette substitution de déplacements, légitiment une pratique mathématique du principe pour le cas d'un choc, emploi illégitime au regard de la physique, et ceci d'un point de vue dimensionnel et d'un point de vue conceptuel puisque l'action-réaction se comprend comme l'exercice de forces sur deux corps, l'équilibre sur un seul. De tels faits peuvent justifier cet appel à l'équilibre pour une collision et, Varignon, malgré la clarté de son raisonnement ci-dessus (les « puissances », à savoir les corps en mouvement, provoquent des « poussées » et c'est le déplacement de celles-ci, donc de forces, qui permettent d'appliquer le

¹¹² Newton, *Principes TMC*, p. 33.

¹¹³ Newton est très clair sur ce point. Il précise que la *vis insita* « est toujours proportionnelle au corps », que celui-ci « n'exerce vraiment cette force que lorsque son état est changé par une autre force qu'on lui imprime » ; l'égalité entre l'action et la réaction impose de voir l'exercice de cette force comme un changement de mouvement, c'est la raison pour laquelle Newton précise sa « proportionnalité » au « corps » (à sa masse), et non son identité, voir *Principes*, trad. M.-F. Biarnais, *op. cit.*, Définition III, p. 26.

principe de Bernoulli) place avant tout l'équilibre comme égalité de « puissances » identifiées à des quantités de mouvement. Autrement dit, lui aussi pratique cette extension du principe au domaine du choc.

2.4 Retour sur le parallélogramme des forces chez Varignon

Le Lemme III du traité de statique de 1725 concerne une composition de mouvements pour un corps quelconque sans pesanteur soumis à deux forces. Le corps, EFGH, « parcourra la diagonale AD du parallélogramme BC [...] par le concours d'action de ces deux puissances E, F, dans le même tems que séparément elles lui auroient fait parcourir les côtes correspondans AC, AB, de ce parallélogramme »¹¹⁴ (voir figure 8). Cette proposition énonce alors trois autres points :

- Le corps « reçoit de chacune des puissances E, F, deux impressions à la fois » et, par exemple, pour la seule puissance E, deux impressions suivant AQ, AN, dont les forces sont à cette puissance E, comme ces côtes [...] du parallélogramme NQ sont à la diagonale AC »¹¹⁵ ;

-Ce que E « employe de force, ou fait d'effort suivant AD sur ce corps EFGH, est à ce que la puissance F en fait sur lui suivant la même ligne, pour ou contre, comme AQ, est à AP »¹¹⁶ ;

-« le surplus de force suivant AN, AM, des puissances E, F, se détruit ou s'empêche toujours mutuellement »¹¹⁷.

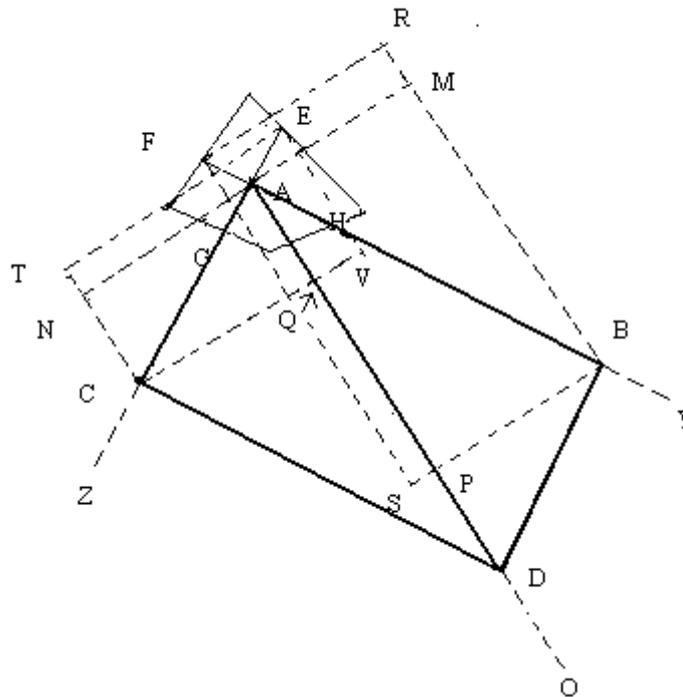
¹¹⁴ Varignon [1725], tome I, Lemme III p. 28. A correspond au centre de masse du corps.

¹¹⁵ *Ibid.*, p. 27. Le raisonnement vaut pour F avec les composantes AP, AM.

¹¹⁶ *Ibid.*, p. 28.

¹¹⁷ *Ibid.*

Figure 8



La résultante des « actions » des forces sera la somme des composantes AQ et AP de E et F le long de AD. L'intérêt de ce lemme ne consiste pas dans sa seule généralité, en tant qu'il concerne tous types de corps et non plus les seuls points matériels. Il vient aussi poser les bases d'une décomposition de mouvement que reprendra Traubaud (voir chapitre suivant) et qui anticipe celle pratiquée par d'Alembert : le mouvement initial, ici une puissance (E par exemple), se comprend comme une puissance détruite (AN) et une finale (AQ)¹¹⁸. Le cas de collision contre un pan de mur appartient au Corollaire VI de ce Lemme III : ce dernier contient bien alors l'idée d'une décomposition particulière impliquant destruction d'une des composantes lors de la collision. Le pan de mur y jouait le rôle de la « force » AM et « détruisait » la composante orthogonale du mouvement incident. Autrement dit, d'après ce Lemme, en puissance, cette décomposition contient toujours une composante

¹¹⁸ On note une telle décomposition dans l'ouvrage de 1687 mais qui n'apparaît que furtivement en fin de livre dans la partie intitulée « Examen de l'opinion de M. Borelli sur les propriétés des poids suspendus par des cordes ». Varignon imagine un système de trois cordes reliées par un nœud et dont deux sont tirées par des « puissances », qui soutiennent un poids au bout de la troisième. Il décompose alors chaque force en montrant que l'équilibre implique égalité de la somme des composantes verticales situées de part et d'autre du nœud. Concernant les horizontales, il note que « la force de l'impression » que le nœud reçoit d'une d'entre elle « est égale à celle qu'il reçoit en même tems » de la composante de l'autre « puissance », Varignon [1687], pp. 114-115. Cependant, contrairement au texte de 1725, la décomposition en jeu ne concerne qu'une situation statique et non un mouvement modifié ou généré par une collision.

destinée à être équilibrée. L'assimilation de la force statique à la quantité de mouvement et, finalement, la force conceptualisée à partir du choc, ouvre la possibilité de réduire, d'une part, tous les phénomènes à des collisions puis, d'autre part, de les analyser à l'aide d'un équilibre affectant des composantes de forces. La pratique de Varignon semble constituer un pas supplémentaire vers cette idée d'équilibre sous-jacent aux interactions dynamiques et nous semble devoir être rapprochée de la dynamique de D'Alembert ; nous ferons ce rapprochement dans le chapitre suivant.

Conclusion

Par cette force conçue sur le modèle de la « force motrice imprimée », par cette utilisation systématique du parallélogramme des forces dans l'étude des machines simples, le projet de Varignon consiste à ramener la statique dans le giron d'une dynamique. D'autre part, à la « puissance » statique peut-être substitué un corps en mouvement et, conséquemment, des exemples de collisions peuvent aussi s'interpréter par le biais d'équilibre de forces. Sur ce dernier volet, Varignon n'innove pas ; sa pratique doit être inscrite dans ce contexte du tournant des XVII^e et XVIII^e que nous relevions dans le chapitre précédent. Quoiqu'il en soit, le traité de 1725 semble traversé par deux courants : une conception résolument newtonienne de l'action qui vient donner un fondement dynamiste à sa théorie de l'équilibre et, inversement, une pratique de l'équilibre qui, potentiellement, contient les éléments pour ramener la dynamique dans le giron d'une statique. L'exemple de collision oblique donné par Varignon fait appel à une décomposition et un équilibre et renvoie à une pratique que nous rencontrerons par trois reprises jusqu'au *Traité de dynamique* de D'Alembert. Principe de composition à la base de la statique et exemple de collision oblique : on rencontre cette séquence de rédaction qui dans le livre de 1725 répond au Lemme III et à son Corollaire VI dans deux manuels des années 1730. Leurs rédacteurs entendent alors donner des « éléments » de mécanique (voir Annexe 8) ; la pratique de Varignon est donc répandue et cet exemple de choc correspondra à l'article 30 de l'édition de 1743 du *Traité* de D'Alembert. Au-delà d'un exemple particulier, c'est la manière de l'aborder qui importe : D'Alembert précisera que le traitement proposé par ses aînés et contemporains repose sur son principe.

On ne peut pas lire le livre de Varignon comme un traité de dynamique des systèmes à liaisons. Sa statique s'inscrit dans une tradition d'étude des machines simples, même s'il en renouvelle l'approche par son principe de composition. D'autre part, seuls

quelques cas relevant de la dynamique sont analysés par le biais d'équilibres. Autrement dit, d'Alembert ne reconduit pas une science présente chez Varignon : les points communs ne sont que locaux et, d'autre part, toute la mécanique de Varignon repose sur un concept de force que fonde l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes (voir Partie III, chapitre II) ; dans son esprit, la science de D'Alembert s'oppose à celle de Varignon. Pour autant, si on recherche des hypothèses sur l'origine du principe de D'Alembert, on ne doit pas faire l'impasse sur l'influence combinée des travaux de Jacques Bernoulli¹¹⁹ ou sur une analyse de mouvement de corps dans les milieux résistants¹²⁰ ; si on doit ajouter à cette liste des candidats et thèmes de recherches exerçant une possible influence sur la réflexion de d'Alembert une analyse de collisions de corps durs, laquelle s'associe à une composition-décomposition et destruction de mouvement, la lecture de Varignon n'y est sans doute pas étrangère¹²¹.

¹¹⁹ Voir D. Speiser, *op. cit.* et C. Vilain, La question du 'centre d'oscillation', *op. cit.*

¹²⁰ Voir M. Paty, *D'Alembert ou la raison physico-mathématique au siècle des Lumières*, Les Belles Lettres, Paris, 1998, p. 102 : « Sans doute l'enfoncement des corps solides dans les fluides lui [d'Alembert] aurait-il suggéré un rapprochement avec le problème du pendule composé, lui donnant l'idée de son principe, par l'annulation des mouvements virtuels correspondants aux actions compensées en sens opposés, équivalents aux liaisons pour les solides ». L'auteur signale dans la note 2 de cette même page : « C'est une idée que je développe par ailleurs avec Gérard Grimberg ».

¹²¹ Craig F. Fraser signale la possible influence de collisions de corps durs : « d'Alembert appears to have derived the idea for his principle from the mechanics of impact, a subject which figures prominently in his discussion of the foundations of dynamics in Part One [du *Traité de dynamique*]. In the chapter "On Motion Destroyed or Changed by Obstacles" he considers a "hard" particle which strikes obliquely a fixed impenetrable wall. (The concept of "hard" body is a central one in d'Alembert's mechanics. A hard body is impenetrable and non-deformable. Such bodies would today be treated analytically as perfectly *inelastic*) », voir Craig G. Fraser, *D'Alembert's principle : the original formulation and application in Jean d'Alembert's Traité de Dynamique*, Centaurus, n° 28, 1985, p. 31-61 (part one) et 145-159 (part two), repris dans *Calculus and Analytical Mechanics in the Age of Enlightenment*, Variorum, Aldershot/Brookfield, 1997 (la citation est extraite de la première partie, p. 33). C. F. Fraser, tout en relevant cette importance des corps durs, ne justifie cependant pas cette idée et ne donne pas d'aperçus historiques susceptibles de rendre compte d'influences concernant l'élaboration du principe.

L'influence de la statique de P. Varignon

Introduction

Nous n'entendons pas ici dresser une influence de la statique comprise dans ses procédures d'études de l'équilibre sur les machines simples ; l'examen de la postérité du travail de Varignon se résumera à l'exemple de collision oblique rencontré dans le chapitre précédent. Sa fréquence d'apparition dans les années 1720 et 1730, en particulier dans des manuels, sa présence dans le *Traité de dynamique* avant l'énoncé du « principe général » de D'Alembert, la possibilité de relier les méthodes employées pour l'analyse de cette interaction au contenu de la statique de Varignon, sont les thèmes abordés dans ce chapitre. L'idée générale consiste à soutenir que cet exemple, et conséquemment la science de l'équilibre de Varignon, doivent être considérés comme des hypothèses pour la recherche de l'origine du principe de D'Alembert.

Nous examinerons chez le Chevalier de Louville et Dortous de Mairan la substitution des « puissances » statiques par des corps en mouvement ; dans la continuité de ce que nous énoncions dans le chapitre précédent, l'action de cette « puissance » (le corps en mouvement) nous semble fondée sur le principe des vitesses virtuelles, et il y a sans doute dans cette pratique un moyen pour comprendre cette réduction du choc à un équilibre. Nous analyserons l'exemple de collision oblique tel qu'on le rencontre chez différents auteurs, chercherons la présence de P. Varignon dans le *Traité de dynamique* et dans des articles de l'*Encyclopédie* rédigés par D'Alembert, puis, pour clore cette partie, chercherons à définir cette notion de vitesse virtuelle, afin d'asseoir l'idée que les quantités détruites/équilibrées d'après le contenu du principe de D'Alembert sont les mêmes quantités que celles rencontrées chez ses aînés ou contemporains dans leurs exemples de collision.

I-Le Chevalier de Louville

Louville (1671-1732)¹ est un des instigateurs et acteurs de la querelle des forces vives. Il fait ressurgir le débat sur l'estimation de la force, commencé par Leibniz en 1686, et ce dès 1721, soit avant le prix de l'Académie des Sciences de 1724 où concourt le texte de Jean I Bernoulli² ; il publie aussi, en 1729, un mémoire favorable à une mesure de la

¹ Académicien, associé astronome en 1714 puis promu pensionnaire en 1719.

² Jean Bernoulli, *Discours sur les loix de la communication du mouvement, qui a mérité les Eloges de l'Académie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribués dans lesdites années*, Claude Jombert, Paris, 1727 dans *Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les Pièces qui ont concouru. Tome premier contenant les pièces depuis 1720 jusqu'en 1727*, Gabriel Martin, Jean-Baptiste Coignard, Hippolyte-Louis Guerin, Charles-Antoine Jombert, Paris, 1752.

Parmi une littérature abondante, sur cette querelle, voir entre autre, P. Costabel, *La signification d'un débat sur trente ans (1728-1758), la question des forces vives*, Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences, n°8, 1983 ; T. L. Hankins, Eighteenth-Century Attempts to Resolve the Vis viva Controversy, *Isis*, vol. 56, n° 3 (Autumn 1965), pp. 281-297 ; C. Iltis, Leibniz and the Vis Viva Controversy, *Isis*, vol. 62, n° 1 (Spring 1971), pp. 21-35 ; du même auteur, The Decline of Cartesianism in Mechanics : The Leibnizian-Cartesian Debates, *Isis*, vol. 64, n° 3 (Sep. 1973), pp. 356-373 ; David Papineau, The vis viva controversy, dans *Leibniz : metaphysics and philosophy of science*, R. S. Woolhouse (ed.), Oxford University Press, 1981, pp. 139-156. Contrairement à l'opinion de P. Costabel, il faut faire remonter le commencement de la querelle à 1721, et non à 1728 avec pour initiateur D. de Mairan, ce dernier reprenant des arguments de Louville présents dès 1721. En effet, Fontenelle, signale que « dès l'an 1686 M. Leibnits avoit avancé sa proposition paradoxale dans les Journaux de Leipsick. Comme elle n'avoit été reçûë d'aucun Mathématicien, & que tous, sans y avoir égard, avoient continué d'aller leur chemin ordinaire [à savoir, en mesurant « la force des Corps (par) le produit de leur masse par leur vitesse], on n'en faisoit guere de mention, peut-être par respect pour un aussi grand homme que son Auteur, mais M. Volfius, séduit apparemment malgré ses lumieres par une grande autorité, ayant adopté depuis quelque temps ce principe dans son Cours de Mathématique, M. le Chevalier de Louville a cru devoir s'opposer à un mal qui commençoit à gagner, & qui pouvoit acquérir des forces par une nouvelle autorité considérable », voir *Sur la force des corps en mouvement*, HARS 1721 [1723], p. 82. Sur les rôles de Fontenelle et Dortous de Mairan dans cette querelle, voir chapitre 7 pp. 34-43 de l'ouvrage de P. Costabel. Dans son argumentation, Mairan reprend, d'une part, l'analogie entre forces statique et de collision présente chez Louville (voir infra pour cet exemple) et, d'autre part, pour mesurer la force d'un corps en mouvement uniformément accéléré ou décéléré, il préconise de « réduire le mouvement accéléré en uniforme, comme a fait M. de Fontenelle d'après M. le Chevalier de Louville, dans l'histoire de l'Académie 1721 », D. de Mairan, *Dissertation sur l'estimation & la mesure des forces motrices des corps*, MARS 1728 [1753], pp. 1-49.

« force d'un corps en mouvement » par sa quantité de mouvement³. En 1721, Louville donne deux arguments afin de réfuter une telle mesure de la force ; nous n'examinons ici que le second⁴ tel qu'il apparaît dans le texte non publié figurant dans les Procès Verbaux⁵.

Louville utilise « le principe des mouvemens composez qui est la clef de toutes les Méchaniques »⁶. Un tel principe devient essentiel pour le traitement des « Méchaniques » à partir de la théorie de Varignon ; nombreuses seront les références qui accoleront l'expression « éléments de mécanique » à ces pratiques de composition.

Louville imagine trois boules de même masse et de même vitesse qui heurtent simultanément une boule D. Leurs lignes de directions espacées d'un angle de 120° passent par le centre de D et « il saute aux yeux que le corps D, dans ce choq, ne pourra se mouvoir vers un côté plutôt que vers un autre, étant également poussé de toutes parts ». Dans ces conditions, « il faut donc voir quelle supposition, ou quelle hypothèse nous donnera l'équilibre entre ces trois puissances »⁷. Le terme de « puissances » passe des « Méchniques », en l'occurrence la statique et la composition de forces, à la collision ; est « puissance » un corps en mouvement. Ce texte entend montrer que l'obtention de l'équilibre nécessite une force s'estimant par une quantité de mouvement et non par une force vive. Louville se demande donc si cette configuration stable implique des forces proportionnelles à leurs vitesses ou à leurs carrés. Pour ce faire, il décompose les vitesses en traçant CF, BE et AD perpendiculaires à FE passant par le centre de D. On obtiendra $CDF=BDE$ et

³ Chevalier de Louville, *Sur la théorie des mouvements variés, c'est-à-dire, qui sont continuellement accélérés, ou continuellement retardés ; avec la manière d'estimer la Force des Corps en mouvement*, MARS 1729 [1731], pp. 154-185 ; voir une analyse partielle de ce texte chez C. Iltis, *The Decline of Cartesianism in Mechanics*, *op. cit.*

⁴ Ce premier argument, classique, repose sur la prise en compte de la durée de l'élévation du corps, élévation et épuisement du mouvement servant à quantifier la force vive de Leibniz. On le trouve dès 1686 sous la plume de Catelan, voir P. Costabel, [1983], pp. 16-17 et du même auteur, *Leibniz et la dynamique, les textes de 1692*, Hermann, 1960, pp. 32-38. Louville et de Mairan, respectivement en 1721 et 1728, reprennent l'argument à leur compte.

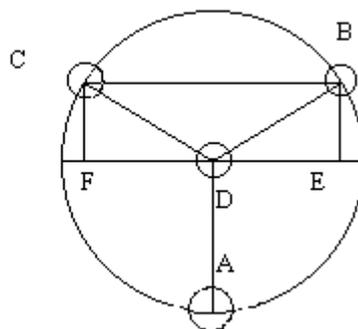
⁵ Chevalier de Louville, *Démonstration d'un principe de Méchanique, qui est que les forces des Corps en mouvemens, sont entre elles en raison composée de leurs masses et de leurs vitesses, ou comme les produits de leurs masses par leurs vitesses*, P. V. Acad., séance du mercredi 5 février 1721, t. 40, f°. 41r.-46r.

⁶ *Ibid.*, f°. 43v.

⁷ *Ibid.*, f°. 44r.

$CF=BE=1/2CD=1/2BD$. Les vitesses de C, CD, et de B, BD, sont respectivement composées de CF, FD, et BE, ED (voir figure 1).

Figure 1



Les vitesses FD et ED, « perpendiculaires à la direction du Corps A, qui est AD, ne servent de rien aux Corps C, et B pour résister à l'effort du Corps A, et ces deux vitesses directement opposées l'une à l'autre, et égales entre elles se détruisent l'une l'autre dans le choc, et ne font rien de plus » ; seules les autres composantes soutiennent « l'effort du corps A »⁸. Ainsi, « il s'ensuit que (dans l'hypothèse des forces comme les vitesses) les deux Corps C et B ensemble dont les masses sont doubles de celle de A, et les vitesses moitiés de celle de A, se tiendront en équilibre, comme on sait d'ailleurs que cela devoit arriver » ; or, dans l'hypothèse des forces vives, on ne respecterait plus une égalité numérique dans le calcul des forces et alors « le corps A l'emporterait sur les deux autres »⁹.

Les « corps [...] actuellement en mouvement » entrant en collision engendrent des « efforts » qui se compensent, se « soutiennent »¹⁰. Cet exemple rappelle celui rencontré chez Varignon lors de sa démonstration du principe des vitesses virtuelles de Bernoulli. D'ici à voir DC, DB, DA, comme des cordes exerçant des tractions, il n'y a qu'un pas. Une force de traction peut être remplacée par une collision de corps durs. Louville précise qu'il y a dans sa pratique influence « du principe des mouvements composez qui est la clef de toutes les Méchaniques » ; c'est avant tout la « clef » de voûte des « Méchaniques » de Varignon.

⁸ *Ibid.*, f^o. 44v.

⁹ *Ibid.*, f^o. 44v. et f^o. 45r.

¹⁰ *Ibid.*, f^o 44r. Concernant la nature des corps utilisés, Louville précise seulement qu'on peut utiliser des « Boules de Mail » ; l'absence de réflexion implique des corps durs.

II-Dortous de Mairan

2.1 Les analogies du texte de 1728

Dans un mémoire de 1728¹¹, Dortous de Mairan reprend en partie l'argument de Louville. Après avoir montré que « la communication [du mouvement] dans les corps flexibles & à ressort ne nous fera plus [...] conclure une autre valeur pour cette force [motrice] que dans les corps inflexibles & sans ressort », laquelle se réduit à une quantité de mouvement, Mairan précise que « toute la différence [entre les corps] ne consistera qu'en ce que dans les uns la communication est successive, & que dans les autres elle est instantanée ». Pour autant cette différence d'action, pensée dans sa durée, n'entre pas en ligne de compte dans l'estimation de la « force motrice » : « ce qui produit cette succession dans les uns, & cette instantanéité dans les autres, est [...] tout à fait étranger à leur force motrice ». Ainsi, « la chaîne de nos raisonnements sur la mesure des forces n'est plus interrompue, & elle nous conduit toujours au même but dans tous les cas, sans en excepter la simple *tendance* ou le repos, en tant qu'il résulte de l'équilibre, ou du conflit des forces contraires »¹². Cette considération de l'instant rend alors caduque toutes différences d'évaluation entre forces morte et vive et implique, entre autre, suivant Dortous de Mairan, que « la simple tendance & le mouvement actuel peuvent être comparés dans leurs compositions & leurs décompositions

¹¹ J.-J. Dortous de Mairan, *Dissertation sur l'estimation & la mesure des forces motrices des corps*, MARS 1728 [1753], pp. 1-49.

¹² Dortous de Mairan, *op. cit.*, p. 36. Nous ne développons pas ici les démonstrations du savant et leurs liens avec la question des forces vives ; nous renvoyons à P. Costabel [1983], *op. cit.*, pp. 34-43. Selon Mairan, seuls « l'instant » et, corrélativement, la tendance, comptent dans l'évaluation de la force motrice. Ainsi, la « réduction » du mouvement accéléré en uniforme, en suivant les théorèmes galiléens présents dans les *Discours*, « ne peut rien changer à la quantité de force qui réside dans un corps à l'instant où il va se mouvoir, quel que doive être ce mouvement, retardé ou uniforme. Car en imaginant la force motrice toujours la même, il ne s'agit, pour rendre uniforme le mouvement qu'elle alloit produire, ou que l'on considère dans cet instant, que d'ôter les résistances, les impulsions de la pesanteur, par exemple, ou les obstacles quelconques, qui pouvoient l'arrêter sur son chemin, ou la consumer peu à peu. Comme au contraire pour rendre ce mouvement retardé d'uniforme qu'il alloit être, il ne faut qu'y introduire ces mêmes obstacles ou résistances. Ce qui est tout à fait étranger à la force que l'on cherche à connoître, & ne sçauroit par conséquent rien ôter ni ajouter à la mesure de sa quantité considérée en elle-même », Dortous de Mairan, *Dissertation sur l'estimation*, *op. cit.*, p. 11. Pour la « considérer en elle-même », il faut donc penser la force en l'instant, évacuant alors tout élément annexe qui feraient qu'elle ne se définirait plus comme la force *du* corps.

[...] & en ce que l'analogie des forces en équilibre, ou en action, est la même de part & d'autre ». Ainsi, qu'il soit question de « trois puissances X, Y, Z, [qui] tirent ou poussent un même point P, qu'elles tiennent en repos par leur équilibre, & en vertu de leurs directions XP, YP, ZP, [ou de] trois mobiles qui se choquent selon les mêmes directions, [ces derniers] doivent avoir la même analogie de mouvement entre eux, que celles de ces puissances, pour demeurer en repos après le choc, s'ils sont exempts de ressort, ou pour rejaillir avec les mêmes vîtesses qu'avant le choc, s'ils ont du ressort »¹³ (voir figure 2).

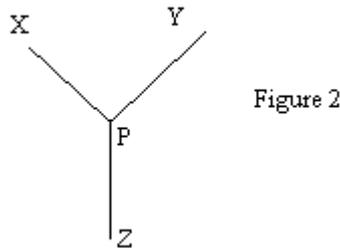


Figure 2

L'« analogie » tient de cette identité de composition/décomposition de mouvement affectant les corps mobiles ou les puissances statiques, mais elle repose aussi sur une identité d'action : la tendance, l'instantanéité, constitue le véritable moment de l'évaluation de la force motrice et, conséquemment, que les actions durent (cas de puissances statiques) ou n'existent que dans l'instant (collision de corps durs) le modèle du choc de corps durs fournit le moyen de définir l'action en toute généralité. Par conséquent, l'équilibre s'entend au sens large d'égalité de forces agissant mutuellement ; l'action, celle de l'égalité dynamique action/réaction intervenant lors d'un choc devient réductible à un équilibre de forces. On retrouve alors cette extension du terme au cas de la collision, fait relevé concernant des écrits de la seconde moitié du XVII^e siècle, en même temps que cette substitution traction/collision et la composition de forces rappellent la démonstration du principe de Bernoulli rencontré dans le traité de Varignon.

¹³ *Ibid.*, p. 39.

Dans son Mémoire, Mairan critique une des méthodes de mesure de la « force d'un corps en mouvement » développée par J. I Bernoulli. Le savant bâlois imagine un corps choquant obliquement, de manière successive, des ressorts identiques jusqu'à épuisement du mouvement ; le nombre de ces derniers totalement comprimés sera comme le carré de la vitesse initiale et donnera alors la mesure de la force. Pour réfuter cette thèse, Dortous de Mairan suppose « qu'il en [est] de même de plusieurs points ou nœuds d'une corde tirée à la fois par plusieurs puissances auxquelles une seule fait équilibre, que de plusieurs ressorts bandés successivement par un seul mobile »¹⁴. Aussi développe-t-il, une fois de plus, une « analogie », entre équilibre provoqué par des tractions et par des collisions. Il imagine « la corde ANOEQ tirée par 5 puissances en équilibre, A, X, Y, Z, Q, par les points ou nœuds N, O, E » ; d'une telle configuration, « il est évident que chacune de ces puissances en particulier soutient l'effort de toutes les autres, quelles que soient leurs valeurs, & leur somme » et « par le moyen des directions selon lesquelles on les fait agir, il est possible, & par des règles très-connues, de trouver une de ces puissances, A, par exemple, qui vaille 2, & qui fasse équilibre aux 4 autres X, Y, Z, Q, dont la valeur en particulier soit 1, & la somme 4 »¹⁵ (voir figure 3).

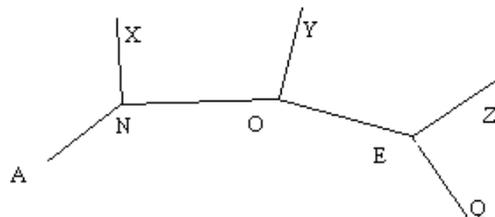


Figure 3

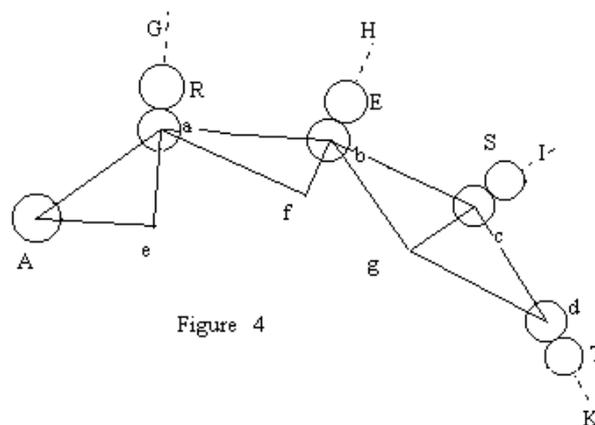


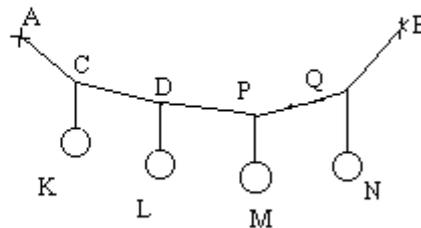
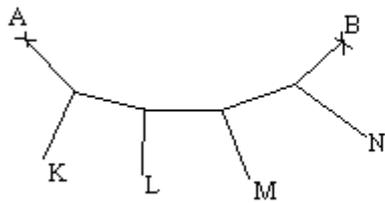
Figure 4

Les règles en question, en tant qu'elles traitent des grandeurs et directions de forces peuvent se trouver chez Varignon, lorsqu'il examine, par exemple, l'équilibre de « poids soutenus avec des cordes seulement, en quelque nombre qu'elles soient, & pour tous les angles possibles qu'elles peuvent faire entr'elles »¹⁶. On pourra chez ce dernier trouver des figures semblables à celle de Mairan :

¹⁴ *Ibid.*, p. 42.

¹⁵ *Ibid.*, pp. 42-43.

¹⁶ Varignon [1725], tome I p. 93.



Outre la similarité de figure, on trouve aussi une identité conceptuelle : qu'il s'agisse de puissances statiques tirant une corde fixée en A et B (K, L, M, N) ou de poids, leurs actions sont interchangeable avec celles de corps durs.

Le cas de la figure 3 revient selon Mairan à celui de « 4 ressorts [...] que le mobile A bande successivement par un mouvement oblique, surmontant par là avec 2 degrés de force ou de vitesse 4 obstacles, R, E, S, T, qui pourroient chacun en particulier consumer toute la force d'un mobile de même masse, qui n'en auroit qu'un degré ». En effet, les parties AN, NO, OE, EQ, de la corde tendue « doivent avoir les mêmes directions entre elles, ou faire les mêmes angles que les chemins que suit le mobile A, pour bander les ressorts, R, E, S, T » ; de même, « les directions NX, OY, EZ, EQ, des puissances, X, Y, Z, Q, par rapport aux portions de la corde, NO, OE, EQ, EZ, auxquelles elles sont perpendiculaires, repondent encore à la direction selon laquelle doit se mesurer l'effort du mobile A, contre les ressorts R, E, S, T »¹⁷. Aussi, similitude oblige, il suit qu'« on n'est pas plus fondé à conclure que le mobile A avoit 4 degrés de force, de ce qu'il a bandé ces 4 ressorts, qu'à dire que la puissance A a 4 degrés de force, de ce qu'elle fait équilibre à 4 autres puissances dont la somme vaut 4 degrés de force »¹⁸. Mairan passe de cette première analogie à celle entre les ressorts et les corps heurtés, en substituant « à la place de 4 ressorts R, E, S, T, & dans les mêmes circonstances [...] 4 boules R, E, S, T, égales à la boule A qui les vient frapper en a, b, c, d, sous les directions Aa, ab, bc, cd, telles que la mesure du choc ae, bf, cg, cd, soit toujours égale à 1/2Aa, [boules qui] iront toutes après le choc avec 1 degré de vitesse chacune »¹⁹, soit l'intensité des « puissances » ou la vitesse nécessaire à la compression de chacun des ressorts (voir figure 4).

¹⁷ *Ibid.*, p. 43.

¹⁸ *Ibid.*

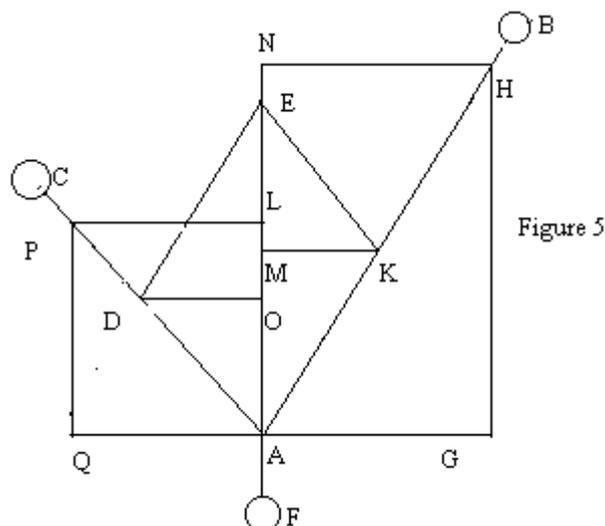
¹⁹ *Ibid.*, p. 46.

Dans les pratiques de Louville ou Mairan, on peut reconnaître cette application d'un principe de composition sur des exemples assez similaires à ceux donnés par Varignon ; on reconnaît aussi cette substitution de la puissance statique par un corps en mouvement, un équilibre devant régir l'interaction. Cette « tendance » impliquée dans le choc dérive d'une application du principe vitesses des virtuelles, application que nous avons essayé de mettre en lumière dans le chapitre I de cette partie ; de là sans doute cette possibilité d'élargir l'application du principe au cas du choc, de considérer celui-ci comme relevant d'un équilibre.

Dans la conclusion de cette partie nous reviendrons sur cette notion de « tendance » qui doit être selon nous associée à la virtualité entrant dans l'application du principe statique ; cette virtualité se définit comme un effort empêché, et concerne aussi bien une collision de corps durs que l'action continue d'un poids posé sur une table. Comme nous l'avons signalé, et comme nous le remarquerons à nouveau cette conclusion, ce déplacement virtuel (imposé au système équilibré) sera remplacé par le déplacement provoqué par la collision (par l'action), dès lors, le mouvement virtuel imposé à des puissances statiques qui s'équilibrent peut être conçu comme l'effort de masses en mouvement et, conséquemment, ces mêmes puissances s'identifier à de simples quantités de mouvement.

Finalement, traction ou collision, voici deux efforts qu'on peut englober dans une définition générale de l'action pensée sur le mode de la « force motrice imprimée » ; c'est ce que nous notions chez Varignon et Newton. La puissance statique comme quantité de mouvement, son effort comme tendance au mouvement bâtie sur le modèle de la collision, celle-ci relevant d'un équilibre, se rencontrent avant Varignon mais aussi au-delà. Ces définitions et ces pratiques ne sont pas différentes de celles qu'on rencontre chez D'Alembert lorsqu'il écrit qu'« on ne doit entendre par l'action des puissances dont on se sert communément dans la Statique, que le produit d'un corps par sa vitesse ou par sa force accélératrice »²⁰. Aussi assimile-t-il l'effort des tractions à celui de corps en mouvement. Dans un article de son *Traité*, il suppose « trois corps B, C, F [...] attachés aux fils ou verges AB, AC, AF, [qui] soient en équilibre ». Pour rechercher « le rapport des quantités de mouvement de ces trois corps entr'elles », il décompose les vitesses AH, AP en, respectivement, AG, AQ et AN, AL, l'équilibre impliquant $B.AG=C.AQ$ et la quantité de mouvement de F égale à $B.AN+C.AL$ (voir figure 5).

²⁰ D'Alembert [1758], I, III, art. 51 p. 58.



Ce type d'exemple doit être rapproché de ceux de Louville, Mairan ou Varignon. Il y a là communauté de pratiques, une substitution de la puissance statique par le mouvement ; les composantes des mouvements qui s'équilibrent répondent à cette application élargie rencontrée de nombreuses fois du principe de vitesses virtuelles.

Mairan va donner un autre exemple montrant sa connaissance et application du contenu du livre de 1725 de Varignon.

2.2 La pratique de l'équilibre dans le Mémoires de 1722

« Les sujets que l'Académie a proposés, ou qu'elle doit proposer à l'avenir pour les Prix, & les questions que ces sujets ont fait naître sur les effets du ressort, & sur la Reflexion des corps », constituent autant de raisons incitant de Mairan à publier en 1722 un mémoire sur la réflexion des corps²¹. Souhaitant démontrer la loi de réflexion et sa validité

²¹ Dortous de Mairan, *Recherches physico-mathématiques sur la reflexion des corps*, MARS 1722 [1724], p. 7. L'auteur relate des « discussions » au sein de l'Académie à l'occasion des « ouvrages qui ont concouru pour les Prix, & des Memoires qu'un sçavant Geometre de la Compagnie a lûs sur la cause de la dureté des corps, & du ressort », autant de « circonstances » rendant nécessaire la publication d'un tel mémoire. Le mémoire de Mairan étant publié 1724, il est possible que parmi ces « Prix » figure celui de cette année 1724, dont le sujet concerne les règles des collisions des corps durs. Concernant les « mémoires [d'un] sçavant Geometre », de Mairan se réfère sans doute à une série de textes de Saulmon. Celui-ci a publié en 1721 un Mémoire intitulé *Du Choc des Corps dont le Ressort est parfait*, MARS 1721 (voir Partie I, Chapitre IV). Voir aussi les Procès Verbaux des 15 mars et 19 mars 1721, où figurent les textes à la base de ce mémoire publié,

pour les seuls corps parfaitement élastiques, l'auteur imagine des collisions directes et obliques pour un corps parfaitement dur et un autre à « un ressort parfait » contre un plan « fixe & inébranlable, inflexible & parfaitement dur »²². Ces collisions impliquant des corps durs figurent dans traité de statique de P. Varignon ; notons que l'approbation à la publication du traité de statique de 1725 de Varignon est signée par Fontenelle après examen par Saurin, Dortous de Mairan, et de Beaufort ; on peut supposer que Mairan puise ces exemples et la manière de les traiter dans ce livre²³.

Rien, dans le corps « parfaitement dur & inflexible [...] considéré en lui-même, & dans l'instant indivisible du choc », ne peut le faire aller à rebours lors de sa collision frontale sur le plan. Il faut alors chercher la possibilité d'une réflexion du côté du plan. Or, ce dernier, supposé inébranlable, n'a aucun mouvement dans le sens contraire au sens incident et ne peut donc en communiquer ; « dur & inflexible » lui-même, aucune de ses parties ne peut « céder par le choc ni acquérir aucun mouvement particulier en quelque sens que ce puisse être, indépendamment de toute la masse, ni par conséquent en communiquer à aucun autre corps »²⁴. Que ce soit pour le corps ou pour le plan, on ne trouve « aucun principe de mouvement » ; « la réaction du plan » est « uniquement employée à détruire » le mouvement qui « perit après le choc »²⁵.

L'auteur passe ensuite au choc oblique d'un corps dur supposé sphérique de « force finie quelconque » y, avec une direction DCY ; celle-ci, le cercle XEF de centre C (une coupe du corps sphérique), appartient à « un plan perpendiculaire » au plan immobile et dur. Dans « l'instant du choc », une « puissance z, dont la direction est parallèle au plan AL », passant par C, « pousse ce centre de C vers E, tandis qu'une autre puissance x, dont la direction est perpendiculaire au plan, le pousse de C vers F » ; les trois « puissances [...] dans

textes respectivement intitulés *Du choc des corps à ressort* et *Autre démonstration du 1^{er} problème tirée du Ressort en général*.

²² *Ibid.*, p. 8.

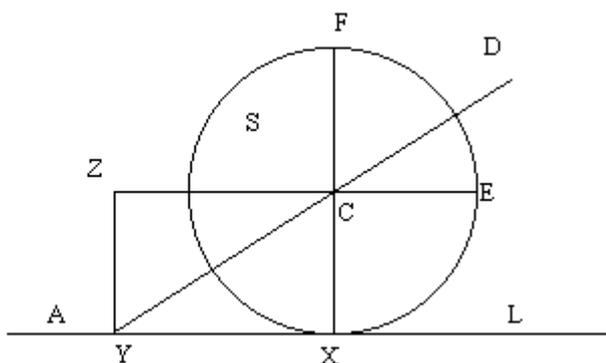
²³ Voir P. V. Acad., séance du 6 décembre 1724, tome 43, f° 357 : « Mrs Saurin, de Mairan, et de Beaufort qui avoient été nommez pour lire la Nouvelle Méchanique de Varignon [...] » ; suit le rapport et l'approbation pour la publication.

²⁴ Dortous de Mairan [1722], p. 8.

²⁵ *Ibid.*

un seul & même plan, sont entre elles comme les trois côtés, CY , XY , CX , du triangle rectangle CXY »²⁶ (voir figure 6).

Figure 6



Dans ces conditions, « on sçait par les Elemens de Statique, que la Sphere S sera arrêtée, & demeurera en équilibre sur le point X » ; ces « Elémens de Statique », cet exemple de décomposition et d'équilibre semble un appel à la statique de Varignon. Aussi imagine-t-on « que la puissance z cesse tout à coup d'agir ou soit supprimée, il est évident que la sphère s'échappera par la ligne CZ, parallele à LA, & avec la force z, proportionnelle ou égale à XY » ; la « puissance y » ne peut pas la faire aller dans sa direction à cause de l'obstacle et la sphère ne peut être « repoussée du point X vers C, étant sans ressort, & parce que la puissance y fait équilibre à la puissance x, entant qu'elle tire de C vers X »²⁷. L'annihilation d'une composante permet alors de trouver le mouvement après la collision : l'étude de ce choc passe par une situation d'équilibre dont la rupture (élimination d'une composante de force) détermine la « force » finale, d'intensité, de direction et de sens opposée à z.

Le plan implique la « destruction », comme Mairan le mentionne lors de l'examen de la collision frontale, de la seule composante perpendiculaire ; l'auteur n'utilise cependant pas explicitement cette vitesse « détruite » pour trouver l'issue de la collision. Il impose des forces z et x pour, respectivement équilibrer la composante de y selon CZ et « la puissance y [...] entant qu'elle tire de C vers X ». Quoi qu'il en soit, si la suppression de z laisse libre le mouvement parallèle au plan, c'est bien parce que x et la composante de y allant

²⁶ *Ibid.*

²⁷ *Ibid.*, p. 10.

de C vers X peuvent se détruire ; si elles ne produisent pas un mouvement final dans leur direction, c'est bien parce qu'elles s'équilibrent et cet équilibre détermine alors le mouvement final. La force selon CX correspond à la composante orthogonale au plan de y ; x, égale et opposée à cette dernière peut être conçue comme une force ajoutée pour équilibrer cette première. Mais il faut noter qu'elle existe aussi réellement dans cette interaction car, finalement, elle n'est rien d'autre qu'une force d'égale intensité à la réaction du plan. Autrement dit, implicitement, mais le complément de lecture offert par la collision frontale qui mentionne la destruction de la force perpendiculaire par la « réaction » du plan permet de conclure en ce sens et, comme pour Varignon, un équilibre/destruction d'une partie d'un mouvement initial permet de déterminer un mouvement final.

III-Collision directe et collision oblique dans le *Traité de Dynamique*

Au préalable de toute étude de choc, d'Alembert utilise une décomposition de mouvement originale qui est sienne ; la vitesse initiale se compose de la vitesse finale et d'une autre détruite : « Comme le Mouvement d'un Corps qui change de direction, peut être regardé comme composé d'un Mouvement qu'il avoit d'abord & d'un nouveau Mouvement qu'il a reçu, de même le Mouvement que le Corps avoit d'abord peut être regardé comme composé du nouveau Mouvement qu'il a pris, & d'un autre qu'il a perdu. De-là il s'ensuit que les loix du Mouvement changé par quelques obstacles que se puisse être, dépendent uniquement des loix du Mouvement détruit par ces mêmes obstacles. Car il est évident qu'il suffit de décomposer le Mouvement qu'avoit le Corps avant la rencontre de l'obstacle, en deux autres Mouvements, tels, que l'obstacle ne nuise point à l'un, & qu'il anéantisse l'autre ». Cette technique permet de « démontrer les loix du Mouvement changé par les obstacles insurmontables » ; concernant les « loix du Mouvement changé par des obstacles qui ne sont pas insurmontables en eux-mêmes, il est clair par la même raison, qu'en général il ne faut pour déterminer ces loix, qu'avoir bien constaté celles de l'équilibre », ce dernier entendu comme la collision de deux corps de masses inversement proportionnelles à leurs vitesses²⁸.

Cette méthode constitue la clef de voûte de l'édifice d'Alembertien. En effet, « les questions de Dynamiques » peuvent se résoudre dorénavant « par une même Méthode

²⁸ D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », pp. xiiij-xiv ; D'Alembert [1743], « Préface », pp. xiiij-xiv.

fort simple & fort directe, & qui ne consiste que dans la combinaison [...] des principes de l'équilibre & du mouvement composé »²⁹. Une des composantes de la décomposition doit alors se trouver dans une situation d'équilibre avec une ou d'autres composantes impliquant un ou des corps de telle sorte qu'elles s'anéantissent ; les mouvements finaux, à déterminer, devront remplir une condition de compatibilité, c'est-à-dire ne pas s'empêcher mutuellement. Dès lors, derrière chaque « question » dynamique se cache une configuration d'équilibre : « le cas d'équilibre n'est pas un cas particulier, sectoriel, de la mécanique : il est sous-jacent à l'ensemble des situations dynamiques »³⁰. Si un obstacle, « invincible ou non », change le mouvement d'un mobile incident de vitesse a en une vitesse b , « il est évident qu'on peut regarder la vitesse a que le corps a lorsqu'il rencontre l'obstacle, comme composée de la vitesse b & d'une autre c , & qu'il n'y a que la vitesse c qui ait été détruite par l'obstacle »³¹.

Etudiant le cas d'une collision d'un corps de vitesse incidente u , « sans ressort », et « qui vient choquer perpendiculairement un plan immobile & impénétrable », d'Alembert pose la vitesse de réflexion $v=mu$; en recourant à sa décomposition particulière de mouvement, il obtient $u=-mu+u+mu$, « m exprimant un nombre inconnu quelconque », $-mu$ la vitesse finale et $u-v=u+mu$ « la vitesse perdue par le corps à la rencontre du plan » ; « la seule condition par laquelle on puisse déterminer la vitesse $u+mu$, est qu'elle doit être détruite par le plan : or puisque (*hyp.*) le plan est inébranlable, il n'y a point de raison pourquoi il anéantiroit plutôt la vitesse $u+mu$, qu'une autre vitesse $u+nu$. Donc le nombre m ne peut être plutôt tel nombre que tel autre. Donc il sera zéro »³². La perte de vitesse lors de l'interaction avec le plan et le principe de raison conduisent alors à $v=0$.

Le contenu de cet article est exploité dans le suivant (c'est son premier « corollaire »). D'Alembert suppose un corps A mû suivant AB rencontrant « le plan immobile & impénétrable BD ». D'Alembert considère « la vitesse BC, comme composée de deux autres, dont l'une BE soit perpendiculaire au plan BD, & l'autre BD soit dans ce même plan » ; ce dernier, selon le raisonnement de l'article précédent, détruira BE, et le corps ne

²⁹ D'Alembert [1758], *ibid.*, pp. xxxij-xxxij ; D'Alembert [1743], *ibid.*, p. xxiv.

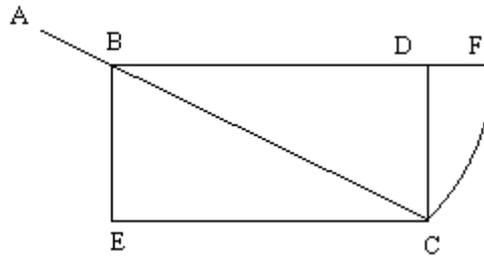
³⁰ A. Firode, *op. cit.*, p. 130.

³¹ D'Alembert [1758], I, III, art. 35, pp. 44-45 ; D'Alembert [1743], I, III, art. 28, p. 31.

³² D'Alembert [1758], I, III, art. 36, p. 45 ; D'Alembert [1743], I, III, art. 29, p. 32.

possédera que la vitesse BD « qui sera à BC :: le sinus de l'angle BCD, complément de CBD, au sinus total »³³ (voir figure 7).

Figure 7

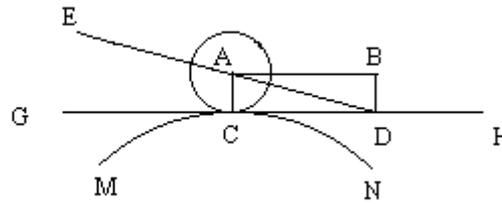


Varignon et Dortous de Mairan développaient cette technique de décomposition lors du choc sur « un obstacle insurmontable » suivant l'expression de D'Alembert. Concernant le premier, nous avons noté que D'Alembert considérait le livre de 1725 comme « l'ouvrage le plus étendu que nous ayons sur la *statique* » (art. « Statique », voir chapitre précédent, 1.3) ; D'Alembert connaît aussi le Mémoire de 1722 de Dortous de Mairan³⁴. Pour Varignon, le plan « recevrait & soutiendrait tout le coup » et se voit « frappé » d'une « force qui seroit [à la force initiale E suivant AD], comme AC à AD » ; puis le corps continue suivant CH « de la force qui lui resteroit seule & toute entière suivant AB » qui est à « E, comme AB, ou CD est à AD » (voir Chapitre II, 2.2).

³³ D'Alembert [1758], I, III, art. 37, p. 46 ; D'Alembert [1743], I, III, art. 30, pp. 33-34.

³⁴ Alors jeune académicien, D'Alembert écrit *Du mouvement d'un corps qui s'enfonce dans un fluide ou essai d'une nouvelle théorie de la Réfraction des corps solides*, texte lu les 12, 15, 19, 22, 26, 29 juillet et 2 août 1741, et figurant dans P. V. Acad., tome 60, pp. 369-404. Concernant les différentes théories relatives à la réfraction, d'Alembert estime « que nous avons la-dessus d'excellents morceaux, entre autres deux mémoires de Mr de Mairan, imprimées parmi ceux de l'Académie en 1722 & 1723 », p. 369. D'Alembert examine dans son mémoire le passage de corps dans deux fluides de résistances différentes en déterminant à la fois « l'effort » du fluide suivant différentes directions et la trajectoire du corps. Il justifie son utilisation de « deux figures les plus simples, sçavoir le Plan circulaire et la Sphere » en raison, d'une part, de la pénibilité des calculs pour d'autres types de figures et, d'autre part, parce qu'elles sont « les seules qui paroissent devoir suivre des loix un peu régulières, non seulement dans la Réfraction, mais aussi dans la Reflexion même. C'est aussi ce qui a fait penser que les corpuscules lumineux ne s'éloignent pas beaucoup de la figure spherique, ainsi que Mr de Mairan l'a solidement établi dans son mémoire déjà cité », *ibid.* ; cette référence concerne le Mémoire de 1722 où Mairan étudie la réflexion et la réfraction des polyèdres et où il donne l'exemple de collision oblique.

Figure 8



Si seule cette « force » latérale « reste », c'est bien à cause de la destruction de l'autre composante ; nous avons relevé que la destruction, terme explicitement utilisé, répond à l'idée que se fait Varignon de l'équilibre (voir Chapitre I, 2.2). La référence de D'Alembert au rapport entre forces et sinus des angles doit aussi rappeler tout le travail de Varignon dans sa statique de 1687 qui consiste à mettre en relation les forces d'un parallélogramme, forces s'équilibrant, et le sinus des angles du triangle qu'elles définissent afin d'étudier des conditions d'équilibre sur des machines (voir Chapitre I, 1.3 et 1.4). Finalement, si on appliquait la technique de Varignon à la figure 7 de D'Alembert, en supposant qu'une force égale à BC et orientée de C vers B vienne équilibrer BD et DE, on aurait la proportion $BD/BC = \sin(\angle ABE) / \sin(\angle EBD) = \sin(\angle EBC) / 1 = \sin(\angle BCD) / 1$, avec $\angle BCD = \angle EBC$, (avec 1 ce « sinus total » que mentionne D'Alembert) et $\angle BCD$ complément de $\angle CBD$, soit la proportion donnée par D'Alembert.

Les traités de Privat de Molières et Trabaud contiennent une séquence de rédaction qui se retrouve dans le *Traité de dynamique*. Elle consiste à énoncer le principe de composition, lequel est ensuite s'appliqué au cas de la collision oblique, et se clôt par le mouvement de corps le long de surfaces courbes. Le Chapitre III de la Partie III étudiera le dernier volet de cette séquence : précisons d'ores et déjà que Varignon examine ce type de mouvement dès 1704 sur la base de son principe de composition ; nous donnons en Annexe 9 les analyses de ce problème telles qu'on les rencontre chez Trabaud et Privat de Molières. Concernant Trabaud, nous suivons dans le paragraphe à venir la rédaction le conduisant des décompositions aux collisions obliques, et remarquons que l'influence de la lecture de Varignon est patente ; concernant Privat de Molières, nous renvoyons à nouveau l'Annexe 9. D'Alembert connaît les écrits de Varignon, Trabaud, Dortous de Mairan. Le fait même que ces compositions, collisions impliquant destructions apparaissent dans des manuels (Trabaud,

Privat de Molières ; voir Annexe 8) indique que ces études et les techniques employées sont répandues au point de constituer des « éléments » de mécanique (terme de Dortous de Mairan, voir *supra* 2.2 ; pour Trabaud et Privat de Molières, voir Annexe 8). Selon nous, la théorie de l'équilibre de Varignon constitue un moment essentiel pour comprendre les origines du principe de D'Alembert.

Au demeurant, D'Alembert en convient dans l'article « Mécanique » et dans les deux éditions du *Traité*. Il précise que « les lois du mouvement changé par quelques obstacles que se puisse être, dépendent uniquement des lois du mouvement, détruit par ces mêmes obstacles. Car il est évident qu'il suffit de décomposer le mouvement qu'avoit le corps avant la rencontre de l'obstacle, en deux autres mouvements, tels que l'obstacle ne nuise point à l'un, & qu'il anéantisse l'autre. Par-là, on peut non-seulement démontrer les lois du mouvement changé par des obstacles insurmontables, *les seules qu'on ait trouvées jusqu'à présent par cette méthode* ; on peut encore déterminer dans quel cas le mouvement est détruit par ces mêmes obstacles »³⁵. Autrement dit, D'Alembert reconnaît par cette expression « jusqu'à présent par cette méthode » qu'avant 1743 son principe était utilisé pour ce cas du choc sur un obstacle inamovible. La suite de l'article stipule qu'on doit à Stévin « le principe de la composition des forces que M. Varignon a depuis heureusement appliqué à l'équilibre des machines »³⁶. Pratique « heureuse », pratique courante dans les années 1720 et 1730, et pratique qui anticipe, voire constitue une source d'inspiration.

IV-Trabaud et ses *Principes sur le mouvement et l'équilibre*

Nous avons déjà rencontré cet ouvrage (voir Partie I, Chapitre IV) ; nous n'examinerons ici que la théorie de l'équilibre développée par son auteur. Ce manuel reconduit en partie la méthodologie de Varignon et l'exemple du choc oblique ; il offre ainsi le témoignage d'une large diffusion de la science de l'équilibre de Varignon.

³⁵ D'Alembert, art. « Mécanique », *Encyclopédie*, tome 11 p. 314. Nous soulignons. Voir D'Alembert [1743], « Préface », pp. xiiij-xiv ; D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », p. xiv.

³⁶ D'Alembert, art. « Mécanique », *Encyclopédie*, tome 11 p. 314.

4.1 Définitions et axiome

Trabaud reprend à son compte la terminologie et l'axiomatique de Varignon (voir chapitre précédent, 2.1). La « *puissance* est tout ce qui peut mouvoir un corps »³⁷ et, dès lors, elle convient aussi bien aux machines qu'aux « corps en mouvement » capables, par le choc, d'en mouvoir d'autres ; « *la force* d'une puissance » se définit par « l'action qu'elle exerce ou l'effort qu'elle fait pour mouvoir »³⁸ ; lors du choc, on trouve une « force » faisant « impression » et, pour un simple mouvement, on peut mentionner « la force » d'un corps³⁹ ; si la « puissance » appliquée n'agit que par une seule impulsion, on l'appellera « *simplement motrice* ou *force instantanée* » et si l'action se poursuit, le mouvement devenant accéléré, elle se nommera « force *accélétrice* »⁴⁰, cette action ne consistant qu'en une succession de « forces simplement motrices ou instantanées », et se basant alors sur un modèle discontinu de l'action ; un corps reçoit « des degrez de vitesse proportionnels aux forces motrices » suivant « l'axiome universellement reçu » de proportionnalité cause-effet⁴¹ ; les forces motrices sont « comme les quantitez de mouvement qu'elles produisent »⁴².

³⁷ Trabaud [1741], p. 38.

³⁸ *Ibid.*

³⁹ *Ibid.*, p. 210.

⁴⁰ *Ibid.*, pp. 38-39. Pour cette terminologie de forces simplement motrice et accélétrice chez Fontenelle, voir Partie III, Chapitre II, 2.3.2.

⁴¹ *Ibid.*, p. 39.

⁴² *Ibid.*, pp. 40-41. Il faut signaler ici que Trabaud établit d'abord qu'une force double ou triple qui « presse » ou « pousse » donne une vitesse double ou triple, puis que les masses inégales mues avec des vitesses égales sont comme les forces motrices. Pour ce dernier point, l'auteur prend deux masses, une triple de l'autre, et « divise » cette première en « trois parties égales entr'elles & à la petite masse » ; toutes les masses ayant une même vitesse, la force motrice de chacune des trois parties « est égale à celle de la petite masse, donc si les trois parties demeurent unies, & qu'elles conservent la même vitesse », il faudra leur appliquer une force triple de chaque force particulière.

Même s'il ne s'exprime pas en terme de force productrice, mais cherche à établir des conditions d'équilibre, une telle division figure dans l'article 46 de D'Alembert [1758], pp. 50-55 qui établit le « théorème » d'équilibre de deux corps se percutant avec des « vitesses [...] en raison inverse de leurs masses ». On trouve une analyse similaire chez A. Parent : « Supposant donc que deux corps, dont l'un est double de l'autre, commençant & finissant à la fois de se mouvoir uniformement, ayent parcouru des espaces égaux, il est évident que le premier pourra être conçu divisé en deux corps égaux au second, dont chacun aura autant de vitesse que le second : Donc l'état du mouvement du premier ou sa force est double de celui du dernier, ou de sa force », voir Parent [1700], p. 12-13 ; « De même si ces deux corps étant égaux en masse, & ayant commencé & fini de se

Cet axiome de proportionnalité devient le fondement de toute évaluation d'une « action ». Ce terme reçoit aussi la double acception que nous relevions chez Varignon (voir Chapitre II, 2.1). Un corps « exerce son action » sur un autre, et « l'effort qu'[il] fait pour mouvoir », « la grandeur de son action » est proportionnelle à l'effet, à savoir le mouvement produit. En même temps, Trabaud mentionne l'action d'une puissance sur un bras de levier en se référant explicitement à Varignon⁴³. Sa conception de la force, de l'action, s'inscrit donc dans le droit fil de celle de son aîné, et ce n'est pas là le seul emprunt au livre de 1725⁴⁴.

4.2 Equilibre

La section « Du mouvement en ligne droite composé de plusieurs forces »⁴⁵ témoigne bien de l'influence de la théorie de Varignon relativement au traitement de l'équilibre sur les machines simples⁴⁶. Trabaud y énonce le parallélogramme des forces en incluant indifféremment les cas de traction et pression ; nous donnons sa démonstration du parallélogramme en Annexe 7⁴⁷.

mouvoir en même temps, ou dans des temps différens, mais égaux ; le premier a fait deux fois plus de chemin que le dernier : On pourra diviser en deux également l'espace parcouru par le premier, & on verra aussi-tôt que l'état de ce mouvement contient deux fois l'état de mouvement du second ; c'est-à-dire que le premier vaut continuellement en mouvement deux fois le second ; on dira donc encore que la force du premier est double de celle du second [...] Il est donc vray de dire que les forces de deux corps sont exprimées par le produit de la masse de chacun par sa vitesse ; ou si l'on veut par le solide des masses, des espaces & des temps reciproques », *ibid.*, pp. 13-14. Ce sont justement de telles égalités de « forces » qui permettent à Parent, tout comme à d'Alembert, de définir une configuration d'équilibre.

⁴³ Trabaud cite la partie du traité de 1725 où Varignon définissait le « *Momentum* » comme le produit du « poids ou puissance absolue par sa distance à l'appui ». Ce dernier, en « françois » ne peut mieux s'exprimer, selon l'auteur, que par « *Force relative, ou impression ou action* », Varignon [1725], p. 304 ; voir Trabaud [1741], p. 343.

⁴⁴ Rappelons que l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes est le premier axiome du traité de statique de 1725 ; nous verrons qu'il est au fondement de toute la dynamique de Varignon, voir Partie III, Chapitre II.

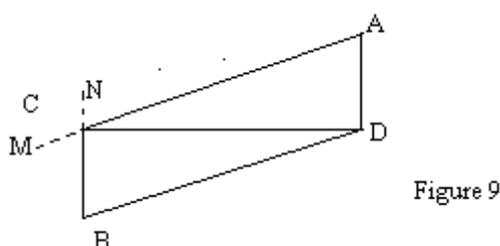
⁴⁵ Trabaud [1741], p. 59.

⁴⁶ Il faut toutefois préciser que Trabaud adopte trois méthodes qu'il juge « équivalentes » dans son étude des machines simples : l'équilibre s'étudie par une égalité de moments statiques, par le principe de Descartes et le principe de composition de Varignon.

⁴⁷ *Ibid.*, le parallélogramme forces intervient dans la Proposition 9 p. 61 : « si les puissances M, N sont entr'elles comme les côtes CA, CB du parallélogramme AB formé sur leurs directions, elles feront décrire par

L'équilibre est introduit à la suite du parallélogramme des forces en opposant « une force égale à la force moyenne [...] imprimée par l'action conjointe » de puissances, « qui réagisse & repousse » ou bien « un obstacle capable d'arrêter » le corps⁴⁸. Dans le cas de « forces instantanées ou simplement motrices, l'équilibre ne durera qu'un instant ; car les forces [suivant chaque côté d'un parallélogramme] seront détruites par la résistance »⁴⁹ ; si l'équilibre concerne généralement des actions de forces opposées tel que « tout demeure en

leur action conjointe au corps K la diagonale CD dans le tems que chacune lui feroit parcourir le côté qui est sa direction » (figure 9).



Cette proposition correspond aux Lemmes II et III (respectivement, la composition de forces sur un point matériel et sur un corps) du traité de Varignon de 1725 ; Trabaud utilise ici indifféremment un corps ou le centre de ce corps comme point de concours des deux actions. Dans la Proposition 10 toujours relative au composition de forces, l'auteur écrit qu'un corps « tiré ou poussé » par deux « puissances » décrira la diagonale résultante de la composition ; dans sa partie relative à la percussion des corps, il écrit qu'un « corps est choqué ou poussé » ; enfin, un corps au repos « reçoit une vitesse proportionnelle à la force qui le presse » et, dans le même paragraphe, « à la force qui le pousse », voir respectivement p. 66, p. 213 et p. 40. La collision et la poussée apparaissent interchangeable comme nous le trouvons chez Varignon (chapitre II, 2.1) ; la pression peut toujours être conçue comme une somme de poussées/collisions : nous avons vu que la force accélératrice était conçue comme une succession de forces motrices (voir *supra*, 4.1). Finalement, les tractions, collisions et pressions se voient toutes ramenées dans le giron d'une force mathématisée suivant le modèle de la collision ; en ceci, Varignon et Trabaud suivent la définition de la force newtonienne (voir *supra* Chapitre II, 2.1).

Trabaud donne une série de corollaires à cette Proposition 9. Le premier précise que la diagonale exprime la force résultante qui est dans la même proportion avec chacune des forces que cette diagonale l'est aux côtés du parallélogramme ; ainsi, « si on applique au corps K une force qui soit exprimée par la diagonale CD, elle communiquera la même vitesse que les deux puissances M, N agissant à la fois suivant les côtes CA, CB ». Puis, en construisant un autre parallélogramme sur la diagonale CD, en appliquant des forces sur chacun des côtés « ayant les mêmes rapport que ces côtes ; chaque paire de ces forces étant appliquée au corps K, lui fera décrire la diagonale CD dans le même tems que les puissances M, N ». Enfin, troisième corollaire, « si le corps K est poussé suivant CD par une seule force qui soit exprimée par cette ligne, on peut toujours lui substituer une paire de forces », *op. cit.*, p. 63. Ces corollaires correspondent aux corollaires 1, 2, 5 du Lemme II de Varignon.

⁴⁸ *Ibid.*, pp. 70-71.

⁴⁹ *Ibid.*

repos [...] avec une tendance au mouvement », il peut aussi concerner le cas de collisions de corps durs, les « tendances » en question ne durant qu'un instant.

Plus généralement, pour « l'équilibre il ne suffit pas que des forces soient opposées en quelque chose, il faut que l'opposition soit entière & qu'il y ait égalité d'action en sens contraires »⁵⁰ : même si l'interaction ne dure qu'un instant, il suffit d'opposer une force égale pour obtenir un équilibre. Cet équilibre dans l'instant apparaissait dans l'ouvrage de statique de Varignon, lorsque ce dernier développait deux cas de collision de corps durs, sur un mur immobile ou lors de la démonstration du principe de Bernoulli ; il est à l'œuvre dans la mécanique du tournant des XVII^e et XVIII^e siècles ; D'Alembert voit dans la différence de durée de l'action l'élément de distinguer entre, finalement, un vrai équilibre, et une simple dénomination (voir Chapitre I, 3.4, c)⁵¹. Pour Traubaud, les « puissances » pourront alors intervenir indifféremment sous forme de traction ou de corps en mouvement : ces deux cas relèvent d'un même traitement d'équilibre et ne diffèrent que par la durée de leur action, mais cette durée n'entre pas en ligne de compte comme élément susceptible de distinguer ce qui est du ressort de l'équilibre et ce qui ne l'est pas.

4.3 Décomposition et équilibre

4.3.1 « De la décomposition des forces & des mouvemens »⁵²

Les « composition & décomposition de forces ne sont pas si opposées qu'elles ne puissent se trouver ensemble » : si on « aperçoit » aisément le mouvement composé comme la résultante de l'action de deux forces, dans « l'instant » où le mobile est « déterminé » à suivre la diagonale, les forces appliquées selon les côtés du parallélogramme

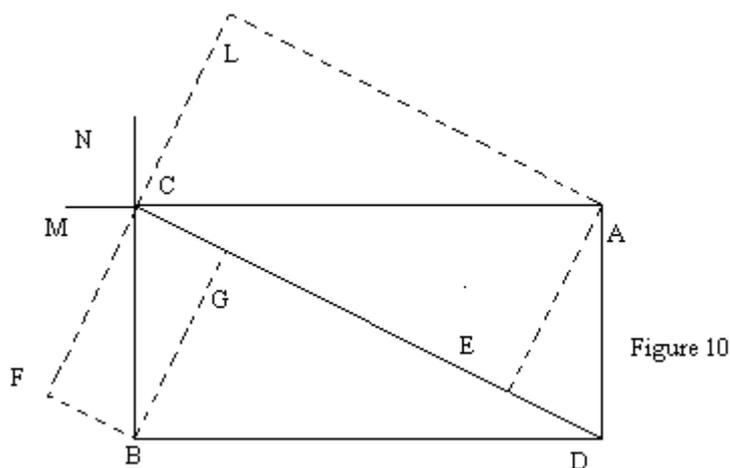
⁵⁰ *Ibid.*, p. 70.

⁵¹ « Deux corps égaux & durs qui se choquent en sens opposés avec des vitesses égales, détruisent à la vérité leurs mouvemens, mais ne sont pas proprement en *équilibre*, parce que l'effort réciproque des deux corps est anéanti par le choc ; après l'instant du choc ces deux corps ont perdu leur tendance même au mouvement, & sont dans un repos absolu & respectif, en sorte que si on ôtoit un des corps, l'autre resteroit en repos sans se mouvoir. Cependant pour généraliser les idées, & simplifier le langage, nous donnons dans cet article le nom d'*équilibre* à tout état de deux puissances ou forces égales qui se détruisent, soit que cet état soit instantané, soit qu'il dure aussi long-tems qu'on voudra », voir *Encyclopédie*, art. « Equilibre », tome 5, p. 874.

⁵² Traubaud [1741], p. 65.

font aussi des « efforts » pour l'en éloigner. Ainsi, « chaque force exerce en même-tems deux actions, l'une par laquelle le corps est déterminé à suivre la diagonale, l'autre par laquelle le mobile est sollicité de s'en éloigner »⁵³. Qu'en est-il de cette « action » tendant à éloigner le corps de son vrai mouvement final ?

Trabaud montre que si un corps « tiré ou poussé » par l'action de deux « puissances » suivant les côtés d'un parallélogramme en décrit la diagonale, alors elles exercent sur ce corps deux « efforts », respectivement orientées suivant la direction résultante et sa perpendiculaire. A partir d'un corps mû sur la diagonale (CD) d'un parallélogramme (ACBD) dont « les côtez expriment les forces motrices », Trabaud détermine « leurs efforts dérivés » en traçant les « parallélogrammes rectangles » LE, FG, dont les diagonales CA, CB, représentent « les directions des puissances » et en vient au constat que, d'une part, « les efforts par lesquels les puissances M, N, se résistent sont égaux », qu'ils se « consomment » et que, d'autre part, la diagonale mesure la somme des « efforts » des autres composantes⁵⁴ (pour cette décomposition des forces chez Varignon, voir Chapitre I, 2.4).



Autrement dit, et ceci figurait chez Varignon (Chapitre II, 2.4), Trabaud passe d'une composition productrice de mouvement (actions de forces motrices le long des côtés d'un parallélogramme) à une décomposition tenant compte de destruction, soit d'équilibre de composantes. On pourra ainsi considérer les « forces » M et N comme deux corps en mouvement en rencontrant un autre en C, leurs vitesses initiales se composant de vitesses

⁵³ *Ibid.*, p. 66.

⁵⁴ *Ibid.*, p. 67.

détruites lors de l'interaction et de vitesses finales dont la somme définit la diagonale CD⁵⁵. Trabaud illustre ceci à travers l'exemple d'une collision oblique contre un pan de mur.

4.3.1 Mouvement d'un corps contre un plan

L'exemple fait recette : après Varignon, Dortous de Mairan, Privat de Molières (voir Annexe 9) et avant d'Alembert, Trabaud reprend le cas du choc d'un corps contre un pan de mur⁵⁶. La proposition 11 consiste en effet à démontrer qu'un corps « poussé » obliquement contre un plan et ne rencontrant pas d'autres obstacles que ce dernier « sera mû »⁵⁷. La « poussée » oblique correspond à une situation intermédiaire entre la « poussée » perpendiculaire au plan où « toute la force seroit employée à le presser », cas aboutissant au repos, et une direction parallèle où « tout le corps seroit mû par toute la force qui lui est appliquée ». Entre ces deux extrêmes on trouve « une infinité » de directions possibles conduisant à « plus ou moins de pression » sur le plan : pour celles-ci, « toute la force du corps n'est pas employée », d'où la possibilité d'un mouvement après la collision, le plan ne « soutenant » ou n'« empêchant » que la composante orthogonale. Selon Trabaud, « il suit de-là [de cette proposition 11] que la force du corps K est décomposée en deux efforts, l'un qui presse le plan & l'autre qui meut le corps » ; le premier doit agir orthogonalement sous peine de ne pas mesurer « la pression causée sur le plan » ; le second, le long du plan, « car s'il étoit oblique, il ne seroit pas tout employé à mouvoir le corps »⁵⁸ (voir figure 11).

⁵⁵ Trabaud écrit que « si un corps décrit la diagonale d'un parallélogramme par l'action conjointe de deux forces, elles se décomposent au moment de l'*impulsion* en deux effets, dont l'un est dirigé suivant la diagonale, & l'autre suivant la perpendiculaire à la même diagonale », *ibid.*, p. 67 (nous soulignons). Indifféremment, cette décomposition-destruction affecte aussi bien des modes d'actions tels que la poussée (collision) ou la traction.

⁵⁶ A la différence de ses aînés et de d'Alembert, le corps est « posé » sur le mur et « poussé » suivant une direction oblique. Cependant, comme nous le notions, la « poussée » est synonyme du « choc » ; qu'il s'agisse d'une traction ou d'une collision, l'étude revient au même pour Trabaud.

⁵⁷ *Ibid.*

⁵⁸ *Ibid.*, pp. 68-69.

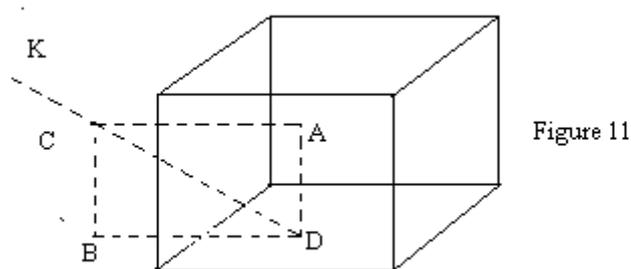


Figure 11

A la suite de cet exemple Trabaud définit l'équilibre en précisant qu'« il ne suffit pas que des forces soient opposées en quelque chose, il faut que l'opposition soit entière, & qu'il y ait égalité d'action en sens contraire »⁵⁹ ; ce choc appartient bien à cette classe de problèmes susceptibles d'être résolus par le biais de l'équilibre.

Deux forces agissant suivant les côtés d'un parallélogramme ne rentrent pas dans une telle définition « parce que l'opposition qu'elles se font est imparfaite » ; pour autant, « leur résistance mutuelle est une espèce d'équilibre, les efforts contraires par lesquels elles se résistent étant égaux, & cet équilibre commencé les dispose à l'équilibre parfait avec une troisième force, en ce que par là elles sont contraintes de se composer en une seule force »⁶⁰. Autrement dit, y compris derrière une production de mouvement on trouve « une espèce d'équilibre » impliquant deux composantes et déterminant le mouvement final ; nous rencontrons cette décomposition chez Varignon. Finalement, par l'intermédiaire d'une telle décomposition, étant donné que deux forces se font sans cesse équilibre, Varignon ou Trabaud nous disent que toute interaction peut-être perçue comme un équilibre impliquant destruction d'une composante.

Trabaud pourra alors conclure à partir de son analyse du mouvement oblique d'un corps sur un plan que « si la route [du corps] est oblique à la direction de la force qui le pousse [...] cette force généralement parlant est décomposée en deux efforts dont l'un est perpendiculaire à la route du corps, & l'autre parallèle à la même route ; tout l'effort perpendiculaire est empêché ou détruit, le seul effort parallèle est libre pour mouvoir le corps »⁶¹. Il faut noter ici que ce « corollaire » se veut « général » : l'auteur ne mentionne plus

⁵⁹ *Ibid.*, pp. 70-71.

⁶⁰ *Ibid.*

⁶¹ *Ibid.*, p. 69.

l'existence d'un plan constituant un obstacle à une direction initiale mais invite à développer cette décomposition du mouvement initial en mouvement détruit et final de manière systématique. Il considère ainsi que la collision contre un obstacle fait partie de cette catégorie d'événements ressortissant à l'équilibre ; mais qu'en général on peut toujours appliquer le raisonnement ci-dessus impliquant décomposition et destruction indépendamment du type d'interaction physique. Ne s'agirait-il que d'une interaction instantanée, on pourrait tout de même parler d'équilibre ; ne s'agirait-il que d'une collision sur un obstacle invincible ou entre deux corps, les deux cas relèveraient d'un équilibre qui impose une destruction de vitesse. Comme nous le noterons cependant, cette idée d'une généralisation de cette méthode n'est pas pratiquée lors de l'étude de l'élaboration des règles du choc ; Trabaud ne va pas au-delà de l'exemple de percussion de Varignon.

La pratique de Trabaud provient d'une lecture de Varignon, en même temps que l'auteur semble développer davantage ce thème d'une décomposition impliquant un mouvement détruit. La lecture de ce manuel est riche d'enseignement ; on y voit la diffusion des méthodes de Varignon, et des techniques de décompositions/destructions qui anticipent l'énoncé du principe de D'Alembert. Nous donnons en Annexe 9 une partie du contenu d'un autre manuel (Privat de Molières) ; si les références explicites à Varignon n'apparaissent pas dans ce dernier livre, si l'auteur ne se livre pas à une étude des machines simples, on ne peut cependant manquer de souligner l'accent mis sur des compositions et décompositions de forces, la présence du cas du choc oblique, et que l'étude se prolonge par le mouvement d'un corps le long d'une courbe. Ces exemples et, plus important, les méthodes développées pour les analyser sont donc répandus ; ces dernières s'inspirent de la science de l'équilibre de Varignon.

Si Trabaud mentionne des destructions de composantes et tend à donner à la décomposition-destruction une certaine généralité, il pense davantage la collision dans un aspect dynamique, se montrant dans cette circonstance plus héritier de Newton que précurseur de d'Alembert ; si la décomposition et l'équilibre sont bien présents, ils ne constituent pas encore une approche systématisée adaptée à toutes études dynamiques. Autrement dit, on ne trouve pas chez Trabaud, ou chez Varignon, le principe de D'Alembert. Varignon ne donne pas de règles de collisions ; Trabaud étudie les chocs inélastique et élastique. Examiner la rédaction de Trabaud et la comparer à celle de D'Alembert nous permettra d'évaluer l'écart

entre les deux pratiques et de justifier l'absence dans le traité de Traubaud d'un « principe général » équivalent à celui de D'Alembert.

4.4 Règles des collisions inélastiques

Dans la recherche des règles, Traubaud s'exprime plus dans une vision dynamiste de la collision, impliquant l'action d'une force motrice et le transfert de mouvement qui s'ensuit, qu'il ne développe explicitement un équilibre impliquant destruction de vitesses ; d'autre part, si la décomposition de mouvement à la manière de D'Alembert est présente dans l'exemple de collision oblique elle n'est pas un élément de cette étude.

Le préambule de son analyse témoigne bien d'une lecture du choc à la lumière de la science newtonienne. Ainsi, la « force du choc » s'applique « au choquant & au choqué » en faisant « des impressions égales [...] mais en sens contraires » ; la « résistance » d'un corps au repos, que « M. Neuton appelle force d'inertie », offre « une réaction égale à l'action [de] la force motrice »⁶² et par cette « disposition [...] un corps ne change son état que proportionnellement à la force motrice qui lui est appliquée »⁶³. Nous avons signalé dans la première partie l'occasionnalisme du savant ; quoi qu'il en soit, sa science, dans son aspect technique, n'exclut pas de son champ une explication de type causale en ce sens que, comme pour Varignon, l'axiome de proportionnalité des effets à leurs causes est le socle de toute mathématisation de la force, et que l'axiomatique newtonienne est reconduite.

L'analyse du choc repose alors sur une idée de production de mouvement et la conservation de la quantité de mouvement (égalité des mouvements échangés) permet de trouver la vitesse finale lors de collisions inélastiques. En ceci, Traubaud suit à la lettre la leçon newtonienne⁶⁴. Traubaud reprend l'exemple de la traction d'une pierre par un cheval, tel qu'il

⁶² *Ibid.*, p. 216.

⁶³ *Ibid.*, p. 212.

⁶⁴ A la suite de sa Loi III, Newton donne dans le Corollaire III la conservation de la quantité de mouvement algébrique : « La quantité de mouvement, qui résulte de la somme de tous les mouvemens vers le même côté, & de leurs différences vers des côtés opposés, ne change point par l'action des corps entr'eux ». Cette conservation est une conséquence d'une loi dynamique. L'égalité de l'action et de la réaction de la Loi III implique, d'après la Loi II, qu'« elles produisent dans les mouvemens des changemens égaux dans des directions opposées », voir Newton, *Principes TMC*, p. 22.

se présente dans la Loi III de Newton, pour justifier l'égalité action-réaction⁶⁵. Cette « force de traction », également appliquée, en sens contraires, à l'animal et à la pierre, « détruit dans le cheval la quantité de mouvement qu'elle communique à la pierre »⁶⁶. Trabaud transpose ce cas à celui d'une collision : « si la pierre au lieu d'être tirée est poussée ou choquée, l'obstacle qu'elle fait est le même que si elle étoit poussée contre le corps qui la choque ; donc la résistance impropre a le même effet à l'égard de la force motrice qui si cette résistance détruisoit absolument ou en tout ou en partie la force motrice »⁶⁷. Ainsi, la « force du choc détruira une partie du mouvement » du corps dit « choquant », car la « résistance » du « choqué [la] consume », en même temps que cette force « communique » à ce corps « tout le mouvement détruit dans le choqué »⁶⁸.

La « force du choc » permet une destruction réciproque de quantités de mouvement égales. Lorsque des corps mous se rencontrent avec des vitesses inversement proportionnées à leurs masses, « la force du choc détruit dans les deux » ces quantités de mouvement égales ; si les mouvements incidents ne suivent pas cette proportion, « la force du choc [...] détruit dans l'un & dans l'autre des quantitez égales de mouvement à celle du plus foible »⁶⁹ et le mouvement restant se partage sur les deux masses, tout comme la « résistance » de la pierre détruit une partie de la « force motrice » du cheval, « mais il lui [au cheval] en reste encore assez pour se mouvoir suivant sa direction »⁷⁰. Une telle pensée du choc en terme de destruction de quantités égales a été rencontrée de nombreuses fois ; nous y voyions une extension de ce qui valait pour les machines à l'analyse de la collision et, finalement, la possibilité de reconnaître dans le choc l'existence d'un équilibre.

⁶⁵ « Tout corps qui presse ou tire un autre corps est en même-temps tiré ou pressé lui-même par cet autre corps. Si on presse une pierre avec le doigt, le doigt est pressé en même-temps par la pierre. Si un cheval tire une pierre par le moyen d'une corde, il est également tiré par la pierre : car la corde qui les joint & qui est tendue des deux côtés, fait un effort égal pour tirer la pierre vers le cheval, & le cheval vers la pierre ; & cet effort s'oppose autant au mouvement de l'un, qu'il excite le mouvement de l'autre », Newton, *Principes TMC*, p. 18.

⁶⁶ Trabaud, *op. cit.*, p. 216.

⁶⁷ *Ibid.* Trabaud nomme « résistance impropre » la force d'inertie ; « impropre » dans le sens où elle ne n'empêche pas l'effet de la force motrice, à savoir une production de mouvement. Trabaud reproduit finalement le raisonnement de Newton qui, dans sa Loi III, après l'exemple de la traction de la pierre par le cheval donne celui d'une collision de corps, voir Newton, *Principes TMC*, p. 18.

⁶⁸ Trabaud [1741], p. 219.

⁶⁹ *Ibid.*, pp. 239-240.

⁷⁰ *Ibid.*, p. 216.

Trabaud écrit aussi que pour l'obtention de l'équilibre, « il faut que l'opposition [de forces] soit entière & qu'il y ait égalité d'action en sens contraires »⁷¹ ; l'« action » impliquée lors du choc de deux corps peut conduire à un équilibre instantané : « si les forces M, N [appliquées suivant les côtés d'un parallélogramme] sont instantanées ou simplement motrices, l'équilibre ne durera qu'un instant ; car les forces M, N seront détruites par la résistance que la puissance P leur oppose »⁷², cette dernière force agissant suivant la diagonale du parallélogramme. Or, ces « forces motrices » sont justement élaborées à partir du modèle du choc de corps durs. Autrement dit, potentiellement, on peut étudier une collision dans le cadre d'une théorie de l'équilibre, comme le prouve l'examen de la collision oblique sur un mur immobile.

Mais quand même Trabaud mentionnerait cette destruction réciproque survenant lors du choc, il ne fonde pas sur celle-ci la détermination d'un mouvement final qui repose sur la conservation de la quantité de mouvement, lui-même dépendant d'une égalité entre « force productrice » et réaction. En effet, la « destruction » est avant tout soustraction d'une quantité de mouvement à un corps « choquant » qu'impose une loi de conservation algébrique du mouvement ; la « destruction » passe par une idée de transfert de mouvement, celui imposé par une opposition de « forces productrices ». Dans les cas de collisions contre un corps au repos ou celles impliquant des mouvements de même sens, Trabaud note que le mouvement que « le choquant perd dans le choc [...] passe au choqué »⁷³. Ce transfert préside à l'étude du choc de corps durs, même lorsqu'un des corps est au repos. Plus la masse de ce dernier s'accroît, « plus le choquant perd de son mouvement ; [...] si la masse est infiniment grande par rapport à celle du choquant, celui-ci ne conservera qu'une quantité de mouvement infiniment petite par rapport à celle qu'il communiquera au choqué »⁷⁴. Cette configuration de collision, qui revient finalement au cas du choc oblique précédemment examiné, semble dépendante d'une action et du transfert en découlant. Autant dire que la ligne de séparation entre équilibre (ce choc oblique relevait d'un équilibre) ou action/réaction est toujours difficilement perceptible ; il y a tout bonnement, chez Trabaud, Varignon ou Dortous de Mairan une simple substitution de l'action/réaction par l'équilibre.

⁷¹ *Ibid.*, p. 70.

⁷² *Ibid.*, pp. 70-71.

⁷³ *Ibid.*, p. 238.

⁷⁴ *Ibid.*, p. 237.

Pour des collisions inélastiques⁷⁵, l'étude « de la force du choc direct » se décline en trois cas : un des corps est immobile ; mouvements de même sens ; mouvements de sens contraires. Pour le premier, un corps A de vitesse initiale V , de vitesse finale v rencontre B immobile et perdra $V-v$ dans le choc. Bv sera « la quantité de mouvement que le corps recevra dans le choc égale à $AV-Av$ que A « perd dans le choc »⁷⁶. Le second cas se ramène au premier en considérant A animé de la vitesse respective des mobiles et B immobile. Dans le troisième cas, soit deux corps A et B animés de mouvement en sens contraires, de vitesses initiales V, v , et finale v' . B « perdra sa vitesse v [...] il recevra v' » ; le choc « détruira 1°. Sa quantité de mouvement Bv . 2° Il recevra la quantité exprimée par Bv' . Donc $Bv+Bv'$ exprime l'impression que le corps B reçoit dans le choc, le corps A reçoit aussi la même impression, laquelle est exprimée par $AV-Av'$ ». Ainsi, $AV-Av'=Bv+Bv'$ donnera l'expression de la vitesse finale⁷⁷.

Dans l'article « Percussion » de l'*Encyclopédie*, d'Alembert donne un exemple de chocs permettant de mesurer les différences méthodologiques et conceptuelles⁷⁸. Avec M et m les masses des corps, A et a leurs vitesses initiales et V, u les vitesses finales, « il est certain que les vitesses A, a peuvent être regardées comme composées des vitesses V et $A-V$, et $u, a-u$ ». D'après le principe de dynamique, V et u ne se « nuisent point l'une à l'autre, donc elles doivent être égales et de même sens, donc, $V=u$ ». D'autre part, les vitesses « $A-V, a-u$ se détruisent mutuellement », c'est-à-dire que « la masse M multipliée par la vitesse $A-V$ doit être égale à la masse m multipliée par la vitesse $a-u$, ou $a+u$ (parce que la vitesse $-u$ qui est égale à V est en sens contraire de la vitesse a et qu'ainsi $a-u$ est réellement $a+u$ » ; suit la détermination de V ⁷⁹.

⁷⁵ Les analyses qui suivent sont applicables aux collisions élastiques « dans le premier tems qui est celui de la compression » car Traubaud donne des règles de collisions pour de tels corps en utilisant une étape intermédiaire inélastique jusqu'à annulation de la vitesse respectives des mobiles. Traubaud énonce que « dans le choc direct [inélastique] la somme des masses est à celle du choqué, comme la vitesse respective est à la vitesse que le choquant perd dans le choc ». Règle valable aussi bien pour les corps mous que pour les corps élastiques dans le premier temps de collision car « la communication du mouvement se fait de même que si les corps étoient destituez d'élasticité », voir p. 229.

⁷⁶ *Ibid.*, p. 229.

⁷⁷ *Ibid.*

⁷⁸ Nous avons déjà donné le contenu de l'article « Percussion » de l'*Encyclopédie*, tome 12, p. 331 (voir chapitre I).

⁷⁹ *Ibid.*

D'après la décomposition qu'adopte Trabaud lors de la collision oblique sur un pan de mur, il ne pouvait très bien noter $v=v-u+u$, avec v la vitesse initiale de B et u sa vitesse finale, ceci conduisant à $AV-Av'=Bv-Bu$ ou $=Bv+Bv'$ car $v'=-u$. Il n'utilise cependant pas une telle décomposition et l'obtention de l'équation trouvée par d'Alembert repose sur une égalité d'impressions que subissent les corps : $Bv+Bv'$ (dans la notation de d'Alembert, $ma-\mu$) « exprime l'impression que le corps B reçoit dans le choc », $AV-Av'$, pour le corps A. Le raisonnement repose sur une égalité action-réaction et ne rompt pas avec un modèle dynamiste de production de mouvement.

Il manque alors la décomposition de d'Alembert, l'idée de mouvements finaux compatibles (qui ne se « nuisent » pas), alors même que l'exemple de collision oblique lui donnait les moyens pour la pratiquer. D'autre part, Trabaud pense l'interaction en terme de production, non de destruction⁸⁰. Son traité, tout comme celui de Varignon, est alors traversé par deux lignes de force : tout en offrant la possibilité de substituer à l'action un traitement en terme d'équilibre, il ne parvient finalement pas à se couper d'une conception dynamiste. Autrement dit, l'universalité de la méthode de d'Alembert fait encore défaut ; les textes de Varignon et de Trabaud ne l'appliquent que pour un cas sectoriel de la collision.

C'est peut-être alors pour cette raison que si D'Alembert reconnaît l'application de son principe au cas d'un choc contre une surface inamovible il n'écrit pas, dans le Traité (« Préface » en 1743 et « Discours préliminaire » en 1758) ou dans l'article « Mécanique », l'avoir rencontré d'une manière générale à l'analyse de tous les types de collisions ; la décomposition de D'Alembert n'est pas appliquée de manière systématique. D'autre part, des auteurs comme Varignon ou Trabaud ne rompent pas avec une conception de transmission du mouvement, soit n'évincent le concept de force de leur mécanique. Comme le note A. Firode, chez D'Alembert un mouvement résultant n'est « plus considéré comme *produit* par l'interaction mécanique. Il est en quelque sorte déjà là, déjà présent dans le mouvement initial. L'action d'un corps sur un autre ne consiste donc plus à produire du mouvement, à ajouter un nouveau mouvement à son mouvement primitif, mais au contraire à retrancher une partie de ce dernier » ; les corps ne se transmettent rien, « ils se privent des

⁸⁰ Il note que « dans le choc de deux corps il y en a un qui communique du mouvement sans en recevoir, & l'autre qui en reçoit ou en perd, ou bien qui en perd & en reçoit dans un même choc ; par exemple dans le cas où les corps vont directement l'un contre l'autre ». Trabaud nomme « choquant » le premier corps et « choqué » le second, voir p. 229..

mouvements qui sont mutuellement incompatibles » et cette incompatibilité est rendue claire du fait même de l'impénétrabilité des corps, alors qu'*a contrario* la production de mouvement fait appelle à cette notion obscure qu'est la force⁸¹.

Finalement, la causalité mécanique et l'absence de généralité d'une décomposition nous éloigneraient tout à la fois de l'aspect technique et de l'aspect philosophique du principe. Malgré tout, A. Firode note « l'artifice mathématique » que constitue la décomposition des mouvements chez D'Alembert ; l'exemple de collision sur un pan de mur qui requiert une telle décomposition nous semble un premier pas sur un chemin menant vers une généralisation de cet « artifice ».

Conclusion

De nombreux articles de l'*Encyclopédie* se réfèrent à la science de l'équilibre de Varignon⁸². Celle-ci constitue la matrice d'enseignements dans les années 1720 et 1730. L'exemple de choc analysé, sa fréquence d'apparition, l'identité des méthodes employées et identifiables au contenu du principe de D'Alembert enfin, que ce dernier reconnaisse que des aînés ou contemporains utilisèrent son principe, sont autant d'éléments nous conduisant à une même source, la statique de Varignon. La pratique des « puissances » chez Varignon ne

⁸¹ A. Firode, *op. cit.*, 132-133.

⁸² Notons que les références à la statique sont multiples, qu'il s'agisse de l'article « Statique » où d'Alembert estime l'ouvrage de son aîné comme « comme le plus étendu que nous ayons » sur cette science (*Encyclopédie*, art. « Statique » tome 15, p. 496) ; de l'article « Composition du mouvement », celle-ci et l'opposition de forces servant « de fondement à toute la mécanique de M. Varignon » (« Composition de mouvement », tome 3, p. 769) ; de l'article « Equilibre » qui s'ouvre par une réduction de puissances à une seule, la condition d'équilibre impliquant qu'elle soit « nulle, ou que sa direction passe par quelque point fixe qui en détruit l'effet » et, dans le cas de puissances parallèles où il faut supposer un point de concours à l'infini, d'Alembert guide son lecteur pour une telle pratique par un renvoi à « la *Mécanique* de M. Varignon » (« Equilibre », tome 5, p. 873) ; de l'article « Force mouvante », parmi les machines simples, « M. Varignon dans son *projet de Mécanique*, en ajoute une sixième [aux cinq machines traditionnelles] qu'il appelle la machine funiculaire, & qui n'est qu'un assemblage de cordes par le moyen desquelles différentes puissances tirent un poids » (« Force mouvante », tome 7, p. 120 ; voir aussi art. « Funiculaire », tome 7, p. 376) ; de « Décomposition de forces » où D'Alembert précise qu'une force peut se résoudre en deux autres et » il est visible que chacune de ces deux puissances, ou l'une des deux seulement, peut se changer de même en deux autres » et il ajoute que Varignon « en fait beaucoup usage pour déterminer la force des machines » (« Décomposition de forces », tome 4, p. 446).

diffère pas de celle d'auteurs rencontrés dans le premier chapitre ou de celle de Dortous de Mairan et Louville et reste finalement associée à une ambiguïté conceptuelle. Définie de manière générale comme « ce qui meut », qu'il s'agisse d'un poids sur une machine ou d'un corps percuté, son action est homogène à un travail ou une impulsion. Cette ambiguïté n'est que le fruit d'une extension du principe des vitesses virtuelles et elle existe aussi bien au tout début du XVIII^e siècle que chez D'Alembert. Les quantités équilibrées chez ce dernier sont celles qu'on rencontre chez Varignon et l'association du principe de l'équilibre élargi avec des techniques de décompositions présentes dans les traités de Varignon doivent être prises en compte pour saisir les origines du principe de D'Alembert.

Conclusion : forces et vitesses virtuelles

J. I Bernoulli définit les vitesses virtuelles comme « celles que deux ou plusieurs forces acquièrent, quand on leur imprime un petit mouvement ; ou si ces forces sont déjà en mouvement » ; cette quantité est « l'élément de vitesse que chaque corps gagne ou perd d'une vitesse déjà acquise, dans un tems infiniment petit suivant sa direction »⁸³. On peut relever une double signification. D'une part, en supposant un système de forces équilibrées, cette vitesse correspond au déplacement infinitésimal (« l'impression d'un petit mouvement » à « plusieurs forces ») permettant d'établir une proportion entre vitesses et les forces afin de donner les conditions d'équilibre de ces dernières : application traditionnelle du principe à l'équilibre des machines, tel que nous le relevons dans la démonstration donnée par Varignon du principe de Bernoulli⁸⁴. D'autre part, pour « chaque corps », elle s'identifie à une quantité acquise et ceci fait écho à la définition de la « force morte », « celle que reçoit un corps sans mouvement, lorsqu'il est sollicité & pressé de se mouvoir, ou à se mouvoir plus ou moins vite, lorsque le corps est déjà en mouvement »⁸⁵.

Cette force morte est synonyme d'« effort » et Bernoulli l'illustre par l'exemple d'un poids posé sur une table horizontale : « la pesanteur produit une force morte dans le corps dont l'effet n'est que momentané » et « chaque instant la pesanteur imprime aux corps sur qui elle agit, un degré de vitesse infiniment petit, lequel est aussi-tôt absorbé par la résistance de l'obstacle »⁸⁶. La « force morte » correspond ici à une pression sans cesse renouvelée sur un obstacle invincible. Si l'obstacle détruit la tendance au mouvement, empêche une production de vitesse finie, un ressort placé entre deux masses agit et « en se dilatant accelere la vitesse virtuelle de ces corps » ; cette dernière n'apparaît donc pas

⁸³ Jean Bernoulli, *Discours sur les loix de la communication du mouvement, qui a mérité les Eloges de l'Académie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribuez dans lesdites années*, Claude Jombert, Paris, 1727 dans *Recueil des pieces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les Pieces qui ont concouru. Tome premier contenant les pièces depuis 1720 jusqu'en 1727*, Gabriel Martin, Jean-Baptiste Coignard, Hippolyte-Louis Guerin, Charles-Antoine Jombert, Paris, 1752, p. 19.

⁸⁴ Ce déplacement élémentaire correspond à celui entrant dans la définition du principe des vitesses virtuelles tel qu'il figure dans la lettre de Bernoulli qu'insère Varignon dans son livre de 1725, voir *supra*, Chapitre II, 2.3.

⁸⁵ Bernoulli, *Discours...*, p. 19.

⁸⁶ *Ibid.*, pp. 32-33.

seulement comme une quantité non mesurable (exemple du poids sur la table) mais se définit aussi comme le résultat d'une accélération. Elle devient ainsi l'effet d'une force et non plus le déplacement d'un système de forces s'équilibrant.

D'où une certaine ambiguïté. Bernoulli définit explicitement le principe des vitesses virtuelles dans sa lettre du 26 janvier 1717 adressée à Varignon. Dans son Mémoire de 1724, Bernoulli rappelle ce principe et écrit que « deux agens sont en équilibre, ou ont des momens égaux, lorsque leur force absoluës sont en raison reciproque de leurs vîtesses virtuelles, soit que les forces qui agissent l'une sur l'autre soient en mouvement, ou en repos, c'est un principe ordinaire de Statique & Mechanique »⁸⁷. Il « emploie » ensuite ce principe afin « de faire voir la maniere dont le mouvement se produit par la force d'une pression qui agit sans interruption, & sans autre opposition que celle qui vient de l'inertie des mobiles » ; il l'« emploie » alors au traitement des collisions élastiques. En effet, l'auteur suppose deux masses A et B en repos entre lesquelles il place un ressort bandé ; celui-ci fait un effort égal de part et d'autre et chacun des corps « opposera au mouvement du ressort par son inertie, une resistance proportionnelle à sa masse. Il faut donc, en vertu de l'hypotèse prise de la Mechanique, que les deux efforts opposez du ressort, étant égaux, la force de l'inertie qui est en A, soit à la force de l'inertie qui est en B ; ou que la masse A soit à la masse B en raison reciproque, de ce que la vîtesse virtuelle du corps B, est à la vîtesse virtuelle du corps A » ; le ressort se débandant continuellement, les « accelerations » des corps suivent toujours cette proportion inverse des masses⁸⁸.

Bernoulli étend donc l'application du principe statique. Pour ce faire, il passe des « forces absoluës » à la prise en compte, indifférenciée, des masses ou forces d'inertie, associées à leurs vitesses virtuelles. Pour autant, une double difficulté se pose. D'une part, les vitesses en question ne correspondent pas aux déplacements élémentaires que préconise le principe, mais proviennent de l'action du ressort. D'autre part, la substitution des masses en lieu et place des forces pose des difficultés conceptuelle et dimensionnelle ; ces masses ne sont pas des forces, et Bernoulli passe d'une loi de l'équilibre à une loi d'action-réaction. Il utilise indifféremment la masse ou la force d'inertie alors que celle-ci est proportionnelle à celle-là, mais non équivalente ; cette force doit s'identifier à une réaction, c'est-à-dire au

⁸⁷ *Ibid.*, pp. 20.

⁸⁸ *Ibid.*, pp. 21.

produit d'une vitesse virtuelle et d'une masse, et non à cette seule dernière. Finalement, par une telle pratique, Bernoulli introduit le concept de force à partir du principe statique.

Varignon définira de la même manière sa force motrice à partir du principe cartésien assimilable aux travaux virtuels (voir Partie III, Chapitre II, 1.2.1 a). On pourra citer d'autre part le cas similaire de Dechales (Chapitre I, 3.1) et plus généralement, le fait même de faire intervenir le principe statique de Galilée dans l'étude du choc repose sur la même idée (voir Mariotte). L'action intervenant dans un système mécanique (celle d'une force sur un levier et qui dimensionnellement est homogène à un travail) devient l'action de la force elle-même ; nous relevons cette ambiguïté chez Varignon et Newton (Chapitre II, 2.1).

D'Alembert introduit deux types de « forces mortes »⁸⁹, distinction fondée sur les continuité et discontinuité de l'action. Les « unes cessent d'exister dès que leur effet est arrêté », cas illustré par la collision de corps durs de même quantité mouvement ; les autres « périssent & renaissent à chaque instant », la suppression de l'obstacle permettant « leur plein & entier effet », comportement que suivent la pesanteur et les ressorts. Après suppression de l'obstacle, ces « tendances au mouvement » produisent une vitesse finie pour les premières forces mortes, une infiniment petite pour les secondes⁹⁰. Dans ce dernier sens, les forces mortes s'identifient aux « *forces accélératrices* ou *retardatrices* »⁹¹ et, plus généralement, deviennent la définition de toutes les actions⁹². L'équilibre se comprendra par

⁸⁹ L'article « Force » contient des « réflexions sur les forces mortes, & leurs différentes especes » guidées par des lectures des écrits de Leibniz et Mémoire de Bernoulli, de même que les parties « force vive, ou force des corps en mouvement » et « conservation des forces vives » du même article. D'Alembert reproduit la définition de la force morte de Leibniz : « Supposons, dit M. Leibnitz, un corps pesant appuyé sur un plan horizontal. Ce Corps fait un effort pour descendre ; & cet effort est continuellement arrêté par la résistance du plan ; de sorte qu'il se réduit à une simple tendance au mouvement. M. Leibnitz appelle cette force & les autres de même nature, *forces mortes* », *Encyclopédie*, art. « Force », tome 7, p. 112. Un tel exemple figure aussi dans le texte de Bernoulli précédemment cité.

⁹⁰ *Ibid.*

⁹¹ *Ibid.*: « les forces mortes [...] deviennent des forces accélératrices ou retardatrices, lorsqu'elles sont en pleine liberté de s'exercer ; car leur action continuée, ou accélère le mouvement, ou le retarde, si elle agit en sens contraires ».

⁹² *Ibid.*: « M. Leibnitz convient que la *force* morte est comme le produit de la masse par la vitesse virtuelle, c'est-à-dire avec laquelle le corps tend à se mouvoir, suivant l'opinion commune. Ainsi, pour que deux corps qui se choquent ou qui se tirent directement, se fassent équilibre, il faut que le produit de la masse par la

l'antagonisme de telles forces mortes égalées : « tout le monde convient qu'il y a équilibre entre deux Corps quand les produits de leurs masses par leurs vitesses virtuelles, c'est-à-dire par les vitesses avec lesquelles ils tendent à se mouvoir, sont égaux de part & d'autre. Donc dans l'équilibre, le produit de la masse par les vitesses, ou, ce qui est la même chose, la quantité de mouvement peut représenter la force »⁹³. La quantité détruite est alors la force morte, la tendance empêchée ; elle revient finalement à la « puissance » que D'Alembert définit comme quantité de mouvement ou produit de la masse par la « force accélératrice ». Comme Bernoulli, D'Alembert étend ce principe des vitesses virtuelles au choc. Cette vitesse se définit comme simple tendance, et concerne aussi bien l'impact de corps durs (une fois l'obstacle enlevé la vitesse devient finie) que des accélérations. D'autre part, dans l'examen de l'équilibre des machines basé sur l'application du principe, D'Alembert utilise indifféremment poids et masse⁹⁴ ; dans ce cas, ce qui devrait correspondre à un travail s'identifie à un simple moment⁹⁵.

vitesse *virtuelle* soit le même de part & d'autre. Or en ce cas, la *force* de chacun de ces deux corps est une *force* morte, puisqu'elle est arrêtée tout-à-la-fois & comme en son entier par une *force* contraire. Donc dans ce cas, le produit de la masse par la vitesse doit représenter la *force* ».

⁹³ D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », p. xx ; D'Alembert [1743], « Préface », p. xix. Voir aussi art. « Equilibre », tome 5, p. 873 : « il y a *équilibre* entre deux corps, lorsque leurs directions sont exactement opposées, & que leurs masses sont entr'elles en raison inverse des vitesses avec lesquelles ils tendent à se mouvoir. Cette proposition est reconnue vraie par tous les Mécaniciens ». Dans le même article, « il n'y a qu'un seul cas où l'*équilibre* se manifeste d'une manière claire & distincte, c'est celui où les deux corps ont des masses égales & des vitesses *de tendance* égales & en sens contraires ». Il précisera aussi qu'en toute rigueur le terme équilibre ne doit s'employer pour des « puissances ou deux corps qui sont dans un effort continu, & continuellement contre-balancé par un effort contraire », comme sur une balance équilibré, et non pour des corps qui « détruisent » leur mouvement ; pour « généraliser & simplifier le langage », le terme s'appliquera cependant pour des collisions.

⁹⁴ Dans l'article « Mécanique », D'Alembert introduit la quantité de mouvement comme produit d'une masse par une vitesse, quantité définissant l'équilibre sur une machine : sur un levier, des « corps ou leurs masses [...] en raison réciproques de leurs distances de l'appui » se feront équilibre ; « si l'on fait ensorte que la puissance ou la force, ne puisse agir sur la résistance ou le poids, ou les vaincre actuellement sans que dans cette action les vitesses de la puissance & du poids soient réciproques à leur masse, alors le mouvement deviendra absolument impossible ».

⁹⁵ T. L. Hankins montre que les “disciples” dalembertiens Bezout et Bossut utilisent une quantité de mouvement (produit masse-vitesse) dans l'explication de l'équilibre sur une machine, voir T. L. Hankins, *D'Alembert...*, *op. cit.*, chapitre IX « Virtual velocity and *Vis Viva* », pp. 203-204.

De telles remarques valent aussi pour Traubaud. Il remarque que lorsque deux poids sont entre eux dans le rapport inverse des bras de levier, « ils tendent à être mêlés avec des quantitez égales de mouvement ». Les

T. L. Hankins rattache la pratique de d'Alembert à l'utilisation du principe des vitesses virtuelles : elle proviendrait finalement d'une combinaison entre, d'une part, un rejet du concept de force puis, d'autre part, d'une définition de la vitesse virtuelle synonyme d'incrément de vitesse ; autrement dit, comme Bernoulli, D'Alembert passerait du principe statique avec son déplacement imposé aux forces s'équilibrant, à l'action des corps en mouvement : T. L. Hankins parle alors de « confusion » entre moment et travail ⁹⁶. On peut sans doute admettre cette idée de « confusion », ou cette thèse que D'Alembert serait bien placé pour commettre (« vulnérable ») une telle confusion sous prétexte qu'il substitue à la « puissance » un simple corps en mouvement ; pour autant, ceci ne nous semble pas suffisamment rendre compte du fait que les pratiques de D'Alembert et de Bernoulli doivent être placées dans une perspective historique, celle que nous cherchions à noter dans le chapitre I ; l'extension du principe statique par D'Alembert au cas de la collision n'est pas différente de celle qu'on trouve par exemple chez Mariotte ou Parent.

Puisque D'Alembert entend les forces mortes comme « tendances au mouvement » empêchées, des forces qui cessent « d'exister dès que leur effet est arrêté » pour le cas de corps durs, ce sont finalement ces quantités qui interviennent dans les exemples de collisions au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles, ou dans l'exemple du choc oblique de Varignon. Il y a là continuité dans l'emploi d'un principe des vitesses virtuelles étendu aux chocs de corps durs. Trabaud notait que l'équilibre existait dans « l'instant » (pour des « forces instantanées ou simplement motrices [ce qui revient à des impulsions de corps durs], l'équilibre ne durera qu'un instant », voir *supra* 4.2) ; cette instantanéité de l'action faisait que Régis ne voyait pas dans le choc un équilibre (chapitre I, 3.4 c) ; pour sa part, D'Alembert prend le parti d'user du terme « équilibre » dans le choc de corps par « généraliser les idées, & simplifier le langage » (*supra* 4.2, note). Quoi qu'il en soit, la « puissance » statique est une

vitesses sont comme les arcs décrits par les extrémités des bras, et dans le même rapport que leurs longueurs. Ainsi, ces vitesses « sont entr'elles réciproquement comme les poids ou leurs masses ; donc les quantitez de mouvement sont égales ». Trabaud note encore que les poids « sont sollicitez à prendre des quantitez égales de mouvement, ou tendent à être mûs avec des forces égales » ; que « puisque les quantités de mouvement sont égales, les vitesses sont dans la raison réciproque des masses », ou que « les poids sont dans la raison des masses », voir Trabaud [1741], respectivement pp. 293 et 300.

⁹⁶ « D'Alembert was particularly vulnerable, because his mechanics of hard-body impact and his denial of forces led him to measure all mechanical effects by change of momentum-even in statics where the momentum could only be 'virtual'. The result was an almost inevitable confusion between work and momentum », voir T. L. Hankins, *D'Alembert...*, pp. 203-204.

force morte, le mouvement virtuel imposé à un système de puissances équilibrées à celui de la tendance au mouvement de la masse, et il faut inscrire ces faits dans une continuité historique.

Si on joint ces pratiques à la science de l'équilibre de Varignon basée sur les composition de forces, nous sommes alors en présence de la combinaison d'un principe de l'équilibre et d'un principe de composition de mouvement qui constitue le fondement du principe de D'Alembert⁹⁷. En outre, lorsque Varignon donne un exemple de collision oblique, le mouvement initial se compose du mouvement détruit (qui est une force morte dans la définition que lui donne D'Alembert) et du mouvement final. L'équilibre d'une composante est ici le moyen d'obtenir l'issue de l'interaction physique. Autrement dit, Varignon, Dortous de Mairan, Privat de Molières et Trabaud équilibrent les mêmes grandeurs que D'Alembert (des « tendances au mouvement », des mouvements empêchés) et recourent à la même décomposition ; ils utilisent tout simplement le principe de D'Alembert. Nous pensons donc que la recherche de l'origine de ce principe doit tout à la fois tenir compte du rôle du principe des vitesses virtuelles dans l'étude des chocs et de l'influence de la statique de Varignon.

⁹⁷ D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », pp. xxxij-xxxijj : « on peut résoudre toutes les questions de Dynamique par une autre méthode fort simple & fort directe, & qui ne consiste que dans la combinaison [...], des principes de l'équilibre & du mouvement composé » ; voir aussi D'Alembert [1743], « Préface », p. xxiv.

PARTIE III

**La première partie du *Traité de dynamique* :
contexte français et réception**

Introduction

Dans la seconde partie de cette thèse nous posons la question de l'élaboration du « Principe général » de D'Alembert en cherchant à évaluer l'influence de la statique de Varignon ; nous examinerons dans ce qui suit des passages de la première partie du *Traité de dynamique* en les mettant en relation avec un contexte scientifique français.

Qu'il s'agisse de la question de la nature du mouvement, de l'usage de l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause ou du statut modal du principe fondamental de la dynamique, Varignon, Guisnée, Trabaud ou Fontenelle prennent position sur des thèmes présents dans le *Traité* ; nous considérerons des écrits de ces différents acteurs comme des témoignages venant nous révéler l'existence de préoccupations ou de pratiques que D'Alembert soumettra à une analyse critique. Si ce dernier partage leur conception discontinuiste du mouvement, ses prises de positions concernant l'axiome ou le statut du principe marquent une rupture, en particulier avec Varignon qui fonde son concept de force accélératrice sur cette proportionnalité, ou encore avec Fontenelle qui soutient explicitement le caractère strictement rationnel de la loi de Galilée et, par conséquent, du principe fondamental de la dynamique. Nous ne prétendons pas que D'Alembert s'inspire directement de ces auteurs, mais soulignons seulement que des thèmes abordés dans le *Traité* ne sont pas étrangers à leurs réflexions ; ce sera pour nous le premier sens que recouvre l'expression "contexte scientifique français".

Pour un second sens, nous soutiendrons la thèse d'une influence de Varignon sur deux passages du *Traité*.

Après l'analyse d'une collision oblique sur un pan de mur, D'Alembert passe au mouvement d'un corps le long de plans contigus puis le long de surfaces courbes. La même séquence de rédaction figure dans les ouvrages de Privat de Molières et Trabaud ; Varignon, dans sa statique de 1725, n'introduit pas ces deux derniers exemples mais des Mémoires publiés en 1693 et 1704 pallient cette lacune et, ainsi, il est à l'initiative de ce type de recherches. Si tous utilisent le principe de composition de mouvement, ils ne parviennent cependant à la même conclusion, D'Alembert s'opposant à celle de ses aînés ; il nous semble alors leur répondre directement.

Le second point de contact entre Varignon et le *Traité* concerne différentes méthodes de calcul des forces centrales. D'Alembert distingue deux modèles d'approximation de courbes et, puisque chacun définit une déviation (distance entre la courbe et la tangente)

différente, souligne la nécessité, dans la comparaison de deux forces, de déterminer leurs effets à partir d'un même modèle. Ce type de problème occupe une place importante dans les travaux de mécanique céleste de Varignon ; un Mémoire de 1706, connu de D'Alembert, clôt six années de réflexions sur le sujet. L'étude des forces à partir de ces techniques d'approximations osculatrices et polygonales s'accompagne aussi de ce souci de comparer des effets déterminés suivant les mêmes modèles.

Les chapitres II et III du *Traité* respectivement dévolus aux mouvements composés et aux mouvements détruits suivent une trame rencontrée dans les manuels de Privat de Molières et de Trabaud. Que D'Alembert subisse directement ou non l'influence de ces ouvrages, leur contenu nous informe que de tels thèmes sont suffisamment répandus pour donner lieu à un enseignement et constituer ce que ces auteurs nomment des « éléments » de mécanique¹. D'Alembert s'inscrit donc dans une continuité. Varignon par un principe (composition de forces) appliqué à différents problèmes (collisions obliques, mouvements le long de plans et le long de courbes) inaugure une tradition propice à l'élaboration du « principe général » de D'Alembert.

¹ Dans l'Annexe 8, nous donnons quelques citations des ouvrages de Privat de Molières et Trabaud attestant que leur contenu correspondent à des « éléments » de mécanique enseignés dans des Collèges. L'Annexe 9 contient les analyses de ces deux auteurs des questions du mouvement sur les plans et les courbes. Nous ne reviendrons pas sur l'exemple de collision oblique tel qu'il figure dans le manuel de Trabaud (voir *supra*, Partie II), mais joignons toutes les propositions de Privat de Molières conduisant de la composition de forces à ce choc.

Sur quelques définitions du mouvement et démonstrations du principe d'inertie dans la première moitié du XVIII^{ème} siècle

Introduction

Dans la première partie du *Traité de dynamique*, D'Alembert entend « établir la nécessité rationnelle »² des « Loix générales du Mouvement & de l'équilibre des Corps »³, lois parmi lesquelles figure le principe d'inertie. D'Alembert récuse les démonstrations jusqu'alors apportées à ce principe qui, toutes fondées sur « une force qu'on imagine dans la matière » ou sur « l'indifférence de la matière au mouvement comme au repos », « n'ont point le degré d'évidence nécessaire pour convaincre l'esprit »⁴. Le rejet n'implique pas l'absence d'influences et si des écrits de Varignon, Guisnée ou Traubaud relatifs à cette question de la continuation du mouvement pèchent par les défauts pointés du doigt par D'Alembert, la conception du mouvement qu'ils renferment les rapproche cependant de certains passages du *Traité*. Sans prétendre que D'Alembert s'inspire directement de ces savants, au moins peut-on relever des convergences tendant à signifier qu'il reconduit des thèses suffisamment répandues à l'époque pour, probablement, en subir l'influence.

Dans ce chapitre, nous nous appuyons sur un ouvrage posthume de Varignon publié en 1725, le *Traité du mouvement et de la mesure des eaux coulantes et jaillissantes*⁵ et, plus précisément sur sa première partie relative au mouvement rectiligne uniforme et uniformément accéléré ; sur un manuscrit de N. Guisnée (?-1718), inséré dans son Dossier

²A. Firode, *op. cit.*, p. 85. Pour ces démonstrations du principe d'inertie, du principe du mouvement composé et du principe d'équilibre à partir des idées « naturelles » de corps et mouvement, voir A. Firode, *op. cit.*, chapitre IV, « La déduction des lois fondamentales du mouvement et de l'équilibre », pp. 85-116.

³ D'Alembert [1758], titre de la « Première partie » ; idem pour l'édition de 1743.

⁴ D'Alembert [1758], I, I, art. 7, pp. 6-7 ; D'Alembert [1743], I, I, art. 4, p. 4.

⁵*Traité du mouvement et de la mesure des eaux coulantes et jaillissantes. Avec un traité préliminaire du mouvement en général*. Tiré des ouvrages manuscrits de feu Monsieur Varignon, par M. l'Abbé Pujol, Pissot, Paris, 1725. Nous donnerons pour nom d'auteur Varignon/Pujol.

Biographique qu'on peut consulter aux Archives de l'Académie des Sciences⁶ ; enfin sur l'ouvrage déjà cité de Trabaud. Nous donnons un bref compte rendu de la démonstration du principe d'inertie de D'Alembert, puis mettons en parallèle ses écrits et ceux de ces trois savants⁷.

I-La démonstration de D'Alembert du principe d'inertie

Elle se fait en deux temps, répondant à l'énoncé d'un principe sous la forme de deux « lois », une concernant la continuation du repos en l'absence d'« une cause étrangère »⁸, l'autre la persistance du mouvement rectiligne uniforme « tant qu'une nouvelle cause différente de celle qui l'a mis en mouvement, n'agira pas »⁹.

1.1 Loi I

Concernant le repos, D'Alembert recourt au principe de raison : « un Corps ne peut se déterminer de lui-même au mouvement, puisqu'il n'y a pas de raison pour qu'il se meuve d'un côté plutôt que d'un autre » ; suit un corollaire énonçant qu'un corps recevant un mouvement, « il ne pourra de lui-même ni accélérer ni retarder ce mouvement »¹⁰.

⁶ Le manuscrit se compose de deux documents reliés séparément : *Traité du mouvement local* (p. 1 à p. 24) et *Des mouvements accélérés* (p. 25 à p. 44). Un ajout à l'encre sur la première page porte la mention « par. m. guinée » ; un autre ajout au crayon de papier note « écrit par Réaumur ». Sur la page 25 (première du second document), on peut lire à l'encre « par. mr guinée ». Guisnée, élève de Varignon, devient associé géomètre le 15 janvier 1707, en remplacement de Carré, promu pensionnaire. La comparaison du contenu de ces manuscrits avec les premiers écrits académiques de Varignon sur lesquels nous reviendrons dans le chapitre suivant ou avec le *Traité du mouvement et de la mesure des eaux* révèle une évidente inspiration varignonienne. Ces manuscrits contiennent des définitions et propositions cinématiques de types galiléennes.

⁷ Nous serons bref sur cette démonstration de D'Alembert, et renvoyons aux analyses détaillées d'A. Firode, *op. cit.*, ch. IV, pp. 85-116 ainsi qu'à celles de V. Le Ru, *Jean Le Rond D'Alembert philosophe, op. cit.*, chapitre III « La démonstration du principe de la force d'inertie », pp. 51-62.

⁸ D'Alembert [1758], I, I, Loi I, art. 3, p. 4 ; D'Alembert [1743], I, I, Loi I art. 3, p. 4.

⁹ *Ibid.*, loi II, art. 6, p. 4. On retrouve cet énoncé en deux temps du principe d'inertie chez Privat de Molières, dans les « demandes » II et III de son *Explication physique & mécanique du choc des corps à ressort*, MARS 1726 [1753], p. 7 : « II. Un corps au repos continue de lui-même de demeurer en repos, & n'apporte aucune résistance positive au mouvement » ; « III. Un corps en mouvement continue de lui-même à se mouvoir uniformément en ligne droite & à parcourir en temps égaux des espaces égaux & droits ».

¹⁰ D'Alembert [1758], I, I, art. 4, p. 4 ; D'Alembert [1743], I, I, art. 4, p. 4.

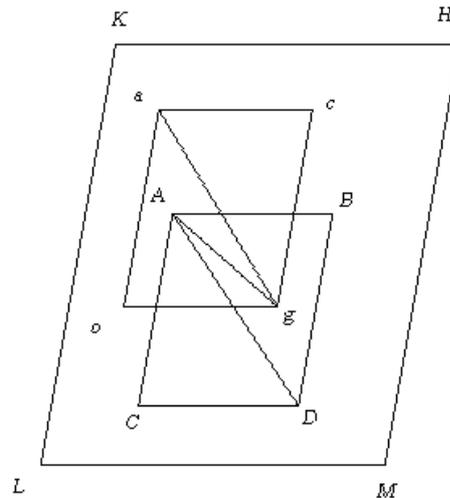
P. Costabel note le caractère « surprenant » de ce Corollaire où l'impossibilité pour un mobile d'accélérer sa vitesse découlerait de l'impossibilité d'une mise en mouvement spontanée à partir du repos ; il suggère alors un recours implicite à un principe de relativité, sans cependant justifier cette thèse : « du fait qu'il s'agit d'un mouvement reçu, le corps est comme en repos par rapport à ce qui l'entraîne »¹¹. La démonstration du théorème du « mouvement composé »¹² peut appuyer cette suggestion. Cette composition suit deux hypothèses d'action, « soit que les deux puissances n'agissent sur lui que dans le premier instant, soit qu'elles agissent continuellement toutes deux à la fois sur le Corps ». Ces types d'actions apparaîtront dans la démonstration de la continuité du mouvement rectiligne comme nous le constaterons par la suite ; des articles (6 pour le mouvement rectiligne, 28, 29 pour la composition) semblent donc se faire écho.

Cette démonstration du « théorème » de composition repose sur la mobilité d'un plan par rapport à l'« espace absolu ». Un corps A situé sur ce plan et soumis à deux « puissances » agissant continuellement ou instantanément décrit d'un mouvement rectiligne uniforme une ligne Ag (ceci d'après la Loi II, art. 6, que nous examinerons au paragraphe suivant) ; il faudra donc justifier que cette dernière et la diagonale AD de ABDC se confondent, AD devant être parcourue pendant un certain temps T, durée pendant laquelle le corps couvrirait uniformément les distances AB et AC sous l'action de chacune des « puissances ». D'Alembert imagine que le plan KLMH franchisse AB et AC pendant T avec les mêmes mouvements uniformes que produisent les deux « puissances », mais selon des sens opposés à chacune d'elles. Ainsi, « le point mobile A, est tiré continuellement en cet état par quatre puissances contraires & égales deux à deux, & [...] par conséquent, il doit rester en repos dans l'espace absolu »¹³.

¹¹ P. Costabel, De quelques embarras dans le *Traité de dynamique*, Revue XVIII^e siècle, n° 16, 1984, p. 42.

¹² D'Alembert [1758], I, II, « Du Mouvement composé », art. 28, pp. 35-37 ; D'Alembert [1743], I, II, art 21, pp. 22-24.

¹³ D'Alembert [1758], I, II, « Du Mouvement composé », art. 28, p. 36 ; D'Alembert [1743], I, II, art 21, pp. 23.



Par ce mouvement de KLMH, le point g du plan décrit une ligne ga égale et parallèle à AD , diagonale de $ABCD$. Pour que le corps demeure immobile dans l'espace absolu, il faudra que a et A coïncident à l'issue de la combinaison du mouvement produit par les « puissances » (Ag) avec celui du plan. L'égalité et le parallélisme de AD et ag , la coïncidence de A et a , conduisent à identifier Ag et AD ¹⁴. Ainsi, le mouvement uniforme (Ag) peut tout aussi bien s'interpréter comme un repos (pour un observateur situé dans « l'espace absolu »), lorsqu'il s'agit de se repérer dans des référentiels animés l'un par rapport à l'autre de mouvements rectilignes uniformes ; l'impossibilité d'un mouvement spontané pour un corps immobile équivaut donc à l'impossibilité d'une accélération spontanée pour un mobile animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

1.2 Loi II

La persistance du mouvement rectiligne uniforme donne lieu à deux démonstrations suivant deux hypothèses d'action ; « ou l'action Indivisible & instantanée de la cause motrice au commencement du Mouvement, suffit pour faire parcourir au corps un certain espace, ou le Corps à besoin pour se mouvoir de l'action continuée de la cause motrice »¹⁵.

¹⁴ D'Alembert [1758], I, II, art 28, p. 36 ; D'Alembert [1743], I, II, art 21, pp. 23-24

¹⁵ D'Alembert [1758], I, I, Loi II, art 6, p. 4 ; D'Alembert [1743], I, I, loi II, art 6, p. 4. Donner deux démonstrations en suivant deux hypothèses opposées sur l'action des causes motrices tient au souhait de D'Alembert d'énoncer une « preuve du principe d'inertie [qui] soit également valable selon qu'on suppose,

Concernant la première hypothèse, D'Alembert recourt à l'article 4 susmentionné soit, finalement, au principe de raison, pour établir, passé « le premier instant » de l'action, l'uniformité du mouvement « pendant un certain temps » ; ce principe permet aussi de justifier la conservation de la trajectoire rectiligne¹⁶. Ensuite, D'Alembert démontre qu'un tel mouvement « doit continuer perpétuellement » ; pour résumer, disons que l'idée sous-jacente repose sur la maxime “à mêmes causes, mêmes effets” : parce que le corps reste dans le même « état », il doit poursuivre le mouvement de la manière qu'il l'a commencé.

Enfin, pour le cas d'une action continue, D'Alembert s'appuie à nouveau sur le principe de raison : « aucune cause étrangère & différente de la cause motrice n'agit sur le Corps, rien ne détermine donc la cause motrice à augmenter ni diminuer » et « l'action continuée [...] uniforme & constante » donnera un mouvement de même nature ; puis, en l'absence de « causes étrangères », « la même raison qui a fait agir la cause motrice constamment & uniformément pendant un certain temps », produira une « action [qui] doit demeurer continuellement la même » et assurer perpétuellement la continuation du même mouvement¹⁷.

Comme le remarque A. Firode, on peut s'interroger sur la cohérence d'une pensée qui tout en souhaitant éradiquer les « notions obscures » de force et de cause « fait de l'argument causal par excellence (“rien n'arrive sans raison”) le principe fondamental de ses démonstrations [...] D'Alembert peut-il sans inconséquence s'en prendre constamment à l'axiome “métaphysique” que “les effets sont proportionnels à leurs causes”, et se croire en même temps autorisé à utiliser sans la moindre justification le principe pourtant très proche selon lequel tout effet a une cause suffisante ? »¹⁸. Finalement, D'Alembert ne parviendrait

comme Aristote, qu'il n'y a pas de mouvement sans l'action continue d'un moteur, ou, au contraire, qu'un mobile peut de lui-même perpétuer son mouvement [...] Il s'agit donc ici, comme partout dans le *Traité de dynamique*, de démontrer les lois du mouvement en s'en tenant aux effets observables, sans qu'intervienne en aucune façon un présupposé concernant le mode de production du mouvement », voir A. Firode, *op. cit.*, pp. 88-89.

¹⁶ D'Alembert [1758], I, I, loi II, art 6, p. 5 ; D'Alembert [1743], I, I, loi II, art 6, p. 5: « ...il n'y a pas de raison pour que le Corps s'écarte à droite plutôt qu'à gauche ».

¹⁷ D'Alembert [1758], I, I, loi II, art 6, p. 6 ; D'Alembert [1743], I, I, loi II, art 6, p. 6. Nous ne développons pas davantage la démonstration de D'Alembert et renvoyons à A. Firode, *op. cit.*, ch. IV, « la preuve du principe d'inertie dans le *Traité de dynamique* », pp. 89-93.

¹⁸ A. Firode, *op. cit.*, p. 92.

pas totalement à se démarquer de ses contemporains qui font de cet « argument causal » la pierre angulaire de leurs démonstrations du principe d'inertie et de la mathématisation de la force¹⁹.

II-Critiques et influences

D'Alembert rejette donc les « preuves qu'on a données jusqu'ici » du principe d'inertie ; outre le rejet de démonstrations basées sur des entités « obscures » que seraient les forces, une définition du mouvement que partagent certains prédécesseurs est au cœur de sa critique.

2.1 La nature discontinue du mouvement selon D'Alembert

Supposer qu'une force interne maintienne le mouvement revient à imaginer « dans la matière un Être dont on n'a point d'idée nette », autant dire une chimère. Qui plus est, cette hypothèse « ne peut prouver la Loi dont il est question ». En effet, selon D'Alembert, « quand un Corps se meut, même uniformément, le mouvement qu'il a dans un instant quelconque, est distingué & comme isolé du mouvement qu'il a eu ou qu'il aura dans les instans précédens ou suivans ». Aussi, le corps apparaît « en quelque manière à chaque instant dans un nouvel état, dans un état qui n'a rien de commun avec le précédent ; il ne fait, pour ainsi dire, continuellement que commencer à se mouvoir, & on pourroit croire qu'il tendroit sans cesse à retomber dans le repos, si la même cause qui l'en a tiré d'abord, ne continuoit en quelque sorte à l'en tirer toujours »²⁰. Les partisans d'une force d'inertie newtonienne seraient obligés se supposer, d'après cette conception du mouvement conçu comme un renouvellement d'états identiques indépendants les uns des autres, une action continue à chaque instant afin de surmonter la résistance naturelle du corps et le tirer du repos. Autrement dit, le concept de force d'inertie ne permettrait pas à lui seul de justifier une persistance du mouvement.

A. Firode souligne que cette même conception du mouvement sous-tend la

¹⁹ Pour cette mathématisation, nous renvoyons au chapitre II de cette partie.

²⁰ D'Alembert [1758], I, I, art. 7 p. 7 ; D'Alembert [1743], I, I, art. 7 p. 7

critique d'une démonstration d'une conservation basée sur la notion d'indifférence²¹. Cette dernière ne signifie finalement « qu'il n'est pas essentiel à la matière de se mouvoir toujours ni d'être en mouvement », sans qu'il s'ensuive « clairement de là qu'un Corps en Mouvement ne puisse tendre continuellement au repos ». Même si le repos n'est pas plus « essentiel » que le mouvement, « on pourroit penser qu'il ne faut autre chose à un Corps pour être en repos, que d'être un Corps, au lieu que pour le mouvement, il a peut-être besoin de quelque chose de plus, qui doit être, pour ainsi dire, continuellement reproduit en lui »²². D'Alembert fait alors un parallèle avec le mouvement de notre corps, appelant un « effort continu » accompagné de la sensation de cet effort ; cette analogie corps inanimé/animé ne se veut pas « juste », mais suffisamment éloquente pour douter de la démonstration traditionnellement proposée. Cette preuve nécessiterait alors de recourir à nouveau à une cause continuellement agissante, ce qui l'exposerait aux mêmes critiques que la démonstration précédente.

D'Alembert adopte-t-il ou utilise-t-il cette conception discontinuiste du mouvement comme simple hypothèse de travail ? Vise-t-il à souligner l'incohérence de ceux qui recourent à la force d'inertie ou à l'indifférence tout en adoptant cette définition du mouvement sans pour autant partager cette thèse ou y adhère-t-il lui-même ?²³ L'article « Force » apporte davantage de précision. Il reproduit l'intégralité de la démonstration de la loi II (art. 6) ainsi que l'art. 7 du *Traité*. L'*Encyclopédie* ajoute alors à la suite de ce dernier article un paragraphe permettant de répondre à la question : « voilà, si je ne me trompe, comment on peut prouver la loi de la continuation du mouvement, d'une manière qui soit à l'abri de toute chicane. Dans le mouvement il semble, comme nous l'avons déjà observé, qu'il y ait en quelque sorte un changement d'état continu ; cela est vrai dans ce seul sens, que le mouvement du corps, dans un instant quelconque, n'a rien de commun avec son mouvement dans l'instant précédent ou suivant »²⁴. D'Alembert adhère donc à cette conception

²¹ Sur cette notion, voir Partie, Chapitre IV.

²² *Ibid.*, p. 8.

²³ P. Costabel se pose aussi la question. Lorsque D'Alembert écrit qu'un état n'a rien de commun avec le précédent, l'historien remarque qu'« il est difficile d'entendre ce qu'il veut dire par cette expression si radicale, difficile aussi de savoir s'il la prend à son compte ou s'il considère seulement qu'elle est inéluctable pour les partisans de la notion d'inertie qu'il critique », « De quelques embarras... », *op. cit.*, p. 40. On ne voit cependant pas très bien en quoi cette conception du mouvement serait « inéluctable pour les partisans de la notion d'inertie ».

²⁴ *Encyclopédie*, art. « Force d'inertie », tome 7, p. 111.

discontinuiste, le mouvement, dans l'instant, « n'a rien de commun » (expression identique dans le *Traité*) avec celui des instants passés et futur. Et il faut bien qu'il accepte cette thèse et qu'elle soit partagée s'il veut mettre à l'abri ses critiques des démonstrations traditionnelles de « toute chicane ».

2.2 Nature discontinue du mouvement : Varignon, Guisnée, Traubaud

Et en effet, cette définition du mouvement n'est pas sienne, comme en atteste les extraits qui suivent :

Guisnée :

« Theoreme I :

un cors ne peut être mû un seul instant sans qu'une force mouvante luy soit actuellement appliquée

demonstation

13. si la force qui met un cors en mouvement ne subsistoit pas dans tous les instans de ce mouvement, ou un (sic) autre quelconque, egale, plus grande, ou moindre ; il faudroit que ce cors se mût par luy même, ou par sa propre force ce qui est impossible. C. Q. F. D.

il y a des philosophes (sic) qui disent que le mouvement est un etat comme le repos en est un. or parceque un cors demeure touiours dans l'etat ou il se trouve ; amoins qu'il n'en soit tiré par quelque cause estrangere, s'il est une fois mis en mouvement il doit continuer de se mouvoir, amoins qu'il ne soit areste par quelque cause estrangere, de même qu'un cors en repos y demeure touiours amoins qu'il ne soit mis en mouvement par quelque cause estrangere.

la reponse est aisée : car le mouvement n'est pas un etat : mais une succession de nouveaux etats. en effet il est constant que le mouvement d'un cors pendant le premier instant, n'est point le meme mouvement que celui du 2^e ny celui du 2^e que celui du 3^e etc. puisque l'espace parcouru pendant le premier instant est different de l'espace parcouru pendant le 2^e.

corollaire 1

14. il est clair que lorsque la force qui met un cors en mouvement est la même pendant toute la durée du mouvement, ou ce qui est la même chose, lorsque la 1^{er} force agit uniformement contre ce corps pendant tout le tems de son mouvement, il est clair diie, que le cors parcourt des espaces egaux en tems egaux, et que le cors se meut uniformément.

corollaire 2

15. il n'est pas moins evident que si la force qui agit sur un cors au premier instant de son mouvement est moindre que celle qui agit au 2^e, et celle qui agit au 2^e moindre que celle qui agit au 3^e, et ainsi de suite, le mouvement sera accelere ; si au contraire il sera retarde »²⁵.

Ainsi une « force mouvante » agit constamment pour entretenir le mouvement qui est perçu, à l'instar de ce qui figure chez D'Alembert, comme une succession d'états (« le mouvement d'un cors pendant le premier instant, n'est point le meme mouvement que celui du 2^e ny celui du 2^e que celui du 3^e etc. ») ; c'est bien cette succession qui justifie l'intervention d'une force à chaque instant et invalide, aux yeux de Guisnée, la thèse d'une persistance du mouvement d'inspiration cartésienne consistant à voir dans le mouvement et le repos des états. Cette idée de succession reposerait sur le seul changement spatial (« le mouvement d'un cors pendant le premier instant, n'est point le meme mouvement que celui du 2^e [...] puisque l'espace parcouru pendant le premier instant est different de l'espace parcouru pendant le 2^e »)²⁶ ; Varignon semble cependant la rattacher à la discontinuité du

²⁵ Guisnée, *Traité du mouvement local, op. cit.*, pp. 4 et 5 (nous soulignons). Nous donnons les corollaires 1 et 2 afin de justifier que le mouvement rectiligne uniforme implique aussi un appel à une « force » comme en atteste le développement qui suit, p. 9 :

« theoreme 3

dans les mouvemens uniformes la somme des forces capables de faire parcourir a un cors un certain espace, pendant un certain tems peut etre exprimée par un rectangle dont un cote exprime le tems pendant lequel le cors parcourt cet espace, et l'autre cote exprime la premiere force.

on entent par la premiere force celle qui est apliquée au premier instant du mouvement.

Demonstration.

21. puisque par l'hyp. le mouvement est uniforme la force apliquée au mobile a chaque instant doit etre egale a celle du premier instant or si AB exprime le tems total du mouvement par l'espace EF ; AD la premiere force, et qu'on divise AB en une infinité de parties égales, ces petites parties exprimeront tous les instans qui composent le tems total. et parce que (theoreme) la force mouvante doit etre apliquée au mobile a tous les instans de la durée du mouvement c'est a dire autant de fois qu'il y a de petites parties dans la ligne AB ; il suit que si l'on forme le rectangle ABCD, ce rectangle qui est le produit de AB par BC exprimera par sa superficie la premiere force reportée autant de fois qu'il y a d'instans dans AB c'est a dire une infinité de fois, ou ce qui est la même chose, la somme des forces qui peuvent faire parcourir au mobile l'espace EF pendant le tems AB puisque toutes les lignes comme GH paralleles a AD menées par tous les points de division de la ligne AB chacune desquelles exprime la force apliquée a l'instant qui luy corespont, rempliront ce rectangle. C.Q.F.D. »

²⁶ Sur ce point, D'Alembert serait en désaccord, voir l'art. « Force » dans l'*Encyclopédie*, tome 7, p. 111 : « on auroit tort d'entendre par changement d'état, le changement de place ou de lieu que le mouvement produit :

temps.

Varignon/Pujol :

« Axiome VI. Un corps mis une fois en mouvement, ou bien y persevere par lui-même, ou le mouvement imprimé au premier instant devient cause de celui qu'a le corps au 2^e. 3^e. instant, &c. ou la force motrice qui a mis d'abord le corps en mouvement, a communiqué à ce corps dès le premier instant tous les mouvemens qu'il doit avoir dans les instans suivans, pour être transporté dans les différentes parties de l'espace qu'il doit parcourir ; ou enfin la force motrice qui a mis le corps en mouvement dans le premier instant, ou quelqu'autre force que ce soit, agissant toujours sur le même corps dans le 2^e. 3^e. instant, &c. de la même maniere que dans le premier, fournit continuellement au corps mû de nouveaux mouvemens, pour remplacer les précédens qui s'évanoüissent »²⁷.

Comme la démonstration du théorème 1 qui suit le confirmera, Varignon/Pujol adhère à la dernière thèse. Un tel énoncé vaut pour tous types de mouvement, uniformes ou accélérés. Suivant les trois premières hypothèses, la « force motrice » n'agit qu'au commencement du mouvement ; la dernière supposition implique une action permanente. On retrouverait ici les deux types d'action sur lesquelles D'Alembert s'appuie dans sa démonstration du principe d'inertie : celle « Indivisible & instantanée de la cause motrice » ou « l'action continuée ». Varignon, contrairement à D'Alembert, refuse d'admettre que l'absence d'une action continue puisse démontrer une conservation de mouvement (trois premières hypothèses). Par contre, pour Varignon comme pour D'Alembert, à même cause, même effet : puisque aucune autre cause différente de la force motrice (ou cette « autre force » agissant de la même manière) n'intervient, rien ne détermine à ce qu'elle modifie son action et que le corps ne puisse persévérer dans son mouvement. Enfin, suivant Varignon/Pujol, le mouvement à chaque instant « s'évanouie » ; D'Alembert écrivait qu'à chaque instant le corps « ne fait, [...] continuellement que commencer à se mouvoir, & on pourroit croire qu'il tendroit sans cesse à retomber au repos, si la même cause qui l'en a tiré d'abord, ne continuoit [...] ».

car quand on examine ce prétendu changement d'état avec des yeux philosophiques, on n'y voit autre chose qu'un changement de relation, c'est-à-dire un changement de distance de corps mû aux corps environnans ».

²⁷ Varignon/Pujol [1725], p. 4.

« Théorème 1

Il ne peut y avoir de mouvement en aucun tems sans une application actuelle de quelque force motrice au corps mû, c'est-à-dire, sans une action de la force motrice sur le corps mû, toujours présente à tous les instans du mouvement »²⁸.

Dans la démonstration proposée, Varignon/Pujol invalide les différentes hypothèses justifiant la conservation du mouvement figurant au début de l'axiome VI, pour ne conserver que la dernière d'une action permanente.

Le rejet des suppositions 2 et 3 roule sur les arguments de coexistence de la cause et de l'effet, ainsi que sur la nature successive du mouvement²⁹.

Puis, « l'on ne sauroit dire encore (cor. 2. ax. 3.) que le corps mis en mouvement, y persevere de lui-même, de maniere qu'il se donne des mouvemens subsequens »³⁰. Le corollaire II de l'axiome III précise qu'aucun corps ne peut se procurer lui-même le moindre mouvement ; on ne se donne pas les « mouvemens subsequens », mais on les acquiert. L'énoncé du corollaire (« il n'y a donc aucun corps qui puisse se procurer lui-même le moindre mouvement »³¹) s'interprète si on garde à l'esprit le caractère passif de la matière ; il n'est cependant pas restreint à l'impossibilité d'un mouvement spontané d'un corps au repos, mais vaut aussi pour la continuation du mouvement dont le corps ne saurait à lui seul être la cause. Etant donné la nature discontinue du mouvement, il faudrait supposer que la matière par des actions incessantes émanant d'elle-même et sur elle-même se donne la possibilité de perdurer dans un état, à la manière de la force primitive leibnizienne luttant incessamment contre l'inertie de la matière ; supposition que le milieu scientifique cartésien

²⁸ *Ibid.*, p. 5.

²⁹ Concernant la seconde hypothèse, le mouvement en l'instant A ne peut être cause de celui en B ; lorsque le 1^{er} existe, le second n'existe pas encore, lorsque le second existe, le premier n'existe plus (ceci d'après l'axiome V énonçant que «le mouvement est de sa nature essentiellement successif ») ; or il faut une coexistence de la cause et de l'effet (axiome IV, « Dans le même instant qu'il y a un effet, il y a aussi une cause efficiente qui le produit ; puisque celle-ci ne sauroit produire un effet, qu'en même tems l'effet ne soit produit »), *ibid.*, p. 5.

Pour la troisième hypothèse, quand un corps commence à se mouvoir, la force produisant ce mouvement à un instant A, n'a pas encore produit le mouvement au second et 3^{ème} instant, etc...Car autrement en un même instant le corps se trouverait dans toutes les parties différentes.

³⁰ *Ibid.*, p. 6.

³¹ *Ibid.*, p. 3.

n'est pas prêt d'accepter.

Il faut alors penser qu'à chaque instant une « force » intervienne. En effet, « de la même manière que la force motrice a dû agir sur le corps au premier instant A [...] pour qu'il ait commencé à se mouvoir, de la même manière aussi cette force motrice ou une autre quelconque, doit agir au second instant B sur le même corps, pour qu'il continuë de se mouvoir au même instant B » etc.³² Ainsi, « quand un corps se meut, il est mû à chaque instant de la durée de son mouvement, comme s'il commençoit à se mouvoir à chacun de ces instans. Mais pour qu'un corps commence à se mouvoir au premier instant A, il faut [...] que quelque force motrice lui soit actuellement appliquée. Donc une pareille action de la force motrice sur ce corps lui est nécessaire à chacun de ces instans B, C, D, &c. pour qu'il continuë de se mouvoir dans ces mêmes instans B, C, D, &c. »³³

A nouveau, soulignons que ce raisonnement vaut pour tous types de mouvements, y compris uniformes³⁴. Cette succession d'états se rattache à la discontinuité du temps : « puisque le tems pendant lequel se fait le mouvement entier, est composé de plusieurs petits tems ou instans ; il faut donc que ce mouvement total soit aussi composé d'autant de petits mouvemens ». Parallèlement, « la force motrice totale qui est nécessaire pour produire la somme de tous ces petits mouvemens, doit être composée d'autant de forces partielles correspondantes »³⁵. Qu'il s'agisse de Guisnée ou de Varignon/Pujol, on retrouve la nécessité de remplacer l'état mouvement par une succession d'états sans cesse renouvelés. Finalement, le corps retomberait à chaque instant au repos (les vitesses « s'évanouissent ») et

³² *Ibid.*, p. 6.

³³ *Ibid.*

³⁴ Ce théorème I apparaît dans la section du livre intitulée « Du mouvement uniforme ». D'autre part, à sa suite on trouvera énoncé le « principe general de tous les Mouvements possibles » : « Quelques (sic) soient les mouvements d'un corps, soit qu'ils se fassent en ligne droite ou en ligne courbe quelconque, soit qu'ils soient uniformes ou bien accelerez, ou retardez en quelque proportion que l'on voudra, soit que le corps se meuve en roulant ou en glissant ; en un mot de quelque manière qu'ils soient variez, la somme des forces partielles qui répondent à chaque instant du mouvement, est toujours proportionnelle à la somme des voies décrites par chaque point du corps mû », *ibid.*, p. 12. Ce « principe » apparaît dans les Mémoires de Varignon des années 1692-1693 ; nous renvoyons au chapitre suivant.

³⁵ Varignon/Pujol [1725], corollaire I du théorème I, p. 7. Le corollaire III : « D'où il suit que si un corps est poussé avec des forces toujours égales, ou avec la même répétée à chaque instant du mouvement, la force totale qui meut le corps pendant tout le temps du mouvement, sera égale au produit de la force motrice initiale, ou qui a mû le corps au premier instant, multipliée par tout le tems ou toute la durée du mouvement », *ibid.*, p. 7. Ceci revient au théorème III de Guisnée, voir *supra* note 30.

« de la même maniere que la force motrice a dû agir » au premier instant de mise en mouvement du corps au repos, « de la même maniere aussi cette force motrice ou une autre quelconque, doit agir au second instant B sur le même corps, pour qu'il continuë de se mouvoir au même instant B »). On retrouve ainsi une conception du mouvement proche de celle de D'Alembert.

La discontinuité du temps inviterait à mentionner l'influence de la théorie cartésienne de la création continuée ; A. Firode en soulignait déjà la possible réminiscence dans la conception du mouvement de D'Alembert³⁶. Les textes de Varignon et de Guisnée ne nous renseignent pas sur la question. Ces écrits peuvent être rapprochés de Mémoires rédigés par Varignon dans les années 1690³⁷ ; nous ne trouvons pas dans ces autres écrits d'informations susceptibles de relier cette définition du mouvement à une origine cartésienne³⁸.

Quoi qu'il en soit, les deux modes d'action de l'Axiome VI (voir *supra*) correspondent à ceux introduits par D'Alembert dans son *Traité* ; de même que la nécessité d'une cause entretenant un mouvement qui s'anéantirait étant donné sa nature discontinue.

Trabaud partage aussi cette conception discontinuiste : « 1°. Une force qui est appliquée à un corps, qui y est reçue, produit le mouvement, si elle n'est point empêchée ; mais elle ne produit qu'une simple pression sans mouvement, si elle est retenue par un obstacle. 2°. Si elle produit le mouvement, ou c'est par un effort unique & dans l'instant qu'on considère comme indivisible, ou elle le produit successivement à différentes reprises. 3°. Lorsqu'un corps a été mis une fois en mouvement, il le conserve, & la force qu'il a reçue lui demeure appliquée (au moins selon notre maniere de concevoir,) & on peut considérer cette force comme présente à chaque instant de la durée du mouvement & comme

³⁶ A. Firode, *op. cit.*, p. 87. V. Le Ru, mentionne « une conception somme toute très leibnizienne du mouvement », *op. cit.*, p. 57.

³⁷ Nous verrons au chapitre suivant que le contenu du *Traité du mouvement et de la mesure des eaux* est très proche des premiers Mémoires de mécanique rédigés par Varignon dans les années 1692-1693.

³⁸ Le livre de Varignon intitulé *Nouvelles conjectures sur la pesanteur*, Jean Boudot, Paris, 1690, se veut une correction de la théorie cartésienne de la pesanteur, soit implique directement Descartes. Il est publié à une période voisine des Mémoires des années 1692-1693 mais comme le *Traité du mouvement* il n'apporte aucune information sur la question.

renouvellant son effort pour conserver la vitesse qu'elle a communiqué au corps [...] »³⁹. A nouveau, il est question de renouvellement « d'efforts », de discontinuité. Nous avons souligné l'influence que la mécanique de Varignon sur Trabaud (voir *supra*, Partie II ; voir aussi le Chapitre III de cette Partie) ; il n'est pas impossible que cette conception provienne d'une lecture de Varignon, sans pouvoir l'affirmer toutefois. La position occasionaliste de Trabaud pourrait sans doute guider vers la thèse de la création continuée ; rien cependant dans son ouvrage ne permet de confirmer une telle hypothèse.

Finalement, de telles analyses nous révèlent que la conservation d'un mouvement suppose l'existence d'une cause. Selon Varignon, « la force motrice qui a mis le corps en mouvement dans le premier instant, ou quelque'autre force que ce soit » agit à chaque instant de la même manière qu'au premier. Cette conception est loin d'être claire, en particulier que signifie ce « quelque'autre force que ce soit » ? Signalons que l'étude de Guisnée et celle contenue dans le *Traité du mouvement* de Varignon conduisent aux propositions cinématiques galiléennes ; l'analyse se mène abstraitement, le milieu ne joue aucun rôle, cette « autre force » n'a donc pas de rapport avec ce dernier, et on ne peut donc pas l'identifier à l'action continue d'un moteur comme l'impose la continuation d'un “mouvement violent” pour Aristote. Pour Trabaud, un corps « reçoit » une force qui lui « demeure appliquée » et « renouvelle » à chaque instant le mouvement conçu comme une suite d'états discontinus.

2.3 La critique des démonstrations habituelles du principe d'inertie

Outre le rejet des « êtres obscurs » que sont les causes motrices, la critique dalembertienne des démonstrations traditionnelles de la persistance du mouvement à ceci de particulier d'être ciblée ; l'auteur veut en effet montrer l'incohérence de ceux qui conçoivent une force inhérente à la matière tout en faisant leur la conception discontinuiste du mouvement. D'autre part, comme le note A. Firode, la démonstration basée sur la notion d'indifférence pêche par le même défaut que celle recourant à l'inertie en ce sens que, selon D'Alembert, il faut concevoir l'action continuelle d'une cause motrice⁴⁰. Dans ces conditions

³⁹ Trabaud [1741], « Réflexions sur les forces des corps en mouvement, & sur la manière de les comparer », p. 52.

⁴⁰ Voir A. Firode, *op. cit.*, p. 88. Voir *supra*, 2.1.

l'incohérence vaut pour chacun des deux types de démonstrations.

Or, indifférence ou inertie sont les clefs de voûtes des argumentations de Varignon, Guisnée, Trabaud, ceux-là même qui partagent avec D'Alembert cette vision d'un mouvement à chaque instant renouvelé⁴¹.

Guinée :

« axiome 1^{er}

4 un cors est indifferent au mouvement, ou au repos.

Corollaire.

5 d'ou il suit suit (sic) qu'un cors en repos y demeurera eternellement s'il n'est mis en mouvement par quelque force estrangere, et qu'un cors une fois mis en mouvement continura eternellement à se mouvoir s'il n'est aresté par quelque cause estrangere.

6 un cors en repos ne peut donc se mouvoir qu'il ne soit poussé par une certaine force, qui luy fait parcourir un certain espace pendant un certain tems avec une certaine vitesse »⁴².

Varignon/Pujol :

« Definition IV. Ce changement de distance consideré par rapport au corps sur lequel agit la force motrice, est appellé *Mouvement* [...]

Corollaire II. Mais comme un seul & même corps peut changer de distance par rapport à certains corps, sans en changer par rapport à d'autres ; il suit aussi que ce

⁴¹ Notons que des auteurs associent l'inertie et l'indifférence, rendant ainsi superflue l'alternative proposée par D'Alembert, voir en particulier Partie I, Chapitre IV concernant la position de J. Keill. Trabaud précise bien que la notion d'indifférence ne signifie pas absence de résistance : « la résistance impropre laisse produire à la force motrice tout l'effet qu'elle peut produire ; telle est la résistance d'un corps qui est choqué lorsqu'il est en repos, ou lorsqu'étant en mouvement, on fait effort pour lui donner une plus grande vitesse. On a dit dans le premier Livre qu'un corps consideré comme une portion de matiere, étoit indifferent ou indeterminé pour le repos ou le mouvement, qu'il étoit prêt à céder au moindre effort ; ce n'est pas à dire pour cela que la force motrice n'éprouve aucune résistance, lorsqu'elle s'applique à un corps, & qu'il lui soit aussi aisé de mouvoir une grande qu'une petite masse en faisant même abstraction de l'effort de la pesanteur », voir Trabaud, *op. cit.*, « Livre troisième », « Du choc ou de la percussion des corps », p. 213. Dans ces conditions, démontrer la persistance à partir de l'indifférence revient dans le fond à une démonstration où une force permanente (force d'inertie) est présente.

⁴² Guisnée, *op. cit.*, p. 2.

corps peut être en même tems en mouvement par rapport aux uns, & en repos par rapport aux autres [...]

« Axiome III. Il n'est de l'essence d'aucun corps d'être ou toujours en repos, ou toujours en mouvement ; car si cela étoit, ou il se remueroit toujours, ou toujours il se reposeroit, quoi qu'il arrivât : ce qui est faux par l'expérience.

Corollaire I. Donc tout corps est indifférent par lui-même pour le repos ou pour le mouvement.

Corollaire II. Il n'y a donc aucun corps qui puisse se procurer lui-même le moindre mouvement »⁴³.

Trabaud :

« un corps, suivant l'idée qu'on en a, est également susceptible de repos & de mouvement, & l'expérience montre qu'il est indifférent pour l'un & pour l'autre de ces états ; s'il est en repos, il y demeure jusqu'à ce qu'une cause ou puissance l'en retire : s'il est en mouvement, il s'y conserve jusqu'à ce qu'un obstacle insurmontable l'arrête & détruit sa vitesse »⁴⁴.

La notion d'indifférence fonde un énoncé du principe d'inertie. On constate au passage que Varignon/Pujol définit la relativité du mouvement (cor. II de la définition IV) et qu'il mentionne l'impossibilité d'un mouvement spontané à partir du repos (cor II de l'axiome III) : implicitement, par cette relativité, le mobile ne change pas par lui-même son état ; on retrouverait cet implicite présent chez D'Alembert lors de son énoncé du corollaire II de la loi I (voir *supra*). Nous avons rencontré cette notion à plusieurs reprises, essentiellement chez des auteurs de la seconde moitié du XVII^{ème} siècle (voir *supra*, Partie I, Chapitre II) ; elle semble suffisamment ancrée dans les mentalités au point d'apparaître jusqu'en 1741 (Trabaud) ; à cet égard, la critique de D'Alembert s'exerce à l'encontre de thèses contemporaines.

Concernant les preuves basées sur la force d'inertie, nous notons la position occasionaliste de Trabaud ; cette force n'est pas un être, une cause seconde, mais découle directement de la volonté du Créateur. Finalement, si on conserve l'appellation pour rendre

⁴³ Varignon/Pujol [1725], p. 3.

⁴⁴ Trabaud, *op. cit.*, p. 38.

compte du phénomène, ce n'est justement qu'au titre de nom, sans prétendre douer la matière d'une réalité dynamique⁴⁵.

La position de Varignon est plus difficile à cerner, le savant se montrant toujours discret concernant ses positions philosophiques. Malgré tout, ses écrits offrent le témoignage évident de l'influence de la mécanique newtonienne et de son axiomatique. Le travail de retranscription de la mécanique newtonienne, l'absence de prises de positions sur les questions philosophiques contemporaines ; autant d'éléments pouvant inciter un lecteur comme D'Alembert à voir la mécanique de Varignon comme un prolongement de la dynamique de Newton ; à tel point que la critique portée à l'encontre des concepts de l'Anglais, en particulier concernant l'inertie, puisse aussi s'appliquer à ceux de Varignon.

Dans son livre de statique de 1725, Varignon énonce la réciprocité de l'action lors d'un choc impliquant un corps au repos ; d'après le contexte newtonien, ce caractère mutuel de l'action semble difficilement envisageable sans le recours à la force d'inertie⁴⁶. D'autre part, Varignon fait dépendre la conservation d'un mouvement de « la force motrice qui a mis le corps en mouvement dans le premier instant, ou quelque autre force que ce soit, agissant toujours sur le même corps dans le 2^e. 3^e. instant, &c. de la même manière que dans le premier, fournit continuellement au corps mû de nouveaux mouvements, pour remplacer les précédents qui s'évanouissent »⁴⁷. Cette « force motrice », comme nous le remarquons pour Traubaud, est « reçue » par le corps et lui permet de perdurer dans son mouvement (voir *supra*, 2.3) ; elle peut tout aussi bien s'apparenter à la *vis insita* newtonienne. Autrement dit, la cause qu'entend introduire Varignon comme origine d'une persévérance s'identifierait finalement à une force d'inertie, et serait ainsi une cible de la critique de D'Alembert.

Conclusion

Ces écrits de Guisnée ou Varignon soulèvent plus de questions qu'ils n'apportent de réponses, en particulier, qu'entendent-ils par cette « force motrice » agissant en permanence ? Au moins peut-on noter que la conception discontinue du mouvement chez D'Alembert se rencontre aussi dans des travaux de ses aînés et contemporains ; elle implique, pour pallier l'« évanouissement » des vitesses, l'action permanente d'une cause motrice. Si,

⁴⁵ Voir conclusion de la première partie.

⁴⁶ Voir *supra* Partie II.

⁴⁷ Varignon/Pujol [1725], p. 4.

en ce sens, le raisonnement de Varignon semble contenir une partie de la démonstration de D'Alembert (voir *supra*, axiome VI), il faut noter que l'influence newtonienne sur Varignon ne rend pas impensable de rattacher cette « force motrice » à la *vis insita* ; après le refus opposé à la démonstration varignonienne de la composition de mouvements⁴⁸, celle du principe d'inertie basée sur la notion d'indifférence et/ou sur la force d'inertie fait les frais de cette volonté d'« applanir l'abord »⁴⁹ de la mécanique. Sans prétendre que D'Alembert subisse l'influence directe de ces savants, ces derniers nous informent de l'existence d'une définition particulière du mouvement et de démonstrations du principe qu'on rencontre dans la science française.

Cette discontinuité apparaît aussi lors d'une chute libre, à chaque instant une « force motrice » produit une nouvelle vitesse, les précédentes « s'évanouissant ». Cette analogie dérive sans doute du projet de fédérer la statique, la cinématique et la dynamique autour d'un « principe général » énoncé en 1692. Nous analysons ce principe dans le chapitre suivant.

⁴⁸ Voir *supra*, Partie II.

⁴⁹ D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », p. iv. D'Alembert [1743], « Préface », p. iv.

Chapitre II

Mathématisation de la force dans la science française à la fin du XVII^{ème} et au début du XVIII^{ème} siècle : le cas de Pierre Varignon

Introduction

Des passages du « Discours préliminaire » ou des articles de la première partie du *Traité de dynamique* renvoient l'image d'un D'Alembert se situant au-dessus de la mêlée, d'un lecteur passant par le fil du rasoir du scepticisme des thèses de ces prédécesseurs ou contemporains. En particulier, on connaît sa critique de cet « obscur » concept de force qui conduit à ce qu'A. Firode nomme un « paradoxe », à savoir l'élaboration d'une dynamique sans force¹. D'Alembert rejette l'interprétation dynamiste du principe fondamental de la dynamique, « principe appuyé sur cet unique axiome vague & obscur, que l'effet est proportionnel à sa cause »², pour n'en retenir que le rapport mathématique d'une variation de vitesse à un incrément de temps et ne conférer alors à un tel rapport que le statut de simple définition, celle de la « force accélératrice »³. La comparaison de deux forces sera celle de leurs effets, « sans examiner si l'effet est réellement comme sa cause, ou comme une fonction de sa cause », examen « entièrement inutile, puisque l'effet est toujours donné indépendamment de la cause, ou par expérience, ou par hypothèse »⁴.

¹ A. Firode, *op. cit.*, p. 22.

² D'Alembert [1758], « Discours préliminaire », p. xij.

³ D'Alembert [1758], I, I, « Remarques sur les forces accélératrices, & sur la comparaison des forces entr'elles », Remarque I (art. 22) p. 25 : « Pour nous, sans vouloir discuter ici si ce principe est de vérité nécessaire ou contingente, nous nous contenterons de le prendre pour une définition, & d'entendre seulement par la mot de force accélératrice, la quantité à laquelle l'accroissement de la vitesse est proportionnel ». Voir D'Alembert [1743], I, I, « Du mouvement accéléré ou retardé », Remarque I (art. 19), « Sur les forces accélératrices », pp. 19-20. Sur la critique dalembertienne du principe fondamental, nous renvoyons à A. Firode, *op. cit.*, ch. II p. 36-42 ainsi qu'à V. Le Ru, *Jean Le Rond D'Alembert philosophe, op. cit.*, ch. VI p. 93-98.

⁴ D'Alembert [1758], I, I, « Remarques sur les forces accélératrices [...] », Remarque I (art. 22) p. 26. Voir aussi D'Alembert [1743], I, I, « Du Mouvement accéléré ou retardé », Remarque I (art. 19), « Sur les forces accélératrices », p. 20.

Pour autant le principe devient légitime une fois la « conception substantialiste et causale de la force »⁵ bannie ; il exprime simplement « l'équation différentio-différentielle de la courbe » reliant l'espace au temps pour un mouvement quelconque⁶. Autour de cette « équation » gravitent alors deux groupes de réflexions distincts. Le premier contient un développement sur le statut modal du principe fondamental de la dynamique, sa nature contingente ou nécessaire : D'Alembert rejette cette alternative et, comme nous le notions, ne voit dans l'équation $\varphi dt = +/- du$ qu'une simple définition de la « force accélératrice ». Le second offre un développement technique en reliant l'équation à une interprétation mathématique des courbes, D'Alembert distinguant la « courbe rigoureuse » de la « courbe polygone ».

« Courbes rigoureuses », « courbes polygones ». Cette distinction peut renvoyer à une différence de mathématisation sans pour autant que lui corresponde des réalités physiques quant aux modes d'action de la force ; ces types de courbes peuvent être des artifices mathématiques ou rendre compte d'actions physiques continues ou discontinues. La position de D'Alembert sur ce sujet semble assez claire. Une « puissance accélératrice » donne au mobile « une suite de petits coups égaux & réitérés ; & la somme de ces petits coups est égale au coup unique, que la même puissance est censée donner au corps dès le commencement de l'instant [...] dans l'hypothèse de la courbe polygone »⁷. Pour autant, ces « petits coups » ou ce « coup unique » renvoient seulement à une mathématisation, D'Alembert adoptant une attitude sceptique quant à notre possibilité de connaître l'origine de la gravité : « on dira peut-être que la nature de la pesanteur n'est point d'agir à chaque instant, mais de donner de petits coups finis qui se succèdent comme par secousses dans un intervalles de tems finis, quoique très-petits : mais on sent bien que cette supposition est purement arbitraire ; & pourquoi la pesanteur agiroit-elle ainsi par des secousses & non pas par un effort continu & non-interrompu ? On ne pourroit tout-au-plus admettre cette hypothèse que dans le cas où l'on regarderoit la pesanteur comme l'effet de l'impulsion d'un fluide ; & l'on sait combien il est douteux que la pesanteur vienne d'une pareille impulsion, puisque jusqu'ici les

⁵ A. Firode, *op. cit.*, p. 39.

⁶ D'Alembert [1758], I, I, Corollaire IV (art. 20) p. 22 ; voir aussi note 5 de Bezout, p. 24. D'Alembert [1743], I, I, Corollaire III (art. 17) p. 17. L'équation peut se décliner sous les formes $\varphi dt^2 = +/- dde$, $\varphi dt = +/- du$ ou $\varphi de = +/- udu$.

⁷ D'Alembert [1758], « Remarques sur les forces accélératrices [...] », Remarque IV (art. 25) pp. 30-31.

phénomènes de la pesanteur n'ont pû s'en déduire, ou même y paroissent contraires »⁸. Autrement dit, la technique mathématique ne paraît pas sous-tendue par un système du monde.

Concernant ces méthodes d'approximations des courbes, D'Alembert ne se coupe pas d'une tradition d'études des « forces centrales » dont Varignon est un des protagonistes essentiels. D'Alembert met en garde les « Géomètres » concernant la nécessaire distinction « des courbes polygones & des courbes rigoureuses, dans l'estimation des effets des forces accélératrices & dans la comparaison de ces effets entr'eux »⁹; l'œuvre de Varignon témoigne de la même prise de conscience qu'il exprime dans sa correspondance avec Leibniz et J. I Bernoulli et dans différents Mémoires.

D'autre part, il n'est pas sûr que tous les représentants de la science française conçoivent l'équation des forces accélératrices comme une simple définition. Pour Varignon, elle provient d'une analyse mathématique inspirée de passages des *Principes* de Newton et de l'algorithme leibnizien ; s'il ne s'agissait que de cela, l'équation ne mettrait en évidence qu'un rapport qui, en retour, comme pour D'Alembert, définirait la force. Mais Varignon fait aussi dériver sa mathématisation du premier « axiome » de sa *Nouvelle mécanique* de 1725, à savoir que « les effets sont toujours proportionnels aux causes ». Si sa force n'est pas une substance leibnizienne et si elle se rapproche davantage d'une entité mathématique, il faut noter qu'à travers cet axiome Varignon en fait la clef de voûte de toute sa mécanique, la notion première. Comme nous le remarquons dans la partie précédente, les propos de Newton réduisant l'explication des phénomènes à la recherche de leurs causes (forces) pourraient se retrouver sous la plume de Varignon.

Dans ce qui suit, nous abordons la dynamique de Varignon en deux temps. Tout d'abord, nous montrons que l'« axiome » de proportionnalité de l'effet à sa cause constitue en effet la pierre angulaire de cette mécanique ; il semble provenir de la statique et enraciner l'émergence du concept de force dans la science des machines. Une fois la mathématisation du concept acquise, nous nous interrogerons sur le statut modal que Varignon confère au principe fondamental de la dynamique en complétant cette analyse par

⁸ *Encyclopédie*, art. « Forces accélératrices » tome 7, p. 116.

⁹ D'Alembert [1758], I, I, « Remarques sur les forces accélératrices [...] », Remarque V (art. 26), p. 32 ; D'Alembert [1743], I, I, Remarque II « Sur la comparaison des forces accélératrices entr'elles » (art. 20), pp. 22-23.

des écrits de Fontenelle. Ensuite, nous nous intéresserons aux modèles d'approximations de courbes qui permettent de déterminer l'expression de forces centrales et auxquels Varignon consacre deux Mémoires ; il nous semble être le premier à publier des formules analytiques de forces basées sur des méthodes osculatrices. Finalement, à travers ces différentes techniques, Varignon reconduit ce que l'historiographie reconnaît comme la dualité du concept de force newtonien¹⁰ ; en ce sens, ce projet de refonte analytique des *Principes* de Newton que Varignon entreprend à la fin du XVII^{ème} siècle tient plus d'un changement stylistique que conceptuel.

Concernant le statut nécessaire ou contingent du principe fondamental de la dynamique, D'Alembert ne mentionne dans son *Traité* que les positions de D. Bernoulli et Euler¹¹. Varignon ne s'exprime jamais explicitement sur ce sujet, même si on peut estimer qu'il lui confère un statut de loi nécessaire. De son côté, Fontenelle entendra établir la loi de Galilée sans recourir à l'expérience. Nous aurons l'occasion de noter que D'Alembert est un lecteur avisé de ces parties historiques rédigées par le Secrétaire perpétuel ; on peut envisager qu'il connaisse une telle prise de position. Quoi qu'il en soit, il existe dans la science française des opinions bien tranchées sur ce sujet, opinions contraires aux thèses de D'Alembert ; sans prétendre que sa critique s'exerce aussi à l'encontre de certains de ses condisciples académiciens, au moins relève-t-on l'existence de ce genre de questions au sein de l'Académie.

Enfin, nous soutiendrons que D'Alembert s'inspire des travaux de Varignon relatifs aux forces centrales et à leur comparaison, en particulier d'un Mémoire de 1706.

Pourquoi n'examiner que le seul cas de Varignon ? Le plan proposé suit les deux groupes de réflexions distinctes menées par D'Alembert concernant l'équation $\phi dt = +/- du$: qu'il s'agisse de la proportionnalité de l'effet à sa cause énoncée comme axiome premier de la mécanique ou d'analyses de techniques de calculs de forces centrales, nous voici en présence de thèmes discutés par D'Alembert. Certes, la critique des « Geomètres » qui érigent l'équation comme principe ne vise pas exclusivement Varignon et de nombreux mécaniciens

¹⁰ Voir, entre autre, R. Westfall, *op. cit.*, Chapitre VII, « Newton and the Concept of Force », pp. 323-423 ; I. B. Cohen, Newton's Second Law and the Concept of Force in the Principia, dans *The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton, 1666-1966*, R. Palter (éd.), MIT Press, 1970, pp. 143-186.

¹¹ D'Alembert [1758], I, I, « Remarques sur les forces accélératrices [...] », Remarque I (art. 22), p. 25 ; D'Alembert [1743], I, I, Remarque II « Sur les forces accélératrices » (art. 19), p. 19.

français invoquent l'axiome telle une litanie. Malgré tout, Varignon est l'auteur de la quasi intégralité des Mémoires académiques de mécanique analytique publiés entre 1700 à 1720. D'autre part, nous évoquions dans la partie précédente, et nous le soulignerons à nouveau dans le chapitre III qui suit, le rôle important que le traité de statique de Varignon a pu jouer dans l'élaboration du principe de D'Alembert ; ceci invite en retour à examiner si cette influence est circonscrite à la seule science de l'équilibre.

I-« Les effets sont proportionnels à leurs causes », ou comment mathématiser la force

1.1 Les origines cartésiennes de l'axiome de Varignon

D'Alembert critique, à l'occasion de l'examen de la question de la force vive ou du fondement du principe fondamental de la dynamique, l'« axiome » de proportionnalité de la cause à l'effet. On rencontre la formule chez bon nombre d'auteurs et les mécaniciens au tournant des XVII^{ème} et XVIII^{ème} siècles en font l'instrument de mathématisation de la force. Varignon le donne comme « premier axiome » dans sa *Nouvelle Mécanique* de 1725.

-Descartes : « l'effet doit toujours être proportionné à l'action qui est nécessaire pour le produire »¹² ; cet énoncé fonde le principe de statique cartésien (voir *supra*, Partie I, Chapitre I pour ce principe).

-Wallis : « Effectus sunt, causis suis adaequatis, proportionales »¹³.

Wallis en fait la même utilisation que Descartes, et l'origine de la maxime érigée en « proposition » dérive probablement d'une lecture du français¹⁴. Pour l'un comme pour

¹² Lettre à Constantin Huygens, 5 octobre 1637, AT I, p. 438 ; voir aussi Lettre à Mersenne du 13 juillet 1638, AT II, p. 228.

¹³ Wallis, *Mechanica sive de Motu*, dans *Opera Mathematica*, *op. cit.*, tome I, chap. I, prop. VII p. 584.

¹⁴ Wallis utilise en effet le principe de statique de Descartes (voir chap. II prop. VII pp. 598-599 et chap. II proposition V, p. 597 : « [...] Virium Motricium quarumcunque Progressus Regressusve, pollent, in ratione, quae, ex ratione Virium, & Progressuum Regressuumve secundum lineam Directionis Virium aestimatorum, componitur ») en se référant aussi à la proportionnalité cause-effet (voir Wallis, chap. II, démonstration de cette proposition V en faisant appel à la prop. VII de proportionnalité de l'effet à sa cause du chap. I.)

l'autre, la proportionnalité permet de quantifier une « action » ou « force »¹⁵. Si Descartes évinçait la vitesse de son évaluation, Wallis ou Poisson ne le suivent pas et font se côtoyer une tradition galiléenne et une tradition cartésienne¹⁶. Cette « proposition » permet à Wallis de proportionner « l'empêchement » (un poids élevé) à une « cause motrice » agissant dans le temps¹⁷.

Malebranche : « Ce produit [de la masse par la vitesse] exprime aussi la quantité de la force mouvante actuellement appliquée à produire le mouvement. Puisque les effets sont en proportion avec les forces qui les produisent »¹⁸.

Fontenelle : « Les forces sont toujours proportionnelles aux effets qu'elles produisent »¹⁹.

Varignon : « Les effets sont toujours proportionnels à leurs causes ou forces productrices, puisqu'elles n'en sont les causes qu'autant qu'ils en sont les effets, & seulement en raison de ce qu'elles y causent »²⁰.

¹⁵ Pour le principe de statique, voir note précédente. Concernant les mouvements accélérés et retardés, l'application continue d'une même « force motrice » produit dans des intervalles de temps égaux des vitesses égales ; autrement dit, à même cause, même effet. Voir chap. X, prop. II p. 993 : « Intelligatur enim Causa Motrix aliqua, uno Temporis momento, Mobili imprimere gradum Celeritatis ut I [...] Eadem vero Causa, similiter agens, secundo item Momento applicata, tantundem efficient ; per prop. 7. cap. I ». Sur le concept de force motrice chez Wallis, nous renvoyons au chapitre I de la partie II.

¹⁶ Sur le principe statique de Galilée, voir chapitre I, partie II. On voit en effet que Wallis peut entendre indifféremment la cause motrice comme produisant une vitesse ou une élévation de poids. C'est aussi le cas de N. Poisson, *De la Mécanique composé par Monsieur Descartes. De plus l'abrégé de musique du mesme Auteur mis en François. Avec les éclaircissemens nécessaires*, Charles Angot, Paris, 1668, p. 21 : « Ce que Monsieur Descartes dit à l'égard de l'espace, est aussi véritable à l'égard du temps ou de la vitesse ». Aussi Poisson se propose-t-il de « reconcilier ces deux grands hommes », à savoir Descartes et Galilée, voir pp. 21-22.

¹⁷ Nous renvoyons à nouveau au Chapitre I, Partie II.

¹⁸ Malebranche, *Des lois* [1692], OCM tome XVII-1, *op. cit.*, p. 59. Texte présent dans les deux dernières éditions de RDV.

¹⁹ Fontenelle, *Du mouvement des eaux*, HARS 1703 [1705], p. 125. La formule apparaît à de nombreuses reprises sous la plume de Fontenelle. Ainsi, *Sur les forces centrifuges*, HARS 1700 [1761, seconde édition], p. 92 ; *Sur une théorie générale des mouvements, soit uniformes, soit variés à discrétion*, HARS 1707 [1730], p. 134 ; *Sur la force des corps en mouvement*, HARS 1728 [1753], p. 75.

²⁰ Varignon [1725], *op. cit.*, tome I, Axiome I p. 4.

Varignon/Pujol : « Les effets sont proportionnels à leurs causes, puisqu'elles ne sont causes qu'autant qu'elles produisent des effets »²¹.

Guisnée : « les effet sont proportionnels aux causes car 2. produit le double 1. &c. »²².

Bomie : « Supposition premiere. Je suppose [...] que les effets sont proportionnels à leurs causes, c'est-à-dire, que si une certaine force cause un mouvement comme (m), le double de cette force causera (2m), le triple (3m) &c. & cela suivant la direction de cette force »²³.

Privat de Molières : « Il n'y a point d'effet sans cause, & l'effet est égal à la cause qui le produit »²⁴.

Trabaud : « une force constante produit pendant des instans égaux des degrez égaux de vitesse. La force variable communique pendant des instans égaux des degrez inégaux de vitesse : or quelle que soit la loi qui regle l'action de la puissance, les degrez de vitesse sont proportionnels à ses efforts ; un effort double communique au corps une vitesse double, un effort triple est suivi d'une vitesse triple. Suivant l'axiome universellement reçu, *Les effets sont proportionnels aux causes qui les produisent* »²⁵.

Nous avons suffisamment signalé l'influence de Varignon sur les écrits de Privat de Molières, Guisnée, et Trabaud ; pour ces deux derniers, la maxime prend la forme d'un « axiome » et ceci provient très certainement du statut que lui confère Varignon. Ce qui figurait dans les raisonnements de Descartes et Wallis se rencontre à nouveau pour des

²¹ Varignon/Pujol, *Traité du mouvement et de la mesure des eaux coulantes et jaillissantes*, *op. cit.*, Axiome II, p. 2.

²² Guisnée, *Traité du mouvement local*, *op. cit.*, p. 13. Descartes soutient que son principe statique, qui repose sur la proportionnalité de l'effet à sa cause, n'est pas de nature empirique et écrit que pour l'admettre « il ne faut sçavoir que compter jusqu'à deux [...] », voir Lettre à Mersenne, 12 Septembre 1638, AT II, p. 358.

²³ Bomie, *Des Forces Centripetes & Centrifuges, considérées en général dans toutes sortes de Courbes, & en particulier dans le Cercle*, MARS 1707 [1730], p. 479.

²⁴ Privat de Molières, *Explication physique et mécanique du choc des corps à ressort*, MARS 1726 [1753], *op. cit.*, « Demande I », p. 7. Ainsi, « le débandement du ressort, étant une suite de son bandement, le ressort ne peut se débander avec une force plus grande que celle qu'il a acquise durant sa compression », *ibid.*, p. 10.

²⁵ Trabaud, *op. cit.*, p. 39.

auteurs du début du XVIII^{ème} siècle : cet axiome constitue le socle sur lequel se fonde une mathématisation de la force, qu'il s'agisse d'actions comprises comme une impulsion ou une force accélératrice.

Varignon illustre bien ceci. Nous remarquons que sa *Nouvelle Mécanique* contenait un « Avertissement » dans lequel l'auteur introduisait son concept de force. L'axiome énonçant la proportionnalité de la « force productrice » à son effet trouve une illustration à travers l'exemple du choc de corps durs où la « force ou puissance motrice » de « l'Agent » (différente de la quantité de mouvement de ce même « Agent ») s'identifie au mouvement « imprimé », « communiqué » ou « reçu » à/par un autre corps²⁶. L'axiome introduit par Varignon provient sans doute de la mécanique de Descartes et de celle de Wallis²⁷. Quoi qu'il en soit, on le trouve dès ses premiers écrits académiques, sans pour autant

²⁶ Varignon [1725], *op. cit.*, tome I pp. 9-10.

²⁷ Nous remarquons que dans son introduction du *Projet d'une nouvelle mécanique* de 1687, Varignon se référerait aux statiques de Descartes et Wallis, voir *supra* Partie II.

Des thèses soutenues sous la direction de Varignon mentionnent cet « axiome » en le rattachant au principe statique de Descartes, voir en particulier *Theses mathematicae de viribus machinorum*. Propugnabuntur à Carolo Frederico Du Four, Parisano, die Jovis 8. Januarii M.DC.XCIX. Horâ post Meridiem secundâ. Arbitr erit Petrus Varignon, Regiae Scientiarum Academiae Socius, Philosophiae Lector Regius, et Mathematiceos Professor. In Collegio Mazarinaeo, M.DC.XCIX, p. 19 ; voir aussi *Theses mathematicae de viribus machinorum*. Propugnabuntur à Barth. Anton. Francisco Ferret du Tymeur, Rhedonensi, Die Divo Bartholomaeo Sacrà 24. Augusti An. Dom. M. DCC.IV. Horâ post Meridiem secundâ. Arbitr erit Petrus Varignon, Regiae Scientiarum Academiae Socius, Philosophiae Lector Regius, et Mathematiceos Professor, p. 19. Ces deux textes contiennent des paragraphes absolument identiques définissant la « force motrice » (« quae generatim est motûs efficiendi potentia ») dont un exemple est la gravité ; le « moment » (« virtutis motricis efficacitatem ») qui dépend de la disposition d'un poids sur une machine ; puis où on rencontre l'énoncé du « principe » (« effectus sunt causis proportionales ; siquidem hae eatenûs tantûm causae sunt, quatenûs effectus producunt »), la « force » (cause), se voyant proportionnée à l'élévation du « grave » sur une certaine hauteur, séquence se terminant par la mention « Cartesio *Epist.* 73. Tom. 1 » ; cette référence correspond à l'édition de la correspondance de Descartes par Clerselier. Les auteurs utilisent cependant la notion de « moment » comme tendance au mouvement lors de l'énoncé de propositions galiléennes relatives aux plans inclinés (« *Momentum ponderis super plano inclinato ad momentum suum totale, seu nisum ponderis secundûm plani longitudinem ad totam ejus gravitatem, esse perpendicularum plani inclinati ad impsum planum*, voir Du Four qui cite Galilée et Torricelli, p. 31 ; voir Ferret, pp. 32-33). Comme nous le constatons avec Wallis, et comme nous le remarquerons avec Varignon, le « moment » peut tout à la fois s'identifier à la quantité poids-hauteur ou poids-vitesse ; la force motrice peut alors s'interpréter comme produisant cette seconde quantité.

que l'auteur lui confère un sens explicitement dynamique²⁸ et de manière implicite dans son *Projet d'une nouvelle mécanique* de 1687. Le premier axiome de cet ouvrage reformule celui de la *Nouvelle Mécanique* de 1725. En 1687, Varignon écrit que « les espaces que parcourt un même corps, ou des corps égaux dans des tems égaux, sont entr'eux comme les forces qui les meuvent », et réciproquement²⁹ ; l'axiome de proportionnalité sous-tend cet énoncé si on garde à l'esprit que Descartes associe la force au déplacement du poids et si on se remémore que Wallis égalait l'application de la force motrice pendant un certain temps au déplacement d'un poids. D'autre part, à la suite de l'axiome de 1725, Varignon donne l'axiome VI quasiment identique au premier axiome de 1687³⁰. Nous retrouverions alors le socle axiomatique cartésien tel que Wallis le relit et le greffe à la science galiléenne. En effet, le temps, s'il n'apparaît pas dans le principe cartésien, figure chez l'anglais et il semble bien que ce soit à Galilée qu'il faille en rattacher la présence. Autrement dit, les racines de la dynamique de Varignon prendraient terre dans une statique inspirée par Descartes et Galilée.

Les premiers écrits académiques de Varignon rendent compte de ce mélange du principe cartésien avec la science galiléenne, et témoignent de la recherche d'une unité dans l'énoncé d'une science mécanique, unité réglée par l'axiome de proportionnalité autour duquel graviterait tout à la fois la cinématique, la statique et la dynamique. L'axiome a pour

²⁸ Voir Varignon, *Démonstration de l'opinion de Galilée touchant les espaces que parcourent les corps qui tombent*, Séance du 19 janvier 1692, P. V. Acad. t. 13. f° 76r.-77v. Galilée suppose les vitesses de chute comme les temps et de là prouve que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps, « mais il ne l'a prouvé que par induction, et non en general », f° 76r. A l'aide d'un triangle rectangle dont la hauteur représente les temps, la base la vitesse de chute ; Varignon considère que la somme de toutes les parallèles à la base exprime la somme de toutes les vitesses que le corps acquiert durant le temps de chute. « Or ces lignes étant supposez indéfiniment prez les unes des autres, il est évident que leurs sommes sont comme les surfaces des triangles », f° 77r. « La somme des vitesses que ce corps a en tombant dans le temps AB, est a ce qu'il a en tombant dans le temps AM &c. comme ABC à AMN &c. C'est à dire (à cause que ces triangles sont semblables) comme le carré de AB au carré de AM &c. Ainsy les sommes des vitesses qu'un corps a dans tous les Instans de sa chute sont comme les carrés des temps qu'il employe à tomber. Or (les effets étant toujours proportionnels à leurs causes) il est évident que les espaces que les corps parcourent en tombant, sont comme [les] sommes de ces vitesses donc ils sont aussy comme les carrés des temps que ces corps employent à tomber », f° 77v.

²⁹ Varignon [1687], *op. cit.*, pp. 1-2.

³⁰ Varignon [1725], *op. cit.*, Axiome VI, p. 5 : « les vitesses d'un même corps, ou de corps de masses égales, sont comme les forces motrices qui y sont employées, c'est-à-dire qui y causent ces vitesses ; réciproquement » etc..

pendant le concept de force et ce couple axiome-force devient la clef de voûte du projet de Varignon, celui qui habite toute son œuvre, et qui se définirait par ce souci constant de remonter aux causes des phénomènes. En effet, bien avant la lecture de Newton, remonter aux premiers principes revient pour Varignon à rechercher des causes productrices des mouvements ; ambition qui s'amplifiera lorsque le savant aura sous les yeux les *Principes* de l'anglais³¹.

La mécanique des années 1692-1693 s'ordonne autour d'un « principe » d'où dérive des « règles générales ». Avant d'examiner ces travaux, il importe de signaler que tout en ayant formulé analytiquement le concept de force accélératrice, Varignon ne reniera pas pour autant ces premières recherches mais, tout au contraire, les utilisera dans des Mémoires rédigés entre 1700 et 1707 ; le corpus devrait ainsi représenter une unité conceptuelle.

1.2 Les premiers écrits dynamiques

1.2.1 Le « principe » de 1692-1693

Le « principe » ou « Règle fondamentale de tous les mouvemens imaginables » de ces premières années s'énonce comme suit : « *Dans toutes sortes de mouvemens, soit qu'ils se fassent en roulant ou en glissant, soit en ligne droite ou en ligne courbe, soit que ces mouvemens soient uniformes, ou accelerez ou retardez, dans toutes les proportions & dans toutes les variations imaginables ; la somme des forces qui font le mouvement dans tous les instans de sa durée, est toujours proportionnelle à la somme des chemins ou des lignes que parcourent tous les points du corps mû* »³². Varignon ne se préoccupe que du « glissement »,

³¹ Selon Varignon, Descartes et Wallis « se sont [...] plus attachez à prouver la nécessité de l'équilibre, qu'à montrer la manière dont il se fait », cette dernière passant par la prise en compte de forces dont le principe de composition unifie toute la science statique, voir Varignon [1787], « Préface » (non paginée), voir *supra*, partie II. Rappelons le propos de Newton figurant dans sa préface de 1687 : « toute la difficulté de la philosophie semble consister à rechercher les forces de la nature à partir des phénomènes des mouvements qu'elles produisent, et à démontrer ensuite d'autres phénomènes à partir de ces forces », voir *Les Principia de Newton*, trad. M.-F. Biarnais, *op. cit.*, p. 14.

³² Varignon, *Regles du mouvement en général*, 31 décembre 1692, MARS 1666-1699 tome X, p. 226. Ce principe figure aussi chez Guisnée, *Traité du mouvement local*, *op. cit.*, p. 15 : « Theoreme 5^e dans tous les mouvemens imaginables, soit qu'ils se fassent en roulant, ou en glissant, soit qu'ils soient uniformes, accelerez, ou retardés, les sommes des forces sont proportionnelles aux quantités de

c'est-à-dire du mouvement de translation : des « lignes », il ne conservera donc que celle du centre de gravité du corps. La somme des forces ne représente rien d'autre que celle des vitesses, celles-là même dont la "globalité" rendent compte d'un espace total franchi³³. Souvenons-nous que Varignon interprète le mouvement rectiligne uniforme comme une succession d'états, chacun requérant à chaque instant une « force » égale à celle ayant mis le mobile en mouvement, comme si ce mouvement recommençait sans cesse (voir chapitre précédent). Une telle conception s'applique aussi au cas de la chute libre ; si la gravité agit à chaque instant, la « force » instantanée s'identifie pour sa part à une vitesse cumulée, non à un incrément³⁴.

a-Origine statique et application du « principe »

Pour rechercher les origines de cette « Règle », il faut se tourner du côté de la science des machines. Rappelons d'abord que le principe statique cartésien associe « force » et déplacement. D'autre part, la proportion associant la combinaison d'une force et d'un temps au déplacement d'une masse semble reproduire la mathématisation de la force motrice de Wallis. Or, l'application de la « Règle », en supposant la « force uniforme » (entendre un mouvement uniforme), donne à Varignon l'occasion de retrouver le principe statique

mouvement.

démonstration

30. la quantité de mouvement est produite par la somme des forces. donc (n° 25) les sommes des forces sont proportionnelles aux quantités de mouvement C. Q. F. D ». La quantité de mouvement revient au produit d'une masse par une distance parcourue. L'article « n°25 » énonce l'axiome de proportionnalité des effets aux causes.

On le trouve aussi chez Varignon/Pujol, *op. cit.*, p. 12 :

« principe general de tous les Mouvements possibles :

« Quelques (sic) soient les mouvements d'un corps, soit qu'ils se fassent en ligne droite ou en ligne courbe quelconque, soit qu'ils soient uniformes ou bien accelerez, ou retardez en quelque proportion que l'on voudra, soit que le corps se meuve en roulant ou en glissant ; en un mot de quelque maniere qu'ils soient variez, *la somme des forces partielles qui répondent à chaque instant du mouvement, est toujours proportionnelle à la somme des voies décrites par chaque point du corps mû* ».

Ces deux auteurs, comme Varignon, ne traitent que du glissement ; les analyses qu'ils proposent du mouvement suivent en tous points celles de Varignon présentent dans les Mémoires des années 1692-1693. Nous ne les mentionnerons qu'en complément lorsque cela s'imposera.

³³ Voir précédemment note 26 concernant la chute libre : « il est évident que les espaces que les corps parcourent en tombant, sont comme [les] sommes de ces vitesses »

³⁴ Voir *infra*.

cartésien. Ainsi, « lorsque les forces a & b, demeurant toujours les mêmes, c'est-à-dire uniformes, font glisser les corps M & N, dont les masses sont e & g, par les espaces f & h, pendant les temps c & d, il est toujours vrai que $ac.db :: ef.gh$ » ; ceci donne, avec $a=b$, $c.d :: ef.gh$, qui « est là le fondement général de toute la Statique de Descartes » ; ou encore, pour des temps égaux, $a.b :: ef.gh$, « qui peut encore servir de principe pour démontrer les machines à la maniere de Descartes »³⁵.

Descartes mentionnait des poids que Varignon substitue par des « masses » : il définit ainsi la proportion entre une force et la quantité de mouvement qu'elle produit. D'autre part, comme pour Wallis et Poisson, Varignon introduit la durée dans un principe qui ne respectera donc plus la formulation cartésienne. Et, en effet, la différence entre l'énoncé cartésien et l'énoncé galiléen n'est apparemment à ses yeux que formelle. Ainsi, en prenant les vitesses $x.z :: fd.hc$, l'égalité des forces $a=b$ donne $g.e :: x.z$, et « l'équilibre se trouve donc encore toujours dans une machine où l'on fait $g.e :: x.z$. Et c'est là ce que Galilée a pris pour le premier principe de Statique »³⁶. Finalement sa « Règle fondamentale » vient unifier deux principes statiques différents.

b-Application à la cinématique

Dans ce texte, la « force mouvante » ou simplement « force » s'applique continuellement (les « *forces qui font le mouvement dans tous les instans de sa durée* » précise le « principe », indépendamment du type de mouvement) ; puisque la force des machines produit une quantité de mouvement, la cinématique (sans machine) peut très bien conserver la même appellation de « force mouvante » pour ce qui n'est qu'un simple mouvement. De cette unité, au moins terminologique, un autre Mémoire s'en fait l'écho : « M. Varignon a donné un principe general pour toute sorte de mouvemens ; & afin de faire voir l'usage & la fécondité de ce principe, il en a fait application au *Traité De motu aequabili* de Galilée, & il en a tiré une règle pour les mouvemens uniformes qui comprend en général tous les rapports que l'on peut imaginer entre les *forces* mouvantes, entre les *masses* des corps mûs, entre les *espaces* parcourus, entre les *tems* employez à parcourir ces espace, & entre les *vitesses* de ces corps »³⁷. Le principe, tirant son origine de la science des machines, vient

³⁵ Varignon, *Regles du mouvement, op. cit.*, pp. 226-227.

³⁶ *Ibid.*, p. 231.

³⁷ Varignon, *Regles des mouvements accelerez suivant toutes les proportions imaginables d'accélérations ordonnées*, 31 mai 1693, MARS 1666-1699, tome X , p. 339.

fonder une cinématique comme l'indique la référence à la première partie des *Discours* de Galilée. On retrouve alors le projet d'une unification de la science du mouvement avec toutes ses composantes (statique, cinématique) autour d'une maxime commune. Conséquemment, une « force mouvante » constamment exercée en vu du déplacement d'une charge peut aussi s'identifier au simple mouvement uniforme.

c-Le cas de la chute libre

Ce « principe » s'applique aussi à l'étude de la chute libre et Varignon emprunte ici à Galilée. Pour des mouvements le long de plans inclinés de longueur k et l , et de hauteur f et h , « il est démontré dans toutes les statiques que les premiers efforts (*momenta*) des poids M & N suivant la direction des plans f & h , sur lesquels on les suppose, sont ak/f & bl/h , & que c'est tout ce qui leur reste de leur pesanteur, la résistance de ces plans soutenant le surplus. On peut donc regarder ici ces corps comme sans pesanteur, & comme poussez seulement le long de ces plans par des forces »³⁸. Cette fois-ci, la prise en compte de la seule « masse » prend tout son sens. Considérer le corps sans pesanteur, le supposer « poussé », revient pour Varignon à prendre une « masse » soumise à l'action de corpuscules ; c'est en effet le témoignage qu'offre la lecture de ses *Nouvelles conjectures sur la pesanteur*³⁹.

1.2.2 Les *Nouvelles conjectures* de 1690

1.2.2.1 Explication générale de la pesanteur

Dans ce livre, Varignon interprète la pesanteur comme une « poussée » qu'une matière (« les parties environnant notre air, soit les plus grosses, soit les plus subtiles, soit ces deux espèces ensemble ») exerce sur un corps⁴⁰. Varignon distingue cependant « l'air grossier » du plus « délié », ce dernier s'identifiant à la « matière subtile » ; la « liquidité » de celle-ci, à savoir les mouvements suivant « toutes les déterminations imaginables » de ses

³⁸ Varignon, *Application de la regle generale des movemens accelerez à toutes les hypotheses possibles d'accélérations ordonnées dans la chute des corps*, 30 juin 1693, MARS 1666-1699, tome X, pp. 355-356.

³⁹ Varignon, *Nouvelles conjectures sur la pesanteur*, Jean Boudot, Paris, 1690.

⁴⁰ *Ibid.*, « Discours sur la pesanteur », p. 14.

« parties » constitutives servira de base à l'explication de la pesanteur des corps⁴¹. En supposant que le fluide possède des « parties [...] dans un mouvement égal en tout sens, & vers tous les côtés possibles », la chute libre s'expliquera à partir d'un « principe d'inégalité » : la « matiere subtile », frappera également suivant l'horizon les faces d'un cube (« il n'y a pas de raison d'en supposez moins » d'un côté au détriment d'un autre) mais inégalement sa face supérieure en comparaison de sa face inférieure, puisqu'il se rencontre une inégalité dans la longueur des colonnes d'air⁴². La pesanteur ne provient donc pas d'un effort radial issu du mouvement circulaire du milieu, à la manière de l'explication cartésienne, mais de sa seule « liquidité ».

Le corps reçoit donc des « impressions », des « chocs » des « parties »/« particules » du fluide. Ces multitudes de mouvements forment des groupes de colonnes/filets de corpuscules possédant une « détermination » commune : « il est de la liquidité de l'Air, que toutes ses parties, selon qu'elles conviennent ensemble dans une même détermination, forment une infinité de colonnes, qui dirigées vers tous les côtes imaginables, frappent & pressent tellement de toutes parts suivant leur longueur, tout ce qu'il y a de corps qui y nagent, que l'indifférence de ces corps au mouvement & au repos, les abandonnant à l'action de ce liquide, ils doivent nécessairement s'y laisser emporter dès que chacun d'eux en est inégalement frappé, c'est-à-dire, par des colonnes inégales »⁴³ ; l'action des « particules » contiguës se propage, comme Descartes expliquerait la propagation de la lumière. Varignon note encore que « le corps est frappé à proportion de ce qu'il y a de parties de ce liquide qui conspirent à un même choc »⁴⁴.

Les mouvements des « particules » se faisant en tous sens, on ne voit guère la raison pour laquelle, quand bien même la colonne d'« air » situé au-dessus d'un corps serait plus grande que celle en dessous, celle-là devrait davantage presser le corps que celle-ci ; sans doute ce raisonnement contient un présupposé induit par la différence de pression

⁴¹ *Ibid.*, p. 13. Varignon utilise l'analogie avec un verre d'eau au repos. Bien que nous n'observions « aucune agitation dans cette eau, elles ne laissent pas d'avoir de ses parties qui se meuvent incessamment de haut en bas, pendant que d'autres se meuvent de bas en haut ; quelques-unes vont à droite, d'autre à gauche : en un mot il y en a dans toutes les déterminations imaginables ».

⁴² *Ibid.*, « Discours sur la pesanteur », voir les explications pp. 13-18. A une plus grande « longueur » de colonne est associée une plus grande « force » pour « pousser ou frapper », voir p. 25.

⁴³ *Ibid.*, pp. 28-29.

⁴⁴ *Ibid.*, p. 16.

atmosphérique en fonction de l'altitude⁴⁵. D'autre part, Varignon ne précise pas la nature des corpuscules constitutifs du fluide ; ils s'identifient probablement aux corps durs du second élément de Descartes. Quoi qu'il en soit, l'auteur mentionne indifféremment l'action des corpuscules « chocs », « impressions » ou « poussées » ; des colonnes de matière sont dites exercer aussi bien des « pressions » que des « percussions ». Il y a là ambiguïté concernant le caractère continu ou discontinu de la force de pesanteur.

1.2.2.2 La loi de chute libre

A partir de cette représentation de la pesanteur en terme de pression/choc, Varignon détermine ce qu'elle « doit donner de vitesse & d'accélération aux corps qui tombent »⁴⁶. Auparavant, il note qu'à hauteur égale, les pesanteurs de deux corps varient comme leurs masses, en identifiant celle-ci à la « quantitez de matiere » définie comme « la raison composée » des « volumes » et « tissus » des corps⁴⁷. Finalement, « les pesanteurs [de corps] seront entre elles en raison composée de celles de leurs volumes, de leurs tissus, & des

⁴⁵ En faveur de cette probable analogie, Varignon note que la pesanteur d'un corps « qui [...] se trouveroit à différentes distances de la Terre, augmenteroit ou diminueroit toûjours à mesure qu'il s'en trouveroit plus ou moins proche ; parce qu'il seroit alors chargé de colonnes d'air plus ou moins grande. C'est ce qui fait les changemens des Barometres dans les lieux de différentes hauteurs », chapitre II, « Conjectures sur ce qui doit diversifier la pesanteur », p. 66.

⁴⁶ *Ibid.*, titre du chapitre III, p. 131.

⁴⁷ *Ibid.*, chapitre II, p. 107 : « les pesanteurs totales des corps suivront toûjours la raison composée de leurs volumes et de leurs tissus. Or cette comparaison est aussi celle des quantitez de matière dont ces corps sont faits, c'est-à-dire leurs masses. Puisque les produits de leurs volume par leurs tissus font leurs masses elles-mêmes ».

Pour des corps d'une même « épaisseur », leurs pesanteurs sont « proportionnelles » à leur « largeur qui n'est point en pores percez à jour » suivant leurs directions verticales ; en effet, de tels pores laissent libre passage à l' « air » et empêchent alors l'exercice des « impressions » de haut en bas, voir chapitre II, p. 84. Pour des « largeurs & épaisseurs » égales, ces pesanteurs varient en proportion de la « solidité » des corps, à savoir en fonction des « tissus » plus ou moins « serrés », voir p. 85. Pour des mêmes « textures » et « épaisseurs », les pesanteurs seront proportionnelles aux largeurs (les corps offrant davantage de zones pour les chocs). Enfin, à mêmes « textures » et « largeurs », une plus grande épaisseur est moins favorable à une structure de « pores percez à jour » ; Varignon donne l'exemple de « tranches de pain » ou de « copeaux de bois » : « plus ils sont minces, plus ont y voit de trous, & de jour passer à travers ». Dans ces conditions, la pesanteur sera proportionnelle à cette épaisseur, voir p. 88. Aussi s'ensuit-il qu'à mêmes « textures », les pesanteurs soient comme les volumes, p. 91. D'où cette « raison composée » du volume et des « tissus », voir p. 93.

différences qui sont entre les distances qu'il y a de la Terre, & de l'extrémité de son tourbillon à chacun de ces corps »⁴⁸. Toutes choses égales par ailleurs, si on compare deux corps situés à des altitudes inégales, le plus pesant se situera à proximité du sol car alors il est pressé par une plus longue colonne « d'air » que l'autre ; cette longueur correspond à la distance séparant le corps de l'extrémité du tourbillon. Les facteurs rapportés ci-dessus entrent dans l'évaluation ce que Varignon nomme la « pesanteur totale » ; la « pesanteur sensible » d'un corps dans un « liquide » se définit par la différence (le « surplus ») entre sa « pesanteur totale » et la pesanteur et résistance du « liquide » en question⁴⁹.

Dans un milieu, ce que les corps « doivent avoir de mouvement en tombant, est donc toujours proportionnel à la pesanteur sensible, autrement les effets ne seroient pas toujours à leurs causes »⁵⁰. Sans tenir compte du milieu dans lequel s'effectue le mouvement, la « pesanteur totale d'un même corps suit toujours la raison des différences qui sont entre les distances qu'il y a de luy & la Terre, & à l'extrémité du tourbillon de la Terre ». Puisque cette différence de distances croît au fur et à mesure que le corps s'approche du sol, s'ensuit une augmentation de la « pesanteur totale » qui, à son tour, accélère la chute⁵¹.

La loi de chute libre se détermine alors en deux temps :

-« Les espaces que ce corps en tombant y parcourroit à chaque instant (les premières vitesses ne se conservant point) seroient aussi entre elles (sic) comme ces mêmes différences »⁵², selon cette proportionnalité de l'effet à sa cause. A chaque colonne s'associe l'espace que sa « pression » tend à faire parcourir. Varignon s'affranchit ici du processus de chute au cours du temps pour ne considérer que l'espace franchit en un instant sous l'effet de la pression d'une colonne donnée. D'où la mention des « premières vitesses » qui ne se conservent pas ; il ne prend pas en compte un cumul de vitesses. L'intérêt pour ces seuls espaces semble s'expliquer par une application directe du principe de statique de Descartes. Au fond, des colonnes d' « air » situées au-dessus et en dessous du corps tendent à le déplacer en sens opposés, celle du dessus emportant la mise ; on obtient une figuration commode de la

⁴⁸ *Ibid.*, p. 94.

⁴⁹ *Ibid.*, p. 108. Varignon précise que « ce que le poids des liquides soutient de la pesanteur des corps qui y nagent, suit toujours la raison composée de celles des volumes de ces corps, & des pesanteurs spécifiques des liquides », voir p. 110.

⁵⁰ *Ibid.*, chapitre III p. 131.

⁵¹ *Ibid.*, pp. 152-153.

⁵² *Ibid.*, p. 156.

chute libre sur le mode d'une pesée, d'une comparaison des pressions entre la colonne au dessus et celle en dessous du corps.

Dans cette supposition d'absence de cumul de vitesses, Varignon énonce une première loi d'évolution des espaces de chutes en fonction des forces de pression. Soit A le sol terrestre, B l'extrémité du tourbillon (voir Figure 1) ; F le milieu de AB ; CD l'espace franchit par le corps C « au premier instant », DE au second, EL etc., espaces franchis en « temps égaux » sous l'action des « pesanteurs totales » en C, D, E. Avec $FG=FC$, $FH=FD$, $FK=FE$, les longueurs $GC(=BA-CA)$, $HD(=BA-DA)$, $KE(=BA-EA)$ représentent les différences des colonnes soit les « pesanteurs totales » en chacun des points C, D, E ; les espaces CD, DE, EL sont proportionnels à ces différences de colonnes, ou encore à leurs moitiés, FC, FD, FE. Il vient ainsi $FC.CD :: FD.DE :: FE.EL$, soit en notant $FC=x$, $CD=a$, $DE=b$, $EL=c$, $x.a :: x+a.b :: x+a+b.c$, ce qui donnera, en composant, $x.x+a :: x+a.x+a+b :: x+a+b.x+a+b+c$ et, en permutant, $x.x+a :: a.b$ et $x+a.x+a+b :: b.c$; les deux dernières expressions conduisent à $a.b :: b.c$.

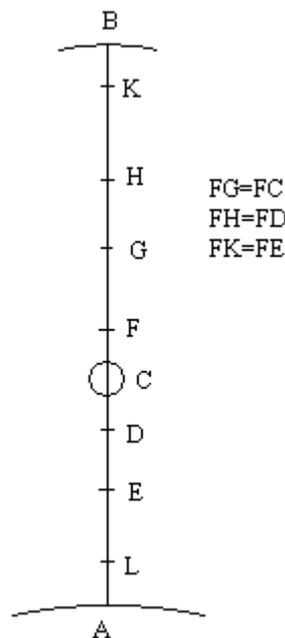


Figure 1

Il nous importe seulement de remarquer ici que la mise en équation repose alors sur la proportionnalité de l'effet à sa cause (la colonne x provoque un déplacement a pendant une durée fixée). Ainsi, en ne prenant en compte que la « pesanteur absolue », en l'absence de cumul de vitesses, « l'accélération de la chute des corps [...], en vertu des seules

vitesse acquises à chaque instant, c'est-à-dire, sans le secours des vitesses acquises dans les instans précédens, leur feroient toujours parcourir en tems égaux des espaces continuellement proportionnels »⁵³ ; les espaces augmentent suivant une progression géométrique. Puisque « les espaces parcourus en tems égaux sont comme les vitesses qui les parcourent ; & que ceux-ci ne le sont que par des vitesses acquises à chaque instant », ces vitesses doivent alors suivre la même progression, à savoir $a, b, \frac{b^2}{a}, \frac{b^3}{a}$ etc.⁵⁴ Ce passage des espaces aux vitesses repose finalement sur l'interchangeabilité de ces grandeurs que nous rencontrons précédemment dans l'énoncé des principes de statiques (voir *supra*).

-En tenant maintenant compte des vitesses acquises dans les instants précédents, à chaque instant le mobile possédera les vitesses successives $a, a+b, a+b+\frac{b^2}{a}, a+b+\frac{b^2}{a}+\frac{b^3}{a}$ etc.⁵⁵

La volonté d'associer à chaque altitude une pesanteur différente implique pour un même intervalle de temps des accroissements différents des vitesses ; ici, elles évoluent suivant une progression géométrique (au premier instant le corps acquiert une vitesse b , puis, au second, $\frac{b^2}{a}$ etc.) D'une manière étonnante, Varignon nous donne une loi de chute sans rapport avec les méthodes classiques qui s'inspirent des analyses de Galilée. Mieux, il établit d'une manière *apriorique* une loi à laquelle la nature, si elle suit le système du monde proposé, doit se conformer. D'où une conclusion donnant une fourchette large : si l'expérience infirme la théorie, celle-là n'a peut-être pas toute la certitude souhaitée pour remettre en cause celle-ci⁵⁶ ; ou encore, il est possible que les phénomènes que l'expérience

⁵³ *Ibid.*, p. 158.

⁵⁴ *Ibid.*, p. 164.

⁵⁵ *Ibid.*, p. 165.

⁵⁶ Si les expériences paraissent « contraires » aux « Conjectures », « il ne fausroit pas prétendre pour cela qu'elles le fussent en effet : cela ne viendrait, peut-être, que de ce que ces expériences n'auroient pas été faites avec assez d'exactitude ; ou que dans les conclusions que l'on en tireroit, on n'auroit pas égard à plusieurs circonstances qui bien remarquées, loin de détruire ces Conjectures, ne serviroient qu'à les confirmer », *ibid.*, p. 195.

dévoile ne soient pas ceux que la théorie explique⁵⁷. Dans ce dernier cas, il ne faut pas rejeter la théorie mais, selon Varignon, reconnaître seulement qu'elle n'épuise pas le sujet, qu'elle est perfectible⁵⁸. En effet, Varignon estime avoir « défriché le seul chemin que l'on a crû conduire à la connaissance des causes de la Pesanteur. L'on a prétendu donner la clef du chiffre, mais non pas tout déchiffrer » ; autrement dit, les fondements de cette science paraissent fermement établis, seules les déductions peuvent s'affiner.

Pour conclure, les traits saillants de cette théorie peuvent se résumer en trois points. On rencontre une difficulté relative au mode d'action de la pesanteur. Varignon semble en prendre conscience en concevant ses « colonnes » comme des perles de particules enfilées, contiguës ; l'action est une pression qui se propage continûment. Malgré tout, ses propos laissent à penser qu'il l'imagine sur le mode du choc et, au demeurant, le temps ne joue aucun rôle dans la détermination de la loi de chute. D'autre part, concernant cette dernière, l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause permet d'établir la relation entre la force et l'espace franchi. Enfin, Varignon n'accorde qu'un rôle ancillaire à l'expérience ; il juge avoir établi les fondements de sa science, le reste n'étant affaire que d'affinements de conséquences tirées à partir de principes qu'on ne saurait remettre en cause.

1.3 Retour sur le « principe » de 1693

1.3.1 Force motrice et cumul d'impulsions

Pour appliquer la « Règle fondamentale » de 1693 à l'étude de la chute libre, il faut donc garder à l'esprit que celle-ci doit provenir d'un choc de corpuscules. Ainsi, le temps intervenant dans son énoncé ne sera pas celui de la durée d'une action, la collision renvoyant

⁵⁷ On peut ne pas avoir « compris dans celles de ces Conjectures qu'on pourroit croire contraire à l'expérience, toutes les circonstances du fait qu'on luy oppose, c'est-à-dire, d'y en avoir expliqué un autre », *ibid.*, pp. 195-196.

⁵⁸ « Ainsi tout ce que l'on pourroit conclure de ces expériences [contraires à la théorie], ce ne seroit pas que l'on eût fait dans cet Ouvrage des propositions fausses ; mais seulement qu'on n'y a pas fait celles de ces phénomènes. Et à cela l'on a rien à répondre, sinon, que l'on n'a pas prétendu épuiser la matière ; plus on l'a étudiée, plus elle a paru immense par une infinité de combinaisons & de nouveaux égard que l'on pourroit avoir », *ibid.*, p. 196.

à une instantanéité ; la durée est avant tout un métronome sur lequel se règle la fréquence des collisions.

Selon Varignon, lors d'un mouvement uniforme, la force est dite uniforme, et elle se reproduit, renaît à chaque instant, ceci d'après la conception discontinue du mouvement (voir *supra*, chapitre I). Pour un mouvement uniformément accéléré, elle varie, c'est comme si à chaque instant agissait une autre force augmentée par rapport à celle de l'instant précédent. Or, la pesanteur est constante ; qu'entendre par cette force variable ? Guisnée illustre bien cette ambiguïté. Ainsi, après avoir écrit que pour un mouvement uniforme la même « force mouvante doit être appliquée au mobile à tous les instans de la durée du mouvement c'est à dire autant de fois qu'il y a de petites parties dans la ligne AB [qui représente cette durée] », il précise qu'« il n'en est pas de même des mouvemens accelérés, ou retardés : car dans les mouvemens accelérés la première force, ou la force appliquée au premier instant est moindre que celle qui est appliquée au 2^e. celle qui est appliquée au 2^e moindre que celle qui est appliquée au troisième. ainsi de suite. c'est le contraire dans les mouvemens retardés »⁵⁹. Alors, « si sa pesanteur [au mobile] agit au 2^e instant comme au premier, et au 3^e comme au 2^e et ainsi de suite, c'est à dire que sa pesanteur agisse de la même manière à tous les instans comme le suppose Galilée ; il est clair que la force appliquée au 2^e instant sera le double de celle du premier, et celle du troisième triple de celle du premier et ainsi de suite ; puisque à la fin du premier instant il se meut par le premier effort de sa pesanteur et au commencement du second il reçoit un second coup par sa pesanteur qui est égal au premier : la force du commencement du 2^e instant est donc double de celle du premier : et par la même raison la force du 3^e sera triple de celle du premier et ainsi de suite de sorte qu'en ce cas les forces qui font tomber un cors sont à chaque instant comme les tems employes en commençant à compter par le premier »⁶⁰.

Guisnée, comme Varignon, s'inscrivent tout à la fois dans une tradition cartésienne par cette volonté d'établir un système du monde afin de rechercher des causes physiques (des « coups » écrits Guisnée), en même temps qu'ils suivent les traces de Torricelli et Wallis en faisant de la gravité une « force motrice », c'est-à-dire un élément

⁵⁹ Guisnée, *Traité du mouvement local*, op. cit., pp. 9-10.

⁶⁰ *Ibid.*, pp. 11-12.

d'une famille plus générale⁶¹. En effet, « l'effort », la « poussée », le « moment » galiléen de la gravité que Varignon fait intervenir dans l'analyse du plan incliné (voir *supra* 2.1.3) s'explique par une action extérieure, un choc. Au premier instant de chute, la « première force » du mobile que mentionne Guisnée s'identifie à la gravité. Cette « force » provient d'un premier « coup ». Or, puisqu'une « force » à un instant quelconque est un cumul d'impulsions, la « force » à cet instant pourra tout aussi bien s'obtenir par un seul choc dont l'intensité égalera le cumul en question. Ainsi, « la force » est variable car cumulée avec celle des instants précédents et Varignon ou Guisnée nomment donc indifféremment « force » ce qui produit un premier « degré » de vitesse au premier instant de chute, ou ce qui s'identifie à un cumul pour un instant quelconque qui, ultimement, peut toujours s'obtenir par un autre choc d'une plus grande intensité. L'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause définit cette relation entre force et vitesse (voir note précédente). Le temps règle la fréquence des collisions mais n'entre pas dans une quantification de la force.

1.3.2 Loi de chute libre

Riche de cette force motrice, Varignon donne des « règles générales » du mouvement accéléré en reconduisant les acquis galiléens des *Discours* mais en leurs donnant une teinte plus dynamique. Il suppose que « les vîtesses croissent comme les puissances p des temps ou des espaces, ou plus généralement, comme les puissances p des abscisses des grandeurs v & y qui représentent tout ce qu'on voudra. Que les premières forces avec lesquelles les corps commencent à se mouvoir, (on n'entend parler ici que des forces que ces corps employent à parcourir les espaces en question, & nous (sic) de celles qui pourroient les

⁶¹ Dans Varignon/Pujol [1725], l'auteur considère aussi « quelque variées que soient entr'elles les vîtesses partielles d'un de ces corps, elles seront uniformes chacune en elle-même si on les considère comme instantanées. D'où il suit [...] que dans un même corps les forces motrices seront toujours comme les vîtesses ; ce qui est clair par l'axiome 2. puisque les vîtesses dans un même corps sont les effets des forces ». Or, dans une chute libre, les vîtesses croissent en raison des temps, « donc les forces motrices croîtront de même dans la raison des tems », *op. cit.*, p. 33., L'axiome 2 est celui de proportionnalité de l'effet à sa cause. Pour justifier l'acquisition « en des tems égaux des degrez de vitesse égaux » lors d'une chute libre, l'auteur fait appel à ce même axiome : « Le corps tombant est continuellement poussé par une action toujours égale de la pesanteur. Il faut donc (ax. 2 [...]) que cette pesanteur lui fournisse à chaque instant des degrez de vîtesses égaux [...] », *ibid.*, pp. 19-20. La force motrice/pesanteur est une « action » produisant une vitesse à chaque instant. Que les « forces motrices » varient (d'après la première citation) implique qu'à un instant donné elles soient la somme de la force motrice/pesanteur de tous les instant précédents.

faire pirroüetter ou tourner autour de quelqu'un de leurs points) soient r & F ; & que leurs dernières vîtesses, c'est-à-dire celles qu'ils ont à la fin de ces mouvemens, soient x & z » ; il règle la relation entre vitesses acquises et forces par une loi de proportionnalité : « puisque dans chaque corps les forces sont à chaque instant comme les vîtesses qu'elles causent, & que (*hyp.*) les vîtesses suivent ici la raison des puissances p . des abscisses des grandeurs v & y ; si l'on fait $1^p.v^p=r.rv^p$. & $1^p.y^p=F.Fy^p$. l'on aura rv^p & Fy^p , pour les plus grandes forces des corps M & N à la fin de leurs mouvemens ou des espaces parcourus f & h »⁶². Les « premières forces » que mentionnent Varignon s'identifient aux premiers « moments » de Galilée lorsque ce dernier énonce que les vitesses le long de plans diversement inclinés évolueront dans la même proportion que les premiers « moments »⁶³. Cette fois-ci, cependant, la relation entre la « première force » et la vitesse est clairement établie par une proportion, et la force en question est une « poussée », un choc.

Varignon « somme » alors toutes les forces instantanées puis, à l'aide de son « principe » proportionne ce résultat au déplacement de la masse. Ainsi, on obtient $ef.gh :: \frac{rv^{p+1}}{p+1} \cdot \frac{Fy^{p+1}}{p+1} :: rv^{p+1} \cdot F^{p+1}$ soit $efFy^{p+1}=ghrv^{p+1}$ pour une « règle des mouvemens accélérez suivant toutes les proportions imaginables d'accéléérations ordonnées ». En supposant que « l'accélération » suive une puissance p des temps c et d , on aura $efFd^{p+1}=ghrc^{p+1}$ et en tenant compte des « vitesses finales » x , z associées à e et g , $xeFd^p = zgrc^p$ ⁶⁴. Ainsi, à titre d'exemple, avec $p=1$ et $g.e :: F.r$ (les masses sont comme les « premières forces ») et $f.h :: c^2 \cdot d^2$, soit la loi galiléenne de chute libre.

L'obtention de sa « règle des mouvemens accélérez » met en évidence un défaut dans l'articulation entre physique et mathématique, défaut qui disparaîtra lors de la mise en place de l'algorithme leibnizien. La démarche de Varignon repose sur deux moments.

⁶² Varignon, *Regles des mouvemens accelerez*, *op. cit.*, p. 340.

⁶³ Pour cette proportion galiléenne, nous renvoyons à la Partie II, chapitre I. Dans son *Mémoire Application de la regle generale des mouvemens accelerez*, *op. cit.*, pour le cas d'un mouvement sur un plan incliné de hauteur k , de longueur f , de masse e , et soumis à une pesanteur a , Varignon remplace la « première force » r de la règle générale par le « premier effort » ou « moment » ak/f . Voir *supra*, 1.2.1, c.

⁶⁴ *Ibid.*, p. 341. Pour ces « vitesses finales », Varignon utilise le fait que la vitesse acquise à l'issue d'une chute de vitesse initiale nulle fait parcourir uniformément un espace double, pendant la même durée, au corps. Ainsi, $x=2f/c$ et $z=2h/d$.

Dans un premier temps, il formule une loi d'évolution des vitesses en rapports avec les « efforts »/ « moments ». Ici, Varignon semble tout à la fois bénéficier des acquis de Torricelli et Wallis en identifiant gravité et accélération et en généralisant le concept de force motrice, en ce sens qu'elle ne se restreint plus à la seule gravité. La « poussée » devient l'action de la force exercée sur une « masse » et entraîne l'acquisition d'une vitesse dans l'instant. Le second moment est celui d'une sommation, celle de toutes les « forces instantanées » selon le « principe » général. Cette fois-ci, on somme aussi bien les « efforts » à chaque instant, en faisant comme si d'un instant à l'autre le mouvement revenait à un degré zéro de vitesse et qu'une force motrice cumul de celles des instants précédents agissait, que les degrés de vitesses acquises par ces actions. Finalement, le modèle de référence reste celui de l'uniformité des vitesses ; considérer à un instant donné une vitesse uniforme c'est pouvoir affirmer que la « ligne » décrite lui sera proportionnel ; la somme des « lignes » donnera la surface d'un triangle. Ainsi, l'axiome de proportionnalité fonctionne aussi bien à un niveau instantané (les forces engendrent des vitesses proportionnelles) que pour une globalité (l'espace total proportionnel à l'agrégat des forces/degrés). Pour autant, quand bien même figurerait une relation entre force et vitesse sur le mode de l'impulsion, le retour systématique à un zéro de vitesse ne paraît pas heureux. Le raisonnement ne se libère sans doute pas d'une représentation mathématique, d'une puissance de figuration que constitue la théorie des indivisibles.

1.3.3 Mathématisations de la loi de chute

Les techniques mathématiques mises en jeu par Guisnée ou Varignon/Pujol de 1725 manquent l'essentiel ; par cette « sommation » de lignes identifiées à des forces ou vitesses, elles ne mettent pas en évidence une juste formulation mathématique du processus d'acquisition des vitesses, en un mot de la force entendue physiquement qui pourtant est assimilée à une impulsion. Ainsi, en se limitant à Guisnée, ce dernier énonce que « la somme des forces nécessaires pour faire parcourir à un corps un espace déterminé en tombant du point de repos par son propre poids dans un certain temps, est exprimée par la superficie d'un triangle dont un côté exprime le temps total, et l'autre côté la dernière force, ou la force du dernier instant »⁶⁵. AB représente la durée nécessaire au parcours de l'espace IK (voir Figure 2). AB « est divisée en une infinité de parties égales, ou d'instans égaux, aux points D, G » ;

⁶⁵ Guisnée, *Des mouvemens accelérés*, op. cit., p. 26.

on mène DE perpendiculaire à AB d'une longueur quelconque, on trace AC puis BC.

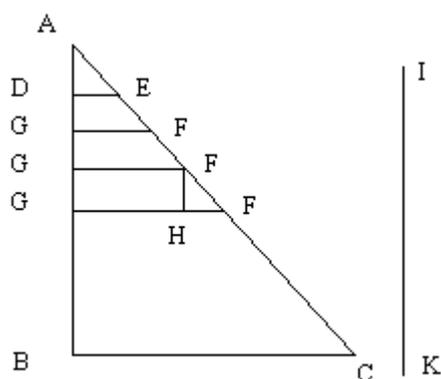


Figure 2

Le triangle se trouvera « rempli par les lignes DE, GF [...] puisque les points D, G, G sont infiniment proches ». Si on suppose que la « première parallèle » DE exprime la « 1^{re} force, ou pesanteur du cors », BC exprime la « dernière force » et DE, GF « les forces qui agissent successivement sur le même cors pendant qu'il parcourt les parties de la ligne IK ». Ainsi, la « superficie » du triangle exprime la somme des forces⁶⁶. Avec $AB=t$, $AD=1$, DE la première force= f , on aura $AD(1).DE(f) :: AB(t).BC=ft/1=ft$ et « partant la superficie du triangle $ABC=ft/2=$ a la somme des forces necessaires pour faire parcourir au mobile l'espace l'espace IK pendant le tems AB »⁶⁷. Puisque les forces sont comme les vitesses, selon l'axiome de proportionnalité des effets aux causes, et les forces comme les temps, il suit que les parallèles expriment les vitesses et la superficie la somme de ces vitesses⁶⁸. Enfin, puisque les vitesses GF diffèrent d'une « quantité infiniment petite HF qui doit être nulle par rapport à GF selon la règle des infiniment petis », le mouvement en un instant est « uniforme » car « les vitesses qu'il a au commencement et à la fin sont egalles »⁶⁹.

Comme chez Varignon/Pujol, la force/gravité cause une vitesse en application de l'axiome de proportionnalité, en même temps que chaque ligne représente une force à part entière (les « forces qui agissent successivement sur le même cors »). Finalement, pour un instant donné, Guisnée se ramène à une étude d'un mouvement uniforme, ce qui permet, de manière artificielle, de considérer en l'instant un mouvement uniforme instantané et de

⁶⁶ *Ibid.*, pp. 26-27.

⁶⁷ *Ibid.*, p. 27.

⁶⁸ *Ibid.*, « Corollaire 1 » pp. 27-28.

⁶⁹ *Ibid.*, « Corollaire 2 » pp. 28.

représenter chaque vitesse par chaque « parallèle »/espace pour assimiler l'espace total parcouru par la chute à la superficie comprise sous la courbe des vitesses.

Ces textes dévoilent une tension, un hiatus entre le concept physique intervenant dans la chute et la représentation mathématique du phénomène qui ne rend pas compte de la force et du processus d'acquisition de vitesse. Il semble nécessaire de revenir cursivement sur des écrits antérieurs pour saisir les origines de ces pratiques.

Pour Galilée, le mouvement naturellement accéléré appelle une augmentation continue de vitesse. Ainsi, le corps partant au repos du point A, passe durant le temps AD avant d'acquérir la vitesse HD « par l'infinité de tous les autres degrés de vitesses de plus en plus petits, gagnés pendant l'infinité des instants qu'il y a dans le temps DA et qui correspondent à l'infinité des points qu'il y a dans la ligne DA » (voir Figure 3). A l'infinité des vitesses répond celles des « lignes » parallèles à HD qui « nous est représentée finalement par la surface du triangle AHD ». L'espace parcouru par un tel mouvement durant AD « a consommé et utilisé l'infinité des degrés croissants de vitesse, correspondant à l'infinité des lignes »⁷⁰.

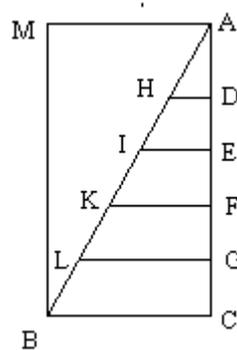


Figure 3

BC représente le « degré maximum de vitesse » et, « la surface de ce triangle [ABC], prise dans sa totalité [...], la masse et la somme de toute la vitesse avec laquelle le mobile a parcouru un tel espace pendant le temps AC ». Le parallélogramme AMBC s'apparente à « une masse et un agrégat d'autant de degrés de vitesse » que le triangle ABC, mais, ici, « la masse de vitesse [chacune égale à BC] se trouve être le double de la masse des

⁷⁰ Galilée, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, trad. R. Fréreau et F. de Gandt, Editions du Seuil, Paris, 1992, « Deuxième journée », pp. 369-370.

vitesse croissantes du triangle, puisque ce parallélogramme est le double du triangle » ; d'où la proposition selon laquelle l'espace parcouru par un mouvement uniforme durant un certain temps par la vitesse acquise lors d'un mouvement uniformément accéléré durant ce même temps sera double de celui de la chute libre.

Ici, le ressort de la démonstration repose sur ces « lignes » constitutives d'une surface. A chaque « points »/ « instants » correspond une « ligne »/ « degrés de vitesse » et il y a « autant » de degrés de vitesses dans chacun des mouvements. Dans ces conditions, en adoptant la méthode des indivisibles de Cavalieri, Galilée compare ces infinis par les aires finies correspondantes.

Dans les *Discours*, la démonstration de Galilée diffère légèrement⁷¹. Le parallélogramme AGFB est égal au triangle AEB, puisque par GF il divise AE en son milieu I ; démonstration ne requérant pas les procédés de Cavalieri (voir Figure 4). C'est ensuite qu'interviennent les « agrégats » de segments : ceux de toutes les parallèles de chacune des figures sont égaux car celles dans IEF sont égales à celles dans GIA, triangles égaux. Suit l'interprétation physique. Les instants de la durée AB correspondent aux points de cette ligne ; les parallèles du triangle ABE à des « degrés croissants de vitesse », et celles de AGFB à des « degrés uniformes ». Galilée passe alors aux « poussées »/ « moments » des vitesses : « autant » ont été dépensées dans chacun des mouvements, comme en atteste l'égalité des « agrégats » de parallèles ; la comparaison des infinis des « poussées » s'appuie sur celle des surfaces finies. L'infini des « poussées », leur « agrégat » se substitue aux degrés de vitesses du *Dialogue*. Sans transition, il passe ensuite de la somme des « poussées » à l'espace CD parcourue.

⁷¹ F. de Gandt analyse cette démonstration dans sa thèse, *op. cit.*, pp. 191-194 ; nous nous appuyons sur ses commentaires.

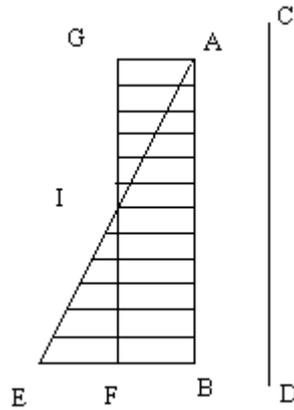


Figure 4

Comme le note F. de Gandt, « la notion de *momentum* (poussée) est commode et souple : une poussée peut être une somme de poussées, on peut cumuler une infinité de poussées pour obtenir une poussée résultante »⁷². Par ce théorème, Galilée démontre la loi de chute libre reliant hauteur et temps.

La pratique Varignon repose aussi sur cette somme de « poussée », sur ce cumul, mais ce n'est sans doute pas aux seuls *Discours* que Varignon est redevable⁷³. En effet, il s'inspire très certainement de Barrow. Dans ses *Lectiones geometricae*⁷⁴, traité de géométrie, l'auteur donne une démonstration de la loi de chute libre en recourant à la « force efficiente du mouvement », sans pour autant en rechercher la « nature », laissant « cette discussion aux Physiciens »⁷⁵. Comme d'autres grandeurs, la « force » peut se diviser en parties « infinies ou indéfinies », en « degrés » ; son terme est la « vitesse infime » ou « repos » dont l'« accréation » ou l'« intensification continue » produit un degré de vitesse finie quelconque comme l'« apposition ou le mouvement des points » produit la ligne et « la succession ou l'écoulement des instants », la durée⁷⁶. Autant dire que « force » et « vitesse » sont interchangeables et que « force » est l'autre nom de la quantité de mouvement. A un

⁷² *Ibid.*, p. 194.

⁷³ Il est bel et bien redevable à ce livre comme en atteste les références au *De motu aequabilis* et *De motu accelerato*, soit aux deux parties cinématiques des *Discours*, références qu'on rencontre dans les Mémoires des années 1692-1693.

⁷⁴ I. Barrow, *Lectiones geometricae*, Gulielmi Godbib & Johannem Dunmore, Londres, 1670.

⁷⁵ Nous sommes à nouveau redevable à F. de Gandt traduisant et commentant ces passages dans sa thèse, *op. cit.*, pp. 195-200 ; les citations proviendront de la traduction de cet auteur. Voir Barrow, *op. cit.*, leçon 1, p. 7.

⁷⁶ Barrow, *op. cit.*, p. 7.

« instant » donné⁷⁷, une « ligne droite » « représente » la « force » ou le « degré de vitesse » du mobile ; à chaque degré correspond « une certaine longueur d'espace » variable d'un « instant » à l'autre. Chaque « moment de temps » apparaît ainsi comme isolé, indépendant du passé et du futur du phénomène analysé, et « on pourra supposer que dans un instant suivant, le mobile reçoit un autre degré de vitesse »⁷⁸.

A travers le temps se renouvèlent des vitesses, comme si le corps revenait sans cesse d'un instant à l'autre au repos. Barrow considère la vitesse dans l'instant comme uniforme puisque, « l'égalité des instants du temps » rend les rapports spatiaux dépendant des seuls rapports de vitesses. L'« agrégat »/« quantum composé » des « degrés de vitesses » ou « longueurs d'espace » définit alors, au bout d'une certaine durée, un espace parcouru⁷⁹.

Barrow passe ainsi d'une « force » au « degré de vitesse » correspondant pour parvenir à une « longueur d'espace ». Cet « agrégat » de « lignes » dessine une surface représentant l'espace physique parcouru par le mobile. Ainsi, dans un « instant », peut exister une longueur parcourue (« une longueur d'espace »/ un mouvement dans l'instant), celle-là même proportionnée à la vitesse de l'instant. Considérée en elle-même, la « force »/ « degré de vitesse » ne possède donc pas de relation avec le temps ; elle apparaît continuellement autre, elle est « ligne » *propre* à un temps, sans cesse différente et indépendante des instants précédents. Cette conception de l'espace parcouru dans l'instant donne sa raison d'être à l'identification de la surface de la courbe des vitesses à l'espace physique franchi lors de la chute.

En se souvenant que Varignon « somrait » les « forces motrices »/ « degrés de vitesses » de chaque instant, nous aurons un aperçu de la similarité de son raisonnement avec

⁷⁷ Barrow mentionne indifféremment les « instants » ou « particule indéfiniment petite de temps » en faisant le parallèle à la « ligne » qu'on suppose composée de « points » ou de « lignes indéfiniment petites » ; il écrit « par souci de brièveté » utiliser les « instants » à la place des « particules ». Finalement la conception du temps dépend de la nature du continu, constitué d'atomes ou divisible à l'infini. Quoi qu'il en soit, dans sa démonstration, il suppose des « instants de temps tous égaux » de telle sorte que les lignes soient dans le rapport de leurs vitesses ; autrement dit, on peut tout aussi bien substituer une durée infinitésimale par un instant/point, ces grandeurs ('épaisseur' ou non) n'étant pas le théâtre d'une variation de vitesse : à chaque « instant » répond une vitesse uniforme.

⁷⁸ Barrow, *op. cit.*, p. 8.

⁷⁹ *Ibid.*, p. 9.

celui de Barrow⁸⁰. Pour l'un comme pour l'autre, à chaque instant correspond *sa* force/ligne ; pour l'un comme pour l'autre, la référence à ces « forces motrices » ou « forces »/ « degrés de vitesse »/ « longueurs d'espace » assimilables à des « lignes » constitutives de surfaces planes semble déterminée par une pratique mathématique. En effet, ces « lignes » offrent la possibilité de retrouver à travers un problème physique une technique de sommation empreinte de la méthode des indivisibles de Cavalieri. Certes, l'italien ne considérerait pas une surface comme une somme de « lignes » constituantes ; nous recourons à l'expression « méthode des indivisibles » par commodité, mais aussi parce que les mathématiciens de la seconde moitié du XVII^{ème} la concevaient bel et bien ainsi, ou attribuaient à la « ligne » une certaine « épaisseur »⁸¹.

Quoi qu'il en soit de cette diversité d'interprétations, qu'il s'agisse de ce passage du livre de Barrow ou des Mémoires de Varignon, est pris en compte un « agrégat » de vitesses instantanées et non une quantité vdt susceptible d'exprimer une surface élémentaire. En ce sens, la nécessité d'une technique mathématique ne met pas en pleine lumière la réalité du phénomène physique, à savoir l'acquisition par l'action d'une force de

⁸⁰ J. Peiffer a établi l'influence exercée par Barrow sur Varignon, lors de l'examen des premiers Mémoires mathématiques académiciens de ce dernier. Ainsi, les 29 mars et 9 avril 1692, Varignon communique deux Mémoires sur les *Quadrature universelle des paraboles de tous les genres imaginables*, P.V. Acad., t. 13, f° 86v.-88r. et 89r.-91r., dans lesquels il détermine la sous-tangente et effectue la quadrature des paraboles et hyperboles de la forme $y^p = d^n \cdot x^{p-n}$ à l'aide de méthodes exposées dans les leçons X et XI des *Lectiones geometricae*, à ceci près que Barrow identifie l'aire comprise sous une courbe à la somme de rectangles infinitésimaux circonscrits, Varignon, pour sa part, assimilant la figure à « toutes » ses ordonnées, voir J. Peiffer, La conception de l'infiniment petit chez Pierre Varignon, lecteur de Leibniz et Newton, dans *Leibniz : Tradition und Aktualität*, Internationaler Leibniz-Kongress, Hanovre, 1988, p. 713 ; voir du même auteur, Pierre Varignon, lecteur de Leibniz et de Newton, dans *Leibniz' auseinandersetzung mit vorgängern und zeitgenossen*, Studia Leibnitiana, XXVII, Franz Steiner Verlag, Stuttgart, 1990, pp. 249-253. Plus généralement, les *Lectiones* de Barrow constituent une source d'inspiration importante des travaux mathématiques du « groupe malebranchiste », voir à cet égard l'édition commentée par P. Costabel du volume *Mathematica* des *Œuvres complètes* de Malebranche, tome XVII-2, en particulier « Section III : Quadrature des Paraboles et des Hyperboles. L'Hospital (1691) », pp. 43-54.

⁸¹ Voir sur ce point K. Andersen, The Method of Indivisibles : Changing Understandings, dans *300 Jahre "Nova Methodus" von G. W. Leibniz (1684-1984), Symposium der Leibniz-Gesellschaft im Congresszentrum "Leewenhorst" in Noordwijkerhout (Niederlande), 28. bis 30. August 1984*, Studia Leibnitiana, Sonderheft XIV, pp. 14-25. L'auteur montre en particulier l'interprétation de la théorie de Cavalieri faite par Torricelli, pour lequel la notion de « omnes lineae » s'apparente à une somme de lignes constitutives d'une surface. Il souligne d'autre part que Pascal et Roberval identifient l'« omnes lineae » à une somme de rectangles infinitésimaux.

« degrés » de vitesse. En donnant une interprétation physique de la chute libre via le modèle de choc, Varignon, contrairement à Barrow, s'attache davantage à l'aspect mécanique. Ainsi, sa « force » s'apparente à celle introduite par Wallis, et la vitesse en un instant provient d'un cumul d'impulsions. Malgré tout, il somme des « forces », et se rattache à cette tradition des indivisibles ne dévoile pas le rapport intime reliant temps et vitesse dans la définition d'un concept de force. La lecture de Newton et le recours à l'algorithme leibnizien permettront par la suite de fonder une unité physico-mathématique.

Nous retenons de ces premiers travaux que Varignon s'inscrit tout à la fois dans une tradition cartésienne en recherchant les causes de la pesanteur et en empruntant à Descartes l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause, et dans une tradition galiléenne par la mathématisation de la chute libre. L'axiome intervient tout à la fois dans la science des machines et dans l'étude de la chute ; dans ces deux domaines, il permet de fonder le concept de force motrice entendu comme une quantité de mouvement produite.

Les écrits de Guisnée, Privat de Molières, Trabaud, ceux-là même dont nous soulignons l'inspiration varignonienne, nous semblent reconduire cette axiomatique de Varignon. Ce dernier tiendrait alors un rôle prépondérant, voire d'initiateur, dans l'existence d'une tradition que critiquera D'Alembert.

II-Statut du principe fondamental de la dynamique

Puisque Descartes entend définir son principe de statique sans recourir à l'expérience et qu'il le justifie avec son axiome de proportionnalité⁸², quel statut accorder à l'équation rendant compte de la mathématisation de la force motrice que nous rencontrons chez Varignon ?

M. Blay a montré qu'un projet de fondement *apriorique* de l'hydrodynamique

⁸² D'après Descartes, l'élaboration de son principe statique ne doit rien à l'expérience : « on s'est imaginé que j'avais apporté les exemples de la poulie, du plan incliné et du levier, afin d'en mieux persuadé la vérité [il s'agit du principe], comme si elle eût été douteuse, ou bien que j'eusse si mal raisonné que de vouloir prouver un principe, qui doit de soi être si clair qu'il n'est besoin d'aucune preuve, par des choses si difficiles qu'elles n'avaient peut-être jamais ci devant été bien démontrées par personne », à Mersenne, 12 Septembre 1638, AT II, p. 358. C'est dans cette même lettre qu'il énonce, afin de justifier ce principe, qu'« il ne faut sçavoir compter que jusqu'à deux ».

est au cœur des recherches de Varignon⁸³. Ainsi, ce dernier entend « démontrer » la loi d'écoulement de Torricelli⁸⁴, découvrir « la raison de ce principe » et non le reconnaître seulement comme « un principe d'expérience »⁸⁵. Les énoncés de cette loi dérivant du « seul rapport des sens, ne sauraient jamais être assez exacts pour pouvoir sûrement établir aucune précision rigoureuse & géométrique » ; l'expérience ne permet que la « conjecture » de « vérités exactes & précises », mais « elle ne sauroit jamais les établir jusqu'à les mettre tout à fait hors de doute : il n'y a que la raison seule qui y puisse atteindre ; & c'est ce qu'on appelle la démonstration »⁸⁶. L'expérience n'est donc qu'un guide nous menant vers une

⁸³ Voir M. Blay, *La naissance de la mécanique analytique. La science du mouvement au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles*, PUF, Paris, 1992, Troisième partie, « Réorganisations et développements dans la science du mouvement », chapitre II, « Les premiers essais en hydrodynamique », pp. 342-352. Voir aussi du même auteur, Varignon et le statut de la loi de Torricelli, *Archives internationales d'histoire des sciences*, vol 35, n° 114/115, 1985, pp. 330-345.

⁸⁴ Cette loi énonce la proportionnalité de la vitesse d'écoulement d'un liquide du fond d'un réservoir à la racine carrée de la hauteur séparant ce trou à la surface du liquide. On l'obtient à partir de l'équation de Bernoulli pour des écoulements incompressibles, $\rho \frac{v^2}{2} + p + \rho gh = k$ (avec ρ la masse volumique du liquide, p la pression exercée à sa surface, v la vitesse d'écoulement et k une constante), en supposant la variation du niveau de la surface du liquide nulle (vitesse nulle à cet endroit), la pression identique au niveau de cette surface tout comme au niveau de l'orifice de sortie. La loi figure dans le *De Motu Aquarum* inséré dans le livre *Opera geometrica* de 1644 ; une traduction française de Saporta apparaît en 1664, intitulée *Traicté du Mouvement des Eaux d'Evangeliste Torricelli mathématicien du Grand Duc de Toscane. Tiré du Traicté du mesme autheur, du Mouvement des corps pesans qui descendent naturellement, et qui sont jetez*, B. Barcouda, Castres. Voir M. Blay, *La naissance...*, *op. cit.*, note 1 p. 331. Voir chez cet auteur un historique de la réception de cette loi dans le milieu scientifique français, de Descartes à Mariotte, en passant par Picard et Huygens, pp. 332-342.

⁸⁵ Varignon, *Démonstration de la vitesse de l'eau à la sortie par quelque ouverture que ce soit*, Séance du 23 avril 1695, P. V Acad., t. 14, f° 94r-94v. Comme le note M. Blay, ce texte apparaît avec quelques modifications dans l'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences (tome II) depuis 1686 jusqu'à son renouvellement en 1699*, année 1695, Paris, 1733, pp. 260-262 ; dans un mémoire de 1703, *Du mouvement des eaux, ou d'autres liqueurs quelconques de pesanteurs spécifiques à discrétion ; de leurs vitesses, de leurs dépenses par par telles ouvertures ou sections qu'on voudra ; de leurs hauteurs au-dessus de ces ouvertures, des durées de leurs écoulemens, etc.*, MARS 1703 (1705), pp. 238-261.

D'autres passages stipulent que Varignon souhaite que cette loi soit « démontrée par la seule raison » (Varignon/Pujol [1725], *op. cit.*, p. 54) ; « démontrée a priori » (*Histoire de l'Académie Royale des Sciences (tome II)*, p. 260). Cités par M. Blay, *La naissance...*, *op. cit.*, pp. 343-344.

⁸⁶ Varignon [1703], p. 245. Varignon/Pujol écrit en 1725 que « les expériences pouvant toutes en imposer aux sens, ne doivent servir dans une saine physique, qu'à faire conjecturer la vérité, lorsqu'elle est déjà

« vérité » que seule la « géométrie » peut fonder en toute certitude. Certes, Varignon sait à quel énoncé parvenir à l'issue de sa démonstration ; pour autant, cette dernière n'est pas le lieu d'un dialogue entre théorie et expérience et, tout au contraire, Varignon « accorde [...] implicitement à la mécanique une perfection démonstrative identique à celle dont paraissait revêtue la géométrie euclidienne »⁸⁷, en faisant reposer cette démonstration sur l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause et sur les règles générales établies en 1692-1693.

2.1 La démonstration de la loi de Torricelli⁸⁸

Comme dans son livre de 1687 où il recherchait la « génération » de l'équilibre, Varignon entend à nouveau se placer au niveau des causes efficientes afin de justifier l'énoncé de la loi. En 1695, il livre trois démonstrations, les deux premières basées sur les acquis du Mémoire du 31 décembre 1692 relatif aux mouvements uniformes⁸⁹, la dernière sur l'axiome de proportionnalité.

Varignon rejette l'interprétation que Torricelli donne à sa loi, interprétation basée sur une analogie avec la loi de chute des corps⁹⁰. Il considère au contraire le mouvement d'écoulement uniforme, « l'eau y [dans le tuyau] étant contiguë dans toute la longueur du tuyau, celle d'en haut descendoit aussi vite que celle d'en bas, & [...] il n'y avoit par conséquent aucune accélération dans le tuyau ; aussi l'eau sort-elle également vite, non

connue, mais ne doivent jamais tenir lieu de démonstration exacte ou géométrique », p. 55. La citation du corps du texte et cette dernière sont données par M. Blay, *La naissance...*, *op. cit.*, resp. p. 350 et note 46 p. 344.

⁸⁷ M. Blay, *La naissance...*, *op. cit.*, p. 351.

⁸⁸ Pour une analyse plus complète de cette démonstration, nous renvoyons aux études déjà citées de M. Blay. Pour notre part, nous nous intéresserons à la signification de cette démonstration apriorique concernant le principe fondamental de la dynamique.

⁸⁹ Ces démonstrations s'appuyant toutes les deux sur le Mémoire du 31 décembre 1692, et donc sur le même principe, nous n'en donnerons qu'une.

⁹⁰ Torricelli suppose que l'eau sortant d'un petit orifice situé au fond d'un réservoir sort avec la même vitesse « qu'un corps pesant, ou une goutte de la mesme eau, si elle étoit tombée naturellement, de la plus haute surface de la mesme eau, jusques à l'ouverture part où elle sort », *Traicté du Mouvement des Eaux d'Evangeliste Torricelli mathématicien du Grand Duc de Toscane*, *op. cit.*, p. 64. Torricelli considère le niveau de liquide dans le réservoir toujours égal, soit qu'on rajoute de l'eau, soit qu'on prenne l'orifice de sortie suffisamment petit par rapport aux dimensions du réservoir ; on obtient ainsi les conditions d'un écoulement permanent. Texte cité par M. Blay, *La naissance...*, *op. cit.*, pp. 332-333.

seulement de ce tuyau, mais encore de tout autre Vase, Reservoir ou Canal, au commencement que dans la suite, tant qu'elle y demeure à même hauteur »⁹¹.

D'après le « principe » ou « règle fondamentale » appliqué aux mouvements uniformes, en conservant les mêmes notations que précédemment (a, b des forces ; c, d des durées ; e, g des masses et f, h des distances parcourues), on aura $ac.db :: ef.gh$ soit, en prenant en compte les vitesses, $a.b :: ex.gz$. Si $e.g :: x.z$, il suit $a.b :: xx.zz$ ⁹². Or, « les liquides pesants suivant leurs hauteurs, ou les efforts des colonnes d'eau AF, CF, sur ce que la pesanteur ou pression en fait sortir par l'ouverture G, la surface étant d'abord AB, & ensuite CD, étant comme les hauteurs AE, CE », puis, « si l'on considère que ce qu'il en sort d'eau par le trou G est comme sa vitesse en sortant, l'on aura deux proportions, sçavoir, les efforts comme les hauteurs, & les masses comme les vitesses ». D'après les formules ci-dessus, ceci conduit aux hauteurs proportionnelles au carré des vitesses⁹³.

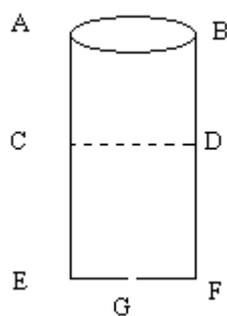


Figure 5

La variante proposée ne semble pas fondamentalement différente si on garde à l'esprit que le « principe » appliqué ci-dessus repose sur l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause. Cet dernier permet d'énoncer que « les quantitez de mouvement sont toujours proportionnelles aux forces mouvantes », ces « forces » étant ici « les colonnes d'eau AF, CF » ; « les quantitez de mouvement causées par leur pression sont comme les produits des quantitez d'eau qu'elles font sortir en tems égaux, multipliées chacune par sa vitesse, c'est-à-dire en raison composée de celles des masses et de leurs vitesses ». Ainsi les « poids des colonnes » sont proportionnels à chaque instant aux quantités de mouvement d'eau sortante. Quant aux « masses »/ « quantitez d'eau », elles « sont entre elles comme les

⁹¹ *Histoire de l'Académie Royale des Sciences (tome II), op. cit.*, pp. 260-261.

⁹² Varignon, *Regles du mouvement en général*, 31 décembre 1692, *op. cit.*, Corollaire XXI p. 231.

⁹³ *Histoire de l'Académie Royale des Sciences (tome II), op. cit.*, p. 261. Varignon reprend cette démonstration dans son Mémoire de 1703, *op. cit.*, pp. 246-247.

vitesse avec lesquelles elles sortent du tuyau ». Il suit que les « poids », soit « ces colonnes elles-mêmes », ou leurs « hauteurs », sont comme les carrés des vitesses⁹⁴.

L'axiome premier de la mécanique de Varignon définit une relation de proportion entre la « force mouvante » et la quantité de mouvement produite ; les conditions du problème permettent ensuite d'énoncer la loi de Torricelli. Si la volonté de « démontrer par la seule raison », de « démontrer *a priori* » une loi physique passe par une relation liant une force à un incrément de vitesse en un temps donné, pourquoi, sous peine d'inconséquence, cette dernière formule serait-elle contingente ? Si Newton donne des « axiomes » ou « lois du mouvement » à partir desquels, déductivement, il démontre des propositions physiques, ils proviennent d'une induction. Concernant la loi de Torricelli, Varignon ne peut faire l'impasse sur les expériences la justifiant. Malgré tout, il entend remonter à la source de ces « principes d'expérience », soit à un « principe général » pour, déductivement, parvenir à une formulation d'une loi épurée de donnée sensible ; aussi reproche-t-il à Torricelli d'enfreindre, par sa démarche inductive, la « saine physique »⁹⁵. Et tel est bien l'enjeu de sa recherche : s'il reconnaît la justesse des résultats, il revendique la possibilité de « démontrer » sans recourir aux acquis expérimentaux ; par la suite, nous constaterons que Fontenelle écrira qu'il faut simplement « remonter jusqu'aux premières idées » de la force (voir *infra*, 2.3). Une telle possibilité rend alors manifeste la croyance en un fondement *apriorique* d'une science du mouvement, ces « premières idées » et leurs enchaînements dans notre esprit par ordre croissant de complexité s'accordant aux opérations suivies par la nature.

Donner les « raisons », parvenir à la source, c'est pour Varignon expliquer un phénomène physique au moyen de causes efficientes : toute sa mécanique se noue autour d'un concept de force. Nous pensons trouver une origine cartésienne à ce concept : le principe

⁹⁴ *Ibid.*, pp. 261-267. Cette démonstration figure aussi dans le Mémoire de 1703, *op. cit.*, p. 248.

⁹⁵ Concernant Galilée, Varignon écrit qu'« il [Galilée] ne l'a prouvé [la loi de chute libre] que par induction, et non en general », voir *Démonstration de l'opinion de Galilée touchant les espaces que parcourent les corps qui tombent*, Séance du 19 janvier 1692, *op. cit.*, f° 76r. Cette démonstration « en general » s'appuie sur une courbe des vitesses en fonction du temps définissant une surface triangulaire identifiée à l'espace parcouru. Une telle figure ne peut trouver sa justification que si une même cause (la gravité) produit le même effet.

Dans sa *Mechanica*, Wallis livre une « démonstration » purement formelle de l'axiome de proportionnalité. Son application permet de déterminer la proportionnalité entre la « cause motrice » et l'accroissement de vitesse en un temps donné et, conséquemment, de définir un mouvement continuellement accéléré sous l'action d'une force constante (chapitre X, prop. II), voir *supra*.

statique de Descartes tient lieu de socle suffisamment pur, atteignant un haut degré de certitude, puisque reposant sur l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause, sur une évidence. Le raisonnement appliqué à la loi d'écoulement avec l'intervention de ces colonnes de fluide exerçant une pression doit être mis en parallèle avec l'analyse des *Nouvelles conjectures* où des colonnes de matière subtile poussent un corps vers le sol. Dans ces deux cas, cette poussée renvoie à un même concept de force motrice dont le mode d'action est réglée suivant l'axiome de proportionnalité ; en un temps donné, qu'il s'agisse d'un écoulement ou d'une chute, la cause provoque un incrément de vitesse. Varignon possède un concept de force motrice appliqué aussi bien aux phénomènes de chute que d'écoulement ; l'équation reliant force, vitesse et temps doit définir une loi nécessaire.

2.2 Première mathématisation algorithmique de la force

M. Blay a analysé la manière dont Varignon construit les concepts de « vitesse dans chaque instant » et de « force accélératrice dans chaque instant »⁹⁶. En 1698, le savant écrit deux Mémoires non publiés, le premier contenant une « regle generale » permettant le calcul de la « vitesse dans chaque instant » pour des mouvements variés d'une manière quelconque et son application aux trajectoires rectilignes ; le second recourant à cette « regle » dans l'étude de trajectoires curvilignes⁹⁷. Comme s'il procédait par ordre de difficultés croissantes, il livre ensuite deux autres Mémoires traitant des « forces centrales », écrits insérés dans les MARS de l'année 1700, le premier élaborant la « force accélératrice dans chaque instant » et l'appliquant aux mouvements rectilignes puis, le second, aux

⁹⁶ M. Blay, *La naissance...*, *op. cit.*, Deuxième partie, chap. 2, « L'algorithmisation varignonienne », pp. 153-221. L'auteur justifie, entre autre chose, cette appellation de vitesse ou force accélératrice « dans chaque instant » au lieu « d'instantanée » par le fait que le concept introduit « n'est pas véritablement saisi comme une limite vers laquelle tendrait un certain quotient », tout en notant que Varignon emploie l'expression (voir par exemple Varignon/Pujol, *op. cit.*, p. 22), voir M. Blay, p. 157. Par simplification, nous utiliserons l'expression « instantanée ».

⁹⁷ Varignon, *Regle generale pour toutes sortes de mouvements de vitesses quelconques variées a discrétion*, Séance du 5 juillet 1698, P. V. Acad., tome 17, f° 297v.-305r. ; *Application de la Regle generale des vitesses variées, comme on voudra, aux mouvemens par toutes sortes de courbes, tant mecaniques que geometriques. D'où l'on deduit encore une nouvelle maniere de démontrer les chutes isochrones dans la cycloïde renversée*, Séance du 6 septembre 1698, P. V. Acad., tome 17, f° 387v.-391r. Ces deux textes inédits sont publiés par M. Blay dans, *Quatre Mémoires inédits de Pierre Varignon consacrés à la science du mouvement*, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 1989, pp. 218-248.

curvilignes⁹⁸.

La vitesse instantanée se construit à partir des règles du mouvement uniforme étendues aux infiniment petits : Varignon suppose une vitesse constante pendant un intervalle de temps dt . En élaborant ce concept de vitesse, Varignon rappelle ses travaux antérieurs des années 1692-1693, ceux-là même où il appliquait un « principe général » tant aux mouvements uniformes qu'aux mouvements accélérés⁹⁹. S'il n'explicite pas dans ces textes cette question de la constance de la vitesse en l'instant, elle figure chez Guisnée ou dans Varignon/Pujol qui emploient le « principe »¹⁰⁰. Bien que les « infiniment petits » viennent fournir une légitimité à l'analyse de Varignon, il ne paraît pas pour autant, et le rappel à ces textes antérieurs pourrait en attester, que Varignon voit une rupture fondamentale entre la pratique ancienne et la nouvelle.

Quelle légitimité ? Celle de l'axiomatique du nouveau calcul. Varignon « regarde comme uniforme » une vitesse instantanée y , « a cause que $y \pm dy = y$ », ce qui fait écho à la première « Demande ou Supposition » de l'*Analyse* du Marquis de L'Hospital¹⁰¹.

Varignon écrit alors que « la notion seule des vitesses uniformes donnera $y = \frac{dx}{dz}$ », x et z

⁹⁸ Varignon, *Manière générale de déterminer les forces, les vitesses, les espaces, et les temps, une seule de ces quatre choses étant donnée dans toutes sortes de mouvemens rectilignes variés à discrétion*, MARS 1700 [1703, 1^{ère} éd.], pp. 22-27 ; *Du mouvement en général par toutes sortes de courbes, et de forces centrales, tant centrifuges que centripètes, nécessaires aux corps qui les décrivent*, MARS 1700 [1703], pp. 83-101.

⁹⁹ Voir Varignon, *Regle generale pour toutes sortes de mouvemens de vitesses quelconques...*, Séance du 5 juillet 1698, *op. cit.*, f° 297v. : « je donnay en 1693 dans les mémoires de l'Académie une regle desmouvemens accelerez ou retardez suivant toutes les puissances imaginables des longueurs parcourues ».

¹⁰⁰ Varignon/Pujol [1725], l'auteur considère aussi « quelque variées que soient entr'elles les vitesses partielles d'un de ces corps, elles seront uniformes chacune en elle-même si on les considere comme instantanées », p. 19.

Guisnée, *Des mouvemens accelerez*, *op. cit.*, pp. 27-28 : Pour chacune des vitesses GF , la « quantité infiniment petite HF qui doit être nulle par rapport à GF selon la règle des infiniment petits », le mouvement en un instant est « uniforme » car « les vitesses qu'il a au commencement et à la fin sont egalles » ; voir *supra* 3.3.

¹⁰¹ L'Hospital, *Analyse des Infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris, 1696, première « Demande ou Supposition », pp. 2-3 : « On demande qu'on puisse prendre indifféremment l'une pour l'autre deux quantités qui ne diffèrent entre elles que d'une quantité infiniment petite : ou (ce qui est la même chose) qu'une quantité qui n'est augmentée ou diminuée que d'une autre quantité infiniment moindre qu'elle, puisse être considérée comme demeurant la même ».

représentant les espaces et les temps¹⁰².

La mathématisation de la « force accélératrice »¹⁰³ repose tout à la fois sur l'algorithme leibnizien et sur l'expression reliant la force centrale aux variables d'espace et de temps. Varignon en donne l'expression dans le cas d'un corps qui décrit une trajectoire rectiligne sous l'action d'une force centrale. Si dx est un espace parcouru d'une vitesse uniforme v pendant dt , « l'accroissement de vitesse » dv sous l'action d'une force fera parcourir un espace ddx pendant le même temps. « A ce compte, la vitesse ne consistant que dans un rapport d'espace parcouru d'un mouvement uniforme, au tems employé à le parcourir ; l'on aura déjà $v = \frac{dx}{dt}$ pour une première Regle, laquelle donnera $dv = \frac{ddx}{dt}$, en faisant dt constante. De plus, les espaces parcourus par un Corps mû d'une force constante & continuellement appliquée, telle qu'on conçoit d'ordinaire la pesanteur, étant en raison composée de cette force & des quarrés des tems employés à les parcourir ; l'on aura aussi $ddx = y dt^2$, ou $y = \frac{ddx}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$ »¹⁰⁴.

A quelle origine rattacher la relation $ddx = y dt^2$? Des Mémoires de 1700, 1706, 1707 font un lien avec les premières rédactions académiques des années 1692-1693¹⁰⁵ ; la

¹⁰² Varignon, *Regle generale pour toute sorte de mouvements de vitesses quelconques variées à discrétion*, *op. cit.*, f° 298v-299r. M. Blay note que l'élaboration de cette vitesse instantanée dérive d'un « double travail conceptuel » avec, d'une part, « le dépassement dans certaines limites du débat traditionnel sur les grandeurs homogènes, d'exprimer directement le concept de vitesse sous la forme d'un quotient » puis, d'autre part, « l'introduction de l'idée suivant laquelle dans un instant de temps la vitesse peut être considérée comme constante, de faire intervenir aisément les concepts du calcul leibnizien », *La naissance...*, *op. cit.*, p. 159.

¹⁰³ Varignon recourt à cette appellation dans un Mémoire de 1711 intitulé *Des Mouvements primitivement retardés en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction dans le vuide, faits dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses effectives de ces mouvements dans ces milieux, & des quarrés de ces mêmes vitesses*, MARS 1711 (1714), p. 279 : avec φ pour « la pesanteur ou telle

autre force qu'on voudra, accélératrice ou retardatrice [...] l'on aura ici en général $\varphi = \pm \frac{dv}{dt}$ ».

¹⁰⁴ Varignon MARS 1700 [1761], *Manière générale de déterminer les forces, les vitesses, les espaces, et les temps*, *op. cit.*, p. 23.

¹⁰⁵ En prenant $e f F d^{p+1} = g h r c^{p+1}$ (voir *supra* 1.3.2) avec $p=1$, d et c les temps infiniment petits, e et g les masses et f , h des espaces du deuxième pour la détermination de cette relation du Lemme X à partir des écrits de 1692-1693.

formulation renvoie aussi au contenu du Lemme X de la Section I du Livre I des *Principes* de Newton (voir infra 3.2.3 pour l'énoncé de ce Lemme)¹⁰⁶. Quoi qu'il en soit, il s'agit d'une formulation infinitésimale de la loi de Galilée de chute libre. Notons que Varignon introduisait l'expression $ydt=dv$ pour rendre compte du caractère nécessaire de la loi de Torricelli (voir *supra*). Si le même statut vaut pour cette expression, il s'ensuivrait que la loi de Galilée pourrait être établie sans recourir à l'expérience.

Varignon ne s'exprime pas sur ce dernier point ; les écrits de Fontenelle offrent un complément de lecture.

2.3 Fontenelle et le statut de la loi de Galilée

En effet, de 1700 à 1720 Fontenelle cherchera, d'une part, à rattacher la loi $ddx=fdt^2$ à l'axiome de proportionnalité cause-effet, puis, d'autre part, s'efforcera d'en justifier le caractère *apriorique* ; conséquemment, l'énoncé du principe fondamental de la dynamique se départit de tout recours à l'expérience.

2.3.1 L'axiome de proportionnalité

« Quand la Vitesse d'un corps s'accélère, par exemple, celle d'un Corps qui tombe, ce qui cause cette accélération, c'est que la Force qui fait la pesanteur, quelle qu'elle soit, étant toujours appliquée à ce Corps, augmente à chaque instant l'effet qu'elle a produit dans l'instant précédent ; & d'ailleurs, elle l'augmente toujours également, si elle est toujours la même, & qu'elle ne change point, comme on peut le supposer ici. Sur ce fondement, Galilée a prouvé que les espaces parcourus par les Corps qui tombent, sont toujours entre eux, à le prendre depuis l'origine de la Chute, comme les Quarrés des Tems employés à les

¹⁰⁶ Voir Newton, *Principes TMC*, Livre I Section I, Lemme X p. 42 : « Les espaces qu'une force finie fait parcourir au corps qu'elle presse, soit que cette force soit déterminée & immuable, soit qu'elle augmente ou diminue continuellement, sont dans le commencement du mouvement en raison doublée des temps ». Remarquons que cette Section I des *Principes* contient la théorie des premières et dernières raisons est une des pierres angulaires de l'argumentation développée par Varignon pour défendre le calcul différentiel leibnizien face aux critiques de M. Rolle. Les réponses de Varignon aux objections de Rolle sont publiées dans la correspondance de J. I Bernoulli, *Der Briefwechsel, op. cit.*, tome 2, pp. 361-376. Varignon invoque à de nombreuses reprises la section mathématique des *Principes* pour fonder le concept de différentielle ; s'il en était besoin, ceci atteste de sa connaissance de ces méthodes en même que cela justifie une probable origine newtonienne de la loi de force accélératrice.

parcourir ; & il n'est pas besoin de répéter ici la preuve. Il en ira de même de toute autre force constante & continuellement appliquée »¹⁰⁷. Ainsi, puisque « les Effets sont toujours proportionnels aux Causes [...], l'effet de la Force Centrale, qui est l'Espace qu'elle fait parcourir, divisé par le Quarré du Tems, peut tenir sa place, & l'exprimer géométriquement »¹⁰⁸.

Cette proportionnalité cause-effet justifierait une quantification de la force centrale¹⁰⁹. Fontenelle écrit qu'il « n'est pas besoin de répéter ici la preuve » de la loi de Galilée ; pour autant, la première partie de son propos associe l'application continue d'une même cause à l'augmentation « égale » d'un même effet, à savoir la production d'une même vitesse à chaque instant. Aussi, en amont de la proportionnalité force/espace en un temps donné, nous trouvons une autre relation, celle associant un incrément de vitesse à une force constante.

Cette proportionnalité de l'effet à sa cause, figurant dans d'autres écrits de Fontenelle¹¹⁰ finit par devenir le socle sur lequel repose une élaboration rationnelle de la loi

¹⁰⁷ *Sur les Forces Centrifuges*, HARS 1700 [1761], pp. 91-92.

¹⁰⁸ *Ibid.*, p. 92.

¹⁰⁹ Fontenelle donne des interprétations infinitésimales de la loi de Galilée : « L'Espace parcouru en vertu de la Vitesse dans un Tems infiniment petit, est infiniment petit, & [...] dans ce même instant, l'augmentation de la Vitesse est aussi infiniment petite par rapport à la Vitesse qui est finie. Il s'ensuit donc que le nouveau petit Espace parcouru en vertu de l'augmentation de la Vitesse, sera infiniment petit par rapport à l'Espace infiniment petit parcouru dans le même Tems en vertu d'une Vitesse finie, c'est-à-dire que ce sera un infiniment petit du second genre », *ibid.*, p. 92.

Voir aussi *Sur le rapport des Forces centrales à la pesanteur des corps*, HARS, 1706 [1731], p. 64 : « Toute la vitesse acquise au bout d'un temps fini quelconque, lui vient uniquement de sa pesanteur, & puisqu'au bout d'un tems fini cette vitesse est finie, il ne pourroit dans un tems infiniment petit recevoir de la même cause qu'une vitesse infiniment petite. Or la vitesse n'étant que le rapport de l'espace au tems, elle ne peut être infiniment petite si l'espace n'est infiniment petit par rapport au tems ; donc le tems étant supposé un infiniment petit du premier genre, il faut pour une vitesse infiniment petite que l'espace parcouru soit un infiniment petit du second, donc dans un tems infiniment petit l'espace parcouru en vertu de la pesanteur, ou de toute autre force centrale est un infiniment petit du second genre ».

¹¹⁰ Voir *Sur une Theorie generale des mouvemens, soit uniformes, soit variés à discretion*, HARS 1707 [1730], p. 134 : « les effets sont toujours proportionnels aux causes, & tout espace parcouru est un effet dont la cause est la vitesse qui l'a fait parcourir. Si cette vitesse est uniforme, la cause est toujours la même, & l'effet ou l'espace plus grand en même raison qu'elle est plus grande, & qu'elle a agi plus long-temps. Si la vitesse est

de chute. Il faut attendre 1711, pour que le Secrétaire perpétuel dresse le constat suivant : « quand on veut remonter jusqu'aux premières idées, & ne pas se contenter de la sûreté du calcul, on peut être surpris qu'une Force soit la Vitesse divisée par le Temps, car la Vitesse étant l'Espace divisé par le temps, qu'est-ce que ce rapport encore divisé par le Temps ? Il y a là quelque chose d'obscur, & que nous avons crû à propos d'éclaircir »¹¹¹. De cet « éclaircissement » consistant à « rapprocher les raisonnements géométriques des premières idées simples dont ils dépendent », doit se déduire « tout le système de Galilée sur la pesanteur qu'il a supposé constante », système qui sera alors « démontré à *priori* (sic), & indépendamment de toute expérience »¹¹².

2.3.2 La démonstration de la loi de Galilée

Puisque le raisonnement débute par l'énoncé que « toute cause se mesure par son effet », il faut ranger la maxime dans cette catégorie des « premières idées simples ». Une autre idée, apparemment jugée elle aussi « première » et « simple », car ne renvoyant à aucun commentaire, énonce que « l'effet d'une force motrice quelconque est le mouvement, ou pour parler avec plus d'exactitude, la quantité de mouvement d'un Corps, c'est-à-dire le produit de sa masse par sa vitesse »¹¹³. Cette « force motrice » n'est « appliquée qu'un moment au Corps qu'elle meut » ou « lui est appliquée pendant tout le temps de son mouvement » ; elle « imprime » une vitesse qui demeurera constante ou son « application continuelle » augmente « à chaque instant » la vitesse. Fontenelle distingue alors la « force simplement motrice » de

variée, il faut la concevoir comme l'assemblage ou la somme d'une infinité de cause (sic) différentes, dont chacune a agi dans chaque instant infiniment petit, & par conséquent l'espace parcouru est proportionnel à cette somme infinie de causes ».

La vitesse est la « cause » du parcours d'un espace. Le mouvement se conçoit comme une succession de vitesses/causes différentes agissant dans l'instant. Ce texte rappelle les rédactions de Varignon des années 1692-1693 dans lesquelles, à chaque instant, une « force »/vitesse instantanée différente faisait parcourir des espaces instantanément ; l'« agrégat » des espaces définissait alors l'espace total parcouru. Au final, on retrouve dans le texte de Fontenelle le « principe général » de Varignon proportionnant la somme des causes à l'espace total, voir *supra*. Une telle référence n'a rien de surprenante ; Varignon, dans le Mémoire associé à cette partie historique reprend des acquis établis en 1693, voir *infra*.

¹¹¹ *De la Résistance des Milieux en Mouvement*, HARS 1711 [1730], p. 87.

¹¹² *Ibid.*, p. 89.

¹¹³ *Ibid.*, p. 87.

la « force accélératrice »¹¹⁴. Cette première force s'identifie à la « force motrice imprimée » de la loi II des *Principes* de Newton. Elle « ne peut avoir de variété dans son action, ni par conséquent être variable, & même à proprement parler elle n'est pas constante non plus, parce qu'il faudroit pour cela qu'elle agît également pendant une suite d'instans ou de tems égaux » ; *a contrario*, la force accélératrice « peut être constante ou variable ».

Une force accélératrice constante « imprimera » des « degrés » identiques de vitesses en tems égaux ; ainsi, « la vitesse totale acquise par le Corps au bout d'un certain tems sera toujours comme ce tems ». Fontenelle considère que « l'idée de force accélératrice enferme tout ce qu'enferme celle de simplement motrice, car elle est aussi-bien que celle-ci appliquée un instant »¹¹⁵. Autrement dit, la force discontinue, le modèle du choc, fonde la force accélératrice ; l'action continue ne s'avère, finalement, qu'une succession de discontinuités.

Quelles grandeurs interviennent dans la mathématisation de cette force accélératrice ? Une « force simplement motrice est d'autant plus grande qu'elle fait parcourir un certain espace déterminé en moins de tems. Donc cette mesure de grandeur convient aussi à la force accélératrice »¹¹⁶. En outre, cette « force accélératrice est accélératrice, c'est-à-dire, appliquée au Corps pendant toute la durée de son mouvement, & l'effet de cette application continue est un certain espace parcouru pendant un certain tems ». Or, « plus la force accélératrice sera grande, & plus le tems pendant lequel elle aura besoin d'être appliquée au Corps pour lui faire parcourir un certain espace, sera court ». Ainsi, vient s'ajouter la spécificité de ce type de force en comparaison de la force simplement motrice : « le tems entre dans l'idée de la force accélératrice, non seulement parce qu'il est le tems pendant lequel un espace est parcouru, mais parce qu'il est le tems pendant lequel la force a été

¹¹⁴ *Ibid.*, pp. 87-88.

¹¹⁵ *Ibid.*, p. 88. Voir aussi *Sur les Propriétés communes aux Chûtes rectilignes des corps pesants, dans toutes les Hypotheses possibles de pesanteurs constantes ou variables, selon les puissances quelconques des Espaces, des Temps ou des Vitesses*, HARS 1720 [1722], p. 101 : les « forces, quoi-qu'accélétrices, ou productrices de mouvements accélérés, se réduisent à des Forces uniformes ou productrices de mouvements uniformes, lorsqu'elles sont aussi prises dans des Temps infiniment petits » ; voir aussi p. 103 : « nous avons distingué en 1711 la Force *simplement motrice*, qui produit le mouvement uniforme, & l'*accélétrice*, qui produit l'accélééré, en faisant observer que l'accélétrice est aussi simplement motrice, mais de plus accélératrice ». La dernière remarque signifie que cette force renouvelle son action à chaque instant.

¹¹⁶ HARS 1711 [1730], *op. cit.*, p. 88.

appliquée ou a agi, & il est clair que le temps n'entre pas de cette seconde manière dans l'idée de force simplement motrice ». Finalement, par “ combinaison ”, « la mesure de la grandeur de la force simplement motrice, ou la vitesse uniforme qu'elle produit, est l'espace divisé par le temps, donc la mesure de la force accélératrice est l'espace divisé par le carré du temps, & cette dernière expression est la même chose que la vitesse uniforme divisée par le temps »¹¹⁷.

Ce raisonnement valable pour une force constante (« puisqu'il suit de cette supposition que son action est toujours égale dans des tems égaux quelconques, il n'importe quel temps on prenne », en l'occurrence, ici, des temps finis) s'adapte aussi au cas d'une force variable : « il n'est plus indifférent quel temps on prenne, & on ne peut considérer la force que comme agissant dans un temps infiniment petit, où son action est égale, ou n'a du moins qu'une inégalité qui n'est à compter pour rien »¹¹⁸.

Finalement, l'analyse roule sur l'idée qu'une force simplement motrice produit une quantité de mouvement (un espace parcouru dans un temps donné) ; que ce type de force entre dans la composition de la force accélératrice mais que celle-ci se différencie de celle-là par la durée de son action. Cette dernière force est jugée d'autant plus grande qu'elle produit une même vitesse ou fait parcourir un même espace qu'une autre, mais en un temps moindre.

Autrement dit, Fontenelle propose de passer de l'expression $F_{\text{simplement motrice}} \propto mv (= \frac{E}{T})$ à

$F_{\text{accélératrice}} \propto \frac{F_{\text{simplement motrice}}}{T}$. Le temps intervenant dans ce raisonnement n'est pas à

proprement parler une grandeur associée à la mathématisation de l'action ; celle-ci reste pensée dans l'instantanéité, suivant le modèle du choc. Ce temps se conçoit comme une durée, par exemple celle d'une chute, et reste ainsi un indice du nombre de “coups” produit par une même force. Ce qui vaut pour des grandeurs finies, vaudrait aussi en termes différentiels ; en suivant le raisonnement de Fontenelle, l'instantanéité ne conduit pourtant pas à la relation souhaitée. Ainsi, en transposant cette analyse des grandeurs finies aux infinitésimales, dans un premier temps Fontenelle écrirait que la force simplement motrice cause une vitesse, mais nécessairement une vitesse finie. On aurait alors $F_{\text{simplement motrice}} \propto v$, soit l'espace de parcouru pendant dt . Ensuite, on aboutit à $F_{\text{accélératrice}} \propto \frac{dv}{dt}$; autrement dit,

¹¹⁷ *Ibid.*, p. 89.

¹¹⁸ *Ibid.*, p. 93.

en un temps donné, la force accélératrice produit une différentielle d'espace du premier ordre et non du second¹¹⁹. Une telle conclusion illustre bien une tension entre la force comprise comme objet physique (son rapport avec le choc) et sa mathématisation ; Fontenelle, à de nombreuses reprises, écrit qu'une force accélératrice provoque une déviation du deuxième ordre¹²⁰.

Ce qui paraît remarquable, c'est la volonté d'établir la relation $f dt^2 = dde$ comme vérité nécessaire et non directement $f dt = dv$; cette dernière formule reste déterminée à partir des expressions différentielles $f dt^2 = dde$ et $dde = dv \cdot dt$ et, finalement, si on accorde à Fontenelle d'avoir mené à bien son projet, c'est dans un deuxième temps seulement que le principe fondamental de la dynamique devient nécessaire. On peut supposer que l'absence de démonstration directe de la formulation $f dt = dv$ provienne justement du mode d'action discontinu : comment introduire, et à quoi bon du reste, ce dt qui n'intervient pas dans cette vision première de l'action que nous fournit l'instantanéité du choc ? Finalement, la force motrice sera toujours proportionnelle à un incrément de vitesse ; il est inutile d'établir la proportionnalité de f à dv pendant un dt constante, l'intensité d'un choc sera proportionnée à l'effet (quantité de mouvement) résultant. Puis, on passe d'une force simplement motrice, de « la vitesse uniforme qu'elle produit », à une force accélératrice qui, « si pendant le premier instant, ou temps qu'elle a été appliquée au Corps, elle lui a imprimé une certain degré de vitesse, elle lui imprimera un nouveau degré égal pendant un second tems égal, & toujours ainsi de suite »¹²¹. Ce temps, Fontenelle le récupère dans une mathématisation de la force seulement lorsque se produit une accélération ; c'est le processus, la répétition des actions, qui permet d'introduire la temporalité. A nouveau, ce temps est régulateur, métronome, indice d'une fréquence de renouvellement de l'action, mais non sa mesure.

Malgré tout, à même cause même effet et, la force supposée constante, « la

¹¹⁹ Varignon commettra la même erreur en 1700, voir *infra* 3.5.

¹²⁰ Nous renvoyons à la note 114. Finalement, on peut retranscrire le raisonnement en notant que, pendant une durée dt , une vitesse uniforme v fait parcourir à un corps un espace de . Pendant ce même dt , une force provoque « augmentation infiniment petite » dv , soit un espace $dde = dv dt + v ddt$. La pratique courante du $dt = \text{constante}$ impliquant $dde = dv dt$. Nous constaterons que dans son compte rendu du Mémoire de 1706 de P. Varignon, Fontenelle note très clairement à partir des méthodes parabolique et osculatrice cette différentielle du deuxième ordre.

¹²¹ HARS 1711 [1730], *op. cit.*, p. 88.

vitesse totale acquise par le Corps au bout d'un certain temps sera toujours comme ce temps ». La double proportion ($f \propto v$ et $v \propto t$) conduit au principe de la dynamique. L'axiome de proportionnalité cause-effet tient bien lieu d'aiguillon : il nous guide afin de déterminer la relation entre la force et la vitesse et il assure, à condition de supposer une action régulière (continue, à chaque instant) de la force, la proportion de la vitesse au temps.

Ces dernières remarques conduisent à deux questions : quelle(s) justification(s) pour cette proportionnalité de la force à l'incrément de vitesse ? Pourquoi la réitération de l'action s'effectue-t-elle en fonction du temps et non sur une autre variable (espace, vitesse...) ou une fonction quelconque de ces variables ?

2.3.3 La double proportion

Fontenelle qualifie de « naturelle » et « unique » cette proportion de la force à l'incrément de vitesse : « la mesure ou l'expression de [la force simplement motrice] est l'Espace divisé par le Temps, ou, ce qui est la même chose, la Vitesse, & il est visible & connu de tout le monde que cette Force est d'autant plus grande que le Temps est plus petit par rapport à l'Espace, ou la Vitesse plus grande, & au contraire. Cette mesure ou expression est non seulement naturelle, mais unique, car on ne peut pas dans cette Force imaginer aucun rapport de la Vitesse, ni au Temps, ni à l'Espace, puisque la Vitesse qui est uniforme & constante, n'augmente ni ne diminue, quels que soient les Espaces ou les Temps »¹²². Il n'existe qu'une relation entre la force et la vitesse, l'égalité de celle-là à l'incrément de celle-ci ; unicité assurant, à condition d'admettre que la force agisse à chaque instant, celle de la loi de chute de Galilée, dans son aspect différentiel ou fini. L'unicité dépend de l'uniformité du mouvement, soit, en amont, du mode discontinu de l'action. Ainsi, pour une force f , on n'aura jamais une relation du type $dde=Xdt^2$ avec X une fonction quelconque de f .

La « force du corps en mouvement » se mesure par sa quantité de mouvement, car celle-ci est l'effet de celle-là et qu'effet et cause sont proportionnels. L'axiome sert à réfuter les forces vives : « tous les Mathématiciens modernes, & plus particulièrement les Mécaniciens, conviennent que la force des corps en mouvement est le produit de leur masse par leur vitesse. Ils ont trouvé cette proposition si évidente qu'ils l'ont traitée d'Axiome, &

¹²² HARS 1720 [1722], *op. cit.*, p. 103.

ont négligé de la prouver. En effet on conçoit naturellement qu'un Corps a une certaine résistance au mouvement, quelle qu'elle soit, que cette résistance qui doit être vaincuë par la force motrice, est d'autant plus grande, & que par consequent la force le doit être d'autant plus, que la masse du corps est plus grande. Quant à la vitesse, il est évident qu'une plus grande vitesse ne peut être imprimée que par une force plus grande en même raison »¹²³. En supposant que « la matiere n'apportât absolument aucune résistance au mouvement », la force se mesurerait par la seule vitesse du corps et « l'on ne voit pas que la mesure de la force motrice dût être le quarré de la vitesse. Car d'où viendrait ce quarré ! Quels seroient les deux effets de la vitesse ! »¹²⁴. Ainsi, à une seule cause répond son seul effet, une vitesse acquise ; le carré de cette dernière impliquerait contradiction au regard de l'axiome de proportionnalité. L'axiome implique l'« évidence » de l'évaluation de la force, une mesure qualifiée de « naturelle » ; il fait ainsi partie de nos « premières idées », comme l'écrivait Fontenelle. Cette « évidence » semble rattacher cet axiome à une origine cartésienne (pour Descartes l'« évidence » de son principe de statique renvoie à celle de l'arithmétique élémentaire) et des textes reliant la mesure de la force à la fois à un principe de conservation du mouvement et à la science des machines peuvent conforter cette hypothèse.

En effet, Fontenelle entend donner la « Métaphysique » des « premiers principes de la Méchanique », métaphysique « qui n'est pas moins démonstrative que la Géométrie, & qui peut être plus intelligible » ; comme pour Descartes, l'évidence de cette « Métaphysique » de la mécanique se construit sur celle de la mathématique ; le fondement de celle-là doit avoir le même degré de certitude que celui de celle-ci. Fontenelle souhaite corriger les fausses prétentions des « Machinistes » imaginant de fantastiques machines sensées « multiplier les forces »¹²⁵. Avant de parvenir à la conclusion que « nulle force ne peut être en équilibre qu'avec une force égale, ni être surmontée que par une force supérieure » et, qu'« ainsi tout l'art de la Méchanique ne rend jamais une petite force égale ou supérieure à une plus grande »¹²⁶, le Secrétaire fait un long détour (la « Métaphysique ») afin d'établir une juste quantification de cette force. Si 25 livres sont en équilibre avec 100,

¹²³ *Sur la force des corps en mouvement*, HARS 1721 [1723], p. 81. Les « preuves » en question sont celles données par le Chevalier de Louville ; nous les avons mentionnées dans la Partie II de cette thèse, voir *supra*.

¹²⁴ *Ibid.*, p. 82.

¹²⁵ *Sur la force des machines en general*, HARS 1703 [1705], pp. 100-101.

¹²⁶ *Ibid.*, p. 102.

l'équilibre ne se fait pas avec ces deux quantités, « mais entre 100 livres & 25, mûes ou nécessairement disposées à se mouvoir 4 fois plus vite que les 100 » ; il écrira encore, s'arrogant le droit de remplacer la vitesse par l'espace, qu'« une petite puissance ne [peut] donc mouvoir un grand poids, si elle ne fait beaucoup de chemin dans le même tems que le petit en fera peu »¹²⁷.

Sa « Métaphysique démonstrative » le conduit à s'intéresser à la résistance qu'un corps oppose à une mise en mouvement, dans un raisonnement joignant la proportionnalité de l'effet à la cause à un principe de conservation du mouvement : « quelle que soit la cause de la résistance des Corps au mouvement, du moins de ceux sur lesquels nous pouvons agir, il est certain qu'ils y apportent une certaine résistance, & qu'elle est d'autant plus grande, qu'ils sont plus grands, ou qu'ils ont plus de masse. Et comme un mouvement plus vite est un plus grand mouvement, cette résistance est aussi proportionnée à la vitesse dont on veut les mouvoir. Par conséquent lorsqu'un corps est mû, la force qui le meut est d'autant plus grande qu'il a plus de masse & plus de vitesse ; de sorte que la force ou la *quantité de mouvement* d'un corps est un produit de sa masse par sa vitesse »¹²⁸. La vitesse de déplacement d'une masse s'identifie à un effet proportionné à la force motrice. Fontenelle poursuit en faisant de la quantification de cet effet un instrument rendant compte d'une condition d'équilibre ; celui-ci implique égalité de forces, ce qui renvoie à une multiplicité de combinaisons entre masses et vitesses : « non seulement la même cause, qui produit la résistance des corps au mouvement, produit une plus grande résistance à un plus grand mouvement ; mais elle ne produit une plus grande résistance à un plus grand mouvement, que parce qu'elle produit la résistance au mouvement. Donc ces deux effets ne sont que le même ; donc la résistance d'un grand corps à un petit mouvement, est la même que celle d'un petit corps à un grand mouvement, pourvû que les masses & les vitesses soient proportionnées, & que la plus grande vitesse appartienne à la moindre masse. Donc les forces nécessaires pour surmonter ces résistances sont égales, & pareillement les quantités de mouvement des deux

¹²⁷ *Ibid.* Sur cette interchangeabilité espace-vitesse, voir *Sur la résistance des solides*, HARS 1702 [1743], pp. 109-110 : « toute Puissance ou force ayant pour mesure la quantité de mouvement qu'elle cause ou doit causer, c'est-à-dire, le produit d'une masse ou d'un poids par sa vitesse, il ne s'agit pour trouver des Equilibres de différentes forces, que de trouver ces produits égaux. Ainsi deux Poids étant appliqués à une Verge inflexible ou Levier, ils ne pourront être en équilibre que sur un point immobile de cette Verge pris entre eux, tel que les arcs circulaires qu'ils décriraient de part & d'autre de ce point, ou, ce qui est la même chose, leurs vitesses, multipliées par leurs masses, seroient des produits égaux ».

¹²⁸ *Sur la force des machines en general*, HARS 1703 [1705], p. 101.

corps mûs dans ces conditions »¹²⁹.

Ces propos rappellent la définition de l'inertie que Descartes donnait à Debeaune ; une inertie/résistance, bâtie à partir d'un principe de conservation (voir *supra*, Partie I, Chapitre I). Il suit alors une égalité des causes (forces) à partir de l'identité des effets (quantités de mouvement) qu'elles produisent et qui leurs sont proportionnés ; de cette dernière identité découle la proportion entre masses et vitesses conduisant à un équilibre sur une machine.

Dans cette « Métaphysique » apparaît à nouveau l'axiome de proportionnalité comme source des « premières idées » et qu'on peut rattacher à la science cartésienne. En se remémorant l'entreprise de Descartes qui consistait à fonder la statique de manière *apriorique*, sans recours à l'expérience, les « démonstrations » de Fontenelle, celle concernant la condition d'équilibre et celle de la loi de Galilée, tiennent du même projet de fonder rationnellement la mécanique.

Pourquoi maintenant la fréquence d'un choc doit-elle se régler sur le temps ? Autant dire que la réponse est insatisfaisante et fait nécessairement appel à l'expérience : la chute libre constitue implicitement le référent. Dès 1693, Varignon montrait la contradiction qu'impliquait l'hypothèse d'un mouvement accéléré en fonction d'une puissance quelconque de l'espace parcouru. D'après les relations issues de son « principe général », avec des vitesses qui évoluent comme les puissances p des abscisses v et y , abscisses identifiables suivant la supposition à des espaces, de $eFy^{p+1} = ghrv^{p+1}$ et $xeFy^p = zg rv^p$ ¹³⁰ on obtient $eFh^p = grf^p$ et $xeFh^p = zgrf^p$ (pour ces formules, voir *supra* 1.3.2). Il suit que $x=z$; si, d'autre part, on suppose $eF=gr$ (les poids en proportion des masses), il vient $h^p=f^p$. Ainsi, d'après cette dernière relation, indépendamment des durées des mouvements, un même corps soumis à la même loi d'accélération devrait toujours parcourir le même espace ; d'autre part, qu'on suppose des durées égales ou non, le corps, indépendamment des espaces parcourus, possédera toujours une même vitesse. L'hypothèse conduit à une absurdité¹³¹.

Si la vitesse évolue proportionnellement à l'espace parcouru, la vitesse d'un corps tombant de 2 toises valant 1 degré au bout d'une toise en vaudra 2 à la fin de la seconde

¹²⁹ *Ibid.*

¹³⁰ On rappelle que e, g sont les masses ; f, h , les espaces ; r, f , les « premières forces » ; x, z les vitesses ; v, y des abscisses qui pourront être les temps, voir *supra*.

¹³¹ Varignon, *Regles des mouvements accelerez*, *op. cit.*, p. 342.

toise ; « cette hypothèse produit une absurdité » note Fontenelle. Si le corps acquiert successivement 1 degré en franchissant la première toise, ayant plus d'un degré au début de la seconde il doit, dans l'intervalle de temps nécessaire au parcours du premier espace, franchir davantage qu'une autre toise¹³².

En général, Varignon (et Fontenelle) règle systématiquement l'évolution des vitesses suivant une puissance quelconque des temps. Finalement, l'hypothèse d'une proportionnalité entre vitesse et temps renvoie nécessairement à une donnée de l'expérience, soit à la loi de chute libre galiléenne, et, systématiquement, l'acquisition d'une même vitesse sous l'action d'une force constante se déroule à chaque instant.

Si la démonstration de Fontenelle est nécessairement sujette à caution, reste cette croyance d'une loi de la dynamique épurée de toutes données expérimentales.

Pour conclure ces deux premières parties, notons que l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause permet la quantification d'une force motrice. Les Mémoires académiques après 1700 ne le mentionnent plus systématiquement. Pour autant, il constitue le premier axiome du traité de statique de 1725, et les comptes rendus de Fontenelle des Mémoires de Varignon en font un usage constant.

Cet axiome fait partie des évidences premières de même que l'effet identifié à une quantité de mouvement. La force accélératrice, le renouvellement de la force motrice, se fait à chaque instant et le processus permet de retrouver la dimension temporelle dans une formulation du principe fondamental de la dynamique. L'idée d'une action suivant le flux du temps semble redevable à la loi galiléenne de chute. N'en demeure pas moins cette volonté de fonder rationnellement la loi de chute et son expression différentielle. Celle-ci, jointe à l'expression $dde=dv.dt$ permet alors de retrouver le principe fondamental. Le même raisonnement vaut pour Varignon. La démonstration de la loi de Torricelli repose explicitement sur le principe de la dynamique, Varignon, à partir de l'axiome de proportionnalité, écrivant que la « force mouvante » provoque sur une masse une vitesse en un temps donné.

¹³² *Sur une theorie generale des mouvemens, soit uniformes, soit variés à discrétion* , HARS 1707 [1730] pp. 132-133. En général, l'évolution des vitesses ne peut pas suivre les « puissances parfaites » (entières) des espaces. Quant aux « puissances imparfaites » (fractionnaires) des espaces, l'hypothèse revient à des puissances parfaites des temps (ainsi, dans l'hypothèse de Galilée, si la vitesse suit la racine des espaces, cela revient à une vitesse proportionnelle au temps) ou des puissances imparfaites ; dans tous les cas, les vitesses suivent une puissance quelconque des temps, *ibid.*, pp. 133-134.

Finalement, concernant le statut modal (nécessaire ou contingent) du principe de la dynamique ou le recours systématique à l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause, les analyses de Varignon et de Fontenelle entrent en contradiction avec celles de D'Alembert. Sans prétendre qu'il y ait une critique directe de ce dernier adressée à leur rencontre, l'importance de ces personnalités au sein de l'Académie méritait que nous signalions leurs positions ; celles-ci ont valeur de témoignage, celui d'un contexte scientifique français dont héritera D'Alembert.

III-Calculs de forces suivant trois méthodes : les travaux de mécanique céleste de Varignon

3.1 Antécédents historiques du calcul des forces centrales

Un Mémoire de Varignon datant de 1706 peut constituer un bon récapitulatif du savoir-faire amassé depuis les premiers écrits analytiques de 1698. On y trouve une synthèse de trois techniques de calculs de forces centrales jusqu'alors pratiquées, à savoir la méthode polygonale, la méthode parabolique et celle s'appuyant sur un cercle osculateur¹³³. Les deux premières figurent dans l'édition de 1687 des *Principes* de Newton ; la dernière n'apparaît que dans le Lemme XI de la Section 1 du Livre I et, finalement, Newton ne l'emploie que pour une trajectoire particulière, une spirale logarithmique, le centre de force se confondant avec celui de la courbe¹³⁴. On ne trouve donc pas, dans cette première édition, une utilisation systématique d'une telle méthode appliquée à tous types de courbes. Ainsi, à titre d'exemple, concernant la Proposition 6/Théorème 5 qui donne l'expression géométrique d'une force centrale pour une trajectoire quelconque, expression appliquée par la suite à des trajectoires particulières dans différentes hypothèses de localisation de centres de force,

¹³³ Nous empruntons ces appellations à J. Bruce Brackenridge, *The Key to Newton's Dynamics. The Kepler Problem and the Principia*, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, 1995. Voir du même auteur Newton's Mature Dynamics : A Crooked Path Made Straight, dans *Isaac Newton's natural philosophy*, J. Z. Buchdahl et I. B. Cohen (éd.), Cambridge, Mass., London, MIT Press, 2001, pp. 105-137.

¹³⁴ Pour une analyse de ce Lemme XI et de la Proposition 9/Théorème 4 de l'édition de 1687, voir J. Bruce Brackenridge [1995], resp. pp. 150-154 et pp. 157-161. Il faut aussi ajouter que pour une trajectoire circulaire ayant pour centre de force le centre du cercle, la démonstration de Newton fait appel à ce Lemme XI. Pour le contenu de ce Lemme voir *infra*, 3.2.3.

Newton recourt à la méthode parabolique en 1687 ; il fait de même en 1713 et 1726 (2^{ème} et 3^{ème} édition des *Principes*) mais y adjoint une analyse fondée sur des cercles osculateurs¹³⁵.

Newton est en possession de ces techniques osculatrices depuis très probablement les années 1660¹³⁶ et les utilise au début des années 1690 en procédant à ce que D. T. Whiteside nomme des « restructurations radicales » du livre de 1687¹³⁷. Malgré tout, il ne publie une partie de ces modifications qu'à partir 1713. D. T. Whiteside note que sous les hypothèses de la Proposition 6, A. de Moivre annonce le 27 juin 1705 à J. I Bernoulli sa découverte d'une expression de force centrale basée sur cette méthode osculatrice en précisant à son correspondant sa déconvenue lorsque, croyant faire preuve d'originalité, il présenta son résultat à Newton qui en était déjà en possession¹³⁸. De Moivre et Bernoulli ne rendent officiels leurs travaux se basant sur cette méthode qu'en 1717 et 1713 ; J. Keill en 1708¹³⁹. Or, dès 1701, de manière systématique, Varignon assimile localement des courbes, quelles qu'elles soient, à leurs cercles d'osculation afin de déterminer l'expression d'une force ; s'il subit en cela une influence, elle ne saurait provenir de publications.

La découverte de l'expression analytique de la formule du rayon de courbure remonte aux années 1690 ; P. Radelet-de Grave en dresse un historique précis¹⁴⁰. Cette question fait partie des fameuses « leçons » du calcul intégral de J. I Bernoulli et n'est donc pas étrangère au milieu malebranchiste¹⁴¹. Pour sa part, Varignon cite dans sa correspondance

¹³⁵ Pour une comparaison des différentes démonstrations de cette proposition 6 entre chacune des éditions des *Principes*, voir J. Bruce Brackenridge [1995], *op. cit.*, pp. 190-198.

¹³⁶ Voir J. Bruce Brackenridge [1995], *op. cit.*, pp. 217-218.

¹³⁷ Voir en particulier les modifications apportées au Livre I au début des années 1690 (entre 1690 et 1694) figurant dans *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, D.T. Whiteside (éd.), vol. VI, 1684-1691, Cambridge University Press, Cambridge, 1974, "The 'De Motu corporum liber primus' remodelled", pp. 538-609. Voir en particulier l'expression d'une force centrale à partir d'un cercle osculateur dans le Corollaire 3 de la Proposition VI/Théorème V, pp. 547-549.

¹³⁸ Voir D.T. Whiteside, *op. cit.*, note 25 pp. 548-550.

¹³⁹ *Ibid.*, note 25 pp. 548-549.

¹⁴⁰ P. Radelet-de-Grave, *La mesure de la courbure et la pratique du calcul différentiel du second ordre, Sciences et Techniques en perspective*, Deuxième série, vol. 8, n° 1, 2004, pp. 159-178. Jacques Bernoulli semble le premier à avoir trouvé cette formule, la découverte se situant probablement entre 1689-1691. Il en publie une démonstration dans un mémoire sur la courbe élastique, *Curvatura Laminae Elasticae*, Acta Eruditorum, juin 1694, pp. 272-276.

¹⁴¹ Il s'agit des leçons XVI et XVII, « Inventio centro circuli » ; voir aussi la leçon XV (« De Circulis

avec J. I Bernoulli le Mémoire de Jacques où elle apparaît¹⁴². Il connaît aussi les applications que ce dernier en fait à différentes courbes, applications publiées dans les *Acta Eruditorum* de l'année 1692 ; Varignon possède tous les exemplaires du périodique¹⁴³. Par la suite, dans son *Analyse des infiniment petits*, le Marquis de l'Hôpital en donne la théorie et des applications à différents types de courbes¹⁴⁴. Les techniques sont donc largement connues par les savants français. Il nous semble bien qu'il faille attendre les travaux de Varignon pour en voir une application officielle à la mécanique céleste.

Nous souhaitons établir dans cette partie que les travaux de P. Varignon constituent une source importante qui influencera D'Alembert dans la rédaction de certains passages du *Traité de dynamique*. Dans un premier temps, nous restituons la théorie de Varignon à travers la lecture de deux Mémoires. Varignon, d'une manière qu'on qualifiera de pédagogique, attire l'attention sur le risque d'une utilisation simultanée des différentes méthodes ; il s'ensuivrait une erreur dans l'évaluation de la déviation qui retomberait sur celle de la force. Nous remarquerons ensuite que D'Alembert connaît ces travaux et qu'il développe une thèse identique à celle de son aîné résumé par une mise en garde adressée aux « Géometres » sur les risques encourus.

3.2 Mémoire de 1701 : première application d'une méthode osculatrice

3.2.1 Règle générale

Comme à l'accoutumée, tout bon Mémoire de mécanique analytique rédigé par Varignon doit commencer par une règle générale. Celle-ci donnera l'expression en un point donné d'une trajectoire courbe d'une force centrale en fonction d'un rayon de courbure.

osculantibus et Evolutione curvarum, ejusque usu in rectanficandis curvis »), voir OCM de Malebranche, tome XVII-2, *Mathematica*, p. 134.

¹⁴² J. I Bernoulli, *Der Briefwechsel...*, vol. 2, *op. cit.*, lettre de Varignon à Bernoulli du 29 décembre 1694, p. 76.

¹⁴³ *Ibid.*, p. 75.

¹⁴⁴ Marquis de l'Hôpital, *Analyse des infiniment petits*, *op. cit.*, « Section V. Usage du calcul des différences pour trouver les Développées », pp. 71-103. L'expression analytique apparaît dans un « Problème général », voir pp. 74-76.

Soit une courbe QLM ; C le centre des forces centrales ; AL le rayon de la développée à la courbe en L ; LH la tangente à cette courbe en L.

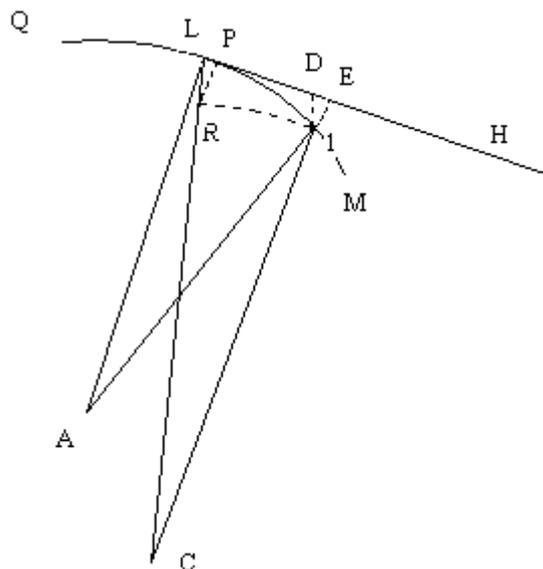


Figure 6

DI, parallèle à CL, correspond à la déviation par rapport à la tangente en L que subit le corps sous l'effet de la force centrale agissant pendant le temps de parcours de LI. Varignon prend LI « indéfiniment petite », puis trace IR, IE de centres C et L, et RP perpendiculaire à LI¹⁴⁵.

En considérant ALI et LEI semblables¹⁴⁶, il suit : $AL(n).LI(ds) :: LI(ds).IE$ soit $IE = \frac{ds^2}{n}$. Avec

¹⁴⁵ Varignon, *Autre regle generale des forces centrales. Avec une maniere d'en déduire & d'en trouver une infinité d'autres à la fois, dépendemment & indépendemment des Rayons osculateurs qu'on va trouver aussi d'une maniere infiniment generale*, MARS 1701 [1743, seconde édition], p. 21.

¹⁴⁶ Comme l'a remarqué P. Costabel, Varignon commet ici une erreur. L'angle en A est double de l'angle LIE ; Varignon devrait ainsi obtenir ainsi $IE = \frac{ds^2}{2n}$. Mais puisque, par la suite, la déviation EI que produit

une force F centrée en A est donnée par la relation $EI = F \times dt^2$ et non $EI = \frac{F \times dt^2}{2}$, il s'ensuit une compensation

d'erreurs et la bonne formule reliant la force centrale y dirigée vers C et le rayon osculateur. Voir *Der Briefwechsel*, vol. 3, *op. cit.*, Varignon et l'écriture différentielle du mouvement de la force centrale, Annexe de la lettre de Varignon à Bernoulli du 25 septembre 1711 signée P. Costabel, p. 447. Voir du même auteur, *Courbure et Dynamique*. Jean I Bernoulli correcteur de Huygens et Newton, dans *Der Ausbau des Calculus*

LIR et LRP aussi semblables et rectangles en P et R, Ll(ds).Rl(dz) :: LR(dz).RP :: y(force suivant LC).force suivant PR ; cette dernière s'identifie alors à $y \times \frac{dz}{ds}$. Avec, PR et LE

orthogonales à LH, « l'espace $El(\frac{ds^2}{n})$ est ce qu'il y a de parcouru en vertu de cette force

$(y \times \frac{dz}{ds})$ pendant l'instant dt par le corps qui décrit l'arc élémentaire Ll, au lieu de suivre la

tangente LH, comme il auroit fait sans cette force ou sans y. Donc cette force instantanée lui ayant été continuellement appliquée pendant ce tems dt, & d'ailleurs étant constant que des espaces ainsi parcourus en vertu de forces uniformes & toujours appliquées, (ainsi que l'on pense être d'ordinaire la pesanteur) sont comme les produits de ces forces par les quarrés des

tems de leur application non interrompue ; l'on aura $\frac{ds^2}{n} = y \times \frac{dz}{ds} \times dt^2$, ou $y = \frac{ds^3}{ndzdt^2}$ pour la

Regle cherchée »¹⁴⁷.

Dans un premier tems, Varignon détermine donc la déviation entre la tangente en L (trajectoire suivie sans l'action de la force y) et la courbe assimilée à son cercle osculateur en L. Il projette la force centrale y sur le rayon d'osculacion LA (ce qui donne à la composante orthogonale de cette force y) pour, dans un deuxième moment, appliquer la « règle » établie en 1700, à savoir une version de la loi de Galilée généralisée aux infiniment petits. Finalement, la méthode revient à trouver l'expression de la force dans le cercle osculateur ($F=y \times \frac{dz}{ds}$), puis à la projeter le long de la droite d'action LC ($F \times \frac{ds}{dz}$).

durch Leibniz und die Brüder Bernoulli, *Studia Leibnitiana*, Sonderheft 17, 1989, pp. 17-18.

¹⁴⁷ *Ibid.* Cette formule est exacte. Dans une base de Frenet associée au point L ($\vec{L}, \vec{e}_t, \vec{e}_n$), on aura pour accélération normale en L $\vec{a}_n = \frac{v^2}{n} \vec{e}_n$ avec n le rayon de courbure instantané. D'après les données du

problème, $v = \frac{Ll}{dt} = \frac{ds}{dt}$ soit $a_n = (\frac{ds}{dt})^2 \cdot \frac{1}{n}$ (1). Si on pose cette dernière valeur égale à F_n , composante normale de

la force en L, il suit que la force y le long de LC vaudra $y = \frac{F_n}{\cos \theta}$ avec θ = angle (LRP). Or, puisque LRP et LIR

sont semblables, avec Ll=ds et Rl=dz, il vient dz=ds.cos θ , soit $y = F_n \cdot \frac{ds}{dz}$. En remplaçant F_n par son expression

(1), on retrouve l'expression de y donnée par Varignon.

A cette date, Varignon commet l'erreur de mélanger deux modèles d'approximations ; le fait de considérer les triangles ALI et LEI semblables sans s'apercevoir que les angles aux sommets A et L diffèrent d'un facteur 2 revient à considérer la tangente LH dans le prolongement de QL, soit, à assimiler la courbe à un polygone alors même qu'il utilise le cercle osculateur et sa tangente en L pour calculer une déviation. Cette assimilation d'une courbe à un polygone est manifeste : dans sa recherche des forces, Varignon substitue la valeur des n par leurs expressions figurant dans l'*Analyse des infiniment petits* que le Marquis établissait à partir de courbes polygones¹⁴⁸.

3.2.2 Application de la méthode osculatrice au cas d'une trajectoire elliptique

Cette expression générale établie, Varignon l'applique au cas particulier d'une ellipse, le centre de force se confondant avec un foyer. Les temps t seront comme les aires ACL ; avec CL=r, dt=rdz ; comme dans la pratique newtonienne, l'élément de temps devient figuré et remplacé dans la formule de la force par une expression géométrique. En faisant « dz constante », l'*Analyse* du Marquis donne : $n = \frac{rds^3}{dzds^2 - rdzddr}$ ¹⁴⁹. L'hypothèse de la constance

¹⁴⁸ Varignon, *Differentes manieres infiniment generales de trouver des Rayons osculateurs de toutes sortes de Courbes, soit qu'on regarde ces Courbes sous la forme de Polygones, ou non*, MARS 1706 [1721]. Varignon note que sa recherche sur la comparaison des forces centrales aux pesanteurs (Mémoire de 1706, voir *infra*) l'a conduit « à considerer les Courbes, non à l'ordinaire sous la forme de Polygones infini-lateres réctilignes, mais comme faites d'éléments véritablement courbes eux-mêmes ». Il précise que cela le conduisit à « chercher les rayons osculateurs dans cette hypothèse, dans laquelle je ne sçais personne qui l'ait encore fait » ; ce Mémoire s'inscrit donc dans le prolongement de ces recherches sur les rapports entre force et pesanteur, en donnant des « expressions générales » des rayons osculateurs dans cette hypothèse de courbes constituées d'éléments courbes, expressions « qui se sont trouvées précisément les mêmes que celles que la consideration de ces mêmes Courbes sous la forme de Polygones infini-lateres réctilignes m'avoit déjà données dans les Mémoire de 1701 », pp. 480-481.

¹⁴⁹ Voir *Analyse, op. cit.*, section VI, pp. 75-76. Soit une courbe AD, avec CM le rayon de courbure en M, BM et Bm, deux « appliquées » partant d'un même point B, CE et Ce perpendiculaires à BM et Bm. Avec BM=y, ME=z, l'arc MR=dx, on aura Rm=dy et Mm= $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ (voir figure ci-dessus, abrégée de la « figure 67 » de l'*Analyse*). L'Hôpital donne alors $MC = \frac{(ydx^2 + ydy^2) \times \sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx^3 + dx dy^2 - y dx ddy}$, voir art. 78 p. 76. Pour obtenir

de dz renvoie ici à celle du temps ; Varignon considère donc l'action de la force y sur un dt pris constant. On constatera par la suite que cette pratique apparaît lorsque Varignon analyse la Proposition I des *Principes* de Newton, la constance de cette durée signifiant que ce dt n'est pas celui de l'action mais un indice de fréquence d'une répétition de chocs ; autrement dit, l'absence de la prise en compte de la durée renvoie à l'application du concept de force défini dans la loi II de Newton.

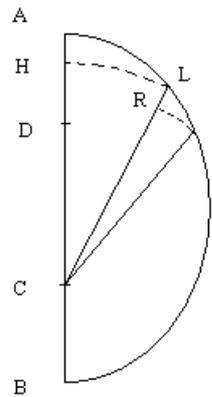
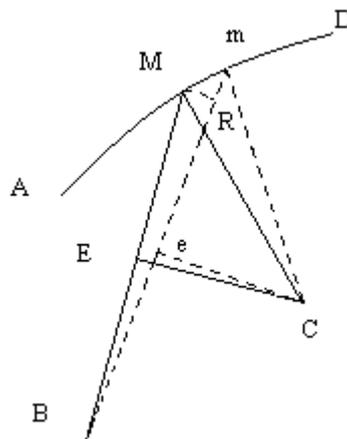


Figure 7

Varignon prend $AH=x$ et, ainsi, $dr=-dx$; ainsi, $n = \frac{rds^3}{dzds^2 + rdzddx}$. En

remplaçant cette expression de n dans celle de la force centrale $y = \frac{ds^3}{ndzdt^2}$, il suit

la formule de Varignon, il faut voir que C joue le rôle de B, et remplacer $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ donnant l'élément de courbe Mm par ds , dx par dz , et y par r .



$y = \frac{ds^2 + rddx}{rdt^2}$ et, puisque $dt = rdz$, $y = \frac{ds^2}{r^3 dz^2} + \frac{ddx}{r^2 dz^2}$ (1). Avec $AB = a$, $DC = c$, $bb = aa - rr$,

$RI = dz = \text{constante}$, et à partir de l'équation différentielle de l'ellipse rapportée au foyer C,

$bdr = dz \sqrt{4ar - 4rr - bb}$ ¹⁵⁰(2), soit $ddr = -ddx = \frac{2adr dz - 4rdr dz}{b\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ (3). En remplaçant dr dans (3)

par l'expression que donne (2), $ddr = -ddx = \frac{2adz^2 - 4rdz^2}{bb}$ (4). Maintenant, en remplaçant dans

(1) l'expression ddx que donne (4), $y = \frac{ds^2}{r^3 dz^2} - \frac{2a + 4r}{bbrr} = \frac{dx^2}{r^3 dz^2} + \frac{1}{r^3} - \frac{2a + 4r}{bbrr}$ (5). Puisque

$dr = -dx$, d'après (2) on obtient : $dx^2 = dr^2 = \frac{4ardz^2 - 4rdr dz^2 - bbdz^2}{bb}$; (5) deviendra par cette

expression de dx^2 : $y = \frac{4ar - 4rr - bb}{r^3 bb} + \frac{1}{r^3} - \frac{2a + 4r}{bbrr} = \frac{2ar}{bbr^3}$ soit pour finir, $y = \frac{2a}{bb} \times \frac{1}{CL^2}$.

Varignon retrouve ainsi l'expression d'une force centrale pour une trajectoire elliptique, le centre de force tendant vers un foyer¹⁵¹.

¹⁵⁰ La position du point L est repérée par les abscisses AH (x) et par les arcs circulaires HL (z) ; Varignon utilise dès mars 1700 des « ordonnées circulaires » pour situer le point L, ce qui revient à recourir à des coordonnées polaires, voir M. Blay, *La naissance...*, *op. cit.*, note 116 p. 195.

L'équation polaire de l'ellipse rapportée à C est $\frac{p}{r} = 1 - e \cos \varphi$ avec $e = \frac{c}{a}$, $bb = aa - cc$, $p = \frac{b^2}{2a}$. Son

expression différentielle conduit à $\frac{-pdr}{r^2} = e \sin \varphi d\varphi$ ou encore avec $p = \frac{b^2}{2a}$, $e = \frac{c}{a}$ et $dz = r.d\varphi$,

$\frac{-b^2 dr}{2r} = c \sin \varphi dz$ (1'). Enfin, $e \cos \varphi = 1 - \frac{p}{r}$ et $(e \cos \varphi)^2 + (e \sin \varphi)^2 = e^2$ conduisent à

$\sin \varphi = \pm \frac{b\sqrt{4ar - 4r^2 - b^2}}{2rc}$ (2'). L'angle étant repéré par rapport à AB, de A vers B, seule la valeur positive

du sinus compte, et il suit en plaçant (2') dans (1'), l'opposée de l'équation différentielle (2). Malgré ce signe opposé, la démonstration de Varignon reste valable par une compensation d'erreurs. En effet, la différentielle de (2) lui donne (3) (toujours du signe opposée à la véritable formule) mais, ensuite, il remplace dr de (3) par l'expression qu'en donne (2) (du signe opposé à la véritable formule) ; les erreurs de signes se compensent. Enfin, dans l'élévation au carré (2) (expression du carré de dx), le signe n'importe pas.

¹⁵¹ La force en raison réciproque du carré de CL, « ainsi [...] que Messieurs Newton et Leibnitz, l'ont trouvé aussi chacun à sa manière » comme l'écrit Varignon [1701], *op. cit.*, p. 23. Concernant Newton, il s'agit de la Proposition 11/Problème 6 de la section 3 des *Principes* de 1687. Concernant Leibniz, la référence renvoie au *Tentamen de motuum coelestium causis*, publié dans AE 1689 ; pour une analyse de ce texte, voir E. J. Aiton, *The celestial mechanics of Leibniz*, *Annals of Science*, vol. 16, n°2, juin 1960, pp. 65-82. Notons que

L'application que fait Varignon de ce cercle osculateur n'est pas sans ambiguïté. Nous constatons que deux méthodes se côtoient (polygonale, osculatrice) alors qu'elles renvoient à un mode d'action différent (continu, discontinu) et, conséquemment, à une déviation différente (à un facteur 2 près) ; une opportune compensation d'erreurs permet à Varignon d'énoncer l'expression correcte reliant force centrale et « rayon osculateur » (notons au passage la terminologie : Varignon revendique la nouveauté des appellations « force centrale » et « rayon osculateur »¹⁵²). D'autre part, le cercle permet le calcul d'une déviation que, par la suite, Varignon insère dans sa « règle » de force centrale. L'expression de cette force implique un modèle parabolique sous-jacent et il semble bien qu'en 1701 Varignon pratique de manière indifférenciée et simultanée les trois méthodes. Il n'y a pas lieu de lui reprocher de faire coexister deux modèles d'action (une force discontinue et sa courbe polygone associée, une accélératrice), mais bien de les confondre dans l'analyse d'un même problème¹⁵³.

l'expression de la force centrale en fonction du rayon de courbure et son application à l'ellipse telles qu'elles apparaissent dans ce Mémoire de 1701 figurent de manière identique dans la lettre de Varignon à Leibniz du 23 mai 1702, voir Leibniz, MS, tome IV, pp. 101-103.

Il faut noter que Varignon propose une autre démonstration de cette expression de la force centrale dans son Mémoire du 13 novembre 1700, *Des Forces centrales, ou des pesanteurs nécessaires aux Planètes pour leur faire décrire les Orbes qu'on leur a supposés jusqu'ici*, MARS 1700 [1761, seconde édition ; première en 1703], pp. 224-243. M. Blay analyse cette démonstration dans *La naissance...*, *op. cit.*, pp. 213-216. Varignon s'appuie sur une expression générale des forces centrales appliquées aux cas de mouvements curvilignes déterminées dans un Mémoire du 31 mars 1700, *Du Mouvement en général pour toutes sortes de Courbes ; & des Forces centrales, tant centrifuges que centripètes, nécessaires aux corps qui les décrivent*, MARS 1700 [1761], pp. 83-100. Pour cette expression de la force, voir *infra*.

¹⁵² Voir la lettre à Leibniz citée ci-dessus, p. 101 : « j'ay trouvé plusieurs formules des forces centrifuges ou centripetes, que j'appelle en general forces centrales » ; voir dans MARS [1701], *op. cit.*, pp. 24-25 : les « Rayons des Développées [...] que j'appellerai aussi dans la suite, *Rayons osculateurs* ».

¹⁵³ D. T. Whiteside (Newtonian dynamics, *History of Science*, 5, 1966, pp. 104-116) et E. J. Aiton (Polygons and Parabolas : Some Problems Concerning the Dynamics of Planetary Orbits, *Centaurus*, vol. 31, 1989, pp. 207-221) soutiennent la nécessité, dans l'application d'une méthode polygonale, de concevoir des côtés du deuxième ordre, ce que ne firent ni Newton, ni Leibniz. Finalement, ayant le modèle de la force accélératrice à l'esprit, ces deux historiens transposent ce qui vaut pour celle-ci à la méthode polygonale. H. Erlichson souligne à juste titre qu'il n'est pas nécessaire de concevoir des polygones du deuxième ordre, que les deux modèles dynamiques sont identiquement recevables et qu'il ne faut pas prêter à l'un (polygone) ce qui vaut pour l'autre (parabolique), voir Newton's Polygon Model and the Second Order Fallacy, *Centaurus*, vol. 35, 1992, pp. 243-258.

D'autre part, la Proposition VI de la première édition repose sur la méthode parabolique, l'expression de la force dérivant du Lemme X¹⁵⁶ ; elle ne fait donc pas intervenir de « rayons osculateurs ». De cette dernière proposition, Newton donnera deux démonstrations dans les éditions de 1713 et 1726 : une reconduisant celle de la première édition, l'autre recourant à un cercle osculateur.

Les différentes démonstrations de la Proposition VI sont suffisamment étudiées pour qu'il n'y ait pas lieu de s'y attarder ici ; quelques éléments permettront de dresser une comparaison entre la méthode employée par Newton dans les éditions de 1713 et 1726 et celle de Varignon. Le Corollaire 4 de la Proposition I¹⁵⁷ établit que, dans un temps donné, la force sera comme la flèche¹⁵⁸. Le Lemme XI énonce que « dans toutes les courbes qui ont une courbure finie au point de contact, la soustendante évanouissante d'un angle de contact est à la fin en raison doublée de la soustendante de l'arc qu'elle termine »¹⁵⁹.

dans sa démonstration Newton appelle conjointement le Corollaire 4 et Lemme XI, ce dernier basé sur une méthode osculatrice attestant ainsi d'une continuité de l'action. Autrement dit, des corollaires 2 et 3 à 4 et 5 de la Proposition I, nous sommes passés de la force définie par la loi II à une autre force demeurant non définie dans le texte. Malgré cette ambiguïté, Newton ne mélange pas ici les deux modèles mathématiques : la comparaison de deux forces en deux points de la trajectoire s'établit par des calculs de déviations suivant soit l'approximation polygonale soit l'approximation parabolique et le rapport ultime de forces discontinues sera le même que celui de forces continues. Nous renvoyons aux analyses de G. Barthélémy, *Newton mécanicien du Cosmos*, Vrin, Paris, 1992, « Annexe 3 : D'une force à une autre (La démonstration de la Proposition VI du Livre I) », pp. 148-166 ; du même auteur, De la force accélératrice dans les *Principia*, *Revue d'Histoire des Sciences*, XL/3-4, 1987, pp. 273-276.

¹⁵⁶ *Principes TMC*, Livre I, Section première, Lemme X p. 42 : « Les espaces qu'une force finie fait parcourir au corps qu'elle presse, soit que cette force soit déterminée & immuable, soit qu'elle augmente ou diminue continuellement, sont dans le commencement du mouvement en raison doublée des temps ».

¹⁵⁷ *Principes TMC*, Livre I, Seconde section, Proposition I/Théoreme I, p. 49 : « Dans les mouvemens curvilignes des corps, les aires décrites autour d'un centre immobile, sont dans un même plan immobile, & sont proportionnelles au temps ». Cette (fameuse) proposition s'établit à partir du concept de force discontinu de la loi II.

¹⁵⁸ Voir note ci-dessus.

¹⁵⁹ Newton, *Principes TMC*, Section première, Lemme XI, p. 44.

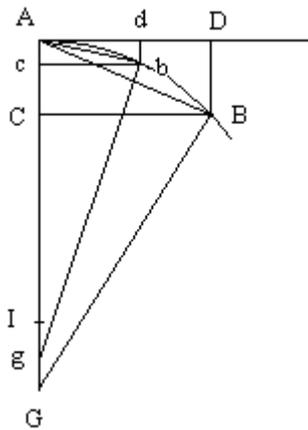


Figure 8

Avec AbB cet arc de « courbure finie » (« ultimement », I sera l'intersection de BG et Bg lorsque G et g tendent vers A ; ce point I définit « courbure finie »), AD sa tangente, AB la « soustendante » de l'arc, BD celle de l'angle de contact prise, dans un premier temps (« Cas 1 ») orthogonale à la tangente, Newton établit que « la dernière raison de AB^2 à Ab^2 sera la même que la dernière raison de BD à bd ». Le « Cas 2 » valide cette conclusion pour la configuration d'une « soustendante » BD « inclinée sur AD , d'un angle quelconque donné »¹⁶⁰ : ceci s'appliquera au cas d'une force centrale appliquée à une courbe quelconque (Proposition VI). Cinq corollaires suivent ; seuls les trois premiers apparaissent dans la démonstration de la Proposition VI. Puisque les tangentes (AD , Ad), les « soustendantes » des arcs (BC , bc) et les arcs (AB , Ab) « deviennent à la fin égaux aux cordes AB , Ab , leurs carrés sont aussi à la fin comme les soustendantes BD , bd »¹⁶¹. Ces carrés sont dans la même proportion que les flèches des arcs (entendre ici les arcs $b'Ab$ et $B'AB$ avec b' et B' situés au-delà de AG)¹⁶². Enfin, si un corps décrit avec « une vitesse donnée » un arc, « la flèche de cet arc est en raison doublée du temps pendant lequel il est décrit »¹⁶³. La proportionnalité entre la flèche et la force pour un temps donné (Proposition I, Corollaire 4), puis celle entre la flèche et le carré du temps (Lemme XI, Corollaire 3) permet d'énoncer que « la force sera en raison directe de la flèche & en raison doublée inverse du temps »¹⁶⁴. L'application à une trajectoire quelconque parcourue sous l'action d'une force

¹⁶⁰ *Ibid.*, p. 44.

¹⁶¹ *Ibid.*, Corollaire 1 p. 45.

¹⁶² *Ibid.*, Corollaire 2 p. 45.

¹⁶³ *Ibid.*, Corollaire 3 p. 45. Puisque la vitesse est « donnée », l'espace parcouru (l'arc) et la durée sont proportionnels. L'arc en question est BAb' .

¹⁶⁴ *Ibid.*, Proposition VI/Théorème V p. 58. La logique du raisonnement voudrait que Newton mentionne la constance de la force, ce qu'il ne fait pas ici.

centrale dirigée vers S conduit alors à l'expression de la force trouvée en 1687, à savoir,

lorsque « les points P & Q coïncident », $f \propto \frac{QR}{SP^2 \times QT^2}$.¹⁶⁵

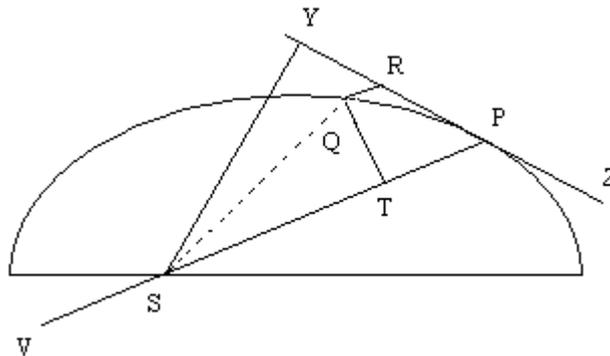


Figure 9

En abaissant SY perpendiculaire en Y à la tangente en P, $f \propto \frac{QR}{SY^2 \times QP^2}$.¹⁶⁶

Enfin, « si l'orbe PQ est un cercle dont la droite PV, qui passe par le corps et par le centre des forces, soit une corde, ou que cet orbe PQ ait pour cercle osculateur le cercle est PV, la force centripète sera réciproquement comme la quantité $SY^2 \times PV$; car dans cette supposition

$PV = \frac{QP^2}{QR}$ »¹⁶⁷. Malgré l'absence de précisions, Newton utilise une propriété du cercle, celle

donnée dans Proposition 35 du Livre III des Eléments d'Euclide, à savoir que $QK \times KQ' = VK \times KP$. Lorsque Q et P « coïncident » $VK \rightarrow PV$, $QK \rightarrow QP$ et $KQ' \rightarrow QP$, et avec $QR = KP$ il suit $QP^2 = PV \times QR$ ¹⁶⁸ (voir Figure 10)

¹⁶⁵ *Ibid.*, Corollaire I de Proposition VI/Théorème V p. 59.

¹⁶⁶ *Ibid.*, Corollaire 2 de Proposition VI/Théorème V p. 59. En effet, lorsque P et Q « coïncident », SYP et QPT deviennent semblables et il s'ensuit $\frac{SY}{SP} = \frac{QT}{QP}$.

¹⁶⁷ *Ibid.*, Corollaire 3 de Proposition VI/Théorème V p. 59.

¹⁶⁸ Nous empruntons ces analyses à J. Bruce Brackenridge [1995], *op. cit.*, pp. 194-196.

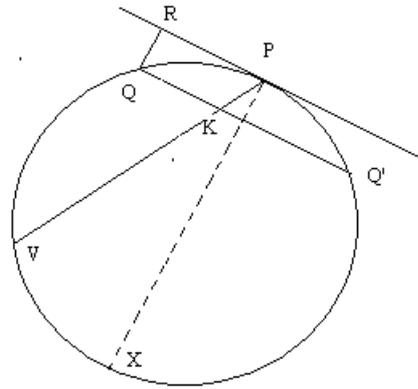


Figure 10

La vitesse v en P sera comme l'inverse de SY ¹⁶⁹ et ainsi $f \propto \frac{v^2}{PV}$. En nommant n le rayon de courbure en P , avec θ l'angle $VPY=VXP$, $PV=2n.\sin \theta$. D'après la Proposition IV/Théorème IV, un corps animé d'un mouvement circulaire uniforme subit l'action d'une force centrale tendant vers le centre du cercle et d'intensité $f_c \propto \frac{v^2}{n}$, avec n le centre du cercle¹⁷⁰. Dès lors, $f_c \propto f.\sin \theta$. La méthode employée consiste ainsi à calculer dans le cercle osculateur à P une force centripète qu'on projetera en direction de SP .

Pour Varignon ou Newton, le calcul de la force centripète pour une trajectoire quelconque a pour préalable celui pour une trajectoire circulaire que vient définir un cercle d'osculatation. Si la pratique newtonienne pose la question du passage d'une force discontinue à une force continue, il n'en demeure pas moins que le savant travaille avec un rapport de forces de même nature. Telle n'est pas la pratique de Varignon, une juxtaposition des modèles polygonaux et osculateurs le menant à l'erreur.

Au moins peut-on mentionner l'originalité de cette pratique développée, ce que Varignon ne manque pas de souligner dans la seconde édition du Mémoire de 1701 (1743).

¹⁶⁹ *Ibid.*, Corollaire 1 de la Proposition I, p. 50 : « la vitesse d'un corps attiré vers un centre immobile dans un milieu non résistant, est réciproquement comme la perpendiculaire tirée de ce centre à la ligne qui touche la courbe au lieu où se trouve le corps ».

¹⁷⁰ Cette démonstration repose sur le Corollaire 4 de la Proposition I, celui qui définit le rapport de forces en fonction des flèches ; la difficulté du passage d'une force à l'autre (continue à discontinue) vaut donc ici. Ensuite Newton cherche une quantification de cette flèche à partir des propriétés du cercle puis par la méthode des premières et dernière raisons.

Dans « l'hypothèse de Kepler », Varignon « déduit », à partir de sa formule $y = \frac{ds^3}{ndzdt^2}$, « fort aisément celle $y = \frac{Dl}{(CL \times RI)^2}$ qui se voit de M. Newton pour la même hypothèse, dans ses Princ. Math. Liv. I Prop. VI, la seule que je connusse alors »¹⁷¹. Il suffit en effet de constater que $dt^2 = (CL \times RI)^2$ et que $\frac{ds^3}{ndz} = Dl$ pour retrouver la formule générale d'une force centrale de cette Proposition VI¹⁷². Varignon ne « connaît » à cette date (1701) que la formule newtonienne ; expression ne dérivant pas en 1687 d'une méthode osculatrice mais que pour sa part il peut retrouver par sa formule générale¹⁷³.

La distinction entre les différents types de méthodes apparaît explicitement en 1706 dans un Mémoire qui peut se concevoir comme une réorganisation de ce qui était encore confus dans des écrits antérieurs à 1705.

¹⁷¹ Varignon[1701], *op. cit.*, p. 27.

¹⁷² Varignon adapte la formule $f \propto \frac{QR}{SP^2 \times QT^2}$ qu'on rencontre chez Newton d'après la figure 9 à ses propres notation de la figure 6 ; ici $QR=Dl$ (la déviation), $SP=CL$ (la distance du centre de force au point de la trajectoire) et $QT=RI$, ce qui donne la force $y = \frac{Dl}{(CL \times RI)^2}$. Il note que dans « les triangles semblables DIE,

LRP, LIR » (voir figure 6), on aura $RI(dz).LI(ds) :: RP.LR :: IE \left(\frac{ds^2}{n} \right).ID$. Soit $ID = \frac{ds^3}{ndz}$. Varignon se trompe à

nouveau car il utilise une valeur erronée de $IE \left(\frac{ds^2}{n} \right)$ ou lieu de $\frac{ds^2}{2n}$. D'autre part, la valeur de dt devrait être

$dt = \frac{CL \times RI}{2}$. En combinant cette valeur de dt (élevé au carré) à la vraie valeur de ID , un facteur 2 devrait à

nouveau intervenir. Le signe d'égalité ne doit pas s'entendre dans son sens moderne mais comme une manière d'abrèger une proportion ; dans ces conditions, Varignon se montre peut soucieux des constantes entrant dans les expressions.

¹⁷³ Varignon donne dans la seconde édition de ce Mémoire d'autres expressions géométriques des forces centrales trouvées depuis la première parution des *Principes*, expressions tirées de méthodes osculatrices. Aussi cite-t-il des formules de J. I Bernoulli (MARS 1710) et J. Keill (*Philosophical Transactions* n°340, Juillet, Août, Septembre 1714 et *Journal Littéraire* 1716, Keill citant dans ce dernier texte les travaux d'A. de Moivre sur la question), qu'il retrouve par son expression générale ; il souligne ainsi l'antériorité de ses travaux.

3.3 Le Mémoire de 1706

Varignon envoie une partie de cet écrit intitulé *Comparaison des Forces centrales avec les pesanteurs absolues de corps mûs de vitesses variées à discrétion le long de telles Courbes qu'on voudra*¹⁷⁴ à Leibniz et J. I Bernoulli avant publication¹⁷⁵. Les lettres s'inscrivent dans le droit fil du Mémoire de 1701. On y trouve en effet une difficulté relative à l'évaluation d'une déviation entrant dans le calcul d'une force centrale, difficulté provenant de cette pratique simultanée des méthodes polygonale et osculatrice. Les éditeurs de la correspondance de Bernoulli analysent suffisamment cette question pour ne pas avoir à s'y attarder ici. Nous signalerons lors de la lecture du Mémoire de 1706 les difficultés qui se posaient jusqu'alors à Varignon ; il faut d'ores et déjà noter que ce texte est le fruit d'une prise de conscience, l'application conjointe de différentes méthodes n'apparaissant plus.

3.3.1 Règle générale

La comparaison des forces centrales aux pesanteurs nécessite de pouvoir les distinguer. Pour les « démêler », Varignon suppose les trajectoires décrites sur « des surfaces mathématiques horizontales, lesquelles rendent ces corps comme sans pesanteur »¹⁷⁶. Le

¹⁷⁴ Varignon, MARS 1706 [1721], pp. 178-235.

¹⁷⁵ Voir *Der Briewechsel*, op. cit., tome 3, lettre de P. Varignon à J. I Bernoulli du 28 octobre 1704, pp. 115-133 ; Leibniz, MS, tome IV, lettre du 6 décembre 1704, pp. 113-127.

¹⁷⁶ Varignon, *Comparaison...*, MARS 1706 [1721], op. cit., p. 180. Sous le terme générique de « forces centrales », Varignon inclue aussi bien les « forces centripètes », que les « forces centrifuges ». Pour ces dernières, un corps mu « sur une ligne courbe quelconque » fait « un effort continuel » pour s'échapper le long de la tangente. De ce premier « effort », il en « résulte nécessairement un autre effort en vertu duquel ce même corps tend à s'éloigner de cette courbe ». La trajectoire courbe suppose donc deux « efforts », le tangentiel empêché justifiant l'existence du radial ; on retrouve ici une tradition cartésienne, comme l'atteste l'exemple de la fronde donné par Varignon. D'autre part, les forces centripètes « doivent toujours être égales » aux centrifuges « pour les contre-balancer, & pour empêcher ainsi ce corps de s'écarter de cette Courbe », voir pp. 178-179. Ce couple de forces se « contrebalançant » (finalement, la force centrifuge conçue comme une réaction) semble assez partagé dans le milieu français, voir par exemple Bomie, *Des Forces Centripetes & Centrifuges, considerees en general dans toutes sortes de Courbes, & en particulier dans le Cercle*, MARS 1700 [1730], pp. 477-487 ; Traubaud, op. cit., p. 79 : « Si la cause qui retient un corps sur une courbe lorsqu'il la décrit, dirige son action vers un même point, elle est appelée *centripete* à cause que le mobile tend vers ce point comme les corps pesans vers le centre de la terre. La résistance ou l'effort contraire que le mobile fait à cette force, est appelée force *centrifuge* [...] Ces deux forces sont égales, & elles agissent en des sens opposés ».

compte de l'espace que parcourrait le corps sous l'action de la force centrale pendant la durée LQ ; HL et $\frac{LQ^2 \cdot Pl}{LP^2}$ représentent alors les espaces parcourus en temps égaux sous l'action de p et f. Il s'ensuit f.p :: $\frac{LQ^2 \cdot Pl}{LP^2} \cdot HL$ et, avec LQ=2HL, LP=Ll , h=HL, la « Règle générale de comparaison » f= $\frac{4 \times p \times h \times Pl}{Ll \times Ll}$ ¹⁷⁸.

Le calcul de cette déviation Pl repose sur deux méthodes ; nous donnons rapidement les raisonnements de Varignon.

3.3.2 Cercle osculateur

« Il est à remarquer qu'en regardant (ainsi qu'on l'a fait cy-dessous) Pl comme parcourüe d'un mouvement accéléré pendant que LP est parcourüe d'un mouvement uniforme, l'élément Ll décrit par le concours de ces deux mouvemens, doit être icy regardé comme courbe, & comme un véritable arc dans lequel la Courbe MLN est baisée par son cercle osculateur en cet endroit ; & par conséquent comme un véritable arc de ce cercle, & non comme un côté droit de Polygone, ainsi qu'on le suppose d'ordinaire, & qu'on l'a supposé jusqu'ici dans la recherche des Rayons des Developpées [en 1701]» ¹⁷⁹. Il s'ensuit un

se mouvoir en ligne droite selon la direction du petit arc précédent qu'il vient de décrire, l'autre par lequel la force centrale le rappelle sur la Courbe en lui faisant décrire un espace infiniment petit du second genre. Or toute ligne résultante de la composition de deux mouvements est droite, si ces deux mouvemens sont *uniformes*, & courbe, si l'un des deux ne l'est pas, mais *accélééré* ou *retardé* », p. 65. On peut noter au passage que le modèle discontinu de l'action implique des côtés de polygones du deuxième ordre. Cette « résultante courbe », issue de la composition d'un mouvement uniforme et d'une « cause toujours appliquée [qui] augmente toujours l'effet précédent » est un « arc infiniment petit de la Courbe qui se décrit, voilà donc une Courbe dont toutes les parties infiniment petites sont elles-mêmes Courbes », pp. 65-66.

¹⁷⁸ *Ibid.*, pp. 180-181.

¹⁷⁹ *Ibid.*, p. 184. Fontenelle précisait dès 1700 qu'« une Courbe quelle qu'elle soit, peut être regardée comme composée d'une infinité d'Arcs de Cercles infiniment petits, tous décrits sur des rayons différens, en sorte que dans les endroits où la Courbe a plus de courbure, c'est que les petits Arcs de Cercles sont des portions de plus petits Cercles, & ont été décrits sur de plus petits rayons », voir *Sur les forces centrifuges*, HARS 1700 [1761], pp. 79-80.

Les deux expressions (1) et (2) de El conduisent avec $EL=Ll$ à $Pl = \frac{Ll \times Ll \times Ll}{2LR \times LD}$; cette expression de Pl insérée dans la « règle générale » $f = \frac{4 \times p \times h \times Pl}{Ll \times Ll}$ donnera $f = \frac{2phLl}{LR \times LD}$, soit $f = \frac{2phds}{rdx}$ ¹⁸¹.

D'après le développement précédent, on constate de $El = \frac{EL^2}{2LR}$ ou encore $El = \frac{ds^2}{2r}$, avec $El=Ll=ds$ et $LR=r$; Varignon parvient à une évaluation correcte de la déviation, le facteur 2 ici présent étant absent en 1701. Il donne une variante de cette recherche du rapport entre f et p qui lui permet de retrouver l'expression de 1701 reliant la force centrale à un rayon osculateur. « Les triangles rectilignes semblables SDL , SFl , donneront aussi SL ou $lL(ds).DL(dx)=Sl.Fl=f(\text{force suivant } SC \text{ ou } LC).fdx/ds$ (force suivant Fl) et l'espace $Fl (=El = \frac{ds^2}{2r})$ est « parcouru en vertu de cette force ($f. \frac{dx}{ds}$) pendant l'instant dt que le corps L décrit l'arc élémentaire Ll au lieu de suivre la tangente LQ , comme il auroit fait sans cette force ou sans f . Donc cette force instantanée ($f. \frac{dx}{ds}$) lui ayant été continuellement appliquée pendant ce tems dt , & d'ailleurs étant constant que des espaces ainsi parcourus par un même corps en vertu de forces toujours les mêmes le long de chacun de ces espaces, & toujours appliquées (ainsi qu'on le pense ordinairement de la pesanteur), sont comme les produits de ces forces par les quarrés des tems de leur application non interrompue ; l'on aura déjà $\frac{ds^2}{2r} = f. \frac{dx}{ds} .(dt)^2$, ou $f = \frac{dsdsds}{2rdxdt^2}$ pour une Règle générale du rapport des forces centrales entr'elles » ¹⁸².

Notons que Varignon ne tient toujours pas compte du facteur $\frac{1}{2}$ qui devrait conduire à l'expression $\frac{ds^2}{2r} = \frac{1}{2} .f. \frac{dx}{ds} .(dt)^2$. Dans ces conditions, il retrouve l'expression de

¹⁸¹ *Ibid.*, p. 185.

¹⁸² *Ibid.*, p. 186-187. Pour, à partir de cette formule de f , comparer une force centrale à une pesanteur, voir *infra* 3.5, note 223.

1701 ($y = \frac{ds^3}{ndzdt^2}$, avec $n=r$, $dz=dx$) mais à un facteur 2 près. Varignon le constate, mais se justifie en notant que « le signe d'égalité dans les choses disparates & hétérogènes (telles que sont ces forces & les grandeurs qui les expriment ici) ne signifiant que des égalités de rapport » ; dans une formule comme $f = m \times \frac{dsdsds}{rdxdt^2}$, m peut prendre la valeur 1 (en 1701) ou $\frac{1}{2}$ (1706) sans que cela importe, puisque le rapport des forces centrales « est toujours le même que celui qui se trouve entre les fractions correspondantes $\frac{dsdsds}{rdxdt^2}$ »¹⁸³. Malgré tout, on ne peut manquer de souligner l'inconfort dans lequel laissent ces manipulations de constantes : le texte de 1701 menait à l'expression correcte de y par une compensation d'erreurs ; celui de 1706 reconduit toujours une expression du type $f \cdot dt^2 = ddx$ et non $\frac{1}{2} f \cdot dt^2 = ddx$. Varignon se fera prendre à son propre jeu en passant de la proportion à l'égalité : en 1711, il calcule la déviation sous l'action d'une force (et non un rapport) en omettant ce coefficient $\frac{1}{2}$ ¹⁸⁴. En cette même année, Varignon s'exprimera clairement concernant les erreurs d'antan relatives aux calculs de déviations. En effet, en 1704, il ne parvenait pas à l'expression $f = \frac{2phds}{rdx}$ mais au double car, comme en 1701, il prenait pour expression de la déviation $\frac{ds^2}{r}$ et non $\frac{ds^2}{2r}$ ¹⁸⁵.

En 1705, Varignon reconnaîtra que « le défaut des conséquences » ne tient pas à la formule $f = \frac{4 \times p \times h \times Pl}{Ll \times Ll}$ mais « dans l'application que j'y ai faite du rayon osculateur, en prenant à l'ordinaire la courbe [...] comme un véritable polygone à côtés droits,

¹⁸³ *Ibid.*, pp. 188-189.

¹⁸⁴ Voir J. I. Bernoulli, *Der Briefwechsel*, tome 3, *op. cit.*, lettre de Varignon à Bernoulli du 21 juin 1711, p. 395. Voir aussi la réponse et correction de Bernoulli dans sa lettre à Varignon du 4 août 1711, p. 427. Varignon reconnaîtra son erreur, lettre à Bernoulli du 17 novembre 1711, p. 453.

¹⁸⁵ L'erreur de 1704 a la même origine que celle de 1701 (voir *supra*). Elle conduit Varignon à énoncer, pour une trajectoire circulaire avec un centre de force confondu avec celui du cercle, que $f \cdot p :: h \cdot \frac{r}{4}$, puisque $ds=dx$. Autrement dit, « lorsque la hauteur (h) d'où ce corps acqueroit par sa chute (en vertu de sa seule pesanteur) une vitesse égale à celle qu'il a sur le cercle, sera égale au quart du rayon de ce même cercle, sa force centrifuge sera précisément égale à sa pesanteur », voir *Der Briefwechsel*, tome 3, *op. cit.*, lettre de Varignon à Bernoulli du 28 octobre 1704, p. 124. Ce résultat contredit les acquis du *De Vi Centrifuga* de Huygens et s'engage une polémique opposant Varignon à Bernoulli et Leibniz. Nous renvoyons à P. Costabel, *Courbure et dynamique...*, *op. cit.*, pp. 17-21.

quoiqu'infiniment petits »¹⁸⁶ ; puisqu'on considère « l'élément LI comme décrit par deux mouvemens, l'un uniforme suivant LQ, & l'autre accéléré suivant PI, comme une chute de P en I ; cet élément LI doit être ici regardé comme courbe, & comme un arc véritable le long duquel la courbe [...] est baisée par son cercle osculateur en cet endroit ; par conséquent aussi comme un véritable arc de cercle, & non comme un côté de Polygone »¹⁸⁷.

En 1711, il complétera ces premières conclusions en notant que l'erreur venait « de ce que je raisonnois de la même maniere par rapport au cercle & aux autres courbes regardées comme faites d'elemens droits, & comme faites d'elemens toujours courbes : je considerois la vitesse de la tangente à la courbe [entendre la vitesse de parcours de la déviation entre la tangente et la courbe], resultante de la force centrale, comme accélérée dans le premier cas ainsi qu'elle l'est dans le second : j'ay vu [...] depuis qu'il la falloir regarder comme uniforme dans le premier cas, & comme accélérée dans le second »¹⁸⁸. Varignon se montre conscient des origines de ses erreurs et, conséquemment, associe une mathématisation de la force en adéquation avec la représentation de la courbe. Ainsi, mentionnant son Mémoire de 1706, il rappelle la distinction qu'on y trouve entre deux méthodes, celle considérant « les courbes comme faites d'éléments courbes eux-mêmes, & les vitesses causées par la force centrale, de la tangente à la courbe, comme arithmétiquement accélérées, ainsi qu'on les suppose d'ordinaire » puis, celle supposant « cette vitesse comme uniforme, & les courbes comme polygones infini-lateres rectilignes »¹⁸⁹.

La prise de conscience de cette nécessaire distinction de méthodes conduit donc en 1706 à développer une variante au calcul du rapport de f à p , variante basée sur l'assimilation d'une courbe à un polygone.

3.3.4 Méthode polygonale

En L, le corps tend à suivre la direction du côté ML et à s'échapper de sa trajectoire en suivant LT. Il faut associer à ce mouvement uniforme l'action d'une force

¹⁸⁶ *Der Briefwechsel*, tome 3, *op. cit.*, lettre de Varignon à Bernoulli du 27 octobre 1705, p. 124. Propos semblable dans une lettre adressée à Leibniz (non datée), voir Leibniz, MS IV, pp. 139-140. Ce « défaut des conséquences » renvoie à la remarque de la note précédente.

¹⁸⁷ *Ibid.*, pp. 180-181.

¹⁸⁸ *Ibid.*, lettre de Varignon à Bernoulli du 1^{er} mars 1711, p. 362.

¹⁸⁹ *Ibid.*, pp. 362-363.

comme ces deux vitesses uniformes, ou (ce qui revient au même) comme les forces productrices de ces vitesses : c'est-à-dire, que LY est à LG, comme la force acquise en L par la chute de H en L du corps L en vertu de sa seule pesanteur, est à la force acquise en l par une semblable chute de P en l en vertu de sa seule force centrale »¹⁹¹.

Dans cette dernière phrase se retrouve l'idée de cumul de forces/impulsions que nous avons rencontré dans les premiers écrits dynamiques de Varignon (voir *supra*). En effet, la pesanteur s'identifie à cette action se répétant à l'identique à chaque instant. Les efforts précédents « se conservant & s'accumulant », cette pesanteur multipliée par la durée d'une chute donnera « la force aqoise de ce corps à chaque instant » ; « leur nombre à chaque instant [les efforts égaux de la pesanteur] doit être comme le nombre des instans écoulés depuis le commencement de cette même chute [de P en l] jusqu'à cet instant » et ainsi, « la force aqoise de ce corps à chaque instant doit être égale au produit de sa pésanteur par le nombre de ces instans, ou par la durée de sa chute jusqu'à ce même instant »¹⁹². En supposant que la vitesse en L soit identique à celle obtenue par une chute libre d'une hauteur HL au bout d'une durée t, le corps parcourra avec cette même vitesse une distance LT double de HL pendant ce même temps t ; LT pourra alors être pris pour « le temps que le corps L emploïeroit à [la] parcourir de cette vitesse uniforme », et « on aura p.LT pour la force totale de ce corps aqoise en L par sa chute de H en L en vertu de sa seule pesanteur ». Sous l'action de la force centrale amenant le corps de P en l, la vitesse acquise serait celle qui pour un mouvement uniforme pendant le temps de chute ferait parcourir lY. Or, pendant ce même temps, le corps parcourt LY selon la tangente ; LY servira de base de temps pour cette chute de P en l et, finalement, f.LY représentera « la force totale [...] aqoise en l par une [...] chute de P en l en vertu de sa seule force centrale »¹⁹³.

Finalement, il faut prendre garde aux deux temps qui jouent dans la démonstration. D'une part, la durée de chute libre de H à L qui donne la « force totale » pLT, soit la vitesse au point L ; puis le temps de chute de P à l identique à celui du mouvement uniforme de Y à l. Pendant ce second temps (dt), la vitesse acquise par la chute de H à L permet de franchir LY tandis que la vitesse donnée par fLY permet de parcourir Yl. Ainsi

¹⁹¹ Varignon, *Comparaison...*, MARS 1706 [1721], *op. cit.*, p. 192.

¹⁹² *Ibid.*, p. 193.

¹⁹³ *Ibid.*

pour un même temps (dt), celui du parcours des côtés LG et LY du parallélogramme LGIY, on aura LY.LG :: p×LT.f×LY ou $f = \frac{p \times LT \times LG}{LY \times LY}$ et avec LT=2HL, LY=Ll et LG=Yl,

$f = \frac{2p \times HL \times Yl}{Ll \times Ll}$. Par la suite, l'expression de Yl permettra de retrouver l'expression

$$f = \frac{2phds}{rdx} \text{ }^{194}.$$

Par la suite, Varignon appliquera cette formule générale à différentes courbes (spirale logarithmique, le centre de force identique à celui de la spirale ; ellipse, le centre de force confondu avec un foyer etc.) Nous ne développerons pas ces exemples, mais noterons pour conclure que Varignon parvient à une juste compréhension des différentes méthodes d'approximations qu'il associe aux forces qui leur conviennent. Il a pu ainsi corriger ses premières erreurs et ce travail préfigure l'avertissement de D'Alembert concernant le bon usage de la courbe « rigoureuse » et de la courbe « polygone » dans « la comparaison des forces accélératrices entr'elles »¹⁹⁵.

3.4 *Traité de dynamique*

Il ne fait *a priori* guère de doutes que D'Alembert connaisse les travaux de Varignon relatifs aux déterminations des forces centrales basées sur les méthodes osculatrices et polygonales ; on peut toutefois être plus précis en remarquant qu'au moins trois occurrences renvoient à ces rédactions.

¹⁹⁴ Varignon trace deux rayons RI et RL et prend IZ comme un arc de cercle décrit de L avec Z sur LT. En prenant « la Courbe MLN pour un polygone infinitésimal », les triangles semblables donnent LRI, ILZ donneront RL.Ll :: Ll.IZ soit $IZ = \frac{Ll \times Ll}{RL}$ (1) ; cette fois-ci, Varignon parvient effectivement au bon rapport, puisque l'angle en L est égal à celui en R. Varignon prolonge CI qui coupe en X la tangente LT. XDL et XZI sont semblables : DL.LX :: ZI.Xl soit DL.Ll :: Zl.Xl, donc $Xl = \frac{Zl \times Ll}{DL}$ et, avec (1), $Xl = \frac{Ll \times Ll \times Ll}{RL \times DL}$. Les triangles semblables XYl et XLC, Xl.Yl :: XC.LC ; l'angle XCL infiniment petit donne XC=LC donc Xl=Yl et $Yl = \frac{Ll \times Ll \times Ll}{RL \times DL}$. En substituant cette valeur de Yl dans la formule de f et prenant HL=h, RL=r, Ll=ds et DL=dx, on obtient l'expression de f.

¹⁹⁵ D'Alembert [1743], Première partie, chapitre I, titre de la « Remarque II » p. 21.

Une de celles-ci apparaît dans la première édition *Traité de dynamique* à la fin de la « Remarque II » traitant de la comparaison de forces accélératrices ; D'Alembert note laconiquement « Voyez l'Hist. de L'Acad. de 1722 »¹⁹⁶.

Dans ce texte, Fontenelle donne un résumé du « dernier Mémoire qu'il [Varignon] ait donné à l'Académie »¹⁹⁷. L'écrit de Varignon se voulait une réplique à la polémique engagée par G. Grandi (1671-1742) à propos du facteur 2 entrant dans le calcul des déviations et des forces centrales selon qu'on considère les « courbes rigoureuses » et les « courbes polygones ». Ces dénominations dalembertiennes interviennent justement dans la « Remarques II », peu de lignes avant le renvoi au volume des *Histoires* de 1722. Fontenelle y écrit que la « Courbe Poligone » est composée « d'une infinité de côtés infiniment petits », la nomme « Poligone infini », la conçoit comme une « Courbe *approchée*, ou infiniment peu différente de la courbe *rigoureuse* ». Cette dernière n'est rien d'autre que la courbe « considérée en elle-même ». Fontenelle ajoute que ces appellations proviennent de Varignon¹⁹⁸.

Le Secrétaire précise le motif du débat engagé entre Varignon et Grandi en définissant la direction d'une tangente suivant chacune de deux courbes. Dans le « Cercle rigoureux », la tangente « n'est plus l'un des deux côtés contigus prolongé [du « Cercle Poligone »], c'est une ligne tirée par le point où les deux côtés contigus se joignoient, & faisoient l'angle obtus. Il faut ainsi concevoir la Tangente du Cercle dans Euclide, & dans toute l'ancienne Geometrie. Elle divise en deux parties égales l'angle extérieur ou d'attouchement du Cercle Poligone, & réduit l'angle d'attouchement du Cercle rigoureux, & sa base à n'être que la moitié de ce qu'ils étoient. Cette base est d'une grande importance dans la consideration des Rayons Osculateurs & des Forces Centrales, & l'on pourroit en ces matieres tomber dans quelques méprises, faute de distinguer assez entre le Cercle Poligone & le rigoureux. Et on y étoit tombé effectivement en accusant M. Varignon d'avoir fait la formule des Rayons Osculateurs & celle des Forces Centrales trop grandes de la moitié »¹⁹⁹.

Telle serait donc l'accusation de G. Grandi à l'encontre de Varignon, et la suite du texte où Fontenelle rapporte que l'Italien juge fausse la méthode polygonale car

¹⁹⁶ *Ibid.*, p. 23. Cette mention n'apparaît pas dans la seconde édition.

¹⁹⁷ Fontenelle, *Sur les Courbes considérées exactement comme Courbes ou comme Poligones infinis*, HARS 1722 [1724], pp. 74. Ce Mémoire posthume ne figure pas dans les MARS.

¹⁹⁸ *Ibid.*, pp. 74-75.

¹⁹⁹ *Ibid.*, pp. 74-75.

susceptible de conduire à une erreur dans l'évaluation de la force centrifuge, nous montre que Grandi tout en adoptant le modèle polygonal adopte le mode d'action de la force accélératrice. Autrement dit, il commet les erreurs des premières rédactions de Varignon et ce dernier était donc bien placé pour démasquer l'inanité des arguments de l'Italien. Le contenu de ce résumé de Fontenelle vient donc assurer que D'Alembert connaissait ce problème du modèle et du mode d'action devant lui être associé ; il est très probable qu'il emprunte à ce texte (et donc à Varignon) les appellations de courbes rigoureuses et courbes polygones.

Des articles de l'*Encyclopédie* accréditent cette hypothèse d'une connaissance des écrits varignonniens ainsi que de leur enjeu, à savoir montrer la justesse de chacune des méthodes d'approximations ainsi que la nécessité de ne pas les pratiquer de manière simultanée. L'article « Courbe polygone » renvoie à nouveau à la référence à la partie « Histoires » de 1722²⁰⁰. D'autre part, et surtout, D'Alembert mentionne le Mémoire de 1706 dans l'article « Développée »²⁰¹.

²⁰⁰ D'Alembert, *Encyclopédie*, t. IV, art. « Courbe polygone » p. 387 : « il faut distinguer, quand on traite une *courbe* comme polygone ou comme rigoureuse; cette attention est sur - tout nécessaire dans la théorie des forces centrales & centrifuges; car quand on traite la *courbe* comme polygone, l'effet de la force centrale, c'est-à-dire la petite ligne qu'elle fait parcourir, est égale à la base de l'angle extérieur de la *courbe*; & quand on traite la *courbe* comme rigoureuse, l'effet de la force centrale est égale à la petite ligne, qui est la base de l'angle curviligne formé par la *courbe* & par sa tangente. Or il est aisé de voir que cette petite ligne n'est que la moitié de la première, parce que la tangente rigoureuse de la *courbe* divise en deux également l'angle extérieur que le petit côté prolongé fait avec le côté suivant. La première de ces lignes est égale au carré du petit côté divisé par le rayon du cercle osculateur, voyez Osculateur & Développée; la seconde au carré du petit côté divisé par le diamètre du même cercle. La première est censée parcourue d'un mouvement uniforme, la seconde d'un mouvement uniformément accéléré: dans la première, la force centrale est supposée n'agir que par une impulsion unique, mais grande; dans la seconde, elle est supposée agir, comme la pesanteur, par une somme de petits coups égaux; & ces deux suppositions reviennent à une même; car l'on sait qu'un corps mû d'un mouvement accéléré parcourroit uniformément avec sa vitesse finale le double de l'espace qu'il a parcouru d'un mouvement uniformément accéléré, pour acquérir cette vitesse. Voyez les articles Accélération, Central, & Descente. Voyez aussi l'hist. de l'acad. 1722. & mon traité de Dynamique, page 20. article 20. & page 30. article 26 » (d'après la pagination il s'agit de la première édition du *Traité* ; notons que le t. IV de l'*Encyclopédie* est publié en 1754).

²⁰¹ D'Alembert, *Encyclopédie*, t. IV, art. « Développée » p. 908 : « M. Varignon a appliqué la théorie des rayons des *développées* à celle des forces centrales; de sorte qu'ayant le rayon de la *développée* d'une courbe, on peut trouver la valeur de la force centrale d'un corps, qui étant mû sur cette courbe, se trouve au même point où le rayon se termine ; ou réciproquement la force centrale étant donnée, on peut déterminer le

3.4.1 « Courbes rigoureuses », « Courbes polygones »

Les méthodes d'approximations figurent dans la section « Du mouvement accéléré ou retardé » du chapitre premier de la première partie du *Traité de dynamique*. A partir de la seule analyse d'une courbe associant un espace parcouru en fonction du temps pour un mouvement varié, D'Alembert trouve l'expression de la « force accélératrice », ou plutôt sa « définition ». L'étude géométrique de la courbe repose sur les propriétés d'un cercle osculateur ; le Lemme XI des *Principes* de Newton semble constituer le support du raisonnement de D'Alembert de même que les « Remarques » insérées à la suite de sa « définition » de la force paraissent puiser dans les études de Varignon²⁰².

Avec une « cause étrangère » agissant sans cesse, l'évolution des lignes BD, CE représentant des espaces parcourus pendant des durées AB, AC définit une courbe ADE. En traçant DE la tangente en D à ADE, si le corps continuait son mouvement avec sa vitesse en D, il parcourrait pn et PN pendant deux temps infiniment proches Bc, BC ; « NE, ne, sont les espaces que le Corps parcourt pendant les tems BC, Bc, de plus ou de moins que les espaces PN, pn », par l'action de cette « cause étrangère »²⁰³.

rayon de la développée. Voyez l'hist. de l'académie royale des Sciences, ann. 1706. Voyez aussi Central & Courbe ».

²⁰² Plus précisément, la seule « Remarques II » de l'édition de 1743. Dans la seconde édition, une section intitulée « Remarques sur les forces accélératrices, & sur la comparaison des forces entr'elles » regroupe six « Remarques ». La première (art. 22 en 1758) reprend celle de 1743 (art. 19) avec une discussion sur le statut de « l'Equation $\phi dt = \pm du$ ». La « Remarque II » de 1743 (art. 20) donne naissance en 1758 au « Corollaire IV » (art. 19), à la « Remarque III » (art. 24) et à la « Remarque VI » (art. 27). Les « Remarques » II (art. 23) et IV (art. 25) de 1758 concernent les effets (déviations pour l'art. 23, mouvements uniformes ou accélérés pour l'art. 25) de la force accélératrice selon qu'on suppose une « courbe polygone » ou une « courbe rigoureuse ». La « Remarque VI » (art. 27) offre la comparaison d'une « puissance accélératrice » à la pesanteur. Nous reviendrons sur le contenu de ces différents corollaires et/ou remarques.

²⁰³ D'Alembert [1743], « Du mouvement accéléré & retardé », Corollaire I (art. 15), p. 15 ; voir aussi Corollaire I (art. 16) de la seconde édition.

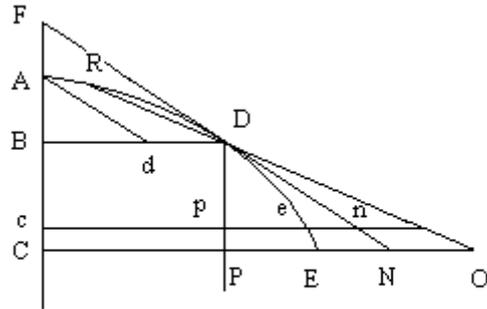


Figure 14

En supposant les temps « infiniment petits », « l'arc DE à cause de sa petitesse infinie peut être regardé comme un arc de cercle » et, avec DN, Dn les « portion[s] infiniment petite[s] » de la tangente d'un arc de cercle, la puissance des points N et n donne, en traçant NQ et nq parallèles et coupant le cercle en E, Q et e, q : $NE \times NQ = DN^2$ et $ne \times nq = Dn^2$. NQ et nq « doivent être regardées comme égales » et, ainsi, $NE.ne :: DN^2.Dn^2$. Or, $DN.Dn :: BC.Bc$, il suit $NE.ne :: BC^2.Bc^2$ ²⁰⁴.

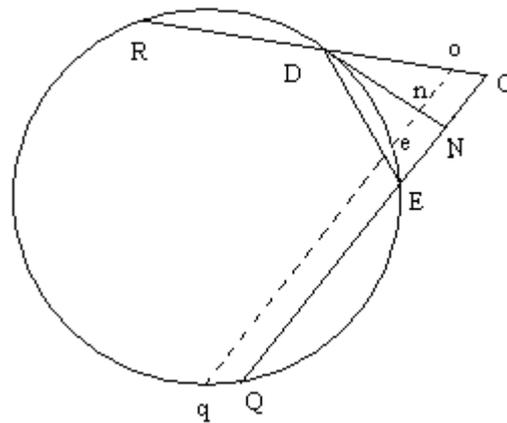


Figure 15

Puisque ces quantités ne et NE correspondent à des suppléments d'espaces par rapport aux distances qu'un mouvement uniforme dont la tangente en D définit la vitesse ferait franchir au bout des durées BC, Bc, mouvement qu'on peut compter pour nul, NE et ne « seroient ceux que la cause accélératrice feroit parcourir au Corps, dans les instans BC, Bc, si au commencement de ces instans il n'avoit aucune vitesse » ; ainsi, « les espaces parcourus par

²⁰⁴ *Ibid.*

un Corps en vertu d'une puissance accélératrice quelconque, sont au commencement du Mouvement comme les quarrés des tems »²⁰⁵.

Un cercle osculateur en D permet donc de déterminer le rapport entre déviations (NE, ne) et éléments de la tangente (DE, De) ; dans un deuxième moment seulement, le temps (BC, Bc) est introduit grâce à une proportion. L'intervention du temps repose sur le mouvement uniforme que définit la vitesse instantanée en D : en effet, c'est bien le fait d'avoir tracé la tangente en D (donc de supposer une vitesse constante) qui permet d'obtenir des triangles semblables (Dnp et DPN) conduisant à $DN.Dn :: DP.Dp$ ou $DN.Dn :: BC.Bc$. Au raisonnement strictement géométrique (puissance du point) s'adjoint alors une cinématique. A partir de la proportion $NE.ne :: DN^2.Dn^2$ et à l'aide du Lemme XI et ses corollaires, Newton écrirait que cette vitesse en D est celle avec laquelle le corps balaye un petit arc de courbe autour de ce point ; en prenant cet arc e'De (e' symétrique de e par rapport à D), la constance de la vitesse implique qu'on puisse substituer à la longueur e'De la durée infiniment petite de son parcours. D'autre part, « le rapport ultime » de Dn à l'arc De est un « rapport d'égalité » et ainsi ne est ultimement comme carré de De soit comme le carré de e'De. En remplaçant e'De par la durée, il suit la proportion entre ne et le carré du temps ; ne sera aussi la flèche de l'arc eDe (voir *supra* 3.2.3 pour le Lemme XI et ses Corollaires).

D'Alembert ne s'exprime pas tout à fait comme Newton. Malgré tout, e et E correspondent à deux positions infiniment proches de et DE, et D'Alembert étudie le rapport ultime de NE à ne. Finalement, on peut imaginer les droites e et E en mouvement, n et N correspondant à des positions successives du corps suivant la trajectoire tangentielle avec sa vitesse en D. Or, l'arc De est aussi assimilable à Dn ; la vitesse sur cette tangente équivaut à celle sur l'arc et D'Alembert, comme Newton, peut changer la longueur de l'arc par la durée du parcours. D'autre part, tout en considérant DN et Dn comme des « portion[s] infiniment petite[s] », D'Alembert précise bien, en renvoyant le lecteur à la première section du livre I des *Principes* de Newton, que « la méthode des infiniment petits, n'est autre chose que la méthode des raisons premières & dernières, c'est-à-dire des rapports des quantités qui naissent ou qui s'évanouissent »²⁰⁶. Cette « naissance » apparaît clairement dans la mention

²⁰⁵ *Ibid.*, Corollaire II, (art. 16) p. 16 (1^{ère} éd.) ; Corollaire II (art. 17) pp. 19-20 (2^{nde} éd.)

²⁰⁶ *Ibid.*, Chapitre III, (art. 37) pp. 37-38 (première édition). A la suite de cette phrase, dans une note de bas de page, D'Alembert renvoie à la « Section I. du I. liv. des Principes de M. Newton » ; la référence à Newton n'apparaît plus dans la seconde édition.

finale (très newtonienne, voir *supra* l'énoncé du Lemme X) de « commencement du Mouvement » qui clôt la démonstration d'Alembertienne (voir *supra*). Autrement dit, la technique osculatrice utilisée contiendrait de façon implicite une procédure cinématique qui n'est pas sans rappeler celle du Lemme XI. L'intérêt d'une telle démonstration tiendrait alors dans le processus continu qu'elle tend à conférer à l'action de la force. Ceci apparaît aussi chez Newton, mais semble plus confus chez Varignon (voir *infra* 3).

D'Alembert établit ensuite la proportion $OE=2NE$ (voir Remarque II (art. 20) de la première édition ; Corollaire IV (art. 19) et Remarque III (art. 24) de l'édition de 1758). Puisque, sous l'action d'une force accélératrice « un corps qui parcourt un espace E dans le temps T, parcourrait uniformément dans le même temps l'espace 2E avec la vitesse qu'il a à l'extrémité de l'espace E », il suit que pour une « Courbe polygone, OE considérée comme l'effet de la puissance accélératrice ou retardatrice, doit être regardée comme parcourue d'un mouvement uniforme avec la vitesse infiniment petite que le Corps a acquis à la fin de l'instant BC »²⁰⁷. Il faut alors « prendre garde » à cette distinction de courbes dans la comparaison des forces accélératrices entre elles et s'en tenir à une comparaison d'effets calculés sous une même hypothèse, sous peine de se tromper d'un facteur 2²⁰⁸.

3.4.2 Force accélératrice

Si F, « une quantité quelconque qui variera si l'on veut pour chaque abscisse AB, mais qui pourra être censée constante, tant que AB ne variera qu'infiniment peu », représente le rapport $\frac{NE}{BC^2}$ ²⁰⁹, D'Alembert note qu'avec un espace $e=BD$ parcouru pendant t, on aura $dde=2NE$, avec NE « l'espace réel » que la « puissance accélératrice » fait parcourir

²⁰⁷ *Ibid.*, Remarque II (art. 20) p. 22 (1^{ère} éd.) ; Remarque II (art. 24) p. 29 (2^{nde} éd.)

²⁰⁸ *Ibid.*, pp. 22-23 (1^{ère} éd.) ; Remarque V art. 26 p. 32 (2^{nde} éd.) Voir aussi Première partie, chapitre I, « Du Mouvement en ligne courbe, & des forces centrales », art. 26, p. 30 (1^{ère} éd.) et art. 33, pp. 42-43 : « En général, L'Elément du temps étant supposé constant, la force centrale est représentée par la ligne OE dans la Courbe Polygone, & par NE dans la Courbe rigoureuse. Il faut, par conséquent, avoir égard à cette différence d'expression dans la comparaison des effets de deux forces centrales, & pour ne pas faire l'un des effets double de ce qu'il est par rapport à l'autre, il faut considérer les deux Courbes, ou toutes deux comme Polygones, ou toutes deux comme rigoureuses » (d'après le 1^{ère} éd.)

²⁰⁹ *Ibid.*, Première partie, Chapitre I, « Du mouvement accéléré & retardé », Corollaire III art. 18 (2^{nde} éd.) p. 20 (corollaire, sous cette forme, absent de la 1^{ère} éd.)

pendant BC^{210} . Ainsi, $\frac{dde}{dt^2} = 2F$ ou « l'équation différentio-différentielle de la Courbe ADE est $\varphi dt^2 = \pm dde$ ». Une telle équation « appartient à la courbe rigoureuse & à la courbe polygone »²¹¹ mais dde correspond ici à un espace franchi par une vitesse dv pendant $BC=dt$ dans la supposition d'une courbe polygone, alors que « l'espace réel » parcouru par l'action d'une force accélératrice pendant ce même temps vaut $\frac{1}{2} dde$ (NE). Pour illustrer son propos, D'Alembert donne une comparaison entre une force centrale ($\phi = \frac{dde}{dt^2}$) et la pesanteur ($p = \frac{ddz}{d\theta^2}$) (Remarque VI (art. 27) de 1758 n'apparaissant pas en 1743). Cette dernière fait parcourir une distance finie z pendant θ . Bezout note alors que $d\theta^2 \cdot \theta^2 :: \frac{ddz}{2} \cdot z$ et justifie le facteur $\frac{1}{2}$ par le fait que « ddz [...] est double de l'espace réel, que la puissance [accélératrice p] feroit naturellement parcourir pendant $d\theta$ »²¹²; puisque le corps franchit z pendant dt suivant un mouvement uniformément accéléré, il faut comparer une déviation produite par le même type d'accélération pendant $d\theta$ (« l'espace réel »). Ainsi, comme le note D'Alembert, « $\phi \cdot p :: \frac{dde}{dt^2} \cdot \frac{2z}{\theta^2}$, ou $\phi \cdot p :: \frac{NE}{dt^2} \cdot \frac{z}{\theta^2}$ ». Dans cette alternative se loge tout à la fois la validité d'études basées sur les « courbes rigoureuses » ou « polygones », en même temps qu'une mise en garde sur les risques d'un emploi conjoint des deux méthodes.

Dans ses premiers écrits analytiques, Varignon s'appuie sur la formule $f \cdot ddx = dt^2$ pour, dans un second temps, via l'algorithme leibnizien, établir l'expression $f \cdot dv = dt$. Cette séquence figure aussi dans le *Traité de dynamique* : à partir de l'expression $\varphi dt^2 = \pm dde$ et de $u = \frac{de}{dt}$, on obtient $dde = du \cdot dt$, « à cause de dt constant » et ainsi $\varphi dt = \pm du$ ou $\varphi de = \pm u du$ ²¹³. En toute rigueur l'hypothèse de la constance de dt implique

²¹⁰ *Ibid.*, Corollaires IV (art. 20) et V (art. 21), pp. 21 (2^{nde} édition). D'Alembert donne ici différentielle seconde dde dans le modèle polygonale ; c'est explicite dans la première édition, Corollaire III (art. 17) p. 16 : « si on suppose $BC=dt$ & constant, & qu'on regarde la Courbe ADE comme un polygone d'une infinité de côtés, qui prolongés deviennent ses Tangentes, NE sera la différence seconde de l'espace parcouru BD ».

²¹¹ *Ibid.*, Remarque IV (art. 25), p. 31 (2^{nde} éd. seulement). Voir « Fautes à corriger », situer juste avant le « Discours préliminaire ».

²¹² *Ibid.*, Remarque VI (art. 27), note 9, p. 33 (2^{nde} éd.)

²¹³ voir *Traité de dynamique*, Première partie, Chapitre I, Corollaire IV (art. 18) p. 17 (1^{ère} éd.) et

celle de la vitesse dv ; Varignon devrait donc obtenir $dv = \frac{1}{2} \cdot \frac{ddx}{dt}$, puisqu'il suppose une « force constante & continuellement appliquée » et, ainsi, $2f \cdot dv = dt$. Il obtient cependant la bonne formule ($fdv = dt$) sans prendre conscience, à cette date, de cette erreur²¹⁴ ; ou, pour le dire autrement, il obtient une expression valable pour les seules actions discontinues.

L'expression $\varphi dt^2 = \pm dde$ de D'Alembert devrait s'appliquer à deux modes d'actions distincts. Pour D'Alembert, le $dde (= OE)$ est bel et bien parcouru par un mouvement uniforme de vitesse du , vitesse obtenue « brusquement & d'un seul coup »²¹⁵ ; par cette reconnaissance d'une force conçue comme une impulsion, le facteur $\frac{1}{2}$ que Varignon devait introduire puisqu'il concevait une force agissant continûment n'a pas lieu d'exister ici. Concernant un mouvement accéléré sous l'action de p faisant parcourir ddz pendant dt , on s'attendrait en toute rigueur à une expression du type $\frac{1}{2} p dt^2 = \pm ddz$. D'Alembert écrirait alors $\frac{1}{2} \varphi dt^2 = \pm NE$ où cette fois-ci, pendant dt , la force produit « une suite de petits coups égaux & réitérés » dont la somme « égale au coup unique [...] dans l'hypothèse de la courbe polygone »²¹⁶. Cependant, il donne pour véritable expression de la force accélératrice $F = \frac{NE}{BC^2}$ avec $BC = dt$ ²¹⁷ : « la ligne NE divisée par le carré du tems employé à le parcourir, est l'expression de la force accélératrice en vertu de laquelle le corps décrit la courbe », ce NE correspondant à la déviation pour une « courbe rigoureuse »²¹⁸. Autrement dit, c'est dans cette dernière relation qu'on devrait trouver l'équivalent de $\frac{1}{2} p dt^2 = \pm ddz$ soit $\frac{1}{2} F = \frac{NE}{BC^2}$. L'absence de facteur $\frac{1}{2}$ provient, probablement, chez l'un comme chez l'autre d'un raisonnement en termes de proportions où, finalement, le signe d'égalité ne se départit pas d'une comparaison sous-entendue.

Corollaire VI (art. 21) p. 22 (2nde éd.)

²¹⁴ Il commet une erreur semblable en 1711 avant d'être corrigé par Bernoulli, voir *supra*.

²¹⁵ *Traité de dynamique*, Première partie, Chapitre I, Remarque IV (art. 25) p. 30 (2nde éd. seulement).

²¹⁶ *Ibid.*, pp. 30-31.

²¹⁷ *Ibid.*, Corollaire III (art. 18) p. 20.

²¹⁸ *Ibid.*, Chapitre II, art. 33 p. 42 ; Chapitre II art. 26 p. 30 (1^{ère} éd.)

Les références explicites au Mémoire de 1706 et à la partie « Histoires » de 1722, deux références impliquant Varignon, peuvent renseigner sur les sources ayant attiré l'attention de D'Alembert sur cette question de calcul de forces centrales ; il aurait alors pu puiser dans ces textes tout à la fois des méthodes et les conditions de leurs applications. Aux alentours des années 1740, ces techniques osculatrices sont largement connues ; on les rencontre dans les deux dernières éditions des *Principes* de Newton et, dans les années 1730, des Mémoires de Bouguer²¹⁹ ou Clairaut²²⁰ y recourent abondamment. Il nous semble qu'elles font tellement parties des savoir-faire de ces auteurs qu'ils ne se donnent pas la peine d'en développer la pédagogie ; on ne trouve pas de remarques relatives aux calculs de déviation suivant chacun des deux modèles. Varignon, en dénonçant les erreurs d'une utilisation simultanée d'un modèle osculateur et d'un modèle polygonal et, conséquemment, en les distinguant très clairement pour procéder à une comparaison de forces, fait autant œuvre de nouveauté que de pédagogie. En ce sens, ses écrits sont une référence et sont formateurs.

3.5 Retour sur la force accélératrice chez Varignon

Une variante de la démonstration de la « Règle générale » de comparaison d'une force accélératrice à la pesanteur du Mémoire de 1706 (voir *supra* 3.3.1) s'appuie sur une « Remarque » du Mémoire du 13 novembre 1700, qui elle-même fait appel à l'écrit du 31

²¹⁹ P. Bouguer, *Sur le Mouvement Curviligne des Corps dans les milieux qui se meuvent*, MARS 1731 [1764], pp. 390-416. Un corps soumis à une force centrale a une trajectoire curviligne ABD ; Bouguer détermine la nouvelle trajectoire de ce corps en mouvement dans un fluide mobile. En un point A de ABD, il approxime la trajectoire du fluide par un cercle d'osculation afin de calculer l'effort qu'il exerce sur ce point A. L'accélération de A ou « effort accélératif » sera déterminé par la composition de cet effort projeté le long de la tangente à ABD en A avec la force centrale projeté selon cette même direction. Bouguer y adjoindra l'effort dû aux impulsions du fluide. Voir en particulier pp. 393-396.

²²⁰ A.-C. Clairaut, *Plusieurs Solutions du Problème où il s'agit de déterminer l'orbite d'un Corps qui est sollicité continuellement vers un Centre, suivant une Loy quelconque. Avec la maniere d'en tirer les Forces centrales, lorsque les Apsides sont mobiles*, P. V. Acad., séance du Samedi 2 avril 1740, f° 66v.-71v., voir en particulier le « Problème second », f° 69v.-70r., consistant à déterminer la courbe décrite par un corps en mouvement dans un milieu résistant comme une fonction quelconque de sa vitesse, corps soumis à une force centrale. Clairaut décompose cette force F agissant en un point M de la trajectoire en une tangentielle et une radiale, cette dernière étant égale à la force centrifuge dans le cercle d'osculation de ce point M ; ceci donne une première expression de F (1). Ensuite, il projette sur la tangente en M la force centrale et la compose avec la résistance du milieu (la « force retardatrice »). Cette nouvelle expression combinée avec (1) donne l'équation différentielle de la trajectoire.

mai 1693 analysé plus haut. En 1693, un « principe général » énonçait que la somme des forces appliquées qui font le mouvement dans tous les instants de la durée de ce dernier est toujours proportionnelle au produit de la masse par le chemin parcouru. Varignon retrouvait alors la loi de chute de Galilée en identifiant ces forces à des pesanteurs constantes et, en 1700, il applique à nouveau ce principe dans la supposition de durées infiniment petites, les « pesanteurs ne fussent-elles constantes que dans ces instans »²²¹. Ce qui vaut pour les pesanteurs vaut alors pour des forces centrales et Varignon considère « que dans les courbes regardées comme polygones, les forces centrales instantanées sont toujours uniformes & constantes dans chaque instant, quelque variables d'ailleurs qu'elles soient dans des tems finis ; l'augmentation ou la diminution infiniment petite qui s'en fait à chaque instant, étant nulle par rapport à elles ». Ainsi, en comparant le mouvement de deux corps L et E, avec Pl et Fe, parallèles à LC et à ED, distances dont les corps qu'on suppose décrire les courbes MLN et ZEY sont détournés des tangentes IP et EF vers les courbes en vertu des forces centrales f et φ pendant les temps dt et d θ que L et E parcourent Ll et Ee, Pl et Fe « seroient comme parcourues par ces Corps en vertu de pesanteurs constantes & uniformes, telles que seroit alors chacune de ces forces dans chaque instant » et il suit $\frac{f \times dt^2}{m \times Pl} = \frac{\varphi \times d\theta^2}{\mu \times Fe}$ ²²².

²²¹ Varignon, *Des Forces centrales ou des pesanteurs nécessaires aux Planetes pour leur faire décrire les orbés qu'on leur a supposés jusqu'ici*, MARS 1700 [1761, seconde édition], p. 241.

²²² *Ibid.* Par simplification, nous avons adopté ici les notations du Mémoire de 1706. Varignon remplacera φ par p, d θ par θ et Fe par h, il vient $\frac{f \times dt^2}{m \times Pl} = \frac{p \times \theta^2}{\mu \times h}$; pour cet appel aux Mémoires de

1693, voir Varignon[1706], pp. 182-183. Avec V la vitesse acquise à l'issue de la chute d'une hauteur h durant θ , le corps parcourrait uniformément un espace 2h pendant ce même θ ; 2h peut donc être pris comme la mesure de cette durée. De même que Ll, espace parcouru uniformément avec V, peut être substituer à dt. En supposant $m = \mu$, on retrouve la « règle générale » de comparaison donnée dans 3.3.1, à savoir

$$f = \frac{4 \times p \times h \times Pl}{Ll \times Ll}.$$

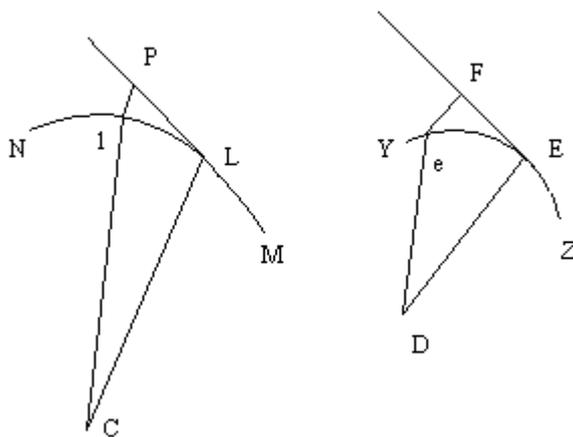


Figure 16

L'intérêt d'une telle « remarque » tient à sa valeur de témoignage, Varignon retrouvant le contenu du Lemme X des *Principes* de Newton, mais d'une manière indépendante, à partir de ses premiers écrits mécaniques. Ceci implique deux constats. L'appel à des écrits anciens vient assurer, en retour, que leur pertinence est toujours d'actualité. D'autre part, il faut noter qu'en 1693, tout comme en 1700, et la référence aux « polygones » en atteste, la relation ci-dessus reste fondée sur une action discontinue (voir *supra* pour les analyses des écrits de 1693). Autrement dit, au Lemme X dont la démonstration repose sur la méthode des premières et dernières raisons, Varignon oppose un modèle de l'action basé sur le choc où la temporalité ne joue aucun rôle ; les écrits de 1700, avec leur pratique du $dt = \text{constante}$, confirment le rôle ancillaire du temps dans la mesure de la force.

Nous avons constaté que dans ses *Nouvelles Conjectures sur la pesanteur* Varignon juxtaposait le choc et la pression. La matière subtile se compose manifestement de corps durs, d'où cette mention de la collision. En même temps, Varignon semble approcher l'idée qu'une contiguïté de ces corpuscules peut entraîner une pression. Cependant, il n'approfondit pas cette idée et ses textes de 1693 rendent bien compte d'une discontinuité de l'action. Cette mention en 1706, période analytique de la science de Varignon, des premiers écrits des années 1690 semble instaurer une continuité entre ces rédactions ou, plus précisément, témoigner d'une identité dans le mode d'action de la force²²³. A nouveau,

²²³ Voir aussi Varignon, *Des mouvemens variés à volonté, comparé entr'eux & avec les uniformes*, MARS 1707 [1730], pp. 222-275. Dans cette étude, Varignon fait à nouveau appel à ses Mémoires de 1693. Soit

rappelons ces propos du traité de statique de 1725 que tous les phénomènes du système se produisent par collisions ; ceci viendrait aussi asseoir la thèse d'une discontinuité.

D'autre part, la référence des Mémoires de 1700 reste newtonienne avec, en particulier, une application d'une règle générale de la force centrale permettant de retrouver des propositions de la Section II du Livre I de Newton²²⁴. Comme pour les mouvements rectilignes, Varignon construit une règle adaptée aux trajectoires curvilignes sur le modèle de la loi de chute galiléenne transposée aux infiniment petits ; les références newtoniennes du texte invitent à penser que Varignon s'inspire du Lemme X de Newton. Varignon suppose qu'un corps décrive la courbe QLM sous l'action d'une force dirigée vers C. AH=x (abscisses) et l'arc circulaire HL de centre C (ordonnées) permettent de repérer la position de L.

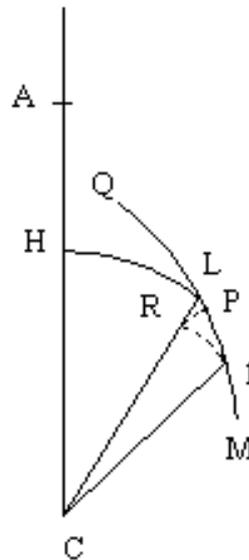


Figure 17

f une force accélératrice, les Mémoires de 1700 permettent d'énoncer $f = \frac{du}{dt}$. Si on veut comparer les effets de deux forces de cette nature, f , ϕ agissant sur deux masses différentes m , μ et faisant parcourir les espaces e , \mathcal{E} pendant dt et $d\theta$, Varignon recourt à la « règle générale » de 1693. Ainsi, $e \cdot \mathcal{E} :: \mu f dt^2 \cdot m \phi d\theta^2$. Puisque les forces produisent respectivement les vitesses du et dv pendant dt et $d\theta$, il suit $du dt \cdot dv d\theta :: \mu f dt^2 \cdot m \phi d\theta^2$, ce qui nous conduit $f \cdot \phi :: \frac{m du}{dt} \cdot \frac{\mu dv}{d\theta}$, voir pp. 266-267.

²²⁴ M. Blay analyse tous ces Mémoires de l'année 1700, voir *La naissance*, op. cit., pp. 180-215.

En posant $s=QL$ et $ds=Ll$, ds parcouru pendant dt avec la vitesse v , y la force centrale, puis en traçant RI l'arc de cercle de rayon CI tirée de C et RP perpendiculaire sur LI ²²⁵, Varignon donne la proportion $LR.LP :: Ll(ds).LR(dx)$ soit la composante de y le long de Ll : $y' = y \cdot \frac{dx}{ds}$.

Puisque « les espaces parcourus avec des forces constantes & continuellement appliquées, telle qu'on conçoit d'ordinaire la pesanteur, & telle qu'est aussi toute force instantée, [sont] en raison composée de celles de ces forces & des quarrés des tems employés à les parcourir », $dds = y \cdot \frac{dx}{ds} dt^2$ soit $y = \frac{ds \cdot dds}{dx \cdot dt}$ ²²⁶. L'élaboration de cette expression qui laisserait supposer un

recours au Lemme X et, ainsi, viendrait conférer une continuité à l'action de y , fait cependant appel, comme pour les trajectoires rectilignes, à une discontinuité. Ainsi, Varignon transforme

la formule en $y = \frac{v \cdot dv}{dx}$ avec $ds = v \cdot dt$ devenant $dds = dv \cdot dt$ « en faisant dt constante »²²⁷.

Il applique une telle formule aux propositions 7, 8, 9, 10 de la section 2 des *Principes*, en recourant systématiquement à cette constance du dt . Ainsi, à titre d'exemple, la détermination d'une force centrale faisant décrire une spirale logarithmique (le centre de force confondu avec celui de la spirale) passe chez Newton par un recours au Lemme XI (voir *supra*)²²⁸, et vient installer une continuité dans l'action ; pour le même problème, Varignon fait appel à la constance d'un élément de temps²²⁹. L'impulsion reste dans ces textes le modèle de l'action d'une force accélératrice, et il faut considérer « que dans les courbes regardées comme polygones, les forces centrales instantées sont toujours uniformes & constantes dans chaque instant, quelques variables qu'elles soient dans des temps finis ; l'augmentation ou la diminution infiniment petites qui s'en fait à chaque instant, étant nulle

²²⁵ M. Blay remarque que Varignon confond implicitement la tangente de en L avec l'arc Ll ; il s'agit là sans doute d'une influence newtonienne et en particulier du Lemme VII, Livre I, Section I des *Principes* basé sur la méthode des premières et dernières raisons, voir *La naissance*, p. 197.

²²⁶ Varignon, MARS 1700 [1703], Mémoire du 13 novembre 1700, pp. 227-228.

²²⁷ Varignon, MARS 1700 [1703], Mémoire du 31 mars 1700, p. 85. Qu'il s'agisse des Mémoires de mars ou novembre 1700, Varignon détermine l'expression de la force centrale d'une manière identique ; si la mention « en faisant dt constante » n'apparaît pas en novembre.

²²⁸ Pour l'analyse de cette démonstration chez Newton, voir B. Brackenridge [1995], *op. cit.*, pp. 157-161.

²²⁹ Varignon, MARS 1700 [1703], Mémoire du 31 mars 1700, p. 90.

par rapport à elles »²³⁰. Ce qui vaut pour la conceptualisation de la vitesse instantanée (voir *supra*), vaut aussi pour la force : « une quantité qui n'est augmentée ou diminuée que d'une autre quantité infiniment moindre qu'elle, [peut] être considérée comme demeurant la même »²³¹. Si Varignon raisonne ainsi, c'est que ce qu'il nomme force dans cette citation s'identifie dans le cas de la courbe polygone à son effet soit, pendant dt , à une vitesse constante acquise sur le mode d'un choc. Dans ce même texte, Varignon reprend sa formule de 1693 introduite pour des grandeurs finies et des pesanteurs constantes en l'appliquant à deux masses m , μ qui, sous l'action des pesanteurs p et π , parcourent des « hauteurs indéfiniment petites » dl et $d\lambda$ pendant dt et $d\theta$, « ces pesanteurs ne fussent-elles constantes que dans ces instans » ; il écrit alors $\frac{m \cdot dl}{dt^2} = \frac{\mu \cdot d\lambda}{d\theta^2}$ ²³². Varignon commet ici l'erreur d'introduire des différentielles d'espace du premier ordre²³³. Il appliquera cette relation pour deux corps décrivant des trajectoires courbes sous l'action de forces centrales, dl et $d\lambda$ représentant les déviations. On peut se demander si l'interprétation physique, un choc et, en supposant qu'il s'agisse de corps durs, la vitesse finie qui doit en résulter, n'est pas à l'origine de cette erreur ; pendant dt , cette vitesse fera parcourir dl , soit un côté du polygone.

Concernant les *Conjectures*, nous notons la difficulté que ressentait Varignon face à la relation entre discontinu et continu. À partir de 1700, il semble s'en tenir à un volet strictement mathématique ; on ne trouve pas d'écrits qui permettraient de rattacher la genèse d'une courbe à un système du monde²³⁴. Le Mémoire de 1706 exprimerait bien cette tendance en posant l'équivalence entre deux modèles d'approximations d'une courbe sans prendre position sur leur réalité physique. Finalement, l'équivalence vaut du simple fait que les méthodes conduisent aux mêmes résultats. D'autre part, en interprétant cinématiquement la différentielle leibnizienne, Varignon semble l'assimiler à la fluxion newtonienne. La différentielle devient quantité « évanescente » au cours d'un calcul, ce qui conduit dans les

²³⁰ Varignon, MARS 1700, Mémoire du 13 novembre 1700, p. 241.

²³¹ Marquis de L'Hospital, *op. cit.*, p. 2.

²³² Varignon, MARS 1700, Mémoire du 13 novembre 1700, p. 241.

²³³ T. L. Hankins remarque cette erreur, voir *The Reception of Newton's Second Law in the Eighteenth Century*, *op. cit.*, p. 62.

²³⁴ Un cours de Varignon professé au Collège Royal pour l'année 1721-1722 s'intitule « Des différents systèmes du Monde » ; nous ne l'avons trouvé ni aux Archives du Collège de France ni aux Archives Nationales.

Eclaircissements de l'analyse des infiniment petits à ne plus considérer une tangente comme prolongement d'un côté d'une courbe entendue comme polygone « inifinilatre », mais à la définir comme position limite d'une sécante²³⁵. Autant d'éléments qui inviteraient à tempérer la thèse d'une courbe polygone conçue comme une nécessité physique²³⁶. S'il y a fort à

²³⁵ Pour la conception varignonienne de la différentielle, nous renvoyons à J. Peiffer, Pierre Varignon lecteur de Leibniz et Newton, *op. cit.*, pp. 256-262.

²³⁶ Ce ne semble pas être le cas de tous les représentants de la science française. Ainsi Fontenelle note que la « courbe rigoureuse » n'existe pas, car « il n'y a point de Lignes que l'on ne puisse concevoir comme décrites par des mouvements, les droites par des mouvements qui ne changent point de direction, les Courbes par des mouvements qui en changent à chaque instant. Or les mouvements qui en changent à chaque instant [de direction], en ont donc une pendant chaque instant, & il est impossible qu'un mouvement ait une direction, s'il ne décrit une droite qu'elle quelle soit », HARS 1722 [1724], *op. cit.*, p. 77. Ce polygone apparaît nécessaire pour déterminer l'« effort » d'un corps pour s'échapper le long d'une tangente. C'est en substance une thèse soutenue par le Chevalier de Louville en 1732 (*Sur le rapport qu'il y a entre la force de la Percussion et celle de la Pesanteur*, P. V. Acad., f° 134r.-139v.) lorsqu'il soutient que la force de la pesanteur est dans un rapport fini avec celle de la percussion. Louville examine si la « force centrifuge [...] analogue à la pesanteur » est « infiniment petite par rapport à la force de Rotation ou de Circulation [...] ou de Percussion qui est une force finie », f° 136v. Louville donne un dispositif expérimental (voir f° 137 v.-138r.) permettant de déterminer la trajectoire d'un corps lorsque, attaché à une corde lui faisant décrire un mouvement circulaire uniforme celle-ci vient à être coupée. Cette direction ne se confond pas avec la tangente du cercle mais s'en écarte d'un « angle fini », assurant ainsi une proportion finie entre force de rotation/percussion et force centrifuge/de pesanteur, f° 138 r. Finalement, la percussion et la pesanteur sont de même nature. Or, la pesanteur provient de l'effort de la « matiere subtile » et il faut associer ce premier texte de Louville à un autre de 1729 stipulant que « l'on ne peut regarder l'Accélération comme une quantité continüe mais discrete », car « il n'y a point dans la nature d'impulsion continüe, & que la vitesse d'un corps ne peut augmenter ni diminüer qu'à mesure qu'il reçoit de nouvelles impulsions, & cela dans l'instant indivisible qui les reçoit, il s'ensuit que la vitesse d'un corps ne peut croître, ni diminüer que par sauts, *subsultim* », Louville, *Sur la théorie des mouvemens variés, c'est-à-dire, qui sont conitnuellement accélérés, ou continuellement retardés ; avec la manière d'estimer la Forces des Corps en mouvement*, MARS 1729 [1731], p. 157. Lors d'une chute libre, les « impulsions du fluide qui cause la pesanteur » augmentent la vitesse de la même manière en temps égaux car « il reçoit un nombre égal d'impulsions », pp. 158-159. Ainsi, « la regle générale pour toutes sortes d'hypotheses d'accélération ou de résistance, est que l'effet de cette accélération ou de cette résistance est toujours en raison composée de la grandeur des impulsions par leur multitude, ou comme le produit de ces deux quantités ». Louville nomme « la force de chaque impulsion, *Force* ou *Vitesse instantanée*, qui n'est qu'un instant à se communiquer, & *Force* ou *Vitesse actuelle*, celle qui est le produit de la force de chaque impulsion par le nombre que le mobile en reçoit en temps égal », p. 167. Ainsi la pesanteur ou force accélératrice est composée de forces instantanées ; on retrouve ici la distinction rencontrée chez Fontenelle entre force accélératrice et force simplement motrice. Le temps n'entre pas dans la mesure de l'action car la vitesse instantanée ne se communique que dans « l'instant ». Le résultat de l'expérience ci-dessus peut alors s'interpréter comme suit : le corps ne suit pas la tangente euclidienne

penser que Varignon conçoive le choc comme essentiel à l'explication des phénomènes, il n'empêche que cette importance accordée au traitement strictement mathématique de questions physiques peut laisser libre cours au doute, celui qu'on rencontre sous la plume de D'Alembert, lorsqu'il se demande, en concevant qu'un corps soumis à la pesanteur commence « par un zéro de vitesse, pourquoi un corps soutenu par un fil fait-il éprouver quelque résistance à celui qui le soutient ». Sans vitesse, cet « effort » devrait être « absolument nul ».

D'Alembert propose deux réponses, qu'il juge insatisfaisantes. Outre l'hypothèse d'un « *nisus* » leibnizien, il pourrait se faire que sous l'action d'une force accélératrice la première vitesse en partant du repos soit « finie quoique très-petite » et qu'ainsi les corps ne décrivent pas « des courbes rigoureuses, mais des courbes polygones, composée d'une quantité *finie*, mais très grandes de petites lignes ». D'Alembert juge qu'il n'y a pas de raisons qu'une courbe décrite par un corps dans la nature s'identifie à un polygone et non à une courbe rigoureuse. Finalement, une telle hypothèse repose sur l'argument classique du mouvement rectiligne conçu comme le plus simple donc premier : D'Alembert écrit « ne point [voir] la raison de cette préférence, la rectitude absolue étant aussi difficile à concevoir dans une portion d'étendue si petite qu'on voudra, que la courbure absolue ». Dans un second moment, il estime « purement arbitraire » la thèse qu'une pesanteur conçue comme « de petits coup finis qui se succèdent comme par secousses [...] pourquoi la pesanteur agiroit-elle ainsi par secousses & non par un effort continu & non interrompu ? » Il faudrait concevoir la pesanteur comme « l'effet de l'impulsion d'un fluide »,

mais celle d'une courbe polygone car une courbe réelle ne peut être que de cette seconde sorte. Malgré tout, Louville n'échappe pas à une contradiction en mentionnant « une impulsion infiniment petite qui accélère [une] vitesse d'une quantité toujours égale » ou en imputant à la résistance d'un milieu une perte de vitesse du premier ordre, voir pp. 166 et p. 168. Ainsi dans l'instant l'impulsion pourrait provoquer une différentielle de vitesse.

Fontenelle va chercher à dépasser cette contradiction. Conscient que la difficulté d'une comparaison entre pesanteur et force de percussion vient de ce que la première produit dans « un instant infiniment petit [...] une vitesse infiniment petite » alors que dans le même instant le choc produit une vitesse finie, il suggère que la percussion imprime une vitesse infiniment petite : « il est vrai que l'instant du choc de deux Corps paroît un infiniment petit, mais ce n'est réellement qu'un fini très court. Si les deux corps sont à ressort, comme apparemment ils sont tous, l'instant de leur choc n'est-il pas aussi court, que si on les supposoit parfaitement durs ? Il faut pourtant qu'il se fasse dans cet instant des applatisséments, & des renflements successifs ». Alors, le choc donne lieu à une accélération « insensible », *Sur la comparaison des Forces de la Pesanteur & de la Percussion*, HARS 1732 [1735], p. 102. Dans ces conditions, puisque Fontenelle n'admet pas l'existence des « courbes rigoureuses », les côtés de ses « courbes polygones » seront du deuxième ordre.

ce dont on peut « douter », « puisque jusqu'ici les phénomènes de la pesanteur n'ont pu s'en déduire, ou même y paraissent contraire ». Finalement, on ne trouve aucunes raisons pour accorder un privilège à une des deux représentations des courbes et qui plus est, l'hypothèse de la matière subtile n'explique rien ou explique mal. L'issue de ce raisonnement figure sans doute dans le *Traité* : courbes polygones ou rigoureuses apparaissent comme deux « hypothèses » mathématiquement recevables. En menant une étude strictement géométrique du problème, Varignon ouvre peut-être la voie conduisant à une telle conclusion.

Conclusion

La grande maxime stipulant que les effets sont proportionnels aux causes fonde toute la dynamique de Varignon. Il apparaît tout au long de sa carrière scientifique, de ses premiers écrits académiques jusqu'au traité de statique publié à titre posthume. Fontenelle illustre aussi cette tendance lorsqu'il rattache systématiquement la force accélératrice à l'axiome varignonien. Pour ces deux figures majeures de l'Académie une expression du type $\varphi dt = \pm du$ ne renvoie pas à une « définition » mais bel et bien à un principe, φ étant la cause efficiente de l'incrément de vitesse et non un simple « rapport ». Nul doute que Varignon fasse partie de ces « Géomètres » que visent D'Alembert lorsqu'il dénonce l'interprétation causale de l'équation.

Concernant le statut modal du principe, D'Alembert ne mentionne ni Varignon, ni Fontenelle ; nous ne prétendons donc pas que sa critique s'exerce à leur rencontre. Quoiqu'il en soit, leur prise de position, implicite pour l'un et clairement affichée par l'autre, nous informent sur l'existence d'un tel débat dans la science française au début du XVIII^{ème} siècle.

Les techniques de calculs de forces centrales développées dans le *Traité* sont des pratiques que les deux dernières éditions des *Principes* de Newton rendent courantes. Varignon joue un rôle important dans l'élaboration de ces méthodes, dans leurs formulations analytiques, par la clarté de son exposé de 1706 où il prend soin de dégager, en bon pédagogue, les erreurs qu'une mauvaise pratique peut entraîner. Sur ce point, D'Alembert nous semble redevable de la leçon de Varignon. Notons pour conclure que les différentes méthodes n'apparaissent pas explicitées dans les manuels de Privat de Molières et Trabaud.

Si, chez ce dernier, on trouve bien l'assimilation classique d'une courbe à un polygone, aucune mention n'est faite concernant la déviation suivant chacune des hypothèses.

Mouvements sur des plans inclinés et sur des courbes : les études de Varignon, Privat de Molières, Trabaud et D'Alembert

Introduction

Avec cet exemple de collision oblique impliquant la destruction d'une composante orthogonale, le début du troisième chapitre de la première partie du *Traité de dynamique* de D'Alembert porte la marque d'une influence de Varignon (voir *supra*, partie II) ; la suite immédiate du *Traité* qui contient un développement sur le « Mouvement d'un Corps le long d'une surface courbe »¹ nous semble confirmer cette première conclusion.

Pourquoi s'intéresser au mouvement sur une surface courbe ? Quels sont les enjeux d'une telle question ? La contribution de Fontenelle fournit des éléments de réponses. En effet, il faut remonter un peu le temps pour constater que D'Alembert ne fait pas œuvre de nouveauté en abordant un tel sujet, mais qu'il poursuit une réflexion déjà entamée par Varignon dès 1693. Selon le Secrétaire perpétuel de l'Académie, c'est une erreur de Galilée qui motive des recherches sur un tel sujet. Après avoir noté que la vitesse le long d'un plan incliné se règle suivant la racine des hauteurs d'une chute verticale, Fontenelle juge que cette proportion « le [Galilée] conduisit à croire que si un corps tomboit par deux plans contigus, & qui fissent un angle entr'eux [...] la vitesse se régleroit encore de la même maniere sur la hauteur verticale des deux plans pris ensemble : car enfin ce n'est encore que selon cette hauteur que se fait la chute, & delà vient toute sa vitesse ». Il ajoute que « M. Varignon démontra en 1693. que cette proportion de Galilée [appliquée aux plans contigus], admise jusque-là par tous les Géometres, étoit fausse »² ; que Varignon « a démontré [...] que ce corps à la rencontre du second plan perd quelque chose de sa vitesse ; que par conséquent elle n'est pas la même à la fin de sa chute, ou à tel point qu'on voudra de sa chute par le second

¹ D'Alembert [1758], I, III, articles 38 à 44, pp. 47-50 ; D'Alembert [1743], I, III, articles 31 à 37. L'étude menée par D'Alembert est rigoureusement identique pour chacune des éditions ; nous suivrons les démonstrations du livre de 1758.

² Fontenelle, *Sur les vitesses des corps mus suivant des courbes*, HARS 1704 [1745], p. 105.

plan, que s'il n'étoit tombé que par le premier plan prolongé, & que la proportion des racines des hauteurs n'a donc pas lieu »³. Plus précisément, Varignon montre en 1704 que « les pertes de vitesses sont des infiniment petits du second genre, d'où il suit que les chutes par des Courbes, conservent la proportion des racines des hauteurs, quoique celles qui se font par différents plans inclinés ne la conserve pas »⁴.

Le mouvement sur des plans contigus n'appartient pas au domaine d'application de la loi de Galilée ; quant aux « courbes rigoureuses », la perte de vitesse pour un trajet fini s'avère négligeable. Nous détaillerons le raisonnement de Varignon mais, pour l'heure, quelle méthode applique-t-il ? Fontenelle écrit que « le grand principe que M. Varignon emploie, c'est celui des Mouvements composés, sur lequel il a autrefois fondé toute sa Méchanique » ; un mouvement oblique sur un plan peut être conçu « comme composé de deux autres mouvemens ; l'un perpendiculaire, & l'autre parallèle, dont les différens rapports, variables à l'infini, déterminent les différentes obliquités dont le mouvement composé est capable »⁵ ; la composante orthogonale est « anéantie & perdue », ou encore « détruite par l'opposition de ce plan »⁶. Varignon utilise donc son « principe » des mouvements composés tel qu'il apparaît dans son *Projet* de 1687.

Il n'est pas anodin que D'Alembert, après l'exemple de collision oblique, développe cette question du mouvement sur les surfaces courbes ; comme pour le choc oblique, la destruction d'une composante apparaît essentielle à la détermination d'un mouvement final. Concernant les plans inclinés contigus, cette destruction permet de trouver la loi d'évolution de la vitesse du mobile ; pour le choc oblique, l'équilibre/destruction de la composante orthogonale conduit à la vitesse finale. Comme nous le constaterons dans le paragraphe suivant, ces deux problèmes sont couplés chez plusieurs auteurs. Pour ces derniers, ces questions ont en commun la discontinuité d'une vitesse vectorielle et, finalement, ils appartiennent à la même catégorie de phénomènes mécaniques, à savoir celle des chocs⁷. Dans le *Traité*, ces deux études apparaissent avant l'énoncé du « principe

³ *Ibid.*, p. 108.

⁴ *Ibid.*, p. 109.

⁵ *Ibid.*, p. 106.

⁶ *Ibid.*, p. 107.

⁷ Trabaud note que « lorsqu'un corps pesant parcourt de suite plusieurs plans inclinez contigus les uns aux autres, il est obligé de changer sa direction à la rencontre de chaque nouveau plan : or il ne sçauroit se détourner ainsi, qu'il ne choque le nouveau plan, & qu'il ne perde de son mouvement », *op. cit.*, Livre second

général ». Nous soulignons l'importance que pouvait avoir eu l'exemple de collision oblique sur le jeune D'Alembert (voir *supra*, Partie II) ; nous émettons l'hypothèse que cette séquence de rédaction se rapproche du cheminement intellectuel aboutissant à la découverte du « Principe général ». Cette décomposition d'un mouvement initial en un mouvement détruit et un mouvement final attira probablement l'attention du savant ; ces deux études apparaîtraient alors comme des antécédents historiques fondamentaux permettant l'élaboration du « Principe ». La question du mouvement sur les courbes dépasserait alors le cadre d'une simple correction apportée à une erreur de Galilée et elle est suffisamment importante aux yeux de D'Alembert pour qu'il lui consacre les articles 31 à 37 de la première édition de son *Traité* ; l'enjeu est ailleurs, il réside dans cette pratique de décompositions et destructions de forces, premiers pas vers la genèse du « Principe ».

L'influence du travail de Varignon n'est pas circonscrite aux écrits du seul D'Alembert. En effet, Privat de Molières et Traubaud abordent aussi cette question du mouvement le long des plans contigus ; à partir du principe de décomposition, ils parviennent à la même conclusion que Varignon, à savoir cette perte de vitesse au deuxième ordre au niveau de chaque inflexion. Puisque leurs livres se veulent des manuels, l'exemple du choc oblique et ce problème du mouvement le long d'une courbe, étant donné leur récurrente apparition, sont des thèmes classiquement enseignés dans les années 1730. Par conséquent, il y a tout lieu de se demander si la première partie du *Traité* ne reproduit pas la trame d'un cours, le plan adopté par D'Alembert coïncidant par endroits avec ceux des ouvrages de Privat de Molières et Traubaud. Ainsi, ce dernier énonce des propositions cinématiques (Livre I, chapitre I), introduit un concept de force accélératrice, passe ensuite à l'étude des compositions de forces, à celle de l'équilibre puis, enfin, aux exemples de collisions obliques et de mouvements le long de courbes (Livre I, Chapitre II)⁸. Quant à Privat de Molières, il donne dans la « Leçon I » des « lois générales du mouvement uniforme » qui comprennent une étude de composition de forces, d'équilibre, et qui abordent l'exemple de collision oblique ; sa « Leçon II » débute par l'examen du mouvement le long d'une courbe⁹.

« Du mouvement des corps pesans », ch. IV « Des corps pesans mus sur des plans inclinez par un mouvement accéléré ou retardé par la pesanteur », p. 191.

⁸ Voir en Annexe 8 une partie du plan du livre de Traubaud.

⁹ Voir en Annexe 9 une partie du plan du livre de Privat de Molières.

Que D'Alembert rédige son *Traité* en s'appuyant sur des modes d'exposition puisée dans des manuels ou qu'il ait effectivement suivi un cours de ce type, quoi qu'il en soit, il est avant tout un lecteur critique, voire un étudiant sceptique. A titre d'exemple, D'Alembert refuse une justification du principe d'inertie basée sur la notion d'indifférence de la matière, alors qu'elle figure dans l'ouvrage de Traubaud (voir *supra*, chapitre I) ; il établit la nécessité rationnelle du parallélogramme des forces alors que Privat de Molières le conçoit comme un « principe de convenance »¹⁰ ; concernant notre sujet, D'Alembert récuse cette thèse d'une perte de vitesse au deuxième ordre, ce que nous examinerons par la suite. La matière première du début du *Traité* existe dans des manuels, s'enseigne, et les thèmes principaux de ces leçons sont originellement abordés par Varignon. Qu'il s'agisse donc d'une lecture de première et/ou de seconde main, la présence de ce dernier dans le *Traité* est patente.

Outre l'importance que ce problème pourrait avoir concernant l'élaboration du principe, D'Alembert y voit un autre enjeu. En 1704, le calcul de Leibniz ne fait pas l'unanimité au sein de l'Académie des Sciences. La critique est double : d'une part, il n'est pas fondé et, d'autre part, il conduit à des erreurs. On sait que Varignon fut un âpre défenseur de l'algorithme leibnizien contre les attaques de Rolle¹¹. Fontenelle, à travers la publication de ses *Elémens de la géométrie de l'infini* de 1727, chercha à donner un fondement au

¹⁰ Privat de Molières, *op. cit.*, tome I, « Leçon I », pp. 37-38 : « Les principes d'où les Propositions géométriques dépendant sont des principes *nécessaires* : des principes de *nécessité* ; au lieu que le principe d'où celle-ci [la proposition établissant le parallélogramme des forces] dépend n'est qu'un principe de *convenance* fondé sur l'idée de la plus grande simplicité. Il n'y a pas de nécessité que deux forces agissant conjointement durant un certain tems sur un mobile produisent toujours le même effet, qu'elles y auroient produit en y agissant séparément durant un tems pareil : mais outre que c'est là certainement l'effet le plus simple que ces forces conjointes puissent produire, ce principe est fondé sur un nombre prodigieux d'expériences sans qu'il y en ait aucune qui le démente, & est le fondement de toute la Mécanique, ainsi que M. Newton & ensuite M. Varignon l'ont démontré, & que tous les Géomètres d'après (sic) en conviennent. D'où il suit que si ce principe n'est pas métaphysiquement évident, il est au moins physiquement certain & par conséquent indubitable ». D'Alembert juge aussi ni « simple », ni « évident » le principe énonçant que « l'effet de deux causes conjointes est égal à la somme de leurs effets pris séparément, ou que deux causes agissent conjointement comme elles agiroient séparément », D'Alembert [1743], I, II, art. 24, p. 27 ; D'Alembert [1758], I, II, art. 31, pp. 38-39. Pour autant, vidé de toute interprétation dynamiste, il n'entend pas s'en tenir à un principe de composition réduit à une simple vérité contingente.

¹¹ Sur le débat au sein de l'Académie concernant le nouveau calcul, voir M. Blay, *La naissance de la mécanique analytique*, *op. cit.*, première partie, chapitre 2 « Les débats de l'Académie Royale des Sciences 1693-1706 », pp. 29-62.

nouveau calcul¹². Fontenelle fait de la présentation du Mémoire de 1704 une tribune d'où il loue les bienfaits du calcul (les conclusions de Varignon montrent l'étendue du nouveau calcul en dévoilant des propositions jusqu'alors inconnues) et prend position sur la réalité des différentielles : la loi de Galilée reste finalement valide lors d'une chute le long d'une courbe car pour une trajectoire finie la perte de vitesse est un infiniment petit du premier ordre et « il ne seroit pas possible que sans la Géométrie des infiniment petits, on vît aussi clair dans cette matiere : & l'on peut remarquer combien ces différens ordres d'Infinis que l'on soupçonne d'abord d'être feints à plaisir, sont réels & solides »¹³. D'Alembert montre que la perte de vitesse « est réellement & exactement nulle ou zéro, & non pas infiniment petite ». Il corrige donc Varignon et, à sa suite, Privat de Molières et Traubaud, puis conclut sur le manque de « rigueur » de « la méthode des infiniment petits » en comparaison de celle qu'il développe, sur l'erreur des « Commençans » qui « pourroient s'accoutumer à regarder ces infiniment petits comme des réalités », erreur dans laquelle de « grands hommes [...] sont tombés » et source de « quelques mauvais Livres contre la certitude de la Géométrie »¹⁴. D'Alembert insère ces propos à la suite de l'étude du mouvement sur les courbes, comme Fontenelle le fit en soutenant l'existence des infiniment petits. Nous n'en concluons pas que la rédaction de D'Alembert s'inspire directement du Mémoire de 1704 et de sa partie historique ; néanmoins, ceci n'a rien d'impossible, nous soulignons au chapitre précédent que D'Alembert mentionnait dans la première édition du *Traité* les « Histoires » de 1722. Quoi qu'il en soit, D'Alembert vise une tradition varignonienne lorsqu'il récuse une perte de vitesse du premier ordre¹⁵ ; il s'adresse aussi à ceux qui soutiennent l'existence des infiniment petits dont Varignon et Fontenelle font partis¹⁶.

¹² Pour une analyse de ce livre, voir M. Blay, *La naissance de la mécanique analytique, op. cit.*, deuxième partie, chapitre 3 « Fontenelle : le fondement de la science algorithmique du mouvement », pp. 223-248.

¹³ Fontenelle, *Sur les vitesses des corps mus suivant des courbes, op. cit.*, p. 109.

¹⁴ D'Alembert [1758], art. 44 pp. 49-50. Parmi ces « mauvais Livres », D'Alembert compte l'ouvrage *The Analyst* de Berkeley, voir la première note de Bezout p. 50.

¹⁵ Voir en particulier le premier paragraphe de l'art. 44 du *Traité* qui rappelle comment on « démontre d'ordinaire » la perte de vitesse du second ordre ; le résumé suit précisément les méthodes développées par Varignon, Privat de Molières et Traubaud.

¹⁶ Sur la position de Varignon concernant l'existence d'infinis et d'infinitésimaux du premier ordre et d'ordre supérieur, voir J. Peiffer, Pierre Varignon, lecteur de Leibniz et Newton, *op. cit.*, pp. 256-262.

I-Les textes de Varignon de 1693 et 1704

1693 est encore une période de formation pour Varignon. L'innovation part souvent de corrections, et c'est à partir d'une lecture minutieuse des *Discours*, éléments de la nouvelle science du mouvement, que Varignon forge ses premières armes. Ce thème du mouvement le long de plans ou de courbes trouve donc son origine dans la volonté de corriger une erreur de Galilée¹⁷. Nous choisissons de suivre la rédaction de 1704 qui reproduit, de manière abrégée, celle de 1693¹⁸.

Le corps H tombe le long des plans contigus HA et AK ; AG prolonge HA ; PH et HP sont parallèles ; ANGM est un rectangle avec AG pour diagonale (voir figure 1).

¹⁷ Galilée, *Discours*, *op. cit.*, Théorème X p. 161. Ce théorème énonce que « les temps de descente sur des plans d'inclinaisons différentes, mais de même hauteur, sont entre eux comme les longueurs de ces plans, et cela que les mouvements partent du repos ou qu'ils soient précédés par une chute d'une même hauteur ». Il s'agit d'une généralisation du Théorème III stipulant que pour une même hauteur de chute à partir d'une vitesse nulle, les durées des mouvements le long d'un plan incliné et de la verticale sont comme les distances parcourues. La démonstration des deux Théorèmes s'appuie sur le principe de l'identité des vitesses acquises par des corps chutant d'une même hauteur verticale le long de plans diversement inclinés. Autrement dit, Galilée postule dans son Théorème X que la contiguïté de plans ne modifie pas la loi d'évolution de la vitesse de chute libre.

Dans la lettre de Varignon à J. I Bernoulli datée du 28 juillet 1694, Varignon écrit que le problème de la « *Curvâ descensûs* » l'a « fait penser à une difficulté » trouvée chez Galilée, voir *Der Briefwechsel*, *op. cit.*, tome II, lettre 15 pp. 68-69. Ce problème est celui de la recherche de la courbe isochrone, défi lancé par Leibniz aux cartésiens en 1687. A ce sujet, voir M. Blay, *La naissance*, *op. cit.*, première partie, chapitre II « Les prétextes cinématiques », pp. 63-77.

¹⁸ Varignon, *Maniere de discerner les vitesses des corps mûs en lignes courbes ; de trouver la nature ou l'équation de quelque Courbe que ce soit, engendrée par le concours de mouvemens connus ; & réciproquement de déterminer une infinité de vitesse propres deux à deux à engendrer ainsi telle Courbe qu'on voudra, & même deux, pour la décrire de telle vitesse qu'on voudra, suivant cette Courbe*, MARS 1704 [1765], pp. 286-306. Comme on le constate d'après ce titre, le Mémoire de Varignon ne concerne pas la seule question du mouvement le long d'une courbe mais celle de sa génération par composition de mouvements ; pour notre sujet, nous n'abordons que la première qui figure aux pages 286 à 296 ; les pages 291 à 293 correspondent aux pages 438 à 442 du Mémoire de 1693, *Des poids qui tombent ou qui montent le long de plusieurs plans contigus*, MARS 1666-1699, 1693, pp. 438-444, Mémoire qui ne traite que du mouvement le long de plans contigus.

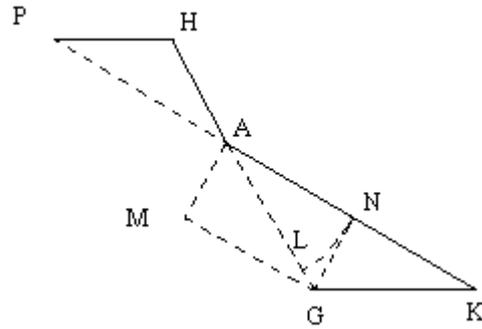


Figure 1

Pour une même hauteur de chute, les vitesses acquises le long de plans différemment inclinés sont égales¹⁹. Tout le travail de Varignon consistera à établir que l’inflexion de plans empêche le corps « d’avoir autant de vitesse en K qu’il en auroit eu en tombant de P en K le long du seul plan PK, ou qu’il en auroit acquis en G en tombant du point H le long de seul plan HG » ; autrement dit, le domaine d’application de la proposition de Galilée n’est pas généralisable aux plans contigus. Son raisonnement s’appuie sur une décomposition de mouvements avec annulation de la composante perpendiculaire au plan ; comme pour la collision oblique, la destruction d’une composante permet de déterminer une vitesse finale.

La vitesse acquise en A par la chute le long de HA « doit être la même [...] que si elle résultoit du concours de deux forces capables de donner en ce point au corps qui tombe, des vitesses suivant AM & AN, lesquelles fussent à celle qu’il a au point A suivant AG, comme les côtés AM & AN du parallélogramme » de diagonale AG²⁰. Or, la force suivant AM poussant orthogonalement serait « soutenue toute entière par le plan AK » et il ne resterait au corps que « l’impression de la force suivant AN pour suivre cette ligne d’une vitesse qui seroit à celle qui lui resulteroit de leur concours, c’est-à-dire (*hyp.*) à celle qu’il a effectivement en A suivant AG après sa chute de H en A par HA, comme AN est à AG » ; par conséquent, la vitesse que le corps aurait dû posséder en A s’il avait glissé le long de HG (AG sous l’action des forces) sera à celle qu’il possède effectivement comme AG est à AN²¹. En

¹⁹ Galilée, *Discours*, *op. cit.*, p. 137. En voir la démonstration dans l’addition de Viviani, pp. 148-149.

²⁰ Varignon [1704], *op. cit.*, p. 291.

²¹ P. Costabel souligne la complexité de ce type de problème : le corps, au niveau de la discontinuité des plans est à l’intérieur d’un angle et donc soumis à deux chocs provenant du plan inférieur et du plan supérieur. Le problème conduit à une indétermination qui ne peut être levée qu’en supposant l’absence de la percussion du plan supérieur et l’absence de rebond du corps. Voir P. Costabel, *Der Briefwechsel ...*, *op. cit.*, note 5 p. 69.

traçant du centre A l'arc NL, « on aura LG pour ce que la rencontre du plan AK fait perdre de vitesse au corps qui tombe »²².

Le Mémoire de 1693 énonçait le résultat sous la forme d'une proposition : « Au concours de deux plans contigus, ce qu'un corps qui passe de l'un à l'autre, a de vitesse pour suivre celui le long duquel il tombe, est à ce qu'il en a suivant la direction de celui sur lequel il passe, comme le sinus total est au sinus du complément de l'angle que ces plans font entre eux »²³. Autrement dit, $\frac{v_{AG}}{v_{AN}} = \frac{1}{\sin(\widehat{AGN})}$, avec v_{AG} et v_{AN} les vitesses

suivant AG et AN, et \widehat{AGN} complément de l'angle \widehat{GAN} dans le triangle AGN rectangle en N. Ce type de relation correspond à celui rencontré lors de la collision oblique sur une surface inamovible ; l'expression incluant sinus total et sinus du complément d'un angle (pour chacun des deux problèmes, l'angle entre les plans ou celui entre la vitesse incidente et la surface de l'obstacle), figure chez Privat de Molières, Traubaud et D'Alembert²⁴.

En supposant l'angle KAG fini, la perte de vitesse l'est aussi. Pour un angle infiniment petit, on peut assimiler l'arc LN à une « petite ligne droite » perpendiculaire sur AG. Avec les angles droits ALN et ANG, il suit $AL.LN :: LN.LG$ (LN moyenne proportionnelle entre les deux segments AL et LG) ; LG devient ainsi « une différentielle du second genre par rapport à la grandeur finie AL ou AN »²⁵. Or, le rapport de LG à AN revient à celui de la perte de vitesse à la vitesse restante suivant AK ; le corps perd donc un « infiniment petit du second genre » de vitesse par rapport à la vitesse finale selon AK²⁶.

L'étude du mouvement sur les courbes s'appuie sur ce résultat puisqu'on les considère « comme autant de Polygones infini-lateres, dont les angles d'attouchements sont les complémens des intérieurs de ces polygones » ; ces angles « sont infiniment petits » et les pertes de vitesses des « infiniment petits du second genre ». Puisqu'une courbe se conçoit comme un polygone composé d'un nombre infini d'angles, la somme des pertes de vitesses

²² Varignon [1704], *op. cit.*, p. 292.

²³ Varignon [1693], *Des poids...*, *op. cit.*, p. 438.

²⁴ Pour la collision oblique chez tous ces auteurs, voir *supra*, partie II. Nous renvoyons à l'Annexe 9 pour les études des mouvements sur les surfaces courbes de Privat de Molières et Traubaud.

²⁵ Varignon [1704], *op. cit.*, p. 293.

²⁶ *Ibid.*

« ne sera qu'un infiniment petit du premier genre par rapport à ce qu'il y a de vitesse en chaque point de cette Courbe »²⁷. La perte totale sera donc nulle par rapport à la vitesse finie du corps, et « de quelque maniere qu'un corps se meuve le long d'une Courbe sans rebroussement contraire, elle n'apportera par sa courbure aucun obstacle à la proportion de la vitesse de ce corps »²⁸. L'évolution des vitesses respecte donc la loi définie par Galilée. D'autre part, la vitesse du corps en chaque point de la courbe suivra la même évolution que si ce corps se déplaçait sur la tangente en ce point²⁹.

II-La lecture critique de D'Alembert

L'étude du mouvement sur les plans contigus s'appuie sur le résultat de la collision oblique : les deux problèmes ressortissent à même phénomène de choc. D'Alembert consacre les Corollaires II à IV (art. 38 à 40) du choc sur une « surface invincible » à l'étude du mouvement sur les plans contigus ; il passe ensuite au mouvement sur une courbe, un Lemme (art. 41), un théorème (art. 42) et son corollaire (art. 43) achevant l'étude.

Soit AB, BC, CD etc. des plans contigus (figure 2). GL représente la vitesse suivant AB (figure 3). D'Alembert prend $L\hat{G}M = C\hat{B}F$ et abaisse la perpendiculaire MK ; il trace l'arc NK tel que $K\hat{G}N = D\hat{C}E$, abaisse NI etc.. D'après l'expression $\frac{v_{AB}}{v_{BC}} = \frac{1}{\sin(\text{compl}[C\hat{B}F])}$ (voir *supra*)³⁰, avec $\text{compl}[C\hat{B}F]$ le complément de l'angle $C\hat{B}F$, et puisque $L\hat{G}M = C\hat{B}F$, que $GL=GM$, GK exprimera la vitesse suivant BC ; en réitérant le raisonnement, GI représente la vitesse suivant CD.

²⁷ *Ibid.*

²⁸ *Ibid.*, p. 294.

²⁹ *Ibid.*, pp. 294-295.

³⁰ Voir le Corollaire I art. 37 p. 46 ; nous renvoyons à la Partie II de cette thèse pour l'analyse de ce Corollaire.

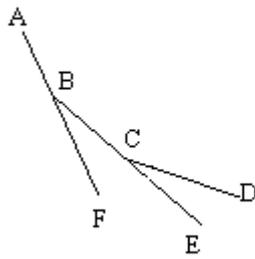


Figure 2

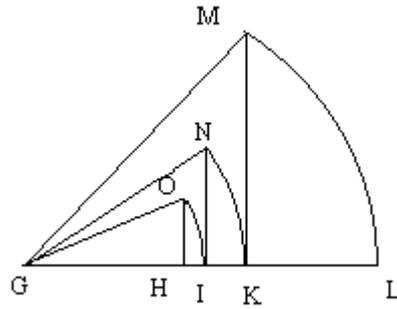


Figure 3

GL, GK etc. représentent les sinus totaux, c'est-à-dire les vitesses finales après chacune des discontinuités en B et C. La vitesse initiale, représentée par GL, devient GK après le passage en B et par la suite GI après le point C ; le corps perd donc une vitesse totale représentée par LI, autrement dit qui égale la somme du « sinus verse » de l'angle \widehat{CBF} avec celui de \widehat{DCE} , soit à la somme de KL et IK (art. 39).

Le raisonnement ci-dessus s'appuie sur des sinus totaux différents, ceux intervenant lors de chaque discontinuité. Si au lieu de considérer chaque sinus total on ne tient compte dans le calcul des sinus verses que d'un sinus commun (GL) et étant donné que $GL > GK$ etc., la somme des vitesses perdues dans le premier cas (sinus différents) sera moindre que celle du second où le calcul se base sur le seul GL (art. 40).

Dans le Lemme qui suit, D'Alembert inscrit un polygone ABCDR dans la courbe ABCDR avec les angles extérieurs BAY, CBF, DCE etc. égaux (figure 4). Il démontre « qu'on peut imaginer ce polygone d'un si grand nombre de côtés, que la somme des sinus verses des angles BAY, CBF, DCE, RDS, &c. soit moindre qu'une grandeur donnée »³¹.

³¹ D'Alembert [1758], art. 41 p. 47.

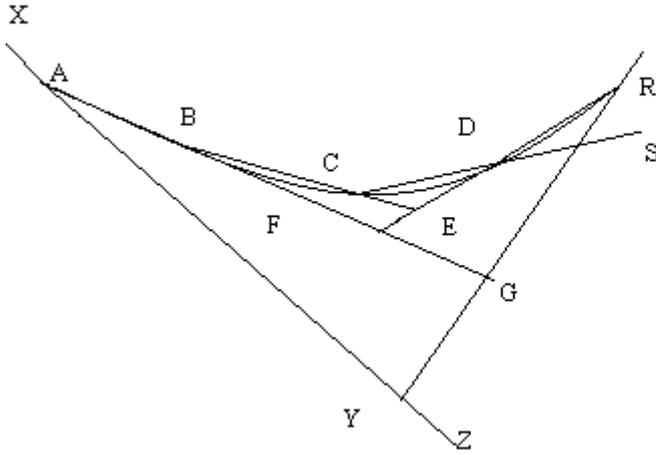


Figure 4

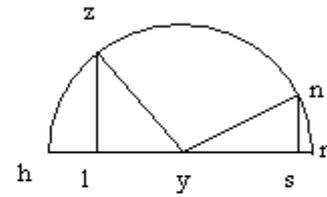


Figure 5

La somme des angles vaut $\widehat{R\hat{Y}Z}$, avec RZ et AY les tangentes à la courbe en R et A. En faisant $\widehat{r\hat{y}z} = \widehat{R\hat{Y}Z}$ (figure 5), $\widehat{r\hat{y}n} =$ à un des angles $\widehat{B\hat{A}Y}$ etc., et avec n le nombre d'angles, $rn \times n = rz$. D'autre part, $sn^2 = sr \times sh$ (sn moyenne proportionnelle entre les deux segments sh et sr) ; l'hypothèse d'un polygone à un « grand nombre de côtés » (art. 42) conduit à assimiler sn à rn et sh à hr. Il suit que le sinus verse de l'angle en question vaut $sr = \frac{rn^2}{rh}$ ou, comme le note D'Alembert, $\frac{cord.rn^2}{rh}$, en identifiant l'élément de corde sn à

l'élément d'arc nr. L'égalité des angles entraîne alors $\frac{cord.rn^2}{rh} \times n =$ somme des sinus verses.

Or, $\frac{cord.rn^2}{rh} \times n < \frac{arc.rn^2}{rh} \times n = \frac{arc.rn^2 \times n^2}{n \times rh} = \frac{arc.rz^2}{n \times rh}$ avec $arc.rz = n \times arc.rn$. Puisque rh et

$arc.rz^2$ sont des quantités données et constantes, « on peut faire n si grand » que $\frac{arc.rz^2}{n \times rh}$ soit « moindre qu'une grandeur donnée ; donc à plus forte raison, la somme des sinus verses sera moindre que cette même grandeur donnée »³².

Le sinus verse de l'angle extérieur séparant les côtés du polygone rend compte de la perte de vitesse. Dans le Lemme ci-dessus, D'Alembert considère qu'une même perte se produit lors de chaque discontinuité de plans : en effet, c'est un angle, $\widehat{r\hat{y}n}$, qui permet de déterminer un sinus verse dont le produit par n donne la somme des sinus soit la somme des

³² *Ibid.*, p. 48.

pertes de vitesse. Il suppose aussi qu'un même sinus total (une même vitesse que le corps tendrait à suivre) se retrouve à chaque discontinuité, il suffit de comparer les figures 3 et 5 pour le constater : un sinus total commun (le GL de l'art. 40) entre dans le calcul de chaque sinus verse. La constance du sinus total n'est qu'une hypothèse mathématique permettant une majoration. Les deux inégalités, l'une définie par l'art. 40, l'autre par le Lemme ci-dessus, permettent alors de conclure. En effet, puisqu' « on peut inscrire dans la courbe un polygone ABCDR d'un si grand nombre de côtés, que la somme des sinus verses de ses angles extérieurs, soit toujours (art. 41) moindre qu'une grandeur donnée, [...] ainsi à plus forte raison (art. 40) la vitesse perdue de A en R [est] toujours aussi petite qu'on voudra ». Il suit que « si ce polygone se confond avec la courbe, la vitesse perdue de A en R sera zéro »³³ et « non pas infiniment petite »³⁴.

Le raisonnement s'appuie donc sur deux majorations et un passage à la limite. Varignon, pour sa part, considérait la courbe comme un « polygone infini-latere » avec des angles d'attouchements « infiniment petits ». Son analyse du mouvement sur les courbes provenait d'une transposition directe de celle sur les plans inclinés contigus. Finalement, à l'issue de sa course le mobile perdait une vitesse infiniment petite du premier ordre. D'Alembert reprend cette trame mais va cependant au-delà en procédant à ce passage à la limite. Il fait appel au même principe de décomposition que Varignon, et seul le contenu mathématique de sa démonstration l'éloigne des conclusions de son aîné. Ce problème importe donc doublement aux yeux de D'Alembert : d'une part, il mobilise les techniques intervenant dans le « principe » (décomposition, équilibre/destruction) ; d'autre part, la correction apportée à l'analyse de Varignon est l'occasion de dénoncer le manque de rigueur, en comparaison de sa démonstration, de la méthode des infiniment petits, et cette croyance consistant à regarder ces quantités « comme des réalités »³⁵.

Conclusion

Nous donnons en Annexe 9 les analyses du mouvement le long de courbes de Privat de Molières et Trabaud ; ces auteurs s'inscrivent dans une filiation varignonienne en

³³ *Ibid.*, art. 42 pp. 48-49.

³⁴ *Ibid.*, art. 44 p. 49.

³⁵ *Ibid.*, art. 44 p. 50. Des rapports « des quantités qui naissent ou qui s'évanouissent » précisait le 1^{ère} édition, art. 37 pp. 37-38.

reconduisant la méthode et les conclusions de leur aîné. D'Alembert critique ainsi une démonstration faisant l'objet d'un enseignement. Au-delà du refus opposé au résultat, au-delà de la distance prise par rapport aux pratiques infinitésimales habituelles, le fond de sa méthode repose sur une décomposition et destruction de mouvements, lesquelles inscrivent ce problème dans le prolongement de celui du choc oblique sur une « surface invincible ». D'Alembert puise dans le corpus de Varignon une pratique importante au regard de l'élaboration de son « Principe ». Les remarques de l'article « Mécanique » de l'*Encyclopédie* où D'Alembert reconnaissait que, « jusqu'à présent », on utilisait ce principe dans la détermination des lois du mouvement changé par des « obstacles invincibles » ne valent pas seulement pour le choc oblique mais s'appliquent tout autant au problème ci-dessus analysé³⁶ ; en ce sens, ce dernier est un pas de plus sur le chemin conduisant au « Principe général » de la seconde partie du *Traité*.

³⁶ Pour cet article « Mécanique », voir Partie II, chapitre III.

Conclusion

Le recours systématique à l'axiome de proportionnalité de l'effet à sa cause, la mathématisation de la force accélératrice qui en découle et l'importance de ce concept dans la mécanique de Varignon, autant d'éléments invitant à penser que ce dernier occupe une place de choix parmi les « Géomètres » victimes de la chasse aux sorcières « métaphysiques »³⁷ menée par D'Alembert ; les fondements de la mécanique de Varignon reposent sur les conceptions que D'Alembert entend rejeter afin d'« applanir » l'abord de la mécanique.

Une fois évacués les entités et axiomes « obscurs », la science de Varignon, dans son aspect formel, qu'il s'agisse du principe de composition des forces et de ses applications ou de la mécanique analytique, forme un corpus connu de D'Alembert ainsi qu'une source d'inspiration. Cette connaissance peut provenir d'une lecture directe et/ou de seconde main ; des références de D'Alembert renvoient à la statique de 1725 (voir *supra*, Partie II) ou au Mémoire de 1706, en même temps que les techniques de décomposition de mouvement et de destruction/équilibre d'une composante s'inscrivent dans des pratiques suffisamment répandues pour être enseignées ; quoi qu'il en soit, notons que la théorie de Varignon constitue le socle de ces enseignements.

Il faut insister sur le mot de “pratiques”. Si les exemples de collisions obliques et ceux des mouvements le long de courbes apparaissent à de nombreuses reprises, il n'y a pas là matière à prétendre que le « Principe général » de D'Alembert existe avant 1743 : une technique appliquée à quelques cas sectoriels de la mécanique n'est pas réductible à un principe, par définition de portée plus ample.

³⁷ Le mot est de V. Le Ru, *D'Alembert ...*, *op. cit.*, p. 109.

Conclusion

Les analyses contenues dans cette thèse visent à deux objectifs ; d'une part mettre en pleine lumière des courants de pensée et des techniques présentes au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles et, d'autre part, les associer à la dynamique de D'Alembert.

L'examen du concept d'inertie témoigne de l'existence d'un courant anti-dynamiste dans les années 1720 et 1730 et il nous permet d'associer ce dernier à des thèses malebranchistes. La mécanique comme science des effets et la force conçue comme un simple nom sont des éléments rapprochant le contenu d'un corpus influencé par Malebranche à certaines réflexions menées par D'Alembert.

Des études de choc reposant sur une science de l'équilibre avec un rôle primordial accordé au principe des vitesses virtuelles et la statique de Varignon recèlent des techniques qui préfigurent celles mises en œuvre dans le *Traité de dynamique*. Elles permettent ainsi de restituer les premiers écrits de D'Alembert dans un contexte : le phénomène de percussion ne s'est jamais réellement départi d'une approche théorique dont les racines puisent dans la science des machines simples ; les pratiques de composition de forces de Varignon définissent une nouvelle approche de l'étude de l'équilibre qui se voit enseignée dans les années 1720 et 1730.

Enfin, les techniques d'approximations de courbes au service du calcul des forces centrales nous permettent à nouveau d'associer des travaux de Varignon à ceux de D'Alembert.

Pour chacun de ces points, notre tâche consistait à répondre à quelques questions :

- l'existence d'un paysage intellectuel anti-dynamiste et celle de sa possible influence sur des acteurs tels que Maupertuis ou D'Alembert est indiscutable. Mais ne pouvons-nous pas être plus précis en cherchant à révéler d'une manière effective l'existence de ce courant par l'examen d'un exemple particulier ? D'autre part, pouvons-nous en préciser les racines et les influences ?
- nous constatons que D'Alembert fait reposer sa dynamique sur des principes de composition et d'équilibre, son calcul des forces centrales sur des méthodes

d'approximations de courbes. Faut-il voir dans ces pratiques une originalité ou rencontrons-nous un contexte technique qui les préfigurerait ?

Etablir un contexte aussi bien philosophique que technique dans lequel inscrire une théorie scientifique nécessiterait davantage d'exhaustivité. En l'occurrence, la recherche des origines de la dynamique de D'Alembert ne peut pas se couper de l'analyse de travaux plus immédiatement contemporains de ceux de cet auteur. Ainsi, il faudrait examiner l'existence d'éventuels liens entre la *Mechanica* d'Euler de 1736 ou des Mémoires d'académiciens tels que A. Fontaine ou A.-C. Clairaut et le *Traité de dynamique*. A titre d'exemple, Clairaut publie plusieurs études entre les années 1736 et 1742 qui portent sur la dynamique de systèmes à liaisons¹. Une de celles-ci concerne le mouvement de pendules composés dans les milieux résistants. Clairaut suppose une verge dotée de plusieurs masselottes et utilise le principe de conservation des forces vives et une méthode basée sur les forces accélératrices pour déterminer leurs vitesses². Il tient compte de l'effort de la verge sur les corps et note qu'elle accélère une masse mais en retarde une autre par le fait même de la rigidité du système ; la liaison impose des mouvements perdus ou gagnés pour chacun des corps, mouvements qui se compensent³. Finalement, Clairaut décompose les mouvements pris

¹ A.-C. Clairaut, *Solution de quelques problèmes de dynamique*, MARS 1736, pp. 1-22 ; *Des centres d'oscillation dans des milieux résistants*, MARS 1738, pp. 159-168 ; *Sur quelques Principes qui donnent la Solution d'un grand nombre de Problèmes de Dynamique*, MARS 1742, pp. 1-52. Dans son Mémoire de 1736, Clairaut dit étudier « une Classe de Problemes Phisico-mathématiques, dont le but est de trouver les mouvements qui arrivent à plusieurs corps qui décriroient ou parcourroient certaines lignes, s'ils se mouvoient librement par des premières impulsions données, ou par des forces accélératrices comme la gravité, lorsque ces corps sont liés ensemble par des fils, & qu'ils alterent réciproquement leurs mouvements », p. 3.

² Clairaut détermine l'expression différentielle du travail de tous les corps reliés à la verge et soumis à l'accélération de la pesanteur et la résistance du milieu. Il intègre cette expression, somme le résultat obtenu pour chaque corps et, par application du principe des forces vives, l'égalise à la somme des forces vives de chaque masse. Le résultat obtenu le conduit à l'expression de la vitesse d'une des masses ; leurs positions sur la verge permet de déterminer la vitesse de chacune d'elles, voir Clairaut [1738], pp. 162 à 164.

Pour la méthode basée sur les forces accélératrices, il faut ajouter aux forces de gravité et de résistance du milieu celle de la verge qui accélère certaines masses et en retarde d'autres et recourir à nouveau au principe des forces vives, *ibid.*, pp. 164 à 166.

³ « Il est évident que la force qu'elle [la verge] a pour agir sur ces corps [E et F], se distribuera sur eux en sens contraire, en sorte que si elle accélère le corps E, elle retardera F », *ibid.*, p. 165. Si a et b sont les distances séparant E et F du point C autour duquel tourne la verge, et si elle leur impose des forces f et f', Clairaut note en utilisant la loi du levier que $fa+f'b=0$.

sans considérer la liaison (ceux imposés par la force de gravité et la résistance du milieu), en d'autres effectivement suivis et en mouvements qui se compensent, qui s'équilibrent (les mouvements fictifs incompatibles en vertu de la liaison) ; nous reconnaissons là l'application du principe de D'Alembert⁴. Clairaut peut s'inspirer des méthodes employées par Jacques Bernoulli pour traiter d'un problème similaire. Nous avons eu l'occasion de mentionner que selon certains historiens D'Alembert doit beaucoup aux techniques développées par Bernoulli dans sa résolution de la question du centre d'oscillation. Le Mémoire de Clairaut invite à ne pas circonscrire au seul Bernoulli des pratiques de décompositions du mouvement en faisant intervenir des mouvements fictifs ; en ce sens, il offre le témoignage de la nécessité de tenir compte de travaux de scientifiques contemporains de D'Alembert⁵.

Pour cette raison, les réponses apportées à nos questions ne sont que partielles. Cette thèse n'ambitionnait pas de dresser, en supposant que la chose soit possible, un tableau complet d'un paysage scientifique. Elle visait à y dessiner seulement les contours de personnages méritant d'être mis davantage en relief, d'accentuer le trait pour certains, tout en étant conscient de laisser à l'état d'ébauche un travail en chantier.

⁴ Pour une étude détaillée du traitement du centre d'oscillation de pendules composés chez D'Alembert, voir C. Vilain, La question du 'centre d'oscillation', *op. cit.*, fasc. 2, pp. 456-459 ; voir aussi A. Firode, *op. cit.*, pp. 134-138.

⁵ La méthode employée par Clairaut diffère cependant de celle de D'Alembert. Clairaut utilise le principe des forces vives et s'appuie sur le concept de force accélératrice.

ANNEXES

Activité et passivité

A travers quelques citations, on relève ici les définitions données de la passivité et de l'activité de la matière par des savants rencontrés dans cette thèse. Excepté Gassendi, on retient que pour tous la matière est dite passive (ou non active) en ce sens qu'elle ne se met pas spontanément en mouvement.

A un niveau métaphysique du discours, la matière est active lorsqu'on se réfère à Dieu qui pose le corps dans son existence à chaque instant suivant la thèse de la création continuée. Le mouvement est alors synonyme d'activité : « *mouvoir*, ou causer le mouvement est une action », écrit Cordemoy. Pour autant, une distinction mérite d'être faite entre des savants qui mentionnent une activité aussi bien pour le repos et le mouvement et viennent alors conférer une force de repos au corps (Régis) et Malebranche qui, tout en adoptant cette thèse de la création continuée, rejette cette dernière force. Ainsi l'activité renvoie dans tous les cas à l'intervention divine, même si dans le discours physique une césure apparaît entre ceux qui greffent sur cette activité une action que développe le corps quel que soit son état et Malebranche.

I.-G. Pardies :

-« le repos, aussi-bien que le mouvement, est un *estat*, ou bien une *presence* : avec cette difference, que le repos est un estat de consistance, & une presence constante, qui est toujours conservée la même ; au lieu que le mouvement est un estat changeant, & une façon passagere. Or, de quelque façon que l'on considere ces presences constantes ou passageres ; s'il y a quelque action ou quelques sortes de cause dans le corps, qui doit produire cette suite de diverses presences de mouvement ; il n'est pas moins besoin d'action ou de force dans le repos pour conserver une même présence ; parce que conserver une chose, c'est la produire continuellement [...] comme le corps dès-là mesme qu'il a été déterminé une fois au repos, est suffisamment déterminé à se conserver toujours la mesme presence : aussi dès lors qu'il a été une fois déterminée au mouvement, il est suffisamment déterminé à produire toujours de nouvelles presences, & à se mouvoir ainsi sans cesse »¹.

¹ I.-G. Pardies, *Discours du mouvement local*, dans *Oeuvres*, op. cit., p. 141 à 144.

-Une boule « étant d'elle-même indifférente au repos ou au mouvement, & étant une fois déterminée au repos, il est impossible qu'elle se détermine d'elle-même à quitter ce repos »².

Mouvement ou repos, la conservation de ces états implique une « action », celle de la création continuée ; d'autre part, la matière ne peut pas se mettre spontanément en mouvement.

P.-S. Régis :

Passif : « ce qui ne communique aucun mouvement, mais qui en reçoit »

Actif : « c'est ce qui agit, c'est à dire ce qui communique quelque chose qu'il a de luy-même, ou qu'il a reçu de quelque autre. Il n'y a que Dieu qui soit Actif de la première sorte, les créatures ne sont actives que de la seconde »³.

-« la force mouvante n'est autre chose que la volonté que Dieu a de mouvoir la matière »⁴.

-« la force mouvante produit le repos aussi bien qu'elle produit le mouvement »⁵.

-« il y a de la force & de l'action dans le repos comme dans le mouvement »⁶.

-« le mouvement est une application successive active d'un corps par tout ce qu'il a d'extérieur à diverses parties des corps qui le touchent immédiatement » ; le repos est « une application constante aux mêmes parties » ou une « application successive, mais passive », cas d'un navire qui « ne laissant pas d'être en repos, bien qu'il s'applique successivement par tout ce qu'il a extérieur, à diverses parties de l'eau & de l'air qui le touchent immédiatement »⁷.

Le corps est passif en ce sens que toutes les créatures le sont ; dans un deuxième sens, elles sont actives, qu'un corps soit au repos ou en mouvement, les deux états étant ontologiquement équivalents. Un autre sens dérive aussi de ces citations, une activité concernant le mouvement car seule la mobilité peut « communiquer quelque chose » soit un autre mouvement et non le fait d'être au repos.

L. de La Forge :

-« Supposant donc que Dieu a ôté tout le mouvement, considérons maintenant la Nature dans ce

² *Ibid.*, p. 140.

³ P.-S. Régis, *Système de Philosophie, op. cit.*, tome VII, « Dictionnaire des termes propres à la philosophie » (non paginé).

⁴ *Ibid.*, tome II, p. 63.

⁵ *Ibid.*, p. 64.

⁶ *Ibid.*, p. 65.

⁷ *Ibid.*, p. 42.

chaos indéfiniment estendu, & voyons si entre toutes les parties de cette masse informe, il y en a quelqu'une qui se puisse mouvoir d'elle mesme, ou mouvoir sa voisine. Il est aisé de juger que non ; parce que l'estenduë en quoy consiste la nature du Corps en general, & qui est la seule qualité qui luy reste en cét estat, n'est point active ; & quand bien mesme elle le seroit, qui sera la partie qui se remuëra la premiere, & vers quel costé devra-elle aller ? Il n'y a, sans doute, pas plus de raison de le croire de l'une que de l'autre, & ainsi pas une ne se remuëra »⁸.

La matière n'est pas active, l'étendue ne contenant aucune idée de force, elle ne peut pas spontanément se mettre en mouvement.

G. de Cordemoy :

-« I. Dieu est la cause de tout ce qui est : il est cause que les substances corporelles sont, & qu'elles sont capables d'estre estenduë. Ainsi tous les corps tiennent leur être, & leur estenduë de luy : il les a créez, il les conserve [...] II. Il n'a fait les corps capables que de passions : ils sont estendus, ils sont figurez, ils sont situez, ils sont mûs ; mais ils sont incapables d'action »⁹.

-« Definitions.

1. Causer le mouvement des corps, ne signifie autre chose, que mouvoir les corps.
2. Avoir du mouvement, ne signifie autre chose qu'être mû »¹⁰.

« Axiomes

1. On n'a pas de soy, ce qu'on peut perdre, sans cesser d'être ce qu'on est.
2. Tout corps pourroit perdre de son mouvement, jusqu'à n'en avoir plus, sans cesser d'être corps.
3. On ne peut concevoir que deux sortes de substances, sçavoir *l'Esprit* (ou ce qui pense) & *le Corps*. C'est pourquoy on les doit considerer comme les causes de tout ce qui arrive ; & ce qui ne peut venir de l'une, se doit necessairement attribuer à l'autre.
4. Mouvoir, ou causer le mouvement, est une action.
5. Une action ne peut être continuée, que par l'agent, qui l'a commencée »¹¹.

« Conclusions

- I. Nul corps n'a pas le mouvement de soy-même.
- II. Le premier moteur des Corps n'est point un Corps.

⁸ L. De La Forge, *Traité de l'esprit de l'homme*, dans *Oeuvres philosophiques*, op. cit., pp. 239-240.

⁹ G. de Cordemoy, *Traité de métaphysique*, dans *Oeuvres philosophiques*, op. cit., p. 283.

¹⁰ G. de Cordemoy, *Six Discours*, dans *Oeuvres*, op. cit., Discours IV, p. 135.

¹¹ *Ibid.*, pp. 135-136.

III. Ce ne peut être qu'un Esprit, qui soit premier moteur.

IV. Ce ne peut être que le même Esprit, qui a commencé à mouvoir les Corps, qui continuë de les mouvoir »¹².

-Concernant un ressort bandé retrouvant sa forme d'origine : « Et je ne me pouvois payer de la pensée de ceux qui disent, que s'il [ressort] a eu besoin d'un autre corps, pour être contraint, il n'a besoin que de luy-même pour se détendre. Car il est certain que cette force, qu'il faudroit qu'il eût de se remettre, ne peut être qu'un mouvement, que je ne conçois pas qu'un corps puisse avoir de luy-même »¹³.

La matière est passive car seul le Créateur est à l'origine de toute action ; le corps en mouvement est actif car nécessairement il suppose l'action permanente de la cause première. D'autre part, dans une explication physique, rendre compte d'une mise en mouvement implique nécessairement un autre mouvement, la matière ne pouvant se mouvoir par elle-même, seul un choc donnant occasion à Dieu d'agir.

Malebranche :

-« le plus petit ou le plus grand des corps que l'on puisse concevoir, n'a point la force de se remüer [...] puisque l'idée que nous avons de tous les corps, nous fait connoître qu'ils ne se peuvent remüer, il faut conclure que ce sont les esprits qui les remüent [...] La force mouvante des corps n'est donc point dans les corps qui se remüent, puisque cette force mouvante n'est autre chose que la volonté de Dieu. Ainsi les corps n'ont aucune action : & lors qu'une boule qui se remüe, en rencontre & en meut une autre, elle ne lui communique rien qu'elle ait : car elle n'a pas elle-même la force qu'elle luy communique »¹⁴.

-« il [Dieu] remüe toutes choses, & produit ainsi tous les effets que nous voyons arriver, parce qu'il a voulu aussi certaines loix selon lesquelles les mouvemens se communiquent à la rencontre des corps : & parce que ces loix sont efficaces, elles agissent, & les corps ne peuvent agir. Il n'y a donc point de forces, de puissances de causes veritables dans le monde matériel & sensible »¹⁵.

-« Quand je vois une boule qui en choque une autre, mes yeux me disent, ou semblent me dire,

¹² *Ibid.*, p. 136.

¹³ *Ibid.*, Discours III, pp. 123-124.

¹⁴ RDV, VI, II, III, pp. 312-313.

¹⁵ *Ibid.*, p. 314.

qu'elle est véritablement cause du mouvement qu'elle lui imprime ; car la véritable cause qui meut les corps ne paroît pas à mes yeux. Mais quand j'interroge ma raison, je vois évidemment que les corps ne pouvant se remuer eux-mêmes, & que leur force mouvante n'étant que la volonté de Dieu qui les conserve successivement en différens endroits ; ils ne peuvent communiquer une puissance qu'ils n'ont pas, & qu'ils ne pourroient pas même communiquer quand elle seroit en leur disposition. Car l'esprit ne concevra jamais qu'un corps, substance purement passive, puisse transmettre dans un autre la puissance qui le transporte, quoi que ce puisse être »¹⁶.

-« La matiere ou l'étenduë renferme en elle deux deux proprietéz ou deux facultez. La premiere faculté est celle de recevoir différentes figures, & la seconde est la capacité d'être mûë. De même l'esprit de l'homme renferme deux facultez ; la premiere qui est *l'entendement*, est celle de recevoir plusieurs *idées*, c'est-à-dire d'apercevoir plusieurs choses ; la seconde qui est *la volonté*, est celle de recevoir plusieurs *inclinations*, ou de vouloir différentes choses »¹⁷.

1/« La premiere & la principale des convenances qui se trouvent entre la faculté qu'a la matiere de recevoir différentes *figures* & différentes *configurations*, & celle qu'a l'ame de recevoir différentes *idées* & différentes *modifications*, c'est que de même que la faculté de recevoir différentes figures & configurations dans les corps, est entierement passive, & ne renferme aucune action : ainsi la faculté de recevoir différentes *idées* & différentes *modifications* dans l'esprit, est entierement passive, & ne renferme aucune action »¹⁸.

2/ « l'autre faculté de la matiere, c'est qu'elle est capable de recevoir plusieurs *mouvemens* ; & l'autre faculté de l'ame, c'est qu'elle est capable de recevoir plusieurs *inclinations* [...] la matiere est toute sans action : elle n'a aucune force pour arrêter son mouvement, ni pour le déterminer & le détourner d'un côté plutôt que d'un autre. Son mouvement [...] se fait toujours en ligne droite, & lorsqu'il est empêché de se faire en cette maniere, il décrit une ligne circulaire la plus grande qu'il est possible, & par consequent la plus approchante de la ligne droite ; parce que c'est Dieu qui lui imprime son mouvement, & qui regle sa détermination »¹⁹.

¹⁶ RDV, Eclaircissement XV, pp. 208-209.

¹⁷ RDV, I, I, §1, p. 41.

¹⁸ *Ibid.*, p. 43. La figure correspond à l'apparence extérieure du corps ; la configuration, aux figures des petites parties intérieures constitutives de la matière, qui assurent quela cire différent du fer etc..L'entendement est « la faculté passive de l'ame, par laquelle elle reçoit toutes les différentes modifications dont elle est capable », *ibid.*

¹⁹ *Ibid.*, pp. 45-46.

La matière est passive car elle ne peut être par elle-même responsable d'un mouvement ou d'une mise en mouvement ; l'activité dérive de Dieu, ce monde sensible ne connaissant pas de « causes véritables ». Elle ne change pas spontanément son mouvement, une telle modification implique un choc comme cause occasionnelle de l'exercice de l'efficace de Dieu.

La force de la percussion dans la correspondance de Descartes

La question de «la force de percussion» peut apporter un complément d'information sur cette estimation de la «force d'un corps» par les paramètres mentionnés dans le chapitre I. Le problème apparaît dans la correspondance entre Descartes et Mersenne et se définit ainsi par le Père : «il est nécessaire pour plusieurs raisons de rechercher la cause de la force de percussion, parce qu'elle contient plus de merveilles que tous les instrumens Mechaniques, car on experimente qu'en frappant sur un clou, sur un pieu, ou pilotis, &c., ils entrent dans des corps fort durs, & qu'ils n'entrent nullement si l'on ne frappe dessus, encore que l'on charge & que l'on presse les marteaux avec des fardeaux mille fois plus pesans qu'eux, car à peine feroit-on entrer un coin aussi avant en le chargeant d'une maison entière, comme on le fait entrer à coup de marteau»¹. Quelles que puisse être ces «raisons», Descartes estime qu'«il est certain qu'elle [la force de la percussion] peut estre égalée par la pesanteur», autrement dit, il la conçoit comme une pression dont les effets sont identiques à ceux d'un simple poids immobile².

Dans un premier temps, «elle ne dépend que de la vitesse du mouvement» et les grandeurs poids-vitesses interviennent dans son estimation³; de même que la durée du coup⁴.

¹ M. Mersenne, *Les Mechaniques de Galilée, Mathématicien & Ingénieur du Duc de Florence, avec plusieurs additions rares, & nouvelles, utiles aux Architectes, Ingénieurs, Fonteniers, Philosophes & Artisans*, édition critique présentée par B. Rochot, Paris, PUF, 1966, chapitre XI pp. 64-65.

² Lettre à Mersenne, 28 octobre 1640, p. 212 ; voir aussi la lettre à Mersenne du 29 janvier 1640, p. 11 : «on ne peut comparer la force d'une presse avec celle de la Percussion, que par les effets».

³ Lettre à Mersenne, 25 décembre 1639, p. 630 : «Par exemple, si le marteau A pese 100 liures, & qu'il ayt seulement un degré de vistesse lors qu'il commence à descendre de soy-mesme, il ne pressera l'enclume B que de la force que donne ce degré de vistesse à 100 liures. Et si un autre marteau, qui pesera qu'une liure, acquiert 100 degrez de vistesse en tombant sur cete enclume de 5 ou 6 pieds de haut, il la pressera aussy fort que le marteau A».

⁴ *Ibid.*, p. 631, dans une illustration pittoresque : la durée du coup «fait qu'on rendra une bale de plomb plus plate en la frappant d'un marteau sur un coissin que sur un enclume, & choses semblables, que je n'ay pas icy le loisir d'escire». Même prise en compte de la durée du coup dans les lettres à Mersenne du 29 janvier 1640, p. 10, et du 11 mars 1640, p. 41. La prise en compte du temps viendra modifier la thèse selon laquelle une vitesse peut récompenser un petit poids : «Il est certain que la cheute d'un fort grand poids aura bien plus de

Pour autant, ce qu'il faut en poids pour égaler un coup « est une question de fait, où le raisonnement ne sert de rien sans l'expérience » ; ainsi, « il est certain qu'une livre de laine pese autant qu'une livre de fer ; mais il y a grande différence en la percussion, tant à cause de la dureté qu'à cause de la résistance de l'air, & il y a des choses qu'on enfonce mieux avec un marteau de bois qu'avec un de fer ». Ainsi, la matière dont est constitué le corps, implique une plus ou moins grande « dureté » mais aussi sa surface de contact avec l'air.

Pour résumer, l'estimation de cette force passe par la prise en compte de la durée du contact, de la surface des corps (impliquant aussi les pores comme le montre l'exemple de la pelote de laine), de leurs duretés, de la pesanteur combinée à la vitesse. Or, la pesanteur renvoie à la solidité du corps comprise comme la comparaison de la matière du troisième élément avec sa superficie et sa grandeur. La durée n'interviendra pas dans l'estimation de la « force du corps à continuer son mouvement », les règles du choc impliquant des collisions instantanées.

Cette première recherche de Descartes sur l'estimation d'une “force qui agit” met au devant de la scène les paramètres qui interviennent déjà dans la notion de massivité du *Monde*. Pour autant, *Le Monde* ne donne pas à cette « force d'agir » l'importance qu'on lui trouve de la partie II des *Principes* ; les recherches sur la force de percussion n'y sont peut-être pas étrangères.

force, pour faire entrer un pieu en terre, que le mouuement 100 fois plus viste d'un poids qui n'aura que la centiesme partie de la pesanteur du premier, a cause qu'elle agira plus long temps », voir lettre du 4 mars 1641, p. 327.

Correspondance Malebranche-Leibniz

Nous commentons ici une partie de la correspondance des deux philosophes en tant qu'elle traite de questions mécaniques. La sélection que nous opérons, dans un corpus au demeurant assez ténu, est guidée par les réflexions des savants concernant les lois du choc, le concept de force, l'inertie de la matière¹.

Partie A : les échanges entre 1687 et 1692

A1-Février 1687, réplique de Leibniz à la « remarque » de l'abbé de Catelan en impliquant Malebranche dans la controverse² : *Réplique de M. L. à M. l'Abbé D. C. contenue dans une lettre écrite à l'auteur de ces Nouvelles le 9. de janv. 1687. Touchant ce qu'a dit M. Descartes que Dieu conserve toujours dans la nature la même quantité de mouvement*³

L'article procède à d'une critique simultanée des règles du choc établies par Descartes et Malebranche dans la *Recherche de la vérité* (voir Partie I, Chapitre III).

Selon Malebranche, des corps durs sans « ressort » rejaillissent dans deux cas de figure seulement : lorsque les corps de même masse et même vitesse se

¹ Les extraits de cette annexe proviennent d'A. Robinet, *Malebranche et Leibniz, relations personnelles*, op. cit., de OCM et PS. de P. Costabel, *Leibniz et la dynamique, les textes de 1692*, Hermann, Paris, 1960.

² Le texte de Leibniz publié dans les *Acta Eruditorum* de mars 1686, *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii, et aliorum, circa legem naturalem, secundum quam volunt a deo semper eadem quantitatem motus conservari, quia et in re mechanica abutundur* est traduit en français dans les *Nouvelles de la République des Lettres*, septembre 1686, et suivi d'une *Courte remarque de M. l'Abbé D. C. où l'on montre à M. G. G. Leibniz, le paralogisme contenu dans l'objection précédente*. C'est à cette remarque que Leibniz répond dans cette lettre de février 1687, en impliquant Malebranche dans la polémique. Pour un bref compte rendu de cette querelle qui concernant la mesure de la « force » se conservant dans le choc, force que Descartes et les « cartésiens » identifient, selon Leibniz, à la quantité de mouvement, voir entre autre P. Costabel, *Leibniz et la dynamique, les textes de 1692*, Hermann, Paris, 1960, pp. 31-55.

³ Texte présent dans Leibniz PS III, pp. 42-49. Voir aussi A. Robinet, *Malebranche et Leibniz, relations personnelles*, op. cit., pp. 249-251.

rencontrent ; lorsque les vitesses sont inversement proportionnées aux grandeurs. Ainsi, pour une collision impliquant B, $2m$ et C, m_2 , les mobiles rejaillissent en conservant leur vitesse incidente. Or, si on applique la « règle générale » de Malebranche (mouvement commun pour toutes les autres circonstances de collisions que celles sus-mentionnées avec conservation de la quantité de mouvement scalaire) en supposant, comme le fait Leibniz, une des deux dimensions de B un « tant soit peu augmentée », les corps se meuvent à la même vitesse $4/3$ ($\frac{2m+m_2}{3m}$)⁴. Leibniz demande alors s'il est « croyable, que pour un changement aussi petit que l'on voudra, fait dans la supposition à l'égard du corps B, il en résulte une si grande différence dans l'événement », à savoir l'absence de rejaillissement pour B. Ajoutons à cela ce fait « étrange » : B gagne de la vitesse en passant de 1 à $4/3$, comme si C « l'attireroit quasi à soy, ce qui est hors de toute apparence ».

Les formules de Descartes et Malebranche ne respectent pas « l'égalité de l'effet et de la cause » : pour la collision de m_4 contre m_0 , Malebranche prévoit une vitesse commune de 2 ; « donc, au lieu qu'auparavant il y avoit une force capable d'élever une livre à 16 pieds, il n'y aura maintenant qu'une force capable d'élever deux livres à 4 pieds, et la moitié de la force sera perdu ». Descartes donne pour rejaillissement m_3 et m_1 , soit la possibilité d'élever une livre à 10 pieds.

« Ce qui peut avoir séduit des auteurs si excellents, et qui a le plus embrouillé cette matière, est qu'on a vu que des corps dont les vitesses sont reciproques aux étendues, s'arrêtent l'un l'autre, soit dans une balance, soit hors d'une balance. C'est pourquoy on a cru que leurs forces estoient égales ; d'autant plus qu'on ne remarquoit rien dans les corps que la vitesse et l'étendue. Mais c'est icy qu'on auroit pû employer utilement la distinction qu'il y a entre la force et la direction, ou plus tost entre la force absolue qu'il faut pour faire quelque effect subsistant (par exemple pour élever un tel poids à une telle hauteur, ou pour bander un tel ressort à un tel degré) et entre la force d'avancer d'un certain costé, ou de conserver sa direction ».

La combinaison entre une analogie avec la science des machines puis la grandeur et le mouvement comme uniques données « concevables » dans la mécanique cartésienne viendraient définir la mesure de la force. La distinction cartésienne entre force et détermination ne paraît pas « utile » à Leibniz en ce sens que la première ne renvoie pas à la « force vive » : ce qui importe, c'est celle entre « la force absolue qu'il faut pour faire quelque

⁴ En supposant, comme l'écrit Leibniz, qu'« on puisse retenir les premiers nombres sans erreur considerable », dans A. Robinet, *op. cit.*, p. 249.

effect subsistant » et « la force d'avancer d'un certain costé, ou de conserver sa direction ». L'erreur de Descartes serait donc d'avoir assimilé les deux types de forces et ne pas avoir établi un principe de conservation de la quantité de mouvement comptée algébriquement⁵.

L'élévation du poids à une certaine hauteur figure dans la statique cartésienne comme élément entrant dans la mesure de la force à deux dimensions (voir Partie I, Chapitre I, 2.1) ; mais, pour Leibniz, l'effet futur se substitue à un mouvement effectif, ce qui conduit à une réforme de l'essence de la matière : « j'ajouteray une remarque de consequence pour la Metaphysique. J'ay monstré que la force ne se doit pas estimer par la composition de la vistesse et de la grandeur, mais par l'effect futur. Cependant il semble que la force ou puissance est quelque chose de reel des a présent, et l'effect futur ne l'est pas. D'ou il s'ensuit, qu'il faudra admettre dans les corps quelque chose de different de la grandeur et de la vistesse, à moins qu'on veuille refuser au corps toute puissance d'agir ».

La critique de Leibniz est méthodologiquement double⁶ :

- sans se soucier du contenu des énoncés, l'application du principe de continuité d'une règle à l'autre souligne les incohérences logiques lesquelles remettent alors en causes les bases de la science du choc
- l'examen interne des règles rend compte de l'erreur concernant l'évaluation de la « force » et la nécessité d'adopter un autre principe de conservation que celui de la quantité de mouvement scalaire.

⁵ Voir la lettre de Leibniz à Arnauld du 4/14 juillet 1686 : « dans le dix-septième article de cet Abrégé (du *Discours de Métaphysique*) il y est fait mention de la différence qu'il y a entre la force et la quantité de mouvement que M. Descartes et bien d'autres ont pris pour une chose équivalente. En soutenant que Dieu conserve toujours la même quantité de mouvement, et que les forces sont in ratione composita celeritatum et corporum ; ce que j'ai trouvé être faux [...] », dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 253-254.

⁶ Cette critique en deux temps apparaît dans sa lettre de juillet 1687 (voir ci-dessous) : « c'est pourquoy ce principe[de continuité] me sert souvent de preuve ou examen, pour faire voir d'abord et par dehors, le defect d'une opinion mal concertée avant même que d'en venir à une discussion intérieure ». Il écrit aussi que Descartes « faute de cette considération [le principe de continuité]...a manqué plus d'une façon dans ses prétendues loix de la nature ; ...(pour ne pas repeter à présent ce que j'ay dit cy-devant, de l'autre source de ses erreurs, quand il a pris la quantité de mouvement pour la force) », voir A. Robinet, *op. cit.*, pp. 255-256.

A2-Avril 1687, réplique de Malebranche : *Extrait d'une lettre du P. M. à l'Abbé D. C.*⁷

Malebranche reconnaît en partie la justesse des critiques de Leibniz. En partie seulement, car l'erreur des règles contenues dans le livre VI de RDV vient de cette fausse supposition de corps parfaitement durs dans le vide (la dureté dépend du système du monde et s'explique par la pression de la matière subtile), mais en aucun cas du principe de conservation de la quantité de mouvement absolue, principe « que je croi véritable ».

Les « Paradoxes » que pointe du doigt Leibniz dans le cas de la collision de mouvements contraires (la discontinuité), proviennent de cette première « fausse supposition ». Malgré tout, « il est clair [...] que ce qui paroît d'abord comme incroyable devrait arriver, ou bien il faudrait que le plus faible des corps changeât la détermination du plus fort, ou fut repoussé plus vite que lui sans l'action du ressort, deux choses qui paraissent fort peu croyables ». La nature des corps, la supposition d'une dureté infinie dans le vide conduit, après le choc, à un mouvement commun avec conservation de la quantité de mouvement scalaire, mouvement commun dont « le plus fort » définit le sens : « le plus fort ne doit point changer ses déterminations par la rencontre du plus faible ». Il peut toutefois en être différemment « car cela est arbitraire, & dépend des volonteZ du Créateur [...] C'est l'expérience qui peut nous rendre témoignage de la maniere dont agit l'Auteur de la nature ». Cette dernière formule ne prendra pleinement son sens qu'en 1699, lorsque Malebranche aura accepté les résultats expérimentaux de Mariotte qui seront consubstantiels à la théorie.

Si Malebranche rejette seulement les règles 4, 6, 7 de Descartes, il précise aussi que les autres ne sont « pas tout à fait bonnes » et justifie cet examen partiel par le fait qu'il « n'avoit pas le dessein alors d'examiner à fond les regles » et par faute de temps. Malebranche reste fidèle à la « règle générale » (le plus fort s'impose et donne à un mouvement commun avec le mouvement scalaire qui se conserve) autrement le rebond du premier signifierait une 'victoire' du plus faible et un mouvement final sans une vitesse commune à la présence de ressort. Malebranche ne saisit donc pas toute l'importance du principe de continuité de Leibniz dans la réfutation de cette règle générale, et attribue à une fausse cause (la dureté dans le vide) les « paradoxes » de ses règles.

⁷ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 251-252. Voir aussi tome XVII-1 de OCM, pp. 45-46.

Pour Leibniz, le défaut des règles de Malebranche ne tient pas à l'utilisation de cette « fausse supposition ». Aussi écrit-il à Arnauld le 22 juillet/1^{er} août 1687 que Malebranche « croy que c'est parce qu'il les avoit fondées sur la dureté infinie, qui n'est pas dans la nature [qu'on trouve ces « paradoxes »]; au lieu que je croïs que quand elle y seroit, ces regles ne seroient pas soutenables non plus. Et c'est un defaut des raisonnemens de M. des Cartes et des siens, de n'avoir pas consideré que tout ce qu'on dit du mouvement, de l'inegalité et du ressort, se doit verifier aussi, quand on suppose ces choses infiniment petites, ou infinies [...] Et c'est une chose etrange de voir que presque toutes les regles du mouvement de M. des Cartes choquent ce principe, que je tiens aussi infaillible en physique qu'il l'est en géométrie, parce que l'Auteur des choses agit en parfait geometre »⁸.

A3-Juillet 1687 : Lettre de M. Leibniz sur un principe général utile dans l'explication des loix de la nature par la considération de la sagesse divine, pour servir de réplique à la réponse de R. P. D. M.⁹

Quand bien même les corps durs dans la supposition de Malebranche existeraient, les règles ne seraient pas soutenables au regard du principe de continuité : les « principes du mouvement » dans leur énoncé malebranchiste donnent des « suites estranges [qui] ne sont pas soutenables ». Malebranche cherche « la raison de ce defaut là où elle n'est pas », à savoir dans l'hypothèse sur la nature des corps. Leibniz met en évidence l'incohérence interne au sein de la théorie, choquant « un Principe de l'ordre general », énoncé sous deux formes : « lorsque la difference de deux cas peut-estre diminuée au-dessous de toute grandeur donnée in datis, ou dans ce qui est posé, il faut qu'elle se puisse trouver aussi diminuée au-dessous de toute grandeur donnée in quaesitis, ou dans ce qui en résulte » ; « lorsque les cas (ou ce qui est donné) s'approchent continuellement et se perdent enfin l'un dans l'autre, il faut que les suites ou evenemens, (ou ce qui est demandé) le fassent aussi ».

Les « inconveniens » que recèlent ces lois sont partiellement reconnus par Malebranche, mais l'argument suivant lequel elles dépendent du bon plaisir de Dieu ne tient pas : ce bon plaisir est réglé par la sagesse, « la souveraine sagesse, qui est la source de toutes choses, agit en parfait geometre », et plus on connaît la nature, « plus on la trouve

⁸ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 254-255.

⁹ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 255-258. Voir aussi PS III, pp. 51-55.

Geometrique ». Aussi ces « inconveniens » des lois ne viennent-ils pas de la supposition d'une dureté infinie : en la concevant « comme un ressort infiniment prompt », les lois doivent s'« ajuster parfaitement aux veritables loix de la nature à l'égard des corps à ressort en general, et jamais on ne viendra à des regles aussi peu liées ». Ainsi, l'écart entre spéculation et pratique ne serait pas si considérable et les règles n'auraient pas entre elles ce caractère de désordre.

Le principe de continuité « est absolument necessaire dans la Geometrie, mais il reussit encore dans la Physique, parce que la souveraine sagesse, qui est la source de toutes choses, agit en parfait geometre, et suivant une harmonie à laquelle rien ne se peut ajouter »¹⁰ ; « la connoissance de Dieu n'est pas moins le principe des sciences, que son essence et sa volonté son le principe des estres » ; « bien loin d'exclure les causes finales et la consideration d'un estre agissant avec Sagesse, c'est de là qu'il faut tout deduire en physique » ; « cependant j'accorde que les effets particuliers de la nature se peuvent et se doivent expliquer mecaniquement, sans pour autant oublier leurs fins et usages admirables, que la Providence a sçeu menager, mais les principes generaux de la physique et de la mecanique même dependent de la conduite d'une intelligence souveraine, et ne sçauroient estre expliqués sans la faire entrer en consideration » car, « la veritable physique doit estre puisée effectivement de la source des perfections divines ».

Pour conclure sur ces premiers échangé épistolaires, le principe de continuité permet à Leibniz de réfuter les règles de Malebranche. Sur le fond, les critiques adressées à l'encontre de la mécanique de Descartes valent aussi pour les écrits malebranchistes : utilisation d'un faux principe de conservation ; erreur concernant l'estimation de la « force ». Malebranche ne saisit pas toute la portée de ce principe de continuité qui ne remet pas en cause à ses yeux la conservation de la quantité de mouvement scalaire.

¹⁰ Voir des propos similaires dans Leibniz à Foucher, automne 1687 dans A. Robinet, *op. cit.*, p. 265 : « un tres beau principe general qui sert à examiner les propositions tant en physique qu'en mathematique ».

Partie B : les échanges entre 1692 et 1700

Le traité de 1692 se veut selon Malebranche un examen « plus sérieux » des lois du mouvement ; la « regle generale » des éditions de RDV antérieures à 1688 (4^{ème} édition) est reconnue « tres-fausse » et Malebranche procède à une refonte radicale de son premier exposé. Les échanges entre les deux philosophes concernent ce texte critiqué à deux reprises par Leibniz : en 1692 et après le ralliement de Malebranche à la thèse d'une conservation de mouvement algébrique en décembre 1698.

B1-16/26 octobre 1692, Leibniz à Basnage de Beauval¹¹

« Je seray ravi que M. Bayle voy mes animadversions, mais je souhaitterois que vous le priassiez d'avoir la bonté de marquer les endroits dont il n'est point content et d'en donner les raisons en peu de mots, s'il le trouve à propos »¹².

B2-Basnage à Leibniz (non datée)¹³

« Voici la reponse de M. Bayle au memoire que je luy ai communiqué de vostre part » :

« La difficulté de M. de leibnits a formé contre le système des Carthesiens sur l'essence de la matiere, m'a paru belle, et digne d'un esprit aussi fort et aussi mathematicien que le sien. Je ne suis pourtant point convaincu qu'il faille mettre l'essence du corps dans un attribut different de l'etendue : parceque tout autre attribut me paroistroit aussi mal aisé à accorder avec la resistance que font les corps les uns aux autres que l'etendue : car je ne sçauois comprendre qu'un corps puisse avoir en lui mesme et comme une chose interne ou intrinseque un effort pour demeurer dans un certain lieu. Cet effort doit donc proceder d'un principe exterior au corps, et cela estant un corps qui n'aura pour son essence que l'etendue pourra resister tant qu'on voudra, pourvû que ce principe exterior agisse sur lui ».

¹¹ Leibniz, PS III, p. 90.

¹² Ces « animadversions » sont les remarques/critiques de Leibniz à l'encontre des *Principes* de Descartes, voir partie I, chapitre I.

¹³ Leibniz, PS III, pp. 91-92.

B3-Début 1693, Leibniz à Basnage pour Bayle¹⁴

« Il est vray, que le corps ne sçauroit avoir un effort pour demeurer en un certain lieu ; mais cependant il fait toujours effort contre celuy qui le doit chasser du lieu, ou il est, quelque'il puisse estre.

Mons. des Cartes luy même en a entreveu quelque chose, en soutenant que le repos même a quelque force ; mais il l'a expliqué d'une maniere insoutenable que le R. P. Malebranche a eu raison de refuter. Je ne crois pas qu'une chose qui n'aura pour son essence que l'étendue, puisse resister par le moyen d'un principe exterieur, car quand on supposeroit ce principe exterieur, je tiens qu'il n'est pas possible qu'il produise de la resistance dans un sujet qui n'est qu'étendue, par ce qu'on ne sçauroit concevoir que la resistance soit une modification de l'étendue. Je suis de l'opinion de M. Hugens en ce qu'il juge, que concevoir le vuide et concevoir l'étendue toute pure, est la même chose ».

Bayle, comme Malebranche à cette époque, place l'essence de la matière dans l'étendue et attribue la résistance à une mise en mouvement au milieu extérieur. Pour Leibniz, la résistance ne peut être un mode de l'étendue mais doit avoir une source supra-géométrique.

B4-Novembre 1692, Leibniz à Malebranche à propos du traité de 1692¹⁵

« Je veux faire icy des remarques *a posteriori*, en employant mon principe de l'harmonie ou de la Convenance ». Leibniz rend compte de la discontinuité entre les trois règles du calcul de la « quantité du choc », « sans pourtant recourir aux experiences des sens ».

Il résume ainsi ces règles concernant les corps durs présentent chez Malebranche. Avec a et b des « grandeurs » ($a > b$) ; c, e des vitesses ; Q la « grandeur du choc » :

¹⁴ *Ibid.*, pp. 96-97. Voir A. Robinet, *op. cit.*, pp. 302-303.

¹⁵ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 291-295. Voir aussi PS I, pp. 346-349.

R1: $ac > be$; $Q = b(c + / - e)$	R2 : $ac < be$, vitesses de sens contraires ; $Q = ac + be$	R3 : $ac < be$, vitesses de même sens ; $Q = b(c - e)$
------------------------------------	--	---

Leibniz dresse une série de remarques :

- Impossibilité de réduire les trois règles en une seule, « ce qui seroit pourtant le plus convenable, et me paroist faisable ou plus tost fait ».
- Pour le calcul de la « grandeur du choc » Q , utilisation dans R1 et R3 de la vitesse respective et non dans R2 ; de la quantité de mouvement totale dans R2 et non dans les deux autres. Ces différences paraissent « peu convenable », « la quantité de mouvement devrait entrer partout, et la vitesse respective aussi partout, chacune avec certaines distinctions convenables ».
- Utilisation de la grandeur d'un seul corps et toujours le même, le 'plus petit' « qui fait le choc » dans R1 et R3, mais jamais du 'plus grand' : « on oseroit presque dire qu'une telle determination du choc, où la grandeur de l'un des corps donnés n'entre point du tout dans la valeur du resultat, est impossible ». Dans ces conditions, la « quantité du choc » sera la même, dans la configuration de R1, qu'on prenne a ou A bien plus grand, les deux allant à la même vitesse : « plusieurs trouveront encor estrange et tiendront pour un grand inconvenient » une telle application.
- Utilisation du principe de continuité : si on applique la première règle avec $ac = be$, où ac « prevalet d'un excès infiniment petit », alors $Q = bc + be$; selon la deuxième règle, « be prevalet de même d'un excès infiniment petit », on aura $Q = ac + be$ et donc, « puisqu'icy ces deux cas sont equivalans, $bc + be$ sera egal à $ac + be$, ce qui est impossible, excepté dans le seul cas, ou les deux corps sont egaux, et leurs vitesses par consequent aussi, puisqu'icy ac est supposé egal à be ».

Outre un nouveau recours au principe de continuité, Leibniz critique le calcul de la « grandeur du choc » qui n'implique dans R1 et R2 que la plus petite « grandeur ». Leibniz attire finalement l'attention sur cette dissymétrie dans la construction de l'action.

B5-8 décembre 1692, Malebranche à Leibniz¹⁶

¹⁶ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 294-296. Voir aussi Leibniz PS I, pp. 343-346.

Malebranche précise que les lois établies « ne sont que pour ceux qui reçoivent ce principe, que la même quantité de mouvement se conserve dans l'univers. Car cela supposé je crois qu'elles sont suffisamment démontrées dans ce petit traité ». 'Dialogue de sourds' donc : Leibniz, par son examen *a posteriori* s'appuyant sur le principe de continuité, souligne les incohérences logiques, indépendamment de la nature des corps, des lois et concepts utilisés. Malebranche justifie l'utilisation de la grandeur du 'petit corps' dans le calcul de la quantité du choc et réfute les conclusions provenant de l'application du principe de continuité.

Concernant l'utilisation de la « plus petite » masse dans le calcul de Q : « les corps ne se poussent dans le choc que parce qu'ils sont impenetrables, et qu'ainsi quoiqu'une masse grosse comme la terre, heurtant contre un grain de sable, agisse contre ce grain selon toute sa force, s'il est arrêté sur un corps inébranlable ; néanmoins cette grosse masse ne le pousserait qu'à raison de sa vitesse, si ce grain cédoit sans resistance. Car il est evident qu'elle ne le pousserait, que parce qu'il est impenetrable, et qu'elle le toucheroit, or elle ne le toucheroit plus, des qu'elle l'auroit poussé selon sa vitesse ». Ainsi le plus grand corps ne règle pas nécessairement le choc. La règle de Malebranche se fonde sur l'absence de résistance et l'impénétrabilité : l'action ne se fait pas selon toute la 'force' du plus grand corps ; ce dernier, du fait de l'impénétrabilité assurant un transfert instantané et de l'absence de résistance, agit selon toute sa vitesse. Finalement, comme chez Pardiès, l'indifférence de la matière au mouvement comme au repos (absence de résistance) et l'impénétrabilité assurent le transfert de mouvement.

La collision de $4m$ et m_4 , de sens opposés, entraîne un rejaillissement avec conservation des vitesses respectives. Maintenant si « m_4 prevaut d'une quantité de force infiniment petite, il doit demeurer en repos, et donner à $4m$ tout son mouvement, ce qui est tout contraire à votre methode ». Il en est ainsi « en supposant que le mouvement ne se perde point, et que les corps soient infiniment durs », car les corps durs ne peuvent pas recevoir en même temps deux mouvements contraires, donc le plus faible ne transfère rien et son « action retombe toute sur lui » ; « toute », car « le mouvement est supposé ne se perdre point, et la reaction est toujours egale à l'action, l'experience même l'apprend ». La poussée de m_4 sur $4m$ se fait en un instant, « donc il le pousse selon sa vitesse, donc de toute sa

force » : « quoique la quantité différentielle soit infiniment petite le resultat est fort different ».

L'inflexibilité et la conservation de la quantité de mouvement justifient donc la discontinuité. Remarquons l'utilisation conjointe de la conservation de la quantité de mouvement scalaire et de la loi d'action/réaction : cette dernière ne concerne que le corps le « plus faible » et ne participe pas à l'analyse de la perte de mouvement de l'autre. Malebranche oppose à l'application du principe de continuité la nature des corps impliquant l'impossibilité de deux mouvements contraires et donc le nécessaire rebond avec perte totale de mouvement pour « le plus petit corps », s'il est « le plus fort ».

B6-Fin janvier-début février 1693, Leibniz à Malebranche¹⁷

La réponse de Leibniz consiste à dire que « si cette équivalence [entre « le cas de l'excès continuellement diminué » et celui de « l'égalité »] ne sauroit avoir lieu dans l'hypothèse du corps inflexible et de la conservation du mouvement, on en doit conclure qu'il y a de l'impossibilité dans l'hypothèse » ; « Je tiens qu'il y a un defaut caché dans les fondemens des règles qui n'observent point cette loy de continuité comme j'ay coustume de l'appeler. [Et si vous prouvés, mon Reverend pere, que dans le cas de l'inflexibilité des corps cette loy ne sauroit avoir lieu, il faudra tenir pour démontré que les corps inflexibles sont impossibles, comme en effet j'en suis persuadé encor pour d'autres raisons] », phrase entre crochet correspond à une partie du brouillon non insérée dans la rédaction finale.

Sur l'égalité entre action-réaction, Leibniz précise que « l'expérience ne se fait que sur des corps flexibles, et qu'il s'agit des inflexibles, où peut estre cette [maxime] égalité de l'action et de la reaction ne devoit point avoir lieu ». Cette phrase curieuse ne figure que dans le brouillon et n'apparaît pas dans la rédaction finale.

Leibniz énonce un dernier argument qu'il reprendra par la suite : l'impossibilité de fonder des règles et de comprendre l'action à partir de seules données géométriques. Une théorie du mouvement se fondant sur l'étendue et l'impénétrabilité, comme Leibniz l'a rédigée dans sa *Théorie du mouvement abstrait*, aboutit à une composition d'efforts (conatus), « en sorte que chaque effort se conserve, mais deux efforts égaux

¹⁷ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 297-301. Voir aussi PS I, pp. 349-352.

contraires dans un même sujet degenerent en repos. Les choses devraient aller ainsi si les corps n'estoient que ce qu'on s'en imagine ».

B7-16 décembre 1698, L'Hospital à Leibniz¹⁸

« Il [Malebranche] a enfin reconnu que la même quantité de mouvement ne subsistoit pas toujours dans la nature et qu'il y avoit de certains cas où il s'en perdoit et d'autres où cette quantité s'augmentoit, en sorte que la quantité de mouvement vers un certain côté, arès avoir rabattu celle du côté opposé, demeuroit toujours la même. Comme il ne connoit point d'autre chose par la force que la quantité de mouvement, vous voyez qu'il est contraint d'avoüer que la force absolüe ne demeure pas toujours la meme, et qu'il n'y a que la force relative vers un certain côté ».

B8-13 décembre 1698, Malebranche à Leibniz (lettre jointe à la précédente)¹⁹

« Les obligations particulieres que vous ont tous ses disciples [de la vérité] a cause des nouvelles vues que vous leur avez donnees pour avancer dans les sciences ne leur permet pas d'être indifferens à l'égard de votre merite ; et s'il y en a qui le soient ou qui le paroissent ils ne se font tort qu'a eux mêmes du moins dans l'esprit des habiles gens. En relisant à la campagne où j'avois quelque loisir, le méchant petit traité de la communication des mouvemens [le traité de 1692], et voulant me satisfaire sur les troisièmes loix, j'ai reconnu qu'il n'étoit pas possible d'accorder l'experience avec le principe de Descartes que le mouvement absolu demeure toujours le meme. J'ai donc tout changé ce traité, car je suis maintenant convaincu que le mouvement absolu se perd et s'augmente sans cesse et qu'il n'y a que le mouvement de même part qui se conserve toujours le même dans le choc. J'ai donc tout corrigé ce traité mais je ne scai pas encore quant on le réimprimera. Je vous dis ceci Monsieur afin que vous continuiez d'être persuadé que je cherche sincerement la verité, et que je merite en partie par cette disposition de mon esprit que vous continuiez de m'aimer autant que je vous honore ».

¹⁸ Dans A. Robinet, *op. cit.*, p. 332.

¹⁹ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 333-334. Voir aussi Leibniz PS I, pp. 355-356.

B9-27 décembre 1698, Leibniz à Bayle²⁰

« Il [Malebranche] me donne avis, avec cette louable sincérité qu'il a toujours fait paroistre, d'avoir quitté enfin l'opinion reçue chez les Cartesiens et employée souvent par luy-même, qu'il se conserve tousjours la même quantité de mouvement, disant d'avoir reconnu, qu'il se conserve seulement la même somme de mouvement du même costé et non pas absolument. Je luy repondrai que ce qu'il dit est vray, mais que ce n'est pas assez à mon avis. S'il n'y avoit que cela, il ne se conserveroit rien en vertu des regles lorsque les corps concourent avec des vistesses contraires reciproques à leurs masses. Et il se conserveroit tres peu lorsque l'un a tant soit peut plus de quantité de mouvement que l'autre. Mais il n'en n'est pas ainsi. La verité est que la nature conserve tousjours encore la même force absolue, en sorte que ces corps pourront produire autant d'effect après le choc, qu'ils en avoient pû produire auparavant, si rien d'accidentaire n'absorbe une partie de la force. Par exemple si les deux corps concourans estoient pesans, et si on s'imaginoit qu'avant le choc, ils tournoient leur mouvement à monter chacun à part dans quelque plan incliné, et que par-là leur commun centre de gravité puisse arriver à une certaine hauteur, il faut que si on leur donnoit occasion de monter après le choc, ce centre commun puisse encor arriver à la même hauteur, afin qu'il ne se perde rien de la force. En effect l'experience confirme mon sentiment, et feu M. Huguens à qui je l'avois fait remarqué, le trouva veritable et l'exprima ainsi depuis : qu'il se conservoit la même force ascensionale. Mais j'aime mieux de dire qu'il se conserve absolument la même force puisqu'elle paroist non seulement dans les ascensions, mais encor dans quelque autre effect qu'on puisse prendre. Car si les corps concourans pouvoient bander justement un certain nombre de ressorts egaux avant le choc, ou donner un certain degré de vistesse à un certain nombre de globules je tiens qu'ils en pourront faire autant apres et ny plus ny moins ».

B9-13/23 mars 1699, Leibniz à Malebranche²¹

« Vous convenés maintenant avec moy, qu'il ne se conserve pas la même quantité de mouvement absolu, mais du même costé, ou comme je l'appelle la même quantité de direction. Mais il faut pourtant que je vous dise, que je crois qu'il se conserve encor la

²⁰ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 334-335. Voir aussi Leibniz PS III, pp. 56-57.

²¹ Dans A. Robinet, *op. cit.*, pp. 337-342. Voir aussi Leibniz PS I, pp. 356-358.

même quantité non seulement de la force absolue, mais encor de l'action motrice absolue, que j'ay trouvée entièrement différente de ce qu'on appelle la quantité de mouvement ; en me servant d'un raisonnement qui m'a d'autant plus surpris, qu'il est aisé et clair, et tiré des plus simples notions, sans supposer ny poids ny ressort. Et j'ay tant de voyes qui menent toutes à un même but, que M. Bernoulli de Groningue apres y estre entré n'a pu resister à la force de la verité »²².

Le ralliement de Malebranche n'est que partiel : cette quantité de mouvement de « même part » se voit qualifiée de « force » par le philosophe français. Aussi lui manque-t-il la conservation de la force vive fondée de manière *a priori* par Leibniz via son concept d'action motrice. Les différentes « voies » dont il est question se réfèrent aux méthodes *a posteriori* (celle figurant dans la controverse de 1687, fondant l'évaluation de la force par l'épuisement ascensionnel) et *a priori* via le concept d'action motrice (voir note)

Sachant que Malebranche rédige une nouvelle version de ses lois du mouvement, Leibniz joint à cette lettre une série de remarques rédigées 1692, concernant le traité de cette époque.

-« la supposition des corps durs sans ressorts, me paroist éloignée de l'ordre de la nature. Je crois que le ressort est en quelque façon essentiel aux corps dans ce systeme de l'univers que Dieu a choisi. Car il est conforme au grand principe de la loy de continuité que j'ay mise en avant, suivant laquelle il n'y a point de changement ou passage per saltum, et par consequent un corps pour changer [sa] direction en sens contraire, doit passer par tous les

²² Leibniz 'démontre' par deux « voyes », *a posteriori* et *a priori*, la mesure de la force vive. La première méthode est contenu dans la *Brevis demonstratio* et repose sur une dépense de la force jusqu'à une hauteur d'élévation maximale d'un corps. La méthode *a priori*, se base sur la notion d' « action motrice absolue ». L'action est ici la force/puissance exercée pendant un certain temps ou un effet accompli à une certaine vitesse, effet « dans lequel la force, au lieu d'être dépensée, se conserve ; cet effet [...] est le transport rectiligne d'un corps sur une distance donnée avec une vitesse constante, sans la rencontre d'aucune résistance ni d'obstacle à surmonter », voir M. Fichant, « De la puissance à l'action : la singularité stylistique de la dynamique », dans *Science et métaphysique chez Descartes et Leibniz*, PUF, Paris, 1998, pp. 217-218. Ainsi, en notant l'action $A=p.t$, avec t la durée d'exercice de la puissance p ; $A=e.v$, e l'effet de réalisé à la vitesse v ; effet défini par $e=m.l$, la masse m parcourant l ; $l=v.t$; la combinaison donne $A=m.v^2.t$, soit la puissance égale à $m.v^2$. Voir aussi sur cette notion d' « action » A. G. Ranea, « The *a priori* Method and the *actio* Concept Revised. Dynamics and Metaphysics in a unpublished controversy between Leibniz and Denis Papin », *Studia Leibnitiana*, XXI, 1, 1984, pp. 42-68.

degrés entre deux, sçavoir il se reduit premierement par degrés au repos, et puis sa vistesse croit dans le sens contraire. Or c'est le ressort qui fait cet effect. Cependant le ressort est essentiel au corps, non pas d'une maniere primitive, mais par la disposition du systeme. C'est à dire par le moyen d'un fluide plus subtil qui peut être le corps. Ainsi la moindre partie du fluide quelque subtil qu'il soit, estant encore un corps elastique, il y aura encore un autre fluide plus subtil, qui sera à son egard, ce que le fluide elastique qui nous environne est à l'egard des corps qui nous sont sensibles. D'où il suit qu'on doit admettre pour ainsi dire : qu'il y a un monde dans la moindre partie de la matiere ».

A partir de 1698/1699, Malebranche ne penserait pas le contraire : sa réforme de la force de repos l'amène à conclure qu'il n'y a pas « de corps qui n'ait un tant soit peu de ressort », élasticité issue du fluide universel donc résultant de « la disposition du systeme » comme le note Leibniz. D'autre part, les règles concernant les corps durs ne servent qu'à « s'exercer l'esprit ».

-« Le repos n'a point de force pour resister au mouvement. Je l'avoue, mais la matiere a une inertie naturelle car elle ne peut être mise en mouvement, sans qu'il en couste au moteur quelque chose de sa force. Et ce que dit l'auteur p. 20, que le neant ne resiste point davantage au createur, quand il produit deux pieds de matiere, que lors qu'il en produit qu'un pied est vray, mais le créateur n'y perd rien de sa force. L'inertie de nos corps sensible est proportionnelle a la pesanteur. C'est ce que je dis icy par occasion pour satisfaire au doute qui se trouve p. 32. Cette inertie fait qu'un aix est plutost percé que mû par une balle de mousquet ; ce qu'on ne sçaurait attribuer à la resistance de l'air, comme il semble qu'on fait p. 31, car quand un vent contribueroit à pousser et l'air, et l'aix, la balle ne laisseroit pas de percer l'aix, pour ne dire qu'il en arriveroit autant dans le vuide.

Si la matiere estoit indifferente au mouvement et au repos [et s'il y avoit des corps durs sans ressort] il arriveroit dans le concours une simple composition des conatus de l'un et de l'autre, c'est à dire le corps pour n'estre point empeché garderoit sa tendance et recevrait encor celle que l'autre tache de luy donner. C'est ce que j'appellois la Theorie du mouvement abstrait dans un petit traité imprimé en 1671. Mais je reconnus qu'il n'est point conforme au systeme : et j'ay trouvé depuis que la matiere n'est pas [comme] je la supposois avec les autres. Autrement le moindre corps pourrois mettre en mouvement le plus grand, sans rien perdre de sa force, et il n'y auroit point de choc ny de resistance, quand deux corps vont d'un même costé ».

Leibniz souligne ici l'absence d'inertie dans la physique de Malebranche ; le milieu ne saurait être élément de compréhension d'une résistance résultant d'une propriété intrinsèque à la matière. Certes, un corps au repos ne résiste pas à une mise en mouvement, si on entend par résistance inamovibilité : il s'opposera à ce changement d'état car « il en couste au moteur quelque chose de sa force ». Finalement, la conception de Malebranche devrait naturellement conduire à une phoronomie, une simple composition de conatus ; tel serait le cas, selon Leibniz, si on considérait simplement l'étendue et le mouvement. La nature des corps ne se réduit cependant pas aux seules données géométriques²³.

-Leibniz applique le principe de continuité pour le cas des corps durs, $a > b$, avec deux mouvements contraires :

« Si ax est plus que by , le choc est $bx+by$

Si ax est moindre que by , le choc est $ax+by$ ²⁴

Je dis que cela renferme un conflit caché. Car par la loy de la continuité en cas qu' ax est egal à by les deux regles doivent devenir coincidentes. Ainsi lorsqu' ax est egal à by , il faudroit dire qu'encor $bx+by$ est egal à $ax+by$, d'où il s'ensuivroit a egal à b , ce qui est contre l'hypothèse ».

²³ Voir la lettre de Leibniz au *Journal des Savants*, 5 janvier 1693 : « et en effet ceux qui sont pour le systeme des causes occasionnelles, se sont déjà fort bien aperçus que la force et les loix du mouvement qui en dependent, ne peuvent être tirées de la seule etendue. Et comme ils ont pris pour accordé qu'il n'y a que l'etendue dans la matiere, ils ont été obligés de lui refuser la force, et d'avoir recours à la cause generale, qui est la pure volonté et action de Dieu. En quoi on peut dire qu'ils ont tres bien raisonné *ex hypothesi*. Mais l'hypothèse n'a pas encore été démontrée, et comme la conclusion paroît encore peu convenable en physique, il y a plus d'apparence de dire qu'il y a du defaut dans l'hypothese, (qui d'ailleurs souffre bien d'autres difficultés), et qu'on doit reconnoître dans la matiere quelque chose de plus que ce qui consiste dans le seul rapport de l'etendue ; laquelle tout comme l'espace, est incapable d'action et de resistance, qui n'appartient qu'aux substances. Ceux qui veulent que l'etendue même est une substance, renversent l'ordre des paroles aussi bien que des pensées », voir Leibniz, *Système nouveau de la nature*, éd. C. Frémont, *op. cit.*, pp. 38-39.

²⁴ Pour le cas où a « le plus grand » est « le plus fort », Malebranche note que « la quantité de choc, de deux corps égaux, ou dont le plus fort est le plus grand, se doit regler par la somme [...] des vîtesses : par la somme dans les vîtesses en sens contraires », et avec la « grandeur » du plus petit corps. Si « le plus fort est le plus petit, [la quantité du choc] est égale à la somme de leurs forces, ou de leurs movemens, s'ils vont l'un contre l'autre », ce qui correspond au second exemple de Leibniz, voir Malebranche, *Des loix*, *op. cit.*, textes de 1692, 1700 et 1712, pp. 59-61.

-« Lorsque deux corps durs à ressort se choquent, et vont dans le même sens, l'auteur dit p. 20 qu'il y arriveroit ce qui arrive dans les corps durs sans ressort, parce qu'il juge que le ressort alors n'est point bandé, mais à mon avis l'expérience même montrera sans doute qu'encore en ce cas, les ressorts sont fort bandés comme on verroit à l'œil, si les ressorts avoient un pli sensible par exemple si c'estoient des ballons ou des arcs, mais encore la raison le confirme fondée sur l'inertie de la matiere, laquelle resiste à ce qui la met en mouvement, ou fait croistre celui qu'elle a »

Malebranche fondait l'impossibilité d'une compression sur l'absence de force pour un corps au repos : Leibniz souligne l'existence de l'inertie de la matière s'opposant à une mise en mouvement.

-Malebranche donne comme corollaire de ses règles du mouvement la conservation de la quantité algébrique pour des mouvements contraires de deux corps durs à ressort ; Leibniz souligne la généralité de cette loi et son impossible conciliation avec une conservation scalaire, relevant alors une incohérence au sein du texte. En effet, pour des mouvements contraires, avec $ax > by$, x , y et (x) , (y) les vitesses avant et après le choc, on aurait d'une part, $ax + by = a(x) + b(y)$ suivant la conservation scalaire et, d'autre part, $ax - by = a(x) + b(y)$. LA combinaison des deux équations donne $ax + by = ax - by$, équation impossible à moins de prendre $y = 0$, ce qui est contraire à l'hypothèse.

Lois de la Nature¹

Traité de la Nature et de la Grâce (OCM V)

Seulement deux « lois du mouvement » viennent expliquer tous les phénomènes naturels :

« la première, que les corps mus tendent à continuer leur mouvement en ligne droite : la seconde, que lorsque deux corps se rencontrent, leurs mouvements se communiquent de l'un à l'autre, à proportion de leur pression, et selon la ligne de leur pression ».

Ces deux lois sont « nécessaires à la production et à la conservation de la terre, et de tous les astres qui sont dans les cieux » ; elles sont « la cause de tous les mouvements qui produisent cette variété de formes que nous admirons dans la nature »². « Ces deux lois sont si simples, si naturelles, et en même temps si fécondes, que quand on aurait point d'autres raisons pour juger que ce sont celles qui s'observent dans la nature, on aurait tout sujet de croire, qu'elles sont établies par celui qui agit toujours par les voies les plus simples, dans l'action duquel il n'y a rien qui ne soit réglé, et qui la proportionne si sagement avec son ouvrage, qu'il opère une infinité de merveilles par un très petits nombres de volontés »³.

Le texte de 1680 précisait concernant cette seconde loi que « lorsque deux corps se rencontrent, leur mouvement se distribue dans l'un & dans l'autre, à proportion de

¹ Malebranche écrit qu'« à proprement parler ce qu'on appelle nature n'est rien d'autre que les lois générales que Dieu a établies pour construire ou conserver son ouvrage », *Traité de la nature et de la grâce* (TNG), OCM V, p. 138. Dans le cadre d'une philosophie naturelle mécaniste, les lois de la nature sont les lois du mouvement ou de la communication du mouvement. Elles reçoivent dans le *Traité de la nature et de la grâce* les appellations de « lois des mouvements » (art XIII) ; « lois de la communication des mouvements » (art XIV) ; « lois naturelles » (add. art XIV, art XVIII) ; « lois générales » (add. art XIV) ; « lois du mouvement » (art XV) ; « deux lois générales des communications des mouvements » (add. art XVII, art XVIII, art XIX) ; « lois de la nature » (add. art XVII) ; « lois générales de la nature » (add art XIX) ; « lois générales des mouvements » (art XXI).

² TNG, art. XV.

³ *Ibid.*, art. XVII.

leur grosseur, en sorte qu'ils doivent ensuite se mouvoir avec une égale vitesse » ; cette règle ne s'appliquait qu'aux corps parfaitement durs.

Méditations chrétiennes et métaphysiques (OCM X, 3^{ème} édition, 1686)

Méditations, VI, § VI : « Les corps étant impénétrables, c'étoit leur choc qui devoit servir de fondement aux lois générales de la communication des mouvemens, afin que l'action de Dieu, dans la nécessité du changement, changeât le moins qu'il étoit possible, afin qu'elle suivît constamment des loix simples & générales, afin qu'elle portât le caractère des attributs Divins »⁴.

Méditations, VII, § VIII : « Les lois générales de la communication des mouvemens se reduisent à ces deux ci. La première, que les corps mûs tendent à continuer leur mouvement en ligne droite. La seconde que les corps qui se choquent se meuvent toujours du côté qu'ils sont moins pressés, & de maniere qu'après le choc, il reste toujours la quantité de mouvement de même part »⁵.

Recherche de la vérité (OCM I, II, III)⁶

OCM I, Livre I, chapitre I, § II

« [Dieu] est la cause universelle de tous les *mouvemens* [...] tous les mouvemens se font en ligne droite, s'ils ne trouvent quelques causes étrangères & particulieres qui les déterminent, & qui les changent en des lignes courbes par leurs oppositions »⁷.

« La matiere est toute sans action : elle n'a aucune force pour arrêter son mouvement, ni pour le déterminer & le détourner d'un côté plus que d'un autre. Son mouvement [...] se fait toujours en ligne droite, & lorsqu'il est empêché de se continuer en

⁴ OCM X, p. 60. Citation figurant dans toutes les éditions (1683, 1690, 1699, 1707).

⁵ *Ibid.*, p. 71. Citation propre à l'édition de 1707. L'édition de 1683 mentionnait pour cette seconde loi que « lorsque deux corps se rencontrent, leur mouvement se distribuë dans l'un & dans l'autre à proportion de leur grosseur, ensorte qu'ils devroient ensuite se mouvoir avec une égale vitesse ». La seconde loi de l'édition de 1699 stipulait que « les corps qui se choquent se meuvent toujours du côté qu'ils sont moins pressés, et qu'ils mûs avec des vîtesses reciproquement proportionnelles à leurs masses, si le ressort n'y changeoit rien ».

⁶ Citations extraites de la 2^{ème} édition des OCM, édition publiée pour chaque tome en 1972, 1974, 1976.

⁷ OCM I, p. 45, 6^{ème} édition ; les différences entre les éditions sont minimales.

cette maniere, il décrit une ligne circulaire la plus grande la plus grande qu'il est possible, & par conséquent la plus approchante de ligne droite »⁸.

OCM II, Livre VI, partie II, ch. IV (« abreggé » de physique cartésienne)

La genèse des tourbillons repose sur le mouvement le plus simple ; le 'principe d'inertie'⁹ constitue l'élément fondateur de la cosmogonie.

« De tous les mouvemens le plus simple & le premier qui se présente à l'imagination, c'est le mouvement en ligne droite. Si l'on suppose donc qu'il y ait quelque partie d'étenduë qui se meuve par un mouvement en ligne droite, il est nécessaire que celle qui se trouve dans le lieu où cette premiere étendue se va rendre, se meuve circulairement pour prendre la place qu'elle quitte, & ainsi qu'il se fasse un mouvement circulaire » (1^{ère} à 5^{ème} édition de RDV). La suite immédiate figure dans toutes les éditions de RDV : « Que si l'on conçoit une infinité de mouvemens en ligne droite dans une infinité de semblables parties de cette étenduë immense que nous considérons, il est encore nécessaire que tous ces corps s'empêchant les uns les autres conspirent tous par leur mutuelle action et réaction, je veux dire par la mutuelle communication de tous leurs mouvemens particuliers, à se mouvoir par un mouvement circulaire »¹⁰.

« Comme il n'y a que le mouvement en ligne droite qui soit simple, il faut d'abord considérer ce mouvement, comme celui selon lequel tous les corps tendent sans cesse à se mouvoir, puisque Dieu agit toujours selon les voies les plus simples ; et qu'en effet les corps ne se meuvent circulairement, que parce qu'ils trouvent des oppositions continuelles dans leurs mouvemens directs »¹¹ (1^{ère} à 6^{ème} édition de RDV).

⁸ *Ibid.*, p. 46, 6^{ème} édition ; les différences entre les éditions sont minimales.

⁹ Puisque pour Malebranche le repos n'a pas le même statut que le mouvement, puisque le 'principe d'inertie' énoncée par Descartes n'est pas celui des *Principes* de Newton, nous justifions ces guillemets.

¹⁰ OCM II, pp. 325-326.

¹¹ *Ibid.*, pp. 326-327.

Eclaircissement XV (OCM III)

« Ayant résolu de produire par les voyes les plus simples, comme plus conformes à l'ordre immuable de ses attributs, cette variété infinie de créatures que nous admirons, il a voulu que les corps se mûssent en ligne droite, parce que cette ligne est la plus simple. Mais les corps étant impénétrables, & leurs mouvemens se faisant selon des lignes opposées, ou qui s'entrecoupent, il est nécessaire qu'ils se choquent & qu'ils cessent par conséquent de se mouvoir de la même façon. Dieu a prévu cecy ; & cependant il a voulu positivement la rencontre ou le choc des corps ; non parce qu'il se plaît à combattre contre lui-même, mais parce qu'il avoit dessein de se servir de ce choc des corps, comme d'une occasion pour établir la loy générale de la communication des mouvemens par laquelle il prévoyoit qu'il se devoit produire une infinité d'effets admirables. Car je suis persuadé que ces deux lois naturelles qui sont les plus simples de toutes ; savoir, que tout mouvement se fasse ou tende à se faire en ligne droite, & que dans le choc les mouvemens se communiquent à proportion, & selon la ligne de leur pression, suffisent, les premiers mouvemens étant sagement distribués, pour produire le monde tel que nous le voyons [...]

Je dis donc que Dieu par la première des loix naturelles, veut positivement, & fait par conséquent le choc des corps : & qu'il se sert ensuite de ce choc qui l'oblige à varier son action, à cause que les corps sont impénétrables, comme d'une occasion pour établir la seconde loi naturelle, qui règle la communication des mouvemens ; & qu'ainsi le choc actuel est cause naturelle ou *occasionnelle* de la communication actuelle des mouvemens, par laquelle Dieu sans changer sa conduite, produit une infinité d'ouvrages admirables »¹².

Eclaircissement XVI

Toutes les parties de l'univers sont ou tendent à se mettre en équilibre « par ce principe général de la physique, que tout corps moins pressé d'un côté que d'un autre, se meut

¹² RDV, Eclaircissement XV, OCM III, pp. 217-218 (6^{ème} édition de 1712, les variantes avec les éditions antérieures sont minimales) Dans l'expression « le monde tel que nous le voyons », Malebranche inclut « les élémens, & tous les corps qui ne sont point organisez ou vivans » ; ces derniers « ont été formez dès la création du monde, non pas néanmoins tels qu'ils paroissent à nos yeux ; [...] ils ne reçoivent plus par le temps que l'accroissement nécessaire pour se rendre visible », accroissement provoqué par les « loix générales de la nature », *ibid.*, p. 217.

jusqu'à ce qu'il le soit également de tous côtez »¹³ (apparaît seulement dans la 6^{ème} édition de 1712) ;

« tout corps [va] du côté vers lequel il est le moins poussé »¹⁴ (dans la 6^{ème} édition seulement) ;

« [...] la sagesse infinie du Créateur, qui dans la création de l'Univers, a tellement distribué & déterminé le mouvement aux diverses portions de la matiere, qu'il en a formé un ouvrage dont toutes les parties ont entr'elles une dépendance mutuelle ; un ouvrage qui se conserve & se renouvelle sans cesse uniquement par cette Loy generale & la plus simple qu'on puisse concevoir, que tout corps soit mû du côté vers lequel il est plus pressé, & à proportion qu'il l'est d'avantage »¹⁵ (6^{ème} édition seulement).

« [...] la loi naturelle, qu'un corps ne peut être mû que par celui qui le touche »¹⁶ (6^{ème} édition seulement) ; « Il est évident qu'un corps n'est mû que parce qu'il est poussé, & qu'il ne peut l'être que par celui qui le touche immédiatement »¹⁷ (6^{ème} édition seulement).

Eclaircissement XVII (n'apparaît qu'à la 6^{ème} édition de 1712)

« [...] les Loix generales de la communication des mouvemens, qui dépendent de celle-cy, que tout corps est mû à proportion de la force qui le pousse, & du côté vers lequel elle le pousse »¹⁸.

« [...] cette Loy si simple, que tout corps est mû à proportion & du côté vers lequel il est plus poussé »¹⁹.

¹³ RDV, Eclaircissement XVI, OCM III, p. 280.

¹⁴ *Ibid.*, p. 270.

¹⁵ *Ibid.*, p. 304.

¹⁶ *Ibid.*, pp. 276-277.

¹⁷ *Ibid.*, p. 270.

¹⁸ RDV, Eclaircissement XVII, OCM III, p. 338.

¹⁹ *Ibid.*, p. 340.

Entretiens sur la métaphysique et sur la religion (OCM XII)

Entretien VII

-§ XI :

« Dieu meut toujours, ou tend à mouvoir les corps en ligne droite, parce que cette ligne est la plus simple ou la plus courte. Il ne change à la rencontre des corps la direction de leur mouvement que le moins qu'il est possible, & je croy qu'il ne change jamais la quantité de la force mouvante qui anime la matière. C'est sur ces principes que sont appuyées les loix générales des communications des mouvemens, selon lesquelles Dieu agit sans cesse »²⁰ (1^{ère} et 2^{ème} éditions, respectivement en 1688 et 1690).

Ce passage n'apparaît plus dans les 3^{ème} et 4^{ème} éditions respectivement de 1696-1703²¹ et 1711. Malebranche écrit que les corps « étant impénétrables, c'est une espece de nécessité que Dieu, que je suppose agir de pour ainsi dire dans le corps choqué la force mouvante de celui qui le choque, & cela à proportion de la grandeur du choc : mais selon cette loi, lorsqu'ils se choquent tous deux, que le plus fort, ou celui qui est transporté avec une plus grande force mouvante doit vaincre le plus foible & le faire rejaillir sans rien recevoir du plus foible. Je dis sans rien recevoir du plus foible. Car un corps parfaitement dur, tel que je le suppose, ne peut pas recevoir en même temps deux impressions ou deux mouvemens contraires dans les parties dont il est composé. Cela ne peut arriver que dans les corps ou mous ou qui font ressort »²².

-§ XII :

« Et parce que Dieu doit agir d'une manière simple et uniforme, il a dû se faire des loix générales, et les plus simples qui puissent être, afin que dans la nécessité de changement il changeât le moins qu'il était possible, et que par une même conduite il produisît une infinité d'effets différens »²³.

²⁰ OCM XII, p. 162.

²¹ La troisième édition paraît chez trois éditeurs différents sur cette période de 1696 à 1703.

²² *Ibid.*

²³ *Ibid.*, p. 164.

Entretien X

§ III :

Les « lois générales des communications des mouvemens peuvent toutes se réduire à cette loi si simple et si naturelle, que les corps mûs ou pressez se meuvent toûjours du coté qu'ils sont moins poussez, & [...] ils seroient mûs avec des vitesses réciproquement proportionnelle à leurs masses, si le ressort ni changeoit rien »²⁴ (1^{ère} à 3^{ème} éditions)

Les « lois générales des communications des mouvemens, qui dépendent toutes de cette loi si simple & si naturelle, que les corps mûs ou pressez se meuvent toûjours du côté, & à proportion qu'ils sont moins pressez »²⁵ (4^{ème} édition).

§ VII :

« Une infinité d'effets produits par cette loi si simple & si naturelle, que tout corps doit se mouvoir du côté qu'il est moins pressé »²⁶ (toutes les éditions).

§ XIV :

« Il [Dieu] a voulu, & veut encore maintenant que tout corps mû se meuve, ou tende à se mouvoir en ligne droite ; & qu'à la rencontre des autres corps, il ne s'éloigne de la ligne droite le moins qu'il est possible. Que tout corps se transporte du côté vers lequel il est poussé : et s'il est poussé en même temps par deux mouvemens contraires, que le plus grand mouvement l'emporte sur le plus faible : mais si ces deux mouvemens ne sont pas directement contraires, qu'il se meuve selon une ligne qui soit la diagonale d'un parallélogramme, dont les côtés aient même proportion que ces mouvemens. En un mot, Dieu a choisi les loix les plus simples dépendemment de cet unique principe, que le plus fort doit vaincre le plus foible ; & avec cette condition, qu'il y auroit toujours dans le monde une égale quantité de mouvement /de même part, je veux dire que le centre de gravité des corps avant & après leur choc demeure toûjours le même, soit que ce centre soit en repos ou en mouvement/ »²⁷. Ce qui apparaît entre // ne figure que dans la 4^{ème} édition de 1711.

²⁴ *Ibid.*, p. 228.

²⁵ *Ibid.*

²⁶ *Ibid.*, p. 234.

²⁷ *Ibid.*, p. 243.

Eclaircissement XVI

Le rejet de la force de repos cartésienne ne conduit pas immédiatement à la théorie définitive malebranchiste de la matière, de la lumière, de la pesanteur ; bref, ne conduit pas au système du monde abouti que léguera le philosophe. Ce système qui émerge à partir de 1699¹ est finalisé dans la 6^{ème} édition de RDV (1712) par l'Eclaircissement XVI qu'on peut considérer comme le testament scientifique de Malebranche.

Malebranche écrit que sa « principale vûë dans cet Eclaircissement, a été de faire voir que toute la Physique dépend de la connoissance de la matière subtile ; que cette matière n'est composée que de petits tourbillons, qui par l'équilibre de leurs forces centrifuges, font la consistance de tous les corps ; & par la rupture de leur équilibre qu'ils tendent sans cesse à rétablir, tous les changemens qui arrivent dans le monde. Ma principale vûë a été de prouver que le repos n'a point de force ; que tout se fait par le mouvement, & que la source du mouvement n'est que dans cette matière invisible »². Ces situations de « rupture » devront donc expliquer les phénomènes naturels tous régis par cette « Loy generale & la plus simple qu'on puisse concevoir, que tout corps soit mû du côté vers lequel il est plus [correctif, lire « moins » au lieu de « plus »] pressé, & à proportion qu'il l'est d'avantage »³ ; loi qui trouve sa raison d'être par l'équilibre prévalent dans l'univers qu'elle permet de retrouver : « tout corps moins pressé d'un côté que d'un autre, se meut jusqu'à ce qu'il le soit également de tous côtez »⁴.

¹ *Reflexions sur la Lumiere & les couleurs, & la generation du Feu*, MARS 1699 [1732], pp. 22-36. Ce mémoire, à quelques variantes minimes près, constitue l'Eclaircissement XVI de la 5^{ème} édition de RDV (1700). La 6^{ème} le reprend aussi en y adjoignant une preuve de l'existence des petits tourbillons, une théorie de la pesanteur terrestre et de la gravitation des planètes, une explication de la réfraction et de la réflexion.

² OCM III, Eclaircissement XVI, pp. 302-303.

³ *Ibid.*, p. 304. Il s'agit bien d'un mouvement vers l'endroit où le corps est le moins pressé ; tout le reste de l'Eclaircissement XVI en témoigne l'explication de la pesanteur terrestre qui recourt au principe que « tout corps [va] du côté vers lequel il est moins pressé », p. 270 ; voir aussi l'énoncé des lois dans l'annexe correspondante.

⁴ *Ibid.*, p. 280.

Si ce système de petits tourbillons se contrebalançant est justifié par des causes mécaniques, il répond avant tout au présupposé du nécessaire équilibre devant exister dans ce monde ; un univers sans équilibre serait un chaos où la matière subtile emporterait tout sur son passage⁵. Cette force de l'éther est canalisée par cette mise en petits tourbillons « qui sont eux-mêmes comprimés par une force infinie qui répond à la puissance infinie du Créateur ». Comme le note S. Roux, « dire que les petits tourbillons se contrebalancent les uns les autres, c'est ainsi dire physiquement qu'ils s'entravent, s'équilibrent et s'anéantissent les uns les autres, mais tout aussi bien dire métaphysiquement qu'ils sont domestiqués pour servir aux fins ultimes du Créateur »⁶.

Nous proposons ici de résumer, plutôt que d'examiner, la conception de la matière subtile, quelques explications de phénomènes (pesanteur terrestre et gravitation), et faire le point sur les principes et lois mobilisés dans les analyses de Malebranche. L'exposé ne sera que partiel : nous justifions ces thèmes en tant qu'ils peuvent apporter un complément au chapitre III de la première partie ; d'autre part, pour justifier que la théorie céleste de Privat de Molières examinée succinctement dans le chapitre IV s'inspire de celle de Malebranche, de même que toutes les théories tourbillonnaires impliquant une élasticité universelle (Saulmon Mazière). Là encore nous choisissons de ne pas mentionner la théorie de la lumière parce qu'elle n'apporte pas plus d'informations sur la force et l'inertie que ne le fait la théorie céleste ; Malebranche élabore un système où les mêmes principes s'appliquent dans chacune de ces théories.

Matière

L'univers est conçu à travers l'analogie avec un ballon comprimé « par une force comme infinie »⁷. Une « matière fluide » le remplit et tourne autour du centre

⁵ *Ibid.*, p. 271 : « si cette matière se mouvoit en même sens, tous les corps qu'elle environne seroient transportez dans son cours avec plus de vitesse que la foudre ».

⁶ S. Roux, thèse, *op. cit.*, p. 553.

⁷ *Ibid.*, p. 255. Voir aussi p. 261 : « toutes les parties de la matière éthérée se touchent, [...] elles sont très fluides, & elles [...] sont comprimées par le poids, pour ainsi dire, de tous les tourbillons qui sont eux-mêmes comprimés par une force infinie qui répond à la puissance infinie du Créateur, ou du moins une force comme infinie » ; « la dureté des corps dépend de la compression de la matière subtile. Et si cela est, il faut qu'elle soit extrêmement grande, puisqu'il y a des corps si durs, qu'il faut employer une tres-grande force pour en séparer les moindres parties. Il me paroît que le rapport du poids de l'éther à celui de l'atmosphère est beaucoup plus grand que de six cent mille à un, & qu'on peut même le regarder comme infini », la proportion

commun ; chaque partie de celle-ci, « pour remplir tout son mouvement, c'est à dire pour se mouvoir autant qu'elle a de force », tourne sur « le centre d'une infinité de petits tourbillons ». Ceux-ci « coul[ent] » entre eux, « avec une rapidité extraordinaire »⁸. Le tout donne une « matiere infiniment fluide, & de plus extrêmement comprimée »⁹.

La propagation de la lumière justifie le rejet des corps durs du second élément cartésien : les « petites boules [...] ne pourroient pas [...] transmettre la Lumiere & les différentes couleurs par le même point où les rayons se croisent » ; en effet, une boule dure devrait tendre simultanément dans plusieurs directions afin de transmettre différents rayons de différentes couleurs, alors que « si quelque partie de ce corps [parfaitement dur] avance quelque peu [...] il est necessaire que toutes les autres parties y tendent aussi »¹⁰.

Ainsi ces corps ne peuvent pas « transmettre l'action de la lumiere propre à faire voir toutes sortes de couleurs ». Par contre en concevant les boules « infiniment fluides ou molles, ainsi que l'idée simple de la matière représente tous les corps, puisque le repos n'a point de force, qu'il est indifférent à chaque partie d'un corps d'être ou de n'être pas auprès de sa voisine, & qu'elle doit s'en séparer aisément, si quelque force, c'est à dire, quelque mouvement ne la retient ; car on ne conçoit point dans les corps d'autre force que leur mouvement ; si, dis-je, l'on conçoit ces boules ou tres-molles, ou plutôt ce que je croi veritable, comme de petits tourbillons composez d'une matiere comme infiniment fluide & extrêmement agitée, elles seront susceptibles d'une infinité d'impressions différentes, qu'elles pourront communiquer aux autres, sur lesquelles elles appuyent, & sur lesquelles elles sont comme infiniment comprimées »¹¹.

Avec cette nouvelle théorie, on peut « concevoir » comment un « point sensible de matière infiniment fluide, & comprimé de tous côtez, reçoit en même temps un nombre comme infini d'impressions différentes, lorsqu'on prend garde à ces deux choses. 1°. Que la matière est divisible à l'infini, & que la plus petite sphère peut correspondre à toutes

énoncée figure dans le *Traité de la Lumière* de C. Huygens. De la lecture de ce même Huygens, Malebranche utilise le terme « éther » dès 1700 comme synonyme de la matière subtile.

Cette compression « infinie » ou « comme infinie » à pour conséquence que « l'action du corps lumineux, se doit communiquer de fort loin en un instant ou en très peu de temps », p. 261. La 5^{ème} édition ne mentionnait qu'en « très peu de temps ».

⁸ *Ibid.*, p. 255.

⁹ *Ibid.*, p. 256.

¹⁰ *Ibid.*, p. 263.

¹¹ *Ibid.*, pp. 263-264. Les différentes couleurs proviennent de la « promptitude des vibrations » de la matière subtile, voir p. 258.

les parties d'une grande. 2°. Que chaque partie tend & avance du côté qu'elle est moins pressée ; & qu'ainsi tout corps mou & inégalement comprimé, reçoit tous les traits du moule, pour ainsi dire, qui l'environne ; & les reçoit d'autant plus promptement, qu'il est plus fluide & comprimé »¹².

Tourbillons

L'Eclaircissement XVI se poursuit par un développement propre à la 6^{ème} édition qui clôt la réforme de la matière cartésienne et propose une explication des phénomènes physiques par l'intermédiaire de petits tourbillons qui s'équilibrent mutuellement : « La matière subtile ou éthérée [...] est composée d'une infinité de petits tourbillons, qui tournent sur leurs centres avec une extrême rapidité, & qui se contrebalancent les uns les autres [...] je suis persuadé que c'est le vrai principe de la physique générale dont dépendent les effets particuliers »¹³.

Malebranche expose une « preuve de la supposition [...] que la matière subtile ou éthérée est nécessairement composée de petits tourbillons ; & qu'ils sont la cause naturelle de tous les changemens qui arrivent à la matière », qu'il « confirme par l'explication des effets les plus généraux de la Physique, tels que sont la dureté des corps, leur fluidité, leur pesanteur, leur légèreté, la lumière & la réfraction & la réflexion de ses rayons »¹⁴.

Cette « preuve » se fait en deux temps. D'une part, il justifie *a posteriori* la « rapidité » du mouvement de la matière par les « effets de la poudre à canon »¹⁵. D'autre part, il expose la « nécessité » de cette mise en petits tourbillons qui se « contrebalancent » : il se fait « une espèce d'équilibre, en sorte qu'ils soient tous également pressés ou comprimés » car autrement « tout corps allant du côté vers lequel il est moins pressé, si quelque partie de l'Ether étoit moins pressé que les autres, il est clair que les autres retomberoient sur elle » ; si elle n'étoit pas également pressée, les « vibrations de pression » des couleurs ne se transmettraient pas sans changer « la promptitude » de ces vibrations¹⁶.

Parce que l'univers est comprimé « par une force infinie ou comme infinie » et parce qu'il n'y a pas de vide, les « parties de la matière subtile se résistent réciproquement par

¹² *Ibid.*, pp. 265-266.

¹³ *Ibid.*, pp. 270.

¹⁴ *Ibid.*, p. 270.

¹⁵ Exemple présent dans l'explication de la dureté des corps, voir partie I, chapitre III.

¹⁶ *Ibid.*, pp. 270-271.

leurs mouvemens divers & particuliers, il est nécessaire qu'elles se divisent sans cesse, & forment de petits tourbillons, & dans ceux-ci d'autres encore plus petits, & même encore d'autres moins durables dans les intervalles concaves que laissent entre eux les tourbillons qui se touchent »¹⁷ ; cette division d'une matière primitive en tourbillons provient de la « divisibilité à l'infini » de la matière et de l'absence de résistance de chaque partie à subir cette division « puisque le repos n'a point de force »¹⁸.

Suit un complément du livre VI de RDV concernant l'explication de la dureté : « ces petits tourbillons sont necessitez par leur mutuelle résistance de s'ajuster ensemble, & de se contrebalancer de manière qu'ils puissent remplir leurs mouvemens, en se mettant entr'eux dans un espèce d'équilibre ; ils ne font que comprimer les parties des corps grossiers les unes contre les autres, lorsque les parties de ces corps se touchent immédiatement : Et par là ils les rendent durs, de manière que pour briser ces corps, ou en séparer les parties, il faut employer une force, c'est à dire un mouvement, (car les forces des corps n'est que leur mouvement), qui puissent vaincre la force centrifuge de ces petits tourbillons, qui compriment entre elles les parties des corps durs »¹⁹. Etant donné la « rapidité effroyable » de la matière subtile de la force centrifuge dans le rapport du carré de la vitesse au rayon du cercle, « on ne doit pas être surpris que la dureté de l'acier soit l'effet de la compression des petits tourbillons de la matière subtile ; sur tout si on les suppose extrêmement petits ». Or il en existe de tels, puisqu'ils faut qu'ils traversent les pores des verres pour transmettre la lumière ; les pores de l'acier aussi, « car il n'y a point d'autre force dans les corps que leur mouvement ; une épée ne résiste lorsqu'on la ploye, & ne fait ressort pour se redresser, que parce que les petits tourbillons de l'éther, qui sont sans ses pores, n'ont pas la liberté de faire leur mouvement circulaire, la courbure de l'épée changeant nécessairement en elliptique la figure ronde des pores, où ils sont contraints de circuler »²⁰.

Les tourbillons rendent compte de la fluidité : « ils environnent & compriment de tous côtes les petites parties dont les corps fluides sont composées ; car ce ne peut être que leur pression qui donne à ces petites parties leur figure & leur consistance [...] ; mais encore,

¹⁷ *Ibid.*, p. 271.

¹⁸ *Ibid.*

¹⁹ *Ibid.*, pp. 271-272.

²⁰ *Ibid.*, p. 273.

ils les tiennent séparées, & les font glisser les unes sur les autres, en quoi consiste leur fluidité »²¹.

La matière fluide remplit l'univers. Elle est divisible à l'infini ; extrêmement agitée ; une compression infinie forme des tourbillons qui par leur mouvement circulaire développent des forces centrifuges ; ces dernières permettent alors de penser l'élasticité comme une propriété de tous les corps (« il n'y aucun corps dur qui ne fasse quelque peu de ressort »²² précisait Malebranche dans son explication de la dureté). Une élasticité systémique.

Force centrifuge et équilibre de l'univers

1/Pesanteur (terrestre)²³

En supposant une pierre dans l'éther situé dans l'atmosphère terrestre, les tourbillons de la couche dans laquelle elle se situe ne sont pas en équilibre car la pierre n'est pas de « même nature » que ces derniers, ses parties ne développent pas de « force centrifuge, par laquelle elles agissent & tendent à s'échapper de tous côtes comme font les petits tourbillons »²⁴ ; les tourbillons en deçà et au-delà de la couche sont en équilibres. Malebranche base son explication de la pesanteur sur cette rupture d'équilibre.

L'éther va au-dessus de la pierre et la fait descendre, pour deux raisons :

- « les tourbillons peuvent apparemment être plus au large au-dessus qu'au-dessous, puisque la vitesse de l'Ether est plus grande au-dessous qu'au dessus »²⁵ ;

²¹ *Ibid.*, p. 275.

²² RDV, VI, II, IX, p. 446.

²³ Des analyses de la théorie de la pesanteur de Malebranche figurent dans A. Robinet, *Malebranche de l'Académie des Sciences, op. cit.*, pp. 325-247 et S. Roux, thèse, *op. cit.*, seconde partie chapitre III, pp. 551-557.

²⁴ OCM III, Eclaircissement XVI, *op. cit.*, p. 278.

²⁵ *Ibid.* La Terre est le centre d'un grand tourbillon rendant compte, par exemple, de la satellisation de la Lune. Chaque couche développera une force centrifuge du fait du mouvement de révolution. En prenant $d < d'$, distance du centre de la Terre à deux couches animées des vitesses v et v' on a d'après la 3^{ème} loi de Kepler $t \cdot t' = d^3 \cdot d'^3$ ou $(v/v')^2 = d'/d$, soit une vitesse plus grande pour la couche inférieure.

- L'autre raison, « la principale, & la véritable, c'est que la réaction que souffrent les petits tourbillons, est beaucoup plus grande du côté du centre du grand tourbillon de la terre que de tout autre côté »²⁶.

Espace sans corps perturbateurs :

Il faut se représenter une égale compression autour du centre d'une planète du fait de l'immobilité (relative) de ce centre (« son propre tourbillon, [...] la comprime également de tous les côtes »²⁷) ; « le grand tourbillon de la matière subtile qui environne la terre, étant également comprimé de tous côtes, presse vers la terre cette matière qu'il contient »²⁸ ; la pression extérieure au tourbillon terrestre enveloppe la multitude de petits tourbillons et « un parfait équilibre » existe entre ceux-ci.

Avec des tourbillons alignés suivant un rayon terrestre :

- « l'action de la force centrifuge » d'un premier petit tourbillon par laquelle il tend vers le centre de la planète « retombe sur lui toute entière à cause de l'immobilité du centre » ;
- le second tourbillon au-dessus sera encore plus repoussé du centre que le premier, « car outre que son action propre retombera sur lui [...], il sera encore poussé par la réaction du premier » ;
- Idem pour le troisième ;
- Mais « ces nouvelles augmentations diminuent à proportion qu'elles se partagent à un plus grand nombre de tourbillons en s'éloignant du centre » jusqu'à devenir « presque nulles »²⁹.

Avec un corps :

- Un corps à la place du vingtième tourbillon sera « repoussé vers le haut » par les dix neuf au-dessous, mais ne le sera pas autant que le vingtième, ce corps n'ayant pas comme ce dernier une force centrifuge susceptible de « retomber sur lui » et de l'éloigner ;
- les petits tourbillons compris dans la couche centrée autour de la planète, couche où se trouve le corps, ne sont pas en équilibre ; tous les tourbillons

²⁶ *Ibid.*

²⁷ *Ibid.*

²⁸ *Ibid.*, p. 279.

²⁹ *Ibid.*, pp. 278-279.

concentriques au-delà et en-deçà de l'objet « sont en équilibre & souffrent la même réaction de bas en haut ». L'éther de la couche contenant le corps « est plus poussé vers le haut par la réaction qu'il souffre, que la pierre à proportion qu'il y a plus de tourbillons que dans la pierre » ;

- l'éther, « plus poussé vers le haut que la pierre & comprimé de tous côtez, il se répand sur la pierre, à cause de sa fluidité & mobilité extrême, & il la pousse vers le centre de la terre ; & cela par la même raison que l'eau étant plus poussée de haut en bas que du bois, elle glisse sous le bois & le fait monter »³⁰

Différentiel de pressions ; désordre par rapport à un état d'équilibre ; retour à cet état : la pesanteur est pensée chez Malebranche comme un phénomène de perturbation d'une situation d'équilibre.

2/Gravitation

La matière dans le grand tourbillon solaire est extrêmement agitée et n'est contrainte à circuler que parce qu'elle est également comprimée par la matière environnante. Elle « contrebalance, par la force centrifuge qu'elle tire de la vitesse de son mouvement, la force de compression qui la pousse vers le soleil ». « Cette compression ou cette espece de pesanteur » (compression extérieure) et la force centrifuge s'égalent « car toutes les parties de l'Univers sont en équilibre ou tendent à s'y mettre ; par ce principe général de la physique, que tout corps moins pressé d'un côté que d'un autre, se meut jusqu'à ce qu'il le soit également de tous côtez »³¹.

Cet équilibre va trouver son expression mathématique à travers la 3^{ème} loi de Kepler ; celle-ci attestera de l'équilibre de l'univers et cet équilibre fondera rationnellement la loi empirique.

Malebranche procède à une division de la matière subtile en couches sphériques concentriques autour du soleil. Ces couches sont entre elles comme le carré de leur diamètre (il faut les supposer d'égale épaisseur). Par « le principe général des mécaniques, ou

³⁰ *Ibid.*, p. 279.

³¹ *Ibid.*, p. 280.

cette notion commune, qu'il n'y a d'équilibre que lors que les forces contraires sont égales », il suit, afin que les couches « supérieures & inférieures soient en équilibre & portent également [...] la pesanteur ou le poids de leur compression vers le soleil » que « leurs circonférences soient en raison réciproque des quarrés de leurs vitesses », soit $v^2 \cdot d = \text{cte}$ avec d le diamètre d'une couche. En effet, avec C la surface d'une couche, « afin que la couche Sphérique inferieure [...] soit en équilibre avec la Supérieure [...] ou porte également le poids de la compression du tourbillon, il est nécessaire par le principe général des mécaniques, que leurs forces centrifuges soient avec elles en raison réciproque »³², ce qui revient à utiliser la loi du levier. On aura alors $C_1 F_{C1} = C_2 F_{C2}$ avec $F_C = v^2/d$; puisque $C_1/C_2 = d_1^2/d_2^2$ on obtient le rapport souhaité : $F_{C1}/F_{C2} = d_2^2/d_1^2$; $v_1^2 \cdot d_2/v_2^2 \cdot d_1 = d_2^2/d_1^2$, $v_1^2/v_2^2 = d_2/d_1$.

En prenant $v=d/t$, t temps de révolution de la couche, on tombe sur $d_2^3/d_1^3 = t_1^2/t_2^2$, autrement sur la troisième loi de Kepler. D'où la conclusion que « la raison s'accorde en cecy avec l'expérience, parce que toute la matière céleste est dans un parfait équilibre, ou tend à s'y mettre »³³. Ou encore, « les observations astronomiques s'accordent parfaitement avec ce qu'on vient de prouver par la raison. Car si dans la proportion que donne les observations, on met au lieu des temps leurs valeurs, c'est à dire, les révolutions des planetes divisées par leurs vîtesses ; on trouvera la même propotion que celle qui est nécessaire selon, pour conserver l'équilibre dans les couches de la matière subtile »³⁴. Le raisonnement permet à partir d'une hypothèse d'équilibre de retrouver la loi de Kepler ; les observations donnant cette loi conduisent à la thèse d'un équilibre universel. Cette loi empirique provient d'observations du mouvement de planètes ; pour Malebranche elle s'applique aux couches de fluides qui transportent les planètes : « il est évident que les corps qui sont enveloppez dans un fluide plein, ou qui remplit tout un espace, & qui nagent dans ce fluide, de quelque nature qu'il soit, doivent en revoir l'impression, & aller même aussi vîte que le fluide ». Autrement dit, le découpage du fluide en couches concentriques et l'équilibre sont des moyens pour répondre aux critiques newtoniennes d'impossibilité pour un système tourbillonnaire de respecter la 3^{ème} loi de Kepler³⁵.

³² *Ibid.*, pp. 286-287.

³³ *Ibid.*, p. 287.

³⁴ *Ibid.*, p. 282.

³⁵ En réalité, les trajectoires des planètes sont elliptiques. Dans sa révolution, une planète change de couches. Passant dans une couche plus proche du soleil (donc d'une zone de moins grande vitesse à une autre de plus grande vitesse), elle met un certain temps avant d'acquérir la vitesse du fluide qui l'entoure et circule plus lentement ; raisonnement inverse pour le passage d'une couche proche à une plus éloignée. Cette compensation

Ainsi, lorsque les couches inférieures portent le poids de la compression par leur force centrifuge, « il est nécessaire pour conserver l'équilibre, que la règle de Képler soit exactement observée. Cela est évident par la raison, & certain par les observations astronomiques »³⁶. Cette règle jusqu'alors empirique devient rationnellement justifiée par un raisonnement sur l'équilibre des couches. Son domaine d'application reste cependant limité. En effet, la pesanteur au niveau du sol d'une planète provient de la réaction des petits tourbillons, qualifiés de « petits ressorts bandez », résultant de la compression extérieure ; cette réaction s'amenuise à mesure qu'on s'éloigne du centre à cause de sa diffusion à un nombre toujours croissant de petits tourbillons ; au niveau du centre, cette réaction permet de soutenir la compression extérieure, mais quand on s'en éloigne, Malebranche ne fait intervenir que la circulation des couches de matière. Autrement dit, la pesanteur au niveau du sol ne s'explique pas de la même manière que la pesanteur des planètes.

L'équilibre dans un grand tourbillon se réalise couche par couche. Proche du centre d'une planète, les petits tourbillons soutiennent les couches supérieures ; loin du centre, c'est le mouvement de circulation des couches et les forces centrifuges qui en résulte qui interviennent. Au niveau de la Terre, en supposant la pesanteur provoquée par la force centrifuge de la couche immédiatement contiguë sa vitesse serait 16 à 17 fois celle de l'équateur³⁷. Suivant Malebranche, « la réaction qui résulte de la compression au centre immobile, concourt seize fois autant que la force centrifuge de cette couche, pour soutenir le poids des couches supérieures et conserver l'équilibre ; & c'est ce concours & cette réaction qui est la cause de la vraie pesanteur des corps grossiers »³⁸ ; le domaine d'application des lois de Kepler reste confiné au niveau des mouvements des planètes mais ne concerne pas les mouvements dans leurs atmosphères.

est nécessaire afin que la planète se retrouve dans sa couche de départ, et afin donc que son temps de révolution soit celui de cette couche. Voir sur ceci les commentaires de P. Costabel dans OCM III, p. 406.

³⁶ OCM III, p. 283.

³⁷ Valeurs établies par C. Huygens dans son *Discours de la pesanteur*, joint au *Traité de la Lumière* de 1690, voir OCM III note 193 pp. 378-379.

³⁸ *Ibid.*, pp. 283-284.

Lois et action-réaction

Un principe général et des méthodes sont mobilisés dans cet Eclaircissement XVI :

A-Concernant l'équilibre Malebranche précise que toutes les parties de l'univers y sont ou tendent à s'y mettre « par ce principe général de la physique, que tout corps moins pressé d'un côté que d'un autre, se meut jusqu'à ce qu'il le soit également de tous côtes »³⁹ : ceci définit la droite ; la finalité d'un mouvement dans ce plein semble être l'équilibre et non pas un mouvement perdurant à l'infini. Tout corps va « du côté vers lequel il est le moins poussé »⁴⁰. La résistance de force centrifuge à la compression externe permet de penser l'équilibre de l'univers : « la vraie pesanteur des Planetes & des couches sphériques, celle qui les pousse vers le centre du tourbillon, celle qui les contraint de circuler, celle enfin à laquelle elles résistent par la force centrifuge qui naît de leur vitesse, ne vient point du centre du tourbillon mais de la compression extérieure »⁴¹ ;

B-« Un corps ne peut être mû que par celui qui le touche immédiatement »⁴² (« loi naturelle ») soit, dit autrement, seul le contact fournit la mobilité ou, du moins, la mise en mouvement. « Il est évident qu'un corps n'est mû que parce qu'il est poussé, & qu'il ne peut l'être que par celui qui le touche immédiatement »⁴³ ;

C-le repos n'a point de force, seul le mouvement en confère à un corps « on ne conçoit point dans les corps d'autres force que leur mouvement »⁴⁴ ;

D-utilisation du « principe général des mécaniques » (loi du levier) ;

E-égalité action-réaction.

L'égalité entre l'action et la réaction

Elle intervient dans l'étude des collisions élastiques, dans l'explication de la pesanteur terrestre et de la gravitation, dans la propagation de la lumière.

³⁹ *Ibid.*, p. 280.

⁴⁰ *Ibid.*, p. 270.

⁴¹ *Ibid.*, p. 283.

⁴² *Ibid.*, pp. 276-277.

⁴³ *Ibid.*, p. 270.

⁴⁴ *Ibid.*, p. 274.

Un petit tourbillon comprimé peut communiquer l'impression reçue aux autres et « la réaction qui comme l'action se communique d'abord en ligne droite, est icy nécessairement égale à l'action, par cette raison essentielle à l'effet dont il est question, que notre tourbillon est comme infiniment comprimé, & que par conséquent il ne peut y avoir de vuide »⁴⁵. Au niveau du sol d'une planète, l'« action » d'un petit tourbillon contre ce sol « retombera sur lui toute entière » ; un autre tourbillon immédiatement au-dessus du premier « sera encore plus repoussé du centre » que celui-ci, à cause de son action qui retombe sur lui-même et de la réaction du premier ; ces augmentations diminuent cependant en s'éloignant du centre car elles se partagent à un grand nombre de tourbillons. Cette pensée de l'égalité entre action et réaction est fortement induite par des considérations systémiques ; elle dépend de l'élasticité universelle et du plein de l'univers. Pour le cas de la lumière, si cette égalité n'existait pas, la propagation des couleurs et de la lumière ne serait pas assurée. Il nous semble à nouveau que cette élasticité généralisée détermine cette loi ; celle-là permet de penser la restitution d'un mouvement à hauteur de ce que le corps le restituant a été comprimé. Sauf erreur, on ne trouve pas dans le corpus malebranchiste d'énoncé de cette loi dans des exemples concernant des corps durs sans ressort.

Mouvement rectiligne

A cause de cette compression *essentielle*, la ligne droite n'est perçue à travers l'idée d'un différentiel de pression : « tout corps va du côté vers lequel il est le moins pressé » (le « principe général de physique ») ou « tout corps moins pressé d'un côté que d'un autre, se meut jusqu'à ce qu'il le soit également de tous côtés »⁴⁶. Selon A. Robinet, ce principe « supplante entièrement l'appel au mouvement en ligne droite »⁴⁷ ; « la ligne directe est maintenant nécessitée par la force de la compression qui n'en autorise pas d'autre » ; « la ligne droite [est] le résultat d'un mouvement impossible autrement, et non plus l'élément géométrique décisif qu'il allait falloir modifier en son cours pour expliquer la formation de l'Univers »⁴⁸.

Cependant, comment comprendre l'existence même d'une force centrifuge ? D'où provient une force centrifuge, pourquoi un mouvement circulaire provoque une force ?

⁴⁵ *Ibid.*, p. 264.

⁴⁶ *Ibid.*, respectivement pp. 270 et 280.

⁴⁷ A. Robinet, *Malebranche de l'Académie des Sciences, op. cit.*, p. 209.

⁴⁸ *Ibid.*, pp. 209-210.

Nous avons rencontré chez Descartes un effort pour « s'éloigner du centre » qui venait en réaction à l'empêchement d'un mouvement rectiligne. La force centrifuge chez Malebranche a aussi fonction de résistance : « la vraie pesanteur des Planetes & des couches sphériques, celle qui les pousse vers le centre du tourbillon, celle qui les contraint de circuler, celle enfin à laquelle elles résistent par la force centrifuge qui naît de leur vitesse, ne vient point du centre du tourbillon mais de la compression extérieure »⁴⁹. Dans ces conditions, peut-on vraiment affirmer que la droite est le support de forces antagonistes, et seulement ceci, et non une donnée dont l'empêchement ne viendrait que d'une force ?

On peut remarquer que la démonstration de la quantification de la force centrifuge passe par la mention d'un « effort » radial survenant par l'empêchement d'un mouvement tangentiel : un corps attaché à un fil en rotation « fait effort contre le fil, à cause qu'il tend à s'échapper selon la tangente AT. On en convient en Physique, & l'on appelle cette effort : *Force centrifuge* »⁵⁰.

Le choc semble définir la force dans ce surgissement qu'est la collision ; l'empêchement de l'état inertiel lui donne son existence. Malebranche écrit encore en 1711, date de la 4^{ème} édition des *Entretiens sur la métaphysique et sur la religion* que Dieu « a voulu, & veut encore maintenant que tout corps mû se meuve, ou tende à se mouvoir en ligne droite ; & qu'à la rencontre des autres corps, il ne s'éloigne de la ligne droite le moins qu'il est possible. Que tout corps se transporte du côté vers lequel il est poussé : et s'il est poussé en même temps par deux mouvemens contraires, que le plus grand mouvement l'emporte sur le plus faible »⁵¹. Il est clair que la genèse du système du monde cartésien diffère de celle de Malebranche ; Malebranche prend soin de préciser à partir de la 5^{ème} édition de RDV que son « dessein », dans l' « abrégé » de physique cartésienne qu'il donne, « n'est icy que de donner quelque idée du système de M. Descartes »⁵². Descartes construit les tourbillons à partir des empêchement du mouvement rectiligne ; Malebranche recourt au plein, à la fluidité, à la compression infinie, aux parties de la matière subtile qui « se résistant réciproquement par leurs mouvemens divers & particuliers, il est nécessaire qu'elles se divisent sans cesse, & forment de petits tourbillons, & dans ceux-ci encore d'autres encore

⁴⁹ OCM III, Eclaircissement XVI, p. 283.

⁵⁰ OCM III, Addition à l'Eclaircissement XVI, p. 349. (6^{ème} édition seulement).

⁵¹ OCM XII, p. 243.

⁵² Voir RDV, OCM III, VI, II, IV, p. 327.

plus petits » et d'autres moins durables dans les intervalles⁵³. Malgré tout on pourrait demander quels sont « ces mouvemens divers & particuliers », et cette dernière citation mise en parallèle avec le mouvement ou la tendance rectiligne énoncée ci-dessus dans les *Entretiens* pourrait conduire à conclure qu'il s'agit de mouvements rectilignes.

A partir de la révision des règles du choc, le mouvement rectiligne, celui du centre de gravité d'un système, garde toujours une importance considérable en tant qu'il « porte [...] le caractère des attributs divins » : selon cette proposition prise dans « son sens vrai » (à l'opposé du principe de conservation cartésien) que « Dieu conserve toujours dans l'Univers une égale quantité de mouvement [...] le mouvement de tous les corps en general est toujours le même ; tout demeure, pour ainsi dire, dans un parfait et immuable équilibre. Il est clair que Dieu agit toujours de la même manière ; avec uniformité, une parfaite simplicité puisqu'il observe sans cesse cette loi dans les chocs infinis des corps, que leur centre de pesanteur demeure en repos, ou se meuve toujours nonobstant le choc avec la même vitesse ; & par conséquent qu'il y ait dans toutes les parties de l'Univers prises ensemble le même mouvement ou la même force, nonobstant les mouvemens variables de corps particuliers nécessaires pour perfectionner l'Univers, et pour exprimer la sagesse et les autres attributs du Créateur »⁵⁴.

⁵³ OCM III, Eclaircissement XVI, p. 271.

⁵⁴ *Des loix, op. cit.*, p. 75 (5^{ème} et 6^{ème} éditions).

Le principe statique cartésien

C'est dans une lettre adressée à Constantin Huygens que Descartes énonce le principe fondateur de toute sa statique. Est joint à cette correspondance un véritable petit traité (« Explication des engins par l'ayde desquels on peut avec une petite force lever un fardeau fort pesant »), où il développe une utilisation systématique du nouveau principe au cas des cinq « machines simples ». Ce dernier se formule comme suit : « l'invention de tous ces engins n'est fondée que sur un seul principe, qui est que la mesme force qui peut lever un poids, par exemple de cent livres a la hauteur de deux pieds, en peut aussy lever un de 200 liures, a la hauteur d'un pied, ou un de 400 a la hauteur d'un demi pied, & ainsy des autres, si tant est qu'elle luy soit appliquée » (Lettre à Constantin Huygens, 5 octobre 1637, AT I, p. 435-436).

Le principe se voit subordonné à une maxime plus générale : « l'effet doit estre tousiours proportionné a l'action qui est necessaire pour le produire ». Cette explication causale relie donc un effet, « l'élévation d'un certain poids à une certaine hauteur », à « l'action nécessaire pour produire ce déplacement ». La mathématisation renvoie à une proportion, quatre termes intervenant dans le discours qui établit deux relations équivalentes comme le précisera l'expression « c'est le mesme ». « Force » et « action » apparaissent synonymes ; la vitesse et le temps deux dimensions exclues de la quantification de l'effet. Ce dernier devient mesure de « l'action », dont l'application à d'autres poids donne une même « quantité d'effet » : « s'il est nécessaire d'employer l'action par laquelle on peut lever un poids de 100 liures a la hauteur de deux pieds, pour en lever un a la hauteur d'un pied seulement, cetuy cy doit peser 200 liures. Car c'est le mesme de lever 100 liures a la hauteur d'un pied, & derechef encore cent a la hauteur d'un pied, que d'en lever deux cent a la hauteur d'un pied, & le mesme aussy que d'en lever cent a la hauteur de deux pieds ».

Par la suite, dans sa correspondance, Descartes reviendra souvent sur ce principe, en particulier à cause de l'incompréhension de son correspondant Mersenne concernant cette « force » cartésienne. Il semble falloir attendre presque une année après le premier énoncé du principe pour les choses se clarifient dans l'esprit du Père minime : « Vous

avez enfin entendu le mot force au sens que je le prens, quand je dis qu'il faut autant de force, pour lever un poids de cent liures à la hauteur d'un pied, qu'un de cinquante à la hauteur de deux pieds, c'est à dire qu'il faut autant d'action ou autant d'effort. Je veux croire que je ne m'estois pas cy-devant assez expliqué, puis que vous ne m'aviez pas entendu ; mais j'estois si éloigné de penser à la puissance qu'on nomme la force d'un homme, lors qu'on dit : un tel à plus de force qu'un tel, &c., que je ne pouvois aucunement me douter qu'on dût prendre le mot de force en ce sens-là. Et lors qu'on dit qu'il faut employer moins de force à un effet qu'à un autre, ce n'est pas à dire qu'il faille avoir moins de puissance : car encore qu'on en auroit davantage, elle n'y nuit point ; mais seulement qu'il y faut moins d'action. Et je ne considerois point, en cet écrit, la puissance qu'on nomme la force d'un homme, mais seulement l'action qu'on nomme par laquelle un poids peut estre levé, soit que cette action vienne d'un homme, ou d'un ressort, ou d'un autre poids, &c. Or il n'y a point, ce me semble, d'autre moyen de connoistre à priori la quantité de cet effet, c'est à dire combien & quel poids peut estre levé avec telle ou telle machine, que de mesurer la quantité de l'action qui cause cet effet, c'est à dire de la force qui doit y estre employée » (Descartes à Mersenne, 15 novembre 1638, AT II, pp. 432-433).

Entre temps, Descartes aura précisé qu'« il suit evidenment de cecy [du principe] que la pesanteur relative de chaque cors, ou ce qui est le mesme la force qu'il faut employer pour le soutenir & empescher qu'il ne descende, lors qu'il est en certaine position, se doit mesurer par le commencement du mouuement que devoit faire la puissance qui le soustient, tant pour le baisser que pour le suivre s'il s'abaissoit. En sorte que la proportion qui est entre la ligne droite que descriroit ce mouuement, & celle qui marqueroit de combien ce cors s'approcheroit cependant du centre de la terre, est la mesme qui est entre sa pesanteur absolue & la relative » (Descartes à Mersenne, 13 juillet 1638, AT II, p. 228). Dans la même lettre, Descartes insiste sur ce « commencement » de mouvement : « Notez que je dis *commencer a descendre*, non pas simplement *descendre*, a cause que ce n'est qu'au commencement de cette descente a laquelle il faut prendre garde » ; aussi remplace-t-il la surface plate d'un plan incliné par « une sphérique, ou courbée en quelque autre façon ». Avec ce mouvement à l'état naissant, l'énoncé cartésien devient celui du principe des travaux virtuels, limité toutefois aux seules forces de pesanteur (les déplacements en question ne sont que verticaux). Puis, « l'action » aura reçu l'appellation de « force » avec un supplément de précision concernant ses dimensions : elle « a touiours deux dimensions », contrairement à « celle qui sert en chasque point pour le soutenir [le poids], laquelle n'en a jamais qu'une

dimension » ; ces deux « forces different autant l'une de l'autre *qu'une superficie differe d'une ligne* » (Descartes à Mersenne, 12 septembre 1638, AT II).

Enfin, Descartes refuse d'admettre temps et vitesses dans l'évaluation de cette « action », contrairement à la pratique de Galilée. Ainsi, sur un levier dont un bras est double de l'autre, « ce n'est point la difference de la vitesse qui fait que ces poids doivent estre l'un double de l'autre, mais la difference de l'espace, comme il paroist de ce que, pour lever, par exemple, le poids F avec la main jusqu'à G, il n'y faut point employer une force qui soit justement double de celle qu'on y aura employée le premier coup, si on le veut lever deux fois plus viste ; mais il y en faut employer une qui soit plus ou moins grande que la double, selon la diverse proportion que peut avoir cette vitesse avec les causes qui luy resistant » (Descartes à Mersenne, 12 septembre 1638, AT II).

Face à l'impossibilité d'évaluer la relation entre force et vitesse, Descartes oppose la « justesse » géométrique de son raisonnement dont l'avantage consisterait dans la possibilité qu'il offre d'éviter toute considération systémique : « et si i'ay tesmoigné tant soit peu d'adresse en quelque partie de ce petit escrit de statique, ie veux bien qu'on sçache que c'est plus en cela seul qu'en tout le reste[la considération de la distance]. Car il est impossible de rien dire de bon & de solide touchant la vitesse, sans avoir expliqué au vray ca que c'est que la pesanteur, & ensemble tout le systeme du monde. Or a cause que je ne le voulois pas entreprendre, i'ay trouvé moyen d'omettre cete consideration, & d'en separer tellement les autres que je les puisse expliquer sans elle. Car encore qu'il n'y ait aucun mouvement qui n'ait quelque vitesse, toutefois il n'y a que les augmentations ou diminutions de cete vitesse qui sont considerables, & lorsque, parlant du mouvement d'un cors, on suppose qu'il se fait selon la vitesse qui luy est la plus naturelle, c'est le mesme que si on la consideroit point du tout » (Descartes à Mersenne, 12 septembre 1638, AT II).

Parallélogramme des forces : démonstrations de Varignon et Traubaud

Varignon [1725]

« Lemme I

Pour préparer l'imagination aux mouvemens composez, concevons le point A sans pesanteur uniformément mû vers B le long de la droite AB, pendant que cette ligne se meut aussi uniformément vers CD le long de AC, en demeurant toujours parallele à elle-même, c'est-à-dire, faisant l'angle toujours le même quelconque avec cette ligne immobile AC : de ces deux mouvemens commencez en même tems, soit la vîtesse du premier à la vîtesse du second, comme les côtez AB, AC, du parallelogramme ABCD, le long desquels ils se font. Quel que soit le parallélogramme ABCD, je dis que par le concours des deux forces productrices de ces deux mouvemens dans le mobile A, ce point parcourra la diagonale AD de ce parallelogramme, pendant le tems que chacune d'elle lui en auroit fait paarcourir seule chacun des côtez AB, AC correspondans.

Demonstration

Puisque (hyp.) la vîtesse du point mobile A vers B le long de la droite mobile AB, est à la vîtesse qu'il a avec elle vers CD :: AB. AC :: CD. AC (par un point quelconque G de AD soit une parallele KH à CD, laquelle rencontre AC, BD, en K, H,) :: KG. AK. L'ax. 7 fait voir qu'à l'instant que la ligne AB aura parcouru AK, & sera arrivée en KH, le point mobile A aura parcouru sur elle sa partie KG, & sera ainsi pour lors en G sur la diagonale AD du parallelogramme BC : lequel point G ayant été pris indéterminement sur cette diagonale AD, fait voir quand quelque point que la ligne mobile AB coupe la diagonale, le point mobile A y sera toujours ; & consequemment qu'il sera sur elle en D avec le point B de cette ligne mobile AB, lorsqu'elle sera en CD. Donc pour le concours de deux forces productrices des deux mouvemens supposez à ce point mobile A le long de AB & de AC, il parcourra la diagonale AD du parallelogramme ABCD pendant le tems que chacune d'elles lui en auroit fait paarcourir seule chacun des côtez AB, AC, correpondans »¹

¹ Varignon[1725], *op. cit.*, pp. 13-14.

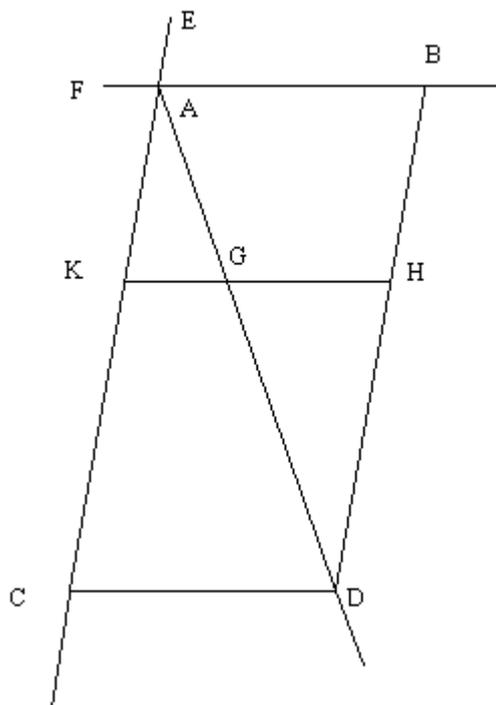
« Lemme II

Si le point A sans pesanteur est poussé par deux forces ou puissances E, F, toutes employées sur lui, suivant les lignes AC, AB, qui fassent entr'elles quelque angle CAB que ce soit, & que la force ou la puissance E suivant AC, soit à la force ou puissance F suivant AB, comme AC est à AB. Ce point A par le concours de ces deux forces E, F, sans le secours d'aucune ligne mobile, parcourra la diagonale AD du parallélogramme ABCD dans le même tems qu'elles lui auroient fait parcourir séparément les côtez AC, AB, qu'on leur suppose proportionnels.

Démonstration

Deux corps mûs ensemble sans s'aider ni se nuire, comme lorsqu'ils le font d'égales vîteses en même sens, chacun par une force particuliere, l'étant chacun comme s'il se mouvoit seul de la force ou vîtesse qui lui est propre ; il est manifeste que le point A poussé suivant AC vers C par la puissance E, l'est de même que si la ligne AB l'étoit en même tems par quelqu'autre cause qui la mût parallèlement à elle-même suivant AC vers CD, d'une vîtesse égale à celle que la puissance E donneroit seule de A vers C à ce point A ; & qu'alors ce point sans être emporté par cette ligne mobile AB, seroit toujours sur elle ainsi mûe, comme si elle l'emportoit effectivement sur elle, pendant que la force ou la puissance F la meuvroit le long de cette même ligne AB, ainsi que dans le Lem. I. Donc ce point mobile A poussé tout à la fois par les deux puissances E, F, suivant AC, AB, doit se mouvoir de même que si dans le tems que la force F le meut de A vers B le long de la ligne AB, il étoit emporté par cette ligne mûe parallèlement à elle-même le long de AC vers CD, d'une vîtesse égale à celle que la puissance E donneroit seule à ce point A vers C ; c'est-à-dire, (ax. 6.) d'une vîtesse qui fut à celle que ce point auroit le long de la ligne AB :: E. F (hyp.) :: AC. AB. Or le Lem. I. fait voir que le point A ainsi mû de A vers B le long de la ligne AB, pendant qu'elle l'emporterait ainsi vers CD, parcourroit la diagonale AD du parallelogramme BC pendant le même tems que chacune des forces E, F, productrices de ce qu'il a de mouvement en ces deux sens, lui en feroit seules parcourir chacun des côtez AC, AB, correspondans. Donc sans le mouvement de la ligne AB, supposé seulement pour aider l'imagination, le point mobile A sans pesanteur, poussé tout à la fois suivant les lignes AC, AB, par les deux puissances E, F, supposées en raison de ces deux lignes, & employées (hyp.) toutes entieres à le mouvoir en ces deux sens, parcourra la diagonale AD, du parallelogramme ABCD dans le même tems que chacune de

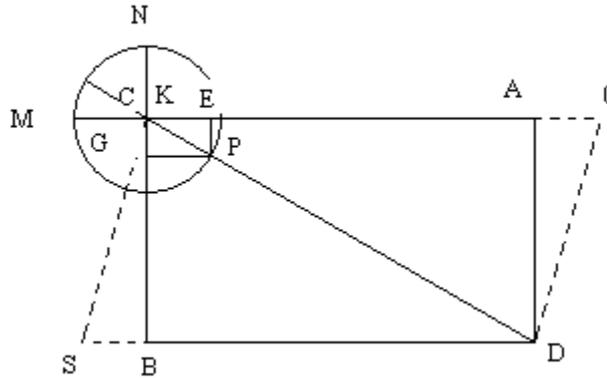
ces deux puissances E, F, lui en feroit seule parcourir chacun des côtez AC, AB correspondans »².



Trabaud [1741]

« 154. Supposant encore que le corps K ou le centre C suit la direction moyenne CD ; si de quelque point D de cette direction on mene DA, DB paralleles aux directions CA, CB pour former le parallelogramme AB ; je dis que les puissances M, N, ou les efforts qu'elles font sur le corps K, sont dans la raisons des côtez CA, CB.

² *Ibid.*, pp. 14-16.



Demonstration. Supposons que dans l'instant que les puissances sont appliquées au corps, il parcourt la partie indefiniment petite CP ; il faut du point P mener PG, PE paralleles aux côtes CA, CB.

Si la puissance M avoit agi seule tandis que par le concours des deux, le corps est allé de C en P, il seroit allé à quelque point de la direction CA ; donc puisqu'il est arrivé au point P, il faut que la puissance N l'ait éloigné de la direction CA ; mais la puissance N pour déterminer le corps à se trouver en P, a agi parallelement à la direction CB, c'est-à-dire, que le centre du corps étant en P, la direction de la puissance étoit EP ; donc elle a agi avec le même effort que si elle avoit fait venir le mobile de E en P, & qu'elle lui eût fait parcourir EP. De même si la puissance N avoit agi seule tandis que le centre du mobile est allé de C en P, il seroit allé à quelque point de la direction CB : donc puisqu'il est allé en P, il faut que la puissance M l'ait éloigné de cette direction ; mais pour cet effet la puissance M a agi parallelement à CA, en sorte que le corps étant en P sa direction étoit GP ; donc la puissance M a agi avec le même effort que si elle avoit fait venir le mobile de G en P, & qu'elle lui eut fait parcourir GP ; donc les efforts que les puissances M & N ont fait dans l'instant que le mobile est allé de C en P, sont exprimés par GP, EP, ou par CE, EP. Or à cause des triangles semblables CEP, CAD, l'on a $CE. EP :: CA. AD$ ou CB, c'est-à-dire, que les efforts des puissances M, N sont dans la raison des côtes du parallelogramme AB formé sur leurs directions.

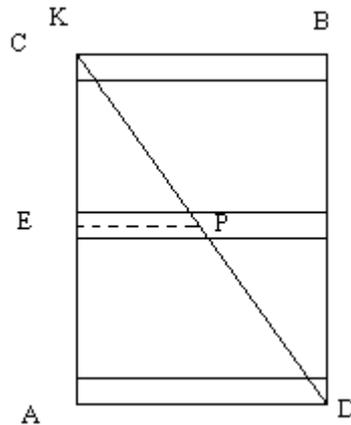
155. Corollaire. Puisque l'effort qui resulte de l'action conjointe des puissances, est exprimé par CP, il s'ensuit que cet effort est à ceux des puissances M & N, comme la diagonale CD est aux côtes CA, CB, ce qui est encore évident par les triangles semblables CPE, CDA. D'où il suit que si le corps K étoit poussé séparément par chacune des

trois forces exprimées par CP, GP, EP, il parcourroit en des tems égaux les côtez CD, CA, CB, du parallelogramme AB.

156. *Si les puissances M, N sont entr'elles comme les côtez CA, CB du parallelogramme AB formé sur leurs directions, elles feront décrire par leur action conjointe au corps K la diagonale CD dans le tems que chacune lui feroit parcourir le côté qui est sur sa direction.*

Demonstration. Si l'on prétend que cela ne doit pas arriver, on peut supposer deux puissances différentes de M & N, qui agissant à la fois sur le corps suivant les directions CA, CB, lui fassent décrire la diagonale CD dans le tems que les puissances M, N lui feroient parcourir séparément les côtez CA, CB, ce qui est toujours possible ; car il ne s'agit que d'augmenter ou diminuer les forces supposées autant qu'il est nécessaire pour l'effet que l'on demande ; or ces puissances feroient parcourir les côtez CA, CB séparément dans un tems égal à celui pendant lequel par leur action conjointe, elles font parcourir la diagonale CD (155), c'est-à-dire, qu'elles feroient parcourir les côtez CA, CB, dans le même-tems que les puissances M & N ; donc les puissances supposées ne diffèrent point des puissances M, N ; donc ces dernières puissances doivent faire parcourir la diagonale CD dans le même-tems que les puissances supposées, c'est-à-dire, dans le tems qu'elles feroient décrire séparément les côtez CA, CB.

157. On peut donner une preuve sensible de cette proposition, & faire voir que si le corps K reçoit à la fois deux impulsions suivant les côtez d'un parallelogramme, il en décrira la diagonale en même-tems que les impulsions lui en feroient décrire les côtez, si chacune avoit lieu séparément.



Il faut concevoir le corps K posé sur la règle CB, & que deux puissances poussent, l'une le corps suivant la règle CB, & l'autre la règle CB, & que les impulsions sont telles que le mobile parcoure la règle, tandis que la règle étant mue parallèlement à elle-même, parcourra le côté CA du parallélogramme AB. Il faut faire voir que pendant le mouvement de la règle, le corps K sera sur la diagonale CD sans jamais la quitter. Supposons que la règle est arrivée au point E du côté CA, elle coupera la diagonale CD au point P, & l'on aura les deux triangles semblables CEP, CAD qui donnent $CA. AD :: CE. EP$. Or CA & AD sont dans la raison des vitesses ; donc CE, EP sont aussi comme les vitesses supposées ; donc tandis que la règle aura parcouru CE, le mobile aura parcouru la règle EP, & par conséquent il sera sur la diagonale CD. On démontrera de même que quelque autre partie de CA que la règle décrive, le mobile sera continuellement sur la diagonale. Donc l'impulsion de la règle, & celle qui est propre au corps K, lui font décrire la diagonale CD dans le tems qu'elle lui feroient décrire séparément les côtez CA, CB »³.

³ Trabaud, *op. cit.*, pp. 60-62.

Des « éléments » de mécanique : les manuels de Privat de Molières et Trabaud

Les *Leçons de Phisique* de Privat de Molières portent le sous titre *contenant les Elémens de la Phisique, déterminés par les seules Loix des Mécaniques. Expliquées au Collee Royal de France*. Molières ajoute dans la seconde édition de 1740 que « comme les Leçons, presqu'aussitôt qu'elles ont parû [celles de la première édition de 1734], ont été favorablement reçuës dans l'Université de Paris, & dans presque toutes les Ecoles du Royaume, je me suis efforcé dans la seconde Edition de leur donner toute la perfection dont j'ai cru qu'elles devoient être susceptibles »¹. Dans l'« Epître dédicatoire » au Chancelier, Molières écrit que son « dessein est de fixer, s'il est possible, les principes d'une science où presque tout semble encore être incertain, & de donner ainsi des élémens à la Phisique »².

Dans les « Remarques generales sur le Titre de ces Leçons », on peut lire :

« Il regne encore une si grande diversité d'opinions parmi les plus sçavans & les plus célèbres Philosophes de nos jours sur les principes de la Phisique, qu'on diroit que cette science si belle, si curieuse & si utile, n'est destinée qu'à être éternellement le jouët de l'esprit humain »³.

« Je me propose de donner dans ces Leçons les Elemens de la Phisique, comme Euclides a donné ceux de la Géométrie ; de les démontrer de la même façon, en déduisant mes Propositions les unes des autres, selon les Regles de la Méthode dont les Géometres se servent ; & par ce moyen de fixer pour toujours le nombre & la qualité des principes de la Phisique ; sans quoi il est évident qu'on ne peut jamais faire un solide progrès dans cette

¹ A l'appui de ces prétentions, l'ouvrage contient deux pages d'« approbations » de « professeurs dans l'Université de Paris » : l'abbé Tandeau, professeur de théologie en Sorbonne, de Le Grontec et Tingry, professeurs de philosophie au Collège du Plessis, de Duranthon, professeur de philosophie au Collège des Graffins, de de Sauzet, professeur de philosophie au College de Navarre, de Turquet, professeur de philosophie au Collège de Lizieux, de Hooke professeur de philosophie en Sorbonne.

² « Epître dédicatoire », tome I, pp. iv-v.

³ « Remarques générales », tome I, p. ix.

Science, dont le but principal est de ramener autant qu'il est possible tous les effets à une même cause, & de les ranger, pour ainsi dire, selon l'ordre de leur génération »⁴.

« Si l'on trouve étrange que dans ces Leçons je m'attache avec trop de soin à détailler des points qu'aucun Sçavant n'ignore aujourd'hui, je prie le Lecteur de considerer que ces Leçons n'ont été composées que pour instruire les Commençans, & que d'ailleurs il ne suffit pas pour former des Elemens, que des propositions soient connuës, mais qu'il faut outre cela montrer évidemment la liaison qu'elles ont entr'elles »⁵.

Pour sa part, Trabaud écrit que son « premier dessein étoit d'abord de ne travailler que pour les Ecoliers qui font leur Physique dans les Colleges, & de me borner aux seules matieres de Mécanique que MM. les Professeurs expliquent de vive voix, ou dans les écrits qu'ils dictent ; mais je fis réflexion que la brieveté du tems obligent les Maîtres de resserrer les matieres, d'en traiter plusieurs sommairement, & de laisser à leurs Disciples le soin de les étendre par leurs Méditations particulieres, ou en y joignant la lecture de quelque livre : je crus donc qu'il étoit à propos de donner premierement à cet Ecrit une étendue proportionnée aux divers besoins, & telle à peu- près que des élémens doivent avoir ; & que si les Maîtres qui sont préposez pour l'instruction de la jeunesse, jugeoit ensuite qu'un abrégé dût être utile, il y auroit plus de faciliter à l'exécuter, parce que je saurois à portée de profiter des observations qu'ils auroient eu le tems de faire sur l'Ouvrage entier [...] Le but que je me propose n'est pas de traiter les matiere à fond, ni de dire tout, mais d'assembler des véritez qui soient comme fondamentales, d'établir des principes, de les déduire avec clarté, & de les mettre dans un ordre qui soit à la portée des Commençans »⁶

Plan du livre de Trabaud

Livre premier.

Du mouvement en tant qu'il convient à tous les Corps

Chapitre premier.

De la vitesse et de la quantité de mouvement

De la vitesse

De la vitesse respective de deux corps

⁴ *Ibid.*, pp. xj-xij.

⁵ *Ibid.*, pp. xxiiij-xxiv.

⁶ « Préface », pp. vj-vij.

Des mouvemens apparens

De la quantité de mouvement

Chapitre second.

Des forces qui meuvent les corps

Du mouvement produit par une seule puissance

De la force accélératrice

Remarque sur les forces vives et les forces mortes

Réflexions sur les forces des corps en mouvement, & sur la maniere de les comparer

Du mouvement en tant qu'il est produit par plusieurs forces

Du mouvement en ligne droite, composé de plusieurs forces

De la décomposition des forces & des mouvemens

De la maniere dont l'équilibre se forme, déduite de la composition & de la décomposition des forces

Des mouvemens composez en ligne courbe, & des forces centrales

Du mouvement d'un corps qui décrit un polygone régulier d'un nombre fini de côtes, & de la force centrale dans le cercle

Du mouvement d'un corps qui décrit un polygone irrégulier, & de la force centrale dans l'ellipse

Livre second

Du mouvement des corps pesans

Chapitre premier

Des propriétés les plus générales des corps pesans

De la direction des corps pesans

Du centre de gravité

Des rapports des poids de différente maniere

Chapitre second

Du mouvement des corps jettez suivant la direction verticale ou perpendiculaire à l'horizon

Chapitre troisième

Du mouvement des corps jettez suivant les directions inclinées à l'horizon

De la ligne courbe que les corps jettez décrivent

Des propriétés et circonstances des jets obliques

De la force du jet et des changemens qui arrivent à cette force

De l'Etendue du jet
De la hauteur du jet
Du tems et de la durée des jets
Du lieu des corps pendant le mouvement
Des jets qui sont faits par des forces differentes

Application des principes précédens à la résolution des questions ou problèmes qu'on propose ordinairement sur les jets

Chapitre quatrième

Des corps pesans mus sur des plans inclinez d'un mouvement accéléré ou retardé par la pesanteur

Des corps pesans en tant que mus sur un seul plan incliné
Du mouvement des corps pesans sur plusieurs plans contigus & differemment inclinez
Des pendules
Proprietez commune a tous les pendules
Du pendule circulaire
Du pendule qui décrit la cycloïde

Livre troisième

Du choc ou de la percussion des corps

Chapitre premier

Dans lequel on expose les proprietez & les circonstances communes à tous les chocs

De la résistance réciproque des corps dans le choc
De la communication du mouvement dans le choc
De la communication du mouvement dans le choc des corps mous & sans ressort
De la communication du mouvement dans le choc des corps à ressort
De la force du choc
De la force du choc direct

Chapitre second

Du choc des corps sans ressort où l'on expose les loix que ces corps suivent dans le choc

Des loix du choc direct de corps sans ressort exprimées en nombres

Maniere de déterminer géométriquement la vitesse commune des corps mous sans ressort dans le choc direct

Des loix du choc oblique dans les corps sans ressort

Chapitre troisième

Du choc des corps à ressort, où l'on expose les loix que ces corps suivent dans le choc, & les circonstances communes à tous les chocs des corps à ressort parfait

Des loix du choc direct des corps à ressort parfait

Regle générale pour déterminer les vitesses & les directions des corps à ressort parfait dans le choc direct

Cas particuliers des corps à ressort parfait

Maniere de déterminer géométriquement les vitesses des corps à ressort parfait après le choc

Du choc direct des corps à ressort lorsqu'ils sont plusieurs de suite sur une même ligne

Du choc oblique des corps à ressort parfait

Du choc des corps à ressort imparfait

Chapitre quatrième

Du choc qui produit la reflexion et la refraction

Du mouvement de reflexion

Du mouvement de refraction

Le plan de la première leçon du livre de Privat de Molières se retrouvera dans le compte rendu de ses démonstrations du choc oblique et du mouvement sur plans contigus (Annexe 9).

Le mouvement sur des plans inclinés contigus et sur des courbes chez Trabaud et Privat de Molières

Dans cette annexe, nous donnons les démonstrations de Trabaud et Privat de Molières concernant le mouvement sur les courbes. Dans leurs raisonnements, les deux savants s'appuient sur une assimilation d'une courbe à un polygone d'une infinité de côtés ainsi que sur une décomposition de mouvement avec destruction d'une composante orthogonale. Autrement dit, ils s'inspirent de la démarche de Varignon pour parvenir à la même conclusion, à savoir une perte de vitesse du deuxième ordre du mobile à chaque discontinuité de plans.

Nous ajoutons la plupart des propositions de la première « Leçon » de Privat de Molières afin de mieux saisir les principes premiers de sa mécanique et leurs enchaînements conduisant aux exemples de collisions obliques sur plan inamovible ou au mouvement sur les courbes. La comparaison de ces propositions avec certaines de Varignon ou Trabaud analysées dans la partie II, chapitre III rend manifeste une proximité de rédaction avec pour point d'orgue le principe de composition de forces.

I-Trabaud

Livre second, « Du mouvement des corps pesans »

Chapitre IV, « Des corps pesans mus sur des plans inclinez par un mouvement accéléré ou retardé par la pesanteur ».

« Du mouvement des corps pesans sur plusieurs plans contigus & differemment inclinez »¹.

« 193. Lorsqu'un corps pesant parcourt de suite plusieurs plans inclinez contigus les uns aux autres, il est obligé de changer sa direction à la rencontre de chaque nouveau plan : or il ne sçauroit se détourner ainsi, qu'il ne choque le nouveau plan, & qu'il ne perde de son mouvement [...] plus le choc est direct plus le corps qui le choque perd de sa vitesse ou de son

¹ Trabaud [1741], p. 191.

mouvement : on voit aussi que la perte est d'autant moindre que le choc est oblique : or la direction du mobile peut être si oblique à l'égard du plan ou de la surface choquée que le coup ou l'impression faite sur le plan soit insensible. C'est-là ce qui arrive lorsque le corps parcourt la circonférence d'un cercle ou d'une autre courbe ; les côtes de la courbe qu'on peut regarder comme autant de plans contigus les uns aux autres, font entr'eux des angles de part & d'autres, sçavoir celui qui est intérieur si grand & l'extérieur si petit, que ces côtes deux à deux sont sensiblement sur une ligne droite, l'effet du choc doit donc être insensible lorsque le mobile quitte un côté de la courbe pour passer sur un autre. Cependant quelque petit que soit le choc, il s'en fait un, & le corps choquant doit y perdre quelque partie de sa vitesse, d'où il suivroit qu'après un certain tems le mobile auroit perdu toute sa vitesse, & qu'il s'arrêteroit enfin. Or on démontre qu'un pendule une fois mis en mouvement, ne doit point s'arrêter, & qu'il doit retracer sans fin l'arc qu'il a décrit dans la première vibration, ce qui ne devroit pas arriver, s'il est vrai qu'un corps qui décrit une ligne courbe, perde à chaque changement de côté quelque petite partie de sa vitesse. Pour ne rien laisser qui puisse jeter quelque incertitude sur le mouvement perpétuel du pendule, on va examiner qu'elle est la partie de la vitesse perdue par un mobile, lorsqu'en décrivant une courbe il est obligé de changer de direction. On examinera aussi le nombre de fois qu'il faudroit qu'il décrivît la courbe pour perdre toute la vitesse »².

« 194. Si un corps commence à décrire la circonférence d'un cercle avec une vitesse déterminée, exprimée, par exemple, par le rayon CB, la vitesse qu'il perd à chaque changement de côté ou de direction est telle, qu'il pourra décrire cette circonférence une infinité de fois avant que d'avoir perdu toute sa vitesse »³.

² *Ibid.*

³ *Ibid.*, p. 192.

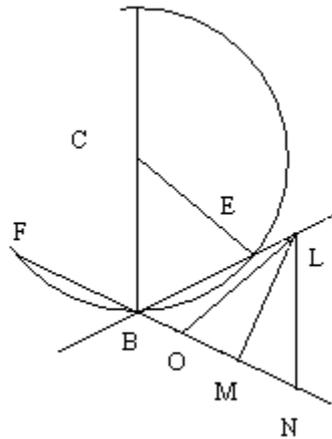


Figure 1

Le mobile en E est prêt à décrire « le petit côté EB » ; arrivé en B, « il sera contraint de changer de direction, il perdra par conséquent un peu de sa vitesse » (voir figure 1).

Avec $BL=CB$, $LN//CB$ on aura LBN égal et semblable à BCE (angles $\hat{LBN} = \hat{C}$, $\hat{BLN} = \hat{CBE}$; $BL=CB$). Donc $LN=BE$.

En menant LO tel que $\hat{LON} = \hat{BLN}$ et la perpendiculaire LM sur BN , OLN et LBN sont semblables donc BCE , LBN et OLN sont des triangles isocèles et semblables.

« Cela posé, lorsque le corps est au point B où les côtes EB, BF se rencontrent, son mouvement se décompose en deux efforts, l'un suivant la perpendiculaire au plan, l'autre suivant la parallèle au même plan d'incidence FBMN (Liv. I 179.⁴), la vitesse du corps étant exprimée par CB ou CE, elle le sera aussi par BL son égale ; & si on considère cette ligne comme la diagonale d'un rectangle qui auroit pour côtes BM et LM, la force perpendiculaire avec laquelle le corps choque le plan, est exprimée par LM, & la force parallèle par BM ; donc MN est la vitesse que le corps perd en choquant le plan FBMN ou le côté FB, car $BN=BL$; donc si BL ou BN qui exprime la vitesse du corps au point E ou B, on retranche la vitesse restante qui est BM, MN sera la partie perdue de la vitesse primitive. Il est évident que si la force du choc ou la vitesse perpendiculaire étoit exprimée par LN ou LO, & que la

⁴ Sur l'art. 179, voir Trabaud, *op. cit.*, p. 69 : « l'on peut conclure de tout ce qui vient d'être dit du mouvement d'un corps dont la route est oblique à la direction de la force qui le pousse, que cette force généralement parlant est décomposée en deux efforts dont l'un est perpendiculaire à la route du corps, & l'autre parallèle à la même route ; l'effort perpendiculaire est empêché ou détruit, le seul effort parallèle est libre pour mouvoir le corps ».

vitesse restante après la décomposition du mouvement fût exprimée par BO, la vitesse perdue seroit exprimée par ON plus grande que MN. N'importe, supposons que la vitesse perpendiculaire par laquelle le corps choque le plan FBMN, est exprimée par LN ou LO, & que ON est la partie dont la vitesse primitive BL est diminuée ; à cause des triangles semblables LBN, OLN, l'on a $BL.LN :: LN.NO$, c'est-à-dire, la vitesse primitive est à la vitesse perpendiculaire par laquelle le corps choque le plan, comme cette même vitesse perpendiculaire est à la vitesse perdue dans le choc : or la vitesse BL est infiniment grande par rapport à la vitesse LN, puisque le côté LN ou son égal BE est infiniment petit par rapport à CB, & que d'ailleurs BC ou BL exprime la vitesse primitive & LN la vitesse avec laquelle le corps choque le plan ; donc la vitesse LN est aussi infiniment grande par rapport à NO partie perdue de la vitesse primitive : mais puisque la vitesse LN est infiniment grande par rapport à la vitesse NO que le corps perd en choquant un seul côté, il s'ensuit qu'il pourra choquer une infinité de fois, c'est-à-dire, achever un tour sur le polygone infinitaire FBE, &c. avant que d'avoir perdu toute la vitesse LN ; donc pareillement puisque la vitesse BL est infiniment grande par rapport à la vitesse LN, il s'ensuit que le corps pourra faire une infinité de tours sur le même polygone avant que d'avoir perdu la vitesse primitive BL »⁵.

« 196. Si un corps qui descend par plusieurs plans inclinés & contigus les uns aux autres, tels que AB, BC, CD, DE qui fassent entr'eux des angles infiniment grands, la vitesse qu'il aura acquise au bas de ces plans, est égale à celle qu'il auroit acquise par la chute verticale NK »⁶.

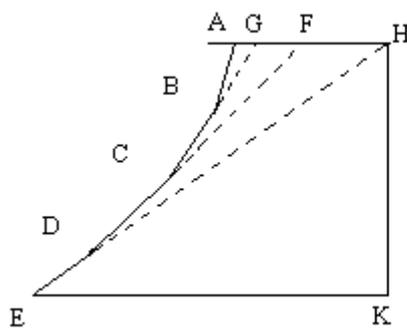


Figure 2

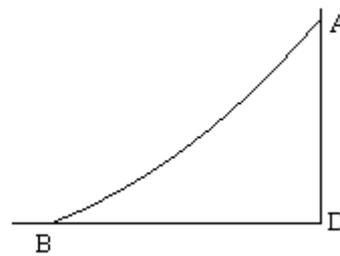


Figure 3

Les plans sont prolongés jusqu'à l'horizontale AH ; les angles intérieurs formés par ces plans

⁵ *Ibid.*, pp. 192-193. NO est donc une différentielle du deuxième ordre et LN du premier.

⁶ *Ibid.*, p.193.

sont « infiniment grands » et les extérieurs « infiniment petits ».

La vitesse acquise par la chute le long de AB égale celle acquise le long de GB⁷ ; celle le long de CG égale celle le long de FC ; « donc la vitesse acquise par les plans inclinez AB, BC, est égale à la vitesse acquise par le plan FC, la vitesse acquise par le plan FD est égale à la vitesse acquise par le plan HD ; donc la vitesse acquise par les plans AB, BC, CD est égale à la vitesse acquise par HD, la vitesse acquise par le plan HDE est égale à la vitesse acquise par la chute verticale HK »⁸.

« 197. Si un corps descend par l'arc AB d'une courbe, il aura acquis la même vitesse que s'il étoit tombé de la hauteur perpendiculaire AD »⁹ (voir figure 3).

II-Privat de Molières

Tome I, Leçon I, « Des lois generales du mouvement uniforme en ligne droite ».

Proposition V

« Un Corps mû par deux Forces, qui ont pour directions une même ligne droite qui passe par son centre, se mouvra dans cette ligne, ou avec la Somme des deux forces, si leurs directions sont de même sens : ou avec la Difference de ces mêmes forces, si leurs directions sont en sens contraires. Ainsi les forces contraires se détruiront mutuellement ».

Molières part du principe qu' « il est évident que les deux forces F, G doivent produire en lui [le mobile] le même effet, en y agissant conjointement, qu'elles y auroient produit en agissant séparément »¹⁰.

Systématiquement, le corps est dit « poussé » dans une ligne par « une force capable de lui faire parcourir » une partie de cette ligne dans un certain temps.

Proposition VI

« Un corps mû par deux forces, dont les directions forment un angle, parcourra uniformément

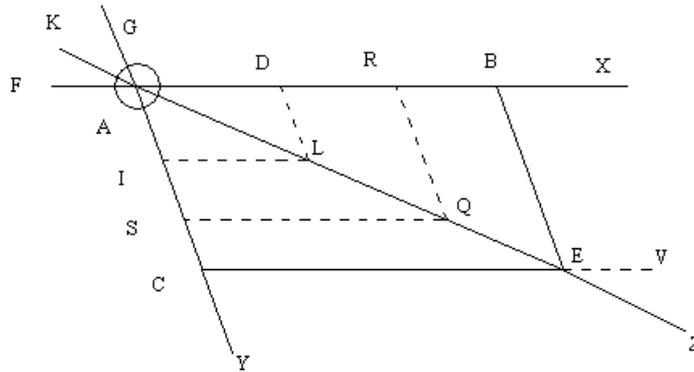
⁷ Voir art. 182, p. 188 : « si un corps descend par plusieurs plans inclinez qui ont la même hauteur, il acquerra par tous ces plans la même vitesse, sçavoir celle qu'il acquerroit en tombant librement par la hauteur des plans ».

⁸ *Ibid.*, pp.193-194.

⁹ *Ibid.*, p. 194.

¹⁰ Privat de Molières, *op. cit.*, proposition V pp. 28-30.

la Diagonale du Parallelogramme, dont les côtés pris sur ces directions seront entr'eux comme ces forces ; & cela dans la même tems qu'il parcourroit l'un ou l'autre côté par l'une ou l'autre des forces ».



F et G agissent sur A dans les directions AX et AY. Pendant T, F fait parcourir AB et G, AC. A « poussé » en même temps par F et G parcourra uniformément AE pendant T.

« Car 1°. concevez que le mobile en repos au point A ne se meuve d'abord que par l'action de la seule force G dont la direction est GAY, & qu'il y parcourt AC durant le temps T ; qu'ensuite, cessant de ce mouvoir en ce sens, & étant au repos au point C, il se meuve par l'action de la seule force F appliquée au même point F du mobile dans la direction FAX devenuë CEV ; il est clair que durant un pareil tems T, le mobile parcoura dans ce cas la ligne CE, égale & parallele à AB ; & que par conséquent le mobile par l'action disjointe des deux forces F, G, arriveroit au point E.

Or, deux forces F, G agissant conjointement sur un même mobile y doivent produire le même effet qu'elles y produiroient en y agissant séparément & de la même façon, chacune durant le même tems. Donc l'action conjointe des deux forces F, G, doit transporter le mobile du point A au point E, & lui faire parcourir la ligne AE droite ou courbe durant le tems T [...]

2°. Soit maintenant la diagonale AE, & L un point quelconque de AE ; Soit LD, parallele à AY, & LI parallele à AX. Il est clair que $AD.AI :: AB.AC$. & que durant le tems que le mobile se mouvant uniformément dans la ligne AX, auroit parcouru AD par l'action de la force F, le même mobile se mouvant aussi uniformément dans la ligne AY,

auroit parcouru AI par l'action de la force G. On démontrera donc, comme auparavant que le mobile A sera parvenu en L, par l'action conjointe des deux forces F, G ; & que le point L ayant été pris à volonté dans la droite AE, il en sera de même de tous les autres. Le mobile A aura donc parcouru la diagonale AE d'un mouvement soit égal, soit inégal ; mais durant le tems T qu'il auroit parcouru AB, ou AC.

3°. Prenez $DR=AD$, & menez RQ parallele à AY, & QS parallele à AX. Vous aurez $LQ=AL$, & $IS=AI$. Et le mobile A qui se seroit mû uniformément dans la ligne AB par l'action de la force F, & qui n'auroit pas employé plus de tems à parcourir DR qu'à parcourir AD, n'ayant employé ni plus ni moins de tems à parcourir AQ, qu'à parcourir AR, ni à parcourir AL qu'à parcourir AD ; ce mobile, dis-je, n'aura pas employé plus de tems à parcourir LQ qu'à parcourir AL. Donc l'action conjointe des deux forces, F, G fera parcourir uniformément au centre A du mobile la diagonale AE du Parallelogramme ABEC, durant le tems qu'il auroit parcouru le côté AB par l'action de la force F, ou le côté AC par l'action de la force G. Donc &c. C.Q.F.D.

Remarque.

Le Géomètre délicat sera sans doute surpris de ne pas se sentir frappé dans la démonstration de cette Proposition de la même conviction dont on se sent frappé dans la démonstration des Propositions géométriques : mais il y a pas lieu de s'en étonner. Les principes d'où les Propositions géométriques dépendent sont des principes nécessaires : des principes de nécessité ; au lieu que le principe d'où celle-ci dépend n'est qu'un principe de convenance fondé sur la plus grande simplicité.

Il n'y a pas de nécessité que deux forces agissant conjointement durant un certain tems sur un mobile produisent toujours le même effet, qu'elles y auroient produit en y agissant séparément dans un tems pareil : mais outre que c'est là certainement l'effet le plus simple que ces forces conjointes puissent produire, ce principe est fondé sur un nombre prodigieux d'experiences sans qu'il y en ait aucune qui le demente, & qu'il est le fondement de toute la Mécanique ; ainsi que M. Newton & ensuite M. Varignon l'ont démontré, & que tous les Géomètres d'à présent en conviennent. D'où il suit que si le principe n'est pas métaphysiquement évident, il est au moins physiquement certain & par consequent

indubitable. »¹¹

Proposition VII

« On peut toujours substituer à l'action conjointe de deux forces F , G , une seule force K , qui ait pour direction la direction AZ de l'action conjointe des deux forces F , G . Et qui soit à chacune de ces forces comme la diagonale du parallélogramme formé sur ces directions, est à chacun de ses côtés »¹².

Proposition VIII

« Deux forces employées à mouvoir un globe, feront équilibre, si elles sont égales & opposées dans une même direction qui passe par son centre. Autrement elles ne feront pas équilibre »¹³.

S'appuie sur la proposition V.

Proposition IX

« Si deux forces font équilibre, & qu'on substituë à la place d'une de ces forces un point d'appui capable de soutenir son effort, l'équilibre subsistera »¹⁴.

Proposition X

« Trois forces dont les directions passent par le centre d'un globe, feront équilibre lorsque leurs directions seront dans un même plan, & qu'elles formeront un Parallélograme dont les côtés, y compris la diagonale, étant dans ces directions seront entr'eux comme ces forces. Autrement elles ne feront pas équilibre »¹⁵.

Proposition XI

« Si trois forces F , G , H font équilibre, & qu'au lieu d'une de ces forces, comme H , on appose un point d'appui invincible h dans la direction de cette force ; le point d'appui h produira le même équilibre avec les deux autres forces F , G , que la force H y produiroit, & l'appui h

¹¹ *Ibid.*, pp. 32-38.

¹² *Ibid.*, p. 38.

¹³ *Ibid.*, p. 50.

¹⁴ *Ibid.*, p. 51.

¹⁵ *Ibid.*, p. 53.

soutiendra tout l'effort de l'action conjointe des deux forces F, G »¹⁶.

Proposition XII

« Si trois forces F, G, H font équilibre, & qu'au lieu de deux de ces forces comme F, G, on appose deux points d'appui invincibles, f, g, dans la direction AB, AC de ces forces ; les points d'appui f, g, soutiendront des efforts égaux aux forces F, G. Et la force H se décomposera en deux forces égales aux forces F, G, dont la somme F+G sera plus grande que la force H »¹⁷.

Proposition XIII

« Si deux globes homogènes A, B se mouvant dans une ligne droite qui passe par leurs centres, se choquent. Ces mobiles après le choc iront ensemble dans la même ligne droite : ou avec la Somme des forces qu'ils avoient avant le choc, lorsque leurs directions seront de même sens : ou avec la Difference de ces mêmes forces, lorsque leurs directions seront en sens contraires »¹⁸.

« [...] je dis que si un tel globe A, partant du point E, & se mouvant uniformément vers F dans la droite EF qui passe par le centre B d'un autre globe de pareille condition que A [parfaitement dur, sans pesanteur, sans irrégularité de figure], rencontre le globe B, ou en repos en B, ou qui se meut en même tems que A d'un point quelconque G ou F de la même ligne EF en B ; on verra clairement que tout ce qui est arrivé de nouveau à ces mobiles au moment qu'ils se sont rencontrés, est que se mouvant auparavant chacun à part, ils se sont réunis au moment de leur rencontre, de leur impulsion, ou de leur choc, & n'ont fait dès-lors qu'un seul corps poussé par deux forces dans une même ligne, qui passe par leurs centres.

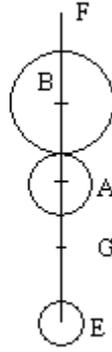
D'où il suit (Pr. 5) qu'à l'instant du choc ces mobiles doivent aller ensemble dans la même ligne EF, ou avec la Somme des forces qu'ils avoient de même sens avant le choc ; ou avec la Difference de ces mêmes forces, si leurs directions étoient en sens contraire »¹⁹.

¹⁶ *Ibid.*, p. 60.

¹⁷ *Ibid.*, p. 62.

¹⁸ *Ibid.*, p. 64.

¹⁹ *Ibid.*, p. 66.



Proposition XIV

« Si un Globe A se mouvant uniformément dans une ligne droite PB, perpendiculaire à un plan inébranlable MM, rencontre ce plan en un point N ; le mobile A demeurera en repos au point N, & ne tendra ni à s'en retourner au point p, ni à s'éloigner du plan MM de quelque côté que ce soit ».

En supposant d'abord que A frappe un globe de centre B ; l'auteur prend $A=B$, puis $B=2A$, $B=3A$ en s'appuyant sur la proposition XIII, enfin il suppose « le globe B infiniment grand par rapport au globe A, auquel cas la superficie de B deviendra le plan MM sur lequel PB sera perpendiculaire ; (car un plan ne peut être physiquement inébranlable que de cette façon, c'est-à-dire qu'entant qu'il est la superficie d'un corps infiniment grand) il suit, dis-je, clairement que le mobile A parvenu de P en A, & frappant en N le globe infiniment grand B, ou le plan inébranlable MM, perdra, à une quantité infiniment petite près, toute sa force & sa vitesse ; & demeurera comme en repos au point d'attouchement N. Et que le même corps poussera le plan MM dans la direction PN, perpendiculaire au plan, & lui communiquera toute cette même vitesse, sans lui procurer dans cette même direction plus de vitesse qu'il n'en retient »²⁰.

Proposition XV

« Si un Globe se mouvant uniformément rencontre un plan inébranlable dans une direction oblique au plan. Je dis que sa force ou sa vitesse avant le choc étant représentée par le sinus total ; 1°. La force avec laquelle il frappe le plan sera représentée par le sinus du complément de l'angle d'incidence. 2°. La force ou la vitesse qui lui demeurera après le choc par le sinus de l'angle d'incidence. 3°. La force ou la vitesse qu'il perdra, par le sinus verse. Et que ces

²⁰ *Ibid.*, pp. 69-72.

d'appui dans cet équilibre, soit la force G, dans la direction NAP, qui passe par le point d'appui N, & par le centre A du mobile, qui est par conséquent perpendiculaire au plan MM. Et l'on verra que les trois forces F, G, H, ne pouvant faire équilibre (Pr. 10) qu'elles ne soient dans un même plan ; il est nécessaire que la direction QAO de la force F soit dans le plan qui passe par les directions EA, AP, des forces H, G, & qu'elle soit par conséquent parallèle à EC. Donc la direction QAO de la force F, & par conséquent la direction AQ du mouvement R du mobile après le choc est parallèle à EC. Donc menant ER parallèle à AC, & perpendiculaire sur le plan MM, la direction AO de la force F coupera ER en un point R, & achevera de former avec EC un Parallelogramme RC sur les directions AC, AR, AE des forces F, G, H.

Or (Pr. 10.) les forces F, G, H ne peuvent faire équilibre, qu'elles ne soient entr'elles comme les côtés du Parallelogramme RC, formé sur leurs directions. Donc la force $G.H :: AC. AE$ & $F.H :: AR.AE$.

Donc la force C, avec laquelle le mobile E se mouvant dans la ligne EA frappe le plan au point N, & qui est égale à la force G, (puisqu'il (Pr. 11) substituant à cette force G un point d'appui N dans la même direction l'équilibre subsiste, & que le point d'appui soutient le même effort) la force C, dis-je, est à la force H du mobile avant le choc, comme AC est à AE. $C.H :: AC. AE$.

Donc encore la force R, que le mobile conserve après le choc, (& qui est égale à la force F, & opposée dans la même direction, AQ) sera à la force H du mobile avant le choc, comme AR ou son égale AD=EC, est à AE. Ainsi $R.H :: AD.AE$.

Donc le mobile parvenu de E en A, frappera le plan MM avec une force égale à celle avec laquelle il l'auroit frappé en partant du point C, & en parcourant CA, dans le tems qu'il a parcouru EA ; & qui sera à la force du mobile avant le choc, comme CA à EA. Et le même mobile après le choc se mouvra dans la ligne AQ parallèle à EC, & parcourra AD=EC dans un tems égal à celui qu'il a employé à parcourir EA avant le choc. Et par conséquent avec une force ou vitesse qui sera à la force ou à la vitesse H du mobile avant le choc comme AD ou EC est à EA »

Avec PAE angle d'incidence dont EC ou AR ou AD est le sinus ; EAO « est l'angle de complement dont AC ou ER, ou ID est le sinus » ; RO ou DQ est le sinus verse ;

EA ou OA, ou AQ est le rayon ou le sinus total.

« Cela posé,

1°. Il est clair que la force H du mobile, avant le choc, est à la force C avec laquelle il frappe le plan au point N, comme le sinus total EA est au sinus CA ou ER du complement de l'angle d'incidence PAE. Ainsi la force H.C :: EA.CA.

2°. Que la même force ou vitesse H, est à la force ou vitesse R que le mobile conserve après le choc ; comme le sinus total EA est au sinus EC, ou AR ou AD de l'angle d'incidence PAE. Ainsi H.R :: EA.AD.

3°. Que le sinus verse RO ou DQ est la difference de la vitesse EA, ou AQ du mobile avant le choc, à sa vitesse AD après le choc. D'où il suit que la même vitesse H est à la vitesse V que le mobile que le mobile a perdu par le choc comme le sinus total EA est au sinus verse DQ. H.V:: EA.DQ.

4°. Que le sinus EC ou AD de l'angle d'incidence PAE est la direction de la force ou de la vitesse du mobile après le choc ; & que le sinus ER ou CA de l'angle de complement EAO, est la direction de la force par laquelle le mobile frappe le plan. Donc &c. C. Q. F.D. »²².

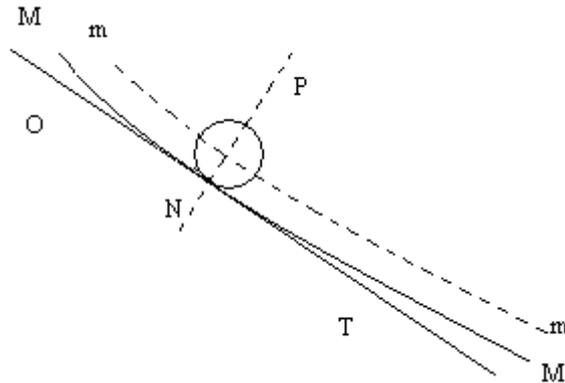
Leçon II, « Des loix generales du mouvement en ligne courbe, & des propriétés du Tourbillon »

Proposition I

« Un Globe A contraint de se mouvoir le long d'une ligne courbe MM, 1°. ne perdra de sa vitesse, sur chacun des points N de la courbe, qu'une quantité infiniment petite du second ordre. 2°. Frappera ou pressera chacun des points de la courbe, avec une force infiniment petite du premier ordre, dont la direction sera la perpendiculaire PN, sur la tangente NT de la courbe en ce point. 3°. Et continuëra de se mouvoir uniformément dans la courbe avec la même vitesse ».

²² *Ibid.*, pp. 69-82.

Avec EA, AQ « deux côtés de suite d'un Polygone quelconque, dont l'angle extérieur EAO, soit un angle rectiligne fini ». On suppose que le mobile parcourt uniformément EA, qu'il rencontre le plan MM qui le détourne de EA dans la ligne AQ ; ou bien encore que A soit retenu dans le polygone EAQ.



D'après proposition précédente.

« 1°. [...] le mobile parvenu de E en A décrira uniformément la partie AD du côté AQ, dans un tems pareil à celui qu'il a employé à parcourir EA. 2°. [...] il pressera le plan MM avec une force, qui sera à la force qu'il a avant le choc comme CA est à EA. 3°. EA ou AO exprimant sa première vitesse ; AD ou AR exprimera sa seconde vitesse, DQ ou RO l'excès dont la première vitesse surpasse la seconde, & CA , ou ID ou ER la force dont le mobile presse le plan au point N.

Or une courbe MM, pouvant être considérée comme un Polygone EAQ d'une infinité de côtés, dont les angles EAQ qu'ils forment à la circonférence different infiniment peu de deux angles droits, ou dont l'angle extérieur EAO, ou MNO est infiniment petit, ou moindre qu'aucun angle rectiligne donné ; on voit qu'afin que les côtés EA, AQ, du Polygone EAQ, deviennent les côtés d'une courbe MM, on n'a qu'à concevoir qu'ils sont infiniment petits, & que le prolongement AO du côté QA est la tangente à la courbe qui forme avec l'autre côté AE l'angle de contingence EAO, ou MNO qu'on démontre en Géométrie être infiniment petit, ou moindre qu'aucun angle rectiligne donné ; d'où il suit que son sinus ER sera un infiniment petit du premier ordre, par rapport au sinus EC ou AR, ou AD de son complément EAP, qui dans ce cas ne differe d'un angle droit que d'une quantité infiniment petite ; Et qu'enfin le point N du plan MM est le point de la courbe qui retient le centre du

mobile dans la courbe EAQ qu'il décrit, & dont tous les côtés MM sont parallèles chacun à chacun aux côtés AQ, AE de la courbe AEQ.

Or à cause de la demie-circonférence OEQ, ayant OR.RE :: RE.RQ. on voit que de même que (dans le cas où le Polygone EAQ est une courbe) RE est un infiniment petit par rapport à RA, ou RQ, OR sera infiniment petit par rapport à RE.

Donc OR ou DQ (qui ne cesse pas dans ce cas d'exprimer toujours l'excès de la première vitesse EA du mobile sur la seconde AR ou AD) est un infiniment petit du second ordre, par rapport à RA ou AD qui ne cesse pas aussi dans ce même cas d'exprimer la seconde vitesse AD du mobile.

Donc dans le mouvement d'un mobile A le long d'une courbe EAQ, l'excès de la vitesse du mobile le long d'un des côtés infiniment petits EA de la courbe, sur la vitesse du même mobile le long du côté suivant AQ, n'est qu'un infiniment petit du second ordre par rapport à ces vitesses.

Donc quoique le nombre des côtés infiniment petits d'une courbe MM soit infini, le mobile A ne perdra de sa vitesse en les parcourant tous, quelque longue que puisse être la courbe MM, qu'une quantité infiniment petite du premier ordre, & qu'on est en droit de négliger.

Donc enfin un mobile décrivant une courbe quelconque, parcourra toujours, en tems égaux, des portions égales de la courbe ; ou le mobile s'y mouvra uniformément, comme il le feroit dans une ligne droite, à moins que quelque cause, autre que la vitesse qu'il a acquise dès le commencement, n'augmente ou ne ralentisse son mouvement.

Et la ligne ER ou CA, qui exprime la force par laquelle le mobile arrivé au point A presse le plan MM, étant perpendiculaire sur le plan, lequel est parallèle à la tangente AO de la courbe ; & cette même ligne ER étant en même tems un infiniment petit du premier ordre, par rapport à RA ou AD, qui exprime sa vitesse ; Il est clair que le mobile pressera chaque point N de la courbe par une force infiniment petite du premier ordre par rapport à sa vitesse, & dont la direction CAG sera perpendiculaire à la tangente de la courbe en ce point.

Donc &c., C.Q.F.D. »²³

²³ *Ibid.*, pp. 87-94.

Bibliographie

1-Sources

D'Alembert J. Le Rond, *Oeuvres Complètes de D'Alembert*, Slatkine reprints, Genève, 1967.

— *Traité de dynamique, dans lequel les loix de l'équilibre & du mouvement des Corps sont réduites au plus petit nombre possibles, & démontrées d'une manière nouvelle, & où l'on donne un Principe général pour trouver le Mouvement de plusieurs Corps qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque*, David l'aîné, Paris, 1743.

— *Traité de dynamique, dans lequel les loix de l'équilibre & du mouvement des Corps sont réduites au plus petit nombre possibles, & démontrées d'une manière nouvelle, & où l'on donne un Principe général pour trouver le Mouvement de plusieurs Corps qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque*, David, Paris, 1758 (seconde édition), reprod. J. Gabay, 1990.

Bernier F., *Abrégé de la philosophie de Gassendi en VII tomes*, Anisson, Posuel et Rigaud, Lyon, 1684 (3^{ème} édition), réédition Fayard, 1992.

Bernoulli J (I), *Discours sur les loix de la communication du mouvement, qui a mérité les Eloges de l'Académie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribués dans lesdites années*, Claude Jombert, Paris, 1727 dans *Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les Pièces qui ont concouru. Tome premier contenant les pièces depuis 1720 jusqu'en 1727*, Gabriel Martin, Jean-Baptiste Coignard, Hippolyte-Louis Guerin, Charles-Antoine Jombert, Paris, 1752.

Dechales C.-F. Milliet, *Traité du mouvement local, et du ressort. Dans lequel, leur Nature, & leurs Causes, sont curieusement recherchées, & où les Loix qu'ils observent dans l'accélération & les pendules, & encor dans la percussion & la reflexion des corps, sont solidement établies*, Anisson et Posuel, Lyon, 1682.

Clarke S., *Rohault's System of Natural Phylosophy. Illustrated with Dr. Samuel Clarke's Notes, Taken Mostly out of Sir Isaac Newton's Natural Phylosophy. Done into English by John Clarke*, London, 1729 (seconde édition anglaise, première édition en 1723).

Cordemoy G. de, *Six Discours sur la distinction et l'union du corps et de l'âme*, dans *Œuvres philosophiques de Cordemoy*, éd. critique de P. Clair et F. Girbal, PUF, Paris, 1968.

Crousaz J.-P., *Discours sur le principe, la nature, et la communication du mouvement*, dans *Recueil des pieces qui ont remporté les prix de L'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les Pieces qui ont concouru. Tome premier. Contenant les Pieces depuis 1720 jusqu'en 1727*, C. Jombert, Paris, 1752.

— *Dissertation sur les causes du ressort, qui a remporté le Prix à l'Académie Royale des Belles Lettres, Sciences & Arts, pour l'année mil sept cens vingt-un*, R. Brun, Bordeaux, 1721.

— *Essay sur le mouvement, où il est traité de sa Nature, de son Origine, de sa Communication, des Chocs des Corps qu'on suppose parfaitement Solides, du Plein & du Vide, & de la Nature de la Reaction*, Alberts & Vander Kloot, La Haye, 1728.

Descartes R., *Œuvres*, publiées par Adam et Tannery, 11 tomes, CNRS, Vrin, Paris, 1964-1974 ; 1996.

Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, éditée par D'Alembert et Diderot, Briasson, David, Le Breton, Durand, 35 vol., 1751-1780.

Fontenelle B. Le Bovier de, *Oeuvres Complètes*, Fayard, Paris, 1996.

Furetière, *Dictionnaire Universel, contenant généralement tous les mots françois tant vieux que modernes et les termes de toutes les sciences et des arts*, A. et R. Leers, La Haye, 1690.

Galilée G., *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*, introduction traduction, notes et index par Maurice Clavelin, PUF, Paris, 1995 (3^{ème} édition).

Guisnée N., *Traité du mouvement local* pp. 1-24, et *Des mouvements accelérés* pp. 25-44, Notice Biographique de l'Académie des Sciences.

Keill J., *An introduction to Natural philosophy or, Philosophical Lectures read in the University of Oxford, Anno Dom. 1700, to which are Added, the demonstrations of Monsieur Huygens's Theorems, concerning the Centrifugal Force and Circular Motion*, London, 1720 (traduction de la première édition latine de 1700, *Introductio ad veram physicam*, Oxford).

Kepler J., *Abrégé d'astronomie copernicienne*, trad. Jean Peyroux, A. Blanchard, Paris, 1998. *Le Dictionnaire de l'Académie Française*, Veuve J.-B. Coignard, Paris, 1694 (1^{ère} édition), 2 vol.

La Hire P. de, *Traité de Mécanique, ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des Arts, & les propriétés des corps pesants lesquels ont un plus grand usage dans la Physique*, Paris, 1695.

La Forge L. de, *Traité de l'esprit de l'homme*, dans *Œuvres philosophiques* de La Forge, éd. critique de P. Clair, PUF, Paris, 1974.

Leibniz G.-W., *Opuscules philosophiques choisis*, traduits du latin par P. Schrecker, Vrin, Paris, 1966.

- *Lettres et opuscules de physique et de métaphysique du jeune Leibniz (1663-1671)*, trad. R. Violette, publié dans *Sciences et Techniques en Perspective*, volume 6, année 1984-1985, Université de Nantes.
- *Sämtliche Schriften und Briefe*, hrgb. v. d. Akademie der Wissenschaften der DDR, série II, tome I, Akademie-Verlag, Berlin, 1987.
- *Écrits concernant la chimie. Suivis de la physique générale*, trad. J. Peyroux, A. Blanchard, Paris, 1990
- *Système nouveau de la nature et de la communication des substances et autres textes 1690-1703*, présentation et notes de Christiane Frémont, GF Flammarion, Paris, 1994.
- *La réforme de la dynamique*, édité et annoté par M. Fichant, Vrin, Paris, 1994.
- MacLaurin C., *An account of Sir Isaac Newton's philosophical discoveries*, 1748, reprint dans Georg Olms Verlag, Hildesheim New York, 1971.
- Malebranche N., *Oeuvres complètes*, 20 vol., sous la direction de A. Robinet, Vrin, Paris, 1958-1970, 2^{ème} éd. 1967-1978.
- Mariotte E., *Traité de la percussion ou chocq des corps. Dans lequel les principales Regles du mouvement, contraires à celles de M^r Descartes, & quelques autres Modernes ont voulu établir, sont démontrées par leurs véritables Causes*, Estienne Michallet, Paris, 1673.
- *Œuvres de Mariotte, de l'Académie Royale des Sciences ; comprenant tous les Traitez de cet Auteur, tant ceux qui avoient paru séparément, que ceux qui n'avoient pas encore été publiés ; Imprimés sur les exemplaires les plus exacts & les plus complets ; Revûes & corrigées de nouveau. Nouvelle édition*, Jean Neaulme, La Haye, 2 vol., 1740.
- Maupertuis P.-L. M. de, *Oeuvres*, J.-M. Bruyset, Lyon, 1758 (4 vol.), reprint Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York, 1974.
- Mazière, *Les loix du choc des corps a ressort parfait ou imparfait, déduites d'une explication de la cause physique du ressort, et Traité des petits tourbillons dans Recueil des pieces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation jusqu'à présent. Avec les pieces qui y ont concouru. Tome premier contenant les Pieces depuis 1720 jusqu'en 1727*, Gabriel Martin, J.-B. Coignard, H.-L. Guerin, C-A. Jombert, Paris, 1752.
- Mersenne M., *Les Mécaniques de Galilée*, édition critique par B. Rochot, PUF, Paris, 1966 (édition originale de 1634).
- *Les nouvelles pensée de Galilée*, édition critique par P. Costabel et M.-P. Lerner, Vrin, Paris, 1963 (édition originale de 1639).

Molières J. Privat de, *Leçons de Phisique, contenant les Elemens de Phisique, déterminée par les seules Loix de Mécaniques. Expliquées au Collee Royal de France*, Veuve Brocas, Musier, Pissot, Bullot, Paris, 1740 (seconde édition en quatre tomes).

Newton I., *De la gravitation ou les fondemens de la mécanique classique*, introduction, traduction et notes de M.-F. Biarnais, Les Belles Lettres, Paris, 1985.

— *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, D.T. Whiteside (éd.), vol. VI, 1684-1691, Cambridge University Press, Cambridge, 1974.

— *Principes mathématiques de la philosophie naturelle, par feu Madame la Marquise du Chastellet*, Desaint & Saillant, Lambert, Paris, 1759, 2 tomes, reprint J. Gabay, 1990.

Pardies I.-G., *Discours du mouvement local, avec des Remarques sur le Mouvement de la Lumiere dans Œuvres*, Les Freres Bruysset, Lyon, 1725 (1^{ère} éd. en 1670).

— *La statique ou la science des forces mouvantes*, dans *Œuvres*, (1^{ère} édition en 1674).

A. Parent, *Elémens de Méchanique et de Physique, où l'on donne géométriquement les principes du choc & des équilibres entre toute sorte de corps. Avec l'explication naturelle des machines fondamentales*, Florentin et T. Delaulne, Paris, 1700

— *Essais et recherches de mathématique et de physique. Nouvelle Edition augmentée d'un troisième volume, & d'un tiers au moins en chacun des deux premiers. Premier volume. Qui contient l'Analyse des Principes, de la Methode, de la Dioptrique, des Metheores & de la Musique de M. Descartes ; avec des Suplémens sur quantité d'endroits. Plusieurs Extraits curieux de differens journaux ; avec des Remarques & Additions. Et quelques nouveaux Memoires de Mathematique, de Physique, & de Metaphysique*, J. de Nully, Paris, 1713, (3 tomes).

N. Poisson, *De la Méchanique composé par Monsieur Descartes. De plus l'abrégé de musique du mesme Auteur mis en François. Avec les éclaircissemens necessaires*, Charles Angot, Paris, 1668.

Régis P.-S., *Système de Philosophie, contenant la logique, metaphysique, physique & Morale*, sept tomes, Anisson, Posuel & Rigaud, Lyon, 1691.

— *Cours entier de philosophie ou système général selon les principes de M. Descartes, contenant la logique, la métaphysique, la physique, la morale*, Huguetans, Amsterdam, 1691.

Rohault J., *Traité de physique*, Veuve de Charles Savreux, Paris, 1671.

— *Œuvres Posthumes de M^r Rohault*, Guillaume Deprez, Paris, 1682.

Sauveur J., *Traité de Méchanique*, non publié et manuscrit non daté, Archives de l'Académie des Sciences, cote 1J16.

Trabaud, *Principes sur le mouvement et l'équilibre, pour servir d'introduction aux Mécaniques & à la Physique*, J. Desaint et C. Saillant, Paris, 1741.

Varignon P., *Projet d'une nouvelle mécanique avec un Examen de l'opinion de M. Borelli, sur les propriétés des Poids suspendus par des Cordes*, Veuve Edme Martin, Jean Boudet, Estienne Martin, Paris, 1687.

— *Nouvelles conjectures sur la pesanteur*, Jean Boudot, Paris, 1690.

— *Nouvelle Mécanique ou statique, dont le projet fut donné en M.DC.LXXXVI. Ouvrage posthume de M. Varignon, des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse, Lecteur du Roy en Philosophie au Collège Royal, & Professeur des Mathématiques au Collège Mazarin*, 2 tomes, Paris, 1725.

— *Traité du mouvement et de la mesure des eaux coulantes et jaillissantes. Avec un traité préliminaire du mouvement en général*. Tiré des ouvrages manuscrits de feu Monsieur Varignon, par M. l'Abbé Pujol, Pissot, Paris, 1725.

Wallis J., *Mechanicorum, sive Tractatus de Motu*, pars tertia, 1671, dans *Opera Mathematica*, vol.1, Oxford, 1695, rééd. Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York, 1972.

2-Etudes

Aiton E. J., The celestial mechanics of Leibniz, *Annals of Science*, vol. 16, n°2, juin 1960, pp. 65-82.

— Polygons and Parabolas : Some Problems Concerning the Dynamics of Planetary Orbits, *Centaurus*, vol. 31, 1989, pp. 207-221.

Andersen K., The Method of Indivisibles : Changing Understandings, dans *300 Jahre "Nova Methodus" von G. W. Leibniz (1684-1984), Symposium der Leibniz-Gesellschaft im Congresszentrum "Leewenhorst" in Noordwijkerhout (Niederlande), 28. bis 30. August 1984*, *Studia Leibnitiana*, Sonderheft XIV, pp. 14-25

Barthélémy G., De la force accélératrice dans les *Principia*, *Revue d'Histoire des Sciences*, XL/3-4, 1987, pp. 251-271.

— *Newton mécanicien Cosmos*, Vrin, Paris, 1992.

Berstein H. R., Passivity and inertia in Leibniz's Dynamics, *Studia Leibnitiana*, vol. XIII, n° 1, 1981, pp. 97-113.

Bertoloni Meli D., *Equivalence and priority: Newton versus Leibniz*, Clarendon Press, Oxford, 1993.

- Biarnais M.-F., *Les Principia de Newton. Genèse et structure des chapitres fondamentaux avec traduction nouvelle*, dans Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences, n° 2, 1982.
- Blackwell A. J., Descartes' Laws of Motion, *Isis*, vol. 57, 2, n°188, 1966, pp. 220-234.
- Blay M., Recherches sur les forces exercées par les fluides en mouvement à l'Académie Royale des Sciences : 1668-1669, dans *Mariotte, savant et philosophe, analyse d'une renommée*, P. Costabel (éd.), Vrin, Paris, pp. 91-124.
- Varignon et le statut de la loi de Torricelli, *Archives internationales d'histoire des sciences*, vol 35, n° 114/115, 1985, pp. 330-345
- *La naissance de la mécanique analytique. La science du mouvement au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles*, PUF, Paris, 1992.
- Bloch O. R., *La philosophie de Gassendi, Nominalisme, Matérialisme et Métaphysique*, Martinus Nijhoff, La Haye, 1971.
- Boas-Hall M., L'élasticité de l'air avant Mariotte et en Angleterre, dans *Mariotte, savant et philosophe, analyse d'une renommée*, Vrin, Paris, 1986.
- Brackenridge J. Bruce, *The Key to Newton's Dynamics. The Kepler Problem and the Principia*, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, 1995.
- Newton's Mature Dynamics : A Crooked Path Made Straight, dans *Isaac Newton's natural philosophy*, J. Z. Buchdahl et I. B. Cohen (éd.), Cambridge, Mass., London, MIT Press, 2001, pp. 105-137.
- Brunet P., Un grand débat sur la physique de Malebranche au XVIII^e siècle, *Isis*, vol. 20, n° 2, Jan. 1934, pp. 367-395.
- *L'introduction des théories de Newton en France avant 1738*, A. Blanchard, Paris, 1941.
- de Buzon F. et Carraud V., *Descartes et les « Principia » II, Corps et mouvement*, PUF, Paris, 1994.
- Clarke D. M., The Impact Rules of Descartes' Physics, *Isis*, 1977, 68 (n° 241).
- Clavelin M., *La philosophie naturelle de Galilée*, Albin Michel, Paris, 1996 (première édition en 1968).
- Cohen I. B., "Quantum in se est" : Newton's concept of inertia in relation to Descartes and Lucretius, Notes and Records of the Royal Society of London, XIX, 1964, pp. 131-155.
- Newton's Second Law and the Concept of Force in the Principia, dans *The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton, 1666-1666*, R. Palter (éd.), MIT Press, 1970, pp. 143-186.
- *Introduction to Newton's Principia*, Harvard University Press, 1971.

Costabel P., La “loi admirable” de Christian Huygens, *Revue d'Histoire des Sciences*, tome IX, 1956.

— *La dynamique de Leibniz, les textes de 1692*, Hermann, Paris, 1960.

— Varignon, Lamy et le parallélogramme des forces, *Archives Internationales d'histoire des Sciences*, 1966, pp. 103-124.

— *Démarches originales de Descartes savant*, Vrin, Paris, 1982.

— De quelques embarras dans le *Traité de dynamique*, *Revue XVIII^e siècle*, n° 16, 1984.

— *Mariotte, savant et philosophe, analyse d'une renommée*, (éd. P. Costabel), Vrin, Paris, 1986.

— Les *Principia* de Newton et leurs colonnes d'Hercule, *Revue d'Histoire des Sciences*, XL/3-4, 1987, pp. 251-271.

— Courbure et Dynamique. Jean I Bernoulli correcteur de Huygens et Newton, dans *Der Ausbau des Calculus durch Leibniz und die Brüder Bernoulli*, *Studia Leibnitiana*, Sonderheft 17, 1989.

Dhombres J., Un style axiomatique dans l'écriture de la physique mathématique au 18^{ème} siècle. Daniel Bernoulli et la composition des forces, *Sciences et Techniques en Perspectives*, vol. 11, année 1986-1987, pp. 3-68.

Duchesneau F., *La dynamique de Leibniz*, Vrin, Paris, 1994.

Duhem P., *Les origines de la statique*, Hermann, Paris, 1905

Ehrard J., *L'idée de nature dans la première moitié du XVIII^e siècle*, Albin Michel, Paris, 1994 (1^{ère} éd. en 1963).

Erlichson H., Newton's Polygon Model and the Second Order Fallacy, *Centaurus*, vol. 35, 1992, pp. 243-258.

Fichant M., Mécanisme et métaphysique : le rétablissement des formes substantielles (1679), dans *Philosophie*, n° 39, 1993, pp. 27-59.

— *Actiones sunt suppositorum*, l'ontologie leibnizienne de l'action, dans *Philosophie*, n° 53, 1997, pp. 135-148.

— *Science et métaphysique chez Descartes et Leibniz*, PUF, Paris, 1998.

Firode A., *La dynamique de D'Alembert*, Bellarmin/Vrin, Montréal/Paris, 2001.

Fraser C. G., *Calculus and Analytical Mechanics in the Age of Enlightenment*, Variorum, Aldershot/Brookfield, 1997.

Gabbey A., Force and Inertia in Seventeenth-Century Dynamics, dans *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 2, 1971-1972, pp. 1-67.

- The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*, D. Garber, M. Ayers, R. Ariew, A. Gabbey (éd.), Cambridge University Press, Cambridge, 1997 (4 vol.)
- Gandt F. De, Les Mécaniques attribuées à Aristote et le renouveau de la science des machines au XVI^e siècle, *Les études philosophiques*, juillet-septembre 1986, pp. 391-405.
- Le problème inverse (prop. 39-41), *Revue d'Histoire des Sciences*, XL/3-4, 1987, pp. 281-309.
- *Force et géométrie. Mouvement et mathématiques chez Newton*, thèse de doctorat, Paris I-Sorbonne, 1987 (2 vol.)
- *L'œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, F. de Gandt (éd.), Publications de la faculté des Lettres et Sciences Humaines de Nice, n°32 (1^{re} Série), Belles Lettres, 1987.
- Garber D., *La physique métaphysique de Descartes*, PUF, Paris, 1999.
- Gilson E., *Index scolastico-cartésien*, Vrin, Paris, 1979 (seconde édition).
- Gueroult M., Métaphysique et physique de la force chez Descartes et Malebranche, 1^{ère} partie : Descartes, 2^{ème} partie : Malebranche, dans *Etudes sur Descartes, Spinoza, Malebranche et Leibniz*, Georg Olms Verlag, Hidelberg New-York, 1970.
- Hankins T. L., *Eighteenth-Century Attempts to Resolve the Vis viva Controversy*, *Isis*, vol. 56, n° 3 (Autumn 1965), pp. 281-297.
- The Influence of Malebranche on the Science of Mechanics During the Eighteenth Century, *Journal of the History of Ideas*, vol. 28, n° 2, Apr.-Jun. 1967, pp. 193-210.
- The reception of Newton's Second Law of Motion in the Eighteenth Century, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, n°s 78-79, 1967, pp. 43-65.
- *Jean d'Alembert, Science and the Enlightenment*, Gordon and Breach, 1990 (reprint).
- Herivel J., Sur les premières recherches de Newton en dynamique, *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications*, tome XV, n° 2, 1962, pp. 105-140.
- *The background to Newton's Principia, a study of Newton's Dynamical Recherches in the Years 1664-1684*, Clarendon Press, Oxford, 1965.
- Hine W. L., Inertia and Scientific Law in Sixteenth-Century Commentaries on Lucretius, *Renaissance Quarterly*, vol. 48, n° 4 (Winter 1995), pp. 728-740.
- Iltis C., Leibniz and the Vis Viva Controversy, *Isis*, vol. 62, n° 1 (Spring 1971), pp. 21-35.
- The Decline of Cartesianism in Mechanics : The Leibnizian-Cartesian Debates, *Isis*, vol. 64, n° 3 (Sep. 1973), pp. 356-373.
- Jouguet E., *Lectures de mécanique ; la mécanique enseignée par les auteurs originaux*, Paris, Gauthier-Villars, 2 vol., 1908-1909, rééd. 1924.

- Koyré A., *Etudes galiléennes*, Hermann, Paris, 1966.
- *Etudes newtoniennes*, Gallimard, Paris, 1968.
- Le Ru V., *Jean Le Rond D'Alembert philosophe*, Vrin, Paris, 1994.
- *La crise de la substance et de la causalité. Des petits écarts cartésiens au grand écart occasionnaliste*, CNRS éditions, Paris, 2003.
- *Voltaire newtonien, le combat d'un philosophe pour la science*, Vuibert/Adapt, Paris, 2005.
- La réception occasionnaliste de Descartes : des malebranchistes à l'Encyclopédie, dans *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 38, avril 2005, « La formation de D'Alembert ».
- Mach E., *La Mécanique exposé historique et critique de son développement*, Hermann, Paris, 1925 (première édition française en 1904).
- Moreau D., *Malebranche*, Vrin, Paris, 2006.
- Moscovici S., Remarques sur le dialogue de Galilée *De la force de la percussion*, Revue d'Histoire des Sciences, 1963, tome XVI pp. 97-137.
- Mouy P., *Le développement de la physique cartésienne 1646-1712*, Vrin, Paris, 1934.
- Papineau D., The *vis viva* controversy, dans *Leibniz : metaphysics and philosophy of science*, R. S. Woolhouse (ed.), Oxford University Press, 1981, pp. 139-156.
- Paty M., *D'Alembert ou la raison physico-mathématique au siècle des Lumières*, Belles Lettres, Paris, 1998.
- Peiffer J., La conception de l'infiniment petit chez Pierre Varignon, lecteur de Leibniz et Newton, dans *Leibniz : Tradition und Aktualität*, Internationaler Leibniz-Kongress, Hanovre, 1988.
- Pierre Varignon, lecteur de Leibniz et de Newton, dans *Leibniz' auseinandersetzung mit vorgängern und zeitgenossen*, Studia Leibnitiana, XXVII, Franz Steiner Verlag, Stuttgart, 1990.
- Radelet-de-Grave P., Les déplacements, les vitesses et leurs loi de composition, *Der Ausbau des Calculus durch Leibniz und die Brüder Bernoulli*, Studia Leibnitiana, Sonderheft 17, 1989, pp. 25-47.
- La mesure de la courbure et la pratique du calcul différentiel du second ordre, *Sciences et Techniques en perspective*, Deuxième série, vol. 8, n° 1, 2004, pp. 159-178.
- Ranea A. G., The *a priori* Method and the *actio* Concept Revised. Dynamics and Metaphysics in a unpublished controversy between Leibniz and Denis Papin, *Studia Leibnitiana*, XXI, n° 1, 1984, pp. 42-68.

- Robinet A., *Malebranche et Leibniz, relations personnelles, présentées avec les textes complets des auteurs et de leurs correspondants revus, corrigés et inédits*, Vrin, Paris, 1955.
- *Malebranche de l'Académie des Sciences, l'œuvre scientifique 1674-1715*, Vrin, Paris, 1970.
- Roux V., *La philosophie mécanique (1630-1690)*, Thèse de doctorat non publiée, Paris, EHESS, 1996.
- J.-P. Sérís, *Machines et communication*, Vrin, Paris, 1987
- Schüller V., Samuel Clarke's annotations in Jacques Rohault's *Traité de physique*, and how they contributed to popularising Newton's physics, dans *Between Leibniz, Newton, and Kant, Philosophy and Science in the Eighteenth Century*, W. Lefèvre (éd.), Kluwer Academics Publishers, Dordrecht/Boston/London, 2001, pp. 95-110.
- Scott J. F., *The Mathematical work of John Wallis*, Taylor and Francis, Londres, 1938.
- Shea W., *La révolution galiléenne, de la lunette au système du monde*, Editions du Seuil, Paris, 1992.
- Vilain C., *La mécanique de Christian Huygens. La relativité du mouvement au XVII^e siècle*, Albert Blanchard, Paris, 1996.
- La question du 'centre d'oscillation' de 1660 à 1790, *Physis*, Vol. XXXVII, fasc. 1, 2000, pp. 22-51.
- La question du 'centre d'oscillation' de 1703-1743, *Physis*, Vol. XXXVII, fasc. 2, 2000, pp. 439-466.
- Westfall R. S., *Force in Newton's Physics, the science of dynamics in the seventeenth century*, Macdonald/American elsevier, Londres/New York, 1971.
- Whiteside D. T., Newtonian dynamics, *History of Science*, 5, 1966, pp. 104-116.

TABLES DES MATIERES

Introduction	1
Partie I : Malebranche et la critique du concept d'inertie	6
Introduction	7
Chapitre I : Force et inertie cartésiennes	10
Introduction	10
I-La matière cartésienne	
1.1 Matière et étendue : remarques sur des lectures critiques	11
1.1.1 Gassendi et l'inertie	11
1.1.2 Leibniz et l'inertie	14
1.1.3 Premiers écrits newtoniens	16
1.1.4 Remarques sur les trois exemples précédents	17
1.2 Forces de mouvement et de repos	20
1.3 Inertie	22
1.4 Solidité	25
II- La « force » dans la partie II des <i>Principes</i>	29
2.1 Force et persistance	29
2.2 La règle 4 du choc et la loi III	33
III-Newton lecteur de Descartes	40
3.1 Solidité	40
3.2 « Effort pour s'éloigner du centre »	42
Conclusion	46
Chapitre II : Entre concepts et méthodes : remarques sur la dynamique dans la seconde moitié du XVII^{ème} siècle	48
Introduction	48
I-I.-G. Pardies	49
1.1 Mouvement et repos	50
1.2 "Principe d'inertie"	52
1.3 Percussion et masse	54
1.4 Résistance à une mise en mouvement : quelle origine ?	58
II- C.-F. Milliet Dechaies	60
2.1 Le « ressort » de l'air comme cause de la continuation d'un mouvement	60
2.2 Règles de collisions	63
2.2.1 Chocs inélastiques	65
2.2.2 Chocs élastiques	66
2.2.3 L'opposition à une mise en mouvement	69
III-La comptabilité double de la « force de la percussion »	71
3.1 La force de la percussion chez Wallis	72
3.1.1 Le choc élastique	73
3.1.2 Remarques sur ce choc	75
3.2 Le <i>Traité</i> de Mariotte	77
3.2.1 Vers une dynamique	77
3.2.2 Le poids d'une méthode	78
3.2.3 Collisions élastiques	80
3.2.4 Mariotte et Newton	83
Conclusion	85

Chapitre III : Force et inertie chez Malebranche	90
Introduction	90
I-La critique de la force de repos cartésienne	93
1.1 Rejet des explications traditionnelles	94
1.1.1 Formes et sympathies	94
1.1.2 Atomisme	95
1.2 Critique de la thèse cartésienne	97
1.2.1 Les parties responsables de la cohésion	98
1.2.2 « La volonté de l’Auteur de la nature »	101
1.2.3 Repos comme privation du mouvement	102
1.2.4 Privation : la critique de S. Clarke	105
1.3 Les exemples de Malebranche	109
1.4 L’intervention de la matière subtile et « quelques réflexions sur le sentiment de M. Descartes, & sur l’origine de son erreur »	112
1.4.1 Matière subtile	112
1.4.2 Erreurs cartésiennes	115
1.5 Force mouvante	118
Conclusion	121
II-Force et inertie d’après les règles du choc	124
Introduction	124
2.1 Lois pour les corps durs	126
2.1.1 Première période : 1675-1688	127
2.1.1.1 Les premières règles du choc	127
2.1.1.2 Résistance et effort	130
2.1.2 Deuxième période : 1692-1712	134
2.1.2.1 Lois des collisions des corps durs avec conservation de la quantité de mouvement scalaire	136
a-« Grandeur du choc »	136
b-Action	140
c-Action-réaction	141
d-Exemples de règles de collisions de corps durs	145
2.1.2.2 Lois des collisions des corps durs avec conservation de la quantité de mouvement algébrique	148
2.2 Collisions élastiques	149
2.2.1 Les « <i>secondes lois de la communication des mouvements</i> » de 1692	149
a-Mécanisme de compression	150
b-De 1692 à 1699, absence de réaction	152
§-Pour des mouvements de même sens ou avec un corps au repos	152
§§-Pour des mouvements de sens contraires	154
c-Exemples de règles	155
1) Corps mous	155
2) Corps durs à ressort	155
§-Cas de mouvements de même sens ou avec un des corps au repos	155
§§-Mouvements de sens opposés	157
2.2.2 « <i>Les lois générales de la communication des mouvements fondées sur l’expérience</i> »	161

2.2.2.1 Inertie et résistance	161
§-Dans le texte de 1692	164
§§-Les ajouts de 1698/1699	166
2.2.2.2 Equation de compression (5 ^{ème} et 6 ^{ème} éditions de RDV)	170
a-Première opération de la règle de Mariotte	171
b-Phase de rebond	173
Conclusion	178
Chapitre IV : L'influence de la mécanique de Malebranche	183
Introduction	183
I-Explications de différents phénomènes : pesanteur, élasticité et dureté	184
1.1 Pesanteur et mécanique céleste	184
1.2 Ressort	187
1.3 Dureté	190
1.3.1 Privat de Molière et Mazière	190
1.3.2 Lectures critiques : Saulmon et Varignon	193
a-Saulmon	193
b-Varignon	195
Conclusion	197
II-La question de l'inertie dans les années 1720	197
Introduction	197
2.1 Collisions et loi d'égalité de l'action et de la réaction	199
2.1.1 Mazière	199
2.1.2 Saulmon	201
2.1.3 Les règles du choc chez J. Keill	202
2.2 L'influence de Malebranche concernant la question de l'inertie	206
2.2.1 Force de repos	206
2.2.2 Indifférence	209
2.2.3 Retour sur les malebranchistes	214
2.2.3.1 Crousaz et la force de repos	215
2.2.3.2 Critiques de la réaction et de l'inertie	218
a-J.-P. Crousaz	218
b-Privat de Molières	220
2.2.3.3 Les explications de la résistance	224
a-J.P. Crousaz	224
b-Saulmon	227
2.3 Traubaud et D'Alembert	228
2.3.1 Le traité de mécanique de Traubaud	228
2.3.1.1 Science mathématique	229
2.3.1.2 Scepticisme vis-à-vis de tout dynamisme : la réduction des causes aux seuls effets	230
2.3.1.3 L'occasionalisme de Traubaud	233
2.3.1.4 Examen de l'axiome de proportionnalité	234
2.3.1.5 Inertie	239
2.3.2 D'Alembert	240

Conclusion	245
Partie II : Equilibre et dynamique au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles	253
Introduction	254
Chapitre I : Machines simples et collision	257
Introduction	257
I Les <i>momenti</i> galiléens	258
1.1 Premier sens	260
1.2 Second sens	261
1.3 Troisième sens	263
II Mariotte : traditions galiléenne et cartésienne	268
2.1 <i>Traité de la percussion</i>	268
2.2 <i>Traité du Mouvement des eaux</i>	274
III Efforts statique et dynamique : Dechales, Pardies, Wallis et Parent	279
3.1 C.-F. Milliet Dechales et I.-G. Pardies	279
3.2 J. Wallis	285
3.3 A. Parent et la « réduction » à l'équilibre	287
IV- Remarques sur les analogies	293
4.1 Détour galiléen	294
4.2 Pression et percussion	298
4.3 Parent et Régis et les « abus » de l'équilibre	302
V-Choc des corps et centre de gravité dans le <i>Traité de dynamique</i>	309
Conclusion	316
Chapitre II : Les traités de statique de Pierre Varignon	319
Introduction : les motivations à l'origine d'une nouvelle méthode	319
I « Principe général » de la statique et applications	324
1.1 L'ouvrage de 1687	324
1.2 La teneur dynamique de l'ouvrage de 1725	327
1.3 Le principe de Varignon	329
1.4 Les cas du plan incliné et du levier ou l'autonomie de la force	336
1.4.1 Equilibre sur un plan incliné	336
1.4.2 Leviers	337
II Equilibre et choc	340
2.1 Puissances et actions : aspects terminologiques	340
2.2 Compositions statique et dynamique	344
2.3 Démonstration du principe de Bernoulli	346
2.4 Retour sur le parallélogramme des forces chez Varignon	352
Conclusion	354
Chapitre III : L'influence de la statique de P. Varignon	356
Introduction	356
I Louville	357
II Dortous de Mairan	360
2.1 Les analogies du texte de 1728	360
2.2 La pratique de l'équilibre dans le mémoire de 1722	365

III-Collision directe et collision oblique dans le <i>Traité de Dynamique</i>	368
IV Trabaud et ses <i>Principes sur le mouvement et l'équilibre</i>	372
4.1 Définitions et axiomes	373
4.2 Equilibre	374
4.3 Décomposition et équilibre	375
4.3.1 « De la décomposition des forces & des mouvements »	375
4.3.2 Mouvement d'un corps contre un plan	378
4.4 Règles des collisions inélastiques	381
Conclusion	386
Conclusion : Forces et vitesses virtuelles	388
Partie III : La première partie du <i>Traité de dynamique</i> : contexte français et réception	394
Introduction	395
Chapitre I : Sur quelques définitions du mouvement et démonstrations du principe d'inertie dans la première moitié du XVIII^{ème} siècle	397
Introduction	397
I-La démonstration de D'Alembert du principe d'inertie	398
1.1 Loi I	398
1.2 Loi II	398
II-Critiques et influences	400
2.1 La nature discontinue du mouvement selon D'Alembert	402
2.2 Nature discontinue du mouvement : Varignon, Guisnée, Trabaud	404
2.3 La critique des démonstrations habituelles du principe d'inertie	410
Conclusion	413
Chapitre II : Mathématisation de la force dans la science française à la fin du XVII^{ème} et au début du XVIII^{ème} siècle : le cas de Pierre Varignon	415
Introduction	415
I-« Les effets sont proportionnels à leurs causes », ou comment mathématiser la force	419
1.1 Les origines cartésiennes de l'axiome de Varignon	419
1.2 Les premiers écrits dynamiques	424
1.2.1 Le « principe » de 1692-1693	424
a-Originé statique et application du « principe »	425
b-Application à la cinématique	426
c-Le cas de la chute libre	427
1.2.2 Les <i>Nouvelles conjectures</i> de 1690	427
1.2.2.1 Explication générale de la pesanteur	427
1.2.2.2 La loi de chute libre	429
1.3 Retour sur le « principe » de 1693	433
1.3.1 Force motrice et cumul d'impulsions	433
1.3.2 Loi de chute libre	435
1.3.3 Mathématisations de la loi de chute	437
II-Statut du principe fondamental de la dynamique	444
2.1 La démonstration de la loi de Torricelli	446
2.2 Première mathématisation algorithmique de la force	449
2.3 Fontenelle et la statut de la loi de Galilée	452

2.3.1 L'axiome de proportionnalité	452
2.3.2 La démonstration de la loi de Galilée	454
2.3.3 La double proportion	458
III-Calculs de forces suivant trois méthodes : les travaux de mécanique céleste de Varignon	463
3.1 Antécédents historiques du calcul des forces centrales	463
3.2 Mémoire de 1701 : première application d'une méthode osculatrice	465
3.2.1 Règle générale	465
3.2.2 Application méthode osculatrice au cas d'une trajectoire elliptique	468
3.2.3 Les démonstrations newtoniennes de la Proposition 6 des <i>Principes</i>	472
3.3 Le Mémoire de 1706	478
3.3.1 Règle générale	478
3.3.2 Cercle osculateur	480
3.3.4 Méthode polygonale	484
3.4 <i>Traité de dynamique</i>	487
3.4.1 « Courbes rigoureuses », « Courbes polygones »	490
3.4.2 Force accélératrice	493
3.5 Retour sur la force accélératrice chez Varignon	496
Conclusion	504
Chapitre III : Mouvements sur des plans inclinés et sur des courbes : les études de Varignon, Privat de Molières, Trabaud et D'Alembert	506
Introduction	506
I-Les textes de Varignon de 1693 et 1704	511
II-La lecture critique de D'Alembert	514
Conclusion	517
Conclusion	519
Conclusion	521
Annexes	524
-Activité et passivité	525
- La force de la percussion dans la correspondance de Descartes	531
- Correspondance Malebranche-Leibniz	533
- Lois de la Nature	550
- Eclaircissement XVI	558
- Le principe statique cartésien	572
- Parallélogramme des forces : démonstrations de Varignon et Trabaud	575
- Des « éléments » de mécanique : les manuels de Privat de Molières et Trabaud	581
- Le mouvement sur des plans inclinés contigus et sur des courbes chez Trabaud et Privat de Molières	586

Bibliographie	602
1-Sources	602
2-Etudes	606
Table des Matières	612

RESUME en français

Nous présentons dans ce travail le contexte scientifique dans lequel s'élabore la dynamique de J. Le Rond D'Alembert. Ne pouvant prétendre à l'exhaustivité, nous suivons trois axes de recherche. Le premier vise à établir la postérité des analyses critiques de N. Malebranche concernant l'inertie de la matière ; les réflexions menées autour de ce concept illustrent ce climat de « crise » de la causalité présent dans les années 1720 et 1730 ; climat préfigurant l'attitude hostile de D'Alembert à l'encontre des fondements traditionnels de la dynamique. Nous examinons ensuite l'importance de la science des machines dans l'élaboration d'une théorie du choc ; à la fin du XVII^{ème} siècle et au début du XVIII^{ème} siècle, les règles de collisions s'établissent par analogie avec la science de l'équilibre. Nous évaluons enfin l'importance de la statique de P. Varignon. Ces deux derniers thèmes nous incitent à soutenir l'existence d'une technique de résolution de problèmes de systèmes à liaisons pouvant se concevoir comme un premier pas conduisant au principe de D'Alembert.

Finalement, nous cherchons à mesurer l'influence d'un contexte scientifique sur la mécanique de D'Alembert et comment ce dernier prolonge et dépasse les réflexions engagées par ses prédécesseurs.

TITRE en anglais : Equilibrium and dynamics. Studies on mechanics in France at the seventeenth and eighteenth centuries : Malebranche, Varignon, science of machines and collisions.

RESUME en anglais

In this work we will present the scientific context of D'Alembert's dynamics. We follow three axes of research. Firstly, we examine the influence of the works of N. Malebranche, especially those of which dealing with inertia of mater ; the analysis of Malebranche and scientists about that concept can illustrate what is called the "crisis" of causality that we found around 1730's. This example show us the articulations of a debate concerning causality, a question of great importance in D'Alembert's thought. The second point examines the relationships between science of machines and rules of collisions ; at the end of the seventeenth century and the beginning of the eighteenth century, rules come from analogies with science of equilibrium. Thirdly, we present the influence of P. Varignon's static. The two last points give us the first step toward the birth of the famous D'Alembert's principle.

For summarizing, we show the probable source of influence of the scientific context on D'Alembert's science and how D'Alembert goes one step further.

DISCIPLINE : Epistémologie, Histoire des Sciences et des Techniques.

MOTS-CLES : D'Alembert—Malebranche—Varignon—Dynamique—Equilibre.

INTITULE ET ADRESSE DU LABORATOIRE :

Equilibre et dynamique. Etudes sur la mécanique française aux XVII^e et XVIII^e siècles : Malebranche, Varignon, science des machines et collisions.

U. F. R. Lettres et Langages, Centre François Viète.