



**HAL**  
open science

# Analyse de la tenue mécanique d'un liner en titane : apport des mesures de champs cinématiques

Florent Mathieu

► **To cite this version:**

Florent Mathieu. Analyse de la tenue mécanique d'un liner en titane : apport des mesures de champs cinématiques. Autre. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2013. Français. NNT : 2013DENS0007 . tel-00846252

**HAL Id: tel-00846252**

**<https://theses.hal.science/tel-00846252>**

Submitted on 18 Jul 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par

**Florent Mathieu**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Sujet de la thèse

**Analyse de la tenue mécanique d'un liner en titane :  
Apport des mesures de champs cinématiques**

Soutenue à Cachan le 20/02/2013 devant le jury composé de :

Michel Grédiac	Professeur des Universités, Université Blaise Pascal	Président
Jérôme Crépin	Maître de Recherches, Mines Paristech	Rapporteur
Pierre Vacher	Professeur des Universités, Université de Savoie	Rapporteur
Véronique Aubin	Professeur des Universités, École Centrale de Paris	Examineur
François Hild	Directeur de Recherches, ENS de Cachan	Directeur de thèse
Jean Duval	Ingénieur, ATMOSTAT	Invité
Jean-Louis Dodelin	Ingénieur, Astrium-ST	Invité

**LMT-Cachan**

ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris  
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan cedex, France



# Remerciements

« Il apparaît à l'évidence que tout homme plongé dans la Science subit une poussée de bas en haut susceptible de lui remonter le moral. »

Pierre Desproges

Cette citation, sélectionnée en cours de thèse, n'aurait finalement pas pu être mieux choisie pour exprimer le plaisir qui fut le mien durant ces trois années (et des poussières...) passées au laboratoire. Mon premier et plus grand remerciement ira tout naturellement à François Hild, qui m'a fait l'honneur de m'encadrer avec tant de justesse : je n'aurais simplement pas pu demander mieux. Je souhaite évidemment associer Stéphane Roux à ces remerciements, pour son enthousiasme et le recul qu'il m'aura permis de prendre sur un sujet partant souvent dans plusieurs directions à la fois... Être parvenu à en tirer un esprit, une démarche et une manière bien personnelle de voir les choses, c'est ce que je vous dois à tous les deux, et c'est beaucoup. Je suis heureux d'avoir découvert la mécanique expérimentale.

Je remercie vivement mes rapporteurs Pierre Vacher et Jérôme Crépin pour avoir accepté de lire ce manuscrit avec tant d'attention pour tenter d'en comprendre les méandres. J'ai écouté avec attention vos commentaires, et regrette avec vous de ne pas avoir pu aller plus loin sur certains points ; mais il faut bien en laisser un peu pour les autres. Merci à Véronique Aubin pour son travail d'examinatrice, très attentionné et soucieux de comprendre ma démarche. Merci enfin à Michel Grédiac d'avoir accepté de présider ce jury, et d'avoir apporté une si grande attention aux détails de ce travail.

Merci aux membres industriels de ce jury, Jean Duval et Jean-Louis Dodelin, pour leur soutien et la collaboration que nous avons eue durant le projet. Les moments passés à élaborer des mesures chez Atmosstat, en particulier, ont été très stimulants pour moi et m'ont permis de me frotter à un cas industriel peu banal.

Comment ne pas faire des remerciements, pour l'aide qu'ils m'ont apportée, à tous les membres et anciens membres du laboratoire qui m'ont soutenu et aidé pendant ces travaux. D'abord à Catherine pour son efficacité légendaire et sa compréhension. Je pense également à Patrick, qui a contribué à m'accueillir dans le centre d'essais et à me rendre -presque- autonome sur les machines d'essais et avec le matériel optique. À Gilles, qui en plus de me prendre sous son aile à mon arrivée m'a transmis des outils bien utiles pour mes travaux. Je veux également remercier Boubou et Flavien pour l'entrée dans le monde d'Astrée, une bête dont il faut savoir beaucoup pour la maîtriser, mais que j'ai tenté d'apprivoiser avec plaisir grâce à eux. Enfin, je n'oublie pas Hugo, pour son aide irremplaçable et pour son invitation enthousiaste dans un autre monde, parallèle et très utile, dans lequel je vais désormais avoir l'occasion de séjourner un peu plus longtemps. En définitive, l'UTR Eikologie -quel joli nom- a été un cadre de travail idéal et passionnant.

Ma joie de vivre dans le laboratoire devant beaucoup à son ambiance et aux amis croisés ici, comment ne pas remercier, en en oubliant beaucoup : Anne, pour sa générosité et son affection sans bornes, que j'espère lui avoir rendues. Erwan, pour son soutien indéfectible. Renaud, pour tant de discussions scientifiques stimulantes et pour une curiosité si motivante. Flavien pour nos échanges à bâtons rompus et la profondeur de sa compréhension en toutes circonstances. Martin, pour son entièreté et nos échanges si francs. Benoît, Frisou, Jiagui, Geoffrey, Andrea et beaucoup d'autres, pour tant de moments animés et joyeux ici et ailleurs...

Enfin, et malgré leur manque d'intérêt fort regrettable pour les aspects scientifiques pourtant passionnants de mon travail, je me dois de remercier chaleureusement ceux qui m'ont permis de l'oublier un peu. Je pense évidemment à Camille, Hélène, Rudy et Thomas pour la grande joie de jouer et de créer avec eux, même si nous avons parfois des frictions sur des points de détail ; après tout, ce sont eux qui



font la beauté de notre entreprise. Je porte dans mon cœur toute ma famille, particulièrement mes parents, Yann, Mamou, toujours présents quand le besoin de se ressourcer s'est fait sentir. Le petit livre que vous tenez dans vos mains est mon remerciement. Je pense à Matthieu, que je remercie pour son ouverture d'esprit musicale et tous nos projets foisonnants et fous qui m'ont donné un horizon enthousiasmant et par moments bien nécessaire. Je pense à ceux qui ont pris du temps pour m'écouter, Claire, Flo. Je pense à Tifenn, à qui j'ai essayé d'en faire voir le moins possible, pas toujours avec autant de succès que prévu.

Un mot, enfin, pour mes cosociétaires : un grand salut ému à vous les fous qui m'avez offert cette bouffée d'air frais pas banale et passionnante. Je compte bien continuer à la respirer à pleins poumons avec vous tous, même en ayant à l'esprit tout ce que ces années de bonheur à venir comportent de morceaux de Jean-Jacques Goldman et d'oignons.

# Table des matières

<b>Introduction - le projet FRESCORT</b>	<b>1</b>
<b>1 Identification de lois de comportement élasto-plastiques du titane T35 par corrélation d'images</b>	<b>5</b>
1.1 Avant-propos	6
1.2 Résumé bibliographique : le titane T35	6
1.3 Corrélation d'images, principe et procédures	7
1.3.1 Corrélation d'images locale	8
1.3.2 Corrélation d'images globale	11
1.3.3 Corrélation d'images globale régularisée	12
1.3.4 Procédures multi-échelles et itérations	13
1.3.4.1 Corrélation globale sur une base éléments finis	13
1.3.4.2 Corrélation globale avec régularisation mécanique	17
1.4 Choix des longueurs de régularisation successives	17
1.5 Essais de traction simple	21
1.6 Identification de paramètres élastiques	22
1.6.1 Méthodes directes	22
1.6.2 Méthodes inverses	23
1.6.2.1 Méthodes existantes	23
1.6.2.2 Approche de mesure et d'identification intégrée	24
1.6.2.3 Cas pratique	26
1.7 Identification des paramètres d'une loi de Ramberg-Osgood	27
1.7.1 Approche utilisant les résultats « machine »	27
1.7.2 Utilisation des résultats de mesures de champs de déplacements	28
1.7.3 Approche intégrée	30
1.8 Conclusions - perspectives	33
<b>2 Analyse de l'amorçage de fissures sous sollicitations uniaxiale et biaxiale</b>	<b>35</b>
2.1 Avant-propos	36
2.2 Essais de flexion	37
2.3 Estimation des prédéformations par stéréo-corrélation	40
2.3.1 Stéréo-corrélation d'images	40
2.3.1.1 Etalonnage	41
2.3.1.2 Reconstruction de la forme	42
2.3.1.3 Calcul du champ de déplacement	43
2.3.2 Résultats	44
2.3.3 Estimation des déformations résiduelles imposées par le cyclage en pression	50
2.4 Cas de la spécification Leak Before Burst - calcul analytique	51
2.5 Comportement d'un défaut en fatigue	54
2.6 Essais biaxiaux	58
2.6.1 Dimensionnement	59
2.6.2 Dispositif expérimental - essais liminaires	61
2.6.3 Spécificités de l'essai	61
2.6.3.1 Montage anti-flambement	61
2.6.3.2 Sensibilité d'ASTREE aux variations thermiques	62
2.6.4 Première série d'essais	63
2.6.5 Deuxième série d'essais	69
2.6.5.1 Eprouvette pleine	69
2.6.5.2 Eprouvette comportant des défauts artificiels	70
2.6.5.3 Eprouvette avec cordon de soudure	80
2.6.6 Résumé des résultats - Conclusion sur les essais biaxiaux	81

2.7	Conclusions - perspectives . . . . .	83
<b>3</b>	<b>Analyses de la fissuration</b>	<b>85</b>
3.1	Avant-propos . . . . .	86
3.2	Dispositif expérimental . . . . .	86
3.3	Méthodes de dépouillement . . . . .	87
3.3.1	Lois analytiques en $K(a)$ . . . . .	88
3.3.2	Post-traitement de champs de déplacements mesurés . . . . .	88
3.3.3	Corrélation d'images intégrée en présence d'une fissure . . . . .	90
3.3.4	Propriétés additionnelles des champs de Williams . . . . .	91
3.3.5	Comparaison des deux techniques : cas-test . . . . .	92
3.4	Résultats des essais de fissuration . . . . .	94
3.4.1	Essai dans le domaine élastique . . . . .	94
3.4.1.1	Evaluation du facteur d'intensité des contraintes . . . . .	94
3.4.1.2	Evaluation de la contrainte $T$ . . . . .	95
3.4.1.3	Taille et forme de la zone plastique . . . . .	97
3.4.1.4	Contribution des ordres de la série de Williams . . . . .	97
3.4.2	Essai dans le domaine plastique : perspectives . . . . .	99
3.5	Identification d'une loi de propagation . . . . .	100
3.5.1	Première approche de post-traitement . . . . .	100
3.5.1.1	Procédure d'identification . . . . .	100
3.5.1.2	Limitations . . . . .	102
3.5.2	Seconde approche . . . . .	103
3.5.2.1	Procédure d'identification . . . . .	103
3.5.2.2	Résultats . . . . .	104
3.6	Un cas pratique : propagation à partir d'un défaut . . . . .	108
3.7	Essais suivis par stéréocorrélation . . . . .	109
3.7.1	Essai mono/stéréo . . . . .	109
3.7.1.1	Surface initiale . . . . .	110
3.7.1.2	Champs de déplacement . . . . .	111
3.7.2	Essai sur acier inoxydable 316L . . . . .	114
3.8	Conclusions . . . . .	116
	<b>Conclusion - Perspectives</b>	<b>119</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>122</b>
<b>A</b>	<b>Plans des éprouvettes biaxiales</b>	<b>133</b>
<b>B</b>	<b>Protocole de fabrication des éprouvettes biaxiales</b>	<b>137</b>
<b>C</b>	<b>Annexe C : Article 1</b>	<b>139</b>
<b>D</b>	<b>Annexe D : Article 2</b>	<b>151</b>
<b>E</b>	<b>Annexe E : Article 3</b>	<b>163</b>

# Table des figures

1	Prototype du liner FRESORT (longueur approximative : 1m).	2
1.1	Image de la surface du T35 analysé au microscope optique.	7
1.2	Schéma du mécanisme de maillage dans une structure cristallographique.	8
1.3	Imagettes de référence et déformée pour une opération de corrélation d'images locale.	9
1.4	Imagettes superposées, contigües ou séparées en corrélation d'images locale.	10
1.5	Maillage de référence et déformé pour une opération de corrélation d'images globale.	11
1.6	Maillages utilisés progressivement pour faciliter le calcul	13
1.7	Procédure 1 de corrélation par défaut dans Correli-Q4	14
1.8	Procédure 2 de corrélation proposée dans Correli-Q4	14
1.9	Nouvelle procédure (3) intégrée dans les codes de corrélation	14
1.10	Image de référence, image déformée et champ de déplacement vertical imposé pour $\alpha=10$ .	15
1.11	Incertitudes sur $d$ pour les différentes procédures proposées, pour $\alpha$ de 1 à 40 et de 1 à 20.	16
1.12	Résidus en déplacement pour $\alpha = 10$ .	16
1.13	Résultats de l'interpolation d'une fonction sinus par éléments finis.	17
1.14	Incertitude de mesure du déplacement et résidu pour un déplacement-test sinusoïdal	18
1.15	Image de référence utilisée pour le cas-test et champs de déplacement appliqués à l'image	18
1.16	Incertitudes en déplacements pour les déplacements imposés sinusoïdaux	19
1.17	Résultats de l'interpolation d'une fonction sinus par éléments finis.	20
1.18	Résidus en déplacement pour le cas où $T_x = T_y = 300$ pixels.	20
1.19	Montage d'essai uniaxial classique.	21
1.20	Plan des éprouvettes uniaxiales utilisées.	22
1.21	Paramètres élastiques pour les méthodes directes.	23
1.22	Imposition des conditions aux limites mesurées aux bords d'un maillage T3.	25
1.23	Déplacement horizontal pour l'image 4.	27
1.24	Tracé des déformations calculées à partir des données machine pour la direction principale	28
1.25	Champ de déformations longitudinales - Schéma de principe du calcul local de déformations.	29
1.26	Résultats de la sollicitation des éprouvettes droites dans les directions principales.	29
1.27	Tracé des déformations calculées à partir des résultats de corrélation	30
1.28	Schéma de la procédure intégrée pour une loi non-linéaire.	31
1.29	Schéma de la procédure de type « FEMU » pour une loi non-linéaire.	32
1.30	Paramètres identifiés en fonction du nombre d'images considéré.	33
1.31	Résultat de la procédure de type « FEMU » : champs de sensibilité et résidu après convergence.	34
2.1	Schéma des phases de mise forme et d'assemblage du liner.	36
2.2	Application du moment de flexion à la section centrale de la tôle.	38
2.3	(a) Image de la machine de flexion. (b) Cycles de chargement.	38
2.4	Positionnement des points d'essai sur la courbe de référence.	39
2.5	Photographie de l'éprouvette de flexion après l'essai.	40
2.6	Principe de la stéréovision.	41
2.7	Schéma de l'étalonnage du système optique sur la mire de calibration.	42
2.8	Images gauche et droite de la mire de référence.	43
2.9	Schéma récapitulatif des calculs nécessaires pour le calcul d'une forme et de son déplacement.	44
2.10	Images gauche et droite du cône initial et du TCS mis en forme.	45
2.11	Procédure d'agrandissement du maillage pour une opération de corrélation globale.	46
2.12	Forme de la portion de surface observée avant et après formage.	47
2.13	Forme de la portion de surface observée et champs de déplacements.	47
2.14	Distance (en mm) entre la forme mesurée et une sphère idéale.	48
2.15	Déformations longitudinale $\epsilon_l$ (selon Y) et transversale $\epsilon_t$ (selon X).	49
2.16	Déformations longitudinale et transversale moyennées suivant l'axe X et tracées selon l'axe Y.	50
2.17	Montage de stéréovision pour le fond du demi-liner – image du fond du demi-liner	51

2.18	Reconstruction de la forme du fond du demi-liner – écart de forme à une sphère parfaite. . . . .	51
2.19	(a) Forme du défaut nominal en lunule. (b) Approximation du défaut large. . . . .	52
2.20	Expression du facteur d'intensité des contraintes pour une fissure débouchante. . . . .	52
2.21	Facteur d'intensité des contraintes normalisé prédit en contraintes et en déformations imposées. . . . .	54
2.22	Pré-déformation dans la direction verticale (image Correli-Q4). . . . .	55
2.23	Amplitude des cycles de chargement et contrainte à rupture des éprouvettes. . . . .	56
2.24	Calcul Abaqus - simulation de la plastification accidentelle en compression . . . . .	56
2.25	Détail de la carte de résidus en niveaux de gris et trajet identifié par l'algorithme (images 12bits). . . . .	57
2.26	Champs de déplacement dans la direction principale de l'éprouvette en "os de chien". . . . .	58
2.27	Ouverture maximale de la fissure en pixels pour les deux faces de l'éprouvette « L ». . . . .	58
2.28	Représentation éclatée de l'éprouvette sandwich classique avec évidement circulaire. . . . .	59
2.29	Calcul pour un sandwich 6061/T35/6061 avec l'éprouvette de [Doudard 04]. . . . .	60
2.30	Proposition d'éprouvette sandwich en "trèfle à quatre feuilles" - partie centrale. . . . .	60
2.31	Calcul pour un sandwich 6061/T35/6061 avec la nouvelle éprouvette. . . . .	61
2.32	Montage de stéréovision dans la machine ASTREE – Epreuve sandwich après essai . . . . .	62
2.33	Champs de déformations longitudinale et transverse dans la zone visible du titane – essai biaxial. . . . .	62
2.34	Déplacement hors-plan mesuré par stéréocorrélation. . . . .	63
2.35	Schéma du montage anti-flambement. . . . .	64
2.36	Image de la surface à travers le montage anti-flambement. . . . .	65
2.37	Efforts moyens et positions relatives machine pour les deux paires de vérins. . . . .	65
2.38	Dérive du déplacement due aux effets de température dans les vérins (d'après C. Frédy). . . . .	66
2.39	Déformation dans la direction horizontale estimée au centre de la zone visible. . . . .	66
2.40	Déformations principales maximale et secondaire estimées dans la zone 2 - essai1. . . . .	67
2.41	Déformations principales maximale et secondaire estimées dans la zone 2 - essai2. . . . .	67
2.42	Positionnement des points des différents essais sur la courbe de référence. . . . .	68
2.43	Champs de déformation pour une éprouvette pleine. . . . .	69
2.44	Déformations extraites des jauges virtuelles gauche et droite . . . . .	70
2.45	Déplacements horizontal et vertical pour une éprouvette comportant des défauts ( $a/c = 1$ ). . . . .	71
2.46	Ouverture des défauts de la figure 2.45 au cours du temps ( $a/c = 1$ ). . . . .	72
2.47	Déplacements horizontal et vertical pour une éprouvette comportant des défauts ( $a/c = 5$ ). . . . .	73
2.48	Ouverture des défauts de la figure 2.47 au cours du temps ( $a/c=5$ ). . . . .	74
2.49	Déplacements horizontal et vertical pour une éprouvette comportant des défauts plastifiée. . . . .	74
2.50	Ouverture des défauts de la figure 2.49 au cours du temps ( $a/c = 5$ ). . . . .	75
2.51	Déplacements et résidu pendant l'ouverture et la coalescence de deux défauts. . . . .	76
2.52	Détail de la carte de résidus en niveaux de gris et trajet identifié par l'algorithme. . . . .	77
2.53	Ouverture des défauts/fissures le long du trajet de fissuration final au cours du temps. . . . .	77
2.54	Résultat de la méthode présentée au chapitre 3 pour les déplacements autour de la fissure. . . . .	78
2.55	Comparaison des résidus pour la série d'images considérée / trajet de la fissure. . . . .	78
2.56	Tracé des facteurs d'intensité et du taux de restitution d'énergie pendant la propagation. . . . .	79
2.57	Partie centrale de l'éprouvette avec cordon de soudure. . . . .	80
2.58	Cartes des déformations - première éprouvette soudée. . . . .	80
2.59	Cartes des déformations - deuxième éprouvette soudée. . . . .	81
2.60	Déformations locales mesurées dans les zones identifiées comme les plus déformées. . . . .	81
2.61	Positionnement des points des différents essais sur la courbe de référence. . . . .	82
3.1	Dimensions et détail local de l'éprouvette CCT. . . . .	87
3.2	Schéma des prises d'images pendant le chargement cyclique. . . . .	88
3.3	(a) Texture apparente pendant la propagation. (b) Champ de déplacement mesuré par Correli-Q4 . . . . .	89
3.4	Champs de déplacement vertical et horizontal, mesuré et calculé, pour l'image 50. . . . .	90
3.5	Champs de déplacements vertical et horizontal issus de la corrélation intégrée. . . . .	91
3.6	(a) Coefficient d'ordre $n = 1$ mesuré par les deux techniques (b) Erreur entre les valeurs de $K_I$ . . . . .	93
3.7	Distance de la pointe identifiée à celle utilisée pour construire l'image déformée . . . . .	93

3.8	(a) Résidus en niveaux de gris et (b) Résidus moyens pour les deux techniques . . . . .	95
3.9	Tracés de $\Delta_a$ et $\Delta_K$ pour chaque méthode. . . . .	96
3.10	Estimation de la contrainte $T$ en fonction du nombre de cycles pour les deux techniques . . . . .	96
3.11	Estimations de la forme et de la taille de la zone plastique. . . . .	98
3.12	Amplitude du déplacement (en pixels) en fonction de la distance à la pointe . . . . .	98
3.13	Champs mesurés, calculés et de résidu pour un cas élastique et un cas élastoplastique. . . . .	99
3.14	Longueur de fissure mesurée et interpolée pour les lois avec et sans seuil . . . . .	101
3.15	Résultats bruts et interpolation pour les lois de Paris avec et sans seuil . . . . .	102
3.16	Données artificielles générées en ajoutant du bruit . . . . .	102
3.17	Tracés de l'erreur $\xi$ . . . . .	105
3.18	Tracé de la loi de Paris pour les différentes méthodes d'identification . . . . .	106
3.19	Tracé de la loi de Paris pour les paramètres d'initialisation et pour les paramètres finaux . . . . .	107
3.20	Tracé de l'erreur $d(N)$ pour les valeurs finales des paramètres identifiés . . . . .	107
3.21	Résultats de validation sur le cas du défaut du chapitre 2 : facteurs d'intensité. . . . .	108
3.22	Résultats de validation sur le cas du défaut du chapitre 2 : longueurs de fissure. . . . .	109
3.23	Montage double {monovision + stéréovision}. . . . .	110
3.24	Surface initiale à faible charge. . . . .	110
3.25	Champs de déplacements dans le plan mesurés en monovision et en stéréovision . . . . .	111
3.26	Déplacements selon la direction normale au plan de l'éprouvette . . . . .	112
3.27	Evolution du facteur d'intensité des contraintes et de la demi-longueur de fissure . . . . .	113
3.28	Amplitudes des facteurs d'intensité des contraintes de modes I, II et III . . . . .	114
3.29	Schéma de principe de l'essai triaxial (d'après [Frémy 12]) . . . . .	114
3.30	Champs mesurés, calculés et différence pour les champs de mode II, I et III. . . . .	115
3.31	Résultats de l'extraction des FIC pour le cas "proportionnel modes I-II-III". . . . .	116
A.1	Eprouvette biaxiale vierge. . . . .	134
A.2	Eprouvette biaxiale comportant un type de défaut (lunules). . . . .	135
A.3	Eprouvette biaxiale avec un cordon de soudure. . . . .	136

# Liste des tableaux

1.1	Résultats d'identification pour les paramètres de la loi de Ramberg-Osgood . . . . .	30
2.1	Déformations plastiques cycliques $\Delta\varepsilon^p$ calculées à amplitude de pression maximale. . . . .	37
2.2	Cycles de chargement pour les éprouvettes biaxiales . . . . .	82
3.1	Coefficients identifiés pour la loi de Paris sans seuil ou avec seuil . . . . .	101
3.2	Erreur systématique et incertitude sur les quantités recherchées pour la première approche. . .	103
3.3	Erreur systématique et d'incertitude sur les quantités recherchées pour la seconde approche. .	104
3.4	Paramètres estimés pour les quatre procédures proposées. . . . .	105

# Introduction - le projet FRESCORT

Les techniques de mesure de champs, en particulier celles basées sur la Corrélation d'Images Numériques (CIN), sont matures et reconnues pour la détermination de déplacements d'objets quelconques, que ce soit en deux ou trois dimensions [Sutton et al. 09]. Elles sont utilisées dans des environnements académiques [McNeill et al. 87, Chevalier et al. 01, Cornille 05] comme industriels [Desmars et al. 04, Chambon et al. 04] pour un grand nombre d'applications très diverses, qui vont de la simple observation de champs de déplacements, à la mesure de forme, en passant par l'identification de propriétés mécaniques [Hild et Roux 06a]. Ces techniques permettent d'accéder à une profusion d'informations inaccessibles par ailleurs.

En particulier, les techniques d'identification associées aux moyens de mesures de champs se sont développées pour étudier des cas académiques en exploitant la richesse des informations qu'elles fournissent [Avril et al. 08b]. Ces études permettent souvent de mettre en avant des défauts des techniques classiques et de prendre mieux en compte l'ensemble des phénomènes physiques ayant lieu lors des essais mécaniques. Elles renforcent en particulier la conviction des expérimentateurs que même dans les cas de figure les plus simples, les essais sont réalisés sur des structures plus complexes que des volumes élémentaires. Ces résultats de mesure sont donc un moyen de réduire le nombre d'hypothèses faites habituellement lors de l'identification des propriétés mécaniques d'un matériau.

Tout en mettant en évidence des faiblesses des méthodes d'identification existantes, les mesures de champs apportent donc des ingrédients supplémentaires pour traiter ces problèmes et pour mieux renseigner les modèles existants. Elles permettent également d'envisager des essais plus complexes et plus complets, puisque les moyens de mesure modernes offrent une bien meilleure connaissance du comportement à la fois global et local de la structure étudiée. Dans ce cadre, l'identification est donc un concept plus large que la détermination de paramètres d'une loi de comportement d'un matériau, puisque l'utilisateur dispose d'outils supplémentaires pour élaborer ces modèles, ou pour faire émerger des cas de figures critiques qui les remettent en question. La contrepartie de ces quantités d'informations est bien souvent le temps nécessaire pour les traiter, que ce soit par un opérateur ou par une machine dans le cadre d'une procédure d'identification inverse.

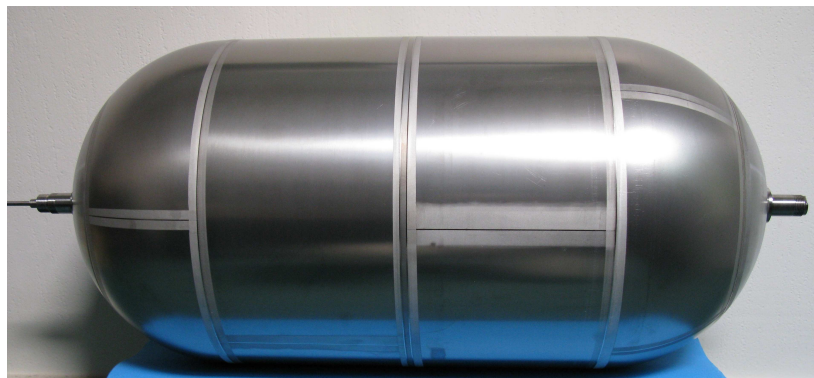
Les travaux qui suivent ont pour objet le développement d'essais et de techniques d'identification associées, en s'appuyant sur les méthodes de mesure par CIN, pour permettre l'évaluation des caractéristiques mécaniques d'un liner en titane. Ils se sont inscrits dans le cadre d'un soutien FUI (projet FRESCORT) associant les sociétés Astrium-ST, Atmosstat et trois laboratoires universitaires.

## Le projet FRESCORT

Le projet FRESCORT (Futur REservoir à Structure COmposite de Rupture Technologique) a pour origine la volonté de l'entreprise ATMOSTAT de valoriser une compétence de soudage de tôles très minces (de l'ordre de quelques dixièmes de mm) en fabricant un composant crucial des réservoirs de gaz à haute pression : le liner (voir figure 1). Il remplit essentiellement la fonction d'étanchéité du réservoir, alors que la fonction structurelle est majoritairement assurée par un enroulement filamentaire de composite (bobinage) autour de ce liner. Les liners existants, plus épais, sont généralement réalisés par forgeage ou fluotournage avant d'être usinés. Ils présentent l'avantage de la solidité et de la relative simplicité de réalisation, mais sont plus massifs et nécessitent plus de matière qu'un potentiel liner soudé (97% de cette matière étant



transformés en copeaux pour le liner classique).



**FIGURE 1** : Prototype du liner FRESKORT (longueur approximative : 1m).

Dans le domaine spatial en particulier, comme chez Astrium-ST, les liners utilisés sont réalisés en alliages de titane, qui présentent la meilleure résistance à la corrosion pour une densité faible. Étant donné le coût de ces alliages, un liner soudé est donc censé permettre de réduire significativement le coût total du réservoir. Néanmoins, les réservoirs pour le domaine spatial sont soumis à des spécifications particulièrement rigoureuses en termes de débits de fuite. De plus, un liner constitué de tôles minces n'est pas structural, alors qu'un liner usiné l'est partiellement. Il faut donc assurer la tenue de ce liner soudé dans ces conditions particulières.

La fabrication du réservoir de nouvelle génération doit se dérouler en plusieurs phases. Le liner fin est le premier ensemble fabriqué. Les sous-ensembles du liner sont mis en forme à partir des tôles minces (0,3 mm d'épaisseur), puis soudés au laser ou au faisceau d'électrons. Une fois le liner assemblé, on procède à l'enroulement du composite autour de lui. Cette opération est réalisée avec une pression contrôlée dans le liner, pour éviter son écrasement par l'enroulement filamentaire. Le réservoir ainsi fabriqué doit ensuite subir une phase de test avant son utilisation. Elle consiste en une série de pressurisations/dépressurisations qui plastifient cycliquement le liner. Aux points les plus déformés, les déformations plastiques cycliques équivalentes ont été estimées à environ 3% par Astrium-ST. Cette configuration est spécifique au liner fin, les liners plus épais ne se déformant pas plastiquement après la mise en pression. Il convient donc d'étudier le comportement mécanique du T35 pour déterminer ses propriétés, et notamment en ce qui concerne l'amorçage et la propagation des fissures.

Dans ce cadre, trois laboratoires universitaires sont chargés de l'étude des problèmes potentiels identifiés par Astrium-ST et ATMOSTAT. Le laboratoire de Physicochimie des Surfaces (ENSCP) travaille sur le lien entre la réactivité des surfaces à l'échelle atomique ou moléculaire et les comportements macroscopiques aux surfaces et aux interfaces des matériaux métalliques. Son travail dans le projet FRESKORT comporte trois volets complémentaires qui sont la formulation d'un processus d'adhésion de surface, l'analyse de son comportement et de son optimisation ainsi que l'analyse de sa durabilité sous sollicitations, qu'elles soient mécaniques, thermiques ou chimiques (corrosion). Le Centre des Matériaux (Mines ParisTech) est spécialisé dans l'étude du comportement des matériaux métalliques, des polymères, des composites et des céramiques avec une prédilection pour le dimensionnement et la prédiction de durée de vie des composants sous les sollicitations en service. Il est chargé de l'analyse microstructurale, de l'étude des effets de l'anisotropie, et de l'établissement d'une loi de comportement élasto-visco-plastique. Enfin, le LMT-Cachan travaille depuis de nombreuses années au développement d'outils scientifiques d'identification et de prévision de l'endommagement et de la fissuration des matériaux. Il est chargé

d'étudier plus particulièrement les phénomènes de fatigue (amorçage et propagation des fissures).

### Travaux envisagés

La description du cycle de vie du liner permet d'identifier les points-clés ciblés dans les travaux qui suivent. La sollicitation principale du liner est le chargement cyclique du réservoir, entre 0 et 1,25 fois la pression de fonctionnement, durant sa phase de test. Le constructeur doit justifier de la tenue du réservoir à une centaine de cycles de chargement. La question la plus immédiate est donc celle de l'amorçage des fissures dans le liner qui provoquerait une fuite. Afin d'évaluer le point le plus déformé du liner et la déformation cyclique qu'il subit en ce point, il est nécessaire de déterminer une loi de comportement simple de l'alliage de titane utilisé, le T35. Celui-ci est choisi pour sa résistance à la corrosion et pour sa grande ductilité qui lui permet de mieux résister à de grandes déformations cycliques que les alliages de titane classiques (du type TA6V notamment). En effet, un liner mince se déforme naturellement plus qu'un liner massif, notamment lors de la première phase de mise sous pression du réservoir. Il faut également noter que les parties sphériques du liner sont réalisées par formage à partir de tôles minces planes. Le comportement mécanique de cet alliage de titane quasiment pur est mal connu, car il est très peu utilisé pour ses propriétés mécaniques. La détermination de sa loi de comportement fait l'objet du premier chapitre. Les paramètres de la loi de comportement ont été identifiés par une nouvelle approche intégrée de corrélation d'images.

L'amorçage des fissures est le principal problème potentiel du liner. Les chargements cycliques du réservoir imposent à la tôle une déformation biaxiale cyclique en traction-compression de quelques pourcents. Ces valeurs ont été obtenues par calculs aux éléments finis de tout le réservoir (composite + liner) lors des différentes phases d'utilisation. Ils ont été menés par Astrium-ST en utilisant des données fournies par les deux laboratoires de mécanique (Centre des Matériaux et LMT-Cachan). La compression est induite par la tension initiale du liner provoquée par l'enroulage filamentaire. Ces conditions sont possibles car le liner est plaqué contre le bobinage par la pression durant tout le chargement. Elles sont difficiles à reproduire expérimentalement, de par l'épaisseur de la tôle et la nature des sollicitations. Le deuxième chapitre propose des voies d'étude de l'amorçage des fissures dans les cas de figure importants pour le projet (tôle saine, défaut connu, cordon de soudure dans la tôle). Cette partie a notamment nécessité le développement d'un essai biaxial à rapport de charge négatif sur tôle mince. On notera que l'effet de la pression appliquée sur la normale à la surface du liner a été négligé par rapport aux déformations de membrane.

La propagation des fissures est le dernier aspect abordé dans ces travaux. En plus de la résistance à l'amorçage, les constructeurs du réservoir doivent justifier de la résistance du liner à la propagation instantanée (ou différée) des fissures. Cette spécification, appelée *Leak Before Burst* [ANSI/AIAA 98], a pour fonction d'empêcher un défaut du réservoir critique pour l'ensemble du véhicule spatial, en lui préférant une fuite modérée. Des lois de fissuration dans le liner de T35 sont donc recherchées. Ces travaux sont l'occasion de développer une procédure adaptée d'identification des lois de propagation basée sur la corrélation d'images, et de mettre en évidence certaines particularités dues à la géométrie des échantillons utilisés.



# 1

## Identification de lois de comportement élasto-plastiques du titane T35 par corrélation d'images

*La nuance de titane dite T35 est peu connue du point de vue de ses caractéristiques mécaniques. Très ductile, elle est très peu employée comme matériau structural. Ce premier chapitre propose plusieurs méthodes pour l'identification de ses propriétés mécaniques élastiques et élasto-plastiques. Il est l'occasion de présenter la méthode de corrélation d'images numériques, qui sert de base à la plupart des méthodes d'analyse et d'identification présentées dans ce travail.*

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Avant-propos</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Résumé bibliographique : le titane T35</b>	<b>6</b>
<b>1.3</b>	<b>Corrélation d'images, principe et procédures</b>	<b>7</b>
1.3.1	Corrélation d'images locale	8
1.3.2	Corrélation d'images globale	11
1.3.3	Corrélation d'images globale régularisée	12
1.3.4	Procédures multi-échelles et itérations	13
1.3.4.1	Corrélation globale sur une base éléments finis	13
1.3.4.2	Corrélation globale avec régularisation mécanique	17
<b>1.4</b>	<b>Choix des longueurs de régularisation successives</b>	<b>17</b>
<b>1.5</b>	<b>Essais de traction simple</b>	<b>21</b>
<b>1.6</b>	<b>Identification de paramètres élastiques</b>	<b>22</b>
1.6.1	Méthodes directes	22
1.6.2	Méthodes inverses	23
1.6.2.1	Méthodes existantes	23
1.6.2.2	Approche de mesure et d'identification intégrée	24
1.6.2.3	Cas pratique	26

## CHAPITRE 1. IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUES DU TITANE T35 PAR CORRÉLATION D'IMAGES

<b>1.7</b>	<b>Identification des paramètres d'une loi de Ramberg-Osgood</b>	<b>27</b>
1.7.1	Approche utilisant les résultats « machine »	27
1.7.2	Utilisation des résultats de mesures de champs de déplacements	28
1.7.3	Approche intégrée	30
<b>1.8</b>	<b>Conclusions - perspectives</b>	<b>33</b>

---

### 1.1 Avant-propos

---

Un des objectifs du projet FRESCORT est d'identifier les caractéristiques mécaniques de la nuance de titane T35. Parmi différentes propriétés, la réponse élasto-plastique est la première nécessaire, car elle doit être utilisée dans les démarches permettant l'identification des paramètres d'amorçage des fissures et de leur propagation. En particulier, ces propriétés sont notamment nécessaires pour :

- Permettre la simulation du réservoir entier avec une estimation de l'anisotropie élasto-plastique de la tôle, pour déterminer la meilleure disposition possible des éléments de tôle soudés dans le liner.
- Aider à l'estimation théorique du nombre de cycles à amorçage pour un défaut connu (voir chapitre 2).
- Permettre la simulation des essais de fatigue biaxiale présentés dans le chapitre 2.
- Donner une base pour l'estimation des propriétés de propagation des fissures dans un environnement plastique évoqué dans le chapitre 3.

Ce chapitre s'attache donc à présenter un certain nombre de méthodes possibles et à faire émerger les différences quantitatives de ces méthodes, et notamment pour l'identification d'une loi de Ramberg-Osgood. On présentera également les techniques de corrélation d'images utilisées comme base d'un grand nombre de méthodes de mesure et d'identification proposées dans ce manuscrit.

### 1.2 Résumé bibliographique : le titane T35

---

Le titane (Ti), élément métallique numéro 22 de la classification périodique de Mendeleiev, a été découvert en 1790 par le moine anglais Gregor [Combres 99]. Son extraction difficile a rendu son exploitation impossible avant le milieu du XX<sup>e</sup> siècle. Il a depuis été utilisé surtout pour des applications aéronautiques, principalement pour ses caractéristiques mécaniques élevées associées à une densité faible comparée aux aciers.

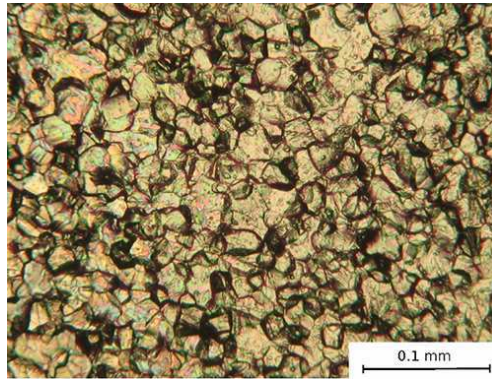
On se propose dans cette étude de caractériser le comportement mécanique d'une classe de titane particulièrement pure, présente sous la forme de feuilles minces (environ 300  $\mu\text{m}$  d'épaisseur). Ces tôles sont un élément qui doit permettre, une fois soudées, d'obtenir l'étanchéité d'un réservoir de gaz sous pression. Les désignations internationales font que cette nuance a plusieurs noms : T35, mais aussi titane de grade I, ou encore TNA (pour Titane Non Allié). Le nom le plus courant dans la littérature est toutefois *commercially-pure titanium*, bien que cette dénomination recouvre plusieurs nuances. Il convient donc d'apporter une attention particulière à la composition chimique de l'alliage étudié, tant les proportions en éléments d'addition (et notamment en oxygène) peuvent faire varier ses caractéristiques mécaniques [Zaefferer 03].

Le titane est également utilisé pour sa résistance à la corrosion, cruciale pour ce type d'applications. Cette nuance a pour principale caractéristique sa grande malléabilité ; en contrepartie, sa plus faible proportion d'éléments d'addition fait perdre à l'alliage rigidité, contrainte à rupture et résistance en fatigue [Zaefferer 03]. C'est pour ces caractéristiques que sont plus couramment utilisés les titanes de grade II [Ferreira et al. 96] et surtout le TA6V. On emploie parfois des nuances très pures auxquelles on fait subir

### 1.3. CORRÉLATION D'IMAGES, PRINCIPE ET PROCÉDURES

divers traitements thermiques visant à diminuer la taille de grain, et ainsi à obtenir des propriétés mécaniques particulièrement intéressantes [Sergueeva et al. 01]. La taille de grain du matériau auquel nous nous intéressons est de l'ordre de  $20\ \mu\text{m}$  (cf. figure 1.1).

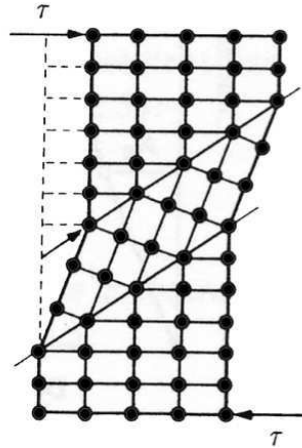
La comparaison entre certaines de ces nuances est proposée par [Zaefferer 03]. L'auteur conclut à la prédominance du maclage, entre autres mécanismes, dans les alliages les plus purs (T40, dans son cas) après un certain niveau de déformation, ce qui les rend plus ductiles : la faible proportion d'éléments d'addition ne permet pas d'empêcher la formation des macles (figure 1.2). La réponse du matériau est fondamentalement différente, puisque reposant sur des mécanismes de déformation dissemblables. Ces deux régimes de déformation sont observés [Salem et al. 06] et modélisés [Wu et al. 07, Simon-Perret et al. 10], principalement en compression et en cisaillement, pour des alliages proches ou de la nuance T35. Ce manque de données justifie doublement, pour la partie élasto-plastique, l'étude qui nous occupe : d'une part, très peu d'essais existent en traction pour cette nuance, et d'autre part, quand bien même il en existerait, le faible nombre de grains dans l'épaisseur peut modifier considérablement le comportement du matériau, notamment dans la zone de post-striction. Le présent chapitre a pour objet l'identification de caractéristiques élasto-plastiques du T35 sous la forme de tôles fines.



**FIGURE 1.1 :** Image de la surface du T35 analysé au microscope optique (attaque HF 0,1%vol,  $t > 10\text{min}$ ). La taille de grain est de l'ordre de  $20\ \mu\text{m}$ .

### 1.3 Corrélation d'images, principe et procédures

La corrélation d'images numériques (CIN) s'est imposée depuis son apparition au début des années 1980 [Sutton et al. 83, Chu et al. 85, McNeill et al. 87] comme une technique de mesure de champs de déplacement efficace dans le milieu universitaire [Hoc et al. 03, Sutton et al. 09, Munier et al. 10, Hild et Roux 12b] comme dans le milieu industriel [Desmars et al. 04, Chambon et al. 04]. Outre les applications utilisant essentiellement les champs de déplacement comme une validation qualitative des modèles mis en oeuvre [Brynk et al. 12], les résultats de corrélation d'images sont utilisés depuis son apparition pour identifier des propriétés mécaniques du matériau. Les paramètres élastiques [Hild et Roux 06a, Avril et al. 08b, Hild et al. 09] ont par exemple été l'occasion de développer un grand nombre de méthodes d'identification associées. L'identification de lois de plasticité [Mahnken et Stein 96, Avril et al. 08a, Besnard et al. 12] ou d'endommagement [Claire et al. 04, Périé et al. 09] est un autre domaine d'application des mesures de champs. Enfin, les résultats de mesures de champs ont souvent été des moyens d'identifier des paramètres de fatigue [McNeill et al. 87, Abanto-Bueno et Lambros 02, Yoneyama et al. 06, El Bartali et al. 08]. Des travaux de caractérisation des codes de corrélation ont été menés [Schreier et al. 00, Schreier et Sutton 02,



**FIGURE 1.2 :** Schéma du mécanisme de maillage dans une structure cristallographique [Cailletaud]. Le maillage se produit plus volontiers dans les structure cristallographiques proches de la structure hexagonale, comme le titane- $\alpha$ . Dans certaines configurations d'orientation des contraintes principales par rapport à la structure cristalline, ce mécanisme autorise la déformation plastique d'un grain tout en empêchant par ailleurs la propagation des dislocations dans ce grain, d'où une augmentation de la contrainte nécessaire pour le plastifier.

Bornert et al. 09, Hild et Roux 12a] afin de quantifier ses incertitudes de mesure en déplacements et en déformations, en fonction des nombreux paramètres d'essai qui peuvent les influencer. En effet, malgré une apparente simplicité, cette technique requiert la maîtrise d'un grand nombre de paramètres afin d'obtenir un résultat optimal. On peut les regrouper en deux grandes catégories :

- Les paramètres d'essai : alignement de la caméra avec la normale à l'échantillon, luminosité (homogénéité dans l'espace et dans le temps), taille caractéristique du mouchetis et répartition des taches dans l'histogramme des niveaux de gris de l'image, caméras et objectifs utilisés, correction éventuelle des distorsions optiques...
- Les paramètres choisis dans le code de corrélation : taille des fenêtres utilisées (pour un code de corrélation locale) ou taille caractéristique du maillage (pour une approche globale), interpolation des niveaux de gris, interpolation des déplacements, algorithme de corrélation utilisé...

En particulier, un des choix déterminants de l'utilisateur est celui de la taille des fenêtres ou du maillage utilisés, puisqu'il implique un compromis entre résolution spatiale et incertitude de mesure [Besnard et al. 06]. Dans cette partie, les techniques existantes de corrélation d'images sont présentées, avec pour objectif de mettre en évidence la capacité de chacune à fournir des résultats avec une incertitude faible, puisque les résultats de mesure sont le plus souvent utilisés pour identifier un ou des paramètres liés au matériau.

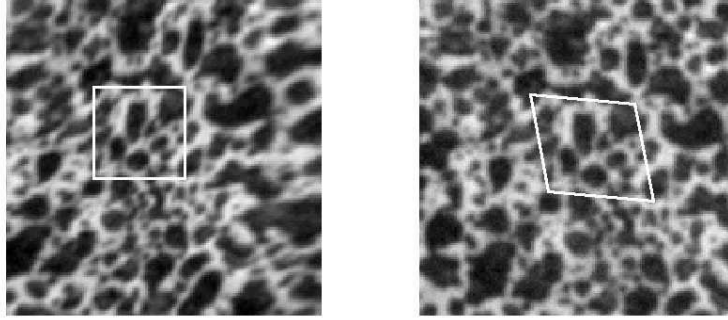
### 1.3.1 Corrélation d'images locale

La première méthode, toujours la plus largement utilisée aujourd'hui, consiste en une série de mesures locales sur des imagerie issues de la série d'images considérée. Une imagerie de référence (voir figure 1.3 gauche) est comparée à ses voisines potentielles dans l'image déformée. Un critère de comparaison permet de déterminer la plus probable. Initialement les imagerie n'avaient que deux degrés de liberté en translation [Sutton et al. 83]. L'interpolation bilinéaire des déplacements a été ensuite développée [Chu et al. 85], puis bi-cubique, bi-spline notamment [Schreier et Sutton 02]. Ces degrés de liberté sont utiles pour mieux décrire



### 1.3. CORRÉLATION D'IMAGES, PRINCIPE ET PROCÉDURES

les déplacements locaux ; leur usage introduit toutefois de nouvelles inconnues dans le problème pour la même quantité d'information et génère donc de l'incertitude. L'interpolation bilinéaire des déplacements est la plus couramment utilisée. L'information extraite de cette opération est le déplacement moyen de l'imagette.



**FIGURE 1.3 :** Imagettes de référence (gauche) et déformée (droite) pour une opération de corrélation d'images locale.

Il existe plusieurs critères d'appariement des imagettes de référence et déformée, basés sur la comparaison de l'intensité lumineuse mesurée par le capteur de l'appareil imageur (ou *niveaux de gris*). Ils peuvent être classés en deux catégories [Sutton et al. 00] : ceux basés sur le produit de corrélation (simple ou normé) [Sutton et al. 83], et ceux basés sur la différence brute des intensités contenues dans les imagettes (différence quadratique) [Chevalier et al. 01]. Ces critères étant sensiblement équivalents dans le cas de faibles variations d'intensité lumineuse, on retiendra la différence quadratique, qui sera comparable directement au critère utilisé en corrélation globale.

Quel que soit le critère utilisé, puisque les pixels de l'imagette de référence ont le plus souvent des déplacements non entiers (en pixels), il est nécessaire de connaître la valeur des niveaux de gris à cet endroit, et donc de les interpoler. Plusieurs techniques d'interpolation existent : bilinéaire, bicubique, bi-spline par exemple [Schreier et al. 00].

Si on appelle  $f$  et  $g$  les imagettes respectivement de référence et déformée, on peut alors écrire la conservation des niveaux de gris

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \quad (1.1)$$

avec  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  le déplacement du solide au point de référence  $\mathbf{x}$ . Le critère en différence quadratique consiste à minimiser

$$\eta^2 = \iint_{\Omega} [g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x})]^2 d\mathbf{x} \quad (1.2)$$

avec  $\Omega$  la zone d'intérêt définie pour l'imagette.  $\eta$  est aussi noté  $\Phi_c$  (fonctionnelle de corrélation d'images). Cette expression est vraie également en corrélation d'images globale, si on considère que  $\Omega$  est une région d'intérêt. La spécificité de la corrélation d'images locale est de considérer séparément les imagettes. Leur répartition dans l'image peut dès lors être choisie par l'utilisateur. Si on appelle  $\ell$  le côté de l'imagette de référence (généralement carrée), on peut choisir un motif de répartition plus ou moins dense selon le cas d'utilisation et la vitesse d'exécution choisie (voir figure 1.4).

On peut faire l'hypothèse classique que les déplacements s'expriment dans l'imagette selon les degrés de liberté d'un élément fini bilinéaire



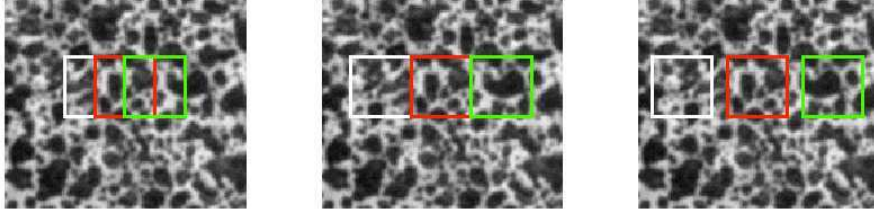


FIGURE 1.4 : Imagettes superposées (gauche), contigües (centre) ou séparées (droite) en corrélation d'images locale.

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^{m_e} \sum_{\alpha} v_{\alpha,m} N_m(\mathbf{x}) \mathbf{e}_{\alpha} \quad (1.3)$$

avec  $m$  les numéros des nœuds de l'élément ( $m_e = 4$  dans le cas d'éléments Q4),  $\mathbf{e}_{\alpha}$  le vecteur unitaire correspondant aux directions principales  $\alpha$  de l'élément de référence, et  $v_{\alpha,m}$  les amplitudes associées aux fonctions de forme  $N_m(\mathbf{x})$ . Cette expression inhabituelle mais équivalente à l'expression classique (qui propose comme degrés de liberté les deux translations, la rotation et les déformations de l'élément) permettra la comparaison à la corrélation globale [Hild et Roux 12a].

Le problème est mis sous sa forme matricielle à résoudre itérativement

$$[\mathbf{M}^e] \{d\mathbf{v}^e\} = \{\mathbf{b}^e\}^i \quad (1.4)$$

avec  $\mathbf{v}^e$  les inconnues du problème (c'est-à-dire l'ensemble des inconnues  $v_{\alpha,m}$ ), et les coefficients des matrices  $[\mathbf{M}^e]$  définis comme

$$M_{\alpha m, \beta n}^e = \int_{\Omega_e} \delta_{\alpha} f(\mathbf{x}) N_m(\mathbf{x}) \delta_{\beta} f(\mathbf{x}) N_n(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1.5)$$

et les coefficients de  $\{\mathbf{b}^e\}^i$

$$b_{\alpha m}^e = \int_{\Omega_e} [f(\mathbf{x}) - \tilde{g}(\mathbf{x})] \delta_{\alpha} f(\mathbf{x}) N_m(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1.6)$$

en notant  $\delta_{\alpha} f$  le gradient de l'imagette de référence  $\nabla f \cdot \mathbf{e}_{\alpha}$  et  $\tilde{g}$  l'imagette déformée corrigée ( $\tilde{g}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  à l'itération considérée). La procédure s'arrête quand l'incrément de déplacement moyen sur la région d'intérêt est inférieur à une valeur fixée à l'avance (généralement  $10^{-3}$  pixel).

Dans ces conditions, on peut faire émerger l'expression de l'incertitude  $\sigma_l$  (écart-type) sur ces degrés de liberté mesurés [Hild et Roux 12a]

$$\sigma_l = \frac{4\sqrt{2}\sigma p}{G_f \ell} \quad (1.7)$$

avec  $\sigma$  l'écart-type du bruit d'acquisition du capteur,  $p$  la taille physique du pixel,  $G_f$  la valeur moyenne des gradients de niveaux de gris dans l'imagette et  $\ell$  la longueur d'un côté de l'imagette de référence. Cette expression de  $\sigma_l$  exprime l'incertitude minimale en déplacements que l'on peut obtenir en corrélation locale. Au premier ordre on peut également démontrer que ces estimations sont non-biaisées [Hild et Roux 12a].

### 1.3.2 Corrélation d'images globale

La corrélation d'image globale, proposée plus tard [Broggiato 04, Sun et al. 05, Besnard et al. 06], repose sur l'idée que l'introduction d'informations connues (en l'occurrence la continuité du champ de déplacement) dans la formulation du problème doit permettre de réduire les incertitudes de mesure par la diminution du nombre d'inconnues. Dans la pratique, cette technique pose comme principe la considération de la région d'intérêt de manière globale, et non sous forme d'images séparées. La forme de ce champ de déplacement peut être choisie par l'utilisateur. Dans ce travail, différents choix seront proposés. Dans le cas général, il peut être décomposé comme une somme de fonctions de forme  $N_m$  telles que

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha,m} v_{\alpha m} N_m(\mathbf{x}) \mathbf{e}_\alpha \quad (1.8)$$

où  $v_{\alpha m}$  sont les degrés de liberté inconnus du problème, et  $\mathbf{e}_\alpha$  est un vecteur caractéristique de l'élément considéré. Pour la majorité des cas, des éléments finis bilinéaires Q4 comme présentés figure 1.5 sont utilisés dans le code de corrélation développés au LMT (Correli-Q4 : voir [Besnard et al. 06, Hild et Roux 08]).

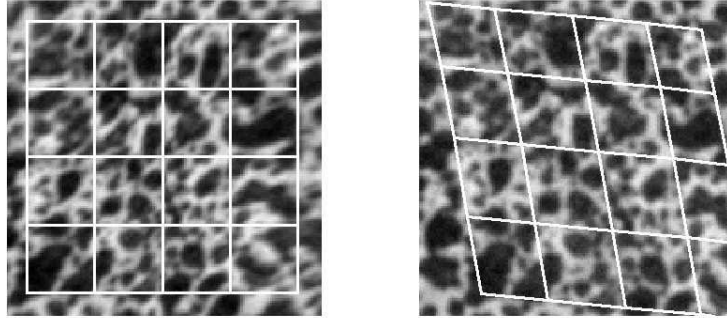


FIGURE 1.5 : Maillage de référence (gauche) et déformé (droite) pour une opération de corrélation d'images globale à base d'éléments finis.

Le problème matriciel à résoudre de manière itérative peut s'écrire sous la forme

$$[\mathbf{M}]\{\mathbf{du}\} = \{\mathbf{b}\}^i \quad (1.9)$$

en considérant que  $[\mathbf{M}]$  et  $\{\mathbf{b}\}^i$  sont assemblées à partir des quantités  $[\mathbf{M}^e]$  et des  $\{\mathbf{b}^e\}^i$  du problème local, et avec  $\{\mathbf{u}\}$  les inconnues de déplacement aux nœuds.

L'incertitude en déplacement sur les degrés de liberté s'écrit pour les nœuds intérieurs du maillage [Hild et Roux 12a]

$$\sigma_g = \frac{\sqrt{6}\sigma p}{G_f \ell} \quad (1.10)$$

soit un gain d'un rapport  $\sqrt{3}/4$  par rapport à l'approche locale pour ces nœuds. Cela signifie que pour les mêmes images et les mêmes zones d'intérêt, une approche globale peut permettre d'attendre 57% d'incertitude en moins. Ce gain peut être décomposé en deux parties ( $1/2 \times \sqrt{3}/2$ ). Le rapport 1/2 est lié au fait que tout nœud intérieur appartient à quatre éléments finis Q4. De ce fait la résolution spatiale vaut deux fois la taille de l'élément; or l'incertitude de mesure est proportionnelle à l'inverse de cette quantité. Les nœuds du bord du maillage ne bénéficient donc pas du même gain (seulement  $1/\sqrt{2}$  pour les arêtes et 1 pour les coins). Le second gain ( $\sqrt{3}/2$ ) est directement lié à l'hypothèse de continuité associée à une discrétisation par éléments finis. Cette hypothèse peut ne pas être satisfaite, par exemple dans le cas de

l'apparition d'une fissure. Dans ce cas, le résidu augmente localement.

### 1.3.3 Corrélation d'images globale régularisée

Le concept de corrélation d'images globale régularisée par un calcul mécanique [Réthoré et al. 09, Leclerc et al. 09, Réthoré 10, Tomičević et al. 13] propose d'introduire une nouvelle connaissance de l'utilisateur afin de réduire l'incertitude sur la solution du problème : l'existence d'un objet mécanique dont le champ de déplacement observé est une information cinématique. Cette connaissance permet d'envisager l'introduction d'équations de la mécanique conjointement à la conservation des niveaux de gris (équation (1.1)). Le choix est naturellement porté sur l'équation d'équilibre en élasticité

$$[\mathbf{K}]\{u\} = \{\mathbf{f}\} \quad (1.11)$$

avec  $[\mathbf{K}]$  la matrice de rigidité du solide et  $\{\mathbf{f}\}$  les efforts nodaux. Il est alors aisé de définir un résidu d'origine mécanique, représentatif de l'écart à l'équilibre de la région d'intérêt, sous la forme [Claire et al. 04, Tomičević et al. 13]

$$\Phi_m^2 = \{\mathbf{u}\}^t [\mathbf{K}]^t [\mathbf{K}] \{\mathbf{u}\} \quad (1.12)$$

De la même manière, il faut définir un résidu de manière spécifique pour les nœuds des bords [Tomičević et al. 13]

$$\Phi_b^2 = \{\mathbf{u}\}^t [\mathbf{L}]^t [\mathbf{L}] \{\mathbf{u}\} \quad (1.13)$$

avec  $[\mathbf{L}]$  l'équivalent de la matrice  $[\mathbf{K}]$  pour ces nœuds. Ces expressions permettent la définition du résidu total à minimiser  $\Phi_t$  tel que

$$(1 + \omega_m + \omega_b)\Phi_t^2 = \tilde{\Phi}_c^2 + \omega_m \tilde{\Phi}_m^2 + \omega_b \tilde{\Phi}_b^2 \quad (1.14)$$

avec  $\tilde{\Phi}_c$ ,  $\tilde{\Phi}_m$  et  $\tilde{\Phi}_b$  les résidus normés  $\omega_m$  et  $\omega_b$  les poids associés aux résidus mécaniques qui garantissent l'homogénéité de l'équation (1.14). Les résidus sont normés en utilisant un déplacement-test de la forme d'une onde plane  $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = v_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})$ , d'amplitude  $v_0$ , avec  $\mathbf{x}$  la position dans l'image et  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde. Ils s'écrivent alors

$$\tilde{\Phi}_c^2 = \frac{\Phi_c}{\{\mathbf{v}\}^t [\mathbf{M}] \{\mathbf{v}\}}, \quad \tilde{\Phi}_m^2 = \frac{\Phi_m}{\{\mathbf{v}\}^t [\mathbf{K}]^t [\mathbf{K}] \{\mathbf{v}\}}, \quad \tilde{\Phi}_b^2 = \frac{\Phi_b}{\{\mathbf{v}\}^t [\mathbf{L}]^t [\mathbf{L}] \{\mathbf{v}\}} \quad (1.15)$$

Les pondérations associées aux résidus mécaniques peuvent s'écrire sous la forme

$$\omega_m = (2\pi|\mathbf{k}|\ell_m)^4, \quad \omega_b = (2\pi|\mathbf{k}|\ell_b)^4 \quad (1.16)$$

avec  $\ell_m$  et  $\ell_b$  les longueurs caractéristiques de la régularisation mécanique. Ces longueurs sont les paramètres de la procédure de régularisation. Fixer une longueur de régularisation revient à favoriser la composante de résidu mécanique, et donc à empêcher les variations de déplacement de longueur d'onde plus faible que cette longueur. La régularisation mécanique est donc un filtre pour les fluctuations de longueur d'onde plus faible, dont le réglage est motivé par la connaissance du problème par l'utilisateur.

L'article de [Leclerc et al. 13] propose une expression pour l'incertitude en déplacements en corrélation de volumes, transposable en corrélation d'images 2D sous la forme

$$\sigma_{gr} \propto A \frac{\sigma p}{G_f \ell_m} \quad (1.17)$$

avec  $A$  un préfacteur dépendant du choix du champ utilisé pour normer la fonctionnelle  $\tilde{\Phi}_m$ . La forme de cette expression met en évidence que la longueur de régularisation  $\ell_m$  joue le rôle que jouait la taille d'élément en corrélation globale. La partie 1.3.4.2 a pour objectif d'évaluer leurs interactions dans deux cas particu-

## 1.3. CORRÉLATION D'IMAGES, PRINCIPE ET PROCÉDURES

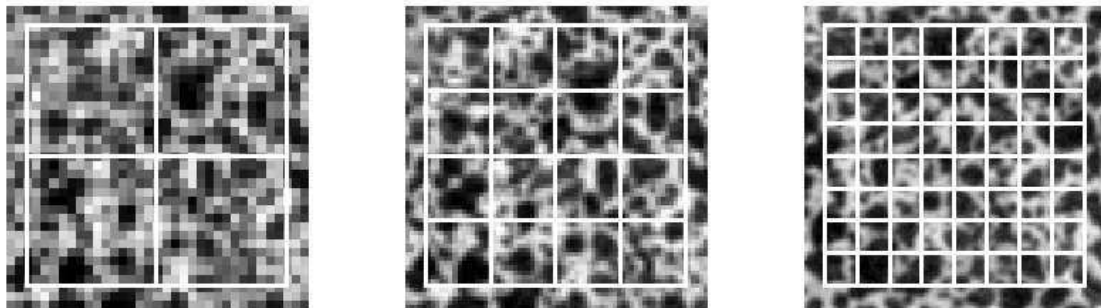
liers de déplacements imposés. Il est montré [Tomičević et al. 13] que la régularisation mécanique permet d'atteindre des incertitudes en déplacements plus faibles qu'avec les méthodes précédentes, en choisissant judicieusement les longueurs de régularisation. La partie 1.3.4.2 propose également une étude détaillée pour le choix de ces longueurs.

### 1.3.4 Procédures multi-échelles et itérations

Les calculs de corrélation d'images présentés dans ce manuscrit sont réalisés avec les codes Correli-Q4 (code global, éléments Q4) et Correli-T3 (code global avec régularisation mécanique, éléments T3). Ces deux codes utilisent des procédures multi-échelles pour faciliter la convergence des calculs. Elles sont détaillées dans la suite.

#### 1.3.4.1 Corrélation globale sur une base éléments finis

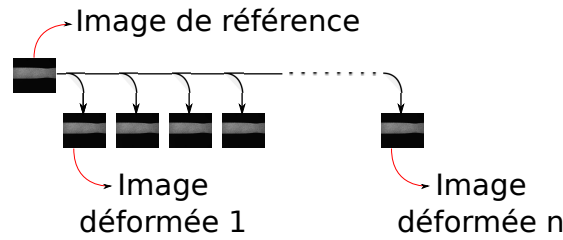
Le code Correli-Q4 propose de réaliser le calcul avec un maillage grossier, qu'on raffine dès que la convergence est atteinte [Besnard et al. 06]. La figure 1.6 décrit schématiquement les maillages employés. Un maillage grossier est utilisé pour faire un premier calcul. Le résultat de ce calcul est projeté sur un maillage moins grossier et utilisé comme initialisation d'un calcul avec ce nouveau maillage. Les images correspondant à ces différentes étapes sont obtenues en rassemblant les pixels des images traitées quatre par quatre pour former des méta-pixels. Ce sont ces images qui sont soumises à une étape de corrélation d'images avec la même taille de maille (en méta-pixels) que pour la dernière passe. On utilise généralement 3 ou 4 niveaux de raffinement. Cette méthode permet d'approcher le déplacement final plus rapidement avec les niveaux de maillage grossiers, là où un calcul avec le maillage fin pourrait tomber dans des minima locaux. Toutes les images subissent cette procédure multi-échelles.



**FIGURE 1.6 :** Maillages utilisés progressivement pour faciliter le calcul. Le maillage de gauche est utilisé pour initialiser le calcul sur une image grossière, puis le résultat sur ce maillage est projeté sur le suivant, et ainsi de suite jusqu'à convergence du calcul sur le maillage le plus fin.

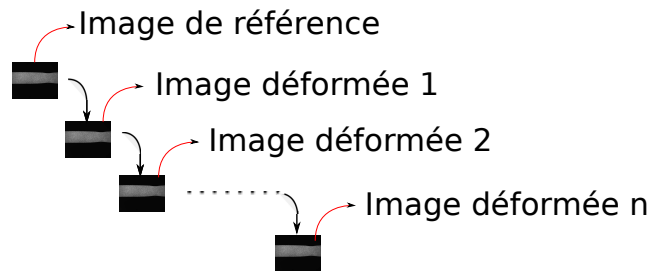
Toutefois, les grandes déformations peuvent empêcher la convergence même en employant cette procédure. Cela est dû au fait que l'image déformée est très différente de l'image de référence, en termes de position des points dans l'image mais aussi de forme des taches du mouchetis et éventuellement d'éclairage. Le calcul de corrélation est initialisé avec une translation de corps rigide calculée par transformée de Fourier rapide. La procédure par défaut, présentée en figure 1.7, permet donc de traiter des déplacements importants mais pas de grandes déformations, puisque tous les calculs sont effectués par rapport à la même image de référence.

La procédure 2, présentée en figure 1.8 a pour but de résoudre ce problème. Comme les déplacements entre deux images sont faibles, on utilise l'image  $n - 1$  comme image de référence pour calculer le dépla-



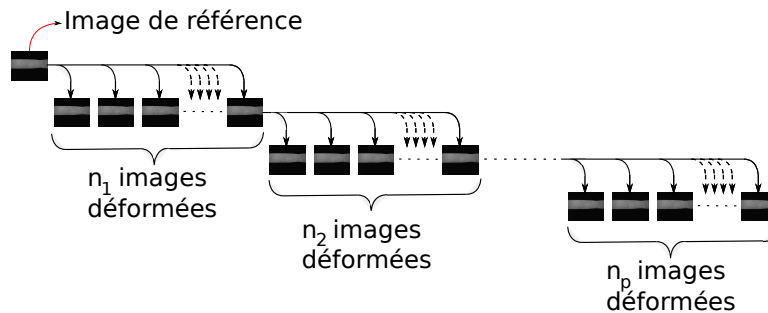
**FIGURE 1.7 :** Procédure 1 de corrélation par défaut dans Correli-Q4 : tous les calculs sont effectués par rapport à l'image de référence.

cements des points de l'image  $n$ . Les déplacements calculés sont donc incrémentaux. Ils sont interpolés au point de référence et ajoutés en fin de calcul pour connaître le déplacement par rapport à l'image de référence. Cette méthode permet de calculer des déplacements dans le cas de très grandes déformations. Néanmoins, elle présente le désavantage de cumuler les incertitudes de mesure à chaque calcul de corrélation, et donc d'augmenter l'incertitude en déplacement par rapport à l'image de référence.



**FIGURE 1.8 :** Procédure 2 de corrélation proposée dans Correli-Q4 : tous les calculs sont effectués de l'image  $n$  par rapport à l'image  $n - 1$ .

Une adaptation simple de cette procédure a donc été intégrée aux codes de corrélation utilisés pour résoudre ce problème. Il est proposé de n'actualiser l'image de référence que si le calcul n'a pas convergé après le nombre d'itérations fixé. Cette procédure (procédure 3) est présentée en figure 1.9.



**FIGURE 1.9 :** Nouvelle procédure intégrée dans les codes de corrélation : le changement d'image de référence a lieu uniquement quand le calcul pour l'image  $n$  n'a pas convergé.

Une autre amélioration possible est d'initialiser le calcul pour l'image  $n$  avec le résultat du calcul à l'image  $n - 1$ . Pour les mêmes paramètres de calculs, la procédure 4 est définie comme étant la procédure 3 améliorée.

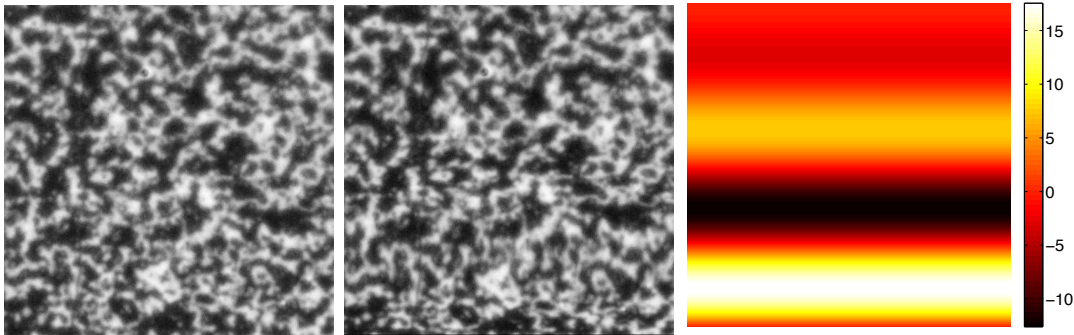
### 1.3. CORRÉLATION D'IMAGES, PRINCIPE ET PROCÉDURES

liorée grâce à cette manière de faire.

Un cas-test simple est proposé pour comparer ces procédures. Une image de référence carrée (600 × 600 pixels) est déformée par interpolation linéaire des niveaux de gris avec un champ de déplacement connu  $u_x(\alpha)$

$$u_x(\alpha) = \frac{\alpha 2x}{L_x} \sin\left(\frac{2\pi x}{T_x}\right) \quad , \quad u_y(\alpha) = 0 \quad (1.18)$$

présenté en figure 1.10, avec  $x$  et  $y$  les coordonnées du point dans l'image,  $T_x$  la période de la fonction sinus selon  $x$  (fixée à 200 pixels),  $L_x$  la dimension en  $x$  de l'image (600 pixels), et  $\alpha$  un paramètre variant entre 1 et 40.



**FIGURE 1.10 :** Image de référence, image déformée et champ de déplacement vertical imposé pour  $\alpha = 10$ .

Les calculs de champs de déplacement sont effectués selon les trois procédures sur la même région avec le même nombre d'itérations maximum (20), une seule échelle de corrélation et une taille de maille de 32 pixels. Tous les traitements sont effectués avec un code Correli-T3 sans régularisation mécanique (on fixe  $\ell_m = 0$ ). Dans ce (nouveau) code de corrélation, on utilise des éléments triangulaires à trois nœuds (T3) avec interpolation linéaire du champ de déplacement. Le critère utilisé pour juger de la qualité de la mesure est l'écart-type  $\sigma_u$  de la quantité  $d(\alpha)$ , différence entre champ imposé  $\mathbf{u}(\alpha)$  et champ mesuré  $\mathbf{u}_{mes}(\alpha)$

$$d(\alpha) = \sqrt{(\mathbf{u}_x(\alpha) - \mathbf{u}_{mes}(\alpha))^2 + (\mathbf{u}_{ymes}(\alpha))^2} \quad (1.19)$$

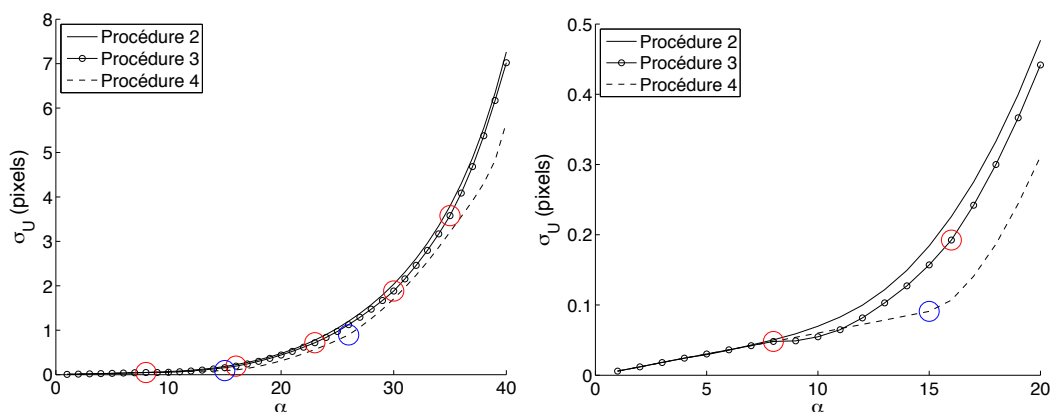
Les résultats sont présentés en figure 1.11. Trois échelles de corrélation sont utilisées pour tous les calculs. La procédure 3 semble peu avantageuse par rapport à la procédure 2 (réactualisation de l'image de référence pour chaque image déformée). Elle permet de ne réactualiser qu'à partir de l'image 8, mais le gain sur  $\sigma_u$  est faible. La procédure 4 permet de retarder la réactualisation de l'image de référence jusqu'à l'image 15. On remarque sur la figure 1.11 (droite) que l'augmentation de l'écart-type a la même allure pour la procédure 4, mais est décalée à une amplitude de déplacement plus grande. Il faut noter qu'à l'image 15, l'amplitude maximale de déplacement imposée est de 45 pixels pour une longueur de base de 200 pixels, ce qui correspond à une déformation globale d'environ 22%. Cette procédure est utilisée autant que possible dans toute la suite de ces travaux.

Les incertitudes présentées en figure 1.11 comprennent les erreurs d'interpolation du champ de déplacement par les éléments T3. On peut observer ce phénomène sur la figure 1.12. Le choix de la discrétisation (taille et nature des éléments) a donc un effet important sur le résultat.

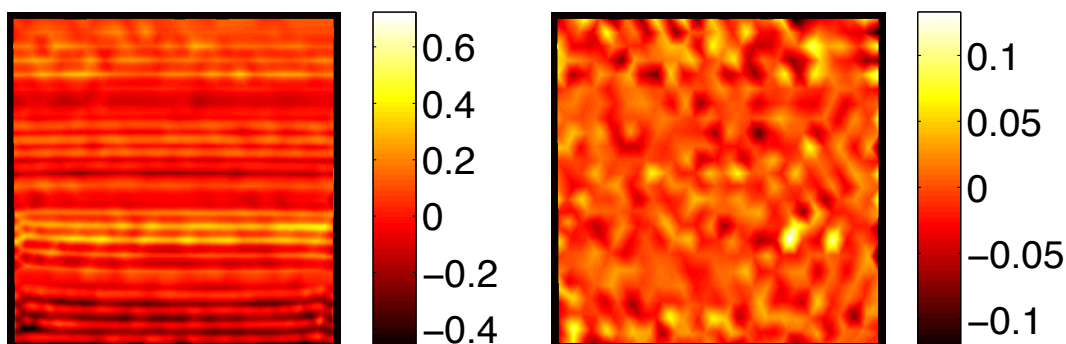
On peut visualiser ces erreurs sur un cas-test 1D. La figure 1.13(a) présente le résultat de l'interpolation d'une fonction sinus d'amplitude unitaire du type  $y_{sin} = x \times \sin(2x\pi/500)$  sur 1000 points par des éléments



CHAPITRE 1. IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUES DU TITANE T35 PAR CORRÉLATION D'IMAGES



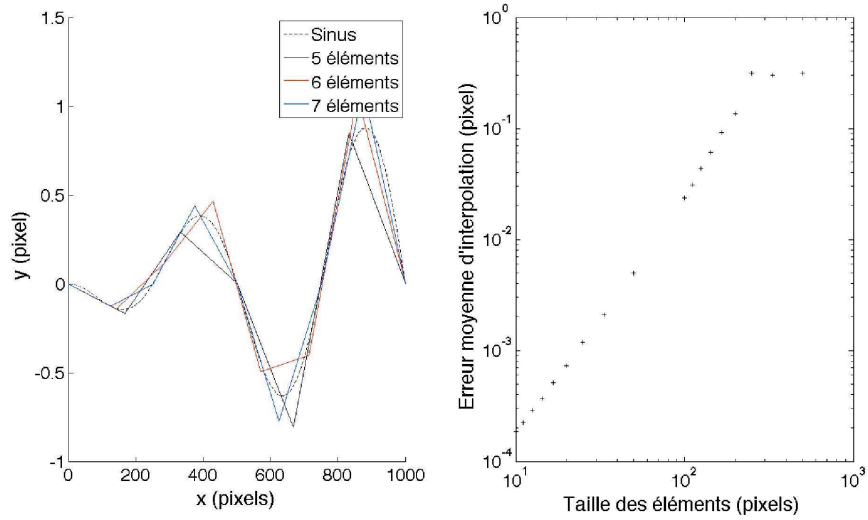
**FIGURE 1.11 :** Incertitudes sur  $d$  pour les différentes procédures proposées, pour  $\alpha$  variant de 1 à 40 et de 1 à 20 pixels. Les cercles rouges indiquent les points où l'image de référence est actualisée pour la procédure 3, les cercles bleus pour la procédure 4. La procédure 1 correspond à la même courbe que la procédure 3 jusqu'au premier cercle rouge.



**FIGURE 1.12 :** Résidus en déplacement (champ mesuré-champ imposé) vertical (gauche) et horizontal (droite) pour  $\alpha = 10$  (en pixels). Les éléments T3 utilisés sont clairement visibles dans le résultat.

finis 1D. On fait varier le nombre d'éléments utilisés pour visualiser l'allure de l'erreur d'interpolation, matérialisée par la différence entre la courbe sinus de référence et les éléments finis  $|y_{sin} - y_{EF}|$ . La figure 1.13(b) présente la valeur moyenne de l'erreur sur l'intervalle d'évaluation pour l'utilisation de deux à cent éléments finis pour décrire ce sinus. Pour notre cas où la taille de l'élément est de 32 pixels, on constate qu'on peut s'attendre à une valeur moyenne de 0,002 pixel d'erreur en déplacement due aux seules erreurs d'interpolation du champ de déplacement. Cette valeur constitue une limite basse de l'incertitude que l'on peut atteindre dans ces conditions.

## 1.4. CHOIX DES LONGUEURS DE RÉGULARISATION SUCCESSIVES



**FIGURE 1.13** : Résultats de l'interpolation d'une fonction sinus par éléments finis : tracé de l'allure du résultat pour quelques éléments (a) et valeur de l'erreur moyenne d'interpolation en fonction de la taille des éléments utilisés (b).

### 1.3.4.2 Corrélation globale avec régularisation mécanique

La corrélation régularisée permet un autre type de procédure multi-échelles. En effet, l'utilisation de longueurs de régularisation élevées permet d'approcher le déplacement global en "rigidifiant" le calcul par l'ajout des résidus mécaniques dans le résidu global. La relaxation des longueurs de régularisation jusqu'à une valeur faible (de l'ordre du pixel) mène à un résultat valable à l'échelle locale. [Tomičević et al. 13] montrent qu'il est possible d'obtenir une incertitude de mesure plus faible en employant cette méthode qu'en utilisant directement une longueur de régularisation faible (cf. figure 1.14). Il est possible de choisir une valeur d'initialisation qui minimise l'incertitude de mesure, même si on observe sur la figure 1.14(b) que les résidus de corrélation peuvent être minimisés en choisissant une longueur d'initialisation petite.

Cette procédure a été testée pour des champs de déplacement d'amplitude modérée (de l'ordre du pixel) par [Tomičević et al. 13]. Nous nous proposons d'étendre cette étude à des cas où les déformations sont plus importantes dans la partie 1.4, et d'y comparer les résultats des différentes approches.

## 1.4 Choix des longueurs de régularisation successives

A l'instar de [Tomičević et al. 13], on peut appliquer les méthodes disponibles sur un cas-test simple. Une image d'une éprouvette de traction (présentée figure 1.15) est déformée artificiellement d'un champ de déplacement connu

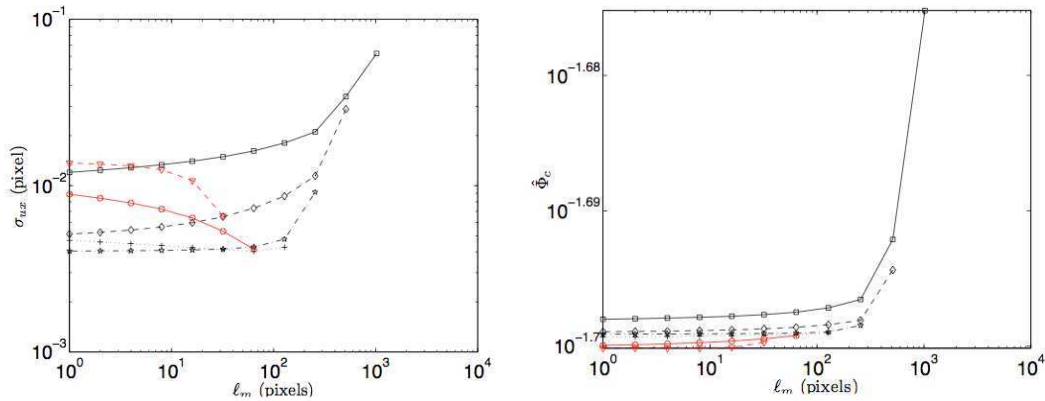
$$\mathbf{u}_x = 2\sin\left(\frac{2\pi x}{T_x}\right) \quad (1.20)$$

$$\mathbf{u}_y = 2\sin\left(\frac{2\pi y}{T_y}\right) \quad (1.21)$$

avec  $x$  et  $y$  les coordonnées du point dans l'image,  $T_x$  et  $T_y$  les périodes de la fonction sinus selon chaque axe. [Tomičević et al. 13] fixent  $T_x$  et  $T_y$  à la largeur de l'image. Néanmoins, les champs observés lors

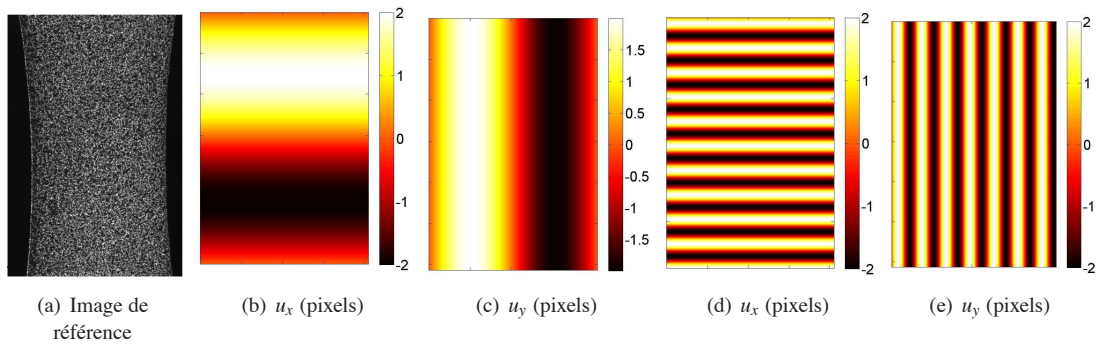


CHAPITRE 1. IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUES DU TITANE T35 PAR CORRÉLATION D'IMAGES



**FIGURE 1.14 :** Incertitude de mesure du déplacement et résidu en niveaux de gris pour un déplacement-test sinusoïdal en fonction des chemins de longueurs de régularisation utilisés, d'après [Tomičević et al. 13]. Ces courbes diffèrent uniquement par la valeur initiale de la longueur de régularisation (la plus grande). La valeur initiale de la longueur de régularisation influence donc la valeur finale une fois relaxée. Une valeur d'initialisation trop faible (courbes rouges) empêche de profiter de cet avantage.

de la localisation dans l'éprouvette présentent des singularités de longueur d'onde plus faible. Nous proposons donc de comparer deux cas-test avec le même programme : un premier cas similaire à celui de [Tomičević et al. 13], et un autre où  $T_x$  et  $T_y$  sont fixés autour de 300 pixels, qui peut représenter la longueur d'onde de phénomènes de localisation. Les champs correspondant à ces cas-test sont représentés en figure 1.15. L'image de référence mesure  $3072 \times 2051$  pixels.



**FIGURE 1.15 :** Image utilisée pour le cas-test (a) et champs de déplacement analytiques appliqués à l'image (en pixels) : longueur d'onde égale à la taille de l'image (b,c) ou fixée à 300 pixels (d,e).

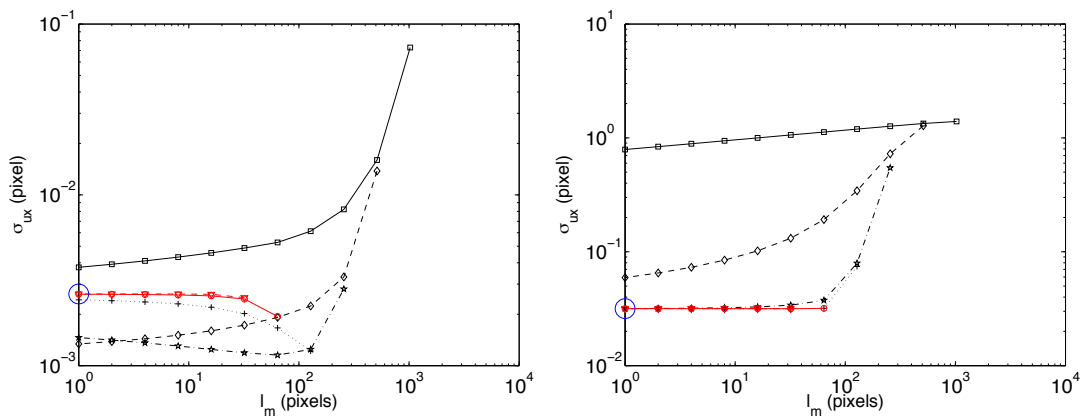
Tous les calculs de corrélation sont effectués ici avec une taille d'élément de 35 pixels. Les résultats en termes d'incertitudes en déplacements sont présentés en figure 1.16(a) pour le cas de la grande longueur d'onde et 1.16(b) pour les longueurs d'ondes fixées à 300 pixels. Les résultats sont similaires selon les axes  $x$  et  $y$ , ils ne sont représentés que selon l'axe  $x$ . La longueur d'onde plus faible interdit des incertitudes aussi faibles que pour le cas où la longueur d'onde correspond à la taille de l'image. Pour ce cas, il est pénalisant de choisir une première longueur de régularisation trop grande. Une première longueur d'environ 200 pixels semble convenir pour les deux cas, elle sera donc retenue. De plus, comme le montrent [Tomičević et al. 13], il semble inutile (et même pénalisant) de choisir de nombreuses longueurs intermédiaires, car un tel choix

## 1.4. CHOIX DES LONGUEURS DE RÉGULARISATION SUCCESSIVES

laisse plus de place aux défauts engendrés par la contribution liée à la corrélation  $\Phi_c$  de la fonctionnelle à minimiser. Tous les calculs suivants seront donc effectués en deux étapes, avec  $\ell_{r1} = 200$  pixels puis  $\ell_{r2} = 1$  pixel, et  $\ell_{bi} = \ell_{ri}/2$ .

Les niveaux d'incertitudes atteints sur le même maillage sans régularisation sont précisés en bleu sur la figure 1.16. Il ressort que pour les deux cas, la première longueur de régularisation  $\ell_{mini} = 32$  pixels mène à une incertitude très similaire à celle obtenue sans régularisation. Cela est dû à une première longueur de régularisation inférieure à la taille de maille (35 pixels). Dans ce cas, la régularisation n'a pas d'effet.

Pour le cas où la longueur d'onde du déplacement imposé est plus faible, il semble qu'en-dessous d'une valeur seuil de la première longueur de régularisation (qui est dans notre cas de 256 pixels), la régularisation n'ait que peu d'effet sur l'incertitude obtenue.

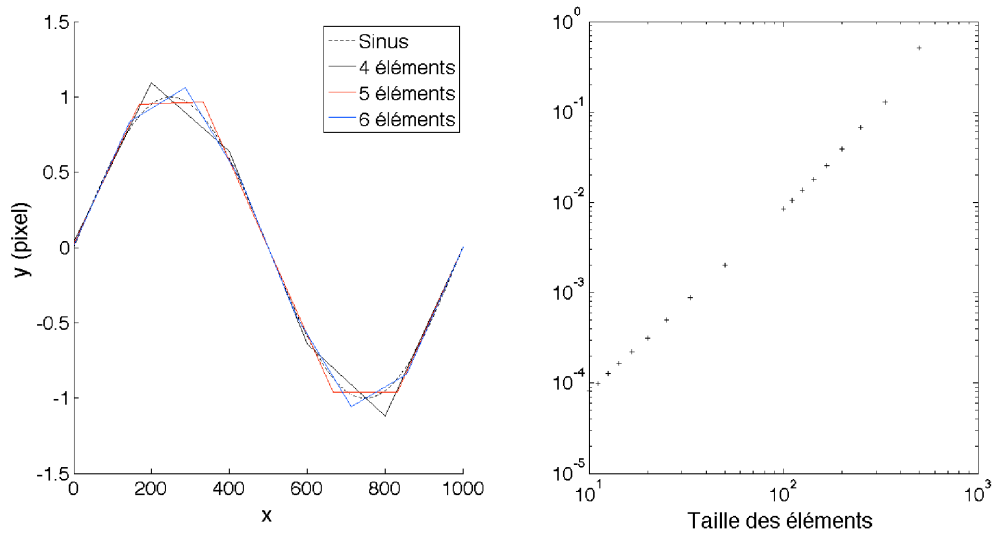


**FIGURE 1.16 :** Incertitudes en déplacements pour les déplacements imposés sinusoïdaux à grande longueur d'onde (gauche) et à longueur d'onde faible (droite). Ces courbes diffèrent uniquement par la valeur initiale de la longueur de régularisation (la plus grande). Les longueurs d'onde du déplacement imposé sont respectivement de 3048 pixels et de 300 pixels. Les cercles bleus correspondent au niveau d'incertitude atteint sans régularisation ( $\ell_r = 0$  pixel). Avec une période faible pour le déplacement imposé, l'erreur d'interpolation des déplacements prend le pas sur l'erreur d'interpolation des niveaux de gris, et l'incertitude globale est nettement plus élevée (d'un facteur 10 environ).

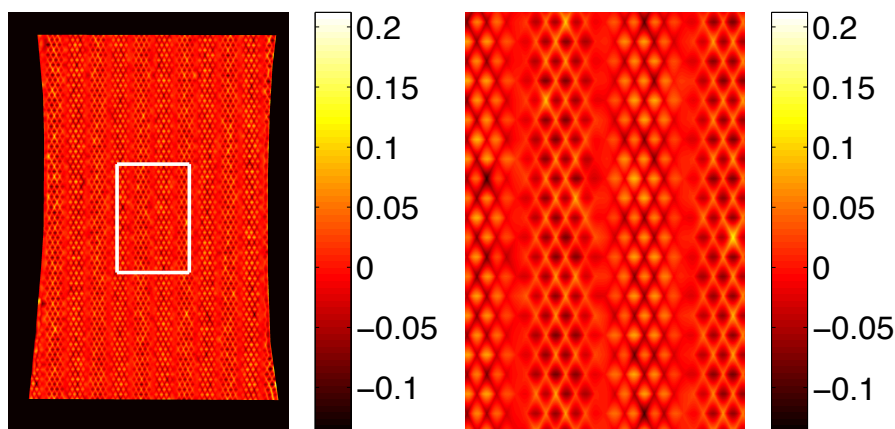
Les incertitudes calculées comprennent les erreurs d'interpolation du champ de déplacement par les éléments T3. La figure 1.18 présente une carte de résidus en déplacements (champ mesuré-champ calculé) pour le cas où la période du déplacement imposé est la plus faible. On distingue dans le résidu clairement la forme des éléments T3, et la forme du déplacement imposé. La valeur moyenne de la valeur absolue des résidus en déplacement sur la zone sélectionnée dans la figure 1.18 (droite) est de 0,02 pixel, soit environ 1% de l'amplitude du déplacement imposé. La valeur des incertitudes minimales obtenues pour ce cas est de 0,03 pixel. Environ deux tiers de ces incertitudes sont donc dûs à l'erreur d'interpolation des déplacements.

On peut réaliser ici le même type de cas-test 1D que pour la partie 1.3.4.1 pour corroborer ces résultats. La figure 1.17(a) présente le résultat de l'interpolation d'une fonction sinus d'amplitude unitaire du type  $y_{sin} = \sin(2x\pi/1000)$  sur 1000 points par des éléments finis 1D. La figure 1.17(b) présente la valeur moyenne de l'erreur sur l'intervalle d'évaluation pour l'utilisation de deux à cent éléments finis pour décrire ce sinus. Dans notre cas où la longueur d'onde du déplacement imposé est faible, les éléments mesurent environ un dixième de la longueur d'onde de la fonction sinus imposée, ce qui correspond à une erreur systématique d'environ 1% sur la représentation de la fonction-test.

CHAPITRE 1. IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUES DU TITANE T35 PAR CORRÉLATION D'IMAGES



**FIGURE 1.17 :** Résultats de l'interpolation d'une fonction sinus par éléments finis : tracé de l'allure du résultat pour quelques éléments (a) et valeur de l'erreur moyenne d'interpolation en fonction de la taille des éléments utilisés (b).



**FIGURE 1.18 :** Résidus en déplacement (champ mesuré-champ calculé) pour le cas où  $T_x = T_y = 300$  pixels (résidu en pixels). La figure de droite présente le détail encadré à gauche. Les éléments T3 utilisés sont clairement visibles dans le résultat. La valeur moyenne de la valeur absolue des résidus est de 0,019 pixel.

Après ces constatations, il semble donc nécessaire de choisir une longueur de régularisation initiale au moins deux à trois fois plus grande que la taille d'élément utilisée afin de rendre la régularisation efficace. Néanmoins, il est contre-productif d'utiliser une longueur de régularisation trop grande, qui peut mener à des erreurs plus grandes que sans l'usage de la régularisation. La longueur de régularisation initiale sera donc fixée à 200 pixels dans les travaux à suivre, avec des éléments variant de 15 à 35 pixels. De plus, comme pour tout code de corrélation, il convient de choisir des éléments suffisamment petits pour décrire correctement les phénomènes observés (et ainsi réduire les erreurs d'interpolation).

## 1.5 Essais de traction simple

---

Des essais de traction (cf. figure 1.19) ont été réalisés successivement sur deux types d'éprouvettes. Elles sont présentées en figure 1.20, ainsi que les caractéristiques de l'essai.



**FIGURE 1.19 :** Montage d'essai uniaxial classique. Un objectif télécentrique est généralement utilisé pour limiter les déformations parasites liées aux déplacements hors-plan.

### Eprouvettes droites

Des éprouvettes droites (voir figure 1.20(a)) ont été utilisées pour tracer les courbes dites "machine", "macro" et "meso". Les mouchetis sont réalisés à la bombe de peinture. L'inconvénient des éprouvettes droites est qu'il est plus délicat d'observer la localisation qui, du fait des grandes déformations imposées à l'éprouvette, peut se produire hors du champ de vision de la caméra. Pour ces essais, des caméras Dalsa et PixelFly 10 bits (définition :  $1000 \times 1000$  pixels) ont été choisies.

### Eprouvettes en os de chien

La forme en « os de chien » (voir figure 1.20(b)) permet de forcer la localisation dans une zone connue. Elle a été utilisée pour tester les méthodes d'identification présentées en parties 1.6 et 1.7.3. Pour ces éprouvettes le mouchetis a été imprimé par une imprimante à jet d'encre. Les éprouvettes étant fines (d'épaisseur inférieure à 1 mm), il est possible de les coller sur une feuille et d'imprimer dessus si l'imprimante dispose d'une fonction « impression à plat ». Pour ces essais, une caméra M5 8 bits (définition :  $2320 \times 1728$  pixels) a été choisie.

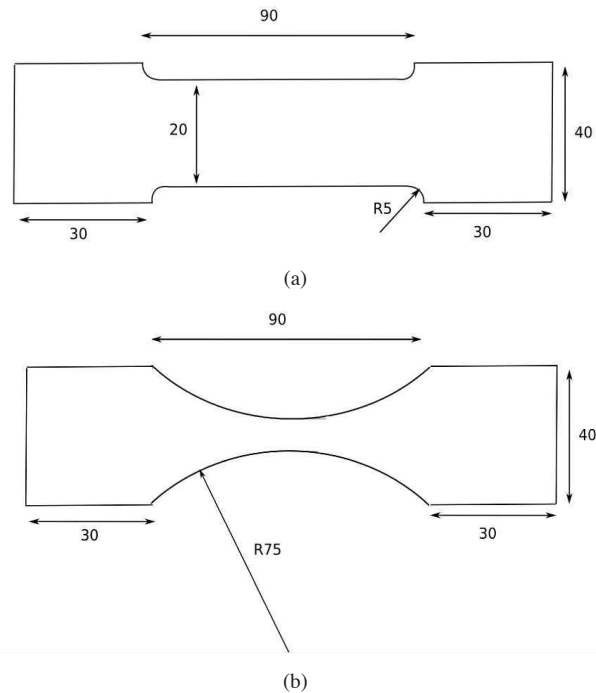


FIGURE 1.20 : Plans des éprouvettes droite (a) et en « os de chien » (b) utilisées pour les essais uniaxiaux. L'épaisseur des éprouvettes est de 0,3 mm.

## 1.6 Identification de paramètres élastiques

### 1.6.1 Méthodes directes

Plusieurs méthodes basées sur les mesures de champs sont utilisables pour identifier un coefficient de Poisson ou un module d'Young [Avril et al. 08b]. Toutes ces opérations sont réalisées sur un champ de déplacement mesuré sur une éprouvette droite, ce qui maximise l'homogénéité des déformations. Pour un essai de traction uniaxiale, la méthode la plus simple consiste à calculer directement le coefficient de Poisson à partir des moyennes des déformations issues d'une mesure de champs de déplacements

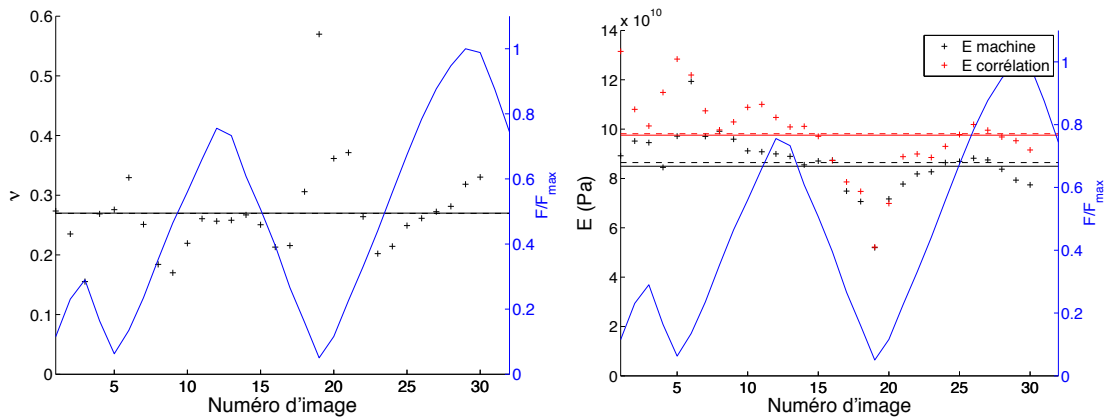
$$\nu = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (1.22)$$

avec  $\varepsilon_1$  la déformation moyenne dans le sens de la sollicitation et  $\varepsilon_2$  dans la seconde direction principale. Le résultat est tracé en figure 1.21(a) pour les 20 premières images d'un essai, qui constituent la partie purement élastique de la charge. On constate un écart-type très important (de l'ordre de 0,1) sur la quantité calculée. Ce phénomène s'explique par la forte sensibilité des déformations élastiques aux incertitudes de mesure. En effet, les déplacements étant faibles pour ce chargement (de l'ordre du dixième de pixel au maximum), ils ne sont supérieurs dans le meilleur des cas que d'un ordre de grandeur à l'incertitude de mesure, qui est généralement de l'ordre de quelques centièmes de pixels. Il est donc naturel que les déformations soient peu fiables dans ce domaine.

Pour le module d'Young, la contrainte  $\sigma$  étant calculée via l'effort machine et la surface nominale, on applique directement la relation  $E = \sigma/\varepsilon$  avec les déformations calculées par le déplacement machine

## 1.6. IDENTIFICATION DE PARAMÈTRES ÉLASTIQUES

( $\nu = \Delta l / L$ ) ou moyennées sur le champ de déformations longitudinales issu de la corrélation. Les éprouvettes étant de faible épaisseur, on pourrait penser que la mesure du déplacement de la traverse est suffisante pour l'estimation du module d'Young. Les résultats sont présentés figure 1.21(b). On observe également une grande dispersion sur ces valeurs. Les valeurs moyennes des modules d'Young sont calculées pour chaque image (représentées en pointillés sur la figure 1.21(b)) en moyennant les champs de déformation estimés à partir des déformations. Elles diffèrent légèrement des valeurs identifiées simultanément sur toutes les images (représentées en traits pleins), et du fait de la sensibilité au bruit de mesure du déplacement on peut penser qu'une erreur systématique est introduite.



**FIGURE 1.21 :** (a) Tracé de  $\nu$  pour 30 images de plusieurs charges/décharges élastiques, conjointement à l'effort machine relevé lors de la prise d'image. Le trait plein correspond au coefficient identifié sur l'ensemble des images. La valeur moyenne des coefficients identifiés indépendamment sur chaque image se trouve être très peu différente de cette valeur identifiée, et n'est pas représentée. (b) Module d'Young calculé ponctuellement pour les mêmes images, issu des informations machine et des mesures de champs, conjointement à l'effort machine relevé lors de la prise d'image. Les traits pleins correspondent aux coefficients identifiés simultanément sur l'ensemble des images. Les valeurs moyennes sont indiquées en pointillés à des fins de comparaison. Les valeurs ponctuelles les plus éloignées de la valeur identifiée correspondent aux niveaux de charge les plus bas.

La déformation « machine », qui comprend la déformation de la machine elle-même et les effets de forme du champ de contraintes (notamment près des mors) est donc à éviter pour le calcul du module d'Young. On obtient par la corrélation les valeurs suivantes :  $E = 97,5 \pm 1,4$  GPa,  $\nu = 0,27 \pm 0,08$ . Pour un titane voisin (T40), [Pottier 10] identifie un module d'Young de 99,5 GPa et un coefficient de Poisson de 0,3 dans la direction de laminage par méthode inverse (recalage de modèle par éléments finis mixte effort/déplacements).

### 1.6.2 Méthodes inverses

#### 1.6.2.1 Méthodes existantes

Cinq méthodes inverses d'identification de paramètres élastiques sont passées en revue par [Avril et al. 08b]. Les auteurs distinguent deux grandes classes de méthodes :

- Les méthodes de recalage (avec itérations), pour lesquelles des champs de déformations et de contraintes sont calculés numériquement à partir des données d'entrée. Ces données d'entrée peuvent être des informations ponctuelles ou des résultats de mesures de champs. Une fonction-coût est ensuite minimisée pour identifier les paramètres. Cette fonction peut être constituée par

## CHAPITRE 1. IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUES DU TITANE T35 PAR CORRÉLATION D'IMAGES

la différence quadratique entre des mesures et un résultat du calcul (par exemple pour la méthode de recalage du modèle par éléments finis exprimée en déplacements [Kavanagh et Clough 71, Hermez et Farhat 93]). Si des mesures de champs ont été effectuées, elle peut par exemple être composée de la différence quadratique entre champ de déplacement mesuré et champ de déplacement calculé. Il est également possible de considérer comme fonction-coût l'écart à l'équilibre entre données cinématiquement admissibles (mesures de champs par exemple) et statiquement admissibles avec les paramètres proposés (champs de déplacement calculés) (voir la méthode d'erreur en relation de comportement [Ladevèze et al. 94] et la méthode d'écart à la réciprocité [Ikehata 90, Andrieux et al. 97]). Les mesures de champs ne sont pas une condition *sine qua non* à l'utilisation de ces méthodes. Cependant si elles sont employées, l'abondance de données, que ce soit temporellement (grand nombre d'images) ou spatialement (bonne définition des capteurs utilisés), permet de diminuer l'incertitude sur les paramètres identifiés, au prix d'un temps de calcul parfois rédhibitoire. Toutes ces méthodes diffèrent par la norme utilisée pour calculer la différence entre champ mesuré et champ calculé.

- Les méthodes sans itérations, pour lesquelles on évalue les champs de contraintes directement à partir des mesures de champs en présupposant une relation de comportement. On utilise ensuite les équations de l'équilibre en considérant les paramètres du matériau comme les variables pour trouver un état d'équilibre sur la zone analysée (voir la méthode de recalage du modèle par éléments finis exprimée en efforts [Cottin et al. 84], la méthode de l'écart à l'équilibre [Claire et al. 04] ou la méthode des champs virtuels [Grédiac et Vautrin 90]). Ces méthodes présentent l'avantage d'un temps de calcul plus modeste, puisque ne demandant pas une série de calculs éléments finis, mais sont plus dépendantes de la qualité des mesures de champs.

Dans le cas de l'utilisation de champs de déplacements, toutes les méthodes d'identification nécessitent la comparaison d'un champ de déplacements mesuré et d'un champ calculé. Les résultats de corrélation d'images peuvent être utilisés pour être comparés aux déplacements issus d'un calcul par un code éléments finis. Afin d'effectuer cette comparaison, deux voies sont possibles :

- Modéliser une éprouvette testée et appliquer les mêmes conditions dans le calcul que celles mesurées durant l'essai, par la machine ou par corrélation [Pottier 10]. Les champs mesurés et calculés doivent ensuite être recalés et interpolés sur une base commune pour permettre la comparaison. Cette approche présente l'intérêt de permettre l'observation du comportement de toute l'éprouvette dans le résultat de calcul si la mesure n'est pas possible partout. Les conditions aux limites doivent par contre être très bien connues, et le recalage peut s'avérer difficile faute de points de repère fiables.
- Modéliser uniquement la partie observée par corrélation d'images (région d'intérêt). Si on utilise une approche globale de corrélation d'images, cette partie a été maillée et il est naturel d'utiliser le même maillage pour réaliser une simulation éléments finis, si ce maillage convient (voir par exemple [Gras et al. 12]). Les conditions aux limites imposées sont les déplacements mesurés au bord du maillage (voir figure 1.22). Les résultats de mesure et de calcul seront alors comparés aux nœuds du même maillage, ce qui exclut toute opération d'interpolation du résultat de calcul, vecteur d'incertitudes.

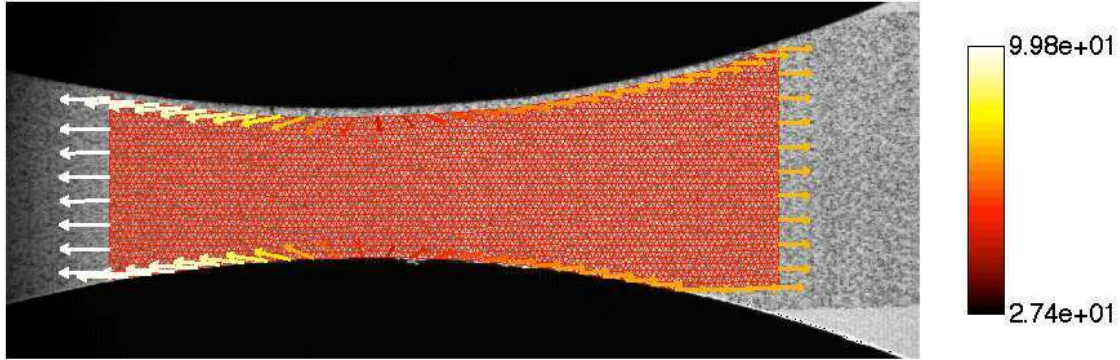
Dans les deux cas, l'erreur peut être considérée comme une expression d'un défaut de modélisation. Si on exclut un manque de finesse du maillage et l'incertitude de mesure sur les conditions aux limites, ce défaut est attribué à la loi de comportement.

### 1.6.2.2 Approche de mesure et d'identification intégrée

Toutes les méthodes citées ci-dessus permettent d'utiliser de manière quantitative un champ de déplacements mesuré dans une boucle d'identification. Néanmoins, le calcul par corrélation du champ de déplacement est toujours réalisé avant la procédure d'identification. Une procédure intégrant ce calcul, proposée



## 1.6. IDENTIFICATION DE PARAMÈTRES ÉLASTIQUES



**FIGURE 1.22 :** Imposition des conditions aux limites mesurées aux bords d'un maillage T3 dans le cas d'un chargement dans le domaine plastique (déplacements en pixels). Deux choix sont possibles : imposer les conditions aux limites sur tous les nœuds du bord, ou laisser une conditions de bord libre si le maillage épouse la forme de l'éprouvette observée.

par [Leclerc et al. 09], a été utilisée pour identifier le coefficient de Poisson du T35. Cette méthode repose sur la discrétisation du champ de déplacements sous forme de maillage, dans le cadre de la corrélation d'images globale. Les essais traités sont ici ceux de l'éprouvette en « os de chien », car l'inhomogénéité des déformations n'est pas un problème. Elle peut même être un avantage tant qu'on n'atteint pas le domaine plastique, puisque les paramètres identifiés seront valables dans le cas de déformations inhomogènes.

Comme évoqué en partie 1.3.2, dans ce cadre le système global à résoudre une fois assemblé s'écrit

$$[\mathbf{M}]\{\mathbf{du}\} = \{\mathbf{b}\}^i \quad (1.23)$$

avec  $[\mathbf{M}]$  la matrice caractéristique du maillage utilisé,  $\{\mathbf{b}\}^i$  les coefficients issus de l'intégration des gradients de niveaux de gris sur les mailles, et  $\{\mathbf{du}\}$  les incréments de déplacements aux nœuds. Cette équation exprime la minimisation du résidu  $f - g$  par incrémentation du déplacement  $\mathbf{u}$ .

Parmi les méthodes d'identifications précédentes, la méthode de recalage du modèle par éléments finis exprimée en déplacements propose d'imposer des conditions aux limites  $\mathbf{u}_{CL}$  à un calcul éléments finis. Ces conditions aux limites sont dans cette méthode considérées comme des paramètres à identifier. Si on note  $\mathbf{p}$  l'ensemble constitué par les paramètres de la loi de comportement utilisée et par les conditions aux limites à déterminer, il est possible de définir des champs de sensibilité à une variation élémentaire des paramètres. Le champ de déplacement à mesurer s'écrit donc

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, p) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{p}_0) + \frac{d\mathbf{u}}{d\mathbf{p}}(\mathbf{x}, p_0)\Delta\mathbf{p} \quad (1.24)$$

où  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, p_0)$  est une première estimation du champ avec les paramètres nominaux  $\mathbf{p}_0$ . Ces champs de sensibilité, qui correspondent à la variation du déplacement  $d\mathbf{u}$  obtenue par la variation  $d\mathbf{p}$  d'un paramètre, peuvent s'écrire comme

$$[\mathbf{P}] = \frac{\{\mathbf{du}\}}{\{\mathbf{dp}\}} \quad (1.25)$$

Ces champs sont calculés analytiquement à partir de la relation de comportement proposée [Cooreman et al. 07]. Cette opération est possible car cette loi est inversible en élasticité. Si on note  $[\mathbf{N}] = [\mathbf{P}]^t[\mathbf{M}][\mathbf{P}]$  la projection de la matrice de corrélation sur ces champs de sensibilité et  $\{\mathbf{B}\} = [\mathbf{P}]^t\{\mathbf{b}^i\}$



la projection du second membre, il en ressort que

$$\{d\mathbf{p}\} = [\mathbf{N}^{-1}]\{\mathbf{B}\} \quad (1.26)$$

Le résultat de ce calcul de minimisation est donc un vecteur  $\{d\mathbf{p}\}$  constitué des incréments à apporter aux paramètres  $\mathbf{p}$  pour minimiser l'erreur  $f - g$ . Théoriquement, il suffit d'une itération du calcul mécanique pour faire converger la procédure, puisque la loi de comportement est linéaire. Dans la pratique, pour faciliter la convergence, une première passe de calcul est réalisée en prenant en compte seulement les conditions aux limites  $\mathbf{u}_{CL}$  comme paramètres  $\mathbf{p}$  et en fixant les paramètres du matériau à des valeurs initiales (ce qui revient à faire un calcul régularisé avec  $\ell_m$  très grand). Ces paramètres sont ensuite relaxés et un deuxième calcul permet l'identification couplée des conditions aux limites et des paramètres du matériau recherchés. Une série d'images est utilisée simultanément pour rendre la procédure plus robuste.

Cette approche est appelée « intégrée », puisque les minimisations intègrent les étapes de mesure et d'identification [Hild et Roux 06b, Roux et al. 09, Réthoré 10]. Cela permet d'économiser du temps de calcul et d'éviter d'ajouter les erreurs d'une procédure de mesure et d'une procédure d'identification, qui sont ici mêlées, puisque le champ mesuré final est également le champ calculé.

### 1.6.2.3 Cas pratique

Quatre images correspondant à quatre états d'un chargement élastique sont traitées avec la procédure décrite ci-dessus, implémentée dans la plate-forme logicielle du LMT Métal. La contrainte machine varie entre 40 et 160MPa, pour une limite d'écoulement  $\sigma_y \approx 200\text{MPa}$ . Le maillage est réalisé de manière à épouser les bords de l'éprouvette (voir figure 1.23). Sa taille caractéristique est 16 pixels. Un maillage optimal pourrait, comme celui de [Leclerc et al. 09], comporter des mailles plus larges sur les bords, afin de minimiser la sensibilité au bruit des paramètres identifiés (en termes de conditions aux limites). Le calcul est réalisé avec  $E_0 = 1\text{ GPa}$  et la première passe de la procédure avec  $\nu_0 = 0,27$  (valeur déterminée précédemment).

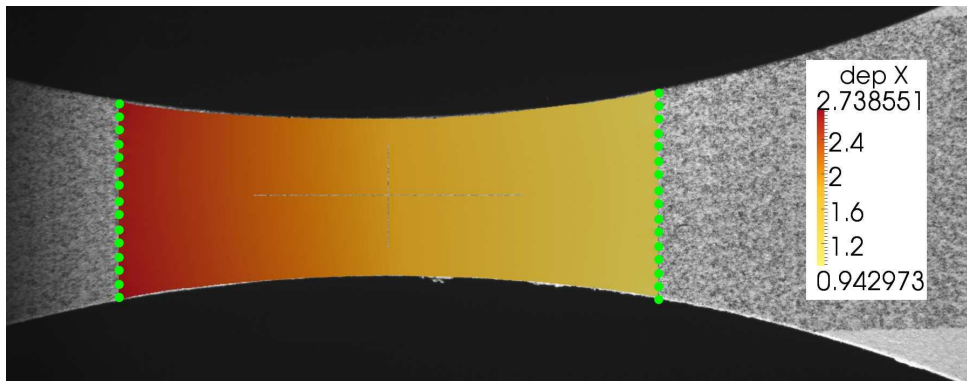
Seuls les déplacements des nœuds en "pleine matière" sont considérés comme des paramètres du problème, en plus du coefficient de Poisson. Une condition de bords libres est laissée sur le reste des nœuds de contour du maillage, car celui-ci repose sur toute la largeur de l'éprouvette. Un champ de déplacements est présenté en figure 1.23. Le calcul est réalisé en déformations planes, puisque l'agorithme disponible ne disposait pas de l'option « contraintes planes ». Par l'intermédiaire de l'expression

$$\nu_{CP} = \frac{\nu_{DP}}{1 + \nu_{DP}} \quad (1.27)$$

on peut remonter au coefficient de Poisson en contraintes planes, qui nous intéresse. Cette procédure permet d'obtenir un coefficient de Poisson en contraintes planes de 0,27, dans l'incertitude de mesure précédemment déterminée (cf. figure 1.21).

Une fois la procédure terminée, les contraintes calculées dans la plus petite section de l'éprouvette permettent d'identifier le module d'Young du matériau. Connaissant l'effort machine pour les images sélectionnées, une règle de trois fournit un module d'Young  $E_{DP} = 88\text{GPa}$ . La conversion en contraintes planes (via  $E_{CP} = E_{DP}(1 - \nu^2)$ ) donne  $E_{CP} = 82\text{GPa}$ , plus proche de l'estimation avec les données « machine » (voir figure 1.21(b)). Ces paramètres seront utilisés dans la suite. Une estimation plus fiable utiliserait plus d'images de la charge élastique.

## 1.7. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES D'UNE LOI DE RAMBERG-OSGOOD



**FIGURE 1.23 :** Déplacement horizontal pour l'image 4 (en pixels). Les points verts représentent les nœuds dont le déplacement est une inconnue du problème de minimisation (un nœud sur deux est représenté pour la visualisation).

## 1.7 Identification des paramètres d'une loi de Ramberg-Osgood

### 1.7.1 Approche utilisant les résultats « machine »

Sans donnée de mesures de champs, l'identification de la loi de plasticité est réalisée sur les courbes de déformation et de contraintes issues des informations d'effort et de déplacement fournies par la machine de traction. Les déformations logarithmiques et les contraintes vraies (ou de Cauchy) sont utilisées :

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \frac{1}{(1 + \varepsilon_T)^2} \quad (1.28)$$

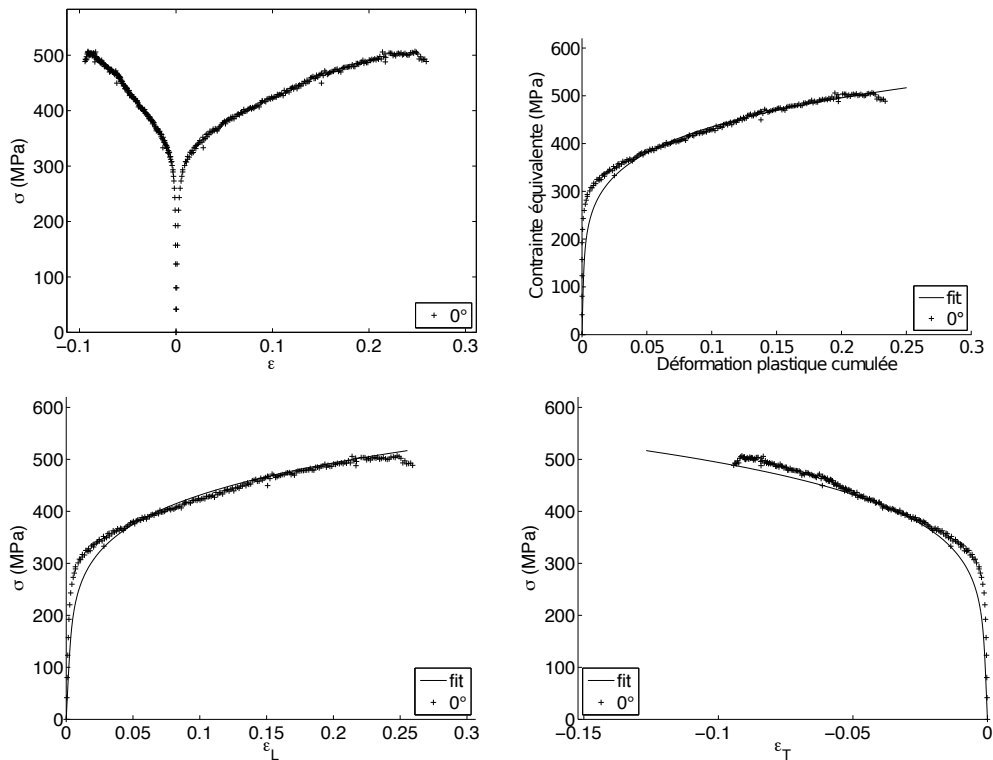
$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_L) \quad (1.29)$$

avec  $F$  l'effort imposé,  $S_0$  la section initiale de l'éprouvette,  $\varepsilon_L$  la déformation infinitésimale longitudinale ( $\ell/\ell_0$ ) et  $\varepsilon_T$  la déformation infinitésimale transverse inconnue dans le cas de mesures « machine ». Utiliser ces contraintes suppose de négliger l'élasticité et l'endommagement du matériau.

Une des possibilités pour modéliser le comportement d'alliages métalliques est la loi de Ramberg-Osgood [Ramberg et Osgood 43], qui peut être exprimée sous sa forme la plus classique

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (1.30)$$

où  $\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0$  et  $n$  sont des paramètres du matériau, et  $\alpha$  un coefficient sans dimension généralement pris tel que  $\alpha\varepsilon_0 = 0.2\%$ . Il faut noter que l'on a  $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ .  $E$  est généralement connu et fixé, ce qui laisse deux paramètres libres,  $\sigma_0$  et  $n$ . Le résultat d'identification est présenté en figure 1.24. La loi de Ramberg-Osgood permet de représenter correctement la courbe contraintes/déformations observée, même si l'accord est passablement satisfaisant à l'endroit du seuil de plasticité. L'utilisation des données machine constitue la façon la plus simple d'identifier les paramètres d'une loi de Ramberg-Osgood. Néanmoins, la déformation calculée est une déformation moyenne issue de la différence de déplacements des mors de l'éprouvette. Les hypothèses de ce calcul sont la rigidité infinie de la machine et la déformation uniforme du solide observé. Pour se libérer de ces hypothèses, des mesures de champs de déplacements sont utilisées dans la suite.



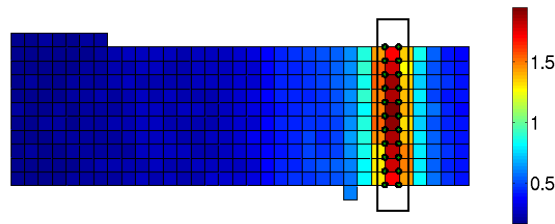
**FIGURE 1.24 :** Tracé des déformations calculées à partir des données machine pour la direction principale de laminage (« 0° »). Paramètres identifiés :  $\sigma_0 = 213$  MPa,  $n = 5,4$ . Une hypothèse d'isotropie et d'incompressibilité plastique a été utilisée.

### 1.7.2 Utilisation des résultats de mesures de champs de déplacements

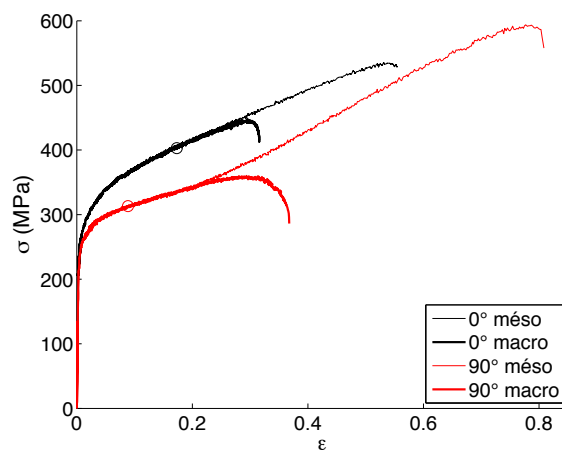
Les résultats des mesures de champs de déplacements sur l'éprouvette peuvent être utilisés pour calculer des déformations, et en particulier dans la zone de localisation qui n'est prise en compte dans les données machine que via une moyenne sur l'éprouvette entière. Ces données peuvent être utilisées pour renseigner le modèle uniaxial présenté ci-dessus. La figure 1.25 présente une carte des déformations longitudinales pour l'éprouvette droite. Les déformations dites « méso » sont calculées sur la ligne d'éléments la plus déformée. Les déformations « macro » sont obtenues par moyenne sur toute la région d'intérêt. La figure 1.26 présente les déformations « méso » et « macro » pour cet essai. Il apparaît que l'anisotropie en plasticité est non-négligeable, et qu'une modélisation complète doit la prendre en compte [Simon-Perret et al. 10]. La visualisation des déformations méso permet de se rendre compte que la déformation à rupture est quasiment le double de la déformation maximale macro, comme de celle calculée à partir des données machine. Ces valeurs de déformations sont inaccessibles sans moyen d'observation suffisamment résolu.

Pour l'identification des paramètres de la loi, les derniers points de mesure, où la contrainte diminue, ne sont pas pris en compte. Les résultats de l'identification sur ces données sont présentés en figure 1.27 et en tableau 1.1. Il apparaît que le comportement observable par le biais des déformations « méso » n'est pas modélisable de manière fidèle par la loi de Ramberg-Osgood, en particulier pour la direction « 90° ». L'identification de ces paramètres doit donc se concentrer sur les amplitudes de déformation qui sont inférieures à celle du début de la localisation, afin de reproduire au mieux le comportement dans les zones d'intérêt pour le projet (entre 0 et 20% de déformation). Ces paramètres constituent cependant un

## 1.7. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES D'UNE LOI DE RAMBERG-OSGOOD

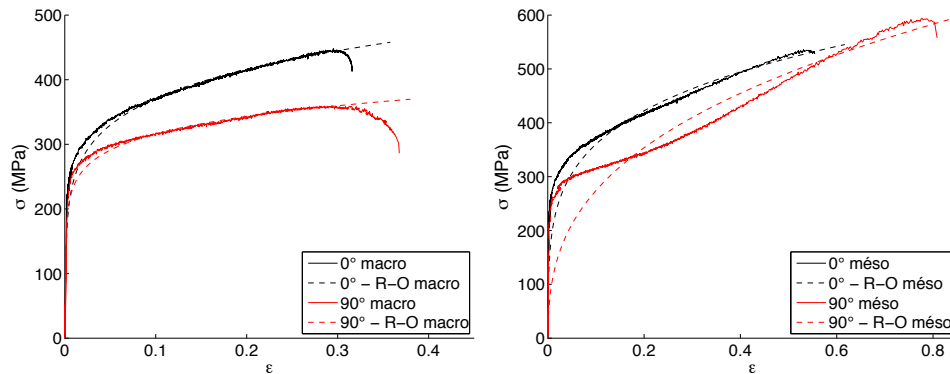


**FIGURE 1.25 :** Champ de déformations longitudinales  $\varepsilon_l$  sur la dernière image, calculées par différences finies - Schéma de principe du calcul des déformations « méso ». Un point des courbes « méso » (figure 1.26) correspond à la déformation moyenne  $\varepsilon$  sur la ligne/colonne d'éléments où les déformations sont les plus importantes.



**FIGURE 1.26 :** Résultats de la sollicitation des éprouvettes droites dans la direction principale ( $0^\circ$ ) et secondaire ( $90^\circ$ ). Les contraintes sont les contraintes de Cauchy, en supposant que le volume du solide est conservé. Les courbes « macro » représentent les déformations et contraintes moyennées sur tout le maillage de corrélation. Les courbes « méso » représentent les déformations et contraintes moyennées sur la ligne/colonne du maillage de corrélation où les déformations sont les plus importantes (cf. figure 1.25). Les cercles sont l'emplacement du critère de [Considère 85], qui caractérise l'apparition de la striction diffuse dans le matériau. Un critère caractérisant l'apparition de la striction localisée pourrait être envisagé. Le changement de pente de la courbe «  $90^\circ$  méso » semble montrer une compétition entre deux mécanismes de déformation.

premier ensemble qui peut être utilisé pour des calculs de pré-dimensionnement. Une étude beaucoup plus détaillée a été menée par [Simon-Perret et al. 10].



**FIGURE 1.27 :** Tracé des déformations calculées à partir des résultats de corrélation pour les directions principales (« 0° » et « 90° »), pour les déformations « macro » et les déformations « méso ». Les paramètres identifiés sont présentés en tableau 1.1. Le choix de la gamme totale de déformations « méso » ne paraît pas judicieux dans ce cas.

Paramètre	$\sigma_0$ (MPa)	$n$
Déformations « machine » - 0°	213	5.4
Déformations « macro » - 0°	198	6.2
Déformations « méso » - 0°	152	4.5
Déformations « macro » - 90°	202	8.7
Déformations « méso » - 90°	71	2.8

**Tableau 1.1:** Résultats d'identification pour les paramètres de la loi de Ramberg-Osgood (équation (1.30)) avec les résultats issus de mesures par corrélation d'images ( $E = 82\text{GPa}$ ,  $\alpha\epsilon_0 = 0.2\%$ ).

### 1.7.3 Approche intégrée

Les méthodes présentées en partie 1.6.2 ont également été appliquées pour l'identification de paramètres d'une loi élastoplastique. Les mesures de champs permettent de dépasser le paradigme selon lequel « [la recherche de l'uniformité des sollicitations] est une des difficultés des essais mécaniques et de la caractérisation des matériaux » [Lemaitre et Chaboche 90]. Les auteurs provoquent la localisation dans les essais ([Mahnken et Stein 96] par exemple) de manière à en tenir compte dans la loi identifiée. La méthode du recalage de modèle par éléments finis est la plus employée, car la plus simple à mettre en place avec les outils de calcul par éléments finis aisément disponibles [Mahnken et Stein 96, Hoc et al. 03].

La méthode des champs virtuels et la méthode de l'écart à l'équilibre ont également été appliquées en plasticité (respectivement par [Avril et al. 08a] et [Medda et al. 07]). [Pierron et al. 10] appliquent la méthode des champs virtuels à un cas où la loi de comportement du matériau comprend un écrouissage cinématique non-linéaire. La méthode présente l'intérêt fort de ne pas nécessiter de calcul éléments finis, ce qui est un avantage certain en élasto-plasticité pour réduire le temps de traitement des données. Un effort conséquent doit être apporté afin de limiter l'influence de l'incertitude en déformations sur les paramètres identifiés, celles-ci y étant plus sensibles que les déplacements mesurés.

Nous avons choisi d'appliquer l'approche intégrée présentée dans la partie 1.6.2.2 pour l'identification d'une loi de Ramberg-Osgood. Cette approche est applicable de manière analytique car la loi de Ramberg-Osgood est inversible (par exemple exprimée en contraintes et déformations uniaxiales telle que décrite dans l'équation (1.30)). La non-linéarité de cette loi force naturellement à plus d'itérations de la procédure.

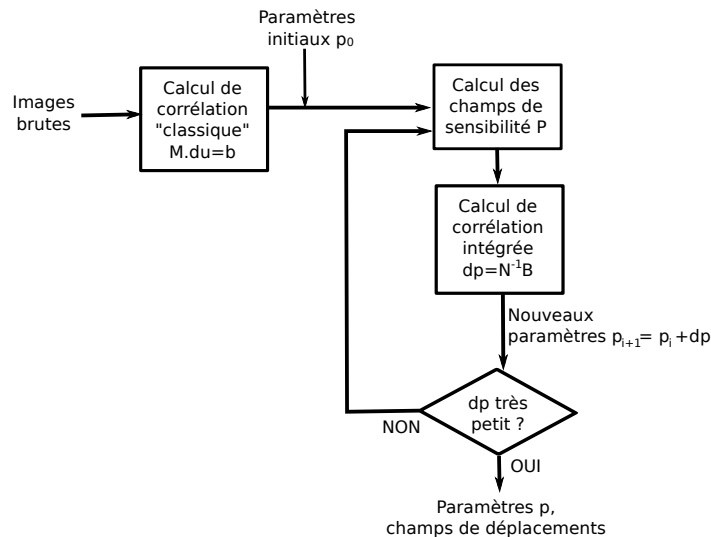
## 1.7. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES D'UNE LOI DE RAMBERG-OSGOOD

L'implémentation de la loi de Ramberg-Osgood a été réalisée dans la plate-forme logicielle Métal du LMT-Cachan. Pour le cas général, des développements et certains choix classiques (tels que fixer  $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ ) permettent d'arriver à la forme suivante de la loi de Ramberg-Osgood

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{3\alpha}{2} \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} \right)^{n-1} \frac{s_{ij}}{E} \quad (1.31)$$

avec  $s$  la partie déviatorique du tenseur des contraintes  $\sigma$ , et  $\sigma_{eq}$  la contrainte de Von Mises définie par  $\sigma_{eq} = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ . Les paramètres élastiques  $E$  et  $\nu$  identifiés précédemment sont fixés pour la procédure d'identification, ce qui laisse deux paramètres à identifier :  $\sigma_0$  et  $n$ .

Dans le cadre de l'approche intégrée, la non-linéarité de la loi impose de multiplier les itérations de la procédure d'identification (une itération étant l'exécution séquentielle du calcul analytique des champs de sensibilité aux paramètres choisis et du calcul de corrélation d'images proprement dit). Les calculs étant plus longs dans ce cas de figure qu'en élasticité, nous avons fait le choix de ne laisser comme paramètres libres  $\mathbf{p}$  les deux paramètres de la loi de Ramberg-Osgood, et pas les conditions aux limites qui sont fixées comme étant celles mesurées aux extrémités de l'éprouvette par un calcul de corrélation initial. Le critère de convergence s'appuie sur ces paramètres et pas sur les déplacements (on fixe généralement  $(d\mathbf{p}/\mathbf{p}) < 10^{-4}$ ). La procédure est schématisée en figure 1.28.



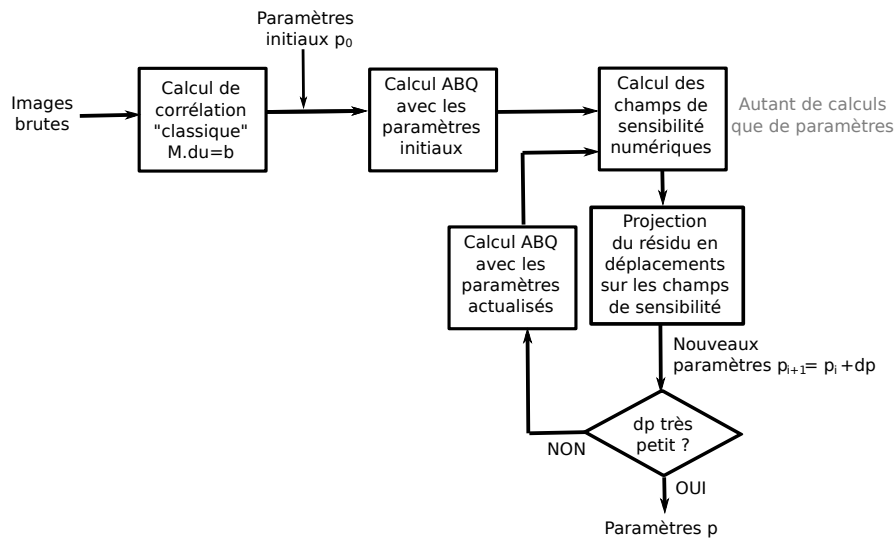
**FIGURE 1.28** : Schéma de la procédure intégrée pour l'identification d'une loi de Ramberg-Osgood. Contrairement au cas d'une loi élastique, l'identification d'une loi de Ramberg-Osgood nécessite en général une trentaine d'itérations pour converger vers des paramètres identifiés stables  $((d\mathbf{p}/\mathbf{p}) < 10^{-4})$ .

Dans ce cas comme dans une configuration élastique, le résidu moyen de corrélation peut être considéré comme une expression d'un défaut de modélisation. Si on exclut un manque de finesse du maillage et le bruit de mesure sur les conditions aux limites, ce défaut est attribué à la loi de comportement.

La série entière de la charge monotone jusqu'à rupture pour l'éprouvette en « os de chien » comporte 180 images. On peut sélectionner seulement une partie de ces images pour réaliser l'identification. La partie visée représentant essentiellement le début de la phase plastique ( $\varepsilon_p < 20\%$ ), on se concentre sur la première moitié du jeu d'images. La procédure est réalisée sur les jeux d'images 1 à  $m$ , avec  $m$  allant de 5 à 100. Les résultats pour  $n$  et  $\sigma_0$  sont présentés en figure 1.30 conjointement au résidu moyen en niveaux de gris calculé sur la région d'intérêt sur l'ensemble des images considérées. Ces résultats sont

## CHAPITRE 1. IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUES DU TITANE T35 PAR CORRÉLATION D'IMAGES

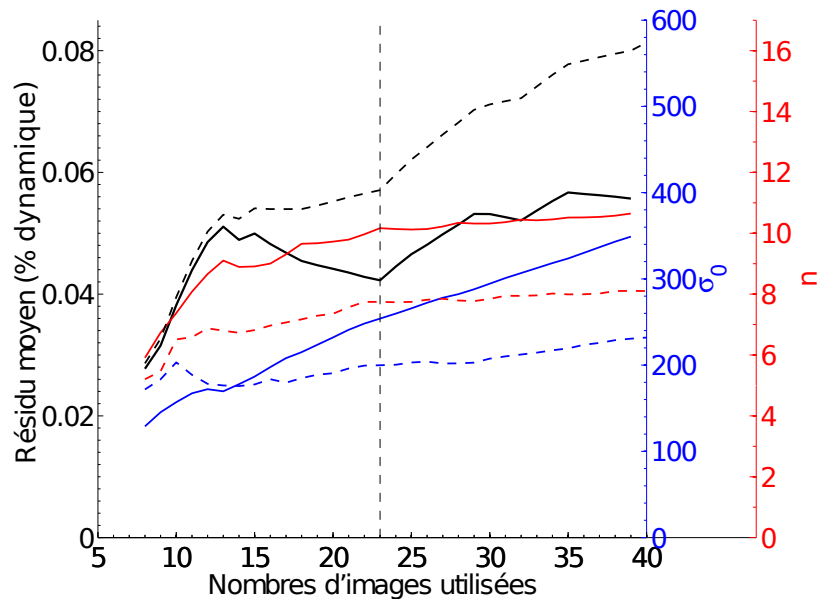
comparés aux résultats issus d'une méthode de recalage du modèle par éléments finis (ou « FEMU »), obtenus sur les mêmes images. Cette procédure est schématisée en figure 1.29. Les champs de sensibilité sont ici numériques. A l'itération  $i$ , ils sont obtenus pour les paramètres  $\sigma_0$  et  $n$  en faisant la différence entre un champ de déplacement  $\mathbf{u}(\sigma_{0i}, n_i)$  et les champs résultant d'un incrément de paramètre, respectivement  $\mathbf{u}(\sigma_{0i} + \varepsilon\sigma_{0i}, n_i)$  et  $\mathbf{u}(\sigma_{0i}, n_i + \varepsilon n_i)$ . On choisit généralement  $\varepsilon = 0,01$ . Le résidu en déplacement (différence entre champ mesuré et champ calculé) est projeté sur ces champs de sensibilité pour connaître l'incrément de paramètre  $\{d\mathbf{p}\}$  à appliquer. Des champs de sensibilité de ce résidu sont présentés en figure 1.31. Il faut noter que les résultats pour la procédure « FEMU » sont obtenus en imposant les déplacements mesurés sur tout le contour du maillage.



**FIGURE 1.29 :** Schéma de la procédure de type « FEMU » pour l'identification d'une loi de Ramberg-Osgood. Les champs de sensibilité ne doivent pas être calculés à chaque itération, mais une évolution trop grande des paramètres durant les itérations force à réaliser ce calcul.

Les résultats de l'approche intégrée présentés en figure 1.30 permettent d'évaluer une plage de validité des paramètres identifiés grâce au résidu de corrélation moyen. En effet, un résidu de corrélation élevé est un signe que la forme de loi proposée ne permet pas d'obtenir des champs suffisamment cinématiquement admissibles et que l'on ne décrit pas correctement le déplacement dans la zone d'observation. Il paraît dès lors logique de choisir comme valeur les plus probables celles pour lesquelles le résidu est le plus bas. Elles sont valables sur la plage de déformation obtenues durant les calculs pour ce lot d'images (1 à 23 dans notre cas). Ces valeurs sont  $\sigma_0 = 228$  MPa et  $n = 10,2$ . La procédure de type « FEMU » ne permet pas d'obtenir de résidus de corrélation mais seulement une erreur en déplacements (visible en figure 1.31). Néanmoins il est possible de calculer un résidu de corrélation pour les résultats de cette procédure, en lançant la procédure intégrée sans itérer avec les paramètres identifiés par la FEMU. Ces résidus sont également présentés sur la figure 1.30 (lignes noires en traits interrompus). Il apparaît qu'une faible différence entre le résidu obtenu par l'approche intégrée et la FEMU peut avoir une influence forte sur la valeur des paramètres identifiés.

Pour les deux méthodes les résultats sont très sensibles au nombre d'images utilisé. De la même manière que pour les méthodes traditionnelles d'identification (voir partie 1.7.2) le choix du domaine d'identification a une forte influence sur les résultats. La gamme maximale (40 images) correspond ici à environ 10% de déformation maximale.



**FIGURE 1.30** : Résidu de corrélation et paramètres identifiés en fonction du nombre d'images considéré. Le résidu est exprimé en pourcentage de la dynamique de niveaux de gris de l'image de référence. Les traits pleins sont les résultats de l'approche intégrée, les lignes en traits interrompus indiquent les résultats obtenus par la méthode de recalage du modèle par éléments finis. Les valeurs des résidus pour la FEMU (lignes noires en traits interrompus) sont des valeurs estimées de ce que serait la valeur du résidu si on avait convergé vers les paramètres obtenus par FEMU. Elles sont obtenues en lançant la procédure intégrée sans itérer avec les paramètres identifiés par la FEMU.

## 1.8 Conclusions - perspectives

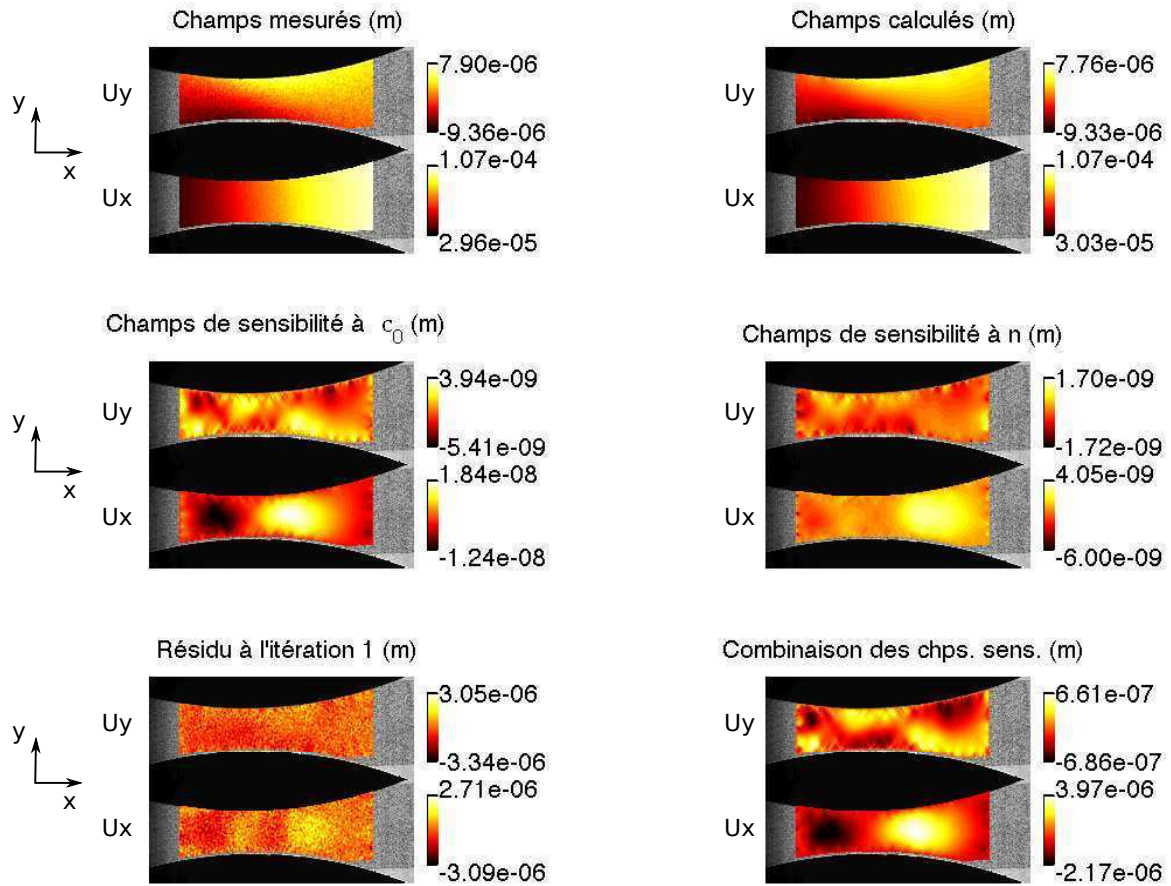
Ce chapitre avait pour objet la présentation des procédures de corrélation d'images numériques utilisées dans cette thèse et la comparaison de plusieurs méthodes pour l'identification d'une loi élastoplastique pré-supposée du type Ramberg-Osgood.

La procédure de corrélation d'images associée à une régularisation mécanique, récemment utilisée de manière plus intensive, a été étudiée de plus près. Elle apporte un gain important sur l'incertitude de mesure en déplacements à condition d'être utilisée avec des paramètres (longueurs de régularisation) bien déterminés à l'avance. Il apparaît que la mauvaise utilisation de ces paramètres peut également mener à des résultats moins bons sans précaution de l'utilisateur. Dans l'état actuel des développements (pénalisation par l'écart à l'équilibre d'un solide élastique), la régularisation mécanique montre ses limites dans le cas de plus grandes déformations, comme le met en évidence l'étude de la partie 1.3.4.2. Ces remarques mises à part, la généralisation de ce type d'approches doit permettre de limiter l'incertitude de mesure sur les champs de déplacements, et ainsi sur les paramètres identifiés par post-traitement de ces derniers.

La partie consacrée à l'identification de paramètres mécaniques permet d'élargir l'approche intégrée proposée par [Leclerc et al. 09] pour un cas élastique à l'identification des paramètres d'une loi de Ramberg-Osgood. Cette approche a pour principe l'intégration d'informations mécaniques dans la phase de mesure pour obtenir directement les paramètres d'intérêt en tant que sous-produits de la mesure de champs, conjointement aux champs de déplacements du solide observé. Cette méthode nécessite pour l'utilisateur d'être capable de fournir ces informations sous la forme d'une loi de comportement et de paramètres d'initialisation. La forme de la loi de Ramberg-Osgood se prête naturellement à cet exercice et a été implantée dans



CHAPITRE 1. IDENTIFICATION DE LOIS DE COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUES DU TITANE T35 PAR CORRÉLATION D'IMAGES



**FIGURE 1.31 :** Résultat de la procédure de type « FEMU » : champs de sensibilité et résidu pendant la convergence pour une image de la série (image 20/35). Le résidu est la différence entre champ mesuré et champ calculé avec les paramètres  $\sigma_0$  et  $n$  proposés. La combinaison des champs de sensibilité est la somme des champs de sensibilité à  $\sigma_0$  et à  $n$  pondérée des incréments sur les paramètres  $\{d\mathbf{p}\}$ . Cette quantité doit être de la même forme que le résidu pour le faire diminuer à l'itération suivante. La forme observable des champs de sensibilité et du résidu est différente selon l'image considérée.

la plate-forme Métal du LMT.

De premiers résultats ont été obtenus et sont cohérents avec ceux obtenus grâce aux approches classiques (courbes machines et post-traitement de champs de déplacements) et avec les résultats d'identification par la méthode de recalage de modèle par éléments finis. Une comparaison plus rigoureuse devrait néanmoins utiliser les mêmes conditions aux limites pour l'approche intégrée et pour la méthode de recalage de modèle par éléments finis. Pour identifier une loi élastoplastique plus fidèle, il faudrait également prendre en compte l'anisotropie en élasticité et en plasticité du matériau, visible sur les courbes contrainte/déformation uniaxiales (cf. figure 1.27). A ce titre, une identification couplée sur deux séries d'images pour les éprouvettes des deux directions principales pourrait être réalisée simplement avec le même code, à condition d'implanter la loi correspondante. Cela nécessiterait au moins une série d'essais dans la direction transverse, mais on pourrait y adjoindre des séries d'essais pour les directions intermédiaires pour rendre l'identification plus robuste.

# 2

## Analyse de l'amorçage de fissures sous sollicitations uniaxiale et biaxiale

*Le réservoir pour lequel le liner est prévu doit subir plusieurs phases de test, dont un certain nombre de cycles de pressurisation/dépressurisation qui imposent une déformation plastique au matériau. Les travaux présentés dans ce chapitre ont pour objet l'étude de l'amorçage de fissures dans le liner pour un chargement oligocyclique. Le cycle de vie du matériau est présenté, puis des essais de fatigue sont réalisés sur des éprouvettes uniaxiales et biaxiales.*

### Sommaire

---

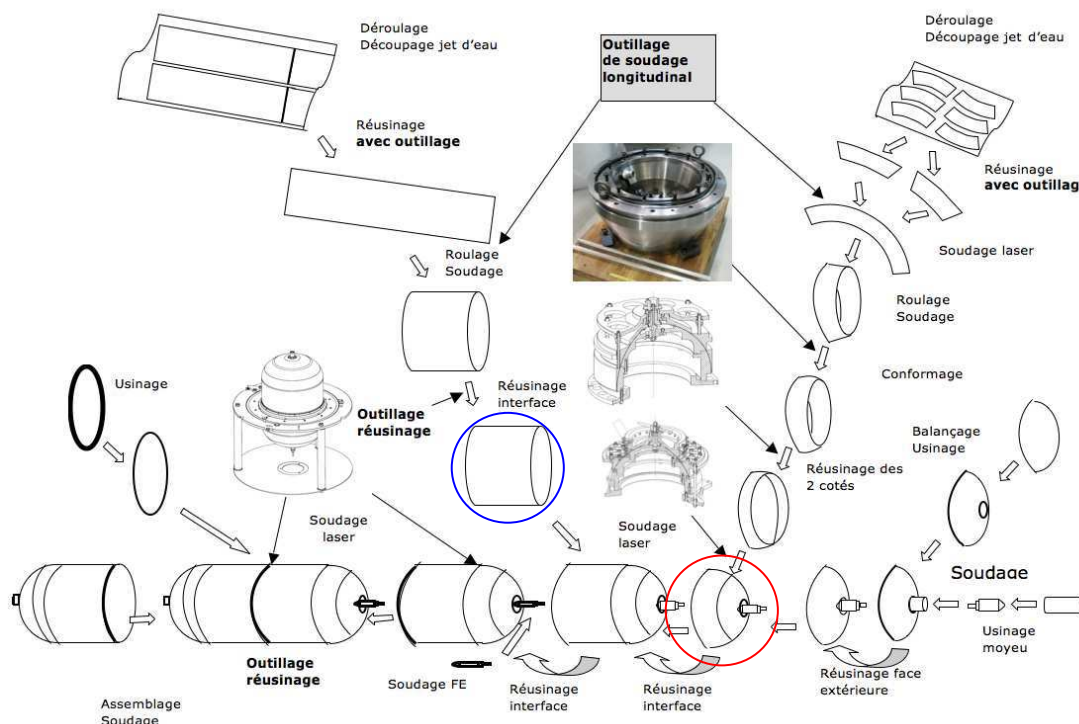
<b>2.1</b>	<b>Avant-propos</b>	<b>36</b>
<b>2.2</b>	<b>Essais de flexion</b>	<b>37</b>
<b>2.3</b>	<b>Estimation des prédéformations par stéréo-corrélation</b>	<b>40</b>
2.3.1	Séréo-corrélation d'images	40
2.3.1.1	Etalonnage	41
2.3.1.2	Reconstruction de la forme	42
2.3.1.3	Calcul du champ de déplacement	43
2.3.2	Résultats	44
2.3.3	Estimation des déformations résiduelles imposées par le cyclage en pression	50
<b>2.4</b>	<b>Cas de la spécification Leak Before Burst - calcul analytique</b>	<b>51</b>
<b>2.5</b>	<b>Comportement d'un défaut en fatigue</b>	<b>54</b>
<b>2.6</b>	<b>Essais biaxiaux</b>	<b>58</b>
2.6.1	Dimensionnement	59
2.6.2	Dispositif expérimental - essais liminaires	61
2.6.3	Spécificités de l'essai	61
2.6.3.1	Montage anti-flambement	61
2.6.3.2	Sensibilité d'ASTREE aux variations thermiques	62
2.6.4	Première série d'essais	63
2.6.5	Deuxième série d'essais	69

CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLlicitATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

2.6.5.1	Eprouvette pleine . . . . .	69
2.6.5.2	Eprouvette comportant des défauts artificiels . . . . .	70
2.6.5.3	Eprouvette avec cordon de soudure . . . . .	80
2.6.6	Résumé des résultats - Conclusion sur les essais biaxiaux . . . . .	81
<b>2.7</b>	<b>Conclusions - perspectives . . . . .</b>	<b>83</b>

**2.1 Avant-propos**

Lors de la phase de test du réservoir, celui-ci est mis sous pression de manière répétée pour démontrer sa résistance à des sollicitations de fatigue oligocyclique (la justification est basée sur une centaine de cycles environ). Ce chargement cyclique est la cause de déformations plastiques cycliques dans le liner, dont l'amplitude dépend de la position dans le liner. En particulier, le liner étant réalisé par soudage au faisceau d'électrons (voir schéma d'assemblage de la figure 2.1), les parties proches des cordons de soudure peuvent subir des déformations plus importantes. Pendant le remplissage, la pression implique l'expansion du liner, et lorsque la pression baisse, la tension initiale de l'enroulage filamentaire met le liner en compression. Le tableau 2.1 récapitule les amplitudes de déformations déterminées aux points critiques par Astrium-ST via un calcul par éléments finis. Ces amplitudes cycliques sont celles que doit supporter le liner pendant 4 durées de vie (100 cycles) pour satisfaire les spécifications imposées aux réservoirs d'engins spatiaux. Les paramètres de la loi de comportement ont été fournis par le Centre des Matériaux, qui participe au projet FRESORT [Simon-Perret et al. 10].



**FIGURE 2.1 :** Schéma des phases de mise forme et d'assemblage du liner. La partie entourée en bleu est la zone dite "courante", la partie en rouge "tronçon cylindro-sphérique" (TCS).

	Zone courante	Zone de transition
Déformation méridienne	$8 \times 10^{-3}$	$25 \times 10^{-3}$
Déformation circonférentielle	$10 \times 10^{-3}$	$9 \times 10^{-3}$

**Tableau 2.1:** Tableau récapitulatif des déformations plastiques cycliques enregistrées à amplitude de pression maximale. La zone de transition est la zone proche du cordon de soudure zone courante/TCS, présentée en figure 2.1. Il est important de noter que les amplitudes de déformation ne sont pas les mêmes dans les deux directions.

Ces niveaux de déformation posent la question de la résistance du liner à une sollicitation de fatigue oligocyclique. La difficulté d'imposer une déformation cyclique de cette amplitude à une tôle de 0,3 mm d'épaisseur implique des dispositions expérimentales particulières. Deux types d'essais ont été mis en place : un essai de fatigue en flexion pure sur tôle mince et un essai de fatigue oligocyclique biaxiale développé pour la machine ASTREE.

Il faut également prendre en compte le fait que les tronçons cylindro-sphériques, qui constituent les parties quasi sphériques du liner, subissent des déformations plastiques durant leur mise en forme, soit avant le soudage du liner complet. Ces considérations ont poussé à tenter d'évaluer ces déformations afin de pouvoir reproduire ces conditions expérimentalement.

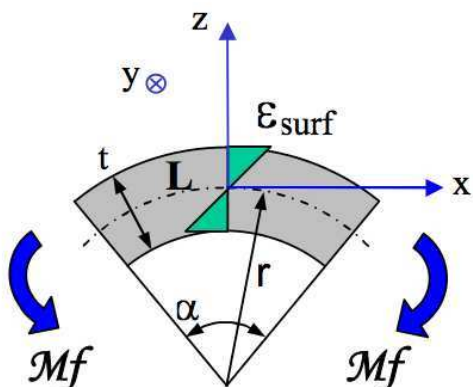
Enfin, des moyens de Contrôle Non Destructif (CND) par ultrasons sont mis en œuvre sur le liner avant le bobinage du composite pour détecter d'éventuels défauts d'épaisseur dus à la fabrication (bulles dans un cordon de soudure) ou à la manipulation (rayures). Ce moyen de CND est capable de détecter de manière sûre des défauts de 0.1 mm de profondeur au minimum. Cette capacité pousse à se poser la question du comportement de ce défaut détectable en fatigue, et plus particulièrement lorsqu'il est soumis aux niveaux de déformation identifiés comme critiques.

## 2.2 Essais de flexion

---

Le risque de flambage empêche tout essai en compression sur une tôle dans une machine uniaxiale (voir par exemple [Chapelle 02]). Un des moyens de contourner cette difficulté est de réaliser des essais de flexion sur les dites tôles (voir figure 2.2), puisque la flexion est une combinaison de traction et de compression. Une machine de flexion pure a été développée au laboratoire [Arnold 02, Ribeiro 06]. Elle est présentée en figure 2.3(a). Le but de ces essais est d'identifier une loi d'érouissage cinématique du matériau sollicité. Connaissant la géométrie de la zone sollicitée, et supposant des conditions de flexion pure, la mesure du couple appliqué à l'éprouvette en fonction de l'angle des bras fournit directement le niveau des contraintes appliquées à la section (voir figure 2.2). La géométrie de la machine et la nature de la sollicitation permettent d'appliquer des cycles à l'éprouvette et d'observer l'évolution de ces contraintes au cours des cycles.

## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

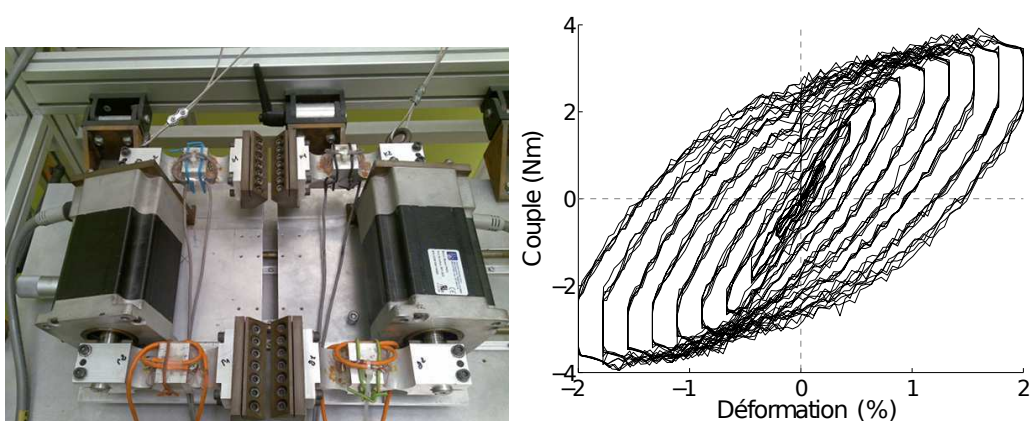


**FIGURE 2.2 :** Application du moment de flexion à la section centrale de la tôle. La répartition des contraintes dans la section est représentée en vert.

En outre, l'objectif de ces essais est de déterminer un nombre de cycles à rupture pour les déformations les plus critiques identifiées par Astrium-ST pour le liner, dans les deux directions de laminage, et à terme d'analyser des éprouvettes soudées.

La vitesse de sollicitation minimale supportée par la machine est de 0.6 degré par seconde, ce qui en termes de vitesses de déformation correspond pour une tôle de 0,3 mm d'épaisseur à environ 0.09%/s. C'est cette vitesse limite qui a été utilisée.

La procédure appliquée est la suivante : nous imposons 10 paliers réguliers jusqu'à la déformation maximale, durant lesquels nous parcourons 5 cycles de chargement. L'amplitude du premier chargement symétrique est de 4% (entre -2% et 2%). La machine est pilotée en angle, soit par conversion en déformation de la tôle. La mesure du couple est effectuée à l'aide du signal provenant des jauges montées en ponts complets sur les bras. Nous obtenons ainsi la courbe présentée en figure 2.3 (b). Cette courbe doit pouvoir être utilisée pour identifier une loi élasto-plastique à écrouissage cinématique [Arnold 02].



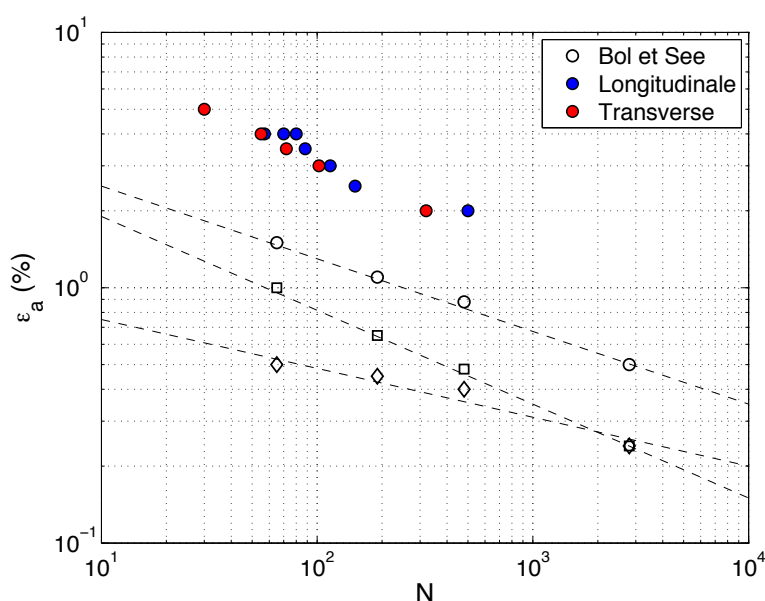
**FIGURE 2.3 :** (a) Image de la machine de flexion. (b) Cycles de chargement : couple en fonction de la déformation.

Après ces paliers, les cycles continuent à l'amplitude maximale jusqu'à observation de la première fis-

sure. Pour le premier essai, elle apparaît à 48 cycles.

Des essais sont répétés pour confirmer cette valeur, sans procéder aux cycles progressifs. La barrière technologique de la machine de flexion étant la vitesse de chargement, nous avons procédé à des essais plus rapides pour détecter une possible dépendance de l'amorçage à la vitesse de déformation. Il semblerait cependant que la vitesse de sollicitation n'ait pas d'influence sur le résultat obtenu pour la gamme testée.

Les premiers résultats sont présentés en figure 2.4. L'ordre de grandeur des valeurs trouvées semble cohérent avec les courbes du Military Handbook [Boller et Seeger 87]. Il est toutefois important de noter que celles-ci sont obtenues dans des conditions très différentes (nuance différente, éprouvette cylindrique non laminée, rapport de charge  $R = -1$ ) et que les valeurs considérées dans le Handbook sont à rupture et non à l'amorçage, ce qui peut être très différent pour les matériaux ductiles. Les points représentés ne forment donc pas à proprement parler une courbe de Manson-Coffin, mais plutôt une borne inférieure du domaine accessible.



**FIGURE 2.4 :** Positionnement des points d'essai sur la courbe de référence [Boller et Seeger 87]. Sur les courbes déjà présentes, la courbe du haut représente la rupture. Aucun effet notable n'est observé dans les directions longitudinale (0°) et transverse (90°).

L'identification par étapes [Ribeiro 06] mène cependant à des résultats incohérents. La détermination du module élastique, première étape de la procédure habituelle, fournit un module double de celui attendu. L'explication la plus naturelle tient à la forme locale que prend la tôle pendant d'essai (voir figure 2.5 : photo). La finesse de la tôle par rapport au montage provoque son flambage local, malgré l'effort de serrage important appliqué par les mors. Celui-ci doit être limité pour éviter d'endommager la tôle et de créer une amorce de fissure ; il est donc difficile dans ces conditions d'appliquer une sollicitation de flexion pure à la section de tôle sollicitée. Le nombre de cycles à amorçage en est nécessairement sous-estimé, ce qui conforte l'assertion que ces essais donnent une réponse conservatrice. Ces conditions d'épaisseur de la tôle rendent donc impossible l'identification d'une loi d'érouissage cinématique par le biais d'essais de flexion dans la configuration actuelle.

Les premiers résultats semblent cependant montrer que les valeurs de nombres de cycles à l'amorçage de la première fissure sont inférieures à la valeur cible (qui était de 100 cycles à 4% de déformation). Du



## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

fait du problème de flambement local, il est donc impossible de répondre avec certitude sur la capacité du liner de tenir les 100 cycles, et les essais biaxiaux sont nécessaires pour appliquer les sollicitations les plus proches de la sollicitation simulée par Astrium-ST.



**FIGURE 2.5 :** Photographie de l'éprouvette de flexion après l'essai. Il est difficile d'appliquer une sollicitation uniforme dans toute la section centrale d'éprouvettes très fines : l'éprouvette flambe localement, ce qui provoque des bosses sur la section et un amorçage de fissure prématuré et localisé près des mors.

### 2.3 Estimation des prédéformations par stéréocorrélation

---

Le liner est issu d'une série d'opérations de découpe, de soudage et de formage de tôles de T35 et TA6V. Le tronçon cylindro-sphérique (TCS), notamment, est réalisé à partir d'une portion de cône, formée à froid pour obtenir une pièce majoritairement sphérique. Cette pièce est ensuite assemblée aux autres tronçons (voir figure 2.1), et durant la vie du réservoir l'ensemble est déformé plastiquement, d'abord pendant une phase de test, puis durant la vie du réservoir. Ainsi, pour connaître l'histoire de déformation de ce tronçon, et en particulier pour reproduire cette histoire lors des essais, il a été proposé de mesurer par stéréocorrélation d'images les déformations subies par ce tronçon lors de la phase de formage.

#### 2.3.1 Stéréocorrélation d'images

La corrélation d'images classique ne fait intervenir qu'un appareil imageur. Sur la figure 2.6 par exemple, si le point  $M$  se déplace sur le segment  $MM1$ , il sera impossible à l'utilisateur qui prend l'image 1 de détecter un déplacement de ce point. Par extension, si on ne peut pas faire l'hypothèse de déplacements plans de l'objet observé, il est impossible de distinguer une déformation globale équibiaxiale d'un rapprochement de l'objet par rapport à l'objectif. Pour pallier ce défaut de la corrélation d'images classique (en monovision), on peut utiliser un deuxième appareil imageur. Sur la figure 2.6, si le point  $M$  se déplace sur le segment  $MM1$ , l'utilisateur verra un mouvement du point  $M2$  dans l'image 2. C'est exactement ce principe qui permet à l'être humain de voir en trois dimensions.

## 2.3. ESTIMATION DES PRÉDÉFORMATIONS PAR STÉRÉO-CORRÉLATION

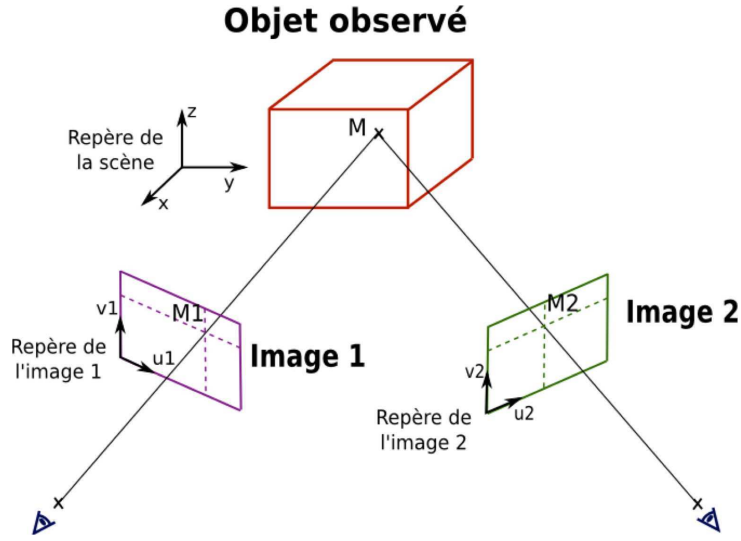


FIGURE 2.6 : Principe de la stéréovision.

Cette technique permet de reconstruire des formes en trois dimensions et de mesurer les déplacements de la surface observée dans un repère  $(X, Y, Z)$ . Elle nécessite plusieurs étapes de reconstruction, détaillées dans la suite.

### 2.3.1.1 Etalonnage

Comme il est détaillé par [Sutton et al. 09, Besnard 11], il est possible d'écrire les coordonnées homogènes des points de l'image en fonction de celles de l'objet sous la forme générale

$$X_{im} = MX_{obj} \quad (2.1)$$

avec

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

où les paramètres  $m_{ij}$  sont des valeurs prenant en compte les trois transformations nécessaires pour passer d'un repère à l'autre (transformation de l'objet à la caméra, modélisation de la caméra utilisée, relation entre la caméra à l'image). Cette relation permet d'obtenir une coordonnée dans l'image à partir d'un point connu de l'objet, mais n'est pas inversible : il est impossible de passer des coordonnées dans l'image aux coordonnées des points de l'objet directement. Ajouter une caméra au système permet de pallier ce manque d'information. En écrivant l'équation (2.1) pour les deux appareils imageurs, on arrive à une expression liant les coordonnées des deux images à celles de l'objet, sous la forme

$$\begin{bmatrix} u^g m_{31}^g - m_{11}^g & u^g m_{32}^g - m_{12}^g & u^g m_{33}^g - m_{13}^g \\ v^g m_{31}^g - m_{21}^g & v^g m_{32}^g - m_{22}^g & v^g m_{33}^g - m_{23}^g \\ u^d m_{31}^d - m_{11}^d & u^d m_{32}^d - m_{12}^d & u^d m_{33}^d - m_{13}^d \\ v^d m_{31}^d - m_{21}^d & v^d m_{32}^d - m_{22}^d & v^d m_{33}^d - m_{23}^d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m_{14}^g - u^g m_{34}^g \\ m_{24}^g - v^g m_{34}^g \\ m_{14}^d - u^d m_{34}^d \\ m_{24}^d - v^d m_{34}^d \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

avec  $u^g$  et  $v^g$  les coordonnées des points dans l'image de gauche,  $u^d$  et  $v^d$  celles du même point de l'objet dans l'image de droite,  $m_{ij}^g$  les coefficients de la matrice de passage de gauche,  $m_{ij}^d$  ceux de droite, et  $X, Y$



## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLlicitATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

et  $Z$  les coordonnées 3D des points de l'objet observé (voir les coordonnées figure 2.6). Sa forme simplifiée s'écrit

$$GX_{obj} = H \quad (2.4)$$

Il est dès lors possible de calculer les coordonnées  $X_{obj}$  des points de l'objet, puisqu'on dispose de suffisamment d'information. On utilise pour cela une pseudo-inversion de la matrice  $G$ , qui s'écrit :

$$X_{obj} = (G^t G)^{-1} G^t H \quad (2.5)$$

On voit grâce à ces développements que la connaissance des matrices  $M^s$  et  $M^d$  permet d'accéder aux coordonnées 3D de l'objet. Pour identifier ces matrices de passage, il faut procéder à une étape d'étalonnage du système optique. On utilise pour cela une mire d'étalonnage. Celle-ci a pour particularité d'être un objet 3D [Besnard 11], là où la plupart des objets d'étalonnage sont 2D (voir [Vic-3D , ARAMIS , StrainMaster , Correli-STC ]). Cette spécificité permet d'utiliser une seule prise de vue de chaque appareil au même instant pour étalonner le système, plutôt qu'une dizaine dans le cas général. Le principe de la phase d'étalonnage est présenté en figure 2.7. Les points remarquables de l'image (ici, les angles des carreaux) sont relevés par l'utilisateur, de façon manuelle ou automatique si l'image et la mire le permettent (voir figure 2.8). Ces coordonnées dans l'image sont associées, via l'équation (2.4), aux coordonnées de la mire qui sont connues (coordonnées nominales, ou dans le meilleur des cas mesurées). Le nombre de points observés, de l'ordre de la centaine sur chaque image, permet d'identifier de manière stable les 24 coefficients des matrices de passage  $M^s$  et  $M^d$ .

Cette technique suppose que la zone d'observation est correctement recouverte par la mire, et le repère est valable sur cette zone : on doit donc disposer d'une mire de taille adaptée à l'objet observé.

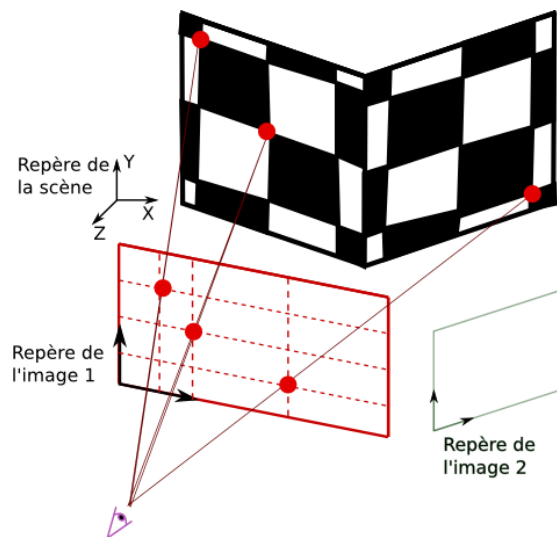


FIGURE 2.7 : Schéma de l'étalonnage du système optique sur la mire d'étalonnage 3D.

### 2.3.1.2 Reconstruction de la forme

Une fois ces matrices de passage obtenues, il est possible d'obtenir les coordonnées 3D de tout point repéré dans les deux images de référence de l'essai. La seule condition à la reconstruction est de disposer

## 2.3. ESTIMATION DES PRÉDÉFORMATIONS PAR STÉRÉO-CORRÉLATION



**FIGURE 2.8 :** Images gauche et droite de la mire de référence. Les mires couvrent ici l'essentiel de la zone de l'objet à reconstruire, même si des mires de plus grandes dimensions auraient mieux convenu.

des coordonnées du point de l'objet dans les deux images. Il est dès lors naturel d'utiliser un calcul de corrélation d'images pour apparier les points de ces images. En effet, un calcul de corrélation d'images a pour but de retrouver les coordonnées des points d'une image dans l'autre. Si on prend comme image "de référence"  $f$  une image de l'appareil imageur gauche et "déformée"  $g$  une image de l'appareil droit, le résultat est interprétable comme un champ de position des points de l'image de gauche dans l'image de droite. Cette liste de points dans les deux images peut donc être transformée directement en liste des points 3D de l'objet dans le repère de la mire grâce à la relation (2.5).

Cette opération de corrélation d'images entre images de gauche et de droite est très souvent la plus délicate pour plusieurs raisons :

- L'éclairage global de l'objet doit être très similaire dans l'image de droite et l'image de gauche. Correli-Q4 permet une correction de la luminance par éléments, mais une trop grande différence fait sortir le calcul du cadre classique de conservation des niveaux de gris.
- La brillance de certains points de la surface en fonction de l'éclairage peut créer de faux amis sous la forme de points blancs dans le mouchetis d'une image qui ne sont pas présents dans l'autre. Ce défaut, admissible en mono-vision car relativement continu dans le temps, est ici rédhibitoire.
- Si l'objet observé n'est pas proche d'un plan, le "déplacement" à mesurer entre ces deux images peut être très grand à certains endroits de l'objet. S'il est trop grand, il peut être nécessaire d'initialiser ce calcul avec un déplacement global obtenu par détection manuelle de points remarquables de la surface. Ce champ est ensuite estimé sur une base simple connue (corps rigide, affine ou parabolique).
- La position des appareils imageurs en stéréovision fait qu'il est plus difficile d'imager la surface nettement pour les deux appareils simultanément. On retrouve ainsi souvent des situations où les bords de l'image, plus flous, sont plus difficiles à apparier que la partie centrale. Pour limiter ce phénomène, nous éclairons beaucoup afin de réduire l'ouverture de l'appareil et ainsi augmenter la profondeur de champ au maximum.

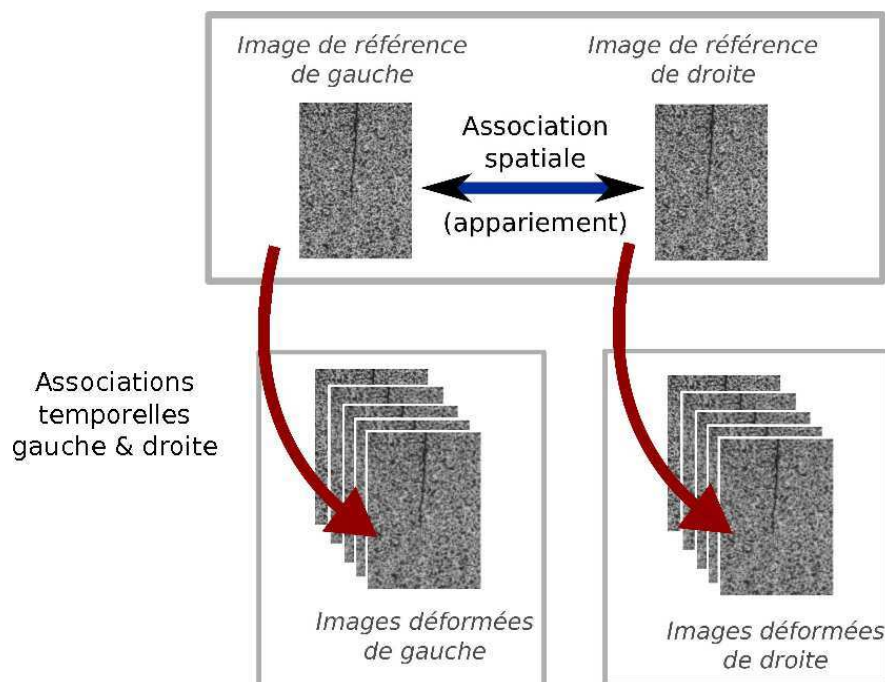
### 2.3.1.3 Calcul du champ de déplacement

Les positions des points dans le temps sont calculés selon le même principe que pour les images de référence (voir partie 1.3). Pour lier la paire d'images de référence avec les paires d'images déformées, un calcul de corrélation est effectué sur chaque série d'images (gauche et droite). Ils permettent de connaître les positions des points de chacune des images dans le temps, dans le repère des images. Une simple projection de ces déplacements sur le champ de déplacement d'appariement gauche/droite permet de faire le

## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

lien entre points des images déformées gauche et droite. Ces champs sont ensuite transformés en données 3D de la même manière que pour la reconstruction de la forme.

Le schéma 2.9 récapitule les calculs de corrélations nécessaires à l'obtention de la forme de l'objet et du champ de déplacements 3D.



**FIGURE 2.9 :** Schéma récapitulatif des calculs de corrélation nécessaires pour la reconstruction d'une forme 3D et le calcul de son déplacement 3D au cours du temps.

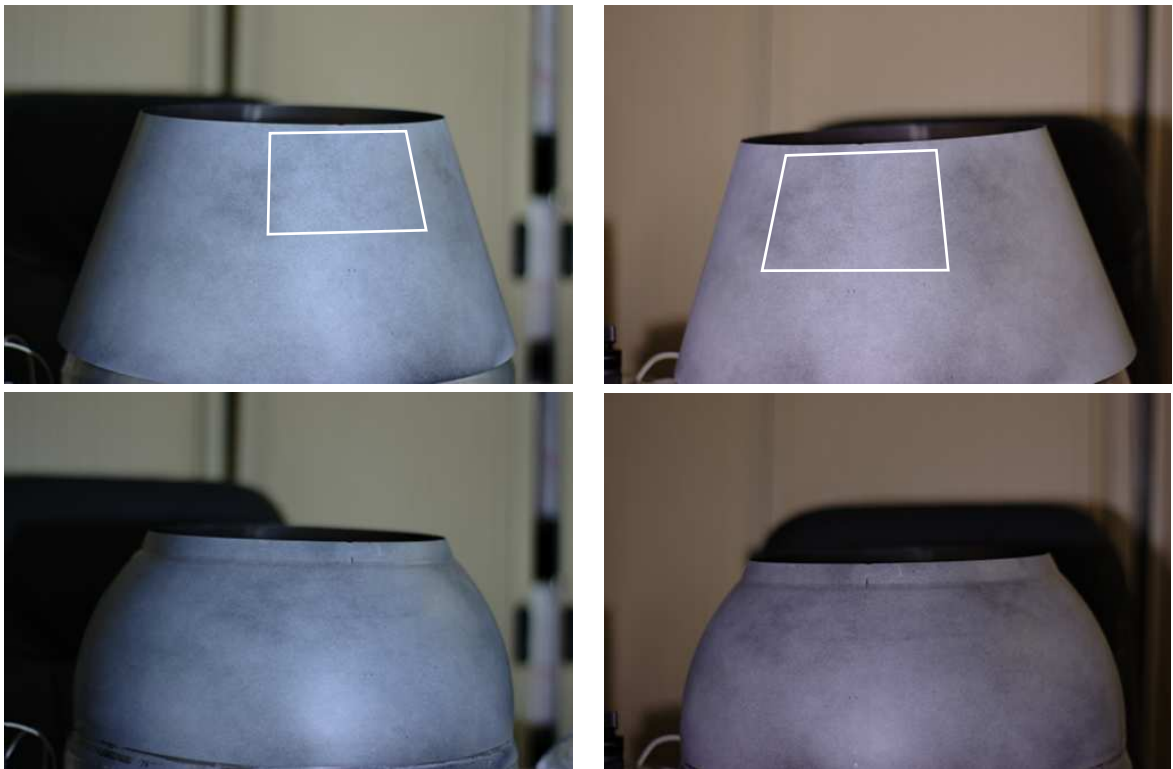
### 2.3.2 Résultats

L'extension de la mesure de champs à trois dimensions permet d'estimer les déformations du TCS reprojctées dans le plan de la tôle, et donc d'estimer les déformations plastiques induites par le formage. Ces déformations seront introduites comme valeurs d'entrée pour les essais biaxiaux et sur les défauts, ainsi que pour les calculs de dimensionnement. La mesure n'est cependant pas aisée dans ce cas, pour un certain nombre de raisons :

- La forme initiale, très différente d'un plan, rend difficile l'opération de corrélation d'images entre les images de référence.
- Les grandes déformations entre les états de déformation rendent plus difficiles les opérations de corrélation d'images qui servent de support au calcul du champ de déplacement 3D.
- Le mouchetis déposé sur la pièce initiale est supposé solidaire de la surface de la pièce, et doit tenir durant l'opération de formage.
- Le repositionnement de la pièce doit être assuré de manière suffisamment précise après le formage.

Pour mesurer les déformations du TCS, notamment dans la zone proche de la partie polaire (qui subit le plus de déformations lors de la phase de test), nous avons donc besoin d'une paire d'images de référence et d'une paire d'images déformées (cf. figure 2.10), auxquelles viennent s'ajouter les images de la mire par chacun des appareils qui ont permis de lier un repère spatial à l'espace de travail et d'étalonner le système de stéréo-corrélation (voir figure 2.8).

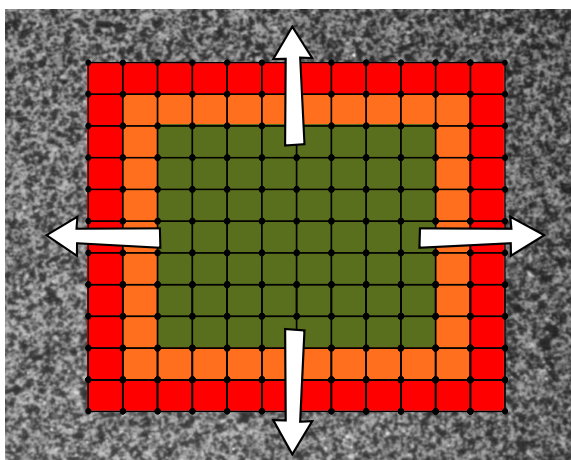
### 2.3. ESTIMATION DES PRÉDÉFORMATIONS PAR STÉRÉO-CORRÉLATION



**FIGURE 2.10 :** Images gauche et droite du cône initial (en haut) et du TCS mis en forme (en bas). La zone d'analyse est symbolisée en blanc (taille physique réelle : environ  $8 \times 8$ cm).

## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

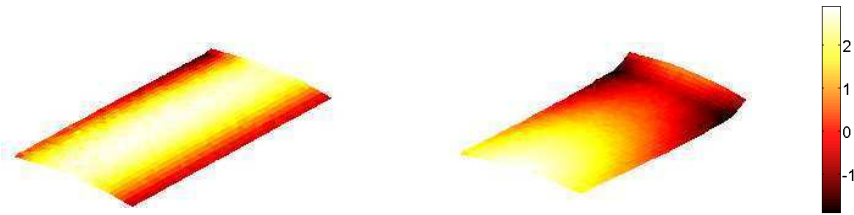
Pour analyser une région d'intérêt suffisamment grande, il est nécessaire de mettre en place une procédure particulière. En effet, du fait de la forme de l'objet, très éloignée d'un plan, il est difficile de faire converger directement un calcul entre les images de référence gauche et de droite sur toute la largeur de l'image, car le gradient du "déplacement" mesuré peut être très grand. De plus, la profondeur de champ, forcément limitée, rend plus difficile la convergence sur les bords de l'image. Pour cela la procédure présentée en figure 2.11 est utilisée. Elle permet de faire converger un calcul sur toute l'image en partant d'une zone centrale où un résultat est connu.



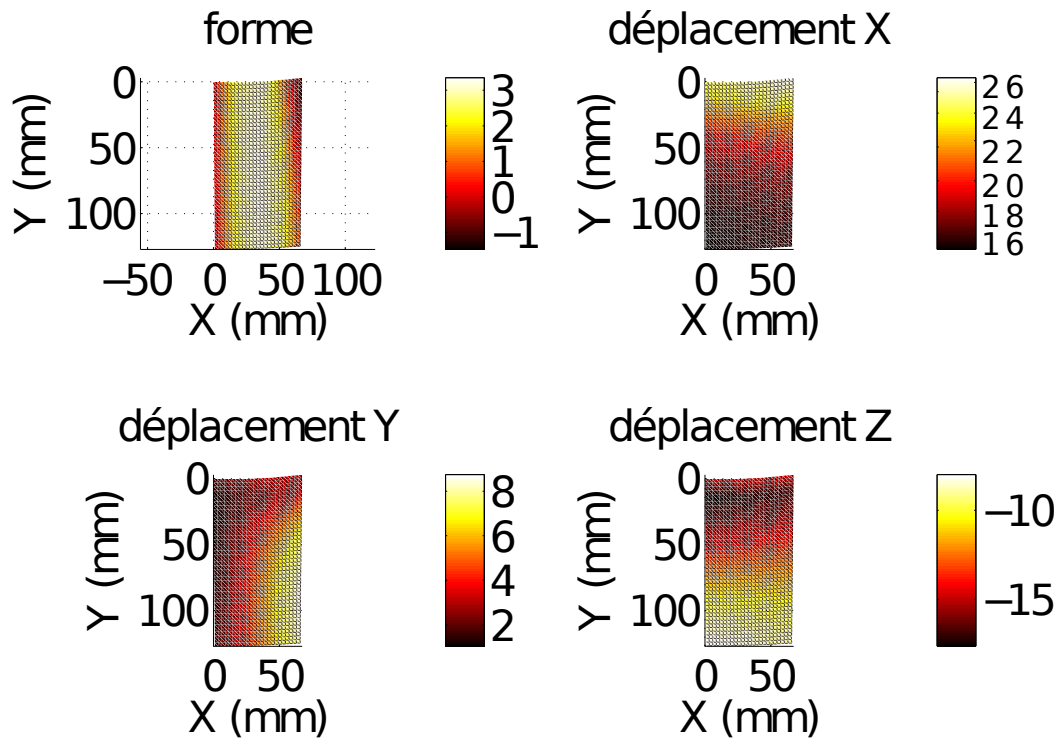
**FIGURE 2.11** : Procédure d'agrandissement du maillage pour une opération de corrélation globale sur un maillage éléments finis Q4. On fait converger le calcul sur la zone verte, puis les déplacements mesurés sont extrapolés à la zone orange. On fait ensuite un calcul sur la zone orange en utilisant cette extrapolation comme valeur d'initialisation, et on étend progressivement à l'ensemble de l'image.

Le calcul de corrélation entre les images de référence, associé à l'étalonnage du système, suffit pour reconstruire la forme de la surface de référence (cf. figure 2.12(a)). Les images déformées permettent d'obtenir le champ de déplacement des points de la surface (cf. figure 2.13(a)). Pour se convaincre que l'on mesure bien une sphère, on peut comparer la surface mesurée sans la collerette à une sphère idéale (cf. figure 2.14). Le rayon de la meilleure sphère passant par ces points est de  $270\text{ mm} \pm 1\text{ mm}$ , contre  $200\text{ mm}$  de rayon théorique. Ce résultat ne semble pas aberrant étant donné la faible taille de la région observée ( $100 \times 100\text{ mm}$ ) par rapport à l'ensemble de la sphère et le défaut de forme qu'on observe. Pour obtenir les champs de déplacements temporels, c'est-à-dire entre image de référence et déformée, des ajustements similaires à ceux nécessaires pour obtenir le champ d'appariement sont utilisés. Une fois ces champs obtenus, nous pouvons calculer les déformations dans les directions principales, dans le plan de la tôle (cf. figure 2.15).

### 2.3. ESTIMATION DES PRÉDÉFORMATIONS PAR STÉRÉO-CORRÉLATION

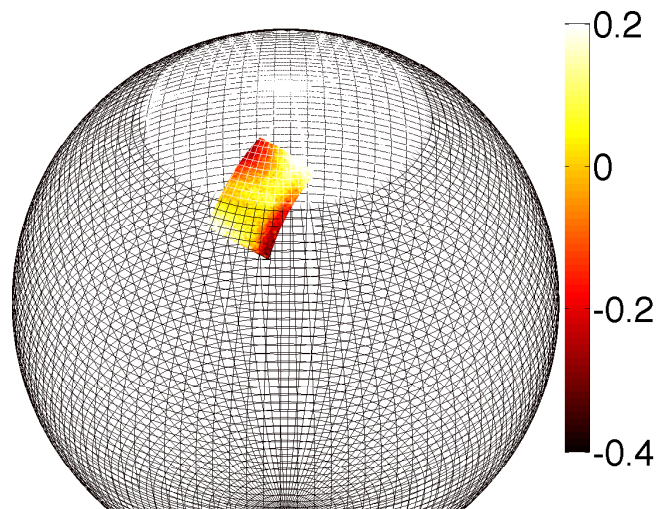


**FIGURE 2.12 :** Forme de la portion de surface observée avant (a) et après (b) formage. La forme avant formage est conique, alors que l'on distingue nettement la collerette et la forme sphérique de la pièce finale. La couleur représente la distance au plan moyen de la surface avant formage (en mm). La zone observée a ici une surface de  $4 \times 8$  cm environ.



**FIGURE 2.13 :** Forme de la portion de surface observée (a) et champs de déplacements selon X, Y et Z, exprimés en mm.

Deux campagnes d'essai ont été menées chez ATMOSTAT. Des deux campagnes, nous retenons les résultats de la seconde, la première étant l'étude de faisabilité de la manipulation. Deux appareils Canon EOS 350D ont été utilisés pour les prises de vue. Les cartes de déformation sont présentées en figure 2.16. Les premières photos sont prises en zone non-soudée (figure 2.15(a)). Les déformations y sont homogènes sur le contour du TCS, et l'hypothèse d'axisymétrie semble être justifiée. Nous pouvons donc tracer le profil des déformations moyennes de la pièce selon l'axe X (cf. figure 2.16). A l'endroit supposé de la découpe (et de la déformation cyclique maximale dans le liner), en vert sur la figure, nous relevons environ 5% de déformation longitudinale et 6,5% de déformation transversale (en extension).

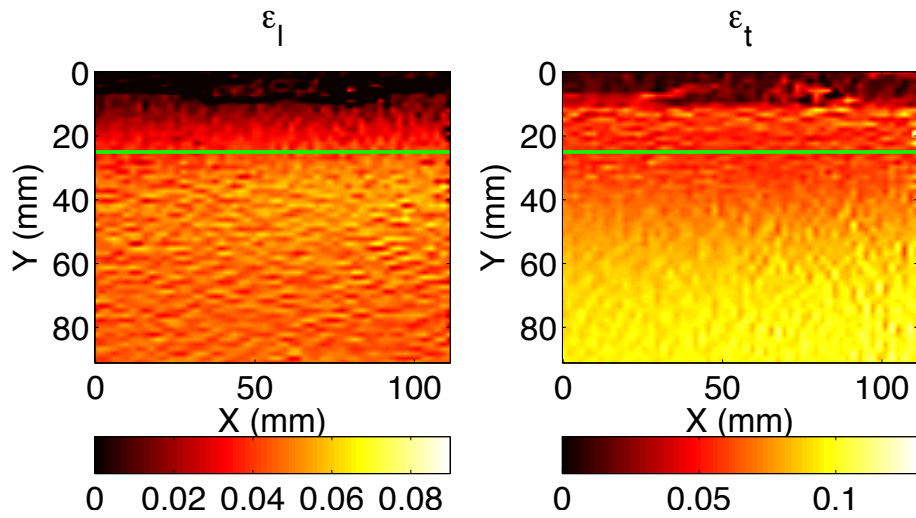


**FIGURE 2.14 :** Distance (en mm) entre la forme mesurée et une sphère idéale. La forme caractéristique de l'erreur que l'on peut distinguer semble due à la mise en position, dont la répétabilité est limitée par la flexibilité de la pièce formée.

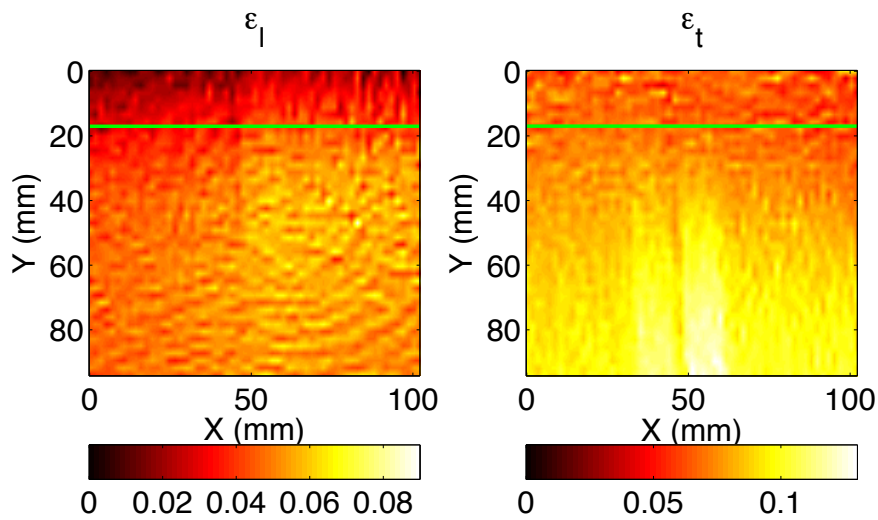
La deuxième série de photos est prise autour du cordon de soudure (figure 2.15(b)). On peut distinguer sur la carte des déformations transversales  $\varepsilon_t$  le cordon de soudure, ligne verticale plus rigide et très nette qui présente moins de déformations résiduelles. Cette singularité force le liner de T35 non-soudé qui l'entoure à subir plus de déformations plastiques lors de la mise en forme. Les déformations transversales atteignent jusqu'à 13%, dans une zone toutefois moins sollicitée en cyclage que la zone marquée par le trait vert, qui atteint 7,7% de déformation dans le sens transversal. Hors de cette zone singulière, les valeurs obtenues sont très similaires à celles issues de la première série d'images.



### 2.3. ESTIMATION DES PRÉDÉFORMATIONS PAR STÉRÉO-CORRÉLATION



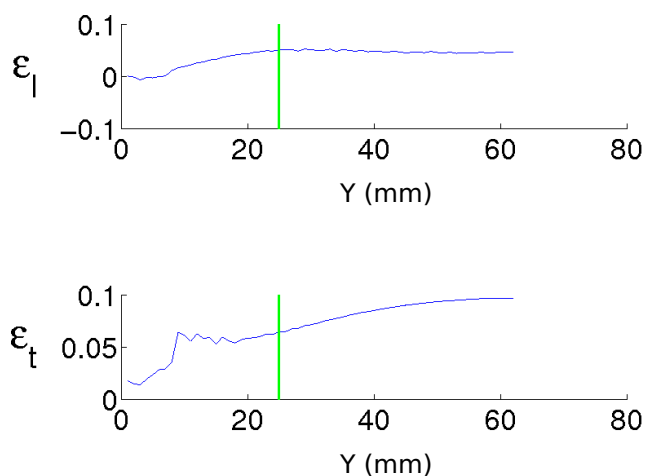
(a) Cartes de déformation pour l'essai 1. Les déformations dans cette zone peuvent être considérées comme axisymétriques.



(b) Cartes de déformation pour l'essai 2. La stéréo-corrélation permet de distinguer nettement l'emplacement du cordon de soudure dans le TCS, puisqu'il représente une ligne plus rigide, avec un niveau de déformations plastiques résiduelles moindre.

**FIGURE 2.15 :** Déformations longitudinale  $\epsilon_l$  (selon Y) et transversale  $\epsilon_t$  (selon X). L'endroit supposé de la découpe du TCS avant soudage est indiqué en vert. Pour l'essai 2 (en bas), on note l'effet du cordon de soudure présent dans le cône sur le champ de déformation dans cette zone.





**FIGURE 2.16 :** Déformations longitudinale et transversale moyennées suivant l'axe X et tracées selon l'axe Y. L'endroit supposé de la découpe du TCS avant soudage est indiqué en vert. L'axe Y est le même que pour la figure 2.15.

Ces mesures sont rendues possibles par la présence d'huile pour lubrifier le montage TCS/matrice pendant la mise en forme. Elle permet que le mouchetis tienne sur le liner, ce qui rend la mesure réalisable. La tenue du mouchetis n'a été perturbée qu'au bord de la collerette créée par la mise en forme. Les résultats confirment la bonne répétabilité des mesures de champs cinématiques par stéréo-corrélation dans ce cas, puisque les niveaux mesurés loin des singularités sont équivalents. Cette observation permet de confirmer les valeurs mesurées comme pré-déformations effectives subies par le liner pendant le formage.

### 2.3.3 Estimation des déformations résiduelles imposées par le cyclage en pression

Des manipulations de stéréovision ont également été menées afin d'estimer les déformations plastiques induites par le cyclage du réservoir pendant la phase de test (voir figure 2.17). Le liner instrumenté a en effet été moucheté sur sa paroi interne, et une reconstruction de la forme du tronçon cylindro-sphérique a été effectuée (voir figure 2.18). Le liner étant en cours de test, il sera renvoyé au LMT une fois les études nécessaires effectuées par Astrium-ST, afin de reprendre des images du liner déformé.

## 2.4. CAS DE LA SPÉCIFICATION LEAK BEFORE BURST - CALCUL ANALYTIQUE



FIGURE 2.17 : Préparation du montage de stéréovision pour le fond du demi-liner – image du fond du demi-liner (images prises avec deux Canon EOS 40D).

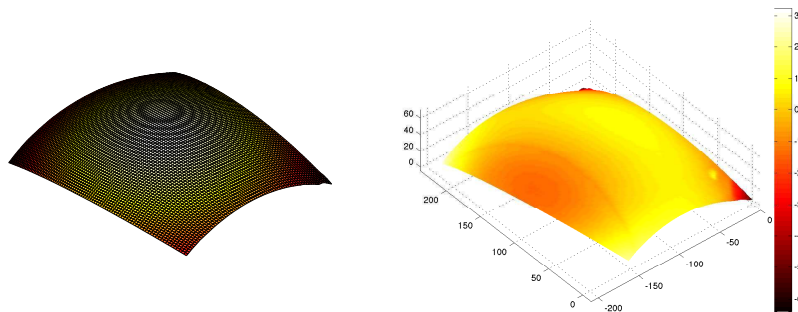


FIGURE 2.18 : Reconstruction de la forme du fond du demi-liner – écart de forme à une sphère parfaite (en mm). L'écart de forme à une sphère parfaite peut être dû à la mise en position ou aux distorsions optiques, plus difficiles à corriger sur une grande zone comme celle-ci puisqu'il faut construire une mire plane à la taille adéquate.

### 2.4 Cas de la spécification Leak Before Burst - calcul analytique

Outre la résistance à l'amorçage des défauts dans un réservoir sain, les constructeurs doivent également justifier de l'évolution lente des défauts pendant le chargement cyclique du réservoir, quand ces défauts sont existants. Cette spécification est couramment appelée *Leak Before Burst* (LBB, voir [ANSI/AIAA 98]), car elle a pour objet d'empêcher la propagation instantanée d'une fissure, qui pourrait conduire au décollage brutal de l'interface liner/enroulement filamentaire et donc à l'éclatement du réservoir (burst), plutôt qu'à une fuite, moins dangereuse pour le véhicule spatial ou terrestre.

Un des moyens de satisfaire ces exigences est de réaliser des essais sur des défauts élémentaires représentatifs de ceux pouvant exister sur le liner fini. Ces défauts sont identifiés par Astrium-ST comme des lunules, amorces de fissures provenant de défauts initialement présents dans les tôles de T35. Il faut donc justifier que les plus petits défauts détectables par les moyens de CND utilisés (ultrasons) ne tiennent pas lieu d'amorce de fissure suffisante dans les conditions de chargement les plus critiques et pour le chargement cyclique visé. Les mêmes défauts ont été réalisés dans des éprouvettes et dans le liner testé dans le réservoir prototype.

La plus petite taille de défauts détectables est de l'ordre de quelques centièmes de mm. Ces défauts ne sont pas réalisables à notre connaissance. Les plus petits défauts réalisables par électro-érosion à l'intérieur

CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

d'un demi-liner sont de l'ordre d'un dixième de mm de longueur. La profondeur  $a$  est fixée à 0,1 mm (soit un tiers de l'épaisseur) et deux demi-largeurs sont choisies (voir figure 2.19(a)) :  $c_1 = a = 0,1$  mm et  $c_2 = 5 \times a = 0,5$  mm.

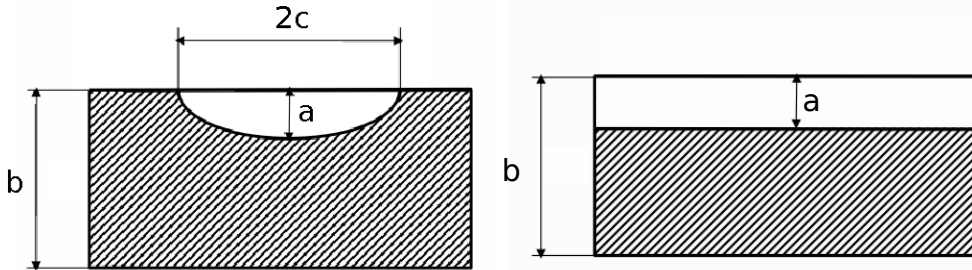


FIGURE 2.19 : (a) Forme du défaut nominal en lunule. (b) Approximation du défaut large.

Le défaut *a priori* le plus critique est le plus large ( $c_2 = 0,5$  mm), puisqu'il présente une surface fissurée plus grande que le plus petit défaut. Une approximation conservative de ce problème est de considérer que ce défaut s'est déjà propagé selon toute sa longueur (voir figure 2.19(b)). Il peut alors être considéré comme une fissure dans un milieu semi-infini, pour laquelle nous connaissons l'expression du facteur d'intensité des contraintes  $K_I$  (voir figure 2.20).

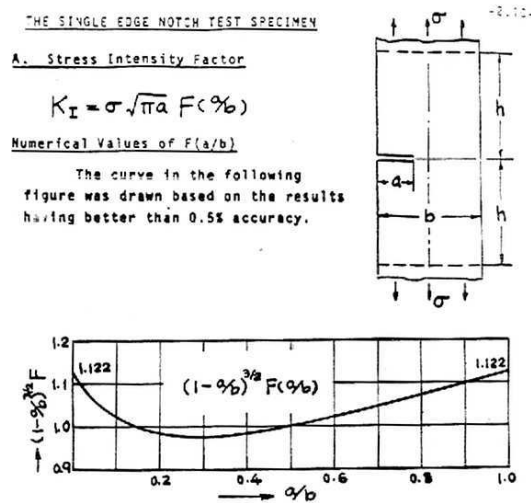


FIGURE 2.20 : Expression du facteur d'intensité des contraintes pour une fissure débouchante [Tada et al. 73].

L'expression de  $K$  est donc [Tada et al. 73]

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/b) \approx \frac{2\sigma \sqrt{a}}{(1 - a/b)^{3/2}} \quad (2.6)$$

avec  $\sigma$  la contrainte moyenne appliquée à l'échantillon (voir figure 2.20),  $a$  la longueur de la fissure,  $b$  l'épaisseur de l'échantillon. Connaissant cette expression, et si on connaît une loi de propagation de fissure

## 2.4. CAS DE LA SPÉCIFICATION LEAK BEFORE BURST - CALCUL ANALYTIQUE

faisant intervenir  $K$ , on peut prédire l'avancée de la fissure au long des cycles. La loi de Paris dont la détermination fait l'objet du chapitre 3 est utilisée ici, mais il aurait été possible d'utiliser une loi d'un matériau voisin [Ferreira et al. 96] pour obtenir une approximation. Il est supposé que la propagation a lieu dans un régime de Paris, la loi utilisée est donc du type

$$\frac{da}{dN} = A\Delta K^n \quad (2.7)$$

avec  $A = 2,5 \times 10^{-8}$  et  $n = 3,37$  ( $a$  en mm,  $\Delta K$  en  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ). Intégrer cette loi en y introduisant l'expression de  $K$  proposée dans l'équation (2.6) mène à

$$\int_{a_0/b}^1 x^{-n/2}(1-x)^{3n/2} dx = \frac{A\Delta K_b^n N_f}{b} \quad (2.8)$$

avec  $\Delta K_b = 2\Delta\sigma\sqrt{b}$ , et dans le cas présent  $a_0 = b/3$ .  $\Delta K_b$  est la valeur de  $\Delta K$  en  $a = b$ . En supposant que la propagation reste dans le domaine de Paris, le choix d'un rapport  $a_0/b$  et d'un nombre de cycles à rupture maximal permet donc directement l'évaluation d'une contrainte globale maximale appliquée au défaut. En contraintes imposées, le choix de  $N_f = 100$  cycles fixé par Astrium-ST fournit une estimation de la contrainte imposée maximale à  $\sigma_{max} = 430\text{MPa}$ , environ le double de la limite d'élasticité du matériau (voir chapitre 1). Cette valeur correspond au minimum à 25% de déformations monotones (voir figure 1.26), qui ne seront *a priori* pas atteintes dans le réservoir.

En déformations imposées, qui est le cas qui nous intéresse, la contrainte n'est pas constante et il faut utiliser l'équation (2.6) avec une contrainte fonction de  $a$  notée  $\hat{\sigma}(a)$ . Le nombre de cycles à rupture est donc fonction de  $\hat{\sigma}(a)$ . Pour calculer l'incrément de contrainte apporté par une petite propagation de la fissure, on peut se reporter à la méthode de la complaisance. En effet le taux de restitution d'énergie peut s'écrire en fonction de la variation de complaisance tel que

$$G = \frac{P^2}{2} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (2.9)$$

avec  $G$  le taux de restitution d'énergie  $C$  la complaisance de l'éprouvette,  $P$  la force linéique appliquée ( $P = \sigma b$ ) et  $a$  la longueur de la fissure. La définition classique du taux de restitution d'énergie ( $G = K^2/E$ ) nous permet également d'obtenir une expression de  $G$

$$G = \frac{4aP^2}{Eb^2(1-a/b)^3} \quad (2.10)$$

avec  $E$  le module d'Young et  $b$  l'épaisseur de la tôle. En combinant ces deux expressions on arrive à

$$\Delta C = \frac{4a^2}{E(b-a)^2} \quad (2.11)$$

Cette expression de l'incrément de complaisance fait le lien entre la contrainte initiale  $\sigma$  et la contrainte modifiée  $\hat{\sigma}(a)$  via

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \hat{\sigma}(a) \left[ \frac{1}{E} + \Delta C \right] \quad (2.12)$$

On peut donc écrire l'expression de  $\hat{\sigma}(a)$  en fonction de  $\sigma$  de la manière suivante

$$\hat{\sigma}(a) = \frac{\sigma(b-a)^2}{(b-a)^2 + 4a^2} \quad (2.13)$$

Dans ces conditions, et grâce à l'équation (2.6), on connaît une expression de  $K(a)$  en déformations

imposées

$$K(a) = \frac{2\sigma(b-a)^2\sqrt{a}}{((b-a)^2 + 4a^2)(1-a/b)^{3/2}} \quad (2.14)$$

La figure 2.21 présente les évolutions des facteurs d'intensité des contraintes prédits pour les deux cas (contraintes ou déformations imposées). Le facteur d'intensité est normé en utilisant la valeur de référence  $K_b$ . On constate que le facteur d'intensité en déformations imposées est naturellement limité à environ  $0,54 \times K_b$ . Ce cas est donc nettement moins pénalisant que pour des contraintes imposées.

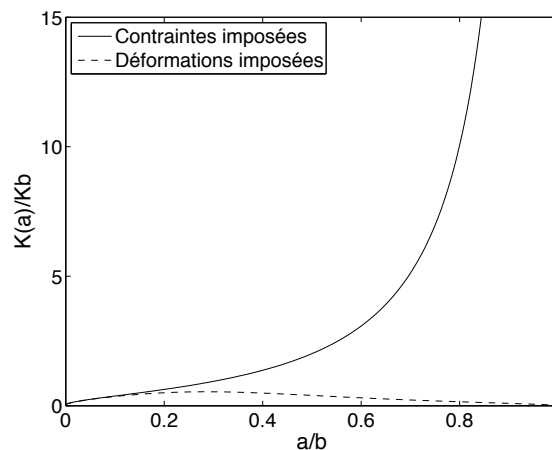


FIGURE 2.21 : Facteur d'intensité des contraintes normalisé prédit en contraintes et en déformations imposées.

Pour estimer un nombre de cycles à rupture  $N_f$  dans ce cas, on peut intégrer la loi de Paris en considérant que  $\Delta K = 0,54 \times \Delta K_b$ , hypothèse largement conservatrice. Dans ce cas, en remplaçant  $K_b$  par son expression on obtient directement

$$\Delta a = AN_f(1.08\Delta\sigma\sqrt{b})^n \quad (2.15)$$

Il reste trois variables ( $\Delta a$ ,  $\Delta\sigma$  et  $N_f$ ), dont deux sont à fixer. Si on choisit une valeur initiale  $a_0 = 0,1$  mm et qu'on fixe le critère  $N_f$  à 100 cycles, on obtient une contrainte critique théorique de 1628 MPa, valeur non physique qui confirme que la propagation doit être très lente.

Cette étude théorique est à mettre en perspective de l'hypothèse de validité de la loi de Paris dans un régime qui sera vraisemblablement plastique. Néanmoins elle indique que la propagation des fissures avant 100 cycles n'interviendra qu'à un niveau de déformations élevé. La question qui n'est pas traitée dans cette analyse est l'amorçage (supposé jusqu'ici instantané). Il est analysé dans la partie qui suit.

## 2.5 Comportement d'un défaut en fatigue

Les défauts présentés en partie 2.4 sont réalisés dans des éprouvettes de traction simple de type « os de chien ». L'objectif est de déterminer la sensibilité de la propagation d'une fissure sur un défaut à la pré-déformation imposée à l'éprouvette avant la réalisation du défaut. Une déformation est appliquée à l'éprouvette dans une machine de traction et contrôlée par corrélation d'images (voir figure 2.22). La déformation

## 2.5. COMPORTEMENT D'UN DÉFAUT EN FATIGUE

appliquée est celle mesurée par stéréo-corrélation pendant l'opération de formage (voir partie 2.3). Les défauts étant identifiés par contrôle non destructif après cette opération, ils sont réalisés dans l'éprouvette après pré-déformation, pour que les conditions soient identiques à la vie du liner.

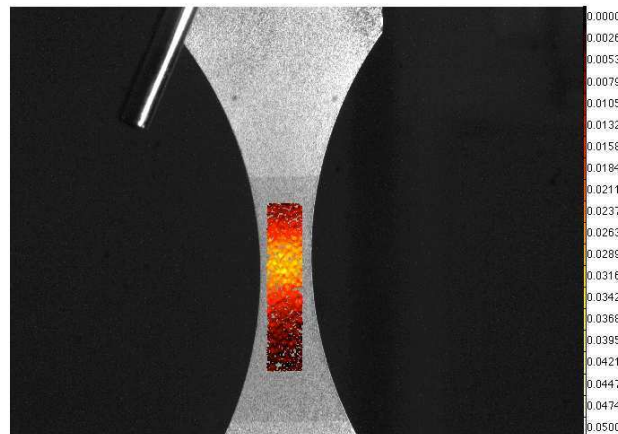


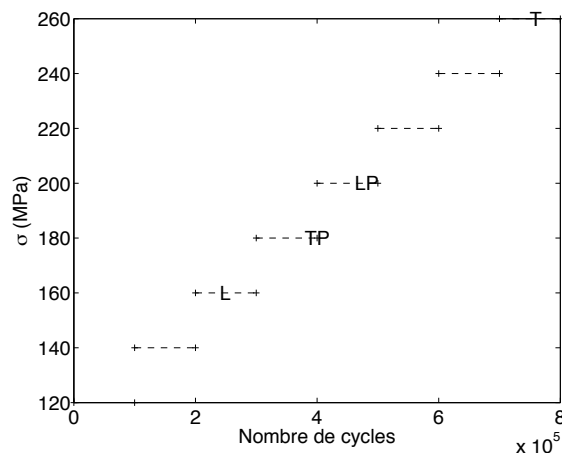
FIGURE 2.22 : Pré-déformation dans la direction verticale (image Correli-Q4).

Des cycles de chargement sont ensuite appliqués à l'éprouvette par blocs de 100 000 cycles, en augmentant progressivement l'amplitude (voir le trajet de chargement en figure 2.23). La géométrie de l'éprouvette impose un rapport de charge positif (fixé à 0,1). Quatre éprouvettes sont utilisées (sens longitudinal non prédéformée  $-a/c = 5$ -, sens transverse non prédéformée  $-a/c = 1$ -, sens longitudinal prédéformée  $-a/c = 1$ -, sens transverse prédéformée  $-a/c = 5$ -). Une des éprouvettes (transverse non prédéformée) a été plastifiée accidentellement en compression, elle sera traitée à part.

Les résultats sont présentés en figure 2.23. On considère en première approximation que la direction de prélèvement des éprouvettes a peu d'influence sur le phénomène observé. Mis à part le cas de l'éprouvette transverse non prédéformée, on relève deux tendances principales :

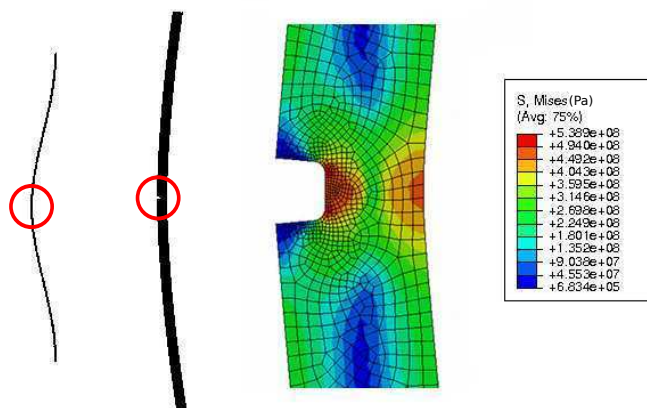
- La prédéformation retarde l'amorçage de la fissure sur le défaut, comme en témoigne la comparaison des nombres de cycles à rupture des éprouvettes « L » et « LP », et comme le remarquent notamment [Libertiny et al. 77, Doudard 04].
- La taille du défaut a une influence non-négligeable, comme on peut le remarquer en comparant les résultats pour les éprouvettes « LP » et « TP » : l'éprouvette « LP », qui comporte un « petit » défaut, tient presque 100 000 cycles de plus que l'éprouvette « TP » (pour une amplitude de contraintes de 200 MPa).

## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE



**FIGURE 2.23 :** Amplitude des cycles de chargement et contrainte à rupture des éprouvettes. L et T représentent les éprouvettes sollicitées dans les sens longitudinal et transverse de laminage, P signifie que l'éprouvette a été prédéformée avant la réalisation du défaut pour tenir compte de la prédéformation de formage. La position des symboles des éprouvettes correspond au niveau de contrainte et au nombre de cycles à rupture. La contrainte est calculée à partir de l'effort imposé et de la section la plus fine de l'éprouvette, où est réalisé le défaut.

L'éprouvette « T » a été plastifiée accidentellement en compression. Un calcul à l'aide du code Abaqus permet de se rendre compte qualitativement de l'état de plasticité appliqué à l'éprouvette par un tel événement (voir figure 2.24). On impose un déplacement de 2 mm à une extrémité de l'éprouvette ; le déplacement dans le sens perpendiculaire est d'environ 10mm. La limite d'élasticité est très largement dépassée, les contraintes de Von Mises autour du défaut étant de l'ordre de 500MPa. Il est donc logique que la contrainte nécessaire pour faire propager la fissure à partir du défaut soit plus grande, puisque le matériau dans cette zone a dès lors une limite élastique bien plus haute si l'écroutissage est isotrope.



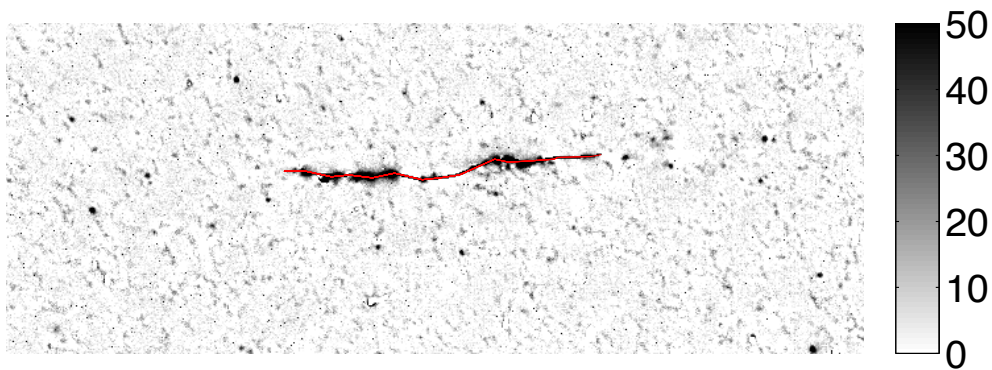
**FIGURE 2.24 :** Calcul Abaqus - résultat de la simulation de la plastification accidentelle en compression (contrainte de Von Mises). Le défaut est entouré en rouge sur les deux premières vues.

Deux caméras CleverDragon 10 bits (3072×4096 pixels) sont disposées devant et derrière les éprou-



## 2.5. COMPORTEMENT D'UN DÉFAUT EN FATIGUE

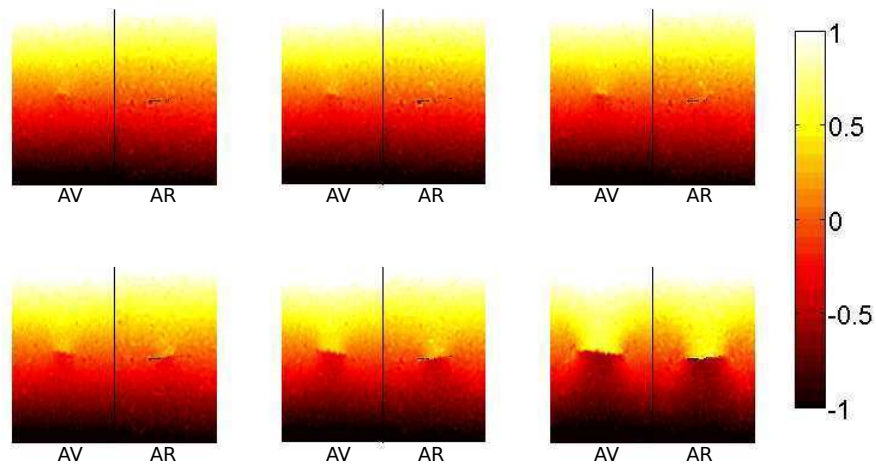
vettes. Des outils de corrélation régularisée sont utilisés pour obtenir les champs de déplacement. Pour faire converger les calculs avec des ouvertures de fissure finales pouvant aller jusqu'à une centaine de pixels dans certains cas (voir en particulier section 2.6.5.2), il convient d'introduire la fissure dans le maillage utilisé pour la corrélation. Pour ce faire, le résidu de corrélation est utilisé, comme proposé par [Roux et al. 12]. Le principe est présenté en figure 2.25. Le résidu de corrélation en niveaux de gris, plus grand à l'endroit de la fissure quand le maillage est sain, donne le trajet préférentiel de la découpe, après sélection des points extrêmes et d'un nombre de points de parcours par l'utilisateur. L'opération de corrélation est alors relancée avec le maillage mis à jour. Cette modification du maillage aide beaucoup la convergence du calcul puisqu'elle supprime la continuité du maillage en un endroit où elle était difficile à satisfaire. Elle n'est cependant pas indispensable dans ce cas où les ouvertures restent faibles (de l'ordre de quelques pixels)



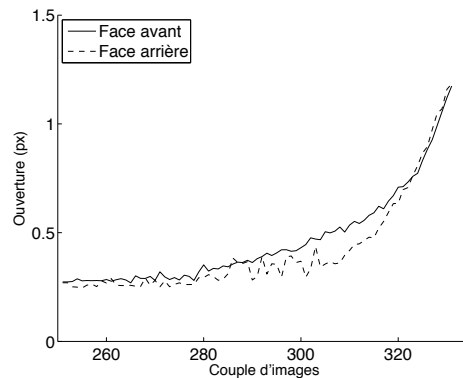
**FIGURE 2.25** : Détail de la carte de résidus en niveaux de gris et trajet identifié par l'algorithme (images 12bits).

Les champs de déplacement "avant" et "arrière" d'un essai (éprouvette « LP ») sont présentés en figure 2.26. L'étude fine de ces résultats permet d'observer une première phase de traversée du défaut, qui atteint la même taille des deux côtés de l'éprouvette, puis une croissance de la fissure ainsi créée. La figure 2.27 permet de confirmer cette analyse. On observe que l'ouverture se fait de manière dissymétrique jusqu'à l'image 70, puis la fissure se propage. L'ouverture présentée en figure 2.27 est mesurée grâce à deux jauges virtuelles de  $10 \times 10$  pixels disposées à 20 pixels de chaque côté du défaut, au centre de l'éprouvette.





**FIGURE 2.26 :** Champs de déplacement vertical en pixels pour les faces avant et arrière dans la direction principale de l'éprouvette « L » en "os de chien" pour les couples d'images 296, 303, 310, 317, 324 et 331 (1 pixel  $\Leftrightarrow$  7,1  $\mu\text{m}$ ,  $\sigma=160\text{MPa}$ ). Les couples d'images sont pris tous les 1000 cycles. La zone observée mesure environ 6 mm  $\times$  12 mm.



**FIGURE 2.27 :** Ouverture maximale de la fissure en pixels pour les deux faces de l'éprouvette « L ».

Pour mesurer l'ouverture du défaut, l'utilisation d'un algorithme tel que celui de [Rupil et al. 11] aurait été possible. Ces essais permettent une première évaluation de la tenue du défaut en fatigue à rapport de charge positif. Néanmoins les amplitudes de déformation appliquées ne sont pas suffisantes pour rendre compte du chargement prévu par le calcul, puisque les déformations identifiées par Astrium-ST sont biaxiales et plastiques à chaque cycle. Des essais biaxiaux sont donc mis en place.

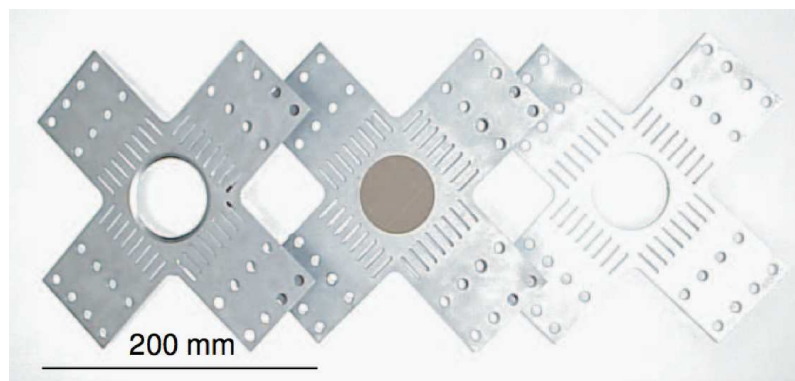
## 2.6 Essais biaxiaux

Selon le calcul sur le réservoir réalisé par Astrium-ST, les déformations vues par le liner durant les mises en pression répétées du réservoir sont plus grande près des cordons de soudure qui semblent avoir une limite d'élasticité haute. Ce phénomène crée des zones de concentrations de déformations. Celles-ci

relèvent de la fatigue oligocyclique biaxiale, avec des amplitudes de déformations de l'ordre de 2,5% selon le premier axe principal et 1% selon le deuxième.

Réaliser des essais avec ces amplitudes de déformation pour déterminer un nombre de cycles à amorçage suppose d'être capable d'imposer une déformation plastique cyclique en traction-compression à une portion du liner pour ces amplitudes calculées. Ces essais sont rendus difficiles par l'épaisseur très faible de la tôle considérée (0,3 mm) (voir par exemple [Chapelle 02, Arnold 02] pour des essais sur tôles minces).

Des essais biaxiaux sur tôles ont déjà été pratiqués dans la machine triaxiale ASTREE, pour une épaisseur de 1,5 mm [Doudard 04, Poncelet 07]. Le modèle d'éprouvettes utilisé est celui de [Morrison 86] qui a proposé des éprouvettes cruciformes « sandwich » (voir figure 2.28), aussi appelées « éprouvettes collées à talons cruciformes ». [Doudard 04] a proposé d'adapter ces éprouvettes pour un essai sur un acier dual phase. Dans ces essais, les talons évidés et l'éprouvette réellement sollicitée (tôle centrale) sont issus du même matériau. Cette forme permet d'obtenir une zone uniformément sollicitée dans la zone évidée.



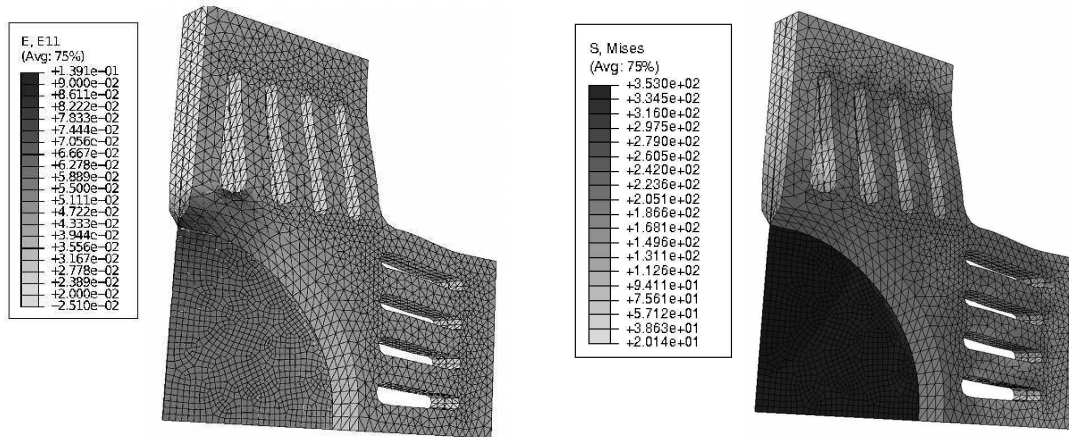
**FIGURE 2.28** : Représentation éclatée de l'éprouvette sandwich classique, avec évidement circulaire, d'après [Doudard 04].

Le coût et la rareté du T35 sous la forme de tôles épaisses interdisent un montage similaire. Il est donc nécessaire d'utiliser un matériau différent pour constituer l'ossature (le "pain") de l'éprouvette sandwich. Son dimensionnement est détaillé dans la suite.

### 2.6.1 Dimensionnement

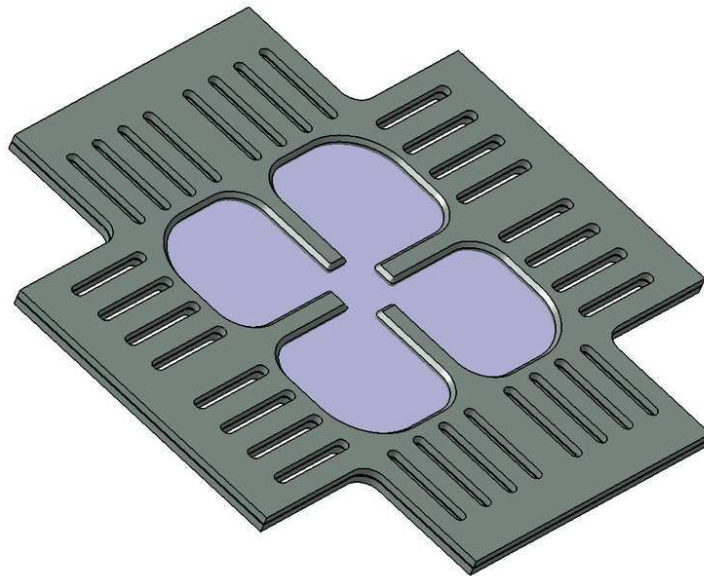
Pour valider le principe de l'éprouvette sandwich et pour orienter le choix de la géométrie, des simulations par éléments finis ont été réalisées. Une géométrie comme celle de [Doudard 04] montre rapidement ses limites dans notre cas où les matériaux de l'ossature et de la tôle sont différents et subissent des déformations plastiques. En effet, le T35 n'est pas disponible sous forme de tôles plus épaisses (2 à 3 mm). Une carte des déformations est présentée en figure 2.29 pour ce type d'éprouvette sandwich dans le cas d'une ossature en alliage d'aluminium. L'alliage 6061 a été choisi pour son faible coût et ses propriétés mécaniques proches de celles du T35.

## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE



**FIGURE 2.29 :** Déformation dans la direction horizontale (gauche) et contrainte équivalente de Von Mises (droite) pour un sandwich AU4G/T35/AU4G avec l'éprouvette de [Doudard 04]. Seul un quart de l'éprouvette est calculé. Le point de déformation la plus haute est situé à la jonction aluminium/titane, et est donc mal observable expérimentalement.

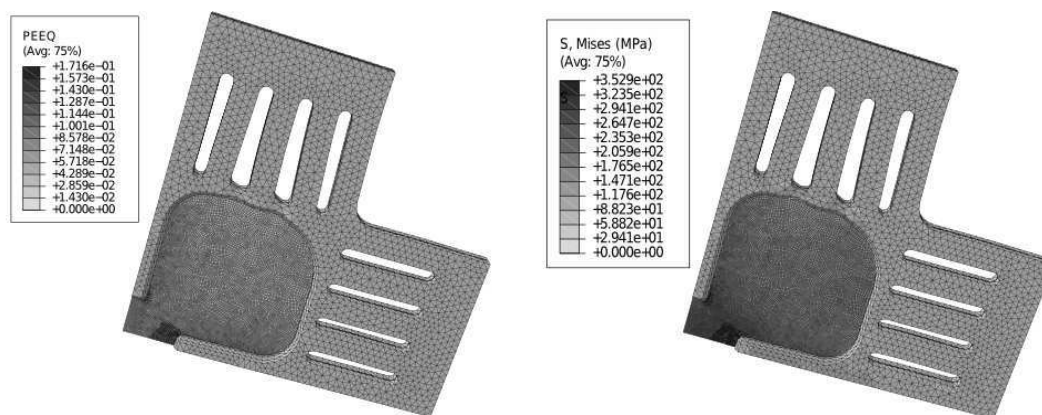
L'éprouvette sollicitée devait donc naturellement diriger les déformations maximales vers le centre de l'éprouvette, pour limiter les effets de bords et permettre l'observation précise de l'amorçage des fissures. Une variante d'éprouvette, dite en "trèfle à quatre feuilles" est proposée en figure 2.30. L'annexe A comporte également un schéma de ce type d'éprouvette.



**FIGURE 2.30 :** Proposition d'éprouvette sandwich en "trèfle à quatre feuilles" - partie centrale. Les parties destinées à la fixation ne sont pas représentées. L'annexe A comporte un plan coté de cette éprouvette.

Les doigts en alliage d'aluminium collés au T35 ont pour but de créer une concentration de déformation

observable et maîtrisable. De plus, une longueur faible entre les doigts diminue l'élanement de la tôle de T35 et permet de minimiser le flambement potentiel, inévitable en compression sur des tôles fines. Un calcul par éléments finis permet une première détermination du lien entre déplacement imposé et déformation maximale dans le T35. Plusieurs paramètres ont été testés afin d'obtenir une zone de déformation maximale la plus au centre de l'éprouvette possible, et suffisamment large pour être observée. Les paramètres les plus influents sont la longueur des doigts, la taille des zones vides ("feuilles" du trèfle), et surtout la forme de l'extrémité des doigts. Une simulation avec le code commercial Abaqus pour la forme définitive est présentée en figure 2.31. La loi utilisée pour le T35 est celle de Ramberg-Osgood identifiée au chapitre 1. Quelques cycles sont réalisés pour stabiliser la déformation plastique maximale et tenir compte des effets de structure. Ces simulations donnent une estimation du déplacement à appliquer à chacun des axes pour atteindre les déformations recherchées en extension.



**FIGURE 2.31** : Déformation plastique cumulée (gauche) et contrainte équivalente de Von Mises (droite) pour un sandwich AU4G/T35/AU4G avec la nouvelle éprouvette. Seul un quart de l'éprouvette est calculé.

## 2.6.2 Dispositif expérimental - essais liminaires

Ces essais de faisabilité en fatigue oligocyclique multiaxiale ont eu pour but de montrer les capacités de maîtrise des déformations imposées de la machine. Les appareils imageurs sont des Canon EOS 40D disposés en montage de stéréo-vision (voir figure 2.32). Les éprouvettes sont toutes préparées selon le protocole présenté dans l'annexe B.

Ces essais valident la faisabilité de la mesure de champs en trois dimensions, et donnent une première estimation des déformations imposées grâce à cette éprouvette (cf. figure 2.33). Néanmoins la localisation est d'amplitude plus grande que prévue par le calcul, et la compression dans le titane implique des mouvements hors-plan d'amplitude importante (cf. figure 2.34). Il a donc été nécessaire de concevoir un montage anti-flambement.

## 2.6.3 Spécificités de l'essai

### 2.6.3.1 Montage anti-flambement

Suite aux essais liminaires, un montage anti-flambement a été conçu pour s'adapter aux éprouvettes en croix spécifiques au T35 sous forme de tôles de très faible épaisseur (voir figure 2.35). Sur la prise de vue de la figure 2.36, on voit que les pièces rapportées n'empêchent pas de visualiser le mouchetis et donc de faire

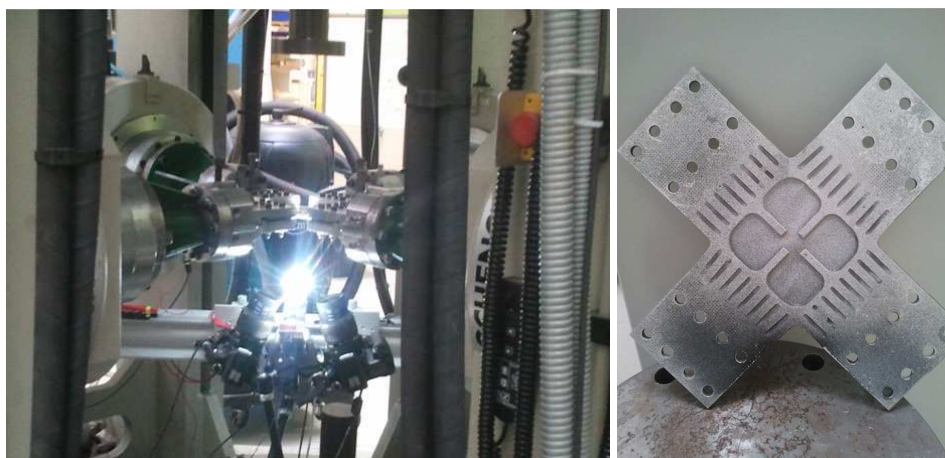


FIGURE 2.32 : Montage de stéréovision dans la machine ASTREE – Epreuve sandwich après essai

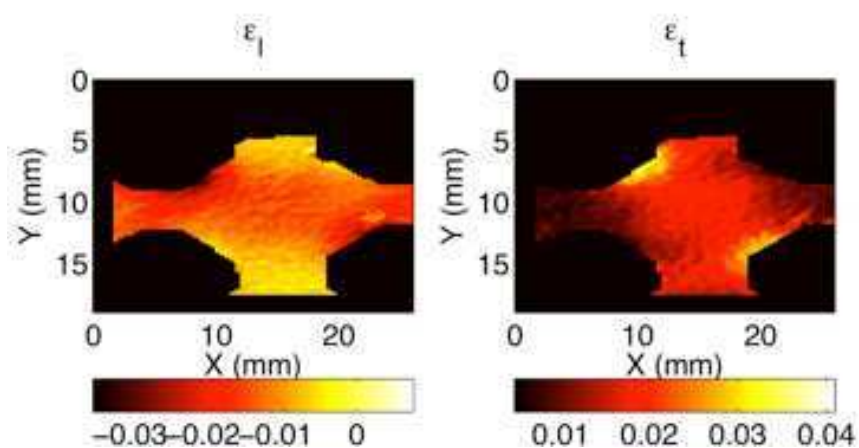


FIGURE 2.33 : Champs de déformations longitudinale (direction X) et transverse (direction Y) dans la zone visible du titane – essai biaxial.

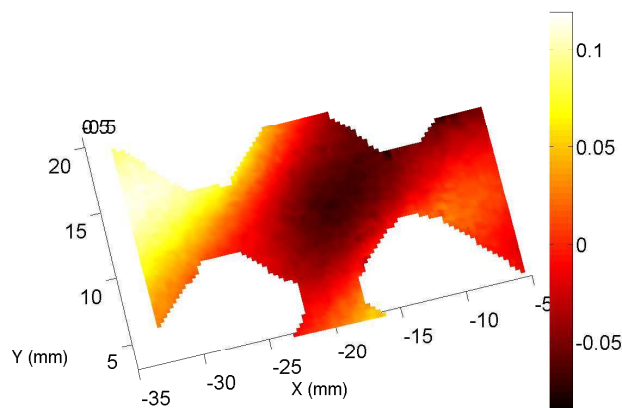
une analyse de corrélation si le mouchetis reste intact pendant le glissement du montage contre l'éprouvette. Cette condition a été vérifiée pour la très grande majorité des amplitudes de déformations appliquées.

### 2.6.3.2 Sensibilité d'ASTREE aux variations thermiques

On retrouve sur la quasi-totalité des résultats d'essais (valeurs d'ouverture des défauts, courbes de déformations) une enveloppe grossièrement sinusoïdale (voir figure 2.37) de période approximative d'une heure. Il a été mis en évidence que cet effet est dû à des variations de la température de l'huile servant au refroidissement des vérins d'ASTREE. En effet, les LVDT insérés dans les vérins pour mesurer les déplacements sont sensibles à ces variations. Cette sensibilité est difficilement évaluable analytiquement via les coefficients de dilatation thermique des pièces mises en jeu (corps du vérin, LVDT) ; il est par contre possible de l'observer expérimentalement.

Faute de mesure de température de l'huile dans les vérins, la mesure externe des déplacements du vérin permet de qualifier leur sensibilité aux variations régulières de température (voir figure 2.38). Dans





**FIGURE 2.34** : Champ de déplacement hors-plan mesuré par stéréocorrélation dans la zone centrale de l'éprouvette (en mm). La zone sombre au centre est le signe d'une élévation du liner entre les doigts de l'éprouvette. Les déplacements atteignent plusieurs dixièmes de millimètre. Les zones blanches correspondent aux doigts de la tôle d'alliage d'aluminium, masquée pour l'analyse.

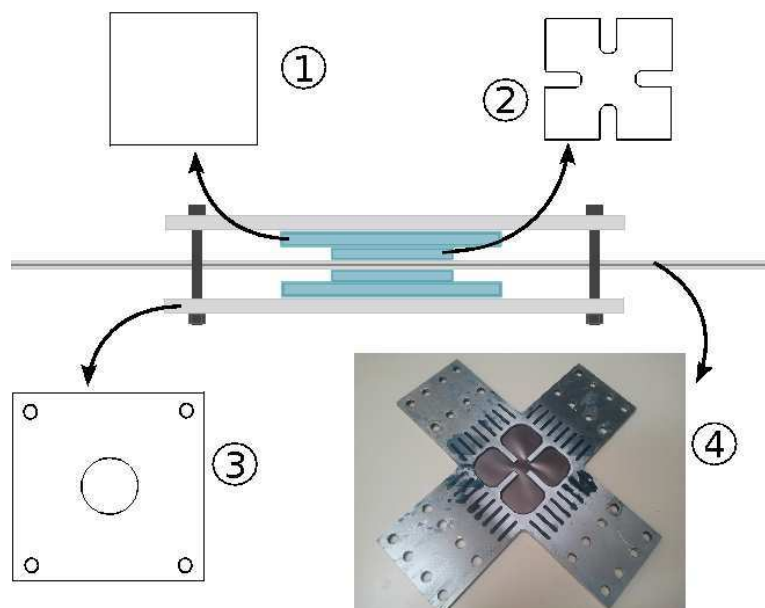
cette situation, le mode de pilotage particulier introduit en partie 2.6.4 expose le trajet de chargement à des variations d'amplitude non-négligables en déplacements. En effet, la mesure d'effort n'étant pas affectée, la limite d'effort inférieure est atteinte pour des positions différentes du vérin, variant selon les cycles de chauffe et de refroidissement. Ces variations se retrouvent directement dans les résultats d'essais, comme on peut le remarquer dans la suite. Quand l'amplitude des variations était trop grande, elle a pu conduire à des interruptions temporaires de l'essai, visibles dans les courbes de résultats.

Depuis ces constatations, des stratégies ont été mises en œuvre pour réduire ces effets au minimum sans avoir à engager de changement structurel dans l'asservissement de correction de température de l'huile. Selon les conditions de température ambiante, l'utilisation d'un seul des deux groupes de refroidissement permet de diminuer l'amplitude de ces variations de température tout en conservant une température d'huile suffisamment basse. Ces observations conduiront également à se tourner vers la corrélation d'images pour piloter les essais et ainsi compenser ces variations parasites.

#### 2.6.4 Première série d'essais

Les éprouvettes sont tout d'abord prédéformées de la valeur estimée dans la partie 2.3. Les essais liminaires ayant permis de déterminer une première relation entre déplacements appliqués et déformations mesurées, les essais suivants sont réalisés en déplacements imposés jusqu'à une valeur cible maximale supposée des déformations, qui sont la grandeur que nous cherchons à imposer. Les déformations visées n'étant pas isotropes, les déplacements imposés aux vérins sont proportionnels mais pas égaux. Les déplacements des vérins sont ensuite pilotés vers des valeurs correspondant aux déformations minimales visées. Néanmoins, une limite en efforts négatifs est fixée afin d'éviter le flambement. Il a été observé qu'une limite aux alentours de  $-5\text{kN}$  convenait dans la plupart des cas (l'effort maximal atteint en traction étant d'environ 26 à 27kN). Les vérins se déplacent entre 0.004mm/s et 0.01mm/s.

Des pré-déformations correspondant au formage du TCS sont appliquées, puis des chargements cycliques. Deux amplitudes de déformations cycliques étaient visées : 3% et 1%. Le premier essai, visant 3%, a vu le flambage progressif du liner, malgré l'ensemble {pièces 2 + 3}. L'amplitude de déplacement hors-plan final est de l'ordre de 1 mm. Le deuxième essai, visant 1%, a permis grâce à la pièce 1 ajoutée en cours



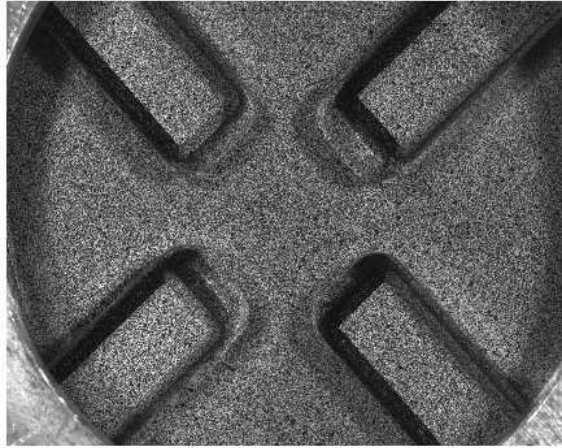
**FIGURE 2.35 :** Schéma du montage anti-flambement. Les pièces 1 et 2 font 5 mm d'épaisseur et sont en plexiglas. Deux essais ont été réalisés, le premier sans la pièce 1. La pièce 2 seule ne permet pas de limiter suffisamment le flambement, la pièce 1 a été rajoutée. L'ensemble est serré de manière à comprimer le liner sans toucher l'ossature en aluminium du sandwich. Une caméra est disposée sous la pièce, le trou circulaire de la pièce 3 est usiné à cet effet.

d'essai de contenir le flambement à des déplacements hors-plan de l'ordre de 0.1 mm (mesuré à l'aide d'un comparateur). Toutefois le terme de flambement n'est ici pas exact, puisque le liner ne se cloque pas mais fléchit de manière continue et progressive.

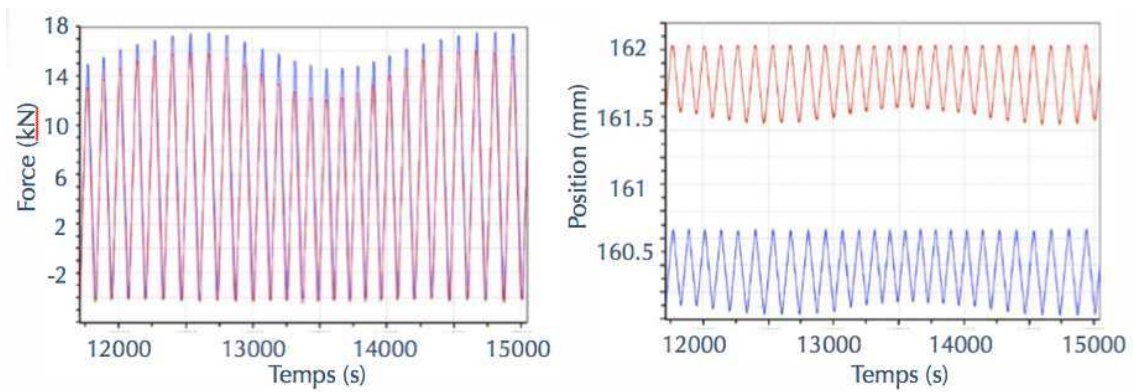
Il est possible de tracer les amplitudes de déformation principale maximale et secondaire pour de grandes séries d'images dans des régions d'intérêt de la carte des déformations. La zone 1 est identifiée comme probablement la plus déformée par le calcul éléments finis, mais nous nous intéressons en particulier (voir figure 2.39) à la zone 2, où la fissure a amorcé.

Les sollicitations étant supposées symétriques par rapport au plan médian de l'éprouvette, l'amorçage est ici défini comme le moment où la fissure devient traversante. L'éclairage étant fort, il est alors possible de l'observer à travers l'éprouvette. Quel que soit l'essai, la fissure s'amorce sur une « arête » de flambement, plus ou moins prononcée, puisque celle-ci augmente assez largement les déformations locales maximales vues par le liner. Pour le premier essai, la première fissure s'amorce à environ 30 cycles dans la zone 2, qui voit une déformation plastique cyclique équivalente d'environ 7% (voir figure 2.40 pour l'allure des déformations dans cette zone). Le deuxième essai permet d'atteindre les valeurs souhaitées (voir figure 2.41). Néanmoins le flambement provoque une fissuration anticipée sur une « arête » de flambement.

Cette série d'essais a notamment permis une évaluation du nombre de cycles à amorçage pour des déformations fortes, supérieures aux déformations maximales visées. Les valeurs obtenues sont ajoutées dans le diagramme de Manson-Coffin en figure 2.42. Elles sont cohérentes avec les valeurs issues des essais de flexion, bien que ces deux séries d'essais rencontrent des problèmes d'amorçage prématuré dû au flambement local du liner.

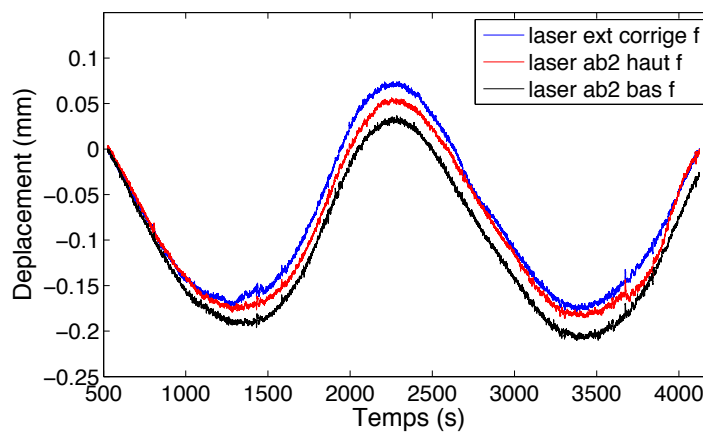


**FIGURE 2.36 :** Image de la surface à travers le montage anti-flambement. Les ombres sont dues à la pièce 2 (voir figure 2.35). L'éclairage doit être réglé de la manière la plus homogène possible, un plan de LED est utilisé à cet effet.

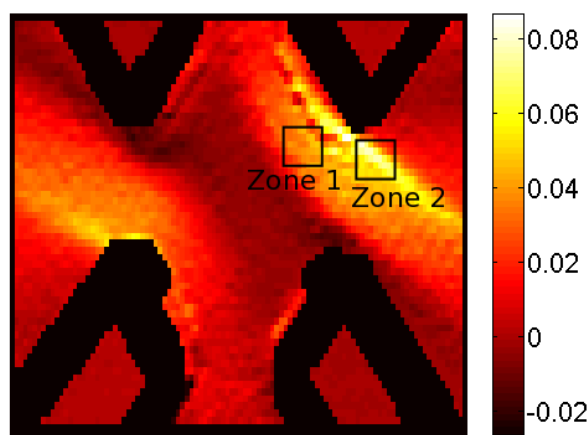


**FIGURE 2.37 :** Efforts moyens (à gauche) et positions relatives (à droite) machine pour les deux paires de vérins. Les variations d'amplitude des déplacements sont généralement comprises entre 10 et 40% de l'amplitude totale. Les efforts sont compris entre -4kN et 16kN, l'amplitude du déplacement est d'environ 0,5mm.

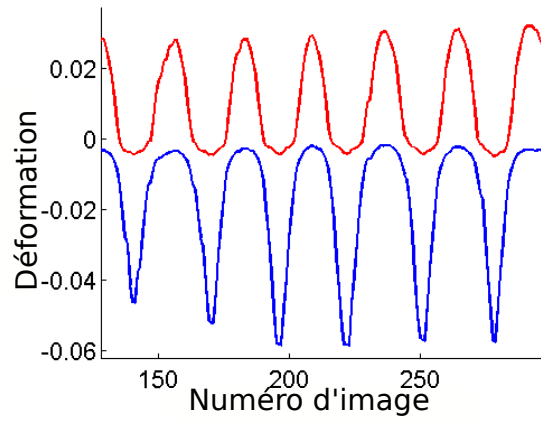




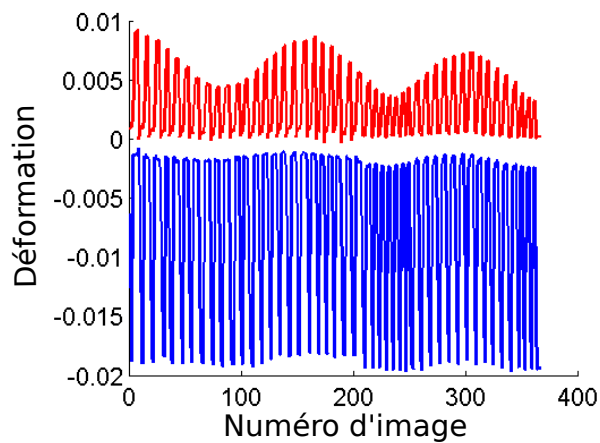
**FIGURE 2.38 :** Dérive du déplacement due aux effets de température dans les vérins mesuré en trois points d'un vérin (d'après C. Frédy). La machine fonctionne en déplacements imposés fixés sur les quatre axes, et le déplacement réel d'un des axes est relevé par capteur de déplacement CCD à laser [Série LK-G. ].



**FIGURE 2.39 :** Déformation dans la direction horizontale au centre de la zone visible, image 297 (15 cycles environ). Les parties noires sont les zones d'ombre masquées pour l'analyse.



**FIGURE 2.40 :** Déformations principales maximale (en rouge) et secondaire (bleu) estimées dans la zone 2 (voir la carte des déformations principales maximales en figure 2.39) pour le premier essai de la première série. L'amplitude est supérieure à celle visée pour la déformation principale (environ 7% plutôt que 3%).



**FIGURE 2.41 :** Déformations principales maximale (en rouge) et secondaire (bleu) estimées dans la zone de plus grande déformation.

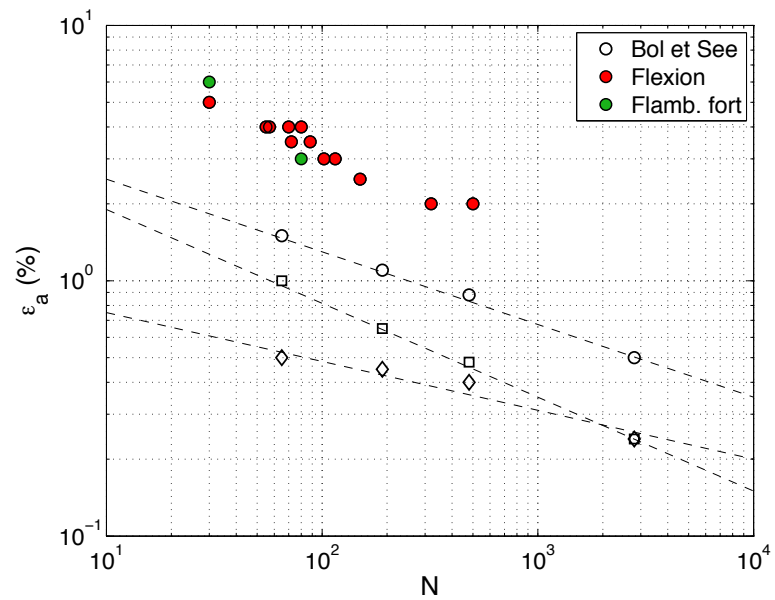


FIGURE 2.42 : Positionnement des points des différents essais sur la courbe de référence [Boller et Seeger 87].

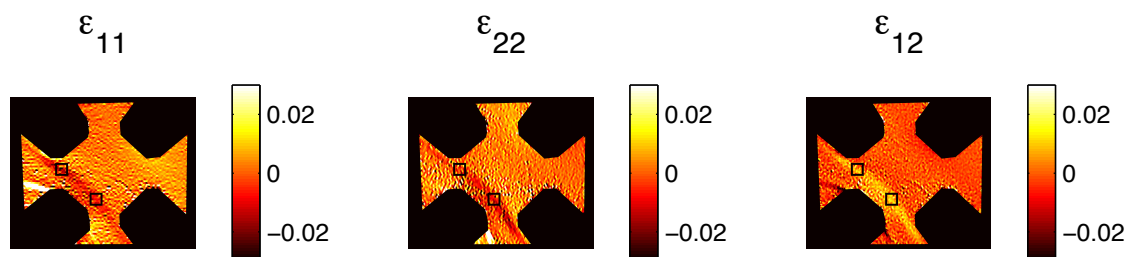
### 2.6.5 Deuxième série d'essais

La plaque 1 (voir figure 2.35) a été ajoutée en cours d'essai, après avoir constaté que baisser le niveau de charge ne suffisait pas à éviter le flambement. Du flambement a néanmoins lieu dans la tôle, bien que beaucoup plus réduit. Pour ces essais les déformations globales cumulées sont mieux maîtrisées et comprises entre 1 et 3%. Trois types d'éprouvettes ont été utilisées : des éprouvettes pleines, pour compléter la première série d'essais, des éprouvettes dans lesquelles ont été usinés des défauts, et des éprouvettes composées de tôles soudées.

#### 2.6.5.1 Epreuve pleine

Les éprouvettes « pleines » sont celles qui ne comportent pas de défaut ou de cordon de soudure, et sur lesquelles le calcul éléments finis a été réalisé. L'annexe A montre un dessin coté de ce type d'éprouvette. Les déplacements sont mesurés par Correli-T3. Le résultat de calcul utilisé pour calculer les déformations est celui où la longueur de régularisation est la plus faible ( $\ell_m = 1$  pixel), ce qui exclut les biais de mesure dus aux grandes longueurs de régularisation. Des jauges virtuelles sont placées aux endroits où la localisation est apparue, pour extraire les déformations dans ces zones (voir figure 2.43). Les résultats bruts des deux jauges de la figure 2.43 sont présentés en figure 2.44. Les déformations équivalentes correspondent aux déformations visées.

Sur les premières éprouvettes en particulier, le montage anti-flambement n'étant pas complet, le flambement est plus fort. Il a une influence sur l'amorçage, puisque les fissures apparaissent sur les « arêtes » de flambement. L'amorçage est donc prématuré par rapport à un cas de chargement purement plan. Les valeurs déterminées sont donc des valeurs *a minima*, que le flambement soit important ou non. Les résultats sont présentés en partie 2.6.6 pour deux cas où la seule différence est le montage anti-flambement (cas 1-2 et 2-1).



**FIGURE 2.43 :** Champs de déformation pour une éprouvette pleine. Les jauges virtuelles de  $100 \times 100$  pixels de gauche (1) et de droite (2) sont utilisées pour calculer les déformations présentées en figure 2.44. La forme de la localisation est très probablement due à la forme complexe du champ de contraintes imposé, en particulier en compression quand le montage anti-flambement empêche la tôle de se déplacer dans la direction normale au plan moyen de l'éprouvette.

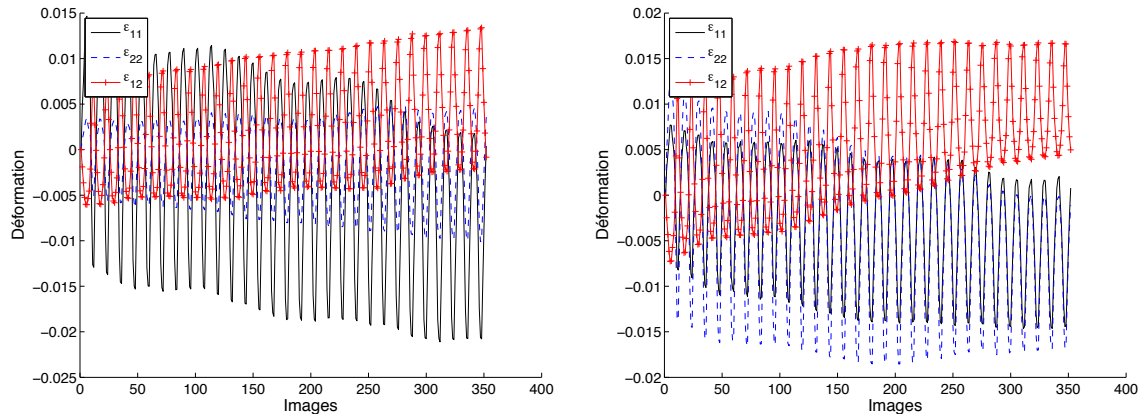


FIGURE 2.44 : Déformations extraites des jauges virtuelles gauche et droite de la figure 2.43, pour une série de 352 images de la fin d'un essai.

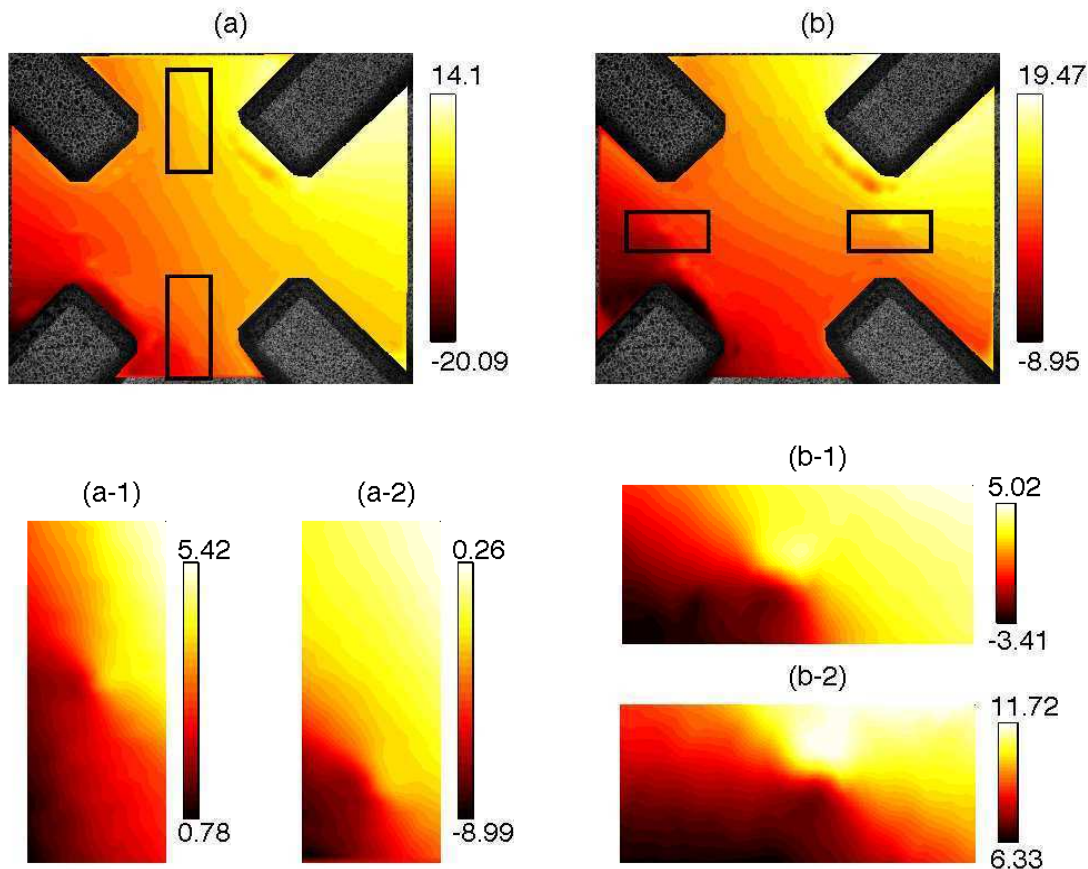
### 2.6.5.2 Eprouvette comportant des défauts artificiels

Les défauts présentés en partie 2.4 sont réalisés dans l'éprouvette en croix aux endroits supposés les plus déformés au déplacement maximal des vérins. L'annexe A montre un schéma de ce type d'éprouvette. Le champ de déplacement est mesuré grâce à Correli-T3, qui permet plus d'itérations successives (tous les calculs sont réalisés sans réinitialisation de l'image de référence). Pour ces éprouvettes, la quantité d'intérêt visée est l'ouverture des défauts dans la direction qui leur est perpendiculaire.

Les figures 2.45 et 2.47 présentent des champs de déplacements respectifs d'une éprouvette à défaut court et à défaut long. Ce défaut est repérable sur le champ de déplacement dont la direction est perpendiculaire à sa direction principale (voir détails des figures 2.45 et 2.47). Ces champs permettent d'accéder à l'ouverture du défaut tout au long du chargement. Ces données sont présentées pour ces deux cas de figure respectivement dans les figures 2.46 et 2.48. On y retrouve les variations cycliques d'amplitude de la commande dues aux variations de température de l'huile (voir partie 2.6.3.2). Les essais présentent souvent des gammes d'ouverture augmentant avec le nombre de cycles. Une fois que le nombre de cycles "cible" est atteint (autour de 100 cycles) avec le chargement nominal du défaut considéré, l'amplitude de la commande est augmentée pour faire fissurer l'éprouvette. La figure 2.49 présente les champs de déplacement pour une éprouvette comportant des défauts plastifiée accidentellement au-delà de la valeur cible, et dont les défauts sont ouverts en un cycle. L'ouverture est tracée en figure 2.50. Cette éprouvette permet d'observer que le défaut ne se propage pas instantanément même une fois ouvert de manière plus rapide.

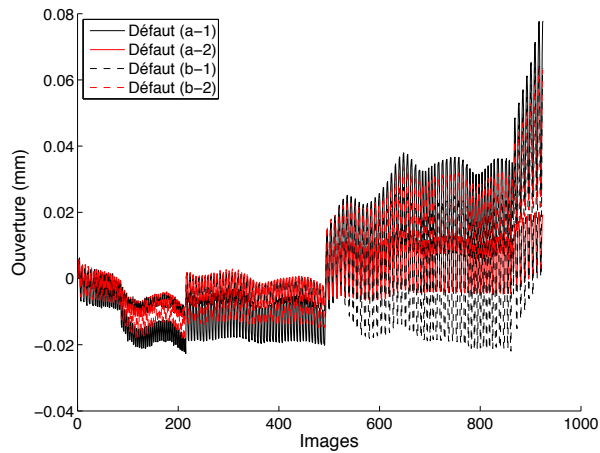
Lorsque la fissure s'ouvre, quelques cycles suffisent à la faire propager. Comme on dispose sur certains essais de 4 images par cycles, cette propagation peut être suivie dans cette dernière phase de l'essai. La figure 2.51 présente un détail des champs de déplacement pour quatre images sélectionnées parmi les soixante images de propagation disponibles. On observe clairement la coalescence de deux fissures issues des défauts ( $a/c = 5$ ) réalisés dans l'éprouvette.

Les mêmes outils d'adaptation de maillage que pour les défauts dans les éprouvettes en "os de chien" (voir partie 2.5) sont utilisés. La figure 2.52 présente le résidu en niveaux de gris sur la zone observée. Une fois que le calcul est réalisé, le trajet de fissuration apparaît naturellement comme une partie du masque imposé au calcul (voir figure 2.51). Ce trajet peut être utilisé pour calculer l'ouverture de la fissure coalescée au cours des derniers cycles de chargement. Le résultat est présenté en figure 2.53. Dans certains cas, des fissures peuvent néanmoins se propager sans modification notable des niveaux de gris, on peut alors penser à utiliser un critère en déformations équivalentes si la résolution de la mesure le permet.



**FIGURE 2.45 :** Champs de déplacements horizontal (gauche-a) et vertical (droite-b) exprimés en pixels ( $1 \text{ px} \Leftrightarrow 0,014 \text{ mm}$ ) pour une éprouvette comportant des défauts ( $a/c = 1$ ). Les sous-figures sont des vues locales du champ de déplacement autour des défauts.

Le traitement quantitatif de ces données pour l'évaluation de facteur d'intensité des contraintes pendant la propagation de la fissure pour ces quelques cycles pose la question de la position de la pointe de fissure. Seuls des moyens optiques permettent de la déterminer dans un environnement complexe comme celui-ci. Le chapitre 3 propose des procédures de détection de la pointe couplée à l'identification du facteur d'intensité des contraintes, par projection du champ de déplacement mesuré sur des champs-test de la mécanique élastique linéaire de la rupture (séries de [Williams 57]). Cette méthode n'est pas détaillée ici. Elle est appliquée à la série d'images considérée ci-dessus, des résultats d'identification sont présentés en figure 2.54. Un critère de validité possible de cette méthode est présenté en partie 3.4.1. Le champ reconstruit sur la base des séries de Williams permet de calculer un résidu d'identification en niveaux de gris, comparable au résidu de corrélation. Un résidu d'identification du même ordre de grandeur que le résidu de corrélation est un indice du bon fonctionnement de la méthode. La comparaison de ces résidus est présentée en figure 2.55(a). Les résidus en niveaux de gris sont du même ordre de grandeur que ceux présentés en partie 3.4.1, entre 2 et 4% de la dynamique de niveaux de gris. La fissure tourne pendant sa propagation, comme on peut le voir sur la figure 2.55(b). Les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes de modes *I* et *II* sont présentées en figure 2.56(a). Les niveaux relevés ne laissent aucun doute quant à la plasticité généralisée qu'on peut observer dans cette zone. Néanmoins il est important de noter que



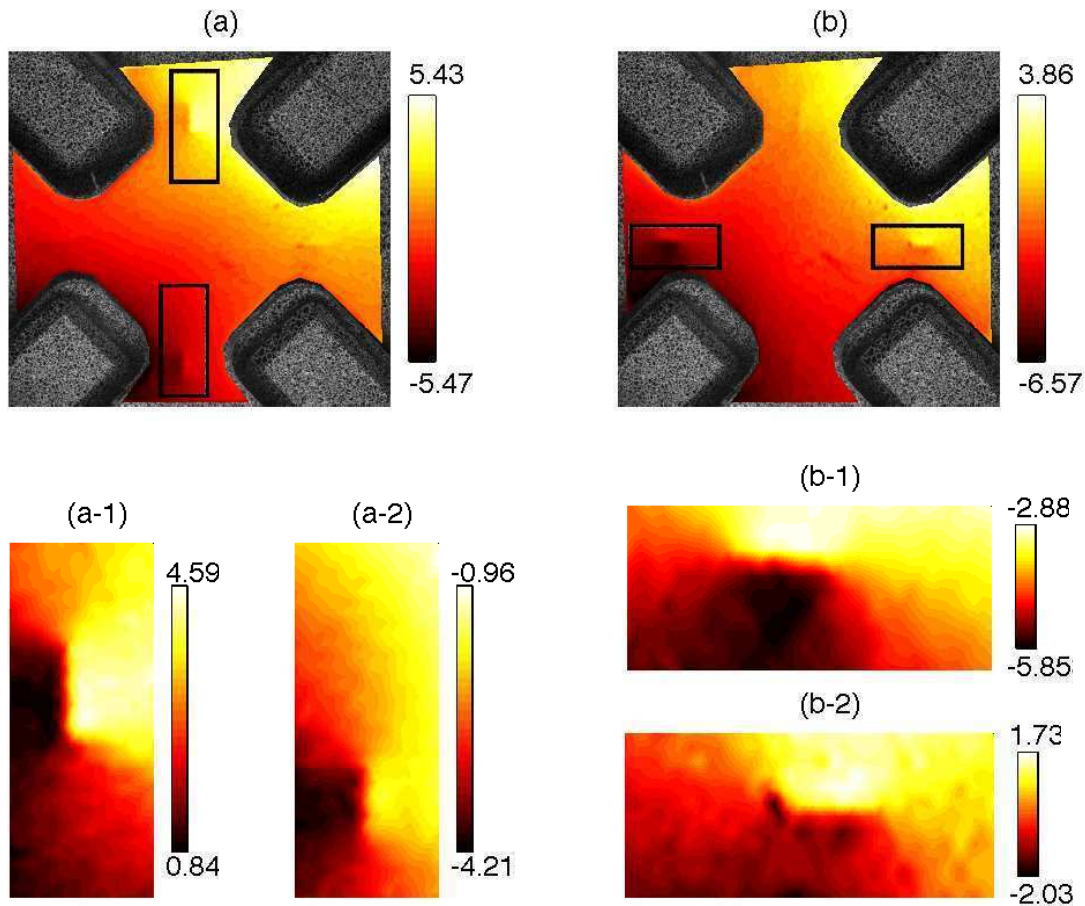
**FIGURE 2.46 :** Ouverture des défauts de la figure 2.45 au cours du temps ( $a/c = 1$ ), après la prédéformation de l'éprouvette. Un cycle correspond à quatre images. Les différentes phases visibles de la courbe correspondent aux arrêts dus aux variations thermiques et aux changements d'amplitudes volontaires effectués pendant l'essai.

l'algorithme de détection de la pointe permet d'enregistrer une série de positions cohérentes malgré ce cas de figure, bien que le résidu en déplacements soit élevé (voir figure 2.54). Nous devons également faire l'hypothèse que la fissure est droite, ce qui est raisonnable dans la zone d'analyse. Le mode  $I$  fait avancer la fissure, et bifurque sous l'effet du mode  $II$ . Le changement de signe du mode  $II$  à la fin de la propagation indique un changement de direction de la fissure. Il est également possible de visualiser un taux de restitution d'énergie équivalent en fonction de la longueur de la fissure. On peut par exemple considérer celui proposé par [Nuismer 75], qui s'écrit

$$G_{eq} = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (2.16)$$

Ce taux de restitution d'énergie équivalent est tracé en figure 2.56(b). Ces quelques cycles représentent toutefois trop peu de points de mesure pour envisager d'évaluer une loi de propagation dans ces conditions pour le matériau T35.





**FIGURE 2.47 :** Champs de déplacements horizontal (gauche-a) et vertical (droite-b) exprimés en pixels (1 pixel  $\Leftrightarrow$  0.01 mm) pour une éprouvette comportant des défauts ( $a/c = 5$ ). Les sous-figures sont des vues locales du champ de déplacement autour des défauts.

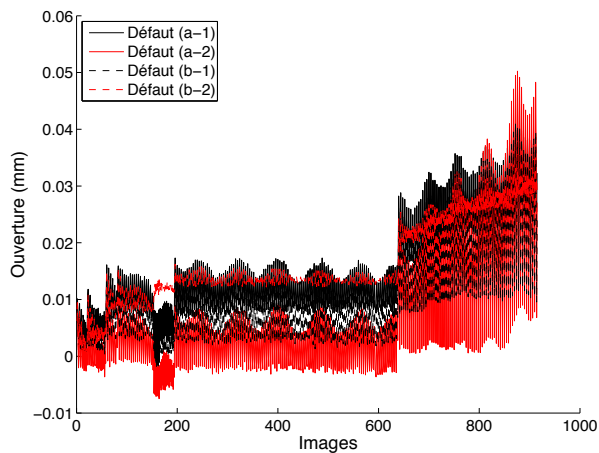


FIGURE 2.48 : Ouverture des défauts de la figure 2.45 au cours du temps ( $a/c = 5$ ). Un cycle correspond à quatre images.

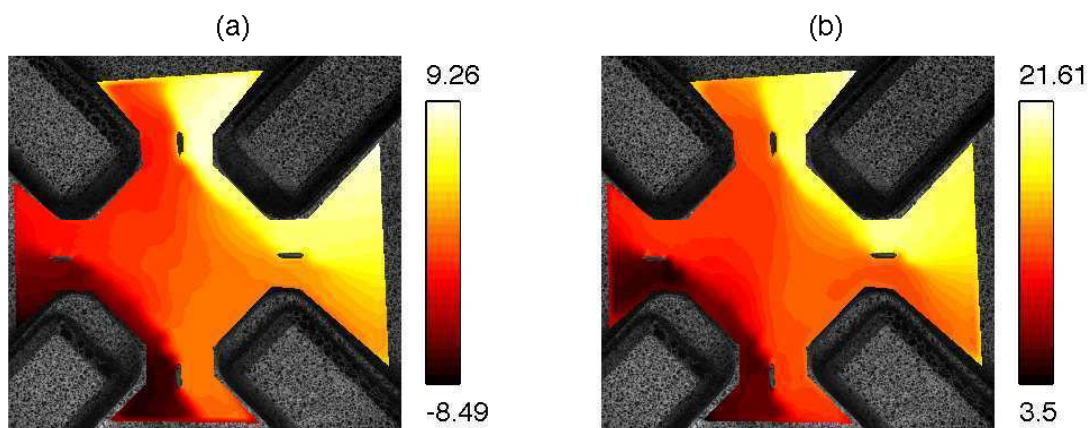
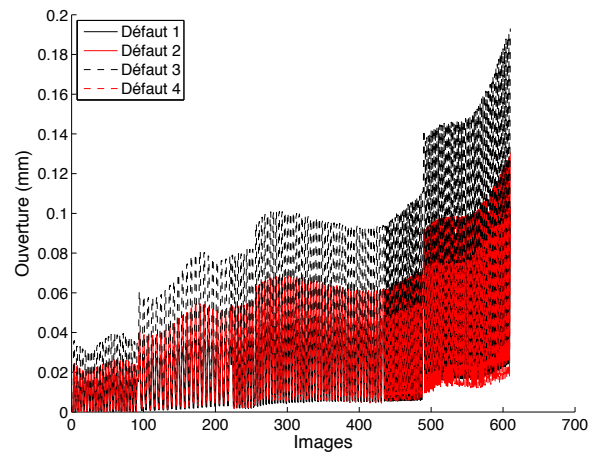
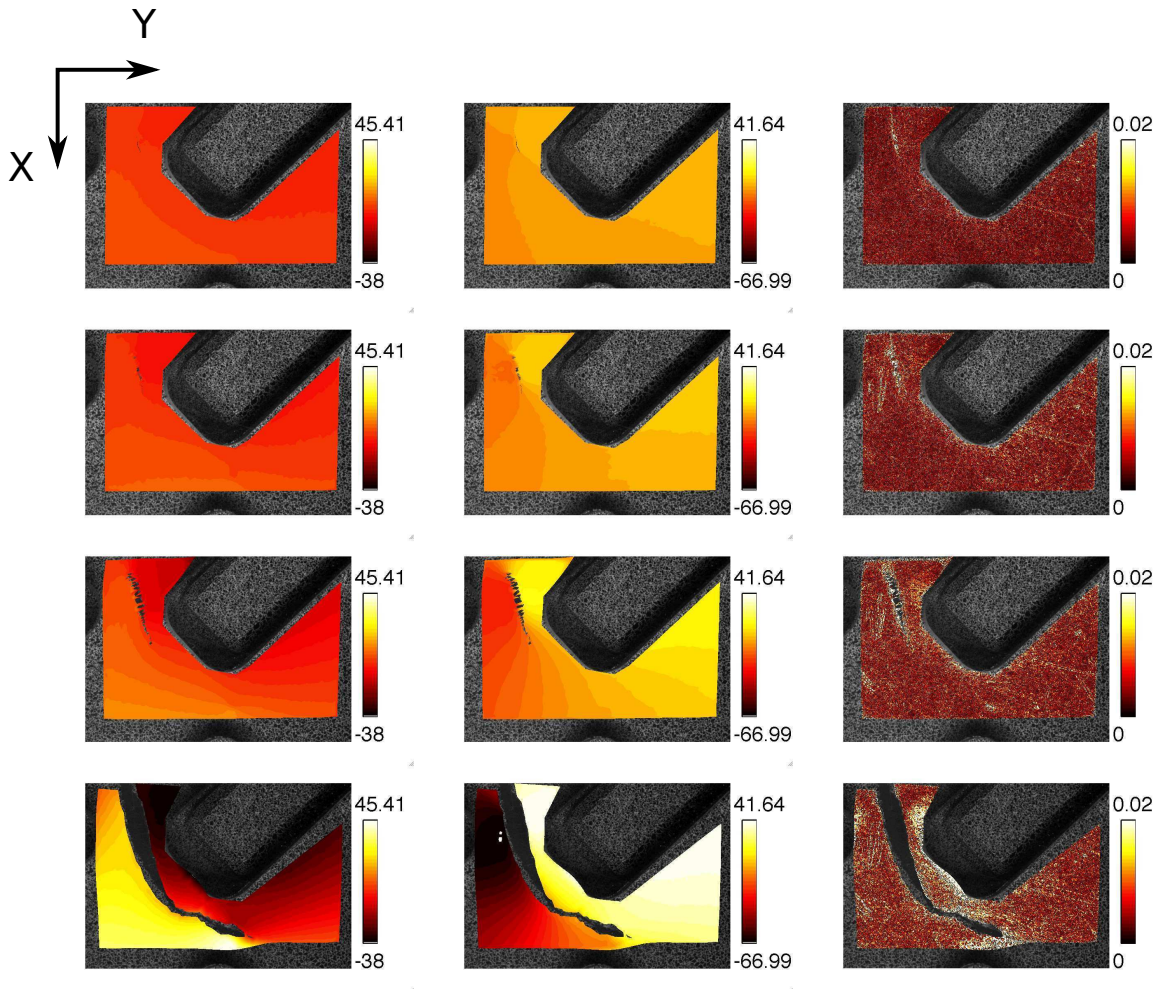


FIGURE 2.49 : Champs de déplacements horizontal (a) et vertical (b) exprimés en pixels (1 pixel  $\Leftrightarrow$  0.01 mm) pour une éprouvette comportant des défauts ( $a/c = 5$ ) où les ceux-ci ont été ouverts par une déformation plastique monotone.



**FIGURE 2.50 :** Ouverture des défauts de la figure 2.49 au cours du temps ( $a/c = 5$ ). Un cycle correspond à quatre images.



**FIGURE 2.51 :** Déplacements vertical (gauche) selon X et horizontal (milieu) selon Y exprimés en pixels (1 pixel  $\Leftrightarrow$  0.01 mm) et résidu de corrélation (en pourcentage de la dynamique de niveaux de gris de l'image) pendant l'ouverture et la coalescence de deux défauts à la fin d'un essai ( $a/c = 5$ ) : détails du coin supérieur droit de l'éprouvette. L'image de référence est l'image 780, la coalescence des deux fissures issues des défauts a lieu pour l'image 842. Images présentées : 782, 802, 822, 842

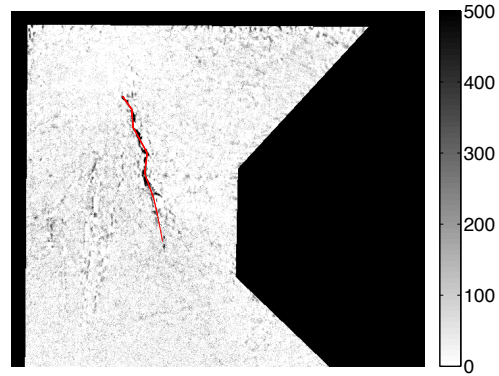


FIGURE 2.52 : Détail de la carte de résidus en niveaux de gris et trajet identifié par l'algorithme (images 12 bits).

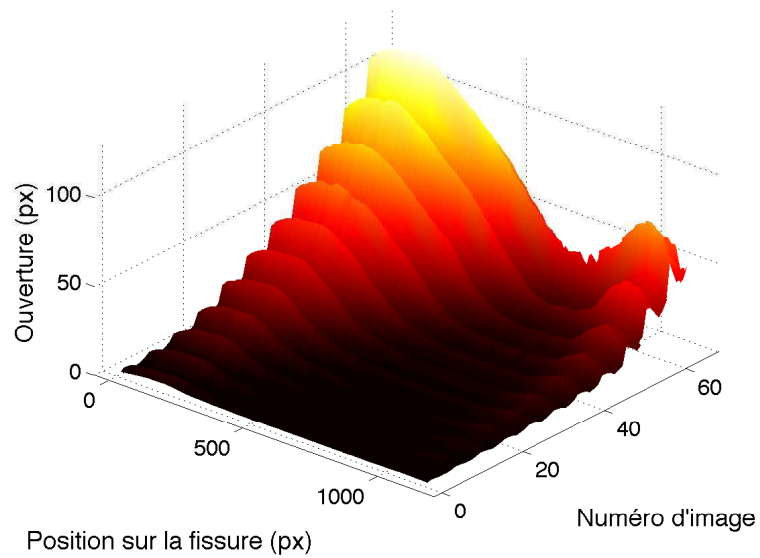


FIGURE 2.53 : Ouverture des défauts/fissures le long du trajet de fissuration final au cours du temps. Le trajet de fissuration utilisé est celui représenté en noir sur la figure 2.51.

CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

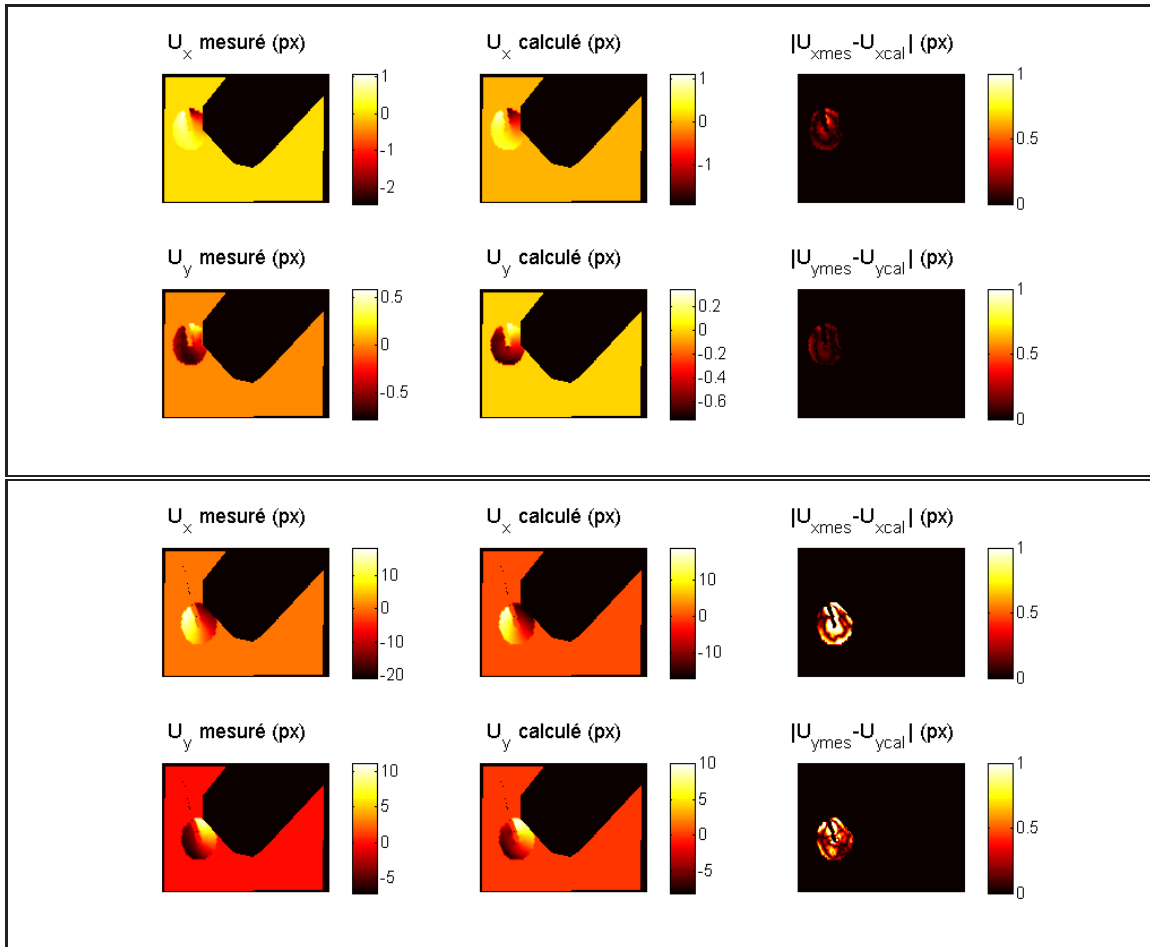


FIGURE 2.54 : Résultat de la méthode présentée au chapitre 3 pour les déplacements mesurés autour de la fissure, pour les images 4 et 48. Le résultat à l'image 48 permet de noter l'apparition d'un résidu élevé.

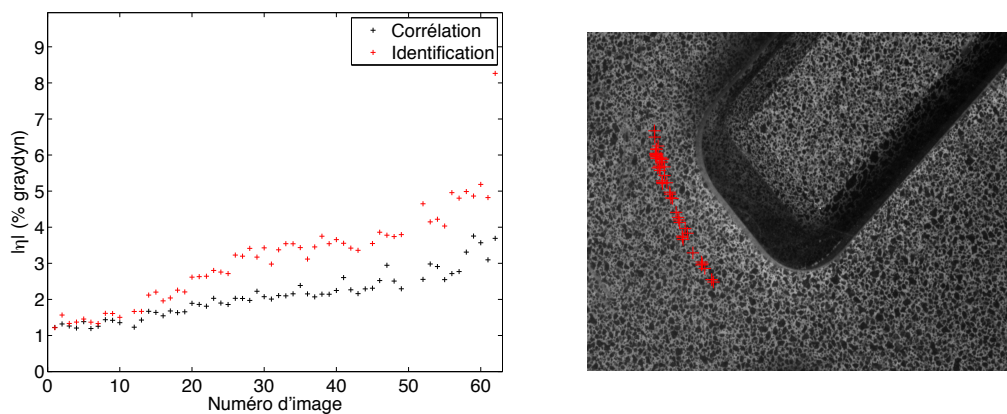
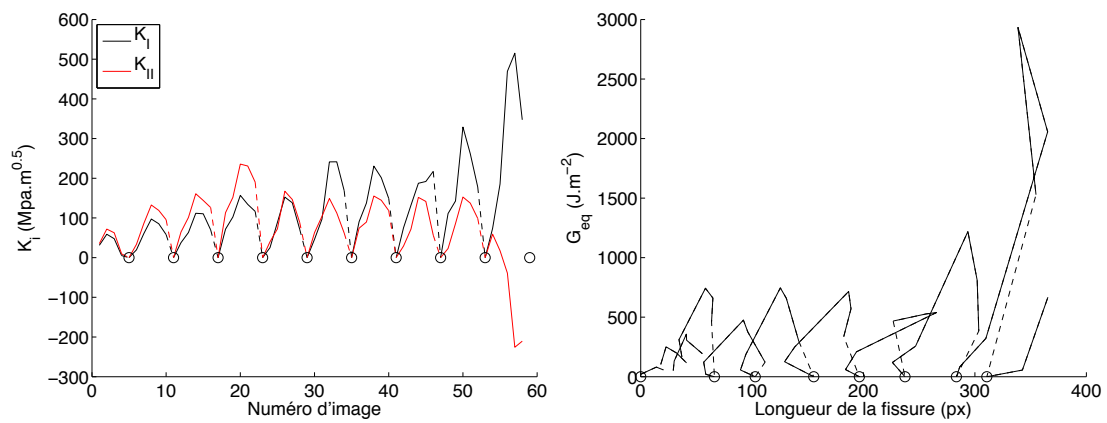


FIGURE 2.55 : (a) Comparaison des résidus de corrélation et d'identification en pourcentage de la dynamique de niveaux de gris pour la série d'images considérée. (b) Tracé des pointes de fissure identifiées sur l'image de référence.



**FIGURE 2.56 :** (a) Facteurs d'intensité des contraintes pendant la propagation de la fissure. Le facteur d'intensité est remis à zéro (cercles noirs) en bas du cycle de chargement pour mieux comparer l'amplitude dans les cycles deux à deux. La fissure bifurque du fait du mode *II*. (b) Tracé du taux de restitution d'énergie équivalent proposé par [Nuismer 75], sur le même essai. L'augmentation brutale de  $G_{eq}$  correspond au passage de la fissure devant la zone la plus déformée des éprouvettes pleines.



### 2.6.5.3 Epreuve avec cordon de soudure

Le voisinage du cordon de soudure a été identifié comme un point faible du réservoir dans les simulations par éléments finis réalisées par Astrium-ST. Le cordon étant plus rigide que la tôle, la déformation globale de la zone soudée a pour effet la déformation locale de la tôle près du cordon. Des éprouvettes soudées ont donc été sollicitées dans Astrée. L'éprouvette a la même géométrie que les éprouvettes pleines, le cordon est situé entre deux doigts de la tôle d'aluminium (voir figure 2.57). L'annexe A comporte également un schéma de ce type d'éprouvette.

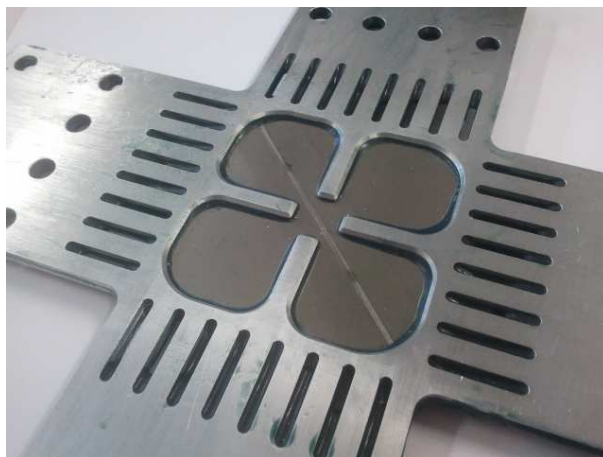


FIGURE 2.57 : Partie centrale de l'éprouvette avec cordon de soudure.

Des cartes de déformations sont présentées en figures 2.58 et 2.59. Le cordon se déforme globalement moins que le reste de la tôle de T35, mais nous n'observons pas de localisation aussi importante que prévue. Le motif de déformation globale, s'il permet d'observer l'influence du cordon (voir figure 2.58), est similaire à celui observé pour les éprouvettes sans cordon (voir figure 2.59). Les déformations mesurées dans les zones les plus déformées sont présentées en figure 2.60. Pour le même déplacement des vérins, ces déformations sont environ trois fois plus faibles que pour l'éprouvette « vierge », du fait de la redistribution des contraintes autour du cordon. Un déplacement imposé plus grand provoque le flambement de la partie centrale en T35.

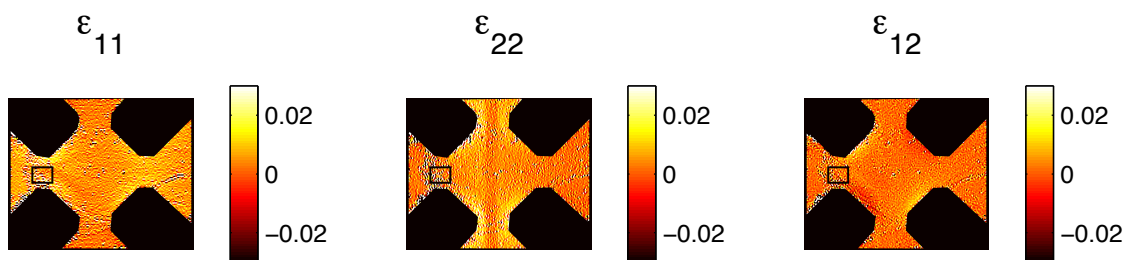


FIGURE 2.58 : Cartes des déformations - première éprouvette soudée. La zone qui se déforme moins a la largeur du cordon de soudure. La zone affectée thermiquement par le soudage laser est négligeable.

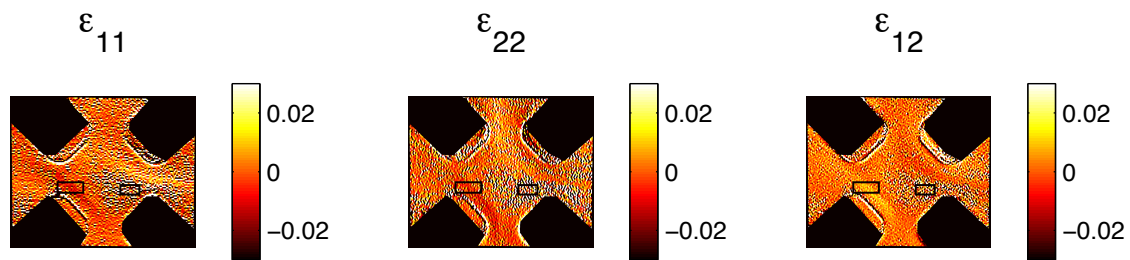


FIGURE 2.59 : Cartes des déformations - deuxième éprouvette soudée.

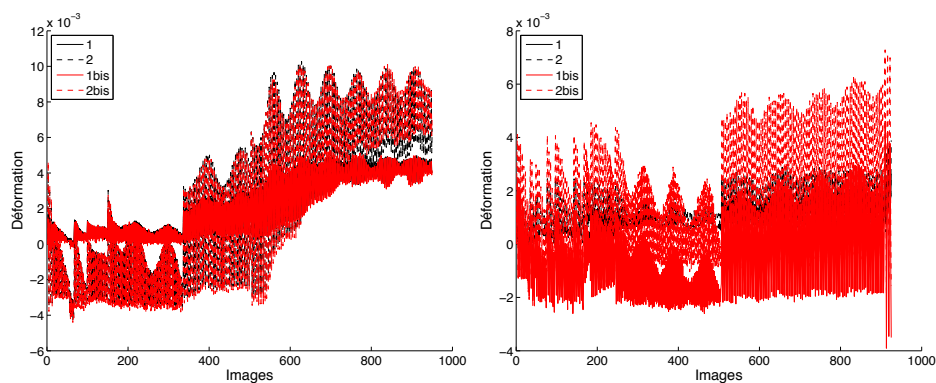


FIGURE 2.60 : Déformations locales mesurées dans les zones identifiées comme les plus déformées pour la première (gauche) et la deuxième (droite) éprouvette soudées.

### 2.6.6 Résumé des résultats - Conclusion sur les essais biaxiaux

Ces essais ont permis d'évaluer des nombres de cycles à amorçage dans diverses configurations d'essai (éprouvettes avec ou sans défaut, comportement du cordon de soudure). Le montage anti-flambement, associé à la machine ASTREE, a été le moyen de réaliser des essais biaxiaux de traction/compression dans le plan de la tôle et d'atteindre les déformations plastiques cycliques visées.

Un résumé des résultats est présenté dans le tableau 2.2. Les mêmes conditions aux limites en déplacements sont appliquées aux éprouvettes "pleines", comportant un défaut ou un cordon de soudure. Ce choix est conservatif, car les déformations maximales visées sont celles relevées dans le calcul près du cordon de soudure. L'ensemble des essais de la deuxième série, où le flambage a été maîtrisé, permet de dépasser les 100 cycles de chargement sans amorçage de fissure pour  $\varepsilon = 3\%$ , ce qui permet de répondre favorablement pour le non-amorçage de fissures dans le liner dans le cadre du projet FRESCORT. L'amplitude de déplacements a souvent été augmentée dans un deuxième temps pour permettre l'amorçage de fissures plus rapide dans le liner. Les profils de déformation obtenus ne permettent pas de faire une différence claire entre l'effet de rochet de structure et la signature d'un éventuel écrouissage cinématique. Les calculs par éléments finis initiaux ne présentent pas le même profil de déformations.

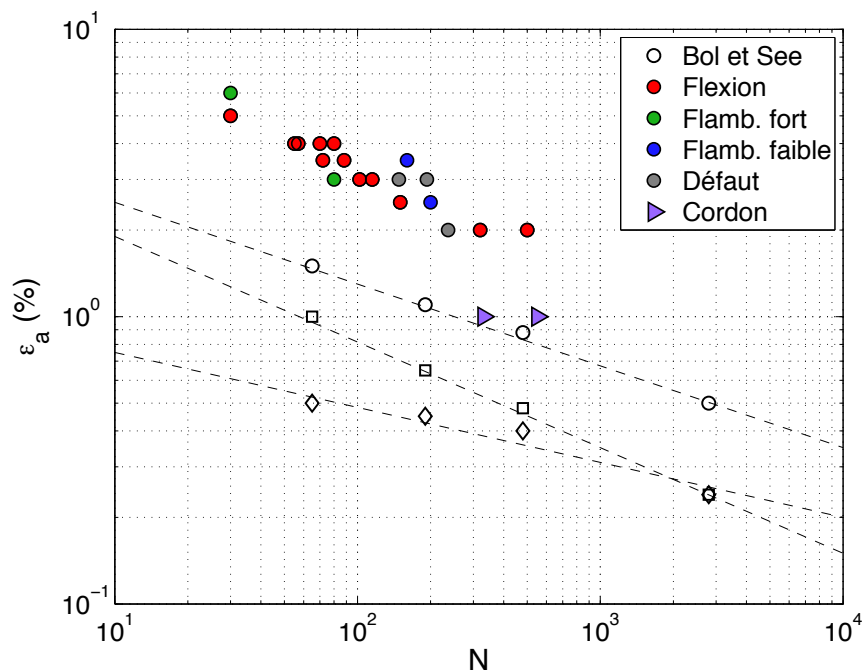
Contrairement à ce qui était attendu, les éprouvettes comportant un cordon de soudure n'ont pas permis l'amorçage de fissures, alors qu'elles auraient pu localiser les déformations autour du cordon. La répartition des contraintes dans l'éprouvette provoque un flambement assez fort qui n'a pas mené à l'amorçage dans une configuration suffisamment plane, et les essais ont été interrompus après un flambage trop important.

CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

Essai	Défaut	Cordon	Prédéf.	Déf. imp. 1	Déf. imp 2	Flambage	Fissuration
1-1	X	X	≈ 20%	30 cy×6%		Fort	Oui
1-2	X	X	≈ 20%	80 cy×3%		Fort	Oui
2-1	X	X	≈ 20%	102 cy×3,5%	30 cy×6%	Fin	Oui
2-2	a/c=1	X	≈ 15%	148 cy×3%		Faible	Oui
2-3	a/c=1	X	≈ 15%	193 cy×3%		Faible	Oui
2-4	a/c=5	X	0	176 cy×2%	40 cy×3%	Faible	Oui
2-5	X	Décentré	0	311 cy×3%		Fort	Non
2-6	X	Oui	≈ 5%	300 cy×3,5%	30 cy×7%	Fort	Non
2-7	X	Oui	≈ 5%	300 cy×2%	250 cy×3%	Fort	Non

**Tableau 2.2:** Description des cycles de chargement pour les deux séries d'essais sur les éprouvettes biaxiales. Les déformations imposées sont calculées sur la base des amplitudes de déplacements imposées et des déformations enregistrées entre les doigts pour l'essai précédent (éprouvette sans défaut, sans cordon). Dans les faits elles sont plus faibles pour les éprouvettes comportant un cordon de soudure.

La figure 2.61 récapitule ces résultats associés à ceux des essais de flexion. Les points correspondant aux éprouvettes comportant des défauts ou un cordon de soudure sont notés à titres indicatif. Il faut remarquer que les éprouvettes pleines ont subi des prédéformations (notées dans le tableau 2.2) que n'ont pas subi les éprouvettes de flexion. Malgré ces prédéformations, les éprouvettes biaxiales supportent plus de cycles que celles-ci, à niveau de déformation égal. C'est la confirmation que le résultat fourni par les éprouvettes de flexion sous-estime le nombre de cycles à amorçage.



**FIGURE 2.61 :** Positionnement des points des différents essais sur la courbe de référence [Boller et Seeger 87].

Les résultats sont néanmoins à mettre en regard des difficultés expérimentales et des limitations de cet

essai. Il est très délicat d'empêcher totalement les déplacements hors-plan de la tôle de titane, et donc les concentrations de déformations aux endroits qui se déplacent le plus. Ces conditions rendent les résultats conservatifs, car il est très difficile de déterminer des déformations extrêmement locales sur des « arêtes » de flambement, même avec une caméra à haute résolution. Il est donc probable que les déformations estimées soient légèrement sous-évaluées. Néanmoins, les résultats présentés en figure 2.61 confirment que les essais biaxiaux avec le montage anti-flambement complet étaient nécessaires pour évaluer le comportement en fatigue oligocyclique du liner, sans pour autant changer l'ordre de grandeur des résultats obtenus.

### 2.7 Conclusions - perspectives

---

Les travaux présentés dans ce chapitre visent à prédire le nombre de cycles à amorçage de fissures dans le liner sous certaines conditions de chargement particulières : traction/compression uniaxiale et biaxiale, proximité d'un cordon de soudure, défaut existant ou non.

Les essais de flexion montrent leurs limites dans le cas de la sollicitation de tôles très fines. Ils permettent d'apporter une information (*a priori* conservative) sur le nombre de cycles à amorçage du fait du comportement de la tôle près des mors. De même, les essais uniaxiaux sur les défauts préusés ne permettent qu'une sollicitation en traction cyclique, la compression étant inenvisageable par construction.

La mesure des prédéformations imposées par formage de la tôle est un exemple d'utilisation de la stéréocorrélation hors du contexte classique d'un essai. La bonne tenue du mouchetis sur la tôle garantit la faisabilité des mesures. Les très grandes déformations (jusqu'à 15% entre image de référence et image déformée) et la forme de l'objet sont des difficultés supplémentaires, qu'il convient de contourner par des ajustements particuliers plus lourds à mettre en place que pour des mesures classiques, notamment pour faire converger les calculs de corrélation en augmentant progressivement la zone d'analyse. Grâce à ces mesures, les prédéformations ont pu être utilisées comme données d'entrée des essais suivants.

Les essais biaxiaux ont été l'occasion d'imposer à la tôle de T35 les sollicitations les plus proches de celles calculées par Astrium-ST, et d'observer l'amorçage des défauts dans ces conditions. Les résultats semblent confirmer la tenue sans amorçage du T35 sous les sollicitations ciblées. Ils confirment la faisabilité d'essais de traction/compression sur tôles fines dans la machine ASTREE dans ces conditions de sollicitation. La comparaison avec les essais de flexion confirme la nécessité de procéder à des essais biaxiaux. Il faut néanmoins prendre du recul sur la validité de ces résultats en tant que borne inférieure du domaine de déformations cycliques admissibles. La résolution de la mesure locale des déformations est limitée par la celle du moyen de mesure et les conditions expérimentales, notamment le montage anti-flambement. Toutes ces remarques mises à part, la nouvelle géométrie d'essai biaxial sur tôle de très faible épaisseur a été validée.

## CHAPITRE 2. ANALYSE DE L'AMORÇAGE DE FISSURES SOUS SOLLICITATIONS UNIAXIALE ET BIAXIALE

# 3

## Analyses de la fissuration

*Les réservoirs installés sur les engins spatiaux doivent également satisfaire à une spécification dite Leak Before Burst (LBB), qui interdit l'explosion du réservoir en cas de surpression, en lui préférant la fuite du contenu du réservoir. Cette spécification impose de mieux connaître le comportement du liner, en particulier pendant la phase de propagation des fissures. Ce chapitre propose des méthodes d'identification de lois de propagation des fissures dans un matériau essentiellement élastique basées sur la corrélation d'images 2D, et des perspectives d'extension de ces méthodes à des cas 3D surfaciques et des cas où la plasticité se généralise.*

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Avant-propos</b>	<b>86</b>
<b>3.2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>86</b>
<b>3.3</b>	<b>Méthodes de dépouillement</b>	<b>87</b>
3.3.1	Lois analytiques en $K(a)$	88
3.3.2	Post-traitement de champs de déplacements mesurés	88
3.3.3	Corrélation d'images intégrée en présence d'une fissure	90
3.3.4	Propriétés additionnelles des champs de Williams	91
3.3.5	Comparaison des deux techniques : cas-test	92
<b>3.4</b>	<b>Résultats des essais de fissuration</b>	<b>94</b>
3.4.1	Essai dans le domaine élastique	94
3.4.1.1	Evaluation du facteur d'intensité des contraintes	94
3.4.1.2	Evaluation de la contrainte $T$	95
3.4.1.3	Taille et forme de la zone plastique	97
3.4.1.4	Contribution des ordres de la série de Williams	97
3.4.2	Essai dans le domaine plastique : perspectives	99
<b>3.5</b>	<b>Identification d'une loi de propagation</b>	<b>100</b>
3.5.1	Première approche de post-traitement	100
3.5.1.1	Procédure d'identification	100
3.5.1.2	Limitations	102

3.5.2	Seconde approche . . . . .	103
3.5.2.1	Procédure d'identification . . . . .	103
3.5.2.2	Résultats . . . . .	104
<b>3.6</b>	<b>Un cas pratique : propagation à partir d'un défaut . . . . .</b>	<b>108</b>
<b>3.7</b>	<b>Essais suivis par stéréocorrélation . . . . .</b>	<b>109</b>
3.7.1	Essai mono/stéréo . . . . .	109
3.7.1.1	Surface initiale . . . . .	110
3.7.1.2	Champs de déplacement . . . . .	111
3.7.2	Essai sur acier inoxydable 316L . . . . .	114
<b>3.8</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>116</b>

---

### 3.1 Avant-propos

---

Depuis les débuts de l'utilisation de la corrélation d'images pour l'observation de phénomènes de fissuration [McNeill *et al.* 87], de nombreux auteurs ont exploité cette technique à des fins de mesure. Elle permet notamment d'utiliser comme référence de nombreux travaux sur la photoélasticité [Etheridge *et Dally* 78, Sanford 80] sans nécessiter de propriétés particulières pour les matériaux étudiés.

Les chargements monotones ont été les premiers étudiés [Han *et al.* 94, Yoneyama *et al.* 06]. Han *et al.*[94] étudient des tôles minces d'alliage d'aluminium et d'acier en comparant les résultats de mesure à des simulations par éléments finis. Yoneyama *et al.* [06] étendent ces méthodes d'évaluation des facteurs d'intensité des contraintes à des sollicitations en mode mixte.

La propagation des fissures, rendue abordable par ces avancées, est largement traitée (notamment par [Amstutz *et al.* 95, Abanto-Bueno *et Lambros* 02, Du *et al.* 11]). Ces études vont de la propagation stable et aisément maîtrisée [Amstutz *et al.* 95] au suivi de propagation instable par imagerie rapide (par [Kirugulige *et Tippur* 09] par exemple). La pointe de la fissure est le plus souvent repérée manuellement sur l'image par l'utilisateur, comme dans ce dernier exemple. Les auteurs qui extraient de ces calculs de corrélation un facteur d'intensité des contraintes le font soit par l'intermédiaire de l'ouverture de la fissure [Amstutz *et al.* 95], soit comme Abanto-Bueno *et al.* [02] par projection du champ mesuré sur un champ analytique témoin issu de la mécanique de la rupture. Le champ le plus couramment utilisé est celui proposé par [Williams 57]. Cette approche a pour intérêt d'utiliser une plus grande partie du résultat de mesure, quand l'ouverture de la fissure n'est en général calculée qu'à partir des déplacements de deux points du champ mesuré. La pointe de fissure est toutefois sélectionnée visuellement. [Yoneyama *et al.* 06] en particulier considèrent les coordonnées de la pointe comme des inconnues du problème de minimisation, au même titre que les amplitudes des champs de Williams.

D'une manière plus générale, la corrélation d'images est aussi un outil très utile pour observer la multifissuration d'échantillons [El Bartali *et al.* 08, Nguyen *et al.* 11, Rupil *et al.* 11]. La quantification de facteurs d'intensité est délicate dans ce cas, essentiellement à cause de la résolution parfois insuffisante des résultats de mesure et de l'influence mutuelle des fissures les unes sur les autres si elles sont proches de la coalescence (obscurcissement). Les travaux de [Rupil *et al.* 11] illustrent toutefois une voie possible d'identification des phénomènes de multifissuration par l'intermédiaire de champs test numériques adaptés.

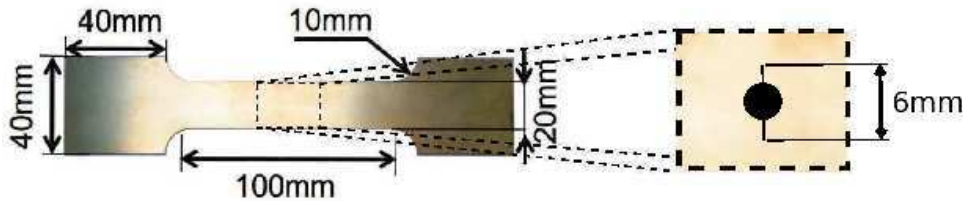
### 3.2 Dispositif expérimental

---

Les dispositifs optiques utilisés pour les essais de fissuration sont très similaires à ceux utilisés pour les essais de comportement. La différence majeure est la valeur du grandissement utilisé, généralement plus grand (proche de 1) pour observer des effets locaux et des fissures généralement longues de quelques



millimètres. Cette caractéristique rend la mesure plus sensible aux déplacements hors-plan, puisque la profondeur de champ est réduite. Il est donc d'autant plus important de maîtriser la planéité du chargement imposé. Les montages utilisés sont généralement en monovision, à de rares exceptions où des montages de stéréo-corrélation ont été jugés nécessaires [Helm et al. 03].



**FIGURE 3.1 :** Dimensions et détail local de l'éprouvette CCT. Les résultats de la référence [Tada et al. 73] proposent généralement des solutions en  $K(a)$  pour des fissures parfaitement centrées dans l'éprouvette.

Dans le cadre de cette thèse, des éprouvettes CCT (*Center-Crack Tension* specimen, voir figure 3.1) découpées dans la tôle de T35 ont été utilisées. Elles sont supposées planes pendant le chargement (cette hypothèse sera discutée dans la partie 3.7.1). Pour ces éprouvettes, il existe de nombreuses expressions littérales pour calculer le facteur d'intensité en fonction de l'effort appliqué. Nous utiliserons celle de [Tada et al. 73]

$$K = \frac{F\sqrt{\pi a}}{2bW} \left[ 1 - 0.025 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 0.06 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right] \sqrt{\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi a}{2W}\right)}} \quad (3.1)$$

où  $F$  est l'effort appliqué,  $b$  l'épaisseur de l'éprouvette,  $W$  sa largeur, et  $a$  la demi-longueur de la fissure (par exemple identifiée par corrélation). Cette estimation suppose la fissure parfaitement rectiligne et le matériau élastique. La propagation des fissures est supposée symétrique. L'effort à appliquer est déterminé en fonction du facteur d'intensité recherché (généralement pris entre 5 et 15  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ). Le but de ces essais étant l'identification de lois de propagation cycliques dans le T35, il est utile de connaître l'amplitude de facteur d'intensité des contraintes appliquée pendant un cycle. Dans cette optique, nous procédons à une prise d'images régulière en bas et en haut d'un cycle de chargement (voir figure 3.2).

Les particularités de ces essais sont essentiellement la finesse de l'éprouvette, qui force à imposer un rapport de charge positif, et la ductilité du matériau, *a priori* peu compatible avec l'hypothèse d'élasticité à contrainte élevée. Leur combinaison peut entraîner des effets de non-linéarité à la fin de la propagation, dus à la plasticité et aux éventuels mouvements hors-plan de la tôle.

### 3.3 Méthodes de dépouillement

L'objectif de ces essais est l'obtention de paramètres de lois de propagation de fissure dans le matériau étudié. Nous nous proposons de comparer les résultats obtenus par des approches classiques à ceux issus des mesures de champs. Plusieurs méthodes basées sur la corrélation d'images sont présentées et comparées. Les cas traités sont essentiellement limités à la plasticité confinée au voisinage très proche de la fissure. La détermination de la zone plastique sera également abordée par la suite.

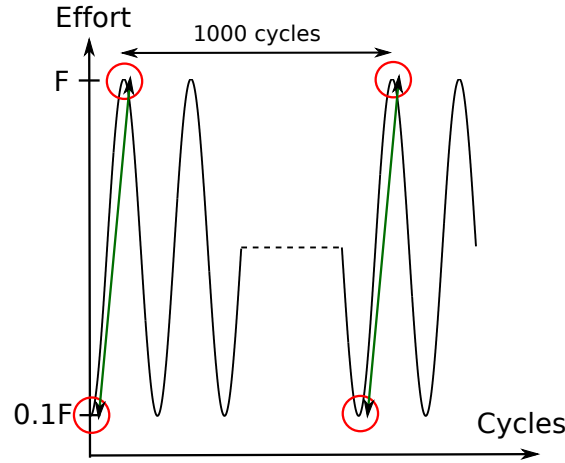


FIGURE 3.2 : Schéma des prises d'images pendant le chargement cyclique. Des images sont prises en haut et en bas d'un cycle tous les 1000 cycles.

### 3.3.1 Lois analytiques en $K(a)$

Les lois de propagation de fissures classiques, du type  $\frac{da}{dN} = \Phi(\Delta K)$ , sont établies à partir d'expressions analytiques de  $\Delta K$  reposant sur l'évaluation de la longueur de fissure  $a$ . Ces expressions sont bien connues dans la littérature, en particulier pour les éprouvettes-type (*Center-Cracked*, *Center-Cracked Tension*, *Single-Edge Notched Beam*...). Elles font le plus souvent l'hypothèse de l'élasticité totale du matériau.

Les méthodes classiques de détermination de la longueur de fissure  $a$ , basées sur la mesure de la différence de potentiel aux bornes de l'éprouvette ou sur la méthode de la complaisance, sont normalisées [ASTM 08]. Certaines méthodes optiques sont également couramment utilisées [Beever 80]. Elles présentent néanmoins toutes des faiblesses pour traiter les cas de fermeture de fissure. Les méthodes basées sur les mesures de champs de déplacement présentent l'avantage d'être insensibles au signe du chargement en point de fissure et au mode de fissuration.

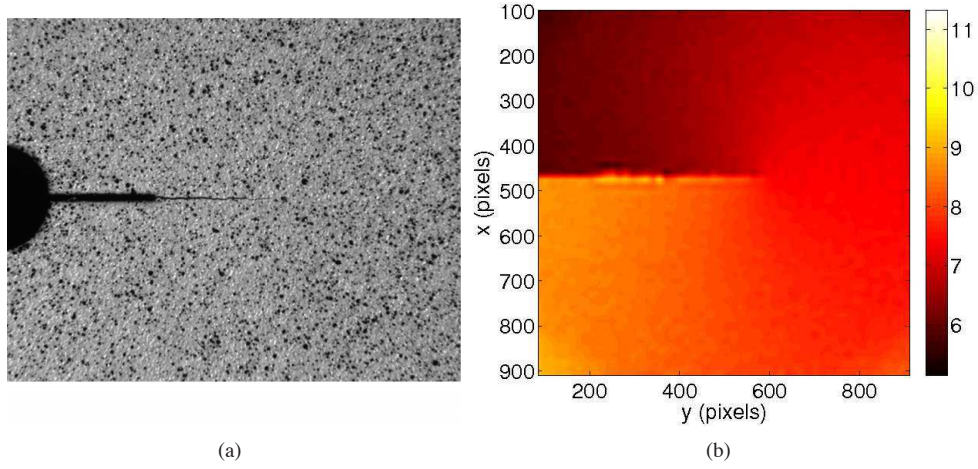
### 3.3.2 Post-traitement de champs de déplacements mesurés

La première procédure utilisant des résultats de corrélation d'images consiste à utiliser les propriétés naturelles du champ de déplacement que l'on souhaite mesurer. Le calcul via Correli-Q4 (ou Correli-T3) fournit un champ de déplacement continu au voisinage de la pointe de fissure (voir figure 3.3), exprimé sur une base éléments finis (voir chapitre 1). Ce champ est une manifestation visible du comportement mécanique de ce voisinage. Williams [Williams 57] décrit les champs de contraintes et de déplacements (voir équations (3.2), (3.3) et (3.4)) au voisinage d'une pointe de fissure dans le cas où la plasticité est confinée au très proche voisinage de la pointe

$$\mathbf{u}(z) = \sum_n [\omega_n \Omega_n(z) + \nu_n \Upsilon_n(z)] \quad (3.2)$$

avec dans le cas du mode I

$$\begin{aligned} \Omega_n(z) = & \frac{(-1)^{(1-n)/2}}{2\mu\sqrt{2\pi}} r^{n/2} \left[ \kappa \exp\left(\frac{i n \theta}{2}\right) - \frac{n}{2} \exp\left(\frac{i(4-n)\theta}{2}\right) \right. \\ & \left. + \left( (-1)^n + \frac{n}{2} \right) \exp\left(-\frac{i n \theta}{2}\right) \right] \quad (3.3) \end{aligned}$$



**FIGURE 3.3 :** (a) Texture apparente pendant la propagation d'une fissure. (b) Champ de déplacement selon  $x$  (en pixels), mesuré par Correli-Q4. La taille physique du pixel est de  $6,7 \mu\text{m}$ .

et dans le cas du mode II

$$\begin{aligned} \Upsilon_n(z) = & \frac{i(-1)^{(1-n)/2}}{2\mu\sqrt{2\pi}} r^{n/2} \left[ \kappa \exp\left(\frac{in\theta}{2}\right) + \frac{n}{2} \exp\left(\frac{i(4-n)\theta}{2}\right) \right. \\ & \left. + \left( (-1)^n - \frac{n}{2} \right) \exp\left(-\frac{in\theta}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

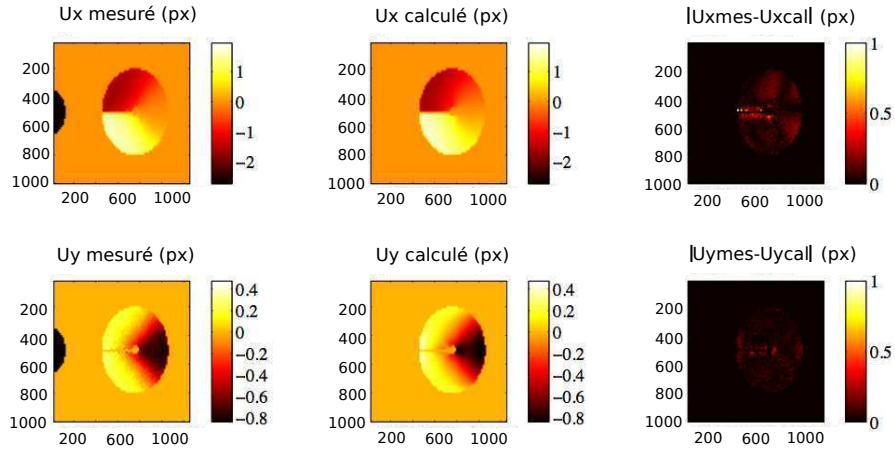
avec  $z(r, \theta)$  la position dans le repère en fonction de la distance à la pointe  $r$  et de l'angle par rapport à la fissure  $\theta$ ,  $\mu$  le coefficient de Lamé, et  $\kappa$  un paramètre sans dimensions dépendant du coefficient de Poisson  $\nu$  (i.e.  $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  en contraintes planes, ou  $3 - 4\nu$  en déformations planes).

Ces champs étant utilisables uniquement dans un cas où la plasticité est réduite, il est nécessaire d'analyser uniquement la zone de "K-dominance", c'est-à-dire la zone où le champ d'ordre  $n = 1$  est celui qui domine les autres ordres de la série de Williams. Pour cela, un masque est utilisé. On masque généralement un disque autour de la pointe de fissure supposée et les bords de la fissure, pour exclure de l'analyse les zones présentant le plus de plasticité potentielle. On peut également définir un rayon  $r_{max}$  au-delà duquel on ne procède pas à l'analyse, si les effets de bord sont trop forts. Il est possible de vérifier *a posteriori* que la zone analysée est une zone de K-dominance (voir partie 3.4.1.4). Ce masque permet de ne faire l'hypothèse d'élasticité que sur la zone observée.

L'ordre  $n = 0$  de ces champs correspond aux translations de solide rigide de l'objet observé. Les ordres généralement dominants sont pilotés par des variables caractéristiques de l'état mécanique de la fissure ( $K_I$  et  $K_{II}$  pour  $n = 1$ , contrainte  $T$  et rotation de corps rigide pour  $n = 2...$ ). Connaissant les dimensions de l'échantillon observé, Il est donc possible de décomposer le champ de déplacement mesuré sur cette base afin d'en extraire ces variables d'intérêt [Hamam et al. 07]. En supposant connue la position de la pointe de la fissure, une comparaison au sens des moindres carrés du champ mesuré avec cette base de champs solutions permet d'obtenir directement ces préfacteurs  $\omega_i$  et  $\nu_i$ . Cette approche permet également de localiser précisément la pointe de la fissure selon son axe principal (voir partie 3.3.4).

La figure 3.4 présente la comparaison d'un champ extrait avec un champ mesuré. Si les hypothèses de départ (essentiellement l'élasticité dans la zone d'observation) sont valables, le résidu aux moindres carrés

est de l'ordre de grandeur du bruit de mesure, soit quelques centièmes de pixel.



**FIGURE 3.4 :** Champs de déplacement vertical (gauche) et horizontal (milieu), mesuré et calculé, pour l'image 50. Le résidu d'identification est présenté à droite. Les zones au résidu le plus apparent sont celles où le déplacement est le plus éloigné de sa représentation parfaitement élastique, et donc où se produisent des effets non-linéaires (plasticité, mouvements hors-plan possibles). Les paramètres du masque, qui imposent la forme de la zone analysée, sont choisis comme indiqué en partie 3.4.1.

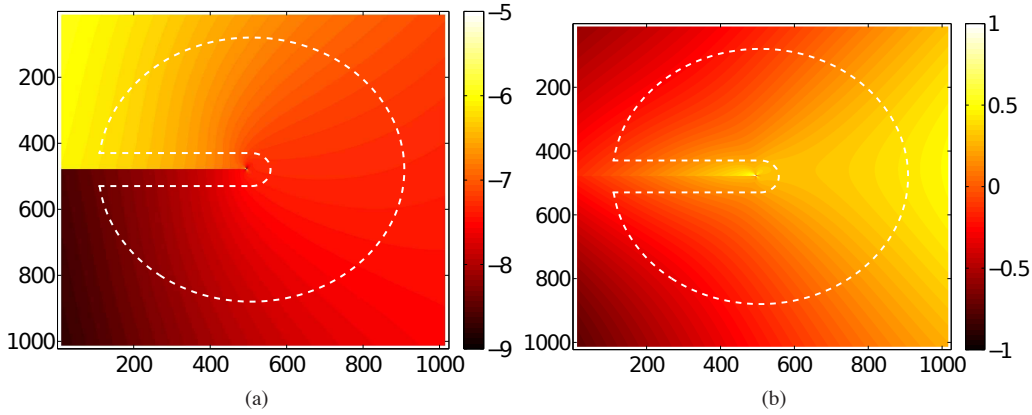
Cette approche présente pour intérêt d'être très rapide à exécuter, puisque ne nécessitant que des calculs aux moindres carrés pour extraire les quantités d'intérêt recherchées. Néanmoins, elle nécessite deux étapes (mesure du champ de déplacement puis extraction des quantités d'intérêt), ce qui introduit une incertitude dans l'estimation de ces quantités. C'est la raison pour laquelle une procédure de corrélation intégrée a été proposée pour traiter ces problèmes de fissuration.

### 3.3.3 Corrélation d'images intégrée en présence d'une fissure

Plutôt que d'utiliser une base générique quel que soit le cas traité, comme une base éléments finis dans le cas de Correli-Q4 ou Correli-T3, la corrélation d'images intégrée a pour principe la recherche d'une base de déplacements adaptée, afin de minimiser les erreurs dues au bruit de mesure et de reprojection. Pour le cas des fissures, la mesure du champ de déplacement est faite directement sur la base pertinente de Williams (voir équation (3.2)), plutôt que sur une base éléments finis [Roux et Hild 06]. On peut écrire l'équation (1.8) sous la forme

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_n w_n \psi_n(\mathbf{x}) \quad (3.5)$$

où  $\psi_n(\mathbf{x})$  sont les fonctions de Williams  $\Omega_n$  et  $\Upsilon_n$  définies respectivement dans les équations (3.3) et (3.4). Alors que pour un calcul avec Correli-Q4 ou Correli-T3 les degrés de liberté du problème sont les déplacements des nœuds du maillage, pour ce cas particulier les degrés de liberté (*i.e.*  $w_n$  et  $v_n$ ) sont les amplitudes de ces champs de Williams. Les quantités d'intérêt recherchées sont donc des sorties immédiates du code de corrélation. Un champ de déplacement est présenté en figure 3.5. Comme dans toute opération de corrélation d'images globale, l'estimation de la qualité du résultat est faite grâce au résidu en niveaux de gris  $\eta$  (cf. équation (1.2)).



**FIGURE 3.5 :** Champs de déplacement vertical et horizontal issus la corrélation intégrée, sur la zone d'analyse en pointillés.

Cette approche permet d'éviter les deux étapes précédentes, et donc d'introduire le bruit de mesure du résultat Correli-Q4 dans l'extraction des quantités d'intérêt. L'inconvénient majeur de cette méthode pour le cas des fissures est le temps de calcul. En effet, si l'on recherche la position de la pointe, il est nécessaire de réitérer l'opération de corrélation d'images plusieurs fois pour chaque image, puisque la base de mesure change. Il est donc possible de voir les temps de calcul tout compris multipliés par un facteur généralement compris entre 3 et 5, ces calculs étant par nature itératifs.

### 3.3.4 Propriétés additionnelles des champs de Williams

Outre la possibilité d'estimer les facteurs d'intensité des contraintes, la propriété la plus utile des champs de Williams est la possibilité de déduire du champ de déplacement la position de la pointe de la fissure. En effet, l'existence d'un préfacteur  $\omega_{-1}$  (voir équation (3.3)) non nul est le signe d'une mauvaise estimation de la position de la pointe [Hamam et al. 07]. Réduire  $\omega_{-1}$  en la décalant selon l'axe principal de la fissure revient donc à améliorer cette estimation. Ceci peut être montré en écrivant la décomposition des déplacements pour un petit décalage  $d$  de la pointe. Pour un cas de mode I, l'équation (3.2) s'écrit alors

$$\mathbf{u}(z) = \sum_n \tilde{\omega}_n \Omega_n(z+d) \quad (3.6)$$

D'autre part, on peut montrer que les dérivées des champs de Williams par rapport à l'axe de la fissure appartiennent eux-même à la série de Williams [Roux et al. 09]

$$-\frac{\partial \phi_n}{\partial x} = \frac{n}{2} \phi_{n-2} \quad (3.7)$$

pour  $j = I$  ou  $II$ , c'est-à-dire pour les modes I ou II. Grâce à cette équation, un développement limité de l'équation (3.6) peut s'écrire

$$\omega_n = \tilde{\omega}_n - \frac{n+2}{2} \tilde{\omega}_{n+2}d \quad (3.8)$$

avec  $\tilde{\omega}_n$  l'amplitude du champ d'ordre  $n$  estimée en  $z+d$ . Pour l'ordre  $n = -1$  il vient

$$\omega_{-1} = \tilde{\omega}_{-1} - \frac{\tilde{\omega}_1 d}{2} \quad (3.9)$$

Annuler  $\omega_{-1}$  revient alors à écrire

$$d = \frac{2\tilde{\omega}_{-1}}{\tilde{\omega}_1} \quad (3.10)$$

Cette équation est donc utilisée pour déterminer la position de la pointe à partir des amplitudes  $\tilde{\omega}_n$  extraites des champs de déplacements mesurés. Ce critère est utilisable en mode II de la même manière qu'en mode I.

De manière plus générale, tous les champs super-singuliers (plus singuliers que l'ordre  $n = 0$ , soit  $n < 0$ ) rendent compte de phénomènes locaux, cantonnés au voisinage très proche de la pointe. En particulier, une fois le terme d'ordre  $n = -1$  annulé, il est possible d'interpréter le second champ super-singulier d'ordre impair ( $n = 3$ ) comme représentatif de l'état de plasticité local de la fissure, et plus particulièrement de la taille de la zone de process [Roux et al. 09]. En particulier, le terme  $R_p$  (cf équation (3.11)), homogène à une longueur, peut être comparé à la taille de la zone plastique

$$R_p \propto \sqrt{-8 \frac{\omega_{-3}}{\omega_1}} \quad (3.11)$$

Cette comparaison est effectuée à la partie 3.4.1.3. A l'inverse, les champs sub-singuliers ( $n > 2$ ) permettent la prise en compte d'effets de bord de l'échantillon observé. Comme les champs super-singuliers, ils sont nuls dans le cas idéal d'un milieu semi-infini parfaitement élastique. Généralement, les ordres de la série de Williams considérés pour l'analyse sont compris entre -3 et 5 ou 8, ce qui suffit à décrire fidèlement le déplacement de la zone observée sans multiplier inopportunistement les degrés de liberté.

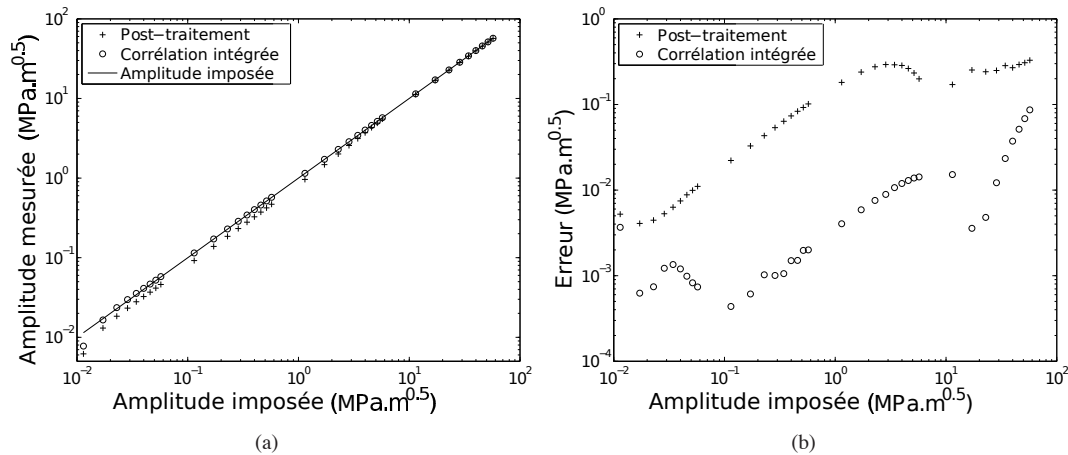
### 3.3.5 Comparaison des deux techniques : cas-test

Afin d'évaluer les performances *a priori* du post-traitement de champs mesurés et de la corrélation intégrée, un cas-test a été élaboré. Une image est déformée artificiellement d'un champ de mode I pur, d'amplitudes de déplacement variables (*i.e.* de  $3 \times 10^{-3}$  à 16 pixels) correspondant à un facteur d'intensité des contraintes variant entre 0.01 et 55  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  pour le matériau étudié. Les deux techniques sont appliquées à ces séries d'images, avec les mêmes paramètres de masque (rayon intérieur et bord de fissure de 10 pixels, rayon extérieur de 400 pixels).

Les résultats sont présentés en figure 3.6. Les valeurs de facteurs d'intensité des contraintes extraites sont généralement conformes à la valeur imposée (voir figure 3.6(a)). La corrélation intégrée atteint des résultats meilleurs pour l'ensemble des valeurs testées, et montre en particulier une résolution plus fine, puisque mesurant convenablement des facteurs d'intensité des contraintes petits. L'erreur relative au facteur prescrit est présentée en figure 3.6(b). Pour un facteur d'intensité des contraintes plus grand que 0.05  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , l'erreur est inférieure à  $8 \times 10^{-4}$   $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  pour la corrélation intégrée. Pour le post-traitement de résultats donnés par Correli-Q4, les facteurs d'intensité sont convenablement extraits pour des valeurs supérieures à 1  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , avec une erreur inférieure à 0.1  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ . L'incertitude de mesure introduite dans l'analyse par la reprojexion explique cette résolution plus grossière.

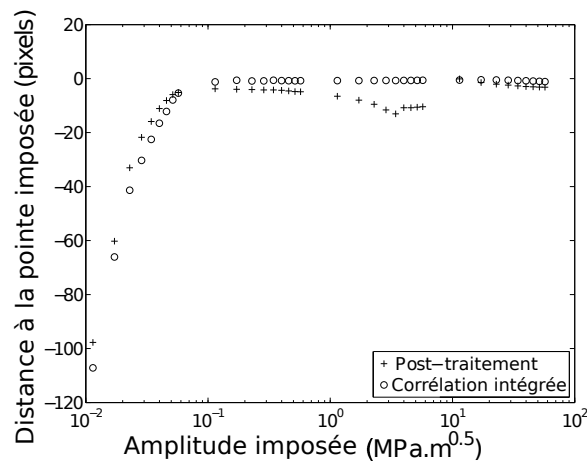
La position de la pointe identifiée par les deux méthodes est également un critère de qualité important. Pour les deux méthodes, le seuil de convergence est fixé à 0,5 pixel, ce qui signifie que l'algorithme est arrêté dès que la distance  $d$  (voir équation (3.10)) est inférieure à ce seuil. Pour les facteurs d'intensité supérieurs à 0.1  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , les deux techniques fournissent des résultats satisfaisants (voir figure 3.7). La corrélation intégrée fournit une estimation quasi constante de la position de la pointe : erreur moyenne de 0.74 pixel, écart-type de 0.17 (inférieur à  $d$ ). Le post-traitement est moins performant : erreur moyenne de

### 3.3. MÉTHODES DE DÉPOUILLEMENT



**FIGURE 3.6 :** (a) Coefficient d'ordre  $n = 1$  ( $K_I$ ) mesuré par les deux techniques, par rapport au coefficient imposé aux images déformées dans l'analyse *a priori*. (b) Erreur entre les valeurs de  $K_I$  imposées et mesurées pour les deux techniques. L'erreur pour la corrélation intégrée reste faible à partir de valeurs de l'ordre de  $0,05 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , alors que le post-traitement de résultats de Correli-Q4 est fiable à partir de  $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

5.5 pixels, écart-type de 3.5 pixels. Ce point est crucial car une bonne connaissance de la position de la pointe est nécessaire pour l'identification de la loi de propagation.



**FIGURE 3.7 :** Distance de la pointe identifiée à celle utilisée pour construire l'image déformée, pour les deux techniques (en pixels). Les positions identifiées ne sont pas fiables pour les valeurs de  $K_I$  inférieures à  $0,05 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  pour la corrélation intégrée avec les paramètres du masque utilisés (rayon intérieur : 10 pixels, rayon extérieur : 400 pixels). Le post-traitement fournit des résultats moins aisément exploitables.

Cette analyse *a priori* permet d'évaluer les niveaux de performances des deux techniques. La corrélation intégrée obtient de meilleurs résultats que la méthode de post-traitement de résultats Correli-Q4, en particulier pour des facteurs d'intensité faibles. Ces résultats sont nécessaires à la bonne compréhension des résultats expérimentaux présentés en partie 3.4.



## 3.4 Résultats des essais de fissuration

---

### 3.4.1 Essai dans le domaine élastique

Le but de cette étude est de déterminer les paramètres d'une loi de propagation de fissure pour les tôles de T35. Une éprouvette CCT (cf. figure 3.1) est soumise à un chargement cyclique (décrit en figure 3.2) qui produit la propagation supposée symétrique de la fissure centrale de l'éprouvette. La géométrie de l'éprouvette ne permettant pas des rapports de charge négatifs, un rapport  $R = 0.1$  est choisi. Des images sont prises régulièrement à charges minimale et maximale, afin d'être en mesure d'estimer la différence de facteurs d'intensité des contraintes  $\Delta K_I$ . L'éprouvette est observée par une seule caméra (définition :  $1022 \times 1024$  pixels, 12 bits) et chargée à 10Hz. La charge maximale correspond à environ la moitié de la limite d'élasticité du matériau pour l'éprouvette saine. La propagation est observée d'un côté de l'éprouvette (le montage utilisé est le même que celui présenté en figure 1.19). La rupture de l'éprouvette a lieu autour de 120 000 cycles, la propagation est observable durant les 60 000 derniers cycles.

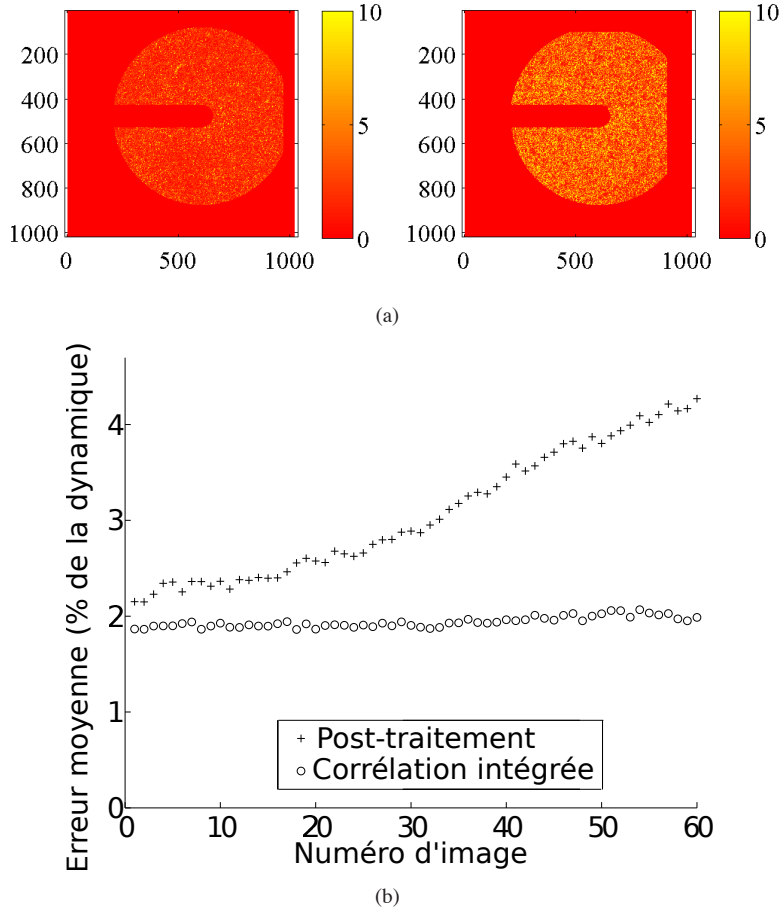
La figure 3.5 présente les champs de déplacement entre la charge minimale et la charge maximale après 60 000 cycles pour la corrélation intégrée. Quelle que soit la méthode utilisée, l'analyse est lancée sur la zone non masquée de l'image considérée. Le masque, centré sur la pointe de fissure supposée, a trois principaux paramètres : rayon extérieur, rayon intérieur, largeur du masque autour de la fissure. Si suffisamment d'ordres subsinguliers sont utilisés, le rayon extérieur n'a pas une influence majeure, à condition d'être suffisamment grand pour englober la zone de K-dominance, sur laquelle la mesure d'un facteur d'intensité des contraintes est plausible [Han et al. 94, Hamam et al. 07]. Il est possible de vérifier *a posteriori* la validité de cette hypothèse, comme montré en partie 3.4.1.4. Le rayon intérieur et le rectangle masquant la fissure doivent respecter une taille minimale pour masquer les effets non-linéaires sur le trajet de la fissure qui pourraient perturber l'analyse. Toutefois, des valeurs trop grandes peuvent empêcher une bonne détermination des champs supersinguliers et donc de la pointe de la fissure (voir partie 3.3.4).

Les cartes de résidus sont présentées en figure 3.8(a). Ils sont faibles pour les deux méthodes, c'est-à-dire de l'ordre de 2% de la dynamique de niveaux de gris pour la corrélation intégrée, et 4 % pour le post-traitement de résultats Correli-Q4 (voir figure 3.8(b)). Cette dernière valeur est obtenue en faisant la différence entre image de référence et image déformée corrigée des champs identifiés par post-traitement de résultats Correli-Q4. Ces valeurs faibles indiquent que l'analyse a fonctionné et que les valeurs des déplacements mesurés sont fiables. Le fait que l'erreur soit stable pour la corrélation intégrée montre que la base de champs proposée convient pour la très grande majorité des images.

#### 3.4.1.1 Evaluation du facteur d'intensité des contraintes

La détermination des amplitudes  $\omega_n$  et  $\nu_n$  pour les images considérées permet de tracer l'évolution des amplitudes des facteurs d'intensité des contraintes  $\Delta K$  en fonction de l'avancée de la fissure  $\Delta a$  (voir figure 3.9(a)), de même que  $\Delta a$  en fonction du numéro d'image (voir figure 3.9(b)). La détermination fine de l'évolution de la position de la pointe, en particulier pour la corrélation intégrée, permet d'envisager la détermination d'une loi de fissuration basée sur la vitesse de fissuration (voir partie 3.5).

En supposant une propagation de fissure symétrique dans l'éprouvette, ces estimations peuvent être comparées à des valeurs d'une loi analytique de la littérature [Tada et al. 73] (équation (3.1)). On observe figure 3.9(b) un bon accord entre les deux descriptions, à l'exception de la fin de la propagation où de grandes déformations commencent à apparaître, et l'éprouvette fine peut se déformer dans la direction hors-plan. La différence en  $\Delta K$  au début de la propagation peut s'expliquer par un défaut de symétrie du chargement.



**FIGURE 3.8 :** (a) Résidus en niveaux de gris  $|f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))|$  exprimés en pourcentage de la dynamique de niveaux de gris pour la corrélation intégrée (gauche) et pour le post-traitement de résultats Correli-Q4 (droite). Le champ  $\mathbf{u}$  est obtenu pour chaque technique en multipliant les champs de référence (3.3) and (3.4) par les amplitudes mesurées  $\omega_n$  et  $\nu_n$ . L'image déformée est ensuite corrigée de ce champ mesuré et comparée à l'image de référence pour chaque technique. (b) Résidus moyens en niveaux de gris exprimés en pourcentage de la dynamique de niveaux de gris pour les deux techniques. L'augmentation de l'amplitude mesurée fait augmenter les résidus pour le post-traitement de résultats Correli-Q4 mais pas pour la corrélation intégrée.

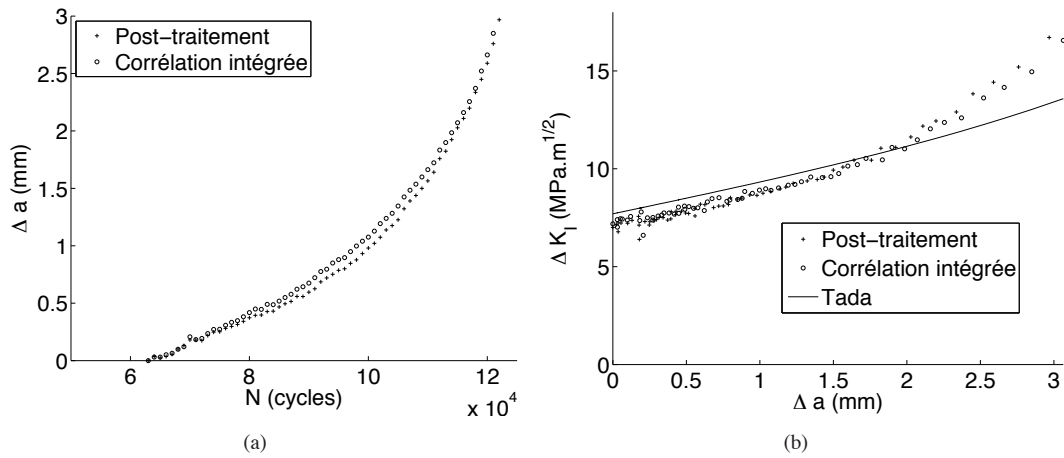
### 3.4.1.2 Evaluation de la contrainte $T$

La composante de contrainte  $T$ , qui est le terme non-singulier de la série de Williams, est une autre contribution mesurable par le post-traitement de résultats Correli-Q4 ou la corrélation intégrée, car elle est directement liée au terme  $\omega_2$ . Son estimation peut être comparée par exemple à celle proposée par Sherry et al. [Sherry et al. 95] pour les éprouvettes CCT

$$\frac{T}{\sigma_\infty} = -0.007 + 0.283 \frac{a}{W} - 3.268 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 6.622 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.995 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (3.12)$$

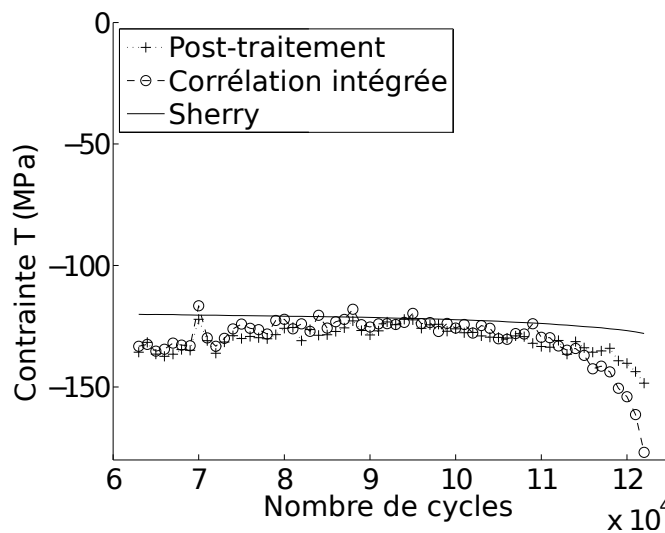
avec

$$\sigma_\infty = \frac{F}{bW} \quad (3.13)$$



**FIGURE 3.9 :** (a)  $\Delta a$  mesuré (en mm) en fonction du nombre de cycles pour chaque méthode. (b)  $\Delta K$  mesuré en fonction de la longueur de fissure  $\Delta a$  pour chaque méthode comparé au résultat analytique pour les éprouvettes CCT [Tada et al. 73] et courbes interpolées suivant l'équation (3.19).

où  $\sigma_\infty$  est la contrainte globale appliquée à l'éprouvette, et  $a$  la longueur de la fissure identifiée par corrélation. La figure 3.10 montre un très bon accord entre cette prévision et les mesures. La propagation se déroule essentiellement avec une contrainte  $T$  de l'ordre de  $-120$  MPa, soit l'opposé de la contrainte globale appliquée sur l'éprouvette. A la fin de l'essai, les grandes déformations de l'éprouvette entraînent une augmentation (en valeur absolue) de l'intensité de la contrainte  $T$ .



**FIGURE 3.10 :** Estimation de la contrainte  $T$  en fonction du nombre de cycles pour les deux techniques et pour l'estimation de [Sherry et al. 95].

### 3.4.1.3 Taille et forme de la zone plastique

Le calcul du champ de contraintes associé au champ de déplacements mesuré (voir équation (3.5)) permet d'estimer la forme de la zone plastique, où la contrainte équivalente de Von Mises est supérieure à un seuil de contrainte prédéfini. Dans des conditions de fatigue, cette limite peut être fixée au double de la contrainte d'écoulement [Rice 67]. Cette estimation du champ de contraintes ne tient toutefois pas compte de la redistribution des contraintes en pointe de fissure provoquée par la plasticité, et est donc proposée *a minima*. Certains auteurs proposent de multiplier la taille de la zone plastique par 2 [Kanninen et Popelar 85].

L'influence des contributions de  $K_I$ , la contrainte  $T$  et des autres champs identifiés est analysée en figure 3.11(a). On peut noter une augmentation significative de la taille de la zone plastique en ajoutant la contrainte  $T$  au calcul. Néanmoins, c'est le champ d'ordre  $n = -3$  qui donne la forme générale à la zone plastique. Sans cette contribution, la forme reste très similaire à celle donnée par le couple  $\{K_I + \text{contrainte } T\}$ .

Le cadre de la plasticité confinée permet de proposer une estimation simple de la taille de la process zone, fonction de la contrainte d'écoulement  $\sigma_y$  du matériau étudié [Rice 67] :

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{(1-R)K_I}{2\sigma_y} \right)^2 \quad (3.14)$$

où  $r_p$  est le rayon de la zone plastique. Par ailleurs, les champs identifiés peuvent aussi donner une indication sur la taille de la zone plastique [Roux et al. 09]. Alors que le premier champ supersingulier de mode I donne une indication sur la position de la pointe selon la direction de propagation de la fissure, le second (*i.e.*  $n = -3$ ) fournit une contribution qui peut être interprétée en termes de taille de process zone, via un terme  $R_p$  homogène à une longueur (cf. équation (3.11))

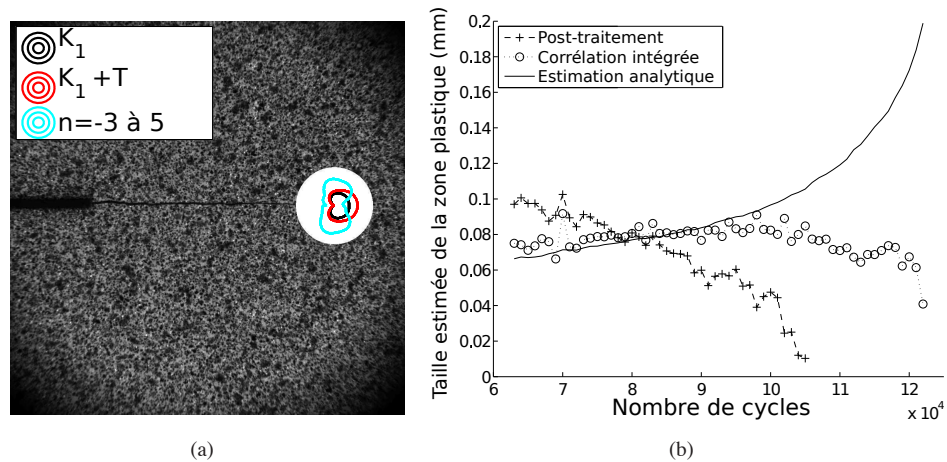
Les valeurs issues de ces estimations sont présentées en figure 3.11(b). L'estimation de  $R_p$  doit être ajustée à un échantillon de données connues. Pour les 40 premières images, la pente est très similaire pour les deux estimations, et on peut en extraire un coefficient de proportionnalité de 5,1 entre elles. C'est cet ajustement qui est tracé sur la figure 3.11(a). Seule la corrélation intégrée semble fournir des résultats cohérents avec l'estimation analytique, le champ d'ordre  $n = -3$  étant d'amplitude faible, s'exprimant essentiellement autour de la pointe, et donc difficile à identifier sur quelques points de mesure d'un résultat Correli-Q4.

### 3.4.1.4 Contribution des ordres de la série de Williams

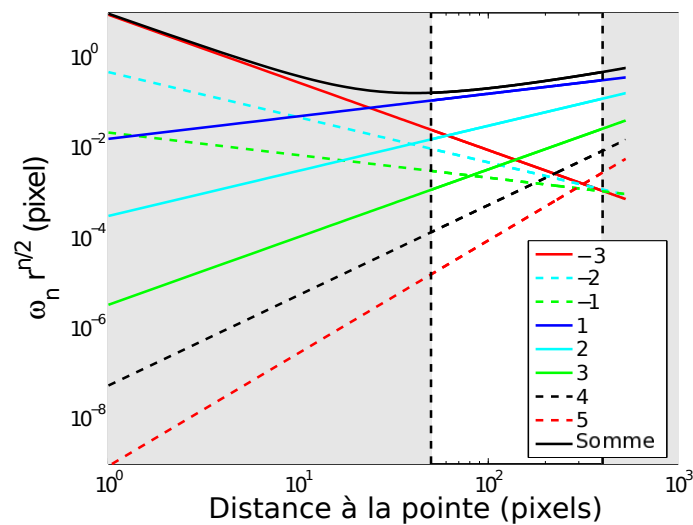
Dans le but d'évaluer lesquels des ordres de la série de Williams contribuent le plus à l'évaluation du champ de déplacement et dominent les autres, la valeur absolue des champs de déplacement peut être évaluée le long de la direction de la fissure (*i.e.* pour  $\theta = 0$ ) dans le ligament. Les champs de mode I, plus significatifs pour cet essai et dont les intensités sont environ supérieures d'un ordre de grandeur à celles des champs de mode II, sont retenus. Ces valeurs sont présentées en figure 3.12 pour la corrélation intégrée à la paire d'images 40. La région grisée indique la zone masquée dans l'analyse, puisque la région analysée est comprise entre 50 et 400 pixels.

Les ordres utilisés sont compris entre  $n = -3$  et  $n = 5$ . A l'exception de l'ordre  $n = -1$  qui doit être faible par construction, on peut distinguer clairement les champs supersinguliers, qui ont une pente négative en tracé log-log, et les champs subsinguliers qui ont une pente positive. Le champ d'ordre  $n = 0$  n'est pas présenté, puisqu'il correspond à une translation de corps rigide.

Le champ dominant sur la zone analysée est celui d'ordre  $n = 1$ , qui correspond au facteur d'intensité des contraintes  $K_I$ . Le champ d'ordre 2, qui correspond à la contrainte  $T$ , est le second champ dominant. Ces résultats confirment que l'analyse est menée dans une zone de  $K_I$ -dominance. Les estimations de  $K_I$  et de la contrainte  $T$  sont fiables, car extraites de champs dominants sur la zone étudiée. A l'inverse, l'ordre



**FIGURE 3.11 :** Estimations de la forme et de la taille de la zone plastique. (a) Forme de la zone plastique en considérant uniquement la contribution de  $K_I$ , de  $K_{II}$  et de la contrainte  $T$  ou toutes les composantes mesurées, pour la dernière paire d’images. (b) Estimation de la taille de la zone plastique. La corrélation intégrée fournit une estimation croissante monotone sur les 40 premières images, contrairement au post-traitement de résultats de Correli-Q4 qui ne semble pas avoir une résolution suffisante pour déterminer convenablement l’ordre  $n = -3$ . Il est à noter que les estimations de taille de la zone plastique par corrélation d’images sont ajustées sur ces 40 premières images (*i.e.* 40000 cycles), puisque définies à une constante multiplicative près (voir équation (3.11)).



**FIGURE 3.12 :** Amplitude du déplacement (en pixels) en fonction de la distance à la pointe selon la direction de la fissure, pour l’image 40. Les zones grises correspondent aux régions masquées dans l’analyse. La ligne noire correspond à la somme de toutes les composantes. Ce type de graphe permet la visualisation des composantes dominantes sur le domaine analysé.

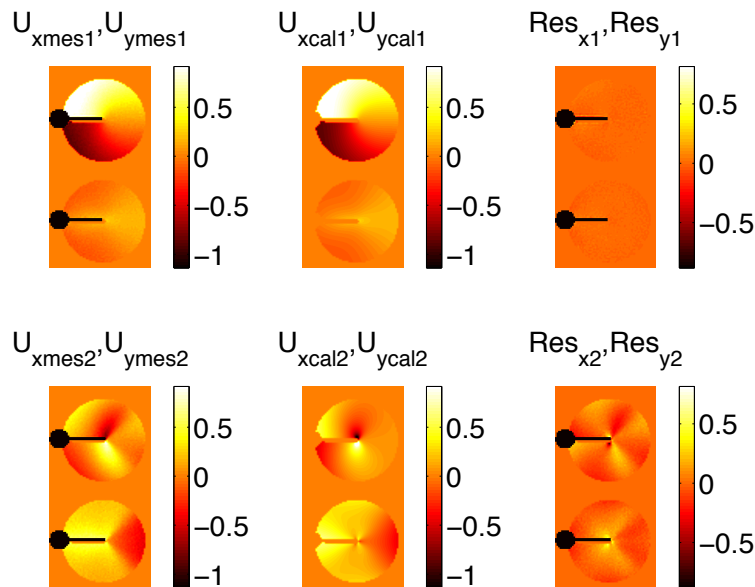
$n = -3$ , utilisé pour l’estimation de la taille de la zone plastique, n’est que le troisième ordre dominant, et à ce titre plus sensible aux incertitudes de mesure. Cette sensibilité explique la difficulté d’extraire une estimation stable de la taille de zone plastique  $R_p$  par post-traitement de résultats de Correli-Q4. Obtenir une estimation

sûre de ce champ nécessite de manière générale une plus grande résolution et/ou un grandissement plus important.

La répartition de ces amplitudes est stable tout au long de la propagation de la fissure. Il est à noter que l'évaluation de la validité des paramètres de la zone d'analyse par l'observation des termes dominants est dépendante d'une mesure effectuée sur ladite zone, dont les paramètres sont fixés à l'avance. Néanmoins, les résultats de cette analyse de dominance sont également stables autour des paramètres utilisés.

### 3.4.2 Essai dans le domaine plastique : perspectives

Les essais traités jusqu'alors font intervenir des cas essentiellement élastiques, pour lesquels la plasticité est confinée à des zones très proches de la pointe de fissure et masquables dans l'analyse. La zone traitée est alors considérée comme totalement élastique et comparable à une décomposition sur les séries de Williams. Le champ de résidu d'identification (différence entre champ mesuré et champ calculé) est un bon moyen de juger de la validité de cette hypothèse. La figure 3.13 présente deux champs résidus d'identification de la même fissure à des niveaux de charge différents (0,5 et 1 fois la limite d'élasticité du matériau). Le résidu pour le niveau de charge le plus élevé, dû à la plasticité en pointe de fissure, est du premier ordre par rapport au champ de déplacement mesuré : cette situation empêche l'identification de la pointe de fissure et du facteur d'intensité des contraintes.



**FIGURE 3.13 :** Champs mesurés, calculés et de résidu pour un cas élastique (en haut) et un cas élastoplastique (en bas) pour la même fissure, exprimés en pixels. Le résidu est négligeable dans le cas élastique. Dans le cas élastoplastique, les séries de Williams ne suffisent pas à décrire les déplacements observés et le résidu n'est pas négligeable.

Plusieurs solutions sont envisageables :

- On peut imaginer d'utiliser les champs HRR [Hutchinson 68, Rice et Rosengren 68], caractéristiques de la plasticité en pointe de fissure, en lieu et place des champs proposés par Williams, valables uniquement pour un cas élastique. Comme les champs de Williams, ces champs sont exprimables comme une série dont [Yang et al. 93] écrivent les premiers termes valables pour les modes  $i = I$  et  $II$  avec une loi de plasticité de type Ramberg-Osgood

$$\mathbf{u}_i = \alpha \frac{1}{r^{n+1}} r^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\mathbf{u}}_{i1} + \alpha \frac{-1}{r^{n+1}} r^{\frac{n}{n+1}} \hat{\mathbf{u}}_{i1} + \dots \quad (3.15)$$

avec  $r$  la distance du point considéré à la pointe de fissure,  $\alpha$  et  $n$  des paramètres de la loi de Ramberg-Osgood choisie, et  $\tilde{\mathbf{u}}$  et  $\hat{\mathbf{u}}$  des champs calculés numériquement à partir de cette loi. Il n'est néanmoins pas garanti que le champ caractéristique de la position de la pointe, équivalent du champ d'ordre  $n = -1$  pour les champs de Williams, soit détectable simplement étant donné l'amplitude plus importante des déplacements autour de la pointe.

- Il est possible d'utiliser les déplacements mesurés aux frontières de la région d'intérêt pour imposer des conditions aux limites en déplacements à un calcul éléments finis, comme présenté en partie 1.7.3. Cette procédure impose que le comportement élasto-plastique du matériau soit suffisamment bien connu, et en particulier l'érouissage cinématique du matériau qui joue un rôle prépondérant dans son comportement cyclique. La comparaison du champ mesuré au champ calculé peut permettre de déterminer la pointe de la fissure par une minimisation du champ de résidu en déplacements par rapport à cette position de la pointe (comme proposé dans [Mathieu et al. 13b], voir annexe E). Une fois cette position déterminée, le calcul de l'intégrale  $J$  (par exemple) permet l'établissement d'une loi de propagation.

### 3.5 Identification d'une loi de propagation

La capacité de mesurer avec exactitude la position de la pointe de fissure et le facteur d'intensité des contraintes permet d'envisager l'identification d'une loi de propagation de fissure dans le domaine élastique. Deux méthodes sont présentées ici pour l'identification de lois de type Paris avec et sans seuil, mais sont généralisables à tous les types de lois dont les méthodes de mesure présentées précédemment sont capables d'identifier les paramètres (contrainte  $T$  notamment).

#### 3.5.1 Première approche de post-traitement

##### 3.5.1.1 Procédure d'identification

Les résultats des méthodes de mesure présentées en partie 3.3 comprennent les facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$ , la contrainte  $T$  et la position de la pointe de fissure  $a$ , qui sont des données d'entrée classiques des lois de fissuration [Tong 02]. En particulier, les lois de Paris avec et sans seuil sont des expressions de  $da/dN$  en fonction de  $\Delta K$

$$\frac{da}{dN} = \Psi(\Delta K) = A \Delta K^n \quad (3.16)$$

$$\frac{da}{dN} = \Psi(\Delta K) = B(\Delta K - \Delta K_{th})^p \quad (3.17)$$

où  $\Delta K_{th}$  est le seuil de facteur d'intensité des contraintes en-dessous duquel aucune propagation n'a lieu.

Plutôt que d'apparier directement le facteur d'intensité des contraintes et la vitesse de propagation  $da/dN$  calculée numériquement, qui peut être très bruitée, la croissance de la fissure peut être exprimée sous la forme intégrale suivante

$$\Delta a(N) = \int_0^N B(\Delta K - \Delta K_{th})^p dN \quad (3.18)$$

avec  $\Delta K$  exprimé sous la forme

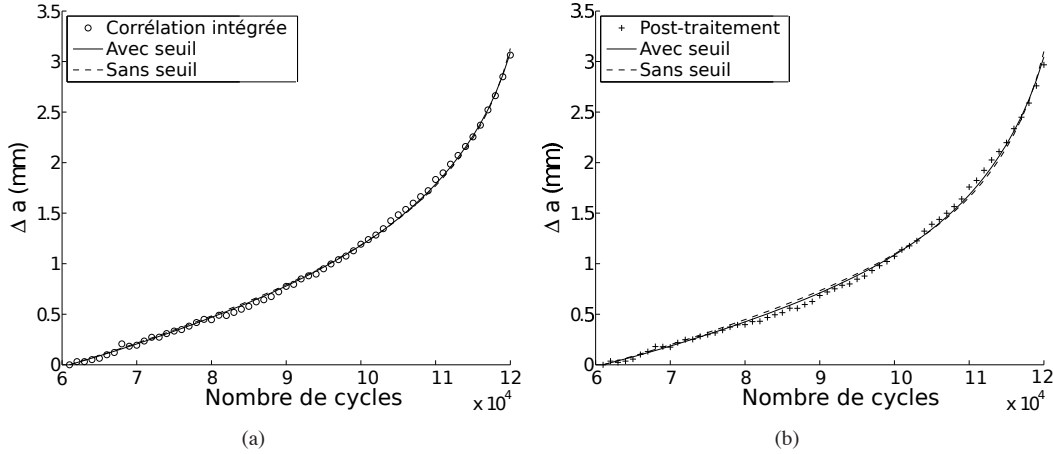
$$\Delta K = C e^{D\Delta a + E\Delta a^2} \quad (3.19)$$

où  $C$ ,  $D$  et  $E$  sont des paramètres à ajuster à partir des mesures de  $\Delta K$  et de  $a$  précédentes. Cette forme est choisie pour son faible nombre de paramètres, et présente des résultats très satisfaisants (voir figure 3.14).



### 3.5. IDENTIFICATION D'UNE LOI DE PROPAGATION

Une fois  $\Delta K$  réévalué à partir de la mesure, il est possible de déterminer les meilleures valeurs de  $B$ ,  $\Delta K_{th}$  et  $p$  de la loi de Paris. La figure 3.14 montre les résultats obtenus pour l'essai de référence. Les valeurs des paramètres identifiés sont présentés dans le tableau 3.1. La corrélation intégrée semble permettre un meilleur accord avec les données brutes, bien que les paramètres obtenus soient très proches.



**FIGURE 3.14 :** Longueur de fissure mesurée et interpolée pour les lois avec et sans seuil pour la corrélation intégrée (a) et le post-traitement de résultats Correli-Q4 (b).

Paramètre	$A$	$m$
Post-traitement	$4.76 \times 10^{-8}$	3.12
Corrélation intégrée	$4.65 \times 10^{-8}$	3.12
[Adib et Baptista 07]	$7.49 \times 10^{-8}$	2.95

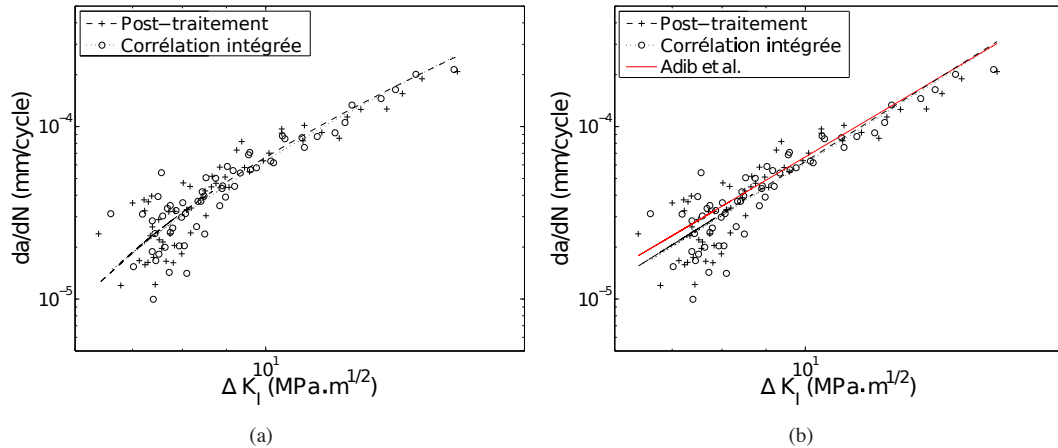
(a)

Paramètre	$B$	$\Delta K_{th}$	$p$
Post-traitement	$2.87 \times 10^{-6}$	4.12	1.77
Corrélation intégrée	$1.48 \times 10^{-6}$	3.46	2.00

(b)

**Tableau 3.1:** Coefficients identifiés pour la loi de Paris sans seuil (a) ou avec seuil (b). Les coefficients identifiés sont comparés à des paramètres de la littérature obtenus dans des conditions d'essai voisines [Adib et Baptista 07]. Unités :  $a$  en mm,  $\Delta K$  en  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

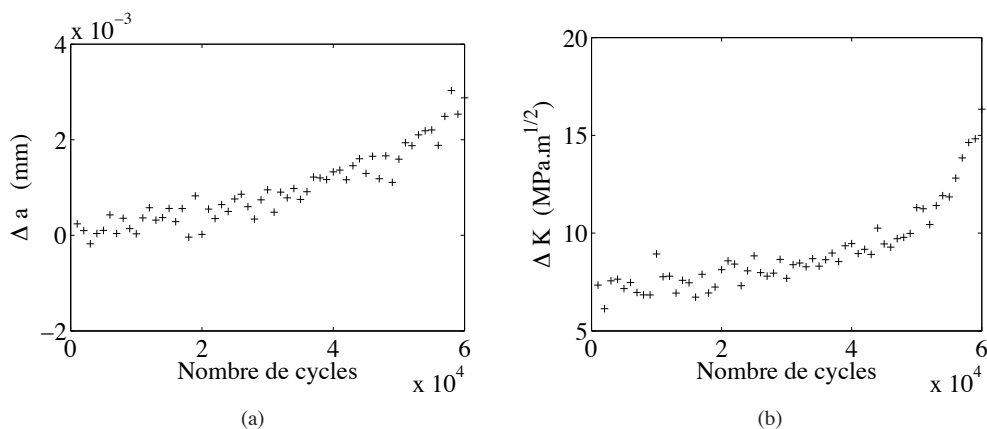
La figure 3.15 présente des tracés de lois avec et sans seuil. Les résultats pour l'identification de la loi sans seuil (équation (3.16)) sont proches de ceux proposés dans la littérature pour une nuance d'alliage de titane voisine [Adib et Baptista 07]. Il est impossible de distinguer les résultats de l'identification de lois avec ou sans seuil, cette dernière suffisant à décrire le comportement de la fissure. On peut donc supposer que l'incertitude sur le paramètre  $\Delta K_{th}$  est plus grande que sur les autres paramètres dans le cas présent, l'équation (3.16) étant un cas particulier de l'équation (3.17). La gamme de facteurs d'intensité des contraintes parcourue pendant l'essai n'incluant pas le seuil identifié, il est nécessaire d'agrandir la gamme et de se rapprocher de ce seuil supposé pour l'identifier avec précision. Cette première procédure d'identification a fait l'objet d'une publication [Mathieu et al. 12], voir annexe C.



**FIGURE 3.15 :** Résultats bruts (symboles) et interpolation (lignes) pour les lois de Paris avec (a) et sans seuil (b). Les résultats pour la loi sans seuil sont comparés à des valeurs de la littérature [Adib et Baptista 07]. Pour les résultats bruts,  $da/dN$  est calculé par dérivation numérique simple de  $a(N)$  mesuré.

**3.5.1.2 Limitations**

La procédure précédemment évoquée a toutefois des limitations pour traiter des données bruitées. Un cas-test simple de propagation d'incertitudes permet d'évaluer les capacités d'un tel algorithme. Les valeurs de  $a$  et  $K_I$  mesurées à l'étape précédente sont recueillies et on leur ajoute un bruit blanc gaussien d'écart-types respectifs  $\sigma_a$  et  $\sigma_K$ , correspondant à des valeurs représentatives d'incertitude de mesure pour ces quantités. 1000 tirages sont effectués pour estimer des valeurs d'erreur systématique et d'incertitude sur les quantités recherchées  $A$  et  $m$ . Les résultats sont présentés dans le tableau 3.2. L'erreur sur  $m$  est particulièrement significative, car le paramètre  $A$  est très sensible à une petite variation de l'exposant  $m$ . Des incertitudes de l'ordre de 5 à 10% sur ce paramètre sont observées. L'incertitude de mesure des paramètres  $a$  et  $\Delta K$  a donc un effet non-négligeable même quand leurs valeurs sont relativement faibles.



**FIGURE 3.16 :** Données artificielles correspondant à une longueur de fissure "mesurée"  $a_m$  (a) et au facteur d'intensité des contraintes "mesuré"  $\Delta K_m$  (b) générées en ajoutant du bruit ( $\sigma_a = 0,2$  mm,  $\sigma_K = 0,5$  MPa $\sqrt{m}$ ) aux données réellement mesurées.

Paramètre	$A$	$m$
$\sigma_a = 0.1, \sigma_K = 0.4$	1.01%, 31.15%	0.88 %, 4.48%
$\sigma_a = 0.2, \sigma_K = 0.5$	8.73%, 60.62%	0.71 %, 7.56%

**Tableau 3.2:** Erreur systématique et incertitude sur les quantités recherchées pour un bruit blanc sur les mesures, pour la première approche. Unités :  $a$  exprimé en mm,  $\Delta K$  en MPa $\sqrt{m}$ . Les valeurs initiales sont  $A = 4, 6, m = 3, 12$ .

## 3.5.2 Seconde approche

### 3.5.2.1 Procédure d'identification

Les estimations précédentes des paramètres de la loi de fissuration choisie peuvent servir de données d'entrée à une procédure d'identification plus robuste, qui a été mise en oeuvre uniquement avec la corrélation intégrée. Les paramètres des fonctions  $\Psi$  des équations (3.16) et (3.17) sont appelés  $\alpha_i$  pour  $i = 1, \dots, n_p$ . La position de la pointe après  $N$  cycles s'écrit

$$a(N) = a(N_0) + \int_{N_0}^N \Psi(\Delta K(M)) \, dM \quad (3.20)$$

où  $a(N_0)$  est la position après  $N_0$  cycles.

En supposant ces paramètres corrects, et en présupposant une pointe de fissure connue pour la première image, il est possible d'évaluer la position de la pointe  $a(N)$  à chaque instant à partir de la mesure précédente de  $\Delta K(N)$ , grâce à l'équation (3.18). Cette série de positions est fournie au code de corrélation intégrée qui effectue à nouveau l'estimation de  $\Delta K_m(N)$  (mesuré) sans recalculer la position de la pointe. Pour chaque paire d'images, un des produits de cette estimation est la distance supposée à la pointe de fissure  $d(N)$ , fournie par l'équation (3.10) à partir des amplitudes de deux des champs élémentaires de la série de Williams. On peut l'écrire comme

$$d(N) = a_{eval}(N) - a_{predict}(N) \quad (3.21)$$

avec  $a_{eval}(N)$  la position où les facteurs d'intensité sont évalués, et  $a_{predict}(N)$  la position prédite par l'équation (3.10). Cette distance  $d(N)$  peut être considérée comme une erreur à minimiser pour converger vers de meilleurs paramètres de la loi de fissuration.

Pour connaître la modification à apporter aux paramètres de la loi de propagation, une procédure itérative est mise en place. Elle est basée sur la minimisation de cette quantité  $d(N)$  par rapport aux paramètres de la loi de fissuration choisie. La modification de la position de la pointe engendrée par une modification élémentaire d'un paramètre de la loi de fissuration s'écrit, à partir de la dérivation partielle de l'équation (3.20) par rapport à ce paramètre, comme

$$b_i(N) = \int_{N_0}^N \frac{\partial \Psi(\Delta K_m(M))}{\partial \alpha_i} \, dM \quad (3.22)$$

Si on ajoute la position initiale de la pointe pour la première paire d'images à la liste des inconnues comme  $\alpha_{n+1}$ , alors

$$b_{n+1}(N) = 1 \quad (3.23)$$

L'erreur  $d(N)$  est alors projetée au sens des moindres carrés sur la base de fonctions  $b_i(N)$ , pour mini-

miser

$$\mathcal{T}(\beta_i) = \sum_N \left( d(N) - \sum_i \beta_i b_i(N) \right)^2 \quad (3.24)$$

Les coefficients  $\beta_i$  sont alors considérés comme des estimations de la correction à apporter aux paramètres  $\alpha_i$ , qui sont mis à jour

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \beta_i \quad (3.25)$$

Ces nouvelles valeurs des paramètres  $\alpha_i$  sont utilisées pour calculer une nouvelle série de positions de la pointe  $a_{eval}(N)$ , par intégration directe de la loi de Paris (équation (3.16) ou (3.17)). Elle fournit directement, par l'équation (3.21), une nouvelle estimation de l'erreur  $d(N)$ , qui est reprojétée sur un nouvel ensemble de fonctions  $b_i(N)$  pour obtenir de nouvelles corrections  $\beta_i$ . Cette correction incrémentale est effectuée itérativement jusqu'à ce que la différence entre les deux dernières séries  $a(N)$  devienne faible. Les derniers paramètres  $\alpha_i$  sont le produit d'une étape globale de la procédure proposée. Cette étape globale est elle-même répétée jusqu'à convergence des paramètres  $\alpha_i$  vers des valeurs stables.

L'intérêt de cette procédure est d'utiliser les paramètres de la loi comme variables d'ajustement. Plutôt que d'utiliser les facteurs d'intensité et la position de la pointe comme données d'entrée figées, la mesure est ici un outil "esclave" des paramètres  $\alpha_i$  de la boucle, sur lesquels on itère. Cette procédure est testée sur le même échantillon que la procédure de post-traitement présentée précédemment. Les résultats sont donnés dans le tableau 3.3. Les valeurs d'erreur systématiques et d'incertitude sont environ 1/3 plus faibles que pour la procédure précédente. Cette méthode est plus robuste car elle s'appuie sur une optimisation des paramètres de la loi, et non sur une minimisation de l'erreur  $\Delta a$ . Ce cas-test ne fait intervenir que la première boucle de l'algorithme proposé, la "mesure" de  $K$  étant ici indépendante de la loi choisie.

Paramètre	$A$	$m$
$\sigma_a = 0.1, \sigma_K = 0.4$	0.40 %, 20.91 %	0.51 %, 2.91 %
$\sigma_a = 0.2, \sigma_K = 0.5$	1.74 %, 25.01 %	0.74 %, 3.49 %

**Tableau 3.3:** Erreur systématique et d'incertitude sur les quantités recherchées pour un bruit blanc sur la mesure, pour la seconde approche. Unités :  $a$  exprimé en mm,  $\Delta K$  en  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Les valeurs initiales sont  $A = 4, 6, m = 3, 12$ .

### 3.5.2.2 Résultats

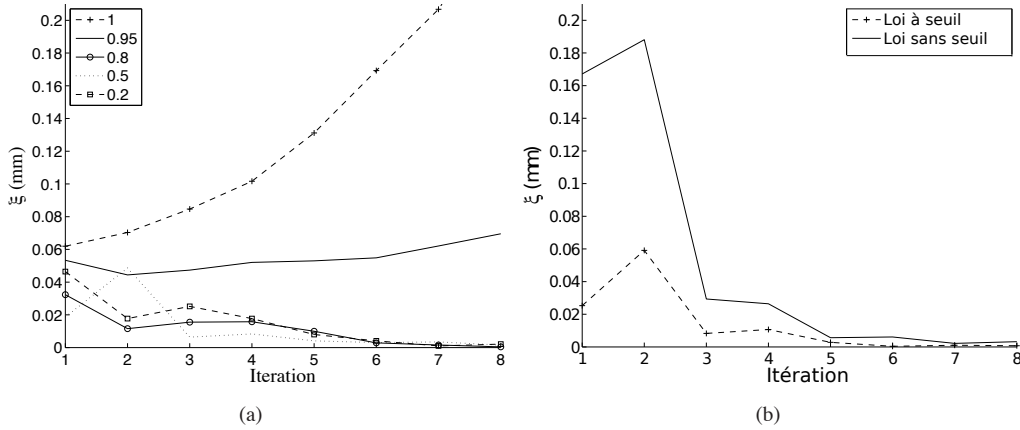
Cette procédure itérative peut être divergente pour le cas réel considéré, du fait de la non-linéarité de la loi de propagation choisie. Pour assurer sa stabilité et des résultats plus précis, une relaxation de l'incrément sur les paramètres est mise en place, telle que l'équation (3.25) devient

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \nu \delta \alpha_i \quad (3.26)$$

avec  $\delta \alpha_i$  l'incrément du paramètre de la loi à la fin d'une boucle "globale" d'optimisation. La valeur idéale de  $0 < \nu \leq 1$  peut être décrite comme celle qui minimise l'erreur finale et qui permet la convergence la plus rapide. La figure 3.17(a) présente les résultats de convergence pour différentes valeurs de  $\nu$ . Un niveau inférieur à 0,9 suffit dans notre cas à assurer la convergence de l'algorithme. Les valeurs inférieures à 0,9 présentent toutes un taux de convergence similaire. Pour la suite de cette étude, la valeur  $\nu = 0.5$  est choisie. La figure 3.17(b) présente l'erreur  $\xi$  pour les deux types de lois choisies.

Le choix d'une loi à seuil semble aider la convergence et diminuer légèrement l'erreur finale  $\xi$  de l'algorithme. Le résidu final plus faible est naturel, puisque l'utilisation d'une loi à seuil permet l'introduction d'un

### 3.5. IDENTIFICATION D'UNE LOI DE PROPAGATION



**FIGURE 3.17 :** (a) Tracé de l'erreur  $\xi$  pour les premières itérations pour plusieurs valeurs de  $\nu$  (loi à seuil). (b) Erreur  $\xi$  pour les deux types de lois.

degré de liberté supplémentaire, et un meilleur accord avec les données disponibles. Cette réduction du résidu est toutefois faible, et l'incertitude sur le seuil est plus grande que sur les autres paramètres. Il faut noter que la valeur identifiée pour ce seuil est environ deux fois inférieure à la plus petite valeur de  $\Delta K$  mesurée. Un essai à plus bas niveau de facteurs d'intensité est nécessaire pour préciser la valeur de ce seuil. Néanmoins, la convergence rapide de cet algorithme pour ce type de loi permet d'espérer une identification précise dans des cas mieux adaptés.

La valeur finale des résidus, exprimés en écart-type de l'erreur en position  $d(N)$ , sont très faibles : autour de  $30 \mu\text{m}$ , soit un tiers de l'erreur proposée dans la procédure de propagation d'erreur (partie 3.5.1.2). La corrélation intégrée permet en effet une détermination précise des champs supersinguliers, et donc d'atteindre des incertitudes plus faibles sur les paramètres identifiés. Il faut néanmoins noter que l'erreur proposée en partie 3.5.1.2 comprend tous les facteurs d'incertitudes possibles (notamment les paramètres d'essai, voir partie 1.3), et la valeur déterminée ici ne prend en compte que l'incertitude issue de la procédure numérique de traitement de l'image.

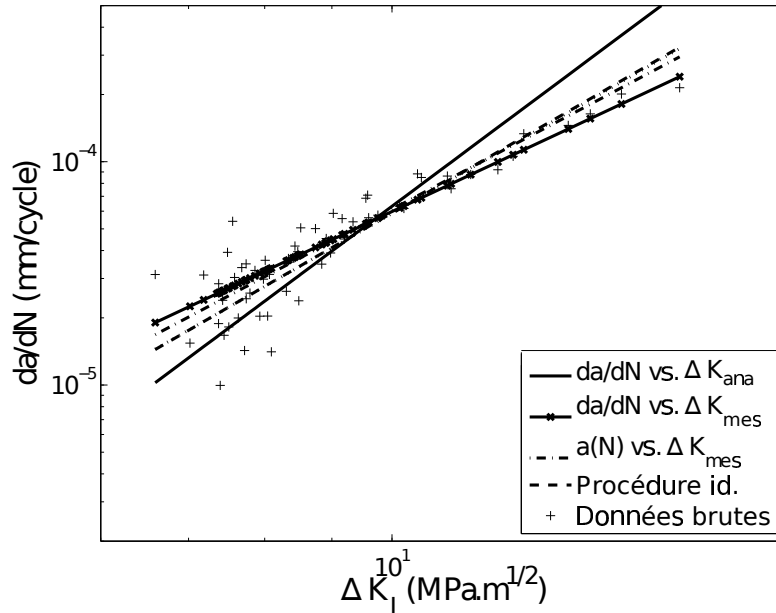
Les paramètres identifiés sont présentés dans le tableau 3.4. Ils sont comparés avec une identification directe de  $da/dN$  et  $\Delta K$  mesurés par corrélation intégrée, et de l'interpolation  $a(N)$  et  $\Delta K$  (voir section 3.5.1) dont les résultats sont utilisés pour initialiser cette procédure. Les résultats sont cohérents avec ceux des méthodes précédemment utilisées. La figure 3.18 montre les différences entre les tracés des lois identifiées par rapport aux résultats précédents.

Méthode d'identification	$A$ $\times 10^{-8}$	$m$	$B$ $\times 10^{-6}$	$p$	$\Delta K_{th}$
$da/dN$ vs. $\Delta K_{ana}$	0.26	4.38			
$da/dN$ vs. $\Delta K_{meas}$	10.4	2.75	1.47	1.95	3.30
$a(N)$ vs. $\Delta K_{meas}$	4.7	3.12	1.48	2.00	3.46
Procédure proposée	2.5	3.37	1.82	1.98	4.08

**Tableau 3.4:** Paramètres estimés pour les quatre procédures proposées. Unités :  $a$  exprimé en mm,  $\Delta K$  en  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

L'estimation basée sur la formule de (3.1) n'est pas cohérente avec les autres. Ce résultat montre que

la position de la pointe doit être estimée précisément, mais aussi que le facteur d'intensité des contraintes doit être réellement mesuré, et non calculé, en particulier quand les conditions expérimentales (propagation non symétrique, éprouvette non parfaitement plane) peuvent différer des hypothèses retenues dans ces modèles.



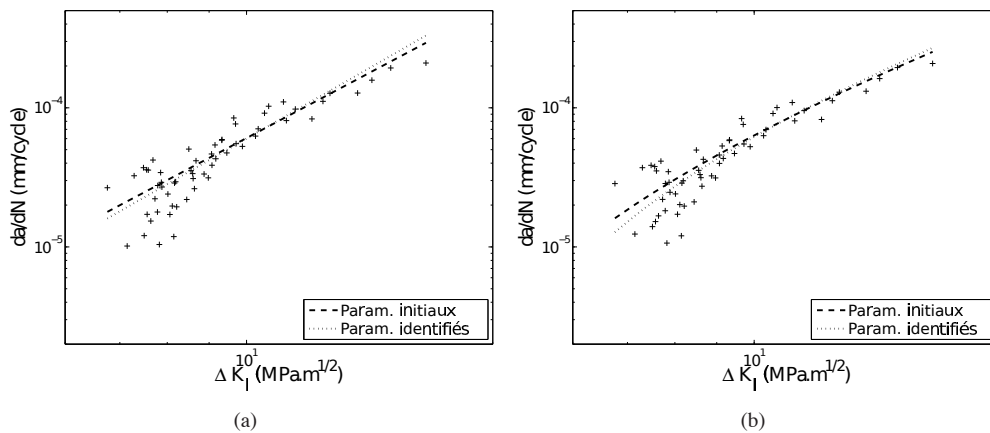
**FIGURE 3.18 :** Tracé de la loi de Paris pour les différentes méthodes d'identification : identification directe de  $da/dN$  et de l'estimation analytique de  $\Delta K$ , identification directe de  $da/dN$  et de  $\Delta K$  mesuré, identification de  $a(N)$  et de  $\Delta K$  mesuré, pour les deux procédures proposées. Les données brutes sont obtenues par dérivation numérique de  $a(N)$  mesuré par corrélation intégrée. Tous les tracés sont pour une loi sans seuil.

La figure 3.19 montre plus précisément les tracés des lois de Paris  $da/dN$  vs.  $\Delta K$  pour chaque type de loi et pour les deux procédures. Il faut rappeler que les paramètres utilisés pour l'initialisation de la seconde procédure sont ceux obtenus avec la première.

Quelle que soit la procédure, la corrélation intégrée conduit à des résidus de corrélation  $R(N)$  autour de 2% de la dynamique de niveaux de gris, ce qui est faible. Ces valeurs permettent une identification fine des termes supersinguliers de la série de Williams, et en particulier du terme d'ordre  $n = -1$ , utilisé pour l'estimation de la position de la pointe  $a_{predict}$ . De la performance de la mesure du déplacement dépend donc la précision sur la position de la pointe.

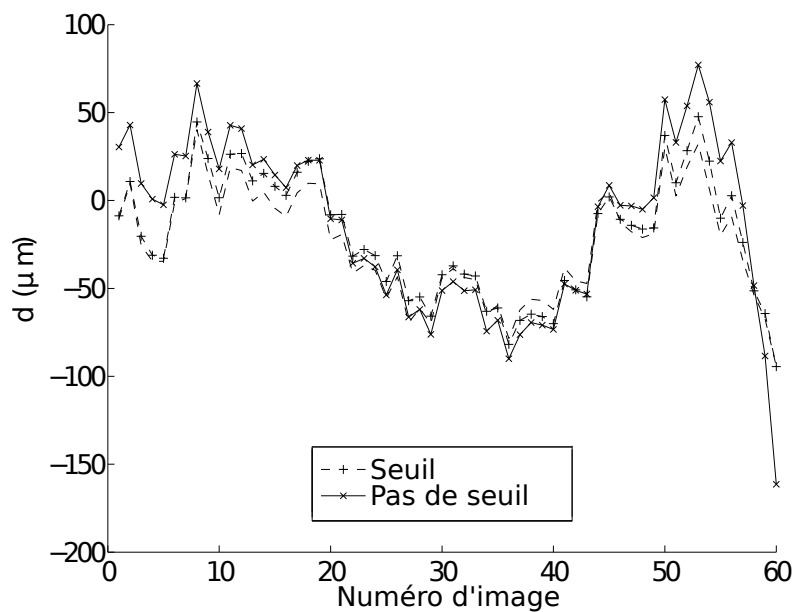
L'erreur finale  $d(N)$  pour chaque loi est présentée en figure 3.20, en fonction du numéro de paire d'images, pour un même nombre de cycles globaux de la procédure. Deux particularités de ces résultats sont à souligner. La première est une composante haute fréquence dans l'erreur, d'une période de l'ordre de  $\pm 20 \mu\text{m}$ . Cette valeur correspond environ à la taille de grain du T35. Il est probable que cette fluctuation soit à la fois due à un effet de la microstructure du matériau et à l'incertitude de mesure inhérente à la technique utilisée. La seconde particularité est la composante basse fréquence, de période approximative 2 mm, soit bien plus grande que la taille de grain. Cette composante laisse penser que la loi utilisée pour décrire la propagation n'est pas idéalement choisie. Néanmoins, la faible vitesse de propagation  $da/dN \geq 10^{-5}$  mm/cycle permet de confirmer que le régime de Paris est un modèle convenable [ASTM 08]. Ces deux effets peuvent être utilisés comme un indicateur d'erreur pertinent, et en particulier l'effet basse fréquence pour juger du

### 3.5. IDENTIFICATION D'UNE LOI DE PROPAGATION



**FIGURE 3.19 :** Tracé de la loi de Paris sans seuil (a) et à seuil (b) pour les paramètres d'initialisation de la seconde procédure, et pour les paramètres finaux.

choix de la loi utilisée.



**FIGURE 3.20 :** Tracé de l'erreur  $d(N)$  pour les valeurs finales des paramètres identifiés pour chacun des types de lois choisies.

La dernière procédure proposée fournit d'autres informations que la position supposée de la pointe  $a_{predict}$  et les facteurs d'intensité des contraintes. La contrainte  $T$ , ou la taille de la zone plastique peuvent toujours être évaluées pour chaque paire d'images grâce à cette analyse. Nombreuses sont les références bibliographiques qui soulignent l'importance de ces paramètres dans la modélisation de la propagation des fissures dans certaines conditions [Tong 02]. Il est donc possible de les intégrer à la loi choisie pour améliorer la description de la propagation. Néanmoins, cette démarche n'a pas été abordée, car les valeurs identifiées



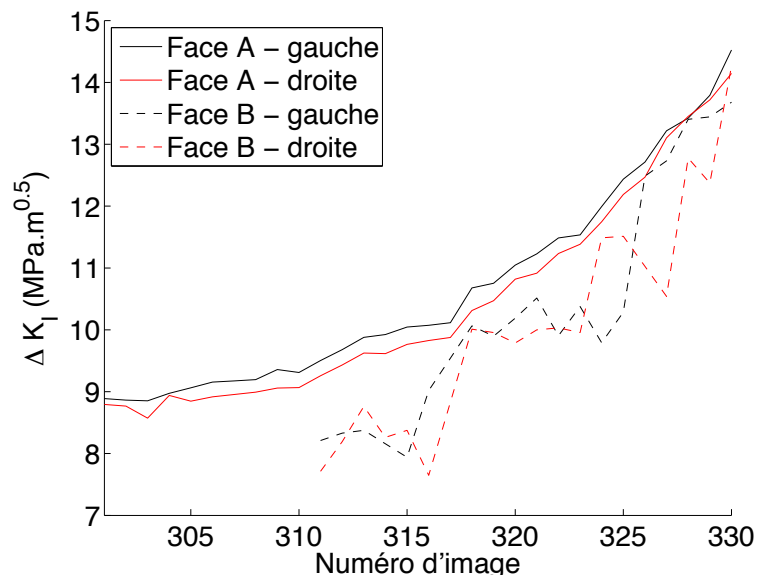
des paramètres  $\omega_n$  des champs de Williams (où  $n \neq 1$ ) n'ont que peu de corrélation avec l'erreur choisie  $d(N)$  (les coefficients de corrélation sont de l'ordre de 0,1). Il est donc *a priori* inutile d'intégrer un terme additionnel linéaire en contrainte  $T$  [Howard 80] à la forme classique de la loi de Paris, puisque cette addition n'aurait pour autre intérêt que d'ajouter un degré de liberté peu significatif, et ainsi de diminuer l'erreur artificiellement tout en identifiant un paramètre sur lequel l'incertitude serait grande.

Ces considérations dépendant fortement du cadre expérimental et des conditions d'essai, elles sont limitées à ce cas particulier ; d'autres essais pourraient nécessiter plus d'efforts de modélisation et mettre en évidence des effets de contrainte  $T$  par exemple.

Cette seconde procédure a également fait l'objet d'une publication [Mathieu et al. 13a], donnée en annexe D.

### 3.6 Un cas pratique : propagation à partir d'un défaut

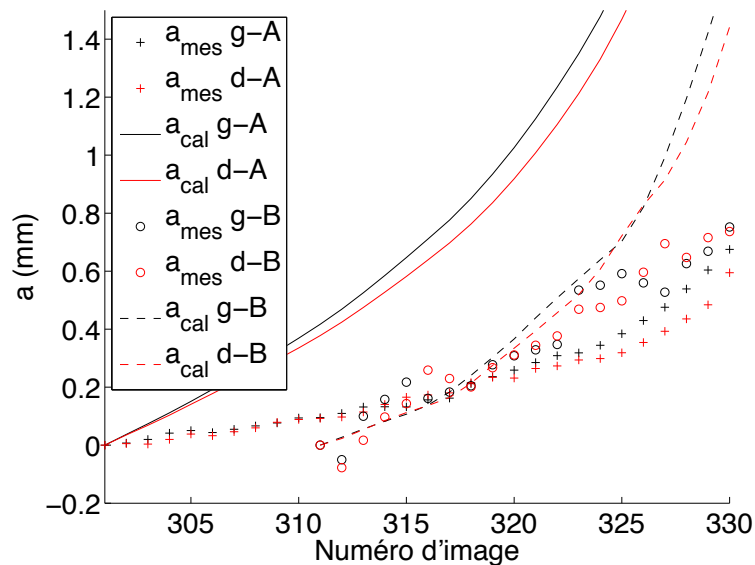
Le cas présenté en partie 2.5 peut être utilisé pour qualifier la validité de la loi qui vient d'être identifiée. L'évolution de la longueur de fissure  $a$  est calculée en intégrant la dernière loi de Paris sans seuil. Le facteur d'intensité est obtenu par post-traitement des champs mesurés sur cette série d'images avec la méthode présentée en partie 3.3.2. Ces facteurs d'intensité mesurés sont présentés en figure 3.21. Ceux-ci sont mesurés à partir de la paire d'images où l'extraction fonctionne (*i.e.* où on est capable d'identifier une pointe). La détermination de la position de la pointe est rendue difficile dans ce cas par la faible longueur de la fissure, et la faible résolution des images, qui n'ont pas été prises dans l'objectif de procéder à cette validation. Les deux faces sont traitées : la face où a été réalisé le défaut (face A) et l'autre (face B). On constate que le facteur d'intensité est plus faible sur la face B quasiment jusqu'à la fin de la propagation. C'est un signe que malgré la faible épaisseur de l'éprouvette, la fissure n'est pas symétrique par rapport au plan médian de l'éprouvette, et le facteur d'intensité des contraintes extrait n'est valable qu'en surface.



**FIGURE 3.21 :** Facteurs d'intensité apparents extraits pour le cas du défaut du chapitre 2 (partie 2.5) pour les faces avant (A) et arrière (B), et les deux extrémités du défaut (gauche (g) et droite (d)). Une paire d'images est prise tous les 1000 cycles.

### 3.7. ESSAIS SUIVIS PAR STÉRÉOCORRÉLATION

La longueur identifiée avec cette méthode, notée  $a_{mes}$ , est comparée à la longueur prédite par la loi, notée  $a_{cal}$  (les résultats sont présentés en figure 3.22). La longueur  $a = 0$  est fixée pour la première image de chaque série. L'observation de la face A seule montre un écart très important entre longueur mesurée et longueur prédite. Néanmoins, l'accord sur la face B est bon pour les 15 premières paires d'images où l'extraction est possible. Il semble donc que tant que la fissure n'est pas symétrique, c'est le facteur d'intensité sur la face arrière qui pilote la propagation. En notant ce point, on peut alors remarquer que la prédiction par la loi de Paris a un sens jusqu'à quelques milliers de cycles avant la fin de la vie de l'éprouvette, durant lesquels la plasticité prend le dessus sur la propagation.



**FIGURE 3.22 :** Longueurs de fissure mesurées et calculées pour les faces avant (A) et arrière (B) et les deux extrémités de la fissure (gauche (g) et droite (d)). Une paire d'images est prise tous les 1000 cycles. Les valeurs calculées à gauche et à droite diffèrent car elles sont calculées à partir des valeurs de  $\Delta K$  extraites à gauche et à droite du défaut.

## 3.7 Essais suivis par stéréocorrélation

Le principe de l'extraction de facteurs d'intensité des contraintes à partir de mesures de champs a essentiellement été appliqué à des cas supposés plans, permettant d'extraire des composantes des modes de fissuration I et II. Peu d'applications ont été développées pour traiter les déplacements hors-plans qui peuvent advenir par la volonté de l'expérimentateur [Helm et al. 03] ou accidentellement [Sutton et al. 08]. La stéréocorrélation permet de mesurer un champ de déplacement surfacique 3D, et peut donc fournir des informations permettant de traiter ces cas particuliers. Cette partie présente le traitement de deux cas : l'éprouvette CCT précédente, dont on veut évaluer les déplacements hors-plan pendant l'essai, et un essai triaxial de sollicitation de fissure en mode I+II+III.

### 3.7.1 Essai mono/stéréo

L'éprouvette CCT utilisée dans l'essai présenté en partie 3.4.1 étant découpée dans une tôle utilisée pour fabriquer le liner, elle présente une épaisseur très faible (0,3 mm). Cette épaisseur implique une ré-

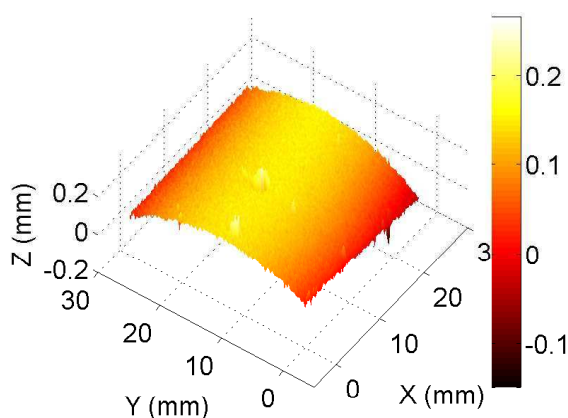
sistance très faible de l'éprouvette en torsion et en flexion, et peut avoir pour conséquence le voilement de celle-ci pendant l'essai, ou de manière plus générale des déplacements hors-plan parasites. Afin d'évaluer l'amplitude de ces effets, un montage de stéréocorrélation est installé devant l'éprouvette, simultanément à un montage de monovision classique (voir figure 3.23).



**FIGURE 3.23 :** Montage double {monovision + stéréovision}.

### 3.7.1.1 Surface initiale

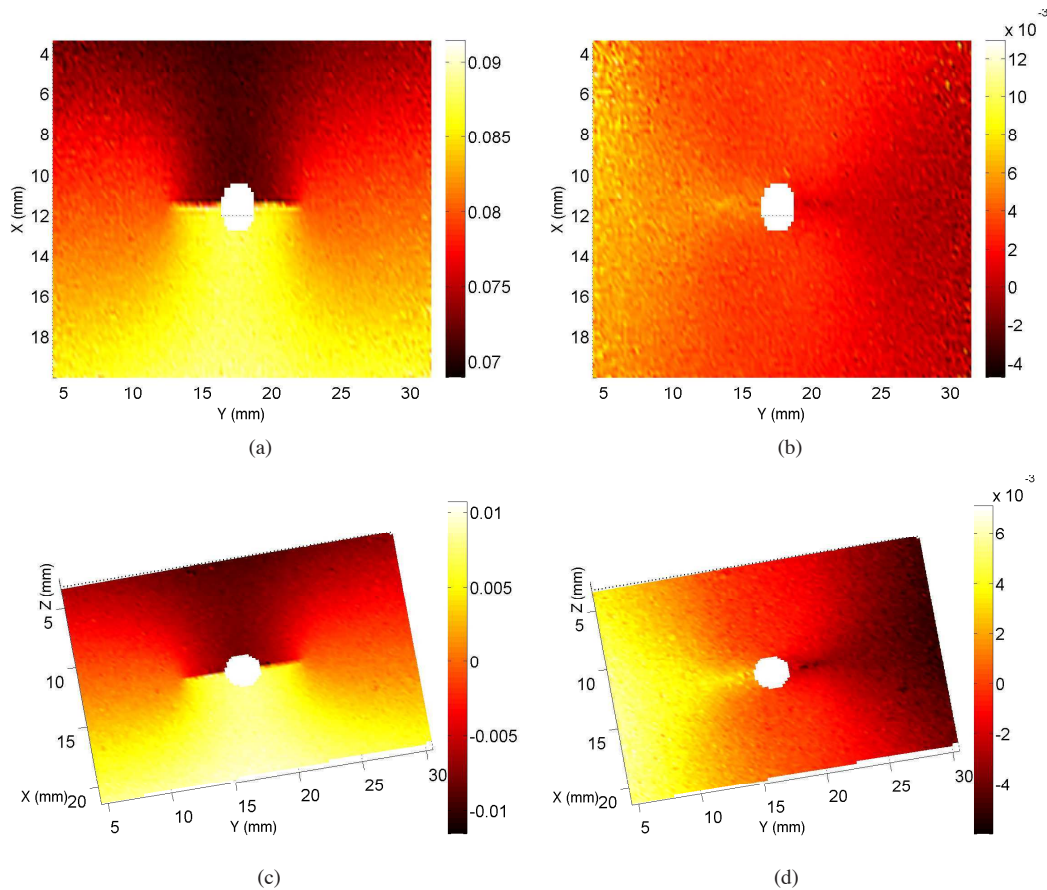
La forme de la surface est évaluée grâce à l'étalonnage et aux images de référence de chaque série, comme exposé en partie 2.3.1. Un résultat est présenté en figure 3.24. La surface est bombée perpendiculairement à la direction principale de chargement  $X$ , alors que l'image de référence est prise à charge très faible (environ 20 N). Pour vérifier que cette forme n'est pas un artefact dû à l'étalonnage, l'essai a été répété en modifiant à plusieurs reprises la position de la mire. Toutes les positions de la mire donnent le même résultat (défaut de planéité de  $0,191 \pm 0,007$  mm).



**FIGURE 3.24 :** Surface initiale à faible charge, la couleur représente l'altitude par rapport au plan de base. La direction principale de sollicitation est selon l'axe  $X$ .

## 3.7.1.2 Champs de déplacement

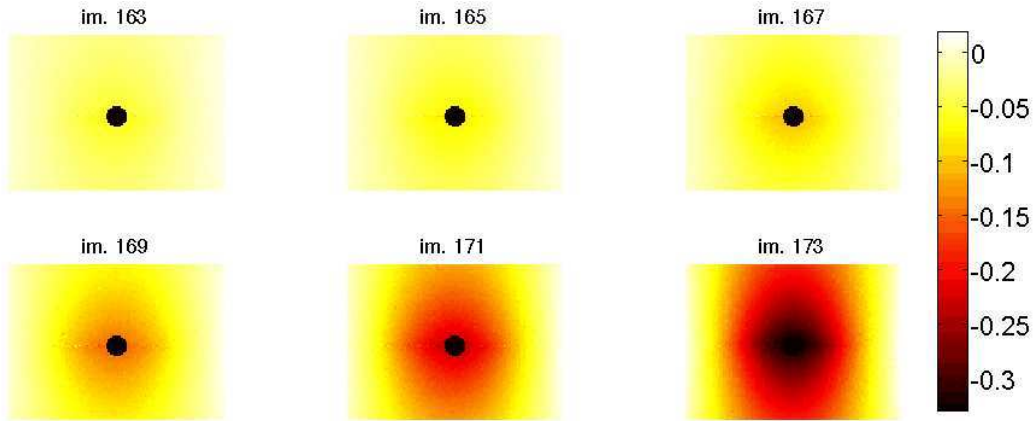
Les champs de déplacements dans le plan mesurés par les deux techniques sont présentés en figure 3.25 pour une paire d'images choisie. Le déplacement correspondant à la première charge est retiré pour la visualisation, afin d'éliminer la rotation globale selon l'axe du vérin qui en résulte.



**FIGURE 3.25 :** Champs de déplacements dans le plan mesurés en monovision par Correli-Q4 (a,b) et en stéréovision (c,d) pour la paire d'images 100 (sur 173). Tous les champs sont exprimés en mm. La direction des champs de déplacement de gauche est perpendiculaire à la fissure, celle de droite est orthogonale à la première.

L'observation du champ de déplacement hors-plan permet d'observer le comportement de l'éprouvette durant les derniers cycles du chargement (voir figure 3.26). Les derniers milliers de cycles sont perturbés par un voilement de l'éprouvette, du fait de la taille de la fissure qui réduit le ligament restant (les paires d'images sont prises tous les 1000 cycles). La connaissance de ce champ de déplacement permet de décider d'éliminer les 5 dernières paires d'images de l'analyse, puisque la condition de déplacements plans n'est plus satisfaite.

Le résultat de stéréocorrélation est disponible sous la forme de déplacements selon les trois axes principaux d'un repère choisi *a priori* comme celui de la mire d'étalonnage. Exprimer ce résultat dans le plan principal de l'éprouvette de référence permet d'évaluer les éventuelles composantes de mode III et de traiter un cas semblable à un résultat de monovision, dans lequel les déplacements seront bien dans ce plan, sauf rotation du repère global par rapport à l'éprouvette de référence pendant l'essai. Faire l'hypothèse d'une



**FIGURE 3.26 :** Déplacements selon la direction normale au plan de l'éprouvette, corrigés du mouvement de corps rigide dû à la première charge. Chaque paire d'images est prise après 1000 cycles de chargement.

éprouvette de référence plane et de petites rotations permet donc d'extraire des facteurs d'intensité des contraintes du champ de déplacement 3D de la surface.

Les facteurs d'intensité de mode I en question sont donnés en figure 3.27(a) pour la monovision (Correli-Q4 et Correli-T3 ont été utilisés) et la stéréocorrélation. Le champ de stéréocorrélation fournit des résultats moins bruités que les champs issus des calculs en monovision de Correli-Q4 et Correli-T3 régularisé ( $\ell_m = 1$ ). L'erreur de déclenchement des appareils étant négligée, le résultat est attribué à la plus faible sensibilité du capteur utilisé (8 bits plutôt que 12 bits) et à la non-redondance d'information liée à la reconstruction 3D de la surface et la mesure du déplacement 3D.

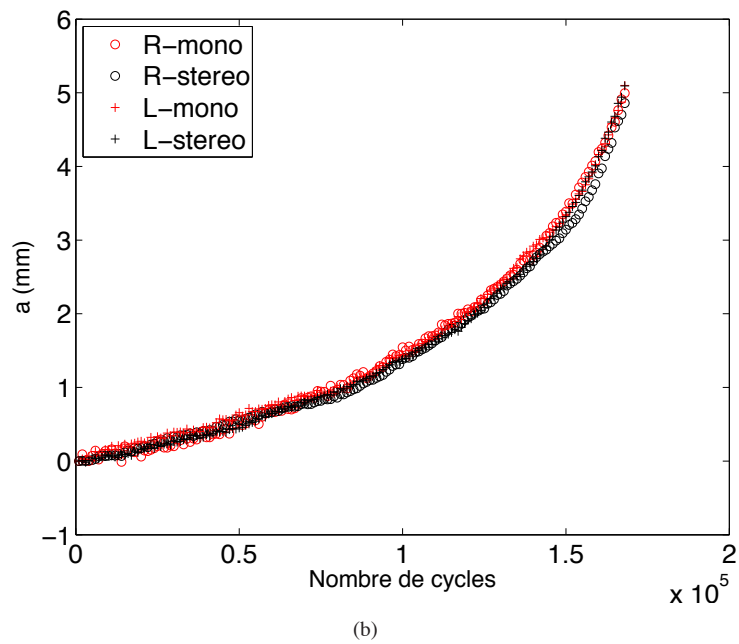
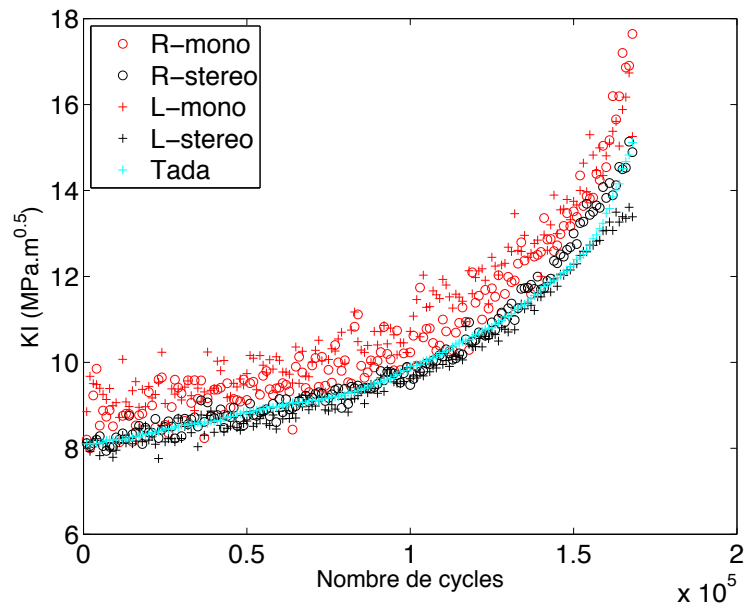
La figure 3.27(b) présente l'évolution de la différence de la position de la pointe à sa position initiale, évaluée grâce à la méthode présentée en partie 3.3.4. Les différentes méthodes permettent d'observer une croissance monotone de la fissure, et donnent des résultats très cohérents. Ces résultats confirment la faisabilité de la mesure de longueur de fissure en 2D comme en 3D, et donc de l'évaluation de lois de propagation de fissures avec cette technique de mesure.

Il est également possible de traiter séparément le déplacement selon la direction normale à l'éprouvette comme un champ représentatif d'une sollicitation de mode III. Ce champ, complémentaire à la double série de Williams exprimée par l'équation (3.2), s'écrit généralement au premier ordre sous la forme [Zhang et Kim 11]

$$\mathbf{u}(z) = \frac{2K_{III}}{\mu} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + rT_{13}\cos\theta + O(r^{3/2}) \quad (3.27)$$

avec  $K_{III}$  le facteur d'intensité des contraintes de mode III,  $\mu$  le module de cisaillement,  $r$  et  $\theta$  les coordonnées du point considéré de la surface,  $T_{13}$  la contrainte  $T$  antiplane. L'expression utilisée, qui comprend six termes de cette série plutôt que deux, est décrite par [Zhang et Kim 11]. Il faut noter que ce champ s'exprime uniquement selon la direction normale à la surface, et peut donc être traité de manière découplée des autres. Les résultats des facteurs d'intensité des modes de fissuration I, II et III sont présentés en figure 3.28. Comme le laisse présager l'observation de la figure 3.26, le mode III n'est pas très actif dans ce cas car les déplacements selon  $Z$  suivent un mode symétrique par rapport à la fissure. La somme des amplitudes du mode III relevés à gauche et à droite est à peu près nulle, ce qui correspond à ce mode de déplacements symétriques. Ce mode symétrique est attribué à la forme initiale de l'éprouvette (voir figure

### 3.7. ESSAIS SUIVIS PAR STÉRÉOCORRÉLATION



**FIGURE 3.27 :** Evolution du facteur d'intensité des contraintes (a) et de la demi-longueur de fissure (b) en fonction de la technique utilisée et du côté de l'éprouvette observé.

3.24), qui influence les déplacements en charge.

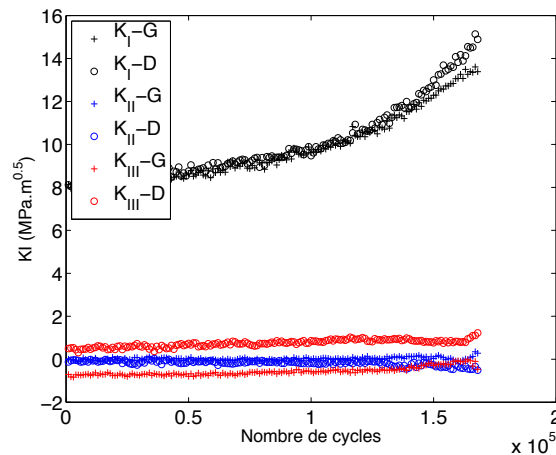


FIGURE 3.28 : Amplitudes des facteurs d'intensité des contraintes de modes I, II et III relevés des côtés gauche et droit de l'éprouvette CCT.

### 3.7.2 Essai sur acier inoxydable 316L

Ces outils, étendus à une mesure de champs 3D surfacique, rendent possible l'étude de cas où le mode III est appliqué et non plus subi par l'expérimentateur. Un cas d'étude, décrit dans la thèse de [Frémy 12], a été proposé dans la machine multiaxiale ASTREE. Une éprouvette fissurée d'acier 316L subit des cycles de traction/compression, qui provoquent un chargement de modes I+II sur la pointe de fissure (voir figure 3.29). Une tige verticale applique un effort normal à un côté de la fissure, ce qui provoque un chargement de mode III. Une modélisation par éléments finis est réalisée pour connaître les relations entre efforts mesurés dans les 5 vérins utilisés et facteurs d'intensités des contraintes appliqués à la pointe.

L'objectif de cet essai est d'évaluer l'influence des surcharges de mode III et de la non-proportionnalité du chargement sur la propagation des fissures par l'étude de la plasticité en pointe. Seuls des cycles élémentaires ont été étudiés, afin de vérifier la faisabilité de ces mesures. Quelques cas particuliers de chargement sont discutés. Les sorties du type de la figure 3.30 permettent d'apprécier visuellement l'adéquation entre champ mesuré et champ calculé.

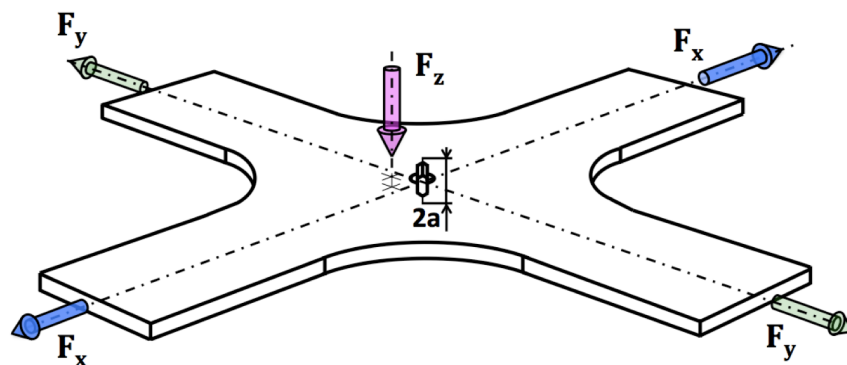
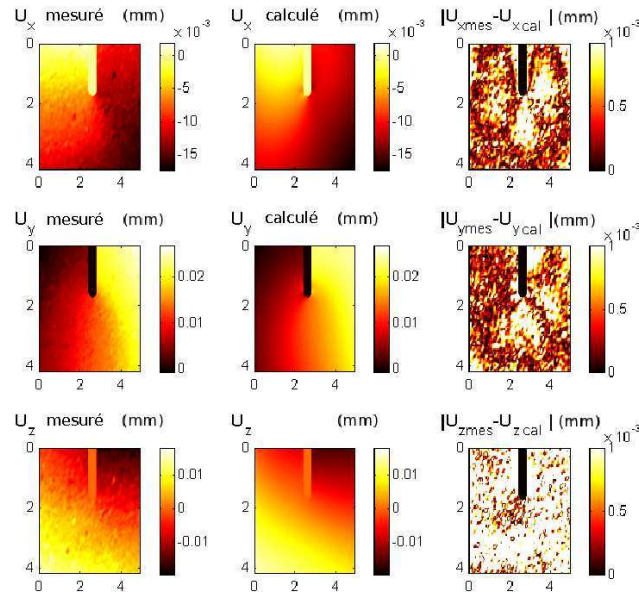


FIGURE 3.29 : Schéma de principe de l'essai triaxial (d'après [Frémy 12]). L'effort vertical  $F_z$  permet d'appliquer des sollicitations cycliques de mode III positif.

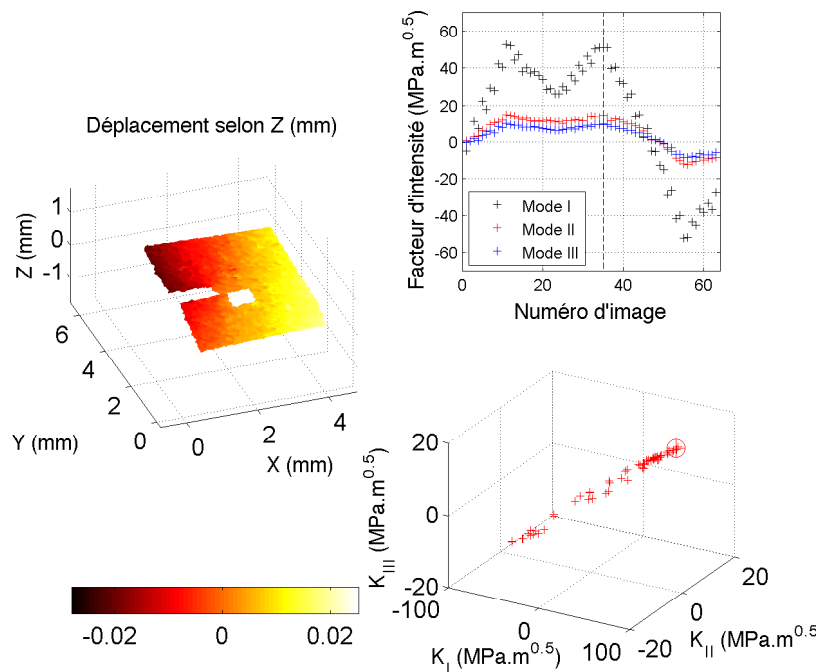


### 3.7. ESSAIS SUIVIS PAR STÉRÉOCORRÉLATION



**FIGURE 3.30 :** Champs mesurés, calculés et différence pour les directions x, y, et z (respectivement identifiables comme des champs de mode II, I et III si la direction de la fissure est parfaitement verticale).

La figure 3.31 présente les résultats de l'extraction des facteurs d'intensité pour le cas "proportionnel modes I-II-III", où des facteurs d'intensité nominaux égaux sont appliqués cycliquement. L'allure des facteurs d'intensité extraits correspond parfaitement à la commande. Néanmoins, dans le cycle analysé, on observe une prédominance forte du champ de mode I sur les autres modes, qui n'était pas prévue. Il faut également souligner que le facteur d'intensité extrait est celui en surface et peut différer sensiblement de celui à cœur [Frémy 12]. Les outils d'extraction de facteurs d'intensité à partir de mesures de champs, validés sur des cas simples comme celui de l'éprouvette CCT, peuvent se révéler utiles pour traiter de cas complexes comme celui-ci. Ils permettent de mettre en évidence la non-proportionnalité du chargement réel sur la pointe de fissure.



**FIGURE 3.31** : Résultats de l'extraction des facteurs d'intensité des contraintes pour le cas "proportionnel modes I-II-III". Le champ de déplacement selon Z (gauche) est présenté pour l'image 35, qui correspond au maximum de la charge. En haut à droite, les facteurs d'intensité extraits sont comparés entre eux. Le trajet dans l'espace  $K_I - K_{II} - K_{III}$  est présenté en bas à droite.

### 3.8 Conclusions

Ce chapitre est attaché à présenter un ensemble de méthodes basées sur la corrélation d'images, utilisables pour la caractérisation de lois de fissuration. La plupart des outils développés ici sont adaptés à des cas essentiellement élastiques, où on étudie la zone de K-dominance. La comparaison des outils de post-traitement de champs mesurés et de la corrélation intégrée permet de mettre en évidence les capacités et certaines limitations des deux méthodes. Le post-traitement convient pour une mesure rapide et permet dans de bonnes conditions d'essai d'obtenir une bonne estimation de la loi de propagation recherchée. Les valeurs faibles de facteurs d'intensité sont néanmoins sensibles au bruit de mesure. Pour la fissuration, la corrélation intégrée est un moyen de mesure plus coûteux en temps de calcul, du fait du déplacement du repère global à chaque itération. Elle permet néanmoins une mesure qui tire partie au mieux du champ support utilisé (ici les champs de Williams) et permet des incertitudes de mesure en déplacements bien plus faibles, ce qui est un avantage pour la détermination de la pointe comme celle du facteur d'intensité.

Les travaux sur l'identification de lois de Paris montrent qu'une loi de propagation peut être déterminée à partir d'une série d'images bien choisies. Le cas le plus simple, celui d'une propagation de fissure dans un domaine majoritairement élastique, a été traité en détail. Des essais dédiés peuvent être envisagés pour des lois plus complexes (loi de Paris à seuil, loi de Paris avec effet de la contrainte T sur la vitesse de propagation). Les méthodes développées sont par construction adaptées au traitement de ce type de cas.

Les cas où la plasticité est plus généralisée sont par nature plus difficiles à traiter. Les champs HRR

peuvent être une manière d'aborder le problème, même si leur manipulation dans une configuration de fatigue est délicate. Cette remarque peut être étendue aux calculs éléments finis. Le point le plus délicat est l'identification de la pointe de fissure dans un contexte où le champ utilisé à cet effet dans le cas élastique est peu significatif. Elle peut être définie comme un paramètre de sortie de la procédure utilisée. Utiliser les paramètres d'une loi cohésive peut être une manière naturelle de contourner le problème tout en identifiant des paramètres mécaniques pertinents.

De manière générale, les derniers essais utilisant la stéréocorrélation montrent qu'elle est un outil performant pour l'analyse des cas 2D comme 3D. Plus lourde à mettre en place pendant l'essai et plus longue à post-traiter, elle est néanmoins un juge de paix efficace pour des cas litigieux en 2D (éprouvettes fines, flambement local). Cette méthode de mesure est particulièrement utile pour des cas où le mode III joue un rôle non-négligeable. Validée, l'extraction de facteurs d'intensité des contraintes en mode I+II+III ouvre la voie à des études plus complètes [Frémy 12].

Ces procédures auront été l'occasion de développer les interfaces logicielles nécessaires au traitement plus efficace de grandes séries d'images, que ce soit pour l'extraction de facteurs d'intensité des contraintes en 2D ou 3D surfacique, l'identification de lois de fissuration avec les deux procédures proposées, ou le pilotage de calculs éléments finis avec des conditions aux limites mesurées par corrélation d'images.

## CHAPITRE 3. ANALYSES DE LA FISSURATION

# Conclusion et perspectives

Ces travaux ont été l'occasion d'aborder de différentes manières les questions associées à l'identification de paramètres mécaniques par mesures de champs. Ils sont déclinés dans ce manuscrit selon trois axes principaux : la présentation des techniques de corrélation d'images et d'identification de paramètres élastoplastiques associés, la caractérisation du comportement du T35 à l'amorçage de fissures dans un contexte de fatigue oligocyclique, et l'étude de la fissuration. Une spécificité importante de cette étude est liée à la faible épaisseur du matériau étudié. Elle a nécessité des développements particuliers pour l'analyse de l'amorçage de fissures pour des rapports de charge négatifs.

Le premier chapitre revient sur les techniques disponibles de corrélation d'images numériques et tente de mettre en évidence certaines de ses bonnes pratiques, en particulier en ce qui concerne les méthodes récentes de régularisation du calcul de corrélation d'images avec des ingrédients mécaniques. Les résultats de la littérature, associés aux cas pratiques traités dans ce manuscrit, ouvrent la perspective de leur utilisation plus large dans le futur. Néanmoins, ces approches sont plus complexes et nécessitent certaines précautions, comme nous l'avons mis en évidence. Le réglage de la procédure multi-échelle, en particulier, nécessite des précautions particulières, puisqu'elle peut mener à des résultats moins bons que ceux d'un calcul sans régularisation mécanique. Les valeurs d'incertitudes atteintes dans le cas d'une utilisation optimale renforcent toutefois la certitude du grand intérêt de ces approches pour fournir des champs de déplacement de meilleure qualité, dans le but de renseigner des procédures d'identification de paramètres mécaniques. L'utilisation d'une pénalisation plus complexe que celle issue de l'écart à l'équilibre d'un solide élastique, par exemple en considérant de prendre en compte une loi élastoplastique, est une piste d'étude pour résoudre les limites mises en évidence dans le cas de plus grandes déformations.

Les techniques d'identification de paramètres élastiques et plastiques sont également abordées dans ce chapitre. Des essais de caractérisation classiques sur machine d'essai hydraulique sont instrumentés avec des mesures de champs pour être utilisés dans des procédures de caractérisation plus complexes. Des paramètres élastiques et élasto-plastiques sont identifiés par le biais de plusieurs approches comparées. Les approches utilisant les mesures de champs, désormais plus courantes dans le monde académique, ont pour intérêt l'utilisation de plus de données de mesure que l'exploitation d'une courbe de sollicitation uniaxiale. Elles fournissent également à l'utilisateur un résidu d'identification dont la nature varie en fonction de la méthode utilisée. Pour une des méthodes utilisées dans ces travaux, la méthode de recalage de modèle par éléments finis, le résidu est la différence entre le champ mesuré et le champ calculé après convergence de la procédure. L'utilisation de ce résidu d'identification est naturelle puisqu'on compare directement les données mesurées à des données calculées. Les approches intégrées proposent d'aller plus loin en utilisant les paramètres de la loi de comportement comme degré de liberté du calcul de corrélation. La mesure de champ est ainsi réalisée en même temps que l'identification de la loi proposée, et l'indicateur de qualité est le résidu de corrélation en niveaux de gris. Ces travaux montrent que l'approche d'identification intégrée est applicable au cas d'une loi élastoplastique. En particulier, on constate que des différences faibles sur le résidu d'identification peut mener à des paramètres identifiés sensiblement différents et meilleurs qu'avec une approche classique de recalage.

Pour modéliser le comportement élastoplastique du T35 de manière plus précise, plusieurs voies sont possibles. L'utilisation de nouvelles lois de comportement en est une : on pourrait par exemple envisager l'usage d'une loi plus complexe (Voce par exemple). Ce type de loi laisse envisager d'étudier la zone de striction, zone à part dans le domaine plastique du matériau. Il faudrait également prendre en compte l'anisotropie en plasticité, observable sur les courbes uniaxiales [Simon-Perret et al. 10]. L'écriture d'une loi élastoplastique anisotrope doit permettre l'identification de ces paramètres selon la même procédure, en ajoutant les degrés de liberté correspondants. L'utilisation d'une loi à écrouissage cinématique semble un défi techniquement plus complexe à mettre en œuvre (de par la faible épaisseur

## CHAPITRE 3. ANALYSES DE LA FISSURATION

des tôles), envisageable à plus long terme. De plus, il faut également envisager l'utilisation d'éprouvettes présentant plus de singularités géométriques, pour mieux les prendre en compte dans le modèle identifié [Pierron et al. 10, Réthoré et al. 13], par exemple une zone fissurée sous chargement monotone. Du côté de la procédure d'identification, il est également possible de se libérer du bruit sur les conditions aux limites en les gérant de manière moins brutale et en ajoutant à la fonctionnelle globale un terme représentatif de l'erreur en déplacement par rapport à une solution calculée, pour « guider » la localisation par exemple. Enfin, le comportement pourrait être analysé en 3D plutôt qu'en 2D, si la structure visible en laminographie le permet [Morgeneyer et al. 12].

Le deuxième chapitre décrit les efforts qui ont été faits pour reproduire expérimentalement une situation due aux conditions de pression exceptionnelles qui règne dans le réservoir FRESCORT. Elles conduisent à des amplitudes de déformation en traction/compression difficiles à mettre en œuvre en laboratoire.

La mise en place d'un montage de stéréo-corrélation a permis d'évaluer les prédéformations subies par le liner pendant le conformage afin d'appliquer ces conditions aux essais. Cette mesure constitue un exemple réussi d'application de cette technique dans le cas de l'analyse d'un procédé de fabrication. Ce résultat de mesure a été utilisé dans le cadre des essais qui ont suivi, mais également dans le calcul du réservoir entier par Astrium-ST.

Les essais biaxiaux dans ASTREE ont été le moyen de réaliser expérimentalement un état de déformation important en compression dans une tôle fine. La (nouvelle) forme de l'éprouvette qui a été développée dans cet objectif, associée au montage anti-flambement dédié, ont été le moyen d'y parvenir. Les mesures de champs cinématiques sont ici le seul moyen de traiter cet essai aux sollicitations très fortement hétérogènes pour la tôle de T35 insérée au centre de cette éprouvette. Les résultats de ces essais nous rendent confiants quant à la tenue du T35 dans les situations identifiées comme critiques par le calcul, même si la détection des fissures n'est pas optimisée. En effet, un algorithme comme celui de [Rupil et al. 11] amélioré pour envisager toutes les directions de fissuration pourrait constituer un critère plus précis que les critères qualitatifs utilisés actuellement. De plus, les conditions d'essai semblent conservatives, puisqu'on observe malgré tout des signes de flambement quand le niveaux de déformations imposées augmentent. Un certain nombre de difficultés expérimentales sont également à relever, notamment la sensibilité importante de la mesure du déplacement des vérins à la température de l'huile, qui a perturbé la commande conçue en déplacements imposés. Le pilotage de la machine en déformations équivalentes sur une jauge virtuelle est une perspective intéressante dans ce cas, qui permettrait de s'affranchir de ces aléas et de l'effet de rochet de structure. Dans le cas particulier des éprouvettes en trèfle, cette perspective apparaît néanmoins délicate à mettre en place, puisqu'il s'agit de piloter la zone la plus déformée, et que celle-ci n'est pas toujours localisée au même endroit. On pourrait également envisager de procéder aux mêmes types d'identification que dans le chapitre 1 (approches de type FEMU ou intégrée) dans la zone utile de T35 des éprouvettes en croix. D'autres types d'essais sur tôles pourraient également être envisagés (montage Arcan par exemple).

Le troisième et dernier chapitre s'attache à l'étude détaillée du phénomène de fissuration dans le T35. Une comparaison quantitative des méthodes de post-traitement de champs de déplacement et de corrélation intégrée a été réalisée sur un cas-test numérique et sur un cas expérimental. La corrélation intégrée permet par construction une extraction plus fine des termes de la série de Williams, en particulier pour les termes supersinguliers. Dans le cas de l'identification d'une loi de propagation, elle est à privilégier, notamment du fait de la grande précision à laquelle on peut s'attendre sur la position de la pointe. Le post-traitement est une manière plus flexible de traiter quantitativement les données de mesure. Il est appliqué à plusieurs cas dans ces travaux. Il permet d'obtenir une première estimation de la loi de propagation proche de celle obtenue grâce à la corrélation intégrée. Ces deux techniques fournissent des données

importantes pour l'expérimentateur, et notamment la contrainte  $T$ , sous-produit de ces procédures qu'il serait intéressant d'intégrer à l'identification d'un modèle pour un cas qui le nécessite. De manière générale, la suite logique de ces travaux est la généralisation de ces essais et procédures à un domaine plus large (amplitude de facteurs d'intensité plus faibles, effet de la contrainte  $T$ , modèles incluant l'effet du mode II sur la propagation). On peut également envisager un pilotage d'essai en facteurs d'intensité des contraintes [Fayolle 08, Durif et al. 12].

Certains cas sortent néanmoins du cadre théorique qui a permis ces résultats. Les champs de Williams ne permettent en effet de traiter que des cas où la fissure est majoritairement droite et où existe une zone de K-dominance (domaine élastique). Plusieurs variantes de ces approches sont dès lors possibles. L'utilisation des champs HRR est notamment une voie possible, même si leur utilisation dans le contexte de sollicitations cycliques est plus complexe. Il est également possible d'utiliser une approche de type « FEMU » en proposant la position de la pointe comme paramètre à identifier. Cette méthode permettrait de traiter la bifurcation des fissures en sortant du cadre des fissures droites, mais aussi de matériaux plus complexes (identification de bi-matériaux, de matériaux endommageables, de lois d'interfaces).

Il est également intéressant de noter que la validation du post-traitement de champs issus de mesures par stéréocorrélation ouvre la possibilité d'étudier des cas plus complexes où interviennent autour de la pointe des champs de mode mixte I+II+III (éventuellement non-proportionnels). Ces mesures peuvent en effet servir de validation à des modèles ne disposant que de très peu d'informations expérimentales à ce sujet.



# Bibliographie

- [Abanto-Bueno et Lambros 02] **Abanto-Bueno J. et Lambros J.** Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(14-16), 1695–1711, 2002. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794402000589>. (Cité en pages 7 et 86)
- [Adib et Baptista 07] **Adib A.M.L. et Baptista C.A.R.P.** An exponential equation of fatigue crack growth in titanium. *Materials Science and Engineering : A*, 452(0), 321 – 325, 2007. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921509306023112>. (Cité en pages 101 et 102)
- [Amstutz et al. 95] **Amstutz B.E., Sutton M.A., Dawicke D.S., et Newman J.C.** *Fracture Mechanics*, volume 26, chapitre An experimental study of CTOD for Mode I/Mode II stable crack growth in thin 2024-T3 aluminum specimens. ASTM STP 1256, 1995. (Cité en page 86)
- [Andrieux et al. 97] **Andrieux S., BenAbda E., et Bui H.D.** Sur l'identification de fissures planes via le concept d'écart à la réciprocité en élasticité. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series I - Mathematics*, 324(12), 1431–1438, 1997. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0764444297835884>. (Cité en page 24)
- [ANSI/AIAA 98] **ANSI/AIAA .** Standard for space systems - metallic pressure vessels, pressurized structures, and pressure components. Rapport technique S-080-1998, 5.1, ANSI/AIAA, 1998. (Cité en pages 3 et 51)
- [ARAMIS ] **ARAMIS** commercial software. GOM. <http://www.gom.com>. (Cité en page 42)
- [Arnold 02] **Arnold G.** *Identification de lois de comportement pour la simulation de la mise en forme à froid*. Thèse de doctorat, 2002. (Cité en pages 37, 38 et 59)
- [ASTM 08] **ASTM Int.** E647-11 : Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates. Rapport technique, ASTM, 2008. (Cité en pages 88 et 106)
- [Avril et al. 08a] **Avril S., Pierron F., Pannier Y., et Rotinat R.** Stress reconstruction and constitutive parameter identification in plane-stress elasto-plastic problems using surface measurements of deformation fields. *Experimental Mechanics*, 48(4), 403–419, 2008. <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-007-9084-2>. (Cité en pages 7 et 30)
- [Avril et al. 08b] **Avril S., Bonnet M., Bretelle A.-S., Grédiac M., Hild F., Ienny P., Lattourte F., Lemosse D., Pagano S., Pagnacco E., et Pierron F.** Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics*, 48(4), 381–402, 2008. <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-008-9148-y>. (Cité en pages 1, 7, 22 et 23)

- [Beevers 80] **Beevers C.J., editor.** *The measurement of crack length and shape during fracture and fatigue.* EMAS, West Midlands (UK), 1980. (Cité en page 88)
- [Besnard 11] **Besnard G.** *Caractérisation et quantification de surfaces par stéréocorrélation pour des essais mécaniques du quasi statique à la dynamique ultra-rapide.* Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 2011. (Cité en pages 41 et 42)
- [Besnard et al. 06] **Besnard G., Hild F., et Roux S.** "Finite-element" displacement fields analysis from digital images : Application to Portevin-Le Châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6), 789 :804, 2006. (Cité en pages 8, 11 et 13)
- [Besnard et al. 12] **Besnard G., Hild F., Lagrange J.-M., Martinuzzi P., et Roux S.** Analysis of necking in high speed experiments by stereocorrelation. *Int Jal of Impact Engineering*, 49, 179 :191, 2012. (Cité en page 7)
- [Boller et Seeger 87] **Boller C. et Seeger T.** *Materials data for cyclic loading.* Elsevier, 1987. (Cité en pages 39, 68 et 82)
- [Bornert et al. 09] **Bornert M., Brémand F., Doumalin P., Dupré J.-C., Fazzini M., Grédiac M., Hild F., Mistou S., Molimard J., Orteu J.-J., Robert L., Surrel Y., Vacher P., et Wattrisse B.** Assessment of digital image correlation measurement errors : Methodology and results. *Experimental Mechanics*, 49(3), 353–370, 2009. <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-008-9204-7>. (Cité en page 8)
- [Broggiato 04] **Broggiato G.B.** Adaptive image correlation technique for full-field strain measurement. *Proceedings 12th Int. Conf. Exp. Mech*, 2004. (Cité en page 11)
- [Brynk et al. 12] **Brynk T., Molak R.M., Janiszewska M., et Pakiela Z.** Digital image correlation measurements as a tool of composites deformation description. In *Proceedings of the 21st International Workshop on Computational Mechanics of Materials (IWCMM 21)*, volume 64, pages 157–161, 2012. (Cité en page 7)
- [Cailletaud] Cailletaud G. Cours en ligne du département de matériaux de l'école des mines de paris, <http://mms2.ensmp.fr/>. (Cité en page 8)
- [Chambon et al. 04] **Chambon L., Congourdeau F., Galerne C., Guinard S., et Thévenet P.** Application des méthodes optiques pour le suivi global du comportement des structures aéronautiques. In Berthaud Y., Gaborit P., Grédiac M., Orteu J.-J., Robert L., et Sentenac T., editors, *Photomécanique*, pages 313–20, 2004. (Cité en pages 1 et 7)
- [Chapelle 02] **Chapelle D.** *Influence des orientations cristallines sur la localisation en bande de cisaillement dans des Al-Mg soumis à compression plane.* Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne et de l'Université Jean Monnet de Saint-Etienne, 2002. (Cité en pages 37 et 59)
- [Chevalier et al. 01] **Chevalier L., Calloch S., Hild F., et Marco Y.** Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 20(2), 169–187, 2001. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753800011359>. (Cité en pages 1 et 9)

- [Chu et al. 85] **Chu T., Ranson W., et Sutton M.** Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics. *Experimental Mechanics*, 25(3), 232–244, 1985. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02325092>. (Cité en pages 7 et 8)
- [Claire et al. 04] **Claire D., Hild F., et Roux S.** A finite element formulation to identify damage fields : the equilibrium gap method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(2), 189–208, 2004. <http://dx.doi.org/10.1002/nme.1057>. (Cité en pages 7, 12 et 24)
- [Combres 99] **Combres Y.** Propriétés du titane et de ses alliages. *Techniques de l'ingénieur, traité matériaux métalliques*, page M557, 1999. (Cité en page 6)
- [Considère 85] **Considère A.** *Annales des ponts et chaussées*, chapitre L'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, pages 574–775. ENSPC, 1885. (Cité en page 29)
- [Cooreman et al. 07] **Cooreman S., Lecompte D., Sol H., Vantomme J., et Debruyne D.** Elasto-plastic material parameter identification by inverse methods : Calculation of the sensitivity matrix. *International Journal of Solids and Structures*, 44(13), 4329–4341, 2007. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768306005014>. (Cité en page 25)
- [Cornille 05] **Cornille N.** *Accurate 3D Shape and Displacement Measurement using a Scanning Electron Microscope*. Thèse de doctorat, 2005. (Cité en page 1)
- [Correli-STC] Correli-STC commercial software. Holo3. <http://www.holo3.com/correli-stc-aen95.html>. (Cité en page 42)
- [Cottin et al. 84] **Cottin N., Felgenhauer H. P., et Natke H. G.** On the parameter identification of elastomechanical systems using input and output residuals. *Ing. arch*, 54(5), 378–387, 1984. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00532820>. (Cité en page 24)
- [Desmars et al. 04] **Desmars B., Peres P., Piron E., Mistou S., et Karama M.** Application de la méthode de st reo-corrélation d'images à la caractérisation des élastomères en grandes déformations. In *Photomécanique*, pages 217–224, 2004. (Cité en pages 1 et 7)
- [Doudard 04] **Doudard C.** *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais d'échauffement*. Thèse de doctorat, 2004. (Cité en pages 8, 55, 59 et 60)
- [Du et al. 11] **Du Y., Díaz F., Burguete R., et Patterson E.** Evaluation using digital image correlation of stress intensity factors in an aerospace panel. *Experimental Mechanics*, 51(1), 45–57, 2011. <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-010-9335-5>. (Cité en page 86)
- [Durif et al. 12] **Durif E., Réthoré J., Combescure A., Fregonese M., et Chaudet P.** Controlling stress intensity factors during a fatigue crack propagation using digital image correlation and a load shedding procedure. *Experimental Mechanics*, 52(8), 1021–1031, 2012. <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-011-9552-6>. (Cité en page 121)

- [El Bartali et al. 08] **El Bartali A., Aubin V., et Degallaix S.** Fatigue damage analysis in a duplex stainless steel by digital image correlation technique. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 31(2), 137–151, 2008. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1460-2695.2007.01207.x>. (Cité en pages 7 et 86)
- [Etheridge et Dally 78] **Etheridge J.M. et Dally J.W.** A three-parameter method for determining stress intensity factors from isochromatic fringe patterns. *Journal of Strain Analysis*, 13(2), 91–94, 1978. (Cité en page 86)
- [Fayolle 08] **Fayolle X.** Correli-SIF : Programme de pilotage du facteur d'intensité des contraintes par corrélation d'images. Master's thesis, CNAM Paris, 2008. (Cité en page 121)
- [Ferreira et al. 96] **Ferreira J.A.M., Costa J.D.M., et Reis P.N.B.** Fatigue and creep in titanium grade 2. *Int. J. Fatigue*, 18(4), 227 :233, 1996. (Cité en pages 6 et 53)
- [Frémy 12] **Frémy F.** *Fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III non proportionnel dans l'acier 316L, Approche expérimentale et modélisation des effets de la plasticité.* Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 2012. (Cité en pages 9, 114, 115 et 117)
- [Gras et al. 12] **Gras R., Leclerc H., Roux S., Otin S., Schneider J., et Périé J.N.** Identification of the out-of-plane shear modulus of a 3D woven composite. *Experimental Mechanics*, pages 1–12, 2012. <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-012-9683-4>. (Cité en page 24)
- [Grédiac et Vautrin 90] **Grédiac M. et Vautrin A.** A new method for determination of bending rigidities of thin anisotropic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 57(4), 964–968, 12 1990. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2897668>. (Cité en page 24)
- [Hamam et al. 07] **Hamam R., Hild F., et Roux S.** Stress intensity factor gauging by digital image correlation : Application in cyclic fatigue. *Strain*, 43, 181 :192, 2007. (Cité en pages 89, 91 et 94)
- [Han et al. 94] **Han G., Sutton M., et Chao Y.** A study of stationary crack-tip deformation fields in thin sheets by computer vision. *Experimental Mechanics*, 34(2), 125–140, 1994. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02325709>. (Cité en pages 86 et 94)
- [Helm et al. 03] **Helm J.D., Sutton M.A., et McNeill S.R.** Deformations in wide, center-notched, thin panels, part i : three-dimensional shape and deformation measurements by computer vision. *Optical Engineering*, 42(5), 1293–1305, 2003. (Cité en pages 87 et 109)
- [Hermez et Farhat 93] **Hermez F.M. et Farhat C.** Updating finite element dynamic models using element-by-element sensitivity methodology. *AIAA Journal*, 31(9), 1702–1711, 1993. (Cité en page 24)
- [Hild et al. 09] **Hild F., Roux S., Gras R., Guerrero N., Marante M.E., et Flórez-López J.** Displacement measurement technique for beam kinematics. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3–4), 495–503, 2009. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816608000432>. (Cité en page 7)

- [Hild et Roux 06a] **Hild F. et Roux S.** Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties –a review. *Strain*, 42(2), 69–80, 2006. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2006.00258.x>. (Cité en pages 1 et 7)
- [Hild et Roux 06b] **Hild F. et Roux S.** Measuring stress intensity factors with a camera : Integrated digital image correlation (I-DIC). *Comptes Rendus Mécanique*, 334(1), 8–12, 2006. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S163107210500210X>. (Cité en page 26)
- [Hild et Roux 08] **Hild F. et Roux S.** CORRELI-Q4 : A software for "finite-element" displacement field measurement by digital image correlation. *Rapport Interne LMT*, 269, 2008. (Cité en page 11)
- [Hild et Roux 12a] **Hild F. et Roux S.** Comparison of local and global approaches to digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 52(9), 1503–1519, 2012. (Cité en pages 8, 10 et 11)
- [Hild et Roux 12b] **Hild F. et Roux S.** *Optical Methods for Solid Mechanics*, chapitre Digital Image Correlation. Wiley-VCH, Berlin (Germany), 2012. (Cité en page 7)
- [Hoc et al. 03] **Hoc T., Crépin J., Gélébart L., et Zaoui A.** A procedure for identifying the plastic behavior of single crystals from the local response of polycrystals. *Acta Materialia*, 51(18), 5477–5488, 2003. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359645403004130>. (Cité en pages 7 et 30)
- [Howard 80] **Howard I.C.** A method of estimating biaxial fatigue growth rates. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 3(3), 265–270, 1980. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1460-2695.1980.tb01366.x>. (Cité en page 108)
- [Hutchinson 68] **Hutchinson J.W.** Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1), 13–31, 1968. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022509668900148>. (Cité en page 99)
- [Ikehata 90] **Ikehata M.** Inversion formulas for the linearized problem for an inverse boundary value problem in elastic prospection. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 50(6), 1635–1644, 1990. <http://dx.doi.org/10.1137/0150097>. (Cité en page 24)
- [Kanninen et Popelar 85] **Kanninen M.F. et Popelar C.H.** *Advanced Fracture Mechanics*, volume 15. Oxford Engineering Series, 1985. (Cité en page 97)
- [Kavanagh et Clough 71] **Kavanagh K.T. et Clough R.W.** Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, 7(1), 11–23, 1 1971. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020768371900151>. (Cité en page 24)
- [Kirugulige et Tippur 09] **Kirugulige M.S. et Tippur H.V.** Measurement of fracture parameters for a mixed-mode crack driven by stress waves using image correlation technique and high-speed digital photography. *Strain*, 45(2), 108–122,

2009. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2008.00449.x>. (Cité en page 86)
- [Ladevèze et al. 94] **Ladevèze P., Nedjar B., et Reynier M.** Updating of finite updating of finite element models using vibration tests. *AIAA Journal*, 32(7), 1485–1491, 1994. (Cité en page 24)
- [Leclerc et al. 09] **Leclerc H., P ri  J.N., Roux S., et Hild F.** Integrated digital image correlation for the identification of mechanical properties. In Gagalowicz A. et Philips W., editors, *Computer vision/Computer graphics collaboration techniques*, volume 5496, pages 161–171. Springer Berlin / Heidelberg, 2009. (Cité en pages 12, 25, 26 et 33)
- [Leclerc et al. 13] **Leclerc H., P ri  J.-N., Hild F., et Roux S.** Digital volume correlation : what are the limits to the spatial resolution? *Mechanics & Industry*, 2013. [dx.doi.org/10.1051/meca/2012025](http://dx.doi.org/10.1051/meca/2012025). (Cité en page 12)
- [Lemaitre et Chaboche 90] **Lemaitre J. et Chaboche J.L.** *Mechanics of solids materials*. Cambridge University Press, 1990. (Cité en page 30)
- [Libertiny et al. 77] **Libertiny G.Z., Topper T.H., et Leis B.N.** The effect of large prestrains on fatigue. *Experimental Mechanics*, 17(2), 64–68, 1977. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02326428>. (Cité en page 55)
- [Mahnken et Stein 96] **Mahnken R. et Stein E.** A unified approach for parameter identification of inelastic material models in the frame of the finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 136(3–4), 225–258, 1996. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045782596009917>. (Cité en pages 7 et 30)
- [Mathieu et al. 12] **Mathieu F., Hild F., et Roux S.** Identification of a crack propagation law by digital image correlation. *International Journal of Fatigue*, 36(1), 146 – 154, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.08.004>. (Cité en page 101)
- [Mathieu et al. 13a] **Mathieu F., Hild F., et Roux S.** Image-based identification procedure of a crack propagation law. *Engineering Fracture Mechanics*, 103, 48–59, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.05.007>. (Cité en page 108)
- [Mathieu et al. 13b] **Mathieu F., Aimesieu P., Guimard J.M., et Hild F.** Direct identification of interlaminar fracture properties of a composite laminate using local fullfield kinematic measurements. *Composites Part A*, 49, 203–213, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2013.02.015>. (Cité en page 100)
- [McNeill et al. 87] **McNeill S., Peters W., et Sutton M.** Estimation of stress intensity factor by digital image correlation. *Engineering Fracture Mechanics*, 28, 101 :121, 1987. (Cit  en pages 1, 7 et 86)
- [Medda et al. 07] **Medda A., Demofonti G., Roux S., Hild F., et Baldi A.** Sull'identificazione del comportamento plastico di un'acciaio a partire da misure a campo intero ottenute tramite correlazione digitale di immagini. In *XXXVI Convegno Nazionale, AIAS, Naples (Italy)*, page 10, 2007. (Cit  en page 30)



- [Morgeneyer et al. 12] **Morgeneyer T.F., Helfen L., Mubarak H., et Hild F.** 3D digital volume correlation of synchrotron radiation laminography images of ductile crack initiation : An initial feasibility study. *Experimental Mechanics*, 2012. <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-012-9660-y>. (Cité en page 120)
- [Morrison 86] **Morrison C.J.** *Biaxial Testing Using Cruciform Specimens, in Techniques for Multiaxial Creep Testing*. Elsevier Applied Science Publishers, 1986. (Cité en page 59)
- [Munier et al. 10] **Munier R., Doudard C., Calloch S., et Weber B.** Digital image correlation and infrared measurements to determine the influence of a uniaxial pre-strain on fatigue properties of a dual phase steel. *EPJ Web of Conferences*, 6, 2010. <http://dx.doi.org/10.1051/epjconf/20100637007>. (Cité en page 7)
- [Nguyen et al. 11] **Nguyen T.L., Hall S.A., Vacher P., et Viggiani G.** Fracture mechanisms in soft rock : Identification and quantification of evolving displacement discontinuities by extended digital image correlation. *Tectonophysics*, 503(1–2), 117–128, 4 2011. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0040195110003859>. (Cité en page 86)
- [Nuismer 75] **Nuismer R.J.** An energy release rate criterion for mixed mode fracture. *International Journal of Fracture*, 11(2), 245–250, 1975. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00038891>. (Cité en pages 72 et 79)
- [Périé et al. 09] **Périé J.-N., Leclerc H., Roux S., et Hild F.** Digital image correlation and biaxial test on composite material for anisotropic damage law identification. *International Journal of Solids and Structures*, 46(11–12), 2388–2396, 6 2009. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768309000523>. (Cité en page 7)
- [Pierron et al. 10] **Pierron F., Avril S., et Tran V.T.** Extension of the virtual fields method to elasto-plastic material identification with cyclic loads and kinematic hardening. *International Journal of Solids and Structures*, 47(22–23), 2993–3010, 2010. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002076831000243X>. (Cité en pages 30 et 120)
- [Poncelet 07] **Poncelet M.** *Multiaxialité, hétérogénéités intrinsèques et structurales des essais d'auto-échauffement et de fatigue à grand nombre de cycles*. Thèse de doctorat, 2007. (Cité en page 59)
- [Pottier 10] **Pottier T.** *Identification paramétrique par recalage de modèles éléments finis couplée à des mesures de champs cinématiques et thermiques*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, 2010. (Cité en pages 23 et 24)
- [Ramberg et Osgood 43] **Ramberg W. et Osgood W.R.** Description of stress-strain curves by three parameters. *Technical notes, National Advisory Committee for Aeronautics*, 4th edition, July 1943. (Cité en page 27)
- [Réthoré 10] **Réthoré Julien.** A fully integrated noise robust strategy for the identification of constitutive laws from digital images. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(6), 631–660, 2010. <http://dx.doi.org/10.1002/nme.2908>. (Cité en pages 12 et 26)



- [Réthoré et al. 09] **Réthoré J., Roux S., et Hild F.** An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis of fractured samples. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 18(3-4), 285–306, 2009. <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3166/ejcm.18.285-306>. (Cité en page 12)
- [Réthoré et al. 13] **Réthoré J., Muhibullah, Elguedj T., Coret M., Chaudet P., et Combescure A.** Robust identification of elasto-plastic constitutive law parameters from digital images using 3D kinematics. *International Journal of Solids and Structures*, 50(1), 73–85, 2013. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768312003836>. (Cité en page 120)
- [Ribeiro 06] **Ribeiro R.** Contribution à l'industrialisation d'une machine de flexion pure cyclique et d'un logiciel d'identification du comportement élastoplastique des tôles. Rapport technique, Conservatoire national des arts et métiers., 2006. (Cité en pages 37 et 39)
- [Rice 67] **Rice J.R.** *Fatigue crack propagation*, chapitre Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue, pages 247–309. ASTM STP 415, 1967. (Cité en page 97)
- [Rice et Rosengren 68] **Rice J.R. et Rosengren G.F.** Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1), 1–12, 1968. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022509668900136>. (Cité en page 99)
- [Roux et al. 09] **Roux S., Réthoré J., et Hild F.** Digital image correlation and fracture : An advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks. *Journal of physics D : Applied physics*, 42, 214004, 2009. (Cité en pages 26, 91, 92 et 97)
- [Roux et al. 12] **Roux S., Hild F., et Leclerc H.** Mechanical assistance to DIC. *Procedia IUTAM*, 4, 159–168, 2012. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210983812000429>. (Cité en page 57)
- [Roux et Hild 06] **Roux S. et Hild F.** Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches. *Int Jal of Fracture*, 140(1), 141 :157, 2006. (Cité en page 90)
- [Rupil et al. 11] **Rupil J., Roux S., Hild F., et Vincent L.** Fatigue microcrack detection with digital image correlation. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 46(6), 492–509, 08 2011. (Cité en pages 58, 86 et 120)
- [Salem et al. 06] **Salem A.A., Kalidindi S.R., Doherty R.D., et Semiatin S.L.** Strain hardening due to deformation twinning in alpha-titanium : Mechanisms. *Metalurgical and materials transactions*, 37(A), 259 :268, 2006. (Cité en page 7)
- [Sanford 80] **Sanford R.** Application of the least-squares method to photoelastic analysis. *Experimental Mechanics*, 20(6), 192–197, 1980. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02327598>. (Cité en page 86)

- [Schreier et al. 00] **Schreier H.W., Braasch J.R., et Sutton M.A.** Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation. *Optical Engineering*, 39(11), 2915–2921, 2000. <http://dx.doi.org/10.1117/1.1314593>. (Cité en pages 7 et 9)
- [Schreier et Sutton 02] **Schreier H.W. et Sutton M.A.** Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions. *Experimental Mechanics*, 42(3), 303–310, 2002. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02410987>. (Cité en pages 7 et 8)
- [Sergueeva et al. 01] **Sergueeva A.V., Stolyarov V.V., Valiev R.Z., et Mukherjee A.K.** Advanced mechanical properties of pure titanium with ultrafine grained structure. *Scripta Materialia*, 45, 747 :752, 2001. (Cité en page 7)
- [Série LK-G.] Série LK-G. Keyence, Capteur de mouvement CCD   laser. <http://www.keyence.fr/products/measure/laser/lkg/lkg.php>. (Cité en page 66)
- [Sherry et al. 95] **Sherry A.H., France C.C., et Goldthorpe M.R.** Compendium of T-stress solutions for two and three dimensional cracked geometries. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 18(1), 141–155, 1995. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1460-2695.1995.tb00148.x>. (Cité en pages 95 et 96)
- [Simon-Perret et al. 10] **Simon-Perret M., Crépin J., et Morgeneyer T.F.** Etude du comportement mécanique d’un liner de titane. In Fédération française des matériaux, editor, *Matériaux 2010*, page 10 p., Nantes, France, 2010. (Cité en pages 7, 28, 29, 36 et 119)
- [StrainMaster] StrainMaster commercial software. LaVision. <http://www.lavision.de/en/products/strainmaster-dic.php>. (Cité en page 42)
- [Sun et al. 05] **Sun Y., Pang J.H.L., Wong C.K., et Su F.** Finite element formulation for a digital image correlation method. *Appl. Opt.*, 44(34), 7357–7363, 2005. <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-44-34-7357>. (Cité en page 11)
- [Sutton et al. 83] **Sutton M., Wolters W., Peters W., Ranson W., et McNeill S.** Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3), 131 :139, 1983. (Cité en pages 7, 8 et 9)
- [Sutton et al. 00] **Sutton M., McNeill S., Helm J., Chao Y., et Rastogi P.** *Advances in Two-Dimensional and Three-Dimensional Computer Vision*, volume 77, pages 323–372. Springer Berlin / Heidelberg, 2000. (Cité en page 9)
- [Sutton et al. 08] **Sutton M.A., Yan J.H., Tiwari V., Schreier H.W., et Orteu J.J.** The effect of out-of-plane motion 2D and 3D digital image correlation measurements. *Optics and Lasers in Engineering*, 46(10), 746–757, 10 2008. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816608000985>. (Cité en page 109)
- [Sutton et al. 09] **Sutton M.A., Orteu J.J., et Schreier H.W.** *Image correlation for shape, motion and deformation measurements : Basic Concepts, Theory and Applications*. Springer, 2009. (Cité en pages 1, 7 et 41)
- [Tada et al. 73] **Tada H., Paris P.C., et Irwin G.R.** The stress analysis of cracks handbook. 2.2, 1973. (Cité en pages 52, 87, 94 et 96)

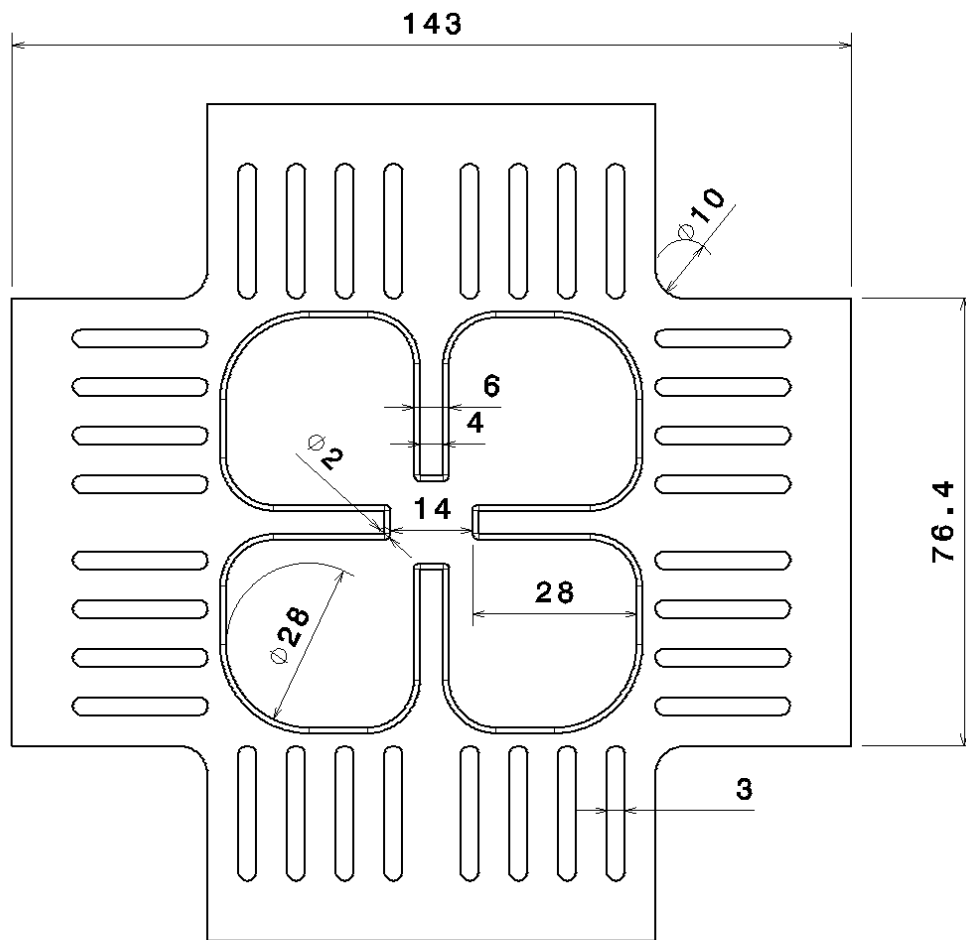
- [Tomičević et al. 13] **Tomičević Z., Hild F., et Roux S.** Mechanics-aided digital image correlation. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design (accepté)*, 2013. (Cité en pages 12, 13, 17 et 18)
- [Tong 02] **Tong J.** T-stress and its implications for crack growth. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(12), 1325–1337, 2002. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794402000024>. (Cité en pages 100 et 107)
- [Vic-3D] Vic-3D commercial software. Correlated Solutions Incorporated. <http://www.correlatedsolutions.com>. (Cité en page 42)
- [Williams 57] **Williams M.L.** On the stress distribution at the base of a stationary crack. *ASME J Appl Mech*, 24, 109 :114, 1957. (Cité en pages 71, 86 et 88)
- [Wu et al. 07] **Wu X., Kalidindi S.R., Necker C., et Salem A.A.** Prediction of crystallographic texture evolution and anisotropic stress-strain curves during large plastic strains in high purity alpha-titanium using a taylor-type crystal plasticity model. *Acta Materialia*, 55, 423 :432, 2007. (Cité en page 7)
- [Yang et al. 93] **Yang S., Chao Y. J., et Sutton M. A.** Complete theoretical analysis for higher order asymptotic terms and the HRR zone at a crack tip for mode I and mode II loading of a hardening material. *Acta Mechanica*, 98(1-4), 79–98, 1993. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01174295>. (Cité en page 99)
- [Yoneyama et al. 06] **Yoneyama S., Morimoto Y., et Takashi M.** Automatic evaluation of mixed-mode stress intensity factors utilizing digital image correlation. *Strain*, 42(1), 21–29, 2006. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-1305.2006.00246.x>. (Cité en pages 7 et 86)
- [Zaefferer 03] **Zaefferer S.** A study of active deformation systems in titanium alloys : dependence on alloy composition and correlation with deformation texture. *Materials Science and Engineering*, A344, 20 :30, 2003. (Cité en pages 6 et 7)
- [Zhang et Kim 11] **Zhang L. et Kim J.H.** Mode-III stationary crack-tip fields in a functionally graded material. *Journal of Applied Mechanics*, 78(1), 011005, 2011. (Cité en page 112)





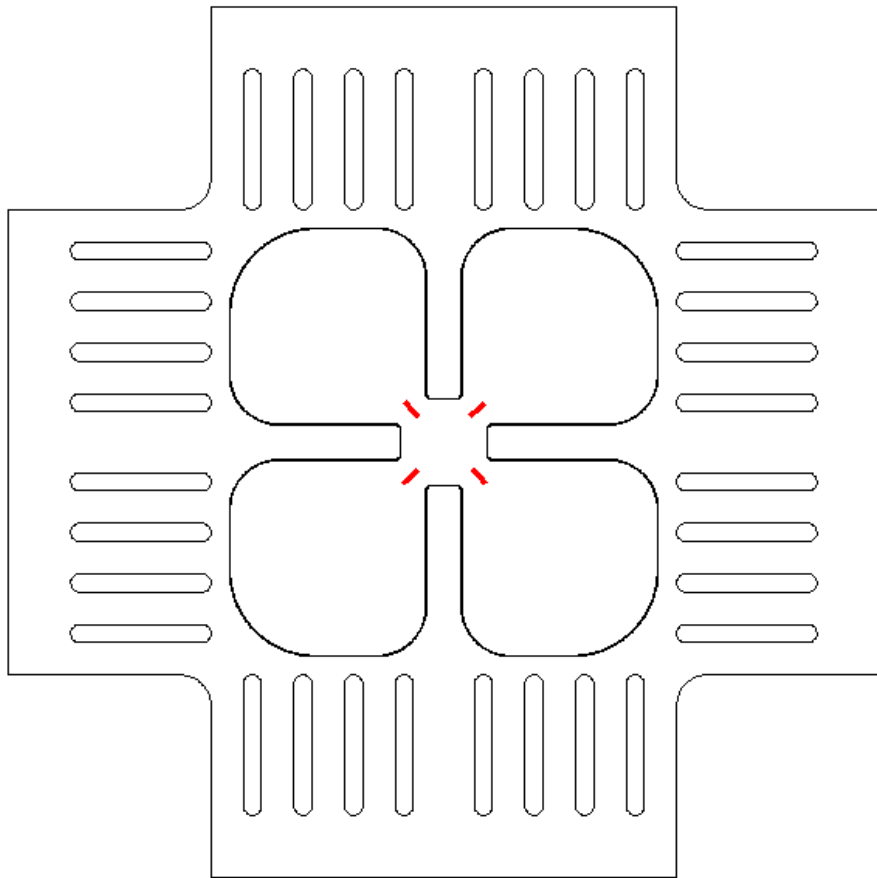
## Plans des éprouvettes biaxiales

Cette annexe présente les plans cotés et simplifiés des éprouvettes biaxiales vierge, avec défauts artificiels, avec cordon de soudure. Les dimensions sont toutes les mêmes, seule change la présence de défauts ou d'un cordon de soudure.



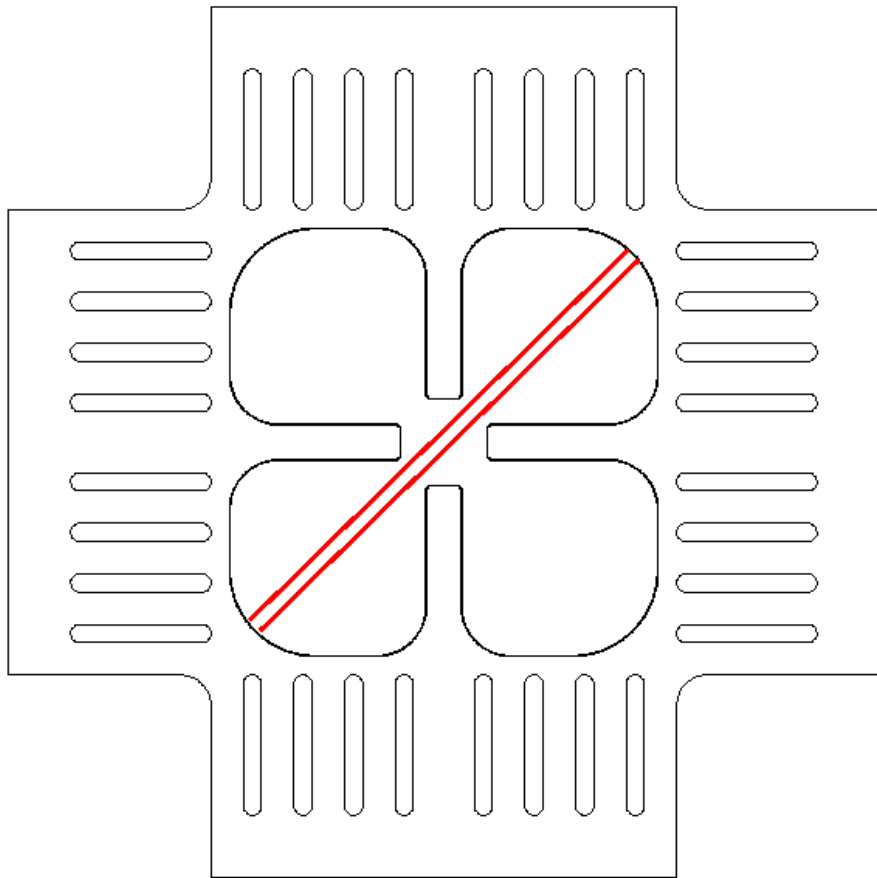
Vue de face

FIGURE A.1 : Eprouvette biaxiale vierge.



**FIGURE A.2 :** Epreuve biaxiale comportant un type de défaut (lunules).





**FIGURE A.3** : Epreuve biaxiale avec un cordon de soudure.

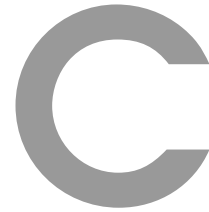
# B

## Protocole de fabrication des éprouvettes biaxiales

La fabrication des éprouvettes « sandwich » biaxiales suit un protocole préétabli présenté ci-dessous. Les tôles de T35 et d'aluminium (6061) ont été usinées par la société WIPELEC.

1. Préparation des surfaces collées par alcool, acétone, puis nettoyage dans un bain d'Ardrox 6376 (dilué à 1/3) pendant 30 minutes à 40°C, comme préconisé par le fabricant CHEMETALL. Ce produit *est préconisé pour éliminer les huiles, les graisses et autres pollutions sur les pièces en aluminium, cuivre, titane et en magnésium.*
2. Rinçage à l'eau distillée.
3. Application de la colle époxyde ARALDITE 420 A/B (HUNTSMAN) sur les tôles d'alliage d'aluminium.
4. Mise en place des tôles sur des pions de centrage disposés dans deux trous opposés de l'éprouvette.
5. Serrage léger aux extrémités de l'éprouvette.
6. Nettoyage grossier de la colle superflue.
7. Application d'un effort réparti (serre-joint manuel + cale) sur les doigts des tôles d'aluminium pour assurer leur collage durable.
8. Nettoyage final précis pour débarasser la tôle de T35 des résidus de colle.
9. Séchage (24h).
10. Application du mouchetis (sous-couche de peinture blanche à la bombe et mouchetis d'encre noire à l'aérographe).





## Annexe C : Article 1

Cette annexe est constituée de l'article *Identification of a crack propagation law by digital image correlation*, Mathieu F., Hild F. and Roux S., Int Jal of Fatigue Vol 36, Pages 146-154, 2012.





## Identification of a crack propagation law by digital image correlation

Florent Mathieu\*, François Hild, Stéphane Roux

Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT-Cachan), ENS de Cachan/UMR CNRS/Université Paris 6/PRES UniverSud Paris, 61 Avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 3 May 2011

Received in revised form 28 July 2011

Accepted 5 August 2011

Available online 24 August 2011

#### Keywords:

Crack propagation

Experimental technique

Paris' law

Titanium

### ABSTRACT

It is proposed to use digital image correlation (DIC) to identify parameters governing crack propagation of commercially pure titanium. To achieve this goal, crack tip location, stress intensity factor,  $T$ -stress and plastic zone size are sought. Most of the DIC approaches are based upon local analyzes of displacements, and their subsequent projection onto a set of mechanically relevant fields. It is proposed to perform these two sequential steps in a unique (and integrated) way, and to compare the results with a global approach to DIC with subsequent post-processing. A priori performances of two global approaches are compared, and a propagation law is identified from the series of raw images of a fatigue test on commercially pure titanium with the integrated approach that yields better results.

© 2011 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### 1. Introduction

Since the first attempt to measure a stress intensity factor (SIF) by digital image correlation [1], a lot of improvements have appeared. DIC is definitely a tool of choice to analyze cracked samples and structures [2]. In particular, for cyclic tests, one key aspect is related to the estimation of crack opening and closure levels when studying the propagation conditions. The latter ones could be determined by analyzing crack opening displacements measured by DIC [3,4]. These conditions could also be studied thanks to the analysis of SIF histories [5]. Crack propagation laws were also determined when the crack tip position was optically determined when using a long-distance microscope [7], or by using the crack opening displacements [8]. In the following, another will be followed to determine the crack tip position. When the propagation path is not straight, edge detection procedures can also be used to determine the shape of the crack [9], or even the correlation residuals themselves when a global approach to DIC is used [10].

Some of the previous aspects can also be studied thanks to computed tomography and in situ tests when resorting to digital volume correlation [11]. In particular, stress intensity factors along the crack front and crack opening displacement maps allowed the same authors to analyze the closure conditions in a fatigue experiment on nodular graphite cast iron [12], and its influence of the propagation conditions [13]. Even though most of the tools developed herein could be extended to deal with 3D situations, the analysis detailed herein is applied to 2D pictures and aims at

the direct and automated determination of crack propagation laws based upon the sole use of digital images.

When analyzing initiation conditions, DIC was also used on meso [14] and microscales [15,16] for which multiple damage sites occur. Damage mechanisms could be analyzed in a quantitative manner when using the measured displacement fields. When combined with infrared thermography, heat sources and stress levels are identified thanks to inverse thermomechanical analyzes [17]. Ad hoc correlation procedure was also developed to count automatically the number of initiated mesocracks [18]. This information is then used to tune the parameters of a continuous initiation model [19]. In the following, only one long crack will be analyzed.

One key parameter driving crack propagation is the SIF. Most of the approaches to measure an SIF are based on post-processing the measured displacement fields to extract stress intensity factors [20–22]. Least squares minimization is generally used when the measured data are projected onto reference (*i.e.* mechanically admissible [23]) fields. The amplitudes associated with these reference fields give access, for instance, to SIFs. Alternative extracting techniques follow the same path as for numerical simulations (*e.g.* the interaction integral [24]). The latter can be optimized to be the least sensitive to measurement uncertainties [25]. Recently, it was shown that the interaction integral is only a local minimizer, and that optimal SIF extractors deal with the measured data, namely, the displacement field, and not any of their derivatives since they will be less sensitive to measurement uncertainties [26].

The first question to address when evaluating an SIF is related to the location of the crack tip. This is clearly an experimental challenge since the experimentalist cannot rely on a manual estimate that neglects sub-pixel crack openings. Most of the time, the location of the crack tip is part of the minimization procedure, which

\* Corresponding author.

E-mail addresses: [florent.mathieu@lmt.ens-cachan.fr](mailto:florent.mathieu@lmt.ens-cachan.fr) (F. Mathieu), [francois.hild@lmt.ens-cachan.fr](mailto:francois.hild@lmt.ens-cachan.fr) (F. Hild), [stephane.roux@lmt.ens-cachan.fr](mailto:stephane.roux@lmt.ens-cachan.fr) (S. Roux).

becomes nonlinear. Another route was proposed by Hamam et al. [5]. It consists in considering so-called supersingular displacement fields, and more precisely, the first one that is usually discarded in a purely elastic analysis. The latter one can be used to locate the crack tip by canceling out its amplitude. This type of approach was applied both on numerical simulations [27], and experimental results [5,28,2,26]. It will be used herein to follow the crack tip in a cyclic test during which propagation occurs.

To evaluate directly (*i.e.* with no post-processing of the measured displacement field) the SIF and thus the crack tip location and other relevant mechanical parameters, so-called “integrated approaches” of DIC (or I-DIC [29,30,5,28]) can be followed. In a global approach to DIC, it consists in implementing *directly* the relevant fields when minimizing the functional describing the gray level conservation. This approach will be used herein to evaluate SIFs, crack tip locations,  $T$ -stress components (*i.e.* the stress level parallel to the crack faces) on a thin cracked sheet made of commercially pure titanium. One of the outputs will be the parameters of a Paris’ law [31]. Plastic zone size and shape will also be discussed.

In the following section, the experimental configuration is described, and followed by the presentation of two SIF extraction techniques. An *a priori* analysis allows for the evaluation of the performances of both techniques. Last, experimental results on commercially-pure titanium are discussed.

## 2. Experimental configuration

The aim of the present study is to determine the parameters of a crack propagation law for thin sheets of so-called Ti35 (*i.e.* commercially-pure titanium, max 0.2 wt% Fe, 0.18 wt% O, 0.08 wt% C, 0.03 wt% N, 0.015 wt% H). A 0.3 mm thick center-cracked sample is subjected to a cyclic tensile load inducing the propagation of two crack tips. Pictures are shot regularly for the analysis proposed herein. The sample is observed by a single camera (definition:  $1022 \times 1024$  pixels, digitization: 12 bits) and a telecentric lens focused on the vicinity of one of the notch tips. The lens allows us to minimize (if not completely cancel out) artifacts related to out-of-plane motions.

To observe crack propagation, a cyclic fatigue test is performed along the longitudinal direction of forming (load ratio:  $R = 0.1$ , load frequency:  $f = 10$  Hz). As shown in Fig. 1a, the images are taken

every 1000 cycles up to failure of the sample, for the minimum and maximum load levels. The maximum force  $F$  corresponds to approximately 120 MPa of remote stress (*i.e.* about 50% of the initial yield stress  $\sigma_y$  of the tested material). The center-cracked sample is shown in Fig. 1b. The propagation is studied only on one side of the crack. Sample failure occurs around 120,000 cycles, while crack propagation is observable during the last 60,000 cycles.

## 3. Parameter extraction

The sample being observed with a telecentric lens (Fig. 2) a physical size of  $6.1 \mu\text{m}$  for each pixel is achieved. The image in the deformed configuration  $g$  is related to that in the reference configuration  $f$  by assuming gray level conservation

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \quad (1)$$

where  $\mathbf{u}$  is the sought displacement field. As such, the measurement problem is ill-posed. A global approach consists in minimizing the (global) residual between the reference image  $f$  and the deformed image corrected by the displacement field  $\tilde{g}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  over the whole region of interest  $\Omega$

$$\eta^2 = \int_{\Omega} [g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x})]^2 d\mathbf{x} \quad (2)$$

The form of the displacement field  $\mathbf{u}$  can be chosen by the user. For instance, it may be decomposed over a basis of shape functions  $N_m$  of general form

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha,m} v_{\alpha m} N_m(\mathbf{x}) \mathbf{e}_{\alpha} \quad (3)$$

where  $v_{\alpha m}$  are the unknown degrees of freedom, and  $\mathbf{e}_{\alpha}$  is a unit vector of the element frame. In the following, 4-noded elements are considered (*i.e.* a Q4-DIC approach [32]).

Conversely, a series of mechanically relevant fields  $\psi_n$  (e.g. Williams’ series [23])

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_n w_n \psi_n(\mathbf{x}) \quad (4)$$

can be chosen, where  $w_n$  are generalized degrees of freedom (e.g. mode I and II SIFs).

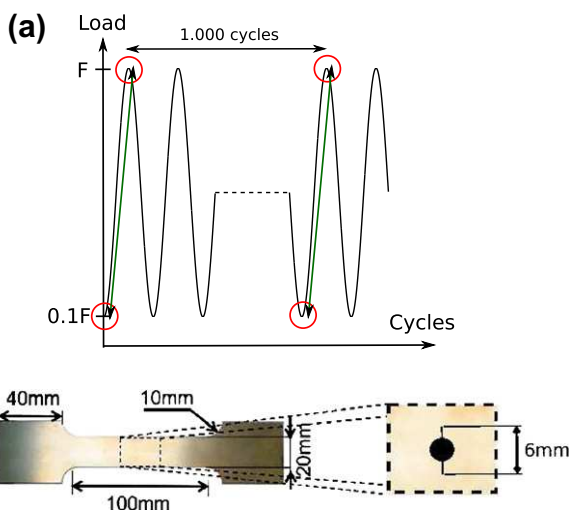


Fig. 1. (a) Image capture during the load history. (b) Dimensions and local detail of the CCT sample. Reference results for these samples [34,36] often use solutions with a centered crack.



Fig. 2. Test configuration for the cyclic loading. A telecentric lens is used to minimize artifacts induced by out-of-plane motions.



### 3.1. Post-processing approach

The first DIC procedure consists in measuring displacement fields discretized with Q4 elements. The element size was chosen to be equal to 16 pixels. This value is a good compromise between measurement uncertainty and spatial resolution [32]. No enrichment was used [10,28] in the present case since the crack tip and path will be masked. A measurement result is shown in Fig. 3. The displacement field is subsequently post-processed (via least squares fit) by using reference fields, namely, Williams' series relevant for small scale yielding when the latter region is excluded from the analysis, by resorting to a least squares technique [1,21,22,5]. These fields  $\mathbf{u} = u_x + i u_y$ , take the following expression in the crack frame (crack tip at the origin, and crack path along the negative  $x$  axis) resorting to the complex plane,  $z = r \exp(i\theta)$

$$\mathbf{u}(z) = \sum_n [\omega_n \Omega_n(z) + v_n \Upsilon_n(z)] \quad (5)$$

with, for a mode I regime

$$\Omega_n(z) = \frac{(-1)^{(1-n)/2}}{2\mu\sqrt{2\pi}} r^{n/2} \left[ \kappa \exp\left(\frac{in\theta}{2}\right) - \frac{n}{2} \exp\left(\frac{i(4-n)\theta}{2}\right) + \left((-1)^n + \frac{n}{2}\right) \exp\left(-\frac{in\theta}{2}\right) \right] \quad (6)$$

and a mode II regime

$$\Upsilon_n(z) = \frac{i(-1)^{(1-n)/2}}{2\mu\sqrt{2\pi}} r^{n/2} \left[ \kappa \exp\left(\frac{in\theta}{2}\right) + \frac{n}{2} \exp\left(\frac{i(4-n)\theta}{2}\right) + \left((-1)^n - \frac{n}{2}\right) \exp\left(-\frac{in\theta}{2}\right) \right] \quad (7)$$

where  $\mu$  is Lamé's modulus, and  $\kappa$  a dimensionless parameter dependent on Poisson's ratio  $\nu$  (i.e.  $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  in plane stress, or  $3 - 4\nu$  in plane strain). Due to the very small thickness of the considered sample, a plane stress solution is assumed to be a good approximation of the in-plane fields.

Amplitudes  $\omega_1$  and  $v_1$ , associated with fields  $\Omega_1$  and  $\Upsilon_1$ , are the mode I and II SIFs,  $K_I$  and  $K_{II}$ , respectively. Amplitudes  $\omega_0$  and  $v_0$  correspond to rigid body translations. Amplitudes  $\omega_2$  and  $v_2$  give access to the  $T$ -stress component, and the rigid body rotation. The crack tip is located by canceling out amplitude  $\omega_{-1}$  of the first

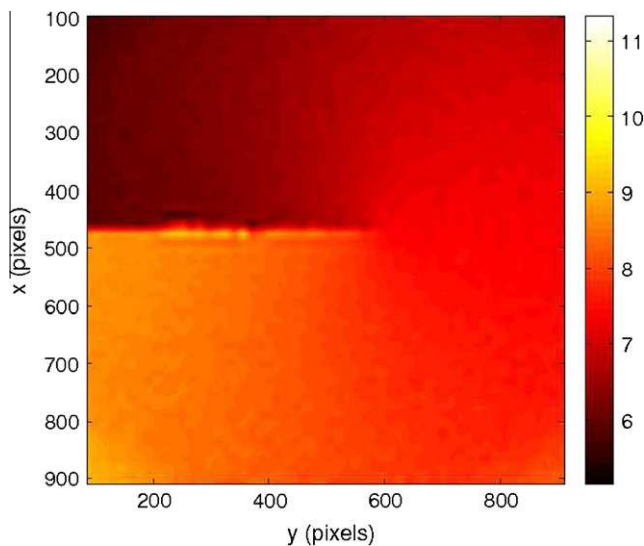


Fig. 3. Measured vertical displacement field (in pixels) around the crack tip with Q4-DIC (16-pixel elements are used). No mask was used in this preliminary analysis.

supersingular field. More precisely, a non-zero  $\omega_{-1}$  results in a shift  $d$  of the crack tip with respect to its exact location [2]

$$d = \frac{2\omega_{-1}}{\omega_1} \quad (8)$$

The use of supersingular fields allows us to account for local nonlinear effects. For this purpose,  $n_{\min} = -3$  seems relevant, since lower order fields show very small displacements in the analyzed zone (see Section 5.6). On the other hand, subsingular fields account for large-scale effects, such as boundary conditions. In practice,  $n_{\max}$  ranging from 5 to 8 is sufficient. In this analysis  $n_{\max} = 5$  was chosen to limit the number of fields used, which allows for faster computations.

The extracted fields are compared with the raw measurement as shown in Fig. 6. A good agreement is observed. The root mean square (RMS) residual between the two fields is equal to 0.05 pixel. This value is (only) 2 times that of the resolution of the measurement technique for the selected element size, which is of the order of 0.025 pixel. To obtain this value, an artificial image is built by artificially applying to the reference image a 0.5-pixel motion in both directions. The uncertainty is the standard deviation of the measured field [32].

The post-processing approach is very fast, but it relies on measured displacement fields that are not expressed in the final kinematic basis. This intermediate step introduces an additional uncertainty to the computation of SIFs. This is why integrated approaches are proposed to perform in a single step the measurement and identification procedures [30,5].

### 3.2. Integrated approach

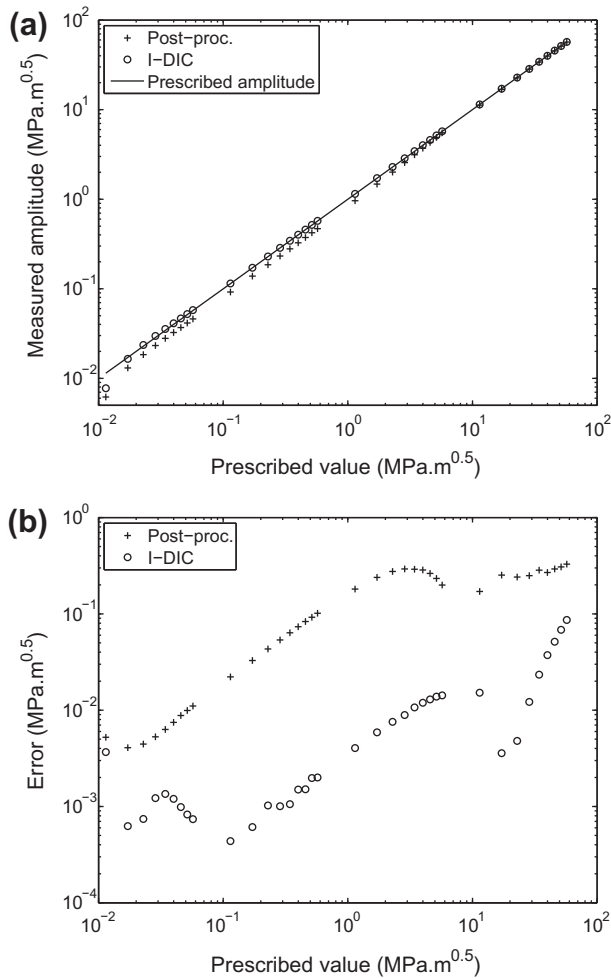
In this approach, the displacement field is directly decomposed over a kinematic basis whose components are those of the mechanically relevant fields [see Eq. (5)]. The sought mechanical parameters (i.e.  $\omega_n$  and  $v_n$ ) are the generalized degrees of freedom of the chosen displacement fields that are measured from the raw images (Fig. 6). This approach avoids one step of the former method that may introduce an additional uncertainty to the evaluation of  $\omega_n$  and  $v_n$ . The SIFs and the crack tip location are therefore *direct* outputs of the integrated approach.

The crack tip location is one of the unknowns of the global correlation residual minimization [Eq. (2)]. Consequently, I-DIC requires a longer computation time since the global matrix to be inverted has to be recalculated each time the crack tip is moved to a new position. The computation time takes about 1 h for the whole post-processing approach (i.e. a series of 60 images, with a Matlab<sup>®</sup> code), and the integrated approach is performed in about 3–5 h, depending on the value of the convergence criterion in terms of crack tip increment.

## 4. Baseline analysis

To evaluate the performances of both techniques, a test case was run in which a reference image was artificially deformed using a pure mode I field with various amplitudes. The displacement amplitudes (i.e. from  $3 \times 10^{-3}$  to 16 pixels) would correspond approximately to 0.01–55 MPa  $\sqrt{m}$  for the tested material in the present configuration. Both extraction techniques are applied to these artificially deformed images with the same mask parameters (inner radius and frame of 10 pixels, external radius of 400 pixels).

Results of  $K_I$  measurements are shown in Fig. 4a. While SIF measurements are generally in good agreement with prescribed values, I-DIC shows a particularly good performance in terms of SIF values. The post-processing route leads to a poorer resolution (i.e. the 'smallest change in a quantity being measured that causes a perceptible

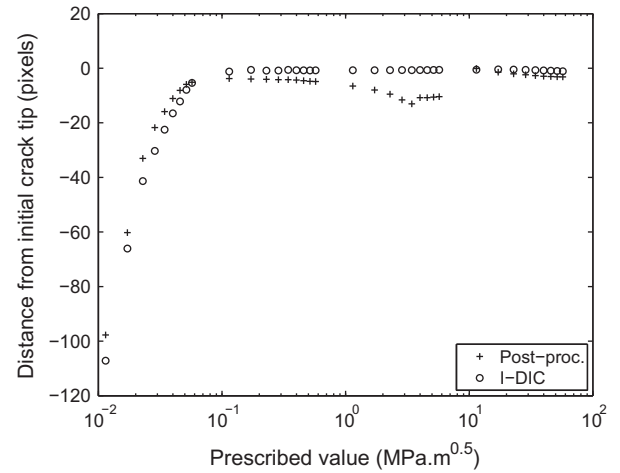


**Fig. 4.** (a) Coefficient of order  $n = 1$  ( $K_I$ ) measured by both techniques with respect to prescribed value  $K_I$  for the *a priori* analysis. (b) Error between measured and prescribed  $K_I$  values for both techniques. The measurement error for I-DIC remains small up to values of the order of  $0.05 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ , whereas it is more important up to values of  $1 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  for the post-processing route.

change in the corresponding indication' [33]). The error with respect to the prescribed SIF is shown in Fig. 4b. For a prescribed SIF greater than  $0.05 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ , the error is less than  $8 \times 10^{-4} \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  for I-DIC. For the post-processing route, values can be trusted for SIFs greater than  $1 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  so that the error is less than  $0.1 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ . This difference can be justified by the fact that much fewer degrees of freedom are used in the I-DIC approach.

Fig. 5 displays the distance between the prescribed and identified crack tip position in pixels. The convergence criterion, which is written in terms of offset  $d$  defined in Eq. (8), has been set to 0.5 pixel. Both techniques show good agreement for measured SIFs greater than  $0.1 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  for the studied material parameters. I-DIC provides a quasi constant crack tip position for these values of SIF (mean offset of 0.74 pixel with a standard deviation of 0.17 pixel, which is below the convergence criterion), while the post-processing route shows more scatter (mean offset of 5.5 pixels with a standard deviation of more than 3.5 pixels).

From this analysis, it can be concluded that I-DIC has a better performance than that provided by the post-processing route. For larger levels of SIF, both techniques yield similar results. It is worth noting that special care should be exercised when SIF evaluation is addressed. The value of the latter is directly related to the correct positioning of the crack tip. A slight offset has a direct effect on the SIF estimate.



**Fig. 5.** Offset between identified and prescribed crack tip positions for both techniques (in pixels). Crack tip positions cannot be trusted for  $K_I$  levels less than  $0.05 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  for I-DIC with the selected mask parameters (inner radius: 10 pixels, external radius: 400 pixels). It is clearly more delicate for the post-processing route.

## 5. Experimental results

### 5.1. Displacement and correlation residual fields

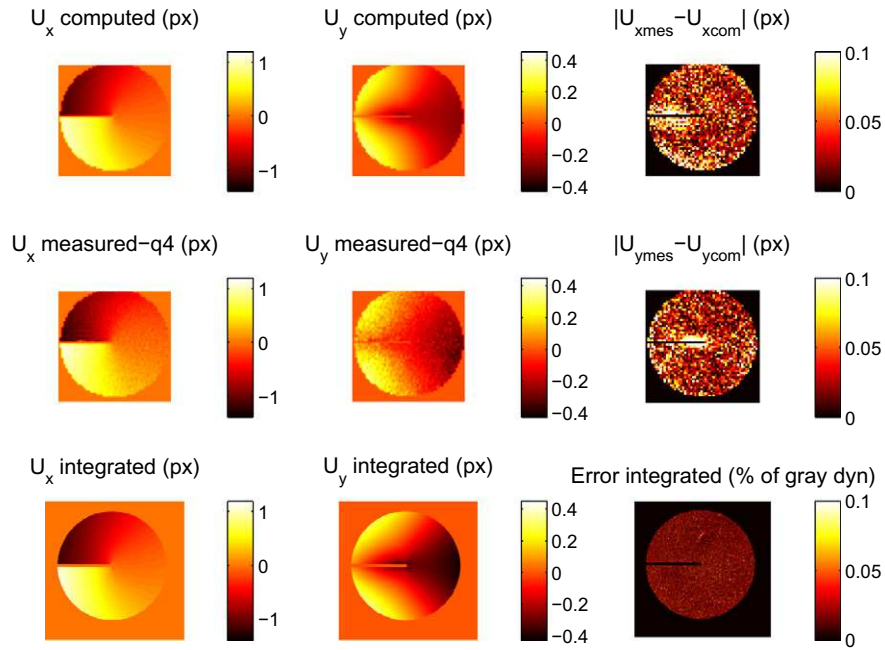
Fig. 6 shows the displacement fields between minimum and maximum loading after 60,000 cycles. For an assumed crack tip location, the correlation residual  $\eta^2$  is minimized within the region of interest, which is the zone over which the fields are plotted. The external radius of this mask turns out to have little influence on the measurement results provided it is large enough to encompass a significant zone; the internal radius and the box around the crack must be kept to a minimum value (*i.e.* 50 pixels in the present case) in order not to consider regions affected by plastic strains in the vicinity of the crack tip. The correlation residuals are shown in Fig. 7a. Their level remains very low, *i.e.* of the order of 2% of the dynamic range of the reference picture in the considered zone for I-DIC, and less than 4% at most for post-processed Q4-DIC (Fig. 7b). These low values indicate that the registration was successful, and that the measured displacements are trustworthy. It can be noted that in the immediate vicinity of the crack front the registration would have been less successful, had the corresponding region not been masked. The fact that the mean level is virtually independent of the number of cycles for I-DIC (Fig. 7b) shows that except for the very last points, the proposed framework is validated.

### 5.2. Crack tip position and stress intensity factor

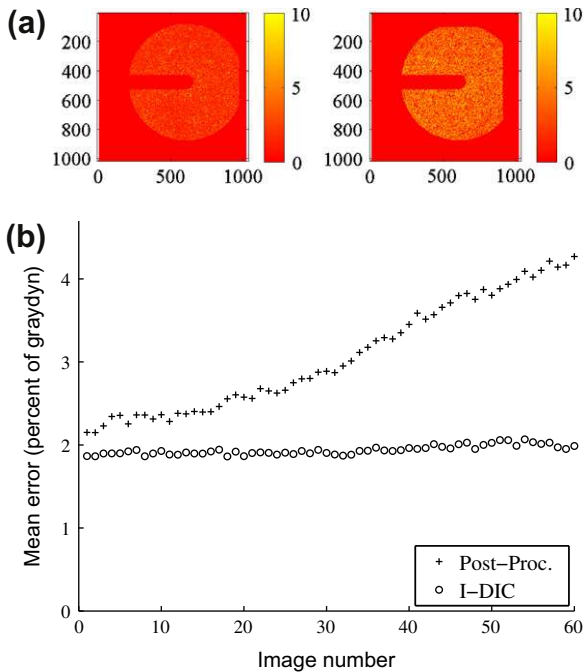
Having determined amplitudes  $\omega_n$  and  $\nu_n$  for all the considered pictures, it is possible to plot the change of the SIF amplitude  $\Delta K$  with the crack length increment  $\Delta a$  (Fig. 8b), and the latter one with the number of cycles (Fig. 8a). The SIF estimate is compared to the tabulated values for a CCT specimen [34] by considering the same crack tip position as that determined by the integrated approach and a symmetric propagation

$$K = \frac{F\sqrt{\pi a}}{2bW} \left[ 1 - 0.025 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 0.06 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right] \sqrt{\frac{1}{\cos \left( \frac{\pi a}{2W} \right)}} \quad (9)$$

where  $F$  is the applied load,  $b$  the thickness of the sample,  $W$  its width, and  $a$  the length of the center crack. A good agreement is observed except at the end of the experiment for which large scale yielding is likely to occur, or buckling of the sample under the



**Fig. 6.** Measured displacement field with Q4-DIC (center), extracted field with the post-processing technique (top), measured field with I-DIC (bottom) and residuals (right). For the post-processing technique, residuals are the raw differences between the measured displacement field with Q4-DIC and the extracted field (for the two directions). For integrated-DIC, residuals are gray level differences  $|f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))|$  normalized by the dynamic range of the reference picture.



**Fig. 7.** (a) Gray level residuals  $|f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))|$  as percentage of the dynamic range of the reference picture for integrated-DIC (left) and the post-processing technique (right). The displacement field  $\mathbf{u}$  is for each technique obtained by multiplying the reference fields (6) and (7) by the measured amplitudes  $\omega_n$  and  $\nu_n$ . (b) Mean gray level residuals normalized by the dynamic range of the reference picture for both techniques. The increase of the measured amplitudes makes the correlation residuals increase for the post-processing technique but not for I-DIC.

resulting transverse compression. The SIF offset at the beginning of propagation may be explained by the fact that only one crack tip was observed, and therefore a symmetry hypothesis had to be made.

### 5.3. Paris' law determination

The previous results allow us to determine the parameters of the crack propagation law when described by a Paris' model. The latter is expressed with or without SIF threshold as

$$\frac{da}{dN} = A\Delta K^n \quad (10)$$

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta K - \Delta K_{th})^p \quad (11)$$

where  $\Delta K_{th}$  denotes the threshold SIF amplitude below which no propagation occurs.

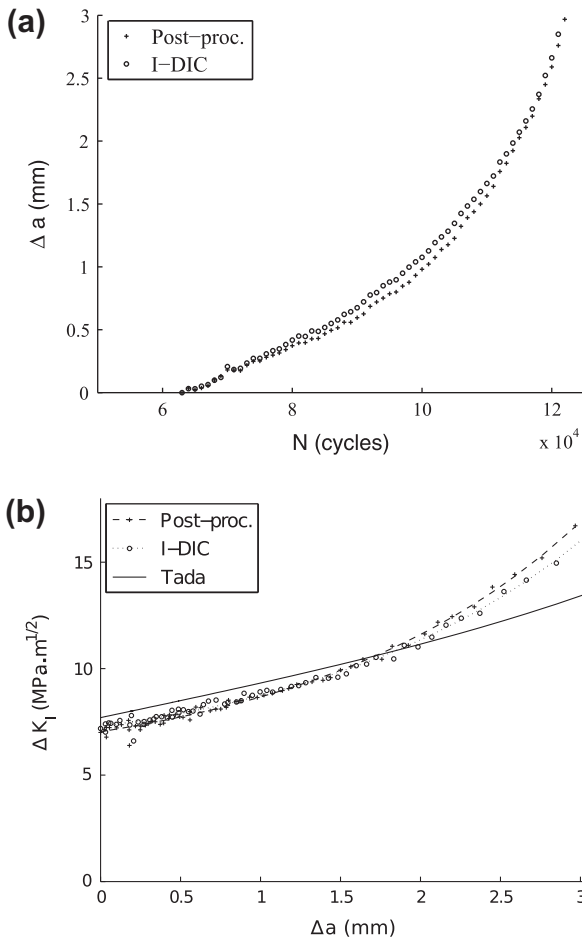
Instead of tuning the parameters directly between the measured SIF range and the numerical crack velocity  $da/dN$ , which can be very noisy, the growth law is recast in terms of the crack growth increment  $\Delta a$

$$\Delta a(N) = \int_0^N B(\Delta K - \Delta K_{th})^p dN \quad (12)$$

This quantity is numerically evaluated when  $\Delta K$  itself is assumed to vary with  $\Delta a$  as

$$\Delta K = Ce^{D\Delta a + E\Delta a^2} \quad (13)$$

where  $C$ ,  $D$  and  $E$  are parameters to be tuned. This form is chosen because it provides a good compromise between a small sensitivity to measurement uncertainties and has a small number of parameters (*i.e.* 3), see Fig. 9. By comparing the numerically evaluated  $\Delta a$  [Eq. (12)] to the measured values, it is possible to determine the best parameters  $B$ ,  $K_{th}$  and  $p$  of Paris' law. Direct fit between the measured SIF range and the crack growth rate  $da/dN$  did not yield such good agreement between the measured and the identified crack growth increment. Fig. 9 shows the results obtained for the test. Values of the identified parameters are given in Table 1. Even though the fit quality is better for I-DIC results, very similar results in terms of the propagation parameters are obtained. This is presumably fortuitous.



**Fig. 8.** (a) Measured  $\Delta a$  (in mm) as a function of the number of cycles for both methods. (b) Measured  $\Delta K$  as a function of the crack length increment  $\Delta a$  for both methods compared to tabulated values for CCT samples [34], and interpolated curves obeying Eq. (13).

Fig. 10 shows plots of Paris' law with and without threshold. The results obtained herein for Paris' law with no threshold [Eq. (10)] are in close agreement with those reported on a different titanium grade [35]. It is not possible to distinguish from the experimental data reported herein the two types of Paris' law. Both give a good fit quality. Consequently, noting that Eq. (10) is a particular case of Eq. (11), i.e.  $p = n$ ,  $B = A$ ,  $\Delta K_{th} = 0$ , it means a higher uncertainty on the threshold  $\Delta K_{th}$  as the latter's effect can be compensated by a change of the other parameters.

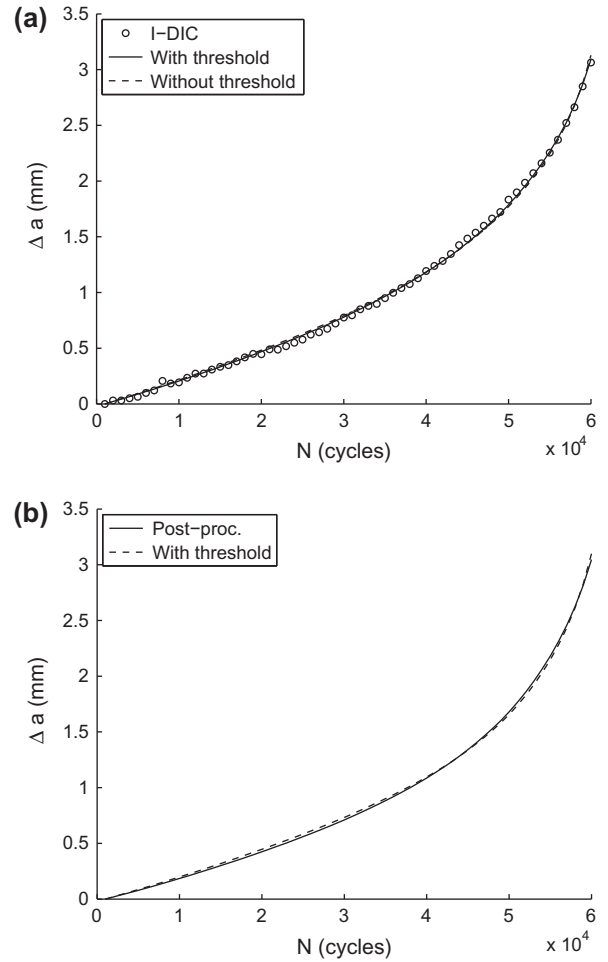
#### 5.4. T-stress measurement

The  $T$ -stress component (i.e. the nonsingular term in Williams' series for cracks) is another contribution of Williams' series that can be measured thanks to Q4-DIC or I-DIC, since it is directly related to  $\omega_2$ . Its estimate is compared to that proposed by McClintock [36] for a CCT specimen by considering the same crack tip position as that determined by the integrated approach and a symmetric propagation

$$\frac{T}{\sigma_\infty} = -0.007 + 0.283 \frac{a}{W} - 3.268 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 6.622 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.995 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (14)$$

with

$$\sigma_\infty = \frac{F}{bW} \quad (15)$$



**Fig. 9.** Measured and fitted crack growth increment without and with a threshold in Paris' law for I-DIC (a) and post-processing (b) routes.

**Table 1**

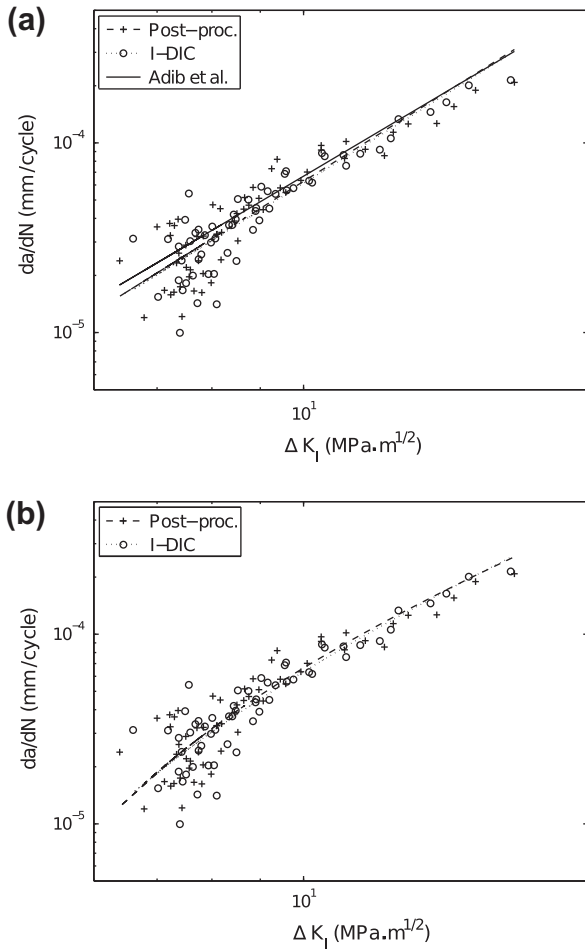
Identified coefficients for Paris' law without threshold (a) or with threshold (b). Coefficients for the law without threshold are compared to published values for another titanium grade [35]. Units:  $a$  in mm,  $\Delta K$  in MPa  $\sqrt{m}$ .

Parameter	$A$	$m$	
Post-processing	$4.76 \times 10^{-8}$	3.12	
I-DIC	$4.65 \times 10^{-8}$	3.12	
Adib et al.	$7.49 \times 10^{-8}$	2.95	
Parameter	$B$	$\Delta K_{th}$	$p$
Post-processing	$2.87 \times 10^{-6}$	4.12	1.77
I-DIC	$1.48 \times 10^{-6}$	3.46	2.00

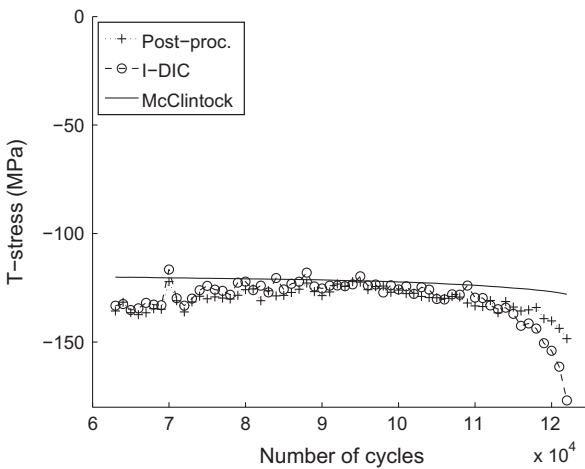
where  $\sigma_\infty$  is the remote stress. The result presented in Fig. 11 shows that there is a very good agreement with the analytical prediction. The propagation during the experiment occurs essentially with a constant  $T$ -stress of the order of  $-120$  MPa. However, at the end of the experiment, large scale yielding induces a change of the  $T$ -stress level, or a lack of reliability of the present analysis if buckling takes place.

#### 5.5. Plastic zone size

The computation of the stress field corresponding to the measured displacement field [37] allows us to estimate the plastic zone shape, as the zone, where the equivalent Von Mises' stress is greater than twice the yield stress. This estimation does not account for

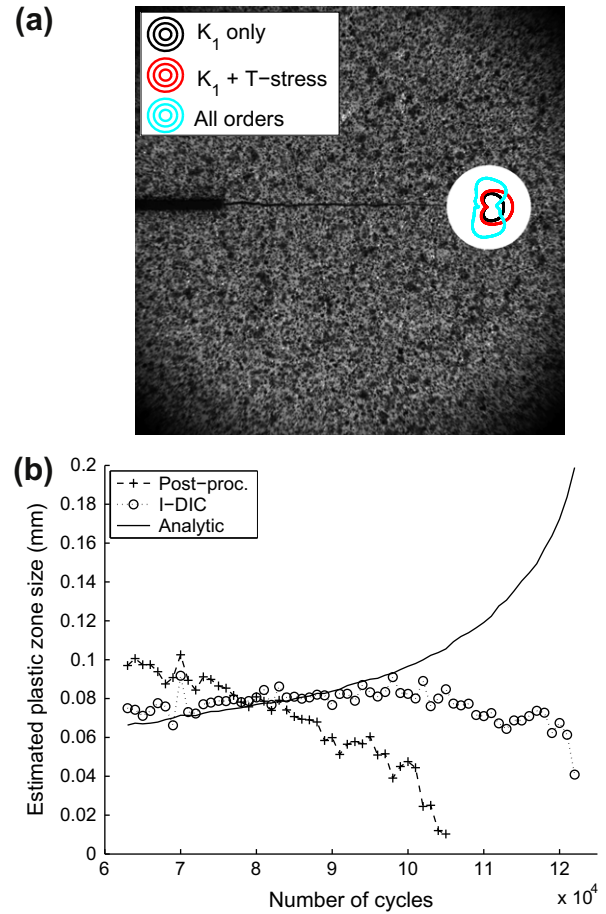


**Fig. 10.** Raw measurement (symbols) and interpolation (solid lines) for Paris' law without threshold (a) and with threshold (b). Results without threshold are compared to reported values of another titanium grade [35].



**Fig. 11.** T-stress estimation as a function of the number of cycles for both techniques, and for tabulated values [36].

stress redistributions around the plastic zone. The contributions of  $K_I$ , T-stress and all the fields are analyzed in Fig. 12a. A significant difference is observed. The shape of the plastic zone is mainly due to the  $n = -3$  field. When all the fields are considered except  $n = -3$ , the estimated plastic zone is nearly the same as with only the  $K_I$  and T-stress contributions.



**Fig. 12.** Estimates of the size and shape of the plastic zone. (a) Plastic zone using only  $K_I$ ,  $K_I$  and T-stress components or all the contributions for the last analyzed picture. (b) Estimation of the plastic zone radius. I-DIC provides a gradually increasing value, whereas the post-processing approach seems not to be able to measure meaningful  $\omega_{-3}$  amplitudes for the first 40 pictures. Note that the plastic zone estimates provided by DIC are adjusted over the first 40 pictures (i.e. 40,000 cycles), since they are defined up to a multiplicative constant [Eq. (17)].

Within the framework of small scale yielding, an estimate of the process zone size depends upon the yield stress of the studied material. In the case of cyclic loading, this estimation reads [38]

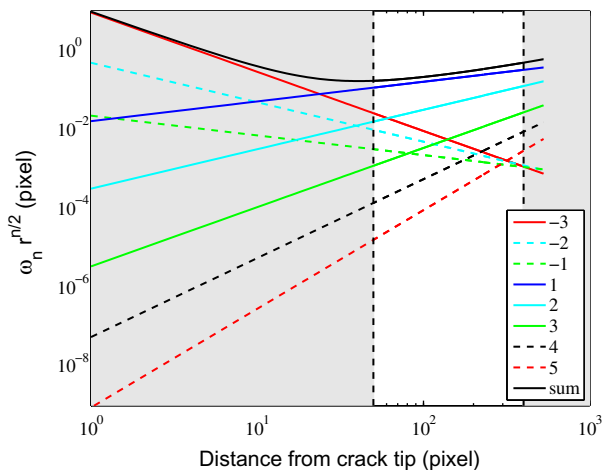
$$r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{(1-R)K_I}{2\sigma_y} \right)^2 \quad (16)$$

where  $r_p$  is the radius of the plastic zone. Furthermore, the identified fields also give an indication of the process zone size [2,27,26]. The first mode I supersingular field (i.e.  $n = -1$ ) gives an indication of the crack tip position along its propagation direction, the second (i.e.  $n = -3$ ) provides a contribution that can be interpreted in terms of the process zone size, via a term  $R_p$  homogeneous to a length scale

$$R_p \propto \sqrt{-8 \frac{\omega_{-3}}{\omega_1}} \quad (17)$$

where  $\omega_i$  are amplitudes of order  $i$  of the mode I fields (6). These different estimates are plotted all along the propagation in Fig. 12b. This dimensional indication needs to be adjusted to a known set of data. Over the first 40 images, the slope is very similar, and one can extract a proportionality coefficient of 5.1 between these two estimates. This adjustment is plotted in Fig. 12b. Let us finally note that the post-processing route did not provide trustworthy results.





**Fig. 13.** Displacement amplitude (in pixels) as a function of the distance from the crack tip along the ligament, for image 40. The gray zones correspond to masked areas that are not taken into account in the analysis. The black solid line is the sum of all plotted contributions.

### 5.6. Contribution of different fields

In order to evaluate which of the measured orders dominate over the other ones, the absolute value of the longitudinal displacement fields (6) and (7) are analyzed in the ligament in front of the crack (*i.e.* for  $\theta = 0$ ). This plot is presented in Fig. 13. The gray background indicates the masked zone, since the analysis region consist of an annulus  $50 < r < 400$  pixels.

Orders ranging from  $n = -3$  to  $n = 5$  are shown. Since this problem is mostly in a mode I regime (it was checked that the mode II contributions are at least one order of magnitude less than those in mode I), only the mode I fields are shown. Except for order  $n = 1$ , one can clearly distinguish subsingular fields, which have a positive slope in a log–log plot, from supersingular fields with a negative slope. The field of order  $n = 0$  is not shown since it corresponds to rigid body translation, which has no effect on crack propagation.

The displacement amplitudes  $\omega_n r^{n/2}$  (expressed in pixels) are dominant first when  $n = 1$ , which corresponds to the usual  $K_I$  field, and for  $n = 2$ , which is representative of the  $T$ -stress contribution. This result shows that the DIC analyzes were performed in a  $K_I$ -dominant zone. Furthermore, it shows that the estimates of SIF and  $T$ -stress are extracted from the two dominant fields. Conversely, one can note that the amplitude of order  $n = -3$ , which is used to evaluate the process zone size [see Eq. (17)], is only the third most influential field. This may explain why its estimate becomes less accurate. A higher magnification is desirable if this field is sought. The present distribution of amplitudes, only shown for a given picture, is very stable and is observed for all the 60 images analyzed herein.

## 6. Conclusions

An integrated digital image correlation (I-DIC) procedure, which allows for the direct identification of various fracture mechanics parameters, was used to tune parameters of a crack propagation law directly from the analysis of a series of 60 pairs of images of a crack propagation test on commercially-pure titanium. I-DIC was first validated against a more classical post-processing route. The former out-performed the latter in terms of correlation residuals, and resolution for stress intensity factor measurement and crack tip positioning.

This work shows that the identification of a crack propagation law is possible from one single test, provided the crack is observed during all its propagation. It requires to estimate the crack tip

position. This was achieved by resorting to the first supersingular term of Williams' series whose amplitude cancels out for the most appropriate crack tip location. Once the crack tip was determined, the crack growth increment is estimated in addition to other global parameters such as the stress intensity factor range, and  $T$ -stress. By analyzing the dominant displacement fields, it can also be concluded that the estimate of the plastic zone size is more difficult and would require analyzes with a higher magnification, or even combined kinematic and thermal measurements [39].

Last, for the end of the propagation analyzed herein, because of the sub-millimeter thickness of the sample the out-of-plane effects as well as local buckling may induce deviations from a purely in-plane analysis as performed herein. To check these effects, 3D-DIC [40] is a solution of choice to consider.

## Acknowledgements

This work was supported by Region Ile de France (FRESCORT project), and by Agence Nationale de la Recherche through the RUPXCUBE Grant (ANR-09-BLAN-0009-01).

## References

- [1] McNeill SR, Peters WH, Sutton MA. Estimation of stress intensity factor by digital image correlation. *Eng Fract Mech* 1987;28(1):101–12.
- [2] Roux S, Réthoré J, Hild F. Digital image correlation and fracture: an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks. *J Phys D: Appl Phys* 2009;42:214004.
- [3] Riddell WT, Piascik RS, Sutton MA, Zhao W, McNeill SR, Helm JD. Determining fatigue crack opening loads from near-crack-tip displacement measurements. In: McClung RC, Newman JC, editors. *Advances in fatigue crack closure measurement and analysis: second volume*, STP 1343, ASTM; 1999. p. 157–74.
- [4] Carroll J, Efstathiou C, Lambros J, Sehitoglu H, Hauber R, Spottswood S, et al. Investigation of fatigue crack closure using multiscale image correlation experiments. *Eng Fract Mech* 2009;76:2384–98.
- [5] Hamam R, Hild F, Roux S. Stress intensity factor gauging by digital image correlation: application in cyclic fatigue. *Strain* 2007;43:181–92.
- [7] de Matos PFP, Nowell D. Experimental and numerical investigation of thickness effects in plasticity-induced fatigue crack closure. *Int J Fatigue* 2009;31:1795–804.
- [8] Durif E, Fregonese M, Réthoré J, Combesure A. Development of a digital image correlation controlled fatigue crack propagation experiment. In: Brémand F, editor. *Proceedings ICEM 14*, EPJ Web of Conferences; 2010. p. 7.
- [9] Vanlanduit S, Vanherzeele J, Longo R, Guillaume P. A digital image correlation method for fatigue test experiments. *Optics Lasers Eng* 2009;47:371–8.
- [10] Réthoré J, Hild F, Roux S. Extended digital image correlation with crack shape optimization. *Int J Num Meth Eng* 2008;73(2):248–72.
- [11] Limodin N, Réthoré J, Buffière J-Y, Hild F, Ludwig W, Rannou J, et al. 3D X-ray microtomography volume correlation to study fatigue crack growth. *Adv Eng Mater* 2011;13(3):186–93.
- [12] Limodin N, Réthoré J, Buffière J-Y, Gravouil A, Hild F, Roux S. Crack closure and stress intensity factor measurements in nodular graphite cast iron using 3D correlation of laboratory X-ray microtomography images. *Acta Mater* 2009;57(14):4090–101.
- [13] Limodin N, Réthoré J, Buffière J-Y, Hild F, Roux S, Ludwig W, et al. Influence of closure on the 3D propagation of fatigue cracks in a nodular cast iron investigated by X-ray tomography and 3D volume correlation. *Acta Mater* 2010;58(8):2957–67.
- [14] Poncelet M, Barbier G, Raka B, Courtin S, Desmorat R, Le-Roux JC, et al. Biaxial high cycle fatigue of a type 304L stainless steel: cyclic strains and crack initiation detection by digital image correlation. *Eur J Mech A/Solids* 2010;29:810–25.
- [15] El Bartali A, Aubin V, Degallaix S. Fatigue damage analysis in a duplex stainless steel by digital image correlation technique. *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 2008;31(2):137–51.
- [16] Niendorf T, Dadda J, Canadinc D, Maier HJ, Karaman I. Monitoring the fatigue-induced damage evolution in ultrafine-grained interstitial-free steel utilizing digital image correlation. *Mater Sci Eng A* 2009;517:225–34.
- [17] Chrysochoos A, Berthel B, Latourte F, Galtier A, Pagano S, Wattrisse B. Local energy analysis of high-cycle fatigue using digital image correlation and infrared thermography. *J Strain Anal* 2008;43(6):411–22.
- [18] Rupil J, Roux S, Hild F, Vincent L. Fatigue microcrack detection with digital image correlation. *J Strain Anal* 2011;46(6):492–509.
- [19] Rupil J, Hild F, Vincent L, Roux S. Probabilistic modeling of mesocrack initiations in 304L stainless steel. *Int J Multiscale Comput Eng* 2011;9(4):445–58.
- [20] Sutton MA, McNeill SR, Helm JD, Chao YJ. *Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision*. In: Rastogi PK, editor. *Photomechanics. Topics in applied physics*, vol. 77. Berlin (Germany): Springer; 2000. p. 323–72.

- [21] Abanto-Bueno J, Lambros J. Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation. *Eng Fract Mech* 2002;69:1695–711.
- [22] Yoneyama S, Ogawa T, Kobayashi Y. Evaluating mixed-mode stress intensity factors from full-field displacement fields obtained by optical methods. *Eng Fract Mech* 2007;74:1399–412.
- [23] Williams ML. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *ASME J Appl Mech* 1957;24:109–14.
- [24] Réthoré J, Gravouil A, Morestin F, Combescure A. Estimation of mixed-mode stress intensity factors using digital image correlation and an interaction integral. *Int J Fract* 2005;132:65–79.
- [25] Réthoré J, Roux S, Hild F. Noise-robust stress intensity factor determination from kinematic field measurements. *Eng Fract Mech* 2008;75(13):3763–81.
- [26] Réthoré J, Roux S, Hild F. Optimal and noise-robust extraction of fracture mechanics parameters from kinematic measurements. *Eng Fract Mech* 2011;78(9):1827–45.
- [27] Henninger C, Roux S, Hild F. Enriched kinematic fields of cracked structures. *Int J Solids Struct* 2010;47:3305–16.
- [28] Réthoré J, Roux S, Hild F. An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis fractured samples. *Eur J Comput Mech* 2009;18:285–306.
- [29] Hild F, Roux S. Digital image correlation: from measurement to identification of elastic properties – a review. *Strain* 2006;42:69–80.
- [30] Roux S, Hild F. Stress intensity factor measurements from digital image correlation: post-processing and integrated approaches. *Int J Fract* 2006;140(1–4):141–57.
- [31] Paris PC, Gomez MP, Anderson WP. A critical analysis of crack propagation laws. *Trend Eng* 1961;13:9–14.
- [32] Besnard G, Hild F, Roux S. “Finite-element” displacement fields analysis from digital images: application to Portevin–Le Châtelier bands. *Exp Mech* 2006;46:789–803.
- [33] ISO/IEC guide 99-12:2007. International vocabulary of metrology – basic and general concepts and associated terms. Geneva (Switzerland): VIM, International Organization for Standardization; 2007.
- [34] Tada H, Paris PC, Irwin GR. The stress analysis of cracks handbook. 2nd ed., 2.2, Del Research Corporation; 1985.
- [35] Adib AMK, Baptista CARP. An exponential equation of fatigue crack growth in titanium. *Mater Sci Eng* 2007;A452–453:321–5.
- [36] McClintock FA. Discussion to C. Laird’s paper “The influence of metallurgical microstructure on the mechanisms of fatigue crack propagation”. In: *Proceedings fatigue crack propagation, STP 415, Philadelphia (USA): ASTM; 1967. p. 170–4.*
- [37] Owen DRJ, J Fawkes A. *Engineering fracture mechanics: numerical methods and applications*. Swansea (UK): Pineridge Press; 1983.
- [38] Rice JR. Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue. In: *Proceedings fatigue crack propagation, STP 415, Philadelphia (USA): ASTM; 1967. p. 247–309.*
- [39] Maynadier A, Poncelet M, Lavernhe K, Roux S. One-shot measurement of thermal and kinematic fields: Infra-Red Image Correlation (IRIC). *Exp Mech* 2011. doi:10.1007/s11340-011-9483-2.
- [40] Sutton MA, Helm JD, Boone ML. Experimental study of crack growth in thin sheet 2024-T3 aluminum under tension–torsion loading. *Int J Fract* 2001;109:285–301.





# D

## Annexe D : Article 2

Cette annexe est constituée de l'article *Image-based Identification procedure of a crack propagation law*, Mathieu F., Hild F. and Roux S., *Engineering Fracture Mechanics* Vol 103, Pages 48-59, 2013.





# Image-based identification procedure of a crack propagation law



Florent Mathieu\*, François Hild, Stéphane Roux

Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT-Cachan), ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris, 61 Avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France

## ARTICLE INFO

### Keywords:

Digital image correlation  
Fatigue crack propagation  
Paris' law  
Uncertainty

## ABSTRACT

A novel methodology to identify a fatigue crack propagation law is proposed. It is based on an optimization scheme that directly interrogates the images from the sought law rather than using a sequence of fitting schemes. Two procedures are presented and tested first on artificial data with a known law, and second on an actual image series obtained from a fatigue test performed on a thin titanium sheet. The results demonstrate the ability of the proposed procedures to deal with inherently noisy data, and yet obtain an accurate propagation law. As a side result "admissible" time series of stress intensity factors and crack advance are obtained that fulfill the identified law and are constrained by the registration of actual images, rather than being simply filtered from the data in a post-processing step.

© 2012 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

The evaluation of crack propagation laws is important since a majority of engineering failures is due to fatigue. When assessing crack growth rates, one important source of variability is found to be related to the evaluation of the crack length [1]. Different indirect measurement techniques have been introduced in the past [2–5]. The direct current potential difference, the alternating current potential difference and the compliance method are the most commonly used methods. They are now standardized [6]. The minimum resolution should be less than 0.1 mm [7]. However, the techniques do not yield consistent results when dealing with closure phenomena [8]. Consequently, alternative approaches may be proposed.

Another route to follow the crack length is to use direct observations by resorting to optical means [4]. The most widely used technique consists in monitoring the propagating crack with optical microscopy. This approach needs a person to follow the crack propagation and decide when pictures are taken. The resolution in terms of crack opening is of the order of one pixel, which may lead to a very conservative estimate of the crack tip location since the crack opening displacement vanishes at the tip. Digital image correlation is an appealing technique that allows the user to process the picture to determine displacement fields [9], stress intensity factors from a subsequent analysis [10,11], or as a direct output of the correlation procedure [12,13]. The last approach will be used in the sequel. Very early on, it was recognized that DIC could give valuable information concerning for instance, crack tip opening angles after initial stable crack propagation [14]. Another advantage of the technique is that it detects crack closure and opening levels [15,16,13], since sub-pixel resolutions are achieved to measure crack opening displacements [15,16,12,17].

In many instances, the crack length is not the only parameter influencing crack propagation. The so-called T-stress [18,19] has also an influence, for instance on the near stress-field for elasto-plastic materials [20,21]. This is also the case in fatigue

\* Corresponding author.

E-mail addresses: [florent.mathieu@lmt.ens-cachan.fr](mailto:florent.mathieu@lmt.ens-cachan.fr) (F. Mathieu), [francois.hild@lmt.ens-cachan.fr](mailto:francois.hild@lmt.ens-cachan.fr) (F. Hild), [stephane.roux@lmt.ens-cachan.fr](mailto:stephane.roux@lmt.ens-cachan.fr) (S. Roux).

## Nomenclature

$a$	crack length
$a_m$	measured crack length
$a_s$	smoothed crack length
$\Delta a$	estimated error for the crack length
$A$	Paris' law parameter
$A_0$	Paris' law parameter used in the initiation of the procedure for artificial cases
$\alpha_i$	parameters of the chosen law
$\delta\alpha_i$	increment of the parameters of the chosen law
$b_i$	crack tip position modification for a small variation of quantity $i$
$B$	modified Paris' law parameter
$\beta_i$	estimate of the correction for parameter $\alpha_i$
$C_{ij}$	covariance matrix of the noise for SIF measurement
$it$	number of iterations of the algorithm
$K$	stress intensity factor
$\Delta K$	stress intensity factor gap
$\Delta K_m$	measured stress intensity factor gap
$\Delta K_s$	smoothed stress intensity factor gap
$\Delta K_0$	modified Paris' law parameter
$\mu$	smoothing parameter for the filtering of $\Delta K$
$n$	Paris' law parameter
$n_0$	Paris' law parameter used in the initiation of the procedure for artificial cases
$N$	number of cycles
$v_i$	noise for quantity $i$
$p$	modified Paris' law parameter
$R$	gray level residual
$v$	weight parameter of the algorithm
$\xi$	error estimate of the algorithm

crack growth [22–24]. For example, the scale parameter of Paris' law was altered to depend linearly on the T-stress [25]. Values of the T-stress are tabulated for standard sample geometries (e.g., CCT samples [26]) when the crack length is known. The experimental evaluation of the T-stress can be performed by resorting to strain gauges [27]. However, as the crack propagates, it is more difficult to implement. Another route is to use full-field measurements since the T-stress is one of the components of Williams' series [18]. It was shown that it is possible to measure and get good agreements with tabulated values when applied to a crack propagation test on commercially pure titanium [28].

A first procedure [28] was already developed to identify crack propagation by using an integrated approach to DIC (I-DIC). However, the crack propagation law was determined as a post-treatment of the various data (i.e., range of stress intensity factor, crack tip position). In particular, an automatic detection of the crack tip position was implemented. It is based upon the use of the first super-singular term of Williams' series [13,29]. In the present study, in order to minimize measurement uncertainties (i.e., to regularize the identification problem), the propagation law is postulated *a priori*. Consequently, the output of the measurement technique is directly the sought parameters. In the following analyses, a Paris' law [30,31] is postulated. One issue addressed herein is the resolution of the technique. The key question of the relevance of the chosen propagation law is not directly investigated. The focus is put on the determination of the parameters with a specific frame of analysis. However, the final determination of the law also provides a residual difference between the estimated data and the value predicted by the model. Ideally, for an appropriate law, the resulting residual should be a white noise. Deviations from flat fluctuations can be interpreted as deficiencies of the proposed law (either inappropriate algebraic form, or missing influential parameters).

After a presentation of the principle of Integrated Digital Image Correlation in Section 2, the identification strategies are defined in Section 3. The two introduced methodologies are tested against artificial data in Section 4. Application to a fatigue test on a titanium thin sheet is presented and discussed in Section 5. Finally, Section 6 summarizes the main results, and discusses perspectives of the current work.

## 2. Integrated digital image correlation

Global and integrated DIC [12,13] is based on the conservation of gray level between a reference image  $f$  and a deformed image  $g$ . It allows  $f$  to be written as a function of  $g$  and the displacement vector  $\mathbf{u}$  for each position  $\mathbf{x}$  in the image

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \quad (1)$$

From Eq. (1), solving the registration problem (i.e., finding the best  $\mathbf{u}$  field) is achieved by minimizing the sum of squared differences  $R^2$  over the Region of Interest (ROI)

$$R^2 = \int \int_{\text{ROI}} [g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x})]^2 d\mathbf{x} \quad (2)$$

Integrated Digital Image Correlation (I-DIC) consists in using displacement fields that are mechanically meaningful. In the present case, Williams' series [18] is used. Contrary to classical approaches, the series is not bounded by the first term, which is related to rigid body translations. Super-singular-terms are added to account for different phenomena such as a mis-positioning of the crack tip [32], confined plasticity [33]. The general form of Williams' series reads

$$\mathbf{u}(z) = \sum_n [\omega_n \mathbf{\Omega}_n(z) + \nu_n \mathbf{\Upsilon}_n(z)] \quad (3)$$

whose mode I part is

$$\mathbf{\Omega}_n(z) = \frac{(-1)^{(1-n)/2}}{2\mu\sqrt{2\pi}} r^{n/2} \left[ \kappa \exp\left(\frac{in\theta}{2}\right) - \frac{n}{2} \exp\left(\frac{i(4-n)\theta}{2}\right) + \left((-1)^n + \frac{n}{2}\right) \exp\left(-\frac{in\theta}{2}\right) \right] \quad (4)$$

and mode II

$$\mathbf{\Upsilon}_n(z) = \frac{i(-1)^{(1-n)/2}}{2\mu\sqrt{2\pi}} r^{n/2} \left[ \kappa \exp\left(\frac{in\theta}{2}\right) + \frac{n}{2} \exp\left(\frac{i(4-n)\theta}{2}\right) + \left((-1)^n - \frac{n}{2}\right) \exp\left(-\frac{in\theta}{2}\right) \right] \quad (5)$$

where  $z = r \exp(i\theta)$ ,  $(r, \theta)$  being the cylindrical coordinates with respect to the crack tip ( $z = 0$ ),  $\mu$  Lamé's constant, and  $\kappa$  Kolosov's constant ( $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ , where  $\nu$  is Poisson's ratio of the material). The unknown parameters in the registration are therefore the amplitudes  $\omega_n$  and  $\nu_n$ . Consequently, the outputs of an integrated DIC analysis that can be used are numerous [12,13,28]. I-DIC provides an estimate of  $\Delta K$  that is unbiased and of low uncertainty [12]. It also provides a direct measurement of the image registration quality through the global residual  $R^2(N)$  between the reference and the corrected deformed image at each studied instant of time (indexed by the number of cycles  $N$ ). Minimization of the cumulative residual  $R_{\text{tot}} = \sum_N R(N)$  could be a way to ensure that a global history of crack propagation sticks to the experimental data. However, the sensitivity of this quantity with respect to the sought parameters is not expected to allow for a very faithful determination of a crack propagation law. Hence, exploitation of this global residual has not been explored in the following.

I-DIC estimates the crack tip location, based on a criterion that is the vanishing of the amplitude of the first supersingular Williams' field  $\omega_{-1}$ . The latter allows the distance between the proposed crack tip for the analysis and the best position in the sense of Williams' series expansion to be estimated

$$\Delta a = \frac{2\omega_{-1}}{\omega_1} \quad (6)$$

This way of estimating the crack tip position has revealed to be extremely precise and reliable both numerically [33] and experimentally [13,32,28]. Thus it is appealing to exploit this information in order to determine the crack growth law parameters.

### 3. Identification of crack propagation law

The crack length  $a$  incremental law with respect to the number of cycles  $N$  is written, in its most elementary form, as a function of the mode I Stress Intensity Factor Range (SIFR)  $\Delta K$

$$\frac{da}{dN} = \Psi(\Delta K) \quad (7)$$

The purpose of the present paper is to design a technique to determine  $\Psi$  function for a single experiment of fatigue crack propagation, during which a number of pictures is taken as the crack propagates, and samples different  $\Delta K$  values. More precisely, a generic algebraic form of  $\Psi$  is chosen a priori and its parameters are sought so that they match at best the experimental observations. One generic function often used in the literature is Paris' law [30,31]

$$\Psi(\Delta K) = A(\Delta K)^m \quad (8)$$

where amplitude  $A$  and exponent  $m$  are the  $n_p = 2$  parameters to be determined. Another popular form is

$$\Psi(\Delta K) = B(\Delta K - \Delta K_0)^p \text{ when } \Delta K \geq \Delta K_0 \quad (9)$$

where threshold  $\Delta K_0$  accounts for crack closure phenomena [34,35]. The latter law involves  $n_p = 3$  parameters and contains the previous form (retrieved for  $\Delta K_0 = 0$ ), hence it is naturally expected to provide a better fit to the experimental data, so that a significant reduction of the residuals has to be obtained in order to validate such a form. From now on, the parameters of  $\Psi$  are called  $\alpha_i$  for  $i = 1, \dots, n_p$ . The actual crack tip after  $N$  cycles thus obeys

$$a(N) = a(N_0) + \int_{N_0}^N \Psi(\Delta K(M)) dM \quad (10)$$

where  $a(N_0)$  denotes the crack position after  $N_0$  cycles. Two difficulties arise with the above expression. First, the crack growth law is generically non-linear, and second, the SIFR evolves with  $N$  so that the integral over the cycle number can be seen as an integration with respect to  $\Delta K$  with a non-uniform measure  $1/(d\Delta K(N)/dN)$ , which is itself unknown.

Many ways exist to determine the unknown parameters. In the ideal case, most of them would be equivalent. However, the difficulty to be faced here is the fact that DIC provide estimates for  $a$  and  $\Delta K$  that are not perfect but rather polluted by some noise [36]. The first and direct approach consists in calculating the crack growth rate with centered finite differences [37]. The direct use of  $da/dN$  is not a good strategy as errors in  $a$  are drastically enhanced in the incremental form. Another route is given by incremental fitting a parabola to sets of  $(2d + 1)$  successive data points, where  $d$  is usually equal to 1, 2, 3, or 4 [38]. Last, it is possible to use a best smooth curve through  $a(N)$  data and taking gradients from the interpolation [39–41]. This route was followed by the authors in a previous study [28]. The present study aims at introducing an automated procedure that considers the proposed propagation law inside the DIC analysis.

In the following, actual values of  $a$  and  $\Delta K$  are estimated together with an additive noise  $\eta_a$  and  $\eta_K$ . The measured values will bear an  $m$  subscript. As discussed in Ref. [12], no bias is expected and hence their statistical average vanishes  $\langle \eta \rangle = 0$ . At different instants of time, the noise is assumed to be uncorrelated. Consequently, the noise is characterized by its covariance matrix  $C_{ij}$

$$\langle \eta_i(N) \eta_j(N') \rangle = C_{ij} \delta(N - N') \quad (11)$$

where  $\langle \cdot \rangle$  denotes the average over the load history. The estimate of the SIFR  $\Delta K$  is performed through a technique that involves “super-singular” modes in Williams’ expansion [13,32,28]. As a result, the dominant contribution of an ill-positioning of the crack tip on the stress intensity factor is canceled. Only a second order term remains. Therefore the cross-correlation  $C_{aK}$  between  $a$  and  $\Delta K$  noise vanishes. Measured  $a$  and  $\Delta K$  as functions of the number of cycles is thus expected to obey

$$a(N) = a(N_0) + \eta_a(N) + \int_{N_0}^N \Psi(\Delta K(M) - \eta_K(M)) dM \quad (12)$$

The difficulty is to design a robust method to evaluate at best the crack growth law,  $\Psi$ . The unknowns are the parameters entering in the expression of  $\Psi$  as well as the initial position  $a(N_0)$  of the crack, which can be added to the vector of unknowns  $\alpha_i$ .

### 3.1. Procedure 1

Starting with an initial guess of the unknown parameters based on I-DIC (e.g., as performed in Ref. [28]), at each instant of time  $N$ , the SIFR  $\Delta K_m(N)$  is estimated. A predicted crack tip position  $a_{predict}$  at the next time step is obtained based on the current crack tip position. This position is proposed to the I-DIC analysis (a needed ingredient to run an integrated DIC code since the crack tip position has to be known in Williams’ series (3)), and  $\Delta K_m$  is evaluated at this new position. This can be seen as an *explicit* integration in time, where  $\Delta K_m$  is measured rather than computed. Since the I-DIC code returns an estimated position for the crack tip (i.e., by canceling out amplitude  $\omega_{-1}$ ),  $a_{eval}(N)$ , an error term is computed from the difference  $\Delta a(N) = a_{eval}(N) - a_{predict}(N)$ . This error is stored but not used at this stage.

After running this procedure for all images recorded during the test, the error series  $\Delta a(N)$  is now used to correct the unknown parameters. This is done as a minimization of the difference between the measured and predicted crack tip positions at all instants of time globally. This non-linear minimization problem is solved iteratively, where each iteration is based on a first order perturbation of  $\Psi$  with respect to the unknowns  $\alpha_i$ . The crack tip position modification  $b_i(N)$  is computed from a mere differentiation of Eq. (10) by ignoring noise

$$b_i(N) = \int_{N_0}^N \frac{\partial \Psi(\Delta K_m(M))}{\partial \alpha_i} dM \quad (13)$$

If the initial position of the crack is added to the list of unknowns as  $\alpha_{n+1}$ , then

$$b_{n+1}(N) = 1 \quad (14)$$

The error  $\Delta a(N)$  is then projected (in the least-squares sense) onto the set of functions  $b_i(N)$  from a minimization of

$$\mathcal{F}(\beta_i) = \sum_N \left( \Delta a(N) - \sum_i \beta_i b_i(N) \right)^2 \quad (15)$$

The coefficients  $\beta_i$  are then considered as estimates of the correction of the trial parameters  $\alpha_i$ , which are updated through

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \beta_i \quad (16)$$

These values of  $\alpha_i$  are used to calculate a new  $a(N)$  series by direct integration of Eq. (7), and then a new  $b_i(N)$ . This incremental correction of the parameters is iterated until the difference between the last two  $a(N)$  becomes small. Once a new law has been obtained, a global step of the proposed method has been completed.

The same step is repeated up to convergence of parameters to steady values. This algorithm accounts for the uncertainty in the crack tip position because of the least-squares formulation, which is the most appropriate to a Gaussian white noise. However, the uncertainty in  $\Delta K$  yields a non-linear term, and hence it produces a bias on the evaluation of the best parameters. This systematic error is proportional to the variance of the uncertainty on  $\Delta K_m$  and the weight term equal to the time integral of the second order derivative of  $\Psi$ .

### 3.2. Procedure 2

The difficulty observed for the previous procedure (i.e., biased estimates) is difficult to by-pass without additional assumptions. As the loading history  $\Delta K(N)$  is assumed to be arbitrary and unknown, there is no way to properly separate signal from noise in  $\Delta K_m(N)$ . However, it may be assumed that the actual value  $\Delta K(N)$  (without noise) has a smooth change with time. This allows for a more faithful strategy illustrated in Fig. 1.

The idea is to introduce two intermediate functions  $\Delta K_s(N)$  and  $a_s(N)$ , which are related by integration of the crack growth law, and such that both quantities are smooth versions of the experimental data. To construct the smooth signal  $\Delta K_s(N)$ , different routes may be followed. For instance, a space of smooth functions may be chosen such as a polynomial basis [39] for  $\Delta K_s$ . Conversely, rapid variations in  $\Delta K_s(N)$  may be penalized through, say, a quadratic norm of the second derivative, and in both cases secure the proximity of  $\Delta K_s$  and  $\Delta K_m$  with a quadratic difference to be minimized. For instance, a functional such as

$$W_1 = \sum_N (\Delta K_m(N) - \Delta K_s(N))^2 + w \sum_N (\Delta K_s(N + \delta N) - 2\Delta K_s(N) + \Delta K_s(N - \delta N))^2 \tag{17}$$

minimized over  $\Delta K_s$  is a simple way to filter  $\Delta K_m$ , where  $\delta N$  is the sampling interval. Note that this functional contains a smoothing parameter  $w$  that sets a time scale below which the function is smooth and above which it sticks to the data. For a very large level  $w$ ,  $\Delta K_s$  tends to a linear law with  $N$ , which is nothing but a best linear fit through the data  $\Delta K_m$ . For a Gaussian white noise acting on  $\Delta K_m$  this procedure is a very powerful way of extracting the relevant signal from noise.

For a set of parameters  $\alpha_i$ ,  $a_s$  is obtained from the time integration of  $\Delta K_s$ . Finally, to close the loop, the same strategy as in procedure 1 is kept, namely, incremental signals  $b_i(N)$  are constructed from  $\Delta K_s$  from variations of the parameters  $\alpha_i$ , and the difference  $a_m - a_s$  is decomposed over this set of smooth functions  $b_i$  to estimate the proper modification of the assumed  $\alpha$  parameters for the best match. As above mentioned this projection is already written in an optimal way for a Gaussian white noise.

Not only is this procedure expected to account for the uncertainty both for  $\Delta K$  and  $a$ , but it also naturally provides an estimate of “admissible” (in the sense of fulfilling the propagation law, being smooth, and constrained by image registration) signals  $\Delta K_s$  and  $a_s$ . The practical implementation of this approach is very close to the previous one, but rather than using the actual measurements of  $\Delta K_m$ , the SIFR is first filtered prior to the application of procedure 1. To initiate the procedure, the first step is performed with no filter as in procedure 1.

### 4. Test on artificial cases

To test the proposed methodology, a series of data obeying a known propagation law was generated together with a time varying stress intensity factor range and including noise to a level representative of experimental cases. Fig. 2 shows an example of series  $a_m$  and  $\Delta K_m$ . One thousand such series have been generated and analyzed as if they were the experimental data in order to evaluate both systematic bias and standard uncertainty. The chosen law is with  $A_0 = 2.5 \times 10^{-8}$  and  $m_0 = 3.1$ , when  $a$  is expressed in mm and  $\Delta K$  in  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ . The noise level is characterized by a standard deviation of 0.1 mm for  $a$ , and 0.2  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  for  $\Delta K$ . All those values (parameters and uncertainties) are chosen to be representative of the test to be analyzed in the next section. They however allow for the generation of artificial data with a known law, and hence provide an evaluation of the uncertainty due to noise and the ability of the proposed procedure to deal with such noisy data.

As a reference, the first method used to evaluate the crack growth law, is the straightforward linear regression of the log-log plot of  $da/dN$  vs.  $\Delta K$  as proposed in Ref. [37]. Such a plot is shown in Fig. 3. It is observed that a very large scatter of points gives a rather inaccurate evaluation of the unknown parameters. The result over the 1000 random selections gives

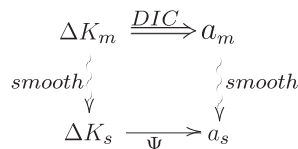


Fig. 1. Schematic diagram of the relationship between measured quantities  $\Delta K_m$  and  $a_m$  and intermediate smooth evolutions  $\Delta K_s$  and  $a_s$ .



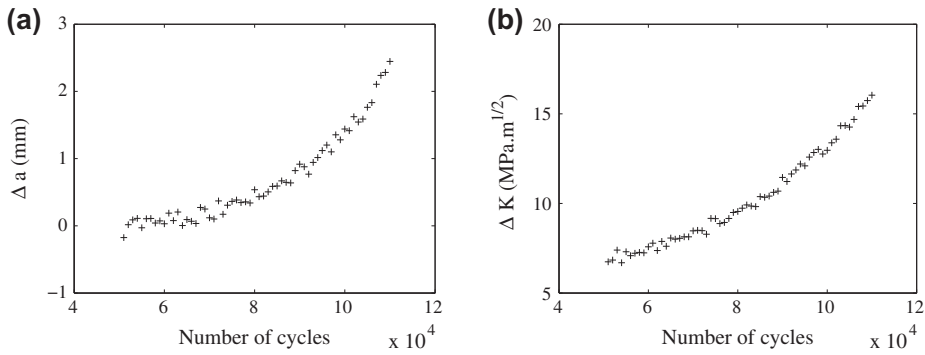


Fig. 2. Artificial data corresponding to the “measured” crack tip position  $a_m$  (a) and SIFR  $\Delta K_m$  (b) including noise.

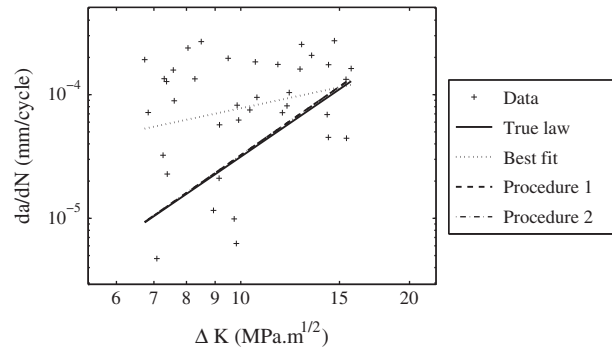


Fig. 3. Log–log plot of  $da_m/dN$  vs.  $\Delta K_m$  for a typical artificial series including noise. The best fit is shown as a plain line, whereas the true imposed law is shown as a dotted line. The identified laws with procedures 1 and 2 are shown as dashed and dot-dashed lines. They essentially coincide with the true law. Both procedures proposed herein are able to yield consistent results whereas a direct fit does not.

$$\begin{aligned} A/A_0 &= 1.46 \pm 2.46 \\ m/m_0 &= 1.07 \pm 0.12 \end{aligned} \tag{18}$$

The estimate of the amplitude shows a systematic error of about 50%, and very large uncertainty levels. The exponent  $m$  is determined with a much smaller bias and uncertainty, yet a 12% standard deviation is obtained.

The first procedure proposed above gives a much more satisfactory evaluation. Fig. 4 shows the “measured”  $a_m$  and the identified  $a$  as a function of the reference (noiseless)  $a$  series. It is observed that the identification allows for the elimination of uncertainties in the series.

Statistics over the 1000 random selections provides the following estimates

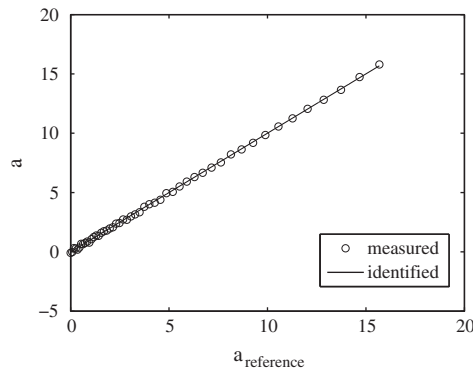


Fig. 4. Plot of the (artificial) “measured” crack tip position (symbols  $\circ$ ) as a function of the noiseless position  $a_{reference}$ , for procedure 2. The bold line shows the identified position, which cannot be distinguished from  $a_{reference}$  (dotted line).

$$\begin{aligned} A/A_0 &= 1.09 \pm 0.51 \\ m/m_0 &= 1.00 \pm 0.06 \end{aligned} \quad (19)$$

Thus, both quantities appear as being essentially unbiased (in contrast to the former estimates), and a much lower uncertainty that is cut down to less than one tenth of its previously estimated value. Procedure 2 was also tested on the same series. Its results in terms of the unknown parameters are identical to those of the first procedure (Fig. 3).

The main advantage of the second procedure over the first one is that it naturally provides filtered admissible  $\Delta K(N)$  and  $a(N)$  histories yet consistent with the identification procedure (i.e., *not* performed as a post-processing step). Other identification tests using a larger uncertainty shows a better stability of the exponent  $m$  with procedure 2, but surprisingly a slight degradation of the systematic error and uncertainty on the prefactor  $A$ . However, the uncertainty remains always much larger than the systematic error, and the overall predictions of both methods remain quite close to each other, and allow for much more precise results than the straightforward linear regression (Fig. 3).

## 5. Analysis of a fatigue test

Both procedures are now applied to a set of images of a crack propagation in a CCT sample made of a 0.3-mm thick sheet of commercially-pure titanium [28]. A tensile test along the rolling direction was performed. The dog-bone sample was monitored with a single camera (definition:  $1022 \times 1024$  pixels, digitization: 12 bits) and a telecentric lens focused on the gauge length. The lens allows artifacts related to out-of-plane motions to be at least minimized if not completely canceled out. Fig. 5a shows the true stress/true strain response when the mean stress is computed over the cross-sectional area of the sample, and the strains averaged over the whole region of interest.

By using an optical microscope the microstructure of the material was revealed. An average equiaxed grain size of the order of  $20 \mu\text{m}$  is observed (Fig. 5b). The main mechanical and microstructural features of the material are listed in Table 1.

A fatigue test is performed at constant load ratio  $R = 0.1$  with a 10-Hz frequency. Pictures of the area of interest are shot every thousand cycles, at minimum and maximum load level. The maximum level corresponds to a remote stress about half the yield stress of the studied alloy (Table 1). As the goal of these procedures is to minimize the error  $\Delta a(N)$  defined in Eq. (6) in order to identify the best parameters  $\alpha_i$ , its variations are analyzed to assess the convergence of the algorithms

$$\xi(it) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{it=1}^N (a(N, it) - a(N, it - 1))^2} \quad (20)$$

with  $it$  the number of iterations of the algorithm. According to the evolutions observed, the procedure is stopped when  $\xi$  is less than a chosen quantity, for instance  $\xi < 1$  pixel (or  $6 \mu\text{m}$ ).

A measured displacement field is shown in Fig. 6 for an intermediate stage of propagation. It is smooth since an integrated approach was used. Further, not the whole picture is considered in the analysis, but only a disk centered about the estimated crack tip position. The parameters of the mask are chosen according to the domains of main existence of the Williams' series terms. To visualize the zones of dominance of the various terms, and to ensure that the analysis be performed over a zone of  $K_I$ -dominance, the amplitude of these terms is plotted along the ligament in Fig. 7. It is concluded that the two dominant terms are those associated with mode I SIFR and T-stress range. Only the former will be analyzed hereafter. The interested reader will find results on the change of the T-stress component with the number of cycles in Ref. [28].

In contrast to the artificial case, it is observed that the direct implementation of the procedure diverges. Thus, to ensure stability and more precise results, an under-relaxation is implemented so that

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \nu \delta \alpha_i \quad (21)$$

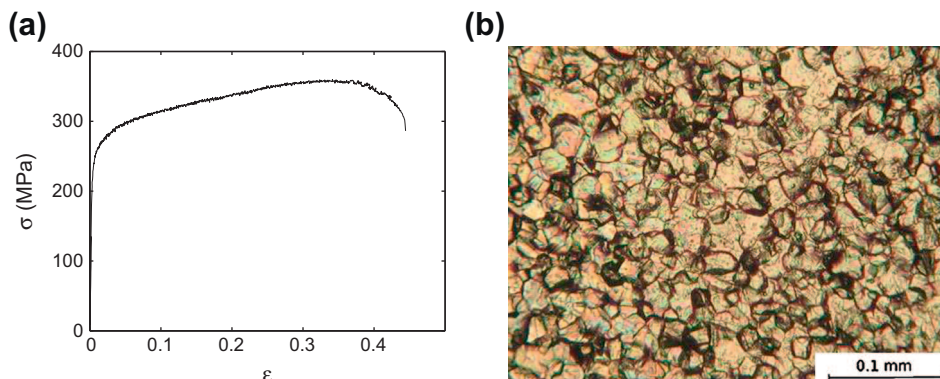
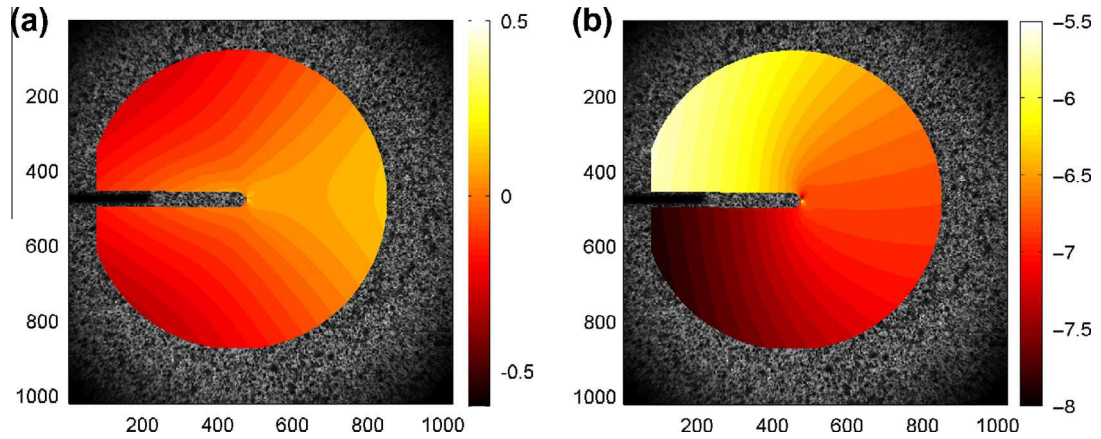


Fig. 5. True stress/true strain response of commercially-pure titanium tested in the rolling direction (a). Microstructure of the material (b).

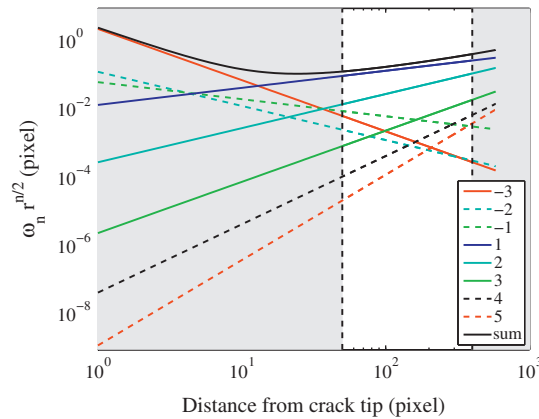
**Table 1**

Mechanical and microstructural properties of commercially-pure titanium alloy.

Yield stress	210 MPa
Young's modulus	100 GPa
Poisson's ratio	0.33
Grain size	20 $\mu\text{m}$



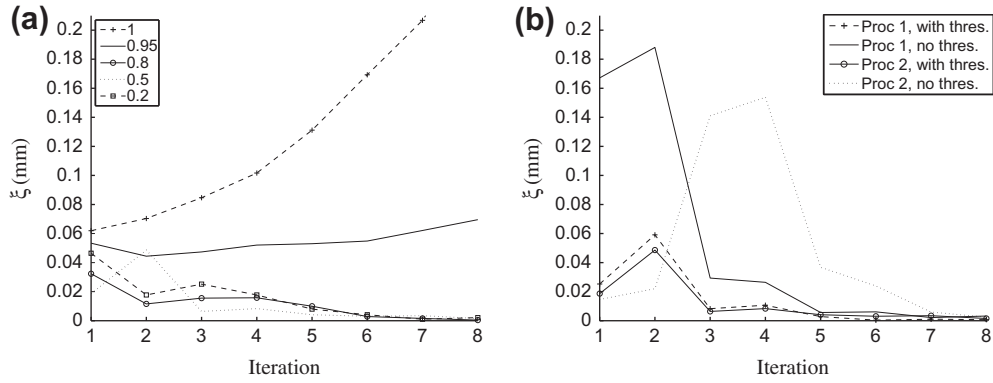
**Fig. 6.** Horizontal (a) and vertical (b) displacement fields for image pair 30. The displacements are expressed in pixels (1 pixel  $\leftrightarrow$  6.1  $\mu\text{m}$ ). The shape of the ROI is selected so that the local plastic zone in the vicinity of the crack tip is excluded. Since the crack front is not totally straight, an exclusion zone is also added. Last, since Williams' series is truncated for  $n \leq 5$ , an outer boundary is considered.



**Fig. 7.** Contributions of the terms of Williams' series for image pair 30 along the ligament. Vertical lines show the two radii (1 pixel  $\leftrightarrow$  6.1  $\mu\text{m}$ ). Abscissa 0 corresponds to the estimated crack tip location. The fields associated with  $n = 1$  (mode I SIFR) and  $n = 2$  (T-stress range) dominate the other ones.

where  $\delta\alpha_i$  is the change in the fatigue law parameters at the end of a global iteration loop. The ideal value of  $0 < \nu \leq 1$  can be determined for both methods as the one that minimizes the final error and the number of needed iterations at convergence. Fig. 8a displays results for several values of  $\nu$ . It is observed that as soon as  $\nu$  is less than 0.9, convergence is restored, and a subsequent decrease has only a modest impact on the convergence rate. In the following, a value of  $\nu = 0.5$  is chosen, and  $\xi$  is plotted for both methods and both types of fatigue law in Fig. 8b. A value of  $w = 1$  is chosen for method 2.

The use of a fatigue law with a threshold seems to help convergence and decrease slightly the final value of the residual error  $\xi$ . The lower residual is expected as the introduction of a threshold means that an additional degree of freedom is available to interpolate the data. However, this reduction is very modest, so that the uncertainty level on the threshold value is high. This is presumably due to the fact that the estimate of the threshold (when included) is roughly half the lowest value of  $\Delta K$  observed in the experiment (see below). Experiments involving lower stress intensity factors should be performed to



**Fig. 8.** (a) Plot of the error  $\xi$  for the first iterations for several values of  $\nu$  (method 2, Paris' law with threshold). (b) Error  $\xi$  vs. iteration number for both methods and both types of fatigue laws.

investigate this point. However, the easy convergence of the algorithm for this type of law allows us to be confident about its identification in more adapted cases.

It is to be stressed that the value of the residuals expressed in terms of standard deviation of crack tip position reaches very low values, about 30  $\mu\text{m}$ , whereas the individual uncertainty on the position from a single image pair with an I-DIC analysis was evaluated to be about 100  $\mu\text{m}$  or three times larger [28]. This result shows that the uncertainty levels taken in the a priori analysis are overestimates to actual values. The fact that procedures 1 and 2 provided trustworthy estimates of the crack propagation law should also be expected with experimental data.

The raw data used in the present analysis are those given by an integrated approach to DIC. They were shown to lead to lower correlation residuals than those obtained with a standard DIC technique and subsequently post-processed to evaluate fracture mechanics parameters [28]. The identified parameters are gathered in Table 2. They are compared with those of a direct fit of  $da/dN$  and  $\Delta K$  data, and a fit of  $a(N)$  and  $\Delta K$  [28] used to initialize the two procedures introduced herein. An excellent consistency is observed between both proposed methods. To highlight the sensitivity to the type of law and the procedure followed, Fig. 9 shows the differences between the former approaches and the new procedures. A last approach is based on a handbook solution [42]. When the position of the crack tip is known (i.e., estimated by I-DIC), the SIFR  $\Delta K$  reads

$$\Delta K_{ana} = \frac{\Delta F \sqrt{\pi a}}{2bc} \left[ 1 - 0.025 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \right] \sqrt{\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi a}{2c}\right)}} \quad (22)$$

where  $\Delta F$  is the applied load range,  $b$  the thickness of the sample,  $c$  its width, and  $a$  the length of the center crack, which is the sum of the initial length and of the crack propagation increments. The propagation is assumed to be symmetric in the specimen. The estimate based on the closed-form solution (22) is not consistent with all the others. This result shows that the crack tip position has to be monitored very accurately but the SIFR also has to be assessed since it may depart from a handbook solution, for instance because propagation is not necessarily symmetric in a CCT experiment.

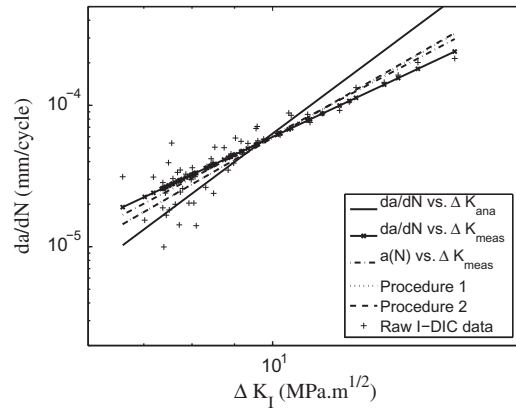
Fig. 10 shows more precisely Paris' plot  $da/dN$  vs.  $\Delta K$  with data points and identified laws for both types of propagation law and both procedures. It is worth noting that the initialization values for procedures 1 and 2 were chosen based on a prior analysis of the same experiment using a  $a(N) - \Delta K(N)$  fit [28]. Fig. 10 displays the initial guess together with the identified one. Changes are small, yet they reveal significant in the evaluation of the residual error  $\xi$ . It is to be noted that the gray level correlation residuals  $R(N)$  are around 2% of the gray level dynamic range anywhere in the image series, which is very low and allows for a fine determination of all terms in Williams' series, especially the first supersingular contribution that provides the predicted crack tip position  $a_{predict}$ .

The final error for each method is shown in Fig. 11 for the crack tip position as a function of image number (i.e., with a fixed number of cycle increment). There are two remarkable features in these results. First, there is a high frequency fluctuation, which is of the order of  $\pm 20 \mu\text{m}$ . This value corresponds to twice the grain size of the material. This observation sug-

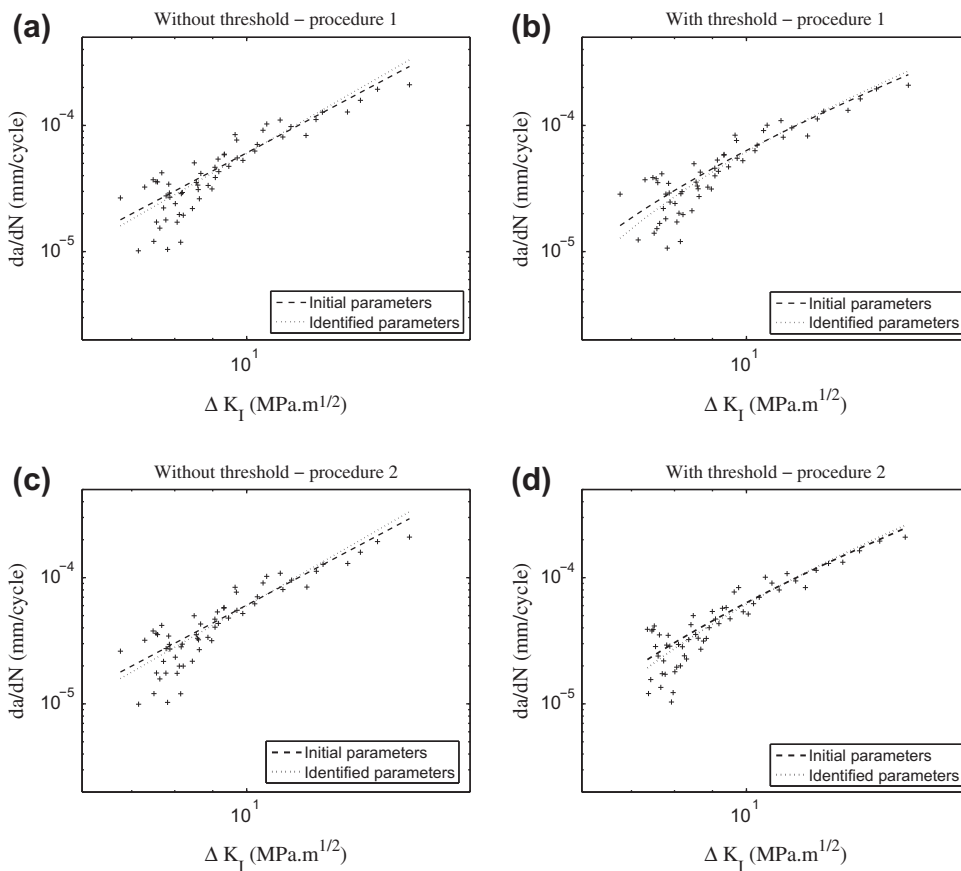
**Table 2**

Estimated parameters of the fatigue crack propagation laws for five different approaches when  $a$  is expressed in mm and  $\Delta K$  in  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

Identification method	$A \times 10^{-8}$	$m$	$B \times 10^{-6}$	$p$	$\Delta K_0$
$da/dN$ vs. $\Delta K_{ana}$	0.26	4.38			
$da/dN$ vs. $\Delta K_{meas}$	10.4	2.75	1.47	1.95	3.30
$a(N)$ vs. $\Delta K_{meas}$	4.7	3.12	1.48	2.00	3.46
Procedure 1	2.5	3.37	1.82	1.98	4.08
Procedure 2	2.4	3.39	1.79	1.98	4.03



**Fig. 9.** Paris' plot for the five proposed methods: direct fit of  $da/dN$  and analytical  $\Delta K$  estimate, direct fit of  $da/dN$  and measured  $\Delta K$ , fit of  $a(N)$  and  $\Delta K$  [28], procedures 1 and 2. The raw data are those measured by an integrated DIC approach [28]. All plots are for a Paris' law with no threshold.



**Fig. 10.** Plot of the Paris' and modified Paris' law for the initialization values of the parameters and the final parameters. (a) Without threshold, procedure 1. (b) With threshold, procedure 1. (c) Without threshold, procedure 2. (d) With threshold, procedure 2.

gests that there is an effect that may be related to the underlying microstructure of the material. Second, there is a low frequency component ( $\approx 2$  mm) that is significantly larger than the grain size. This second effect is a systematic deviation from the assumed propagation law even though the crack propagation rate  $da/dN \geq 10^{-5}$  mm/cycle so that it is believed that Paris' regime is relevant [38]. These two effects could be quantified thanks to the chosen error indicator, and the accuracy of the proposed measurement technique allowing for crack tip positions to be assessed at resolutions less than the grain size of the material.

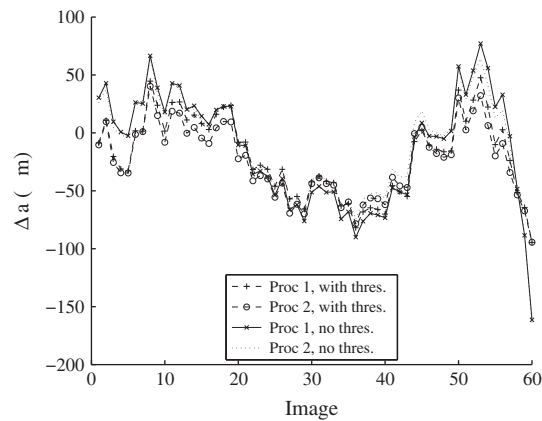


Fig. 11. Plot of the quantity  $\Delta a$  for the final values of the parameters for each method and the two propagation laws.

The integrated DIC analysis provides more information than the stress intensity factor range and crack tip position.  $T$ -stress, or size of the plastic zone also can be evaluated from this analysis [28]. As has been suggested in the literature, these additional features may contribute to the crack propagation law. Although an enriched form of Paris' law incorporating these parameters has not been tried in the complete analysis, the change of those parameters with the number of cycle does not correlate significantly with the final error (i.e., correlation coefficients of the order of 0.1–0.15). This result suggests that such an enrichment would not enhance much the quality of the identified law (apart from the trivial benefit of having additional degrees of freedom in the fitting procedure). This conclusion needs to be checked in the future, and is limited to the present experiment (material, microstructure and loading conditions) that may not highlight such additional dependencies.

## 6. Summary

The traditional way of identifying a fatigue crack propagation law starting from images available from the experiment would be to first resort to a DIC analysis of the displacement field, then to extract from it stress intensity factors and crack tip position by a first post-processing step, and finally to process the data to fit, say, a Paris' law by resorting to a second post-processing step. Each of these steps progressively reduces the available information, from pixels to displacements of zones of interest, then to SIFR and  $a$  values, and finally to Paris' law parameters. These steps are projections from a basis to another one that is followed one way.

It was shown in earlier publications that the first two steps could be merged into the so-called integrated DIC, so that the estimate of  $\Delta K$  (in particular) is confronted to the actual image directly. A significant benefit resulted from such a merger. In the present study, an *additional* integration is proposed so that the sought propagation law is evaluated *directly* from its ability to account for image evolutions. This procedure naturally incorporates the actual uncertainties attached to each image with respect to a specific kinematic basis (that of displacement fields associated with Williams' series) and crack tip position. As compared to traditional ways of addressing such an identification problem, the two-way exchange of information between the input (images) and output (crack propagation law) is the most striking difference. A clear benefit results from such a dialog. In particular, it was shown that the resolution of the identification procedure could achieve crack tip positioning three times less than what is usually required, namely in the 30  $\mu\text{m}$  range.

Two different techniques were introduced herein. For the analyzed experiment very close parameters were found. A clear distinction between the two procedures is still to be investigated, even though procedure 2 is theoretically able to deal with more difficult cases, i.e., with more noise.

Numerous perspective can be listed:

- The identification of constitutive laws where history matters (e.g., plasticity, viscoplasticity, viscoelasticity, damage) could be tackled from a series of images in a way similar to the presented approach. In a number of previous works, plasticity or damage behaviors have been addressed when based on a series of sequential treatment of data. The full dialog between constitutive law identification and images has not been tackled up to our knowledge aside from elasticity. A substantial gain in terms of accuracy and reliability is expected from such two-way approaches.
- Three dimensional analyses, either based on surface or bulk measurements is most often needed. The present case was dedicated to a thin titanium sheet where a 2D description is not a strong limitation. However, in most cases, free surfaces induce a major alteration in the development of plasticity so that the applicability of a 2D analysis is questionable. In such a case, one could envision coupling a surface analysis to a full three dimensional modeling, or a full 3D analysis if say tomographic data is exploited as in Refs. [43,32,44,45].
- Control of an experiment from learning schemes based on identification and DIC is a very promising direction [46–48]. The methodology proposed in the present paper is one of the building bricks involved in such a goal.

## Acknowledgments

It is a pleasure to acknowledge the support of the ANR Project “RUPXCUBE” (ANR-09-BLAN-0009-01) and Région Ile de France (“FRESCORT” Project).

## References

- [1] Clark WG, Hudack Jr SJ. Variability in fatigue crack growth testing. *J Test Eval* 1975;3:454–76.
- [2] Beevers CJ, editor. The measurement of crack length and shape during fracture and fatigue. West Midlands (UK): EMAS; 1980.
- [3] Hudack Jr SJ, Buccini RJ, editors. Fatigue crack growth measurement and data analysis. Philadelphia (PA, USA): ASTM; 1981 [STP 738].
- [4] Beevers CJ, editor. Advances in crack length measurement. West Midlands (UK): EMAS; 1982.
- [5] Marsh KJ, Smith RA, Ritchie OR, editors. Fatigue crack measurement: technique and applications. West Midlands (UK): EMAS; 1991.
- [6] ASTM Standard. E647-11: standard test method for measurement of fatigue crack growth rates. West Conshohocken (PA, USA): ASTM International; 2003.
- [7] Czichos H, Saito T, Smith L, editors. Springer handbook of materials measurement methods. Springer; 2006.
- [8] Bowman R, Antolovich SD, Brown RC. A demonstration of problems associated with crack closure measurement techniques. *Engng Fract Mech* 1988;31(4):703–12.
- [9] Sutton MA, Orteu J-J, Schreier H. Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications. New York (NY, USA): Springer; 2009.
- [10] McNeill SR, Peters WH, Sutton MA. Estimation of stress intensity factor by digital image correlation. *Engng Fract Mech* 1987;28(1):101–12.
- [11] Abanto-Bueno J, Lambros J. Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation. *Engng Fract Mech* 2002;69:1695–711.
- [12] Roux S, Hild F. Stress intensity factor measurements from digital image correlation: post-processing and integrated approaches. *Int J Fract* 2006;140(1–4):141–57.
- [13] Hamam R, Hild F, Roux S. Stress intensity factor gauging by digital image correlation: application in cyclic fatigue. *Strain* 2007;43:181–92.
- [14] Dawicke DS, Sutton MS. CTOA and crack-tunneling measurements in thin sheet 2024–T3 aluminum alloy. *Exp Mech* 1994;34:357–68.
- [15] Sutton MA, Zhao W, McNeill SR, Helm JD, Piascik RS, Riddell WT. Local crack closure measurements: development of a measurement system using computer vision and a far-field microscope. In: McClung RC, Newman Jr JC, editors. Advances in fatigue crack closure measurement and analysis, vol. 2. ASTM; 1999. p. 145–56 [STP 1343].
- [16] Riddell WT, Piascik RS, Sutton MA, Zhao W, McNeill SR, Helm JD. Determining fatigue crack opening loads from near-crack-tip displacement measurements. In: McClung RC, Newman JC, editors. Advances in fatigue crack closure measurement and analysis, vol. 2. ASTM; 1999. p. 157–74 [STP 1343].
- [17] Rupil J, Roux S, Hild F, Vincent L. Fatigue microcrack detection with digital image correlation. *J Strain Anal* 2011;46(6):492–509.
- [18] Williams ML. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *ASME J Appl Mech* 1957;24:109–14.
- [19] Irwin GR. Analysis of the stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *ASME J Appl Mech* 1957;24:361–4.
- [20] Larsson SG, Carlsson AJ. Influence of non-singular stress terms and specimen geometry on small scale yielding at crack-tip in elastic–plastic materials. *J Mech Phys Solids* 1973;21:263–77.
- [21] Rice JR. Limitations to the small scale yielding approximation for crack-tip plasticity. *J Mech Phys Solids* 1974;22:17–26.
- [22] Tanaka K, Hoshida T, Yamada A, Taira S. Fatigue crack propagation in biaxial stress fields. *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 1979;2:181–94.
- [23] Youshi H, Brown MW, Miller KJ. Fatigue crack growth from a circular notch under high levels of biaxial stress. *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 1992;15(12):1185–97.
- [24] Tong J. T-stress and its implications for crack growth. *Engng Fract Mech* 2002;69:1325–37.
- [25] Howard IC. A method of estimating biaxial fatigue growth rates. *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 1981;3:265–70.
- [26] McClintock FA. Discussion to C. Lairds paper The influence of metallurgical microstructure on the mechanisms of fatigue crack propagation. In: Proceedings fatigue crack propagation, Philadelphia, PA USA; 1967. p. 170–4.
- [27] Maleski MJ, Kirugulige MS, Tippur HV. A method for measuring mode I crack tip constraint under static and dynamic loading conditions. *Exp Mech* 2004;44(5):522–32.
- [28] Mathieu F, Hild F, Roux S. Identification of a crack propagation law by digital image correlation. *Int J Fatigue* 2012;36:146–54.
- [29] Réthoré J, Roux S, Hild F. Optimal and noise-robust extraction of fracture mechanics parameters from kinematic measurements. *Engng Fract Mech* 2011;78(9):1827–45.
- [30] Paris PC, Gomez MP, Anderson WP. A critical analysis of crack propagation laws. *Trend Engng* 1961;13:9–14.
- [31] Paris PC, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. *J Basic Engng* 1963;85(4):528–34.
- [32] Roux S, Réthoré J, Hild F. Digital image correlation and fracture: an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks. *J Phys D: Appl Phys* 2009;42:214004.
- [33] Henninger C, Roux S, Hild F. Enriched kinematic fields of cracked structures. *Int J Solids Struct* 2010;47:3305–16.
- [34] Elber W. Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engng Fract Mech* 1970;2:37–45.
- [35] Elber W. The significance of fatigue crack closure. In: Damage tolerance in aircraft structures. Philadelphia: ASTM; 1971. p. 230–42 [STP 486].
- [36] Mohanty JR, Verma BB, Ray PK. Determination of fatigue crack growth rate from experimental data: a new approach. *Int J Microstruct Mater Prop* 2010;5(1):79–87.
- [37] Mukherjee B. A note on the analysis of fatigue crack growth data. *Int J Fract* 1972;8:449–51.
- [38] ASTM. E647-08: standard test method for measurement of fatigue crack growth rates. West Conshohocken (PA, USA): ASTM; 2008.
- [39] Davies KB, Feddersen CE. Evaluation of fatigue-crack growth rates by polynomial curve fitting. *Int J Fract* 1973;9:116–8.
- [40] Smith RA. The determination of fatigue crack growth rates from experimental data. *Int J Fract* 1973;9:352–5.
- [41] Polak J, Knesl Z. On the fatigue crack growth rate evaluation from experimental data. *Int J Fract* 1975;11:693–6.
- [42] Tada H, Paris PC, Irwin GR. The stress analysis of cracks handbook. St. Louis (USA): Del Research; 1985.
- [43] Limodin N, Réthoré J, Buffière J-Y, Gravouil A, Hild F, Roux S. Crack closure and stress intensity factor measurements in nodular graphite cast iron using 3D correlation of laboratory X ray microtomography images. *Acta Mater* 2009;57(14):4090–101.
- [44] Limodin N, Réthoré J, Buffière J-Y, Hild F, Roux S, Ludwig W, et al. Influence of closure on the 3D propagation of fatigue cracks in a nodular cast iron investigated by X-ray tomography and 3D volume correlation. *Acta Mater* 2010;58(8):2957–67.
- [45] Rannou J, Limodin N, Réthoré J, Gravouil A, Ludwig W, Baietto-Dubourg M-C, et al. Three dimensional experimental and numerical multiscale analysis of a fatigue crack. *Comput Methods Appl Mech Engng* 2010;199:1307–25.
- [46] Fayolle X, Calloch S, Hild F. Controlling testing machines with digital image correlation. *Exp Tech* 2007;31(3):57–63.
- [47] Fayolle X. Correli<sup>TM</sup>: programme de pilotage d'essais asservis sur un facteur d'intensité des contraintes. MSc report, CNAM Paris; 2008.
- [48] Durif E, Fregonese M, Réthoré J, Combescure A. Development of a digital image correlation controlled fatigue crack propagation experiment. In: Brémand F, editor. Proceedings ICEM 14, EPJ web of conferences; 2010.



# E

## Annexe E : Article 3

Cette annexe est constituée de l'article *Direct identification of interlaminar fracture properties of a composite laminate using local fullfield kinematic measurements*, Mathieu F., Aïmediou P., Guimard J.M. and Hild F., *Composites Part A*, Vol 49, Pages 203-213, 2013.





# Identification of interlaminar fracture properties of a composite laminate using local full-field kinematic measurements and finite element simulations



Florent Mathieu<sup>a</sup>, Patrick Aïmedieu<sup>a</sup>, Jean-Mathieu Guimard<sup>b</sup>, François Hild<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT-Cachan), ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris, 61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France

<sup>b</sup>EADS France – Innovation Works, 12 rue Pasteur, F-92152 Suresnes, France

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 9 September 2012  
Received in revised form 15 January 2013  
Accepted 28 February 2013  
Available online 14 March 2013

### Keywords:

A. Thermoset resin  
A. Carbon fiber  
C. Finite element analysis (FEA)  
D. Mechanical testing

## ABSTRACT

The paper is devoted to the identification of interlaminar properties by analyzing three tests with different mode mixities on a unidirectional thermoset composite material. It is shown that by coupling digital image correlation with finite element simulations, it is possible to locally extract energy release rates whose standard uncertainty is at most equal to 50 J/m<sup>2</sup>. This performance is achieved with a standard finite element code by optimizing the location of the crack tip, which is the key information needed to evaluate (linear elastic) fracture mechanics parameters of these materials. The level of stress intensity factors and the experimental mode mixity can be identified in all configurations with an acceptable uncertainty.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

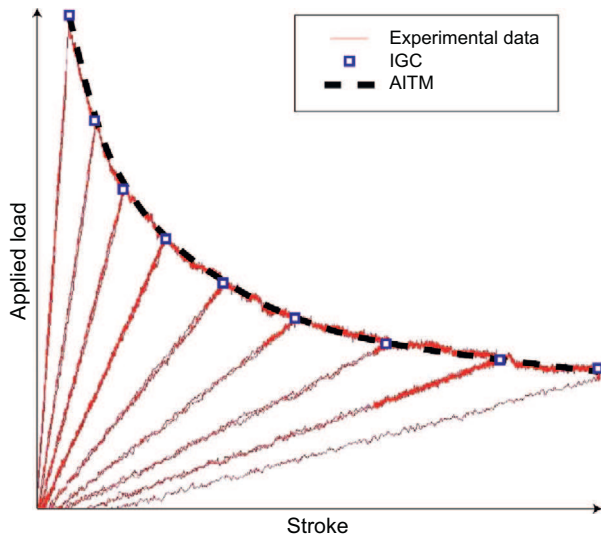
The general context of this study is related to the intensive use of composite materials in aerospace structures. Besides the known and interesting mechanical properties of these materials, it is important to know their cracking properties with a high confidence to design structures up to failure. The modeling capabilities, for instance at the mesoscale (*i.e.*, at the ply level [1]), are currently used [2]. These types of models need for each material (and more precisely for the ply and interface entities to be modeled) to perform an identification process at the coupon scale. The identification procedure proposed herein is only devoted to the interface cracking parameters of a unidirectional thermoset composite material T700/M21 (from pre-preg cured with industrial quality process). More precisely, it consists in performing fracture mechanics based tests in dominant modes with a pre-crack. The geometries chosen in the present case are the double cantilever beam (DCB) test [3] for the mode I, and the CLS (*i.e.*, crack lap shear) test [4] for mode II or mixed mode characterization. Such tests enable the critical energy release rates, which are directly connected to the intrinsic parameters of interface models [5], to be extracted. The aim of the present paper is to propose a new

extraction method with an acceptable accuracy with respect to reference methods, which can give confidence when applied to more complex delamination tests. Furthermore, it allows to determine quantities that are very difficult to assess experimentally such as the actual mode mixity, which is directly related to the actual boundary conditions. Last, the detection of propagation onset is also possible.

When identifying models for adhesive or cohesive layers, *point* data, *e.g.*, displacement, strain and load, usually are the only experimental information available [6], see an example of force vs. displacement curve for a DCB test in Fig. 1. The expected  $G_c$  values of the critical energy release rate are then computed from any classical beam assumptions, through the definition of the energy release rate  $\mathcal{G}$  [7]. Pictures shot at different scales are also used in a qualitative way in addition to global data [8–11], or quantitatively by evaluating deflections [12,13], deformed shapes [14], and more detailed displacement fields [15,16]. In this study, it is proposed to use quantitatively full-field measurements provided by Digital Image Correlation (DIC) to determine displacement fields in DCB and CLS experiments for identification purposes. These two experimental configurations are classical when evaluating interlaminar properties of composite materials [17]. The advantage of DIC lies in the fact that displacement *fields* are available to analyze an experiment, as opposed to standard procedures using few data [3,18,19,4]. These displacement fields typically contain 1000 to 10,000 degrees of freedom. In particular, it is possible to know the experimental boundary conditions. Furthermore, the 2D local

\* Corresponding author. Tel.: +33 1 47 40 21 92; fax: +33 1 47 40 22 40.

E-mail addresses: [florent.mathieu@lmt.ens-cachan.fr](mailto:florent.mathieu@lmt.ens-cachan.fr) (F. Mathieu), [patrick.aimedieu@lmt.ens-cachan.fr](mailto:patrick.aimedieu@lmt.ens-cachan.fr) (P. Aïmedieu), [jean-mathieu.guimard@eads.net](mailto:jean-mathieu.guimard@eads.net) (J.-M. Guimard), [francois.hild@lmt.ens-cachan.fr](mailto:francois.hild@lmt.ens-cachan.fr) (F. Hild).



**Fig. 1.** Different identification methods for the toughness of a DCB test from the applied load versus stroke curve. AITM method: one mean value is extracted from all the experimental data. IGC method: one value per cycle is determined. In the method developed herein each picture pair can be used to evaluate the current energy release rates and mode mixities.

displacement field near the crack tip is accessible at the right scale and with a good accuracy during propagation, so that other intrinsic interface parameters may be identified without taking into account any global displacement and load values, provided the elastic properties of the plies are known. The measured displacements can be used to determine interlaminar parameters for each recorded image during loading, contrary to IGC [18] or AITM [19] methods that respectively extract one propagation value per cycle of small propagation path or only a single value for the whole propagation regime of the test (Fig. 1). As mentioned above, the present analysis also includes a quantitative evaluation of the mode mixity during the experiment, an information that is not provided by IGC or AITM methods but only from theoretical pre-test assumptions.

DIC has seen many developments during the last decade [20] for several reasons. First, it is generally simple and easy to apply under natural light. Its resolution is now sufficient to analyze experiments performed at various scales [21–24]. DIC is usually based upon local registration of interrogation windows in a series of pictures. In the present case, a finite-element discretization of the displacement field [25] will be used to prescribe the loading conditions on the external part of the region of interest. This approach allows us to couple *seamlessly* measurements and computations to extract fracture mechanics parameters. There are many studies that have attempted to enrich experimental databases by resorting to full-field measurements [26,27,15,28–30]. However, the identification of fracture parameters and cohesive models remains an experimental challenge because displacements need to be measured at very fine scales [31,16]. For instance, Abanto-Bueno and Lambros [31] used a multi-camera system to determine the traction separation law of a photodegradable copolymer. In the present work, only a local analysis with a single camera is performed to evaluate linear elastic fracture mechanics parameters via a coupling with finite element simulations. Among those parameters, the crack tip location is key information from which all the others are subsequently obtained.

The inverse procedure is applied to the characterization of delamination properties of a 0/0° interface configuration of a carbon-epoxy composite in DCB and CLS tests (Section 2). A series of pictures is analyzed by a finite element based DIC algorithm

[25] during crack opening, and subsequent propagation steps. Energy release rates and stress intensity factors are evaluated in both cases by using the commercial code Abaqus [32] and user-developed Matlab scripts. The internal points of the mesh are used to determine the crack tip location by minimizing the distance between measured and computed displacements (Section 3). In Section 4, all the previous tests are finally analyzed and discussed. The changes of crack tip location, stress intensity factors, energy release rates, and mode mixities with the applied load are reported.

## 2. Experimental set-up and protocol for the two configurations

In the sequel, three experimental configurations are analyzed. The DCB experiment allows for the identification of mode I properties as the crack is mainly loaded under mode I condition [3]. In that case, the zone around the crack tip can be observed when the crack was opening and subsequently propagating. The two CLS configurations studied herein lead to predominantly mode II cracking [4]. First, the analysis is performed with no apparent crack propagation, and second, with crack propagation. The experiments are monitored by a Canon EOS 350D camera with a Sigma lens, focal length: 180 mm.

### 2.1. DCB configuration

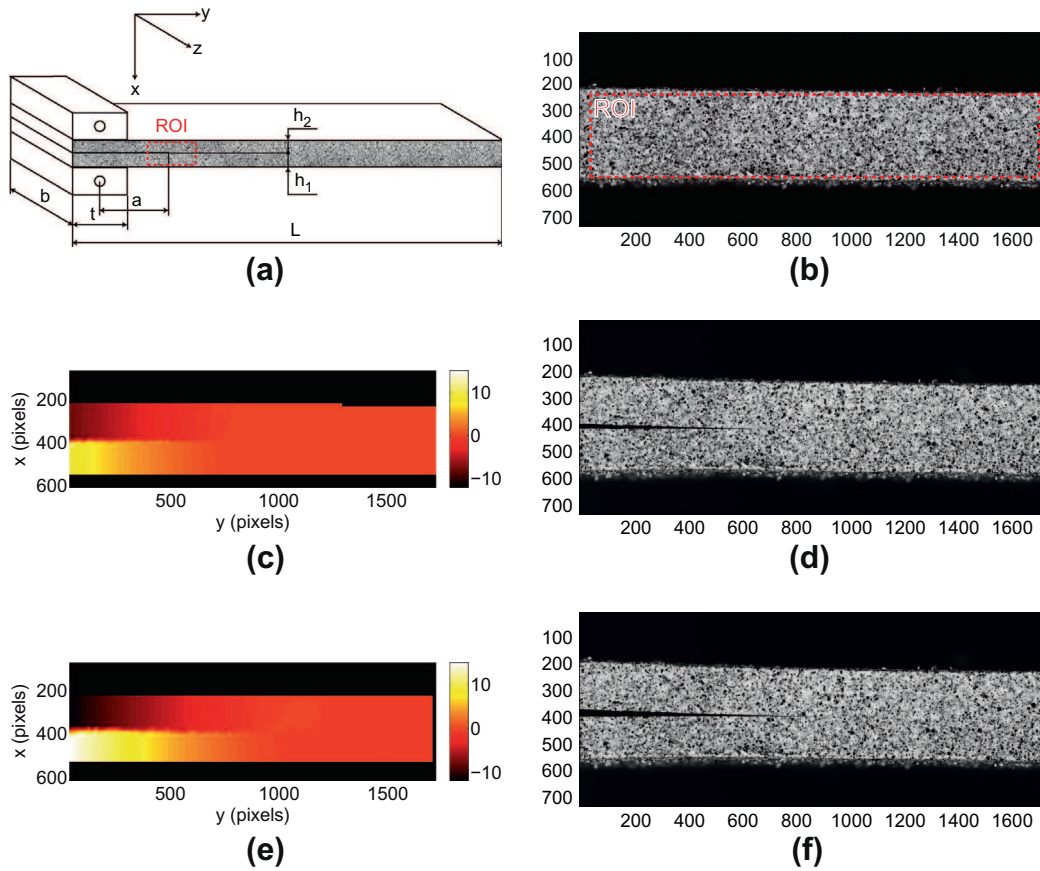
A DCB sample is first analyzed. Its geometry is shown in Fig. 2a. The corresponding dimensions are  $b = 20$  mm,  $h_1 = 2.15$  mm,  $h_2 = 1.85$  mm,  $L = 250$  mm, and  $t = 20$  mm. All the plies are aligned along the 0°-degree direction (or y-axis, see Fig. 2a) perpendicular to the loading direction (*i.e.*, x-axis), and there is a pre-crack of length  $a_0$  at the separation plane. The sample was loaded under a displacement controlled procedure. In the following, the end of the loading step will be analyzed.

Fig. 2 shows three pictures of the experiment, namely, the reference one and two of the surface in its deformed configuration. They are used to measure displacements via Q4-DIC [25] in which the displacement field is based upon a finite element discretization with 4-noded bilinear (Q4) elements. The commercial code Correli<sup>STC</sup>® was used [33]. In the present case, the size of each element edge is equal to 16 pixels (or  $\approx 200$   $\mu$ m). The corresponding transverse displacement fields are shown. The presence of the crack is clearly seen on both pictures and on the displacement fields themselves.

### 2.2. CLS configurations

The modified Cracked Lap Shear (CLS) or mode II test configuration is shown in Fig. 3a. It consists in a tensile-like specimen made of plies aligned along the 0°-direction with respect to the loading direction. The dimensions are  $b = 10$  mm,  $h_1 = 1.6$  mm,  $h_2 = 1.9$  mm,  $L = 350$  mm with a pre-crack of length  $a_0$  at the separation plane. In such conditions, a longitudinal displacement applied on one arm in conjunction with a clamped condition at the other end of the specimen leads to a mixed crack propagation mode. Two lateral confinements (in the x-direction, see Fig. 3a) are put into contact with the external surfaces in order to avoid opening and as a consequence prevent any mode I contributions (as will be shown hereafter, the loads introduced by the grips are of second order of magnitude with respect to the longitudinal loads).

This geometry has several advantages. First, it enables for the use of the same device for static and dynamic tests to ensure that comparisons are made on the same basis in a quasi pure mode II. Second, the propagation is confined to a longitudinal domain. The determination of the loading possibly transmitted to the



**Fig. 2.** (a): DCB sample and location of the Region of Interest (ROI) to analyze locally the displacement field in the vicinity of the crack tip. (b): Reference picture of the experiment. (c,e): Vertical displacement fields (in pixels) from which the rigid body motions have been subtracted (1 pixel ↔ 12 μm). 16-pixel Q4 elements are used in the DIC analysis. (d,f): Corresponding pictures in the deformed configuration.

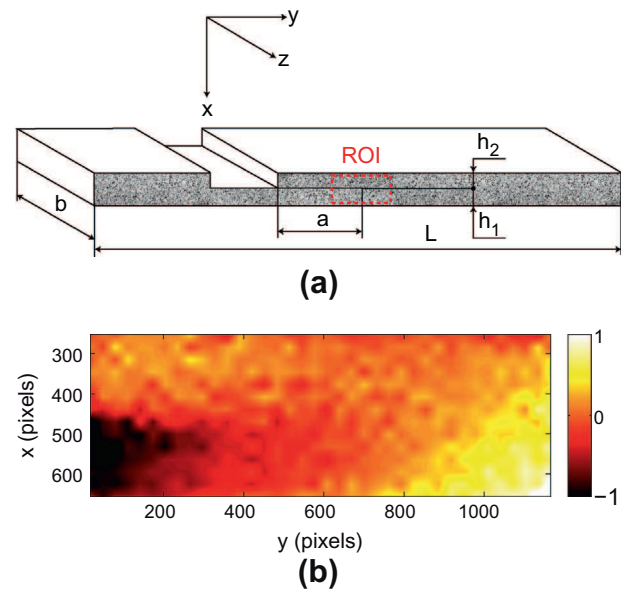
specimen does not involve any complex analysis. A first order estimate of the critical value  $\mathcal{G}_c$  of the energy release rate is determined by using a classical beam solution for a steady state value [4].

$$\mathcal{G}_c = \frac{F_c^2 h_2}{2E_1 b^2 h_1 (h_1 + h_2)} \quad (1)$$

where  $F_c$  is the maximum load level,  $b$  the width of the sample, and  $E_1$  the Young's modulus in the longitudinal direction.

A first propagation is sought in a displacement controlled manner. The main difficulty of this type of experiment is then related to the location of the crack tip. This task is performed by resorting to Q4-DIC [25]. The size of each element edge is equal to 32 pixels (or ≈200 μm); it is chosen since it corresponds to a good compromise between uncertainty level and spatial resolution. As soon as the first propagation occurs, the sample is unloaded, and then subsequently loaded up to a level of 5 kN. The crack is maintained open and the camera is moved until the crack tip is located at about the center of the picture. Fig. 3b shows a displacement field in which the presence of a crack can be distinguished. The exact position of the crack tip is still unknown. It will be determined more precisely in the sequel.

After the crack is detected in the picture, four additional pictures are shot every 1 kN. For a load level of 9.6 kN, unstable (or undetermined) crack propagation occurred. No additional pictures are taken. The CLS configuration is theoretically quasi-unstable since the first derivative of  $\mathcal{G}$  with respect to the crack length is equal to 0 (see Eq. (1)). The analysis of this experiment



**Fig. 3.** (a): CLS sample and location of the Region of Interest (ROI) to analyze locally the displacement field in the vicinity of the crack tip. (b): Horizontal displacement field (in pixels) from which the rigid body motions have been subtracted (1 pixel ↔ 6 μm). 32-pixel Q4 elements are used in the DIC analysis.

consists of the five displacement fields corresponding to load levels ranging from 5 to 9 kN.



In the second experiment, no lateral confinement (*i.e.*, no grips) is applied and the mode mixity is induced by the experimental configuration itself. The dimensions of the sample are  $b = 10$  mm,  $h_1 = 1.61$  mm,  $h_2 = 1.57$  mm, and  $L = 250$  mm. Two different steps are analyzed. First, the initiation of propagation of the pre-crack close to the groove of the CLS sample is studied. Thirteen loading steps are analyzed. The subsequent propagation was not monitored, but the crack did not cross the whole sample. The next task is then to determine a rough estimate of the crack tip position so that the camera can be moved. The sample is then reloaded (20 loading steps are available) and the beginning of the new propagation step is followed (with 11 pictures). One key issue of this experiment is related to the actual mode mixity and its change during the various loading steps.

### 3. Identification procedure of fracture mechanics parameters

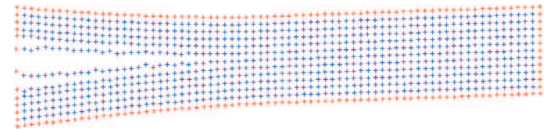
The following analyses are based upon measured displacement fields  $\mathbf{u}_{meas}$  by resorting to Q4-DIC (*e.g.*, Figs. 2 and 3). This is the only experimental information that will be used herein. By prescribing the displacements of the external boundary of the region of interest (ROI, see Fig. 4a) to a finite element calculation of the *same* part (Fig. 4b), the way the external load is applied to the crack is accounted for. There is therefore no need to model the whole experiment, but only the part inside the ROI [16]. The computed displacements  $\mathbf{u}_{comp}$  of all inner nodes are used to determine the crack tip position  $\mathbf{x}_c$ , the first unknown of the fracture mechanics problem. In the present study, a simple definition of the crack tip location is considered. It corresponds to the location for which the identification error between the measured and computed displacement field is the smallest. It can be noted that other approaches might have been considered (*e.g.*, damage mechanics, cohesive zone model) for which the existence of a crack tip is not necessarily needed. The identification error

$$\delta^2(\mathbf{x}_c) = \frac{1}{n_m} \sum_{m=1}^{n_m} \|\mathbf{u}_{meas}(\mathbf{x}_m) - \mathbf{u}_{comp}(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_c)\|^2 \quad (2)$$

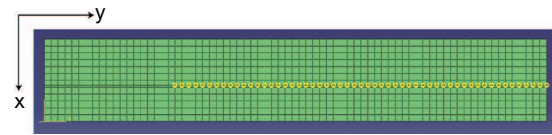
is minimized with respect to  $\mathbf{x}_c$ , where  $n_m$  is the number of measurement nodes located at  $\mathbf{x}_m$ . Various crack positions are considered along the crack surface direction. Each node of the interface is scanned to define a crack tip (Fig. 4b), and the best position corresponds to the minimum value of the displacement residual  $\delta$  (Fig. 4c; it corresponds to the 56-th node number in that case).

In the finite element analyses reported hereafter, the behavior of the composite is assumed to be elastic. The elastic properties of the two 0-degree laminates are as follows,  $E_1 = 120$  GPa,  $G_{12} = 5.3$  GPa,  $E_2 = E_{33} = 8.9$  GPa,  $\nu_{13} = \nu_{12} = 0.33$ ,  $\nu_{23} = 0.35$ , where the longitudinal direction of the ply is 1, the transverse direction is 2, and the out-of-plane one 3. These values were determined in another identification process by performing a series of tensile tests on  $[0^\circ]$ ,  $[\pm 45^\circ]$ ,  $[\pm 67.5^\circ]$  configurations with loading and unloading sequences [1].

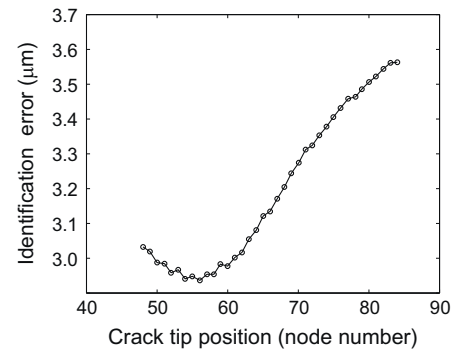
The mesh used in the simulations is refined in comparison with the measurement discretization to achieve a finer resolution for the detection of the crack tip. All the points of Q4-DIC are part of the simulation. Consequently, the differences are still performed on the *common* nodes of the two meshes so that the error is evaluated with respect to the same number of nodes, irrespective of the discretization used. A refinement index  $\rho$  is defined such that the number of numerical elements is equal to  $\rho^2$  times that of the measurement elements. The sensitivity of the identification results to the discretization will be studied hereafter. It is worth noting that this refinement is possible thanks to the Q4 interpolation so that no interpolation error on the correlation results is added.



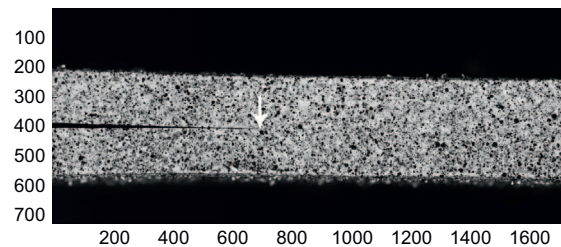
(a) Deformed mesh determined by Q4-DIC. The measured displacements of nodes in red are prescribed in FE analyses. The inner nodes (in blue) are used to minimize the identification error  $\delta$



(b) FE mesh in which the interface nodes that are not broken are marked in yellow



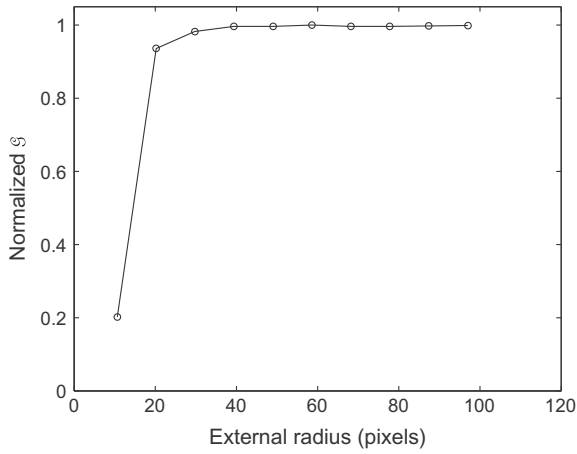
(c) Change of the identification error  $\delta$  as a function of the assumed position for the crack tip



(d) Optimal crack tip position marked with white arrow

**Fig. 4.** Different steps for the determination of the crack tip position. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

The crack tip position being found (Fig. 4d), the computed displacement field is post-processed by using fracture mechanics tools available in the finite element code. In the present case, the energy release rate  $\mathcal{G}$  and the stress intensity factors (SIFs) are evaluated in orthotropic media [34] by using contour integrals [35]. A sensitivity analysis to the size of the integration domain is performed to check that the results have reached a value that becomes domain-independent as expected from a  $J$ -integral [36] or an interaction integral [37]. Fig. 5 shows the change of  $\mathcal{G}$  with the external radius of the integration domain. When the radius is greater than 32 pixels the evaluation is virtually insensitive to the size of the integration domain, namely, a fluctuation less than 0.5 % is observed. This minimum radius is equal to the element size of the



**Fig. 5.**  $J$ -integral normalized by its maximum value as a function of the external radius of the integration domain. For an external radius greater than 32 pixels, the evaluation of  $J = \mathcal{G}$  is independent of its value.

DIC analysis. This result shows that the minimum size of the integration domain is equal to two elements. In all the analyses that will follow, it was checked that  $\mathcal{G}$ -values are in a region where the results are independent of the size of the integration domain.

**4. Analysis of the three different tests**

The various (linear elastic) fracture mechanics parameters are extracted by following the previous procedure for the three tests introduced above.

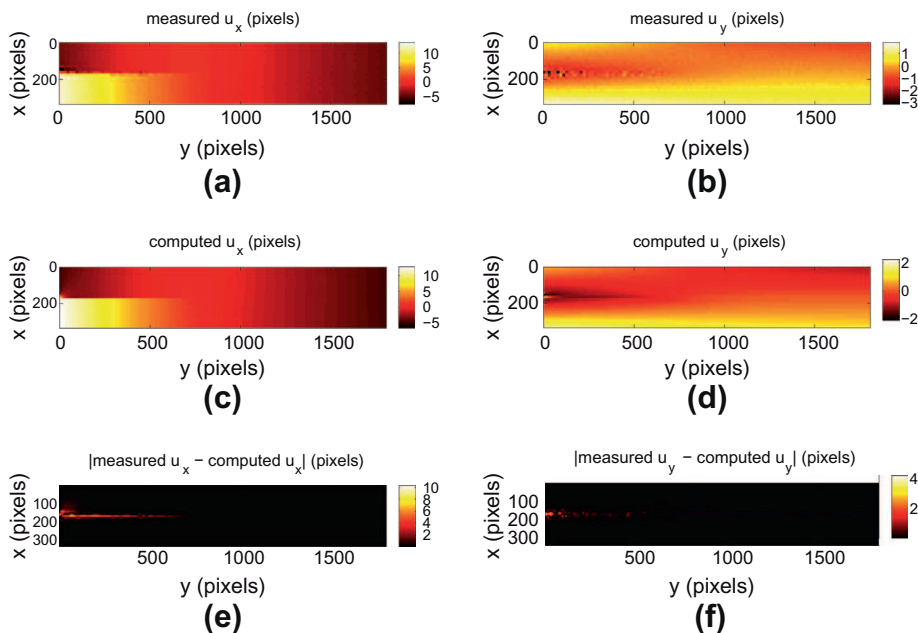
**4.1. DCB experiment**

The DCB experiment allows for analyses in which propagation is stable under a displacement controlled test. A series of 28 pictures is considered in addition to the reference picture. One of the aims of the present analysis is to determine which pictures correspond

to a situation where propagation does not occur. Further, if propagation occurs, is it under constant  $\mathcal{G}$ -value? Fig. 6 shows a comparison between the measured and computed displacement fields for one of the highest load levels of the series. The residual map is also shown to evaluate the quality of the identification. Except in the immediate vicinity of the crack surface, the residuals are very small (*i.e.*, less than 0.5 pixel or 6  $\mu\text{m}$ ). This is to be expected since a Q4-DIC analysis is performed without any discontinuous kinematic enrichment.

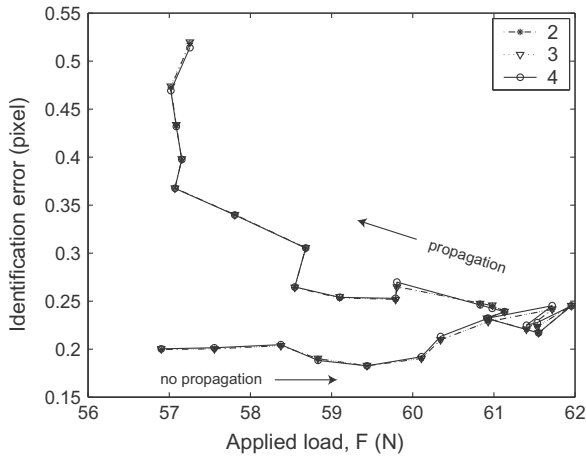
Fig. 7 shows the change of the identification error  $\delta$  as a function of the applied load for three different discretizations. The identification error is independent of the discretization level when  $\rho \geq 2$ . The case  $\rho = 1$  leads to results different from the reported ones. Two regimes are observed. First, when the crack does not propagate (and the load level increases), the identification error is of the order of 0.2 pixel (or 2.4  $\mu\text{m}$ ). This value is larger than the standard displacement uncertainty (of the order of 0.04 pixel or 0.5  $\mu\text{m}$ ). It is explained by the fact that a purely elastic model is only a first order approximation of the interfacial and intralaminar behavior. Second, when the crack propagates (and the load level decreases), there is a gradual increase of the identification error. The last points are likely to be less well tuned. One reason is that the crack tip moves closer to the edge of the region of interest and less measurement points exist in the ligament so that the evaluation of the energy release rate is less accurate.

The location of the crack tip as a function of the load level is shown in Fig. 8. Three different refinements are used. The root mean square (RMS) difference between these three results is less than 5 pixels (*i.e.*, 60  $\mu\text{m}$ ). A very small effect of the discretization is observed. When analyzing the first 12 points (for which the load level increases), it is seen that the standard uncertainty of the crack tip location is of the order of 14 pixels (or 170  $\mu\text{m}$ ). For the last 16 points (for which the load level decreases), there is a clear motion of the crack tip. When a linear interpolation is used, the level of fluctuations is equal to 10 pixels (*i.e.*, 120  $\mu\text{m}$ ), which is close to the previous value. It is therefore believed that the local fluctuations are an indication of the identification uncertainty rather than of physical origin. When compared to classical methods where a visual inspection of the crack size is performed (*i.e.*, with a

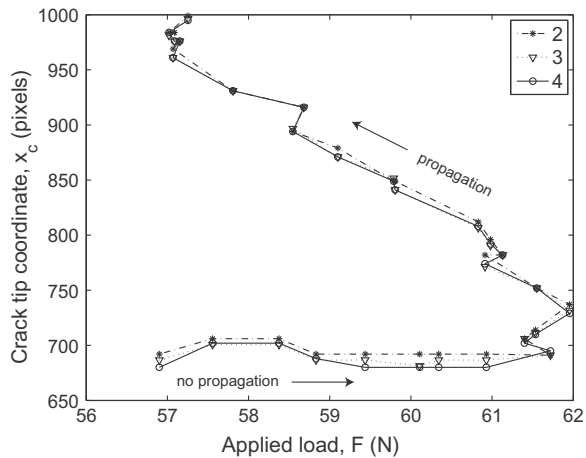


**Fig. 6.** (a,b): Measured, (c,d): computed, and (e,f): residual displacement fields in the vertical (left) and horizontal (right) directions (1 pixel  $\leftrightarrow$  12  $\mu\text{m}$ ) for the DCB experiment.

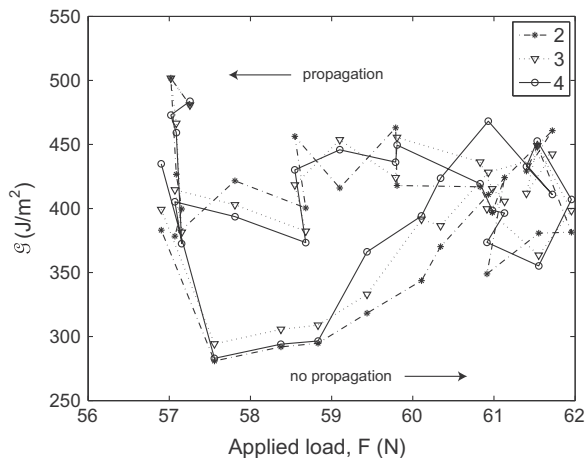




**Fig. 7.** Change of the identification error  $\delta$  with the refinement index  $\rho$  for the 28 load levels of the DCB experiment (1 pixel  $\leftrightarrow$  12  $\mu$ m). The first part corresponds to a load increase with no propagation, and the second part is associated with a load decrease during crack propagation.



**Fig. 8.** Crack tip position as a function of the applied load level for three different refinement indices  $\rho$  for the DCB experiment (1 pixel  $\leftrightarrow$  12  $\mu$ m). The first part corresponds to a load increase with no propagation, and the second part is associated with a load decrease during crack propagation.



**Fig. 9.**  $\mathcal{G}$  as a function of the applied load level for the three refinement indices  $\rho$  for the DCB experiment. The first part corresponds to a load increase with no propagation, and the second part is associated with a load decrease during crack propagation.

$\pm 500 \mu\text{m}$  resolution), there is a clear benefit of using the approach developed herein, which is mechanically-based.

Fig. 9 shows the change of the energy release rate  $\mathcal{G}$  with the applied load for the 28 analyzed pictures. The RMS difference between the three refinements is equal to  $15 \text{ J/m}^2$ . This low value is consistent with the previous results in terms of crack tip location. In terms of overall result, there are two distinct trends when the first 12 points are considered in comparison with the last 16 ones. This difference is related to the fact that propagation has occurred for the latter ones. In the first part, a parabolic interpolation leads to a RMS error of about  $50 \text{ J/m}^2$ , as well as with a constant level for the second part (for which  $\mathcal{G}_c = 410 \pm 50 \text{ J/m}^2$ ).

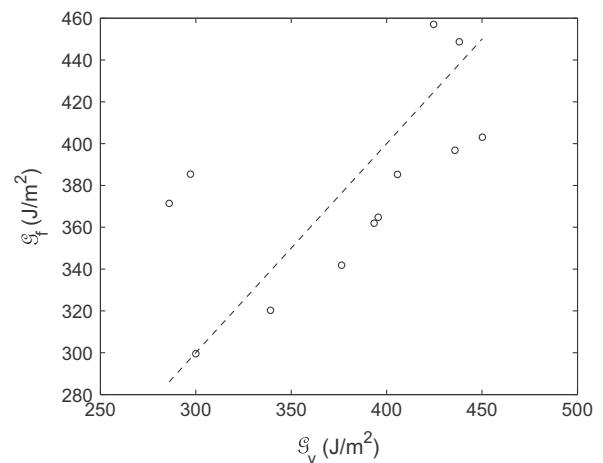
To analyze further the effect of the crack tip location, the first nine points for which the load variation is less than 5 N are considered. The evaluation of  $\mathcal{G}$  performed before is compared with that obtained with a constant crack tip location. Fig. 10 shows the correlation obtained when comparing these two ways of identifying  $\mathcal{G}$  values. The RMS difference is of the order of  $50 \text{ J/m}^2$ . These levels of uncertainty are in accordance with those obtained by a classical global method [3] based on load measurements. This level proves that the fluctuations observed in  $\mathcal{G}$ -values are related to the uncertainty of crack tip position. Therefore it is believed that the fluctuations observed during the propagation stage are essentially related to measurement and identification uncertainties, and not to physical phenomena due to, say, local variations in interfacial properties, which are known to remain small in the present configuration.

Last, the mode mixity is studied during the two steps of crack-ing. The fact that the two beam thicknesses are slightly different may induce some mixity. The ratio  $\mathcal{G}_I/\mathcal{G}_{II}$  reaches high values, on average equal to 17. This value is virtually independent of the refinement index, and therefore assumed to be physical. The mixity remains of the same order of magnitude prior to and during the propagation step, with a negligible part of mode II contribution (i.e.,  $27 \text{ J/m}^2$  on average). The DCB test is therefore not only mode I dominant, but purely mode I in the present configuration.

#### 4.2. CLS experiments

##### 4.2.1. Modified CLS experiment

In the modified CLS experiment reported herein, propagation is mainly unstable and the analysis is restricted to the five load levels for which pictures were shot. An additional information is given by



**Fig. 10.** Sensitivity of  $\mathcal{G}$  with respect to the crack tip position. Comparison of  $\mathcal{G}$  determined for a fixed crack tip position ( $\mathcal{G}_f$ ) as a function  $\mathcal{G}$  determined for a variable crack tip position ( $\mathcal{G}_v$ , see Fig. 9) for the DCB experiment. The dashed line corresponds to a linear interpolation of slope equal to 1. The RMS difference between the two estimates is of the order of  $50 \text{ J/m}^2$ .

the maximum load  $F_c$  that the sample could sustain after the series of pictures was taken ( $F_c = 9.6$  kN). With that information, the critical value  $\mathcal{G}_c$  is determined by using Eq. (1). With the material parameters given above,  $\mathcal{G}_c = 1320$  J/m<sup>2</sup>. This value will be compared with those obtained by analyzing the five load levels with the above-described procedure.

Fig. 11 shows a comparison between the measured and computed displacement fields for the 9 kN load level. The residual map is also shown to evaluate the quality of the identification. An identification error of 0.3 pixel (or 1.8  $\mu$ m) is found. This value is small in terms of physical quantity, however larger than the measurement uncertainty evaluated to be of the order of 0.05 pixel (or 0.3  $\mu$ m). When analyzing the residual maps (Fig. 11e and f), the maximum values are for the elements cut by the crack in the measured data. This is to be expected since a Q4-DIC analysis was performed without any discontinuous kinematic enrichment. When this zone is left out for the evaluation of the residuals, the identification error decreases to 0.25 pixel (or 1.5  $\mu$ m). The same trend is observed for the four analyzed cases.

In the following analysis, the mesh used in the simulations is again refined in comparison with the measurement discretization. Fig. 12a shows the change of  $\mathcal{G}$  with the applied load for different values of  $\rho$ . The results are weakly dependent on the discretization when  $\rho \geq 2$ . The results with  $\rho = 1$  are completely different from those reported in Fig. 12a and are not shown. An overall standard deviation less than 20 J/m<sup>2</sup> is observed, which is acceptable and in line with classical deviations reached with global identification methods. Fig. 12b shows the mean values obtained with the five analyzed load levels, and the one obtained from the knowledge of the maximum load level (hexagram). If the results of the five load levels were extrapolated to the maximum load, they would reach a value of the order of 1250–1350 J/m<sup>2</sup>, in good agreement with the value found previously (i.e., 1320 J/m<sup>2</sup>).

In terms of identification residuals, Fig. 13 shows the change of the identification error  $\delta$  as a function of the applied load. The range of  $\delta$  varies between 0.15 and 0.25 pixel (or 0.9–1.5  $\mu$ m). There is a clear degradation when the applied load level increases. The fact that the order of magnitude of the error remains the same indicates that the overall quality of identification does not change. These levels show that even though the agreement between measured and identified fields is good, a purely elastic description of the behavior of the interface and the plies is only a first order approximation of the true one. Last, the influence of the discretization is weak on the overall identification quality when  $\rho > 1$ . This trend is to be expected by analyzing the results shown in Fig. 12a. The case  $\rho = 1$  leads to residuals that are systematically higher than those observed for  $\rho \geq 1$ . There is therefore a clear benefit in using a more refined FE mesh. However, a very fine mesh is not needed since the results are virtually mesh-independent as soon as  $\rho \geq 2$ .

The location of the crack tip as a function of the load level is shown in Fig. 14. It is worth noting that the crack tip location is directly related to the underlying finite element mesh, namely, each node along the crack path is considered (Fig. 4). For the first three load levels, there is a  $\pm 20$  pixel (or  $\pm 120$   $\mu$ m, which is in all cases more accurate than any visual inspection used in classical methods) difference in the location of the crack tip when different meshes are used. Conversely, for the last two load levels, all results are virtually identical for  $\rho$  greater than 3. Larger values of  $\rho$  allow for a better spatial resolution of the crack tip position. The fact that the crack tip moves as the load level is increased is related to its opening that becomes more easily quantified and identified.

The mode mixity is finally addressed. The point of using lateral confinement was to minimize the mode I contribution. The ratio  $\mathcal{G}_I/\mathcal{G}_{II}$  will thus be analyzed for the two CLS configurations studied herein. Fig. 15 shows the change of  $\mathcal{G}_I/\mathcal{G}_{II}$  with the applied load for

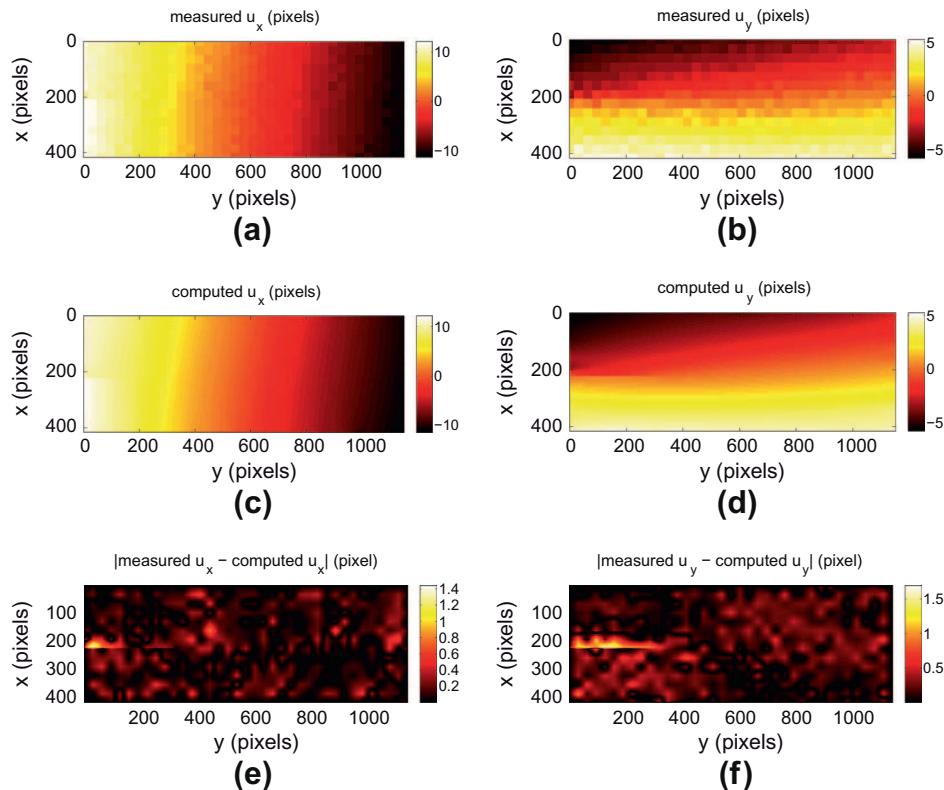


Fig. 11. (a,b): Measured, (c,d): computed and (e,f): residual displacement fields in the horizontal (left) and vertical (right) directions for the 9 kN load level of the modified CLS experiment (1 pixel  $\leftrightarrow$  6  $\mu$ m).

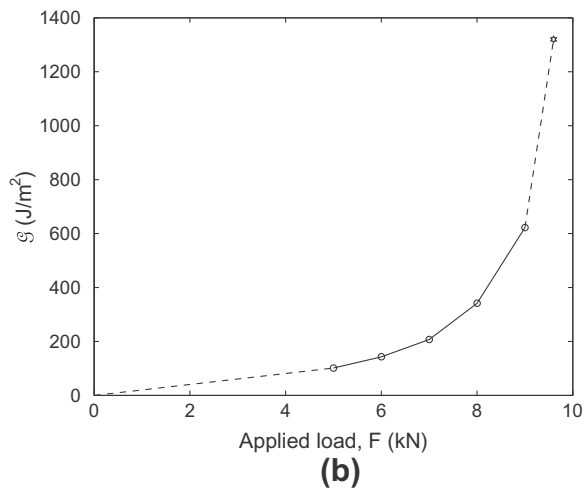
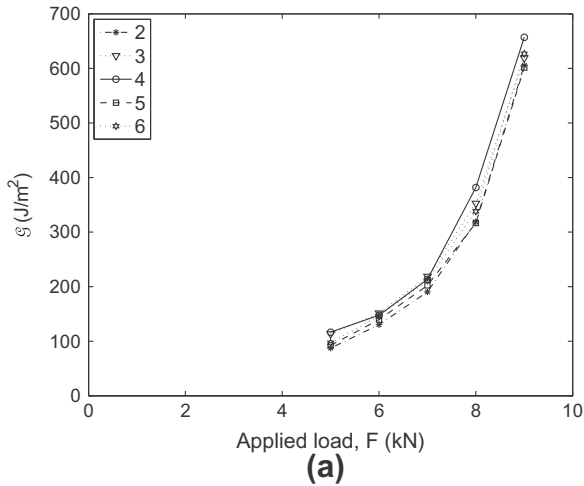


Fig. 12. (a) Change of  $G$  with the refinement index  $\rho$  for the five load levels (CLS experiment). A  $16 J/m^2$  RMS difference is observed when the different results are compared. (b) Average  $G$  as a function of the applied load. The hexagram corresponds to the evaluation of the critical value by using Eq. (1).

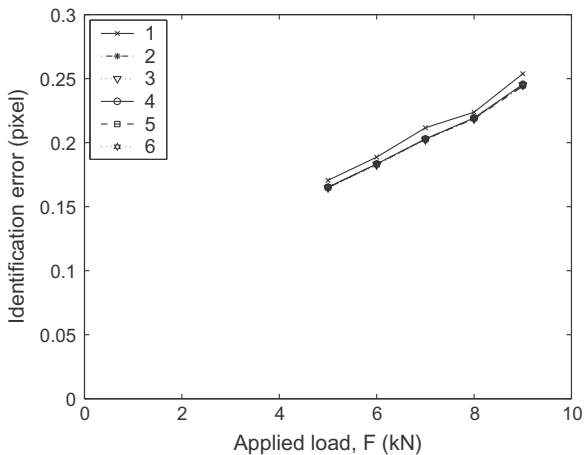


Fig. 13. Change of the identification error with the refinement index  $\rho$  for the five load levels of the modified CLS experiment (1 pixel  $\leftrightarrow$  6  $\mu m$ ).

the five different mesh densities. Contrary to what is observed for  $G$  and the crack tip position, the ratio  $G_I/G_{II}$  fluctuates more due to small variations in  $G_I$  ( $\pm 20 J/m^2$ ) for levels varying between 20 and 60  $J/m^2$ . For the highest load level, the mean  $G_I/G_{II}$  ratio is

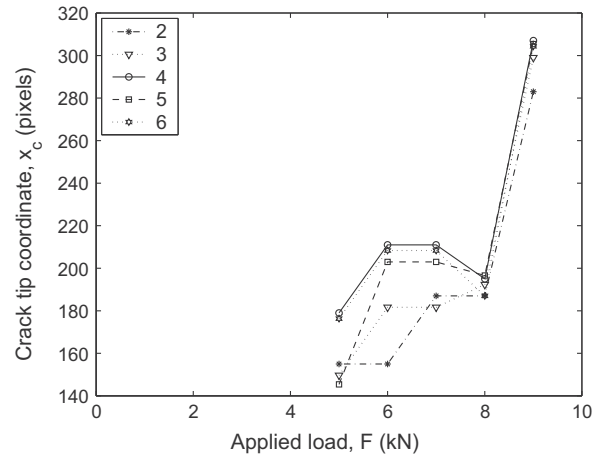


Fig. 14. Crack tip position as a function of the applied load level for five refinement indices  $\rho$  for the modified CLS experiment (1 pixel  $\leftrightarrow$  6  $\mu m$ ).

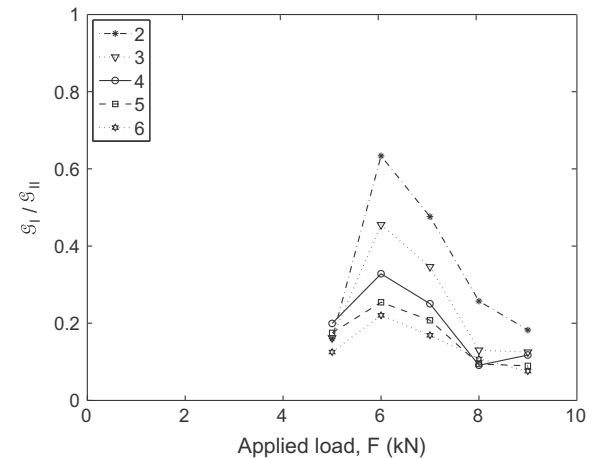


Fig. 15. Energy release rate ratio as a function of the applied load level for the modified CLS experiment.

equal to 0.12 for the five discretizations. Even though there are fluctuations with the applied load, the mode mixity remains low during the load history. It is in accordance with a mode II dominant configuration and below the classical value without confinement, i.e., a mean ratio of about 0.20 is classically reported [38,39]. The difficulty to set up the confinement supports and the local extraction (instead of global one) are explanations to this difference. The main point is that the present method captures all mode mixity effects whatever the condition and configuration of the actual test.

#### 4.2.2. Standard CLS experiment

To compare the mode mixity observed in the previous configuration, a standard CLS experiment is also performed. In all the analyses to follow, a value of the refinement index  $\rho = 2$  is chosen. Two different phases are analyzed. The initiation of the first crack, which is always delicate since it depends on the sample preparation and in particular on the details of the bonding state close to the Teflon tape. Because propagation may be very quickly unstable, this first step is critical in CLS experiments as shown above. Fig. 16 shows the change of  $G$  with the applied load. The dashed line shows that a quadratic interpolation is a very good approximation of the  $G$  vs. applied load curve. The RMS difference between the predicted and measured values is less than 70  $J/m^2$ . This value is close to the estimated uncertainty of  $G$  values (i.e., 50  $J/m^2$ ), there-

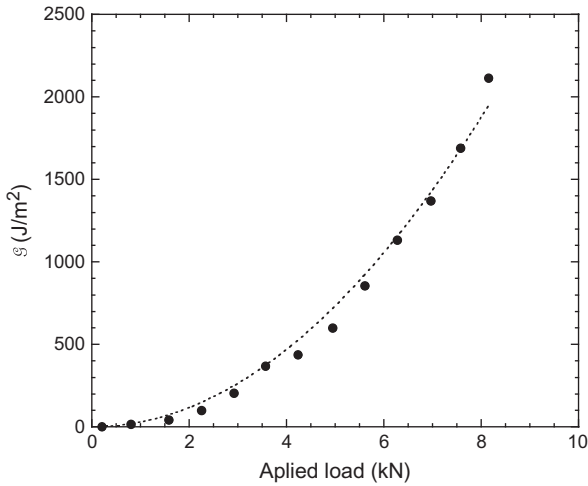


Fig. 16.  $G$  as a function of the applied load level for the initiation step of the CLS experiment. The dashed line corresponds to a parabolic interpolation.

by indicating that a quadratic interpolation is a good estimate of the dependence of  $G$  with the applied load.

With the same material parameters as above, the application of Eq. (1) leads to  $G_c = 1260 \text{ J/m}^2$  for the maximum applied load ( $F_c = 9.9 \text{ kN}$ ). This value is significantly lower than what is identified with the proposed approach (i.e.,  $G_c = 2100 \text{ J/m}^2$ , see Fig. 16). It is worth remembering that an initial crack is not necessarily present and therefore the applicability of Eq. (1) is not guaranteed (i.e., no steady state propagation is observed). The fact that a very high initiation value is found explains why the observation of subsequent propagation is very difficult in this type of test. Since a lot of elastic energy is stored prior to propagation, it may be sufficient to induce a very significant propagation before the crack stops.

One key information in CLS experiments and for the present identification method is related to the mode mixity. Fig. 17 shows the change of the ratio  $G_I/G_{II}$  with the applied load. The ratio remains less than 0.08 throughout the whole loading sequence for which no propagation occurs. It is therefore concluded that the initiation stage is mainly mode II controlled. However, the initial loading does not proceed with a constant mode mixity. Close to the maximum load level for which a picture is recorded, the initiation itself is mode II dominant. The fluctuations of mode mixity may explain part of the difference observed in terms of dependence of  $G$  with the applied load. For orthotropic media, a complex

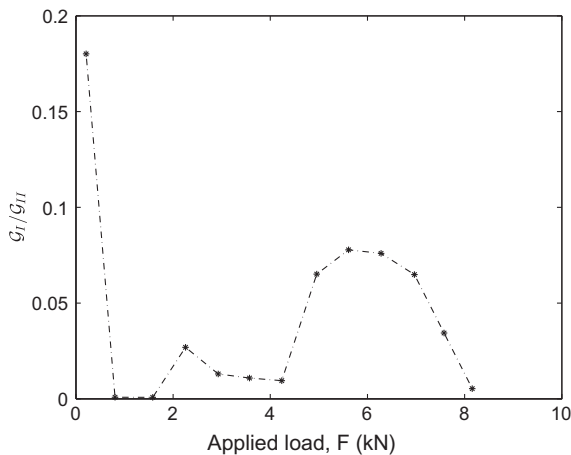


Fig. 17.  $G_I/G_{II}$  ratio as a function of the applied load level for the initiation step of the CLS experiment.

coupling appears between  $G_I$  and  $G_{II}$  that does not lead to a linear dependence (classically known for isotropic media) [34].

This is confirmed by analyzing the changes of the two SIFs with the applied load (Fig. 18). The mode II SIF follows a linear dependence with the applied load whereas the mode I SIF fluctuates during the whole loading history. These fluctuations, which are very difficult to control experimentally, are responsible for the small variations around a quadratic response of  $G$ . Last, when compared with the previous CLS configuration, it is observed that the  $G_I/G_{II}$  ratio becomes even smaller without any lateral confinement.

Even though a very high value of  $G$  is observed in the initiation stage (Fig. 16), the crack does not traverse the whole sample. It stops at about the middle length of the beam. The displacement is then decreased to a very small value. After roughly locating the crack tip by visually analyzing the displacement maps provided by Q4-DIC, the applied displacement is increased again. In the present case, it is possible to follow the beginning of propagation until the crack tip is no longer located in the picture. Fig. 19 shows the change of  $G$  with the applied load during the two stages (i.e., no propagation and subsequent propagation). The first stage leads to a quasi quadratic  $G$  vs. applied load trend as previously observed.

The deviation from the quadratic response is again due to the value of mode I SIF that varies significantly during the first loading part. It leads to very high values of mode mixity (Fig. 20) especially at the beginning of the loading history. This may be due to loading conditions that are not strictly those associated with a CLS geometry due to small misalignments. It is worth remembering that this type of analysis is only possible when these various quantities are extracted with the true experimental conditions (i.e., the displacements on the boundary of the ROI).

During propagation, there is a clear increase of  $G$  as the load level decreases (see inset of Fig. 19). An interpolation by the inverse of the applied load captures the trend observed experimentally. Contrary to the first part of the loading history, this second part is characterized by a slight increase of mode mixity  $G_I/G_{II}$  from 0.09 to 0.12 (Fig. 20). The value at the onset of propagation is below the mean estimate without confinement (i.e., 0.20 [38,39]) and is below the ratio obtained with confinement. The difficulty to set up the lateral confinements is again pointed out. In spite of this complex preparation, the present local extraction gives good tendencies and more accurate estimates than only from a classical (global) analysis, which does not give access to actual (and varying) mode mixities.

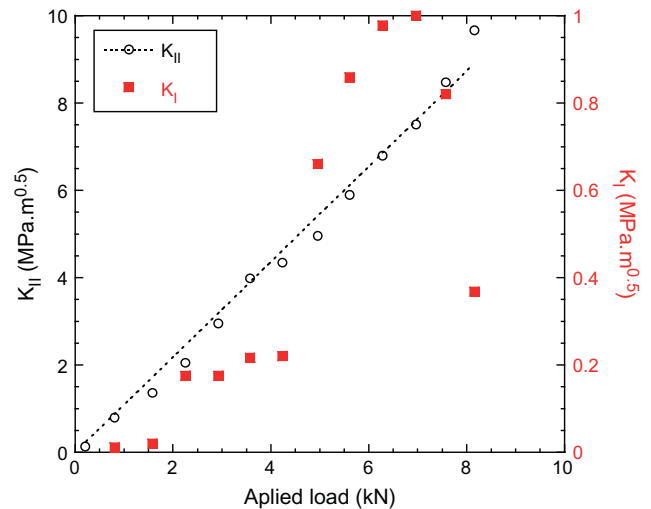
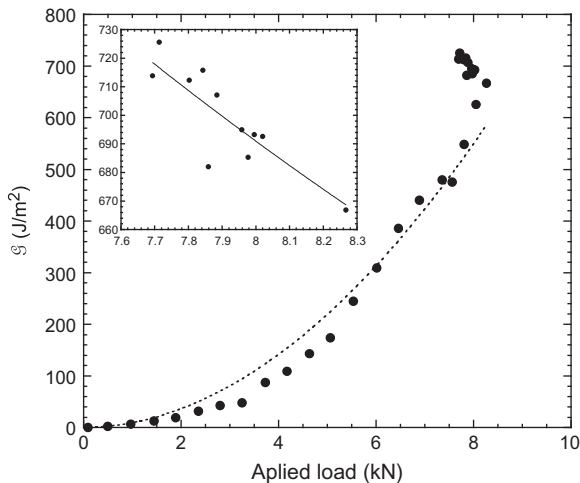
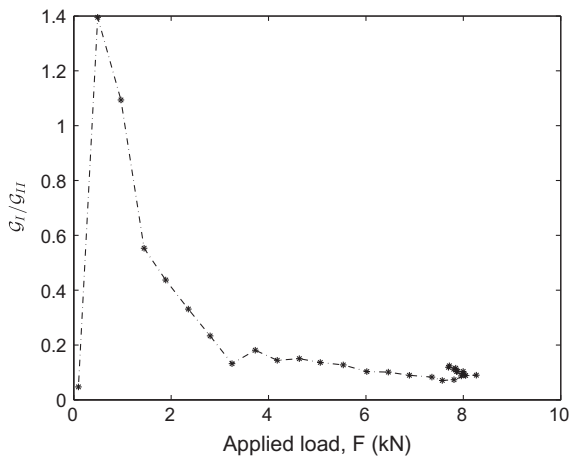


Fig. 18. Modes I and II SIFs as functions of the applied load level for the initiation step of the CLS experiment. The dashed line corresponds to a linear interpolation.



**Fig. 19.**  $G$  as a function of the applied load level for the propagation step of the CLS experiment. The dashed line corresponds to a parabolic interpolation. Inset: detail of the propagation history. The solid line corresponds to a hyperbolic interpolation.



**Fig. 20.**  $G_I/G_{II}$  ratio as a function of the applied load level for the propagation step of the CLS experiment.

When compared with the modified CLS configuration, the same level of  $G_I/G_{II}$  ratio is observed. The effect of lateral confinement is therefore minimal at best, and seems useful only at the beginning of loading. There is a clear deviation from the value as propagation proceeds. This result proves that propagation is not under a constant mode mixity and that the present method is able to capture it. The fact  $G_c$  increases with the crack length may be due to an  $R$ -curve behavior since an increase of the mode mixity cannot explain the increase in toughness (since these materials are classically known to have  $G_c$ -values that are significantly higher under mode II propagation compared with mode I propagation [40]).

Last, with the material parameters given above,  $J_c = 860 \text{ J/m}^2$  for the maximum applied load ( $F_c = 8.3 \text{ kN}$ ). This value is of the same order of magnitude, yet lower than what is identified during the propagation stage (i.e.,  $G_c = 670 - 730 \text{ J/m}^2$ , see inset of Fig. 19). This trend is identical for all the cases studied herein.

#### 4.3. Discussion

In the present analyses, the location of the crack tip was shown to be more accurate (i.e.,  $\pm 120 \mu\text{m}$ ) than classical (visual) procedures (of the order of  $\pm 500 \mu\text{m}$ ), which are operator-dependent since it is performed by analyzing pictures of the edge of the sam-

ple. The standard uncertainty in  $G$  values was shown to be at most equal to  $50 \text{ J/m}^2$ , which is significant but acceptable, for DCB tests for which a critical value of  $G$  is of the order of  $400 \text{ J/m}^2$ . Conversely, for the CLS test values as high as  $1300 \text{ J/m}^2$  are determined, and even greater than  $2000 \text{ J/m}^2$  at initiation. Thanks to the sub-pixel resolution of Q4-DIC, this new methodology, which is encapsulated in a unique tool, offers a safer and more robust evaluation compared with global and visual techniques.

The analysis of mode mixity shows that it can sometimes deviate quite significantly from the theoretical estimates based upon ideal loading conditions. The evaluation of the true boundary conditions was crucial to draw this type of conclusion. In particular, it is shown that passive (i.e., lateral) confinements have to be controlled in a very complex manner to ensure the quasi-pure mode II configuration for CLS configurations. One of the reasons being the Poisson contraction associated with the tensile load. For DCB experiments, when the two heights of the beams are not identical, small mode II contributions are observed. For all geometries and configurations, the mode mixity extracted at the local scale is more accurate than (former) global extractions since experimental boundary conditions are continuously accounted for during the propagation events.

#### 5. Conclusions

In this paper, three tests were analyzed to determine critical propagation parameters in modes I and II conditions, and also a mixed mode I/II configuration by extension. This is achieved by coupling displacements fields measured by resorting to digital image correlation and finite element simulations. The common information is given by the measured displacements on the boundary of the region of interest that are the boundary conditions of the finite element simulations. By minimizing the distance between the measured and computed displacement fields, it is possible to determine the crack tip location. The latter being determined, energy release rates associated with each mode are evaluated by post-processing the finite element results. The experimental mode mixity is also accessible by following the procedure proposed herein for any of the analyzed geometries and configuration.

These encouraging results show that the identification of more advanced (cohesive) models of any interface parameters (e.g., the stiffness of the interface) can be reached without any global sensor measurement, the two layers can be seen as a “stress gauge,” provided their elastic properties are known and no intralaminar damage develops during the test. (Nonlinear contributions of the intralaminar behavior may also be accounted for in the present setting.)

Local kinematic fields may also be used to identify propagation parameters under more complex configurations (e.g., interfaces between  $[\pm\theta]$  plies) since the approach developed herein is very generic, and does not rest on closed-form solutions whose applicability is restricted to very simple cases. It shows that it is possible not only to extract directly intrinsic propagation parameters (e.g.,  $G_{Ic}$  and  $G_{IIc}$ ), but also initiation values and a direct evaluation of the mode mixity even when it is not constant during the whole test. These emerging identification methods fully support the virtual testing approach in the way to reduce numerous classical tests with a poor quality of parameter extraction to the benefit of new identification methods with added value [41–44]. They can also be used as a redundant check of any identification process or for local counter-expertise of any complex delamination process.

#### Acknowledgements

The support of this research by “Agence Nationale pour la Recherche” is gratefully acknowledged (VULCOMP Phase 1 project, Grant No. ANR-2006-MAPR-0022-01).



## References

- [1] Ladevèze P, Le Dantec E. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Comput Sci Technol* 1992;43(3):257–67.
- [2] Allix O, Blanchard L. Mesomodeling of delamination: towards industrial applications. *Comput Sci Technol* 2006;66(6):731–44.
- [3] ASTM D5528 – 01e3 Standard test method for mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites. West Conshohocken (PA, USA): ASTM; 2007.
- [4] ASTM D5868 – 01 Standard test method for lap shear adhesion for fiber reinforced plastic (FRP) bonding. West Conshohocken (PA, USA): ASTM; 2008.
- [5] Allix O, Corigliano A. Modeling and simulation of crack propagation in mixed-modes interlaminar fracture specimens. *Int J Fract* 1996;77:111–40.
- [6] Derewonko A, Godzimirski J, Kosciuzenko K, Niezgodą T, Kiczko A. Strength assessment of adhesive-bonded joints. *Comput Mater Sci* 2008;43(1):157–64.
- [7] Kanninen MF, Popelar CH. *Advanced fracture mechanics*. Oxford (UK): Oxford University Press; 1985.
- [8] Pardoën T, Ferracin T, Landis CM, Delannay F. Constraint effects in adhesive joint fracture. *J Mech Phys Solids* 2005;53:1951–83.
- [9] Leffler K, Alfredsson KS, Stigh U. Shear behaviour of adhesive layers. *Int J Solids Struct* 2007;44:530–45.
- [10] Sørensen BF, Gamstedt EK, Østergaard RC, Goutianos S. Micromechanical model of cross-over fibre bridging – prediction of mixed mode bridging laws. *Mech Mater* 2008;40:220–34.
- [11] Salomonsson K, Andersson T. Modeling and parameter calibration of an adhesive layer at the meso level. *Mech Mater*. 2008;40(1–2):48–65.
- [12] Yang QD, Thouless MD, Ward SM. Elastic–plastic mode-II fracture of adhesive joints. *Int J Solids Struct* 2001;38:3251–62.
- [13] Su C, Wei YJ, Anand L. An elastic–plastic interface constitutive model: application to adhesive joints. *Int J Plast* 2004;20:2063–81.
- [14] Sargent JP. Durability studies for aerospace applications using peel and wedge tests. *Int J Adhes Adhes* 2005;25:247–56.
- [15] Abanto-Bueno J, Lambros J. Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation. *Eng Fract Mech* 2002;69:1695–711.
- [16] Fedele R, Raka B, Hild F, Roux S. Identification of adhesive properties in GLARE assemblies by digital image correlation. *J Mech Phys Solids* 2009;57:1003–16.
- [17] Ireman T, Thesken JC, Greenhalgh E, Sharp R, Gädke M, Maisson S, et al. Damage propagation in composite structural elements-coupon experiments and analyses. *Comput Struct* 1996;36:209–20.
- [18] IGC 4.26.381. Instruction générale de contrôle pour la détermination du  $G_{IC}$ . Aérospatiale standard; 1991 [in French].
- [19] AITM 1.0005. Determination of interlaminar fracture toughness energy. *Airbus Industrie Test Method, Issue 2*; 1994.
- [20] Sutton MA, McNeill SR, Helm JD, Chao YJ. Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision. In: Rastogi PK, editor. *Photomechanics*. Berlin (Germany): Springer; 2000. p. 323–72.
- [21] Sutton MA, Zhao W, McNeill SR, Helm JD, Piascik RS, Riddell WT. Local crack closure measurements: development of a measurement system using computer vision and a far-field microscope. In: McClung RC, Newman Jr JC, editors. *Advances in fatigue crack closure measurement and analysis: second volume, STP 1343*. ASTM; 1999. p. 145–56.
- [22] Chasiotis I, Knauss WG. A new microtensile tester for the study of MEMS materials with the aid of atomic force microscopy. *Exp Mech* 2002;42(1):51–7.
- [23] Forquin P, Rota L, Charles Y, Hild F. A method to determine the toughness scatter of brittle materials. *Int J Fract* 2004;125(1):171–87.
- [24] Chasiotis I. Special issue on nanoscale measurements in mechanics. *Exp Mech* 2007;47(1).
- [25] Besnard G, Hild F, Roux S. “Finite-element” displacement fields analysis from digital images: Application to Portevin–Le Châtelier bands. *Exp Mech* 2006;46:789–803.
- [26] McNeill SR, Peters WH, Sutton MA. Estimation of stress intensity factor by digital image correlation. *Eng Fract Mech* 1987;28(1):101–12.
- [27] Geers MGD, De Borst R, Peijs T. Mixed numerical–experimental identification of non-local characteristics of random-fibre-reinforced composites. *Comput Sci Technol* 1999;59:1569–78.
- [28] Cho S, Cárdenas-García JF, Chasiotis I. Measurement of nanodisplacements and elastic properties of MEMS via the microscopic hole method. *Sens Actuators A* 2005;120:163–71.
- [29] Maier G, Bocciarelli M, Fedele R. Some innovative industrial prospects centered on inverse analyses. In: Mróz Z, Stavroulakis G, editors. *Parameter identification of materials and structures CISM lecture notes*. Wien: Springer Verlag; 2005. p. 47–73.
- [30] Hild F, Roux S. Digital image correlation: from measurement to identification of elastic properties – a review. *Strain* 2006;42:69–80.
- [31] Abanto-Bueno J, Lambros J. Experimental determination of cohesive failure properties of a photodegradable copolymer. *Exp Mech* 2005;45(2):144–52.
- [32] Simulia. *Abaqus Analysis User's Manual* (version 6.7); 2010.
- [33] <http://www.holo3.com/correli-stc®ledR-afr17.html>.
- [34] Sih GC, Paris PC, Irwin GR. On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. *Int J Fract Mech* 1965;1:189–203.
- [35] Simulia. Contour integral evaluation (Section 11.4.2). *Abaqus Analysis User's Manual* (version 6.7) 2010. See also Stress intensity factor extraction (Section 2.16.2). *Abaqus Theory Manual* (version 6.7) 2010.
- [36] Rice JR. A path independent integral and approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks. *ASME J Appl Mech* 1968;35:379–86.
- [37] Parks DM. A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors. *Int J Fract* 1974;10(4):487–502.
- [38] Russel AJ, Street KN. Moisture and temperature effects on the mixed-mode delamination fracture of unidirectional graphite epoxy, delamination and debonding of materials. Philadelphia (PA, USA): ASTM; 1985. pp. 349–70.
- [39] Rhee KY. Characterization of delamination behavior of unidirectional graphite/PEEK laminates using cracked lap shear (CLS) specimens. *Comp Struct* 1994;29:379–82.
- [40] Lévêque D. Analyse de la tenue au délaminage des composites stratifiés: identification d'un modèle d'interface interlaminaire. PhD thesis, ENS Cachan; 1998.
- [41] Ben Azzouna M, Périé J-N, Guimard J-M, Hild F, Roux S. On the identification and validation of an anisotropic damage model by using full-field measurements. *Int J Damage Mech* 2011;20(8):1130–50.
- [42] Cox B, Yang Q. In quest of virtual tests for structural composites. *Science* 2006;314:1102–7.
- [43] González C, Llorca J. Virtual fracture testing of composites: a computational micromechanics approach. *Eng Fract Mech* 2007;74:1126–38.
- [44] Davies GOA, Antkensen J. Virtual testing of realistic aerospace composite structures. *J Mater Sci* 2008;42(20):6586–92.