



HAL
open science

Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens

Sara Arditì

► **To cite this version:**

Sara Arditì. Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens. Education. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2011. Français. NNT : 11/PA07/0068 . tel-00750970

HAL Id: tel-00750970

<https://theses.hal.science/tel-00750970>

Submitted on 12 Nov 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS 7 - DENIS DIDEROT

THÈSE

Pour l'obtention du Diplôme de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT

Spécialité

DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Sara ARDITI

**VARIABILITÉ DES PRATIQUES EFFECTIVES
DES PROFESSEURS DES ECOLES
UTILISANT UN MÊME MANUEL ECRIT PAR DES DIDACTIENS**

Thèse dirigée par M. Denis BUTLEN et Mme Aline ROBERT

Présentée et soutenue publiquement le 24 Novembre 2011

Membres du Jury

M. Denis BUTLEN	Directeur
Mme Lalina COULANGE	Examineur
M. Christophe HACHE	Examineur
Mme Claudine MARY	Rapporteur
Mme Marie-Lise PELTIER	Invitée
Mme Aline ROBERT	Directeur
M. Gérard SENSEVY	Rapporteur

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mes directeurs de thèse, Aline Robert et Denis Butlen, pour toute l'aide qu'ils m'ont apportée durant ces quatre années de doctorat. Leur patience et leur disponibilité m'ont été précieuses. Les séances de travail chez Aline, en leur compagnie à tous les deux, ont été des moments d'échanges très riches pour ma formation en tant que chercheuse et resteront parmi les très bons souvenirs de ces quelques années de travail.

Mes remerciements s'adressent également à Claudine Mary et Gérard Sensevy pour avoir été les rapporteurs de cette thèse et pour leurs remarques fructueuses, ainsi qu'aux membres du jury, Christophe Hache et Marie-Lise Peltier. Je remercie Lalina Coulangue, également membre du jury, qui m'a soutenue et aidée et qui, entre deux tétés, a pris la peine de faire un aller-retour à Paris pour répondre à ma demande concernant sa présence lors de cette soutenance.

Tous les chercheurs -jeunes ou confirmés- qui m'ont accompagnée pendant ces quatre années ont contribué à l'enrichissement et à l'aboutissement de ce travail de recherche. Je souhaite remercier en particulier Caroline Bulf qui m'a accueillie à Paris VII quand j'ai commencé mon doctorat et qui a toujours été présente pour répondre à mes diverses interrogations sur la recherche.

Surtout, mes remerciements vont aux enseignants qui ont donné de leur temps, qui m'ont accueillie dans leur classe et qui m'ont permis de mener ce travail.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont été présents à mes côtés, qui m'ont encouragée, qui m'ont soutenue pendant la soutenance, qui m'ont supportée dans les moments les plus laborieux, qui m'ont offert un logement lors de mes séjours parisiens, qui m'ont relue, qui m'ont aidée à planifier mes semaines de travail, qui m'ont écoutée ainsi que ceux qui n'étaient pas là mais sans qui rien n'aurait été possible : Nora, Catherine, Jean, Jean-Jacques, Janine, Boris, Chrystelle, Claire, Damien, Elouan, Geneviève, Guillaume, Laura, Magnolia, Maïté, Mathieu, Mourad, Mylène, Taoufik.

A Catherine et Jean-Jacques

Sommaire

INTRODUCTION	11
Dimensions d'étude.....	15
Conséquences des deux dimensions d'étude.....	20
Plan de la thèse.....	22
CADRE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE	25
Pour étudier la première étape de la transposition.....	27
<i>Cadre théorique pour l'analyse de la première étape de la transposition</i>	28
<i>Méthodologie d'analyse de la première étape de la transposition</i>	36
Pour étudier la deuxième étape de la transposition.....	37
<i>Une double approche des pratiques</i>	37
<i>Transposition et théorie de l'activité : du savoir à enseigner au savoir enseigné</i>	39
<i>Savoirs enseignés</i>	42
<i>Méthodologie générale d'analyse de la mise en œuvre des situations du manuel en classe</i>	49
PARTIE I : LE MANUEL <i>EUROMATHS</i>	59
CHAPITRE I : ANALYSE DU MANUEL <i>EUROMATHS</i>	63
Présentation du manuel	65
Analyse de la transposition d'une situation tirée d'une ingénierie didactique construite par Perrin et Douady.....	68
<i>Situation proposée par Perrin et Douady dans la brochure IREM 62</i>	68
<i>Transposition de cette situation dans le manuel <i>Euromaths</i></i>	69
Analyse des savoirs à enseigner contenus dans le manuel <i>Euromaths</i>	79

<i>Premier cycle long du processus d'enseignement des fractions du manuel Euromaths : les fractions usuelles</i>	80
<i>Deuxième cycle long du processus d'enseignement des fractions du manuel Euromaths : les fractions décimales.....</i>	89
<i>Troisième cycle long : fractions décimales et nombres décimaux.....</i>	93
<i>Canevas du processus d'enseignement des fractions et décimaux.....</i>	95
CHAPITRE 2 : COMPARAISON DE SIX MANUELS SUR LE THÈME DES FRACTIONS.....	99
Présentation des manuels	101
Comparaison des processus d'enseignement : méthodologie	104
Comparaison des différents manuels	111
Conclusion sur les processus d'enseignement des différents manuels	149
CONCLUSION SUR LE MANUEL EUROMATHS	152
PARTIE II : PRATIQUES EFFECTIVES DES PROFESSEURS DES ÉCOLES UTILISANT LE MANUEL EUROMATHS.....	155
CHAPITRE I : ANALYSE DES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS, LES PROCESSUS D'ENSEIGNEMENT.....	163
Introduction	165
Canevas du processus d'enseignement mis en place par l'enseignante E.....	168
<i>Activité</i> d'introduction mise en œuvre par l'enseignante E.....	174
Place de l'institutionnalisation chez les différents enseignants	176
Phases de familiarisation	185
En conclusion sur les transpositions observées des processus d'enseignement.....	192

CHAPITRE 2 : COMPARAISON DES PRATIQUES DE CINQ ENSEIGNANTS AUTOUR DE LA MISE EN ŒUVRE D'UNE MÊME ACTIVITÉ DU MANUEL.....	195
Introduction	197
Méthodologie d'analyse pour la comparaison des pratiques des enseignants autour de la mise en œuvre d'une même <i>activité</i>	198
<i>Alternatives, marges de manœuvres et observables</i>	198
<i>Choix de l'activité de découverte de l'étape 16 du manuel Euromaths et alternatives autour de cette activité particulière.....</i>	203
Différents types de pratiques des enseignants.....	221
<i>Les enseignantes D et E : un écart a priori important avec ce qui est prescrit par le manuel</i>	224
<i>Les enseignants A, B et C : peu d'écarts entre la tâche redéfinie et ce qui est prescrit par le manuel</i>	255
Limites de la situation et difficultés liées à sa réalisation	274
<i>Différents types de pratiques et conséquences sur la mise en œuvre de l'activité</i>	275
<i>Des facteurs potentiels d'incompatibilité</i>	277
CHAPITRE 3 : ANALYSE DES PRATIQUES DE L'ENSEIGNANTE E.....	283
Introduction	285
Différents types d' <i>activité</i>	286
<i>Indicateurs pour la catégorisation des activités du manuel</i>	286
Analyse des pratiques de l'enseignante E lors de la mise en œuvre d' <i>activités</i> ayant des caractéristiques différentes	300
<i>Redéfinition des tâches.....</i>	300
<i>Réalisation des tâches redéfinies.....</i>	327
En conclusion sur les pratiques de cette enseignante lorsqu'elle utilise les <i>activités</i> du manuel <i>Euromaths</i>	341

CONCLUSION SUR LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS UTILISANT LE MANUEL <i>EUROMATHS</i>	343
CONCLUSION	347
Le manuel <i>Euromaths</i> : des résultats concernant la première étape de la transposition.....	351
Manuel et pratiques des enseignants : des résultats concernant la deuxième étape de la transposition.....	352
Des questions plus générales concernant la compatibilité entre pratiques et utilisation du manuel.....	362
Discussion méthodologique et limites.....	364
Pistes pour la recherche et pour la formation.....	365
BIBLIOGRAPHIE, BIBLIOGRAPHIE COMPLÉMENTAIRE, MANUELS ET LIVRES DU MAÎTRE	369
ANNEXES	375

INTRODUCTION

Cette recherche porte sur les pratiques des enseignants du primaire et sur les utilisations possibles qu'ils peuvent faire d'un même manuel écrit par des didacticiens. L'objectif est double. Il s'agit tout d'abord d'étudier comment les professeurs des écoles s'emparent d'un média qui leur est destiné, afin de contribuer dans un deuxième temps aux travaux sur les analyses des pratiques des enseignants. Nous cherchons en particulier à comprendre ce qu'un manuel écrit par des chercheurs et formateurs en didactique des mathématiques peut ou non apporter aux professeurs des écoles exerçant dans des classes ordinaires, dans quelle mesure il enrichit les pratiques avec des effets plus ou moins attendus ou en relation avec les activités des élèves.

Enjeux de la recherche

La question des utilisations possibles des manuels nous a semblé centrale dès les premières observations effectuées pour un travail de mémoire de master sur les pratiques d'une enseignante débutante. Il était apparu que l'ouvrage qu'elle utilisait pouvait être à l'origine de certaines caractéristiques de ses pratiques. De plus, nous avons pu constater qu'il était difficile pour les étudiants préparant un master professeur des écoles et pour les enseignants sortant de l'IUFM de comprendre ce qui pouvait être en jeu dans les manuels qu'on leur propose.

Au fil de nos lectures, il nous est apparu que les manuels peuvent influencer les pratiques (Butlen, 2004) et conditionner les mathématiques enseignées Chevallard (2002). Margolinas et Wozniak (2009) soulignent que « le manuel est un élément incontournable de l'environnement professionnel de l'enseignant ». La plupart des enseignants en utilisent et particulièrement en mathématiques. Pourtant, peu de recherches portent sur les usages que les professeurs font de cet outil. Dans un contexte où ils ont le choix entre une grande diversité de manuels, il nous a semblé essentiel de s'intéresser à la façon dont les enseignants pouvaient s'emparer de cet outil presque incontournable sans aucune formation particulière quant à son utilisation en classe.

La communicabilité des recherches en didactique est une question récurrente. Brousseau (1998a) et Artigue (1990) pointent, la difficulté de transmission aux enseignants des résultats de la recherche et plus particulièrement des conditions de reproductibilité

d'une situation¹. De plus, les enseignants ne se les approprient pas facilement et semblent très peu les utiliser. Bolon (1996) conclut ainsi son travail de thèse sur les difficultés que peuvent rencontrer les enseignants, dans des classes ordinaires, à mettre en œuvre les situations émanant du monde de la recherche.

Des didacticiens conscients de ces problèmes se sont lancés dans l'aventure de l'écriture de manuels de mathématiques pour l'école élémentaire. Pour Briand et Peltier (2008) qui sont les auteurs de tels ouvrages, la conception et l'écriture de manuels prend une place importante dans la transposition des savoirs mathématiques à enseigner et permettrait le « nécessaire travail de vulgarisation de la recherche en didactique » (Briand & Peltier, *ibid.*). Le manuel *Euromaths* (livre de l'élève) a été publié pour la première fois en 2006 et le livre du professeur correspondant en 2007, année du début de cette recherche. Nous nous sommes intéressés à ce manuel récent pour plusieurs raisons. Etant donné qu'il venait de paraître, il pouvait prendre en compte les avancées de la recherche en didactique. De plus, comme nous le verrons dans une analyse comparative avec d'autres manuels (Partie II, chapitre 2), sa conception est originale. C'est un manuel qui a été construit, comme le précisent deux des auteurs (Briand & Peltier, *ibid.*) pour servir, entre autres, de vecteur de transmission des recherches en didactique aux professeurs des écoles. Leurs objectifs généraux, définis dans l'article, sont à la fois de représenter plusieurs facettes des mathématiques, de maintenir une problématisation des savoirs et d'éviter l'ostension déguisée, d'organiser la planification notamment entre situations d'apprentissage, activités de découverte, entraînements et institutionnalisations mais aussi de permettre à l'enseignant de pouvoir réfléchir sur sa pratique. L'intérêt d'étudier les pratiques liées à ce manuel découle de la conscience qu'ont les auteurs des difficultés propres à la transmission des résultats des recherches en didactique à des enseignants du primaire. C'est-à-dire que ce que l'on peut tester résulte d'un effort explicite de transposition. Il nous a donc semblé intéressant d'aller dans des classes ordinaires pour comprendre comment ce manuel pouvait être « reçu » par les enseignants et si les objectifs des auteurs, cités ci-dessus, étaient visibles dans les classes.

¹ Il s'agit ici de situations d'enseignement ou d'apprentissage, c'est-à-dire de situations-problème ou de situations a-didactiques assorties d'un certain nombre de conditions qui en feront une situation d'apprentissage (Cf. p.25).

Pour délimiter le champ de la recherche, sachant que de nombreux travaux ont déjà été menés sur l'enseignement des rationnels, c'est ce thème qui a été retenu. La transposition ou la « vulgarisation » qu'en font les auteurs peut être caractérisée à partir de l'étude des résultats des recherches sur cette notion et de ce que l'on trouve dans le manuel.

Les constats faits ci-dessus, notamment en termes de difficultés de transmission des recherches et de buts des auteurs d'*Euromaths*, nous ont amenés à nous poser différentes questions. Comment un tel manuel peut-il être reçu par les enseignants ? En tant qu'outil de vulgarisation permettrait-il de proposer des situations et processus d'enseignement² communicables et plus accessibles que des ingénieries didactiques pour les enseignants ?

Afin de mieux comprendre l'usage que les professeurs des écoles font d'un tel outil et notamment la façon dont ils mettent en œuvre ce qui y est proposé, nous nous proposons d'étudier la variabilité des pratiques des enseignants autour d'un même chapitre de ce manuel écrit par des didacticiens. A terme, un des enjeux de cette étude serait celui de la formation des enseignants.

Dimensions d'étude

Une première dimension : les pratiques des enseignants

Dans cette thèse, nous cherchons à caractériser les utilisations possibles d'un même manuel par différents enseignants, en relation étroite avec les spécificités et ambitions didactiques de cet ouvrage - nous nous intéressons donc en particulier aux mathématiques enseignées et aux apprentissages correspondants des élèves que nous allons apprécier en relation avec le manuel.

Si l'utilisation que les enseignants du primaire exerçant dans des classes ordinaires peuvent faire de cet outil est en cause dans notre travail, c'est qu'elle peut modifier les mathématiques contenues dans le manuel et qu'elle va, en relation avec ce dernier,

² Les processus d'enseignement correspondent à l'enchaînement de situations d'apprentissages, d'exercices de familiarisation et de phases d'institutionnalisation aboutissant à l'apprentissage d'une notion.

conditionner les mathématiques enseignées. En effet, les professeurs des écoles peuvent « interpréter » les situations, au sens d' Arzac (1989).

« Le chercheur se heurte au fait que l'enseignant qui expérimente une situation conçue par le premier 'interprète' la situation. Cette interprétation de l'enseignant, qui se traduit concrètement par des initiatives imprévues pendant le déroulement de la séance de classe, nous semble devoir être prise comme objet d'étude en elle-même et non comme une sorte de « bruit » inévitable dans l'expérimentation. »

Perrin et Hersant (2003) soulignent aussi que ce n'est pas parce qu'une situation possède des caractéristiques propres à l'apprentissage qu'elle sera utilisée comme telle par les enseignants. Enfin, les professeurs des écoles peuvent apporter des modifications aux progressions et processus d'enseignement.

« Parler de reproductibilité ne nous paraît pas adéquat pour décrire comment des enseignants ordinaires, étrangers à la sphère des chercheurs, s'emparent de scénarios pédagogiques. Nous préférons parler d'appropriation : comment les enseignants s'approprient des propositions émanant du monde de la recherche, les adaptent, en tirent parti, au risque qu'ils fassent « tout et n'importe quoi » (aux yeux des chercheurs). » (Bolon, 1996).

Dans notre étude il ne s'agit pas de scénarios pédagogiques directement issus des recherches mais de leur transposition. Cependant, on peut faire l'hypothèse que les processus d'enseignement contenus dans le manuel vont aussi être « adaptés » par les enseignants et ce en fonction de leurs pratiques (le manuel n'étant pas totalement prescriptif).

Les enseignants peuvent respecter les choix des auteurs ou modifier les mathématiques contenues dans le manuel lorsqu'ils l'utilisent, la question étant, dans le deuxième cas, de comprendre dans quelle mesure ils le modifient. Pour comprendre comment un manuel peut conditionner les mathématiques enseignées, il faut alors prendre en compte les adaptations des processus d'enseignement du manuel ainsi que les interprétations que les enseignants font des situations, c'est-à-dire les adaptations effectuées au niveau global comme au niveau local.

Les auteurs d'*Euromaths* (Briand & Peltier, 2008) remarquent que le manuel ne peut pas contrôler *a priori* les « aménagements artisanaux » des enseignants et proposent deux alternatives quant à son écriture. Pour ce qui est de la première, le manuel serait

« didactiquement fiable et efficace ». Il semblerait donc que dans ce cas, les enseignants devraient n'avoir aucune difficulté à mettre en œuvre les activités proposées. Selon les auteurs le manuel devrait « s'imposer » à tous. Les enseignants pourraient mettre en œuvre les processus d'enseignement et les situations d'apprentissage du manuel quelque soit leur type de pratiques. Leurs adaptations des processus et interprétations des situations seraient alors minimales et non problématiques. La deuxième alternative correspondrait à un manuel conçu pour se mettre au « service du bricolage didactique des enseignants ». Avec cette possibilité, les auteurs des manuels ne chercheraient pas à contrôler *a minima* les aménagements artisanaux des enseignants. Le manuel serait alors construit de façon à ce que les enseignants puissent adapter ce qu'ils y trouvent.

Euromaths semble, *a posteriori*, se placer dans la première catégorie. Nous cherchons donc à comprendre comment les enseignants s'emparent du manuel étudié et si ce dernier est bien un outil « didactiquement fiable » qui s'impose à tous les enseignants. Permet-il de contrôler *a minima* les aménagements artisanaux des professeurs des écoles? Et si ce n'est pas le cas, quelles en sont les conséquences sur les apprentissages potentiels des élèves ?

Pour répondre à ces questions, l'analyse en termes de pratiques des enseignants n'est pas suffisante. En effet, afin de comprendre comment les enseignants peuvent s'emparer du manuel et l'adapter, il s'agit tout d'abord de savoir quelles sont les alternatives possibles autour de son utilisation. Il nous faut donc déterminer ce qui s'y trouve.

Deuxième dimension : Le manuel et la transposition des résultats des recherches en didactique

Les recherches en didactique permettent de proposer à la fois l'élaboration de processus d'enseignement comme succession de différentes situations d'apprentissage, exercices d'entraînement et phases d'institutionnalisation, aboutissant à l'apprentissage d'une notion, et la construction des situations d'apprentissage qui les constitue. Lors de l'écriture de leur manuel, les auteurs d'*Euromaths* s'appuient sur les résultats des recherches en didactique des mathématiques autour de l'enseignement d'une notion. Ainsi, ils se servent des processus d'enseignement et des situations développés par les chercheurs en didactique. Le manuel peut alors être considéré comme un moyen de vulgarisation des recherches en didactique permettant de faire le lien avec les enseignants. En effet, ces derniers utilisent très peu les processus construits directement par les didacticiens (ingénieries) mais la

plupart d'entre eux construisent leur enseignement des mathématiques à partir d'un manuel.

Le premier travail lors de l'écriture d'un manuel par des didacticiens correspond à la définition donnée de la transposition par Chevallard.

« Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit [...] un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les *objets d'enseignement*. Le « travail » qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé *la transposition didactique*.» (Chevallard, 1980)

Les « contenus de savoir » ayant été désignés (dans les programmes), sont transposés par les auteurs et didacticiens afin de devenir des objets d'enseignement. C'est une transposition des savoirs mathématiques.

Mais, la transposition effectuée lors de l'écriture d'un manuel n'est pas seulement de l'ordre des savoirs mathématiques. Des contraintes de différentes natures s'imposent aux auteurs de manuels. Elles peuvent venir de l'éditeur (nombre de pages, moyens financiers, temps accordé pour l'écriture du manuel), elles peuvent être liées à l'institution et notamment aux programmes, y compris antérieurs, ou à la nature même de la didactique et plus précisément au fait que les ingénieries sont des produits de la recherche et non des objets d'enseignement. Ces différentes contraintes ont des conséquences sur la transmission des processus d'enseignements et des situations. Les auteurs, lorsqu'ils ont comme ambition d'écrire un manuel inspiré des recherches en didactique ont donc à en transposer les résultats en fonction de ces différents éléments et en particulier par rapport aux difficultés liées à leur communicabilité et à leur caractère non prescriptif, sans certitude que « cela va marcher ». En effet, Brousseau (1998b) pointe, le fait que les résultats des recherches en didactique sont difficiles à transmettre aux enseignants. Il précise à propos d'un curriculum (ou processus d'enseignement) pour l'enseignement des décimaux qu'il a construit, qu'il n'est pas souhaitable de le communiquer aux enseignants : « la principale raison réside dans la difficulté à communiquer les informations nécessaires ». Selon lui, si les processus d'enseignement sont difficilement transmissibles, il en est de même pour les situations.

« Il est très difficile pour un chercheur ou un professeur, de publier à l'intention de ses collègues, mais aussi de lire, la description détaillée des conditions nécessaires à une situation d'enseignement (dans l'état actuel de la didactique, cette description demande au moins une trentaine de pages). La coutume le conduit à n'en décrire, de façon succincte, que

le déroulement et les effets, ce qui est tout à fait insuffisant pour une bonne reproduction [...] » (Brousseau, 1998a)

Artigue (1990) développe une idée similaire selon laquelle les analyses *a priori* ne peuvent pas être communiquées dans leur intégralité.

« Une analyse *a priori*, du fait de sa longueur, *a fortiori* lorsqu'il s'agit d'un travail de macro-ingénierie [construction d'un processus d'enseignement d'une notion dans son ensemble], est pratiquement incommunicable *in extenso* » (Artigue, *ibid.*).

Or, la communicabilité de cette analyse correspond en grande partie à ce qui fait la communicabilité d'un processus d'enseignement ou d'une situation d'apprentissage. C'est la communication de l'analyse *a priori* et non la seule description du déroulement et des effets d'une situation qui permettrait aux enseignants de reproduire les conditions nécessaires pour donner du sens à une notion. Artigue (*ibid.*) précise en effet que les problèmes de communicabilité des ingénieries didactiques construites par les chercheurs induisent des questions quant à la reproductibilité des situations. Les didacticiens quand ils décrivent des processus d'enseignement afin de les transmettre aux enseignants sont amenés, parce qu'ils s'adressent à un public de non-didacticiens, à « gommer le didactique de la description » (*ibid.*). Ils vont privilégier les caractéristiques externes des situations didactiques aux dépens des caractéristiques internes. Or, les caractéristiques externes permettent une reproductibilité des « histoires » de classe mais non une reproductibilité du sens. Cette dernière étant essentielle pour éviter l'obsolescence des situations, c'est-à-dire pour éviter que les enseignants cherchent à reproduire ce qui s'est déjà passé dans leurs classes plutôt que les conditions nécessaires à l'apprentissage. En effet, Brousseau définit l'obsolescence comme suit.

« Nous entendons par obsolescence le phénomène suivant : [...] les maîtres [...] au lieu de reproduire des conditions qui, tout en produisant le même résultat laissent libres les trajectoires, [...] reproduisent au contraire une 'histoire', un déroulement semblable à celui des années précédentes, par des interventions qui, même discrètes, dénaturent les conditions didactiques garantes d'une signification correcte des réactions des élèves : les comportements obtenus sont apparemment les mêmes mais les conditions dans lesquelles ils ont été obtenus en modifient le sens, plus proche du comportement culturel. » (Brousseau, 1998b)

Ces contraintes de communicabilité et de reproductibilité didactiques concernent donc les auteurs de manuels qui cherchent à transmettre les situations d'apprentissage et

processus d'enseignement issus des recherches en didactique. Lors de l'écriture de leur ouvrage ils vont donc avoir à transposer à la fois les savoirs mathématiques mais aussi certains savoirs issus des recherches en didactique.

Il s'agit alors pour nous de comprendre ce qui est proposé à l'usage des enseignants, de cerner les choix et les intentions des auteurs concernant les savoirs « à enseigner » lorsqu'ils construisent leur manuel. Ce qui revient à se poser les questions suivantes. Quels sont les savoirs « à enseigner » contenus dans le manuel ? Et donc, quelle transposition des savoirs « savants » mathématiques et didactiques est effectuée par les auteurs ? Le manuel peut-il être un outil de vulgarisation des recherches en didactique, peut-il être un outil de formation pour les enseignants et dans quelle mesure ? Peut-il être un vecteur de transmission des recherches en didactique ? Peut-il être un outil pour les apprentissages ?

Conséquences des deux dimensions d'étude

Afin de comprendre comment un manuel écrit par des didacticiens peut être utilisé dans la classe, il nous faut donc analyser une transposition en deux étapes que l'on peut schématiser comme ci-dessous.

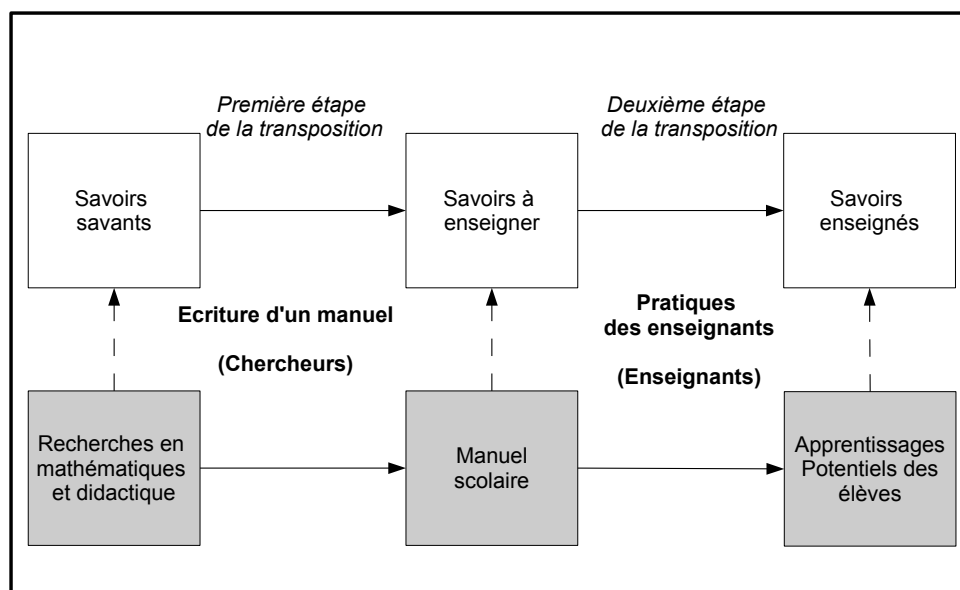


Figure 1 : Une double transposition

Le savoir savant auquel on s'intéresse lors de la première étape correspond à la fois à celui lié aux mathématiques mais aussi à celui lié à la didactique. Les savoirs à enseigner et enseignés sont mathématiques.

Dans notre travail, nous approchons les savoirs enseignés en référence aux apprentissages potentiels, qui seront à préciser. La deuxième étape de la transposition sera donc appréciée à partir des apprentissages potentiels qui servent de référence. Ces derniers seront accessibles à partir d'une analyse de ce qui se passe en classe -des activités des élèves- et donc de ce que l'enseignant organise pour eux en termes de fréquentation des mathématiques. Pour comprendre ce qui se passe en classe en fonction de ce qu'on trouve dans le manuel, c'est-à-dire pour comprendre ce que les enseignants ont la possibilité de faire à partir de ce dernier, les alternatives possibles autour de son utilisation seront déterminées. Le manuel doit donc être analysé à la fois en terme d'organisation des savoirs mathématiques mais aussi en termes de situations et de marges de manœuvre pour les enseignants.

Une partie de notre travail consiste donc à étudier la première étape de la transposition : du savoir « savant » au savoir « à enseigner » contenu dans le manuel et associé à des apprentissages visés, une autre partie à analyser les pratiques des enseignants et leur variabilité en étudiant la deuxième étape de la transposition didactique : du savoir « à enseigner » contenu dans le manuel au savoir « enseigné » en référence aux apprentissages visés.

Plan de la thèse

Afin de répondre aux questions que nous nous posons et d'étudier la variété (ce qui varie) puis la variabilité (ce qui peut varier) des pratiques des professeurs des écoles autour de l'utilisation du manuel *Euromaths*, nous développons dans un premier temps les cadres théoriques que nous adoptons pour étudier les deux étapes de la transposition ainsi que les méthodologies générales associées à ces choix.

Pour étudier les pratiques des professeurs des écoles utilisant le manuel, la transposition des savoirs effectuée dans ce dernier doit être déterminée. Dans la première partie de ce travail nous exposons donc, sur le chapitre choisi, les résultats de l'analyse du manuel *Euromaths* (Partie I, chapitre 1) et ceux de sa comparaison avec cinq autres manuels (Partie I, chapitre 2). Ces résultats nous permettent de mener à bien la deuxième partie de ce travail consacrée à l'analyse de la variété des pratiques de cinq enseignants autour du manuel choisi. Dans un premier temps, nous y étudions les processus d'enseignement prévus par ces enseignants afin de déterminer l'utilisation qu'ils font du manuel à un niveau global (Partie II, chapitre 1). Dans un deuxième temps, nous présentons les résultats détaillés de la mise en œuvre d'une même situation par différents enseignants (Partie II, chapitre 2). Nous restreignons donc d'abord l'analyse des pratiques au niveau local à celle de la mise en œuvre d'une activité particulière du manuel. Cette dernière peut être représentative de ce qu'on trouve dans le manuel et nous faisons l'hypothèse qu'à partir des résultats l'analyse de la mise en œuvre de cette seule activité, des profils d'enseignants correspondant à des types d'utilisation du manuel peuvent être définis. En effet, nous postulons que les pratiques des enseignants (non débutants) sont stables et cohérentes (Robert & Rogalski, 2002). A partir de la reconstitution des séances respectives de nos cinq enseignants autour de l'activité choisie, il est possible d'approcher leurs utilisations des activités du manuel. En croisant ces résultats avec ceux obtenus lors de l'analyse des processus d'enseignement, nous aurons une idée plus précise de la variété des pratiques de ces enseignants lorsqu'ils utilisent le manuel. Enfin, à partir des résultats obtenus dans les deux premiers chapitres de cette partie de notre travail, nous avons décidé de développer l'analyse des pratiques d'une des enseignantes ayant un profil qui se démarque des quatre autres. Dans un dernier chapitre, nous étudions la mise en œuvre par cette enseignante de trois activités de différentes

natures, tirées du manuel *Euromaths* (Partie II, chapitre 3). Cette analyse permet de mieux comprendre et de développer les résultats obtenus dans les chapitres précédents.

Dans une dernière partie, nous exposons nos conclusions et dégageons des pistes pour prolonger ce travail.

CADRAGE THEORIQUE ET
METHODOLOGIE GENERALE

L'analyse de la double transposition didactique des savoirs mathématiques et didactiques aux savoirs contenus dans le manuel puis aux savoirs enseignés en classe demande l'adoption de cadrages théoriques de référence. Ils doivent nous permettre d'analyser le manuel et les pratiques des enseignants. Ces cadrages sont présentés ici successivement même s'ils ne sont pas disjoints.

Pour étudier la première étape de la transposition

Nous avons vu que le travail d'écriture d'un manuel par des didacticiens impliquait une transposition des savoirs mathématiques et didactiques. Pour analyser le manuel, ce qu'il engendre et ce qu'il donne à travailler mais aussi ce qu'en font les enseignants, on peut commencer par déterminer les « savoirs à enseigner » contenus dans le manuel. De ces « savoirs à enseigner » nous pourrions déduire les transformations adaptatives qu'auront subi les savoirs et donc déduire les choix effectués par les auteurs. Cette étude permettra aussi d'éclairer les choix ultérieurs des enseignants.

Caractériser les savoirs à enseigner contenus dans le manuel, compte tenu du sens que nous leur donnons, demande la mise en œuvre de différents types d'analyses. En effet, nous allons voir qu'il faut à la fois définir les objets d'enseignement ou connaissances travaillées (analyse globale), reconstituer ce que Brousseau appelle le canevas d'un processus d'enseignement (analyse globale et dynamique de l'organisation des savoirs) et faire l'analyse *a priori* des situations proposées dans le manuel (analyse locale).

Dans ce paragraphe, nous caractérisons en premier lieu ce qui définira par la suite les savoirs à enseigner. Puis, nous explicitons ce qui nous sert pour étudier la première étape de la transposition didactique ayant lieu lors de l'écriture du manuel. Enfin, nous présentons la méthodologie générale adoptée pour l'analyse du manuel en fonction de la définition donnée des savoirs à enseigner.

Cadre théorique pour l'analyse de la première étape de la transposition

Quels découpages des savoirs à enseigner à adopter

Une première conception qui nous intéresse se trouve dans le travail de Brousseau (1998b). Pour communiquer une notion à des élèves, ou pour qu'elle constitue un savoir à enseigner, il faut prendre en compte la progression autour de l'enseignement de cette notion, ce qui correspond à prendre en compte la « conception générale d'un processus d'enseignement ».

« Il existe bien des manières de définir mathématiquement ou de construire les décimaux. Elles diffèrent par le choix de ce qu'on considère connu comme objet mathématiques et comme méthode de démonstration, mais leur résultat est le même [...]. Chacune des constructions axiomatiques est dans le champ des mathématiques ; par contre, l'étude de ce qui fait leurs différences, les raisons des choix, de ce qui est admis ou non, de ce qui est important ou non, facile ou non... ne relève pas des mathématiques. Une construction axiomatique est chargée implicitement d'options épistémologiques, de présupposés didactiques qu'il faut se garder de croire nécessaires au même titre que les conclusions mathématiques, mais par lesquels il faut bien passer pour obtenir un discours qui permet de communiquer la notion. » (Brousseau, *ibid.*)

Le processus d'enseignement est construit selon un canevas qui représente une suite de questions et de problèmes. Ces derniers permettent la genèse d'une notion et sont liés les uns aux autres : une question ou un problème va entraîner une autre question ou un autre problème. Pour cela, une dialectique entre les situations et les processus d'enseignements est nécessaire à la conception des derniers.

« Un tel canevas ne peut être obtenu automatiquement comme séquence de l'analyse mathématique et épistémologique. Il faut s'assurer constamment de la capacité de la conception générale à permettre l'invention, l'organisation et le déroulement des situations. Cet aller-retour, cette dialectique entre la conception du processus et celle des situations est inévitable à cause de la nature même de la didactique. » (Brousseau, *ibid.*)

Les situations sont donc centrales dans cette vision didactique des processus d'enseignement d'une notion donnée.

Nous considérons que les savoirs « à enseigner » contenus dans le manuel peuvent être reconstitués à partir des objets d'enseignements désignés et des processus d'enseignement et situations qui y sont associés.

Reconstitution des choix des auteurs

Pour construire un processus d'enseignement ou une situation d'apprentissage concernant une notion mathématique donnée, trois études doivent être mises en place: une étude épistémologique, une étude mathématique et une étude didactique (Brousseau, *ibid.*). L'étude mathématique permet de mettre en lumière toutes les façons de définir une notion mathématique. L'analyse épistémologique fournit des variantes de conditions, de méthodes et de sens en mettant en évidence les différentes formes sous lesquelles une connaissance donnée s'est manifestée. Enfin, l'étude didactique permet de définir des objectifs concernant l'enseignement d'une notion et autour de ses objectifs permet la conception du processus et des situations (constamment en dialectique) qui donneront du sens à une notion donnée. Des résultats de ces trois études, dépendent les différents processus d'enseignement, relatifs aux objets d'enseignement, organisés par les auteurs. Les processus sont donc construits à partir des savoirs mathématiques. Les études épistémologiques et didactiques entrent en compte dans les choix à faire afin d'effectuer une transposition didactique des savoirs mathématiques.

Lorsque les auteurs de manuel construisent un processus d'enseignement (et les situations qui y sont liées) autour d'une notion donnée, ils vont être amenés à faire des choix en fonction des résultats de ces trois études. La transposition qu'ils effectuent va en dépendre.

D'un autre côté, nous avons vu que les auteurs pouvaient être soumis à de nombreuses contraintes. Les résultats de la transposition didactique des savoirs savants mathématiques en objets d'enseignement, processus et situations « théoriques » ou « savants » prenant en compte les contraintes liées à l'écriture d'un manuel pour la première étape de la transposition vont être conditionnés par ces dernières et seront différents des résultats d'une transposition qui n'est pas soumise à ces contraintes (Figure 2).

Les auteurs de manuels peuvent aussi être amenés à transposer des ingénieries ou situations émanant des recherches en didactique pour lesquels une transposition « savante » ou « théorique » a déjà eu lieu et qui ne prend pas en compte les contraintes qui s'imposent aux auteurs. Les objets d'enseignement, processus et situations obtenus lors de cette transposition, ne sont pas représentatifs de ce qu'on pourra trouver dans un manuel relativement aux contraintes exercées.

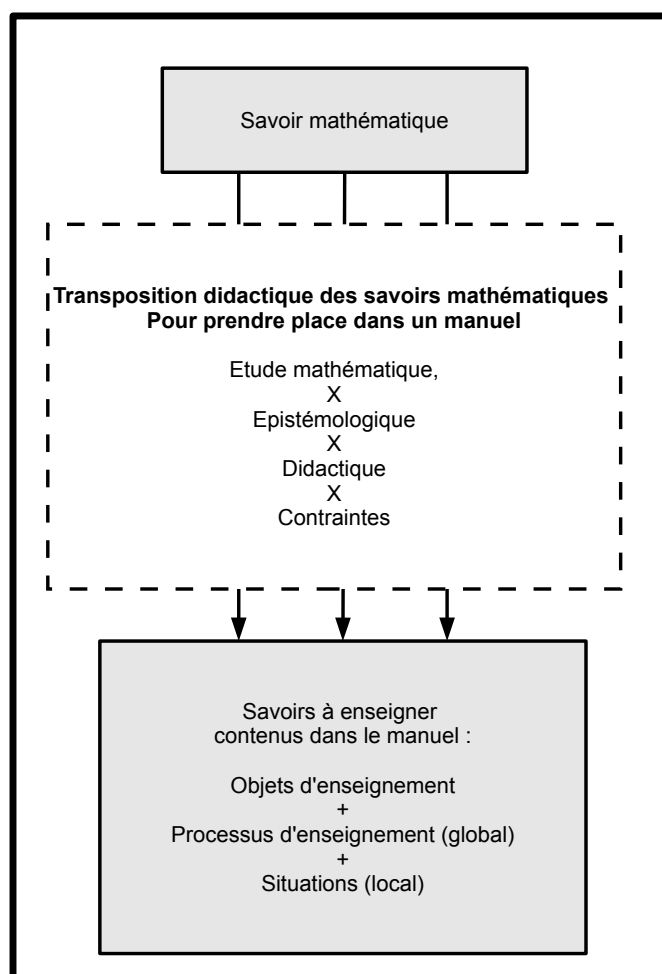


Figure 2 : Transposition dans le manuel du savoir savant au savoir à enseigner

De la même façon que lorsqu'il s'agit de communiquer les savoirs mathématiques, lorsqu'ils cherchent à communiquer ces ingénieries ou situations, les didacticiens doivent effectuer une transposition des savoirs savants didactiques qui est fonction des contraintes exercées. Arsac (1992) donne la définition suivante de la transposition.

« L'infidélité du savoir enseigné au savoir savant se traduit dans les faits par une originalité par rapport au savoir savant, originalité dont les traits structurels s'expliquent précisément par la nature des contraintes qui pèsent sur le savoir enseigné. Cette originalité suppose un travail de fabrication du savoir enseigné à partir du savoir savant. C'est ce travail de fabrication qui constitue par définition la transposition didactique. » (ibid.)

Les savoirs didactiques qui inspirent l'écriture d'un manuel sont bien le résultat d'un travail de transposition. Les auteurs le construisent à partir des résultats, fruits de la

recherche en didactique, en fonction de contraintes liées aux savoirs transposés. C'est à cette deuxième étape de la transposition que nous nous intéressons plus particulièrement et que nous chercherons à caractériser. L'enseignement des fractions a été étudié et théorisé. Cela nous permet de supposer que la transposition que les auteurs vont effectuer est de l'ordre des savoirs didactiques, bien que les différentes études décrites plus haut aient lieu et permettent aux auteurs d'effectuer des choix d'ordres mathématique, épistémologique et didactique. Nous considérons que tout se passe comme s'ils utilisaient les résultats des recherches autour de l'enseignement des rationnels pour lesquels la transposition des savoirs mathématiques a déjà été effectuée, leur travail étant alors de les rendre aptes à prendre place dans un manuel en fonction des contraintes liées à son écriture.

Dans ce sens, il nous faudra donc étudier en fonction des objets d'enseignement, la distance entre les situations (d'apprentissage) et les processus d'enseignement proposés dans le manuel et les situations et processus d'enseignement « savants » ou « théoriques » issus des recherches en didactique. Pour cela, nous précisons dans les paragraphes suivants ce que sont les situations d'apprentissage et les processus d'enseignement selon la littérature didactique et notamment selon Douady et Brousseau.

Situations d'apprentissage

Un problème donné sera de nature à créer une situation d'apprentissage s'il répond à quatre conditions (Douady, 1992).

- Les élèves doivent pouvoir comprendre l'énoncé et s'engager dans une procédure de résolution dans laquelle ils mobilisent du connu ;
- Les connaissances visées doivent être des outils adaptés à la résolution du problème.
- Les élèves ne doivent pas pouvoir résoudre complètement le problème et se retrouvent alors dans une position de recherche avec un changement de cadre ou de point de vue pour élaborer de nouveaux moyens de résolution ;
- Le problème doit pouvoir se formuler dans plusieurs cadres différents.

Brousseau définit une situation d'apprentissage comme une situation pour laquelle :

« Il faut que la réponse initiale que l'élève envisage à la question posée ne soit pas celle qu'on veut lui enseigner : s'il fallait déjà posséder la connaissance à enseigner pour pouvoir

répondre à a question, ce ne serai pas une situation d'apprentissage. La « réponse initiale » doit seulement permettre à l'élève de mettre en œuvre une stratégie de base à l'aide de ses connaissances anciennes ; mais très vite cette stratégie devrait se révéler suffisamment inefficace pour que l'élève soit obligé de faire des accommodations, c'est-à-dire des modifications de son système de connaissances, pour répondre à la situation proposée. » (Brousseau, 1998c)

Il ajoute :

« Une situation d'apprentissage est une situation dans laquelle ce qu'on fait a un caractère de nécessité par rapport à des obligations qui ne sont ni arbitraires, ni didactiques ». (Brousseau, ibid.)

On retrouve, associée à Douady et Brousseau, l'idée que pour qu'un problème puisse donner lieu à une situation d'apprentissage, il doit permettre aux élèves de mobiliser des connaissances anciennes ou du « connu » afin d'élaborer une réponse initiale. Celle-ci doit s'avérer être non optimale ou inefficace. L'élève se retrouve alors dans une position de recherche qui ne découle pas d'une obligation didactique, c'est à dire que la question qu'il se pose ne vient pas de l'enseignant mais du problème. Il va alors devoir modifier ou adapter ses connaissances anciennes pour y répondre. C'est cette modification qui lui permettra d'élaborer une réponse nouvelle correspondant à la connaissance visée. Douady ajoute la nécessité de pouvoir formuler le problème dans plusieurs cadres. Brousseau insiste quant à lui sur la possibilité d'un autocontrôle de la solution. La situation doit suffire à l'élève pour qu'il puisse vérifier que son résultat est juste.

C'est à partir de cette définition des situations d'apprentissage que nous effectuerons l'analyse des situations afin de déterminer (en partie) les savoirs à enseigner contenus dans le manuel.

Processus d'enseignement

Un processus d'enseignement est construit à partir d'un canevas qui « représente en fait une suite de questions et de problèmes que tendent à constituer une genèse » et qui s'articule autour d'objectifs obtenus à partir des études mathématiques, épistémologique et didactique de la notion visée (Brousseau, 1998b). Il doit permettre les trois formes de dialectique de l'action, de la formulation et de la validation ainsi que l'institutionnalisation. La première correspond à la confrontation avec un problème qui va engendrer des actions

permettant la création d'un savoir-faire. La deuxième nécessite un échange d'information et ainsi la création d'un langage. Enfin, la dialectique de la validation concerne les échanges mais dans le but de prouver des affirmations autrement que par l'action.

Douady (ibid.) considère que pour acquérir des connaissances, il doit y avoir des moments où la classe simule une société de chercheurs. L'organisation globale de l'enseignement autour d'une notion doit donc inclure ce type de moments. Pour simuler une société de chercheurs, les élèves doivent pouvoir travailler sur une situation d'apprentissage (telle qu'elle est définie ci-dessus). Les situations d'apprentissage permettent de déclencher la dialectique « outil-objet », la dialectique « ancien-nouveau » et les changements et « jeux de cadres », moteurs de l'apprentissage.

Mais, le seul travail sur ce type de situations ne permet pas l'apprentissage au sens de Douady. En effet, elle considère que l'apprentissage correspond à l'acquisition de connaissances que les élèves seront à même de faire fonctionner comme outils explicites et d'adapter dans des conditions d'emploi différentes pour interpréter des problèmes ou poser des questions.

Elle définit alors des cycles d'enseignement autour de la dialectique outil-objet, qui permettent de constituer des processus d'enseignement autour d'une notion désignée comme objet d'enseignement. Le processus d'enseignement (que nous appellerons aussi cycle complet de la D.O.O.³) correspond alors à un enchaînement de cycles de 3 phases (que nous appellerons cycles courts) ou 5 phases (que nous appellerons cycles longs). Ce processus est schématisé ci-dessous (figure 3).

Les cycles longs correspondent à l'enchaînement des cinq phases « ancien-recherche » (a), « explicitation-institutionnalisation locale » (b), « institutionnalisation » (c), « familiarisation » (d) « réinvestissement dans une situation nouvelle » (e).

³ Dialectique outil-objet.

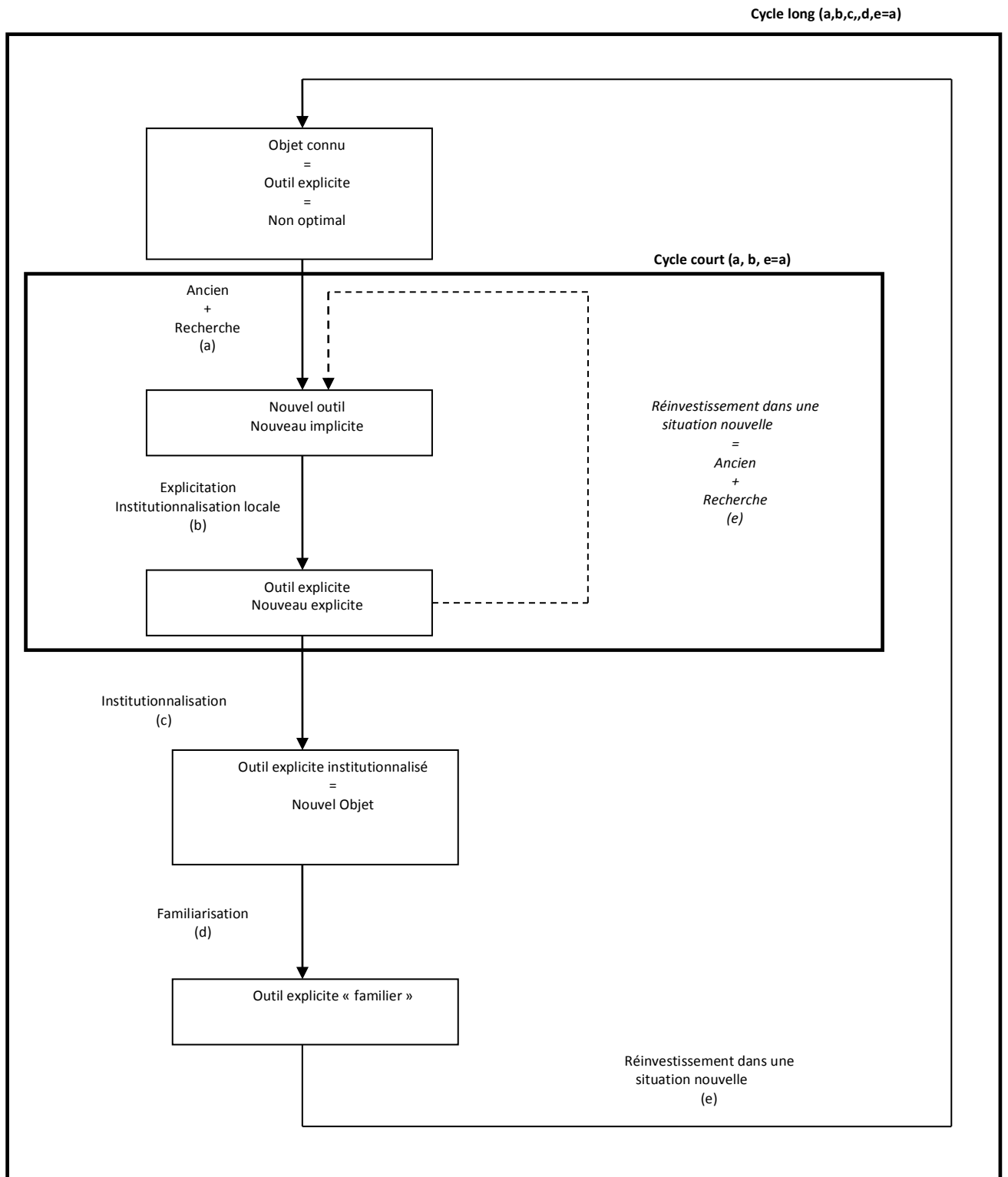


Figure 3 : Cycles de la dialectique outil-objet

Les deux premières -« ancien-recherche » (a) et « explicitation-institutionnalisation locale » (b)- ont lieu sur une situation d'apprentissage. Le problème a du sens pour les élèves et ils peuvent alors mobiliser des objets connus comme outils explicite pour la résolution du

problème. Ces outils sont cependant insuffisants pour répondre au problème et l'objet d'enseignement visé devient alors l'outil le plus approprié pour la résolution. De plus, le problème peut se formuler dans plusieurs cadres. La phase « ancien-recherche » permet la mise en œuvre « implicitement d'outils nouveaux ». Douady parle alors de « nouveau implicite ». La phase d' « explicitation-institutionnalisation locale » consiste en l'explicitation et la confrontation des procédures.

Les phases suivantes (c, d, e) permettent de donner à la connaissance le statut d'outil explicite, de la faire fonctionner en tant que telle et de l'adapter dans de nouvelles situations. La phase d' « institutionnalisation » correspond au moment où l'enseignant donne un statut d'objet aux outils utilisés de manière implicite par les élèves lors des épisodes de recherche voir d'explicitation. Cet objet correspond à la connaissance visée. Douady parle alors de « nouveau explicite ». La phase de « familiarisation » a lieu sur des exercices variés demandant la mise en œuvre de l'outil explicite institutionnalisé. Enfin, la phase de « réinvestissement dans une situation nouvelle », demande de convoquer le nouvel objet en tant qu'ancien dans une nouvelle situation. On a alors phase (e) = nouvelle phase (a).

Cette organisation -le passage par les phases a, b, c, d et e- permet donc d'acquérir la connaissance au sens de Douady. Elle ajoute que « parfois plus d'un cycle (a, b, e=a) est nécessaire avant le déroulement complet d'un cycle de la dialectique outil-objet » et que « l'efficacité réside essentiellement dans le déroulement du processus où plusieurs cycles s'enclenchent les uns les autres et impliquent au moins deux cadres ou deux points de vue ». Afin que l'organisation globale de l'enseignement soit efficace, on peut donc avoir un enchaînement de plusieurs cycles de la dialectique outil-objet de type (a, b, c, d, e=a, b, c, d, e=a, etc.). De plus, avant l'accomplissement d'un cycle long de la dialectique outil-objet, plusieurs cycles courts (a, b, e=a) peuvent être mis en place. C'est-à-dire qu'avant l'institutionnalisation et la familiarisation, plusieurs situations d'apprentissage peuvent être proposées, engageant le déroulement de plusieurs phases « ancien-recherche » et « explicitation-institutionnalisation » autour d'un même objet.

Méthodologie d'analyse de la première étape de la transposition

Pour caractériser la première étape de la transposition, il s'agit donc de reconstituer le processus d'enseignement prévu dans le manuel et d'étudier l'organisation des savoirs, les *activités*⁴ proposées et les savoirs en jeu. Nous présentons ici une méthodologie générale qui sera détaillée dans la partie de ce travail consacrée au manuel (Partie I).

Analyse des situations⁵ candidates à être des situations d'apprentissage

Les *activités* proposées dans l'ouvrage étudié sont représentatives des choix des auteurs et des théories de la didactique sur lesquelles ils s'appuient. Elles seront donc étudiées afin d'avoir un accès à la stratégie locale proposée par les auteurs. Une première partie de l'analyse consistera donc en une analyse *a priori* des problèmes proposés dans le manuel. Nous chercherons notamment à savoir s'ils correspondent aux critères leur conférant le statut de situation d'apprentissage. Par ailleurs, nous avons vu que ces situations prenaient une position centrale dans la construction des processus d'enseignement -leurs constructions respectives font l'objet d'une dialectique. Elles seront donc aussi étudiées en lien avec l'organisation globale.

Analyse des processus d'enseignement

Une deuxième partie de l'analyse consistera à définir la conception générale d'un processus d'enseignement relatif à une notion donnée. Ce qui, lié à l'étude des activités proposées, nous donnera une vision globale de la stratégie d'enseignement visée par les auteurs. La reconstitution du canevas du processus d'enseignement sera possible à partir de l'étude de l'enchaînement des différents cycles de la dialectique outil-objet qui permettra de dégager la suite de questions constituant la genèse de la notion étudiée. De plus, les nouveaux outils construits puis institutionnalisés correspondent aux objets d'enseignement contenus dans le manuel et que nous cherchons à définir pour avoir un accès aux savoirs

⁴ Le terme d'*activité* fait partie du vocabulaire utilisé par les auteurs, on trouve dans le manuel des *activités* de découverte ou *activité* préparatoire de découverte qui correspondent à des problèmes permettant d'engendrer les phases « ancien-recherche » et « explicitation/institutionnalisation locale » de la D.O.O. A partir d'ici, le terme d'*activité* pris au sens du manuel sera noté en italique afin de faire la différence avec les activités des enseignants ou des élèves en classe.

⁵ Le terme de situation est ici pris au sens large.

enseignés. Nous pourrions ainsi définir les objets d'enseignement et les choix des auteurs au niveau macro-didactique.

Comparaison avec d'autres manuels

L'analyse du manuel *Euromaths* en termes de savoirs à enseigner contenus dans le manuel ne paraît cependant pas suffisante pour comprendre les choix des auteurs ou les possibilités offertes aux enseignants à partir de ce manuel. Afin de mieux comprendre ce qui peut faire l'originalité de cet ouvrage, une comparaison avec d'autres manuels semble essentielle. Elle aura lieu sur la base de ce qui est prévu pour l'analyse du manuel *Euromaths* et devrait permettre de mieux comprendre la diversité de ce qui est proposé aux enseignants.

Pour étudier la deuxième étape de la transposition

L'analyse de la deuxième étape de la transposition correspond à l'analyse des pratiques des enseignants en relation avec le manuel, c'est-à-dire au travail qu'ils font en classe et pour la classe dans sa relation avec le manuel. A partir de la variété des pratiques observées, nous cherchons à caractériser leur variabilité lors de la mise en œuvre par les enseignants des tâches qui leurs sont prescrites.

Une double approche des pratiques

L'analyse des pratiques des enseignants que nous menons est effectuée afin d'avoir accès aux savoirs enseignés en classe. Autrement dit, nous cherchons à appréhender la contribution des pratiques des enseignants aux apprentissages des élèves en relation avec le manuel. Il s'agit de comprendre comment s'effectue le passage des savoirs à enseigner contenus dans le manuel aux savoirs enseignés en classe. En partant de l'hypothèse que les activités des élèves sont déterminantes de leurs apprentissages, leur caractérisation nous donnera un accès au résultat de la transposition qui a lieu en classe.

Or, les activités des élèves dépendent de ce que l'enseignant organise pour eux avant la classe mais aussi de ce qu'il réalise pendant la classe. Nous cherchons donc à définir comment les enseignants mettent en œuvre ce qui se trouve dans le manuel, notamment en

fonction de ce qui se passe en classe. Le terme « pratique » est pris au sens que lui donne Robert (2001) et correspond aux activités de l'enseignant avant, pendant et après la classe, en privilégiant les pratiques en classe.

Nous adoptons le point de vue de Robert (ibid.) selon lequel l'analyse des apprentissages potentiels des élèves n'est pas suffisante pour comprendre les pratiques des enseignants et notamment pour comprendre leur variabilité.

« Les pratiques de l'enseignant, notamment en classe sont le reflet d'un travail, en partie implicite sans doute qui a sa propre cohérence et ne peut se réduire, pour être analysé, à des études en terme d'apprentissage des élèves ».

En sachant que l'on s'intéresse aux apprentissages potentiels des élèves mais aussi aux activités de l'enseignant, le cadre théorique dans lequel on se place pour l'analyse de la transposition des savoirs à enseigner prend en compte le travail de l'enseignant et les apprentissages des élèves. Notre étude des pratiques se place donc dans le cadre de la double approche et prend en compte le point de vue des apprentissages des élèves ainsi que des facteurs liés au fait que l'enseignant exerce un métier.

Dans ce cadre, Robert et Rogalski font l'hypothèse que les pratiques des enseignants dépendent de leurs représentations mais aussi de leur histoire personnelle.

« Les pratiques des enseignants et enseignantes sont complexes stables et cohérentes, et [...] résultent de recompositions singulières (personnelles) à partir des connaissances, représentations, expériences, et de l'histoire individuelle en fonction de l'appartenance à une profession ». (Robert & Rogalski, 2002)

Elles ajoutent à cette définition des pratiques des facteurs liés à la classe, aux élèves, à l'école et à l'institution en général.

« Ce que propose l'enseignant en classe est fonction de la préparation de la séance, mais aussi des élèves ce jour là, de la culture et de l'expérience de l'enseignant, de sa personnalité, et même de certaines habitudes de l'établissement. » (Robert, 2004)

Pour analyser les pratiques des enseignants à partir des déroulements en classe, elles définissent alors un modèle selon cinq composantes qui permettraient de reconstituer ce qui entre en jeu dans les pratiques de l'enseignant.

La composante cognitive prend en compte les itinéraires cognitifs prévus, qui correspondraient à la conversion en activités d'élèves des processus d'enseignement (nature et organisation des contenus en jeu, répartition ordonnée entre cours et exercices, gestion

prévue de la classe). Elle traduit l'organisation des savoirs à court, moyen ou long terme, prévue par les enseignants, les scénarios associés et permet de circonscrire les mathématiques potentiellement fréquentées en classe.

La composante médiative prend en compte les déroulements en classe (aides, formes de travail, différents échanges, gestion du temps). Elle est déterminée à partir du discours du professeur, des interactions entre les différents acteurs et de l'organisation par l'enseignant des médiations entre les élèves, lui et le savoir (dévolution des tâches, discours d'accompagnement, modalités d'aides, prise en compte des élèves).

La composante personnelle concerne les conceptions des enseignants sur les mathématiques, leur enseignement et l'apprentissage ainsi que sur le public auquel il s'adresse. L'histoire personnelle, dont l'expérience de l'enseignant et ses connaissances, y est aussi prise en compte. Cette composante concerne aussi bien ce qu'en dit l'enseignant (ce qui est conscient) que ce qui peut être induit et décrit par le chercheur à partir des analyses de pratiques effectuées.

Les composantes institutionnelle et sociale, concernent la manière dont les enseignants tiennent compte des contraintes liées à leur classe, leurs collègues, aux programmes et à l'école (situation géographique, composition de l'équipe pédagogique, résultats aux évaluations nationales, composition des classes observées).

Transposition et théorie de l'activité : du savoir à enseigner au savoir enseigné

Pour comprendre les choix des enseignants ainsi que leur cohérence nous adoptons le point de vue qui prend en compte le fait que l'enseignant exerce un métier. Il développe alors des stratégies personnelles par rapport aux contraintes et aux buts de ce dernier (Robert, 2001). Les adaptations du manuel et l'interprétation des situations vont alors en dépendre.

Une transposition liée aux buts des enseignants

Nous avons fait le choix de travailler sur le thème de l'enseignement des fractions. On peut alors considérer que le but de l'enseignant va être d'enseigner cette notion à ses élèves. Ce but peut alors se traduire par la réalisation de différentes tâches successives par

l'enseignant. La première va être de construire un processus d'enseignement pour l'enseignement de cette notion. Il s'agit pour l'enseignant d'organiser l'enseignement de la notion en jeu. La mise en œuvre de chaque situation particulière constitue une autre tâche de l'enseignant. La transposition des savoirs à enseigner -qui correspondent aux objets d'enseignement, situations et processus d'enseignement du manuel- a lieu lors de la réalisation avant la classe (construction du processus d'enseignement et préparation des activités) et pendant la classe (mise en œuvre des activités) de ces différentes tâches par l'enseignant.

La construction d'un processus d'enseignement par un professeur des écoles va dépendre de ses représentations, des programmes, du niveau de ses élèves et des mathématiques qu'il veut leur faire fréquenter. On peut donc considérer que, dans ce qu'on modélise, la composante médiative ne sera pas en jeu pour réaliser la tâche qui consiste à prévoir une séquence puisqu'il n'y aura pas d'échanges avec les élèves, ni d'aides (bien que l'enseignant puisse anticiper ces éléments). Pour ce qui est de mettre en œuvre les activités en classe, toutes les composantes des pratiques peuvent entrer en jeu de manière dynamique en fonction des rétroactions d'un milieu propre à l'enseignant notamment constitué des élèves et du manuel.

Dans cette perspective, on considère les activités proposées par le manuel⁶ comme des tâches à réaliser prescrites aux enseignants. C'est pourquoi, la théorie de l'activité de Leplat (1997) et son adaptation par Orsola-Mangiante (2007) pour étudier les pratiques des enseignants devrait permettre d'étudier la transposition des activités proposées dans le manuel par les enseignants.

Une transposition liée aux contraintes qui s'imposent aux enseignants

Les contraintes par rapport auxquelles les enseignants vont développer des stratégies personnelles afin de remplir les tâches définies ci-dessus (préparation du processus et mise en œuvre des activités) et d'atteindre leur but (enseignement des fractions) sont alors de deux ordres : objectives et subjectives. Les contraintes objectives sont prises en compte via les composantes sociales et institutionnelles -dont le manuel de la classe selon Perrin-

⁶ Les tâches prescrites aux enseignants correspondent aux *activités* prescrites aux élèves accompagnés de la page du livre du professeur correspondant dans lequel certaines « consignes » peuvent être données aux enseignants.

Glorian (1995)- et les contraintes subjectives via la composante personnelle des pratiques des enseignants.

Perrin-Glorian (ibid.) émet l'hypothèse que les contraintes subjectives constituent un « filtre d'habitus et de croyance ». Les contraintes externes (dont le manuel fait parti) vont alors être traduites en choix et décisions à travers ce filtre. Le manuel va donc être transposé par les enseignants à travers le filtre que constitue la composante personnelle. De plus, ces contraintes externes et donc le manuel vont pouvoir en retour modifier la composante personnelle des pratiques des enseignants.

Nous admettons deux hypothèses qui se présentent naturellement au vue de celle émise par Perrin-Glorian (ibid.):

- La composante personnelle des pratiques des enseignants est un des éléments à l'œuvre dans la transposition effectuée des savoirs à enseigner contenus dans le manuel ;
- Réciproquement, l'utilisation d'un certain manuel (en tant que contrainte externe) peut modifier l'histoire, l'expérience, les représentations des enseignants et donc pourrait par extension avoir une influence sur leurs pratiques.

La première de ces hypothèses justifie l'intérêt de cette étude. C'est en raison de l'influence de la composante personnelle des enseignants dans la transposition qu'ils peuvent faire des savoirs à enseigner contenus dans le manuel, que l'on va étudier la variété des pratiques. Le deuxième point est moins évident bien qu'il découle des mêmes hypothèses de Perrin-Glorian sur le filtre d'habitus et de croyance. En effet, les pratiques des enseignants sont stables et cohérentes et le fait que l'utilisation d'un manuel puisse avoir un impact important ou immédiat sur leurs pratiques reste à démontrer.

Par ailleurs, les élèves, vont aussi pouvoir modifier le filtre d'habitus et de croyances à travers lequel le manuel est traduit en choix et décisions et ce pendant la classe. Les élèves et les échanges avec les élèves – et donc les composantes sociale et médiative des pratiques- peuvent donc aussi être à l'origine de la modification du filtre et ainsi à l'origine de choix et décisions que l'enseignant peut prendre concernant la mise en œuvre des situations.

Enfin, la construction des séquences et séances dépend des mathématiques que l'enseignant veut faire fréquenter à ses élèves, c'est-à-dire de la composante cognitive des pratiques mais aussi de la demande de l'institution (programmes).

On peut donc compléter les hypothèses admises énoncées ci-dessus et admettre comme modèle le fait que :

- les composantes personnelle, institutionnelle, cognitive et sociale interviennent lors d'une partie de la transposition effectuée avant la classe quand l'enseignant prépare sa séance ou sa séquence ;
- les composantes personnelle et médiative sont constitutives de la transposition effectuée en classe des activités, et donc des savoirs à enseigner du manuel ;
- L'utilisation d'un certain manuel et les élèves (en tant que contraintes externes) peuvent modifier l'histoire, l'expérience et éventuellement les représentations des enseignants et donc par extension avoir une influence sur leurs pratiques ;

Savoirs enseignés

Construction d'un processus d'enseignement

La construction d'un processus d'enseignement est une des tâches des enseignants pour laquelle, selon les hypothèses ci-dessus, les composantes personnelle, cognitive, institutionnelle et sociale entrent en jeu. Elles sont donc constitutives de la transposition du processus d'enseignement proposé dans le manuel et effectuée par les professeurs.

Le travail de l'enseignant autour de la construction du processus a lieu avant la classe. Ce qu'il met en œuvre à ce moment là n'est pas directement accessible. Cependant, nous pouvons reconstituer les processus. A partir de ce dernier il est possible de déterminer ce que les professeurs des écoles proposent et de le mettre en perspective avec ce qui se trouve dans le manuel : la distance entre le processus du manuel et celui des enseignants peut alors nous permettre d'inférer de la transposition effectuée. En croisant ces résultats avec ceux obtenus à un niveau plus local et les discours des enseignants sur les raisons de certains de leurs choix, il est possible de reconstituer en partie le travail des enseignants avant les séances lorsqu'ils en construisent le processus.

Le cadrage théorique pour l'analyse du manuel sera utilisé pour étudier les processus d'enseignement construits par les enseignants. Nous comparerons leurs organisations et celle du manuel. Il s'agira de déterminer les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves et de comprendre la logique qui sous-tend les changements effectués.

L'analyse des processus d'enseignement mis en place par les enseignants et des tâches proposées aux élèves *a priori* donnera un accès à la composante cognitive des pratiques mais permettra aussi d'inférer de certaines représentations des professeurs des écoles concernant les mathématiques à enseigner.

Mise en œuvre des situations proposées dans le manuel

Nous ne cherchons pas à juger les pratiques liées à l'utilisation du manuel mais plutôt à les comprendre. Or, selon Leplat (ibid.) si on ne regarde que la distance entre la tâche prescrite (qui correspond ici à mettre en œuvre les situations ou *activités* proposées par le manuel) et la tâche réalisée par l'enseignant alors le jugement sur celle-ci risque d'être négatif. Afin de comprendre ce que l'enseignant réalise il faudrait inclure dans l'analyse une autre tâche que l'on peut considérer comme intermédiaire et qui correspondrait à une tâche redéfinie par l'enseignant.

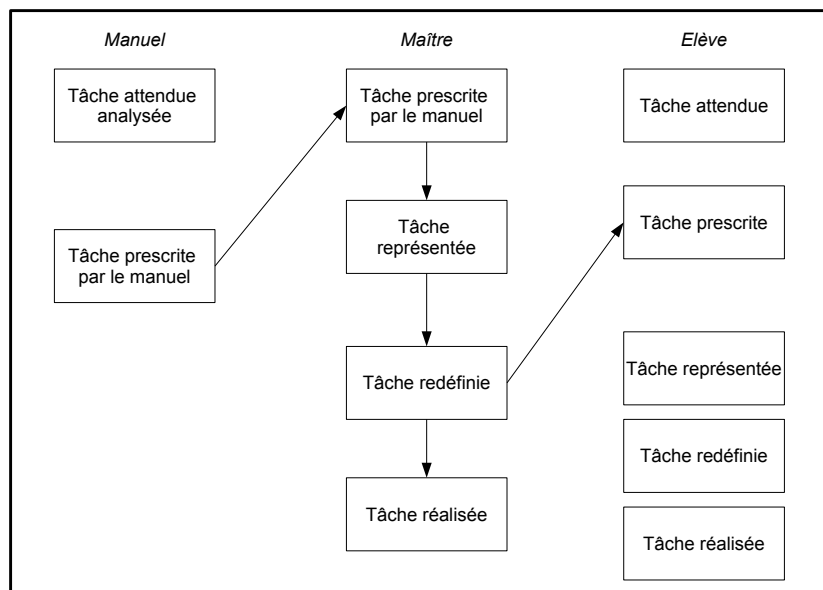
« Le point de vue de la tâche conduit à confronter l'activité à la tâche prescrite et à vérifier finalement si celle-ci en constitue un modèle acceptable. Si les écarts ne sont jugés que par rapport à la tâche prescrite ils le sont de manière négative, comme des infractions aux prescriptions (manques, insuffisances, altérations) : l'agent n'a pas fait ce qu'il devait faire. Mais ces écarts peuvent aussi être conçus dans une autre perspective, à partir de l'idée que l'agent réalise une autre tâche que celle qui lui était proposée et que ces écarts sont à lire dans la perspective de cette nouvelle tâche. » (Leplat, ibid.)

C'est-à-dire que, comme Orsola-Mangiante (ibid.) le précise, nous nous intéressons à la façon dont les enseignants s'approprient la tâche et l'adaptent, en fonction notamment de la composante personnelle de leurs pratiques et donc des contraintes internes constituant le filtre à travers lequel la tâche qui leur est prescrite va être lue.

« Nous (...) envisageons l'analyse de l'activité du maître comme l'élaboration par celui-ci de sa propre tâche à partir de la tâche prescrite (...), ce qui nous intéresse est moins l'écart entre le prescrit et le réel que la façon dont le maître repense, réorganise, transforme en fonction de ses savoirs, de ses représentations, de ses propres finalités, de son expérience professionnelle. » (Orsola-Mangiante, ibid.)

Nous reprenons alors cette idée et la transposition que fait Orsola-Mangiante (ibid.) de la théorie de l'activité pour l'analyse de pratiques d'enseignants en situation de formation. Elle construit alors le schéma suivant sur lequel nous nous appuyons (en remplaçant le formateur par le manuel).

Nous cherchons à comprendre les liens (représentés par des flèches sur le schéma) qui correspondent aux différentes étapes de la transposition de la tâche par l'enseignant. Il s'agit de la représentation de la tâche, sa redéfinition et sa réalisation par l'enseignant.



Or, selon les hypothèses énoncées plus haut, on peut modéliser ces liens en fonction des différentes composantes des pratiques :

- les composantes personnelle et sociale vont être des facteurs des modifications potentielles des tâches prescrites avant la classe, lorsque l'enseignant prépare sa séance ;
- les composantes personnelle, sociale et médiative vont être des facteurs des modifications potentielles en classe ;
- la composante cognitive va intervenir dans la redéfinition de la tâche par l'enseignant afin de prendre place dans une organisation plus globale ;
- l'enseignant exerçant son métier répond à une demande de l'institution qui peut aussi l'amener à modifier les tâches en fonction de la représentation qu'il se fait de cette demande.

Un complément : le point de vue de l'acteur

Pour mieux comprendre la deuxième étape de la transposition, notamment pour la mise en œuvre des situations du manuel en classe, faire intervenir le point de vue de l'acteur, par l'intermédiaire de ses représentations, traquées à partir de ce qu'il en dit, notamment, est une bonne solution. A partir du modèle construit, on obtient le schéma ci-dessous (Figure 4) qui précise les connections entre les différentes tâches.

Représentation et redéfinition de la tâche par l'enseignant pour lui-même et pour les élèves

La tâche représentée correspond à celle que l'enseignant pense qu'on attend de lui. Ici, il s'agit de mettre en œuvre en classe une situation tirée du manuel, liée à l'enseignement des fractions. La représentation que s'en fait l'enseignant concerne sa propre tâche qui consiste à mettre en œuvre le problème proposé c'est-à-dire à le dévoluer et à gérer les épisodes de travail des élèves, les synthèses et les institutionnalisations. La représentation de sa tâche dépend aussi de la représentation que l'enseignant peut se faire de la tâche prescrite aux élèves par le manuel. C'est pourquoi l'enseignant doit se représenter deux tâches, la sienne et celle des élèves.

La représentation dépend de plusieurs facteurs liés aux différentes composantes des pratiques. La situation proposée par l'enseignant fait partie du processus d'enseignement qu'il a construit. La représentation de la tâche qui lui est prescrite va donc en dépendre. De plus, l'enseignement des fractions est une demande de l'institution. Enfin, selon Leplat (ibid.), les « caractéristiques de l'opérateur », ici la composante personnelle des pratiques des enseignants entre aussi en jeu lors de cette étape.

« Cette représentation est liée, bien entendu, à la tâche prescrite, à la manière dont elle est formulée, mais aussi aux caractéristiques de l'opérateur. Parmi ces caractéristiques Leplat cite le niveau d'expertise de l'opérateur, sa connaissance du contexte de travail et son histoire personnelle. Ces caractéristiques sont, en effet, susceptibles d'intervenir d'autant plus que la tâche est prescrite de façon sommaire et qu'elle contient une part d'implicite importante. » (Leplat, ibid.)

La tâche représentée dépend donc de la composante personnelle des pratiques mais aussi des composantes cognitives et institutionnelles. De plus, la vision que l'enseignant a de ses élèves peut jouer sur la représentation de la tâche qu'il pense qu'on attend de lui.

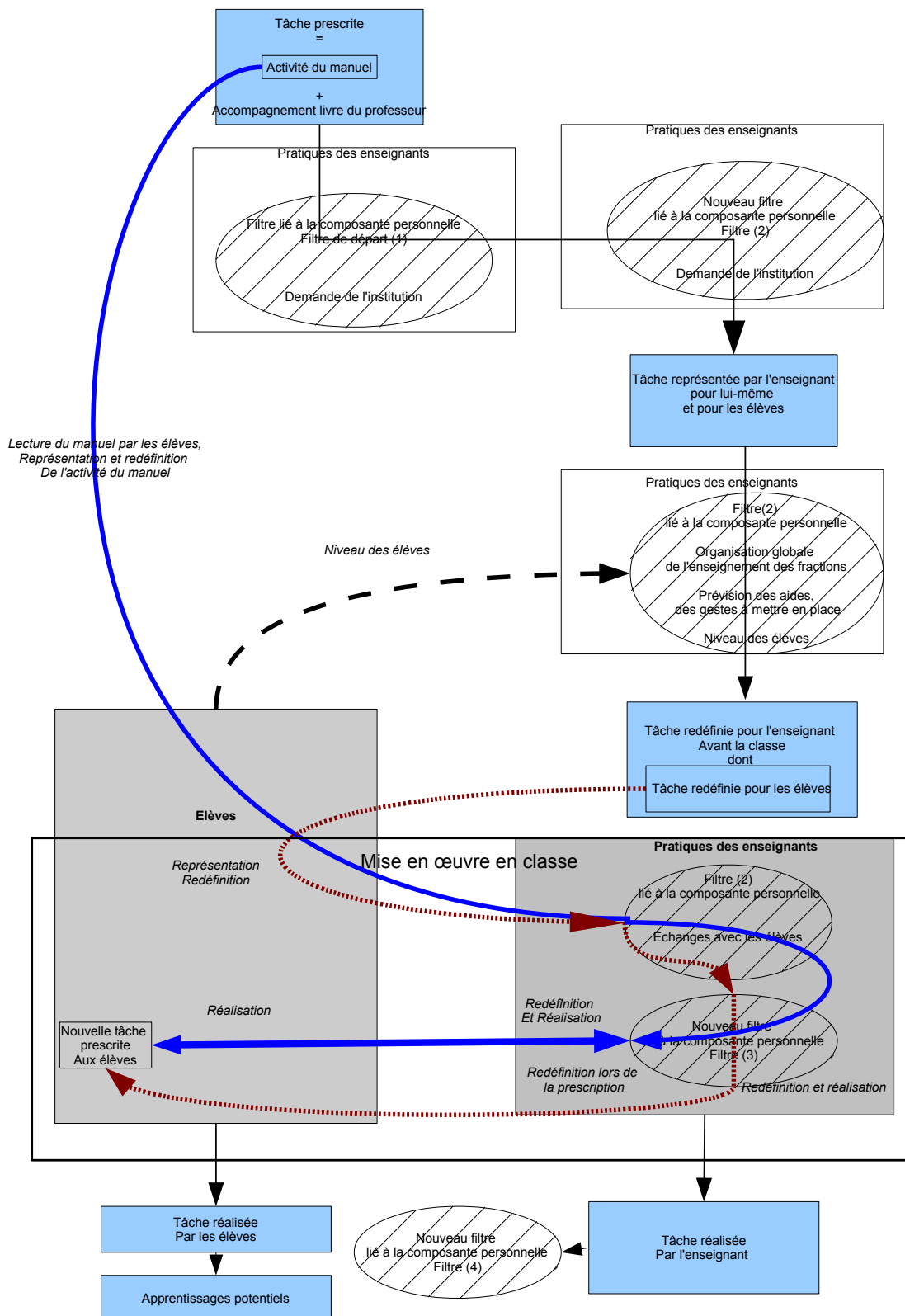


Figure 4 : Représentation, redéfinition et réalisation de sa tâche par l'enseignant

Enfin, la formulation de la tâche dans le manuel prend aussi une place importante dans la façon dont les enseignants vont pouvoir se la représenter. En effet, le découpage des situations en différentes questions dont le but va être plus ou moins explicite. L'enjeu de la situation peut aussi être plus ou moins explicite. Ces derniers éléments peuvent jouer sur la façon dont les enseignants vont se représenter la tâche. L'analyse des tâches du manuel devra permettre de définir la part d'implicite qu'elles peuvent contenir.

Concernant les « traces » que le manuel peut laisser sur les pratiques des enseignants, on peut penser que lorsqu'ils se représentent la tâche qui leur est prescrite, leurs pratiques peuvent éventuellement évoluer. Comme nous l'avons énoncé plus haut, en fonction de la contrainte externe que constitue le manuel et plus précisément ici la situation proposée, le filtre lié à la composante personnelle peut être modifié (sur le schéma, passage du filtre 1 au filtre 2). Cette première modification du filtre est peu probable car elle ne dépendrait que du retour de la lecture que les enseignants peuvent faire du manuel, mais il nous paraît important de la signaler.

La tâche redéfinie correspond à la tâche que l'enseignant veut mettre en œuvre dans sa classe. En amont de la séance, la redéfinition va avoir lieu en fonction de la représentation de la tâche, et donc de l'histoire, l'expérience, des représentations de l'enseignant, de la vision qu'il peut avoir de ses élèves et de la formulation des caractéristiques de la situation du manuel. A cette étape, l'enseignant va prévoir « les gestes professionnels à utiliser afin d'opérationnaliser la tâche représentée » (Orsola-Mangiante, *ibid.*). Avant la classe, l'enseignant va donc avoir une certaine idée de ce qu'il va faire en classe pour mettre en œuvre l'activité qu'il va proposer aux élèves. Cette dernière peut alors subir des modifications en fonction de l'analyse qu'en fait l'enseignant.

Accès aux tâches représentée et redéfinie

La tâche redéfinie sera accessible à partir de l'analyse des déroulements en classe, notamment de la tâche prescrite aux élèves mais aussi à partir des discours des enseignants en classe, des gestes qu'ils mettent en œuvre et de la façon dont ils investissent les marges de manœuvre liées à leur métier d'enseignant. La tâche représentée n'est pas directement accessible. Cependant, elle pourra être en partie reconstituée en fonction de sa redéfinition

et de sa réalisation. En effet, la tâche redéfinie et la tâche réalisée dépendent en partie de la tâche représentée. En mettant en perspective les résultats des analyses en termes de tâche redéfinie, de tâche réalisée, d'organisation plus globale des processus et objets d'enseignement et les discours des enseignants, en fonction de la composante personnelle de leurs pratiques et de la vision qu'ils ont de leurs élèves, il sera possible d'approcher la tâche représentée.

Redéfinition de la tâche lors de la prescription et de la réalisation, réalisation de la tâche

Pour réaliser la tâche qu'il a redéfinie, « l'enseignant mobilise certains savoirs, fait appel à ses représentations, met en œuvre des gestes professionnels » (Orsola-Mangiante, *ibid.*). Pour comprendre quelle tâche est réalisée par l'enseignant, c'est alors la mise en œuvre en classe qui doit être analysée en fonction notamment des composantes personnelle et médiative des pratiques et à partir de la tâche redéfinie par l'enseignant. Cette dernière étant accessible à partir de la tâche prescrite aux élèves par l'enseignant, de son discours et des gestes qu'il met en place pour la réaliser.

Au cours de la réalisation de la tâche redéfinie en classe, la tâche (redéfinie en amont de la séance) peut subir une nouvelle redéfinition. En effet, Leplat (*ibid.*) précise à ce sujet que la redéfinition « peut être antérieure à l'action et explicitable par l'agent ou bien ne se révéler qu'au cours de l'exécution, comme une sorte d'explicitation pratique de la redéfinition précédente ». Pendant la classe, la tâche peut-être donc à nouveau redéfinie en fonction des retours que la tâche prévue peut avoir sur l'enseignant. Par exemple, au moment de la dévolution, l'enseignant va passer d'une tâche représentée et redéfinie à la prescription d'une tâche aux élèves. En fonction de la part d'implicite de la situation et du travail que l'enseignant a fait en amont pour se représenter la tâche (et des interventions des élèves), une nouvelle redéfinition peut avoir lieu (sur le schéma : redéfinition lors de la prescription). C'est alors une tâche différente de celle qui avait été redéfinie en amont de la séance qui est proposée aux élèves.

De plus, la présence des élèves constitue une différence majeure entre ces étapes du travail de l'enseignant et celles de la représentation ou de la redéfinition avant la classe. Les élèves travaillent sur la tâche que l'enseignant leur a prescrite et en fonction de leurs interventions, la représentation que les enseignants se font de la tâche peut changer. La redéfinition pendant la classe et la réalisation peuvent alors dépendre de cette nouvelle

représentation. De la même façon, il faut prendre en compte que si les élèves travaillent sur une tâche redéfinie par l'enseignant, ils ont aussi le manuel sous les yeux et peuvent travailler sur une tâche qui leur serait prescrite par le manuel. Or, la tâche que l'enseignant réalise va dépendre de celle que les élèves réalisent (et vice et versa). Cette réalisation peut alors être influencée par l'*activité* proposée dans le manuel à travers les activités et les interventions des élèves. La représentation de la tâche peut à nouveau être modifiée. Si les représentations que les enseignants se font des tâches peut changer en cours de réalisation, on peut alors imaginer que la composante personnelle et donc le filtre qui lui est lié et à travers lequel un enseignant va « lire » le manuel (au cours d'une utilisation ultérieure) peut changer.

Tâches réalisées

Les tâches réalisées par les enseignants sont le résultat de la mise en œuvre des situations du manuel en classe, plus précisément le résultat de la mise en œuvre de la tâche redéfinie. Elles peuvent, après la classe, modifier les représentations de l'enseignant (le filtre lié à la composante personnelle) et donc par extension avoir un impact sur leurs pratiques. On peut alors faire l'hypothèse que lors d'une prochaine mise en œuvre de la même tâche, les enseignants ne se la représenteront pas de la même façon et donc ne la redéfiniront ni ne la réaliseront de la même façon.

Méthodologie générale d'analyse de la mise en œuvre des situations du manuel en classe

Recueil des données

Analyser la diversité et dégager la variabilité des pratiques des professeurs utilisant un même manuel écrit par des didacticiens, demande l'observation d'un assez grand nombre d'enseignants. Cependant, pour avoir une analyse fine des pratiques, il faut aussi le restreindre. C'est pourquoi, en prenant en compte ces deux arguments nous analysons les pratiques de cinq enseignants utilisant le manuel *Euromaths*. Ces derniers ont été contactés à partir d'appels systématiques des écoles primaires du département de la Gironde. Sur la totalité des professeurs des écoles utilisant le manuel choisi que nous avons eu au téléphone, plus de la moitié a accepté de nous rencontrer. Cependant des observations

n'ont pas pu avoir lieu dans toutes les classes des enseignants nous ayant reçu au départ. En effet, plusieurs d'entre eux à qui le manuel avait été « imposé » par la politique de l'école, ne l'utilisaient en réalité que très peu (comme banque d'exercices). Les observations n'ont pas été possibles car les professeurs des écoles ont présenté cet argument pour refuser notre venue dans leur classe. Il n'a pas donc été possible d'observer les pratiques d'enseignants n'ayant pas fait le choix personnel d'utiliser le manuel. Pour ce qui est des enseignants n'ayant pas souhaité nous rencontrer, les raisons des refus étaient liées à une utilisation en ZEP, au statut de maître formateur ou à une première utilisation du manuel (parfois plusieurs de ces raisons à la fois). Au final, les cinq professeurs des écoles ayant accepté de nous recevoir dans leurs classes pour l'observation de séances construites à partir du manuel *Euromaths* exercent tous dans des classes ordinaires ayant des résultats aux évaluations d'entrée en sixième supérieurs à la moyenne. Ils ont tous choisi eux-mêmes d'utiliser le manuel. La variabilité des pratiques que nous étudions se limite donc aux pratiques des enseignants utilisant le manuel de leur propre fait et exerçant dans des écoles plutôt favorisées.

Pour chacun des enseignants utilisant *Euromaths*, le cycle d'enseignement sur les fractions et l'introduction des décimaux a été observé dans son intégralité, les séances ont été enregistrées (en général c'est un enregistrement audio qui a été effectué et vidéo quand cela a été possible) puis retranscrites. Les productions d'élèves, les préparations des séances des enseignants et les documents éventuellement utilisés en plus d'*Euromaths* ont été récupérés. Enfin, un entretien a eu lieu avec chaque enseignant avant le début des observations. Puis au cours des observations, d'autres entretiens ont eu lieu en fonction des questions qui pouvaient se poser.

Méthodologie d'analyse des données : quel accès aux différentes étapes de la représentation, la redéfinition et la réalisation de la tâche par les enseignants?

Le travail de représentation et de redéfinition ayant lieu avant la classe ne peut être accessible qu'à partir du discours des enseignants. Or, ceux qui nous ont reçue dans leurs classes ont tous fait le choix d'utiliser le manuel et le justifient tous par une adéquation avec ce qui est proposé dans le manuel. Seulement la compatibilité peut n'intervenir que dans l'idée ou le discours.

« Nous avons constaté [...] que certains discours (notamment écrits de futurs professeurs d'école préparant le concours de recrutement) pouvaient faire croire à des représentations conformes à celles des formateurs, alors même que les pratiques correspondantes en classe, observées l'année suivante étaient toutes autres. » (Robert, 2004)

C'est donc essentiellement à partir de ce qui se passe en classe que l'analyse des pratiques sera menée. Différents outils méthodologiques nous permettront de la mettre en place.

Un premier outil méthodologique : les gestes et routines

Les gestes professionnels comme des unités élémentaires des pratiques, identifiables et indépendants les uns des autres (Butlen, 2004). Chaque geste correspond à la « réalisation d'un type de tâche particulier et permet la réalisation d'un but » (ibid.). Ils sont automatiques et répétitifs et permettent à l'enseignant de réaliser son projet. Ils peuvent s'organiser et s'articuler entre eux, constituant ainsi une routine.

Les routines sont un ensemble de gestes organisés. Elles sont automatisées et se répètent dans des conditions assez proches les unes des autres bien qu'elles puissent varier très localement. Butlen (ibid.) les classe en trois catégories.

Les routines de premier type sont relatives à la vie dans la classe. Elles se manifestent lors des interactions entre l'enseignant et les élèves. Elles seraient liées à des choix généraux interdisciplinaires de l'enseignant mais peuvent se mettre en place en réponse à d'autres routines liées aux contenus mathématiques.

Les routines du deuxième type sont relatives au matériel utilisé. Elles permettent d'installer un environnement de travail. Elles sont davantage liées aux mathématiques et à un enseignement à moyen terme. Elles interviennent notamment dans la création d'un langage et de références communes aux élèves et aux enseignants. Butlen précise au sujet de celles-ci que : « les choix effectués par les auteurs des manuels scolaires participent à la construction de cet environnement. Ils rejoignent et complètent les propres choix de l'enseignant ». Or, comme nous le précisons plus haut, il semblerait que le manuel en tant que contrainte externe puisse modifier les pratiques des enseignants. Ces modifications peuvent intervenir sous la forme de création ou d'ajustement de routines de deuxième type.

Enfin, les routines de troisième type sont liées à l'enseignement des mathématiques. Elles sont relatives à la place et au rôle de la situation, à l'explicitation des procédures ainsi qu'à l'institutionnalisation et à la décontextualisation.

Les routines de cette catégorie devraient pouvoir nous renseigner sur les pratiques des enseignants et notamment sur la logique qui les sous-tend.

« Ces routines seraient les traces de la cohérence de la stratégie du professeur, des logiques qui régissent en partie ces pratiques. Elles peuvent nous renseigner sur l'histoire, sur la construction de cette cohérence. » (Butlen, *ibid.*)

Elles nous permettront de mieux comprendre comment et pourquoi les enseignants redéfinissent et réalisent les tâches qui leur sont prescrites en fonction d'une logique liée à leurs pratiques.

L'analyse de ces routines et de la redéfinition et réalisation des tâches par les enseignants demande une analyse des *activités* proposées dans le manuel.

« Pour repérer ces routines, mais aussi pour en déterminer les fonctions, il faut préciser les mathématiques fréquentées par les élèves. [...] Il est donc nécessaire de prendre davantage en compte les contenus mathématiques et la nature des activités proposées ». (Butlen, *ibid.*)

L'analyse des *activités* devra donc prendre en compte les contenus mathématiques et la nature des tâches proposées.

Enfin, nous avons vu que pour ce qui est de la réalisation de la tâche (voir de sa redéfinition si elle a lieu en partie en classe), il nous faut analyser les activités des enseignants en relation avec celles des élèves. Et, Butlen ajoute au sujet des routines de troisième type :

« D'autre part, il est indispensable d'étudier assez finement le contenu et la forme des interactions des différents partenaires (place et rôle des élèves, types de médiations, nature et contenu du questionnement du professeur, éléments de validation...). » (Butlen, *ibid.*)

C'est donc à partir de ces différents éléments des discours en classe que nous ferons le lien entre l'analyse des activités (réalisation des tâches prescrites) de l'enseignant et des élèves.

Analyse des activités du manuel pour déterminer leurs caractéristiques à prendre en compte lors de l'analyse de la représentation, de la redéfinition et de la réalisation des tâches par les enseignants

A différentes reprises, il a été constaté que l'analyse des *activités* du manuel va prendre une place importante dans la compréhension de ce que les enseignants mettent œuvre. En effet, à partir de la transposition de la théorie de l'activité de Leplat pour l'étude des

pratiques des enseignants, il est apparu que la représentation d'une tâche est liée aux caractéristiques des pratiques des enseignants mais aussi à la formulation de la tâche prescrite dans le manuel. Notamment, plus la prescription sera brève et contiendra une part d'implicite, plus la composante personnelle des pratiques des enseignants peut avoir un impact sur la représentation de la tâche. De plus, pour repérer les routines de troisième type qui sont liées à la redéfinition et à la réalisation des tâches, les contenus mathématiques et la nature des tâches proposées doivent être précisées.

Pour analyser la transposition des savoirs ayant lieu à travers les pratiques des enseignants, il faudra donc étudier finement les *activités* proposées dans le manuel et la prescription des tâches aux enseignants dans le livre du professeur. Cela permettra d'apprécier les alternatives possibles pour les enseignants autour de la tâche qui leur est prescrite.

Analyse de la mise en œuvre par les enseignants des activités du manuel

Lorsque les enseignants mettent en œuvre une des *activités* proposée dans le manuel, ils effectuent une tâche qui leur est « prescrite » par les auteurs. Ils vont alors être amenés à faire des choix en fonction des alternatives possibles autour de l'*activité* proposée. Mais, la mise en œuvre d'une *activité* dépend aussi des marges de manœuvre liées à la conception générale de leur métier. La redéfinition de la tâche dans l'action et la réalisation de la tâche dépendent ainsi des choix des enseignants en fonction des alternatives et marges de manœuvre qui s'offrent à eux mais aussi des interactions avec les élèves.

Pour comprendre les choix que les enseignants font en fonction d'alternatives autour de l'*activité* proposée dans le manuel, il faudra en faire une analyse *a priori*. Les gestes et routines que les enseignants mettent en place lors des différents épisodes de travail devraient permettre de déterminer les choix des enseignants autour des marges de manœuvre liés à l'exercice de leur métier. Nous étudierons donc les routines de troisième type relatives à la place et au rôle de la situation, à l'explicitation des procédures ainsi qu'à l'institutionnalisation et à la décontextualisation afin de comprendre comment les enseignants mettent en œuvre les *activités* en fonction des marges de manœuvre liées à leur métier.

Afin d'analyser la mise en œuvre des *activités* en classe, nous utilisons les retranscriptions des séances en classe. Ces dernières sont découpées en épisodes

correspondant à la prescription de la tâche, aux moments de recherche des élèves, aux mises en commun, synthèses et institutionnalisation.

Les échanges avec les élèves (temps de parole des élèves et de l'enseignant, quels élèves sont interrogés, quelles formes d'aides sont proposées, place et rôle des élèves, types de médiations, nature et contenu du questionnement du professeur, éléments de validation) compléteront l'analyse de la réalisation de la tâche.

Enfin, l'analyse de la tâche réalisée par les élèves donnera un accès à leurs apprentissages potentiels. La tâche qu'ils réalisent dépend de la tâche qui leur est prescrite par l'enseignant. Celle-ci devra donc être analysée afin de définir quelles mathématiques sont proposées à la fréquentation des élèves et quelle part d'initiative leur reste après la prescription. L'analyse de la tâche qu'ils réalisent devra aussi prendre en compte leurs modalités de travail (temps de travail laissé, travail individuel, en binôme, en groupe, aides proposées par l'enseignant, élèves interrogés, type de validation...). Elle peut éventuellement aussi être liée à l'*activité* prescrite par le manuel.

Ci-dessous, nous reprenons le schéma de la mise en œuvre des *activités* du manuel sur lequel sont placés (en gris foncé) les différentes analyses qui permettront d'en comprendre la redéfinition dans l'action et la réalisation.

Analyse de la représentation et de la redéfinition avant la classe

La représentation et la redéfinition ne sont pas visibles directement en classe. Cependant certains éléments peuvent permettre de les analyser en partie. Sur le schéma ci-dessous (Figure 5), nous replaçons ces différents éléments.

A partir de l'analyse de la tâche prescrite aux élèves, nous aurons accès aux différentes étapes de représentation et de redéfinition en fonction d'indicateurs liés aux composantes des pratiques. En effet, nous avons vu que les processus de représentation et de redéfinition de la tâche font appel à certaines composantes des pratiques. Notamment, pour redéfinir les tâches avant la classe, les enseignants vont prendre en compte le niveau de leurs élèves et l'organisation globale de l'enseignement des fractions.

L'analyse des entretiens avec les enseignants nous permettra de connaître la vision qu'ils ont du niveau de leurs élèves mais aussi de préciser certains choix des enseignants amenant à une certaine représentation puis redéfinition de la tâche.

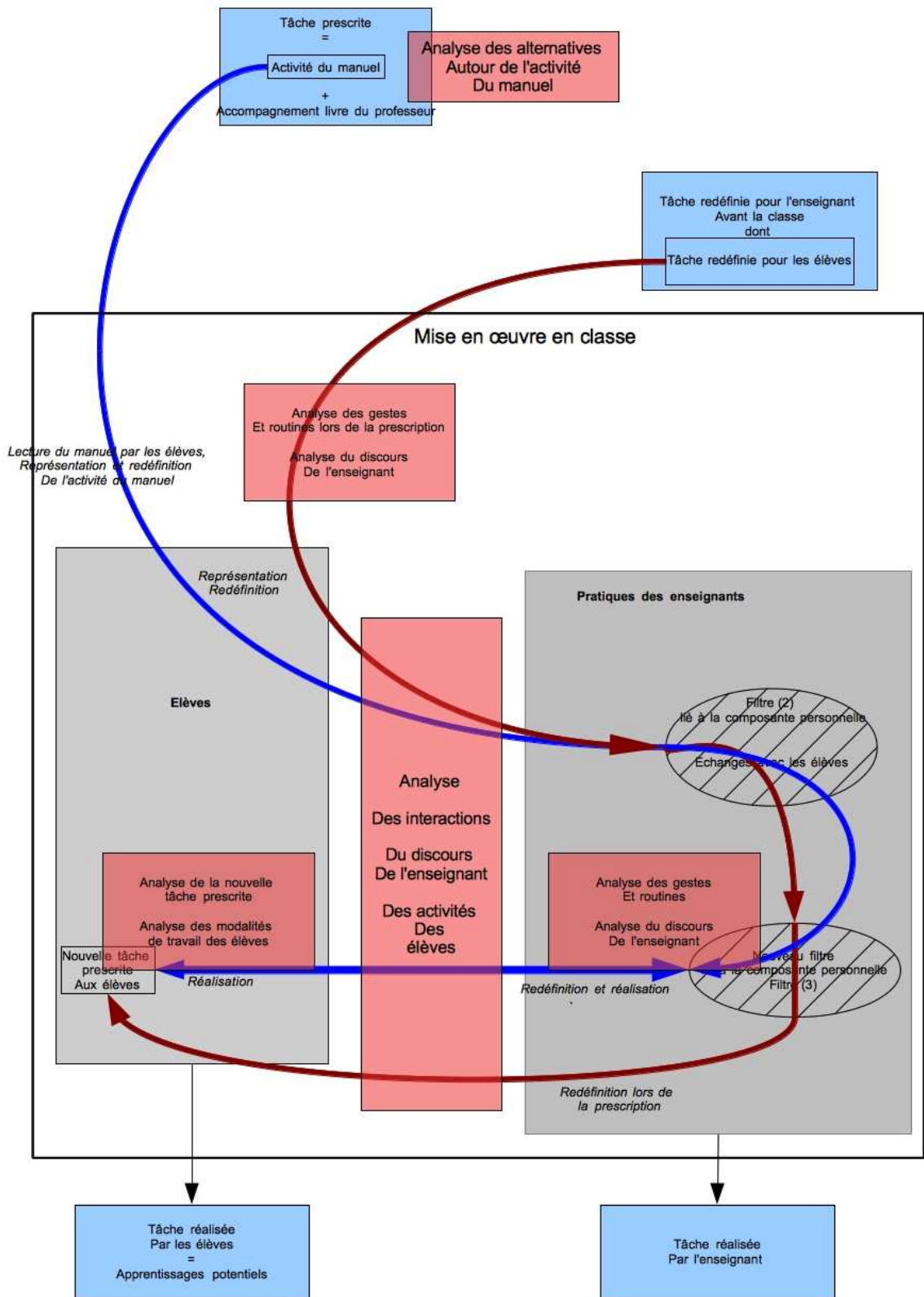


Figure 5 : Analyse de la mise en œuvre des activités en classe

L'analyse de l'organisation globale de l'enseignement des fractions donnera des précisions sur la composante cognitive des pratiques des enseignants. En regard avec l'analyse des épisodes de synthèse et d'institutionnalisation en classe, elle nous permettra de déterminer les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves.

Afin d'étudier la représentation et la redéfinition de la tâche avant la classe, il faudra donc croiser l'analyse de la mise en œuvre de l'*activité*, celle des entretiens avec les enseignants et des processus d'enseignement qu'ils construisent.

Sur le schéma suivant (Figure 6), l'analyse de la mise en acte correspond au schéma précédent.

Méthodologie plus détaillée pour l'analyse des pratiques

La méthodologie sera développée dans les chapitres concernant l'étude des pratiques des enseignants (Partie II, chapitres 1, 2 et 3). Nous y préciserons les indicateurs liés aux marges de manœuvre des enseignants. L'analyse des alternatives autour des *activités* et l'analyse *a priori* pour déterminer la nature des tâches attendues et les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves seront aussi décrites au début de ces chapitres afin de rendre la lecture plus facile.

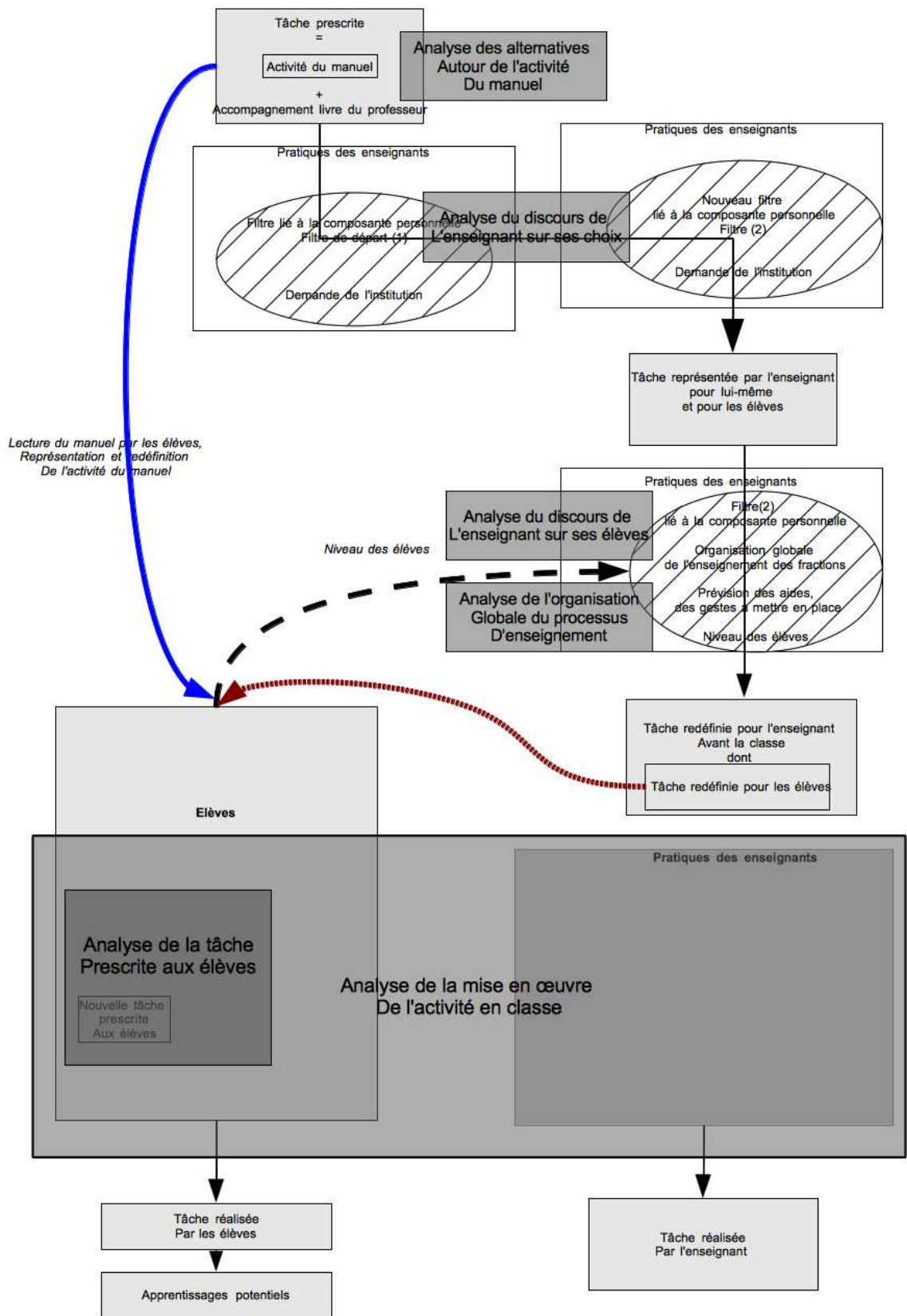


Figure 6 : Analyse de la représentation et de la redéfinition avant la classe

PARTIE I

LE MANUEL *EUROMATHS*

Cette partie du travail vise à caractériser les savoirs à enseigner du manuel *Euromaths* sur le thème des fractions. Il s'agit de comprendre quelle transposition des savoirs savants a été effectuée par les auteurs mais aussi de déterminer globalement (à l'échelle de l'organisation de l'enseignement des fractions, c'est-à-dire du processus dans son ensemble) ce qui est proposé à l'usage des enseignants. Une analyse plus locale des *activités* proposées par le manuel et mises en œuvre par les enseignants observés sera présentée dans le chapitre consacré aux pratiques des enseignants.

Les résultats sont exposés dans deux chapitres. Le premier concerne l'analyse du manuel en termes de dialectique outil-objet. Après avoir présenté le manuel *Euromaths* (auteurs, date de publication, vocabulaire spécifique à cet ouvrage, etc.), l'analyse d'un des problèmes qu'il propose, inspiré d'une ingénierie de Perrin et Douady (1986), sera détaillée afin de comprendre les choix des auteurs en termes de transposition. Les résultats de cette dernière étant utiles à la lecture de l'analyse du processus d'enseignement dans sa globalité, elle sera présentée dans le premier paragraphe. Le processus d'enseignement sera décrit en termes de dialectique outil-objet dans un deuxième paragraphe. Les *activités* du manuel y seront présentées dans une perspective globale afin de comprendre comment elles prennent place dans le processus d'enseignement et de préciser si elles correspondent à des situations d'apprentissage au sens défini dans la première partie de ce travail.

Il est à noter que dans ce premier chapitre le niveau de détail nécessaire, notamment vu la comparaison ultérieure avec les déroulements en classe, amène à faire de nombreux bilans intermédiaires. Ce ne sont pas de répétitions mais plutôt des aides au lecteur pour ne pas perdre le fil et ne pas être obligé de se reporter aux passages correspondants.

Le second chapitre fait l'objet de la comparaison d'*Euromaths* avec cinq autres manuels. Après avoir présenté ces cinq ouvrages, la méthodologie utilisée sera détaillée. Les résultats de l'analyse comparative du manuel *Euromaths* avec les cinq autres manuels de CM2, menée autour de l'enseignement des fractions et de l'introduction des décimaux, seront explicités.

Sommaire de la Partie I

CHAPITRE 1 : ANALYSE DU MANUEL EUROMATHS.....	59
Présentation du manuel	65
Analyse de la transposition d'une situation tirée d'une ingénierie didactique construite par Perrin et Douady.....	68
<i>Situation proposée par Perrin et Douady dans la brochure IREM 62.....</i>	<i>68</i>
<i>Transposition de cette situation dans le manuel Euromaths.....</i>	<i>69</i>
Analyse des savoirs à enseigner contenus dans le manuel <i>Euromaths</i>	79
<i>Premier cycle long du processus d'enseignement des fractions du manuel Euromaths : les fractions usuelles.....</i>	<i>80</i>
<i>Deuxième cycle long du processus d'enseignement des fractions du manuel Euromaths : les fractions décimales.....</i>	<i>89</i>
<i>Troisième cycle long : fractions décimales et nombres décimaux.....</i>	<i>93</i>
<i>Canevas du processus d'enseignement des fractions et décimaux.....</i>	<i>95</i>
CHAPITRE 2 : COMPARAISON DE SIX MANUELS SUR LE THÈME DES FRACTIONS.....	93
Présentation des manuels	101
Comparaison des processus d'enseignement : méthodologie	104
Comparaison des différents manuels	111
Conclusion sur les processus d'enseignement des différents manuels.....	149
CONCLUSION SUR LE MANUEL <i>EUROMATHS</i>.....	152

Chapitre I

Analyse du manuel *Euromaths*

Présentation du manuel

Euromaths CM2 est un manuel écrit par quatre chercheurs en didactique des mathématiques formateurs dans des IUFM : M.L. Peltier, J. Briand, B. Ngonu D. Vergnes. Cette étude ayant été entreprise en 2007, elle a été menée à partir de la version parue en 2006 (suite aux changements de programme un nouvel ouvrage a été publié). *Euromaths* est constitué de trois livres : le livre de l'élève, l'aide-mémoire (également destiné à l'élève) et le livre du professeur.

Le livre de l'élève

Le livre de l'élève est divisé en cinq périodes qui représentent chacune six ou sept semaines sur l'année scolaire. Ces périodes comprennent chacune 19 ou 20 « étapes » pouvant représenter une, deux ou trois séances de classe. A la fin de chaque période le manuel propose des exercices pour « faire le point » sous une rubrique intitulée « ce que je dois savoir faire seul ».

Nous avons repris à notre compte une partie du vocabulaire propre au manuel. Pour faciliter la lecture, nous présentons ce vocabulaire ainsi que les personnages du manuel qui seront cités dans les analyses.

Les étapes du manuel correspondent au travail sur une situation d'apprentissage et sur des exercices (le plus souvent liés à la situation d'apprentissage qui devient alors une situation de référence). Ces étapes correspondent en général à un cycle court, voire à un cycle long de la dialectique outil-objet (voir paragraphe sur l'analyse du processus d'enseignement). Elles sont composées d'une *activité* de découverte, d'exercices et éventuellement d'une *activité* préparatoire de découverte.

Les *activités* préparatoires de découverte et les *activités* de découverte sont deux formes de situations d'apprentissage au sens des auteurs. Les activités préparatoires de découverte correspondent à des *activités* pour lesquelles une organisation spécifique est nécessaire. Il peut s'agir de situations de communication (type émission-réception), de situations de jeu ou pour lesquelles un matériel spécifique doit être utilisé. Ces *activités* permettent, selon deux des auteurs du manuel, d'« enrichir l'histoire commune des élèves » (Briand & Peltier, 2008) sans être ancrées dans le quotidien. Elles peuvent alors servir de situations de

référence. Les activités de découverte correspondent souvent à la reprise des *activités* préparatoires sous la forme d'un énoncé et de plusieurs questions accompagnés d'une illustration qui rappelle les *activités* préparatoires (qui ont alors le statut de situation de référence). Ces deux formes d'*activités* constitueraient des situations d'apprentissage permettant de déclencher les phases « ancien-recherche » de la dialectique outil-objet.

Pour reprendre les situations de référence dans les *activités* préparatoires de découverte, les auteurs font appel : à des personnages récurrents (tels que Leïla) représentant des élèves fictifs, mais aussi à un Furet qui donne des aides aux élèves ou institutionnalise du vocabulaire ou des conventions d'écriture.

Le vocabulaire concernant les fractions prend une place importante dans le manuel, notamment en ce qui concerne les différentes formes qu'elles peuvent prendre. Les différentes écritures possibles des fractions rencontrées sont : les écritures fractionnaires, les écritures sous la forme « entier + rompu », les écritures complexes, les écritures canoniques et les écritures décimales. La forme « entier + rompu » se caractérise par une somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, les écritures complexes par la somme d'un entier et de plusieurs fractions inférieures à 1, les écritures canoniques par la somme d'un entier et de fractions de dénominateurs égal à une puissance de 10 et dont les numérateurs sont tous inférieurs à 10.

Les fractions dans le livre de l'élève

Les fractions sont travaillées sur 5 étapes de la première période du manuel, les étapes 15, 16, 17, 19 et 20. Une étape de la troisième période et une étape de la cinquième période sont consacrées à l'« entretien » des fractions et décimaux (étapes 58 et 80). Ces dernières ne seront pas prises en compte dans l'analyse du processus d'enseignement mais dans l'organisation globale du manuel (organisation de l'enseignement sur l'année). A la fin des périodes 1 et 2 ainsi qu'au milieu de la cinquième période, des exercices sur les fractions sont proposés dans la rubrique « ce que je dois savoir faire seul ». Ces rubriques permettent de faire un bilan ou une évaluation des connaissances des élèves.

L'aide-mémoire

L'aide mémoire est le deuxième livre d'*Euromaths* consacré aux élèves. Dans le manuel, on ne trouve pas d'institutionnalisation. C'est ce livret qui y est consacré. Les savoirs y sont institutionnalisés en lien avec les situations de référence.

Le livre du professeur

Comme son nom l'indique, le livre du professeur est destiné aux enseignants. Il est divisé en deux parties. La première est intitulée : « Enseigner les mathématiques au CM2, *Enjeux didactiques et présentation argumentée des progressions* ». On y trouve, dans les deux premiers chapitres, les choix généraux des auteurs. Ils y donnent plusieurs exemples du déroulement d'une séance autour d'une même *activité* et expliquent en quoi un de ces déroulements peut être plus bénéfique aux apprentissages des élèves. Puis, les auteurs explicitent ce qu'ils entendent par problème et situation d'apprentissage. Ils précisent en quoi consistent les *activités* préparatoires de découverte, les découvertes et les exercices. Enfin, ils donnent des préconisations quant au déroulement de ces différents épisodes de travail. Dans les cinq autres chapitres de cette première partie, les auteurs argumentent les progressions autour de chacun des thèmes : « les modes de calcul », « la numération, les opérations », « les nouveaux nombres », « espace et géométrie » et « grandeurs et mesures ».

La deuxième partie de cet ouvrage est intitulée « Etape par étape ». Les objectifs et les raisons d'être de chaque étape y sont explicités et les auteurs y proposent les accompagnements correspondant à chaque « *activité* préparatoire découverte », « découverte » et exercice proposé. Ces accompagnements correspondent en partie à une analyse *a priori*, explicitent certaines procédures d'élèves possibles, donnent des pistes pour les synthèses et institutionnalisations.

Utilisation des différents ouvrages par les professeurs des écoles

Même si le manuel est constitué de ces trois livres, ils ne sont pas toujours tous utilisés dans les classes. Nombreux sont les enseignants qui ne possèdent pas ou ne se servent pas du livre du professeur, notamment parmi ceux dont nous avons pu observer les séances. Dans aucune des classes observées nous n'avons pu voir les élèves ou les enseignants se servir de l'aide-mémoire.

Analyse de la transposition d'une situation tirée d'une ingénierie didactique construite par Perrin et Douady

Dans la publication de l'IREM numéro 62, Perrin et Douady (1986) décrivent un processus pour l'enseignement des décimaux à la liaison entre école élémentaire et collège. Le travail qu'elles proposent commence par plusieurs séquences sur les rationnels. La première d'entre elles permet la construction des fractions dans un cadre de mesure de longueurs. Elle est présentée au début de ce paragraphe afin d'être comparée avec une *activité d'Euromaths* qui en constitue une transposition possible. L'analyse *a priori* de l'*activité* tirée du manuel sera présentée par la suite, en lien avec celle de Perrin et Douady.

Situation proposée par Perrin et Douady dans la brochure IREM 62

La situation proposée par Perrin et Douady dans la brochure IREM 62 et analysée dans ce paragraphe correspond à la première étape d'un travail sur la construction des décimaux (les élèves n'ont alors encore jamais travaillé sur les fractions en classe). Il s'agit d'une situation de communication avec un émetteur et un récepteur. Les élèves ont à tracer un segment de longueur quelconque puis à faire passer un message qui permettra à un autre élève de tracer le même segment. Pour cela, ils vont disposer d'une bande unité u de 6 cm de longueur. Cette mesure est choisie de manière à ce que la bande puisse être partagée facilement et pour que la mesure des segments soit du même ordre de grandeur que la longueur de l'unité u ⁷. Pour la mise en œuvre, les auteurs proposent plusieurs étapes.

Dans un premier temps, la bande unité (u) est distribuée avant que les élèves ne dessinent leurs segments. Ils devraient alors les tracer en reportant un nombre entier de fois l'unité ($n \times u$), mettant en œuvre des connaissances anciennes telles que la construction d'une longueur à partir d'une autre longueur donnée ou les comparaisons de longueurs.

Dans un deuxième temps, les segments sont tracés avant la distribution de l'unité. Leurs mesures ne devraient donc pas être données sous la forme $n \times u$. Lors de cette deuxième

⁷ C'est-à dire que la mesure des segments devrait être comprise entre un sixième de l'unité et six unités. En effet sur une feuille A4 le plus grand segment qui puisse être tracé est de l'ordre d'un trentaine de centimètres et on peut imaginer que le plus petit ne mesurera pas moins d'un centimètre.

étape, Perrin et Douady proposent alors deux alternatives concernant la rédaction des messages. Tout d'abord, elles ne donnent pas de consigne particulière pour leur écriture puis elles demandent un message qui soit le plus court possible. Ces nouvelles formes de l'exercice engendrent l'utilisation des fractions. En effet, la longueur des segments ne devrait pas avoir une mesure entière ce qui oblige les élèves à fractionner leur unité. Avec la première consigne sur le contenu des messages, ces derniers devraient majoritairement être écrits en français. Les élèves expliquent par exemple qu'ils ont plié l'unité une fois puis encore une fois, etc. Après une mise en commun et la passation de la deuxième consigne, les élèves vont être amenés à utiliser des écritures mathématiques des fractions.

La comparaison des messages des élèves permet de dégager des égalités d'écritures pour des fractions inférieures ou égales à 1 :

- $\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u = 1u$ ou $2 \times \frac{1}{2}u = 1u$
- $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u\right) = \frac{1}{4}u$;
- $\frac{1}{4}u + \frac{1}{4}u = \frac{1}{2}u$ ou $2 \times \frac{1}{4}u = \frac{1}{2}u$;
- etc.

Transposition de cette situation dans le manuel *Euromaths*

Quelle place dans le manuel ?

Dans *Euromaths* on retrouve des *activités* de mesure de segments à l'aide d'une bande unité. L'étape 16 du manuel de CM2 est la deuxième étape de travail sur les fractions. Les auteurs y proposent ce type de problème.

Une première différence avec la situation de Perrin et Douady vient du fait que le travail sur les mesures de longueur est proposé après une *activité* de rappel dans un « contexte quotidien ». On pourrait être amené à penser que cette *activité* dans un contexte quotidien est proposée en introduction en CM2 parce que c'est une situation de rappel et que les fractions ont déjà été vues en CM1. Mais, dans le manuel de CM1 le travail sur les fractions commence aussi par un problème dans un contexte quotidien (la première étape de CM1 concerne le partage de plaques de chocolats, celle de CM2 le partage de gâteaux). Le fait d'introduire les fractions de cette façon est donc un choix des auteurs qui n'est pas propre à l'enseignement des fractions au CM2. L'*activité* proposée ensuite, concernant les mesures

de longueurs (au CM1 comme au CM2), n'est donc pas la première approche des rationnels. Elle ne permet pas directement de construire les fractions mais de consolider cette construction à l'aide de l'utilisation d'un nouveau cadre. Le fait de commencer le travail sur les fractions dans un contexte quotidien n'est donc pas un choix spécifiquement lié au processus d'enseignement prévu pour le CM2 (et au fait que les fractions ont déjà été vues en CM1). Les auteurs explicitent ce choix (pour le CM1) par une logique « qui consiste à prendre en compte les savoirs issus des pratiques sociales sans être dupes du caractère peu mathématique de ces savoirs »⁸ (Briand, Ngono, Peltier, & Vergnes, 2007). Ils font donc le choix d'introduire les fractions dans des situations quotidiennes qui permettent aux élèves de « dire ce qu'ils 'savent' sur ces objets »⁹. Choix qu'ils explicitent en opposition avec un enseignement qui ne prendrait pas en compte l'existence, dans l'histoire personnelle des élèves, de mots relatifs à des notions mathématiques (et qui semble répondre à une contrainte institutionnelle). On peut alors se poser la question des conséquences d'une première utilisation des fractions dans ce contexte à la fois sur la suite du processus d'enseignement, au niveau des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves.

Une fois cette introduction effectuée dans un cadre « peu mathématique » les auteurs proposent en CM1 comme en CM2 une *activité* dans le cadre des mesures de longueurs. En CM1, les auteurs construisent deux *activités* à partir de la situation de Perrin et Douady : une *activité* préparatoire de découverte et une *activité* de découverte. En CM2, seule l'*activité* de découverte est retranscrite dans le manuel. Il s'agit à peu de choses près de la même *activité* qu'en CM1 (seules quelques données numériques sont différentes, en CM1 les élèves travaillent sur des fractions qui ont des dénominateurs sous forme de puissance de 2 alors qu'en CM2 ils rencontrent aussi les tiers). Pour analyser la transposition effectuée par les auteurs, nous nous sommes intéressés dans un premier temps à l'*activité* préparatoire de découverte du manuel de CM1. Elle n'existe pas en tant que telle dans le manuel de CM2, mais les auteurs indiquent son existence dans l'accompagnement du livre du maître et précisent aux enseignants qu'ils peuvent éventuellement s'en servir. De plus, il s'agit d'une transposition intermédiaire¹⁰ de la situation de Perrin et Douady par rapport à la

⁸ Livre du professeur, chapitre sur les nouveaux nombres, les étapes d'*Euromaths* CM1

⁹ Idem

¹⁰ Intermédiaire dans le sens où cette *activité* préparatoire de découverte est plus proche de la situation proposée par Perrin et Douady que l'*activité* de découverte qui est l'*activité* à laquelle nous nous intéressons

transposition effectuée pour l'*activité* de découverte des manuels de CM1 et CM2. Les analyses de l'*activité* préparatoire de découverte et de l'*activité* de découverte sont donc présentées dans cet ordre dans les paragraphes suivant.

Activité préparatoire proposée dans le manuel de CM1

Dans le manuel de CM1, une *activité* préparatoire de découverte constitue le début du travail sur les mesures de longueurs. Il s'agit de la situation de communication suivante.

« Faire tracer aux élèves un segment $[AB]$ sur une feuille, puis donner une bande unité. Demander à chaque élève d'écrire un message afin de permettre à un autre élève de construire un segment de même longueur sans le mesurer avec une droite graduée. »

Activité préparatoire de découverte Euromaths CM1

Cette *activité* correspond à la deuxième étape de la situation proposée par Perrin et Douady. La bande unité est donnée aux élèves après leur construction des segments. Ces derniers ne devraient donc pas pouvoir être mesurés à l'aide de la seule unité entière. Aucune consigne n'est donnée quant à l'écriture des messages. Cependant, un travail sur les fractions ayant déjà été proposé lors de la séance précédente (partage de plaques de chocolats ou de gâteaux), les élèves devraient pouvoir rédiger des messages à partir d'écritures mathématiques sans consigne particulière pour la rédaction des messages (comme par exemple dans la situation de Perrin et Douady une consigne d'écriture de messages les plus courts possibles).

Le travail proposé lors de cette *activité* préparatoire de découverte est assez proche de celui de l'ingénierie didactique de Perrin et Douady. Cependant il n'a pas la même place dans le processus d'enseignement puisqu'il ne s'agit pas d'une première approche des fractions. De plus, seule une des trois étapes proposées dans la brochure de l'IREM est reprise dans le manuel ce qui peut être imputé à la fois : au fait que ce ne soit pas la

plus particulièrement. Il s'agit encore d'une situation de communication de type émission-réception. L'*activité* de découverte serait alors une transposition de l'*activité* préparatoire. En effet, les *activités* de découverte peuvent « reprendre » les *activités* préparatoires qui constituent une « histoire commune » aux élèves de la classe.

première étape de travail sur les fractions, à un gain de temps pour les enseignants quant à la mise en place de la situation d'émission-réception.

Activité de découverte de l'étape 16

L'*activité* de découverte de l'étape 16 est d'une nature différente de l'*activité* préparatoire proposée dans le manuel de CM1 et de la situation de la brochure IREM. Il ne s'agit plus d'une situation de communication avec émetteur et récepteur¹¹ visant la construction des fractions. Le problème concerne à la fois l'appropriation des fractions dans un cadre de mesure de longueur et la construction de l'égalité de différentes formes d'écriture des rationnels (sous forme fractionnaire et complexe). Il s'agit de la reprise de la situation de référence que peut constituer l'*activité* préparatoire (qui n'en est plus vraiment une si les enseignants ne décident pas de l'utiliser) lors de laquelle une élève fictive (Leïla) joue le rôle d'émetteur. Il s'agit d'un travail très guidé comme le montre l'analyse *a priori* présentée ci-dessous.

Analyse a priori de l'*activité* de découverte de l'étape 16 du manuel de CM2

Le texte introductif et la « bulle du Furet » (Cf. *Activité* de découverte 1, ci-dessous) permettent la mise en place du milieu¹² dans lequel les élèves vont être amenés à travailler. Ce milieu est constitué de la bande unité, de la mesure d'un segment sous une forme complexe ($1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$), de la technique utilisée par Leïla pour mesurer un segment, de la technique de partage en trois parties égales permettant d'obtenir des tiers de l'unité et enfin des différents segments à mesurer. La technique de mesure utilisée par Leïla est décrite comme le report de l'unité u puis de la moitié de u et du tiers de u . Elle donne aux élèves la marche à suivre pour retrouver la mesure d'un segment en fonction de l'unité donnée.

¹¹ Ou situation d'émission-réception


¹² Il s'agit du milieu au sens de Brousseau. Pour mettre en place la situation d'apprentissage que constitue la question 3 nous allons voir que certaines connaissances doivent être disponibles chez les élèves et que certains résultats intermédiaires sont nécessaires. Ces connaissances et résultats constituent le milieu propice à la situation d'apprentissage relative à cette activité.

Découverte

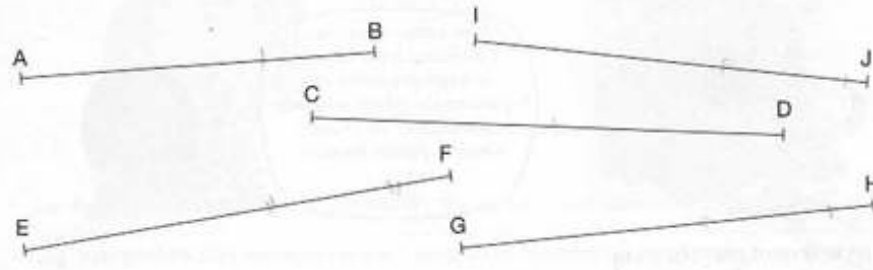
Pour mesurer la longueur d'un segment, Leïla s'est servi du segment u qu'elle a pris pour unité.

Elle a reporté une fois l'unité u , puis la moitié de u et enfin le tiers de u .

Elle a écrit: $1 u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{3} u$.



Pour avoir $\frac{1}{3}$ de l'unité u , je plie en 3 en accordéon la bande unité.



1. Reproduis la bande de l'unité u .
En te servant de cette bande, trouve quel segment Leïla a mesuré.

2. Trouve la mesure de la longueur des autres segments en te servant de l'unité u .

3. Leïla affirme que le segment $[GH]$ mesure $\frac{7}{4} u$. A-t-elle raison ?

Activité de découverte 1 : Euromaths CM2, étape 16

Cette partie du texte permet de rappeler aux élèves certaines connaissances construites en CM1 et CM2. Perrin et Douady proposaient dans la première partie de leur situation d'émission-réception, une alternative où la bande unité était donnée avant de tracer les segments afin de réactiver certaines connaissances utiles à la suite de l'activité. Au lieu de cela, les auteurs proposent le travail d'une élève fictive dont la procédure d'évaluation de la mesure de la longueur d'un segment est donnée. Il s'agit donc d'une ostension assumée de la part des auteurs visant à rendre disponibles ces mêmes connaissances et quelques autres concernant les fractions en elles-mêmes. On peut imaginer que l'utilisation de cette élève fictive a pour but de gagner du temps au niveau de la mise en œuvre de l'activité. Cela évite à la fois : l'utilisation d'une situation d'émission-réception pour rendre les connaissances disponibles, mais aussi que les enseignants aient à faire des rappels sur ces dernières ou sur les fractions. Cela peut aussi permettre d'éviter que les professeurs aient à réfléchir aux rappels à effectuer.

Les rappels sur les fractions concernent leur écriture mathématique et en toutes lettres mais aussi la signification de certaines d'entre elles. En effet, l'écriture mathématique de la mesure du segment est donnée en français mais aussi sous la forme $1 u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{3} u$. Le texte

permet donc de revoir les écritures mathématiques et en toutes lettres des fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$. Dans une bulle, le Furet explique aux élèves comment plier l'unité en trois parties afin d'obtenir des tiers. Cela permet de revoir le codage de la fraction $\frac{1}{3}$ en fonction du partage de longueur (ou du partage d'aire puisque l'unité a une épaisseur). Cette partie du texte permet aussi d'aider les élèves à plier la bande en trois parties égales, ce qui ne tombe sous le sens ni pour ce qui est de la technique de pliage, ni pour ce qui est d'avoir l'idée d'utiliser les tiers. En effet, si on ne leur propose pas directement l'utilisation des tiers les élèves auront tendance à plier l'unité en deux puis encore en deux, etc.

Cette première partie de la découverte a donc pour but de remémorer aux élèves des connaissances sur les fractions qu'ils ont déjà rencontrées en CM1 et lors de l'étape précédente. Elle permet aussi de les remettre dans un contexte de mesure de longueurs tout en leur donnant la procédure à utiliser pour mesurer un segment.

La question 1 permet la mise en place d'une technique de mesure des segments. Les élèves ont à retrouver celui de Leïla dont la mesure a été donnée dans le texte introductif. Deux procédures sont envisageables. La première consiste à vérifier pour chaque segment s'il mesure $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$ en posant sur chacun d'eux la bande u puis sa moitié et enfin son tiers. La deuxième procédure consiste à trouver la mesure de chaque segment. Quelle que soit la procédure utilisée pour retrouver le segment de Leïla, les élèves sont amenés à mesurer des segments en reportant d'abord l'unité u puis des fractions de cette unité. La technique de mesure mise en place est donc la même quelle que soit la procédure utilisée pour répondre à la question, mais les pliages effectués peuvent être différents.

La formulation de cette question (où il s'agit de retrouver un segment de mesure donnée) rappelle la position du récepteur dans la situation tirée de la brochure IREM. Toutefois, il n'est pas demandé aux élèves de tracer ce segment de mesure donnée mais seulement de le retrouver parmi plusieurs segments. De plus, la formulation limite les façons possibles de mesurer les segments. En effet, il est probable qu'en appliquant la procédure de Leïla, les élèves soient amenés par la suite (lors de la deuxième question) à la réutiliser et ils devraient trouver des résultats sous des formes complexes $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$ plutôt que sous la forme « entier + rompu » $(1 + \frac{3}{4})$ ou sous la forme fractionnaire $(\frac{7}{4})$.

La nature du problème évite donc que les élèves se retrouvent dans la position d'émetteur de la situation de Perrin et Douady. Elle modifie la position du récepteur pour limiter le travail des élèves à la recherche d'un segment de longueur donnée parmi plusieurs (ils n'ont plus à le tracer). Cela permet un contrôle des productions des élèves et des variables didactiques qu'elles peuvent constituer. En effet, dans la partie réception de la situation de Perrin et Douady ou dans celle du manuel de CM1, les élèves peuvent tracer des segments qui ne correspondent pas à la mesure donnée dans les messages. L'enseignant ne contrôle pas leurs productions. Ils peuvent alors proposer toutes sortes de segments qui sont autant de variables de la situation. En proposant aux élèves de retrouver un segment parmi plusieurs, ces variables sont contrôlées. Même si les élèves ne trouvent pas le bon segment, les résultats possibles sont limités et permettent donc *a priori* une mise en commun plus aisée. De plus, cette première question les amène à utiliser une certaine procédure plutôt qu'une autre et à trouver des écritures sous formes complexes, utiles pour la suite du travail. La situation de la brochure IREM ne limitait pas le nombre de possibilités dans ce sens. C'est-à-dire que les élèves pouvaient utiliser différentes procédures qui permettaient d'engendrer différentes formes d'écriture pour les mesures des segments (en français, sous forme fractionnaire et sous forme complexe). De plus, par rapport à ce qui était proposé par Perrin et Douady, les élèves ne se retrouvent pas dans des situations d'action et de formulation, ni pour ce qui est de rendre leurs connaissances disponibles, ni pour la construction de l'outil fraction. Cette première question permet d'utiliser l'outil fraction et non de le construire.

La question 2 permet la routinisation de la technique mise en place lors de la question 1. En effet, il s'agit pour les élèves de mesurer la longueur des autres segments. A la suite de la résolution de la question 1, nous avons vu qu'une technique de mesure avait été mise en place. Les résultats des mesures pour les autres segments devraient donc apparaître sous des formes complexes. Toutefois, il est possible que les élèves obtiennent des résultats sous des formes fractionnaires. Si c'est le cas, les questions soulevées en termes d'égalité de deux écritures peuvent être considérées comme équivalentes à la question 3. Nous traiterons donc cette possibilité lors de l'analyse de cette dernière question. Pour l'instant, le cas traité est celui pour lequel les élèves obtiennent des résultats sous forme d'écritures complexes. Tous les segments peuvent être mesurés à l'aide de l'unité, de la moitié de l'unité, du tiers

de l'unité et du quart de l'unité u ($AB = 1u + \frac{1}{2}u$, $CD = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u = 1u + 1u = 2u$, $GH = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u = 1u + \frac{3}{4}u$ et $IJ = 1u + \frac{1}{3}u + \frac{1}{3}u = 1u + \frac{2}{3}u$). Plusieurs écritures complexes ou sous la forme d'un entier peuvent apparaître lors de cette deuxième question. Deux cas se présentent : celui où les différentes fractions de l'écriture complexe ont le même dénominateur ($1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ et $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$) et celui où les différentes fractions de l'écriture complexe n'ont pas le même dénominateur ($1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$). Il s'agira alors, suivant les cas, de revoir des équivalences d'écritures sous forme fractionnaire et sous la forme d'une addition de fraction ayant ou n'ayant pas le même dénominateur. Les élèves doivent avoir *a priori* les connaissances nécessaires disponibles pour reconnaître ces équivalences pour des fractions ayant le même dénominateur. Reste le cas de fractions n'ayant pas le même dénominateur. Il s'agit alors de demis et de quarts, fractions avec lesquelles les élèves sont familiers, tant par une utilisation quotidienne (heure, pâtisserie...) que par les connaissances rendues disponibles lors de la première étape du travail sur les fractions proposée par le manuel (proposée par tous les enseignants observés). L'apparition de ces différentes écritures permet alors aux élèves de construire à nouveau (ou de consolider) le résultat de l'addition de deux fractions ayant le même dénominateur ($\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$) ou ayant des dénominateurs égaux à 2 et 4 ($\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$). Pour arriver à l'équivalence des écritures les élèves peuvent travailler dans le cadre des mesures (un élève ayant trouvé que [GH] mesure $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ pourra vérifier à l'aide de sa bande unité si ce même segment mesure bien $1 + \frac{3}{4}$) ou dans le cadre numérique ($\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ donc $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$).

Cette étape du travail permet donc de dégager les mêmes égalités d'écritures (pour des fractions inférieures ou égales à 1) que celles proposées pour la mise en commun de la situation de communication dans la brochure IREM :

- $\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u = 1u$ ou $2 \times \frac{1}{2}u = 1u$
- $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u\right) = \frac{1}{4}u$;
- $\frac{1}{4}u + \frac{1}{4}u = \frac{1}{2}u$ ou $2 \times \frac{1}{4}u = \frac{1}{2}u$;
- etc.

Les questions 1 et 2 ont alors permis la mise en place du milieu nécessaire à la dévolution et à la résolution de la question 3. En effet, lors de la question 3, il s'agit de vérifier si Leïla a raison lorsqu'elle affirme que le segment $[GH]$ mesure $\frac{7}{4}$. Les questions précédentes ont permis de contraindre les élèves à une certaine forme d'écriture des mesures des segments : les écritures complexes. Ils ont donc *a priori* tous obtenu des résultats sous cette forme. La question 3 est en fait le véritable enjeu de la situation. Les élèves sont amenés à vérifier que la mesure de Leïla est correcte. Ils se retrouveront avec deux écritures pour un même segment ($1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$ ou $1u + \frac{3}{4}u$ et $\frac{7}{4}u$) qui seront alors considérées comme équivalentes.

La question 3 est proposée afin de s'assurer que le problème de l'équivalence des écritures sous forme fractionnaire et sous forme complexe est bien soulevé. Toutefois, il est possible que ce problème apparaisse dès la mise en commun de la question 2. Pour cette question, comme pour la question 2, la résolution est possible dans le cadre des mesures de longueur ou dans le cadre numérique.

Perrin et Douady n'envisagent pas la possibilité que les élèves proposent des écritures fractionnaires telles que $\frac{7}{4}$. En effet, leur situation permet l'introduction des fractions. Il y a donc peu de chances qu'ils proposent de telles écritures. Dans *Euromaths*, l'apparition de cette écriture et de son équivalence avec une écriture complexe ou sous la forme « entier + rompu » est le but de l'*activité*.

A la lecture de cette analyse de l'*activité* du manuel, on peut remarquer que les auteurs ferment la situation à l'aide du texte introductif et des deux premières questions, amenant les élèves à utiliser les mêmes procédures et à obtenir les mêmes résultats. Le but de cette manœuvre semble pourtant être de mieux revenir à de nouvelles formes (fractionnaires) équivalentes à celles que les élèves auront trouvées lors des deux premières questions. On peut alors penser que cette fermeture a pour but de baliser le travail des élèves. Plusieurs raisons permettent de l'expliquer.

Tout d'abord, en découpant l'*activité* comme il est précisé plus haut, les auteurs s'assurent que ce qui est l'enjeu du problème sera soulevé. Plusieurs formes d'écritures de la mesure des segments seront utilisées et leur équivalence pourra être remarquée.

De plus, cette organisation a pour effet que tous les élèves travaillent sur le même problème et plus ou moins à la même vitesse. En effet, la fermeture de l'*activité* et

l'obligation de passer par différentes étapes préétablies devraient permettre que l'avancée du temps soit régulée et soit à peu de choses près la même quelque soit le niveau des élèves. Dans la situation d'émission-réception, tous les élèves ne travaillent pas à partir des mêmes segments, ni pour l'écriture des messages ni pour le tracé des segments de mesures données par les émetteurs. Le travail de l'enseignant peut alors s'avérer plus compliqué, que ce soit pendant l'épisode de recherche des élèves ou celui de la mise en commun. On peut alors imaginer que tous les élèves ne bénéficieront pas de la même manière de cette situation d'apprentissage. Au contraire, sa transposition dans le manuel semble permettre de réguler les différents rythmes des élèves, de s'assurer qu'ils travaillent tous sur le même problème et de faciliter la mise en commun.

En conclusion sur cette transposition de la situation de Perrin et Douady

Bien que l'*activité* du manuel *Euromaths* s'appuie sur la situation de Perrin et Douady, la forme et le fond des deux problèmes sont différents.

Dans la brochure IREM il s'agit d'une première situation pour introduire les fractions ce qui n'est pas tout à fait le cas dans *Euromaths*. En effet, les auteurs proposent en premier lieu un travail dans un contexte quotidien qu'ils jugent « peu mathématique » (Briand & Peltier, *ibid.*). Le travail sur les mesures de longueur intervient dans un deuxième temps mais constitue la première *activité* dans un cadre mathématique.

Dans la brochure IREM, le rappel des connaissances anciennes utiles à la résolution du problème a lieu à l'aide d'une première situation de communication avec émetteur et récepteur alors que dans *Euromaths* il a lieu via un élève fictif ou le personnage du Furet, c'est à dire de manière assez ostensive. Cela permet un gain de temps mais ne permet pas aux élèves de s'approprier le problème de la même façon qu'avec une première situation d'émission-réception lors de laquelle ils se retrouvent dans une dialectique de l'action.

La situation proposée par Perrin et Douady est une situation de communication avec émetteur et récepteur. Les élèves traitent donc avec des données différentes, ce qui permet de guider les mises en commun sur les relations en jeu dans la situation plus que sur les résultats en eux-mêmes mais aussi de développer des dialectiques de formulation ou de validation. Dans *Euromaths*, il s'agit d'un problème posé par l'enseignant (ou par une élève fictive) commun à tous les élèves. Les élèves travaillent donc tous avec les mêmes données ce qui ne permet pas forcément d'ouvrir une discussion sur les relations en jeu mais

seulement sur des exemples. L'utilisation d'un élève fictif rappelle toutefois les conditions d'une situation d'émission-réception et peut éventuellement éviter des effets de contrats. Par exemple, lorsque l'élève fictive (Leïla) a trouvé une certaine mesure pour un segment $(\frac{7}{4})$, les élèves ont à se prononcer sur le fait qu'elle ait ou non trouvé une mesure correcte. On peut penser que ce choix des auteurs d'utiliser cette élève fictive est lié au fait qu'ils argumenteront éventuellement plus leurs réponses du fait que la demande n'émane pas directement de l'enseignant. Dans cette dernière hypothèse, les élèves pourraient alors répondre que le segment mesure bien $\frac{7}{4} u$ par effet de contrat.

Enfin, alors que la situation de Perrin et Douady est très ouverte celle d'*Euromaths* est beaucoup plus fermée et balisée. Dans la première, les auteurs laissent libres les trajectoires des élèves alors que dans la seconde ils s'assurent que tous travailleront de la même façon, au même rythme et sur un problème équivalent. Ce qui semblerait avoir pour but de gérer l'hétérogénéité des élèves et de faciliter le travail de l'enseignant.

Analyse des savoirs à enseigner contenus dans le manuel *Euromaths*

Dans ce paragraphe, à partir de la méthodologie développée pour l'analyse des processus d'enseignement dans le premier chapitre, nous présentons le canevas de celui de l'enseignement des fractions en CM2 dans le manuel *Euromaths*. Il s'articule autour d'objectifs obtenus à partir des études mathématiques, épistémologique et didactique de la notion visée et nous permettra donc (en lien avec l'analyse effectuée de la transposition de l'ingénierie didactique de Perrin et Douady) de faire émerger certains choix généraux des auteurs mais aussi des choix plus locaux concernant l'enseignement des fractions.

Pour l'analyse du processus d'enseignement nous prenons en compte les différentes *activités* proposées dans le manuel et leurs caractéristiques, notamment leur statut (rappels, construction, familiarisation, etc.), les cadres, les connaissances travaillées et les connaissances nécessaires à la résolution. Nous recherchons en particulier les liens entre les différentes situations d'apprentissage.

Les différents cycles longs correspondant à l'enseignement des fractions usuelles, à celui des fractions décimales puis au passage des fractions décimales aux écritures décimales sont présentés dans des paragraphes distincts qui seront redécoupés en fonction des cycles courts qui les constituent. Dans une dernière partie le canevas du processus sera reconstitué dans son ensemble.

Premier cycle long du processus d'enseignement des fractions du manuel *Euromaths* : les fractions usuelles

Le premier cycle long concernant l'enseignement des fractions usuelles est constitué de trois étapes (15, 16 et 17) du manuel correspondant à quatre cycles courts et une phase de familiarisation.

Deux premiers cycles courts, l'étape 15

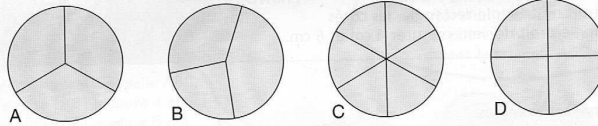
Dans l'*activité* de découverte de l'étape 15 (Cf. page suivante : Manuel *Euromaths* 1) deux tâches de rappel sont proposées dans un contexte quotidien. La première permet le travail sur les écritures fractionnaires et leurs équivalences possibles (égalité de $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{6}$), la deuxième le travail sur l'écriture sous forme « entier + rompu » et son équivalence avec une écriture fractionnaire ($1 + \frac{1}{3}$ et $\frac{4}{3}$).

L'*activité* proposée ne correspond pas à la définition donnée plus haut d'une situation d'apprentissage. Il s'agit d'une situation de rappel pour laquelle les élèves ne se retrouvent pas dans une position de recherche à proprement parler. Les rationnels ont déjà été travaillés en classe de CM1 et cette *activité* a pour but de réactiver des connaissances anciennes en redéfinissant l'outil fraction dans un contexte quotidien.

Dans cette perspective, on peut la considérer comme une situation lors de laquelle les élèves peuvent comprendre l'énoncé et s'engager dans une procédure de résolution dans laquelle ils mobilisent du connu. En effet, si on prend l'exemple de la formulation de la première tâche pour laquelle on cherche à « partager équitablement » un gâteau en trois parts, les élèves peuvent résoudre le problème en mobilisant des connaissances liées au partage équitable.

Découverte

1. Voici quatre gâteaux prédécoupés sortis du même moule.



a. Quel gâteau peuvent choisir Alice, Qwang et Leïla pour avoir chacun une part équivalente sans qu'il n'y ait de reste ?

Y a-t-il plusieurs gâteaux répondant à ces critères ?

b. Parmi les phrases suivantes lesquelles correspondent aux choix possibles des enfants ?

Chaque enfant a $\frac{1}{3}$ du gâteau.

Chaque enfant a $\frac{1}{4}$ du gâteau.

Chaque enfant a $\frac{1}{6}$ du gâteau.

Chaque enfant a $\frac{2}{6}$ du gâteau.



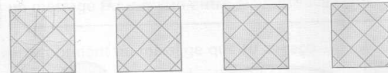
Dans une fraction, le nombre qui est au-dessous de la barre indique en combien on a partagé l'unité ; c'est le dénominateur. Le nombre qui est au-dessus de la barre indique le nombre de parties de l'unité que l'on prend ; c'est le numérateur.

2. Théo a apporté 4 grillés aux pommes qu'il veut partager équitablement avec Alice et Leïla.

Théo propose de partager équitablement chaque grillé en 3, puis de distribuer les parts.

Alice dit qu'elle a trouvé une solution qui permet de faire moins de miettes. Laquelle ?

Trouve deux écritures mathématiques qui montrent la façon dont chacun veut procéder.



Exercices

1 Une heure c'est 60 minutes. Combien de minutes y a-t-il dans $\frac{1}{2}$ heure, dans $\frac{3}{4}$ d'heure ?
Quelle fraction d'heure représentent 20 min ?

2 a Un match de football dure 90 minutes. Quelle est la durée de chaque mi-temps ?
b. Qwang dit qu'un match de rugby dure $\frac{4}{3}$ d'heure ; combien cela fait-il de minutes ?

La lecture du texte permet à la fois de réactiver les concepts de numérateur et dénominateur et de retrouver l'écriture de la fraction recherchée. La conception de ce problème doit permettre d'éviter que l'enseignant ait à faire les rappels. Les élèves seraient dans une position de recherche et réactiveraient par eux-mêmes leurs connaissances.

On peut ainsi considérer que cette découverte constitue deux cycles courts du premier cycle long autour de l'objet fraction (Figure 7 : Etape 15) lors desquels les élèves réinvestissent des connaissances concernant le partage équitable et lors desquels les fractions obtiennent le statut d'outil explicite pouvant s'écrire sous différentes formes équivalentes : fractionnaire ou « entier + rompu ».

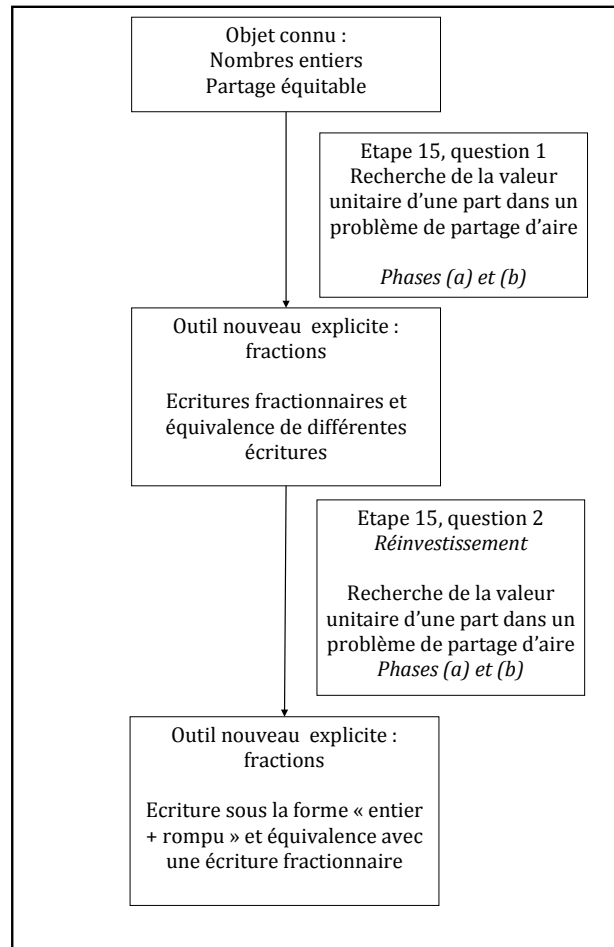


Figure 7 : Etape 15

Un troisième cycle court, l'étape 16

L'activité proposée lors de l'étape 16 (Manuel *Euromaths 2* : Etape 16) correspond à une transposition de la situation tirée de l'ingénierie didactique de Perrin et Douady¹³. Les « rationnels-mesures » y sont travaillés dans une situation où les élèves ont à évaluer la longueur de différents segments au moyen d'une bande unité. Le problème posé aux élèves lors de cette étape est proche d'une situation d'apprentissage au sens de Douady. Les deux premières questions permettent la mise en place d'un milieu pour la résolution de la troisième, réel enjeu du problème.

¹³ Voir plus haut, Analyse de la transposition d'une situation tirée d'une ingénierie didactique construite par Perrin et Douady.

16

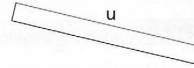
Fractions : partages de longueurs

Découverte

Pour mesurer la longueur d'un segment, Leïla s'est servi du segment u qu'elle a pris pour unité.

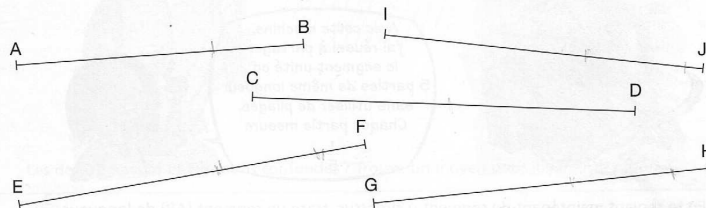
Elle a reporté une fois l'unité u , puis la moitié de u et enfin le tiers de u .

Elle a écrit : $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$.



Pour avoir $\frac{1}{3}$ de l'unité u , je plie en 3 en accordéon la bande unité.

1. Reproduis la bande de l'unité u .
En te servant de cette bande, trouve quel segment Leïla a mesuré.



2. Trouve la mesure de la longueur des autres segments en te servant de l'unité u .
3. Leïla affirme que le segment [GH] mesure $\frac{7}{4}u$. A-t-elle raison ?

Exercice

Trace les segments dont les mesures de longueur sont données dans le tableau ci-contre, puis trouve une écriture fractionnaire pour exprimer ces mesures.

Segment	Longueur en unité u	Écriture fractionnaire
[AB]	$1 + \frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$
[CD]	$2 + \frac{1}{3}$	
[EF]	$1 + \frac{3}{4}$	
[GH]	$2 - \frac{1}{4}$	
[IJ]	$1 + \frac{2}{3}$	

Manuel Euromaths 2 : Etape 16

Dans cette dernière question les élèves ont à vérifier si un des segments mesure bien $\frac{7}{4}$ de l'unité, comme l'affirme Leïla, sachant qu'ils ont déjà dû trouver une mesure sous la forme $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ou $1 + \frac{3}{4}$. Lors des questions précédentes il est possible de trouver plusieurs écritures équivalentes pour un même segment et cette dernière question ne devrait donc pas déstabiliser les élèves. Ils mobilisent alors du connu puisqu'ils peuvent évaluer cette longueur à l'aide de la bande unité et de leurs connaissances sur les fractions. Certains peuvent aussi résoudre la question dans un cadre numérique : $1 = \frac{4}{4}$ puis $\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$. L'égalité des écritures sous forme fractionnaire et « entier + rompu » qui est la connaissance visée est alors obtenue et validée par les élèves.

L'*activité* préparatoire de découverte proposée dans le manuel de CM1 peut être reprise en amont de cette *activité* et se rapproche d'autant plus de l'ingénierie de Perrin et Douady puisqu'il s'agit d'une situation de communication de mesures de longueurs au moyen de la bande unité. Cependant, même si les auteurs rappellent la possibilité d'utiliser l'*activité* préparatoire, ils ne la jugent pas nécessaire. Nous ne nous attarderons donc pas sur cette dernière pour l'analyse du processus d'enseignement.

Enfin, un exercice est proposé lors duquel les élèves vont être amenés à s'entraîner à passer d'une écriture à l'autre. Ils peuvent alors encore s'appuyer sur le matériel utilisé pour l'*activité* de découverte.

La découverte de l'étape 16 constitue un nouveau cycle court de l'enseignement des rationnels (Figure 8 : Etape 16). Les connaissances sur les fractions ravivées par le travail sur la découverte de l'étape 15 sont réinvesties dans cette nouvelle *activité* au terme de laquelle les fractions sont des outils explicites qui peuvent s'écrire sous des formes différentes mais équivalentes, les formes fractionnaires, « entier + rompu » et complexes.

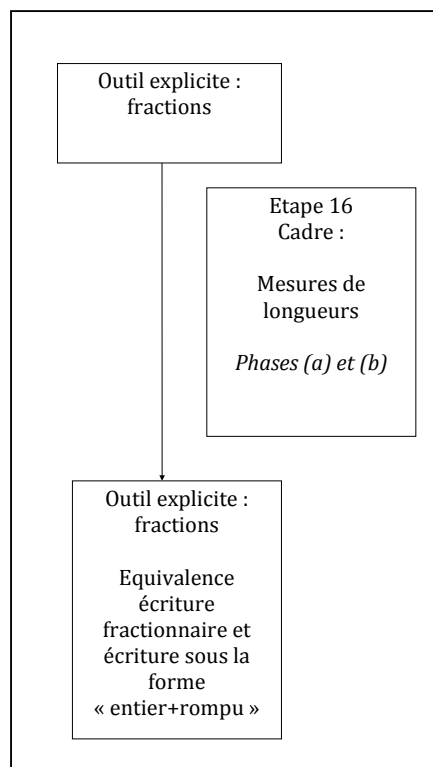


Figure 8 : Etape 16

Un quatrième cycle court et une phase de familiarisation, l'étape 17

La découverte de l'étape 17 est précédée d'une *activité* préparatoire de découverte qui permet la prise en main de l'outil « machine à partager »¹⁴ (ou guide-âne). Cette *activité* préparatoire ne correspond à aucune phase des cycles de la D.O.O. mais permet aux élèves de comprendre le fonctionnement de l'outil qu'ils auront à utiliser lors de la découverte. L'intérêt de cette *activité* est de permettre le partage en un nombre quelconque de parties égales (ce qui ne pouvait pas être mis en place avec le partage par pliage d'une bande unité).

17

Fractions :


partages et graduations

— **Activité préparatoire de découverte :** Faire tracer un segment d'environ la longueur d'un stylo sur une feuille de papier. Utiliser alors la machine à partager pour partager ce segment en 5 segments de même longueur.

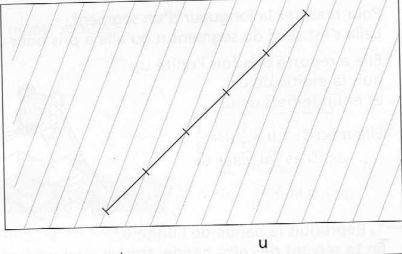
Découverte

1. Rappelle-toi.

Une machine à partager est un réseau de droites parallèles à la même distance les unes des autres. Pour la machine ci-contre, cette distance est 5 mm.



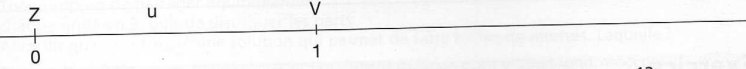
Avec cette machine, j'ai réussi à partager le segment unité en 5 parties de même longueur sans utiliser de pliage. Chaque partie mesure $\frac{1}{5}u$



a. En te servant maintenant du segment u ci-dessus, trace un segment $[AB]$ de longueur $\frac{3}{5}u$.

b. Trace un segment $[EF]$ de longueur $\frac{9}{5}u$ et explique comment tu as fait.

2. a. Reproduis cette droite graduée: Z est à l'origine et $[ZV]$ mesure $1u$.



b. Place sur cette droite le point G à $\frac{3}{5}u$ de Z , le point H à $\frac{9}{5}u$ de Z et le point J à $\frac{12}{5}u$ de Z .

c. Place sur cette droite le point K à $\frac{6}{10}u$ de Z , le point L à $\frac{18}{10}u$ de Z et le point M à $\frac{21}{10}u$ de Z . Retrouves-tu des points déjà placés ?

d. Donne, en prenant u pour unité, la mesure des longueurs de $[ZG]$, $[ZH]$ et $[ZJ]$.

e. La mesure de $[ZH]$, en prenant u pour unité, peut aussi s'écrire $1 + \frac{4}{5}$.

Comment peut alors s'écrire la longueur de $[ZJ]$ sous forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction ?

¹⁴ Réseau de droites parallèles équidistantes.

Lors de l'*activité* de découverte de l'étape 17, la connaissance visée est à nouveau l'équivalence des écritures fractionnaires et sous la forme « entier + rompu ». Ce problème est proposé après les étapes 15 et 16 qui traitent déjà de cette connaissance. Cependant, il ne s'agit pas d'une tâche d'application de la connaissance mais d'un réinvestissement dans le cadre de la droite graduée, c'est-à-dire d'un changement de cadre. On est donc bien dans le cas d'un nouveau cycle court et cette tâche devrait contribuer à la décontextualisation des fractions, et devrait leur conférer leur statut de nombre. En effet, selon Perrin et Douady (1986) c'est en faisant intervenir les fractions déjà travaillées dans d'autres contextes qu'elles vont « pouvoir être décontextualisées et prendre le statut de nombre ». Or, il s'agit ici du quatrième cadre utilisé après le partage d'aires, les mesures de longueurs et le cadre numérique.

Alors que dans les deux premières étapes les fractions travaillées étaient essentiellement des demis, tiers et quarts, on voit ici apparaître les cinquièmes et les dixièmes. Cela permet une première approche des fractions décimales en tant que fractions usuelles.

L'*activité* de cette étape correspond à une situation d'apprentissage dans le sens où les élèves mobilisent du connu (fractions et partages de longueurs), dans deux cadres différents (mesures et droite graduée) pour construire une nouvelle fois l'égalité de deux écritures fractionnaires ou sous la forme « entier + rompu ».

Enfin, des exercices sont proposés (Cf. page suivante : Manuel *Euromaths* 4). Ils portent sur les fractions et les équivalences entre différentes écritures : fractionnaires, sous la forme « entier + rompu », en toutes lettres. Les différents exercices ont lieu dans les cadres des mesures de longueur et de la droite graduée. Le milieu matériel et les situations de référence (proposés dans les étapes 16 et 17) sont évoqués ou représentés. Les tâches proposées ne sont pas simples¹⁵ dans le sens où une justification de la réponse ou une explication de la méthode de résolution est toujours demandée. Ces tâches peuvent déclencher des dialectiques de la formulation ou de la validation.

¹⁵ Ici, tâche simple est pris dans le sens où il s'agirait d'une tâche d'application. Cette notion sera précisée dans la méthodologie d'analyse pour la comparaison de manuels dans le prochain chapitre.

Exercices

1 Construis une bande de même longueur que le segment u de la découverte. À l'aide de la machine à partager, partage ce segment en 10 segments de même longueur.

Trace les segments [GH] de longueur $\frac{4}{10}u$ et [IJ] de longueur $\frac{9}{10}u$.

Trace ensuite les segments [KL] de longueur $\frac{15}{10}u$ et [MN] de longueur $\frac{25}{10}u$.

Explique ta méthode.

2 En utilisant la machine à partager de la découverte, on a obtenu $\frac{1}{3}u$ pour [AB] et $\frac{2}{6}u$ pour [CD].

Les deux segments sont-ils de même longueur ? Trouve un moyen pour justifier ta réponse.

3

J'ai partagé le segment unité [AB] en 10 et j'ai placé un point M à $\frac{8}{10}u$ de A.

Moi j'ai partagé le segment [AB] en 5 et j'ai placé un point N à $\frac{4}{5}u$ de A.

Les deux points M et N sont-ils confondus ? Trouve un moyen pour justifier ta réponse.

4 Associe les étiquettes qui désignent le même nombre.

$\frac{2}{7}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{5}{3}$

cinq tiers

cinq septièmes

deux tiers

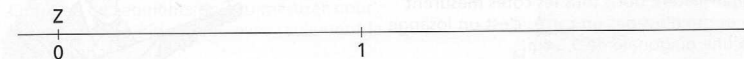
deux septièmes

trois quarts

5 On a partagé équitablement de différentes manières chacun de ces segments unités u .

a. Utilise ces partages pour placer sur la droite graduée d'origine Z les points :

A à $\frac{4}{5}u$ de Z B à $\frac{12}{10}u$ de Z C à $\frac{9}{10}u$ de Z D à $\frac{5}{6}u$ de Z E à $\frac{5}{3}u$ de Z



b. Écris les mesures des longueurs des segments [ZB] et [ZE] sous forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction.

Manuel Euromaths 4 : Exercices étape 17

Il s'agit d'une phase de familiarisation – puisque les exercices reprennent ce qui a été fait pendant le travail sur les découvertes- lors de laquelle les tâches sont complexes, contextualisés et non systématiques.

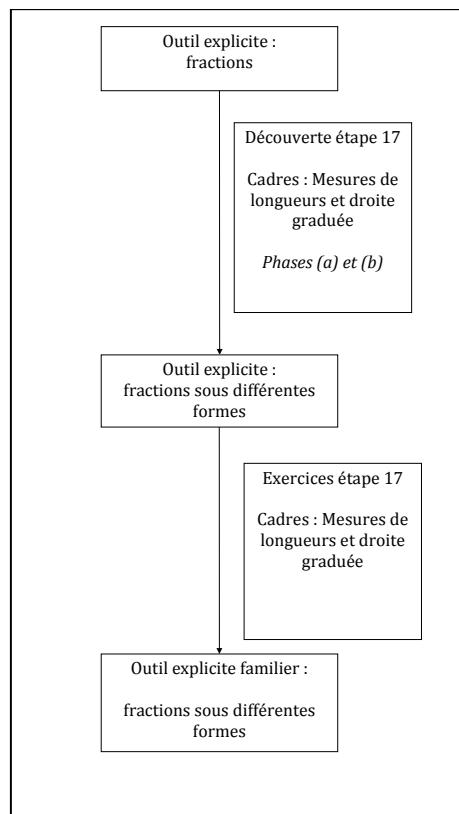


Figure 9 : Etape 17

En conclusion sur ce premier cycle long

Le premier cycle long du processus d'enseignement des rationnels concerne les fractions « usuelles » ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ etc.). Le travail effectué porte essentiellement sur les différentes écritures et leurs équivalences : formes fractionnaires, forme « entier + rompu », forme complexe et écriture en toutes lettres. Les fractions y sont présentées comme des nouveaux nombres permettant de résoudre des problèmes de partage, de mesure et de placement d'un point sur une droite graduée. Elles sont donc travaillées dans trois cadres différents. C'est ainsi qu'elles peuvent être décontextualisées et prendre le statut de nombre au sens de Douady et Perrin (1986).

L'outil fraction est alors institutionnalisé et obtient le statut d'objet lors de ce premier cycle long. Il est à noter que dans le manuel de l'élève *Euromaths*, on ne trouve pas de trace de l'institutionnalisation. Elle reste donc à la charge de l'enseignant. Le livre du maître donne toutefois des pistes de traces écrites pour « conclure avec les élèves » à la suite de chaque

activité de découverte (il s'agirait d'une institutionnalisation locale). On trouve aussi dans l'aide-mémoire certains « éléments à retenir » que les enseignants peuvent ou non utiliser¹⁶.

Deuxième cycle long du processus d'enseignement des fractions du manuel *Euromaths* : les fractions décimales

Le deuxième cycle long porte sur les fractions décimales. Elles sont travaillées dans le cadre de la droite graduée. Les connaissances relatives à l'objet fraction décimale correspondent à l'ordre des fractions et à leur encadrement par des entiers consécutifs. Différents types d'écritures des fractions décimales sont travaillées : fractionnaire et canonique.

Deux cycles courts et une phase de familiarisation : l'étape 19

La découverte de l'étape 19 se découpe en trois tâches. Deux d'entre elles sont relatives à l'encadrement de fractions par des nombres entiers. La première a pour support la droite graduée. Il s'agit de prévoir où seront placées des fractions décimales dont l'écriture a pour dénominateur une puissance de 10 et des fractions dont l'écriture a un dénominateur différent d'une puissance de 10 sur une droite graduée, puis de les placer. La deuxième consiste à nouveau à faire une prévision afin de déterminer quelles fractions parmi des fractions dont l'écriture a pour dénominateur une puissance de 10 et des fractions dont l'écriture a un dénominateur différent d'une puissance de 10 seront faciles à encadrer par des entiers, puis à les encadrer. La troisième tâche est relative à l'ordre des fractions. On demande aux élèves de prévoir l'ordre de fractions décimales sur une droite graduée, puis de les placer. Les écritures travaillées sont des écritures fractionnaires et sous la forme « entier + rompu » de fractions usuelles et décimales. Les fractions décimales dont l'écriture a pour dénominateur une puissance de 10 sont alors introduites comme des outils nouveaux qui peuvent être encadrés par des entiers et dont l'ordre peut être prévu plus facilement que pour des fractions dont le dénominateur n'est pas une puissance de 10. Leur introduction est donc, comme dans le cas de la progression de Perrin et Douady, motivée par la facilité qu'elles peuvent apporter pour le travail sur des fractions.

¹⁶ Les traces écrites proposées dans le livret aide-mémoire seront analysées dans le prochain chapitre sur la comparaison de différents manuels sur le thème des fractions.

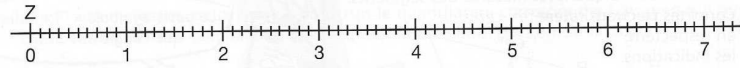
19

Encadrer une fraction par des entiers, fractions décimales

Découverte

1. Sur la droite graduée, on veut placer les points suivants :

Point	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Distance à Z	$\frac{9}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{32}{10}$	$\frac{21}{5}$	$5 + \frac{3}{10}$	$4 + \frac{1}{2}$	$\frac{412}{100}$	$4 + \frac{2}{3}$	$\frac{5}{2}$



Prévois les points qui seront entre les repères 4 et 5 (des points peuvent être confondus). Reproduis la droite graduée, puis, lorsque c'est possible, place les points précisément à l'aide de la graduation.

Situe approximativement les nombres $\frac{7}{3}$, $\frac{412}{100}$ et $4 + \frac{2}{3}$.

2. Parmi les fractions suivantes, quelles sont celles qui te paraissent faciles à encadrer entre deux entiers consécutifs ? Encadre ces fractions.

$\frac{32}{10}$ $\frac{33}{8}$ $\frac{12}{10}$ $\frac{11}{9}$ $\frac{412}{100}$ $\frac{11}{3}$

3. Prévois, sans dessiner, dans quel ordre vont être les points M, N, P et Q sur la droite graduée.

M est à $(1 + \frac{3}{10})$ u de Z

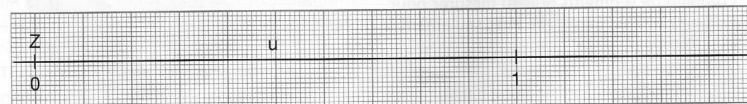
N est à $\frac{8}{10}$ u de Z

P est à $(1 + \frac{7}{100})$ u de Z

Q est à $(1 + \frac{4}{10})$ u de Z

Reproduis la droite sur du papier millimétré, place les points et vérifie ta prévision.

Pour comparer deux fractions, on peut les placer sur la droite graduée. La plus petite est celle qui est le plus près de l'origine Z.



Dans cette *activité*, la notion de prévision permet la décontextualisation des connaissances. Les élèves vont travailler dans un cadre numérique et celui de la droite graduée leur permettra de vérifier leurs résultats. Les élèves vont mobiliser leurs connaissances sur les fractions et sur leurs différentes écritures, se rendre compte qu'il est plus facile de travailler avec des fractions décimales et d'autant plus avec des écritures canoniques. Ils vont alors construire le fait que l'unité peut être partagée successivement en dixièmes, centièmes et millièmes.

Exercices

1 Combien de dixièmes y a-t-il dans une unité ? Complète : $\dots \times \frac{1}{10} = 1$.
 Combien de centièmes y a-t-il dans une unité ? Complète : $\dots \times \frac{1}{100} = 1$.
 Combien de centièmes y a-t-il dans un dixième ? Complète : $\dots \times \frac{1}{100} = \frac{1}{10}$.

2 Vrai ou faux ?
 a. Il n'existe pas de fraction égale à 3. c. La fraction $\frac{45}{10}$ est plus grande que 45.
 b. La fraction $\frac{456}{100}$ est entre 4 et 5. d. La fraction $\frac{45}{46}$ est plus petite que 1.

3 Parmi les fractions suivantes, certaines sont égales à un nombre entier. Lesquelles ?
 $\frac{10}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{15}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{300}{100}$

4 Leila a reçu une bande de papier qui mesure 3 u, puis une autre qui mesure $\frac{9}{10}$ u, puis une autre qui mesure $\frac{9}{100}$ u.
 Qwong lui dit qu'en mettant bout à bout ces trois bandes, on obtient une bande dont la mesure de la longueur est plus grande que 4. Alice n'est pas d'accord. Qui a raison ?

5 Range ces nombres du plus petit au plus grand :
 $3 + \frac{4}{10}$ $3 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100}$ $3 + \frac{5}{100}$ $\frac{35}{10}$ $3 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}$ $3 + \frac{5}{10} + \frac{3}{1000}$

6 Complète :
 $\frac{45}{10} = \dots + \frac{5}{10}$ $1 + \frac{5}{10} = \frac{\dots}{10}$ $\frac{526}{10} = 52 + \frac{\dots}{10}$ $1 + \frac{5}{100} = \frac{\dots}{100}$ $\frac{34}{100} = \frac{\dots}{10} + \frac{\dots}{100}$

► Remue-ménages

Une puce part de Z pour aller en A.

Elle avance de $\frac{1}{2}$ puis de $\frac{1}{4}$ puis de $\frac{1}{8}$ puis de $\frac{1}{16}$ de la distance ZA.

Recopie la droite et dessine les étapes suivies par la puce.
 Et si la puce continue à sauter selon le même procédé, pourra-t-elle atteindre le point A ?

Manuel Euromaths 6 : Exercices étapes 19

Les exercices de l'étape 19 portent sur les équivalences d'écritures fractionnaires, sous la forme « entier + rompu » et sous la forme canonique, sur l'encadrement de fractions par deux entiers consécutifs et sur l'ordre des fractions. Une nouvelle connaissance y est aussi travaillée, il s'agit de l'égalité entre une fraction et un nombre entier (cette connaissance a pu apparaître plus tôt mais n'a pas fait l'objet d'une question d'une des découvertes et n'a jamais été rencontrée dans les exercices). Il s'agit d'une phase de familiarisation lors de laquelle on trouve à nouveau peu de tâches simples ou d'exercices systématiques (un exercice sur six). En effet, lorsque les élèves travaillent sur une tâche simple¹⁷ proposée par

¹⁷ Une tâche simple correspond à une tâche d'application qui ne met en jeu qu'un seul « savoir-faire ».

le manuel, il va s'agir du travail d'une connaissance « nouvelle »¹⁸. Seul l'exercice 6 semble correspondre à une tâche simple et systématique puisqu'il s'agit de compléter des égalités du type : $\frac{45}{10} = \dots + \frac{5}{10}$.

En conclusion sur l'étape 19 (qui constitue à elle seule le deuxième cycle long)

Le deuxième cycle long permet le passage des fractions usuelles aux fractions décimales qui sont alors considérées comme des nombres avec lesquels il va être plus facile de travailler (notamment pour les ordonner ou les encadrer par des entiers consécutifs). Il permet de se détacher des contextes matériels qui ne servent plus à trouver la solution mais seulement à la vérifier.

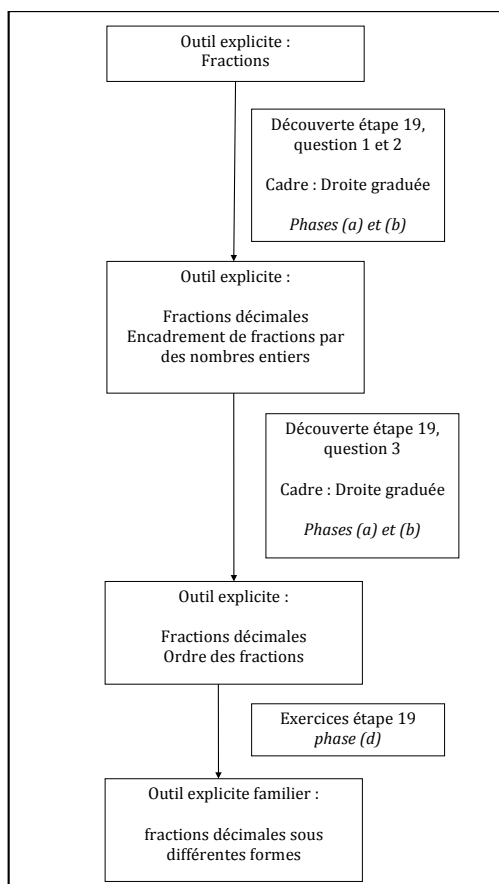


Figure 10 : Etape 19

¹⁸ Ici, par connaissance nouvelle on entend une connaissance qui n'a a priori pas été institutionnalisée ou déjà travaillée directement dans un exercice. Par exemple, l'exercice 3 propose aux élèves de retrouver parmi une liste de fractions celles qui sont égales à un nombre entier. Or, même s'il est évident que des situations où une telle égalité ont été rencontrées, aucun exercice ou phase d'institutionnalisation n'a encore eu lieu.

Troisième cycle long : fractions décimales et nombres décimaux

Le dernier cycle long est construit afin d'introduire les décimaux à partir des écritures canoniques des fractions décimales.

Un cycle court et une phase de familiarisation : l'étape 20 (Figure 11 : Etape 20)

Dans l'activité de découverte de cette étape les élèves ont à effectuer un classement de fractions décimales écrites sous des formes canoniques et « entier + rompu ». L'écriture décimale est alors introduite comme une convention pour écrire les fractions décimales de façon plus simple. Les élèves y réinvestissent l'outil fraction décimale sous ses différentes formes afin de construire l'outil nombre décimal.

20

Fractions décimales et nombres décimaux (les écritures à virgule)

Découverte

1. Dans une réunion d'athlétisme, sur le 200 mètres, le temps de passage au 100 mètres d'Alonso est de 10 secondes et 7 centièmes de secondes. Il parcourt les 100 derniers mètres en 9 secondes et 85 centièmes de secondes. Campbell a couru le 200 mètres en 19 secondes et 5 dixièmes de seconde.

a. Lequel des deux est arrivé avant l'autre ?

b. D'autres athlètes arrivent dans les temps suivants (en secondes) :

Santos: $20 + \frac{75}{100}$ Jones: $19 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100}$ Antipov: $19 + \frac{4}{100}$


Donne l'ordre d'arrivée des cinq athlètes.

c. Avant cette réunion, le record du monde était de 19 secondes + $\frac{3}{10}$ secondes + $\frac{2}{100}$ secondes. Ce record a-t-il été battu ?

2. Prépare les phrases qui vont être dites au micro pour annoncer les résultats de ce 200 mètres.

3. Sur le panneau d'affichage du stade, les temps en secondes sont inscrits en écriture décimale. Complète le tableau d'affichage en rangeant les athlètes du premier au cinquième par leur temps.

Place	Nom	Temps
1		
2		



Le mathématicien Stevin de Bruges proposa d'écrire plus simplement les fractions décimales. Par exemple, il écrit

1,24 pour $\frac{124}{100}$

car $\frac{124}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}$

Exercices

1 Écris sous forme d'une somme d'un entier et de fractions décimales chacun des nombres :

0,5 0,8 3,51 3,5 14,06 3,50 3,502

Il ne s'agit pas ici à proprement parler d'une situation d'apprentissage car l'introduction d'une convention d'écriture impose une forme d'ostension.

2 a. Range ces nombres du plus petit au plus grand :

$$3 + \frac{4}{10} \quad 3 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100} \quad 3 + \frac{5}{100} \quad \frac{35}{10} \quad 3 + \frac{4}{10} + \frac{5}{1000}$$

Explique comment tu as fait.

b. Donne une écriture à virgule de chacun de ces nombres.

3 Tu sais que $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ et que $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$.

Donne alors les écritures décimales de $\frac{1}{2}$ et de $\frac{1}{4}$.


4 Trouve une écriture fractionnaire et une écriture décimale des nombres :

$$12 + \frac{5}{10} \quad 1 + \frac{6}{100}$$

$$4 + \frac{2}{10} + \frac{2}{100} \quad \frac{5}{10} + \frac{6}{100} + 4$$

5 Avec une unité u, Théo a construit une bande de longueur 3,4 cm. Avec la même unité, Qwang dit qu'il a construit une bande de longueur 3,40 cm. Compare la longueur de ces deux bandes.

6 Sur cette droite graduée, on a placé les points A, B, C et D. La longueur ZV est l'unité u.




a. Écris sous forme décimale la distance de chacun de ces points au point Z.

b. Recopie cette droite graduée sur du papier millimétré et place les nombres suivants : 1,25 0,5 1,10 1,250 1,04 1,1

Certains points sont-ils confondus ? Justifie ta réponse.


7 À l'entraînement d'un relais 4 fois 100 mètres, le premier sprinter effectue son 100 mètres en 10 secondes 7 dixièmes, le second effectue son 100 mètres lancé en 9 secondes 9 dixièmes, le troisième en 10 secondes 37 centièmes, le quatrième en 10 secondes 5 centièmes. Le chronométrage total affiche un temps de 40 secondes 72 centièmes.

Vérifie si la somme des chronométrages individuels est bien le temps affiché.



Remue-méninges

Un flacon et son bouchon coûtent ensemble 2,10 €. Le flacon coûte 2 € de plus que le bouchon. Combien coûte le bouchon ?



Manuel Euromaths 8 : Exercices étape 20

Des exercices de familiarisation sont proposés à la suite de l'activité. Il s'agit de classer des fractions décimales données sous forme canonique, « entier + rompu » et fractionnaire, de passer d'une fraction décimale sous ces différentes formes à une écriture décimale et de transformer des fractions usuelles en fractions décimales puis en décimaux. Les derniers exercices ne portent plus sur les nombres décimaux. Certaines tâches sont complexes mais on en trouve aussi des simples et des exercices systématiques en plus grand nombre que lors des cycles longs précédents.

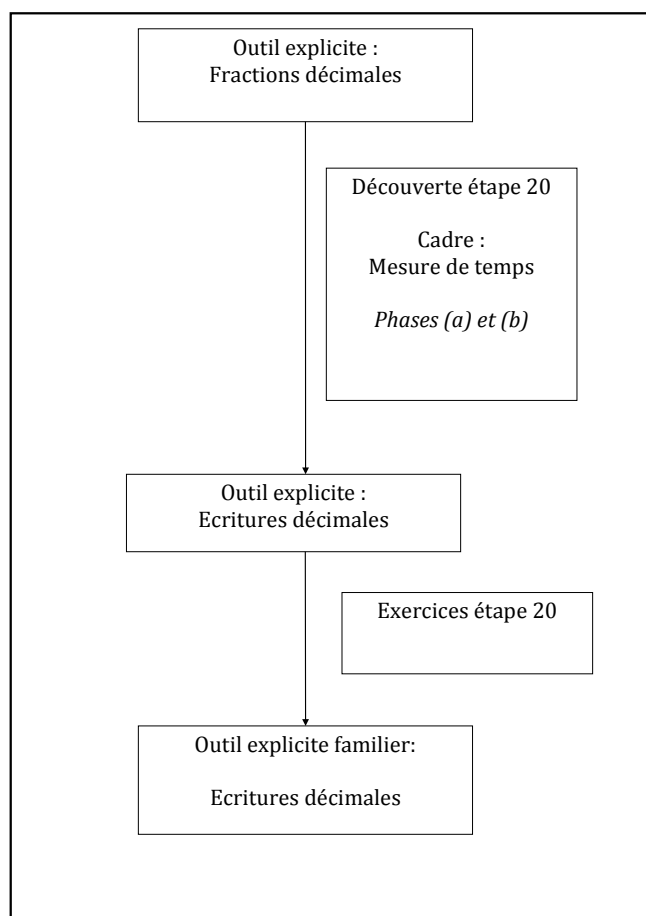


Figure 11 : Etape 20

A la suite du processus d'enseignement des décimaux

L'enseignement des fractions est proposé lors de la période 1 du manuel. Pendant la troisième période, les rationnels sont réinvestis lors des étapes 55 et 56 sur les aires de surfaces planes et fractions. Des exercices pour l'entretien des fractions et décimaux sont proposés en fin de période 3 (étape 58) et en début de période 5 (étapes 80).

Canevas du processus d'enseignement des fractions et décimaux

En reprenant les différents cycles longs du processus d'enseignement des fractions on obtient le canevas du processus (Figure 12 : Processus d'enseignement fractions). Les fractions sont enseignées afin d'introduire les nombres décimaux. Elles sont d'abord présentées comme de nouveaux nombres permettant de résoudre des problèmes de partage, de mesure, de placement d'un point sur une droite graduée et sont travaillées sous

différentes formes. Puis les fractions décimales sont introduites comme des fractions avec lesquelles il est plus facile de travailler (notamment pour les encadrer par des nombres entiers ou pour les ordonner). Elles sont aussi travaillées sous leurs différentes formes et ce dans le cadre de la droite graduée. Enfin, les décimaux sont introduits comme une écriture plus simple des fractions décimales. Dans l'organisation générale de cet ouvrage c'est donc le travail sur les différentes formes d'écriture d'un même nombre qui est mis en avant.

Le travail effectué part d'un contexte quotidien « peu mathématique » pour ensuite se placer dans différents cadres mathématiques. La décontextualisation est progressive. Elle est mise en place au moyen d'un travail dans différents cadres puis par le passage à l'utilisation de ces différents cadres non plus pour obtenir des résultats mais pour les vérifier.

Un canevas proche de celui de l'ingénierie didactique construite par Perrin et Douady

Si ce n'est la première étape de rappels, le canevas du manuel *Euromaths* pour l'enseignement des rationnels rappelle le processus d'enseignement construit par Perrin et Douady.

Les fractions sont introduites dans des situations où les nombres entiers sont insuffisants pour donner une solution. Elles sont d'abord travaillées dans le cadre des mesures de longueurs (dans la deuxième étape sur les fractions). Les écritures complexes et leurs équivalences avec des écritures fractionnaires sont d'ailleurs introduites à partir d'une *activité* qui est la transposition d'une des situations de l'ingénierie didactique proposée par Perrin et Douady.

Lors d'une troisième étape, le travail proposé utilise une machine à partager ou guide-âne (réseau de droites parallèles équidistantes) qui permet d'effectuer un partage en un nombre de parties quelconque.

Puis, dans une quatrième étape les fractions sont travaillées dans le cadre de la droite graduée qui permet de les ordonner mais aussi de retravailler les équivalences de plusieurs écritures fractionnaires ou sous forme « entier + rompu ». Seul le travail dans un cadre géométrique (notamment celui des aires) n'est pas repris lors du cycle d'enseignement des fractions. Cependant lors du travail sur les aires, les fractions seront appelées afin d'évaluer la mesure des pièces d'un Tangram faisant office d'unité. Ce dernier problème est à nouveau une transposition d'une des situations proposées par Perrin et Douady.

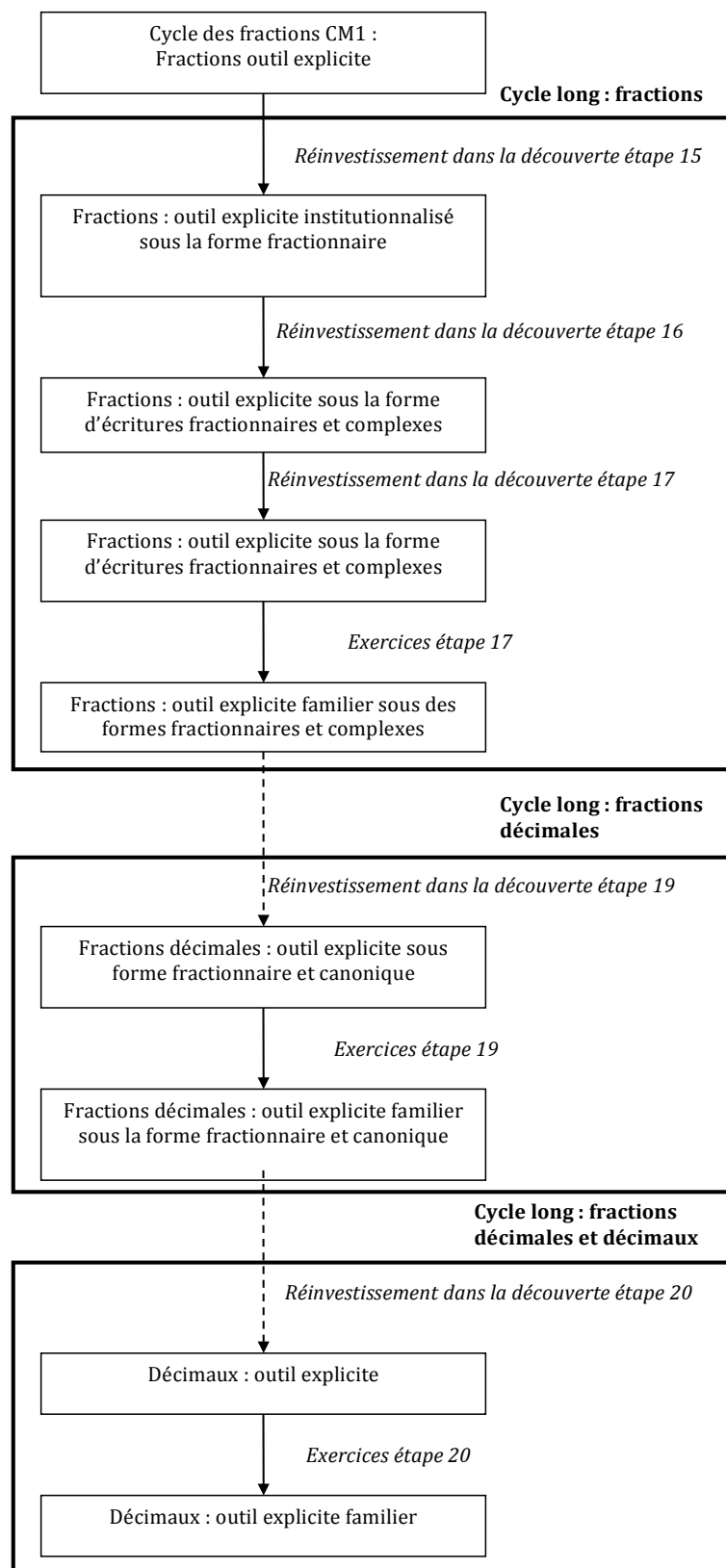


Figure 12 : Processus d'enseignement fractions

Les étapes suivantes concernent les fractions décimales travaillées dans le cadre de la droite graduée. Leur apparition est motivée par la facilité de travail à partir de fractions dont les dénominateurs sont des puissances de 10. Puis les conversions écritures fractionnaires décimales-décimaux sont travaillées dans divers cadre.

Chapitre 2

Comparaison de six manuels
sur le thème des fractions

Présentation des manuels

Les manuels choisis pour la comparaison sont *Cap Maths* aux éditions Hatier (Combier, Charnay & Dussuc, 2004), *Ermel* aux éditions Hatier (Charnay et al., 2005), *J'apprends les maths* aux éditions Retz (Brissiaud, Clerc, Lelièvre & Ouzoualis, 2006), *Math Outil* aux éditions Magnard (Séménadisse, Charles & Bilheran, 2001) et *Thévenet* aux éditions Bordas (Thévenet et al., 2001). Il ne s'agit pas des dernières versions conformes aux programmes 2008 puisque le manuel *Euromaths* analysé date de 2006 et ne prend donc pas en compte les changements de programmes (cette thèse ayant été entreprise en 2007). Nous avons donc retenu des versions équivalentes des différents manuels (i.e. conformes aux programmes de 2002).

Le tableau ci-dessous (Tableau 1) renseigne les profils des auteurs (donnés dans les manuels), le nombre de livres du manuel (livre du professeur, manuel de l'élève, livret de traces écrites, fichier élève), le nombre de pages consacrées à l'enseignement des fractions, la période de l'année lors de laquelle elles sont enseignées et l'organisation générale du manuel pour l'enseignement sur l'année. Cette dernière concerne les choix des auteurs pour l'alternance entre l'enseignement des différents thèmes de CM2. Ils peuvent par exemple proposer un travail continu sur les fractions et décimaux (plusieurs étapes à la suite ne concernant que ce sujet là). Ils peuvent aussi alterner une séance sur ce thème, puis une autre sur un autre thème et à nouveau une séance sur les fractions et décimaux, etc. Enfin, une même séance peut faire l'objet d'un travail sur les fractions et sur un autre thème du programme. Nous ne prenons pas en compte les épisodes de calcul mental dont chaque début de séance doit faire l'objet selon les programmes.

	Auteurs	Livres	Période d'enseignement des fractions	Organisation générale de l'enseignement	Nombre de pages Nombre de périodes
<i>Euromaths</i>	Maîtres de conférence et professeur de mathématiques (IUFM) ;	-Livre du professeur ; -Manuel de l'élève ; -Livret « aide-mémoire »	Période 1	5 étapes 15, 16, 17, 19, 20 sur les fractions et décimaux uniquement	8/207 pages + 4/207 (entretien)
			(Période 3 et 5 : entretien)	Etape 58 et 80 : entretien	5,8% des pages 5 périodes
<i>Ermel</i>	Professeurs de mathématiques (IUFM) ; Chargé de recherche (INRP) ;	-Livre du professeur ;	Période 1	5 séances à la suite	15/510 pages ¹⁹ 2,9% des pages 5 périodes
<i>Cap Maths</i>	Professeurs de mathématiques (IUFM) ;	-Livre du professeur ; -Manuel de l'élève ; -Livret « dico-maths »	Période 3	6 séances à la suite sur le thème des fractions avec un exercice sur un autre thème Entretien : exercices proposés au fur et à mesure de séances sur d'autres thèmes	16/191 pages 8,4% des pages 5 périodes
			Période 4	2 séances à la suite sur le thème des fractions avec un exercice sur un autre thème	
<i>J'apprends les maths</i>	Maître de conférences et professeur (IUFM) ; Professeurs des écoles ;	-Livre du professeur ; -Manuel de l'élève ; -Fichier de l'élève ;	Période 2	Séances 32, 33, 34, 37, 39, 40, 41, 45, 47 sur le thème des fractions avec exercices sur un autre thème	24/167 pages + 9/24 pages (fichier)
			Période 3	Séances 56,57 passage des fractions décimales aux nombres décimaux	17,3% des pages
			Période 4	Séance 114, 115, 116 sur les fractions opérateur avec exercices sur un autre thème	4 périodes
Thévenet	Inspecteur d'académie + deux auteurs ²⁰	-Livre du professeur ; -Manuel de l'élève ;	Période 2	Séances 28, 30, 32, 33 sur les fractions et fractions décimales	10/191 pages
			Période 3	Séances 35 passage des fractions décimales aux nombres décimaux	5,2% des pages 5 périodes
<i>Math Outil</i>	Conseiller pédagogique ; Professeurs des écoles ;	-Livre du professeur ; -Manuel de l'élève ;	Période 1	3 séances sur les fractions et fractions décimales puis 4 séances sur autre chose 1 séance sur le passage des fractions décimales aux nombres décimaux	8/190 pages 4,2% des pages Pas de période

Tableau 1

¹⁹ Le nombre de pages du manuel *Ermel* ne peut pas réellement être comparé à celui des autres manuels puisqu'il est composé d'un seul ouvrage destiné à l'enseignant.

²⁰ Les statuts des deux auteurs travaillant en collaboration avec l'inspecteur d'académie ne sont pas précisés dans le manuel.

Ces manuels ont été choisis en fonction des différents horizons dont les auteurs sont issus. Deux d'entre eux, *Ermel* et *Cap Maths*, sont écrits comme *Euromaths* par des équipes de formateurs dans des IUFM dont certains sont aussi chercheurs en didactique. L'étude de ces trois derniers nous permettra donc de comparer différentes transpositions possibles des recherches en didactique. Il en est de même pour *J'apprends les maths* dont l'équipe d'auteurs est constituée de chercheurs en didactique (également formateurs dans des IUFM) et de professeurs des écoles. Il nous fournira donc une nouvelle variable puisqu'il est écrit en collaboration avec des enseignants, ce qui n'était pas le cas des premiers manuels cités. Les équipes travaillant sur les deux derniers manuels ne font pas appel à des didacticiens. *Math Outil* a pour auteurs un conseiller pédagogique et deux professeurs des écoles. Enfin, *Thévenet* est rédigé sous la direction d'un inspecteur d'académie avec la collaboration de deux autres auteurs dont le statut n'est pas précisé dans le manuel.

Les quelques indicateurs concernant une organisation matérielle (nombres de livres et de pages) et le choix de la période de l'année pour l'enseignement des fractions montrent déjà des différences entre les manuels avant même leur analyse précise. En effet, un des manuels n'est composé que du livre du professeur alors que deux le sont d'un livre de l'élève et d'un livre du professeur. Les trois autres y ajoutent un livret de traces écrites destiné à l'élève ou un fichier d'exercices. La place consacrée à l'enseignement des rationnels dans les différents ouvrages varie entre 4,2% et 17,3% du nombre total de pages (sauf dans *Ermel* où elle n'occupe que 2,9% des pages, mais, étant donné qu'il n'est composé que d'un seul livre à l'attention du professeur, cette proportion ne peut pas être prise en compte comme pour les autres manuels qui s'adressent aux élèves). Cet enseignement s'étale sur une à trois périodes sur les cinq de l'année (le manuel *J'apprends les maths* ne propose par ailleurs que 4 périodes contrairement aux autres). Les manuels *Euromaths*, *Ermel*, *Thévenet* et *Math Outil* proposent des séances uniquement consacrées aux fractions et décimaux alors que *Cap Maths* et *J'apprends les maths* alternent les thèmes lors d'une même séance. Enfin, trois des manuels enchainent l'enseignement des fractions, fractions décimales et le passage des fractions aux décimaux lors d'une même période alors que les trois autres effectuent un découpage entre l'enseignement des fractions et celui des écritures décimales sur deux périodes de l'année différentes.

On observe donc des différences importantes entre les six manuels qui passent plus ou moins de temps sur ce thème, qui découpent ou non le processus d'enseignement dans le

temps et qui alternent ou non les thèmes d'enseignement lors d'une même séance. Le choix qui s'offre aux enseignants, ne serait-ce qu'à première vue, est déjà donc très vaste. La comparaison des processus d'enseignement des manuels nous permettra de mieux comprendre la diversité de ce qui s'offre à eux, mais aussi de déterminer si on peut prévoir des différences par rapport aux apprentissages en fonction des modes d'apprentissage que les différents ouvrages peuvent révéler.

Comparaison des processus d'enseignement : méthodologie

En menant une analyse en termes de dialectique outil-objet pour les cinq manuels auxquels nous comparons *Euromaths*, il est apparu que celle-ci ne pouvait pas être appliquée systématiquement et ne pouvait pas convenir pour l'analyse de ces ouvrages. Les manuels sont tous construits sur des modèles différents, et la mise en place d'une méthodologie d'analyse permettant de les comparer ne se présentait pas naturellement. Si nous soulignons ici cette difficulté c'est que si elle existe pour les chercheurs, on peut se demander ce qu'il en est pour des enseignants. La méthodologie d'analyse a été adaptée à partir de la définition donnée des savoirs à enseigner, de celle utilisée pour l'analyse du manuel *Euromaths* et des questions posées autour de l'enseignement des fractions et décimaux par un certain nombre de chercheurs. Elle est présentée dans ce paragraphe.

Adaptation de la méthodologie d'analyse pour la comparaison des savoirs à enseigner contenus dans les différents manuels

Pour effectuer la comparaison des savoirs à enseigner contenus dans les différents manuels, nous nous appuyons en premier lieu sur la définition qui en est donnée dans la première partie de ce travail : il s'agit donc d'analyser les objets d'enseignement, les situations proposées et les processus d'enseignement. Les résultats de l'analyse des savoirs à enseigner obtenus pour *Euromaths* servent de guide pour mettre en place la méthodologie pour l'analyse comparative.

Adaptation à partir de la D.O.O.

Les grandes phases des processus d'enseignement selon la dialectique outil-objet correspondent :

- au travail sur une situation d'apprentissage qui permet l'introduction de nouveaux outils ;
- à l'institutionnalisation ;
- à la familiarisation.

En nous appuyant sur la définition de ces différentes phases des processus, nous chercherons à déterminer pour chaque manuel : quels sont les nouveaux outils enseignés et comment ils sont introduits, quelle place est donnée à l'institutionnalisation et quelles formes prennent les phases de familiarisation.

Les liens entre les différents cycles de la dialectique outil-objet, c'est-à-dire les réinvestissements des nouveaux outils en tant qu'outils explicites ont une grande importance dans la construction d'un processus selon la dialectique outil-objet ainsi que dans la construction du processus analysé du manuel *Euromaths*. C'est pourquoi nous chercherons aussi à déterminer ces liens dans les canevas des différents manuels étudiés.

L'idée de cycles (courts et longs) pour l'apprentissage d'une notion peut être transposée. Nous parlerons alors d'*activités* de découverte, de séances et de séquences. Chaque *activité* de découverte correspond à l'introduction d'une connaissance nouvelle (dans une organisation de type D.O.O. il s'agirait d'une situation d'apprentissage). Une séance est alors constituée d'une ou plusieurs *activités* de découverte et d'exercices de familiarisation. Enfin, les séquences sont définies *a priori* en fonction des cycles longs du processus d'enseignement du manuel *Euromaths* et *a posteriori* pour les séquences qui n'existent pas dans ce manuel (nous verrons qu'il existe des séquences sur les fractions en tant qu'opérateur, sur la recherche de la partie entière d'une fraction, sur la comparaison de fractions etc., qui ne correspondent à aucune de celles du processus d'enseignement du manuel *Euromaths*). Il y a donc trois séquences définies *a priori* : une sur l'enseignement des fractions usuelles, une sur les fractions décimales et la dernière sur le passage des fractions décimales aux nombres décimaux. Les séquences qui peuvent éventuellement exister dans les autres manuels seront déterminées lors de l'analyse des processus.

Finalement, pour chacun des manuels étudiés, les processus d'enseignement seront analysés en fonction des différentes séquences qui les constituent, en fonction des objets d'enseignement, des *activités* et exercices proposés, de la place de l'institutionnalisation et des liens entre les différentes étapes.

Différentes étapes de l'analyse obtenues à partir des résultats de l'analyse du manuel Euromaths et de la transposition de la D.O.O.

Pour comparer les canevas, nous repartons du schéma simplifié de celui du processus d'enseignement du manuel *Euromaths* (Figure 13 : Canevas simplifié du processus)

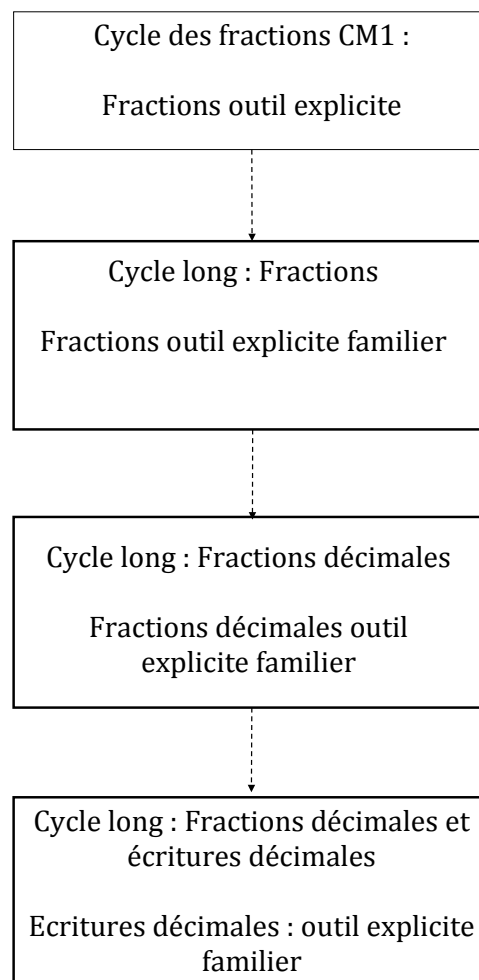


Figure 13 : Canevas simplifié du processus

L'organisation du manuel *Euromaths* consiste :

- à introduire les fractions dans une étape de rappel qui demande le réinvestissement de connaissances anciennes ;
- puis à motiver l'introduction des fractions décimales pour la facilité de travail qu'elles apportent dans des situations où il s'agit d'encadrer ou d'ordonner des fractions ;
- et enfin à amener les écritures décimales comme une convention d'écriture des fractions décimales.

Pour chaque manuel, nous chercherons donc à déterminer comment sont introduites les fractions, les fractions décimales et les décimaux ainsi que la place qui est leur est donnée dans le processus.

Les objets d'enseignement seront déterminés en fonction des nouveaux outils construits lors des différentes séquences. Il s'agira en particulier de repérer les différentes écritures travaillées. En effet, l'analyse du manuel *Euromaths* a montré que c'est autour des différentes écritures des fractions que le processus d'enseignement était construit.

Pour comparer les processus d'enseignement nous répondrons alors à différentes questions (numérotées ci-dessous de 1 à 6) liées aux résultats de l'analyse du manuel *Euromaths* et complétées par les travaux de Bronner (1999) pour l'analyse de manuels en situation de formation.

1. L'étude des fractions a-t-elle lieu avant celles des décimaux ? Quelle place est donnée à l'enseignement des fractions décimales ? Comment est effectué le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale ? Sous quel(s) aspect(s) les rationnels apparaissent-ils ?

Ces premières questions permettront de reconstruire un canevas simplifié des processus d'enseignement des différents manuels. Les liens entre les différentes séquences d'enseignement des fractions, des fractions décimales et des fractions décimales et nombres décimaux ainsi que la place que prennent chacune de ces séquences nous renseigneront sur les choix des auteurs sur l'enseignement des fractions. L'aspect des rationnels enseigné, « a-b ièmes », « a divisé par b » ou « a/b comme notation fonctionnelle » (Le Poche, Masselot, & Winder, 2005) traduit aussi certains choix des auteurs.

2. Les séquences comprennent-elles des situations d'apprentissage, de référence ?
Quel type de situation est proposé pour introduire l'enseignement des rationnels ?

Les résultats des analyses des *activités* de découverte ne pourront pas être présentés de manière exhaustive. Pourtant, il existe un lien étroit entre les *activités* (éventuellement situations d'apprentissage) et les processus d'enseignement. Afin d'analyser ces derniers il est donc essentiel de déterminer la nature des problèmes proposés pour introduire chaque étape du travail. Nous avons choisi d'exposer la comparaison des situations d'introduction du processus, c'est-à-dire de la première des *activités* de découverte proposée dans chacun des manuels. Ces dernières nous semblent être représentatives des choix des auteurs. En effet, elles nous renseigneront sur des choix globaux des auteurs en fonction du type d'*activité* proposé (situation d'apprentissage ou non) mais aussi sur des choix plus locaux concernant l'enseignement des rationnels. Elles nous permettront notamment de comprendre comment les connaissances sur les fractions datant du CM1 sont réinvesties ou non. Les auteurs d'*Euromaths* avaient par exemple fait le choix particulier d'introduire les fractions dans un contexte quotidien et donc peu mathématique (contrairement à Perrin et Douady). Le contexte et/ou le cadre choisi par chacune des équipes de rédaction des manuels sera étudié. D'autres indicateurs développés par Le Poche, Masselot et Winder (2005) pour l'analyse des introductions possibles des rationnels associés à leurs écritures fractionnaires compléteront l'analyse. Finalement les différentes questions que nous nous posons pour l'analyse de la première *activité* d'introduction du processus d'enseignement des rationnels sont les suivantes:

- Quelle type d'*activité* est proposé pour introduire les fractions (rappels, évaluation, construction ou application) ?
- Dans quel cadre sont-elles introduites (Partages d'aires, mesures de grandeurs (durées), mesures de longueurs) et/ou dans quel contexte (quotidien ou non) ?
- Dans le cas du partage : partage de l'unité ou de la totalité ?
- Quel aspect des fractions est travaillé : « a-b ièmes », « a divisé par b » ?
- Quelles fractions sont travaillées, inférieures, égales ou supérieures à 1 ?
- Quelles écritures sont travaillées ?

- Quelles équivalences entre ces différentes écritures sont travaillées?
- Les rationnels apparaissent-ils comme des nouveaux nombres ?

A partir de l'analyse des *activités* d'introduction nous aurons accès à des choix locaux des auteurs concernant l'enseignement des fractions mais aussi à des choix plus généraux concernant le type et la nature des *activités* proposées aux élèves.

Les *activités* de découverte appelées respectivement « Découverte », « Je découvre », « Découvrir », « Activité » ou « Chercher » selon les manuels correspondent à *activités* proposées en début de séquence. Il est à noter qu'il ne s'agit pas systématiquement de situations d'apprentissage comme nous le verrons lors de l'analyse des situations d'introduction. Par la suite, lorsque nous parlerons d'« *activités* de découverte », il s'agira des *activités* proposées aux élèves ainsi catégorisées par les différents manuels.

3. Quels cadres sont utilisés ?

Nous avons vu lors de l'analyse du processus d'enseignement d'*Euromaths* que de nombreux cadres étaient utilisés et que cela contribuait à la décontextualisation des connaissances. Douady (1992) écrit que le passage d'un cadre à un autre permet l'apparition de nouveaux résultats, techniques et objets qui vont enrichir ce qui a pu être construit dans un premier cadre. Nous chercherons donc quels cadres sont utilisés dans les différents manuels mais aussi le rôle de l'utilisation de ces cadres dans la décontextualisation et dans la construction des connaissances.

4. Quelles écritures sont travaillées ?

Les résultats de l'analyse du manuel *Euromaths* montrent l'importance des différentes écritures des fractions dans leur enseignement. C'est pourquoi nous chercherons à déterminer quelles sont les écritures travaillées dans les différents manuels et leur place dans le processus.

5. Quelle place est donnée à l'institutionnalisation ?

L'institutionnalisation fait partie des différentes phases de l'enseignement d'une notion selon la dialectique outil-objet. Nous chercherons à déterminer sa place dans le manuel et

dans les processus d'enseignement. Une fois de plus, une présentation exhaustive des résultats serait trop longue. Nous détaillerons donc ceux relatifs aux traces écrites prévues par les manuels pour la première séquence dont les *activités* de découverte auront été analysées. Cela nous permettra de faire le lien entre les nouveaux outils introduits lors de ces *activités* et les institutionnalisations prévues.

6. Quelles formes prennent les phases de familiarisation ?

Les phases de familiarisation seront analysées de manière quantitative et qualitative. L'étude quantitative consistera à lister de manière systématique toutes les tâches proposées aux élèves en fonction de la séquence à laquelle elles appartiennent (fractions, fractions décimales ou fractions décimales et décimaux)²¹, mais aussi en fonction des connaissances travaillées, de la nature de la tâche (simple et isolée, complexe, systématique, contextualisée ou non) et du nombre d'occurrence de cette tâche. Les tâches simples correspondent à des exercices d'application, décontextualisés dans lesquels une seule connaissance est mise en jeu. Elles sont isolées si elles ne sont pas mises en lien avec d'autres tâches. Les tâches complexes mettent au contraire en jeu différentes connaissances, elles peuvent enclencher des dialectiques de l'action, de la formulation ou de la validation et peuvent ainsi correspondre à de nouvelles situations d'apprentissage. Il s'agit de tâches qui sont ouvertes et pour lesquelles les élèves ont encore une part d'initiative.

Euromaths propose par exemple des tâches complexes et non systématiques. Nous chercherons à savoir si c'est le cas des autres manuels et dans le cas contraire quels types de tâches sont proposés aux élèves pour ces phases de travail. Pour préciser le travail attendu des élèves lors de ces phases quelques tâches emblématiques de chacun des manuels seront analysées.

²¹ Ici, nous reprenons les différentes séquences définies a priori à partir du canevas du manuel *Euromaths* afin d'avoir un découpage sur lequel se baser pour tous les manuels. Nous analyserons les phases de familiarisation liées à ces séquences et chercherons donc à savoir si les différents exercices proposés portent sur les fractions, sur les fractions décimales ou sur les fractions décimales et leur équivalence avec des écritures à virgule.

Comparaison des différents manuels

Dans ce paragraphe, nous présentons successivement les résultats des différentes études menées pour :

1. Reconstituer les canevas des processus en fonction des questions 1 à 6 présentées dans la méthodologie ci-dessus ;
2. Analyser les *activités* d'introduction et notamment déterminer si les différents manuels proposent des situations d'apprentissage, des situations de référence ;
3. Déterminer la place de l'institutionnalisation et les formes de savoirs institutionnalisés;
4. Caractériser les phases de familiarisation : analyse quantitative et qualitative des tâches proposées.

Analyse globale des processus d'enseignement des différents manuels

Pour comparer les processus d'enseignement dans leur globalité, les différents indicateurs répertoriés dans le paragraphe précédent ont été renseignés dans un tableau que l'on trouvera ci-dessous.

Des choix proches dans la forme

En reprenant le simple enchaînement des différentes séquences de l'enseignement des fractions, on remarque que les manuels *Ernel* et *Thévenet* sont les deux seuls à proposer un canevas simplifié du processus d'enseignement des fractions similaire à celui d'*Euromaths* (Cf. Figure 13 : Canevas simplifié du processus, p.100). Ils partent de l'enseignement des fractions usuelles pour ensuite travailler les fractions décimales avant d'introduire les écritures décimales en lien avec ces dernières. Pourtant quand on y regarde de plus près, au sein d'un canevas similaire, ces manuels proposent des choses très différentes.

Indicateurs/ Manuel	Euromaths	J'apprends les maths	Ermel	Cap Math	Thévenet	Maths Outil
Etude des rationnels avant décimaux	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Oui
Type de situation d'introduction	Rappels	Activité de recherche	Activité de recherche	Evaluation diagnostique puis activité de recherche	Application	Application
Situations de référence ?	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non
Situations d'apprentissage	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non
Rationnels : nouveaux nombres	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non
Aspects des rationnels	-Rationnels- mesures ; -Rationnels pour coder une position	-« Division- fraction » -Rationnels pour coder une position	-Rationnels- mesures ; -Rationnels pour coder une position	-Rationnels- mesures ; -Rationnels pour coder une position	-Rationnels pour coder une position	-Rationnels- mesures ; -Rationnels pour coder une position
Place donnée aux fractions décimales	-Travaillées parmi les autres fractions -Travaillées pour la facilité qu'elles induisent pour être ordonnées ou encadrées	-Travaillées parmi les autres fractions -Travaillées pour la facilité qu'elles induisent pour être ordonnées ou encadrées -Travaillées pour elles-mêmes	-Travaillées pour elles-mêmes ;	-Travaillées parmi les autres fractions	-Travaillées pour elles-mêmes ;	-Travaillées pour elles- mêmes
Passage écriture fractionnaire/ écritures décimales	Convention d'écriture	Travail sur la calculatrice à partir des « divisions- fractions »	Utilisation d'une bande graduée	x	Utilisation de la graduation en cm et mm	Utilisation de la graduation en cm et mm et de tableaux de conversion
Cadres utilisés	- Partage d'aires ^a -Mesures de longueurs, -Graduations, -Numérique,	-Partages d'aires, -Mesures de longueurs ; -Graduations ; -Numérique ;	-Partages d'aires, -Mesures de longueurs ; -Graduations ; -Numérique ;	-Partages d'aires, -Graduations ; -Numérique ;	-Partages d'aires, -Graduations ; -Numérique ;	-Partages d'aires, -Graduations ; -Numérique ;
Écritures travaillées	-Fractionnaires, -Entier + rompu, -Complexes, -Canoniques, -Décimales	-Fractionnaires, -Entier + rompu, -Canoniques, -Décimales	-Fractionnaires, -Entier + rompu, -Canoniques, -Décimales	-Fractionnaires, -Entier + rompu, -Décimales	-Fractionnaires, -Entier + rompu, -Canoniques, -Décimales	-Fractionnaires, -Canoniques, -Décimales

^a Le partage d'aires dans *Euromaths* est utilisé dans un contexte quotidien et non dans un cadre mathématique.

Dans *Thévenet*, les fractions sont travaillées à partir de deux cadres, celui des partages d'aires et celui de la droite graduée. Leur enseignement est découpé en cinq séquences : deux sur les fractions usuelles, deux sur les fractions décimales et une sur le passage des écritures fractionnaires décimales aux écritures décimales. Chacune des séquences est composée d'une ou deux *activités* de découverte suivies d'exercices.

Les *activités* de découverte ne correspondent pas à des situations d'apprentissage mais à des *activités* très ostensives où le travail des élèves se limite à des exercices d'applications qui ne donnent pas toujours de sens aux notions étudiées²². Les séquences ne font pas appel à des situations de référence. Les tâches proposées lors des phases de familiarisation sont décontextualisées, simples et isolées. Nombre d'entre elles proposent aux élèves : « observe l'exemple » et « complète ».

Les fractions décimales sont travaillées dans le cadre de la droite graduée. Leur introduction n'est pas motivée.

La séquence sur les fractions décimales et nombres décimaux a lieu lors de la période 3 de l'année, alors que celle sur les fractions et les fractions décimales a lieu en période 2. Contrairement au manuel *Euromaths*, la dernière séquence ne suit donc pas directement les précédentes. Le travail sur les fractions et celui sur les décimaux est donc séparé en deux phases différentes dans le temps. Leur équivalence est alors présentée dans le cadre de la droite graduée puis lors d'exercices où les élèves ont à passer d'une écriture à une autre mais aucune justification n'est donnée pour ce passage.

On peut mettre en évidence deux différences fondamentales avec le manuel *Euromaths*. La première tient dans le fait que les introductions des fractions décimales et des écritures décimales ne sont pas motivées. La deuxième vient de la nature des *activités* de découverte qui ne constituent pas des situations d'apprentissage mais correspondent à des problèmes qui introduisent des connaissances sans les faire construire aux élèves. De nouveaux outils y

²² Cf. Analyse des activités d'introduction du processus d'enseignement des fractions (dans un prochain paragraphe)

sont présentés aux élèves qui ont alors à s'en servir pour résoudre des tâches simples et isolées.

Le manuel *Ermel* propose quelque chose de beaucoup plus proche d'*Euromaths*. Les connaissances de CM1 sont réinvesties dès le premier exercice proposé. Les *activités* de découverte correspondent à des situations d'apprentissage²³ et servent de situation de référence. Enfin, on retrouve la multiplicité de cadres présente dans *Euromaths*. Pourtant, il y a encore des écarts avec ce dernier. Les introductions des fractions décimales et des écritures décimales ne sont pas motivées. *Ermel* ne fait pas particulièrement de liens entre les séances sur les fractions et celles sur les fractions décimales bien qu'il en fasse un entre les écritures fractionnaires décimales et les écritures décimales au moyen d'une situation de référence. L'enseignement des écritures décimales n'est toutefois pas motivé.

En conclusion, même si ces deux manuels proposent des canevas proches dans la forme, c'est-à-dire dans l'enchaînement des différentes séquences, des différences fondamentales avec notre manuel sont à noter. La constitution des différentes séquences, en termes de nature des *activités* d'introduction, d'institutionnalisation et d'exercices de familiarisation, est très différente selon les manuels. Alors qu'*Euromaths* proposent des enchaînements sous forme de réinvestissement des outils construits dans les séquences précédentes et motive l'introduction des fractions décimales et des écritures décimales, ce n'est pas le cas de *Thévenet*. *Ermel* ne le fait que partiellement. Enfin, *Euromaths* et *Ermel* proposent des situations d'apprentissage tandis que les *activités* d'introduction de *Thévenet* sont ostensives et limitent le travail des élèves à des exercices d'application.

D'autres choix différents dans la forme

Les autres manuels étudiés ne proposent pas le même canevas simplifié du processus d'enseignement pour l'enseignement des fractions. Les différences d'organisation ne sont cependant pas toutes du même ordre. Dans *Cap Maths*, il s'agit d'une différence fondamentale puisque le travail sur les écritures décimales en CM2 précède celui des fractions. Elles ne sont donc pas enseignées afin d'introduire les nombres décimaux. Dans

²³ Idem.

J'apprends les maths c'est l'aspect privilégié des fractions qui diffère. Elles sont d'abord essentiellement travaillées sous l'aspect « a divisé par b » puis sous un aspect fonctionnel. Dans *Math Outil* la différence de forme est moins grande. Le travail sur les fractions précède bien celui sur les décimaux et l'aspect privilégié est celui où elles sont vues comme « a-b ièmes ». Les fractions usuelles font l'objet de la première séquence, les fractions décimales celui de la deuxième séquence, puis les fractions usuelles et décimales sont travaillées dans une même troisième séquence sur la comparaison de fractions. C'est cette troisième séquence qui marque une différence avec d'autres manuels. Par exemple, elle n'existe pas réellement dans *Euromaths* qui se sert toutefois de la comparaison pour introduire les fractions décimales mais qui ne propose pas de séquence consacrée au travail sur les comparaisons. Celle de *Math Outil* n'est pas motivée et permet seulement aux élèves de s'entraîner sur ce type de tâche.

En plus de ces différences de forme, on en remarque d'autres qui peuvent être tout aussi importantes.

Dans *Cap Maths*, les fractions sont travaillées uniquement pour elles-mêmes. Elles peuvent se présenter sous différentes formes et notamment celle d'une écriture décimale. Les fractions décimales sont utilisées parmi d'autres fractions au cours du travail sur les fractions et décimaux. Enfin, en période 4 (alors que le reste du travail sur les fractions a eu lieu en période 3), les fractions sont à nouveau travaillées afin d'en retrouver leur partie entière.

Dans le manuel *Math Outil*, la différence fondamentale vient de la nature des tâches proposées qui sont toutes simples et isolées et qui peuvent même se limiter à des *activités* de recopiage de nombres dans des cases (Cf. Analyse des activités d'introduction du processus d'enseignement des fractions). De plus, il n'existe pas de lien logique entre les différentes séquences.

Dans le manuel *J'apprends les maths*, les fractions sont d'abord travaillées à partir d'un partage d'aires (partage de trois baguettes en quatre parts). Elles sont ensuite essentiellement présentées comme des « divisions-fractions » à partir de la division

euclidienne dans le cadre de problèmes de partage. Ce sont donc des nouveaux nombres qui représentent des divisions. Ce qui constitue une première différence importante avec le manuel *Euromaths*.

Les fractions décimales sont introduites dans un exercice où il s'agit de savoir si des fractions données sont égales, supérieures ou inférieures à 1 puis où il s'agit d'encadrer des fractions. On peut donc penser que, comme dans le manuel *Euromaths* les fractions décimales vont alors apparaître comme des fractions avec lesquelles il est plus facile de travailler sur ce type de tâches. Cela n'est toutefois pas explicite. Le travail sur les fractions décimales est divisé en plusieurs parties et se poursuit sur un très grand nombre de séances (5 séances contre une seule pour le manuel *Euromaths*, Tableau 1). Les dixièmes et les centièmes sont introduits dans un premier temps, les millièmes sont introduits plus tard dans des séances qui y sont consacrées.

Les écritures décimales apparaissent lors d'une *activité* utilisant la calculatrice proposée lors d'une période différente de l'année (les fractions et fractions décimales sont enseignées en période 2 et les écritures décimales en période 3, Cf. Tableau 1, p. 96). Les élèves ont à trouver le résultat d'un problème de division euclidienne sous la forme d'une écriture « entier + rompu » puis à effectuer le calcul à l'aide d'une calculatrice. On est donc toujours dans l'idée des « divisions-fractions ». Le lien entre les écritures fractionnaires décimales sous différentes formes et les écritures décimales est fait à cette occasion et motivé par l'usage de la calculatrice.

Enfin, en période 4, alors que le reste du travail sur les fractions a eu lieu en période 2, le manuel *J'apprends les maths* propose une séquence de travail de trois séances intitulées « prendre la fraction d'un nombre » sur l'aspect fonctionnel des fractions (ce que l'on ne trouve dans aucun des autres manuels étudiés).

Les différences fondamentales entre le manuel *J'apprends les maths* et le manuel *Euromaths* tiennent donc dans l'aspect travaillé des fractions (c'est-à-dire dans ce qui va les définir) et dans l'importance accordée aux fractions décimales. Alors qu'*Euromaths* travaille essentiellement les fractions sous la forme « a-b ièmes », *J'apprends les maths* favorise le travail sous la forme « a divisé par b » des fractions et propose une séquence complète sur leur aspect fonctionnel. Enfin, le temps de travail accordé aux fractions décimales est très supérieur dans *J'apprends les maths*.

Ces manuels proposent donc des canevas très différents (Cf. Annexes C) où les décimaux peuvent être enseignés avant les fractions, où les aspects privilégiés peuvent varier ou bien lors desquels il n'existe pas de lien logique entre les différentes séquences du processus.

En conclusion sur les canevas des processus étudiés

Les manuels étudiés proposent des canevas très différents pour l'enseignement des fractions en CM2. Ceux écrit par des équipes constituées (au moins en partie) par des didacticiens varient pour ce qui est de l'ordre d'enseignement des fractions et des décimaux mais aussi de l'aspect des fractions travaillé. Les deux autres manuels se distinguent d'*Euromaths* et des manuels écrits par des équipes comprenant des didacticiens, en grande partie par la nature des tâches. Elles sont simples et isolées et les *activités* de découverte ostensives : les nouvelles connaissances sont introduites sans être construites. Les passages d'une séquence à l'autre et notamment l'introduction des fractions décimales ou des écritures décimales ne sont pas motivés.

Enfin, les différents manuels se distinguent par les liens existant (ou non) entre les différents aspects des fractions travaillées, et par la nature de ces liens. Le tableau ci-dessous (Tableau 2) synthétise les aspects travaillés des fractions, l'existence ou non d'une situation de référence pour chacun de ces aspects les liens potentiels entre ces différents aspects des fractions. On remarque en particulier différentes natures de liens. Les doubles flèches représentent des liens qui sont effectués au sein d'une même situation de référence. Par exemple, dans *Euromaths*, le lien entre longueur (mesures de longueur) et position (graduation) est travaillé dans une même *activité*. C'est alors un changement de cadre qui permet de faire ce lien. Les flèches simples représentent des liens potentiels effectués en ne changeant pas de cadre. Par exemple, dans *J'apprends les maths*, les fractions usuelles sont travaillées en tant que résultat d'une division ou en tant qu'opérateur dans le cadre des mesures d'aires. Ce type de lien n'est pas nécessairement effectif. En effet, les fractions en tant que résultat d'une division ou en tant qu'opérateur sont travaillées lors de deux périodes très éloignées dans le temps, il n'est donc pas évident qu'un lien sera fait par les élèves ou par l'enseignant entre ces deux aspects des fractions. Enfin, la flèche en pointillés représente un lien réalisé à l'aide de cadres « proches ». C'est-à-dire que dans *Cap Maths*, les graduations sont d'abord travaillées à partir de bandes graduées. Ces dernières ont une épaisseur, et peuvent être « partagées » comme des aires.

	<i>Euromaths</i>	<i>Cap maths</i>	<i>J'apprends les Maths</i>	<i>Ermel</i>	<i>Math Outil</i>	<i>Thévenet</i>
Fractions usuelles Mesures de longueurs	Situation de référence			Situation de référence		
Fractions usuelles Mesures d'aires	↕	Situation de référence	Situation de référence	↕	Ostension/ Application	Ostension/ Application
Fractions usuelles Graduations		Situation de référence	Situation de référence		Ostension/ Application	Ostension/ Application
Fractions usuelles Divisions	↕		Situation de référence		↓	↓
Fractions usuelles Opérateurs			Situation de référence			
Fractions décimales Graduations	Situation de référence	Situation de référence	Situation de référence	Situation de référence	Ostension/ Application	Ostension/ Application
Fractions décimales Nombres décimaux	Convention d'écriture	Droite graduée	Utilisation de la calculatrice	Situation de référence	Droite graduée	Droite graduée

Tableau 2 : Aspects des fractions et liens entre ces aspects

Or, l'activité précédente porte sur les aires. Une fois de plus, ce lien n'est pas effectif. Le lien entre longueur et position n'est pas explicite.

Euromaths, *Ermel* et *J'apprends les maths* sont donc les seuls manuels parmi ceux étudiés à faire des liens effectifs entre les différents aspects des fractions travaillés (même si ce n'est pas systématique), au moyen d'un changement de cadre dans une même situation ou au contraire au moyen de la conservation d'un cadre pour passer des fractions usuelles aux fractions décimales. On remarque ici une nouvelle fois la construction « solidaire » du processus d'*Euromaths*. Les différents cycles du processus sont liés par des réinvestissements des outils construits dans les cycles précédant. Le changement de cadre permet de passer d'un aspect des fractions à un autre. Au contraire, le fait de rester dans un même cadre permet de faire le lien entre fractions usuelles et fractions décimales.

Analyse des *activités* d'introduction du processus d'enseignement des fractions

Le tableau suivant (Tableau 3) renseigne les différents indicateurs répertoriés ci-dessus pour l'analyse des situations d'introduction. On y remarque des différences notables concernant les choix des auteurs pour les *activités* d'introduction.

Nous rappelons ici que lorsque nous parlons d'*activité* de découverte, il s'agit d'une dénomination utilisée par les manuels et que ces dernières ne correspondent pas systématiquement à des situations d'apprentissage.

	Euromaths	Cap maths	J'apprends les maths	Thévenet	Maths outil	Ermel
Type (et/ou nature) des situations	Rappels	Evaluation Recherche (situation de communication/application)	Recherche (construction)	Application (ostension)	Application	Recherche (application)
Contexte quotidien	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non
Cadre(s)	Partage d'aires	Partage d'aires	Partage d'aires	« Graduation » ? Partage d'aires	Partage d'aires Partage de « longueurs » ? Graduations	Partage d'aires
Fraction comme partage de l'unité ou totalité	Les deux	Unité	Les deux	Unité	Unité	Unité
Fractions travaillées						
<1	$\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{2}{6}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4};$	$\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{2}{6}; \frac{1}{6}; \frac{2}{3};$	$\frac{1}{4}; \frac{3}{4};$	$\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{16}; \frac{2}{16}; \frac{3}{16}; \frac{4}{16}; \frac{1}{8}; \frac{2}{8}; \frac{4}{8};$	$\frac{3}{8}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{1}{4}; \frac{0}{4};$	$\frac{1}{4}; \frac{3}{4};$
>1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$			$\frac{5}{4}; \frac{7}{4};$	
=1	$\frac{3}{3}$			$\frac{8}{8}$	$\frac{4}{4}$	
Écritures travaillées						
Fractionnaire	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}$			$\frac{3}{4}$
Entier + rompu	$1 + \frac{1}{3}$	$1 + \frac{1}{4}$				
Autre	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$		$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$			$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
Egalités d'écritures						
Type 1 Différentes formes	$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$ $= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ $= 4 \times \frac{1}{3}$	$\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$ $= 5 \times \frac{1}{4}$ $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $= 3 \times \frac{1}{4}$			$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $= 3 \times \frac{1}{4}$ $= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
Type 2 fractionnaire	$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$			$\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$	$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$	$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

Tableau 3

Type et nature des situations d'introduction

Dans les six manuels étudiés, on trouve quatre types d'activités (rappels, évaluation, construction et application) de natures différentes (recherche ou ostension).

La première des activités proposée par *Cap Maths* correspond à une évaluation diagnostique (Figure 14).

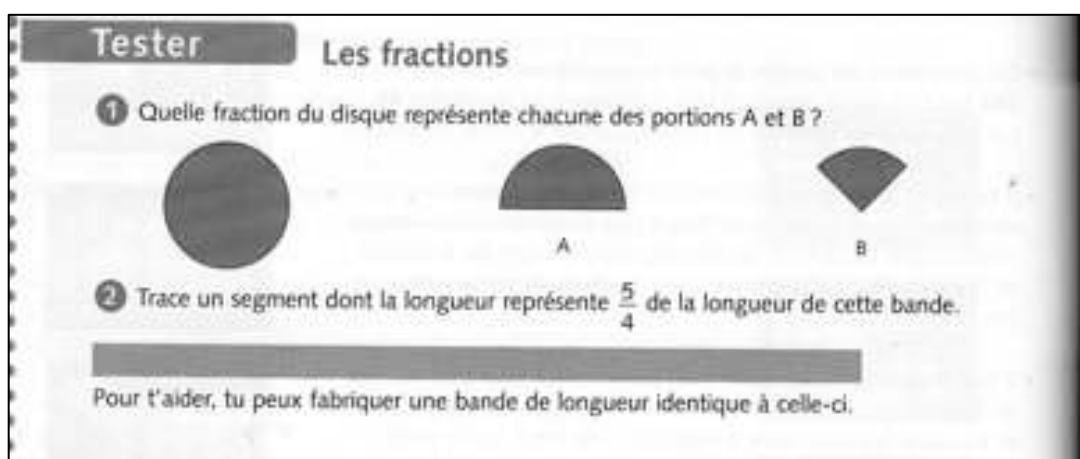


Figure 14 : Evaluation *Cap maths* unité 7 séance 1

Dans un premier temps, un disque est représenté puis un demi de ce disque et enfin un quart du disque. Le quart et le demi ne sont pas portés par le disque complet. Ils ne sont donc pas représentés en fonction d'une unité, ce qui peut porter à confusion. Dans un deuxième temps, il est demandé aux élèves de construire un segment dont la longueur représente $\frac{5}{4}$ de la longueur d'une bande unité donnée. Ils peuvent pour cela reproduire la bande du manuel. Cette évaluation est constituée de tâches assez complexes (notamment la deuxième) qui peuvent mettre les élèves en échec. L'enseignant n'est pas censé en faire une correction (selon le livre du maître). Cette première activité semble donc avoir pour seul but de permettre à l'enseignant de repérer quelles sont les connaissances disponibles chez les élèves et de faire les rappels nécessaires au travail sur les fractions qui va suivre. En effet, les fractions sont utilisées lors d'une activité de recherche qui suit directement l'évaluation (Voir ci-dessus *Activité de découverte 2 : Cap Maths*, unité 7 séance 1). Un rectangle unité est présenté parmi d'autres rectangles construits à partir de pliages et de recollages de l'unité. Les élèves ont à en choisir un parmi trois de ceux qui leurs sont présentés dans le manuel (R, S et T) et à faire deviner à d'autres élèves duquel il s'agit en écrivant l'aire de sa surface à l'aide d'une fraction. Lors de cette première activité, les élèves ne construisent

donc pas l'outil fraction. Ils ont à s'en servir pour mesurer des surfaces d'aires. Cette première *activité* ne correspond donc pas une situation d'apprentissage mais à un exercice d'application utilisant du matériel.

Chercher Aires et fractions

La surface blanche sert d'unité d'aire.
Son aire est 1 u.

3 Choisis une des surfaces R, S ou T.
Écris, à l'aide d'une fraction,
l'aire de la surface que tu as choisie.
Tes camarades devront deviner
de quelle surface il s'agit
en utilisant cette indication.

Exercice

4 Écris, sous la forme d'une fraction, l'aire des surfaces U, V et W.

Activité de découverte 2 : Cap Maths, unité 7 séance 1

En conclusion, il semble que les auteurs de *Cap maths* proposent une évaluation diagnostique afin de permettre aux enseignants de faire les rappels nécessaires au travail sur les exercices qui vont suivre. Les rappels liés au processus d'enseignement des fractions sont donc à la charge des enseignants contrairement à ceux liés au processus du manuel *Euromaths*. Enfin, la première *activité* proposée est une *activité* d'application et sert de situation de référence pour les exercices de la phase de familiarisation.

Dans le manuel *J'apprends les maths*, l'*activité* proposée pour introduire les fractions demande aux élèves de trouver comment partager 3 baguettes en 4 parts égales, de deux façons différentes (*Activité de découverte 3 : J'apprends les maths*).

le découvre

1 Trois baguettes sont à partager entre 4 frères : Alain, Bernard, Cyril et Damien (Note-les A, B, C, D).
Les 3 baguettes sont posées sur la table et les 4 frères mangent ensemble.
Fais le partage en parties égales et colorie la part d'Alain.



2 Trois baguettes sont à partager entre 4 sœurs : Alice, Béatrice, Céline et Diane (Note-les A, B, C, D).
Une seule baguette est sortie et Alice mange seule avant ses sœurs.
Représente et colorie la part que mange Alice pour que le partage des 3 baguettes soit équitable.



3 Pour représenter la part de baguette correspondant à $\frac{3}{4}$, je peux :

- soit prendre 3 baguettes, puis

- soit prendre 1 seule baguette, puis

Activité de découverte 3 : J'apprends les maths

Dans un premier temps, les trois baguettes sont représentées alors que dans un deuxième temps une seule d'entre elles est visible. Les élèves vont devoir utiliser des connaissances anciennes sur les partages équitables. Leurs connaissances ne sont cependant pas suffisantes pour qu'ils puissent trouver directement qu'il faut prendre $\frac{3}{4}$ de la baguette dans la deuxième question, mais ils peuvent mettre en œuvre des stratégies liées au résultat obtenu pour la première question. En effet, ils auront partagé 3 baguettes en 4 parts et auront obtenu que : chaque enfant peut prendre une part sur quatre de chaque baguette, soit trois parts. Ils peuvent alors se servir de ce résultat pour répondre qu'il faudra prendre 3 parts de la baguette coupée en 4.

Il s'agit donc d'une réelle *activité* de recherche et d'une situation d'apprentissage qui permet la construction de l'outil fraction et de l'équivalence entre $3 \times \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$. Elle permet aussi d'introduire l'aspect « a divisé par b » des fractions (qui est celui privilégié par ce manuel).

Dans *Ermel*, l'*activité* d'introduction du processus d'enseignement des fractions consiste à découper dans une bande de 21 cm sur 3 cm un morceau de longueur égale à trois quarts de la bande. Il s'agit donc d'une *activité* de recherche pour lesquels les élèves ont à appliquer une connaissance. En effet, la notion de partage pour obtenir trois quarts doit être disponible. Les connaissances sur les fractions datant du CM1 sont donc supposées acquises (au moins en partie).

Il ne s'agit donc pas à proprement parler d'une situation d'apprentissage bien que les élèves se retrouvent en position de recherche.

Dans *Math Outil*, la première *activité* est découpée en trois tâches (*Activité* de découverte 4 : Math Outil). Pour la première, il s'agit d'« écrire » (et non de trouver) la fraction représentée par une partie colorée sur un disque partagé en huit.

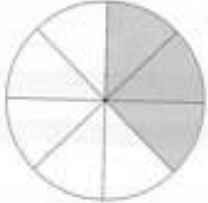
La deuxième tâche consiste à nouveau à « écrire » des fractions correspondant au demi, aux deux tiers et aux trois quarts d'une bande partagée successivement en deux, trois puis quatre.

Enfin, le dernier exercice demande aux élèves de placer sur un « segment gradué »²⁴ différentes fractions de dénominateur quatre. Ce dernier est gradué et la fraction $\frac{2}{4}$ est déjà placée. Les fractions proposées sont inférieures, supérieures ou égales à 1. Sur la même page on trouve une rubrique « pour t'aider » où un trait de fraction est représenté avec un point rouge en place du numérateur et bleu pour le dénominateur. Des flèches indiquent alors à quoi correspondent ces points de couleur (le texte étant écrit de la même couleur) : numérateur, nombre de parts égales colorées et dénominateur, nombre total de parts égales.

²⁴ L'expression segment gradué est celle utilisée dans le manuel *Math Outil*, il s'agit pourtant d'une demi-droite et non d'un segment.

1 Découvrir

1 Écris la fraction qui représente la partie colorée de la figure. Lis-la ensuite à haute voix.




Pour t'aider

nombre de parts égales colorées → numérateur

nombre total de parts égales → dénominateur

Pour la lecture des fractions, reporte-toi à la rubrique « Utiliser des outils ».

2 Écris la fraction qui représente la partie colorée de chaque bande. Lis ensuite chaque fraction à haute voix.




3 Reproduis le segment gradué et place les fractions suivantes :

$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{0}{4}$ $\frac{7}{4}$

• Lis ensuite ces fractions à haute voix puis écris-les en toutes lettres.

Pour t'aider



Reporte-toi à la rubrique « Utiliser des outils ».

Activité de découverte 4 : Math Outil

Cette *activité* peut donc être vue comme un exercice d'application de connaissances ou comme un exercice qui demande aux élèves de savoir compter jusqu'à huit (nombre maximal de parts représentées) puis de savoir replacer (ou « écrire ») « le nombre de parts égales colorées » au-dessus d'un trait et celui du « nombre total de parts égales » en dessous de ce trait. Le vocabulaire employé et notamment le verbe « écrire » montre bien que les élèves n'ont pas de recherche à effectuer mais seulement un nombre à lire puis à réécrire au bon emplacement (au-dessus ou au-dessous du trait de la fraction).

Dans cette *activité* d'« application » (peut-on réellement parler d'application ?), les élèves n'ont donc aucun travail à fournir et les fractions sont définies comme un nombre de parts égales colorées (sachant que toutes les parts représentées sont égales) sur un « nombre total de part égales ».

La première des découvertes proposée par *Thévenet* consiste à lire des fractions données sur un verre doseur (*Activité de découverte 5 : Thévenet*).

JE DÉCOUVRE

1. Pour son anniversaire, Julie prépare des cocktails de jus de fruits. Elle utilise un verre doseur pour mélanger les ingrédients.



La graduation 1 représente un litre.

La graduation $\frac{1}{2}$, qui se lit un **demi**, représente la **moitié** d'un litre.

La graduation $\frac{1}{4}$, qui se lit un **quart**, représente un **quart** de litre.

La graduation $\frac{1}{3}$, qui se lit un **tiers**, représente un **tiers** de litre.

a) On mélange d'abord un quart de litre de jus de citron et un quart de litre d'eau gazeuse.

Dessine le verre doseur et indique le niveau du mélange jus de citron-eau gazeuse.

b) Dessine pour chaque mélange, le niveau obtenu dans un verre doseur :

- un demi-litre de jus d'orange et un quart de litre de jus d'ananas,
- un tiers de litre de jus d'orange et un quart de litre de jus de pamplemousse.

Activité de découverte 5 : Thévenet

Les fractions y sont tout d'abord présentées : « La graduation $\frac{1}{2}$, qui se lit un demi, représente la moitié d'un litre ». Les questions posées aux élèves sont alors du type : « On mélange d'abord un quart de litre de jus de citron et un quart de litre d'eau gazeuse. Dessine le verre doseur et indique le niveau du mélange jus de citron-eau gazeuse. » Or, le verre n'est pas uniforme (il s'évase en haut), le zéro n'est pas représenté et les fractions le sont de part et d'autre du doseur. Le cadre dans lequel on se place n'est donc ni celui des graduations, ni celui des partages d'aires ou de volumes puisque le verre ne représente pas l'unité. Il s'agit donc d'un contexte quotidien et très peu mathématique. L'activité ne correspond pas à une situation d'apprentissage. Les élèves n'ont qu'à représenter ce qu'on leur demande ($\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{4}$ par exemple). Ils pourront éventuellement remarquer que $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ encore que les deux liquides mélangés ne soient pas les mêmes et qu'ils puissent alors ne pas prendre en compte cette égalité. On remarque ici une des limites du contexte quotidien qui peut être plus ou moins mathématique (le partage de gâteaux dans *Euromaths* ou celui de baguettes dans *J'apprends les maths* sont plus mathématiques que celui du verre doseur puisqu'ils s'appuient sur la cadre du partage d'aires alors que *Thévenet* ne s'appuie pas réellement sur un cadre mathématique). Ce contexte peut alors porter à confusion. En effet, ici les mélanges ne sont pas homogènes et on peut se demander quelle sera l'unité finale puisque l'on mélange un quart de « litre de jus de citron » et un quart de « litre d'eau

gazeuse ». Le résultat sera donc d'un demi « litre de limonade » ? De plus, l'unité choisie étant le litre on est dans le système décimal, ce qui fait une différence avec les autres manuels qui proposent des unités que l'on ne peut pas convertir dans le système décimal. Il est par ailleurs assez difficile de s'imaginer comment les élèves vont pouvoir reporter un quart sachant que le zéro n'est pas représenté. Dans une deuxième question il leur est à nouveau demandé de dessiner des mélanges tel que celui d'« un tiers de litre de jus d'orange et un quart de litre de jus de pamplemousse ». Outre les difficultés et incohérences déjà exprimées plus haut, la fraction $\frac{7}{12}$ n'est pas représentée sur le verre. On peut alors se demander quel est le but de cette question.

Lors de cette première *activité*, les fractions sont donc en quelque sorte « présentées » aux élèves de manière ostensive. Ils n'ont alors aucune part d'initiative. L'*activité* proposée ne permet pas de donner de sens aux fractions. Elle ne constitue ni une situation d'apprentissage, ni une situation de référence.

En conclusion sur le type et la nature des activités d'introduction

Parmi ces manuels on remarque donc des choix différents pour ce qui est de la nature des *activités* proposées pour l'introduction de l'enseignement des fractions, et de la prise en compte des connaissances datant du CM1.

Dans les manuels *Thévenet* et *Math Outil* les connaissances sur les fractions sont rappelées de manière ostensive (contrairement à *Euromaths* où les élèves ont malgré tout un travail de lecture à fournir). Il n'est pas vraiment question de connaissances disponibles ou non puisque tout est donné aux élèves pour qu'ils puissent résoudre les exercices.

Les trois autres manuels (écrits pas des équipes constituées au moins en partie de didacticiens) proposent des tâches non ostensives pour lesquelles on peut imaginer que les élèves sont actifs. Les choix des auteurs sont cependant différents en ce qui concerne la nature de l'*activité* proposée et la disponibilité des connaissances.

Les auteurs de *J'apprends les maths* et *Ermel* proposent des *activités* de recherche. Elles n'ont cependant pas la même fonction. Dans *J'apprends les maths*, il s'agit d'une situation de construction de connaissance, puisque les élèves doivent trouver deux façons de partager 3 baguettes en 4 parts. Le terme de fraction n'est pas directement utilisé et peut être introduit à cette occasion. Dans *Ermel* il est demandé aux élèves de découper dans une

bande « un morceau de longueur égal à $\frac{3}{4}$ de la longueur de la bande ». Dans le premier il s'agit donc de reconstruire la notion de fraction et dans le deuxième de représenter une fraction donnée. Dans *Ermel*, certaines connaissances sur les fractions datant du CM1 sont donc censées être disponibles.

Alors que les auteurs d'*Euromaths* ont fait le choix de proposer une *activité* de rappel suivie d'une situation d'apprentissage, ceux de *Cap maths* proposent en premier lieu une évaluation diagnostique directement suivie d'une *activité* de communication correspondant à une application de connaissances. Les rappels sont donc à la charge de l'enseignant dans *Cap Maths* alors qu'elles sont portées par une *activité* et donc à la charge des élèves dans *Euromaths*. Quoi qu'il en soit, ces deux manuels ne considèrent pas que les connaissances sur les fractions datant du CM1 soient complètement disponibles. Cependant, contrairement à *J'apprends les maths*, ils ne proposent pas de reconstruire la notion de fraction lors d'une situation d'apprentissage.

Contexte et cadre d'introduction

Les contextes et cadres d'introduction varient selon les manuels. Trois d'entre eux proposent un contexte « quotidien » : partage de gâteaux dans *Euromaths*, partage de baguettes dans *J'apprends les maths* et verre mesureur dans *Thévenet*. Ils s'appuient alors le plus souvent sur le cadre du partage d'aires. Seul le manuel *Thévenet* propose un cadre différent qui pourrait s'apparenter à celui de la droite graduée, puisque les élèves doivent représenter des fractions sur un verre doseur. Il est en réalité très peu mathématique et montre les limites de l'utilisation d'un contexte quotidien plutôt que mathématique.

Les trois autres manuels, *Math Outil*, *Cap Maths* et *Ermel*, proposent des *activités* de partage d'aires. *Math Outil* ajoute un exercice à partir du cadre de la droite graduée.

Partage de l'unité ou de la totalité

Les fractions sont généralement vues comme un partage de l'unité. Seuls les manuels *Euromaths* et *J'apprends les maths* proposent de travailler à la fois sur le partage de l'unité et celui de la totalité (et donc sur les aspects « a b ièmes » et « a divisé par b » des fractions). L'analyse globale des processus d'enseignement a permis de montrer que si les auteurs font le choix de présenter ces deux aspects des fractions, ils n'en développent qu'un par la suite.

Ce n'est pas le même aspect qui est privilégié dans les deux manuels. *Euromaths* se concentre sur l'aspect « a-b ièmes » et *J'apprends les maths* sur l'aspect « a divisé par b ».

Fractions travaillées

Les fractions travaillées se limitent à celles inférieures ou égales à 1 dans les manuels *Thévenet*, *J'apprends les maths* et *Ermel*. Cela semble cohérent pour les deux derniers qui proposent des *activités* de recherche pour construire ou rappeler des connaissances et qui ne peuvent donc peut-être pas multiplier les difficultés. Les trois autres manuels permettent aussi un travail sur des fractions supérieures à 1.

Thévenet et *Math Outil* sont les deux seuls ouvrages à ne pas travailler sur différentes écritures d'une même fraction. Les autres manuels permettent la rencontre d'écritures sous la forme « entier + rompu » (pour ceux qui proposent un travail sur des fractions supérieures à 1) ou sous une forme additive telle que par exemple $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ comme écriture de $\frac{3}{4}$.

En conclusion sur les *activités* d'introduction du processus d'enseignement des fractions

Le manuel *Euromaths* est original pour différentes raisons. Il est le seul à proposer une *activité* de rappel qui ne soit pas seulement ostensive (comme peuvent l'être celles de *Thévenet* et *Math Outil*) et qui demande aux élèves de réactiver des connaissances datant du CM1 sans les leur redonner directement. C'est aux élèves de prendre la responsabilité des rappels, ce qui en décharge l'enseignant. L'*activité* prend donc en considération les connaissances construites en CM1 (contrairement à *J'apprends les maths*), tout en ne considérant pas qu'elles soient tout à fait disponibles (contrairement à *Ermel*). De plus, plutôt que proposer une évaluation diagnostique comme dans *Cap maths*, les auteurs considèrent que les élèves ont besoin de rappels et les effectuent. Or, l'évaluation diagnostique telle qu'elle est proposée dans le manuel *Cap Maths* semble pouvoir mettre les élèves dans une position d'échec puisqu'il leur est demandé de répondre à des problèmes déjà complexes (par exemple tracer un segment de mesure $\frac{5}{4}$ d'une bande unité donnée).

Le contexte choisi par les auteurs est quotidien mais s'appuie sur un cadre mathématique et permet de donner du sens aux fractions. C'est une différence : avec les manuels qui peuvent proposer des contextes quotidiens très peu mathématiques et qui ne donnent pas de sens aux fractions, et avec les manuels qui proposent directement de travailler dans des cadres mathématiques.

Le travail qui est demandé dans la deuxième partie de l'*activité* de découverte du manuel *Euromaths* prend alors en compte les connaissances réactivées dans la première question pour introduire un deuxième aspect des rationnels (« a divisé par b »). Il est le seul (parmi les manuels étudiés) qui propose une première approche des fractions en CM2 à la fois par le partage de l'unité et celui de la totalité mais aussi un travail sur différentes formes de fractions (fractionnaires, entier + rompu), plus ou moins grandes que l'unité tout en remarquant les équivalences d'écritures. C'est à dire qu'il propose une situation de rappel très complète où plusieurs aspects et écritures des fractions sont passés en revue.

Place de l'institutionnalisation

Comme précisé dans la méthodologie, l'analyse de l'institutionnalisation présentée ici pour les différents manuels s'appuie sur les traces écrites prévues à la suite des premières *activités* de découverte des processus d'enseignement présentées ci-dessus.

Parmi les manuels étudiés, on trouve trois types de traces écrites différents. Certains d'entre eux laissent une certaine liberté à l'enseignant en les proposant dans un livre différent du manuel de l'élève -dans un autre livre destiné aux élèves ou dans le livre du maître- quand les autres proposent des encadrés correspondant à chaque séance de travail. En effet, dans *Euromaths* et *Cap Maths*, les institutionnalisations ne sont pas faites dans le manuel mais respectivement dans des livrets « aide-mémoire » et « dico-maths » destinés aux élèves alors qu'*Ermel* les effectue dans le livre du professeur (qui est le seul livre d'*Ermel*). Ces trois manuels laissent donc une plus grande marge de liberté aux enseignants qui peuvent ou non utiliser les traces suggérées. Les autres manuels incluent des encadrés pour chaque séance proposée dans le manuel.

Si l'institutionnalisation n'est pas proposée dans les mêmes livres, elle n'intervient pas non plus toujours au même moment du processus d'enseignement. Elle peut être liée à une ou plusieurs *activités* de découverte et proposée avant ou après les exercices de familiarisation.

Des manuels qui proposent une institutionnalisation liée à plusieurs activités de découverte

Dans *Euromaths* l'institutionnalisation est liée à toute une séquence (ou cycle long). Elle peut donc reprendre le travail effectué lors de plusieurs *activités* de découverte (ou cycles courts). Par exemple, la rubrique « utiliser des fractions » (Traces écrites 1 : Aide-mémoire *Euromaths*) se réfère à trois cadres utilisés dans les trois premières *activités* de découverte (mesure d'aires, de longueur et droite graduée).

Utiliser les fractions

Les nombres entiers ne suffisent pas pour exprimer avec précision des mesures de longueur, d'aire ou d'autres grandeurs.
Les fractions sont des nombres qui permettent d'être plus précis.

Pour donner la mesure d'une longueur

— u — u est l'unité de longueur

A — B — le segment [AB] mesure $\frac{1}{3} u$ $3 \times \frac{1}{3} u = 1 u$

C — D — le segment [CD] mesure $\frac{2}{3} u$ $\frac{2}{3} u + \frac{1}{3} u = 1 u$

Pour donner la mesure d'une aire

u $\frac{1}{3} u$ $\frac{3}{4} u$ $\frac{4}{3} u$

1 unité $3 \times \frac{1}{3} u = 1 u$ $\frac{3}{4} u + \frac{1}{4} u = 1 u$ $\frac{4}{3} u = 1 u + \frac{1}{3} u$

Pour donner la position de points sur la droite graduée

Z A B V C D

0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 1 $\frac{4}{3}$ 2

L'origine de la graduation est le point Z.
 Le point V est à 1 u de Z car la mesure de la longueur de [ZV] est 1.
 Le point A est à $\frac{1}{3} u$ de Z. Le point B est à $\frac{2}{3} u$ de Z. Le point C est à $\frac{4}{3} u$ de Z.

Lire les fractions

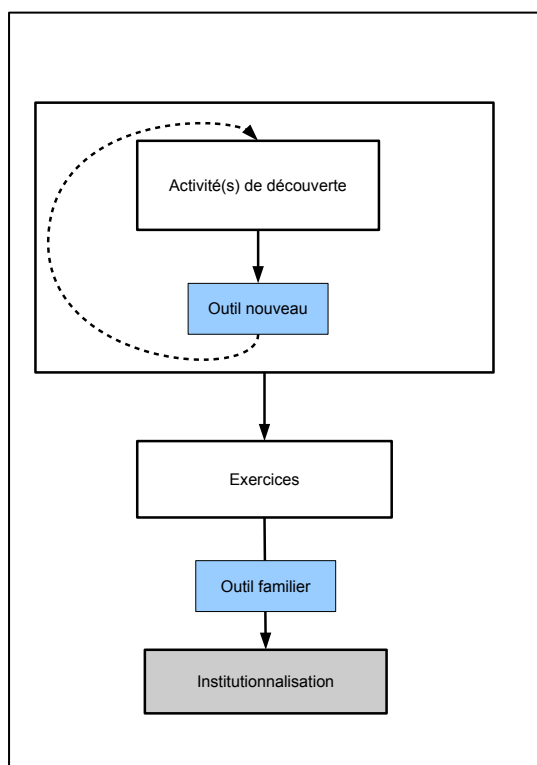
numérateur $\frac{1}{2}$ se lit « un demi » $\frac{1}{5}$ se lit « un cinquième »

est une fraction $\frac{1}{3}$ se lit « un tiers » $\frac{1}{10}$ se lit « un dixième »

dénominateur $\frac{1}{4}$ se lit « un quart » $\frac{27}{100}$ se lit « vingt-sept centièmes »

Traces écrites 1 : Aide-mémoire *Euromaths*

Pour ces trois manuels (*Euromaths*, *Ermel* et *Cap Maths*) la construction d'une séquence correspond à l'enchaînement éventuel de plusieurs *activités* de découvertes suivi d'une institutionnalisation et d'exercices. On a donc une organisation correspondant au schéma ci-dessous (Place de l'institutionnalisation dans une séquence 1).

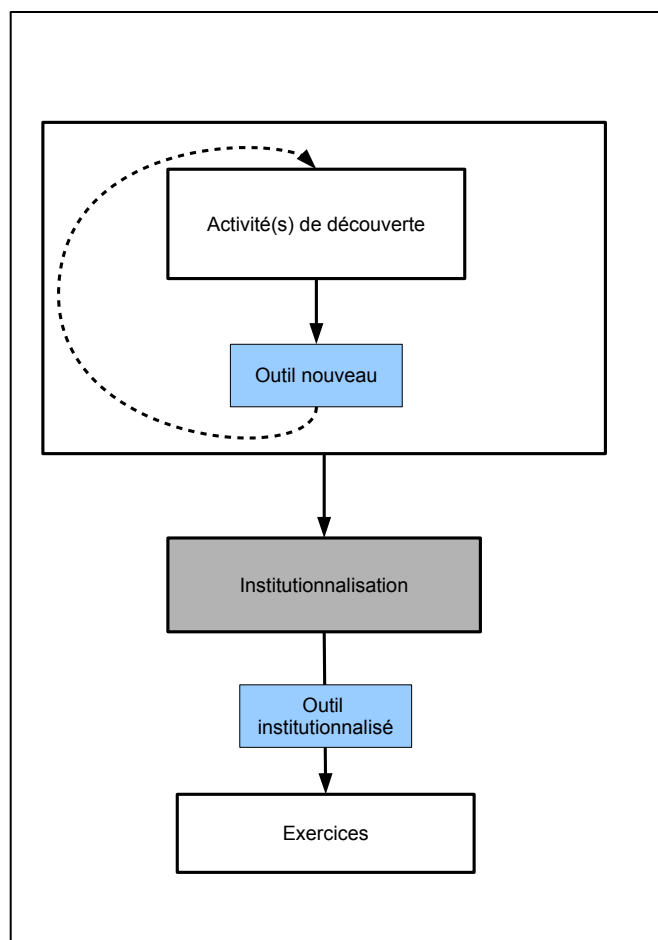


Place de l'institutionnalisation dans une séquence 1

Comme la place de l'institutionnalisation reste à la charge de l'enseignant pour les manuels *Cap maths* et *Euromaths*, on peut aussi imaginer un déroulement d'une autre forme (Place de l'institutionnalisation dans une séquence 2).

Si l'institutionnalisation peut être proposée au même moment du processus d'enseignement pour ces trois manuels, les savoirs institutionnalisés ne sont pas les mêmes.

Dans l'aide-mémoire *Euromaths*, la trace écrite est assez complète (Cf. Traces écrites 1 : Aide-mémoire *Euromaths*, p.130). Elle précise comment utiliser les fractions pour donner des mesures de longueurs, des mesures d'aires ou pour donner une position sur une droite graduée en référence avec l'unité. Des exemples sont donnés et des équivalences d'écritures sont rappelées. Puis les termes de numérateurs et dénominateurs sont redéfinis. Enfin, on trouve une partie intitulée « comprendre ce que représente une fraction » dans laquelle les deux types de partage : de l'unité et de la totalité, sont représentés. Des écritures équivalentes sont à nouveau rappelées dans ce nouveau cadre.



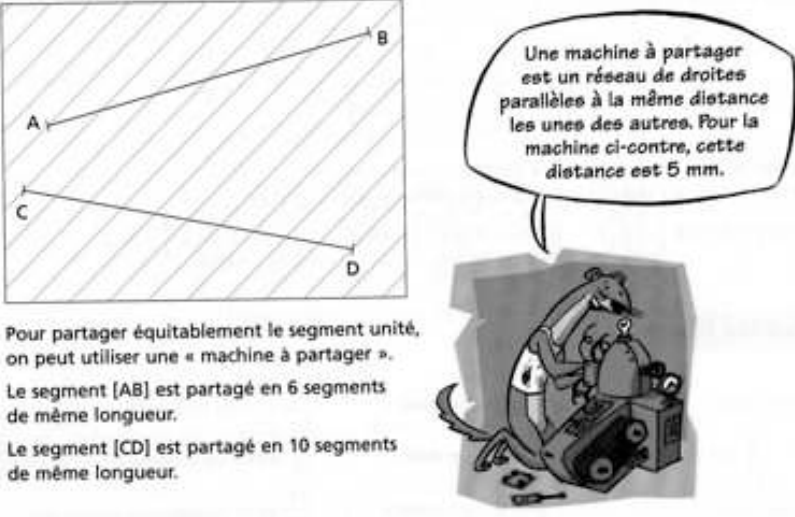
Place de l'institutionnalisation dans une séquence 2

Comme remarqué plus haut, les traces écrites proposées ne se rapportent pas à une *activité* de découverte en particulier mais à une séquence dans son ensemble.

Les institutionnalisations de l'aide-mémoire peuvent aussi faire appel aux situations de références rencontrées dans le manuel (Traces écrites 2 : Aide-mémoire *Euromaths*).

Dans le dico-maths de *Cap maths* (Cf. Annexes A) on trouve deux paragraphes concernant les traces écrites sur les fractions usuelles. Le premier définit les fractions en fonction du numérateur et du dénominateur dans le cadre des mesures d'aires et de longueurs. La deuxième partie concerne la lecture des fractions. L'institutionnalisation est donc plus concise que dans le manuel *Euromaths*. Elle porte essentiellement sur ce que représente une fraction en fonction du numérateur et du dénominateur.

Partager équitablement un segment unité



Une machine à partager est un réseau de droites parallèles à la même distance les unes des autres. Pour la machine ci-contre, cette distance est 5 mm.

Pour partager équitablement le segment unité, on peut utiliser une « machine à partager ».

Le segment [AB] est partagé en 6 segments de même longueur.

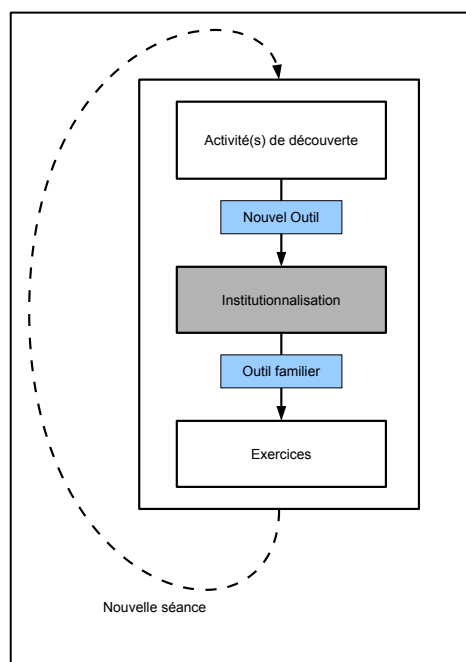
Le segment [CD] est partagé en 10 segments de même longueur.

Traces écrites 2 : Aide-mémoire *Euromaths*

Ermel rappelle les définitions des termes numérateur et dénominateur et propose des traces écrites sur la lecture des fractions, sur les égalités rencontrées ($\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$), sur le nombre de quarts et de demis dans une unité et sur le nombre de quarts dans un demi. Il s'agit des égalités qui ont pu être remarquées lors de la mise en commun de la première *activité* de découverte. Les traces écrites sont donc beaucoup plus ciblées sur les résultats liés aux *activités* que dans le manuel *Euromaths* qui met plus en avant les relations en jeu dans les différentes *activités* proposées.

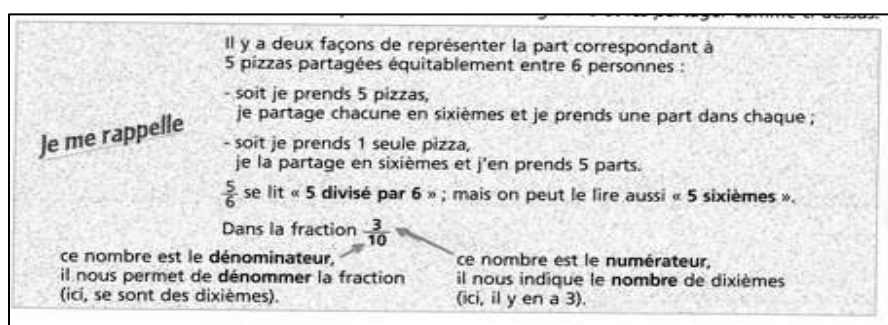
Un manuel qui propose une institutionnalisation après chaque activité de découverte

J'apprends les maths propose une institutionnalisation après chaque *activité* de découverte et avant les phases de familiarisation. Dans ce manuel, on trouve donc une organisation proche de celles d'*Ermel* ou *Euromaths* si ce n'est qu'une séance ne comprend qu'une seule *activité* de découverte. Plusieurs séances peuvent alors s'enchaîner pour aboutir à l'apprentissage d'une notion (cycle long ou séquence). Le schéma pour la séquence d'enseignement des fractions correspond à l'enchaînement de plusieurs séances sur le modèle *activité* de découverte/institutionnalisation/exercices (Place de l'institutionnalisation dans une séquence 3).



Place de l'institutionnalisation dans une séquence 3

Par exemple, l'institutionnalisation proposée après la première *activité* de découverte se réfère à l'exercice résolu en amont (Traces écrites 3 : *J'apprends les maths*). Elle reprend les deux types de partages rencontrés. Enfin, on voit apparaître ici clairement la notion de « division-fraction ». (« 5 divisé par 6 ») qui est l'aspect privilégié des rationnels dans ce manuel (ce que l'on ne retrouve dans aucun des autres manuels et qui est lié à un choix concernant l'approche des fractions comme un partage de la totalité).

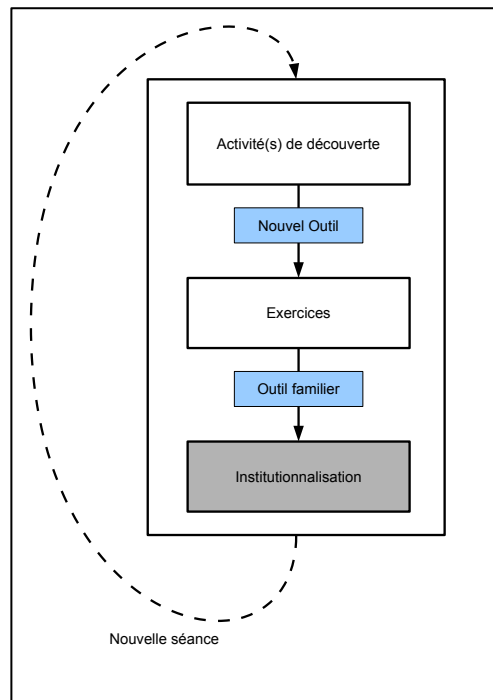


Traces écrites 3 : *J'apprends les maths*

Des manuels qui proposent une institutionnalisation après les exercices

D'autres manuels comme *Thévenet* et *Math Outil* proposent l'institutionnalisation après les exercices de familiarisation liés à une *activité* de découverte, plusieurs étapes *activité* de

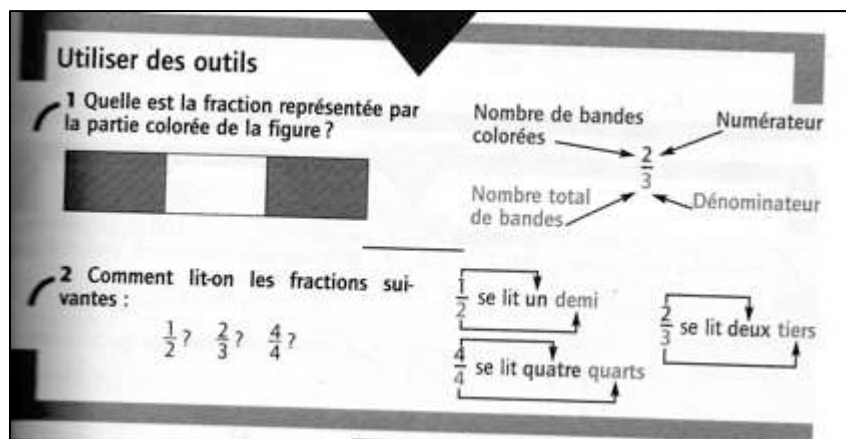
découverte/exercices/institutionnalisation peuvent être mises en place lors d'une même séquence.



Place de l'institutionnalisation dans une séquence 4

Etant donné que les *activités* de ces manuels sont très ostensives, elles peuvent tenir place de « leçon ». Les institutionnalisations n'ont donc de fait pas la même importance que dans les autres manuels. On a d'ailleurs pu remarquer qu'elles étaient très concises.

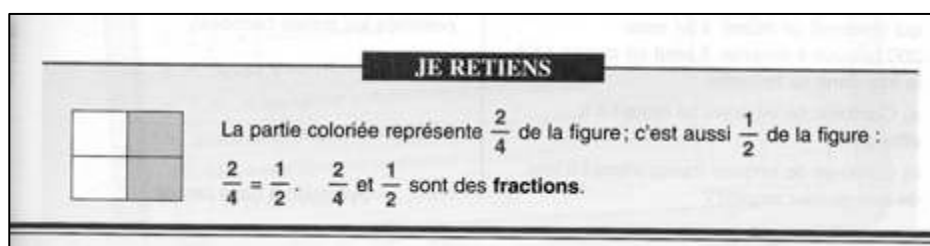
Dans *Math Outil*, l'encadré est intitulé « utiliser des outils » ce qui va dans le sens de la nature des *activités* et exercices proposés. En effet, à la suite de l'*activité* de découverte analysée plus haut, on trouve l'encadré suivant.



Traces écrites 4 : *Math Outil*

Les institutionnalisations ne concernent pas les savoirs en eux-mêmes mais des « techniques » ou des « trucs » pour répondre aux questions posées dans le manuel. On remarque aussi ici que la définition d'une fraction correspond notamment au « nombre de bandes colorées » sur « le nombre de bandes totales », ce qui n'est pas très mathématique.

Dans *Thévenet*, les institutionnalisations sont très brèves. A la suite de la première *activité* et des exercices associés, un carré découpé en quatre parties égales dont deux sont coloriées est représenté dans un cadre intitulé « Je retiens ».



Traces écrites 5 : *Thévenet*

Dans ce manuel, ce ne sont pas non plus les savoirs à proprement parler qui sont institutionnalisés mais des exemples de fractions représentées par la partie coloriée d'une figure découpée en parties égales.

En conclusion sur la place de l'institutionnalisation

Selon les manuels, la place des savoirs institutionnalisés varie beaucoup. Les traces écrites peuvent se trouver dans le manuel de l'élève, dans un livret indépendant de ce dernier ou dans le livre du professeur. Leur place peut être fixée dans le processus d'enseignement ou laisser libre au choix de l'enseignant. Enfin, les institutionnalisations peuvent avoir lieu après chaque *activité* de découverte, après l'enchaînement de plusieurs *activités* de découverte ou après les exercices. De plus, les savoirs qui sont institutionnalisés peuvent être très proches des résultats du travail sur les *activités* de découverte, porter sur les relations en jeu dans les *activités* plus que sur les résultats mais peuvent aussi se réduire à de simples aides techniques pour résoudre les exercices.

Tâches proposées et phases de familiarisation

Analyse quantitative des tâches proposées

Pour comparer les tâches proposées dans le manuel, nous les avons répertoriées dans un tableau que l'on trouvera en annexe (Annexes C). L'analyse quantitative porte sur toutes les tâches, exercices et *activités* de découverte confondus.

Concernant le nombre de tâches et leur répartition entre les différentes séquences on trouve une similarité entre *Euromaths* et *Ermel*. Ces deux derniers proposent moins de trente exercices au total contre plus de quarante dans les quatre autres manuels étudiés (Cf. page suivante : Figure 15). On y trouve plus d'*activités* liées au cycle des fractions et à celui des fractions et nombres décimaux que sur les fractions décimales. Ce n'est pas le cas dans les autres manuels qui proposent autant d'exercices sur les fractions décimales que sur les fractions (comme *Cap Maths* et *Thévenet*), voire plus pour (*J'apprends les maths* ou *Math Outil*).

Euromaths propose donc moins de tâches sur les fractions décimales que la plupart des autres manuels. Cela semble lié au fait que ce manuel se concentre plus sur le travail sur les fractions usuelles dont les fractions décimales sont des cas particuliers. Ce qui a été fait avec les fractions de dénominateurs différents de puissances de dix peut de fait leur être transposé. Ce manuel propose en effet trois séances sur les fractions usuelles (dont les décimales) et une seule séance en plus spécifique au travail sur les fractions décimales de dénominateur une puissance de dix. Cette dernière n'a pas pour but de s'entraîner à travailler avec ces fractions mais plutôt de montrer la facilité de travail qu'elles apportent afin d'introduire les décimaux. Les exercices sur les fractions décimales ne sont donc pas répétés.

Au contraire, dans un manuel comme *J'apprends les maths*, les fractions décimales sont longuement travaillées pour elles-mêmes au cours de cinq séances (contre quatre sur les fractions usuelles). On y trouve de nombreuses tâches consistant à faire la somme de deux fractions décimales de dénominateurs différents (puissance de dix) ou demandant d'ordonner des fractions décimales. Ces exercices d'entraînement systématiques semblent prévus pour faciliter le passage aux écritures décimales et notamment en ce qui concerne l'ordre des décimaux.

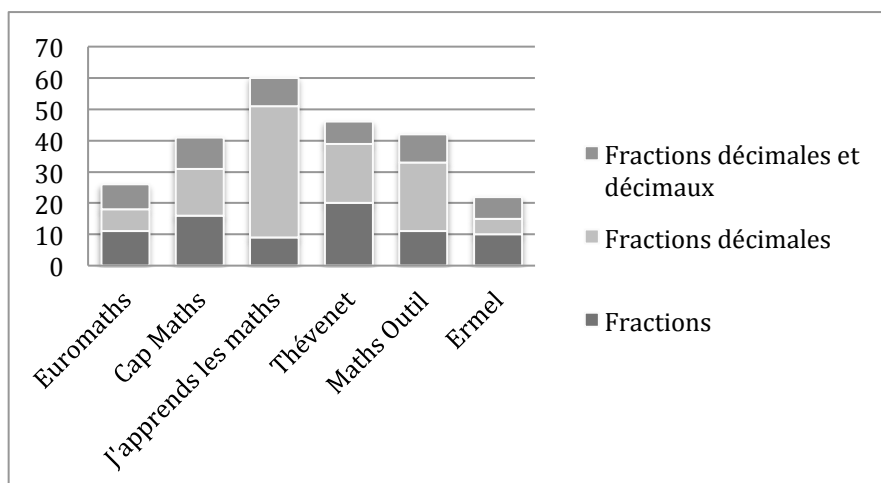


Figure 15 : Répartition des tâches selon les séquences d'enseignement

Dans *Euromaths* comme dans *Ermel*, les tâches sont en général proposées de façon unique²⁵ (Cf. Figure 16).

Pour reprendre l'exemple des manuels *Euromaths* et *J'apprends les maths*, en ce qui concerne des tâches consistant à passer d'une forme d'écriture à une autre, on remarque que le premier de ces manuels propose 13 tâches différentes contre 7 pour le deuxième. Parmi les 13 tâches de changement d'écriture du manuel *Euromaths*, 8 sont proposées de façon unique. Au contraire dans *J'apprends les maths*, toutes sont répétées au moins deux fois.

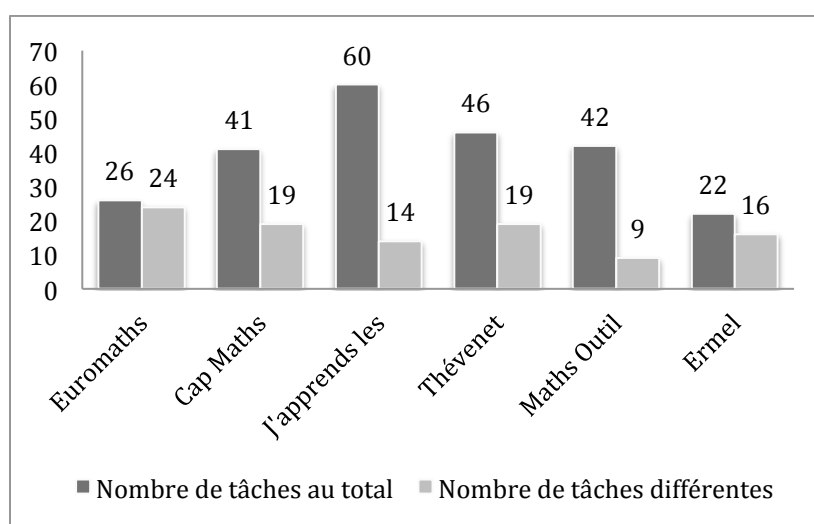


Figure 16 : Nombre de tâches proposées au total dans chaque manuel

²⁵ C'est-à-dire que la tâche n'est proposée qu'une seule fois.

Les manuels *Euromaths* et *Ermel* ne proposent donc pas d'exercices systématiques contrairement aux quatre autres. De plus, les tâches proposées dans *Euromaths* sont souvent complexes, faisant appel à plusieurs connaissances à adapter.

On définit alors *a priori* deux types de phases de familiarisation. Dans certains manuels comme *Euromaths*, ou *Ermel*, elles sont plutôt constituées de nouvelles situations d'apprentissage et semblent avoir pour but de continuer à construire les connaissances ou à les consolider. Dans d'autres comme *Math Outil* ou *Thévenet*, les exercices de ces phases sont plutôt répétitives ou simples et permettent aux élèves de travailler sur des exercices d'entraînement. Les phases de familiarisations sont détaillées pour chacun des manuels en fonction de tâches emblématiques qui peuvent les constituer dans deux paragraphes distincts suivant s'il s'agit encore de construire des connaissances ou de s'entraîner sur des connaissances déjà construites. Nous allons voir que ces deux types de phases de familiarisation ne sont pas uniques et ne suffisent pas à comprendre ce qui se passe dans chacun des manuels.

Des phases de familiarisation constituées de nouvelles situations d'apprentissage

Les tâches proposées lors des phases de familiarisation du manuel *Euromaths* sont contextualisées lors des trois premières étapes constituant la séquence sur les fractions. Le milieu matériel était déjà utile à la résolution des *activités* de découverte de cette séquence et le reste pour les exercices. On trouve par exemple lors de la phase de familiarisation de l'étape 17 l'exercice présenté ci-dessous.

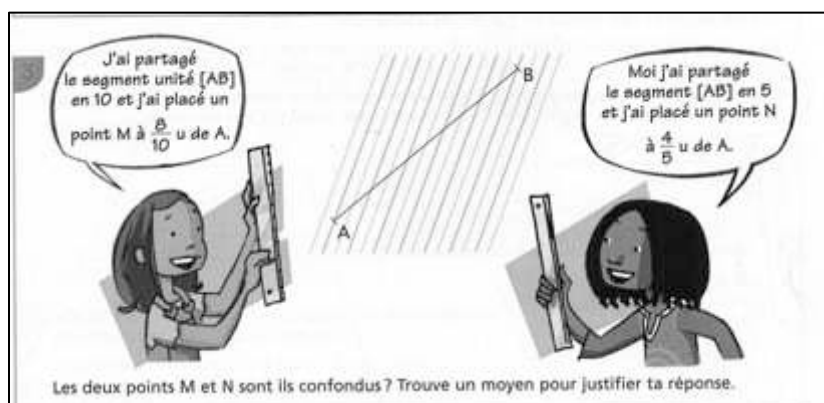


Figure 17 : exercice 3p37, étape 17, *Euromaths*

Dans cet exercice contextualisé, le milieu matériel est évoqué. Les personnages fictifs du manuel permettent de lancer un débat auquel les élèves sont appelés à participer. Ils vont devoir justifier leur réponse. Cet exercice n'a donc rien d'une tâche simple mais correspond plutôt à une situation d'apprentissage pour consolider des connaissances et permet de déclencher une dialectique de la formulation. Les élèves vont devoir prouver ce qu'ils affirment autrement que par l'action, bien qu'ils puissent encore en passer par une phase d'action pour obtenir leur résultat.

Les phases de familiarisation des séquences sur les fractions décimales et fractions décimales et décimaux sont constituées d'exercices décontextualisés. Cela va dans le sens des *activités* de découverte pour lesquelles le matériel est respectivement : utile pour vérifier des prévisions et non pour résoudre les problèmes dans le cycle sur les fractions décimales, et absent lors du cycle sur les fractions décimales et décimaux. On trouve alors des tâches telle que l'exercice 5p 41.

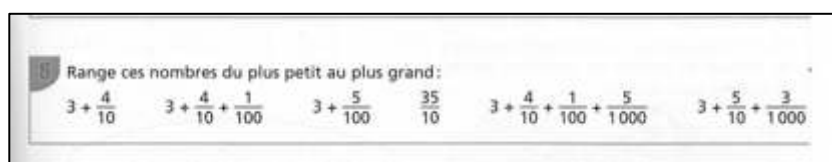


Figure 18 : exercice 5p41, étape 19, Euromaths

Les exercices restent assez complexes. Par exemple dans celui présenté ci-dessus, ranger les nombres du plus petit au plus grand, demande aux élèves de mettre en œuvre différentes connaissances. Il leur faut transformer certaines des écritures de l'exercice afin d'avoir tout les nombres sous forme canonique ou sous forme fractionnaire. Sachant que le plupart des nombres sont sous forme canonique, on peut imaginer que c'est la forme qui sera privilégiée. Les élèves doivent comparer d'abord les parties entières puis les différentes fractions décimales selon leur dénominateur. De plus, c'est la première fois que les élèves sont confrontés à ce type de tâche. Ce n'est pas une tâche pour laquelle ils connaissent la technique à mettre en œuvre pour la résolution. L'exercice proposé devrait donc déclencher une dialectique de l'action.

Des exercices permettant aux élèves d'« aller plus loin » sont proposés en fin de page. Il s'agit de tâches intitulées « remue-méninge » qui ne font pas réellement partie du processus d'enseignement. Il semble qu'elles soient proposées pour les élèves qui auraient terminé leurs exercices avant les autres. C'est donc une trace de différenciation mise en place pour

les bons élèves. Par contre, on ne trouve pas d'exercices de remédiation pour les élèves en difficulté.

Au final, les exercices des phases de familiarisation du manuel *Euromaths* sont en général uniques et permettent de déclencher les différentes dialectiques de l'action, de la formulation ou de la validation. Les élèves sont donc encore dans des situations d'apprentissage. Les phases de familiarisation ne permettent pas aux élèves de s'entraîner en répétant des exercices qu'ils savent *a priori* résoudre mais permettent plutôt de continuer à construire l'outil fraction.

Au contraire, *Ermel* qui comme *Euromaths* propose des tâches uniques, permet quand même aux élèves de travailler sur des exercices simples lors des phases de familiarisation. A la suite de la première *activité* de découverte sur les fractions, on trouve une tâche qui correspond à lire des fractions sur des figures prédécoupées sur lesquelles un certain nombre de parts égales sont coloriées (Figure 19).

Toutefois, même si la tâche est plus simple au départ puisqu'il s'agit de lire la fraction à laquelle correspond chaque dessin, la deuxième partie qui demande aux élèves de trouver une autre écriture est plus compliquée. L'exercice n'a pas pour seul but que les élèves s'entraînent mais aussi de construire des connaissances concernant les égalités d'écriture.

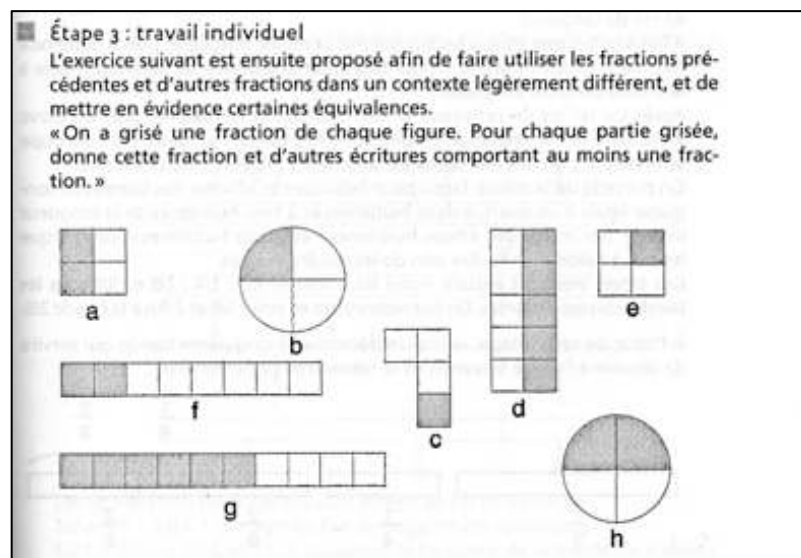


Figure 19 : Exercice, phase de familiarisation, *Ermel*

Cap Maths, propose quant à lui des exercices contextualisés (Figure 20 : Exercices *Cap Maths*, unité 7 séance 2), en lien avec la situation de référence que constitue l'*activité* de

découverte. Contrairement à *Euromaths* qui ne fait, pendant les exercices de familiarisation, qu'évoquer le matériel rencontré lors des *activités* de découverte, dans *Cap Maths*, le matériel est utile à la résolution des problèmes proposés.

Lors de ces exercices, les élèves utilisent le matériel pour résoudre les différents exercices. Ils permettent donc de déclencher une dialectique de l'action mais pas nécessairement de la formulation ou de la validation. Les tâches ne sont pas simples ou isolées mais l'utilisation du matériel ne permet ni d'en faire des exercices d'entraînement ni de décontextualiser les connaissances des élèves. Par exemple l'exercice 3 permet aux élèves de construire les égalités d'écriture d'une même fraction sous différentes formes fractionnaires. Pour cela, les élèves ont construit les différentes surfaces des rectangles dont les aires leur ont été données sous la forme d'une fraction du rectangle unité et peuvent donc les comparer afin de déterminer lesquelles sont égales. On se trouve donc bien encore dans des tâches visant la construction de connaissance.

Exercices Aires et fractions DICO MATHS p. 4
Comprendre les fractions

La surface blanche sert d'unité d'aire. Son aire est 1 u.

1 Dans ce tableau, retrouve la mesure d'aire qui correspond à la surface bleue.

Surfaces	A	B	C	D	E	F
Mesure des aires avec l'unité u	$\frac{3}{6}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{10}{8}$

2 Construis des surfaces qui correspondent à chacune des autres mesures d'aires données dans ce tableau.

3 Parmi les fractions du tableau :

- Laquelle est égale à la fraction $\frac{1}{2}$?
- Laquelle est égale à $\frac{5}{4}$?
- Laquelle est égale à 1 ?

4 a. Parmi les fractions du tableau :

- Lesquelles sont plus grandes que 1 ?
- Lesquelles sont plus petites que 1 ?

b. Range toutes les fractions du tableau de la plus petite à la plus grande.

5 Écris cinq fractions comprises entre 1 et $\frac{7}{3}$.

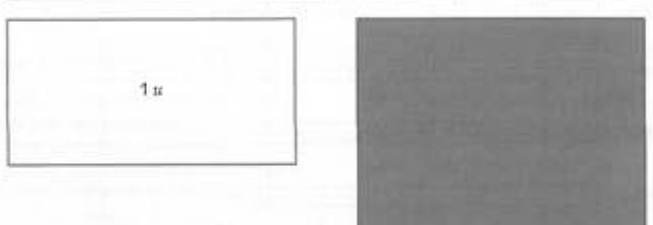
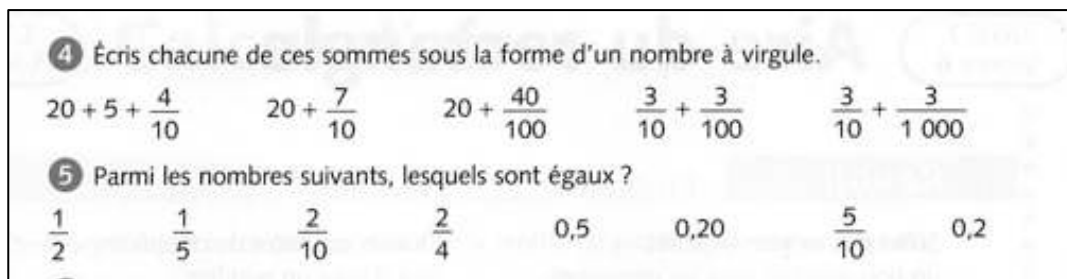


Figure 20 : Exercices *Cap Maths*, unité 7 séance 2

Lors de la séquence sur les fractions et décimaux, les exercices sont au contraire décontextualisés puisqu'il s'agit essentiellement de passer d'une forme d'écriture des fractions décimales à une autre. On trouve alors plus d'exercices systématiques de ce type dans le manuel *Cap Maths* que dans les manuels *Euromaths* et *Ermel* qui en proposent peu.



4 Écris chacune de ces sommes sous la forme d'un nombre à virgule.

$20 + 5 + \frac{4}{10}$ $20 + \frac{7}{10}$ $20 + \frac{40}{100}$ $\frac{3}{10} + \frac{3}{100}$ $\frac{3}{10} + \frac{3}{1\ 000}$

5 Parmi les nombres suivants, lesquels sont égaux ?

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{2}{4}$ 0,5 0,20 $\frac{5}{10}$ 0,2

Figure 21 : Exercices *Cap Maths*

Ces trois manuels proposent donc des phases de familiarisation constituées d'exercices permettant la construction de nouvelles connaissances en déclenchant les différentes dialectiques de l'action, de la formulation ou de la validation. Il s'agit des trois manuels écrits par des équipes dans lesquelles se trouvent des chercheurs en didactique. Mais, parmi ces trois ouvrages, un seul (*Cap Maths*) propose des exercices systématiques pour passer d'une écriture des fractions à une autre. Il jongle donc entre des phases de familiarisation qui permettent la construction de connaissances et d'autres qui permettent de s'entraîner. De plus, *Cap Maths* propose chaque tâche en moyenne deux fois, contrairement à *Euromaths* qui les propose de façon unique.

Des manuels proposant des exercices d'entraînement, de reproduction ou d'application

Les manuels *Thévenet*, *Math Outil* et *J'apprends les maths* proposent des exercices d'entraînement qui correspondent à des tâches assez simples et isolées. On trouve notamment dans chacun de ces manuels, lors de la première séance de travail sur les fractions, des exercices où il s'agit de lire une fraction représentée comme une part d'une figure découpée en parts égales. Type de tâche qu'on ne trouve pas dans le manuel *Euromaths*.

4 Écris sous forme de fraction :

A : trois cinquièmes B : neuf dixièmes C : un tiers D : quarante-sept centièmes

5 Écris des fractions correspondant aux parties colorées.

Figure 22 : exercices J'apprends les maths

4. Pour chaque figure, indique la fraction représentée par la partie colorée.

Figure 23 : exercices, Thévenet

Dans *Math Outil*, cette tâche est toutefois un peu différente de celles des autres manuels. Les rubriques « pour t'aider » et « utiliser des outils » présentées plus haut (voir paragraphes sur l'analyse des *activités* de découverte et sur les phases d'institutionnalisation) se trouvent sur la même page et donnent des « trucs » ou des « outils » aux élèves pour résoudre les exercices. Par exemple, une définition d'une fraction comme le nombre de parts colorées sur le nombre de parts égales est donnée aux élèves. Dans l'exercice 1 (Cf. page suivante : Figure 24), il s'agit donc pour eux de positionner le nombre de parts colorées au-dessus d'un « trait » et celui du nombre de parts égales au-dessus.

2 S'exercer

1 • Écris la fraction représentée par la partie colorée de chaque bande.

2 Lis à haute voix puis écris en toutes lettres les fractions de l'exercice 1.

3 Reproduis ces figures et colorie ce que représentent les fractions indiquées.

• Écris maintenant la fraction qui représente, pour chaque bande, la partie laissée en blanc.

Quelles sont les deux fractions qui représentent la même surface colorée ?

Figure 24 : exercices *Math Outil*

Dans la même idée, *Thévenet* propose des tâches de reproduction ou d'application du type « observe l'exemple » et « Complète » (Figure 25 : exercices *Thévenet*).

3. Observe l'exemple :

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{10}$$

Complète.

$$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{9} \quad \frac{14}{10} = \frac{\dots}{100}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{16}{\dots} \quad \frac{3}{2} = \frac{30}{\dots} \quad \frac{\dots}{3} = \frac{10}{\dots}$$

4. Observe l'exemple :

$$\frac{4}{6} \xrightarrow{:2} \frac{2}{3}$$

On dit que l'on a simplifié la fraction.
Simplifie les fractions suivantes.

$$\frac{6}{8}, \frac{4}{10}, \frac{5}{15}, \frac{9}{12}, \frac{18}{24}, \frac{17}{34}, \frac{39}{52}$$

Figure 25 : exercices *Thévenet*

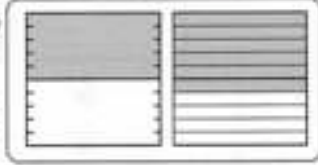
Lors d'exercices comme ceux présentés ci-dessus, on se retrouve dans la même situation que pour les exercices de *Math Outil*, où les élèves ont à regarder l'exemple et à reproduire ce qu'on leur montre. Dans l'exercice 3, les élèves n'ont qu'à faire ce qu'on leur demande, c'est à dire multiplier le numérateur (respect. dénominateur) par le même chiffre que le dénominateur (respect. numérateur). Il s'agit donc de tâches qui ne demandent pas aux élèves de donner du sens à ce qu'ils font. Toutefois, elles restent ici assez complexes (contrairement à celles proposées dans *Math Outil*). En effet, l'exemple montre qu'il faut

multiplier par 2 en haut et en bas, or les exemples donnés demandent de multiplier les numérateurs ou dénominateurs par 3, 4, 10, etc. Les élèves doivent donc comprendre, ou bien l'enseignant doit expliquer, cette extension de l'exemple qui veut que si l'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre alors on obtient une deuxième fraction égale à la première. On pourrait donc considérer cette tâche comme un exercice donné pour construire cette connaissance mais il ne correspond pas à une situation d'apprentissage.

Au contraire de *Math Outil* et *Thévenet*, et même s'il peut proposer des tâches simples, le manuel *J'apprends les maths* inclue dans son processus d'enseignement des exercices systématiques pour lesquels les élèves n'ont pas à recopier un exemple. Ces exercices ont pour but que les élèves s'entraînent, par exemple sur le passage d'une écriture à une autre, ou sur l'ordre de fractions. Parmi ces trois derniers manuels, qui proposent des phases de familiarisation correspondant à des phases d'entraînement et non à des phases de construction de connaissances, il est donc le seul qui ne propose pas que des tâches simples et isolées ou des tâches de reproduction ou d'application. Ce manuel est aussi celui qui propose le plus d'exercices sur le thème des fractions (60 exercices au total contre un maximum d'une quarantaine d'exercices dans les autres manuels). Ses « activités de découverte » sont très nombreuses et avant même de passer aux phases d'entraînement, on trouve déjà des phases de travail (incluses dans les activités de découverte) qui correspondent à des phases de familiarisation. Par exemple, les exercices que l'on trouve dans le fichier de l'élève (Cf. page suivante : figure 26) sont inclus dans une séance de découverte. Ils ne correspondent pas à des situations d'apprentissage mais bien déjà à des exercices de familiarisation lors desquels les élèves peuvent construire de nouvelles connaissances.


On peut donc considérer que le manuel *J'apprends les maths*, comme le manuel *Cap Maths*, propose deux types de phases de familiarisation. Le premier est constitué d'exercices qui permettent de construire ou de consolider des connaissances et le deuxième d'exercices systématiques qui permettent aux élèves de s'entraîner sur des tâches telles que les divers changements d'écritures des fractions.

■ Pour comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{6}{10}$.
Mathieu imagine ces fractions sur deux carrés. Vérifie qu'ils sont partagés en demis et dixièmes.



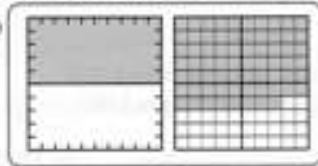
Complète : $\frac{1}{2}$... $\frac{6}{10}$

■ En t'aidant des deux carrés, compare les fractions ci-dessous.



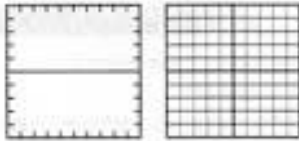
$\frac{1}{2}$... $\frac{4}{10}$
 $\frac{1}{2}$... $\frac{5}{10}$
 $\frac{1}{2}$... $\frac{8}{10}$

■ Pour comparer $\frac{1}{2}$ et $\frac{68}{100}$.
Mathieu imagine ces fractions sur deux carrés. Vérifie qu'ils sont partagés en demis et centièmes.



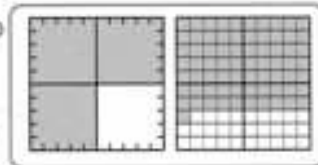
Complète : $\frac{1}{2}$... $\frac{68}{100}$

■ En t'aidant des deux carrés, compare les fractions ci-dessous.



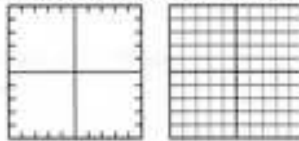
$\frac{1}{2}$... $\frac{47}{100}$
 $\frac{1}{2}$... $\frac{73}{100}$
 $\frac{1}{2}$... $\frac{50}{100}$
 $\frac{1}{2}$... $\frac{5}{100}$

■ Pour comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{71}{100}$.
Mathieu imagine ces fractions sur deux carrés. Vérifie qu'ils sont partagés en quarts et centièmes.



Complète : $\frac{3}{4}$... $\frac{71}{100}$

■ En t'aidant des deux carrés, compare les fractions ci-dessous.



$\frac{1}{4}$... $\frac{36}{100}$
 $\frac{3}{4}$... $\frac{78}{100}$
 $\frac{2}{4}$... $\frac{50}{100}$
 $\frac{4}{4}$... $\frac{93}{100}$

Figure 26 : exercices de découverte, fichier de l'élève *J'apprends les maths*

En conclusion sur les phases de familiarisation des différents manuels

Il semblerait qu'il existe autant de formes pour les phases de familiarisation que de manuels étudiés.

Euromaths et *Ermel* propose des phases assez courtes constituées en majeure partie de tâches distinctes les unes des autres. Dans le premier de ces ouvrages les tâches sont

complexes et correspondent pour la plupart à des situations d'apprentissage alors que dans le deuxième on trouve aussi des tâches simples.

Ces phases de familiarisation permettant la construction de connaissances peuvent être un effet de la transposition des savoirs à enseigner dans un manuel. En effet, les contraintes liées à l'édition mais aussi celles liées à la réalité de la classe ne permettent pas forcément de proposer de nombreuses situations d'apprentissage lors des *activités* de découverte ni une quantité trop importante d'exercices d'entraînement. Les auteurs doivent donc faire un choix entre les deux types de phases de familiarisation. On peut penser que les auteurs d'*Euromaths* ne considèrent pas forcément les connaissances de CM1 à ce sujet comme totalement acquises et préfèrent alors des phases de construction et de consolidation des connaissances à des phases d'entraînement. Ou bien, il s'agit d'une certaine conception de l'apprentissage qui néglige, ou du moins minore, l'entraînement. De plus, la décontextualisation passe par l'utilisation de différents cadres et par le changement progressif de statut puis la disparition du matériel lié aux différents cadres.

J'apprends les maths et *Cap Maths* proposent à la fois des exercices permettant de construire ou de consolider des connaissances sur les fractions et des tâches répétitives permettant aux élèves de s'entraîner. Le nombre de pages consacrées à l'étude des fractions est cependant beaucoup plus important dans *J'apprends les maths* que dans *Euromaths*. On peut alors imaginer (les manuels n'ont pas été analysés dans leur ensemble) que c'est sur d'autres thèmes que les auteurs choisissent de passer plus vite. Dans *Cap maths*, les connaissances sur les fractions ayant été supposées disponibles, le travail peut être plus porté sur des exercices d'entraînement que de sur des tâches construction de connaissances.

Enfin, *Math Outil* et *Thévenet* proposent des tâches simples, isolées et qui demandent souvent de reproduire un exemple donné, ce qui correspond à la nature des *activités* de découverte de ces manuels. Dans le deuxième ouvrage, on trouve des tâches qui peuvent être complexes et qui pourraient permettre de construire des connaissances nouvelles si elles constituaient des situations d'apprentissage, ce qui n'est pas le cas.

En conclusion sur les processus d'enseignement des différents manuels

Des savoirs à enseigner présentant des différences importantes dans les manuels étudiés

Que les auteurs soient ou non didacticiens, des différences importantes existent dans la forme comme dans le fond entre les ouvrages étudiés (et comparés à *Euromaths*) et révèlent des modes d'apprentissage différents.

Les manuels présentés dans ce chapitre se distinguent par les choix épistémologiques et didactiques de leurs auteurs et ce, au niveau local de l'enseignement des fractions comme à un niveau plus global concernant l'organisation de l'enseignement des mathématiques dans son ensemble.

En effet, au niveau global de l'enseignement des mathématiques on a pu voir des différences au niveau de l'organisation sur l'année : différents thèmes abordés lors d'une même séance ou non, division ou regroupement des différentes séances sur le thème des fractions, organisation en termes d'enchaînement entre les différentes phases de découverte, d'institutionnalisation et d'exercices, utilisation de situation d'apprentissage ou d'*activité* ostensive voir non mathématique, fonction des phases de familiarisation, type de tâches proposées, nombres d'occurrence des tâches, etc.

Au niveau local, les différences sont tout aussi nombreuses. Les fractions peuvent être enseignées avant ou après les nombres décimaux, les connaissances construites en CM1 peuvent ou non être considérées comme acquises, l'aspect des fractions travaillé n'est pas toujours le même, des liens entre les séquences existent ou non, l'introduction des nouvelles écritures travaillées sont ou non motivées, les cadres utilisés varient ainsi que le choix d'utiliser un contexte quotidien, les connaissances institutionnalisées ne sont pas du même ordre suivant les manuels, etc.

Manuels et choix des enseignants

Le choix qui s'offre aux enseignants est très vaste. Or, une étude des différents manuels est assez longue. Etant donné qu'aucun des manuels ne propose la même chose, il peut être compliqué pour des enseignants ordinaires de savoir sur quoi appuyer cette comparaison.

De plus, si des connaissances mathématiques, épistémologiques et didactiques sont nécessaires à la construction de processus d'enseignements et situations (Brousseau G. , 1998b), elles semblent aussi nécessaires pour prendre une décision après analyse des manuels. Les enseignants n'ont ni le temps de faire cette analyse ni les moyens d'en tirer parti (Cf. Partie II, Chapitre 1 : Pratiques des enseignants, les processus d'enseignement).

Nous avons proposé à des étudiants de master 2 et à des professeurs des écoles stagiaires d'étudier les pages concernant l'enseignement des fractions usuelles de ces six manuels (et seulement les pages du manuel, sans celles du livre du professeur). Nous leur avons demandé, après analyse de chacun des manuels, d'en choisir un qu'ils utiliseraient en classe. Les choix qu'ils ont pu faire ne se portaient pas naturellement vers ce qu'un didacticien considèrerait comme un « bon manuel ». En effet, une majorité des étudiants du master et beaucoup des professeurs des écoles stagiaires se sont tournés vers des manuels comme *Math Outil* ou *Thévenet*. Les raisons pour lesquels leurs choix se portaient sur ces derniers ouvrages étaient en général liées au fait qu'ils trouvaient ces manuels faciles d'accès, contrairement aux manuels écrits par des didacticiens. Ces derniers leur semblaient bien trop compliqués. Certains des étudiants n'arrivaient pas, par exemple, à résoudre la première *activité* de découverte du manuel *J'apprends les maths* lors de laquelle il s'agit de partager trois baguettes en quatre parts lorsqu'une seule des baguettes était représentée. Ils laissaient alors directement ce manuel de côté. Ceux qui ont choisi *Thévenet*, l'ont fait au contraire par rapport à la première *activité* de découverte où les fractions sont introduites avec un verre doseur. C'est le contexte quotidien, « qui parle aux élèves » (et bien plus proche du réel que les représentations de gâteaux ou de baguettes dont une seule est sortie) qui les a alors guidés vers ce choix. *Euromaths* était assez peu choisi. Il semble que l'intérêt de la construction du processus d'enseignement et des *activités* qu'il propose soit peu perceptible pour des étudiants ou des jeunes enseignants lors d'une première approche.

On peut imaginer que les enseignants en exercice portent leur choix sur un manuel ou un autre pour des raisons similaires (à condition qu'ils comparent des manuels avant de faire leur choix). Ils peuvent aussi choisir un manuel parce qu'un de leurs collègues leur en a parlé ou parce qu'ils en ont reçu un exemplaire dans leur école. Lors des séances sur la comparaison de manuel, les étudiants demandaient systématiquement lequel on leur aurait proposé. On peut alors imaginer qu'ils peuvent aussi faire un choix par effet de contrat : si le formateur dit que c'est un bon manuel (ce que nous nous sommes bien gardée de dire de

cette façon), alors c'est celui-là qu'il faut utiliser. Dans ces conditions et sachant que les étudiants ne voyaient pas toujours les enjeux des différentes *activités* analysées, la question de la mise en œuvre d'un manuel écrit par des didacticiens semble bien se poser.

En conclusion sur le manuel *Euromaths*

Une construction didactiquement fiable

Le processus d'enseignement du manuel est construit de manière assez fine. Il correspond à une organisation selon des cycles d'enseignement de la D.O.O. Les différentes étapes sont liées par le réinvestissement des outils explicites construits au fur et à mesure des *activités*. La multiplicité des cadres permet la décontextualisation. Le matériel lié à ces cadres change petit à petit de statut. Il est d'abord utile pour la résolution, puis utile pour vérifier des prévisions avant de disparaître des derniers exercices proposés. Les *activités* proposées correspondent à des situations d'apprentissage autant que possible même s'il arrive que les auteurs proposent des *activités* où l'ostension est assumée pour l'introduction de certaines connaissances telles que du vocabulaire ou des conventions d'écriture. Ces *activités* sont très guidées. Celle de l'étape 16, dont nous avons étudié la transposition, reprend une partie d'une ingénierie construite par des chercheuses en didactique. Le résultat de la transposition est alors une *activité* très balisée qui devrait faciliter le travail de l'enseignant lors des épisodes de recherche des élèves et de la mise en commun. L'analyse des marges de manœuvre autour de cette *activité* (Cf. Partie II, Chapitre 2 : Comparaison de la mise en œuvre par cinq professeurs des écoles d'une même *activité* de découverte du manuel *Euromaths*) confirme cette analyse en termes de transposition. C'est une *activité* très dirigée qui devrait permettre aux enseignants de la conduire en suivant le manuel « pas à pas » et sans effectuer une analyse *a priori*. On retrouve ce résultat au niveau local des *activités* comme au niveau global du processus d'enseignement.

Les *activités* sont découpées en questions qui installent un milieu qui permet à la situation d'apprentissage d'exister. Pour reprendre l'exemple de l'*activité* de découverte de l'étape 16, le texte introductif et les deux premières questions ont cette fonction. La dernière question est alors le réel enjeu du problème. La situation d'apprentissage est donc mise en place progressivement lors des premières questions et, en fonction de cette organisation, il semblerait que le problème lié à la troisième question ne puisse pas ne pas être soulevé.

Au niveau global, le processus est construit de la même façon. C'est-à-dire que chaque étape a une place bien précise et en suivant ce qu'on trouve dans le manuel, il serait

possible de proposer aux élèves des *activités* constituant des situations d'apprentissage, de faire le lien entre les différentes connaissances et de décontextualiser les connaissances : c'est ce que nous définissons comme didactiquement fiable. Une fois de plus, on peut se demander si une analyse *a priori* est essentielle pour suivre ce processus. Si on prend l'exemple de la première étape proposée qui permet de faire les rappels pour la mise en œuvre de la suite du processus, les rappels nécessaires et suffisants pour la suite du travail sur les fractions sont portés par l'*activité*. Cette *activité* pourrait éviter aux enseignants d'avoir à faire une évaluation diagnostique pour savoir quelles sont les connaissances (datant du CM1) disponibles chez les élèves puis d'avoir à choisir les rappels à effectuer, comme ce que l'on peut trouver dans le manuel *Cap Maths*. Cela leur évite aussi de reprendre la construction des fractions au début, sans prendre en compte les connaissances datant du CM1, comme dans le manuel *J'apprends les maths*. Ce manuel pourrait donc limiter le travail de préparation que les enseignants ont à fournir.

Il semblerait donc que le manuel puisse *a priori* être « didactiquement fiable » s'il est suivi « pas à pas ».

Des limites à cette fiabilité

La construction fermée semble limiter les marges de manœuvre et les alternatives possibles pour les enseignants autour de la mise en œuvre du processus en général et des *activités* en particulier. En effet, la suppression de n'importe laquelle des étapes, ou de n'importe laquelle des questions d'une *activité*, demande une réflexion importante car elle déstabiliserait respectivement la construction de l'ensemble du processus ou des situations d'apprentissage. Or, sans une analyse *a priori* poussée et des connaissances mathématiques et didactiques, cette construction et l'intérêt de chaque étape du processus ne peuvent malgré tout pas être appréhendés.

Retour à la question des utilisations possibles par les enseignants

Si le manuel semble pouvoir être didactiquement fiable s'il est scrupuleusement suivi, le fait que des connaissances mathématiques et didactiques soient nécessaires à l'appréhension de ce qui y est proposé nous pousse à remettre en question cette fiabilité. Par la suite, nous chercherons à déterminer, à partir d'une analyse fine de la mise en œuvre des *activités*, si un suivi « pas à pas » est suffisant pour proposer de réelles situations

d'apprentissage. C'est-à-dire que nous chercherons à définir si le suivi chronologique des différentes étapes du manuel, des différentes questions des *activités* et des mises en commun associées, préconisées par les auteurs (autrement dit la reproduction des gestes induits par le manuel) suffit pour que la situation traitée soit celle proposée par le manuel. Les questions de départ sur les utilisations possibles du manuel peuvent ainsi être complétées en fonction des résultats de l'analyse du manuel. Les enseignants peuvent-ils réaliser les tâches prescrites dans le manuel sans comprendre ce qui y est en jeu ? Si ce n'est pas le cas, quelles hypothèses peut-on faire sur ce qu'il est nécessaire de comprendre, de savoir, pour suivre le manuel « pas à pas » ?

PARTIE 2

PRATIQUES EFFECTIVES
DES PROFESSEURS DES ECOLES
UTILISANT LE MANUEL *EUROMATHS*

L'analyse du manuel *Euromaths* et sa comparaison avec d'autres manuels ont permis de mettre en évidence sa construction selon des cycles de la dialectique outil-objet et la proposition de situations d'apprentissage. Sur le thème des fractions, il semble « didactiquement fiable », dans le sens suivant -les différentes étapes proposées sont liées les unes aux autres, elles ont toutes un statut particulier (rappels, décontextualisation à partir du travail dans différents cadres, etc.) et, chacune d'elles est découpée en questions et exercices qui permettent d'amener à ce qui en est l'enjeu d'enseignement puis de le décontextualiser avec l'utilisation de différents cadres et d'exercices de moins en moins contextualisés. A partir de cette construction, on pourrait imaginer qu'il soit possible de suivre « pas à pas » le processus d'enseignement proposé par ce manuel, sans trop de travail de préparation, et de réussir à mettre en œuvre ce qui est prévu par les auteurs. C'est ce que nous évoquons par « didactiquement fiable ». La question reste de savoir ce qui se passe réellement dans les classes ordinaires. Les analyses des pratiques effectives des enseignants permettent de mieux comprendre comment ils s'emparent du manuel. Elles permettent de déterminer la transposition des savoirs à enseigner aux savoirs enseignés. Les savoirs à enseigner sont définis par les processus d'enseignement, les objets d'enseignement et les situations (ici, les *activités* de découverte du manuel). L'analyse des pratiques des enseignants et de la transposition qu'ils peuvent en faire consiste dans un premier temps à caractériser les processus d'enseignement prévus et les savoirs institutionnalisés par les enseignants et dans un deuxième temps à étudier la mise en œuvre en classe des *activités* du manuel. La mise en perspective des résultats des analyses effectuées à ces différents niveaux – global et local – permet de comprendre la transposition effectuée dans sa globalité.

Présentation des enseignants

Afin d'analyser les pratiques, nous sommes allée dans les classes de cinq professeurs des écoles exerçant dans des classes ordinaires. Dans le tableau suivant (Tableau 4 : Renseignement d'indicateurs sur la composante personnelle des pratiques des enseignants), nous renseignons certains indicateurs retenus quant à la composante personnelle des pratiques des enseignants. Rappelons que les enseignants observés sur la mise en œuvre de la situation sont tous dans des écoles ayant des résultats aux évaluations nationales supérieurs à la moyenne.

	Niveau	Formation scientifique	Proche du milieu de la didactique	Nombre d'années d'enseignement	Nombre d'années d'utilisation du manuel
A	CM1/CM2	Oui	Oui	3	2
B	CM2	Non	Oui	10	2
C	CM2	Oui	Non	10	1
D	CM2	Non	Non	25	3
E	CM2	Non	Non	30	1

Tableau 4 : Renseignement d'indicateurs sur la composante personnelle des pratiques des enseignants

Le premier enseignant, que nous nommerons enseignant A, a une classe en double niveau CM1/CM2. Il est diplômé en mathématiques et évolue dans un milieu de didacticiens. Il enseigne depuis trois ans. Les quatre autres enseignants sont des femmes et ont des simples niveaux CM2. La première (enseignante B) enseigne depuis dix ans et travaille régulièrement avec des didacticiens. La deuxième (enseignante C) est de formation scientifique et travaille dans la même école que l'enseignante B. Il est à noter qu'elle travaille à mi-temps et que si elle est en charge de l'enseignement des fractions, certaines connaissances nécessaires au travail sur ce thème ont été travaillées avec l'enseignante qui complète son temps partiel. La troisième enseignante (enseignante D) enseigne depuis vingt-cinq ans. Enfin, l'enseignante E, enseigne depuis trente ans. C'est la seule parmi les cinq enseignants à utiliser le manuel pour la première fois. Les autres enseignants en sont à leur deuxième ou troisième année d'utilisation du manuel (au moment des premières observations le manuel venait de sortir, lors des dernières observations, il était sorti depuis trois ans).

Plan de la partie II

Dans le premier chapitre de cette partie sur les pratiques des enseignants utilisant le manuel *Euromaths*, nous nous intéressons aux transpositions des processus et objets d'enseignement. Dans le deuxième chapitre, nous présentons les résultats de l'analyse comparative de la mise en œuvre d'une même *activité* du manuel par les différents enseignants. Enfin dans un troisième et dernier chapitre, les pratiques d'une enseignante qui semble effectuer une transposition importante des savoirs à enseigner²⁶ sont analysées lors de la mise en œuvre de plusieurs *activités* assez contrastées afin de mieux comprendre ses pratiques et son utilisation du manuel.

Avertissement au lecteur

Nous définissons le suivi « pas à pas » comme le fait de proposer toutes les *activités* et phases de familiarisation mais aussi toutes les questions des *activités* dans l'ordre et les mises en commun prescrites associées à ces questions.

Afin de déterminer quels sont les enseignants qui suivent le manuel « pas à pas », nous effectuons en premier lieu une analyse globale de la mise en œuvre des processus d'enseignement (comme annoncé dans le plan). Une analyse du déroulement global de la mise en œuvre des *activités* de découverte permet de compléter ces résultats afin de définir si les enseignants proposent toutes les questions des *activités* et les mises en commun prescrites associées. Nous présentons donc le découpage en épisode des déroulements en classe.

Enfin, pour répondre aux questions de ce que peut provoquer un suivi strict du manuel, en termes d'apprentissages potentiels des élèves, il faut entrer dans un degré d'analyse assez fin. Pour ne pas perdre le fil de ces différentes analyses lorsque l'on passe de l'une à l'autre²⁷ et en particulier lorsque l'on remonte d'un niveau local à un niveau global, nous répétons régulièrement les résultats intermédiaires. Il s'agit ainsi de faciliter la lecture en commençant par présenter ce qui est fait, en proposant un résumé qui anticipe ce qui va

²⁶ C'est-à-dire qui modifie à la fois les processus d'enseignement, les objets d'enseignement et les *activités* du manuel.

²⁷ Voire lorsque l'on passe aux résultats de l'analyse du manuel ou lorsque l'on passe des analyses des pratiques d'un enseignant à un autre - étant donné que nous effectuons une comparaison.

être montré avant de développer les analyses et de reprendre les résultats principaux dans une conclusion.

Sommaire de la Partie II

CHAPITRE I : ANALYSE DES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS, LES PROCESSUS D'ENSEIGNEMENT.....	159
Introduction	165
Canevas du processus d'enseignement mis en place par l'enseignante E.....	168
<i>Activité</i> d'introduction mise en œuvre par l'enseignante E.....	174
Place de l'institutionnalisation chez les différents enseignants	176
Phases de familiarisation	185
En conclusion sur les transpositions observées des processus d'enseignement.....	192
CHAPITRE 2 : COMPARAISON DES PRATIQUES DE CINQ ENSEIGNANTS AUTOUR DE LA MISE EN ŒUVRE D'UNE MÊME ACTIVITÉ DU MANUEL.....	191
Introduction	197
Méthodologie d'analyse pour la comparaison des pratiques des enseignants autour de la mise en œuvre d'une même <i>activité</i>	198
<i>Alternatives, marges de manœuvres et observables</i>	198
<i>Choix de l'activité de découverte de l'étape 16 du manuel Euromaths et alternatives autour de cette activité particulière.....</i>	<i>203</i>
Différents types de pratiques des enseignants.....	221
<i>Les enseignantes D et E : un écart a priori important avec ce qui est prescrit par le manuel.....</i>	<i>224</i>
<i>Les enseignants A, B et C : peu d'écarts entre la tâche redéfinie et ce qui est prescrit par le manuel.....</i>	<i>255</i>
Limites de la situation et difficultés liées à sa réalisation	274
<i>Différents types de pratiques et conséquences sur la mise en œuvre de l'activité</i>	<i>275</i>
<i>Des facteurs potentiels d'incompatibilité</i>	<i>277</i>

CHAPITRE 3 : ANALYSE DES PRATIQUES DE L'ENSEIGNANTE E.....	279
Introduction	285
Différents types d' <i>activité</i>	286
<i>Indicateurs pour la catégorisation des activités du manuel</i>	286
Analyse des pratiques de l'enseignante E lors de la mise en œuvre d' <i>activités</i> ayant des caractéristiques différentes	300
<i>Redéfinition des tâches</i>	300
<i>Réalisation des tâches redéfinies</i>	327
En conclusion sur les pratiques de cette enseignante lorsqu'elle utilise les <i>activités</i> du manuel <i>Euromaths</i>	341
 CONCLUSION SUR LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS UTILISANT LE MANUEL <i>EUROMATHS</i>	
.....	343

Chapitre I

Analyse des pratiques des enseignants

Les processus d'enseignement

Introduction

Les savoirs à enseigner contenus dans le manuel sont définis par les objets d'enseignement, les processus d'enseignement et les situations²⁸. Ces savoirs à enseigner peuvent être modifiés, transposés par les enseignants et ce, à différents moments de leur travail : avant ou pendant la classe. Les processus et les objets d'enseignement, dans leur globalité, sont transposés lorsque les enseignants préparent la classe et qu'ils prévoient les *activités* et exercices qu'ils vont utiliser et les objets d'enseignement qui seront institutionnalisés. Ils peuvent à nouveau être modifiés lors de la mise en œuvre des *activités* du manuel²⁹. Par exemple une *activité* peut être redéfinie par les enseignants lors de sa mise en œuvre en classe ou sa redéfinition peut avoir eu lieu en amont mais n'apparaître qu'au moment de sa mise en œuvre. La redéfinition peut avoir pour conséquence un changement de statut de l'*activité* et, par exemple, ne plus constituer une situation d'apprentissage. Dans ce cas, le processus est modifié puisque les phases « ancien-recherche » et « explicitation-institutionnalisation locale » qu'elle aurait engendrées ne peuvent pas avoir lieu. Le cycle court lié à cette situation d'apprentissage disparaît alors du processus. Les objets d'enseignement peuvent aussi éventuellement évoluer en fonction des déroulements effectifs et modifier à nouveau les processus d'enseignement à un niveau local. Les processus d'enseignement et objets d'enseignement peuvent donc être modifiés avant ou pendant la classe.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons en particulier aux modifications potentielles apportées à ces processus lors de la préparation des progressions par les professeurs des écoles, en amont du travail en classe. Les analyses des mises en œuvre des *activités* seront développées ultérieurement³⁰ mais certains éléments de ces dernières pourront être

²⁸ Les situations correspondent dans le manuel aux *activités* de découverte, c'est ainsi que nous les nommerons à partir d'ici : *activités* ou *activités* de découverte (cf. Partie I).

²⁹ Les *activités* de découverte du manuel font partie intégrante des processus. Elles peuvent être modifiées lors de leur mise en œuvre en classe.

³⁰ Cf. Chapitre 2 : Comparaison de la mise en œuvre par cinq professeurs des écoles d'une même *activité* de découverte du manuel *Euromaths CM2*.

utilisés, notamment pour déterminer le statut et la nature des *activités* proposées (voir point 2 ci-dessous)

Afin d'avoir une vision globale des mathématiques que les enseignants proposent à la fréquentation des élèves, la méthodologie développée pour la comparaison des manuels sur le thème des fractions a été appliquée. Il s'agit donc de :

1. Reconstituer les canevas des processus en fonction des questions 1 à 6 présentées dans la méthodologie d'analyse des manuels ;
2. Analyser les *activités* d'introduction et notamment déterminer si les enseignants proposent des situations d'apprentissage, des situations de référence ;
3. Déterminer la place de l'institutionnalisation et les formes de savoirs institutionnalisés;
4. Caractériser les phases de familiarisation : analyse quantitative et qualitative des tâches proposées.

Les données utilisées pour l'analyse des processus et des objets d'enseignement correspondent aux préparations des enseignants (fiche de préparation quand elles existent), à la reconstitution des processus à partir des observations menées en classe et des cahiers des élèves³¹.

En ce qui concerne la transposition des processus d'enseignement, on a pu mettre en évidence deux profils d'enseignants. Le premier concerne les professeurs des écoles qui suivent globalement le manuel (quatre professeurs sur les cinq). L'introduction des fractions correspond à celle proposée dans *Euromaths* et toutes les étapes sont proposées dans l'ordre du manuel. La nature ou le statut des *activités* ne sont pas significativement modifiés³². Chez les enseignants du premier profil, le canevas reste le même et les *activités* du manuel gardent leur place et leur statut dans le processus. Les points 1 et 2 de la méthodologie d'analyse des processus n'ont pas besoin d'être renseignés puisqu'ils correspondent à ce qui a été fait pour l'analyse du manuel. Les différences que l'on peut

³¹ Cette reconstitution correspond à l'analyse *a priori* du processus. Elle est effectuée à partir de données en partie recueillies *a posteriori*, ce qui constitue un biais par rapport au projet de départ de l'enseignant.

³² Cf. Chapitre 2 : Comparaison de la mise en œuvre par cinq professeurs des écoles d'une même *activité* de découverte du manuel *Euromaths CM2*.

observer, entre ce que les enseignants proposent et ce que le manuel propose, restent locales et concernent les savoirs institutionnalisés et le choix des exercices pour les phases de familiarisation. Les variations autour de ces phases sont toutefois minimales. La place de l'institutionnalisation dans *Euromaths* reste en partie à la charge de l'enseignant, notamment en ce qui concerne sa place dans le processus. Les variations autour de celle-ci comme autour des exercices proposés pour les phases de familiarisation ne correspondent pas à une modification mais à une interprétation libre de ce que l'on peut trouver dans le manuel. Les résultats de l'analyse de ces deux phases, d'institutionnalisation et de familiarisation, pour les professeurs de écoles du premier profil seront toutefois précisés dans ce chapitre.

Le deuxième profil mis en évidence concernant la transposition des processus et objets d'enseignements tend vers une modification plus radicale des canevas des processus (une enseignante sur les cinq). Dans ce cas, on remarque des différences plus significatives au niveau des institutionnalisations et des phases de familiarisation. De plus, l'*activité* d'introduction des fractions et le canevas sont modifiés, ce qui n'était pas le cas chez les enseignants appartenant au premier profil. Pour la dernière enseignante, les quatre points de la méthodologie seront renseignés afin de comparer le processus d'enseignement qu'elle met en place et celui du manuel.

Les deux premiers paragraphes sur l'analyse des canevas et des situations d'introduction concernent exclusivement l'enseignante qui les modifie (enseignante E). Les deux suivants - sur la place et le contenu des institutionnalisations et sur les phases de familiarisation - seront développés autour des pratiques des cinq professeurs des écoles dont les séances ont été observées.

Canevas du processus d'enseignement mis en place par l'enseignante E

L'enseignante modifie le processus d'enseignement prévu par *Euromaths*. Dans la forme, celui qu'elle propose peut être assez proche de celui du manuel. En effet, l'étude des rationnels a lieu avant celle des décimaux. Les fractions sont introduites par des rappels. Des situations d'apprentissage³³ et de référence sont proposées. Les rationnels sont travaillés sous leur aspect « a-b ièmes », comme rationnels-mesure et pour coder une position. Le passage à l'écriture décimale est effectué à partir de l'*activité* qu'*Euromaths* lui consacre. Il s'agit donc d'une introduction des décimaux comme une convention d'écriture.

Les modifications qu'elle applique sont perceptibles aux niveaux du temps qu'elle consacre à l'enseignement des fractions et au niveau du canevas du processus. Le processus d'enseignement prévu par *Euromaths* est constitué de cinq étapes réparties sur six séances en classe. Celui de l'enseignante E se déroule sur vingt séances. Le temps alloué à cet enseignement est plus de trois fois supérieur à celui qui lui est consacré dans le manuel. Enfin, des cinq *activités* de découverte du manuel, l'enseignante en utilise trois, celles des étapes 15 (rappel sur les fractions), 16 (*activité* de mesure de longueurs) et 20 (passage des fractions décimales aux écritures décimales). Elle laisse donc de côté les *activités* de découverte des étapes 17 et 19. C'est à ce dernier point que nous nous intéressons particulièrement afin de comprendre les causes et les conséquences de la suppression de ces deux situations d'apprentissage.

Des difficultés de compréhension et de réalisation liées aux tâches des étapes 17 et 19

Si les étapes 17 et 19 ne sont pas utilisées par cette enseignante, il semblerait que ce soit pour des raisons assez semblables. Ces deux *activités* présentent des difficultés au niveau de la compréhension des tâches pour laquelle certaines connaissances mathématiques et didactiques semblent nécessaires. L'*activité* de l'étape 17 peut aussi présenter des difficultés

³³ Ici, ce sont des situations d'apprentissage *a priori*. Elles peuvent subir des modifications lors de la mise en œuvre et perdre ce caractère

de réalisation. Une analyse des difficultés qui sont liées à cette étape 17 permet de comprendre la suppression des deux *activités* des étapes 17 et 19.

Des contraintes liées à la préparation et à la réalisation : une activité qui prend beaucoup de temps

L'étape 17 correspond au travail sur la droite graduée à partir du partage en parties égales effectué à l'aide de la machine à partager³⁴. La mise en œuvre de cette *activité* prend un temps considérable. Elle demande notamment l'appropriation de la machine à partager prévue dans une *activité* préparatoire de découverte en amont de l'*activité*. Elle est lourde à mettre en place matériellement. Parmi les cinq enseignants observés, certains proposent des photocopies de la machine à partager mais les élèves peuvent difficilement revenir sur le travail qu'ils ont fait : ils se retrouvent souvent avec des feuilles sales et assez difficiles à lire. D'autres enseignants plastifient les machines pour leurs élèves afin qu'ils puissent travailler avec des feutres effaçables, ce qui demande une préparation importante en amont de la séance. Dans ce cas, les élèves peuvent s'essayer à leur guise au partage des segments, ce qui simplifie la réalisation de l'*activité*.

Quelle que soit la préparation matérielle que les enseignants adoptent et les contraintes qui y sont liées, les élèves peuvent rencontrer de grandes difficultés à se servir de la machine si les enseignants ne leur en expliquent pas le fonctionnement. De plus, les explications des enseignants ne sont pas toujours suffisantes à la compréhension et à l'utilisation de cet outil.

Des contraintes liées à la compréhension de la tâche et aux mathématiques sous-jacentes

Le principe de la machine à partager découle du théorème de Thalès. Pour comprendre mathématiquement son fonctionnement, il faut donc faire le lien avec ce dernier. Les professeurs des écoles n'ayant pas tous de formation scientifique, on peut considérer qu'ils n'ont pas nécessairement les moyens ou les connaissances pour reconnaître les concepts mathématiques à l'origine du partage d'un segment en partie égales à partir de l'utilisation d'un réseau de droites parallèles équidistantes.

³⁴ La machine à partager est un réseau de droites parallèles équidistantes aussi appelé guide-âne.

Des contraintes liées à la compréhension de la tâche et à la didactique sous-jacente

Les enseignants ne voient pas nécessairement l'intérêt de cette *activité*. En effet, sans compter l'enseignante E qui ne la propose pas, deux des enseignants sur les quatre ayant utilisé cette *activité* se posent des questions sur son utilité. Ce qu'elle peut apporter ne leur semble pas évident.

Elle peut paraître redondante puisqu'il s'agit à nouveau de travailler sur le partage de segments, ce qui a déjà été fait lors de l'étape 16. Il existe pourtant des différences entre les deux *activités* des étapes 16 et 17. La première tient dans le matériel utilisé. Dans l'*activité* de l'étape 16, il s'agit d'une bande unité et dans l'étape 17 d'un guide-âne. Ce dernier permet de partager un segment en un nombre quelconque de parties égales ce qui n'était pas le cas de la bande qui ne peut pas être partagée en 5 ou en 10 (par exemple). Or c'est précisément ce type de partage qui permet l'introduction des fractions décimales en tant que fractions usuelles. C'est précisément comme telles et au milieu d'autres fractions usuelles qu'elles apparaissent lors de l'étape 17. L'intérêt particulier qu'elles peuvent apporter en tant que fractions de dénominateur égal à une puissance de 10 n'est soulevé que dans l'*activité* suivante (étape 19).

De plus, selon l'analyse des processus d'enseignement, un des intérêts de cette *activité* est de faire le lien entre longueur et position et donc de passer du cadre des mesures de longueur au cadre des graduations. En se plaçant dans la perspective de la dialectique outil-objet, le fait de travailler dans plusieurs cadres confère à cette *activité* le statut de situation d'apprentissage. Et le travail dans plusieurs cadres se traduit en termes de décontextualisation. Le fait que la multiplicité de cadres permette de proposer une situation d'apprentissage ou d'engendrer la décontextualisation n'est pas explicite pour quelqu'un n'ayant pas une formation liée à la didactique et plus précisément une connaissance de la dialectique outil-objet.

En conclusion sur les difficultés de compréhension et de réalisation des tâches de l'étape 17

Ces « subtilités » dans l'organisation de l'enseignement des fractions et fractions décimales n'apparaissent pas nécessairement sans une analyse fine du processus. Cette *activité* présente donc des difficultés pour les enseignants en termes de connaissances mathématiques, de temps de mise en œuvre et de mise en place du matériel. Enfin, les

professeurs des écoles n'ont pas nécessairement les moyens de comprendre l'intérêt de cette *activité* dans le canevas du processus d'enseignement.

Suppression des *activités* de découverte des étapes 17 et 19 par l'enseignante E

En fonction de ces différents éléments, il est compréhensible que l'enseignante E ait pu vouloir supprimer cette *activité*. Les motifs qu'elle a évoqués lors d'un entretien rappellent certaines des difficultés de représentation et des contraintes de réalisation prévisibles. L'étape 17 consacrée aux fractions usuelles dont décimales est supprimée car elle est jugée trop difficile à mettre en place. L'enseignante parle de la nouveauté de cette *activité*, elle dit préférer rester sur des éléments qu'elle maîtrise. La « perte de temps » est aussi soulevée par l'enseignante (qui consacre pourtant 20 séances au travail sur les fractions).

Extrait d'entretien 1

« Parce que c'est quelque chose de nouveau, heu j'ai pas eu...j'avais cette sensation que ce serait presque une perte de temps, je préférerais travailler directement sur une droite numérique avec le papier millimétré, 10, 100 et 1000. Je me suis dit, j'aime autant travailler sur des bandes, j'ai pas vu trop trop trop l'intérêt. (...) Non, là en fait c'était un petit peu un gain de temps, et puis bon comme c'était un truc que j'avais jamais fait j'ai préféré rester sur le plat. »

Le fait que l'enseignante n'utilise pas l'*activité* de découverte de l'étape 17 a deux conséquences différentes sur le processus d'enseignement. Tout d'abord, la suppression d'un cadre de travail pour les fractions usuelles (celui de la droite graduée) qui entraîne la disparition du lien « longueur-position » propre au travail en parallèle dans les deux cadres des mesures de longueur et de la droite graduée. La décontextualisation que pouvait engendrer ce type de travail n'a plus lieu. La deuxième conséquence tient dans le fait que les fractions décimales ne sont pas vues comme des fractions usuelles. De ce fait, la suppression de l'étape 19 qui permet de montrer qu'il est plus facile de travailler avec ces fractions particulières paraît un choix assez cohérent. L'enseignante évoque d'ailleurs pour la suppression de cette *activité* des raisons similaires à celles liées à la suppression de la découverte de l'étape 17.

Extrait d'entretien 2

« Oui, je l'ai pas fait ça non plus, parce que là aussi c'est pareil, il y avait des fractions décimales là au milieu et je me suis dit, en plus en fait si tu veux, il n'y aurait eu que ce support là peut-être que j'aurai suivi à la règle, mais comme il y avait d'autres supports, j'ai préféré asseoir certaines choses qui faisaient parti de tout ça, les asseoir, il s'est trouvé que les exercices d'internet étaient bien ciblés et je savais de toute façon que la droite numérique, on allait largement la travailler. Regarde aujourd'hui avec les 1/100, 1/10, les coureurs cyclistes, je savais que de toute façon, j'aurai ce travail de droite numérique à faire un peu plus tard, j'ai différé, voilà, c'est un choix. »

L'enseignante précise lors de cet entretien³⁵ que la droite numérique sera utilisée plus tard. Ce que la multiplicité de cadres peut permettre en termes de décontextualisation à ce moment du processus n'est pas explicite pour cette enseignante. Elle évoque aussi le fait que des fractions décimales apparaissent lors de cette *activité*. Elle ne perçoit pas l'intérêt qui existe à les présenter d'abord comme des fractions parmi les autres puis comme des fractions avec lesquelles il est plus facile de travailler.

Pour expliciter son choix d'*activité* d'introduction des fractions décimales pour remplacer celle d'*Euromaths* (étape 19), elle en appelle à la simplicité de cette dernière qui permet de ne pas réserver le travail à une « élite ».

Extrait d'entretien 3

« (...) On voulait d'emblée introduire un dessin dans lequel il y aurait les dixièmes et les centièmes présentés, voilà. Donc on est parti dans la recherche dans nos documents qu'on avait d'une situation découverte où d'emblée, les enfants n'auraient pas à fabriquer les dixièmes, les centièmes, donc ça nous a semblé très simple. On avait envie de simplicité, pour permettre aussi qu'il n'y ait pas non plus constamment la réflexion qui est souvent réservée à l'élite. Voilà, je voulais que tout le monde s'y retrouve. (...) Donc on est parti sur, on a comparé les trois et on s'est dit, eh bien ce sera celui là, voilà, ça nous a semblé sympa ces petits animaux qui peignaient, on s'est dit : ça va être ludique. »

Conséquences de la suppression des activités de découverte des étapes 17 et 19 sur le processus d'enseignement

Les conséquences de la suppression de ces deux *activités* sont de deux ordres : au niveau d'une séquence³⁶ et au niveau du canevas du processus. Pour le premier, la disparition du

³⁵ L'entretien avec l'enseignante E est retranscrit dans son intégralité et présenté en annexe (Annexes B.2.).

³⁶ Les séquences d'*Euromaths* correspondent à des cycles longs de la dialectique outil-objet

travail sur la droite graduée lors de la séquence sur les fractions usuelles entraîne la perte d'un élément de décontextualisation (travail dans une multiplicité de cadres). De plus, les fractions décimales ne sont pas vues comme des fractions comme les autres. Au niveau plus global du canevas du processus d'enseignement, le lien entre les différentes séquences et plus particulièrement entre les fractions et les fractions décimales est modifié. L'introduction des fractions décimales n'est pas motivée. En effet, avec le choix d'*activité* effectué par l'enseignante³⁷, elles ne sont pas enseignées pour la facilité de travail qu'elles induisent (contrairement à ce qu'on trouve dans le processus d'enseignement d'*Euromaths*). On trouve donc ici une rupture du canevas proposé par le manuel.

En conclusion sur le canevas du processus prévu par cette enseignante

Outre le temps passé sur l'enseignement des fractions (20 séances contre 6 dans *Euromaths*), les principales différences entre le canevas du processus du manuel et celui de l'enseignante E s'expriment par une moins grande diversité de cadres de travail et par la disparition du lien entre les fractions et les fractions décimales. Ces dernières ne sont plus vues comme des fractions usuelles particulières avec lesquelles il est plus facile de travailler.

Cette modification du processus semble en particulier liée aux nombreuses contraintes de compréhension et d'utilisation de l'étape 17. Aux connaissances didactiques nécessaires à la compréhension du rôle de l'*activité*, s'ajoutent les connaissances mathématiques nécessaires à la compréhension du fonctionnement de la machine à partager. La mise en œuvre lourde en temps de préparation et en temps en classe ainsi que l'apparition de difficultés pour les élèves constituent également des contraintes pour la mise en œuvre. La suppression de l'étape 19 est un choix cohérent en relation avec celle de l'étape 17.

³⁷ L'*activité* choisie par l'enseignante est présentée en annexe (Annexes B. 1.)

Activité d'introduction mise en œuvre par l'enseignante E

L'*activité* proposée en introduction du processus d'enseignement est bien celle du manuel *Euromaths*, qui consiste à mettre en place les rappels nécessaires à la suite du travail. D'ailleurs, la mise en œuvre de cette *activité* du manuel permet *a priori* de décharger l'enseignant de la responsabilité de faire les rappels.

La différence entre ce que l'enseignante met en place pour introduire le processus d'enseignement des fractions et ce que l'on peut trouver dans le manuel tient dans le fait qu'elle prend les rappels à sa charge. Elle ne semble pas percevoir le caractère suffisant de l'*activité* pour les effectuer et propose un épisode de rappels sous la forme d'une maïeutique. La mise en place de cet épisode correspond à un geste professionnel que l'enseignante répète quelque soit le thème d'enseignement.

Extrait d'entretien 4

« (...) Systématiquement je le fais, on part de ce qu'ils savent, ça a été pareil pour la division, ça a été pareil pour les grands nombres, ça a été pareil pour tout quoi et les fractions, bon les nombres décimaux vu que c'est en train, mais oui, je pars toujours de ce qu'ils savent et comme ça, ça me permet de voir s'il y a des notions qui n'ont pas été comprises ou très bien comprises par certains... »

L'intention de départ de l'enseignante est de déterminer quels sont les savoirs disponibles. On assiste en classe à un échange très fermé lors duquel elle n'en reste pas à ce que les élèves savent comme elle semble en avoir l'intention au départ.

Extrait 1

P : Alors, bien sûr avant de commencer à travailler sur les fractions, je voudrais qu'on fasse une mise au point tous ensemble sur ce que vous savez sur les fractions, vous venez de quatre CM1 différents et plus pour ceux qui ont intégré l'école cette année...Donc, vous avez tous entendu parler de fractions ?

[...]

Marine : Les fractions c'est quand on a un gâteau et qu'on le divise en deux, ça s'appelle en demi...On peut couper le gâteau en deux, après on peut le couper en quatre et en huit...Et

après y'a des marques, ça s'appelle des quarts et puis des tiers...

[...]

P : Elle a parlé de quarts et de tiers. Et sinon est ce que vous êtes d'accord avec tout ce qu'à dit Marine ? Pierre ?

Pierre : C'était pour passer à autre chose.

P : Oui mais moi j'ai des choses à dire sur ce qu'à dit Marine quand même. Bon, je vais suivre l'exemple de Marine et je vais faire un dessin au tableau et je vais expliquer ce que tu m'as raconté. Alors, moi je suis très gourmande vous le savez, donc voilà un gâteau...le fameux gâteau qu'on va manger demain après midi...

(...)

P : Ah...Ca ça me plaît plus déjà. Donc, quand on coupe en fractions, on va obligatoirement parler de parties égales. C'est-à-dire que si je coupe n'importe quoi en morceaux en parlant, en parties, en petits morceaux, ces parties-là elles vont toutes être égales les unes aux autres. Donc, il ne suffit pas de dire je coupe mon gâteau en deux. Je coupe mon gâteau en deux parties égales. C'est pareil quand je coupe mon gâteau en trois. Je peux faire la même chose, voilà Marine et puis, j'ai, bon allez, y'a Mathilde à côté, Mathilde et voilà, moi je me garde le reste et voilà mon gâteau coupé en trois morceaux, en trois parties, vous êtes d'accord ?

Es : Oui.

P : Mais est ce que je vais pouvoir parler de fractions là ?

Es : Non.

P : Et bin non, donc...Première chose dont on va se souvenir c'est que quand je parle de fractions, je parle de coupures, quelque soit l'unité que l'on prend, que ce soit mon gâteau que ce soit une feuille de papier ou un morceau de tissu, quand je parle de fractions, je vais parler de parties égales les unes par rapport aux autres. Ensuite, tu m'as parlé de quoi Marine après ?

[...]

P : Donc, on saura pour partir à observer notre nouvelle leçon, déjà que quand on parle de fractions, on va parler de parties égales et qu'ensuite on a un signe qui est un signe mathématique qui nous est imposé c'est que je parle de fractions que je veux écrire une fraction, je vais trouver un petit peu ce schéma.

Lors de cet échange l'enseignante effectue en quelque sorte une première leçon sur les fractions. Les rappels implicites de l'*activité* de découverte du manuel *Euromaths* deviennent

obsolètes et les tâches qui y sont proposées sont réduites à des exercices d'application de la leçon qui le précède³⁸. En répétant ce geste professionnel, l'enseignante modifie la nature et le statut de cette *activité*, ce qui a pour conséquence une modification du schéma d'introduction des fractions du processus du manuel.

Place de l'institutionnalisation chez les différents enseignants

Le contenu et la place de l'institutionnalisation dans le processus diffèrent suivant les enseignants. Certains n'en effectuent pas du tout (enseignant A), d'autres la proposent en fin de processus (enseignante D) quand les derniers peuvent en effectuer lors de chaque séquence³⁹ (enseignantes B, C et E). Comme nous allons le voir dans ce paragraphe, les contenus ne sont pas non plus les mêmes selon les enseignants mais restent proches de ceux prévus par le manuel à l'exception de ceux prévus par l'enseignante E (qui est aussi l'enseignante qui modifie le processus de façon globale). Il est à noter que les enseignants n'utilisent pas l'aide-mémoire d'*Euromaths* en classe avec leurs élèves.

Traces écrites en fin de processus

L'enseignante D effectue deux phases d'institutionnalisation. La première a lieu après la séance de découverte permettant les rappels sur les fractions (étape 15) qui débute son processus d'enseignement. Son contenu correspond globalement à ce qui a été vu lors de cette *activité*. Elle concerne la lecture des fractions et les termes de numérateur et dénominateur. La définition donnée dans le manuel de l'élève n'est cependant pas reprise⁴⁰.

³⁸ Voir chapitre sur l'analyse des pratiques de l'enseignante

³⁹ Une séquence du manuel correspond à un cycle court de la dialectique outil-objet. Les séquences prises en compte pour les enseignants sont les mêmes que pour les manuels qui ne s'appuient pas sur la D.O.O. Elles correspondent au travail sur les fractions usuelles, au travail sur les fractions décimales et au passage des fractions décimales aux nombres décimaux.

⁴⁰ Bulle du Furet de l'étape 15 : « Dans une fractions le nombre qui est au-dessous de la barre indique en combien on a partagé l'unité ; c'est le dénominateur. Le nombre qui est au-dessus de la barre indique le nombre de parties de l'unité que l'on prend.

Elle est remplacée par une définition du numérateur comme « le nombre parts que l'on prend » et du dénominateur comme « le nombre de parts égales ». L'unité disparaît. Lors de cette première institutionnalisation, on ne trouve pas encore de traces des égalités de deux écritures fractionnaires ou d'écritures fractionnaires et sous la forme « entier + rompu » (qui ont été abordées lors de cette première *activité*). Cela semble être un choix assez cohérent avec l'organisation du manuel en lien avec la dialectique outil-objet. En effet, l'organisation des processus de la D.O.O. place l'institutionnalisation des outils explicites après les différents cycles courts⁴¹ qui peuvent y être liés. Or, après l'étape 15, les égalités d'écritures vont encore être travaillées lors de différentes situations d'apprentissage.

Cette première institutionnalisation reprend donc les rappels et peut être apparentée à une institutionnalisation des connaissances anciennes des élèves.

La deuxième phase d'institutionnalisation a lieu à la toute fin du processus prévu par le manuel et se divise en trois points. Le premier concerne les fractions inférieures, égales ou supérieures à 1⁴². Puis on trouve deux points sur les équivalences d'écritures : équivalences d'écritures fractionnaires et équivalences écritures fractionnaires et « entier + rompu ». Elles sont institutionnalisées sous forme d'exemples.

Les traces écrites sont donc assez brèves comparées à celles de l'aide-mémoire *Euromaths*. Elles ne reprennent pas les situations de référence comme c'était le cas dans ce livret. Les connaissances institutionnalisées sont assez simples en comparaison avec les *activités* proposées en classes et avec les connaissances qui peuvent y être rencontrées. Elles sont liées aux objectifs de l'enseignante, que l'on retrouve dans les exercices de l'évaluation et dans ceux qu'elle propose en amont de cette dernière. Ces exercices correspondent à des tâches simples et isolées : dictée de fractions, coloriage de fractions données sur une bande prédécoupée en douzième (les fractions à colorier ne sont cependant pas toutes données en douzièmes mais aussi en demi, quart et sixième), trouver une fraction équivalente à une autre fraction donnée (fractions données en demi, quart, cinquième, dixième, centième), reconnaître dans une liste les fractions inférieures et supérieures à 1, transformer une

⁴¹ Les cycles courts ont lieu autour de situations d'apprentissages, ce qui correspond aux *activités* de découverte du manuel

⁴² Les propriétés des fractions inférieures, égales et supérieures à 1 sont remarquées dans l'aide-mémoire *Euromaths*.

fractions sous la forme « entier + rompu », passer d'une fraction décimale à une fraction et inversement.

La première étape et les traces écrites associées correspondraient à des rappels et donc à une institutionnalisation liée aux connaissances anciennes datant du CM1. En conséquence, on peut considérer que les savoirs travaillés en CM2 sont institutionnalisés, travaillés, puis évalués lors de la deuxième phase d'institutionnalisation située en fin de processus. C'est alors un nouveau schéma pour la place de l'institutionnalisation (Figure 27 : Place de l'institutionnalisation enseignante D), qui ne correspond à aucun de ceux des manuels étudiés dans le chapitre précédant. En effet, des institutionnalisations avaient lieu à différents moments mais pour chaque séquence (fractions usuelles, fractions décimales et nombres décimaux) dans tous les manuels étudiés. Ce n'est pas le cas ici où l'institutionnalisation intervient en fin de processus.

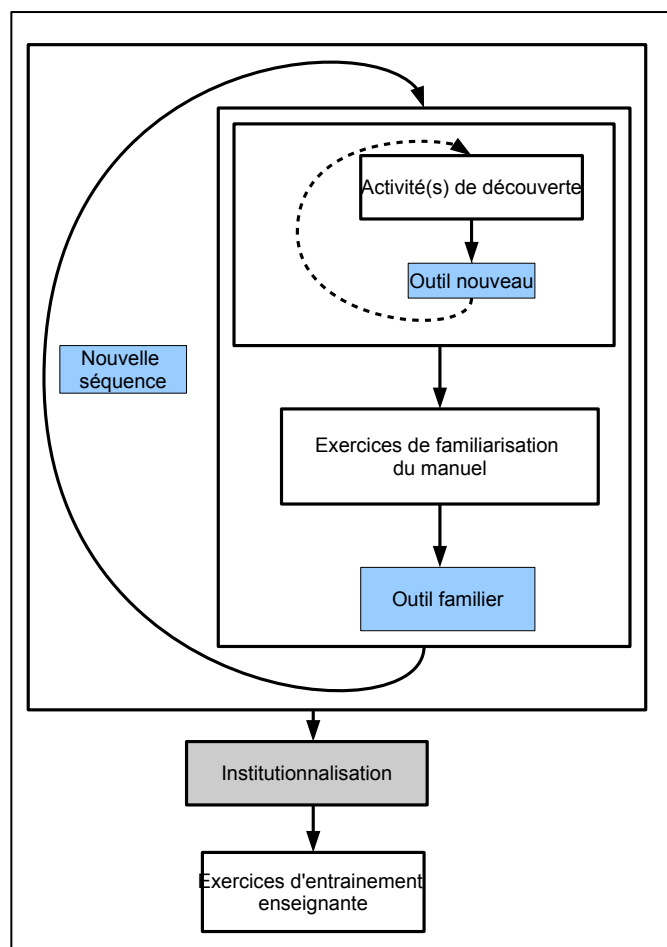


Figure 27 : Place de l'institutionnalisation enseignante D

Traces écrites pour chaque séquence

Les trois autres enseignants qui effectuent des institutionnalisations ont des fiches construites en amont de la mise en œuvre du processus. Deux d'entre elles (l'enseignante B et l'enseignante C) sont dans la même école dans laquelle des « aide-mémoires » pour les élèves (Annexes B. 1.) ont été conçus par les enseignants de CM2 (3 enseignants). La troisième (enseignante E) conçoit ces institutionnalisations en fonction d'un autre manuel qu'*Euromaths*.

Les enseignantes B et C, des institutionnalisations construites collégalement

Dans les classes des enseignantes B et C, des institutionnalisations sont prévues pour chacune des séquences : fractions usuelles, fractions décimales et fractions décimales et nombres décimaux. Elles sont construites par l'ensemble des enseignants de CM2 de l'école. Elles ne sont pas fixées à l'avance dans le déroulement de la séquence, mais leur contenu les place en fin de séquences. Ce dernier est en effet assez vaste et recouvre les savoirs rencontrés au cours d'une séquence entière d'enseignement. L'institutionnalisation peut alors être placée à deux moments des séquences : après les différentes *activités* de découverte liées à un objet d'enseignement mais avant ou après les exercices de familiarisation. Ces deux places possibles (Figures 28 et 29) correspondent à celles définies *a priori* à partir de l'analyse du manuel en termes de D.O.O.

Le contenu des traces écrites dans ces deux classes est plus vaste que dans le cas de l'enseignante D (voir paragraphe précédant). On y retrouve la lecture des fractions, les définitions des termes de numérateur et dénominateur ainsi que l'égalité de deux écritures fractionnaires (comme chez l'enseignante D et dans l'aide-mémoire *Euromaths*). Les définitions des termes numérateurs et dénominateur sont aussi modifiées par rapport au manuel. Le numérateur correspond au « nombre de parts coloriées » et le dénominateur au « nombre de parts de l'unité ». Contrairement à ce qui a été écrit par l'enseignante D, on retrouve ici la notion d'unité mais pas celui de partage évoqué dans *Euromaths* (seul le terme de part est utilisé). Seules les équivalences entre écriture fractionnaire et sous la forme « entier + rompu » manquent par rapport aux institutionnalisations de l'enseignante D.

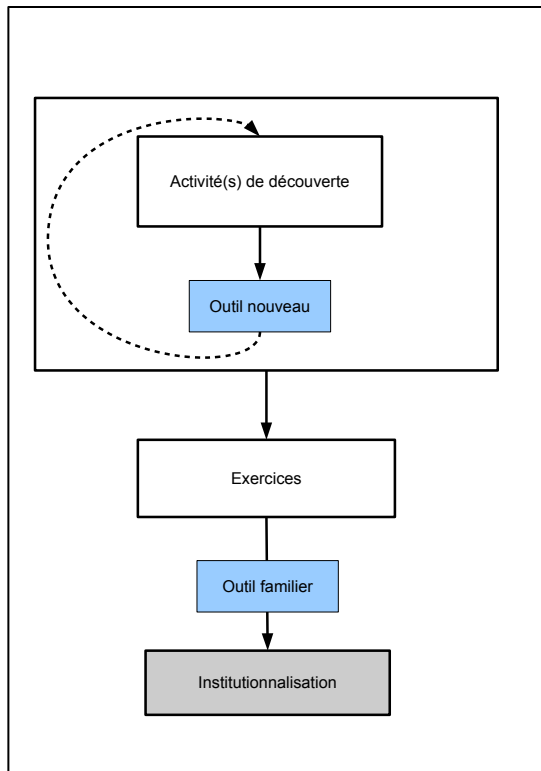


Figure 28 : Place de l'institutionnalisation possible dans une séquence, chez les enseignantes B et C

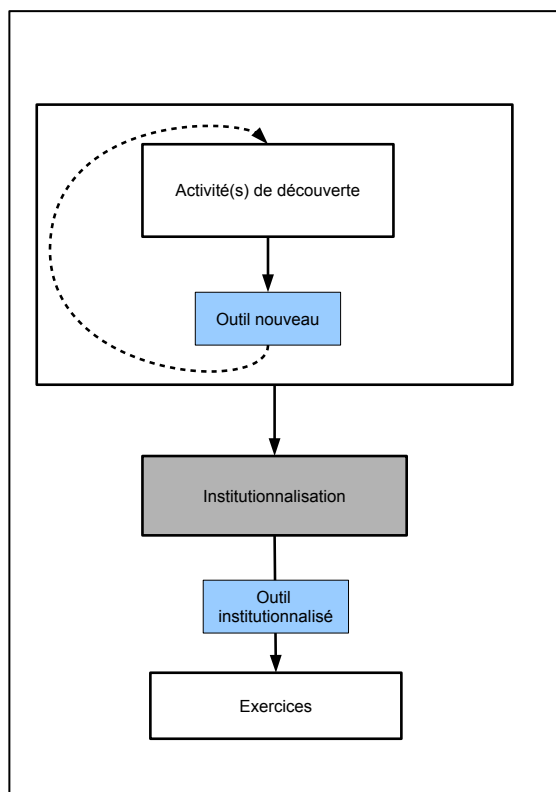


Figure 29 : Place de l'institutionnalisation possible dans une séquence, chez les enseignantes B et C (2)

Les autres savoirs institutionnalisés sont en lien avec les fractions décimales et les nombres décimaux. On retrouve le tableau de numération présenté dans l'aide-mémoire *Euromaths* et les égalités entre écritures fractionnaire, canonique et décimale. Par rapport à ce qui est prévu par le manuel, seuls trois points ne sont pas repris dans leurs traces écrites : les équivalences entre une fraction et son écriture sous la forme « entier + rompu », les équivalences entre unité, dixièmes, centièmes et millièmes et les fractions inférieures, égales ou supérieures à 1.

Enfin, la majorité des savoirs institutionnalisés est contextualisée⁴³ en fonction du partage d'aire (pour les fractions) ou du système métrique (pour le passage d'une fraction décimale à une écriture décimale). Ces exemples ne correspondent pas à des situations de référence du manuel *Euromaths*. L'aide-mémoire est conçu par et pour différents enseignants qui n'utilisent pas forcément le même manuel ou qui ne l'utiliseront peut-être plus à l'avenir. En conséquence, il n'est pas construit en fonction de ce manuel.

L'enseignante E : des institutionnalisations prévues en fonction d'un autre manuel

L'enseignante E propose aussi des institutionnalisations pour chaque séquence. Elles peuvent avoir lieu après chaque *activité* de découverte (comme pour la séquence sur les fractions) ou en fin de séquence (comme pour celle sur les fractions décimales).

Pour sa séquence sur les fractions, l'enseignante se sert de deux *activités* d'*Euromaths* et d'une *activité* du manuel *Pour comprendre les Mathématiques*. Après chacune de ces *activités* et en fonction des connaissances travaillées, elle distribue des fiches d'institutionnalisation puis prescrit des exercices aux élèves. La place des institutionnalisations après chaque *activité* de découverte (Figure 30) correspond à un schéma déjà rencontré dans le manuel *J'apprends les maths* (Cf. Partie I, Chapitre 2 Comparaisons de six manuels sur le thème des fractions).

Pour les séquences sur les fractions décimales et sur les fractions décimales et nombres décimaux, l'institutionnalisation n'a lieu qu'après plusieurs *activités* de découverte. Les exercices de familiarisation peuvent avoir lieu avant et après l'institutionnalisation. Le schéma de la place de l'institutionnalisation peut alors correspondre à un de ceux déduits de

⁴³ C'est aussi le cas dans l'aide-mémoire du manuel

l'analyse du manuel *Euromaths* et retrouvé chez les enseignantes B et C (Figure 29). On a donc deux schémas possibles pour l'institutionnalisation chez cette enseignante.

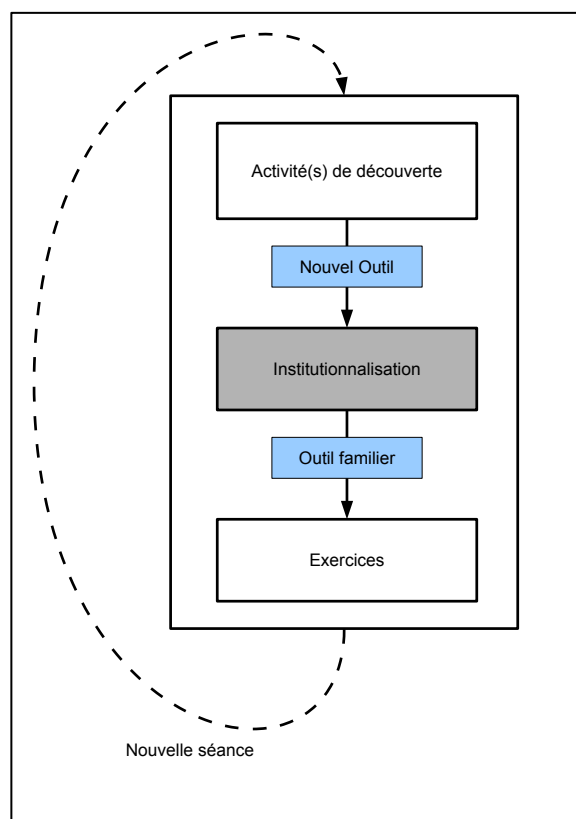


Figure 30 : Place de l'institutionnalisation enseignante E

Pour ce qui est des contenus, on retrouve certains savoirs institutionnalisés chez les autres enseignants ou dans le manuel : définition des termes de numérateur et dénominateur, lecture des fractions, fractions inférieures, égales ou supérieures à 1, écriture sous la forme « entier + rompu ». Mais, cette enseignante ajoute aussi : l'ordre de deux fractions usuelles de même numérateur ou de même dénominateur, des techniques pour passer d'une fraction à une autre de dénominateur égal (« On peut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre : la valeur de la fraction reste la même »), l'addition et la soustraction de deux fractions de même dénominateur. Ces derniers points ne correspondent pas à ce que l'on trouve dans *Euromaths* mais sont assez proches de tâches rencontrées dans le manuel *Thévenet*. L'enseignante déclare définir ses objectifs en fonction de ce dernier qui était jusqu'alors son manuel principal (elle utilise *Euromaths* pour la première fois).

Extrait d'entretien 5

« Je suis partie sur ce que j'avais fait l'an dernier, c'est-à-dire en fait l'an dernier l'évaluation a correspondu à un travail qui été dirigé par *Thévenet*, hein voilà, et en fait, comme j'ai travaillé sur plusieurs supports, j'ai pu voir à partir de ma base *Thévenet*, j'ai pu voir, à travers les différents support pleins de chose différentes, et j'en ai pondu une petite éval, et cette année, je suis partie de l'éval que j'allais leur donner à la fin et j'ai dit voilà les compétences que je veux qu'ils acquièrent. »

On retrouve en effet dans le manuel *Thévenet*, des tâches qui correspondent aux différents points institutionnalisés par l'enseignante n'apparaissant pas dans *Euromaths* : une tâche où il s'agit de classer plusieurs fractions de numérateurs et dénominateurs différents, des tâches où il s'agit de passer d'une fraction à une autre fraction équivalente en multipliant ou divisant les numérateurs et dénominateurs par le même nombre.

Le dernier point, qui concerne les additions de fractions n'est présenté explicitement dans aucun des manuels. Il est cependant sous-jacent à des exercices où sont demandées des écritures fractionnaires et « entier + rompu » équivalentes.

Les objectifs définis par l'enseignante peuvent être différents de ceux d'*Euromaths* et dépendent du travail qu'elle a pu effectuer avec le manuel *Thévenet*. Par rapport au premier, elle ajoute des connaissances que les élèves doivent selon elle acquérir. Nous verrons lors d'un prochain chapitre que cela détermine ses objectifs et l'amène à redéfinir les *activités* du manuel⁴⁴. C'est-à-dire que la modification des objets d'enseignement à un niveau global va être suivie d'une modification plus locale, au niveau des *activités* proposées par le manuel.

En conclusion sur les phases d'institutionnalisation

La place de l'institutionnalisation dans le processus d'enseignement proposé par le manuel *Euromaths* est laissée libre au choix des enseignants. Après une analyse en termes de dialectique outil-objet en lien avec les contenus de l'institutionnalisation, il nous est apparu que celle-ci devait *a priori* avoir lieu après les différents cycles courts ou situations d'apprentissages liés à un objet d'enseignement. Les variations possibles étaient alors liées à l'ordre de l'institutionnalisation et des exercices de familiarisation. Cependant, cette place

⁴⁴ Cf. Chapitre 2 : Comparaison de la mise en œuvre par cinq enseignants d'une même *activité* du manuel

n'est préconisée nulle part dans le manuel et dépend seulement de notre analyse du manuel. Les enseignants qui suivent le manuel « pas à pas » ont toute liberté sans « trahir » le manuel de la placer à d'autres moments que ceux que nous avons déterminés lors de l'analyse du processus. On trouve d'ailleurs différents schémas pour la place de l'institutionnalisation. L'enseignant A n'en effectue pas. L'enseignante D la place en fin de processus. Enfin, les enseignantes B, C et E proposent des phases d'institutionnalisation pour chaque séquence : après chaque *activité* de découverte, après les différentes *activités* de découverte et avant ou après les phases de familiarisation. Les variations sont donc ici assez nombreuses.

Pour ce qui est des contenus de ces institutionnalisations, ils restent assez proches de ce que l'on peut trouver dans l'aide-mémoire pour trois des enseignants sur les quatre qui en proposent. Des variations apparemment minimales sont observables concernant la suppression de certains savoirs institutionnalisés. Les formulations et contextes utilisés peuvent aussi être modifiés en fonction d'une préparation en amont qui n'est pas uniquement liée à *Euromaths* mais aussi à ce que les enseignants ont pu faire les années précédentes. Mais, au final, les objectifs du manuel en termes de connaissances institutionnalisées ne sont pas modifiés. Ils peuvent éventuellement être moins nombreux.

L'enseignante E est la seule à ajouter des connaissances qui n'apparaissent pas dans *Euromaths*. Or, c'est aussi la seule à modifier les processus d'enseignement. Elle modifie les objets d'enseignement définis dans le manuel -elle en supprime et en ajoute- et ce en fonction de son expérience d'enseignement, notamment avec un autre manuel. En conséquence, les objectifs du manuel en termes de connaissances à acquérir et ceux de l'enseignante sont différents. La modification des connaissances en jeu dans le processus pourrait être à l'origine de certaines des modifications appliquées au canevas du processus constatées plus haut. Et nous verrons dans un prochain chapitre qu'elle est définitivement à l'origine d'une part de la redéfinition des *activités* du manuel par l'enseignante.

Phases de familiarisation

Les phases de familiarisation mises en place par les enseignants peuvent être classées selon les deux profils déjà définis pour les transpositions des processus d'enseignement. Les enseignants qui ne modifient pas les processus ou les savoirs en jeu ne modifient pas non plus significativement les phases de familiarisation. Au contraire, l'enseignante E, qui modifie l'organisation liée au processus et les savoirs en jeu, ajoute un grand nombre de tâches qui vont à nouveau modifier le processus d'enseignement du manuel.

Phases de familiarisation chez les enseignants appartenant au premier profil

Quatre enseignants proposent des phases de familiarisation assez proches de celles du manuel : les enseignants A, B, C et D. La plupart des exercices du manuel sont utilisés. Quelques-uns peuvent être supprimés par manque de temps. Les enseignants expliquent le plus souvent leur choix parmi les exercices proposés en fonction de la répétition des tâches. Si un des exercices leur semble ressembler à quelque chose qui a déjà été fait, ils ne le prescrivent pas aux élèves. Trois des enseignants sur les quatre ajoutent aussi des exercices (au maximum quatre ou cinq). Suivant les classes il peut s'agir de l'ajout d'exercices d'entraînement aux évaluations (qui correspondent à des tâches simples et isolés) ou d'exercices plus complexes pouvant correspondre à des situations d'apprentissage.

Ainsi, l'enseignant A rajoute un seul exercice au processus d'enseignement des fractions. Il s'agit du problème suivant : « une feuille A4 pèse 10g, explique comment avoir 1,4g ». Ce problème correspond à une situation d'apprentissage sur le thème des fractions et décimaux.

Les autres enseignants proposent des exercices plus systématiques qui correspondent à ceux que les élèves rencontreront en évaluation. Dans la classe de l'enseignante D, il s'agit d'exercices du type : dictée de fraction, écriture en toutes lettres, coloriage d'une fraction d'aire donnée, trouver une fraction équivalente à une première fractions donnée, trouver l'écriture sous la forme « d'un entier et d'une fraction » d'une fraction donnée (Cf. Annexes B. 1.). Les exercices proposés pour s'entraîner et lors des évaluations correspondent globalement aux même tâches simples et isolées. Dans la classe de l'enseignante B, il s'agit de tâches : de passage d'une écriture à une autre, notamment pour

des fractions décimales, d'encadrement de fractions par des entiers consécutifs. Parmi ces tâches, certaines ne sont pas tirées du processus d'enseignement des fractions du manuel mais des phases de bilan de ce dernier. Elle ajoute donc des tâches dans le processus mais arrive tout de même à en trouver certaines dans le manuel *Euromaths*. A nouveau, les exercices ajoutés correspondent à des tâches simples et isolées équivalentes à certaines de celles proposées lors des évaluations (Cf. Annexes B. 1.). D'autres tâches de l'évaluation de cette enseignante correspondent à certains des exercices proposés dans *Euromaths* et travaillés en classe avec les élèves lors des phases de familiarisation.

Ces quatre enseignants ne changent pas les phases de familiarisation de façon significative dans le sens où les modifications apportées n'entraînent pas une modification du canevas du processus d'enseignement. Cependant, on remarque que plusieurs d'entre eux estiment nécessaire de rajouter des tâches simples, isolées, systématiques, pour préparer les élèves aux évaluations. On se retrouve dans un schéma déjà observé pour certains manuels lors de leur comparaison : la phases de familiarisation se découpe en une première partie sur des exercices complexes qui peuvent encore constituer des situations d'apprentissage (principalement les exercices d'*Euromaths*) et une deuxième partie sur des exercices d'entraînement simples, isolés et répétitifs.

Phases de familiarisation chez l'enseignante appartenant au second profil

L'enseignante E modifie les phases de familiarisation beaucoup plus radicalement que les autres enseignants, à la fois au niveau de la quantité d'exercices, de leur répétition et des types de tâches proposées.

Nombres d'exercices proposés et répartition selon les séquences

Au niveau quantitatif, cette enseignante propose beaucoup plus d'exercices aux élèves que chacun des manuels qu'elle utilise et que nous avons analysé (Cf. Figure 31). En effet, elle propose près de 80 exercices au total, alors qu'on en trouve au maximum 45 dans *Thévenet* et moins de trente dans *Euromaths*. Par contre, leur répartition selon les séquences se rapproche de celle d'*Euromaths*.

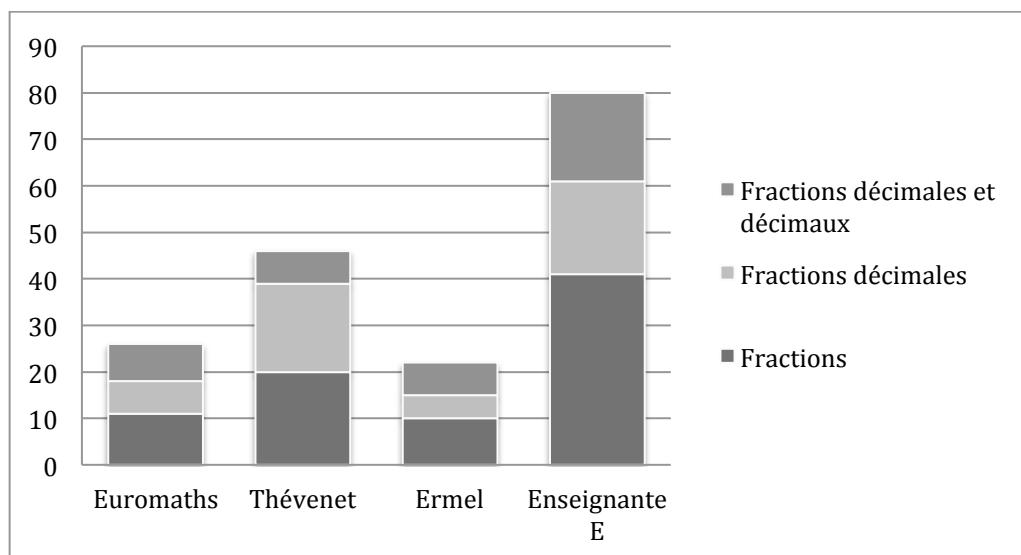


Figure 31 : quantité et répartition des exercices

Répétition des tâches proposées

Si on regarde le nombre de tâches différentes proposées par rapport au nombre de tâches au total, on remarque que l'enseignante propose des tâches qui se répètent⁴⁵.

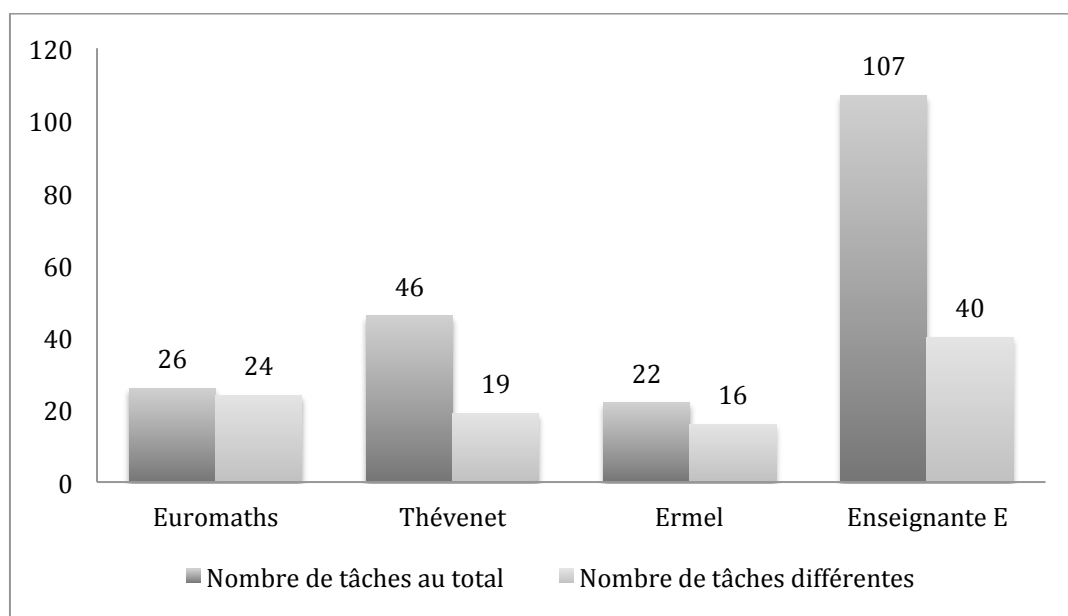


Figure 32 : Nombre de tâches/Nombre de tâches différentes

⁴⁵ Sur le schéma, le nombre de tâches est différent du nombre d'exercices car un exercice peut être constitué de plusieurs tâches.

Les phases de familiarisation que l'enseignante construit sont très longues et constituées d'exercices répétitifs, ce qui n'est pas le cas dans le manuel *Euromaths* (les autres enseignants pouvaient aussi ajouter des exercices, mais leur nombre était très limité).

Des différences selon le niveau des élèves

Enfin, il semble que les phases de familiarisation ne soient pas les mêmes pour tous les élèves. Etant donné la quantité d'exercices, seuls quelques uns d'entre eux travaillent sur tous ceux qui sont prescrits. Sans compter les *activités* de découverte qui sont effectuées par tous les élèves, on trouve par exemple pour la séquence sur les fractions, des élèves qui ont résolu un maximum de cinq exercices quand d'autres peuvent en avoir résolu trente et un⁴⁶. La différence est très importante et on peut imaginer que pour les différents élèves les phases de familiarisation n'ont pas la même fonction ni le même effet (même si la relation entre le nombre d'exercices résolus et les apprentissages n'est pas automatique). Lors de ces épisodes de travail individuel sur les exercices, l'enseignante est assise à son bureau, les élèves qui ont terminé leur travail viennent le lui montrer pour qu'elle le corrige. Les bons élèves résolvent alors un maximum de tâches, les montrent à l'enseignante et repartent travailler sur d'autres exercices quand les élèves qui manquent de concentration ou qui sont en difficulté restent parfois pendant plusieurs séances sur un même exercice. Les phases de familiarisation effectives peuvent bien être très différentes selon le niveau des élèves.

Types de tâches

Le type d'exercices proposé par l'enseignante correspond quasi-intégralement à des tâches isolées (Figure 33 : Exercices isolés). Lorsque les exercices sont contextualisés, c'est pour aider les élèves à les résoudre. Ils se réduisent alors souvent à représenter ou à lire des fractions sur des représentations de partages de disques (Figure 34: Exercices contextualisés, enseignante E).

L'enseignante E n'utilise les exercices d'*Euromaths* que lorsqu'ils répondent aux critères isolé et décontextualisé et quand ils semblent ne plus constituer des situations d'apprentissage (par exemple ceux liés à l'étape 19). Les exercices contextualisés du manuel sont d'un tout autre type que ceux qu'elle propose en classe. Ils correspondent en général à des situations d'apprentissage et permettent en particulier de déclencher des dialectiques

⁴⁶ Total des exercices proposés sur ce thème.

de la formulation ou de la validation. Tout se passe comme s'ils ne correspondaient pas aux objectifs de l'enseignante concernant les phases de familiarisation.

On pourrait imaginer que les exercices que l'enseignante laisse de côté sont ceux des étapes pour lesquelles elle n'utilise pas les *activités* de découverte. Or, ce n'est pas le cas puisque l'enseignante ne met en œuvre ni l'*activité* de découverte de l'étape 17, ni celle de l'étape 19, mais qu'elle utilise les exercices de la dernière.

1- Trouve à quel nombre entier correspond chaque fraction.

$$\frac{8}{4} = 2 \quad \frac{10}{5} = 2 \quad \frac{16}{4} = 4 \quad \frac{18}{6} = 3 \quad \frac{42}{6} = 7 \quad \frac{35}{5} = 7 \quad \frac{24}{3} = 8 \quad \frac{40}{8} = 5$$

$$\frac{30}{10} = 3 \quad \frac{7}{7} = 1$$

2-Trouve maintenant la partie entière et la partie fractionnaire de chaque fraction.

Exemple : $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$

$$\frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5} \quad \frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4} \quad \frac{20}{6} = 3 + \frac{2}{6}$$

$$\frac{38}{5} = 7 + \frac{3}{5} \quad \frac{26}{3} = 8 + \frac{2}{3} \quad \frac{44}{8} = 5 + \frac{4}{8}$$

$$\frac{45}{6} = 7 + \frac{3}{6} \quad \frac{33}{10} = 3 + \frac{3}{10} \quad \frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7}$$

$$\frac{205}{100} = 2 + \frac{5}{100}$$

3-Entoure toutes les fractions plus grandes que 1

$\frac{9}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{20}{25}$ $\frac{12}{2}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{12}{8}$

$\frac{12}{10}$ $\frac{500}{100}$ $\frac{500}{1000}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{4}$

Figure 33 : Exercices isolés

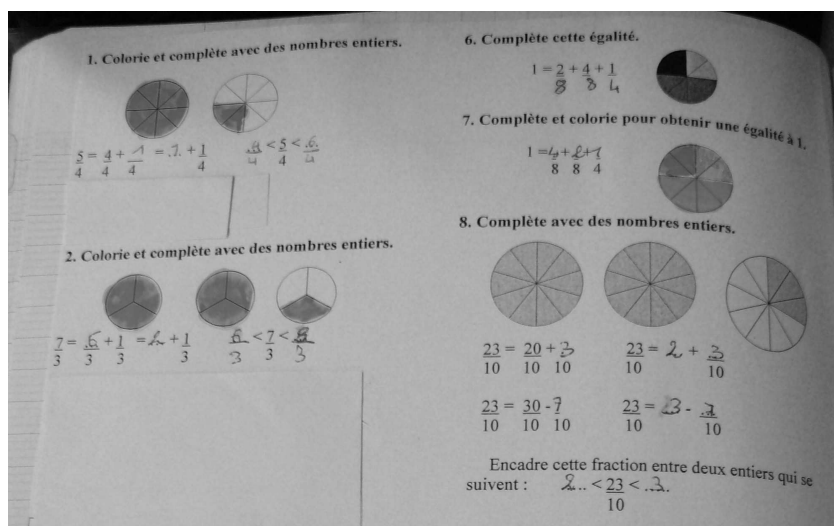


Figure 34: Exercices contextualisés, enseignante E

Enfin, l'enseignante E, même si elle propose en majorité des tâches simples et isolées, peut aussi prescrire des tâches complexes. Par exemple, elle demande aux élèves de classer les fractions suivantes : $\frac{5}{8}; \frac{2}{8}; \frac{4}{6}; \frac{1}{2}; \frac{4}{8}$. Cet exercice est assez complexe et ne correspond en rien aux objectifs que l'on peut trouver dans le manuel *Euromaths*. Par contre, il est lié aux objectifs que l'enseignante a définis en fonction du manuel *Thévenet*, dans lequel on trouve l'exercice suivant.

a) Place les fractions sur une droite numérique.

$$\frac{3}{4}; \frac{7}{8}; \frac{5}{12}; \frac{9}{4}; \frac{8}{6}; \frac{5}{3}; \frac{7}{2}; 2.$$

b) Range-les de la plus petite à la plus grande.

Figure 35 : Exercice 5p71, Thévenet

Cet exercice tiré du manuel *Thévenet* semble essentiellement avoir pour but de placer des points sur une droite graduée. Il peut éventuellement permettre de comprendre qu'en plaçant ces points on peut trouver l'ordre de fractions qui n'ont pas le même dénominateur. Par contre, le manuel ne propose pas d'exercice lors duquel les élèves auraient à classer ce type de fractions sans le support de la droite graduée. L'ordre des fractions usuelles de dénominateurs différents n'est pas un objectif du manuel *Thévenet*. Cependant, tout se passe comme si c'était ce que l'enseignante avait retenu de cette tâche. Elle propose aux

élèves un exercice qui y ressemble mais qui ne met pas en jeu les mêmes connaissances et qui a un intérêt relativement faible, voire hors programme de CM2.

En conclusion sur les phases de familiarisation chez cette enseignante

Contrairement aux enseignants A, B, C et D, qui pour la plupart proposent des phases de familiarisation sur des situations d'apprentissage puis des phases d'entraînement sur des tâches simples, isolées et répétitives, l'enseignante E ne propose que des phases d'entraînement. C'est une nouvelle modification du processus d'enseignement du manuel. En effet, celui-ci propose des phases de familiarisation sur des situations d'apprentissage. Rappelons que dans le manuel, les premiers exercices sont contextualisés et les élèves peuvent encore se servir du matériel pour les résoudre, les exercices suivants sont contextualisés et le matériel n'est plus qu'un moyen de vérifier des résultats, et les derniers exercices sont décontextualisés. La décontextualisation a lieu progressivement. Ce n'est pas le cas dans les phases de familiarisation conçues par cette enseignante. Les tâches qu'elle propose lors de ces phases d'entraînement sont liées aux objectifs qu'elle a définis en amont et en fonction du manuel *Thévenet* et sont composées de tâches simples et isolées. Comme chez les enseignants correspondant au premier profil, les exercices que l'enseignante ajoute correspondent à des tâches proposées en évaluation (Cf. Figures 33 et 34⁴⁷ et Annexes B. 1.)

En conclusion sur les phases de familiarisation

On trouve donc trois modèles pour les phases de familiarisation. Chez l'enseignant A, elles sont très proches de celles du manuel. Il s'agit de phases de familiarisation composées essentiellement de situations d'apprentissage. D'ailleurs, la seule tâche qu'il ajoute en constitue une. Chez les enseignantes B, C et D, ces phases se divisent en deux parties : une phase de familiarisation sur des situations d'apprentissages tirées du manuel et une phase d'entraînement sur des exercices simples et isolés. Enfin, chez l'enseignante E, les phases de familiarisation semblent se limiter à des phases d'entraînement sur des tâches simples et

⁴⁷ Les exercices ajoutés par l'enseignante E ne sont pas donnés de manière exhaustive mais sont représentatifs du type de tâches proposées.

isolées⁴⁸. Chez les quatre enseignants B, C, D et E, les exercices supplémentaires préparent les élèves aux évaluations.

Les quatre premiers enseignants proposent donc des tâches qui ne modifient pas globalement le processus d'enseignement puisqu'ils suivent l'ordre des exercices du manuel, ce qui les amène à suivre le schéma qui consiste à proposer d'abord des exercices contextualisés avec utilisation du matériel, puis des exercices contextualisés pour lesquels le matériel n'est plus qu'un moyen de vérifier des résultats, et enfin des exercices décontextualisés. La seule différence avec le manuel est qu'ils ajoutent à ce schéma une dernière étape constituée d'exercices plus systématiques (phases d'entraînement).

L'enseignante E est la seule à modifier cette organisation et à ne proposer que les exercices systématiques d'une phase d'entraînement.

En conclusion sur les transpositions observées des processus d'enseignement

Les enseignants qui utilisent quasi-exclusivement le manuel *Euromaths* en classe et pour préparer leurs enseignements restent très proches du processus d'enseignement proposé dans ce dernier. Les variations sont minimales. Elles peuvent concerner la place de l'institutionnalisation mais, celle-ci n'étant pas fixée dans le manuel, il semble normal d'observer des différences selon les enseignants. Elles peuvent aussi se révéler sur les contenus des traces écrites mais se limitent à des variations « à l'intérieur » de ce que propose le manuel. Enfin, on observe quelques changements lors des phases de familiarisation pour lesquels certains enseignants ajoutent des exercices d'entraînement⁴⁹ à ceux proposés par le manuel.

L'enseignante E qui utilise différents manuels en classe et qui base ses objectifs sur le manuel *Thévenet* propose un processus qui suit globalement le canevas proposé par *Euromaths*. Ces objectifs sont bien basés sur le manuel *Thévenet*, mais la progression suit

⁴⁸ Bien que l'on puisse aussi y trouver quelques tâches complexes mais dont il semble que l'enseignante ne mesure pas la portée ou les difficultés qu'elles peuvent engendrer chez les élèves.

⁴⁹ Les exercices d'entraînement sont des tâches simples, isolées et répétitives.

l'ordre des étapes du manuel *Euromaths* dont elle utilise les *activités* de découverte autant que possible (quand elles ne lui paraissent pas trop compliquées ou hors-sujet). Cependant, l'enseignante fait le choix de ne pas utiliser certaines des *activités* de découverte ou certains exercices. Il manque alors certains éléments au processus obtenu au final. On peut penser que ce dernier perd de sa cohérence et de sa « fiabilité didactique » notamment pour ce qui est de la décontextualisation et des liens entre les différentes séquences. En termes de décontextualisation, on ne trouve plus la multiplicité de cadres qui la permettait et le schéma des phases de familiarisation ne permet plus qu'elle soit progressive comme prévu dans le manuel. Le passage entre les *activités* contextualisées et les exercices décontextualisés se fait assez brutalement (contrairement à ce qui se fait dans *Euromaths*). Enfin, les liens qui pouvaient exister entre les séquences, en termes de réinvestissement de connaissances ou de motivation de l'introduction d'une notion, disparaissent.

Concernant les objets d'enseignement, cette enseignante contrairement aux quatre autres, ne reste pas « à l'intérieur » de ce qui est proposé par le manuel. Elle ajoute certains objets d'enseignement en fonction des objectifs qu'elle a fixés.

La modification du canevas et des objets d'enseignement peut alors entraîner une modification plus locale lors de la mise en œuvre des *activités* de découverte. C'est ce que nous allons voir dans le prochain chapitre.

Chapitre 2

Comparaison de la mise en œuvre
par cinq professeurs des écoles
d'une même *activité* de découverte
du manuel *Euromaths* CM2

Introduction

Dans ce chapitre nous nous attachons à analyser la mise en œuvre -par les cinq enseignants observés- d'une même *activité* du manuel : l'*activité* de découverte de l'étape 16 de la première édition (2006) du manuel *Euromaths*. L'analyse de la mise en œuvre d'une seule *activité* n'est pas suffisante pour définir des régularités dans les pratiques des enseignants mais permet de commencer à cerner des utilisations possibles d'une ressource donnée à un niveau plus local que celui des processus (étudiés dans le chapitre précédent).

Dans la première partie de ce chapitre, nous exposons la méthodologie adoptée pour la comparaison des pratiques. Dans la deuxième partie, les résultats obtenus lors de l'analyse des pratiques des enseignants seront détaillés en fonction de la méthodologie adoptée pour la comparaison de la mise en œuvre d'une même *activité* par les professeurs des écoles.

Méthodologie d'analyse pour la comparaison des pratiques des enseignants autour de la mise en œuvre d'une même *activité*

Afin d'effectuer une comparaison des pratiques, une méthodologie en trois étapes a été mise en place.

Dans un premier temps une analyse *a priori* de l'*activité* choisie a été effectuée afin de déterminer les alternatives possibles autour de sa mise en œuvre et les mathématiques proposées par le manuel à la fréquentation des élèves.

La deuxième étape s'est déroulée en deux temps. Nous sommes d'abord allée dans les classes pour observer la mise en œuvre de la séance par chacun des enseignants. Les séances observées ont été enregistrées, retranscrites puis découpées en épisodes. Le découpage en épisode a été effectué *a posteriori* à partir de ce que les enseignants mettaient en œuvre dans leur classe (épisodes de rappels, de prescription, de recherche individuelle ou collective, de mise en commun, de synthèse). Dans un deuxième temps, la mise en acte de l'*activité* a été analysée à partir des retranscriptions. Chacun des épisodes obtenus à partir du découpage *a posteriori* a alors été analysé en fonction d'indicateurs et d'observables définis *a priori*. Ces indicateurs et observables ont été déterminés à partir des marges de manœuvre des enseignants (liées à leur métier et en particulier la mise en œuvre d'*activités* de découverte quelconques) et des alternatives possibles pour la mise en œuvre d'une *activité* particulière (voir paragraphe ci-dessous : alternatives, marges de manœuvre et observables).

La troisième étape a consisté à resituer l'analyse précédente en fonction des éléments relevant des composantes personnelle, institutionnelle et sociale des pratiques des enseignants.

Alternatives, marges de manœuvres et observables

Lorsque les enseignants mettent en œuvre une *activité* du manuel, ils sont amenés à faire des choix. Ils peuvent être généraux, concernant l'enseignement et notamment celui

des mathématiques. Dans ce cas, ils sont liés à des marges de manœuvre propres au métier d'enseignant. Mais, ils peuvent aussi être liés à l'*activité* en elle-même et dépendent alors des alternatives possibles pour la mise en œuvre de l'*activité* (en fonction de sa nature, de sa fonction, de sa formulation et des enjeux qui y sont liés). Les choix liés aux marges de manœuvre et aux alternatives autour d'une *activité* donnée ne sont toutefois pas indépendants. Les gestes professionnels que les enseignants mettent en place en fonction de certaines marges de manœuvre propres à l'exercice de leur métier peuvent modifier les alternatives liées à une *activité* donnée : disparition ou au contraire apparition d'alternatives autour de la mise en œuvre de l'*activité* par rapport à celles déterminées *a priori*. De la même façon, les alternatives possibles autour de la mise en œuvre des *activités* peuvent modifier les marges de manœuvre des enseignants. Plus particulièrement, l'absence d'alternative peut réduire les marges de manœuvre. Nous y reviendrons après les avoir définies.

Les marges de manœuvre et les alternatives autour de l'*activité* choisie vont constituer les indicateurs ou observables pour la comparaison des pratiques. C'est à partir de la façon dont les différents enseignants les investissent que nous pourrons définir les variations effectives des pratiques autour de la mise en œuvre de l'*activité* du manuel.

Dans ce paragraphe, nous présentons en premier lieu ce que sont les marges de manœuvre liées au métier d'enseignant (et à la mise en œuvre d'une *activité* quelconque). Elles sont divisées en deux catégories. Les premières correspondent à des marges de manœuvre en amont de la mise en œuvre de l'*activité* et les secondes à des marges de manœuvre lors de la mise en œuvre. Nous présentons ensuite deux analyses : l'analyse *a priori* de l'*activité* et l'analyse de l'accompagnement du livre du professeur. Ces dernières permettent de caractériser les alternatives possibles autour de la mise en œuvre de l'*activité* du manuel.

Marges de manœuvre des enseignants

On répertorie deux catégories de marges de manœuvre : en amont de la mise en œuvre de l'*activité* en classe et autour de la mise en œuvre.

Des marges de manœuvre en amont de l'activité

Les marges de manœuvre en amont de la mise en œuvre de l'*activité* permettent d'obtenir des renseignements sur les raisons possibles de la redéfinition, par les enseignants, de la tâche qui leur est prescrite. La première de ces marges de manœuvre est la possibilité pour les enseignants de lire ou non l'accompagnement proposé dans le livre du professeur. La lecture de l'accompagnement apporte des informations aux enseignants concernant l'*activité* proposée et son déroulement et peut donc orienter, étendre ou limiter les marges de manœuvre des enseignants et les alternatives autour de cette *activité* (voir analyse en fonction de l'accompagnement).

La deuxième marge de manœuvre concerne la possibilité pour l'enseignant de faire une analyse *a priori*. Cette dernière n'est pas nécessairement observable. Par contre, le fait que les enseignants n'en effectuent pas peut nous renseigner sur leur type de pratiques et permet de mieux comprendre les raisons de leur redéfinition des tâches.

Des marges de manœuvre autour de la mise en œuvre d'*activités* mathématiques : indicateurs liés à la redéfinition en classe et à la réalisation de la tâche

Les marges de manœuvre autour de la mise en œuvre des *activités* correspondent à une partie des observables (observables généraux) que nous caractérisons pour analyser les variations possibles autour de l'*activité* donnée. Elles ne sont pas directement liées à une *activité* particulière mais à des types d'*activité*. Cependant, certaines caractéristiques des tâches peuvent jouer sur ces marges de manœuvre. Prenons l'exemple de la répartition des différents épisodes de prescription, de travail collectif, individuel, de mise en commun et de synthèse. Elle constitue une des marges de manœuvre des enseignants et un de nos indicateurs généraux pour la mise en œuvre d'une *activité* quelconque en classe. Nous nous y intéresserons donc pour les analyses de pratiques quelle que soit l'*activité* mise en œuvre par les enseignants. Elle est toutefois liée à chaque *activité* particulière. En effet, cette répartition peut être prévue *a priori* par les enseignants, mais le déroulement en classe peut aussi la modifier. Elle est donc fonction du déroulement effectif. Par exemple, pour gérer une phase de mise en commun lors de laquelle les élèves trouvent tous des résultats différents qu'ils ne peuvent pas valider par eux-mêmes, une enseignante décide de renvoyer

les élèves à une phase de travail collectif/individuel⁵⁰. Elle modifie le déroulement et notamment la répartition prévue des épisodes de travail en fonction des caractéristiques de l'*activité* et plus particulièrement de l'absence d'alternatives autour d'une tâche précise. Les choix des enseignants seront à mettre en relation avec les caractéristiques de l'*activité* et notamment avec les alternatives possibles autour de cette dernière.

Les autres marges de manœuvre générales ont été définies à partir des indicateurs d'une grille d'analyse développée par Butlen (Cf. Annexes C) et en fonction de la méthodologie d'analyse générale. Elles correspondent aux éléments déterminés pour avoir un accès à la redéfinition et à la réalisation par l'enseignant de la tâche qui lui est prescrite (Cf. Cadre théorique et méthodologie générale). Ces éléments d'analyse correspondent aux gestes et routines que les enseignants mettent en place, à leur discours, aux interactions entre élèves et enseignant et aux *activités* des élèves.

Pour chaque type d'épisode de travail en classe (prescription, recherche et épisodes collectifs de mise en commun, synthèse et institutionnalisation) nous présentons ci-dessous les indicateurs retenus. Seules les interactions sont analysées en fonction des mêmes indicateurs quel que soit l'épisode de travail. Pour les déterminer, nous cherchons à répondre à quatre questions :

- Combien d'élèves sont sollicités ?
- Quels élèves ?
- Si des aides sont apportées, sont-elles personnelles ou publiques ?
- Quel temps de parole est accordé aux élèves ?

Les gestes et routines, discours des enseignants, *activités* des élèves et des enseignants dépendent du type d'épisode.

Indicateurs pour l'épisode de prescription de la tâche

Pour l'épisode de prescription de la tâche aux élèves, le discours de l'enseignant et les interactions avec les élèves sont analysés afin de repérer ce qui, lors de la prescription d'une tâche aux élèves (et donc lors de la redéfinition en classe), est lié aux marges de manœuvre et donc aux gestes professionnels que les enseignants peuvent mettre en place. Pour cela, le

⁵⁰ Les phases de travail collectif/individuel correspondent à la recherche collective d'une solution avec renvoi à un travail de vérification individuel.

mode de prescription, la négociation de la tâche, les modalités et leviers mis en place pour l'enrôlement des élèves sont à déterminer. Si la tâche prescrite aux élèves est différente de celle du manuel, ces indicateurs permettront de mieux comprendre ce qui entraîne sa redéfinition. Le mode de prescription, les leviers pour l'enrôlement ou la négociation de la tâche peuvent en effet naître de la mise en place de gestes professionnels par les enseignants (mise en place d'épisodes de rappel, reformulation des tâches, etc.). Ils seront alors liés à des choix concernant les marges de manœuvre. Mais ils peuvent aussi être fonction des caractéristiques d'une *activité* particulière. En effet, les leviers pour l'enrôlement des élèves peuvent être inhérents à la tâche. De la même façon, la négociation de la tâche pendant la réalisation peut être liée aux caractéristiques de l'*activité*. Les interactions avec les élèves (en fonction de ces caractéristiques) peuvent amener une redéfinition des tâches lors de leur réalisation. Ces interactions peuvent alors induire une négociation de la tâche en classe, sous la pression des élèves.

Si les variations autour de la prescription de la tâche ne correspondent pas à la mise en œuvre de gestes professionnels mais à des choix liés à la nature ou à la formulation de la tâche, elles seront analysées en fonction des alternatives possibles autour de cette dernière. Ces possibilités seront décrites lors de l'analyse de l'*activité* et de son accompagnement dans le livre du maître.

Indicateurs pour les épisodes de recherche individuelle (ou par binôme)

Pour les épisodes de recherche, il s'agit d'analyser à la fois : les interactions, les *activités* des élèves et celles de l'enseignant. Côté élèves, nous prenons en compte leur part d'initiative, le temps qui leur est accordé pour la recherche et leur mode de travail. Du côté de l'enseignant, nous analysons ses interventions, les aides éventuelles qu'il peut fournir aux élèves, la prise d'information sur ce qu'ils font et la prise en compte de ces informations. Ces éléments permettent de caractériser les *activités* de l'enseignant et de repérer les gestes professionnels qu'il met en place lors des épisodes de recherche individuelle.

Indicateurs pour les mises en commun, synthèses et institutionnalisations

Les indicateurs pour les mises en commun, synthèses et institutionnalisations sont à nouveau liés aux interactions, aux *activités* des élèves et à celles de l'enseignant. Ces épisodes sont collectifs. Les indicateurs liés aux interactions sont donc essentiels car ils

peuvent nous renseigner sur la stratégie de l'enseignant en fonction des élèves sollicités, de leur nombre, de leur temps de parole et des aides qu'il leur fournit. Les autres indicateurs à prendre en compte concernent l'existence de moments de recensement et d'explicitation collective des procédures, de moments de synthèse, d'une hiérarchisation des procédures, de la prise en compte du déroulement effectif mais aussi le degré de décontextualisation et la nature du savoir.

En conclusion sur les marges de manœuvre

Les marges de manœuvre sont liées à l'exercice du métier d'enseignant et concernent des choix généraux qui ne dépendent pas d'une *activité* particulière. Cependant, certaines marges de manœuvre peuvent être orientées par les caractéristiques d'une *activité* particulière. Un retour à cette dernière doit donc être effectué constamment afin de déterminer ce qui est lié aux marges de manœuvre et ce qui est lié aux caractéristiques et aux alternatives propres à une *activité* particulière.

Choix de l'*activité* de découverte de l'étape 16 du manuel *Euromaths* et alternatives autour de cette *activité* particulière

Choix d'une *activité*

Pour effectuer la comparaison des pratiques, il nous fallait choisir une *activité* mise en œuvre par tous les enseignants alors que nous étions dans les classes. Parmi celles utilisées par tous les enseignants et observées dans les classes, l'*activité* de découverte de l'étape 16 nous a paru être la plus intéressante pour la comparaison dans le sens où elle laisse quelques alternatives aux enseignants tout en restant assez dirigée (ce qui est assez représentatif de ce qu'on peut trouver dans ce manuel). Elle est découpée en trois questions amenant étape par étape à ce qui en est l'enjeu principal de l'*activité*. Cette dernière semble donc assez fermée pour l'enseignant pour qu'il ne lui soit pas possible *a priori* de s'éloigner de l'enjeu prévu par le manuel. Elle semble aussi assez « ouverte »⁵¹ pour les élèves pour être une situation d'apprentissage. Ces différents éléments constitutifs de l'*activité* choisie

⁵¹ Avec des possibilités de résolution dans différents cadres, des possibilités d'utiliser différentes procédures... Voir analyse *a priori* de la situation.

seront précisés lors de la reprise de l'analyse *a priori* pour la caractérisation des alternatives possibles pour les enseignants pour sa mise en œuvre.

De plus, pour cette *activité* particulière, nous avons pu analyser la transposition effectuée par les auteurs du manuel (Cf. Partie I, Chapitre I : Analyse du manuel *Euromaths*). Nous sommes donc en mesure de caractériser les deux étapes de la transposition : du savoir savant au savoir à enseigner puis au savoir enseigné.

Alternatives possibles autour de la mise en œuvre de l'*activité*

Les alternatives possibles autour de la mise en œuvre de l'*activité* proposée par le manuel constituent d'autres indicateurs ou observables autour desquels nous allons mener la comparaison des pratiques. Ces alternatives sont caractérisées à partir de l'*activité* proposée dans le manuel de l'élève mais aussi de l'accompagnement qui lui est consacré dans le livre du professeur. En effet, les alternatives possibles pour les enseignants dépendent de l'*activité* et de ce qu'elle peut induire en terme de déroulement. D'autre part dans l'accompagnement proposé dans le livre du professeur, les enjeux de l'*activité* sont rappelés, une certaine lecture du texte est préconisée, les synthèses possibles sont évoquées, etc. La lecture du livre du maître peut donc orienter les choix des professeurs des écoles autour des alternatives possibles *a priori*. Il est toutefois à noter que sur les cinq enseignants observés trois seulement lisent ces accompagnements. Pour ceux qui ne les lisent pas, les alternatives *a priori* ne prennent donc pas en compte les préconisations des auteurs⁵².

L'*activité* choisie a pour titre « fractions : partages de longueurs ». C'est une *activité* de découverte proposée lors de la deuxième étape⁵³ du manuel du travail sur les fractions. Elle débute le processus d'apprentissage des nombres décimaux (Cf. Partie I, Chapitre I : Analyse du manuel *Euromaths*). Elle constitue un des cycles courts du cycle long de l'enseignement des fractions usuelles. Le cadre utilisé est celui des mesures de longueurs. Plusieurs connaissances sont en jeu dans cette situation : la traduction d'un partage de longueur par une fraction (ex : le partage en 3 parties égales permet d'obtenir des tiers), la possibilité

⁵² Exception faite, peut-être, des objectifs de la séance donnés à la fois dans le livre du professeur et dans le manuel.

⁵³ Une étape correspond au travail prévu pour une ou deux séances et comporte en général une *activité* de découverte et des exercices, comme déjà vu.

d'utiliser des écritures « fractionnaires complexes »⁵⁴ (ex : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$) et l'équivalence d'écritures sous une forme complexe et sous une forme fractionnaire (plus précisément les égalités $1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ ou $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$).

Cette *activité* se compose d'un texte (texte introductif et « bulle du Furet ») et de trois questions. Dans la suite de ce paragraphe nous présentons tout d'abord les connaissances en jeu dans cette *activité*. Puis, nous présentons chronologiquement (c'est-à-dire dans l'ordre des questions proposées dans le manuel) une analyse *a priori* et une analyse de l'accompagnement du livre du professeur. A partir de ces analyses nous répertorions les alternatives possibles autour de la mise en œuvre de l'*activité* qui seront retenues comme observables pour la comparaison des pratiques.

La première alternative que nous considérons avant ces analyses est la possibilité pour les enseignants de ne pas « suivre » l'*activité*. C'est-à-dire qu'ils peuvent ne pas faire lire le texte aux élèves, ne pas proposer toutes les questions ou encore ne pas les proposer dans l'ordre et modifier radicalement l'*activité*⁵⁵. Par la suite, nous définissons donc les alternatives *a priori*, en considérant que les enseignants utilisent la situation telle qu'elle est proposée dans le manuel. C'est-à-dire que nous recherchons les alternatives *a priori* avant toute modification radicale de la part des enseignants. Les alternatives autour d'une *activité* fondamentalement modifiée dès sa prescription ne pourront être définies qu'à partir de l'analyse des nouvelles tâches proposées.

Savoirs en jeu

Dans l'accompagnement, les auteurs donnent les objectifs de l'étape et les raisons de son existence. Ici, l'objectif est de « se réapproprier le codage fractionnaire dans des situations de partage de longueurs »⁵⁶. Lors de l'étape précédente, les élèves avaient revu

⁵⁴ L'expression « écriture complexe » est empruntée au manuel. Il s'agit d'une écriture sous la forme d'une somme d'un entier et de fractions inférieures à l'unité. Les écritures complexes sont introduites pour permettre le passage à des écritures canoniques, c'est-à-dire des écritures complexes utilisant des fractions décimales.

⁵⁵ Nous verrons lors de l'analyse des pratiques que cela arrive.

⁵⁶ Cet objectif est donné dans le livre du professeur, mais c'est aussi la seule trace de cet accompagnement présente dans le manuel de l'élève.

les fractions dans des « situations quotidiennes ». C'est-à-dire que le travail proposé portait sur des situations telles que le partage de gâteaux et le partage de durées (demi-heure, mi-temps d'un match de rugby, etc.). Lors de la première étape du travail sur les fractions, les élèves se sont donc déjà remémorés ce qu'étaient les fractions⁵⁷. Il s'agit donc d'une nouvelle possibilité pour eux d'utiliser le « codage fractionnaire »⁵⁸, dans un nouveau cadre plus mathématique : celui du partage d'aire et des mesures de longueurs. Lors du travail sur l'*activité* de découverte de l'étape 16, les élèves pourront revoir les écritures fractionnaires simples à partir du partage de l'unité, mais pourront aussi rencontrer une nouvelle forme d'écriture des fractions : expression « complexe » (somme d'entier et de fractions) lors du travail de mesure des segments donnés.

La « conclusion avec les élèves »⁵⁹ proposée par le livre du maître concerne ces deux objectifs, c'est-à-dire, le codage de certaines fractions et la signification d'expressions complexes. Ce sont donc les savoirs en jeu lors du travail sur cette *activité*. Ils constituent nos premiers observables et lors de l'analyse des pratiques, nous nous poserons la question de savoir quels sont les savoirs effectivement en jeu dans les différentes classes observées.

Analyse *a priori* et observables : des alternatives autour de la mise en œuvre des *activités* en classe

Dans ce paragraphe, nous présentons une analyse *a priori* de l'*activité* afin de définir les alternatives autour des déroulements possibles *a priori*. A partir de cette analyse, nous caractérisons plus précisément les observables retenus pour analyser les pratiques des enseignants lorsqu'ils mettent en œuvre cette *activité*. Une analyse *a priori* ayant été présentée lors du chapitre sur l'analyse du manuel, nous ne la développons pas dans les détails mais seulement en fonction de ce qui nous intéresse dans ce paragraphe : les alternatives possibles autour de la mise en œuvre de l'*activité*.

⁵⁷ Tous les enseignants pour lesquels nous effectuons l'analyse de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 16 ont en amont réalisé l'étape 15 avec leurs élèves.

⁵⁸ L'expression « codage fractionnaire » est reprise aux auteurs du manuel. Il s'agit de l'écriture mathématique des fractions.

⁵⁹ L'expression « conclusion avec les élèves » est reprise aux auteurs du manuel.

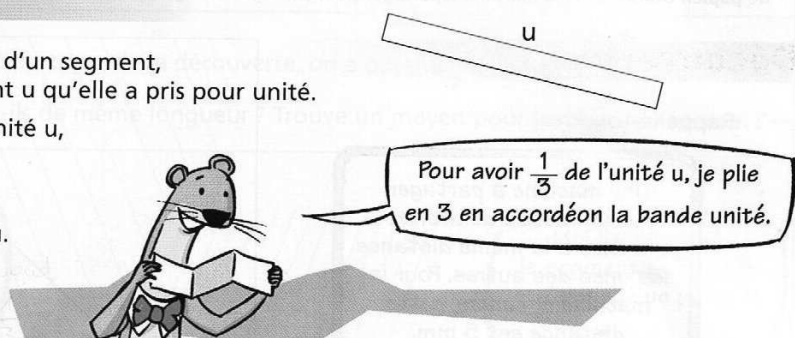
Texte introductif et bulle du Furet

Découverte

Pour mesurer la longueur d'un segment, Leïla s'est servi du segment u qu'elle a pris pour unité.

Elle a reporté une fois l'unité u , puis la moitié de u et enfin le tiers de u .

Elle a écrit: $1 u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{3} u$.



Pour avoir $\frac{1}{3}$ de l'unité u , je plie en 3 en accordéon la bande unité.

Le texte introductif et la « bulle du Furet » permettent la mise en place du milieu dans lequel les élèves vont être amenés à travailler. Ce milieu est constitué de la bande unité, de la mesure d'un segment sous une forme complexe (écriture mathématique et en toutes lettres), de la technique utilisée par Leïla (personnage du manuel) pour mesurer un segment, de la technique de partage en trois parties égales permettant d'obtenir des tiers et enfin des différents segments à mesurer.

Le texte introductif permet d'introduire une technique de mesure du segment de Leïla décrite comme le report de l'unité u puis de la moitié de u et du tiers de u . Il permet de revoir les écritures mathématiques et écritures en toutes lettres des fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$. La « bulle du Furet » permet de définir l'écriture fractionnaire $\frac{1}{3}$ en fonction du partage de longueur. Elle permet aussi d'aider les élèves à plier la bande en trois parties égales.

Lecture du texte introductif et de la bulle du Furet : quelles alternatives, quels observables ?

Différentes lectures du texte sont possibles, avant la mise au travail des élèves. Il peut être lu dans son ensemble, en partie ou pas du tout.

Lecture du texte introductif et de la bulle du Furet

Une lecture du texte introductif dans son ensemble commentée et simulée pour ce qui est de la « bulle du Furet » est préconisée par les auteurs. Elle permet la mise en place d'un certain milieu pour la résolution de la tâche. Elle permet aussi d'aider les élèves à plier la bande en trois (en leur en donnant l'idée et les moyens). Enfin cette lecture peut amener un retour au codage de certaines fractions en fonction du partage de longueur.

Lecture du texte dans son ensemble

La lecture du texte dans son ensemble, c'est-à-dire de la « bulle du Furet », du texte introductif et de toutes les questions, peut modifier les tâches des élèves. Ils auront tous les éléments nécessaires à la résolution, mais ils auront aussi, pour la première question, des éléments qui ne sont pas prévus par les auteurs à ce moment du déroulement de l'*activité*. La lecture de la question 2 peut les engager dans une certaine procédure de résolution de la question 1. En effet, si les élèves prennent connaissance du fait qu'il faudra mesurer tous les segments lors de la question 2, ils peuvent alors être amenés à utiliser la procédure qui consiste à mesurer tous les segments plutôt que la procédure qui consiste à vérifier pour chaque segment si c'est bien celui de Leïla. Quant à la lecture de la question 3, elle peut les engager à effectuer des mesures sous forme fractionnaire plutôt que sous forme complexe. Le premier point, concernant l'orientation de la procédure utilisée par les élèves pour résoudre la question 1, ne modifie pas le problème étant donné que l'utilisation de l'une des procédures n'est pas préférable à l'utilisation de l'autre. Elles permettent toutes deux de construire une technique de mesure pour obtenir des écritures complexes. Par contre, si les élèves mesurent les segments sous forme fractionnaire plutôt que sous forme complexe, la question 3 pourrait alors se retrouver sans fondement et l'enjeu de cette dernière concernant l'égalité d'une écriture complexe et d'une écriture fractionnaire pourrait ne pas être soulevé.

Aucune lecture du texte introductif et de la bulle du Furet

Enfin, la troisième possibilité est de ne pas faire lire le texte aux élèves. Il leur manquera alors des éléments (tels que le partage de la bande unité en trois ou la technique de mesure de Leïla, etc.) pour résoudre les différentes questions. Ce type de lecture peut être plus ou moins problématique en fonction des autres éléments de la prescription de l'*activité* ou en fonction du fonctionnement de la classe. Par exemple, dans une classe où les élèves auraient travaillé sur l'*activité* préparatoire de découverte, le fait de ne pas lire la bulle du Furet pourrait ne pas poser de problème car le partage d'une bande en trois parties égales pourrait avoir été soulevé plus tôt (voir analyse de l'accompagnement). Ou bien, dans des classes où les élèves auraient l'habitude de travailler seuls et donc de lire le texte sans que l'enseignant ait besoin de le préciser, la « non-lecture » collective du texte et la « non-prescription » d'une lecture individuelle pourrait ne pas être problématique. Pour

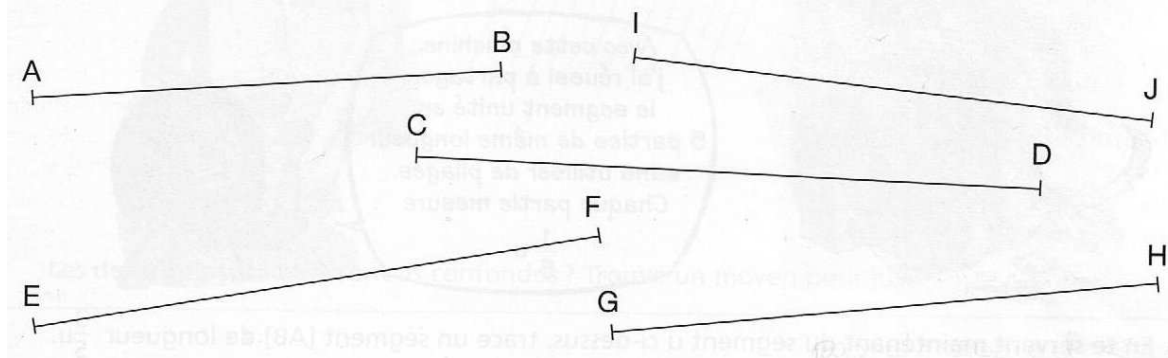
comprendre les conséquences de la non-lecture du texte, il faudra alors prendre en compte le déroulement effectif de la mise en œuvre de l'*activité* pour déterminer si, oui ou non, il manque des éléments de résolution aux élèves.

En conclusion sur la lecture du texte

Les enseignants peuvent effectuer la lecture du texte de plusieurs façons différentes et prescrire la tâche dans son ensemble ou question par question. Ces différences de prescription peuvent jouer sur le déroulement. Les différents modes de lecture du texte introductif et de la bulle du Furet décrits ci-dessus constituent un observable pour la comparaison des pratiques.

Question 1

- 1. Reproduis la bande de l'unité u.
En te servant de cette bande, trouve quel segment Leïla a mesuré.



Construction de la bande unité

Une alternative possible lors de la prescription de la tâche et avant que les élèves ne se lancent dans la résolution du problème est la façon de construire la bande unité. Il est possible pour les enseignants de les distribuer, de les faire construire par les élèves, voir même de faire graduer la bande au préalable (grader en demis, en tiers et en quarts). Une construction collective ou une mise en commun des constructions individuelles de la bande unité peut permettre un retour au codage fractionnaire (écriture sous forme de fraction simple) en fonction du partage effectué. Elle permettrait aussi de vérifier si chaque élève a un outil de mesure bien construit pour la suite du travail.

Le mode de construction de la bande unité constituera le deuxième observable pour la mise en œuvre de l'*activité*.

Recherche du segment de Leïla

La question 1 permet la mise en place d'une technique de mesure des segments. Deux procédures sont envisageables pour retrouver le segment de Leïla dont la mesure a été donnée dans le texte introductif. La première consiste à vérifier pour chaque segment s'il mesure $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$ en posant sur chacun d'eux la bande u puis sa moitié et enfin son tiers. La deuxième procédure consiste à trouver la mesure de chaque segment. Quelle que soit la procédure utilisée pour retrouver le segment de Leïla, les élèves seront amenés à mesurer des segments en reportant d'abord l'unité u puis des fractions de cette unité. La technique de mesure mise en place est donc la même quelque soit la procédure utilisée pour répondre à la question.

Pour cette question, les auteurs préconisent une mise en commun lors de laquelle les élèves proposeront leurs procédures et leurs résultats. Ils proposent différents outils pour évaluer la mesure des segments : pliage de la bande unité, papier calque, compas.

La question 1 : quelles alternatives, quels observables ?

Pour cette question, le premier observable retenu concerne le matériel utilisé par les élèves pour la résolution. Cependant, dans aucune des classes observées nous n'avons pu voir de mise en commun lors de laquelle un autre outil de mesure que la bande unité était utilisé. Pour définir les alternatives possibles lors des mises en commun, seul cet outil est pris en compte.

La validation de la réponse à cette question n'est pas directement possible côté élèves. Elle dépend de la gestion de la mise en commun par l'enseignant. Or, cette dernière dépend de la diversité des réponses proposées et des outils utilisés. Si tous les élèves sont d'accord sur la réponse, alors aucune variation n'est envisageable autour de la mise en commun. Par contre, si plusieurs segments sont proposés, les alternatives qui s'offrent aux enseignants pour obtenir la réponse attendue sont nombreuses. Nous définissons trois possibilités de gestion de l'apparition de plusieurs réponses (c'est-à-dire de plusieurs segments) à cette question. Pour les deux premières, la question 1 est un élément de la dévolution de la question 2 alors que pour la troisième, la question 2 permet de résoudre la question 1.

La question 1, élément de dévolution de la question 2

Une première gestion évidente de l'apparition de plusieurs réponses à la question est l'évaluation des réponses des élèves par un rejet des réponses erronées et la validation de la bonne réponse par l'enseignante. Une telle gestion ne permet pas de repérer les difficultés des élèves ni de mettre en place avec eux une technique de mesure à utiliser lors de la question 2.

La deuxième possibilité consisterait en une gestion publique des réponses des élèves avec recensement des procédures et des techniques de mesures puis application de ces techniques pour mesurer des segments au tableau et/ou individuellement. On serait à nouveau dans une phase d'évaluation. Mais dans cette configuration, la construction de la technique de mesure serait collective.

La question 2, aide à la résolution de la question 1

Il est à noter que pour la question 1, les élèves ne peuvent pas valider par eux-mêmes leurs résultats. Margolinas (2004) donne dans son HDR un exemple de problème pour lequel il n'existe pas de « critère de validité »⁶⁰ pour la lecture d'un nouveau mot. Dans cet exemple, pour gérer la phase de validation, l'enseignante utilise une technique qui consiste à demander à chaque enfant de lui dire le mot à lire à l'oreille pour que le problème continue à exister pour chacun.

Ici, il n'existe pas non plus de critère de validité puisqu'il s'agit de retrouver un segment dont la mesure est déjà donnée (les erreurs sont alors souvent des erreurs de mesures qui peuvent venir du fait que l'unité est très petite). Si plusieurs segments sont proposés pour répondre à la question rien ne permet de valider ou d'invalider l'une ou l'autre des réponses si ce n'est d'effectuer de nouvelles mesures. S'il existe d'autres possibilités de gestion pour l'enseignant que celles vues plus haut, il s'agira donc de faire de nouvelles mesures. Comme dans l'exemple de l'enseignante citée ci-dessus pour la lecture d'un nouveau mot, il sera alors possible d'évaluer les réponses individuellement, laissant ainsi le problème ouvert pour les élèves. Pour ne pas proposer la même question à nouveau (ce qui pourrait amener les mêmes difficultés) il est possible, par exemple, de passer à la deuxième question. Une telle

⁶⁰ Margolinas (2004) définit les critères de validité comme des connaissances qui vont être nécessaires à l'existence d'un milieu pour la validation. Autrement dit, pour cette question, les élèves n'ont pas les moyens de valider leurs résultats.

gestion imposerait une procédure de résolution à la question 1 qui consisterait à mesurer tous les segments afin de retrouver le segment donné. L'enseignant ne 'tuerait' pas le problème consistant à construire une technique de mesure. Le problème resterait donc ouvert.

La troisième possibilité pour la mise en commun serait donc une gestion individuelle de l'apparition de différents résultats et pourrait correspondre à passer à la question suivante qui consiste à mesurer tous les segments. Les élèves auraient encore la possibilité de construire chacun individuellement la technique de mesure.

En conclusion sur la gestion de la mise en commun

L'observable que nous retenons ici est donc la gestion de la mise en commun et notamment de l'apparition de plusieurs réponses à cette question. Les alternatives autour de cette question peuvent modifier les marges de manœuvre générales investies *a priori* par les enseignants. Ils peuvent, en fonction du déroulement effectif, être amenés à revoir la répartition prévue entre épisodes de travail individuel, collectif et de mise en commun si plusieurs réponses apparaissent lors de la résolution de la première question.

Question 2

-2. Trouve la mesure de la longueur des autres segments en te servant de l'unité u .

La question 2 permet la routinisation de la technique mise en place lors de la question 1. Les résultats des mesures des segments devraient apparaître sous des formes d'écritures complexes.

Tous les segments peuvent être mesurés à l'aide de l'unité, de la moitié de l'unité, du tiers de l'unité et du quart de l'unité⁶¹. Plusieurs écritures complexes ou sous la forme d'un entier peuvent apparaître lors de cette deuxième question. Deux cas sont alors séparés : celui où les différentes fractions de l'écriture complexes ont le même dénominateur et celui où les différentes fractions de l'écriture complexe n'ont pas le même dénominateur. Il s'agira alors, suivant les cas, de revoir des équivalences d'écritures sous forme fractionnaire

⁶¹ $AB = 1u + \frac{1}{2}u$; $CD = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u = 1u + 1u = 2u$;

$GH = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u = 1u + \frac{3}{4}u = \frac{7}{4}u$ et $IJ = 1u + \frac{1}{3}u + \frac{1}{3}u = 1u + \frac{2}{3}u$

et sous la forme d'une addition de fraction ayant ou n'ayant pas le même dénominateur. Les élèves doivent avoir *a priori* les connaissances nécessaires disponibles pour reconnaître ces équivalences. L'apparition de ces différentes écritures leur permet alors de construire à nouveau le résultat de l'addition de deux fractions ayant le même dénominateur⁶² ou ayant des dénominateurs égaux à 2 et 4⁶³. Les cadres de résolution pour arriver à l'équivalence des écritures peuvent alors être celui des mesures (un élève ayant trouvé que [GH] mesure $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ pourra vérifier à l'aide de sa bande unité si ce même segment mesure bien $1 + \frac{3}{4}$), ou le cadre numérique.

La question 2 : quelles alternatives, quels observables ?

La technique de mesure ayant été mise en place lors de la question 1, il s'agit lors de la question 2 de la routiniser. La tâche correspond donc à un exercice de reproduction. De la même manière que pour la question 1, la validation n'est pas possible directement côté élèves. Elle dépend donc ici aussi de la gestion de la mise en commun par les enseignants c'est-à-dire de la gestion de l'apparition de plusieurs écritures pour un même segment. Les enseignants peuvent s'en tenir à faire remarquer aux élèves que les mesures sont équivalentes (comme le livre du professeur le préconise). Ils peuvent aussi les renvoyer au milieu matériel pour leur faire vérifier que les différentes mesures obtenues correspondent bien au même segment. Il est aussi envisageable que les élèves par eux-mêmes ou menés par l'enseignant passent au cadre numérique et remarquent l'égalité d'une fraction et d'une somme de fractions. Le passage au cadre numérique correspondrait alors à début de décontextualisation.

Pour la question 2, comme pour la question 1, les auteurs préconisent une mise en commun lors de laquelle les élèves proposeront leurs procédures et leurs résultats. Si plusieurs écritures pour un même segment apparaissent, elles seront considérées comme équivalentes, mais contrairement à ce qui sera proposé pour la question 3, les auteurs n'indiquent pas une « mise au point collective » ni un passage à l'égalité des écritures (voir analyse ascendante à la fin du paragraphe).

⁶² Par exemple $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

⁶³ Par exemple $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Les premiers observables que nous retenons pour cette question sont le passage aux équivalences d'écritures et le ou les cadres dans lesquelles la question est résolue. Les autres observables seront liés à la gestion de la mise en commun par les enseignants, notamment : s'agit-il d'une phase d'évaluation ou de validation, et y-a-t-il un recensement des résultats et des procédures ? Ces derniers sont des observables liés à des marges de manœuvre générales mais sont aussi rappelés par les auteurs du manuel dans l'accompagnement. Ils peuvent alors être considérés comme des observables liés à la mise en œuvre de cette *activité*.

Question 3

3. Leïla affirme que le segment [GH] mesure $\frac{7}{4}u$. A-t-elle raison ?

Les questions 1 et 2 permettent la mise en place du milieu nécessaire à la dévolution et à la résolution de la question 3. En effet, lors de la question 3, il s'agit de vérifier si Leïla a raison lorsqu'elle affirme que le segment [GH] mesure $\frac{7}{4}u$. Les questions précédentes ont permis de contraindre les élèves à une certaine forme d'écriture des mesures des segments : les écritures complexes. Ils doivent donc tous avoir obtenu des résultats sous cette forme. La question 3 est alors le véritable enjeu de la situation. Les élèves sont amenés à vérifier que la mesure de Leïla est correcte. Ils se retrouveront avec deux ou trois écritures pour un même segment⁶⁴ qui seront alors considérées comme équivalentes. La question est proposée afin de s'assurer que le problème de l'équivalence d'une écriture sous forme fractionnaire et d'une écriture sous forme complexe est bien soulevé.

La question 3 : quelles alternatives, quelles observables ?

Des variations autour de la mise en œuvre de la question 3 sont possibles au niveau du cadre de résolution⁶⁵. Il est possible de résoudre cette question dans le cadre des mesures :

⁶⁴ $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$ ou $1u + \frac{3}{4}u$ ou $\frac{7}{4}u$

⁶⁵ Les variations autour des cadres pour la résolution de la question 3 sont indépendantes des résultats obtenus par les élèves, ce qui n'était pas le cas pour les deux autres questions pour lesquelles les variations étaient toutes liées au déroulement effectif, c'est-à-dire aux résultats qu'ils avaient obtenus.

vérifier à l'aide de la bande unité si le segment [GH] mesure bien $\frac{7}{4}$. Il est aussi possible de la résoudre dans le cadre numérique : les élèves ont déjà travaillé sur les fractions en CM1 et peuvent proposer une démonstration par le calcul. Lors de la mise en commun, les enseignants peuvent ou non proposer l'un et/ou l'autre des cadres. Il y a alors une variation possible au niveau de la proposition d'une décontextualisation en passant au cadre numérique.

Les observables que nous retenons pour cette question sont la possibilité de résoudre la question dans différents cadres et le passage ou non au cadre numérique (et donc à l'égalité des écritures).

Préconisations des auteurs autour de la mise en œuvre de l'*activité* du manuel

Dans l'accompagnement du livre du professeur spécifique à l'étape 16⁶⁶, les auteurs effectuent des préconisations autour du déroulement de l'*activité* de découverte. Certaines concernent des marges de manœuvre liées à un déroulement *a priori* (mode de travail, répartition des épisodes de travail, etc.), d'autres à un déroulement effectif (procédures des élèves, etc.). Nous allons voir que ces préconisations peuvent orienter les décisions possibles des enseignants autour des marges de manœuvre et des alternatives existant autour de l'*activité*. Elles peuvent aussi en créer de nouvelles. Elles concernent notamment la possibilité d'utiliser une « *activité* préparatoire de découverte », la lecture du texte (qui doit être faite en classe) et le déroulement des mises en commun. Les orientations données par les auteurs doivent être prises en considération car elles permettent de préciser les alternatives autour de l'*activité* pour les enseignants ayant lu l'accompagnement mais aussi de déterminer ce qui est attendu par les auteurs.

Préconisations autour de la prescription de la situation

Dans un premier temps, les auteurs rappellent que le manuel de CM1 propose une « *activité* préparatoire de découverte »⁶⁷ qui constitue une situation de communication autour des mesures de longueurs. Ils ajoutent toutefois ne pas juger nécessaire l'utilisation de cette *activité* préparatoire de découverte au CM2.

⁶⁶ Cf. Annexes A.

⁶⁷ Les « *activités* préparatoires de découverte » correspondent à des situations de communication ou de jeux pouvant supposer l'utilisation de matériel et nécessitant une organisation spécifique du travail.

« Faire tracer aux élèves un segment [AB] sur une feuille, puis donner une bande unité. Demander à chaque élève d'écrire un message afin de permettre à un autre élève de construire un segment de même longueur sans le mesurer avec une règle graduée. »

Cette proposition des auteurs constitue une nouvelle alternative possible autour de la mise en œuvre. Elle s'ajoute à celles directement liées à l'*activité* proposée dans le manuel. Les enseignants peuvent en effet décider d'utiliser ou non cette *activité* préparatoire pour introduire l'*activité* de découverte. La réalisation en classe de cette situation de communication peut modifier les marges de manœuvre lors de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte étudiée. En travaillant d'abord sur cette *activité* préparatoire, les élèves vont se familiariser avec les mesures de segment à l'aide d'une bande unité. La dévolution de l'*activité* de découverte devrait s'en trouver facilitée. En effet, celle-ci constituera une reprise d'un premier travail effectué par les élèves. Le pliage de la bande et la technique de mesure des segments auront été vus en amont, ce qui, lors de la mise en œuvre de l'*activité*, peut dispenser les enseignants de faire un retour là-dessus.

Dans un deuxième temps, les auteurs font des préconisations concernant la lecture du texte. Ils proposent que les premières lignes et celles de la « bulle du Furet » soient lues silencieusement puis que cette « bulle du Furet » soit commentée et simulée. Ce mode de lecture est lié à cette *activité* particulière. D'après l'analyse *a priori*, la lecture du texte introductif permet la mise en place d'un certain milieu dans lequel les élèves peuvent être amenés à travailler et la lecture commentée et la simulation de la « bulle du Furet » permettent un retour aux écritures fractionnaires simples en fonction du partage de l'unité (en pliant la bande unité en trois parties égales, on obtient des tiers).

Les propositions des auteurs liées à l'utilisation de l'*activité* préparatoire de découverte et à la lecture du texte peuvent donc ajouter des alternatives autour de l'*activité* du manuel (utilisation possible d'une *activité* préparatoire de découverte qui n'existe pas dans le manuel de CM2) ou orienter les choix des enseignants autour de celles qui peuvent exister (précision sur la façon de « lire » le texte). Cependant, si un mode lecture est préconisé avec commentaires et simulation, la nature des commentaires à effectuer n'est pas précisée. Il

reste donc ici des alternatives pour les enseignants autour des commentaires liés à la « bulle du Furet ».

Préconisations autour du mode de travail des élèves

Les auteurs proposent ensuite un travail individuel (et non en binômes ou en groupes) sur chaque question. Le mode de travail des élèves lors des épisodes de recherche est donc aussi orienté. Il avait été défini comme une marge de manœuvre générale pour les enseignants, liée à l'exercice de leur métier. La préconisation faite dans l'accompagnement du livre du professeur peut orienter le choix des enseignants autour de cette marge de manœuvre.

Préconisations autour des épisodes de mise en commun

Pour les différentes questions proposées, les auteurs indiquent l'intérêt de faire une mise en commun ou une « mise au point collective »⁶⁸. Ils font des préconisations liées aux marges de manœuvre générales (recensement et explicitation des procédures) mais aussi des préconisations liées à l'*activité* (sur l'équivalence et l'égalité des écritures des mesures). Les connaissances en jeu dans les différentes questions sont alors pointées par les auteurs du manuel. La mise en commun de la question 1 porte sur les procédures de mesures des segments. Les auteurs recensent certaines procédures envisageables dont le pliage de la bande unité mais aussi l'utilisation d'un calque, du compas pour effectuer les reports, d'une estimation à l'œil. Ils suggèrent donc différents outils pour évaluer les mesures des segments. Le livre de maître ne laisse donc aucune alternative pour ce qui est de la connaissance en jeu dans cette question, mais ouvre différentes possibilités autour du matériel à utiliser. La mise en commun de la question 2 porte à nouveau sur les procédures de mesure mais aussi sur les équivalences de mesure, pour peu qu'elles apparaissent à ce moment là. Pour la question 3, les auteurs suggèrent une mise au point collective et non plus une mise en commun. Celle-ci doit aboutir à l'égalité $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$. Dans l'accompagnement, on voit donc disparaître l'unité. C'est alors le cadre numérique qui semble être favorisé pour la mise au point et qui entraîne une certaine décontextualisation de la connaissance en jeu.

⁶⁸ La différence pouvant exister entre les mises en commun et mises au point collective sera préciser dans le paragraphe suivant : analyse en termes de niveaux de situation.

En conclusion sur les préconisations des auteurs

Certaines marges de manœuvre générales et alternatives liées à l'*activité* de l'étape 16 peuvent être complétées, orientées ou réduites par l'accompagnement proposé dans le livre du professeur. Dans le tableau ci-dessous, nous répertorions les différents observables et indicateurs retenus et les modifications ou orientations de ces dernières en fonction de l'accompagnement du livre du professeur.

Observables	Modification possible des alternatives en fonction des préconisations des auteurs
Observables en amont de la mise en œuvre	
Lecture de l'accompagnement	×
Existence d'une analyse <i>a priori</i> de la part des enseignants	×
Observables généraux liés aux marges de manœuvre	
Répartition des différents épisodes	Réduction des marges de manœuvre possibles pour la répartition possibles des épisodes : Prescription/ Travail individuel/mise en commun/ Travail individuel/mise en commun/ Travail individuel/mise au point collective
Mode de travail des élèves	Réduction des marges de manœuvre possibles : Travail individuel
Temps de travail individuel des élèves et part d'initiative	Réduction des marges de manœuvre possibles : Temps accordé important (chapitre sur le déroulement des <i>activités</i> de découverte en général), « les élèves doivent savoir qu'ils peuvent prendre des initiatives, choisir leurs « outils » et leurs méthodes, en changer si cela leur paraît nécessaire » ⁶⁹
Aides apportées aux élèves par l'enseignant	<ul style="list-style-type: none"> - « simple reformulation du but à atteindre ; - apport d'éléments d'aide pour la résolution ; - réduction éventuelle de la tâche en en gardant

⁶⁹ Toutes les citations du tableau proviennent du chapitre du livre de maître concernant les préconisations pour le déroulement des *activités* de découverte du manuel (Annexes A)

	toutefois l'enjeu principal »
Prise en compte du déroulement effectif	« L'enseignant (...) note au tableau ce qui est dit en veillant à ne pas anticiper sur les procédures des élèves et amène ceux-ci à mettre au point ce qui pourra être la trace écrite de la résolution. »
Phase de validation ou d'évaluation	Validation
Recensement et explicitation des procédures	« Si plusieurs procédures sont envisageables pour répondre à la question, une mise en commun est souvent souhaitable pour que les élèves, avec l'aide du professeur, prennent connaissance de ces procédures, les argumentent, les comparent, les valident ou les rejettent. (...) les élèves donnent leurs propositions, explicitent les procédures utilisées et les justifient.»
Elèves sollicités lors des phases de travail collectif et de mise en commun	
Temps de parole accordé aux élèves lors des mises en commun, synthèse	Important pour présenter et expliciter les procédures : « moment d'échanges et de discussion entre les enfants favorisant l'apprentissage »
Observables liés à la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16	
Savoirs en jeu	Codage fractionnaire, écritures complexes, égalité d'écritures
Utilisation de l'activité préparatoire de découverte	Ajout d'une alternative puis réduction : non nécessaire d'utiliser cette activité préparatoire.
Mode de lecture du texte introductif et de la bulle du Furet	Lecture silencieuse puis commentée et simulée pour la proposition du Furet
Mode de construction de la bande unité	Non indiqué
Gestion de l'apparition de plusieurs réponses à la question 1	Non indiqué
Passage à l'équivalence des écritures pour la question 2	Oui, si elles apparaissent
Cadre utilisé pour la question 2 et la question 3 (mesures, numérique, autre)	Non précisé si ce n'est pour la mise au point collective dans un cadre numérique
Passage à l'égalité des écritures pour la question 3	Oui

Tableau 5 : Observables et modifications en fonction du livre du professeur

Si les enseignants suivent pas à pas le manuel et les indications⁷⁰ du livre du professeur, on constate qu'il ne leur reste quasiment aucune marge de manœuvre ou alternative pour la mise en œuvre. En effet, le livre du professeur donne des indications autour de presque toutes les alternatives ou marges de manœuvre existant pour la mise en œuvre. En les prenant en compte, les seules variations possibles correspondent : au fait d'utiliser ou non l'*activité* préparatoire de découverte (encore que les auteurs ne le jugent pas nécessaire), à la gestion de l'apparition de plusieurs réponses à la question 1, à la gestion (au choix) des cadres de résolution et enfin au choix des élèves sollicités lors des phases de travail collectives (lecture commentée, mises en commun, synthèses). Un déroulement de l'*activité* prenant en compte toutes les indications du manuel et du livre du professeur est donc très dirigé par les choix des auteurs. La question reste de savoir si une mise en œuvre en fonction d'autres gestes professionnels permettrait de conserver les caractéristiques des *activités* en termes de nature et de problématisation des savoirs.

⁷⁰ Ici, on prend en compte les indications sur le déroulement d'une *activité* de découverte quelconque et liées à l'accompagnement de cette *activité* particulière.

Différents types de pratiques des enseignants

Dans ce paragraphe, nous présentons le résultat de l'analyse comparative des pratiques autour de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 16 du manuel *Euromaths*.

Une première catégorisation des pratiques

Le découpage en épisodes, du déroulement de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 16, est présenté dans le tableau ci-dessous⁷¹. Ces épisodes correspondent à ce qui est proposé par les enseignants avant la découverte, à la prescription de la tâche aux élèves, au travail sur Q1, sur Q2, sur Q3 et à ce qui est proposé à la suite de ces questions et avant le début du travail sur l'exercice suivant la découverte. La durée de chaque épisode et la durée totale de la mise en œuvre de la découverte y sont précisées. A partir de ce premier découpage, on établit deux groupes d'enseignants.

En effet, on remarque des différences de mise en œuvre suivant les enseignants au niveau de la répartition des épisodes et du temps accordé à chacun d'eux. L'enseignante D propose un épisode de prescription de la tâche d'une durée de 32 minutes (soit environ 45% de la durée totale de la séance ou 50% du temps de travail sur l'*activité*⁷²). L'enseignante E en propose quatre (dont deux de travail collectif) d'une durée de 46 minutes (soit 35% du temps total). Ces deux enseignantes mettent donc en place des épisodes de prescription très long. Les enseignants A, B et C proposent de leur côté des épisodes de prescription de respectivement, trois, huit ou sept minutes (soit respectivement environ 4% de la durée totale de la séance ou 7% du temps de travail sur l'*activité* pour l'enseignant A, 11% du temps de la durée totale de la séance pour l'enseignante B et 12,5% pour l'enseignante C).

La répartition des épisodes de travail individuel et collectif n'est la même chez aucun des enseignants. Cette marge de manœuvre est donc investie différemment par chacun d'entre eux.

⁷¹ Le découpage a été effectué à partir des retranscriptions des séances qui sont présentées en annexe (Annexes B. 2.).

⁷² Les séances incluent les épisodes 0 qui ne sont pas à proprement parler des épisodes de travail sur l'*activité* mais qui s'y rapportent. Ils peuvent ou non être pris en compte dans le temps de travail sur l'*activité*.

DEROULEMENT DECOUVERTE ETAPE 16					
Durée de la séance	Enseignant A (2 séances, 1h08)	Enseignante B (1 heure 10)	Enseignante C (56 minutes)	Enseignante D (1 heure 12)	Enseignante E (3 séances, 2 heures 9)
Avant la découverte	Episode 0 : <i>Activité</i> préparatoire de découverte (23 minutes)			Episode 0 : Rappels sur les fractions (8 minutes)	
Prescription de la tâche	Episode 1 : Prescription de la tâche (3 minutes)	Episode 1 : Prescription de la tâche (8 minutes)	Episode 1 : Prescription de la tâche (7 minutes)	Episode 1 : Prescription de la tâche (32 minutes)	Episode 1 : Prescription de la tâche (5minutes)
					Episode 2 : Mise en place d'une procédure de mesure (4 minutes) Episode 3 : Travail collectif sur la mesure de [AB] (13 minutes)
					Episode 4 : Rappels et nouvelle prescription de la tâche (24 minutes)
Travail sur Q1	Episode 2 : Travail individuel sur Q1 (12 minutes)	Episode 2 : Travail individuel sur Q1 (22 minutes)	Episode 2 : Travail individuel (par groupe de deux) sur Q1 et Q2 (17 minutes)	Episode 2 : Travail individuel sur Q1 (7 minutes)	
	Episode 3 : Mise en commun Q1 (3 minutes)	Episode 3 : Mise en commun Q1/Dévolution Q2	Episode 3 : Mise en commun Q1 /Dévolution Q2 (6 minutes)	Episode 3 : Mise en commun Q1 (6 minutes 30)	
Travail sur Q2	Episode 4 : Travail individuel sur Q2 (4 minutes)	Episode 4 : Travail collectif/individuel ⁷³ sur la mesure des autres segments	Episode 4 : Travail individuel sur Q2 (17 minutes)	Episode 4 : Travail individuel sur Q2 (1 minute 30)	Episode 5 : Travail individuel sur la mesure de tous les segments (+/- ↔ Q2) (18 minutes)
	Episode 5 : Mise en commun Q2 (2 minutes 30 + 8 minutes)		Episode 5 : Mise en commun partielle Q2 (1 minute)	Episode 5 : Mise en commun Q2 (12 minutes)	Episode 6 : Mise en commun de la mesure des segments (+/- ↔ Q2) (16 minutes)
Travail sur Q3	Episode 6 : Travail individuel sur Q3 (et exercice 1) (10 minutes)	Episode 5 : Travail collectif/individuel sur Q3	Episode 6 : Travail collectif sur Q3 (8 minutes)		
	Episode 7 : Mise en commun Q3 (1 minute 15)				
A la suite de la découverte et avant l'exercice 1		Episode 6 : Addition de fractions sur le même mode que [GH]		Episode 6 : Recopiage des réponses	Episode 7 : Travail individuel sur les réponses aux questions de la découverte (6 minutes 50) Episode 8 : Mise en commun des réponses à la découverte (7 minutes) Episode 9 : Synthèse égalité de deux écritures (14 minutes) Episode 10 : Nouvelle épisode de mise en commun (6 minutes)

Tableau 6 : Découpage en épisodes des déroulements en classe

⁷³ Par travail collectif/individuel, on entend des phases de travail collectif avec de fréquents renvois à des micro-épisodes de recherche ou de vérification individuelle.

On remarque aussi qu'une enseignante commence sa séance par des rappels sur les fractions et qu'un seul des enseignants sur les cinq propose l'*activité* préparatoire de découverte à ses élèves. Ce dernier est aussi le seul à travailler aussi avec des CM1 (Or, la situation préparatoire de découverte n'est pas donnée dans le manuel de CM2 -même si les auteurs y font référence- mais dans le manuel de CM1). Enfin, les cases laissées vides indiquent que les enseignants ne proposent pas de travailler sur une des questions données : les enseignantes D et E ne proposent pas la question 3, l'enseignante E ne propose pas non plus la question 1. L'analyse de l'*activité* a montré que la question trois était l'enjeu principal de l'*activité*. Le fait que ces deux enseignantes ne proposent pas cette question tend à faire penser que cet enjeu ne sera pas soulevé lors de la mise en œuvre de l'*activité*.

La simple lecture de ce tableau nous amène à faire un premier partage des enseignants en deux groupes. Les enseignantes D et E font partie du premier : des enseignants dont les choix semblent à première vue éloignés de ceux des auteurs puisqu'elles ne proposent pas la dernière question qui est l'enjeu principal de l'*activité*. On peut ainsi considérer que ces deux enseignantes ne suivent pas le manuel « pas à pas ». Les enseignants A, B et C font partie d'un deuxième groupe d'enseignants qui, à partir de ce découpage de l'*activité* en épisodes, semblent suivre le déroulement prévu par les auteurs. Par la suite, nous présentons les résultats de l'analyse pour les enseignants dont les choix semblent éloignés de ceux des auteurs (D et E), puis ceux pour les enseignants dont les pratiques semblent plus proches des choix des auteurs (A, B et C pour lesquels les marges de manœuvre et alternatives investies restent proches de celles préconisées par les auteurs).

Les enseignantes D et E : un écart *a priori* important avec ce qui est prescrit par le manuel

Les premiers résultats des analyses de pratiques en fonction du découpage en épisodes montrent, pour les enseignantes D et E, que la tâche réalisée en classe présente des différences avec ce qui est prescrit par les auteurs. Dans ce paragraphe les résultats des analyses de la redéfinition et de la réalisation des tâches par ces enseignantes sont développés. Ils nous permettront de déterminer la distance entre ce qu'elles proposent en classe et ce que l'on a pu déduire de la lecture du manuel.

La tâche redéfinie par un enseignant correspond en partie à la tâche prescrite aux élèves. Pour la déterminer et en particulier pour déterminer la tâche prescrite aux élèves, les différents épisodes précédant le travail individuel des élèves (ici, rappels et prescription de la tâche) ont été analysés. Ils ont d'abord été redécoupés en sous-épisodes (Cf. Tableau page suivante) et sont présentés dans un premier temps. Dans un deuxième et un troisième temps, les raisons probables de la redéfinition de la tâche par l'enseignante D et les résultats de l'analyse de la réalisation de la tâche seront détaillés.

L'enseignante D : des écarts entre tâche prescrite par le manuel et tâche redéfinie et réalisée non problématique

Tâche redéfinie par l'enseignante D

L'enseignante D commence sa séance par un épisode de rappels sur les fractions usuelles : épisode 0 (Cf. Tableau 7). Elle repart de ce qui a été vu lors de l'étape précédente (étape 15 du manuel *Euromaths*) et propose de travailler avec l'outil qui a été construit. Ce geste de l'enseignante ne réduit pas la tâche prescrite par le manuel même si l'*activité* pouvait être prétexte à faire ces rappels. En effet, les auteurs suggèrent de faire un retour au « codage fractionnaire » à partir du texte de la bulle du Furet. Un des deux objectifs portés par l'*activité* ne le sera plus. Il ne disparaît pas totalement mais est pris en charge par l'enseignante indépendamment de l'*activité*.

- Episode 0⁷⁴ : Rappels sur les fractions (8 minutes/72min)
 - Sous-épisode 0.1. : Passage d'un partage à une écriture fractionnaire ;
 - Sous-épisode 0.2. : Rappel des définitions des termes numérateur et dénominateur ;
- Episode 1 : Prescription de la tâche (32 minutes/72min)
 - Sous-épisode 1.1. : Définition de l'objectif de la séance : « Aujourd'hui, on va faire des mesures. On va mesurer des segments en se servant de fractions » ;
 - Sous-épisode 1.2. : Lecture du texte introductif ;
 - Sous-épisode 1.3. : Construction et graduation collective de la bande unité en demi, tiers, quart ;
 - Sous-épisode 1.4. : Mise en place d'une procédure de résolution (poser d'abord l'unité entière, noter au crayon où elle arrive sur le segment, puis placer un demi de la bande unité et noter où elle arrive).

Tableau 7 : découpage en épisodes et sous-épisodes de ce qui se passe avant le travail individuel des élèves

La mise en place d'un épisode de rappel renvoie à l'idée de réinvestissement d'un cycle à l'autre de l'enseignement des fractions à partir duquel le processus du manuel est construit. L'enjeu principal de l'*activité* n'est pas modifié par cet épisode.

Suite à l'épisode de rappels, l'enseignante prescrit une tâche aux élèves (épisode 1). Elle réduit la première question à un exercice de reproduction, notamment en proposant aux élèves de graduer la bande unité en demi, tiers et quart : les demis sont notés en rouge, les quarts en bleu, les tiers en vert (sous-épisode 1.3.). Une bande plus grande que celle des élèves est utilisée par l'enseignante pour que chacun puisse voir ce qu'elle fait et le reproduire. L'existence de cette bande révèle la préparation effectuée en amont. L'enseignante vérifie ensuite l'exactitude des graduations des bandes des élèves. Ce sous-épisode de construction et de graduation de la bande unité dure 29 minutes sur 72 au total pour le travail sur cette *activité*. Il montre l'importance que l'enseignante porte au fait que chaque élève ait un outil adapté pour mesurer les segments. Ce geste peut être imputé au fait que l'enseignante a déjà proposé plusieurs fois cette *activité* (elle utilise le manuel pour

⁷⁴ L'épisode 0 correspond à un travail qui n'a pas directement lieu sur l'*activité* mais qui fait partie de son introduction.

la troisième fois). L'utilisation d'une bande plus grande et la construction de l'outil de mesure peuvent être liées à des difficultés rencontrées les années précédentes. En effet, dans les autres classes, il arrive que les élèves ne graduent pas la bande comme il le faudrait pour réaliser la première question de l'exercice.

Ces gestes semblent aussi très liés au type de pratique de l'enseignante qui, nous le verrons tout au long de l'analyse de la mise en œuvre, contrôle la réalisation de l'*activité* dans les détails et laisse peu de place à l'improvisation lors de sa séance.

Lors de ce sous-épisode de graduation de la bande unité, l'enseignante ne fait pas de retour au codage fractionnaire en fonction du partage de la bande. Ce qui constituait le premier objectif des auteurs pour cette *activité* ne semble pas en être un pour cette enseignante. La graduation de la bande pourrait cependant être vu comme exercice d'application lié à la redéfinition du codage fractionnaire.

Enfin, lors de ce premier épisode, l'enseignante propose une procédure de résolution et explicite la technique de mesure (sous-épisode 1.4.), ce qui réduit la question Q1 à un exercice de reproduction.

En conclusion sur la tâche redéfinie

La redéfinition de la tâche (ici de la question 1) par cette enseignante va donc dans le sens d'une réduction des difficultés matérielles (graduation de la bande) mais aussi d'une réduction de la part d'initiative des élèves qui n'ont pas à trouver comment utiliser la bande (graduation en amont de l'exercice) ni à choisir une procédure pour trouver le segment de Leïla (l'enseignante propose de poser d'abord l'unité u , puis la moitié de u , etc.).

De plus, à partir de ce découpage des deux premiers épisodes de travail sur l'*activité* de découverte de l'étape 16, on remarque que la proportion que prennent les épisodes de rappel et prescription (55% de durée total de la séance) et leur enchaînement va dans le sens d'une pratique qui laisse peu de place à l'improvisation et peu de part d'initiative aux élèves. A un niveau plus global, on retrouve l'idée de réinvestissement d'un outil explicite (ici les fractions simples) d'une séance à l'autre.

Redéfinition⁷⁵ de la tâche par l'enseignante D

La redéfinition opérée par cette enseignante semble liée à une modification des objectifs ou enjeux liés à cette *activité* et à la réalisation de la tâche prévue par l'enseignante *a priori*.

Redéfinition de la tâche en fonction des objectifs de l'enseignante

L'objectif donné aux élèves par l'enseignante est ici de mesurer des segments : « Aujourd'hui, on va faire des mesures, on va mesurer des segments en se servant de fractions ». Lors de cette *activité*, il s'agit bien de mesurer des segments. En reformulant l'*activité* de cette façon l'enseignante ne la modifie pas. Elle ne modifie pas non plus l'objectif explicite pour les élèves. En effet, celui du manuel⁷⁶ était de « se réappropriier le codage fractionnaire dans des situations de partage de longueurs ». Or, le fait d'utiliser des fractions pour mesurer des segments peut correspondre à une forme d'appropriation du codage fractionnaire. On peut penser qu'en reformulant la tâche de cette façon l'enseignante cherche à ne pas révéler son intention didactique. Elle permet à la situation d'apprentissage d'exister.

Seulement, cet objectif ne semble pas porteur des mêmes enjeux chez l'enseignante et chez les auteurs. Les enjeux repérés dans le manuel correspondaient à faire le lien entre partage et fractions, à revoir la signification d'expressions complexes et à montrer l'égalité d'écritures fractionnaires et complexes.

Chez cette enseignante le premier objectif apparaît lors d'un échange ayant lieu lors de l'épisode de rappel, avant le travail sur l'*activité*, puisque la relation partage/écritures fractionnaires y est revue.

Extrait 2

P : C'est quoi une fraction ? Pas tous à la fois.

[...]

Julie : Un partage.

P : Un partage... On précise un petit peu ? Peut-être en donnant un exemple si c'est plus facile pour vous... C'est moi qui vais le donner alors ? Par exemple tiens, un cinquième.

⁷⁵ Dans le paragraphe ci-dessus, nous avons déterminé la tâche redéfinie, dans ce paragraphe, ce sont les mécanismes de redéfinition de la tâche que nous cherchons à éclairer.

⁷⁶ Cet objectif est donné dans le livre de l'élève, il lui est donc accessible.

Qu'est ce que c'est ça, par rapport à ce que vous venez de me dire, c'est quoi. J'ai entendu, c'est un partage [...]

Manon : Une part sur cinq.

P : Alors, ça veut dire que tu fais quoi ? J'ai une unité. Qu'est ce que j'en fais de cette chose ?

Emma : On coupe en cinq parties égales.

[...]

P : Et puis, un cinquième, qu'est ce qui m'intéresse ?

Toy : Bin, on en prend une.

P : Une partie, une part. Sur ces cinq parts égales. Très bien. Heu... Maintenant... [...] Alors, maintenant, un rappel sur l'écriture de la fraction. [...] Alors, le chiffre qui est dessous représente quoi ? Vous l'avez dit tout à l'heure. Quentin ?

Quentin : Le nombre de partage.

P : Le nombre de parts. Hein, quand on fait des parts égales. Et le nombre, le chiffre qui est au-dessus du trait ...? Aude.

Aude : Combien de parts.

P : Combien on prend de parts. C'est ce qui nous intéresse.

L'enseignante ne semble pas avoir conscience que l'*activité* peut être porteuse du retour aux fractions en fonction du partage de longueurs. Toutefois, nous avons déjà démontré que cela ne modifiait pas l'enjeu principal de l'*activité*.

Le deuxième objectif qui correspond à réviser la signification d'expression complexe ne peut pas disparaître puisque l'utilisation de l'*activité* amène les élèves à les utiliser.

L'enjeu lié à la dernière question de l'*activité* n'est pas abordé en classe. Il semble que ce soit par manque de temps puisque la séance se termine après la question 2, au moment où la cloche sonne la pause. De plus, à partir de ses préparations, il ne semble pas que l'enseignante ait prévu de supprimer cette question. Certaines égalités d'écritures sont abordées lors de la deuxième question pour des fractions inférieures à 1 (par exemple $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$).

La redéfinition effectuée par cette enseignante, en fonction de ses objectifs, ne modifie pas radicalement l'*activité* du manuel. Les objectifs sont quelque peu réduits puisque l'enseignante ne se sert pas de l'*activité* pour faire un retour au codage fractionnaire et n'aborde pas l'équivalence entre une écriture complexe et une écriture fractionnaire. Cependant, les écritures complexes sont utilisées et certaines égalités entre une écriture fractionnaire inférieure à un et une somme de fractions sont abordées.

Redéfinition de la tâche en fonction de sa réalisation a priori

Lors du sous-épisode 1.4., l'enseignante modifie la question 1 en proposant aux élèves une procédure de résolution. Lors de l'échange suivant, elle suggère en effet qu'il va falloir vérifier pour chaque segment s'il correspond à celui mesuré par Leïla.

Extrait 3

P : Et, on va vouloir vérifier, un u plus un demi de u plus un tiers de u . Quentin ?

Quentin : On prend la bande d'unité u . On la pose sur un segment...

P : Attends, on est à chercher comment trouver les graduations qui nous intéressent. Pour l'instant je n'ai aucune graduation. C'est comme si j'avais un double décimètre sans graduations pour mesurer un segment. C'est pareil. Là, je veux mesurer les segments et j'ai simplement ça... Damien ?

Damien : (inaudible)

P : Je mets un trait à la fin de la bande sur les segments. Là, il est en train de nous expliquer comment il va s'y prendre. Est-ce que vous êtes d'accord ? Il dit qu'on pose la bande sur les segments. Et puis, il dit on met un trait pour voir la mesure de la bande sur le segment. On est d'accord. Oui, on est d'accord, et alors, ça nous donnera quoi ce petit trait au bout de la bande. Qu'est-ce que ça va nous donner ?

Alicia : La longueur de u .

P : Une fois u , voilà, sur le segment. Et puis, après ?

Damien : On a besoin de $1/3$.

P : Ah bé oui ! Tu vas avoir besoin de un tiers Damien. C'est bien, oui, tu vas avoir besoin d'un tiers ! Et puis même de quoi ?

Damien : De un demi.

L'enseignante propose une procédure pour retrouver le segment de Leïla alors qu'il était possible d'en utiliser d'autres. Les élèves n'ont plus la possibilité d'utiliser un compas ou du papier calque pour le retrouver. Ils ne peuvent plus utiliser la procédure qui consisterait à mesurer tous les segments. Lors de la mise en commun, l'enseignante confirme que cette dernière procédure n'était pas attendue.

Extrait 4

P : Alors, [GH]. Qui a quelque chose à répondre à Clément, au niveau du [GH]. Je pense à Quentin au fond qui peut lui répondre quelque chose. Pour le [GH]... Parce que Quentin, lui, il a donné toutes les mesures exactes de tous les segments. Alors qu'on ne lui demandait pas pour l'instant. C'est pas toi qui l'as fait Quentin ? Si. Alors le [GH], réponds à Clément tout de suite.

L'analyse *a priori* de cette *activité* a révélé que, sans utiliser d'autre matériel que la bande unité, deux procédures de résolution étaient envisageables : celle que l'enseignante propose -vérifier pour chaque segment s'il mesure $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}$ ou bien une procédure où il s'agirait de trouver la mesure de chacun des segments. En imposant sa procédure, il semblerait que l'enseignante s'assure que les élèves ne mesureront pas les autres segments et qu'elle pourra alors proposer la question 2. Tout se passe comme si le fait d'imposer une procédure de résolution permettait à l'enseignante d'en contrôler la réalisation. Elle s'assurerait ainsi que tous les élèves travaillent de la même façon et qu'ils ne répondent pas à une question à laquelle ils doivent être confrontés plus tard. Dans les autres classes (celles des enseignants A, B, C et E), les élèves utilisent l'une ou l'autre des procédures. Dans chacune d'elles quelques élèves ont donc déjà répondu à la question 2 avant même qu'elle ne soit posée. Or, cela peut poser des problèmes de rythme puisque certains élèves prennent de l'avance dès le début du travail sur l'*activité*.

Tout se passe comme si l'enseignante D suivait de manière très stricte ce qui est demandé dans le manuel. Elle a déjà utilisé deux fois cette *activité* auparavant et on peut faire l'hypothèse que le choix qu'elle fait d'imposer une procédure de résolution à ces élèves est délibéré. Il pourrait découler d'une intention de contrôler l'avancée du temps de la séance ou d'une interprétation de la part de l'enseignante qui penserait que si les auteurs demandent de mesurer tous les segments lors de la question 2 alors ils ne sont pas censés

être mesurés plus tôt⁷⁷. On retrouve ici l'idée que cette enseignante exerce un contrôle très précis de ce qui se passe lors du déroulement de la séance, laissant peu de part d'initiative aux élèves.

En conclusion sur la redéfinition de la tâche par l'enseignante D

A partir de cette analyse des épisodes de rappel et de prescription de la tâche on peut déduire que l'enseignante a passé du temps à préparer sa séance, ce qui lui permet d'en garder le contrôle (rythme, ordre des questions) à tout moment. La redéfinition de la tâche a été réfléchie et correspond à une réduction de la tâche prescrite aux élèves. Elle ne leur laisse que peu d'initiative. Cependant, l'*activité* n'en est pas radicalement modifiée.

La redéfinition de la tâche par cette enseignante présente une certaine cohérence avec ses pratiques puisque ses objectifs, les modifications apportées à la tâche et la forme de sa séance vont tous dans le même sens, celui d'une pratique où l'enseignante garde le contrôle de la réalisation de la tâche qui lui est prescrite. Elle réduit alors au minimum les initiatives possibles *a priori* pour les élèves à partir de la tâche qui leur est prescrite par le manuel. Les écarts entre cette dernière et la tâche prescrite aux élèves par l'enseignante semblent donc être liés au fait qu'elle garde toutes les responsabilités et ne laisse qu'une part d'initiative réduite aux élèves, et ce afin de contrôler la réalisation de sa propre tâche.

Une réalisation de la tâche redéfinie cohérente avec le type de pratiques de l'enseignante

L'enseignante prescrit une tâche dont elle peut contrôler la réalisation. De plus, elle parle beaucoup. Le temps de parole moyen des élèves lors des épisodes de mise en commun est d'environ 12% (nombres de mots prononcés par les élèves / nombres de mots prononcés au total). Les modifications qui peuvent être apportées à la tâche lors de sa réalisation en classe sont donc réduites car il y a très peu de rétroactions venant des élèves. Par exemple, lors de l'épisode de mise en commun de la question 1 l'enseignante évalue les réponses. Dans l'échange suivant, elle valide la bonne réponse puis évalue indirectement une deuxième réponse en demandant à un élève dont elle a vu le travail de rejeter la réponse d'un autre.

⁷⁷ Cette interprétation est propre à cette enseignante. Alors que la question 1 est posée de manière à ce que les élèves mesurent les segments sous la forme d'une écriture complexe, la question 2 n'est là que pour permettre la routinisation de cette technique : le fait que les élèves mesurent tous les segments lors de la résolution de la question 1 n'apparaît pas problématique *a priori*.

Extrait 5

Toy : [EF].

P : [EF]. D'accord. Qui a trouvé autre chose que [EF] ? Clément ?

Clément : [GH].

P : Alors, [GH]. Qui a quelque chose à répondre à Clément, au niveau du [GH]. Je pense à Quentin au fond qui peut lui répondre quelque chose. Pour le [GH]... Parce que Quentin, lui, il a donné toutes les mesures exactes de tous les segments. Alors qu'on ne lui demandait pas pour l'instant. C'est pas toi qui l'as fait Quentin ? Si. Alors le [GH], réponds à Clément tout de suite.

Quentin : Heu, non.

P : Non. Combien tu as trouvé pour [GH] ?

Quentin : Ca fait 1u et $\frac{3}{4}$.

L'enseignante choisit donc une gestion de l'apparition de plusieurs réponses pour la question 1 sous la forme d'une évaluation et empêche l'apparition d'une situation de formulation ou de validation. L'analyse *a priori* et la définition des alternatives autour de cette question a montré que différentes gestions de cette mise en commun étaient possibles. Cependant, les élèves ne peuvent pas valider leurs résultats par eux-mêmes pour cette question. Pour palier à une évaluation des réponses, le seul moyen aurait été de modifier l'organisation prévue du déroulement et de renvoyer les élèves à un travail individuel ou collectif pour retrouver le bon résultat. Une telle gestion ne semble pas aller dans le sens de la pratique de cette enseignante qui garde le contrôle d'une réalisation prévue *a priori* et qui laisse peu de responsabilité aux élèves. Les tâches des élèves et de l'enseignante ne sont donc pas modifiées en fonction du déroulement effectif.

La question 1 est réduite par l'enseignante en fonction d'une redéfinition *a priori*. Au contraire la question 2, qui correspond à la routinisation de la technique de mesure mise en place lors de la question 1, n'est pas modifiée. Ceci certainement parce qu'elle va dans le sens de la pratique de l'enseignante. Il s'agit en effet d'un exercice de reproduction de ce qui a été fait lors de la question 1. Les élèves ont à réutiliser la technique donnée par l'enseignante pour mesurer les autres segments.

La question 2 implique l'apparition de plusieurs écritures de la mesure d'un même segment. Pour cette question l'enseignante reste ouverte aux propositions des élèves puisqu'il peut y avoir plusieurs réponses justes mais elle « préfère » certaines écritures à d'autres. Elle ne cherche plus à évaluer les réponses et demande aux élèves de participer, les renvoyant au milieu matériel (graduations sur la bande) pour vérifier l'équivalence de deux écritures. Dans l'échange suivant, on voit dans les dernières lignes que l'enseignante reprend quand même le contrôle et ne laisse pas le temps aux élèves d'aller jusqu'au bout de leur explication. C'est elle qui finit par « démontrer » l'égalité des deux écritures, ce qui va toujours dans le sens d'une pratique où l'enseignante garde l'essentiel des responsabilités de la construction de la connaissance.

Extrait 6

Oriane : C'est u plus un demi de u plus un quart de u .

P : Qui n'est pas d'accord avec la mesure de... d'Oriane ? u plus un demi de u plus un quart de u ? Alors, voyons, Manon, qu'est-ce qu'elle nous a trouvé ?

Manon : u plus trois quarts.

P : u plus trois quarts de u . Alors, j'ai Oriane, u plus un demi de u plus un quart de u ... u plus $\frac{3}{4}$ de u . Alors, qu'est-ce que vous en pensez, qui a tort et qui a raison ? [...]

Rémi : Les deux.

P : Les deux. Pourquoi les deux ont raison ?

Rémi : Parce que u plus un demi de u plus ...

P : Alors, il sait que les deux ont raison mais il ne sait pas l'expliquer. Lucas ?

Lucas : Un demi c'est deux quarts.

P : Un demi nous dit Lucas, c'est deux quarts, vérifiez sur la bande si c'est bien vrai ce que dit Lucas. Est-ce que un demi c'est bien deux quarts. Regardez tous votre bande et regardez bien comment... Qui se rappelle comment on avait fait pour obtenir le quart. Vous vous rappelez comment on avait fait pour obtenir la graduation du quart. Qu'est-ce qu'on avait fait ? Quentin ?

Quentin : On avait fait la bande en deux et on avait replié.

P : On avait plié dans le demi et on avait encore plié en deux ? C'est-à-dire qu'on avait deux quarts hein, dans le demi. Vérifiez, si vous avez bien deux graduations de quart pour faire un demi. Ca marche ? Est-ce que ça marche sur votre bande. Est-ce que c'est véritablement

égal ?

Es⁷⁸ : Oui.

P : Très bien. Donc, on a ici un demi, c'est-à-dire deux quarts plus un quart. Deux quarts plus un quart ça fait...Ca fait ? Trois quarts. Alors, on peut écrire le plus simple, si on veut, ou on peut écrire, si on préfère avoir la décomposition, un demi de u plus un quart de u.

L'enseignante, tout en gardant la contrôle de la réalisation et une grande partie de la responsabilité de la construction de la connaissance est ici plus proche de ce qui est prescrit par le manuel. Alors qu'elle n'avait pas effectué de recensement des résultats pour la première question, lors de cette mise en commun, elle laisse la possibilité aux élèves de présenter ce qu'ils ont trouvé. Et, contrairement à ce qui s'était passé lors de la mise en commun de la question 1, elle n'effectue pas directement une évaluation des réponses des élèves. Ils se retrouvent alors dans une situation de formulation.

Pour une question ouverte, c'est-à-dire pour laquelle plusieurs réponses justes peuvent apparaître, l'enseignante laisse une part d'initiative aux élèves et prend en compte les différents résultats justes. En revanche pour des questions comme la première de l'*activité* pour laquelle une seule réponse juste est possible, elle ne laisse pas aux élèves la possibilité de proposer des résultats faux et de discuter de la validité de leurs résultats. Pour ce type de question, il est difficile à dire si cela est dû à la pratique de l'enseignante ou au fait que les résultats ne peuvent pas être validés par les élèves. Dans des conditions où les élèves auraient pu valider eux-mêmes les résultats, peut-être que l'enseignante leur aurait laissé la possibilité de proposer des résultats faux.

Quelles conclusions sur la mise en œuvre de l'*activité* par cette enseignante ?

La redéfinition et la réalisation de l'*activité* par cette enseignante entraîne une perte de certains éléments qui font l'intérêt de cette *activité* (peu de responsabilités aux élèves, réduction à un exercice de reproduction) mais elle n'est pas radicalement modifiée et certains de ses objectifs sont repris par l'enseignante (écritures complexes et équivalences

⁷⁸ Dans les retranscriptions de séances, on note Es quand les élèves répondent collégalement et E quand l'élève qui parle n'a pas pu être identifié sur l'enregistrement.

d'écritures). Pour garder le contrôle de la réalisation de l'*activité*, l'enseignante balise d'autant plus une *activité* déjà très dirigée.

On est dans le cas d'une pratique qui laisse peu de responsabilités aux élèves mais qui, appuyée sur des tâches ouvertes (pour lesquelles différents résultats sont possibles) aux enjeux explicites⁷⁹, laisse encore des possibilités intéressantes. L'objectif de la séance (prévu par les auteurs) qui était de faire un retour aux écritures fractionnaires, peut être considéré comme ayant été abordé (il est difficile de savoir s'il a été atteint étant donné le peu de retour de la part des élèves). Les élèves se familiarisent avec l'utilisation des fractions et avec les écritures complexes, bien qu'aucun retour sur le lien entre partage et écritures fractionnaires n'ait lieu pendant le travail sur l'*activité*. Ce lien est cependant évoqué lors du premier épisode de la séance (épisode de rappels avant le travail sur la situation).

Les élèves sont confrontés à une situation d'apprentissage pour laquelle les différents niveaux de situation existent, mais leurs responsabilités sont réduites au minimum : la prescription de la tâche est longue et détaillée, ils ont un temps de recherche très court sur des tâches de reproduction, un temps de recherche très court et peu de temps de parole lors des épisodes collectifs et notamment de mise en commun. Sachant qu'ils parlent très peu nous avons peu d'éléments pour comprendre ce qui se passe pour eux lors de ce type de séance. Il est difficile de présager de leurs apprentissages potentiels.

L'enseignante E : des écarts entre tâche prescrite par le manuel et tâche redéfinie et réalisée problématiques

L'enseignante E redéfinit la tâche en plusieurs étapes au cours de sa prescription mais aussi de sa réalisation. Pour comprendre quelle est la tâche qu'elle prescrit aux élèves, nous présentons ci-dessous les épisodes précédant l'épisode de recherche individuelle des élèves (Tableau 8).

⁷⁹ Ici, il s'agit d'une situation explicite lors de son déroulement, car les enjeux d'enseignement apparaissent à partir des résultats obtenus par les élèves. La seule lecture de la situation par l'enseignant peut ne pas suffire à faire ressortir ces enjeux.

- Episode 1 : Prescription d'une première tâche correspondant à mesurer tous les segments
- Episode 2 : Mise en place d'une technique de mesure
 - Sous-épisode 2.1. : Constatations (sur la bande unité qui est « plus petite » que les segments⁸⁰)
 - Sous-épisode 2.2. : Mise en place d'une technique de mesure des segments
- Episode 3 : Travail collectif sur la mesure de [AB]
- Episode 4 : Rappels et nouvelle prescription de la tâche

Tableau 8 : Découpage en épisode et sous-épisodes

Une première redéfinition en fonction des rétroactions de l'activité sur l'enseignante au cours de la mise en œuvre

La première étape de la redéfinition de la tâche par l'enseignante a lieu lors de l'épisode de prescription (épisode 1). Elle dépend de la lecture qui est faite du texte de l'activité et de la reformulation qu'en fait l'enseignante. Cette première redéfinition a priori impose une procédure de résolution à la question 1 et une technique de mesure des segments. Elle modifie aussi les variables didactiques de l'activité.

Non-lecture du texte introductif et de la bulle du Furet

Lors du premier épisode du déroulement, l'enseignante demande à un élève de lire la première question⁸¹. Le texte introductif et la « bulle du Furet » sont laissés de côté. L'information concernant la mesure du segment de Leïla n'est donc pas donnée aux élèves, la possibilité et la technique pour partager la bande unité en trois non plus⁸². A l'issue de la lecture du texte et de la première prescription d'une tâche, il manque plusieurs éléments de résolution aux élèves : la mesure du segment de Leïla et sa technique, les écritures

⁸⁰ L'enseignante n'utilise pas, à ce moment là, le terme segment mais celui de droite. Il lui arrive à d'autres moments de la réalisation d'utiliser le terme segment. Cela semble impliquer que ces connaissances mathématiques ne sont pas naturelles pour cette enseignante. Il peut s'agir ici d'une contrainte qui demande à l'enseignante plus de concentration qu'à un enseignant qui maîtrise mieux ces contenus mathématiques.

⁸¹ Question 1 : Reproduis la bande de l'unité. En te servant de cette bande trouve quel segment Leïla a mesuré.

⁸² Il a déjà été précisé lors l'analyse *a priori* de la situation, que les élèves ne pensaient pas naturellement à plier la bande en trois, mais avaient tendance à plier en deux, puis encore en deux, etc.

mathématiques des fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ et l'information sur la technique de pliage d'une bande en trois parties égales.

Reformulation de l'activité

A la suite de la lecture de la question 1, l'enseignante reformule la consigne et propose aux élèves de mesurer les différents segments représentés dans le manuel.

Extrait 7

« Alors, ce que je vous propose c'est de vous donner à chacun une bande, un petit morceau de papier que vous allez découper à la taille de cette unité et vous allez donc, avec votre unité, positionner votre unité sur les dessins qui sont placés dessous, et me dire, en faisant ce travail là à deux, écrire sur le brouillon, quelle est donc la fraction correspondante à partir de mon unité u , correspondante au segment [AB], au segment [IJ], au segment [EF], etc... »

Cette reformulation semble être le fait d'une redéfinition liée à la représentation que l'enseignante se fait de l'activité dans son ensemble. Cette représentation semble *a priori* la même que celle de l'enseignante D qui explique aux élèves que le but de l'activité est de mesurer des segments à l'aide de fractions. Seulement la mise en œuvre de cette tâche de mesure de segments est différente dans les deux classes. L'enseignante E passe directement de la question qui demande de retrouver le segment de Leïla à une question qui demande de mesurer tous les segments. Contrairement à l'enseignante D, qui mettait en œuvre l'activité de manière à ce que chaque tâche soit réalisée dans l'ordre et sans outrepasser le but qui lui était assigné⁸³, tout se passe comme si l'enseignante E réduisait l'activité à ce qui lui semble être le but de cette dernière : mesurer les segments. Elle impose alors une procédure de résolution à la question 1. On se trouve dans un cas similaire à celui de l'enseignante D qui imposait aussi une procédure aux élèves. Seulement, ce n'est pas la même procédure et la redéfinition qui lui est liée n'a pas les mêmes conséquences en termes de modification de l'activité du manuel. La procédure proposée par l'enseignante D consistait à vérifier pour chaque segment s'il mesurait $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$ et nous avons vu que cela lui permettait de contrôler la réalisation de la tâche et de s'assurer que les questions étaient posées dans l'ordre. Elle investissait des alternatives propres à l'activité, réduisant la

⁸³ On a pu voir, par exemple que l'enseignante D se débrouillait pour que la question 1 n'empiète pas sur la question 2.

tâche mais ne la modifiant pas radicalement. L'enseignante E impose à ses élèves de mesurer tous les segments. Tout se passe comme si l'*activité* du manuel produisait des rétroactions sur l'enseignante. Il semblerait alors qu'elle reformule la question en fonction de la procédure qu'elle envisagerait si elle avait à répondre à cette première question. Elle réduit alors la question « Retrouve le segment mesuré par Leïla » à une question de mesure exacte de tous les segments en fonction de ces rétroactions de l'*activité*.

Une première modification de la tâche a donc lieu lors ce premier épisode de prescription. Celle-ci entraîne une modification des variables didactiques de l'*activité*. En effet, le segment [EF] qui correspond à celui mesuré par Leïla n'est pas censé être mesuré par les élèves. Dans le cas de l'*activité* du manuel, sa mesure est donnée sous la forme $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$. Les élèves ont alors à retrouver ce segment et non à le mesurer librement. Or, le fait de demander sa mesure aux élèves rajoute une variable didactique non prévue par l'*activité* du manuel. Elle peut entraîner des difficultés de gestion lors de la réalisation. L'apparition d'une autre forme d'écriture de la mesure ($1u + \frac{5}{6}u$), liée à cette redéfinition, peut être délicate à gérer. En effet, l'égalité de ces deux écritures est difficile à montrer que ce soit dans le cadre des mesures (plier une bande en 6 parts égales n'est pas évident) ou dans le cadre numérique. Cette nouvelle variable est donc à prendre en compte pour la suite de l'analyse de la mise en œuvre de l'*activité* et plus particulièrement pour l'analyse de la réalisation de la tâche redéfinie.

Enfin, lors de cette reformulation, l'enseignante demande aux élèves « quelle est donc la fraction correspondante » à chaque segment (Extrait 7 p.231), ce qui induit des mesures de segments sous une forme fractionnaire et non sous une forme complexe (qui semblait être la forme privilégiée par l'*activité* du manuel). Lors de la mise en commun de la mesure du segment [AB], trois mesures sur quatre sont données sous cette forme. On pourrait penser que c'est un choix délibéré de l'enseignante étant donné que l'un de ses objectifs concerne les propriétés des écritures fractionnaires supérieures à un⁸⁴. Elle pourrait alors vouloir faire émerger des écritures fractionnaires (en plus des écritures sous la forme complexe) afin de montrer que ces écritures fractionnaires peuvent s'écrire sous la forme d'une somme d'un entier et de plusieurs fractions et qu'elles sont donc supérieures à un⁸⁵. Pourtant, le

⁸⁴ Voir paragraphe suivant.

⁸⁵ C'est quelque chose que l'on trouve dans l'aide-mémoire *Euromaths* (Cf. Annexes A).

déroulement va à l'encontre de cette hypothèse. En effet, lors du recensement des résultats et procédures, l'enseignante s'étonne de l'apparition de résultats sous forme fractionnaire. Elle présume que la mesure a été faite sous la forme $1u + \frac{1}{2}u$ puis transformée.

Extrait 8

Samantha : Bin, on fait $\frac{3}{2}$, en fait ça fait, ça fait trois fois le demi de u.

P : Alors, c'est une très bonne réponse, toi, tu t'es dit j'ai mis mon unité entière et après j'ai mis la moitié de u...donc, une unité entière, ça fait combien une unité entière ?

Samantha : heu....

P : Alors toi, tu dis que AB, toi tu penses que AB est égal à trois demis de u.

[...]

Explique moi Samantha comment tu es arrivée au résultat $\frac{3}{2}$, voyons...Avec ton u qu'est ce que tu as fait...

Samantha : Bin, en fait j'ai plié le u en...pour que ça fasse deux moitiés...

P : Tu as divisé le u en deux parties égales, donc tu as transformé le u en une fraction sur deux...

Samantha : Et ensuite, heu j'ai posé sur [AB] et ça fait...[AB], ça fait trois fois la moitié de u.

P : Bon...Très intéressant ce que tu dis mais c'est déjà une démarche drôlement avancée au niveau des fractions, d'être partie de $\frac{1}{2}$ pour réussir à trouver $\frac{3}{2}$. Alors ta réponse est juste, maintenant, elle est costaud, très bien Samantha, vraiment heu...C'est super, je suis très épatée.

La formulation de la question de l'enseignante, lorsqu'elle demande à quelle fraction correspond chaque segment semble donc liée à un abus de langage. Ce n'est pas une mesure sous forme fractionnaire qu'elle attend des élèves. Seulement, c'est bien ce que la plupart d'entre eux ont compris et la tâche que l'enseignante leur prescrit ne correspond pas à la tâche qu'elle attend d'eux.

En conclusion sur la redéfinition de la tâche à l'issue de l'épisode 1

A l'issue de l'épisode 1, la tâche a subi une première redéfinition importante. Cette redéfinition ne semble pas avoir été prévue par l'enseignante. Elle a plutôt lieu dans l'action,

lors de la prescription de l'*activité* et de la réalisation par l'enseignante de la tâche qu'elle se représente. Tout se passe comme si à la lecture de l'énoncé, l'enseignante modifiait les questions en fonction de l'idée qu'elle se fait de la façon de les résoudre. La reformulation qu'elle fait de l'*activité* modifie un peu plus les tâches. A la suite de cet épisode, la tâche prescrite aux élèves correspond à mesurer tous les segments et non à retrouver celui de Leïla avant de mesurer les autres. De plus, la formulation de l'enseignante induit une mesure sous une forme fractionnaire et non sous une forme complexe. La distance entre la tâche prescrite aux élèves par le manuel et celle prescrite par l'enseignante est déjà grande. La nouvelle tâche après cette première redéfinition correspondrait à : mesurer les segments dont celui de Leïla, sous forme fractionnaire et sans connaissance du texte introductif.

Une redéfinition de la tâche en fonction d'un objectif propre à l'enseignante

L'épisode 2 correspond à la mise en place d'une technique de mesure. Lors de cet épisode, l'enseignante introduit de nouvelles questions. Ces dernières modifient à nouveau la tâche en fonction d'un objectif qui n'était pas prévu par le manuel ou par l'enseignante *a priori* puisque cela ne figure pas dans ses fiches de préparations (Cf. Annexes B. 1.). Il correspond toutefois à l'un des objectifs de cette enseignante pour l'enseignement des fractions tels qu'ils apparaissent dans les fiches de cours et les évaluations (Cf. Annexes B. 1.).

Ce nouvel objectif pour la séance, qui correspond à une propriété des fractions -quand le dénominateur est inférieur au numérateur alors la fraction est supérieure à 1- semble apparaître lors de la mise en œuvre de l'*activité* qui devient prétexte à introduire une des connaissances que l'enseignante compte faire acquérir aux élèves. Les différents épisodes présentés ci-dessous montrent qu'il s'agit bien d'un des objectifs d'enseignement attribués à cette séance et propre à cette enseignante.

Elle demande d'abord aux élèves « ce qu'on peut constater avant même de commencer à travailler » dans le but de leur faire remarquer que l'unité est plus petite que les droites et rejette toutes les propositions des élèves qui ne vont pas dans ce sens.

Extrait 9

P : Alors, qu'est ce qu'on peut constater avant même de commencer à travailler ? Athénaïs ?

Athénaïs : Que la bande va être coupée en deux ou en quarts ou en tiers.

P : Alors. C'est pas tout à fait ça que j'aurai voulu qu'on fasse en premier lieu, qu'est ce qu'on voit juste comme ça de visu, quand on regarde l'unité et quand on regarde les droites, qu'est ce qu'on remarque...

Océane : Que l'unité elle est plus petite que les droites.

P : Que l'unité est plus petite que les droites, d'accord, déjà.

Lors de l'épisode 3, qui consiste à recenser les mesures obtenues pour [AB], elle demande ce que les élèves peuvent retenir des mesures de la forme $\frac{6}{4} u$ et $\frac{3}{2} u$ et laisse de côté la mesure $1 u + \frac{1}{2} u$. Ces deux types d'écritures une fois mis en relation auraient pourtant permis de montrer que les fractions $\frac{6}{4} u$ et $\frac{3}{2} u$ étant égales à l'écriture $1 u + \frac{1}{2} u$, étaient alors supérieures à un. Mais, ce n'est pas tout à fait ce que veut l'enseignante. Elle veut faire dire aux élèves que si le numérateur est supérieur au dénominateur, alors la fraction est supérieure à un. Elle poursuit donc son objectif, laissant de côté les remarques des élèves qui ne vont pas dans ce sens, comme le montre l'échange suivant.

Extrait 10

P : Et tu as vu que c'était la moitié de ton unité, donc tu t'es dit c'est la moitié de mon unité. Donc, si notre logique est infaillible, $\frac{3}{2} u$, $\frac{6}{4} u$ et $1 u + \frac{1}{2} u$ sont trois fractions égales... Vous êtes d'accord ?

Es : Oui.

P : Alors, qu'est ce que je peux observer, quand je vois ça ? On va juste observer et puis après comme ça demain on pourra retravailler sur...c'est vous qui trouverez les autres réponses. Qu'est ce que je remarque ?...Tout d'abord, une question, comme ça je vais vous aider un peu. Le segment AB, est il plus grand ou plus petit que l'unité ?

E : Plus grand.

P : Il est plus grand que l'unité. (...) Donc, je constate une chose, je viens d'avoir, je garde en tête que mon segment est plus grand que l'unité, qu'est ce que j'observe de mes fractions ? Surtout de ces deux là ($\frac{3}{2}$ et $\frac{6}{4}$). [...] Qu'est ce que j'observe de mes fractions Pierre ? Qu'est

ce que je constate en les regardant ? Y'a pas quelque chose qui est différent de d'habitude ?

[...]

Justine : Y'a une solution c'est une addition de fractions.

P : C'est-à-dire, qu'est ce que tu veux dire par là ?

Justine : C'est une unité plus quelque chose d'autre.

P : Oui, mais pourquoi tu me dis addition de fractions, pour arriver à trois demis, tu penses que tu as additionné deux fractions ?

Justine : On a fait une unité plus un demi.

P : Une unité plus un demi, tu dis il y a une addition, d'accord. Ok. Maintenant on laisse ça de côté un petit peu, moi je veux qu'on observe ces deux là. Qu'est ce qu'on constate en observant $\frac{3}{2}$ et $\frac{6}{4}$.

Eléa : Le chiffre du numérateur, il est plus grand que celui du dénominateur.

P : Vous ne l'aviez pas vu ça ? Qui ne l'avait pas vu ? Eh oui, le chiffre du numérateur est plus grand que le dénominateur.

La première séance consacrée à l'*activité* se termine là-dessus et la deuxième reprend sur un rappel (forme de « cours » d'une durée d'environ 20 minutes) sur cette propriété des fractions supérieures à l'unité.

Le premier objectif que l'enseignante attribue à cette *activité* semble donc être une des « propriétés » des fractions supérieures à l'unité, c'est-à-dire la relation d'ordre entre numérateur et dénominateur pour ces dernières. La tâche est alors redéfinie dans le sens de cette nouvelle connaissance mise en jeu au moyen de l'ajout de questions sur les ordres de grandeur de la bande unité et des segments.

Réduction de la tâche redéfinie

Lors des épisodes 2 et 3 ayant lieu avant le travail individuel des élèves, l'enseignante réduit la tâche qu'elle a prescrit aux élèves et qui correspond à mesurer tous les segments. En premier lieu, elle propose une technique de mesure des segments.

Extrait 11

P : Comment je vais me débrouiller pour pouvoir mesurer ça ? Je n'ai pas droit à la règle par contre. J'ai droit à juste, à me servir de mon unité, qu'est ce que je fais ?

Claire : On la plie.

P : Je plie mon unité... ? Ah. Je la plie comment ?

Claire : En deux.

P : En deux parties...

Es : Egales.

P : En deux parties égales. Alors voyons si en la pliant en deux parties égales, je me débrouillerais à avoir...Donc, je peux faire avec mon crayon à papier [...] Je vais vous demander une chose, avec votre crayon à papier vous allez faire un petit trait discret juste à l'endroit où vous allez d'abord, dans un premier temps, positionner votre unité u, comme ça ensuite, vous allez avoir la possibilité de vous resservir de votre unité u, en la pliant et en me disant qu'est-ce que vous trouvez. Donc, qu'est ce que je vais écrire ? Je m'aperçois que ce qui reste est égal à la...

Anthony : A la moitié.

Suite à cet échange, les élèves n'ont plus à chercher comment évaluer les mesures de longueur mais seulement à reproduire ce que l'enseignante prescrit sous la forme d'une maïeutique fermée avec une élève.

L'enseignante demande ensuite la mesure que les élèves ont trouvée pour le segment [AB], puis les procédures utilisées pour arriver au résultat, cela avant même que les élèves aient eu un temps de recherche individuel. Seuls les très bons élèves qui réagissent très rapidement ont la possibilité de participer à ce recensement des procédures et à cette situation de formulation. Les différents élèves de la classe ne travaillent donc pas tous dans les mêmes contrats.

L'enseignante prescrit donc pour l'épisode de recherche individuelle une tâche qui correspond à mesurer tous les segments sachant que plusieurs procédures ont été proposées par les élèves (procédures correspondant aux mesures $1 + \frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$). La tâche est donc réduite puisque les élèves n'ont qu'à reproduire ce qui a été vu lors de l'épisode 3 de recensement des procédures. Ils ont cependant encore le choix entre plusieurs techniques

de mesure alors que l'*activité* semblait devoir amener les élèves à mesurer suivant la technique particulière de Leïla (c'est-à-dire qu'ils devaient obtenir un résultat sous la forme d'une écriture complexe). Cette tâche modifiée par l'enseignante ne garantit pas l'apparition lors de sa réalisation, de la mesure du segment [GH] sous une forme complexe ($1u + \frac{3}{4}u$ ou $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$) ce qui pourrait être un problème pour l'enjeu de la question 3. Cette dernière n'aurait plus de sens si cette écriture n'apparaissait pas. Ce problème n'est toutefois pas rencontré lors du déroulement.

La nouvelle tâche après ces nouvelles redéfinitions correspondrait à : mesurer les segments dont celui de Leïla, sous forme fractionnaire et sans connaissance du texte introductif, à l'aide de la technique présentée par l'enseignante (plier en deux, poser sur le segment, etc.) dans le but de remarquer que quand le numérateur est supérieur au dénominateur, alors la fraction est supérieure à un.

Des conséquences de la redéfinition sur les tâches des élèves

La redéfinition de la tâche par l'enseignante a des conséquences sur les tâches réalisées par les élèves. Des remarques qui vont dans le sens de l'*activité* sont ignorées, des difficultés supplémentaires apparaissent et creusent les écarts entre les élèves de différents niveaux de la classe.

Des remarques intéressantes ignorées

Lors de la réalisation de la tâche, l'enseignante ignore des remarques qui pourraient aller dans le sens de l'*activité* prescrite par le manuel. Par exemple, celle de Justine à propos de l'addition de fractions (Cf. Extrait 10 p.235) ou celle d'Athénaïs sur le partage de la bande en demi, tiers ou quart (Cf. Extrait 9, p.234). Ces élèves qui travaillaient sur la tâche prescrite par le manuel voient leurs réponses rejetées car elles ne correspondent pas à ce qu'attend l'enseignante, dans la logique de la tâche redéfinie en fonction de ses objectifs.

Des difficultés supplémentaires

Les modifications apportées créent des difficultés chez les élèves. Par exemple lorsque l'enseignante demande aux élèves ce qui peut être constaté avant même de commencer à

travailler (elle attend que les élèves remarquent que l'unité est plus petite que les segments afin de faire le lien avec les fractions supérieures à un).

Extrait 12

P : Bien alors vous allez superposer...Vous c'est pareil, mets moi u, mais pas là...tu le poses sur [AB], qu'est ce que tu remarques ? Elle est plus petite. Elle est plus petite de combien ? Découpe toi ta bande de façon à ce qu'elle soit égale à u. Qu'est ce que je constate, je constate que dans ma droite (AB), Maxime, qu'est ce que tu as remarqué ?

Max. D. : Bin que, en fait, la u elle fait $\frac{2}{3}$... Par rapport à [AB].

P : Alors, j'ai [AB]...si je superpose [AB], si je superpose mon unité u sur ma droite (AB), sur mon segment [AB], pardon, il va arriver où à peu près mon segment, mon, mon unité elle va arriver où ?

E : Aux trois quarts.

P : A peu près aux trois quarts, effectivement.

Le problème de mesure est inversé en fonction des questions que pose l'enseignante puisque les élèves recherchent la mesure de l'unité en fonction du segment [AB]. Lorsque ils se retrouvent à travailler sur la mesure de [AB], on constate que certains effectuent ce travail « inverse ». Il est alors possible que cette difficulté apparaisse en lien avec le discours de l'enseignante. En effet, la classe de l'enseignante E est la seule où des élèves ont mesuré l'unité en fonction des segments.

Différentes tâches pour différents élèves

Les écarts entre la tâche prescrite par le manuel et la tâche prescrite par l'enseignante peuvent avoir des conséquences sur les apprentissages potentiels des élèves. En effet, les élèves ne travaillent pas tous sur les mêmes tâches. Celle que l'enseignante prescrit correspond à mesurer tous les segments. Elle ne demande pas aux élèves de lire le texte introductif ou la « bulle du Furet ». Pourtant, certains élèves (très bons) prennent connaissance de ces quelques lignes. Ils sont les seuls à penser à utiliser le tiers pour mesurer les segments (nous avons pu nous en rendre compte lors des observations en classe). Les élèves ne travaillent pas tous avec les mêmes éléments, donc pas tous dans le même milieu. Les bons élèves prennent aussi connaissance des tâches proposées par le manuel et travaillent en parallèle sur la tâche prescrite par l'enseignante et sur celles

prescrites par le manuel. L'échange suivant -lors duquel deux bonnes élèves de la classe en reviennent aux tâches prescrites par le manuel- le montre.

Extrait 13

P : Qui a une proposition à faire pour [EF] ? Suong-Maï ?

Suong-Maï : Une unité plus un demi plus un tiers.

Eléa : C'est ce qu'il y avait marqué dans la consigne.

Océane : Oui, il ne fallait pas le faire. Ça dit trouve la mesure des « autres » segments.

[...]

P : Que nous dit, que nous dis tu heu Eléa ? Tu nous dis que toi tu as trouvé...

Eléa : $\frac{7}{4}$.

[...]

P : Donc ça, ça peut parfaitement s'écrire, elle a raison Eléa, $\frac{7}{4}$. Oui ou non ? Ca va pour tout le monde ça ? Amélie est ce que tu as compris ?

Océane : Là, ce que vous venez de faire avec Eléa, c'est la réponse au troisième...

Les bons élèves et les autres travaillent sur des tâches différentes. Les premiers ont plus d'éléments pour résoudre la tâche assignée par l'enseignante. On assiste à un « dédoublement de situation »⁸⁶. On peut supposer que les apprentissages potentiels des bons élèves en sont favorisés par rapport aux apprentissages possibles pour les autres élèves.

En conclusion sur la redéfinition de la tâche

Les écarts constatés entre la tâche prescrite aux élèves par le manuel et celle prescrite par l'enseignante sont importants. Ils ne se limitent pas à une réduction de la tâche en termes de responsabilités des élèves comme chez l'enseignante D, bien qu'une réduction de ce type ait aussi lieu chez cette enseignante. Le nouveau savoir mis en jeu, concernant les fractions supérieures à un, ne correspond pas aux savoirs mis en jeu dans le manuel. La

⁸⁶ Le « dédoublement de situation » sera décrit dans le chapitre sur les pratiques de l'enseignante E

tâche est radicalement modifiée, notamment en fonction de ce nouvel objectif. On voit apparaître une nouvelle variable didactique et des éléments facteurs de difficultés (mesures inversées : mesure de l'unité en fonction des segments).

Réalisation de la tâche redéfinie

Lors de la réalisation de la tâche redéfinie, les difficultés prévisibles (à partir de l'analyse *a priori* de la tâche redéfinie par l'enseignante) apparaissent (en fonction de la nouvelle variable didactique), de nouveaux savoirs sont mis en jeu, le « dédoublement de situation » et l'écart entre les élèves s'accroissent.

Des difficultés liées à la redéfinition de la tâche amenant à une modification des objectifs de l'enseignante en cours de réalisation

La modification opérée par l'enseignante lors de la redéfinition de la tâche crée une nouvelle variable puisque les élèves ont à mesurer le segment [EF] (segment mesuré par Leïla). Une élève propose la mesure de Leïla, $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$, et une autre élève la mesure $1u + \frac{5}{6}u$. Le pliage de la bande unité en six parties égales semble être lié au fait que la première question n'a pas été proposée. L'introduction des écritures complexes pour mesurer les segments n'a pas pu avoir lieu. En effet, la question 1 imposait aux élèves de retrouver le segment de mesure $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$. C'est-à-dire qu'elle suggérait de mesurer le reste ($\frac{5}{6}$) sous la forme d'une addition de deux fractions. L'élève proposant la mesure $1u + \frac{5}{6}u$ n'a peut-être pas pensé à mesurer le reste en deux fois et a cherché à le trouver sous la forme d'une seule fraction.

L'enseignante se retrouve alors dans une position où la question de l'équivalence de cette écriture avec celle de la forme $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$ est soulevée puisque les deux résultats sont proposés.

Extrait 14

Océane : Non, mais [EF] c'est une unité plus $\frac{5}{6}$.

P : Ah, une unité plus $\frac{5}{6}$... Alors, je ne sais pas est ce que un demi plus un tiers, on va voir, est ce qu'un demi plus un tiers peut être égal à $\frac{5}{6}$, on va essayer on va voir comment tu as réussi

à trouver ça. Explique-moi.

Océane : J'en sais rien moi j'ai fait avec le gabarit...

Pour montrer l'équivalence des deux mesures, l'enseignante ne propose pas de vérification matérielle même si cette (très bonne) élève le suggère. La vérification matérielle pourrait quoi qu'il en soit être elle-même compliquée puisqu'une seule élève a plié son segment en six morceaux (partage qui n'est pas facile à réaliser). L'enseignante propose alors de résoudre ce problème d'équivalence d'écritures dans le cadre numérique. Pour des égalités du type $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, cela ne crée pas de difficulté particulière car les élèves ont déjà travaillé sur les fractions et sont familiers des demis, des quarts et de la relation qui peut exister entre ces deux types de fractions. De plus, même s'ils ne sont pas familiers de ce rapport, il est possible à établir à l'aide du partage de la bande unité ou avec un retour aux partages de gâteaux ou de durée (l'équivalence entre une demi-heure et deux quarts d'heure a été vue lors de l'étape précédente du manuel). La démonstration de l'égalité $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ dans le cadre numérique demande une réduction au même dénominateur, ce qui est loin des compétences demandées à des élèves de CM2. L'enseignante se lance pourtant dans cette démonstration (d'une durée de 12 minutes).

En conclusion sur la redéfinition de la tâche en cours de réalisation

Des modifications de la tâche redéfinie *a priori* ont lieu en cours de réalisation. Elles sont liées à la mise en œuvre de la tâche redéfinie par l'enseignante. Pendant la réalisation de la tâche, l'addition de fractions (avec réduction au même dénominateur) apparaît comme un nouvel enjeu pour l'enseignante. En fonction de ce nouvel enjeu, elle propose des épisodes de synthèse ou de démonstration des égalités par le calcul. Ces épisodes sont très longs et peuvent potentiellement créer des difficultés supplémentaires chez les élèves. Leur durée et le fait qu'ils puissent porter sur des connaissances qui ne sont pas au programme de CM2 risque de les amener à décrocher. Les objectifs de l'enseignante semblent varier et s'adapter en fonction du déroulement effectif (donc en fonction de la réalisation de la tâche) et les modifications apportées en cours de réalisation creusent d'autant plus l'écart entre ce qui était prévu par les auteurs du manuel et ce qui a lieu dans la classe.

En termes de conséquences sur les apprentissages potentiels, l'apparition de difficultés liées à la redéfinition de la tâche (mesures inversées, réduction au même dénominateur) peut contribuer à creuser l'écart entre les élèves. En effet, l'apparition de la mesure de l'unité en fonction du segment [AB] ou l'apparition de la mesure de [EF] sous la forme $1 + \frac{5}{6}$ suivie de la réduction de fractions au même dénominateur, sont liées à la reformulation de la tâche par l'enseignante. Ces événements peuvent être problématiques en termes d'apprentissages potentiels des élèves. Ils peuvent contribuer à « perdre » les élèves, notamment ceux qui sont le plus en difficulté, pour qui le rythme est alors trop rapide. Dans le premier cas (inversion des mesures), ils n'ont pas le temps de comprendre pourquoi la mesure proposée n'est pas la bonne (l'enseignante évalue la réponse très rapidement). Dans le deuxième cas, la durée de l'épisode (12 minutes) peut contribuer à faire penser aux élèves que l'addition de fractions avec réduction au même dénominateur est un des enjeux de la séance. Ils peuvent donc penser que c'est quelque chose à retenir. Or, il y a peu de chances pour que tous les élèves aient suivi les explications de l'enseignante. De plus, les modifications d'objectifs en cours de réalisation demandent aux élèves de nombreuses adaptations. Il est alors possible qu'ils ne comprennent pas quel est l'enjeu de l'*activité*.

Un épisode proche d'un fonctionnement préconisé par les auteurs

Lors du deuxième épisode du déroulement de l'*activité* en classe l'enseignante propose un recensement des procédures et demande la formulation de ces dernières aux élèves. Ce recensement correspond à ce qui était prescrit par le livre du professeur. Seulement, peut-être par un manque de confiance en ses élèves, l'enseignante préfère proposer ce recensement alors qu'ils n'ont pas encore eu de temps de recherche individuel. L'extrait d'entretien suivant confirme cette idée de manque de confiance en certains de ses élèves.

Extrait d'entretien 6

« Je fais avec eux parce que, en général quand on arrive au moment où je vais le faire au tableau, il y a déjà 5 ou 6 gamins qui eux l'ont fait individuellement, bon, donc en fait mon plus gros souci dans cette classe c'est en fait les différences de rythme, ce qui veut dire que si je prends de nouveau le temps de laisser le reste de la classe en situation de découverte je vais... Parce que de tout façon je le sais. Je l'ai testé... avoir des élèves qui vont me dire, on n'a rien compris, c'est une perte de temps et qu'est ce que je fais des élèves qui entre temps eux ont appréhendé leur situation de découverte, tu vois. Donc en fait, j'ai résolu le problème en me disant je laisse chercher, en général ils sont entre 6 et 8 à chercher, et après je découvre avec les

autres. Parce que de toute façon les autres ils comptent sur les 6 qui ont cherché tu vois, et, et en fait, au moment où on met en synthèse la situation de découverte, c'est forcément feuille blanche, alors que là, en ayant déjà des élèves qui y ont réfléchi, la situation de découverte au tableau permet que je cible, tiens toi réponds, je les investis davantage, tout seuls devant leur feuille blanche ils s'investissent pas. »

Tout se passe ici comme si deux différents contrats⁸⁷ étaient mis en place dans la classe en fonction du niveau des élèves. La mise en place de ces différents contrats semble creuser à nouveau l'écart entre les élèves. En effet, les très bons participent à des épisodes de mise en commun auxquels les autres assistent. Les élèves n'ont alors pas tous les mêmes responsabilités vis-à-vis de la construction de la connaissance. Les bons élèves ont un temps suffisant de recherche individuelle (quand les autres n'en ont pas car ce temps n'existe pas réellement, mais les bons élèves travaillent rapidement, ils peuvent commencer pendant que l'enseignante prescrit la tâche). Ils proposent leurs résultats et les explicitent. Ils sont donc confrontés à des situations d'action, de formulation et de validation (il peut y avoir des débats sur les résultats entre ces élèves). Ils deviennent en quelque sorte les porte-parole de l'enseignante pour la construction d'une procédure de résolution. Les autres élèves (plus nombreux) sont dans des positions plus passives. Lorsqu'ils se mettent au travail c'est sur des tâches de reproduction de ce qu'ont fait publiquement les bons élèves.

Tout se passe alors comme si l'enseignante mettait en œuvre dans cette classe ce qu'on pourrait appeler une « différenciation négative ». Quand on parle de différenciation, c'est en général pour proposer des alternatives à des élèves en difficulté afin de les aider dans leurs apprentissages. Ici, c'est aux bons élèves que des alternatives sont proposées afin qu'ils ne s'ennuient pas. Cette « différenciation négative » se fait alors aux dépens des élèves moyens ou en difficulté.

En conclusion sur les pratiques de l'enseignante E associées à l'activité du manuel

La distance entre ce que l'enseignante propose en classe et ce qui est prévu par le manuel est grande. Les savoirs en jeu dans sa classe sont différents de ceux portés par l'activité du manuel et ne concernent pas toujours le programme du cycle 3 (réduction de fractions au même dénominateur). La tâche prescrite aux élèves n'est pas celle du manuel.

⁸⁷ Ici, le terme de contrat est pris au sens de micro-contrat (Perrin-Glorian & Hersant, 2003). Il s'agit d'un partage de responsabilités entre l'enseignant et les élèves de la classe.

Elle inclue une nouvelle variable didactique. De plus, la réalisation de la tâche redéfinie par l'enseignante entraîne de nouvelles modifications des savoirs en jeu.

L'enseignante cherche à se rapprocher de ce qui peut être préconisé par le manuel. Elle n'a pas lu l'accompagnement propre à la découverte mais déclare avoir lu les premiers chapitres du livre du professeur, notamment celui qui détaille les préconisations sur le déroulement des activités de découverte. Elle les prend en compte et effectue un recensement des résultats et des procédures. Mais, seuls les très bons élèves (au nombre de quatre ou cinq) peuvent bénéficier de ce dernier. Ils ont eu un temps de recherche individuelle et sont sollicités pour donner leurs résultats et expliciter leurs procédures.

Les conséquences de l'association de la pratique de cette enseignante et de l'*activité* du manuel semblent problématiques en termes d'apprentissages potentiels. En effet, plusieurs éléments de conclusion de l'analyse semblent montrer que la pratique de cette enseignante associée à l'utilisation de l'*activité* tend à creuser les écarts entre les élèves. Tout d'abord, nous avons vu que les élèves ne travaillent pas tous sur la même tâche, dans le même milieu, ou sous les mêmes contrats. La différence s'accroît entre les bons élèves et les autres (élèves moyens ou en difficulté). La différenciation en terme de contrat est un choix plus ou moins délibéré de l'enseignante qui base le rythme de son cours sur les bons élèves. La différenciation liée aux différentes tâches sur lesquelles travaillent les élèves naît quant à elle de l'association des pratiques de l'enseignante avec l'*activité* du manuel car même si c'est la tâche redéfinie qui est prescrite aux élèves, certains travaillent sur celle du manuel. De plus, la redéfinition de la tâche par cette enseignante crée des difficultés telles l'apparition de nouvelles variables ou la confusion entre outil de mesure et objet mesuré. Enfin, la modification des objectifs en cours de réalisation tend à perdre les élèves.

La pratique de cette enseignante semble peu compatible avec l'utilisation du manuel puisqu'elle semble avoir des conséquences problématiques sur les apprentissages potentiels des élèves, notamment en créant une différenciation négative.

Il serait intéressant de vérifier si cette différenciation négative est liée à l'association des pratiques de cette enseignante et du manuel *Euromaths* ou si elle peut aussi être engendrée par l'utilisation d'un autre manuel. On peut cependant émettre l'hypothèse qu'elle est accrue par le découpage de l'*activité* en questions successives permettant la mise en place d'une situation d'apprentissage. En effet, même si l'enseignante propose une situation différente de celle prescrite aux élèves par le manuel, les bons élèves peuvent travailler de

façon indépendante sur les différentes questions. Le milieu prévu pour la dernière question peut donc être mis en place par les bons élèves lorsqu'ils travaillent sur les premières questions. Ils sont alors confrontés à une situation d'apprentissage alors que les autres élèves ne le sont pas.

En conclusion sur l'appropriation de l'*activité* par deux enseignantes pour qui l'écart entre tâche prescrite par le manuel et tâche redéfinie et réalisée peut être important

Les tâches prescrites par le manuel et les tâches redéfinies et réalisées par ces deux enseignantes présentent des différences évidentes avec celles déduites de la lecture du manuel : nombreuses ostensions de la part des enseignantes, réduction de la part d'initiative laissée aux élèves, réduction des tâches à des exercices de reproduction, suppression de la question 3. Cependant, les écarts varient entre tâche prescrite par le manuel et tâches redéfinies par les enseignantes mais aussi entre tâche redéfinie et réalisée. Les modifications apportées à l'*activité* par chacune des enseignantes sont différentes en fonction de leur type de pratiques. Ainsi, les pratiques de l'enseignante D semblent plus compatibles avec le manuel que celles de l'enseignante E. Cette différence de compatibilité paraît tenir à plusieurs facteurs liés à la représentation et à la redéfinition des tâches par les enseignantes a priori, à leur réalisation et notamment aux responsabilités que les enseignantes laissent à leurs élèves.

Des facteurs liés à aux objectifs des enseignants ou à leurs situations de projet

Le premier facteur de différences en termes de redéfinition correspondrait aux objectifs visés par les enseignantes qui sont différents de ceux du manuel mais aussi très différents l'un de l'autre. Nous avons vu que l'objectif de l'enseignante D était l'utilisation des fractions pour mesurer des segments et l'égalité d'une fraction inférieure à 1 et d'une somme de fractions. Ceux de l'enseignante E sont les propriétés des fractions supérieures à 1 et les additions de fractions. On a donc d'un côté une réduction des objectifs du manuel et de l'autre une modification radicale et une complexification des objectifs. Lors de la réalisation, l'enseignante D s'éloigne alors à la fois moins de la tâche qu'elle a redéfinie et du manuel que ne semble le faire l'enseignante E qui modifie l'enjeu de l'*activité* en fonction du déroulement effectif.

Le deuxième facteur semblerait tenir à la préparation de la séance. La première enseignante a déjà utilisé cette *activité* les années précédentes et a préparé sa séance en conséquence. L'enseignante E n'a encore jamais mis en œuvre cette *activité*, elle ne fait pas non plus d'analyse *a priori*. Tout se passe comme si elle improvisait. Les modifications apportées à l'*activité* seraient liés à cette improvisation et entraînerait des conséquences pouvant être problématiques (différenciation entre les élèves en terme de contrat, de milieu et de situation, apparition de difficultés non prévues par l'*activité* du manuel).

Enfin, la réalisation est un troisième facteur de différence. Elle peut encore modifier la tâche redéfinie *a priori*. Dans le cas de l'enseignante D qui a préparé sa séance de manière à ce qu'elle reste sous contrôle et chez qui les élèves ne participent que très peu, la tâche n'est pas modifiée lors de la réalisation. Chez l'enseignante E, la tâche évolue tout au long de la séance, en fonction des rétroactions d'un « milieu » pour l'enseignante constitué des élèves (notamment des bons élèves qui imposent certains questionnements et peuvent aussi imposer le rythme), de l'*activité* du manuel et de la tâche redéfinie par l'enseignante et prescrite aux élèves. L'enseignante adapte alors ses objectifs et modifie les tâches en conséquence. Une cohérence sur la séance est difficile à trouver, ce qui contribue vraisemblablement à creuser la différence entre les élèves de la classe.

L'écart entre ce qui était prévu par le manuel et ce qui est prévu et réalisé par les enseignantes dépend donc à la fois de leurs objectifs, de leur représentation de l'*activité* et de la tâche qu'elles prescrivent aux élèves.

Il semblerait qu'une situation de projet trop éloignée de celle du manuel amène une perte de cohérence pendant la séance. Si les logiques des tâches du manuel et redéfinies par les enseignants sont trop différentes, le milieu engendré par l'*activité* du manuel et celui qui serait propice aux apprentissages liés à la tâche redéfinie ne sont pas en adéquation, ce qui entraîne une modification des différents niveaux de situations et engendre des déroulements imprévisibles qui peuvent être potentiellement problématiques.

Des facteurs liés aux responsabilités laissées aux élèves

La place que les enseignantes laissent aux élèves et leur vision de ces derniers (et parfois la vision de leurs attentes) semble avoir des conséquences sur les modifications apportées à

l'activité. En effet, l'enseignante D ne base pas sa séance sur ses élèves actuels. Elle construit une séance « générique » dont elle a le contrôle du début à la fin. Elle minimise ainsi les risques de se laisser dépasser ou de se retrouver face à des difficultés imprévues. On ne constate d'ailleurs pas de grands écarts entre la tâche qu'elle a redéfinie et celle qu'elle réalise.

Au contraire, l'enseignante E rythme sa séance en fonction des meilleurs élèves de la classe. Elle ne veut pas qu'ils s'ennuient. Elle leur laisse beaucoup de place et peut modifier la tâche en cours de réalisation en fonction du déroulement effectif pour ces élèves. Elle se trouve alors confrontée à des situations imprévues qui peuvent être la cause de difficultés et de déroulements problématiques (mesure de l'unité en fonction d'un segment, introduction de la réduction au même dénominateur). De plus, les bons élèves ne sont pas dupes de cette façon de fonctionner et augmentent toujours la difficulté. Ils sont en compétition constante et cherchent à aller toujours plus loin. Ils prennent connaissance de *l'activité* proposée par le manuel et travaillent sur cette dernière. Ils répondent à la fois à la demande de l'enseignante et à la demande de *l'activité* telle qu'elle est proposée dans le manuel. Il y a alors un constant va et vient entre les deux, qui est source de difficulté à la fois pour l'enseignante et pour les autres élèves de la classe (seuls cinq élèves de la classe sont dans ce jeu là, quelques autres arrivent parfois à raccrocher). Des modifications en cours de réalisation ont lieu en conséquence des responsabilités laissées aux bons élèves et la tâche réalisée par l'enseignante ne correspond pas à celle qui avait été redéfinie et prescrite aux élèves.

Compatibilité et cohérence des pratiques avec l'utilisation du manuel

La redéfinition des tâches ne semble pas problématique chez la première enseignante, qui réduit *l'activité* et perd en partie l'intérêt de l'utilisation de manuel, mais qui propose une séance cohérente en fonction de son type de pratique. Les pratiques de l'enseignante D peuvent donc être compatibles avec l'utilisation du manuel.

Par contre, chez la deuxième enseignante, la mise en œuvre est plus problématique : problèmes liés aux objectifs propres à l'enseignante, problèmes liés au rythme et problèmes liés à une modification en cours de réalisation qui « perd » la grande majorité des élèves et favorise l'apprentissage des très bons. L'enseignante semble chercher à se détacher de sa pratique pour tendre vers une pratique plus compatible avec l'utilisation de *l'activité*.

Seulement, ce changement ne va pas de soi et crée des difficultés de réalisation. Il peut avoir des conséquences négatives sur les apprentissages potentiels des élèves. Les pratiques de l'enseignante E semblent alors peu compatibles avec le manuel.

Les enseignants A, B et C : peu d'écarts entre la tâche redéfinie et ce qui est prescrit par le manuel

Les trois enseignants A, B et C restent assez proches de ce qui est prévu par le manuel. En reprenant les termes de Leplat (Leplat, 1997), on peut dire que « le couplage est bien conçu ». Les savoirs en jeu et objectifs des enseignants semblent être les mêmes pour les trois enseignants et recourent ce qui est prévu par le manuel c'est à dire : la relation entre le codage fractionnaire et le partage de longueurs, l'utilisation d'écritures complexes ainsi que les équivalences de différentes écritures d'une même longueur sous forme fractionnaire et complexe. Les enseignants laissent un temps de recherche conséquent à leurs élèves et prennent en compte le déroulement effectif. Pourtant leurs pratiques diffèrent. Nous verrons que c'est principalement autour des responsabilités laissées aux élèves que se concentrent les différences. A la lecture du tableau du découpage des déroulements (Tableau 5 : Observables et modifications en fonction du livre du professeur, p.222), on remarque que l'alternance entre épisodes de travail individuel, de travail collectif et de mise en commun n'est pas la même suivant les enseignants. En effet, l'enseignant A propose des temps de travail individuel proportionnellement longs par rapport à la totalité du temps consacré à la situation. Ces épisodes ont lieu pour chaque question. Les épisodes de mise en commun et synthèse sont par contre très courts. L'enseignante C propose le même type de partage entre épisodes de travail individuel et de mise en commun. Par contre, l'enseignante B propose un temps de travail individuel long sur la première question (et la deuxième pour ceux qui ont fini) puis privilégie le travail collectif et de mise en commun pour le reste de la séance.

Dans les paragraphes suivants, nous présentons donc les résultats de l'analyse des pratiques des trois enseignants A, B et C en termes de responsabilités des élèves puisque c'est là que résident principalement les différences de pratiques, dans l'état de nos observations et de nos observables.

L'enseignant A : des responsabilités partagées entre l'enseignant et chaque élève de la classe

L'enseignant A propose l'*activité* préparatoire de découverte à ses élèves. Avant de présenter les résultats en termes de responsabilité des élèves, nous consacrons un paragraphe à l'utilisation de cette *activité* car nous avons vu lors de son analyse *a priori* qu'elle pouvait modifier les marges de manœuvre des enseignants. Pour comprendre la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 16 par l'enseignant, il faut d'abord définir ces nouvelles marges de manœuvre afin de lire les résultats de l'analyse dans la logique de la nouvelle tâche. Cette dernière correspond à l'association de l'*activité* préparatoire de découverte et de la découverte.

Des gestes permettant une dévolution efficace de l'*activité*

A partir de l'utilisation de l'*activité* préparatoire de découverte, l'enseignant entame la dévolution de l'*activité* de découverte. Les élèves s'approprient le problème, se familiarisent avec l'unité de mesure et construisent déjà une technique de mesure qui leur servira lors de la réalisation des tâches prévues par l'*activité*. Lorsqu'ils se mettent au travail sur cette dernière, les élèves ont déjà mis en place une technique de mesure. La question 1 paraît alors obsolète puisqu'elle permettait de construire cette technique. Dans les classes des enseignantes D et E, la question 1 perdait aussi de son utilité puisqu'une technique de mesure avait été construite avant le travail individuel sur cette question. La différence entre ces trois classes (celles des enseignants D, E et A) vient du fait que dans la classe des deux enseignantes D et E, la technique de mesure est donnée aux élèves par les enseignantes. Dans la classe de l'enseignant A, elle est construite par les élèves. Si la question 1 est réduite à une tâche de reproduction par les enseignantes D et E, chez l'enseignant A il s'agit plutôt d'un exercice d'application ou comme pour la question 2, d'un début de routinisation de la technique de mesure mise en place lors de l'*activité* préparatoire de découverte.

Autour des éléments de la prescription de la tâche, on retrouve la même gestion de la lecture du texte chez l'enseignant A que chez l'enseignante E. Ils ne font pas lire et ne lisent pas à leurs élèves, ni le texte introductif, ni la « bulle du Furet ». Ce qui était problématique au niveau de la construction d'un milieu pour la résolution chez l'enseignante E (manque d'éléments pour la résolution), ne l'est pas chez l'enseignant A. La mise en œuvre

de l'*activité* préparatoire installe ce milieu. Les marges de manœuvre sont donc modifiées par l'utilisation de cette *activité*. Les mêmes gestes (non lecture du texte introductif ou de la bulle du Furet) chez différents enseignants n'ont donc pas les mêmes conséquences sur les apprentissages potentiels des élèves, en fonction de ce qui s'est passé avant le début du travail sur la découverte.

Une autre différence concernant la non-lecture du texte dans ces deux classes vient aussi de leurs habitudes de travail. Dans la classe de l'enseignant A, les élèves ont l'habitude de travailler de manière autonome⁸⁸. Alors qu'il manquait un certain nombre d'informations aux élèves de la classe de l'enseignante E qui n'avaient pas lu le texte, il est apparu lors des observations que ce n'était pas le cas dans la classe de l'enseignant A. Les élèves prennent individuellement connaissance du texte. De plus, même s'il n'est pas lu collectivement, l'enseignant pointe l'élément qui lui semble nécessaire pour la résolution de la question 1, lors de la proposition de cette dernière.

Extrait 15

P : Reproduis la bande de l'unité u. En te servant de cette bande...

Léa : (inaudible)

P : Leïla, elle a écrit quoi comme message ?

E : On sait pas.

P : Ah bin si, on sait si on lit la consigne. Elle a reporté d'abord une fois l'unité u puis la moitié de u et enfin le...

E : Un tiers.

P : Donc, elle a écrit un u plus...

E : $\frac{3}{4}$.

P : $\frac{3}{4}$? Non, elle a écrit un u plus quoi ? Quel est le message de Leïla ?

E : Un u plus un demi plus un tiers.

P : Plus un demi de u plus...

E : inaudible.

⁸⁸ Cette habitude de travail autonome est liée au double-niveau CM1-CM2

P : [...] On fait la question 1. Vous trouvez quel segment elle a mesuré.

Le texte introductif n'a pas été lu mais l'enseignant y fait ici un retour autour de ce qui lui paraît essentiel à la résolution c'est-à-dire la mesure du segment de Leïla.

En conclusion sur l'utilisation de l'*activité* préparatoire de découverte du manuel de CM1, on peut dire qu'elle modifie les marges de manœuvre de l'enseignant et les alternatives autour de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte. Elle permet d'entamer la dévolution, elle rend la question 1 obsolète et elle permet de ne pas faire lire le texte introductif sans que cela ait des conséquences problématiques. L'enseignant A, en utilisant cette *activité* préparatoire de découverte peut déjà aborder certains savoirs en jeu dans l'*activité*, tel que le retour au codage fractionnaire en fonction du partage de longueurs. De plus, cela permet de laisser des responsabilités aux élèves quant à la construction de la bande unité et de la technique de mesure des segments.

Responsabilités des élèves autour de la construction de la connaissance

Responsabilités lors des épisodes de travail individuel

En proposant l'*activité* préparatoire de découverte, l'enseignant laisse une grande part de responsabilité aux élèves individuellement. En effet, chaque élève est amené à construire une bande unité et à la graduer puis à construire un segment et à en mesurer un autre. L'enseignant a alors un rôle de « tuteur » et propose son aide à chaque élève. Les aides qu'il apporte sont limitées au pliage de la bande ou à la manière de tracer un segment. Elles ne réduisent pas la part d'initiative des élèves. Il en va de même pour chacune des questions de la découverte.

Responsabilités autour de la validation

Comme nous l'avons vu ci-dessus, l'utilisation de l'*activité* préparatoire de découverte permet une dévolution efficace de l'*activité* étudiée. En effet, les élèves s'approprient le problème et sont donc « enrôlés » dans sa résolution. S'en suivent alors des épisodes de travail individuel conséquents⁸⁹. Lors de ces épisodes, les élèves travaillent en binômes et confrontent leurs résultats avec ceux obtenus par d'autres binômes⁹⁰. Lors des observations,

⁸⁹ 59% des 44 minutes consacrées à l'*activité*

⁹⁰ La classe est organisée par tables de quatre élèves : deux binômes face à face.

nous avons pu remarquer que cette confrontation des résultats entre binômes permet aux élèves de valider par eux-mêmes leurs résultats. Par exemple, lorsque les élèves travaillaient sur la résolution de la question 1, nous avons pu assister à un débat entre eux alors qu'ils n'avaient pas tous trouvé le même résultat⁹¹. A l'issue de ce débat les deux binômes, qui avaient chacun une réponse erronée pour cette question, se sont retrouvés avec la réponse attendue.

L'enseignant A, n'est pas le seul à faire travailler les élèves par deux (il est à noter que ce n'est pas le mode de travail préconisé par les auteurs pour cette *activité*). Seulement ce n'est pas le travail en binômes qui semble donner la possibilité aux élèves de valider leurs réponses mais plutôt le travail en « double-binôme ». En effet, lors du travail en « simple-binôme », les élèves de cette classe semblent avoir tendance à trouver un résultat commun même s'il n'est pas juste. Lors du travail en « double-binôme » les élèves ont une nouvelle possibilité de confronter leurs résultats sans la présence de l'enseignant. Or, c'est le seul moyen pour eux de valider leurs résultats et d'avoir chacun individuellement les mêmes responsabilités au niveau de la construction de la connaissance lors de la résolution de la première question. Ce fonctionnement permet à l'enseignant de ne pas se retrouver face à l'apparition de plusieurs réponses à la question 1. Les alternatives décrites autour de la mise en commun de cette question n'ont donc plus lieu d'être et ce en fonction de la façon dont l'enseignant investit les marges de manœuvre liées au mode de travail des élèves et à leur part d'initiative.

En conclusion, il semblerait que dans la classe de l'enseignant A, tous les élèves gèrent le rythme et sont responsables de la construction de la connaissance. Ils obtiennent des aides individuelles et valident leurs résultats entre eux.

En conclusion sur la redéfinition et la réalisation de l'*activité* par l'enseignant A : une *activité* permettant de synthétiser le travail fait à partir de l'*activité* préparatoire de découverte

L'enseignant A est le seul à utiliser l'*activité* préparatoire de découverte. Il se trouve qu'il est aussi le seul à travailler dans une classe de CM1/CM2 et que cette *activité* préparatoire est proposée dans le manuel de CM1. Toutefois, l'utilisation de cette dernière n'est peut-être pas seulement liée au fait qu'il travaille aussi avec des CM1. En effet, elle semble

⁹¹ Malheureusement, cet échange n'est pas enregistré sur la bande audio.

adaptée à son type de pratiques. Proposer l'*activité* préparatoire de découverte lui permet de laisser beaucoup de responsabilités à ses élèves lors de sa réalisation puis de les laisser travailler de manière plutôt autonome sur l'*activité* de découverte. Il s'assure ainsi une bonne dévolution du problème. Lors du travail sur l'*activité* préparatoire de découverte, les élèves travaillent tous sur des segments différents. La synthèse paraît donc compliquée. La proposition de l'*activité* de découverte à la suite de l'*activité* préparatoire permet de faire travailler les élèves sur les mêmes segments et de synthétiser le travail précédent.

De plus, les élèves sont individuellement responsables de la construction de la connaissance. Ils ont beaucoup de temps pour le travail en binômes et en « double binôme » et valident leurs résultats entre eux, ils travaillent à leur rythme et sur toutes les questions de la découverte qui restent ouvertes. Le rôle de l'enseignant semble être celui de « tuteur », il intervient peu publiquement mais aide les élèves individuellement. Les élèves seraient maîtres du rythme de la séance.

L'enseignante B : des responsabilités partagées entre l'enseignante et chaque « sous-classe »⁹² d'élèves

Si l'enseignant A est le seul à proposer l'*activité* préparatoire de découverte, l'enseignante B ajoute aussi un épisode de travail dans la continuité de la mise en œuvre de l'*activité*. Avant de faire une analyse en termes de responsabilités des élèves, nous présentons cet épisode qui dénote de la compatibilité de ses pratiques avec l'utilisation de cette *activité*.

Ajouts de la part de l'enseignante : compatibilités de ses pratiques avec l'utilisation de l'*activité*

L'enseignante B ajoute un épisode de travail à la suite de la dernière question de la découverte (question 3). Cet épisode consiste à trouver l'écriture fractionnaire des mesures des autres segments que le segment [GH]. Les élèves ont alors à effectuer le travail inverse de la question 3. Ils ont à prévoir quel sera le dénominateur de l'écriture fractionnaire

⁹² Une « sous-classe » d'élèves correspondra à un ensemble d'élèves de niveau plus ou moins équivalent et pouvant tenir le même rôle lors des déroulements des *activités*. Ils ne vont pas nécessairement tenir tous ce même rôle lors de chaque séance mais lorsqu'un élève de leur « sous-classe » sera interrogé par l'enseignante, on pourra estimer qu'ils sont représentés.

correspondant à une écriture complexe donnée puis à transformer cette dernière pour obtenir cette écriture fractionnaire.

Extrait 16

P : Alors, si je veux écrire qu'une seule fraction, forcément ça va être sur quoi ?

Es : Sur trois, tiers.

P : C'est quoi le dénominateur ? Trois. C'est des tiers puisqu'on veut des tiers, on a coupé en tiers. Alors ça fait combien de tiers.

Es : Brouhaha.

P : Baptiste ?

Baptiste : Trois tiers...

P : 1, c'est combien de tiers ?

Es : Trois.

P : Trois, bon et bin trois tiers plus deux tiers, ça va faire...

Es : 5/3.

En proposant ce travail, l'enseignante anticipe sur l'exercice suivant la découverte pour lequel il s'agit aussi de transformer des écritures complexes en écritures fractionnaires. Cela dénote de la cohérence et de la compatibilité des pratiques de l'enseignante avec celle du manuel. En proposant cette question supplémentaire elle prolonge la découverte de la même manière que les auteurs le font avec l'exercice. L'enjeu de la découverte est donc clair pour elle. Sa pratique va dans le sens du manuel comme le manuel va dans le sens de sa pratique.

Responsabilités des élèves

Responsabilités des élèves lors des épisodes de travail collectif

Dans la classe de l'enseignante B, les élèves ont un temps de travail individuel important et sont fortement sollicités par l'enseignante lors des épisodes de travail collectif ou de mise en commun. L'enseignante B parle plus que l'enseignant A (qui intervenait surtout auprès des élèves individuellement) mais moins que les enseignantes D ou E. Les échanges ayant

lieu en classe sont des maïeutiques ouvertes lors desquelles l'enseignante laisse la parole aux élèves. Elle relance régulièrement les élèves avec des questions ouvertes afin de leur permettre de formuler des justifications de leurs réponses.

Extrait 17

P : Et pourquoi pas [AB] ? Chut, hou hou, je vous parle. Pourquoi pas [AB] ?

Robin : Parce que...

P : Robin.

Robin : Parce que [AB], il est trop petit parce que...

P : Pourquoi il est trop petit ? Je voudrais que tout le monde écoute. Maintenant tout le monde pose sa bande à part ceux qui sont partis dans l'exercice... Quoi que non, je voudrais que tout le monde écoute... On pose sa bande. Voilà. Et, vous m'avez proposé tous les segments sauf [AB], alors je voudrais savoir pourquoi pas [AB] ?

Robin : Il est trop petit, parce que c'est heu... un u et un demi u donc ...

P : Alors, est-ce que tout le monde est d'accord pour dire que [AB] correspond à un u plus un demi de u ?

Es : Oui.

P : Ca tout le monde est d'accord. Tout le monde a trouvé ça ? Je voudrais bien que tous ceux qui n'ont pas trouvé ça, vérifiez quand même... Allez, vous reprenez vos bandes. Donc, ça veut dire que pour [AB], d'après vous, il faut un u, c'est-à-dire une unité. Donc la bande entière. Plus...

Lors de cet échange autour de la mesure d'un segment avec un élève de la classe, on remarque que l'enseignante sollicite tous les élèves. En effet, il ne lui suffit pas qu'un élève donne la réponse et elle demande à tous les autres de vérifier le résultat afin d'être sûre qu'ils soient tous individuellement impliqués dans la résolution de l'exercice.

Responsabilité des élèves lors des épisodes de travail individuel

Lors des épisodes de travail individuel, les aides qu'elle apporte aux élèves se limitent la plupart du temps à des reformulations des questions comme dans l'exemple ci-dessous.

Extrait 18

P à Antoine : Non, avec ta bande, qu'est-ce que tu as fait avec ta bande.

Antoine : Bin j'ai mesuré...

[...]

P à Antoine : Bon, bin alors, sous quelle écriture mathématique tu pourrais écrire... Ca correspond à quoi le segment $[AB]$?

Antoine : Ca correspond à une unité et un demi.

P à Antoine : D'accord. Donc, tu vas écrire ?

Antoine : $1u + \frac{1}{2}$ de u ...

P à Antoine : Voilà, donc le segment $[AB]$, tu te souviens comment on écrit le segment AB ...Entre crochets d'accord ? Le segment $[AB]$ égal...

Elle ne réduit pas la tâche en apportant son aide aux élèves, leur laissant ainsi une grande part d'initiative autour de ce qui constitue la tâche qu'ils ont à résoudre.

Responsabilité des sous-classes d'élèves dans la construction de la connaissance

Les responsabilités de construction de la connaissance semblent partagées entre l'enseignante et la classe. Les élèves n'ont pas tous les mêmes responsabilités mais chaque « sous-classe »⁹³ d'élève est représentée. Cela constitue une différence avec ce qui se passe dans la classe de l'enseignante E qui partage la responsabilité avec les très bons élèves ou dans la classe de l'enseignante C qui partage la responsabilité avec un élève très en difficulté (comme nous le verrons par la suite). Ce fonctionnement diffère aussi de celui de l'enseignant A chez qui chaque élève semble avoir les mêmes responsabilités dans la construction de la connaissance. L'enseignante trouve les gestes pour que chacun se sente concerné et soit actif lors des différents épisodes de travail.

Pour mieux comprendre le partage des responsabilités en fonction des sous-classes d'élèves, nous avons partagé les élèves de la classe en trois groupes (trois sous-classes

⁹³ Au sens défini en début de paragraphe.

d'élèves), les « très bons », les « moyens » et les élèves en difficulté⁹⁴. L'enseignante utilise les « représentants des différentes sous-classes d'élèves » afin de réguler le rythme de sa séance. Les représentants des élèves en difficulté sont sollicités à des moments où l'enseignante veut ralentir le rythme afin de permettre à tous les élèves de suivre ce qui est en train de se passer. Les représentants des élèves moyens sont sollicités lors des mises en commun, ils ne possèdent pas encore la connaissance en jeu (contrairement aux très bons élèves). L'enseignante les interroge afin de construire cette connaissance avec eux. Par exemple, dans l'échange qui suit, l'enseignante empêche un très bon élève (Pierre) de prendre la parole et interroge Baptiste qui est un élève moyen. Il ne révèle pas tout de suite ce qui est un des enjeux de la situation. L'enseignante garde ainsi le contrôle du rythme. Elle peut faire vérifier l'égalité des mesures de longueur $1u + \frac{3}{4}u$ et $\frac{7}{4}u$ matériellement à chaque élève avant de passer au cadre numérique.

Extrait 19

P : Alors, Leïla affirme que le segment [GH] mesure $\frac{7}{4}$ de u . Allons bon, me revoilà avec des quarts...

Pierre : Bin oui, parce que...

P : Oh chut...Baptiste.

Baptiste : Bin, c'est vrai parce que...

P : C'est vrai, attendez, est-ce que...Chloé, tu as une petite idée ou pas ? Baptiste, alors explique-nous pourquoi tu penses que c'est vrai ? Louise, tu penses que c'est vrai aussi ? Oui. Baptiste allez, dis nous.

Baptiste : Heu, parce que j'ai mesuré et que ça faisait bien $\frac{7}{4}$.

P : Ah, d'accord, tu as vérifié avec ta bande, et ça marche. D'accord. Tout le monde a vérifié avec sa bande ?

⁹⁴ Ce classement est effectué en fonction de ce que nous avons pu observer dans la classe, de ce que l'enseignante pouvait dire de ses élèves et de la constitution du groupe bénéficiant de soutien en mathématiques.

Enfin, les remarques des bons élèves peuvent être ignorées pour être relevées au moment jugé adéquat par l'enseignante, c'est-à-dire lorsque tous les autres élèves auront les outils pour que leurs remarques leur soient utiles. Par exemple, dans l'exemple ci-dessous, l'enseignante ignore par deux fois les interventions des bons élèves (passage souligné) et les prend en compte au moment où tous les élèves sont prêts à les entendre (passage en gras). La deuxième remarque (celle de Théo) ne sera reprise que beaucoup plus tard.

Extrait 20

P : Alors, j'attends toujours la mesure de [GH] moi. Manon ?

[...]

P : Oui, ha ha, donc c'est quoi $1 + 1/2$ de u ...

Es : Plus un quart.

[...]

Pierre : Oui bin...c'est juste...Après on peut mettre $\frac{3}{4}$.

P : Après quoi ?

Pierre : Après on peut mettre $\frac{3}{4}$.

P : Bon alors, vous pouvez regarder là s'il vous plaît ?

E : Il faut un quart.

P : Est-ce que tout le monde a réussi à voir qu'il fallait... Qu'on avait besoin de quarts, pour le dernier segment ?

Es : Oui. Non.

P : Non, un quart, ça veut dire qu'on est obligé de partager en...

Es : Quatre.

P : En quatre la bande. Alors essaye, plutôt que dire non. Est-ce que vous avez partagé votre bande en quatre. Alors est-ce que vous êtes d'accord avec cette égalité ? Oui ou non ?

Es : Oui.

P : Qui n'est pas d'accord avec ça ? Tout le monde est d'accord avec ça ? Vous avez tous trouvé que c'était un u plus un demi de u plus un quart de u.

Pierre : Il peut y avoir deux écritures. **Il peut y avoir 1u plus trois quarts.**

P : **Et toi tu nous dit que c'est la même chose ? Je sais pas. Vérifiez.** (Elle note). Vérifiez. Vérifiez ce qu'il dit. Vous aller le croire sur parole. Ah non hein. On vérifie d'abord. Est-ce que un plus un quart ça marche aussi.

Es : Non.

Manon2 : Moi, j'ai vérifié, j'ai trouvé : un u plus un demi de u plus un quart de u.

P : Oui, ça c'est ce qu'on a tous marqué depuis tout à l'heure là. Et Pierre, il soutient que un u plus trois quarts de u, c'est la même chose. Alors, il a raison Pierre ou pas ? Il a tort ? Qui croit qu'il a tort ?

(Brouhaha. Les élèves vérifient et discutent le résultat. L'enseignante est avec Milo et le fait avec lui.)

Théo : Maîtresse, de toute façon, si on fait un calcul, un demi plus un quart, ça fait trois quarts.

P : Alors, ça marche ou ça marche pas. Alors, vous regardez là s'il vous plaît. Chut. Non, mais j'aimerais bien que tout le monde écoute.

L'enseignante base donc le rythme de son cours sur les élèves « moyens », utilise les remarques des bons élèves pour faire avancer sa séance au moment où elle juge que ce sera utile et efficace et fait des retours aux élèves en difficulté si besoin est. Tous les élèves peuvent alors se retrouver dans le rythme proposé par l'enseignante et tous sont collectivement responsables de la construction de la connaissance.

Une gestion de la mise en commun de la question 1 permettant d'éviter l'évaluation et laissant à nouveau des responsabilités aux élèves

Lors de la mise en commun de la question 1, l'enseignante se retrouve face à une difficulté liée à l'apparition de plusieurs réponses. Les élèves proposent en effet tous les segments de la situation excepté le segment [AB]. Ce problème ne s'était pas présenté dans la classe de l'enseignant A suite au travail en binômes et double binôme. Par contre, nous avons vu que, dans la classe de l'enseignante D, les élèves avaient proposé plusieurs réponses qui avaient été évaluées. Ici, l'enseignante parvient à trouver une solution pour ne pas évaluer les réponses, laissant ainsi plus de responsabilités aux élèves et permettant à tous d'être actifs lors de la résolution du problème. Elle modifie l'activité en fonction du

déroulement effectif et propose une résolution collective/individuelle⁹⁵ de la question 2 (pour laquelle il s'agit de mesurer tous les segments) afin de répondre à la question 1.

Extrait 21

P : Comme ça on va tous les faire. Bon alors [AB], voilà, tout le monde est d'accord pour dire que ce n'est pas celui de Leïla. Alors maintenant ? [...] [IJ].

E : C'est un u...

P : Alors, [IJ]...

(Romain donne un résultat en centimètres)

P : Mais qui te parle de centimètres, Romain ? Mais qui t'as parlé de cm ? D'accord, alors tu me dis, [CD] il mesure, non, [IJ] mesure 7 cm. Ok, c'est ce qu'a écrit Leïla ? Moi ce que je veux trouver c'est le segment qui correspond à un u plus un demi de u plus un tiers de u. Alors, Louise ?

Louise : [IJ], ça fait une unité plus un demi.

P : Alors, [IJ], une unité plus ?

E : Un demi.

[...]

Manon1 : J'ai mis un u plus deux tiers.

P : C'est ça ?

E : C'est une unité et deux tiers.

P : Je veux bien que vous fassiez des toutes petites marques au crayon à papier sur votre livre, mais vous les gommerez. Vous les faites toutes petites, hein ? La prochaine fois, il faudra que je prévois des photocopies, ce sera mieux. Alors, un u. D'accord. Et après, si on remet la bande après, qu'est-ce qu'on utilise ?

E : Les deux tiers.

P : Les deux tiers de u. Est-ce que tout le monde le voit ça ? Tout le monde le voit ça ? Qui ne le voit pas avec sa bande ? Qui n'arrive pas à mesurer [IJ] avec sa bande ? Chloé c'est bon ?

⁹⁵ Par résolution collective/individuelle, on entend que l'enseignante propose une résolution collective de la mesure des différents segments mais renvoie chaque élève mesurer chaque segment ou au moins vérifier la mesure proposée.

Et bé pourquoi tu le dis pas Chloé ?

P à Chloé : Elle est où la bande ? Là, ici, [IJ], on met un u d'accord, on s'arrête là et après... Il faut dire que vos bandes elles sont dans un état déjà. Alors, ça veut dire qu'on s'arrête là. Il manque combien ? On a plié en combien ? En trois. Et on en a pris ? On a plié en trois. Un, deux, trois... Et on a mis combien de tiers ?

Chloé : Trois.

Lors de cet échange, on remarque que l'enseignante renvoie les élèves au milieu pour justifier le fait qu'il ne faut pas mesurer en centimètres (phrase soulignée). Elle demande aux élèves de vérifier les résultats et aide individuellement les élèves en difficulté si besoin est. Elle s'assure ainsi que chacun travaille sur la question posée et que tous les élèves ont des responsabilités individuelles dans la construction de la connaissance.

En conclusion sur l'appropriation de la situation par l'enseignante B

L'enseignante B gère le rythme dans sa classe. Ce dernier est adapté pour que tous les élèves puissent suivre. L'enseignante n'a pas le même rôle que l'enseignant A qui était plutôt un « tuteur ». Elle semble être plus proche d'un rôle de « maître d'orchestre » indiquant à chacun le moment où il doit jouer. Elle reste très proche de l'*activité*. Elle s'appuie constamment sur cette dernière mais aussi sur les élèves et sur le déroulement effectif. Elle utilise les remarques pertinentes des élèves à des moments qu'elle choisit. Elle modifie l'*activité* en fonction du déroulement effectif tout en s'appuyant toujours sur cette dernière : utilisant la question 2 pour répondre à la question 1 pour laquelle les élèves n'avaient pas réussi à obtenir un résultat. Enfin, elle renvoie régulièrement les élèves au milieu : par exemple pour vérifier les mesures obtenues ou rejeter des mesures obtenues en centimètres. Les élèves ont alors des responsabilités collectives lorsque l'enseignante sollicite les représentants des sous-classes d'élèves, et des responsabilités individuelles lorsque l'enseignante les renvoie vérifier chaque mesure.

La pratique de cette enseignante semble donc aussi tout à fait compatible avec l'utilisation de l'*activité*. Tout en gardant le contrôle du rythme et du déroulement, elle réussit à laisser l'*activité* ouverte pour les élèves et à ne pas évaluer les réponses.

L'enseignante C : des responsabilités à certaines sous-classes d'élèves

L'enseignante C ne propose pas d'épisodes de rappel, de travail sur l'*activité* préparatoire de découverte ou de questions subsidiaires. On peut donc considérer que c'est l'enseignante qui reste au plus proche de la « forme » de la situation. Dans la classe de l'enseignante C comme dans celles des enseignants A et B, les élèves ont un temps de recherche individuelle conséquent (34 minutes/56 minutes). Comme dans la classe de l'enseignant A, les mises en commun sont assez rapides. La différence entre les deux enseignants A et C vient principalement des responsabilités laissées aux élèves.

Responsabilité de deux sous-classes d'élèves dans la construction de la connaissance

L'enseignante C a un fonctionnement proche de celui de l'enseignante E dans le sens où elle laisse la plus grande partie des responsabilités à une seule sous-classe d'élèves. Par contre, alors que l'enseignante E laissait les responsabilités aux très bons élèves de la classe, l'enseignante C les confie d'abord à l'élève le plus en difficulté de la classe. Par exemple, dès l'épisode de prescription, l'enseignante demande à cet élève de lire la consigne, ce qui pose déjà des problèmes car il ne sait pas lire les fractions.

Extrait 22

Stéphane : Leïla s'est servie du segment u qu'elle a pris pour les unités.

P : Qu'elle a pris pour unité. Tout le monde voit le segment u ?

Es : Oui.

P : D'accord. Donc, ça elle dit que c'est les unités.

Stéphane : Elle a rapporté une fois l'unité u puis la moitié du u , de u et enfin le tiers du u , de u . Elle a écrit $u + \frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$.

Es : $\frac{2}{3}$.

Stéphane : $1 + \frac{1}{2}$ et $\frac{3}{3}$.

P : Oh. $1 u + \frac{1}{2} u$ plus... Ca comment tu le dis ?

Es : $\frac{1}{3}$.

P : On lit ce qu'il y a en haut et comme le trois il est en bas, c'est tiers. Ca, c'est quoi ?

Stéphane : Un demi.

Dans l'exemple suivant, l'enseignante interroge le même élève sur la question 3. Or, il répond à une autre question que celle qui est posée.

Extrait 23

P : Est-ce que Leïla elle a raison en disant qu'il mesure $\frac{7}{4}$ de u. Stéphane ?

Stéphane : Alors, pour prouver, on se sert de nos étiquettes qu'on a découpées.

P : On se sert de nos bandes unité, voilà. Et qu'est-ce qu'on fait ?

Stéphane : Alors, on prend notre étiquette et on mesure par exemple que la c'est un tiers de u.

P : Un tiers ou un quart, parce que vous mélangez tous.

Stéphane : Un tiers.

P : En combien elle est pliée ta bande.

Stéphane : En trois.

P : Un tiers. Tu te sers de ça et tu vas trouver quoi ? Est-ce que... Stéphane, il dit on va prendre notre... On va plier notre bande u en trois et on va s'en servir pour mesurer. Est-ce que ça nous intéresse que ce soit plié en trois ? Lucas ?

L'enseignante base en grande partie le rythme de sa séance sur cet élève. Rythme qui est alors très lent. Les conséquences de ce partage de responsabilités sont multiples. Tout d'abord, l'enseignante manque de temps pour tout faire et est donc obligée de s'adapter. Par exemple, pour la question 2, elle n'effectue la mise en commun des résultats et procédures de mesures que pour le segment [GH] qui doit être utilisé par la suite. Ceci ne permet pas l'apparition de plusieurs écritures pour les autres segments. Elle s'adapte aussi en proposant une résolution collective pour la dernière question. Elle fait alors appel à des élèves (bons) ayant déjà résolu la question 3 (qui n'a pas été proposée en travail individuel) pour accélérer le rythme. L'épisode de mise en commun est assez court par rapport au temps consacré aux autres questions (8 minutes contre 23 minutes pour la question 1 et 18

pour la question 2). Il s'agit pourtant d'un des enjeux d'enseignement de la séance. Ci-dessous, à la suite de l'échange précédent, l'enseignante continue l'échange avec l'élève le plus en difficulté de la classe avant d'interroger de très bons élèves (passage souligné) pour faire avancer la mise en commun de la question 3 et enfin, reprend plus de responsabilités (passage en gras) pour arriver au bout de sa séance.

Extrait 24

P : Un tiers. Tu te sers de ça et tu vas trouver quoi ? Est-ce que... Stéphane, il dit on va prendre notre... On va plier notre bande u en trois et on va s'en servir pour mesurer. Est-ce que ça nous intéresse que ce soit plié en trois ? Lucas ?

Lucas : En fait, il faut faire 7 fois un quart.

P : Qu'est-ce qu'on a en bas Stéphane ? En bas.

Stéphane : Quatre.

P : Un quatre. Donc, ça veut dire que par exemple on peut la plier en quatre. Donc, j'ai ma bande. Je la plie d'abord en deux puis en deux. Donc elle a été pliée en... quatre. Et après, je fais quoi avec ça ?

(inaudible)

P : 7 fois ? On vérifie si on a sept fois... Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept. Est-ce que c'est égal ou pas ?

Es : Oui.

P : Oui. Bon, alors. Qui peut ? J'en ai vu d'autres qui l'ont fait d'une autre manière. Mathias et Camille. Venez nous écrire ici ce que vous avez fait. Ou un des deux.

Camille : En fait, on sait que un u ça fait 4/4.

[...]

P : Ca fait combien ?

E : Quatre quarts.

P : Ca fait quatre quarts. Ca fait ?

E : Un.

P : Ca fait un, d'accord. Donc, Camille elle nous dit un u ça fait quatre quarts. Donc, si on part de là, un u ça fait quatre quarts plus...

Camille : Un demi. Comme quatre quarts ça fait une unité, on plie l'unité en deux, ça fait deux.

P : Alors, elle nous dit que pour faire un demi...Un demi quand on fait comme ça (elle plie l'unité en deux), ça fait deux quarts. Ok.

Camille : Ca fait déjà six quarts. Plus le un quart qu'il reste, ça fait bien 7 quarts.

P : Alors, après, on peut additionner, parce qu'en bas on a la même chose. Chut. Mathias répète.

Mathias : Quand en bas c'est la même chose ça fait... ça fait quatre.

P : Voilà. Quand on a la même chose. On laisse en bas pareil et en haut, on additionne. $4+2+1$, $7/4$. On trouve la même chose. De quoi ? Ce qui est important c'est pas ce (inaudible) c'est est-ce que vous avez compris ce que Camille et Mathias nous on dit là ?

La deuxième conséquence du rythme lent de la séance dû au partage des responsabilités avec l'élève le plus en difficulté de la classe est l'utilisation des très bons élèves de la classe pour mener la séance à terme. Avec ce fonctionnement, on a pu remarquer lors des observations en classe que la majorité des élèves s'ennuient et ne se sentent plus concernés par le déroulement de la séance. Au moment de l'intervention des bons élèves sur ce qui est l'enjeu principal de la séance, ils sont donc dissipés et désengagés de la résolution du problème. Ils ne peuvent certainement pas profiter de cet échange.

L'enseignante C ne modifie pas les questions et les différents milieux qui y sont liés. Elle cherche à les mettre en place et fait le choix de passer « vite » sur la mise en commun de la question 2 en ne recensant que le résultat de mesure nécessaire à l'existence de la question 3 (contrairement à l'enseignante D qui par manque de temps avait fait le choix de supprimer la question 3). Elle met donc en place les éléments permettant à la situation d'apprentissage d'exister *a priori* mais ne permet pas aux élèves de travailler en interaction avec ces milieux ou de les construire par eux-mêmes.

Le fait que l'enseignante ne recense que le résultat de mesure de [GH] dénote de sa compréhension de l'enjeu de l'activité. Les échanges que nous avons pu avoir avec elle indiquent une bonne compréhension d'un certain nombre de concepts de la didactique. On peut donc penser qu'elle a les connaissances (mathématiques et didactiques) suffisantes pour appréhender l'activité proposée par la manuel (sens et but de l'activité). Il semblerait

que ces connaissances ne soient pas toutefois pas suffisantes pour proposer une réelle situation d'apprentissage. Tout se passe comme si certains gestes plutôt liés à la composante médiative « manquaient » à l'enseignante pour que les élèves se sentent concernés, travaillent sur l'*activité* et se retrouvent en situation d'apprentissage.

En conclusion sur la mise en œuvre de l'*activité* par l'enseignante C

A première vue, il pourrait sembler que les pratiques de cette enseignante puissent être compatibles avec l'utilisation du manuel puisque l'enseignante ne modifie pas l'*activité* qui y est proposée. Pourtant, sa gestion du rythme lors de la réalisation semble diminuer cette compatibilité. En effet, cette *activité* demande une grande présence des enseignants pour accompagner les élèves et les relancer dans le travail. Une mise en commun est nécessaire après chaque question pour le bon déroulement de la suite de l'*activité*. Dans les classes des enseignants A et B cet accompagnement a lieu : de façon privée dans la classe du premier ou publique et privée dans la classe de la seconde. Ces deux enseignants trouvent des moyens pour que les élèves continuent à se sentir concernés par l'*activité*, c'est-à-dire pour qu'ils continuent à travailler et à garder des responsabilités dans la construction de la connaissance. Ce n'est pas le cas de l'enseignante C. Baser le rythme de sa séance sur un élève en très grande difficulté⁹⁶ est un choix qui entraîne un désengagement du travail sur l'*activité* de la majorité des élèves. La séance oscille alors entre des moments de travail trop lent et du temps passé sur des savoirs qui ne sont pas en jeu tels que la lecture d'une fraction, et des moments beaucoup trop rapides sur les savoirs réellement en jeu, tels que l'égalité de différentes écritures de mesures.

Si cette enseignante semble avoir une pratique compatible avec le manuel (dans le sens où elle comprend les enjeux de l'*activité*), on voit bien ici que le rythme adopté a son importance pour que les élèves réalisent la tâche qui leur est proposée. Le fait de « suivre » le manuel (c'est-à-dire d'avoir une redéfinition de la tâche minimale et de réaliser cette tâche) semble ne pas être suffisant pour que l'utilisation de l'*activité* soit efficace en termes d'apprentissages potentiels des élèves.

⁹⁶ Les difficultés de cet élève semblent trop importantes pour être résolues par l'enseignante

En conclusion sur l'appropriation de l'*activité* par les enseignants A, B et C

Les trois enseignants A, B et C ont des types de pratiques très différents. Même s'ils proposent tous l'*activité* telle qu'elle est prescrite pour les élèves dans le manuel, ils investissent différemment les marges de manœuvre liées à leur métier mais aussi certaines des alternatives autour de cette *activité* particulière. Les variations autour des responsabilités des élèves (en fonction du discours de l'enseignant, des aides apportées, de la gestion des épisodes de recherche et de mise en commun) semblent être un élément déterminant pour la compatibilité entre *activité* du manuel et pratiques des enseignants. Dans les classes des enseignants A et B, qui laissent des responsabilités à tous les élèves de la classe, la mise en œuvre de l'*activité* n'est pas problématique. La redéfinition est minimale et la tâche redéfinie et prescrite aux élèves correspond à celle qui est réalisée par l'enseignante et par les élèves. Au contraire, dans la classe de l'enseignante C, même si la redéfinition est minimale, la réalisation pose des problèmes face au peu d'engagement des élèves dans cette dernière.

Limites de la situation et difficultés liées à sa réalisation

Ces analyses des pratiques de cinq enseignants autour d'une même *activité* permettent de dégager des conclusions sur les difficultés pour sa mise en œuvre en classe. Dans le paragraphe suivant nous résumons les résultats obtenus dans ce chapitre à partir des analyses des pratiques des cinq enseignants. Nous répertorions les effets des différents types de pratiques des enseignants sur la redéfinition de la tâche prescrite par le manuel et sur la réalisation de la tâche redéfinie. En recoupant les analyses des pratiques des enseignants autour de cette *activité*, nous définissons ce qui semble pouvoir être facteur d'incompatibilité entre pratiques des enseignants et mise en œuvre de l'*activité* du manuel.

Différents types de pratiques et conséquences sur la mise en œuvre de l'*activité*

La redéfinition et la réalisation de l'*activité* en classe varient en fonction des enseignants qui la mettent en œuvre. Les premières différences apparaissent au niveau de la tâche prescrite aux élèves. Pour les enseignants A, B et C, celle-ci est minimale alors qu'elle est plus importante chez l'enseignante D (qui réduit la tâche) et radicale chez l'enseignante E (qui la modifie du tout au tout). Des différences ont aussi pu être constatées au niveau de la réalisation de la tâche. Elles correspondent principalement à des différences de partage des responsabilités entre enseignants et élèves. Celui-ci peut varier selon les classes et au sein d'une même classe en fonction de la nature des épisodes de travail. Les enseignantes C et E partagent les responsabilités avec une sous-classe d'élèves donnée. Ce type de partage est problématique en termes d'apprentissages potentiels des élèves. Dans la classe de l'enseignante E, cela a pour effet de creuser l'écart entre les différents élèves de la classe. Dans la classe de C cela semble avoir pour effet de désengager la majorité des élèves du travail sur l'*activité*. Dans la classe de l'enseignante D, tout se passe comme si les responsabilités étaient dans les seules mains de l'enseignante. Les conséquences de ce « partage » de responsabilités semblent alors moins graves que dans les deux classes précédentes. Toutefois nous n'avons que peu d'accès aux apprentissages potentiels des élèves étant donné leur peu de temps de parole, il est donc difficile de dire ce qui se passe pour eux. Enfin, dans les classes de A et B, les responsabilités sont partagées entre l'enseignant et chaque élève individuellement ou collectivement.

Compatibilité des pratiques des enseignants avec l'utilisation de l'*activité* de découverte de l'étape 16 du manuel *Euromaths*

Les pratiques des différents enseignants dont la mise en œuvre de l'*activité* a été analysée semblent plus ou moins compatibles avec l'utilisation de cette *activité* du manuel.

Pour trois d'entre eux, on peut dire que les pratiques et l'utilisation de l'*activité* sont compatibles. En effet, les enseignants A et B ont des gestes qui leur permettent à la fois de ne pas s'éloigner de la tâche prescrite et de laisser des responsabilités aux élèves. Leurs conceptions semblent proches de celles des auteurs. Celles de l'enseignante D le sont moins.

Elle réduit la tâche et laisse peu de responsabilités aux élèves. Mais les conséquences de cette réduction ne semblent pas « graves ». Les élèves travaillent sur une situation d'apprentissage et peuvent se retrouver confronter à des situations d'action et de formulation.

Les deux autres enseignantes ont des pratiques moins compatibles avec l'utilisation de cette *activité*. L'enseignante C opère une redéfinition minimale de la tâche mais laisse toutes les responsabilités dans les mains de l'élève le plus en difficulté de la classe. Le rythme trop lent devient alors un problème pour la mise en œuvre de l'*activité*. Les élèves ne se trouvent pas confrontés à des situations d'apprentissage. Il y a une perte de l'intérêt de l'*activité*. Enfin, l'enseignante E modifie radicalement la tâche et laisse les responsabilités dans les mains des très bons élèves. Nous avons vu que son type de pratique était très peu compatible avec l'utilisation de la situation. L'enseignante n'a pas les gestes pour mettre en œuvre l'*activité* du manuel et les conséquences de son appropriation peuvent être « graves », par exemple quand elle propose un travail de réduction au même dénominateur pour additionner des fractions après l'introduction d'une nouvelle variable didactique.

Les différentes conséquences plus ou moins problématiques des pratiques des enseignants sur la mise en œuvre de l'*activité* du manuel sont la réduction des tâches des élèves, les problèmes de rythme (trop lent, trop rapide), l'introduction de nouvelles variables didactiques et le passage à des objectifs hors programme CM2.

Conséquences possibles de la mise en œuvre de l'*activité* sur les pratiques des enseignants

Chez les enseignants qui opèrent une redéfinition minimale de l'*activité*, on trouve peu de traces du manuel. C'est-à-dire que l'utilisation de l'*activité* ne semble pas modifier leurs pratiques. Pour ces enseignants, le manuel est un outil utile. Certains constatent qu'il est bienvenu en l'absence de ressources adaptées à leurs conceptions des mathématiques et de leur enseignement.

Par contre, chez les deux enseignantes qui opèrent des modifications lors de la redéfinition des tâches, on peut penser que la mise en œuvre de l'*activité* du manuel *Euromaths* a des conséquences sur leurs pratiques.

L'enseignante E cherche à se rapprocher des conceptions des auteurs, qui sont éloignées des siennes. Or, cela semble avoir tendance à creuser l'écart entre les élèves de la classe. On

peut alors dire que l'utilisation de l'*activité* a des conséquences problématiques sur les pratiques de l'enseignante et donc sur les apprentissages potentiels des élèves.

Au contraire, les conséquences de l'utilisation de l'*activité* sur les pratiques de l'enseignante D semblent pouvoir être positives en termes d'apprentissage potentiels des élèves. En effet, l'*activité* est construite de telle façon que l'enseignante, malgré la redéfinition initiale qu'elle opère (qui réduit la première question), propose aux élèves des situations d'action et de formulation. Cela peut être lié à l'utilisation d'une *activité* ouverte pour les élèves. Il est alors possible que la mise en œuvre de ce type d'*activité* (ouverte pour les élèves) apporte quelque chose à sa pratique. Elle peut permettre à l'enseignante de laisser plus de responsabilités aux élèves et de les confronter à des situations d'apprentissage.

Des facteurs potentiels d'incompatibilité

A partir de la comparaison effectuée, il est possible de dégager des difficultés de mise en œuvre de la situation. Nous répertorions celles qui nous semblent constituer des facteurs d'incompatibilité entre pratiques des enseignants et utilisation de l'*activité*.

Des savoirs en jeu peu explicites

Le premier facteur d'incompatibilité entre pratiques des enseignants et mise en œuvre de l'*activité* concerne le caractère peu explicite *a priori* des savoirs en jeu. En effet, les savoirs en jeu ne sont pas explicites lors d'une lecture sans analyse *a priori* ou sans prise en compte de l'accompagnement du livre du professeur.

L'enseignante E modifie les savoirs en jeu, ce qui semble démontrer qu'ils ne sont pas explicites. L'enseignante D ne les modifie pas radicalement mais elle a déjà utilisé cette *activité*. Ces deux enseignantes n'ont pas de formation scientifique ou de connaissance approfondie de la didactique des mathématiques. Les enseignants A, B et C qui opèrent une redéfinition minimale sont au contraire tous proches du milieu de la didactique et, deux d'entre eux ont des formations scientifiques alors que la troisième continue à suivre des formations en mathématiques. Il semblerait donc que l'*activité* ne soit lisible et explicite *a priori* que pour des enseignants « experts » en mathématiques et/ou didactique ou ayant déjà utilisé l'*activité*.

Une réalisation de la tâche prescrite dans le manuel qui demande une grande présence des enseignants

Le deuxième résultat concernant les facteurs d'incompatibilité concerne les gestes à mettre en place pour réaliser la tâche du manuel. Ici, c'est bien de la réalisation de la tâche du manuel qu'il s'agit et non de la réalisation de la tâche redéfinie qui ne laisse pas les mêmes marges de manœuvre et alternatives et ne demande pas les mêmes gestes de réalisation. C'est donc à partir des analyses des pratiques des enseignants A, B et C pour qui l'écart entre tâche prescrite par le manuel et tâche redéfinie est minimale, que nous pouvons repérer les gestes mis en place pour réaliser la tâche prescrite dans le manuel.

La réalisation de cette tâche semble demander une grande présence des enseignants et une certaine faculté d'adaptation rapide et de prise en compte du déroulement effectif. En effet, étant donné l'impossibilité pour les élèves de valider eux-mêmes leurs résultats pour les deux premières questions les enseignants doivent être très présents auprès des élèves s'ils ne veulent pas « tuer » le problème. De plus, des mises en commun doivent être effectuées régulièrement, ce qui ne permet pas une existence autonome de l'*activité*. Quand les enseignants fournissent des aides régulières et personnalisées, la situation d'apprentissage peut exister (comme dans les classes des enseignants A et B). Par contre, nous avons vu dans le cas de l'enseignante C que son manque de présence auprès de la majorité des élèves (elle ne prend en compte que l'élève le plus en difficulté de la classe) pouvait amener à un désengagement de leur part.

Une réalisation de la tâche du manuel qui demande des gestes précis et adaptés

Le troisième facteur d'incompatibilité concerne la mise en œuvre de l'*activité* (c'est-à-dire à la fois sa représentation, sa redéfinition et la réalisation de la tâche redéfinie). L'*activité* est ouverte côté élèves, ce qui peut entraîner certaines contraintes lors de sa mise en œuvre. Sans la mise en place de gestes adaptés à cette *activité*, les enseignants peuvent s'éloigner de ce qui est prescrit par l'*activité*.

Les enseignants A, B et D semblent avoir des gestes efficaces pour mettre en œuvre l'*activité* telle qu'elle est prescrite alors que les enseignantes C et E n'adaptent pas leurs gestes professionnels à une *activité* particulière. L'enseignante B est par exemple confrontée à l'apparition de plusieurs réponses à la question 1. Elle parvient à trouver les gestes qui lui permettent non seulement de ne pas « tuer » le problème mais aussi de laisser des

responsabilités à tous les élèves. La gestion collective/individuelle qu'elle met en place lui permet de mener l'*activité* jusqu'au bout tout en sollicitant tous les élèves. L'enseignant A gère la mise en œuvre en étant présent auprès de tous les élèves individuellement, ce qui lui permet de s'adapter à leurs besoins. L'enseignante D a prévu du matériel en amont et garde le contrôle de la réalisation de la tâche en balisant d'autant plus l'*activité*. L'enseignante favorise les échanges avec des élèves très en difficulté ce qui entraîne un désengagement des autres élèves. L'*activité* ne peut pas fonctionner de manière autonome pour ces derniers étant donné les nombreuses mises en commun nécessaires. Les gestes qu'elle met en place ne semblent donc pas adaptés à la mise en œuvre de cette *activité* particulière. Enfin, l'enseignante E met en place des gestes, que nous préciserons dans le prochain chapitre, qui réduisent la tâche des élèves et qui creusent l'écart entre les bons élèves et les élèves en difficulté.

La mise en œuvre de l'*activité* telle qu'elle peut être déduite de l'analyse *a priori* du manuel et de son accompagnement dans le livre du professeur (liés à son ouverture côté élèves) semble nécessiter des gestes précis et adaptés à ce type d'*activité*.

Une mise en œuvre qui dépend des responsabilités laissées aux élèves

Le quatrième et dernier résultat en termes de facteur d'incompatibilité concerne les responsabilités laissées aux élèves par les enseignants. L'*activité* demande de nombreuses phases de travail collectif (mise en commun) et ne semble pouvoir fonctionner qu'à condition que tous les élèves aient les mêmes responsabilités (peu ou beaucoup, mais les mêmes). Les enseignants A et B laissent des responsabilités à tous les élèves individuellement en les faisant travailler par groupes, en les sollicitant beaucoup et en leur laissant du temps de travail individuel lors des épisodes de travail collectif. L'enseignante D laisse peu de responsabilité aux élèves mais ne privilégie pas une certaine classe d'élèves. Ces trois enseignants sont ceux pour qui les écarts entre tâche réalisée et tâche prescrite par le manuel sont les plus faibles. Au contraire, les enseignantes qui favorisent la participation d'une ou plusieurs sous-classes d'élèves réalisent une tâche qui ne correspond pas nécessairement à celles qu'elles avaient redéfinies. Laisser des responsabilités à toutes les sous-classes d'élèves paraît donc important pour réduire les écarts entre tâche prescrite par le manuel et tâche réalisée. Cependant, cela ne semble pas économique pour les enseignants. En effet, la mise en œuvre de la situation par l'enseignante B, qui a un rôle de

« maître d'orchestre » dans sa classe, semble être lourde en termes de contraintes. En effet, ce rôle lui demande à la fois une grande présence, une grande faculté d'adaptation et la mise en place de gestes précis. Cela lui demande de prendre en compte tous les élèves à la fois, tout en ayant conscience des différences de niveaux. Le rôle de tuteur⁹⁷ peut paraître moins contraignant. En effet, la prise en compte privée des élèves permet de travailler avec un seul élève à la fois. Toutefois ce type de pratique demande une certaine organisation de classe pour travailler en groupe. Cette organisation peut paraître contraignante pour des enseignants ayant besoin d'ordre dans leur classe.

Les gestes mis en place pour la réalisation de la tâche prescrite dans le manuel par ces enseignants semblent donc peu économiques et difficiles à mettre en place par d'autres enseignants. L'enseignante D a des gestes qui semblent être moins coûteux, en laissant peu de part d'initiative aux élèves. Mais, il est difficile de juger de l'impact de ce type de pratiques sur les apprentissages potentiels des élèves qui ne participent que très peu.

En conclusion sur les facteurs d'incompatibilité entre pratiques des enseignants et utilisation de la situation

On répertorie quatre facteurs d'incompatibilité entre pratiques des enseignants et utilisation du manuel. Il s'agit : de la difficulté probable de comprendre les enjeux *l'activité* lors d'une lecture sans analyse *a priori*, de la grande présence demandée aux enseignants pour mettre en œuvre *l'activité*, des gestes nécessaires aux enseignants qui demandent probablement des connaissances mathématiques et/ou didactiques, et de la nécessité de laisser à chaque élève des responsabilités lors de la mise en œuvre de *l'activité*. Cette *activité* semble donc difficile à mettre en œuvre telle qu'elle est prescrite par le manuel car elle demande aux enseignants des gestes précis et potentiellement coûteux. De plus, certains de ces gestes (mis en place par les enseignants A et B) ne semblent pas transposables à d'autres enseignants.

A partir de l'analyse de *l'activité* en termes de marges de manœuvre et d'alternatives pour les enseignants (et de l'analyse ascendante), nous avons fait l'hypothèse qu'il restait

⁹⁷ Il est à noter que l'enseignant qui tient un rôle de tuteur travaille dans une classe en double niveau. Il a seulement une dizaine d'élèves en CM2, ce qui lui donne la possibilité de fonctionner ainsi. Peut-être qu'avec un niveau simple les choses seraient différentes.

peu de marge de manœuvre ou d'alternatives pour sa mise en œuvre. L'*activité* étant très guidée et fermée pour les enseignants, il pouvait sembler qu'en la suivant pas à pas, il était possible de la mettre en œuvre sans analyse *a priori*. Au final, il semblerait qu'en ne suivant pas l'*activité* pas à pas, c'est-à-dire en ne proposant pas toutes les questions et en modifiant radicalement l'*activité*, sa mise en œuvre engendre des problèmes de cohérences entre milieu et enjeux d'enseignement ainsi qu'une différenciation négative. D'un autre côté, suivre l'*activité* pas à pas demande des gestes précis et une analyse *a priori* poussée ou des connaissances mathématiques et didactiques permettant de s'adapter rapidement.

Chapitre 3

Analyse des pratiques de l'enseignante E

Introduction

La comparaison des pratiques des enseignants autour de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 16 du manuel *Euromaths* a permis de montrer que les pratiques de l'enseignante E associées à une *activité* du manuel pouvaient être problématiques. En effet, nous avons pu mettre en évidence que la redéfinition de la tâche qui lui est prescrite pouvait engendrer l'apparition d'un enjeu d'enseignement hors programme CM2 et sa réalisation une augmentation de l'écart entre les élèves de différents niveaux. La redéfinition de la tâche par l'enseignante semblait liée à une modification des enjeux et à une réduction des tâches prescrites aux élèves. L'augmentation de l'écart entre les élèves de différents niveaux semblait découler d'une « différenciation négative ».

Dans ce chapitre, la mise en œuvre de différentes *activités* par cette même enseignante est analysée afin de mieux comprendre les mécanismes de la redéfinition des tâches et ceux de la différenciation négative lors de la réalisation. Toutes les *activités* du manuel ne sont pas conçues de la même façon par les auteurs, suivant leur place dans un processus d'enseignement, les objectifs qui y sont liés et les savoirs en jeu. Afin de mieux comprendre ce qui se passe dans la classe de l'enseignante E, nous présentons les résultats de l'analyse de la mise en œuvre par cette enseignante de trois *activités* du manuel ayant des caractéristiques différentes et pour lesquelles les alternatives et les marges de manœuvre ne sont pas les mêmes. A partir de l'étude de la mise en œuvre de ces *activités*, nous serons plus à-même de comprendre comment l'enseignante redéfinit et réalise les tâches qui lui sont prescrites.

Différents types d'*activités*

Des indicateurs permettant de catégoriser les *activités* ont été définis afin d'analyser les pratiques de l'enseignante E autour de la mise en œuvre d'*activités* ne laissant pas les mêmes marges de manœuvre ou alternatives. Les deux premières étapes (15 et 16) du processus d'enseignement des fractions usuelles et la deuxième étape (56) du travail sur les aires⁹⁸ ont été choisies pour cette étude. Après avoir précisé les indicateurs retenus pour effectuer cette catégorisation, nous les renseignons pour les trois *activités* analysées.

Indicateurs pour la catégorisation des *activités* du manuel

La mise en œuvre d'une *activité* par un enseignant est liée aux marges de manœuvre et alternatives qui s'offrent à lui. C'est en analysant les pratiques autour de la mise en œuvre d'*activités* pour lesquelles elles sont différentes que nous pourrions comprendre comment l'enseignante les investit et comment elle redéfinit les tâches qui lui sont prescrites. Les indicateurs retenus concernent les types d'*activités* proposées par le manuel et correspondent aux alternatives autour des *activités* et à certaines marges de manœuvre des enseignants qui peuvent varier en fonction des types d'*activités*, notamment en fonction de leur formulation ou de leur place dans un processus d'enseignement. Par exemple, selon l'ouverture des questions pour les élèves, différents résultats ou procédures peuvent être envisageables. Si c'est le cas, les marges de manœuvre pour les enseignants vont être différentes de ce qu'elles peuvent être si un seul résultat est envisageable : elles vont comporter le recensement et la hiérarchisation des procédures des élèves.

Les indicateurs que nous retenons concernent le statut de l'*activité* ou sa place dans le processus d'enseignement, la lisibilité de l'*activité* (les objectifs en termes de savoirs en jeu sont-ils explicites dans le livre de l'élève, c'est-à-dire à travers le texte de l'*activité* et le rôle ou le but de chaque question est-il explicite ?) et l'ouverture de l'*activité* côté élèves. Les alternatives pour les enseignants doivent aussi être définies.

⁹⁸ Il n'a pas été possible de travailler exclusivement à partir d'*activités* du processus d'enseignement des fractions car l'enseignante ne les utilise pas toutes.

Afin de caractériser les *activités* du manuel, nous répondons pour chacune d'elle aux questions présentées ci-dessous numérotées de 1 à 3.

1. *Quel est le statut de l'activité pour les élèves?*

Suivant leur place dans les processus d'enseignement, les *activités* de découverte du manuel n'ont pas toutes le même statut. Parmi celles étudiées, on trouve des *activités* de rappel de ce qui a été vu les années précédentes. Ces dernières débutent les processus d'enseignement. Elles permettent de remobiliser des connaissances construites en classe de CM1. On trouve aussi des *activités* de construction d'une connaissance nouvelle. Celles-ci correspondent à un premier cycle court d'un cycle long d'un processus d'enseignement. Elles vont permettre l'introduction d'une nouvelle connaissance. Enfin, on trouve des *activités* pour lesquelles une connaissance déjà étudiée peut être construite à nouveau dans un cadre différent. Elles constituent des cycles courts lors duquel un outil déjà construit va l'être à nouveau et vont contribuer à la décontextualisation des connaissances. La différence de statut des *activités* a des conséquences sur leur élaboration et donc sur ce qui va les caractériser. En fonction de ce statut, les marges de manœuvre des enseignants peuvent varier. Pour l'analyse comparative des pratiques d'un même enseignant autour de la mise en œuvre de différentes *activités* il semble important de le prendre en compte. Par exemple, un épisode de rappel effectué par un enseignant en amont de la mise en œuvre d'une *activité* n'aura pas le même impact si cette dernière constitue déjà un épisode de rappel. Il peut être nécessaire dans un cas et au contraire rendre une *activité* obsolète dans un autre (si celle-ci était porteuse des rappels effectués par l'enseignant). De plus, lors de l'analyse des processus d'enseignement, il a été remarqué que l'enseignante E pouvait supprimer des *activités* du processus prévu par le manuel. Cette suppression pouvait être liée au statut des *activités*. Par exemple, une *activité* de nouvelle construction d'un outil dans un nouveau cadre pouvait disparaître du processus. En prenant en compte le statut des *activités* lors de l'analyse de leur mise en œuvre, il sera possible de mieux comprendre comment l'enseignante se représente les tâches qui y sont liées.

2. *Quelle lisibilité de l'activité pour les enseignants?*

Se poser la question de la lisibilité de l'*activité* pour les enseignants correspond à savoir si, sans une analyse *a priori* approfondie, les enseignants peuvent prendre conscience des

objectifs liés à l'*activité*. La possibilité pour les enseignants de faire une analyse *a priori* des activités constitue une de leur marge de manœuvre. Elle peut alors modifier les alternatives des enseignants, notamment autour des savoirs mis en jeu. Elle devrait leur permettre de déterminer les objectifs de l'*activité* et le but de chaque question. Sans analyse *a priori* approfondie, il est possible que les enseignants ne les perçoivent pas. Or, nous avons déjà pu remarquer que l'enseignante E n'en fait pas. La question de la lisibilité d'une *activité* se décline alors en deux sous-questions. Les objectifs en termes de savoirs en jeu sont-ils explicites dans le manuel de l'élève? Et le rôle ou le but de chaque question est-il explicite ?

A la lecture des résultats de l'analyse comparative des pratiques des enseignants autour de la mise en œuvre de l'*activité* de l'étape 16, on a pu remarquer que la modification des objectifs liés à une *activité* pouvait amener une redéfinition radicale et une réalisation problématique. Or, les objectifs de cette *activité* n'étaient pas explicites sans une analyse *a priori*. L'enseignante E les modifiait *a priori* et en cours de réalisation. De plus, elle supprimait certaines questions dont le but n'était pas explicite à la lecture de l'*activité*. Par exemple, la question Q1 qui permettait de construire une technique de mesure des segments pour obtenir des mesures sous une forme complexe n'était pas proposée par l'enseignante. En déterminant la lisibilité des *activités*, il sera possible de mettre en lien la part plus ou moins explicite de ces *activités* avec leur mise en œuvre afin de mieux comprendre la redéfinition et la réalisation de la tâche par l'enseignante E.

Nous définissons trois niveaux d'explicitation des savoirs en jeu dans le manuel de l'élève. Le premier niveau correspond à des savoirs institutionnalisés, le deuxième correspond à des savoirs explicites sans être institutionnalisés, enfin le troisième niveau correspond à des savoirs peu explicites.

Les savoirs institutionnalisés dans le livre de l'élève correspondent à ceux qui sont présentés dans un encadré par le personnage du Furet. Ces encadrés rendent parfaitement explicite un savoir mis en jeu dans l'*activité*. Ils correspondent en général à l'introduction de vocabulaire spécifique à une notion étudiée ou de conventions qui doivent être posées. C'est-à-dire qu'ils correspondent à des savoirs qui ne peuvent être transmis que de manière ostensive. Par exemple, dans l'*activité* de découverte de l'étape 56 l'encadré du Furet est le suivant.



Figure 36 : Encadré du Furet, activité de découverte de l'étape 56

Dans ce cas, le savoir mis en jeu dans l'activité est très clairement explicite dans le livre de l'élève.

Les savoirs en jeu peuvent aussi être explicites sans être institutionnalisés. C'est le cas quand une question ne peut amener qu'à une et une seule conclusion, c'est-à-dire quand une question est assez fermée. Par exemple, dans la situation de découverte de l'étape 15, un des savoirs mis en jeu dans la question suivante est explicite.

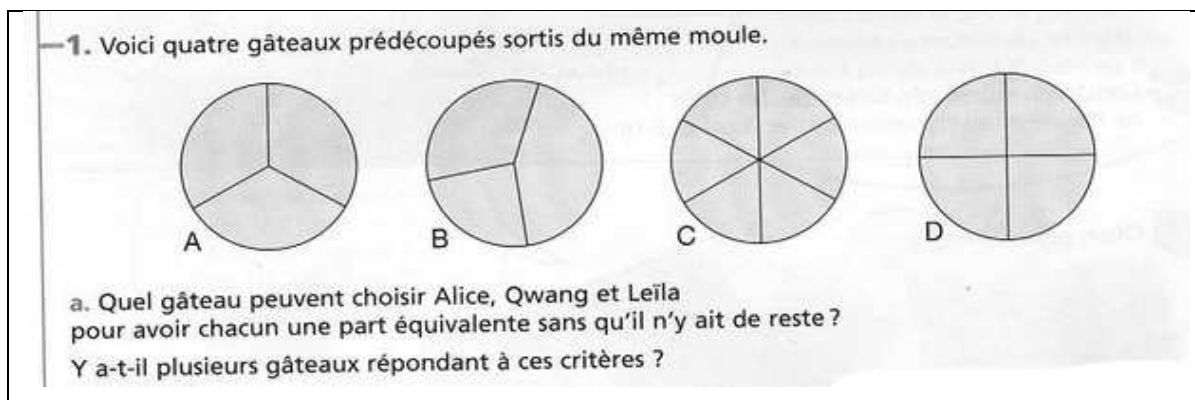


Figure 37 : Extrait de l'activité de découverte de l'étape 15

Il s'agit lors de cette question de reconnaître les différents partages possibles pour obtenir trois parts équivalentes et de reconnaître que deux partages sont possibles. On peut considérer que l'enjeu de cette question est explicite puisque différents procédures ou réponses ne sont pas envisageables (si on considère la globalité de la question 1.a.).

Enfin, les savoirs en jeu peuvent ne pas être explicites quand ils demandent aux enseignants une analyse *a priori* de l'activité ou une lecture approfondie du livre du professeur pour être « découverts ». Par exemple, l'activité de découverte de l'étape 16 met en jeu différents savoirs concernant le retour au codage fractionnaire de $\frac{1}{3}$ en fonction du partage de longueurs, les écritures complexes et les égalités d'écritures fractionnaires et d'écritures complexes. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, à partir de cette même activité différentes lectures des savoirs en jeu sont possibles. Certains enseignants

font un retour au sens des fractions en fonction du partage de longueurs quand d'autres ne le font pas. De la même façon certains enseignants font remarquer l'égalité des écritures fractionnaires et complexes quand d'autres proposent des additions de fractions avec réduction au même dénominateur. Les savoirs en jeu ne sont donc pas explicites et peuvent être sujets à interprétation de la part des enseignants.

Il existerait donc trois niveaux de lisibilité des savoirs en jeu dans les situations : institutionnalisés dans le texte de l'*activité*, explicites dans le texte de l'*activité* ou peu explicite dans le texte de l'*activité*. On peut alors faire l'hypothèse raisonnable que plus les savoirs sont explicites dans le texte de la situation, moins ils ont de chances d'être modifiés par les enseignants.

Pour ce qui est du rôle des différentes questions ou différentes tâches de l'*activité*, on peut aussi relever plusieurs niveaux de lisibilité en cherchant à savoir si le but de la question est explicite sans analyse *a priori* de l'*activité*. Les questions les plus explicites sont les questions fermées qui amènent un seul type de réponse et qui ne permettent pas l'utilisation de différentes procédures de résolution (comme la question 1 de la découverte de l'étape 15 présentée plus haut). Les questions moins explicites peuvent induire différents types de raisonnement et de procédures ou peuvent amener à la construction de différentes connaissances. Par exemple, la question Q3 de la découverte de l'étape 16 est considérée comme peu explicite.

Q3. Leïla affirme que le segment [GH] mesure $\frac{7}{4}$ u. A-t-elle raison ?

Figure 38 : Extrait de l'activité de découverte de l'étape 16

Plusieurs procédures sont envisageables pour répondre à cette question. Notamment il est possible de la résoudre dans différents cadres, ce qui peut être sujet à interprétation de la part des enseignants. L'enjeu de la question et de l'*activité* est l'égalité de différentes écritures d'une même fraction. Cet enjeu n'est pas explicite car les enseignants peuvent : ne pas se rendre compte que c'est l'enjeu principal de l'*activité*, être amenés à penser que l'enjeu de l'*activité* est l'addition de fractions, rester dans le cadre des mesures et ne pas décontextualiser cette connaissance. Le but d'une question n'est pas explicite si les alternatives autour de sa mise en œuvre sont nombreuses.

Certaines questions qui permettent la mise en place d'un milieu pour la résolution des suivantes, comme les deux premières de la découverte de l'étape 16 sont aussi considérées comme peu explicites à la lecture de l'*activité*. En effet, il n'est pas nécessairement clair sans analyse *a priori* que ces deux questions permettent de mettre en place le milieu pour la résolution de la question 3.

Les deux éléments à retenir pour catégoriser les différentes questions proposées dans les *activités* sont donc leur ouverture et leur fonction pour la réalisation de l'*activité* dans sa globalité (tâche simple et isolée, mise en place du milieu pour la résolution de la suite de l'*activité*, réel enjeu du problème, etc.).

La redéfinition des *activités* par les enseignants devrait dépendre de la lisibilité de ces dernières à la fois dans leur ensemble (savoirs en jeu) et au niveau des différentes questions ou tâches proposées. Le niveau d'explicitation des savoirs en jeu et la lisibilité du but des différentes questions sont à prendre en compte lors de l'analyse de la mise en œuvre d'*activités* tirées du manuel.

3. Quelle ouverture des activités pour les élèves et pour les enseignants?

Les *activités* de découverte du manuel peuvent être plus ou moins ouvertes côté élèves comme côté enseignant. Elles sont ouvertes côté élève s'ils ont la possibilité de résoudre le problème avec différentes procédures voire dans différents cadres et s'ils ont la possibilité de produire plusieurs réponses justes (comme dans la question 2 de la découverte de l'étape 16 par exemple). Elles sont fermées quand c'est le cas contraire (comme pour la question 1 de la découverte de l'étape 15). L'ouverture d'une *activité* va être déterminante de certaines marges de manœuvre des enseignants. Elle semble pouvoir être un facteur amplificateur de la « différenciation négative » entre les élèves. Lors de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte 16 par l'enseignante E, la proposition de questions ouvertes a permis aux bons élèves de se retrouver dans situations d'action, de formulation et de validation quant les autres élèves restaient passifs. On peut penser qu'une *activité* moins ouverte ne laisserait pas les mêmes possibilités de différenciation négative. En faisant le lien entre l'ouverture côté élèves et les responsabilités qui leur sont laissées, il sera possible de mieux comprendre comment l'enseignante distribue les responsabilités aux élèves de sa classe.

L'ouverture côté enseignant va dépendre des alternatives qui s'offrent à eux autour de la mise en œuvre de l'activité. L'activité de l'étape 16 en laisse peu *a priori*. Pourtant, la distance entre ce qui était proposé par l'enseignante et ce que l'on avait pu déduire de la lecture du manuel était grande. Pour les différentes activités choisies on cherchera à mettre en lien cette distance avec l'ouverture de l'activité.

Caractéristiques de l'activité de découverte de l'étape 15

L'activité de découverte de l'étape 15 (Figure 39) débute le processus d'enseignement des fractions en CM2 du manuel *Euromaths*. C'est une étape de rappels. Elle permet de rendre disponibles des connaissances anciennes, datant du CM1. Elle comporte trois questions (1. a, 1. b. et 2). Les questions 1 et 2 sont indépendantes. Le texte de l'énoncé comprend un encadré du personnage du Furet. Il s'agit d'une institutionnalisation qui porte sur ce que représentent les numérateur et dénominateur d'une fraction et rappelle le vocabulaire correspondant. Le livre du maître précise que « le Furet rappelle une définition première des fractions déjà vue en CM1 ».

Dans le livre du professeur, les auteurs préconisent une lecture silencieuse de l'ensemble du texte. Cette lecture devrait permettre aux élèves d'avoir les connaissances nécessaires pour résoudre le problème. Si les élèves ont déjà vu les fractions en CM1, c'est la première fois qu'ils les retrouvent en CM2. La bulle du Furet rappelle non seulement une partie du vocabulaire lié aux fractions mais rappelle aussi à quoi correspondent les numérateurs et dénominateurs (tout en redonnant le vocabulaire correspondant). De plus, pour donner du sens à ce qu'est une fraction, on retrouve dans le texte les expressions « part équivalente », une fois, et « partager équitablement », deux fois. La lecture du texte dans son ensemble permet donc de rencontrer ces expressions et d'insister sur le caractère de « partage équitable » lorsqu'on parle de fractions. L'étayage que doit ici apporter l'enseignant de manière nécessaire porte sur la lecture du texte. En effet, lors de cette découverte, le vocabulaire utilisé est important et doit être compris par les élèves. Notamment, les termes « équivalente » et « partage équitable » doivent être clairs pour eux afin de résoudre le problème.

Objectifs : Se rappeler des situations quotidiennes dans lesquelles on utilise des fractions. Se remémorer le vocabulaire spécifique.

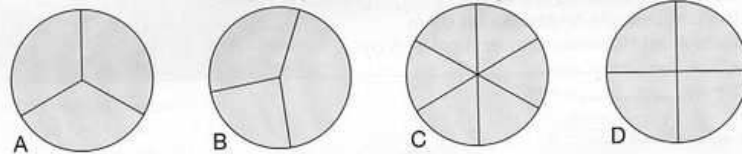
Calcul mental : Jeu de mémoire. Le maître écrit 5 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les doubles des nombres cachés.

15

Fractions au quotidien

Découverte

1. Voici quatre gâteaux prédécoupés sortis du même moule.



a. Quel gâteau peuvent choisir Alice, Qwang et Leïla pour avoir chacun une part équivalente sans qu'il n'y ait de reste ?

Y a-t-il plusieurs gâteaux répondant à ces critères ?

b. Parmi les phrases suivantes lesquelles correspondent aux choix possibles des enfants ?

Chaque enfant a $\frac{1}{3}$ du gâteau.

Chaque enfant a $\frac{1}{4}$ du gâteau.

Chaque enfant a $\frac{1}{6}$ du gâteau.

Chaque enfant a $\frac{2}{6}$ du gâteau.



Dans une fraction, le nombre qui est au-dessous de la barre indique en combien on a partagé l'unité ; c'est le dénominateur. Le nombre qui est au-dessus de la barre indique le nombre de parties de l'unité que l'on prend ; c'est le numérateur.

2. Théo a apporté 4 grillés aux pommes qu'il veut partager équitablement avec Alice et Leïla.

Théo propose de partager équitablement chaque grillé en 3, puis de distribuer les parts.

Alice dit qu'elle a trouvé une solution qui permet de faire moins de miettes. Laquelle ?

Trouve deux écritures mathématiques qui montrent la façon dont chacun veut procéder.

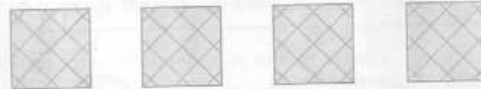


Figure 39 : Etape 15

Une alternative pour les enseignants concerne cette lecture du texte. Ils peuvent ne pas faire lire le texte dans son ensemble. Dans ces conditions, il pourrait manquer des éléments de résolution aux élèves.

La question 1.a. se décline en deux questions : il est d'abord demandé aux élèves de trouver « quel gâteau peuvent choisir Alice, Qwang et Leïla pour avoir chacun une part équivalente sans qu'il n'y ait de reste » puis dans un deuxième temps « Y a-t-il plusieurs gâteaux répondant à ces critères ? ». Il aurait été possible de ne poser qu'une seule question en remplaçant dans la première « quel gâteau » par « quels gâteaux », ce qui aurait été

équivalent à la globalité des deux questions proposées par les auteurs. En la déclinant ainsi, il semblerait qu'ils s'assurent que les élèves chercheront toutes les solutions possibles. Ils s'assurent aussi que l'un des enjeux de cette question sera soulevé sous la forme d'un questionnement sur l'équivalence des deux réponses possibles : gâteau A et gâteau C. Les alternatives pour l'enseignant autour de la mise en œuvre de cette question sont réduites par cette formulation qui rend explicite son enjeu. Enfin pour cette question 1.a, les élèves ne peuvent pas valider par eux-mêmes l'égalité. La seule possibilité pour l'enseignant est donc d'évaluer les réponses en renvoyant les élèves à la notion de partage équitable.

Pour répondre à la question 1.b, les élèves peuvent utiliser leurs connaissances anciennes ou se servir de l'encadré du Furet. Ce dernier devrait leur permettre de valider par eux-mêmes leurs résultats. En effet, ils peuvent se trouver dans des dialectiques de la formulation ou de la validation qui s'appuieraient sur les indications données dans cet encadré. Il permet aux élèves d'avoir les connaissances nécessaires pour valider leur réponse. C'est-à-dire que l'encadré du Furet constitue un critère de validité pour les élèves. Les formulations correspondant aux réponses données lors de la question 1. a. sont « chaque enfant a $\frac{1}{3}$ du gâteau » et « chaque enfant a $\frac{2}{6}$ du gâteau ». A partir de la réponse donnée à la première question, $\frac{1}{3}$ du gâteau et $\frac{2}{6}$ du gâteau devraient être considérés comme équivalents ce qui permettrait d'amener les élèves à constater que $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Une alternative possible pour les enseignants autour de la mise en œuvre de cette question serait de proposer les questions 1.a. et 1.b. indépendamment. Les écritures et l'égalité de ces deux fractions pourraient alors apparaître dès la mise en commun de la question 1.a. La question 1.b. serait alors obsolète.

La question 2 de cette *activité* a un but différent. Il s'agit à nouveau de revoir deux écritures équivalentes d'une même fraction mais, alors que pour la première question il s'agissait de deux écritures fractionnaires (inférieures à 1), il s'agit ici d'une écriture fractionnaire et d'une écriture sous la forme « entier + rompu » (donc supérieure à 1). Les élèves ont à trouver comment partager équitablement quatre gâteaux de forme carrée en trois parts égales. Un premier partage de chaque gâteau en trois parts égales est proposé dans le texte. Les élèves doivent trouver un moyen de partager les gâteaux en faisant « moins de miettes ». La formulation de la question permet de s'assurer que ce nouveau partage va apparaître. Si aucune proposition n'avait été faite dans le texte, on peut penser

que seule la procédure qui consiste à partager chaque gâteau en trois aurait émergé. De plus, le fait de devoir faire « moins de miettes » implique un nombre de coupes inférieur à celui effectué lors de la première question. Une seule procédure est alors envisageable pour résoudre le problème. Il s'agit de donner un gâteau à chaque enfant et de partager le dernier en trois parts égales. La tâche semble assez simple mais les élèves se heurtent régulièrement au problème du partage d'un carré en trois parts égales. Ils tentent de le partager de la même façon qu'un disque : en partant du milieu. La dernière partie de la question demande aux élèves de trouver les écritures correspondant aux deux types de partage. Les formes $\frac{4}{3}, \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}, 4 \times \frac{1}{3}$ et $1 + \frac{1}{3}$ peuvent apparaître. L'égalité de ces quatre formes peut alors être remarquée ainsi que l'égalité $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$. Les alternatives pour les enseignants autour de cette question vont tourner autour des égalités remarquées.

En conclusion sur les caractéristiques de l'activité de découverte de l'étape 15

La découverte de l'étape 15 est une étape de rappel. Elle est construite de manière à réactiver des connaissances déjà construites par les élèves en CM1. Les différentes tâches qui y sont proposées sont plutôt fermées. Il s'agit principalement pour les élèves de lire des informations dans le texte. Cette *activité* permet de laisser plus de responsabilités aux élèves que dans le cas de rappels effectués par l'enseignant. Elle permet aussi d'aborder tous les points de rappel nécessaires et suffisants pour entrer dans le processus d'enseignement des fractions prévu par le manuel. Cela évite à l'enseignant d'avoir à organiser les rappels et en donne la responsabilité aux élèves.

Les différentes questions sont fermées et correspondent à des tâches simples et isolées. En effet, pour la première, il s'agit pour les élèves de lire des réponses dans le texte. Pour ce qui est de la deuxième, une seule procédure et une seule réponse sont envisageables. Le but des différentes questions est donc assez explicite. Les savoirs en jeu dans cette *activité* sont aussi explicites, voir institutionnalisés (un encadré concernant le vocabulaire relatif aux fractions). Du côté de l'enseignant, l'*activité* proposée est assez fermée. Comme pour l'*activité* de découverte de l'étape 16, les alternatives et marges de manœuvre autour de sa mise en œuvre sont très limitées. On peut même penser que les marges de manœuvre sont

d'autant plus limitées qu'il s'agit d'une *activité* propre à faire des rappels. Le fait de commencer une séance par des rappels constitue une marge de manœuvre des enseignants. Or, pour cette *activité* c'est inutile et un épisode de rappels organisé par l'enseignant pourrait faire perdre son intérêt à l'activité.

Caractéristiques de l'activité de découverte de l'étape 16

L'analyse de cette *activité* a été présentée dans le paragraphe précédent. C'est pourquoi elle n'est pas développée dans ce paragraphe. Seuls les différents indicateurs précisés plus haut sont renseignés. La découverte de l'étape 16 est une *activité* pour laquelle des connaissances déjà étudiées sont construites dans un nouveau cadre. Ses objectifs en termes de savoirs en jeu sont explicites en ce qui concerne les équivalences d'écritures fractionnaires et complexes mais ne le sont pas pour ce qui est du retour au codage fractionnaire en fonction du partage de l'unité. Le but des questions est peu explicite. En effet, elles ne correspondent pas à des tâches simples et isolées : elles sont liées les unes aux autres. En particulier, les questions 1 et 2 permettent la mise en place du milieu pour la résolution de la question 3 qui constitue le réel enjeu du problème. L'*activité* est plutôt ouverte côté élèves puisque, pour les différentes questions, plusieurs procédures de résolution sont envisageables et plusieurs résultats justes peuvent apparaître. Elle est fermée pour les enseignants car leurs marges de manœuvre et alternatives autour de la mise en œuvre sont assez limitées.

Caractéristiques de l'activité de découverte de l'étape 56

La découverte de l'étape 56 est la deuxième étape du travail sur les aires (Figure 40). Ses objectifs annoncés dans le manuel et le livre du professeur sont de « mesurer l'aire de différentes surfaces par report ou partage d'une surface dont l'aire est choisie pour unité » et de « rencontrer les unités de mesure d'aires ». Les unités de cm^2 et dm^2 sont introduites et le pavage d'un carré d'aire $1 dm^2$ par des carrés d'aire $1 cm^2$ va permettre aux élèves de rencontrer la relation qui lie ces deux unités : $1 dm^2 = 100 cm^2$.

Le texte se présente sous la forme d'une introduction puis de cinq questions et d'un message du Furet qui correspond à une institutionnalisation de connaissances en jeu dans cette *activité*. Le texte introductif donne les consignes de coloriage du carré à utiliser dans les questions suivantes. La bulle du Furet institutionnalise la relation $1 dm^2 = 100 cm^2$.

Objectifs : Mesurer l'aire de différentes surfaces par report ou partage d'une surface dont l'aire est choisie pour unité. Rencontrer les unités de mesure d'aires.

Calcul mental : Le maître énonce une fraction, les élèves doivent l'écrire comme somme de sa partie entière et de son rompu. Choisir des fractions simples et des fractions décimales ($9/4$; $235/100$; etc.).

56

Mesure des aires

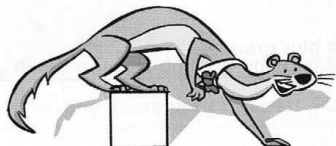
Découverte

Pour recouvrir très exactement ce carré blanc de 1 dm de côté, on utilise des carrés de couleurs de 1 cm de côté :



- les carrés verts pour faire la bordure sur une seule rangée,
- les jaunes pour former un carré central,
- les rouges pour le reste.

1. Trouve au moins deux solutions.
2. Combien faut-il de petits carrés en tout pour recouvrir le grand carré ?
3. Quelle fraction de l'aire du grand carré représente chaque petit carré ?



L'aire d'un carré de 1 cm de côté mesure 1 cm^2 .
L'aire d'un carré de 1 dm de côté mesure 1 dm^2 , elle est 100 fois plus grande que celle du carré de 1 cm^2 .
 $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$

4. Donne en cm^2 la mesure de l'aire de la bordure verte.
5. Pour chacune des deux solutions que tu as trouvées à la question 1, donne en cm^2 la mesure de l'aire du carré central jaune, puis celle de la partie rouge.

Figure 40 : Etape 56

La question 1 permet la construction du matériel utile pour le reste de l'activité. Les élèves vont colorier un carré de 10 cm sur 10 cm pavé en carrés de 1 cm sur 1 cm. Les différents coloriages qu'ils peuvent obtenir auront tous la même bordure verte d'une seule rangée. Le carré central jaune peut faire 2 carrés fois 2 carrés, 4 fois 4, 6 fois 6 ou 8 fois 8. La partie rouge dépend du carré central. La question 2 peut être résolue de deux façons différentes : par dénombrement ou par un calcul multiplicatif si les élèves repèrent qu'il s'agit d'un carré de 10 lignes sur 10 colonnes. Ces deux questions sont donc ouvertes pour les élèves puisque plusieurs résultats sont possibles pour la première et plusieurs

procédures pour la deuxième. Pour la question 3, les élèves vont devoir se remémorer leurs connaissances sur les fractions. Elles ont déjà été réutilisées lors de l'étape précédente du travail sur les aires et devraient donc être disponibles. Une seule réponse est envisageable pour cette troisième question.

Les questions 4 et 5 ont pour but de permettre aux élèves de se familiariser avec l'évaluation de mesure d'aires en fonction de son pavage en cm^2 . Plusieurs procédures sont envisageables pour répondre à ces questions : le dénombrement, l'utilisation d'un calcul multiplicatif et pour le dernier morceau d'aire à calculer, un calcul de soustraction (par exemple pour trouver l'aire de la partie rouge : aire du grand carré moins aire des parties verte et jaune). Le rôle de ces deux questions est un peu différent suivant le moment où va avoir lieu la lecture de la bulle du Furet. Il est présenté entre les trois premières questions et les deux suivantes. Il est donc possible qu'il soit lu à ce moment là. D'un autre côté, dans l'accompagnement du livre du professeur, les auteurs préconisent la lecture de l'encadré pour conclure avec les élèves à la fin de l'activité. On envisage donc deux déroulements.

Dans le premier, les enseignants proposeraient de lire l'encadré à la suite de la question 3. L'introduction de l'égalité $1 dm^2 = 100 cm^2$ pourrait s'appuyer sur le travail effectué lors des questions 2 et 3. Le grand carré de $1 dm^2$ est pavé par 100 carrés de $1 cm^2$, son aire est donc de $100 cm^2$. L'introduction de cette égalité resterait toutefois assez ostensive. Les alternatives possibles pour les enseignants se limiteraient à faire ou non un retour aux précédentes questions. Les questions 4 et 5 correspondraient à des exercices de familiarisation permettant aux élèves d'utiliser l'unité d'aire cm^2 afin d'évaluer l'aire des figures obtenues à partir de leur coloriage.

Pour ce qui est du deuxième déroulement envisageable, même si l'encadré du Furet n'est pas lu, il est indispensable d'introduire les conventions d'unité de mesure d'aire en cm^2 et dm^2 afin que les élèves aient les outils nécessaires pour répondre aux questions 4 et 5. La conclusion sur la bulle du Furet, en ce qui concerne l'égalité $1 dm^2 = 100 cm^2$, pourrait s'appuyer non seulement sur les questions 2 et 3 de l'activité mais aussi sur les questions 4 et 5. La somme des mesures des aires des parties rouge, jaune et verte permettrait de retrouver l'aire du grand carré.

Il existe donc deux alternatives pour les enseignants autour de l'introduction de l'égalité $1 dm^2 = 100 cm^2$. Suivant leur place dans leur déroulement (en fonction de la lecture de la bulle du Furet) le rôle des questions peut changer, ce qui tend à laisser plus d'alternatives

aux enseignants et à rendre leur but peu explicite. De plus, ces questions correspondent à des exercices de familiarisation avec une connaissance nouvelle. Elles peuvent donc être considérées comme ne faisant pas partie d'un cycle court mais d'une phase de familiarisation. Etant donné l'organisation du manuel pour laquelle les *activités* de découverte correspondent en général à des cycles courts, cela peut porter à confusion.

Enfin, en fonction des procédures utilisées par les élèves et du déroulement de la mise en commun, il est possible que les formules de mesure de l'aire d'un rectangle ou d'un carré soient remarquées.

En conclusion sur l'activité de découverte de l'étape 56

Il s'agit d'une étape de construction de connaissances autour de l'évaluation de l'aire d'un carré ou d'un rectangle et de l'introduction de la relation $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$. Le but des questions est explicite. Une partie des savoirs en jeu est institutionnalisée dans la découverte alors qu'une autre est peu explicite (autour de l'évaluation d'une aire). La découverte de l'étape 56 est ouverte côté élèves et plus ouverte que les autres côté enseignants : la construction de la connaissance $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$ peut avoir lieu à différents moments de la découverte. Des savoirs qui ne sont pas explicitement mis en jeu par les auteurs⁹⁹ pour cette *activité* peuvent apparaître en fonction des procédures utilisées par les élèves pour mesurer les aires des rectangles.

Rappel des caractéristiques des différentes *activités* présentées dans ce paragraphe

Dans le tableau suivant nous reprenons les différentes caractéristiques des trois situations étudiées.

	<i>Etape 15</i>	<i>Etape 16</i>	<i>Etape 56</i>
Statut	Rappels	Nouvelle construction	Construction
Questions à but explicite ?	Explicite	Peu explicite	Q1, Q2, Q3 Explicite Q4, Q5 Peu explicite
Savoirs en jeu explicites ?	Q1 Institutionnalisés Q2 Explicite	Peu explicite	Q2, Q3 Institutionnalisés Q4, Q5 Peu explicite
Ouverture pour les élèves	Fermée	Ouverte	Ouverte
Ouverture pour les enseignants	Fermée	Fermée	Ouverte

⁹⁹ Aucune mention de la possibilité de l'introduction de cette connaissance n'est faite dans le livre du professeur.

Les trois *activités* étudiées ont des caractéristiques différentes de par leurs statuts, les questions et savoirs plus ou moins explicites, leur ouverture côté enseignant et côté élèves. A partir de l'analyse de la mise en œuvre de ces trois *activités* par l'enseignante E, il nous sera possible de comprendre quelle influence ces différentes caractéristiques des *activités* peuvent avoir ou ne pas avoir sur les pratiques de cette enseignante.

Analyse des pratiques de l'enseignante E lors de la mise en œuvre d'*activités* ayant des caractéristiques différentes

Pour analyser les pratiques de l'enseignante E autour de la mise en œuvre des différentes *activités* présentées dans le paragraphe précédent, les gestes et routines qu'elle met en place dans sa classe ont été analysés. Ces gestes sont répétitifs par définition. Ils entraînent une redéfinition des *activités* dans un même sens. Cependant, suivant certaines caractéristiques variables des *activités*, les tâches sont plus ou moins redéfinies et leur réalisation peut varier. Ce sont en particulier les invariants dans la redéfinition des tâches que nous décrivons dans la suite de ce chapitre.

Redéfinition des tâches

Dans le chapitre précédent, il a été remarqué que la redéfinition de la tâche prescrite à l'enseignante se déclinait en deux parties : la modification des enjeux liés à l'*activité* et la réduction des tâches prescrites aux élèves. A partir de l'analyse de la mise en œuvre des trois *activités* présentées dans le paragraphe précédent, certains mécanismes de la redéfinition, par l'enseignante, des tâches qui lui sont prescrites ont pu être caractérisés.

Un premier point de la redéfinition des *activités* concerne les savoirs en jeu. Les écarts entre les savoirs en jeu dans le manuel et dans la classe sont variables. Or, la modification des savoirs en jeu influence la redéfinition de la tâche. Dans le chapitre précédent, on a pu

mettre en évidence que la modification des enjeux pouvait dépendre du processus d'enseignement prévu par l'enseignante et notamment des connaissances que l'enseignante voulait faire acquérir aux élèves a priori¹⁰⁰. En analysant la mise en œuvre des *activités* de découverte des étapes 15, 16 et 56, il est apparu que la redéfinition des tâches, et notamment la modification des connaissances en jeu, était aussi étroitement liée aux représentations de l'enseignante concernant les mathématiques et leur enseignement mais aussi à sa volonté de reproduire des histoires de classe. C'est ce que nous verrons dans le première partie du paragraphe sur la redéfinition des tâches.

Le deuxième point de la redéfinition des tâches correspond à une réduction des tâches prescrites aux élèves, c'est-à-dire une réduction de leur part d'initiative. Cette réduction est liée à des gestes que l'enseignante met en place quel que soit le type d'*activité* proposée. Elle sera détaillée dans une deuxième partie de ce paragraphe.

Une redéfinition liée à la représentation des mathématiques de l'enseignante

Une première raison à la redéfinition des tâches par l'enseignante semble liée à ses représentations concernant les mathématiques.

Une représentation des mathématiques pour laquelle la précision du vocabulaire ne semble pas essentielle

Avant de s'intéresser à la façon dont l'enseignante redéfinit les savoirs en jeu en fonction de ses représentations des mathématiques, il semble important de pointer le fait que l'enseignante E n'est pas une spécialiste de cette discipline. Il lui arrive régulièrement d'utiliser un vocabulaire peu mathématique ou de remplacer un concept par un autre. Dans l'échange suivant, tout se passe comme si elle n'accordait que peu d'importance au vocabulaire utilisé. Cette caractéristique des pratiques de l'enseignante peut être imputée à une intention de se mettre au niveau de ses élèves. Seulement, elle pourrait induire des incompréhensions avec ces derniers.

Extrait 25

P : A quel moment est-ce que j'ai le droit d'additionner des fractions ?

¹⁰⁰ Les connaissances que l'enseignante veut faire acquérir aux élèves ne sont pas toujours reliées à une *activité* particulière.

[...]

P : Vous avez vu qu'il est possible de transformer une fraction sans la changer...Hein, des fois quand j'ai envie de la, comment on appelait ça ce matin quand on a corrigé les devoirs, vous vous rappelez, j'ai, quand je la rends plus petite...Je la...

E : Simplifie...

P : Je la simplifie...Je peux simplifier ma fraction, mais je peux aussi l'augmenter. Donc, j'ai bien compris que si je voulais simplifier ma fraction, quel était le code pour simplifier ma fraction ? Sans changer la valeur de la fraction. Eléa ?

Cet échange est assez représentatif de ce qui peut se passer dans la classe de cette enseignante. Elle utilise souvent un vocabulaire non mathématique qui peut porter à confusion. Qu'est-ce que rendre une fraction plus petite ? Que veut dire transformer une fraction sans la changer ? Il n'est pas évident que ce soit clair pour les élèves même si l'enseignante semble essayer d'utiliser un langage courant pour les aider à comprendre. Il arrive aussi par exemple qu'elle confonde les termes de droite et segment, elle demande alors aux élèves de « mesurer des droites » sans que cela ne lui paraisse problématique. Elle fait souvent référence au droit de faire ou de ne pas faire quelque chose, sans en revenir au sens. On a aussi remarqué au chapitre précédent qu'elle utilisait l'expression « écriture fractionnaire » pour parler d'écritures complexes, ce qui amenait les élèves à obtenir des mesures sous forme fractionnaire alors que ce n'était pas ce que l'enseignante attendait. Tout se passe comme si l'enseignante accordait peu d'importance à la précision ou à la justesse du vocabulaire qu'elle utilise en mathématiques. On pourrait alors penser que dans sa représentation des mathématiques, ce n'est pas quelque chose d'important.

Des connaissances et une validation des résultats dans le cadre numérique

Lors des épisodes de mise en commun des *activités* proposées, un des gestes répétitif de l'enseignante est de ramener la validation des résultats à une preuve par le calcul. Si on prend l'exemple de l'étape 16, l'enseignante cherche à démontrer chaque équivalence d'écritures dans le cadre numérique. Dans l'échange suivant, elle va jusqu'à proposer une réduction au même dénominateur pour démontrer les différentes égalités entre écriture fractionnaire et écriture complexe. L'enseignante ne semble pas considérer l'égalité des écritures comme une connaissance en soi. De plus, la reconnaissance de cette égalité dans le

cadre des mesures (par la mesure à l'aide de la bande unité) ne semble pas lui suffire en tant que preuve. Ce qui sera reconnu comme une connaissance mathématique par l'enseignante E, correspond à la capacité de passer d'une écriture à l'autre au moyen d'une réduction des fractions au même dénominateur et de l'addition de ces fractions.

Extrait 26

Océane : Non, mais EF c'est une unité plus $\frac{5}{6}$.

P : Ah, une unité plus $\frac{5}{6}$... Alors, je ne sais pas est ce que un demi plus un tiers, on va voir, est ce qu'un demi plus un tiers peut être égal à $\frac{5}{6}$, on va essayer on va voir comment tu as réussi à trouver ça. Explique-moi.

Alors qu'une élève propose le résultat $1u + \frac{5}{6}u$ comme mesure d'un des segments, l'enseignante ramène tout de suite le résultat de la mesure obtenue par cette élève à une question de calcul de l'égalité de la somme $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ et $\frac{5}{6}$.

Extrait 27

Océane : J'en sais rien moi j'ai fait avec le gabarit...

P : Alors on va essayer, là on est en train de rentrer dans les leçons... C'est compliqué, mais on va essayer de voir si on peut y arriver. On va essayer de voir si on arrive à quelque chose. Comment puis-je réussir à savoir si c'est réellement vrai ? Comment je peux faire pour comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur ? Si jamais j'avais dit un tiers plus deux tiers, j'aurais dit obligatoirement, $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ est égal à...

L'élève explique son résultat par la mesure. L'enseignante l'ignore et, en précisant qu'elle va démontrer l'égalité, ramène l'enjeu de sa séance à des calculs d'additions de fractions.

Extrait 28

E : $\frac{3}{3}$.

P : A trois tiers. J'additionne les numérateurs et je garde les dénominateurs, si jamais je fais $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$, il n'y a pas de problème, je peux ajouter, par contre, un tiers plus un demi...

[...]

P : On multiplie le un par trois et le deux par trois. Et je vais avoir quoi comme fraction ? Ça va se transformer en...

E : $\frac{3}{6}$

P : ... $\frac{3}{6}$. Et l'autre, comment je vais faire pour que ça devienne 6 là.

E : Je multiplie par deux.

P : Je vais multiplier par deux et je vais multiplier par deux.

P : Oui ou non ? Et là je vais avoir quoi ?

E : $\frac{2}{6}$.

P : $\frac{2}{6}$. Et maintenant je peux les additionner puisqu'elles sont toutes les deux en sixièmes. Comme vous l'année prochaine d'ailleurs, normalement...Donc, qu'est ce qui va se passer ? $3 + 2$?

Es : 5.

P : 5 ?

Es : sixièmes...

Elle propose alors une réduction au même dénominateur, ce qui n'est pas au programme de CM2. On peut se poser la question de savoir s'il s'agit ici d'un manque de maîtrise des contenus d'enseignement ou s'il s'agit d'une interprétation qu'elle fait de ces derniers, en fonction du déroulement effectif. Lors de l'analyse globale du processus d'enseignement, on a pu remarqué que l'enseignante se sert du manuel *Thévenet* pour préparer ses cours. Dans ce manuel, on trouve des tâches qui demandent aux élèves de passer d'une fraction à une autre en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même nombre. La réduction de fractions au même dénominateur pourrait être une extension de ce type de tâche.

Enfin, l'enseignante conclut sur le fait que l'élève qui avait proposé ce résultat a raison mais qu'elle ne doit pas le trouver « par hasard ».

Extrait 29

P : $\frac{5}{6}$, donc Océane tu as bien vu, tu as bien vu juste, mais pour pouvoir trouver ça faut pas que ce soit du hasard hein. Il faut que tu passes par cette étape là.

Or l'élève avait précisé qu'elle avait effectué la mesure à l'aide de sa bande unité (Extrait 27, p. 303). Il semblerait donc que la preuve de l'égalité des écritures dans le cadre des mesures ne soit pas acceptable. En se basant sur le fait qu'elle parle de « hasard » on peut déduire que la preuve par la mesure ne constituerait pas une preuve mathématique pour cette enseignante.

Un autre enjeu d'enseignement de cette même *activité* correspond pour l'enseignante à l'ordre d'une fraction et de l'unité en fonction de l'ordre des numérateurs et dénominateurs. Il ne s'agit plus ici de calculs mais on est toujours dans un cadre numérique. Cet enjeu permet à l'enseignante d'enseigner une propriété des fractions: « quand le numérateur est supérieur au dénominateur alors la fraction est plus grande que 1 ».

De la même façon, lors de l'étape 56, l'enseignante introduit la formule de calcul de l'aire d'un rectangle (multiplication d'un côté par l'autre). Selon l'analyse *a priori* de l'*activité* et des exercices de la même étape¹⁰¹, cette formule n'est pas un des enjeux de l'*activité*. Elle peut toutefois apparaître comme procédure de résolution pour les questions où il s'agit d'évaluer des mesures d'aires. L'aire du grand carré n'est jamais demandée comme telle, bien qu'on demande aux élèves combien de petits carrés sont nécessaires pour remplir le grand carré et que la multiplication d'un côté par l'autre puisse apparaître comme procédure de résolution. Les aires que les élèves ont ensuite à évaluer correspondent aux parties coloriées lors de la question 1, c'est-à-dire à l'aire d'un carré central (de 2 carreaux sur 2, 4 sur 4 ou 6 sur 6 au maximum) et celle de la bordure du carré (de 36 carreaux). Les mesures peuvent être obtenues assez simplement par dénombrement même si les élèves ont aussi la possibilité de les trouver à l'aide d'une procédure multiplicative. Le livre du maître fait d'ailleurs mention de ces deux procédures sans en préférer une.

L'enseignante propose une synthèse des questions 2 et 3 de l'*activité* sans les avoir proposées au travail individuel des élèves. Lors de cette synthèse, elle introduit les formules pour la mesure de l'aire d'un carré et d'un rectangle.

¹⁰¹ L'étape 56 n'est pas prétexte à introduire une formule pour le calcul de l'aire d'un rectangle. Les auteurs ne le préconisent pas dans l'accompagnement. De plus, l'exercice 2 semble être construit pour la faire émerger. Il s'agit lors de cet exercice d'évaluer l'aire d'un rectangle tracé sur du papier quadrillé en demi-centimètres puis de trouver un moyen de prévoir l'aire d'un autre rectangle qui n'est pas représenté mais qui pourra l'être afin de vérifier le résultat.

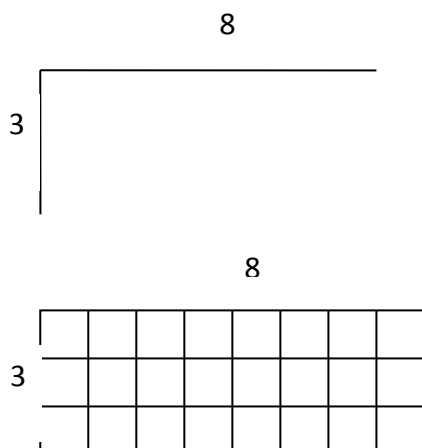
Extrait 30

P : 100 et oui...Et pas 10. (Elle efface le 10 cm^2 noté au tableau et le remplace par 100 cm^2 , elle a noté en dessous de 1 dm^2 , 1 dm fois 1 dm et en dessous de 100 cm^2 , 10 cm fois 10 cm). Alors, pourquoi ça parce que c'est 10 cm multiplié par 10 cm . On est bien d'accord que tout à l'heure on a rempli notre carreau avec 100 petits carreaux qui valaient 1 cm^2 . Il y en a qui dorment, mais ça va vous faire du mal quand je vais vous faire une évaluation là-dessus, ça va vous faire un grand mal, parce qu'il va falloir absolument vous réveillez. Alors réveillez vous. Tout à l'heure quand on a colorié ce grand carreau, on a bien dessiné 100 carreaux. Vous êtes d'accord ? Vous avez pas eu l'impression de les dessiner parce que vous les avez coloriés comme ça mais dans le texte vous en avez dessiné 100. On a décidé que un petit carreau était égal à 1 cm^2 , donc si vous en avez trouvé 100, vous avez donc dessiné 100 cm^2 , or, donc, on s'aperçoit en fait que sans le vouloir on a dessiné 100 cm^2 et qu'on est parti de un petit carré qui valait 1 cm^2 . Donc, si on fait l'opération en sens inverse, si jamais on travaille sur le cm , on s'aperçoit que 1 fois 1 est égal à 1 et que si par contre, on fait 10 fois 10 que c'est égal à 100.

P : Donc, tout ça pour vous dire que quand je travaille dans les aires, lorsque je calcule l'aire d'une figure, je multiplie la longueur par l'autre longueur. [...] Donc, en fait, ce qu'il faut bien se rendre compte, c'est que quand je calcule les aires, je dois faire une multiplication entre la mesure que j'ai là et celle que j'ai là. Alors, quand c'est un carré, pas de problème, je fais ça multiplié par lui-même mais quand c'est un rectangle... Si jamais j'ai un rectangle ici qui fait 8 cm de longueur et 3 cm de largeur, je vais faire pas 8 plus 3 mais je vais faire 8 fois 3. C'est-à-dire que je vais faire, 3 fois 8 carreaux, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8. Désolée pour le manque de...

Voilà ce qui se passe, en fait je dessine 3 rangées de 8 carreaux, c'est pour ça que je multiplie 8 par 3.

Au Tableau :



P : Et là ? Alors là, ce sont des chiffres un petit peu plus compliqués à comprendre vu que 1

fois 1 est égal à 1. Mais par contre attention Laurie, là tu es tombée dans le panneau, ce n'est pas 10 cm^2 , c'est 100. Ce qui nous explique que quand on travaille les aires, si je veux passer du cm au dm et au mm, je multiplie à chaque fois par 100, et non pas par 10. D'accord.

C'est-à-dire que si jamais je travaille mon tableau, j'ai 1 cm^2 contrairement à (?) est égal à 100 cm^2 , 100 cm^2 . Qui est égal à 10000 mm^2 .

Donc attention quand je travaille sur les aires quand je passe d'une mesure à l'autre je multiplie par 100, je mets deux points par carreau. On y reviendra là-dessus. Vous avez compris ? Oui, bien.

Lors du travail sur cette *activité*, l'enseignante rapporte donc aussi les connaissances mathématiques en jeu à des calculs et formules de calcul qu'elle donne aux élèves. La procédure qui consisterait à dénombrer les petits carrés n'est pas prise en compte.

De plus, à la suite de l'*activité* de découverte qui tient lieu de leçon, l'enseignante propose l'exercice 5 (Figure 41 : exercice 5 de l'étape 56) comme exercice d'application.

5 a. Le cm^2 étant l'unité choisie, évalue l'aire du rectangle EFGH.

b. Prévois l'aire d'un rectangle de 7 cm sur 5 cm. Vérifie en le construisant sur du papier quadrillé.

The figure shows a grid with a small square labeled '1 cm²' and a larger rectangle labeled 'EFGH' with vertices E, F, G, and H. The rectangle EFGH is 7 units wide and 5 units high.

Figure 41 : exercice 5 de l'étape 56

Elle modifie cet exercice en fonction de ces savoirs en jeu institutionnalisés lors de l'*activité*. Alors qu'il s'agissait dans la tâche prescrite par le manuel d'« évaluer » une aire

puis de prévoir l'aire d'un rectangle dont la longueur des côtés est donnée¹⁰², l'enseignante demande de calculer l'aire du premier rectangle (en fonction de la formule donnée) et met de côté la deuxième question. Les procédures de dénombrement ne sont donc, une fois de plus, pas valables.

En conclusion sur la redéfinition en fonction des représentations des mathématiques de l'enseignante

Il semblerait donc que l'enseignante se fasse une idée des mathématiques où les connaissances se traduisent en termes de calculs, c'est-à-dire que les mathématiques seraient réduites à un cadre numérique. Les savoirs en jeu pour l'enseignante sont alors différents de ceux du manuel puisqu'ils semblent se réduire à cette composante des mathématiques. On peut aussi penser à la vue de ces résultats en termes de savoirs en jeu, que l'enseignante ne prend pas en compte les connaissances ou les outils (au sens de la dialectique outil-objet) mais seulement les savoirs ou les objets. Tout se passe comme si sa conception des mathématiques l'empêchait de considérer certaines connaissances mathématiques comme telles.

De la redéfinition des savoirs en jeu à la redéfinition de la tâche

L'enseignante semble se faire une idée des mathématiques où les connaissances se traduisent en termes de calculs. C'est-à-dire que les mathématiques seraient réduites à un cadre numérique. A partir de cette vision des mathématiques, l'enseignante modifie les enjeux des *activités*. Ils vont orienter la redéfinition de la tâche. Tout se passe comme si l'enseignante, ne pouvant concevoir de validation des résultats sans un passage par le calcul, était amenée à ajouter des questions (par exemple lorsqu'elle propose une réduction au même dénominateur) ou à institutionnaliser des savoirs qui ne sont pas spécifiquement en jeu dans les *activités* du manuel (formule de calcul de l'aire d'un rectangle, ordre des fractions par rapport à l'unité en fonction de l'ordre des numérateurs et dénominateurs). Les savoirs en jeu sont toutefois plus ou moins modifiés en fonction de leur caractère explicite dans le manuel et de leur nature.

¹⁰² C'est à ce moment du processus d'enseignement que la formule pour mesurer l'aire d'un rectangle devrait émerger.

Enfin, la redéfinition des savoirs en jeu n'est pas la seule raison de la redéfinition des tâches qui semble aussi dépendre de la recherche de la reproduction d' « histoires de classes ».

Des savoirs en jeu plus ou moins modifiés selon leur caractère explicite dans l'activité du manuel

Suivant les caractéristiques des *activités*, l'enseignante ne redéfinit pas les savoirs de la même façon. En effet, si ses représentations des mathématiques et de leur enseignement l'amène à modifier les enjeux des *activités*, lorsque les savoirs sont institutionnalisés dans le manuel ils restent en jeu dans sa classe.

Dans le tableau suivant (Tableau 9 : Savoirs en jeu) sont répertoriés les savoirs en jeu dans le manuel et dans la classe de l'enseignante E. Les savoirs en jeu dans les *activités* du manuel sont répartis en deux catégories : ceux qui sont institutionnalisés dans le manuel sous la forme d'un encadré présenté par le personnage du Furet et ceux qui ne sont pas institutionnalisés dans le manuel, pour les derniers il est précisé s'ils apparaissent de manière explicite lors d'une lecture sans analyse *a priori* et si ces savoirs sont abordés par l'enseignante. Enfin, les savoirs institutionnalisés par l'enseignante qui ne correspondent pas aux enjeux des *activités* selon les analyses *a priori* sont caractérisés.

En reprenant ce tableau, plusieurs éléments concernant la redéfinition des savoirs en jeu ressortent clairement. En premier lieu, si les savoirs sont institutionnalisés dans le manuel, alors l'enseignante les institutionnalise aussi. Par exemple, les *activités* de découverte des étapes 15 et 56 comportent toutes deux des encadrés présentés par le Furet. Dans ces encadrés certains savoirs sont institutionnalisés. Il s'agit de savoirs qui ne peuvent pas être construits par les élèves tels que le vocabulaire associé aux fractions ou les unités de mesures d'aire. Ces savoirs sont institutionnalisés par l'enseignante. On peut imaginer deux raisons à cela. Tout d'abord, l'enseignante ne peut ignorer qu'ils sont en jeu dans ces *activités* puisqu'ils y sont clairement institutionnalisés. De plus, ces savoirs concernent le vocabulaire ou les conventions d'écritures. Ce sont donc des savoirs moins mathématiques que d'autres qui ne peuvent être introduits que de manière ostensive.

Etape	Savoirs en jeu dans le manuel	Les savoirs en jeu sont-ils institutionnalisés ou explicites à la lecture de l'activité ?	Sont-ils abordés par l'enseignante ?	Savoirs institutionnalisés par l'enseignante ne correspondant pas à ceux du manuel
15	A quoi correspondent les numérateurs et dénominateurs ?	Institutionnalisé dans le manuel	Oui	
	Codage d'une fraction en fonction du partage d'aires	Explicite	Institutionnalisé avant le travail sur l'activité	
	Egalité de deux écritures fractionnaires ;	Explicite	Oui	
	$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$	Explicite Peu explicite	Oui Non	
16	Codage d'une fraction en fonction du partage de longueurs	Peu explicite	Non	Ordre des fractions par rapport à l'unité en fonction de l'ordre numérateur dénominateur
	Egalité de deux écritures sous forme fractionnaire et complexe	Explicite	Non	Addition de fractions et réduction au même dénominateur
56	Mesure en cm^2 d'un carré de 1 cm de côté	Institutionnalisé	Oui	
	Equivalence $1 dm^2 = 100 cm^2$	Institutionnalisé	Oui	
	Evaluer des mesures d'aires (questions 4 et 5)	Peu explicite	Non	Formule pour mesurer l'aire d'un rectangle Tableau de conversion des mesures d'aires

Tableau 9 : Savoirs en jeu

On remarque aussi que, si les connaissances visées sont peu explicites, l'enseignante ne les aborde pas. Les enjeux qui y sont liés disparaissent. Par exemple, le retour à ce que représentent les fractions en fonction du partage de longueurs dans l'activité de découverte

de l'étape 16 ou l'égalité $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$, lors de l'*activité* de découverte de l'étape 15, ne sont pas abordés par l'enseignante.

Enfin, lorsque les savoirs sont peu explicites et concernent des connaissances qui ne correspondent pas à la représentation que l'enseignante se fait des connaissances mathématiques, elle les modifie pour les ramener à des savoirs qui correspondent à ses représentations. Comme nous l'avons vu plus haut, l'enseignante semble avoir une conception des mathématiques où les connaissances et la validation passent par des calculs. Lors de l'étape 16, elle modifie le savoir en jeu concernant l'égalité des écritures fractionnaires et complexes pour le remplacer par l'addition de fractions et la réduction au même dénominateur. Lors de l'étape 56 elle ne propose pas aux élèves de travailler sur l'évaluation de mesure d'aires mais introduit une formule de calcul de l'aire d'un rectangle et un tableau de conversion des mesures d'aires.

Il semblerait donc que plus les objectifs des *activités* en termes de savoirs en jeu sont explicites dans le texte du manuel de l'élève (et moins ils sont mathématiques), moins ceux-ci sont modifiés. Et, tout se passe comme si les savoirs correspondant à des résultats (et non à du vocabulaire ou à des conventions) étaient modifiés par l'enseignante pour être remplacés par ce qui semble constituer pour elle une connaissance mathématique, c'est-à-dire un calcul.

Des éléments de redéfinition lors des épisodes de travail collectif qui semblent liés à la recherche de la reproduction d'histoires de classe

Lors de l'analyse de la mise en œuvre des différentes *activités* proposées, nous avons pu remarquer que l'enseignante ajoute des questions. Elle cherche à confronter les élèves aux difficultés qu'elle repère. Il lui arrive de poser des questions pour s'assurer que les élèves donnent une réponse fautive. Par exemple, lors de la mise en œuvre de la question de l'*activité* de l'étape 15, les élèves répondent que le gâteau qui convient pour faire un partage en trois parties égales est le gâteau A. C'est une réponse juste. L'enseignante ne s'en contente pas. Elle cherche à faire dire aux élèves que le gâteau B qui est coupé en trois parts auraient éventuellement pu convenir mais que, comme les parts ne sont pas égales, il ne convient pas.

Extrait 31

P : très bien, quelle comparaison peut on faire entre le camembert A et le camembert B ?
Pierre ?

Pierre : Bin sur le camembert B, il y a une grosse part...

P : Oui...

Pierre : Et ça peut pas plaire à tout le monde.

P : Ça peut pas plaire à tout le monde, c'est vrai. Alors si on va oublier cette dimension affective.

Pierre : Sur le A y'a des parts égales.

P : Alors par rapport aux camemberts A et B, quand je les regarde rapidement comme ça qu'est ce que je dis ?

Estelle : Bin que le A il est plus égal, tandis que le B il y a une grosse part.

P : Je regarde rapidement, je suis inattentive. Je regarde, ho, qu'est ce que je peux dire ?

Samantha : Bin c'est que on peut mettre A et B parce qu'il y a trois parts.

P : Voilà, très bien. Le camembert A et le camembert B sont tout les deux partagés en trois, donc on pourrait se dire, après tout, voilà des gâteaux déjà coupés en trois. Mais que se passe-t-il ? est ce que...Claire ?

Claire : Les parts sont pas égales...

P : Les parts ne sont pas égales. Donc on se retrouve avec la même problématique que tout à l'heure Marine, la gourmande va prendre la grosse et part et les autres malheureusement se servir les parts les plus fines. Maxime ?

Alors que les élèves ont donné une réponse qui convenait à la question, l'enseignante insiste pour les faire revenir sur le « camembert » B qui ne convient pas pour répondre à la question. Une élève comprend alors les intentions de l'enseignante et donne la réponse fausse qui est la réponse juste à la question de l'enseignante (« voilà, très bien »). On peut penser qu'elle ne peut pas faire le deuil de certains éléments des déroulements. Elle voit cette difficulté et l'a peut-être déjà rencontrée précédemment en classe. Tout se passe alors comme si elle cherchait à reproduire une « histoire de classe ».

Un peu plus loin, elle introduit une nouvelle question concernant les deux réponses justes à la question qui ont été données par les élèves.

Extrait 32

P : Et ensuite qu'est ce que je fais ? Et celle là je la coupe en six. Très bien. Si je regarde mes deux camemberts là, je fais mes questions, les enfants font le choix du gâteau A, à votre avis est-ce qu'ils vont manger plus ou moins que quand ils font le choix numéro B ?

(A partir de cette question, l'enseignante confond les gâteaux B et C. Le gâteau qu'elle nomme B est en fait le C. Les élèves suivent quand même.)

E : Heu, plus.

P : Thomas, tu ne te balances pas...Thomas tu nous dis, ils vont manger plus quand ils choisissent le, le...

Thomas : Heu, égal...

P : Egale, qui est d'accord avec Thomas, ou qui n'est pas d'accord avec Thomas peut-être...Elisa qu'est ce que tu en penses ?

Elisa : Heu, ils vont en avoir moins parce que le B ils ont une part de plus et que pour A ils ont en une de moins.

P : Vous êtes d'accord avec ce que viens de dire Elisa ?

Es : Non, non.

E : Parce que sur une ils auront une grosse part.

P : Elisa, alors, Elisa si jamais je te donne à manger du gâteau, si je te donne à manger B, la manière de manger B, tu vas te sentir frustrée parce que tu en auras moins que si je t'avais partagé la part A, c'est ça ? Qu'est ce que t'en penses ?

E : Je me suis trompée.

P : Tu t'es trompée ?

E : Oui.

P : Alors, effectivement on va toujours avoir tendance à penser que là on va en avoir moins mais qu'est ce qui s'est passé en fait entre le gâteau A et le gâteau B ? Laurie ?

Laurie : Bin, en fait, les gros morceaux du camembert A et bin on les a coupées en deux...

P : On les a coupées en deux...

Laurie : En deux parties égales, le camembert B.

P : En deux parties égales. Donc, en fait, ce qui veut dire si je comprends bien que cette partie là, elle est égale à cette partie là. Oui ou non ?

Es : Oui.

Romain : Le gros morceau il est coupé en deux.

P : Le gros morceau il est coupé en deux. Oui. Bon, je vous demande rien de plus, je vous demande juste de vous rappeler que ce sont deux manières d'écrire une fraction.

L'enseignante pose ici une nouvelle question pour comparer les deux réponses possibles. Elle ajoute « effectivement on va toujours avoir tendance à penser que là on va en avoir moins ». Or, ce n'est pas évident. Il semblerait qu'elle pointe ici une difficulté qu'elle veut que les élèves rencontrent quoi qu'il arrive.

Lors de l'étape 16, l'enseignante pointe aussi quelque chose qui lui semble être une difficulté et cherche à le faire remarquer aux élèves.

Extrait 33

P : Alors, qu'est ce qu'on peut constater avant même de commencer à travailler ? Athénaïs ?

Athénaïs : Que la bande va être coupée en deux ou en quart ou en tiers.

P : Alors. C'est pas tout à fait ça que j'aurai voulu qu'on fasse en premier lieu, qu'est ce qu'on voit juste comme ça de visu, quand on regarde l'unité et quand on regarde les droites, qu'est ce qu'on remarque...

Océane : Que l'unité elle est plus petite que les droites.

P : Que l'unité est plus petite que les droites, d'accord, déjà. Donc, on va se trouver avec un petit souci c'est que on va avoir une unité pleine et après on va devoir jongler avec heu...avec quoi ? Alors, est ce que vous avez, par exemple si on prend la droite numéro 1, la droite A. $[AB]$, on prend la droite (AB) , vous avez, est ce que vous avez superposé...est ce que vous avez superposez votre unité sur la droite (AB) ?

L'unité c'est u , hein, c'est pas $[AB]$, Maxime il a découpé l'unité à la taille de $[AB]$. L'unité est à la taille de u , vous l'avez tous u ?

Es : Oui.

P : Bien alors vous allez superposez...Vous c'est pareil, met moi u , mais pas là...(en aparté ?) tu le poses sur $[AB]$, qu'est ce que tu remarques ? Elle est plus petite. Elle est plus petite de

combien ? (...) Découpe toi ta bande de façon à ce qu'elle soit égale à u . Qu'est ce que je constate, je constate que dans ma droite (AB), Maxime, qu'est ce que tu as remarqué ?

Max. D. : Bin que, en fait, la u elle fait $2/3$... Par rapport à [AB].

P : Alors, j'ai [AB]...si je superpose [AB], si je superpose mon unité u sur ma droite (AB), sur mon segment [AB], pardon, il va arriver où à peu près mon segment, mon, mon unité elle va arriver où ?

E : Aux trois quarts.

P : A peu près aux trois quarts, effectivement. Elle va arriver à peu près là, mais comment je vais faire, comment je vais me débrouiller pour pouvoir mesurer ça ? Je n'ai pas droit à la règle par contre. J'ai droit à juste, à me servir de mon unité, qu'est ce que je fais ?

Il semblerait à nouveau qu'il soit important pour l'enseignante que les élèves se heurtent à la difficulté qu'elle a pu trouver, c'est-à-dire que l'unité est plus petite que les droites. C'est cette difficulté qui va lui permettre d'introduire son objet d'enseignement concernant l'ordre des fractions. Comme les enjeux d'enseignement de l'*activité* ont été modifiés par l'enseignante, l'*activité* n'est pas construite pour faire émerger ces enjeux redéfinis. L'enseignante pour être sûre qu'ils apparaissent cherche à ce que les élèves les « découvrent ». Or, en forçant la découverte de ce qui lui paraît important elle ne laisse pas aux élèves la possibilité de se confronter aux difficultés (ou obstacle) liées à l'*activité*. Les questionnements qui auraient pu en découler n'ont pas lieu. L'*activité* ne correspond plus à une situation d'apprentissage.

Lors de l'étape 56, l'erreur attendue par l'enseignante apparaît aussi suite à une question qu'elle entraîne. En suivant le texte de la découverte, il n'y a aucune raison pour que les élèves proposent la mesure 10 cm^2 pour l'aire du grand carré. L'*activité* est construite de telle sorte que les élèves ne proposent pas cette réponse. Or, l'enseignante demande d'abord la mesure de l'aire d'un carré de 1 cm de côté, ce à quoi les élèves répondent 1 cm^2 puis demande directement la mesure de l'aire du grand carré sachant que son côté mesure 10 cm . Les élèves commencent alors par répondre 10 cm^2 . L'enseignante poursuit donc sa séance à partir de là pour montrer que l'aire d'un carré de 1 dm de côté est égale à 100 cm^2 .

Extrait 34

P : Ah, alors. Est-ce que ça c'est juste ? (Elle parle de la réponse 10 cm^2 proposée plus haut).

Comment tu as trouvé ça Laurie ? C'était toi qui l'a proposé ?

Laurie : Elle a vu que 1 dm est égal à 10 cm .

P : (Inaudible). Tout à l'heure c'était un grand hasard que le chiffre de l'aire soit le même que le chiffre de la longueur. Parce que justement 1 fois 1 c'est toujours 1. Mais si tu changes le côté que tu dis, qu'au lieu de 1 cm tu le transformes en 10 cm tu vas te retrouver avec l'opération 10 fois 10. Et ça donne...

E : 100.

P : 100 et oui...Et pas 10.

Dans ces différents exemples, l'enseignante se débrouille pour que les élèves soient confrontés aux difficultés qu'elle a repérées et pour qu'ils proposent des réponses fausses qu'elle pourra alors rejeter. Comme nous l'avons vu plus haut, il est possible que ce fonctionnement soit lié à la volonté de l'enseignante de reproduire certaines histoires de classe. Il est aussi possible qu'elle s'appuie sur des théories pour lesquelles l'erreur peut avoir un statut bien particulier qui permet ensuite de mieux construire la nouvelle connaissance. Or, on peut imaginer que l'association de son type de pratiques et d'*activités* qui ne prévoient pas d'induire ce genre d'erreurs peut créer des difficultés pour les apprentissages des élèves. En effet, si les élèves n'étaient pas attentifs, les discours qu'ils pourraient entendre pourraient être mal interprétés. Lors de la mise en œuvre de l'*activité* de l'étape 15, l'enseignante répond que c'est très bien à une élève qui propose une réponse fausse car c'est ce qu'elle voulait entendre.

Extrait 35

Samantha : Bin c'est que on peut mettre A et B parce qu'il y a trois parts.

P : Voilà, très bien.

Des élèves inattentifs pourraient comprendre que les deux réponses sont acceptables alors que ce n'est pas le cas.

En conclusion sur ces différentes étapes de redéfinition des tâches

La modification des enjeux semble pouvoir être liée aux processus d'enseignement prévus par l'enseignante, à ses représentations concernant les mathématiques mais aussi à

la recherche de la reproduction d'histoires de classe. Un dernier élément un peu différent intervient dans la redéfinition des tâches : les gestes et routines que l'enseignante met en place y participent. Ils sont étudiés dans la suite de ce chapitre.

Une redéfinition des tâches liée aux gestes et routines que l'enseignante utilise

La représentation que l'enseignante se fait des mathématiques n'est pas le seul facteur amenant à la redéfinition des situations. En effet, il semble que la redéfinition soit aussi liée aux conceptions de l'enseignante en ce qui concerne l'enseignement et notamment aux gestes et routines qu'elle peut mettre en œuvre en fonction de ces dernières. L'analyse de la prescription de la tâche¹⁰³ aux élèves donne un accès partiel à la tâche redéfinie et aux gestes que l'enseignante emploie pour redéfinir et prescrire la tâche. Dans ce qui suit, nous présentons les différents gestes que l'enseignante met en place au moment de la prescription des *activités* et qui participent à la redéfinition des tâches.

Des gestes répétitifs constituant une routine

Quelle que soit l'*activité*, l'enseignante adopte les mêmes gestes pour prescrire la tâche. Ces gestes correspondent à la mise en place de différents épisodes de travail avant la mise au travail individuel des élèves. Nous reprenons ci-dessous (Tableau 10) le découpage en épisodes de la prescription des tâches pour les trois *activités* étudiées. La tâche sur laquelle les élèves se mettent au travail pour l'épisode de travail individuel est aussi précisée.

On trouve un schéma récurrent concernant les épisodes précédant le travail individuel des élèves. Pour deux des *activités*, l'enseignante propose un épisode de rappels. Puis, quelles que soient les caractéristiques de l'*activité* proposée, l'enseignante prescrit une première tâche qui sera résolue lors d'un épisode de travail collectif. Enfin, l'enseignante effectue une synthèse de ce travail. Lors de ces trois épisodes, nous allons voir que l'enseignante explicite son objet d'enseignement, l'institutionnalise localement et qu'elle propose un exemple de ce qui doit être fait par les élèves.

Quelle que soit l'*activité* de départ, lorsque les élèves se mettent au travail c'est sur un exercice de reproduction ou d'application.

¹⁰³ La prescription de la tâche correspond aux différents épisodes de travail ayant lieu avant que les élèves ne se mettent au travail individuellement sur la tâche prescrite par l'enseignante.

Découverte étape 15	Découverte étape 16	Découverte étape 56
Episode 0 ¹⁰⁴ : Rappels sur les fractions : lien partage/fraction et partage d'un gâteau en trois parts égales ;		Episode 0 : Rappels sur les unités de mesures de longueur ;
Episode 1 : Introduction de l'activité ;	Episode 1 : Introduction de l'activité : Prescription d'une première tâche correspondant à mesurer tous les segments ;	Episode 1 : Introduction de l'activité (construction du matériel)
Episode 2 : Travail collectif sur la question 1 de la découverte ;	Episode 2 : Travail collectif sur la mesure d'un segment	Episode 2 : Travail collectif sur les questions 1 et 2 ;
Episode 3 : Synthèse ;	Episode 3 : Rappels (synthèse) et nouvelle prescription de la tâche ;	Episode 3 : Synthèse et conclusion : Introduction des unités de mesures d'aires et présentation de technique de calcul de l'aire d'un carré et d'un rectangle en fonction de la longueur des côtés ;
Episode 4 : Recherche individuelle sur la tâche prescrite : « Partager quatre gâteaux en trois parts égales »	Episode 4 : Travail individuel sur la tâche prescrite : mesurer tous les segments (sachant qu'un exemple a été donné).	Episode 4 : Travail individuel sur les tâches prescrites correspondant à l'exercice 1 et à la première question de l'exercice 2 ;

Tableau 10 : Episodes de travail avant la prescription d'une tâche pour le travail individuel

Un premier geste : Episodes 0 les rappels

Pour deux des *activités* sur les trois, l'enseignante commence par un épisode de rappels. Cet épisode n'a cependant pas les mêmes conséquences sur les deux tâches prescrites aux élèves.

Lors de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 15, les rappels prennent la forme d'une institutionnalisation locale sur les fractions. L'enseignante redéfinit ce qu'est une fraction en s'appuyant sur le partage d'un gâteau en trois parts égales.

¹⁰⁴ Les épisodes 0 correspondent à des épisodes ayant lieu avant le début du travail sur l'*activité*.

Extrait 36

P : Ah...Ca ça me plaît plus déjà. Donc, quand on coupe en fractions, on va obligatoirement parler de parties égales. C'est-à-dire que si je coupe n'importe quoi en morceaux en parlant, en parties, en petits morceaux, ces parties là elles vont toutes être égales les unes aux autres. Donc, il ne suffit pas de dire je coupe mon gâteau en deux. Je coupe mon gâteau en deux parties égales. C'est pareil quand je coupe mon gâteau en trois. Je peux faire la même chose, voilà Marine et puis, j'ai, bon allez, y'a Mathilde à côté, Mathilde et voilà, moi je me garde le reste et voilà mon gâteau coupé en trois morceaux, en trois parties, vous êtes d'accord ? (L'enseignante a dessiné au tableau un gâteau coupé en trois parts non équivalentes.)

Es : Oui.

P : Mais est-ce que je vais pouvoir parler de fractions là ?

Es : Non.

P : Et bin non, donc...Première chose dont on va se souvenir c'est que quand je parle de fractions, je parle de coupures, quelle que soit l'unité que l'on prend, que ce soit mon gâteau que ce soit une feuille de papier ou un morceau de tissu, quand je parle de fractions, je vais parler de parties égales les unes par rapport aux autres. Ensuite, tu m'as parlé de quoi Marine après ?

Marine : De tiers.

P : De tiers, alors qu'est ce que c'est qu'un tiers ?

Marine : Un tiers c'est quand on coupe en parties égales en trois.

P : On coupe quelque chose, ton unité en trois parties.

Lorsqu'elle prescrit la première question de la découverte qui consiste à reconnaître parmi quatre gâteaux prédécoupés ceux qui peuvent convenir pour un partage en trois parts équivalentes, la question a déjà été résolue. En effet, pendant l'échange ci-dessus l'enseignante a dessiné un gâteau découpé en trois parts de tailles différentes et a déjà demandé aux élèves s'il s'agissait d'un partage fractionnaire.

Nous avons vu lors de l'analyse de cette *activité* qu'un épisode de rappel n'était pas nécessaire. C'est l'*activité* elle-même qui est porteuse des rappels nécessaires pour débiter le processus d'enseignement des fractions en CM2 proposé par *Euromaths*. Si l'enseignante ne proposait pas d'épisode de rappel, les élèves auraient plus de responsabilité pour rendre à nouveau disponibles leurs connaissances sur les fractions. L'enseignante ne laisse pas ce

genre de responsabilité aux élèves. Soit elle ne perçoit pas que l'objectif de cette situation est de permettre de faire les rappels qu'elle propose lors de l'épisode 0, soit elle ne fait pas confiance à ses élèves pour qu'ils se rappellent eux-mêmes les connaissances anciennes à partie de l'*activité*. Quoi qu'il en soit, cet épisode contribue à redéfinir la tâche et à réduire celle qui est prescrite aux élèves à un exercice d'application.

Lors de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 16, l'enseignante ne propose pas de rappels. Cette étape arrive juste à la suite de l'étape 15. Les rappels nécessaires à la réalisation de cette *activité* par les élèves ont donc été effectués. Par contre, l'*activité* est mise en œuvre sur trois séances et l'enseignante effectue des rappels au début des deux dernières séances. Les rappels ayant lieu lors de la deuxième séance concernent alors le savoir mis en jeu lors de la première séance, c'est-à-dire l'ordre des fractions et de l'unité en fonction de l'ordre des numérateurs et dénominateurs. A ce moment là le travail individuel n'a pas encore eu lieu. L'épisode de rappels correspond pourtant à une synthèse d'une durée de 20 minutes.

Les rappels ayant lieu en amont de la mise en œuvre de l'étape 56, ils n'ont pas la même conséquence sur la redéfinition de la tâche que ceux effectués en amont de l'étape 15. Ils concernent les mesures de longueur ($1\text{ dm} = 10\text{ cm}$) et n'empiètent pas sur ce qui est proposé par le manuel.

Les épisodes de rappel font parti des gestes que l'enseignante met en place afin de prescrire une *activité* à ses élèves. Seulement, ils n'ont pas les mêmes conséquences suivant la fonction de l'*activité* ou sa place dans le processus d'enseignement. Si les rappels sont portés par l'*activité*, ce geste de l'enseignante la rend obsolète.

Tout se passe comme si l'enseignante n'adaptait pas ses gestes aux caractéristiques de l'*activité* proposée (ici, au statut).

Un deuxième geste : Episode 1 Introduction de l'*activité*

Lors des épisodes d'introduction de l'*activité*, l'enseignante prescrit une tâche pour le travail collectif. Si du matériel doit être construit, ce qui est le cas pour les *activités* des étapes 16 et 56¹⁰⁵, c'est au cours de cet épisode qu'il va l'être. La tâche prescrite aux élèves lors de l'épisode d'introduction de l'*activité* subit une redéfinition de la part de l'enseignante

¹⁰⁵ Pour l'étape 56, nous considérons la première question comme une construction de matériel. En effet, il s'agit de colorier un quadrillage qui servira à résoudre la suite de l'*activité*.

pour ces deux étapes. En effet, lors de la mise en œuvre de l'*activité* de l'étape 16, c'est au cours de cet épisode que l'enseignante prescrit aux élèves une tâche qui consiste à mesurer tous les segments représentés dans le manuel (Cf. Partie II, Chapitre 1 : Comparaison des pratiques de cinq enseignants autour de la mise en œuvre d'une même activité du manuel). Elle effectue une redéfinition assez radicale de la tâche en fonction de la représentation qu'elle s'en fait (notamment sur la façon de résoudre la première question). D'une *activité* composée de trois tâches (pour les élèves) consistant à retrouver un segment de mesure donnée, à mesurer les autres segments et à vérifier qu'un d'eux mesurait bien $\frac{7}{4} u$, on passe à une tâche unique qui consiste à mesurer tous les segments. Les variables didactiques sont modifiées et les procédures envisageables pour la résolution sont réduites. Nous avons vu que cette redéfinition de la tâche pouvait être problématique puisque l'apparition d'une nouvelle variable didactique¹⁰⁶ pouvait créer des difficultés et puisqu'il était possible que les élèves n'aient pas les éléments de réponses nécessaires pour que la question 3 garde son sens¹⁰⁷.

Pour ce qui est de l'*activité* de découverte de l'étape 56, c'est aussi de manière assez radicale qu'elle est redéfinie au cours de cet épisode. En effet, l'enseignante commence par introduire la convention d'unité de mesure d'aire sous la forme d'une maïeutique et demande directement aux élèves les mesures des aires du petit carré et du grand carré. Comme pour l'*activité* de l'étape 16, elle ne propose pas les questions de la découverte. Alors que ces dernières permettaient de faire évaluer des aires de carrés et de rectangles aux élèves, laissant la possibilité aux élèves d'utiliser différentes procédures et de faire éventuellement émerger une formule de calcul, la tâche redéfinie par l'enseignante est différente et consiste à utiliser cette formule pour résoudre la première question de l'exercice 2¹⁰⁸ qui une des tâches prescrite aux élèves par l'enseignante. Les questions 4 et 5 de l'*activité* qui consistent à évaluer des mesures d'aires à partir du matériel construit pour

¹⁰⁶ Mesure libre du segment de Leïla qui amène à l'apparition d'une mesure sous la forme $1 u + 5/6 u$

¹⁰⁷ A la fin des séances consacrées à cette situation, plus précisément lors de la troisième et dernière séance consacrée à cette situation l'enseignante finit par demander aux élèves de répondre à toutes les questions proposées dans le manuel.

¹⁰⁸ L'exercice 2 a été présenté plus haut. Il est composé de deux questions. La première consiste à évaluer l'aire d'un rectangle représenté sur du papier quadrillé. La deuxième question demande aux élèves de prévoir l'aire d'un autre rectangle. Celui-là n'est pas représenté, il est seulement défini par la mesure de ses côtés.

la découverte ne sont pas proposées. Elles sont remplacées par l'exercice 1 de la même étape pour lequel les élèves ont aussi à évaluer l'aire de différentes figures représentées sur du papier quadrillé en demi-centimètres.

Seule l'*activité* de découverte de l'étape 15 ne subit pas de transformations lors de cet épisode (mais nous avons vu que c'était aussi la seule à en avoir subi lors des épisodes de rappels qui réduisait la tâche à une tâche d'application). Cette *activité* est plus fermée que les autres coté élèves. De plus, chaque question est explicite et les savoirs en jeu ont déjà été institutionnalisés localement lors de l'épisode 0. L'*activité* a déjà été réduite à un exercice d'application à ce moment là.

La redéfinition des tâches opérée lors des épisodes d'introduction des *activités* semble dépendre de leur ouverture et de leur lisibilité. Les tâches prescrites aux élèves par le manuel pour les étapes 16 et 56 sont ouvertes : plusieurs procédures peuvent être utilisées. De plus, pour ces deux *activités*, le but des différentes questions est assez peu explicite. L'enseignante les redéfinit lors de l'épisode d'introduction de l'*activité* quand elle prescrit une première tâche aux élèves pour l'épisode de travail collectif. Seule l'*activité* de découverte de l'étape 15, pour laquelle les tâches sont fermées et pour laquelle une institutionnalisation locale a eu lieu en amont sous formes de rappels, ne subit pas de transformations lors de l'épisode d'introduction de la tâche.

Un dernier geste, les épisodes 2, 3 et 4: Travail collectif, synthèse et prescription d'une tâche pour le travail individuel

Lors des différents épisodes de prescription de l'*activité* de l'étape 16, l'enseignante met en œuvre une routine qu'on va retrouver pour chacune des *activités* étudiées. Cette routine est constituée de la mise en place de trois épisodes : de travail collectif, de synthèse et de prescription d'une tâche pour le travail individuel (Cf. Tableau 10 : Episodes de travail avant la prescription d'une tâche pour le travail individuel, p. 318). A l'issue de l'épisode 1, l'enseignante a prescrit une tâche pour le travail collectif. Les élèves n'ont pas eu de temps de travail individuel. L'enseignante recense toutefois les résultats et procédures s'il y a lieu. Elle effectue alors une synthèse de cet épisode de travail collectif lors de laquelle elle institutionnalise localement les résultats obtenus. Pour le travail individuel, elle prescrit ensuite un exercice de reproduction. Par exemple, lors de l'épisode 16, après avoir demandé aux élèves la mesure du segment $[AB]$ (et non demandé de mesurer le segment $[AB]$), elle

recense les résultats et procédures des élèves. Lors de l'épisode 3, elle fait une synthèse de ce travail puis, lors de l'épisode 4, elle prescrit aux élèves une tâche pour laquelle ils ont à mesurer les autres segments. Il s'agit alors d'un exercice d'application de ce qui a été vu lors des épisodes précédents¹⁰⁹.

Lors de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 56 sur les mesures d'aires, l'enseignante propose un épisode de rappel et la première tâche qu'elle prescrit aux élèves correspond au « coloriage » du carré (que nous considérons comme un exercice de construction du matériel nécessaire à la résolution de la situation et non comme un épisode de travail individuel de recherche). Elle laisse de côté le texte et les questions de l'activité pour prescrire aux élèves, pour l'épisode de travail collectif, une tâche qui correspond à trouver la mesure des aires du petit carré et du grand carré. Enfin, lors de la synthèse elle institutionnalise localement la formule de mesure de l'aire d'un rectangle.

Extrait 37

P : D'accord, donc la longueur ici de mon carré, je sais que c'est un carré est égale à 10 cm ou à 1 dm . Comment vais-je faire pour trouver l'aire de cette figure ? Je l'ai cherchée l'aire de cette figure, je viens de la trouver, elle est égale à combien l'aire de cette figure ? Qu'est ce que tu me dis ?

Laurie : 1 dm^2 .

P : 1 dm^2 tu me dis toi. Alors c'est égal à 1 dm^2 (elle note à côté du carré dessiné au tableau). Ou à quoi ?

Laurie : 10 cm^2 .

(...)

Océane : Mais c'est aussi égal à 100 cm^2 .

P : Ah, alors. Est-ce que ça c'est juste ? (Elle parle des 10 cm^2 proposés plus haut). Comment tu as trouvé ça Laurie ? C'était toi qui l'a proposé ?

(..)

P : 100 et oui...Et pas 10. (Elle efface le 10 cm^2 noté au tableau et le remplace par 100 cm^2 , elle a noté en dessous de 1 dm^2 , 1 dm fois 1 dm et en dessous de 100 cm^2 , 10 cm fois 10 cm). Alors, pourquoi ça parce que c'est 10 cm multiplié par 10 cm . On est bien d'accord

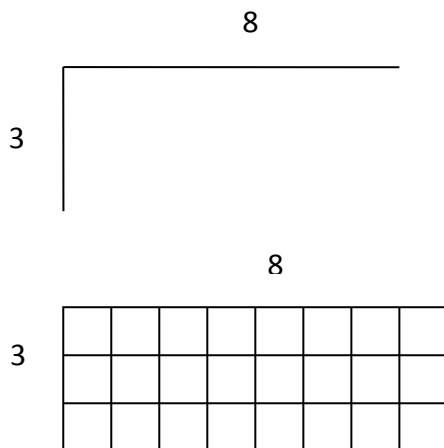
¹⁰⁹ Nous ne pas reprenons pas les détails du déroulement de cette activité puisqu'il a été étudié lors du chapitre précédent.

que tout à l'heure on a rempli notre carreau avec 100 petits carreaux qui valaient 1 cm^2 . Il y en a qui dorment, mais ça va vous faire du mal quand je vais vous faire une évaluation là-dessus, ça va vous faire un grand mal, parce qu'il va falloir absolument vous réveiller. Alors réveillez vous. Tout à l'heure quand on a colorié ce grand carreau, on a bien dessiné 100 carreaux. Vous êtes d'accord ? Vous avez pas eu l'impression de les dessiner parce que vous les avez coloriés comme ça mais dans le texte vous en avez dessiné 100. On a décidé que un petit carreau était égal à 1 cm^2 , donc si vous en avez trouvé 100, vous avez donc dessiné 100 cm^2 , or, donc, on s'aperçoit en fait que sans le vouloir on a dessiné 100 cm^2 et qu'on est parti de un petit carré qui valait 1 cm^2 . Donc, si on fait l'opération en sens inverse, si jamais on travaille sur le cm, on s'aperçoit que 1 fois 1 est égal à 1 et que si par contre, on fait 10 fois 10 que c'est égal à 100.

P : Donc, tout ça pour vous dire que quand je travaille dans les aires, lorsque je calcule l'aire d'une figure, je multiplie la longueur par l'autre longueur. [...] Donc, en fait, ce qu'il faut bien se rendre compte, c'est que quand je calcule les aires, je dois faire une multiplication entre la mesure que j'ai là et celle que j'ai là. Alors, quand c'est un carré, pas de problème, je fais ça multiplié par lui-même mais quand c'est un rectangle... Si jamais j'ai un rectangle ici qui fait 8 cm de longueur et 3 cm de largeur, je vais faire pas 8 plus 3 mais je vais faire 8 fois 3. C'est-à-dire que je vais faire, 3 fois 8 carreaux, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8. Désolée pour le manque de...

Voilà ce qui se passe, en fait je dessine 3 rangées de 8 carreaux, c'est pour ça que je multiplie 8 par 3.

Au Tableau :



P : Et là ? Alors là, ce sont des chiffres un petit peu plus compliqués à comprendre vu que 1 fois 1 est égal à 1. Mais par contre attention Laurie, là tu es tombée dans le panneau, ce n'est pas 10 cm^2 , c'est 100. Ce qui nous explique que quand on travaille les aires, si je veux passer du cm au dm et au mm, je multiplie à chaque fois par 100, et non pas par 10. D'accord.

C'est-à-dire que si jamais je travaille mon tableau, j'ai 1 cm^2 contrairement à (?) est égal à 100 cm^2 , 100 cm^2 . Qui est égal à 10000 mm^2 .

Donc attention quand je travaille sur les aires quand je passe d'une mesure à l'autre je multiplie par 100, je mets deux points par carreau. On y reviendra là-dessus. Vous avez compris ? Oui, bien.

L'enseignante introduit la formule de calcul de l'aire d'un rectangle et le tableau de conversion lors de l'épisode de synthèse. Les tâches qu'elle prescrit aux élèves correspondent à l'exercice 1 -qui consiste à évaluer l'aire de figures géométriques non régulières tracées sur du papier gradué en demi-centimètres- et à la question a) de l'exercice 5 -pour lequel il faut évaluer l'aire d'un rectangle donné. Le premier exercice prescrit aux élèves sort un peu du schéma de la routine repérée pour les autres séances puisqu'il ne s'agit pas vraiment d'appliquer ce qui a été vu lors des premiers épisodes. Par contre le deuxième exercice correspond à ce schéma puisqu'il s'agit d'appliquer la formule de calcul de l'aire d'un rectangle¹¹⁰. On retrouve donc, à peu de choses près, le même schéma que pour l'*activité* de découverte de l'étape 16. Une première tâche est prescrite aux élèves¹¹¹ et résolue collectivement, un exemple de ce qu'il va falloir faire lors du travail individuel est donné voire institutionnalisé et une tâche qui correspond à un exercice de reproduction est prescrite aux élèves pour le travail individuel.

Lors de la mise en œuvre de l'*activité* de découverte de l'étape 15, l'enseignante propose un épisode de travail collectif autour la question 1. Cet épisode a lieu sur une question qui a déjà été résolue lors de l'épisode 0 et qui a été donné comme exemple aux élèves. En effet, la première question consiste à retrouver parmi quatre gâteaux partagés en trois parts égales, trois parts inégales, quatre parts et six parts égales, lesquels conviennent pour un partage équitable entre trois enfants (sans qu'il n'y ait de reste). Or, l'enseignante a déjà abordé le partage d'un gâteau en trois parts égales lors de l'épisode de rappels. A la suite du travail collectif sur cette question, l'enseignante effectue une synthèse lors de laquelle elle définit ce que sont les fractions et les termes numérateur et dénominateur. Elle introduit la question 2 comme un exercice de reproduction de ce qui a été fait plus haut, c'est-à-dire une

¹¹⁰ Il s'agit de la tâche liée à l'exercice 5 redéfinie par l'enseignante et non de celle qu'on trouve dans le manuel.

¹¹¹ Cette première tâche prescrite aux élèves a déjà été modifiée en fonction des savoirs mis en jeu par l'enseignante lors de sa redéfinition de la tâche qui lui est prescrite.

tâche pour les élèves qui consiste à partager des gâteaux en trois parties égales. La tâche liée à la question 2 est pourtant différente de celle liée à la question 1. Il ne s'agit plus de partager un gâteau en trois parts égales mais de partager 4 gâteaux en trois parts égales. L'enseignante semble toutefois les considérer comme équivalentes. En effet, elle annonce la chose suivante.

Extrait 38

P : C'est une galette qui au lieu d'être ronde est carrée, donc à toi de voir comment tu l'organises.

Pour l'enseignante, ce qui semble faire la différence entre ces deux tâches, serait la forme du gâteau (rond dans la première question et carré dans la deuxième). Si on reprend les différents épisodes, le schéma pour cette séance correspond à la routine énoncée plus haut. Une première tâche est résolue collectivement et la tâche prescrite aux élèves correspond- pour l'enseignante- à un exercice de reproduction.

L'enchaînement des différents épisodes précédant la mise au travail individuel des élèves semble donc constituer une routine lors de laquelle l'enseignante explicite son objet d'enseignement, l'institutionnalise localement et résout tout ou partie de l'exercice (épisodes de travail collectif). Lorsque les élèves se retrouvent au travail individuellement, c'est sur la tâche redéfinie par l'enseignante lors de ces différents épisodes. Cette dernière correspond à un exercice de reproduction ou d'application de ce qui a été vu lors des épisodes de travail collectif puis institutionnalisé lors de l'épisode de synthèse. L'étape 15 ne suit pas tout à fait ce schéma puisque les élèves se retrouvent au travail sur une tâche un peu différente de celle proposée en travail collectif. Pourtant, tout se passe comme si pour l'enseignante il s'agissait du même fonctionnement puisqu'il semblerait qu'elle pense laisser les élèves au travail sur une tâche d'application de ce qui a été vu lors des premiers sous-épisodes de travail.

En conclusion sur la place des gestes et routines dans la redéfinition de la tâche

Quelle que soit la tâche prescrite par le manuel, l'enseignante la redéfinit en fonction de ses pratiques. En général, elle la réduit à une tâche de reproduction. Cette routine semble liée à un mode de pratiques où l'enseignante garde une grande partie des responsabilités et laisse peu d'initiatives aux élèves. Elle est renforcée par la modification par l'enseignante des

savoirs en jeu. L'*activité* ou la situation et le milieu qui la constitue ne permettent pas la construction des connaissances liées à ces nouveaux enjeux. Cette routine consiste à proposer ce qui ressemble à un cours puis des exercices d'application afin de faire émerger des savoirs qui ne sont pas nécessairement portés par les *activités*. Les conceptions de l'enseignante semblent donc peu compatibles avec celles des auteurs du manuel. Les trois *activités* étudiées sont différentes les unes des autres. Pourtant, l'enseignante les modifie pour en faire un même type de tâche d'application et ce, quelles que soient leurs caractéristiques. Les redéfinitions opérées ne sont pourtant pas toutes les mêmes et les écarts entre tâche prescrite par le manuel et tâche prescrite par l'enseignante aux élèves pour le travail individuel sont variables. Cette variabilité dépend de l'ouverture de la tâche, du caractère explicite des savoirs en jeu et du rôle des différentes questions. Plus les tâches sont fermées et proches d'exercices de reproduction ou d'application, plus elles vont dans le sens de la pratique de l'enseignante et moins elles sont redéfinies.

En conclusion sur la redéfinition des tâches du manuel par l'enseignante

Les représentations de l'enseignante sur les mathématiques et les contenus à enseigner semblent entraîner la légitimité seule des connaissances à enseigner du domaine du numérique. Ces conceptions semblent donner un statut particulier aux calculs en tant que savoirs reconnus et entraînent une modification des enjeux des *activités* qui entraîne une redéfinition des tâches. Les gestes que l'enseignante met en place à cet effet entraînent une nouvelle redéfinition des tâches lors de laquelle les tâches prescrites aux élèves sont réduites à des exercices d'application ou de reproduction. A la suite de ces différentes étapes de la redéfinition des tâches, il ne reste plus grand-chose du manuel et ce quel que soit le type d'*activité* proposée. Toutes les *activités* sont réduites à un même statut, celui d'exercice d'application.

Réalisation des tâches redéfinies

Des responsabilités laissées aux élèves variables selon le type d'*activité*

Lors de leur réalisation, les tâches peuvent être à nouveau modifiées en fonction des responsabilités laissées aux élèves.

Pour étudier les responsabilités laissées aux élèves nous nous sommes particulièrement intéressée aux épisodes de travail collectif. Ces épisodes ont lieu sur la première tâche prescrite par l'enseignante avant que les élèves n'aient un temps de travail individuel. Ce sont les seuls épisodes pour lesquels ils peuvent avoir une part d'initiative puisque, lorsqu'ils se mettent au travail individuellement, c'est sur des exercices d'application ou de reproduction.

Les trois *activités* étudiées (découvertes des étapes 15, 16 et 56) ont des caractéristiques différentes. L'*activité* de découverte de l'étape 15 est une *activité* de rappel plutôt fermée côté élève comme côté enseignant. Le but de chaque question est explicite. L'*activité* de découverte de l'étape 16 est plus ouverte côté élèves (plusieurs procédures et résultats sont envisageables). Elle ne l'est pas côté enseignant. L'*activité* de découverte de l'étape 56 est plus ouverte que les autres côté enseignant, elle est ouverte pour les élèves. Une des particularités de cette *activité* est qu'elle nécessite une ostension pour ce qui est de l'introduction des unités de mesures d'aires.

Selon le type d'*activité*, le partage de responsabilité lors des épisodes de travail collectif varie. Lors de l'étape 56 les élèves semblent n'avoir aucune responsabilité dans la construction de la connaissance. Lors de l'étape 15, ils en ont très peu. Enfin lors de la mise en œuvre de l'étape 16, les élèves ont quelques responsabilités.

Activité ouverte pour l'enseignant, ouverte pour les élèves, mais ostensive pour ce qui est de l'introduction de certaines connaissances

Lors de l'étape 56, l'enseignante prend toutes les responsabilités à sa charge. Directement après les rappels et la construction du matériel, l'enseignante entre dans la « leçon ». Lors d'un échange très fermé, elle commence par indiquer que ce qui suit fait partie de la leçon et que c'est important : « On va observer quelque chose....par rapport à notre leçon sur les aires ». Elle se place alors clairement dans une position où elle garde toute la responsabilité de la construction de la connaissance : « Tu suis parce que c'est important ce que je dis ».

Extrait 39

P : Bien, alors maintenant qu'on a fait ça, tu as collé ton travail heu... On va observer quelque chose...par rapport à notre leçon sur les aires. Est-ce que je peux effacer la consigne pour tout le monde ?

Es : Oui.

P : Alors, je voudrais que vous me disiez ce que vous pensez lorsque je regarde un petit carreau de 1 cm sur 1 cm...Tu suis parce que c'est important ce que je dis. Tu lèves le nez et tu arrêtes de jouer avec tes affaires. Lorsque je dis 1 cm, ça correspond à quoi, lorsque je dis, ce carreau mesure 1 cm sur 1 cm. Ca mesure quoi ?

P : D'accord, donc la longueur ici de mon carré... Je sais que c'est un carré... Est égale à 10 cm ou à 1 dm. Comment vais-je faire pour trouver l'aire de cette figure ? Je l'ai cherchée l'aire de cette figure, je viens de la trouver, elle est égale à combien l'aire de cette figure ? Qu'est ce que tu me dis ?

Laurie : 1 dm².

P : 1 dm² tu me dis toi. Alors c'est égal à 1 dm² (elle note à côté du carré dessiné au tableau). Ou à quoi ?

Laurie : 10 cm².

P : Alors on va observer, on va observer cette réponse. C'est-à-dire que pour toi Laurie, tu as, tu penses que l'aire entière de cette figure est égale à 1 dm². Comment tu réussis à trouver 1 dm² ?

Laurie : C'est parce que un côté du carré est égal à 1 dm.

P : Est égal à 1 cm. Donc, tu t'es dit, tu as fait la technique d'Océane, tu as fait 1 dm, la première longueur, multiplié par 1 dm. Celui par celui-là, c'est ça que tu fais. Vous êtes d'accord avec ça ?

Es : Oui, non.

P : Qui n'est pas d'accord avec ça ? 1 dm² c'est pas égal à 1 dm fois 1 dm ?

Estelle : Non, c'est parce qu'on vu que ça faisait 100...

Romain : Ca fait 10 cm fois 10 cm.

P : Non. On est en train de parler des dm là. Est-ce que 1 dm multiplié par 1 dm c'est égal à 1 dm² ? Oui ou non ? Là tu me dis 1 fois 1 pour le carreau est égal à 1. La seule chose que je change c'est le centimètre c'était 1 cm². Est-ce que si je transforme dm, en dm au lieu de cm. Est-ce que je peux réussir à trouver dm² ? est ce que c'est juste ça ? Est ce que 1 fois 1 c'est égal à 1. Non, 1 fois 1 c'est pas égal à 1 ?

Max. D. : Non, c'est égal à deux...Ah non c'est 1 + 1.

P : Est-ce que 1 dm multiplié par 1 dm, 1 dm multiplié par 1 dm, c'est égal à 1 dm² ? Oui ! Oui. Si vous me dites que ça c'est juste, alors, ça c'est juste aussi alors hein. Sinon ça veut

dire que ça c'est pas juste.

Une élève propose un résultat. L'enseignante demande aux élèves s'ils sont d'accord avec ce dernier mais l'échange reste fermé puisqu'ils ne peuvent répondre que par oui ou par non. De plus, elle refuse que les élèves ne soient pas d'accord et va jusqu'à demander si « Une fois 1 c'est pas égal à 1 ? » pour obtenir l'approbation des élèves. Une seule réponse est possible et attendue par l'enseignante.

Extrait 40

Océane : Mais c'est aussi égal à 100 cm².

P : Ah, alors. Est-ce que ça c'est juste ? (Elle parle des 10 cm² proposés plus haut). Comment tu as trouvé ça Laurie ? C'était toi qui l'a proposé ?

Laurie : Elle a vu que 1 dm est égal à 10 cm.

P : (Inaudible). Tout à l'heure c'était un grand hasard que le chiffre de l'aire soit le même que le chiffre de la longueur. Parce que justement 1 fois 1 c'est toujours 1. Mais si tu changes le côté que tu dis, qu'au lieu de 1 cm tu le transformes en 10 cm tu vas te retrouver avec l'opération 10 fois 10. Et ça donne...

E : 100.

P : 100 et oui...Et pas 10. [...] On est bien d'accord que tout à l'heure on a rempli notre carreau avec 100 petits carreaux qui valaient 1 cm². [...] On a décidé que un petit carreau était égal à 1 cm², donc si vous en avez trouvé 100, vous avez donc dessiné 100 cm², or, donc, on s'aperçoit en fait que sans le vouloir on a dessiné 100 cm² et qu'on est parti de un petit carré qui valait 1 cm². Donc, si on fait l'opération en sens inverse, si jamais on travaille sur le cm, on s'aperçoit que 1 fois 1 est égal à 1 et que si par contre, on fait 10 fois 10 que c'est égal à 100.

P : Donc, tout ça pour vous dire que quand je travaille dans les aires, lorsque je calcule l'aire d'une figure, je multiplie la longueur par l'autre longueur...

L'enseignante s'était éloignée de l'activité pour en arriver à une formule de mesure d'aire d'un carré (ou rectangle). A la fin de sa « leçon », elle revient aux questions de l'activité qui était un prétexte à introduire son objet d'enseignement. Celle-ci devient alors un élément de preuve de ce qu'elle avance. Le carré de 1dm de côté a bien été rempli avec 100 carrés de 1cm², son aire est donc bien de 100cm².

Lors de cette *activité* plutôt ostensive, l'enseignante est dans un fonctionnement où elle ne laisse aucune responsabilité aux élèves. Elle leur donne une « leçon » puis leur propose d'appliquer ce qu'elle a institutionnalisé.

Activité fermée côté élève : peu de responsabilités aux élèves

L'*activité* de découverte de l'étape 15 est fermée pour les élèves. Elle ne leur laisse que peu de part d'initiative *a priori* mais peut permettre de leur laisser des responsabilités pour se remémorer leurs connaissances datant du CM1. Lors de la mise en œuvre de cette *activité* en classe, on assiste à des échanges sous la forme de maïeutiques lors desquelles les élèves peuvent manifester leur désaccord. Lors de l'échange les réponses d'Estelle et Romain sont prises en compte et une discussion entre plusieurs élèves et l'enseignante suit leurs interventions. Les élèves ont alors une part de responsabilité dans la construction de la connaissance.

Extrait 41

P : Florian. Alors, Florian, tu me donnes ta réponse, qu'est ce que tu en penses, quelles sont les phrases qui correspondent alors ?

Florian : Chaque enfant a un tiers.

P : Alors, chaque enfant a un tiers...du gâteau. Alors, est-ce que vous êtes d'accord avec cette phrase.

Es : Oui oui.

Romain : Du gâteau A.

Estelle : Mais non, des deux.

P : Alors, est ce que...Bonne question ça, est ce que c'est du gâteau A ou est ce que c'est du gâteau...du gâteau ?

Lors de cet échange qui a lieu sur la question 2 de la découverte, l'enseignante ne demande pas s'il y a d'autres réponses dans la classe, mais seulement si les élèves sont d'accord. Peu de responsabilités sont encore laissées aux élèves. Ils ne produisent pas des réponses ou des connaissances mais les interrogent. Un échange assez long suit celui ci-dessus. Contrairement à l'exemple précédent, les élèves sont réellement sollicités lorsque

l'enseignante leur demande s'ils sont d'accord. Deux réponses sont possibles, les élèves sont d'accord ou non.

Activité ouverte côté élève : des responsabilités aux élèves

L'*activité* de découverte de l'étape 16 est ouverte pour les élèves puisqu'elle leur permet d'utiliser différentes procédures et d'obtenir différents résultats. Lors de sa mise en œuvre, on assiste à des échanges lors desquels les élèves proposent leurs solutions et explicitent leurs procédures¹¹².

Extrait 42

P : Comment vais-je appeler mon segment...comment vais-je définir la mesure de mon segment [AB] en ne me servant que de u ? Romane ? Samantha ?

Samantha : Bin, on fait $3/2$, en fait ça fait, ça fait trois fois le demi de u.

P : Alors, c'est une très bonne réponse, toi, tu t'es dit j'ai mis mon unité entière et après j'ai mis la moitié de u...donc, une unité entière, ça fait combien une unité entière ?

Samantha : Heu....

P : Alors toi, tu dis que [AB], toi tu penses que [AB] est égal à trois demis de u. Toi, Estelle, qu'est ce que tu penses ?

[...]

Estelle : Non à trois quarts, à trois quarts.

P : A trois quarts de u, d'accord.

Alors, ensuite y a-t-il d'autres solutions ? Océane ?

Océane : Un entier plus un tiers...non, un entier plus un quart...

P : Alors, $1u + 1/4 u$...

Océane : non, plus un demi.

P : Un quart ou un demi ?

Océane : Un demi.

P : Un entier plus un demi de u. Y a-t-il d'autres propositions, Athénaïs ?

¹¹² On est bien toujours dans l'épisode de travail collectif, les élèves n'ont pas eu de temps de travail individuel.

Athénaïs : c'est ce que j'allais dire.

Les élèves ont une part de responsabilité plus grande que lors de l'étape précédente. Plusieurs résultats (différentes écritures d'une fraction) sont envisageables. L'enseignante cherche clairement à faire émerger ces résultats en sollicitant les élèves par des questions ouvertes telles que : « qu'est-ce que tu penses ? », « Y a-t-il d'autres solutions ? », « Y a-t-il d'autres propositions ». Ces questions entraînent les élèves à produire de nouvelles solutions.

Lors de mise en acte de cette *activité* plus ouverte que les autres puisque les élèves peuvent produire plusieurs résultats justes à partir de procédures différentes, l'enseignante laisse des responsabilités à la classe¹¹³.

En conclusion sur les responsabilités laissées aux élèves

Quelle que soit l'*activité* mise en œuvre, l'enseignante laisse peu de responsabilités aux élèves. La tâche prescrite aux élèves lors de la mise en œuvre de l'*activité* de l'étape 16 permet l'apparition de plusieurs résultats (différentes écritures d'une fraction). L'enseignante cherche clairement à les faire émerger en sollicitant les élèves par des questions telles que : « qu'est-ce que tu penses ? », « Y a-t-il d'autres solutions ? », « Y a-t-il d'autres propositions ». Ces questions entraînent les élèves à produire de nouvelles solutions alors qu'une question telle que « est-ce que vous êtes d'accord ? », posée lors de la mise en œuvre de l'*activité* 15, est une question fermée qui ne demande pas de produire un résultat mais d'adhérer ou non à un résultat déjà donné. La même question lors de l'étape 56, une fois déclinée en questions de plus en plus fermées jusqu'à « une fois 1 c'est pas égal à 1 ? » ne demande plus d'adhérer à un résultat, mais d'adhérer à l'avis de l'enseignante. Suivant les *activités*, l'enseignante laisse donc plus ou moins de part d'initiative et de responsabilités aux élèves lors de l'épisode de travail collectif.

Les différences de partage de responsabilités observées semblent liées à l'ouverture de l'*activité* côté élève et côté enseignant mais aussi à la part d'ostension obligée que peuvent contenir ces *activités*. L'*activité* de découverte de l'étape 15 est fermée côté enseignant comme côté élèves. Ils ont très peu de responsabilité lors de la mise en œuvre de l'*activité*

¹¹³ Par des responsabilités à la classe, on entend des responsabilités à certains élèves en opposition avec des responsabilités à tous les élèves individuellement.

en classe. L'*activité* de découverte de l'étape 56 est au contraire ouverte côté élève comme côté enseignant mais elle exige une part d'ostension pour l'introduction des unités de mesure d'aires. Lors de sa mise en œuvre en classe, tout se passe comme si cette part d'ostension obligée donnait à l'enseignante une certaine légitimité pour ne laisser aucune part de responsabilité aux élèves. Son ouverture côté enseignant en fait aussi une *activité* particulière puisque les deux autres sont fermées. Lors d'une telle *activité*, les enseignants ont plus d'alternatives pour ce qui est du choix des savoirs mis en jeu dans l'*activité*. Le choix laissé aux enseignants pourrait aussi être un des facteurs qui amène l'enseignante à laisser encore moins de responsabilités aux élèves. En effet, on a pu voir que lorsque les savoirs en jeu ne sont pas explicites voir institutionnalisés dans le manuel, l'enseignante les modifie. L'*activité* n'étant plus porteuse de ces savoirs l'enseignante essaie alors de recréer des conditions pour les faire émerger. Elle prend alors une plus grande part de responsabilité et n'en laisse que très peu aux élèves puisqu'elle cherche à obtenir des réponses et des résultats particuliers. Les élèves se retrouvent dans des positions où il ne leur reste qu'à proposer le résultat attendu par l'enseignante ou à être d'accord avec ce dernier s'il a déjà été donné. Enfin, il semblerait que l'ouverture de la tâche de départ en termes de possibilité de produire un ou plusieurs résultats ait un impact sur le partage des responsabilités entre l'enseignante et la classe (à condition que les savoirs en jeu soient assez explicites et que certains d'entre eux n'impliquent pas une ostension obligée). L'*activité* de l'étape 16 qui est ouverte côté élèves, lui permet de laisser des responsabilités à la classe. Elle partage la responsabilité de la construction de la connaissance avec certains élèves, ce qui n'est pas le cas lors d'*activités* plus proches de la pratique de l'enseignante. Il semblerait donc que ce type d'*activité* puisse avoir un impact sur les pratiques de l'enseignante qui délègue une partie des responsabilités. Cependant, elles sont partagées entre l'enseignante et la classe, c'est-à-dire que tous les élèves n'interviennent pas. Pour comprendre quelle est la responsabilité de chaque élève individuellement, nous avons cherché à savoir quels élèves pouvaient participer suivant le type d'*activité* proposée et suivant les responsabilités globales qui pouvaient leur être laissées.

Des responsabilités qui varient suivant les élèves

Quand l'*activité* est ouverte côté élèves et fermée côté enseignant, l'enseignante laisse plus de responsabilité à la classe. Mais, nous allons voir qu'elle laisse moins de responsabilité

aux élèves individuellement. Les bons élèves sont alors globalement les seuls à participer à la construction de la connaissance. Nous avons vu dans le chapitre précédent que lors de la mise en œuvre de la découverte de l'étape 16, tous les élèves ne travaillent pas sur la même tâche, ce qui entraîne un dédoublement des situations et une différenciation « négative ». Le terme de dédoublement de situations est pris au sens défini par Comiti, Grenier et Margolinas (1995), c'est-à-dire que « la situation supposée par le professeur n'est pas celle dans laquelle évolue un nombre non négligeable d'élèves » (ibid.). Il ne s'agit pourtant pas tout à fait du même type de dédoublement de situation que celui décrit par les auteurs. Chez ces derniers, le dédoublement de situation caractérise « un dysfonctionnement particulier de la situation a-didactique par un décalage entre le milieu avec lequel l'élève interagit et le milieu nécessaire à l'apprentissage visé par le professeur à travers la situation » (ibid.). Ce sont alors *a priori* les élèves les plus faibles qui évoluent dans une situation et dans des milieux dont les composantes sont différentes de celles prévues par l'enseignante et insuffisantes pour atteindre les apprentissages visés. Ici, les composantes des deux milieux sont différentes car certains élèves évoluent dans la situation proposée par le manuel. C'est alors la situation prévue par l'enseignante qui ne met pas en jeu un milieu permettant les apprentissages prévus par les auteurs. Le dédoublement de la situation caractérise donc ici un dysfonctionnement particulier de la situation a-didactique par un décalage entre le milieu avec lequel l'élève interagit (mis en place par l'enseignante) et le milieu nécessaire à l'apprentissage visé par le manuel à travers la situation avec lequel certains élèves interagissent.

Différents groupes d'élèves

Afin d'étudier le dédoublement des situations, nous avons défini trois groupes d'élèves dans cette classe, les groupes G1, G2 et G3. Chacun de ces groupes d'élèves a un fonctionnement particulier. Le groupe G1 est constitué de très bons élèves qui participent lors des sous-épisodes de travail collectif et qui travaillent en parallèle sur la tâche prescrite par l'enseignante et sur celle prescrite par le manuel. Lorsque la responsabilité de construction de la connaissance est partagée entre l'enseignante et la classe (lors d'épisodes de travail collectif), seuls quelques élèves participent à la construction de la connaissance. Dans cette classe, ce sont toujours les mêmes élèves : ceux du groupe G1 (à 80%). Le groupe G2 est constitué d'élèves qui arrivent à suivre ce qui se passe lors des épisodes de travail

collectif et qui peuvent être actifs lors des maïeutiques avec l'enseignante. Ponctuellement ils peuvent participer quand la responsabilité est partagée avec la classe. Enfin, les élèves du groupe G3 sont passifs et ont très peu de responsabilités.

Répartition des responsabilités entre les élèves de la classe

La participation des élèves est bien plus importante (de l'ordre de 13%) lors du travail sur des *activités* ouvertes côté élèves et fermées côté enseignant pour lesquelles l'enseignante prescrit une première tâche pour le travail collectif lors laquelle les élèves ont une part d'initiative importante que lors de la mise en œuvre d'*activités* ouvertes côté élèves, ouvertes côté enseignant et ostensives pour certains des savoirs en jeu comme celle de l'étape 56 (de l'ordre de 4%). Lors de ce dernier type d'*activité* l'enseignante prescrit pour le travail collectif des tâches pour lesquels les élèves n'ont qu'une très faible part d'initiative. Le temps de parole des élèves est donc très réduit mais dépend du type de tâche sur laquelle les élèves travaillent. Il est réparti différemment entre les élèves suivant qu'il s'agisse d'une tâche ouverte ou fermée (Cf. tableau ci-dessous).

	Tâche ouverte (tâche lors de laquelle les élèves ont un temps de parole de l'ordre de 13 %)	Tâche fermée (tâche lors de laquelle les élèves ont un temps de parole de l'ordre de 4 %)
Temps de parole de G1 (8 élèves) lors de l'épisode de travail collectif	78 %	27,5%
Temps de parole de G2 (8 élèves) lors de l'épisode de travail collectif	22%	38%
Temps de parole de G3 (9 élèves) lors de l'épisode de travail collectif	0%	34,5%

Tableau 11 : Temps de parole des différents groupes d'élèves en fonction de l'ouverture des tâches

Lors de la mise en œuvre d'*activités* telles que celle de l'étape 16, les élèves ont plus de responsabilités et notamment plus de temps de parole. Par contre, ce sont les élèves du groupe G1 qui participent quasi-exclusivement. Par exemple, lors de l'épisode de travail collectif sur l'*activité* de découverte de l'étape 16, les élèves du groupe G1 occupe 78% du

temps de parole laissé aux élèves, contre 22% pour les élèves du groupe G2 et 0 % pour les élèves du groupe G3.

Ce sont donc principalement les élèves du groupe G1 qui participent à ces contrats, comme l'illustre l'extrait suivant.

Extrait 43

P : Comment vais-je appeler mon segment...comment vais-je définir la mesure de mon segment $[AB]$ en ne me servant que de u ? Romane ? Samantha ?

Samantha (G2) : Bin, on fait $3/2$, en fait ça fait, ça fait trois fois le demi de u .

P : Alors, c'est une très bonne réponse, toi, tu t'es dit j'ai mis mon unité entière et après j'ai mis la moitié de u ...donc, une unité entière, ça fait combien une unité entière ?

Samantha (G2) : Heu....

P : Alors toi, tu dis que $[AB]$, toi tu penses que $[AB]$ est égal à trois demis de u . Toi, Estelle, qu'est ce que tu penses ?

[...]

Estelle (G1) : Non à trois quarts, à trois quarts.

P : A trois quarts de u , d'accord.

Alors, ensuite y a-t-il d'autres solutions ? Océane ?

Océane (G1) : Un entier plus un tiers...non, un entier plus un quart...

P : Alors, $1u + 1/4 u$...

Océane (G1) : non, plus un demi.

P : Un quart ou un demi ?

Océane (G1) : un demi.

P : un entier plus un demi de u . Y a-t-il d'autres propositions, Athénaïs ?

Athénaïs (G1) : c'est ce que j'allai dire.

Lors de cet échange extrait de l'épisode de travail collectif sur l'*activité* de découverte de l'étape 16, trois élèves du groupe G1 et un élève du groupe G2 participent à la construction de la connaissance. Les élèves du groupe G3 sont absents de l'échange.

Lors de la mise en œuvre d'*activités* plus fermées côtés élèves comme celle de l'étape 15, la classe a moins de responsabilité, mais les élèves de chaque groupe participent.

Extrait 44

P : Très bien, quelle comparaison peut on faire entre le camembert A et le camembert B ?
Pierre ?

Pierre (G3) : Bin sur le camembert B, il y a une grosse part...

[...]

Estelle (G1) : Bin que le A il est plus égal, tandis que le B il y a une grosse part.

P : Je regarde rapidement, je suis inattentive. Je regarde, ho, qu'est ce que je peux dire ?

Samantha (G2) : Bin c'est que on peut mettre A et B parce qu'il y a trois parts.

P : Voilà, très bien. Le camembert A et le camembert B sont tous les deux partagés en trois, donc on pourrait se dire, après tout, voilà des gâteaux déjà coupés en trois. Mais que se passe-t-il ? est ce que...Claire ?

Claire (G3) : Les parts sont pas égales...

P : Les parts ne sont pas égales. Donc on se retrouve avec la même problématique que tout à l'heure Marine, la gourmande va prendre la grosse part et les autres malheureusement se servir les parts les plus fines. Maxime ?

Maxime (G2) : Il peut prendre aussi la C.

P : Ah, il peut prendre aussi la C, voyons pourquoi il peut prendre la C.

Maxime (G2) : Bin parce qu'il en prend deux, deux chacun, y'en a trois, y'en a six en tout.

P : Alors, y'en a six en tout, je voudrais que tu me dises il y a six quoi en tout ? Y'a six enfants, y'a six gâteaux ?

Maxime (G2) : Y'a six parts de gâteaux.

Suong-Maï (G3) : Egales.

P : Y'a six parts de gâteaux égales, vous êtes d'accord avec Maxime et Suong-Maï?

Es : Oui.

[...]

P : Bin c'est très bien tout ça. Donc d'après vous si je dois répondre à ces questions qu'est ce que je vais mettre comme réponse ? Mathilde ? Question A je vais mettre ? Alors quel

gâteau peut choisir Alice pour avoir une part équivalente sans qu'il n'y est de reste, quels sont les gâteaux que je peux choisir ? Samantha ?

Samantha (G2) : Heu, le gâteau A et le gâteau C.

P : Très bien. Donc j'ai deux possibilités. Donc déjà voilà une première découverte. Une première chose que je peux constater c'est que j'ai deux camemberts, ils vont pas être identiques mais on va s'imaginer qu'ils sont identiques, hein, vous allez pas m'en vouloir si je dessine pas des ronds, je coupe mon gâteau en trois parties à peu près égales, d'accord, ça vous va comme ça ?

Es : Oui.

P : Et ensuite qu'est ce que je fais ? Et celle là je la coupe en six. Très bien. Si je regarde mes deux camemberts là, je fais mes questions, les enfants font le choix du gâteau A, à votre avis est-ce qu'ils vont manger plus ou moins que quand ils font le choix numéro B ?

E : Heu, plus.

P : Thomas, tu ne te balances pas...Thomas tu nous dis, ils vont manger plus quand ils choisissent le, le...

Thomas (G2) : Heu, égal...

P : Egale, qui est d'accord avec Thomas, ou qui n'est pas d'accord avec Thomas peut-être...Elisa qu'est ce que tu en penses ?

Elisa (G3) : Heu, ils vont en avoir moins parce que le B ils ont une part de plus et que pour A ils ont en une de moins.

[...]

P : Tu t'es trompée ?

Elisa (G3) : Oui.

P : Alors, effectivement on va toujours avoir tendance à penser que là on va en avoir moins mais qu'est ce que s'est passé en fait entre le gâteau A et le gâteau B ? Laurie ?

Laurie (G2) : Bin, en fait, les gros morceaux du camembert A et bin on les a coupés en deux...

[...]

Romain (G1) : Le gros morceau il est coupé en deux.

Les élèves participant à cet échange appartiennent aux trois groupes d'élèves. Ils ont moins de responsabilités dans la construction de la connaissance mais le partage est mieux réparti entre les élèves des différents groupes. Les élèves des groupes G2 et G3 participent.

En conclusion sur la répartition des responsabilités en fonction des caractéristiques des activités

Il semblerait que si l'utilisation d'*activités* ouvertes permet la mise en place de contrats où la classe a plus de responsabilités dans la construction de la connaissance, un nombre très restreint d'élèves partage effectivement ces responsabilités. Ces élèves sont en majorité ceux du groupe G1. On peut donc penser qu'ayant une part de responsabilité dans la construction de la connaissance, leurs apprentissages en seront favorisés. Avec l'utilisation d'*activités* plus fermées côté élèves ou ouvertes côté enseignant, la classe a moins de responsabilités mais elles sont partagées entre les élèves des trois groupes G1, G2 et G3. Si les élèves ont moins de responsabilités vis-à-vis de la construction de la connaissance, ils peuvent tous être actifs. En conséquence, tout se passe comme si la mise en œuvre par cette enseignante d'*activités* ouvertes côté élèves pouvait creuser les écarts entre eux alors que la mise en œuvre d'*activités* plus fermées leur laisserait les mêmes responsabilités.

En conclusion sur les pratiques de cette enseignante lorsqu'elle utilise les *activités* du manuel *Euromaths*

Que ce soit au niveau de la redéfinition des tâches ou des responsabilités laissées aux élèves, il semble que l'utilisation des *activités* du manuel soit plus ou moins problématique en fonction de la distance entre les tâches du manuel et les conceptions de l'enseignante en ce qui concerne les mathématiques et leur enseignement.

Quel que soit leur statut de départ, les *activités* proposées par le manuel sont réduites à des exercices d'application. Leur redéfinition dépend de la proximité des enjeux avec ceux prévus par l'enseignante mais aussi de la part d'ostension de l'*activité*. Enfin, la part de responsabilité des élèves varie en fonction de cette part d'ostension et de l'ouverture de l'*activité a priori*. Ils ont, collectivement, plus de responsabilités lors du travail sur des *activités* qui étaient initialement dans le projet des auteurs ouvertes et peu ostensives, même si l'enseignant les a « fermées », mais ces responsabilités ne sont pas réparties également. Ce sont les bons élèves qui vont être amenés à participer à des phases de mise en commun lors desquelles ils vont pouvoir formuler leurs réponses, procédures et arguments. Les autres élèves de la classe ne participent pas aux échanges. Au contraire, lors du travail sur des *activités* fermées et ostensives, les responsabilités sont mieux partagées entre les différentes sous-classes d'élèves. Seulement leur temps de parole collectif est très faible.

Une question que l'on peut se poser à partir de ces résultats est celle de l'impact de l'utilisation des différents types d'*activités* sur les apprentissages potentiels des élèves. En particulier, est-il plus problématique en termes d'apprentissages potentiels des élèves de les faire travailler sur des *activités* ouvertes lors desquelles certains d'entre eux peuvent travailler sur des situations d'apprentissage (sachant que cela risque creuser l'écart entre les élèves), ou de les faire travailler sur des situations plus fermées, lors desquelles ils ont très peu de responsabilités mais équitablement partagées entre les élèves de différents niveaux ? Ce qui implique aussi la question : dans le cas d'une enseignante qui utilise « mal » le manuel (enjeux hors-programme « liés » à l'utilisation d'une des *activités*, dédoublement des situations et « différenciation négative »), vaudrait-il mieux en utiliser un autre ou les

problèmes engendrés lors de la mise en œuvre d'*Euromaths* resteraient-ils les mêmes, pour tous les manuels ?

En conclusion sur les pratiques des enseignants utilisant le manuel *Euromaths*

Quatre des enseignants dont nous avons pu observer les pratiques suivent les étapes du processus d'enseignement d'*Euromaths* (si ce n'est que trois d'entre eux proposent, en plus des phases de familiarisation, une phase sur des exercices d'entraînement simples, isolés et répétitifs). Parmi ces quatre enseignants, trois mettent en œuvre l'*activité* de découverte de l'étape 16 du manuel telle qu'elle est prescrite dans le manuel (proposition de toutes les questions et des mises en commun qui y sont liés). Les variations que l'on peut observer lors de la réalisation sont apparemment minimales si on ne regarde pas à un niveau de détail très précis. Ces variations n'amènent pas une modification radicale des enjeux de l'*activité* et portent sur des marges de manœuvre et alternatives déterminées *a priori* à partir de la lecture du manuel et de son accompagnement dans le livre du professeur. Chez la dernière de ces quatre enseignants, on retrouve à peu près la même chose, si ce n'est qu'elle supprime une question, qui est toutefois l'enjeu de l'*activité*, lors de sa mise en œuvre. La cinquième enseignante effectue au contraire une transposition assez catégorique des savoirs à enseigner contenus dans le manuel. Elle modifie les processus d'enseignement, ce qui entraîne à un niveau global un affaiblissement de celui du manuel (la décontextualisation progressive qu'il permettait et les liens entre les différents cycles disparaissent) et à un niveau local une modification des enjeux d'enseignement des *activités* du manuel. Ces dernières sont redéfinies du tout au tout lors de leur mise en œuvre, en fonction de ce changement d'enjeux mais aussi en fonction des représentations de l'enseignante concernant les mathématiques et leur enseignement, en fonction de la recherche de la reproduction d'histoires de classe et en fonction de gestes professionnels de l'enseignante ancrés dans sa pratique qu'elle n'adapte pas à l'utilisation des *activités* d'*Euromaths*.

A partir de ces résultats, nous pouvons mettre en évidence différents profils d'enseignants. En définissant un niveau global qui correspondrait à la mise en œuvre des processus en tenant compte du découpage en questions, nous avons pu dégager deux catégories d'enseignants : des enseignants qui suivent le manuel « pas à pas » (proposition

de toutes les *activités* de découverte, de toutes les questions qui y sont liées et des phases de familiarisation¹¹⁴ prévues par le manuel) et d'autres enseignants qui ne le font pas (suppressions de certaines étapes et/ou de certaines questions des *activités*).

Chacune de ces deux catégories se décline selon deux profils d'enseignants, au vu des résultats des analyses à un niveau de détail plus précis. Parmi, les trois enseignants (A, B, C) qui suivent « globalement »¹¹⁵ le manuel ou qui le suivent « pas à pas », seuls deux d'entre eux (A et B) proposent de réelles situations d'apprentissage à leurs élèves. La troisième (enseignante C) propose un déroulement semblable au découpage de l'*activité* dans le manuel, toutes les questions et une situation d'apprentissage semblent être prescrites aux élèves, mais ils ne se mettent pas au travail. La situation mise en œuvre n'est donc pas une situation d'apprentissage. Rappelons qu'au sens défini au début de ce travail, pour qu'une situation soit une situation d'apprentissage il faut notamment que les élèves puissent s'engager dans une procédure de résolution dans laquelle ils mobilisent du connu et qu'ils se retrouvent dans une position de recherche avec un changement de cadre ou de point de vue pour élaborer de nouveaux moyens de résolution (Douady, 1992). Or, ce n'est pas le cas des élèves de la classe de l'enseignante C. Enfin, parmi les deux enseignantes qui ne suivent pas « globalement » le manuel, on rencontre deux profils différents. La première (enseignante D) suit le manuel pour ce qui est de proposer toutes les *activités* et phases de familiarisation. Nous avons vu qu'elle supprimait une question (qui constituait l'enjeu de l'*activité*) mais que les élèves étaient toutefois confrontés à une situation d'apprentissage et à un déroulement assez proche de celui du manuel. La deuxième et dernière enseignante (enseignante E) modifie réellement et radicalement les *activités* du manuel.

Nous pouvons donc définir quatre profils d'enseignants pour ce qui est de l'utilisation du manuel :

- Des enseignants qui suivent le manuel « pas à pas » et dont les pratiques semblent compatibles avec l'utilisation du manuel (enseignants A et B) ;
- Une enseignante qui suit le manuel « pas à pas » mais dont les pratiques ne semblent pas compatibles avec le manuel ;

¹¹⁴ Les phases de familiarisation sont considérées comme suivies par les enseignants même si les exercices qui s'y rapportent ne sont pas proposés aux élèves de façon exhaustive.

¹¹⁵ Au sens défini ci-dessus.

- Une enseignante qui ne suit pas le manuel « pas à pas » mais dont les pratiques semblent compatibles avec le manuel ;
- Une enseignante qui ne suit pas le manuel « pas à pas » et dont les pratiques ne semblent pas compatibles avec le manuel.

CONCLUSION

Cette recherche avait pour but de mieux comprendre les utilisations par des professeurs des écoles d'un manuel écrit par des didacticiens. Afin d'étudier ces mises en œuvre, nous avons d'abord effectué l'analyse du manuel choisi : *Euromaths*. Rappelons que le choix du manuel est lié au fait qu'il est écrit par des chercheurs en didactique et à son originalité quant aux directions prises par les auteurs. Le thème des fractions a été retenu en raison du grand nombre de résultats de travaux de recherches effectuées dans ce domaine. Les auteurs ont pu se les approprier, les transposer afin de les intégrer dans leur ouvrage. L'analyse du processus d'enseignement des fractions (ou scénario global), faite dans le cadre de la dialectique outil-objet, et la comparaison avec cinq autres manuels ont en effet permis de montrer que la progression adoptée autant que les *activités* proposées par *Euromaths* relevaient d'une approche particulière, en partie inspirée des travaux de Douady et Perrin (1986). Nous avons assisté aux séances de cinq professeurs des écoles exerçant dans des classes ordinaires. Pour effectuer une analyse fine des pratiques tout en ayant un aperçu de la variété des utilisations possibles d'un même ouvrage, l'enseignement des fractions a été observé dans sa globalité dans les classes de ces cinq enseignants. Les pratiques de ces derniers ont été analysées autour de la mise en œuvre globale du processus d'enseignement des fractions et de la proposition en classe d'*activités* du manuel. Différentes composantes des pratiques ont été prises en compte : celle des représentations des enseignants concernant les mathématiques et leur enseignement, celle des contenus et de leur organisation, celle des activités des élèves et celle des interactions entre élèves et enseignants. En adoptant le point de vue de Robert (2001) selon lequel l'analyse des pratiques des enseignants ne peut pas se réduire à l'analyse des apprentissages potentiels des élèves, c'est un cadrage théorique issu de la double approche et de la théorie de l'activité qui a ainsi été mis en place pour approcher les utilisations du manuel. Ce dernier cadrage convient aux nécessaires aller-retour entre le local (ce qui se passe effectivement en classe) et le global (l'inscription de quelques séances dans le processus d'enseignement des fractions, compte tenu du manuel) et a permis d'obtenir un spectre des utilisations possibles du manuel par les cinq enseignants dont les séances ont été observées. Ce spectre se résume en quatre profils d'enseignants. Nous définissons d'abord deux groupes d'enseignants. Les premiers suivent globalement le manuel. Les autres apportent des modifications au processus d'enseignement (en y incluant le découpage prévu des situations). Chacun de ces deux groupes peut être partagé en fonction de la compatibilité

entre le manuel et les pratiques des enseignants, ce qui apparaît à un niveau local des déroulements en classe. En reprenant la catégorisation proposée en conclusion de la Partie II de ce travail on trouve donc les quatre profils suivant :

- Des enseignants qui suivent le manuel « pas à pas » et dont les pratiques semblent compatibles avec l'utilisation du manuel (enseignants A et B) ;
- Une enseignante qui suit le manuel « pas à pas » mais dont les pratiques ne semblent pas compatibles avec le manuel ;
- Une enseignante qui ne suit pas le manuel « pas à pas » mais dont les pratiques semblent compatibles avec le manuel ;
- Une enseignante qui ne suit pas le manuel « pas à pas » et dont les pratiques ne semblent pas compatibles avec le manuel.

Les enseignants appartenant au premier profil ont une formation scientifique et/ou travaillent en lien étroit avec des chercheurs en didactique. Ce qui nous a amené à nous poser la question de la lisibilité du manuel pour des enseignants ne se trouvant pas dans cette situation. De plus, dans la classe d'une des enseignants n'ayant pas de formation mathématique ou didactique on remarque une augmentation prévisible de l'écart entre les bons élèves et les élèves en difficulté, conséquence de la mise en œuvre par l'enseignante des *activités* du manuel. Tout se passe alors comme si son utilisation d'*Euromaths* pouvait avoir des conséquences problématiques sur les apprentissages potentiels des élèves. Ce qui entraîne des questions de cohérence entre pratiques des enseignants et utilisation du manuel.

Nous allons maintenant reprendre les résultats obtenus dans deux paragraphes concernant respectivement la première et la deuxième étape de la transposition. Les résultats concernant les pratiques des enseignants lorsqu'ils utilisent le manuel seront d'abord repris en fonction des quatre profils obtenus puis nous reviendrons sur ce qui semble être constitutif de la compatibilité ou de l'incompatibilité entre pratiques et utilisation du manuel. Nous reviendrons en particulier sur la mise en œuvre des *activités* des élèves en fonction des alternatives possibles pour les enseignants, de leurs marges de manœuvre, de la lisibilité des *activités* et de la nécessité d'une construction dialectique des situations et du processus en fonction des objets d'enseignement. Enfin, nous chercherons à répondre à la question de la possibilité de suivre le manuel « pas à pas » sans complètement

apprécier comme nous le faisons ce qui y est en jeu, ce qui est au cœur de notre questionnement sur la compatibilité entre pratiques des enseignants et utilisation du manuel. Dans les deux derniers paragraphes, nous présenterons les limites et questionnement méthodologique soulevés par ce travail puis les pistes que nous pouvons dégager pour la recherche et pour la formation.

Le manuel *Euromaths* : des résultats concernant la première étape de la transposition

L'analyse du manuel *Euromaths* a permis de mettre en évidence la construction d'un processus d'enseignement qui se décrit selon les cycles de la dialectique outil-objet. Ce processus est constitué de trois cycles longs ou trois séquences sur : les fractions usuelles, les fractions décimales de dénominateur égal à une puissance de dix et les écritures décimales. Les fractions sont introduites dans une étape de rappels lors de laquelle les élèves réinvestissent des connaissances anciennes telles que les partages équitables. Elles sont ensuite travaillées dans différents cadres qui permettent la construction de l'outil fraction sous différentes formes qui lui donnent son statut d'objet et qui contribuent à sa décontextualisation. Les fractions décimales sont introduites comme des fractions parmi les autres, lors du cycle sur les fractions usuelles, puis présentées lors du cycle sur les fractions décimales pour la facilité de travail qu'elles apportent lorsque leur dénominateur est égal à une puissance de dix. Enfin, les écritures décimales apparaissent comme une nouvelle écriture des fractions décimales de dénominateur égal à une puissance de dix. Les différentes étapes sont liées par des réinvestissements d'outils explicites ou d'objets construits au fur et à mesure du processus. Ainsi sont-elles solidaires.

Les *activités* de découverte proposées aux élèves par les auteurs sont plutôt fermées dans le sens où elles ne laissent que peu d'alternatives aux enseignants. Le découpage des problèmes en questions, souvent dépendantes les unes des autres, permettant à la fois de construire un milieu propice à la résolution d'une situation d'apprentissage et d'amener à l'enjeu d'enseignement balisent les *activités* et limitent grandement les variations possibles pour leur mise en œuvre.

L'analyse du processus d'enseignement du manuel nous a permis de faire l'hypothèse qu'en le suivant « pas à pas », il était possible de le mettre en œuvre sans en faire d'analyse

a priori à notre sens. Cependant, la « lisibilité » du manuel posait question, puisque pour appréhender les processus et les situations, des connaissances mathématiques et didactiques semblaient nécessaires pour comprendre les relations entre les cycles de la D.O.O. et pouvoir les expliciter aux élèves, pour apprécier le travail des élèves et l'exploiter « à bon escient », pour savoir ce qui peut être modifié et/ou adapté selon la classe – nature et rythme du travail.... Nous nous sommes alors posée la question de savoir dans quelle mesure le manuel pouvait être mis en œuvre en suivant assez strictement le déroulement prévu mais sans comprendre complètement ce qui y était en jeu ou sans y adhérer complètement. C'est ce que nous développons ci-dessous en questionnant la deuxième transposition et en testant notre hypothèse.

Manuel et pratiques des enseignants : des résultats concernant la deuxième étape de la transposition

A partir de l'analyse du manuel et de sa comparaison avec cinq autres ouvrages, nous avons donc cherché à questionner l'hypothèse ci-dessus, à savoir que le processus d'enseignement des fractions, tel qu'il était construit, pouvait être suivi « les yeux fermés ». En effet, le découpage effectué semblait permettre, sans analyse *a priori*, de proposer aux élèves des situations d'apprentissage et une décontextualisation progressive des nouveaux outils construits. Cependant, si ce processus peut être mis en œuvre sans analyse *a priori*, il ne semble pas pouvoir être modifié. La suppression d'une étape du processus ou celle d'une question d'une *activité* peuvent respectivement leur faire perdre leur cohérence. Dès lors, l'utilisation du processus d'enseignement du manuel peut ne pas être évidente pour des enseignants qui n'en perçoivent pas la logique sous-jacente où qui n'ont pas les gestes adaptés pour mettre en œuvre les *activités* telles qu'elles sont prescrites dans le manuel.

Retour sur les quatre profils d'enseignants

A partir des analyses de pratiques autour de l'utilisation du manuel *Euromaths*, nous avons pu mettre en évidence quatre profils d'enseignants.

Deux profils d'enseignants qui suivent globalement le manuel

Les enseignants représentants des deux premiers profils suivent globalement le manuel. C'est le seul qu'ils utilisent pour préparer leurs cours et mener leurs séances. Ils se servent de toutes les *activités* dans l'ordre proposé par le manuel et suivent la narration proposée lors de la mise en œuvre des problèmes tirés d'*Euromaths*. La seule différence d'organisation globale tient dans l'ajout par certains de ces enseignants, en fin de processus, d'exercices d'entraînement systématiques correspondant à des tâches simples et isolées.

Une enseignante qui suit globalement le manuel mais dont les pratiques semblent peu compatibles avec son utilisation

Parmi les enseignants qui suivent globalement le manuel, une d'entre eux semble avoir des pratiques peu compatibles avec son utilisation. Il ne s'agit pas d'un problème de conceptions car les siennes semblent être proches de celles des auteurs. Elle perçoit les enjeux des *activités*, et la redéfinition qu'elle fait des tâches qui lui sont prescrites est minime. C'est au niveau de la réalisation des tâches qu'on constate des gestes qui ne permettent pas aux élèves de travailler sur une situation d'apprentissage. Les responsabilités qu'elle laisse aux élèves imposent un rythme d'abord trop lent puis trop rapide. Les élèves se désengagent de la résolution du problème dès la première partie de la séance. A ce moment là, ils peuvent passer beaucoup de temps sur une question qui permet seulement de commencer à installer un milieu pour la résolution de questions qui constituent le réel enjeu du problème. D'autres questions sont rapidement survolées pour mener la séance à son terme. L'enjeu du problème est soulevé par l'enseignante et les meilleurs élèves de la classe alors que les autres n'ont pas été confrontés à la situation d'apprentissage. Ces derniers obtiennent finalement une réponse à une question qu'ils ne se sont pas posée. Le désengagement des élèves et le fait qu'ils ne travaillent plus sur des situations d'apprentissage entraîne l'enseignante à introduire certaines connaissances de manière ostensive, contrairement au projet. Les élèves ont alors très peu de responsabilité lors de la construction de la connaissance.

Au niveau local du déroulement d'une séance, les *activités* du manuel peuvent perdre ce qui en fait la spécificité. C'est la gestion du rythme de travail sur l'activité, notamment en fonction de l'hétérogénéité des niveaux des élèves, qui semble entraîner cet écueil.

Des enseignants qui suivent globalement le manuel et dont les pratiques sont compatibles avec son utilisation

D'autres enseignants qui suivent le manuel ont des gestes adaptés à la réalisation de la tâche qui leur est prescrite. Dans leurs classes, les *activités* du manuel semblent garder leur potentiel de situation d'apprentissage.

Ils mettent en œuvre l'*activité* en laissant des responsabilités à tous les élèves qui se retrouvent individuellement confrontés à des situations d'apprentissage. Ces deux enseignants ont une formation didactique plus poussée que les autres et l'un d'eux est diplômé en mathématiques.

Un profil d'enseignante qui modifie le processus et les *activités* et dont les pratiques ne semblent pas compatibles avec l'utilisation du manuel

L'enseignante représentante du troisième profil construit son enseignement à partir de différentes ressources et supprime deux des *activités* de découverte du manuel (l'une constituant un des cycles courts de la séquence sur les fractions usuelles, l'autre constituant le seul cycle court de la séquence sur les fractions décimales). Certains éléments prévus par les auteurs disparaissent : le lien entre fraction et fraction décimale dont l'écriture a pour dénominateur une puissance de dix, la motivation de l'introduction de ces dernières et le travail dans plusieurs cadres (donc une certaine part de la décontextualisation). Cette enseignante modifie aussi les phases de familiarisation prévues par le manuel (exercices suivant les *activités* de découverte). Ces dernières sont constituées d'exercices pour lesquels le matériel est d'abord utile à la résolution puis seulement à la vérification avant de disparaître. L'enseignante ne propose aux élèves que des exercices systématiques (quelques-uns tirés d'*Euromaths* mais en majorité issus d'autres ressources qu'elle utilise). La décontextualisation progressive n'a plus lieu.

La modification du processus est liée au type de pratique de l'enseignante et à l'utilisation de plusieurs ressources. Les autres enseignants n'utilisent qu'*Euromaths* et le suivent assez fidèlement. Lorsque l'enseignante représentante de ce troisième profil prépare son cours, elle va choisir entre différentes *activités* proposées par les manuels qu'elle utilise. Le canevas de son processus correspond globalement à celui d'*Euromaths* qui en guide l'organisation chronologique (par exemple : fractions puis fractions décimales et enfin nombres décimaux), mais au moment du choix entre différentes *activités*, il arrive qu'elle ne

perçoive pas l'intérêt de celles proposées par *Euromaths*. Elle repère pourtant ce qui peut leur être spécifique : fractions et fractions décimales de dénominateur une puissance de dix dans une même situation d'apprentissage, présence de différents cadres pour travailler une même notion. Seulement, il semblerait que ses connaissances mathématiques et didactiques ne lui suffisent pas à interpréter ces différentes spécificités. Elle laisse de côté une des *activités* dont l'intérêt pouvait être de présenter les fractions décimales parmi les fractions usuelles ou de travailler les fractions dans un nouveau cadre justement parce qu'elle trouve que travailler les fractions usuelles et décimales dans une même *activité* ou dans un nouveau cadre ne lui semble pas adapté.

A un niveau plus local, elle redéfinit catégoriquement les *activités* qui sont proposées dans le manuel. Les gestes qu'elle utilise pour mettre en œuvre les *activités* du manuel tendent à réduire les tâches et les responsabilités des élèves. La mise en place de ces gestes semble être liée aux représentations de l'enseignante sur les mathématiques et leur enseignement traduite au niveau des médiations et de son discours. Ces gestes sont relativement stables et semblent avoir été construits en fonction de conceptions différentes de celles des auteurs du manuel. Même si l'enseignante explique son choix d'utiliser *Euromaths* par une adéquation avec les idées des auteurs, tout se passe comme si la stabilité de ses pratiques faisait obstacle à une évolution de ses conceptions en fonction du manuel.

Lorsque cette enseignante met en œuvre les *activités* elle les redéfinit radicalement en fonction de ses représentations des mathématiques et de l'enseignement mais aussi, en fonction d'enjeux différents de ceux du manuel, en fonction de la recherche d'une reproduction des histoires de classes et en fonction de la réalisation de la première redéfinition qu'elle fait des tâches. Pour réaliser la tâche redéfinie, elle est amenée à modifier le milieu propre à la situation du manuel. Il y a alors un dédoublement de situations : deux situations différentes, celle proposée par l'enseignante et celle proposée par le manuel, peuvent être réalisées parallèlement par les élèves dont une partie n'évolue pas dans le milieu prévu par l'enseignante. Ce dédoublement couplé avec des responsabilités laissées dans les seules mains des très bons élèves de la classe (différenciation « négative ») accentue les écarts entre les élèves.

Il semblerait ainsi que l'association des pratiques de cette enseignante et de l'utilisation du manuel puisse être problématique en termes d'apprentissages potentiels des élèves.

Un profil d'enseignante qui modifie les *activités* mais dont les pratiques semblent être compatibles avec l'utilisation du manuel

La dernière enseignante réalise la tâche prescrite par le manuel sans trop s'en éloigner. Elle contrôle la réalisation de façon très précise et propose une situation d'apprentissage à ses élèves même si ce n'est pas exactement celle prévue par le manuel. Cependant, probablement en lien avec l'idée de contrôler la réalisation de la tâche prescrite aux élèves, cette enseignante ne leur laisse que très peu de responsabilités. Ils parlent très peu et dans ces conditions il est difficile de présager de leurs apprentissages potentiels.

Des résultats précis concernant la compatibilité entre pratiques et utilisation du manuel

A partir des résultats concernant les différents profils d'enseignants, déterminés à partir des analyses de pratiques, nous avons pu inférer de ce qui pouvait faire obstacle à la compatibilité entre pratiques des enseignants et utilisation du manuel autant pour la mise en œuvre des processus d'enseignement que pour celle des *activités* du manuel. C'est ce que nous développons dans ce paragraphe.

Mise en œuvre des processus

Le processus d'enseignement du manuel est construit selon des cycles de la dialectique outil-objet. Les outils construits lors d'un cycle sont réinvestis dans les cycles suivants. Dès lors, la suppression d'un des cycles (court ou long) implique une désolidarisation et déstabilise le processus d'enseignement dans son ensemble.

Nous avons vu que deux des enseignantes modifiaient le processus prévu dans le manuel. Une d'elles supprime une des questions d'une *activité* par manque de temps. La deuxième supprime et remplace certaines des *activités* de découverte prévues. Elle semble repérer ce qui fait leur spécificité et c'est en conséquence qu'elle décide de ne pas les utiliser. Il semblerait donc qu'elle n'ait pas les moyens de comprendre complètement ce qui est proposé dans le manuel ou d'y adhérer suffisamment. D'autres enseignants qui suivent le manuel « pas à pas » et qui ont des connaissances mathématiques et/ou didactiques un peu plus poussées se posent des questions sur l'intérêt de certaines des *activités* proposées et ne trouvent pas toujours de réponses.

Tout se passe comme si la logique de la construction du processus était difficilement accessible à des enseignants ordinaires. Ils n'ont pas les moyens d'apprécier totalement ce qu'on leur propose. Ils peuvent donc appliquer le processus tel quel mais sans nécessairement comprendre complètement ce qu'ils font. Or, on peut imaginer que les enseignants qui se posent la question de l'intérêt de certaines *activités* (parfois coûteuses en temps) les supprimeront lors de leurs prochaines utilisations du manuel. Le processus en serait ainsi modifié. Une des enseignantes déclare par exemple avoir fait le choix de « jouer le jeu » et de suivre le manuel « pas à pas », justement parce qu'il est construit par des spécialistes de l'enseignement des mathématiques. Elle pourrait toutefois, lors d'une prochaine utilisation du manuel, supprimer une des *activités* dont elle ne voit pas l'intérêt, modifiant ainsi le canevas du processus.

Sur la modification des processus d'enseignement, même si cela n'entraîne pas une modification du canevas, il semble important de noter que quatre des enseignants sur les cinq observés ajoutent des exercices simples, isolés et systématiques aux phases de familiarisation. Ce type d'exercices est quasiment absent du manuel et semble pourtant prendre une place importante dans les processus d'enseignement mis en œuvre par les professeurs des écoles.

La modification, par les enseignants, du processus d'enseignement n'est pas toujours problématique dans le sens où la suppression de certaines étapes ou questions ne devrait pas nécessairement entraîner une impossibilité d'apprentissage pour les élèves. C'est-à-dire que le fait de ne pas suivre le manuel « pas à pas » n'est pas forcément dommageable pour les apprentissages des élèves (nous avons vu le cas d'une enseignante qui supprime une question importante mais propose quand même à ses élèves une situation d'apprentissage).

Mais il arrive aussi que les modifications apportées puissent amener des redéfinitions radicales voire problématiques, notamment lors de la mise en œuvre des activités en classe. Il semblerait que ce soit le fait de proposer aux enseignants des processus qu'ils n'ont pas les moyens de comprendre complètement qui puissent entraîner ce type d'écueil.

Mise en œuvre des activités

Peu d'alternatives autour de la mise en œuvre des activités

Comme le processus d'enseignement des fractions, les *activités* de découverte du manuel *Euromaths* sont construites de telle façon qu'elles sont très fermées pour les enseignants, leur laissant peu d'alternatives pour la mise en œuvre. C'est-à-dire que les enseignants ont peu de choix à faire s'ils veulent réaliser la tâche prescrite par le manuel. Les *activités* de découverte sont en général découpées en plusieurs questions qui permettent de construire un milieu constitutif d'une situation d'apprentissage. Chaque question demande qu'une mise en commun soit effectuée pour passer à la question suivante. Les *activités* sont construites de manière à ce que leurs enjeux puissent n'être que soulevés, si elles ne sont pas radicalement modifiées. Ils sont précis et concernent des exemples plutôt que les relations en jeu dans les situations d'apprentissage. Par exemple, l'enjeu d'une des *activités* est d'arriver à l'égalité $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$. Une *activité* plus ouverte, côté élève comme côté enseignant, aurait permis de travailler les égalités entre écritures fractionnaires et sous la forme « entier + rompu » de manière plus générale sans porter sur un exemple particulier. Le fait que les *activités* du manuel soient très découpées semble pouvoir faciliter le travail des enseignants, tant au niveau de la préparation (puisque une analyse *a priori* ne semble pas nécessaire pour que les élèves travaillent sur une réelle situation d'apprentissage), qu'au niveau des mises en commun (qui sont menées autour d'exemples auxquels tous les élèves auront été confrontés). Cependant, cette construction réduit considérablement les alternatives possibles autour de la mise en œuvre et toute modification qui serait apportée au contenu ou à l'ordre des questions pourrait mettre en péril l'existence d'une situation d'apprentissage.

Des marges de manœuvre¹¹⁶ limitées

Si la construction découpée et fermée des *activités* de découverte laisse très peu d'alternatives pour leur mise en œuvre, elle réduit aussi les marges de manœuvre des enseignants. La réalisation des *activités* du manuel demande de nombreuses mises en commun, l'alternance des différents modes de travail individuel et collectif est donc

¹¹⁶ On rappelle que les marges de manœuvre sont liées à l'exercice du métier d'enseignant et non à une *activité* particulière (comme le sont les alternatives).

déterminée à l'avance et les élèves ne peuvent pas travailler de manière autonome, à des rythmes différents. Il est prévu qu'ils travaillent sur les mêmes tâches, en même temps, et ils pourraient donc tous participer aux mises en commun. Cette construction permettrait *a priori* de réguler l'avancée du temps dans la classe et ainsi de gérer en partie l'hétérogénéité des élèves. Cependant, suivant la façon dont les enseignants partagent les responsabilités avec les élèves de leur classe, le rythme inhérent à l'*activité* peut être modifié. Par exemple, le deuxième profil que nous avons mis en évidence correspond à une enseignante qui suit globalement le processus et les *activités* du manuel. En partageant les responsabilités de la construction de la connaissance avec un élève très en difficulté, elle ralentit le rythme et les autres élèves ne se sentent plus concernés. Les bons élèves sont alors sollicités pour soulever l'enjeu de l'*activité*. Les différents niveaux de situations préconstruits par le manuel et notamment les questions qui permettent de mettre en place un milieu pour la résolution d'une question particulière sont parfois survolés ou peuvent au contraire faire l'objet de la majeure partie de la séance. A terme, l'*activité* ne constitue plus une situation d'apprentissage pour la plupart des élèves. L'enseignante représentante du quatrième profil partage au contraire les responsabilités avec les très bons élèves de la classe dès le début de la séance. Les autres sont spectateurs des échanges entre l'enseignante et les bons élèves. Ces derniers participent et se retrouvent dans des dialectiques de l'action, de la formulation ou de la validation. Un écart se creuse entre les élèves de différents niveaux. Les pratiques de cette enseignante en relation avec l'utilisation de l'*activité* du manuel créent alors une différenciation « négative ».

Parmi les professeurs des écoles observés, seuls ceux qui ont des formations mathématiques et/ou didactiques plus poussées que la moyenne sembleraient réussir à gérer l'hétérogénéité des élèves en mettant en œuvre une différenciation « positive ». Dans leurs classes, les élèves n'ont pas tous les mêmes responsabilités dans la construction de la connaissance mais peuvent avancer à leur rythme.

Il semblerait donc que même si l'*activité* est très découpée et pourrait permettre une gestion de l'hétérogénéité des élèves grâce à un rythme contrôlé, cela ne suffit pas. La façon dont les enseignants partagent les responsabilités avec leurs élèves, en relation avec les *activités* du manuel qui ne permettent *a priori* aucune différenciation, peut au contraire accentuer cette hétérogénéité. La réalisation de la tâche du manuel demande des gestes précis pour éviter cet écueil.

Des problèmes de lisibilité

Les *activités* de découverte du manuel ne sont pas toujours explicites en termes d'enjeux ou pour ce qui est du rôle des différentes questions qui les constituent. Par exemple, certaines questions permettent de mettre en place un milieu pour la résolution d'une autre question. Sans analyse *a priori* de l'*activité*, l'intérêt qu'elles peuvent avoir peut ne pas être explicite. Les enseignants se retrouvent alors dans la même situation que pour les processus d'enseignement. Ils peuvent suivre l'*activité* sans nécessairement comprendre le but de chaque question qu'ils posent ou l'enjeu du problème. Sans connaissances mathématiques ou didactiques, il peut être difficile de comprendre tous les tenants et les aboutissants de chaque *activité*. Les enseignants peuvent alors être amenés à supprimer ou modifier des questions, voire à ne pas utiliser certaines *activités*. C'est le cas de l'enseignante appartenant au quatrième profil qui n'utilise pas l'*activité* de découverte de l'étape 17 (par exemple) ou qui modifie les questions de l'*activité* de découverte de l'étape 16, la redéfinissant ainsi assez radicalement. Les enjeux de l'*activité* de l'étape 17 ne sont pas perçus car leur interprétation demande des connaissances didactiques. De plus, des connaissances mathématiques sont nécessaires à l'appréhension de la machine à partager utilisée dans cette découverte. La modification des questions de l'*activité* de découverte de l'étape 16 est aussi liée à leur manque de lisibilité. Les premières d'entre elles sont posées afin de mettre en place un milieu pour la résolution de la dernière. L'enseignante les modifie ce qui entraîne une modification du milieu et donc de la situation. Cette modification, qui est en partie liée au manque de lisibilité de l'*activité* pour un enseignant n'en faisant pas d'analyse *a priori*, entraîne certains écueils. Tout d'abord, une partie des élèves travaillent à la fois sur l'*activité* du manuel et sur la tâche redéfinie par l'enseignante. On assiste alors à un dédoublement de situation qui accentue la différenciation négative déjà mise en place par cette enseignante. De plus, la redéfinition que fait l'enseignante de la tâche prescrite par le manuel ajoute une variable didactique. Celle-ci entraîne des questions hors programme CM2 mais tout se passe comme si le fait que cette question puisse découler des seules données du problème entraînait l'enseignante à y répondre et donc à modifier l'enjeu de sa séance pour la construction d'une connaissance hors programme.

La maîtrise plus ou moins grande par les enseignants des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires à la compréhension des *activités* du manuel peut donc entraîner des difficultés. Ces difficultés de compréhension entraînent à leur tour une redéfinition des *activités* qui peut avoir des conséquences négatives sur les apprentissages potentiels des élèves : dédoublement des situations et enjeux hors programme de CM2.

Nécessité d'une construction dialectique des situations et du processus en fonction des objets d'enseignement

L'enseignante qui redéfinit profondément les *activités* le fait en grande partie en fonction des objets d'enseignement qu'elle a définis en amont de la préparation de son processus d'enseignement. Le canevas qu'elle propose semble lié au manuel *Euromaths* qui est son manuel principal et dont elle suit la chronologie. Mais pour construire sa progression, elle définit ses objets d'enseignement et ses objectifs en fonction d'un autre manuel (*Manuel de CM2, collection Thévenet*). Les objets d'enseignement ainsi définis par l'enseignante n'existent pas tous dans *Euromaths*. Les *activités* qu'elle propose ne sont pas porteuses des connaissances qu'elle cherche à faire construire aux élèves. Elle ne fait pas le deuil de ces connaissances particulières ou des histoires de classe qui peuvent y être liées. Elle « force » donc leur apparition lors du travail sur des *activités* qui ne permettent pas leur construction. La modification des enjeux de la séance entraîne alors une redéfinition de la tâche de l'enseignante. Ces modifications peuvent creuser l'écart entre les élèves. Elles renforcent le dédoublement des situations et la différenciation négative (l'enseignante compte sur les bons élèves pour comprendre ce qu'elle attend et pour réagir et construire les connaissances qu'elle met en jeu).

Le fait que l'enseignante ne construise pas son processus d'enseignement en dialectique avec la construction ou l'analyse des situations qu'elle propose entraîne donc des problèmes de cohérence entre objets d'enseignement, processus et *activités*.

Des questions plus générales concernant la compatibilité entre pratiques et utilisation du manuel

Les résultats obtenus en termes de compatibilité entre les pratiques des cinq enseignants observés et l'utilisation du manuel nous ont amenés à nous poser des questions plus générales sur la compatibilité pratiques/ manuel *Euromaths*. Dans ce paragraphe, nous développons ces questions, soulevées par ce travail.

Au vu des résultats des analyses, il semble que sur les cinq enseignants observés, trois aient des pratiques que l'on peut qualifier de compatibles avec l'utilisation du manuel. Par compatibles, on entend qu'ils proposent à leurs élèves un processus d'enseignement proche de celui du manuel (tel que nous l'avons analysé) et des situations d'apprentissages¹¹⁷ (que ce soient celles prévues par le manuel ou non) permettant potentiellement la construction des fractions et l'introduction des décimaux. Les deux autres enseignants ont des pratiques moins compatibles.

Nous nous posons la question de savoir si en suivant le manuel « pas à pas », il était possible de proposer aux élèves un processus d'enseignement et des situations d'apprentissage permettant potentiellement la construction des fractions et l'introduction des décimaux. Si tel était le cas, alors tous les enseignants suivant le manuel « pas à pas » auraient des pratiques compatibles avec l'utilisation. Or, une des enseignantes qui suit le déroulement prévu, qui propose toutes les questions et les mises en commun associées, ne propose pas pour autant une situation d'apprentissage à ses élèves. Nous avons pourtant pu mettre en évidence qu'elle comprenait ce qui était en jeu dans cette *activité* et que ses connaissances mathématiques et didactiques étaient suffisantes pour appréhender son déroulement et pour effectuer une redéfinition minimale de la tâche du manuel. Pourtant, cela ne suffit pas pour qu'elle mette en œuvre un suivi pas à pas « efficace ». Au contraire, une des enseignants, ayant des connaissances mathématiques moins poussées et supprimant la question constituant le réel enjeu du problème, met en œuvre dans sa classe une situation d'apprentissage. Ce qu'on trouve en commun chez cette dernière enseignante et les deux autres enseignants qui proposent une situation d'apprentissage à leurs élèves,

¹¹⁷ Une de nos hypothèses admise étant que les pratiques sont stables et cohérentes, on considère que la mise en œuvre de l'*activité* observée est représentative des pratiques des enseignants.

est la présence d'un certain nombre de gestes professionnels qui leur permettent de gérer l'hétérogénéité des élèves et le rythme de la séance. L'enseignante qui ne met pas en œuvre de situation d'apprentissage dans sa classe, malgré le suivi du manuel, semble quant à elle avoir des gestes qui ne permettent pas cette gestion de l'hétérogénéité et du rythme de la séance. Les aides qu'elle apporte, les formes de travail qu'elle propose, sa gestion des échanges et du temps semblent autant d'obstacles à la réalisation en classe de la tâche prescrite par le manuel.

Suivre scrupuleusement le déroulement prévu par le manuel (étapes, questions des *activités*, mises en commun préconisées) ne suffit pas à mettre en œuvre en classe des situations d'apprentissage. Les gestes que les enseignants mettent en place, et donc leur investissement des marges de manœuvre autour de leur métier d'enseignant, peuvent leur permettre ou non de mettre en œuvre la situation prescrite dans le manuel. Or, les gestes que les enseignants dont les pratiques sont compatibles avec l'utilisation du manuel mettent en place dans leurs classe sont très précis voire « coûteux » (enseignants A et B) ou peuvent réduire considérablement les initiatives des élèves (enseignante D). On peut donc se demander dans quelle mesure ces gestes sont transmissibles à d'autres enseignants ? La mise en place de ces gestes serait-elle suffisante pour qu'un enseignant effectuant un suivi « pas à pas » du manuel arrive à un déroulement compatible avec le projet d'*Euromaths*. Et quelle formation pourrait être dispensée pour une utilisation « pas à pas » du manuel, comprise et « efficace » ?

En laissant de côté les résultats concernant l'enseignante D, pour qui il est difficile d'évaluer les apprentissages potentiels des élèves étant donné leur faible temps de parole, les deux seuls enseignants qui proposent une situation d'apprentissage et un temps de travail et de parole suffisant pour qu'on puisse penser que les élèves ont réellement réalisé cette situation, ont des formations en mathématique et/ou didactique. Pour que les pratiques des enseignants soient compatibles avec l'utilisation du manuel, faudrait-il être expert en mathématiques et didactique, et disposer des gestes précis adaptés pour la mise en œuvre des situations constitutives du processus d'enseignement ? Les gestes mis en place par les professeurs des écoles ayant des connaissances didactiques et/ou mathématiques sont-ils liés à ces connaissances ? Ou y a-t-il une certaine indépendance des gestes et des connaissances, la polyvalence entraînant une utilisation des mêmes gestes

dans des domaines disciplinaires différents et non équivalents en terme de connaissance des enseignants ?

La dernière enseignante, qui ne suit pas le déroulement prévu par le manuel et dont les pratiques ne semblent pas compatibles avec son utilisation, mobilise des gestes -concernant la gestion du rythme et de l'hétérogénéité des élèves- qui pourraient être des obstacles à la réalisation de la tâche prescrite dans le manuel. Contrairement à l'autre enseignante dont les pratiques ne sont pas compatibles avec l'utilisation du manuel, elle redéfinit radicalement la tâche en amont de sa réalisation. On peut toutefois se demander quel serait l'impact de la mise en place d'autres gestes professionnels -qui permettraient une autre gestion des échanges, des formes de travail, des aides, et du temps- sur la redéfinition et la réalisation de la tâche du manuel par cette enseignante.

Une autre question que soulève ce travail est celle de la différenciation et de la gestion de l'hétérogénéité. La construction des *activités d'Euromaths* semble tendre vers une aide de la gestion de l'hétérogénéité des niveaux des élèves (découpage des situations permettant *a priori* une gestion du rythme dans ce sens). Seulement, nous avons pu remarquer, dans certaines classes, que l'utilisation de ces *activités* associée aux pratiques des enseignants pouvait entraîner l'augmentation de l'écart entre les élèves. Le manuel *Euromaths* propose des tâches plutôt complexes, très peu de tâches simples, isolées ou systématiques mais quelques exercices de prolongement du travail effectué lors des différentes séquences qui semblent plutôt cibler les bons élèves (« remue-méninge »). On peut se poser la question de savoir si les effets de différenciation « négative » observés dans les classes ne pourraient pas être amplifiée par l'utilisation de ce manuel.

Discussion méthodologique et limites

Intérêt et utilité d'une analyse très détaillée

Les résultats de cette étude nous amènent à penser qu'on ne peut pas faire l'économie du détail pour l'analyse des pratiques des enseignants. En effet, à partir de l'analyse *a priori* de ce qui se passe en classe, c'est-à-dire de l'analyse du scénario prévu et mis en œuvre par les enseignants (découpage en épisodes et sous-épisodes suivant les questions posées et les modes de travail) on aurait pu penser, par exemple, que l'enseignante C proposait à ses

élèves la situation d'apprentissage prévue par le manuel. L'importance, en termes de durée, des épisodes de travail individuel aurait pu nous amener à penser que les élèves étaient actifs lors de la réalisation. Or, à partir d'une analyse plus fine, nous avons pu nous rendre compte que ce n'était pas le cas. L'analyse des échanges en classe, des aides apportées par l'enseignante et des *activités* des élèves lors des épisodes de travail individuel a permis de déterminer que les élèves ne se mettaient pas au travail sur la situation d'apprentissage. Les différents milieux (liés aux questions de l'activité) mis en place par l'enseignante *a priori* n'existent donc pas en réalité dans sa classe puisque les élèves sont absent du déroulement effectif.

Il semblerait donc qu'on ne puisse pas faire l'économie d'une analyse détaillée notamment en termes de mobilisés par l'enseignante et en termes d'interactions en classe, puisque sans ça nous n'aurions pas pu conclure en termes d'apprentissages potentiels des élèves.

Limites de nos résultats et nouvelles questions

Nous avons pu montrer que les pratiques de certains enseignants pouvaient être incompatibles avec l'utilisation du manuel et que l'association du manuel et de leurs pratiques pouvait paraître problématique en termes d'apprentissage potentiel des élèves. Dans ces conditions, des questions s'imposent naturellement, qui relèvent aussi des limites du matériel analysé dans la thèse (un seul manuel, un seul chapitre). Vaudrait-il mieux que ces enseignants n'utilisent pas ce manuel ? Le travail à partir d'un autre manuel construit selon d'autres conceptions permettrait-il de limiter ces écueils ? Si c'est le cas, et suivant les difficultés des enseignants à comprendre totalement ce qui est en jeu dans le manuel, quels choix de transposition pourraient permettre de leur proposer un manuel compatible avec leurs pratiques en fonction des choix mathématiques, épistémologiques et didactiques qui se présentent autour de l'enseignement d'une notion donnée ?

Pistes pour la recherche et pour la formation

Nous envisageons différentes pistes en ce qui concerne les prolongements possibles de cette étude. Les deux premières permettraient de préciser les résultats obtenus. Les enseignants dont nous avons analysé les pratiques sont expérimentés. Or, nous avons vu que la stabilité des pratiques pouvait être un obstacle à une évolution des conceptions des

enseignants en fonction du manuel. Si elles sont proches de celles des auteurs et en particulier si les enseignants ont des formations en didactique ou en mathématiques récentes, *Euromaths* peut être un manuel adapté permettant à ces professeurs des écoles de proposer une progression intéressante et des situations d'apprentissage. Les enseignants pour qui c'est le cas semblent avoir construit des gestes qui leur permettent de réaliser les tâches prescrites par le manuel. Si au contraire les représentations des professeurs des écoles, concernant les mathématiques et leur enseignement, sont trop éloignées de ce qu'on trouve dans le manuel, l'association de leurs pratiques et des *activités* proposées peut être problématique en termes d'apprentissages potentiels des élèves.

Il serait intéressant d'aller voir l'utilisation que des enseignants débutants peuvent faire de ce manuel, alors que leurs gestes professionnels ne sont pas encore stables ou construits. On peut se demander quel serait l'effet de l'utilisation d'un tel manuel sur leurs pratiques. Les *activités* laissant peu d'alternatives pour la mise en œuvre et peu de marges de manœuvre, induiraient-elles certains gestes professionnels ? Si c'est le cas, un tel manuel peut-il être un outil de formation continue ?

D'autres pistes pour prolonger ce travail seraient de le compléter en envisageant d'autres axes d'étude. Nous avons choisi de nous intéresser plus particulièrement au pôle enseignant mais il serait possible d'aller voir du côté des activités effectives des élèves. Mais les recherches pourraient aussi être complétées du côté des enseignants. En effet, afin de trouver des professeurs des écoles utilisant ce manuel, nous avons fait une recherche systématique. Or, sur les cinq enseignants qui nous ont répondu utiliser *Euromaths* et pour lesquels nous avons pu effectuer des observations, trois avaient des formations plus poussées que la moyenne en mathématiques et/ou en didactique des mathématiques. La proportion des enseignants utilisant *Euromaths* ayant de telles formations semble donc assez importante, ce qui ne semble pas anecdotique. Une étude sur les raisons des choix de ce manuel ou d'un autre pourrait permettre de mettre en perspective nos résultats et les profils des enseignants utilisant *Euromaths*.

Enfin, il serait possible d'effectuer une étude comparable dans d'autres niveaux de classe (par exemple en CM1 où les notions travaillées sont nouvelles, contrairement au CM2), avec d'autres manuels écrit par des didacticiens ayant des conceptions différentes ou à partir d'autres contenus que celui des fractions.

Du côté de la formation des professeurs des écoles, il semble indispensable de prendre en compte ces résultats concernant l'utilisation d'un manuel écrit par des didacticiens. Si tous les enseignants n'ont pas des pratiques compatibles avec l'utilisation d'un tel manuel, y-a-t-il des solutions pour améliorer cette compatibilité à partir de la formation des enseignants ? Peut-on leur apprendre à « lire » et à « utiliser » les processus d'enseignement et situations du manuel afin de minimiser les utilisations problématiques en termes d'apprentissages potentiels des élèves ? Peut-on les aider à construire certains gestes professionnels qui peuvent sembler nécessaires à la mise en œuvre de ce qu'on trouve dans ce manuel ?

Il semble aussi indispensable de pointer les difficultés que nous avons pu rencontrer pour effectuer une analyse comparative de plusieurs manuels. Les contenus des différents ouvrages étudiés autour de l'enseignement des fractions ont révélé une très grande diversité de conceptions, autant pour ce qui est des canevas des processus d'enseignement que pour les aspects des fractions travaillés. Ainsi, la mise en place d'une méthodologie permettant la comparaison n'allait pas de soi. On peut donc se demander comment permettre aux enseignants d'avoir les outils nécessaires pour effectuer un choix parmi les nombreux manuels qui leurs sont proposés.

Bibliographie

ARSAC, G. (1989). La transposition didactique en mathématiques. Dans G. Arzac, M. Develay, & A. Tiberghien, *La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie*. REM-LIRDIS, Université Claude Bernard, Lyon I.

ARSAC, G. (1992). L'évolution d'une théorie en didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12/1. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

ARTIGUE, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9/3. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

BOLON, J. (1996). Comment les enseignants tirent-ils parti des recherche faites en didactique des mathématiques? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège. *Thèse de doctorat*.

BRIAND, J. & PELTIER, M.-L. (2008). Le manuel scolaire carrefour des tensions mais aussi outil privilégié de vulgarisation des recherches en didactique des mathématiques. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Paris : IREM.

BRONNER, A. (1999). Analyse a priori de séquences de formation à propos des décimaux. *Les cahiers du formateur Copirelem*. Montpellier: IREM.

BROUSSEAU, G. (1998a). Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège. Dans B. Guy, *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

BROUSSEAU, G. (1998b). Problèmes de didactique des décimaux. Dans G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

BROUSSEAU, G. (1998c). Le contrat didactique : l'enseignant, l'élève et le milieu. Dans B. Guy, *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

BUTLEN, D. (2004). Deux points de vue pour analyser les pratiques. Dans M.-L. Peltier, *Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

CHEVALLARD, Y. (1980). *La transposition didactique*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

COMITI, C., GRENIER, D., & MARGOLINAS, C. (1995). Différents niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques

liés à ces interactions. Dans G. Arzac, J. Gréa, & A. Tiberghien, *Différents types de savoirs et leur articulation*. Grenoble: La pensée sauvage édition.

DOUADY, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères-IREM*, 6.

LE POCHE, G., MASSELOT, P. & WINDER, C. (2005). Fractions et décimaux : analyses de manuels. *Séminaire nationaux Copirelem*. Blois.

LEPLAT, J. (1997). Regards sur l'activité en situation de travail. Contribution à la psychologie ergonomique. Paris: PUF.

MARGOLINAS, C. (2004). Note de synthèse. Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques. *Habilitation à diriger des recherches en sciences de l'éducation*. Université de Provence.

MARGOLINAS, C. & WOZNIAK, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35 (2)

ORSOLA-MANGIANTE, C. (2007). Une étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques : prédermination et développement. *Thèse de doctorat*.

PERRIN, M.-J. & DOUADY, R. (1986). Nombres décimaux liaison école collège. *Brochure IREM*. Université Paris VII.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1995) *Actes de l'école d'été*. 1995. *Actes de la VIIIe Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*. St-Sauves d'Auvergne.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. & HERSANT, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23/2. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

ROBERT, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1.2. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

ROBERT, A. (2004). Que cherchons-nous à comprendre dans les pratiques des enseignants? Quelles analyses menons-nous. Dans *Dur pour les enseignants, dur pour les élèves, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies* .

Bibliographie complémentaire¹¹⁸

ARTIGUE, M. (1986). Une approche de la reproductibilité. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/1. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

ASSUDE, T., & MARGOLINAS, C. (2005). Aperçu du rôle des manuels dans la recherche en didactique des mathématiques. Dans E. Bruillard, *Manuels scolaires, regards croisés*. Scérén, CRDP Basse-Normandie.

ASSUDE, T., MERCIER, A. & SENSEVY, G. (2007). L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27/2. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

BROUSSEAU, G. (1995). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. *Actes de la VIIIe Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*. St-Sauves d'Auvergne.

COMITI, C. & GRENIER, D. (1997). Régulations didactiques et changements de contrats. *Recherches en didactique des mathématiques* , 17/3. Grenoble : La pensée sauvage éditions.

COULANGE, L. (2006). Etude des pratiques de professeurs "néo-titulaires" dans des collèges de ZEP. Plusieurs études de cas. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* . Paris: IREM de Paris.

COURALLY, S. & GOIGOUX, R. (2007). Etudier le potentiel de développement des utilisateurs pour concevoir un instrument didactique. *Actes du colloque AREF*. Strasbourg.

DOUADY, R. (1994). Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. *Repères IREM*.

¹¹⁸ La bibliographie complémentaire recense certains travaux qui ne sont pas cités dans la thèse mais qui ont été utiles à l'avancement de ce travail

MARGOLINAS, C. (1993). Double analyse d'un épisode : cercle épistémologique et structuration du milieu. Dans A. Michèle, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

PELTIER, M.-L. (1997). Histoire d'un manuel scolaire. *Grand N*, 62.

ROBERT, A. (2003). De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et lycée). *Didaskalia*, 22.

RODITI, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en didactique des mathématiques*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

SENSEVY, G., MAURICE, J.-J., CLANET, J. & MURILLO, A. (2008). La différenciation didactique passive : un essai de définition et d'illustration. *Les dossiers des sciences de l'éducation*, 20. Toulouse : Presses Universitaires du Mirail

Manuels et Livres du Maître

BRIAND, J., NGONO, B., PELTIER, M.-L. & VERGNES, D. (2007). *Livre du professeur Euromaths CM1*. Paris: Hatier.

BRISSIAUD, R., CLERC, P. & OUZOULIAS, A. (2002). *Livre du maître, J'apprends les maths CM2*. Retz.

BRISSIAUD, R., CLERC, P., LELIEVRE, F., & OUZOULIAS, A. (2006). *J'apprends les maths CM2*. Paris: Retz.

CHARNAY, R., COMBIER, G. & DUSSUC MARIE-PAULE. (2004). *Cap Maths CM2, Pour l'enseignant, Le guide des activités*. Hatier.

CHARNAY, R., COMBIER, G. & DUSSUC MARIE-PAULE. (2004). *Cap Maths CM2*, Hatier.

CHARNAY, R., DOUAIRE, J., GUILLAUME, J.-C., & VALENTIN, D. (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM2, Cycle 3*. Hatier Ermel.

PELTIER, M.-L., BRIAND, J., NGONO, B. & VERGNES, D. (2006). *Euromaths CM2*. Hatier.

PELTIER, M.-L., BRIAND, J., NGONO, B. & VERGNES, D. (2007). *Livre du professeur, Euromaths CM2*. Hatier.

SEMENADISSE, B., CHARLES, A., & BILHERAN, M. (2001). *Guide du maître, Math Outil CM2*. Magnard.

SEMENADISSE, B., CHARLES, A., & BILHERAN, M. (2001). *Math Outil CM2*. Paris: Magnard.

THEVENET, S., BOURHIS-LAINE, F., DEBAILLEUL, A., HELAYEL, J., LENOIR, E., TREVE, G., ET AL. (2001). *Nouvelle collection Thévenet Maths CM2*. Paris: Bordas.

THEVENET, S., BOURHIS-LAINE, F., DEBAILLEUL, A., HELAYEL, J., LENOIR, E., TREVE, G., ET AL. (2004). *Livre du maître, Maths Collection Thévenet, CM2*. Bordas.

ANNEXES

Sommaire des Annexes

ANNEXES A : MANUELS	379
Annexe A.1 : Préconisations générales du livre du professeur pour le déroulement des activités de découverte.....	380
Annexe A.2. : Accompagnement du livre du professeur pour la découverte de l'étape 16... ..	382
Annexe A.3. : Page du livre aide-mémoire de Cap Maths sur le thème des fractions	384
Annexe A.4. : Schéma des canevas des processus d'enseignement des cinq manuels comparés à Euromaths	385
ANNEXES B : DONNEES ENSEIGNANTS	393
Annexes B.1. : Traces écrites, exercices, évaluations, préparations des enseignants	394
<i>Annexe B.1.1 : Traces écrites, Enseignante B et C</i>	394
<i>Annexe B.1.2 : Evaluations enseignantes B et C</i>	398
<i>Annexe B.1.3 : Exercices, Enseignante B</i>	399
<i>Annexe B.1.4 : Traces écrites, Enseignante D</i>	401
<i>Annexe B.1.4 : Exercices, Enseignante D</i>	404
<i>Annexe B.1.5 : Evaluations, Enseignante D</i>	406
<i>Annexe B.1.6. : Préparations, Enseignante E</i>	408
<i>Annexe B.1.7. : Exercices, Enseignante E</i>	409
<i>Annexe B.1.8. : Traces écrites, Enseignante E</i>	410
<i>Annexe B.1.9. : Evaluations, Enseignante E</i>	414
Annexes B.2. : Retranscriptions de séances et d'entretien	417
<i>Annexe B. 2. 1 : Retranscription mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16 enseignant A</i>	418
<i>Annexe B. 2. 2: Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante B</i>	425

<i>Annexe B. 2. 3 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante C.....</i>	436
<i>Annexe B. 2. 4 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante D.....</i>	440
<i>Annexe B. 2. 5 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante E.....</i>	449
<i>Annexe B. 2. 6 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 15, enseignante E.....</i>	465
<i>Annexe B. 2. 7 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 56, enseignante E.....</i>	477
<i>Annexe B. 2. 8 : Retranscription entretien enseignante E.....</i>	485
ANNEXES C : GRILLES ET TABLEAUX D'ANALYSE	493
Annexe C. 1 : Grille d'analyse des séances.....	494
Annexe C. 2: Classes de problèmes et distribution des tâches en fonction des manuels	495

Annexes A : Manuels

Annexe A.1 : Préconisations générales du livre du professeur pour le déroulement des activités de découverte

Ce travail est essentiellement collectif et oral (avec éventuellement un écrit sur ardoise ou feuille de papier) et ne donne pas lieu à une notation. Nous conseillons au professeur de le mener avec un rythme soutenu ; s'il repère des

difficultés chez certains élèves, il en prend note et organise le temps de la journée ou de la semaine de manière à reprendre avec les élèves concernés les questions non comprises pendant que les autres travaillent en autonomie.

2.2.3. Les activités préparatoires de découverte et les découvertes

De nombreuses notions doivent être « objets de situations de recherche » de manière à ce que les élèves puissent leur donner du sens en développant, pour les résoudre, une réelle activité cognitive de nature mathématique. Les notions à travailler apparaissent, le plus souvent possible, comme des réponses optimales à des questions qui présentent pour les élèves un certain enjeu, elles revêtent ainsi un caractère de « nécessité ». Ces situations correspondent à ce que nous avons appelé « situations d'apprentissage » et relèvent de la famille des « problèmes pour apprendre ». Certaines de ces situations sont présentées dans le manuel dans la rubrique « Découverte ». D'autres nécessitent une organisation spécifique du travail, notamment lorsqu'elles se présentent sous forme de situations de communication, de jeux ou lorsqu'elles supposent l'utilisation de matériel. Elles sont désignées alors par l'expression « Activité préparatoire de découverte » et décrites précisément dans ce livre du professeur. Elles sont toujours suivies dans le manuel d'une découverte qui reprend le travail effectué sans le livre. Dans les étapes de consolidation d'une notion, l'exercice dirigé propose une situation permettant aux élèves un retour sur celle-ci. La présence de l'enseignant est souhaitable afin d'apporter un soutien adapté.

Ces phases d'introduction de notions nouvelles demandent une grande vigilance par rapport au sens, nous nous attardons donc sur ces moments forts, dans ce livre du professeur.

■ La phase d'entrée dans la tâche

Elle nécessite de la part de l'enseignant une attention particulière : qu'il s'agisse de la présentation d'un jeu⁵ ou d'une activité, de la lecture d'un énoncé ou d'un document de travail, le professeur doit envisager une « mise en scène » de manière à « enrôler » les élèves dans la tâche proposée et s'assurer que chacun se l'approprié correctement.

■ La phase de recherche

Au cours de cette phase, l'enseignant laisse les enfants chercher sans leur donner d'indication sur la méthode à utiliser ni sur la valeur qualitative de leurs résultats (que la recherche soit individuelle ou en groupe). Il les invite à noter par écrit ce qu'ils font, pour pouvoir le présenter aux autres. Faire des mathématiques, c'est imaginer des

stratégies de résolution, mettre en œuvre des procédures, les tester, les vérifier, mettre au point leur cohérence. Pour cela, les élèves doivent savoir qu'ils peuvent prendre des initiatives, choisir leurs « outils » et leurs méthodes, en changer si cela leur paraît nécessaire. Ce mode de fonctionnement ne peut se mettre en place que s'ils savent qu'ils ont droit à l'erreur. Une relation de ce type entre les élèves et le professeur, longue et constante, favorise les apprentissages.

Pendant cette phase, le rôle de l'enseignant est très important, il consiste à solliciter les enfants, à veiller à ce qu'ils se sentent concernés, à relancer la recherche. Il consiste aussi à prendre des informations sur les procédures des élèves qu'il est en train d'observer et éventuellement à les prendre en note. Ces informations sont importantes, elles lui permettent d'avoir une meilleure connaissance des compétences de chacun et d'organiser ainsi plus facilement la phase de mise en commun.

Les enseignants ont bien souvent du mal à ne pas intervenir. Il est pourtant nécessaire que les élèves arrivent progressivement à se faire une idée par eux-mêmes de la qualité de leurs résultats ou de leurs propositions et à ne pas attendre que la validation soit assurée par le professeur. Toutefois, pour certains élèves, une médiation individuelle est nécessaire. Cette médiation peut prendre des formes diverses :

- simple reformulation du but à atteindre ;
- apport d'éléments d'aide pour la résolution ;
- réduction éventuelle de la tâche en en gardant toutefois l'enjeu principal.

■ Les mises en commun

Une étape délicate chez les élèves à l'issue de la résolution est celle du contrôle de leur production ainsi que celle de la rédaction de leur solution en liaison avec le contexte évoqué. Nous proposons dans certains cas des traces de solutions d'élèves fictifs afin de développer ces compétences chez les élèves.

Après un certain temps de recherche, les élèves doivent être informés sur la validité du travail qu'ils ont effectué. Nous proposons différentes manières d'animer cette phase (difficile pour l'enseignant) en fonction du type de tâche que les élèves ont eu à effectuer.

5. Nous attribuons au mot « jeu » une signification spécifique qui ne recouvre qu'en partie la définition usuelle de ce mot ; il s'agit d'une situation mathématique dans laquelle il y a :

- un enjeu : à l'issue du jeu, il y a un ou plusieurs gagnants ;
- une interaction sociale de fait : chacun joue à son tour et chacun à son tour résout une question mathématique, sous le regard des autres joueurs qui ont intérêt à contrôler l'activité des uns et des autres ;
- une répétition de la même activité cognitive : les enfants ont donc l'occasion de faire des essais successifs, ce qui doit permettre une stabilisation de procédures correctes.

Si plusieurs procédures sont envisageables pour répondre à la question, une mise en commun est souvent souhaitable pour que les élèves, avec l'aide du professeur, prennent connaissance de ces procédures, les argumentent, les comparent, les valident ou les rejettent.

Dans certains cas, la phase de synthèse ne porte pas seulement sur la recherche du résultat juste. Ainsi, par exemple, lorsque le résultat est donné par une action effective, la synthèse porte sur les raisons pour lesquelles les prévisions faites par les élèves sont ou non en conformité avec la réalité et sur la façon dont ces prévisions pourront être menées lors d'une autre tentative.

Lorsque l'on est dans une situation qui ne permet pas la connaissance du résultat autrement que par un travail mathématique, les élèves donnent leurs propositions, explicitent les procédures utilisées et les justifient. C'est un moment d'échanges et de discussion entre les enfants favorisant l'apprentissage (discussion qui ne peut avoir lieu si le professeur a déjà donné son point de vue sur la question). L'enseignant est alors le « meneur de jeu », il fait émerger des modes de représentations (schémas, tableaux, dessins, écrits mathématiques) permettant de communiquer la situation et les solutions. Il note au tableau ce qui est dit en veillant à ne pas anticiper sur les propositions des élèves et amène ceux-ci à mettre au point ce qui pourra être la trace écrite de la résolution. Pour que ces moments puissent fonctionner, l'enseignant doit veiller, dès le début de l'année, à mettre en place la communication entre l'enfant qui fait sa proposition et le groupe classe. Cela nécessite beaucoup d'attention, d'implication et d'écoute de la part de tous les élèves. Les enfants doivent apprendre à argumenter lorsqu'on leur pose la question « pourquoi... » sans craindre d'avoir fait une erreur, à considérer les erreurs non comme « des fautes » mais comme des propositions qui ne sont pas

valides, à respecter les arguments de leurs camarades.

Pour E. Bautier⁶ les situations didactiques d'interactions verbales demandent aux élèves d'avoir acquis « une familiarité avec cette pratique socio-langagière qui consiste à utiliser le langage, la production des pairs pour apprendre. Il est aussi supposé que les élèves considèrent comme possible de construire langagièrement un savoir à plusieurs et de passer de cet oral pluriel à une appropriation d'un écrit le plus souvent individuel. »

■ Les phases de conclusion et les institutionnalisations

Pour que les connaissances construites par ce travail de résolution de problème puissent se rattacher aux connaissances anciennes et devenir des savoirs partagés, les moments où le professeur va officialiser certains éléments sont fondamentaux.

Au cours de ces phases, les élèves vont pouvoir séparer ce qui dans le problème posé relevait de la conjoncture et ce qui était une nécessité, ils vont pouvoir se détacher de la situation vécue pour en retenir les éléments mathématiquement pertinents et amorcer ainsi un travail de décontextualisation conduisant progressivement vers la conceptualisation. Ces moments peuvent conduire à une institutionnalisation stricto sensu de savoirs, d'autres consistent simplement à mettre en évidence des éléments importants à retenir pour les séances suivantes : nous les précisons dans les rubriques « Conclure avec les élèves » dont le maître peut s'inspirer pour élaborer avec les élèves un écrit à retenir, et nous indiquons le renvoi éventuel aux pages concernées de l'Aide-mémoire.

C'est une phase parfois délicate à conduire juste à la suite de la phase de mise en commun. Elle peut alors être reportée du matin à l'après-midi ou du jour au lendemain mais il est alors important de garder les traces du travail effectué.

2.2.4. Les exercices : exercices d'application directe et problèmes pour s'entraîner

Les connaissances doivent faire l'objet d'une longue phase d'entraînement (avant de pouvoir être évaluées) pour que les élèves puissent se les approprier et les mobiliser spontanément dans de nouveaux contextes. Cet entraînement consiste en la résolution d'exercices d'application directe ainsi que d'exercices nécessitant soit de transférer dans un nouveau contexte les connaissances apprises soit de mobiliser plusieurs connaissances antérieures. Dans ces deux derniers cas, il est à nouveau possible de parler de « problèmes » puisque la résolution nécessite de la part de l'élève un travail de mobilisation et d'adaptation de ce qu'il sait déjà.

Lorsque les problèmes proposés nécessitent la présence de

l'enseignant, par exemple lorsqu'ils présentent un nouvel aspect d'une notion déjà travaillée, ils sont signalés (par une pastille verte dans le manuel).

Chaque étape comporte de **nombreux exercices** et problèmes ayant cette fonction d'entraînement. Nous indiquons les « raisons d'être » et la finalité de chacun d'eux, ce qui permet au professeur de **choisir ceux qui lui paraissent les plus adaptés** pour ses élèves.

Dans certaines étapes, un remue-méninges ou des nombres croisés permettent aux élèves de se divertir en relevant des petits « défis », ce qui les conduit à investir leurs connaissances, élaborer des raisonnements, effectuer de nombreux calculs.

6. « Les pratiques sociolangagières dans la classe de français » cité dans *Argumentations et disciplines scolaires*, (dir.) Douaire Jacques, coll. Didactiques, apprentissages, enseignements INRP, 2004.

Annexe A.2. : Accompagnement du livre du professeur pour la découverte de l'étape 16

Procédures envisageables

– Procédure de partage fractionnaire ou connaissance implicite :

$\frac{1}{3}$ d'heure correspond à 20 minutes donc $\frac{4}{3}$ d'heure c'est 4 fois 20 minutes.

– Procédure de partage d'entiers :

$60 : 3 = 20 ; 20 \times 4 = 80$.

– Procédure spatiale : comme dans l'exercice 1, des élèves envisagent les 20 minutes puis effectuent une simulation du temps qui passe, ce qui conduit à $20 + 20 + 20 + 20$, soit 80 minutes.

ÉTAPE 16

Fractions : partages de longueurs

MANUEL P. 35

Objectif

Se réapproprier le codage fractionnaire dans des situations de partages de longueurs.

Pourquoi cette étape ?

Dans l'étape précédente, les élèves ont revu le codage fractionnaire dans une situation de partage équitable issue de la vie quotidienne. Dans cette étape, qui est une reprise de l'étape 64 du CM1, il s'agit pour eux de revoir que **les fractions sont utiles pour exprimer certaines mesures de longueur** lorsqu'une unité a été choisie.

Ici, c'est par « pliage » de la bande unité que sont redéfinies certaines fractions telles que $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$. Puis les élèves ont à se réapproprier la **signification d'expressions complexes** (comme somme d'entiers et de fractions) pour décrire la longueur de divers segments ou pour construire des segments de longueur donnée.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit 5 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les triples des nombres cachés. Recommencer avec 5 nombres multiples de 3, les élèves écrivent les tiers des nombres cachés.

Découverte

Dans le manuel du CM1, l'étape 64, page 136, traite la même question avec une activité préparatoire de découverte largement détaillée dans le livre du maître. Nous ne jugeons pas utile de reprendre une telle activité préparatoire de découverte en CM2.

Toutefois, selon sa classe, le professeur, s'il le juge nécessaire, pourra reprendre une situation analogue à celle du CM1.

■ Lecture de l'annonce du travail de Leïla

Lecture silencieuse des premières lignes et de la bulle du furet. S'assurer que tous les enfants ont bien repéré où se trouve le segment choisi pour unité. (Le trait rouge est là pour faciliter le travail de mesurage et matérialiser le segment.)



Faire commenter et simuler la proposition du furet.

■ Question 1

Expliquer au préalable ce que signifie « reproduire la bande unité » (par superposition). Insister sur la contrainte consistant à ne pas utiliser la règle graduée pour trouver le segment mesuré par Leïla.

Travail individuel, puis mise en commun des procédures utilisées et des associations proposées.

Procédures envisageables

Pliage de la bande unité, utilisation de papier calque, utilisation du compas pour effectuer des reports, estimation à l'œil, etc.

Solution : le segment [EF].

■ Question 2

Travail individuel dans la continuité de ce qui précède.

Solutions

[AB] mesure $1 u + \frac{1}{2} u$. [CD] mesure $2 u$.

[GH] mesure $1 u + \frac{3}{4} u$. [IJ] mesure $1 u + \frac{2}{3} u$.

Le professeur peut mener ici une première mise en commun sur les manières de procéder et sur les longueurs trouvées. Il se peut que, dès cette question, différentes écritures soient proposées pour une même longueur par exemple $1 + \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ pour la longueur du segment [AB]. De telles écritures seront alors considérées comme équivalentes.

d'écrit une fraction égale mais qui n'a pas le même « costume ». Exemple : le professeur écrit une seule fraction $\frac{4}{8}$; les élèves écrivent $\frac{6}{8}$ ou $1 + \frac{1}{8}$. Le professeur jugera s'il est opportun de proposer cette variante à ses élèves.

Jeu de mémoire. Le maître écrit cinq fractions (simples) et les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent. Recommencer 4 ou 5 fois. Cette activité développe la mémoire visuelle. Le jeu peut être rendu plus complexe en demandant aux élèves

Calcul mental

- 1 SÉANCE**
- MATÉRIEL.**
- Par élève ou pour deux élèves : une machine à partager avec espacement de 5 mm (matériel photocopiable page 000).
 - Par élève : papier, ciseaux, compas.
 - Pour la classe, à afficher au tableau : un agrandissement de la machine à partager à manuel et une bande unité agrandie dans le même rapport.

Le dispositif dit « machine à partager » (réseau de droites parallèles équidistantes), déjà introduit en CM1, permet de partager un segment en plusieurs parties de même longueur sans avoir besoin de mesurer et d'effectuer une division. Il permet donc de rencontrer des fractions variées de l'unité, de les utiliser pour exprimer la longueur de segments ou pour construire des segments de longueurs données. La machine à partager va permettre également de graduer la droite numériquement, notamment en dixièmes. Rappelons que les fractions permettent de coder la position de différents points de la droite. Cette position correspond à la distance du point considéré au point choisi comme origine de la droite.

Pourquoi cette étape ?

- Objectifs**
- Redécouvrir et utiliser un dispositif simple permettant le partage équitable d'un segment.
 - Redécouvrir la droite graduée.
 - Utiliser les fractions pour coder une longueur ou une position.

Fractions : partages et graduations

ÉTAPE 17

Il entraîne les élèves à passer de l'écriture à l'aide d'un entier et du « rompu » à l'écriture canonique de la fraction. Il est important que les élèves aient cette représentation afin qu'ils lient les fractions aux nombres entiers. La mesure du segment [GH] pose un problème nouveau (il ne s'agit plus d'une mise bout à bout, mais d'un retrait) qui peut être résolu en se référant à la droite numérique.

Exercice

Déroulement habituel (voir étape 2).

De même pour $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$. On peut aussi mesurer ou construire précisément des segments plus grands que le segment unité, par exemple le segment de longueur : $1 + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1}$.

Le professeur décidera ce qui doit rester comme trace écrite. Voici quelques suggestions. Si on partage le segment choisi pour unité u en 3 parties exactement superposables, en pliant la bande unité, chaque partie a pour longueur un tiers de u que l'on note à l'aide de la fraction $\frac{1}{3}$.

Conclure avec les élèves

Il s'agit de revenir (on l'a déjà abordé dans l'étape 15) sur le sens des fractions plus grandes que 1 dans un contexte de mesurage de longueur. Si cette rencontre n'a pas eu lieu lors de la mise en commun de la question précédente, les élèves vont avoir à se poser ici la question du sens de la fraction $\frac{7}{4}$. Cette question mérite une mise au point collective aboutissant à l'égalité $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$. Elle sera reprise dans l'exercice.

Question 3

Annexe A.3. : Page du livre aide-mémoire de Cap Maths sur le thème des fractions

LES FRACTIONS

Pour comprendre une fraction



Il faut repérer en combien de parts égales est partagée l'unité.

4 est le dénominateur :
il indique qu'on a partagé l'unité en 4 parts égales.

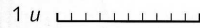


$$\frac{3}{4}$$

3 est le numérateur :
il indique qu'on a reporté 3 fois une part.



10 est le dénominateur :
il indique qu'on a partagé l'unité en 10 parts égales.



$$\frac{14}{10}$$

14 est le numérateur :
il indique qu'on a reporté 14 fois une part.



Les fractions dont le dénominateur est 10, 100, 1 000... sont appelées **fractions décimales**.

Pour lire les fractions

Il faut utiliser le suffixe *-ième*, sauf pour les demis, tiers et quarts.



- Les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$... se lisent *un demi, deux demis, trois demis*...
- Les fractions $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$... se lisent *un tiers, deux tiers, trois tiers*...
- Les fractions $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$... se lisent *un quart, deux quarts, trois quarts*...

Toutes les autres fractions se lisent en utilisant le suffixe *-ième*, par exemple :

- la fraction $\frac{8}{7}$ se lit *huit septièmes* ;
- la fraction $\frac{42}{10}$ se lit *quarante-deux dixièmes* ;
- la fraction $\frac{86}{1\ 000}$ se lit *quatre-vingt-six millièmes*.

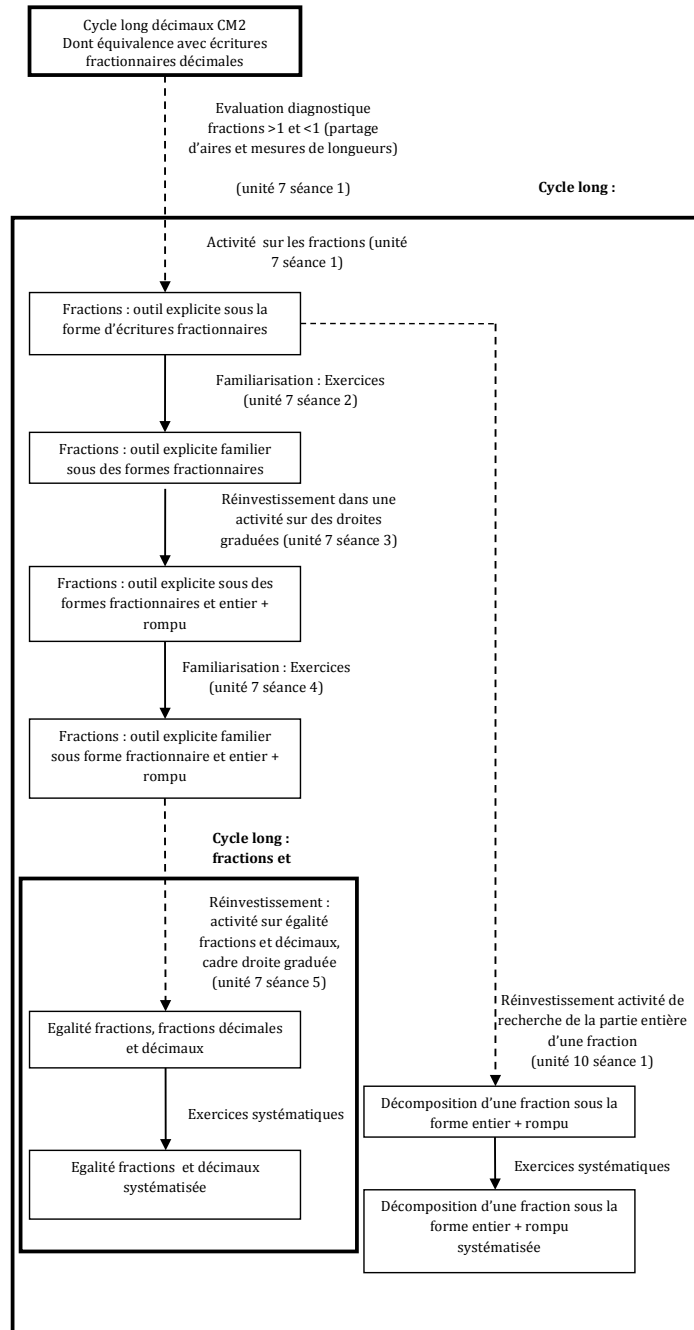
Annexe A.4. : Schéma des canevas des processus d'enseignement des cinq manuels comparés à *Euromaths*

Les schémas des canevas présentés ici ont été obtenus avant la mise en place de la méthodologie utilisée pour l'analyse des processus d'enseignement des différents manuels. Ils ont contribué à cerner les différences d'organisation. Ils ont, en partie, permis de construire une méthodologie adaptée pour l'analyse des savoirs à enseigner contenus dans les différents manuels.

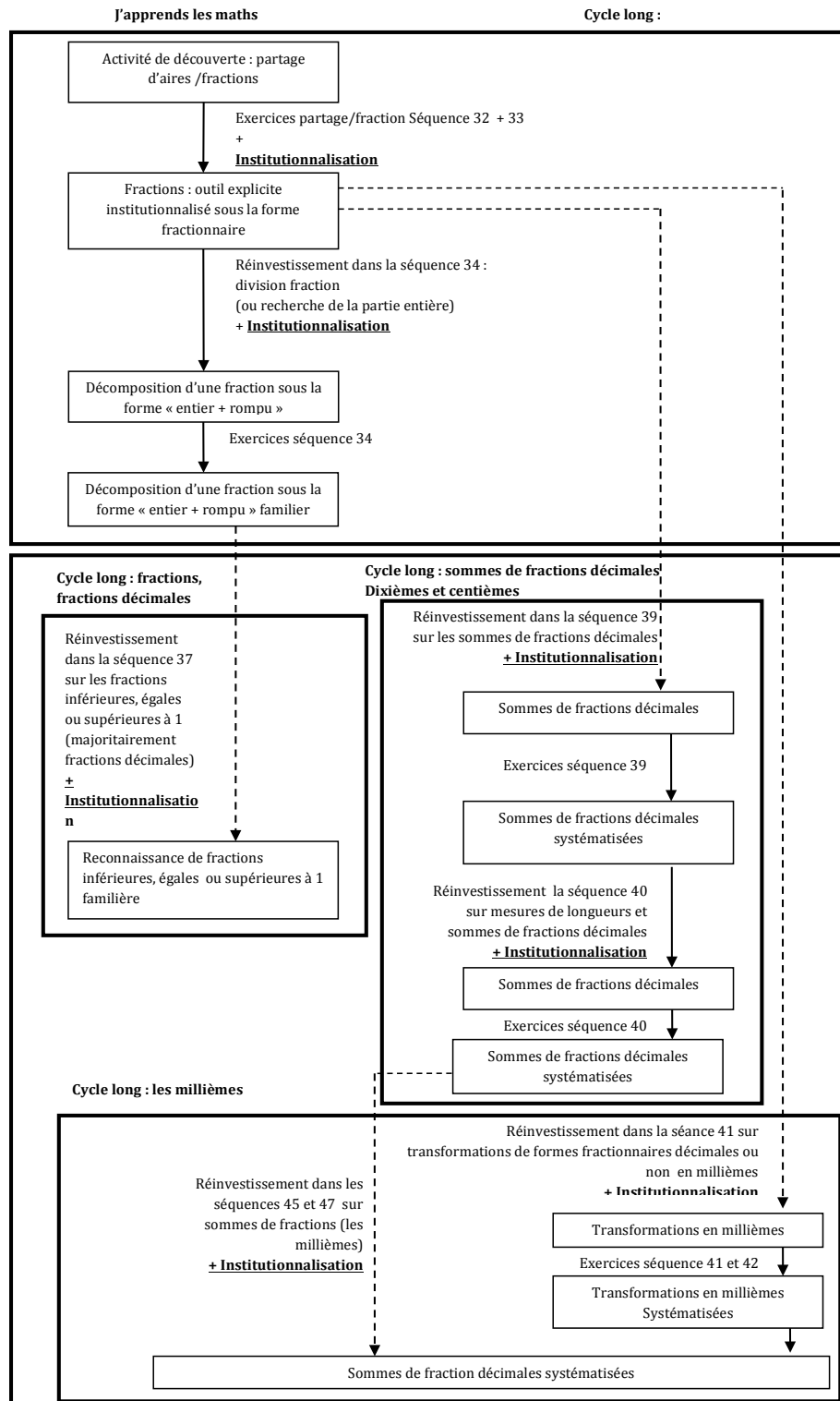
Les flèches pleines représentent les réinvestissements d'outils explicites ou d'objets lors de séances qui se suivent chronologiquement alors que les flèches en pointillés représentent des réinvestissements éloignés dans l'organisation prévue par le manuel ou le passage d'un cycle long à un autre.

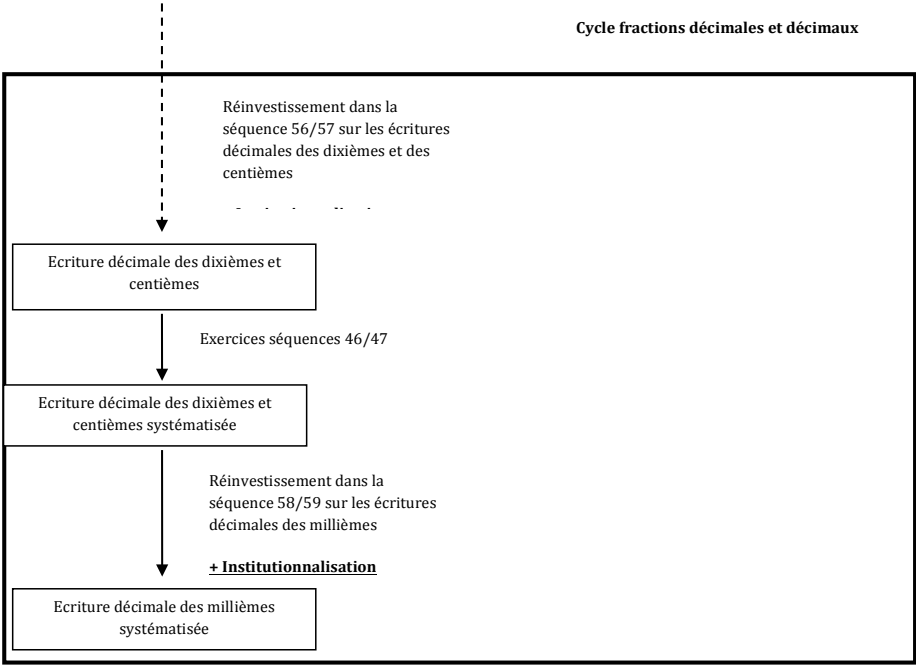
Nous précisons que ces schémas (ayant permis la mise en place de la méthodologie d'analyse) ne sont pas à prendre comme quelque chose de définitif. Il nous paraissait cependant intéressant de les présenter car ils montrent la complexité d'effectuer une analyse linéaire ou une analyse en termes de dialectique outil-objet (qui a été la première que nous avons cherché à mettre en place).

Annexe A.4.1 : Manuel *Cap Maths*

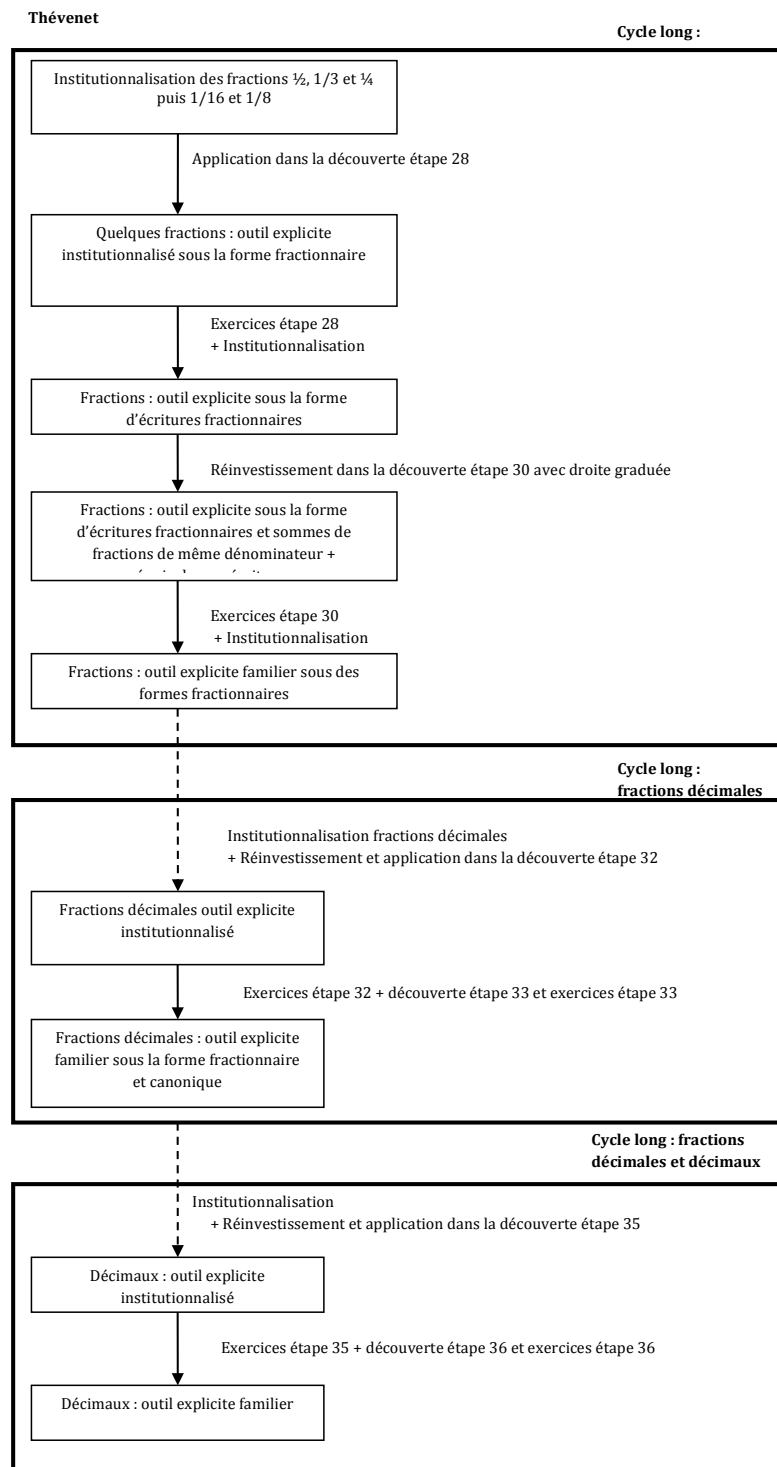


Annexe A.4.2 : Manuel *J'apprends les Maths*

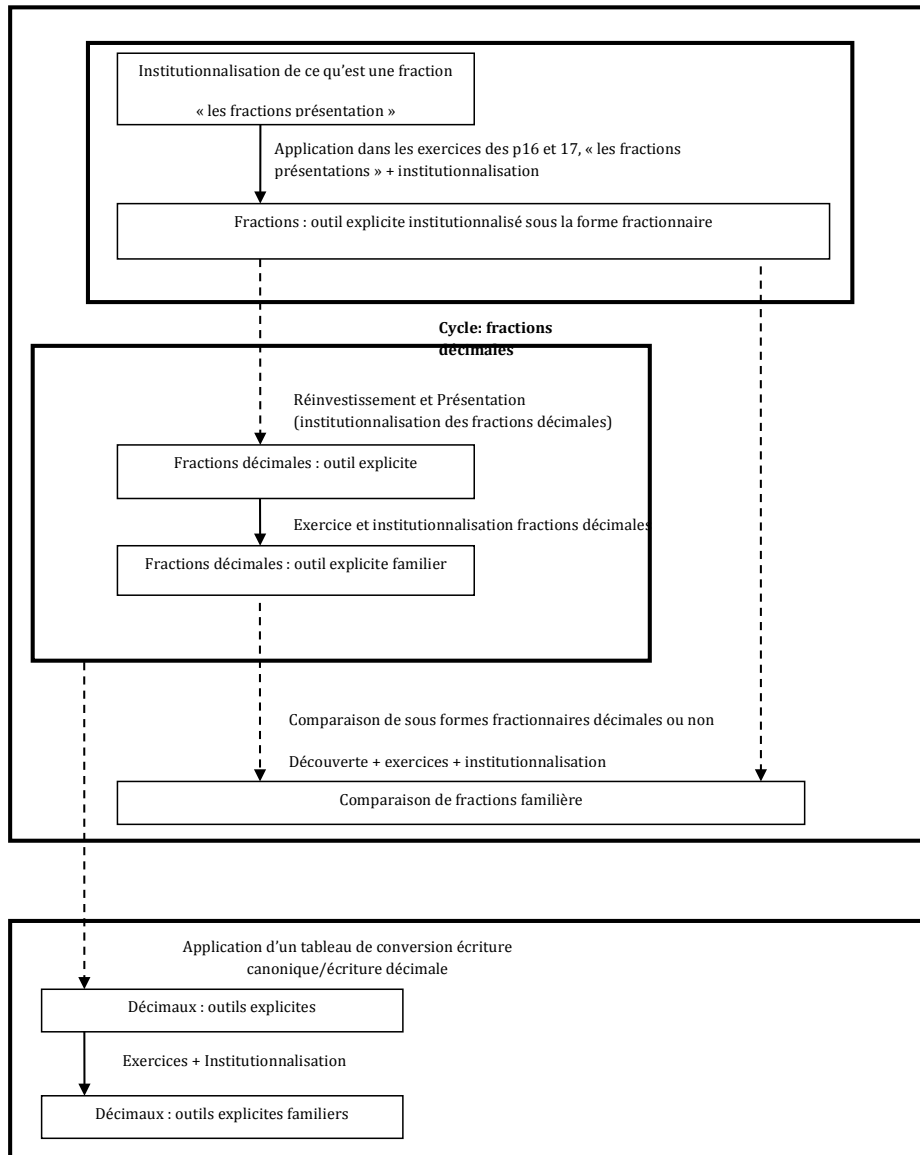




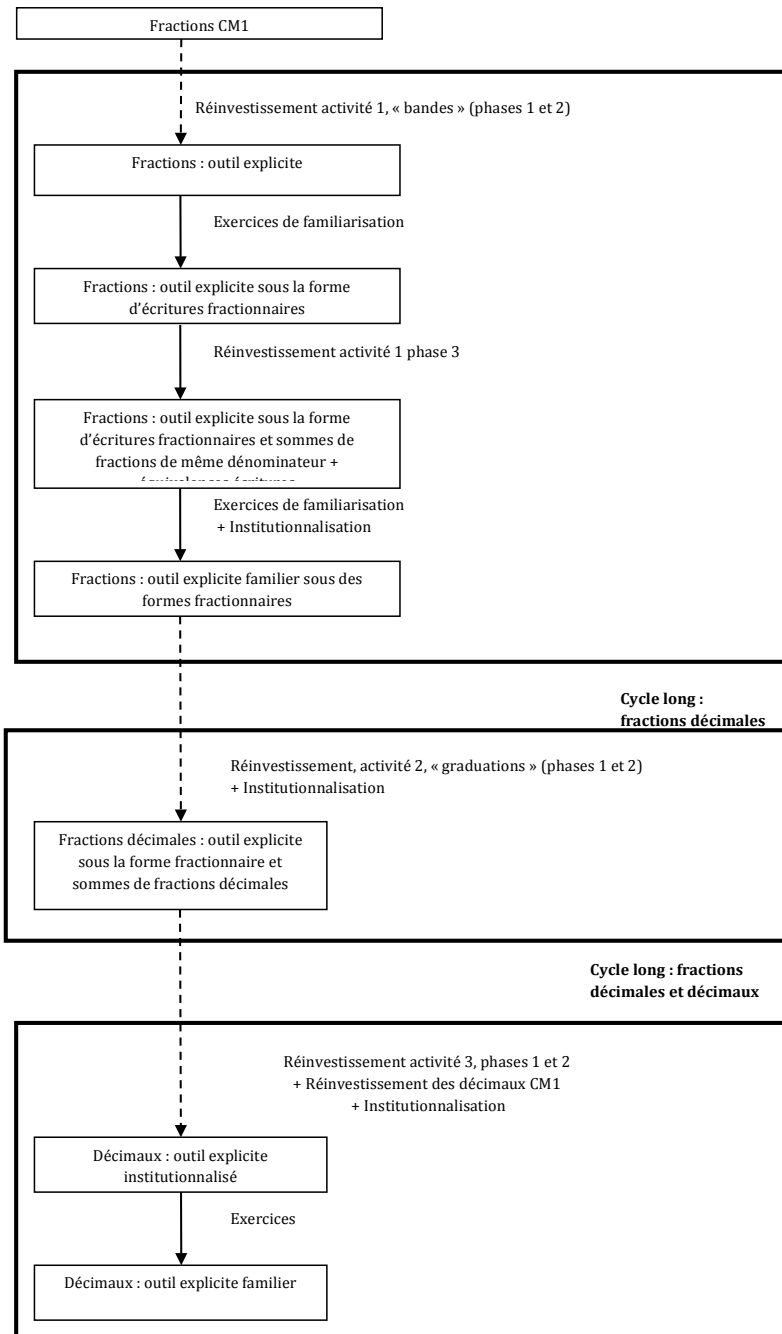
Annexe A.4.3 : Manuel *Thévenet*



Annexe A.4.4 : Manuel *Math Outil*



Annexe A.4.5. : Manuel *Ermel*




Annexes B : Données enseignants


Annexes B.1. : Traces écrites, exercices, évaluations, préparations des enseignants

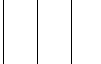
Annexe B.1.1 : Traces écrites, Enseignante B et C

N 7 LES FRACTIONS

Quand on partage (divise) une unité (1) par un nombre entier (1, 2, 3, 4...), on obtient un nouveau nombre appelé : fraction.

Un demi-litre, c'est un litre divisé par 2. 

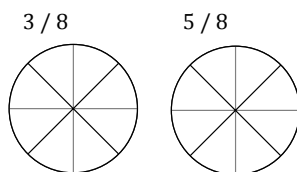
Un quart d'heure, c'est une heure divisée par 4. 

Le tiers d'une feuille, c'est une feuille divisée par 3. 

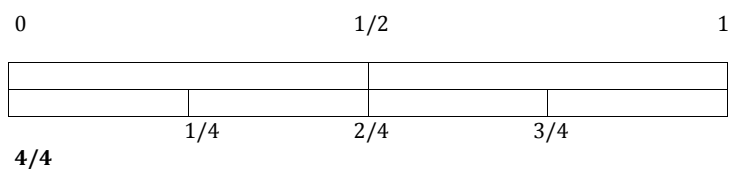
Dans la fraction $1/3$, $\rightarrow 1$ est appelé le numérateur
 $\rightarrow 3$ est appelé le dénominateur

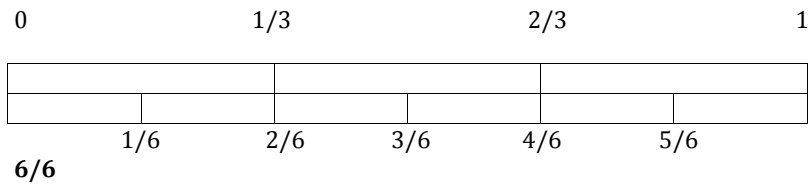
Numérateur = nombre de parts coloriées
Dénominateur = nombre de parts de l'unité

A l'exception des fractions suivantes : $1/2$ (un demi), $1/3$ (un tiers), $1/4$ (un quart) , toutes les fractions se lisent en commençant par le numérateur suivi du dénominateur auquel on ajoute la terminaison "...ième" (s). trois huitièmes $3/8$ deux dixièmes $2/10$



Egalité entre les fractions





Toutes les fractions dont le numérateur est égal au dénominateur sont égales à : **1**

N 8 LES FRACTIONS décimales

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000, 10000...

Exemples : $\frac{13}{100}$ $\frac{35}{10}$ $\frac{7}{100}$

Transformer une fraction décimale en nombre décimal.

$$\frac{25}{10} = \frac{20}{10} + \frac{5}{10}$$

Soit 2 unités et 5 dixièmes
→ 2,5

c	d	u	dixièmes	centièmes	millièmes
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
			0,1	0,01	0,001

$$\frac{128}{100} = \frac{100}{100} + \frac{20}{100} + \frac{8}{100}$$

Soit 1 unité, 2 dixièmes, 8 centièmes → 1,28

N 9 Les nombres décimaux

1 cm = 10 mm, 1 cm est donc l'unité que l'on a divisé en dix parties égales.

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm}$$

$$28 \text{ mm} = \frac{28}{10} \text{ cm} \quad \text{Or, } \frac{28}{10} = \frac{20}{10} + \frac{8}{10} = 2 + \frac{8}{10}$$

$\frac{28}{10}$ Cette fraction est donc égale à 2 unités et 8 dixièmes

Elle s'écrit sous la forme d'un nombre à virgule : **2,8** ("deux virgule huit" ou "deux unités et huit dixièmes")

Annexe B.1.2 : Evaluations enseignantes B et C

2. Les fractions

Ecris en lettres :

$\frac{2}{10}$ deux dixièmes
 $\frac{1}{4}$ un quart

$\frac{4}{100}$ quatre centièmes
 $\frac{8}{5}$ huit cinquièmes

$\frac{45}{1000}$ quarante cinq millièmes.
 $\frac{3}{100}$ trois centièmes

Ecris les fractions suivantes en chiffres :

un tiers = $\frac{1}{3}$ trois quarts = $\frac{3}{4}$ neuf seizièmes = $\frac{9}{16}$
 trente-quatre dixièmes = $\frac{34}{10}$ soixante-dix-huit centièmes = $\frac{78}{100}$

Encadre chacune des fractions ci-dessous par deux entiers qui se suivent.

... < $\frac{7}{4}$ < < $\frac{23}{10}$ < ...
 ... < $\frac{3}{5}$ < < $\frac{127}{100}$ < ...
 ... < $\frac{9}{2}$ < < $\frac{47}{5}$ < ...

Écris en faisant apparaître la partie entière :

$\frac{6}{5} = \dots + \dots$ $\frac{12}{5} = \dots + \dots$
 $\frac{21}{10} = \dots + \dots$ $\frac{9}{5} = \dots + \dots$

Complète les égalités suivantes :

$\frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \dots$ $2 + \frac{3}{5} = \dots$ $2 + \frac{4}{5} = \dots$
 $1 + \frac{3}{4} = \dots$ $4 + \frac{3}{4} = \dots$ $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \dots$

Écris les fractions sous la forme d'un nombre décimal :

$\frac{405}{10} = \dots$ $\frac{67}{10} = \dots$ $\frac{126}{100} = \dots$
 $\frac{35}{100} = \dots$ $\frac{3479}{100} = \dots$ $\frac{18}{1000} = \dots$

Écris la fraction correspondante :

324,5 = 0,027 = 4,02 =
 0,345 = 75,08 = 0,18 =

Annexe B.1.3 : Exercices, Enseignante B

Calculs

$1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$
 $2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$
 $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$
 TB.
 $2 + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$
 $2 - \frac{1}{7} = \frac{13}{7}$
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

Numeration

Fractions décimales et écriture de nombre décimaux :

1) A quel nombre décimal correspondent ces fractions ?

TB

Exemple : $72/10 = 7,2$

$25/10 = \dots 2,5 \dots$	$31/100 = \dots 0,31 \dots$	$5/100 = \dots 0,05 \dots$
$248/1000 = \dots 0,248 \dots$	$127/100 = \dots 1,27 \dots$	$129/10 = \dots 12,9 \dots$
$7/10 = \dots 0,7 \dots$	$9/10 = \dots 0,9 \dots$	$24/10 = \dots 2,4 \dots$

Écris les nombres suivants sous forme de fraction décimale.

Exemple : $2,5 = 25/10$

TB.

$$14,5 = \dots 145 / \dots 10 \dots$$

$$0,8 = \dots 8 \dots / \dots 10 \dots$$

$$2,05 = 205 / 100 \dots$$

$$6,48 = \dots 648 / \dots 100 \dots$$

$$0,75 = \dots 75 \dots / \dots 100 \dots$$

$$42,05 = 4205 / 100 \dots$$

$$10,040 = 10040 / 1000 \dots$$

$$8,245 = 8245 / 1000 \dots$$

$$57,203 = 57203 / 1000 \dots$$

→ Non signé le 16/11/09

Mardi 17 novembre.

Vendredi 12 février

Nomenclature

TB

Entretiens ses connaissances sur les décimaux et les fractions.

$$\begin{array}{l} \text{n° 5 n 116} \\ \frac{12+7}{10} = 12,7 ; \frac{4+6}{100} = 4,06 ; \frac{4+5}{10} + \frac{2}{100} \\ \frac{7+6}{10 \ 100} = 0,76 \checkmark \end{array}$$

n° 6 n 116

$$\frac{30+7}{10} = 30,7 \checkmark$$

$$\text{n° 7 n 116} \quad \frac{853}{10} = 85,3 \checkmark$$

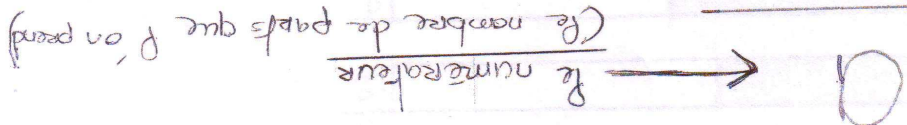
n° 8 n 116

$$\frac{24+3}{100} = 24,03 \checkmark$$

20/10/2008

les fractions

Une fraction est une division, un partage



lecture des fractions

$\frac{1}{2}$	un demi	(on partage en deux)
$\frac{1}{3}$	un tiers	(on partage en 3)
$\frac{1}{4}$	un quart	(on partage en 4)

Pour lire les autres fractions, on ajoute le suffixe ièmes au nombre du dénominateur

$\frac{1}{7}$ deux septièmes

$\frac{1}{10}$ neuf dixièmes

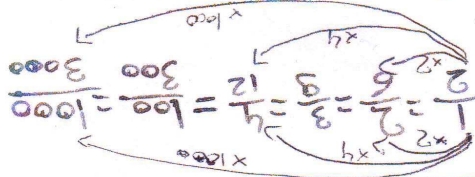
$\frac{1}{5}$ trois cinquantièmes

- Ecrire sous forme d'un nombre entier et d'une fraction.

Ecriture fractionnaires.

par le même nombre.

on multiplie (ou on divise) numérateur et dénominateur



Fractions équivalentes:

ex: $\frac{10}{10} = \frac{4}{4} = \frac{100}{100} = \frac{3}{3} = \dots = 1$

Fraction est égale à 1.

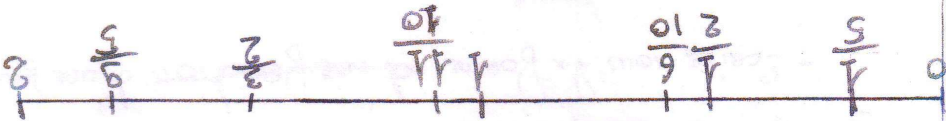
• Quand le numérateur et le dénominateur sont égaux, la

Fraction est supérieure à 1.

• Quand le numérateur est supérieur au dénominateur, la

Fraction est comprise entre 0 et 1.

• Quand le numérateur est inférieur au dénominateur, la



des fractions (suite)

$\frac{8}{12} / \frac{2008}{2008}$

non

$$\frac{9}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} \quad \boxed{4 + \frac{1}{2}}$$

$$\frac{11}{3} = \frac{8}{3} + \frac{3}{3} = 2 + \frac{1}{3} \quad \boxed{2 + \frac{1}{3}}$$

$$\frac{31}{6} = \frac{30}{6} + \frac{1}{6} = 5 + \frac{1}{6} \quad \boxed{5 + \frac{1}{6}}$$

- Écrire sous la forme ~~d'une fraction~~ d'une fraction d'une fraction

$$3 + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \quad \boxed{\frac{5}{12}}$$

$$5 + \frac{1}{3} = \frac{60}{3} + \frac{4}{3} = \frac{64}{3} \quad \boxed{\frac{64}{3}}$$

8/12/2008

Exercices d'entraînement

① Dictée de Fractions.

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{3}{5} - \frac{2}{7} - \frac{9}{10} - \frac{4}{11} - \frac{23}{100}$$

lecture de fractions:

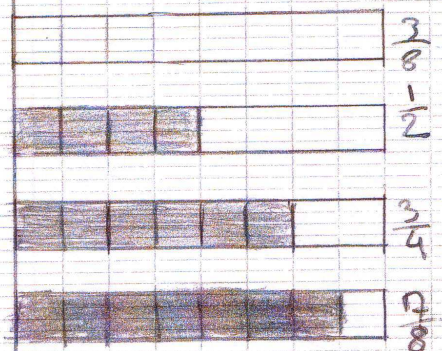
$\frac{7}{4}$ sept quarts

$\frac{20}{100}$ vingt centièmes

$\frac{3}{2}$ trois demis

$\frac{8}{3}$ huit tiers

Colorie:



$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{100}{200}$$

$$\frac{12}{14} = \frac{14}{24}$$

Donne une fraction équivalente

Écris sous la forme d'un nombre entier d'un grade

$$\frac{20}{3} = 6 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{45}{4} = 11 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{10}{27} = 2 + \frac{7}{27}$$

$$\frac{121}{100} = 1 + \frac{21}{100}$$

BILAN : les fractions

1- Ditee de fractions.



2- Lecture de fractions.

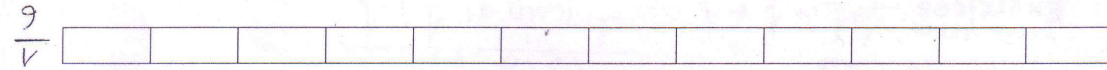
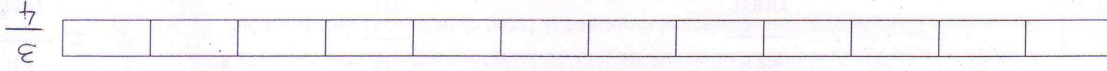
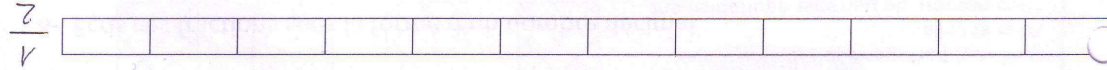
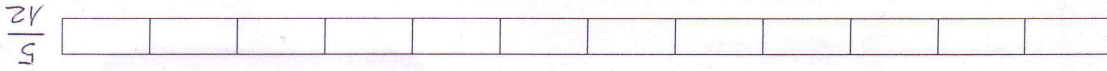
$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{10}$$

3- Colorie la fraction donnee pour chaque bande.



4- Complete avec une fraction equivalente.

$$\frac{2}{3} =$$

$$\frac{4}{3} =$$

$$\frac{5}{1} =$$

$$\frac{10}{2} =$$

$$\frac{100}{4} =$$

5- Entoure en bleu les fractions inférieures à 1 et en noir celles supérieures à 1.

$$\frac{1}{1} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{1} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{4}{16} \quad \frac{10}{100} \quad \frac{50}{50}$$

6- Ecris ces fractions sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction.

$$\frac{7}{2} = \quad \frac{21}{4} = \quad \frac{17}{3} =$$

7- Ecris ces nombres décimaux sous la forme d'une fraction.

$$0,26 = \quad 0,9 = \quad 5,25 =$$

8- Ecris ces fractions sous la forme d'un nombre décimal.

$$\frac{43}{100} = \quad \frac{10}{9} = \quad \frac{825}{1000} =$$

Annexe B.1.6. : Préparations, Enseignante E

PÉRIODE 3 CONNAISSANCE DES NOMBRES

1. LES FRACTIONS

OBJECTIFS	SUPPORTS	ACTIVITES	DOCUMENTS
<ul style="list-style-type: none"> Se rappeler des situations quotidiennes dans lesquelles on utilise des fractions. Se remémorer le vocabulaire spécifique. Comparer des écritures fractionnaires entre elles. 	E.M leçon 15 p.34	<p>1. <u>Découverte</u> : ex 1 (a et b), par équipes de 2. Synthèse collective au tableau. Ex 2 (par équipes de 2) Synthèse collective au tableau.</p> <p>2. <u>Que retenir</u> ? Qu'est ce qu'une fraction ? De quoi se compose une fraction ? Comment lire une fraction ? Les écritures différentes d'une fraction.</p> <p>3. <u>Application</u> : ex (1 et 2) p.34</p> <p>Ex. en + : (les camemberts) TH P.67 n° 3 et n° 4 ERMEL fiche 12</p>	<ul style="list-style-type: none"> Photoc. découverte P.34 Photoc. camemberts photoc. ERMEL fiche 12 EX travail personnel : TH p.69 n°10 p.69 n° 11
<ul style="list-style-type: none"> Se réapproprier le codage fractionnaire dans des situations de partage de longueurs. 	E.M leçon 16 p.35	<p>1. <u>Découverte</u> : ex 1 p 35 par équipes de 2. Synthèse collective au tableau Ex 2 et 3 en commun oralement</p> <p>2. <u>Application</u> : ex p.35</p> <p>Ex. en + : TH. P.67 n°1 et n°6</p>	<ul style="list-style-type: none"> 3x27 bandes unités Photoc. découverte P.35
<ul style="list-style-type: none"> Utiliser les fractions pour coder une longueur ou une position. Trouver des écritures équivalentes à une même fraction. 	TH leçon 30 p.70	<p>1. <u>Découverte</u> : ex 1 (a) par équipes de 2. Synthèse collective au tableau</p> <p>2. <u>Que retenir</u> ? L'ordre de grandeur d'une fraction. Comment comparer 2 fractions.</p> <p>3. <u>Application</u> : ex 1 (b et c) individuellement. TH p. 71 n°1</p> <p>Ex en + : TH p. 71 n°2 TH p. 71 n°5</p>	<ul style="list-style-type: none"> Photoc. je découvre p.70 SUR ESSENTIEL : Coller les leçons sur les fractions (N.7) En 3 parties. Photoc.les leçons

<ul style="list-style-type: none"> Apprendre les différentes propriétés des fractions. Retirer le nombre entier d'une fraction. Additionner et soustraire 2 fractions de même dénominateur. 	TH leçon 30 p.71	<p>Exercices individuels :</p> <p>TH p. 71 n°3 TH p. 71 n°4 TH p.71 n°7</p> <p>EX en + : fiche les fractions (3 exercices) PCLM p.61 ex. 3 à 7</p>	<ul style="list-style-type: none"> Photoc.fiche fractions photoc. p.61 PCLM photoc. fiche 11 EX travail personnel : Fiche 11 les fractions Tous les exercices à répartir en plusieurs fois. 																				
<ul style="list-style-type: none"> Réinvestir de manière ludique les propriétés des fractions 	Le jeu du fromage	Par équipes de 5 ou de 4 (découvrir le règle du jeu et la mettre en pratique) : 4 équipes de 5 et 2 équipes de 4	<ul style="list-style-type: none"> 6 jeux à préparer 																				
<p>EVALUATION :</p> <p>1. LES FRACTIONS</p> <ul style="list-style-type: none"> 1. Je lis ou je code une figure à l'aide d'une fraction. 2. Je compare une fraction à l'unité. 3. Je compare des fractions entre elles. 4. Je trouve des écritures équivalentes à une fraction donnée. 5. J'extraits la partie entière d'une fraction 	<p>Résultats des évaluations : / 27 élèves</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>☺</td> <td>☺</td> <td>☺</td> <td>☺</td> <td>☺</td> </tr> <tr> <td>☹</td> <td>☹</td> <td>☹</td> <td>☹</td> <td>☹</td> </tr> <tr> <td>☹</td> <td>☹</td> <td>☹</td> <td>☹</td> <td>☹</td> </tr> </tbody> </table> <p>Remédiation : A préparer selon les résultats</p>			1	2	3	4	5	☺	☺	☺	☺	☺	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
1	2	3	4	5																			
☺	☺	☺	☺	☺																			
☹	☹	☹	☹	☹																			
☹	☹	☹	☹	☹																			

Les fractions décimales

Piste de recherche

Le meilleur peintre

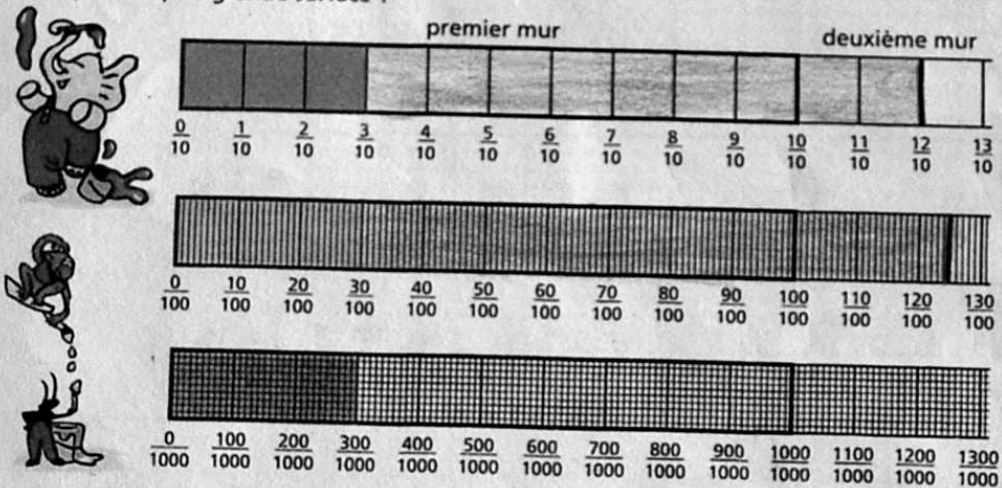
L'éléphant, le singe et la fourmi décident de peindre des murs identiques.

L'éléphant, d'un coup de pinceau, peint $\frac{1}{10}$ d'un mur, le singe en peint $\frac{1}{100}$ et la fourmi $\frac{1}{1000}$.

a. Aide-toi du schéma pour comparer ces fractions.

b. Après un jour de travail, l'éléphant a peint $\frac{3}{10}$ d'un mur, le singe $\frac{30}{100}$ et la fourmi $\frac{300}{1000}$.

Qui a peint la plus grande surface ?



c. À la fin du deuxième jour, l'éléphant a peint un mur et $\frac{2}{10}$ d'un autre mur, le singe un mur et $\frac{25}{100}$ d'un autre mur.

Exprime par une fraction la surface peinte par chacun d'eux.

$\frac{12}{10}$ $\frac{125}{100}$

Annexe B.1.8. : Traces écrites, Enseignante E

NUMERATION, N 6 1^{ère} fiche **Les fractions**

Qu'est ce qu'une fraction ?
 Ex : $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$.

Une fraction représente une ou plusieurs parties d'un ensemble divisé en parties égales.
 Dans l'exemple : $\frac{3}{4}$, l'ensemble est divisé en 4 parties et on en prend 3.

De quoi se compose une fraction ?

Une fraction se compose de 2 nombres :
 Ex : $\frac{3}{4}$ ou $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ $\xrightarrow{\text{numérateur}}$ Le nombre situé en haut ou à gauche de la barre est appelé LE **NUMERATEUR**
 $\frac{3}{4}$ $\xrightarrow{\text{dénominateur}}$ Le nombre situé en bas ou à droite de la barre est appelé LE **DENOMINATEUR**

Comment lire une fraction ?


$\frac{1}{8}$ se lit un huitième $\frac{2}{10}$ se lit deux dixièmes
 (on n'oublie pas d'accorder le mot dixièmes)

Certaines fractions ont une lecture particulière :



$\frac{1}{2}$ se lit **un demi** ou la moitié
 $\frac{1}{3}$ se lit **un tiers**
 $\frac{1}{4}$ se lit **un quart**

L'ordre de grandeur d'une fraction


Lorsque le numérateur est inférieur (plus petit) au dénominateur, la fraction est plus petite que 1.

$\frac{1}{2} < 1$ 


Lorsque le numérateur est supérieur (plus grand) au dénominateur, la fraction est plus grande que 1.

$\frac{5}{4} > 1$  

Lorsque le numérateur est égal au dénominateur, la fraction est égale à 1.

$\frac{1}{1} = 1$ 

Si le numérateur est égal à 0, la fraction est toujours égale à 0.

$\frac{0}{1} = 0$ 

Comparer des fractions

	$\frac{5}{8} < \frac{6}{8}$ ou $\frac{5}{8} > \frac{6}{8}$ Lorsque deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.
	$\frac{4}{8} < \frac{4}{5}$ ou $\frac{4}{8} > \frac{4}{5}$ Lorsque deux fractions ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.
	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ Deux fractions dont les numérateurs et les dénominateurs sont différents peuvent être égales.

Les propriétés des fractions

$\frac{2}{10} = \frac{2 \times 2}{10 \times 2}$ On peut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre : la valeur de la fraction reste la même.

$\frac{2}{3}$ est égale à $\frac{4}{6}$ (on multiplie le numérateur et le dénominateur par 2).

$\frac{2}{3}$ est égale à $\frac{6}{9}$ (on multiplie le numérateur et le dénominateur par 3).

$\frac{2}{3}$ est égale à $\frac{8}{12}$ (on multiplie le numérateur et le dénominateur par 4)

LES FRACTIONS $\frac{2}{3} ; \frac{4}{6} ; \frac{6}{9} ; \frac{8}{12}$ SONT EGALES ENTRE ELLES.

De même :

$\frac{4}{10}$ est égale à $\frac{2}{5}$ (on DIVISE le numérateur et le dénominateur par 2)

$\frac{6}{15}$ est égale à $\frac{2}{5}$ (on DIVISE le numérateur et le dénominateur par 3)

$\frac{8}{20}$ est égale à $\frac{2}{5}$ (on DIVISE le numérateur et le dénominateur par 4)

LES FRACTIONS $\frac{4}{10} ; \frac{6}{15} ; \frac{8}{20} ; \frac{2}{5}$ SONT EGALES ENTRE ELLES

Pour trouver le nombre entier d'une fraction plus grande que 1

Pour trouver le nombre entier d'une fraction plus grande que 1,
Je décompose la fraction comme dans l'exemple suivant :

$$\frac{11}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{27}{5} = \frac{20+7}{5} = \frac{20}{5} + \frac{7}{5} = 1 + 1 + \frac{2}{5}$$

Pour additionner et soustraire deux fractions de même dénominateur

Pour les additionner :

J'additionne les numérateurs, le dénominateur reste le même

$$\text{Ex : } \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

Pour les soustraire :

Je soustraie les numérateurs, le dénominateur reste le même

$$\text{Ex : } \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Comment écrire une fraction sous forme d'un nombre décimal ?

- Si la fraction a 10 pour dénominateur, le nombre décimal aura un chiffre après la virgule (17/10 est égal à 1,7) je divise le nombre entier 17 par 10
- Si la fraction a 100 pour dénominateur, le nombre décimal aura deux chiffres après la virgule (157/100 est égal à 1,57) je divise le nombre entier 157 par 100
- Si la fraction a 1000 pour dénominateur, le nombre décimal aura trois chiffres après la virgule (2547/1000 est égal à 2,547) je divise le nombre entier 2547 par 1000

Comment écrire un nombre décimal sous forme de fraction ?

- Si le nombre décimal comporte un chiffre après la virgule, la fraction sera composée de 10 au dénominateur et du nombre entier au numérateur (1,3 = 13/10)
- Si le nombre décimal comporte 2 chiffres après la virgule, la fraction sera composée de 100 au dénominateur et du nombre entier au numérateur (1,34 = 134/100)
- Si le nombre décimal comporte 3 chiffres après la virgule, la fraction sera composée de 1000 au dénominateur et du nombre entier au numérateur (5,436 = 5436/1000)

Qu'est ce qu'une fraction décimale ?

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000... etc.

Ex : $\frac{3}{10}$ ou $\frac{245}{100}$ sont des fractions décimales

Dixièmes, centièmes, millièmes...

- Quand on partage l'unité en 10 parties égales, chaque partie est égale à **un dixième** ($\frac{1}{10}$)
Donc pour avoir UNE unité, il faut DIX dixièmes : $10 \times \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1$
- Quand on partage l'unité en 100 parties égales, chaque partie est égale à **un centième** ($\frac{1}{100}$)
Donc pour avoir UNE unité, il faut 100 centièmes : $100 \times \frac{1}{100} = \frac{100}{100} = 1$
- Quand on partage l'unité en 1000 parties égales, chaque partie est égale à **un millième** ($\frac{1}{1000}$)
Donc pour avoir UNE unité, il faut 1000 millièmes : $1000 \times \frac{1}{1000} = \frac{1000}{1000} = 1$

Décomposer des fractions décimales

On peut décomposer les fractions décimales $\frac{245}{100} = 2 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$

Méthode $\frac{245}{100} = \frac{200 + 40 + 5}{100} = \frac{200}{100} + \frac{40}{100} + \frac{5}{100} = 2 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$

Rappel

- 10 centièmes évalent 1 dixième : $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$
- 10 millièmes évalent 1 centième : $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$

Encadrer une fraction décimale entre deux entiers

Encadrons $\frac{76}{10}$:

Comme $\frac{70}{10} < \frac{76}{10} < \frac{80}{10}$ on peut dire que $\frac{76}{10}$ est compris entre 7 et 8.

On écrit donc : $7 < \frac{76}{10} < 8$

Simplifier une fraction décimale

Simplifier une fraction signifie : donner son écriture la plus simple dans laquelle le numérateur et le dénominateur ne peuvent plus être divisés par 10.

Exemple : pour simplifier $\frac{240}{10}$ Je divise le numérateur et le dénominateur par 10.

La nouvelle écriture est $\frac{24}{1}$

Annexe B.1.9. : Evaluations, Enseignante E

Evaluation : CONNAISSANCE DES NOMBRES PERIODE 3
 Prénom : BOUC Date : 31 janvier 2008
 NOTE GLOBALE : 17,5 /20

compétences évaluées: Les fractions

- Lire une figure à l'aide d'une fraction.	2			
- Coder une figure à l'aide d'une fraction.	1	12	⊕	⊕
- Comparer des fractions à l'unité.	3	12	⊕	⊕
- Comparer des fractions entre elles.	2,5	13	⊕	⊕
- Trouver des écritures différentes d'une même fraction.	4,5	13	⊕	⊕
- Extraire la partie entière d'une fraction.	15	15	⊕	⊕
	4,5	15	⊕	⊕

1. Ecris la fraction qui représente la partie coloriée : 2/12

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{6}{6}$

$\frac{2}{10}$

2. Colorie l'unité comme te le demande la fraction : 1/2

$\frac{1}{5}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{7}{10}$

3. Indique si les fractions sont <1, >1 ou =1 : 3/3

$\frac{13}{13} \dots = 1$ ✓

$\frac{4}{3} \dots > 1$ ✓

$\frac{13}{8} \dots > 1$ ✓

$\frac{25}{24} \dots > 1$ ✓

$\frac{150}{500} \dots < 1$ ✓

$\frac{61}{61} \dots = 1$ ✓

4. Compare ces fractions en utilisant les signes =, > et < : 2,5

$\frac{7}{9} \dots > \frac{4}{9}$ ✓

$\frac{48}{45} \dots < \frac{48}{6}$ ✓

$\frac{4}{3} \dots = \frac{12}{9}$ ✓

$\frac{12}{11} \dots < \frac{15}{11}$ ✓

$\frac{4}{5} \dots = \frac{8}{20}$ ✓

$\frac{19}{3} \dots > \frac{19}{9}$ ✓

5. Trouve des fractions égales :

4,5/5

$1 \times 2 = 2$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \quad \frac{3}{8} = \frac{6}{16} \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \frac{2}{14} = \frac{1}{7} \quad \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{4}{10} = \frac{12}{30} \quad \frac{2}{9} = \frac{6}{27} \quad \frac{7}{4} = \frac{35}{20} \quad \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \quad \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

6. Retrouve la partie entière dans chaque fraction :

Exemple : $\frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5}$

$$\frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{22}{9} = 2 + \frac{4}{9}$$

$$\frac{47}{46} = 1 + \frac{1}{46}$$

$$\frac{31}{6} = 5 + \frac{1}{6}$$

$$\frac{19}{3} = 6 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{27}{3} = 9$$

$$\frac{38}{7} = 5 + \frac{3}{7}$$

$$\frac{545}{4} = 136 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{406}{16} = 25 + \frac{6}{16}$$

Annexes B.2. : Retranscriptions de séances et d'entretien

Notes pour la lecture des retranscriptions :

- Le texte en italique correspond à des dialogues en aparté d'un enseignant avec un ou quelques élèves ;
- Certains enseignants mettent en œuvre l'activité du manuel sur plusieurs séances, lorsque c'est le cas le numéro de la séance sera indiqué en gras et italique ;
- Entre parenthèses sont notées des remarques sur ce que font l'enseignant et les élèves qui ne ressort pas sur les enregistrements ou qui n'est pas utile pour nos analyses ;
- Les enseignants sont identifiés par P et les élèves par leur prénom. Etant donné que nous avons essentiellement effectué des enregistrements audio, il arrive qu'un élève n'ait pas pu être reconnu lors de la retranscription. Lorsque c'est le cas, il sera identifié par E. Lorsque les élèves répondent en cœur, nous notons Es

Annexe B. 2. 1 : Retranscription mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16 enseignant A

Première séance

(0H00M)

P : Bon les CM1, aujourd'hui vous vous débrouillez, vous faites la découverte page... Découverte page...Page 92.

(Brouhaha)

Les CM1 vous vous débrouillez et quand c'est fini, vous faites autre chose. Vous vous occupez, vous lisez, vous dessinez...

(Brouhaha)

(L'enseignant s'adresse aux CM1)

P : Les CM2, à nous. On va commencer par faire un exercice, pour se rappeler... Je vous donne des bandes u.

Bon... Effectivement... Non, c'est deux par personne.

Bon, il va falloir m'écouter parce que c'est un exercice que normalement vous avez fait l'an dernier et qu'on va répéter pour être sûr que vous vous rappelez bien de tout ça, avant de commencer la découverte.

Vous prenez chacun deux feuilles...

E : Il faut marquer la consigne ?

P : Chacun deux feuilles. Bon, effectivement comme disait Vincent, c'est les bandes u. Alors, vous avez chacun deux feuilles. Première feuille, vous faites un segment [AB] de la taille que vous voulez. Attendez... Victor. D'abord segment [AB] de la taille que vous voulez. Deuxième feuille vous écrivez un message à quelqu'un, je vais dire qui écrit un message à qui, pour qu'il dessine derrière la feuille le segment que vous avez dessiné sur la première feuille. Le même segment. Il doit avoir la même longueur. Donc, le segment [AB] de Vincent. Vincent fait un message à Noémie : « tu dois faire tatatata » et Noémie dessine le segment [AB] derrière et il doit faire la même longueur que celui de Vincent. Ok ? Qu'est-ce que vous allez commencer par faire ? Marceline, première étape ?

Marceline : Bin faire un segment.

P : Faire un segment, sur une feuille. Je prends ma deuxième feuille, je...

E : T'écris ton message.

P : J'écris mon message. Qu'est-ce que je fais après ?

E : Tu l'envoies à la personne.

P : Je l'envoie à la personne et... la personne elle doit le...

E : Le dessiner.

P : Elle doit le dessiner, et après ? Elle vient me voir et on compare et on compare avec...

E : Bé, l'autre...

E : C'est forcément un segment ou il peut y avoir un cercle ?

P : Non, tu dessines un segment. Parce que justement, pour faire votre segment vous allez utiliser la bande u. Donc, est-ce que tu vas pouvoir faire un cercle avec ta bande ?

E : inaudible.

P : Elle fait un u. On n'utilise pas la règle.

(Brouhaha)

P : On va tolérer une différence de deux trois millimètres, hein.

E : On n'utilise pas la règle pour faire le...

P : On n'utilise pas la règle pour mesurer, non pour faire le segment tu utilises la règle mais pour le mesurer tu utilises...

E : Le u.

P : La bande u. Et oui.

E : Deux quarts de u par exemple ?

P : Camille, tu vas faire quoi en premier ?

Camille : Construire un segment pour après envoyer le message.

P : Voilà, un segment [AB], après tu prends la deuxième feuille, tu écris...

E : Le message.

P : Le message et tu l'envoies à son destinataire et derrière le destinataire il doit...

E : Reproduire.

P : Le reproduire. Et pour mesurer votre segment vous utilisez la bande u. Donc, vous faites un bon segment... J'ai fait des grosses bandes u parce que les toutes petites bandes u, c'est dur à plier. Qu'est-ce que je voulais dire, donc, ah oui, Vincent tu envoies à Noémie, Nicolas à Anne-Cécile, heu, Lucile à Camille et inversement, Lucile à Camille, Léa à Florian, ah ouais, non ça marche pas comme ça. Excuse-moi. Lucile à Victor, Raphaël à Léa, Camille à Florian et Anouk à Marceline.

Raphaël : Moi j'envoie à qui ?

P : Je viens de le dire. A Léa.

Raphaël : Haaaaaa....

P : Merci Raphaël pour ton hahaha. Tu envoies à qui Lucile ?

Lucile : Victor.

P : Victor tu envoies à qui ?

Victor : Lucile.

P : D'accord. Florian, tu envoies à qui ?

Florian : Camille.

P : Camille tu envoies à qui ?

Camille : Florian.

P : Bon je vous donne quand même une bande u, vous pouvez dessiner un petit u dessus si vous voulez. Pour vous rappeler que c'est la bande u.

E : Pourquoi c'est pas la bande z ?

P : Pourquoi c'est pas la bande z ? Bin, parce que, parce que, ça pourrait être la bande z mais...mais pour faire les fractions, il vaut mieux avoir des bandes unité. Parce que si tu prends une bande z et que tu la plies en deux, ça va te donner ?

E : Maître, on a pas le droit à la règle... ?

P : Attends, j'ai une bonne question pour Vincent. Tu prends une bande z et que tu la plies en deux ça va te donner combien.

E : On a le droit de faire $3/4$ de u ?

P : Bin non, 5. Ca ça fait 10, ça, ça fait 5. Est-ce que c'est une fraction ? C'est pas une fraction d'unité, c'est une fraction de la dizaine.

E : Maître, on trace avec la bande u ou pas ?

P : Non, tu traces avec la règle. Hou là, justement, on parle pas de centimètres...Attends...

(0H08M)

P : Tu as tracé ton segment déjà ? Bon voyons voir, est-ce que vous vous souvenez de tout ça ?

(inaudible)

P : Hou là, c'est tout petit petit.

E : Faut faire un truc géant !

P : Bin, c'est bien d'en faire un grand.

E : Comme ça maître.

P : C'est un segment, il faut l'arrêter. Un segment c'est une portion de droite entre deux points. Qu'est-ce que, t'étais là heu, t'étais là... ?

Bon, voici le premier segment dessiné par Anouk. Regardez là. Regardez là. Noémie. Victor. Il faut commencer par tracer Marceline. Regardez ça. Est-ce que mon segment... Il est de travers ?

E : Oui.

P : (L'enseignant tourne la feuille dans plusieurs sens) Là, est-ce qu'il a changé mon segment ?

E : Non.

E : Il est penché.

P : Penché ? Comment ça penché ? Là, il est penché ? Il est penché par rapport à quoi ? Est-ce qu'il est penché par rapport à ma règle ? (Il tourne la feuille). ? Est-ce qu'il est penché par rapport à ma règle ? (Il tourne la feuille). ? Est-ce qu'il est penché par rapport à ma règle ? (Il tourne la feuille). Penché par rapport à quoi ? Ca veut dire quoi penché ?

E : Rien.

E : Ca veut rien dire.

P : Moi, je suis penché là. Bon, ça veut rien dire. Ton segment, qu'il soit comme ça, comme ça... L'important dans un segment, c'est quoi ? Un segment c'est deux points et une distance entre deux points. Si tu le fais comme ça le segment, il fait la même longueur. Est-ce que c'est le même segment ou pas ? Forcément. Ça change rien.

(0H10M)

P : Et maintenant on utilise la bande u.

E : Ca fait pile la bande u.

P : Ca fait pile la bande u. Zut, rajoutes-en un morceau. C'est trop facile sinon. Le but du jeu c'est de compliquer un peu... Ah oui, le but du jeu c'est quand même de compliquer un tout petit peu la tâche.

E : Un quart virgule deux, virgule cinq....

P : Non, il ne faut pas exagérer non plus. Léa, ça je ne sais pas si c'est la mesure réelle de ton segment mais c'est un bon message. Moi, personnellement, je pense que j'arriverai à refaire ton segment. On va voir si elle arrive à le faire aussi.

(L'enseignant passe voir les élèves)

P : Passe-le à Raphaël. Ecris ton nom.

Ecrivez vos noms sur le message.

(Discussions inaudibles)

P : Evidemment si votre segment c'est pas des morceaux exacts, vous pouvez modifier un petit peu.

Qu'est-ce qu'il y a ? T'es pas d'accord avec lui ?

C'est un message, on va voir s'il arrive à le reproduire.

Non, tu le fais sous le message de Raphaël.

Quand vous recevez un message... T'as pas de message ? Passe moi ton message toi... Non, tu n'as pas de message. Voilà. Voilà le message de Camille, Camille a donné son message, Florian doit tracer le segment en dessous. Et après il rend le message à Camille et Camille vérifie que c'est bien la bonne longueur.

(Discussions inaudibles avec les CM2 et les CM1 qui viennent poser des questions)

(2 minutes de discussion avec un CM1)

E : Maître, c'est trop facile.

P : Qui t'as passé ça ?

E : Inaudible.

P : Mais c'est pas grave, non mais c'est pas grave, c'est pas grave.

(Brouhaha)

P : Il faut vérifier, donc donne le message à Lucile, qu'elle vérifie que c'est bien la même longueur.

Lucile : A peu près.

P : Là, tu peux utiliser ta règle ou le compas pour vérifier que c'est bien à la bonne longueur. Maeva... Raphaël ! J'ai dit que dans le message, on ne devait pas utiliser la règle...

Raphaël : Je l'ai pas utilisée.

P : Ah bon. Alors, comment tu sais qu'il manque 7mm ?

Raphaël : Parce que j'ai regardé ma règle et j'ai vu qu'il y avait à peu près ça.

P : D'accord. Sans utiliser ta règle ?

Raphaël : Non.

P : Bin, tu viens de me dire : j'ai regardé ma règle alors il faut savoir...

(Inaudible).

Les bandes u elles sont exactement pareilles, ça c'est sûr et certain. C'est bon ça. Arrête. Je rêve...

(Discussions inaudibles : brouhaha)

(0H16M)

P : C'est le même ?

E : Maître, comment je le dis ?

P : Ah, c'est ton message ça ? Ouhaou, Vincent... Génial. Vincent, il écrit $1u + \frac{3}{4}$, c'est tout.

Est-ce que c'est le même segment ? Est-ce que toi tu as réussi ? Est-ce que lui il a réussi ? Le message est bon. Qui a écrit ça ?

E : Moi.

P : Il a réussi ?

E : Mais c'est impossible.

(Brouhaha)

(0H18M)

P : Regardez. Noémie a écrit à Vincent... Victor ! Raphaël ! Noémie a écrit à Vincent : « Mon segment mesure $1u + \frac{3}{3}$ de u ». Nicolas. Qu'est-ce que ça veut dire trois tiers de u ?

E : Un u entier.

P : Un u entier. Tu es d'accord ?

E : Oui. Oui.

P : Donc, en tout ça fait ?

E : Bin, deux u. Puisque un tiers, c'est divisé par trois, fois trois, ça fait zéro, enfin ça fait 1.

P : Alors, écoute, est-ce que c'est le même segment ? Est-ce que c'est le même segment ? Ton message est-ce que c'est le même segment ?

(Brouhaha)

P : Bon... Des dixièmes ? Comment tu fais pour trouver que c'est des dixièmes ? C'est compliqué ça. Elle est méchante Marceline... Qui n'a pas terminé ? Tu m'étonnes, bonne chance ouais... Bonne chance.

Marceline : Tu sais comment j'ai fait maître ? D'abord j'ai pris la bande comme ça et puis j'ai regardé ce qui restait, je l'ai plié et...

P : Maëva... Le trois ? J'arrive Maëva dans cinq minutes, il faut que je donne l'exercice aux CM2.

(Brouhaha)

P : Sors-moi ton *Euromaths* s'il te plaît. Oui. Bon, alors ça c'est quoi ? Attendez... Bon, t'as pas terminé encore ? On commente le message de Raphaël. Le message de Raphaël est : « Le segment mesure presque un u, mais il manque 7 mm ». Est-ce que c'est ce qu'on avait demandé ou pas ?

Es : Non.

P : Pourquoi ?

E : Parce qu'on mesure avec la bande u.

P : On n'a pas le droit d'utiliser la règle pour mesurer.

Raphaël : Mais, j'ai pas utilisé la règle.

E : Mais si, t'as dit qu'il manque 7mm.

Raphaël : On pouvait pas mesurer exactement.

P : Oui, moi je t'ai donné une bande u pour mesurer exactement. Donc, Léa... A deux millimètres près. Si c'est à deux millimètres près, c'est qu'elle a bon. C'est ce qu'il fallait. Le bon message. On va passer à la suite. Tu vas comprendre dans la découverte pourquoi il ne fallait pas mettre des millimètres. Parce que dans la découverte, il n'y a que la bande u. Tu n'as pas du tout, du tout, du tout de règle.

(0H21M)

P : Bon, comme, Lucile... Non, on va... Bon, vous prenez la page 35 les CM2. Page 35. Page 35. Vous prenez la page 35. Ceux qui n'ont pas encore leur message attendent leur message. Les autres commencent la page 35. Tout le monde prend la page 35.

E : Maître je me suis trompé de 3 cm.

P : De trois centimètres ? Lucile, c'était quoi ton message ?

Lucile : C'était un u plus un tiers plus un tiers.

P : Elle s'est trompée de 3 cm ? Amène-moi ta bande unité. Tout le monde ouvre à la page 35... Noémie, Anne-Cécile, Camille... Qu'est-ce que je viens de dire ? C'est clair ou pas ? Non vous ouvrez à la page 35.

(0H23M)

P : Bin, alors, c'est là ou c'est là ? Bin alors c'est exactement le même...

E : Maître on écrit la consigne ?

(Le maître parle avec d'autres élèves)

E : Maître ! Maître ! Maître on écrit la consigne ?

P : Non. D'abord, on va lire, on va lire la consigne ensemble...

P : Ah oui, de trois millimètres alors... Je croyais que c'était de trois centimètres.

P : Bon, dans la découverte, vous vous débrouillez pour construire la bande u. Vous la découpez dans cette bande u là. Ici. D'accord.

E : Inaudible.

P : C'est la même ou pas ? Bin il faut vérifier. Marceline ! Marceline... Je ne peux pas commencer la lecture si tu n'écoutes pas. C'est difficile d'être concentré. Merci Lucile. Pour l'instant vous gardez les feuilles, vous me les donnerez tout à l'heure, on les collera dans le cahier. Merci Lucile. Merci Anne-Cécile. Quand on fait ça, c'est aussi l'attention. J'aimerais bien l'attention de Raphaël aussi. De Camille. De tout le monde. Pour expliquer. Vous terminez ça après. On fait la question 1. Et après on en discute. Donc quand vous avez terminé la question 1. Vous attendez. La question. Qui est-ce qui la lit ? Léa ?

Léa : Inaudible.

P : Reproduis la bande de l'unité u. En te servant de cette bande...

Léa : inaudible.

P : Leïla, elle a écrit quoi comme message ?

E : On sait pas.

P : Ah bin si, on sait si on lit la consigne. Elle a reporté d'abord une fois l'unité u puis la moitié de u et enfin le...

E : Un tiers.

P : Donc, elle a écrit un u plus...

E : $\frac{3}{4}$.

P : $\frac{3}{4}$? Non, elle a écrit un u plus quoi ? Quel est le message de Leïla ?

E : Un u plus un demi plus un tiers.

P : Plus un demi de u plus...

E : inaudible.

P : Ouahou. Là je dis ouahou parce que, à 11h10, c'est difficile d'avoir la concentration de tout le monde. On fait la question 1. Vous trouvez quel segment elle a mesuré.

(Brouhaha)

P : Elle est difficile, parce que la bande unité est assez petite et... il y a très peu de différence entre un quart et un tiers de u. Alors faites attention. Il faut être très précis.

(0H26M)

(Brouhaha)

P : Oui, Victor, il faut qu'elle fasse ça. Il faut la mesurer. Quand vous avez découpé la bande u, je viens vérifier que c'est bien la bonne. Attends fais voir... Bon, regardez, Vincent, il a fait sa bande un peu épaisse quand même, comme ça il la manipule plus facilement. Si vous la faites trop fine, ça va être difficile. C'est ça le problème de ces... Par exemple Anne-Cécile elle en a une petite, alors on va voir ce que ça donne.

(0H27M)

P : Comment elle a fait, Leïla ? (Inaudible)

(Discussion entre les élèves d'une table qui n'ont pas le même résultat, ils revérifient alors leurs mesures et trouvent le bon résultat.)

(L'enseignant est avec les CM1)

P : Vous pouvez faire des petites marques au crayon sur le cahier... Au crayon, tu vas pas écrire au stylo sur le livre... Ça se gomme...

(0H34M)

P : Alors, combien ?

(Brouhaha)

E : Nous [CD], on a fait deux u, ça fait, ça fait bon.

P : Vérifiez que vous avez les mêmes u. Bin, c'est bon, si [CD] fait deux u. Vincent, tu peux commencer le deux. J'avais dit qu'on attendait.

(0H37M30S)

P : Les CM2, ici. On corrige le petit 1. Quel est...

(Brouhaha)

Merci Noémie. Merci Anne-Cécile. Merci Léa. Merci Victor. Ça veut dire on écoute Victor. Ca veut pas dire on regarde...

Alors, est-ce que le segment de Léa est [AB] ?

Es : Non.

P : Qui a trouvé [AB] ? Non. Est-ce que c'est le [IJ] ? Est-ce que c'est le [CD] ? Est-ce que c'est le [EF] ?

Es : Oui.

P : Tout le monde a trouvé [EF].

Es : Oui.

P : Qui a trouvé autre chose ? Est-ce que c'est le [GH] ? Comment vous avez fait pour trouver [EF] ? Qui explique sa technique ? Qui explique sa technique ? Lucile. Noémie ?

Noémie : Bin on prend la bande, la bande u...

P : Oui.

Noémie : ...et je mets 1u, je plie mon u...

P : Attends deux secondes... Les filles !

(Brouhaha)

P : Bon, Noémie, elle a mis 1u, ensuite...

E : inaudible.

P : C'est quoi ?

Noémie : Je mets un trait...

P : Un trait pour dire que ça s'arrête là...A un u. Ensuite...

Noémie : Après je mets un demi...

P : Un demi. Comment tu fais un demi de u ? Victor ?

Victor : Tu mets la normale et tu mets en deux.

P : Tu quoi ?

Victor : Tu le plies en deux.

P : Tu plies en deux. D'accord. Et là ça fait...

E : Bin une bande et une moitié...

P : Ca fait une moitié de bande. Forcément, un demi de bande. On a partagé en...en...

Florian : En deux.

P : En deux, exactement. Merci Florian. Et ensuite pour le tiers, comment on fait pour vérifier. On la plie en...

Es : Trois.

P : Trois. D'accord. On a partagé la bande en...trois. Est-ce que c'est une...Est-ce que c'était facile de trouver ?

Es : Non.

P : Pourquoi ?

Victor : Bin, parce que...soit ça dépassait de un ou deux centimètres soit...

P : De un ou deux millimètres tu veux dire. Un ou deux centimètres ça fait beaucoup quand même. Un centimètre, c'est sûr que c'est pas lui. Mais est-ce que par exemple... Qui a des difficultés entre [EF] et [GH] par exemple. Qui a des difficultés avec [CD] aussi un petit peu.

(Brouhaha, l'enseignant discute avec des élèves individuellement)

P : C'est bon les autres ? Vous avez commencé le deux ?

E : Non, t'as dit qu'il fallait attendre.

P : Alors, allez-y, vous pouvez y aller.

(0H41M)

(Brouhaha)

(L'enseignant est avec les CM1)

(Noémie a noté $1u=4/4u + \frac{3}{4}= 7/4u$: le maître lui montre que le premier signe d'égalité n'est pas correct)

(0H43M) Sonnerie fin de classe

(0H45M10S)

(L'enseignant demande aux CM1 de sortir et aux CM2 de rester. Mais certains CM2 sont sortis aussi. Un élève va les chercher.)

(0H46M20S)

P : On va corriger au moins le [AB]. Vous attendez. Vous êtes complètement à côté de la plaque aujourd'hui. Bon, bin les CM2 qui restent, vous avez trouvé combien pour [AB] ? Raphaël ?

Raphaël : Un u plus un demi.

P : Qui a trouvé un u plus un demi de u ? Bon, tout le monde a trouvé la même chose. Bon, pour [CD] vous avez trouvé combien ? [CD] ? Anne-Cécile ?

Anne-Cécile : Deux u.

P : Deux u. Tout le monde a trouvé la même chose ?

(Les élèves manquants sont revenus : Noémie et Marceline)

P : Bon, vous avez trouvé combien pour [AB], Noémie et Marceline ?

E : Heu, un u plus un demi de u.

P : Oui, bon d'accord. Et [CD], Léa.

Léa : Inaudible.

P : Pour [CD]

E : Non.

P : [CD], il fait combien ?

E : Deux u.

P : Tu l'as pas fait [CD] ?

E : Un u plus un demi de u plus un demi de u.

E : Deux u quoi.

P : Pourquoi tu l'as pas dit tout à l'heure quand on a corrigé. T'as trouvé combien ? Un plus un demi plus un tiers ? C'est-à-dire que pour toi, [CD] il faisait la même longueur que [EF]

E : C'est égal à deux u !

E : C'est égal à deux u.

P : Oui, c'est égal à deux u.

Allez, vous sortez ceux qui vont à la cantine.

(0H49M)

Deuxième séance

(0M30S)

P : Bon, alors ! J'ai dit que c'était la découverte de la session 16. Dans le livre de CM2. On n'avait pas fini de corriger, on était juste à la fin de la correction.

E : J'étais pas là.

P : Non, tu n'étais pas là... Si tu étais là... Alors, Victor, avant de regarder, ne dit pas que tu ne l'a pas fait. Si tu l'as fait, qu'est-ce que je te donne comme punition Victor, alors que tu viens de dire que tu ne l'avais pas fait ? Je sais pas... Réfléchis. Proposition. Ouvre vite ta page. Bon, on n'a pas fini de corriger !

P : Il me faut la longueur du segment [GH], qui a mesuré le segment [GH] ? [GH] ! Nicolas.

Nicolas : Un u plus un tiers.

P : Qui a trouvé un u plus un tiers de u (il note au tableau) ? Qui a trouvé ça ?

E : Un u plus un tiers de u...

P : On remesure tous [GH]. Avec la bande unité. Vous recommencez à mesurer [GH]. Victor, c'est bon, tu reprends [GH] et tu le remesures.

(00H02M)

(Brouhaha)

(00H04M)

P : Ah oui, et alors, qu'est-ce que tu as trouvé ? Un u plus deux tiers ? Tu as trouvé un u plus deux tiers ?

P : Tu as trouvé combien Victor ?

Victor : Un u plus trois quarts.

P : Un u plus trois quarts... Bon, en réalité c'est un u plus trois quarts (l'enseignant note au tableau). Et on se rend compte que effectivement c'est pas évident de mesurer avec la bande unité.

Bon, maintenant que tout le monde a [GH] égale un u plus trois quart, tout le monde refait le petit trois de la découverte qu'on n'avait pas corrigé. Ceux qui l'ont déjà fait, ils attendent deux minutes que tout le monde l'ait fait.

Marceline : Moi, j'ai trouvé un u plus un demi de u plus un quart.

P : Ah, oui, Marceline a écrit un u plus un demi de u plus un quart de u. Est-ce que c'est la même chose ou pas ?

Es : Oui.

P : Oui ? Pourquoi ?

E : Parce que dans la...

P : Pourquoi ? Camille ? Est-ce que ça et ça c'est pareil (les deux écritures sont notées au tableau [GH]=..., plus tard, l'enseignant efface les crochets) ?

Es : Oui.

P : Pourquoi ?

Victor : Parce que un demi de u égale deux quarts. Et plus là encore un quart, c'est pareil.

P : Si tu parles en même temps que Camille, c'est pas possible, je ne l'entends pas. Camille ? Est-ce que c'est pareil, tout ça et tout ça ?

Camille : Oui.

P : Pourquoi ? Pourquoi ? Tu me dis oui, alors il y a une raison. Camille ? Oui ou non, est-ce que c'est pareil ou pas ?

Bon, qui explique pourquoi c'est pareil ou pourquoi c'est pas pareil ? Anne-Cécile ? Est-ce que c'est pareil ou est-ce que c'est pas pareil ? Léa ?

Léa : C'est pareil.

P : Pourquoi ?

Léa : inaudible.

P : Nicolas.

Nicolas : un demi c'est deux quarts.

P : Un demi de u c'est deux quarts ? Et là on a... Donc, ça ça fait ? Est-ce que trois quarts est égal à trois quarts. Tu sais que un demi c'est égal à un quart ? A deux quarts pardon. Tu prends une horloge, une demi-heure, c'est égal à combien de quarts d'heure ? C'est égal à deux quarts d'heures. Donc, un demi de u c'est égal à... deux... C'est égal à quoi un demi de u ? Bon, deux quarts de u et là c'est un quart de u. Tu vois avec le dessin ? Si tu as un doute, il faut toujours te refaire le dessin dans la tête. Oui, bon tous les autres... On peut voir avec la bande unité. Camille... Regardez tous là. Là, j'ai une moitié non ? Oui ou non ?

Es : Oui.

P : Alors je la marque. Une moitié. Là, j'ai, si je replie ça va me donner des...

Es : Des quarts.

P : Des quarts. Pourquoi c'est des quarts ? Pourquoi c'est des quarts ?

E : C'est plié en quatre.

P : Parce que c'est plié en quatre parties comment ? C'est quatre parties comment ?

E : Bin, égales.

P : C'est quatre parties égales. Donc, là, on voit bien que un demi c'est égal à...

E : Un...Bin heu, un quart, heu deux quarts.

P : Un demi c'est égal à deux quarts. D'accord Camille. Et donc, un entier c'est...

E : Quatre quarts.

P : Donc, vous faites la question 3, ceux qui ne l'ont pas encore faite. Est-ce que Leïla a raison quand elle dit que GH est égal à $\frac{7}{4}$ de u.

(OH08M)

P : Alors, soit on peut vérifier avec la bande. Soit, on peut faire un calcul. Qu'est-ce qu'il y a Léa ? (inaudible) Oui, alors on attend deux secondes et on passe directement à la découverte de la page suivante. Bon, Marceline, tu fais l'exercice du dessous. L'exercice page 35. Tu le commences. Alors, vous faites tous le trois de la découverte et l'exercice page 35 et puis dès que tout le monde a fini le petit trois de la découverte, on le corrige et après on passe à la page suivante.

(Brouhaha, l'enseignant passe voir les élèves et des élèves de CM1 viennent le voir)

Alors, finalement, qu'est-ce que ça fait ? Et pourquoi c'est la même chose ? Pourquoi c'est la même chose ? (Inaudible) Ah oui, mais tu ne l'as pas écrit.

(L'enseignant réexplique la consigne de l'exercice suivant à une élève : il faut trouver l'écriture fractionnaire)

(L'enseignant redonne des consignes aux CM1. Il discute avec eux de leur travail.)

(Il discute ensuite avec Marceline qui travaille sur l'exercice.)

(OH17M45S)

P : On va corriger le trois. Bon, vous regardez là. Mais, non, pas vous. Les CM2, là. Les CM2. Camille. Anne-Cécile. Noémie. Est-ce que [GH] est égal à $\frac{7}{3}$ ou pas. $\frac{7}{4}$ pardon. Et pourquoi $\frac{7}{4}$ de u ? Qui peut m'expliquer ça ? J'efface ça là. Pourquoi c'est égal à $\frac{7}{4}$ de u ? Pourquoi c'est égal à $\frac{7}{4}$ de u ? Noémie ?

Noémie : Parce que un u égal $\frac{4}{4}$ et (inaudible).

P : Egal à $\frac{4}{4}$ de u... Valère et Simon ! Sois je vous donne cent lignes soit vous vous taisez. $\frac{4}{4}$ de u plus $\frac{3}{4}$ u ça fait combien ça ? Camille ?

Camille : $\frac{7}{4}$.

P : Est-ce que donc GH est bien égal à $\frac{7}{4}$?

E : Oui.

P : Est-ce que Leïla a raison ?

Es : Oui.

P : Oui. Bon, on corrige le petit, tout premier [CD] de l'exercice 1.

Es : Non, maître j'ai pas eu le temps.

P : Bon, d'accord, alors on arrête cet exercice, vous finirez plus tard, on commence la découverte suivante. Page 36.

Annexe B. 2. 2: Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante B

P : Bon, ça y est. Allez vous prenez...

E : Euromaths...

P : Etape 16, et vous regardez la découverte.

(0H00M30S)

P : J'ai dit vous regardez la découverte !

Juste l'introduction. C'est bon ?

C'est bon ? Alors...

(0H01M42S)

Qu'est-ce qu'on vous raconte, aujourd'hui ? Antoine ?

Antoine : En fait, et bé, c'est Leïla, elle s'est servie d'un segment, heu, d'une unité en fait, et puis, bé heu, elle essaye de le couper, alors d'abord en moitié et après en tiers.

P : Oui. Pierre ?

Pierre : Bin, en fait, elle a pris un bout de papier, elle a pris un segment, qu'elle a pris pour unité et heu...

P : D'accord, et elle l'a appelé...

Es : u.

P : U. D'accord.

Pierre : Et elle a cherché à trouver, elle a plié cette unité, et elle a trouvé la moitié et le tiers de... de l'unité.

P : D'accord. Qu'est-ce qu'elle voulait faire en fait ? Qu'est-ce qu'elle cherchait à faire ?

Robin : Elle voulait mesurer la longueur du segment.

P : Elle voulait mesurer la longueur du segment ? Lequel ? Clément ? Mélanie ?

Mélanie : En fait, c'est justement, il faut qu'on essaye de retrouver...

P : D'accord. Donc, qu'est-ce qu'elle avait au départ ?

E : Un bout de papier. Enfin...

E : Un segment unité...

P : Au tout départ, il y avait quoi ?

Es : Un segment.

P : Au tout départ, il y avait quoi ? Avant qu'elle fasse un segment u, une bande u.

Théo : Bin, il y avait un segment.

P : Voilà, il y avait un segment. Elle connaissait la longueur de ce segment ?

Es : Non.

P : Bin non, puisque justement, qu'est-ce qu'elle cherche ? Elle cherche à le mesurer. Et pour mesurer ce grand segment, qu'est-ce qu'elle a fait ? Qu'est-ce qu'elle a fait ? Romain ?

Romain : Elle l'a plié en trois.

P : Mais plié quoi ?

Romain : Bé heu...

E : U.

P : Qu'est-ce qu'elle avait au départ ?

Es : (inaudible)

P : Un grand segment. D'accord. Elle veut le mesurer ce grand segment. Pour le mesurer, qu'est-ce qu'elle fait ? Théo

Théo : Bin, elle va utiliser, heu, la, la bande, le segment u.

P : Oui, ou la bande, si tu veux, si ça simplifie les choses on l'appelle la bande, la bande u. Et alors ?

Théo : Elle l'a pliée en demis et en tiers pour heu, enfin pour mesurer. Et elle a trouvé que le segment il faisait une fois la bande u plus la moitié de la bande u plus un tiers de la bande u.

P : D'accord. Est-ce que c'est clair pour tout le monde ce qu'elle fait Leïla ? Oui ou non ?

Es : Oui, non.

P : Non. Alors... Qu'est-ce qui n'est pas clair ?

Clément : Ce qu'elle fait.

P : C'est ce qu'elle fait. Alors, qui peut lui réexpliquer ce qu'elle fait ? Allez, s'il vous plaît, réveillez-vous ! Marianne.

Marianne : Bin heu, avec la bande u, elle veut mesurer un segment. Elle heu, elle l'a reportée une fois la bande, puis elle a trouvé la moitié puis elle l'a re... heu mis derrière, heu, l'autre heu... et après elle l'a remis derrière, pour savoir la longueur du segment.

P : C'est mieux comme ça ou pas ? Bon, on va voir. On va regarder avec la suite. Tout le monde a lu le petit conseil du furet ?

Es : Oui.

P : Ca, normalement vous le saviez. D'accord. Si j'ai une bande, si je veux un tiers de l'unité, qu'est-ce qu'il faut que je fasse ?

E : Que tu plis en trois.

P : Que je plie en trois, c'est ce qu'on a vu, quand ?

Es : inaudible.

P : Ah, oui, les boîtes, effectivement, il fallait plier la feuille en trois. Et donc du coup...

E : ...pour avoir un tiers de la feuille...

P : ...voilà. Et hier, on a repartagé, quoi ?

E : des gâteaux.

P : Des gâteaux en trois, en quatre... Et ce matin, en corrigeant les devoirs, qu'est-ce qu'on a repartagé ?

E : Une horloge.

P : Une horloge. D'accord. Donc, cette fois là, c'est pas une horloge ni un gâteau, ni...qu'est-ce qu'on vous demande de partager ? Une bande de papier. Est-ce que ça change quelque chose ?

Es : non.

P : Donc, ma bande de papier, si je la plie en trois, chaque partie va représenter un tiers de la bande de papier. Alors, qu'est-ce qu'on vous demande de faire ? Antoine ?

Antoine : En fait, d'abord il faut reproduire la bande unité qu'elle a fait Leïla, et après, bè faut, heu, à l'aide de cette bande, il faut mesurer et trouver celui qu'elle a mesuré Leïla. Le segment qu'elle a mesuré.

P : D'accord. Trouver quel est le segment qui correspond à quelle écriture mathématique ?

E : A u.

P : A u ?

Marc : A Une unité plus une moitié d'une unité plus un tiers d'unité...

P : Oui, bin on dit...un...

E ; Demi.

P : demi. D'accord ? D'accord ? Bon, à vous avec la bande de papier de trouver quel est le segment qui correspond à ...

Robin : Au segment de Leïla...

P : C'est-à-dire, à...

E : inaudible

P : ... Un u plus...

E : un demi de u...

P : ...un demi de u plus...

E : ...un tiers de u...

P : ...un tiers de u. D'accord. Je vous donne, vous allez faire les bandes de papier.

(OH08M45S)

Heu, il n'y en a pas besoin de beaucoup hein... Allez vous découpez, vous découpez déjà en quatre la feuille, vous vous la partagez et vous découpez la petite bande u. Allez, ffou, c'est vendredi matin...C'est la fin de la semaine hein... Allez, on découpe...On se fiche que ce soit le milieu la bande u, la bande que je vous ai donné, elle est bien trop grande...Voilà, heup. Et maintenant on met les marques là, allez et on découpe la bande u. Très compliqué de découper une feuille en quatre, là, voilà. Allez heup, allez voilà, allez.

Tu n'as pas de crayon à papier... ? Allez, on fait les petites marques là, voilà. Marie, c'est bon ?

On s'en fiche de la mesure de u ?!

Es : Non.

P : Qu'est-ce qu'on vous demande de faire ?

E : De reproduire...

P : On vous demande de reproduire la bande u, alors est-ce qu'on s'en fiche de la longueur de u ?

E : Non mais (inaudible)

P : Qu'est-ce que tu voulais dire ?

E : inaudible.

P : Oui et bé on fait u, allez au crayon à papier...Heup. Voilà.

Allez maintenant tu le fais... C'est tout ça u, c'est la même bande que celle qu'il y a sur le livre ?!

Me dites pas que c'est de fabriquer la bande u qui vous pose problème, parce que si déjà là on a un problème... On n'est pas arrivé au bout de la page...

T'attends quoi là au juste ? T'attends quoi au juste ? Ca c'est compliqué de reproduire ça sur la feuille là ? Allez. Voilà, allez, heup. Tu traces le trait là et tu découpes.

Bon bé heu...D'accord. Si j'avais su, je vous les aurais fabriquées les bandes u...

(OH12M)

Allez, heup !

Voilà, allez t'as plus qu'à découper... C'est bon ? Baptiste, c'est bon ? D'accord. Vous, c'est bon ? Elle est où ta bande u ? D'accord. Ah.

Oh mais souvenez vous comment on a fait pour les boîtes, pour les plier en trois. Faites-les plus larges vos bandes, ça va être compliqué sinon.

Comment t'as fait pour plier en trois toi ? Voilà.

C'est bon ? Est-ce que tout le monde a sa bande ?

Es : Oui.

P : Un coup de ciseau là, un coup de ciseau là et heup...

Oh lalalalala... Bouh... Allez heup, on fait les marques là. Allez.

Alors fait la un peu plus large que ce soit un peu plus facile à manipuler. Clément, c'est bon ? D'accord, alors, ce segment là, pour le mesurer avec ta bande, tu vas faire comment ? Donc ça veut dire que là, elle a mis ? Tu utilises quoi là ?

Clément : u.

P à Clément : Donc, ça fait un u. Ici, ça fait ? Pour finir, tu vas utiliser quoi ? C'est quoi ça ? Ca représente quoi ça par rapport au segment ?

Clément : La moitié.

P à Clément : C'est la moitié. Donc pour ce segment, elle a une unité. Tu l'écris comment ? Donc tu vas écrire comment sous forme mathématique ? Ca va faire un u...

Clément : Heu...

P à Clément : Plus ?

Clément : La moitié.

P à Clément : La moitié ?

Clément : Un demi.

P à Clément : Un demi ? Alors, est-ce que c'est ça qu'elle a mesuré ?

Clément : Non.

P à Clément : Non c'est pas celui-là, alors vas-y, continues.

P à Milo : Non, j'ai dit de la faire plus large la bande pour que ce soit plus facile ! Alors demain matin la bande elle sera toujours pas faite ! Ca par contre pour s'amuser c'est plus rapide ! Allez heup !

P à une table : Alors, ça donne quoi ?

P à Marie : Allez Marie, Marie, le but c'est pas de figoler le découpage, c'est d'utiliser la bande. C'est ça le but de la séance. C'est quoi ces ciseaux là ? Faut dire, vous avez du matériel, il faut voir...

Antoine : J'ai trouvé...

P à Antoine : Alors, si tu as trouvé tu ne dis rien et tu trouves une écriture mathématique qui corresponde aux autres segments. Sur ton cahier de brouillon.

P : Vous avez entendu ceux qui ont terminé ? Ceux qui ont trouvé quel segment avait mesuré Leïla, vous écrivez une écriture mathématique pour donner la mesure des autres segments s'il vous plaît. Sur votre cahier de brouillon.

Antoine : Il faut les mesurer et écrire la mesure... ?

P à Antoine : Non, avec ta bande, qu'est-ce que tu as fait avec ta bande.

Antoine : Bin j'ai mesuré...

P à Antoine : Donc, par exemple, celui-là. C'est celui-là qu'elle a mesuré ?

Antoine : Non.

P à Antoine : Bon, bin alors, sous quelle écriture mathématique tu pourrais écrire... Ca correspond à quoi le segment $[AB]$?

Antoine : Ca correspond à une unité et un demi.

P à Antoine : D'accord. Donc, tu vas écrire ?

Antoine : $1u + \frac{1}{2}$ de u...

P à Antoine : Voilà, donc le segment $[AB]$, tu te souviens comment on écrit le segment $[AB]$... Entre crochets d'accord ? Le segment $[AB]$ égal... Et tu fais ça pour tous ceux qui ne sont pas... (inaudible)

P : Alors, qui est bloqué là et perdu ? Aïe.

Manon2 : Maîtresse, il faut trouver la mesure (inaudible)

P à Manon2 : Ah... Qu'est-ce que tu en penses ? Et bé qu'est-ce que t'en penses ? Et bé oui, pour trouver un demi il faut la plier en deux.

P à Mélanie : Après tu (inaudible) le segment. Et tu écris l'égalité.

P : Qui est-ce qui est bloqué pour mesurer là, qui s'en sort pas ?

P à Milo : Alors $[AB]$, le segment $[AB]$, il mesure quoi ? Est-ce que c'est celui-là qu'elle a mesuré ?

Milo : Non.

P à Milo : Non. Pourquoi non ? Là, c'était quoi ? De quoi ? De quoi ? Non, mais on te parle de centimètres là ? Non. Pour mesurer AB tu te sers de quoi ?

Milo : Une bande.

P à Milo : Une bande u. C'est tout ? C'est tout ? $[AB]$, ça fait la même longueur que u ?

Milo : Non.

P à Milo : Alors, qu'est-ce qu'il faut faire ? Pour mesurer $[AB]$?

Milo : Plier la bande u.

P à Milo : D'accord. Alors, tu vas l'utiliser une fois la bande et après à ton avis il faut que tu la plie comment ? (inaudible). Non, mais t'as lu là ? Qu'est-ce qu'elle a fait Leïla ? Si elle a écrit un u plus un demi de u, ça veut dire qu'elle a fait, elle a fait quoi ?

Milo : La moitié.

P à Milo : La moitié. Alors, plie la en deux.

P à Wajdi : Elle est où ta bande u. Alors, pas besoin de la règle. Alors la bande u, alors on cherche, t'as compris ce qu'on recherchait ou pas ? On cherche le segment que Leïla a mesuré, pour lequel elle a trouvé que ça faisait un u, c'est quoi u ? C'est la bande u. D'accord. Son segment il fait un u plus un demi de u, c'est-à-dire...

Wajdi : La moitié.

P à Wajdi : ...La moitié de u, plus un tiers de u c'est-à-dire...un tiers ça veut dire quoi ?

Wajdi : En trois.

P à Wajdi : Qu'on plie en trois, d'accord ? Et on fait (inaudible) égal... Alors est-ce que cela correspond à ce qu'elle a écrit ?

Wajdi : Non.

P : Alors, qui est bloqué encore ?

P à Chloé : Alors, qu'est-ce que tu n'arrives pas à faire ?

Chloé : Inaudible.

P à Chloé : Qu'est-ce que tu cherches ? Qu'est-ce que tu cherches ? Tu cherches...

P : Bon, qui est-ce qui est bloqué là parce que ça sert à rien que j'aille l'expliquer... Alors, tout ceux qui sont bloqués, vous écoutez avec Chloé là. Qu'est-ce qu'on cherche ?

Marie : On cherche heu quel segment...

P : On cherche quoi ? On cherche un segment. Donc, dans tous les segments que vous avez là, [AB], [CD], [EF], [GH], [IJ], d'accord ? Dans ces cinq segments, on cherche celui qui correspond à quoi ?

Marie : A la bande u.

P : A la bande u ? Bin, ça on peut répondre tout de suite hein... Il y en a un qui correspond à la bande u ?

Es : Non.

P : Non, alors, c'est pas ça qu'on cherche.

Baptiste : Bin, on cherche celui qui fait u plus un demi plus un tiers.

P : Oui, alors c'est pas un demi, un tiers, c'est u plus... un demi...

E : u.

P : ...de u, plus... un tiers de u. D'accord ? C'est-à-dire qu'on cherche le segment sur lequel on va pouvoir poser...u, puis rajouter...

E : un demi de u...

P : Puis rajouter un demi de u, c'est-à-dire, qu'est-ce qu'il va falloir faire ? Plier la bande...

E : En deux...

P : ...en deux... Et... ensuite il faut encore avoir de la place pour pouvoir rajouter...

E : Un tiers.

P : Un tiers de u, c'est-à-dire ? C'est-à-dire un tiers de u...

Milo : On replie la bande...

P : On va pas la replier encore, mais plier u en...

Es : Trois.

P : En trois. Et prendre... Et prendre... Une partie sur les trois. Un tiers de u. Margot, ça va mieux là où pas ?

Margot : Un peu.

P : Un peu, hou (inaudible).

Théo : Maîtresse, on a le droit de plier en quart ? Parce que à un moment il y en a un qui a besoin de quart.

P : Tu fais ce que tu as besoin de faire Théo.

Alors tout ceux qui ont dit, qui avaient du mal là. Si on regarde le segment [AB]. On va faire [AB] ensemble. Vous y êtes tous ceux qui sont bloqués là. Alors, sur [AB], comment on pourrait mesurer [AB] avec u ? C'est maintenant qu'on essaye de comprendre hein Clément. Demain ce sera trop tard.

Marie : On plie en deux.

P à Marie : Pour mesurer [AB], tu as besoin de plier en deux ? Elle est où ta bande ? D'accord ? Tu l'as posée sur [AB] ? D'accord. Donc, déjà, on peut dire qu'elle rentre.

Marie : Inaudible.

P à Marie : Tu as besoin de quoi là ? Est-ce que tu as mesuré [AB] ? Non. Par contre, on a déjà dit... C'est quoi ça ?

Marie : La bande.

P à Marie : La bande, d'accord. On l'a mise...une fois. D'accord, on a mis la bande une fois en entier. D'accord ? Ok. Ensuite, après est-ce qu'on a fini ?

Marie : Non.

P à Marie: Qu'est-ce qu'il reste à mesurer ? Cette partie là. Alors, on a besoin de quoi, pour mesurer cette partie ? De la bande (inaudible) donc on est arrivé jusque là avec la bande. Alors, maintenant comment tu vas faire pour mesurer la dernière partie qu'il reste ?

Marie : inaudible.

P à Marie : Alors, essaye.

P à Romain : Romain, tu as fini ? Non, mais moi j'ai demandé d'écrire, c'est quel segment pour toi ? D'accord, donc maintenant j'ai demandé d'écrire la mesure de tous les autres segments. Sous la même forme que Leïla.

(OH26M)

P à Marie : C'est bon ? Donc, ça veut dire que ton segment [AB], (inaudible), ton segment [AB]... Ici, on avait mis quoi ?

Marie : La bande.

P à Marie : La bande, c'est-à-dire ? Comment tu l'appelles la bande ?

Marie : u.

P à Marie : Donc... 1 u, d'accord, et ensuite, t'as mis quoi (elle note sur le cahier de brouillon de marie)?

Marie : J'ai plié en deux.

P à Marie : Donc t'as mis quoi ? C'est quelle forme, c'est quelle fraction quand tu as plié en deux ?

Marie : Un demi.

P à Marie : Un demi, plus un demi de u (elle note dans le cahier de brouillon). Donc $1u + 1/2u$, c'est ça le segment [AB]. D'accord ? Alors, est-ce que c'est celui là que voulait mesurer Leïla ?

Marie : Non.

P à Marie : Non, pourquoi ?

Marie : inaudible

P à Marie : Il manque un tiers de u. Alors pour avoir un tiers de u avec ta bande, tu vas faire comment ? Alors, il faut que tu trouves quel est le segment où tu vas pouvoir mettre un u, un demi de u et un tiers de u. C'est bon là ?

Marie : Oui.

P à Marie : Et après, comme on a fait pour le segment [AB], tu feras la même chose pour les autres segments.

Marie : D'accord.

P à Marie : Allez, super, c'est parti.

P : Bon, est-ce qu'on peut faire un point là ou pas. Je savais que cette séance elle poserait des problèmes.

Théo : Maîtresse quand on a fini (inaudible)

P : T'as fini quoi ? Tout. Bin, non mais tu fais l'exercice alors. Je vais vous donner une feuille blanche, vous allez faire l'exercice sur une feuille blanche.

E : Maîtresse, on avait les réponses en plus maîtresse.

P : Bon, heu... Tiens, vous prenez une demi-feuille, d'accord. Ca suffira. Une demi-feuille chacun d'accord, donc une feuille pour deux et...et vous faites l'exercice. Alors, qui a des soucis encore ? Qui est bloqué ?

Manon, bin Manon, qu'est-ce qui se passe ?

Manon : Je comprends pas.

P à Manon : Tu comprends pas, je sens que j'ai besoin d'intervenir. Alors, elle est où ta bande ? Bon alors, qu'est-ce qu'on cherche ?

Manon : inaudible

P à Manon : Manon, on cherche dans ces segments là, lequel correspond à ça. Ca veut dire qu'il faut que tu puisses mettre un u, c'est-à-dire la bande entière plus...

Manon : la moitié de u...

P à Manon : Plus...

Manon : un tiers.

P à Manon : Alors, [AB], est-ce que ça va être ça ?

P : C'est bon, Marianne tu as fini ?

Est-ce que la bande, [AB], [AB].

E : Inaudible

P : Donc, ça veut dire que, tu as besoin de...une bande entière, et ensuite ? La moitié, d'accord. Donc [AB], tu l'écris [AB], c'est égal à une bande entière plus la moitié... Est-ce que c'est ça qu'elle a tracé ?

P : Bien, on fait le point s'il vous plaît.

(OH30M50S)

P : Parce que je voudrais quand même voir moi qui est... Chut. Est-ce que tout le monde a trouvé quel était le segment que Leïla a mesuré ?

Es : Oui, non.

P : Qui n'a pas trouvé encore, dites-moi (Chloé, Marie). Tous les autres, vous avez trouvé ?

Es : Oui.

P : D'accord. Alors les filles, vous vous bouchez les oreilles, vous essayez de continuer. Non, non, mais je vais venir voir avec vous. Bon alors tout le monde est d'accord pour dire quoi donc ? Robin ?

Robin : Que c'est [EF].

P : C'est [EF].

Es : Non.

P : Ah...non.

Es : inaudible.

P : Alors, attendez, il y en a qui disent que c'est [EF], et les autres alors, si vous êtes pas d'accord, c'est lequel pour vous ? Hou hou ! Wajdi ?

Wajdi : [GH].

P : [GH] ? Alors ? Aurore.

Aurore : [IJ].

P : [IJ]. Ah bin remarque comme ça on a le choix, c'est bien. Alors, plouf, plouf... D'accord, alors voilà, il était temps qu'on fasse le point visiblement.

Romain : C'est [CD].

P : Et [CD]. Ah bin remarque, comme ça on les a tous hein.

E : Non, il manque [AB].

P : Et pourquoi pas [AB] ? Chut, hou hou, je vous parle. Pourquoi pas [AB] ?

Robin : Parce que...

P : Robin.

Robin : Parce que [AB], il est trop petit parce que...

P : Pourquoi il est trop petit ? Je voudrais que tout le monde écoute. Maintenant tout le monde pose sa bande à part ceux qui sont partis dans l'exercice... Quoi que non, je voudrais que tout le monde écoute...On pose sa bande. Voilà. Et, vous m'avez proposé tous les segments sauf [AB], alors je voudrais savoir pourquoi pas [AB] ?

Robin : Il est trop petit, parce que c'est heu... un u et un demi u donc ...

P : Alors, est-ce que tout le monde est d'accord pour dire que [AB] correspond à un u plus un demi de u ?

Es : Oui.

P : Ca tout le monde est d'accord. Tout le monde a trouvé ça ? Je voudrais bien que tout ceux qui n'ont pas trouvé ça vérifient quand même... Allez, vous reprenez vos bandes. Donc, ça veut dire que pour [AB], d'après vous, il faut un u, c'est-à-dire une unité. Donc la bande entière. Plus...

E : Un demi u.

P : Un demi, c'est-à-dire ? On rajoute la moitié de la bande. Est-ce que tout le monde peut vérifier ça s'il vous plaît ?

(Les élèves vérifient)

P à Romain : Attends, tu l'as marquée la moitié de ta bande ? Bin non, pour faire la moitié qu'est-ce qu'il faut faire ? Non ! Pour faire la moitié de la bande, qu'est-ce qu'il faut faire ? Pour trouver la moitié de la bande ?

Romain : Mesurer.

P à Romain : Non, il n'y a pas besoin de mesurer. (L'enseignante fini par plier la bande de Romain)

P : Alors, [AB], ça y est tout le monde a vérifié ? Chloé, tu as réussi à voir ?

Chloé : Oui.

P : Et tu es d'accord ?

Chloé : Oui.

P : [AB], ça fait donc ?

E : Un u plus un demi u.

P : D'accord. (Elle note au tableau). Un u plus un demi de u. Est-ce que tout le monde est d'accord avec ça ? Clément ? Manon ? Et Chloé ? Oui ? Sûrs ? Bon et bin voilà.

P : Comme ça on va tous les faire. Bon alors [AB], voilà, tout le monde est d'accord pour dire que ce n'est pas celui de Leïla. Alors maintenant ?

(OH35M)

E : [IJ].

P : [IJ].

E : C'est un u.

P : [IJ]. (Elle note au tableau).

E : C'est un u...

P : Alors, [IJ]...

(Romain donne un résultat en centimètres)

P : Mais qui te parle de centimètres, Romain ? Mais qui t'as parlé de cm ? D'accord, alors tu me dis, [CD] il mesure, non, [IJ] mesure 7 cm. Ok, c'est ce qu'a écrit Leïla ? Moi ce que je veux trouver c'est le segment qui correspond à un u plus un demi de u plus un tiers de u. Alors, Louise ?

Louise : [IJ], ça fait une unité plus un demi.

P : Alors, [IJ], une unité plus ?

E : Un demi.

P (note au tableau) : plus un demi de u ? Donc, c'est la même chose que [AB] ? [IJ] et [AB] ils sont égaux.

Es : non.

P : Manon.

Manon1 : J'ai mis un u plus deux tiers.

P : C'est ça ?

E : C'est une unité et deux tiers.

P : Je veux bien que vous fassiez des toutes petites marques au crayon à papier sur votre livre, mais vous les gommerez. Vous les faites toutes petites, hein ? La prochaine fois, il faudra que je prévois des photocopies, ce sera mieux. Alors, un u. D'accord. Et après, si on remet la bande après, qu'est-ce qu'on utilise ?

E : Les deux tiers.

P : Les deux tiers de u. Est-ce que tout le monde le voit ça ? Tout le monde le voit ça ? Qui ne le voit pas avec sa bande ? Qui n'arrive pas à mesurer [IJ] avec sa bande ? Chloé c'est bon ? Et bé pourquoi tu le dis pas Chloé ?

P à Chloé : Elle est où la bande ? Là, ici, [IJ], on met un u d'accord, on s'arrête là et après... Il fait dire que vos bandes elles sont dans un état déjà. Alors, ça veut dire qu'on s'arrête là. Il manque combien ? On a plié en combien ? En trois. Et on en a pris ? On a plié en trois. Un, deux, trois... Et on a mis combien de tiers ?

Chloé : Trois.

P : Trois tiers. On a pris la bande en entier alors. On a pris... deux tiers. Oui ou non ?

Bon ensuite, allez, on avance parce qu'on (inaudible). On reprendra ça avec ceux qui ont un peu de mal. Ensuite on a quoi ? [CD]. Alors, vous proposez quoi comme mesure de [CD]. Ah, Manon ?

Manon1 : Deux u plus un tiers.

Es : Non, deux unités normales.

P : Vous êtes d'accord ?

Es : Non. C'est deux unités.

P : Ah bon, alors tout le monde vérifie alors s'il vous plaît.

E : C'est deux unités.

Romain : inaudible.

P : Bin tu revérifies, comme ça je vérifie avec toi. Alors...(inaudible).

Romain : C'est deux unités.

P : Ah, bon oui, Manon ? Attends, t'as la même bande que les autres si tu as fait ce qui est demandé de faire. Alors, un u, c'est là. Et ensuite... Ah oui, deux u. Ensuite ?

Es : [EF].

P : [EF]. On va finir par le trouver hein, de toute façon. Alors ?

Robin : Un u, un demi u et un tiers de u.

P : Ah... C'est celui-là ? Un u, plus un demi de u plus un tiers de u. Donc, tous ceux qui avaient trouvé que ce n'était pas celui-là, vous vérifiez s'il vous plaît. Et vous me dites, si vous n'arrivez pas à trouver, que je vienne vous aider.

Clément : Non.

P : Quoi, non ?

E : Revérifie Clément, parce que...

P à Clément : Alors, comment tu t'y prends ? Alors, un u, d'accord, ah oui d'accord, je comprends mieux, si tu fais ça, ça veut dire que tu prends quoi de la bande ? Ah oui, pardon, donc la moitié... Ok donc un demi de u, tu as fait une marque ou pas ? Oui, là. Et après ? Ah oui, mais parce que ta bande, tu l'as coupée en combien là ? (inaudible).

P : Ok, alors, le dernier segment, il nous en reste un, c'était [GH]. Il ne faut pas appuyer fort sur le livre. Marie. Tu as trouvé ? Allez, dis-nous.

Marie : Une unité, plus une demi.

P : Donc, c'est le même que [AB] ? Mais pourtant, je vois que tu as une troisième marque là. Donc ici, un u, un demi de u, et il ne reste pas quelque chose là ? Quoi ?

(Interruption quelqu'un entre dans la classe)

P : Bon, alors donc. Vous avez continué les autres là, ceux qui n'avaient pas terminé. Donc, [GH]. Un u.

Elle est où ta bande ? Non mais attends c'est quoi, c'est ça là ? Elle est toute déchirée. Allez, refais-toi une bande. Vite, vite, vite. T'as fini ?

(0H42M12S)

Alors, j'attends toujours la mesure de [GH] moi. Manon ?

Manon2 : C'est le même que [IJ].

P : C'est le même que [IJ] ? Mélanie.

Mélanie : C'est un quart.

P : C'est un quart ? On a besoin d'un quart ?

Es : Oui oui. Oui.

P : Oui, ha ha, donc c'est quoi $1 + 1/2$ de u ...

Es : Plus un quart.

P : Plus ?

Es : Un quart.

P : Un quart de u. (Elle note) C'est ça ou non ?

E : C'est un plus un quart. C'est juste un plus un quart.

E : Non, mais non.

E : C'est un plus un demi plus un quart.

E : Mais oui.

Pierre : C'est juste.

P : Bon bin vérifiez alors.

Pierre : Oui bin...c'est juste...Après on peut mettre $\frac{3}{4}$.

P : Après quoi ?

Pierre : Après on peut mettre $\frac{3}{4}$.

P à Côme : Alors attend, c'est où 1 u...Elle est où ta marque...La prochaine fois je ferai des...photocopies. Allez. Est-ce qu'un autre u rentre ? Non, alors...Il faudrait la plier comment ? Comme ça, allez vas-y essaye. Plies en deux. Alors, ça rentre. D'accord.

P à une table : Donc, vous en êtes où ?

P à Romain : Ah non, deux tiers ça rentre pas.

Romain : Un demi ça rentre.

P à Romain : Un demi, d'accord. Et deux tiers donc, ça devient...

P : Bon alors, vous pouvez regarder là s'il vous plaît ?

E : Il faut un quart.

P : Est-ce que tout le monde a réussi à voir qu'il fallait... Qu'on avait besoin de quarts, pour le dernier segment ?

Es : Oui. Non.

P : Non, un quart, ça veut dire qu'on est obligé de partager en...

Es : Quatre.

P : En quatre la bande. Alors essaye, plutôt que dire non. Est-ce que vous avez partagé votre bande en quatre. Alors est-ce que vous êtes d'accord avec cette égalité ? Oui ou non ?

Es : Oui.

P : Qui n'est pas d'accord avec ça ? Tout le monde est d'accord avec ça ? Vous avez tous trouvé que c'était un u plus un demi de u plus un quart de u.

Pierre : Il peut y avoir deux écritures. Il peut y avoir 1u plus trois quarts.

P : Et toi tu nous dit que c'est la même chose ? Je sais pas. Vérifiez. (Elle note). Vérifiez. Vérifiez ce qu'il dit. Vous aller le croire sur parole. Ah non hein. On vérifie d'abord. Est-ce que un plus un quart ça marche aussi.

Es : Non.

Manon2 : Moi, j'ai vérifié, j'ai trouvé : un u plus un demi de u plus un quart de u.

(OH45M30S)

P : Oui, ça c'est ce qu'on a tous marqué depuis tout à l'heure là. Et Pierre, il soutient que un u plus trois quart de u, c'est la même chose. Alors, il a raison Pierre ou pas ? Il a tort ? Qui croit qu'il a tort ?

(Brouhaha. Les élèves vérifient et discutent le résultat. L'enseignante est avec Milo et le fait avec lui.)

Théo : Maîtresse, de toute façon, si on fait un calcul, un demi plus un quart, ça fait trois quarts.

P : Alors, ça marche ou ça marche pas. Alors, vous regardez là s'il vous plaît. Chut. Non, mais j'aimerais bien que tout le monde écoute.

Manon1 : Moi, j'ai trouvé qu'il y avait un tout petit peu plus...

P : Non, mais toi ta bande, t'es sûre qu'elle est juste ?

Pierre : Et Robin, il vient de me dire qu'il avait fait un tiers, alors.

P : Alors, vous venez de découvrir, oh grande surprise, que...

E : On peut faire deux solutions pour GH.

P : Deux solutions ?

E : Heu, que y a deux écritures.

E : Il doit sûrement y en avoir d'autres.

P : Ah, c'est la même solution, hein. Mais il y a deux écritures... D'accord. Donc, ça veut dire quoi ? Alors, ça veut dire quoi ? Qu'est-ce que je peux écrire du coup ?

Manon1 : Que 1u plus trois quart est égal à un u plus un demi plus un quart (l'enseignante note au tableau).

P : Dites bien u à chaque fois. Plus un quart. Et je pouvais pas le savoir ça ?

Es : Si, si.

P : C'est-à-dire quand tout le monde a dit non, oh non. Avant de vérifier avec la bande. Ca serait bien que tout le monde regarde là. Parce que je pensais pas que 24 heures, c'était aussi long. Et que ça vous faisait oublier les choses, la nuit. On pouvait pas le savoir ça ? En fait, ça revient à dire que trois quarts... c'est égal à...

Es : A un demi plus un quart.

P : D'accord. Alors on pouvait pas le savoir ça ?

Es : Si, si. Il faut dire que à la fin de l'heure hier, vous en pouviez plus, vous aviez les neurones qui fumaient. Marianne ? Chut. Marianne ?

Marianne : Mais si, on pouvait le savoir...

P : Oui, et bin explique nous...

Marianne : Parce que un demi, si heu...

P : Pierre !

Marianne : ...si tu coupes en deux ça va faire, heu, enfin, si tu rajoutes deux heu... Bin heu...

P : C'est pas facile à expliquer. Marc ?

Marc : (Il montre l'horloge) C'est comme dans l'heure là, si on prend une demi heure, c'est deux quarts d'heure.

Es : Ah.

P : Ah, bien vu Marc. Parce que ça tout le monde comprend... Les heures.

Es : Oui.

P : Une demi-heure...

E : C'est égal à deux quarts d'heure.

P : C'est égal à deux quarts d'heure...Un demi gâteau, c'est bien la même chose que...deux quarts de gâteau (elle dessine au tableau).

Une demi-table...c'est bien...

E : deux quarts.

P : Deux quarts de table (elle montre les tables des enfants devant elle).

Margot : On mange Louise.

P : On mange Louise, Margot elle propose ? Sympa ça. Et il reste...Oh à choisir je ne sais pas lequel je préfère manger et lequel il reste. (Rires). Bon, est-ce que c'est compris ça ? Oui. Donc, un demi de u, c'est la même chose que...

E : Deux quarts.

P : Deux quarts de u. Et deux quarts de u plus un quart de u, ça fait...

Es : Trois quart de u.

P : Et si vous vous souvenez, hier à la fin de l'heure, je sais pas si vous vous souvenez, ou si vous en avez perdu les trois quarts. On s'était dit que quand... on multipliait le numérateur et le dénominateur par le même nombre, les fractions elles étaient...

Es : Egales.

P : Donc, un c'est bien la moitié de deux et deux c'est bien la moitié de quatre. On a multiplié 1 par 2 et 2 par 2, donc les fractions, elles sont égales. Est-ce que c'est clair ?

Es : Oui.

P : Est-ce que c'est clair. Est-ce que c'est plus clair Chloé ?

Chloé : Un peu.

P : Un peu... Chloé... Arrête de me dire un peu...(rires) Clément ? Est-ce que là vous avez suivi ou t'es complètement noyé ? Ca va à peu près ? On va reprendre ça à l'aide personnalisée, d'accord ? La semaine prochaine. On va laisser passer le week-end là, que ça décante un peu. Ok ? Bon heu, je vais vous épargner l'exercice pour aujourd'hui, hein et tant pis, on le fera Lundi. Vous avez fini les garçons ou pas ?

E : On n'a pas commencé parce qu'on n'avait pas assez de feuille.

P : J'avais dit une feuille pour deux. Les feuilles je les ai posées là, en même temps, c'était pas très loin, il suffisait de tendre le bras. Bon, ouais... Alors, est-ce que ça va ?

E : On remonte à la surface.

P : Tu remontes à la surface, toi, dit pas on, tant mieux, une de sauvée déjà. Toi tu nages ? Non mais je parle sérieusement, je plaisante, mais je parle sérieusement. Il faut que vous me disiez qui n'a pas compris ce qu'on a fait ce matin. Qui peut me redire ce qu'on a fait ce matin ? Parce qu'on plaisante mais en même temps, c'est sérieux et c'est surtout très important. Parce que ça permet de comprendre toute la suite après. Qui peut réexpliquer ce qu'on vient de faire.

Mélanie : On a (inaudible) avec des fractions. Donc, on avait une bande de départ et on devait trouver la mesure de quatre, de cinq segments.

P : Donc, on a vu qu'on pouvait mesurer des segments. En prenant...une bande, une unité, d'accord. Et ensuite on pouvait trouver la moitié de cette unité ou le tiers de cette unité.

E : Le quart.

P : On a même trouvé le quart de cette unité pour nous permettre de mesurer les segments. Romain ? Oui ? C'est bon non ? Donc, en attendant que ça sonne. Ca va sonner mais quand je vais vous demander de faire l'exercice là, regardez le l'exercice, qu'est-ce qu'on vous demande de faire. On a pas fini d'ailleurs, la découverte... les autres segments, ça c'est fait. Leïla affirme que le segment GH... Ah oui, bin on va finir là-dessus plutôt. Alors, Leïla affirme que le segment GH mesure $\frac{7}{4}$ de u. Allons bon, me revoilà avec des quarts...

Pierre : Bin oui, parce que...

P : ...oh chut...Baptiste.

Baptiste : Bin, c'est vrai parce que...

P : C'est vrai, attendez, est-ce que...Chloé, tu as une petite idée ou pas ? Baptiste, alors explique-nous pourquoi tu penses que c'est vrai ? Louise, tu penses que c'est vrai aussi ? Oui. Baptiste allez, dis nous.

Baptiste : Heu, parce que j'ai mesuré et que ça faisait bien $7/4$.

P : Ah, d'accord, tu as vérifié avec ta bande, et ça marche. D'accord. Tout le monde a vérifié avec sa bande ? Manon ?

Manon2 : Moi, en fait, j'ai pris, heu j'ai pris une unité plus trois quarts de u et vu que une unité c'est $4/4$ j'ai fait quatre plus trois et ça a fait 7.

P : Milo, tu peux réexpliquer ce qu'elle a fait Manon ?

Milo : Elle a fait, heu, deux u normal et en fait elle a retrouvé...

P : Non, ça c'est ce quoi tu étais en train de faire, mais ce n'est pas ce qu'elle a expliqué... Toi, t'étais en train de faire ça... Donc forcément tu ne devais pas écouter ce que disait Manon. Antoine, tu as compris ce qu'elle était en train de raconter Manon ?

Antoine : Non pas vraiment.

P : Pas trop. Tu as écouté ce qu'elle a expliqué ? Clément ? T'as pas compris ? Manon, est-ce que tu veux bien réexpliquer, parce que visiblement, dans ce coin là, ça va pas...

Manon : Bin, en fait, j'ai fait, vu que u c'est quatre quart...

P : Alors, stop, déjà arrête toi là. Est-ce que vous êtes d'accord pour dire que une unité c'est quatre quart.

Es : Oui.

P : Bé oui, oui parce que tout le monde dit oui ou oui je suis convaincu que une unité c'est égal à quatre quart.

E : Oui, j'en suis convaincu.

P : Elle est où ta bande ? D'accord, si on parle de quart, ça veut dire que la bande on l'a coupée en quatre parties. Si je prends quatre parties sur quatre.

E : Ca fait quatre quarts.

P : D'accord, et hier on avait bien dit que...

E : C'est égal à un.

E : Quand le numérateur est égal au dénominateur...

E : Si N D est...

P : Donc si le numérateur...

Es : ...est égal au...

P : Oui, mais Clément il écoute pas, alors forcément après il s'étonne de pas comprendre, et il fait le petit garçon perdu parce qu'il comprend pas. Mais, après, quand on donne une explication, il n'écoute pas.

(Sonnerie)

Donc...

Es : si le numérateur (brouhaha)

P : La fraction est égale à un, donc là, je peux dire que c'est égal à $4/4$ de u. Et quatre quart de u plus trois quart de u...

Es : Ca fait $7/4$

P : Ca fait bien $7/4$ de u.

Romain : Mais maîtresse, $7/4$, ça fait une unité donc ça fait quatre quart...

P : Alors, attend, [GH]...

Romain : plus un demi, ça nous fait plus 2, 6, plus un autre quart, ça nous fait 7.

P : Et bé voilà, on le retrouve ici. Tout le monde a suivi ce qu'a dit Romain ?

Es : Oui, non.

P : Une unité, c'est quatre quarts, une demi-unité c'est bien deux quarts. Quatre quarts plus deux quarts ça fait bien $6/4$ et un quart, $7/4$. Et là, vous pourriez me dire ce que ça fait ?

Es : Une unité ça fait...brouhaha...

P : Forcément, c'est toujours à la fin que...

P : Alors, si je veux écrire qu'une seule fraction, forcément ça va être sur quoi ?

Es : Sur trois, tiers.

P : C'est quoi le dénominateur ? Trois. C'est des tiers puisqu'on veut des tiers, on a coupé en tiers. Alors ça fait combien de tiers.

Es : Brouhaha.

P : Baptiste ?

Baptiste : Trois tiers...

P : 1, c'est combien de tiers ?

Es : Trois.

P : Trois, bon et bin trois tiers plus deux tiers, ça va faire...

Es : $5/3$.

P : Et là ?

Es : Brouhaha.

P : Non, vous ne parlez pas comme ça à tout va, vous réfléchissez vous levez le doigt et vous ouvrez la bouche que quand vous êtes sûrs de vous. Allez Wajdi, essaye, je te vois qui hésites.

Wajdi : Ca fait, $4/2$...heu

P : Déjà, la fraction elle va être sur 2, ça on est d'accord. Clément ?

Clément : $5/2$

E : $4/2$

E : $3/2$

P : $3/2$, 3. Parce que une unité ça fait...

E : deux demis, plus un demi ça fait trois demis.

P : plus un demi, ça fait trois demis.

E : Ca pourrait être aussi $6/4$.

P : Ca pourrait être aussi $6/4$.

Non, non, non, vous rangez, et gardez les bandes, vous allez en avoir besoin pour l'exercice.

Annexe B. 2. 3 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante C

(06M20S)

P : Vous attrapez le livre de maths. Vous ouvrez page 31 et vous lisez la découverte. Vous lisez le début, on va en discuter ensemble.

Stéphane : Je peux lire maîtresse ?

P : Non, tu le lis dans ta tête silencieusement et on va le relire après ensemble. Vous lisez d'abord tout seul pour bien vous mettre dans la tête ce que l'on va faire.

(07M23S)

P : Bon alors, Stéphane, qui voulait à tout prix nous lire la découverte. Lis le début là.

Stéphane : Pour définir la mesure d'un se-gue-ment...

P : D'un quoi ?

Es : Segment.

P : Un segment. C'est quoi un segment ?

E : Une droite.

P : Non, une droite, c'est une droite, un segment c'est un segment.

E : Heu c'est un truc...

P : Alors, un segment c'est un truc... Non, on essaye d'être précis. Je pense que vous l'avez revu avec Mme Barry (enseignante qui partage cette classe avec l'enseignante C à mi-temps), mais de toute façon vous l'avez revu les autres années. Camille ?

Camille : (inaudible).

P : Non. Ophélie.

Ophélie : C'est deux points qui sont reliés par un trait.

P : Deux points reliés d'un trait. Bon, on commence à s'approcher légèrement. Laurie ?

Laurie : Bin, en fait, c'est un trait avec heu...

P : Un trait ? Mais un trait ça n'est pas un terme mathématique.

E : Une ligne.

P : Une ligne...Sarah ?

Sarah : Une droite avec deux traits.

P : Une droite avec deux traits ? Trait, c'est un terme géométrique ? Je ne savais pas que ça faisait parti du vocabulaire de la géométrie. Mathilde ?

Mathilde : C'est une droite avec deux points.

Es : Non, non.

P : Arrêtez avec vos non, non. Mathilde, tu me dis c'est une droite avec deux points.

E : Deux points aux extrémités ?

P : Deux points aux extrémités. (L'enseignante dessine au tableau).

(Brouhaha)

P : Ca s'approche. Lucas ?

Lucas : C'est une ligne qui s'arrête pas.

E : Si, c'est le contraire.

P : C'est le contraire. Une droite...

E : Inaudible.

P : C'est comme une droite fermée. Alors, une droite...c'est quelque chose qui ne s'arrête pas et qui peut aller jusqu'à l'infini. Un segment, c'est le contraire. C'est une droite qui est...

E : Qui ne s'arrête pas...

P : Si, qui s'arrête, elle est bornée par deux points. Donc ton segment, il commence à un point et il s'arrête à un autre point. Le segment on peut le...mesurer. Une droite, est-ce qu'on peut la mesurer ?

Es : Non.

P : Pourquoi ?

(Brouhaha)

E : On mesure sans arrêt.

P : Ah oui, mais il faudrait ne pas s'arrêter de mesurer.

E : Elle se prolonge jusqu'à l'infini.

P : Elle se prolonge jusqu'à l'infini. On s'arrête pas. Bon, chut ! Donc, un segment on peut le mesurer. Donc on t'écoute. Stéphane.

(0H10M00S)

Stéphane : Leïla c'est servie du segment u qu'elle a pris pour les unités.

P : Qu'elle a pris pour unité. Tout le monde voit le segment u ?

Es : Oui.

P : D'accord. Donc, ça elle dit que c'est les unités.

Stéphane : Elle a rapporté une fois l'unité u puis la moitié du u, de u et enfin le tiers du u, de u. Elle a écrit $u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$.

Es : $\frac{2}{3}$.

Stéphane : $1 + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$.

P : Oh. $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$, ça comment tu le dis ?

Es : $\frac{1}{3}$.

P : On lit ce qu'il y a en haut et comme le trois il est en bas, c'est tiers. Ca, c'est quoi ?

Stéphane : Un demi.

P : Ca c'est quoi ?

Es : Un quart.

P : Un quart. Après c'est plus facile.

Es : Un cinquième, un sixième...

P : Bon, alors, ça va. Un demi, un tiers, un quart. Ok ? Bon alors. C'est un petit peu compliqué, donc si vous parlez dans tous les sens, vous n'allez pas réussir. Donc, Leïla elle a reporté une fois l'unité u. Donc, elle a pris son u. Laurie, j'aimerais bien que tu regardes et que tu écoutes aussi. Regardez ce que fait... Elle a pris son unité u et elle reporté un puis un demi u puis un tiers de u et elle a marqué $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$.

Alors, première question. Première chose à faire plutôt. Reproduis la bande de l'unité u. En te servant de cette bande, trouve quel segment Leïla a mesuré. Alors, on vous propose des segments [AB], [CD], [EF], [GH] et [IJ]. Donc, là vous avez cinq segments qui vous sont proposés. A vous de trouver lequel Leïla a mesuré à l'aide de sa bande u et pour laquelle elle a trouvé comme mesure $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$. Est-ce que la consigne est claire ?

Es : Oui.

P : Vous allez... On te dit reproduis la bande unité u, je vais vous donner un morceau de papier et vous allez le faire. Vous allez travailler par deux avec vos voisins là. Non, non. Les voisins.

E : Maîtresse (inaudible).

(0H13M)

P : Bin, tu relis calmement et tu essayes de...

E : Maîtresse, maîtresse, est-ce qu'on peut échanger ?

P : Non.

(L'enseignante distribue des morceaux de papier)

P : Chut ! Ho, ho. Vous pouvez peut-être avoir besoin d'autre matériel, si vous avez besoin d'autre chose, je peux vous le.... Chut ! Dans le calme.

(Brouhaha)

(0H14M30S)

P : Chut. Ca y est, elle est reproduite la bande u ?

Es : oui.

P : Vous faites trop de bruit !

(Brouhaha)

P : Est-ce que vous avez besoin de la règle ?

Reproduis la bande de l'unité u. Tu l'as fait et après (inaudible).

Chut. Essayez de chuchoter.

(L'enseignante passe voir les élèves individuellement)

P : Le furet il vous donne une petite aide aussi.

P à Stéphane : Première chose à faire : reproduis ma bande de l'unité u. Où il est u ?

Qu'est-ce que vous faites. Bon moi, je punis maintenant et je mets un mot (inaudible). (L'enseignante note le nom d'élèves dissipés au tableau).

(Au milieu du brouhaha les interventions de l'enseignante auprès des élèves sont inaudibles.)

(Des élèves utilisent la règle pour reproduire la bande, l'enseignante ne dit rien. Des élèves mesurent aussi les segments à la règle. Beaucoup ne savent pas comment se servir de u. Des élèves se servent du compas pour reporter mais se servent aussi de la règle graduée)

(0H30M15S)

P : Alors. Chut. Hou hou. On fait une petite pause, on va donner une aide parce qu'il y en a qui sont complètement bloqués et il y en a qui ont bien réussi, qui sont en train de continuer. On s'arrête. Chut. Ecoutez-vous. Tout le monde s'arrête. Vous posez votre bande unité. Assis.

Non, tu t'assois, c'est pas grave, c'est un mini bobo...

E : Non, mais c'est parce qu'il paraît que c'est contagieux, parce que c'est une verrue...

P : Bon allez, file, file. Tu m'agaces. Allez, dépêche toi, on perd du temps. C'est contagieux une verrue, mais n'importe quoi. Allez chut. On en revient à nos moutons. Vous me fatiguez. On imagine par exemple... Il y en a qui n'ont toujours pas compris le principe de mesurer avec les bandes... On imagine que ça c'est ma bande u (grande bande en papier). Comment je fais pour mesurer après par exemple, un demi ? On lève le doigt et on me dit. Comment je fais ? Si ça c'est u comment je fais pour mesurer un demi u. Théo ?

Théo : On plie en entier.

P : On plie en entier ? Non mais je ne sais pas, je ne comprends pas. On plie en entier je ne comprends pas.

Théo : Pour que les deux extrémités se touchent.

P : Que les deux extrémités se touchent ? Comme ça ? Donc, là je l'ai plié en...

Es : Deux.

P : En deux. En deux parties...

Es : Egales.

P : En deux parties égales. Ca, donc, j'ai plié en deux. Ca mesure combien ça ?

Es : La moitié...

P : La moitié de quoi ?

E : 4,2.

P : Ca, ça mesure 4,2 ?

Es : Non.

P : Non, mais moi je m'occupe de ça Laurie !

E : La moitié de u.

P : La moitié de u. Ca ça mesure... Ca c'est u. Ca ça mesure...la moitié de u. $1/2u$. Ok. Je repars de u. Comment je fais pour mesurer un tiers de u ? Chut. On lève le doigt. Qui a une idée ? Paul-Maxime ?

Paul-Maxime : On replie après...

E : La moitié, tu plies la moitié.

P : Comme ça ? Alors, là... Lena ? On a plié en quatre. Donc, ça, ça représente combien ? Le quart. Un quart. C'est pas ce qu'on veut. En combien il faut que je plie pour avoir un tiers ? Clara ?

Clara : inaudible.

P : En combien il faut que je plie pour avoir un tiers ?

E : En trois.

P : En trois. En trois parties de même...

Es : Longueur.

P : Là, ça, ça mesure un tiers. Ok. Alors, qui veut essayer de nous expliquer comment il ou elle a fait pour trouver quel segment Leïla a mesuré et pour lequel elle a trouvé $1u + 1/2u + 1/3u$. Camille ?

Camille : Bin en fait, elle a mesuré le segment EF parce que elle avait mesuré avec un u entier un demi u et un tiers de u. Donc, on a plié en trois et en deux et on a mis le segment qu'on a trouvé sur EF et ça donnait ça.

P : Alors, comment tu as fait exactement. Parce que là on ne comprends pas...

Camille : On a pris la bande, on a fait un petit trait sur la feuille...

P : Alors, je vais expliquer exactement...Je vais vous montrer exactement (l'enseignante dessine un segment EF au tableau). Alors, Camille. J'ai mon segment EF et ma bande u. Qu'est-ce que tu as fait exactement ?

Camille : J'ai placé la bande, heu, u, sur une des extrémités du segment. On a fait un petit trait au crayon à papier à l'autre extrémité de la bande pour savoir où on en était. On a plié notre bande en deux... On l'a remis sur la bande. On a refait un petit trait, on a mis au tiers. Et après ça allait bien.

P : Alors, ça, ça mesurait combien ?

Camille : $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$

E : (résultat en cm)

P : Est-ce qu'on s'occupe des centimètres là ?

Es : Non.,

P : Qui a besoin d'un peu plus d'explications pour ça ? C'est bon ? Alors, deuxième question : trouve la mesure de la longueur des autres segments en te servant de l'unité u. Alors, à vous de trouver pour [AB], pour [IJ], pour [CD] et pour [GH].

E : On le marque où ?

E : On a trouvé.

P : Vous le marquez sur votre ardoise. A deux.

(OH36M25S)

P : Chut. Pour la deuxième question... Chut... Théo ! Pour la deuxième question. Trouve la mesure de la longueur des autres segments en te servant... Non mais je rêve. Théo tu t'assois, Loïc, tu t'assois. Pour la deuxième question, trouve la mesure de la longueur des autres segments en te servant de l'unité u. Heu, Lena me dit : j'ai fini. Elle a trouvé que des mesures en centimètres. Est-ce que c'est ça qu'on demande ?

Es : Non.

P : On demande de faire comme Leïla. D'accord ?

(OH37M30S)

(Des élèves reproduisent les segments sur leur ardoise, en utilisant la règle graduée, pour pouvoir ensuite travailler dessus, d'autres travaillent directement sur le livre sans oser écrire dessus, ce qui fausse leurs résultats. Pour des élèves en difficulté, l'enseignante utilise trois bandes différentes entières, pliées en deux et en trois, sur lesquelles elle note $1u$, $\frac{1}{2}u$ et $\frac{1}{3}u$. Elle efface les résultats faux des ardoises des élèves.)

(Gros brouhaha)

P : Alors, vous avez réussi ou pas ?

(0H53M25S)

P : Chut. A vos places. C'est pas comme ça qu'on se sert du matériel ! Ah... C'est bizarre, quand je mets des noms au tableau, j'ai le calme. Alors, je suis passée voir à peu près tout le monde...

C'est pas grave, c'est bien. Vous avez cherché, c'est bien.

Stop. Vous allez pas chacun me montrer. Je suis passée chacun vous voir... J'aimerais bien que tout le monde écoute et ouvre grand ses oreilles. La raquette de ping-pong sortie à 11h25, ça me dérange vraiment. Ça me dérange. Je ne suis pas en train de faire ma liste de courses pendant la classe donc tu ne sors pas ta raquette de ping-pong pendant que tu es en classe. Alors, heu... Tout le monde a réussi avec plus ou moins de facilité ou pas à mesurer [AB], tout ça. Donc, on ne va pas refaire pour chacun combien vous avez trouvé. On va juste voir GH. Alors, GH, quelle mesure vous avez trouvé pour GH ?

(L'enseignante dessine un segment [GH] au tableau)

P : Voilà [GH], voilà mon unité u. Combien tu as trouvé Laurie ?

Laurie : 1u...

P : Attends, j'ai entendu un u, après j'ai pas entendu.

Laurie : Plus un demi plus un quart...

E : Un tiers.

P : Un quart ou un tiers.

E : Un quart et après un tiers.

P : Encore là, après ?

Es : Non, un tiers.

E : Ca c'est juste mais après c'est un tiers.

P : Alors, on la mesure. (L'enseignante pose la bande sur le segment au tableau). Alors, ça, ça fait combien ?

E : Un u.

(Elle pose un demi)

P : Alors ça fait combien ? Un u plus un demi. Et le dernier, je vais le plier en combien ? Pour le morceau qui va rester ?

E : Un tiers.

P : J'ai plié en combien ?

E : Un tiers.

P : J'ai plié en combien ?

E : En quatre.

P : En quatre. Si tu veux je te refais les... J'ai quatre quart, d'accord ? Donc c'est un u plus un demi plus un quart de u. Ok ? Très bien.

Leïla affirme que le segment GH mesure $\frac{7}{4}$ de u. A-t-elle raison ? Leïla elle dit qu'il mesure $\frac{7}{4}$ de u. Alors, comment on peut faire pour savoir si elle a raison ou pas. Qui peut proposer une solution ? Mathilde ? J'attends. On ne sortira pas tant qu'on n'aura pas élucidé cette question. Comment on peut faire pour savoir si Leïla a raison. Nous on vient de vérifier que ce que Lucas et Laurie avaient trouvé c'était juste. GH, il mesure bien 1 u plus un demi u plus un quart u. Est-ce que Leïla elle a raison en disant qu'il mesure $\frac{7}{4}$ de u. Stéphane ?

Stéphane : Alors, pour prouver, on se sert de nos étiquettes qu'on a découpées.

P : On se sert de nos bandes unité, voilà. Et qu'est-ce qu'on fait ?

Stéphane : Alors, on prend notre étiquette et on mesure par exemple que là c'est un tiers de u.

P : Un tiers ou un quart, parce que vous mélangez tout.

Stéphane : Un tiers.

P : En combien elle est pliée ta bande.

Stéphane : En trois.

P : Un tiers. Tu te sers de ça et tu vas trouver quoi ? Est-ce que... Stéphane, il dit on va prendre notre... On va plier notre bande u en trois et on va s'en servir pour mesurer. Est-ce que ça nous intéresse que ce soit plié en trois ? Lucas ?

Lucas : En fait, il faut faire 7 fois un quart.

P : Qu'est-ce qu'on a en bas Stéphane ? En bas.

Stéphane : Quatre.

P : Un quatre. Donc, ça veut dire que par exemple on peut la plier en quatre. Donc, j'ai ma bande. Je la plie d'abord en deux puis en deux. Donc elle a été pliée en... quatre. Et après, je fais quoi avec ça ?

(inaudible)

P : 7 fois ? On vérifie si on a sept fois... Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept. Est-ce que c'est égal ou pas ?

Es : Oui.

P : Oui. Bon, alors. Qui peut ? J'en ai vu d'autres qui l'ont fait d'une autre manière. Mathias et Camille. Venez nous écrire ici ce que vous avez fait. Ou un des deux.

Camille : En fait, on sait que un u ça fait $\frac{4}{4}$.

P : Attends, stop. Est-ce que tout le monde est d'accord avec ça ou pas ? Camille elle dit, on sait que un u c'est quatre quarts.

Es : non, oui.

E : Le furet il nous dit, pour avoir un tiers...

P : Est-ce qu'on s'occupe des tiers là ? Camille elle nous dit que un u c'est quatre quarts. Regardez par là. Je l'ai partagée en combien ma bande ? Si j'en prends quatre ça fait combien ?

E : 4 sur 4.

P : Ca fait combien ?

E : Quatre quarts.

P : Ca fait quatre quarts. Ca fait ?

E : Un.

P : Ca fait un, d'accord. Donc, Camille elle nous dit un u ça fait quatre quarts. Donc, si on part de là, un u ça fait quatre quarts plus...

Camille : Un demi. Comme quatre quarts ça fait une unité, on plie l'unité en deux, ça fait deux.

P : Alors, elle nous dit que pour faire un demi...Un demi quand on fait comme ça (elle plie l'unité en deux), ça fait deux quarts. Ok.

Camille : Ca fait déjà six quarts. Plus le un quart qu'il reste, ça fait bien 7 quarts.

P : Alors, après, on peut additionner, parce qu'en bas on a la même chose. Chut. Mathias répète.

Mathias : Quand en bas c'est la même chose ça fait... ça fait quatre.

P : Voilà. Quand on a la même chose. On laisse en bas pareil et en haut, on additionne. $4+2+1$, $7/4$. On trouve la même chose. De quoi ? Ce qui est important c'est pas ce (inaudible) c'est est-ce que vous avez compris ce que Camille et Mathias nous on dit là ?

Es : Oui.

P : Oui ? Bon. J'en suis moins sûre. Heu, vous allez pouvoir sortir.

Annexe B. 2. 4 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante D

P : Vous allez sortir de votre classeur de mathématiques, votre dossier « les fractions ».

Vous ne l'ouvrez pas pour l'instant, s'il vous plait. On va essayer de se rappeler des petites choses là-dessus.

On a l'ardoise juste à côté... On va s'en servir.

(0H02M)

Bon allez, stop, on a assez parlé. Donc, vous laissez ce dossier fermé, merci d'avoir écouté la consigne. Alors... Une fraction c'est quoi ? On va essayer de se mettre un petit peu ça en tête... C'est quoi une fraction ? Pas tous à la fois.

E : Une division.

P : Une division.

Julie : un partage.

P : Un partage... On précise un petit peu ? Peut-être en donnant un exemple si c'est plus facile pour vous... C'est moi qui vais le donner alors ? Par exemple tiens, un cinquième. Qu'est ce que c'est ça, par rapport à ce que vous venez de me dire, c'est quoi. J'ai entendu, c'est un partage, c'est une division, ça c'était bien. Maintenant il faut expliquer les choses avec un cinquième... C'est quand même plus facile avec un exemple. Manon ?

Manon : Une part sur cinq.

P : Alors, ça veut dire que tu fais quoi ? J'ai une unité. Qu'est ce que j'en fais de cette chose ?

Emma : On coupe en cinq parties égales.

P : Très bien, plus fort !

Emma : On coupe en cinq parties égales.

P : Très bien, en cinq parties égales.

(0H04M)

Et puis, un cinquième, qu'est ce que m'intéresse ?

Toy : Bin, on en prend une.

P : une partie, une part. Sur ces cinq parts égales. Très bien. Heu... Maintenant... Deux tiers, ça correspond à quoi deux tiers ? Toujours avec mon unité, j'ai une unité, alors, une tarte, un morceau de quelque chose.

Lucas : On prend quelque chose, on le partage en trois parties égales.

P : Alors, $2/3$, je partage en trois parties égales... Et...Et... Axel ?

Axel : J'en prends deux.

P : J'en prends deux, très bien. Alors, maintenant, un rappel sur l'écriture de la fraction. Tiens vous allez m'écrire, j'en dicte trois ou quatre que vous écrivez sur l'ardoise. $1/4$..., $5/8$..., $1/2$..., $20/100$...et $1/3$.

Alors, le chiffre qui est dessous représente quoi ? Vous l'avez dit tout à l'heure. Quentin ?

(0H06M)

Quentin : le nombre de partage.

P : Le nombre de parts. Hein, quand on fait des parts égales. Et le nombre, le chiffre qui est au-dessus du trait ...? Aude.

Aude : Combien de parts.

P : Combien on prend de parts. C'est ce qui nous intéresse. Qui me rappelle le nom de chacun des termes là, de la fraction ? Le terme du dessous ? Bruce ?

Bruce : Le dénominateur.

P : Le dénominateur. Et le terme du dessus ?

Bruce : le numérateur.

P : Bien, alors, ça, c'est fait. On a donc tout ça en tête. Aujourd'hui, on va faire des mesures. on va mesurer des segments en se servant de fractions. Voilà. Alors, je vais vous donner une fiche, une nouvelle fiche de travail, et on va avoir à construire le petit instrument qui va nous servir à mesurer. On va pas se servir d'un double décimètre. On va se fabriquer un, une petite unité, un petit outil qui va nous servir à mesurer les segments. Alors, je vous donne la fiche... Le nom, la date, comme d'habitude.

(0H08M)

P : Voilà. Alors, on encadre le titre, la date... On va lire la petite situation de découverte. Et on va essayer de faire la même chose. Qui est ce qui veut lire un peu. Allez Aude...

Aude : (lit la consigne jusqu'à pris pour unité)

P : On souligne segment u et unité. Vous l'avez juste à côté, la petite bande, la petite bande qui est à côté, ici, qui va nous servir d'unité. Ca va être ça notre petit outil de mesure. On continue...

Aude : (lit jusqu'au bout le texte introductif)

P : Alors, vous soulignez ça, la petite mesure qu'elle a faite, lui a donné une longueur qui mesure, une fois u, en entier, un demi de u plus un tiers de u.

(0H10M)

Alors, maintenant ça va être à nous de travailler. Qui me lit le petit travail numéro 1. Heu, quand tu voudras Arnaud... Julie.

Julie : (lit la question 1)

P : Bon alors, on va donc d'abord, faire la petite unité de mesure, ensuite, on s'en servira...et on essaiera de mesurer tous les segments qui sont dessous. Heu, vous allez la dessiner, regardez bien. Cette petite bande u vous allez la redessiner ici en haut. A la règle, même longueur. Heu...Est-ce que l'épaisseur, est ce que l'épaisseur de cette bande est très importante ? Manon ?

Manon : Non.

P : Non, on se sert de la longueur pour la mesure. Donc, si vous trouvez que c'est trop mince, vous la faites un petit peu plus épaisse. Alors, écoutez bien, vous la faites là-haut parce qu'après il faudra la

découper. Je veux pas qu'on entame trop notre fiche hein... Vous la dessinez ici. Quand elle est bien tracée, on la découpe. Au boulot. Allez, tout seuls vous me faites ça. (0H11M45S)

(L'enseignante a prévu des bandes prédécoupées au cas où...)

(0H12M40S)

P : Alors, quand vous avez tracé votre petit...outil...Là, votre petite bande u. Alors, je vous ai demandé de la faire en haut, assez près du bord, parce que nous allons ensuite la découper de façon à avoir simplement une encoche dans notre feuille. Voilà, là elle est très bien placée... Ici, elle est très bien placée... Bon, je vous montre sur le feuille de Manon. Alors... On récupère le petit morceau sur lequel est tracé u. Ce n'est pas gênant qu'il y ait un petit morceau de papier en moins. Ca ne nous enlève rien du tout. Et ensuite, très proprement, proprement. Je découpe u. Et qu'est-ce que je fais une fois qu'elle est découpée ?

Julie : inaudible.

(0H014M)

P : Non. Avant, je fais quelque chose de très important...

Arnaud : je marque u.

P : Je marque E, U...Oui, ça je peux marquer u dessus. Si je veux. Mais, qu'est ce qu'il va être très important de faire avant d'utiliser cet outil ? Quentin ?

Quentin : Vérifier si c'est bien la même longueur...

P : Ah... Très bien Quentin. Je superpose avec le modèle pour vérifier si j'ai bien la même quoi ? La même longueur. Très bien. C'est très bien. Il faut que mon instrument de mesure soit fiable. Vous vous tournez !!! Il faut que mon instrument de mesure soit fiable. Sinon, bin c'est même pas la peine que je m'embarque dans ce travail. Je ne pourrai jamais vérifier le travail de Leïla si je n'utilise pas le même instrument qu'elle... Allez au boulot, on découpe. (0H15M)

(L'enseignante passe dans les rangs pour voir ce que font les élèves.)

P : Quand vous aurez fait votre vérification pour votre petit outil de mesure. Vous ... (remarque sur les élèves absents)

Alors, quand vous aurez vérifié, vous me direz si vous avez des soucis. C'est-à-dire si quelqu'un n'a pas réussi à tracer la, l'unité à la bonne longueur. Vous me direz. (0H16M35S)

P : Trop petit. Bien, alors levez le doigt ceux qui n'ont pas réussi à obtenir u correctement. Oui... Alors, je vous dépanne, tout ceux qui n'ont pas réussi à tracer leur instrument de mesure, lèvent le doigt. Heu, je trouve que ça fait beaucoup. Ca fait beaucoup qui ne savent pas mesurer. Ca m'inquiète. (Elèves : Clémence, Rémi, Alicia, Aude, Camille, Dorianne).

P : Bon dites-moi, Leïla, elle a mesuré un des segments. Elle a trouvé quel résultat pour la mesure d'un segment. Je ne sais pas encore lequel.

(0H18M)

Tu me dis, heu, Vincent, qu'est ce qu'elle a trouvé Leïla comme mesure... Bon tu ne sais p...

Vincent : $1 + \frac{1}{4}$...

P : Une fois u plus ... $\frac{1}{4}$? On ne doit pas lire au même endroit. Quentin ?

Quentin : Une fois u, plus un demi, plus...

P : ... de u...

Quentin : plus un tiers.

P : Plus un tiers de u. Bon, comment vous allez faire, pour pouvoir vérifier ? Puisque, là, vous avez u pour l'instant. Qu'est ce qu'il nous faut... Alors voyons, qu'est ce que tu en penses Manon ?

Manon : On plie la bande u, on plie la bande...

P : On plie la bande... Qu'est-ce qu'il nous manque en fait sur ce petit outil ?

Arnaud : Des graduations.

P : Très bien, bravo, il nous manque des graduations. Pour l'instant, on a simplement u. Mais si je veux faire des mesures un petit peu plus, comment ?

Manon : Petites.

P : Précises, petites. Il va me falloir des graduations. Alors, quelles graduations vont nous intéresser ? ... Alors, quelles graduations vont nous intéresser Quentin ?

Quentin : Un demi, un tiers, un quart.

P : Très bien. Alors, qui m'explique comment je vais obtenir sur cette bande u, les graduations qui vont me permettre de travailler ? Voyons, Alicia ?

(0H20M)

Alicia : C'était pour la bande...

P : C'était pour la bande. Alors, elle ne veut pas répondre Alicia, qui veut répondre ? Comment je vais avec cet outil de mesure, obtenir les graduations, que Quentin, dont Quentin a besoin, les autres aussi d'ailleurs... Alors. Je vous donnerais pas la réponse. Je vais mesurer mes segments, je vais avoir besoin de certaines graduations. Quentin, lesquelles ?

Quentin : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$.

P : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$. Bien, alors maintenant je vous écoute. Ah, Quentin a une petite idée...Ah...

Quentin : C'est la (inaudible).

P : Ah, non, tu peux pas savoir encore. C'est impossible. Alors, explique nous comment tu peux savoir que c'est tel segment qu'elle a mesuré pour l'instant que tu as dans les mains une petite bande qui s'appelle u...Et, on va vouloir vérifier, un u plus un demi de u plus un tiers de u. Quentin ?

Quentin : On prend la bande d'unité u. On la pose sur un segment...

P : Attends, on est à chercher comment trouver les graduations qui nous intéressent. Pour l'instant je n'ai aucune graduation. C'est comme si j'avais un double décimètre sans graduations pour mesurer un segment. C'est pareil. Là, je veux mesurer les segments et j'ai simplement ça...

(0H22M)

Damien ?

Damien : (inaudible)

P : Je mets un trait à la fin de la bande sur les segments. Là, il est en train de nous expliquer comment il va s'y prendre. Est-ce que vous êtes d'accord ? Il dit qu'on pose la bande sur les segments. Et puis, il dit on met un trait pour voir la mesure de la bande sur le segment. On est d'accord. Oui, on est d'accord, et alors, ça nous donnera quoi ce petit trait au bout de la bande. Qu'est-ce que ça va nous donner ?

Alicia : La longueur de u.

P : Une fois u, voilà, sur le segment. Et puis, après ?

Damien : On a besoin de $\frac{1}{3}$.

P : Ah bé oui ! Tu vas avoir besoin de un tiers Damien. C'est bien, oui, tu vas avoir besoin d'un tiers ! Et puis même de quoi ?

Damien : De un demi.

P : Et d'un demi. On en revient toujours au même problème, une fois que tu auras mesuré ton u, ta bande u. Très bien, bon bé là, cet endroit là, j'ai un u. Voilà. Bruce ?

Bruce : On la plie en deux. Après on la replie.

P : Alors, on la plie en deux. Et ça te donne quoi ?

Bruce : $\frac{1}{2}$.

P : Très bien. On la plie en deux. Et la pliure, c'est quoi la pliure ?

Toy : C'est le milieu.

P : Alors, c'est quoi comme graduation ?

Quentin2 : Un demi.

P : Un demi. Alors, vous pliez bien, puis...vous marquez bien le pli, vous l'ouvrez et puis on va par exemple prendre une couleur de stylo bille, peut-être rouge si vous voulez. Et vous marquez la graduation un demi si vous voulez. Proprement. (L'enseignante dessine la bande et marque la graduation $\frac{1}{2}$ au tableau)

(0h24M)

Alors, elle est coupée en deux. On marque la graduation. Celle-ci c'est un demi. Qui veut poursuivre, qui veut poursuivre ce petit travail de graduation. Julie ?

Julie : On la replie.

P : On la replie. On la replie comment ? Alors, d'abord elle est à quel stade. Là elle est ouverte pour marquer la graduation.

Julie : On la referme.

P : On la referme. On la replie sur un demi. Et puis...

Julie : On la replie...

P : Comment ? La on l'avait pliée en deux. Exactement, alors attention, on n'a pas précisé mais ça paraissait évident. Bien superposé sur le bord. Alors, on en est là hein... On l'a tous pliée en deux, et on a un demi. Je sens que tu sais...allez.

Julie : On la replie...

P : on la replie comment ?

Julie : De l'autre sens.

P : De l'autre sens... Alors de l'autre sens, montre moi, qu'est ce que tu appelles de l'autre sens ? Alors, comment est-ce que ça s'appelle ce que tu viens de faire là devant moi... Par contre, il faut que tu surveilles bien quelque chose quand tu fais ça, et tu l'as pas fait. Elle vient de faire quelque chose.

(0H26M)

Clémence : Un accordéon.

P : Non, pas un accordéon.

Lise : Un quart.

P : Elle vient de faire un quart me dit Lise, c'est-à-dire ? Qu'est ce qu'elle a fait pour faire un quart ?

Lucas : Elle a plié et elle a replié encore et ça a fait un quart.

P : Elle a replié, alors, là, on a un demi... Elle a replié un demi en deux. Allez-y, superposez en faisant bien, bien bien, bien, on écrase bien. Alors, elle a replié, vérifiez bien si c'est, si ça coïncide là, si c'est bien superposé. Ca va ? Bien. On ouvre, et on marque par exemple en vert si vous voulez, pour changer de couleur. Du même côté hein... Du même côté de la bande, on trace le quart.

(Elle dessine au tableau.)

Là on prépare notre segment de mesure. Heu, pour le travail de Leïla, on avait besoin du quart ?

Es : Non.

P : Non. Mais, on suppose qu'on en aura besoin. D'ailleurs si vous avez jeté un coup d'œil rapide sur la feuille que vous avez devant le nez. Vous voyez bien apparaître le quart. Alors, ensuite, voyons Aurélien ?

Aurélien : J'ai cassé ma bande.

P : Ah, tu as cassé ta bande, et bien heureusement que j'ai, attends, elles sont où... J'avais prévu tu penses bien, qu'on risquait de casser la bande. (0H28M).

C'est pour ça que j'avais dit, il n'y en a pas beaucoup qui ont écouté le petit conseil, j'avais dit, si on trouve qu'elle est trop étroite on peut tout à fait, Manon nous avait expliqué que l'épaisseur de la bande, la largeur, n'avait aucune importance. D'ailleurs, qui l'a faite plus large ? J'en ai pas vu beaucoup mais j'en ai vu... Alors, Aurélien a un problème. Qui aussi ? Qui a un problème aussi ? Il n'y a qu'Aurélien ? Toi aussi ? Bien, alors, on en est là. On en est là. Donc, une graduation un demi. Je vois apparaître, les graduations... Vous regardez ? Regardez la vôtre en même temps pour voir si vous avez la même chose que celle-ci. Donc, mon petit outil de mesure, ça y est, commence à être gradué. La longueur totale u, un demi de u, et les graduations au quart. Alors, je vérifie si j'ai bien. Combien de morceaux dans le quart ? Combien il m'en faut de petits morceaux qui valent un quart dans la bande ?

Quentin2 : 4.

P : 4. Alors, on vérifie bien hein... Un, deux, trois et quatre.

(0H30M)

On continue notre travail de préparation de l'outil. Quentin ?

Quentin : Pour faire un tiers...

P : Alors, pour faire un tiers.

Quentin : On plie en accordéon.

P : Alors, là, on a un petit conseil. La petite bestiole là, qui est-ce qui me lit la petite, heu..., le petit conseil, donné par la petite bestiole sur la fiche. Axel ?

Axel : (lit la bulle).

P : Alors, attention, c'est pas je plie en trois comme ça vite fait heu... C'est vraiment, bé je vais chercher, et alors ça c'est délicat parce que ce qui est arrivé à Aurélien pour trouver le demi et le quart, si on plie, on replie, on déplie, on écrase, alors c'est un travail assez délicat, il faut que ça soit plié en trois et que ça se superpose bien. Alors, je vous laisse faire ça, tant que ça ne se superpose pas à un cheveu près, ça n'est pas valable.

E : inaudible.

P : Ah bé oui, mais si tu fais ça, tu te retrouves avec des quarts, un accordéon de quarts. Elle a une idée, on plie sur les graduations... Ca va donner quoi, si je plie sur les graduations ici, hein, ce que nous dit Lise, ça va donner quoi ? Une fois tout plié, un accordéon mais ça va mesurer combien ?

Damien : un quart.

P : Eh bé oui un quart. Et je veux un tiers.

(0H32M)

Donc, il faut combien de bandes l'une sur l'autre, combien de parts. Combien de morceaux. Trois. Voilà, ça doit faire le Z de Zorro.

Alors, il vous faut un Z de Zorro, mais avec trois morceaux équilibrés, égaux. Alors, regardez, la voilà en plus grand.

(L'enseignante a préparé une bande unité en grand format et montre ce qu'il faut faire sur cette bande.)

Un demi, quart, et en noir c'est le tiers. Alors, voilà. Et alors, voyez, ça se superpose mais alors, quand je vous dit un cheveu, c'est vraiment à un cheveu près, hein. Voilà. Allez, puis on fait pareil, on écrase un petit peu et puis on choisit notre couleur. Alors, bleu peut-être pour faire les tiers. Si vous voulez. Qu'est-ce que vous avez utilisé comme couleur. Noir, rouge, vert, bin vous faites les tiers en bleu. Voilà.

Alors, qui il faut que j'aide ? Non, non. Excusez-moi, j'ai mal posé ma question. Qui a abimé sa petite bande et a besoin d'un autre petit morceau ?

(0H34M)

Allez, les autres ils essaient, ils tâtonnent.

(L'enseignante passe dans les rangs et vérifie les bandes)

Regardez un petit peu ce que je vous ai mis au tableau, ça devrait vous aider pour le pliage. Regardez. Vous voyez à peu près à quel endroit ça va se plier, un petit peu avant le quart. *Voilà. A qui c'était ça. Alors tu repasses tes graduations, voilà.*

C'était presque ça, regarde.

Heu, ceux qui sont très à l'aise, ils peuvent dépanner le copain d'à côté, hein.

C'est bon ? Super, super, n'écris pas trop de chose sur la bande parce que tu vas plus pouvoir t'en servir, tu vas plus rien retrouver dessus.

Très bien.

Toi tu aurais pu marquer de couleurs différentes, tu vas être ennuyé là. C'était un petit conseil là aussi pour te rendre les choses plus faciles mais...

Pas super Quentin, parce que là tu ne m'as pas fait des tiers.

C'est bon, super ça, très bien.

Ca y est ? Très bien.

Allez, qui est en peine encore ? Qui n'a pas réussi à faire son petit pliage ?

Qu'est ce que c'est ces traits bleus là ? Qu'est-ce que c'est ça ? C'est du n'importe quoi. Allez, un demi, un quart et après je viens te faire le tiers.

Un demi, un quart, n'importe quoi ? Et, ne dites rien, ils font la bêtise dans leur coin et ils ne demandent pas d'aide.

Après, tout le monde l'a ? Très bien...

[...]

Bon allez, de toute façon, s'il y en a qui n'ont pas leur petit outil bin vous faites avec celui du voisin. Allez.

(0H38M)

Ca se superpose.

Alors, attendez, regardez quelque chose. Regardez ici. Quand je plie. Il y en a qui n'ont pas bien compris ça. Pour avoir trois tiers, je plie en accordéon sur le tiers. Je vais avoir les trois morceaux qui valent un tiers superposé. Ca veut dire qu'ici rien ne dépasse. La pliure et le bout arrivent exactement au même endroit. Et de l'autre côté même chose, le bout de la bande, l'extrémité de la bande et la pliure coïncident, voilà. Alors, si vous n'avez pas ça, c'est que votre pliage sur le tiers est mal fait. C'est bon.

Alors, on ne va pas passer notre temps là-dessus, donc, l'important c'est d'en avoir un pour deux, donc s'il y en a un des deux qui a raté, c'est pas bien grave, hein, on essaie d'avoir un petit outil pour deux, hein... Est-ce qu'il y en a au moins un par bureau, qui marche. Lever le doigt ceux qui n'en ont pas.

E : La mienne elle est cassée.

P : La tienne elle est cassée. Alors, qui n'en a pas un pour deux. Et bé c'est parfait, on va pouvoir commencer à travailler avec. Allez, tu fais quart et demi et je viendrai t'aider. Il faut que ça se superpose.

(0H40M)

Ecoute, Arnaud, je viens de te montrer. Alors, maintenant, travail à faire, qui m'explique ce qu'on va faire. On écoute Lise.

Lise : inaudible.

P : Heu, attends, Damien ne t'écoute pas. On est parti sur le travail de Leïla.

Lise : inaudible.

P : Non, alors, tu vas parler plus fort, ils vont t'écouter. Alors, on part du travail de Leïla qui a mesuré un segment.

Lise : A l'intérieur, il faut mettre une bande, toutes les bandes (inaudibles)

P : Toutes les bandes, mais il n'y qu'une bande.

Lise : (inaudible).

P : Ah, alors, déjà, elle est capable de m'expliquer la situation. La situation, c'est plusieurs segments, Leïla les a mesurés et elle nous annonce une mesure. Qui me rappelle la mesure qu'a trouvée Leïla. Manon ?

Manon: $1u + \frac{1}{2}$ de $u + \frac{1}{3}$ de u .

P : Très bien, donc Lise propose de poser les instruments de mesure sur les divers segments et ... de vérifier par cette mesure, quel est celui dont nous parle Leïla. Comment allez-vous vous y prendre. On avait eu tout à l'heure un petit démarrage d'idée. C'était Damien je crois qui l'avait dit. Doriane ?

Doriane : De faire un trait sur ... (inaudible)

P : De marquer le petit repère au bout de la longueur de la bande, hein. Et on s'était aperçu que c'était très bien pour u,

(0H42M)

mais, il nous manquait des petites choses, alors maintenant, on a tout le matériel dont on a besoin. Alors, vous vous mettez au travail et je passe voir un petit peu ce que vous faites. Quand vous avez trouvé le segment mesuré par Leïla, vous l'écrivez sur l'ardoise.

(0H42M20S)

(Recherche silencieuse, l'enseignante passe dans les rangs.)

(0H45M50S)

P : Alors, comment ça se passe ? Ca se passe bien ?

On note sur l'ardoise le segment qui correspond à la mesure de Leïla hein...

(0H46M55S)

P : Bien, alors, c'est bien silencieux tout ce petit monde.

Alors, qu'est-ce qu'on a fait là ? Alors tu n'as rien... Ah, si tu as commencé, là tu as fait des repères, il t'en manque trois à mesurer. Dépêche-toi.

Ca c'est bien Damien, c'est du beau travail. Et toi, tu en es où ? T'as pas commencé, dépêche toi. T'attends la bande ? Oui, la tienne elle est dans un sale état. Prends la mienne. Voilà. Prêtez-vous hein le petit outil de mesure quand vous avez fini, il y en a qui sont très rapides.

Ca y est tu as fini ?

(L'enseignante continue de regarder le travail et de donner son avis)

Tu es sûre que ça, ça fait un plus un tiers plus un demi ?

(0h49M30S)

P : Bien, alors voyons, je vous écoute, vous avez donc...Tiens, qui est-ce qui va m'expliquer. Axel peut-être tiens, il discute...Qui est-ce qui va m'expliquer comment vous vous y êtes pris pour mesurer la longueur de ces segments afin de trouver le segment mesuré par Leïla. Alors, Manon.

Manon : J'ai pris l'unité, je l'ai mis sur le premier segment après j'ai plié en deux...

P : Bon, alors tu as tout fait sur le premier segment. Qui a fait autrement ? Est-ce qu'il y en a qui ont d'abord pour tous les segments, d'abord posé la bande u. Toi tu l'as fait Clémence. Donc tu as déjà repéré u sur chaque segment. Et après qu'est-ce que tu as fait ? Sur le... Voyons, montre-moi. Tu as posé quoi, sur le reste du segment ? Très bien, voilà. Et j'ai plié suivant... Très bien. Alors, elle a... Clémence, vous allez me dire si vous avez fait comme ça. Clémence elle a d'abord repéré u sur chaque segment. Et dans la partie du segment restante, elle a posé sa petite bande u et quand c'était un petit peu plus petit que la longueur bin elle a plié à l'endroit, ou bien sur le demi ou bien sur le tiers et elle a vérifié combien, quelle fraction de u il restait sur chaque segment. Très bien. Qui a fait autrement ? Qui a trouvé une autre façon de faire ? Damien ?

Damien : J'ai fait les segments un par un.

P : Segments un par un. Alors, sur chacun des segments tu as fait la même chose, tu as posé u. Vous avez tous trouvé au moins u entier déjà. Et après, un morceau de segment restant, que vous avez donc mesuré avec des pliages sur le quart, le tiers ou le demi. Heu... Quel segment, voyons donc, a mesuré Leïla ? Quel est celui dont elle parle quand elle dit u plus un demi de u, plus un tiers de u.

(0H52M)

Toy : [EF].

P : [EF]. D'accord. Qui a trouvé autre chose que [EF] ? Clément ?

Clément : [GH].

P : Alors, [GH]. Qui a quelque chose à répondre à Clément, au niveau du [GH]. Je pense à Quentin au fond qui peut lui répondre quelque chose. Pour le [GH]... Parce que Quentin, lui, il a donné toutes les mesures exactes de tous les segments. Alors qu'on ne lui demandait pas pour l'instant. C'est pas toi qui l'a fait Quentin ? Si. Alors le [GH], réponds à Clément tout de suite.

Quentin : Heu, non.

P : Non. Combien tu as trouvé pour [GH] ?

Quentin : Ca fait $1u$ et $\frac{3}{4}$.

P : $1u$ et $\frac{3}{4}$, oui. Qui aussi a autre chose à dire à Clément. Alors, il n'y a que Quentin qui a mesuré, il a travaillé un peu plus vite Quentin, puisqu'après ça va être le travail qu'on va vous demander pour la deuxième... voilà, pour le numéro deux.

Alors, trouve la mesure de la longueur des autres segments, en te servant de l'unité u. Alors, vous allez donc, mesurer, Quentin l'a déjà fait chacun des segments et écrire à côté, la mesure, alors, par exemple [AB], égal, alors, u plus u, plus... Alors, il peut y avoir, un u entier puisque vous venez de me le dire. Et après, des fractions de u, alors, peut-être qu'il y en aura...Allez-y, chacun me fait ça, mesure... je vais voir Quentin quand même, voir ce qu'il a fait... Tout le monde me fait ça pour les cinq segments.

(0H54M10S)

C'est bien, c'est bien, un demi, un tiers... oui, $\frac{3}{4}$, oui...bravo, alors ça c'est très bien.

Alors, vous les écrivez sur l'ardoise, les mesures que vous trouvez.

Alors...

Elle note les noms des segments au tableau.

(0H55M30S)

Alors, on déjà [CD], on peut déjà en dire, c'est u, un u... C'est peut-être pas, il est pas indispensable de mettre un u, hein... Personnellement je préfère mettre u, plus un demi de u, plus un tiers de u. Ca c'est la mesure de Leïla que nous avons retrouvée, maintenant bin nous allons donner... Qu'est ce qu'il y a ?

Quentin : C'est pas sur [CD], c'est sur [EF].

P : Oh excuse-moi, c'est moi qui fais des bêtises. Quentin suit bien. Allez, dépêchez vous hein les autres.

Quentin, tu peux commencer, toi, à faire, à faire l'exercice 1, tu y arrives tout seul, tu lis, on les fera ensemble après mais Quentin il est prêt à le faire lui.

(0H57M)

(Elle regarde le travail des élèves)

Regarde, il y en a qui ont presque fini et toi tu n'as pas commencé.

Pourtant c'était bien repéré toutes ces mesures, c'est très bien ce que tu as fait tout à l'heure.

Alors maintenant tu écris les mesures de tous les segments.

Très bien Damien, c'est du bon travail ça.

Très bien.

(A moi : ça va nous permettre de parler de fractions équivalentes).

Allez, allez, encore une minute.

Gardez bien votre bande sous les yeux. On va en avoir besoin.

Il faut surtout pas la perdre.

Allez qui n'a pas au moins donné deux mesures de segments.

Tout le monde en a au moins deux. Allez, on y va. Allez je tire au sort tiens, pour que tout le monde travaille.

(0H59M)

Il n'y a aucune raison...

P : Alors, le segment [AB], le trois...Alors, qui est le trois. Alors Clément, combien as-tu mesuré ? Combien as-tu trouvé pour le segment [AB] ? Attrape ta bande. Alors, je t'écoute. Vite, vite, vite, à toute vitesse. Pose-là, ta bande, sur [AB]. Alors, combien tu as repéré, le petit trait au crayon à papier c'est quoi.

Clément : c'est u entier.

P : C'est u entier, après ?

Clément : inaudible

P : Alors, ça va donner quoi, tu l'as fait, allez... u entier et un demi de u, comment on va l'écrire Clément ? Maëva ?

Maëva : inaudible.

P : Très bien, tu l'avais dit hein Clément. Tu n'as pas confiance en toi hein... Bien, qui n'est pas d'accord ? Qui a trouvé une autre mesure pour [AB] ? Deuxième segment [CD]...28, alors, le 28 fait le pont c'est vrai. Le 4, il fait le pont, le 13...fait le pont, 19, alors Toy...

Toy : u entier...

P : u entier...

Toy : plus un demi de u...

P : plus un demi de u... Attention, écoutez bien ce que dit Toy... u entier plus un demi de u...

Toy : plus un demi...

P : plus... ?

Toy : plus un... un tiers.

P : On en est à C pas à E... Alors, tu te trompes, vas-y...

Toy : u entier.

P : Un entier, plus...écoutez bien...

Toy : plus un demi de u plus un demi de u...

P : Alors, Toy nous dit, u plus un demi de u, plus un demi de u. Est-ce que tout le monde est d'accord ? Qui n'est pas d'accord ? Tu peux oser hein Dorianne si tu n'es pas d'accord avec u plus un demi de u plus un demi de u. Oriane ?

Oriane : Moi, j'ai mis u plus u.

P : Alors... Oriane a mis u plus u... Qui a tort et qui a raison ? Clément ?

Clément : Les deux parce que...

P : Les deux. Le deux quoi, ont tort ou ont raison ?

Clément : les deux ont raison parce que... un demi de u plus un demi de u ça fait un u.

P : Très bien, alors un demi de u plus un demi de u c'est u. Donc, qu'est-ce qu'il est préférable de prendre comme mesure ? Même si c'est la même chose, qu'est ce qu'on va écrire, Emma ?

Emma : u plus u.

P : u plus u ? Je vais écrire u plus u ? C'est pas faux hein, c'est pas faux...

Bruce : u plus un demi de u plus un demi de u.

P : Ah, tu préfères que j'écrive cette longue addition ?

Arnaud : Un u plus un u.

P : Un u plus un u. Oui mais ça Emma l'a déjà proposé.

E : Deux u.

P : Deux u... Deux u. deux bandes u mises bout à bout. Voilà, deux u, u et je reporte u. Tout ça c'est équivalent... Alors, un u plus un u, u plus u, deux u, u plus un demi de u plus un demi de u...Heu, j'ai quand même une nette préférence pour les choses simples. D'accord... On continue... Alors, [EF] c'est fait, [GH]... Qu'on finisse quand même ça avant de partir. « 15 » ? Alors, qui me dit pour [GH] ?

Oriane : C'est u plus un demi de u plus un quart de u.

P : Qui n'est pas d'accord avec la mesure de... d'Oriane ? u plus un demi de u plus un quart de u ? Alors, voyons, Manon, qu'est-ce qu'elle nous a trouvé ?

Manon : u plus trois quarts.

P : u plus trois quarts de u. Alors, j'ai Oriane, u plus un demi de u plus un quart de u... u plus $\frac{3}{4}$ de u. Alors, qu'est-ce que vous en pensez, qui a tort et qui a raison ? Quentin, tu écoutes. C'est pas parce que tu es en avance que tu ne dois pas écouter la correction... Alors, on me propose pour [GH], j'ai ces deux possibilités. Qui en a une troisième ? Qui a trouvé autre chose que ça ou ça... ? C'est bon ? Donc, tout le monde est d'accord avec l'une ou... l'un...une de ces deux mesures ? D'accord. Bien. Alors, maintenant qui a tort et qui a raison ? Voilà ? Qui a tort et qui a raison ? Il n'y en a que deux, trois, alors Rémi ?

Rémi : Les deux.

P : Les deux. Pourquoi les deux ont raison.

Rémi : Parce que u plus un demi de u plus ...

P : Alors, il sait que les deux ont raison mais il ne sait pas l'expliquer. Lucas ?

Lucas : Un demi c'est deux quarts.

P : Un demi nous dit Lucas, c'est deux quart, vérifiez sur la bande si c'est bien vrai ce que dit Lucas. Est-ce que un demi c'est bien deux quart. Regardez tous votre bande et regardez bien comment... Qui se rappelle comment on avait fait pour obtenir le quart. Vous vous rappelez comment on avait fait pour obtenir la graduation du quart. Qu'est-ce qu'on avait fait ? Quentin ?

Quentin : On avait fait la bande en deux et on avait replié.

P : On avait plié dans le demi et on avait encore plié en deux ? C'est-à-dire qu'on avait deux quarts hein, dans le demi. Vérifiez, si vous avez bien deux graduation de quart pour faire un demi. Ca marche ? Est-ce que ça marche sur votre bande. Est-ce que c'est véritablement égal ?

Es : Oui.

P : Très bien. Donc, on a ici un demi, c'est-à-dire deux quart plus un quart. Deux quarts plus un quart ça fait...Ca fait ? Trois quarts. Alors, on peut écrire le plus simple, si on veut, ou on peut écrire, si on préfère avoir la décomposition. Un demi de u plus un quart de u, c'est à peu près d'une écriture équivalente on va dire...

Et enfin, on passe au dernier, [IJ], alors [IJ], voyons, « 2 »...

Bruce : un u, plus un demi de u plus un quart.

P : Alors, qu'est-ce qu'il me dit, un u plus un demi de u plus un quart... Vous êtes d'accord ? Qui n'est pas d'accord ? Osez lever le doigt... N'ayez pas peur. Bien, alors qu'avez-vous trouvé ceux qui ne sont pas d'accord ? Maëva je t'écoute...

Maëva : Un u plus un demi plus trois quarts.

P : Vous êtes d'accord. Non plus... Personne n'ose le dire. Damien ?

Damien : Un u plus deux quarts.

P : Plus deux quarts ?

Alicia : Un u plus un tiers plus un tiers.

P : Alors, un u plus un tiers plus un tiers. Qui est d'accord avec ça, qui a trouvé un u plus un tiers plus un tiers ? Qu'as-tu trouvé Quentin ?

Quentin : Un u plus trois quart.

P : Un u plus trois quart alors vous allez tous reprendre la bande et remesurer.

Lise : Moi, j'ai trouvé u plus deux tiers.

P : Alors, quand j'ai demandé qui a trouvé autre chose qu'Alicia tu aurais dû le dire. Alors, on remesure, tout le monde fait sa vérification, ainsi que toi Lise. Et après on va discuter, parce que tu as sûrement une bonne idée. Donc, [IJ], vous remesurez [IJ]. Faites attention quand vous utilisez votre bande parce qu'on avait mis des graduations de couleur alors ne vous trompez pas, c'était fait normalement pour mieux se repérer alors essayez de vous en servir.

Laissez tout le monde vérifier...

Alors, Alicia tu nous redonne la mesure que tu avais trouvée.

Alicia : un u plus un tiers plus un tiers, c'est un u plus deux tiers.

P : Alors, elle nous donne même le choix, u plus un tiers de u plus un tiers de u ou bien, u plus deux tiers de u.

Alors Lise qu'as-tu à dire ?

Lise : C'est la même chose.

P : Alors, Lise, elle avait d'emblée trouvé u plus deux tiers de u . Qui a vérifié et a trouvé ça ? Ou bien plus un tiers plus un tiers ou bien plus deux tiers ? Alors, les autres, est-ce qu'ils ont compris qu'ils avaient peut-être utilisé une mauvaise graduation pour faire la mesure. Tout ceux qui m'ont parlé de quarts, hein, vous avez peut-être fait une erreur tout simplement en lisant la couleur de la graduation. Alors, on a un tiers plus un tiers, et ça vaut deux tiers, alors on va simplifier, on va mettre deux tiers de u , on simplifie le plus possible l'écriture. Quand on a des écritures équivalentes, autant simplifier le plus possible, on raccourcit l'écriture et on la comprend mieux et plus vite... D'accord ? Alors, vous tournez la feuille et vous recopiez ça s'il vous plait derrière.

Appliquez-vous quand vous écrivez des fractions. Regardez, alignez bien le trait de la fraction avec le signe. Là, d'ailleurs il est pas très bien aligné mon signe. Voilà. Bien aligné sur le trait.

(Sonnerie).

Ca nous permettra de faire l'exercice à toute vitesse si on a bien compris ça.

(1H12M)

Annexe B. 2. 5 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, enseignante E

Séance 1

(0h53M)

P : On va donc prendre l'exercice p 35 et on va encore observer nos amis là qui sont en train encore de faire des diableries là...Alors, lis-nous la consigne Ludovic.

Ludo : Reproduis la bande de l'unité. En te servant de cette bande trouve quel segment Leïla a mesuré.

P : Très bien, alors...On vous demande de reproduire cette bande, et ensuite, pourquoi est ce qu'on vous demande de la reproduire à votre avis ?

Anthony : Pour faire, pour la poser sur...

P : Pour la positionner sur les dessins qui sont sur le livre.

P : Alors, ce que je vous propose c'est de vous donner à chacun une bande, un petit morceau de papier que vous allez découper à la taille de cette unité et vous allez donc, avec votre unité, positionner votre unité sur les dessins qui sont placés dessous, et me dire, en faisant ce travail là à deux, écrire sur le brouillon, quelle est donc la fraction correspondante à partir de mon unité u, correspondante au segment [AB], au segment [IJ], au segment [EF], etc....

Athénaïs : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$?

P : Non, non, non, c'est pas, on oublie les chiffres, on s'occupe seulement de l'unité qui est le petit morceau de papier que vous allez fabriquer qui correspond à la distance de l'unité u. Vous cherchez pas à savoir combien de cm, vous ne cherchez pas à savoir si c'est le demi, heu, vous chercher simplement à savoir combien de fois je vais pouvoir mettre mon segment u sur les différentes, sur les différentes droites qu'on a dessiné dessous, est ce que c'est compris par tout le monde?

Es : Oui.

P : Alors je vais vous donner à chacun une bande, enfin à chacun...vous allez travailler un par...un par heu...deux par table pardon.

Il y en a largement assez, donc vous allez découper la bande à sa, à sa...

(0h53M)

à sa dimension.

E : On travaille par deux ?

P : Oui, on travaille par deux, une bande pour deux.

Je préférerais que vous preniez votre brouillon pour chercher.

Vous avez certains déjà travaillé avec les bandelettes avec madame X l'année dernière.

E : Avec madame Y aussi.

E : Et avec monsieur Z.

P : Guillaume tu fais quoi ? Tu travailles avec Justine. C'est un par binôme.

Alors, est ce que vous avez pris la dimension de votre unité u, donc vous prenez votre bande, vous la mettez sur le dessin et vous la coupez à la dimension de l'unité, elle ne doit pas être plus grande que ça votre bande, hein. Ce n'est pas la peine de la transformez en largeur, c'est la longueur qui m'intéresse moi, hein, d'accord.

(0h55M)

Athénaïs : Maîtresse ? Mon problème alors c'est quoi ? Le problème que j'ai posé...

P : Le problème que tu as posé, va être évoqué on va laisser les autres un petit peu se trouver dans la situation pour qu'ils se posent des questions, si on leur donne les réponses avant même qu'ils aient cherché à...trouver des réponses, on va....

Pierre tu es en train de faire quoi ? Là, c'est Maxime qui travaille et toi tu ne fais rien.

Alors, qu'est ce qu'on peut constater avant même de commencer à travailler ? Athénaïs ?

Athénaïs : Que la bande va être coupée en deux ou en quarts ou en tiers.

P : Alors. C'est pas tout à fait ça que j'aurai voulu qu'on fasse en premier lieu, qu'est ce qu'on voit juste comme ça de visu, quand on regarde l'unité et quand on regarde les droites, qu'est ce qu'on remarque...

Océane : Que l'unité elle est plus petite que les droites.

P : Que l'unité est plus petite que les droites, d'accord, déjà. Donc, on va se trouver avec un petit souci c'est que on va avoir une unité pleine et après on va devoir jongler avec heu...avec quoi ? Alors, est ce que vous avez, par exemple si on prend la droite numéro 1, la droite A. [AB], on prend la droite (AB), vous avez, est ce que vous avez superposé...est ce que vous avez superposé votre unité sur la droite (AB) ?

(0h57M)

L'unité c'est u, hein, c'est pas [AB], Maxime il a découpé l'unité à la taille de [AB]. L'unité est à la taille de u, vous l'avez tous u ?

Es : Oui.

P : Bien alors vous allez superposer...Vous c'est pareil, mets moi u, mais pas là...Tu le poses sur [AB], qu'est ce que tu remarques ? Elle est plus petite. Elle est plus petite de combien ? (...) Découpe toi ta bande de façon à ce qu'elle soit égale à u.

Qu'est ce que je constate, je constate que dans ma droite (AB), Maxime, qu'est ce que tu as remarqué ?

Max. D. : Bin que, en fait, la u elle fait $2/3$... Par rapport à [AB].

P : Alors, j'ai [AB]...si je superpose [AB], si je superpose mon unité u sur ma droite (AB), sur mon segment [AB], pardon, il va arriver où à peu près mon segment, mon, mon unité elle va arriver où ?

E : Au trois quarts.

P : A peu près au trois quarts, effectivement. Elle va arriver à peu près là, mais comment je vais faire, comment je vais me débrouiller pour pouvoir mesurer ça ? Je n'ai pas droit à la règle par contre. J'ai droit à juste, à me servir de mon unité, qu'est ce que je fais ?

Claire : On la plie.

P : Je plie mon unité... ? Ah. Je la plie comment ?

Claire : En deux.

P : En deux parties...

Es : égales.

P : En deux parties égales. Alors voyons si en la pliant en deux parties égales, je me débrouillerai à avoir...Donc, je peux faire avec mon crayon à papier.

(Discipline)

Je vais vous demander une chose, avec votre crayon à papier vous allez faire un petit trait discret juste à l'endroit où vous allez d'abord, dans un premier temps, positionner votre unité u, comme ça ensuite, vous allez avoir la possibilité de vous resservir de votre unité u, en la pliant et en me disant qu'est ce que vous trouvez.

Donc, qu'est ce que je vais écrire ? Je m'aperçois que ce qui reste est égal à la...

Anthony : A la moitié.

P : A la moitié de mon unité. Donc comment vais-je écrire, en me servant de l'unité, du petit u, comment vais-je écrire la dimension de [AB] ? Avez-vous une idée ? Je voudrais qu'il y ait plus de deux idées dans la classe, trois idées...D'accord, on lève la main, quatre idées, cinq idées...Allez, allez, plus d'idées que ça...six idées, sept idées. Comment vais-je appeler mon segment...comment vais-je définir la mesure de mon segment [AB] en ne me servant que de u ? Romane ? Samantha ?

Samantha : Bin, on fait $3/2$, en fait ça fait, ça fait trois fois le demi de u.

P : Alors, c'est une très bonne réponse, toi, tu t'es dit j'ai mis mon unité entière et après j'ai mis la moitié de u...donc, une unité entière, ça fait combien une unité entière ?

Samantha : heu....

P : Alors toi, tu dis que [AB], toi tu penses que [AB] est égal à trois demis de u.

Toi, Estelle, qu'est ce que tu penses ?

Estelle : Que c'est égal à un tiers.

P : Heu, toi tu pense que [AB] est égal à un tiers de u...

Estelle : Ah...A un demi...

P : [AB] est égal à un tiers de u...

Estelle : Non à trois quarts, à trois quarts.

P : A trois quarts de u, d'accord. Alors, ensuite y a-t-il d'autres solutions ? Océane ?

Océane : Un entier plus un tiers...non, un entier plus un quart...

P : Alors, $1u + 1/4 u$...

Océane : non, plus un demi.

P : Un quart ou un demi ?

Océane : un demi.

P : Un entier plus un demi de u. Y a-t-il d'autres propositions, Athénaïs ?

Athénaïs : c'est ce que j'allai dire.

P : C'est ça que tu allais dire, y a-t-il d'autres propositions ? Alors, si j'explique, si je regarde un petit peu, pourquoi les trois élèves ont écrit ça, explique moi Samantha comment tu es arrivée au résultat $3/2$, voyons...Avec ton u qu'est ce que tu as fait...

Samantha : Bin, en fait j'ai plié le u en...pour que ça fasse deux moitiés...

P : Tu as divisé le u en deux parties égales, donc tu as transformé le u en une fraction sur deux...

Samantha : Et ensuite, heu j'ai posé sur [AB] et ça fait...[AB], ça fait trois fois la moitié de u.

P : Bon...Très intéressant ce que tu dis mais c'est déjà une démarche drôlement avancée au niveau des fractions, d'être partie de $1/2$ pour réussir à trouver trois demis. Alors ta réponse est juste, maintenant, elle est costaud, très bien Samantha, vraiment heu...C'est super, je suis très épatée. Heu, on va garder ta réponse Samantha, pour, en dernier parce que je crois qu'on va commencer par plus simple, mais c'est très, très bien. Attends Pierre, tu faisais partie de ceux qui ont proposé une réponse ? Je voudrais écouter $3/4$ là. Je voudrais écouter, c'est toi Estelle, tu es toujours d'accord avec ça ? Estelle, comment tu as trouvé trois quarts, vas-y...

Estelle : Vu qu'on a mis le u entier sur [AB], on devrait juste tracer un petit trait, on a pris la moitié de u, on a tracé un autre petit trait, et puis j'ai vu que on l'avait partagé en trois parties égales.

P : On avait partagé quoi ?

Estelle : [AB].

P : [AB] en trois parties égales.

Estelle : En trois parties égales, donc je me suis dit, il y a moins de un demi donc c'est un quart, et comme il y en a trois, c'est trois quarts.

P : Oui, sauf que [AB] n'est pas l'unité...

Estelle : Oui, c'est u l'unité...

P : Oui. Donc, si jamais c'est u l'unité, ta fraction veut dire que tu as divisé u en quatre parties et que tu en as pris trois...Et bé oui, tu as pris ton unité, tu l'as divisée en quatre morceaux...

Estelle : Non. En deux je l'ai divisée...

P : Attends, moi je suis en train d'analyser ta réponse Estelle...

Estelle : Oui.

P : Je dis, tu as pris u, tu l'as divisé en quatre parties puisque tu me donnes une fraction sur quatre et tu en as pris trois sur quatre, donc normalement [AB] doit être égal à ça, est ce qu'[AB] est égal à ça ? Oui ou non ?

Estelle : Non.

P : Non, donc il y a une erreur dans ton analyse...Il y a une erreur dans son analyse, c'est qu'elle n'est pas partie de l'unité.

Estelle : Je suis partie de [AB].

P : Tu es partie de [AB], attention, on ne part pas de [AB], on part de u. Laurie ?

Laurie : 6/4.

P : 6/4, alors est ce qu'on pourrait garder l'idée d'Estelle c'est-à-dire, se dire, finalement, je divise mon unité en quatre petites parties et en fait, je vais rajouter à ces quatre petites parties, deux parties, ce qui veut dire que je vais en avoir 4 plus 2, ça fait bien 6 unités divisées par 4 sur 4, est ce que vous pensez que cette réponse est juste ? 6/4 ?

E : Oui.

Océane : Ah non, c'est 7/4.

Eléa : Bin non, c'est juste parce que si on partage en deux ça fait trois demis, c'est comme ce qu'elle avait dit Samantha.

P : Disons que Samantha est partie sur l'idée qu'on divisait en deux et Estelle est partie sur l'idée qu'on divisait en quatre. Donc, regardez les deux fractions, qu'est ce que je fais, je multiplie par 2 ça donne 4, je multiplie par 2, ça donne 8. Donc l'idée de Samantha et l'idée d'Estelle sont excellentes...L'idée d'Océane...Alors Océane, qu'est ce qu'elle a fait Océane, elle a dit, moi je ne divise pas mon unité pour commencer, je commence par trouver le nombre de parties pleines. Est-ce que dans mon segment il peut y avoir des unités pleines, et elle a répondu quoi ?

E : Oui.

P : Elle a répondu oui, il y a une unité pleine, est ce que vous êtes d'accord avec ça ? Bien, et ensuite, qu'as-tu dit Océane, c'est là que je vais te laisser parler, vas-y...

Océane : Et bé après j'ai fait une petite trace, et j'ai plié en deux...

P : Et tu as plié ton unité en deux, c'est-à-dire que tu as transformé ton unité en deux deuxièmes...

Océane : Et je l'ai posée...

P : Et tu as vu que c'était la moitié de ton unité, donc tu t'es dit c'est la moitié de mon unité. Donc, si notre logique est infaillible, 3/2 u, 6/4 u et 1u + 1/2 u sont trois fractions égales... Vous êtes d'accord ?

Es : Oui.

P : Alors, qu'est ce que je peux observer, quand je vois ça ?

On va juste observer et puis après comme ça demain on pourra retravailler sur...c'est vous qui trouverez les autres réponses. Qu'est ce que je remarque ?...Tout d'abord, une question, comme ça je vais vous aider un peu.

Le segment [AB], est-il plus grand ou plus petit que l'unité ?

E : Plus grand.

P : Il est plus grand que l'unité. Donc, je constate une chose, je viens d'avoir, je garde en tête que mon segment est plus grand que l'unité, qu'est ce que j'observe de mes fractions ? Surtout de ces deux là (remarque : elle parle de 3/2 et 6/4).

Pierre par exemple, qui a l'air d'observer tout sauf les fractions. Qu'est ce que j'observe de mes fractions Pierre ? Qu'est ce que je constate en les regardant ? Y'a pas quelque chose qui est différent de d'habitude ?

Pierre : C'est la même chose sauf qu'il y a des chiffres de plus au numérateur...

P : Je ne comprends pas, des chiffres de plus ?

Pierre : Trois ça fait six et (inaudible) c'est la même chose.

P : Non. Ca a pas de rapport trop avec ce que je demande là...Justine.

Justine : Y'a une solution c'est une addition de fractions.

P : C'est-à-dire, qu'est ce que tu veux dire par là ?

Justine : C'est une unité plus quelque chose d'autre.

P : Oui, mais pourquoi tu me dis addition de fractions, pour arriver à trois demis, tu penses que tu as additionné deux fractions ?

Justine : On a fait une unité plus un demi.

P : Une unité plus un demi, tu dis il y a une addition, d'accord. Ok. Maintenant on laisse ça de côté un petit peu, moi je veux qu'on observe ces deux là. Qu'est ce qu'on constate en observant trois demis et 6/4.

Eléa : Le chiffre du numérateur, il est plus grand que celui du dénominateur.

P : Vous ne l'aviez pas vu ça ? Qui ne l'avait pas vu ?

(Sonnerie)

Et oui, le chiffre du numérateur est plus grand que le dénominateur.

Pierre : Mais maitresse, alors on inverse les chiffres...

P : Ah non, non, on n'inverse pas les chiffres, notre fraction elle est parfaitement juste. Alors, comment explique-t-on que le chiffre du dénominateur, soit plus grand...le chiffre du numérateur soit plus grand que le chiffre du dénominateur ?

Romain : Mais maîtresse normalement ça se peut pas parce que c'est plus grand que entier...

Océane : Si, ça veut dire que c'est un truc entier plus...

Estelle : On n'a pas eu assez de l'unité pour...

P : On n'a pas eu...Pierre, s'il te plaît, je voudrais quand même un minimum de politesse, tant que je ne t'ai pas dit que la leçon est terminée tu ne te lèves pas. Bien.

Donc qu'est ce qu'on peut constater quand une fraction est plus grande que l'unité ?

Athénaïs : Bin, c'est pareil, c'est à peu près pareil que une unité plus un demi, parce que une unité plus un demi, on peut marquer 3, heu, trois demis, heu de u...

P : Bon, on va enlever, on va garder le u dans sa tête...Comment je peux réussir à trouver que trois demis c'est égal à un plus un demi, comment je dois transformer trois demis ? Pour réussir à avoir ça, avec deux fractions...Comment je suis passée de là à là ? Athénaïs ?

Athénaïs : Alors, une unité ça fait deux demis, plus le demi ça fait trois...

P : Pourquoi tu dis que une unité c'est deux demis ?

Athénaïs : (inaudible)

P : Si je regarde mon unité de départ...Pour réussir à trouver, à colorier toute mon unité et pas...je la partage en deux et je colorie les deux parties. Donc, pourquoi est ce que je la partage en deux, tout simplement parce que la deuxième fraction elle est sur deux et que mon dénominateur est sur deux, donc tout chiffre entier est égal...écoutez bien : Tout chiffre entier est égal au numérateur identique au dénominateur, c'est-à-dire que pour avoir le chiffre 1, ça peut être égal à $1/1$, $2/2$, $3/3$, $4/4$, tout ça c'est égal à 1...

Romain : Jusqu'à l'infini...

P : Jusqu'à l'infini...Lorsque le numérateur est égal au dénominateur, la fraction est égale à 1. On va vérifier, comment je réussi à avoir, de $6/4$, je passe à $1+1/2$? Comment je décompose ça ?

Estelle : Bin, deux quarts, ça fait un demi.

P : Attends, attends, attends, je décompose en deux parties, je veux passer de $6/4$ à deux fractions. Heu, Mathilde...

Mathilde : Quatre quarts.

P : Une unité, c'est quatre sur quatre, hein, c'est ce qu'on vient d'expliquer, donc, ça fait quatre sur quatre, plus, combien il manque ?

E : deux sur quatre.

P : deux sur quatre, ça, ça se transforme en 1 et deux sur quatre, je divise par 2, je divise par, ça fait un demi. Voilà. On a bien avancé là...

(Fin de la séance : 1H12M)

Séance 2

(0H08M)

(Le début de séance qui consiste en un épisode de rappel de ce qui a été vu la veille n'est pas retranscrit dans son intégralité)

-L'enseignante demande si les élèves se rappellent par rapport à l'activité de la veille, comment on reconnaît qu'une fraction est plus grande que 1.

-Estelle répond que c'est quand le dénominateur est plus petit que le numérateur. L'enseignante reprend et reformule de trois façons différentes.

-L'enseignante interroge Isaïe sur le pourquoi mais il répond à côté. Elle repose donc la question. Elle interroge Thomas qui ne sait pas, puis Estelle qui répond : « parce que l'unité est trop petite pour mesurer le segment, donc on est obligé d'en prendre d'autres... ». Ce n'est pas ce que l'enseignante attend. Elle repose la question. « Pourquoi quand je regarde une fraction et que le numérateur est plus grand que le dénominateur, je peux dire que ma fraction est plus grande que 1. » Elle prend l'exemple de $8/2$ et demande pourquoi on peut affirmer qu'on a plus d'un gâteau.

-Marine répond alors que « $1/1$ ça fait un gâteau entier, donc on peut pas le diviser ». L'enseignante rebondit là-dessus. Elle reprend que $1/1$ ça fait un gâteau entier. Elle dit alors « à partir du moment où une fraction est sur 1, c'est un nombre entier, n'importe quel nombre entier est égal à lui-même sur 1. » Reprise du fait qu'une fraction est une division et que « tout nombre divisé par 1 est égal à lui-même »

-Elle passe alors à un gâteau divisé en deux, « qu'est ce que je vais mettre au numérateur pour avoir mon gâteau entier ». Justine répond 2. L'enseignante reprend et réexplique.

-Gâteau sur 4. Quelle fraction pour avoir le gâteau entier. Elisa : quatre sur quatre.

-Gâteau divisé en 8. Pierre $8/8$.

-P : Qu'est ce que je peux tirer comme leçon de tout ça ? Marine ?

Marine : Si on fait une fraction qui a le même chiffre en haut et en bas...

P : Elle est égale à...

Marine : à un gâteau entier.

E : à une fraction entière.

E : à l'unité.

P : A l'unité, c'est-à-dire qu'elle est égale à 1. L'unité il est représenté par le chiffre 1.

L'enseignante donne alors divers exemple d'unité (gâteau, bande...)

-L'enseignante repose alors sa question de départ, à savoir, pourquoi on peut savoir qu'une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur est plus grande que 1. Elle interroge Mathilde qui répond « parce que l'unité est plus petite que... », elle n'arrive pas à terminer.

-L'enseignante prend alors l'exemple de $\frac{9}{6}$ et demande si c'est une fraction plus grande que 1. Chloé explique qu'il y a plus de « gâteau entier que de... ». L'enseignante demande quelle est la fraction qui représente le gâteau entier. Elle explique alors que comme 9 est plus grand que 6, on se retrouve avec un gâteau entier et un deuxième gâteau dont on prend trois parts.

-Benjamin est interrogé et parle de « un camembert et demi ».

-P : Voilà ce que représente $\frac{9}{6}$...

-L'enseignante prend alors l'exemple de $\frac{19}{6}$. Elle interroge Florian qui commence par parler de trois parts puis de trois camemberts. L'enseignante les dessine au tableau. Il ajoute qu'il faut les couper en 6. (Interruption discipline). Florian reprend, l'enseignante demande si elle mange les trois gâteaux entiers. Florian réponds 2 et une part. L'enseignante reprend pour montrer qu'elle mange trois gâteaux et une part. Maxime ne comprend pas pourquoi trois camemberts. L'enseignante demande à Florian de répondre, il parle de trois fois six. L'enseignante ajoute : « tu es parti de 19 »... « tu es allé chercher », Florian : « le multiple », « tu es allé chercher le multiple le plus près de 19 »...Retour sur les fractions comme une division. Elle reprend un gâteau entier, $\frac{6}{6}$, deux gâteaux, trois puis quatre. « Quel est le système très, très, très évident pour trouver », E : Une multiplication. Reprise de l'exemple.

-Pierre n'a pas compris comment on trouve les gâteaux, l'enseignante reprends les explications, 6 fois 1, 6 fois 2, 6 fois 3, 18 c'est le plus près de 19...

-Elle conclue sur le fait qu'il faut prendre le temps de choisir la technique qui leur convient le mieux.

P : Donc, maintenant, on va continuer ce qu'on a fait hier, vous allez donc à deux, vous servir de votre bande unité que je vous ai donnée hier et vous allez sur votre brouillon calculer sous forme de fractions, les segments, les quatre autres segments que vous avez à votre disposition.

Vous n'avez pas d'unité, qui n'a pas d'unité ?

Qui a perdu son unité ?

(0H30M)

Vous faites des marques mais au crayon à papier de façon à ne pas abîmer le... Allez. Je vous donne cinq minutes de recherche là, hein. Rapidement.

(0H30M30S)

Vous avez un crayon à papier. Prenez votre cahier de brouillon. Athénaïs, qu'est ce que tu fais ? Tout à l'heure tu étais pressée mais là alors. Vous perdez un temps fou. En vous servant toujours de l'unité u hein, pas de votre règle.

(0H32M)

(L'enseignante s'installe alors à son bureau, les élèves peuvent venir la voir en général, plutôt quand ils ont terminé, en tout cas normalement)

(0H33M45S)

P : Là pour les autres segments, il faut vraiment que votre unité soit conforme à u, il ne faut pas qu'elle soit plus petite ou plus grande que u. Il faut qu'elle soit égale à u.

Vous notez pour chacun des segments qu'est ce que vous avez fait comme démarche, vous notez, j'ai plié mon unité en huit, j'ai plié mon unité en quatre, j'ai plié mon unité en deux, hein, vous le notez correctement.

En aparté aux élèves à son bureau:

Athénaïs : inaudible

P : En fonction de ce qui reste, tu vois toujours que ce sont toujours des segments qui sont plus grands que l'unité, ce que tu dois trouver c'est le reste, le petit morceau de segment qu'il te reste. Ce petit morceau de segment, il faut que tu le mesures, toujours en fonction de ton unité. Donc à toi de voir si ton unité elle est, si ce qui reste est plus petit... Qu'est ce que tu me fais là ?

Alors, on est bien d'accord que, une fraction c'est toujours, on fonctionne avec des parts égales, d'accord.

Donc, l'unité, elle va être entière et après je vais y rajouter soit une demie unité, soit je vais plier ma bande en trois et je vais y ajouter un tiers, soit je vais plier ma bande en quatre, mais ça c'est à toi de définir, à l'œil, ce qui reste, est ce que c'est mon unité divisée par trois, est ce que c'est mon unité divisée par quatre ou est ce que c'est mon unité divisée par deux. C'est à toi de voir, donc ton unité, tu la gères comme tu l'entends.

P : Vous avez à votre disposition, des bandes de papier, si vous souhaitez vous donner plusieurs gabarits d'unités, pour ne pas confondre si vous avez, c'est vrai que c'est des très petites unités, si vous la pliez en deux, c'est vrai que c'est pas très facile après de se resservir de la même bande pour la plier en trois, donc si vous souhaitez faire une seconde unité avec ça, vous le pouvez, elle est à votre disposition.

(0H36M)

(L'enseignante décide alors de découper des gabarits à l'avance et en quantité pour les élèves qui en auraient besoin.)

P : Je vais les découper comme ça, ça vous évitera d'avoir à le faire.

A un élève qui lui montre son travail : tu n'as absolument pas expliqué comment tu as fait.

P : Athénaïs, j'aimerais que tu n'ais pas l'air de ...pffffff. Que tu prennes l'air un peu plus modeste quand tu travailles. Tu l'as fait avec Romane ? Non, c'est elle qui l'a fait toute seule. Athénaïs, il faut absolument que tu te mettes à écouter un peu et à attendre les autres hein. Là c'est...Athénaïs ! Tu vas dehors quand tu éviteras les soupirs et les commentaires désagréables tu reviendras. Tu vas dehors. C'est tout à fait désagréable de devoir réagir comme ça.

Romane tu essaies de réfléchir toute seule. Tu as une petite heu...

E : Maîtresse. C'est normal si ça tombe pas juste ?

P : C'est qu'il doit y avoir une erreur avec ton unité de départ, hein parce que...

P ; Alors, on n'est pas au millimètre près hein, heu, à mon avis c'est que votre unité n'est pas juste parce que normalement, c'est un demi, un quart, un huitième, c'est...ça peut pas être autre chose hein...

E : On marque toutes les possibilités ?

P : Il n'y en pas trente six, il y a une possibilité pour chaque segment.

(0H39M)

P : Est-ce que vous avez réfléchi ensemble ?

Romain : Oui.

P : Est-ce qu'il y a des choses où vous n'avez pas été d'accord ? Vous avez immédiatement trouvé le même résultat. Très bien, alors je vais essayer de regarder ça de plus près. Alors ça correspond à quel segment ça ? Une unité plus un tiers d'unité plus un demi d'unité. Ah, vous avez trouvé ça. Vous allez laisser cet exercice et démarrer l'exercice suivant.

(Un autre élève montre son résultat qui est écrit différemment).

Alors essayez de comparer la manière dont elle a écrit ça par rapport à votre propre résultat.

Océane : Est-ce que par exemple on peut prendre le 2 et le 3 et ça fait 5.

(0H41M)

P : Non, on n'a pas le droit de diviser...on n'a pas le droit d'additionner une fraction qui est sur trois avec une fraction qui est sur deux. Parce que regarde, si tu prends un gâteau de roi par exemple, que tu le divises en deux et qu'à côté tu as le même gâteau des rois qui est divisé en trois, la part du gâteau qui est divisée en deux, n'est pas du tout pareille que celle qui est divisée en trois. Le seul moment où tu as le droit d'additionner des fractions c'est quand tu as le dénominateur qui est le même. Parce qu'en fait tu pars du même type de parts. Les parts sont égales, il faut toujours que les parts soient égales pour les additionner.

Estelle : Maîtresse, c'est juste ou pas.

P : Ah, je sais pas, on va le voir ensemble, si je vous donne à vous la réponse et qu'après on essaie de la chercher ensemble vous n'allez plus avoir aucun intérêt à écouter la réponse. Essayez de me dire quelle est la fraction de départ. Hein. Voilà.

(0H41M30)

P : Est-ce que tout le monde a au moins trouvé une solution ? Vous avez trouvé au moins la mesure d'un des segments ? Chaque groupe a au moins une mesure à proposer ?

Es : Oui.

P : Est-ce que quelqu'un a une mesure à proposer pour [IJ] ? Est-ce que quelqu'un a une mesure à proposer pour [IJ] ? Oui, quelqu'un a une mesure à proposer.

Est-ce que quelqu'un a une mesure à proposer pour [CD] ?

Est-ce que quelqu'un a une mesure à proposer pour [EF] ?

Est-ce que quelqu'un a une mesure à proposer pour [GH] ?

Est-ce que dans chaque groupe vous avez au moins trouvé deux mesures différentes ? Est-ce que vous avez mesuré au moins deux des segments sur quatre, dans chaque groupe.

Es : Heu non.

P : Je voudrais que chaque groupe ait au moins fait la démarche pour deux segments différents.

E : inaudible.

P : Vous avez trouvé. Très bien, alors vous pouvez commencer à faire l'exercice. Vous laissez la page. Vous laissez la page et vous faites sur l'autre page.

(Inaudible)

(0H44M10S)

P : Est-ce que tout le monde a trouvé la mesure pour au moins deux segments ? Qui n'a pas trouvé deux segments ?

C'est beaucoup ça ! Dépêchez vous.

Alors, une fois que vous avez trouvé les quatre segments, vous allez répondre à la question, Leïla a mesuré de son côté, l'un de ces segments, elle a trouvé une mesure qu'elle vous propose, qui s'appelle, une unité plus un demi d'unité plus un tiers d'unité, quel est d'après vous le segment qu'elle a trouvé ? Vous avez trouvé ? Très bien. Donc vous allez me mettre la date dans votre cahier du jour, vous laissez la page entière et vous commencez l'exercice en bas sur la même page, comme ça vous ne perdez pas de temps....

(0H45M15S)

P : Vous en avez trouvé trois ? Benjamin, tu en as trouvé combien ? Vous allez chercher à partir de là quel est le segment que Leïla a mesuré.

(Inaudible, brouhaha)

(0H47M10)

P : Bon, est ce qu'on peut commencer ? Tout le monde en a trouvé au moins deux. Bon vous êtes prêt qu'on fasse une synthèse au tableau ? Tout le monde en a trouvé au moins deux ?

Es : Oui. Non.

P : Tu y arrives ? Un peu ou pas trop ?

(Inaudible)

(0H50M30S)

P : Bon, alors, je vais vous demander maintenant de poser vos stylos.

Nous allons essayer de voir ensemble comment... Quelles sont les petites techniques de façon à ce que, je vais vous redonner tout à l'heure un travail dans l'autre sens, c'est-à-dire que je vais vous donner les unités déjà, les fractions déjà décomposées, et ce sera à vous de fabriquer vos segments.

Alors, je voudrais savoir, pour le segment [IJ], qui peut me donner sa technique par rapport à [IJ] ? Marine ?

Marine : On prend son gabarit.

P : Son unité, son gabarit...

Marine : On le met sur I, ça fait une unité et après, on l'a coupé en huit.

P : Et après on l'a... ?

Marine : Coupé en huit.

P : En huit ? Oui. Et alors ?

Marine : Ca faisait 7/8.

P : 7/8 ?

E : 6/8.

P : 6/8 ? Alors, moi j'ai envie de te dire, 6 c'est un multiple de deux et 8 c'est un multiple de deux, donc 6/8, on peut la transformer dans une fraction où le dénominateur sera plus grand, heu plus petit que 8.

Alors... C'est là que j'ai l'impression qu'il y en a certains qui se sont un peu compliqué la vie. Qu'est ce qu'il fallait faire pour que votre travail il soit simple à faire ? Je vous ai dit vous avez le droit de venir chercher le nombre de gabarits que vous voulez. Donc, en fait, comment est ce qu'on peut diviser une unité ? En combien de parties ? La première fois ?

E : En deux.

P : En deux. Donc en fait, il fallait prendre un gabarit, vous aviez donc votre gabarit unité. Puis ensuite vous preniez votre gabarit unité, un autre gabarit unité et vous le divisiez en deux et puis même on peut le diviser en...

E : Trois

E : Quatre.

P : Le même là...

E : En quatre.

P : En quatre. Donc, si on le divise en quatre, on peut soit se servir de ça comme repère, soit se servir de ça. Avec un gabarit qu'on divise en deux puis en quatre, on était tranquille, on pouvait à la fois travailler sur le quart ou à la fois sur le demi. Et puis ensuite, on pouvait prendre un troisième gabarit, celui là on le divise en...

E : Trois.

P : On le divise en trois.

Estelle : Mais c'est dur à diviser en trois.

(0H53M)

P : Alors, juste une petite technique pour diviser un gabarit en trois parties, je vais le faire sur un grand gabarit moi. Bon, diviser un gabarit en deux c'est pas difficile, on prend un morceau et on superpose le bout de ton gabarit sur l'autre bout. Je fais bien attention à ce que ce soit le même, je marque bien avec un trait au crayon à papier que là j'ai ma fraction divisée par deux...J'ai l'impression de faire des tours de magie. Ensuite je prends mon gabarit, je superpose, soit je fais comme ça et je le replie encore en deux. Ca ça peut être une solution et je fais bien attention de marquer avec mon doigt une encoche, ce qui fait que je me retrouve avec quatre parties. Tout le monde les voit bien. Donc soit je travaille sur la demie, soit je travaille sur le quart. Voilà un gabarit qui va me servir pour deux types de mesures. Je marque bien les traits. D'accord ? Ca va pour tout le monde ?

Es : Oui.

P : Alors, par rapport à trois. Par rapport à trois c'est pas difficile, sauf que je pense que Isabelle et Maxime ne vont pas savoir le refaire s'ils ne m'écoutent pas. Donc là, je prends mon côté et je vais le superposer gentiment, tranquillement, mais je vais faire la même chose avec l'autre. Je fais en sorte de les laisser glisser tranquillement, jusqu'à ce que finalement celui du milieu soit bloqué. Je fais glisser et là je vois bien à l'intérieur. Voyez, je fais glisser à l'intérieur jusqu'à ce qu'il arrive au milieu comme ça et jusqu'à ce qu'il arrive à toucher le bout. Et au moment où celui-là touche le bout ici, voilà. J'ai mon gabarit en trois. J'ai mes trois morceaux. Donc, là du coup, j'ai mon tiers et après qu'est ce que je fais ? Je prends chacune des parties et je les divise en deux. Et j'aurai mon gabarit en six. De trois je passe en six. C'est-à-dire que chacune des parties, chacune des tiers je les divise en deux.

Voilà maintenant je peux fonctionner avec un gabarit 2, 4 ou avec un gabarit 3, 6 et là je suis tranquille. Donc en fait, pour ce type d'exercice, combien dois-je avoir de gabarits ?

(0H55M20S)

Estelle : 2

Romain : 4

P : 4 ?

E : 3.

P : 3. Un gabarit en 2, 4. Un gabarit en 3, 6 et le gabarit de l'unité entière. Et à partir de là, je suis tranquille, j'ai pas besoin à chaque fois de me casser la tête à plier le papier. J'anticipe le travail. Donc, là je vous ai bien laissé tâtonner, il y en a qui ont bien, qui se sont bien désespérés. Mais, prochainement quand vous travaillerez sur un travail comme ça, vous préparerez préalablement vos gabarits... de façon à être tranquilles. Donc, un gabarit peut servir pour deux. L'un...Hein d'accord, vous comprenez, est ce que tout le monde a compris le principe de, de la... On anticipe le travail en préparant les gabarits à l'avance. Oui ? Bien. Bon, ça présente l'avantage aussi que si par exemple on a un petit morceau d'unité, enfin un petit morceau de droite qui reste, je sais pas trop si c'est un tiers ou un quart et bin, je n'ai pas besoin de me servir du même gabarit qui fait que je vais complètement me mélanger les pinceaux parce que c'est très difficile sur un petit gabarit comme vous l'avez vous, de pouvoir définir le tiers ou le quart, hein ? Alors que là vous avez deux gabarits différents, ça vous fait gagner du temps et en plus ça permet d'avoir des mesures bien plus justes. Ok ?

P : Alors, j'écoute maintenant, qui me proposait ? Marine. Donc, tu me dis, tu me dis toi...J'ai donc, j'ai pris mon segment [IJ], j'ai une unité et il me restait quoi après ?

E : 6/8.

P : 6/8. C'est-à-dire qu'en fait, tu es partie sur quel gabarit, sur l'unité entière, sur l'unité en 3, 6 ou sur l'unité 2, 4 ?

Marine : Heu...

P : Quel est le gabarit qui t'as servi pour trouver la suite ? Qu'est ce que tu m'as donné comme réponse ? La deuxième partie de ta fraction ?

Marine : En huitièmes.

P : En huitièmes, alors c'est lequel qui va te servir ? Celui en 3, 6 ou celui en 2, 4 ? Ah ! Là, personne ne peut répondre pour toi.

Estelle : Elle a pris 6/8...

P : Non, laisse la réfléchir, c'est elle qui a une technique, il faut qu'elle aille jusqu'au bout de sa technique. De quel gabarit t'es tu servi. Est-ce que tu as commencé à te servir d'un gabarit que tu avais préalablement divisé en deux puis en quatre puis encore je le divise en deux ça me donne huit ou alors tu t'es servi d'un gabarit que tu as divisé d'abord en trois puis en six et puis en...

Pierre : 8

E : 12

P : Ah non, en douze. Du quel t'es tu servi ?

Marine : En huit.

P : Très bien. Ce qui veut dire, si tu t'es servi du gabarit en huit, ce qui veut dire que tu peux peut-être avec le même papier, non pas te servir du huit avec lequel tu as trouvé 6/8, mais tu peux peut-être te servir du gabarit 4 ou du gabarit 2. Puisque c'est le même papier...Est-ce que vous comprenez ?

Marine : On aurait pu faire une fraction plus petite.

P : On aurait pu faire une fraction plus petite. Qu'est ce que tu penses ?

Marine : On aurait pu faire trois quarts.

P : Alors, à partir du moment où tu trouves 6/8, sans recalculer, comment est ce que tu peux retransformer 6/8 en la rendant plus petite comme tu dis. Moi je vais te dire plutôt en la rendant égale mais avec des chiffres plus petits, c'est ça qu'il vaut mieux dire.

Marine : On divise...

P : On divise...

Marine : 6 en deux...

P : Oui

Marine : Et huit en deux.

P : Si je divise 6 par deux et je divise huit par deux, je me retrouve avec trois... quarts, est ce que ça te va trois quart ? Est-ce que je peux encore supprimer ou transformer trois quarts ?

E : Inaudible.

P : Non, parce que trois n'est multiple que de lui-même, bon quatre c'est bien deux fois deux mais trois, il est multiple que de lui-même trois.

E : Inaudible.

P : Ah un c'est pareil, un tu ne peux pas le rendre plus petit.

Pierre : 4/4.

P : 4/4 c'est égal à quoi.

Pierre : Bin à lui-même.

P : A quoi, à lui-même. Ca veut dire quoi à lui-même ?

Pierre : C'est égal à un.

P : C'est égal à un, oui. Donc, si jamais je t'écoute toi Marine. Pour toi, [IJ] est égal à une unité, plus trois quarts d'unité. Est-ce que tout le monde est d'accord ?

(1H00M)

Es : Oui...

P : Est-ce que c'est ça que vous avez trouvé ?

Es : Oui.

P : C'est vrai ?

Es : Oui non, oui.

P : Est-ce que la majorité ont trouvé ça ? Ceux qui ont, ceux qui ont fait en tout premier vous avez trouvé ça ?

E : Non, nous on a trouvé $\frac{2}{3}$.

E : Oui, nous aussi.

P : Alors, là il y a un problème de mesure, est ce que c'était deux tiers ou trois quarts ? C'est pas pareil.

E : Nous on a trouvé deux tiers, mais nous ça marchait avec trois quarts.

P : Ça marchait avec deux tiers et ça marchait avec trois quarts, alors il faut vraiment maintenant... Vous reprenez tous vos gabarits, vous avez chacun, je vais vous donner chacun deux gabarits différents, vous allez le diviser l'un en quatre, l'autre en trois, et vous allez retravailler vos calculs, parce que vos gabarits, hein que je vois, ils sont vraiment trop divisés par...Allez, refaites moi vos calculs, l'un en trois, l'autre en quatre.

(1H01M)

(Les élèves refont des « gabarits » et vérifient leurs mesures. Elle distribue plus de gabarits unité. Ils discutent avec l'enseignante de leurs résultats. « C'est trois quarts », « c'est deux tiers »)

(1H03M25S)

Max. P. : J'ai trouvé une unité plus un demi plus un quart.

P : Ah non, un demi plus un quart ça fait pas trois quarts.

(Brouhaha)

P : Ah, si effectivement un demi plus un quart ça fait trois quarts. Vous êtes vraiment très très bons.

(Brouhaha)

P : Donc en fait vous vous avez trouvé deux tiers et vous trois quarts...

Estelle : Deux tiers ça marche mais trois quarts ça marche pas.

P : Alors, trois quart, à mon avis la démarche que tu as eu de le décomposer est juste mais à mon avis la mesure n'est pas juste.

Tu dois trouver deux tiers le résultat.

E : Mais il y a que quelques millimètres.

P : Non, il n'y a pas quelques millimètres parce que quand tu regardes un quart et que tu regardes un tiers, c'est vraiment différent. Là tu vois déjà tout est mélangé, donc on comprend pas lequel est

lequel. Alors, c'est quoi là. Voilà c'est un tiers, un tiers c'est quand même là et un quart c'est comme ça. D'accord ? Donc, deux tiers, je vais avoir ça... contre trois quarts, je vais avoir ça...Donc c'est quand même effectivement extrêmement, ça se joue à deux, à trois millimètres près. Si votre unité n'est pas juste au départ, vous pouvez très rapidement vous tromper, donc vous devez vérifier votre unité, donc à la limite vérifier là en la superposant au modèle ou bien, même si vous le souhaitez avec votre règle. Vous avez bien compris le principe, la différence entre les deux ? Vous vérifiez et effectivement c'est $\frac{2}{3}$ et non pas trois quarts, trois quarts c'est trop grand, il y a deux millimètres de trop. Voilà, alors....Ah, sauvés par le gong....

(1H06M)

Lundi matin on retravaillera sur vos résultats, alors gardez bien vos résultats et gardez bien vos gabarits.

Séance 3

(0H01M)

P : Je vous ai photocopié la page 35 de façon à ce que vous puissiez la coller sur votre cahier et pour que vous continuiez donc à travailler sur la recherche des écritures, non pas la recherche des écritures, je dis des sottises...On vous donne l'écriture et vous devez tracer le segment à partir de l'unité, vous vous souvenez ? Donc là, jusqu'ici c'est le premier exercice donc vous allez couper à partir de découverte jusque là. Donc vous allez coller c'est l'exercice que nous avons fait ensemble et normalement vous allez faire la réponse du petit 1, petit 2, petit 3 et une fois qu'on a fait ces trois réponses, on va faire l'exercice, donc vous collez l'exercice. Et vous allez donc, à partir des mesures qu'on vous propose, vous allez fabriquer vous-mêmes vos segments. Allez.

(0H02M)

P : Vous mettez donc la date d'aujourd'hui...

(Travail individuel, remarques, distribution de feuilles d'exercices)

(0H04M50S)

P : Ca y est, ça a commencé ? Est ce que vous avez vu la réponse du problème numéro 1 ? Quel est le segment choisi par Leïla, vous l'avez marqué ça ? Vous allez donc coller la découverte, coller la découverte, d'accord...Et vous répondez à la question un puis à la question deux puis à la question trois. La question 1 étant « quel est le segment que Leïla a choisi ? »...En te servant de la bande retrouve le segment que Leïla a mesuré, donc réponse à la question 1, Leïla a mesuré le segment...Hein, on l'avait fait ensemble, vous devez tout simplement retrouver le segment qui correspondait. Puis ensuite, trouve la mesure de la longueur des autres segments, donc là c'est quelque chose qu'on avait commencé ensemble au tableau, je vous demande de terminer cet exercice, et ensuite, troisième exercice, Leïla affirme que le segment GH mesure $\frac{7}{4}$ de u, a-t-elle raison ? A vous de me dire, si elle a raison, pourquoi, si elle a tort, pourquoi ? Le week-end est terminé et la sieste également, donc là maintenant on ouvre les écouteilles et on essaye de répondre.

Estelle : Maîtresse faut avoir la bande unité.

P : Alors, la bande unité c'est pas difficile, tu vois, tu viens de découper, d'abord, il y a ça. Sinon, il y a des centaines et des centaines de bandes unités ici, vous pouvez largement venir y piocher.

(0H06M30S)

(Travail individuel, remarques)

P : Alors vous prenez des bandes et vous partagez ces bandes avec les copains là-bas.

Ca ce n'est 2/6 là.

Au départ la bande est divisée en combien de carrés, en quatre et chaque carré peut être encore divisé en quatre, ce qui fait que ça va être une division en ? Non, pas en quatre, en huitième. Combien as-tu de huitièmes, tu en as quatre... Quand tu en as quatre sur huit, à toi maintenant de transformer quatre sur huit en une autre fraction. Comme on a fait ce matin, l'exercice de ce matin, allez corrige ça...

Tu n'as pas fait le premier exercice....

Comment veux tu que je fasse, je ne sais pas si c'est un 3, si c'est un neuf ? Si c'est un 5, c'est quoi ?

(0H08M50S)

P : Alors, quel est le segment que Leïla a choisi ? Est-ce que vous vous rappelez ce qu'on avait donné comme réponse ? Eléa ?

Eléa : Le segment [EF].

P : Le segment [EF], pourquoi ?

Eléa : Parce qu'il mesure une unité entière, plus un demi, plus heu...un tiers...

P : Alors, là je crois que ça va être beaucoup trop long si vous vous mettez tous à recommencer les calculs, alors on va essayer de tout faire ensemble...Qu'est ce que c'est que ça, pourquoi est ce que tu as découpé la feuille comme ça ? Qu'est ce que tu m'as découpé... Pourquoi tu as découpé le texte comme ça ? La découverte, c'est quoi la découverte, elle va jusqu'où la découverte ? Jusqu'où ça va l'exercice de découverte. Et bé alors ?...

(0H10M)

Moi je crois qu'il y a des moments tu sais parfaitement ce que tu fais César, mais tu joues à quelque chose qui à mon avis est dangereux pour toi. Tu joues à te faire plus bête que tu n'es, tu vois ce que je veux dire. Mais tu fais celui, soit par excentricité, soit pour te faire remarquer soit pour que je te remarque. Alors découpe moi ça. Il y en a un sur 27 qui n'avait pas compris. Alors, le premier segment, on avait dit qu'il mesurait combien, vous vous souvenez ? Les tiers, les...

Estelle : 2/2.

P : On avait dit deux demis ? Deux demis c'est égal à un...

E : 3/2, 3/2.

P : Combien s'appelle-t-il ce premier segment ? Donc, Leïla, question numéro un, Leïla a choisi, qu'a-t-elle choisi ? Le segment ? Est-ce que tout le monde a trouvé le segment qu'elle avait choisi.

Es : Non.

P : Non. On va laisser des petits points pour l'instant au crayon à papier. On va répondre à la question numéro deux, la question des autres segments. Alors, on a [AB] déjà, on l'a [AB] ? On l'avait trouvé [AB] ?

Estelle : Trois demis...

P : [AB], hein...D'accord, alors [AB] mesure...Que mesure [AB] ? Aller réveillez vous un peu... Vous êtes un peu endormis...Eléa ?

Eléa : Une unité plus un demi.

P : Une unité plus un demi d'unité, ensuite, [IF] ? C'est [IF], c'est ça ?

E : [IJ].

P : [IJ] pardon. [IJ], il mesure combien, qui avait trouvé la mesure d'[IJ] ?

E : Une unité plus deux tiers.

P : Vous êtes d'accord avec heu...Une unité plus deux tiers ?

Es : Oui.

(0H12M)

P : Oui. Deux tiers de u ensuite, [CD] ? [CD] mesure, qui a une proposition à me faire ? Athénaïs ?

Athénaïs : Deux unités.

P : Pardon.

Athénaïs : Deux unités.

P : Deux unités...Deux unités. Ensuite, [EF], [EF] mesure...Qui a une proposition à faire pour [EF] ? Suong-Maï ?

Suong-Maï : Une unité plus un demi plus un tiers.

Eléa : C'est ce qu'il y avait marqué dans la consigne.

Océane : Oui, il ne fallait pas le faire.

Ca dit trouve la mesure des « autres » segments.

P : Oui, d'accord, mais pour pouvoir...D'accord. Pour pouvoir définir que c'est celui là qui correspondait à Leïla il fallait bien chercher toutes les mesures au départ. Donc là Leïla il y a la première démarche...ça correspondait à la première démarche qui était de chercher toutes les mesures et ensuite de définir celle que Leïla avait choisi. Est-ce que vous êtes tous d'accord que c'est celui là que Leïla a choisi. Donc, on va pouvoir répondre ici en mettant [EF] et on va marquer ici [EF] mesure, redis moi ce que tu as dit Suong-Maï.

Suong-Maï : Une unité...

P : Une unité.

Suong-Mai : plus un demi...

P : plus un demi d'unité plus...

Suong-Mai : $1/3$

P : Plus un tiers d'unité.

E : Moi, j'avais mis $5/6$.

P : Et le dernier c'était...Alors, on va voir ensuite si on peut arriver à $5/6$, on va voir. Mais, heu, déjà on peut te dire, $5/6$, est ce que vous pensez que $5/6$ peut être une bonne réponse pour [EF]. Observons $5/6$, qu'est ce qu'on observe, $5/6$?

Estelle : Heu, si on ajoute le 2 et le 3, le demi et le tiers, ça fait 5 et heu...

P : Alors, d'abord tu peux pas rajouter deux demis parce que c'est pas deux demis, c'est un demi.

Estelle : Oui, un demi...

P : Et tu ne peux pas ajouter des demis à des tiers. Tu peux ajouter des tiers à des tiers, tu peux ajouter des demis à des demis. Tu ne peux pas ajouter des parts de gâteaux qui ne sont pas identiques. Tu peux faire une seule fraction si tu te débrouilles à avoir des parts qui sont de la même longueur ou de la même largeur. Mais moi, j'ai envie de vous dire quelque chose là. $5/6$, le numérateur est il plus petit ou plus grand que le dénominateur ?

Es : Plus petit...

P : Alors, qu'est ce que ça veut dire, que cette fraction elle est...

Es : plus petite que un.

P : Elle est plus petite que l'unité. Donc, c'est pas possible que [EF] mesure $5/6$.

Océane : Non, mais [EF] c'est une unité plus $5/6$.

P : Ah, une unité plus $5/6$... Alors, je ne sais pas est ce que un demi plus un tiers, on va voir, est ce qu'un demi plus un tiers peut être égal à $5/6$, on va essayer on va voir comment tu as réussi à trouver ça. Explique-moi.

Océane : J'en sais rien moi j'ai fait avec le gabarit...

P : Alors on va essayer, là on est en train de rentrer dans les leçons...C'est compliqué, mais on va essayer de voir si on peut y arriver. On va essayer de voir si on arrive à quelque chose. Comment puis-je réussir à savoir si c'est réellement vrai ? Comment je peux faire pour comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur ? Si jamais j'avais dit un tiers plus deux tiers, j'aurais dit obligatoirement, $1/3 + 2/3$ est égal à...

E : $3/3$.

P : A trois tiers. J'additionne les numérateurs et je garde les dénominateurs, si jamais je fais $1/3 + 2/3$, il n'y a pas de problème, je peux ajouter, par contre, un tiers plus un demi...

Océane : Et bé là c'est le même problème que sur les jus d'orange là, que vous...(Remarque : le problème sur les jus d'orange a été donné seulement aux élèves très en avance)

(OH16M)

P : Comment je me débrouille à faire ça ? Comment je me débrouille à additionner un tiers et un demi, est ce que je peux additionner ça sans rien changer ?

Estelle : Oui.

P : Estelle ?

Estelle : Bin, $2/3$ ça fait un demi donc on le...

P : Deux tiers ça fait un demi ? Non, ça fait pas, deux tiers ça fait pas un demi...

Estelle : Ah non, c'est deux quarts...

P : Deux tiers ça fait pas un demi, c'est deux quarts qui fait un demi.

Océane : Et sinon on fait, heu, sur heu...

P : A quel moment est ce que j'ai le droit d'additionner des fractions ?

E : Quand c'est le même...

P : Quand c'est le même dénominateur ?

Océane : Dénominateur.

P : Quand c'est le même dénominateur. Comment je vais arriver à ce que, entre un demi et un tiers, on réussisse à avoir le même dénominateur ?

Océane : On additionne les deux. Non.

P : Vous avez vu qu'il est possible de transformer une fraction sans la changer...Hein, des fois quand j'ai envie de la, comment on appelait ça ce matin quand on a corrigé les devoirs, vous vous rappelez, j'ai, quand je la rends plus petite...Je la...

E : Simplifie...

P : Je la simplifie...Je peux simplifier ma fraction, mais je peux aussi l'augmenter. Donc, j'ai bien compris que si je voulais simplifier ma fraction, quel était le code pour simplifier ma fraction ? Sans changer la valeur de la fraction. Eléa ?

Eléa : Je la divise par deux.

P : Pas nécessairement. Ta réponse ne me convient pas. On la divise par deux c'est pas une réponse parce que là...

E : Inaudible.

P : On le divise...

Eléa : On le divise par un multiple de...

P : Qu'est ce qu'on divise ? Attention, il faut être très clair.

E : On divise le numérateur et le dénominateur...

P : Par le...Ne vous compliquez pas la vie, par le même chiffre. Après, lequel, c'est à vous de savoir, mais c'est une autre technique ça.

(0H18M)

Lorsque je divise un nombre, une fraction, c'est-à-dire que je divise les deux parties d'une fraction, le numérateur et le dénominateur par le même chiffre. Je ne change pas ma fraction, est ce qu'en contre-partie, je peux multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre, sans changer la fraction ?

Es : Non, non.

P : Est-ce que j'ai le droit ou pas ?

Athénaïs : Oui.

P : Oui pourquoi ?

Athénaïs : Si on peut le diviser, on peut aussi pas le simplifier mais...

P : Lorsque j'avais mon gâteau qui était coupé en deux. Océane, tu poses ce que tu fais, tu écoutes la leçon s'il te plaît. Mon gâteau ça s'écrivait comment ce gâteau, la partie qui est coloriée ? Ca s'appelait, la demie. On est d'accord, est ce qu'il est possible que je change les termes de cette fraction ?

E : Non.

P : Non ? C'est pas possible.

Es : Si.

P : Pour avoir la même partie là. Pour garder cette même partie. Comment puis-je appeler cette partie encore ? Guillaume ? Comment puis-je appeler cette partie encore, au lieu de l'appeler un demi, comment je peux l'appeler ?

Guillaume : inaudible

P : Pardon, parle plus fort.

Guillaume : Un quart.

P : Un quart. Ca veut dire quoi un quart, ça veut dire que tu coupes ton gâteau en combien de parties ?

Guillaume : En quatre.

P : En quatre parties et que tu en manges ?

Guillaume : Une.

P : Une. Si tu coupes ton gâteau en quatre parties là ? Combien tu vas manger de parts pour pouvoir avoir cette partie hachurée qui te rentre dans le ventre ?

Guillaume : Deux.

P : Deux ! Donc je peux couper mon gâteau en quatre. Et du coup j'en mange deux. Est-ce que je peux encore couper mon gâteau ?

Es : Oui, oui. En huit. En six.

P : En huit. Pas en six, est ce que je peux couper en six là ?

Es : Non.

P : Je vais pas avoir des parts égales si je le coupe en six là. Et tels que je vous connais vous me faites une manifestation si je donne, si je coupe en six et que je donne cette part là à César, cette part ci à Estelle et cette part ci à Suong-Mai...

(0H20M)

Elles vont pas être contentes Suong-Mai et Estelle parce que là, il va y en avoir deux fois plus à manger. Donc, si je veux passer de quatre et que je veux couper en restant égalitaire, je vais couper en ?

Es : huit.

P : En huit bien sûr. Je vais couper chaque, hein...Et là, ma partie de gâteau que, heu...César va se faire un régal d'engouffrer, je vais l'appeler comment ?

Estelle : Un demi.

P : Là, je vais l'appeler comment ? 4...

Es : huitièmes.

P : 4/8, êtes vous certains dans vos têtes qu'il s'agit de la même part de gâteau.

Es : Oui.

P : Donc, est ce que j'ai le droit de changer ça en ça en disant, c'est la même chose ? La même fraction.

Es : Oui.

P : Comment j'ai fait pour passer de là à là ? Je regarde pas ça, je regarde ici.

Es : On a multiplié (inaudible, l'enseignante parle par dessus).

P : On a multiplié le numérateur par deux et le dénominateur par deux. Comment suis-je passée de là à là ?

E : Pareil.

P : J'ai multiplié le numérateur par deux et le dénominateur par deux. Est-ce que j'aurais pu multiplier le numérateur par trois et le dénominateur par trois ?

Es : Non.

P : Non ?

Es : Si.

P : Evidemment. Trois sixièmes c'est encore...

E : Même par quatre.

P : ...La même fraction. Oui ou non ?

Es : Oui.

P : Je peux très bien sur mon gâteau, je suis en demis, diviser ça en trois parties. Je multiplie par 3 ça fait trois sixièmes. Donc j'ai le droit de faire, de multiplier ma fraction par n'importe quel chiffre à condition que ce soit le même en haut qu'en bas. Donc, maintenant vous allez me dire comment je vais me débrouiller à ce que un demi, devienne une fraction en sixièmes, et que un tiers devienne une fraction en sixièmes. C'est pas possible ?

E : Si.

P : Isaïe ?

Isaïe : Bin, on va faire, heu... On va faire heu, trois divisé par six...

(0H22M)

P : Eléa ?

Eléa : Pour un demi, pour que ça passe à 5/6...

P : Attends...Pour que ça passe en sixièmes, tu ne sais pas à combien ça va passer en sixièmes. Tu sais pas 5/6, ça c'est la proposition d'Océane ça. On est en train d'essayer de voir si elle est juste dont tu oublies ça 5/6, tu l'oublies. Le but c'est que je dois arriver à une fraction en sixièmes, et j'ai vu que pour additionner deux fractions faut qu'elles aient le même dénominateur, sinon ça ne fonctionne pas. Donc, je dois me débrouiller à transformer celle là en sixièmes et à transformer celle là en sixièmes, donc comment va-t-on faire pour transformer un demi en une fraction qui va avoir comme dénominateur six ? Maxime ?

Max D. : On multiplie par trois le dénominateur.

P : Ah, et le numérateur ?

Max. D. : Bin, on l'a déjà dit.

P : Qu'est ce qu'on a déjà dit ? Quelle est la condition, la condition *sine qua none*, la condition on ne peut pas faire autrement ? Pour ne pas changer la fraction, je suis obligée de multiplier...les...

Es : deux.

P : ...les deux parties. Attention, il ne faut pas en multiplier qu'une, qu'est ce que je vais faire alors pour arriver à ce six là.

Océane : Bin déjà, on a déjà sur le deuxième gâteau...

P : Ici, pour arriver à un demi. A ce que ma fraction soit divisée par six.

Océane : On divise...On multiplie par trois.

P : On multiplie le un par trois et le deux par trois. Et je vais avoir quoi comme fraction ? Ca va se transformer en...

E : 3/6

P : ...3/6. Et l'autre, comment je vais faire pour que ça devienne 6 là.

E : Je multiplie par deux.

P : Je vais multiplier par deux et je vais multiplier par deux.

P : Oui ou non ? Et là je vais avoir quoi ?

E : 2/6.

P : 2/6. Et maintenant je peux les additionner puisqu'elles sont toutes les deux en sixièmes. Comme vous l'année prochaine d'ailleurs, normalement...

(0H24M)

Donc, qu'est ce qui va se passer ? 3+2 ?

Es : 5.

P : 5 ?

Es : sixièmes...

P : 5/6, donc Océane tu as bien vu, tu as bien vu juste, mais pour pouvoir trouver ça faut pas que ce soit du hasard hein. Il faut que tu passes par cette étape là.

Océane : Ah bé je suis passée par ça moi... (Elle montre les bandes)

P : Ah bé c'est très bien, tu es passée par les, la manipulation de l'unité coupée en pleins de petits morceaux et on s'aperçoit qu'on peut parfaitement prouver la manipulation même quand on est en train de s'occuper de sa règle avec son ciseau.

E : Moi, j'ai trouvé quatre cinquièmes.

P : Alors, 4/5...Non, 4/5 tu peux pas. Tu peux pas parce que tu peux pas transformer 2 en 5 et trois en 5. Alors, je répète. Lorsque j'ai comme ça une addition de deux fractions dont le dénominateur est différent, je me débrouille à faire en sorte que le dénominateur devienne le même. Pour ça j'ai une

solution simple, c'est de multiplier le numérateur et le dénominateur par le même chiffre. Je ne suis pas obligée d'avoir le même chiffre pour cette fraction que pour celle là.

Bon, tu vas aller un petit peu dehors Romane, ça va nous faire des vacances, puisque de toute façon tu n'étais pas en train d'écouter la leçon. On va carrément stopper la leçon pour toi, tu vas aller un petit peu dehors prendre l'air et quand tu auras décidé d'écouter la leçon, tu reviendras en classe.

Voilà.

Par contre, je suis obligée pour rendre la fraction toujours égale, de multiplier là, une même fraction, haut et bas par le même chiffre. J'ai pas le droit de multiplier ça par deux et ça par trois. Je suis obligée de multiplier trois et trois. Par contre, pour les transformer, pour qu'elles soient toutes les deux en fractions en six, je peux changer le nombre qui multiplie, mais par contre faut que ce soit le même en haut qu'en bas.

(0H26M)

Ok là ? Alors, on en revient, on va garder Océane cette mesure là parce que là c'est quelque chose qui est presque du domaine de ce que vous allez apprendre en sixième quoi, hein...Donc, on ne va peut-être pas bousculer tout les esprits.

Marine : Pourquoi on n'additionne pas les dénominateurs ?

P : On ne peut pas additionner parce que en fait pour additionner une fraction, il faut que tu partes de la même unité. C'est-à-dire que si tu veux, si tu veux pouvoir additionner, si on prend ça, pour pouvoir additionner une fraction, tu ne peux pas prendre un tiers et le rajouter là. Tu peux mettre un tiers plus un demi, ça tu peux l'écrire mais si tu veux fusionner ces deux petits morceaux, tu ne peux les fusionner que quand tu peux les mettre ensemble dans le même gâteau. Tu comprends ? Et ça vous allez voir quand on jouera au jeu des... au jeu des fractions, le jeu des fractions que je vais vous préparer avec les cubes tout ça, vous allez voir vous allez encore mieux comprendre tout ça, parce qu'en fait vous allez avoir chacun une page avec six camemberts, et ces camemberts là vous devrez les remplir avec des morceaux de fractions. Voilà, donc, quand vous aurez rempli un camembert avec un quart et que quand vous lancerez votre dé vous aurez un demi, vous allez encore mieux comprendre comment je peux mettre un demi dans un camembert dans lequel j'ai déjà un quart. Et le but, évidemment, ce sera de remplir votre camembert en entier. Maxime ?

Max P. : Ca se joue à combien ?

P : Ca se joue à quatre ou cinq. Chacun a son camembert hein.

Isaïe : Maitresse, moi j'ai trouvé une idée tout à l'heure sur la fraction, je regardais en fait, on pourrait mettre deux et trois ensembles, le un et le un ça fait ...

P : Non, mais tu peux pas, tu peux pas additionner des fractions en prenant un petit coup en bas, un petit coup en haut.

(0H28M)

Ca t'as pas le droit hein...Pour additionner deux fractions, je suis obligée d'avoir le même dénominateur, le même ! D'accord. Je ne peux pas additionner deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur. Je suis d'abord obligée de les transformer pour qu'elles aient le même dénominateur.

Et après je les additionne. La fonction plus c'est une fonction qui ne peut marcher que si en bas vous avez le même chiffre. D'accord ?

E : Oui, mais pourquoi on additionne trois et deux et on n'additionne pas 6 et 6 ?

P : Parce que dans la première fraction, tu as pris trois parts sur six et dans la deuxième fraction tu as pris deux parts sur six. Donc, ton gâteau il n'a pas 12 parts, il en a toujours six. Donc, tu as mangé trois parts plus deux parts, donc tu as mangé cinq parts sur les six. Faut faire très attention qu'une fraction ne fonctionne pas comme un nombre entier. On n'oublie pas qu'une fraction est toujours une division. Donc quand vous avez le chiffre $3/6$, qui est un chiffre, c'est un nombre comme un autre. J'ai mangé trois sixièmes d'un gâteau, ça veut dire que j'ai pris mon gâteau et que je l'ai divisé en six, donc au départ, le chiffre de base, c'est $6/6$. J'en mange trois parts, donc, si à côté, mon compagnon, il en a mangé deux. Combien reste-t-il de parts de ce gâteau ?

E : Une.

P : Je ne vais pas commencer à additionner 6 plus 6 parce que 6 plus 6 ce serait une erreur, parce que mon gâteau il n'est pas divisé en douze mon gâteau est divisé en six. Donc, quand j'additionne deux fractions entre elles, première condition, il faut qu'elles soient au même dénominateur, deuxième condition, je n'additionne que les numérateurs. Vous êtes allés là dans la leçon numéro trois, que je comptais faire la semaine prochaine. Voilà, c'est très bien...

E : Donc, la semaine prochaine en fait on ne la fera pas...

P : Oui, sûrement... (Remarque de discipline à un élève)

(0H30M)

Bien, on a fini là, donc vous allez me copier ça hein, voilà.

E : Mais il n'y a pas [GH].

P : Il n'y a pas [GH] ? Allez, on le fait ensemble, quels sont les propositions ? [GH], qu'avez-vous trouvé ? Tu as trouvé quelque chose heu Anthony ? [GH] ? Ah oui tu as l'air de...Le cahier de brouillon dans le casier, c'est sûr que tu dois être en train de suivre les réponses. Allez cherche alors. Allez prends ta, prends ton gabarit, prends ton unité et fais un petit effort de recherche là, vite. Qu'est ce que tu es en train de faire là ? Est-ce que tu as découpé une unité ? Où est ton unité ? Découpe la rapidement ton unité là, allez...On laisse un petit moment réfléchir Anthony, parce que là, c'est pareil, ce sont toujours les mêmes qui réfléchissent.

C'est quoi ça, c'est à qui ça ? C'est un truc qui devrait être collé dans votre cahier de liaison, qu'est ce que ça fait par terre ?

Allez, Anthony, on t'écoute. Combien d'unités pleines ? Combien d'unités pleines dans ton [GH], est ce qu'il y a une unité pleine dans [GH] ?

Anthony : Oui.

P : Oui, donc déjà on peut écrire une unité. Et ensuite, qu'est ce que tu rajoutes ? Une fois que tu as rajouté ton unité, qu'est ce qu'il te reste ? A ton avis ?

(0H32M)

En combien vas-tu diviser ce qu'il reste ?

Anthony : En deux.

P : En deux tu crois ? Forcément si tu divises en deux tu vas avoir ce que tu veux trouver ? En combien avez-vous divisé le reste ? En combien avez-vous divisé le reste ? En combien avez-vous divisé le reste ? Eléa ?

Eléa : Moi, j'ai pas fait pareil. J'ai marqué $7/4$.

P : Oui, bé c'est pareil, vous avez divisé ce qui reste...Vous vous êtes servis de votre unité que vous avez divisée en quatre. Combien de parties sur quatre ? Anthony combien vas-tu prendre de parties sur quatre ?

Anthony : Trois.

P : Trois, c'est super. Donc, effectivement plus trois quart. Que nous dit, que nous dis tu heu Eléa ? Tu nous dit que toi tu as trouvé...

Eléa : $7/4$.

P : $7/4$...Bin évidemment ça fait combien de quart une unité ?

E : Trois

Estelle : quatre.

P : Une unité c'est égal à quatre quart. Oui ? Plus $\frac{3}{4}$, et là je peux parfaitement additionner les deux fractions. Qu'est ce que je suis en train de raconter tout les deux là ?!

E : Additionner les deux fractions...

P : Oui, qu'est ce que je suis en train de raconter ? Qu'est ce que je suis en train d'essayer de faire là...Bon, moi je vais mettre les choses au point tout de suite, si je dois arrêter la leçon toutes les dix minutes pour des questions de discipline, à partir de maintenant je ne vais plus chercher à comprendre, les élèves qui me dérangent, ils partent tout de suite dehors. Donc, tout les deux dehors. On va pas perdre de temps pour des élèves qui sont en train de faire n'importe quoi.

Est-ce que vous avez compris que je peux passer immédiatement de $4/4$ à $\frac{3}{4}$ et que du coup, vu que j'ai le même dénominateur, $4+3$ ça fait 7 , donc ça, ça peut parfaitement s'écrire, elle a raison Eléa, $7/4$. Oui ou non ? Ca va pour tout le monde ça ? Amélie est ce que tu as compris ?

(0H34M)

Océane : Là, ce que vous venez de faire avec Eléa, c'est la réponse au troisième...

Romain : Oui.

P : C'est pas grave, est ce que tout le monde a compris comment je passe de une unité plus trois quart d'unités à $7/4$?

E : Oui.

P : Oui, ça va ou c'est pas trop compris Anthony ?

Anthony : Moyen.

P : Pourquoi qu'est ce que tu as pas compris ? Tu as compris comment je passe de : une unité à quatre quart ?

Anthony : Heu non...

P : Non. Alors, c'est pas tout à fait clair dans ta tête. Une unité, c'est un gabarit, ça peut être une petite bande de papier, ça peut être un gâteau, ça peut être un camembert, ça peut être un carreau. C'est une unité, qui peut se diviser en morceaux...Pour avoir l'unité pleine, il faut que j'ai tout les morceaux de cette unité. C'est-à-dire que si je divise mon unité en quatre parties, il faut que je prenne les quatre parties de mon unité. Ce qui va me donner une fraction égale à...

Anthony : heu quatre...

P : Quatre, sur... Quatre. Si je divise mon unité en huit, si je veux prendre toute mon unité, je vais appeler ma fraction...

Anthony : Heu, huit huitièmes.

P : Huit huitièmes. C'est-à-dire que chaque fois que j'ai le chiffre un, il est égal à ce que tu veux, sur ce que tu veux. Et c'est le même chiffre. Un est égal à un sur un, un est égal à deux sur deux, un est égal à trois sur trois...et à l'infini. Je vais pas vous les dire tous j'aurai pas assez de ma vie pour le dire. Du moment que vous avez un chi...un nombre et que vous le mettez sur le même nombre, c'est égal à un. Donc, toute unité peut être transformée en une fraction où le numérateur sera égal au dénominateur. Donc, à moi de choisir le dénominateur que je veux en fonction de l'autre morceau. De façon à pouvoir les additionner. Ici, si j'avais voulu additionner une unité plus un demi, j'aurai transformé une unité en...

E : Heu...En...heu...

P : En ?

E : $2/2$.

P : En deux demis.

(0H36M)

On va pouvoir additionner le deux et le deux ça ferait deux. Deux et un ça ferait trois. Voyez. Pour éviter à avoir à faire des multiplications après quoi. Donc à moi de transformer mon unité avec le dénominateur des fractions qui sont après.

Allez, maintenant je vous ai donné tous les éléments, alors vous recopiez.

Romain : Et nous on a fait les trois.

P : Vous avez fait les trois ? Vous avez recopié les réponses aux trois questions ?

Es : Oui.

P : Alors, maintenant vous passez à l'exercice suivant.

Annexe B. 2. 6 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 15, enseignante E

P : Vous allez mettre vos Euromaths entre vous... Vous avez pas d'Euromaths ?

E : Quelle page ?

P : Est-ce qu'il y a moyen de s'organiser autrement. Normalement vous avez tous un Euromaths pour deux. Où sont passés les Euromaths ?

E : Mais, maîtresse on a changé de place.

P : Vous voyez quand vous avez deux Euromaths vous en passez un à ceux qui n'en ont pas.

(Brouhaha)

P : Bon, vous faites un petit effort et vous regardez dans vos casiers. Bon vous faites un petit effort parce que je vais pas aller dans les casiers fouiller moi... Et je suis sûr que tout d'un coup il va y avoir des Euromaths qui vont ressurgir. Ah ! En voilà un... Ensuite... Qui n'a pas d'Euromaths alors ? Y'a 14 Euromaths dans la classe et vous êtes 25, donc obligatoirement y'a un Euromaths pour deux.

Bon, on va pas perdre trop de temps. Donc en fait je vous ai photocopié la découverte de la leçon. Ca y est tu l'as trouvé ?

Donc, nous allons prendre...Pour l'instant vous allez suivre dans le livre de Euromaths mais après vous aurez chacun à votre disposition une photocopie en couleur de l'exercice.

Donc, on va commencer à travailler page 34 sur la découverte de la leçon 15.

P : Alors, bien sûr avant de commencer à travailler sur les fractions, je voudrais qu'on fasse une mise au point tous ensembles sur ce que vous savez sur les fractions, vous venez de quatre CM1 différents et plus pour ceux qui ont intégré l'école cette année...Donc, vous avez tous entendu parler de fractions ?

Es : Oui...

P : Y a-t-il quelqu'un qui n'ait jamais entendu parler de fractions ? (Anthony lève la main) Anthony n'a jamais entendu parler de fractions...T'étais avec qui l'an dernier ?

Anthony : Mr X

P : Avec Mr X...Bien, et à part Anthony tout le monde se souvient de quelque chose. Alors, est ce que vous avez... Vous allez me dire tous, du moins ceux qui le souhaitent me dire ce que... ce dont vous vous souvenez sur les fractions. On va noter tous ça au tableau et puis après on verra si ça correspond à ce qu'on attend... Marine

Marine : Les fractions c'est quand on a un gâteau et qu'on le divise en deux, ça s'appelle en demi...On peut couper le gâteau en deux, après on peut le couper en quatre et en huit...Et après y'a des marques, ça s'appelle des quarts et puis des tiers...

P : D'accord, Marine, c'est déjà pas mal ce que tu as dit. Est-ce que vous êtes d'accord avec ce que dit Marine ?

Es : Oui.

P : C'est vrai. Tout le monde est d'accord avec ce que dit Marine. Bon. Qui n'est pas d'accord ?

Max. P. : Heu, je suis pas d'accord avec la moitié.

P : D'accord, dis moi.

Max. P. : Heu...

P : Tu n'es pas d'accord avec quoi ? Quelle est la partie du discours de Marine qui ne te conviens pas ?

Max. P. : Heu, par exemple quand on coupe une part en huit morceaux et on en prend un c'est un huitième.

P : Oui.

Max. P.: Et c'est pas ce que j'ai entendu.

Marine : C'est parce que j'ai pas tout dit.

P : Elle a parlé de quart et de tiers. Et sinon est ce que vous êtes d'accord avec tout ce qu'a dit Marine ? Pierre ?

Pierre : C'était pour passer à autre chose.

P : Oui mais moi j'ai des choses à dire sur ce qu'à dit Marine quand même. Bon, je vais suivre l'exemple de Marine et je vais faire un dessin au tableau et je vais expliquer ce que tu m'as raconté. Alors, moi je suis très gourmande vous le savez, donc voilà un gâteau...le fameux gâteau qu'on va manger demain après midi...

E : Ouais...

P : Vous vous rappelez, donc, j'ai mon gâteau, évidemment c'est un gâteau rond puisque c'est une couronne de rois, donc tu me dis Marine qu'une fraction c'est quand je coupe mon gâteau en...

E : Bin quand on coupe en...

P : Le gâteau, bin la première des coupures c'est quoi ?

E : Bin, un demi...

P : En deux...Un demi, ça veut dire que je vais couper mon gâteau en deux, oui ?

Es : Oui.

P : En deux morceaux. D'accord, bin comme moi je suis très gourmande je vais faire comme Astérix. Voilà, ça je vais le donner à Marine et moi je vais me garder le reste et mon gâteau sera coupé en deux morceaux.

E : Non.

Romain : En deux moitiés égales...

P : Bé quoi, elle m'a bien dit de couper son gâteau en deux.

Estelle : Mais moitié moitié.

E2 : Une moitié pour vous et une moitié pour elle.

P : Alors qu'est ce qu'il faut que tu rajoutes dans ta coupure Marine ?

Marine : Bin, une moitié égale...

P : Ah...Ca ça me plaît plus déjà. Donc, quand on coupe en fractions, on va obligatoirement parler de parties égales. C'est-à-dire que si je coupe n'importe quoi en morceaux en parlant, en parties, en petits morceaux, ces parties là elles vont toutes être égales les unes aux autres. Donc, il ne suffit pas de dire je coupe mon gâteau en deux. Je coupe mon gâteau en deux parties égales. C'est pareil quand je coupe mon gâteau en trois. Je peux faire la même chose, voilà Marine et puis, j'ai, bon allez, y'a Mathilde à côté, Mathilde et voilà, moi je me garde le reste et voilà mon gâteau coupé en trois morceaux, en trois parties, vous êtes d'accord ?

Es : Oui.

P : Mais est ce que je vais pouvoir parler de fractions là ?

Es : Non.

P : Et bin non, donc...Première chose dont on va se souvenir c'est que quand je parle de fractions, je parle de coupures, quelque soit l'unité que l'on prend, que ce soit mon gâteau que ce soit une feuille de papier ou un morceau de tissu, quand je parle de fractions, je vais parler de parties égales les unes par rapport aux autres. Ensuite, tu m'as parlé de quoi Marine après ?

Marine : De tiers.

P : De tiers, alors qu'est ce que c'est qu'un tiers ?

Marine : Un tiers c'est quand on coupe en parties égales en trois.

P : On coupe quelque chose, ton unité en trois parties. Et quand tu appelles ça un tiers, tu l'écris comment ?

E : T, i, e, r, s.

P : D'accord, mais en maths, pas en français.

E : 1 sur 3.

E : La division.

P : Voilà, et bin c'est un petit peu une division. Vous vous souvenez qu'on avait parlé qu'on pouvait écrire la division comme ça, on peut écrire la division 1 divisé par 3 et on peut écrire aussi 1 divisé par 3. C'est la même écriture. C'est une deuxième écriture. Donc, on saura pour partir à observer notre nouvelle leçon, déjà que quand on parle de fractions, on va parler de parties égales et qu'ensuite on a un signe qui est un signe mathématique qui nous est imposé c'est que je parle de fractions que je

veux écrire une fraction, je vais trouver un petit peu ce schéma. Donc, je n'en dit pas plus. Donc, un tiers, Marine as-tu d'autres fractions comme ça que tu connais ?

Marine : Un sur quatre.

P : Un sur quatre, alors un sur quatre tu appelles ça un...

Marine : Quart.

P : Un quart, d'accord. Et puis y a-t-il d'autres écritures encore ?

Athénaïs : Bin tout, un huitième, un neuvième, un sixième...

P : D'accord. Ca c'est la lecture d'accord...Mais des fractions qui sont, heu particulières que...

E : Un demi.

P : Un demi...Ca c'est les trois fractions qui sont souvent connues, tiens maman elle fait une recette de gâteau ou papa d'ailleurs, et puis il met un demi litre de lait...Ca ça fait partie de ce qu'on peut entendre à la maison, un demi litre de lait...Un demi litre de lait ça va vouloir dire quoi alors un demi litre de lait ? Qui n'a pas encore répondu ? Estelle ?

Estelle : C'est pas un litre entier, c'est la moitié.

P : On a pris la moitié quand on partage en parts égales, hein, d'accord. Donc j'ai ma bouteille de lait et au lieu de mettre toute ma bouteille de lait dans ma recette, je vais me débrouiller à mettre ma bouteille de lait en deux parties égales et je vais en prendre qu'une moitié. D'accord ? Alors maintenant qu'on a fait cette petite mise au point, ça te rafraichit un peu la mémoire Anthony ? Tu te rappelles à peu près avoir travaillé ?

E : Un peu.

P : Un peu...Donc, on va quand même travailler longtemps dessus donc voilà.

Vous allez maintenant prendre cette découverte que vous avez devant les yeux dans lequel on a ce qu'on appelle en mathématiques des camemberts. Des camemberts c'est la forme d'un camembert, c'est rond. Et en général, c'est l'outil qui est...bin dont on se sert pour pouvoir travailler les fractions. Donc, un camembert, donc là devant les yeux vous avez quatre camemberts. Elisa, tu nous lis la question s'il te plaît.

Elisa : Quel gâteau doivent choisir, Alice, Qwang et Leïla...

P : Vous n'avez pas de livre vous deux ?

E : Bin non.

P : Mais qui est ce qui m'a dit qu'il y avait un livre pour vous ? Bon, je vous prête le mien, attends. Il faut le trouver, il y avait quatorze livres, c'est pas normal qu'il en manque un, il y en a un qui doit être chez vous là.

P : Alors voilà donc le travail qu'on vous demande, quel gâteau peuvent choisir, Alice, Qwang et Leïla pour avoir chacun une part équivalente sans qu'il n'y ait de reste ? Alors, d'abord est ce qu'on a bien

compris cet énoncé ? Est ce qu'on a bien compris cette question. Est-ce que tous les mots de cette question sont sans surprise pour vous ? Est-ce que vous savez ce que ça veut dire ? Athénaïs ?

Athénaïs : Il faudrait qu'ils choisissent le camembert A.

P : Attends, tends tends...Tu pars pas comme un v2, on est en train de commencer à expliquer la définition. Je suis certaine qu'il y en a certain qui ne connaissent pas la définition du mot équivalent. Qui ne connaît pas la définition du mot équivalent ? A mon avis Anthony donne moi la définition puisque tu as l'air de la connaître.

Anthony : C'est pareil, pareil...

P : Le synonyme du mot équivalent, c'est le mot...

E : Egal

P : Egal. D'accord, donc quel gâteau doivent choisir les trois enfants pour qu'ils aient chacun la même part de gâteau ? Et puis bien sûr qu'il n'y ait pas de reste. C'est-à-dire que... qu'est ce que je vais choisir comme gâteau pour que ils en mangent autant, qu'il n'y ait pas de problèmes de qui est ce qui va prendre le petit bout qu'il reste ?

P : Alors, est ce que tout le monde peut donner la réponse comme ça rapidement heu...Ludo, tu peux donner une réponse ? D'après toi ?

Ludo : Heu, c'est le camembert A.

P : Le camembert A. est ce que vous êtes d'accord avec Ludo ? Et pourquoi ? Romain, tu es d'accord avec Ludo ?

Es : Oui.

P : Pourquoi ?

Romain : Heu c'est parce qu'il y a trois parts...égales et heu...

P : Ah, moi ça me plaît que tu rajoutes égales quand même, hein.

Romain : Donc, chaque enfant aura sa part égale.

P : Très bien, quelle comparaison peut on faire entre le camembert A et le camembert B ? Pierre ?

Pierre : Bin sur le camembert B, il y a une grosse part...

P : Oui...

Pierre : Et ça peut pas plaire à tout le monde.

P : Ça peut pas plaire à tout le monde, c'est vrai. Alors on va oublier cette dimension affective.

Pierre : Sur le A y'a des parts égales.

P : Alors par rapport aux camemberts A et B, quand je les regarde rapidement comme ça qu'est ce que je dis ?

Estelle : Bin que le A il est plus égal, tandis que le B il y a une grosse part.

P : Je regarde rapidement, je suis inattentive. Je regarde, ho, qu'est ce que je peux dire ?

Samantha : Bin c'est que on peut mettre A et B parce qu'il y a trois parts.

P : Voilà, très bien. Le camembert A et le camembert B sont tous les deux partagés en trois, donc on pourrait se dire, après tout, voilà des gâteaux déjà coupés en trois. Mais que se passe-t-il ? Est-ce que...Claire ?

Claire : Les parts sont pas égales...

P : Les parts ne sont pas égales. Donc on se retrouve avec la même problématique que tout à l'heure Marine, la gourmande va prendre la grosse part et les autres malheureusement se servir les parts les plus fines. Maxime ?

Maxime : Il peut prendre aussi la C.

P : Ah, il peut prendre aussi la C, voyons pourquoi il peut prendre la C.

Maxime : Bin parce qu'il en prend deux, deux chacun, y'en a trois, y'en a six en tout.

P : Alors, y'en a six en tout, je voudrais que tu me dises il y a six quoi en tout ? Y'a six enfants, y'a six gâteaux ?

Maxime : Y'a six parts de gâteaux.

Suong-Maï : Egales.

P : Y'a six parts de gâteaux égales, vous êtes d'accord avec Maxime et Suong-Maï ?

Es : Oui.

P : Est-ce que le gâteau C est bien partagé en six parties égales ?

Es : Oui.

P : Est-ce que ça pourrait convenir à notre partage du gouter ?

E : Oui. On en prend deux chacun.

P : On en prend deux chacun ?

Es : Oui.

P : Bin c'est très bien tout ça. Donc d'après vous si je dois répondre à ces questions qu'est ce que je vais mettre comme réponse ? Mathilde ? Question A je vais mettre ? Alors quel gâteau peut choisir Alice pour avoir une part équivalente sans qu'il n'y est de reste, quels sont les gâteaux que je peux choisir ? Samantha ?

E : Heu, le gâteau A et le gâteau C. (Samantha)

P : Très bien. Donc j'ai deux possibilités. Donc déjà voilà une première découverte. Une première chose que je peux constater c'est que j'ai deux camemberts, ils vont pas être identiques mais on va

s'imaginer qu'ils sont identiques, hein, vous allez pas m'en vouloir si je dessine pas des ronds, je coupe mon gâteau en trois parties à peu près égales, d'accord, ça vous va comme ça ?

E : Oui.

P : Et ensuite qu'est ce que je fais ? Et celle là je la coupe en six. Très bien. Si je regarde mes deux camemberts là, je fais mes questions, les enfants font le choix du gâteau A, à votre avis est-ce qu'ils vont manger plus ou moins que quand ils font le choix numéro B ?

(A partir de cette question, l'enseignante confond les gâteaux B et C. Le gâteau qu'elle nomme B est en fait le C. Les élèves suivent quand même)

E : Heu, plus.

P : Thomas, tu ne te balances pas...Thomas tu nous dis, ils vont manger plus quand ils choisissent le, le...

Thomas : Heu, égal...

P : Egal, qui est d'accord avec Thomas, ou qui n'est pas d'accord avec Thomas peut-être...Elisa qu'est ce que tu en penses ?

Elisa : Heu, ils vont en avoir moins parce que le B ils ont une part de plus et que pour A ils ont en une de moins.

P : Vous êtes d'accord avec ce que vient de dire Elisa ?

Es : Non, non.

E : Parce que sur une ils auront une grosse part.

P : Elisa, alors, Elisa si jamais je te donne à manger du gâteau, si je te donne à manger B, la manière de manger B, tu vas te sentir frustrée parce que tu en auras moins que si je t'avais partagé la part A, c'est ça ? Qu'est ce que t'en penses ?

E : Je me suis trompée.

P : Tu t'es trompée ?

E : Oui.

P : Alors, effectivement on va toujours avoir tendance à penser que là on va en avoir moins mais qu'est ce qui s'est passé en fait entre le gâteau A et le gâteau B ? Laurie ?

Laurie : Bin, en fait, les gros morceaux du camembert A et bin on les a coupées en deux...

P : On les a coupées en deux...

Laurie : En deux parties égales, le camembert B.

P : En deux parties égales. Donc, en fait, ce qui veut dire si je comprends bien que cette partie là, elle est égale à cette partie là. Oui ou non ?

Es : Oui.

Romain : Le gros morceau il est coupé en deux.

P : Le gros morceau il est coupé en deux. Oui. Bon, je vous demande rien de plus, je vous demande juste de vous rappeler que ce sont deux manières d'écrire une fraction. Donc maintenant on va passer au petit A. Donc, parmi les phrases suivantes laquelle, lesquelles pardon correspondent au choix possible des enfants. Chaque enfant a un tiers du gâteau, chaque enfant a un quart du gâteau, chaque enfant a un sixième du gâteau, chaque enfant a deux sixièmes du gâteau ? Alors, je vais vous demander de commencer à réfléchir par deux et d'essayer de voir d'abord si vous avez trouvé la même chose et d'essayer de voir quelles seraient les solutions. Samantha...Tu n'as absolument pas réfléchi à la question.

E : C'est la réponse C.

P : Oui mais tu dois essayer de voir pourquoi. Non, non. Toi, tu réfléchis toute seule. Vous avez trouvé, oui mais il y en a qui ont pas encore trouvé, donc on leur laisse le temps de chercher. (0H17M56S-0H18M18S)

P : Est-ce que tout le monde a une solution à me proposer ? Qui n'a pas de solutions à me proposer ? Chloé, tu n'as pas de solution ? Vous n'avez pas trouvé avec Benjamin ?

E : Non, mais il veut pas travailler avec moi.

P : Non, je suis pas d'accord, tu vas travailler avec Chloé Benjamin.

E : Mais j'ai trouvé.

P : Oui mais tu en discutes avec Chloé. Tu n'as pas l'air d'avoir trouvé. Isabelle tu as trouvé ? Est-ce que tout le monde a quelque chose à me proposer ? Florian. Alors, Florian, tu me donnes ta réponse, qu'est ce que tu en penses, quelles sont les phrases qui correspondent alors ?

Florian : Chaque enfant a un tiers.

P : Alors, chaque enfant a un tiers...du gâteau. Alors, est ce que vous êtes d'accord avec cette phrase.

Es : Oui oui.

Romain : Du gâteau A.

Estelle : Mais non, des deux.

P : Alors, est ce que...Bonne question ça, est ce que c'est du gâteau A ou est ce que c'est du gâteau...du gâteau.

(0H19M15S)

Es : Non, non. Bin c'est des deux...(inaudible tout les enfants veulent donner leur avis) mais dans le B il est coupé en deux.

E : C'est un sixième. (Romain)

E : Oui, mais dans le B, c'est deux quarts qui font un sixième...(Estelle)

(....fin de la discussion entre les élèves, l'enseignante intervient.)

(0H20M00S)

P : Heu, on peut être au courant de votre conversation là ? Alors, on va essayer, vous allez chacun essayer d'expliquer ce que vous voulez dire, parce que vous n'avez pas l'air d'accord. Romain que veux tu dire ?

E : Bin, ça marche que pour le gâteau A, parce que si c'est pour le gâteau B, il restera des parts et ils ont dit qu'il fallait qu'il reste aucune part.

P : Alors, parmi les phrases suivantes, lesquelles correspondent au choix possible des enfants ? Ce qui veut dire que quand je prends la réponse : chaque enfant a un tiers du gâteau, j'ai parlé de quel gâteau ? Le gâteau A, le gâteau B, le gâteau C ou le gâteau D ?

Es : Le gâteau A.

P : Donc, il faut que je rajoute chaque enfant a un tiers du gâteau A. Et est ce qu'il y a d'autres solutions ? Qui a envie de dire A et B. Guillaume, tu as envie de dire et B aussi ?

Guillaume : Oui. (inaudible)

P : Attends, alors, juste une petite chose Guillaume, tu vas reprendre ta phrases sauf que là c'est une erreur de ma part d'avoir mis B (au tableau) parce qu'en fait c'est le gâteau C. On va rester fidèle à ce qu'on voit là. Je voudrais qu'on revienne un tout petit peu en arrière. Est-ce que chaque enfant a un tiers du gâteau A, est ce que ça peut correspondre au gâteau B ?

E : Oui.

P : Au gâteau B, est ce que ça peut correspondre au gâteau B,

Es : Non, non.

P : Pourtant, il est bien divisé en trois parties. On est bien d'accord que ça ne peut pas correspondre au gâteau B. Pourquoi ? Eléa ?

Eléa : Parce que sinon on aurait deux sixièmes.

E : Non ! C'est parce que sinon ce serait pas en parties égales.

P : Exactement, ce ne sont pas des parties égales. Donc B je l'élimine définitivement. Est-ce que tout le monde est bien d'accord avec ça ?

Es : Oui.

P : Bien, donc maintenant le gros problème va être le gâteau C. Est-ce que je peux écrire, chaque enfant a un tiers du gâteau C ?

Es : Non.

P : Non, pourquoi ? Donc qui pense non ?

(0H22M)

Estelle tu attends une petite seconde. Donc, qui pense oui ? Y'a plus personne qui pense oui...Donc, Estelle et Laurie vous allez toutes les deux donner vos arguments et puis on va voir qui est la plus convaincante. Laurie tu veux commencer ?

E : Non.

P : Alors, Estelle commence, vas-y.

Estelle : Et bé en fait ça fait un tiers en tout mais il mange deux quarts.

P : Alors, tu dis, l'enfant mange un tiers en tout, mais ça fait deux quarts.

Estelle : Deux quarts qui font un tiers.

P : Il mange deux quarts qui font un tiers. Bon...On va le noter ça. On va le noter entre parenthèses hein, parce que c'est une hypothèse quand même hein. Il mange deux quarts qui font un tiers. Alors, tu vas venir me montrer qu'est ce que tu entends par il mange deux quarts qui font un tiers. Est-ce que tu pars du gâteau A ou du gâteau C.

Estelle : Du gâteau C.

P : Alors, du gâteau C ; Alors montre moi comment est ce que tu trouves deux quarts ?

Estelle : Un et deux.

P : D'accord. Donc d'après toi ce que tu viens de montrer, on va le hachurer pour que tout le monde soit bien d'accord avec ton dessin. Toi, tu pars de cette partie là, oui ?

Estelle : Oui.

P : Et tu penses que ça s'appelle deux quarts ?

Estelle : Oui.

P : Est-ce que vous êtes d'accord avec elle ?

Es : Non.

P : Alors, Laurie, est-ce que tu peux nous expliquer ta position ?

E : Mais, heu je trouve que enfin, Romain ce qu'il a dit tout à l'heure il avait raison parce que si on prend un sur trois toujours et bin il restera quand même des parts.

P : Attends, je comprends pas trop ton point de vue là.

Laurie : Sur le C si on garde quand même le un sur, le un quart...

P : Le quart. Un quart, un sur quatre alors un quart.

Laurie : Heu, le tiers.

P : Le tiers, oui.

Laurie : Heu bé il restera des parts sur le C.

P : Il restera des parts, donc d'après toi si j'ai bien compris ce que tu veux dire, si jamais tu manges un tiers du gâteau C, tu vas donc manger trois parts. Pour toi un tiers, ça veut dire trois parts ?

(0H24M)

E : Bin oui.

P : D'accord, donc d'après toi si jamais tu manges un tiers du gâteau C, Tu vas te retrouver avec du gâteau qui reste ? Est-ce que vous êtes d'accord avec Laurie ?

Es : Non, oui.

P : Pourquoi ?

Athénaïs : Bin en fait le gâteau j'en mange deux sixièmes puisque le gâteau est coupé en sixièmes et si le gâteau est coupé en huit, c'est un huitième.

E : Bin non.

P : Romain.

E : Bon, on sait pas, c'est deux sixièmes.

E : Deux parts chacun sur six.

P : Maxime.

Maxime : Non, parce que le A et le C c'est pareil.

P : Oui. Et alors ?

Maxime : Il en mange pas plus puisque le A, si on prend un morceau du A, c'est comme si on coupait ça en deux. Bin, y'a pas de différence.

P : Oui. Je crois qu'on était d'accord puisque c'est pour ça qu'on a choisi ces deux gâteaux là. Puisqu'au départ on était bien partis dans l'idée qu'il fallait qu'ils en mangent...qu'il fallait qu'ils mangent la même chose et qu'il n'y ait pas de reste. Hors, maintenant Maxime tu rajoutes une nouvelle, c'est même pas une nouvelle hypothèse, c'est une nouvelle constatation, tu dis moi je pense que ceux qui mangent le gâteau A ont la même quantité que ceux qui mangent le gâteau B. Puisqu'ils sont trois. Le gâteau C pardon. Vous êtes d'accord avec ce que dit Maxime?

Es : Oui, non.

P : Vous êtes d'accord avec ce que dit Maxime ?

E : Oui.

P : Est-ce que d'après vous de manger cette partie là du morceau... du gâteau A ou de manger ces deux parties là du gâteau C c'est la même chose du point de vue quantité, oui ou non?

Es : Oui. Donc c'est égal.

P : Donc ça voudrait dire que c'est égal d'après vous. Est ce que c'est bien égal quand on le regarde comme ça.

E : Oui.

P : Ça semble tout à fait égal. Si je prends mon gâteau et que je le superpose sur l'autre gâteau, qu'est ce que je vais remarquer ?

Romain : Que y'a deux morceaux dans chaque partie.

P : Que dans chaque partie du gâteau A on va pouvoir mettre deux parts du gâteau B. Ca c'est intéressant déjà.

(0H26M)

E : Du gâteau C.

P : Du gâteau C, décidément. Donc, maintenant un tiers du gâteau A. Montre moi un tiers du gâteau A. Un tiers, ça veut dire quoi ? Un tiers, ça veut dire...

E : Un sur trois.

P : Ça veut dire, je prends une partie...

E : Sur trois.

P : ...d'un gâteau qui est coupé en trois, parties égales.

E : Bin oui parce que pour le C y'a pas trois parts.

P : Donc pour le C si je mange ça, je vais manger quoi en fait alors, je vais manger...

E : Deux parts.

P : Deux parts d'un gâteau qui est coupé en...

Es : Six. Trois.

P : En quoi, il est coupé en quoi lui...En trois ?

E : En six.

P : Il est coupé en six, donc comment vais-je appeler par une fraction cette partie que je mange là.

Romain : Deux sixièmes.

P : Deux sixièmes, c'est ce que tu comptais dire Elisa ?

E : Oui.

P : Je mange deux parties d'un gâteau qui est coupé en six parties, je mange une partie d'un gâteau qui est coupé en trois parties.

Romain : La première fraction c'est le double de la deuxième fraction.

P : La première fraction c'est le double de la deuxième fraction ?

E : Bin oui.

P : Ca veut dire que j'en ai deux fois plus.

E : Non, non.

E : Ca veut dire alors que un quart ça fait une part.

P : On parle..., un quart c'est quand le chiffre qui est là...

E : Un tiers ça fait une part.

P : Un tiers ça fait une part, dans quel gâteau ?

E : Dans celui du bas.

E : Dans le C.

E : Bin oui c'est logique.

P : Un tiers, tu peux trouver un tiers là ?

E : non.

E : Alors deux tiers, bin parce que si...

P : Attends...

(0H28M)

Maxime : Bin heu deux sixième, Madame X l'année dernière elle nous avait appris ça fait un tiers quand on le coupe ou un truc comme ça.

P : N'essaye pas de te rappeler ce que tu as appris l'année dernière va...Essai de te rappeler plutôt ce que tu es en train de découvrir là.

E : Fallait prendre la moitié de chacun des nombres...

P : Là on va beaucoup trop vite là. Moi j'essai de vous demander si cette fraction là est égale à cette fraction là ou est ce que c'est le double de cette fraction là.

Romain : Ce que je voulais dire c'est que si, si en fait, dans celle du bas y'a un quart de plus que dans celle du haut donc ça veut dire qu'on fait un sur trois plus un sur trois. Ca fait deux sur six donc c'est le double de la fraction d'en haut. Y'a pas, c'est exactement la même sauf que les parts elles sont coupées en deux.

P : D'accord. Oui d'accord, je t'ai suivi Romain. En fait ce que tu as observé toi, c'est que quand je regarde un tiers et deux sixièmes, je peux dire que ce gâteau là c'est un tiers plus un tiers. Et pourtant je ne suis pas sûre...Bon, ton explication je comprends ce que tu veux dire, mais mathématiquement c'est pas très, très juste.

E : Bin c'est bien un tiers.

P : Oui mais disons que la fraction d'en bas, si tu fais un tiers plus un tiers, ça veut dire que tu vas avoir, une partie comme ça plus une autre partie comme ça. Hors, ta fraction en bas elle est pas coupée en trois, elle est coupée en six. Donc, tu es obligé d'observer ta fraction coupée en six. Athénaïs...

Athénaïs : Deux sixièmes, il va falloir qu'on le divise, heu, en deux et ça va nous donner la part du haut.

P : Mais d'après vous, est ce que un tiers est égal à deux sixièmes ?

Estelle : Oui.

Athénaïs : Dans ce gâteau là oui, mais dans d'autres cas non.

(0H30M)

Estelle : Bin si.

P : Y'a des cas où ça pourrait ne pas être vrai, un tiers et deux sixièmes ?

E : Bin si à chaque fois, c'est obligé puisque à chaque fois les parts tu les coupes en deux et ça fait pareil que là. Sauf que les parties sont pas égales.

P : Bon alors maintenant si j'observe, si j'observe uniquement ces deux chiffres là. Un tiers et deux sixièmes. Vous venez de me dire que en observant les deux gâteaux, vous êtes certains que vous allez manger la même chose, donc on peut dire que un tiers est égal à deux sixièmes...

E : Oui.

P : ...avec un petit point d'interrogation parce que on se dit qu'une fraction, y'a deux chiffres différents en haut et en bas, soit la même qu'une fraction où...D'un côté y'a un, d'un côté y'a deux, d'un côté y'a trois d'un côté y'a six.

E : C'est bizarre...

P : Justement ça fait bizarre parce que y'a pas les mêmes chiffres.

Athénaïs : C'est peut-être le double, mais c'est la même quantité.

P : C'est le double mais au niveau de ce que je vois.

Athénaïs : Pas au niveau de la fraction, au niveau de ce qu'on voit mais en quantité c'est la même chose.

P : Oui, tu peux essayer d'expliquer pourquoi c'est la même chose. Tu reviens avec nous Pierre.

Athénaïs : Si on prend le gâteau A et qu'on coupe les trois parts en deux, et bien ça va nous donner le gâteau du bas.

P : Si elle coupe chacune des parts en deux parties égales, elle va se retrouver avec un gâteau coupé en six morceaux...

E : Le même gâteau que...

P : Et qui sera au départ...Alors, pourquoi est ce qu'on peut considérer justement que ces fractions sont égales ?

E : On peut les superposer.

P : On peut les superposer donc on peut effectivement vérifier, mais surtout quel est l'élément qui va nous permettre de dire qu'on est sûr que ces fractions sont égales.

(0H32M)

Eléa : Si on enlève un trait bin on peut faire la même quantité.

P : Si on, pardon j'ai pas entendu.

E : Si on enlève un trait par exemple pour deux sixièmes bin on peut faire la même chose. (Elea)

P : D'accord, tu veux dire par là que si tu retransformes tes morceaux de gâteau coupés en deux en des morceaux entiers tu vas te retrouver avec le gâteau de départ. Bon, c'est pas tout à fait ça que je voulais entendre. Athénaïs.

Athénaïs : Dans le gâteau C y'a deux fois plus de parts que dans le gâteau A.

P : Oui, mais au départ, il s'agit du...

E : Du même gâteau.

P : Oui, bin c'est ça la réponse en fait.

Athénaïs : Donc la fraction va être supérieure à celle du gâteau A, La fraction du gâteau C va être supérieure à celle du gâteau A.

E : En fait faut se fier au dessin. En fait, c'est la même chose, c'est la même chose mais pour écrire la fraction bin faut regarder le dessin.

P : Oui, mais t'as pas toujours de dessin, donc c'est pour ça qu'au départ on part d'un dessin pour bien comprendre mais après il va falloir s'échapper du dessin.

Estelle : Bin alors comment on fait ?

P : Alors...Lorsque je regarde une fraction, il faut pas oublier une chose, c'est qu'une fraction c'est quelque chose qui est coupé en parts égales, donc lorsque j'observe une fraction, je ne dois pas oublier au départ, on va parler du même gâteau mais il peut s'agir du même fromage, il peut s'agir de la même bande de tissu, si je compare une fraction à une autre fraction, je pars du principe que l'unité, c'est-à-dire ce que je coupe en parties c'est la même chose dans l'une comme dans l'autre. Donc mon gâteau si je le coupe en trois parties ou si je le coupe en six parties, je vais donc à chaque fois rendre mon gâteau de plus en plus petit. Est-ce que je pourrai couper mon gâteau encore, encore plus petit ?

Es : Oui.

P : Qu'est ce que je pourrai faire Romane.

Romane : Des huitièmes.

Es : non, non.

P : Je pourrai faire des huitièmes ?

E : Non.

P : Je pourrai faire des...

(0H34M)

Es : Des douzièmes...

P : Des douzièmes...C'est-à-dire je pourrai faire quoi ?

E : On pourrait couper toutes les parts en deux...

P : Donc, c'est-à-dire, comment tu écrirais ta fraction ?

E : 6 sur 8.

P : Tu écrirais n'importe quoi en haut sur ...

E : douze.

P : Sur douze, ah. Est-ce que je pourrai encore couper ma fraction beaucoup plus petit.

E : Heu, 24...

E : Plus petit !

P : Oui, je pourrai donc mettre quelque chose avec en bas 24. Donc, si jamais, je suis dans l'esprit toujours pareil que tout le monde doit manger la même part de gâteau. Je pars de cette part là. Si je coupe mon gâteau en six parties je vais en avoir deux ce qui me donne deux sixièmes, et j'ai constaté tout à l'heure que c'était égal. Si maintenant je coupe mon gâteau en douze parties, qu'est ce que je vais avoir en haut pour que ce soit égal. Amélie ? Suong-Maï ? Qu'est ce que je vais avoir comme chiffre en haut pour que ce soit égal à ça ? Qu'est ce qui va se passer dans mon gâteau, qu'est ce que je vais dessiner Suong-Maï ? Comment je vais découper mon gâteau pour qu'il y ait douze parts ? César ? Tu as pas écouté la question César ? Faut écouter quand même César. Comment je me débrouille à couper ce gâteau là en douze parts ? Amélie ? Justine ?

Justine : Il faut couper chaque part en deux.

P : Pourquoi tu lèves pas la main puisque tu connais la réponse ? Faut pas avoir peur Justine. Si je coupe chacune de mes parties en deux parties, est ce que mon gâteau va bien être divisé en douze ?

Es : Bin oui, oui.

(0H36M)

P : En douze parts...

E : Egales.

P : En douze parts égales. Parfait.

E : Et en haut ?

P : Et à ce moment là, qu'est ce que je vais avoir en haut ? Pour avoir la même chose que là. Combien je vais manger de parties de ce gâteau coupé en douze morceaux? Suong-Maï, pour avoir la même chose qu'en haut ?

E : Six.

P : Alors, aide moi à compter, viens me montrer où est ce que tu as six parties.

E : Cinq.

P : Elle me dit six, elle montre et après tu iras me montrer comment tu trouves cinq. Comment, où sont tes parties ? Attends, montre moi l'équivalent de ça, on a bien dit que c'était ce qui est hachuré là.

E Oui.

P : Alors vas y là, comptes que maintenant ton gâteau est divisé en douze, combien tu vas manger de morceaux pour avoir la même chose que ça ? Montre avec le doigt. Montre ce que tu vas manger. Ca, ça, ça fait partie de ça ? Montre-moi la forme de ton gâteau là, montre le moi. Là, on est bien d'accord que c'est ce trait là et ce trait là. Combien tu as de parties à l'intérieur ?

E : Deux.

P : Montre-les-moi.

E : Heu, quatre...

P : Alors, deux ou quatre ?

E : Quatre.

P : Alors, une partie, deux parties, trois parties, quatre parties. Est-ce que vous êtes d'accord ?

Es : Oui. Oui.

P : Pierre tu disais cinq, tout à l'heure.

E : Je me suis trompé.

P : Tu t'es trompé, tu en es sûr ? Donc si je coupe mon gâteau en douze parties et que je veux toujours manger la même chose je vais donc couper mon gâteau en...

E : En fait, à chaque fois...

P : Je vais prendre combien de parties pardon...

E : Quatre.

P : Quatre.

E : En fait à chaque fois c'est le double des chiffres.

P : Et si je coupe mon gâteau en 24 parties ? Je vais encore couper chacune des parties en deux. On est bien d'accord.

E : Bin oui.

P : Donc combien vais-je manger de parties ?

Es : Huit.

P : Je vais en manger...

(Brouhaha)

(0H38M)

P : Athénaïs.

E : Huit on prend son double, ça fait seize et 24 on prend son double ça fait 48.

On peut faire deux fois six égal douze.

P : On peut faire deux fois six égal douze, où est ce que tu vois ça toi ? Deux fois six, où est ce que tu le mets fois six ? En haut, je comprends pas.

(Brouhaha tous les élèves veulent participer)

P : Alors, qu'est ce qu'on peut en déduire, Maxime ?

E : On en déduit que en fait le nombre le nombre d'en haut c'est deux, on le multiplie par deux ça fait quatre, le nombre d'en bas, ensuite six on le multiplie par deux et on retrouve en bas douze. Ensuite quatre on le multiplie par deux on retrouve huit...(brouhaha)

P : Alors, moi ce qui me semble bizarre, je vais être un peu naïve mais...les parties elles sont, quand je coupe mon gâteau elles sont plus grande ou plus petite ?

Es : Elles sont plus petites.

P : Et pourtant les nombres ils augmentent. Normalement quand je regarde le chiffre six il est plus petit que le chiffre douze.

E : Mais parce que t'as la même quantité à la fin.

P : On a la même quantité à la fin.

E : Quand on rejoint les quatre parts on aura toujours la même quantité...(brouhaha)

E : Sur quatre c'est toujours pareil que un sur trois.

P : Un sur trois ça s'appelle un tiers hein. Athénaïs.

E : Plus on diminue la quantité de parts, plus on va prendre de parts. Et huit vingt-quatrième ça va faire un tiers du gâteau A.

P : Alors, c'est pas plus on diminue la partie de part, c'est plus on coupe le gâteau en parties de plus en plus petites.

E : Et ça sera toujours le même gâteau qu'en haut.

E : On aura l'impression d'en manger plus mais en fait ça va être pareil

(0H40M)

E : Après ça sera toujours le même gâteau qu'en haut.

P : Bon bin voilà, ça c'est un travail sur les fractions qui vous intéresse parce qu'il s'agit de manger du gâteau hein, mais, mais, mais, la chose que l'on peut retenir de ce qu'on vient de faire ensemble, c'est que une fraction c'est donc une unité coupée en parties égales, et cette unité là, j'en prends une partie. Donc, le chiffre qui est le chiffre d'en bas va me montrer, que va me montrer ce chiffre ? Quand je regarde une fraction comme ça. Que me montre ce chiffre ?

E : Le nombre de parts en tout.

P : Le nombre de parts égales avec lesquelles je coupe mon...

E : Gâteau.

P : Ce qui veut dire que là mon gâteau sera coupé en..

E : Trois.

P : En trois. Mon gâteau sera coupé en...

E : Six.

P : en six. Mon gâteau sera coupé en...

E : Douze.

P : Douze et mon gâteau sera coupé en 24. Et le chiffre d'en haut ça va représenter quoi ?

E : Les parts de gâteau.

P : Le nombre de parts que je vais avaler. Et si j'observe, un tiers, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$ et $\frac{8}{24}$, qu'est ce que je peux dire de ces quatre fractions ? Mathilde, on atterrit Mathilde. C'est dur les fractions à midi moins le quart, à 11H30. Alors, qu'est ce que tu vas dire de ces quatre fractions ? Qu'elles sont...Qu'elles sont égales. C'est pareil de manger un tiers du gâteau, c'est la même chose que de manger deux sixièmes, c'est la même chose que de manger $\frac{4}{12}$.

E : Et à chaque fois, le nombre d'en haut, il va falloir le multiplier par trois pour avoir le nombre d'en bas.

P : Il va falloir le multiplier par trois pour avoir le nombre d'en bas ?

(0H42M)

E : En gros on va partir de tiers parce que c'est sur trois et le trois en bas, on va le prendre, on va multiplier 4 par 3 et ça va faire douze, 8 par 3 et ça va nous donner le chiffre d'en bas, 24.

P : Oui, en fait, si tu pars, tu pars de ton chiffre, la plus petite partie entre ces quatre, enfin, on va dire, la plus grande coupure que tu puisses faire, c'est de couper ton gâteau en trois, si tu décides de rester

dans ton gâteau en trois et que c'est une partie, ce tiers que tu vas te débrouiller à couper de nouveau en deux soit en trois parties soit en quatre parties tu pars donc de un tiers, ta fraction de base c'est un tiers donc pour pouvoir rendre une fraction égale à un tiers, il va falloir que tu multiplies le chiffre d'en haut et le chiffre d'en bas par le même chiffre et tu auras une fraction... C'est ça que tu...

E : Oui voilà oui.

P : C'est ça ou j'ai pas trop compris ce que tu veux dire ?

E : Bin c'est ça que je voulais dire mais je me suis pas très bien exprimée.

P : Bon, d'accord. Donc, maintenant je vais juste vous donner une indication. On va cesser de parler du chiffre d'en haut et du chiffre d'en bas. Il y a en mathématiques deux mots, qui sont des mots qui font partie du code des mathématiques. On appelle ce type de chiffre une fraction. On appelle le chiffre d'en haut le...

E : Numérateur.

P : Le numérateur, donc ça c'est important.

(Gros brouhaha)

P : Donc, dans une fraction, une fraction qui est composée de, lorsque je la vois elle est composée de...Romain ! Tu te tiens bien et tu arrêtes de parler avec ta voisine à côté. Le chiffre d'en haut va s'appeler le nu-mé-ra-teur et le chiffre d'en bas va s'appeler le dé-no-mi-na-teur.

(0H44M)

E : Y'a que des « teurs ».

P : Oui y'a que des « teurs ». Oui, oui c'est...

E : C'est pas des « teurs » c'est des « ateurs ».

P : Alors, je vais vous demander maintenant de répondre sur votre cahier du jour de répondre à la question A on l'a faites ensemble et de répondre à la question B.

E : On recopie ?

P : Non, non parce que je vous l'ai photocopié pour qu'on le colle sur le cahier. Et vous allez essayer chacun personnellement, vous allez essayez de retrouver la phrase qui va vous permettre de répondre, on l'a faite ensemble mais à vous de la retrouver.

E : Maitresse on recopie la question.

P : Non, je vous donne la feuille comme ça. Vous pouvez la coller sur le cahier.

Vous marquez comme titre les fractions. Donc j'efface ça. Vous écrivez les fractions. Vous collez la feuille et ensuite vous écrivez petit a vous répondez, petit b vous répondez.

(Brouhaha, consignes de présentation, changement de période, feuille du programme, changement de cahier)

(0H46M)

(0H51M)

P : Tu as fini ? Très bien. Donc quand vous avez fini ces deux petites lignes, je vais vous demander de réfléchir à deux si vous êtes tous les deux disponibles ou bien tous seuls en attendant que votre compagnon de table ait terminé. Vous allez réfléchir au numéro deux. Donc, si vous avez du mal à voir les petits dessins qui sont sur les carrés vous regardez sur votre livre Euromaths. Une deuxième proposition de fraction.

C'est une galette qui au lieu d'être ronde est carrée, donc à toi de voir comment tu l'organises.

(0H52M)

(0H54M25)

P : Pourquoi ils en mettent quatre. Qu'est ce qu'on te demande ?

E : Bin de trouver...(inaudible)

P : Y'a combien d'enfants ? Théo a apporté quatre gâteaux, quatre grillés aux pommes...pour trois d'accord. Alors évidemment pourquoi, Estelle pose la question. Pourquoi est ce qu'il y a quatre gâteaux alors qu'il y a trois enfants. A votre avis ?

Es : Brouhaha, parce qu'il faut faire une fraction.

P : Tout ça parce que s'il y avait trois gâteaux se serait extrêmement simple. Donc, en fait on vous met une difficulté supplémentaire pour savoir comment vous allez réussir à partager ces gâteaux. Y'a quatre gâteaux, comment est ce que je les partage entre trois enfants. Donc, vous pouvez prendre une feuille de brouillon pour noter les idées que vous avez et on va mettre tout ça en commun après.

Juste une petite chose pour l'exercice numéro deux, n'allez pas vous creuser la cervelle comme est en train de le faire Estelle pour trouver, pour compter le petit bout de ...Non, donnez-moi une réponse générale, comment je vais faire pour partager ces gâteaux, c'est une réponse générale. Je demande juste la technique, je demande pas la solution. Réfléchis avec César.

(0H56M)

(Rappel à l'ordre, travail par deux)

Vous avez quatre gâteaux, vous arrivez chez vous et vous avez quatre gâteaux et vous devez les partager en trois. Vous et vos frères et sœurs vous êtes trois. Comment vous allez faire.

(0H58M)

P : Bon pour ceux qui ont trouvé. Le temps que les autres sont en train de réfléchir. Je vous donne une petite activité comme ça pour voir si vous avez un petit peu compris le travail des dessins.

Pour ceux qui ont terminé de réfléchir, pendant cinq minutes vous allez essayer de remplir au crayon à papier ce questionnaire. Vous avez des figures vous allez essayer de me trouver à quelle fraction correspond la partie qui est coloriée.

(1H00M)

(Brouhaha. Consignes sur la présentation. Vérification des travaux des élèves qui ont terminé.)

P : Bon, il reste cinq minutes, est ce que tout le monde a une proposition à me faire.

Es : Non, Oui.

P : Qui n'a pas trouvé encore ? Levez la main. Ah non, y'a trop d'équipes qui n'ont pas trouvé. Allez trouver quelque chose. Vous avez intérêt à trouver quelque chose parce que si je vous mets trois élèves de CP qui vont manger vos gâteaux, vous avez intérêt à trouver quelque chose d'équitable là.

(Consignes : mets ton prénom...)

(1H02M30S)

Bon, j'aimerais bien qu'on mette au point toutes vos trouvailles avant que ça sonne.

(Corrections individuelles des fiches distribuées.)

(1H03M20S)

P : Est-ce que tout le monde a une proposition à me faire ?

Es : Oui. Non.

P : Chloé. Toi non plus ? Alors, Suong-Mai tu donnes ta proposition. Comment vas-tu faire pour partager tes quatre gâteaux en trois parts équitables. Comment vas-tu faire ?

E : Et bin je donne un gâteau à chaque enfant...

P : Alors, je vais noter les propositions. Alors, première proposition, on donne un gâteau à chacun des enfants. Que va-t-il se passer ?

E : Et le dernier on le coupe en parties égales.

P : Et le dernier, le dernier on le coupe en trois parties égales. Et le dernier on le coupe en trois parties égales. Très bien. Y a-t-il d'autres propositions pour partager ces gâteaux ? Romain.

E : On fait comme elle a dit au début, on donne un gâteau à chaque enfant. Après le dernier gâteau on le coupe en quatre parts et dans une part on coupe en trois parties. Ca fait qu'ils auront une part de gâteau chacun...

E : C'est la même chose...

P : Oui, c'est la même chose mais je veux dire est ce que c'est pas une peu prise de tête de couper un gâteau en quatre morceaux d'en donner un à chacun et de couper le dernier quart en trois morceaux. Il vaut pas mieux couper ton gâteau directement en trois morceaux. C'est pas plus simple.

E : Mais sinon il y aura un morceau plus grand que l'autre.

P : Ah...Quand on parle de fractions, on parle de parties égales. Tu peux parfaitement couper un carré ou un rectangle en trois parties égales. Mais, parce qu'en fait Romain, si je suis ta logique jusqu'au bout, tu as ton carré, tu te dis je le coupe en quatre morceaux, tu te dis j'en donne un à chaque enfant et tu vas te retrouver avec le même problème d'avoir à couper ton quatrième petit carré en trois morceaux.

E : Oui mais...ah si.

P : Donc, est ce que c'est pas plus simple de couper ta grande partie en trois morceaux.

E : Je vois pas comment on peut le couper en trois morceaux.

E : Bin si, tu fais comme ça, comme ça, comme ça.

P : Attends, Romain tu ne sais pas comment on coupe...

E : Ah oui, si ah si.

P : Si tu ne sais pas comment tu coupes celui là. Celui là en trois morceaux comment vas-tu savoir comment couper celui là en trois morceaux ? C'est pareil, ça revient au même. Donc je pense que ta solution, heu, en fait elle est pour éviter d'avoir à couper quelque chose en trois et tu vas quand même te retrouver avec la problématique de recouper ce petit morceau en trois.

(1H06M)

Ce qui à mon avis va être plus difficile que de couper le grand carré, le grand carreau en trois. Athénaïs.

Athénaïs : On coupe trois gâteaux en moitié.

P : En moitié. Toi carrément en moitié. Donc, je note, on y va on essaye.

Athénaïs : Parce que dans le deux, y'a marqué que y'a une solution qu'on peut pas faire.

P : Alors attends, une fois de plus Athénaïs, ne va pas plus vite que le vent, on est en train de chercher comment couper quatre gâteaux pour les partager de manière équitable entre trois enfants. On a la solution de Suong-Maï, y a-t-il une autre proposition ? Pas toujours les mêmes, je voudrai entendre Florian, Anthony, Elisa...Alors Florian, as-tu une autre proposition à me proposer. Qu'as-tu trouvé toi ?

E : Moi j'ai trouvé le même que...

P : D'accord donc maintenant tu vas te creuser un tout petit peu la cervelle pour chercher une autre solution.

(1H08M)


Annexe B. 2. 7 : Retranscription de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 56, enseignante E

est choisie pour unité. Rencontrer les unités de mesure d'aires. entière et de son multiple. Choisir des fractions simples et des fractions décimales (9/4; 235/100; etc.).

56 Mesure des aires

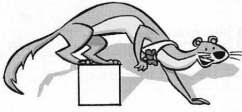
Découverte

Pour recouvrir très exactement ce carré blanc de 1 dm de côté, on utilise des carrés de couleurs de 1 cm de côté :



- les carrés verts pour faire la bordure sur une seule rangée,
- les jaunes pour former un carré central,
- les rouges pour le reste.

1. Trouve au moins deux solutions.
2. Combien faut-il de petits carrés en tout pour recouvrir le grand carré ?
3. Quelle fraction de l'aire du grand carré représente chaque petit carré ?



L'aire d'un carré de 1 cm de côté mesure 1 cm².
L'aire d'un carré de 1 dm de côté mesure 1 dm², elle est 100 fois plus grande que celle du carré de 1 cm².
1 dm² = 100 cm²

4. Donne en cm² la mesure de l'aire de la bordure verte.
5. Pour chacune des deux solutions que tu as trouvées à la question 1, donne en cm² la mesure de l'aire du carré central jaune, puis celle de la partie rouge.

(0H00M)

(Les élèves terminent de copier la leçon d'histoire au tableau, ceux qui ont terminé tracent et découpent un carré de 10 carreaux de côté)

(0H02M)

P : Vous allez mettre la date d'aujourd'hui. Donc, c'est les aires suite.

Oui, tu les distribue s'il te plaît. Tu peux fermer la porte Pierre s'il te plaît parce qu'il y a trop de bruit là. On continue à rester sur la même optique que tout à l'heure, bavardage interdit. Je n'ai pas eu le cahier de maths de Thomas, de Samantha, de Guillaume, de Ludovic, d'Amélie, de Pierre, de Mathilde, de Justine, de César de Florian et de Laurie. Je n'ai pas corrigé ces cahiers là, comment se fait-il que je ne les ai pas corrigés ?

E : Moi, il est corrigé.

P : Entièrement jusqu'à aujourd'hui. Amène-moi ton cahier. Non, il n'est pas corrigé. Il est pas corrigé ton cahier. Il faut me le donner Thomas. Non, mais maintenant non. Je dis simplement que j'ai corrigé les cahiers mais les cahiers des élèves que je viens de nommer ne m'ont pas donné leurs cahiers à corriger.

Pierre : C'est normal, il y a un exercice que j'ai...

P : Non, ce n'est pas normal, tu me donnes ton cahier à corriger tous les jours. C'est corrigé Amélie toi ? Suong-Mai, c'est corrigé. Est-ce qu'il y en a d'autres que je viens de nommer dont les cahiers sont corrigés ?

(0H04M)

P : Vous êtes prêts ça y est ? Bon, alors est-ce que jusque là tu as ton cahier corrigé Maxime ? Alors, donc Thomas ton cahier n'est pas corrigé. Samantha ?

Samantha : Il est corrigé.

P : Il est corrigé ? Tous les exercices sont corrigés ? D'accord. Guillaume ? Ludo ? Non plus. Pierre.

Pierre : Il me reste un exercice.

P : Mathilde ?

Mathilde : Non.

... (Elle continue à demander à tous les élèves précédemment nommés)

(0H05M15S)

P : Bon alors, on va donc aujourd'hui prendre une nouvelle page, vous avez dessiné votre carré de 10 sur 10 et le découper ? Eléa tu récupères les livres d'histoire et tu les mets là bas. Alors, on va prendre aujourd'hui la leçon 56 de notre livre Euromaths. Leçon 56.

(0H06M)

Et on va donc faire connaissance avec l'exercice découverte de cette page, de cette leçon 56.

C'est 10 carreaux sur 10 carreaux pas 10 cm sur 10 cm. C'est leçon 56. Page 118.

Attention à la manière dont vous tournez les pages. Vous abîmez les pages à une vitesse grand v là. Et on va lire cette découverte. Donc, vous avez devant vos yeux que vous venez de découper un carré qui correspond au carré de la page 118. C'est-à-dire, un carré...Bon, alors je vais continuer à noter les élèves qui discutent pendant que je parle, là je pense que tout à l'heure ça a très bien fonctionné, à mon grand regret d'ailleurs parce que je m'aperçois que plus je monte haut dans les punitions et plus il y a de silence et c'est exactement le contraire qui devrait se passer. Vous devriez être silencieux sans avoir constamment la punition brandie.

(0H08M)

Donc, on va vous demander de remplir cette surface que vous avez, cette aire que vous avez dans votre petit carré que vous venez de découper et on va prendre comme unité, le carreau. Sachant que si on regarde le carreau, on peut se dire que un carreau est égal à 1 cm. Est-ce que c'est vrai ? Mesurons un carreau.

E : Non.

P : Non, étant donné que c'est un tout petit peu difficile de travailler uniquement avec des mesures que vous auriez faites vous-même, on va partir du principe que ce carreau qui va être la base de notre unité va être égal à 1 cm sur 1 cm, d'accord, hein. Même si c'est pas tout à fait vrai mais on part sur ça.

Océane : C'est parce que le carré il a pas la même taille que celui...

P : Exactement. Mais étant donné que je préférerais travailler quand même sur un support qui était déjà prêt. Donc, la base c'est un carreau. On se dit dans notre tête que c'est égal à 1 cm sur 1 cm. Je vais vous demander de recouvrir cette surface que vous avez découpée en vous servant de trois couleurs. Donc vous allez prendre la couleur verte, la couleur jaune et la couleur rouge. Crayons de couleur. J'ai pas demandé de commentaires Romain. Vous prenez trois crayons de couleurs. Le rouge, le jaune et le vert.

(Les élèves sortent leurs crayons de couleur. Certains n'ont pas encore sorti Euromaths.)

Et je vais vous demander...

(0H10M)

P : Est-ce que vous êtes prêts ?

Es : Non.

(Interruption par une personne extérieure à la classe)

(0H14M)

P : Alors, on va lire la consigne attentivement, Chloé tu lis la consigne. Allez lis la consigne.

Chloé : Pour recouvrir très exactement ce carré blanc de 1 dm de côté, on utilise des carrés de couleur de 1 cm de côté.

P : Bon alors. Tout le monde a recopié ça ? Je peux effacer ?

Déjà, on regarde, on a un petit élément c'est que l'on a la dimension d'un petit carreau, je vous l'ai dit tout à l'heure, qui fait 1 cm sur 1 cm. Donc on a un petit carreau qui fait 1 cm sur un cm. Et on nous dit qu'on a un grand carreau, un grand carré pardon, qui fait 1 dm sur 1dm.

(Elle dessine au tableau)

P : Est-ce qu'on est d'accord avec ce que j'ai écrit. Pourquoi c'est un dm Ludo, d'après toi. Combien je vais pouvoir rentrer de petits carreaux, sur la ligne d'en haut ? Suong-Maï ?

Suong-Maï : 10.

P : 10 cm sont égaux à 1 dm, hein ? Vous vous rappelez les mesures. (Elle note au tableau : 1 dm = 10 cm).

Voilà, alors. Je vais donc vous demander... Il y a trois couleurs. Pourquoi trois couleurs ? La couleur verte, elle va vous servir à faire la bordure. Pour faire la bordure sur...

Voilà Romain dans toute sa splendeur, je n'ai pas donné la consigne qu'il a déjà commencé à travailler. Intéressant Romain. Vite, vite, vite, tout doit aller vite, plus vite que le vent.

Donc, le carré vert ça va servir à faire la bordure, sur une seule rangée. La couleur jaune ça va servir à faire un a carré au milieu de la figure.

(0H16M)

On ne vous dit pas de combien de carrés. Mais, par contre, on vous dit c'est un carré, pas un rectangle, donc il y aura certainement plusieurs possibilités. Vous en choisissez une. Et le reste c'est la couleur rouge. Allez au travail. Ne vous copiez pas les uns et les autres parce que justement ce qui est bien c'est qu'il y ait plusieurs solutions.

(0H18M20S)

P : Qui a terminé ? On peut s'aider de la règle pour colorier, ça vous donne un support qui vous évite de déborder, c'est facile comme ça tu vas voir.

(0H19M25S)

Ca y est ? Alors... La solution, d'accord très bien, tu vas à ta place, tu le colles sur ton cahier, tu marques sur ton cahier, page 118, découverte. Très bien, d'accord. Très bien. Alors, on va observer les, les résultats de vos coloriages. Vous me dessinez au moins le carré central. Le reste vous le colorierez plus tard. Oui, c'est bon je t'ai vue Marine.

(0H20M)

Alors, vous l'avez collé ça y est ? Date, collé ? Allez mettez la date, allez Thomas. Alors, les aires suite, après avoir marqué la date. Vous écrivez cette consigne et vous collez votre carreau.

(0H21M50S)

Quelles solutions ? (Elle note au tableau cette question.) Est-ce que tout le monde a trouvé pareil ?

Es : Non.

P : Tu vas écrire où Pierre, il est où ton cahier de Maths, il va falloir que tu fasses attention en classe de découverte parce que quand tu seras en haut de la montagne il faudra pas...Allez, c'est bon ? C'est collé. Il est pas au centre ton carré. Non, il est pas au centre, là tu en as deux et là trois. Il est pas au centre.

Alors, qu'est ce qu'on a comme solution ? Est-ce qu'on a une solution commune par rapport à la solution des carreaux verts ? Est-ce qu'il y avait plusieurs possibilités pour colorier les carreaux verts ?

Es : Non.

P : Non. Pourquoi ? (Inaudible). Donc, combien a-t-on de carrés verts ?

Es : 40.

P : Désolé, non pas 40. Vous vous trompez ? Pourquoi vous vous trompez ? Parce que vous comptez $10 + 10 + 10 + 10$.

Es : 36.

P : Est-ce que c'est comme ça qu'on compte ? Est ce que sur ce côté-là je peux compter comme ça ?

E : 36.

P : Je peux pas compter comme ça, parce que là si j'ai 10, je mets déjà 1 là et je mets déjà 1 là, alors je mets que 8.

P : Alors, ça donne ?

Es : 36.

P : Donc, quelles solutions ? 36 carreaux verts, obligatoirement. (En même temps elle note au tableau.) Ensuite ? Au niveau de la solution des rouges...pardon, des jaunes, alors qu'est ce que j'ai comme possibilités, il y a plein de possibilités avec les jaunes.

(0H24M)

J'en ai...

E : Quatre.

P : J'en ai quatre. Evidemment, pour que ce soit un carreau, pour que ce soit un carré, je trace quatre carrés jaunes, à ce moment là combien est ce que j'ai de rouges ?

Si j'en ai quatre, combien est ce que j'ai de carreaux rouges ?

Athénaïs : 60.

P : 60.

P : Ou alors, est ce qu'il y en a d'autres qui ont d'autres solutions pour les jaunes ?

Pierre : 17.

P : 17 jaunes ? Comment est ce que tu fais un carré avec 17 jaunes. Avec 17 carreaux toi ?

Romain : 16.

Pierre : 16.

P : Alors, pour que ce soit au milieu est ce que je peux prendre 9, 3 et 3. 3 et 3 ça fait pas 6 quand c'est un carreau. Quand c'est la surface ça fait pas 6. Je prends trois et trois ça fait pas 6 regarde. Ça fait trois plus trois plus trois. Est-ce que je peux mettre ça au milieu de ma figure ?

Romain : Oui, mais il sera un peu décalé soit vers la droite, soit vers la gauche.

P : Donc, est ce que je peux mettre 9 ?

Es : Non.

P : Non. Je ne peux pas le mettre là. Donc, de quatre carreaux je vais passer à quoi ?

E : A 8.

Es : Non.

P : A 16. 4 sur 4. 16 carreaux. 16 carreaux jaunes, et à ce moment là combien ?

E : 48.

P : 48, très bien. 48 carreaux rouges.

P : Ensuite. Est-ce que j'ai encore une solution ?

(0H26M)

E : Oui.

P : Oui. Vas-y.

E : 20.

P : 20 ? Comment est ce que tu réussis...Alors, au départ on a vu que pour être au milieu, voilà. Là ça fonctionne, ça fait 16...

E : 36.

P : 36. C'est-à-dire que je suis obligée de passer avec mon carreau, voyez le quatre, j'ai rajouté une rangée. Je vais encore ajouter une rangée comme ça. Ça va encore agrandir mon carreau.

Romain : Mais, maîtresse est ce qu'on est obligé de mettre du rouge dedans ?

P : Du ?

Romain : Du rouge.

P : Non, on n'est pas obligé. Des fois ça peut faire zéro.

Romain : Donc, on peut faire 36 plus...

P : Non. Si on regarde 36 carreaux jaunes, tu as...combien ça va faire de rouges ? On va essayer toutes les possibilités.

E : 28 rouges.

P : J'ai 28 rouges. Et le dernier en admettant que je n'ai pas de carrés rouges, j'ai...

E : Heu, la bordure verte...

P : La bordure verte et tout le reste jaune. Alors, ça ferait combien, réfléchissons.

Estelle : 64.

P : 64. Mais bon, normalement, si on garde bien la consigne, on a obligatoirement 36 carreaux verts et 4 jaunes, 16...C'est soit les uns, soit les autres. Est-ce que vous avez compris ?

Es : Oui.

P : Alors, maintenant qu'on a fait tout ça, il faut essayer de savoir combien de carreaux, verts, rouges et jaunes on a dans cette surface là, en tout.

Océane : 100.

(0H28M)

P : Voilà. On va bien vérifier, $36 + 60 + 4$, $64 + 36$, on arrive à...

Es : 100.

P : $36 + 48$ et 16 . On arrive à...

Es : 100.

P : $36 + 28$ et 36 , on arrive à...

Es : 100.

P : 100. C'est un exercice qui est simple, c'était juste pour vous faire manipuler un petit peu l'intérieur d'une surface. Est-ce que pour tout le monde c'est évident que quand je veux remplir la surface de mon carreau qui est de 10 sur 10, je vais avoir besoin de dessiner 100 petits carreaux dedans. Est-ce que pour tout le monde c'est évident ? Oui ou... Bien.

E : On écrit...

P : On écrit tout ce que j'ai mis au tableau, et proprement. Et la consigne, tu l'as mise la consigne ?

E : Oui.

E : Non.

P : Tu mets la consigne. Tu te dépêches.

(Inaudible)

(0H29M40S)

P : Alors, maintenant qu'on a travaillé sur ça, on va juste observer quelque chose. J'ai pas marqué (inaudible). Ce n'est pas la même chose que tu as écrit toi. Et même là. C'est la première chose que l'on fait de tirer un grand trait et après vous marquez immédiatement la date, parce qu'après vous les oubliez tout ça. Applique-toi Suong-Mai.

Bien, alors maintenant qu'on a fait ça, tu as collé ton travail heu... On va observer quelque chose... par rapport à notre leçon sur les aires. Est-ce que je peux effacer la consigne pour tout le monde ?

Es : Oui.

P : Alors, je voudrais que vous me disiez ce que vous pensez lorsque je regarde un petit carreau de 1 cm sur 1 cm...Tu suis parce que c'est important ce que je dis. Tu lèves le nez et tu arrêtes de jouer avec tes affaires. Lorsque je dis 1 cm, ça correspond à quoi, lorsque je dis, ce carreau mesure 1 cm sur 1 cm. Ca mesure quoi ?

E : Inaudible.

P : Ca mesure les côtés, c'est-à-dire que je vous donne deux dimensions, je pourrais simplement vous dire, voilà un carré de 1 cm de côté. Si jamais je vous dis ça, vous allez savoir me le dessiner.

(0H32M)

Vous allez me faire des côtés de combien ?

E : D'un centimètre.

P : De 1 cm. C'est un carré, on connaît la propriété du carré, donc il se trouve que ça, ce que je suis en train de vous écrire, c'est la longueur du carreau.

P : Mais si maintenant je vous demande quelle est l'aire de ce carreau ?

E : 1 cm².

P : Un centimètre carré. Vous connaissez ce mot, un centimètre carré ? Alors, la longueur du côté est égale à 1 cm et l'aire du carré est égale à...Est-ce que je vais employer un cm là, non, je vais employer un autre codage, c'est un codage qui n'est employé que pour les aires. C'est-à-dire que étant donné que je vais m'occuper de l'intérieur je vais donc avoir, non plus la mesure de cm mais la mesure de 1 cm, je vais mettre un petit 2, ça s'écrit cm² mais ça se lit un centimètre carré.

P : Comment suis-je arrivée à ce dessin ? A votre avis ?

Laurie : C'est parce que comme c'est un carré, ça, ça, tous les côtés sont de la même longueur et que un côté c'est, c'est aussi un centimètre carré sauf que comme c'est, comme c'est tout les côtés de la même longueur...

Océane : C'est un côté fois un côté.

P : Tu as fait un côté fois un côté, pourquoi est ce que tu as fait ça ?

Océane : Parce que j'ai cherché pour le grand et...

P : Bon, on va suivre ta technique pour voir si on va arriver à un résultat.

(0H34M)

Lorsque je prends mon grand carreau, vous savez, celui que vous venez de remplir, vous avez donc un grand carreau, qui en fait est un carré et qu'est ce qu'on a comme mesure de longueur ? On a...

Max. D. : 10 cm².

P : La longueur ça ne peut pas être en cm². Je suis en train de parler de longueur Maxime.

E : 1 dm.

P : 1 dm c'est égal à... 10 cm.

P : D'accord, donc la longueur ici de mon carré, je sais que c'est un carré est égale à 10 cm ou à 1 dm. Comment vais-je faire pour trouver l'aire de cette figure ? Je l'ai cherchée l'aire de cette figure, je viens de la trouver, elle est égale à combien l'aire de cette figure ? Qu'est ce que tu me dis ?

Laurie : 1 dm².

P : 1 dm² tu me dis toi. Alors c'est égal à 1 dm² (elle note à côté du carré dessiné au tableau). Ou à quoi ?

Laurie : 10 cm².

P : Alors on va observer, on va observer cette réponse. C'est-à-dire que pour toi Laurie, tu as, tu penses que l'aire entière de cette figure est égale à 1 dm². Comment tu réussis à trouver 1 dm² ?

Laurie : C'est parce que un côté du carré est égal à 1 dm.

P : Est égal à 1 cm. Donc, tu t'es dit, tu as fait la technique d'Océane, tu as fait 1 dm, la première longueur, multiplié par 1 dm. Celui-là par celui-là, c'est ça que tu fais. Vous êtes d'accord avec ça ?

Es : Oui, non.

P : Qui n'est pas d'accord avec ça ? 1 dm² c'est pas égal à 1 cm fois 1 cm ?

Estelle : Non, c'est parce qu'on a vu que ça faisait 100...

Romain : Ca fait 10 cm fois 10 cm.

P : Non. On est en train de parler des dm là. Est-ce que 1 dm multiplié par 1 dm c'est égal à 1 dm² ? Oui ou non ? Là tu me dis 1 fois 1 pour le carreau est égal à 1. La seule chose que je change c'est le centimètre c'était 1 cm².

(0H36M)

Est-ce que si je transforme dm, en dm au lieu de cm. Est-ce que je peux réussir à trouver dm² ? Est ce que c'est juste ça ? Est ce que 1 fois 1 c'est égal à 1. Non, 1 fois 1 c'est pas égal à 1 ?

Max. D. : Non, c'est égal à deux...Ah non c'est 1 + 1.

P : Est-ce que 1 dm multiplié par 1 dm, 1 dm multiplié par 1 dm, c'est égal à 1 dm² ? Oui ! Oui. Si vous me dites que ça c'est juste, alors, ça c'est juste aussi alors hein. Sinon ça veut dire que ça c'est pas juste.

Océane : Mais c'est aussi égal à 100 cm².

P : Ah, alors. Est-ce que ça c'est juste ? (Elle parle des 10 cm² proposés plus haut). Comment tu as trouvé ça Laurie ? C'était toi qui l'a proposé ?

Laurie : Elle a vu que 1 dm est égal à 10 cm.

P : Inaudible. Tout à l'heure c'était un grand hasard que le chiffre de l'aire soit le même que le chiffre de la longueur. Parce que justement 1 fois 1 c'est toujours 1. Mais si tu changes le côté que tu dis qu'au lieu de 1 cm tu le transformes en 10 cm tu vas te retrouver avec l'opération 10 fois 10. Et ça donne...

E : 100.

P : 100 et oui...Et pas 10. (Elle efface le 10 cm² noté au tableau et le remplace par 100cm², elle a noté en dessous de 1 dm², 1dm fois 1 dm et en dessous de 100 cm 2 10 cm fois 10 cm). Alors, pourquoi ça parce que c'est 10 cm multiplié par 10 cm. On est bien d'accord que tout à l'heure on a rempli notre carreau avec 100 petits carreaux qui valaient 1 cm². Il y en a qui dorment, mais ça va vous faire du mal quand je vais vous faire une évaluation là-dessus, ça va vous faire un grand mal, parce qu'il va falloir absolument vous réveiller.

(0H38M)

Alors réveillez vous. Tout à l'heure quand on a colorié ce grand carreau, on a bien dessiné 100 carreaux. Vous êtes d'accord ? Vous avez pas eu l'impression de les dessiner parce que vous les avez coloriés comme ça mais dans le texte vous en avez dessiné 100. On a décidé que un petit carreau était égal à 1 cm², donc si vous en avez trouvé 100, vous avez donc dessiné 100 cm², or, donc, on s'aperçoit en fait que sans le vouloir on a dessiné 100 cm² et qu'on est parti de un petit carré qui valait 1 cm². Donc, si on fait l'opération en sens inverse, si jamais on travaille sur le cm, on s'aperçoit que 1 fois 1 est égal à 1 et que si par contre, on fait 10 fois 10 que c'est égal à 100.

P : Donc, tout ça pour vous dire que quand je travaille dans les aires, lorsque je calcule l'aire d'une figure, je multiplie la longueur par l'autre longueur...Ca t'amuse Benjamin ?

Benjamin : Non.

P : Ah si ça t'amuse, tu es en train de regarder je sais pas qui et tu rigoles. Raconte nous qu'est ce qui te fait rire, tant qu'à perdre du temps, perdons du temps tous ensemble. C'est quoi qui te fait rire ? Rien ? Alors tu suis au tableau. Si je te vois encore regarder les copains et rigoler, tu vas passer ta matinée dehors.

Donc, en fait, ce qu'il faut bien se rendre compte, c'est que quand je calcule les aires, je dois faire une multiplication entre la mesure que j'ai là et celle que j'ai là.

Alors, quand c'est un carré, pas de problème, je fais ça multiplié par lui-même mais quand c'est un rectangle... Si jamais j'ai un rectangle ici qui fait 8 cm de longueur et 3 cm de largeur, je vais faire pas 8 plus 3 mais je vais faire 8 fois 3. C'est-à-dire que je vais faire, 3 fois 8 carreaux, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Désolée pour le manque de...

(0H40M)

Voilà ce qui se passe, en fait je dessine 3 rangées de 8 carreaux, c'est pour ça que je multiplie 8 par 3.

P : Et là ? Alors là, ce sont des chiffres un petit peu plus compliqués à comprendre vu que 1 fois 1 est égal à 1. Mais par contre attention Laurie, là tu es tombée dans le panneau, ce n'est pas 10 cm², c'est 100. Ce qui nous explique que quand on travaille les aires, si je veux passer du cm au dm et au mm, je multiplie à chaque fois par 100, et non pas par 10. D'accord.

C'est-à-dire que si jamais je travaille mon tableau, j'ai 1 cm² contrairement à (?) est égal à 100 cm², 100 dm². Qui est égal à 10000 mm².

Donc attention quand je travaille sur les aires quand je passe d'une mesure à l'autre je multiplie par 100, je mets deux points par carreau. On y reviendra là-dessus. Vous avez compris ? Oui, bien. Alors, maintenant qu'on a fait ça, qu'on a donc répondu ensemble, je vais vous demander, heu combien faut-il de mmmmm...

Quelle fraction de l'aire du grand carré représente chaque petit carré ? A quelle fraction de l'ensemble correspond un carré ? Alors copiez la question s'il vous plaît et répondez y au crayon à papier. Ecrivez la question. Quelle fraction de l'aire du grand carré représente chaque petit carré.

(0H42M)

Ecris la réponse, je viendrais voir.

Vous me marquez une réponse, et après on compare les réponses.

(0H43M)

Levez la main ceux qui ont déjà proposé une réponse.

(0H43M45S)

Alors qui n'a pas trouvé, quel est le problème pour trouver ? Elisa tu as un problème pour trouver ? Alors, un carreau... A quoi correspond un carreau quand tu regardes l'ensemble de ta figure ?

César : Un centimètre.

P : A 1/100. Exactement. Donc, la réponse c'était 1/100. D'accord.

E : Inaudible.

(0H44M)

P : Oui, tu as 100 carreaux en tout, et un carreau c'est un sur cent. Tu as compris Florian ? Pas trop ? Voyons. Quand tu regardes ta figure, en additionnant les rouges les verts les bleus on avait trouvé 100. Un seul c'est un sur cent est égal à 1/100.

Bien alors maintenant vous allez donc dans votre livre d'Euromaths, vous allez donc regarder, je vais vous donner à chacun un petit bout de papier, vous savez un petit bout de papier comme ça et vous allez me refaire les trois figures là, la A, la B et la C et vous allez marquer dessous quelle est l'aire des figures A, B et C en faisant attention que l'unité de départ n'est pas le petit carreau mais le carreau d'à côté qui fait 1 cm². Vous le voyez. D'accord. Alors je vous donne à chacun un petit morceau de...

(0H45M)

Alors essayez s'il vous plaît d'économiser un maximum, de pas commencer à les faire au milieu, de commencer à les faire en bout de page.

(Distribution du papier)

Alors vous dessinez là-dessus et vous me dites...Dessous vous écrivez... Vous dessinez les trois figures et le modèle de 1 cm². Ca vous fait un petit travail de géométrie supplémentaire et à partir de là vous définissez quelle est l'aire de la figure. Tu le fais au crayon à papier hein...

(Les élèves travaillent)

Vous comptez les petits carreaux, vous les faites sur votre cahier.

(0H51M)

E : Comment on fait pour l'arrondi ?

P : Faites-le à la main l'arrondi, c'est pas particulièrement. Faites le à la main l'arrondi...

Athénaïs : Maitresse on en fait quoi après des figures ?

P : Tu les colles dans ton cahier.

Athénaïs : On les découpe ou pas.

P : Non, tu les découpe pas, j'avais dit de le faire dans le prolongement. Tu aurais pu faire les trois dans le prolongement quand même.

(0H52M)

E : Maitresse, ça va comme ça ?

P : Oui.

E : On découpe ?

P : Oui, enfin tu découpes pas chaque figure.

Pierre : Maitresse on fait quoi après.

P : Tu as fait le pourcentage...tu as calculé l'aire en fonction du petit carreau que tu as dessiné à côté ?

Pierre : Non.

P : Et bin c'est là, c'est là tout le but de l'exercice c'est de définir l'aire hein ?

(0H54M)

Athénaïs : Maitresse, est ce qu'on a le droit de mettre des virgule cinq ?

P : Des ?

Athénaïs : Des demis ?

P : Oui, oui oui. Bien sûr.

Romain : Maitresse comment on fait quand ça fait pas par exemple deux centimètres pile.

P : Comment ça ?

Romain : Bin par exemple pour la dernière...

(Inaudible)

P : C'est terminé ceux qui s'amusent.

E : Maitresse qu'est ce qu'on fait quand on a fini ?

P : Tu n'as pas fini, tu n'as pas fait tout ce que j'ai demandé, tu n'as pas dessiné le cm² et le but c'est de trouver quelle est l'aire de la figure.

(0H56M)

P : Alors... Alors, tu as trouvé ? Alors, comment tu as fait ça ? C'est pas évident évident. Bon celui 3 et demi super, celui là comment tu as fait ? Quelle a été ta démarche. C'est ça qui m'intéresse, c'est de voir comment tu as fait ça...

(L'élève explique, inaudible)

P : En fait regarde, si tu fais comme ça, tu as 1, 2, 3, 4, 5. 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4 et 5. Mais en fait regarde, tu as celui-là à moitié, celui-là à moitié, donc en fait tu en enlèves 1 et celui là, la moitié plus la moitié donc tu en enlèves...

(0H58M)

1, 2, 3, 4 là donc ça fait un demi...

E : Moi, j'ai trouvé 3,125.

P : A mon avis c'est pas bon. Alors attends on va voir. 1, 2, 3, 4, 5. Tu as 2, tu as 2, tu as 1, hop hop. Si on écrit l'entièreté de ton travail ça fait 1, 2, 3, 4, 5. Mais tu enlèves, la moitié d'un et la moitié d'un ça fait que tu enlèves un entier, ça fait que tu as 4 cm. Et ici, tu as la moitié d'un et là 1, 2, 3, là tu en as...Un demi ça fait donc trois demis. Et là tu as quoi, un demi, un demi et à moitié et c'est celui là qui nous pose des soucis là, c'est pas un demi, tu as trois carreaux là...

E : Oui.

P : Et bé oui. Et bé oui... Bon, allez à vos places, on va le faire ensemble. Parce que là y'a des petits soucis. Ouais ouais. Tu vas expliquer comment tu as fait parce que...Alors, on y va. Arrête Eléa.

(1H00M)

Alors, on va le faire ensemble.

Dans la figure numéro trois. On va commencer par la plus simple. Dans la figure numéro trois, c'est la figure la plus simple. Non, c'est pas la plus simple la numéro trois ?

Es : Si...

E : Non la deux...

P : Vous avez quatre carreaux et là vous avez de nouveau quatre carreaux puis là vous avez de nouveau quatre carreaux et là vous avez quatre carreaux divisés en deux. Donc, en fait vous aviez, si la mesure c'est ça, la mesure c'est ça, c'est 1 cm². D'accord. (Au tableau l'enseignante a dessiné la figure découpée en carreau de 0,5 cm de côté et un carré de 1 cm de côté divisé en quatre.)

Vous en avez 1, 2, 3, et celui là c'est la moitié de 1, ça fait 3 et demi. (Elle colorie les carrés en même temps qu'elle les énumère).

Donc il fallait trouver 3, 5 cm². (Elle le note à côté de la figure au tableau).

Qui a trouvé ça ?

Bon, bien. Ceux qui n'ont pas trouvé le mettent en vert. Bon deuxième...Ca c'était la figure C.

La figure B. Alors, la figure B, on commence on a un carreau entier, un autre carreau entier ça fait deux. Ensuite, on a, ici. Heu...Un demi et ici un demi. Là ça et ça ça fait un entier, donc pour l'instant ça fait trois. Et après on a...Ici, on a celui là...

(1H02M)

Hop et hop. (Sur le dessin, elle montre par une flèche qu'on déplace une partie de la figure dans sa partie complémentaire.) Ce qui fait que cette partie ici, Ludo ! Ca fait que cette partie ici, si je la récupère et que je la mets là, j'ai de nouveau un carré entier. Donc, ça m'en fait, 1, 2, 3, 4. Il fallait donc trouver 4 cm². Est-ce que tout le monde avait compris ça. Oui bien.

Alors maintenant, le problème, c'est la première, c'est la plus difficile. Alors, la première, on a au milieu, un carreau entier. Puis ensuite, on a sur le côté un demi, vous le voyez ? Puis en bas, de nouveau un demi. Ce qui fait que pour l'instant y'en a deux. Puis ensuite, on a un demi, ça va pour l'instant ? Deux et demi. Alors, après, comment vous attaquez le problème ?

E : Inaudible.

P : Si parce qu'il y a... Ca fait un demi là, donc là ça fait 1. Là on en a un, là on en a 0,5.

E : Non parce qu'il y a une partie de ça qui fait partie de ...

P : Et après il nous reste ce côté ici, donc on en aurait un qui a été divisé en deux, ça fait 0,25 et ici on en a un comme ça et un divisé en deux. Donc, c'est ça qu'il faut compter. Ici, celui là, ça correspond à quoi ?

Laurie : A la moitié de la...

P : A la moitié de la moitié donc ça fait combien la moitié de la moitié ?

(1H04M)

E : Inaudible.

P : 0,25. Donc là ici celui-là là, il est égal à 0,25. Celui-là, il est égal à combien ?

E : Un quart.

P : A 0,25 aussi. On est d'accord. Un carreau comme ça c'est égal à... et celui-là.

Es : (discussions inaudibles)

P : C'est la moitié de 0,25.

Athénaïs : 0,12 et demi.

E : 0,125.

P : 0,125. Alors, on y va, on essaie de calculer, ça fait, $1 + 1$ ça fait 2. $25 + 25$ ça fait 0,5. $0,5 + 0,5$ ça fait 3, 3 et 0,125 donc ça fait 3,125. 3, 125. 3 cm 125.

E : Maitresse, moi j'ai mis virgule 1.

P : Ah non, pas 1. est ce que vous avez compris comment on fait ou est ce que j'ai été un peu trop vite ?

E : Trop vite.

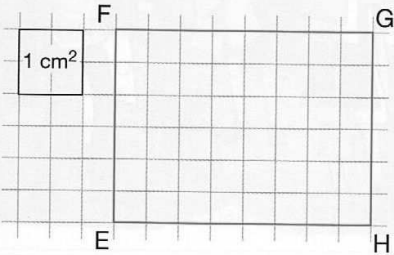
P : J'ai été un peu trop vite. ?

Es : Non, non c'est bien. Non, c'est bien.

P : Vous regardez votre carreau. Donc en fait quand vous réussissez à voir les quatre carreaux, bin c'est égal à 1. Par contre quand vous n'avez que un carreau sur les quatre. Bin, c'est un divisé par 4. Donc, on sait bien que $\frac{1}{4}$ est égal à 0...25. Lorsqu'on a un demi, ça c'est égal à 0,5. La moitié de 1.

Donc, après, il suffit que j'additionne quoi. Ca va ? Alors maintenant. Vous le collez comme ça. Vous découpez et vous mettez simplement exercice numéro 2 page 119. Continuez à garder le morceau de (inaudible).

5 a. Le cm^2 étant l'unité choisie, évalue l'aire du rectangle EFGH.



b. Prévois l'aire d'un rectangle de 7 cm sur 5 cm. Vérifie en le construisant sur du papier quadrillé.

(1H06M)

P : Nous allons faire, oralement. Nous allons faire oralement l'exercice numéro 5. Le cm^2 . Donc, on est toujours avec la même mesure, toujours avec le cm^2 . Etant l'unité choisie, évalue, évalue l'aire évalue l'aire du rectangle EFGH. Donc vous allez donc, juste comme ça, avec votre tête et puis avec vos doigts si vous voulez compter. Vous allez compter combien...Vous allez compter quelle est l'aire de FGEH. Quelle est l'aire...Allez, n'attends pas...Et je veux que tout le monde le mette sur un petit papier. Parce que sinon, c'est toujours les mêmes qui réfléchissent. Allez, je calcule en même temps que vous moi.

(1H07M30S)

Alors, qui a trouvé ?

(1H08M10S)

Alors, qui a trouvé ? Tu as trouvé Florian ? Tu as marqué ? Florian je veux que tu me donnes la réponse.

C'est bon ? Alors, allez dépêchons nous. Tu as trouvé Ludo ? Max. D. tu as trouvé. On le met dans la tête et on lève la main. Romane tu as trouvé ? Alors, observons le cm2. Il est formé de combien de petits carreaux ?

Es : 4.

P : De 4, ce qui veut dire que je vais compter, je peux, je peux avoir deux techniques. Soit, je visualise le carreau et je cherche combien il y a de carreaux dans ma figure, soit je cherche combien il y a de petits carreaux...On y va. Alors, combien il y a de petits carreaux sur la longueur ? Y'a combien de petits carreaux sur la longueur Florian ? Y'en a ?

Es : 8.

P : C'est bien tout ces gens qui s'appellent Florian. Y'en a combien ? Qu'est ce que tu manges ?

(1H10M)

Par contre, je te préviens tous les jours que manger du plastique c'est pas bon pour la santé. Les stylos c'est pas fait pour être mangé, c'est fait pour écrire un stylo. Je le dis en plaisantant mais je suis très sérieuse, tu vas t'abimer la santé à manger du plastique tous les jours. Alors, combien de petits carreaux sur la longueur ?

Florian : 8.

P : Combien en as-tu sur la largeur ?

Florian : 6.

P : 6. Alors, qu'est ce que je fais avec ces données là. Comment tu as fonctionné Marine, toi ? Tu as calculé les petits carreaux ou tu as calculé les grands carreaux ?

Marine : Les petits.

P : Les petits. Alors qu'est ce que tu t'es dit. Une fois que tu as trouvé 8 et 6. Qu'est ce que tu as calculé ? Comment tu as fait pour trouver la réponse ?

Marine : Bin, j'ai fait heu...

P : Bon qui est ce qui a trouvé et qui peut m'expliquer. Thomas ?

Thomas : 12 cm2.

P : Tu ne m'expliques rien, alors tu te tiens convenablement. (Sonnerie). Comment tu as trouvé ce 12 ?

Thomas : J'ai compté.

P : Tu as compté, comment as-tu compté ?

Thomas : inaudible.

P : Je n'entends rien. Alors, comment tu as fait Thomas, explique correctement.

Thomas : J'ai fait...

P : Tu as compté avec quatre carreaux sur quatre carreaux. Tu es parti avec la dimension quatre carreaux et tu as trouvé 12. Très bien. On vérifie. Qui est ce qui a trouvé une autre solution ?

Annexe B. 2. 8 : Retranscription entretien enseignante E

Combien d'année ça fait toi que tu enseignes ?

Je suis entrée à l'école normale en 77, j'ai commencé à enseigner en 79, donc 30 ans, pratiquement.

Et le CM2, t'en as fais combien...

Alors le CM2, j'ai travaillé 14 ans dans une classe où il y avait 4 niveaux, donc c'est pour ça que j'ai choisi le CM2, parce que ça m'était difficile de me dire que j'allais trouver, je ne sais pas m'arrêter moi. Donc je vais toujours essayer d'aller plus haut, c'est-à-dire amener les gamins à la fin du CM2, donc je me suis dit si je prends des classes plus petites, je vais toujours, je vais pas savoir où m'arrêter quoi, parce que je sais où je veux les amener.

Et donc, toi ta formation initiale c'était l'école normale...

L'école normale, donc vraiment deux ans de formation, je suis rentrée avec une licence d'espagnol mais à l'époque c'était pas obligé, tu pouvais rentrer sans rien quoi. Y'avait un concours d'entrée, en fait on ne nous demandait pas autant de choses que maintenant quoi.

Tu te rappelles un peu de tes formateurs en mathématiques ?

Heu...oui alors là on travaillait, à l'époque c'était sur l'IREM, c'était Mr Berthelot, tu vois c'est marrant je m'en rappelle et heu donc, l'école normale de Pau, c'est quelqu'un qui travaille dans le 64, je sais qu'il a été, qu'il a dû travailler, qu'il a été un petit peu à l'initiative de toute cette nouvelle pédagogie des maths. Il a travaillé dans les années 70-80.

Les manuels que tu utilises donc, il y a *Euromaths*, *Thévenet* et il y en a un petit là aussi...

Alors, le petit, le petit là c'est parce que j'étais à court là parce que le petit c'est vraiment un manuel de base vraiment pour combler les trous, non, je travaille avec des fichiers *d'Ermel*, j'aime beaucoup et par contre là, j'ai complètement délaissé *Cap Maths*, alors que l'an dernier je prenais, je piochais. Je pioche tout ce qui me semble intéressant, voilà tu vois.

Et donc, *Euromaths* ça fait combien de temps que tu l'utilises ?

C'est la première année. Je démarre avec ça pour la première fois.

Et donc tu l'as choisi comment ?

Enfin, je dis pour la première fois, l'an dernier je me suis servi de certaines situations de découverte, c'est comme ça que j'ai adopté et que j'ai fait adopter à mes collègues de CM2 en leur disant : « ça

me semble sympa comme méthode », voilà. Donc, pourquoi *Euromaths*, parce que je pensais que ça avait un peu le même esprit que *Cap Maths* mais que ça avait d'avantage de rigueur. Voilà, c'est-à-dire que c'est plus structuré, tu as la situation de découverte et après les exercices. *Cap Maths* c'est tout mélangé, je ne m'y retrouve pas.

Et donc, comment tu l'avais découvert *Euromaths* ?

Alors, je l'ai découvert parce que tout simplement c'est un livre qui nous a été donné en spécimen donc parmi les 5 ou 6 spécimens que j'avais, celui là m'a semblé vraiment très, très bien. Donc je m'en suis servi l'an dernier pour tout ce qui était géométrie, je me suis servi de situations de découverte énormément donc c'est pour ça je me suis dit bon... Mais j'ai eu du mal à lâcher *Thévenet*. Parce que quand même *Thévenet* il y avait des situations qui me plaisaient aussi parce qu'elles étaient simples tu vois. *Euromaths* par moment c'est...heu... c'est un peu élite tu vois, d'un point de vue compréhension. Faut être derrière quoi alors que *Thévenet* tu peux les lancer tous seuls.

Et donc quelle utilisation tu en fais, ça je l'ai vu dans les observations que j'ai faites, c'est pas linéaire...

Non, c'est pas linéaire, ils s'en servent ponctuellement. Très souvent la situation de découverte part de là et après je complète...Aussi, parce que, comme tu as pu le remarquer, il y a une classe à plusieurs vitesses. Donc, certains élèves en difficulté prennent vachement de temps pour faire les exercices. Donc il faut donner de l'eau au moulin des autres tu vois.

Par rapport à *Euromaths*, est ce que tu as lu les premiers chapitres où ils expliquent...

Oui. Bien sûr. Je les ai lus, je me suis imprégnée de l'idée qui me séduit beaucoup, maintenant je pense que dans ma manière de fonctionner j'ai des, je dois avoir des, comment dire des ... des anciennes habitudes qui sont difficiles. Je suis très séduite par l'idée mais je suis pas encore je pense tout à fait prête à enseigner *Euromaths* comme ils le préconisent tu vois.

Et au fur et à mesure pour les découvertes et exercices tu lis aussi...

Non, après en fait je lis plus, non. Je me laisse guider par les problématiques des enfants. En fait je m'en sers presque comme une situation de découverte tu vois, constamment. Et ce qui a changé cette année dans ma façon de fonctionner depuis que j'ai *Euromaths* par rapport à l'an dernier c'est que je répertorie les difficultés qu'ont eu les gamins tu vois et à partir de là je continue. C'est un peu comme tu vois, ce matin, 8/1=un huitième, tu le vois pas venir ça tu vois.

Et donc avant *Euromaths* tu disais tu utilisais *Thévenet* et...

Thévenet mélangé à *Ermel* j'aime beaucoup leurs situations. Et puis l'an dernier donc heu *Ermel* et puis *Cap Maths* parce qu'on avait une quinzaine de livres de *Cap Maths* mais je les ai laissés à Anne-Valérie de façon à ce qu'elle ait au moins un manuel autre que *Pour comprendre les maths* quoi. C'est vrai que l'année dernière je rajoutais, mais j'avais une classe plus homogène l'an dernier, donc il y avait moins ces grands écarts avec ces trous à combler, ces trous de temps quoi. Je sais pas si tu as vu la tête que faisait Océane hier quand je lui ai dit tu poses un peu et on attend les autres, pas de temps à perdre et en plus de l'organisation, on a les personnalités de ces jeunes gens qui aiment ou pas attendre tu vois. Donc, là cette année je ne m'en sers pas parce que il faut que j'emmène du matériel

donc à chaque fois *Cap Maths* ça voudrait dire une situation et puis à la limite passer du temps pour l'expliquer donc je peux pas, je peux pas, donc je donne plutôt des choses où ils se débrouillent eux-mêmes tu vois.

Donc la différence que tu faisais entre *Cap Maths* et *Euromaths* tu m'en a déjà parlé...

Oui, alors ce qui me plaît dans *Euromaths* c'est que chaque situation de découverte est présentée d'abord toujours avec les mêmes enfants, présentée comme quelque chose de ludique. D'abord y'a un énoncé à lire et ça je trouve que pouvoir faire de la lecture en faisant des Maths, c'est formidable, nous ça nous fait gagner du temps aussi et puis en plus y'a une relation affective à ces personnages ça, ça me plaît beaucoup ce suivi et puis les situations sont intelligentes, voilà, ça j'aime beaucoup, parce qu'à chaque fois c'est du, tu vois, tu les vois chercher quoi, en plus cette classe elle est parfaite pour ça quoi. *Cap Maths*, c'est plus théorique, c'est plus tu tombes sur un énoncé qui n'a rien à voir avec l'énoncé précédent, tu vois, je m'y retrouve moins, je m'y retrouve moins.

Ensuite, en parlant des mathématiques et de leur enseignement, que penses-tu des mathématiques ?

Alors, je suis de formation littéraire moi, j'ai fait une section A, mais j'ai toujours été, j'ai toujours aimé, la rigueur des maths. J'ai toujours aimé, c'est vrai, je me rappelle en terminale j'avais un professeur de terminale que j'aimais beaucoup et j'avais fini avec 18 au bac, donc c'est vrai que j'ai toujours aimé cette rigueur, chercher, fouiner, heu...Les situations de recherche, j'aime voir comment les enfants, heu, j'aime voir leur intelligence à travers les maths parce que c'est très différent des activités de Français. Bon mais j'aime tout autant faire de la grammaire aussi mais à mon avis c'est un peu la même logique, les phrases sont à un tel endroit, pourquoi...tu vois, comprendre. Et en ce qui concerne la pédagogie des maths, d'avoir comme ça des élèves qui cherchent, qui se heurtent, j'aime beaucoup, j'aime beaucoup...donc, je suis très à l'aise, je ne céderais pas ma place en maths, voilà tu vois, je ne travaillerais pas en décrochage en maths, autant ça ne me gêne pas de laisser sciences et géographie autant maths, j'ai envie de faire maths à mes élèves tu vois. Ca j'aime beaucoup.

Quelle est la politique de l'école ?

Très disparate, il n'y a pas de logique, on est en train là maintenant de commencer à pouvoir envisager de faire une progression en expression écrite, alors tu imagines où on en est. Il n'y a aucune corrélation entre ce qu'on fait en histoire alors moi quand je prends les gamins en histoire avec trois classes de CM2 qui arrivent de trois anciens CM1, alors tu imagines en maths, certains bossent avec *Cap Maths*, d'autres avec des méthodes traditionnelles donc attaquent la division pratiquement début CM1, d'autres l'attaquent à la fin CM1, donc il n'y a aucune technique identique, donc la seule chose qu'on ait réussi à faire cette année au niveau de CM2, c'est que j'ai réussi enfin j'ai impulsé le fait que les trois CM2, les quatre CM2 aient *Euromaths* et là à l'heure actuelle on est trois classes à travailler sur *Euromaths*. Magalie, Anne Valérie et moi. Nicolas me dit je n'adhère pas, je ne peux pas. Un manuel ça ne lui convenait pas donc il travaille avec des fiches qu'il a depuis des années et il se sent bien dans cette méthode là, voilà. Mais, déjà, je dis trois classes sur quatre c'est pas mal quand même. Ils ont un petit peu la même formation.

Donc après, les élèves... Combien d'élèves y a-t-il dans la classe ?

Il y a 28 élèves si on compte Isaïe. Donc, 27 élèves qui suivent un CM2 et puis Isaïe, un coup je viens un coup je fais ce qui normalement est du niveau de CE2.

Ok. Et par rapport à leur niveau qu'est ce que tu penses de leur niveau et particulièrement en mathématiques bien sûr ?

Alors je ne vois pas trop de différence entre ceux qui arrivent de CM1 avec *Cap Maths* ou sans *Cap Maths*. Donc, déjà je l'ai dit, je l'ai dit à l'enseignant, moi à mon avis heu comment dire, une technique heu, j'ai l'impression que les enfants, ils pigent les maths ou ils ne pigent pas les maths, ils ont un état d'esprit à le piger, un enfant qui est en difficulté quelque soit la méthode qu'on lui mettra entre les mains, il va piger, un enfant qui est intelligent que tu le fasses bosser avec *Cap Maths*, c'est sûr, c'est un plus. Pourquoi ? Parce que tu l'entraînes dans des situations de recherche qui sont intelligentes mais à la fin, enfin quand tu fais le bilan, tu les vois arriver en CM2, bin les gamins qui étaient en difficulté ont toujours des difficultés, les enfants qui étaient brillants...j'ai des enfants brillantissimes qui ont fait des méthodes hyper archaïques et des enfants extrêmement performants qui ont bossé avec *Cap Maths*. C'est pas à mon avis parce qu'ils avaient bossé avec *Cap Maths*, c'est un petit plus qu'on leur a donné. Alors, c'est le gros problème, c'est pas simplement qu'un problème en maths, c'est comment, comment adapter une classe d'un même âge avec autant de niveaux ? C'est que il y a cinq, six vitesses dans la classe, avec des enfants avec des intelligences heu au bout du compte peut-être que c'est le même niveau mais en tout cas pour y arriver ils ne mettent pas le même temps. Tu vois...Et puis à mon avis il y a certains enfants qui sont un peu limités dans leur manière de fonctionner quoi, ils ont, ils vont avoir peut-être d'autres qualités en arts plastiques ou en sport mais, il se trouve que par rapport à une compréhension d'un énoncé, tu vois et puis les raisons, il y en a tellement, entre Amélie, les deux parents tout les deux ont fait des classes de perf, Pierre, tu vois les histoires personnelles qu'il a, Ludo, bon, quand on voit la famille on se demande même s'il n'y a pas des gros problèmes d'alcoolisme dedans, tu vois, tout ça fait que tu as des enfants qui arrivent avec des parcours différents, après moi je ne lâcherai pas pour autant, je ne repartirai pas sur une méthode trop traditionnelle non plus parce que je trouve que se heurter, aller trouver, les voir trouver, voir comment ils ont abordé les fractions voir comment d'emblée, l'intelligence d'Océane a fait que la classe a été montée vers le haut et qu'on est passé aux nombres décimaux pratiquement dans la demi-heure qui a suivi la première fraction, enfin les fractions décimales, c'était pas prévu du tout. Donc, heu je crois que dans une classe il y a des élèves qui portent, après à toi de voir comment tu adaptes ce que tu as préparé à ce que t'apportes quoi. Voilà...

Maintenant sur les observations. D'abord sur l'organisation générale, donc par rapport à ce que préconise *Euromaths*, tu n'as pas tout à fait le même fonctionnement, donc eux pour les phases de recherche il y a beaucoup de travail individuel, pour toi souvent tu le fais avec eux, alors pourquoi ce choix ?

Je fais avec eux parce que, en général quand on arrive au moment où je vais le faire au tableau, il y a déjà 5 ou 6 gamins qui eux l'ont fait individuellement, bon, donc en fait mon plus gros souci dans cette classe c'est en fait les différences de rythme, ce qui veut dire que si je prends de nouveau le temps de laisser le reste de la classe en situation de découverte je vais, parce que de toute façon je le sais, je l'ai testé avoir des élèves qui vont me dire, on n'a rien compris, c'est une perte de temps et qu'est ce que je fais des élèves qui entre temps eux ont appréhendé leur situation de découverte, tu vois. Donc en fait, j'ai résolu le problème en me disant je laisse chercher, en général ils sont entre 6 et 8 à chercher, et après je découvre avec les autres, parce que de toute façon les autres ils comptent

sur les 6 qui ont cherché tu vois, et en fait, au moment où on met en synthèse la situation de découverte, c'est forcément feuille blanche, alors que là, en ayant déjà des élèves qui y ont réfléchi, la situation de découverte au tableau permet que je cible : tiens toi réponds. Je les investis d'avantage, tous seuls devant leur feuille blanche ils s'investissent pas. Voilà, là je me suis carrément adaptée à ma classe, peut-être que je ne fonctionnerai pas comme ça l'an prochain si j'ai une classe plus homogène avec des enfants qui vont être d'avantage participants. Là, il y a quand même, à mon avis, plus de la moitié qui sont très, très passifs. Je perdais un temps fou, un temps fou quoi et je n'avais pas d'avantage de résultats. J'avais pas plus de compréhension quoi. Voilà.

Ok, donc, toujours un peu dans le même truc, tu as fait le choix quand ils sont en travail individuel d'être à ton bureau...

D'être à mon bureau et c'est eux qui viennent vers moi. C'est tout simplement une question, là aussi c'est pareil, si je tourne dans la classe, j'ai les enfants qui ont fini, parce que en fait quand ils viennent au bureau c'est parce qu'ils ont fini. Donc en fait, ça sous-entendait, parce que là aussi c'est pareil, en début d'année quand tu connais pas ta classe, tu tournes parce qu'en fait etc... donc en fait il se passait quoi, il se passait que je faisais un peu ce que tu fais, c'est à dire que je me posais à côté d'un gamin et j'essayais de l'aider, et puis j'avais des gamins qui me disaient on a fini madame on a fini, alors j'allais voir le gosse, je lui corrigeais son truc et je le mettais dans une situation de...et en fait j'étais partout et nulle part, parce qu'en fait je laissais le gosse qui attendait évidemment ma manne précieuse, donc il attendait, donc il ne faisait rien, bref, c'était le bordel, il n'a pas d'autre mot, donc en fait j'ai décidé de rester au bureau et puis de ne, finalement, de n'être à l'écoute que de ceux qui avaient terminé, et ce qui fait que effectivement, ça donne, d'abord ça me permet moi de voir les enfants qui réussissent ou pas et deuxièmement je me sers de ces erreurs là pour reprendre les exercices, alors là collectivement et pour donner un coup de pouce à ceux qui ne me le demandent pas parce que, eux, ils n'en sont pas encore arrivés à cet exercice là. Alors c'est sûr que le top ce serait qu'on soit deux. L'une qui reste là pour synthétiser, faire le travail que je fais là, c'est-à-dire je repère à travers ceux qui ont fini les difficultés que pourront rencontrer les autres tu vois. Voilà. Alors, c'est tout simplement, la réponse c'est 27 gamins dans une classe et un seul enseignant, c'est pour ça que, heu, je peux pas heu, j'attends parce que tu as remarqué, ils sont constamment en train d'arriver là...J'ai pas une minute de répit, donc, heu, voilà, moi le plus gros soucis c'est, c'est ce décalage quoi, c'est-à-dire le fait que certains élèves aient plein d'exercices en avance donc je ne sais jamais où ils en sont. C'est ça le problème et c'est vrai que tu ne peux pas laisser les élèves qui réussissent sans matériau quoi, donc maintenant, tu as vu comment j'ai fonctionné là, il y a un contrat minimum, donc il y a tel exercice donc là je pense que je vais faire un peu comme en français, c'est-à-dire un plan individualisé tel page tel numéro, le minimum et puis après piocher là dedans, de façon à ce que comme en français, sur la même compétence certains élèves fassent 7 exercices au lieu de trois. Voilà, maintenant il y a aussi le problème de la correction, certains élèves tu as vu continuent sans avoir corrigé les erreurs de la veille. Alors, tant qu'ils ne viennent pas au bureau me montrer leur travail, et bien il y en a qui passent au travers, tandis que quand ils viennent au bureau, je vois exactement où ils en sont donc je les renvoie en leur disant va faire l'exercice d'hier, mais bon, c'est, c'est très, même avec trente ans d'enseignement, je me pose toujours autant de questions, je me dis que je vais partir à la retraite sans avoir trouvé la situation idéale, tu vois. Mais bon, l'important c'est que je me rends compte au moment de l'éval, il y a eu de bons résultats sur les fractions. Tu vois quand je les entends parler même si il faut revenir chaque fois sur le fait qu'une fraction c'est une division, qu'on n'appelle pas ça le haut et le bas, tu vois, mine de rien je sais que c'est mots là sont rentrés, je sais que la plupart ont compris ce que c'était qu'une fraction égale à une autre, comment

on décomposait, bon les dixièmes, les centièmes, je ne suis pas très très inquiète sur les nombres décimaux. Tu vois, je pense que ça va bien bien se passer là.

Donc je posais la question de savoir comment se passe la gestion des différentes vitesses de travail des élèves mais je crois que là tu m'as bien...

Oui, tu vois je crois que je suis plus structurée en français. Pourquoi parce que, en français sur le même thème de travail, je jongle à la fois avec orthographe, vocabulaire, conjugaison, lecture, expression écrite. Donc, j'ai un tableau avec toute la liste des élèves et tous les exercices que je leur demande sur mon plan de travail, et là, je coche. En maths, si tu veux, ce serait une perte de temps folle parce que l'exercice serait à cocher, mais je me demande si je ne vais pas être amenée à faire ça pour pouvoir bien savoir où j'en suis. Bon, c'est vrai que c'est un travail de titan mais bon pour ne pas avoir ce décalage. Et puis c'est surtout que je veux leur donner à tous les mêmes chances quoi. Tu vois, donc il faut toujours cibler sur des exercices qui ne vont pas amener des notions en plus aux élèves qui sont bons, parce que c'est surtout ce que je veux éviter que les élèves qui sont en difficulté en aient moins que les autres tu vois. Ça par contre ça fait partie du travail de prep, hein c'est pas un truc que tu gères au moment où tu as les gamins avec toi. Tu vois.

Au moment des mises en commun, tu ne fais pas toujours de la même manière, il y a des fois où tu prends en compte toutes les procédures, et des fois non.

Oui, ce n'est pas conscient, est ce que tu peux me donner des exemples ?

Alors sur les fractions et bandes de papiers, bande unité plusieurs réponses, tu n'as pas recensé comme lors du travail sur les fractions décimales où toutes les procédures sont notées au tableau et où tu les avais faites toutes tourner.

Ce n'est pas conscient. En général ma démarche est plutôt de prendre en compte toutes les procédures. Parce que l'esprit humain est tellement complexe que je trouve intéressant que chaque procédure soit mise en valeur, parce que certains élèves sont très intuitifs, d'autres vont le faire plus avec de la rigueur, avec de la logique et je trouve que c'est intéressant de laisser à chacun la possibilité de pouvoir dire, moi, c'est comme ça que je fonctionne. Et je pense qu'en proposant plusieurs procédures, bon bien ça je pense que j'ai pas besoin de te dire, tu adhères quoi. Il y a des élèves hop ils peuvent avoir le truc. Tiens celle là, ah bé ça m'intéresse, je me sens plus à l'aise dans celle là. Donc, effectivement, si je suis passée, soit c'était parce que je n'avais pas le temps, soit c'est parce qu'effectivement je devais être entre deux, à mon avis ce devait être une question de temps, j'ai voulu gagner du temps.

En fait, oui tu les prends en compte à chaque fois, après, c'est différemment mis en valeur.

Oui, oui, tout à fait.

Mais c'est vrai que cette fois là ça avait été vraiment rigoureux et je me demandais si ça avait été préparé...

Non, non. Autant quand je prépare, je vais préparer avec, je regarde les exercices, est ce qu'ils correspondent à ce que je veux avoir comme objectif, la compétence que je veux qu'ils acquièrent mais je ne travaille pas les possibilités, parce qu'en fait il y a tellement de choses qui arrivent, et c'est que l'expérience si tu veux, est importante, parce qu'en fait, quelque part ça paniquerait de dire tiens, j'ai pas préparé, mais bon, je retombe sur mes pattes, donc, si tu veux quelque part comme je suis

tranquille parce que je sais que j'ai l'expérience, ça explique parfois un petit manque de rigueur de ma part qui fait que ne l'ayant pas préparé en amont et bin je vais avoir des techniques différentes, mais c'est vrai mon point principal c'est quand même de mettre sur un tableau toutes les procédures mathématiques qui sortent de la tête des enfants, c'est ça mon but. Voilà, et c'est à mon avis, l'esprit de *Cap Maths* et l'esprit d'*Euromaths*. Je crois que si on a compris ça, on peut travailler avec *Euromaths*, moi je ne veux pas, il y aura une solution, mais pleins de chemins pour y arriver, et c'est ça qui m'intéresse, tu vois, voilà.

(...)

Si on peut un peu déborder sur la division, parce que en CM2, moi, je n'ai jamais connu ce problème parce que je les avais depuis le CE1 pendant 14 ans, donc en fait les gamins qui arrivaient en CM2, quand j'avais cette classe à quatre niveaux, c'est moi qui les avait formés, donc je leur avait donné dès le départ cette optique de chercher les hypothèses, de les vérifier, etc...donc, quand on arrive à la division, je les avais formés moi, là j'arrive avec des élèves, qui ont eu quatre instit' différents, l'une qui a travaillé par *Cap Maths* et les autres, je te dis, en Octobre ils savaient diviser en CM1. Enfin, ils savaient, ils réussissaient en CM1, bon. Et là, quand je leur ai expliqué, on est arrivé avec plein de procédures à qu'est ce que c'est qu'une division et comment, donc on est allé, le répertoire, on a tout fait. Et bien j'en ai encore qui se servent du répertoire alors que la technique on l'a largement dépassée et qu'on est arrivés à la simplifier mais ils continuent à se servir du répertoire, tu vois...

Qu'est ce que c'est que le répertoire ?

En fait par exemple quand tu divises par 45 tu notes déjà 45 fois1, 45 fois 2... c'est-à-dire que tu fais déjà les multiplications que tu vas être amené à faire quand tu auras choisi, heu...Et après tu pioches, alors c'est un truc, par exemple Chloé, elle ne peut pas travailler sans, tu vois. Après tout, c'est sa...mais je leur ai donné toutes les procédures. Mais, par contre, certains élèves, ils étaient mal, on n'a pas appris comme ça l'an dernier...Vous nous bousculez tout ce qu'on a dans la tête, et bin justement, c'est mon but parce que moi je veux vous pousser jusqu'au bout pour que la démarche que vous allez acquérir c'est celle que vous avez comprise, voilà, c'est ça qui m'intéresse, c'est que vous vous trouviez pas comme cette année en début d'année, ah, on a appris mais on ne s'en rappelle pas. Ça veut dire que quelque part ça n'est pas appris, parce que si ça avait été vraiment compris vous n'auriez pas de soucis avec la division.

(...)

Mais c'est intéressant d'avoir quelqu'un, parce qu'en plus là moi je t'oublie carrément, et que tu as ce regard extérieur par exemple moi je vais être beaucoup plus vigilante par rapport au fait d'avoir toujours la même structure tu vois, c'est-à-dire je vais le prendre le temps, mais c'est intéressant parce que tu vois je me suis pas rendu compte. Tu vois l'année dernière lorsque j'ai attaqué les fractions décimales, là je ne travaillais que sur *Thévenet*, je suis passée, en fait j'ai travaillé sur le dosage là, on a passé du temps, on y a passé beaucoup de temps, mais je suis passée de ça, directos aux fractions décimales et après directement à ça, et je n'ai pas passé du temps avec les bandes, je n'ai pas passé du temps, je sais que c'est vachement important et je sais que je le referai comme ça l'an prochain, avec la structure *Euromaths*. Je prendrai du temps avec mes bandes, chacun se préparera trois bandes de couleur et ça je le préparerai en amont tu vois, avec division par 6, division par 4, division par...

Oui, c'était la première fois que tu mettais en place cette séance...

Oui et je me suis aperçue que c'était super, parce que je me suis aperçue que c'est bien bien passé. Et ça c'est un truc que j'avais noté lors de la conférence pédagogique sur les nombres décimaux, avec celui qui s'occupait de *Cap Maths* là, où il nous avait dit qu'il ne faut pas perdre de vue, il faut toujours penser que la fraction c'est toujours par rapport à l'unité, ne perdez pas de vue, et que l'unité est changeante, donc il faut constamment, et c'est vrai que là c'était mon leitmotiv, je sais pas si tu t'en es rendu compte, j'ai toujours parlé de division...

Oui justement j'avais une question par rapport à ça parce que tu appuies beaucoup là-dessus en classe mais dans les fiches de cours à aucun moment il n'y a le mot unité qui est donné.

Ah, d'accord.

(On vérifie)

C'est vrai que, c'est à dire que les fiches, ce sont les fiches que j'ai retrouvé de l'année dernière donc, je peux très bien...

(On vérifie, un ensemble, mais pas d'unité dans les trois fiches sur les fractions mais il apparait sur les fiches sur les fractions décimales)

Après ce que j'ai retenu de cette séance sur les nombres décimaux c'était que justement et bien on a trop tendance à parler avec le vocabulaire qu'on a appris nous, c'est-à-dire, avant la virgule et après la virgule, je bouge la virgule et ils nous avaient fait une démonstration qui m'avait paru tellement évidente sur le moment que je m'étais dit, je ne ferai plus jamais les nombres décimaux de la même manière, 30 ans après, il était temps, et en fait, et en fait heu c'est pour ça que là j'insiste beaucoup, je ne veux pas qu'ils me disent, j'enlève le zéro, je veux qu'ils me disent j'ai divisé par 10, c'est vraiment, je veux qu'il y ai toujours la démarche mathématique de pourquoi j'enlève le zéro, tu vois...Et là, avec la technique, avec les exercices proposés par *Euromaths* et tout là, comme on passe très souvent de la fraction décimale au nombre décimal, il y a toujours la relation avec le positionnement du chiffre par rapport au dixième..., et je trouve que c'est fluide, ça me convient très bien ça.

Oui, ils ont l'air d'avoir bien capté ça...

Oui, je crois, enfin j'espère, on verra bien si l'évaluation va être...réussie quoi.

Sur les contenus...Tu as choisi certaines situations d'*Euromaths* et d'autres non, alors pourquoi ce choix, par exemple la machine à partager...

Je l'ai pas faite parce que j'avais envie de passer directement à un plan...Pourquoi ? Parce que c'est quelque chose de nouveau, heu j'ai pas eu...j'avais cette sensation que ce serait presque une perte de temps, je préférais travailler directement sur une droite numérique avec le papier millimétré, 10, 100 et 1000. Je me suis dit, j'aime autant travailler sur des bandes, j'ai pas vu trop trop trop l'intérêt. Après, c'est vrai qu'on a remarqué avec Anne-Valérie quand on a préparé les leçons, ça a été un choix de toutes les deux de ne pas travailler sur ça, on s'est aperçues que sur pour comprendre les maths, pourtant c'est pas révolutionnaire pédagogiquement, et bien ils se servent déjà de ce type de partage. Non, là en fait c'était un petit peu un gain de temps, et puis bon comme c'était un truc que j'avais jamais fait j'ai préféré rester sur le plat.

Le choix d'*Euromaths* c'est d'introduire les fractions par plusieurs biais différents, donc, les gâteaux, sur les durées tu as proposé un exercice mais très peu d'élèves l'ont fait et donc est-ce que c'était aussi un choix de ne pas forcément...

C'était un choix de ne pas rentrer dans des, dans des, dans quelque chose d'encore différent, parce que les heures je vais le faire tout seul. Tu vois, en fait ça va faire partie d'une compétence au niveau des mesures et des durées, donc là je re piocherai le travail sur les fractions tu vois. Je repartirai peut-être de là, mais là, j'avais pas envie, de par tout ce que tu as vu hein, la différence de rythmes, il fallait que je suive une progression et je me suis dit, mettre l'heure en plus dessus. Donc, j'ai laissé les élèves qui avaient beaucoup d'avance, je ne sais plus je crois qu'il y en avait deux ou trois qui l'ont fait, s'ils l'ont fait, voilà, c'était dans les fiches que j'ai pris sur internet.

Et il commence un peu aussi une droite numérique et toi tu l'as introduit plus tard (au moment des fractions décimales)

Oui, je l'ai pas fait ça non plus, parce que là aussi c'est pareil, il y avait des fractions décimales là au milieu et je me suis dit, en plus en fait si tu veux, il n'y aurait eu que ce support là peut-être que j'aurais suivi à la règle, mais comme il y avait d'autres supports, j'ai préféré asseoir certaines choses qui faisaient partie de tout ça, les asseoir, il s'est trouvé que les exercices d'internet étaient bien ciblés et je savais de toute façon que la droite numérique on allait largement la travailler, regarde aujourd'hui avec les 1/100, 1/10, les coureurs cyclistes, je savais que de toute façon, j'aurai ce travail de droite numérique à faire un peu plus tard, j'ai différé, voilà, c'est un choix.

Quand tu as commencé la première leçon sur les fractions, tu leur as demandé de quoi ils se rappelaient, est ce que c'est un truc courant...

Oui, oui, systématiquement je le fais, on part de ce qu'ils savent, ça a été pareil pour la division, ça a été pareil pour les grands nombres, ça a été pareil pour tout quoi et les fractions, bon les nombres décimaux vu que c'est en train, mais oui, je pars toujours de ce qu'ils savent et comme ça, ça me permet de voir s'il y a des notions qui n'ont pas été comprises ou très bien comprises par certains...

Comment tu choisis ce que tu mets sur tes fiches de cours ?

Voilà, donc en fait je pars, là, c'est pas une réflexion peut-être très intéressante mais là je suis partie sur ce que j'avais fait l'an dernier, c'est-à-dire en fait l'an dernier l'évaluation a correspondu à un travail qui été dirigé par Thévenet, hein voilà, et en fait, comme j'ai travaillé sur plusieurs supports, j'ai pu voir à partir de ma base Thévenet, j'ai pu voir, à travers les différents support pleins de chose différentes, et j'en ai pondu une petite éval, et cette année, je suis partie de l'éval que j'allai leur donner à la fin et j'ai dit voilà les compétences que je veux qu'ils acquièrent, donc, à partir de là j'ai introduit, c'était la logique, hein, c'est pour ça que j'ai pas fait les choses complètement dans l'ordre mais heu j'ai cherché à chaque fois à trouver des exercices qui allaient correspondre à mes objectifs pour l'évaluation et ces objectifs là, ils sont tirés d'objectifs que tu trouves dans tout les cahiers de...tu sais, voilà. Bon, il y a certainement d'autres manières de fonctionner, certaines collègues vont fonctionner à partir du livre.

Oui, en plus il y a l'aide-mémoire *Euromaths*...

Ça par contre, je ne leur donne pas, en fait on a un livre pour deux. Mais nous on tire les leçons de ça, beaucoup. Donc en fait c'est dans cet esprit là, voilà. Une évaluation, elles sont très décortiquées

c'est-à-dire que, en fait ce sont des objectifs sur tout ce que j'ai pu voir, dans les exercices aussi. Ca c'était déjà l'an dernier, donc ça fait deux ans que j'ai du CM2 pur et de ce fait, bon bin c'est clair, ça va être range une fraction décimale sur une droite numérique, après ça va être décomposé là après retrouve la partie entière, encadre la, donc je vais cibler mes exercices là-dessus, et de ce fait, ce qui est bien avec les livres que j'ai c'est que, en suivant un certain ordre et bé je trouve, à chaque fois je mets des exercices un peu différents, de qui fait qu'à la fin du parcours, ils ont appréhendé tout les exercices qu'ils auront dans les évals, tu vois y'a pas de surprise, y'a pas de grosse surprise quoi.

J'ai noté les exos qu'ils ont fait, y'en a énormément.

Oui, oui, il y en a plein, mais certains si tu regardes bien, ils sont passés allègrement, ici ils ont fait 4, 5, 6, ça ils ne l'ont pas fait, ils sont passés à la fiche tu vois.

Oui, là j'ai pris sur le cahier de Justine, c'est le maximum qui a été fait.

Et au bout d'un moment là tu ne peux pas non plus, c'est pour ça qu'hier je leur ai dit bon bin vous attendez maintenant parce qu'après, d'abord moi je suis à court d'exercices et puis je ne veux pas qu'elles aient un entraînement, je préfère tant pis qu'elles poireautent un peu mais au moins après j'essaye de rééquilibrer un petit peu l'apport que vont avoir tous les élèves tu vois c'est...C'est vrai que ce n'est pas évident, parce qu'on a toujours tendance à travailler pour ceux qui vont vers le bas et qu'on délaisse peut-être un peu ceux qui vont vite et qui travaillent bien mais...Alors après c'est vrai que quand j'ai travaillé dans une classe à quatre cours, j'avais toute une série de jeux à côté, ça s'appelle *didacta*, il n'y a pas de piles rien, c'est des trucs avec des fiches où il faut que tu travailles par exemple sur les décimaux, donc tu as des fiches et puis tu as plusieurs réponses, tu positionnes ton appareil et à la fin tu as un clapet qui remonte si tu as toute tes réponses justes, donc ça permet un travail où toi en tant qu'enseignant, tu n'as pas de correction, et l'enfant, il continue à manipuler les maths. On s'était dit avec Anne-Valérie, on va mettre toute une batterie d'exercices autocorrectifs mais bon c'est un travail de titan parce que ça veut dire que malgré tout tu jettes un coup d'œil dessus. En fait, c'est ça, il faudrait un système de petits jeux mathématiques avec un système de correction immédiate et là aussi, c'est toujours les mêmes qui vont jouer, tu vois, il ya parfois des questions sans solution je trouve au niveau de l'enseignement, parce que le nombre de 27 est énorme tu vois, c'est ça. On serait même 20, c'est autrement, tu peux organiser autrement.

Ensuite sur les fractions décimales tu as choisis les animaux peintres, donc ça vient de *Pour comprendre les maths*, pourquoi avoir choisi cette activité là plutôt que celle d'*Euromaths* ?

Alors parce qu'on voulait d'emblée introduire un dessin dans lequel il y aurait les dixièmes et les centièmes présentés, voilà. Donc on est parties dans la recherche dans nos documents qu'on avait d'une situation découverte où d'emblée, les enfants n'auraient pas à fabriquer les dixièmes, les centièmes, donc ça nous a semblé très simple. On avait envie de simplicité, pour permettre aussi qu'il n'y ait pas non plus constamment la réflexion qui est souvent réservée à l'élite, voilà, je voulais que tout le monde s'y retrouve. Et Anne-Valérie qui a autant de difficultés que moi parce qu'il y a à peu près le même nombre d'enfants en difficulté dans sa classe, a adhéré à ce choix, voilà. Donc on est parties sur, on a comparé les trois et on s'est dit, et bien se sera celui là, voilà, ça nous a semblé sympa ces petits animaux qui peignaient, on s'est dit ça va être ludique.

Et après ça tu m'en avais parlé un peu, pourquoi est ce que tu as décidé de séparer le travail entre celui sur les fractions et celui sur les décimaux ?

Uniquement pour leur donner un peu un second, un troisième souffle, pour qu'ils aient un peu le temps de digérer, parce qu'en fait, si tu veux là où je me suis mal exprimée, c'est qu'on a abordé les nombres décimaux, mais on n'y travaille pas. C'est-à-dire qu'on est en train simplement de voir qu'une fraction décimale peut s'écrire sous forme, et ça en fait, quand je vois les leçons, je m'aperçois que des fractions décimales aux nombres décimaux c'était une leçon que j'avais prévue qui faisait partie des nombres décim...qui faisait partie des fractions, alors que les nombres décimaux, c'est un troisième tome, c'est-à-dire que là, on oublie la fraction et on part sur un nombre, donc je compare, addition, soustraction, etc...Voilà. Donc en fait c'est là que je partage. Et c'est vrai que, ne me rappelant pas très très bien comment ça avait évolué l'année dernière, dans mon esprit j'ai pensé, on ne décortiquera pas, on ne fera pas en même temps et effectivement on ne va pas le faire en même temps, là on va simplement se servir du nombre décimal comme d'une nouvelle écriture, voilà. Mais, ils sont allés très vite hein, ils sont arrivés très très vite à ça. Mais bon, ça ne m'étonne pas, ils font ça dans tout hein. Tu vois ce...il y a des personnalités très très performantes quand même, brillants d'esprit.

Et ce sont les mêmes dans toutes les matières.

Oui. Oui, oui. Je vois il y a une réflexion, bon j'ai pas le droit à l'erreur avec des élèves comme Océane et...Océane surtout. Estelle aussi est pertinente et puis heu...Mais sinon il n'y a rien...Tout est question. Mais pourquoi ça ? Des fois ils me rappellent des choses que j'ai dites et ho là là je ne me rappelais pas que j'avais dit ça et...ah oui et bé vous aviez raison, donc là je fais preuve d'humilité, oui je me suis trompée, donc on va reprendre ça au tableau, alors il y en a certains qui me regardent...On n'avait même pas vu nous tu vois...

Et comment as-tu choisi comment placer les élèves ?

D'abord la taille, logiquement et puis ensuite au fur et à mesure que je les connais, j'évite de mettre ensemble des enfants trop dissipés. Après bon, là en ce moment mon soucis ça va être de rapprocher Florian, qui a besoin absolument d'être aidé Florian. Après j'ai toujours le problème de Pierre que je ne sais pas où mettre, de toute façon quelque soit l'endroit il me met le bazar. Ludo qui a besoin d'être à côté de moi, Amélie qui est un peu loin mais d'un autre côté, à côté de Samantha c'est bien. Ca fait trois quatre fois que j'ai changé de place déjà. Alors, il ne faut pas mettre les garçons ensemble, parce que les garçons sont infernaux ensemble.

(...)

Ils sont très très dynamiques mais tu paies ce dynamisme par moments, donc par moment je suis tenue, bon ça me va parce que...de faire preuve de beaucoup d'autorité parce que il ya des moments, ils déborderaient vite quoi, une enseignante qui...enfin ils auraient vite le dessus sur les enseignants, les CM2, je dis pas ma classe quoi, mais c'est vrai qu'il faut être accroché quoi.

Voilà, donc comme critère il y a la taille, c'est vrai que c'est dur de mettre un Maxime P. devant, avec la taille qu'il a. C'est ce que j'ai essayé d'expliquer à ses parents, ils ne m'en ont pas fait le reproche mais c'est moi qui m'excusais, comment voulez vous que je le mette.

(...table de 4 au début de l'année, les élèves ne voulaient pas...)

“Là, j’avais fait le choix de séparer Océane, d’Eléa et d’Athénaïs. Tu me diras...Elles étaient toutes les trois au fond, elles finissaient très très rapidement et puis Estelle aussi, donc toutes les quatre, j’avais un noyau et il y a eu des soucis.

Annexes C :
Grilles et tableaux d'analyse

Annexe C. 1 : Grille d'analyse des séances (Butlen)

Première partie

<i>Enseignant</i>	Nom	classe	école	manuel	Nom	classe	école	manuel
La situation mathématique	Première année				Deuxième année			
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8
Nature du problème initial								
Existence d'un réel problème								
nombre								
Situation évoquée au cours de l'accompagnement								
Situation issue d'un document conforme à l'accompagnement								
Choix d'un autre document								
Explicitation des choix des auteurs								
Statut de la connaissance (apprentissage d'une notion, d'un langage, d'une technique, réinvestissement, application)								
Outil/objet								
Mode de validation								
Adaptation de la situation								
Adaptation nécessaire a priori (tout public ou ZEP) ¹¹⁹								
Adaptation effective								
Repérage et choix des variables								
Mode de validation								
Existence d'une analyse a priori								
Projet de scénario								
Aides								
institutionnalisations								

¹¹⁹ Du point de vue du chercheur

deuxième partie

<i>Enseignant</i>	Nom	classe	école	manuel	Nom	classe	école	manuel
La mise en actes	Première année				Deuxième année			
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8
<i>Prescription de la tâche</i>								
Mode de prescription								
Négociation de la tâche (abaissement des exigences, support et matériel)								
Négociation a priori ou sous la pression des élèves								
Enrôlement des élèves (modalités, leviers)								
Ancrage dans les apprentissages en cours								
Activité des élèves (recherche)								
Part d'initiative								
Temps de recherche								
Mode de travail								
<i>Activités de l'enseignant</i>								
Interventions de l'enseignant								
Les aides éventuelles								
Prise d'informations sur les élèves								
Prise en compte de ces informations								
Synthèse et institutionnalisations								
corrections								
explicitation collective des productions								
synthèse								
Hiérarchisation des procédures (adaptée ou non)								
Institutionnalisation								
Prise en compte du déroulement effectif								
Degré de décontextualisation								
Nature du savoir (résultat, démarche, justification)								

Troisième partie

<i>Enseignant</i>	Nom	classe	école	manuel	Nom	classe	école	manuel
Les interactions	Première année				Deuxième année			
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8
<i>Prescription de la tâche</i>								
Nombre d'élèves sollicités								
Choix des élèves (niveau, pertinence)								
Aide personnelle ou publique apportée								
Temps de parole accordée aux élèves								
Activité des élèves (recherche)								
Nombre d'élèves sollicités								
Choix des élèves (niveau, pertinence)								
Aide personnelle ou publique apportée								
Temps de parole accordée aux élèves								
Synthèse et institutionnalisations								
Nombre d'élèves sollicités								
Choix des élèves (niveau, pertinence)								
Aide personnelle ou publique apportée								
Temps de parole accordée aux élèves								

Annexe C. 2: Classes de problèmes et distribution des tâches en fonction des manuels

Manuel / Classe de problème	Euromaths	Cap maths	J'apprends les maths	Thévenet	Maths outil	Ermel
Partage/fraction						
Déterminer la valeur unitaire dans un problème de partage (fraction)	Déc15 p34	Tester p74	Ex1p58	Ex4p67		
Déterminer la totalité en fonction de la valeur d'une part			Ex2p58 Ex4p59	Ex7p77		
Déterminer la valeur unitaire dans un problème de partage (division)			Ex4p59			
Déterminer la valeur d'une part (par exemple 1/10 de ...)				Ex4p67 Ex13p69 Ex8p77		
Partage de durées	Ex1p34	Ex5p77		Ex8p71		
Mesures/Fractions						
Exprimer la mesure d'une grandeur en utilisant des fractions (T2)	Déc16p35	Ch3p74 Ex4 p74 Ex1p75 Ch1p104	Ex1p56 Ex2p56 Ex2p66 Ex3p74			Act1.3p448 Act1.3p448(bis)
Lire graphiquement une fraction			Ex5p56 Ex1p5	Ex1p66 Ex2p56 Ex3p57 Ex5p67 Ex6p67 Ex10p69 Ex3p74 Ex1p76	Dec1p16 Ex1p16 Ex3p16 Dec1p18 Ex1p20	Act1.2p445
Mesures/Fractions						
Construire un objet dont la mesure est donnée sous forme d'une fraction (T3)	Ex1 p35 Déc17p36 Ex1 p37	Tester p74 Ex2p75 Ch2p104	Ex1p66 Ex4p67 Ex1p74			Act1.1p443 Act1.3p446
Représenter graphiquement une fraction (colorier une portion d'aire donnée)			Ex1p12 Ex1p5 Ex3p56 Ex2p64 Ex1p9 Ex1p10	Ex2p56 Ex4p57 Ex5p67 Ex8p67 Ex11p69 Ex3p74	Ex3p16	
Mesures/Fractions						
Reconstituer un objet dont une partie de la mesure est donnée sous la forme d'une						Act1.2p443

fraction (passer d'une fraction de l'unité à l'unité)						
Conversions						
Convertir une mesure dans une unité d'ordre supérieur (mètres, décimètres/ dixièmes, centièmes)		Ex6p79 Ex8p79 EX9p79		Ex7p77 Ex9p77	Dec1p18 Ex3p18 Ex4p18 Ex5p18 Ex3p19	
Graduations						
Repérer ou situer, sur une ligne graduée, une position (K4)	Déc17p36 Ex5 p37 Déc19p40	Ch1 p76 Ex2p76 Ex1 p77 Ex2 p77 Ex3 p77 Ex4 p77 Ex1p78 Ex4p105	Ex1p66 Ex1p74	Ex1p70 Ex2p70 Ex3p70 Ex7p71 Ex1p74 Ex2p74 Ex4p75 Ex5p75 Ex2p76	Ex4p17 Ex1p18 Dec1p20 Ex5p20	Act2.1p451 Act3.1p445
Comparaison de fractions						
Comparer deux mesures	Ex2p37 Ex3p37 Déc19p40 Ex4 p41					
Ranger des mesures	Déc19p40	Ch p76				
Encadrer une fraction entre deux entiers consécutifs (K6) (ou écriture canonique)	Déc19p40 Ex2p41 Ex4p41	5p105 6p105	Ex2p62	Ex10p75		Act1.3p446
Reconnaître des fractions plus grandes ou petites que 1	Ex2p41	Ex4 p75 Ch1p76 Ex6p105	Ex1p62	Ex4p71	Ex2p20 Ex4p20	
Ordonner des fractions (K7)	Ex2 p41 Ex5p41 Dec20p42 Ex2p43	Ex 4p75	Exf1p5 Exf1p10 Ex4p74 Ex5p74 EX3p66 Ex5p67 Ex6p67 Ex2p68	Ex8p67 Ex7p71	Dec1p20 Ex3p20	
Reconnaître de fractions égales à des nombres entiers (K8)	Ex2p41 Ex3 p41			Ex6p75		Act1.2p446
Comparer des écritures complexes	Ex5 p41					
Trouver des fractions comprises entre deux autres fractions ou entiers		Ex5 p75				
Passage d'une écriture fractionnaire à une écriture « entier + rompu »						

Passer d'une écriture fractionnaire à une écriture entier + rompu (K3)	Déc16p35 Déc17p36 Ex5 p37			Ex9p71		
Passer d'une écriture entier + rompu à une écriture fractionnaire (K3)	Ex1p35					
Recherche de la partie entière d'une fraction		Ch3p104 Ex4p104 Ex5p104 Ex1p105 Ex2p105				
Inversement		Ex6p104 Ex7p104 Ex3p105				
Division euclidienne : trouver la valeur d'une ou plusieurs parts (ou trouver partie entière)			Ex1p58 Ex3p59 Ex4p59			
Inversement			Ex2p59 Ex4p59			
Transformation d'écritures						
Reconnaitre l'équivalence de deux écritures fractionnaires (K2)	Déc15p34 Déc17p36 Ex2 p37 Ex 3 p37	Ex3 p75				Act1.2p446
Ou trouver une écriture équivalente (le numérateur ou le dénominateur étant donné)				Ex5p71 Ex6p71		
Ecriture canonique > Ecriture fractionnaire décimale	Ex5p41(p) Ex6p41 Ex4p43 Dec20p42(p) Ex1p43(p)			Ex9p75 Ex2p76 Ex4p77		Act3.1p454(p)
Ecriture fractionnaire décimale > Ecriture canonique	Ex5p41(p) Ex6p41 Ex1p43(p)			Ex1p74 Ex2p74 Ex8p75 Ex5p77		Act3.1p454(p)
Entier + rompu (fraction décimale) > Ecriture canonique	Dec20p42(p)					
Ecriture canonique > Entier + rompu (fraction décimale)	Dec20p42(p)					
Entier + rompu (fraction décimale) > Ecriture fractionnaire décimale	Dec20p42(p)	Ch2p78(p)				Act2.1p451(p)
Ecriture fractionnaire décimale > Entier + rompu (fraction décimale)			Ex1p15 Ex2p15 Ex4p15	Ex1p82		

Ecriture canonique > Entier + rompu (fraction décimale)	Dec20p42(p)	Ch2p78(p)				
Ecriture canonique > Ecriture décimale	Ex4p43 Dec20p42 Ex2p43	Ch2p78(p) Ex4p79				Act3.1p454(p)
Utiliser un tableau pour coder des écritures décimales				Ex3p83	Dec1p30 Ex1p30 Ex2p31	
Ecriture décimale > Ecriture canonique	Ex1p42	Ch2p78(p)		Ex4p83		Act3.1p454(p) Act3.1p454(p) Ex3p456(p)
Entier + rompu (fraction décimale) > Ecriture décimale		Ex4p79				
Ecriture décimale > Entier + rompu (fraction décimale)						Ex3p456(p)
Fraction décimale > Ecriture décimale	Ex2p43	Ch1p78(p) Ex3p79 Ex5p79	Ex3p90 Ex5p90	Ex1p82	Ex3p31 Ex3bis31	Act3.1p454(p) Ex1p456
Ecriture décimale > Fraction décimale		Ch1p78(p)		Ex2p82 Ex7p83		Act3.1p454(p) Ex2p456
Fraction usuelle > Ecriture décimale Et inversement	Ex3p43	Ch1p78(p) Ex5p79 Ex7p79	Ex3p90 Ex5p90			Ex1p456
Fraction usuelle > Fraction décimale Et inversement		Ex5p79	Ex1p9 Ex2p64 Ex3p64 Ex2p72	Ex1p74 Ex6p75 Ex3p77		
Somme de fractions décimales > fraction décimale Et inversement			Ex1p9 Ex2p64 Ex3p64 Ex2p72 Ex2p74	Ex4p83		Act2.1p451(p)
Fraction décimale > fraction décimale équivalente de dénominateur différent				Ex6p75 Ex7p75 Ex3p77 Ex2p76 Ex4p83		Act2.1p451(p) Act3.1p454(p)
Ecriture en toutes lettres						
Associer désignation orale (ou écriture toutes lettres) à écriture chiffrée	Ex4 p37	7p79	Ex4p56	Ex6p77 Ex5p83 Ex6p83	Ex2p16	Act1.3p446 Act3.2p455