

# Modélisation analytique du bruit aérodynamique à large bande des machines tournantes : utilisation de calculs moyennés de mécanique des fluides

Yannick Rozenberg

#### ► To cite this version:

Yannick Rozenberg. Modélisation analytique du bruit aérodynamique à large bande des machines tournantes : utilisation de calculs moyennés de mécanique des fluides. Acoustique [physics.class-ph]. Ecole Centrale de Lyon, 2007. Français. NNT : . tel-00678225

### HAL Id: tel-00678225 https://theses.hal.science/tel-00678225v1

Submitted on 12 Mar 2012  $\,$ 

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ANNÉE 2007

 $N^{\circ}$  d'ordre : 2007-44

# THÈSE

présentée devant L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir le titre de DOCTEUR SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

 $\mathbf{par}$ 

#### Yannick ROZENBERG

## Modélisation analytique du bruit aérodynamique à large bande des machines tournantes : utilisation de calculs moyennés de mécanique des fluides.

Soutenue le 19 décembre 2007 devant la Commission d'Examen

#### JURY

Examinateurs :

Pr. Guy CAIGNAERT (Rapporteur)

- Pr. Thomas CAROLUS
- Pr. Yves GERVAIS (Rapporteur)
- Dr. Alain GUÉDEL
- Dr. Maxime LEBRUN
- Dr. Stéphane MOREAU
- Pr. Michel ROGER

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509 École Centrale de Lyon

# Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

## École Centrale de Lyon

NOM Prénom	Corps grade	Laboratoire	Établissement
AURIOL Philippe	Professeur	CEGELY	ECL
BEROUAL Abderrahmane	Professeur	CEGELY	ECL
BURET François	Maître de conférences	CEGELY	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	Directeur de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
KRAHENBUHL Laurent	Directeur de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
MARTELET Claude	Professeur	CEGELY	ECL
NICOLAS Alain	Professeur	CEGELY	ECL
NICOLAS Laurent	Directeur de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
SIMONET Pascal	Chargé de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
THOMAS Gérard	Professeur	CEGELY	ECL
VOLLAIRE Christian	Maître de conférences	CEGELY	ECL
HELLOUIN Yves	Maître de conférences	DER EEA	ECL
LE HELLEY Michel	Professeur	DER EEA	ECL
GUIRALDENQ Pierre	Professeur émérite	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	Professeur	DER STMS	ECL
LOHEAC Jean-Pierre	Maître de conférences	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	Professeur émérite	ICJ	ECL
MARION Martine	Professeur	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	Professeur	ICJ	ECL
MUSY François	Maître de conférences	ICJ	ECL
ROUY MIRONESCU Elisabeth	Professeur	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	Maître de conférences	ICJ	ECL

DAVID Bertrand	Professeur	ICTT	ECL
CALLARD Anne-Ségolène	Maître de conférences	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	Maître de conférences	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	Professeur	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	Maître de conférences	INL	ECL
GARRIGUES Michel	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
JOSEPH Jacques	Professeur	INL	ECL
KRAWCZYK Stanislas	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
MARTIN Jean-René	Professeur émérite	INL	ECL
O'CONNOR Ian	Maître de conférences	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	Professeur	INL	ECL
ROBACH Yves	Professeur	INL	ECL
SEASSAL Christian	Chargé de recherche	INL	CNRS/ECL
SOUTEYRAND Eliane	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	Directeur de recherche	INL	CNRS/ECL
CHEN Liming	Professeur	LIRIS	ECL
BAILLY Christophe	Professeur	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN Jean-Claude	Professeur émérite	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT Geneviève	Professeur émérite	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	Maître de conférences	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
HENRY Daniel	Directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	Professeur	LMFA	ECL
JUVE Daniel	Professeur	LMFA	ECL
LE RIBAULT Catherine	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	Professeur	LMFA	ECL
PERKINS Richard	Professeur	LMFA	ECL
ROGER Michel	Professeur	LMFA	ECL
SCOTT Julian	Professeur	LMFA	ECL
SHAO Liang	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	Chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	Maître de conférences	LMFA	ECL
	•		

BENAYOUN Stéphane	Professeur	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	Professeur	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	Maître de conférences	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	Maître de conférences	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfrid	Chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	Professeur émérite	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	Chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	Past	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	Professeur	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	Professeur	LTDS	ECL
JUVE Denyse	Ingénieur de recherche	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	Directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	Chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	Directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	Professeur	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	Directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	Professeur	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	Maître de conférences	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	Maître de conférences	LTDS	ECL
SIDOROFF François	Professeur	LTDS	ECL
SINOU Jean-Jacques	Maître de conférences	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	Professeur	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	Professeur	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	Professeur	LTDS	ECL
VANNES André-Bernard	Professeur émérite	LTDS	ECL

# Remerciements

Cette thèse a débutée en octobre 2004 et s'est déroulée au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon. Elle a été financée par une allocation MENRT et a bénéficié du soutien du CIRT (Consortium Industrie-Recherche en Turbomachine), à travers l'implication du Cetiat, de Snecma (groupe SAFRAN) et de Valeo Thermique Moteur. Nombreuses sont les personnes ayant contribué au bon déroulement de cette étude. J'espère pouvoir ici donner au lecteur un aperçu de leur engagement et de ma gratitude à leur égard.

Je tiens tout d'abord à remercier Michel Roger, professeur à l'ECL, d'avoir encadré cette thèse. Son esprit de synthèse, sa constante disponibilité lors de mes nombreuses sollicitations et ses conseils non dirigistes mais toujours avisés, ont grandement contribué à l'avancement de mes travaux. Les trois années à son contact m'ont permis de profiter de son savoir-faire et de son expérience.

Je remercie Guy Caignaert et Yves Gervais d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse ainsi que Thomas Carolus, Alain Guédel, Maxime Lebrun et Stéphane Moreau pour avoir jugé ce travail avec objectivité.

Je suis également redevable à Stéphane Moreau pour le suivi et l'implication dans les différentes parties de ce travail. Merci Stéphane de m'avoir communiqué ton énergie et ta vitalité, merci de montrer qu'une recherche de qualité est possible (bien que difficile) dans un contexte industriel. Je remercie également Manu, Bruno et Aurélien pour l'aide et le support apporté tout au long de la thèse, et plus particulièrement durant mon agréable séjour parmi eux.

Je tiens également à remercier Alain Guédel pour son implication dans la partie expérimentale de l'étude. Sa présence et ses conseils nous ont permis, malgré les nombreuses difficultés intrinsèques à une étude expérimentale, d'obtenir une validation du modèle analytique de bruit de bord de fuite.

Je remercie également les membres du département acoustique de Snecma pour avoir soutenu cette thèse. Merci plus particulièrement à Maxime Lebrun, Benoît Farvacque et Cédric Morel d'avoir suivi cette étude et à Jean-Michel Nogues de m'avoir accueilli au sein du département acoustique pour une application du modèle analytique à la soufflante d'une turbomachine.

Je souhaite également remercier toute l'équipe du Centre Acoustique dont les différents membres ont toujours laissé leur porte ouverte pour d'éventuelles questions (scientifiques ou non!). Ma gratitude va à Evelyne Roche qui a assuré (dans tous les sens du terme) le suivi administratif permettant les nombreux déplacements chez les partenaires, les séjours en région parisienne ainsi que l'achat de matériel pour l'étude expérimentale. Malgré toutes les précautions préalables, certains ajustements de dernière minute ont été nécessaires et je remercie Jean-Michel Perrin d'avoir toujours répondu présent à nos demandes, souvent présentées dans l'urgence et pourtant traitées avec une minutie d'orfèvre. Merci également à Emmanuel Jondeau pour son aide précieuse lors des mesures par anémométrie à fil chaud. Pierre Roland et Pascal Souchotte étaient les sauveteurs de la dernière chance lors de pannes logicielles ou matérielles. Merci à eux deux pour leur aide!

J'ai eu la chance d'effectuer un monitorat en parallèle de la thèse. Cette expérience enrichissante a été facilitée par l'accueil au sein de l'équipe d'enseignement en mécanique des fluides. Je les remercie pour la confiance qu'ils m'ont accordée, particulièrement Frédéric Plaza en tant que tuteur CIES et responsable de l'animation de cette équipe. Merci également aux moniteurs pour les agréables préparations de TD et TP ainsi que pour les discussions sur le partage (équitable?) des heures d'enseignement... Une mention spéciale à Elena pour sa bonne humeur et son rire tous deux communicatifs.

Je tenais également à remercier les thésards du laboratoire qui ont grandement contribué à la bonne ambiance dans laquelle j'ai évolué ces trois dernières années. Merci à Alexis, Arganthaël, Benjamin, Benoît, Cédric, Elena, JB, Johanna, Julien, Julien, Olaf, Olivier, Sébastien, Thomas et Vincent pour ces repas mémorables par la qualité des discussions plutôt que par celle des mets ingurgités ainsi que pour les pauses café, essentielles à la structuration d'une réflexion (*pas de café, pas de pensée !*). Un grand merci pour ce jeu de la thèse, dans lequel la soutenance semble toujours accessible au lancé de dé. Ce fut d'un grand réconfort pour escalader la montagne de la rédaction.

Je voudrai remercier ma famille et tout particulièrement mes parents pour leur confiance et leur constant soutien. Bientôt dix ans que j'ai quitté la maison familiale pour construire mon projet professionnel et personnel ! Dix années pendant lesquelles, malgré la distance, j'ai constamment senti leur présence réconfortante à mes côtés ! Je voudrai finalement remercier celle qui partage aujourd'hui et je l'espère pour encore longtemps ma vie. Gaëlle, tu as su écouter mes doutes et mes problèmes, trouver les mots justes pour me remotiver, accepter des soirées de manip, des nuits d'insomnie, des journées ensoleillées à rédiger ce mémoire. Tu as même su expliquer mes travaux de thèse à nos amis (avec toutefois, quelques inexactitudes...) ! Tu m'a donné l'énergie pour mener à bien ce travail et tu m'aides quotidiennement à choisir la direction du chemin sur lequel nous avançons. Pour tout cela et bien d'autres raisons que je ne citerai pas, tu m'es indispensable ! Merci d'être à mes côtés...

# Résumé

Suite aux efforts consentis pour diminuer le bruit tonal des machines tournantes aérodynamiques, le bruit à large bande constitue aujourd'hui une part importante, parfois dominante, du bruit généré par certains ventilateurs à basse vitesse ou soufflantes de turbomachines. Ce travail de thèse propose une approche hybride pour modéliser le bruit à large bande à la fois par des méthodes analytiques et en tirant profit de simulations utilisant les équations moyennées de la mécanique des fluides. L'objectif principal consiste à proposer un outil de prévision du bruit de bord de fuite avec une erreur inférieure à 3 dB.

Une synthèse bibliographique du bruit à large bande généré par les profils d'aile est effectuée. Les modèles analytiques développés par Amiet pour le bruit d'impact de turbulence et le bruit de bord de fuite sont présentés, et des extensions en sont également proposées. La comparaison systématique avec une base de données développée ces dernières années à l'École Centrale de Lyon et enrichie durant ce travail permet une validation de ces modèles.

Dans une seconde partie, les pales d'un ventilateur axial à basse vitesse sont instrumentées, afin de mesurer la statistique de pression en paroi proche du bord de fuite. Cette dernière est conforme à la statistique mesurée sur des profils. Ce résultat justifie donc l'utilisation d'une théorie appliquée par tronçons, chacun des tronçons étant supposé se comporter comme une tranche de profil. Le modèle analytique du bruit de bord de fuite est donc étendu au cas d'une pale de ventilateur et des corrections pour prendre en compte l'effet Doppler sont proposées. Sa validation consiste à fournir les données d'entrée à l'aide des mesures effectuées sur les pales instrumentées et de comparer la pression acoustique obtenue en champ lointain par le modèle à celle mesurée dans une chambre anéchoïque. L'accord obtenu est très encourageant, à la fois sur le spectre acoustique en un point donné, mais également sur la fonction de directivité. Une formulation est également proposée pour appliquer, à titre prospectif, cette formulation en champ libre au calcul de la puissance acoustique en amont et en aval d'une soufflante de turbomachines en conduit.

Pour prédire le bruit de bord de fuite généré par un ventilateur, la principale difficulté rencontrée dans l'utilisation de modèles analytiques consiste à obtenir les données d'entrée, à savoir la statistique de la pression fluctuante sur l'aube. Dans un contexte industriel, les informations disponibles sur l'écoulement ne sont que les données moyennes, issues d'une simulation des équations moyennées de Navier-Stokes (RANS). Dans des cas simples, des modèles semi-empiriques permettent d'en déduire le spectre des fluctuations de pression en paroi. En revanche, ils ne peuvent pas être appliqués à un écoulement soumis à un gradient de pression positif. Une augmentation du niveau spectral dans ce cas est observée et un nouveau modèle empirique est proposé.

# Table des matières

N	omer	nclatur	e des principales notations utilisées	1
In	trod	uction		5
1	Bru	lit d'in	pact de turbulence sur profils fixes	9
	1.1	Différe	ents modèles	9
	1.2	Modèl	e d'Amiet	11
		1.2.1	Calcul de la répartition de sources dipolaires sur le profil $\ldots \ldots \ldots$	11
		1.2.2	Rayonnement de la répartition de dipôles en champ lo intain	17
		1.2.3	Fonction de transfert aéroacoustique	21
		1.2.4	Exemples de résultats fournis par le modèle analytique	22
	1.3	Étude	des paramètres dominants	23
		1.3.1	Effets de l'incidence	24
		1.3.2	Effets de la cambrure	28
		1.3.3	Effets de l'épaisseur	29
	1.4	Améli	orations apportées	32
		1.4.1	Prise en compte des rafales subcritiques	32
		1.4.2	Modélisation des effets d'épaisseur	35
		1.4.3	Prise en compte des effets de flèche	36
	1.5	Conclu	usion	41
<b>2</b>	Bru	it de l	oord de fuite sur profils fixes	<b>43</b>
	2.1	Revue	bibliographique de différents modèles	43
	2.2	Répar	tition de sources acoustiques équivalentes	45
		2.2.1	Modèle d'Amiet	45
		2.2.2	Correction de bord d'attaque	47
		2.2.3	Généralisation au cas tridimensionnel	49
	2.3	Rayon	nement acoustique en champ lointain	50
		2.3.1	Calcul du rayonnement de la répartition de dipôles induite	50
		2.3.2	Effet de la pression incidente	54
	2.4	Valida	tion des hypothèses du modèle analytique	56

		2.4.1	Effet de l'angle d'attaque	56
		2.4.2	Effet de la forme du bord de fuite	59
		2.4.3	Considérations générales	61
		2.4.4	Validation expérimentale du modèle d'Amiet	62
	2.5	Concl	usion	72
3	Ver	tilateu	ır axial : étude expérimentale	73
	3.1	Proto	cole expérimental	74
		3.1.1	Description du ventilateur	74
		3.1.2	Description des capteurs de pression instationnaire	76
		3.1.3	Description de la chaîne d'acquisition	77
		3.1.4	Calibration des capteurs	78
	3.2	Statis	tique des pressions instationnaires de paroi	82
		3.2.1	Pression pariétale	82
		3.2.2	Vitesse de convection	84
		3.2.3	Cohérence transversale	85
	3.3	Pressi	on acoustique en champ lointain	86
		3.3.1	Effet de la vitesse de rotation	89
		3.3.2	Effet de l'angle de calage	89
		3.3.3	Mesures de directivité	91
	3.4	Concl	usion	92
<b>4</b>	Mo	délisat	tion du bruit de pales en rotation	95
	4.1	Motiv	ations et hypothèses	95
	4.2	Expre	ssion du facteur Doppler	96
	4.3	Expre	ssion des coordonnées de l'observateur	98
	4.4	Applie	cation à un ventilateur axial	100
		4.4.1	Principe du calcul	101
		4.4.2	Contribution des rafales subcritiques	102
		4.4.3	Effet de la correction de bord d'attaque	102
		4.4.4	Effet du sinus cardinal et du nombre de tronçons	103
		4.4.5	Validation du modèle analytique	104
	4.5	Applie	cation à une soufflante de turbomachine	107
		4.5.1	Mécanismes de bruit généré par une soufflante de turboréacteur	109
		4.5.2	Calcul des puissances acoustiques en amont et en aval à partir d'une	
			DSP de pression en champ libre	110
		4.5.3	Cas-test de Ganz	111
		4.5.4	Résultats	112
	4.6	Concl	usion	114

<b>5</b>	DS	P de p	ression pariétale à partir de données RANS	115
	5.1	Couch	e limite turbulente sans gradient de pression $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	116
	5.2	Norma	alisation sans gradient de pression	118
		5.2.1	Variables internes	119
		5.2.2	Variables externes	119
		5.2.3	Variables mixtes	119
	5.3	Modèl	les semi-empiriques	120
		5.3.1	Schlinker-Amiet	121
		5.3.2	Chase-Howe	121
		5.3.3	Goody	121
	5.4	Gradi	ent de pression défavorable	123
		5.4.1	Effet sur la statistique de pression	123
		5.4.2	Base de données des effets du gradient de pression	124
		5.4.3	Caractérisation du gradient de pression	128
		5.4.4	Vers un nouveau modèle normalisé	132
	5.5	Applie	cation au profil V2	134
	5.6	Applie	cation à un ventilateur de refroidissement automobile	135
		5.6.1	Description de la simulation RANS de référence	135
		5.6.2	Hypothèses et principe du calcul	136
		5.6.3	Exemples d'application	137
		5.6.4	Étude paramétrique	141
	5.7	Conclu	usion $\ldots$	146
Co	onclu	ision		149
$\mathbf{A}$	Équ	ations	de l'acoustique linéaire	153
в	Pro	otocole	expérimental des essais sur profils fixes	155
	B.1	Descri	$$ iption de l'installation $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	155
	B.2	Sonde	s à microphone déporté	156
	B.3	Carac	térisation de l'écoulement amont	158
	B.4	Consid	dérations acoustiques	160
С	Mo	dèle de	e Corcos	161
D	Etu	de asy	mptotique du modèle d'Amiet pour le bruit de bord de fuite	163
$\mathbf{E}$	Effe	et de l'	écrêtage de signaux sur la cohérence	165
Bi	bliog	graphie	e	167

# Nomenclature des principales notations utilisées

#### Lettres romaines

$b_c$	constante de Corcos	
c = 2b	corde du profil ou de la pale	[m]
$c_0$	célérité du son	$[\mathrm{m.s}^{-1}]$
$C_f$	coefficient de frottement	
$C_p$	coefficient de pression	
E[.]	intégrale de Fresnel	
f	fréquence	[Hz]
g	fonction de portance réduite	
Н	facteur de forme	
k	nombre d'onde acoustique	$[m^{-1}]$
$K(K_x, K_y)$	nombres d'onde aérodynamiques	$[m^{-1}]$
$K_c$	nombre d'onde aérodynamique de convection	$[\mathrm{m}^{-1}]$
$l_y$	longueur de cohérence transversale	[m]
L = 2d	envergure du profil ou de la pale	[m]
$\mathcal{L}$	fonction de transfert aéroacoustique	
$M_0(M_x, M_y)$	nombre de Mach de l'écoulement amont	
N	vitesse de rotation	$[tr.min^{-1}]$
Q	débit volumique	$[\mathrm{m}^{3}.\mathrm{h}^{-1}]$
$R_0$	distance entre le centre du ventilateur et l'observateur	[m]
$R_t, R_s, S_0$	distances entre la source et l'observateur	[m]
	corrigées des effets de convection	
$\vec{R}(R_1, R_2, R_3)$	vecteur source-observateur	[m]
$R_e$	nombre de Reynolds basé sur la corde du profil	
$R_{ heta}$	nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement	
$S_{pp}$	DSP de pression acoustique en champ lointain	$[dB.Hz^{-1}]$

St	nombre de Strouhal	
$\mathcal{T}_u$	intensité de turbulence	
$u_{\tau}$	vitesse de frottement	$[m.s^{-1}]$
$U_0(U_x, U_y)$	vitesse de l'écoulement amont	$[m.s^{-1}]$
$U_c$	vitesse de convection	$[\mathrm{m.s}^{-1}]$
$U_e$	vitesse à l'extérieur de la couche limite	$[\mathrm{m.s^{-1}}]$
$U_t$	vitesse tangentielle	$[\mathrm{m.s^{-1}}]$
$U_z$	vitesse axiale	$[\mathrm{m.s^{-1}}]$
w	perturbation de vitesse incidente	$[\mathrm{m.s}^{-1}]$
(x, y, z)	repère basé sur le profil	
	$(\vec{x} \text{ suivant la corde et } \vec{y} \text{ suivant l'envergure})$	

#### Lettres grecques

\_\_\_\_\_

$\alpha = U_0/U_c$	rapport des vitesses de l'écoulement et de convection	
$lpha_i$	incidence du profil	[rad]
$\beta_x, \beta_0$	paramètre de compressibilité	
$eta_t$	angle complémentaire de l'angle de calage en tête de pale	[rad]
$\gamma^2$	cohérence	
$\Delta \beta$	vrillage	[rad]
$\beta = \beta_t + \Delta\beta$	angle complémentaire de l'angle de calage	[rad]
δ	épaisseur de couche limite	[m]
$\delta^*$	épaisseur de déplacement de couche limite	[m]
ζ	angle de dévers	[rad]
$\theta^*$	épaisseur de quantité de mouvement de couche limite	[m]
$ heta_i$	angle d'inclinaison	[rad]
$\Theta$ (profil)	angle entre la corde du profil et l'observateur	[rad]
$\Theta$ (ventilateur)	angle entre l'axe de rotation et l'observateur	[rad]
$\lambda$	longueur d'onde	[m]
Λ	longueur intégrale de la turbulence	[m]
$_{\mu,\kappa}$	paramètres de fréquence	
$(\xi,\eta)$	distance longitudinale (selon la corde) et transversale	[m]
	(selon l'envergure)	
$ ho_0$	masse volumique du fluide	$[kg.m^{-3}]$
$ au_p$	contrainte de cisaillement en paroi	[Pa]
$\phi$	potentiel de vitesse ou de pression	

$\Phi$	potentiel de vitesse ou de pression adimensionnel	
$\Phi_{pp}$	spectre de pression pariétale	$[\mathrm{dB.Hz}^{-1}]$
$\Phi_{ww}$	spectre bidimensionnel de la turbulence	$[\mathrm{dB.Hz}^{-1}]$
ω	pulsation de l'onde acoustique	$[s^{-1}]$
Ω	vitesse de rotation	$[\mathrm{rad.s}^{-1}]$

#### Symboles

ĩ	transformation temporelle de Fourier
î.	double transformation spatiale de Fourier
*	complexe conjugué

#### Acronymes

DSP	densité spectrale de puissance
OASPL	niveau global de bruit (OverAll Sound Pressure Level)
PWL	DSP de puissance acoustique
RANS	équations moyennées de Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier-Stokes)
SMD	sonde à microphone déporté

# Introduction

Le bruit aérodynamique des ventilateurs est un sujet de préoccupation pour les industriels de nombreux secteurs d'activité, tels que le refroidissement automobile, le refroidissement de circuits électroniques, la ventilation et la climatisation dans le bâtiment, le conditionnement d'air dans les transports aérien et terrestre ou encore la conception de moteurs d'avion à travers le compresseur basse-pression. Dans ce mémoire, le mot *ventilateur* sera compris au sens le plus large de machine tournante axiale subsonique, par commodité. Les exigences imposées par les normes ou les clients se révèlent toujours plus drastiques et obligent à concevoir des outils de prévision du bruit aérodynamique dès les premières phases de développement d'un produit. Ce bruit est couramment séparé en deux contributions : le bruit de raie lié aux mécanismes d'interaction périodiques et le bruit à large bande lié aux phénomènes aléatoires. Cette dernière part provient de cinq mécanismes principaux sur un ventilateur :

- l'impact de la turbulence présente en amont du ventilateur sur le bord d'attaque des pales ou celui de la turbulence présente dans le sillage des pales d'un rotor avec un stator redresseur;
- la modification brutale des structures tourbillonnaires présentes dans la couche limite à leur passage au droit du bord de fuite. La présence du profil augmente l'efficacité de ce mécanisme et donne naissance à un rayonnement acoustique.
- l'échappement tourbillonnaire lorsque le bord de fuite est tronqué, mécanisme dont la structure aérodynamique très cohérente entraîne une efficacité importante de rayonnement;
- les phénomènes d'extrémité tels que le tourbillon marginal ou le tourbillon de jeu. Le mécanisme est lié à un écoulement fortement tridimensionnel. En tête de pale, un tourbillon marginal se crée. Son interaction avec le carénage génère du bruit. Ce mécanisme complexe est l'objet d'une thèse à l'Ecole Centrale de Lyon menée par Julien Grilliat dans le cadre du projet européen PROBAND. De premiers résultats expérimentaux ont déjà été publiés [67].
- le développement d'ondes d'instabilités de Tollmien-Schlichting dans la couche limite, constituant un cas particulier de bruit de bord de fuite. Ce mécanisme peut être facilement évité en forçant la transition de la couche limite vers la turbulence.

Les deux premiers mécanismes cités sont, dans la plupart des cas, les mécanismes de bruit dominants. Nous focaliserons donc nos efforts dans cette étude sur le bruit d'impact de turbulence et le bruit de bord de fuite.

#### Contexte de l'étude

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'un projet financé par le CIRT (Consortium Industrie-Recherche en Turbomachine). Ce réseau regroupant des industriels, des centres d'études et des laboratoires universitaires, est une véritable passerelle pour le développement de nouvelles recherches sur des problèmes à caractère générique. Préoccupés par l'impact acoustique des ventilateurs, le CETIAT (Centre Technique des Industries Aéroliques et Thermiques), la Snecma (groupe SAFRAN) et VALEO ont porté et financé ce projet dont les objectifs sont décrits ci-après. Cette thèse a donc un fort potentiel applicatif, l'un des objectifs étant le transfert de connaissances académiques vers les différents partenaires. Ainsi, différents séjours à la Snecma et à Valeo ont eu lieu, permettant à l'étudiant de comprendre et intégrer les contraintes industrielles, ainsi que le domaine d'application des différentes machines tournantes. Le tableau 1 reprend les caractéristiques générales des ventilateurs conçus ou étudiés par les différents partenaires. L'étendue des domaines d'application induit une grande variation des paramètres présentés. Il est donc important de proposer une modélisation suffisamment générale pour être appliquée à l'ensemble des projets proposés.

		Taux de	Débit	Vitesse de		Nombre
	Diamètre	compression $\tau$	massique	rotation	Corde	d'aubes
		ou $\Delta p$				
	(m)	(-) ou (Pa)	(kg/s)	(tr/min)	(m)	(-)
CETIAT	0,2-1	$\Delta p < 1000$	< 18	< 3000	pprox 0, 3	2-16
Snecma CFM56-7B GE90	$1,53 \\ 3,1$	$\begin{array}{l} 1,1<\tau<1,73\\ 1,12<\tau<1,54 \end{array}$	135-350 700-1450	2200-5200 1200-2300	$0,25 \\ 0,54$	$\frac{24}{22}$
VALEO	0,2-0,7	$50 < \Delta p < 400$	0,17-2,04	1500-4000	0,015-0,12	4-13

TAB. 1: Caractéristiques générales des ventilateurs conçus ou étudiés par les partenaires du projet.

#### Objectifs

La modélisation d'un mécanisme générateur de bruit, quelqu'il soit, vise à obtenir une description des sources de bruit et de leur propagation jusqu'à un point d'écoute représentant l'observateur. Il est donc nécessaire de disposer de modèles capables de décrire précisément ces deux phases. La méthode la plus précise consiste à effectuer une simulation numérique directe, ou une simulation des grandes échelles, pour un écoulement instationnaire compressible, capable de restituer à la fois les mouvements turbulents et les mouvements acoustiques, qui sont typiquement entre 5 et 6 ordres de grandeur plus faibles. Ceci requiert donc un maillage extrêmement fin et tridimensionnel, afin de modéliser ou simuler directement une turbulence réaliste. Un maillage complet de ce type, sur un domaine étendu de la source jusqu'à l'observateur serait coûteux en temps de calcul pour s'avérer réaliste. Une méthode hybride consiste donc à simuler les sources acoustiques indépendamment et à simuler la propagation acoustique dans une seconde étape à l'aide de modèles numériques linéaires. Ces méthodes ont fait l'objet d'une excellente revue par Colonius & Lele [39] et plus récemment par Wang et al. [121]. Elles sont à présent bien développées dans les laboratoires pour prédire le bruit d'un jet subsonique [16] ou presque sonique [40], le bruit de bord de fuite d'un profil avec transition naturelle vers la turbulence [83] ou encore le bruit de résonance d'une cavité [59], et commencent à être utilisées dans les départements de recherche et développement chez certains industriels. Leur application à des machines tournantes est encore plus coûteuse et difficilement envisageable, même dans les laboratoires de recherche. Il faut cependant mentionner que Carolus et al. [25] ont proposé très récemment un calcul par simulation des grandes échelles sur un ventilateur axial basse-vitesse soumis à une turbulence amont. La turbulence est produite par une grille à barreaux de section carrée intégrée au maillage. Les résultats, s'ils ne sont pas encore à la portée des industriels pour des études amont, montrent toutefois la faisabilité d'un tel exercice. Les essais pour reproduire le bruit propre du ventilateur de la référence [25] n'ont cependant pas été concluants et nécessiteraient un maillage bien plus fin de la couche limite sur les pales, ce qui est en dehors des capacités actuelles de calcul.

Il est alors essentiel de fournir des outils de prévision du bruit à large bande compatibles avec une durée admissible pour des études de pré-dimensionnement. Les méthodes analytiques offrent alors tout leur potentiel, puisqu'elles permettent d'obtenir des résultats rapidement et simplement. En revanche, les hypothèses simplificatrices sur l'écoulement et sur la géométrie demandent à être validées à l'aide d'une comparaison avec l'expérience. De plus, les codes de calcul moyennés (RANS pour Reynolds-Averaged Navier-Stokes) sont aujourd'hui couramment utilisés dans l'industrie. S'ils ne donnent pas d'information directe sur les fluctuations de l'écoulement, ils en fournissent une description moyennée. L'objectif principal de ce travail est de proposer une méthodologie afin de prédire le bruit à large bande à partir de ces calculs RANS et de modèles analytiques.

L'objectif premier de cette thèse est de proposer un outil capable de prédire la directivité et le niveau du bruit de bord de fuite généré par un ventilateur avec, si possible, une erreur inférieure à 3 dB. Nous nous donnons des objectifs intermédiaires, qui sont :

- valider à l'aide d'expériences les modèles analytiques pour le bruit d'impact de turbulence et le bruit de bord de fuite d'un profil;
- valider le modèle analytique de bruit de bord de fuite pour un ventilateur;

- adapter le modèle au cas d'une soufflante de turbomachines;
- proposer une méthode de couplage des modèles analytiques avec les calculs RANS.

Ces différents objectifs structurent les grandes lignes de ce travail qui sont explicitées cidessous.

#### Organisation du mémoire

Le manuscrit suit un cheminement logique dans la compréhension, l'amélioration et la validation des modèles analytiques. Les modèles développés par Amiet en 1975 pour le bruit d'impact de turbulence [3] et en 1976 pour le bruit de bord de fuite [6] sont à la base du travail proposé. Le second étant une adaptation du premier, nous avons souhaité faire apparaître ces modèles dans l'ordre chronologique de leur publication. Ainsi, le premier chapitre traite du bruit d'impact de turbulence sur un profil. Le modèle est présenté et validé à l'aide d'une base de données expérimentales. Les paramètres dominants de ce mécanisme sont également dégagés, afin de prévoir les améliorations à réaliser sur ledit modèle.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude du bruit de bord de fuite généré par un profil. Le modèle analytique est présenté et validé à l'aide d'une étude expérimentale menée sur un profil cambré placé en forte incidence dans un jet à faible vitesse. Cette validation demande l'enregistrement de la statistique de pression en paroi près du bord de fuite et du rayonnement acoustique engendré en champ lointain.

Le troisième chapitre décrit l'instrumentation d'un ventilateur dédié à la mesure de la statistique de la pression fluctuante sur les pales. Le protocole expérimental ainsi que les résultats obtenus sont détaillés.

Le quatrième chapitre présente l'adaptation des théories du profil mince à une pale en rotation pour le mécanisme de bruit de bord de fuite. Cette approche est validée grâce aux résultats expérimentaux du troisième chapitre. Des modifications sont également proposées pour appliquer le modèle à une soufflante de turbomachine, en intégrant un premier effet de grille d'aubes.

Finalement le cinquième chapitre expose une méthodologie qui revient à utiliser les données fournies par un calcul RANS comme paramètres d'entrées du modèle analytique développé au quatrième chapitre. La question des effets liés au nombre de Reynolds et au gradient de la pression moyenne est abordée, comme un premier pas vers une extension souhaitable de l'étude.

# Chapitre 1

# Bruit d'impact de turbulence sur profils fixes

Lorsqu'une turbulence incidente interagit avec un profil, la composante fluctuante de la vitesse normale à la corde du profil génère des fluctuations de portance. Ces fluctuations, vues comme des dipôles élémentaires au sens de l'analogie acoustique, rayonnent en champ lointain. L'objectif de ce chapitre est de fournir un modèle de prévision du champ lointain à partir d'informations sur la perturbation incidente. Nous présentons d'abord différents modèles existants, puis nous détaillons l'approche d'Amiet [3] retenue dans notre travail. Une étude bibliographique et expérimentale des paramètres dominants nous oriente ensuite vers les corrections éventuelles à apporter au modèle d'Amiet.

#### 1.1 Différents modèles

L'analogie acoustique fait un lien entre les fluctuations de pression s'exerçant sur une surface et la notion de dipôle acoustique. Ainsi, les théories développées dans ce paragraphe considèrent tout d'abord la détermination des fluctuations de pression induites par la perturbation incidente sur le profil. Cette approche est souvent effectuée par une décomposition de Fourier spatiale et temporelle de la perturbation incidente, supposée petite. Le terme de rafale désigne alors une composante de la perturbation. Les premiers modèles ont été développés pour des problèmes d'aéroélasticité et supposent un profil d'envergure infinie, sans épaisseur, placé sans incidence dans un écoulement moyen incompressible uniforme. Une perturbation harmonique de vitesse est superposée en amont et convectée sans distortion. Indépendamment de la perturbation, l'écoulement est non-visqueux et le champ de vitesse dérive d'un potentiel. La perturbation incidente est figée. Elle est uniquement convectée par l'écoulement moyen. Cette hypothèse est justifiée par l'analyse linéarisée de Chu & Kovásznay [36] et est un des aspects des théories linéarisées du profil mince. Utilisant les résultats obtenus par von Kármán & Sears [120], Sears [116] est le premier en 1941 à proposer une formulation analytique incompressible de la pression fluctuante induite sur un profil mince sans cambrure par une rafale parallèle. Ce résultat, négligeant les effets de compressibilité, surestime la portance fluctuante en hautes fréquences. Paterson & Amiet [100], notamment, ont mis en évidence cette limite du modèle de Sears. Adamczyk [2] propose plus tard un modèle compressible, prenant aussi en compte la flèche d'un profil d'envergure infinie. Il calcule alors, par la méthode de Wiener-Hopf [97], la répartition de charge fluctuante induite sur le profil par une rafale oblique.

En aéroacoustique, la répartition de pression fluctuante sur le profil est assimilée à des dipôles acoustiques. Lorsque la corde est compacte, c'est-à-dire petite devant la longueur d'onde acoustique ( $\lambda > c$ ), la portance instationnaire totale générée sur le profil est considérée comme un dipôle unique et le rayonnement acoustique caractéristique à deux lobes est obtenu. Cependant, dans de nombreuses applications et notamment dans des applications industrielles de ventilateurs automobiles, de génération de froid ou d'extraction d'air, ou dans les soufflantes de turboréacteurs la corde ne peut plus être supposée compacte en haute fréquence et une approche plus précise est nécessaire. La connaissance de la répartition précise des charges le long de la corde est alors requise. Amiet [3] obtient cette répartition dans le cadre d'un modèle compressible par la méthode de Schwarzschild. Il retrouve alors le résultat d'Adamczyk dans le cas plus spécifique d'un profil sans flèche. Amiet relie la répartition de dipôles sur le profil au rayonnement acoustique en champ lointain en faisant appel aux formules du rayonnement d'un dipôle en champ libre convecté. Cette approche est intéressante dans une phase de développement au stade d'avant-projet, puisqu'elle est entièrement analytique. Cependant, le modèle est développé initialement pour une plaque plane sans incidence et l'influence possible de la géométrie exacte du profil est ignorée.

Afin de prendre en compte des paramètres tels que l'angle d'incidence, l'épaisseur ou la cambrure du profil, un développement des équations de l'aérodynamique instationnaire au deuxième ordre se justifie. La résolution des équations ne peut plus se faire par des méthodes analytiques et le recours à des outils numériques est nécessaire. Ainsi, Goldstein & Atassi [61] puis Goldstein [60] se basent sur la théorie de la distorsion rapide de la turbulence et développent une approche permettant le calcul des ondes émises par une perturbation de vorticité ou d'entropie, convectée sur un corps de forme quelconque. Ils ouvrent ainsi la voie au calcul de l'interaction de turbulence pour des pales avec épaisseur ou cambrure et placées en incidence dans l'écoulement. Cependant, cette théorie pose un problème numérique au niveau du point d'arrêt. A ce niveau, la rafale n'est plus convectée et son amplitude tend alors vers l'infini [54]. Ce phénomène souligne un point de physique encore mal compris qui demanderait à être plus approfondi.

Dans la présente étude, nous recherchons une méthode analytique simple pour prédire le champ acoustique rayonné par un profil placé dans un écoulement turbulent. En vue des applications futures sur ventilateur ou soufflante de turboréacteur, il est néanmoins essentiel d'utiliser un modèle prenant en compte la non compacité pour les hautes fréquences et l'effet du bord de fuite imposant la condition de Kutta pour les basses fréquences. Nous avons donc choisi le modèle développé par Amiet, présenté ci-dessous. Après une étude bibliographique et une discussion de quelques résultats expérimentaux, l'effet sur le rayonnement acoustique des paramètres géométriques non pris en compte dans le modèle est évalué. Des améliorations sont ensuite proposées, afin de prendre en compte cet effet.

#### 1.2 Modèle d'Amiet

#### 1.2.1 Calcul de la répartition de sources dipolaires sur le profil

Nous présentons dans cette partie le modèle développé par Amiet [3] en 1975. Le modèle est basé sur les théories linéarisées du profil mince et l'acoustique linéaire. Le profil est donc supposé plan, sans épaisseur ni incidence. La perturbation est introduite en amont du profil et convectée par l'écoulement perpendiculairement au bord d'attaque (cf. figure 1.1). Elle est supposée figée, ce qui revient à dire que ses temps caractéristiques d'évolution sont longs devant ceux de la convection. La perturbation de vitesse induite par la présence du profil dans la turbulence dérive d'un potentiel noté  $\phi$ . Le repère (x; y; z) est centré sur le bord d'attaque. x et y sont orientés respectivement selon la corde (c = 2b) et l'envergure (L = 2d). z est orienté selon la normale au profil, de façon à obtenir un repère direct. Le vecteur vitesse est ainsi défini par  $\vec{U}_0 = (U_x; 0; 0)$ . Ce problème se résout en deux étapes. Tout d'abord la répartition de portance instationnaire sur le profil est déterminée. Ensuite, en utilisant la formule de rayonnement d'un dipôle dans un milieu en mouvement, et moyennant une analyse statistique, on obtient le spectre du champ acoustique rayonné par le profil.



FIG. 1.1: Repère utilisé pour le modèle de bruit d'interaction de turbulence

La première étape consiste donc à déterminer le potentiel des vitesses satisfaisant l'équation des ondes convectées obtenue par la théorie linéarisée (cf. annexe A) :

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 \phi}{Dt^2} = 0.$$
 (1.1)

Un écoulement longitudinal définit une dérivée particulaire de la forme :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_x \frac{\partial}{\partial x}.$$

A l'équation des ondes, il faut adjoindre les conditions aux limites suivantes :

- potentiel de vitesse nul en amont du profil;
- vitesse normale nulle sur le profil;
- différence de pression nulle entre intrados et extrados au bord de fuite et dans le sillage, conformément à la condition de Kutta-Joukowski.

Ainsi, l'équation (1.1), dans le cas tridimensionnel s'écrit :

$$\left(1 - M_x^2\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{2M_x}{c_0}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial t} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0,$$
(1.2)

avec  $M_x = U_x/c_0$ . La perturbation de vitesse incidente est mise sous la forme :

$$w = w_0 e^{i \left(\omega t - K_x x - K_y y\right)},\tag{1.3}$$

où  $K_x$  et  $K_y$  sont les nombres d'onde aérodynamiques selon la corde et l'envergure respectivement. On effectue ensuite le changement de variables suivant :

$$\begin{split} \bar{x} &= \frac{2x}{c} \quad , \quad \bar{y} = \frac{2\beta_x y}{c} \quad , \quad \bar{z} = \frac{2\beta_x z}{c} \quad , \\ \bar{K}_i &= \frac{K_i c}{2} \quad , \quad \sigma = \frac{\bar{K}_x}{\beta_x^2} \quad , \quad \beta_x^2 = 1 - M_x^2 \quad , \\ \Phi(\bar{x}, \bar{z}) &= \phi(x, y, z, t) \mathrm{e}^{-i\omega t} \mathrm{e}^{i} \left[ -\sigma M_x^2 \bar{x} + \bar{K}_y \bar{y} / \beta_x \right]. \end{split}$$

L'équation des ondes convectées permet d'écrire  $k = \omega/c_0 = K_x M_x$ . Cette relation sera appelée relation de dispersion, malgré la non dispersion mise en évidence dans ce cas. On obtient alors l'équation :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{z}^2} + \kappa^2 \Phi = 0, \qquad (1.4)$$

avec  $\kappa^2 = \mu^2 - \frac{\bar{K}_y^2}{\beta_x^2}$  et  $\mu = \bar{K}_x M_x / \beta_x^2$ .

La nature mathématique et donc physique du problème est modifiée en fonction du signe de  $\kappa^2$ . La valeur de  $\bar{K}_y$  par rapport à  $\mu\beta_x = \bar{K}_x M_x / \beta_x$  détermine deux types de solutions

différentes. Si  $\bar{K}_y < \bar{K}_x M_x / \beta_x$ , l'équation différentielle est hyperbolique et la rafale est dite supercritique. Le cas de la rafale parallèle revient à l'étude de la solution supercritique. Les solutions subcritiques, c'est-à-dire lorsque  $\bar{K}_y > \bar{K}_x M_x / \beta_x$  et que l'équation des ondes est de forme elliptique, sont évanescentes dans le cas d'un profil d'envergure infinie. Si l'envergure est limitée pour les applications au calcul du rayonnement, il est nécessaire de prendre en compte leur contribution. Nous traitons dans ce paragraphe les solutions supercritiques. Le paragraphe 1.4.1 détaille ensuite les calculs pour les rafales subcritiques.

Les conditions aux limites s'expriment avec les nouvelles variables :

$$\Phi(\bar{x},0) = 0 \qquad \text{pour } \bar{x} \le 0, \tag{1.5a}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}} = -\frac{cw_0}{2\beta_x} e^{-i\sigma\bar{x}} \qquad \text{pour } 0 < \bar{x} \le 2, \tag{1.5b}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{x}} + i\sigma \Phi = 0 \qquad \text{pour } 2 < \bar{x}. \tag{1.5c}$$

Il n'y a pas de solution analytique exacte à l'équation des ondes satisfaisant les trois conditions aux limites ci-dessus. Le problème étant linéaire, on le résout typiquement par un processus itératif décrit par Landahl [79]. Ainsi, on détermine d'abord le potentiel  $\Phi^{(0)}$ solution de l'équation des ondes convectées et satisfaisant la condition de paroi rigide exprimée par l'équation (1.5b). Le problème est ensuite successivement résolu par demi-plans. Tout d'abord, le potentiel est annulé en amont (équation 1.5a) et la plaque est assimilée à un demiplan infini en aval. Le potentiel  $\Phi^{(1)}$  obtenu est alors une solution satisfaisant les conditions aux limites (1.5a) et (1.5b). Un potentiel de correction  $\Phi^{(2)}$  permet ensuite de satisfaire la condition de Kutta (1.5c) en supposant un demi plan infini en amont. Finalement, le potentiel se met sous la forme  $\Phi = \Phi^{(1)} + \Phi^{(2)} + \dots$ 

Recherchons tout d'abord une solution de l'équation d'onde convectée (1.4) vérifiant uniquement l'annulation de la vitesse sur la paroi. La référence [10] montre qu'une telle solution peut se mettre sous la forme :

$$\Phi^{(0)}(\bar{x},\bar{z}) = r e^{\left[s\bar{x} - i\sqrt{\kappa^2 + s^2}\bar{z}\right]},$$
(1.6)

avec r et s deux constantes réelles ou complexes déterminées par la condition de paroi rigide :

$$r = -\frac{cw_0}{2\bar{K}} \quad , \qquad s = -i\sigma \quad ,$$

en posant  $\bar{K} = \sqrt{\bar{K}_x^2 + \bar{K}_y^2}$ . La solution pour le potentiel non corrigé  $\Phi^{(0)}$  s'exprime ainsi :

$$\Phi^{(0)}(\bar{x},\bar{z}) = -\frac{cw_0}{2\bar{K}} e^{-i\sigma\bar{x} - \bar{K}\bar{z}/\beta_x}.$$
(1.7)

L'étape suivante revient à déterminer la correction  $\Psi_1$  telle que le potentiel  $\Phi^{(1)} = \Phi^{(0)} + \Psi_1$ 

satisfasse le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \bar{z}^2} + \kappa^2 \Phi^{(1)} = 0, \\ \Phi^{(1)}\left(\bar{x}, 0\right) = 0 \qquad \text{pour } \bar{x} \le 0, \\ \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \bar{z}}\left(\bar{x}, 0\right) = -\frac{cw_0}{2\beta_x} e^{-i\sigma\bar{x}} \qquad \text{pour } \bar{x} > 0. \end{cases}$$

 $\Psi_1$  est donc solution du système :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \bar{z}^2} + \kappa^2 \Psi_1 = 0, \\ \Psi_1(\bar{x}, 0) = -\Phi^{(0)}(\bar{x}, 0) \quad \text{pour } \bar{x} \le 0, \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial \bar{z}}(\bar{x}, 0) = 0 \quad \text{pour } \bar{x} > 0. \end{cases}$$
(1.8)

La résolution de ce système repose sur l'application du théorème de Schwarzschild, issu d'un article sur la polarisation de la lumière. Dans la suite, le théorème sera simplement énoncé. Pour plus de détails et sa démonstration, le lecteur est invité à se reporter à la référence [115]. Soit une fonction  $\varphi$  régie par le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \bar{z}^2} + \kappa^2 \varphi = 0, \\ \varphi(\bar{x}, 0) = f(\bar{x}) \qquad \text{pour } \bar{x} \ge 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{z}}(\bar{x}, 0) = 0 \qquad \text{pour } \bar{x} < 0. \end{cases}$$

Alors la solution à ce problème pour  $\bar{z} = 0$  et  $\bar{x} < 0$  est donnée par :

$$\varphi(\bar{x},0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G(\bar{x},\xi,0) f(\xi) d\xi,$$
(1.9)

avec  $G(x,\xi,0) = \sqrt{\frac{-\bar{x}}{\xi}} \frac{e^{-i\kappa(\xi-\bar{x})}}{\xi-\bar{x}}$ . L'application au problème (1.8) sur  $\Psi_1$ , nécessite de changer  $\bar{x}$  en  $-\bar{x}$ :

$$\Psi_1(\bar{x},0) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{-i\kappa(\xi+\bar{x})}}{\xi+\bar{x}} \Phi^{(0)}(-\xi,0) d\xi$$
$$= \frac{1}{\pi} \mathrm{e}^{-i\kappa\bar{x}} \frac{cw_0}{2\bar{K}} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{-i\xi(\kappa-\sigma)}}{\xi+\bar{x}} d\xi.$$

D'après Gradshteyn et Ryszik [65] :

$$\int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{-iA\xi}}{\xi + \bar{x}} d\xi = \pi \mathrm{e}^{iA\bar{x}} \left[ 1 - \frac{\mathrm{e}^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{A\bar{x}} \frac{\mathrm{e}^{-it}}{\sqrt{t}} dt \right].$$

On obtient donc :

$$\Psi_1(\bar{x},0) = \frac{cw_0 e^{-i\sigma\bar{x}}}{2\bar{K}} \left[ 1 - (1+i) \int_0^{-(\sigma-\kappa)\bar{x}} \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt \right],$$

où l'on reconnaît les intégrales de Fresnel, définies par :

$$E[x] = C(x) + iS(x) = \int_0^x \frac{e^{it}}{\sqrt{2\pi t}} dt,$$
 (1.10)

avec C(x) et S(x) des fonctions réelles. On sait également que :

$$(1+i)E^*[-x] = (1-i)E[x].$$

Le potentiel  $\Phi^{(1)}$  s'écrit finalement :

 $p_{1}$ 

$$\Phi^{(1)} = -\frac{cw_0}{2\bar{K}} (1-i) E\left[(\sigma - \kappa)\bar{x}\right].$$
(1.11)

En revenant aux paramètres dimensionnels, on obtient :

$$\phi_1(x, y, 0, t) = -\frac{w_0(1-i)}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2}} E\left[\frac{2(\sigma - \kappa)x}{c}\right] e^{i(U_x K_x t - K_x x - K_y y)}$$

Le lien entre potentiel de vitesse et pression permet d'exprimer les fluctuations de charge induites par l'impact de la rafale incidente :

$$p_{1}(x, y, 0, t) = -\rho_{0} \frac{D\phi_{1}}{Dt}$$

$$= -\rho_{0} \left(\frac{\partial\phi_{1}}{\partial t} + U_{x} \frac{\partial\phi_{1}}{\partial x}\right)$$

$$u(x, y, 0, t) = \rho_{0} w_{0} U_{x} \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi \bar{x}(\bar{K}_{x} + \beta_{x}^{2}\kappa)}} e^{i\left[(M_{x}^{2}\sigma - \kappa)\frac{2x}{c} + U_{x}K_{x}t - K_{y}y\right]}.$$
(1.12)

On retrouve le complexe conjugué de la formulation obtenue par Adamczyk [2] en utilisant la technique de Wiener-Hopf, dû à une convention différente dans la définition de la transformée de Fourier. Ce résultat représente la pression instationnaire générée par un écoulement perturbé sur une plaque semi infinie en aval. Les effets de compressibilité et de compacité limitent cette solution au domaine des hautes fréquences. Le paramètre  $\mu$  est adapté pour caractériser la limite de validité de ce résultat. Notons  $\lambda_{bf} = c_0(1 - M_x)/f$  la longueur d'onde d'une onde acoustique générée au bord de fuite et remontant l'écoulement et  $\lambda_{ba} = c_0(1 + M_x)/f$  celle d'une onde générée au bord d'attaque et redescendant l'écoulement. La longueur d'onde moyenne, caractéristique des ondes se propageant entre le bord d'attaque et le bord de fuite du profil, s'écrit [4] :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_{bf}} + \frac{1}{\lambda_{ba}} = \frac{2f}{c_0 \beta_x^2}.$$
(1.13)

Pour considérer le corps non compact, le quart de la longueur d'onde doit être inférieur à la corde, transcrit mathématiquement par la relation  $\lambda/4 < c$  ou encore :

$$\mu > \frac{\pi}{8}.\tag{1.14}$$

Amiet estime que pour des fréquences correspondant à  $\mu < \pi/8$ , il est nécessaire de procéder à une deuxième itération, afin de prendre en compte le caractère fini de la corde et la condition de Kutta au bord de fuite. Il convient de rajouter un terme correctif en supposant cette fois une plaque semi infinie vers l'amont (pour  $\bar{x} < 2$ ). Au lieu de rechercher le résultat sous la forme d'un potentiel de vitesse, on recherchera directement le terme correctif  $\mathcal{P}_2$  sur la pression qui doit vérifier les équations :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{P}_2}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{P}_2}{\partial \bar{z}^2} + \kappa^2 \mathcal{P}_2 = 0, \qquad (1.15a)$$

$$\mathcal{P}_2(\bar{x}, 0) = -\mathcal{P}_1(\bar{x}, 0) \quad \bar{x} \ge 2,$$
 (1.15b)

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial \bar{z}}(\bar{x},0) = 0 \qquad \qquad \bar{x} < 2, \qquad (1.15c)$$

avec

$$\mathcal{P}_1(\bar{x},0) = p_1(\bar{x},\bar{y},0,t)e^{-i\sigma M_x^2 \bar{x}} e^{i\left(\bar{K}_y \bar{y}/\beta_x - \omega t\right)}.$$
(1.16)

On se ramène à nouveau à un problème de Schwarzschild, dont la solution est :

$$\mathcal{P}_2(\bar{x},0) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty G(\bar{x}-2,\xi,0) \mathcal{P}_1(2+\xi,0) d\xi, \qquad (1.17)$$

soit

$$\mathcal{P}_{2}(\bar{x},0) = -\rho_{0}w_{0}U_{x}\frac{\mathrm{e}^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{\pi(\bar{K}_{x}+\beta_{x}^{2}\kappa)}}\mathrm{e}^{-4i\kappa}\mathrm{e}^{i\kappa\bar{x}}\int_{0}^{\infty}\sqrt{\frac{2-\bar{x}}{\xi(\xi+2)}}\frac{\mathrm{e}^{-2i\kappa\xi}}{\xi+2-\bar{x}}d\xi.$$
 (1.18)

Bien qu'il n'existe pas d'expression analytique pour l'intégrale restante, elle peut être raisonnablement approchée. Les plus grandes valeurs pour cette intégrale sont obtenues pour les petites valeurs de  $2 - \bar{x}$ , c'est-à-dire, près du bord de fuite, où la contribution des petites valeurs de  $\xi$  sera dominante. Ainsi, on peut simplifier sous la racine carrée  $2 + \xi \approx 2$ . Ceci conduit à la formulation approchée fournie par Amiet [5] :

$$\int_0^\infty \sqrt{\frac{2-\bar{x}}{\xi(2+\xi)}} \frac{e^{-2i\kappa\xi}}{2-\bar{x}+\xi} d\xi \approx \int_0^\infty \sqrt{\frac{2-\bar{x}}{2\xi}} \frac{e^{-2i\kappa\xi}}{2-\bar{x}+\xi} d\xi.$$

Finalement :

$$\mathcal{P}_2(\bar{x},0) \approx -\rho_0 w_0 U_x \frac{\mathrm{e}^{-i\kappa\bar{x}-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi(\bar{K}_x+\beta_x^2\kappa)}} \left\{1 - (1+i)E^*\left[2\kappa(2-\bar{x})\right]\right\}.$$

Ainsi, la correction de bord de fuite permettant de satisfaire la condition de Kutta s'écrit :

$$p_2(x, y, 0, t) \approx -\frac{\rho_0 w_0 U_x}{\sqrt{2\pi(\bar{K}_x + \beta_x^2 \kappa)}} e^{i\left[(M_x^2 \sigma - \kappa) 2x/c - \pi/4 + \omega t - K_y y\right]} \left\{ 1 - (1+i)E^* \left[ 2\kappa(2 - \frac{2x}{c}) \right] \right\},$$
(1.19)

et la pression instationnaire sera exprimée par le résultat issu de deux itérations dans le processus. Des itérations supplémentaires peuvent être effectuées, en principe, mais la complexité des calculs amène rapidement à des résultats non intégrables analytiquement. Par ailleurs, l'application pratique enseigne que les deux premières itérations suffisent [5]. Finalement :

$$p(x, y, 0, t) = p_1(x, y, 0, t) + p_2(x, y, 0, t).$$
(1.20)

#### 1.2.2 Rayonnement de la répartition de dipôles en champ lointain

La répartition de pression sur le profil est reliée à la pression acoustique perçue en champ lointain par la formulation du rayonnement d'un dipôle fixe dans un écoulement uniforme. Nous présentons dans la suite le détail de ce calcul.



FIG. 1.2: Système de coordonnées pour le calcul du bruit rayonné en champ lointain par un profil placé dans un écoulement uniforme  $\overrightarrow{U_0} = (U_x; 0; 0)$ 

L'observateur est positionné en champ lointain au point d'écoute  $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$  avec une origine du repère au centre du profil (cf. figure 1.2). La densité de portance non stationnaire locale  $l(y_1, y_2, t)$  induite par les perturbations incidentes définit une distribution de dipôles sur la surface du profil :  $d\vec{F} = l(y_1, y_2, t)dS_y\vec{e_3}$ . Le champ acoustique élémentaire correspondant dp' est exprimé par :

$$dp'(\vec{x},t) = \frac{\vec{R}_t}{4\pi c_0 R_s^2} \cdot \left[\frac{\partial (d\vec{F})}{\partial t'}\right]_{t-R_t/c_0},\tag{1.21}$$

où  $\vec{R}_t$  est le vecteur de composantes  $((R_1 - M_x R_s)/\beta_x^2; R_2; R_3)$ et  $R_s = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \beta_x^2 [(x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2]}$ .

En introduisant la transformation de Fourier du champ de pression donnée par l'équation (1.21), la pression acoustique s'exprime par :

$$\tilde{p}(\vec{x},\omega) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{R_3}{4\pi c_0 R_s^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial l(\vec{y},t')}{\partial t'} \right]_{t-R_t/c_0} e^{-i\omega t} dt dS_y$$
$$= \int \frac{R_3}{4\pi c_0 R_s^2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial l(\vec{y},t)}{\partial t} e^{-i\omega (t+R_t/c_0)} dt dS_y,$$

ou encore en introduisant la transformée de Fourier de la densité de portance locale  $\tilde{l}$ :

$$\tilde{p}(\vec{x},\omega) = \int \frac{i\omega R_3}{4\pi c_0 R_s^2} \tilde{l}(\vec{y},\omega) \mathrm{e}^{-i\omega R_t/c_0} dS_y.$$
(1.22)

Soit une rafale sinusoïdale normale au profil. En notant que l'hypothèse de turbulence figée impose  $K_x = \omega/U_x$ , elle se met sous la forme :

$$w(y_1, y_2, t) = \hat{w}(K_x, K_y) e^{i(K_x(U_x t - y_1) - K_y y_2)}.$$
(1.23)

Le saut de pression induit par cette rafale s'écrit alors :

$$l_1(y_1, y_2, t) = \Delta P(y_1, y_2, t) = 2\pi \rho_0 U_x \hat{\hat{w}}(K_x, K_y) g(y_1, K_x, K_y) e^{i(K_x U_x t - K_y y_2)}, \qquad (1.24)$$

où  $g(y_1, k_x, k_y)$  est la fonction de portance réduite, représentant une fonction de transfert entre la vitesse turbulente et le saut de pression du profil.

Considérant l'ensemble des rafales, la densité de portance locale vaut alors :

$$l(y_1, y_2, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} l_1(y_1, y_2, t) dK_x dK_y,$$

so<br/>it :

$$l(y_1, y_2, t) = 2\pi\rho_0 U_x \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{\hat{w}}(K_x, K_y) g(y_1, K_x, K_y) e^{i(K_x U_x t - K_y y_2))} dK_x dK_y,$$
(1.25)

où  $\hat{w}$  est la double transformation spatiale de Fourier de la perturbation incidente. La transformée de Fourier de la densité de portance locale  $\tilde{l}$  peut alors s'écrire :

$$\tilde{l}(\vec{y},\omega) = 2\pi\rho_0 \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{\hat{w}}(K_x, K_y) g(y_1, K_x, K_y) e^{-iK_y y_2} \left(\frac{U_x}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(K_x U_x - \omega)t} dt\right) dK_x dK_y.$$

En reconnaissant la transformée de Fourier de la distribution de Dirac :

$$\tilde{l}(\vec{y},\omega) = 2\pi\rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \hat{w}\left(\frac{\omega}{U_x}, K_y\right) g\left(y_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) e^{-iK_y y_2} dK_y$$

Les phénomènes de turbulence étant aléatoires, nous introduisons des paramètres statistiques pour les caractériser. Ainsi, la densité spectrale de puissance de la portance locale s'écrit :

$$S_{ll}(\vec{y}, \vec{y}', \omega) = (2\pi\rho_0)^2 \iint \hat{w} \left(\frac{\omega}{U_x}, K_y\right) \hat{w}^* \left(\frac{\omega}{U_x}, K'_y\right)$$
$$g \left(y_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) g^* \left(y'_1, \frac{\omega}{U_x}, K'_y\right) e^{-i(K_y y_2 - K'_y y'_2)} dK_y dK'_y$$

Pour une turbulence homogène, Bailly et Comte-Bellot (p. 139 ref. [11]) ont redémontré l'orthogonalité des nombres d'ondes de la turbulence, qui conduit à la propriété :

$$\hat{\hat{w}}\left(\frac{\omega}{U_x}, K_y\right)\hat{\hat{w}}^*\left(\frac{\omega}{U_x}, K'_y\right) = U_x\delta\left(K_y - K'_y\right)\Phi_{ww}\left(\frac{\omega}{U_x}, K_y\right),$$

où  $\Phi_{ww}$  est le spectre bidimensionnel de la turbulence. La densité interspectrale de puissance de la portance locale s'écrit donc :

$$S_{ll}(\vec{y}, \vec{y}', \omega) = (2\pi\rho_0)^2 U_x \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega}{U_x}, K_y\right) e^{-iK_y(y_2 - y_2')} g\left(y_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) g^*\left(y_1', \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) dK_y.$$
(1.26)

En reprenant l'expression de la pression acoustique en champ lointain (1.22), sa densité spectrale de puissance s'exprime en fonction de la densité interspectrale de puissance de la portance locale :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \iint \left(\frac{\omega R_3}{4\pi c_0 R_s^2}\right)^2 S_{ll}(\vec{y},\vec{y'},\omega) e^{-i\omega(R_t - R_t')/c_0} dS_y dS_y',$$

en introduisant l'expression de  $S_{ll}$  de l'équation (1.26) :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \iint \left(\frac{\rho_0 \omega R_3}{2c_0 R_s^2}\right)^2 U_x e^{-i\omega(R_t - R_t')/c_0} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega}{U_x}, K_y\right)$$
$$g\left(y_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) g^*\left(y_1', \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) e^{-iK_y(y_2 - y_2')} dK_y dS_y dS_y'. \quad (1.27)$$

Le fait de se placer ensuite en champ lointain permet de faire des développements limités au

premier ordre de  ${\cal R}_s$  et  ${\cal R}_t,$  sachant que sur la surface du profil $y_3=0$  :

$$\begin{aligned} R_t &= (R_s - M_x(x_1 - y_1)) / \beta_x^2 \qquad , \qquad R_s \simeq S_0 \left( 1 - \frac{x_1 y_1 + \beta_x^2 x_2 y_2}{S_0^2} \right), \\ S_0^2 &= x_1^2 + \beta_x^2 (x_2^2 + x_3^2), \quad R_3 \simeq x_3, \quad \frac{1}{R_s^2} \simeq \frac{1}{S_0^2}. \end{aligned}$$

Il vient ainsi :

$$R_t - R'_t \approx \frac{1}{\beta_x^2 S_0} [(x_1 - M_x S_0)(y'_1 - y_1) + \beta_x^2 x_2(y'_2 - y_2)].$$

Ensuite, en notant  $dS_y = dy_1 dy_2$ , en permutant et en regroupant les termes, la densité spectrale de puissance de la pression acoustique devient :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \left(\frac{\rho_{0}\omega x_{3}}{2c_{0}S_{0}^{2}}\right)^{2} U_{x} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega}{U_{x}}, K_{y}\right) \\ \left[\int_{-L/2}^{L/2} e^{-i(\frac{\omega x_{2}}{c_{0}S_{0}} - K_{y})(y_{2}' - y_{2})} dy_{2} dy_{2}'\right] \\ \left\{\int_{-L/2}^{c/2} g\left(y_{1}, \frac{\omega}{U_{x}}, K_{y}\right) e^{i\frac{k(x_{1} - M_{x}S_{0})}{\beta_{x}^{2}S_{0}}y_{1}} dy_{1}\right\} \\ \left\{\int_{-c/2}^{c/2} g^{*}\left(y_{1}', \frac{\omega}{U_{x}}, K_{y}\right) e^{-i\frac{k(x_{1} - M_{x}S_{0})}{\beta_{x}^{2}S_{0}}y_{1}'} dy_{1}'\right\} dk_{y}'.$$
(1.28)

Soit  $\mathcal{L}$  la fonction dite de transfert aéroacoustique totale définie par :

$$\mathcal{L}\left(x_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) = \int_{-1}^{1} g\left(\bar{y}_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) e^{-i\frac{\omega c}{2c_0\beta_x^2}} \left(M_x - \frac{x_1}{S_0}\right) \bar{y}_1_{d\bar{y}_1}, \quad (1.29)$$

alors

$$\int_{-c/2}^{c/2} g\left(y_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) \mathrm{e}^{i\frac{k(x_1 - M_x S_0)}{\beta_x^2 S_0} y_1} dy_1 = \frac{c}{2} \mathcal{L}\left(x_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right).$$

La double intégration selon l'envergure (terme entre crochets dans (1.28)) peut se calculer indépendamment et vaut :

$$\iint_{-L/2}^{L/2} e^{-i\left(\frac{\omega x_2}{c_0 S_0} - K_y\right)(y_2' - y_2)} dy_2 dy_2' = 4 \frac{\sin^2\left[\left(\frac{k x_2}{S_0} - K_y\right)\frac{L}{2}\right]}{\left(\frac{k x_2}{S_0} - K_y\right)^2}.$$

/

L'équation (1.28) peut donc s'écrire sous la forme :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \left(\frac{\rho_0 k c x_3}{2S_0^2}\right)^2 \pi U_x \frac{L}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega}{U_x}, K_y\right) \left| \mathcal{L}\left(x_1, \frac{\omega}{U_x}, K_y\right) \right|^2 \dots \\ \frac{\sin^2 \left[ \left(\frac{k x_2}{S_0} - K_y\right) \frac{L}{2} \right]}{\pi \frac{L}{2} \left(\frac{k x_2}{S_0} - K_y\right)^2} dK_y.$$
(1.30)

On trouve ainsi une expression reliant la densité spectrale de puissance de la pression acoustique en champ lointain  $S_{pp}(\vec{x},\omega)$  et le spectre bidimensionnel de la turbulence incidente  $\Phi_{ww}$ par une fonction de transfert aéroacoustique  $\mathcal{L}$ . Cette formulation générale se simplifie dans le cas d'un profil d'envergure infinie. En effet, nous savons que :

$$\lim_{L \to \infty} \left( \frac{\sin^2 \left[ \left( \frac{kx_2}{S_0} - K_y \right) \frac{L}{2} \right]}{\pi \frac{L}{2} \left( \frac{kx_2}{S_0} - K_y \right)^2} \right) = \lim_{L \to \infty} \left( \frac{L}{2\pi} \operatorname{sinc}^2 \left[ \frac{L}{2} \left( \frac{kx_2}{S_0} - K_y \right) \right] \right)$$
$$= \delta \left( \frac{kx_2}{S_0} - K_y \right).$$

Ce dernier résultat supprime l'intégrale selon le nombre d'onde aérodynamique transversale. On obtient alors :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \left(\frac{\rho_0 k c x_3}{2S_0^2}\right)^2 \pi U_x \frac{L}{2} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega}{U_x}, \frac{k x_2}{S_0}\right) \left| \mathcal{L}\left(x_1, \frac{\omega}{U_x}, \frac{k x_2}{S_0}\right) \right|^2.$$
(1.31)

Ce résultat a été abondamment utilisé pour sa simplicité et la faible erreur commise dès lors que l'allongement du profil est suffisamment grand (un ordre de grandeur de 2 ou 3 étant tout à fait satisfaisant). Sauf mention contraire, lorsque nous parlerons du modèle d'Amiet, aucune hypothèse sur l'envergure ne sera faite et l'utilisation du modèle complet (équation 1.30) sera sous-entendue.

En reprenant l'équation (1.30), et en supposant connu le spectre bidimensionnel de la turbulence, il ne reste plus qu'à évaluer la fonction de transfert aéroacoustique  $\mathcal{L}$  pour obtenir une prévision du rayonnement en champ lointain.

#### 1.2.3Fonction de transfert aéroacoustique

Rappelons que la fonction de portance réduite est définie par :

$$\Delta P(y_1, 0, t) = 2\pi \rho_0 U_x w_0 g(y_1, K_x, K_y) e^{i\omega t}$$

Comme l'épaisseur et la cambrure sont supposées faibles, la portance est assimilée au double des fluctuations de pression exercées sur une face. Ainsi la fonction de portance réduite est
déterminée par :

$$g(y_1, K_x, K_y) = \frac{p(y_1, y_2, 0, t)}{\pi \rho_0 U_x w_0} e^{-i\omega t + iK_y y_2},$$
(1.32)

avec  $\bar{y}_1 = \bar{x} - 1$ , et vaut donc dans le cas des rafales supercritiques,  $g = g_1 + g_2$ , avec :

$$g_{1}(\bar{y}_{1}, K_{x}, K_{y}) = \frac{\mathrm{e}^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{\pi(\bar{y}_{1}+1)(\bar{K}_{x}+\beta_{x}^{2}\kappa)}} \mathrm{e}^{-i[(\kappa-M_{x}^{2}\sigma)(\bar{y}_{1}+1)]},$$
  

$$g_{2}(\bar{y}_{1}, K_{x}, K_{y}) \approx -\frac{\mathrm{e}^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_{x}+\beta_{x}^{2}\kappa)}} \left\{1-(1+i)E^{*}\left[2\kappa(1-\bar{y}_{1})\right]\right\} \mathrm{e}^{-i[(\kappa-M_{x}^{2}\sigma)(\bar{y}_{1}+1)]}.$$

Tous les éléments sont réunis pour calculer la fonction de transfert aéroacoustique d'une rafale supercritique :

$$\mathcal{L}_1(x_1, K_x, K_y) = \int_{-1}^1 g(\xi, K_x, K_y) e^{-i\mu(M_x - x_1/S_0)\xi} d\xi$$
(1.33)

$$= \frac{1-i}{\pi\sqrt{\bar{K}_x + \beta_x^2\kappa}} \int_{-1}^1 \frac{\mathrm{e}^{-i(\kappa-M_x^2\sigma)(\xi+1)}}{\sqrt{2\pi(\xi+1)}} \mathrm{e}^{-i\mu(M_x - x_1/S_0)\xi} d\xi. \quad (1.34)$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\mathcal{L}_1(x_1, K_x, K_y) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(\bar{K}_x + \kappa \beta_x^2)\theta_1}} E^* [2\theta_1] e^{i\theta_2}, \qquad (1.35)$$

avec  $\theta_1 = \kappa - \mu x_1/S_0$  et  $\theta_2 = \mu (M_x - x_1/S_0) - \pi/4$ . Un calcul identique fournit :

$$\mathcal{L}_{2}(x_{1}, K_{x}, K_{y}) \approx \frac{e^{i\theta_{2}}}{\pi\theta_{1}\sqrt{2\pi(\bar{K}_{x} + \kappa\beta_{x}^{2})}} \left\{ i(1 - e^{-2i\theta_{1}}) + (1 - i) \left[ E^{*}[4\kappa] - \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + \mu x_{1}/S_{0}}} e^{-2i\theta_{1}} E^{*}[2(\kappa + \mu x_{1}/S_{0})] \right] \right\}.$$
(1.36)

#### 1.2.4 Exemples de résultats fournis par le modèle analytique

Le modèle présenté dans ce paragraphe est utilisé afin de prédire le bruit rayonné par un profil placé dans un écoulement turbulent dans la configuration d'essai de la chambre sourde de l'École Centrale de Lyon. Avant de passer à la présentation des essais proprement dit, il est opportun d'évaluer le comportement du modèle sur la base d'une turbulence ellemême modélisée. Les paramètres caractéristiques de l'écoulement et les données géométriques utilisés dans la présente étude sont les suivants :

- corde : 0,136 m;
- envergure : 0,3 m;
- vitesse d'écoulement : 20 m/s, 30 m/s et 40 m/s;

- spectre bidimensionnel de la turbulence amont assimilé au modèle de von-Kármán (se reporter à l'annexe B);
- échelle de longueur intégrale de la turbulence : 0,009 m;
- intensité de turbulence :  $\approx 5\%.$

Les résultats obtenus sont présentés en variables dimensionnelles sur la figure 1.3. Une loi d'évolution du rayonnement acoustique avec la vitesse est ensuite recherchée. Pour un écoulement à faible nombre de Mach, lorsque la vitesse augmente tout en conservant la valeur de l'intensité de turbulence  $\mathcal{T}_u$  et du nombre d'onde axial  $K_x$ , les modèles de von-Kármán et de Liepmann montrent que le spectre bidimensionnel de la turbulence  $\Phi_{ww}$  évolue proportionnellement à  $U^4$ . La fonction de transfert aéroacoustique  $\mathcal{L}$  évolue quant à elle avec la vitesse en basse fréquence et indépendamment de la vitesse en haute fréquence. Pour conserver un nombre d'onde axial identique lorsque la vitesse augmente, la pulsation  $\omega$  doit évoluer inversement. Ainsi, l'adimensionnalisation usuelle consiste à tracer la densité spectrale de puissance de la pression sonore rapportée à la puissance 5 de la vitesse en basse fréquence et à la puissance 4 de la vitesse en haute fréquence, en fonction du nombre de Strouhal construit sur la longueur intégrale de la turbulence  $f\Lambda/U$ . La figure 1.4 illustre bien la perte d'efficacité du rayonnement acoustique lorsque la fréquence augmente. Cet effet est attribué à la perte de compacité.



FIG. 1.3: Modélisation du rayonnement d'une plaque plane placée dans l'écoulement de la chambre sourde (ECL) rendu turbulent par l'ajout d'une grille en amont du convergent.

# 1.3 Étude bibliographique et expérimentale des paramètres dominants

La théorie d'Amiet, développée dans le paragraphe précédent, s'applique pour une plaque plane sans épaisseur placée sans incidence dans un écoulement bidimensionnel. Nous souhai-



FIG. 1.4: Adimensionnement usuel en  $U^5$  (a) et en  $U^4$  (b)



FIG. 1.5: Définition des paramètres géométriques du profil.

tons utiliser cette théorie afin de prédire le bruit d'interaction entre une turbulence et des profils réels. Une étude expérimentale couplée à une étude bibliographique a été entreprise pour déterminer l'influence éventuelle des paramètres géométriques non pris en compte par le modèle. Ainsi les effets d'angle d'incidence, de cambrure et d'épaisseur seront étudiés dans ce paragraphe. La définition de ces paramètres est présentée sur la figure 1.5.

#### 1.3.1 Effets de l'incidence

Nous appelons incidence ou angle d'attaque l'angle formé entre la direction de la vitesse amont et la corde du profil. L'influence de ce paramètre sur le rayonnement acoustique d'un profil placé dans un écoulement turbulent a donné lieu à une abondante littérature scientifique. Les études sur le sujet sont parfois contradictoires et complexifient notablement la synthèse effectuée lors de ce travail.

Paterson & Amiet [100] ont effectué en 1976 une étude sur un profil NACA 0012 de 23 cm de corde placé dans un écoulement rendu turbulent par l'ajout d'une grille en amont du profil. Ils ont fait varier la vitesse de 40 m/s à 165 m/s et l'angle d'incidence de 0° à 8°. Les résultats présentés figure 12 de la référence [100] montrent une faible dépendance de l'incidence dans le spectre de pression acoustique rayonnée par le profil (de l'ordre de 1 dB à 2 dB). Cet effet



FIG. 1.6: Dessin des différents profils utilisés dans ce travail

est considéré par les auteurs comme de seconde importance. Plus récemment, le problème de l'interaction entre une rafale haute-fréquence et une plaque plane placée en incidence a été traité numériquement. Myers & Kerschen [94] obtiennent une augmentation d'environ 5 dB sur la puissance acoustique rayonnée pour une incidence variant de 0° à 10° et un nombre de Mach amont  $M_0 = 0, 5$ . L'augmentation serait encore plus prononcée pour un nombre de Mach amont grand. Notons toutefois que ce résultat numérique n'est pas confronté à une validation expérimentale. Les travaux de Mish [86] sur la charge instationnaire d'un profil NACA 0015 en écoulement turbulent n'ont pas permis de répondre avec certitudes à l'influence de l'angle d'incidence sur le bruit rayonné. En basses fréquences, l'augmentation de l'incidence induit une réduction de portance instationnaire de 7 dB tandis qu'en hautes fréquences, cela se traduit par une augmentation pouvant atteindre jusqu'à 10 dB. Ces résultats ont amené Glegg [54] à effectuer une étude numérique afin de comprendre la non consistance entre ces différentes observations. Cette étude, qui présente des éléments de réponse, ne permet tout de même pas d'unifier les différentes théories. Glegg remarque cependant que la portance instationnaire sur le profil n'est pas modifiée par la variation d'incidence.

Afin de donner des réponses complémentaires, nous utilisons ici la base de données sur les profils disponibles à l'École Centrale de Lyon. Le travail effectué lors de cette thèse a également permis de compléter cette base de données, qui réunit 5 profils, étudiés dans une gamme de nombres de Reynolds modérés  $(1, 3 \times 10^5)$  à  $3, 5 \times 10^5)$  et de faibles nombres de Mach  $(0, 06 \ a \ 0, 12)$ . Les constatations faites s'appliquent donc aux ventilateurs mais le problème reste ouvert pour d'autres applications. La géométrie des 5 profils est présentée sur la figure 1.3.1. Les deux plus classiques, permettant des comparaisons avec des données issues de la littérature, sont d'une part une plaque plane et d'autre part un profil NACA 0012. Des profils plus complexes, utilisés pour le dessin des pales de ventilateur du refroidissement moteur dans le secteur de l'automobile, sont également étudiés. Le profil CD (pour *controlled diffusion*) a pour objectif de contrôler la diffusion, c'est-à-dire de minimiser l'épaisseur de la couche limite. Ceci a un double avantage : celui de réduire les pertes liées à la viscosité mais également de diminuer le bruit de bord de fuite, ce dernier étant proportionnel à l'épaisseur de la couche limite. Le profil V2 est beaucoup plus épais, et permet donc de réduire le bruit d'impact de la turbulence à basse vitesse, comme nous le verrons au paragraphe 1.3.3. Enfin, le profil V3 est issu d'une optimisation du profil CD [78].

Les mesures ont été effectuées d'après le protocole expérimental présenté en annexe B. Il consiste à placer les profils dans le jet d'une soufflerie silencieuse, celle-ci débouchant dans une chambre anéchoïque. Une grille de turbulence est placée en amont du convergent pour générer un turbulence homogène et isotrope. L'intensité de la turbulence générée est alors suffisamment grande pour assurer un bruit d'impact de turbulence dominant par rapport au bruit de bord de fuite des profils testés. Ce point sera vérifié au chapitre 2. Un microphone est disposé sur un bras tournant, dans le plan médian du profil, afin de mesurer le rayonnement acoustique et sa directivité. La figure 1.7 montre clairement que sur le profil V2 placé dans un écoulement turbulent à 30 m/s, l'incidence n'est pas un paramètre dominant du mécanisme d'impact de turbulence. Ce constat s'applique quelque soit l'angle d'écoute de l'observateur. Pour étendre ce résultat à d'autres profils et d'autres vitesses d'écoulement, les figures 1.8 et 1.9 présentent les résultats obtenus pour différents profils placés dans un écoulement à 40 m/s et 20 m/s respectivement. Tous ces résultats montrent clairement que dans la plage de vitesse étudiée et pour l'écoulement caractérisé en annexe B, l'angle d'incidence est un paramètre de second ordre pour caractériser le bruit d'impact de turbulence sur un profil. La plaque plane a cependant un comportement légèrement différent. Les spectres à faible incidence ( $\alpha = 0^{\circ}$  et  $\alpha = 5^{\circ}$ ) laissent apparaître des pics à des fréquences correspondant à un nombre de Strouhal de 0,2, construit avec la vitesse d'écoulement et l'épaisseur de la plaque. Il s'agit donc d'un phénomène d'échappement tourbillonnaire suffisamment cohérent à faible incidence pour fournir des pics dans le spectre de pression acoustique en champ lointain. En dehors de ce mécanisme qui se superpose à l'interaction entre la turbulence amont et le bord d'attaque du profil, la plaque plane a un comportement vis-à-vis de l'angle d'incidence identique aux quatre autres profils disponibles dans la base de données de l'École Centrale de Lyon.

En conclusion, bien que certains résultats numériques montrent un effet de l'incidence sur le rayonnement en champ lointain, les résultats expérimentaux semblent tous montrer une influence négligeable, voire nulle, sur le rayonnement acoustique. Dans la suite de cette



FIG. 1.7: Spectre du bruit rayonné par le profil V2 placé dans un écoulement turbulent à 30 m/s pour 6 angles d'écoute et 3 angles d'incidence

étude, nous supposerons donc l'effet de l'angle d'attaque négligeable et nous concentrerons nos efforts sur la prise en compte d'autres paramètres géométriques dominants. Les résultats de Mish ainsi que ceux de Paterson & Amiet montrent cependant des variations du spectre de pression instationnaire en paroi. Il serait donc intéressant de mener des études comparables à celles de Mish sur les profils de la base de données. En effet, puisque le rayonnement



FIG. 1.8: Spectre du bruit rayonné par 4 profils différents placés dans un écoulement turbulent à 40 m/s avec un angle d'écoute de  $90^{\circ}$  repéré par rapport à la corde des profils.

acoustique de ces profils n'est pas modifié par le changement de l'angle d'attaque, la mesure des pressions fluctuantes de paroi apporterait des réponses complémentaires sur le lien entre pression de paroi et pression acoustique en champ lointain dans le mécanisme d'interaction de turbulence.

#### 1.3.2 Effets de la cambrure

La cambrure est ici définie comme le squelette du profil autour duquel une loi d'épaisseur est définie. Lorsque cette ligne est différente de la corde, on parle de cambrure et notamment de l'angle de cambrure au bord d'attaque ou au bord de fuite. Ces angles sont donc définis entre la ligne moyenne et la corde du profil. Peu de résultats expérimentaux ou numériques existent sur l'influence de la cambrure dans le rayonnement acoustique d'un profil placé dans un écoulement turbulent. Moreau *et al.* [92] ont proposé une correction afin de prendre en compte les effets de cambrure. La répartition des sources dipolaires est alors calculée par le modèle d'Amiet présenté ci-dessus. Cette correction fait donc l'hypothèse que seul le rayonnement acoustique est modifié par la cambrure. Les dipôles sont alors disposés suivant



FIG. 1.9: Spectre du bruit rayonné par 3 profils différents placés dans un écoulement turbulent à 20 m/s avec un angle d'écoute de  $90^{\circ}$  repéré par rapport à la corde des profils

la ligne de cambrure du profil. Le terme de phase est donc modifié ainsi que la direction de la force de portance fluctuante. On s'attend alors à une efficacité de rayonnement différente entre l'extrados et l'intrados. Les résultats obtenus montrent bien cette dissymétrie entre une atténuation à l'extrados et une amplification à l'intrados. L'écart reste cependant assez faible (de l'ordre de 1 dB ou 2 dB) pour un angle de cambrure variant de 12° à 24° (cf. la figure 10 ref. [92]). Pour des profils faiblement cambrés, on peut donc le négliger sans erreur notable par rapport aux objectifs de la présente étude.

#### 1.3.3 Effets de l'épaisseur

La bibliographie sur les effets de l'épaisseur est bien plus fournie que pour les autres effets géométriques. On trouve notamment plusieurs travaux expérimentaux mais également numériques. Nous présentons ici une synthèse des résultats issus de ces travaux à laquelle nous apportons une contribution complémentaire grâce à l'utilisation de la base de données sur profils fixes de l'École Centrale de Lyon.

Le bruit d'impact de turbulence sur un profil est lié à la modification du champ tour-

billonnaire due à la présence du profil. Or, au voisinage du bord d'attaque, les lignes de courant de l'écoulement moyen sont modifiées, provocant une distortion des rafales turbulentes incidentes. Le bruit rayonné s'en trouve ainsi modifié notamment en hautes fréquences et à faible vitesse. Paterson & Amiet [100] ont remarqué ce phénomène en comparant les résultats issus de la théorie présentée précédemment pour le cas d'une plaque plane avec une campagne de mesures effectuées sur un profil NACA 0012. Le modèle utilisé dans l'étude de Paterson & Amiet est simplifié par la formulation pour les grands allongements. Cependant, l'allongement du profil utilisé lors de cette expérience est supérieur à 2. On peut donc estimer que l'erreur commise est assez faible. Une étude comparative des deux formulations a montré une erreur maximale de 1.7 dB. Les résultats obtenus par Paterson & Amiet sont repris figure 1.10. On remarque que le modèle de plaque plane surestime le niveau de bruit rayonné en champ lointain pour les hautes fréquences. Ce phénomène est d'autant plus marqué lorsque la vitesse de l'écoulement est faible. Olsen [99] a observé un résultat identique sur trois profils de même corde et d'épaisseurs différentes placés dans un écoulement turbulent. Plus le profil est fin et plus le niveau de bruit rayonné est important en hautes fréquences.



FIG. 1.10: Résultats obtenus par Paterson & Amiet [100] pour le rayonnement d'un NACA 0012 dans le plan médian à 90°. Résultats expérimentaux (symboles) et modélisation analytique utilisant l'Eq. (1.31) (—).

Des travaux numériques sur le sujet ont également été effectués. Dès 1976, Goldstein & Atassi [61] développent un modèle analytique capable de prendre en compte les effets de la géométrie réelle du profil dans l'interaction entre un profil et une rafale incidente. Une autre solution est de regarder le comportement d'un profil à l'approche d'un tourbillon convecté sur une ligne de courant proche du profil. Ce modèle, nommé BVI pour *Blade-Vortex Interaction*, est utilisé par Grace [64] qui remarque que lorsque l'épaisseur augmente, la portance instationnaire décroît et notamment les composantes hautes fréquences. Utilisant la même méthode, Glegg [54] a récemment effectué une étude numérique permettant d'obtenir la sensibilité du

profil à une perturbation de vorticité en fonction de la position de celle-ci. La comparaison entre trois profils NACA symétriques d'épaisseurs différentes (NACA 0006, NACA 0015 et NACA 0024) montre que la région de sensibilité maximale a tendance à s'éloigner en amont du bord d'attaque et à s'étaler lorsque l'épaisseur augmente (cf. Fig 12 ref [54]).

Pour conforter ces résultats, nous allons comparer le rayonnement de différents profils caractérisés par l'épaisseur du bord d'attaque. L'épaisseur relative du profil est calculée à 5% de corde. Le tableau 1.1 synthétise quelques données géométriques des profils utilisés. Le profil NACA 0012 et la plaque plane possèdent une corde légérement inférieure à celle des autres profils. Cependant le rapport  $(c_1 |\mathcal{L}(c_1)|)^2 / (c_2 |\mathcal{L}(c_2)|)^2$ , modélisant les effets liés à la modification de la corde, montre qu'ils peuvent être négligés. L'effet principal est lié à la perte de compacité apparaissant pour une fréquence plus faible lorsque le profil possède une corde plus grande. Nous comparerons donc les profils sans prendre en compte ces effets supposés négligeables. Les figures 1.7, 1.8 et 1.9 mettent en évidence que les mesures effectuées pour les profils à bord d'attaque fin ont un niveau supérieur au bruit de fond jusqu'à 10 kHz. Pour les profils à bord d'attaque épais, le bruit de fond n'est plus négligeable à partir de 5 kHz. Les résultats présentés dans ce paragraphe ne montrant pas explicitement le niveau du bruit de fond correspondant, les mesures au-delà de 5 kHz pour les profils à bord d'attaque épais ne seront pas représentées, puisque polluées par celui-ci. Les mesures, effectuées dans le plan médian du profil pour un angle d'écoute par rapport à la corde  $\Theta = 90^{\circ}$ , sont comparées au modèle analytique développé précédemment. Nous utilisons la formulation de l'équation 1.30. L'effet de l'allongement fini est pris en compte dans l'intégrale de rayonnement. Il en est de même pour la contribution des rafales subcritiques, présentées dans la suite de l'étude (cf. paragraphe 1.4.1). La figure 1.11 met bien en évidence l'influence de l'épaisseur du bord d'attaque dans la réduction du bruit en hautes fréquences. Ceci est confirmé lorsque les spectres sont adimensionnés par la vitesse à la puissance 4, normalisation issue du paragraphe 1.2. Cet adimensionnement est préféré à l'adimensionnement en puissance 5 de la vitesse puisque caractéristique de la non compacité du profil en hautes fréquences (figure 1.11d). Pour les deux profils à bord d'attaque épais (profils V2 et NACA 0012) l'épaisseur du bord d'attaque est du même ordre de grandeur que l'échelle intégrale de la turbulence incidente. Cette remarque aura son importance lorsque nous proposerons des solutions pour prendre en compte les effets de l'épaisseur.

Moreau *et al.* [92] ont compilé les résultats issus de trois équipes de recherche (Oerlemans & Migliore [98], Paterson & Amiet [100] et Olsen & Wagner [99]). La présentation originale de ces résultats souligne que la réduction du niveau sonore rayonnée est une fonction croissante de la fréquence et de l'épaisseur relative au bord d'attaque. Cette variation est quasiment linéaire. La pente de variation semble cependant dépendre du rapport  $e/\Lambda$  différent pour chacune des expériences utilisées. Il est également constaté que la réduction du niveau sonore est moindre lorsque la vitesse de l'écoulement amont est grande. L'épaississement des bords d'attaque afin de diminuer le rayonnement du bruit d'impact de turbulence sur un pro-

Profil	Corde	Epaisseur relative maximale	Epaisseur relative au bord d'attaque $(0,05 \times c)$
Plaque plane	10 cm	3%	3%
NACA 0012	10 cm	12%	7,2%
CD	13,6 cm	4%	2,1%
V2	13,6 cm	6,3%	6,1%
V3	13,6 cm	2%	1,8%

TAB. 1.1: Données géométriques des profils utilisés

fil sera donc profitable pour un ventilateur fonctionnant à faible vitesse mais n'offrira aucun apport acoustique significatif sur le rotor ou le redresseur d'une soufflante de turbomachines.

#### 1.4 Améliorations apportées

#### 1.4.1 Prise en compte des rafales subcritiques

Nous avons vu précédemment que l'équation 1.4 est de nature différente en fonction de la valeur de  $\mu^2$  par rapport à  $\bar{K}_y^2/\beta_x^2$ . Nous avons traité le problème de l'équation hyperbolique menant à une solution dite supercritique et donc rayonnante. Nous nous proposons de compléter le modèle en prenant en compte les solutions de l'équation elliptique. Ces solutions, dites subcritiques, sont évanescentes pour un profil d'envergure infinie. Dans l'hypothèse d'une envergure finie, elles peuvent rayonner et doivent donc être prises en compte, notamment en basses fréquences. L'équation des ondes convectées peut également se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{z}^2} - \kappa'^2 \Phi = 0, \qquad (1.37)$$

avec  $\kappa'^2 = -\kappa^2 = \frac{\bar{K}_y^2}{\beta_x^2} - \mu^2.$ 

En utilisant la même démarche que pour le problème de la rafale tridimensionnelle supercritique, le potentiel initial est inchangé :

$$\Phi'^{(0)}(\bar{x},\bar{z}) = -\frac{cw_0}{2\bar{K}} e^{-i\sigma\bar{x} - \bar{K}\bar{z}/\beta_x}.$$
(1.38)

En utilisant à nouveau le théorème de Schwarzschild, nous obtenons :

$$\Psi_1'(\bar{x},0) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{\kappa'(\xi+\bar{x})}}{\xi+\bar{x}} \Phi'^{(0)}(-\xi,0) d\xi$$
$$= \frac{1}{\pi} \mathrm{e}^{\kappa'\bar{x}} \frac{cw_0}{2\bar{K}} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{-i\xi(i\kappa'-\sigma)}}{\xi+\bar{x}} d\xi.$$



FIG. 1.11: Rayonnement dans le plan médian pour un angle d'écoute de  $90^{\circ}$ . A noter la réduction du niveau sonore en hautes fréquences pour les profils à bord d'attaque épais.

D'après Gradshteyn et Ryszik [65] :

$$\int_0^\infty \sqrt{\frac{\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{-iA\xi}}{\xi + \bar{x}} d\xi = \pi \mathrm{e}^{iA\bar{x}} \left[ 1 - \frac{\mathrm{e}^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{A\bar{x}} \frac{\mathrm{e}^{-it}}{\sqrt{t}} dt \right].$$

On obtient donc :

$$\Psi_1'(\bar{x},0) = \frac{cw_0 \mathrm{e}^{-i\sigma\bar{x}}}{2\bar{K}} \left[ 1 + \mathrm{erf}\left[\left\{i\sqrt{(i\kappa'-\sigma)\,\bar{x}}\right\}\right]\right],\tag{1.39}$$

où la fonction  $\Phi^o$  est la fonction er reur à argument complexe définie par :

$$\Phi^{o}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{Z} e^{-z^{2}} dz$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{Z^{2}} \frac{e^{-z}}{\sqrt{z}} dz$$

$$= \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{-iZ^{2}} \frac{e^{-it}}{\sqrt{t}} dt.$$

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} e^{-t^{2}} dt$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x^{2}} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt.$$

Le potentiel correspondant au terme principal s'écrit finalement, en variables dimensionnelles :

$$\phi_1'(x, y, 0, t) = \frac{w_0}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2}} \Phi^o \left[ \left\{ i\sqrt{(i\kappa' - \sigma)} \frac{2x}{c} \right\} \right] e^{i(U_x K_x t - K_x x - K_y y)}.$$

Pour obtenir la pression correspondante, on utilise le résultat :

$$p_1'(x, y, 0, t) = -\rho_0 \left( \frac{\partial \phi_1'}{\partial t} + U_x \frac{\partial \phi_1'}{\partial x} \right),$$

et le fait que :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \Phi^o \left( f(z) \right) \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-f(z)^2} f'(z).$$

On obtient ainsi :

$$p_1'(x, y, 0, t) = \rho_0 w_0 U_x \frac{\mathrm{e}^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi \bar{x} (\bar{K}_x + i\beta_x^2 \kappa')}} \mathrm{e}^{i \left[ (M_x^2 \sigma - i\kappa') \frac{2x}{c} + U_x K_x t - K_y y \right]}.$$
 (1.40)

On procède de la même façon pour la correction de bord de fuite :

$$p_{2}'(x,y,0,t) \approx -\rho_{0}w_{0}U_{x} \frac{\mathrm{e}^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi(\bar{K}_{x}+i\beta_{x}^{2}\kappa')}} \cdots \\ \mathrm{e}^{i\left[(M_{x}^{2}\sigma-i\kappa')2x/c+\omega t-K_{y}y\right]} \left\{1 - \mathrm{erf}\left[\sqrt{2\kappa'\left(\frac{2x}{c}-2\right)}\right]\right\}.$$
(1.41)

La fonction de portance réduite s'exprime pour les deux contributions par :

$$g_{1}'(\bar{y}_{1}, K_{x}, K_{y}) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{\pi(\bar{y}_{1}+1)(\bar{K}_{x}+i\beta_{x}^{2}\kappa')}} e^{\left[\left(iM_{x}^{2}\sigma+\kappa'\right)(\bar{y}_{1}+1)\right]},$$
  

$$g_{2}'(\bar{y}_{1}, K_{x}, K_{y}) = -\frac{e^{-i\pi/4}}{\pi\sqrt{2\pi(\bar{K}_{x}+i\beta_{x}^{2}\kappa')}} \left\{1 - \operatorname{erf}\left[\sqrt{2\kappa'(\bar{y}_{1}-1)}\right]\right\} e^{\left[\left(iM_{x}^{2}\sigma+\kappa'\right)(\bar{y}_{1}+1)\right]}.$$

Ces résultats conduisent aux fonctions de transfert aéroacoustiques :

$$\mathcal{L}_{1}'(x_{1}, K_{x}, K_{y}) = \frac{\mathrm{e}^{i\theta_{2}}}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(\bar{K}_{x} + i\beta_{x}^{2}\kappa')\theta_{1}'}} E^{*}\left[2\theta_{1}'\right], \qquad (1.42)$$

$$\mathcal{L}'_{2}(x_{1}, K_{x}, K_{y}) = \frac{e^{i\theta_{2}}}{\pi \theta'_{1} \sqrt{2\pi(\bar{K}_{x} + i\beta_{x}^{2}\kappa')}} \left\{ i \left( 1 - e^{-2i\theta'_{1}} - \operatorname{erf}\left[\sqrt{-4\kappa'}\right] \right) \dots - \frac{2e^{-2i\theta'_{1}}}{1 + i} \sqrt{\frac{\kappa'}{\mu x_{1}/S_{0} + i\kappa'}} \Phi^{o}\left[\sqrt{2\left(-\kappa' + i\mu x_{1}/S_{0}\right)}\right] \right\}, \quad (1.43)$$

avec  $\theta'_1 = i\kappa' - \mu x_1/S_0$ . Des résultats identiques ont été obtenus pour la fonction de réponse d'un profil en forme d'anneau plat immergé dans la couche de mélange d'un jet libre, version du problème du bruit d'impact de turbulence en configuration à symétrie de révolution (Roger & Serafini [109]). Cette étude a montré que le bruit de l'anneau en basse fréquence était dû aux seules rafales subcritiques, hélicoïdales dans ce cas. Le très bon accord obtenu entre les mesures et la prédiction valide de fait indirectement (1.42) et (1.43).

#### 1.4.2 Modélisation des effets d'épaisseur

Nous avons vu que l'épaisseur du bord d'attaque permettait, à faible nombre de Mach, de réduire le niveau du rayonnement acoustique en hautes fréquences. Nous proposons ici deux explications possibles à cette diminution de l'efficacité acoustique du profil.

La première consiste à supposer que la turbulence incidente n'est pas modifiée par la présence du profil à bord d'attaque épais. La répartition de dipôles est donc identique à celle d'une plaque plane. La modification intervient uniquement dans le rayonnement acoustique qui est déphasé du fait de l'épaisseur locale. De plus, la projection de la force induite sur l'extrados dans le sens de la corde annule celle sur l'intrados. Au bord d'attaque du profil, et plus précisément au point d'arrêt, le dipôle est orienté suivant sa composante longitudinale. Ce raisonnement permet d'expliquer la réduction du niveau sonore liée à une diminution de la singularité rencontrée par l'écoulement au bord d'attaque. Moreau et al. [92] l'ont mis en application. Ils obtiennent ainsi une réduction du rayonnement acoustique par rapport au modèle de plaque plane. Comme prévu par les résultats expérimentaux, cette réduction est plus importante en hautes fréquences qu'en basses fréquences. Cependant, les niveaux de réduction obtenus sont inférieurs à ceux mesurés. Les travaux effectués par Casper etal. [27] peuvent également être cités. Ils utilisent une formulation des équations de Ffowcs-Williams & Hawkings [48] pour les termes dipolaires avec application à un profil à surface courbe. Les résultats obtenus ne sont pas présentés en hautes fréquences. Ils montrent tout de même une réduction d'environ 2 dB par rapport au spectre obtenu dans le cas d'une plaque plane. Il semble cependant que la présence d'un bord d'attaque épais modifie le champ incident. Il est donc nécessaire d'utiliser des résultats de la théorie de la distorsion rapide.

L'effet d'épaisseur se fait sentir à haute fréquence, c'est-à-dire, pour une vitesse d'écoulement fixée, pour les plus petites structures tourbillonnaires. Intuitivement, les tourbillons de taille inférieure au rayon du bord d'attaque subissent une distortion plus forte. Pour en rendre compte, nous pouvons par exemple citer les travaux de Hunt [74] qui a généralisé les travaux de Batchelor & Proudman [13] sur la théorie de la distortion rapide de la turbulence afin de l'appliquer à un cylindre circulaire. La comparaison de la statistique de vitesse très proche du cylindre est comparée à la statistique de vitesse plusieurs rayons en amont. Deux cas limites sont étudiés : le premier pour des échelles de turbulence inférieures au rayon du cylindre ( $\Lambda \ll r$ ) et le second pour le cas limite inverse ( $\Lambda \gg r$ ). Suivant la remarque de Hunt considérant que le résultat s'applique à d'autres corps cylindriques circulaires, Moreau *et al.* [92] l'appliquent à un bord d'attaque épais. Pour des structures turbulentes du même ordre de grandeur que le rayon du bord d'attaque, le spectre de vitesse transverse très proche du bord d'attaque est interpolé à partir des deux cas limites. Cette méthode permet d'obtenir des résultats similaires à ceux observés expérimentalement. En revanche, le modèle proposé est semi-empirique et sa généralisation à d'autres cas n'est pas envisageable. Une solution bien plus coûteuse consisterait à effectuer une simulation de la distortion de la turbulence au niveau du bord d'attaque.

Gershfeld [52] propose de prendre en compte les effets d'épaisseur en supposant qu'un profil d'épaisseur e placé dans une turbulence homogène est équivalent à un profil d'épaisseur nulle où les sources seraient décalées dans la direction normale d'une valeur correspondant au quart de l'épaisseur  $|y_2| > e/4$ . Il obtient ainsi une correction pour les effets d'épaisseurs égale à  $e^{-\omega e/(2U)}$ . L'application aux résultats expérimentaux de Paterson & Amiet est concluante. La généralisation de cette méthode, appliquée aux autres expériences sur des profils épais décrites dans ce chapitre, n'est pas satisfaisante. L'atténuation proposée est sur-estimée dans l'ensemble des configurations et la décroissance pour les hautes fréquences bien trop importante. Comme nous l'avons évoqué précédemment, la décroissance est une fonction de la vitesse de l'écoulement, de l'épaisseur du bord d'attaque mais également de la taille caractéristique des structures turbulentes incidentes. L'absence d'une taille caractéristique de la turbulence amont dans ce modèle semble en constituer le point faible.

#### 1.4.3 Prise en compte des effets de flèche

Nous appelons angle de flèche, l'angle  $\varphi$  formé entre la direction de l'écoulement amont et la ligne de bord d'attaque du profil. Cet angle sur un avion de transport civil a pour objectif, outre un effet stabilisateur, d'améliorer les performances lors des phases de vol transsoniques, notamment en croisière ( $M \approx 0,85$ ). Il varie entre  $\varphi = 25^{\circ}$  sur un Airbus A320 et  $\varphi = 37^{\circ}$ pour un Boeing 747. Cet angle est parfois appelé angle de dévers des pales dans le domaine des ventilateurs. La prise en compte de la flèche modifie la pression instationnaire induite sur le profil. Un calcul intégrant la flèche a été effectué par Adamczyk [2] avec une méthode de Wiener-Hopf. Nous le reprenons ici en utilisant, comme dans le paragraphe précédent, la résolution d'un problème de Schwarzchild. La formule du rayonnement acoustique étant affectée par la modification de la direction de l'écoulement, nous prenons également en compte cet effet dans le modèle présenté ci-dessous.

Nous traitons tout d'abord la modification de la répartition de dipôles. Le repère utilisé

est présenté figure 1.12. La dérivée particulaire s'écrit alors :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_x \frac{\partial}{\partial x} + U_y \frac{\partial}{\partial y},$$

avec  $U_x = U_0 \cos \varphi$  et  $U_y = U_0 \sin \varphi$ .



FIG. 1.12: Repère utilisé pour le calcul de sources induites sur un profil présentant une flèche  $\varphi$ .

Ainsi, l'équation d'onde pour le potentiel complexe des vitesses s'écrit :

$$\left(1 - M_x^2\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \left(1 - M_y^2\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{2M_x}{c_0}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial t} - \frac{2M_y}{c_0}\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial t} - 2M_xM_y\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0,$$
(1.44)

avec  $M_x = U_x/c_0$  et  $M_y = U_y/c_0$ . La perturbation de vitesse se met sous la forme complexe :

$$w = w_0 e^{i \left(\omega t - K_x x - K_y y\right)}.$$
(1.45)

La relation de dispersion de la nouvelle équation des ondes convectées fournit la relation liant les nombres d'onde aérodynamiques à la pulsation  $\omega : \omega/c_0 = M_x K_x + M_y K_y = M_0 K \cos(\zeta - \varphi)$ . Dans cette relation, on note  $K_x = K \cos(\zeta)$  et  $K_y = K \sin(\zeta)$  et on effectue le même changement de variable que dans le paragraphe précédent. On retrouve ainsi l'équation (1.4) et les conditions aux limites associées (1.5). L'exposant  $\varphi$  est utilisé pour les formules avec la prise en compte de la flèche. Les solutions à ce problème pour les fluctuations de pression sont identiques aux résultats précédents, en utilisant non plus la vitesse totale  $U_0$  mais la projection de celle-ci sur l'axe perpendiculaire au bord d'attaque  $U_x$ . On retrouve également la valeur de  $\kappa = \sqrt{\mu^2 - \bar{K}_y^2/\beta_x^2} = \bar{K} \sin \zeta \sqrt{M^{*2} - 1}/\beta_x^2$  où  $M^* = M_x/\sin\zeta$ . Ce paramètre relie l'inclinaison des fronts d'onde et la composante de vitesse perpendiculaire au bord d'attaque. Lorsque  $M^*$  est plus grand que l'unité, la vitesse de phase de la perturbation vue par le bord d'attaque est supersonique.

$$p_{1}^{\varphi}(x, y, 0, t) = -\rho_{0} \frac{D\phi_{1}}{Dt}$$
$$= -\rho_{0} \left( \frac{\partial\phi_{1}}{\partial t} + U_{x} \frac{\partial\phi_{1}}{\partial x} + U_{y} \frac{\partial\phi_{1}}{\partial y} \right)$$

$$p_1^{\varphi}(x,y,0,t) = \rho_0 w_0 U_x \frac{\mathrm{e}^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi \bar{x} (K_x + \beta_x^2 \kappa)}} \mathrm{e}^{i\left[(M_x^2 \sigma - \kappa)\frac{2x}{c} - \bar{K}_y \frac{2y}{c} + (U_x K_x + U_y K_y)t\right]}, \quad (1.46)$$

 $\mathbf{et}$ 

$$p_{2}^{\varphi}(x,y,0,t) \approx -\frac{\rho_{0}w_{0}U_{x}}{\sqrt{2\pi(K_{x}+\beta_{x}^{2}\kappa)}} \left\{ 1 - (1+i)E^{*}\left[2\kappa\left(2-\frac{2x}{c}\right)\right] \right\} \dots e^{i\left[(M_{x}^{2}\sigma-\kappa)2x/c-\pi/4-\bar{K}_{y}\frac{2y}{c}+(U_{x}K_{x}+U_{y}K_{y})t\right]}.$$
(1.47)

Il s'agit à présent de calculer le rayonnement d'un dipôle placé dans un écoulement dont la vitesse se projette suivant deux composantes  $U_x$  et  $U_y$  (cf. figure 1.13).



FIG. 1.13: Système de coordonnées pour le calcul du bruit rayonné en champ lointain par un profil placé dans un écoulement uniforme  $\overrightarrow{U_0} = (U_x, U_y, 0)$ 

La formule vectorielle du rayonnement d'un dipôle fixe placé dans un écoulement uniforme est toujours valable. On a donc toujours les relations :

$$R_s = R_t (1 - M_0 \cos \theta_t) = R \sqrt{1 - M_0^2 \sin^2 \theta}.$$
 (1.48)

Dans ce repère et avec  $\overrightarrow{U_0} = (U_x, U_y, 0)$ , on peut écrire  $\overrightarrow{R} = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3)$ . Par projection dans le repère, on obtient la distance entre la source et l'observateur corrigée de l'amplification convective :

$$R_s^2 = (1 - M_y^2)(x_1 - y_1)^2 + (1 - M_x^2)(x_2 - y_2)^2 + (1 - M_0^2)x_3^2.$$

On peut également écrire  $R_t = (R_s + M_0 R \cos \theta) / \beta_0^2$  avec  $\beta_0^2 = 1 - M_0^2$ . En projetant, on

obtient:

$$R_t = \frac{1}{\beta_0^2} \left( R_s - M_x (x_1 - y_1) - M_y (x_2 - y_2) \right).$$

En notant  $S_0^2 = (1 - M_y^2)x_1^2 + (1 - M_x^2)x_2^2 + (1 - M_0^2)x_3^2$ , on a :

$$\begin{aligned} R_s^2 &= S_0^2 + (1 - M_y^2) \left[ y_1^2 - 2x_1 y_1 \right] + (1 - M_x^2) \left[ y_2^2 - 2x_2 y_2 \right] \\ &\approx S_0^2 \left( 1 - 2 \frac{(1 - M_y^2) x_1 y_1 + (1 - M_x^2) x_2 y_2}{S_0^2} \right), \end{aligned}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$R_s \approx S_0 \left( 1 - \frac{(1 - M_y^2)x_1y_1 + (1 - M_x^2)x_2y_2}{S_0^2} \right)$$

Finalement:

$$R_t - R'_t = \frac{1}{\beta_0^2 S_0} \left\{ \left[ (1 - M_y^2) x_1 - S_0 M_x \right] (y'_1 - y_1) + \left[ (1 - M_x^2) x_2 - S_0 M_y \right] (y'_2 - y_2) \right\}.$$
(1.49)

Toutes rafales confondues, la densité de portance non stationnaire locale vaut :

$$l(y_1, y_2, t) = 2\pi \rho_0 U_x \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{\hat{w}}(K_x, K_y) g(y_1, K_x, K_y) e^{i[(K_x U_x + K_y U_y)t - K_y y_2)]} dK_x dK_y.$$
(1.50)

La transformée de Fourier de la densité de portance locale  $\tilde{l}$  peut alors s'écrire :

$$\tilde{l}(\vec{y},\omega) = 2\pi\rho_0 \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{w}(K_x, K_y)g(y_1, K_x, K_y)e^{-iK_yy_2} \left(\frac{U_x}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(K_xU_x + K_yU_y - \omega)t} dt\right) dK_x dK_y.$$

En reconnaissant la transformée de Fourier de la distribution de Dirac :

$$\tilde{l}(\vec{y},\omega) = 2\pi\rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \hat{w}\left(\frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right) g\left(y_1, \frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right) e^{-iK_y y_2} dK_y.$$

En utilisant des paramètres statistiques et l'orthogonalité des nombres d'ondes de la turbulence, nous obtenons :

$$S_{ll}(\vec{y}, \vec{y}', \omega) = (2\pi\rho_0)^2 U_x \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right) e^{-iK_y (y_2 - y'_2)} g\left(y_1, \frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right) g^*\left(y'_1, \frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right) dK_y, (1.51)$$

et en introduisant cette dernière expression de  $S_{ll}$  dans l'équation (1.27), il vient :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \iint \left(\frac{\rho_{0}\omega R_{3}}{2c_{0}R_{s}^{2}}\right)^{2} U_{x}e^{-i\omega(R_{t}-R_{t}')/c_{0}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww}\left(\frac{\omega-K_{y}U_{y}}{U_{x}},K_{y}\right) \\ g\left(y_{1},\frac{\omega-K_{y}U_{y}}{U_{x}},K_{y}\right)g^{*}\left(y_{1}',\frac{\omega-K_{y}U_{y}}{U_{x}},K_{y}\right)e^{-iK_{y}(y_{2}-y_{2}')}dK_{y}dS_{y}dS_{y}'.$$

En utilisant la nouvelle formulation de rayonnement d'un dipôle en champ lointain proposée ci-dessus, la densité spectrale de puissance de la pression acoustique devient :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \left(\frac{k\rho_{0}x_{3}}{2S_{0}^{2}}\right)^{2} U_{x} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega - K_{y}U_{y}}{U_{x}}, K_{y}\right) \\ \left[ \iint_{-L/2}^{L/2} e^{-i\left(\frac{k\left[(1-M_{x}^{2})x_{2}/S_{0}-M_{y}\right]}{\beta_{0}^{2}}-K_{y}\right)\left(y_{2}'-y_{2}\right)} dy_{2} dy_{2}' \right] \\ \left\{ \int_{-L/2}^{c/2} g\left(y_{1}, \frac{\omega - K_{y}U_{y}}{U_{x}}, K_{y}\right) e^{i\frac{k\left[(1-M_{y}^{2})x_{1}/S_{0}-M_{x}\right]}{\beta_{0}^{2}}y_{1}} dy_{1} \right\} \\ \left\{ \int_{-c/2}^{c/2} g^{*} \left(y_{1}', \frac{\omega - K_{y}U_{y}}{U_{x}}, K_{y}\right) e^{-i\frac{k\left[(1-M_{y}^{2})x_{1}/S_{0}-M_{x}\right]}{\beta_{0}^{2}}y_{1}'} dy_{1}' \right\} dK_{y}'. \quad (1.52)$$

On note  $\mathcal{L}^{\varphi}$  la fonction de transfert aéroacoustique définie par :

$$\mathcal{L}^{\varphi}\left(x_{1}, \frac{\omega - K_{y}U_{y}}{U_{x}}, K_{y}\right) = \int_{-1}^{1} g\left(\bar{y}_{1}, \frac{\omega - K_{y}U_{y}}{U_{x}}, K_{y}\right) e^{i\frac{\bar{k}\left[(1 - M_{y}^{2})x_{1}/S_{0} - M_{x}\right]}{\beta_{0}^{2}}\bar{y}_{1}} d\bar{y}_{1}.$$

Alors

$$\int_{-c/2}^{c/2} g\left(y_1, \frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right) e^{i \frac{k \left[(1 - M_y^2) x_1 / S_0 - M_x\right]}{\beta_0^2} y_1} dy_1 = \frac{c}{2} \mathcal{L}^{\varphi}\left(x_1, \frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right).$$

La double intégration selon l'envergure se calcule indépendamment :

$$\iint_{-L/2}^{L/2} e^{-i\left[\frac{k\left((1-M_x^2)x_2/S_0-M_y\right)}{\beta_0^2}-K_y\right](y_2'-y_2)} dy_2 dy_2' = \frac{4}{4} \frac{\sin^2\left[\left\{\left(k(1-M_x^2)x_2/S_0-M_y\right)/\beta_0^2-K_y\right\}\frac{L}{2}\right]}{\left[\left(k(1-M_x^2)x_2/S_0-M_y\right)/\beta_0^2-K_y\right]^2} .$$

La formulation du spectre de puissance de pression acoustique s'écrit :

$$S_{pp}^{\varphi}(\vec{x},\omega) = \left(\frac{\rho_0 k c x_3}{2S_0^2}\right)^2 \pi U_x \frac{L}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ww} \left(\frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right)$$
(1.53)  
$$\left| \mathcal{L}^{\varphi} \left(x_1, \frac{\omega - K_y U_y}{U_x}, K_y\right) \right|^2 \frac{\sin^2 \left[ \left\{ \left(k(1 - M_x^2) x_2 / S_0 - M_y\right) / \beta_0^2 - K_y \right\} \frac{L}{2} \right]}{\pi \frac{L}{2} \left[ \left(k(1 - M_x^2) x_2 / S_0 - M_y\right) / \beta_0^2 - K_y \right]^2} dK_y.$$

A cette étape du calcul, il ne reste plus qu'à exprimer la fonction de transfert aéroacoustique spécifique au profil en flèche  $\mathcal{L}^{\varphi}$ :

$$\mathcal{L}_{1}^{\varphi}(x_{1}, K_{x}, K_{y}) = \int_{-1}^{1} g_{1}(\xi, K_{x}, K_{y}) e^{-i\bar{k}/\beta_{0}^{2} [M_{x} - (1 - M_{y}^{2})x_{1}/S_{0}]\xi} d\xi$$
  
$$= \frac{e^{i\theta_{2}^{\varphi}}}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\bar{K}_{x} + \beta_{x}^{2}\kappa}} \int_{0}^{2} \frac{e^{-i\theta_{1}^{\varphi}}}{\sqrt{2\pi\xi}} d\xi$$
  
$$= \frac{e^{i\theta_{2}^{\varphi}}}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(\bar{K}_{x} + \beta_{x}^{2}\kappa)\theta_{1}^{\varphi}}} E^{*} [2\theta_{1}^{\varphi}], \qquad (1.54)$$

où

$$\theta_1^{\varphi} = \kappa - \frac{M_x^2 \bar{K}_x}{\beta_x^2} + \frac{\bar{k}}{\beta_0^2} \left\{ M_x - (1 - M_y^2) \frac{x_1}{S_0} \right\} \qquad \theta_2^{\varphi} = \frac{\bar{k}}{\beta_0^2} \left\{ M_x - (1 - M_y^2) \frac{x_1}{S_0} \right\} - \frac{\pi}{4}.$$

On fait de même pour le terme correctif du bord de fuite :

$$\mathcal{L}_{2}^{\varphi}(x_{1}, K_{x}, K_{y}) = \int_{-1}^{1} g_{2}(\xi, K_{x}, K_{y}) e^{-i\bar{k}/\beta_{0}^{2} [M_{x} - (1 - M_{y}^{2})x_{1}/S_{0}]\xi} d\xi$$
  
$$= \frac{e^{i\theta_{2}^{\varphi}}}{\pi \theta_{1}^{\varphi} \sqrt{2\pi (\bar{K}_{x} + \kappa \beta_{x}^{2})}} \left\{ i(1 - e^{-2i\theta_{1}^{\varphi}}) + (1 - i) \left[ E^{*}[4\kappa] - \sqrt{\frac{2\kappa}{\theta_{3}^{\varphi}}} e^{-2i\theta_{1}^{\varphi}} E^{*}[2(\theta_{3}^{\varphi})] \right] \right\}, \quad (1.55)$$

où

$$\theta_3^{\varphi} = \kappa + \frac{M_x^2 \bar{K}_x}{\beta_x^2} - \frac{\bar{k}}{\beta_0^2} \left\{ M_x - (1 - M_y^2) \frac{x_1}{S_0} \right\}.$$

#### 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une étude du mécanisme d'interaction entre une turbulence amont et un profil a été proposée. Nous y avons présenté le modèle proposé par Amiet [3] pour une plaque plane sans incidence ni épaisseur placée dans un écoulement turbulent. Une étude bibliographique, couplée à une utilisation de la base de données sur profils fixes, a permis de dégager les paramètres géométriques des profils ayant un effet notable sur le rayonnement acoustique en champ lointain. Ainsi, l'angle d'incidence ainsi que la cambrure sont considérés comme paramètres de second ordre. Au contraire, l'épaisseur du profil, et notamment son épaisseur proche du bord d'attaque, ont tendance à diminuer le rayonnement acoustique du profil, principalement en hautes fréquences. Ce résultat n'a pour l'instant été observé qu'à faible nombre de Mach et on peut en rendre compte par une modélisation des effets d'épaisseur basée sur la théorie de la distortion rapide. Nous avons également étendu le modèle d'Amiet aux rafales subcritiques, solution d'une équation elliptique. Dans le cas d'une envergure infinie, ces solutions sont évanescentes. Dans le cas d'une envergure finie, leur contribution peut devenir notable, notamment en dehors du plan médian et à basses fréquences. Enfin, nous avons proposé une prise en compte de la flèche, afin d'étudier, par la suite, l'effet du dévers sur le rayonnement acoustique d'un ventilateur.

### Chapitre 2

## Bruit de bord de fuite sur profils fixes

Les mécanismes de bruit à large bande étudiés dans ce travail ont pour origine la conversion des fluctuations d'un écoulement en ondes sonores par les singularités que constituent le bord d'attaque et le bord de fuite d'une surface portante. Après l'étude au chapitre 1 de l'interaction entre la turbulence amont convectée par l'écoulement et le bord d'attaque d'un profil, un second mécanisme est mis en évidence, lié au développement de la couche limite supposée turbulente à son passage au droit du bord de fuite. Cette singularité a également une signature acoustique liée à la condition de Kutta. Lorsque la turbulence amont est suffisamment faible, le mécanisme de bruit de bord de fuite devient dominant. Il a été largement étudié et a donné lieu à différents modèles analytiques qui seront passés en revue. Le modèle d'Amiet [6] est ensuite repris et détaillé puis des améliorations récentes [106] lui sont apportées. Finalement, ce modèle et ses améliorations sont confrontés aux résultats expérimentaux obtenus en plaçant un profil cambré dans le jet faiblement turbulent d'une soufflerie débouchant dans une chambre anéchoïque.

#### 2.1 Revue bibliographique de différents modèles

La première étude du mécanisme de bruit de bord de fuite est attribuée à Powell [103] en 1959. Elle porte sur une étude expérimentale et le développement d'un modèle semi-empirique. L'utilisation de ces résultats montre que la densité spectrale de puissance de la pression acoustique en champ lointain évolue en puissance 4, 6 de la vitesse avec une décroissance en  $\omega^{-3}$  en hautes fréquences. Dans les années 1970, de nombreux modèles analytiques ont été proposés et ont été passés en revue par Howe [71]. Ces différents modèles ont été développés dans le cas d'une plaque plane semi-infinie. Ils ont été classés en trois familles se différenciant par la façon dont la perturbation interagit avec le bord de la plaque. Tout d'abord, certaines théories appliquent l'analogie de Lighthill au cas particulier d'un tourbillon proche du bord de la plaque. On peut notamment citer les travaux de Crighton & Leppington [44] et ceux de Ffowcs-Williams & Hall [47]. Dans ce dernier article, le milieu est supposé au repos et les effets visqueux sont négligés. Ces conditions complétées par une hypothèse d'écoulement isentropique fournissent une loi d'évolution de la densité spectrale de puissance de la pression sonore en  $U^5$ . Une deuxième famille de modèles est constituée par les théories basées sur la résolution des équations de la mécanique des fluides compressibles linéarisées, équivalentes aux équations de l'acoustique linéaire (cf. annexe A). L'objectif est alors de relier le spectre rayonné en champ lointain à des propriétés mesurables des fluctuations de pression hydrodynamique au bord de fuite ou dans son voisinage. Chase [31] a tout d'abord proposé une solution à ce problème. Sa méthode a ensuite été reprise et améliorée, notamment par Chase [32] et Chandiramani [30], en décomposant la pression hydrodynamique en harmoniques avec une vision analogue à celle des rafales de perturbation de vitesse définies au chapitre précédent. La formulation de la pression rayonnée en champ lointain est alors similaire à celle obtenue par Ffowcs-Williams & Hall [47] directement en utilisant l'analogie acoustique de Lighthill. Le rayonnement acoustique est à nouveau envisagé dans un milieu au repos. Amiet [6] propose donc un modèle pour une plaque immobile dans un milieu en mouvement, basé sur ses travaux réalisés pour la prévision du bruit d'impact de turbulence sur un profil [3]. Nous aurons l'occasion dans la suite de ce chapitre, de décrire ce modèle plus précisément. La revue des modèles analytiques menée par Howe se termine par les modèles dits ad-hoc. Ces derniers supposent a priori une répartition de multipôles, dont le type et le niveau sont établis empiriquement. Finalement, Howe propose un modèle analytique très utilisé par la suite car issu de la synthèse des différents modèles cités précédemment. Le formalisme, tout comme celui de Ffowcs-Williams & Hall [47], repose sur la fonction de Green d'un demi-plan rigide, pour une source proche du bord et un observateur en champ lointain.

Tous les modèles décrits précédemment sont dédiés à des applications hautes fréquences, puisqu'ils modélisent le profil par une plaque semi-infinie. Ils ne sont donc valides que pour des longueurs d'ondes plus petites que la corde du profil. Récemment, Howe a donc proposé une formulation de la fonction de Green pour un profil de corde finie [73]. Ainsi, dans le cas d'un faible nombre de Mach, il propose deux formulations asymptotiques. La première est dédiée aux faibles nombre d'ondes kc et repose sur le formalisme des fonctions de Green compactes [72]. La seconde, correspondant aux grands nombres d'ondes, kc >> 1, pour laquelle la diffraction par le bord d'attaque est prise en compte. Une formulation pour un nombre infini de diffractions par le bord de fuite puis par le bord d'attaque du profil est également développée. La fonction de Green pour un profil de corde finie est finalement obtenue par une interpolation entre la formulation compacte et la formulation hautes fréquences à diffractions multiples. La directivité est sensiblement modifiée par rapport à la formulation classique en cardioïde pour un plan semi-infini, notamment par l'apparition de lobes supplémentaires.

Plus récemment, Roger & Moreau [106] ont étendu le modèle d'Amiet [6] afin de prendre en compte tous les aspects liés à la valeur finie de la corde. Ils ont donc procédé au calcul analytique de la répartition de sources équivalentes sur le profil induites par la diffraction des ondes au droit du bord d'attaque. Il s'agit de l'ajout de la deuxième itération dans le processus décrit par Landahl [79], mais appliqué ici au cas du mécanisme de bord de fuite. Cette correction est appelée rétro-action du bord d'attaque, bien qu'il ne s'agisse pas d'un phénomène purement acoustique, mais plutôt d'un effet de compressibilité en aérodynamique instationnaire. Nous utiliserons ce terme de rétro-action dans la suite car il ne pourra pas être confondu avec l'acception usuelle qui en est faite, c'est-à-dire pour des phénomènes de bouclage aéro-acoustique, comme dans le cas d'un écoulement au-dessus d'une cavité ou d'ondes de Tollmien-Schlichting sur un profil placé dans un écoulement à faible incidence [105]. Le modèle de Howe [73] à simple diffraction correspond à la limite du modèle étendu d'Amiet pour les bas nombres de Mach. Un des objectifs visés est l'utilisation du modèle sélectionné pour une application sur les soufflantes de turbomachines. Ainsi, le modèle d'Amiet étendu présente l'avantage de pouvoir s'appliquer à grand nombre de Mach, tant que l'écoulement reste subsonique. De plus, le modèle de Howe utilise une fonction de Green bidimensionnelle tandis que le modèle d'Amiet peut être étendu pour prendre en compte des rafales tridimensionnelles. Nous présentons dans la suite le modèle d'Amiet ainsi que les récentes améliorations qui lui ont été apportées.

#### 2.2 Répartition de sources acoustiques équivalentes

#### 2.2.1 Modèle d'Amiet

Amiet propose en 1976 [6] une adaptation du modèle présenté en 1975 pour le bruit d'impact de turbulence [3] au mécanisme du bruit de bord de fuite. Le point de départ est une décomposition de Fourier bidimensionnelle de la pression hydrodynamique incidente induite par la couche limite turbulente se développant sur une plaque plane sans épaisseur. L'équation des ondes convectées, obtenue à partir des équations d'Euler linéarisées, formulée sur la pression s'écrit :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p}{Dt^2} = 0.$$
(2.1)

On pose ensuite le changement de variable :

$$P(x,z) = p(x,z,t)e^{-i\omega t}e^{-i(kM_0/\beta_0^2)x},$$
(2.2)

en reprenant les notations et adimensionnements du chapitre précédent, et on obtient l'équation de Helmholtz canonique :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial \bar{z}^2} + \mu^2 P = 0.$$
(2.3)

A cette équation s'adjoignent des conditions aux limites. En amont du bord de fuite, la turbulence de la couche limite, convectée à la vitesse  $U_c$ , est représentée par une rafale incidente de pression qui s'écrit  $p'(x, 0, t) = e^{i\omega t}e^{-iK_c x}$  avec  $K_c = \omega/U_c$ . Cette rafale équivaut



FIG. 2.1: Repère utilisé pour le modèle de bruit de bord de fuite

à une différence de pression entre les deux faces de la plaque si l'on suppose qu'aucune perturbation n'intervient sur la face opposée. Nous la noterons donc  $\Delta P$  pour rappeler qu'il s'agit bien d'une différence de pression entre l'extrados et l'intrados et non de la pression sur une face. Amiet suppose un demi-plan infini vers l'amont de l'écoulement. Le demi-plan est supposé parfaitement rigide, ce qui fournit la première condition aux limites. La seconde condition aux limites est la condition de Kutta qui s'applique au bord de fuite et dans le sillage. Ainsi :

$$\frac{\partial \Delta P_1}{\partial \bar{z}}(\bar{x},0) = 0 \qquad \text{pour } \bar{x} < 0 \qquad (2.4a)$$

$$\Delta P_1(\bar{x}, 0) = -e^{-i\bar{K}\bar{x}\left[\alpha + M_0^2/\beta_0^2\right]} \qquad \text{pour } \bar{x} \ge 0 \qquad (2.4b)$$

 $\Delta P_1$  représente la différence de pression induite entre l'extrados et l'intrados avec  $K = \omega/U_0$ et  $\alpha = U_0/U_c$ .

L'équation (2.3) et les conditions aux limites (2.4) constituent un problème de Schwarzschild dont la solution a été explicitée dans la formule (1.9) page 14. On obtient alors :

$$\Delta P_1(\bar{x},0) = -\frac{\mathrm{e}^{i\mu\bar{x}}}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{\frac{-\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{-i\left[\alpha\bar{K} + (1+M_0)\mu\right]\xi}}{\xi - \bar{x}} d\xi.$$
(2.5)

D'après Gradshteyn et Ryszik [65] :

$$\int_0^\infty \sqrt{\frac{-\bar{x}}{\xi}} \frac{\mathrm{e}^{-iA\xi}}{\xi - \bar{x}} d\xi = \pi \mathrm{e}^{-iA\bar{x}} \left[ 1 - \frac{\mathrm{e}^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{-A\bar{x}} \frac{\mathrm{e}^{-it}}{\sqrt{t}} dt \right].$$

On obtient donc pour  $\bar{x} < 0$  :

$$\Delta P_1(\bar{x},0) = e^{-i\left[\alpha\bar{K} + \mu M_0\right]\bar{x}} \left\{ (1+i)E^* \left[ -\left\{\alpha\bar{K} + (1+M_0)\mu\right\}\bar{x} \right] - 1 \right\},$$
(2.6)

et finalement, en revenant aux variables dimensionnelles :

$$\Delta p_1(x,0,t) = e^{-i\alpha Kx} \left\{ (1+i)E^* \left[ -\left\{ \alpha K + (1+M_0)k/\beta_0^2 \right\} x \right] - 1 \right\} e^{i\omega t}.$$
 (2.7)

Cette formule correspond à l'expression fournie par Amiet [6] pour la différence de pression induite sur le profil. Ce résultat ne prend pas en compte la présence du bord d'attaque du profil. La correction induite par la diffraction au bord d'attaque ainsi que le développement d'un modèle plus complet prenant en compte des rafales de pressions obliques sont présentés ci-dessous.

#### 2.2.2 Correction de bord d'attaque

Le modèle d'Amiet initial s'applique dans le cas d'une plaque semi-infinie en amont. Pour un profil de corde finie, la condition d'annulation du potentiel en amont du profil n'est plus respectée. Roger & Moreau [106] ont récemment proposé une correction pour pallier cet inconvénient. Puisque nous cherchons à annuler le potentiel de perturbation pour  $\bar{x} < -2$ , nous raisonnerons dans la suite sur le potentiel  $\Phi$  tel que :

$$\phi(x, z, t) = \Phi(\bar{x}, \bar{z}) e^{i\omega t}$$

On définit de même  $\Delta p(x, z, t) = \Delta \mathcal{P}(\bar{x}, \bar{z}) e^{i\omega t}$ . Le potentiel de vitesse est alors relié à la pression par :

$$-\frac{c}{2\rho_0 U_0}\Delta \mathcal{P} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{x}} + i\bar{K}\Phi.$$

Ainsi :

$$\Phi(\bar{x},0) = -\frac{c}{2\rho_0 U_0} \int_{-\infty}^{\bar{x}} \Delta \mathcal{P}(\xi,0) \mathrm{e}^{-i\bar{K}(\bar{x}-\xi)} d\xi.$$

Finalement, on obtient la formulation du potentiel  $\Phi_1$ :

$$\Phi_1(\bar{x},0) = \frac{c \mathrm{e}^{-i\bar{K}\bar{x}}}{2i\rho_0 U_0(\alpha-1)\bar{K}} \left[ \mathrm{e}^{-i(\alpha-1)\bar{K}\bar{x}} \left\{ (1+i)E^*[-A_1\bar{x}] - 1 \right\} - \Theta_1 \left\{ (1+i)E^*[-A\bar{x}] - 1 \right\} \right],$$
(2.8)

où  $A_1 = \alpha \bar{K} + (1+M_0)\mu$ ,  $A = \bar{K} + (1+M_0)\mu$  et  $\Theta_1 = \sqrt{A_1/A}$ . La procédure de Schwarzschild est ensuite appliquée afin d'annuler le potentiel en amont du profil en conservant la condition de rigidité du profil. La condition de Kutta n'est alors plus satisfaite. Elle nécessiterait une autre correction d'ordre supérieur, dont le développement serait trop lourd. Par ailleurs, l'influence de cette correction est souvent considérée comme négligeable. Le calcul s'arrête donc à la correction de bord d'attaque. Deux approximations détaillées par Roger & Moreau [106] permettent d'obtenir une formulation analytique :

$$\Phi_2(\bar{x},0) \approx \left(\frac{-c}{2\rho_0 U_0}\right) \frac{(1+i)\mathrm{e}^{-4i\mu}}{2\sqrt{\pi}(\alpha-1)\bar{K}} \frac{1-\Theta_1^2}{\sqrt{A_1}} \mathrm{e}^{i(M-1)\mu\bar{x}} \left\{F(\bar{x})\right\}^c.$$
(2.9)

La notation {.}<sup>c</sup> correspond à une multiplication de la partie imaginaire par un facteur  $\epsilon = \left(1 + \frac{1}{4\mu}\right)^{-1/2}$  tandis que  $F(\bar{x}) = e^{2i\mu(\bar{x}+2)} \left[1 - (1+i)E^*[2\mu(\bar{x}+2)]\right]$ . La correction sur la pression s'écrit :

$$\Delta \mathcal{P}_{2}(\bar{x},0) \approx \frac{(1+i)\mathrm{e}^{-4i\mu}}{2\sqrt{\pi}(\alpha-1)\bar{K}} \frac{1-\Theta_{1}^{2}}{\sqrt{A_{1}}} \mathrm{e}^{i(M-1)\mu\bar{x}} \\ \left[i\left\{(M-1)\mu+\bar{K}\right\}\left\{F(\bar{x})\right\}^{c}+\left\{\frac{\partial F(\bar{x})}{\partial\bar{x}}\right\}^{c}\right]$$
(2.10)

avec

 $\partial F(\bar{x}) / \partial \bar{x} = e^{2i\mu(\bar{x}+2)} \left[ 2i\mu \left(1 - (1+i)E^*[2\mu(\bar{x}+2)]\right) - (1+i)\sqrt{2\mu/2\pi(\bar{x}+2)}e^{-2i\mu(\bar{x}+2)} \right].$ 



FIG. 2.2: Module de la pression induite sur le profil et effet de la correction de bord d'attaque. A gauche :  $\mu \approx 0.1$ . A droite :  $\mu \approx 1$ .

Le module de la pression induite sur le profil est tracé figure 2.2. L'effet de la correction du bord d'attaque  $\Delta \mathcal{P}_2$  est sensible à basses fréquences, lorsque la corde est compacte. Pour le mécanisme d'impact de turbulence, le critère retenu est  $\mu < \pi/8$  (cf. Eq. 1.14). La résolution du problème de bruit de bord de fuite reposant sur un processus itératif similaire, ce critère est également retenu ici. Lorsque le modèle d'Amiet est utilisé dans une gamme de fréquence pour un corps compact, la correction de bord d'attaque est nécessaire. Cependant, à plus basse fréquence, il est probable que le nombre d'itérations soit insuffisant. De plus, le découplage des bords qui autorise une résolution itérative par demi-plans devient discutable. En comparant les fonctions de Green à faible nombre de Mach pour une diffraction simple par le bord de fuite, double par le bord de fuite et le bord d'attaque ou multiple par la prise en compte des diffractions infinies par le bord de fuite et le bord d'attaque, Howe [73] a montré que les trois solutions étaient équivalentes en hautes fréquences (kc > 7). La solution à double diffraction est une bonne approximation de la solution à diffraction multiple pour des nombres d'onde kc > 0, 7. Le nombre de Mach étant faible,  $\mu$  est du même ordre de grandeur que  $\bar{k} = kc/2$ . Ainsi, la solution à faible nombre d'onde  $\mu = 0, 12$  tracée à gauche sur la figure 2.2 nécessiterait des itérations supplémentaires suggérées par les résultats obtenus par Howe à faible nombre de Mach.

#### 2.2.3 Généralisation au cas tridimensionnel

Dans le cas d'un problème tridimensionnel, l'équation des ondes s'écrit :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p}{Dt^2} = 0.$$
(2.11)

La rafale de pression incidente est à présent décomposée suivant les deux nombres d'ondes longitudinal  $(K_c)$  et transversal  $(K_y)$ . La solution est recherchée sous la forme :

$$P(x,z) = p(x,y,z,t)e^{-i\omega t}e^{-i(kM_0/\beta_0^2)x}e^{iK_y y}.$$
(2.12)

L'équation des ondes sur P s'écrit ainsi sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial \bar{z}^2} + \kappa^2 P = 0, \qquad (2.13)$$

avec  $\kappa^2 = \mu^2 - \bar{K}_y^2 / \beta_0^2$ . La valeur de  $\bar{K}_y^2 / \beta_0^2$  par rapport à  $\mu^2$  conduit à trois types d'équations différentielles et donc à trois solutions :

- $-\kappa^2 > 0$ : l'équation différentielle est hyperbolique, la rafale est dite supercritique et l'onde acoustique est rayonnante<sup>1</sup>;
- $-\kappa^2 < 0$ : l'équation différentielle est elliptique, la rafale est dite subcritique et l'onde acoustique est évanescente<sup>1</sup>;
- $-\kappa^2 = 0$ : la rafale est dite critique.

La solution supercritique est alors une extension du problème bidimensionnel :

$$\Delta \mathcal{P}_1(\bar{x}, 0) = e^{-i\alpha \bar{K}\bar{x}} \left\{ (1+i)E^* \left[ -\left\{ \alpha \bar{K} + \kappa + M_0 \mu \right\} \bar{x} \right] - 1 \right\},$$
(2.14)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>dans le cas d'un profil d'envergure infinie

$$\Delta \mathcal{P}_{2}(\bar{x},0) \approx \frac{(1+i)e^{-4i\kappa}}{2\sqrt{\pi}(\alpha-1)\bar{K}} \frac{1-\Theta_{1}^{2}}{\sqrt{\alpha\bar{K}+\kappa+M_{0}\mu}} e^{i(M_{0}\mu-\kappa)\bar{x}} \\ \left[i\left\{\bar{K}+M_{0}\mu-\kappa\right\}\left\{F(\bar{x})\right\}^{c}+\left\{\frac{\partial F(\bar{x})}{\partial\bar{x}}\right\}^{c}\right], \qquad (2.15)$$
$$\Theta_{1}=\sqrt{\frac{\bar{K}_{c}+M_{0}\mu+\kappa}{\bar{K}+M_{0}\mu+\kappa}}, \\ F(\bar{x})=e^{2i\kappa(\bar{x}+2)}\left\{1-(1+i)E^{*}[2\kappa(\bar{x}+2)]\right\}.$$

La solution subcritique ( $\kappa^2 < 0$ ) donne naissance à des ondes évanescentes, c'est-à-dire dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la distance au profil, lorsque celui-ci est d'envergure infinie. Dans les applications que nous nous proposons de traiter, l'envergure est finie et les solutions subcritiques seront considérées comme des sources acoustiques de contribution non nulle. Roger & Moreau [106] ont détaillé les calculs permettant d'obtenir les résultats suivants pour les rafales subcritiques :

$$\Delta \mathcal{P}'_{1}(\bar{x},0) = -e^{-i\alpha\bar{K}\bar{x}} \left\{ 1 - \Phi^{o} \left( \left[ -i \left\{ \alpha\bar{K} + M_{0}\mu - i\kappa' \right\} \bar{x} \right]^{1/2} \right) \right\},$$
(2.16)

$$\Delta \mathcal{P}'_{2}(\bar{x},0) \approx \frac{1+i}{2\sqrt{\pi}(\alpha-1)\bar{K}} \frac{1-\Theta_{1}'^{2}}{\sqrt{\alpha\bar{K}+M_{0}\mu-i\kappa'}} e^{i(M_{0}\mu-i\kappa')\bar{x}} \left[i\left\{\bar{K}+M_{0}\mu-i\kappa'\right\}F'(\bar{x})+\frac{\partial F'(\bar{x})}{\partial\bar{x}}\right], \qquad (2.17)$$

avec

$$F'(\bar{x}) = 1 - erf\left(\sqrt{2\kappa'(\bar{x}+2)}\right) \quad , \Theta_1' = \sqrt{\frac{\alpha\bar{K} + M_0\mu - i\kappa'}{\bar{K} + M_0\mu - i\kappa'}}, \\ \Phi^o(Z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{Z^2} \frac{e^{-z}}{\sqrt{z}} dz \qquad , \Phi^o(\sqrt{ix}) = \sqrt{2}e^{i\pi/4}E^*[x].$$

#### 2.3 Rayonnement acoustique en champ lointain

#### 2.3.1 Calcul du rayonnement de la répartition de dipôles induite

La pression acoustique rayonnée par un dipôle dans un milieu en mouvement uniforme est obtenue par la formule du chapitre précédent (eq. (1.22)) :

$$p_{ac}(\vec{x_i},\omega) = \frac{i\omega x_3}{4\pi c_0 S_0^2} \int_{-c/2}^{c/2} \int_{-L/2}^{L/2} \Delta \mathcal{P} e^{-i\omega R_t/c_0} e^{iK_y y} dy dx, \qquad (2.18)$$

avec  $\vec{x_i} = (x_1, x_2, x_3), \Delta \mathcal{P}$  la différence de pression entre l'extrados et l'intrados et :

$$R_t = \frac{1}{\beta_0^2} \left( R_s - M_0(x_1 - x) \right),$$
$$R_s = S_0 \left( 1 - \frac{x_1 x + \beta_0^2 x_2 y}{S_0^2} \right),$$
$$S_0^2 = x_1^2 + \beta_0^2 \left( x_2^2 + x_3^2 \right).$$

En écrivant  $\Delta \mathcal{P} = f(\bar{x}) e^{-i\bar{K}_c \bar{x}}$  et en notant que :

$$\frac{c}{2} \int_{-L/c}^{L/c} e^{-i\left[\bar{K}_y - kx_2/S_0\right]\bar{y}} d\bar{y} = L \operatorname{sinc}\left\{\frac{L}{c} \left[\bar{K}_2 - \frac{\bar{k}x_2}{S_0}\right]\right\}.$$

on obtient la formule générale de la pression acoustique :

$$p_{ac} = \frac{i\omega Lx_3}{4\pi c_0 S_0^2} \frac{c}{2} \operatorname{sinc} \left[ \frac{L}{c} \left\{ \bar{K}_2 - \frac{\bar{k}x_2}{S_0} \right\} \right] \\ \times \mathrm{e}^{-i\frac{k}{\beta_0^2} (S_0 - M_0 x_1)} \int_{-2}^0 f(\bar{x}) \mathrm{e}^{-iC\bar{x}} d\bar{x}, \qquad (2.19)$$

avec  $C = \bar{K}_c - \mu (x_1/S_0 - M_0).$ 

Le calcul de la pression induite sur le profil a été effectué pour une rafale d'amplitude unitaire. Il faut à présent intégrer sur tous les nombres d'onde  $(K_c, K_y)$ . L'hypothèse de turbulence figée fixe  $K_c = \omega/U_c$ . En notant  $A_0\left(\frac{\omega}{U_c}, K_y\right)$  l'amplitude de la pression incidente  $\mathcal{P}_0$  pour la rafale  $(K_c, K_y)$ , la pression induite sur le profil s'écrit :

$$\Delta \mathcal{P}(x, y, \omega) = \frac{1}{U_c} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(x, \frac{\omega}{U_c}, K_y\right) A_0\left(\frac{\omega}{U_c}, K_y\right) e^{-iK_y y} dK_y, \qquad (2.20)$$

avec f la fonction de transfert entre la pression incidente  $\mathcal{P}_0$  d'amplitude  $A_0$  et la pression de perturbation  $\mathcal{P}$ . Le développement de la turbulence incidente est supposé être un processus aléatoire stationnaire, dont nous faisons une analyse statistique. La densité spectrale de puissance de la pression incidente entre deux points sur la surface (x, y) et (x', y') avec  $\eta = y - y'$ est définie par :

$$S_{\mathcal{PP}} = \frac{1}{U_c} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(x, \frac{\omega}{U_c}, K_y\right) f^*\left(x', \frac{\omega}{U_c}, K_y\right) e^{-iK_y\eta} \Pi_0\left(\frac{\omega}{U_c}, K_y\right) dK_y.$$
(2.21)

 $\Pi_0$  est la densité spectrale en nombre d'ondes des amplitudes  $A_0$  des rafales incidentes. La DSP de pression acoustique en champ lointain s'obtient à l'aide des formules (2.19) et (2.21) :

$$S_{pp}(\vec{x},\omega) = \left(\frac{\omega L x_3}{4\pi c_0 S_0^2}\right)^2 \frac{c}{2U_c} \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_0\left(\frac{\omega}{U_c}, \bar{K}_y\right)$$
$$\operatorname{sinc}^2 \left\{ \frac{L}{c} \left[\bar{K}_y - \frac{\bar{k} x_2}{S_0}\right] \right\} \left| \mathcal{L}\left(\frac{\omega}{U_c}, \bar{K}_y\right) \right|^2 d\bar{K}_y. \quad (2.22)$$

La densité spectrale en nombre d'ondes  $\Pi_0$  est exprimée par Schlinker & Amiet [113] en fonction de la DSP de pression en paroi et de la longueur de cohérence transverale  $l_y$ :

$$\Pi_0\left(\frac{\omega}{U_c}, \bar{K_y}\right) = \frac{U_c}{\pi} \Phi_{pp}(\omega) l_y(\omega, \bar{K_y}).$$
(2.23)

De même qu'au chapitre précédent, l'hypothèse d'envergure infinie, lorsqu'elle peut être utilisée, simplifie le résultat en remplaçant le sinus cardinal par une fonction de Dirac. Alors :

$$S_{pp}\left(\vec{x},\omega\right) = \left(\frac{\omega c x_3}{4\pi c_0 S_0^2}\right)^2 \frac{L}{2} \left| \mathcal{L}\left(\frac{\omega}{U_c}, \frac{\bar{k} x_2}{S_0}\right) \right|^2 \Phi_{pp}(\omega) l_y\left(\omega, \frac{\bar{k} x_2}{S_0}\right).$$
(2.24)

Nous présentons d'abord la solution analytique pour les rafales supercritiques à titre d'illustration. La contribution du terme principal s'obtient en prenant comme fonction f:

$$f_1(\bar{x}) = (1+i)E^*[-B\bar{x}] - 1,$$
$$B = \alpha \bar{K} + \mu M_0 + \kappa.$$

On intègre ensuite par partie afin d'obtenir :

$$\int_{-2}^{0} f_1(\bar{x}) e^{-iC\bar{x}} d\bar{x}$$
  
=  $-\frac{e^{2iC}}{iC} \left\{ (1+i) e^{-2iC} \sqrt{\frac{B}{B-C}} E^*[2(B-C)] - (1+i)E^*[2B] + 1 - e^{-2iC} \right\} .(2.25)$ 

A ce niveau, il est essentiel de noter que seule la pression induite sur le profil est considérée, négligeant alors la pression incidente. Amiet [7] a ainsi proposé en 1978 un correctif pour prendre en compte la contribution du champ incident. Le calcul du champ de pression induit a été effectué en prenant une pression incidente  $P_0$  dont l'amplitude est uniforme le long de la corde. Cependant, lors du calcul de l'intégrale de rayonnement, Amiet prend en compte une pression incidente dont l'amplitude croit avec l'abscisse pour atteindre sa valeur maximale au bord de fuite :

$$\mathcal{P}_0 = \mathrm{e}^{(\varepsilon - i)\bar{K}_c\bar{x}}.\tag{2.26}$$

Il répercute la correction nécessaire sur le rayonnement en champ lointain. En analysant le comportement asymptotique de l'intégrale (2.25), il montre que le terme  $e^{-2iC}$  est annulé par

la contribution de la pression incidente. Nous proposons au chapitre 2.3.2 un modèle plus précis, prenant en compte la croissance progressive de la pression incidente dans le calcul de la pression induite.

Le calcul complet des intégrales de rayonnement est détaillé par Roger & Moreau [106]. Nous reprenons ici les résultats obtenus :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 = \int_{-2}^0 (f_1(\bar{x}) + f_2(\bar{x})) e^{-iC\bar{x}} d\bar{x} , \quad f_2 \text{ traduisant la correction de bord d'attaque.}$$

$$\mathcal{L}_{1} = -\frac{\mathrm{e}^{2iC}}{iC} \left\{ (1+i)\mathrm{e}^{-2iC}\sqrt{\frac{B}{B-C}} E^{*}[2(B-C)] - (1+i)E^{*}[2B] + 1 \right\},$$
(2.27)

$$\mathcal{L}_{2} \approx H\left\{\left[e^{4i\kappa}\left(1 - (1+i)E^{*}[4\kappa]\right)\right]^{c} - e^{2iD} + i\left[D + \bar{K} + \mu M_{0} - \kappa\right]G\right\},$$
(2.28)

avec

$$H = \frac{(1+i)e^{-4i\kappa}(1-\Theta_1^2)}{2\sqrt{\pi}(\alpha-1)\bar{K}\sqrt{B}}, \quad D = \kappa - \mu x_1/S_0, \quad \epsilon = \left(1 + \frac{1}{4\mu}\right)^{-1/2}$$

$$G = (1+\epsilon)e^{i(2\kappa+D)}\frac{\sin(D-2\kappa)}{D-2\kappa} + (1-\epsilon)e^{i(-2\kappa+D)}\frac{\sin(D+2\kappa)}{D+2\kappa}...$$
  
+  $\frac{(1+\epsilon)(1-i)}{2(D-2\kappa)}e^{4i\kappa}E^*[4\kappa] - \frac{(1-\epsilon)(1+i)}{2(D+2\kappa)}e^{-4i\kappa}E[4\kappa]...$   
+  $\frac{e^{2iD}}{2}\sqrt{\frac{2\kappa}{D}}E^*[2D]\left[\frac{(1-\epsilon)(1+i)}{D+2\kappa} - \frac{(1+\epsilon)(1-i)}{D-2\kappa}\right].$ 

De même, pour les rafales subcritiques, on note :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \mathcal{L}'_1 + \mathcal{L}'_2 \\ &= \int_{-2}^0 \left( f_1'(\bar{x}) + f_2'(\bar{x}) \right) \mathrm{e}^{-iC\bar{x}} d\bar{x} \quad , \end{aligned}$$

ce qui conduit à :

$$\mathcal{L}'_{1} = -\frac{\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\,C}}{\mathrm{i}\,C} \left\{ \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\,C} \sqrt{\frac{A'_{1}}{\mu x_{1}/S_{0} - \mathrm{i}\,\kappa'}} \Phi^{o} \left[ \sqrt{2\mathrm{i}\,(\mu x_{1}/S_{0} - \mathrm{i}\,\kappa')} \right] - \Phi^{o} \left[ \sqrt{2\mathrm{i}\,A'_{1}} \right] + 1 \right\}, \quad (2.29)$$

$$\mathcal{L}'_{2} = \frac{e^{-2iD'}}{D'}H' \left\{ A' \left( e^{2iD'} \left[ 1 - erf\left(\sqrt{4\kappa'}\right) \right] - 1 \right) + \sqrt{2\kappa'} \left( \bar{K} + \mu \left( M_{0} - x_{1}/S_{0} \right) \right) \frac{\Phi^{o} \left[ \sqrt{-2iD'^{*}} \right]}{\sqrt{-iD'^{*}}} \right\}, \quad (2.30)$$

avec

$$\begin{aligned} A'_1 &= \bar{K}_c + \mu M_0 - i \kappa' \quad , \quad A' &= \bar{K} + \mu M_0 - i \kappa' \\ H' &= \frac{(1+i)\left(1 - \Theta_1'^2\right)}{2\sqrt{\pi}(\alpha - 1)\bar{K}\sqrt{A'_1}} \quad , D' &= \mu x_1/S_0 - i\kappa' \quad . \end{aligned}$$

#### 2.3.2 Effet de la pression incidente

La pression incidente supposée dans le calcul précédent est d'amplitude constante le long de la corde. Une correction sur l'intégrale de rayonnement prend en compte une croissance progressive de la pression incidente qui atteint son maximum au bord de fuite. Cette dernière modélisation correspond à une réalité physique : la transition vers la turbulence et la croissance de la couche limite le long de la corde. Il a en effet été démontré que les fluctuations de pression en paroi sont proportionnelles soit à l'épaisseur de la couche limite soit à son épaisseur de déplacement. Nous proposons ici un modèle plus consistant, supposant une pression incidente croissante le long de la corde, sous la forme :

$$\mathcal{P}_0 = \mathrm{e}^{(\varepsilon - i)\bar{K}_c\bar{x}}.\tag{2.31}$$

Cette formulation est identique à celle proposée par Amiet qui pourtant ne propose pas de valeur pour le coefficient d'amplification  $\varepsilon$  et se contente d'une évaluation asymptotique. Casper & Farassat [26] ont proposé une valeur fixe ( $\varepsilon = 1.5$ ). Plus récemment, Moreau *et al.* [93] préfèrent utiliser une correction fonction du nombre d'onde  $\varepsilon = 2/\bar{K}_c$ . On peut également reprendre la procédure de résolution avec (2.31) comme champ incident.

Le nouveau problème de Schwarzschild à résoudre s'écrit avec l'équation des ondes canoniques (2.3) et les conditions aux limites suivantes :

$$\frac{\partial \Delta P_1}{\partial \bar{z}}(\bar{x},0) = 0 \qquad \text{pour } \bar{x} < 0 \qquad (2.32a)$$
$$\Delta P_1(\bar{x},0) = -e^{-i\bar{K}\bar{x}\left[\alpha(1+i\varepsilon) + M_0^2/\beta_0^2\right]} \qquad \text{pour } \bar{x} \ge 0 \qquad (2.32b)$$

Ce problème est similaire à celui rencontré dans le cas d'une rafale subcritique, faisant apparaître la fonction erreur à argument complexe  $\Phi^o$ :

$$\Delta \mathcal{P}_1^{corr}(\bar{x},0) = -\mathrm{e}^{-i\alpha\bar{K}(1+i\varepsilon)\bar{x}} \left\{ 1 - \Phi^o\left( \left[ -i\left\{\alpha\bar{K}(1+i\varepsilon) + (1+M_0)\mu\right\}\bar{x}\right]^{1/2} \right) \right\}, \quad (2.33)$$

La condition de Kutta s'écrit ainsi  $\mathcal{P}_0 + \Delta \mathcal{P}_1^{corr} = 0$ , en se rappelant que  $\Delta \mathcal{P}_1$  est la différence de pression induite entre l'extrados et l'intrados. Ainsi la pression totale s'écrit pour l'extrados  $\mathcal{P}_t^{ext} = \mathcal{P}_0 + \Delta \mathcal{P}_1^{corr}/2$ , et pour l'intrados  $\mathcal{P}_t^{int} = -\Delta \mathcal{P}_1^{corr}/2$ . L'effet de la modification de la rafale incidente, notable en basses fréquences, est illustré sur la figure 2.3. Lorsque le nombre de Mach augmente, les fluctuations de pression en amont du bord de fuite sont plus importantes pour une rafale incidente amplifiée le long de la corde. On s'attend

donc à ce que la correction sur l'intégrale de rayonnement soit également plus marquée pour les basses fréquences et les nombres de Mach élevés.



FIG. 2.3: Somme des pressions incidente et induite. Effet de la correction du modèle d'Amiet pour la prise en compte d'une pression incidente croissante le long de la corde.  $\varepsilon = 2/\bar{K}_c$ . A gauche :  $\mu \approx 0, 1$ . A droite :  $\mu \approx 1$ .

Nous nous intéressons à présent à l'intégrale de rayonnement de la répartition de dipôles corrigée :

$$\mathcal{L}_{1}^{corr} = \int_{-2}^{0} \left\{ f_{0}(\bar{x}) + f_{1}^{corr}(\bar{x}) \right\} e^{-iC\bar{x}} d\bar{x}, \qquad (2.34)$$

avec  $f_0(\bar{x}) = e^{\varepsilon \bar{K}_c \bar{x}}$  et  $f_1^{corr}(\bar{x}) = -f_0(\bar{x}) \left[ 1 - \Phi^o \left( \sqrt{-i\Gamma \bar{x}} \right) \right]$  où  $\Gamma = B + i\varepsilon \bar{K}_x$ . Finalement, il vient :

$$\mathcal{L}_{1}^{corr} = \int_{-2}^{0} \Phi^{o} \left( \sqrt{-i\Gamma \bar{x}} \right) \mathrm{e}^{-i\chi \bar{x}} d\bar{x}, \qquad (2.35)$$

avec  $\chi = C + i\varepsilon \bar{K}_x$ . En notant que :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X} \left( \Phi^o \left( \sqrt{-i\Gamma X} \right) \right) = \sqrt{\frac{\Gamma}{2\pi X}} (1-i) \mathrm{e}^{i\Gamma X},$$

et en intégrant par parties, on obtient :

$$\mathcal{L}_{1}^{corr} = -\frac{\mathrm{e}^{2i\chi}}{i\chi} \left\{ (1+i)\mathrm{e}^{-2i\chi}\sqrt{\frac{\Gamma}{\Gamma-\chi}} E^{*} \left[2(\Gamma-\chi)\right] - \Phi^{o}\left(\sqrt{2i\Gamma}\right) \right\}.$$
 (2.36)

La figure 2.4 montre que la non homogénéité de la répartition de pression incidente n'est sensible qu'à basses fréquences. Cette limite dépend du nombre de Mach. Ainsi, pour les faibles nombre de Mach (M = 0,05), l'effet n'est sensible que pour kc < 0,25. A plus grand nombre de Mach (M = 0, 5), la limite en fixée par kc < 2. Le paramètre dominant semble donc être le nombre d'onde hydrodynamique,  $\bar{K}$ , proche de 2 dans les deux exemples précédents. Les diagrammes de directivité représentent le produit  $kcx_3\mathcal{L}/(2S_0)$ . Dans tous ces développements, nous avons adopté la valeur  $\varepsilon = 2/\bar{K_c}$  proposée par Moreau *et al.* [93]. La figure 2.5 montre la répartition de pression incidente  $\mathcal{P}_0 = e^{(\varepsilon - i)\bar{K}_c\bar{x}}$  avec  $\varepsilon = z/\bar{K}_c$  obtenue pour différentes valeurs du taux de croissance z. La croissance de la pression incidente le long de la corde a une influence sur le rayonnement en champ lointain, et notamment à faible nombre d'onde (cf. figure 2.6). Prendre la valeur z = 2 permet d'obtenir un résultat équivalent à celui proposé par Amiet. Cependant, la croissance de la pression incidente le long de la corde peut différer d'une croissance exponentielle avec z = 2. Dans ce cas, le modèle original d'Amiet ne permet pas une représentation correcte des sources acoustiques et de leur rayonnement en champ lointain. Il semble donc important de caractériser l'évolution des fluctuations de pression incidente le long de la corde. Cette dernière remarque peut fournir une explication à certains écarts observés entre le bruit rayonné par un profil placé dans un écoulement faiblement turbulent et la prévision fournie par le modèle d'Amiet. Notamment, le taux de croissance pourrait être une fonction de la charge.

#### 2.4 Validation des hypothèses du modèle analytique

Le modèle analytique d'Amiet s'appuie sur des hypothèses simplificatrices. Il est donc important de valider expérimentalement ou numériquement ces hypothèses, en étudiant les effets de l'angle d'attaque, de la cambrure et de la forme du bord de fuite sur le rayonnement acoustique. Des considérations plus générales, s'appuyant sur des résultats numériques récents, concluent cette discussion.

#### 2.4.1 Effet de l'angle d'attaque

Le modèle analytique est développé pour une plaque plane, sans incidence, placée dans un écoulement uniforme. En pratique, la présence du profil modifie localement l'écoulement. Ainsi, le jet de la soufflerie est défléchi par la présence d'un profil en incidence. L'augmentation de l'angle d'attaque crée également un gain de portance sur le profil en modifiant la répartition de pression le long de la corde. Les travaux de Brooks & Hodgson [19] sur un NACA-0012



FIG. 2.4: Diagramme de directivité pour le terme principal. Comparaison entre le modèle d'Amiet (Eq. (2.27)) et la correction proposée (Eq. (2.36)) avec  $\varepsilon = 2/\bar{K_c}$  et M = 0,05


FIG. 2.5: Répartition de la pression incidente le long de la corde.

instrumenté placé dans le jet d'une soufflerie fournissent une base de données détaillée sur la statistique de pression en paroi et sur le rayonnement acoustique.

L'effet de l'angle d'attaque sur le spectre de pression pariétale mesuré par un capteur, en amont du bord de fuite, est présenté figure 2.7. L'évolution est regardée sur un capteur à l'extrados et sur le capteur positionné symétriquement à l'intrados. Ainsi, l'information fournie par le capteur de l'intrados à un angle d'attaque  $\alpha_i$  est identique à l'information que fournirait le capteur de l'extrados pour une incidence  $-\alpha_i$ . La figure 2.7 représente donc l'évolution des fluctuations de pression pour cinq angles d'attaque  $\alpha_i = [-10^\circ, -5^\circ, 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ]$ . L'angle d'attaque ne semble pas avoir d'effets notables en hautes fréquences. En basses fréquences, les fluctuations de pression augmentent avec l'incidence. Cette tendance trouve une explication dans l'évolution de la couche limite avec l'incidence. En augmentant l'incidence du profil, la couche limite s'épaissit, notamment à proximité du bord de fuite. Cet épaississement de la couche limite s'accompagne d'une augmentation de l'énergie contenue dans les grosses structures de la couche limite turbulente et donc un niveau accru du spectre en basses fréquences.

Le rayonnement acoustique du bruit de bord de fuite prédit par le modèle d'Amiet est proportionnel à la statistique de pression. Si l'on suppose que la cohérence transversale de pression est inchangée lorsque l'angle d'attaque varie, le spectre de pression acoustique est proportionnel aux fluctuations de pression pariétale. Puisque l'angle d'attaque n'a qu'un faible impact, localisé en basses fréquences, sur les fluctuations de pression en paroi, le spectre de pression acoustique en champ lointain doit suivre la même évolution. Les résultats présentés par Brooks & Hodgson sur la figure 38 de la référence [19] sont en accord avec cette tendance.

Schlinker & Amiet [113] ont également noté une augmentation du niveau de la pression



FIG. 2.6: Diagramme de directivité pour le terme principal. Comparaison entre le modèle d'Amiet rectifié (1978) [7] (Eq. (2.27)) et la correction proposée (Eq. (2.36)) avec différents taux de croissance de la pression incidente le long de la corde. M = 0,05

acoustique en basses fréquences lorsqu'un profil de pale d'hélicoptère, donc épais et cambré, est placé en incidence dans une soufflerie. Cette tendance a été observée plus récemment par Hutcheson & Brooks [75] sur un profil NACA 63-215 avec différentes formes de bord de fuite.

### 2.4.2 Effet de la forme du bord de fuite

Le bruit de bord de fuite est assimilé au bruit lié aux phénomènes physiques se produisant à proximité de celui-ci. Nous avons jusqu'à présent mentionné le rayonnement lié à la présence d'une couche limite turbulente dont la présence du bord de fuite amplifie le rayonnement. Un échappement tourbillonnaire, équivalent à celui observé derrière un cylindre ou une sphère, peut également se produire. Ce résultat a été observé par Brooks & Hodgson [19]



FIG. 2.7: Effet de l'angle d'attaque sur le spectre de pression pariétale. Résultats obtenus par Brooks & Hodgson [19] avec un profil NACA-0012 tronqué.

en tronquant le bord de fuite du profil NACA-0012. Un bord de fuite pointu et trois bords de fuite tronqués ont été étudiés. Ainsi, les spectres de pression acoustique sont reproduits sur la figure 2.8. L'épaisseur du bord de fuite est notée *e*. D'après l'étude menée par Blake [14] (p. 759), l'apparition du mécanisme d'échappement tourbillonnaire semble reliée à l'épaisseur de déplacement de la couche limite  $\delta^*$ . La relation empirique obtenue relie  $\delta^*$  à l'épaisseur du bord de fuite *e*. Lorsque  $e/\delta^* > 0.3$ , l'échappement tourbillonnaire a lieu et génère un bruit tonal.



FIG. 2.8: Effet de la forme du bord de fuite sur le rayonnement acoustique. Résultats obtenus par Brooks & Hodgson [19] sur un NACA-0012 tronqué.  $U_0 = 69, 5 \text{m/s}.$ 

L'échappement tourbillonnaire ne laisse de traces en paroi que pour des capteurs situés très près du bord de fuite, à une distance équivalente à une ou deux fois l'épaisseur e de

celui-ci. Ainsi, sur le profil NACA-0012 tronqué de Brooks & Hodgson de 61 cm de corde pour lequel l'épaisseur du bord de fuite vaut 2,5 mm, la trace en paroi de l'échappement tourbillonnaire se retrouve uniquement sur le capteur situé 2,5 mm en amont du bord de fuite, soit à 99,6% de corde. Pour un capteur situé à 5.8 mm en amont du bord de fuite, l'éffet de l'échappement tourbillonnaire n'est déjà plus visible.

Ce travail se focalise sur le mécanisme de diffraction de la turbulence liée à la couche limite lorsqu'elle est convectée au dessus du bord de fuite. Ainsi le mécanisme d'échappement tourbillonnaire n'est pas retenu dans cette étude et lorsque nous mentionnons le bruit de bord de fuite, il est fait référence à la diffraction des tourbillons de la couche limite par le bord de fuite uniquement. Le bruit d'échappement tourbillonnaire est donc considéré distinct du bruit de bord de fuite. Un modèle analytique a récemment été proposé [108]. Il est mentionné pour son élégance, consistant à inverser un problème de Sears. La rafale incidente ne vient plus impacter le bord d'attaque du profil; c'est ici le bord de fuite du profil qui génère une rafale dans le sillage. La condition de Kutta est alors ignorée, ce qui a été observé récemment par Sandberg *et al.* [110] dans un calcul direct du bruit généré par le bord de fuite d'un profil.

#### 2.4.3 Considérations générales

Le modèle développé suppose que les sources à l'origine du bruit de bord de fuite sont dipolaires. Cette vision est une modélisation puisque les sources de bruit sont directement liées à la turbulence de couche limite, donc à des sources quadripolaires. L'amplification du bruit est alors liée à la présence plus ou moins proche du bord de fuite. Cependant, le rayonnement dipolaire est plus efficace que le rayonnement quadripolaire. C'est pourquoi Chase [31, 32] et Chadiramani [30] modélisent l'amplification par une répartition de dipôles sur le profil. Cette approche est également celle retenue par Amiet et donc dans notre étude. Les résultats expérimentaux sont en accord avec cette modélisation, puisqu'ils présentent une évolution de l'intensité sonore proportionnelle à la puissance 5 de la vitesse. Ainsi, Brooks & Hodgson [19] montrent que le bruit global (OASPL) induit par un NACA-0012 placé dans un écoulement faiblement turbulent évolue en exposant 5,07 de la vitesse lorsque le bord de fuite est pointu et en puissance 5,3 de la vitesse pour un bord de fuite tronqué présentant un échappement tourbillonnaire. Schlinker & Amiet [113] ont montré qu'à un nombre de Strouhal donné, le bruit rayonné évolue en puissance 5 de la vitesse également.

Les simulations directes effectuées par Sandberg *et al.* [110] autour d'un NACA-0012 dans une configuration bidimensionnelle montrent que le modèle d'Amiet permet de prédire avec une bonne précision la pression induite sur le profil. Les résultats récemment présentés semblent montrer la faiblesse du modèle d'Amiet pour prédire la répartition de pression aux fréquences particulières des ondes d'instabilités, telles que les ondes de Tollmien-Schlichting ou encore de l'échappement tourbillonnaire. Cependant, l'intérêt consiste à montrer que dans le cas d'une excitation à large bande, le modèle d'Amiet offre une bonne prévision de la répartition de pression et du rayonnement acoustique qui en découle. De plus, le calcul direct permet de répondre à la question de la condition de Kutta. En effet, l'imposition ou non d'une condition de Kutta instationnaire dans les modèles analytiques est une question qui n'a toujours pas de réponse claire. Howe [71] a montré que l'imposition de la condition de Kutta diminue la pression acoustique rayonnée. Pour un écoulement à nombre de Mach  $M_0 = 0, 3$ , cette diminution est estimée entre 9,8 dB et 12,6 dB sur le spectre global selon la position angulaire de l'observateur, le maximum étant atteint sur l'axe en amont du bord de fuite. La simulation directe a montré que la condition de Kutta est vérifiée et semble donc valider les conditions aux limites utilisées dans le modèle d'Amiet.

Le modèle d'Amiet suppose une plaque plane sans épaisseur placée sans incidence dans un écoulement uniforme. Lorsqu'il s'agit d'un profil en incidence, les fluctuations de pression en paroi, données d'entrée du modèle pour définir les sources acoustiques, sont accrues. Schlinker & Amiet [113] ont ainsi montré qu'en moyenne, les fluctuations de pression mesurées proche du bord de fuite d'un profil sont 7 dB supérieures à celles mesurées sur une plaque plane. L'utilisation de données issues de plaque plane sous-estime le rayonnement acoustique d'un profil. L'obtention du spectre de pression pariétale proche du bord de fuite par des méthodes expérimentales ou numériques, par exemple par LES, est donc un pré requis à la mise en œuvre du modèle d'Amiet. Des exemples de son application à des profils sont proposés dans la section suivante.

#### 2.4.4 Validation expérimentale du modèle d'Amiet

#### **Résultats antérieurs**

Brooks & Hodgson [19] ont mené une large campagne de mesures sur le bruit de bord de fuite généré par un NACA 0012. La figure 2.7 fournit le spectre de pression pariétale. La seconde donnée caractéristique de la statistique de pression en paroi est la longueur de cohérence transversale,  $l_y$ . Corcos [42] a proposé un modèle supposant une décroissance exponentielle de la cohérence avec la fréquence et la distance entre les capteurs. Cette modélisation est détaillée en annexe C et amène à modéliser simplement la longueur de cohérence transversale par :

$$l_y(\omega) = \frac{b_c U_c}{\omega}.$$
(2.37)

 $U_c$  est la vitesse de convection des structures turbulentes tandis que  $b_c$  est une constante à déterminer expérimentalement. Aux basses fréquences, la longueur de cohérence transversale tend vers l'infini. Ce résultat est en désaccord avec le caractère fini de la taille des structures turbulentes. Le comportement aux basses fréquences du modèle de Corcos sera donc considéré comme non représentatif de la dynamique d'une couche limite turbulente. Ce point sera repris lors de l'analyse des résultats expérimentaux sur le profil V2 ou sur la pale instrumentée du ventilateur d'essai. Les valeurs obtenues par différentes équipes de recherche sont synthétisées dans le tableau 2.1. Brooks & Hodgson obtiennent  $b_c = 1, 6$  pour une vitesse de 38, 6 m/s et  $b_c = 1, 7$  pour une vitesse de 69, 5 m/s. Les données d'entrée du modèle d'Amiet sont

	Brooks & Hodgson [19]		Schlinker & Amiet [113]	Corcos [42]	Roger & Moreau [105]	
	NAC	A-0012	Plaque plane	Profil CD		
с	61 cm		nc <sup>a</sup>	$\mathrm{nc}^{a}$	13,6 cm	
$U_0$	$38,6 \mathrm{m/s}$	$69,5 \mathrm{m/s}$	102 m/s	$69 \mathrm{m/s}$	16 m/s	
$b_c$	1,61	1,72	2, 1	1, 4	1, 5	

<sup>a</sup>non communiqué

TAB. 2.1: Constante de Corcos  $b_c$  obtenue par différentes équipes de recherche

fournies par ces résultats expérimentaux. Celles-ci sont utilisées dans la formulation (2.22) afin de prédire le rayonnement acoustique du profil sans incidence. La comparaison avec le bruit mesuré est présentée figure 2.9. Lorsque le profil est placé sans incidence, le module de la pression induite par la pression incidente de l'intrados est égale à celui induit par la pression incidente de l'extrados. Ainsi, comme l'ont montré Brooks & Hodgson [19] pour un profil placé à incidence nulle, il faut remplacer  $\Phi_{pp}$  mesuré sur un côté par  $2\Phi_{pp}$  dans la formule (2.22).



FIG. 2.9: Application du modèle d'Amiet au cas de Brooks & Hodgson [19].  $U_c = 0, 6U_0$ .

#### Base de données de l'École Centrale de Lyon

Tout comme pour le mécanisme de bruit d'impact de turbulence, une base de données a été constituée à l'École Centrale de Lyon pour le mécanisme du bruit de bord de fuite. Le protocole expérimental est détaillé en annexe **B** et permet de mesurer le bruit rayonné par le profil en champ lointain, la pression statique et les spectres de pression fluctuante en paroi. L'analyse fréquentielle permet également de mesurer la cohérence entre les différents signaux mesurés ainsi que la phase de l'interspectre. Ces deux quantités donnent accès à la longueur de cohérence transversale et à la vitesse de convection des structures turbulentes. Nous présentons les résultats obtenus pour le profil V2 placé à une incidence de 20° dans la petite chambre sourde de l'ECL. La figure 2.10 montre que le mécanisme dominant en présence d'une grille de turbulence placée en amont du convergent est attribué au bruit d'impact de turbulence. Lorsque la grille est enlevée, les fluctuations de vitesse transverse sont bien plus faibles. Moreau & Roger ont montré que leur spectre pouvait encore être estimé par un modèle de von-Kármán, en supposant une décroissance exponentielle pour les hautes fréquences (cf. figure 4 de [91]). Dans ce cas, le bruit d'impact de turbulence devient négligeable devant le bruit de bord de fuite, ce qui justifie le protocole expérimental utilisé ci-dessous.



FIG. 2.10: Estimation du bruit de bord de fuite et du bruit d'impact de turbulence générés par le profil V2 placé dans la soufflerie anéchoïque de l'ECL ( $\alpha_i = 20^\circ$  et U = 16 m/s). Avec et sans la grille de turbulence en amont du convergent.



FIG. 2.11: Position des capteurs (SMD) sur le profil V2.

Utilisant la méthode de calibration détaillée en annexe B, nous obtenons les spectres de pression en paroi sur les différents capteurs du profil instrumenté, positionnés comme indiqué sur la figure 2.11. La figure 2.13 présente les spectres de pression fluctuante sur la partie avant du profil. Nous pouvons remarquer les niveaux très faibles sur les sondes à microphone déporté (SMD) 6 et 7, correspondant à des couches limites laminaires. Ensuite, l'augmentation violente du niveau spectral correspond au décollement local de l'écoulement lié à l'important gradient de pression défavorable. Les capteurs situés sous cette bulle de décollement



FIG. 2.12: Coefficient de pression statique le long du profil V2. Les barres d'erreur sont représentatives de la non-répétabilité de la mesure, liée à l'instabilité de la bulle de décollement laminaire.

laminaire enregistrent donc d'importantes fluctuations de pression (SMD 8 et 9). Puis la couche décollée, après une transition vers la turbulence, rattache à la paroi (SMD 11 et 15). La présence de la bulle de décollement laminaire est également visible sur la répartition de pression statique de la figure 2.12 pour des valeurs de x/c comprises entre 0,1 et 0,2. Ces phénomènes, caractéristiques des écoulements autour de profils à bas nombre de Reynolds, ont été étudiés notamment par Arena & Mueller [9]. Ils sont importants dans notre étude puisqu'ils marquent le point de transition de la couche limite. En observant à présent les fluctuations de pression dans la partie arrière du profil (figure 2.14), les spectres de pression sont semblables dans leur forme. Cependant, à mesure que nous approchons du bord de fuite, l'énergie semble se transférer des hautes fréquences vers les basses fréquences. Ce résultat s'explique par l'épaississement progressif de la couche limite, enrichissant ainsi le contenu spectral aux basses fréquences, caractéristiques des grosses structures tourbillonnaires. Garcia Sagrado et al. ont observé récemment un comportement similaire lors d'une expérience bien documentée sur un profil NACA 0012 sans incidence [50]. Cependant, l'allure du spectre obtenu au niveau du capteur 29 laisse supposer la présence d'un léger décollement, également observé lors de simulations numériques réalisées avec le logiciel Fluent 6.2. Finalement, les signaux délivrés par les capteurs de pression situés sur l'intrados du profil (figure 2.15) prouvent que la couche limite y est laminaire. Le capteur le plus proche du bord de fuite ( $\approx 5$  mm) capte la pression acoustique de champ proche dont le niveau, si proche du bord de fuite, est supérieur au niveau de pression hydrodynamique de la couche limite laminaire. La couche limite à l'intrados restant laminaire jusqu'au bord de fuite, seule l'excitation générée par la couche limite de l'extrados doit être prise en compte dans le modèle analytique.

Nous présentons ensuite les courbes permettant d'obtenir la vitesse de convection, c'està-dire la phase de l'interspectre entre deux capteurs espacés d'une distance longitudinale  $\xi$ 



FIG. 2.13: DSP de pression en paroi à l'extrados proche du bord d'attaque.



FIG. 2.14: DSP de pression en paroi à l'extrados proche du bord de fuite.

en fonction de la fréquence. Si les signaux des capteurs sont mis sous la forme complexe  $S_i = A_i e^{i\phi_i}$  et  $S_j = A_j e^{i\phi_j}$ , alors la phase de l'interspectre s'écrit  $\phi_{j-i} = \phi_j - \phi_i = e^{i\omega\Delta t}$ . Si les structures turbulentes, dont la trace en pression est mesurée par les capteurs, sont figées et convectées à la vitesse  $U_c$ , nous pouvons obtenir cette vitesse par la pente de la courbe  $\phi_{j-i} = f(\omega)$ , puisque :

$$\phi_{j-i} = \frac{\omega\xi}{U_c}.$$

Les résultats expérimentaux obtenus figure 2.16 mettent en évidence un écoulement de l'amont vers l'aval sur toute la portion de profil étudiée. En ce sens, aucun décollement qui entrerait en contradiction avec les hypothèses du modèle analytique n'est observé. Les vitesses de convection obtenues, synthétisées sur la figure 2.17, varient entre 11 m/s et 16 m/s, selon la position, l'espacement entre les capteurs et la fréquence. D'après Brooks & Hodgson [19], plus la distance entre les capteurs est grande, plus la vitesse de convection est importante.



FIG. 2.15: DSP de pression en paroi à l'intrados.

Brooks & Hodgson considèrent en effet que la durée de vie des tourbillons étant proportionnelle à leur taille, entre deux capteurs fortement espacés, seuls les plus gros tourbillons laissent une trace dans l'interspectre entre les deux signaux. Ces tourbillons étant plus éloignés de la paroi, ils vont également plus vite. A ce sujet, les résultats expérimentaux ne sont pas tous consistants avec cette hypothèse (cf. figure 2.17). Il semble également que lorsque la fréquence augmente, la vitesse de convection soit légèrement plus grande. Mais l'homogénéité statistique du champ turbulent sur un profil en incidence n'est pas établie. Ainsi, la vitesse de convection évolue le long du profil et il est difficile de définir une vitesse unique pour toutes les fréquences qui soit caractéristique de l'écoulement juste en amont du bord de fuite. Pour définir une vitesse de convection proche du bord du fuite, les SMD 22, 23 et 29 sont les plus appropriés, car les plus proches du bord de fuite avec un espacement longitudinal réduit.

Finalement, la dernière donnée d'entrée nécessaire à l'utilisation du modèle analytique est la longueur de cohérence transversale  $l_y$ . Nous avons vu que le modèle de Corcos permettait de l'exprimer simplement par la relation (2.37). La figure 2.18 montre l'évolution exponentiellement décroissante de la cohérence transversale  $\gamma^2$  en fonction de la fréquence. Le modèle de Corcos montre également un bon accord avec la mesure, en prenant  $U_c = 13$  m/s et  $b_c = 1$ . La zone de décroissance de la turbulence n'est observée que pour des fréquences inférieures à 100 Hz, donc en dehors des fréquences d'étude du bruit de bord de fuite. Dans ce chapitre, le modèle de Corcos sera donc jugé satisfaisant pour la description de la cohérence transversale de la pression fluctuante en paroi.

Finalement, tous les éléments sont disponibles pour comparer le spectre de pression acoustique en champ lointain fourni par le modèle d'Amiet avec un spectre expérimental. Cette comparaison est effectuée sur la figure 2.19. Les résultats issus du modèle ont été translatés de 6 dB. Ce choix est justifié par deux approches. La première consiste à remarquer que le modèle d'Amiet sous-estime le niveau acoustique du bruit de bord de fuite pour différents profils et dans les deux installations du Centre Acoustique. Cette sous-estimation systématique est de



FIG. 2.16: Phase de l'interspectre entre deux capteurs placés à l'extrados près du bord de fuite. Effet de la distance entre les capteurs et de la position sur le profil.



FIG. 2.16: Phase de l'interspectre entre deux capteurs placés à l'extrados près du bord de fuite. Effet de la distance entre les capteurs et de la position sur le profil (Suite et fin).



FIG. 2.17: Bilan des vitesses de convection obtenues sur la partie arrière du profil.

l'ordre de 6 dB. Afin de confirmer cette tendance, une étude asymptotique a été menée et est présentée en annexe D. Une formulation simplifiée pour les hautes fréquences y est présentée. Puis, en supposant une approche à bas nombre de Mach ( $M^2 << 1$ ), le résultat est comparé à la formulation obtenue par Howe (équation (3.5.15) dans [72]). En notant  $S_{pp}^A$  la formulation asymptotique d'Amiet et  $S_{pp}^H$  celle de Howe, l'annexe D démontre que  $S_{pp}^H = 4S_{pp}^A$ . Ce résultat revient à ajouter 6 dB à toutes les courbes tirant leur origine du modèle d'Amiet. A ce jour, nous ne sommes pas capable de fournir une explication consistante à la différence observée entre les deux modèles. La manière d'imposer les conditions aux limites semble toutefois être une piste à explorer pour répondre à cette question. Cette étude asymptotique ainsi que la comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle d'Amiet justifient d'ajouter 6 dB à tous les résultats issus de la modélisation qui seront présentés dans la suite du rapport.

Le modèle complet, prenant en compte toutes les rafales ainsi que le caractère fini de la corde et de l'envergure, est comparé au modèle plus simple s'appliquant pour des profils



FIG. 2.18: Cohérence  $\gamma^2$  calculé à partir du réseau de capteurs transversaux,  $\eta$  étant la distance transverse entre les capteurs. Résultats expérimentaux (-----) et modèle de Corcos (symboles) avec  $U_c = 13$  m/s et  $b_c = 1$ .

de grande envergure et négligeant le terme correctif du bord d'attaque (appelé également terme de rétroaction). Ces deux simplifications ont tendance à surestimer le bruit rayonné aux basses fréquences [106, 107]. Cependant, les écarts restent faibles, d'une part parce que l'allongement, rapport de l'envergure sur la corde, est de l'ordre de 2; d'autre part parce que la rétroaction du bord d'attaque n'est sensible qu'en deçà de 300 Hz dans cette application (d'après le critère  $\mu < \pi/8$ ).



FIG. 2.19: DSP de pression en champ lointain. Comparaison entre le modèle complet (Eq. (2.22)), le modèle simplifié (Eq. (2.24)) et les résultats expérimentaux.

Nous avons précédemment remarqué la difficulté d'exprimer la vitesse de convection des

structures turbulentes au bord de fuite. L'effet du choix de cette vitesse sur le rayonnement en champ lointain est étudié sur la figure 2.20. Trois vitesses de convection sont sélectionnées  $(U_c = [11; 13; 15] \text{ m/s})$ . Le coefficient  $b_c$  du modèle de Corcos est ajusté de manière à conserver le paramètre  $b_c U_c$  constant. Les écarts observés sont constants quelque soit la fréquence. Entre  $U_c = 11 \text{ m/s}$  et  $U_c = 15 \text{ m/s}$ , marquant un écart relatif de 30%, la différence sur le rayonnement en champ lointain est de 1, 4 dB. L'erreur commise sur la vitesse de convection n'est donc pas la plus pénalisante pour la prévision du bruit.



FIG. 2.20: Effet du choix de la vitesse de convection sur le rayonnement en champ lointain.

Le dernier paramètre d'entrée du modèle est la longueur de cohérence transversale  $l_y$ qui peut être obtenue par diverses méthodes. Nous en présentons deux dans ce rapport. La première consiste à utiliser la définition de la longueur de cohérence :

$$l_y(\omega) = \int_0^\infty \gamma(0, \eta, \omega) d\eta, \qquad (2.38)$$

où  $\gamma^2(\xi, \eta, \omega)$  est la cohérence mesurée entre deux capteurs séparés d'une distance  $\xi$  selon la corde et  $\eta$  selon l'envergure. Expérimentalement, l'intégrale est calculée par une méthode des trapèzes, à l'aide d'un réseau transverse de capteurs. Elle est tronquée à une valeur  $\eta = \eta_{max}$  suffisamment grande pour supposer la cohérence nulle tandis que pour  $\eta = 0$ , la cohérence est parfaite. La seconde méthode consiste à utiliser le modèle de Corcos recalé sur les données expérimentales. L'effet du choix de l'une ou l'autre méthode est visualisé sur la figure 2.21. Nous voyons que le choix de la troncature n'est pas sans conséquence sur le rayonnement prédit par le modèle. Pour  $\eta_{max} = 48$  mm, d'après le modèle de Corcos recalé, la cohérence  $\gamma^2$  mesurée serait inférieure à 0,1 pour toutes les fréquences f > 100 Hz. Cependant, au regard de la figure 2.18, la décroissance de la cohérence avec la distance entre les capteurs semble forte. Le niveau de cohérence étant déjà faible pour  $\eta = 8,5$  mm, nous prendrons

 $\eta_{max} = 20$  mm. La différence sur le bruit rayonné est de l'ordre de 2 dB. De plus, pour les hautes fréquences, la longueur de cohérence issue du modèle de Corcos décroît tandis que celle construite sur la base des résultats expérimentaux reste constante, du fait de la pollution du signal par le bruit électronique. Sur la figure 2.21, ce résultat se manifeste par un écart de 5 dB à 4 kHz.



FIG. 2.21: Effet du choix de calcul de la longueur de cohérence  $l_y$ .

# 2.5 Conclusion

Le modèle d'Amiet pour la prévision du bruit de bord de fuite est considéré comme une adaptation du modèle d'impact de turbulence. Celui-ci nécessite la connaissance de la statistique de la turbulence incidente tandis que celui-là requiert une description de la statistique du champ de pression pariétale proche du bord de fuite. Les hypothèses du modèle ont pu être validées à l'aide d'études expérimentales et bibliographiques. Une sous-estimation systématique du modèle de 6 dB sur la base du formalisme d'Amiet a toutefois été observée lors de comparaisons sur différents profils et dans les deux installations du Centre Acoustique. A ce jour, il nous est impossible de conclure sur l'origine de cette erreur systématique. Cependant, une comparaison avec le modèle de Howe a mis en évidence une différence identique, à l'aide d'une étude asymptotique à basse vitesse et haute fréquence. Si nous corrigeons les résultats du modèle en ajoutant ces 6 dB, l'accord avec les résultats expérimentaux est excellent.

# Chapitre 3

# Etude expérimentale du bruit de bord de fuite sur un ventilateur axial

Les études analytiques et expérimentales des chapitres précédents portent sur des profils fixes placés dans des écoulements. Une pale de ventilateur est soumise à des mécanismes de bruit identiques auxquels de nouvelles sources peuvent s'ajouter. Lorsque le ventilateur fonctionne dans un environnement fortement turbulent, comme cela peut arriver pour un ventilateur de refroidissement de moteur automobile lorsqu'il est situé en aval du radiateur, l'impact de la turbulence sur le bord d'attaque génère un rayonnement acoustique à large bande. Le mécanisme est identique à celui décrit au chapitre 1 pour des profils fixes. Des modèles semi empiriques ont été comparés avec succès à des simulations aux grandes échelles (LES) par Carolus *et al.* [25], afin de prédire le bruit à large bande généré par la turbulence incidente. Paterson & Amiet [101] ont étudié ce mécanisme sur une pale d'hélicoptère en confrontant les résultats expérimentaux avec le modèle analytique développé par Amiet [3]. En l'absence de perturbations en amont, la pale rayonne du bruit propre, lié à trois mécanismes :

- la création d'un tourbillon marginal en tête de pale, souvent en présence de jeu entre un carter ou une virole et la tête de pale. La compréhension et la modélisation de ce mécanisme sont complexes et encore mal connues à ce jour;
- le bord de fuite tronqué peut donner lieu à un échappement tourbillonnaire, autour d'un nombre de Strouhal basé sur la vitesse d'écoulement et l'épaisseur du bord de fuite.
  La vitesse vue par un tronçon de pale variant avec le rayon, ce phénomène possède une signature acoustique sur une bande de fréquences étendue et non étroite. Une formulation semi-empirique a été proposée par Chou & George pour des rotors [35];
- le bruit de bord de fuite décrit au chapitre précédent. Ce dernier mécanisme est étudié expérimentalement dans ce chapitre et fera l'objet d'une modélisation analytique au chapitre 4.

Rayon $r$ (m)	$0,\!155$	0,195	0,235	0,275	0,315	0,355	0,395
Corde $c$ (m)	$0,\!12$	0,12	0,125	$0,\!13$	$0,\!13$	0,135	0,135
Vrillage <sup><i>a</i></sup> $\Delta\beta$ (°)	12,2	10,3	8,1	6,2	4,4	2,7	1

<sup>a</sup>défini par rapport à un calage nominal en tête de pale

TAB. 3.1: Données géométriques de la pale.

Afin d'étudier le mécanisme de bruit de bord de fuite généré par une pale en rotation, un ventilateur a été spécialement instrumenté. Nous présentons tout d'abord le protocole expérimental utilisé lors de cette étude, qui a requis la mise au point de capteurs spécifiques embarqués. Ces derniers ont permis une étude détaillée de la statistique de pression au bord de fuite en milieu et en tête de pale. Finalement, le rayonnement en champ lointain est mesuré.

# 3.1 Protocole expérimental

L'étude expérimentale possède un double objectif. Elle doit permettre de fournir les données d'entrée du modèle analytique développé au chapitre 4 et de le valider en comparant les mesures en champ lointain à la prévision. Le bruit de bord de fuite est donc fixé comme le mécanisme d'étude privilégié. Le protocole expérimental est alors établi de façon à minimiser les autres mécanismes afin de rendre le bruit de bord de fuite dominant.

#### 3.1.1 Description du ventilateur

Le ventilateur utilisé est un ventilateur d'essai du CETIAT à large diamètre. L'empilement de la pale montre un faible vrillage. Le profil de la pale s'apparente à une plaque de ligne moyenne faiblement cambrée (cf. figure 3.1). Le moyeu, dont le rayon est de 13 cm, est capable de porter de 1 à 12 pales. Afin d'éviter les interactions de pale à pale, seules deux pales seront instrumentées et intégrées au moyeu. Le calage est variable à l'aide d'une bague insérée en pied de pale. Deux calages seront étudiés, à savoir  $\beta_t = 20^\circ$  et  $\beta_t = 30^\circ$  où  $\beta_t$  est le complémentaire de l'angle de calage en tête de pale. Chaque pale possède une envergure de 27 cm conduisant à un rayon en tête de pale de  $r_t = 40$  cm. La vitesse de rotation nominale (N = 600 tr/min) correspond à un nombre de Mach en tête de pale  $M_t = 0,07$ . L'épaisseur de la pale varie de 3 mm à 4 mm et la corde de 12 cm à 13.5 cm. Le tableau 3.1 reprend en détail ces éléments géométriques.

Puisque l'étude porte sur le bruit de bord de fuite, un soin particulier a été apporté afin de réduire les autres mécanismes. Le ventilateur est ainsi placé dans un grand volume constitué par la chambre anéchoïque en évitant la proximité de toute surface solide. La figure 3.2 montre le montage expérimental lors de l'étude de directivité. Le moteur et le bâti sont supposés n'avoir aucune influence significative sur l'écoulement et le rayonnement acoustique. La limite basse fréquence de la chambre anéchoïque a été évaluée à 100 Hz. Un microphone Brüel & Kjaer 1/2'' pour la mesure de pression acoustique en champ libre, type



FIG. 3.1: Empilement des profils constitutifs de la pale étudiée. Pour une meilleure clarté de la figure, les profils ont été artificiellement décalés les uns par rapport aux autres.

4181, est monté sur un bras tournant centré sur le centre de rotation du ventilateur. Il est situé à une distance  $R_0 = 1, 7$  m du centre du ventilateur. Cette distance donne une valeur  $kR_0 = 3$ pour la limite basse fréquence de la chambre anéchoïque et assure donc une mesure en champ lointain acoustique pour les fréquences supérieures à cette limite. La sensibilité du microphone est mesurée à 1 kHz à l'aide d'un pistonphone. L'installation expérimentale permet une étude de directivité pour un angle azimutal  $\Theta$  compris entre -130° et 130° (figure 3.2). Pour chaque position angulaire, la mesure spectrale de champ lointain est corrigée du bruit de fond. Ce dernier est défini comme le bruit mesuré lorsque le moteur est allumé et tourne à 600 tr/min, les pales et le moyeu étant retirés. On suppose implicitement que ces sources ne sont pas modifiées lorsque l'on monte les pales sur le moyeu.



FIG. 3.2: Montage expérimental pour l'étude de directivité.

#### 3.1.2 Description des capteurs de pression instationnaire

Afin d'obtenir la statistique de pression proche du bord de fuite, il est nécessaire d'instrumenter la pale avec des capteurs de pression instationnaire. L'utilisation des sondes à microphones déportés semble délicate du fait de la fragilité des microphones à électret, notamment leur soudure, et la difficulté de prévoir une alimentation embarquée. L'utilisation des microphones FG-3329-P07 conçus par Knowles Acoustics a donc été préférée. En effet, ces microphones de 2,6 mm de diamètre ont une longueur de 2,6 mm. Leur taille laisse envisager une implantation directe dans la pale, bien qu'ils ne soient pas assez petits pour être positionnés avec la partie sensible affleurant la paroi. Ces microphones possèdent l'avantage d'être gainés comme on peut l'observer sur les clichés de la figure 3.3.

Le mode d'intégration des capteurs à la pale est le suivant. Les microphones et leur connectique sont insérés parallèlement à la surface de la pale dans un tube en aluminium percé par un trou latéral de diamètre 0, 6 mm. Cette instrumentation induit la présence d'une cavité entre le microphone et le bout du tube métallique, agissant comme un résonateur de Helmholtz excité par la couche limite turbulente. L'effet de cette cavité sur la réponse du microphone sera étudiée au paragraphe suivant consacré à la calibration des capteurs. Le terme capteur dans la suite s'appliquera au microphone inséré dans le tube métallique, donc en présence de la cavité percée. Les détails sur la géométrie du capteur se trouvent sur la figure 3.4.



FIG. 3.3: Photos des microphones FG-3329-P07 utilisés pour la mesure des fluctuations de pression en paroi.

Les microphones sont organisés en deux réseaux de six capteurs chacun (cf. figures 3.5 et 3.6). Pour des raisons pratiques, chaque réseau de capteurs est implanté sur une pale différente. Le premier réseau est disposé en milieu de pale tandis que le second est plus proche de la tête de pale ( $r_1 = 270$  mm et  $r_2 = 357$  mm). Les capteurs alignés selon l'envergure (1 à 4 et A à D) permettent la construction d'une échelle de cohérence transversale tandis que les capteurs alignés selon la corde fournissent la vitesse de convection des structures turbulentes à l'aide d'un post-traitement approprié. Un soin particulier a été appliqué au choix de la distance des capteurs au bord de fuite. D'un côté, la mesure du champ de pression incident ne doit pas être affectée par le processus de diffraction se produisant au bord de fuite; de l'autre,



FIG. 3.4: Schémas de l'implantation des capteurs dans la pale.

elle doit caractériser les propriétés statistiques de la turbulence passant au droit du bord de fuite. En suivant les recommandations de Ffowcs-Williams & Hall [47] et de Brooks & Hodgson [19], la distance du capteur au bord de fuite doit être supérieure à la longueur d'onde aérodynamique considérée. Elle peut être supérieure si les fluctuations de pression pariétale sont statistiquement homogènes près du bord de fuite. Ici les capteurs les plus proches sont à 10 mm du bord de fuite, correspondant à la longueur d'onde aérodynamique à 1700 Hz à un rayon  $r_1 = 270$  mm, pour la vitesse de rotation nominale. En tête de pale, cette distance correspond à la longueur d'onde pour une fréquence de 2200 Hz.



FIG. 3.5: Schéma de la disposition des capteurs sur la pale.

#### 3.1.3 Description de la chaîne d'acquisition

Une fois la pale instrumentée avec les capteurs de pression instationnaire, la question de la transmission des données mesurées vers l'analyseur se pose. En effet, il faut alors transmettre une information tournante vers un analyseur fixe. L'estimation du débit d'informations à transmettre ou à enregistrer a amené à écarter les solutions basées sur des technologies sans fil. L'utilisation d'un collecteur tournant a donc été privilégiée. Le collecteur tournant choisi,



FIG. 3.6: Géométrie du ventilateur et instrumentation des capteurs dans chacune des pales

fourni par Label, possède 16 voies. La mise en rotation de la partie tournante du collecteur ainsi que l'atténuation des vibrations sont assurées par un accouplement souple. Le montage est présenté sur la figure 3.7.



FIG. 3.7: Montage expérimental présentant le collecteur tournant.

#### 3.1.4 Calibration des capteurs

La technologie des capteurs, c'est-à-dire l'implantation dans un tube présentant une cavité, amène à se poser la question de la réponse d'un tel capteur sous une excitation hydrodynamique. Une première étude a donc été menée sur une plaque plane spécifiquement instrumentée. Un capteur identique à ceux décrits dans le paragraphe précédent, est intégré à la plaque en résine, au côté d'un microphone de référence Brüel & Kjaer 1/4''. La plaque est ensuite insérée dans la paroi d'une soufflerie basse-vitesse, les capteurs mesurant alors les fluctuations de pression dans la couche limite (cf. figure 3.8). En hautes fréquences, une atténuation liée à l'intégration spatiale du microphone B&K est prise en compte en utilisant la correction de Corcos [41] avec un rayon équivalent [53]  $r_{eq} = 0,62r_M$  et une vitesse de convection  $U_c = 0,7U$ , où U est la vitesse de l'écoulement mesurée à l'aide d'un tube de Pitot placé au milieu de la soufflerie et  $r_M$  le rayon réel du microphone. Une première étude à faible vitesse (20 m/s< U < 30 m/s) a montré un bon accord entre le spectre fourni par le microphone de référence et le capteur, en dehors d'une bosse sur le spectre mesuré par le capteur autour de 6 kHz. La bosse est attribuée à la cavité agissant comme un résonateur de Helmholtz excité par la couche limite turbulente. Une campagne de tests complémentaires a été menée dans laquelle une marche descendante située en amont des capteurs (environ 10 cm) assure des niveaux plus élevés d'excitation (cf. figure 3.8). Les résultats montrent un comportement non linéaire du capteur et motivent une étude plus complète.



FIG. 3.8: Montage expérimental utilisé pour étudier le comportement des capteurs. Plaque plane instrumentée avec un capteur et un microphone de référence.

Les fluctuations de pression mesurées par le microphone de référence et le capteur sont présentées respectivement sur les figures 3.9a et 3.9b. Sur le spectre mesuré par le capteur, on remarque que la fréquence de résonance du résonateur de Helmholtz augmente avec la vitesse de l'écoulement. Une étude de la fréquence de résonance montre qu'elle évolue linéairement avec la vitesse, comme le montre la figure 3.10. Blokhintsev en 1956 propose un modèle présentant une telle évolution pour des résonateurs excités par un écoulement [15]. Par ailleurs, la forme du spectre de pression pariétale mesurée par le capteur ainsi que la diminution de niveau en basses fréquences lorsque la vitesse augmente ne correspondent pas aux évolutions mesurées par le microphone de référence. Le niveau à basses fréquences est donc clairement sous-estimé par le capteur. Le signal temporel, non présenté ici, fait apparaître une saturation. En conséquence de ce comportement non linéaire, la fonction de transfert de la figure 3.12, définie comme la différence des DSP mesurées d'une part par le microphone de référence et d'autre part par le capteur, ne peut pas être inversée. En effet, le capteur mesure des niveaux très proches entre 500 Hz et 1200 Hz pour différentes vitesses d'excitation. Il est alors impossible de définir la fonction de réponse à utiliser afin de revenir au niveau réel de la pression en paroi. L'erreur alors commise approcherait les 10 dB, ce qui est incompatible avec le niveau de précision requis. Il est donc obligatoire d'effectuer les mesures des spectres de pression en paroi en dessous des niveaux d'excitation de saturation. Il est à noter que cette remarque s'applique aux niveaux spectraux mais que les phases des interspectres ainsi que les cohérences entre les signaux ne semblent pas affectés par ces effets non-linéaires. Ce résultat est surprenant puisque la cohérence mesure un lien de linéarité entre deux signaux. Cependant, si le premier signal subit les mêmes effets de non linéarité que le deuxième signal, la cohérence entre les deux signaux peut être identique à la cohérence des signaux non affectés par la non linéarité. A ce sujet, l'annexe E montre que dans une certaine mesure la cohérence entre deux signaux est identique à la cohérence entre ces mêmes signaux écrêtés.



FIG. 3.9: Spectres de pression pariétale mesurés par le microphone de référence (a) et le capteur étudié (b). Les spectres mesurés par le microphone B&K 1/4'' sont présentés bruts (--) et corrigés des effets d'intégration spatiale (-).



FIG. 3.10: Evolution linéaire de la fréquence de résonance de Helmholtz avec la vitesse externe de l'écoulement. Les symboles correspondent aux résultats expérimentaux tandis que les pointillés correspondent à la régression linéaire.

Le spectre de pression en paroi mesuré sur un capteur du réseau en milieu de pale, avec



FIG. 3.11: Fonction de transfert des capteurs définie comme la différence entre le spectre mesuré par le microphone de référence et le capteur.

une vitesse de rotation N = 600 tr/min, est similaire en niveau et en gabarit au spectre mesuré par le capteur sur la plaque plane en paroi de soufflerie lorsque la vitesse est fixée à 32,8 m/s. Or, la mesure effectuée à cette vitesse a montré une saturation du capteur. Il est donc probable que la mesure effectuée sur la pale à 600 tr/min soit également saturée. Afin d'éviter ce problème, une procédure a été mise en œuvre pour obtenir les spectres de pression pariétale à la vitesse nominale. La vitesse de rotation est réduite jusqu'à une valeur pour laquelle les capteurs retrouvent un comportement linéaire. Le spectre est ensuite rendu sans dimension avec les variables externes de la couche limite, à savoir la vitesse tangentielle  $U_t = \Omega r$  et l'épaisseur de déplacement de la couche limite  $\delta^*$ . En absence de saturation et sous l'hypothèse d'écoulements auto-similaires, les spectres sans dimension doivent être confondus. Ils sont alors transposés à une vitesse plus élevée pour laquelle la mesure directe n'est pas fiable. L'épaisseur de déplacement est déduite de la loi de vitesse en puissance  $1/7^{eme}$  qui conduit à la formule classique  $\delta^* = 0,0477 c R_e^{-1/5}$  (cf. par exemple Schlichting [112] page 599), où  $R_e$  est le nombre de Reynolds basé sur la corde c et la vitesse tangentielle  $U_t$ . Le spectre non-dimensionnel s'écrit :

$$\widetilde{\Phi}_{pp} = \frac{\Phi_{pp}(f)}{\rho_0^2 \delta^* U_t^3} \quad . \tag{3.1}$$

En parallèle de cette procédure, les capteurs sont étalonnés en utilisant le système décrit en annexe B. Ainsi, une fonction de transfert est établie pour chacun des capteurs, pour un faible niveau d'excitation en-deçà de la saturation. La réponse du capteur est plate sur la partie basse-fréquence du spectre (100-2000 Hz) et est affectée par la cavité agissant comme un résonateur de Helmholtz à plus hautes fréquences. La fonction de réponse ainsi définie permet de corriger une partie des effets du résonateur en prenant en compte la résonance à une fréquence et un niveau différents en fonction du capteur considéré. Les fonctions de réponse pour chacun des capteurs sont présentées sur la figure 3.12. Les capteurs 6 et F y semblent défectueux.

La procédure décrite ci-dessus demande une validation. Celle-ci est effectuée sur le cap-



FIG. 3.12: Fonctions de réponse des capteurs.

teur 1, issu du réseau en milieu de pale. L'évolution du spectre de pression pariétale en fonction de la vitesse est présentée sur la figure 3.13 pour six vitesses de rotation comprises entre 200 tr/min et 594 tr/min. On y retrouve le comportement déjà observé sur la plaque plane en soufflerie, à savoir une atténuation des basses fréquences. En traçant les mêmes spectres sous forme non-dimensionnelle, c'est-à-dire  $\tilde{\Phi}_{pp}$  en fonction du nombre de Strouhal  $St = \omega \delta^*/U_t$ , les courbes doivent se confondre. Pour les trois vitesses de rotation les plus élevées, les signaux temporels montrent une saturation qui se traduit par une atténuation du niveau spectral en basses fréquences (St < 0, 8) sur la figure 3.14. Pour les trois vitesses de rotation les plus faibles, la différence entre les spectres pour 0,01 < St < 3 n'excède pas 2 dB. L'utilisation de cette procédure est donc justifiée. Dans la suite, les spectres seront mesurés à 200 tr/min, puis rendus non-dimensionnels à l'aide de l'Eq. (3.1). Ils seront ensuite extrapolés à 600 tr/min à l'aide de la même équation. Les résultats sont présentés au paragraphe suivant.

# 3.2 Statistique des pressions instationnaires de paroi

Les capteurs embarqués sont utilisés pour enregistrer la statistique de pression en paroi, décrite par les spectres, la vitesse de convection longitudinale et une longueur de cohérence transversale.

#### 3.2.1 Pression pariétale

Les capteurs disposés sur l'extrados de la pale au niveau du bord de fuite, d'une part à mienvergure et d'autre part près de la tête de pale, fournissent les spectres de pression fluctuante présentés sur les figures 3.15 et 3.16, en utilisant la procédure décrite au paragraphe précédent. Les résultats ne sont présentés que pour la configuration calée à  $\beta_t = 30^\circ$ , les spectres pour la configuration avec un calage  $\beta_t = 20^\circ$  étant similaires à ceux présentés.



FIG. 3.13: Effet de la vitesse de rotation sur la mesure spectrale de la pression pariétale. Résultats présentés sous forme dimensionnelle.

Les spectres mesurés par les capteurs en milieu de pale sont semblables et montrent l'homogénéité de la turbulence (figure 3.15). Cette similarité donne une confiance relative dans les fonctions de transfert obtenues lors de l'étalonnage des capteurs. On observe la présence de trois pentes sur ces spectres : la première pente  $(f^{-1})$  correspond aux grandes structures, une deuxième  $(f^{-7/3})$  est relative aux tourbillons de taille intermédiaire et une dernière  $(f^{-5})$ aux plus petites échelles. Une étude plus approfondie est menée sur les pentes des spectres de pression au chapitre 5. Nous pouvons cependant déjà noter que la première pente est relative à une zone dite de recoupement. Cette zone délimite les fréquences pour lesquelles il est possible de rendre les spectres universels à la fois par un adimensionnement utilisant les variables internes de la couche limite mais également avec les variables externes. Cette zone fréquentielle est liée à l'activité de la turbulence dans la zone où la loi logarithmique de la couche limite turbulente s'applique. Sa taille dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement considéré. Plus le nombre de Reynolds est élevé, plus la zone où cette loi s'applique est étendue dans le domaine fréquentiel. Cette loi a été justifiée théoriquement par Bradshaw [18] et observée expérimentalement, notamment par McGrath & Simpson [84]. La deuxième pente a été obtenue par Monin & Yaglom [87] dans une étude théorique de la turbulence localement isotrope. La dernière pente a été reconnue par Blake [14] (page 527) comme caractéristique du comportement de la turbulence dans la sous couche visqueuse de la couche limite, c'est-à-dire très proche de la paroi. Elle a été observée expérimentalement par Gravante et al. [66] et McGrath & Simpson [84] ainsi que numériquement par un calcul direct (DNS) dans un canal avec un gradient de pression adverse [96]. Les spectres mesurés en milieu de pale reprennent donc de nombreuses caractéristiques des spectres mesurés en paroi pour des écoulements bidimensionnels.



FIG. 3.14: Effet de la vitesse de rotation sur la mesure spectrale de la pression pariétale. Résultats présentés sous forme non-dimensionnelle.

Les mesures effectuées sur le réseau externe, situé à une trentaine de millimètres de la tête de pale, montre une plus grande dispersion dans les spectres, attribuée à une non-homogénéité de la statistique de pression pariétale (cf. figure 3.16). De plus, les pentes obtenues pour ces spectres sont fortement différentes de celles observées sur le réseau interne. Un redressement du spectre en moyennes fréquences a également été observé par Goody & Simpson [63] dans le cas d'un écoulement tri-dimensionnel. Ces résultats nous laissent supposer la présence d'un écoulement tri-dimensionnel lié à un possible tourbillon marginal, expliquant la nonhomogénéité de la turbulence et les pentes des spectres différentes de celles des écoulement bi-dimensionnels.

#### 3.2.2 Vitesse de convection

La pente de la phase de l'interspectre entre deux signaux i et  $j \phi_{j-i}$  permet de déterminer la vitesse de convection des structures turbulentes, connaissant la distance séparant les capteurs i et j. Le réseau de capteurs permet d'une part de déterminer la vitesse longitudinale (cf. figure 3.17) mais également d'avoir une information sur la présence d'un écoulement radial (cf. figure 3.18). L'écoulement semble faiblement radial en milieu de pale, mais l'écoulement tri-dimensionnel en tête de pale présente une forte composante radiale au calage  $\beta_t = 30^{\circ}$ . La faible composante radiale en milieu de pale est un résultat important pour l'application future du modèle analytique, puisque celui-ci suppose un écoulement orienté selon la corde. La différence observée au niveau de la tête de pale entre les deux calages, à la fois sur la composante longitudinale mais également sur la composante radiale, est un indicateur supplémentaire de la différence de comportement de l'écoulement tri-dimensionnel en tête de pale.



FIG. 3.15: DSP de pression pariétale transposée à 600 tr/min à partir de mesures à 200 tr/min. Milieu de pale,  $\beta_t = 30^{\circ}$ .

#### 3.2.3 Cohérence transversale

La cohérence transversale est observée en fonction de la distance des capteurs. Les deux réseaux de capteurs et les deux angles de calage fournissent quatre configurations. Le modèle de Corcos ne permet pas de reproduire le comportement aux basses fréquences (cf. figure 3.19). La cohérence y décroît tandis que le modèle prédit une croissance en basses fréquences jusqu'à une valeur infinie pour une fréquence nulle. La décroissance en basses fréquences est une manifestation de la dimension finie de la couche limite. En effet, la taille des tourbillons contenus dans la couche limite est forcément limitée par son épaisseur. En supposant une épaisseur  $\delta = 4$  cm, importante du fait de la cambrure au bord de fuite, et une vitesse de convection  $U_c = 12, 7$  m/s, on obtient  $f_{min} = 320$  Hz comme fréquence minimale pour caractériser des phénomènes contenus dans la couche limite. Le modèle de Chase [33] constitue une alternative pour prendre en compte une décroissance de la cohérence aux basses fréquences. Toutefois, les nombreuses constantes inhérentes à ce modèle le rendent difficile à utiliser en pratique. Citons les travaux de Bonamy [17] qui, à l'aide d'une étude expérimentale approfondie autour d'un profil NACA 0012, a proposé un jeu de constantes pour le modèle complet de Chase.

Le modèle de Corcos présente toutefois un intérêt en hautes fréquences, lorsque la cohérence réelle ne peut être mesurée du fait du bruit électronique. Le modèle de Corcos permet alors de conserver une décroissance de la cohérence avec la fréquence.

Il semble donc intéressant d'obtenir une longueur de cohérence à partir des résultats expérimentaux aux basses fréquences et du modèle de Corcos aux hautes fréquences. Ainsi, entre 100 Hz et 800 Hz, les données expérimentales sont utilisées. Entre 1200 Hz et 10 kHz, le modèle de Corcos est retenu. Finalement, une fonction d'interpolation permet une transition progressive de la zone des basses fréquences à la zone des hautes fréquences. Ce modèle sera



FIG. 3.16: DSP de pression pariétale transposée à 600 tr/min à partir de mesures à 200 tr/min. Tête de pale,  $\beta_t = 30^{\circ}$ .

		$U_c (m/s)$	$\alpha = U_t / U_c$	$b_c$
$\beta_{\rm c} = 30^{\circ}$	Milieu de pale	12.7	1.34	1.56
$p_t = 30$	Tête de pale	24	0.93	0.9
$\beta_{\rm c} = 20^{\circ}$	Milieu de pale	12.7	1.34	1.49
$p_t = 20$	Tête de pale	14	1.6	1.84

TAB. 3.2: Vitesse de convection et paramètres du modèle de Corcos.

appelé dans la suite modèle *ad hoc* de cohérence.

Les résultats expérimentaux montrent une différence notable sur les cohérences mesurées en milieu ou en tête de pale, et ce pour les deux angles de calage étudiés. Ce résultat est confirmé par la comparaison des longueurs de cohérence transversale  $l_y$ , obtenues à partir du modèle *ad hoc* (cf. figure 3.20). L'augmentation de la cohérence transverse en tête de pale est attribuée à un écoulement tri-dimensionnel. Nous pouvons également noter la similitude des courbes, non dépendantes du calage de la pale, pour le réseau en milieu de pale tandis que pour le réseau en tête de pale, l'angle de calage semble influer fortement sur la cohérence transversale de la pression pariétale.

# 3.3 Pression acoustique en champ lointain

Le montage expérimental décrit sur la figure 3.2 permet l'étude du rayonnement acoustique du ventilateur. Cette étude est réalisée dans une chambre anéchoïque, avec un microphone placé à  $R_0 = 1,7$  m du centre du ventilateur. Ce montage est utilisé afin d'étudier l'évolution du rayonnement acoustique avec la vitesse de rotation. Nous présentons ensuite des cartographies représentatives de la directivité du mécanisme étudié. Finalement, une



FIG. 3.17: Phase de l'interspectre entre deux capteurs espacés longitudinalement. Les traits épais correspondent à  $\phi_{j-i} = \omega \xi/U_c$ .



FIG. 3.18: Phase de l'interspectre entre deux capteurs espacés longitudinalement et radialement.



FIG. 3.19: Cohérence  $\gamma^2$  calculé à partir des réseaux de capteurs transversaux,  $\eta$  étant la distance transverse entre les capteurs. Résultats expérimentaux (symboles) et modèle de Corcos (-----).



FIG. 3.20: Longueur de cohérence transversale  $l_y$  calculée à partir du modèle *ad hoc* et des valeurs du tableau 3.2. En basses fréquences, le modèle *ad hoc* suit les résultats expérimentaux (—) et en hautes fréquences, le modèle de Corcos (- - -).

étude plus approfondie présente les résultats sous une forme spectrale, pour une meilleure comparaison des effets de l'angle de calage.

#### 3.3.1 Effet de la vitesse de rotation

En s'appuyant sur l'analogie acoustique, un dipôle rayonne une intensité sonore globale proportionnelle à la puissance 6 de la vitesse de l'écoulement. Ainsi il est possible d'obtenir une loi d'évolution de la DSP de pression en fonction du nombre de Strouhal basé sur la vitesse et la corde (St = fc/U). Plusieurs résultats expérimentaux [90, 98] sur des profils placés en écoulement faiblement turbulent suggèrent des lois d'évolution en  $U^n$ , avec n variant entre 4 et 5. Nous pouvons également rappeler les travaux de Brooks & Hodgson [19] et de Schlinker & Amiet [113] qui obtiennent des évolutions en puissance 5 de la vitesse. La loi en  $U^5$  correspond à un profil acoustiquement compact. Les écarts par rapport à cette évolution dénotent alors un profil non compact aux fréquences étudiées. Des valeurs similaires pour nont été obtenues par Stephens & Morris [118] pour différents points de fonctionnement d'un rotor en conduit. Les DSP de pression acoustique en champ lointain mesurées dans le plan de rotation du ventilateur ( $\Theta = 90^\circ$ ) sont présentées pour 7 vitesses de rotation N entre 400 tr/min et 1000 tr/min sur la figure 3.21. Un normalisation par  $N^5$  permet d'obtenir un spectre universel.

#### 3.3.2 Effet de l'angle de calage

La figure 3.22 met en évidence une bosse entre 800 Hz et 3500 Hz sur le spectre du bruit rayonné par le ventilateur calé à 20°. Puisque les spectres de pression en paroi ont presque



FIG. 3.21: Effet de la vitesse de rotation sur la pression acoustique rayonnée dans le plan de rotation.

la même forme pour les deux configurations, une source de rayonnement acoustique qui ne serait pas directement liée aux couches limites est recherchée. La formation possible d'un échappement tourbillonnaire s'effectuant pour un nombre de Strouhal  $St = fh/U_t = 0, 2,$ basé sur l'épaisseur du bord de fuite h et la vitesse tangentielle  $U_t$ , est une première hypothèse. En effet, Schlinker & Amiet expliquent le niveau plus élevé en hautes fréquences sur le spectre de la figure 29 du rapport [113] par la présence de ce mécanisme. Ici, en prenant une épaisseur du bord de fuite de la pale de 2 mm, la bande de fréquences sur laquelle le mécanisme peut se produire s'étend de 975 Hz à 2500 Hz, ce qui correspond aux fréquences de la bosse dans le spectre. Pour confirmer cette hypothèse, des extensions souples d'une épaisseur nulle ont été adjoints au bord de fuite de la pale. Le bruit alors mesuré étant identique, avec ou sans l'extension au bord de fuite, l'hypothèse d'un échappement tourbillonnaire ne semble pas expliquer la présence de la bosse.

Des instabilités comme les ondes de Tollmien-Schlichting sont également des sources possibles de rayonnement acoustique sur des profils ou des rotors [8, 80, 105]. Cette hypothèse a été infirmée en forçant la transition de la couche limite à l'aide de bandes rugueuses placées sur toute l'envergure pour trois positions le long de la corde, sur l'extrados et l'intrados. Cette manipulation n'a pas modifié le bruit rayonné par le ventilateur.

Finalement, une modification de la géométrie de la tête de pale entraîne une variation du bruit mesuré. La présence d'un tourbillon marginal en tête de pale responsable d'un mécanisme de bruit additionnel est alors suggéré, d'autant plus qu'il a été observé et modélisé sur des profils par Brooks, Pope & Marcolini [20] et sur des rotors par George & Chou [51]. Des visualisations à l'aide de plumes d'autruche disposées le long de la section d'extrémité de pale montrent que le comportement du tourbillon d'extrémité est modifié avec l'angle de calage (cf. figure 3.23). Pour un angle de 20°, le tourbillon lèche la paroi sur les trois quarts de la corde, tandis que pour  $\beta_t = 30^\circ$ , il se détache de la pale sur le premier quart de la corde. Cette différence de comportement explique les différences entre les deux configurations observées sur les vitesses de convection (cf. figure 3.17) et les cohérences transversales (cf. figure 3.19) du réseau en tête de pale. Bien que nous n'ayons pas validé de modèle de bruit de tourbillon, la bosse observée sur le spectre de pression acoustique à 20° est attribuée à ce mécanisme. Cette hypothèse est confirmée par une dernière expérience, consistant à ajouter une ailette souple et fine, appelée *winglet*, en tête de pale au niveau du bord d'attaque. Ce *winglet* horizontal a pour effet d'obliger le tourbillon à se détacher de la pale, sans incidence notable sur l'efficacité aérodynamique du ventilateur. En conséquence, la bosse sur le spectre est réduite, comme le montre la courbe noire sur la figure 3.22.



FIG. 3.22: Effet de l'angle de calage sur la DSP de pression acoustique dans le plan du ventilateur.

#### 3.3.3 Mesures de directivité

L'unique différence entre un premier observateur placé en  $(R_0; \Theta)$  et un second placé en  $(R_0; -\Theta)$  est liée au sens de rotation du ventilateur. Mais, en considérant un niveau de puissance moyenné, le bruit perçu par les deux observateurs doit être identique. Cette symétrie entre les spectres en  $\Theta$  et en  $-\Theta$  est visible sur les diagrammes de directivité de la figure 3.24. La DSP de pression acoustique y est représentée en fonction de l'angle d'écoute et de la fréquence. Les mesures sont corrigées du bruit de fond, et lorsque l'écart entre le bruit de fond et la mesure est inférieur à 6 dB, un point blanc est ajouté sur le diagramme de directivité. La symétrie par rapport à l'axe  $\Theta = 0^{\circ}$  est observée, sauf pour la configuration  $\beta_t = 20^{\circ}$  en hautes fréquences, où le niveau semble s'être artificiellement relevé pour  $\Theta < 0$ . Ces résultats montrent que la configuration  $\beta_t = 20^{\circ}$  est bien plus bruyante sur une large bande de fréquences (500 Hz < f < 2500 Hz).

L'effet du *winglet* sur le rayonnement acoustique, déjà observé sur le spectre mesuré dans le plan du ventilateur, est également notable sur le diagramme de directivité.



FIG. 3.23: Visualisation à l'aide de plumes d'autruche du tourbillon marginal en tête de pale.

# 3.4 Conclusion

Les pales d'un ventilateur axial ont été instrumentées afin de mesurer la statistique des fluctuations de pression générées par la couche limite turbulente en amont du bord de fuite. Des difficultés liées à la technologie d'implantation des capteurs ont amené à la mise en œuvre d'une méthodologie spécifique pour l'étalonnage. Deux réseaux de capteurs ont ainsi été insérés, en milieu et en tête de pale, chacun donnant accès au spectre de la pression, à la cohérence transversale ainsi qu'à la vitesse de convection des structures turbulentes le long de la corde de la pale. Une mesure de directivité effectuée en chambre anéchoïque complète la base de données. La modification du calage des pales a fait apparaître une nouvelle source de bruit. Il a été démontré à l'aide de visualisations et d'une modification de la géométrie de la tête de pale que ce nouveau mécanisme est lié à la structuration du tourbillon d'extrémité.



FIG. 3.24: Diagramme de directivité dans un plan contenant l'axe de rotation du ventilateur (axe à  $\Theta = 0^{\circ}$ ). Les niveaux représentent la DSP de pression acoustique en dB/Hz (ref. 2.10<sup>-5</sup> Pa). Les mesures sont corrigées du bruit de fond.
# Chapitre 4

# Application des théories de profil mince aux pales en rotation

## 4.1 Motivations et hypothèses

L'objectif est à présent d'adapter les modèles développés pour des profils fixes à des pales en rotation. Ce travail est motivé par les résultats encourageants obtenus d'une part par Paterson & Amiet [101] pour l'impact d'une turbulence incidente et d'autre part par Schlinker & Amiet [113] pour le bruit de bord de fuite. Le travail effectué par Paterson & Amiet a permis de valider le modèle analytique pour le premier mécanisme. Concernant les travaux effectués sur le bruit de bord de fuite, trop d'hypothèses concernant les données d'entrée ont dû être formulées. Notre étude se focalisera donc sur ce mécanisme, bien que la méthodologie présentée dans ce chapitre puisse s'appliquer également au bruit d'impact de turbulence.

La pale considérée est découpée en tronçons de forme rectangulaire. Chaque tronçon est indépendant des tronçons voisins, ce qui suppose qu'il soit de taille supérieure à la longueur de cohérence transversale de la turbulence. De plus, la couche limite turbulente à l'origine du bruit est générée sur chaque pale indépendamment des pales adjacentes. Le mécanisme est donc décorrélé de pale à pale et le bruit total correspond à la somme des contributions de chacune des pales. En ce sens, le modèle pour le bruit de bord de fuite est plus simple à développer que le modèle pour l'impact de turbulence où une fonction de corrélation entre les pales est à définir, puisqu'un tourbillon donné peut interagir avec plusieurs pales. L'effet de la rotation est étudié par Paterson & Amiet en reprenant la formulation de Lowson [81] pour le champ de pression généré par un dipôle de force F en mouvement non uniforme :

$$p = \left[\frac{\vec{r}}{4\pi c_0 r^2 (1 - M_n)^2} \cdot \left\{\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \frac{\vec{F}}{1 - M_n} \frac{\partial M_n}{\partial t}\right\}\right]_{t - r/c_0},\tag{4.1}$$

où  $\vec{r}$  est le vecteur distance entre la source et l'observateur et  $M_n$  est la composante du nombre de Mach dans la direction  $\vec{r}$  de l'observateur. Le second terme dans l'accolade est

négligeable lorsque la pulsation  $\omega$  est au moins d'un ordre de grandeur supérieur à la vitesse de rotation  $\Omega$  et que  $M_n \ll 1$ . Sous ces deux conditions, il est possible de décomposer le mouvement circulaire en une multitude de mouvements rectilignes et d'appliquer les résultats du profil en mouvement rectiligne uniforme, moyennant quelques adaptations.

Le bruit rayonné est ici modélisé avec une approche spectrale. Ainsi, nous considérons un spectre moyenné sur toutes les positions azimutales prises par le tronçon de pale. La position relative entre la source et l'observateur est fonction de la position angulaire du tronçon. De plus, cette moyenne est pondérée afin de considérer les différents temps retardés. Cette pondération est donnée par le facteur Doppler. Si la fréquence d'émission de la source est notée  $\omega_e$  et la fréquence entendue par l'observateur  $\omega$ , le facteur de pondération lors de la moyenne azimutale s'écrit  $\omega_e/\omega$ . Le calcul de ce facteur est détaillé ci-dessous.

## 4.2 Expression du facteur Doppler

Nous cherchons à déterminer le facteur Doppler reliant la fréquence d'émission  $\omega_e$  et la fréquence perçue par un observateur  $\omega$ . Du fait du mouvement relatif entre la source et l'observateur, il existe un décalage en fréquence défini par le facteur Doppler que nous déterminons ci-dessous. Le problème considéré est assez proche de celui traité par Schlinker & Amiet [113]. Un tronçon de pale de ventilateur tourne autour de l'axe Z (voir la figure 4.1) avec une vitesse de rotation  $\Omega$  telle que  $\Omega t = \Psi$ . Ce ventilateur est également placé dans un écoulement axial de vitesse  $U_z$ . L'observateur fixe est placé à une distance  $R_0$  du centre de rotation du ventilateur et en dehors du flux créé par la vitesse axiale. Par symétrie de révolution du problème et pour simplifier les notations, l'observateur est placé dans le plan  $(\vec{X}, \vec{Z})$ , sans perte de généralité.

Différents nombres de Mach sont alors définis :

 $M_t = \Omega r/c_0$ , le nombre de Mach tangentiel ;  $M_z = U_z/c_0$ , le nombre de Mach axial.

 $\hat{i}, \hat{j}$  et  $\hat{k}$  représentent les vecteurs unitaires des axes X, Y et Z respectivement.

Il est tout d'abord nécessaire de calculer les temps et positions retardés. A t = 0, un marqueur est virtuellement placé au niveau de la source acoustique, c'est-à-dire sur le tronçon de pale. A  $t = T_e$ , l'observateur entend le son émis à t = 0. Le déplacement effectué par le marqueur est alors noté  $\vec{x_s}$ . L'observateur est repéré par  $\vec{x_0} = R_0(\sin \Theta \hat{i} + \cos \Theta \hat{k})$ . L'observateur est placé à une distance  $r_e$  de la position du point source au temps retardé  $\vec{x_s}$ :

$$r_e^2 = (R_0 \sin \Theta - x_s)^2 + y_s^2 + (R_0 \cos \Theta - z_s)^2.$$



FIG. 4.1: Repères et notations utilisés pour le calcul du facteur Doppler

On a de plus  $T_e = r_e/c_0$  et  $\overrightarrow{x_s} = (0;0;M_z r_e)$ . La résolution de l'équation ci-dessus fournit :

$$r_e = \frac{R_0}{1 - M_z^2} \left( -M_z \cos \Theta + \sqrt{1 - M_z^2 \sin^2 \Theta} \right).$$
(4.2)

La fréquence entendue par l'observateur  $\omega$  est reliée à la fréquence émise  $\omega_e$  par le facteur Doppler :

$$\frac{\omega}{\omega_e} = 1 + \frac{\overrightarrow{M_t}.\overrightarrow{OS}}{1 - \overrightarrow{M_r}.\overrightarrow{OS}}$$
(4.3)

où  $\widehat{OS} = \frac{\overrightarrow{OS}}{|\overrightarrow{OS}|}$  et  $\overrightarrow{M_r}$  est le nombre de Mach de la source relatif à l'écoulement :

$$\overrightarrow{M_t} = M_t \left( -\sin \Psi \hat{i} + \cos \Psi \hat{j} \right),$$

$$\overrightarrow{M_r} = -M_t \sin \Psi \hat{i} + M_t \cos \Psi \hat{j} - M_z \hat{k},$$

$$\overrightarrow{OS} = (x - x_s) \hat{i} + (y - y_s) \hat{j} + (z - z_s) \hat{k},$$

$$\widehat{OS} = \frac{x}{r_e} \hat{i} + \left( \frac{z}{r_e} - M_z \right) \hat{k}.$$

Finalement, le facteur Doppler s'exprime par :

$$\frac{\omega}{\omega_e} = 1 + \frac{-M_t x \sin \Psi}{r_e (1 - M_z^2) + M_t x \sin \Psi + M_z z}$$

Ce dernier résultat se simplifie sous la forme suivante :

$$\frac{\omega_e}{\omega} = 1 + \frac{M_t \sin \Psi \sin \Theta}{\sqrt{1 - M_z^2 \sin^2 \Theta}}.$$
(4.4)

Il est alors utilisé dans la moyenne pondérée de toutes les positions angulaires occupées par le tronçon de pale :

$$S_{pp}(\overrightarrow{x},\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega_e(\Psi)}{\omega} S_{pp}^{\Psi}(\overrightarrow{y},\omega_e) d\Psi$$
(4.5)

 $S_{pp}^{\Psi}(\vec{x}, \omega_e)$  est fourni par la formule (2.22) où  $\vec{y}$  correspond aux coordonnées de l'observateur dans le repère du tronçon de pale. La matrice de changement de repère est calculée ci-dessous.

# 4.3 Expression des coordonnées de l'observateur dans le repère de la pale

Notons S la position de la source, située au niveau du bord de fuite pour le mécanisme de bruit de bord de fuite. Les axes  $\vec{y_1}$  et  $\vec{y_2}$  sont orientés respectivement selon la corde et l'envergure. L'axe  $\vec{y_3}$  est orienté de façon à obtenir un repère orthonormé direct. Le modèle analytique d'Amiet fait l'hypothèse d'un segment de plaque plane dont le point S est situé à mi-envergure au bord de fuite. Il s'agit alors d'exprimer les coordonnées de l'observateur fixe, noté O, dans le repère tournant de la pale  $(S; \vec{y_1}; \vec{y_2}; \vec{y_3})$ . Dans ce but, différents repères sont définis.

Le repère fixe  $(C; \vec{X}; \vec{Y}; \vec{Z})$  est le repère de référence permettant de définir la rotation de la pale. Le repère  $(C; \vec{U}; \vec{V}; \vec{W})$  est lié au tronçon. L'axe  $\vec{U}$  est porté par le rayon passant par le milieu S du bord de fuite du tronçon (cf. figure 4.2). Le passage du repère fixe au repère mobile se fait à l'aide de la transformation :

$$\begin{pmatrix} U\\V\\W \end{pmatrix} = \mathcal{M}_{(UVW \to XYZ)} \begin{pmatrix} X\\Y\\Z \end{pmatrix},$$

où  $\mathcal{M}_{(UVW \to XYZ)}$  est la matrice de passage :

$$\mathcal{M}_{(UVW \to XYZ)} = \begin{pmatrix} \cos(\Psi) & \sin(\Psi) & 0\\ -\sin(\Psi) & \cos(\Psi) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

A partir de ce point S, l'orientation du bord de fuite est définie par l'angle  $\zeta$ , appelé angle de dévers. Il définit l'inclinaison du bord de fuite dans le plan normal à l'axe de rotation et correspond à l'angle formé par l'axe  $(S, \vec{U})$  et la projection dans le plan de rotation de la tangente au bord de fuite en ce point S. Un nouveau repère  $(S; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$  est alors construit. Le



FIG. 4.2: Définition des repères et référentiels.

passage du repère  $(S; \vec{U}; \vec{V}; \vec{W})$  au repère  $(S; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$  est réalisé par la matrice de passage :

$$\mathcal{M}_{(uvw \to UVW)} = \begin{pmatrix} \cos(\zeta) & \sin(\zeta) & 0\\ -\sin(\zeta) & \cos(\zeta) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Une nouvelle rotation autour de l'axe  $(S; \vec{u})$  est nécessaire pour obtenir le repère  $(S; \vec{m}; \vec{n}; \vec{p})$ . La matrice de passage, conforme à la figure 4.2, s'exprime par :

$$\mathcal{M}_{(mnp\to uvw)} = \begin{pmatrix} 0 & -\cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

L'angle  $\beta$  ainsi défini est l'angle complémentaire de l'angle de calage de la pale. Il est variable le long du rayon r, afin d'adapter le profil au triangle des vitesses. La figure 4.3 illustre ce propos. Pour  $r_1 < r_2$ , la vitesse axiale  $U_z$  est constante tandis que la vitesse tangentielle  $\Omega r_1 < \Omega r_2$ . L'angle  $\beta$  est donc plus grand en pied de pale qu'en tête de pale (cf. figure 4.4 pour une illustration de ce résultat sur une soufflante de turbomachines). Lorsque  $\beta = 90^{\circ}$ , la corde du tronçon de pale est alignée avec la vitesse axiale. Une dernière rotation autour de l'axe  $(S; \vec{m})$  définit l'angle d'inclinaison  $\theta_i$  et le repère  $(S; \vec{y_1}; \vec{y_2}; \vec{y_3})$ , utilisé dans la formule (4.5) pour exprimer les coordonnées de l'observateur dans le repère tournant. La matrice de passage est exprimée par la relation :

$$\mathcal{M}_{(y_1 y_2 y_3 \to mnp)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_i) & \sin(\theta_i) \\ 0 & -\sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{pmatrix}.$$
$$U_z \qquad U_z \qquad U_z$$

FIG. 4.3: Relation entre le triangle des vitesses et l'angle  $\beta$ .

La position de l'observateur O dans le repère  $(S; \vec{y_1}; \vec{y_2}; \vec{y_3})$  s'exprime par la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CO}$$

$$= \mathcal{M}_{(y_1 y_2 y_3 \to UVW)} \begin{pmatrix} -r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathcal{M}_{(y_1 y_2 y_3 \to XYZ)} \begin{pmatrix} R_0 \sin \Theta \\ 0 \\ R_0 \cos \Theta \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

où

$$\mathcal{M}_{(y_1y_2y_3 \to UVW)} = \mathcal{M}_{(y_1y_2y_3 \to mnp)} \mathcal{M}_{(mnp \to uvw)} \mathcal{M}_{(uvw \to UVW)},$$
  
$$\mathcal{M}_{(y_1y_2y_3 \to XYZ)} = \mathcal{M}_{(y_1y_2y_3 \to mnp)} \mathcal{M}_{(mnp \to uvw)} \mathcal{M}_{(uvw \to UVW)} \mathcal{M}_{(UVW \to XYZ)}$$

## 4.4 Application à un ventilateur axial

Le modèle présenté précédemment est mis en œuvre afin de prédire le bruit rayonné par le ventilateur axial étudié au chapitre 3, à l'aide des données d'entrée expérimentales obtenues par les réseaux de capteurs embarqués. Puisque le modèle en rotation est une extension du modèle en profils fixes, l'effet des rafales subcritiques et de la correction de bord d'attaque, déjà observé en basses fréquences au chapitre 2 est étudié dans son application à un ventilateur axial. De plus, le découpage de la pale amène à considérer des tronçons dont l'allongement,



FIG. 4.4: Turboréacteur CFM56. La soufflante possède un angle  $\beta$  important en pied de pale qui diminue à mesure que l'on s'éloigne du moyeu, conformément à l'explication fournie figure 4.3 (publié avec la permission de Snecma, groupe SAFRAN).

rapport de l'envergure sur la corde, est beaucoup plus faible que dans les applications sur profils. Une attention particulière est donc portée à l'effet du nombre de tronçons et du passage à la limite lorsque l'envergure est infinie.

## 4.4.1 Principe du calcul

Le calcul est effectué pour un nombre de tronçons  $N_{tr}$  proportionnel à 3. Pour chacun des tronçons, il est nécessaire de calculer  $S_{pp}^{\Psi}(\vec{y}, \omega_e)$  à l'aide des formules de profils fixes. Le vecteur  $\vec{y}$  correspond aux coordonnées de l'observateur dans le repère lié au tronçon pour une position angulaire  $\Psi$ . Pour chaque tronçon, la vitesse de l'écoulement est assimilée à la vitesse relative. Des mesures par fil chaud ayant mis en évidence la faible valeur de la vitesse axiale, la vitesse relative est prise égale à la vitesse tangentielle. Le calcul nécessite toutefois la connaissance de trois paramètres d'entrée :

- la vitesse de convection  $U_c$ ;
- la longueur de cohérence transversale;
- le spectre de pression en paroi au bord de fuite  $\Phi_{pp}$ .

Ces données d'entrée sont déterminées à l'aide des résultats expérimentaux présentés au chapitre 3. Pour les  $2N_{tr}/3$  tronçons les plus proches du moyeu, les données du réseau en milieu de pale seront utilisées tandis que pour les  $N_{tr}/3$  tronçons en tête de pale les données d'entrée seront déduites du réseau en tête de pale.

La vitesse de convection est obtenue à l'aide du paramètre  $\alpha = U/U_c$  du tableau 3.2, en prenant pour U la vitesse tangentielle définie au milieu de tronçon. La longueur de cohérence est déduite du modèle *ad hoc* développé au chapitre 3 en utilisant également les données du tableau 3.2. Quant au spectre de pression en paroi pour le tronçon considéré, il est déduit à partir de la forme normalisée des spectres mesurés (Eq. (3.1)). Ces spectres sont ensuite renormalisés en fonction de la corde et de la vitesse locales.

## 4.4.2 Contribution des rafales subcritiques

La figure 4.5 présente la contribution des différents types de rafales sur le bruit rayonné en champ lointain pour quatre angles d'écoute. Le comportement semble identique quelque soit l'angle d'écoute, à savoir que la contribution des rafales subcritiques est faible sur tout le spectre. Elle est cependant notable en basses fréquences, de l'ordre de 1 dB pour f < 300 Hz, soit kc < 0, 7.



FIG. 4.5: Contributions des différents types de rafales.  $N_{tr} = 6$ .

### 4.4.3 Effet de la correction de bord d'attaque

L'effet de la correction de bord d'attaque est observé sur la figure 4.6. Prendre en compte le caractère fini de la corde diminue le rayonnement acoustique de l'ordre de 1 dB pour les basses fréquences f < 350 Hz, ce qui correspond au critère  $\mu < \pi/8$  pour les bas nombres de Mach, défini au chapitre 2 comme étant la limite en dessous de laquelle la correction du bord d'attaque devient sensible. Il est toutefois remarquable de noter que cet effet reste assez limité dans l'application présente.



FIG. 4.6: Contribution de la correction de bord d'attaque.  $N_{tr} = 6$ .

## 4.4.4 Effet du sinus cardinal et du nombre de tronçons

Le modèle analytique de prévision du bruit rayonné en champ lointain est basé sur un découpage de la pale en tronçons. Il est donc important d'effectuer une étude de l'impact du nombre de tronçons sur le niveau acoustique. En effet, la formulation utilisée jusqu'à présent pour  $S_{pp}^{\Psi}$  est issue du modèle complet, c'est-à-dire prenant en compte toutes les rafales (subcritiques et supercritiques), mais surtout supposant le caractère fini de l'envergure, marqué par le sinus cardinal dans l'équation Eq. (2.22). Roger & Moreau [107] ont comparé pour un profil cette formulation avec sa limite pour un grand allongement (Eq. (2.24)). Lorsque l'allongement, rapport de l'envergure sur la corde, est inférieur à 3, les effets sont notables, pouvant atteindre 3 dB lorsque l'allongement est inférieur à 1. Mais ce résultat s'applique pour des profils isolés. Pour la présente application, la pale est découpée en tronçons, qui sont ensuite supposés en champ libre. Ce découpage induit une sous-estimation du niveau acoustique, les tronçons étant supposés isolés les uns des autres. Pour s'en convaincre, nous procédons à un test analytique simple sur un profil. Ce profil, de corde 10 cm et d'envergure 30 cm est placé dans un écoulement uniforme de vitesse  $U_0 = 20$  m/s. La longueur de cohérence est déduite d'un modèle de Corcos avec  $b_c = 1, 4$  et une vitesse de convection  $U_c = 0, 8U_0$ . Le spectre de pression en paroi est déduit du modèle proposé par Schlinker & Amiet [113] sur la base des résultats expérimentaux de Willmarth & Roos [122] :

$$\Phi_{pp}(\omega) = 2\left(\frac{1}{2}\rho_0 U_0^2\right)^2 \frac{\delta^*}{U_0} 2.10^{-5} F(\tilde{\omega}), \qquad (4.7)$$

avec

$$F(\tilde{\omega}) = \left(1 + \tilde{\omega} + 0.217\tilde{\omega}^2 + 0.00562\tilde{\omega}^4\right)^{-1} \quad \text{où} \quad \tilde{\omega} = \omega\delta^*/U_e.$$

Le spectre en paroi Eq. (4.7) a été multiplié par un facteur 2 par rapport à la formulation initiale du fait de la convention pour la DSP de pression exprimée sur les fréquences positives uniquement.

L'observateur est placé dans le plan médian du profil à une distance de 2 m. Le premier calcul consiste à estimer le rayonnement du profil en le divisant en 9 tronçons sur lesquels le modèle est successivement appliqué et dont on somme ensuite les contributions. Le second consiste à appliquer le modèle du bruit de bord de fuite sur le profil entier. Pour chacun des calculs, deux modèles sont testés : pour une envergure finie (formulation en sinus cardinal) et pour une envergure infinie (formulation en Dirac). La figure 4.7 illustre les résultats obtenus. Pour la formulation en sinus cardinal, la somme des contributions des 9 tronçons n'est pas équivalente à la formulation en sinus cardinal appliquée au profil complet. Pour la formulation en Dirac, les deux courbes sont indistinctes. Ce résultat est fondamental et montre que pour utiliser la formulation en sinus cardinal sur une pale en rotation, le découpage doit être fait de façon à obtenir un allongement supérieur à 3 pour chacun des tronçons. Cet objectif est difficilement conciliable avec une discrétisation de la pale suffisamment fine pour rendre compte des différences géométriques et aérodynamiques le long de l'envergure. La formulation en Dirac est donc préférable pour le calcul du bruit rayonné par une pale en rotation.

La formulation en sinus cardinal a donc tendance à sous-estimer le niveau de bruit rayonné, et ce d'autant plus lorsque le nombre de tronçons est grand. Ce résultat illustré précédemment sur l'exemple théorique d'un profil s'observe également sur la figure 4.8 pour l'application à une pale en rotation. Le niveau sonore diminue avec le nombre de tronçons lorsque la formulation en sinus cardinal est utilisée tandis que le niveau reste quasi constant avec la formulation en Dirac.

## 4.4.5 Validation du modèle analytique

La formulation limite pour une envergure infinie est à présent appliquée au ventilateur étudié au chapitre 3 avec les données d'entrée expérimentales. Il s'agit ensuite de choisir le nombre de tronçons  $N_{tr}$  en assurant un compromis entre :



FIG. 4.7: Effet du découpage artificiel d'un profil en 9 tronçons. Comparaison entre la formulation *complète* et la limite grand allongement.



FIG. 4.8: Evolution du niveau acoustique avec le nombre de tronçons en fonction du modèle utilisé.  $\Theta = 90^{\circ}$ .

- d'une part une discrétisation suffisamment fine pour rendre compte des variations géométriques et aérodynamiques le long de la corde;
- d'autre part une envergure de tronçons qui doit être au minimum la longueur de cohérence transversale.

Ainsi, la longueur de cohérence maximale est obtenue en tête de pale et vaut approximativement 1 cm. Afin d'éviter toute corrélation entre un tronçon et ses voisins, nous prendrons une envergure supérieure à 5 cm. Ce résultat conduit à un découpage de la pale en six tronçons. Le modèle analytique fournit alors les spectres présentés sur la figure 4.9. Il est capable de prédire avec une précision inférieure à 3 dB le gabarit spectral et la directivité du bruit de bord de fuite sur la pale. La cartographie de la figure 4.10 offre une vision globale de l'accord entre mesures et modèle analytique. La figure 4.11 montre plus spécifiquement la capacité du modèle à prédire la directivité du rayonnement acoustique du ventilateur.



FIG. 4.9: Comparaison entre le modèle analytique et les résultats expérimentaux.  $N_{tr} = 6$ .

L'évolution du niveau sonore avec la vitesse de rotation du ventilateur est observée sur la figure 4.12. La cohérence transversale est obtenue à partir du modèle de Corcos, afin d'avoir une évolution de cette grandeur physique avec la vitesse de l'écoulement, le modèle *ad hoc* n'étant valable que pour une unique vitesse de rotation (N = 600 tr/min). Les autres données d'entrées sont identiques à celles utilisées précédemment. Pour les fréquences inférieures à 500 Hz, le modèle est supposé surestimer le bruit de bord de fuite, puisque le modèle de Corcos surestime la cohérence transversale. Le bon accord observé dans cette gamme de fréquence est fortuit, et lié à la présence probable d'un autre mécanisme de bruit. Pour des fréquences supérieures à 500 Hz, la normalisation utilisée pour les données d'entrée reste valable sur toute la gamme de vitesse explorée ici puisque l'accord entre la mesure et le modèle analytique est excellent.



FIG. 4.10: Diagramme de directivité dans un plan contenant l'axe de rotation du ventilateur (axe à  $\Theta = 0^{\circ}$ ). Les niveaux représentent la DSP de pression acoustique en dB/Hz (ref. 2.10<sup>-5</sup> Pa). Comparaison entre la mesure (à gauche  $\Theta < 0^{\circ}$ ) et le modèle (à droite  $\Theta > 0^{\circ}$ ).

# 4.5 Etude prospective pour l'application à une soufflante de turbomachine

Bien que le modèle précédemment développé suppose que la pale soit en champ libre, nous nous proposons de l'appliquer au cas d'une soufflante de turbomachine. La soufflante étant carénée, l'énergie sonore devrait en principe être déclinée sur la base des modes de propagation guidée dans le conduit, obtenue en adjoignant des conditions aux limites à l'équation d'onde. Cette description est attribuée à Tyler & Sofrin [119]. En utilisant le modèle du rotor en champ libre et non une représentation modale, les approximations effectuées sont de deux types :

- l'absence de description modale empêche de séparer les modes passants et les modes coupés;
- les réflexions d'extrémités (en amont et en aval) de la manche d'entrée d'air ne sont pas prises en compte.

En hautes fréquences, le nombre de modes passants est grand, on dit que la densité modale est importante. On peut alors supposer que l'erreur faite en négligeant les coupures est faible, car l'essentiel de l'énergie mise en jeu dans les sources est déjà distribuée préférentiellement sur les modes passants. Ceci fournit une justification à la modélisation en champ libre. Le second point consiste à négliger la réflexion à l'entrée et la sortie du conduit. Or le coefficient de réflexion d'un mode décroît rapidement dès que la fréquence est supérieure à sa fréquence de coupure. En d'autres termes, un mode ne sera réfléchi de façon notable à l'intérieur du conduit qu'à une fréquence proche de sa fréquence de coupure [70].



FIG. 4.11: Directivité du rayonnement acoustique global (OASPL entre 100 Hz et 10 kHz) en dB. Résultats expérimentaux ( $\blacksquare$ ) et issus du modèle analytique (—).



FIG. 4.12: Evolution de la DSP de pression avec la vitesse de rotation des pales dans le plan de rotation du ventilateur ( $\Theta = 90^{\circ}$ ). Les résultats expérimentaux sont représentés avec des symboles.

### 4.5.1 Mécanismes de bruit généré par une soufflante de turboréacteur

Depuis les années 1970, les moteurs développés pour les avions civils subsoniques sont à double flux, avec un flux primaire chaud et un flux secondaire froid. Cette innovation a permis d'augmenter les performances. Elle a également diminué le niveau sonore de 20 dB par rapport aux moteurs à simple flux de première génération. Cette diminution est principalement attribuée à la réduction du bruit de jet. Depuis, le bruit de la soufflante est devenu prépondérant en amont et en aval, en phase d'approche (cf. figure 4.14). De plus, le taux de dilution des moteurs (rapport des débits de flux froid et de flux chaud) étant en augmentation sur les projets de moteur à venir, la soufflante sera de plus grande taille et encore plus sollicitée. Elle constitue donc un sujet d'étude important pour les motoristes. Lorsque la vitesse en bout de pale est subsonique (cas d'un avion en phase d'approche), le bruit émis par la soufflante est classiquement décomposé en :

- un bruit de raies aux harmoniques de la fréquence de passage des aubes;
- un bruit à large bande.

Dans cette étude, nous considérons uniquement le bruit à large bande. Quatre contributions, qui rejoignent celles propres aux ventilateurs et déjà mentionnées auparavant ont été identifiées [58] :

- l'interaction entre la couche limite amont et la tête de pale du rotor;
- l'interaction entre la turbulence de l'écoulement amont et le rotor;
- l'interaction entre le sillage du rotor et le stator;
- le bruit de bord de fuite des aubes du rotor et du stator.

Le dernier mécanisme, que nous nous proposons d'étudier ici, n'est pas dominant sur les turbomachines actuelles. Toutefois, l'évolution vers des soufflantes à large corde augmentera la contribution de ce mécanisme. En effet, le nombre de pales sera réduit, mais chacune des pales sera plus chargée et la couche limite se développant sur l'extrados sera par conséquent plus épaisse. De plus l'estimation du niveau de bruit de ce mécanisme permet de connaître le potentiel de réduction des autres mécanismes. Enfin, si la distance entre la soufflante et le stator redresseur (OGV pour *Outlet Guide Vane*) est augmentée, l'interaction entre le rotor et le stator est réduite. Si ce moteur évolue dans un écoulement faiblement turbulent, le bruit de bord de fuite pourrait devenir dominant. Peu de travaux y ont été consacrés. Nous pouvons cependant citer les travaux semi-empiriques de Gliebe [57]. Glegg a également proposé un modèle basé sur une réponse en grille d'aubes du bruit de bord de fuite [55, 56]. En comparant son modèle avec la réponse d'une pale isolée, il obtient une différence pouvant atteindre 6 dB, mettant en évidence les spécificités du rayonnement d'une grille d'aubes.



FIG. 4.13: Moteur civil à double flux à grand taux de dilution (avec la permission de Snecma, groupe SAFRAN).

FIG. 4.14: Rayonnement acoustique d'un moteur à grand taux de dilution (avec la permission de Snecma, groupe SAFRAN).

## 4.5.2 Calcul des puissances acoustiques en amont et en aval à partir d'une DSP de pression en champ libre

La soufflante est carénée et la présence du conduit amène à considérer l'information acoustique sous la forme d'une puissance, donc sans notion de directivité. La puissance acoustique rayonnée en amont ou en aval du ventilateur s'obtient en intégrant l'intensité acoustique sur la demi-sphère correspondante en champ lointain géométrique. Formellement, on écrit :

$$W = \frac{1}{\rho_0 c_0} \oint \overline{p^2} dS.$$



FIG. 4.15: Notations pour l'intégration de la pression sur une demi-sphère de contrôle.

Pour effectuer l'intégrale ci-dessus, le calcul de la surface comprise entre  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$ , définis

sur la figure 4.15, doit être mené :

$$S = 2\pi R_0^2 (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2). \tag{4.8}$$

La densité spectrale de la puissance acoustique est notée PWL(f), telle que :

$$W = \int_0^\infty PWL(f)df$$

On relie alors cette quantité à la DSP de pression acoustique, lorsque la surface d'intégration est en champ lointain géométrique et en supposant le rayonnement axisymétrique :

$$PWL(f) = \frac{1}{\rho_0 c_0} \oint S_{pp}(f) dS.$$
(4.9)

Cette quantité physique est communément exprimée en dB avec une puissance de référence  $W_{ref} = 10^{-12}$  Watt. La symétrie de révolution est assurée par les modèles statistiques du bruit à large bande décrits dans les chapitres précédents.

## 4.5.3 Cas-test de Ganz

En 1998, Ganz *et al.* ont mené une campagne de mesures sur un banc d'essai d'une soufflante de 0,46 m de diamètre. Les détails géométriques et aérodynamiques de la matrice d'essais sont disponibles dans le rapport [49]. Cinq régimes de fonctionnement du moteur sont testés. Une géométrie simplifiée est obtenue à partir des données disponibles dans le rapport. Deux vitesses de rotation seront ici étudiées, à savoir 55% du régime nominal (subsonique) et 78% du régime nominal (transsonique). La soufflante possède 20 aubes. Pour rendre le bruit de bord de fuite de la soufflante dominant, la couche limite de la manche à air en amont du rotor est aspirée, le jeu en tête de pale est réduit et le stator est enlevé.

Pour appliquer le modèle analytique, les aubes de la soufflante sont divisées en 6 tronçons. Sur chacun des tronçons, la vitesse de l'écoulement est une composition de la vitesse axiale et de la vitesse tangentielle. La vitesse de convection est obtenue en prenant  $\alpha = U/U_c = 1,25$ et la longueur de cohérence avec le modèle de Corcos (cf. annexe **C**) en fixant la constante  $b_c = 1, 4$ . Il s'agit de valeurs usuelles obtenues sur des profils, qui sont utilisées à défaut de résultats expérimentaux disponibles. Pour le spectre de pression pariétale  $\Phi_{pp}$ , nous utilisons le modèle présenté précédemment Eq. (4.7) basé sur les données expérimentales de Willmarth & Roos [122]. L'épaisseur de déplacement de la couche limite  $\delta^*$  est obtenue à partir de la loi de vitesse en puissance  $1/7^{eme}$ . Il convient de noter le caractère incertain de ces données d'entrées. L'objectif ici est de montrer la faisabilité d'une prévision acoustique, sur l'un des rares cas-test où le bruit dominant de la soufflante est le bruit de bord de fuite.

Un premier calcul est effectué et comparé avec les résultats expérimentaux ci-dessous. Cependant, le modèle proposé ne prend pas en compte les effets de grille qui sont de deux types :

- 1. la réponse d'une aube à des perturbations incidentes est conditionnée par la présence des aubes adjacentes.
- 2. le rayonnement sonore subit une diffraction par les aubes adjacentes.

Une thèse CIFRE menée par Hélène Posson est actuellement en cours à la Snecma sur ce sujet. Les premiers résultats [102] montrent un effet notable pour le mécanisme d'impact de turbulence lorsque la grille présente des zones de recouvrement entre une pale et la suivante avec une solidité faible ou modérée. Un modèle correctif simple, adapté aux hautes fréquences, consiste à supposer la source acoustique localisée au bord de fuite. Par un raisonnement géométrique, négligeant tout mécanisme de diffraction, une partie de l'énergie acoustique rayonnée par le bord de fuite vers l'amont est masquée et renvoyée vers l'aval par réflexion (cf. figure 4.16). Quelques manipulations trigonométriques montrent que les rayons acoustiques tels que  $\Theta \in [-\pi/2 - \beta; -\pi/2]$  rayonnent vers l'aval avec un angle  $\Theta' = -2\beta - \Theta$ . La puissance acoustique correspondant à ces rayons est donc retranchée au rayonnement en amont et attribuée au rayonnement en aval. Ce raisonnement est adapté à une approche pour les hautes fréquences. En principe, il serait souhaitable d'interpoler entre la solution corrigée pour les hautes fréquences et l'absence de correction pour les basses fréquences. En l'absence de critères sur la fréquence pour définir l'une ou l'autre approche, la correction géométrique est appliquée sur toutes les fréquences.



FIG. 4.16: Schéma pour l'analyse simplifiée des effets de grille.

#### 4.5.4 Résultats

Les spectres présentés dans le rapport [49] concernent  $\overline{p^2}$  et non la puissance acoustique réelle, ce qui revient à négliger l'impédance de l'air dans la formule (4.9). La présentation qui en est faite ici exprime une puissance acoustique en Watts, à la fois pour le modèle analytique et les résultats expérimentaux.



FIG. 4.17: Réponse de profil isolé. Puissance acoustique en amont et en aval. Cas-test de Ganz [49].



FIG. 4.18: Différence en dB entre le rayonnement aval et amont pour le cas-test de Ganz [49].

Le modèle initial de profil isolé sans correction de grille d'aubes, malgré ses simplifications, donne une bonne approximation de la puissance acoustique rayonnée par la soufflante. L'évolution du niveau sonore avec la vitesse est correctement reproduite. La décroissance du niveau sonore avec la fréquence est en revanche sous-estimée (cf. figure 4.17). De plus, la dissymétrie du rayonnement acoustique entre l'amont et l'aval observée expérimentalement n'est pas reproduite par le modèle. Ce résultat est illustré par la figure 4.18. Lorsque la correction proposée ci-dessus est appliquée, les résultats présentés sur la figure 4.19 montrent une amélioration notamment en aval. Il est donc fort probable que l'effet de grille d'aubes soit déterminant. L'étape suivante dans la modélisation consiste à prendre des données d'entrées plus réalistes, fournies soit par des mesures à l'aide d'aubes instrumentées [68] soit à l'aide de calculs RANS (cf. chapitre 5).



FIG. 4.19: Réponse de profil isolé avec la correction simple de grille d'aubes (hautes fréquences). Puissance acoustique en amont et en aval. Cas-test de Ganz [49].

## 4.6 Conclusion

Les théories de profil mince ont été appliquées, après adaptation, à la modélisation du bruit de bord de fuite de pales en rotation. Les changements de repère ainsi que le calcul du facteur Doppler ont été effectués. Les données expérimentales acquises sur le ventilateur axial basse-vitesse au chapitre **3** ont permis de valider le modèle, lorsque la formulation en Dirac est utilisée. L'évolution du rayonnement acoustique avec la vitesse est correctement reproduite par le modèle analytique. L'étude prospective pour adapter ce modèle à la prévision de la puissance acoustique rayonnée en amont et en aval d'une soufflante de turbomachines s'est avérée très prometteuse. Une meilleure description des données d'entrée semble cependant nécessaire pour une amélioration à venir. En l'absence d'un modèle de réponse de grille d'aubes, ce modèle simplifié constitue un outil rapide<sup>1</sup> de prévision du bruit de bord de fuite d'une soufflante de turbomachine.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>un calcul de la puissance rayonnée en amont et en aval nécessite une dizaine de secondes.

# Chapitre 5

# Obtention du spectre de pression pariétale à l'aide de grandeurs moyennées

Le spectre des fluctuations de pression en paroi proche du bord de fuite constitue la donnée principale du modèle d'Amiet pour le bruit de bord de fuite. Pour l'application à un profil, un ventilateur basse-vitesse ou une soufflante de turbomachine, cette information n'est accessible qu'à partir de résultats expérimentaux ou de calculs par simulation directe. Dans un contexte industriel, ces méthodes sont trop coûteuses. Si on peut envisager dans ce contexte à court terme l'utilisation de calculs LES pour le calcul du bruit sur un profil, l'application pour des pales en rotation n'est envisageable qu'à moyen ou long terme. De nombreuses études ont cherché à dégager des lois dites universelles du comportement des fluctuations de pression. Ces lois sont des fonctions de données moyennes qu'un calcul RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) fournit. Ces méthodes numériques sont à ce jour couramment utilisées dans le monde industriel. Nous présentons donc ici quelques éléments pour coupler les calculs RANS autour d'un profil ou d'une pale aux modèles analytiques de prévision du bruit à large bande. La couche limite turbulente est une zone de l'écoulement fine dans laquelle de nombreux phénomènes physiques se produisent. Nous en présentons tout d'abord certaines caractéristiques utiles à leur description. Une revue des études sur la normalisation des spectres de pression pour des plaques planes sans incidence ou des écoulements en canal est ensuite entreprise. Elle conduit ensuite au développement de modèles semi-empiriques. L'étape suivante consiste à prendre en compte les effets du gradient de pression adverse pour finalement proposer un nouveau modèle consistant avec les remarques proposées. Une application est ensuite proposée sur un profil puis sur un ventilateur de refroidissement automobile.

## 5.1 Caractéristiques d'une couche limite turbulente sans gradient de pression

La couche limite est une fine zone de l'écoulement liée au caractère visqueux du fluide. Dans cette zone, la vitesse de l'écoulement subit de fortes variations, passant d'une vitesse  $U_e$  à l'extérieur à une vitesse nulle à la paroi, du fait de la condition de non-glissement. L'épaisseur de cette couche est définie par  $\delta$  telle que  $U(y = \delta) = 0,99U_e$ . La couche limite est en général laminaire pour les faibles nombres de Reynolds ( $Re < 10^6$ ), construits sur la base de  $U_e$  et d'une distance longitudinale caractéristique. Puis, après une zone de transition où se développent des ondes de Tollmien-Schlichting, l'écoulement devient turbulent, c'est-àdire caractérisé par [43] :

- le nombre de Reynolds élevé;
- le comportement aléatoire;
- le champ de vitesse tridimensionnel et rotationel;
- la non-linéarité.

Différentes échelles caractéristiques se côtoient dans la couche limite. Près de la paroi, on trouve les plus petites structures, dont le comportement est intimement relié à la contrainte de cisaillement en paroi définie par :

$$\tau_p = \mu \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}y}\Big|_{y\to 0}.$$
(5.1)

Lorsque la distance à la paroi augmente, le comportement dans la couche limite est plutôt décrit par la vitesse à l'extérieur  $U_e$  et l'épaisseur de couche limite  $\delta$ . Cette distribution conduit à définir deux régions dans la couche limite. D'une part, une région interne pour laquelle la vitesse est fonction de la viscosité du fluide et de la contrainte de cisaillement en paroi. D'autre part, une région externe où la vitesse s'exprime par une loi de vitesses déficitaires, fonction de la vitesse extérieure et de l'épaisseur  $\delta$ .

La région interne, pour laquelle on définit les variables internes  $u^+ = U/u_\tau$  et  $y^+ = yu_\tau/\nu$ où  $u_\tau = \sqrt{\tau_p/\rho_0}$  est la vitesse de frottement, est elle-même divisée en trois zones :

- la sous-couche dite *laminaire* où la vitesse évolue linéairement avec la distance, telle que  $u^+ = y^+$  pour  $y^+ < 3$ ;
- la région inertielle logarithmique où une loi logarithmique décrit l'évolution de la vitesse, telle que  $u^+ = (1/\kappa) \ln(y^+) + C$  où  $\kappa = 0, 41$  est la constante de von Kármán et C = 5, 1pour  $y^+ > 40$ ;
- une région tampon entre les deux précédentes  $(3 < y^+ < 40)$ .

Les régions interne et externe ainsi que les sous-couches de la région interne sont illustrées sur la figure 5.1 inspirée de l'ouvrage rédigé par Cousteix [43].



FIG. 5.1: Profil de vitesse caractéristique pour les régions interne et externe d'une couche limite (d'après [43]).

Pour la suite, il est nécessaire de définir de nouvelles variables. Ainsi, on définit l'épaisseur de déplacement de la couche limite,  $\delta^*$ , et l'épaisseur de quantité de mouvement,  $\theta$ :

$$\delta^* = \int_0^\delta 1 - rac{U(y)}{U_e} dy, \qquad heta = \int_0^\delta rac{U(y)}{U_e} \left(1 - rac{U(y)}{U_e}
ight) dy.$$

Physiquement, l'épaisseur de déplacement représente la perte de débit dans la zone occupée par la couche limite par rapport à l'écoulement fictif d'un fluide parfait. L'épaisseur de quantité de mouvement est l'épaisseur à ajouter à  $\delta^*$  pour conserver la quantité de mouvement. On définit également le facteur de forme  $H = \delta^*/\theta$ , qui vaut classiquement H = 2, 6 pour une couche limite laminaire,  $H \approx 1, 4$  pour une couche limite turbulente et  $H = 2, 76 \pm 0, 23$ pour une couche limite sur le point de décoller [28].

Une couche limite sur plaque plane est traditionnellement modélisée par une loi de puissance :

$$\frac{U}{U_e} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/n}.$$
(5.2)

Pour une couche limite turbulente sur une plaque non rugueuse, la valeur n = 7 est communément admise [43, 112]. Pour une longueur x et un nombre de Reynolds  $Re_x$  construit sur cette longueur et sur la vitesse  $U_e$ , on obtient alors :

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.38}{Re_x^{1/5}} \tag{5.3a}$$

$$\frac{\delta^*}{x} = \frac{0,0477}{Re_x^{1/5}} \tag{5.3b}$$

$$\frac{\theta}{x} = \frac{0,037}{Re_x^{1/5}} \tag{5.3c}$$

$$C_f = \frac{0,0594}{Re_x^{1/5}} \tag{5.3d}$$

$$H = 1,285.$$
 (5.3e)

Gardant à l'esprit que nous cherchons à modéliser les fluctuation de pression en paroi, la divergence des équations de Navier-Stokes fournit, avec l'approximation d'un écoulement à faible nombre de Mach :

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 (\rho_0 u_i u_j - \overline{\rho_0 u_i u_j})}{\partial x_i \partial x_j}.$$
(5.4)

Bull [22] fait remarquer que la pression en un point de la paroi provient de l'intégration spatiale des fluctuations de vitesse dans toutes les parties de la couche limite, ainsi que le laisse entendre l'équation (5.4). Puisqu'il n'existe pas qu'une loi universelle pour décrire la vitesse dans toute la couche limite, puisque les structures turbulentes sont transportées à des vitesses différentes en fonction de leur distance à la paroi et puisque la pression en paroi est une intégration des fluctuations de vitesse dans toute la couche limite, la structure du champ de pression en paroi est inévitablement complexe. Le pari d'obtenir des lois de normalisation du spectre de pression est donc osé. Différentes combinaisons sont présentées au paragraphe suivant.

## 5.2 Normalisation pour une couche limite turbulente sans gradient de pression

Il existe deux régions distinctes dans la couche limite, chacune d'elle possédant ses variables. Ainsi, deux normalisations sont possibles pour le spectre de la pression mesurée en paroi sous une couche limite turbulente. L'efficacité de la normalisation est déterminée par sa capacité à superposer tous les spectres sur une même courbe. Dans la région interne, les variables internes, à savoir  $\nu$  et  $u_{\tau}$ , rendent compte d'une influence de la viscosité sur le spectre de pression en paroi en hautes fréquences. Le spectre en basses fréquences est plutôt influencé par les variables externes,  $\delta^*$  et  $U_e$ . Entre ces deux gammes de fréquence, on trouve la zone de recouvrement, où les lois de vitesses déficitaires et de paroi sont simultanément valables. La normalisation à la fois par les variables internes et par les variables externes est efficace. Le spectre y évolue proportionnellement à  $\omega^{-1}$ , comme l'a démontré Bradshaw [18]. Keith *et al.* [77] ont collecté les données expérimentales et numériques de dix équipes de recherche. Ils ont comparé l'efficacité de la normalisation avec les variables internes, externes et mixtes. Les spectres de pression ont été corrigés des effets d'intégration spatiale en utilisant la méthode de Corcos [41]. Les résultats obtenus sont présentés ci-après.

### 5.2.1 Variables internes

L'échelle de longueur dans la région interne de la couche limite est définie par  $\nu/u_{\tau}$  et l'échelle de temps par  $\nu/u_{\tau}^2$ . La figure 5.2 montre que la normalisation avec ces variables n'est pas efficace en basses fréquences. Farabee & Casarella [46] déduisent de leur mesures que cette normalisation est valable pour  $\omega\nu/u_{\tau}^2 \ge 0, 3$ .



FIG. 5.2: Normalisation des spectres de pression collectés par Keith *et al.* [77] avec les variables internes. Données corrigées des erreurs de résolution spatiale des capteurs.

#### 5.2.2 Variables externes

Les variables externes sont construites à l'aide d'une échelle de temps  $\delta^*/U_e$  et d'une échelle de pression basée sur la pression dynamique ( $\rho_0 U_e^2/2$ ). Cette normalisation, plus efficace en basses fréquences qu'en hautes fréquences, entraîne tout de même une grande dispersion des données (cf. figure 5.3).

### 5.2.3 Variables mixtes

La normalisation par les variables externes n'étant pas très efficace en basses fréquences, Keith [77] propose une normalisation avec des variables mixtes. La pression est normalisée par  $U_e/(\tau_p^2 \delta^*)$  et exprimée en fonction de  $\omega \delta^*/U_e$ . La figure 5.4 montre que cette normalisation



FIG. 5.3: Normalisation des spectres de pression collectés par Keith *et al.* [77] avec les variables externes. Données corrigées des erreurs de résolution spatiale des capteurs.

est plus efficace dans les fréquences intermédiaires. Farabee & Casarella [46] ont également observé une meilleure superposition des spectres avec les variables mixtes.



FIG. 5.4: Normalisation des spectres de pression collectés par Keith *et al.* [77] avec les variables mixtes. Données corrigées des erreurs de résolution spatiale des capteurs.

## 5.3 Modèles semi-empiriques

De nombreux modèles semi-empiriques ont été proposés ces 30 dernières années, basés sur des considérations théoriques et/ou expérimentales, en tirant profit des lois de normalisation.

Les modèles de Willmarth & Roos [122], de Howe [72] et de Goody [62] sont présentés. Pour chacun des modèles, le spectre de pression en paroi suit la convention  $\overline{p^2} = \int_0^\infty \Phi_{pp}(\omega) d\omega$ .

## 5.3.1 Schlinker-Amiet

Willmarth & Roos [122] ont réalisé une série de mesures de la pression fluctuante en paroi sous une couche limite turbulente. Les spectres de pression ont été normalisés avec les variables mixtes. Schlinker & Amiet [113] en ont proposé une formulation analytique utilisant les variables externes :

$$\frac{\Phi_{pp}(\omega)}{\rho_0^2 \delta^* U_e^3} = 2.10^{-5} \frac{F(\tilde{\omega})}{2},\tag{5.5}$$

avec

$$F(\tilde{\omega}) = \left(1 + \tilde{\omega} + 0, 217\tilde{\omega}^2 + 0, 00562\tilde{\omega}^4\right)^{-1} \quad \text{où} \quad \tilde{\omega} = \omega \delta^* / U_e.$$

Ce modèle est comparé aux résultats collectés par Keith sur la figure 5.3. Il constitue une bonne moyenne des résultats expérimentaux, ces derniers étant toutefois très dispersés, notamment en hautes fréquences.

## 5.3.2 Chase-Howe

Howe se base sur le modèle théorique développé par Chase [33] pour décrire le comportement spectral du champ de pression en paroi à faible nombre de Mach dans le domaine hydrodynamique, c'est-à-dire pour  $k >> \omega/c_0$ . Basé sur les variables mixtes, il propose la formulation suivante :

$$\frac{\Phi_{pp}(\omega)U_e}{\tau_p^2 \delta^*} = \frac{2 \left(\omega \delta^* / U_e\right)^2}{\left[\left(\omega \delta^* / U_e\right)^2 + 0,0144\right]^{3/2}}$$
(5.6)

L'utilisation des variables mixtes dans cette formule est profitable puisqu'elle permet une dispersion réduite des données expérimentales (cf. figure 5.4). Le modèle restitue en hautes fréquences une pente  $\omega^{-1}$  correspondant à la zone de recouvrement de Bradshaw [18]. Les différents résultats expérimentaux présentés sur la figure 5.4 présentent une zone de recouvrement plus ou moins grande. La taille de cette zone de recouvrement est fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement. Puis, lorsque  $\omega \to \infty$ , le spectre de pression évolue proportionnellement à  $\omega^{-5}$ . Le modèle proposé par Goody [62] prend en compte ces effets de Reynolds.

## 5.3.3 Goody

Par une approche semi-empirique, Goody propose un modèle capable de prendre en compte les effets de Reynolds, c'est-à-dire capable d'adapter la taille de la région de recouvrement en fonction du nombre de Reynolds. Le point de départ est le modèle de Chase-Howe et les résultats expérimentaux de sept équipes de recherche. Son modèle se base sur 4 constats :

1.  $\Phi_{pp}$  est proportionnel à  $\omega^{-5}$  lorsque  $\omega \to \infty$ . Un terme est donc ajouté au dénominateur pour obtenir cette évolution.

- 2. La pente dans la zone de recouvrement est  $\omega^{-0,7}$ . Ce résultat diffère légèrement du résultat théorique attendue par Bradshaw. Ainsi, les exposants du dénominateur sont modifiés.
- 3. Une constante multiplicative est ajoutée afin d'obtenir un meilleur accord avec les données expérimentales.
- 4. L'augmentation du nombre de Reynolds induit un accroissement de la zone de recouvrement.

Goody propose finalement un modèle utilisant les variables mixtes. La longueur caractéristique pour les variables externes est l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  et non l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$ . Ce choix est justifié par le fait que les plus grosses structures sont de l'ordre de grandeur de  $\delta$ . La mesure de  $\delta$  étant moins précise que celle de  $\delta^*$ , ce choix est discuté plus loin. Finalement, Goody propose la formulation suivante :

$$\frac{\Phi_{pp}(\omega)U_e}{\tau_p^2\delta} = \frac{C_2 (\omega\delta/U_e)^2}{\left[(\omega\delta/U_e)^{0.75} + C_1\right]^{3.7} + \left[C_3 (\omega\delta/U_e)\right]^7} \quad , \tag{5.7}$$

où  $C_1 = 0, 5, C_2 = 3, 0$  et  $C_3 = 1, 1R_T^{-0.57}$  avec  $R_T = (\delta/U_e)/(\nu/u_\tau^2) = (u_\tau \delta/\nu) \sqrt{C_f/2}$  qui représente le rapport entre l'échelle de temps caractéristique de la région externe et celle de la région interne. Le modèle est ainsi capable de restituer une région de recouvrement variable avec le nombre  $R_T$ . Il restitue également un comportement asymptotique indépendant du nombre de Reynolds lorsque  $\omega \to \infty$  et que le spectre est exprimé en fonction des variables internes. Ce dernier résultat est illustré sur les figures 5.5.



FIG. 5.5: Modèle de Goody.

Le modèle de Goody possède l'avantage d'avoir un comportement différent lorsque les variables internes ou externes sont utilisées avec la normalisation. Ainsi, pour un spectre sans gradient de pression, les paramètres fournis par un calcul RANS, permettent d'estimer le spectre des fluctuations de pression en paroi. Cependant, pour l'application au mécanisme de bruit de bord de fuite, la couche limite turbulente sur un profil ou sur une aube est soumise à un gradient de pression défavorable, c'est-à-dire un gradient positif. Le paragraphe suivant se propose d'étudier l'effet du gradient de pression sur la statistique de pression en paroi.

## 5.4 Gradient de pression défavorable

## 5.4.1 Effet sur la statistique de pression

Dès la fin des années 60, Schloemer [114] remarque que le gradient de pression modifie les propriétés statistiques de la pression mesurée en paroi. Une étude expérimentale bien documentée lui permet d'observer que le niveau spectral est accru lorsque la couche limite est soumise à un gradient de pression adverse. Ce constat est également valable lorsque le spectre de pression est normalisé, comme l'illustre la figure 5.6. Les résultats obtenus par Na [95] à l'aide d'une simulation directe de l'écoulement en canal soumis à un gradient de pression sont également présentés. L'effet du gradient de pression est de l'ordre de 10 dB. Les modèles analytiques pour le bruit de bord de fuite supposent que la DSP de pression acoustique rayonnée en champ lointain est proportionnelle à la DSP de pression en paroi via une échelle de cohérence. Négliger les effets du gradient de pression conduirait donc à sous estimer fortement le bruit <u>de bord de fuite. N</u>ous cherchons dans la suite des paramètres capables de caractériser le gradient de pression et son influence sur la statistique de pression en paroi.



FIG. 5.6: Effet du gradient de pression adverse observé sur le spectre de pression normalisé par les variables mixtes.

# 5.4.2 Constitution d'une base de données sur les effets du gradient de pression défavorable

Une base de données d'écoulements où la fluctuation de pression en paroi est soumise à un gradient longitudinal de pression moyenne défavorable, c'est-à-dire positif, est constituée. Pour être retenu dans la base de données, les cas-tests doivent être suffisamment documentés pour fournir les variables internes et externes de la couche limite, ainsi que les spectres de pression en paroi. Il s'agit donc d'une base de données complexe à établir, et pour laquelle les cas-tests éligibles ne sont pas répandus dans la littérature. Les cas-tests de Schloemer [114] et de Na & Moin [96], à l'aide des compléments du manuscrit de thèse de Na [95] sont présentés ci-dessous. Nous présentons également une simulation numérique RANS, pendant numérique de l'installation expérimentale utilisée au paragraphe 2.4.4. La combinaison des résultats numériques et expérimentaux constitue le cas test pour le profil V2.

### Cas-test de Schloemer

Schloemer [114] effectue une série de mesures des fluctuations de pression sur la paroi inférieure d'une soufflerie. La paroi supérieure est adaptée de façon à créer un gradient de pression favorable (négatif), défavorable (positif) ou nul au niveau du capteur. Plusieurs vitesses sont explorées. Les profils de vitesse sont obtenues par des sondages au fil chaud simple dans la couche limite. Pour une configuration de gradient de pression donnée, le spectre de pression en fonction du nombre de Strouhal évolue en puissance 3 de la vitesse. Une fois normalisés, les spectres pour des vitesses différentes mais dans des conditions identiques de gradient de pression se superposent. Les paramètres de couche limite obtenus par Schloemer sont repris dans le tableau 5.1.

	Gradient de pression					
	Nul		Défav	orable		
$U_e \ (m/s)$	24,1	32	32	43,6		
$\delta  (m)$	$2,79\times10^{-2}$	$2,67\times 10^{-2}$	$2,80\times 10^{-2}$	$2,56\times 10^{-2}$		
$\delta^* \; (m)$	$4,02\times10^{-3}$	$3,90 \times 10^{-3}$	$5,77  imes 10^{-3}$	$5,26 \times 10^{-3}$		
heta  (m)	$2,98\times10^{-3}$	$2,90\times 10^{-3}$	$3,66  imes 10^{-3}$	$3,33 \times 10^{-3}$		
H	1,34	1,34	1,58	1,58		
$ au_p \ (Pa)$	1,06	1,84	1,07	1,99		
$\beta_C = (\theta/\tau_p)(dp/dx)$			2, 12	2,07		
Π	0, 52	0, 4	2,28	2,15		
$R_{ heta}$	4500	5800	7380	9180		
$\delta/\delta^*$	6,95	6,97	4,86	4,86		

TAB. 5.1: Variables internes et externes des couches limites du cas-test de Schloemer.

### Cas-test de Na

Na & Moin [96] effectuent un calcul direct de l'écoulement dans un canal. La structure des fluctuations de pression pariétale est étudiée avec minutie dans la couche limite soumise à un gradient de pression adverse. L'évolution de la pression moyenne est reproduite sur la figure 5.7. Les données internes et externes sont déduites pour deux positions, correspondant respectivement à un gradient de pression positif faible pour la première et plus élevé pour la seconde. Elles sont présentées dans le tableau 5.2.



FIG. 5.7: Evolution du coefficient de pression moyenne sur la paroi inférieure.

	x = 0,7  m	$x=0,85~{\rm m}$
$U_e \ (m/s)$	7,4	7,4
$\delta (m)$	$1,46\times 10^{-2}$	$2,62\times 10^{-2}$
$\delta^*(m)$	$2,48\times10^{-3}$	$4,1  imes 10^{-3}$
$\theta$ (m)	$1,73\times10^{-3}$	$2,69\times 10^{-3}$
H	1,43	1,52
$ au_p (Pa)$	0,159	0,099
$\beta_C = (\theta/\tau_p)(dp/dx)$	0, 33	1, 14
Π	0,08	1,37
$R_{ heta}$	853	1332
$\delta/\delta^*$	5,89	6, 39

TAB. 5.2: Variables internes et externes des couches limites du cas-test de Na.

#### Cas-test du profil V2

Le profil V2 a fait l'objet aux chapitres 1 et 2 d'une exploration expérimentale. Une simulation numérique RANS à l'aide du logiciel Fluent 6.2 est ici effectuée. L'objectif, après une validation de la simulation, est d'utiliser les données numériques afin de constituer une base de données. Ainsi, les valeurs moyennes de l'écoulement sont déduites de la simulation tandis que les spectres de pression en paroi sont obtenus expérimentalement.

Avant d'utiliser les valeurs fournies par la simulation bidimensionnelle, cette dernière doit être présentée et validée. Le profil est placé avec une incidence de 20° dans un écoulement où la buse est simulée. Sur la figure 5.8, la buse est représentée par une section rectangulaire puis un convergent. La condition à l'entrée de la buse (en bleu) est une condition aux limites sur la vitesse, qui est supposée uniforme. Les murs de la chambre anéchoïque sont également représentés, avec une condition d'adhérence (vitesse nulle) sur une paroi, et une condition de pression de sortie sur les trois autres parois. Le maillage comporte 120000 éléments. Le modèle de turbulence  $k - \omega$  SST [85] a été sélectionné pour sa capacité à capter la bulle de décollement laminaire sur l'extrados proche du bord d'attaque. Le maillage est suffisamment fin autour du profil pour ne pas utiliser les lois de paroi  $(y^+ < 1)$ . La vitesse de l'écoulement en entrée est ajustée de façon à obtenir 16 m/s à la sortie de la buse. Une visualisation globale de l'écoulement montre une importante déflexion du jet. Ceci confirme que, à moins que le jet ne soit beaucoup plus large que la corde du profil, les effets d'installation doivent être compris dans la simulation [89]. Cette remarque explique pourquoi la simulation décrit, même de façon simplifiée, la buse de la soufflerie. Un calcul en champ libre ne fournirait pas les conditions expérimentales avec précision. Lorsque la corde est du même ordre de grandeur que la largeur du jet, ce qui est le cas dans l'application présente, le profil a un comportement similaire par certains aspects, notamment la répartition de pression moyenne, à celui qu'il aurait dans une configuration en grille.

La simulation reproduit l'écoulement obtenu expérimentalement. Avant d'utiliser les résultats numériques, le calcul est validé en vérifiant trois points :

- l'évolution de la pression statique sur l'intrados et l'extrados;
- le sillage proche du bord de fuite;
- la présence de la bulle de décollement laminaire proche du bord d'attaque, caractéristique des profils à bas nombre de Reynolds.

L'évolution de la pression statique est présentée sur la figure 5.10. La simulation surestime la dépression au bord d'attaque mais capte, dans la zone de pression fortement défavorable, la bulle de décollement laminaire entre x/c = 0, 1 et x/c = 0, 2. Il est important de capter ce phénomène puisque la transition de la couche limite vers la turbulence se produit lors du recollement à la paroi [9]. Ainsi, capter la bulle de décollement est nécessaire, bien que non suffisant, pour obtenir une description réaliste de la couche limite vers le bord de fuite, au moins en ce qui concerne les valeurs moyennes de l'écoulement. Finalement, le profil de vitesse dans le sillage est comparé à un sondage effectué au fil chaud simple (cf. figure 5.11). Le très





bon accord obtenu dans le sillage en aval du bord de fuite est encourageant. En effet, si le sillage, jonction des couches limites intrados et extrados, est bien reproduit par la simulation, il est fort probable que la couche limite juste en amont du bord de fuite le soit également. Le calcul reproduisant correctement les valeurs moyennes de l'écoulement, les profils de couche limite sont extraits selon la direction normale à la paroi. Cette extraction est effectuée aux positions correspondant à celles des sondes à microphone déporté sur la partie arrière du



FIG. 5.10: Evolution du coefficient de pression le long de la corde du profil.

profil. Les valeurs obtenues sont synthétisées dans le tableau 5.3.



FIG. 5.11: Profil de vitesse dans le sillage du profil, à 2 mm en aval du bord de fuite.

# 5.4.3 Caractérisation du gradient de pression et de l'histoire de la couche limite

Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, lorsque l'écoulement est soumis à un gradient de pression positif, le spectre de pression pariétale subit une augmentation pouvant atteindre 10 dB. Le spectre de pression en paroi près du bord de fuite d'une pale ou d'un profil se trouve dans cette situation dans la majorité des cas pratiques. Mais caractériser les

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$							
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		SMD 15	SMD 17	SMD 20	SMD 21	SMD 22	SMD 23
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$U_e \ (m/s)$	21,3	20,9	20,6	20,4	20,1	19,8
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\delta (m)$	$2,27 imes10^{-3}$	$2,73 imes10^{-3}$	$3,10 imes10^{-3}$	$3,35 imes10^{-3}$	$3,49 imes10^{-3}$	$3,87 imes10^{-3}$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\delta^* (m)$	$5,90  imes 10^{-4}$	$6,97  imes 10^{-4}$	$7,66  imes 10^{-4}$	$8,12 \times 10^{-4}$	$8,71 \times 10^{-4}$	$9,92 \times 10^{-4}$
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\theta$ (m)	$3,31 \times 10^{-4}$	$4,05 \times 10^{-4}$	$4,48\times10^{-4}$	$4,75\times10^{-4}$	$5,06  imes 10^{-4}$	$5,59 imes10^{-4}$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	H	1,79	1,72	1,71	1,71	1,72	1,77
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ au_p (Pa)$	1, 11	1,05	0,98	0,92	0,84	0, 61
$\beta_C$ 0,230,210,360,531,271,85 $\Pi$ 0,950,840,890,951,041,39 $R_{\theta}$ 471564616646680736 $\delta/\delta^*$ 3,853,924,054,134,003,90	$ au_{max} (Pa)$	1, 14	1,06	1,00	0,96	0, 89	0,75
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\beta_C$	0,23	0, 21	0, 36	0,53	1,27	1,85
$R_{\theta}$ 471564616646680736 $\delta/\delta^*$ 3,853,924,054,134,003,90	Π	0,95	0,84	0, 89	0,95	1,04	1,39
$\delta/\delta^*$ 3,85 3,92 4,05 4,13 4,00 3,90	$R_{ heta}$	471	564	616	646	680	736
	$\delta/\delta^*$	3,85	3,92	4,05	4, 13	4,00	3,90

TAB. 5.3: Variables internes et externes des couches limites du cas-test du profil V2.

effets du gradient de pression requiert l'utilisation de lois de similitudes valables en présence de gradient de pression, afin de dégager des paramètres caractéristiques. Nous présentons donc les résultats d'une étude bibliographique ayant permis de dégager des paramètres caractéristiques, afin de les inclure ensuite dans un nouveau modèle de spectre de pression en paroi, prenant en compte les effets de gradient de pression.

Un écoulement proche du décollement possède une contrainte à la paroi  $\tau_p$  qui tend vers zéro. Ainsi Simpson *et al.* [117], en étudiant les fluctuations de pression en paroi pour ces écoulements, remarquent que l'échelle caractéristique de pression est liée à  $\tau_{max}$  plutôt que  $\tau_p$ , où  $\tau_{max}$  est la contrainte de cisaillement maximum dans la couche limite. Lorsque l'écoulement n'est pas à la limite du décollement, ces deux valeurs sont très proches, voir égales. Lorsque l'écoulement est sur le point de décoller, il est donc préférable d'utiliser  $\tau_{max}$  comme échelle interne de pression et donc de vitesse, à travers la définition  $u_{max} = \sqrt{\tau_{max}/\rho_0}$ . Ce résultat sera mis en pratique pour le cas-test du profil V2, où les couches limites proches du bord de fuite sont à la limite du décollement.

Clauser [37] est souvent cité en référence pour son étude théorique et expérimentale des effets du gradient de pression sur le profil de vitesse dans la couche limite, menée en 1954. Il remarque ainsi que la loi dite de paroi ou loi logarithmique est également valable pour les écoulements avec un gradient de pression, à condition de satisfaire la condition d'équilibre consistant à évoluer avec un paramètre  $\beta_C = (\theta/\tau_p)(dp/dx)$  constant. Ce critère est très sévère et rares sont les écoulements qui le satisfont. Cependant, deux années plus tard, Coles propose la loi de sillage [38], qui se superpose à la loi de paroi précédemment utilisée. Il en propose une formulation universelle, dont la simplicité rend tout à fait remarquable le bon accord avec les mesures dans des conditions très variées de gradients de pression et de nombre de Reynolds. Finalement, le profil de vitesse se met sous la forme :

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^{+}) + C + \frac{\Pi}{\kappa} \omega\left(\frac{y}{\delta}\right), \qquad (5.8)$$
avec  $\omega(y/\delta) = 2\sin^2[(\pi/2)(y/\delta)]$ ,  $\kappa = 0, 41$ , C = 5, 1 et  $\Pi$  étant déterminé à l'aide des variables internes et externes de la couche limite :

$$2\Pi - \ln(1 + \Pi) = \frac{\kappa U_e}{u_\tau} - \ln\left(\frac{\delta^* U_e}{\nu}\right) - \kappa C - \ln\kappa.$$

L'application de la loi de sillage démontre son efficacité sur la figure 5.12. En effet, dans les trois cas issus des cas-tests présentés précédemment, la loi de paroi ne permet pas de retrouver l'évolution du profil de vitesse. Il est nécessaire de lui adjoindre la loi de sillage de l'équation (5.8). Les valeurs du paramètre II obtenues pour les cas-tests de Schloemer, de Na et du profil V2 sont présentées respectivement dans les tableaux 5.1, 5.2 et 5.3. Ce paramètre qui pondère la fonction de sillage est caractéristique du gradient de pression mais également de l'*histoire* de la couche limite.



FIG. 5.12: Profils de vitesse tracés avec les variables universelles de la couche limite.

Le gradient de pression creuse le profil de vitesse. Plus il est fort, plus ce creux est marqué. La loi déficitaire, consistant à tracer  $(U_e - U)/U_e$  en fonction de  $y/\delta$  montre donc de grandes disparités lorsque différents profils de vitesse sont tracés (cf. notamment la figure 5.13-a). Pour obtenir une similitude dans la partie externe de la couche limite, Zagarola & Smits [124] ont proposé une loi déficitaire modifiée. Cette dernière a été développée pour un écoulement en canal et comparée avec succès à des résultats expérimentaux. L'extension proposée pour une turbulence de couche limite consiste à tracer  $(U_e - U)/U_{ZS}$  en fonction de  $y/\delta$ , avec  $U_{ZS} = U_e \delta^* / \delta$ . Maciel *et al.* [82] ont appliqué cette loi déficitaire à plusieurs couches limites subissant des gradients de pression positifs. La figure 5.13-b est l'application de cette loi de similitude à différentes couches limites extraites de profils placés en incidence. Le paramètre  $\delta/\delta^*$  est donc considéré comme un autre paramètre caractéristique de l'effet du gradient de pression, puisqu'il permet d'obtenir une auto-similarité du profil de vitesse dans la zone



externe de la couche limite (typiquement pour  $y > 0, 2\delta$ ).

FIG. 5.13: Loi déficitaire de profils de vitesse pour des écoulements soumis à un gradient de pression. Le profil en pointillé correspond au profil de vitesse  $U/U_e = (y/\delta)^{1/7}$ . En noir, profils de vitesse issus de la simulation du profil CD placé dans la grande chambre sourde à 8° d'incidence. En rouge, profils de vitesse issus de la simulation du profil V2. Le chiffre correspond au capteur au droit duquel le profil de vitesse a été extrait.

Il est également intéressant dans ce paragraphe de mentionner l'analyse de Castillo & George [29] consistant à obtenir une similitude dans la partie externe de la couche limite. Ils considèrent que Clauser a sur-contraint le problème en ne considérant qu'une seule échelle de vitesse, à savoir  $u_{\tau}$ . L'hypothèse de couche limite équilibrée est alors définie par la constance du paramètre  $\beta_C$ , qui est difficile à satisfaire expérimentalement. Dans l'analyse de Castillo & George, la définition d'une couche limite équilibrée est moins restrictive et fournie par la relation  $\Lambda = \delta/(d\delta/dx)(1/\rho_0 U_e^2)dp/dx = const$ . Sous cette conditon, ils obtiennent pour  $\Lambda \neq 0$ :

$$\delta \propto U_e^{-1/\Lambda}.\tag{5.9}$$

Cette dernière relation a été validée expérimentalement, ce qui signifie que la plupart des couche limites sont équilibrées, si la définition de Castillo & George est utilisée. Trois valeurs de  $\Lambda$  caractérisent trois types d'écoulement :

- $-\Lambda = -1,92$  pour une couche limite soumise à un gradient de pression négatif;
- $-\Lambda = 0$  pour une couche limite sans gradient de pression;
- $\Lambda=0,22$  pour une couche limite soumise à un gradient de pression positif.

Appliquant ces résultats aux profils CD et V2 placés en incidence (respectivement 8° et 20°), nous traçons la vitesse à l'extérieur de la couche limite en fonction de l'épaisseur de couche limite en échelles logarithmiques sur la figure 5.14. Si l'évolution est linéaire, la pente est égale à  $-\Lambda$ . Le résultat est très concluant pour le profil CD et fournit  $\Lambda_{CD} = 0, 2$ , très proche de la valeur obtenue par Castillo & George lorsque la couche limite est soumise à un gradient de pression positif. Sur la partie arrière du profil V2, le résultat est identique. Cependant, la pente est bien moins forte sur la partie médiane du profil (au niveau des capteurs 11, 15 et 17). On remarque sur la figure 5.10 que cette zone est une zone de très faible gradient de pression.



FIG. 5.14: Similitude des couches limites des profils CD et V2 d'après l'étude de Castillo & George [29].

Cette étude bibliographique a permis de dégager des paramètres caractéristiques des effets du gradient de pression sur le profil de vitesse. Ces effets peuvent être strictement locaux, comme le paramètre de Clauser  $\beta_C$ , ou tenir compte de l'*histoire* de la couche limite comme le paramètre II de la loi de sillage ou le rapport  $\delta/\delta^*$ . Au paragraphe suivant, nous prenons en compte l'effet du gradient de pression moyen sur le spectre des fluctuations de pression mesuré en paroi, à l'aide des paramètres mis en évidence dans cette étude bibliographique.

#### 5.4.4 Vers un nouveau modèle universel

L'effet du gradient de pression sur les spectres normalisés de pression a été illustré sur la figure 5.6. La mise en œuvre des modèles spectraux développés pour des écoulements sur plaque plane ou en conduit est donc vouée à l'échec, comme illustré par la figure 5.15. A partir du modèle de Goody, seul capable de restituer les effets du nombre de Reynolds, et de résultats expérimentaux, une nouvelle formulation est proposée pour prendre en compte les effets du gradient de pression.

Le modèle de Goody utilise des variables mixtes, mais avec  $\delta$  et non  $\delta^*$  comme dans le modèle de Chase-Howe. Cette modification est justifiée par la taille caractéristique des grosses structures qui est plus de l'ordre de grandeur de  $\delta$  que de  $\delta^*$ . Cependant, cette définition est plus complexe à utiliser, puisque le calcul de  $\delta$  issu d'une expérience ou d'une simulation numérique fournit un résultat bien moins précis que le calcul de  $\delta^*$ . En effet, une erreur commise sur le calcul de  $\delta$  aura moins d'impact sur le calcul de  $\delta^*$ , puisque dans la région externe de la couche limite, le déficit de vitesse est généralement assez faible. Nous décidons



FIG. 5.15: Spectre de pression près du bord de fuite du profil V2 (SMD 22). Mesure et modèles classiques tracés à l'aide des données du tableau 5.3.

donc dans un premier temps de reformuler le modèle de Goody sur l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$  en supposant que la couche limite turbulente sur plaque plane ou dans un canal suit la loi en 1/7. Ainsi, à partir des équations (5.3a) et (5.3b),  $\delta$  est relié à  $\delta^*$  par la relation  $\delta/\delta^* = 8$ . Finalement, le modèle de Goody est décrit selon la formule :

$$\frac{\Phi_{pp}(\omega)U_e}{\tau_p^2\delta^*} = \frac{C_2'\left(\frac{\omega\delta^*}{U_e}\right)^2}{\left[\left(\frac{\omega\delta^*}{U_e}\right)^{0.75} + C_1'\right]^{3.7} + \left[C_3'(R_T)\left(\frac{\omega\delta^*}{U_e}\right)\right]^7}$$
(5.10)

avec  $C'_1 = 0, 105, C'_2 = 4, 8$  et  $C'_3 = 3, 76R_T^{-0.57}$ .

Les effets du gradient de pression à prendre en compte sont :

- une augmentation du niveau à travers la modification de la constante  $C'_2$ ;
- une augmentation de la pente dans la zone de recouvrement [90] à travers une modification de l'exposant 3,7 dans le premier terme du dénominateur et donc du coefficient  $C'_1$ .

La base de données n'est pas suffisamment étoffée à ce jour pour proposer une formulation complète et validée. Cependant, la forme générale du modèle proposé est :

$$\frac{\Phi_{pp}(\omega)U_e}{\tau_p^2\delta^*} = \frac{F_2(\Pi,\beta_C,\delta/\delta^*)\left(\frac{\omega\delta^*}{U_e}\right)^2}{\left[\left(\frac{\omega\delta^*}{U_e}\right)^{0.75} + F_1(\Pi,\beta_C,\delta/\delta^*)\right]^{F(\Pi,\beta_C,\delta/\delta^*)} + \left[C_3'(R_T)\left(\frac{\omega\delta^*}{U_e}\right)\right]^7}.$$
 (5.11)



FIG. 5.16: Nouveau modèle spectral prenant en compte les effets du gradient de pression.

L'utilisation des données des différents cas-tests permet de proposer une formulation pour  $F_2(\Pi, \beta_C, \delta/\delta^*) = 0,78 (1,8\Pi\beta_C + 6)$ . Ce nouveau modèle est comparé sur la figure 5.16 au modèle de Goody pour les trois cas tests présentés. Même si l'accord n'est pas parfait, on remarque une amélioration sensible avec le nouveau modèle.

## 5.5 Application au profil V2

Nous nous proposons d'effectuer le calcul du bruit de bord de fuite du profil V2, placé dans le jet de la petite soufflerie à 16 m/s et 20° d'incidence. Le modèle d'Amiet est utilisé dans sa formulation complète (Eq. 2.22), prenant en compte l'envergure finie, la correction de bord d'attaque et les différentes rafales, subcritiques et supercritiques. La vitesse de convection est obtenue par la relation  $U_c = 0, 8U_0$  et la longueur de cohérence transversale par le modèle de Corcos, en prenant comme valeur pour le paramètre  $b_c$  la valeur usuelle de 1, 4. Finalement, le spectre de pression en paroi est obtenu par les différents modèles semi-empiriques présentées précédemment, ces derniers étant alimentés par la simulation RANS et les valeurs présentées dans le tableau 5.3. La figure 5.17 montre que l'utilisation du nouveau modèle semi-empirique, couplé avec une simulation RANS et le modèle analytique d'Amiet est capable de prédire avec



FIG. 5.17: Nouveau modèle spectral prenant en compte les effets du gradient de pression.

une excellente précision le bruit rayonné en champ lointain. L'utilisation de modèles semiempiriques plus classiques, ne prenant pas en compte le gradient de pression, amène à une sous-estimation importante du niveau de bruit rayonné par le profil en champ lointain.

## 5.6 Application à un ventilateur de refroidissement automobile

Les différents éléments présentés dans les chapitres précédents sont ici appliqués au calcul du bruit de bord de fuite d'un ventilateur axial de refroidissement moteur. Une première évaluation sur ce type de ventilateur a en effet indiqué que le bruit de bord de fuite pouvait expliquer le niveau de bruit du ventilateur en hautes fréquences [91]. Le ventilateur sélectionné possède 9 pales régulièrement réparties, dont le dessin est basé sur le profil CD étudié au chapitre 1. Les rayons en pied et en tête de pale sont respectivement de 78 mm et de 183 mm. La figure 5.18 montre que les pales du ventilateur sont déversées. Les effets de cet angle de dévers sur le rayonnement acoustique seront discutés dans la suite. Plusieurs simulations numériques ont été effectuées sur cette configuration, où une pale a été finement maillée. Sur un même maillage, deux points de fonctionnement seront explorés.

#### 5.6.1 Description de la simulation RANS de référence

La simulation numérique a été effectuée par Valeo à l'aide du logiciel CFX-TASCflow. Les calculs présentés s'appuient sur un maillage fin comprenant 3,6 millions de nœuds. La figure 5.19 montre quelques détails du maillage. Les schémas numériques sont du deuxième ordre, décentrés pour les termes convectifs et centrés pour les autres dérivations spatiales.



FIG. 5.18: Ventilateur axial de refroidissement automobile vu du côté de l'aspiration. Le ventilateur tourne dans le sens horaire (pales déversées vers l'avant).

## 5.6.2 Hypothèses et principe du calcul

Le modèle d'Amiet sur lequel repose le calcul acoustique suppose que le ventilateur est bien adapté, c'est-à-dire que l'écoulement reste attaché à la pale près du bord de fuite, afin de pouvoir définir une statistique de pression pariétale avec une vitesse de convection dans le sens de l'écoulement relatif. Sous ces conditions, la pale du ventilateur est découpée en différents tronçons afin d'appliquer les théories du profil mince sur chacun des tronçons, assimilés à des plaques planes. La géométrie du tronçon à un rayon r est alors déduite du maillage. Elle est caractérisée par l'angle  $\beta$ , angle complémentaire de l'angle de calage, l'angle  $\zeta$  de dévers, l'angle  $\theta_i$  d'inclinaison, la corde et l'envergure du tronçon. La statistique des fluctuations de pression pariétale est alors déduite des simulations numériques à l'aide des modèles semi-empiriques. Au milieu du tronçon considéré, les profils de vitesse relative et de pression totale relative sont interpolés sur une normale à la paroi prise à 95% de corde. La vitesse relative n'est pas constante en dehors de la couche limite, tandis que la pression totale est conservée en dehors des couches limites et des sillages. L'épaisseur de la couche limite est donc calculée sur la base de la pression totale. Ensuite, les variables externes de la couche limite sont évaluées, à savoir :

- l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$ ;
- l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$ ;
- la vitesse à l'extérieur de la couche limite  $U_e$ .

Les variables internes suivantes sont également estimées :

- la contrainte de cisaillement à la paroi  $\tau_p$ ;



FIG. 5.19: Maillage du domaine de calcul. Les parties grises et rouges sont en rotation tandis que les zones en amont (bleues) et en aval (vertes) sont fixes.

#### – la vitesse de frottement $u_{\tau}$ .

La vitesse de convection est définie par  $U_c = U_0/\alpha$  où  $\alpha = 1,25$  et  $U_0$  est la vitesse issue du triangle des vitesses telle que  $U_0 = \sqrt{U_t^2 + U_z^2}$  avec  $U_t$  la vitesse tangentielle et  $U_z$  la vitesse axiale. La longueur de cohérence est déduite du modèle de Corcos  $(l_y(\omega) = b_c U_c/\omega)$  en posant ici  $b_c = 1, 4$ . Le spectre de pression pariétale est ensuite déduit des modèles semi-empiriques précédemment décrits et des variables internes et externes de la couche limite.

### 5.6.3 Exemples d'application

Deux calculs sont utilisés dans cette étude. Le ventilateur tourne à 2500 tr/min et le débit Q est respectivement de 2500  $m^3/h$  et 3000  $m^3/h$  sur les deux points de fonctionnement sélectionnés. Le sens de rotation est inversé par rapport aux repères utilisés dans le chapitre 4 et une nouvelle matrice de changement de repère a été définie pour prendre en compte cette modification. Toutefois, le repère fixe  $(R, \Theta, \phi)$  dans lequel est défini l'observateur est inchangé. La figure 5.20 présente un exemple, à mi hauteur de pale, des résultats fournis par la simulation numérique. Le profil de vitesse ne présente pas de maximum strict. Au contraire, le profil de pression totale permet de définir sans ambiguïté une épaisseur de couche limite  $\delta$ . La répartition de pression le long de la corde de la pale est également visualisée afin de décrire l'évolution du gradient de pression moyenne.

Une question toujours ouverte concerne la vitesse à utiliser dans le modèle acoustique. En effet, le choix a été fait d'utiliser la vitesse issue du triangle des vitesse  $U_0$  plutôt que la vitesse à l'extérieur de la couche limite  $U_e$  obtenue par la simulation numérique. Dans le calcul acoustique, il s'agit de prendre en compte une vitesse relative de l'écoulement par rapport à la pale qui soit globale. Pour faire le parallèle avec le modèle utilisé pour un profil fixe placé dans le jet de la soufflerie, la vitesse en amont du profil est utilisée et non la vitesse locale à l'extérieure de la couche limite au niveau du bord de fuite, qui dans le cas du profil fixe



(a) Profils de vitesse et de pression totale sur une normale à la paroi, côté extrados (à 95% de corde)

(b) Répartition de pression statique

FIG. 5.20: Interpolation des champs aérodynamique à un rayon r = 12, 9 cm.  $Q = 3000 \text{ m}^3/h$  et N = 2500 tr/min.

est supérieure du fait d'un effet de blocage de l'écoulement (cf. par exemple le tableau 5.3). De façon générale,  $U_0$  est déterminée par la vitesse d'entraînement de la pale par rapport au repère lié au milieu de propagation. Le tableau 5.4 met en évidence un écart significatif entre  $U_0$  et  $U_e$ , notamment en tête de pale où l'écoulement est fortement tridimensionnel. La vitesse de convection est également définie par rapport à la vitesse  $U_0$ . Ce choix est discutable mais nécessaire puisque le modèle analytique est développé pour une même orientation des vitesses  $U_0$  d'écoulement et  $U_c$  de convection. La vitesse extérieure  $U_e$  n'est donc utilisée que pour définir le spectre de pression en paroi. C'est en effet  $U_e$  qui détermine les cisaillements locaux dans la couche limite, responsable de la dynamique tourbillonnaire caractéristique de la turbulence. Ces choix sont toutefois discutables et donneront lieu à une étude paramétrique au paragraphe 5.6.4. De plus, la figure 5.21 qui représente les profils de vitesse moyenne met en évidence le caractère tri-dimensionnel de la couche limite. Le profil de vitesse a une composante radiale qui évolue lorsqu'on s'éloigne de la paroi. Ainsi, la vitesse de frottement est loin d'être alignée avec la vitesse à l'extérieur de la couche limite, comme c'est le cas sur des profils placés dans des écoulements bidimensionnels sans flèche en soufflerie.

	$Q = 2500 \ m^3/h$		$Q = 3000 \ m^3/h$	
Rayon (cm)	$U_e (m/s)$	$U_0 (\mathrm{m/s})$	$U_e (m/s)$	$U_0 (\mathrm{m/s})$
r = 8, 3	14, 6	23, 1	18,4	23,7
r = 10, 2	21, 4	27, 7	23,7	28, 2
r = 12, 0	29, 2	32, 4	30, 2	32, 8
r = 13, 8	34, 4	37, 1	34, 8	37, 4
r = 15, 7	38, 1	41, 8	39,4	42, 1
r = 17, 5	15, 7	46, 5	12,8	46, 8

TAB. 5.4: Vitesse relative externe. Comparaison entre la vitesse  $U_e$  extraite des simulations RANS et la vitesse  $U_0$  issue du triangle des vitesses. N = 2500 tr/min.



FIG. 5.21: Visualisation du profil de vitesse moyenne obtenu à un rayon médian (r = 0, 12 m). La composante radiale est importante et varie entre la région interne de la couche limite (définissant la vitesse de frottement  $u_{\tau}$ ) et la région externe (définissant la vitesse externe  $U_e$ ).

Avec les données d'entrée décrites ci-dessus, le modèle analytique permet de calculer la DSP de pression acoustique et de construire ainsi les cartographies de directivité présentées sur la figure 5.22. La prédiction fondée sur le modèle spectral de Goody, utilisé ici, reproduit une différence du niveau en basses fréquences en fonction du débit massique. La figure 5.23 montre que cet effet n'est pas reproduit en utilisant le modèle spectral de Schlinker & Amiet. Il est remarquable également de noter l'écart important qui existe entre le modèle et les données expérimentales. Ces dernières correspondent toutefois au bruit mesuré sur un module complet, c'est-à-dire en présence d'un stator redresseur et d'un radiateur positionné en amont. L'écart observé entre la mesure et le modèle peut s'expliquer de deux manières. D'une part les mécanismes d'impact de turbulence, contribuant au rayonnement acoustique en haute fréquence, ne sont pas considérés. D'autre part, les effets de recirculations éventuelles en périphérie de l'hélice sont négligés et peuvent expliquer les écarts observés en basse fréquence (f < 2 kHz). La figure 5.24 compare les résultats obtenus en utilisant des données issus des simulations RANS par rapport à l'utilisation des lois d'évolution de l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$  issues d'un profil de vitesse en puissance  $1/7^{eme}$ . Ainsi les résultats obtenus dans la référence [91] montrent un meilleur accord avec les résultats expérimentaux. Le calcul acoustique utilisant la statistique de pression en paroi issus des mesures sur le profil CD, mais normalisée par les valeurs issues des simulations RANS, montre une efficacité acoustique plus faible, attribuée en partie aux valeurs des paramètres externes obtenues par la simulation RANS sur le tronçon près de la tête de pale. L'utilisation des statistiques de pression issue du modèle de Goody s'éloigne encore des résultats expérimentaux, du fait de la non prise en compte du gradient de pression dans le modèle de Goody.



FIG. 5.22: Prévision de la DSP de pression acoustique obtenue à une distance d'un mètre du ventilateur en utilisant le modèle de Goody pour la pression pariétale. N = 2500 tr/min.



FIG. 5.23: Effet du modèle de pression pariétale sur la DSP de pression acoustique en amont du ventilateur ( $\Theta = 180^{\circ}$ ). N = 2500 tr/min. Comparaison avec des mesures effectuées sur module (d'après [88]).



FIG. 5.24: Effet de l'utilisation de données issues des simulations RANS en comparaison avec les lois d'évolution issues du profil de vitesse en puissance  $1/7^{eme}$ . N = 2500 tr/min. Comparaison avec des mesures effectuées sur module (d'après [88]).

## 5.6.4 Étude paramétrique

La simulation numérique du ventilateur tournant à 2500 tr/min et fournissant un débit de 2500  $m^3/h$  est retenue dans ce qui suit pour l'étude paramétrique. Le calcul de référence divise la pale en 6 tronçons et se base sur le maillage fin précédemment décrit. Le spectre de pression en paroi est déduit du modèle de Goody et la vitesse de convection est définie par  $U_c = U_0/\alpha$  avec  $\alpha = 1,25$ . L'étude paramétrique porte sur la qualité du maillage, le choix fait dans la façon de définir la vitesse de convection, l'effet de l'angle de dévers et le gradient de pression moyenne.

#### Effet de la qualité du maillage

Un second maillage bien moins raffiné (850000 noeuds) a été réalisé. Cette nouvelle simulation est analysée avec les mêmes outils que la simulation de référence afin de fournir un spectre de pression acoustique. La figure 5.25 compare ce spectre avec la solution de référence afin de voir l'influence de la qualité du maillage sur la prévision acoustique. Un maillage peu raffiné peut ainsi conduite à une surestimation du niveau de 10 dB. Le tableau 5.5 montre notamment l'effet du maillage sur chacun des paramètres de la couche limite. Sur les tronçons 4 et 5, qui apportent la plus grande contribution au rayonnement acoustique, il est remarquable de noter que la contrainte de cisaillement à la paroi est surestimée d'un facteur 2 à 3 avec le maillage grossier. Ce résultat est responsable d'une surestimation de 6 dB à 10 dB sur le spectre de pression pariétale issu du modèle de Goody. Il est difficile toutefois de dégager une tendance sur l'ensemble des paramètres en fonction de la qualité du maillage. Le calcul



FIG. 5.25: Effet de la qualité du maillage sur le rayonnement acoustique.

du paramètre  $\Pi$  dans la loi de sillage n'est toutefois possible qu'avec une bonne qualité de maillage. L'utilisation du nouveau modèle spectral prenant en compte le gradient de pression est donc limitée à un maillage suffisamment fin. La qualité du calcul aérodynamique est donc un facteur crucial pour une bonne estimation des statistiques des variables de la couche limite, et notamment les variables internes.

#### Effet du choix de la vitesse de convection $U_c$

Le choix de la vitesse de convection constitue une question encore ouverte. D'un côté, la vitesse de convection étant une information relative à la statistique de la pression pariétale, il semblerait logique de construire cette vitesse sur la base de la vitesse  $U_e$  fournie par la simulation, telle que  $U_e = \alpha U_c$ . De l'autre côté, le coefficient  $\alpha$  est utilisé dans la simulation acoustique pour laquelle nous avons fait le choix d'utiliser la vitesse  $U_0$  issue du triangle des vitesses. Il faudrait donc construire un nouveau coefficient  $\alpha'$  tel que  $\alpha' = U_0/U_c = \alpha U_0/U_e$ . Dans ce dernier cas, le coefficient  $\alpha'$  qui intervient dans le calcul de la fonction de transfert aéroacoustique. L'impact de cette modification est évalué sur la figure 5.26 et tend à diminuer le niveau spectral de 2,5 dB à 5 dB.

#### Effet de l'angle de dévers $\zeta$

La prise en compte de l'angle de dévers dans le rayonnement acoustique des tronçons est complexe, car plusieurs phénomènes physiques faisant intervenir cet angle dans la méthode de calcul sont en compétition. Tout d'abord, le dévers se traduit par une augmentation de la longueur du bord de fuite dans un rapport  $1/\cos \zeta$ . Plus la pale sera déversée, plus cet effet

	maillage	r = 8, 3	r = 10, 2	r = 12, 0	r = 13, 8	r = 15, 7	r = 17, 5
$U_e ({\rm m/s})$	fin	$14,\! 6$	21,4	29,2	$34,\!4$	38,1	15,7
	grossier	$^{6,1}$	$21,\!8$	$27,\!2$	35,7	$38,\! 6$	$23,\!8$
$\delta$ (mm)	fin	0,87	2,3	$^{3,7}$	2,9	2,5	2,2
	grossier	10,7	$11,\! 6$	$^{6,0}$	$^{3,2}$	$^{2,2}$	$^{8,1}$
<u>S* (100,000)</u>	fin	$0,\!38$	$0,\!52$	1,19	0,73	$0,\!57$	0,28
<i>o</i> (IIIII)	grossier	$^{3,4}$	$^{2,0}$	$1,\!5$	$0,\!66$	$0,\!48$	$^{3,1}$
$\theta$ (mm)	fin	$0,\!13$	$0,\!28$	$0,\!54$	0,34	0,31	0,19
	grossier	$1,\!6$	$1,\!4$	0,77	$0,\!37$	0,27	$1,\!8$
$\tau_p$ (Pa)	fin	0,32	$0,\!96$	$0,\!97$	$0,\!99$	2,02	1,45
	grossier	$0,\!39$	$1,\!27$	0,71	$_{3,15}$	5,78	$2,\!06$
u (m/s)	fin	$0,\!53$	0,91	0,91	$0,\!92$	1,31	1,11
$u_{\tau}$ (III/S)	grossier	$0,\!58$	$1,\!04$	$0,\!78$	$1,\!64$	2,22	$1,\!32$
<u>B</u> -	fin	2,09	$2,\!08$	$3,\!23$	$3,\!53$	$1,\!95$	0,32
$\rho_C$	grossier	$5,\!30$	$5,\!64$	$9,\!01$	$1,\!49$	0,72	25,4
П	fin	2,82	$1,\!37$	2,81	4,21	2,32	
	grossier			$3,\!33$	$0,\!33$		

TAB. 5.5: Effet du maillage sur les variables internes et externes de la couche limite.

aura tendance à augmenter le niveau de bruit. Le deuxième effet est lié à l'orientation de la vitesse par rapport au tronçon de pale. En effet, la composante de la vitesse qui intervient dans le rayonnement acoustique est celle portée par la normale au bord de fuite. Deux contributions se combinent alors. D'une part, les rafales perpendiculaires au flux de convection portent le maximum d'énergie turbulente incidente. D'autre part, ce sont les rafales dont les fronts d'onde sont parallèles au bord qui rayonnent le plus efficacement. Howe [71] et Blake [14] (Eq. 11-11a p. 731) font ainsi intervenir un facteur  $\cos^3 \sigma$  dans la formule de la DSP de pression acoustique, où  $\sigma$  est l'angle formé par la normale au bord de fuite et la vitesse de transport de la turbulence. La définition de cet angle est différente de celle du dévers, puisque le dévers est une notion géométrique alors que cet angle est lié à un glissement de l'écoulement parallèlement au bord. Les notations sont présentées sur la figure 5.27. Ffowcs-Williams & Hall [47] font intervenir le  $\cos^2 \sigma$ . Cette différence avec les résultats de Howe et de Blake est attribuée par Howe à l'oubli d'une pondération par  $\cos \sigma$  liée à la perte d'efficacité de rayonnement avec la distance au bord. L'influence pour chacun des tronçons des deux corrections est observée sur le tableau 5.6. La figure 5.28 montre quant à elle l'influence globale sur le spectre. A priori, les deux effets doivent être conjugués. Ils conduisent à espérer une diminution notable du bruit de bord de fuite sur une architecture à pales déversées.

La figure 5.29 montre la difficulté de modélisation du dévers sur un cas simple. La figure 5.29-a montre le problème tel qu'il est traité dans le modèle du bruit de bord de fuite d'un profil, à savoir que la vitesse est longitudinale et perpendiculaire au bord de fuite. La figure 5.29-b montre le problème tel qu'il serait souhaitable de le traiter, dans le cadre d'un découpage d'une pale en tronçons radiaux, chaque tronçon étant associé à une configuration



FIG. 5.26: Effet de la vitesse de convection sur le rayonnement acoustique.



FIG. 5.27: Définition des angles utilisés pour la prise en compte de l'angle de dévers.

du triangle des vitesses. La vitesse possède alors une composante radiale et n'est plus perpendiculaire au bord. Par ailleurs, le tronçon de pale n'est plus rectangulaire et le calcul de l'intégrale de rayonnement n'est plus direct puisqu'un couplage apparaît alors entre la direction longitudinale et la direction transverse. Finalement, le problème tel que nous l'avons traité correspond au cas des figures 5.29-c et 5.27. Le découpage de la pale est alors effectué selon des facettes rectangulaires qui se recouvrent dans la zone du bord d'attaque. L'erreur commise en affectant à cette zone les paramètres qui en toute rigueur correspondent à un autre rayon ne porte pas à conséquence, car les sources sont concentrées au voisinage du bord de fuite. La technique retenue est ainsi une préconisation de l'emploi du modèle de profil isolé dans le cas d'une architecture à fort dévers. Une prise en compte complète de ce dernier nécessiterait une intégration numérique prohibitive vis-à-vis des objectifs initiaux du modèle, sur la géométrie de la figure 5.29-b.



FIG. 5.28: Effet de l'angle de dévers sur le rayonnement acoustique par une correction sur la longueur de corde  $(1/\cos \zeta)$ , par la multiplication d'un facteur  $\cos^3 \sigma$  ou par combinaison des deux effets.



FIG. 5.29: Problématique de la prise en compte de l'angle de dévers.

Rayon (cm)	ζ	$10\log_{10}(1/\cos\zeta)$	σ	$10\log_{10}(\cos^3\sigma)$
r = 8, 3	$-30, 6^{\circ}$	+0,6 dB	$36, 2^{\circ}$	-2, 8  dB
r = 10, 2	$22,0^{\circ}$	+0,3  dB	$-20,4^{\circ}$	-0, 8  dB
r = 12, 0	$36,9^{\circ}$	+1,0  dB	$-42,9^{\circ}$	-4,1  dB
r = 13, 8	$44, 4^{\circ}$	+1,5  dB	$-53, 4^{\circ}$	$-6,7~\mathrm{dB}$
r = 15, 7	$45, 2^{\circ}$	+1,5  dB	$-55,0^{\circ}$	-7,2  dB
r = 17, 5	$45,9^{\circ}$	+1,6 dB	$-55,7^{\circ}$	$-7,5~\mathrm{dB}$

TAB. 5.6: Angles de dévers et impact sur le rayonnement acoustique.

#### Effet du gradient de pression moyenne

L'étude qui a été menée au paragraphe 5.4 s'applique ici à une pale de ventilateur. Une analyse appropriée de la simulation numérique fournit alors le paramètre du gradient de pression de Clauser,  $\beta_C = (\theta/\tau_p)(dp/dx)$ , ainsi que le paramètre II de la loi de sillage. Il est effectivement remarquable de noter que la loi de sillage de Coles [38] reste valable pour les couches limites tridimensionnelles près du bord de fuite, sauf pour le tronçon en tête de pale où l'écoulement est perturbé par la présence de la virole et où un décollement est observé. La figure 5.30 illustre ce résultat. Les valeurs obtenues pour le paramètre de Clauser et de la loi de sillage sont repris dans le tableau 5.7. Ces paramètres sont ensuite utilisés conjointement avec la nouvelle forme de modèle spectral (Eq. 5.11) afin de prendre en compte les effets du gradient de la pression moyenne sur la statistique de la pression fluctuante en paroi. L'augmentation du rayonnement acoustique qui en résulte est présentée sur la figure 5.31.

Rayon (cm)	Π	$\beta_C = (\theta/\tau_p)(dp/dx)$
r = 8, 3	2,82	2,09
r = 10, 2	1,37	2,08
r = 12, 0	2,81	3,23
r = 13, 8	4,21	3,53
r = 15, 7	2, 32	1,95
r = 17, 5		0, 31

TAB. 5.7: Paramètres caractéristiques du gradient de pression obtenus par analyse de la simulation numérique.

## 5.7 Conclusion

Une méthode d'estimation du spectre des fluctuations de pression en paroi à l'aide des données moyennes de l'écoulement a été proposée. Elle s'appuie sur l'étude des lois de similitudes de la couche limite turbulente, qui permet de dégager des dimensions caractéristiques et donc des normalisations par les paramètres internes, externes ou mixtes de la couche limite. Les différents modèles semi-empiriques, s'ils commencent à prendre en compte des effets complexes, tels que ceux du nombre de Reynolds, ne s'appliquent pourtant qu'à des



FIG. 5.30: Loi de sillage dans les profils de vitesse tridimensionnels.



FIG. 5.31: Effet du gradient de pression sur le rayonnement acoustique.

écoulements simples en canal ou sur des plaques planes. Les effets d'un gradient de pression, inévitablement présent dans des écoulements réels autour de profils ou d'aubes, ont été caractérisés et des paramètres caractéristiques issus d'études de similitudes ont été dégagés. Une base de données a été constituée afin de développer un modèle semi-empirique basé sur le modèle de Goody prenant en compte les effets du gradient de pression à l'aide des paramètres caractéristiques isolés. Cette base de données est encore insuffisante pour proposer un modèle complet et robuste. Cependant, une première amélioration est proposée et mise en pratique sur le cas-test du profil V2. Finalement, une simulation numérique RANS est analysée afin de prédire le bruit de bord de fuite généré par un ventilateur axial de refroidissement automobile, par application des modèles proposés. Cette partie, encore exploratoire, vise à quantifier certains effets relatifs. Elle montre que des erreurs de l'ordre de 10 dB sur le bruit de bord de fuite peuvent provenir d'une absence de prise en compte des effets du gradient de pression, de l'angle de dévers ou bien encore d'un maillage insuffisamment raffiné.

## Conclusion

## Synthèse

Les méthodes analytiques de prévision du bruit à large bande, développées sur la base des théories de profil mince, malgré les simplifications sur la géométrie sont capables de restituer avec une précision acceptable le bruit rayonné. Ce résultat fondamental est intimement lié à leurs descriptions suffisamment réalistes des mécanismes générateurs de bruit. Ainsi, nous avons pu noter la grande précision dans la prévision du bruit rayonnée par un profil placé dans une turbulence homogène et isotrope. La simplification sur la géométrie du profil, supposé sans épaisseur et sans cambrure, n'est pas dommageable lorsque le profil est fin. Pour des profils plus épais, il est remarquable de noter qu'à faible vitesse, l'efficacité de ce mécanisme est diminuée en hautes fréquences. Il est donc préconisé, pour des ventilateurs fonctionnant à basse vitesse dans un environnement turbulent, d'augmenter l'épaisseur du bord d'attaque.

Le mécanisme de génération de bruit lors du passage de la couche limite turbulente au droit du bord de fuite a ensuite été approfondi. Le modèle d'Amiet et de récentes améliorations ont pu être validés à l'aide d'une étude expérimentale sur un profil cambré placé en incidence dans un jet débouchant dans une chambre sourde. Il ressort de cette étude qu'une fois connue la statistique des fluctuations de pression près du bord de fuite, supposer le profil équivalent à une plaque plane n'a qu'une faible influence sur son rayonnement acoustique. L'application des théories linéarisées du profil est donc justifiée et montre un excellent accord avec l'étude expérimentale.

L'instrumentation des pales d'un ventilateur axial représente une contribution originale de ce travail. L'étude bibliographique a en effet permis de constater l'absence de résultats expérimentaux pour la validation des modèles de bruit de bord de fuite d'un ventilateur. Malgré les difficultés rencontrées lors de la mise en œuvre de capteurs embarqués pour la mesure de la statistique de pression en paroi, une base de données a été constituée. Elle comprend, en milieu et en tête de pale, la vitesse de convection des structures turbulentes, la cohérence transversale pour quatre écartements distincts et le spectre de pression en paroi. Elle est également couplée à une mesure de la directivité du ventilateur effectuée dans une chambre anéchoïque.

L'adaptation à un ventilateur du modèle de bruit de bord de fuite sur un profil a également été menée. Moyennant des changements de repère et une prise en compte du facteur Doppler, le modèle analytique de plaque plane est appliqué à chacun des segments de pales. L'utilisation de la base de données précédemment constituée a permis de valider ce modèle, avec une erreur inférieure à 3 dB sur toute la bande fréquentielle d'analyse. Une adaptation du modèle pour l'obtention de la puissance acoustique en amont et en aval d'une soufflante de turbomachines a également été présentée.

Finalement, le modèle étant validé lorsque les données d'entrée sont fournies expérimentalement, la question de l'obtention de ces données à l'aide de calculs RANS a été traitée. Les lois de normalisation des spectres de pression en paroi répondent à cette question pour un écoulement sans gradient de pression. L'influence de ce gradient de pression sur la statistique de pression ayant été démontrée, des paramètres caractéristiques du gradient de pression sur les lois *universelles* du profil de vitesse ont été dégagés. Bien que la base de données ne soit pas suffisamment étoffée pour fournir un modèle robuste de spectre de pression à partir des données moyennées, une première formulation prenant en compte ces effets est proposée. Son application couplée avec le modèle analytique et un calcul RANS pour décrire l'écoulement moyen autour d'un profil permet de prédire avec une précision satisfaisante le bruit rayonné par celui-ci. Un application de ces méthodes sur une pale de ventilateur de refroidissement automobile a également été traitée.

## Perspectives

Le bruit d'impact de turbulence sur un profil est correctement prédit par le modèle d'Amiet pour les profils fins. Lorsque le bord d'attaque est épais, une atténuation du bruit en hautes fréquences est attribuée à la modification du champ turbulent incident. Ainsi, l'utilisation d'une théorie de la distortion rapide de la turbulence devrait permettre de quantifier cet effet.

Concernant l'instrumentation embarquée d'une pale de ventilateur, la présence d'une cavité dans le capteur a posé de nombreux problèmes lors de leur étalonnage. Il serait donc intéressant d'effectuer une instrumentation où la zone sensible des capteurs affleurerait à la paroi, afin d'accorder une plus grande confiance aux résultats expérimentaux. La pale instrumentée devra donc posséder un bord de fuite plus épais si l'on souhaite utiliser les mêmes microphones ou une nouvelle technologie de capteurs devra être trouvée, en comptant sur des progrès dans la miniaturisation des composants électroniques. La connaissance du point de fonctionnement du ventilateur d'essais est également une donnée qui serait intéressante de connaître et de faire varier. Ainsi, l'ajout d'une virole est envisagée dans une future étude. Toutefois, l'étude des mécanismes d'extrémité risque de s'avérer complexe, bien qu'utile pour la communauté scientifique.

L'utilisation de calculs RANS pour fournir des spectres de pression en paroi au bord de fuite semble toujours être un pari délicat à mener. Un outil de simulation plus précis pour décrire les sources acoustiques sur une pale de ventilateur n'est toutefois pas envisagé à court ou moyen terme. Le travail commencé dans cette thèse, pour dégager des paramètres influençant le profil de vitesse dans la couche limite, est également à poursuivre. Le besoin d'une base de données comprenant les paramètres internes et externes de la couche limite ainsi que le spectre de pression mesuré en paroi s'est fait sentir. Couplé à l'effort sur la description de lois de similitudes dans la couche limite en présence de gradient de pression, il devrait permettre de proposer des modèles semi-empiriques de spectre de pression normalisé prenant en compte les effets de Reynolds et de gradient de pression.

L'application de ces outils au bruit de bord de fuite d'une pale à géométrie complexe, présentant notamment un fort dévers, a soulevé de nombreuses questions, notamment concernant la prise en compte de l'angle de dévers de la pale. En effet, le modèle analytique d'Amiet ne permet pas de prendre en compte une vitesse de convection des structures turbulentes non alignée avec la vitesse d'entraînement de la pale. De plus, le découpage de la pale en tronçons rectangulaires rend impossible d'avoir à la fois la corde orientée selon une normale au rayon et dans le même temps, l'envergure alignée avec le bord de fuite déversé. Une étude complète des effets de l'angle de dévers serait intéressante dans le prolongement de ce travail, d'autant que les pales déversées sont couramment utilisées afin de réduire le niveau sonore du rayonnement acoustique. Le modèle analytique est également limité aux écoulements non-décollés, c'est-à-dire pour lesquels une vitesse de convection est toujours définie. Pour des pales en régime décroché, le modèle n'est plus adapté et une extension substantielle de celui-ci s'avère nécessaire. Elle rendra possible la prévision du bruit rayonné par un ventilateur sur toute sa gamme de fonctionnement, y compris dans des régimes d'écoulement où il n'est plus adapté.

## Annexe A

# Équations de l'acoustique linéaire

L'acoustique linéaire est l'étude des ondes de compression dans un milieu visqueux, compressible et conducteur de chaleur. Ces ondes correspondent au développement à l'ordre 1 du mode acoustique dans la théorie proposée par Chu et Kovásznay [36]. Dans cette théorie, les variables sont développées en puissances successives d'un petit paramètre, caractéristique de l'amplitude relative des perturbations. Ces développements sont ensuite introduits dans les équations de la dynamique des gaz à des ordres successifs. Dans l'acceptation qui est faite ici de l'acoustique linéaire, les effets dissipatifs sont négligés, à savoir la viscosité et la conduction de la chaleur. Les équations de l'acoustique linéaire s'écrivent avec les fluctuations de pression, densité, entropie et vitesse acoustiques notées respectivement p',  $\rho'$ , s' et  $\vec{v'}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v'} &= \rho_0 q \quad , \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{v'}}{\partial t} + \vec{\nabla} p' &= \rho_0 \vec{F} \quad , \\ \frac{\partial p'}{\partial t} - c_0^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = \frac{Q c_0^2}{c_p T_0} \quad \text{avec} \quad s' = \frac{c_p}{\rho_0 c_0^2} \left( p' - c_0^2 \rho' \right) \end{aligned}$$

 $q, \vec{F}$  et Q sont des densités de sources effectives de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Dans le cadre de l'aéroacoustique, nous nous intéressons aux équations de l'acoustique linéaire en présence d'un écoulement moyen. Dans le cas général, il n'est pas possible d'obtenir une formulation simple de ces équations. Cependant, le cas du mouvement uniforme se traite facilement puisqu'il suffit de remplacer les dérivées temporelles par des dérivées particulaires. Ainsi, pour un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse  $\vec{U}$ , les équations de l'acoustique linéaire s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{D}\rho'}{\mathrm{D}t} &+ \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v'} &= \rho_0 q \quad , \\ \rho_0 \frac{\mathrm{D}\vec{v'}}{\mathrm{D}t} &+ \vec{\nabla}p' &= \rho_0 \vec{F} \quad , \\ \frac{\mathrm{D}p'}{\mathrm{D}t} &- c_0^2 \frac{\mathrm{D}\rho'}{\mathrm{D}t} &= \frac{Qc_0^2}{c_p T_0} \end{aligned}$$

L'équation des ondes non homogènes s'obtient ensuite par simple élimination des variables au profit de la pression :

$$\Delta p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\mathrm{D}^2 p'}{\mathrm{D}t^2} = -\rho_0 \frac{D}{Dt} \left( q + \frac{Q}{\rho_0 c_p T_0} \right) + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{F}.$$
 (A.1)

Si l'on suppose que la propagation acoustique s'effectue dans une zone exempte de sources, le mouvement acoustique y est homoentropique et irrotationnel, liant simplement les fluctuations de pression et de densité :  $p' = c_0^2 \rho'$ . Le champ des fluctuations de vitesse est alors irrotationnel et dérive donc d'un potentiel :  $\vec{v'} = \vec{\nabla} \phi$ . L'équation d'Euler fournit alors :

$$p' = -\rho_0 \frac{\mathrm{D}\phi}{\mathrm{D}t}.$$

L'équation des ondes (A.1) est alors sous sa forme homogène et est appelée équation de propagation. Elle s'écrit alors invariablement sur les fluctuations de pression, de densité ou sur le potentiel des fluctuations de vitesse.

## Annexe B

# Protocole expérimental des essais sur profils fixes

## B.1 Description de l'installation

Afin de valider les modèles analytiques développés aux chapitres 1 et 2, des expériences ont été réalisées pour constituer et enrichir une base de données sur différents profils. Afin de caractériser le comportement acoustique et aérodynamique, ils sont placés dans un jet rectangulaire de 13 cm par 30 cm. Le jet débouche dans une chambre anéchoïque de  $6 \times 5 \times 4$  m. Le profil est inséré entre deux plaques à l'aide de disques tournants, permettant de faire varier l'angle d'incidence  $\alpha$  (cf. figures B.1 et B.2). La position de l'observateur, ici un microphone placé sur un bras tournant à une distance pouvant varier de 1,3 m à 2 m et situé dans le plan médian du profil, est repérée par l'angle  $\Theta$  relatif à la corde du profil ou par l'angle  $\theta$  relatif à l'axe du jet ( $\Theta = \theta + \alpha$ ).

Les profils sont équipés d'une vingtaine de sondes à microphone déporté (SMD), permettant la mesure de la pression moyenne sur le profil et de la pression fluctuante dans une gamme



FIG. B.1: Schéma du positionnement du profil par rapport à la soufflerie.



FIG. B.2: Définition des angles d'écoute.



FIG. B.3: Sonde à microphone déporté (d'après [104]).

de fréquence s'étendant de 20 Hz à 10 kHz. Un soin particulier a été apporté à la procédure d'étalonnage de ces capteurs. Elle est décrite au paragraphe B.2. Le système d'acquisition HP3565 Paragon analyse les signaux afin de fournir une densité spectrale de puissance (DSP) ainsi que les interspectres et les cohérences entre les signaux et une voie de référence.

## B.2 Sondes à microphone déporté

L'épaisseur des profils et notamment près du bord de fuite est de l'ordre du millimètre et nécessite donc d'avoir recours à des capteurs de petite taille. La solution retenue est l'utilisation d'une sonde à microphone déporté décrit dans la thèse de Pérennès [104]. Un capillaire très fin est intégré dans le corps de la maquette puis s'élargit progressivement pour qu'un microphone à électret puisse être accolé à sa paroi (cf figure B.3). Afin d'éviter des réflexions parasites dans le capillaire, un tuyau souple en PVC d'une longueur supérieure à 2 m constitue un guide d'onde à parois absorbantes. Pérennès calcule l'atténuation théorique induite par le capteur entre la perforation où l'on souhaite connaître les fluctuations de



FIG. B.4: Système utilisé pour l'étalonnage des SMD.



FIG. B.5: Fonctions d'étalonnage de tous les capteurs du profil V2 (symboles). La moyenne est tracée en pointillée.

pression et la position du microphone. Les sondes, soudées par brasure, peuvent présenter de légères différences dans leur géométrie, modifiant la fonction d'atténuation. Il a donc été décidé de procéder à un étalonnage *in situ* des capteurs. La figure B.4 montre le système utilisé, constitué d'un haut parleur générant un bruit blanc. La différence entre le signal de référence et le capteur à étalonner constitue la fonction d'étalonnage. Cette fonction est unique et différente pour chaque capteur. Sur le profil V2, cette fonction est tracée pour les différents capteurs sur la figure B.5. Les courbes ont été translatées pour prendre en compte la sensibilité des différents microphones. Elles coïncident toutes pour une fréquence arbitraire fixée ici à 600 Hz. La moyenne des différentes fonctions d'étalonnage est comparée à la courbe d'atténuation théorique. On remarque un bon accord entre ces courbes sur la figure B.6. Cependant, les fortes différences observées dans les fonctions d'étalonnage entre deux capteurs justifient l'utilisation de ces fonctions d'étalonnage.



FIG. B.6: Comparaison entre la fonction d'étalonnage théorique et la moyenne des fonctions d'étalonnage

## B.3 Caractérisation de l'écoulement amont

La soufflerie a été conçue afin de délivrer un écoulement faiblement turbulent. Le taux de turbulence  $\mathcal{T}_u = \sqrt{u'^2}/U$ , avec U la valeur moyenne de la vitesse et u' les fluctuations autour de cette valeur, est alors inférieur au pourcent. En plaçant un profil dans l'écoulement, lorsque le bruit de fond est suffisamment faible, le protocole de mesure décrit ci-dessus permet l'étude du bruit de bord de fuite. Pour étudier l'impact de turbulence sur le bord d'attaque du profil, l'écoulement doit être plus fortement turbulent afin de rendre ce mécanisme dominant. Une grille est donc placée en amont du convergent de la soufflerie et donc du profil. Elle est composée de tiges métalliques de 30 cm de longueur, 1 cm de largeur et quelques mm d'épaisseur, formant un maillage de 36 mailles (6 × 6). Chaque maille forme un carré de 4 cm de côté. Le modèle analytique présenté au chapitre 1 nécessite la connaissance du spectre bidimensionnel de la turbulence  $\Phi_{ww}$  (cf. Eq. 1.30), qui se met également sous la forme du produit de la DSP des fluctuations de vitesse verticale  $\phi_{ww}$  et d'une longueur de corrélation des fluctuations de vitesse  $l_y$ :

$$\Phi_{ww}(K_x, 0) = \frac{U}{\pi} \phi_{ww}(\omega) l_y(\omega).$$
(B.1)

Les deux modèles les plus répandus pour une turbulence isotrope sont ceux de von Kármán et de Liepmann. Sans entrer dans les détails, qui se trouvent par exemple dans Hinze [69], les relations nécessaires sont présentés ci-après. Pour le modèle de von Kármán, nous obtenons :

$$\phi_{ww}^{K}(\omega) = \frac{\bar{w}^2 \Lambda}{6\pi U_0} \frac{3 + 8\left(\frac{K_x}{k_e}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{K_x}{k_e}\right)^2\right]^{11/6}},\tag{B.2}$$



FIG. B.7: DSP de vitesse longitudinale. Données expérimentales (symboles), modèles de Liepmann (--) et de von Kármán (-)

$$l_y^K(\omega) = \frac{8\Lambda}{3} \left(\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(5/6)}\right)^2 \frac{\left(\frac{K_x}{k_e}\right)^2}{\left[3 + 8\left(\frac{K_x}{k_e}\right)^2\right]\sqrt{1 + \left(\frac{K_x}{k_e}\right)^2}},\tag{B.3}$$

avec  $k_e = \frac{\sqrt{\pi}}{\Lambda} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(1/3)}$ ,  $\Gamma$  la fonction gamma d'Euler et  $\Lambda$  l'échelle intégrale de la turbulence.

Ces quantités s'expriment également en utilisant le modèle de Liepmann :

$$\phi_{ww}^{L}(\omega) = \frac{\bar{w^2}\Lambda}{2\pi U_0} \frac{1 + 3K_x^2 \Lambda^2}{(1 + K_x^2 \Lambda^2)^2},$$
(B.4)

പ

$$l_y^L(\omega) = \frac{3\pi\Lambda}{2\sqrt{1+K_x^2\Lambda^2}} \frac{K_x^2\Lambda^2}{1+3K_x^2\Lambda^2}.$$
(B.5)

La statistique du champ de vitesse se réduit alors à l'évaluation de deux paramètres : le carré moyen des fluctuations de vitesse  $\overline{w^2}$  et l'échelle intégrale  $\Lambda$ . Il est cependant nécessaire de valider les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie de la turbulence, et d'évaluer ces paramètres. Des mesures à l'aide d'un fil chaud simple ont été réalisées à une position en aval de la grille, correspondant à la position du bord d'attaque des profils lorsqu'ils sont placés dans l'écoulement sans incidence. Le fil chaud simple donne accès à la DSP des fluctuations de vitesse longitudinale ( $\phi_{uu}$ ) et non de vitesse verticale ( $\phi_{ww}$ ) dont la connaissance est requise pour l'application du modèle d'Amiet. Nous testons donc l'adéquation des modèles sur les

fluctuations de vitesse longitudinale qui s'expriment pour le modèle de von Kármán par :

$$\phi_{uu}^{K}(\omega) = \frac{\bar{u^2}\Lambda}{\pi U} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{K_x}{k_e}\right)^2\right]^{5/6}},\tag{B.6}$$

et pour le modèle de Liepmann par :

$$\phi_{uu}^L(\omega) = \frac{u^2 \Lambda}{\pi U_0} \frac{1}{1 + K_x^2 \Lambda^2}.$$
(B.7)

La figure B.7 montre un bon accord global des deux modèles par rapport aux données expérimentales, en prenant un taux de turbulence  $T_u = 5\%$  et une échelle intégrale  $\Lambda = 0,009$  m. Le modèle de von Kármán offre toutefois une meilleure adéquation et sera donc privilégié. A basse vitesse, c'est-à-dire pour U = 20 m/s, on observe une décroissance plus prononcée en hautes fréquences, liée au comportement visqueux du fluide. Pour prendre en compte cette observation expérimentale, le spectre modélisé est multiplié par  $e^{(-9/4)(K_x/K_\eta)^2}$ ,  $K_\eta$  étant le nombre d'onde correspondant à l'échelle de Kolmogrov prenant ici pour valeur  $K_\eta \approx 4,8 \times 10^4 m^{-1}$ .

## **B.4** Considérations acoustiques

La notion de champ lointain est souvent primordial pour simplifier les formulations des modèles analytiques. Il est toutefois essentiel de distinguer le champ lointain géométrique du champ lointain acoustique. Le premier caractérise la distance d'écoute  $R_0$  par rapport à la dimension sur laquelle les sources sont réparties. Le second caractérise la distance d'écoute par rapport à la longueur d'onde. On considère alors que l'observateur est en champ lointain acoustique lorsque  $R_0 >> \lambda$ .

Le protocole expérimental décrit ci-dessus consistant à placer des profils dans le jet d'une soufflerie débouchant dans une chambre anéchoïque génère des couches de cisaillement à travers lesquelles les ondes sonores se propagent. Cette traversée induit une réfraction des ondes sonores qui modifie leur angle de propagation. Le nombre de Mach des écoulements étudiés est toutefois suffisamment faible pour négliger cet effet.

## Annexe C

## Modèle de Corcos

Corcos modélise en 1963 [41] le spectre en nombre d'ondes du champ de pression pariétale, à l'aide de mesures sur des plaques planes sans gradient de pression. Il propose alors une formulation pour une turbulence homogène, convectée longitudinalement avec une fonction de décroissance des corrélations longitudinales  $A(\xi, \omega)$  et transversales  $B(\eta, \omega)$ :

$$\Pi\left(K_x, K_y, \omega\right) = \frac{\Phi_{pp}(\omega)}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} B(\eta, \omega) \mathrm{e}^{iK_y\eta} d\eta \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi, \omega) \mathrm{e}^{i(K_x - \omega/U_c)\xi} d\xi.$$
(C.1)

Les fonctions  $A(\xi, \omega)$  et  $B(\eta, \omega)$  sont obtenues à partir des données de Willmarth & Wooldridge [123] :

$$A(\xi,\omega) = e^{-\omega|\xi|/(a_c U_c)} , \quad B(\eta,\omega) = e^{-\omega|\eta|/(b_c U_c)}$$
(C.2)

avec  $a_c = 9.09$  et  $b_c = 1.4$ .

On introduit  $\Omega_{pp}(\xi,\eta,\omega)$  tel que :

$$\Pi\left(K_x, K_y, \omega\right) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_{pp}(\xi, \eta, \omega) \mathrm{e}^{i(K_x\xi + K_y\eta)} d\xi d\eta.$$
(C.3)

Ainsi :

$$A(\xi,\omega) = \frac{|\Omega_{pp}(\xi,0,\omega)|}{\Phi_{pp}} \quad , \quad B(\eta,\omega) = \frac{|\Omega_{pp}(0,\eta,\omega)|}{\Phi_{pp}}.$$
 (C.4)

La densité spectrale en pulsation et nombre d'onde transverse s'écrit alors :

$$\Pi_{0}(\omega, K_{y}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi \left( K_{x}, K_{y}, \omega \right) dK_{x}$$

$$= \frac{\Phi_{pp}(\omega)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B(\eta, \omega) e^{iK_{y}\eta} d\eta$$

$$= \frac{\Phi_{pp}(\omega)}{\pi} \int_{0}^{\infty} B(\eta, \omega) \cos \left( K_{y}\eta \right) d\eta \qquad (C.5)$$

Ce résultat est relié au spectre en nombre d'ondes par le facteur  $U_c$  (cf. Eq. (17) dans Schlin-

 $\mathrm{ker}\ \&\ \mathrm{Amiet}\ [113]):$ 

$$\Pi_{0}(\omega/U_{c}, K_{y}) = U_{c}\Pi_{0}(\omega, K_{y})$$
$$= \frac{U_{c}}{\pi} \Phi_{pp}(\omega) l_{y}(\omega, K_{y})$$
(C.6)

où  $l_y(\omega,K_y)$  est la longueur de cohérence transversale :

$$l_y(\omega, K_y) = \frac{\omega/(b_c U_c)}{K_y^2 + \omega^2/(b_c U_c)^2}$$
(C.7)

## Annexe D

# Etude asymptotique du modèle d'Amiet pour le bruit de bord de fuite

L'étude asymptotique qui suit vise à comparer le modèle d'Amiet pour le bruit de bord de fuite avec le modèle décrit par Howe [71]. Ce dernier s'applique à une couche limite turbulente à son passage au droit du bord de fuite d'un profil de grande corde ( $c >> \lambda$ ). La formule de Howe (Eq. (72) de [71]) est donc valable pour les hautes fréquences. La DSP de pression en champ lointain s'exprime pour un observateur placé dans le plan médian du profil par :

$$S_{pp}^{H}(\vec{x},\omega) = \frac{M_c L \sin^2(\theta/2)}{\pi^2 R^2 (1+M_{0r})^2 (1-M_{cr})^2 (1-M_{wr})^2 (1-M_c)} l_y(\omega) \Phi_{pp}(\omega)$$
(D.1)

avec  $M_{0r} = M_0 x_1/R$ ,  $M_{cr} = M_c x_1/R$  et  $M_{wr} = M_w x_1/R$  où  $U_c$  et W sont respectivement les vitesses de convection dans la couche limite et dans le sillage. Un facteur 2 a été supprimé au numérateur puisque le spectre de pression pariétale est obtenue en amont du bord de fuite et non pas dans le sillage du profil. Cette correction est suggérée par Brooks & Hodgson [19]. Pour un écoulement à bas nombre de Mach ( $M^2 \ll 1$ ), le résultat s'obtient en négligeant les termes d'ordre 2 ou supérieur :

$$S_{pp}^{H}(\vec{x},\omega) = \frac{M_c L \sin^2(\theta/2)}{\pi^2 R^2 \left[1 + 2\left(M_0 - M_c - M_w\right)\cos\theta\right] (1 - M_c)} l_y(\omega) \Phi_{pp}(\omega).$$
(D.2)

Pour un nombre de Mach tel que  $M_0 \ll 1$ , la formulation précédente se simplifie encore :

$$S_{pp}^{H}(\vec{x},\omega) = \frac{M_c L \sin^2(\theta/2)}{\pi^2 R^2} l_y(\omega) \Phi_{pp}(\omega).$$
(D.3)

L'étude asymptotique est à présent menée sur le modèle d'Amiet pour le bruit de bord de fuite. La formule (2.24) supposant un grand allongement est utilisée. Seul le terme principal

 $\mathcal{L}_1$  de l'intégrale de rayonnement est retenu, puisque l'étude est ici menée pour le cas limite des hautes fréquences. Nous rappelons la formule d'Amiet pour le cas d'une rafale parallèle, l'observateur étant placé dans le plan médian du profil :

$$S_{pp}^{A}\left(\vec{x},\omega\right) = \left(\frac{\omega c x_{3}}{4\pi c_{0} S_{0}^{2}}\right)^{2} \frac{L}{2} \left|\mathcal{L}\left(\frac{\omega}{U_{c}},0\right)\right|^{2} \Phi_{pp}(\omega) l_{y}\left(\omega\right),\tag{D.4}$$

avec :

$$\mathcal{L}\left(\frac{\omega}{U_c}, 0\right) = -\frac{\mathrm{e}^{2iC}}{iC} \left\{ (1+i)\mathrm{e}^{-2iC}\sqrt{\frac{B}{B-C}} E^*[2(B-C)] - (1+i)E^*[2B] + 1 \right\}, \quad (\mathrm{D.5})$$

où  $B = \alpha \bar{K} + \mu (1 + M_0)$  et  $C = \alpha \bar{K} - \mu (x_1/S_0 - M_0)$ . Les notations sont identiques à celles utilisées au chapitre 2. L'étude asymptotique consiste à effectuer le passage à la limte  $kc = 2\beta_0^2 \mu \to \infty$ . En notant que  $E^*[\infty] = (1-i)/2$  (p. 301 dans Abramowitz & Stegun [1]), on obtient :

$$\left| \mathcal{L}\left(\frac{\omega}{U_c}, 0\right) \right|^2 = \frac{(1+M_0)(1-M_0+M_c)}{\mu^2 M_c \left(1+\frac{x_1}{S_0}\right) \left[\frac{\beta_0^2}{M_c} + M_0 - \frac{x_1}{S_0}\right]^2}.$$
 (D.6)

L'écoulement est ensuite supposé à faible nombre de Mach :

$$\left| \mathcal{L}\left(\frac{\omega}{U_c}, 0\right) \right|^2 \approx \frac{M_c}{\left(\frac{kc}{2}\right)^2 (1 + \cos\theta)},\tag{D.7}$$

et le modèle d'Amiet pour une approche hautes fréquences et bas nombre de Mach fournit :

$$S_{pp}^{A}\left(\vec{x},\omega\right) = \frac{M_{c}L\sin^{2}(\theta/2)}{4\pi^{2}R^{2}}\Phi_{pp}(\omega)l_{y}\left(\omega\right).$$
(D.8)

Une étude asymptotique plus complète est proposée par Roger & Moreau [107]. La comparaison des modèles d'Amiet et de Howe est effectuée ici dans un cas limite, afin de vérifier un éventuel problème de constante. Il est en effet remarquable de noter une différence entre les formules (D.3) et (D.8). La DSP de pression fournie par le modèle d'Amiet est quatre fois plus petite que celle fournie par le modèle de Howe. Cette différence n'est pas encore comprise mais justifie toutefois, au vu des résultats expérimentaux, d'ajouter un facteur 4 au modèle d'Amiet. L'imposition des conditions aux limites semble être une piste intéressante pour expliquer cet écart.

## Annexe E

# Effet de l'écrêtage de signaux sur la cohérence

Les signaux mesurés par les capteurs embarqués sur la pale à 600 tr/min sont saturés. Cependant, les mesures de cohérence et de vitesse de convection ne semblent pas être affectées par la saturation. Dans cette annexe, la saturation est modélisée par un effet d'écrêtage. Ainsi, la cohérence est étudiée pour deux signaux temporels mesurés à la paroi d'une couche limite turbulente. Ces deux signaux sont ensuite écrêtés puis la cohérence de ces signaux écrêtés est comparé à la cohérence des signaux bruts. Les signaux bruts et écrêtés sont présentés sur la figure E.1, la densité spectrale du signal 1 sur la figure E.2.



FIG. E.1: Évolution temporelle de deux signaux issus des mesures de pression pariétale proche du bord de fuite d'un profil. Signal brut et écrêté.

L'effet de l'écrêtage sur la cohérence est observé sur la figure E.3. La comparaison de la cohérence calculée entre les signaux bruts et les signaux écrêtés semblent montrer que la cohérence des signaux écrêtés donne une information tout à fait exploitable et proche de la cohérence effective entre les deux signaux. Cet argument ne tient pas lieu de justification
mais, couplé avec l'évolution cohérente des résultats obtenus sur la pale, il fournit un faisceau d'indicateurs permettant d'accorder une certaine confiance aux résultats présentés.



FIG. E.2: Spectres du signal 1 issu des mesures de pression pariétale proche du bord de fuite d'un profil et du même signal écrêté.



FIG. E.3: Cohérence entre le signal 1 et le signal 2 issus des mesures de pression pariétale proche du bord de fuite d'un profil. Signaux bruts et écrêtés.

## Bibliographie

- Abramowitz M. & Stegun I. A. : Handbook of Mathematical Functions. Dover Publications, New York, 1970.
- [2] Adamczyk J. J. : The passage of an infinite swept airfoil through an oblique gust. Rapport technique, NASA CR-2395, May 1974.
- [3] Amiet R. K. : Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent stream. J. Sound Vib., 41(4), p. 407–420, 1975.
- [4] Amiet R. K. : Effects of compressibility in unsteady airfoil lift theories. In Unsteady Aerodynamics, University of Arizona/AFOSR Symposium, 1975.
- [5] Amiet R. K. : High frequency thin-airfoil theory for subsonic flow. AIAA Journal, 14(8), p. 1076–1082, 1976.
- [6] Amiet R. K. : Noise due to turbulent flow past a trailing edge. J. Sound Vib., 47(3), p. 387–393, 1976.
- [7] Amiet R. K. : Effect of the incident surface pressure field on noise due to turbulent flow past a trailing edge. J. Sound Vib., 57(2), p. 305–306, 1978.
- [8] Arbey H. & Bataille J. : Noise generated by airfoil profiles placed in a uniform laminar flow. J. Fluid Mech., 134, p. 33–47, 1983.
- [9] Arena A. & Mueller T. : Laminar separation, transition, and turbulent reattachment near the leading edge of airfoils. AIAA Journal, 18(7), p. 747–753, 1980.
- [10] Ayres F. J. : Équations différentielles Cours et problèmes. McGraw-Hill, 1972.
- [11] Bailly C. & Comte-Bellot G. : Turbulence. CNRS editions, 2003.
- Bakewell H. P., Carey G. F., Libuha J. J., Schloemer H. H. & Von Winkle
  W. A. : Wall pressure correlations in turbulent pipe. Rapport technique, USL Rpt. No. 559, 1962.
- [13] Batchelor G. K. & Proudman I. : The effect of rapid distortion of a fluid in turbulent motion. Quart. J. Mech. Appl. Math., 7(1), p. 83–103, 1954.
- [14] Blake W. K. : Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration. Applied Mathematics and Mechanics Volume 17-I and Volume 17-II, 1986.

- [15] Blokhintsev D. I. : Acoustics of a nonhomogeneous moving medium. Rapport technique TM - 1399, NASA, 1956.
- [16] Bogey C. & Bailly C. : Investigation of downstream and sideline subsonic jet noise using large eddy simulation. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 20(1), p. 23–40, 2006.
- [17] Bonamy C. : Analyse expérimentale de l'aérodynamique proche paroi et modélisation du bruit de bord de fuite d'un profil d'aile en écoulement subsonique. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2007.
- [18] Bradshaw P. : 'Inactive' motion and pressure fluctuations in turbulent boundary layers. J. Fluid Mech., 30(2), p. 241–258, 1958.
- [19] Brooks T. F. & Hodgson T. H. : Trailing edge noise prediction from measured surface pressures. J. Sound Vib., 78(1), p. 69–117, 1981.
- [20] Brooks T. F., Pope D. S. & Marcolini M. A. : Airfoil self-noise and prediction. Rapport technique RP - 1218, NASA, 1989.
- [21] Bull M. K. : Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow. J. Fluid Mech., 28(4), p. 719–754, 1967.
- [22] Bull M. K. : Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers : Some reflections on forty years of research. J. Sound Vib., 190(3), p. 299–315, 1996.
- [23] Bull M. K. & Thomas S. W. : High frequency wall pressure fluctuations in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids*, 19(4), p. 597–599, 1976.
- [24] Carey G. F., Chlupsa J. E. & Schloemer H. H. : Acoustic turbulent water-flow tunnel. J. Acoust. Soc. Am., 41(2), p. 373–379, 1967.
- [25] Carolus T., Schneider M. & Reese H. : Axial flow fan broad-band noise and prediction. J. Sound Vib., 300, p. 50–70, 2007.
- [26] Casper J. & Farassat F. : Broadband trailing edge noise predictions in the time domain. J. Sound Vib., 271, p. 159–176, 2004.
- [27] Casper J., Farassat F., Mish P. F. & Devenport W. J. : Broadband noise predictions for an airfoil in turbulent stream. In Proceedings of the 41th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, USA, numéro AIAA-2002-0366, 2002.
- [28] Castillo L., Wang X. & George W. K. : Separation criterion for turbulent boundary layers via similarity analysis. ASME Journal of Fluids Engineering, 126, p. 297–304, 2004.
- [29] Castillo L. & George W. K. : Similarity analysis for turbulent boundary layer with pressure gradient : Outer flow. AIAA Journal, 39(1), p. 41–47, 2001.
- [30] Chandiramani K. L. : Diffraction of evanescent waves, with applications to aerodynamically scattered sound and radiation from unbaffled plates. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 55(1), p. 19–29, 1974.

- [31] Chase D. M. : Sound radiated by turbulent flow off a rigid half-plane as obtained from a wavevector spectrum of hydrodynamic pressure. J. Acoust. Soc. Am., 52(3), p. 1011–1023, 1972.
- [32] Chase D. M. : Noise radiated from an edge in turbulent flow. AIAA Journal, 13(8), p. 1041–1047, 1975.
- [33] Chase D. M. : Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure. J. Sound Vib., 70(1), p. 29–67, 1980.
- [34] Choi H. & Moin P. : On the space-time characteristics of wall-pressure fluctuations. *Phys. Fluids A*, 2(8), p. 1450–1460, 1990.
- [35] Chou S. T. & George A. R. : Effect of blunt trailing edge on rotor broadband noise. AIAA Journal, 24(8), p. 1380–1382, 1986.
- [36] Chu B. T. & Kovásznay L. S. G. : Interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. J. Fluid Mech., 3(5), p. 494–514, 1958.
- [37] Clauser F. H. : Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. Journal of the Aeronautical Sciences, 21(2), p. 91–108, 1954.
- [38] Coles D. : The law of the wake in the turbulent boundary layer. J. Fluid Mech., 1(2), p. 191–226, 1956.
- [39] Colonius T. & Lele S. K. : Computational aeroacoustics : progress on nonlinear problems of sound generation. *Progress in Aerospace Sciences*, 40, p. 345–416, 2004.
- [40] Constantinescu G. S. & Lele S. K. : Large eddy simulation of a near sonic turbulent jet and its radiated noise. In Proceedings of the 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, numéro 2001-0376, 2001.
- [41] Corcos G. M. : Resolution of pressure in turbulence. J. Acoust. Soc. Am., 35(2), p. 192–199, 1963.
- [42] Corcos G. M. : The structure of turbulent pressure field in boundary-layer flows. J. Fluid Mech., 18, p. 353–378, 1964.
- [43] Cousteix J.: Turbulence et couche limite. Editions Cepadues, 1989.
- [44] Crighton D. G. & Leppington F. G. : Scattering of aerodynamic noise by a semi-infinite compliant plate. J. Fluid Mech., 43, p. 721–736, 1970.
- [45] **Farabee T. M.**: An experimental investigation of wall pressure fluctuations beneath non-equilibrium turbulent flows. Rapport technique, DTNSRDC No. 86/047, 1986.
- [46] Farabee T. M. & Casarella M. J. : Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers. *Phys. Fluids A*, 3(10), p. 2410–2419, 1991.
- [47] Ffowcs-Williams J. E. & Hall L. H. : Aerodynamic sound generation by turbulent flow in the vicinity of a scattering half-plane. J. Fluid Mech., 40, p. 657–670, 1970.

- [48] Ffowcs-Williams J. E. & Hawkings D. L. : Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. *Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 264(1151), p. 321–342, 1969.
- [49] Ganz U. W., Joppa P. D., Patten T. J. & Scharpf D. F. : Boeing 18-inch fan rig broadband noise test. Rapport technique, NASA CR - 208704, 1998.
- [50] Garcia Sagrado A., Hynes T. & Hodson H. : Experimental investigation into trailing edge noise sources. In Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts, numéro AIAA-2006-2476, 2006.
- [51] George A. R. & Chou S. T. : Broadband rotor noise analyses. Rapport technique CR - 3797, NASA, 1984.
- [52] Gershfeld J. : Leading edge noise from thick foils in turbulent flows. J. Acoust. Soc. Am., 116(3), p. 1416–1426, 2004.
- [53] Gilchrist R. B. & Strawderman W. A. : Experimental hydrophone-size correction factor for boundary-layer pressure fluctuations. *The Journal of the Acoustical Society* of America, 38, p. 298–302, 1965.
- [54] Glegg S., Devenport W. J. & Staubs J. K. : Leading edge noise. In Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts, numéro AIAA-2006-2424, 2006.
- [55] Glegg S. : Airfoil self-noise generated in a cascade. AIAA Journal, 36, p. 1575–1582, 1998.
- [56] Glegg S. & Jochault C. : Broadband self-noise from a ducted fan. AIAA Journal, 36, p. 1387–1395, 1998.
- [57] Gliebe P. R. : Fan broadband self noise prediction model. In Proceedings of the 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Breckenridge, Colorado, numéro AIAA-2002-2490, 2002.
- [58] Gliebe P. R., Ho Y. & Mani R. : Uhb engine fan broadband noise reduction study. Rapport technique, NASA CR-198357, 1995.
- [59] Gloerfelt X., Bailly C. & Juvé D. : Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity flow and application of integral methods. J. Sound Vib., 266, p. 119–146, 2003.
- [60] Goldstein M. E. : Unsteady vortical and entropic distortions of potential flows round arbitrary obstacles. J. Fluid Mech., 89, p. 433–468, 1978.
- [61] Goldstein M. E. & Atassi H. : A complete second-order theory for the unsteady flow about an airfoil due to a periodic gust. J. Fluid Mech., 74, p. 741–765, 1976.
- [62] Goody M. : Empirical spectral model of surface pressure fluctuations. AIAA Journal, 42(9), p. 1788–1794, 2004.

- [63] Goody M. & Simpson R. L. : Surface pressure fluctuations beneath two- and threedimensional turbulent boundary layers. AIAA Journal, 38(10), p. 1822–1831, 2000.
- [64] Grace S. M. : Unsteady blade response : the bvi model vs. the gust model. In Proceedings of the 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Maastricht, Netherlands, numéro AIAA-2001-2209, 2001.
- [65] Gradshteyn I. S. & Ryzhik I. M. : Tables of Integrals, Series and Products. Academic Press, New York, 1980.
- [66] Gravante S. P., Naguib A. M., Wark C. E. & Nagib H. M. : Characterization of the pressure fluctuations under a fully developed turbulent boundary layer. AIAA Journal, 36(10), p. 1808–1816, 1998.
- [67] Grilliat J., Jacob M. C., Camussi R. & Caputi-Genaro G. : Tip leakage experiment - part one : Aerodynamic and acoustic measurements. In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Roma, Italy, numéro AIAA-2007-3709, 2007.
- [68] Hanson D. B. : Study of noise and inflow distortion sources in the nasa qf-1b fan using measured blade and vane pressures. Rapport technique, NASA CR-2899, 1977.
- [69] Hinze J. O. : Turbulence. McGraw-Hill, New-York, 1959.
- [70] Homicz G. F. & Lordi J. A. : A note of the radiative directivity patterns of duct acoustic modes. J. Sound Vib., 41(3), p. 283–290, 1975.
- [71] Howe M. S. : A review of the theory of trailing-edge noise. J. Sound Vib., 61(3), p. 437–465, 1978.
- [72] **Howe M. S.** : Acoustics of Fluid-Structure Interactions. Cambridge University Press, 1998.
- [73] Howe M. S. : Edge-source acoustic green's function for an airfoil of arbitrary chord, with application to trailing-edge noise. The quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 54(1), p. 139–155, 2001.
- [74] Hunt J. C. R. : A theory of turbulent flow round two-dimensional bluff bodies. J. Fluid Mech., 61(4), p. 625–706, 1973.
- [75] Hutcheson F. V. & Brooks T. F. : Effects of angle of attack and velocity on trailing edge noise. In Proceedings of the '42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit' Conference, Reno, Nevada, numéro AIAA-2004-1031, 2004.
- [76] Keith W. L. & Bennett J. C. : Low frequency measurements of the wall shear stress and wall pressure in a turbulent boundary layer. AIAA Journal, 29(4), p. 526–530, 1991.
- [77] Keith W. L., Hurdis D. A. & Abraham B. M. : A comparison of turbulent boundary layer wall-pressure spectra. ASME Journal of Fluids Engineering, 114(3), p. 338–347, 1992.

- [78] Kelner V., Grondin G., Léonard O. & Moreau S. : Multi-objective optimization of a fan blade by coupling a genetic algorithm and a parametric flow solver. In Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial and Societal Problems, 2005.
- [79] Landahl M.: Unsteady Transonic Flow. New-York : Pergamon Press, 1961.
- [80] Longhouse R. E. : Vortex shedding noise of low tip speed, axial flow fans. J. Sound Vib., 53(1), p. 25–46, 1977.
- [81] Lowson M. V. : The sound field for singularities in motion. Proc. Roy. Soc., A286, p. 559–572, 1965.
- [82] Maciel Y., Rossignol K.-S. & Lemay J. : Self-similarity in the outer region of adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers. AIAA Journal, 44(11), p. 2450– 2464, 2006.
- [83] Marsden O., Bogey C. & Bailly C. : Direct noise computation around a 3-d naca 0012 airfoil. In Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts, 2006.
- [84] McGrath B. E. & Simpson R. L. : Some features of surface pressure fluctuations in turbulent boundary layers with zero and favorable pressure gradients. Rapport technique, NASA CR-4051, 1987.
- [85] Menter F. R. : Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal, 32(8), p. 269–289, 1994.
- [86] Mish P. F. : An experimental investigation of unsteady surface pressure on single and multiple airfoils. PhD dissertation, Virginia Tech, 2003.
- [87] Monin A. S. & Yaglom A. M. : Statistical Fluid Mechanics, volume 2. MIT Press, 1975.
- [88] Moreau S., Henner M., Casalino D., Gullbrand J., Iaccarino G. & Wang M. : Toward the prediction of low-speed fan noise. In Center for Turbulence Research, Proceedings of the Summer Program 2006, 2006.
- [89] Moreau S., Henner M., Iaccarino G., Wang M. & Roger M. : Analysis of flow conditions in freejet experiments for studying airfoil self-noise. *AIAA Journal*, 41(10), p. 1895–1905, 2003.
- [90] Moreau S. & Roger M. : Effect of airfoil aerodynamic loading on trailing-edge noise sources. AIAA Journal, 43(1), p. 41–52, 2005.
- [91] Moreau S. & Roger M. : Competing broadband noise mechanisms in low-speed axial fans. AIAA Journal, 45(1), p. 48–57, 2007.
- [92] Moreau S., Roger M. & Jurdic V. : Effect of angle of attack and airfoil shape on turbulence interaction noise. In Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, California, numéro AIAA-2005-2973, 2005.

- [93] Moreau S., Schram C. & Roger M. : Diffraction effects on trailing-edge noise measured in an open-jet anechoic wind tunnel. In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Roma, Italy, numéro AIAA-2007-3706, 2007.
- [94] Myers M. R. & Kerschen E. J. : Influence of incidence angle on sound generation by airfoils interacting with high frequency gusts. J. Fluid Mech., 292, p. 271–304, 1995.
- [95] Na Y.: Direct numerical simulation of turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation. PhD dissertation, Stanford University, 1996.
- [96] Na Y. & Moin P. : The structure of wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation. J. Fluid Mech., 377, p. 347–373, 1998.
- [97] Noble B. : Methods based on the Wiener-Hopf technique for the solution of partial differential equations. Pergamon Press, 1958.
- [98] Oerlemans S. & Migliore P. : Aeroacoustic wind tunnel tests of wind turbine airfoils. In Proceedings of the 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, UK, numéro AIAA-2004-3042, 2004.
- [99] Olsen W. & Wagner J. : Effect of thickness on airfoil surface noise. AIAA Journal, 20(3), p. 437–439, 1982.
- [100] Paterson R. W. & Amiet R. K. : Acoustic radiation and surface pressure characteristics of an airfoil due to incident turbulence. Rapport technique CR - 2733, NASA, september 1976.
- [101] Paterson R. W. & Amiet R. K. : Noise of a model helicopter rotor due to ingestion of turbulence. Rapport technique CR - 3213, NASA, november 1979.
- [102] Posson H. & Roger M. : Parametric study of gust scattering and sound transmission through a blade row. In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Roma, Italy, numéro AIAA-2007-3690, 2007.
- [103] Powell A. : On the aerodynamic noise of a rigid flat plate moving at zero incidence. J. Acoust. Soc. Am., 31(12), p. 1649–1653, 1959.
- [104] Pérennès S. : Caractérisation dessources de bruit aérodynamique à basses fréquences de dispositifs hypersustentateurs. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1999.
- [105] Roger M. & Moreau S. : Broadband self-noise from loaded fan blades. AIAA Journal, 42(3), p. 536–544, 2004.
- [106] Roger M. & Moreau S. : Back-scattering correction and further extensions of Amiet's trailing edge noise model. part 1 : theory. J. Sound Vib., 286(3), p. 477–506, 2005.
- [107] **Roger M. & Moreau S.** : Back-scattering correction and further extensions of Amiet's trailing edge noise model. part 2 : applications. *J. Sound Vib.*, submitted for publication.
- [108] Roger M., Moreau S. & Guédel A. : Vortex-shedding noise and potentialinteraction noise modeling by a reversed Sears' problem. In Proceedings of the 12th

AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts, numéro AIAA-2006-2607, 2006.

- [109] Roger M. & Serafini S. : Interaction noise from a thin annulus in a circular jet. In Proceedings of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, California, numéro AIAA-2005-2958, 2005.
- [110] Sandberg R. D., Jones L. E., Sandham N. D. & Joseph P. F. : Direct numerical simulations of noise generated by airfoil trailing edges. In Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Roma, Italy, numéro AIAA-2007-3469, 2007.
- [111] Schewe G. : On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow. J. Fluid Mech., 134, p. 331–328, 1983.
- [112] Schlichting H.: Boundary-Layer Theory. McGraw-Hill, 6<sup>th</sup> édition, 1968.
- [113] Schlinker R. H. & Amiet R. K. : Helicopter rotor trailing edge. Rapport technique CR - 3470, NASA, 1981.
- [114] Schloemer H. H. : Effects of pressure gradients on turbulent-boundary-layer wallpressure fluctuations. J. Acoust. Soc. Am., 42(1), p. 93–113, 1967.
- [115] Schwarzschild K. : Die beugung und polarisation des lichts durch einen spalt i. Mathematische Annalen, 55, p. 177–247, 1902.
- [116] Sears W. R. : Some aspects of non-stationary airfoil theory and its practical applications. J. Aeronaut. Sci., 8, p. 104–108, 1941.
- [117] Simpson R. L., Ghodbane M. & McGrath B. E. : Surface pressure fluctuations in a separating turbulent boundary layer. J. Fluid Mech., 177, p. 167–186, 1987.
- [118] Stephens D. B. & Morris S. C. : The effect of blade loading on sound sources in a ducted rotor. In Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts, numéro AIAA-2006-2683, 2006.
- [119] Tyler J. M. & Sofrin T. G. : Axial flow compressor noise studies. Society of Automotive Engineers Transactions, 70, p. 309–332, 1962.
- [120] von Kármán T. & Sears W. R. : Airfoil theory for non-uniform motion. Journal of the Aeronautical Sciences, 5(10), p. 379–390, 1938.
- [121] Wang M., Freund J. B. & Lele S. K. : Computational prediction of flow-generated sound. Ann. Rev. Fluid Mech., 38, p. 483–512, 2006.
- [122] Willmarth W. W. & Roos F. W. : Resolution and structure of the wall pressure field beneath a turbulent boundary layer. J. Fluid Mech., 22, p. 81–94, 1965.
- [123] Willmarth W. W. & Wooldridge C. E. : Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer. J. Fluid Mech., 14, p. 187–210, 1962.
- [124] Zagarola M. V. & Smits A. J. : Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. J. Fluid Mech., 373, p. 33–79, 1998.

dernière page de la thèse

## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 avril 2002,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur M. ROGER

et les rapports de

Monsieur G. CAIGNAERT Professeur - ENSAM Lille - Laboratoire de Mécanique de Lille - 8 bd Louis XIV - 59046 LILLE

Et de

Monsieur Y. GERVAIS Professeur - LEA - Université de Poitiers - SP2MI - Téléport 2, boulevard Pierre et Marie Curie - BP 30179 86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL cedex

## Monsieur ROZENBERG Yannick

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de DOCTEUR

## Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE (MEGA)

Fait à Ecully, le 6 décembre 2007

P/Le Directeur de l'E.C.L. Directeur des Etudes SCOLAF ★ J\_JOSEPH