



Etude du couplage optomécanique dans une cavité de grande finesse. Observation du mouvement Brownien d'un miroir

Yassine Hadjar

► To cite this version:

Yassine Hadjar. Etude du couplage optomécanique dans une cavité de grande finesse. Observation du mouvement Brownien d'un miroir. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1998. Français. NNT: . hal-00001158

HAL Id: hal-00001158

<https://theses.hal.science/hal-00001158>

Submitted on 19 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL

Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI

Spécialité : Physique Quantique

Présentée par
Yassine Hadjar

Pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

Etude du couplage optomécanique dans une cavité
de grande finesse.
Observation du mouvement Brownien d'un miroir

Soutenue le 25 novembre 1998 devant le jury composé de :

M. Philippe TOURENC	Président
M. Antoine HEIDMANN	Directeur de thèse
M. Ariel LEVENSON	Rapporteur
M. Michel PINARD	
M. Jacques ROBERT	
M. Jean-Yves VINET	Rapporteur

Le présent travail a été effectué au laboratoire Kastler Brossel durant la période 1994-1998. Je remercie Michèle Leduc de m'avoir accueilli dans son laboratoire et le directeur du Département de Physique Serge Haroche que j'ai souvent sollicité dans les moments difficiles. Je voudrais aussi remercier Elisabeth Giacobino et Claude Fabre pour m'avoir accueilli au sein du groupe d'Optique Quantique.

Cette thèse a été financée par le M.E.N.E.S.R. et j'ai aussi bénéficié d'une bourse de l'Association Louis de Broglie d'Aide à la Recherche. Je remercie les responsables de l'Association et en particulier Jacques Robert pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour la sympathie qu'il m'a manifestée.

J'ai eu l'immense plaisir de travailler dans la "jeune" équipe "optomécanique" dirigée par Antoine Heidmann et Michel Pinard. J'ai eu en particulier la chance de contribuer à la naissance de l'expérience. J'ai pu remarquer et apprécier l'efficacité redoutable avec laquelle Antoine et Michel abordaient les problèmes aussi bien théoriques qu'expérimentaux. Par le soin qu'ils portaient aux détails, il m'ont encouragé à faire toujours mieux, plus efficace, plus précis et "plus compact" dans mon travail. Je ne les remercierai jamais assez pour tout ce qu'ils m'ont apporté durant ces quatre dernières années et je pense sincèrement que les mots ne pourront pas exprimer ce que je leur dois et devrai toujours. Je tiens aussi à remercier Antoine pour les nombreuses fois où j'ai dû le solliciter pour des problèmes administratifs et personnels. Il a en effet dû faire face non seulement aux difficultés liées à l'expérience mais celles aussi liées à mon statut "d'étranger". Pour tout cela, Randa et moi tenons à le remercier de tout coeur.

Pierre-François Cohadon a commencé sa thèse dans l'équipe en 1996. Sa gentillesse, sa disponibilité et son enthousiasme (sans oublier ses commentaires et ses notes d'humour à la PF), ont beaucoup apporté à ce travail. Sa contribution m'a permis de rédiger la thèse dans des conditions idéales et je l'en remercie vivement.

Je voudrais remercier l'équipe du professeur Claude Boccara de l'E.S.P.C.I. qui a caractérisé l'état de surface de nos substrats, l'équipe de Jean-Marie Mackowski du Service des Matériaux Avancés de l'I.P.N. à Lyon qui a réalisé le traitement de haute réflectivité de nos miroirs, et François Bondu qui nous a fourni le programme CYPRES. Un grand merci à François Biraben et François Nez qui nous ont beaucoup aidés pour la construction de notre laser Titane Saphir. Merci à Bernard Rodriguez pour toutes les pièces mécaniques (je n'ose pas les compter) qu'il a réalisées avec une précision digne d'un "horloger suisse" et en particulier pour les supports de la cavité.

Je remercie Jean Michel Courty qui m'a fait bénéficier de sa grande culture générale à travers les nombreuses discussions que nous avons eues. Je le remercie aussi pour ses critiques souvent très constructives qui m'ont été utiles pour la rédaction ainsi que pour la présentation orale. Je tiens à remercier Serge Reynaud qui, malgré ses nombreuses responsabilités, a toujours été très disponible; sa présence amicale m'a beaucoup aidé durant la thèse (merci pour le email du 25-11 à 22h30).

Je remercie Philippe Tourrenc, Ariel Levenson, Jean Yves Vinet et Jacques Robert d'avoir accepté de faire partie du jury malgré leurs nombreuses occupations et de m'avoir montré de ce fait l'intérêt qu'ils portent à ce travail.

Durant ce travail de thèse j'ai bénéficié de la superbe ambiance qui règne dans le groupe d'Optique Quantique et je remercie particulièrement Francesca Grassia, Astrid Lambrecht, Pascal El Khoury, Antonio Zelaquett-Khoury, Paulo Souto Ribeiro, Laurent Vernac et Agnès Maître pour avoir prêté une oreille attentive (et même plus) à tous mes problèmes et mes inquiétudes. Je leur en suis très reconnaissant.

Un grand merci collectif à : Thomas Coudreau, Catherine Schwob et Alberto Bramati pour les nombreuses discussions, leurs encouragements, leur aide et leur camaraderie; Gaëtan Messin, Hichem Eleuch, Jean-Pierre Hermier, Cedric Begon, Katsuyuki Kasai, Gaëtan Hagel, Stéphane Boucard et Matthias Vaupel pour la chaleureuse ambiance qui règne dans les couloirs du laboratoire.

Je voudrais remercier toute l'équipe technique du laboratoire sans qui ce travail n'aurait pas été possible : Jean-Pierre Plaut, Guy Flory, Francis Tréhin, Sylvain Pledel, Alexis Poizat, Jean-Claude Bernard, Jean-Pierre Okpiz, Philippe Pace et Mohamed Bougrad. Je remercie beaucoup Blandine Moutiers et Karine Gautier pour leur aide dans les différentes démarches administratives ainsi que pour leur bonne humeur et leur gentillesse. Un grand merci à Marie-Claire Rigolet pour sa gentillesse et son travail formidable.

Je voudrais exprimer ici ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont encouragé et aidé dans les moments difficiles de ma vie en France : Kaci Hadjar qui a subvenu à mes besoins le temps que je m'adapte à la vie parisienne; Hassib Khoury sans qui je n'aurais jamais pu obtenir ma première carte de séjour; Laure Homberg et ses parents à qui je dois beaucoup; Edwidge Ghazal pour les heures de cours grâce auxquelles j'ai pu manger et payer le loyer; Regis Ledu qui a toujours répondu présent à mes SOS; Laurent Vernac (tu sais pourquoi); Jean-Philippe Poizat, Pierre-François et Valérie pour leur gentillesse; Francesca et Arne pour leur soutien; Astrid et Pascal pour l'intérêt qu'ils ont toujours porté à mes problèmes.

Je tiens à dédier cette thèse à : tous mes amis d'Alger (oulad el houma) et en particulier à ceux qui y sont toujours et y vivent dans des conditions très pénibles, à Mohamed et Djouher que je considère comme des parents sur qui je peux compter en toutes circonstances et à Louness et Meryam qui ont toujours préservé la mémoire de ma mère. Le dernier mot va à ma soeur Soraya et mes frères Belaïd et Omar, la seule vraie famille qui me reste.

Table des matières

1	INTRODUCTION	1
1.1	Présentation générale	1
1.2	Organisation de la thèse	3
2	LE COUPLAGE OPTOMECHANIQUE	5
2.1	Système avec un seul miroir mobile	5
2.1.1	Le bruit de photon	5
2.1.2	Effet de la pression de radiation sur un miroir mobile	7
2.1.3	Effet du mouvement du miroir sur le bruit de photon	8
2.1.4	Régime de flux intense	8
2.1.5	Spectre de bruit	9
2.1.6	Quelques ordres de grandeurs	10
2.2	Cavité Fabry-Perot à miroir mobile	13
2.2.1	Cavité Fabry-Perot à une seule entrée-sortie	14
2.2.2	Compression du champ par couplage optomécanique	16
2.2.3	Mesure de petits déplacements	20
2.3	Génération d'états comprimés par couplage optomécanique	25
2.3.1	Evolution du champ dans la cavité	26
2.3.2	Mouvement du miroir mobile	28
2.3.3	Etat stationnaire et bistabilité	28
2.3.4	Evolution des fluctuations quantiques	31
2.3.5	Spectre de bruit quantique	33
2.4	Mesures de petits déplacements	39
2.4.1	Sensibilité optimale d'une mesure optique de déplacement	39
2.4.2	Mesure du bruit thermique	41
2.4.3	Mesure quantique non destructive de l'intensité lumineuse	45
2.5	Conclusion	52
3	LE RESONATEUR MECANIQUE	55
3.1	Effet d'une déformation du résonateur sur le champ	56
3.2	Mouvement du résonateur	58
3.2.1	Modes acoustiques	59
3.2.2	Mouvement du résonateur en absence de dissipation	60
3.2.3	Effet d'une force extérieure	61
3.2.4	Mouvement Brownien du résonateur mécanique	62
3.3	Effet de la pression de radiation et susceptibilité effective	64
3.4	Couplage optomécanique avec un résonateur plan-convexe	65
3.4.1	Modes acoustiques d'un résonateur plan-convexe	65
3.4.2	Mesure du bruit thermique du résonateur plan-convexe	67
3.4.3	Mesure QND de l'intensité lumineuse	70
3.4.4	Masse effective	72

3.5	Conclusion	74
4	LE MONTAGE EXPERIMENTAL	77
4.1	La cavité à miroir mobile	78
4.1.1	Le miroir mobile	79
4.1.2	Le coupleur d'entrée	85
4.1.3	La cavité optique	85
4.1.4	Caractéristiques de la cavité	87
4.2	La source laser	96
4.2.1	Le laser titane saphir	98
4.2.2	Stabilisation en fréquence	101
4.2.3	Stabilisation en intensité	108
4.2.4	Filtrage spatial	113
4.2.5	Asservissement de la fréquence sur la cavité à miroir mobile . . .	120
4.2.6	Vue d'ensemble de la source laser	123
4.3	La détection homodyne	126
4.3.1	Principe de la mesure homodyne	127
4.3.2	L'oscillateur local	131
4.3.3	La détection équilibrée	135
4.4	Excitation optique du résonateur	146
4.5	Cavité de filtrage de grande finesse	150
4.5.1	Principe du filtrage	151
4.5.2	Caractéristiques de la cavité	152
4.5.3	Asservissement et effet de filtrage	153
5	RESULTATS EXPERIMENTAUX	157
5.1	Observation du bruit thermique	157
5.1.1	Acquisition des spectres	158
5.1.2	Spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi	159
5.2	Réponse mécanique du résonateur	161
5.2.1	Le mode acoustique fondamental	162
5.2.2	Spectre de modulation	162
5.3	Détermination de la sensibilité	165
5.3.1	Etalonnage de la modulation de fréquence	165
5.3.2	Sensibilité de la cavité de grande finesse	168
5.3.3	Comparaison avec la théorie	171
6	CONCLUSION	173
	Bibliographie	177

1 INTRODUCTION

1.1 Présentation générale

Les mesures optiques ont atteint aujourd'hui une très grande sensibilité. Les avancées technologiques dans différents domaines de la physique (optique, physique des matériaux, électronique . . .) ont permis de réduire considérablement les sources de bruit classique. Ainsi beaucoup de dispositifs optiques sont limités par le bruit quantique de la lumière. La nature quantique de la lumière impose en effet l'existence de fluctuations du champ électromagnétique. Si ces fluctuations sont connues depuis les fondements de la mécanique quantique[1], ce n'est qu'à partir des années 1970 que les physiciens ont été réellement confrontés aux limitations induites par ces fluctuations sur la précision d'une mesure. Depuis lors, un grand nombre d'expériences s'est développé afin de modifier ou de contrôler ces fluctuations. Des progrès marquants ont été réalisés dans ce domaine grâce à la mise en évidence expérimentale d'états comprimés (*squeezed states*)[2], pour lesquels les fluctuations d'une quadrature du champ sont inférieures à celles du vide, et grâce à la réalisation de mesures qui ne perturbent pas le signal mesuré (*Quantum Non Demolition Measurements*)[3, 4].

Ces recherches ont été motivées en partie par les projets de détection des ondes gravitationnelles à l'aide de grands interféromètres (projet franco-italien VIRGO ou LIGO aux USA)[5]. Les effets induits par le passage d'une onde gravitationnelle étant très petits, ces interféromètres doivent avoir des bras très longs (de l'ordre de quelques kilomètres) afin d'atteindre une sensibilité suffisante. Même si les générations actuelles d'antennes gravitationnelles sont essentiellement limitées par le bruit thermique des suspensions et des miroirs[5, 6], il n'est pas exclu que les projets futurs de détecteurs soient confrontés au bruit quantique de la lumière. La limite imposée par ce bruit peut cependant être contournée grâce à l'utilisation d'états comprimés, comme cela a été démontré expérimentalement en 1987[7].

Une seconde limitation liée à la nature quantique de la lumière est due à la pression de radiation exercée par la lumière sur les miroirs de l'interféromètre. Certains effets associés aux fluctuations quantiques de la force de pression de radiation sont maintenant bien connus. Par exemple, la pression de radiation exercée par les fluctuations du vide est à l'origine de la force de Casimir, qui a été observée à la fin des années 50[8]. Dans le cas des mesures interférométriques, la force de pression de radiation exercée par la lumière déplace les miroirs et rend la longueur des bras de l'interféromètre sensible

aux fluctuations quantiques du champ. Il existe ainsi deux sources de bruit liées à la nature quantique de la lumière : le bruit propre du faisceau lumineux qui diminue lorsque l'intensité du champ augmente, et le bruit de pression de radiation qui est proportionnel à l'intensité lumineuse. Un compromis entre ces deux effets conduit à une *limite quantique standard* pour une mesure de position. Malgré les travaux théoriques consacrés à l'étude de cette limite quantique standard[9], aucune mise en évidence expérimentale n'a été réalisée jusqu'à présent. Les fluctuations quantiques de la pression de radiation agissent en effet très peu sur un objet macroscopique tel qu'un miroir, et une telle expérience est difficile à mettre en oeuvre.

Plus récemment, des études théoriques ont montré que la pression de radiation devrait permettre de contrôler les fluctuations quantiques de la lumière, en utilisant une cavité Fabry-Perot dont un miroir est susceptible de se déplacer. Le déplacement du miroir sous l'effet de la force de pression de radiation modifie le désaccord entre le champ et la cavité : on obtient ainsi l'équivalent d'un effet Kerr d'origine purement mécanique, puisque le champ intracavité subit un déphasage qui dépend de son intensité. Cet effet non linéaire a pour conséquence de rendre la cavité bistable[10], comme cela a été démontré expérimentalement à l'aide d'une cavité dont un miroir était attaché à un dispositif pendulaire[11]. Un milieu Kerr placé dans une cavité permet par ailleurs de réduire le bruit de photon de la lumière en dessous du bruit quantique standard[12], comme l'ont montré des expériences utilisant des atomes comme milieu Kerr[13]. Dans le cas d'une cavité vide à miroir mobile, il se produit un effet de redistribution temporelle des photons par la cavité, lié à la variation de *longueur physique* de la cavité induite par la pression de radiation[14]. Ce dispositif devrait donc se comporter comme un *mangeur de bruit quantique*, le bruit de photon à la sortie de la cavité étant réduit en dessous du bruit de photon standard.

La pression de radiation a aussi pour effet de créer des corrélations entre les fluctuations quantiques du champ et le mouvement du miroir. L'une des applications de ces corrélations consiste à réaliser une *mesure quantique non destructive*, c'est à dire une mesure qui ne perturbe pas l'intensité. Pour mesurer la position du miroir, on peut utiliser soit une détection capacitive, soit une détection optique[15]. La première méthode consiste à déposer le miroir sur un cristal piézoélectrique, et à utiliser un circuit électrique résonnant pour détecter la charge induite par la variation de longueur du cristal. Il apparaît ainsi des corrélations quantiques entre l'intensité du faisceau et le courant électrique. La seconde méthode consiste à envoyer un second faisceau moins intense dans la cavité, pour mesurer la position du miroir. On crée alors des corrélations quantiques entre l'intensité du premier faisceau et la phase du faisceau de mesure.

Nous présentons dans ce mémoire un dispositif constitué d'une cavité Fabry-Perot de grande finesse à une seule entrée-sortie, dont l'un des miroirs est susceptible de se déplacer sous l'effet de la force de pression de radiation du champ intracavité. La grande finesse de cette cavité permet de rendre le faisceau réfléchi par la cavité sensible à des très petits déplacements du miroir mobile. Par ailleurs, la réponse mécanique du miroir mobile est optimisée de façon à exalter les effets induits par les fluctuations quantiques

de la pression de radiation. En particulier, la masse du miroir est choisie aussi petite que possible. Grâce à ces caractéristiques, il est possible d'étudier de manière générale les conséquences du couplage optomécanique, tant pour les fluctuations quantiques du champ que pour la dynamique du miroir.

Les objectifs principaux du dispositif expérimental décrit dans ce mémoire sont donc la mise en évidence des effets quantiques du couplage optomécanique sur le champ, et plus généralement sur le système couplé champ-miroir mobile. Cependant, un tel dispositif est capable de mesurer des déplacements du miroir mobile avec une sensibilité extrême, du même ordre que celle des antennes gravitationnelles. Cette sensibilité peut être mise à profit pour étudier le mouvement Brownien du miroir mobile. Une étude expérimentale précise de ce bruit thermique est importante car il est responsable de la limite actuelle de sensibilité pour les grands interféromètres de détection des ondes gravitationnelles[6].

Une autre application de la très grande sensibilité de la cavité est la mesure des déplacements produits par une onde gravitationnelle sur une barre de Weber[16, 17]. Notre dispositif devrait permettre d'améliorer de façon significative la sensibilité de la mesure par rapport aux meilleurs dispositifs de détection actuels, qui sont basés sur une mesure capacitive du déplacement[18].

1.2 Organisation de la thèse

L'objectif de ce mémoire est de présenter une étude générale des propriétés du couplage optomécanique et la réalisation expérimentale d'un dispositif en vue d'une mise en évidence des effets quantiques de ce couplage. Le chapitre II est consacré à une introduction générale sur le couplage optomécanique. Nous présenterons dans un premier temps les concepts de base en utilisant un système simple, constitué d'un miroir mobile sur lequel se réfléchit un faisceau laser. Nous décrirons ensuite le dispositif qui permettra de mettre en évidence les effets du couplage optomécanique, c'est à dire une cavité optique de grande finesse dont un miroir est mobile. Nous présenterons les applications de ce dispositif, telles que la production d'états comprimés et la mesure de petits déplacements. Cette étude sera réalisée dans le cadre d'un modèle théorique simple, où le champ est décrit comme une onde plane et le miroir mobile comme un oscillateur harmonique. Cette introduction nous permettra néanmoins de dégager les paramètres essentiels du système afin d'optimiser les effets du couplage optomécanique.

Dans le chapitre III, nous décrirons le miroir mobile utilisé dans l'expérience. Ce miroir est formé de couches multidiélectriques déposées sur la face plane d'un résonateur mécanique constitué d'un substrat plan-convexe en silice pure. Pour étudier le couplage entre la lumière et le mouvement mécanique du résonateur, nous développerons dans ce chapitre un modèle théorique qui tient compte de la présence de différents modes acoustiques dans le résonateur et de la structure tridimensionnelle du résonateur et du faisceau lumineux. Nous montrerons qu'il est possible de se ramener à une description monodimensionnelle, en intégrant la structure spatiale dans une *susceptibilité effective*

qui décrit l'effet sur le champ de la réponse mécanique du résonateur à la pression de radiation intracavité. Nous généraliserons alors les résultats obtenus dans le chapitre II au cas du résonateur plan-convexe, et nous montrerons l'importance de l'adaptation spatiale entre le faisceau lumineux et les modes acoustiques. Nous verrons en particulier que la *masse effective* du résonateur qui décrit l'amplitude du couplage optomécanique dépend de la section du faisceau et peut être beaucoup plus petite que la masse totale du miroir.

Le chapitre IV est consacré à la description du montage expérimental qui est essentiellement constitué de quatre parties : la cavité à miroir mobile, qui est une cavité linéaire de grande finesse à une seule entrée sortie, la source laser, qui est constituée d'un laser titane saphir stabilisé en fréquence et en intensité, le système de détection homodyne, et enfin un dispositif qui permet d'exciter optiquement les modes acoustiques du résonateur afin de caractériser la réponse mécanique du miroir. Nous présenterons les caractéristiques ainsi que les performances obtenues pour chacun de ces éléments.

Dans le chapitre V nous présenterons les résultats expérimentaux qui ont permis de caractériser le couplage optomécanique dans notre dispositif. Nous démontrerons l'extrême sensibilité de la cavité à des petits déplacements du miroir mobile, grâce à l'observation du mouvement Brownien du miroir. Nous déterminerons enfin cette sensibilité et effectuerons une comparaison avec les résultats théoriques.

2 LE COUPLAGE OPTOMECHANIQUE

Nous présentons dans ce chapitre les caractéristiques générales du couplage optomécanique. Nous introduisons les concepts de base à l'aide d'un système simple, constitué d'un miroir mobile sur lequel se réfléchit un faisceau laser (partie 2.1). L'étude de ce système permet de comprendre aisément les effets quantiques induits par la pression de radiation exercée par la lumière. Nous présentons ensuite le dispositif qui est le coeur du montage expérimental, c'est-à-dire une cavité optique de grande finesse dont un miroir est mobile (partie 2.2). Les deux dernières parties sont consacrées aux applications du couplage optomécanique : la production d'états comprimés (partie 2.3) et la mesure de très petits déplacements (partie 2.4).

2.1 Système avec un seul miroir mobile

Les effets du couplage optomécanique peuvent être mis en évidence en considérant le système simple où un faisceau lumineux se réfléchit sur un miroir mobile[19] (figure 1). On utilisera dans cette partie une description corpusculaire de la lumière. Ceci nous permettra de donner des images physiques simples des phénomènes qui interviennent au cours de l'interaction. Nous allons tout d'abord décrire le bruit de photon de la lumière dans le cadre du modèle corpusculaire. Nous présenterons ensuite les deux aspects complémentaires du couplage optomécanique, c'est à dire le déplacement du miroir sous l'effet de la force de pression de radiation exercée par la lumière, et la modification du bruit quantique de la lumière due à ce mouvement.

2.1.1 Le bruit de photon

Le faisceau incident, issu d'une source laser cohérente, est caractérisé par une distribution aléatoire des photons dans le temps. On peut décrire un tel faisceau à l'aide d'un modèle corpusculaire où le flux de photons arrivant sur le miroir est traité comme un processus stochastique ponctuel. Chaque photon est considéré comme un événement discret, localisé dans le temps, et l'intensité du faisceau est définie comme le taux de comptage de ces événements. Plus précisément, l'intensité peut s'écrire sous

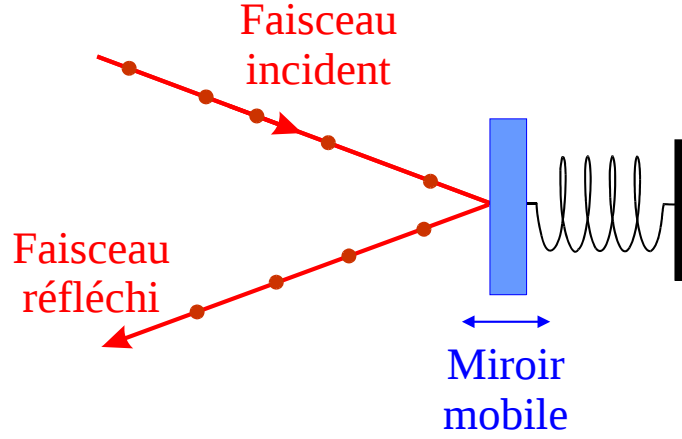


Fig. 1: Système simple où un faisceau laser se réfléchit sur un miroir mobile

la forme:

$$I(t) = \sum_n \delta(t - t_n) \quad (2.1)$$

où t_n correspond à l'instant d'arrivée du n -ième photon sur le miroir. Pour un faisceau cohérent, les temps t_n sont répartis de façon aléatoire dans le temps.

On peut caractériser la statistique de photon d'un faisceau cohérent de plusieurs manières [20]. Par exemple, le nombre N de photons comptés pendant un intervalle de temps T est une variable aléatoire dont la distribution de probabilité $P_T(N)$ obéit à la loi de Poisson :

$$P_T(N) = \frac{\bar{N}^N}{N!} e^{-\bar{N}} \quad (2.2)$$

où $\bar{N}$ est le nombre moyen de photons comptés dans l'intervalle de temps T , relié à l'intensité moyenne $\bar{I}$ par:

$$\bar{N} = \bar{I}T \quad (2.3)$$

Il apparaît ainsi que le nombre de photons comptés sur un intervalle de temps donné n'est pas constant. En particulier, la variance ΔN^2 est égale, pour une telle loi Poissonienne, à $\bar{N}$:

$$\Delta N^2 = \bar{N} \quad (2.4)$$

Ces fluctuations sont à l'origine d'un bruit de "grenaille" lors de la mesure de l'intensité du faisceau lumineux. Ce bruit, qui est de nature quantique car il est lié à la discrétisation sous forme de photons de la lumière, n'est autre que le bruit quantique standard, ou *shot noise*.

Une autre caractérisation d'un faisceau cohérent consiste à utiliser la fonction délai entre deux photons successifs : ces délais sont des variables aléatoires indépendantes obéissant à une loi de probabilité exponentielle. On peut utiliser cette propriété pour réaliser une simulation numérique du bruit de photon. Les temps d'arrivée des photons sont déterminés par récurrence, en tirant numériquement les délais entre photons successifs à l'aide d'un générateur pseudo-aléatoire obéissant à une loi de distribution

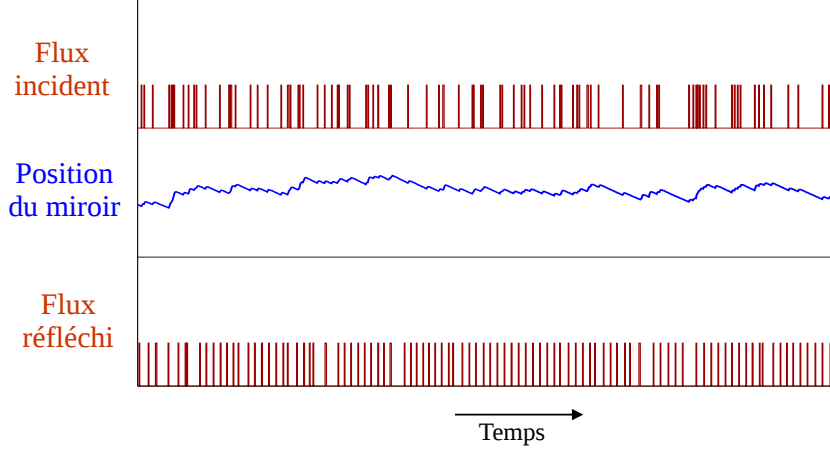


Fig. 2: Simulation Monte-Carlo de l'évolution temporelle du système dans le cas d'un régime de faible flux de photons

exponentielle. Le résultat de la simulation est représenté sur la première courbe de la figure 2. Chaque pulse représente un temps d'arrivée t_n d'un photon sur le miroir. Cette courbe simule très bien le signal fourni par un photomultiplicateur placé en face d'un faisceau peu intense : chaque photon détecté se traduit par un pulse électrique. L'irrégularité dans les temps d'arrivée des pulses est une manifestation du bruit quantique de la lumière.

2.1.2 Effet de la pression de radiation sur un miroir mobile

Chaque réflexion d'un photon sur le miroir mobile se traduit par un transfert de quantité de mouvement égal à $2\hbar k$ où k est le vecteur d'onde de la lumière. Ce transfert produit une force de pression de radiation $F_{rad}(t)$ qui s'exerce sur le miroir. Cette force est égale à la quantité de mouvement échangée par photon, multipliée par le nombre de photons réfléchis par seconde:

$$F_{rad}(t) = 2\hbar k I(t) \quad (2.5)$$

Cette force induit un déplacement du miroir, et la position du miroir est ainsi corrélée à l'intensité lumineuse.

Dans le cadre du modèle simple décrit ici, on suppose que le mouvement du miroir est harmonique, caractérisé par une fréquence de résonance mécanique Ω_M (il s'agit par exemple d'un miroir suspendu à un pendule). La simulation numérique, représentée par la seconde courbe de la figure 2, montre que le mouvement du miroir est sensible aux fluctuations d'intensité du faisceau incident. Lorsque le nombre de photons arrivant sur le miroir est important, ce dernier a tendance à être poussé, alors qu'il tend à revenir vers sa position d'équilibre lorsque le flux diminue. La position du miroir reproduit ainsi les fluctuations d'intensité incidente, filtrées par la réponse mécanique du miroir.

L'existence de ces corrélations quantiques peut être mise à profit pour réaliser une mesure quantique de l'intensité du faisceau lumineux. Il faut pour cela disposer d'un appareil de mesure capable de détecter les très petits déplacements du miroir sans pour autant perturber ce mouvement, et extraire ensuite toute l'information sur les fluctuations d'intensité du faisceau incident. Nous décrirons par la suite un système capable de réaliser une telle mesure (section 2.4.3).

2.1.3 Effet du mouvement du miroir sur le bruit de photon

Le mouvement du miroir agit à son tour sur le bruit de photon en modifiant le chemin optique suivi par la lumière. Les photons sont ainsi plus ou moins retardés lors de leur réflexion sur le miroir. Comme on peut le voir sur la dernière courbe de la figure 2, la distribution des photons réfléchis est modifiée, et dans certains cas il est possible de réguler le flux réfléchi.

Cette régulation peut s'interpréter de la manière suivante : lorsque le flux incident est trop important, le miroir est poussé vers l'arrière, ce qui a pour effet de retarder les photons. Le flux réfléchi est donc réduit par rapport au flux incident. L'effet inverse se produit lorsque le flux incident est trop faible. Bien que ce raisonnement ne soit pas tout à fait exact car il ne tient pas compte de la dynamique du miroir, il permet de comprendre l'effet de régulation temporelle du flux de photons.

Il apparaît ainsi que le couplage optomécanique est basé sur deux effets complémentaires. Tout d'abord, le miroir se déplace sous l'effet de la pression de radiation. La position du miroir effectue en quelque sorte une "mesure" de l'intensité de la lumière. Ensuite, le mouvement modifie le chemin optique suivi par la lumière. La combinaison de ces deux effets permet de contrôler les fluctuations quantiques de la lumière.

2.1.4 Régime de flux intense

Afin d'agir efficacement sur le bruit quantique, le flux incident doit être suffisamment intense pour produire des déplacements importants du miroir. La figure 3 montre le résultat de la simulation numérique pour un régime de flux intense. On ne peut plus dans ce cas représenter chaque photon par un pulse individuel. Afin de visualiser le flux de photons, on divise le temps en petits canaux de durée τ_C et on compte le nombre N de photons dans chaque canal. On obtient ainsi un signal d'intensité moyenne non nulle $\bar{I} = \frac{\bar{N}}{\tau_C}$ auquel vient se rajouter des fluctuations $\delta I(t) = \frac{\delta N(t)}{\tau_C}$, qui sont associées à la variation δN du nombre de photons par canal au cours du temps. L'intensité s'écrit :

$$I(t) = \bar{I} + \delta I(t) \quad (2.6)$$

La première courbe de la figure 3 montre le flux de photons incidents. Cette courbe simule très bien le signal électrique obtenu à l'aide d'une photodiode placée en face d'un faisceau lumineux intense. On voit nettement sur la troisième courbe de la figure 3 la régulation temporelle du flux de photons, qui se traduit par une réduction du bruit d'intensité du faisceau réfléchi.

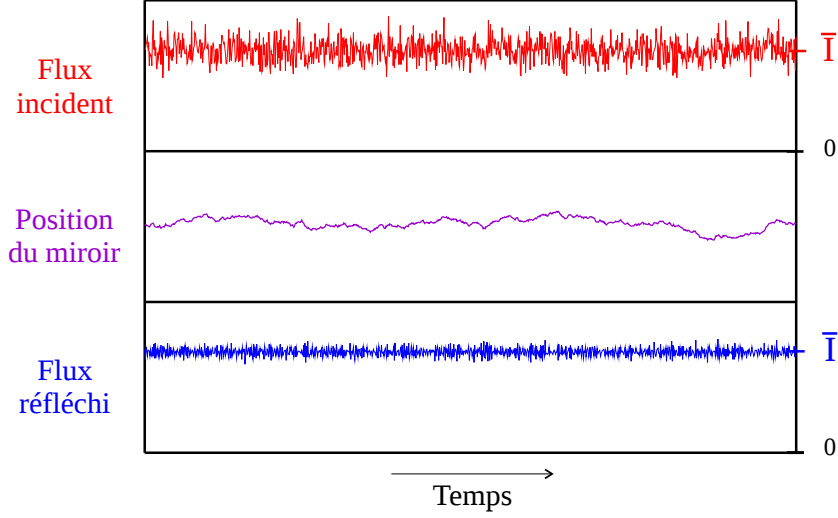


Fig. 3: Simulation numérique de l'évolution temporelle du système dans le cas d'un régime de flux intense. L'intensité apparaît sous la forme d'un signal moyen non nul sur lequel se superpose des fluctuations

2.1.5 Spectre de bruit

La représentation temporelle que nous avons utilisée jusqu'ici présente l'inconvénient de ne pas mettre en évidence la dynamique du miroir mobile. On peut étudier la réponse dynamique du système en se plaçant dans l'espace des fréquences (espace de Fourier). Dans cet espace, le bruit d'intensité est caractérisé par son spectre et le miroir mobile par sa réponse mécanique à une force extérieure.

Le spectre de bruit d'intensité, noté $S_I[\Omega]$, représente la puissance de bruit de l'intensité $I(t)$. Il est par définition la transformée de Fourier à la fréquence Ω de la fonction d'autocorrélation $C_I(t)$:

$$S_I[\Omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} C_I(t) e^{i\Omega t} dt \quad \text{avec} \quad C_I(t) = \langle \delta I(0) \delta I(t) \rangle \quad (2.7)$$

où les crochets $\langle \rangle$ représentent une moyenne sur la statistique des photons. On peut aussi exprimer le spectre d'intensité en fonction de la transformée de Fourier $\delta I[\Omega]$ des fluctuations d'intensité :

$$\langle \delta I[\Omega] \delta I[\Omega'] \rangle = 2\pi \delta(\Omega + \Omega') S_I[\Omega] \quad (2.8)$$

Cette définition du spectre est tout à fait générale et s'applique en fait à n'importe quelle variable aléatoire stationnaire. On peut ainsi définir le spectre de bruit de position du miroir mobile $S_x[\Omega]$ en fonction des fluctuations de position $\delta x[\Omega]$ (transformée de Fourier de $\delta x(t)$) :

$$\langle \delta x[\Omega] \delta x[\Omega'] \rangle = 2\pi \delta(\Omega + \Omega') S_x[\Omega] \quad (2.9)$$

D'autre part, la réponse mécanique du miroir mobile permet de relier la position du miroir à la force de pression de radiation. Dans le cas de petits déplacements, la théorie de la réponse linéaire[21] montre qu'il existe une relation de proportionnalité dans l'espace de Fourier entre la position et la force appliquée:

$$x[\Omega] = \chi[\Omega] F_{rad}[\Omega] \quad (2.10)$$

où $\chi[\Omega]$ est la susceptibilité mécanique du miroir mobile. Pour un oscillateur harmonique de fréquence de résonance Ω_M , cette susceptibilité est décrite par une Lorentzienne qui a la forme suivante:

$$\chi[\Omega] = \frac{1}{M(\Omega_M^2 - \Omega^2 - i\Omega\Omega_M/Q)} \quad (2.11)$$

où M est la masse du miroir et Q le facteur de qualité de la résonance. A l'aide de l'expression (2.10) et celle de la force de pression de radiation (équation 2.5), on peut obtenir une relation simple entre les spectres de position et d'intensité incidente :

$$S_x[\Omega] = 4\hbar^2 k^2 |\chi[\Omega]|^2 S_I[\Omega] \quad (2.12)$$

Cette relation montre clairement que la position du miroir reproduit les fluctuations d'intensité, filtrées par la réponse mécanique du miroir mobile.

La simulation Monte Carlo permet de déterminer les spectres de bruit d'intensité, par transformée de Fourier numérique des flux de photons. La figure 4 montre le résultat de cette simulation, pour les spectres de bruit des faisceaux incident et réfléchi[19]. Le faisceau incident, caractérisé par une statistique Poissonienne, a un bruit plat en fréquence (shot noise) :

$$S_I[\Omega] = \overline{I} \quad (2.13)$$

La simulation numérique montre que le spectre de bruit d'intensité du faisceau réfléchi n'est plus plat en fréquence mais qu'il est réduit en dessous de la limite quantique standard. La réduction dépend de la réponse en fréquence du miroir, qui agit comme un filtre pour les fluctuations quantiques de la lumière autour de la fréquence de résonance mécanique Ω_M . Ce système permet ainsi de contrôler les fluctuations quantiques de la lumière et de produire des états non classiques, ou états comprimés (*squeezed states*)[2]. Nous décrirons par la suite plus en détail les caractéristiques de ces états non classiques.

2.1.6 Quelques ordres de grandeurs

Nous allons maintenant donner quelques ordres de grandeurs concernant d'une part les déplacements nécessaires pour agir sur les fluctuations quantiques de la lumière et d'autre part les déplacements du miroir mobile produits par la force de pression de radiation. Nous allons utiliser pour cela des raisonnements simples, certes incomplets, mais qui nous permettront de garder une image physique des phénomènes mis en jeu.

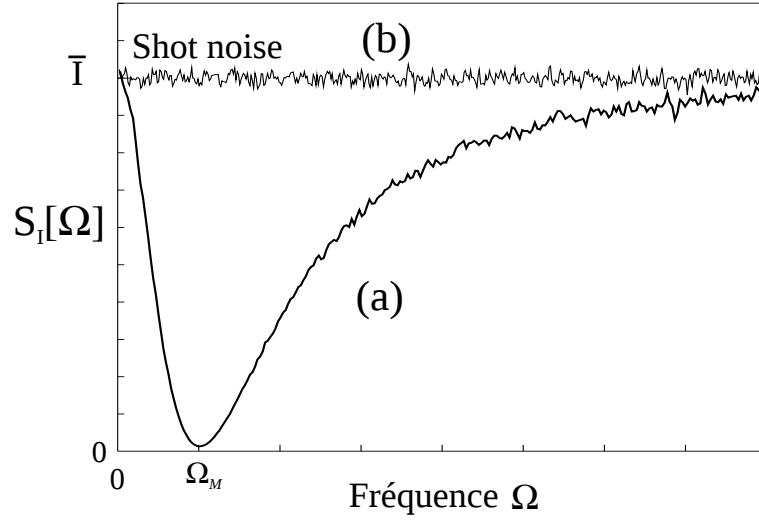


Fig. 4: Simulation du spectre de bruit d'intensité réfléchi (a), qui est minimum à la fréquence de résonance mécanique Ω_M du miroir. Le spectre de bruit du faisceau incident (b) est plat en fréquence (shot noise)

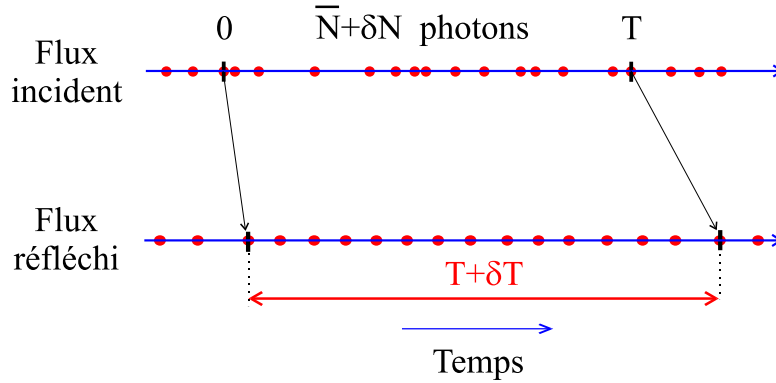


Fig. 5: Le mouvement du miroir redistribue les $\bar{N} + \delta N$ photons incidents dans un intervalle de temps $T + \delta T$, ce qui a pour effet de réguler le flux de photons réfléchi

2.1.6.1 Déplacements nécessaires pour corriger les fluctuations quantiques de l'intensité lumineuse

On peut comprendre le phénomène de régulation temporelle à partir de la figure 5. Considérons un intervalle de temps T au cours duquel on compte $\bar{N} + \delta N$ photons dans le flux incident. Le miroir, en se déplaçant, retarde les photons. Les $\bar{N} + \delta N$ photons se retrouvent ainsi dans le flux réfléchi répartis sur un intervalle de temps différent, égal à $T + \delta T$ où δT est proportionnel au déplacement du miroir :

$$\delta T = 2 \frac{x(T) - x(0)}{c} \quad (2.14)$$

(c est la vitesse de la lumière). Le miroir régule le flux de photons si la variation temporelle δT est telle que le nombre $\bar{N} + \delta N$ de photons est proche du nombre moyen de photons attendu dans l'intervalle de temps $T + \delta T$:

$$\frac{\bar{N} + \delta N}{T + \delta T} \approx \bar{I} \quad (2.15)$$

On en déduit que le miroir doit se déplacer au cours du temps T d'une quantité δx_T égale à :

$$\delta x_T = x(T) - x(0) = \frac{c}{2\bar{I}} \delta N \quad (2.16)$$

On trouve ainsi l'écart type Δx_T des déplacements nécessaires à partir de la variance ΔN^2 donnée par l'équation (2.4) :

$$\Delta x_T = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{T}{\bar{I}}} \quad (2.17)$$

Le temps de mesure T est typiquement de l'ordre de la période de résonance mécanique. C'est en effet au voisinage de la fréquence de résonance Ω_M que la réduction de bruit est la plus importante (figure 4). On arrive alors à l'expression suivante pour les déplacements que doit effectuer le miroir pour corriger les fluctuations quantiques de la lumière :

$$\Delta x_T \approx \frac{c}{2\sqrt{\bar{I}\Omega_M}} \quad (2.18)$$

Pour déterminer un ordre de grandeur de ces déplacements, on peut considérer un miroir fixé à un système pendulaire. Dans ce cas, la fréquence de résonance mécanique Ω_M est au plus de l'ordre de 10^5 rad/s . L'intensité moyenne $\bar{I}$ est liée à la puissance lumineuse P par l'intermédiaire de l'énergie $\hbar k c$ d'un photon :

$$P = \hbar k c \bar{I} \quad (2.19)$$

Pour une puissance lumineuse de 10 Watts et une longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$ de $1 \mu m$, on obtient une intensité moyenne $\bar{I}$ égale à $5 \cdot 10^{19} \text{ photons/s}$. Ces chiffres conduisent à des déplacements du miroir de l'ordre de $\Delta x_T = 65 \mu m$, soit 65λ .

2.1.6.2 Déplacements dus à la force de pression de radiation

La force de pression de radiation s'écrit, d'après les équations (2.5) et (2.6), comme la somme d'une force moyenne associée à l'intensité moyenne du faisceau et d'un terme fluctuant lié au bruit de photon. Le miroir subit donc à la fois un recul moyen $\bar{x}$ et des fluctuations de position δx . Nous allons voir que ces deux quantités correspondent en fait à de très petits déplacements.

Afin de déterminer le déplacement moyen, on écrit qu'à l'équilibre, la force moyenne de rappel de l'oscillateur harmonique $M\Omega_M^2 \bar{x}$ est égale à la force de pression de radiation

moyenne $2\hbar k\bar{I}$. On obtient alors l'expression suivante :

$$\bar{x} = \frac{2\hbar k\bar{I}}{M\Omega_M^2} \quad (2.20)$$

Pour une masse du miroir mobile égale à 100 mg , on trouve un déplacement moyen beaucoup plus petit que la longueur d'onde, de l'ordre de $7 \cdot 10^{-8}\lambda$.

Pour évaluer à présent le déplacement dû aux fluctuations de la force de pression de radiation, nous allons déterminer la variance Δx^2 qui est par définition l'intégrale du spectre de position $S_x[\Omega]$. D'après les équations (2.12) et (2.13), cette variance s'exprime simplement en fonction de la susceptibilité mécanique du miroir, c'est-à-dire comme l'intégrale d'une Lorentzienne ( quation 2.11). On obtient ainsi :

$$\Delta x = \bar{x} \sqrt{\frac{\Omega_M Q}{2\bar{I}}} \quad (2.21)$$

Pour un facteur de qualité $Q = 10^6$, ce déplacement est de l'ordre de $\Delta x \approx 2 \cdot 10^{-12}\lambda$.

Ce très petit déplacement est bien sûr insuffisant pour agir efficacement sur le bruit quantique, puisqu'il est environ 10^{14} fois plus faible que le déplacement nécessaire Δx_T [22]. Il semble par ailleurs difficile d'augmenter de façon significative les déplacements produits par les fluctuations de pression de radiation : ces fluctuations quantiques induisent sur un objet macroscopique tel qu'un miroir des déplacements petits devant la longueur d'onde.

Il faut cependant noter qu'il est envisageable de détecter d'aussi petites variations de position, en particulier grâce aux progrès réalisés dans le domaine des mesures interférométriques destinées à détecter des ondes gravitationnelles[5]. En fait, la phase du champ électromagnétique est beaucoup plus sensible que l'intensité à une variation de position du miroir. S'il est nécessaire de déplacer le miroir de 65λ pour changer l'intensité d'une quantité de l'ordre du bruit quantique, un déplacement de l'ordre de λ induit une variation de phase de 2π . Il suffit donc de déplacer le miroir d'une très petite fraction de longueur d'onde pour induire sur le faisceau une variation de phase de l'ordre de ses fluctuations quantiques.

En conclusion, si le système présenté dans cette partie permet de comprendre les principes de base du couplage optomécanique, il est nécessaire d'utiliser un dispositif plus complexe, où la phase joue un rôle, pour espérer agir sur le bruit quantique de la lumière. Les parties suivantes de ce chapitre ont pour but de décrire un tel système.

2.2 Cavité Fabry-Perot à miroir mobile

Nous avons vu que les déplacements induits par les fluctuations de la force de pression de radiation sont très petits (de l'ordre de $\lambda/10^{12}$). Il sont par conséquent insuffisants pour agir directement sur les fluctuations quantiques de l'intensité lumineuse. Par ailleurs, la phase du champ électromagnétique est beaucoup plus sensible aux

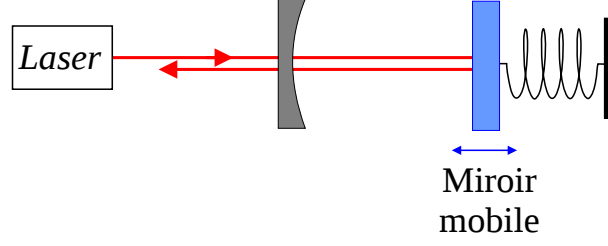


Fig. 6: Cavité Fabry Perot à miroir mobile

déplacements du miroir mobile. Pour mettre en évidence les effets quantiques du couplage optomécanique, il faut donc disposer d'un système capable de coupler les fluctuations de phase à celles de l'intensité. Il suffit en fait de rajouter un miroir fixe de transmission non nulle devant le miroir mobile de façon à former une cavité Fabry-Perot à une seule entrée-sortie (figure 6). Nous allons décrire dans cette partie les propriétés générales de ce système, les effets sur le faisceau lumineux et quelques applications qui en découlent. Nous étudierons plus en détail ces applications dans les parties suivantes.

2.2.1 Cavité Fabry-Perot à une seule entrée-sortie

On va s'intéresser au système constitué d'une cavité Fabry-Perot dont un miroir est mobile (figure 6). Une telle cavité présente des résonances pour des longueurs précises de la cavité. Le champ intracavité est en effet la somme d'une infinité d'ondes qui interfèrent de façon constructive pour des longueurs multiples de la demi longueur d'onde lumineuse $\lambda/2$. Il apparaît de ce fait un maximum d'intensité à chaque fois que la longueur est un multiple de $\lambda/2$. Lorsqu'on s'écarte de ces résonances en déplaçant par exemple le miroir mobile, l'intensité dans la cavité diminue en décrivant un pic d'Airy qui a la forme d'une Lorentzienne pour une cavité de grande finesse (figure 7a).

Un paramètre important d'une cavité Fabry-Perot est sa finesse $\mathcal{F}$, définie par la largeur $\lambda/2\mathcal{F}$ à mi-hauteur des pics d'Airy. La finesse ne dépend que de la transmission et des pertes des deux miroirs. Elle détermine aussi l'amplification de l'intensité intracavité moyenne $\bar{I}$ à résonance qui est reliée à l'intensité moyenne incidente $\bar{I}^{in}$ par la relation :

$$\bar{I} = \frac{2}{\pi} \mathcal{F} \bar{I}^{in} \quad (2.22)$$

Dans le cas d'une cavité sans perte optique, tous les photons incidents finissent par ressortir de la cavité après un certain temps de stockage. Le faisceau réfléchi a donc la même intensité moyenne que le faisceau incident. Par contre il subit une variation de phase qui dépend de la longueur de la cavité, et donc de la position du miroir mobile. La figure 7b montre que cette variation de phase est de l'ordre de 2π pour un déplacement du miroir égal à la largeur du pic d'Airy. A résonance, la pente de la courbe est maximale et vaut $8\mathcal{F}/\lambda$. Un petit déplacement δx du miroir mobile autour

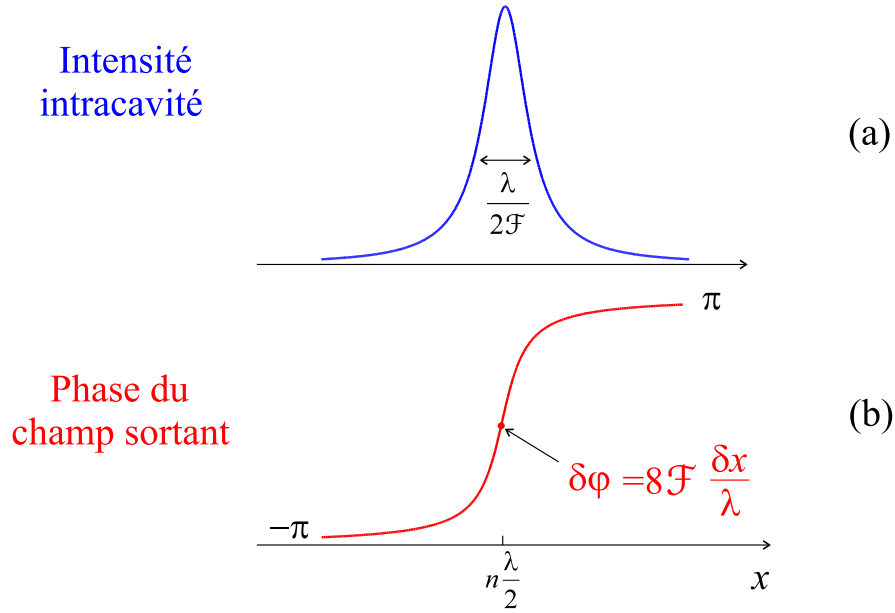


Fig. 7: Variation de l'intensité du champ   l'intérieur de la cavité (a) et de la phase du faisceau réfléchi (b) en fonction de la longueur de la cavité

de la résonance produit une variation de phase $\delta\varphi$ égale à:

$$\delta\varphi = 8\mathcal{F} \frac{\delta x}{\lambda} \quad (2.23)$$

On peut comparer cette sensibilité à celle obtenue avec un seul miroir mobile. Pour le système étudié dans la partie 2.1, un déplacement δx du miroir induit une modification $2\delta x$ du chemin optique de la lumière. Le champ réfléchi subit donc un déphasage égal à $4\pi\delta x/\lambda$. La présence de la cavité augmente ainsi la sensibilité de ce déphasage par un facteur de l'ordre de la finesse $\mathcal{F}$ de la cavité.

Une cavité de grande finesse devrait donc permettre de mesurer des déplacements du miroir correspondants à une très petite fraction de la longueur d'onde. Nous étudierons dans la partie 2.2.3 la possibilité de réaliser des mesures de très faibles déplacements, qu'ils soient dus aux fluctuations quantiques de la pression de radiation, ou qu'ils soient liés à d'autres sources, comme le bruit thermique du miroir mobile.

Une autre application de la très grande sensibilité de la cavité à des petits déplacements consiste à contrôler les fluctuations quantiques du champ. Les fluctuations de phase du faisceau réfléchi induites par le couplage optomécanique peuvent en effet être du même ordre de grandeur que les fluctuations quantiques. Il est ainsi possible de modifier ces fluctuations, et en particulier de les réduire de façon à obtenir des  tats comprimés. Nous étudierons dans la partie suivante la possibilité de produire de tels  tats avec une cavité à miroir mobile.

2.2.2 Compression du champ par couplage optomécanique

En électrodynamique quantique, le champ électromagnétique se décompose en une somme de modes équivalents à des oscillateurs harmoniques indépendants. Nous allons supposer ici que le champ peut être décrit par un seul mode, caractérisé par des opérateurs d'annihilation et de création $\hat{a}$ et $\hat{a}^\dagger$ indépendants du temps. Ces opérateurs obéissent à la relation de commutation:

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (2.24)$$

Comme dans le cas d'un oscillateur matériel caractérisé par les deux observables de position $\hat{x}$ et de quantité de mouvement $\hat{p}$, on introduit pour le champ électromagnétique deux observables $\hat{a}_1$ et $\hat{a}_2$, appelées quadratures du champ, qui sont associées aux parties réelle et imaginaire du champ :

$$\hat{a}_1 = \hat{a} + \hat{a}^\dagger \quad (2.25a)$$

$$\hat{a}_2 = i(\hat{a}^\dagger - \hat{a}) \quad (2.25b)$$

Ces deux observables ne commutent pas et leurs variances $\Delta\hat{a}_1$ et $\Delta\hat{a}_2$ vérifient une inégalité de Heisenberg:

$$\Delta\hat{a}_1 \Delta\hat{a}_2 \geq 1 \quad (2.26)$$

Cette inégalité traduit l'existence de fluctuations quantiques. Pour étudier ces fluctuations, nous allons utiliser la méthode semi-classique qui va permettre de leur associer une représentation géométrique dans l'espace des phases.

2.2.2.1 Représentation semi-classique des fluctuations quantiques

La méthode semi-classique consiste à représenter les fluctuations quantiques par une distribution de quasi-probabilité de Wigner[23]. On associe ainsi des variables classiques aléatoires α et α^* (α^* étant le complexe conjugué de α) aux opérateurs du champ $\hat{a}$ et $\hat{a}^\dagger$. La distribution de Wigner, qui est une fonction des variables α et α^* , décrit la loi de distribution de ces variables. Ainsi toute moyenne quantique des opérateurs $\hat{a}$ et $\hat{a}^\dagger$ rangés dans l'ordre symétrique est égale à la moyenne classique de la même combinaison des variables α et α^* , pondérée par la distribution de Wigner.

L'un des intérêts de la distribution de Wigner est qu'elle est positive pour les états usuels du champ. Elle peut donc être considérée comme une véritable distribution de probabilité, et les variables α et α^* représentent les valeurs possibles du champ. La figure 8a montre la distribution de Wigner pour un état cohérent. Le plan horizontal représente l'espace des phases dont les axes sont définis par les parties réelle $\alpha_1 = \alpha + \alpha^*$ et imaginaire $\alpha_2 = i(\alpha^* - \alpha)$ du champ. La distribution de Wigner est une Gaussienne dont la variance dans toutes les directions est égale à 1.

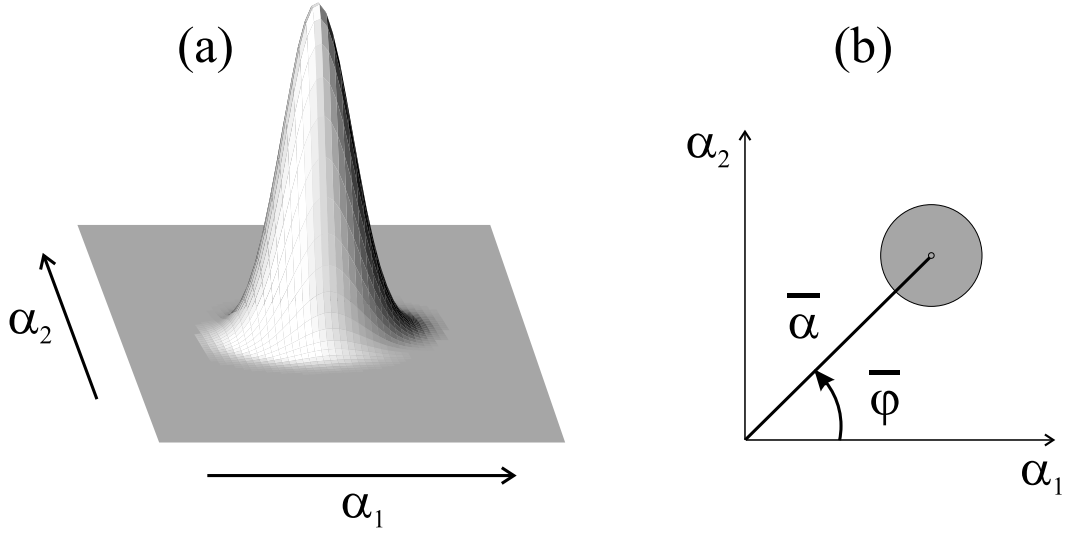


Fig. 8: Représentation dans l'espace des phases d'un champ cohérent. La distribution de Wigner est une Gaussienne (a) et sa projection dans le plan $\{\alpha_1; \alpha_2\}$ est un disque qui décrit les réalisations les plus probables du champ. $\bar{\alpha}$ et $\bar{\varphi}$ représentent respectivement l'amplitude et la phase du champ moyen

Une représentation plus commode à deux dimensions (figure 8b) est obtenue en faisant une projection de la distribution dans le plan $\{\alpha_1; \alpha_2\}$. Les fluctuations du champ sont alors décrites par un disque délimité par la courbe d'isoprobabilit    $1/e$ de la Gaussienne. Chaque point à l'intérieur du disque représente une réalisation possible du champ. Le champ électromagnétique peut ainsi s'écrire comme la somme d'un champ moyen $\bar{\alpha}$ et d'un champ fluctuant $\delta\alpha$ qui décrit les fluctuations quantiques:

$$\alpha = \bar{\alpha} + \delta\alpha \quad (2.27)$$

Le bruit sur chaque quadrature α_1 et α_2 est donné par la projection de la distribution sur les axes horizontal et vertical. Pour un état cohérent, on trouve que les variances $\Delta\alpha_1$ et $\Delta\alpha_2$ sont toutes deux égales à 1. Un  tat cohérent est donc un état minimal pour lequel le produit de ces variances a la valeur minimale autorisée par l'inégalité de Heisenberg ( quation 2.26).

De manière générale, on peut définir une quadrature quelconque du champ par l'expression:

$$\alpha_\theta = e^{-i\theta}\alpha + e^{i\theta}\alpha^* \quad (2.28)$$

Les quadratures α_1 et α_2 correspondent respectivement à $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$. Les fluctuations pour la quadrature α_θ sont obtenues en projetant la distribution sur l'axe faisant un angle θ avec l'horizontale dans l'espace des phases. Pour un état cohérent, toutes les quadratures ont donc le même bruit, la variance $\Delta\alpha_\theta$ étant égale à 1 quelle que soit la valeur de θ .

On peut aussi déterminer les bruits d'intensité et de phase. Pour un champ monomode et indépendant du temps, l'intensité est caractérisée par le nombre N de photons dans le mode. Ce nombre de photons et la phase φ sont reliés au champ α par la relation:

$$\alpha = \sqrt{N} e^{i\varphi} \quad (2.29)$$

En linéarisant les fluctuations autour des valeurs moyennes, on trouve que les fluctuations d'intensité et de phase sont reliées respectivement à la quadrature d'amplitude $\alpha_{\bar{\varphi}}$ et à la quadrature orthogonale $\alpha_{\bar{\varphi}+\pi/2}$, où $\bar{\varphi}$ est la phase du champ moyen:

$$\delta N = |\bar{\alpha}| \delta \alpha_{\bar{\varphi}} \quad (2.30a)$$

$$\delta \varphi = \frac{1}{2|\bar{\alpha}|} \delta \alpha_{\bar{\varphi}+\pi/2} \quad (2.30b)$$

Les bruits d'intensité et de phase sont donc associés à la projection de la distribution sur les axes parallèle et perpendiculaire au champ moyen. Pour un état cohérent, on trouve que le bruit d'intensité correspond au bruit quantique standard, puisque la variance ΔN^2 est égale au nombre moyen $\bar{N}$ de photons. Par contre, la variance des fluctuations de phase est inversement proportionnelle au nombre moyen de photons:

$$\Delta \varphi^2 = \frac{1}{4\bar{N}} \quad (2.31)$$

Ce résultat peut s'interpréter de la manière suivante : la dispersion de phase $\Delta \varphi$ correspond à l'angle sous lequel on voit la distribution depuis l'origine; elle est donc d'autant plus petite que l'amplitude moyenne $\bar{\alpha}$ du champ est grande. Notons enfin qu'il existe une relation de Heisenberg entre les fluctuations d'intensité et de phase:

$$\Delta N \Delta \varphi \geq \frac{1}{2} \quad (2.32)$$

Un état cohérent est un état minimal vis-à-vis de cette inégalité.

2.2.2.2 La méthode semi-classique

Nous venons d'associer une représentation semi-classique aux fluctuations quantiques. Ceci permet de décrire les champs entrants dans le système à l'aide de variables classiques aléatoires. Afin de déterminer les fluctuations des champs sortants, il est nécessaire de décrire les effets de l'interaction avec le système.

Dans le cas d'un régime de champ intense où les fluctuations $\delta \alpha$ sont petites devant la valeur moyenne $\bar{\alpha}$ du champ, on peut linéariser l'équation d'évolution de la distribution de Wigner. On obtient alors une équation tout à fait similaire à celle décrivant l'évolution classique du système[24]. La méthode semi-classique consiste donc à remplacer les fluctuations quantiques des champs par une distribution semi-classique dans

l'espace des phases, puis à étudier l'évolution de cette distribution à l'aide des équations classiques décrivant le système.

Notons que la méthode présentée ici correspond à une analyse statique du système: on s'intéresse à la variance des fluctuations du champ, le système étant dans un état stationnaire. On peut bien sûr généraliser la méthode semi-classique pour tenir compte de la dynamique du système. On s'intéresse alors aux fluctuations $\delta\alpha[\Omega]$ du champ à une fréquence d'analyse Ω . La méthode semi-classique permet d'obtenir une relation d'entrée-sortie pour ces fluctuations, relation qui fait intervenir la réponse dynamique du système. Cette relation permet de déterminer les spectres de bruit des fluctuations sortantes. Nous aurons l'occasion de présenter cette approche dynamique dans la partie (2.3).

2.2.2.3 Production d' tats comprimés par couplage optomécanique

Nous allons expliquer de façon simple comment le couplage optomécanique peut permettre de comprimer les fluctuations du champ. Une étude plus rigoureuse est présentée dans la partie 2.3. Nous négligeons ici la dynamique du système, ce qui revient à ne considérer que les fluctuations à fréquence nulle. Dans le cadre de cette analyse statique, on peut considérer que le champ est monomode et indépendant du temps.

Nous avons vu au début de cette partie que le champ réfléchi par la cavité subit un déphasage qui dépend de la longueur de la cavité (figure 7b). Cette longueur est modifiée par le mouvement du miroir mobile sous l'effet de la force de pression de radiation exercée par le champ intracavité. Le champ à la sortie subit donc un déphasage qui dépend de l'amplitude du champ. Dans l'espace des phases, ce déphasage se traduit par une rotation du champ (figure 9). La méthode semi-classique permet alors d'appliquer cette transformation classique à l'ensemble de la distribution du champ cohérent incident (disque de la figure 9). Chaque réalisation possible du champ subit une rotation qui dépend de son amplitude, ce qui a pour effet de modifier la forme de la distribution qui devient elliptique[12]. On obtient ainsi un état du champ dont le bruit sur la composante α_2 est réduit ($\Delta\alpha_2 < 1$). Afin de conserver l'inégalité de Heisenberg, le bruit sur la composante α_1 est augmenté.

Dans ce système, le champ subit une transformation unitaire, et la surface de la distribution est conservée. Le champ sortant de la cavité est donc dans un état minimal vis-à-vis de l'inégalité de Heisenberg. Un tel état est un état non classique du champ appelé état comprimé (*squeezed state*). Il est caractérisé par la distribution de Wigner de la figure 10. La distribution est toujours une Gaussienne, mais la variance pour une quadrature quelconque varie selon la quadrature considérée.

Nous venons de montrer, de manière simple et géométrique, que la cavité à miroir mobile est capable de produire un état comprimé du champ[14]. Nous exposerons dans la partie 2.3 une étude plus détaillée de ce système. En particulier nous nous intéresserons au spectre de bruit du champ réfléchi par la cavité.

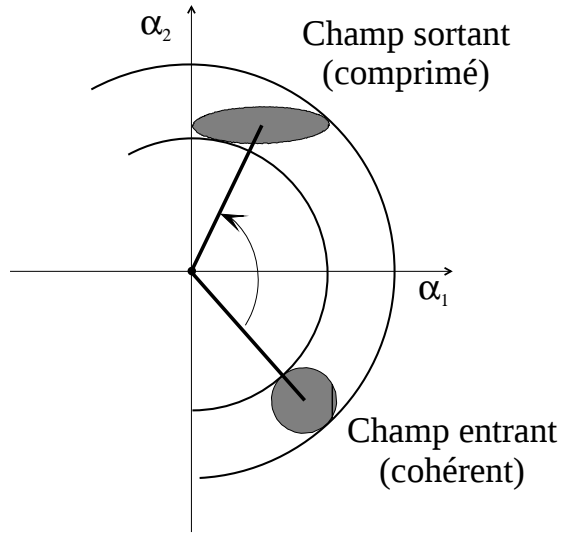


Fig. 9: Représentation dans l'espace des phases des champs entrant et sortant de la cavité. Chaque point de la distribution incidente subit une rotation dont l'angle dépend de l'amplitude du point

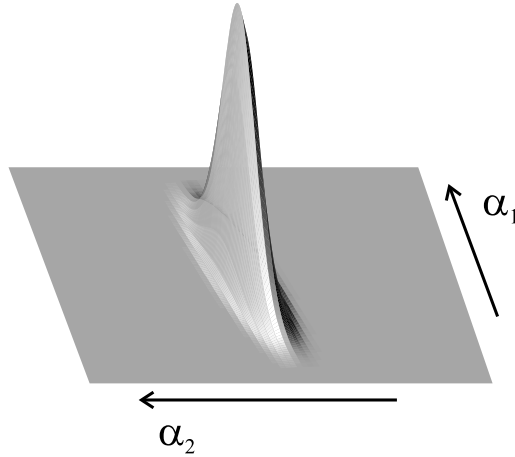


Fig. 10: Représentation dans l'espace des phases d'un état comprimé selon la quadrature α_2

2.2.3 Mesure de petits déplacements

La phase du champ réfléchi par la cavité est sensible à de très petits déplacements du miroir mobile. L'équation (2.23) montre qu'un déplacement δx du miroir mobile provoque une variation de la phase du champ réfléchi. Les fluctuations de phase $\delta\varphi^{out}$ du faisceau réfléchi reflètent donc les déplacements du miroir, auxquels se superposent le bruit propre du faisceau. Nous verrons dans la partie 2.4 que pour une cavité résonnante avec le champ, ce bruit quantique est de l'ordre du bruit de phase $\delta\varphi^{in}$ du faisceau incident:

$$\delta\varphi^{out} \approx \delta\varphi^{in} + \frac{8\mathcal{F}}{\lambda} \delta x \quad (2.33)$$

Le spectre S_{φ}^{out} des fluctuations de phase du faisceau r     reproduit donc le spectre de position S_x du miroir mobile. La sensibilité est limitée par le bruit propre S_{φ}^{in} du faisceau incident. Pour un faisceau cohérent ce bruit est inversement proportionnel à l'intensité moyenne (relation similaire à l'équation 2.31):

$$S_{\varphi}^{in} [\Omega] = \frac{1}{4\bar{I}^{in}} \quad (2.34)$$

On trouve ainsi le plus petit déplacement mesurable δx_{min} :

$$\delta x_{min} \approx \frac{\lambda}{8\mathcal{F}} \sqrt{S_{\varphi}^{in}} \approx \frac{\lambda}{16\mathcal{F}} \frac{1}{\sqrt{\bar{I}^{in}}} \quad (2.35)$$

Pour une cavité de finesse $3 \cdot 10^5$ et une puissance incidente de 3 mW ($\bar{I}^{in} = 2 \cdot 10^{16}$ photons/s), on obtient une sensibilité δx_{min} égale à $10^{-21} \text{ m}/\sqrt{Hz}$. L'unité en $\text{m}/\sqrt{Hz}$ est celle utilisée pour décrire une amplitude de bruit de position. Cette amplitude correspond en effet à la racine carrée de la puissance de bruit S_x , qui s'exprime en m^2/Hz (puissance de bruit par bande spectrale d'analyse).

Cette sensibilité est tout à fait remarquable puisqu'elle est comparable, ou même meilleure, que celle des dispositifs les plus sensibles à l'heure actuelle. L'essentiel des efforts concernant la mesure de petits déplacements se concentre aujourd'hui autour des projets de détection des ondes gravitationnelles, qu'il s'agisse des projets optiques (projets VIRGO[25], LIGO[26]), ou mécaniques (barres de Weber[16]).

La détection optique des ondes gravitationnelles est basée sur l'utilisation d'un interféromètre de Michelson. Chaque bras de l'interféromètre, d'environ 3 km de long, est constitué d'une cavité Fabry-Perot de finesse 50. Grâce à un dispositif de recyclage de la lumière, la puissance lumineuse envoyée dans l'interféromètre est de l'ordre de 1000 Watts . Le passage d'une onde gravitationnelle se traduit par une variation apparente de la longueur des bras, équivalente à un déplacement des miroirs des cavités Fabry-Perot, qui induit un défilement des franges d'interférence à la sortie de l'appareil.

La sensibilité prévue pour VIRGO est indiquée sur la figure 11[27]. On distingue essentiellement trois sources de bruit. A basse fréquence, la sensibilité est limitée par le bruit thermique des suspensions des miroirs. Entre 50 et 400 Hz , le bruit thermique des modes de vibration interne des miroirs devient dominant. A haute fréquence la limite est fixée par le bruit de photon, filtré par la bande passante de 1 kHz des cavités Fabry-Perot. La figure 11 montre que la sensibilité de l'interféromètre est au mieux de l'ordre de $5 \cdot 10^{-20} \text{ m}/\sqrt{Hz}$.

La sensibilité atteinte avec une cavité de grande finesse peut aussi être comparée à celle obtenue par les dispositifs capacitifs placés sur les barres de Weber. Une barre de Weber est constituée d'un corps massif, généralement de forme cylindrique. Le matériau utilisé peut être du niobium, du saphir, de l'aluminium ou encore de la silice, et le poids de la barre peut atteindre plusieurs tonnes. Elle est soigneusement isolée du monde extérieur : elle est suspendue par des fils dans le vide, à l'intérieur d'un

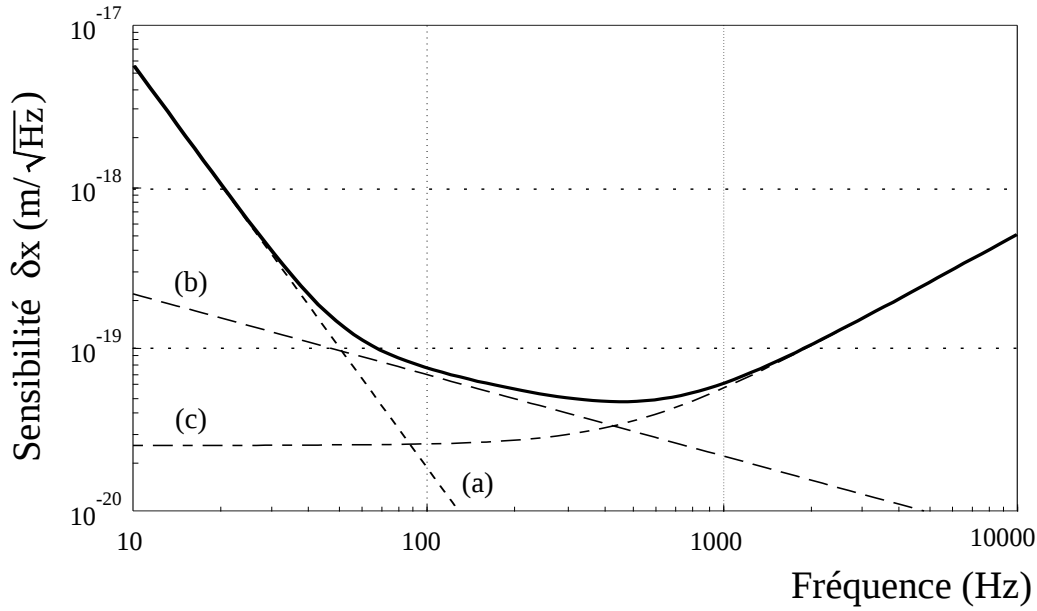


Fig. 11: Sensibilité de l'interféromètre VIRGO pour une variation δx de la longueur des bras. La limite de sensibilité est essentiellement due au bruit thermique des suspensions des miroirs (a), au bruit thermique de vibration des modes internes des miroirs (b) et au bruit de photon (c)

cryostat à très basse température (jusqu'à 100 mK). Le passage d'une onde gravitationnelle se traduit par une excitation d'un mode de vibration mécanique de la barre. L'amplitude du mouvement attendu est extrêmement faible. Le transducteur utilisé pour détecter ces oscillations est constitué d'un résonateur mécanique de faible masse couplé mécaniquement à la barre et capacitivement à un circuit électrique résonnant. On atteint ainsi une sensibilité comprise entre 10^{-18} et $10^{-19} m/\sqrt{Hz}$ [18].

Une cavité de grande finesse devrait donc permettre de réaliser une mesure de déplacement avec une sensibilité meilleure que celle des dispositifs actuels[17]. Nous présenterons dans la suite de cette section deux applications de cette sensibilité extrême: la mesure du mouvement Brownien du miroir, et la mesure quantique non destructive de l'intensité de la lumière.

2.2.3.1 Mesure du bruit thermique

Comme le montre la figure 11, le bruit thermique est la limitation essentielle dans les dispositifs de détection interférométrique des ondes gravitationnelles. D'après les théories astrophysiques actuelles, le nombre attendu d'évènements varie brutalement avec la sensibilité atteinte par les interféromètres. Il est de ce fait important de déterminer avec précision les différentes sources de bruit pouvant limiter cette sensibilité.

Les mécanismes de dissipation thermique dans les solides sont cependant mal connus. Une cavité à miroir mobile, utilisée à température ambiante, devrait permettre de caractériser l'amplitude et la distribution spectrale du bruit thermique du miroir.

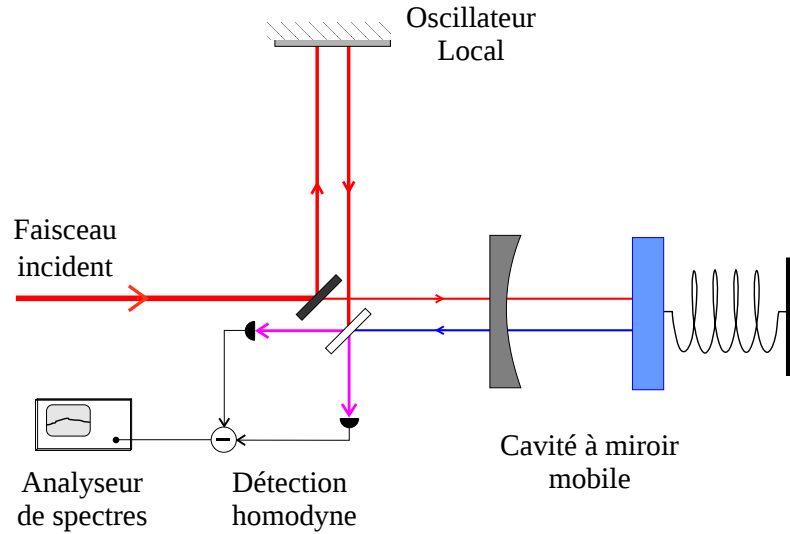


Fig. 12: Représentation schématique d'une détection homodyne. Le spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi est obtenu par battement avec un faisceau de référence (oscillateur local), les deux champs moyens étant en quadrature de phase. En pratique, la séparation entre les faisceaux aller et retour peut être réalisée à l'aide de cubes séparateurs de polarisation

Le principe de la mesure consiste à envoyer un faisceau laser dans la cavité à miroir mobile, le laser étant à résonance avec la cavité. Les fluctuations de phase du faisceau réfléchi reflètent alors les déplacements du miroir mobile, auxquels se superposent le bruit propre du faisceau ( quation 2.33). A température ambiante, et pour des puissances incidentes raisonnables, les effets de pression de radiation sont négligeables devant le mouvement Brownien du miroir : le déplacement δx est donc pour l'essentiel d u au bruit thermique du miroir mobile.

On peut mesurer expérimentalement le bruit du faisceau réfléchi en utilisant une détection homodyne (figure 12)[28]. Une grande partie du faisceau incident est prélevée à l'aide d'une lame séparatrice afin de fournir un faisceau de référence (oscillateur local). Après un aller et retour dans un bras dont la longueur est soigneusement contrôlée, ce faisceau est mélangé au niveau d'une seconde lame parfaitement semi-réfléchissante avec le faisceau réfléchi par la cavité. Les faisceaux transmis et réfléchi par la lame sont détectés à l'aide de deux photodiodes de grande efficacité quantique. Lorsque la longueur du bras de l'oscillateur local est tel que le champ réfléchi par la cavité et le faisceau de référence sont en quadrature de phase, la différence des deux photocourants est proportionnelle aux fluctuations de phase du faisceau réfléchi. On obtient alors le spectre de bruit de phase à l'aide d'un analyseur de spectres.

On peut noter la grande similitude du dispositif schématisé sur la figure 12 avec un interféromètre de Michelson. La différence essentielle est la dissymétrie entre les deux bras de l'interféromètre. La présence de la cavité permet d'amplifier l'effet du déplacement du miroir sur la lumière. D'autre part, pour mesurer les fluctuations de la quadrature de phase du champ réfléchi, il est nécessaire que l'intensité dans le bras de l'oscillateur local soit grande devant celle du faisceau envoyé dans la cavité.

2.2.3.2 Mesure quantique non destructive de l'intensité

La détection des ondes gravitationnelles à l'aide d'une barre de Weber est basée sur une mesure continue de la position du résonateur mécanique. Pour détecter une onde gravitationnelle, il faut mesurer la position du résonateur avec une grande précision, pendant le temps de passage de l'onde. Cette mesure se heurte à une limite fondamentale imposée par l'inégalité de Heisenberg. En effet, une mesure initiale de la position du résonateur avec une précision Δx_0 perturbe inévitablement son impulsion d'une quantité $\Delta p_0 \geq \frac{\hbar}{2\Delta x_0}$. Après une évolution libre pendant un temps τ , la position du résonateur présente une dispersion $\Delta x_1 = \tau \frac{\Delta p_0}{M} \geq \frac{\hbar\tau}{2M\Delta x_0}$, où M est la masse de la barre. Cette dispersion peut masquer l'effet du passage d'une onde gravitationnelle. Un compromis entre les deux mesures conduit à une limite quantique standard Δx_{LQS} pour la précision d'une mesure de position du résonateur :

$$\Delta x_{LQS} = \sqrt{\frac{\hbar\tau}{2M}} \quad (2.36)$$

Il est cependant possible de s'affranchir de cette limite en utilisant une technique de mesure qui reporte tout le bruit de la mesure sur une grandeur découplée de l'évolution libre de l'observable à mesurer[3]. On peut par exemple mesurer l'énergie du résonateur mécanique sans perturber son évolution temporelle, le bruit associé à la mesure étant reporté sur la phase (grandeur conjuguée de l'énergie).

Ce concept de mesure quantique non destructive (*Quantum Non Demolition Measurement*) peut se généraliser à d'autres systèmes que les résonateurs mécaniques. La plupart des réalisations expérimentales ont d'ailleurs été effectuées en optique[4]. Deux critères doivent être satisfaits pour qualifier une mesure de QND. La mesure ne doit tout d'abord pas altérer l'observable à mesurer : l'excès de bruit lié à la mesure est reporté sur la composante conjuguée. Il faut de plus que le signal fourni par la mesure contienne le maximum d'informations sur l'observable mesurée, ce qui impose d'avoir de fortes corrélations quantiques entre l'appareil de mesure et l'observable mesurée.

Une cavité à miroir mobile devrait permettre de réaliser une mesure QND de l'intensité d'un faisceau lumineux[15]. Le principe de la mesure consiste à utiliser les corrélations quantiques qui existent entre l'intensité du faisceau incident et la position du miroir mobile de la cavité. On envoie simultanément deux faisceaux dans la cavité comme le montre la figure 13. Le premier faisceau, le faisceau signal dont on veut mesurer l'intensité, déplace le miroir sous l'effet de la pression de radiation. Le second faisceau, le faisceau de mesure, est beaucoup moins intense de façon à pouvoir négliger son influence sur le mouvement du miroir. Ce faisceau est cependant sensible au déplacement du miroir provoqué par le faisceau signal.

Pour satisfaire au premier critère QND, la mesure ne doit pas altérer l'intensité du signal. Ceci se produit lorsque le faisceau signal est à résonance avec la cavité : le point de fonctionnement de la cavité est alors au maximum du pic d'Airy, là où l'intensité du faisceau réfléchi n'est plus sensible à des petites variations de longueur de la cavité.

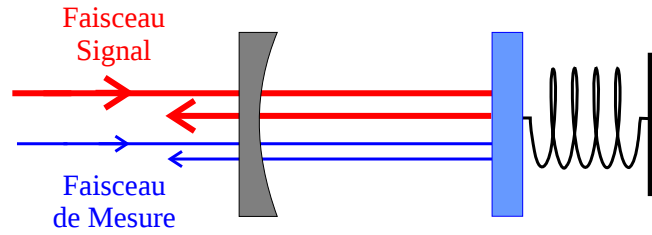


Fig. 13: Principe d'une mesure QND de l'intensité. L'intensité du faisceau signal agit sur le mouvement du miroir et modifie la phase du faisceau de mesure

Le second critère QND impose un maximum de corrélations quantiques entre l'intensité du signal et le faisceau de mesure. Pour cela, on met également le faisceau de mesure à résonance avec la cavité, puisque la phase du faisceau réfléchi est alors la plus sensible aux variations de longueur de la cavité. L'efficacité de la mesure QND est alors caractérisée par les corrélations quantiques entre les fluctuations d'intensité du signal et les fluctuations de phase du faisceau de mesure. Ces fluctuations de phase peuvent être détectées à l'aide d'un système de mesure homodyne, comme celui présenté pour la mesure du bruit thermique du miroir mobile (section 2.2.3.1). Bien sûr, l'observation de ces corrélations quantiques nécessite de placer la cavité à basse température, de façon à rendre le bruit thermique négligeable par rapport aux effets de pression de radiation. Une étude détaillée de ce dispositif est présentée dans la partie 2.4.

2.3 Génération d'états comprimés par couplage optomécanique

L'existence de fluctuations quantiques est connue depuis le début de la mécanique quantique. Mais ce n'est que depuis une vingtaine d'années que les physiciens se sont trouvés confrontés aux limitations imposées par ces fluctuations sur la précision d'une mesure. Le développement des projets de détection des ondes gravitationnelles ont amené les physiciens à étudier le bruit quantique et ses conséquences sur la sensibilité d'une mesure. On s'est ainsi rendu compte que le bruit quantique standard ne constitue pas une limite fondamentale et qu'il est possible d'améliorer la sensibilité d'une mesure en utilisant des états comprimés[9].

Bien que le concept d'état comprimé soit tout à fait général, c'est dans le domaine de l'optique qu'a été menée la plupart des études expérimentales. Les mesures optiques présentent en effet des caractéristiques qui permettent d'atteindre le niveau quantique plus facilement que dans d'autres domaines. Les signaux optiques sont naturellement protégés des perturbations extérieures et la qualité des dispositifs optiques permet d'atteindre un bruit instrumental très faible.

De nombreuses mises en évidence expérimentales d'états comprimés ont été réalisées ces dernières années[2]. Des facteurs de réduction du bruit quantique de l'ordre de 90% ont été obtenus aussi bien avec des oscillateurs paramétriques optiques [29] qu'avec des

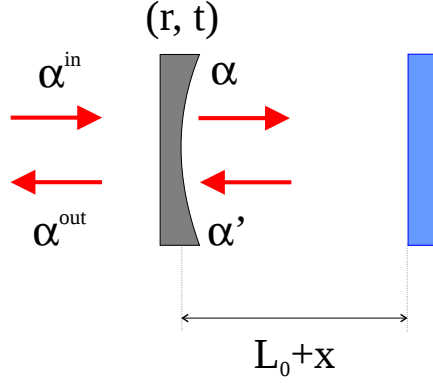


Fig. 14: Définition des champs dans une cavité Fabry-Perot à une seule entrée-sortie

diodes laser[30]. La production d'un état comprimé est généralement basée sur une interaction non linéaire entre la lumière et un milieu matériel. Ces processus non linéaires sont obtenus par mélange à trois ou à quatre ondes (nonlinéarité de type $\chi^{(2)}$ ou $\chi^{(3)}$). Lorsqu'un milieu non linéaire de type $\chi^{(3)}$ est placé dans une cavité, la lumière subit un déphasage non linéaire puisque l'indice du milieu dépend de l'intensité de la lumière[13]. Le rôle principal joué par le milieu est donc de rendre la *longueur optique* de la cavité dépendante de l'intensité lumineuse. On peut obtenir le même effet en modifiant la *longueur physique* de la cavité. Nous nous proposons dans cette partie de montrer qu'une cavité vide dont un miroir est mobile permet de produire des états comprimés[14]. Après avoir décrit la configuration du système, nous déterminerons les équations de base liant les champs entrant et sortant en fonction du mouvement du miroir (sections 2.3.1 et 2.3.2). Nous analyserons ensuite les effets statiques (section 2.3.3) puis dynamiques (sections 2.3.4 et 2.3.5) du couplage optomécanique sur le champ sortant de la cavité.

2.3.1 Evolution du champ dans la cavité

Le système considéré est constitué d'une cavité Fabry-Perot à une seule entrée-sortie dans laquelle est envoyé un faisceau laser cohérent de fréquence ω_0 . Le miroir d'entrée a une très grande réflectivité $r = 1 - \gamma$, avec $\gamma \ll 1$. Il est de plus supposé sans perte, de sorte que sa transmission t est égale à $\sqrt{2\gamma}$. On suppose que le miroir mobile est totalement réfléchissant et sans perte. Dans ces conditions, les pertes totales de la cavité sont uniquement dues à la transmission du miroir d'entrée et la finesse de la cavité est d'autant plus grande que γ est petit.

Nous nous limiterons dans cette partie à une description monodimensionnelle du champ et de la cavité. Le champ est traité comme une onde plane se propageant uniquement selon l'axe de la cavité (figure 14). Chaque onde lumineuse peut être décrite par une amplitude complexe $\alpha(t)$, qui est une fonction lentement variable du temps t . La cavité est entièrement déterminée par sa longueur $L(t) = L_0 + x(t)$ où $x(t)$ est le déplacement du miroir mobile.

La conservation de l'énergie au niveau du miroir d'entrée entraîne l'existence de relations linéaires et unitaires entre les champs incident α^{in} , réfléchi α^{out} et les champs dans la cavité α et α' (figure 14):

$$\alpha(t) = t\alpha^{in}(t) + r\alpha'(t) \quad (2.37a)$$

$$\alpha^{out}(t) = t\alpha'(t) - r\alpha^{in}(t) \quad (2.37b)$$

La première relation montre que le champ intracavité α est la somme du champ incident α^{in} au même instant et du champ intracavité α' qui a effectué un aller et retour dans la cavité. La seconde relation signifie que le champ sortant résulte de l'interférence entre le champ incident directement réfléchi et le champ intracavité transmis par le miroir.

La propagation du champ dans la cavité permet de relier le champ α' revenant sur le miroir au champ α :

$$\alpha'(t) = \alpha(t - \tau) e^{i\Psi(t)} \quad (2.38)$$

τ est le temps moyen mis par la lumière pour parcourir un aller et retour dans la cavité ($\tau = 2L_0/c$) et Ψ est le déphasage subi par le champ:

$$\Psi(t) \equiv 2kL(t) \quad [2\pi] \quad (2.39)$$

où $k = \omega_0/c$ est le vecteur d'onde du champ. Pour écrire l'équation (2.38), nous avons négligé les effets de retard temporel subis par le champ[31] : pour des petits déplacements du miroir mobile, le champ est essentiellement déphasé d'une quantité $\Psi(t)$, et la variation du temps τ avec la position du miroir peut être négligée.

Pour une cavité quasi résonnante et de grande finesse ($\Psi(t)$, $\gamma \ll 1$), l'enveloppe du champ varie peu sur un tour. En combinant les équations (2.37) et (2.38), on obtient alors l'équation d'évolution du champ intracavité et l'expression du champ sortant:

$$\tau \frac{d\alpha(t)}{dt} = (-\gamma + i\Psi(t)) \alpha(t) + \sqrt{2\gamma} \alpha^{in}(t) \quad (2.40a)$$

$$\alpha^{out}(t) = \sqrt{2\gamma} \alpha(t) - \alpha^{in}(t) \quad (2.40b)$$

Ces équations sont identiques à celles obtenues pour une cavité usuelle à une seule entrée-sortie, avec toutefois un déphasage $\Psi(t)$ dépendant du déplacement $x(t)$:

$$\Psi(t) = \Psi_0 + 2kx(t) \quad (2.41)$$

où $\Psi_0 \equiv \omega_0\tau \quad [2\pi]$ est le déphasage entre le champ et la cavité en absence de déplacement du miroir.

2.3.2 Mouvement du miroir mobile

Pour des petits déplacements, la théorie de la réponse linéaire[21] permet de relier la transformée de Fourier $x[\Omega]$ du déplacement à la force appliquée:

$$x[\Omega] = \chi[\Omega] (F_{rad}[\Omega] + F_T[\Omega]) \quad (2.42)$$

où $\chi[\Omega]$ est la susceptibilité mécanique du miroir. La force appliquée est la somme de la force F_{rad} due à la pression de radiation et de la force de Langevin F_T décrivant le couplage du miroir avec un bain thermique. Comme nous l'avons vu dans la partie (2.1), la force de pression de radiation est proportionnelle à l'intensité du champ:

$$F_{rad}(t) = 2\hbar k I(t) = 2\hbar k |\alpha(t)|^2 \quad (2.43)$$

La force de Langevin F_T a une valeur moyenne nulle et son spectre de bruit S_T est relié à la susceptibilité mécanique par le théorème fluctuation-dissipation[21]:

$$S_T[\Omega] = -\frac{2k_B T}{\Omega} \text{Im} \left(\frac{1}{\chi[\Omega]} \right) \quad (2.44)$$

où T est la température du bain thermique et k_B la constante de Boltzmann.

2.3.3 Etat stationnaire et bistabilité

Les valeurs moyennes des champs et du déplacement du miroir mobile s'obtiennent en considérant le régime stationnaire dans les équations d'évolution précédentes. Ainsi le déplacement moyen $\bar{x}$ est donné par l'équation (2.42) à fréquence nulle :

$$\bar{x} = 2\hbar k \chi[0] \bar{I} \quad (2.45)$$

où $\bar{I} = |\bar{\alpha}|^2$ est l'intensité moyenne du champ intracavité. Le déphasage moyen $\bar{\Psi}$ du champ dans la cavité est alors donné par l'équation (2.41):

$$\bar{\Psi} = \Psi_0 + \Psi_{NL} \quad (2.46)$$

où $\Psi_{NL} = 2k\bar{x}$ est le déphasage non linéaire lié au déplacement du miroir sous l'effet de la pression de radiation moyenne:

$$\Psi_{NL} = 4\hbar k^2 \chi[0] \bar{I} \quad (2.47)$$

Ces relations montrent que l'effet de la pression de radiation moyenne correspond à un effet Kerr, comme celui produit par un milieu non linéaire de type $\chi^{(3)}$ placé dans une cavité : le champ dans la cavité subit un déphasage proportionnel à son

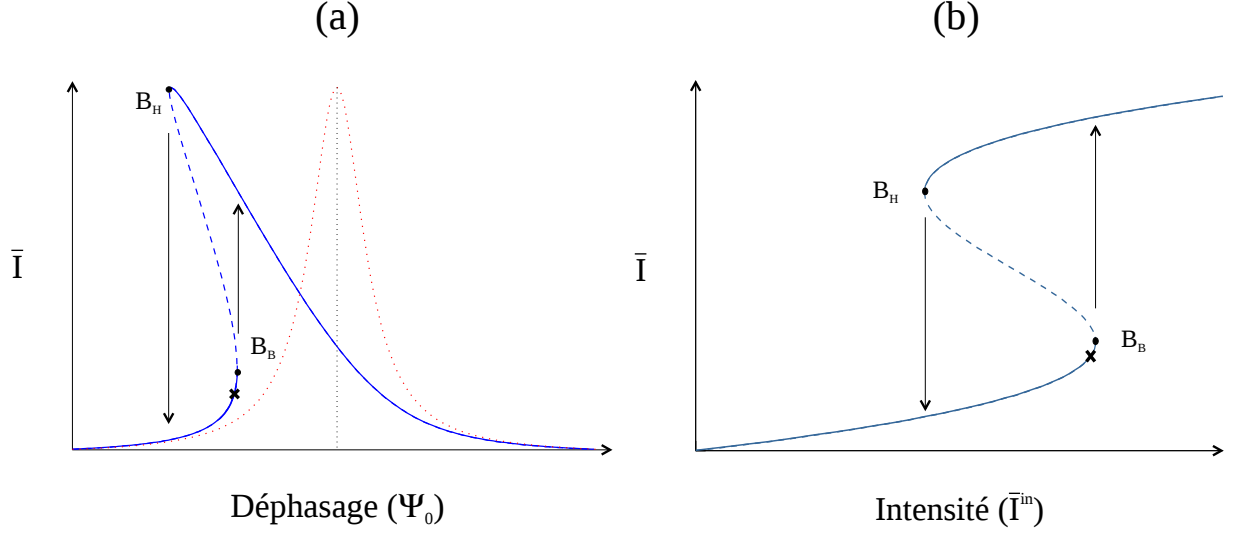


Fig. 15: Comportement bistable de l'intensité dans une cavité à miroir mobile, en fonction du désaccord en fréquence entre le laser et la cavité (a) ou de l'intensité incidente (b). La partie en traits tiretés représente la zone instable de la courbe de bistabilité et les flèches indiquent le cycle d'hystérésis. Les croix sur les deux figures représentent le point de fonctionnement pour lequel sont calculés les spectres de bruit (figures 17 et 19)

intensité moyenne $\bar{I}$. Comme nous le verrons par la suite, le déphasage non linéaire Ψ_{NL} est le paramètre essentiel pour décrire l'amplitude des effets optomécaniques : le couplage optomécanique agit de façon appréciable sur les fluctuations quantiques lorsque le déphasage non linéaire est de l'ordre des pertes 2γ de la cavité.

La valeur moyenne des champs s'obtient en posant $\frac{d\alpha(t)}{dt} = 0$ dans l'équation (2.40a):

$$\bar{\alpha} = \frac{\sqrt{2\gamma}}{\gamma - i\bar{\Psi}} \bar{\alpha}^{in} \quad (2.48a)$$

$$\bar{\alpha}^{out} = \frac{\gamma + i\bar{\Psi}}{\gamma - i\bar{\Psi}} \bar{\alpha}^{in} \quad (2.48b)$$

Si l'on oublie la variation du déphasage total $\bar{\Psi}$ avec l'intensité intracavité, on retrouve ici les expressions usuelles des champs pour une cavité Fabry-Perot à une seule entrée-sortie. La cavité étant supposée sans perte, le champ réfléchi a la même intensité que le champ incident (équation 2.48b). Le champ subit simplement un déphasage qui se traduit par une rotation dans l'espace des phases, avec un angle qui dépend de $\bar{\Psi}$. L'intensité intracavité $\bar{I}$ est donnée par le module carré de l'équation (2.48a). Il apparaît une résonance Lorentzienne autour de $\bar{\Psi} = 0$. La largeur de ce pic d'Airy est égale à 2γ et l'intensité intracavité $\bar{I}$ à résonance est égale à l'intensité incidente $\bar{I}^{in}$, amplifiée par un facteur $2/\gamma$. On déduit de ces résultats l'expression de la finesse $\mathcal{F}$ de

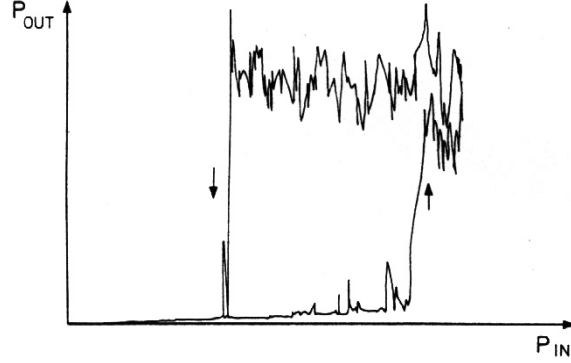


Fig. 16: Cycle d'hystérésis observé par *Dorsel et al*[11] en mesurant la puissance intracavité en fonction de la puissance incidente

la cavité :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{\gamma} \quad (2.49)$$

Notons enfin que tous les champs sont définis à une phase globale près. Dans toute la suite, on choisira cette phase de telle manière que le champ intracavité $\bar{\alpha}$ soit réel. Si l'on tient compte de la variation du déphasage $\bar{\Psi}$ avec l'intensité intracavité, la présence du déphasage non linéaire Ψ_{NL} entraîne une déformation du pic d'Airy. La figure 15a montre comment varie l'intensité intracavité $\bar{I}$ lorsque le déphasage Ψ_0 est balayé, par exemple en modifiant la fréquence optique ω_0 du faisceau incident. Cet effet est responsable du comportement bistable de la cavité[10] : pour certaines valeurs du déphasage, il existe plusieurs solutions pour l'intensité intracavité.

Le phénomène de bistabilité peut se comprendre de la façon suivante. Lorsqu'on balaye la fréquence du faisceau incident de manière à augmenter Ψ_0 , l'intensité suit la branche basse de la résonance jusqu'à atteindre le point tournant B_B . A partir de ce point, l'intensité augmente brusquement et passe sur la branche haute. Lorsqu'on balaye Ψ_0 dans le sens inverse, l'intensité suit d'abord la branche haute de la résonance jusqu'à atteindre le second point tournant B_H , à partir duquel l'intensité chute brusquement pour passer sur la branche basse. On obtient ainsi un cycle d'hystérésis caractéristique des systèmes bistables.

On peut aussi observer la bistabilité en faisant varier l'intensité incidente $\bar{I}^{in}$, pour un déphasage Ψ_0 fixé (figure 15b). L'intensité $\bar{I}$ est en effet solution d'une équation du troisième degré que l'on obtient à partir des équations (2.46) à (2.48a) :

$$\bar{I} [\gamma^2 + (\Psi_0 + 4\hbar k^2 \chi[0] \bar{I})^2] = 2\gamma \bar{I}^{in} \quad (2.50)$$

Cette relation montre qu'il peut exister, pour une valeur donnée de l'intensité incidente, trois solutions stationnaires de l'intensité intracavité. L'une des solutions se trouve sur la branche instable qui relie les deux points tournants de la courbe de bistabilité[10]. Un raisonnement similaire à celui fait pour la figure (15a), montre que le système

parcourt un cycle d'hystérésis lorsqu'on fait varier l'intensité incidente. Cette bistabilité d'origine mécanique a déjà été observée expérimentalement[11]. Le montage utilisé dans cette expérience était constitué d'une cavité de finesse 15 dont l'un des miroirs es déposé sur une plaque en quartz, pesant 60 *mg* et suspendue par deux fils en tungstène. La fréquence de résonance mécanique de ce pendule est de l'ordre de quelques Hertz. La figure 16 montre le cycle d'hystérésis observé expérimentalement, en faisant varier la puissance incidente P_{in} . L'axe vertical représente la puissance P_{out} de la lumière résiduelle transmise par le second miroir de la cavité. Cette puissance est directement proportionnelle à l'intensité intracavité. Dans cette expérience, les points tournants de la bistabilité correspondent à des puissances incidentes de 1.1 et 2.2 *W*.

2.3.4 Evolution des fluctuations quantiques

Pour étudier les fluctuations quantiques, nous utilisons la méthode semi-classique dont les principes ont été exposés dans la partie 2.2[24]. Elle consiste à écrire le champ sous la forme $\alpha(t) = \bar{\alpha} + \delta\alpha(t)$ où $\bar{\alpha}$ est la valeur moyenne du champ et $\delta\alpha(t)$ est une variable aléatoire classique, associée aux fluctuations quantiques par l'intermédiaire de la distribution de Wigner. Plus précisément, la distribution de Wigner pour un champ dépendant du temps est une fonction d'un ensemble de variables $\alpha[\Omega]$ et $\alpha^*[\Omega]$, qui sont les transformées de Fourier des variables $\alpha(t)$ et $\alpha^*(t)$:

$$\alpha[\Omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(t) e^{i\Omega t} dt \quad (2.51a)$$

$$\alpha^*[\Omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha^*(t) e^{i\Omega t} dt \quad (2.51b)$$

Notons que $\alpha^*[\Omega]$ n'est pas le complexe conjugué de $\alpha[\Omega]$, puisque les deux variables évoluent à la même fréquence Ω . On a en fait la relation:

$$\alpha^*[\Omega] = (\alpha[-\Omega])^* \quad (2.52)$$

La distribution de Wigner pour un état cohérent est une Gaussienne dont la largeur est définie par les valeurs moyennes[24]:

$$\begin{aligned} \langle \delta\alpha[\Omega] \delta\alpha[\Omega'] \rangle &= \langle \delta\alpha^*[\Omega] \delta\alpha^*[\Omega'] \rangle = 0 \\ \langle \delta\alpha[\Omega] \delta\alpha^*[\Omega'] \rangle &= \pi \delta(\Omega + \Omega') \end{aligned} \quad (2.53)$$

Les principes de la méthode semi-classique présentés dans la partie 2.2 se généralisent alors pour un champ dépendant du temps. Une quadrature quelconque du champ est définie par ses composantes spectrales $\alpha_\theta[\Omega]$, reliées aux variables α et α^* par une relation similaire à (2.28):

$$\alpha_\theta[\Omega] = e^{-i\theta} \alpha[\Omega] + e^{i\theta} \alpha^*[\Omega] \quad (2.54)$$

Le bruit de cette quadrature n'est plus défini par une variance mais par un spectre $S_\theta [\Omega]$:

$$\langle \delta\alpha_\theta [\Omega] \delta\alpha_\theta [\Omega'] \rangle = 2\pi \delta(\Omega + \Omega') S_\theta [\Omega] \quad (2.55)$$

A partir des relations (2.53), on retrouve que pour un état cohérent, le spectre $S_\theta [\Omega]$ est égal à 1 quelque soit l'angle θ .

Les bruits d'intensité et de phase sont toujours reliés aux quadratures d'amplitude $\alpha_{\bar{\varphi}}$ et de phase $\alpha_{\bar{\varphi}+\pi/2}$, où $\bar{\varphi}$ est la phase du champ moyen:

$$\delta I [\Omega] = |\bar{\alpha}| \delta\alpha_{\bar{\varphi}} [\Omega] \quad (2.56a)$$

$$\delta\varphi [\Omega] = \frac{1}{2|\bar{\alpha}|} \delta\alpha_{\bar{\varphi}+\pi/2} [\Omega] \quad (2.56b)$$

Pour un état cohérent, ces bruits sont indépendants de la fréquence et ne dépendent que de l'intensité moyenne $\bar{I}$:

$$S_I [\Omega] = \bar{I} \quad , \quad S_\varphi [\Omega] = \frac{1}{4\bar{I}} \quad (2.57)$$

Ces différentes relations permettent d'associer une représentation semi-classique aux fluctuations quantiques. Comme dans le cas d'un champ indépendant du temps, l'évolution de ces fluctuations depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la cavité est obtenue en linéarisant les équations classiques autour du point de fonctionnement moyen. A partir des équations (2.40) à (2.42), on trouve pour la cavité à miroir mobile:

$$(\gamma - i\bar{\Psi} - i\Omega\tau) \delta\alpha [\Omega] = \sqrt{2\gamma} \delta\alpha^{in} [\Omega] + i\bar{\alpha} \delta\Psi [\Omega] \quad (2.58a)$$

$$\delta\alpha^{out} [\Omega] = \sqrt{2\gamma} \delta\alpha [\Omega] - \delta\alpha^{in} [\Omega] \quad (2.58b)$$

$$\bar{\alpha} \delta\Psi [\Omega] = \bar{\chi} [\Omega] \Psi_{NL} (\delta\alpha [\Omega] + \delta\alpha^* [\Omega]) + 2k\bar{\alpha}\chi [\Omega] F_T [\Omega] \quad (2.58c)$$

où $\bar{\chi} [\Omega] = \chi [\Omega] / \chi [0]$ est la susceptibilité normalisée à 1 à fréquence nulle. On peut éliminer les variables $\delta\alpha [\Omega]$ et $\delta\Psi [\Omega]$ dans ce système d'équations. On obtient alors une relation d'entrée-sortie pour les fluctuations, qui donne les fluctuations sortantes $\delta\alpha^{out} [\Omega]$ en fonction des fluctuations entrantes $\delta\alpha^{in} [\Omega]$ et $F_T [\Omega]$:

$$\delta\alpha^{out} [\Omega] = c_1 [\Omega] \delta\alpha^{in} [\Omega] + c_2 [\Omega] \delta\alpha^{in*} [\Omega] + c_T [\Omega] F_T [\Omega] \quad (2.59)$$

où les coefficients $c_1 [\Omega]$, $c_2 [\Omega]$ et $c_T [\Omega]$ dépendent des paramètres du système:

$$c_1 [\Omega] = \frac{1}{\Delta} \{ (\Omega\tau)^2 + (\gamma + i\bar{\Psi}) (\gamma + i\bar{\Psi} + 2i\Psi_{NL} \bar{\chi} [\Omega]) \} \quad (2.60a)$$

$$c_2 [\Omega] = \frac{2i}{\Delta} \gamma \Psi_{NL} \bar{\chi} [\Omega] \quad (2.60b)$$

$$c_T [\Omega] = \frac{2i}{\Delta} \sqrt{2\gamma k\alpha} (\gamma + i\bar{\Psi} - i\Omega\tau) \chi [\Omega] \quad (2.60c)$$

avec:

$$\Delta = (\gamma - i\Omega\tau)^2 + \bar{\Psi}^2 + 2\bar{\Psi} \Psi_{NL} \bar{\chi} [\Omega] \quad (2.61)$$

2.3.5 Spectre de bruit quantique

La relation d'entrée-sortie des fluctuations établie dans la section précédente (équation 2.59) permet de relier le spectre $S_{\theta}^{out} [\Omega]$ pour n'importe quelle quadrature du champ réfléchi aux fluctuations entrantes $\delta\alpha^{in}$ et F_T . Ces fluctuations étant indépendantes, tous les termes croisés du type $\langle \delta\alpha^{in} [\Omega] \delta F_T [\Omega'] \rangle$ sont nuls. On suppose d'autre part que le champ incident est dans un état cohérent. Les fluctuations incidentes sont alors caractérisées par les fonctions de corrélations d'ordre deux données par les équations (2.53). Enfin, la force de Langevin F_T est caractérisée par le spectre de bruit thermique $S_T [\Omega]$ (équation 2.44). On obtient alors:

$$S_{\theta}^{out} [\Omega] = \frac{1}{2} (\mathcal{C}^{in} [\Omega] + \mathcal{C}^{in} [-\Omega]) + \mathcal{C}_T [\Omega] S_T [\Omega] \quad (2.62)$$

où les quantités $\mathcal{C}^{in} [\Omega]$ et $\mathcal{C}_T [\Omega]$ s'expriment en fonction des coefficients c_1 , c_2 , et c_T :

$$\mathcal{C}^{in} [\Omega] = |e^{-i\theta} c_1 [\Omega] + e^{i\theta} c_2^* [-\Omega]|^2 \quad (2.63a)$$

$$\mathcal{C}_T [\Omega] = |e^{-i\theta} c_T [\Omega] + e^{i\theta} c_T^* [-\Omega]|^2 \quad (2.63b)$$

Cette expression permet de déterminer le spectre de n'importe quelle quadrature du champ sortant. Nous allons nous intéresser plus particulièrement au bruit d'intensité et au spectre de bruit optimum. Ce dernier correspond au spectre $S_{opt} [\Omega]$ obtenu en choisissant, à chaque fréquence Ω , la quadrature α_{θ} qui a le bruit minimum.

Les fluctuations d'intensité sont reliées à la quadrature d'amplitude $\alpha_{\bar{\varphi}}$ (équation 2.56a):

$$S_I^{out} [\Omega] = \bar{I} S_{\bar{\varphi}}^{out} [\Omega] \quad (2.64)$$

où $\bar{\varphi}$ est la phase moyenne du champ sortant, donnée par:

$$e^{i\bar{\varphi}} = \frac{\gamma + i\bar{\Psi}}{\sqrt{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2}} \quad (2.65)$$

A partir des équations (2.62) et (2.63), on obtient alors:

$$S_I^{out}[\Omega] = \bar{T}^{out} (1 + \mathcal{S}[\Omega] + \mathcal{T}[\Omega]) \quad (2.66)$$

Les quantités $\mathcal{S}[\Omega]$ et $\mathcal{T}[\Omega]$ sont données par:

$$\mathcal{S}[\Omega] = \frac{8\gamma^2\bar{\Psi}\Omega\tau}{|\Delta[\Omega]|^2} \frac{\Psi_{NL}}{\gamma} \left\{ \bar{\chi}_I[\Omega] + \frac{\gamma\Omega\tau}{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2} \bar{\chi}_R[\Omega] \right\} \quad (2.67a)$$

$$\mathcal{T}[\Omega] = \frac{8(\gamma\bar{\Psi}\Omega\tau)^2}{(\gamma^2 + \bar{\Psi}^2)|\Delta[\Omega]|^2} \frac{\Psi_{NL}}{\gamma} |\bar{\chi}[\Omega]|^2 \frac{\chi[0]}{\hbar} S_T[\Omega] \quad (2.67b)$$

où $\bar{\chi}_R[\Omega]$ et $\bar{\chi}_I[\Omega]$ sont respectivement les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité normalisée $\bar{\chi}[\Omega]$.

Lorsque $\mathcal{S}[\Omega]$ et $\mathcal{T}[\Omega]$ sont nuls, comme c'est le cas à fréquence nulle, le spectre de bruit d'intensité est égal à l'intensité moyenne $\bar{T}^{out}$, c'est-à-dire au bruit quantique standard. Le fait que le bruit d'intensité n'est pas modifié à fréquence nulle peut se comprendre à partir de la représentation de la distribution de Wigner dans l'espace des phases (figure 9, page 20). Chaque point de la distribution du faisceau incident subit en effet une rotation autour de l'origine, et la projection de la distribution sur l'axe du champ moyen n'est pas modifiée. La conservation de la distribution en intensité à fréquence nulle est liée à la conservation du nombre de photons sur des temps longs par rapport au temps de stockage de la cavité.

A fréquence non nulle, $\mathcal{S}[\Omega]$ et $\mathcal{T}[\Omega]$ sont en général non nuls, et le bruit de photon du champ réfléchi n'est plus égal au bruit quantique standard. On peut remarquer que $\mathcal{S}[\Omega]$ et $\mathcal{T}[\Omega]$ sont proportionnels au rapport Ψ_{NL}/γ entre le déphasage non linéaire et les pertes de la cavité : le bruit de photon n'est modifié de manière appréciable que si ce rapport est de l'ordre de 1. D'autre part, le paramètre $\mathcal{T}[\Omega]$ est associé au bruit thermique du miroir mobile et il est toujours positif : le mouvement Brownien du miroir mobile induit toujours une augmentation du bruit de photon du faisceau réfléchi par la cavité. Par contre, le paramètre $\mathcal{S}[\Omega]$ peut être négatif, si le désaccord $\bar{\Psi}$ est négatif. Comme nous allons le montrer, on peut alors trouver des conditions de fonctionnement pour lesquels le bruit de photon est réduit en-dessous du bruit quantique standard. Pour cela, nous allons nous placer dans le cas simple où le mouvement du miroir est harmonique. La susceptibilité mécanique $\chi[\Omega]$ est alors donnée par la relation (2.11).

2.3.5.1 Réduction du bruit de photon à température nulle

Nous supposons que le miroir mobile est caractérisé par les mêmes paramètres que dans la partie 2.1 : fréquence de résonance mécanique $\Omega_M = 10^5 \text{ rad/s}$, masse $M = 100 \text{ mg}$ et facteur de qualité $Q = 10^6$. Nous supposons d'autre part que la cavité a une finesse $\mathcal{F} = 3 \cdot 10^5$ (soit $\gamma = 10^{-5}$) et une bande passante $\Omega_{cav} = \gamma/\tau$ égale à $\Omega_M/3$. L'efficacité de la compression du champ dépend beaucoup de l'écart entre le point de fonctionnement de la cavité et les points tournants de la bistabilité. C'est en effet au voisinage de ces points tournants que les effets non linéaires, responsables de la modification du bruit quantique, sont les plus importants. On peut montrer que le bruit de photon à basse fréquence est directement proportionnel à la pente $\sigma = d\bar{I}^n/d\bar{I}$ de la courbe de bistabilité, pente qui s'annule aux points tournants (voir courbe 15b, page 29)[12]. A partir de l'équation (2.50), on peut exprimer cette pente en fonction du point de fonctionnement de la cavité (déphasage Ψ_0 et déphasage non linéaire Ψ_{NL}):

$$\sigma = \frac{1}{2\gamma} (3\Psi_{NL}^2 + 4\Psi_0\Psi_{NL} + \gamma^2 + \Psi_0^2) \quad (2.68)$$

La pente σ peut s'annuler pour des valeurs positives du déphasage non linéaire Ψ_{NL} à condition que le déphasage Ψ_0 soit inférieur à $-\sqrt{3}\gamma$. On choisit donc un déphasage Ψ_0 égal à -3γ . Dans ces conditions, les deux points tournants de la bistabilité (points B_B et B_H de la figure 15b) correspondent à des déphasages non linéaires Ψ_{NL} égaux à 1.2γ et 2.8γ . On choisit alors un point de fonctionnement situé sur la branche basse de la courbe de bistabilité, au voisinage du point tournant B_B , en prenant $\Psi_{NL} = \gamma$. En d'autres termes, la pression de radiation moyenne exercée sur le miroir mobile déplace celui-ci d'une quantité $\bar{x}$ égale à la moitié de la largeur $\lambda/2\mathcal{F}$ de la résonance, soit environ 10^{-12} mètre .

Le choix du déphasage Ψ_0 et du déphasage non linéaire Ψ_{NL} fixe le point de fonctionnement sur la courbe de bistabilité (croix sur la figure 15). On peut aussi définir le point de fonctionnement par le déphasage global $\bar{\Psi}$, égal à -2γ . Ces paramètres correspondent à une puissance lumineuse incidente que l'on peut déduire des équations (2.47) et (2.48a):

$$\Psi_{NL} = \frac{2\gamma}{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2} \frac{4\hbar k^2}{M\Omega_M^2} \bar{I}^{in} \quad (2.69)$$

Avec les paramètres choisis, on trouve une puissance incidente P_{in} de 3 mW ($\bar{I}^{in} \approx 2 \cdot 10^{16} \text{ photons/s}$).

Le spectre d'intensité et le spectre optimum obtenus à température nulle sont représentés sur la figure 17. On peut distinguer deux domaines de fréquences : à basse fréquence ($\Omega \ll \Omega_M$) et au voisinage de la résonance mécanique ($\Omega \approx \Omega_M$). A basse fréquence, le comportement du système est similaire à celui d'un milieu Kerr idéal placé dans une cavité[12]. Dans cette plage de fréquence, la susceptibilité mécanique peut en effet être considérée comme constante et égale à sa valeur statique $1/M\Omega_M^2$. Le déphasage non linéaire subi par le champ est alors tout à fait équivalent à celui produit par un milieu Kerr idéal.

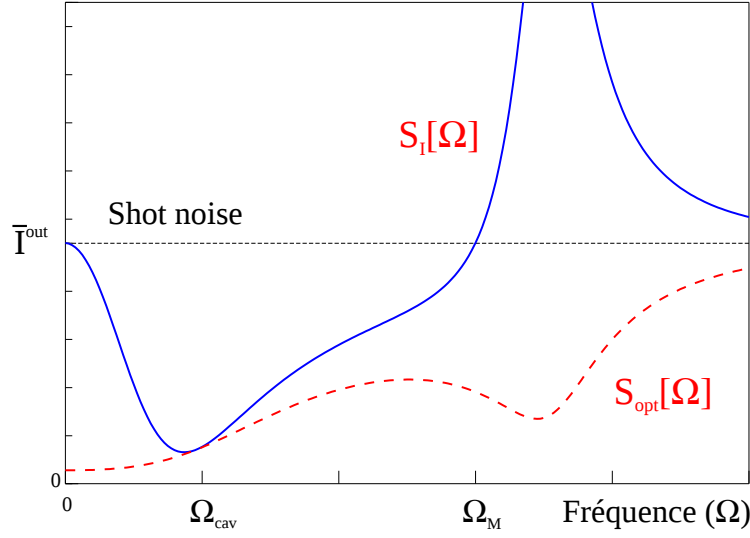


Fig. 17: Spectre d'intensité (trait plein) et spectre optimum (tirets) en fonction de la fréquence Ω , à température nulle. Le point de fonctionnement de la cavité est fixé par le désaccord $\bar{\Psi} = -2\gamma$ et par le déphasage non linéaire $\Psi_{NL} = \gamma$

On peut comprendre le comportement des spectres de la figure 17 à l'aide de la représentation de la distribution de Wigner dans l'espace des phases. La figure 18 montre l'évolution avec la fréquence de la distribution du champ réfléchi, depuis la fréquence nulle (ellipse noire), jusqu'à une fréquence voisine de la bande passante de la cavité Ω_{cav} (ellipse blanche). Le premier effet est une diminution de l'excentricité de l'ellipse lorsque la fréquence augmente. La cavité se comporte en effet comme un filtre passe bas pour les fluctuations, et l'efficacité de la non linéarité diminue au fur et à mesure que la fréquence augmente. Le bruit optimum $S_{\text{opt}}[\Omega]$, qui est en fait relié à la longueur du petit axe de l'ellipse, croît avec la fréquence.

Le second effet est une rotation de l'ellipse avec la fréquence. Le petit axe de l'ellipse peut alors devenir parallèle au champ moyen (ellipse grise sur la figure 18). Ainsi le bruit d'intensité, qui est relié à la projection de la distribution sur le champ moyen, est réduit pour des fréquences non nulles : partant du bruit quantique standard à fréquence nulle, le bruit de photon diminue jusqu'à rejoindre le bruit optimum. Pour des fréquences supérieures, le petit axe n'est plus aligné avec le champ moyen et le bruit de photon remonte au dessus du bruit optimum.

A haute fréquence ($\Omega \gg \Omega_{\text{cav}}$), les deux spectres rejoignent le bruit quantique standard, puisque la distribution tend vers un disque identique à la distribution du champ incident. Ce comportement est toutefois perturbé au voisinage de la résonance mécanique ($\Omega \approx \Omega_M$), où la dynamique du miroir mobile joue un rôle important. Dans cette région, le bruit optimum est plus réduit qu'avec un milieu Kerr idéal. Cependant le spectre d'intensité présente un fort excès de bruit.

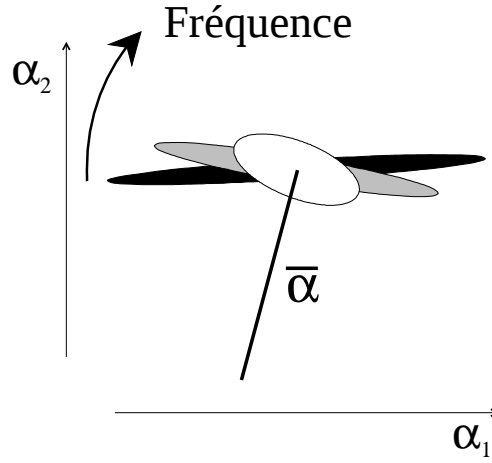


Fig. 18: Evolution avec la fréquence de la distribution du champ réfléchi, dans l'espace des phases

2.3.5.2 Effets du bruit thermique

A température non nulle, le bruit thermique du miroir mobile agit sur les fluctuations quantiques du champ. On peut voir sur l'expression du bruit d'intensité (paramètre $\mathcal{T}$ [Ω] dans l'équation 2.66), mais aussi sur l'expression générale du spectre S_{θ}^{out} [Ω] (dernier terme dans l'équation 2.62), que le bruit thermique augmente toujours le bruit du faisceau réfléchi.

En utilisant l'expression du spectre de bruit thermique S_T [Ω] (équation 2.44), on montre que la contribution du bruit thermique au spectre d'intensité est donnée par :

$$\mathcal{T} [\Omega] = \frac{16 (\gamma \bar{\Psi} \Omega \tau)^2}{(\gamma^2 + \bar{\Psi}^2) |\Delta [\Omega]|^2} \frac{\Psi_{NL}}{\gamma} |\bar{\chi} [\Omega]|^2 \frac{n_T}{Q} \quad (2.70)$$

où n_T représente le nombre de phonons thermiques à la fréquence de résonance mécanique Ω_M :

$$n_T = \frac{k_B T}{\hbar \Omega_M} \quad (2.71)$$

Pour minimiser les effets du bruit thermique, il est nécessaire de se placer à basse température et d'utiliser un oscillateur mécanique ayant un grand facteur de qualité Q . La figure 19 montre l'effet du bruit thermique sur le spectre de bruit d'intensité du champ sortant, à des températures de 0.1 et 1 *Kelvin*. Pour des températures très basses, inférieures à 0.1 *K*, l'excès de bruit à basse fréquence reste modéré puisque le bruit de photon est toujours réduit en dessous du bruit quantique standard. Cependant le bruit thermique masque complètement les effets quantiques dès que la température s'élève : à une température aussi basse que 1 *Kelvin*, le bruit du faisceau réfléchi est largement au dessus du bruit de photon standard.

Il est donc nécessaire d'optimiser les paramètres du système de façon à réduire l'influence du bruit thermique. L'équation (2.71) montre que le bruit thermique est

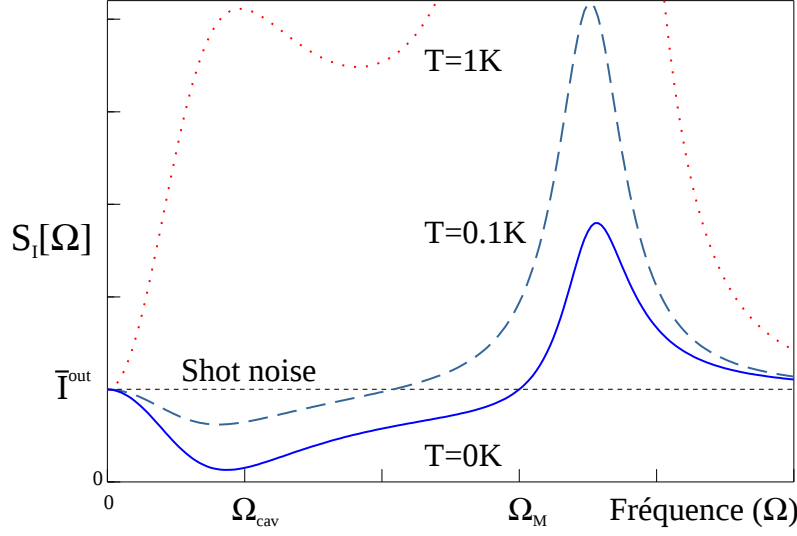


Fig. 19: Effet du bruit thermique du miroir mobile sur le spectre de bruit d'intensité du champ réfléchi par la cavité, à des températures de 0.1 et 1 Kelvin

inversement proportionnel à la fréquence de résonance mécanique Ω_M . On peut réduire les effets du bruit thermique en augmentant cette fréquence. Ceci ne peut être fait avec un système pendulaire, mais plutôt en utilisant un résonateur mécanique, comme par exemple les résonateurs piézoélectriques en quartz. De tels résonateurs ont des fréquences de résonance mécanique bien supérieures à 10^5 rad/s .

La figure 20 montre les spectres de bruit obtenus pour une fréquence de résonance Ω_M égale à 10^7 rad/s , les autres paramètres étant identiques à ceux de la figure 19 ($\Psi_{NL} = \gamma$, $\bar{\Psi} = -2\gamma$). Le bruit thermique est essentiellement concentré au voisinage de la résonance mécanique. A basse fréquence, l'excès de bruit reste modéré même à une température de 4 *Kelvin*.

Augmenter la fréquence de résonance permet donc de rendre les effets quantiques dominants devant les effets thermiques pour des températures raisonnables. Notons cependant que cela présente plusieurs inconvénients. Tout d'abord, il est nécessaire d'augmenter dans les mêmes proportions la bande passante Ω_{cav} de la cavité de façon à limiter l'effet de filtrage produit par celle-ci. Etant donné les finesses mises en jeu, cela impose de construire une cavité très courte, de l'ordre de 0.5 *mm* de longueur. D'autre part, pour conserver la condition $\Psi_{NL} = \gamma$, il est nécessaire de diminuer la masse du résonateur et d'augmenter l'intensité lumineuse (voir équation 2.69). Pour un résonateur de masse M égale à 1 *mg*, la puissance incidente doit être de l'ordre de 300 *mW*.

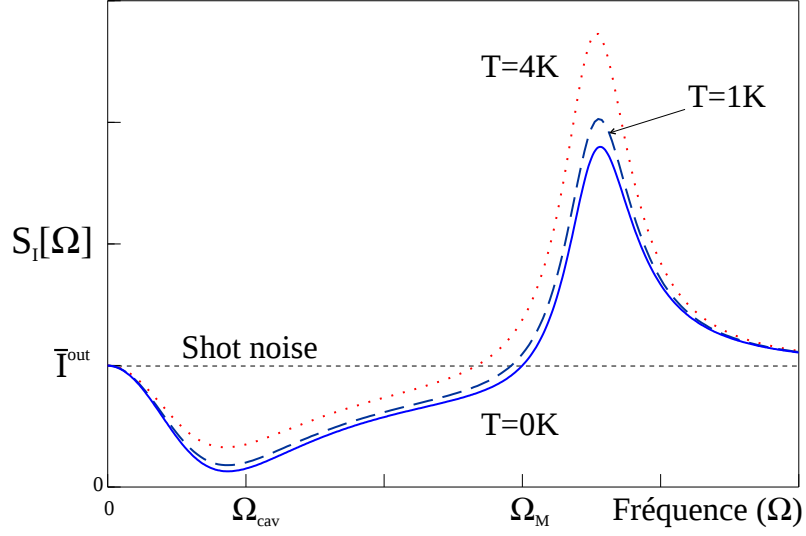


Fig. 20: Effet du bruit thermique du miroir mobile sur le spectre de bruit d'intensité du champ réfléchi par la cavité, pour une fréquence de résonance mécanique Ω_M du miroir égale à 10^7 rad/s . Pour garder le même point de fonctionnement que dans les figures 17 et 19, le faisceau incident a une puissance P_{in} égale à 300 mW et le miroir mobile a une masse M de 1 mg

2.4 Mesures de petits déplacements

A l'aide des résultats obtenus dans la partie précédente, nous pouvons à présent mener une étude plus détaillée de la limite de sensibilité lors d'une mesure de déplacement du miroir de la cavité. Nous commencerons cette partie en établissant de manière générale l'expression de la sensibilité optimale du dispositif (section 2.4.1). Nous appliquerons ensuite le résultat obtenu à la mesure du bruit thermique du miroir mobile (section 2.4.2) et nous présenterons les spectres de bruit pour deux modèles de dissipation thermique. Nous terminerons cette partie par une étude du dispositif permettant de réaliser une mesure quantique non destructive de l'intensité d'un faisceau lumineux (section 2.4.3).

2.4.1 Sensibilité optimale d'une mesure optique de déplacement

Nous avons vu dans les sections 2.2.1 et 2.2.3 que la phase du champ réfléchi par la cavité est sensible aux déplacements du miroir mobile. Cette sensibilité atteint son maximum lorsque le faisceau est à résonance avec la cavité. Les champs moyens intracavité et réfléchi sont alors donnés par les équations (2.48) avec $\bar{\Psi} = 0$:

$$\bar{\alpha}^{out} = \bar{\alpha}^{in} = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \bar{\alpha} \quad (2.72)$$

Le champ intracavité $\bar{\alpha}$ étant choisi réel, on en déduit qu'à résonance tous les champs sont réels et le champ réfléchi est égal au champ incident.

Nous supposons que le miroir est soumis à une variation de position δx [Ω]. Nous allons maintenant déterminer comment ce déplacement se traduit sur le spectre du faisceau réfléchi par la cavité. Nous nous intéresserons dans la suite aux deux composantes d'amplitude et de phase du champ α , que l'on notera respectivement p et q . Dans le cas d'un champ réel, l'amplitude et la phase s'identifient aux deux quadratures α_1 et α_2 définies dans la section 2.2.2:

$$p = \alpha + \alpha^* \quad , \quad q = i(\alpha^* - \alpha) \quad (2.73)$$

En substituant le déphasage $\delta\Psi$ du champ intracavité par $2k\delta x$ dans les équations (2.58a) et (2.58b), on obtient les fluctuations des champs intracavité et réfléchi en fonction des fluctuations du champ incident et de la position du miroir mobile:

$$\delta p [\Omega] = \frac{\sqrt{2}}{\gamma - i\Omega\tau} \delta p^{in} [\Omega] \quad (2.74a)$$

$$\delta q [\Omega] = \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma - i\Omega\tau} \delta q^{in} [\Omega] + \frac{4}{\gamma - i\Omega\tau} \bar{\alpha}k \delta x [\Omega] \quad (2.74b)$$

$$\delta p^{out} [\Omega] = \frac{\gamma + i\Omega\tau}{\gamma - i\Omega\tau} \delta p^{in} [\Omega] \quad (2.74c)$$

$$\delta q^{out} [\Omega] = \frac{\gamma + i\Omega\tau}{\gamma - i\Omega\tau} \delta q^{in} [\Omega] + \frac{4\sqrt{2}\gamma}{\gamma - i\Omega\tau} \bar{\alpha}k \delta x [\Omega] \quad (2.74d)$$

Les équations (2.74a) et (2.74c) montrent qu'à résonance, les fluctuations d'amplitude ne sont couplées ni aux fluctuations de phase, ni aux variations de position du miroir. En particulier, le spectre de bruit d'amplitude du faisceau réfléchi $S_p^{out} [\Omega]$ est égal au spectre de bruit incident $S_p^{in} [\Omega]$:

$$S_p^{out} [\Omega] = S_p^{in} [\Omega] \quad (2.75)$$

Pour un champ incident cohérent, le champ réfléchi a donc un spectre de bruit d'amplitude égal à 1, c'est à dire un spectre de bruit d'intensité égal au bruit quantique standard $\bar{T}^{out}$ (équation 2.64). Nous verrons dans la section 2.4.3 que la relation (2.75) est indispensable si l'on veut réaliser une mesure quantique non destructive.

Par contre, les fluctuations de phase en sortie sont liées non seulement au bruit de phase incident mais aussi aux variations de position du miroir (équation 2.74d). Pour déterminer le spectre de bruit de phase S_q^{out} du faisceau réfléchi, il est nécessaire de faire des hypothèses supplémentaires sur les corrélations entre les variations de position δx du miroir et les fluctuations de phase δq^{in} du champ incident. Nous supposons ici que ces fluctuations sont décorrélées. Nous verrons que cette hypothèse est justifiée dans les deux configurations que nous étudions (mesure du bruit thermique du miroir,

mesure QND de l'intensité). On obtient alors l'expression suivante pour le spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi:

$$S_q^{out}[\Omega] = S_q^{in}[\Omega] + 256 \frac{1}{1 + (\Omega/\Omega_{cav})^2} \frac{\mathcal{F}^2 \bar{I}^{in}}{\lambda^2} S_x[\Omega] \quad (2.76)$$

où $S_q^{in}[\Omega]$ est le spectre de bruit de phase du champ incident, égal à 1 pour un état cohérent, et $S_x[\Omega]$ désigne le spectre de position du miroir mobile. Le spectre de phase en sortie apparaît donc comme la somme d'un terme de "bruit", égal au bruit de la composante de phase du champ incident, et d'un "signal", lié au spectre des déplacements du miroir, et filtré par la bande passante $\Omega_{cav} = \gamma/\tau$ de la cavité.

On peut à présent donner une estimation de la sensibilité $\delta x_{\min}$ d'une mesure de position. $\delta x_{\min}$ est l'amplitude de bruit de position du miroir qui fournit un signal du même ordre de grandeur que le bruit S_q^{in} (rapport signal à bruit égal à 1). Pour un faisceau incident cohérent ($S_q^{in}[\Omega] = 1$) et des fréquences petites devant la bande passante de la cavité ($\Omega \ll \Omega_{cav}$), on obtient une relation qui donne, en $m/\sqrt{Hz}$, le plus petit déplacement détectable du miroir mobile:

$$\delta x_{\min} = \frac{\lambda}{16\mathcal{F}} \frac{1}{\sqrt{\bar{I}^{in}}} \quad (2.77)$$

On retrouve ici l'expression obtenue à partir de raisonnements physiques simples dans la partie 2.2 (équation 2.35, page 21). On obtient ainsi une sensibilité optimale $\delta x_{\min} \approx 10^{-21} m/\sqrt{Hz}$ pour une finesse $\mathcal{F} = 3 \cdot 10^5$ et une puissance incidente $P_{in} = 3 \text{ mW}$.

Notons enfin que nous avons supposé que le mouvement du miroir est décorrélié des fluctuations de phase du faisceau incident. Si ce n'est pas le cas, il est possible de réduire le bruit du faisceau réfléchi en produisant un état comprimé comme nous l'avons montré dans la partie 2.3. Ceci peut permettre d'augmenter encore la sensibilité de la mesure. Nous reviendrons sur ce point dans la section 2.4.3.3.

2.4.2 Mesure du bruit thermique

Nous nous proposons dans cette section de montrer que la sensibilité de la cavité est suffisante pour mesurer le spectre des fluctuations thermiques du miroir. Afin d'obtenir une expression analytique du spectre, nous nous placerons dans le cas simple où le mouvement du miroir est décrit par un oscillateur harmonique amorti et nous présenterons deux modèles d'amortissement : l'amortissement visqueux et l'amortissement interne. Nous donnerons l'allure des spectres de bruit qui correspondent à chacun de ces deux modèles. Nous nous placerons à température ambiante et nous supposerons l'intensité incidente suffisamment faible pour pouvoir négliger les effets de pression de radiation sur le miroir mobile : le déplacement du miroir correspond au mouvement Brownien associé au couplage avec le bain thermique. Ce déplacement est donc décorrélié des fluctuations du champ incident et le spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi est donné par l'équation (2.76).

2.4.2.1 Théorème fluctuation-dissipation

Les fluctuations de position liées au bruit thermique peuvent être décrites à l'aide d'une force de Langevin F_T appliquée au miroir mobile. Les fluctuations de position $\delta x [\Omega]$ sont alors égales au produit de la susceptibilité $\chi [\Omega]$ par la force de Langevin, dont le spectre de bruit $S_T [\Omega]$ est donné par le théorème fluctuation-dissipation (équation 2.44). Le spectre des fluctuations thermiques de position du miroir $S_x [\Omega]$ s'écrit alors:

$$S_x [\Omega] = |\chi [\Omega]|^2 S_T [\Omega] = \frac{2k_B T}{\Omega} \mathcal{I}m (\chi [\Omega]) \quad (2.78)$$

Le théorème fluctuation-dissipation permet de relier le spectre de bruit thermique du miroir à la partie dissipative (partie imaginaire) de la susceptibilité qui décrit l'amortissement. Malheureusement, il n'existe pas de modèle théorique satisfaisant capable de décrire l'ensemble des effets de dissipation thermique dans les solides. Nous allons dans la suite considérer le cas d'un miroir harmonique amorti, ce qui nous permettra de donner une expression simple du spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi.

2.4.2.2 Oscillateur harmonique amorti : amortissements visqueux et interne

L'équation qui régit le mouvement d'un oscillateur harmonique libre de masse M , ayant une force de rappel égale à $-k_0 x$, s'écrit:

$$M \ddot{x}(t) = F(t) - k_0 x(t) \quad (2.79)$$

où $F(t)$ est une force extérieure appliquée à l'oscillateur harmonique. La dynamique de ce dernier est alors décrite par la susceptibilité mécanique $\chi_0 [\Omega]$:

$$\chi_0 [\Omega] = \frac{1}{M (\Omega_M^2 - \Omega^2)} \quad (2.80)$$

où la fréquence de résonance Ω_M est définie par $\Omega_M = \sqrt{\frac{k_0}{M}}$. Lorsque l'oscillateur harmonique est faiblement couplé à son environnement, il est nécessaire de rajouter à la susceptibilité $\chi_0 [\Omega]$ un terme imaginaire pour tenir compte de l'amortissement issu de ce couplage. La susceptibilité d'un oscillateur harmonique amorti peut donc s'écrire sous la forme:

$$\chi [\Omega] = \frac{1}{M (\Omega_M^2 - \Omega^2 - i\Omega_M^2 \Phi [\Omega])} \quad (2.81)$$

où $\Phi [\Omega]$ est une fonction a priori quelconque de la fréquence, qui doit néanmoins s'annuler à fréquence nulle car la susceptibilité $\chi(t)$ est réelle. On supposera dans la suite que l'amortissement est faible, c'est à dire que Φ est petit devant 1. En comparant les dénominateurs des deux expressions (2.80) et (2.81), on voit qu'il suffit de rajouter un terme imaginaire à la constante de raideur de l'oscillateur libre pour tenir compte de la dissipation:

$$k [\Omega] = k_0 (1 - i\Phi [\Omega]) \quad (2.82)$$

Si on applique à l'oscillateur harmonique une force sinusoïdale, on montre alors que $\Phi[\Omega]$ est lié à la fraction d'énergie dissipée durant chaque cycle, d'où l'appellation usuelle d'*angle de perte* pour Φ . Notons aussi que dans le cas où l'angle de perte varie peu au voisinage de la résonance mécanique, on peut relier l'angle de perte à résonance $\Phi[\Omega_M]$ au facteur de qualité Q :

$$\Phi[\Omega_M] = \frac{1}{Q} \quad (2.83)$$

La dépendance en fréquence de l'angle de perte n'est pas simple à déterminer car elle dépend des nombreux processus de dissipation qui se manifestent lorsqu'un corps est couplé à son environnement. Si l'on considère, par exemple, un miroir mobile fixé à un système pendulaire, le mouvement harmonique du pendule est amorti de la même manière qu'une particule Brownienne plongée dans un liquide : le pendule est soumis à une force de friction proportionnelle à sa vitesse. Ceci revient à rajouter au dénominateur de la susceptibilité χ_0 une partie imaginaire proportionnelle à la fréquence. Dans le cadre de ce modèle d'amortissement visqueux[32], l'angle de perte est donc une fonction linéaire de la fréquence:

$$\Phi_{vis}[\Omega] = \frac{\Omega}{Q\Omega_M} \quad (2.84)$$

Ce modèle ne permet pas cependant de décrire de façon satisfaisante la dissipation dans un solide. Plusieurs processus de dissipation peuvent coexister dans un solide. Citons par exemple la dissipation thermoélastique qui est due aux effets couplés des déformations et des gradients de température. Lors d'une excitation d'un mode de vibration interne, les zones dilatées du solide se refroidissent et les zones contractées se réchauffent. La thermalisation entre ces régions entraîne un effet de dissipation. Un autre type de dissipation est lié à la propagation de dislocations dues à la présence d'impuretés dans le solide. Ces impuretés absorbent une partie de l'énergie apportée par une excitation d'un mode de vibration interne du solide. On peut enfin citer la dissipation par pertes de recul qui est due au contact du solide avec son support. En général la masse du support n'est pas infinie et une partie de l'énergie stockée dans le solide peut être dissipée sous forme d'une excitation du support. Il existe encore d'autres processus de dissipation, et la diversité de ces processus rend difficile l'identification de la source principale de dissipation pour un matériau ou pour une géométrie donnée d'un solide.

Les modèles théoriques actuels ne permettent donc pas de décrire de façon complète les différents processus de dissipation. Il existe cependant une approximation raisonnable, basée sur des résultats expérimentaux, qui consiste à décrire l'ensemble des processus de dissipation par un angle de perte qui varie peu avec la fréquence[33]. Un modèle simple basé sur la théorie anélastique dans les solides décrit assez bien ce comportement de la dissipation[34]. Cette approximation prédit donc un angle de perte constant sur une large bande de fréquence, et égal d'après l'équation (2.83) à:

$$\Phi_{cst}[\Omega] = 1/Q \quad (2.85)$$

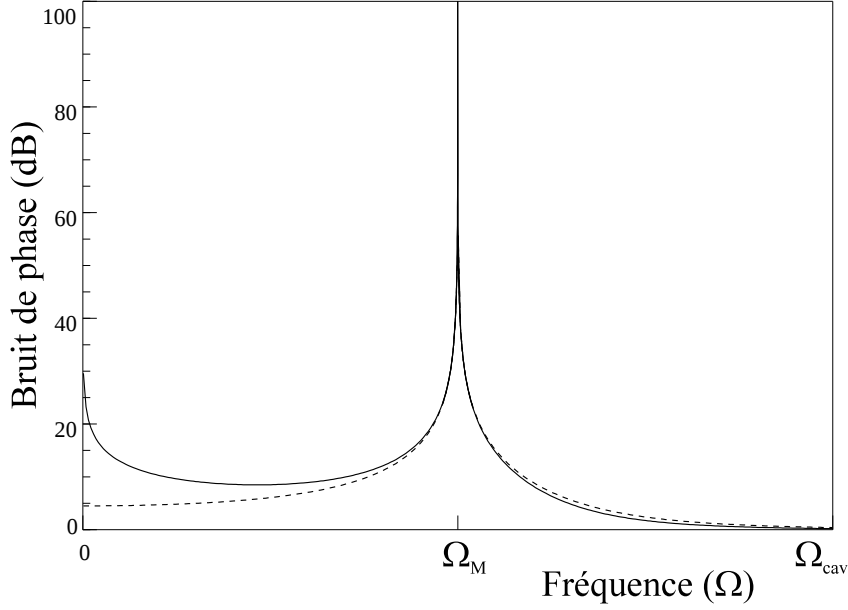


Fig. 21: Spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi à température ambiante. En dehors de la résonance mécanique, le bruit thermique dépend du modèle d'amortissement que l'on adopte : amortissement visqueux (tirets) et modèle Φ constant (trait plein)

2.4.2.3 Spectre de bruit thermique

Pour un oscillateur harmonique amorti, il est possible d'exprimer de manière simple le spectre de bruit de phase du champ réfléchi $S_q^{out}[\Omega]$. En utilisant les relations (2.76), (2.78) et (2.81) on trouve:

$$S_q^{out}[\Omega] = S_q^{in}[\Omega] + 16 \frac{|\bar{\chi}[\Omega]|^2}{1 + (\Omega/\Omega_{cav})^2} \frac{\Psi_{NL}}{\gamma} \frac{\Phi[\Omega]/\Omega}{\Phi[\Omega_M]/\Omega_M} \frac{n_T}{Q} \quad (2.86)$$

On obtient une expression qui ressemble beaucoup à celles obtenues dans la partie précédente, telles que l'équation (2.70) qui décrit la contribution du bruit thermique au spectre d'intensité du faisceau réfléchi. On retrouve ici les mêmes paramètres : le rapport entre le déphasage non linéaire Ψ_{NL} et les pertes γ de la cavité, et le rapport entre le nombre n_T de phonons thermiques et le facteur de qualité Q . Ces deux paramètres fixent l'amplitude globale de la contribution du bruit thermique au bruit de phase du faisceau réfléchi. La dépendance en fréquence est pour l'essentiel liée à la susceptibilité normalisée $\bar{\chi}[\Omega]$ et à un terme de filtrage dû à la bande passante Ω_{cav} de la cavité. Le dernier paramètre fait intervenir explicitement l'angle de perte $\Phi[\Omega]$ et dépend crucialement du modèle de dissipation choisi.

La figure 21 montre les spectres de bruit $S_q^{out}[\Omega]$ obtenus à température ambiante pour les deux modèles de dissipation (amortissement visqueux et Φ constant). Les paramètres sont identiques à ceux choisis dans la partie précédente (fréquence de résonance $\Omega_M = 10^7 \text{ rad/s}$, masse $M = 1 \text{ mg}$, facteur de qualité $Q = 10^6$, finesse

de la cavité $\mathcal{F} = 3 \cdot 10^5$). Pour pouvoir négliger les effets de pression de radiation devant les effets thermiques, le déphasage non linéaire Ψ_{NL} est égal à $\gamma/20$ ce qui correspond à une puissance incidente P_{in} de 3 mW (équation 2.69). Enfin la bande passante Ω_{cav} de la cavité est choisie égale à $2\Omega_M$ de façon à réduire l'effet de filtrage du bruit thermique.

Du fait de la très grande dynamique du bruit thermique (le terme $|\bar{\chi}[\Omega]|^2$ dans l'équation (2.86) prend des valeurs comprises entre 1 à basse fréquence et Q^2 à résonance), les spectres sont représentés en échelle logarithmique (décibel). L'axe vertical représente $10 \log S_q^{out}[\Omega]$ et la valeur 0 dB correspond au bruit de photon standard ($S_q^{out} = 1$). On voit que le bruit thermique est essentiellement concentré au voisinage de la résonance mécanique. Il est toutefois possible d'observer le bruit thermique même très loin de la résonance mécanique, puisqu'à basse fréquence le niveau de bruit est supérieur d'au moins 5 dB par rapport au bruit de photon. Notons que les techniques de mesure homodyne permettent de mesurer des écarts par rapport au bruit de photon standard avec une précision de l'ordre de 0.1 dB.

On voit que les deux modèles de dissipation se distinguent l'un de l'autre au niveau des ailes de la résonance : à basse fréquence, le modèle visqueux prévoit un "fond" de bruit thermique beaucoup plus faible que le modèle Φ constant. Il apparaît ainsi qu'une cavité à miroir mobile atteint une sensibilité suffisante pour étudier quantitativement le niveau et la distribution spectrale du bruit thermique du miroir mobile.

2.4.3 Mesure quantique non destructive de l'intensité lumineuse

Nous avons montré dans la partie précédente que le spectre de phase d'un faisceau interagissant avec la cavité de manière résonnante reproduit le bruit thermique du miroir mobile lorsque ce dernier est à température ambiante. On peut donc penser utiliser cette grande sensibilité pour sonder le mouvement du miroir mobile lorsqu'il est soumis à une force extérieure autre que la force de Langevin. Cette force extérieure peut être produite par les fluctuations quantiques de la pression de radiation d'un second faisceau (*faisceau signal*) qui interagit aussi avec la cavité (voir figure 13, page 25).

Pour un faisceau signal suffisamment intense, le mouvement du miroir reproduit les fluctuations d'intensité du faisceau. On crée ainsi des corrélations quantiques entre l'intensité du faisceau signal et la phase du faisceau de mesure. Nous avons vu dans la section 2.2.3.2 que ce système permet de réaliser une mesure QND de l'intensité sous certaines conditions. Il faut d'une part que les deux faisceaux soient résonnants avec la cavité et d'autre part que toutes les sources de bruit telles que le bruit thermique et le bruit de pression de radiation du faisceau de mesure soient négligeables devant les fluctuations de la pression de radiation du faisceau signal.

Nous allons dans cette section étudier en détail ce dispositif. Nous examinerons successivement les deux critères d'une mesure QND, à savoir les perturbations induites par la mesure sur le faisceau signal et les corrélations entre les faisceaux signal et mesure. La fin de la section est consacrée à une situation particulière où le faisceau de

mesure, tout en assurant la détection de l'intensité du faisceau signal, est comprimé par la cavité.

2.4.3.1 Perturbations du faisceau signal

Les faisceaux signal et mesure étant résonnants avec la cavité, leurs quadratures d'amplitude et de phase vérifient les relations établies au début de cette partie (équations 2.72 et 2.74). On trouve en particulier que les quadratures d'amplitude ne sont pas modifiées : une cavité résonnante se comporte comme un dispositif transparent pour l'intensité du champ. Aussi bien l'intensité moyenne que le spectre de bruit d'intensité du faisceau signal ne sont pas modifiés par la cavité:

$$|\overline{\alpha}_s^{out}|^2 = |\overline{\alpha}_s^{in}|^2 \quad , \quad S_{p,s}^{out}[\Omega] = S_{p,s}^{in}[\Omega] \quad (2.87)$$

L'appareil de mesure ne perturbe donc pas le signal mesuré. En fait, tout le bruit de la mesure est reporté sur la variable conjuguée, c'est à dire la quadrature de phase du champ réfléchi. On trouve en effet à partir des équations (2.74) que les quadratures $q_{s/m}$ des deux champs signal et mesure vérifient la relation:

$$\delta q_{s/m}^{out}[\Omega] = \frac{\gamma + i\Omega\tau}{\gamma - i\Omega\tau} \delta q_{s/m}^{in}[\Omega] + \frac{4\sqrt{2}\gamma}{\gamma - i\Omega\tau} k \overline{\alpha}_{s/m} \delta x[\Omega] \quad (2.88)$$

Le déplacement δx du miroir dépend de la présence des deux champs dans la cavité. Le miroir est soumis à trois forces : les forces de pression de radiation de chacun des deux champs et la force de Langevin associée au bruit thermique. Le mouvement du miroir est donc décrit par la relation:

$$\delta x[\Omega] = \chi[\Omega] (2\hbar k \overline{\alpha}_s \delta p_s[\Omega] + 2\hbar k \overline{\alpha}_m \delta p_m[\Omega] + F_T[\Omega]) \quad (2.89)$$

Les quantités $\overline{\alpha}_{s/m} \delta p_{s/m}[\Omega]$ représentent les fluctuations d'intensité $\delta I_{s/m}[\Omega]$ des deux champs intracavité (équation 2.56a). Nous avons supposé d'autre part que les deux champs intracavité n'interfèrent pas entre eux, par exemple en choisissant des polarisations orthogonales. A partir de l'équation (2.74a), on peut relier le déplacement du miroir aux fluctuations incidentes $\delta p_{s/m}^{in}[\Omega]$ et $F_T[\Omega]$:

$$\delta x[\Omega] = \frac{1}{2k} \frac{\sqrt{2}\gamma}{\gamma - i\Omega\tau} \overline{\chi}[\Omega] \left(\frac{\Psi_s}{\overline{\alpha}_s} \delta p_s^{in}[\Omega] + \frac{\Psi_m}{\overline{\alpha}_m} \delta p_m^{in}[\Omega] \right) + \chi[\Omega] F_T[\Omega] \quad (2.90)$$

Ψ_s et Ψ_m sont les déphasages non linéaires produits respectivement par les pressions de radiation moyennes des faisceaux signal et mesure (équation 2.47):

$$\Psi_{s/m} = 4\hbar k^2 \overline{\alpha}_{s/m}^2 \chi[0] \quad (2.91)$$

Les relations (2.88) et (2.90) montrent que les quadratures de phase des faisceaux réfléchis sont modifiées par la cavité. En ce qui concerne le faisceau de mesure, cela correspond au processus même de mesure, puisque cela conduit à des corrélations entre le signal δp_s^{in} et la phase δq_m^{out} du faisceau de mesure. Pour le faisceau signal, ces relations traduisent la perturbation provoquée par le processus de mesure : tout le bruit est reporté sur la phase du faisceau réfléchi. Le dispositif est donc non destructif pour l'intensité du faisceau signal.

2.4.3.2 Corrélations signal-mesure

L'efficacité quantique de la mesure dépend du niveau de corrélation entre les fluctuations $\delta q_m^{out} [\Omega]$ de la quadrature de phase du faisceau de mesure réfléchi et les fluctuations d'amplitude $\delta p_s^{in} [\Omega]$ du faisceau signal incident. A partir des équations (2.88) et (2.90), on voit apparaître dans l'expression de $\delta q_m^{out} [\Omega]$ un terme en $\delta p_s^{in} [\Omega]$ qui est à l'origine de ces corrélations. Les autres termes apparaissent comme des sources de bruit qui tendent à réduire l'efficacité de la mesure. Le premier terme de l'équation (2.88) correspond au bruit de phase du faisceau de mesure incident. Les deux derniers termes de l'équation (2.90) décrivent les bruits liés au mouvement du miroir mobile sous l'effet des fluctuations de la pression de radiation du faisceau de mesure et des fluctuations thermiques.

Nous allons à présent estimer l'efficacité de la mesure en exprimant la fonction de corrélation entre l'intensité du signal et la phase du faisceau de mesure. Cette fonction de corrélation $\mathcal{C}_{sm} [\Omega]$ est définie par :

$$\langle \delta p_s^{in} [\Omega] \delta q_m^{out} [\Omega'] \rangle = 2\pi \delta (\Omega + \Omega') \sqrt{S_{p,s}^{in} [\Omega] S_{q,m}^{out} [\Omega]} \mathcal{C}_{sm} [\Omega] \quad (2.92)$$

La fonction $|\mathcal{C}_{sm} [\Omega]|^2$ varie de 0 lorsque les fluctuations ne sont pas corrélées, à 1 pour des fluctuations parfaitement corrélées. Puisque les champs incidents sont dans des états cohérents, toutes les sources de bruit qui apparaissent dans l'expression de δq_m^{out} sont indépendantes, avec un spectre de bruit égal à 1 pour les champs incidents et à $S_T [\Omega]$ pour les fluctuations thermiques (équation 2.44). Le spectre $S_{q,m}^{out}$ des fluctuations de phase du faisceau de mesure réfléchi et la fonction de corrélation $|\mathcal{C}_{sm} [\Omega]|^2$ peuvent ainsi s'écrire sous la forme :

$$S_{q,m}^{out} [\Omega] = \mathcal{S} [\Omega] + \mathcal{N} [\Omega] \quad (2.93a)$$

$$|\mathcal{C}_{sm} [\Omega]|^2 = \frac{\mathcal{S} [\Omega]}{\mathcal{S} [\Omega] + \mathcal{N} [\Omega]} \quad (2.93b)$$

où le "signal" $\mathcal{S}[\Omega]$ décrit la contribution des fluctuations d'intensité du signal et $\mathcal{N}[\Omega]$ celle des différentes sources de bruit:

$$\mathcal{S}[\Omega] = 16 \frac{\gamma^4}{(\gamma^2 + \Omega^2 \tau^2)^2} |\bar{\chi}[\Omega]|^2 \frac{\Psi_s \Psi_m}{\gamma^2} S_{p,s}^{in}[\Omega] \quad (2.94a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{N}[\Omega] = S_{q,m}^{in}[\Omega] + 16 \frac{\gamma^4}{(\gamma^2 + \Omega^2 \tau^2)^2} |\bar{\chi}[\Omega]|^2 \frac{\Psi_m^2}{\gamma^2} S_{p,m}^{in}[\Omega] \\ + 16 \frac{\gamma^2}{(\gamma^2 + \Omega^2 \tau^2)} \text{Im}(\bar{\chi}[\Omega]) \frac{\Psi_m}{\gamma} \frac{k_B T}{\hbar \Omega} \end{aligned} \quad (2.94b)$$

Les relations (2.93) montrent que la fonction $|\mathcal{C}_{sm}[\Omega]|^2$ est égale à la contribution relative du signal $\mathcal{S}$ au spectre total $S_{q,m}^{out}[\Omega]$ du faisceau de mesure. Le signal $\mathcal{S}[\Omega]$ est proportionnel au produit des intensités moyennes des deux champs (terme $\Psi_s \Psi_m$) alors que le bruit $\mathcal{N}[\Omega]$ ne dépend pas de Ψ_s . On peut donc obtenir des corrélations arbitrairement grandes en prenant un faisceau signal suffisamment intense. On retrouve dans l'expression du bruit $\mathcal{N}[\Omega]$ la contribution des trois sources de bruit qui interviennent dans le processus de mesure. Le premier terme est associé au bruit quantique standard du faisceau de mesure incident et les deux derniers termes sont associés aux fluctuations de position du miroir dues respectivement au bruit de pression de radiation du faisceau de mesure et au bruit thermique.

La figure 22 montre l'évolution en fréquence de la fonction de corrélation, en supposant que le mouvement du miroir peut être décrit par un oscillateur harmonique et pour des paramètres similaires à ceux choisis pour la mesure du bruit thermique (fréquence de résonance $\Omega_M = 10^7 \text{ rad/s}$, masse $M = 1 \text{ mg}$, facteur de qualité $Q = 10^6$, finesse de la cavité $\mathcal{F} = 3 \cdot 10^5$, bande passante de la cavité $\Omega_{cav} = 2\Omega_M$). Afin de réduire les sources de bruit, on suppose la température égale à 1 *Kelvin* (nombre de phonons thermiques $n_T = 10^4$). Les corrélations sont d'autant plus importantes que le faisceau signal est intense. On choisit donc un déphasage non linéaire Ψ_s pour le signal égal à γ . Les corrélations dépendent aussi de l'intensité du faisceau de mesure. Si le déphasage non linéaire Ψ_m est trop petit, le bruit de phase du faisceau de mesure (terme $S_{q,m}^{in}[\Omega] = 1$ dans $\mathcal{N}$) devient dominant devant le signal, qui est proportionnel à Ψ_m . Par contre, si Ψ_m est trop grand, la pression de radiation du faisceau de mesure (terme en Ψ_m^2 dans $\mathcal{N}$) n'est plus négligeable, ce qui conduit à une diminution des corrélations. La figure 22 a été tracée pour un déphasage Ψ_m égal à $\gamma/100$. Pour une masse de 1 *mg*, ces déphasages correspondent à des puissances incidentes de 60 *mWatt* pour le faisceau signal et de 600 μWatt pour le faisceau de mesure.

Les corrélations signal-mesure reproduisent la dépendance en fréquence de la réponse mécanique du miroir. Elles sont maximales à résonance, où des valeurs supérieures à 95% sont atteintes. On voit d'autre part que la largeur des corrélations est beaucoup plus grande que la largeur $\Omega_M/Q = 10^{-6}\Omega_M$ de la résonance mécanique. Ceci peut s'expliquer par la dépendance en fréquence des différentes sources de bruit. Si l'on néglige l'effet de filtrage de la cavité qui n'est pas significatif au voisinage de la

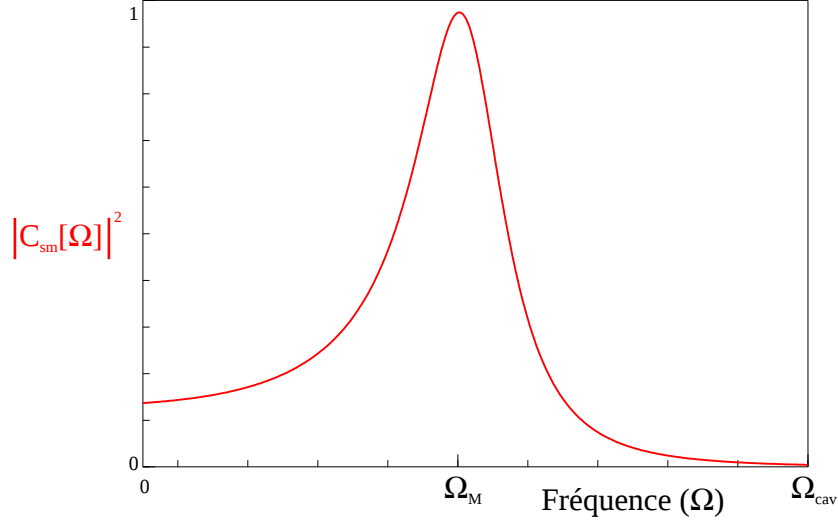


Fig. 22: Spectre des corrélations quantiques entre la quadrature d'amplitude du signal et la quadrature de phase du faisceau de mesure. La cavité refroidie à une température de $1K$ est résonnante avec les deux faisceaux. Les déphasages non linéaires des deux faisceaux sont $\Psi_s = \gamma$ et $\Psi_m = \gamma/100$

résonance mécanique, les expressions de $\mathcal{S}$ et $\mathcal{N}$ (équations 2.94) se simplifient:

$$\mathcal{S}[\Omega] \approx 16 |\bar{\chi}[\Omega]|^2 \frac{\Psi_s \Psi_m}{\gamma^2} \quad (2.95a)$$

$$\mathcal{N}[\Omega] \approx 1 + 16 |\bar{\chi}[\Omega]|^2 \frac{\Psi_m^2}{\gamma^2} + 16 |\bar{\chi}[\Omega]|^2 \frac{\Psi_m}{\gamma} \frac{n_T}{Q} \quad (2.95b)$$

où n_T est le nombre de phonons thermiques donné par l'équation (2.71). Notons que l'on retrouve ici les paramètres essentiels du couplage optomécanique : les effets de pression de radiation dépendent du rapport entre les déphasages non linéaires et les pertes γ de la cavité, tandis que les effets thermiques sont proportionnels au rapport n_T/Q .

Les bruits associés au mouvement du miroir (deuxième et troisième termes dans l'équation 2.95b) ont la même dépendance en fréquence que le signal $\mathcal{S}[\Omega]$ et représentent une petite perturbation au signal (environ 2% du signal pour les paramètres utilisés). En dehors de la résonance mécanique, les corrélations sont donc essentiellement limitées par le bruit de phase du faisceau de mesure incident (premier terme de l'équation 2.95b). Les corrélations sont importantes si le signal est supérieur au bruit du faisceau de mesure, c'est à dire $\mathcal{S} \geq 1$, ou encore $|\bar{\chi}[\Omega]| \geq 2$. Cette condition peut être satisfaite sur une bande de fréquence beaucoup plus grande que la largeur de la résonance mécanique, définie par $|\bar{\chi}[\Omega]| \geq |\bar{\chi}[\Omega_M]|/\sqrt{2} = Q/\sqrt{2}$.

2.4.3.3 Mesure QND avec un faisceau auto-comprimé

Nous venons de montrer que les corrélations signal-mesure peuvent être très importantes au voisinage de la fréquence de résonance mécanique. En dehors de cette plage de fréquence, les corrélations sont limitées par le bruit propre du faisceau de mesure, qui est égal au bruit du faisceau incident lorsque celui-ci est résonnant avec la cavité. Cette condition de résonance apparaît en fait comme une configuration optimale dans le cas où l'intensité du faisceau de mesure est faible. Dans un régime de forte intensité (déphasage Ψ_m de l'ordre de γ), on sait que le couplage optomécanique peut produire un faisceau de mesure dans un état comprimé, c'est à dire un faisceau réfléchi dont le bruit propre est réduit (voir partie 2.3). Un choix judicieux du désaccord de la cavité $\bar{\Psi}$ et de la quadrature utilisée pour réaliser la mesure devrait donc permettre d'améliorer les corrélations signal-mesure. Bien sûr, le faisceau signal doit quant à lui rester résonnant avec la cavité, de façon à ce que son intensité ne soit pas perturbée par la mesure.

Comme nous l'avons vu dans la partie 2.3, on peut exprimer le spectre de bruit du faisceau réfléchi pour n'importe quelle quadrature $\delta\alpha_{\theta}^{out}$ (équation 2.62) en fonction des différentes sources de bruit. Il faut tenir compte ici de la présence d'une source de bruit supplémentaire due à la pression de radiation du faisceau signal. L'action de cette force fluctuante sur le faisceau de mesure est tout à fait similaire à celle exercée par la force de Langevin F_T . Il est donc possible de faire une équivalence entre le système à un seul faisceau, étudié dans la partie 2.3, et celui à deux faisceaux. Pour déterminer l'expression du spectre de bruit de la composante $\alpha_{\theta,m}^{out}$ du faisceau de mesure réfléchi, il suffit de substituer le terme S_T dans la relation (2.62) par le terme $S_T + S_F$ où le spectre S_F décrit le bruit de pression de radiation du faisceau signal, que l'on peut déduire de l'équation (2.90):

$$S_F[\Omega] = \frac{2\gamma}{\gamma^2 + \Omega^2\tau^2} \frac{\hbar\Psi_s}{\chi[0]} S_{p,s}^{in}[\Omega] \quad (2.96)$$

On obtient ainsi l'expression du spectre de bruit du faisceau de mesure $S_{\theta,m}^{out}[\Omega]$ en fonction des fluctuations de la force de pression de radiation du signal $S_F[\Omega]$, du bruit thermique $S_T[\Omega]$ et des coefficients $\mathcal{C}^{in}[\Omega]$ et $\mathcal{C}_T[\Omega]$ donnés par les équations (2.63):

$$S_{\theta,m}^{out}[\Omega] = \frac{1}{2} (\mathcal{C}^{in}[\Omega] + \mathcal{C}^{in}[-\Omega]) + \mathcal{C}_T[\Omega] S_T[\Omega] + \mathcal{C}_T[\Omega] S_F[\Omega] \quad (2.97)$$

Le premier terme représente le bruit propre du faisceau réfléchi, équivalent aux deux premiers termes de l'expression de $\mathcal{N}$ trouvée dans la section précédente (équation 2.95b). Selon le point de fonctionnement choisi et la quadrature θ mesurée, ce bruit propre peut être plus petit que 1. Le deuxième terme représente l'effet du bruit thermique (équivalent au dernier terme de $\mathcal{N}$). Le dernier terme est à l'origine des corrélations quantiques signal-mesure. La contribution relative de ce terme au spectre $S_{\theta,m}^{out}$ est par

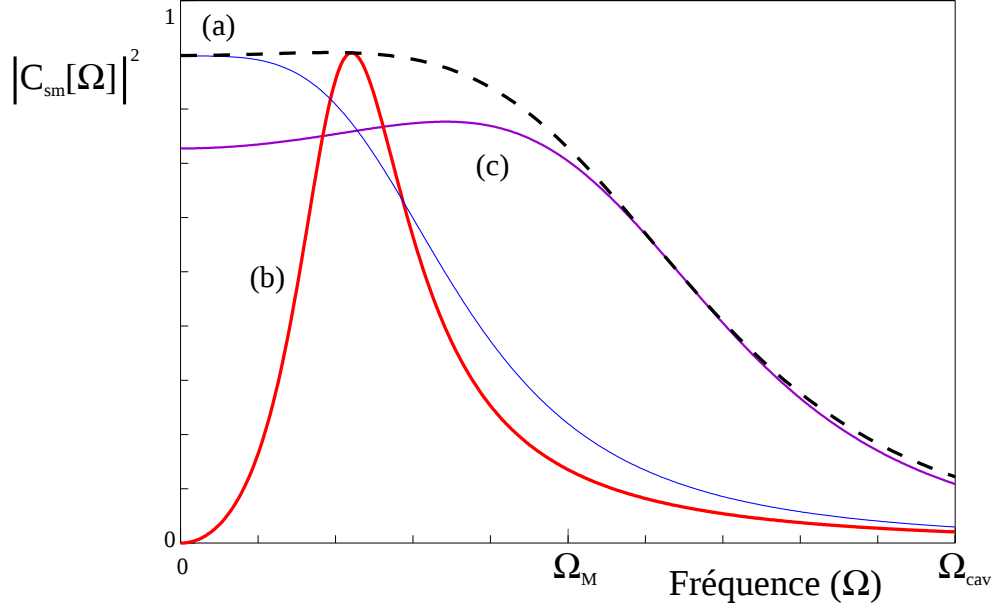


Fig. 23: Corrélations quantiques entre l'intensité du signal et différentes quadratures du faisceau de mesure réfléchi. Les courbes (a), (b) et (c) sont obtenues respectivement pour des quadratures d'angle θ égal à 15° , 0° et -60° . La courbe en tirets représente le maximum des corrélations atteintes lorsque θ varie. Le point de fonctionnement est défini par le désaccord du faisceau de mesure $\bar{\Psi} = -2\gamma$, les déphasages $\Psi_s = \Psi_m = \gamma$ et une température $T = 1$ Kelvin

définition égale à la fonction de corrélation $|\mathcal{C}_{sm}[\Omega]|^2$:

$$|\mathcal{C}_{sm}[\Omega]|^2 = \frac{\mathcal{C}_T[\Omega] S_F[\Omega]}{S_{\theta,m}^{out}[\Omega]} \quad (2.98)$$

La figure 23 montre la fonction de corrélation $|\mathcal{C}_{sm}[\Omega]|^2$ obtenue pour les mêmes paramètres que dans le cas résonant, sauf pour l'intensité du faisceau de mesure qui est égale à l'intensité du signal ($\Psi_m = \Psi_s = \gamma$), et pour le désaccord de la cavité $\bar{\Psi}$ égal à -2γ . Ces valeurs correspondent au même point de fonctionnement de la cavité que celui choisi dans la partie 2.3. Les trois courbes sont obtenues pour différentes quadratures du faisceau de mesure réfléchi.

On peut comparer ces courbes à celles de la figure 24 qui représentent le spectre de bruit $S_{\theta,m}^{out}$ pour les mêmes quadratures, en absence de signal et à température nulle. La figure 24 montre en fait le bruit propre du faisceau réfléchi, donné par le terme $\frac{1}{2}(\mathcal{C}^{in}[\Omega] + \mathcal{C}^{in}[-\Omega])$ dans l'expression de $S_{\theta,m}^{out}$ (équation 2.97). Les fréquences pour lesquelles le bruit propre est inférieur au bruit quantique standard dépendent de la quadrature que l'on considère. Il est de ce fait possible d'atteindre un niveau de bruit propre du faisceau de mesure inférieur à 1 sur l'ensemble de la bande passante de la cavité en variant l'angle θ (courbe en tirets de la figure 24). En comparant les deux figures, on constate que les corrélations sont maximales lorsque le bruit propre du faisceau réfléchi est minimum.

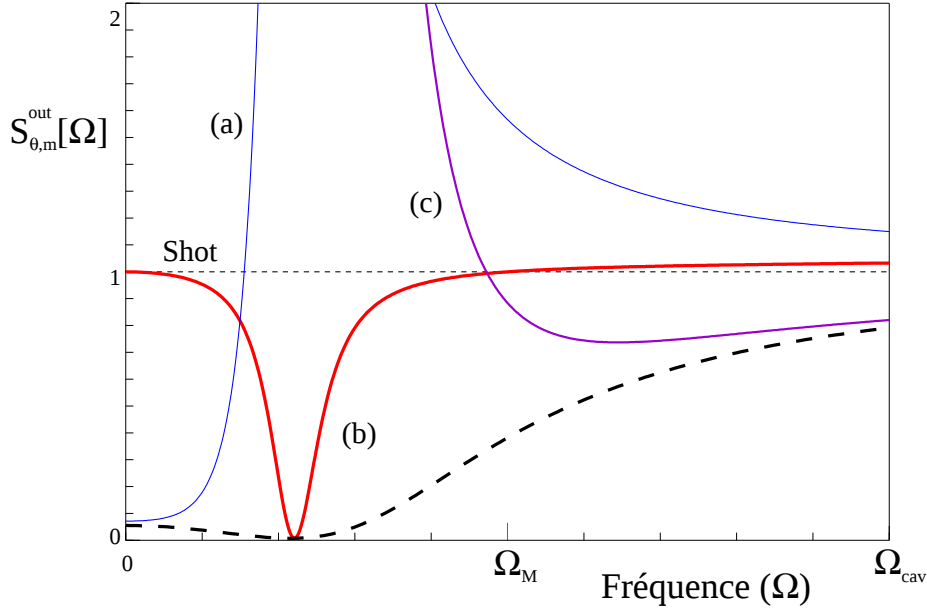


Fig. 24: Spectre de bruit propre du faisceau de mesure réfléchi pour différentes quadratures, à température nulle et en absence de faisceau signal. Le point de fonctionnement de la cavité est fixé par le désaccord $\bar{\Psi} = -2\gamma$ et le déphasage $\Psi_m = \gamma$. Les courbes (a), (b) et (c) sont obtenues respectivement pour des quadratures d'angle θ égal à 15° , 0° et -60° . La courbe en tirets représente le spectre optimum qui décrit le niveau de bruit minimum atteint lorsque θ varie

On parcourt ainsi la fonction de corrélation optimale (courbe en tirets de la figure 23) lorsqu'on choisit à chaque fréquence la quadrature qui présente le bruit minimal. Contrairement à la configuration utilisant un faisceau de mesure résonnant et de faible intensité (figure 22), où les corrélations sont essentiellement concentrées autour de la résonance mécanique, on peut obtenir ici de fortes corrélations sur toute la plage de fréquence définie par la bande passante de la cavité.

2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les propriétés générales du couplage optomécanique. Nous avons montré qu'une cavité de grande finesse dont un miroir est mobile peut être utilisée pour mettre en évidence les effets quantiques dus à la pression de radiation. Il est ainsi possible de contrôler les fluctuations de la lumière en produisant un état comprimé, ou encore de créer des corrélations quantiques entre la position du miroir mobile et l'intensité lumineuse. D'autre part, une telle cavité permet de mesurer de très petits déplacements du miroir mobile. Il devrait ainsi être possible de mesurer le bruit thermique du miroir mobile ou encore de réaliser une mesure quantique non destructive de l'intensité de la lumière.

Nous avons cherché à dégager les paramètres physiques importants. Malgré le grand nombre de caractéristiques du système pouvant intervenir (propriétés optiques de la cavité et caractéristiques mécaniques du miroir mobile), l'efficacité du couplage optomécanique dépend essentiellement de deux paramètres :

- Les effets liés à la pression de radiation sont significatifs lorsque le déphasage non linéaire Ψ_{NL} est de l'ordre des pertes γ de la cavité, c'est à dire lorsque le déplacement moyen $\bar{x}$ du miroir produit par la pression de radiation est de l'ordre de la largeur $\lambda/2\mathcal{F}$ de la résonance optique.

- Les effets thermiques sont proportionnels au rapport n_T/Q entre le nombre de phonons thermiques à la fréquence de résonance mécanique et le facteur de qualité de la résonance.

Afin de réduire les effets thermiques, le résonateur doit avoir un grand facteur de qualité ($Q \geq 10^6$). Il est aussi nécessaire de travailler à basse température et avec un miroir mobile dont la fréquence de résonance est élevée : pour une température de 1 *Kelvin* et une fréquence de résonance de 10^7 *rad/s*, le nombre n_T de phonons thermiques est de l'ordre de 10^4 .

La condition $\Psi_{NL} \approx \gamma$ est plus difficile à évaluer. Elle fait intervenir à la fois les caractéristiques optiques (finesse de la cavité, puissance lumineuse incidente) et mécaniques (réponse à basse fréquence du résonateur). Nous avons jusqu'à présent utilisé un modèle d'oscillateur harmonique pour décrire la réponse mécanique du résonateur. Dans le cadre de ce modèle, la réponse à basse fréquence dépend essentiellement de la masse du résonateur, qui doit être aussi petite que possible ($M \leq 1$ *mg*).

Ces différentes contraintes nous ont amenés à choisir un résonateur mécanique constitué d'un substrat en silice de structure plan-convexe, plutôt qu'un système pendulaire. Ceci doit permettre d'atteindre des fréquences de résonance élevées et une faible masse. Le prochain chapitre est consacré à l'étude théorique de ce résonateur. Nous verrons en particulier que la complexité de la réponse mécanique d'un tel résonateur peut être intégrée dans la définition d'une susceptibilité effective. On peut alors définir une masse effective qui caractérise la réponse à basse fréquence du résonateur. Cette masse effective dépend de la géométrie du système et peut être inférieure au milligramme.

3 LE RESONATEUR MECANIQUE

Nous avons présenté dans le chapitre précédent les caractéristiques générales du couplage optomécanique, en supposant que le miroir subit un mouvement d'ensemble caractérisé par un déplacement global x . Ceci nous a permis de simplifier la description du système puisqu'à la fois le champ et la cavité à miroir mobile peuvent être décrits dans le cadre d'un modèle monodimensionnel.

Nous avons montré cependant que la principale limitation à l'observation d'effets quantiques est due au mouvement thermique du miroir, même à très basse température. Afin de réduire ces effets, il est nécessaire d'utiliser un système mécanique ayant de grands facteurs de qualité et des fréquences de résonance élevées, de l'ordre du mégahertz. Des fréquences aussi élevées ne peuvent pas correspondre à un mouvement d'ensemble du miroir : ces fréquences correspondent aux résonances des modes acoustiques internes du résonateur, qui induisent des déformations de la surface du miroir.

Nous utilisons dans l'expérience un résonateur mécanique constitué d'un substrat en silice très pure, de structure plan-convexe (figure 25). Le miroir est formé de couches multidiélectriques déposées sur la face plane du résonateur. Le mouvement du miroir

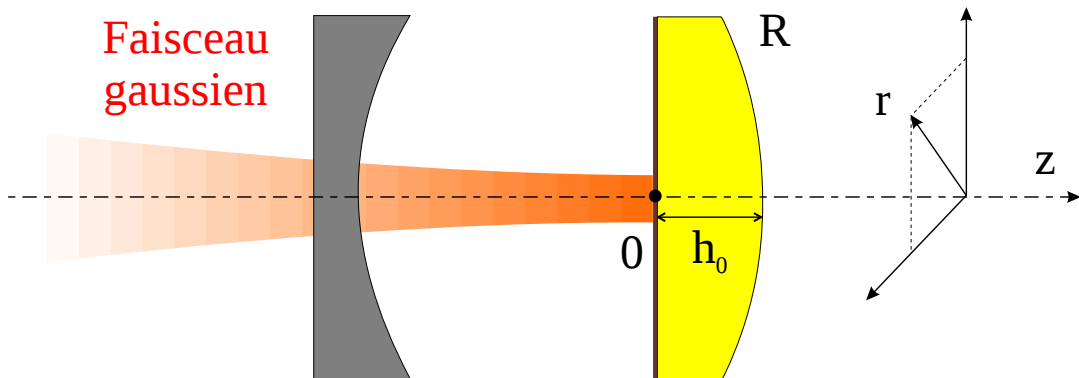


Fig. 25: Géométrie du résonateur mécanique plan-convexe. Le miroir mobile est déposé sur la face plane du résonateur caractérisé par une épaisseur au centre h_0 et un rayon de courbure R de la face convexe. Le faisceau lumineux a une structure gaussienne correspondant au mode fondamental TEM_{00} de la cavité

est dû aux déformations de la face plane du résonateur produites par les modes de vibrations acoustiques internes du substrat. Le choix de la géométrie plan-convexe permet un confinement radial des modes acoustiques au centre du résonateur. Cette propriété permet d'obtenir des facteurs de qualité mécaniques élevés, indépendamment de la façon dont le résonateur est tenu sur son bord extérieur cylindrique.

Ce chapitre est consacré à l'étude du dispositif représenté sur la figure 25. Nous allons montrer qu'il est possible de se ramener à une description monodimensionnelle, en intégrant la structure spatiale dans une susceptibilité effective qui décrit l'effet sur le champ de la réponse mécanique du miroir à la pression de radiation du faisceau lumineux. Nous commencerons par étudier l'effet d'une déformation du résonateur sur le champ (partie 3.1). Nous montrerons que le déphasage subi par le champ ne dépend que du déplacement du miroir moyenné sur la section du faisceau lumineux. Nous étudierons ensuite le mouvement du résonateur lorsque sa face plane est soumise à une force extérieure, en décomposant ce mouvement sur l'ensemble des modes acoustiques (partie 3.2). Nous définirons alors la susceptibilité effective qui décrit la réponse mécanique du résonateur sous l'effet de la pression de radiation du champ intracavité (partie 3.3). Nous pourrions alors généraliser les résultats obtenus dans le chapitre précédent au cas du résonateur plan-convexe, et relier le comportement du résonateur à basse fréquence à sa masse effective (partie 3.4).

3.1 Effet d'une déformation du résonateur sur le champ

Nous allons décrire dans cette partie l'effet d'une déformation quelconque de la face plane du résonateur sur le champ dans la cavité. Etant donné la symétrie du système, on utilise des coordonnées cylindriques d'axe Oz dont l'origine $z = 0$ se situe sur la face plane du résonateur (figure 25). Une déformation longitudinale de cette face peut être décrite par un déplacement $u(r, z = 0, t)$ selon Oz en tout point r de la surface.

La structure spatiale du champ électromagnétique se déduit de l'équation de propagation du champ électrique dans le vide à laquelle on impose des conditions aux limites liées à la présence des miroirs de la cavité optique. Pour cela nous nous plaçons dans l'approximation paraxiale : nous supposons que l'onde se propage essentiellement suivant Oz et on utilise la condition de transversalité du champ qui permet de négliger la composante du champ selon Oz . Dans ces conditions, les modes de la cavité sont les modes *gaussiens* $v_{pql}(\vec{r})$ qui forment une base orthonormée sur laquelle on peut décomposer le champ intracavité[35]. Contrairement à une onde plane, un faisceau gaussien est défini par une taille transversale finie et un rayon de courbure du front d'onde, qui dépendent de la position z . Les nombres radial q et angulaire l repèrent les différents modes transverses du champ alors que le nombre p , qui est associé à la condition de périodicité sur la longueur de la cavité, repère les différents modes longitudinaux du champ.

En pratique, nous supposons que l'écart entre les modes longitudinaux est très grand comparé à celui entre les modes transverses, et que le champ incident sur la cavité est parfaitement adapté à un mode TEM_{00} , c'est à dire à un mode gaussien fondamental v_{p00} où l'indice p est fixé et les indices q et l sont nuls. Ce mode fondamental est caractérisé au niveau de la face plane du résonateur (en $z = 0$) par un rayon de courbure infini et un *col* w_0 (*waist* en Anglais) qui détermine l'extension radiale minimale du faisceau. La structure spatiale du mode est donnée dans ce plan par la gaussienne[35]:

$$v_0(r) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w_0} e^{-r^2/w_0^2} \quad (3.1)$$

où le col w_0 dépend des paramètres géométriques de la cavité, c'est à dire de sa longueur L et du rayon de courbure R_{cav} du miroir d'entrée:

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{L(R_{cav} - L)} \quad (3.2)$$

Nous allons déterminer l'effet sur ce mode d'une déformation $u(r, z = 0, t)$ du miroir mobile. Au niveau du résonateur, dans le plan $z = 0$, le champ avant réflexion s'écrit:

$$E(r, t) = v_0(r) \alpha(t) e^{-i\omega_0 t} \quad (3.3)$$

où $\alpha(t)$ est l'amplitude lentement variable du champ et ω_0 la fréquence optique, reliée à l'indice p et à la longueur L de la cavité par :

$$\omega_0 = p \frac{\pi c}{L} \quad (3.4)$$

En suivant les trajets optiques, on constate qu'en tout point r le champ subit un déphasage proportionnel au déplacement $u(r, z = 0, t)$ du miroir. Après réflexion totale, il devient donc:

$$E'(r, t) = v_0(r) \alpha(t) e^{-i\omega_0 t} e^{2iku(r, z=0, t)} \quad (3.5)$$

Cette expression montre que le champ réfléchi ne se réduit plus uniquement à sa composante fondamentale v_0 mais qu'il présente des composantes sur l'ensemble des modes $v_{p'q'l'}$ de la cavité. On peut en effet écrire le champ réfléchi sous la forme:

$$E'(r, t) = \sum_{p', q', l'} \langle v_0 e^{2iku}, v_{p'q'l'} \rangle v_{p'q'l'}(r) \alpha(t) e^{-i\omega_0 t} \quad (3.6)$$

où les crochets $\langle , \rangle$ représentent l'intégrale de recouvrement dans le plan $z = 0$:

$$\langle f, g \rangle = \int_{z=0} dr^2 f(r) g(r) \quad (3.7)$$

Ce phénomène de diffusion du mode fondamental dans les autres modes propres de la cavité est lié à la déformation du front d'onde du champ, qui reproduit après réflexion la forme de la face du résonateur. Cette diffusion devient cependant négligeable pour une cavité non dégénérée et de grande finesse. Dans ce cas, l'écart entre les fréquences de résonance des différents modes est grand par rapport à la bande passante de la cavité. Tous les modes apparaissant dans la somme (3.6) évoluent à des fréquences voisines de la résonance fondamentale ω_0 de la cavité, c'est à dire à des fréquences très éloignées de leur propre fréquence de résonance (on suppose que les fréquences d'évolution des déplacements $u(r, z=0, t)$ du miroir restent de l'ordre de grandeur de la bande passante de la cavité). Ces modes sont donc fortement filtrés par la cavité et ne peuvent pas se propager dans celle-ci. La cavité inhibe ainsi la diffusion dans les autres modes et seul le mode fondamental v_{p00} subsiste dans la somme (3.6)[36]:

$$E'(r, t) = \langle e^{2iku}, v_0^2 \rangle E(r, t) \quad (3.8)$$

Pour des petits déplacements, on obtient à l'ordre le plus bas:

$$E'(r, t) = [1 + 2ik \langle u, v_0^2 \rangle] E(r, t) \quad (3.9)$$

Le champ subit essentiellement un déphasage lorsqu'il se réfléchit sur le résonateur. Ce déphasage est égal au déphasage $2ku(r, z=0, t)$ en tout point r du résonateur, pondéré par la structure spatiale $v_0^2(r)$ du mode fondamental. Le désaccord $\Psi(t)$ entre le champ et la cavité défini dans le chapitre précédent est alors donné par une équation similaire à (2.41), à condition de remplacer le déplacement monodimensionnel $x(t)$ par un déplacement $\hat{u}(t)$, égal à la moyenne du déplacement sur la section du faisceau lumineux:

$$\Psi(t) = \Psi_0 + 2k \hat{u}(t) \quad (3.10a)$$

$$\hat{u}(t) = \langle u(r, z=0, t), v_0^2(r) \rangle \quad (3.10b)$$

En conclusion, l'analyse monodimensionnelle des effets du mouvement du miroir sur le champ exposée dans le chapitre précédent peut se généraliser au cas du résonateur plan-convexe : il suffit pour cela de moyenner le déplacement du résonateur sur la structure transverse du champ. Par exemple le bruit de phase $S_q^{out}[\Omega]$ du champ réfléchi, lorsque celui-ci est résonnant avec la cavité, est donné par une expression similaire à l'équation (2.76) en remplaçant le spectre de position $S_x[\Omega]$ par le spectre $S_{\hat{u}}[\Omega]$.

3.2 Mouvement du résonateur

Nous allons maintenant déterminer le mouvement du résonateur lorsqu'il est à l'équilibre thermodynamique ou lorsqu'il est soumis à la force de pression de radia-

tion du faisceau lumineux. Nous commencerons par étudier les modes acoustiques du résonateur, c'est à dire le mouvement du résonateur libre, en absence de force extérieure. Tout mouvement du résonateur peut se décomposer sur ces modes, et nous étudierons l'évolution de ces modes lorsqu'une force est appliquée sur la face plane du résonateur.

3.2.1 Modes acoustiques

Le résonateur étant en silice pure, on considère que le milieu est élastique et isotrope. Pour des petites déformations du résonateur, les mouvements considérés dans la théorie de l'élasticité sont des petites vibrations élastiques ou *ondes acoustiques*. Une onde acoustique quelconque est définie par son vecteur de déformation $\vec{u}(\vec{r}, t)$, qui obéit à une équation de propagation ainsi qu'à des conditions aux limites liées aux contraintes extérieures appliquées au résonateur. Il y a dans le résonateur deux types d'ondes, les ondes de compression, qui provoquent des déplacements selon la direction Oz , et les ondes de cisaillement, qui induisent des déplacements transverses de la face plane du résonateur. Comme le faisceau n'est sensible qu'aux déplacements longitudinaux du résonateur, nous nous intéresserons seulement aux ondes de compression. L'équation de propagation d'une onde de compression dans le résonateur est donnée par[37]:

$$\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) - c_l^2 \Delta \vec{u}(\vec{r}, t) = 0 \quad (3.11)$$

où la vitesse de propagation de l'onde est:

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (3.12)$$

λ et μ étant les constantes de Lamé du résonateur et ρ sa masse volumique.

Le mouvement doit aussi satisfaire les conditions aux limites qui s'écrivent, en l'absence de force sur les faces du résonateur:

$$\sum_j \sigma_{ij}(\vec{r}, t) n_j = 0 \quad (3.13)$$

en tout point $\vec{r}$ de la surface où le vecteur normal à la surface est $\vec{n}$, $[\sigma]$ étant le tenseur des contraintes dans le résonateur, lié au tenseur de déformation $[u]$ par la loi de Hooke[37]:

$$\sigma_{ij} = 2\mu u_{ij} + \lambda (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) \quad (3.14a)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (3.14b)$$

Puisque les ondes de compression vérifient une équation de propagation identique à celle d'un champ électromagnétique se propageant dans le vide, on peut chercher une solution de la forme $\vec{u}(\vec{r}, t) = \vec{u}(\vec{r}) e^{-i\Omega t}$ où Ω est la fréquence d'évolution de l'onde. En reportant cette expression dans l'équation de propagation (3.11), on obtient:

$$\Delta \vec{u}(\vec{r}) = -\frac{\Omega^2}{c_l^2} \vec{u}(\vec{r}) \quad (3.15)$$

Les solutions de cette équation avec les conditions aux limites (3.13) sont les modes propres du résonateur. L'ensemble $\{\vec{u}_n(\vec{r})\}$ de ces modes propres forme une base orthogonale de l'ensemble des solutions du système d'équations (3.13) et (3.15), le produit scalaire étant défini comme l'intégrale sur tout le volume du résonateur. Comme nous le verrons dans la partie 3.4, un avantage du résonateur plan-convexe est qu'il est possible d'obtenir des expressions analytiques pour ces modes propres, expressions en tout point similaires à celles des modes gaussiens en optique. Cependant, l'étude que nous menons ici ne dépend pas de la forme explicite de ces modes et peut être appliquée à d'autres géométries du résonateur. Le seul point important pour l'étude du mouvement du résonateur est l'existence d'une base de modes propres $\{\vec{u}_n(\vec{r})\}$, chaque mode étant caractérisé par une fréquence d'évolution Ω_n .

Cette base permet de décomposer tout déplacement $\vec{u}(\vec{r}, t)$ sous la forme:

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \sum_n \vec{u}_n(\vec{r}) a_n(t) \quad (3.16)$$

où $a_n(t)$ désigne l'amplitude du mode acoustique $\vec{u}_n$. A l'aide de cette décomposition, nous allons déterminer l'évolution de chaque mode lorsqu'une force extérieure est appliquée sur la face plane du résonateur.

3.2.2 Mouvement du résonateur en absence de dissipation

Nous nous intéressons tout d'abord au cas d'un résonateur libre, soumis à aucune contrainte extérieure. Afin de caractériser le mouvement, on peut calculer l'énergie $\mathcal{E}$ associée au déplacement $\vec{u}(\vec{r}, t)$. Cette énergie est égale à la somme des intégrales sur tout le volume du résonateur des densités d'énergie cinétique et potentielle. L'énergie cinétique s'écrit:

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \int d^3r \rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}(\vec{r}, t) \right]^2 \quad (3.17)$$

En utilisant la décomposition (3.16) et la propriété d'orthogonalité des modes propres $\vec{u}_n(\vec{r})$, on obtient alors:

$$\mathcal{E}_c = \sum_n \frac{1}{2} M_n \left[\frac{da_n}{dt}(t) \right]^2 \quad (3.18)$$

où le paramètre M_n est la masse du mode acoustique $\vec{u}_n$, donnée par:

$$M_n = \rho \int d^3r \vec{u}_n^2(\vec{r}) \quad (3.19)$$

Cette masse apparaît comme le produit de la masse volumique ρ par le *volume* du *mode acoustique*, c'est à dire le volume de la partie du résonateur mise en mouvement lors d'une excitation du mode acoustique.

L'énergie potentielle est reliée aux constantes de Lamé λ et μ du résonateur et au tenseur des déformations $[u]$ (équation 3.14b)[38]:

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \int d^3r \left\{ \lambda \left[\vec{\nabla} \cdot \vec{u}(\vec{r}, t) \right]^2 + 2\mu \sum_{i,j} [u_{ij}(\vec{r}, t)]^2 \right\} \quad (3.20)$$

Cette expression peut être transformée par intégration par partie. On trouve pour une onde de compression:

$$\mathcal{E}_p = -\frac{1}{2} \rho c_l^2 \int d^3r \vec{u}(\vec{r}, t) \cdot \Delta \vec{u}(\vec{r}, t) \quad (3.21)$$

En utilisant la décomposition en modes propres (3.16) et l'équation de propagation (3.15), on trouve que l'énergie potentielle s'écrit:

$$\mathcal{E}_p = \sum_n \frac{1}{2} M_n \Omega_n^2 [a_n(t)]^2 \quad (3.22)$$

où Ω_n est la fréquence d'évolution du mode propre u_n . En additionnant les deux contributions des énergies cinétique et potentielle, on obtient finalement l'expression suivante pour l'énergie totale $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E} = \sum_n \frac{1}{2} M_n \left\{ \left[\frac{da_n}{dt}(t) \right]^2 + \Omega_n^2 [a_n(t)]^2 \right\} \quad (3.23)$$

On reconnaît dans cette expression la somme des énergies d'oscillateurs harmoniques non amortis de masse M_n et de pulsation propre Ω_n . Le mouvement du résonateur libre en absence de dissipation interne peut donc se décomposer sur l'ensemble des modes propres acoustiques $\vec{u}_n$ dont les amplitudes sont décrites comme des oscillateurs harmoniques indépendants. Cette décomposition est tout à fait générale et correspond à une description du mouvement en terme de phonons.

3.2.3 Effet d'une force extérieure

Nous allons à présent déterminer l'équation du mouvement du résonateur en présence d'une force extérieure. On s'intéressera au cas d'une force appliquée sur la face plane du résonateur (en $z = 0$) et parallèle à l'axe Oz . L'énergie totale du résonateur est

donnée par la relation (3.23) à laquelle on rajoute un terme supplémentaire lié au travail des forces de contraintes internes qui s'opposent à la force extérieure. Ce travail est égal et opposé au travail accompli par la force extérieure sur toute la surface plane du résonateur:

$$\mathcal{W} = - \int_{z=0} d^2r \vec{F}(\vec{r}, t) \cdot \vec{u}(\vec{r}, t) \quad (3.24)$$

où $\vec{F}(\vec{r}, t)$ est la force par unité de surface appliquée au point $\vec{r}$. En utilisant la décomposition en modes propres (3.16), on obtient:

$$\mathcal{W} = - \sum_n \left\langle \vec{F}(t), \vec{u}_n \right\rangle a_n(t) \quad (3.25)$$

où les crochets représentent l'intégrale de recouvrement dans le plan $z = 0$ (équation 3.7). L'énergie totale s'écrit alors :

$$\mathcal{E} + \mathcal{W} = \sum_n \left\{ \frac{1}{2} M_n \left[\frac{da_n}{dt}(t) \right]^2 + \frac{1}{2} M_n \Omega_n^2 [a_n(t)]^2 - \left\langle \vec{F}(t), \vec{u}_n \right\rangle a_n(t) \right\} \quad (3.26)$$

Cette énergie est équivalente à celle d'un ensemble d'oscillateurs harmoniques indépendants. Chaque oscillateur est soumis à une force $\left\langle \vec{F}(t), \vec{u}_n \right\rangle$, égale à la projection spatiale de la force extérieure sur le mode considéré. En d'autres termes, le mouvement du résonateur se décompose sur l'ensemble des modes acoustiques, l'amplitude $a_n(t)$ de chaque mode étant régie par l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique forcé:

$$\frac{d^2 a_n}{dt^2}(t) + \Omega_n^2 a_n(t) = \frac{1}{M_n} \left\langle \vec{F}(t), \vec{u}_n \right\rangle \quad (3.27)$$

Dans l'espace de Fourier, l'amplitude de chaque mode peut s'écrire sous la forme:

$$a_n[\Omega] = \chi_n[\Omega] \left\langle \vec{F}[\Omega], \vec{u}_n \right\rangle \quad (3.28)$$

où $\chi_n[\Omega] = 1/M_n (\Omega_n^2 - \Omega^2)$ est la susceptibilité mécanique d'un oscillateur harmonique non amorti, de masse M_n et de fréquence propre Ω_n .

3.2.4 Mouvement Brownien du résonateur mécanique

Jusqu'à présent, nous avons supposé le résonateur non amorti. On peut tenir compte de l'amortissement et du couplage avec le bain thermique en généralisant l'approche utilisée dans le chapitre précédent (section 2.4.2). Chaque mode acoustique est en effet équivalent à un oscillateur harmonique et on peut décrire le couplage avec un bain thermique par des forces de Langevin appliquées à chaque oscillateur et par un angle de perte. Pour simplifier, nous supposons que l'angle de perte $\Phi[\Omega]$ ne dépend pas du mode acoustique considéré. Ceci découle en fait du modèle de Navier-Stokes ou du modèle Φ constant, et cette hypothèse semble justifiée lorsque les mécanismes de dissipation sont internes (les mécanismes de dissipation par contact avec le sup-

port peuvent dépendre de l'extension spatiale des modes acoustiques). En présence d'amortissement les susceptibilités $\chi_n [\Omega]$ des modes acoustiques s'écrivent alors:

$$\chi_n [\Omega] = \frac{1}{M_n (\Omega_n^2 - \Omega^2 - i\Omega_n^2 \Phi [\Omega])} \quad (3.29)$$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les mécanismes de dissipation dans les solides sont mal connus et on ne dispose pas de modèle théorique satisfaisant pour décrire le comportement de l'angle de perte en fonction de la fréquence. Les deux approches que nous considérons sont les modèles de Navier-Stokes, basé sur une dissipation de type visqueuse, et le modèle Φ constant qui associe à tout processus de dissipation un angle de perte constant. Dans le cadre du modèle de Navier-Stokes[32], l'angle de perte Φ_{vis} est donné par une relation similaire à (2.84):

$$\Phi_{vis} [\Omega] = \frac{\Omega}{Q\Omega_M} \quad (3.30)$$

où Q et Ω_M sont respectivement le facteur de qualité et la fréquence de résonance du mode acoustique fondamental du résonateur.

Le second modèle, basé sur des constatations expérimentales, prédit un angle de perte Φ_{cst} constant en fréquence. En utilisant le résultat de la section 2.4.2.2 (équation 2.85), on obtient:

$$\Phi_{cst} [\Omega] = \frac{1}{Q} \quad (3.31)$$

Une autre conséquence du couplage avec le bain thermique est la présence de forces de Langevin $F_{T,n}$ pour chaque mode acoustique. Ces forces sont indépendantes les unes des autres et vérifient le théorème fluctuation-dissipation. Le spectre $S_{T,n} [\Omega]$ de la force $F_{T,n}$ est donc relié à la partie imaginaire de la susceptibilité χ_n par:

$$S_{T,n} [\Omega] = -\frac{2k_B T}{\Omega} \text{Im} \left\{ \frac{1}{\chi_n [\Omega]} \right\} \quad (3.32)$$

En conclusion, le mouvement du résonateur en présence d'une force extérieure F est décrit par l'ensemble des amplitudes $\{a_n\}$ des modes acoustiques, reliées à la force appliquée par la relation:

$$a_n [\Omega] = \chi_n [\Omega] \left(\left\langle \vec{F} [\Omega], \vec{u}_n \right\rangle + F_{T,n} [\Omega] \right) \quad (3.33)$$

Ce résultat présente certaines analogies avec la description monodimensionnelle du mouvement présenté dans le chapitre précédent (équation 2.42). Les différences sont liées à la présence de multiples modes acoustiques et au fait que la force appliquée pour chaque mode est la projection de la force sur la structure spatiale du mode.

3.3 Effet de la pression de radiation et susceptibilité effective

Pour déterminer l'effet du faisceau lumineux sur le mouvement du résonateur, il suffit d'identifier la force extérieure F à la pression de radiation F_{rad} exercée par le champ intracavité. Cette pression est proportionnelle à l'intensité du champ dont l'amplitude présente une distribution spatiale gaussienne (équation 3.3). La force par unité de surface qu'exerce le champ sur le résonateur est donc une gaussienne qui s'écrit:

$$F_{rad}(r, t) = 2\hbar k |E(r, t)|^2 = 2\hbar k [v_0(r)]^2 I(t) \quad (3.34)$$

où $v_0(r)$ est donné par la relation (3.1) et $I(t)$ est l'intensité du champ (nombre de photons par seconde intégré sur toute la section du faisceau), reliée à l'amplitude $\alpha(t)$ du champ par:

$$I(t) = \int_{z=0} d^2r |E(r, t)|^2 = |\alpha(t)|^2 \quad (3.35)$$

Nous allons à présent déterminer l'expression du déplacement moyen $\hat{u}$ (équation 3.10b) auquel est sensible le champ dans la cavité. Ce déplacement est obtenu en utilisant la décomposition (3.16) de u en fonction des amplitudes a_n et l'équation du mouvement (3.33) de chaque mode. Dans l'espace de Fourier ce déplacement est donné par:

$$\hat{u}[\Omega] = \sum_n \langle v_0^2, u_n \rangle \chi_n[\Omega] (2\hbar k I[\Omega] \langle v_0^2, u_n \rangle + F_{T,n}[\Omega]) \quad (3.36)$$

Cette relation peut être écrite de façon condensée, sous une forme similaire à celle présentée dans le cadre de l'analyse monodimensionnelle (équations 2.42 et 2.43):

$$\hat{u}[\Omega] = \chi_{eff}[\Omega] (2\hbar k I[\Omega] + F_T[\Omega]) \quad (3.37)$$

où la susceptibilité effective χ_{eff} est égale à la somme des susceptibilités χ_n de tous les modes acoustiques du résonateur, pondérées par leur recouvrement avec le mode optique:

$$\chi_{eff}[\Omega] = \sum_n \langle v_0^2, u_n \rangle^2 \chi_n[\Omega] \quad (3.38)$$

Dans la relation (3.37), F_T représente une force de Langevin effective qui s'exprime en fonction des forces de Langevin $F_{T,n}$ de tous les modes acoustiques:

$$F_T[\Omega] = \sum_n \langle v_0^2, u_n \rangle \frac{\chi_n[\Omega]}{\chi_{eff}[\Omega]} F_{T,n}[\Omega] \quad (3.39)$$

On peut déterminer le spectre de F_T en utilisant l'expression des spectres de chaque force de Langevin $F_{T,n}$ (équation 3.32). On trouve alors que la force F_T vérifie le théorème fluctuation-dissipation:

$$S_T[\Omega] = -\frac{2k_B T}{\Omega} \text{Im} \left\{ \frac{1}{\chi_{eff}[\Omega]} \right\} \quad (3.40)$$

En d'autres termes, le résonateur dans son ensemble est à l'équilibre thermodynamique en absence de faisceau lumineux.

En conclusion, nous avons défini une susceptibilité effective χ_{eff} qui permet de relier le déplacement moyen $\hat{u}$ du miroir mobile à l'intensité lumineuse et à une force de Langevin (équation 3.37) de la même manière que dans le cas d'un oscillateur harmonique (équation 2.42) : le couplage optomécanique entre le résonateur et le champ gaussien intracavité est complètement décrit par la susceptibilité effective χ_{eff} qui intègre l'ensemble des propriétés spatiales du couplage. Cette susceptibilité tient compte de la contribution de tous les modes acoustiques du résonateur ainsi que de leur adaptation spatiale avec le faisceau lumineux. Tous les résultats obtenus dans le cadre de l'approche monodimensionnelle sont donc valables à condition de remplacer la susceptibilité χ d'un seul oscillateur harmonique par la susceptibilité effective χ_{eff} .

3.4 Couplage optomécanique avec un résonateur plan-convexe

La démarche qui a été suivie dans le chapitre 2 pour mesurer le bruit thermique et pour réaliser une mesure QND de l'intensité lumineuse peut se généraliser au cas d'un résonateur plan-convexe. Nous allons tout d'abord déterminer la structure des modes acoustiques pour un tel résonateur, afin d'explicitier les différents paramètres intervenant dans la susceptibilité effective (section 3.4.1). Nous présenterons ensuite le spectre du bruit thermique du résonateur plan-convexe (section 3.4.2) ainsi que la fonction de corrélation d'une mesure QND (section 3.4.3).

3.4.1 Modes acoustiques d'un résonateur plan-convexe

Les modes acoustiques longitudinaux sont solutions de l'équation de propagation (3.15) avec les conditions aux limites (3.13). Pour un résonateur plan-convexe, ces équations sont similaires à celles obtenues en optique pour une cavité Fabry-Perot constituée d'un miroir plan et d'un miroir courbe. On peut alors obtenir des expressions analytiques approchées pour les modes acoustiques, valides dans le cadre de l'approximation paraxiale[39]. Chaque mode est défini par trois indices (p, q, l) et le déplacement est caractérisé par une amplitude $u_{pql}(\vec{r})$ selon l'axe Oz dont l'expression est similaire à celle des modes gaussiens en optique:

$$u_{pql}(r, \theta, z) = e^{-\left(\frac{r}{w_p}\right)^2} \left(\sqrt{2} \frac{r}{w_p}\right)^l L_q^l\left(\frac{2r^2}{w_p^2}\right) e^{i\left[\frac{p\pi z}{h(r)} + l\theta\right]} \quad (3.41)$$

où L_q^l désigne un polynôme de Laguerre généralisé et $h(r)$ est l'épaisseur du résonateur à une distance radiale r , reliée à l'épaisseur au centre h_0 et au rayon de courbure R de

la face convexe par la relation:

$$h(r) \simeq h_0 - \frac{r^2}{2R} \quad (3.42)$$

lorsque $r \ll R$. Le col acoustique w_p est donné par:

$$w_p^2 = 2 \frac{h_0}{p\pi} \sqrt{Rh_0} = \frac{w_1^2}{p} \quad (3.43)$$

où w_1 désigne le col du mode fondamental. L'évolution temporelle du mode acoustique u_{pql} est fixée par la fréquence propre Ω_{pql} que l'on déduit de la condition de périodicité sur l'épaisseur du résonateur:

$$\Omega_{pql}^2 = c_l^2 \left[\frac{p^2 \pi^2}{h_0^2} + (2q + l + 1) \frac{4}{w_p^2} \right] \quad (3.44)$$

On voit ainsi que l'indice p repère les différentes harmoniques, le nombre radial q donne le nombre de zéros de la fonction radiale, tandis que l est le nombre angulaire. On peut aussi exprimer les fréquences propres en fonction de la fréquence caractéristique $\Omega_M = \pi (c_l/h_0)$ qui représente la fréquence longitudinale fondamentale du résonateur:

$$\Omega_{pql}^2 = \Omega_M^2 \left[p^2 + (2q + l + 1) \frac{2p}{\pi} \sqrt{\frac{h_0}{R}} \right] \quad (3.45)$$

Ces modes propres acoustiques sont très similaires aux modes gaussiens optiques[35]. Ils diffèrent cependant par la condition de validité de l'approximation paraxiale. En règle générale, cette approximation est valable lorsque la composante transverse $k_\perp$ du vecteur d'onde est très petite devant la composante longitudinale k_z . En optique, cette condition est vérifiée dès que la longueur de la cavité est grande comparée à la longueur d'onde, ce qui est généralement le cas. En acoustique, cette condition n'est pas réalisée. Les composantes du vecteur d'onde sont données par:

$$k_z = \frac{p\pi}{h_0} \quad , \quad k_\perp = \sqrt{(2q + l + 1) \frac{2p\pi}{h_0 \sqrt{Rh_0}}} \quad (3.46)$$

Les ordres des différentes harmoniques (nombre p) pouvant être du même ordre de grandeur que les nombres q et l associés aux modes transverses, l'approximation paraxiale impose de prendre $R \gg h_0$.

Parmi tous les modes acoustiques u_{pql} , seuls nous intéressent ceux qui contribuent au déplacement moyen $\hat{u}$. Pour des raisons de symétrie, les modes concernés sont invariants par rotation autour de l'axe de propagation Oz . On ne considère donc que les modes $l = 0$ dont le déplacement est non nul dans le plan $z = 0$, modes que l'on

peut écrire sous la forme:

$$u_{pq}(r, \theta, z) = e^{-\left(\frac{r}{w_p}\right)^2} L_q\left(\frac{2r^2}{w_p^2}\right) \cos\left[\frac{p\pi z}{h(r)}\right] \quad (3.47)$$

Ces modes sont caractérisés par des fréquences de résonance Ω_{pq} données par l'équation (3.45) avec $l = 0$.

La forme explicite de l'amplitude $u_{pq}(\vec{r})$ du mode acoustique permet de déterminer les paramètres intervenant dans la susceptibilité effective, c'est à dire la masse M_{pq} du mode et le recouvrement $\langle v_0^2, u_{pq} \rangle$ avec le faisceau lumineux. On peut calculer la masse M_{pq} à l'ordre le plus bas en h_0/R (approximation paraxiale), en remplaçant l'épaisseur $h(r)$ au point r par l'épaisseur au centre h_0 . On se ramène ainsi à une intégrale simple de polynômes de Laguerre, qui donne[40]:

$$M_{pq} = \frac{\pi}{4} \rho h_0 w_p^2 \quad (3.48)$$

Cette relation montre bien que la masse M_{pq} est reliée au *volume* du mode, égal à l'épaisseur du résonateur par la section du mode. Cette masse est plus petite que la masse totale du résonateur, et décroît lorsque p augmente.

Le recouvrement $\langle v_0^2, u_{pq} \rangle$ entre le faisceau lumineux et le mode acoustique u_{pq} peut être calculé en utilisant les expressions des modes (équations 3.1 et 3.47) et la relation $\int_0^\infty dx e^{-bx} L_q(x) = (b-1)^q / b^{q+1}$ [40]. On obtient:

$$\langle v_0^2, u_{pq} \rangle = \frac{\left(\frac{w_p}{w_o}\right)^2}{\left(\frac{w_p}{w_o}\right)^2 + \frac{1}{2}} \left[\frac{\left(\frac{w_p}{w_o}\right)^2 - \frac{1}{2}}{\left(\frac{w_p}{w_o}\right)^2 + \frac{1}{2}} \right]^q \quad (3.49)$$

Le recouvrement spatial dépend uniquement du rapport w_p/w_o entre les cols acoustique et optique.

3.4.2 Mesure du bruit thermique du résonateur plan-convexe

Pour mesurer le spectre des fluctuations thermiques du résonateur, on utilise un faisceau de mesure résonnant avec la cavité et d'intensité suffisamment faible pour négliger les effets de pression de radiation (voir section 2.4.2). Le spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi est alors donné par la relation (2.76) en remplaçant le spectre $S_x[\Omega]$ par $S_{\hat{u}}[\Omega]$. Les fluctuations de position $\hat{u}$ du miroir sont reliées uniquement à la force de Langevin F_T (équation 3.37) et le spectre $S_{\hat{u}}[\Omega]$ est donné par:

$$S_{\hat{u}}[\Omega] = |\chi_{eff}[\Omega]|^2 S_T[\Omega] = \frac{2k_B T}{\Omega} \text{Im}\{\chi_{eff}[\Omega]\} \quad (3.50)$$

On obtient finalement pour le spectre des fluctuations de phase du faisceau réfléchi $S_q^{out} [\Omega]$:

$$S_q^{out} [\Omega] = S_q^{in} [\Omega] + 16 \frac{1}{1 + (\Omega/\Omega_{cav})^2} \frac{\hat{\Psi}_{NL}}{\gamma} \frac{k_B T}{\hbar \Omega} \mathcal{I}m \{ \bar{\chi}_{eff} [\Omega] \} \quad (3.51)$$

où $\bar{\chi}_{eff} [\Omega] = \chi_{eff} [\Omega] / \chi_{eff} [0]$ est la susceptibilité effective normalisée à 1 à fréquence nulle et $\hat{\Psi}_{NL}$ est le déphasage non linéaire lié au déplacement de la face plane du résonateur sous l'effet de la pression de radiation moyenne. Ce déphasage s'écrit, d'après les relations (2.47), (3.29) et (3.38):

$$\hat{\Psi}_{NL} = 4\hbar k^2 \bar{I} \chi_{eff} [0] = 4\hbar k^2 \bar{I} \sum_{p,q} \frac{\langle v_0^2, u_{pq} \rangle^2}{M_{pq} \Omega_{pq}^2} \quad (3.52)$$

Par rapport au cas simple de l'oscillateur harmonique, l'expression du déphasage non linéaire est plus difficile à évaluer puisqu'elle fait intervenir ici la contribution d'une infinité d'oscillateurs harmoniques pondérés par leur recouvrement spatial $\langle v_0^2, u_{pq} \rangle$ avec le mode optique. Nous reviendrons sur ce point dans la section 3.4.4.

On peut relier le spectre de bruit de phase $S_q^{out} [\Omega]$ à l'angle de perte Φ qui décrit la dissipation dans le résonateur:

$$S_q^{out} [\Omega] = S_q^{in} [\Omega] + \frac{16}{1 + (\Omega/\Omega_{cav})^2} \frac{\hat{\Psi}_{NL}}{\gamma} \frac{\Phi [\Omega] / \Omega}{\Phi [\Omega_M] / \Omega_M} \frac{n_T}{Q} \quad (3.53)$$

$$\times \sum_{pq} \langle v_0^2, u_{pq} \rangle^2 \frac{\chi_{pq} [0]}{\chi_{eff} [0]} |\bar{\chi}_{pq} [\Omega]|^2$$

où n_T est le nombre de phonons thermiques à la fréquence fondamentale Ω_M (équation 2.71). On obtient ainsi une expression similaire à celle obtenue dans la section 2.4.2 (équation 2.86). La contribution du bruit thermique au spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi est caractérisée par les mêmes paramètres, à savoir le rapport $\hat{\Psi}_{NL}/\gamma$ qui décrit l'amplitude du couplage optomécanique, le rapport n_T/Q qui décrit l'amplitude du bruit thermique et enfin le terme faisant intervenir l'angle de perte $\Phi [\Omega]$ qui décrit la dissipation dans le résonateur. La seule différence avec l'oscillateur harmonique est le terme de somme dans lequel apparaît la contribution de tous les modes acoustiques (terme $|\bar{\chi}_{pq} [\Omega]|^2$). Cette contribution est pondérée par un terme qui tient compte de la contribution relative du mode considéré à la susceptibilité effective à fréquence nulle.

Le spectre de phase en sortie $S_q^{out} [\Omega]$ peut être déterminé en calculant numériquement la double somme dans l'équation (3.53). La figure 26 montre les spectres de bruit $S_q^{out} [\Omega]$ obtenus à température ambiante pour les deux modèles de dissipation (amortissement visqueux et Φ constant). Les paramètres optiques de la cavité sont identiques à ceux utilisés dans la section 2.4.2 : finesse $\mathcal{F} = 3 \cdot 10^5$ et bande passante $\Omega_{cav} = 2\Omega_M$. Pour pouvoir négliger les effets de pression de radiation devant les effets thermiques, on garde aussi le même déphasage non linéaire $\hat{\Psi}_{NL} = \gamma/20$. Le résonateur mécanique, caractérisé par une épaisseur au centre $h_0 = 1.5 \text{ mm}$ et un rayon de courbure $R = 150 \text{ mm}$,

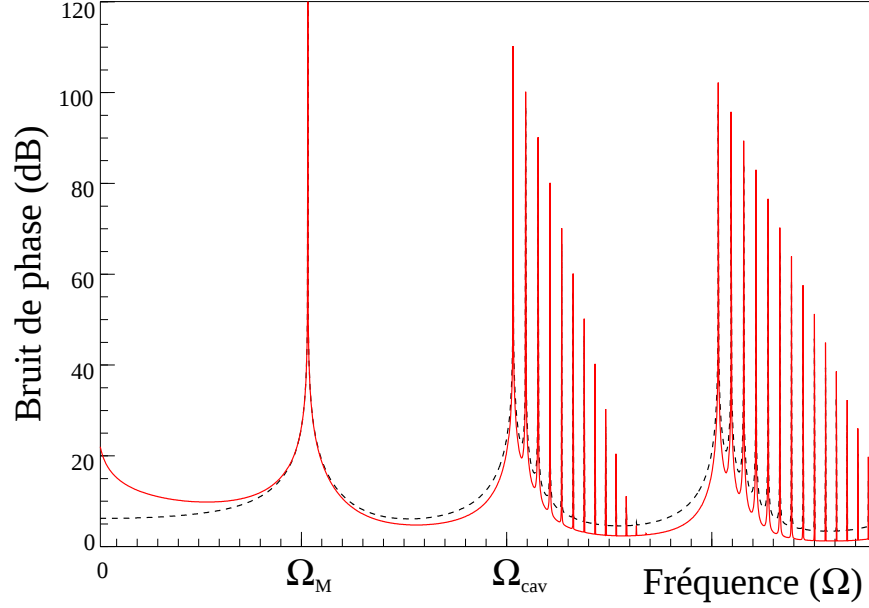


Fig. 26: Spectres de bruit de phase en sortie lorsque le faisceau, résonnant avec la cavité, est adapté spatialement au mode acoustique fondamental ($w_o = \sqrt{2}w_1$). La courbe en tirets représente le bruit thermique pour un amortissement de type visqueux, alors que la courbe en trait plein décrit un amortissement à angle de perte constant

est constitué d'un substrat en silice fondue de masse volumique $\rho = 2.2 \text{ g.cm}^{-3}$ et de vitesse de propagation longitudinale du son $c_l = 5970 \text{ m/s}$. Le col w_1 du mode acoustique fondamental est ainsi égal à 3.8 mm (équation 3.43) et la fréquence de résonance Ω_M est égale à $1.2 \cdot 10^7 \text{ rad/s}$. Le facteur de qualité Q du fondamental est choisi égal à 10^6 .

La figure 26 montre que le spectre de bruit thermique présente plusieurs pics associés aux modes acoustiques du résonateur : chaque mode contribue au spectre de bruit thermique par une réponse Lorentzienne à la fréquence Ω_{pq} . On distingue sur cette figure les différents modes longitudinaux du résonateur, correspondant à la fréquence Ω_M et à ses harmoniques. Chaque mode longitudinal ($p, q = 0$) est suivi d'une série de modes transverses ($p, q \geq 1$), excepté le mode fondamental. La contribution de chaque mode dépend en fait de la façon dont ils sont adaptés au mode optique. L'expression du recouvrement spatial $\langle v_0^2, u_{pq} \rangle$ (équation 3.49) montre qu'un mode acoustique longitudinal ($p, q = 0$) est parfaitement adapté au mode optique si la relation $w_o = \sqrt{2}w_p$ est satisfaite : le terme de recouvrement est alors maximum. Dans ce cas, l'intégrale de recouvrement est nulle pour les modes transverses associés à ce mode longitudinal. Les spectres de la figure 26 sont tracés dans le cas où le faisceau incident est adapté au mode acoustique fondamental, c'est-à-dire pour $w_o = \sqrt{2}w_1$. On voit que les modes acoustiques transverses du fondamental ne sont pas couplés au faisceau lumineux et ne contribuent pas au spectre. Par contre, les autres modes acoustiques longitudinaux ne sont pas parfaitement adaptés au faisceau lumineux et le spectre fait apparaître pour ces modes un peigne de modes transverses d'amplitude décroissante : on peut montrer

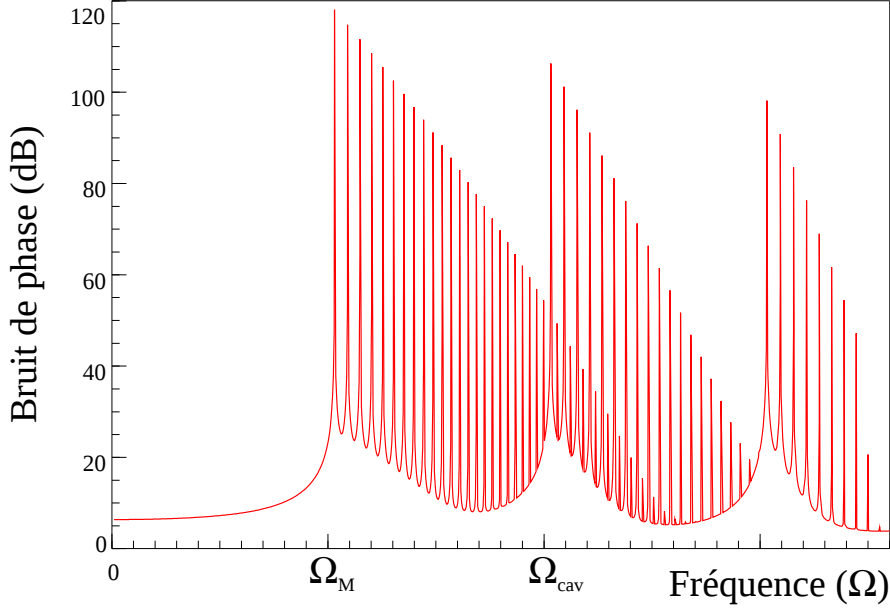


Fig. 27: Spectre de bruit de phase en sortie pour un col optique $w_o = \frac{1}{2}w_1$. Le spectre est calculé dans le cas d'un amortissement visqueux. Les modes longitudinaux n'étant pas adaptés spatialement au mode optique, on voit apparaître sur le signal des séries importantes de modes transverses qui se recouvrent

à partir de l'équation (3.49) que le recouvrement des modes transverses est d'autant plus faible que l'ordre q du mode est élevé.

L'allure du spectre de bruit de phase dépend donc beaucoup de l'adaptation spatiale entre les modes acoustiques et optique. La figure 27 montre le spectre de bruit de phase en sortie dans le cas d'un amortissement visqueux, pour un col optique w_o plus petit, égal à $w_1/2$. Le faisceau lumineux n'est plus adapté spatialement au mode fondamental et il est ainsi couplé à un grand nombre de ses modes transverses, si bien que les séries de modes transverses associées aux différents modes longitudinaux se recouvrent.

En conclusion, nous avons montré que le spectre de bruit du faisceau réfléchi par la cavité peut fournir des informations sur le mouvement Brownien du résonateur plan-convexe. Cette étude montre d'autre part l'importance de l'adaptation spatiale entre le faisceau lumineux et les modes acoustiques du résonateur. En modifiant la taille du faisceau lumineux, il est possible de modifier le couplage avec les modes acoustiques, et ainsi de modifier l'influence dans le signal optique du bruit thermique de certains modes acoustiques.

3.4.3 Mesure QND de l'intensité lumineuse

Le principe de la mesure QND décrit dans la partie 2.4 reste valable pour un résonateur plan-convexe. Le faisceau signal et le faisceau de mesure sont tous deux résonnants avec la cavité et adaptés spatialement à son mode fondamental TEM_{00} .

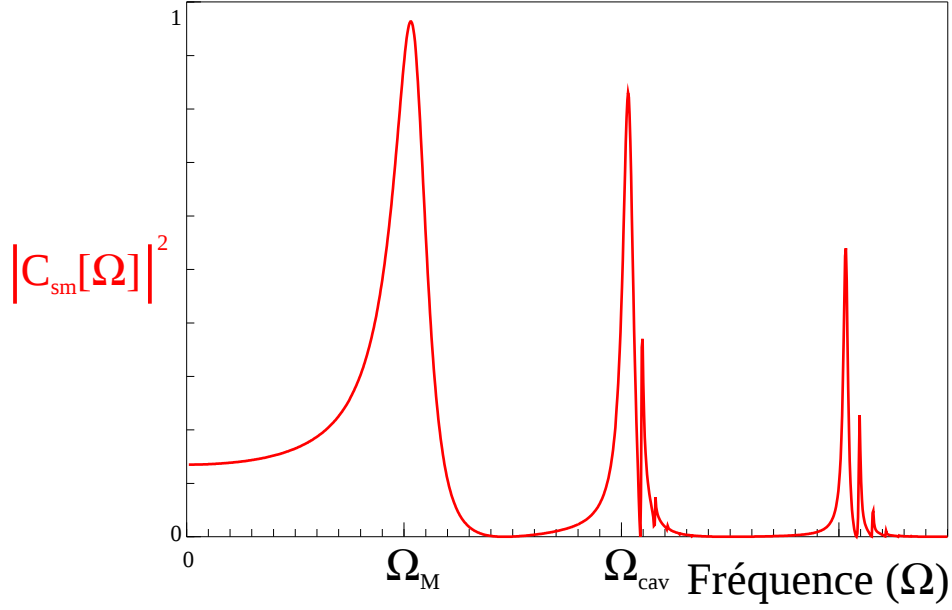


Fig. 28: Spectre des corrélations quantiques entre la quadrature d'amplitude du signal et la quadrature de phase du faisceau de mesure. Les deux faisceaux sont résonnants avec la cavité et adaptés spatialement au mode acoustique fondamental du résonateur mécanique plan-convexe ($w_0 = \sqrt{2}w_1$)

Dans ces conditions l'intensité du signal n'est pas dégradée par la mesure et elle est corrélée à la quadrature de phase du faisceau de mesure réfléchi. Les deux faisceaux étant gaussiens, le déplacement $\hat{u}[\Omega]$ auquel est sensible la phase δq_m^{out} du faisceau de mesure réfléchi est donné par l'équation (3.37) dans laquelle l'intensité intracavité est égale à la somme des intensités des deux faisceaux (on suppose les deux faisceaux polarisés orthogonalement). L'expression de δq_m^{out} est obtenue en remplaçant dans la relation (2.88) le déplacement δx par $\hat{u}$, ce qui revient à substituer dans les résultats de la section 2.4.3 la susceptibilité harmonique χ par la susceptibilité effective χ_{eff} qui prend en compte la structure spatiale du système.

L'expression de la fonction de corrélation signal-mesure $|C_{sm}[\Omega]|^2$ est donc donnée par la relation (2.93b) en remplaçant la susceptibilité harmonique $\bar{\chi}$ dans les équations (2.94) par la susceptibilité $\bar{\chi}_{eff}$. Le spectre des corrélations est ensuite obtenu en calculant numériquement la double somme qui apparaît dans l'expression de χ_{eff} . La figure 28 montre le résultat du calcul dans le cas où les deux faisceaux sont adaptés spatialement au mode acoustique fondamental ($w_0 = \sqrt{2}w_1$). Les paramètres de la cavité sont les mêmes que dans la section 2.4.3; en particulier les déphasages non linéaires $\hat{\Psi}_s$ et $\hat{\Psi}_m$ sont égaux à γ et $\gamma/100$. Les caractéristiques du résonateur mécanique sont les mêmes que dans la section précédente.

Comme dans le cas du modèle harmonique (figure 22, page 49), les corrélations quantiques reproduisent la dépendance en fréquence de la réponse mécanique du miroir mobile. Dans le cas du résonateur plan-convexe, la réponse est caractérisée par plusieurs résonances et les corrélations signal-mesure sont maximales aux fréquences de résonances acoustiques du résonateur. Comme dans le cas monodimensionnel, on observe l'effet

de filtrage de la cavité qui limite les corrélations pour des fréquences supérieures à la bande passante de la cavité.

On retrouve dans le cas du résonateur plan-convexe les paramètres essentiels du couplage optomécanique que nous avons précisés dans le chapitre précédent. L'efficacité du couplage dépend des rapports $\hat{\Psi}_{s/m}/\gamma$ et n_T/Q qui décrivent respectivement les effets de pression de radiation et du bruit thermique. A basse température, les effets thermiques sont réduits grâce aux valeurs élevées de la fréquence de résonance fondamentale Ω_M et du facteur de qualité du résonateur. Les effets quantiques liés à la pression de radiation sont significatifs lorsque les déphasages non linéaire $\hat{\Psi}_{s/m}$ sont de l'ordre des pertes γ de la cavité.

3.4.4 Masse effective

Le déphasage non linéaire est un paramètre important qui intervient dans la caractérisation du couplage optomécanique. Nous allons étudier maintenant comment il est relié aux paramètres physiques du système. Nous allons montrer en particulier que le déphasage non linéaire produit par un résonateur plan-convexe est beaucoup plus grand que dans le cas d'un simple oscillateur harmonique de même masse totale.

Le déphasage non linéaire dépend de la réponse mécanique à fréquence nulle $\chi_{eff}[0]$ du résonateur (équation 3.52). Cette réponse est reliée à la réponse de l'ensemble des modes acoustiques:

$$\chi_{eff}[0] = \sum_{p,q} \frac{\langle v_0^2, u_{pq} \rangle^2}{M_{pq} \Omega_{pq}^2} \quad (3.54)$$

En fait, l'effet du résonateur à basse fréquence est similaire à celui d'un simple oscillateur harmonique de fréquence de résonance égale à la fréquence fondamentale Ω_M du résonateur, mais de *masse effective* différente de la masse totale du résonateur. On peut définir cette masse effective M_{eff} en identifiant la réponse à basse fréquence $\chi_{eff}[0]$ à celle d'un seul oscillateur harmonique:

$$\frac{1}{M_{eff} \Omega_M^2} = \sum_{p,q} \frac{\langle v_0^2, u_{pq} \rangle^2}{M_{pq} \Omega_{pq}^2} \quad (3.55)$$

La masse effective est donc reliée aux masses M_{pq} des modes acoustiques et dépend du recouvrement spatial avec le faisceau lumineux.

A partir des expressions du col w_p , de la fréquence de résonance Ω_{pq} , de la masse M_{pq} et du recouvrement spatial $\langle v_0^2, u_{pq} \rangle$ (équations 3.43, 3.44, 3.48, 3.49), on peut exprimer la masse effective en fonction de la masse du mode acoustique fondamental M_1 et du rapport $r = w_1/w_0$ entre les cols du mode acoustique fondamental et du mode optique:

$$\frac{1}{M_{eff}} = \frac{1}{M_1} \sum_{p,q} \frac{4r^4}{(2r^2 + p)^2} \left(\frac{2r^2 - p}{2r^2 + p} \right)^{2q} \frac{1}{p + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{h_0}{R}} (2q + 1)} \quad (3.56)$$

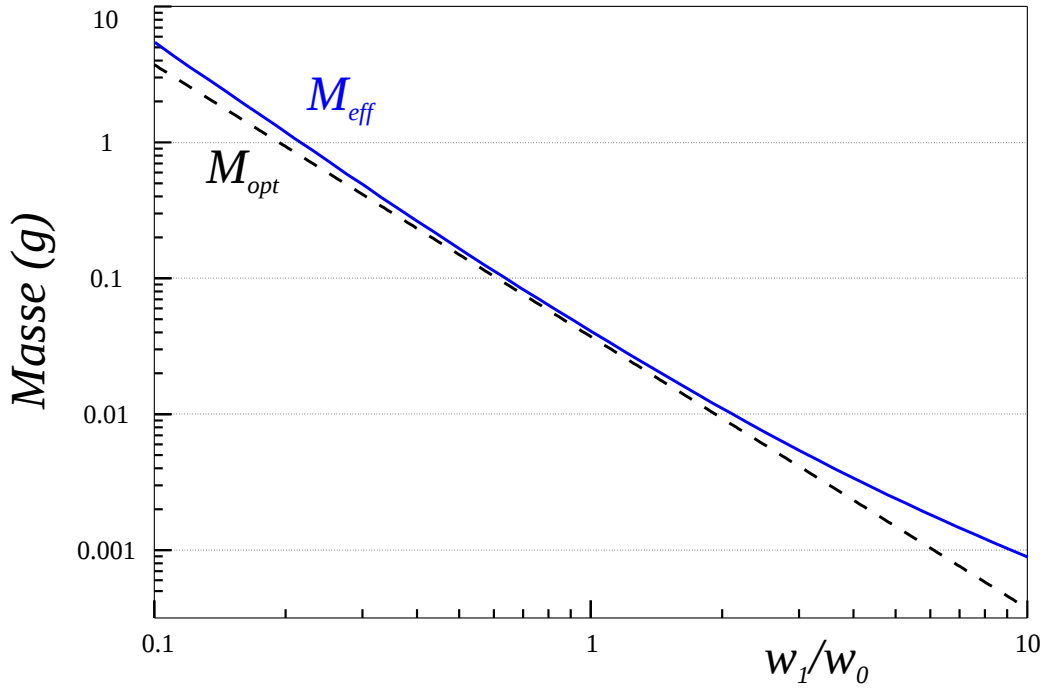


Fig. 29: Variation des masses effective et optique en fonction du col du faisceau lumineux

La courbe en trait plein de la figure 29 montre l'évolution de la masse effective en fonction du rapport r , en gardant les mêmes paramètres géométriques du résonateur que ceux utilisés dans la partie précédente ($h_0 = 1.5 \text{ mm}$ et $R = 150 \text{ mm}$). Le mode fondamental a alors une masse $M_1 = 37 \text{ mg}$ et un col $w_1 = 3.8 \text{ mm}$. La masse effective est d'autant plus petite que le col optique w_0 est petit devant le col acoustique w_1 et elle peut atteindre une valeur de 1 mg seulement pour un col optique w_0 égal à $w_1/10$, soit $380 \text{ }\mu\text{m}$. La masse effective peut donc être deux à trois ordres de grandeur plus petite que la masse totale du résonateur, qui est de l'ordre de 400 mg , augmentant dans les mêmes proportions les effets du couplage optomécanique. Pour une masse effective de 1 mg , il suffit d'une puissance lumineuse incidente de 60 mW pour avoir un déphasage non linéaire $\hat{\Psi}_{NL}$ égal à γ .

On peut par ailleurs donner une estimation simple, notée M_{opt} , de la masse effective à la limite $h_0 \ll R$. On peut alors négliger la dépendance en q dans le dernier terme de l'expression (3.56). Cela revient à supposer tous les modes transverses dégénérés ($\Omega_{pq} = \Omega_{p0}$). La somme sur p est alors une simple série géométrique, et on obtient:

$$\frac{1}{M_{opt}} = \frac{r^2}{2M_1} \sum_p \frac{1}{p^2} = \frac{\pi^2}{12} \frac{r^2}{M_1} \quad (3.57)$$

En utilisant l'expression de M_1 (équation 3.48) on trouve finalement:

$$M_{opt} = \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{\pi}{4} \rho h_0 w_0^2 \right) \quad (3.58)$$

Le terme entre parenthèses représente la *masse optique*, qui correspond à la masse du volume du résonateur délimité par le faisceau lumineux. La courbe en traits tiretés de la figure 29 décrit la variation de la masse M_{opt} en fonction du col du faisceau dans la cavité. Comme on peut le voir, cette masse optique fournit une bonne estimation de la masse effective M_{eff} .

3.5 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre les caractéristiques du couplage optomécanique entre un miroir mobile déposé sur un résonateur plan-convexe et un faisceau lumineux gaussien. Nous avons montré qu'une déformation du miroir est équivalente pour le champ à un déplacement suivant l'axe de la cavité, déplacement égal à la moyenne spatiale de la déformation sur la section du faisceau lumineux.

Nous avons ensuite déterminé le déplacement du miroir lorsque le résonateur est soumis à la force de pression de radiation du faisceau lumineux tout en étant en contact avec un bain thermique. Pour cela nous avons utilisé l'équivalence entre le résonateur mécanique et un ensemble d'oscillateurs harmoniques associés aux modes acoustiques propres du résonateur. Chaque mode acoustique contribue au mouvement du miroir dans une proportion qui dépend de sa susceptibilité mécanique et du recouvrement spatial entre le mode acoustique et le faisceau lumineux.

Nous avons montré qu'il est possible de rendre compte de la complexité de la réponse mécanique du résonateur en définissant une susceptibilité effective χ_{eff} . Cette susceptibilité permet de généraliser les résultats obtenus dans le chapitre précédent pour un seul oscillateur harmonique. Nous avons ainsi étudié les possibilités de mesurer le mouvement Brownien du résonateur et de réaliser une mesure quantique non destructive. Les spécificités liées à l'utilisation d'un résonateur plan-convexe apparaissent essentiellement dans la présence de multiples fréquences de résonance acoustiques et dans l'importance de l'adaptation spatiale entre la lumière et les modes acoustiques.

Les paramètres physiques essentiels du couplage optomécanique restent cependant les mêmes. Les effets liés à la pression de radiation sont significatifs lorsque le déphasage non linéaire $\hat{\Psi}_{NL}$ est de l'ordre des pertes γ de la cavité. Les effets thermiques sont proportionnels au rapport n_T/Q entre le nombre de phonons thermiques à la fréquence de résonance fondamentale du résonateur et le facteur de qualité de cette résonance.

Nous avons enfin défini une masse effective qui permet de décrire les effets du couplage optomécanique à basse fréquence. Un résonateur plan-convexe est équivalent à un oscillateur harmonique dont la masse effective est de l'ordre de la *masse optique*, c'est à dire la masse du volume du résonateur *éclairé* par le faisceau lumineux. On obtient

ainsi une masse effective très petite, inférieure au milligramme, lorsque la section du faisceau lumineux est suffisamment petite. Ceci devrait permettre d'observer les effets du couplage optomécanique pour des puissances lumineuses incidentes raisonnables, de l'ordre de quelques milliwatts.

Notons enfin que cette étude n'est pas limitée à la seule géométrie plan-convexe. Le choix d'une géométrie pour le résonateur modifie simplement la structure spatiale des modes acoustiques. Des études similaires à celle présentée ici ont été réalisées pour caractériser le bruit thermique des modes de vibrations internes des miroirs des interféromètres VIRGO et LIGO[6]. Ces miroirs ont une structure cylindrique et il est nécessaire d'utiliser des méthodes de calcul numérique par éléments finis pour déterminer la structure spatiale des modes acoustiques ainsi que leur fréquences propres. On trouve alors que la masse effective est 5 à 10 fois plus petite que la masse totale du miroir. C'est finalement grâce au confinement radial des modes acoustiques qu'il est possible d'obtenir avec un résonateur plan-convexe une masse effective beaucoup plus petite.

4 LE MONTAGE EXPERIMENTAL

L'expérience que nous allons décrire dans ce chapitre a débuté en décembre 1994. Nous avons réalisé au cours de ces dernières années le montage expérimental qui doit permettre de mettre en évidence les effets quantiques du couplage optomécanique présentés dans les chapitres précédents. Ce montage est essentiellement composé de quatre parties comme le montre la figure 30 :

- La cavité à miroir mobile constitue le coeur de l'expérience car ses caractéristiques imposent des contraintes sévères pour le reste du montage. La cavité est composée d'un miroir qui sert de coupleur d'entrée-sortie et du miroir mobile de haute réflectivité déposé sur un résonateur mécanique de structure plan-convexe. L'ensemble forme une cavité linéaire de grande finesse à une seule entrée-sortie.

- La source laser est constituée d'un laser titane saphir stabilisé en fréquence et en intensité. Etant donné la grande finesse de la cavité à miroir mobile, la source laser doit présenter une très grande stabilité en fréquence et en intensité. Ceci a nécessité

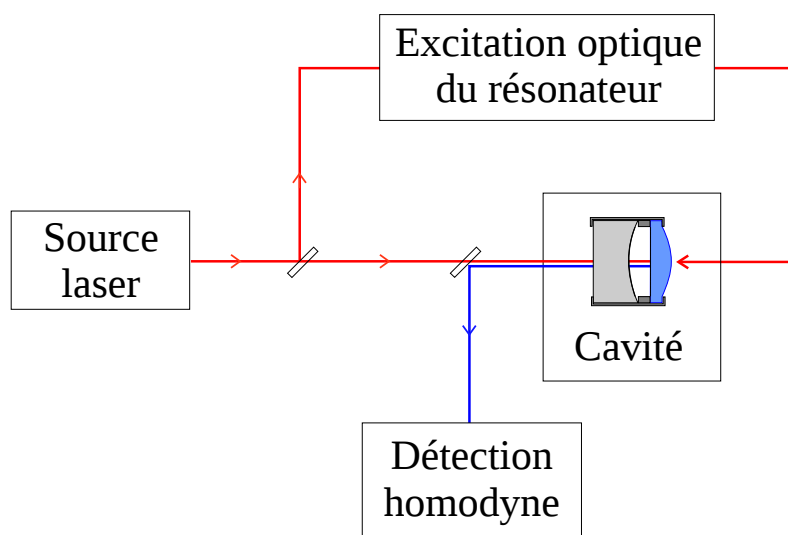


Fig. 30: Schéma général de l'expérience. Le montage est composé de quatre parties : la source laser, la cavité à miroir mobile, un système de détection homodyne, et un dispositif permettant d'exciter optiquement les modes acoustiques du résonateur

la réalisation de systèmes de stabilisation très performants. D'autre part, le faisceau à la sortie du laser présente un certain astigmatisme. Pour le supprimer, le faisceau laser est filtré spatialement à l'aide d'une cavité résonnante, ce qui permet d'adapter précisément le faisceau au mode fondamental de la cavité à miroir mobile.

- Pour mesurer les fluctuations du faisceau réfléchi par la cavité, on utilise un système de détection homodyne qui permet de mesurer le bruit de n'importe quelle quadrature du faisceau réfléchi, à l'échelle des fluctuations quantiques.

- Le dernier élément est un dispositif permettant d'exciter les modes acoustiques du résonateur, afin de caractériser la réponse mécanique du miroir mobile. On utilise une partie du faisceau laser, modulée en intensité à une fréquence variable. Ce faisceau se réfléchit par l'arrière sur le miroir mobile et exerce ainsi une force de pression de radiation dont l'amplitude est modulée.

Dans la suite nous allons décrire ces différentes parties et présenter pour chacune d'entre elles les performances obtenues sur notre montage.

4.1 La cavité à miroir mobile

La cavité à miroir mobile est une cavité linéaire d'une longueur comprise entre 0.5 et 1 *mm*. La longueur de la cavité ainsi que le parallélisme et le centrage des deux miroirs sont fixés grâce à deux pièces cylindriques en cuivre parfaitement centrées, dans lesquelles viennent se loger les miroirs. Pour éviter d'endommager les miroirs, l'ensemble est serré par des lames de chrysocale de forme cylindrique qui appliquent une contrainte uniforme sur la périphérie des miroirs. La figure 31 montre une photo de la cavité vue du côté du miroir mobile. On distingue la lame de chrysocale fixée par six vis au support en cuivre. L'ensemble est placé dans un support en dural, monté sur platines de translation.

Le miroir mobile (au premier plan sur la figure 31) a été réalisé par le Service des Matériaux Avancés de l'Institut de Physique Nucléaire à Lyon. Cette équipe travaille à la réalisation des miroirs destinés à l'interféromètre Virgo. Le miroir de très haute réflectivité et à faible perte est déposé sur un substrat plan-convexe en silice fondue très pure, de petite dimension (1.5 *mm* d'épaisseur et 14 *mm* de diamètre). Le miroir qui sert de coupleur d'entrée pour la cavité présente une transmission plus importante mais est aussi à faible perte.

Nous allons présenter dans cette partie les caractéristiques de la cavité. Nous commencerons par décrire le miroir mobile en présentant les spécifications fournies par les fabricants (section 4.1.1). Nous décrirons ensuite le coupleur d'entrée (section 4.1.2), la cavité optique (section 4.1.3) et les caractéristiques (bande passante, intervalle entre ordres, finesse, perte et transmission des miroirs) que nous avons mesurées (section 4.1.4).

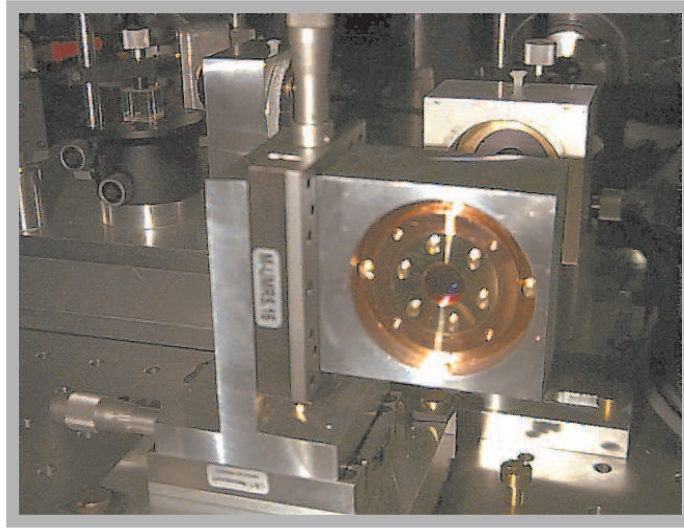


Fig. 31: Vue arrière de la cavité à miroir mobile montée dans son support

4.1.1 Le miroir mobile

Le miroir mobile est réalisé en deux étapes distinctes : la fabrication du substrat et le dépôt des couches multidiélectriques. En ce qui concerne le substrat, ses caractéristiques (matériau utilisé, géométrie, état de surface) déterminent non seulement la qualité optique du miroir mais aussi les propriétés mécaniques du résonateur. Nous avons choisi d'utiliser des substrats en silice fondue. Ce matériau synthétique présente plusieurs avantages, tant sur le plan optique que mécanique. Etant utilisé depuis de nombreuses années comme substrat pour la réalisation de miroirs, les techniques de polissage et de dépôt de couches multidiélectriques sur ce matériau sont parfaitement maîtrisées. Ceci permet d'obtenir des miroirs ayant des pertes de l'ordre du *ppm* (une part par million) et une excellente tenue au flux. Les caractéristiques mécaniques de ce matériau sont aussi très bonnes, puisque les facteurs de qualité intrinsèque de la silice à basse température sont supérieurs à 10^8 .

Le substrat a une géométrie plan-convexe. Grâce au confinement des modes acoustiques au centre du résonateur, cette structure devrait permettre d'obtenir des facteurs de qualité mécanique proche de sa valeur intrinsèque. Ce type de géométrie a déjà été utilisée dans le cas de résonateurs en quartz pour étudier les propriétés des modes de cisaillement. Les expériences réalisées ont montré un excellent accord avec la théorie tant en ce qui concerne la fréquence de résonance que la structure spatiale des modes. En particulier, des expériences de diffraction de rayons X ont permis de visualiser la structure gaussienne de ces modes et leur confinement[41]. D'autres expériences ont montré que le facteur de qualité de ces résonances peut atteindre sous vide et à basse température des valeurs proches de 10^8 [42].

Nos substrats ont été réalisés par la société Maris Delfour. Nous disposons ainsi d'un ensemble de substrats d'épaisseur au centre $h_0 = 1.5 \text{ mm}$ et de différents rayons

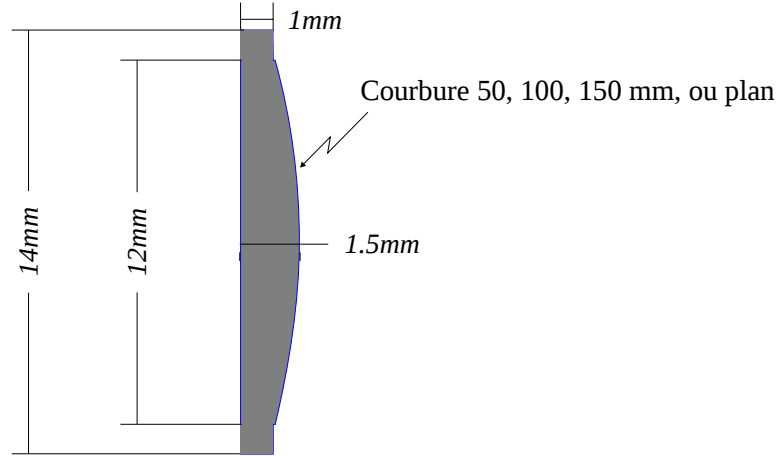


Fig. 32: Schéma de la structure plan-convexe des substrats en silice fondue

de courbure (50, 100 et 150 *mm*). Nous avons aussi des substrats plan-plan pour étudier les caractéristiques des modes acoustiques dans le cas où les modes ne sont pas confinés. La figure 32 montre la géométrie précise de nos substrats. La partie périphérique du substrat plan-convexe de 12 *mm* de diamètre est prolongée de 1 *mm* de façon à former un anneau de 1 *mm* d'épaisseur. Cet anneau permet de tenir le résonateur sans endommager le traitement déposé sur la face plane. En tenant ainsi le miroir sur les bords, on diminue aussi l'effet des contraintes sur les caractéristiques des modes acoustiques (fréquence de résonance et facteur de qualité).

4.1.1.1 Etat de surface des substrats

Les caractéristiques optiques du miroir mobile qui sont importantes en vue de la réalisation d'une cavité de grande finesse sont la transmission résiduelle, les pertes et la tenue au flux. Les deux premiers paramètres peuvent être définis par des coefficients T et P égaux respectivement aux rapports entre l'énergie lumineuse transmise ou perdue et l'énergie lumineuse incidente. Par conservation de l'énergie, ces paramètres sont reliés au coefficient de réflexion en intensité R par:

$$R + T + P = 1 \quad (4.1)$$

Le coefficient de perte P est lui-même la somme des pertes par absorption A et des pertes par diffusion D :

$$P = A + D \quad (4.2)$$

Enfin, la tenue au flux est caractérisée par la puissance maximale admissible par unité de surface.

La plupart de ces paramètres dépendent de la qualité des couches multi-diélectriques. Cependant, les pertes par diffusion sont pour l'essentiel liées à l'état de surface des substrats. On définit la rugosité σ du substrat comme la moyenne des écarts quadratiques

des irrégularités de la surface du substrat par rapport à une surface idéale. Le coefficient de diffusion D est alors donné par[43]:

$$D = \left(\frac{4\pi\sigma}{\lambda} \right)^2 \quad (4.3)$$

La société Maris Delfour qui a réalisé nos substrats garantit un poli de la surface à traiter correspondant à une rugosité de l'ordre de $0.2 \text{ \AA}$, ce qui induit des pertes par diffusion inférieures à 1 ppm , pour une longueur d'onde de 800 nm .

Nous avons caractérisé la rugosité de nos substrats au Laboratoire de l'Ecole Supérieure de Physico-Chimie Industrielle (E.S.P.C.I.) en utilisant un dispositif développé par P. Gleyzes et C. Boccara[44]. Ce dispositif permet de mesurer le déphasage entre deux faisceaux réfléchis par deux points de l'échantillon, mesure qui donne accès à la dénivellation entre ces deux points. Le principe du dispositif est le suivant : un faisceau de lumière issu d'une diode laser traverse un prisme de Wollaston qui le sépare angulairement en deux faisceaux de même intensité et de polarisations orthogonales. Ces deux faisceaux sont ensuite focalisés en deux points de l'échantillon écartés d'un micron. Après réflexion sur l'échantillon, les deux faisceaux sont recombinaisonnés par le Wollaston. A cause du déphasage induit par le cube et par la différence de marche des deux points analysés, le faisceau résultant a une polarisation elliptique. La mesure de l'ellipticité permet donc de déterminer la différence de hauteur entre les deux points. Afin d'améliorer le rapport signal à bruit, cette mesure utilise une technique de modulation de la polarisation qui permet de mesurer des dénivellations inférieures à 10 picomètres . Une microplatine permet de déplacer l'échantillon et d'acquérir des valeurs du profil différentiel sur des intervalles de quelques centaines de microns avec un pas d'échantillonnage égal à $0.5 \text{ }\mu\text{m}$. Ces valeurs sont stockées puis traitées afin d'en déduire le profil réel de la surface échantillonnée. La figure 33 (a) montre la topographie au centre de l'un de nos substrats : les points sombres et clairs représentent des "bosses" ou des "creux". La figure 33 (b) représente l'histogramme des valeurs du profil obtenu avec le même substrat. On obtient pour ce substrat une rugosité de l'ordre de $0.6 \text{ \AA}$, soit une valeur trois fois plus élevée que celle annoncée par le fabricant.

Dans l'ensemble, cette caractérisation a montré que la rugosité de nos meilleurs substrats est plutôt de l'ordre de l'Ångström et que les surfaces présentent des défauts importants, sous forme de longues rayures ou bosses. Les pertes par diffusion attendues seront donc au moins de l'ordre de quelques ppm . A terme, si l'on veut mettre en évidence les effets quantiques du couplage optomécanique, il sera nécessaire de disposer de substrats ayant un meilleur état de surface. La qualité de ces substrats est cependant suffisante pour la première étape de l'expérience qui consiste à caractériser le couplage optomécanique et mesurer le bruit thermique du résonateur. Nous verrons que les pertes des miroirs réalisés avec ces substrats sont suffisamment faibles pour construire une cavité optique de grande finesse.

L'état de surface de la face convexe intervient aussi au niveau du facteur de qualité des résonances acoustiques du résonateur mécanique. Cette face est polie optiquement

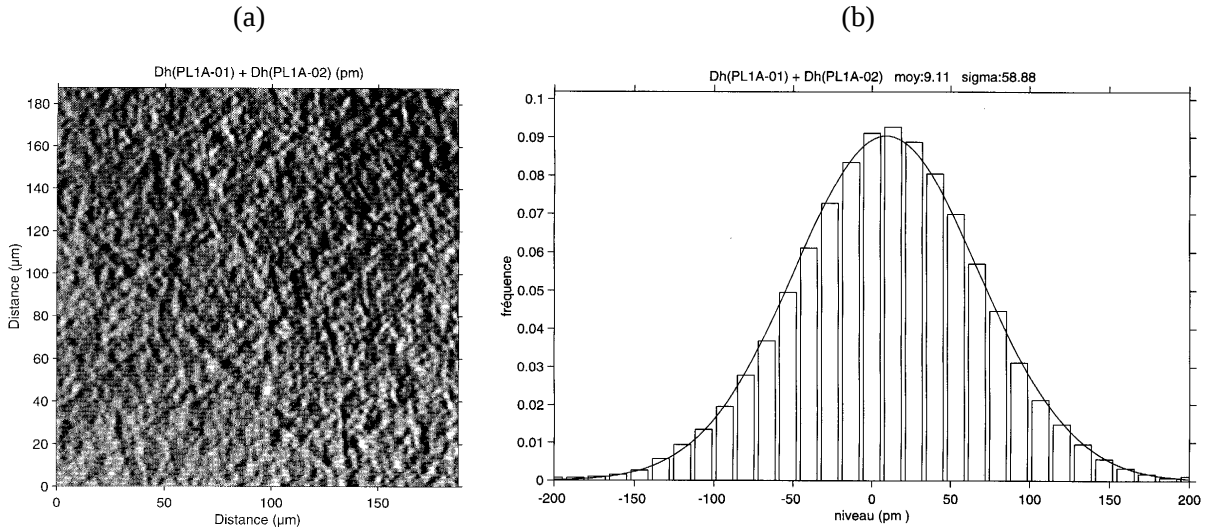


Fig. 33: Caractérisation de l'état de surface de nos substrats en silice fondue. La figure (a) représente une topographie au centre du substrat obtenue par une méthode d'interférométrie différentielle développée à l'ESPCI. Ces résultats permettent d'obtenir un histogramme du relief de la surface échantillonnée (b), à partir duquel est déduite la rugosité σ

à $\lambda/10$ ce qui est largement suffisant pour éviter toute dégradation du facteur de qualité mécanique.

4.1.1.2 Les traitements multidiélectriques

Les pertes par absorption dans les couches multidiélectriques peuvent être limitées par un choix approprié des matériaux et aussi par la méthode utilisée pour déposer les couches. Nos miroirs ont été réalisés et caractérisés par l'équipe de J. M. Mackowski du Service des Matériaux Avancés de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon qui réalise les miroirs de Virgo dont les spécifications sont très sévères. La technique de dépôt utilisée est la pulvérisation réactive par double faisceau d'ions (Dual Ion Beam Sputtering)[45]. Cette technique de dépôt permet d'obtenir des couches minces très denses et parfaitement isotropes.

Dans ce procédé, on utilise un faisceau énergétique d'ions argon Ar^+ pour bombarder une cible constituée du matériau que l'on veut déposer sur les substrats. Les espèces pulvérisées sont émises dans le demi-espace face à la cible et viennent se condenser sur le substrat pour former le film mince. Tel quel, le film présente des microstructures qui peuvent constituer des sources d'absorption importantes, limitant ainsi la tenue au flux du traitement. C'est pourquoi le substrat est soumis à un autre faisceau d'ions d'oxygène O_2^+ peu énergétique afin d'assister la croissance du film. On obtient ainsi des couches très compactes avec un niveau d'absorption très bas (inférieur au *ppm*) assurant une tenue au flux supérieure à 10 kW/cm^2 . Le nombre de couches multidiélectriques, qui est égal à 43, est tel que le niveau de transmission est pratiquement nul.

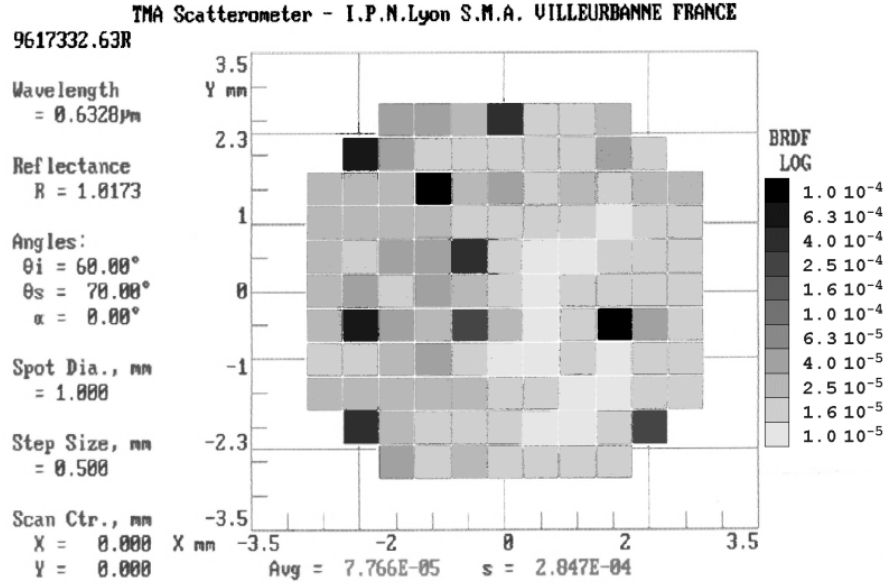


Fig. 34: Résultat d'une mesure de diffusion au centre d'un miroir à l'aide du diffusomètre de l'IPN à Lyon

La qualité du traitement dépend beaucoup de l'état de surface de la face traitée du substrat. En fait, les pertes totales de nos miroirs sont essentiellement dues à la diffusion liée à la rugosité relativement importante des substrats qui impose la reproduction des défauts couche après couche. Le système utilisé à l'I.P.N. pour mesurer les pertes par diffusion est un diffusomètre de type C.A.S.I. (complete angle scan instrument)[46]. Le miroir, monté sur un support orientable, est éclairé par un faisceau laser de section 1 mm^2 et la lumière diffusée est détectée à l'aide d'un photomultiplicateur porté par le bras mobile d'un goniomètre. On peut ainsi faire varier l'angle d'incidence θ_i du faisceau incident par rapport au miroir et l'angle de diffusion θ_s correspondant au détecteur.

Ce dispositif donne accès à la fonction BRDF (bidirectional reflectance distribution function), définie comme le rapport entre l'énergie totale diffusée par unité d'angle solide et le produit de l'énergie incidente par le cosinus de l'angle de diffusion θ_s . En d'autres termes, le produit $BRDF \times \cos(\theta_s)$ est le flux diffusé par unité de surface et d'angle solide, normé au flux incident. Ainsi, en déplaçant le miroir dans son plan on obtient la fonction BRDF en plusieurs points de sa surface pour une direction de diffusion donnée. La figure 34 montre une cartographie de diffusion d'une surface d'environ 16 mm^2 au centre du miroir pour des angles θ_i et θ_s fixés. Ce type de cartographie permet seulement d'avoir une idée générale concernant les pertes par diffusion auquel on doit s'attendre dans notre cavité à miroir mobile. En effet, pour une position donnée, le taux de diffusion obtenu est en fait une moyenne sur la section du miroir éclairée par le faisceau, section qui est relativement importante (1 mm^2). D'autre

part, la diffusion dans une direction donnée n'est pas nécessairement représentative de la diffusion totale.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant où sont repérés les miroirs que nous avons utilisé (lignes grisées). La troisième colonne indique la valeur de la fonction BRDF pour une direction de diffusion donnée, et moyennée sur toute la surface analysée. La quatrième colonne donne la valeur de la fonction au centre du miroir (section 1 mm^2). Enfin, les pertes totales par diffusion (cinquième colonne) sont obtenues en intégrant la courbe angulaire de la fonction BRDF dans le demi-espace, en supposant que la diffusion est la même dans toutes les directions. Ceci suppose des propriétés isotropes du traitement multidiélectrique. Les résultats obtenus montrent que les pertes par diffusion de nos miroirs sont importantes, ce qui est probablement lié à l'état de surface des substrats qui ne permet d'atteindre qu'au mieux des pertes de l'ordre de 10 ppm .

Nom	Rayon de courbure (mm)	BRDF moyenne Diam 3mm (sr^{-1})	BRDF au centre (sr^{-1})	Diffusion au centre (ppm)
M21	plan	$4.6 \cdot 10^{-4}$	$2.1 \cdot 10^{-4}$	100
M22	plan	$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}	68
M12	50	$2.8 \cdot 10^{-4}$	$2.7 \cdot 10^{-4}$	110
M13	50	$3 \cdot 10^{-4}$	$4.4 \cdot 10^{-4}$	220
M14	50	$4 \cdot 10^{-4}$	$4.9 \cdot 10^{-4}$	250
M24	100	$9.1 \cdot 10^{-5}$	$4.4 \cdot 10^{-5}$	25
M23	100	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$9.7 \cdot 10^{-5}$	65
M32	150	$7.8 \cdot 10^{-5}$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	10
M31	150	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-4}$	80
M33	200	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$7.4 \cdot 10^{-4}$	400
M34	200	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	2500

Il est important de noter que cette caractérisation ne nous permet pas de fixer une valeur assez précise pour la diffusion puisque dans le cas de notre expérience, la taille du faisceau au niveau du miroir mobile est au plus de l'ordre de $100 \mu\text{m}$. D'autre part, étant donné l'état de surface de nos substrats, la condition d'isotropie du traitement n'est probablement pas satisfaite ce qui peut induire un écart non négligeable par rapport aux valeurs obtenues. Nous verrons que nos mesures sur la cavité à miroir mobile permettent de donner des valeurs plus précises pour les pertes de nos miroirs.

Notons pour terminer que ces miroirs sont très fragiles : le dépôt de poussière augmente très rapidement les pertes par diffusion, jusqu'à des valeurs supérieures à 100 ppm . D'autre part, ces miroirs ne peuvent pas être nettoyés par les techniques usuelles employées pour des miroirs moins performants. C'est pourquoi nous avons installé l'ensemble de l'expérience sous un flux laminaire qui assure une propreté au niveau de la table optique correspondant à une salle blanche de classe 100.

4.1.2 Le coupleur d'entrée

La cavité optique est constituée du miroir mobile et d'un miroir qui sert de coupleur d'entrée et qui présente une transmission plus grande, mais néanmoins assez faible pour assurer une finesse élevée. Nous avons choisi d'utiliser des miroirs commerciaux fabriqués par Micro-control Newport sous la dénomination de "SuperMirrors" de série haute finesse. D'après les spécifications du constructeur, ces miroirs présentent une transmission de 50 *ppm*, des pertes (diffusion et absorption) du même ordre et une tenue au flux supérieure à 1 *kW/cm²*. La taille de ces miroirs est beaucoup plus grande que celle des miroirs mobiles puisqu'ils ont une épaisseur de 6.35 *mm* et un diamètre de 25.4 *mm*. Le rayon de courbure R_N de la face traitée est de 1 *m*.

Les pertes totales 2γ de la cavité sont égales à la somme des transmission T_M , T_N et des pertes P_M , P_N du miroir mobile et du coupleur Newport:

$$2\gamma = T_M + T_N + P_M + P_N \quad (4.4)$$

D'après les spécifications des miroirs fournies par les fabricants, on devrait donc obtenir des cavités dont les pertes 2γ sont comprises entre 50 et 150 *ppm* environ (soit des finesse comprises entre $2 \cdot 10^4$ et $6 \cdot 10^4$). Nous verrons dans les sections suivantes comment on peut déterminer ces pertes en mesurant les caractéristiques de la cavité telles que la bande passante, l'intervalle spectral libre et le coefficient de réflexion.

4.1.3 La cavité optique

Les deux miroirs de la cavité Fabry Perot sont montés dans un support en cuivre qui assure le centrage et le parallélisme des miroirs. Pour fixer la longueur de la cavité, nous avons utilisé un espaceur en cuivre, solidaire du support, de 1 *mm* d'épaisseur. La figure 35 montre comment sont montés les différents éléments de la cavité. Les éléments *A*, *B* et *C* sont des pièces en cuivre qui servent de support aux deux miroirs *M* (miroir mobile) et *N* (coupleur d'entrée). L'ensemble est tenu grâce à des lames de chrysocale *D* qui exercent une contrainte uniforme sur les bords des miroirs, assurant ainsi une fixation stable des miroirs sans pour autant risquer de les endommager lors du serrage.

Une attention toute particulière doit être portée au parallélisme des deux faces du support *A* sur lesquelles reposent les deux miroirs. En effet, un défaut de parallélisme d'un angle α se traduit par un décalage de l'axe optique de la cavité d'une quantité αR_N par rapport au centre des miroirs ($R_N = 1$ *m* est le rayon de courbure du coupleur d'entrée). Ceci a pour effet de modifier le recouvrement spatial entre le mode optique et les modes acoustiques du résonateur. Pour minimiser cet effet, le décalage doit être petit devant la taille des cols des premiers modes acoustiques, en particulier le col w_1 du mode fondamental qui est égal à 3.8 *mm* pour un rayon de courbure du résonateur de 150 *mm* (équation 3.43). On se fixe donc une tolérance sur le décalage inférieure au millimètre, ce qui impose un parallélisme entre les surface de la pièce *A*

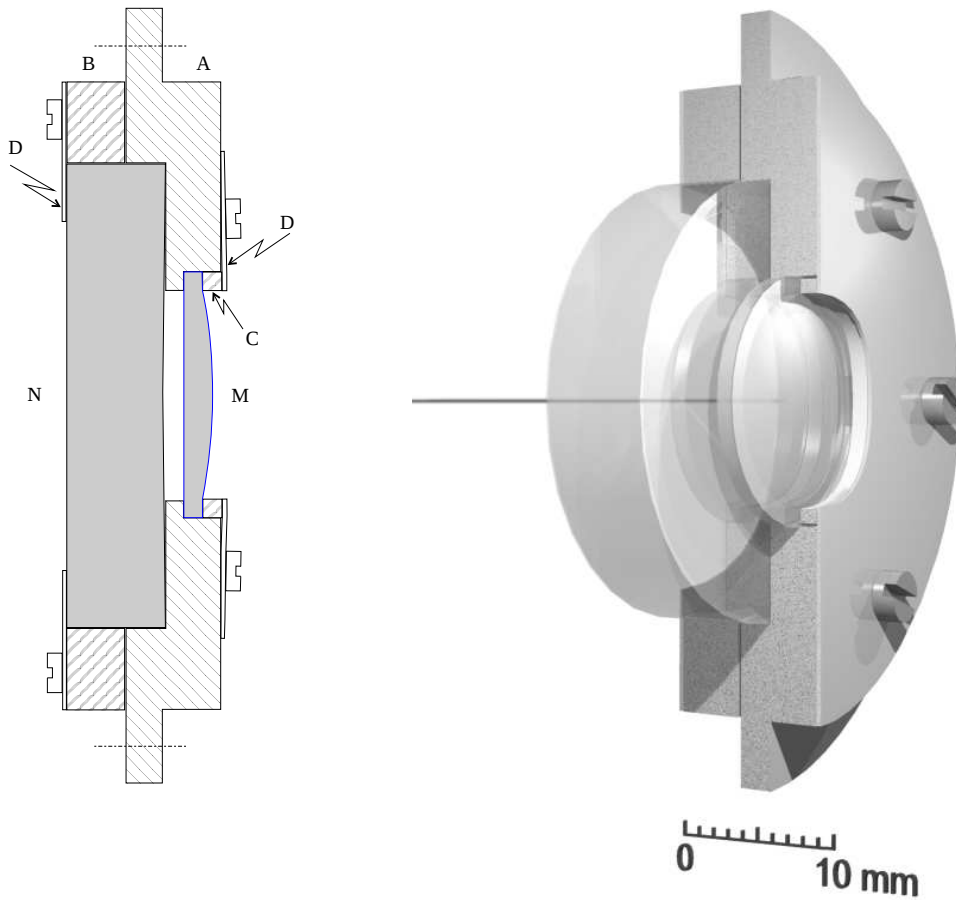


Fig. 35: Schéma général de la cavité formée par le miroir mobile M et le coupleur Newport N , séparés par un espaceur en cuivre de 1 mm d'épaisseur usiné dans la pièce A . Le support constitué des pièces en cuivre A , B et C assure le centrage et le parallélisme de la cavité et l'ensemble est tenu grâce à deux lames de chrysocale D

meilleur que 1 mrad , c'est à dire une variation d'épaisseur sur le diamètre du miroir mobile inférieure à $10\text{ }\mu\text{m}$. Nous n'avons pas constaté de décentrage notable de l'axe optique de la cavité avec les pièces réalisées par B. Rodriguez à l'atelier de mécanique du laboratoire, mais cette contrainte rend difficile l'usinage d'une pièce en cuivre avec un espaceur d'épaisseur inférieure au millimètre.

Pour obtenir une cavité de longueur 0.5 mm avec un parallélisme correct entre les deux miroirs, nous avons construit un autre support de cavité dans lequel on utilise un espaceur en silice de 0.5 mm d'épaisseur et de même diamètre que le miroir mobile. Dans cette configuration, les deux miroirs sont séparés par l'espaceur qui est en contact direct avec les deux miroirs. Selon les spécifications du fabricant Maris Delfour, on obtient ainsi un parallélisme inférieur à 1 mrad . Notons cependant que le montage de cette cavité est plus délicat du fait de la faible épaisseur de l'espaceur en silice qui peut facilement se casser lors du montage de l'ensemble de la cavité.

Nous avons enfin construit un troisième support pour une cavité utilisant deux miroirs Newport courbes. L'espaceur est en cuivre, formant ainsi une cavité bi-convexe ($R_N = 1\text{ m}$) de 1 mm d'épaisseur. Comme nous le verrons plus loin, l'étude de cette cavité permet de déterminer séparément les caractéristiques des coupleurs Newport et du miroir mobile.

4.1.4 Caractéristiques de la cavité

Nous allons maintenant présenter les mesures qui nous ont permis de déterminer les caractéristiques de la cavité. Nous avons utilisé trois miroirs mobiles (notés $M22$, $M24$, $M32$ sur le tableau de la page 84) et deux miroirs Newport de rayon de courbure d'un mètre (notés $N1$ et $N2$). Cet ensemble de miroirs nous a permis de réaliser plusieurs cavités en combinant un coupleur Newport avec l'un des miroirs mobiles, ainsi qu'une cavité utilisant les deux miroirs Newport. Pour chaque cavité nous avons mesuré la bande passante, l'intervalle spectral libre et le coefficient de réflexion à résonance. Ces mesures nous ont permis de déterminer la finesse et la longueur de chaque cavité, les pertes totales des miroirs et la transmission du coupleur d'entrée. La combinaison de ces résultats permet en outre de déterminer pour chaque miroir les pertes et le coefficient de transmission.

4.1.4.1 Alignement et adaptation de la cavité

La cavité présente des résonances longitudinales auxquelles sont associées une série de résonances transversales. Dans l'approximation paraxiale la structure spatiale des modes propres est gaussienne et le mode fondamental TEM_{00} est caractérisé par un col w_0 situé au niveau du miroir plan et dont la taille est donnée par[49]:

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{L(R_N - L)} \quad (4.5)$$

où $R_N = 1\text{ m}$ est le rayon de courbure du miroir Newport et L est la longueur de la cavité, égale à 0.5 mm ou 1 mm . Selon la longueur de la cavité, la taille w_0 du col est comprise entre 75 et $90\text{ }\mu\text{m}$. La longueur de la cavité définit l'écart en fréquence entre deux résonances longitudinales successives. Cet intervalle spectral libre ν_{ISL} est donné par:

$$\nu_{ISL} = \frac{c}{2L} \quad (4.6)$$

L'intervalle spectral libre est de 300 GHz pour une longueur de 0.5 mm et de 150 GHz pour une longueur de 1 mm . La position relative en fréquence des modes transverses TEM_{pl} associés au fondamental TEM_{00} dépend non seulement de la longueur L mais aussi du rayon de courbure R_N [49]:

$$\nu_{pl} = \frac{\nu_{ISL}}{\pi} (p + l) \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{L}{R_N}} \right) \quad (4.7)$$

Cette relation montre que les modes transverses correspondant à des valeurs différentes de $(p + l)$ ont des fréquences de résonance différentes. La dégénérescence en $(p + l)$ est liée à la symétrie cylindrique de la cavité.

Comme nous le verrons dans la section 4.2.4, le faisceau issu de la source laser est filtré spatialement de façon à ce que sa structure spatiale soit parfaitement gaussienne TEM_{00} . On dispose d'un système à deux lentilles de focales 40 et 150 *mm* qui permet de transformer le faisceau pour que son col soit égal à w_0 et situé au niveau du miroir mobile de la cavité. On utilise enfin un système de deux miroirs montés dans des supports réglables pour aligner le faisceau sur la cavité. On réalise un pré-alignement en observant la structure de la lumière transmise par la cavité. Etant donnée la faible intensité transmise par le miroir mobile, on utilise une caméra infrarouge directement placée derrière la cavité : une tâche unique centrée sur le miroir indique un alignement correct.

Pour optimiser l'adaptation spatiale, il est nécessaire de balayer le désaccord entre le faisceau incident et la cavité. Pour des raisons de stabilité, les cavités que nous utilisons sont rigides et ne disposent pas de cale piézoélectrique permettant de balayer la longueur de la cavité. Il est donc nécessaire de balayer la fréquence de la source laser sur une plage d'au moins 300 *GHz* pour trouver les résonances de la cavité. Comme nous le verrons dans la partie suivante consacrée à la source laser, nous disposons de trois dispositifs de balayage : le bilame du laser titane saphir permet de faire un balayage continu sur plusieurs dizaines de gigahertz, tandis que des sauts de fréquence de 19 ou 150 *GHz* peuvent être réalisés avec l'étalon mince ou le filtre de Lyot. Un lambdamètre de résolution égale à 10^{-3} *nm* permet de se repérer au cours du balayage. On contrôle l'adaptation spatiale du faisceau incident en mesurant l'intensité transmise à l'aide d'une photodiode placée derrière la cavité. En balayant continuellement la fréquence du laser, on visualise les pics de transmission associés aux différents modes transverses de la cavité.

La figure 36 montre le résultat obtenu avec la cavité constituée par le miroir mobile M24 (voir tableau page 84) et le miroir Newport N1, séparés par l'espaceur en silice de 0.5 *mm*. On observe un grand pic qui correspond au mode fondamental TEM_{00} de la cavité suivi des premiers modes transverses fortement atténués du fait de l'adaptation entre le faisceau et le mode fondamental. Le balayage en fréquence a été réalisé en appliquant une rampe linéaire sur le bilame du laser titane saphir. Ce balayage a été étalonné en utilisant une cavité de référence (cavité de filtrage de la source laser). On observe que l'écart entre le fondamental et les deux modes transverses TEM_{10} et TEM_{01} est de 2.1 *GHz*, ce qui correspond bien au résultat obtenu en utilisant la relation (4.7). Un agrandissement autour des pics permet de visualiser la forme des résonances, et en particulier la levée de dégénérescence des modes transverses liée sans doute à une dissymétrie du rayon de courbure du coupleur. Par ailleurs, le rapport entre la hauteur des modes transverses et celle du fondamental permet d'évaluer l'adaptation spatiale entre le faisceau incident et le mode fondamental. Seuls les deux premières harmoniques transverses sont visibles et leur hauteur est atténuée d'un facteur supérieur à 100 par

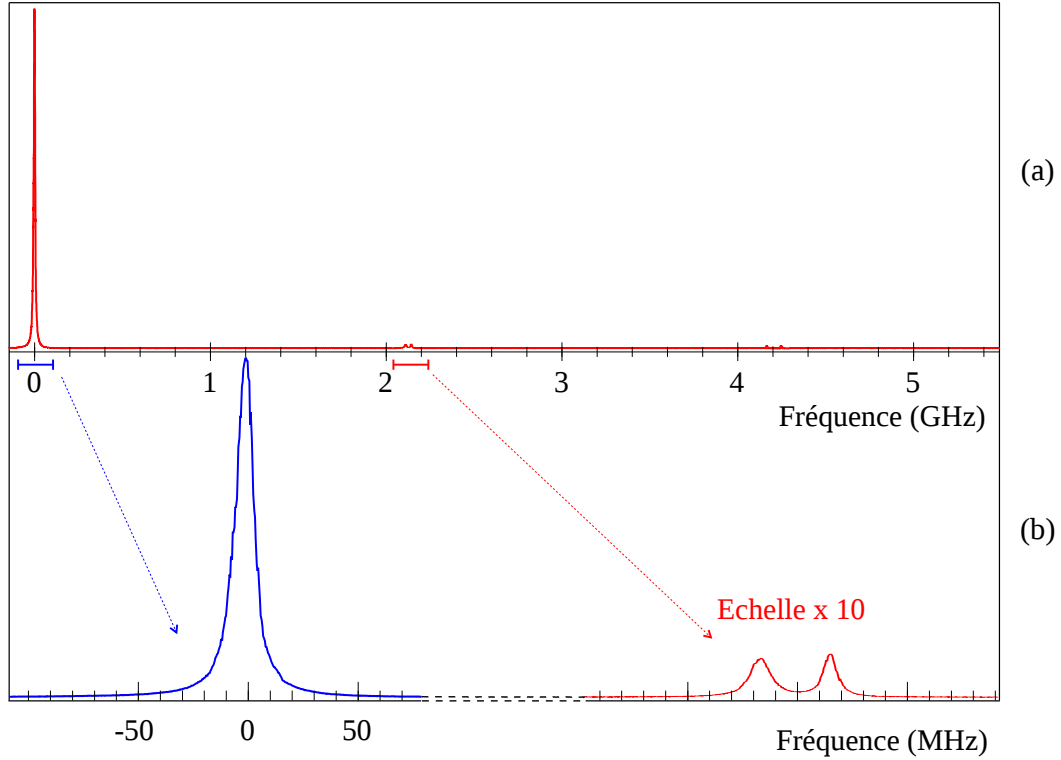


Fig. 36: Transmission en intensité de la cavité à miroir mobile $\{N1, M24\}$ de longueur 0.5 mm. Un balayage de la fréquence du laser permet de visualiser le pic de transmission du mode fondamental de la cavité ainsi que les premiers modes transverses

rapport au fondamental. La puissance lumineuse couplée au mode fondamental de la cavité est donc de l'ordre de 98% de la puissance incidente.

La figure 36 permet par ailleurs d'évaluer la bande passante de la cavité. Il s'agit ici simplement d'une évaluation, le pic étant légèrement dissymétrique, sans doute à cause d'effets thermiques dans la cavité lors du passage à résonance. Nous verrons plus loin comment la bande passante peut être déterminée plus précisément. La largeur à mi-hauteur du pic d'Airy sur la figure 36 est de l'ordre de 5 à 10 MHz, correspondant à une bande passante ν_{BP} de 2.5 à 5 MHz. On peut alors estimer la finesse $\mathcal{F} = \nu_{ISL}/2\nu_{BP}$ sachant que l'intervalle spectral libre ν_{ISL} est égal à 300 GHz. On trouve une finesse comprise entre 30000 et 60000. Une détermination plus précise est présentée dans la section suivante.

Nous avons par ailleurs cherché à caractériser la tenue au flux des miroirs. La cavité $\{N1, M24\}$ supporte une puissance incidente P_{in} de 300 μW , sans dégradation des caractéristiques ni dommage pour les miroirs. La puissance intracavité est dans ce cas de l'ordre de quelques Watts et le flux de photon est de l'ordre de quelques dizaines de kilowatts par centimètre carré. La tenue au flux est donc bien meilleure que les valeurs annoncées par le fabricant (1 kW/cm^2 pour le coupleur Newport).

4.1.4.2 Mesure de la bande passante de la cavité

L'intensité intracavité est maximum lorsque la fréquence du faisceau incident coïncide avec une résonance de la cavité. Lorsqu'on s'écarte de part et d'autre de cette position en modulant par exemple la fréquence du laser, l'intensité diminue en décrivant une lorentzienne de largeur à mi-hauteur égale à $2\nu_{BP}$, où ν_{BP} est la bande passante de la cavité. On retrouve ce comportement dans l'intensité transmise par la cavité puisque celle-ci est proportionnelle à l'intensité intracavité. Par ailleurs, la bande passante est reliée à la finesse de la cavité par la relation:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{\gamma} = \frac{\nu_{ISL}}{2\nu_{BP}} \quad (4.8)$$

Cette relation permet de déterminer la finesse à partir de la mesure de la bande passante et de la longueur de la cavité. Pour mesurer la bande passante, on utilise une cavité Fabry-Perot de référence dont on connaît la bande passante et on compare les deux largeurs des résonances pour en déduire celle de la cavité à miroir mobile. Nous verrons dans la section 4.2.4 comment nous avons mesuré la bande passante de la cavité de référence, qui est en fait la cavité de filtrage spatial de la source laser. Le résultat de la mesure donne une bande passante égale à 5.8 MHz pour cette cavité de référence.

On observe les résonances de la cavité en modulant la fréquence du laser à 100 Hz et en détectant l'intensité transmise par la cavité de référence puis celle transmise par la cavité à miroir mobile. La première mesure permet de calibrer la modulation de fréquence du laser. La figure 37 montre d'une part la résonance de la cavité de référence de largeur à mi-hauteur égale à $2 \times 5.8 = 11.6 \text{ MHz}$ et la résonance de la cavité à miroir mobile constituée du couple de miroirs $\{N1, M24\}$ séparés par l'entretoise en silice de 0.5 mm d'épaisseur. On obtient une bande passante ν_{BP} égale à 3.2 MHz , correspondant à une finesse $\mathcal{F}$ de 47000. Nous avons repris la même procédure de mesure en utilisant différents miroirs mobiles tout en gardant le même coupleur $N1$, et on obtient globalement des finesesses comprises entre 30000 et 47000. Nous avons aussi mesuré la finesse de la cavité formée des deux miroirs Newport $\{N1, N2\}$ et on obtient une finesse de 33500.

Cette mesure de la finesse permet d'évaluer les pertes totales dans la cavité, c'est à dire la somme des transmissions et des pertes des deux miroirs (équation 4.4). A ce stade, il n'est pas possible de discriminer entre les transmissions et les pertes de chaque miroir. Si on veut déterminer séparément les caractéristiques des miroirs, il est nécessaire de réaliser d'autres mesures, en particulier la mesure du coefficient de réflexion à résonance de la cavité.

4.1.4.3 Mesure du coefficient de réflexion de la cavité

Nous avons vu dans la partie 2.3 que le champ réfléchi par une cavité à une seule entrée-sortie a la même intensité que le champ incident. Ceci n'est vrai que pour une cavité sans perte : en présence de pertes, l'intensité réfléchie présente un pic d'Airy en absorption au voisinage de la résonance. On peut calculer l'intensité réfléchie en

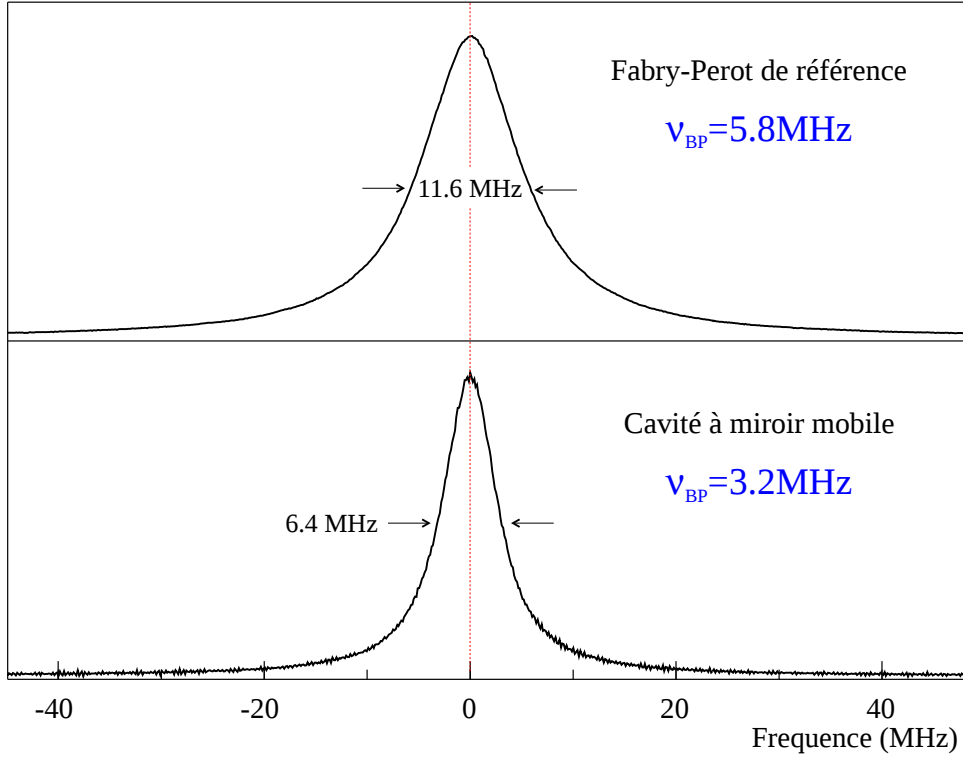


Fig. 37: Profil de l'intensité transmise par la cavité de référence et par la cavité à miroir mobile $\{N1, M24\}$. Connaissant la bande passante du Fabry-Perot de référence, on en déduit celle de la cavité

décrivant chaque miroir par un coefficient de réflexion r en amplitude, un coefficient de transmission t et un coefficient de perte p (les carrés de ces coefficients sont égaux aux paramètres R, T, P introduits dans la section 4.1.1). La conservation de l'énergie au niveau des deux miroirs se traduit par la relation:

$$r_i^2 + t_i^2 + p_i^2 = 1 \quad , \quad i = 1, 2 \quad (4.9)$$

Les champs moyens sont reliés par des équations similaires aux relations (2.37) et (2.38):

$$\bar{\alpha} = t_1 \bar{\alpha}^{in} + r_1 \bar{\alpha}' \quad (4.10a)$$

$$\bar{\alpha}^{out} = t_1 \bar{\alpha}' - r_1 \bar{\alpha}^{in} \quad (4.10b)$$

$$\bar{\alpha}' = r_2 e^{i\bar{\Psi}} \bar{\alpha} \quad (4.10c)$$

où $\bar{\alpha}'$ est le champ intracavité revenant sur le miroir d'entrée (figure 38) et $\bar{\Psi}$ le déphasage moyen du champ dans la cavité. En éliminant les champs intracavité $\bar{\alpha}$ et

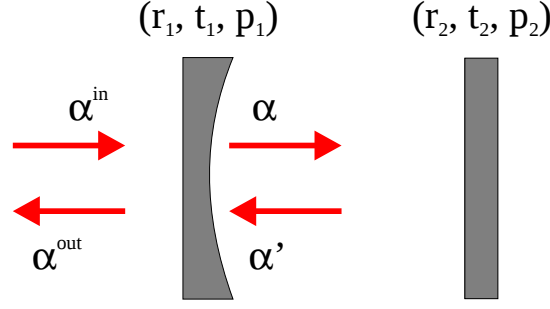


Fig. 38: Cavité Fabry-Perot avec pertes

$\bar{\alpha}'$, on obtient la relation d'entrée-sortie pour le champ moyen:

$$\bar{\alpha}^{out} = \frac{T_1 - \gamma + i\bar{\Psi}}{\gamma - i\bar{\Psi}} \bar{\alpha}^{in} \quad (4.11)$$

où $T_1 = t_1^2$ est le coefficient de transmission en intensité du miroir d'entrée et 2γ représente les pertes totales de la cavité, reliées aux coefficients de transmission et de perte en intensité des deux miroirs par l'équation (4.4).

On obtient ainsi l'expression du coefficient de réflexion en intensité à résonance $\mathcal{R}_0 = \bar{T}^{out} / \bar{T}^{in}$, que l'on peut exprimer en fonction de la finesse et du coefficient de transmission du coupleur d'entrée:

$$\mathcal{R}_0 = \left[\frac{T_1 - \gamma}{\gamma} \right]^2 = \left[1 - \frac{\mathcal{F} T_1}{\pi} \right]^2 \quad (4.12)$$

Ce résultat montre que l'on peut déterminer la transmission T_1 du coupleur si on mesure à la fois la finesse et le coefficient de réflexion de la cavité.

Le coefficient de réflexion $\mathcal{R}_0$ est obtenu expérimentalement en faisant le rapport entre l'intensité réfléchie $\bar{T}_{res}^{out}$ lorsque la cavité est à résonance avec le faisceau incident et l'intensité incidente $\bar{T}^{in}$. En dehors de la résonance, le faisceau incident est totalement réfléchi par la cavité et dans ce cas l'intensité réfléchie $\bar{T}_{off}^{out}$ est égale à l'intensité incidente. Il suffit donc de balayer la fréquence du laser autour de la résonance et de mesurer l'intensité réfléchie à résonance et loin de la résonance pour en déduire le coefficient de réflexion $\mathcal{R}_0$. Cette méthode permet en outre de s'affranchir des pertes subies par le faisceau incident, comme par exemple la réflexion sur la face avant du miroir d'entrée, et des pertes dans le système de détection.

Par contre, cette expression du coefficient de réflexion ne tient pas compte de l'adaptation spatiale entre le faisceau et la cavité. En fait, le faisceau incident ne se projette pas seulement sur le mode fondamental de la cavité, mais sur l'ensemble des modes propres que l'on peut caractériser par une base orthonormée $\{v_n(r)\}$:

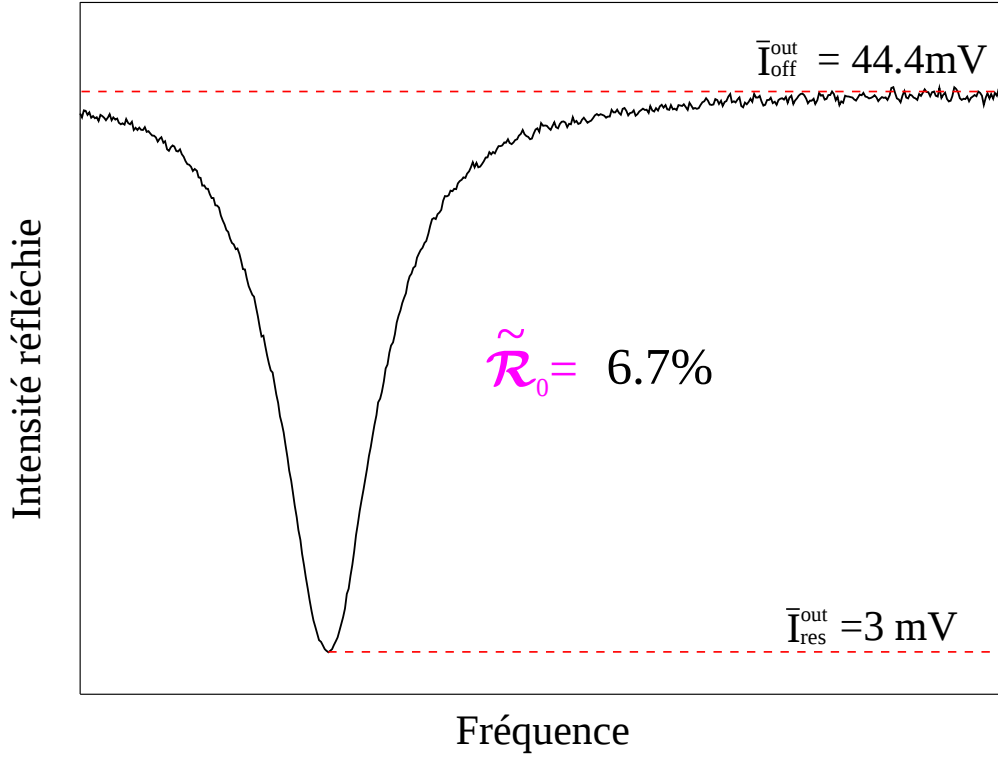


Fig. 39: Variation de l'intensité réfléchie par la cavité $\{N1, M24\}$ lorsque la fréquence du faisceau incident est balayée autour de la résonance. Le coefficient $\tilde{\mathcal{R}}_0$ de réflexion en intensité est égal au rapport entre l'intensité à résonance et l'intensité loin de résonance

$$\bar{\alpha}^{in}(r) = \sum_n c_n v_n(r) \quad (4.13)$$

L'adaptation est définie par le paramètre $\eta = |c_0|^2 / \sum_n |c_n|^2$ qui est égal à la proportion de la puissance lumineuse incidente qui se projette sur le mode fondamental.

Au voisinage de la résonance du mode fondamental, seul le terme $n = 0$ dans la somme (4.14) est modifié, les autres termes ($n \geq 1$) étant totalement réfléchis. On trouve ainsi pour les intensités réfléchies à résonance et hors résonance les expressions suivantes:

$$\bar{I}_{res}^{out} = \mathcal{R}_0 |c_0|^2 + \sum_{n \geq 1} |c_n|^2 \quad (4.14a)$$

$$\bar{I}_{off}^{out} = |c_0|^2 + \sum_{n \geq 1} |c_n|^2 \quad (4.14b)$$

Le coefficient de réflexion à résonance $\tilde{\mathcal{R}}_0 = \bar{I}_{res}^{out} / \bar{I}_{off}^{out}$ que l'on mesure expérimentalement s'écrit alors en fonction du coefficient $\mathcal{R}_0$ (équation 4.12) et du coefficient d'adaptation

spatiale η :

$$\tilde{\mathcal{R}}_0 = 1 - \eta(1 - \mathcal{R}_0) \quad (4.15)$$

Pour une adaptation parfaite ($\eta = 1$), l'expression de $\tilde{\mathcal{R}}_0$ se réduit à celle de $\mathcal{R}_0$. Par contre, dès que η est inférieur à 1, la valeur mesurée $\tilde{\mathcal{R}}_0$ est différente de la valeur théorique $\mathcal{R}_0$ donnée par l'équation (4.12). Etant donné la qualité de l'adaptation spatiale réalisée dans l'expérience ($\eta \approx 98\%$), cet écart se traduit par une modification de l'évaluation du coefficient de transmission T_1 de quelques *ppm* seulement. Nous avons donc tenu compte de l'adaptation spatiale à l'aide de l'équation (4.15), mais sans chercher à déterminer plus précisément le coefficient η .

La figure 39 montre l'intensité réfléchie par la cavité $\{N1, M24\}$ lorsqu'on balaye la fréquence du faisceau incident. On mesure à partir de ce résultat les intensités $\bar{I}_{off}^{out} = 44.4 \text{ mV}$ et $\bar{I}_{res}^{out} = 3 \text{ mV}$, qui correspondent à un coefficient de réflexion $\tilde{\mathcal{R}}_0$ égal à 6.7% et un coefficient théorique $\mathcal{R}_0$ de 4.8%. En utilisant l'expression (4.12) et la valeur obtenue précédemment pour la finesse ($\mathcal{F} = 47000$), on trouve que le coefficient de transmission T_{N1} du coupleur Newport $N1$ est égal à 52 *ppm*. Nous avons répété cette mesure pour différentes cavités, constituées de différents miroirs mobiles mais toujours avec le même coupleur d'entrée N_1 . Nous avons obtenu des valeurs de la transmission du coupleur N_1 comprises entre 48 et 52 *ppm*. Nous avons aussi mesuré la transmission du coupleur Newport N_2 et nous avons trouvé une transmission de 58 *ppm*. Ces résultats sont en très bon accord avec les valeurs annoncées par le fabricant.

La mesure de la finesse et du coefficient de réflexion à résonance permettent donc de déterminer la transmission du coupleur d'entrée. A partir de l'équation (4.4), on peut aussi déterminer la somme $T_M + P_M + P_N$ des pertes totales (transmission plus pertes) du miroir mobile et des pertes du coupleur Newport. Ainsi pour la cavité $\{N1, M24\}$, on trouve:

$$T_{M24} + P_{M24} + P_{N1} = 81 \text{ ppm} \quad (4.16)$$

Ces mesures ne permettent pas cependant de séparer les pertes du miroir mobile de celles du coupleur d'entrée.

4.1.4.4 Mesure des pertes du miroir mobile

Il est possible de séparer les pertes du miroir mobile de celles du coupleur d'entrée en répétant les mesures précédentes pour différentes cavités. On utilise en fait trois miroirs, le miroir mobile $M32$ et les deux coupleurs Newport $N1$ et $N2$. On peut ainsi former les trois cavités $\{N1, M32\}$, $\{N2, M32\}$ et $\{N1, N2\}$, et mesurer leur bande passante ν_{BP} et leur coefficient de réflexion à résonance $\tilde{\mathcal{R}}_0$. Le tableau suivant résume les mesures effectuées:

Cavité	Bande passante ν_{BP} (MHz)	Réflexion $\tilde{\mathcal{R}}_0$ (%)	$\Delta\lambda$ (Å)	Longueur L (mm)	Finesse $\mathcal{F}$	Transmission (ppm)	Pertes (ppm)
{N1, M32}	1.98	26	2.97	1.11	34100	$T_{N1} = 47$	$T_{M32} + P_{M32} + P_{N1} = 137$
{N2, M32}	2.32	24	2.98	1.11	29200	$T_{N2} = 58$	$T_{M32} + P_{M32} + P_{N2} = 157$
{N1, N2}	1.75	20	2.9	1.14	37700	$T_{N1} = 48$	$T_{N2} + P_{N2} + P_{N1} = 119$

Nous avons utilisé pour ces mesures les supports de cavité avec espaceur en cuivre, dont la longueur est environ 1 mm. Pour déterminer précisément la longueur de la cavité, nous avons mesuré l'intervalle spectral libre ν_{ISL} de chaque cavité. Pour cela on fait varier la longueur d'onde λ de la source laser de façon à passer d'un mode TEM_{00} de la cavité au suivant. On parcourt ainsi un intervalle spectral libre ν_{ISL} de la cavité et on peut déduire la longueur de la cavité $L = \lambda^2/2\Delta\lambda$ en mesurant la variation de longueur d'onde $\Delta\lambda$ à l'aide d'un lambdamètre dont la précision est de 10^{-2} Å (la longueur d'onde λ est de l'ordre de 812 nm).

Les trois premières colonnes du tableau présentent les résultats des mesures concernant la bande passante de la cavité ν_{BP} déterminée par comparaison avec la cavité de référence, le coefficient de réflexion à résonance $\tilde{\mathcal{R}}_0$ et la variation de la longueur d'onde $\Delta\lambda$ correspondant à un intervalle spectral libre. La quatrième colonne donne la longueur L de la cavité déduite de la mesure de $\Delta\lambda$. Notons que les valeurs obtenues sont en bon accord avec une longueur de l'espaceur de 1 ± 0.1 mm, à condition de tenir compte de la courbure des miroirs Newport. La distance selon l'axe de la cavité entre le centre du miroir Newport et son bord est en effet de 80 μm .

La cinquième colonne du tableau présente la finesse de la cavité obtenue à partir des équations (4.6) et (4.8), en utilisant les valeurs de la bande passante ν_{BP} et la longueur L de la cavité. Les deux dernières colonnes présentent la transmission du coupleur d'entrée et la somme des pertes du miroir arrière et du coupleur, déduites de la finesse $\mathcal{F}$ et du coefficient de réflexion à résonance $\tilde{\mathcal{R}}_0$ mesuré avec une adaptation spatiale η de 98%.

On voit que la dernière colonne fournit des valeurs pour des combinaisons linéaires différentes des pertes $T_{M32} + P_{M32}$, P_{N1} et P_{N2} des trois miroirs, à partir desquelles on peut déterminer les valeurs de chacune de ces pertes. On trouve ainsi que les pertes totales $T_{M32} + P_{M32}$ du miroir mobile M32 sont égales à 116 ppm, alors que les pertes des coupleurs Newport sont respectivement $P_{N1} = 21$ ppm et $P_{N2} = 41$ ppm. Le tableau suivant présente l'ensemble des résultats de nos mesures pour tous les miroirs que nous avons utilisés:

Coupleur Newport	Transmission T_N (ppm)	Pertes P_N (ppm)
N1	47	21
N2	58	41

Miroir mobile	Pertes totales $T_M + P_M$ (ppm)
M22 (plan)	141
M24 (100 mm)	65
M32 (150 mm)	116

On constate que les caractéristiques des miroirs Newport sont conformes aux spécifications du constructeur. Par contre les pertes des miroirs mobiles sont plus importantes que prévu. Ceci pourrait être dû à un mauvais état de surface des substrats, qui induirait des déformations des couches multidiélectriques. Ces déformations peuvent entraîner une absorption plus importante dans les couches multidiélectriques et une augmentation de la transmission de l'ensemble des couches.

Notons que le désaccord apparent entre les valeurs mesurées ici et les pertes par diffusion mesurées à l'Institut de Physique Nucléaire (tableau page 84) peut s'expliquer en comparant le principe des deux méthodes : ici on mesure les pertes totales du miroir pour un faisceau lumineux de rayon inférieur à $100 \mu m$, alors que le diffusomètre mesure les pertes diffusées dans une direction donnée, pour un faisceau incident de section égale à $1 mm$.

On peut enfin estimer la précision de nos mesures. Les résultats n'ont de sens que si la qualité des miroirs est suffisamment homogène au voisinage du centre des miroirs. Le col du faisceau lumineux étant inférieur à $100 \mu m$, la zone du miroir sur laquelle se réfléchit la lumière peut être différente d'une cavité à l'autre. Nous n'avons pas cependant constaté de variations appréciables lors de nos différents essais de cavité. A partir de toutes les mesures que nous avons effectuées et des recoupements que l'on peut faire entre elles, on peut conclure que l'incertitude sur la mesure des pertes est de l'ordre de $\pm 10 ppm$.

4.2 La source laser

Du fait des contraintes imposées par la cavité à miroir mobile, nous avons été amenés à concevoir une source laser adaptée à nos besoins. Cette source doit pouvoir fonctionner selon trois régimes distincts :

- Pour trouver la résonance de la cavité à miroir mobile, il est nécessaire de balayer la fréquence de la cavité sur une plage d'au moins $300 GHz$. Ce balayage n'a cependant pas besoin d'être effectué en continu. Lors de la procédure de réglage de l'adaptation spatiale du faisceau sur la cavité, celle-ci présente un peigne large de résonances correspondants aux différents modes transverses. Il suffit en fait de pouvoir

balayer en continu quelques intervalles entre modes transverses (typiquement 10 GHz), et de faire des sauts de fréquence discontinus pour explorer l'ensemble du peigne. On dispose aussi d'un lambdamètre de façon à repérer à tout instant la longueur d'onde du faisceau laser.

- Une fois l'adaptation spatiale réalisée, on utilise une rampe de modulation de la fréquence du laser afin de parcourir le pic d'Airy de la résonance. Ceci permet en particulier de déterminer la finesse de la cavité. Cette rampe doit avoir une excursion plus large que la bande passante de la cavité (typiquement 20 à 30 MHz) et une fréquence de modulation de l'ordre de 100 Hz .

- En fonctionnement normal, la fréquence du laser doit être contrôlée de façon à correspondre à la résonance de la cavité à miroir mobile. Il est ainsi nécessaire de réduire les fluctuations de fréquence du laser à une valeur petite devant la bande passante de la cavité, et de contrôler les dérives lentes entre la fréquence du laser et celle de la cavité à miroir mobile. D'autre part, nous avons vu dans la partie 2.3 que la cavité est un système bistable : à cause du terme de déphasage non linéaire, le désaccord entre la résonance de la cavité et la fréquence du laser dépend de l'intensité incidente. Il faut par conséquent contrôler l'intensité de la source laser, de façon à pouvoir ajuster l'intensité moyenne à une valeur précise et réduire ses fluctuations basse fréquence. Enfin le faisceau doit être parfaitement adapté spatialement au mode fondamental de la cavité.

Ces contraintes nous ont amenés à choisir un laser titane saphir. Ce laser est facilement balayable, de manière répétitive et contrôlée. La longueur d'onde de notre laser se situe aux alentours de 810 nm , valeur pour laquelle on sait faire d'excellents miroirs ayant une bonne tenue au flux. Ce laser fournit une puissance importante, de l'ordre du Watt, ce qui permet de l'utiliser aussi pour l'excitation optique des modes acoustiques du résonateur. Enfin le laser titane saphir fournit un faisceau dont le bruit technique reste modéré : les fluctuations d'intensité et de phase se réduisent aux fluctuations quantiques pour des fréquences supérieures à 2 MHz , et l'excès de bruit à plus basse fréquence n'excède pas 30 à 40 dB . La situation aurait été différente avec des diodes lasers par exemple, qui présentent un bruit de phase important même à haute fréquence. Ce bruit aurait pu être préjudiciable pour une mesure précise de la quadrature de phase du faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile. Il est par ailleurs important pour l'étude des effets quantiques du couplage optomécanique que l'intensité du faisceau incident soit au niveau du bruit de photon standard aux fréquences d'analyse. Nous verrons dans la partie 4.5 comment la cavité de filtrage spatial du faisceau laser peut être utilisée pour réduire le bruit technique basse fréquence du faisceau.

L'ensemble de notre source lumineuse comporte essentiellement cinq éléments comme le montre la figure 40. L'élément principal est le laser titane saphir (I) qui produit un faisceau lumineux monomode, balayable, et de forte puissance. Les fluctuations de fréquence du mode laser (jitter) étant importantes, on utilise un système de stabilisation en fréquence (II) qui réduit considérablement ces fluctuations. Les deux éléments (III) et (IV) assurent respectivement la stabilité en intensité du faisceau et le filtrage spatial. On obtient ainsi à l'entrée de la cavité à miroir mobile un faisceau

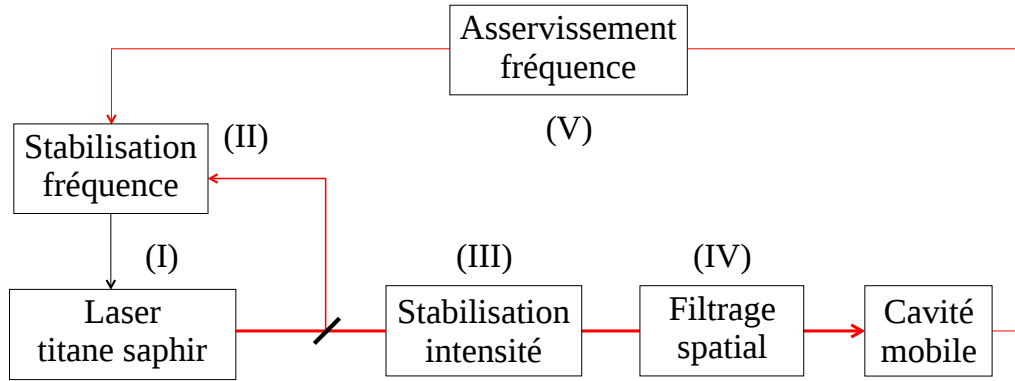


Fig. 40: Schéma général de la source laser

TEM_{00} monomode balayable, stable en fréquence et en intensité. Enfin, une boucle d'asservissement supplémentaire (V) vient se rajouter au système de stabilisation en fréquence pour maintenir le laser à résonance avec la cavité à miroir mobile. Nous allons présenter plus en détail dans les sections suivantes ces cinq éléments.

4.2.1 Le laser titane saphir

Nous avons construit le laser titane saphir selon le modèle développé au laboratoire par F. Biraben[47]. Comme le montre la figure 41, il s'agit d'une cavité en anneau dans laquelle sont disposés les différents éléments optiques. La cavité a une longueur de 1.6 m , ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 187 MHz . Les miroirs M_1 à M_5 sont totalement réfléchissants ($R_{\max}$) alors que le miroir M_6 sert de coupleur de sortie et a une transmission de 4%. Le miroir M_4 est monté sur une cale piézoélectrique utilisée pour des corrections lentes de l'asservissement en fréquence. Le cristal Titane-Saphir $Ti-Al_2O_3$ (① sur la figure 41), taillé à l'angle de Brewster, est pompé par un laser à Argon ionisé continu (Coherent INNOVA 400), utilisé en mode multiraies avec une puissance de 10 W . Les miroirs sphériques M_1 et M_2 (150 mm de rayon de courbure) sont dichroïques avec un coefficient de transmission pour les raies de l'Argon égal à 97%. Le rayon de courbure des miroirs est choisi de façon à focaliser le faisceau au niveau du cristal ce qui permet d'augmenter l'émission stimulée par rapport à l'émission spontanée.

Parmi les éléments placés dans la cavité, on trouve le rotateur de Faraday (② sur la figure 41) constitué d'une lame de verre Hoya FR5 ayant une forte constante de Verdet, d'épaisseur 4 mm et d'un aimant créant un champ magnétique de 5 kG environ. Le rôle du rotateur de Faraday est de forcer le sens de propagation du faisceau lumineux. Dans un laser en anneau, il y a a priori deux ondes progressives se propageant en sens inverse. Le rotateur de Faraday fait tourner la polarisation du faisceau d'un angle indépendant du sens de propagation du faisceau. Il est associé à un système formé des miroirs non coplanaires M_4 , M_5 et M_6 (M_5 est situé au dessus du plan du laser) pour assurer un fonctionnement unidirectionnel du laser : ces miroirs compensent la rotation

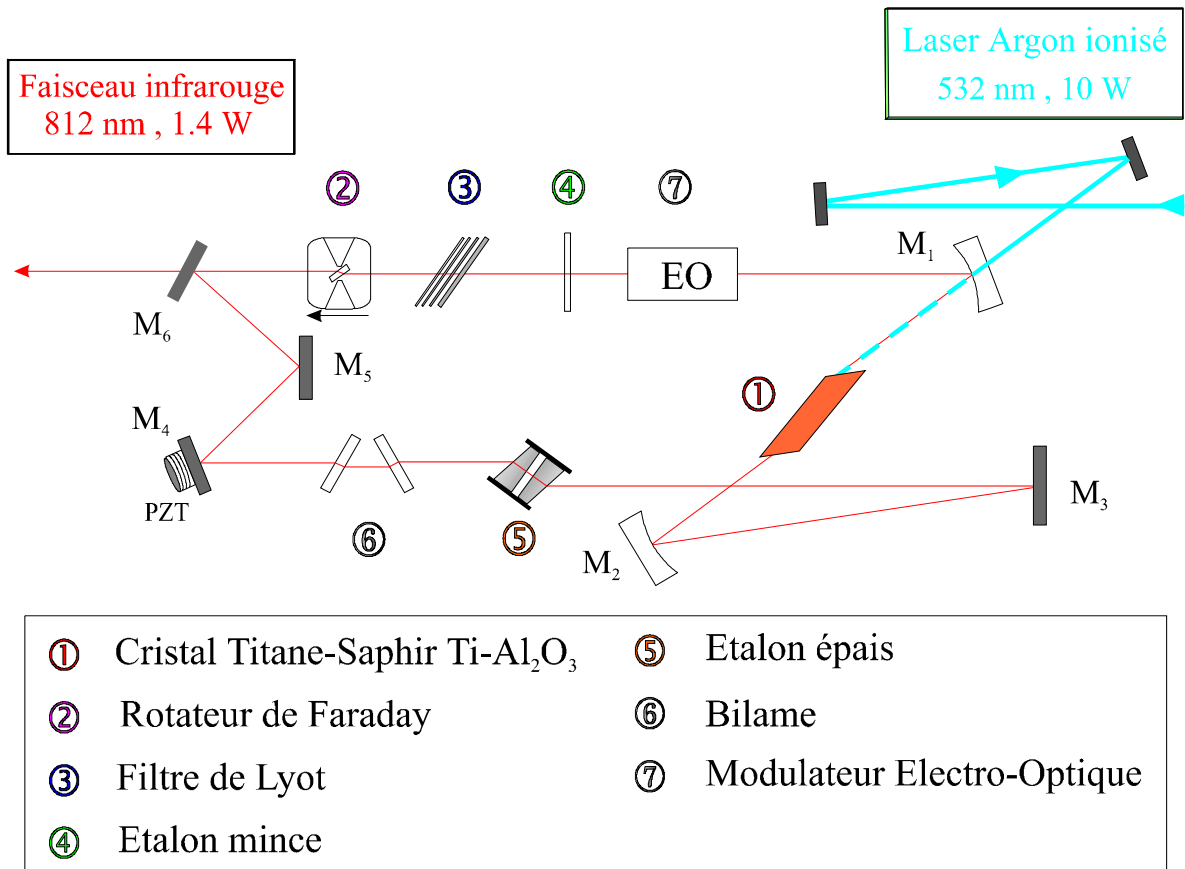


Fig. 41: Schéma du laser titane saphir pompé par un laser à Argon commercial

de polarisation due à l'effet Faraday pour un sens de propagation et l'augmentent pour l'autre. Du fait de la présence d'éléments polarisants (lames à incidence de Brewster), le faisceau se propageant dans le second sens subit des pertes. La différence des pertes entre les deux sens de propagation est suffisante pour que la compétition entre modes assure un fonctionnement monodirectionnel stable, dans la direction indiquée par une flèche sur la figure 41.

Les autres éléments servent essentiellement à la sélection de la fréquence d'émission du laser. La courbe de fluorescence du cristal Titane-Saphir est très large comparée à l'intervalle entre les modes longitudinaux de la cavité laser, ce qui se traduit par une émission laser multimode. Pour rendre ce comportement monomode, on utilise trois éléments sélectifs en fréquence. Le premier est le filtre de Lyot (③ sur la figure 41) qui sélectionne une bande de fréquence de quelques centaines de gigahertz. Ce filtre est constitué de quatre lames biréfringentes placées à incidence de Brewster. Afin que toutes les lames sélectionnent la même longueur d'onde, leurs axes optiques sont parallèles et leur épaisseur sont choisies dans les rapports 1, 2, 4, 16, la lame la plus mince faisant $410 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Ces lames sont placées dans un support qui peut

tourner dans le plan des lames grâce à un moteur électrique, modifiant ainsi la zone de fréquence sélectionnée.

Le second élément sélectif est l'étalon mince (④ sur la figure 41) qui est constitué d'une lame en silice d'indice $n = 1.43$, non traitée optiquement et de 0.7 mm d'épaisseur. Cet élément joue le rôle d'une cavité Fabry-Perot d'intervalle spectral libre égal à 150 GHz . La lame est placée sur un support que l'on peut incliner par rapport au faisceau laser grâce à un système de bras de levier commandé par un moteur. On modifie ainsi l'épaisseur optique de la lame et donc la fréquence sélectionnée. Lorsqu'on effectue un balayage de la fréquence du laser, l'intensité transmise par la lame diminue tandis que l'intensité réfléchie augmente. Pour maintenir la lame à résonance (transmission maximale) durant un tel balayage, on utilise un asservissement qui pilote le moteur de façon à minimiser l'intensité réfléchie. Le signal d'erreur est obtenu en faisant la différence entre l'intensité détectée en réflexion sur la lame et celle détectées à la sortie du laser. Un équilibrage électronique entre ces deux intensités permet de fixer le point de fonctionnement de l'asservissement au voisinage du minimum d'intensité réfléchie.

Le dernier élément sélectif en fréquence est l'étalon épais qui est en fait une cavité Fabry-Perot (⑤ sur la figure 41). Il est formé par deux prismes dont les faces en regard sont traitées pour avoir un coefficient de réflexion d'environ 30%. L'épaisseur de ce Fabry-Perot est d'environ 8 mm , correspondant à un intervalle spectral libre de 19 GHz . L'un des deux prismes est monté sur une cale piézoélectrique afin de modifier la fréquence de résonance. Cette fréquence est asservie sur la fréquence du mode laser grâce à une détection synchrone. Le principe de cet asservissement consiste à moduler la longueur du Fabry-Perot à une fréquence de 3 kHz . Ceci induit une modulation de l'intensité en sortie du laser, dont l'amplitude est proportionnelle au désaccord entre la résonance de l'étalon épais et la fréquence du mode laser sélectionné. Ce signal est détecté par une photodiode placée à la sortie du laser et envoyé dans une détection synchrone. Le signal d'erreur pilote la cale piézoélectrique de l'étalon épais.

Le fonctionnement monomode du laser est assuré lorsque ces trois éléments sélectifs sont centrés sur un mode de la cavité laser. Lorsque ces éléments sont réglés et que les asservissements du Fabry-Perot épais et de l'étalon mince sont verrouillés, on obtient à la sortie du laser titane saphir un faisceau monomode d'une puissance de 1.4 W sur une plage de longueur d'onde comprise entre 800 et 850 nm . Les caractéristiques spatiales du faisceau, mesurées à l'aide d'un analyseur de modes (mode master Coherent), correspondent à un col w_L égal à 0.6 mm situé à environ 180 mm du miroir de sortie du laser et à une longueur de Raighley $z_R = \pi w_L^2 / \lambda$ égale à 1.4 m . Notons aussi que le faisceau présente un astigmatisme relativement important (environ 15%) lié essentiellement à des effets de lentille dus à l'échauffement du cristal Titane-Saphir qui absorbe une partie importante du faisceau pompe. Du fait de cet astigmatisme, le faisceau à la sortie du laser n'est pas parfaitement gaussien et nous verrons par la suite comment obtenir un faisceau gaussien en utilisant une cavité de filtrage.

Le dernier élément (⑥ sur la figure 41) est un bilame qui permet de balayer de manière continue la fréquence du laser. Ce dispositif est constitué de deux lames

de 10 mm d'épaisseur placées au voisinage de l'incidence de Brewster. Un système mécanique motorisé permet de faire tourner les lames de manière symétrique, ce qui a pour effet de varier la longueur optique de la cavité et donc la fréquence du laser, sans déplacer le faisceau. Les asservissements de la cavité permettent un balayage continu de la fréquence du laser sur plusieurs dizaines de gigahertz. On peut par ailleurs effectuer des excursions de 19 GHz par saut de modes de l'étalon épais en inclinant l'étalon mince, ou encore de 150 GHz par saut de modes de l'étalon mince en tournant les lames du Lyot. Pour se repérer lors de ces sauts de modes, on mesure la longueur d'onde du faisceau à l'aide d'un lambdamètre. Cette procédure permet de parcourir facilement un intervalle spectral libre de la cavité à miroir mobile, qui est de 300 GHz pour une longueur de 0.5 mm.

4.2.2 Stabilisation en fréquence

Le faisceau issu du laser titane saphir est monomode et balayable en fréquence, mais il présente d'importantes fluctuations de fréquence (*jitter*) liées aux vibrations mécaniques des différents éléments optiques de la cavité laser. Ces fluctuations de fréquence ont une amplitude de l'ordre du mégahertz et elles ne permettent pas de définir un point de fonctionnement précis de la cavité à miroir mobile. Il est donc impératif de réduire ces fluctuations de telle sorte qu'elles soient négligeables devant la bande passante de la cavité qui est de l'ordre de 2 MHz. On utilise pour cela une cavité extérieure très stable mécaniquement et on asservit la fréquence du laser sur la résonance de cette cavité.

4.2.2.1 Cavité Fabry-Perot externe

La stabilisation en fréquence du laser est réalisée à l'aide d'un asservissement utilisant la méthode des bandes latérales[48] en réflexion sur une cavité Fabry-Perot externe (FPE). Cette cavité est formée d'un coupleur d'entrée plan fixé sur une cale piézoélectrique et d'un miroir de fond sphérique ($R = 1\text{ m}$) de grande réflectivité. Les coefficients de réflexion des deux miroirs sont respectivement égaux à 98% et 99.9%. La cavité est montée sur un barreau en invar (de coefficient de dilatation très faible) de 29 cm de long. Elle est isolée des vibrations mécaniques de la table grâce à une boîte cylindrique en laiton à l'intérieur de laquelle la cavité est suspendue par des tiges élastiques. L'intervalle spectral libre de la cavité est de 513 MHz et sa finesse est égale à 290.

Une petite partie du faisceau est prélevée à la sortie du laser par une lame pour être envoyée dans la cavité FPE (figure 42). Pour adapter spatialement le faisceau laser au mode fondamental TEM_{00} de la cavité FPE, on utilise un système de deux lentilles convergentes. Le but de l'adaptation est de transformer le col du laser $w_L = 0.6\text{ mm}$ en un col w_{FPE} qui correspond au mode fondamental de la cavité FPE. D'après les caractéristiques géométriques de la cavité FPE, ce col se trouve au niveau du miroir plan et il est égal à 0.34 mm (équation 4.5). En fonction de l'emplacement de la cavité FPE par rapport au laser titane saphir, nous avons choisi une première lentille de focale

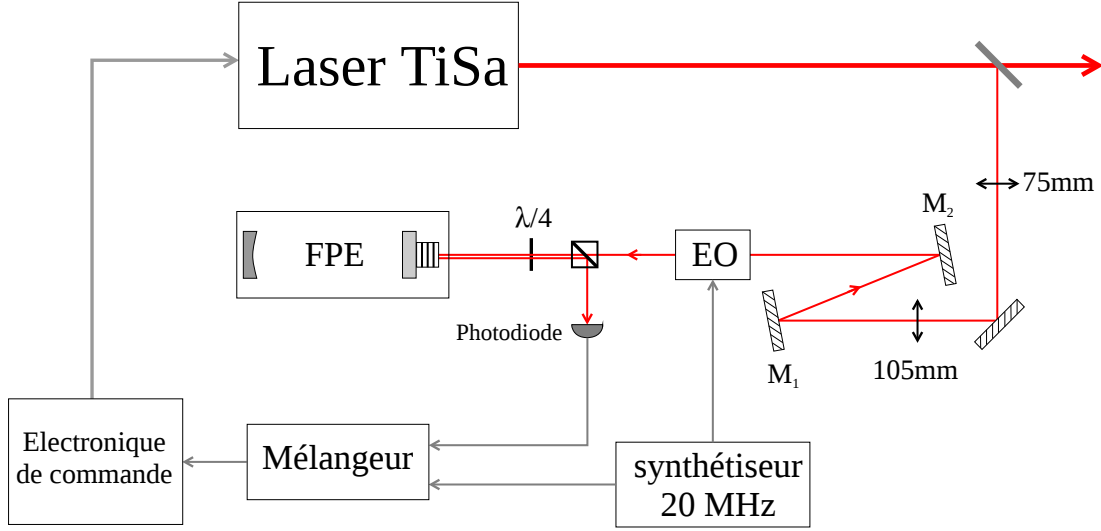


Fig. 42: Schéma de l'asservissement en fréquence du laser titane saphir sur la cavité FPE

75 mm placée à 400 mm du col w_L . La seconde lentille de focale 105 mm est placée 200 mm plus loin sur un support micrométrique qui permet d'ajuster la position de la lentille selon l'axe de propagation. En variant la distance entre les deux lentilles, on change à la fois la taille et la position du col image. Cependant, le choix des focales est tel que seul la taille du col image varie de façon appréciable lorsqu'on translate la seconde lentille. L'alignement du faisceau sur la cavité est réalisé à l'aide de deux miroirs montés sur des supports micrométriques (M_1 , M_2 sur la figure 42). En jouant sur la distance entre les deux lentilles et l'alignement du faisceau, on arrive à adapter assez précisément le faisceau sur la cavité, puisque le recouvrement du faisceau avec le mode fondamental de la cavité est de l'ordre de 99%.

Avant d'être envoyé dans la cavité FPE, le faisceau traverse un dispositif constitué d'un cube séparateur de polarisation et d'une lame $\lambda/4$ (figure 42). Le faisceau incident sur la cavité a ainsi une polarisation circulaire. Le faisceau réfléchi retourne sur le cube avec une polarisation linéaire orthogonale à la polarisation incidente et il est éjecté par le cube. Ce dispositif permet donc de séparer le faisceau réfléchi du faisceau incident, afin de mesurer l'intensité réfléchie à l'aide d'une photodiode.

4.2.2.2 Signal d'erreur produit par la méthode des bandes latérales

Le principe de l'asservissement par bandes latérales est schématisé sur la figure 42. Il consiste à créer une courbe en dispersion ayant à la fois une pente importante au voisinage de la résonance et une large plage de capture en fréquence. Le faisceau incident traverse un modulateur électro-optique (EO) piloté par un synthétiseur afin de moduler la phase du faisceau (de fréquence optique ω_L) à une fréquence ω_m égale à 20 MHz. La fréquence de modulation ω_m est choisie de façon à être grande par rapport à la bande passante de la cavité FPE et petite devant l'intervalle entre modes trans-

verses de la cavité (90 MHz). Lorsque l'amplitude de modulation est suffisamment faible, on obtient à l'entrée de la cavité un champ qui présente deux raies latérales de fréquences $\omega_L \pm \omega_m$ en quadrature de phase par rapport à la porteuse de fréquence ω_L (α_0 et α_1 sont supposés réels):

$$\bar{\alpha}^{in}(t) = \alpha_0 e^{i\omega_L t} + i \alpha_1 \{e^{i(\omega_L + \omega_m)t} + e^{i(\omega_L - \omega_m)t}\} \quad (4.17)$$

Au voisinage de la résonance, la porteuse est réfléchiée avec un coefficient de réflexion $r(\bar{\Psi})$ qui dépend de son désaccord $\bar{\Psi}$ avec la cavité et dont l'expression est donnée par l'équation (4.11). Les deux bandes latérales sont quand à elles directement réfléchies puisqu'elles se trouvent en dehors de la résonance. Le champ réfléchi par la cavité s'écrit alors:

$$\bar{\alpha}^{out}(t) = r(\bar{\Psi}) \alpha_0 e^{i\omega_L t} - i \alpha_1 \{e^{i(\omega_L + \omega_m)t} + e^{i(\omega_L - \omega_m)t}\} \quad (4.18)$$

Le faisceau réfléchi est détecté par une photodiode qui fournit un signal proportionnel à l'intensité du champ $\bar{\alpha}^{out}$. Le signal est amplifié puis filtré, pour éliminer les éventuelles harmoniques de la modulation à 20 MHz , avant d'être envoyé sur un mélangeur qui démodule le signal à la fréquence ω_m en utilisant comme signal de référence la modulation utilisée pour piloter l'électro-optique (figure 42). La phase relative entre les deux entrées du mélangeur est ajustée en modifiant la longueur du câble coaxial reliant le synthétiseur au mélangeur. Le signal à la sortie du mélangeur est alors proportionnel à la composante de fréquence ω_m de l'intensité du faisceau réfléchi, c'est à dire au battement entre les bandes latérales et la porteuse:

$$\bar{I}^{out}[\omega_m] = 4\alpha_0\alpha_1 \mathcal{Im} \{r(\bar{\Psi})\} = 4\alpha_0\alpha_1 \frac{\bar{\Psi}T_1}{\gamma^2 + \bar{\Psi}^2} \quad (4.19)$$

où T_1 et 2γ sont respectivement la transmission du coupleur d'entrée et les pertes totales de la cavité. Cette expression montre que le signal d'erreur reproduit en fonction du désaccord $\bar{\Psi}$ une courbe de dispersion qui s'annule à résonance en changeant de signe. Le signal d'erreur obtenu à la sortie du mélangeur est à nouveau filtré (filtre passe-bas à 5 MHz) pour éliminer tout résidu à la fréquence de modulation ω_m .

En pratique, le modulateur électro-optique est un modèle New Focus 4001M résonnant à 20 MHz , monté sur une platine de positionnement New Focus 9071 de façon à l'aligner précisément sur le faisceau. Le synthétiseur et le mélangeur ont été réalisés au laboratoire à partir d'éléments Mini Circuit. Le synthétiseur fournit une puissance de modulation de 0 dBm sur chacune de ses voies, la voie pilotant l'électro-optique étant réglable de façon à ajuster la profondeur de modulation. Le bloc photodiode est un système rapide et à faible bruit composé d'une photodiode FND100 (EG&G) suivi par un préamplificateur transimpédance architecturé autour d'un CLC425. Ce dispositif est similaire à ceux utilisés pour la détection du faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile; il est présenté plus en détail dans la section 4.3.3.

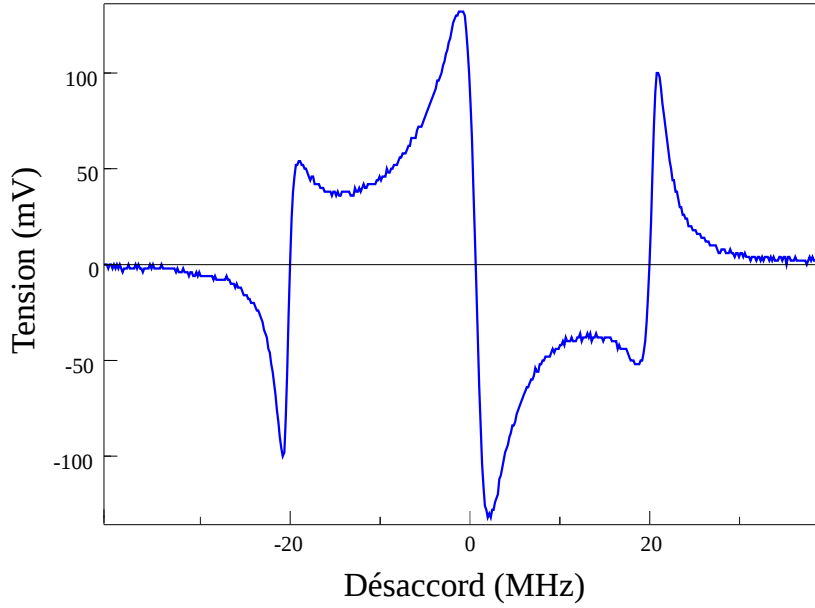


Fig. 43: Signal d'erreur obtenu en réflexion sur la cavité FPE

La figure 43 représente le signal à la sortie du mélangeur lorsque la longueur de la cavité FPE est balayée autour de la résonance, à l'aide d'une rampe de tension appliquée sur la cale piézoélectrique du miroir plan. L'écart de $2 \times 20 \text{ MHz}$ entre les bandes latérales permet d'étalonner l'axe horizontal. On constate sur cette figure que le signal d'erreur présente une très grande pente au voisinage de la résonance (environ 1 mV pour 7 kHz). Ainsi le signal d'erreur est très sensible à des petites fluctuations de fréquence autour de la résonance. D'autre part, la plage de capture est très large, de l'ordre de $\pm 20 \text{ MHz}$ autour de la résonance. On est ainsi assuré que l'asservissement sera capable de ramener la fréquence du laser à résonance avec la cavité FPE dès que le désaccord est inférieur à 20 MHz .

4.2.2.3 Stabilisation en fréquence du laser

Le signal d'erreur est utilisé pour agir sur la fréquence du laser titane saphir de façon à maintenir celle-ci à résonance avec la cavité FPE. On agit en fait sur la longueur de la cavité laser en pilotant la cale piézoélectrique du miroir M_4 (figure 41). Pour corriger des fluctuations à haute fréquence, on agit aussi sur l'électro-optique interne du laser (⑦ sur la figure 41), ce qui a pour effet de modifier la longueur optique de la cavité.

Afin de réaliser un asservissement efficace sur une large plage de fréquence, nous avons construit un dispositif à trois boucles d'asservissement en parallèle. Un schéma général de l'électronique de commande est présenté sur la figure 44. Le signal d'erreur obtenu à l'aide de la méthode des bandes latérales est envoyé dans un préamplificateur qui fournit trois signaux S_1 , S_2 et S_3 . La voie lente S_1 pilote la cale piézoélectrique du

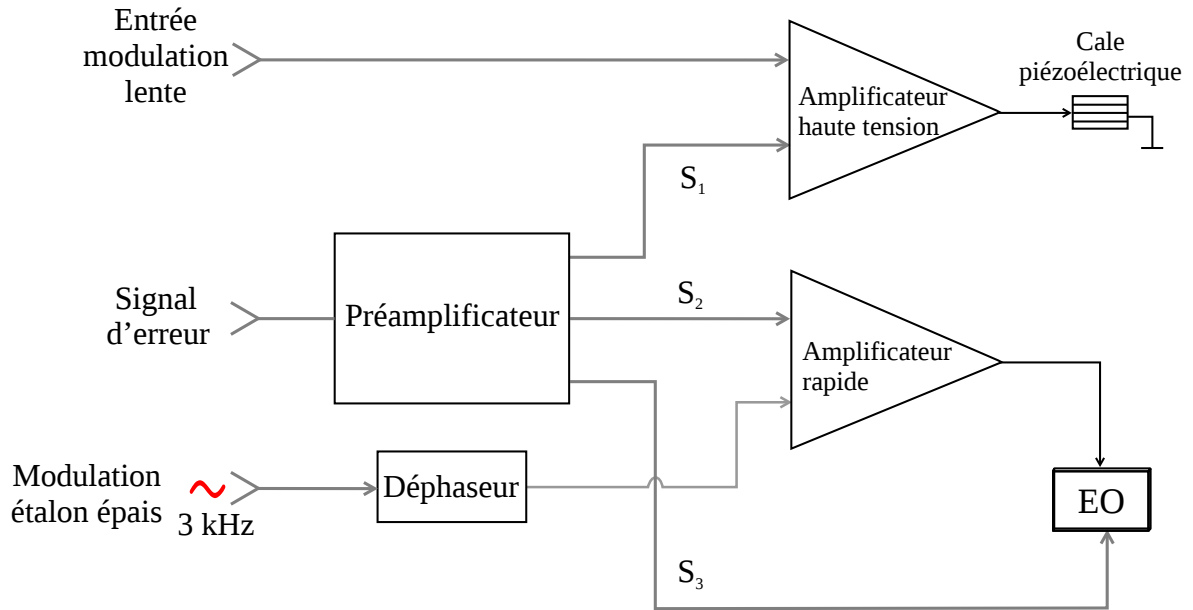


Fig. 44: Schéma de principe de l'asservissement en fréquence du laser titane saphir. Pour contrôler la fréquence du laser, on agit sur le laser en modifiant directement sa longueur par l'intermédiaire de la cale piézoélectrique du miroir M_4 (signal S_1). On modifie aussi sa longueur optique en agissant sur les deux voies de l'électro-optique interne du titane saphir (signaux S_2 et S_3)

miroir M_4 du titane saphir, par l'intermédiaire d'un amplificateur haute tension capable de fournir de grandes amplitudes (0-1000 *volts*). Du fait du poids du miroir M_4 , la fréquence de résonance de cette voie se situe aux alentours du kilohertz. Cette boucle d'asservissement permet donc de corriger à basse fréquence d'importantes variations de longueur de la cavité laser. Cet amplificateur a aussi une entrée qui permet de moduler à faible vitesse la fréquence du laser (entrée modulation lente sur la figure 44). Comme expliqué dans l'introduction de cette partie, cette entrée est utilisée pour parcourir le pic d'Airy de la cavité à miroir mobile. Bien sûr, cette entrée n'est utilisée que lorsque le laser n'est pas asservi sur la cavité FPE.

La voie intermédiaire S_2 est envoyée sur un amplificateur rapide qui pilote l'une des deux voies de l'électro-optique du titane saphir. Cet amplificateur est capable de réaliser des excursions en tension de ± 200 V à des fréquences allant jusqu'à 100 *kHz*. Cet asservissement permet aussi de compenser la modulation de fréquence induite par l'asservissement de l'étalon épais. Nous avons vu (section 4.2.1) que la longueur de l'étalon épais est modulée à une fréquence de 3 *kHz* afin de produire une modulation d'intensité à la sortie du laser. Ce signal pilote l'asservissement de l'étalon épais et s'annule lorsqu'il est à résonance avec le laser. Il reste néanmoins une petite modulation de fréquence du laser à 3 *kHz* car la modulation de longueur de l'étalon épais est en fait équivalente à une variation de la longueur optique de la cavité laser. Cet effet est compensé en appliquant sur l'électro-optique la modulation de référence à 3 *kHz* fourni par la détection synchrone. Ce signal est auparavant précisément ajusté en phase et en amplitude à l'aide d'un déphaseur de gain variable.

Enfin, la voie rapide S_3 pilote directement la seconde voie de l'électro-optique. Elle permet de contrôler des fluctuations de faible amplitude (± 10 V maximum à l'entrée de l'électro-optique) jusqu'à des fréquences de l'ordre du mégahertz.

Le préamplificateur détermine les fonctions de transfert de chacune des trois boucles d'asservissement. La figure 45 montre le schéma du système de préamplification. La voie rapide S_3 est obtenue en amplifiant le signal d'erreur à l'aide de deux étages amplificateurs. Le premier étage utilise un $CLC425$ (⑨) qui assure une amplification de gain 100 à faible bruit et sur une large bande de fréquence. Cet amplificateur opérationnel présente néanmoins l'inconvénient de saturer pour de faibles tensions. C'est pourquoi nous utilisons dans le second étage un $AD846$ (⑩) en gain 10 qui permet d'obtenir à la sortie des tensions suffisamment élevées pour piloter l'électro-optique du laser. Ces deux étages ont un gain plat en fréquence jusqu'à des fréquences de l'ordre du mégahertz. La fonction de transfert de la voie rapide se comporte toutefois comme un filtre passe-bas puisque l'électro-optique est équivalent à un condensateur de 3 nF. La fréquence de coupure de ce filtre est de l'ordre de 600 kHz. Ceci permet de régler le gain global de cette voie de manière à ce que l'asservissement agisse au dessous de 600 kHz, en évitant l'entrée en oscillation aux alentours du mégahertz.

Pour les deux autres voies, le signal d'erreur est amplifié (étages ① à ③) puis intégré (étage ④), ce qui assure une pente constante de -6 dB/octave. La voie lente subit en plus un filtrage passe-bas à partir de 150 Hz, du fait de la résistance de sortie de l'amplificateur haute tension (100 k Ω) et de la capacité de la cale piézoélectrique (10 nF). Ces différentes réponses en fréquence et les potentiomètres placés dans le préamplificateur permettent d'assurer un fonctionnement correct des trois voies de l'asservissement : la voie lente est dominante à basse fréquence (0 - 200 Hz), la voie intermédiaire agit de 200 Hz à 20 kHz et la voie rapide est prépondérante au delà de 20 kHz.

Un commutateur double à trois positions permet de commander l'asservissement. En position 0, les trois boucles sont ouvertes : le laser est non asservi. En position 1, toutes les boucles sont fermées. La position 2 de l'interrupteur rajoute au signal S_1 un intégrateur agissant jusqu'à 150 Hz. La présence de cet intégrateur assure un bon fonctionnement de l'asservissement à basse fréquence en augmentant le gain de la boucle lente.

Notons enfin la présence d'une entrée modulation sur la voie rapide (figure 45). Cette entrée permet de moduler la fréquence du laser sur une petite amplitude (typiquement quelques kilohertz) mais à grande vitesse : comme le signal est directement envoyé sur l'électro-optique du laser, il est possible d'appliquer une modulation dont la fréquence est de quelques mégahertz. Nous verrons dans le chapitre 5 que cette entrée est utilisée pour calibrer les mesures de petits déplacements réalisées par la cavité à miroir mobile.

L'efficacité de l'asservissement est illustrée sur la figure 46. La courbe (a) montre le signal d'erreur à résonance lorsque les trois voies de l'asservissement sont désactivées. L'amplitude de variation du signal traduit les fluctuations de fréquence du laser (*jitter*) qui peuvent être évaluées à partir de la sensibilité du signal d'erreur qui est de

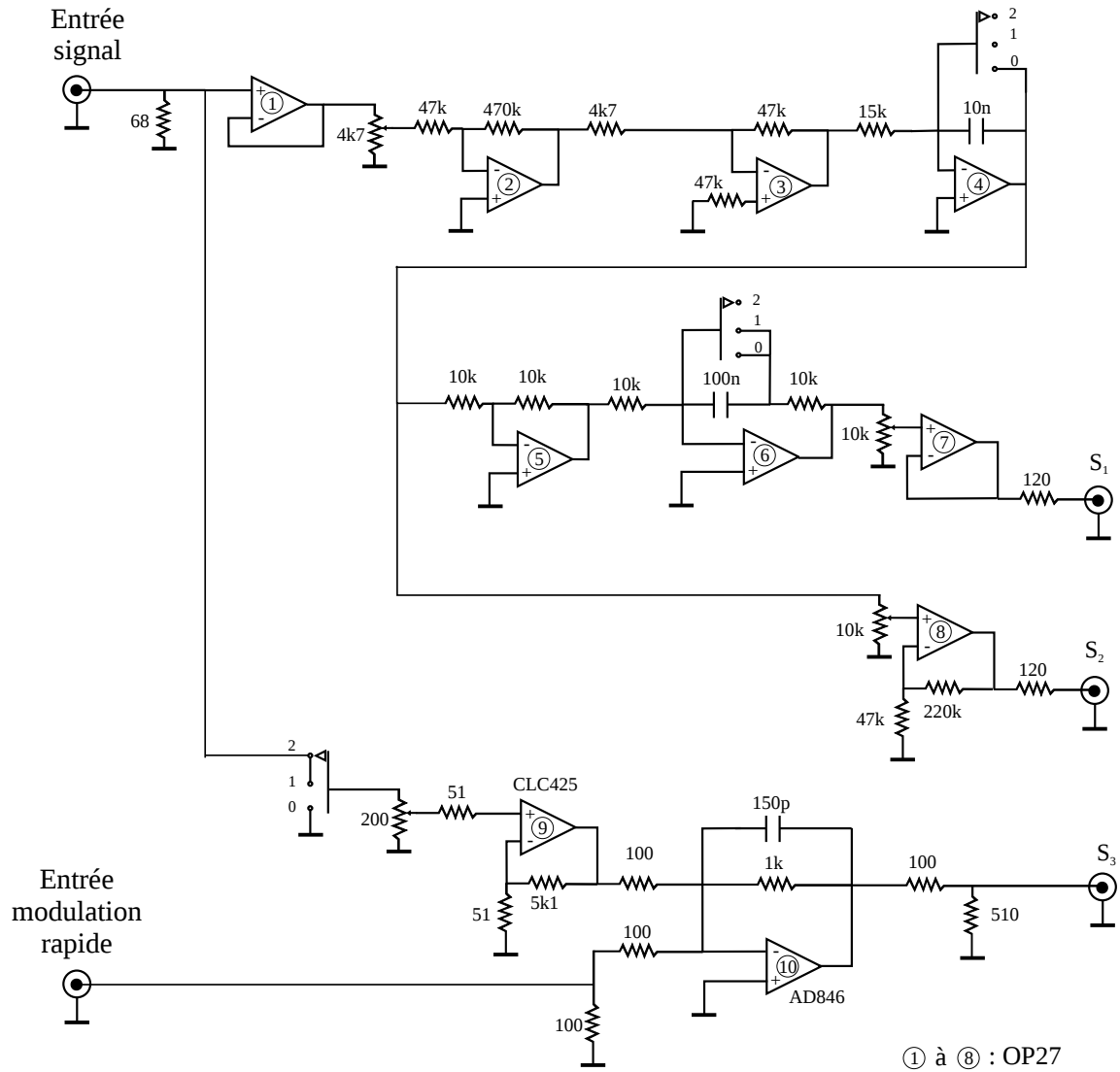


Fig. 45: Schéma du système de préamplification qui fournit, à partir du signal d'erreur, trois signaux S_1 , S_2 et S_3 qui constituent respectivement les voies lente, intermédiaire et rapide de l'asservissement en fréquence du laser titane saphir. Une seconde entrée est prévue pour appliquer une rampe de modulation rapide de la fréquence du laser

7 kHz/mV : ces fluctuations sont de l'ordre de 300 kHz rms . L'oscillation visible sur la courbe (a) est due à la modulation à 3 kHz de l'étalon épais. La courbe (b) montre le signal d'erreur lorsque les voies lente et moyenne sont activées. On voit que le bruit est notablement réduit puisque l'amplitude du signal d'erreur reste inférieure à 5 mV rms . Ceci correspond à des fluctuations de fréquence de l'ordre de 30 kHz rms . Notons par ailleurs qu'une partie importante du signal correspond au résidu de la modulation de l'étalon épais à 3 kHz , qui n'est pas parfaitement compensée par le signal appliqué sur l'électro-optique à travers le déphaseur (figure 44).

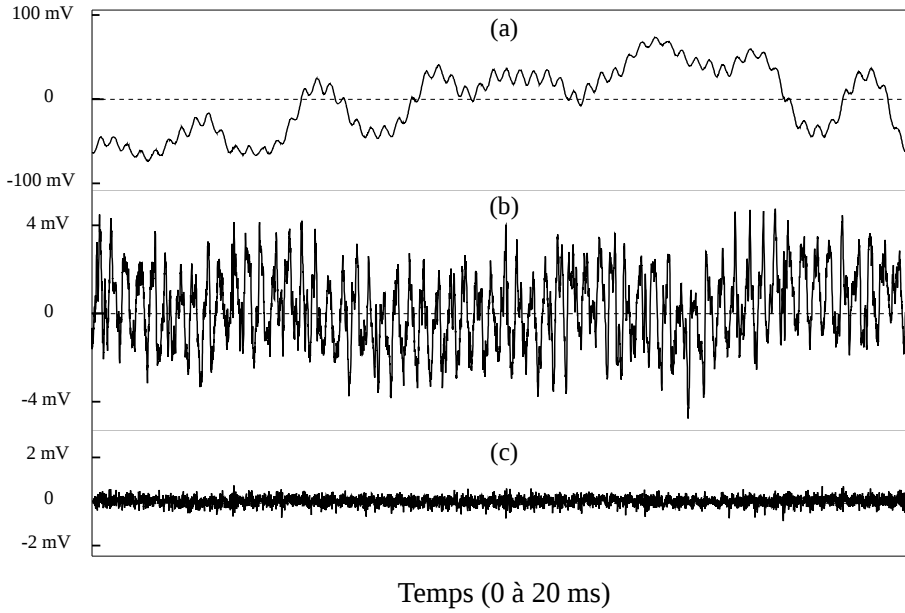


Fig. 46: Evolution temporelle du signal d'erreur. Le signal d'erreur (a) est obtenu au voisinage de la résonance du FPE lorsque l'asservissement est désactivé. Les fluctuations du laser sont de l'ordre de 300 kHz rms . Le signal (b) est obtenu en activant les voies lente et intermédiaire, ce qui réduit les fluctuations à 30 kHz rms . Lorsque la voie rapide est activée (courbe c), le signal d'erreur fluctue très peu (fluctuations de l'ordre de 4 kHz rms)

Le gain global est limité par la résonance à 100 kHz de la voie intermédiaire et il n'est pas possible de l'augmenter pour améliorer l'efficacité de l'asservissement. La mise en service de la voie rapide permet d'augmenter nettement le gain global des voies lente et intermédiaire puisque la fréquence d'oscillation de l'asservissement est repoussé à 1 MHz . Lorsque les gains des trois boucles sont optimisés, on obtient le signal d'erreur représenté sur la courbe (c) de la figure 46. L'amplitude des fluctuations est de l'ordre de 0.5 mV rms , ce qui correspond à des fluctuations de fréquence inférieures à 4 kHz rms . On constate aussi que l'asservissement supprime totalement la modulation de l'étalon épais qui était encore présente sur la courbe (b).

4.2.3 Stabilisation en intensité

Le faisceau issu du laser titane saphir présente d'importantes fluctuations d'intensité à basse fréquence. Celles-ci sont essentiellement liées aux vibrations mécaniques des différents éléments optiques du laser, bien que l'ensemble du laser soit rigidement fixé à une dalle en marbre posée sur la table optique par l'intermédiaire d'amortisseurs en caoutchouc. Comme nous l'avons souligné au début de cette partie, le point de fonctionnement de la cavité à miroir mobile dépend de l'intensité incidente. Il est donc important de contrôler précisément cette intensité. C'est le rôle de l'asservissement d'intensité qui permet de fixer l'intensité moyenne à une valeur donnée et de réduire les fluctuations à basse fréquence.

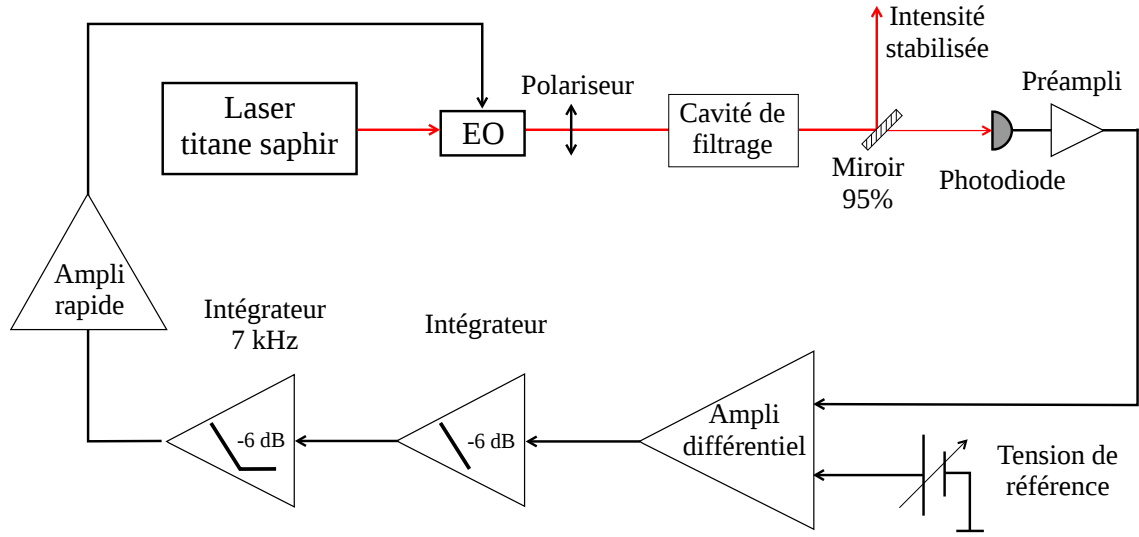


Fig. 47: Schéma de l'asservissement de l'intensité du laser titane saphir

4.2.3.1 Régulation de l'intensité lumineuse à basse fréquence

Le principe de l'asservissement consiste à utiliser un atténuateur variable piloté par une boucle électronique de contre-réaction qui contrôle l'intensité transmise par l'atténuateur. Le faisceau à la sortie du laser étant polarisé linéairement, on utilise un électro-optique dont les lignes neutres sont tournés de 45° par rapport à la polarisation incidente. Les deux composantes du champ qui correspondent aux projections sur les deux lignes neutres subissent des déphasages différents, qui dépendent de la tension appliquée sur l'électro-optique. Le faisceau transmis par l'électro-optique a donc une polarisation elliptique dont l'ellipticité dépend de la tension appliquée. Pour réaliser un atténuateur variable, il suffit de faire suivre l'électro-optique par un polariseur parallèle à la polarisation du faisceau incident. L'intensité transmise par ce dispositif est donnée par:

$$I^{out}(V) = \frac{I^{in}}{2} [1 + \cos(\epsilon)] \quad (4.20)$$

où ϵ est la différence des déphasages subis par les polarisations propres, qui dépend linéairement de la tension appliquée. Nous utilisons un électro-optique Gzänger *LM202*, monté sur un support New Focus 9082 qui permet d'aligner précisément l'électro-optique sur le faisceau. On obtient l'extinction ($I^{out} \approx 0$) pour une tension appliquée de -130 V et la transmission maximale (de l'ordre de 80%) pour une tension de $+150\text{ V}$. Ces valeurs permettent de piloter l'électro-optique avec un amplificateur rapide d'excursion $\pm 200\text{ V}$, identique à celui utilisé dans la voie intermédiaire de l'asservissement en fréquence du laser. On est ainsi assuré de pouvoir agir sur les fluctuations d'intensité jusqu'à des fréquences de plusieurs dizaines de kilohertz.

Le schéma général du dispositif de régulation d'intensité est représenté sur la figure 47. Ce dispositif comporte une partie optique, constituée de l'électro-optique associé à un polariseur et une partie électronique pour piloter l'électro-optique à l'aide d'une

boucle de contre-réaction. Le signal d'erreur est fourni par une photodiode *BPW34* qui mesure l'intensité d'une petite partie du faisceau prélevée à la sortie du dispositif par un miroir de réflexion 95%. A l'aide d'un amplificateur différentiel, ce signal est comparé à une tension de référence très stable dont on peut faire varier la valeur : ceci permet de modifier l'intensité moyenne du faisceau réfléchi par le miroir. La fonction de transfert de l'électronique est déterminée par un premier intégrateur de pente globale -6 dB/octave , suivi par un deuxième intégrateur pour des fréquences inférieures à 7 kHz , qui permet d'augmenter le gain à basse fréquence.

On peut noter sur la figure 47 que la cavité de filtrage, décrite dans la section suivante, est placée entre l'atténuateur variable et le miroir 95%. Ainsi l'asservissement contrôle l'intensité directement à la sortie du dispositif et rend celle-ci indépendante des perturbations qui pourraient être induites par la cavité de filtrage.

Pour avoir un gain global suffisant de la boucle de contre-réaction, il est préférable de faire travailler l'électro-optique au voisinage de la mi-transmission. C'est en effet autour de ce point de fonctionnement que la transmission est la plus sensible à une variation de la tension appliquée (équation 4.20). Ce choix du point de fonctionnement dépend de l'intensité incidente sur l'électro-optique et du point de consigne de l'intensité transmise déterminée par la tension de référence. Le fait de travailler à mi-transmission présente l'inconvénient de perdre la moitié de la puissance lumineuse dans l'asservissement. Ceci n'est cependant pas très gênant dans notre cas puisque la puissance nécessaire à la sortie du dispositif est de l'ordre de quelques dizaines de milliwatts. Elle est donc bien inférieure à la puissance disponible à la sortie du laser. D'autre part ce choix permet de faire fonctionner l'amplificateur rapide $\pm 200 \text{ V}$ dans des conditions optimales puisque la tension moyenne de sortie reste voisine de 0 Volt .

La figure 48 montre les fluctuations de l'intensité transmise autour de sa valeur moyenne, sans asservissement (trace a) et avec asservissement (trace b). Sachant que l'intensité moyenne transmise $\bar{I}$ correspond à une tension moyenne de 630 mV , on peut estimer les fluctuations relatives d'intensité $\delta I / \bar{I}$ du faisceau. On trouve que l'asservissement permet de réduire ces fluctuations relatives de quelques pourcent à environ $2 \text{ }^\circ/\text{oo}$.

La figure 49 montre l'action de l'asservissement en fonction de la fréquence. Plus précisément, les deux courbes représentent les spectres de puissance de bruit de l'intensité, avec et sans asservissement. Ces courbes sont obtenues par transformée de Fourier numérique (*FFT*) de l'évolution temporelle de l'intensité transmise. Sans asservissement (trace a), les fluctuations d'intensité sont très importantes en dessous de 10 kHz . La trace (b) montre que l'asservissement réduit très efficacement ce bruit basse fréquence: la réduction est de l'ordre de 25 dB jusqu'à 10 kHz . D'autre part, l'asservissement est efficace jusqu'à des fréquences supérieures à 50 kHz . On observe un léger excès de bruit au voisinage de 100 kHz . Ce bruit est difficile à supprimer; il est sans doute lié à des déphasages dans la boucle de contre-réaction qui inversent l'effet de l'asservissement dans cette plage de fréquence où le gain est encore important. Le gain optimal de l'asservissement est choisi de façon à réduire efficacement le bruit à basse fréquence tout en ayant un excès de bruit raisonnable au voisinage de 100 kHz . On remar-

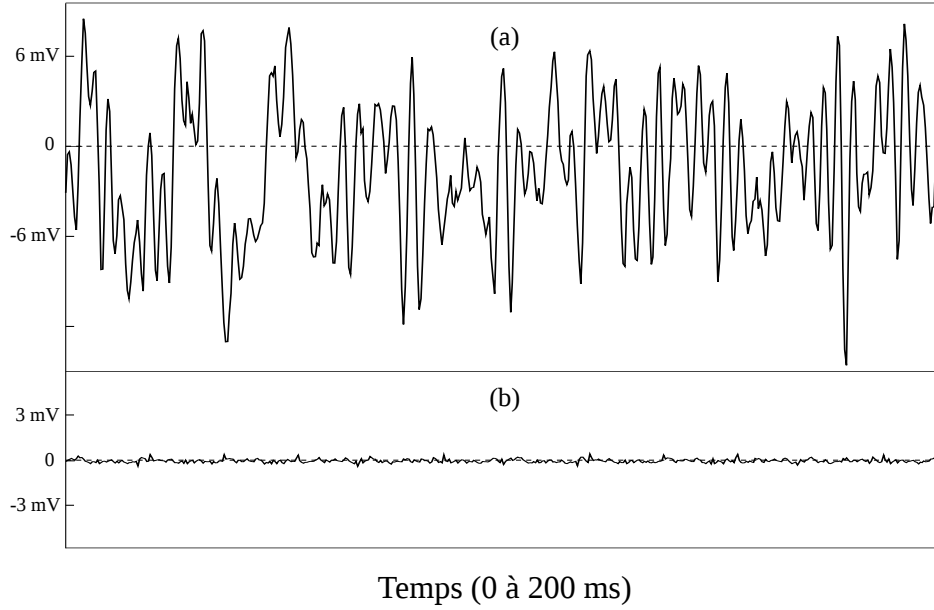


Fig. 48: Evolution temporelle des fluctuations de l'intensité transmise sans asservissement (a) et avec asservissement (b). Ces traces présentent la partie alternative du signal; le niveau continu, proportionnel à l'intensité moyenne, est égal à 630 mV

quera aussi que l'asservissement ne rajoute pas de bruit à des fréquences supérieures à 200 kHz.

4.2.3.2 Bruit technique du laser

L'un des points importants en vue de l'étude des effets quantiques du couplage optomécanique est la qualité du faisceau laser à la fréquence d'analyse. Comme nous l'avons souligné au début de cette section, l'intensité du faisceau à la sortie du titane saphir présente d'importantes fluctuations à basse fréquence liées à des sources de bruit technique du laser. A des fréquences plus élevées, ce bruit technique devient de moins en moins important et les fluctuations d'intensité se réduisent aux fluctuations quantiques (shot noise). Pour mettre en évidence les corrélations quantiques entre l'intensité lumineuse et la position du miroir mobile (voir les sections 2.4.3 et 3.4.3), il est indispensable que le bruit d'intensité du faisceau incident sur la cavité soit égal au bruit quantique standard pour des fréquences voisines de la fréquence de résonance mécanique fondamentale (typiquement 2 MHz).

Nous avons donc cherché à caractériser le bruit technique du laser. Pour cela, nous avons utilisé le système de détection placé normalement sur le faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile, en modifiant légèrement son fonctionnement de façon à mesurer l'intensité et non la quadrature de phase du faisceau. Les éléments constitutifs du dispositif sont cependant les mêmes et ils sont décrits en détail dans la section 4.3.3. Le principe de la mesure est représenté sur la figure 50. Le faisceau issu de la source laser est divisé en deux parties de même intensité à l'aide d'une lame demi-onde et d'un

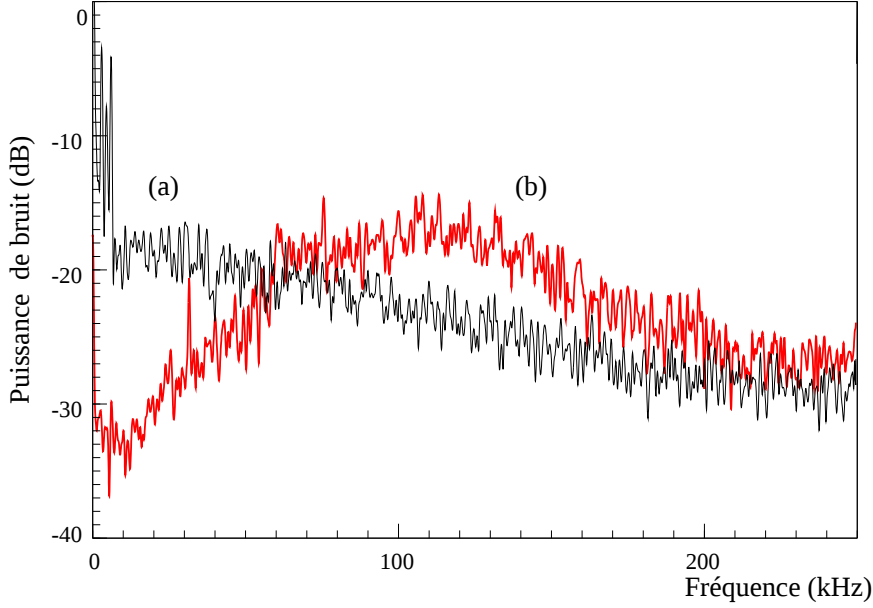


Fig. 49: Spectres de bruit obtenus en faisant la transformée de fourier numérique de l'évolution temporelle de l'intensité transmise, sans asservissement (a) et avec asservissement (b)

cube séparateur de polarisation. L'intensité de chacun des deux faisceaux est mesurée à l'aide de deux photodiodes équilibrées. Les signaux sont préamplifiés puis ils peuvent être additionnés ou soustraits avant d'être envoyés sur un analyseur de spectre. En position sommateur, on mesure la somme des intensités des deux faisceaux. En d'autres termes, l'analyseur de spectre fournit le spectre d'intensité du faisceau incident sur le cube, que l'on peut écrire:

$$S_{I+}[\Omega] = \bar{I} (1 + Q[\Omega]) \quad (4.21)$$

où le facteur de Mandel $Q[\Omega]$ représente la proportion d'excès de bruit par rapport au bruit de photon standard[50]. En position soustracteur, on mesure en fait les corrélations quantiques entre les deux faisceaux issus du cube. Du fait de la répartition statistique aléatoire des photons induite par le cube, ces corrélations sont nulles et l'analyseur de spectre fournit le spectre de bruit de photon standard[51]:

$$S_{I-}[\Omega] = \bar{I} \quad (4.22)$$

La comparaison des deux spectres (équations 4.21 et 4.22) permet donc de déterminer le facteur de Mandel Q , c'est à dire le bruit technique de notre source laser. La figure 51 montre le résultat de la mesure. Les traces (a) et (b) représentent les spectres $S_{I+}[\Omega]$ et $S_{I-}[\Omega]$ alors que la trace (c) donne le bruit électronique du système de détection, obtenu en coupant le faisceau lumineux. L'intensité présente un excès de bruit important (20 à 30 dBm) pour des fréquences inférieures à 700 kHz. Par contre, le bruit d'intensité rejoint le bruit de photon standard à partir de 2 MHz environ. Notons que ce résultat dépend de l'intensité moyenne du faisceau laser. En effet, si

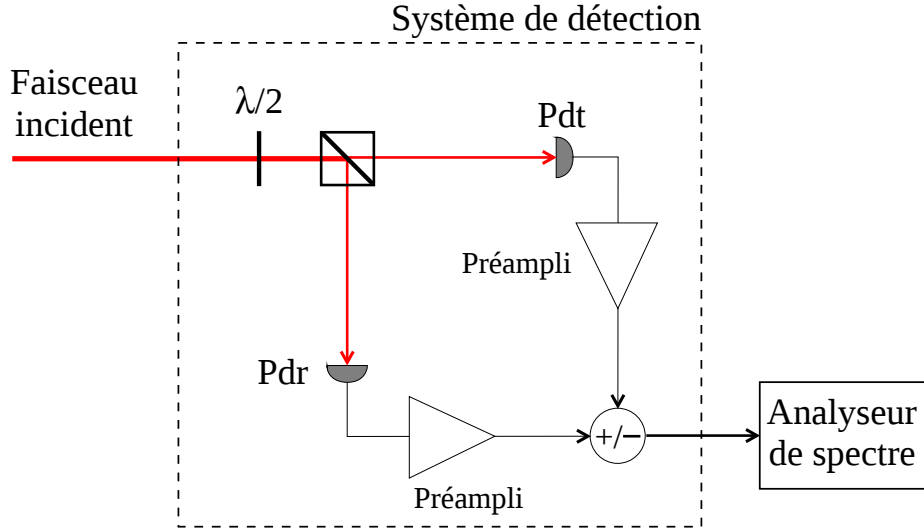


Fig. 50: Principe de la mesure du bruit d'intensité du faisceau laser. Le système de détection est constitué d'une lame semi-réfléchissante (lame demi-onde et cube séparateur de polarisation), de deux photodiodes et deux préamplificateurs parfaitement équilibrés. Un dernier étage permet d'ajouter ou de soustraire les signaux fournis par les photodiodes. On mesure ainsi sur l'analyseur de spectre alternativement le bruit d'intensité total du faisceau laser et le niveau du bruit de photon standard associé

cette intensité est atténuée par un facteur η , le spectre d'intensité $S_{I+} [\Omega]$ devient[50]:

$$S_{I+} [\Omega] = \eta \bar{I} (1 + \eta Q [\Omega]) \quad (4.23)$$

Ainsi le facteur de Mandel est réduit dans les mêmes proportions que l'intensité moyenne. Les résultats de la figure 51 ont été obtenus pour une puissance lumineuse de $500 \mu W$. Ces résultats sont donc satisfaisants pour observer les effets du couplage optomécanique à des fréquences d'analyse voisines de $2 MHz$. Comme nous le verrons dans la partie 4.5, ces caractéristiques peuvent être améliorées en utilisant une cavité de filtrage spatial de grande finesse. Une telle cavité a pour effet de filtrer le bruit technique du laser pour des fréquences supérieures à sa bande passante.

4.2.4 Filtrage spatial

L'adaptation spatiale entre le faisceau lumineux et la cavité à miroir mobile joue un rôle important dans l'observation des effets quantiques du couplage optomécanique. Dans les chapitres précédents nous avons supposé une adaptation parfaite. Si ce n'est pas le cas, seule la partie du faisceau incident qui se projette sur le mode fondamental de la cavité interagit avec celle-ci. La partie restante du faisceau se réfléchit directement sur le miroir d'entrée et n'interagit pas avec le miroir mobile. Comme le dispositif de mesure détecte l'ensemble du faisceau réfléchi, l'inadaptation spatiale est équivalente à des pertes pour le faisceau réfléchi puisqu'elle réduit les corrélations entre le faisceau

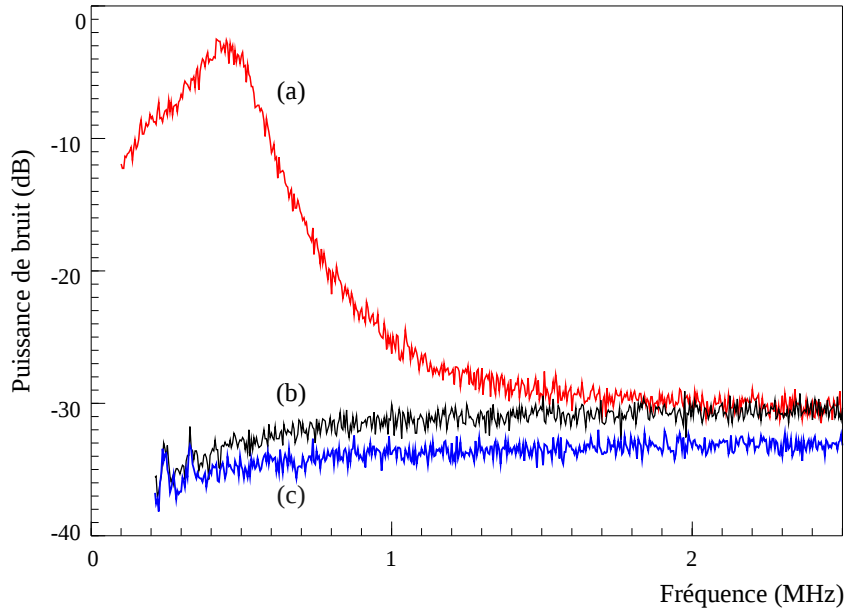


Fig. 51: Spectre de bruit d'intensité du faisceau laser (a) comparé au bruit de photon standard (b) et au bruit électronique du système de détection (c), pour une puissance lumineuse de $500 \mu W$

et le miroir mobile. La mise en évidence des corrélations quantiques nécessite donc une adaptation spatiale aussi bonne que possible.

Le faisceau issu du laser présente un astigmatisme non négligeable, lié à des effets de lentille thermique dans le cristal Titane-Saphir et à la présence dans la cavité de nombreux éléments optiques placés à incidence de Brewster. Ainsi la position et la taille des cols du faisceau dans les directions horizontale et verticale sont différentes. L'écart Δz entre les positions des deux cols est de l'ordre de 20 cm , soit 15% de la longueur de Rayleigh z_R . De même, l'assymétrie entre les tailles des cols est de l'ordre de 10%. L'astigmatisme dépend en plus des conditions de fonctionnement du laser et peut varier d'un jour à l'autre. Le faisceau a ainsi un profil elliptique qu'il est difficile d'adapter correctement à la cavité à miroir mobile. C'est pourquoi nous avons réalisé un dispositif de filtrage spatial qui donne au faisceau un profil gaussien et cylindrique, plus facilement adaptable au mode fondamental de la cavité à miroir mobile.

Ce dispositif est constitué d'une cavité Fabry-Perot non dégénérée, dans laquelle est envoyé le faisceau laser. La longueur de la cavité est contrôlée de telle manière que la fréquence de résonance d'un mode TEM_{00} de la cavité coïncide avec la fréquence du laser. La cavité transmet alors la partie du faisceau incident qui est adaptée à son mode propre fondamental et elle réfléchit toutes les autres composantes du faisceau incident. Ce dispositif transmet donc un faisceau dont la structure est uniquement déterminée par la géométrie de la cavité.

Nous allons présenter dans cette section les différents éléments du dispositif de filtrage. Nous commencerons par décrire et caractériser la cavité Fabry Perot de filtrage (FPF). Nous présenterons ensuite les différents éléments de l'asservissement, qui permet

de maintenir la cavité FPF à résonance avec le faisceau incident. Nous terminerons en décrivant la mesure de la bande passante de la cavité qui, comme nous l'avons vu dans la section 4.1.4, sert de référence pour déterminer la finesse de la cavité à miroir mobile.

4.2.4.1 La cavité de filtrage

La cavité de filtrage spatial est constituée d'un miroir d'entrée plan et d'un miroir de sortie courbe de rayon de courbure égal à 1 *m*. La cavité a deux entrées-sorties, les miroirs ayant le même coefficient de réflexion en intensité égal à 95%. Ceci permet d'avoir une transmission de la cavité maximale à résonance. On montre en effet que la transmission $\mathcal{T}_0$ à résonance d'une cavité à deux entrées-sorties est:

$$\mathcal{T}_0 = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2} \quad (4.24)$$

où les coefficients de transmission $T_{1,2}$ et de réflexion $R_{1,2}$ des deux miroirs obéissent à la relation de conservation $T_{1,2} + R_{1,2} = 1$, à condition que les pertes soient négligeables. On voit alors que $\mathcal{T}_0$ est maximal lorsque $R_1 = R_2$ et $T_1 = T_2$.

La longueur de la cavité est de 12 *cm*. Le support de la cavité est constitué d'un barreau cylindrique en invar, le miroir plan étant monté sur une cale piézoélectrique. Deux fenêtres plan-plan et plan-convexe (de courbure égale à 1 *m*) sont fixées respectivement à l'entrée et à la sortie de la cavité, afin d'une part d'isoler la cavité et d'autre part de compenser l'effet de lentille divergente dû au miroir courbe.

L'adaptation spatiale du faisceau laser sur la cavité de filtrage est réalisée par un dispositif similaire à celui utilisé pour la cavité FPE de l'asservissement en fréquence (section 4.2.2). Un jeu de deux lentilles permet de modifier la taille du col du faisceau. La première lentille, placée à 500 *mm* du col du faisceau laser, a une focale égale à 30 *mm*, alors que la deuxième lentille, montée sur une platine de translation, est placée à 60 *mm* de la première et a une focale de 28 *mm*. On obtient ainsi un col de 0.29 *mm* à l'entrée de la cavité FPF, que l'on peut ajuster précisément au col du mode fondamental de la cavité à l'aide de la platine de translation. Un jeu de deux miroirs montés sur des supports micrométriques permet ensuite d'aligner le faisceau sur la cavité.

Le résultat de l'adaptation spatiale apparaît sur la courbe du haut de la figure 52, obtenue en balayant la fréquence du laser. On peut voir deux pics d'Airy associés à deux modes TEM_{00} successifs de la cavité, séparés par un intervalle spectral libre ν_{ISL} qui, pour une longueur de la cavité de 12 *cm*, est égal à 1.28 *GHz*. Les petits pics correspondent à des modes transverses fortement atténués du fait de l'adaptation spatiale. L'intensité transmise à résonance représente environ 80% de l'intensité incidente. Ces pertes peuvent être attribuées à l'astigmatisme du faisceau incident, mais aussi aux pertes des miroirs de la cavité. L'équation (4.24) n'est en effet valable que dans le cas d'une adaptation spatiale parfaite et pour des miroirs sans perte. Dans le cas contraire, la transmission $\mathcal{T}_0$ n'est plus égale à 1.

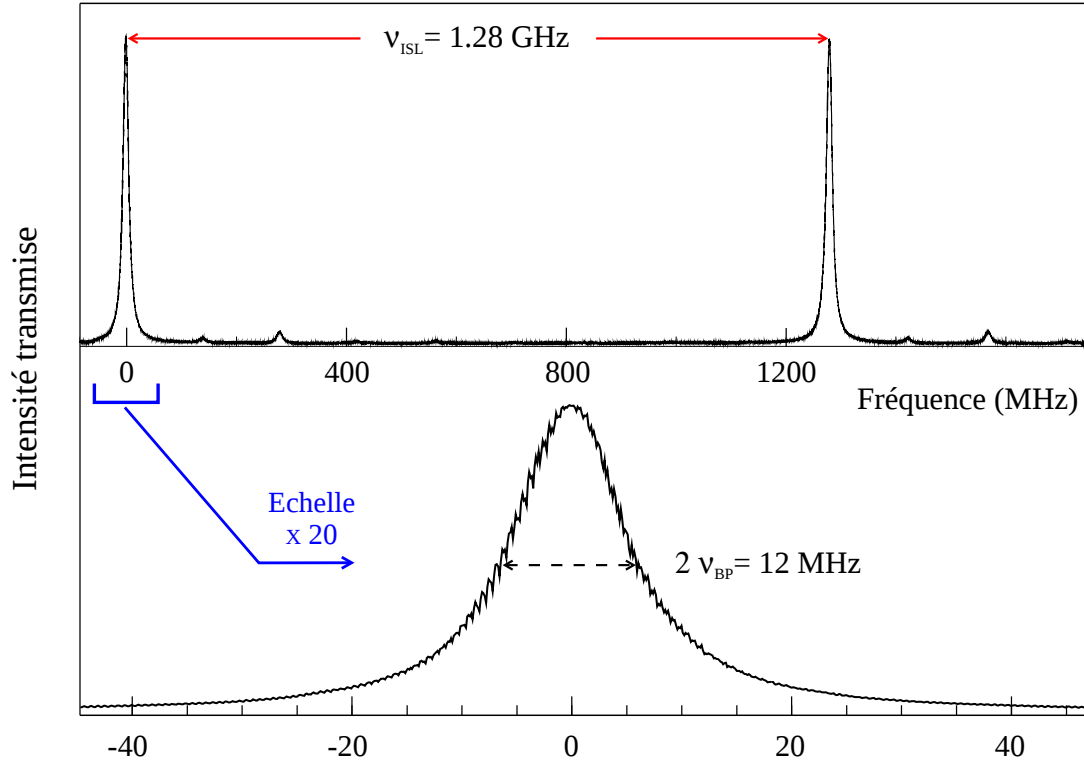


Fig. 52: Intensité transmise par la cavité FPF lorsqu'on balaye la fréquence du laser titane saphir à l'aide du bilame sur un intervalle spectral libre ν_{ISL} . Un ajustement de la première résonance par une Lorentzienne donne une bande passante ν_{BP} de l'ordre de 6 MHz

La figure 52 permet aussi de déterminer la bande passante de la cavité. Nous utilisons pour balayer la fréquence du faisceau incident une rampe de tension linéaire appliquée sur le moteur du bilame du laser titane saphir, l'asservissement en fréquence étant désactivé. L'intensité transmise par la cavité FPF est détectée puis envoyée vers un oscilloscope digital Tektronix TDS420 qui permet d'acquérir le signal avec un nombre de points élevé (15000 points). Connaissant l'intervalle spectral libre ν_{ISL} , on peut étalonner l'axe horizontal en fréquence. On élargit alors d'un facteur 20 la zone autour de la première résonance. On obtient la courbe du bas sur la figure 52 qui permet de déterminer la bande passante ν_{BP} de la cavité de filtrage en réalisant un ajustement lorentzien de la résonance. On trouve que la demi-largeur de la Lorentzienne est comprise entre 5.8 et 6 MHz . Il est difficile d'obtenir une valeur plus précise étant donnée la légère dissymétrie de la résonance. Celle-ci est sans doute due à des effets thermiques transitoires au niveau des miroirs lorsque la cavité passe à résonance.

4.2.4.2 Asservissement de la cavité FPF sur la fréquence du laser

L'asservissement que nous avons mis au point pour maintenir la cavité FPF à résonance avec le faisceau laser repose sur la technique de détection synchrone déjà utilisée pour l'asservissement de l'étalon épais du laser titane saphir. Le schéma de

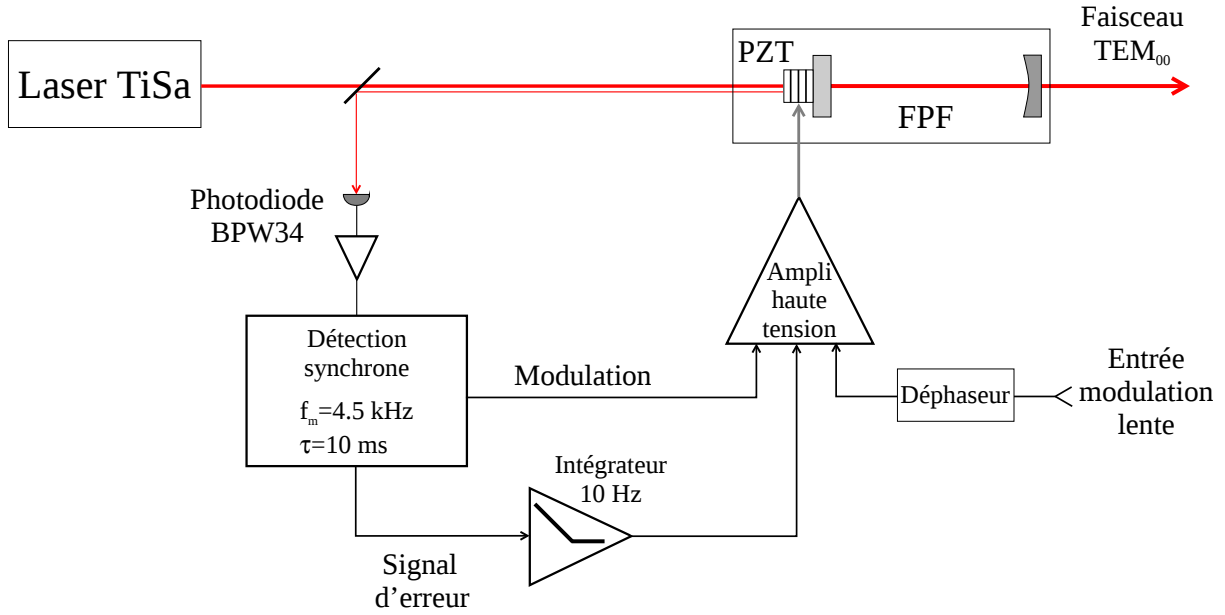


Fig. 53: Représentation schématique de l'asservissement de la cavité de filtrage FPF. La modulation appliquée sur la longueur de la cavité induit une modulation d'intensité du faisceau réfléchi. Le signal d'erreur qui pilote la cale piézoélectrique (PZT) du FPF est alors proportionnel au désaccord entre la fréquence du faisceau et la résonance de la cavité

principe est représenté sur la figure 53. Contrairement à la technique standard qui consiste à détecter l'intensité du faisceau transmis, modulé en intensité par la modulation de longueur de la cavité, on détecte ici l'intensité du faisceau réfléchi. Le choix de cette configuration est lié au fait que la cavité de filtrage se trouve dans la boucle d'asservissement d'intensité (voir figure 47). Cet asservissement a pour effet de supprimer la modulation d'intensité du faisceau transmis.

Plus précisément, on utilise une détection synchrone commerciale *EG&G 5205* dont la fréquence de modulation est égale à 4.5 kHz . La sortie modulation de la détection synchrone est appliquée à la cale piézoélectrique (PZT) de la cavité FPF par l'intermédiaire d'un amplificateur haute tension $0 - 1000\text{ V}$. La variation de longueur de la cavité induite par cette modulation est équivalente à une variation $\delta\Psi[\omega_m]$ du déphasage à la fréquence de modulation ω_m , autour du déphasage moyen $\bar{\Psi}$. On obtient ainsi une modulation des intensités aussi bien en transmission qu'en réflexion. En effet, si la fréquence ω_m est petite devant la bande passante de la cavité, ces deux modulations s'écrivent:

$$\delta I^t[\omega_m] = \bar{I}^{in} \frac{\partial T_c}{\partial \bar{\Psi}} \delta\Psi[\omega_m] \quad (4.25a)$$

$$\delta I^r[\omega_m] = \bar{I}^{in} \frac{\partial R_c}{\partial \bar{\Psi}} \delta\Psi[\omega_m] \quad (4.25b)$$

où T_c et R_c sont les coefficients de transmission et de réflexion de la cavité, reliés pour une cavité sans perte et symétrique au coefficient de transmission T des miroirs et au déphasage moyen $\bar{\Psi}$:

$$T_c = \frac{T^2}{T^2 + \bar{\Psi}^2} \quad , \quad R_c = 1 - T_c \quad (4.26)$$

On voit ainsi que la modulation d'intensité du faisceau réfléchi est simplement en opposition de phase par rapport à celle du faisceau transmis.

Notons par ailleurs que l'asservissement d'intensité ajoute une modulation $\delta I^{in}[\omega_m]$ du faisceau incident de façon à supprimer la modulation $\delta I^t[\omega_m]$ transmise:

$$\delta I^t[\omega_m] = \bar{I}^{in} \frac{\partial T_c}{\partial \bar{\Psi}} \delta \Psi[\omega_m] + T_c \delta I^{in}[\omega_m] = 0 \quad (4.27)$$

On constate alors que cela a pour effet d'augmenter la modulation du faisceau réfléchi, par un facteur $1/T_c$:

$$\delta I^r[\omega_m] = -\frac{1}{T_c} \bar{I}^{in} \frac{\partial T_c}{\partial \bar{\Psi}} \delta \Psi[\omega_m] \quad (4.28)$$

Une partie du faisceau réfléchi est détectée par une photodiode *BPW34* puis amplifiée (voir figure 53). Le signal obtenu est envoyé dans la détection synchrone dont la constante de temps est égale à 10 *ms*. Le signal est démodulé par la détection synchrone ce qui permet d'obtenir un signal d'erreur proportionnel au désaccord entre le laser et la résonance de la cavité. Entre la sortie de la détection synchrone et l'amplificateur haute tension qui pilote la cale piézoélectrique de la cavité FPF, le signal d'erreur est intégré pour des fréquences inférieures à 10 *Hz*, ce qui permet d'agir efficacement sur les dérives lentes du désaccord.

Lorsque l'asservissement est verrouillé, la résonance de la cavité FPF est calée sur la fréquence du laser et le faisceau transmis est bien *TEM₀₀*. Nous avons en effet mesuré à l'aide d'un analyseur de mode (Mode Master Coherent), les caractéristiques spatiales du faisceau transmis qui sont, à quelques pourcents près (la marge d'erreur du mode master étant de cet ordre), celles d'un mode parfaitement gaussien *TEM₀₀*. Notons que l'asservissement utilisé ici est relativement simple et que nous n'avons pas eu besoin d'améliorer ses caractéristiques. Les fluctuations à corriger sont en effet assez faibles du fait de la stabilité de la fréquence du laser et de la cavité de filtrage. D'autre part, les imperfections de l'asservissement de la cavité sont automatiquement compensées par l'asservissement d'intensité. Un désaccord non nul entre la fréquence du laser et la résonance de la cavité FPF ne modifie pas ses capacités de filtrage spatial. Par contre, cela se traduit par une modification du point de fonctionnement sur le pic d'Airy de la résonance et donc par une variation de l'intensité transmise par la cavité. Mais cette variation est corrigée par l'asservissement d'intensité qui modifie la puissance incidente sur la cavité de façon à ce que l'intensité transmise soit constante.

On remarque enfin sur la figure 53 la présence d'une entrée modulation lente suivie d'un déphaseur qui pilote la cale piézoélectrique de la cavité. Cette entrée est utilisée lorsqu'on applique une modulation sur l'entrée du laser titane saphir (figure 44). La

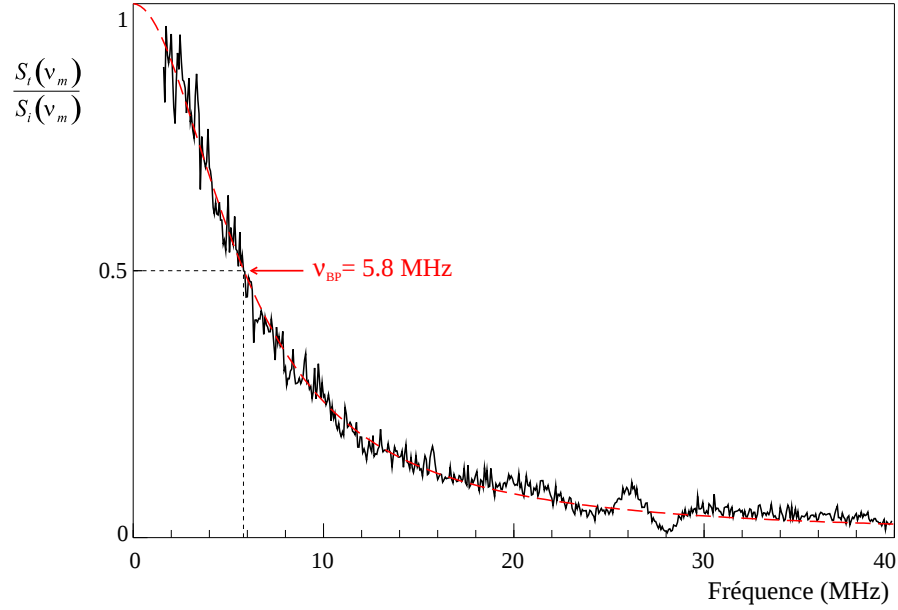


Fig. 54: Fonction de transfert de la cavité FPF obtenue en faisant le rapport entre les spectres de modulation transmis $S_t(\nu_m)$ et incident $S_i(\nu_m)$. L'ajustement Lorentzien en tirets permet de déterminer la bande passante ν_{BP} de la cavité qui est égale à 5.8 MHz

rampe de modulation de la fréquence du laser a typiquement une excursion de 20 à 30 MHz , et une fréquence de modulation de l'ordre de 100 Hz . L'asservissement de la cavité FPF n'est pas capable de compenser une variation de la fréquence du laser aussi large (plusieurs fois la largeur du pic d'Airy) et aussi rapide (de l'ordre de la constante de temps de la détection synchrone). C'est pourquoi il est nécessaire d'assister l'asservissement afin que la résonance du FPF suive de façon synchrone la modulation du laser. On applique la même rampe de modulation sur l'entrée correspondante de l'asservissement (figure 53) et on règle l'amplitude et la phase du déphaseur de façon à ce que la fréquence du laser reste sur le pic d'Airy de la résonance du FPF. L'asservissement d'intensité se charge alors de supprimer toute variation résiduelle de l'intensité du faisceau transmis. On obtient de cette manière un faisceau transmis parfaitement TEM_{00} , modulé en fréquence et dont l'intensité est constante.

4.2.4.3 Mesure de la bande passante de la cavité de filtrage

La mesure de la bande passante ν_{BP} de la cavité de filtrage sert de référence de fréquence pour déterminer la bande passante de la cavité à miroir mobile (voir section 4.1.3.1). Nous avons d'ores et déjà déterminé cette bande passante en balayant la fréquence du laser (section 4.1.4.2). Cette méthode présente néanmoins des défauts, liés à des effets thermiques lors du passage à résonance. Ces défauts rendent difficile une détermination précise de la bande passante, et nous avons été amenés à utiliser une méthode de mesure plus performante.

La mesure repose sur une technique de modulation en intensité du faisceau incident, la cavité étant asservie à résonance avec le faisceau. L'intensité du faisceau incident est modulée en appliquant sur l'électro-optique utilisé pour l'asservissement d'intensité une tension sinusoïdale de fréquence ν_m variable. La cavité se comporte alors comme un filtre passe-bas de fréquence de coupure égale à ν_{BP} . Le signal $S_t(\nu_m)$ correspondant à la puissance de modulation du faisceau transmis est relié au signal incident $S_i(\nu_m)$ par:

$$S_t(\nu_m) = \frac{1}{1 + (\nu_m/\nu_{BP})^2} S_i(\nu_m) \quad (4.29)$$

On détermine ces deux signaux en plaçant une photodiode rapide avant et après la cavité FPF. Le montage utilisé, constitué d'une photodiode *FND100* de *EG&G* et d'un préamplificateur rapide transimpédance, est similaire à celui utilisé dans la détection homodyne (section 4.3.3). Les signaux obtenus sont envoyés vers un analyseur de spectre (*HP 8560E*), et on balaye la fréquence de modulation ν_m de façon à obtenir les spectres de modulation incident $S_i(\nu_m)$ et transmis $S_t(\nu_m)$. Le rapport des deux spectres donne la fonction de transfert, en éliminant l'influence des réponses en fréquence du modulateur et de la détection. Le résultat est représenté sur la figure 54. Un ajustement Lorentzien de la fonction de transfert obtenue permet de déterminer la bande passante ν_{BP} de la cavité FPF que l'on trouve égale à 5.8 MHz . Cette valeur est en très bon accord avec celle obtenue par la méthode de balayage en fréquence du laser.

4.2.5 Asservissement de la fréquence sur la cavité à miroir mobile

Nous savons qu'une mesure de petits déplacements du miroir mobile ainsi qu'une mesure QND de l'intensité sont optimales lorsque le faisceau de mesure incident est à résonance avec la cavité. Malgré la stabilité du faisceau laser et de la cavité à miroir mobile, on observe une dérive lente du désaccord entre la fréquence du faisceau incident et celle de la cavité. Pour maintenir la fréquence du laser à résonance, nous avons réalisé un asservissement à basse fréquence qui agit non pas sur la cavité à miroir mobile, qui est une cavité rigide, mais sur la fréquence du laser titane saphir. Plus précisément, l'asservissement pilote la cale piézoélectrique de la cavité FPE sur laquelle le laser est asservi (figure 42). L'avantage de ce contrôle indirect de la fréquence du laser est que l'asservissement des fluctuations propres du laser et la compensation des dérives lentes sont découplés. L'asservissement en fréquence du laser est efficace car la cavité FPE est très stable mécaniquement et il est possible d'agir jusqu'à des fréquences très élevées. Par contre, le pilotage du FPE à partir de la cavité à miroir mobile ne peut être aussi efficace : il s'agit d'une boucle de contre-réaction globale sur l'ensemble du dispositif expérimental, qui contrôle la source laser à partir d'un signal issu de la cavité à miroir mobile. Cet asservissement ne peut agir que sur les dérives lentes car tous les éléments intermédiaires du montage (cavité de filtrage, asservissement d'intensité, oscillateur local,...) doivent être capable de supporter cette boucle de contre-réaction globale.

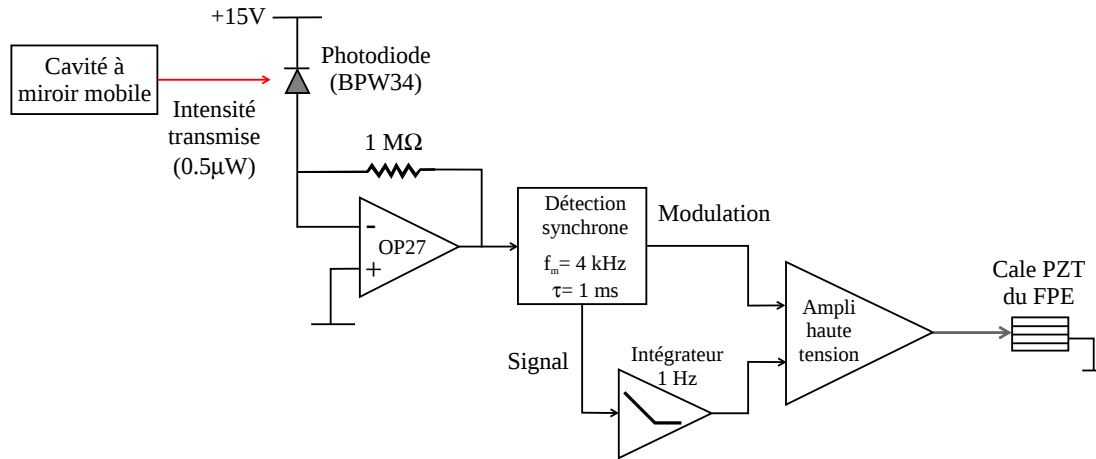


Fig. 55: Principe de l'asservissement de la fréquence du laser sur la cavité à miroir mobile. On utilise l'intensité transmise par la cavité pour agir sur la cale piézoélectrique de la cavité FPE via une chaîne d'amplification et une détection synchrone commerciale

Le principe de l'asservissement est tout à fait similaire à celui utilisé pour maintenir la cavité FPF à résonance avec le faisceau lumineux. Le schéma de l'asservissement est représenté sur la figure 55. On module la fréquence du laser et on mesure à l'aide d'une détection synchrone la modulation induite sur la lumière transmise par la cavité à miroir mobile. Le signal d'erreur ainsi produit contrôle la cale piézoélectrique de la cavité FPE, par l'intermédiaire d'un amplificateur haute tension 0 – 1000 V.

Le choix de la fréquence de modulation est assez critique. Cette fréquence doit être suffisamment élevée pour ne pas réduire la plage de fréquence où l'asservissement agit. Elle doit être suffisamment éloignée de la fréquence de modulation de la cavité de filtrage (4.5 kHz) pour ne pas perturber son asservissement. Enfin, le faisceau incident sur la cavité à miroir mobile doit être exempt de toute modulation d'intensité synchrone avec la modulation de fréquence du laser. En effet, la modulation d'intensité détectée à la sortie de la cavité ne doit provenir que du désaccord de la résonance de la cavité par rapport à la fréquence du laser : toute modulation incidente se traduirait comme une perturbation pour le signal d'erreur. Malheureusement le faisceau traverse la cavité de filtrage et celle-ci peut induire une modulation d'intensité si sa résonance n'est pas parfaitement calée sur la fréquence du laser. La fréquence de modulation doit donc être suffisamment basse pour que l'asservissement d'intensité puisse corriger toute modulation d'intensité à l'entrée de la cavité à miroir mobile. Pour ces différentes raisons, nous avons choisi une fréquence de modulation de 4 kHz.

Un autre point délicat est la détection du faisceau transmis par la cavité à miroir mobile. Même à résonance, cette intensité est très faible, de l'ordre de 0.5 μW pour une intensité incidente de 100 μW . Notons par ailleurs qu'une partie de la lumière détectée à l'arrière de la cavité provient de la lumière diffusée par les miroirs. En utilisant une caméra infrarouge, on peut voir au centre du miroir mobile un point brillant qui correspond au faisceau directement transmis par la cavité. On observe aussi un anneau

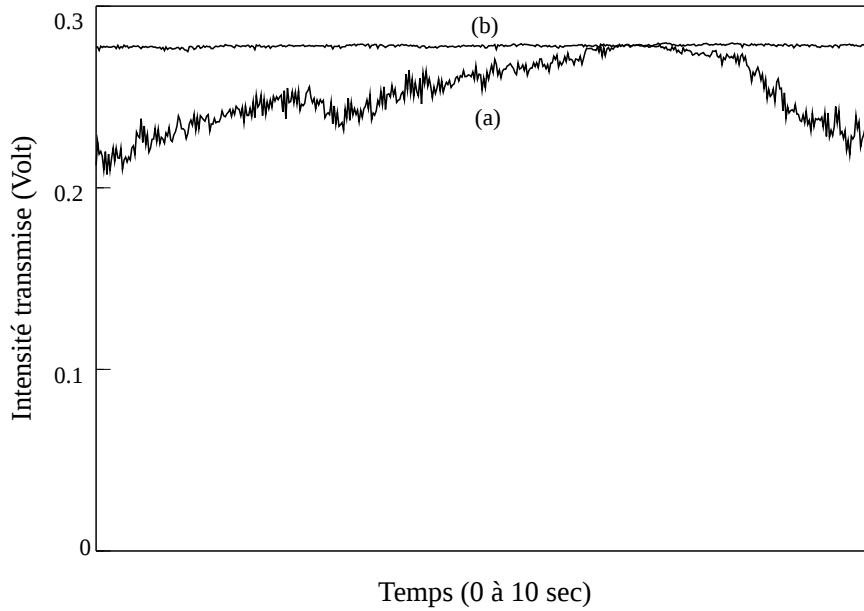


Fig. 56: Intensité transmise par la cavité à miroir mobile sans asservissement (trace a) et lorsque l'asservissement est activé (trace b)

de lumière à la périphérie du miroir, qui provient de la lumière diffusée qui traverse, après de multiples réflexions, le substrat du miroir mobile au niveau de sa partie non traitée.

L'intensité transmise est détectée par une photodiode *BPW34*. Le courant obtenu étant très petit (typiquement 300 nA), on utilise un montage en transimpédance formé d'un amplificateur *OP27* et d'une grande résistance de contre-réaction de $1\text{ M}\Omega$ pour obtenir une tension en sortie raisonnable. Le montage transimpédance présente l'avantage de réduire l'influence de la capacité parasite de la photodiode : ceci permet d'atteindre des bandes passantes suffisamment élevées malgré la grande valeur de la résistance de charge. Le signal est ensuite envoyé dans une détection synchrone identique à celle utilisée pour l'asservissement de la cavité FPF, dont la constante de temps est égale à 1 ms . Le signal d'erreur produit est intégré pour des fréquences inférieures à 1 Hz , ce qui permet d'augmenter le gain global de l'asservissement à basse fréquence.

On peut voir sur la figure 56 le résultat de l'asservissement sur l'intensité transmise par la cavité à miroir mobile. La trace (a) montre l'évolution temporelle de l'intensité sans asservissement. Le désaccord entre la fréquence du laser et la résonance de la cavité dérive lentement, ce qui se traduit par une variation de l'intensité transmise. On constate que la dérive est lente, puisque le désaccord varie d'une quantité inférieure à la largeur du pic d'Airy en 10 secondes. D'autre part les fluctuations sur le signal restent modérées : cela est dû à la grande stabilité du laser et de la cavité à miroir mobile.

La trace (b) montre l'intensité transmise lorsque l'asservissement est activé. La fréquence du laser est contrôlée de telle manière que le faisceau reste à résonance avec la

cavité (maximum du pic d'Airy). Cette courbe démontre l'efficacité de l'asservissement et plus généralement la qualité de notre source laser. En effet, le bruit résiduel de l'intensité transmise est dû à la fois aux fluctuations d'intensité du faisceau incident, aux fluctuations de fréquence du laser et éventuellement aux fluctuations de longueur de la cavité à miroir mobile. La stabilité de la source laser est telle que les fluctuations relatives $\Delta I/\bar{I}$ du faisceau transmis par la cavité à miroir mobile sont inférieures à $2^\circ/\infty$.

4.2.6 Vue d'ensemble de la source laser

Nous avons présenté dans les sections précédentes les différents éléments de la source laser. Nous allons maintenant décrire rapidement comment ces éléments sont interconnectés. Le schéma général de la source laser est représenté sur la figure 57.

Le laser titane saphir se trouve en haut à gauche sur ce schéma. Il délivre un faisceau à 812 nm , avec une puissance comprise entre 1 et 1.4 Watt . Une lame de verre à la sortie du laser permet de prélever, par réflexion sur ses deux faces, deux faisceaux de faible puissance (6 mW chacun). Le premier faisceau est envoyé vers un dispositif de contrôle et d'analyse constitué des deux photodiodes utilisées par les asservissements de l'étalon épais et de l'étalon mince, ainsi que d'un Fabry-Perot confocal qui permet de vérifier que le laser est monomode.

Le second faisceau est envoyé vers la cavité FPE afin d'asservir en fréquence le laser. Il traverse tout d'abord un système de deux lentilles qui permet d'adapter le col du faisceau à celui du mode fondamental de la cavité, puis un atténuateur réglable constitué d'une lame demi-onde suivie d'un cube séparateur de polarisation. Cet atténuateur est réglé de manière à envoyer une puissance raisonnable dans la cavité, de l'ordre de $400\text{ }\mu\text{W}$. Le faisceau traverse ensuite l'électro-optique qui crée les bandes latérales à 20 MHz et un système à deux miroirs qui permet l'alignement du faisceau sur la cavité. Un cube séparateur de polarisation et une lame quart d'onde placés avant la cavité permettent de renvoyer le faisceau réfléchi vers la photodiode *Pd1*. Le signal obtenu est traité par l'électronique d'asservissement dont les différentes sorties pilotent la cale piézoélectrique et l'électro-optique interne du laser.

Sur le trajet du faisceau principal nous avons placé un isolateur optique qui évite tout retour de lumière vers le laser titane saphir. Le faisceau traverse ensuite un atténuateur variable constitué d'une lame demi-onde et d'un cube polariseur qui prélève l'essentiel du faisceau (environ 700 mW) pour le dispositif d'excitation optique du résonateur mécanique, décrit dans la partie 4.4. Une lame est placée sur le trajet de ce faisceau de façon à prélever un faisceau de 35 mW , envoyé par fibre optique vers un lambdamètre situé sur une autre table optique. Ce lambdamètre permet de suivre la longueur d'onde du laser lorsqu'on effectue un balayage de sa fréquence. Il permet aussi de retrouver la fréquence de résonance de la cavité à miroir mobile.

La partie du faisceau principal transmise par l'atténuateur variable n'a plus qu'une puissance de 80 mW et constitue le faisceau qui va interagir avec la cavité à miroir mobile. Il traverse l'électro-optique et le cube polariseur utilisés par l'asservissement en

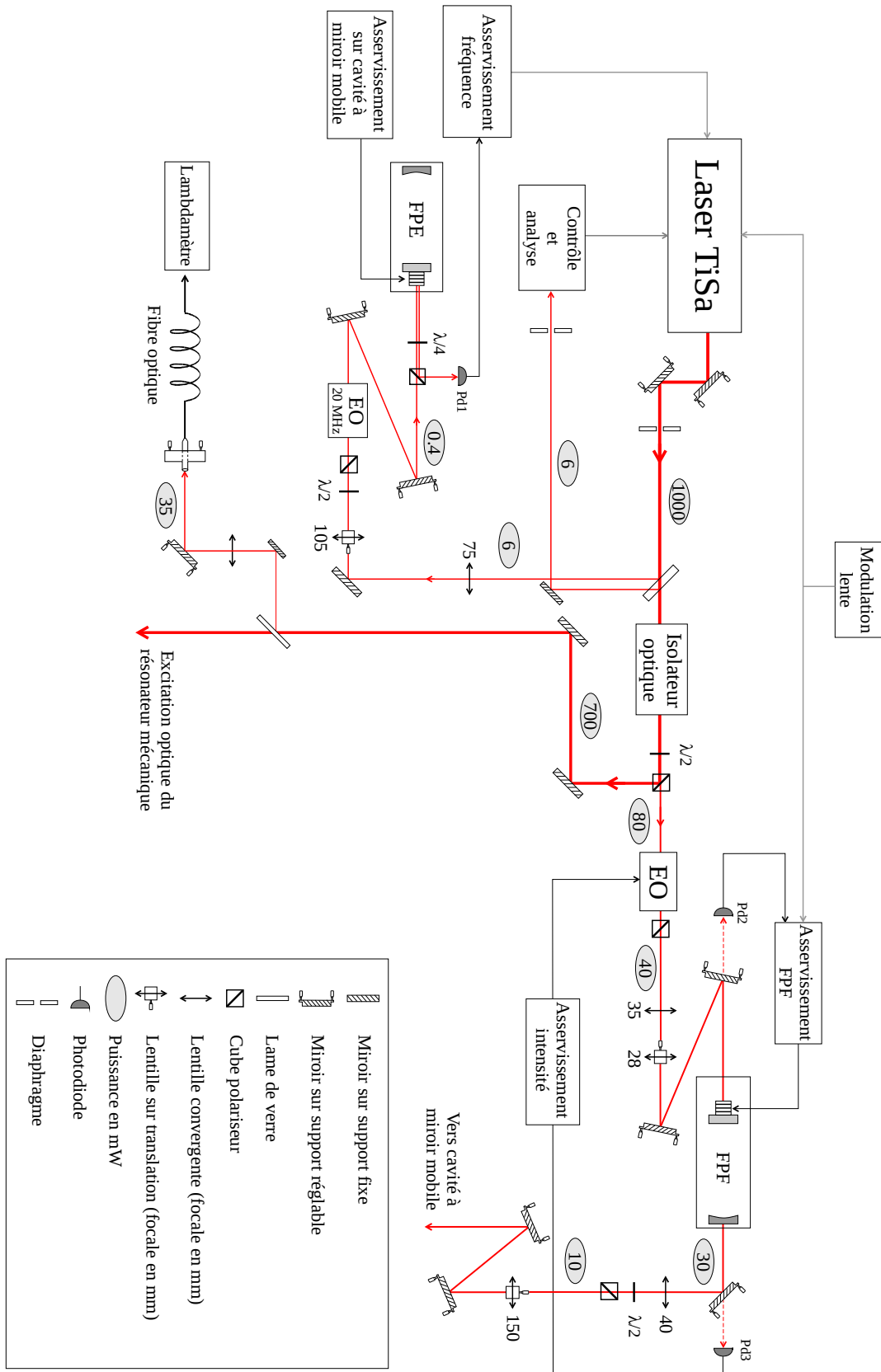


Fig. 57: Représentation schématique de la source laser stabilisée en fréquence, en intensité et filtrée spatialement

intensité comme atténuateur pilotable. Le point de fonctionnement de cet atténuateur est situé à mi-transmission : lorsque l'asservissement est activé, la puissance lumineuse transmise est égale à 40 mW . Comme on peut le voir sur la figure 57, cet asservissement contrôle l'intensité après la cavité de filtrage spatial (FPF) puisque la photodiode *Pd3* détecte le faisceau transmis par le miroir de réflexion 95% situé après cette cavité. Cette configuration permet de réduire d'éventuelles fluctuations d'intensité liées à la présence de la cavité FPF. D'autre part, cela évite de placer l'électro-optique après la cavité de filtrage, ce qui risquerait de modifier la structure spatiale du faisceau après le filtrage.

Comme pour la cavité FPE, un dispositif de deux lentilles et deux miroirs permet d'adapter et d'aligner le faisceau sur la cavité FPF. L'un des deux miroirs a un coefficient de réflexion égal à 95%, ce qui permet de détecter une partie du faisceau réfléchi par la cavité. Le signal délivré par la photodiode *Pd2* est utilisé par l'asservissement qui contrôle la résonance de la cavité FPF. Lorsque tous les asservissements sont verrouillés, on dispose à la sortie de la cavité FPF d'un faisceau de 30 mW parfaitement stable en fréquence, en intensité et de structure spatiale TEM_{00} .

Ce faisceau traverse un atténuateur variable qui permet de régler précisément la puissance lumineuse envoyée vers la cavité à miroir mobile et dans le dispositif de détection homodyne (voir partie 4.3). On trouve aussi à la sortie de la source laser deux lentilles et deux miroirs qui permettent d'adapter et d'aligner le faisceau sur la cavité à miroir mobile.

On peut noter enfin la présence sur la figure 57 de l'asservissement sur la cavité à miroir mobile qui pilote la cale piézoélectrique de la cavité FPE (en bas à gauche sur la figure), ainsi que le dispositif de modulation lente (en haut sur la figure). Ce dispositif est simplement constitué d'un générateur sinusoïdal à 100 Hz dont l'amplitude de modulation est réglable. Il pilote à la fois le laser titane saphir et la cavité de filtrage, comme nous l'avons expliqué dans les sections 4.2.2.3 et 4.2.4.2.

L'un des points remarquables de notre source laser est sa stabilité à long terme. L'intensité envoyée vers la cavité à miroir mobile est uniquement déterminée par la tension de référence de l'asservissement d'intensité. La structure spatiale, le pointé et stabilité de pointé sont liés à la géométrie de la cavité de filtrage. Ces caractéristiques sont donc complètement indépendantes du laser titane saphir et de son état de fonctionnement. On est ainsi assuré de retrouver d'un jour à l'autre les mêmes caractéristiques.

Les opérations de maintenance de la source laser sont de ce fait très simples. Il suffit d'optimiser la puissance du laser en réajustant la cavité laser (à l'aide du miroir M_3 de la figure 41) et l'étalon épais. On s'assure ensuite de l'alignement du faisceau sur les divers éléments constituant la source laser. On dispose pour cela de deux miroirs montés dans des supports micrométriques directement à la sortie du titane saphir, et de deux diaphragmes qui permettent de repérer le bon alignement. Une fois ces opérations réalisées, il reste à choisir la longueur d'onde du laser en s'aidant du lambdamètre et d'activer tous les asservissements pour retrouver les mêmes caractéristiques du faisceau de sortie.

4.3 La détection homodyne

Afin de mesurer les fluctuations de la lumière au niveau du bruit quantique, un soin tout particulier doit être porté au système de détection. Le dispositif que nous allons décrire dans cette partie repose sur une technique d'homodynage entre le faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile, dont on veut mesurer les fluctuations, et un faisceau de référence appelé *oscillateur local*. Le principe de ce type de mesure consiste à utiliser un oscillateur local issu de la même source laser que le faisceau signal de façon à fixer une référence de phase entre les deux champs. Cette phase relative peut être contrôlée en variant le chemin optique suivi par l'oscillateur local. Le mélange homodyne est réalisé en divisant en deux parties égales les deux faisceaux et en recombinaison chacune des parties sur deux photodiodes de haut rendement quantique parfaitement identiques. Les photocourants obtenus sont amplifiés à l'aide de deux chaînes d'amplification soigneusement équilibrées et à faibles bruit. En utilisant un oscillateur local beaucoup plus intense que le faisceau réfléchi et en faisant la différence des photocourants, on obtient un signal proportionnel aux fluctuations de la quadrature du champ réfléchi en phase avec l'oscillateur local. La visualisation et l'acquisition des signaux est réalisée à l'aide d'un analyseur de spectre dont les données sont traitées par un ordinateur.

Dans les expériences usuelles d'optique quantique telles que l'observation d'états comprimés du champ, la longueur du bras de l'oscillateur local est modulée de façon à parcourir l'ensemble des quadratures du champ. Dans notre expérience, nous désirons mesurer en continu une composante précise du champ réfléchi par la cavité, en général la quadrature de phase. C'est pourquoi nous avons réalisé un asservissement de la longueur du bras de l'oscillateur local de façon à contrôler la quadrature mesurée.

La figure 58 montre une photo de l'ensemble du dispositif. On reconnaît sur la droite les derniers éléments de la source laser décrite dans la partie précédente : la seconde lentille d'adaptation montée dans un support qui peut être translaté dans les trois directions, et deux miroirs d'alignement montés dans des supports Microcontrôle. Le faisceau traverse ensuite une lame demi-onde et un cube séparateur de polarisation qui permettent de séparer l'oscillateur local du faisceau incident sur la cavité à miroir mobile. L'oscillateur local est renvoyé vers le cube à l'aide d'un miroir monté sur une cale piézoélectrique. Deux lames quart d'onde placées dans chacun des deux bras constituent avec le cube polariseur un circulateur optique qui envoie l'oscillateur local et le faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile vers le dispositif de détection constitué d'un séparateur optique et de deux photodiodes.

Nous allons présenter dans cette partie les caractéristiques et les performances de ce dispositif de détection homodyne. Nous commencerons par une description du principe de la détection homodyne (section 4.3.1). Nous décrirons ensuite les deux éléments complémentaires du dispositif, c'est à dire l'oscillateur local (section 4.3.2) et le système de détection équilibrée (section 4.3.3).

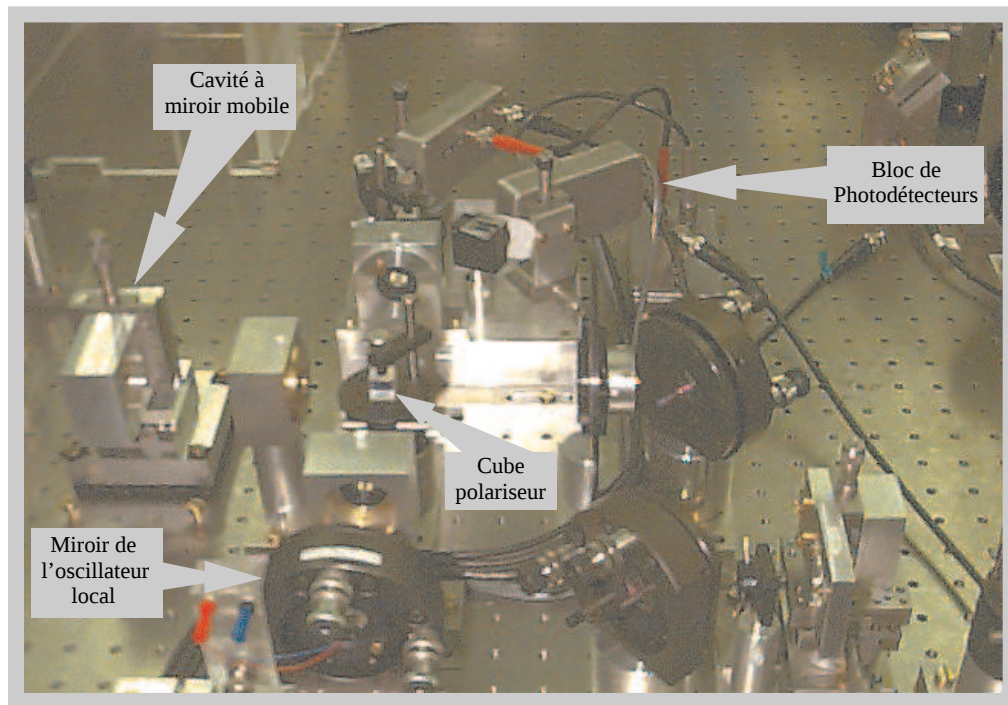


Fig. 58: Photographie du dispositif de détection homodyne. On distingue la cavité à miroir mobile, le miroir de renvoi de l'oscillateur local et le cube séparateur de polarisation qui renvoie les faisceaux sur le dispositif de détection constitué d'un séparateur optique et de deux photodiodes

4.3.1 Principe de la mesure homodyne

Le schéma de principe de la mesure homodyne réalisée dans notre expérience est représenté sur la figure 59. Le faisceau incident, de polarisation linéaire, traverse un dispositif constitué d'une lame demi-onde ($\lambda/2$) et d'un cube séparateur de polarisation ($CP1$). Ce dispositif permet, par rotation de la $\lambda/2$ autour de son axe, de faire varier les intensités relatives de l'oscillateur local et du faisceau qui interagit avec la cavité à miroir mobile. En pratique, la puissance du faisceau incident est réglée par l'atténuateur variable situé dans la source laser, à une valeur de l'ordre de 10 mW , et seulement $100\text{ }\mu\text{W}$ sont envoyés dans la cavité. Ainsi, l'oscillateur local a une puissance 100 fois plus grande que celle du faisceau qui interagit avec la cavité.

Avant d'être envoyé dans la cavité à miroir mobile, le faisceau transmis traverse une lame quart d'onde ($\lambda/4$) tournée d'un angle de 45° par rapport à l'horizontale. Le faisceau incident sur la cavité a ainsi une polarisation circulaire. Le faisceau réfléchi par la cavité retourne alors sur le cube avec une polarisation linéaire verticale, et il est totalement réfléchi par le cube $CP1$. De la même manière l'oscillateur local traverse une $\lambda/4$, se réfléchit sur un miroir et retourne sur le cube avec une polarisation horizontale. Il est donc totalement transmis par le cube $CP1$. Le miroir de l'oscillateur local est monté sur une cale piézoélectrique qui permet de contrôler le déphasage relatif φ entre

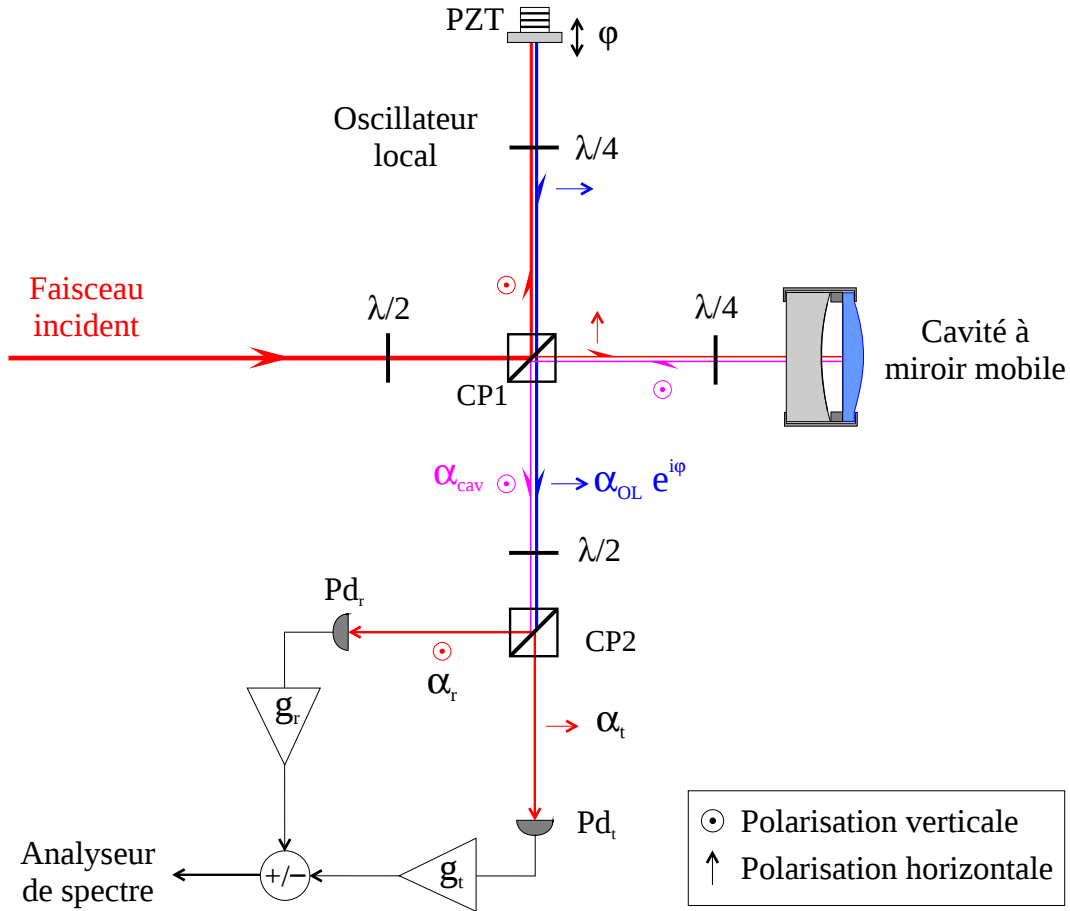


Fig. 59: Schéma du dispositif de détection homodyne permettant de mesurer les fluctuations quantiques du faisceau α_{cav} réfléchi par la cavité. Le système constitué de la $\lambda/2$ et du cube polariseur $CP1$ permet de transmettre une petite partie du faisceau vers la cavité, le reste du faisceau incident étant réfléchi pour former l'oscillateur local dont le chemin optique est contrôlé par une cale piézoélectrique (PZT). Les lames $\lambda/4$ permettent de former un circulateur optique qui envoie les deux faisceaux, avec des polarisations orthogonales, vers un système constitué d'une $\lambda/2$ et du cube $CP2$, qui recombine les deux champs au niveau des photodiodes Pd_t et Pd_r . Les deux photocourants sont amplifiés et on visualise sur un analyseur de spectre leur différence ou leur somme

les deux faisceaux. On obtient ainsi à la sortie du cube $CP1$ deux champs : le champ réfléchi par la cavité à miroir mobile α_{cav} de polarisation verticale et l'oscillateur local $\alpha_{OL} e^{i\phi}$ de polarisation horizontale (les amplitudes moyennes $\bar{\alpha}_{cav}$ et $\bar{\alpha}_{OL}$ de ces deux champs sont choisies réelles).

Ces deux champs sont envoyés dans un second dispositif constitué d'une lame demi-onde et d'un cube séparateur de polarisation ($CP2$). La $\lambda/2$ est tournée d'un angle de 22.5° par rapport à l'horizontale, ce qui a pour effet de tourner de 45° la polarisation des deux champs. Le cube $CP2$ sépare alors chacun des faisceaux en deux parties d'égale intensité, l'une étant transmise avec une polarisation horizontale et l'autre étant réfléchiée avec une polarisation verticale. Notons que les polarisations de l'oscillateur local et du faisceau réfléchi par la cavité sont identiques dans les deux

voies de sortie du cube et que ces champs peuvent maintenant interférer. Les champs transmis et réfléchis par le cube $CP2$ s'écrivent:

$$\alpha_t(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_{cav}(t) + \alpha_{OL}(t) e^{i\varphi}] \quad (4.30a)$$

$$\alpha_r(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_{cav}(t) - \alpha_{OL}(t) e^{i\varphi}] \quad (4.30b)$$

L'ensemble $\lambda/2 + CP2$ se comporte en fait comme une lame semi-réfléchissante puisqu'il sépare et mélange les deux faisceaux incidents. Cependant, la lame mélange les deux champs de même polarisation entrants par les deux faces de la lame. Ici, le dispositif mélange les deux champs entrants par le même côté du cube et de polarisations orthogonales[52]. De manière plus générale, l'ensemble du dispositif représenté sur la figure 59 est similaire au système de mesure interférométrique schématisé sur la figure 12, page 23, où les lames séparatrices sont remplacées par des cubes séparateurs de polarisation.

Les photocourants issus des photodiodes Pd_t et Pd_r placées dans les deux voies de sortie du cube $CP2$ sont proportionnels aux intensités $I_t = \alpha_t \alpha_t^*$ et $I_r = \alpha_r \alpha_r^*$. A partir des relations (4.30), on obtient les expressions suivantes pour la différence $I_- = I_t - I_r$ et la somme $I_+ = I_t + I_r$ des intensités:

$$I_-(t) = \alpha_{cav}(t) \alpha_{OL}^*(t) e^{-i\varphi} + \alpha_{cav}^*(t) \alpha_{OL}(t) e^{i\varphi} \quad (4.31a)$$

$$I_+(t) = \alpha_{cav}(t) \alpha_{cav}^*(t) + \alpha_{OL}(t) \alpha_{OL}^*(t) \quad (4.31b)$$

Ces relations montrent que l'intensité I_- n'est autre que le terme d'interférence entre les deux champs alors que I_+ est égal à la somme des intensités I_{cav} et I_{OL} . La partie continue (DC) des voies de détection permet d'accéder aux valeurs moyennes des intensités I_- et I_+ :

$$\bar{I}_- = 2 \sqrt{\bar{I}_{cav} \bar{I}_{OL}} \cos(\varphi) \quad (4.32a)$$

$$\bar{I}_+ = \bar{I}_{cav} + \bar{I}_{OL} \quad (4.32b)$$

où $\bar{I}_{cav}$ et $\bar{I}_{OL}$ sont respectivement les intensités moyennes du champ réfléchi par la cavité à miroir mobile et de l'oscillateur local. La relation (4.32a) montre que la différence des intensités moyennes des champs décrit des franges d'interférences lorsqu'on varie le déphasage relatif φ entre les deux champs. En particulier, l'intensité $\bar{I}_-$ est nulle lorsque les deux champs sont en quadrature de phase ($\varphi = \pi/2$), et elle est maximale en valeur absolue lorsque les champs sont en phase ou en opposition de phase ($\varphi = 0$ ou π). Nous verrons dans la section suivante (4.3.2) comment on utilise les intensités moyennes $\bar{I}_-$ et $\bar{I}_+$ pour contrôler la longueur du bras de l'oscillateur local, ce qui permet de choisir la quadrature du champ à mesurer.

Les fluctuations des photocourants sont liées aux fluctuations $\delta\alpha_{cav}$ et $\delta\alpha_{OL}$ des champs. En linéarisant les relations (4.31) autour des valeurs moyennes, on trouve l'expression suivante pour les fluctuations de la différence des intensités δI_- :

$$\begin{aligned} \delta I_-(t) = & \bar{\alpha}_{OL} [\delta\alpha_{cav}(t) e^{-i\varphi} + \delta\alpha_{cav}^*(t) e^{i\varphi}] \\ & + \bar{\alpha}_{cav} [\delta\alpha_{OL}(t) e^{i\varphi} + \delta\alpha_{OL}^*(t) e^{-i\varphi}] \end{aligned} \quad (4.33)$$

Les termes entre crochets représentent les fluctuations des quadratures d'angle $\pm\varphi$ des champs α_{cav} et α_{OL} , que nous avons définies dans la partie 2.2 du chapitre 2 (voir équation 2.28). La quadrature de chacun des deux champs est pondérée par un terme qui n'est autre que l'amplitude moyenne de l'autre champ. Lorsque l'intensité de l'oscillateur local est grande par rapport à celle du champ réfléchi par la cavité, le second terme dans l'équation (4.33) est négligeable devant le premier. Le signal δI_- est ainsi proportionnel aux fluctuations de la quadrature d'angle φ du champ réfléchi α_{cav} , et le spectre $S_-[\Omega]$ des fluctuations δI_- s'écrit:

$$S_-[\Omega] = \bar{I}_{OL} S_{\varphi}^{cav}[\Omega] \quad (4.34)$$

où $S_{\varphi}^{cav}[\Omega]$ est le spectre de bruit de la quadrature d'angle φ du champ α_{cav} sortant de la cavité à miroir mobile. La détection homodyne permet ainsi d'avoir accès au spectre de bruit de n'importe quelle quadrature du champ α_{cav} , en faisant varier la longueur du bras de l'oscillateur local. Ce spectre est d'autre part amplifié par l'intensité moyenne de l'oscillateur local. La calibration du spectre $S_{\varphi}^{cav}[\Omega]$ est réalisée simplement en coupant le faisceau réfléchi par la cavité à l'aide d'un cache. Le champ α_{cav} est alors remplacé par le vide et on mesure le bruit de photon standard $S_-[\Omega] = \bar{I}_{OL}$.

Notons que les résultats présentés ici supposent un parfait équilibrage entre les deux voies de détection, aussi bien au niveau de la séparation optique des faisceaux réfléchis et transmis par le cube *CP2*, que pour le rendement quantique des photodiodes ou les gains électroniques. Tout déséquilibre se traduit par une contamination du signal mesuré $S_-[\Omega]$ par le bruit d'intensité de l'oscillateur local. De plus, un déséquilibre optique est équivalent à des pertes optiques qui ont tendance à ramener le signal mesuré vers le bruit de photon standard. Nous étudierons en détail l'équilibrage du système de détection dans la section 4.3.3.

Notons pour terminer que l'on dispose en fait d'un dispositif soustracteur-sommateur qui permet d'envoyer dans l'analyseur de spectre les signaux I_- et I_+ (voir figure 59). Seul le signal I_- est utile pour la détection homodyne. Mais l'ensemble des éléments constitués de la lame $\lambda/2$, du cube *CP2* et des deux voies de détection peut être considéré comme un dispositif de détection équilibrée, utilisable à d'autres fins que la mesure homodyne. C'est pourquoi nous avons conçu pour ces éléments un dispositif autonome et compact (décrit en détail dans la section 4.3.3), capable de fournir aussi bien la différence I_- que la somme I_+ des intensités. Ce dispositif nous a servi par exemple pour mesurer le bruit d'intensité du faisceau issu de la source laser (voir section 4.2.3.2, page 111). Dans ce cas, un seul faisceau est envoyé dans le système de

détection. Le signal I_+ fournit le bruit d'intensité du faisceau, alors que I_- donne le bruit de photon standard associé.

4.3.2 L'oscillateur local

L'efficacité de la mesure repose sur un effet d'interférence entre le champ sortant de la cavité et l'oscillateur local. Il est de ce fait indispensable de bien contrôler deux paramètres : le déphasage relatif entre les deux faisceaux et leur recouvrement spatial au niveau des détecteurs. Le déphasage relatif φ définit, comme nous l'avons vu, la quadrature du champ que l'on mesure à l'aide de la détection homodyne. Pour contrôler précisément ce déphasage, nous avons réalisé un dispositif d'asservissement qui agit sur le chemin optique suivi par l'oscillateur local.

Un mauvais recouvrement spatial entre les deux faisceaux se traduit par des pertes au niveau de la mesure, puisque seule la partie du faisceau réfléchi qui se projette sur l'oscillateur local interfère pour donner un signal. Il faut donc optimiser à la fois la position et l'inclinaison du miroir de renvoi de l'oscillateur local.

4.3.2.1 Asservissement de la longueur du bras

Les fluctuations du déphasage φ sont essentiellement liées aux fluctuations d'indice de l'air dans lequel se propagent les deux faisceaux et aux vibrations mécaniques des différents supports sur lesquels sont montés les éléments optiques. On observe aussi une dérive lente du déphasage due à des effets de dilatation thermique de ces supports. Pour compenser ces fluctuations de phase relative, nous avons réalisé un asservissement qui agit sur la longueur du bras de l'oscillateur local.

Le signal d'erreur est obtenu en utilisant les tensions issues des voies basse fréquence (DC) des deux chaînes de détection. On dispose ainsi de deux tensions V_t et V_r proportionnelles aux intensités moyennes transmise et réfléchie par le cube CP2, avec le même coefficient de proportionnalité noté g_{DC} lorsque les deux voies sont équilibrées. On peut alors écrire la différence et la somme de ces tensions sous une forme similaire aux relations (4.32):

$$V_- = 2g_{DC}\sqrt{\bar{I}_{cav}\bar{I}_{OL}} \cos(\varphi) \quad (4.35a)$$

$$V_+ = g_{DC} (\bar{I}_{cav} + \bar{I}_{OL}) \quad (4.35b)$$

On voit que pour fixer le point de fonctionnement de l'interféromètre défini par le déphasage φ , il suffit de fixer la tension V_- . En fait, on compare V_- à une fraction de V_+ , le signal d'erreur étant de la forme $V_- - \kappa V_+$ où κ peut varier de -1 à 1 . L'avantage de cette approche est qu'elle rend le fonctionnement de l'asservissement indépendant d'éventuelles fluctuations d'intensité du faisceau incident. En effet le déphasage relatif φ obtenu par l'annulation du signal d'erreur s'écrit:

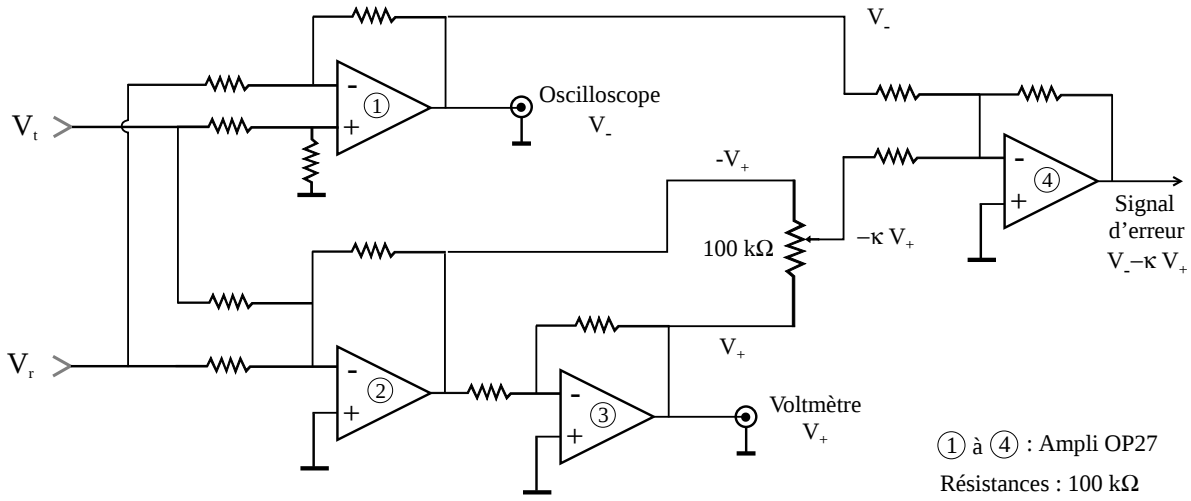


Fig. 60: Schéma du préamplificateur qui fournit, à partir des tensions DC des deux voies de détection, le signal d'erreur de l'asservissement de la longueur du bras de l'oscillateur local. Deux voies de sortie permettent de visualiser les franges d'interférences ($V_- = V_t - V_r$) sur un oscilloscope ainsi que l'intensité totale ($V_+ = V_t + V_r$) arrivant sur les deux détecteurs Pd_t et Pd_r .

$$\cos(\varphi) = \kappa \frac{\bar{I}_{cav} + \bar{I}_{OL}}{2\sqrt{\bar{I}_{cav}\bar{I}_{OL}}} \quad (4.36)$$

Pour obtenir un tel signal d'erreur, on utilise le montage représenté sur la figure 60. Le signal d'interférence V_- est obtenu en utilisant un amplificateur (①) qui fonctionne en soustracteur. Ce signal est utilisé pour visualiser l'amplitude des franges d'interférences sur un oscilloscope. A l'aide des amplificateurs ② et ③, qui fonctionnent respectivement en additionneur et en inverseur, on obtient les tensions $-V_+$ et V_+ . La tension V_+ est envoyée sur un voltmètre, ce qui permet de contrôler l'intensité moyenne totale arrivant sur les photodiodes. Le potentiomètre connecté aux potentiels V_+ et $-V_+$ permet d'obtenir une tension $-\kappa V_+$ où le coefficient κ varie de -1 à 1 . Ce signal de référence est alors comparé au signal d'interférence V_- à l'aide de l'amplificateur ④ qui fonctionne en additionneur. On obtient alors le signal d'erreur voulu, c'est à dire $V_- - \kappa V_+$.

Afin de réaliser un contrôle efficace de la phase relative, nous avons construit un asservissement à deux boucles en parallèle. La première boucle agit sur une petite cale piézoélectrique de 1 mm d'épaisseur sur laquelle est collée un miroir de petite taille (7.75 mm de diamètre et 4 mm d'épaisseur). L'ensemble présente une réponse dynamique relativement rapide puisque la fréquence de résonance se situe aux alentours de 5 kHz . Cette boucle permet de contrôler la longueur du bras de l'oscillateur local avec une amplitude maximale de l'ordre de $0.2\text{ }\mu\text{m}$ (soit $\lambda/4$). La seconde boucle d'asservissement permet de compenser les dérives lentes du déphasage en agissant sur un vérin piézoélectrique Newport *ESA133OPT-01* adapté à la platine de translation sur laquelle repose le support du miroir. Ce vérin permet d'effectuer des excursions de $30\text{ }\mu\text{m}$. Bien sûr, étant donné le poids de l'ensemble du support et du miroir monté sur

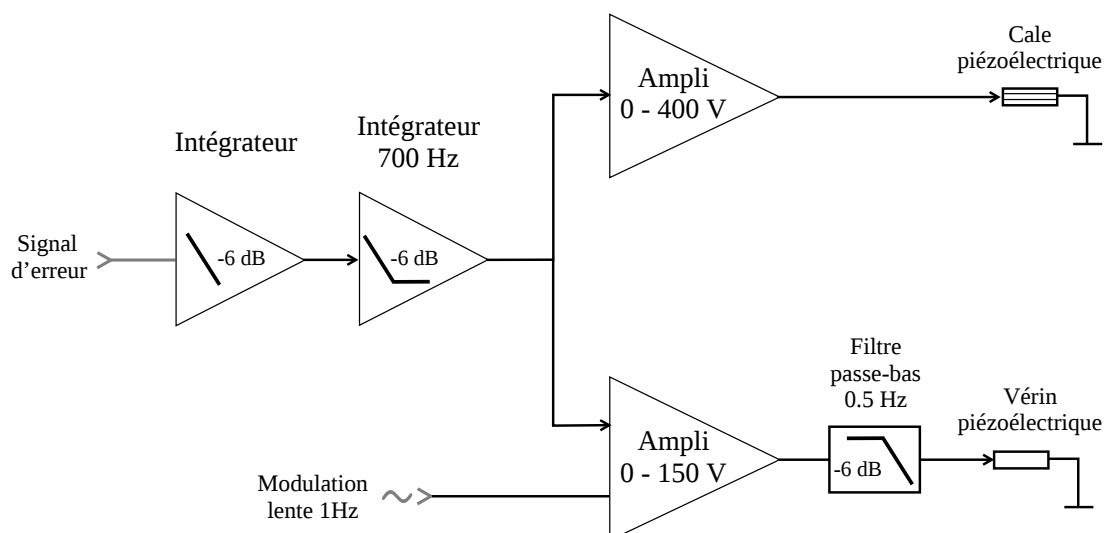


Fig. 61: Dispositif d'asservissement du bras de l'oscillateur local. Le signal d'erreur, après intégration, est divisé en deux pour piloter d'une part la cale piézoélectrique via un amplificateur $0-400\text{ V}$ et d'autre part un vérin piézoélectrique via un amplificateur $0-150\text{ V}$ et un filtre passe-bas. Une rampe de modulation de 1 Hz permet de visualiser les franges d'interférences

la platine de translation, ce dispositif ne contrôle la phase relative qu'à des fréquences basses, inférieures à quelques Hertz.

Le schéma du dispositif d'asservissement est représenté sur la figure 61. Le signal d'erreur obtenu à l'aide du montage de la figure 60 est amplifié à basse fréquence par un intégrateur de pente globale -6 dB/octave et par un intégrateur pour des fréquences inférieures à 700 Hz . Ce signal pilote la petite cale piézoélectrique par l'intermédiaire d'un amplificateur $0-400\text{ V}$. Ce signal contrôle aussi le vérin piézoélectrique par l'intermédiaire d'un amplificateur haute tension $0-1000\text{ V}$ bridé à 150 V de façon à ne pas endommager le vérin. Etant donné les gains des amplificateurs et la différence de sensibilité entre la petite cale et le vérin, le gain de la boucle pilotant le vérin est environ 100 fois plus grand à basse fréquence que celui de la boucle agissant sur la petite cale. Ainsi l'excursion de la cale reste modérée à basse fréquence et les dérives lentes de la phase relative sont contrôlées par le vérin. Un filtre passe-bas de fréquence de coupure égale à 0.5 Hz est inséré entre l'amplificateur et le vérin. La petite cale assure ainsi le contrôle de la phase relative pour les fréquences supérieures à 20 Hz environ.

Notons enfin la présence d'une entrée modulation sur l'amplificateur pilotant le vérin piézoélectrique. Cette entrée permet de moduler à très basse fréquence (typiquement de l'ordre du Hertz) la longueur du bras de l'oscillateur local afin de balayer les franges d'interférences que l'on visualise grâce au signal $V_- = V_t - V_r$ (équation 4.35a).

La figure 62 montre le résultat de l'asservissement sur le signal d'interférence V_- . La trace (a) représente les franges d'interférences lorsqu'on module le vérin piézoélectrique. On parcourt en une oscillation toutes les quadratures du champ réfléchi. L'amplitude crête-crête de l'oscillation détermine, comme nous le verrons par

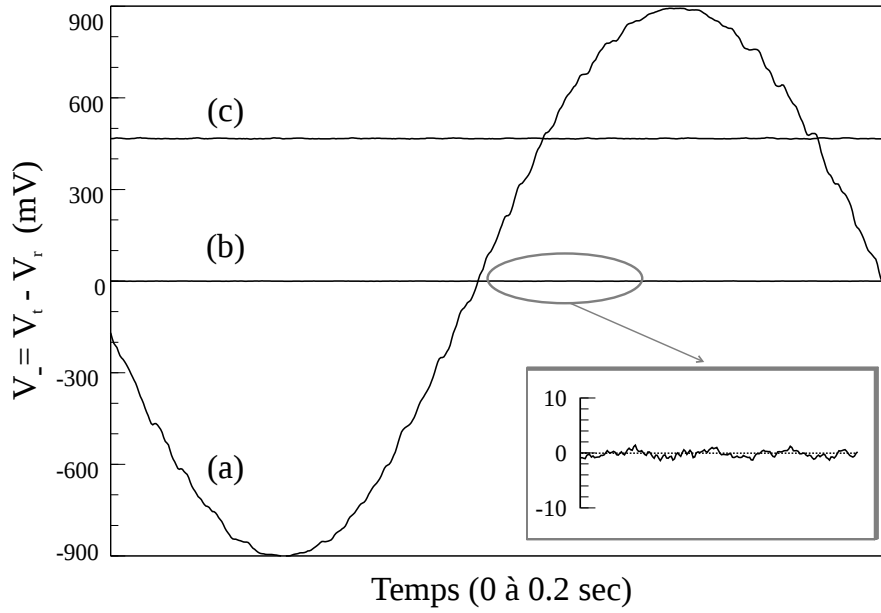


Fig. 62: Evolution temporelle du signal d'interférence $V_- = V_t - V_r$. La trace (a) représente le signal lorsqu'on applique une rampe de modulation sur le vérin piézoélectrique. Les traces (b) et (c) représentent le signal d'interférence lorsque l'asservissement est activé pour des valeurs de la tension de référence κV_+ égales à 0 et 490 mV. L'insert correspond à un agrandissement vertical de la courbe (b) par un facteur 50. Ces traces correspondent à des valeurs des intensités (en volts) de l'oscillateur local et du faisceau réfléchi égales respectivement à 5.68 V et 38 mV, la tension crête-crête des franges d'interférences étant égale à 1.8 V

la suite, le taux de recouvrement spatial au niveau des photodiodes entre l'oscillateur local et le faisceau réfléchi par la cavité. Les résultats de la figure 62 ont été obtenus après avoir soigneusement optimisé le recouvrement spatial, ce qui correspond à une amplitude crête-crête de l'oscillation égale à 1.8 V. Les intensités de l'oscillateur local et du faisceau réfléchi sont mesurées en utilisant le voltmètre à la sortie de la voie V_+ du dispositif décrit sur la figure 60. On obtient $V_{OL} = 5.68$ V et $V_{cav} = 37$ mV en masquant respectivement le faisceau réfléchi par la cavité puis l'oscillateur local. Les traces (b) et (c) de la figure 62 représentent la tension V_- lorsque l'asservissement est activé, pour des valeurs de la tension de référence κV_+ égales respectivement à 0 et 490 mV (déphasage relatif φ de $\pi/2$ et $\pi/3$ environ). On voit que l'asservissement permet de fixer précisément le déphasage φ , et par conséquent la quadrature mesurée du champ réfléchi. Afin d'évaluer l'efficacité de l'asservissement, la trace (b) est agrandie selon l'axe vertical par un facteur 50 dans l'insert en bas à droite de la figure. On mesure alors une tension résiduelle de 3 mV ce qui correspond, d'après la relation (4.35a), à des fluctuations maximales de la quadrature de phase ($\varphi = \pi/2$) de l'ordre de 0.2 degré.

En variant la tension de référence κV_+ , il est possible de s'asservir à différentes valeurs du déphasage φ , comme le montrent les traces (b) et (c). On ne peut pas cependant s'approcher aussi près que l'on veut des extrema de la figure d'interférence

(trace a) puisqu'en ces points la pente du signal d'erreur est nulle. Cependant, ces positions correspondent à un déphasage φ égal à 0 ou π , c'est-à-dire à une mesure de la quadrature d'amplitude du champ réfléchi par la cavité. Comme nous l'avons vu dans la section 4.2.3.2, on peut réaliser une mesure directe de ce bruit d'intensité en supprimant l'oscillateur local et en utilisant la détection équilibrée en position sommateur.

4.3.2.2 Recouvrement spatial

Le recouvrement spatial entre le faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile et l'oscillateur local définit la proportion de l'intensité lumineuse des deux faisceaux qui interfère au niveau des photodiodes pour donner le signal. Un mauvais recouvrement se traduit par des pertes pour le faisceau réfléchi et induit une dégradation de la mesure de la quadrature. Il se traduit aussi par une réduction des interférences entre les deux faisceaux. La relation (4.35a) qui donne le signal d'interférence V_- ne tient pas compte du recouvrement entre les deux faisceaux. V_- s'écrit en fait:

$$V_- = \gamma \times 2 g_{DC} \sqrt{\bar{I}_{cav} \bar{I}_{OL}} \cos(\varphi) \quad (4.37)$$

où le paramètre γ est égal à l'intégrale de recouvrement spatial entre les deux champs.

La procédure d'adaptation consiste à positionner le miroir de renvoi de l'oscillateur local exactement au niveau du col du faisceau incident de façon à adapter les structures des champs, et à orienter ce miroir pour maximiser les interférences. La platine de translation et le support Microcontrôle sur lesquels est fixé le miroir permettent d'optimiser ces paramètres. La procédure de réglage est réalisée en appliquant une rampe de tension sur le vérin de translation, et en jouant sur la position et l'orientation du miroir de manière à maximiser l'amplitude crête-crête du signal d'interférence (trace a de la figure 62).

Afin de déterminer le coefficient de recouvrement γ , on mesure cette amplitude crête-crête dont l'expression est donnée par $\gamma \times 4 g_{DC} \sqrt{\bar{I}_{cav} \bar{I}_{OL}}$. On mesure aussi à l'aide du voltmètre les tensions $V_{cav} = g_{DC} \bar{I}_{cav}$ et $V_{OL} = g_{DC} \bar{I}_{OL}$ en masquant respectivement l'oscillateur local et le faisceau réfléchi par la cavité. Lorsque l'adaptation spatiale est optimisée, on obtient d'après la courbe (a) de la figure 62 une amplitude crête-crête de 1.8 V pour une tension V_{cav} de 38 mV et une tension V_{OL} de 5.68 V. Ces valeurs correspondent à un recouvrement spatial γ égal à 97%.

4.3.3 La détection équilibrée

Comme nous l'avons indiqué au début de cette partie, nous avons conçu un dispositif de détection équilibrée autonome et compact. Ceci présente l'avantage de pouvoir utiliser ce dispositif pour d'autres applications que la mesure homodyne. D'autre part ceci permet d'obtenir un alignement précis et stable des différents éléments optiques. La compacité et la rigidité de l'ensemble confère au dispositif une bonne stabilité et un bon contrôle des paramètres tels que l'équilibrage optique et électronique des deux voies de détection.

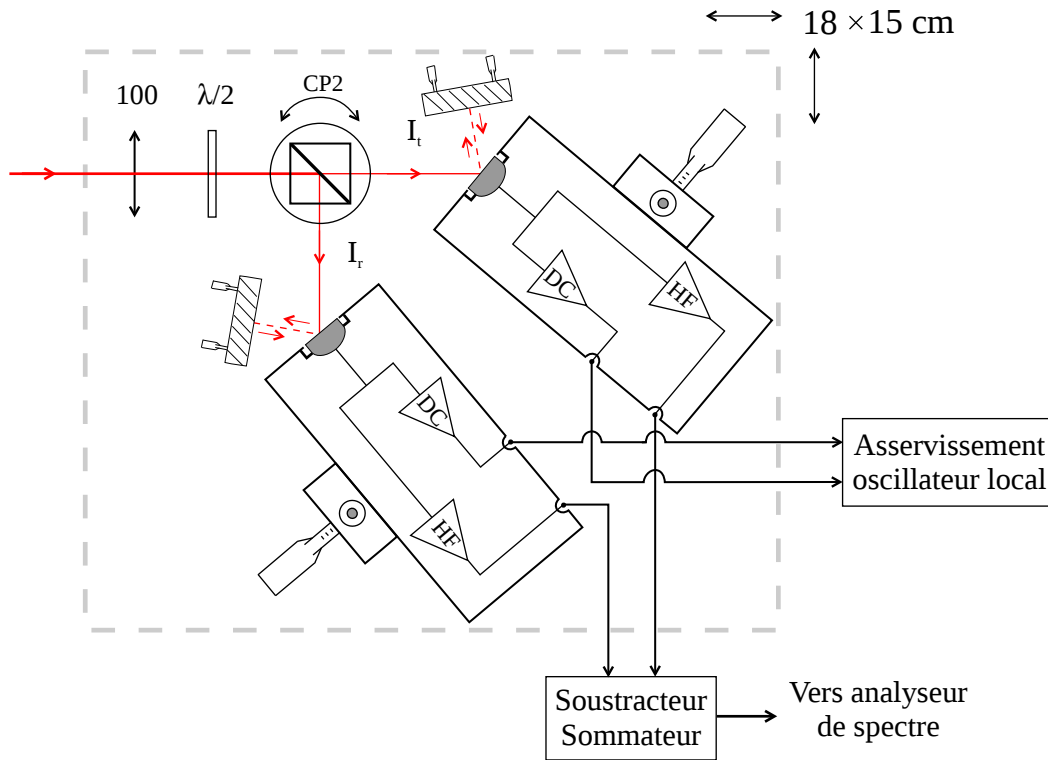


Fig. 63: Schéma d'ensemble du bloc de détection équilibrée. Tous les éléments optiques (lentille, lame demi-onde, cube polariseur, miroirs de renvoi) et les deux détecteurs montés sur translations sont fixés sur une plaque en dural de dimension $18 \times 15 \text{ cm}$. Des câbles BNC permettent d'envoyer les signaux *DC* et *HF* vers le dispositif d'asservissement du bras de l'oscillateur local et vers le système soustracteur-sommeur

Le schéma du montage est représenté sur la figure 63. Tous les éléments optiques de la détection équilibrée sont fixés sur une plaque en dural de dimension $18 \times 15 \text{ cm}$. Le faisceau incident traverse tout d'abord une lentille de focale 100 mm qui permet de faire converger le faisceau au niveau des surfaces photosensibles des deux photodiodes. Il traverse ensuite le dispositif de séparation optique constitué d'une lame $\lambda/2$ et du cube *CP2* qui divise le faisceau incident en deux parties d'égale intensité. La lame demi-onde est placée dans un support tournant qui permet de régler précisément les axes de la lame par rapport aux polarisations incidentes de l'oscillateur local et du faisceau réfléchi par la cavité. Le cube séparateur de polarisation *CP2* est fixé sur un support qui permet de l'aligner sur le faisceau incident selon trois axes de rotation. Lorsque le cube est bien aligné, il présente un taux d'extinction de l'ordre de $3 \cdot 10^{-4}$ (soit 300 ppm).

Chaque photodiode et son préamplificateur sont placés dans un boîtier métallique monté sur deux translations verticale et horizontale afin de centrer les photodiodes sur le faisceau. Les photodiodes sont logées dans des pièces en laiton qui assurent un excellent contact de masse en reliant directement la structure métallique de la photodiode au boîtier. Ceci nous a permis de réduire très nettement les sources de bruit parasite

à haute fréquence. Ces pièces métalliques permettent d'autre part de fixer de manière identique les photodiodes par rapport à leur boîtier. Les deux boîtiers sont inclinés par rapport au faisceau de façon à récupérer l'intensité réfléchie par la surface photosensible. Une part importante des pertes optiques au niveau des photodétecteurs est en effet due à la réflexion du faisceau sur la photodiode. On utilise donc des miroirs montés sur des supports réglables qui renvoient la lumière réfléchie sur la photodiode. Les préamplificateurs sont constitués d'une voie basse fréquence (*DC*) qui fournit en particulier les valeurs moyennes des intensités utilisées par l'asservissement de l'oscillateur local, et une voie haute fréquence (*HF*). Les deux voies *HF* sont envoyées dans le dispositif soustracteur-sommeur.

Nous allons dans la suite présenter plus en détail les éléments constitutifs de la détection équilibrée : les photodiodes, les préamplificateurs et le soustracteur-sommeur. Nous étudierons ensuite le problème de l'équilibrage des deux voies de détection et présenterons les caractéristiques du dispositif.

4.3.3.1 Les photodiodes

Les principales qualités que doivent présenter les photodiodes sont une excellente efficacité quantique et une réponse en fréquence suffisamment large pour observer sans atténuation les fluctuations d'intensité aux fréquences d'analyse. Les photodiodes que nous avons utilisées sont des *FND100* de *EG&G*. Les *FND100* sont des photodiodes de très large bande passante (350 *MHz*), de faible capacité interne (8 à 10 *pF*), et dont la surface photosensible est un disque de diamètre 1 *mm*. Leur domaine spectral de fonctionnement optimal est compris entre 800 et 850 *nm*, pour une tension de polarisation de 70 *V*. Elles présentent aussi une très grande efficacité quantique, c'est-à-dire un taux de conversion photon-électron supérieur à 80%, avec un bruit propre en courant très faible (de l'ordre de 40 *fA*/ $\sqrt{Hz}$). Ce rendement quantique peut être augmenté en retirant la fenêtre qui protège la surface photosensible et en utilisant un miroir de renvoi qui permet de récupérer le faisceau directement réfléchi par la surface du détecteur (réflexion spéculaire).

La lentille convergente placée à l'entrée du système de détection (figure 63) assure une focalisation des faisceaux au niveau des détecteurs sur un diamètre de l'ordre de 0.5 *mm*. Cette valeur correspond à un bon compromis entre la taille de la surface photosensible et les problèmes de saturation qui pourraient apparaître lorsque la focalisation est trop importante.

4.3.3.2 Les préamplificateurs

Les photodiodes se comportant comme des générateurs de courant, le rôle du préamplificateur consiste à transformer le photocourant en une tension mesurable sur un domaine de fréquence étendu, incluant le continu. Les qualités requises pour les amplificateurs sont une large bande passante et un faible bruit, afin de ne pas dégrader la mesure des fluctuations quantiques de l'intensité lumineuse. Le schéma du montage préamplificateur est représenté sur la figure 64.

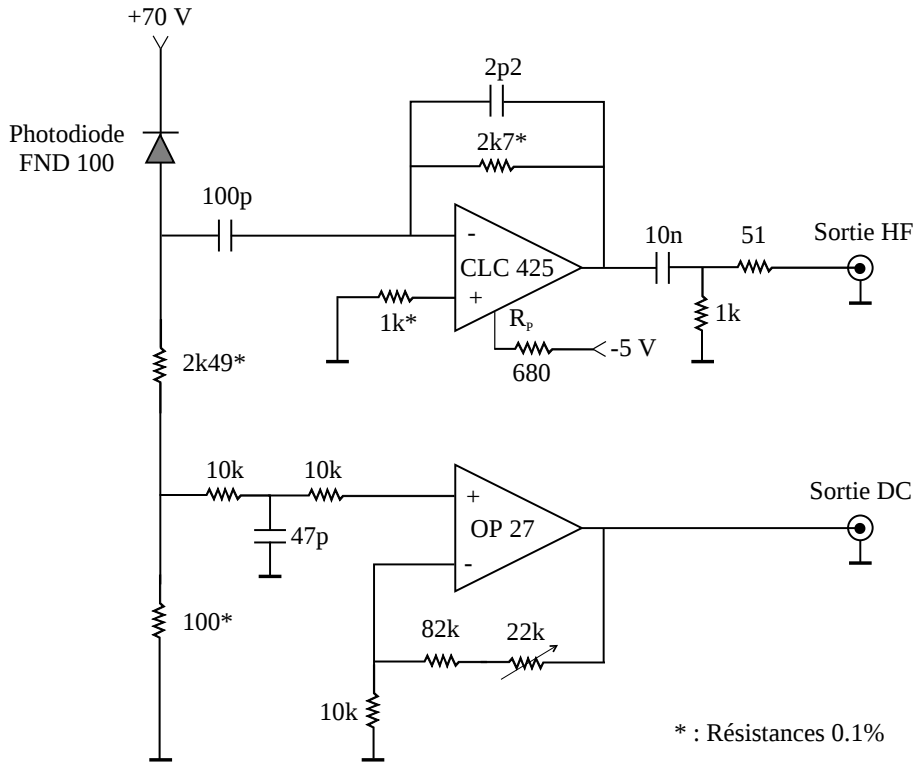


Fig. 64: Schéma du préamplificateur pour chaque photodiode *FND100*. Les deux étages fournissent les signaux basse fréquence (sortie *DC*) et haute fréquence (sortie *HF*)

Le préamplificateur est formé de deux étages distincts, l'un pour les signaux basse fréquence (voie *DC*), l'autre pour les hautes fréquences (voie *HF*). La séparation entre les deux voies est réalisée par un filtre *RC* constitué par la résistance de charge de la photodiode ($2.49\text{ k}\Omega$ et 100Ω en série) et par la capacité d'entrée de l'étage *HF* (100 pF). La fréquence de séparation est de l'ordre de 600 kHz . La résistance de charge est constituée de résistances à couches métalliques à faible bruit (résistances de précision 0.1%). D'autre part, la valeur de la résistance est assez élevée de façon à limiter son bruit thermique (bruit Johnson-Nyquist). Le bruit de courant de la résistance vient en effet directement se superposer au photocourant délivré par la photodiode et peut perturber le signal mesuré pour de faibles intensités lumineuses.

La valeur de la résistance est cependant limitée par le photocourant débité en continu par la photodiode. En effet si la résistance est trop grande, la tension à ses bornes peut devenir assez élevée pour réduire de façon appréciable la polarisation de la photodiode. Avec les valeurs choisies, la tension aux bornes de la résistance de charge reste inférieure à 15 V pour des puissances lumineuses inférieures à 10 mW , et la tension de polarisation reste toujours supérieure à 50 V .

La voie *DC* prélève une partie de la tension aux bornes de la résistance de charge. Elle est constituée d'un filtre en T qui évite tout retour de signaux parasites vers la voie *HF* (fréquence de coupure 300 kHz), suivi par un amplificateur en tension de gain 10. Le gain est ajustable à l'aide d'une résistance variable placée en contre-réaction de

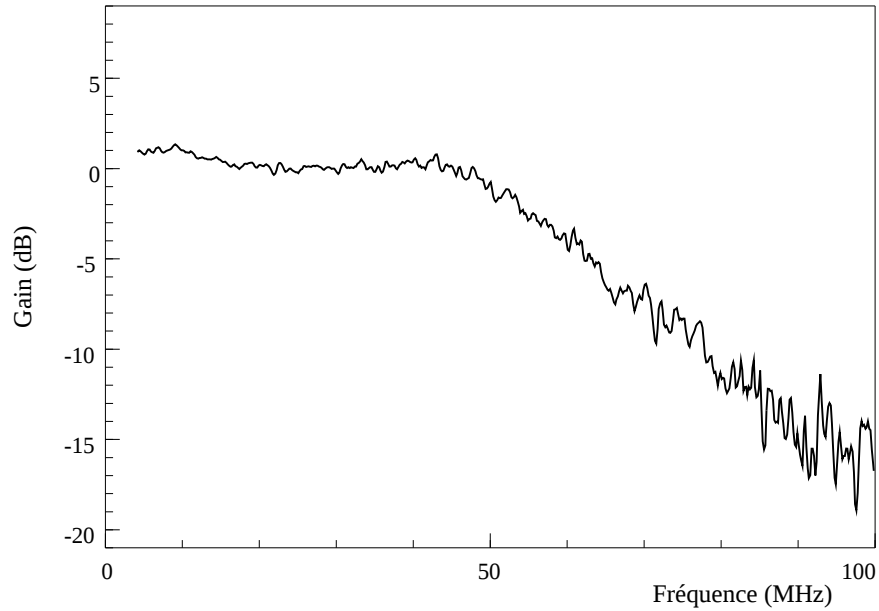


Fig. 65: Réponse en fréquence de la voie HF , obtenue à partir du bruit de photon d'un faisceau de 10 mW incident sur la photodiode. La bande passante est supérieure à 50 MHz

façon à assurer l'équilibrage des voies DC des deux détecteurs (voir section 4.3.3.4) et d'obtenir un taux de conversion global courant-tension de 1 V/mA .

La voie HF est basée sur un montage transimpédance. Ce type de circuit permet d'éliminer l'influence de la capacité de la photodiode. En effet, la photodiode fonctionne à haute fréquence avec une différence de potentiel constante, puisque sa borne négative se comporte comme une masse virtuelle. La capacité parasite en parallèle avec la photodiode ne limite donc pas la bande passante du circuit. L'amplificateur utilisé (CLC425) est un amplificateur rapide (produit gain-bande égal à 1.7 GHz) et faible bruit ($1\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ et $1.6\text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$). La valeur de la résistance de contre-réaction ($2.7\text{ k}\Omega$) résulte d'un compromis entre la bande passante de l'étage et le bruit thermique ajouté. Une petite capacité placée en parallèle permet de modifier la réponse dynamique de l'étage de façon à obtenir une réponse en fréquence la plus constante possible. Un filtre passe-haut est placé en sortie afin d'éliminer toute composante continue (fréquence de coupure de 200 kHz pour une impédance en sortie de $50\text{ }\Omega$). La résistance de $680\text{ }\Omega$ placée entre la broche R_p du CLC425 et la tension d'alimentation négative permet d'optimiser la réponse en fréquence de l'amplificateur.

Le taux de conversion courant-tension de la voie HF est de l'ordre de 1.3 V/mA pour une impédance de charge de $50\text{ }\Omega$. La figure 65 montre la réponse en fréquence du préamplificateur. La courbe représente en fait la puissance de bruit en sortie de la voie HF lorsqu'un faisceau de 10 mW est incident sur la photodiode. Le bruit électronique, obtenu à partir du bruit en sortie sans faisceau incident, a été retranché de la courbe. Le bruit d'intensité du laser est égal au bruit de photon au delà de quelques mégahertz.

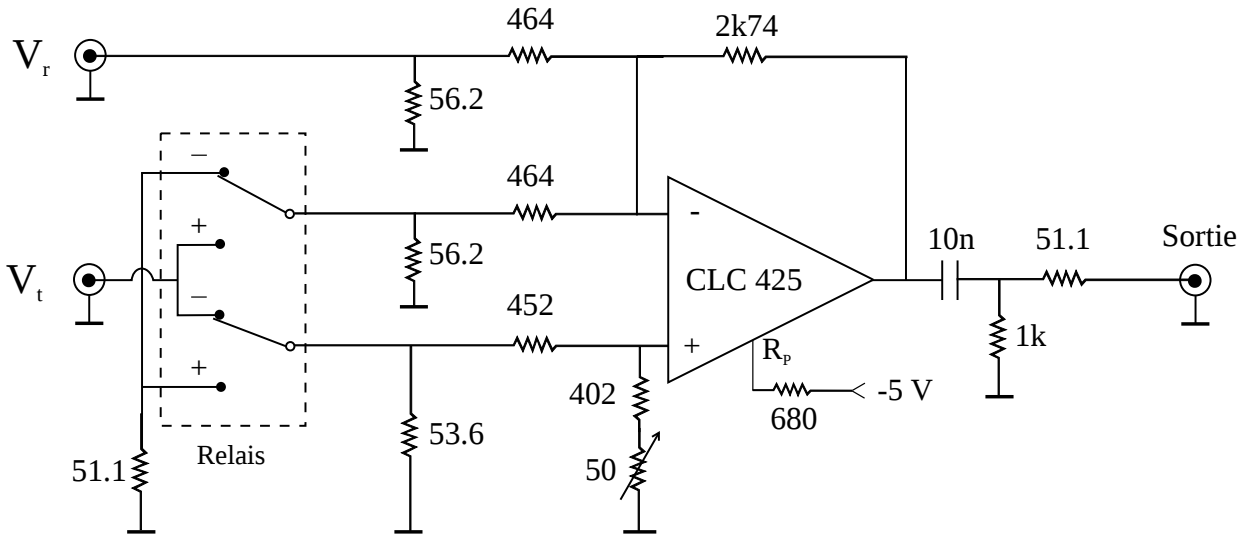


Fig. 66: Schéma de principe du dispositif soustracteur-sommeur. Toutes les résistances utilisées ont une précision de 0.1%

Il est donc plat en fréquence et la figure représente en fait la fonction de transfert du dispositif. La bande passante à -3 dB est supérieure à 50 MHz .

4.3.3.3 Système soustracteur-sommeur

Le dispositif soustracteur-sommeur est le dernier élément de la chaîne de détection équilibrée. C'est un système actif qui dispose de deux entrées pour recevoir les signaux envoyés par les voies *HF* des deux détecteurs, la sortie fournissant la somme ou la différence des signaux d'entrée. Un soin particulier doit être pris pour la réalisation de ce système puisqu'il doit avoir un faible bruit, une large bande passante et il doit être conçu de manière à présenter le meilleurs équilibrage possible sur une large bande de fréquence. Le schéma électronique du soustracteur-sommeur est représenté sur la figure 66. Il est construit autour d'un amplificateur rapide et faible bruit CLC425 qui ajoute ou soustrait les deux entrées selon la position des commutateurs du relais. Nous avons utilisé un relais à contact doré plutôt qu'un simple commutateur car il introduit moins de perturbations pour les signaux hautes fréquences (capacités parasites, isolation...). Le montage est conçu de telle manière que la gain électronique soit le même en valeur absolue pour les deux voies, quelque soit la position du relais. Ainsi, en position sommateur l'équilibrage est assuré par la construction symétrique de la boucle de contre-réaction vis-à-vis des deux voies d'entrée, alors qu'en position soustracteur l'équilibrage est ajusté par la résistance variable sur l'entrée + de l'amplificateur (valeur théorique 50Ω). De même, les valeurs des résistances sont telles que l'impédance d'entrée pour les deux voies est toujours égale à $50.3 \pm 0.2 \Omega$, et les impédances aux entrées + et - de l'amplificateur sont égales à 225Ω . Comme nous le verrons dans la section 4.3.3.4, ceci assure un équilibre des gains de l'ordre de $2^\circ/\infty$ sur une plage de fréquence allant jusqu'à 20 MHz .

L'amplificateur est suivi par un filtre passe-haut similaire à celui présenté dans les préamplificateurs des photodiodes (figure 64). Le gain global du soustracteur-sommeur est égal à 3 pour une impédance de charge de 50Ω .

4.3.3.4 Equilibrage des deux voies de la détection

L'équilibrage des deux voies de détection est particulièrement important pour assurer le bon fonctionnement du dispositif, que ce soit dans le cadre d'une mesure homodyne ou dans celui d'une mesure directe du bruit d'intensité. Un déséquilibre entre les deux voies peut être aussi bien d'origine optique (séparation en deux parties du faisceau incident, rendement quantique des photodiodes) qu'électronique (gains des voies DC et HF , dispositif soustracteur-sommeur). Dans la suite nous allons montrer comment l'équilibrage de ces différents éléments est réalisé.

Appariement des photodiodes

Les deux photodiodes doivent présenter une réponse aussi similaire que possible. Parmi les photodiodes dont nous disposons, on en sélectionne deux qui présentent les efficacités quantiques les plus proches. La procédure suivie consiste à choisir une photodiode de référence que l'on place par exemple en transmission du cube $CP2$ (figure 59) alors qu'une seconde photodiode est placée en réflexion. On mesure alors l'écart relatif des tensions DC , $\Delta V/V_{ref}$, qui permet d'évaluer l'écart entre les rendements quantiques des deux photodiodes en s'affranchissant des éventuelles fluctuations de l'intensité lumineuse incidente sur le système de détection. On répète cette mesure en remplaçant à chaque fois la photodiode en réflexion et on sélectionne finalement les deux photodiodes qui présentent les variations relatives les plus proches. La réponse des photodiodes que nous avons choisies d'utiliser sont identique à 0.3% près.

Séparation des faisceaux et gain des voies DC

L'équilibrage de la séparation optique des faisceaux à l'aide de la lame demi-onde et du cube $CP2$ (figure 59), et l'équilibrage des gains électroniques des voies DC sont réalisés en intervertissant les deux blocs de détection comme le montre la figure 67. En notant ε le déséquilibre entre les intensités transmise et réfléchie, et δg l'écart de gain entre les deux voies DC , on trouve que les tensions V_1 et V_2 à la sortie DC des deux blocs s'écrivent pour les deux configurations (à l'ordre 1 en ε et δg):

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} V_1 = g \frac{\bar{I}}{2} \left(1 + \varepsilon + \frac{\delta g}{g} \right) \\ V_2 = g \frac{\bar{I}}{2} (1 - \varepsilon) \end{array} \right\} \quad ; \quad (2) \left\{ \begin{array}{l} V_1 = g \frac{\bar{I}}{2} \left(1 - \varepsilon + \frac{\delta g}{g} \right) \\ V_2 = g \frac{\bar{I}}{2} (1 + \varepsilon) \end{array} \right\} \quad (4.38)$$

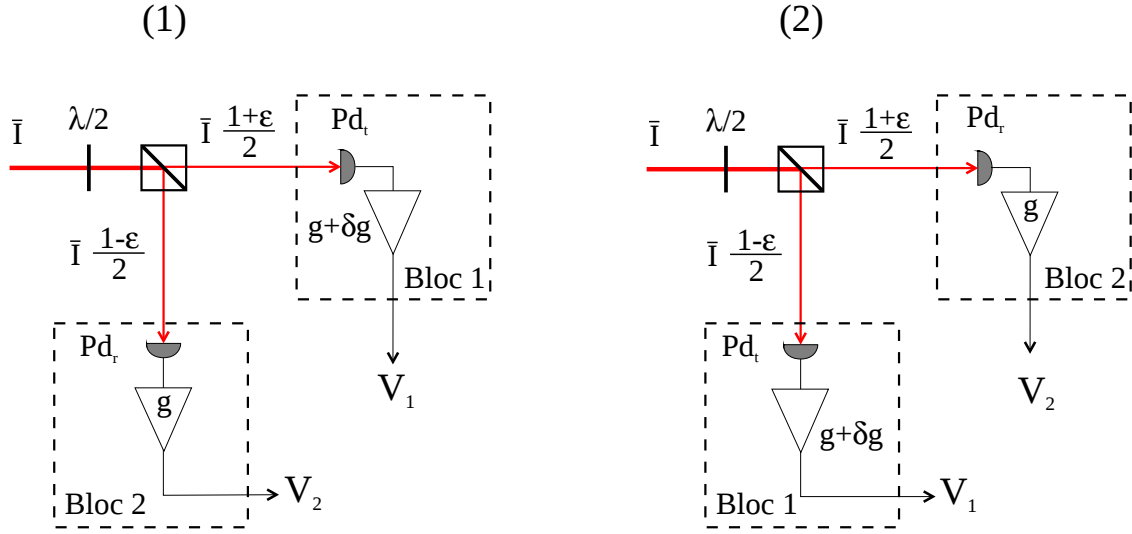


Fig. 67: En intervertissant les deux blocs de détection (photodiodes et préamplificateurs), on peut déterminer le déséquilibre optique ε lié à un mauvais réglage de la lame demi-onde et le déséquilibre δg des deux voies DC des préamplificateurs

Pour déterminer les facteurs ε et δg , on mesure les écarts relatifs $(V_1 - V_2) / V_1$ dans les deux configurations R_1 et R_2 dont les expressions sont données par:

$$R_1 = 2\varepsilon + \frac{\delta g}{g} \quad (4.39a)$$

$$R_2 = -2\varepsilon + \frac{\delta g}{g} \quad (4.39b)$$

A partir de ces expressions, il est facile de voir que l'équilibrage optique, correspondant à $\varepsilon = 0$, est réalisé en tournant la lame demi-onde jusqu'à ce que les valeurs mesurées pour R_1 et R_2 soient égales et de même signe. Par contre, un équilibrage parfait au niveau des détecteurs ($\delta g = 0$) s'obtient lorsque R_1 et R_2 sont égaux en valeur absolue mais de signe contraire.

En pratique, pour éviter d'intervertir de nombreuses fois les deux blocs détecteurs, on commence par équilibrer les deux voies DC en modifiant la valeur de la résistance variable de l'un des détecteurs, placée en contre-réaction sur l'amplificateur *OP27* (figure 64). On mesure tout d'abord à l'aide d'un voltmètre les écarts relatifs R_1 et R_2 . Ceci permet de déterminer la valeur du déséquilibre des gains δg qui est égal, d'après les relations (4.39), à $g/2 (R_1 + R_2)$, où le gain g est fixé initialement à une valeur voisine de 10. On compense ce déséquilibre en modifiant la valeur de la résistance variable d'une quantité égale à $\delta g \times 10 \text{ k}\Omega$. Pour vérifier le bon équilibrage des gains, on mesure une seconde fois les écarts relatifs R_1 et R_2 qui, dans le cas d'un équilibre parfait, sont égaux et de signes contraires. Ceci permet de nous assurer que l'on ne

compense pas un déséquilibre optique par un déséquilibre électronique. On obtient finalement un équilibrage des voies *DC* meilleur que $2^\circ/\text{oo}$.

Une fois ces opérations réalisées, l'équilibrage de la séparation optique des faisceaux s'effectue simplement en annulant la différence $V_1 - V_2$ entre les tensions *DC*. L'équilibrage obtenu est essentiellement limité à environ $2^\circ/\text{oo}$ par la précision de rotation de la lame $\lambda/2$.

Gain des voies HF et dispositif soustracteur-sommateur

Pour tester et régler le fonctionnement du système à haute fréquence, on module l'intensité du faisceau incident à une fréquence variable à l'aide d'un électro-optique suivi d'un polariseur. Pour ajuster les gains des voies *HF*, nous avons utilisé un soustracteur Mini-Circuit pour mesurer sur l'analyseur de spectre la différence des deux voies. La précision du réglage dépend bien sûr de l'équilibrage du soustracteur qui est de l'ordre de 1%. Notons qu'un déséquilibre résiduel des voies *HF* sera compensé par l'équilibrage du dispositif soustracteur-sommateur. On compense dans ce cas un gain électronique par un autre gain électronique, et seul compte pour la qualité du système l'équilibrage global du préamplificateur suivi du soustracteur-sommateur.

Nous avons réalisé ce réglage en modulant l'intensité du faisceau à une fréquence de 3 *MHz*. On corrige le gain de la voie présentant le plus fort gain en plaçant une résistance de valeur élevée en parallèle avec la résistance de 2.7 *kΩ* en contre-réaction du CLC425 (figure 64). Nous avons ainsi obtenu un équilibrage des voies *HF* à la fréquence de modulation meilleur que 0.5%.

En ce qui concerne le dispositif soustracteur-sommateur, nous avons tout d'abord testé son fonctionnement en appliquant la même modulation électrique sur ses deux voies d'entrées. La précision de ce test est cependant limitée par le splitter Mini-Circuit utilisé pour envoyer le même signal sur les deux entrées avec une impédance de 50 Ω . Nous avons donc repris ce test en connectant le soustracteur-sommateur aux sorties des voies *HF* et en appliquant une modulation d'intensité au faisceau incident. La résistance variable sur l'entrée + du CLC425 (figure 66) permet de régler finement l'équilibrage en position soustracteur. Pour cela, on cherche à annuler la modulation dans le signal fourni par le soustracteur. Il est en fait possible de réduire cette modulation jusqu'à une valeur très faible à une fréquence donnée. Nous avons plutôt cherché à obtenir un bon équilibrage sur une large plage de fréquence. Pour la valeur optimale de la résistance variable, on obtient finalement un équilibrage en configuration soustracteur de l'ordre de 0.5% sur une plage de fréquence allant jusqu'à 20 *MHz*.

Le résultat de l'équilibrage est représenté sur la figure 68, où la courbe représente l'écart relatif $20 \text{ Log } |(V_t - V_r)/V_t|$ lorsqu'on balaye la fréquence de modulation du faisceau lumineux. Cette courbe représente en fait l'équilibrage de l'ensemble de la détection équilibrée, incluant les défauts d'équilibrage de la séparation optique du faisceau à l'aide de la $\lambda/2$ et du cube *CP2*, des photodiodes, des préamplificateurs et du dispositif soustracteur-sommateur. On voit que le déséquilibre global de tous les éléments de la chaîne est très petit puisqu'il est de l'ordre de -45 dB , soit 0.5%, et

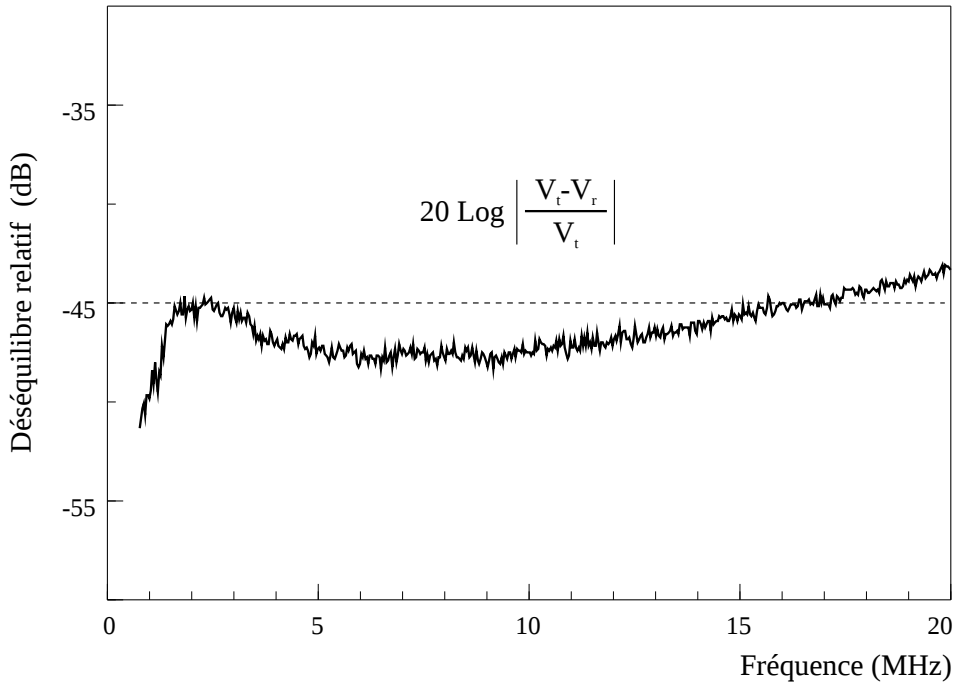


Fig. 68: Evolution en fréquence du déséquilibre relatif $(V_t - V_r)/V_t$ en dB à la sortie du soustracteur lorsqu'on varie la fréquence de modulation d'intensité

cela sur une large bande de fréquence d'environ 20 MHz . La remontée que l'on peut observer à haute fréquence est sans doute due à une légère différence des réponses en fréquence des voies HF , ou à un déphasage entre les deux voies d'entrée du dispositif soustracteur-sommeur. Quoiqu'il en soit, l'équilibrage global du système de détection est très largement suffisant pour pouvoir mesurer le bruit quantique de la lumière avec une précision de l'ordre de 1% .

4.3.3.5 Caractéristiques puissance-tension de la détection

Les deux voies de détection doivent présenter un comportement linéaire vis-à-vis de l'intensité lumineuse arrivant sur les photodiodes pour des puissances les plus élevées possibles. En effet, l'efficacité de la mesure homodyne repose en partie sur le fait que l'intensité de l'oscillateur local doit être grande devant celle du faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile. Il est donc important d'éviter tout effet de saturation aussi bien au niveau des photodiodes que des amplificateurs. C'est pourquoi nous avons cherché à caractériser le comportement de la tension fournie par les voies DC et HF de la détection en fonction de la puissance incidente.

En ce qui concerne les voies DC , on mesure à l'aide d'un voltmètre la somme V_+ des tensions des voies DC (figure 60) en fonction de la puissance incidente que l'on mesure en utilisant un microwattmètre placé devant le système de détection équilibrée (avant la lame demi-onde). Les carrés sur la figure 69 représentent les tensions mesurées pour des puissances incidentes allant de 0 à 20 mW . On voit que ces points sont parfaitement

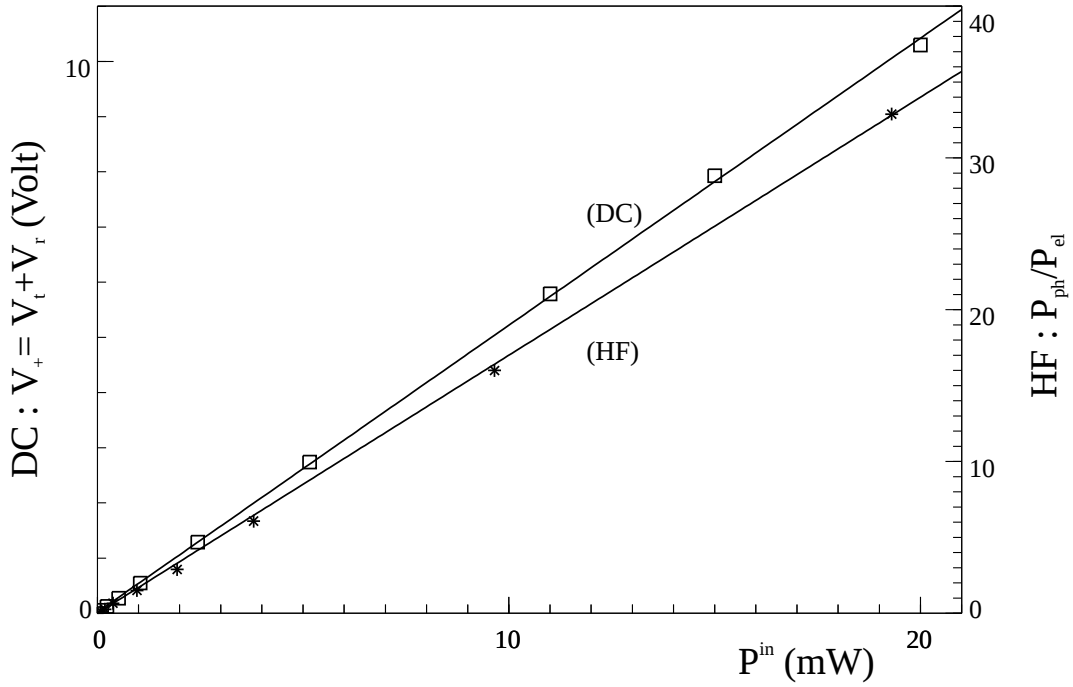


Fig. 69: Caractéristique puissance-tension du dispositif de détection équilibré. La droite (DC) décrit le comportement de la tension V_+ qui est égale à la somme des tensions à la sortie des voies DC des deux détecteurs. La droite (HF) représente le rapport des puissances de bruit de photon P_{ph} et de bruit électronique P_{el} à une fréquence d'analyse de 2 MHz

ajustés par une droite, ce qui indique que l'ensemble des éléments constituant les deux voies DC de la détection ont un comportement parfaitement linéaire sur cette plage de puissance. D'autre part, la pente de la droite permet de déterminer le rendement quantique η des photodiodes, défini comme le rapport entre le flux de charges électriques i_{pd}/e fourni par la photodiode et le flux de photons $P_{pd}/(\hbar\omega_L)$:

$$\eta = \frac{hc}{\lambda e} \frac{i_{pd}}{P_{pd}} \quad (4.40)$$

Nous pouvons en effet relier le photocourant i_{pd} à la tension de sortie de la voie DC puisque le taux de conversion courant-tension R_{DC} est égal à 1 V/mA . Les intensités et les deux détecteurs étant équilibrés, le rendement quantique η est relié à la pente V_+/P^{in} de la droite (DC) sur la figure 69:

$$\eta = \frac{hc}{\lambda e} \frac{V_+}{P^{in}} \frac{1}{R_{DC}} \approx 80\% \quad (4.41)$$

Pour connaître le rendement quantique des photodiodes uniquement, cette valeur doit être corrigée des pertes optiques au niveau de la lame $\lambda/2$ et du cube CP2, qui sont de l'ordre de 4%. D'autre part, ces mesures ont été réalisées sans les miroirs de renvoi

(figure 63) qui permettent de récupérer 9% de l'intensité lumineuse incidente. On trouve ainsi que le rendement quantique des photodiodes est de l'ordre de 90%.

En ce qui concerne le comportement à haute fréquence du système de détection, nous avons testé la linéarité de la puissance du bruit de photon standard vis-à-vis de la puissance lumineuse incidente. Pour cela, on mesure la puissance de bruit sur l'analyseur de spectre à une fréquence d'analyse fixée à 2 *MHz*, le soustracteur-sommeur étant en configuration soustracteur. On mesure en fait la somme $P_{ph} + P_{el}$ de la puissance P_{ph} du bruit de photon et du bruit électronique P_{el} , dont on peut déterminer la valeur en masquant le faisceau incident. Les étoiles sur la figure 69 représentent le rapport des puissances de bruit P_{ph}/P_{el} pour différentes valeurs de la puissance lumineuse incidente. L'alignement de ces étoiles montre que le comportement des différents éléments des voies *HF* de nos deux détecteurs est parfaitement linéaire. On peut d'autre part déterminer la puissance incidente minimale que l'on peut mesurer. Pour un rapport signal à bruit P_{ph}/P_{el} égal à 1, c'est-à-dire pour un bruit total 3 *dB* au dessus du bruit électronique, la puissance incidente est de l'ordre de 500 μW .

4.4 Excitation optique du résonateur

Afin d'étudier les modes acoustiques du résonateur et la façon dont ils sont couplés au faisceau lumineux, nous avons développé une technique originale d'excitation optique du résonateur. Les méthodes utilisées pour étudier les modes acoustiques des résonateurs mécaniques en quartz font généralement appel aux propriétés piézoélectriques du matériau : des électrodes sont placées sur le résonateur de façon à l'exciter électriquement. Une telle approche n'est bien sûr pas applicable à notre cas où le résonateur est en silice. On utilise alors la force de pression de radiation pour exciter les modes du résonateur. Plus précisément, un faisceau laser intense est envoyé par l'arrière de la cavité sur le miroir mobile. Ce faisceau est modulé en intensité à l'aide d'un modulateur acousto-optique, à une fréquence fixée par un synthétiseur haute fréquence. En se réfléchissant sur le miroir mobile, le faisceau exerce une force de pression de radiation modulée à la fréquence choisie. En variant l'amplitude et la fréquence de modulation, on peut ainsi déterminer la réponse mécanique du résonateur à une force extérieure. Pour cela, on détecte le mouvement de la face plane du résonateur en mesurant la modulation induite par celui-ci sur la phase du faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile.

Cette excitation optique s'avère moins efficace qu'une excitation piézoélectrique, car la force de pression de radiation est moins intense que l'effet piézoélectrique. Elle permet néanmoins d'accéder à des paramètres autres que la fréquence et le facteur de qualité des modes acoustiques. On peut par exemple faire varier la section du faisceau lumineux et obtenir ainsi des informations sur la structure spatiale des modes acoustiques.

Nous allons présenter dans cette partie l'ensemble des éléments constituant ce dispositif. Comme nous le verrons, un point particulièrement délicat est l'isolation du

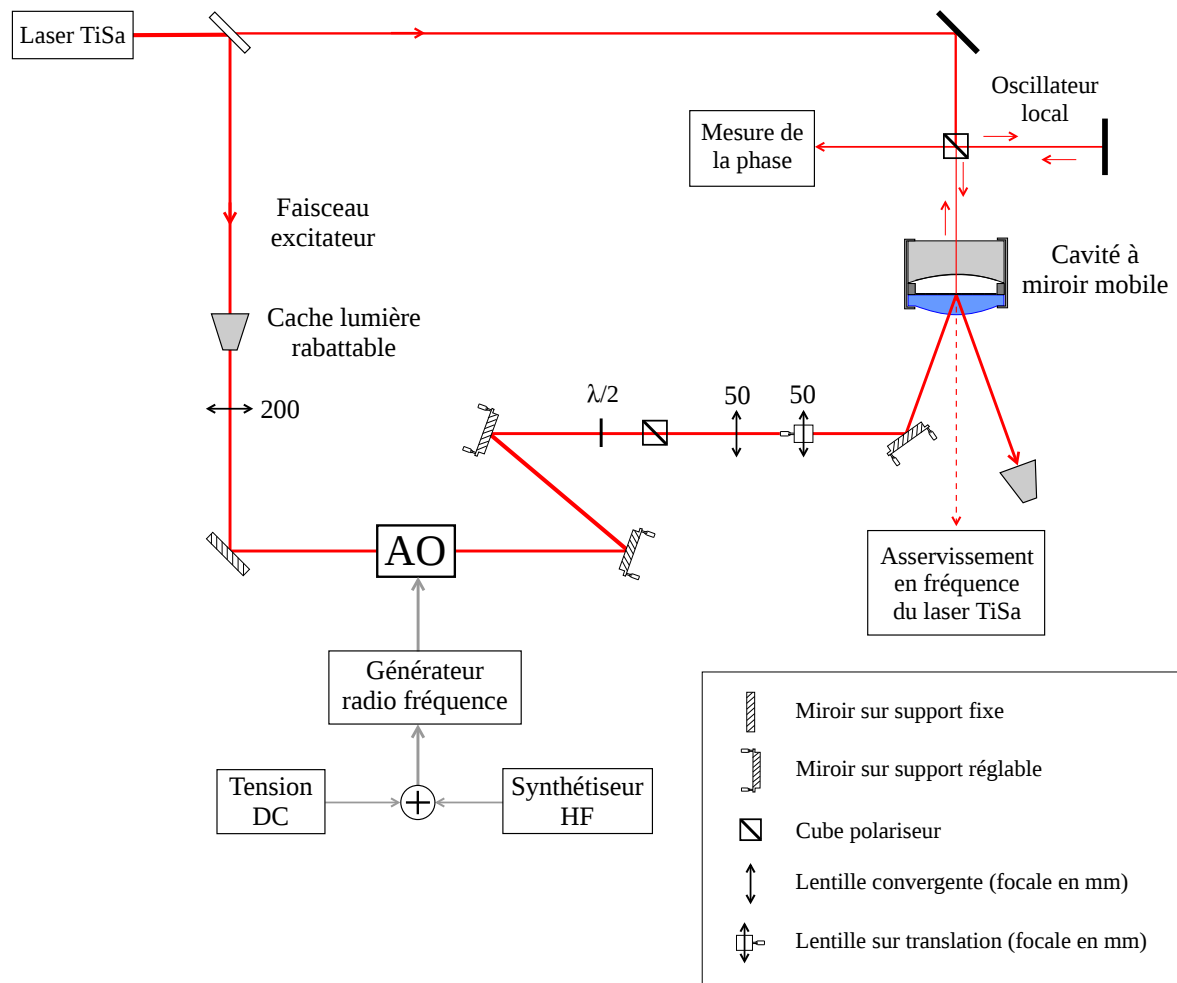


Fig. 70: Représentation schématique du faisceau arrière qui sert à l'excitation optique du résonateur mécanique. Ce faisceau est modulé en intensité à l'aide d'un acousto-optique (AO) piloté par un synthétiseur. Il se réfléchit ensuite sur le miroir mobile et il exerce une force de pression de radiation modulée à la fréquence du synthétiseur. Le dispositif de mesure homodyne détecte le mouvement du miroir

faisceau arrière du reste du montage (cavité à miroir mobile et système de détection homodyne). En particulier, le faisceau arrière ne doit pas entrer dans la cavité. Sinon la lumière résiduelle transmise vers l'avant peut perturber la détection de phase du faisceau réfléchi en rajoutant au signal un terme de bruit provenant du battement de la lumière résiduelle avec l'oscillateur local.

La figure 70 montre le dispositif d'excitation optique du résonateur. Le faisceau arrière est prélevé à la sortie du laser titane saphir, à l'aide du cube séparateur de polarisation placé juste après l'isolateur optique (voir figure 57, page 124). En fait, l'essentiel de la puissance du laser est réfléchi par ce cube afin de constituer le faisceau arrière, l'intensité du faisceau allant vers la cavité étant beaucoup plus faible (typiquement quelques dizaines de milliwatts). On dispose ainsi d'une puissance de l'ordre de 700 mW pour exciter le résonateur mécanique, ce qui représente une puissance suff-

isante pour obtenir une excitation efficace. Sur le trajet du faisceau (figure 70) nous avons placé un cache monté sur un support rabattable afin de pouvoir couper le faisceau arrière. Le faisceau traverse ensuite une lentille convergente de focale égale à 200 *mm* qui permet de focaliser le faisceau au niveau du modulateur acousto-optique, avec un col de l'ordre de 70 μm .

Pour moduler l'intensité du faisceau, on utilise un modulateur acousto-optique plutôt qu'un électro-optique suivi d'un polariseur. Dans un modulateur acousto-optique, le faisceau lumineux interagit avec une onde acoustique qui crée un réseau sur lequel se diffracte l'onde lumineuse. Lorsque l'angle d'incidence du faisceau correspond à l'angle de Bragg, l'intensité de l'onde diffractée dans l'ordre 1 dépend essentiellement de la puissance de l'onde acoustique. Celle-ci est produite par l'intermédiaire d'un générateur radio fréquence dont la puissance de sortie est contrôlée par un signal basse tension (typiquement 0 à 5 *Volts*). On peut ainsi moduler en tout ou rien l'intensité du faisceau transmis dans l'ordre 1 jusqu'à des fréquences de modulation de quelques mégahertz. L'obtention d'un résultat équivalent avec un électro-optique nécessiterait une tension de commande de plusieurs centaines de volts.

Un autre avantage de l'acousto-optique est qu'il décale la fréquence optique du faisceau diffracté d'une valeur égale à la fréquence de l'onde acoustique. En pratique, on a utilisé un acousto-optique *AA-MP10* (Automates et Automatismes) qui fonctionne à 200 *MHz*. Le faisceau arrière ayant à l'origine la même fréquence que le faisceau incident sur la cavité à miroir mobile, ce décalage permet de placer le faisceau arrière hors résonance par rapport à la cavité. Comme ce décalage est grand comparé à la bande passante de la cavité (de l'ordre de 2 *MHz*), le faisceau arrière ne peut pas se propager dans la cavité. Ceci permet donc de limiter les perturbations induites par le faisceau arrière sur la mesure homodyne du faisceau réfléchi par la cavité.

Notons que ce filtrage en fréquence n'est toutefois pas suffisant pour assurer une isolation totale entre le faisceau arrière et le système de détection homodyne. En effet, le filtrage induit par la cavité correspond à une atténuation par un facteur de l'ordre de 10^4 de l'intensité transmise. Etant donné la dissymétrie entre les transmissions des deux miroirs de la cavité à miroir mobile (quelques *ppm* pour le miroir mobile et 50 *ppm* pour le coupleur Newport), le coefficient de transmission de la cavité pour le faisceau arrière est de l'ordre de 10^{-6} (voir équation 4.24). La puissance résiduelle du faisceau arrière qui interagit avec le système de détection est donc de l'ordre de 0.1 μW , soit environ cent fois moins que le faisceau réfléchi par la cavité dont la puissance est de l'ordre de 10 μW . D'autre part, le faisceau arrière présente une forte modulation d'intensité, puisque la profondeur de modulation peut atteindre 100%, alors que la modulation de phase attendue sur le faisceau réfléchi est très petite : les déplacements du miroir mobile devraient induire une modulation de phase dont la profondeur ne dépasse pas 1%. Il apparaît ainsi que le faisceau arrière constitue toujours, malgré le filtrage en fréquence, une perturbation importante pour le système de mesure. Nous verrons dans la suite comment cet effet a pu être éliminé grâce à un filtrage spatial.

L'intensité lumineuse diffractée par l'acousto-optique est déterminée par un signal de commande pilotant le générateur radio fréquence. Lorsque l'amplitude de ce

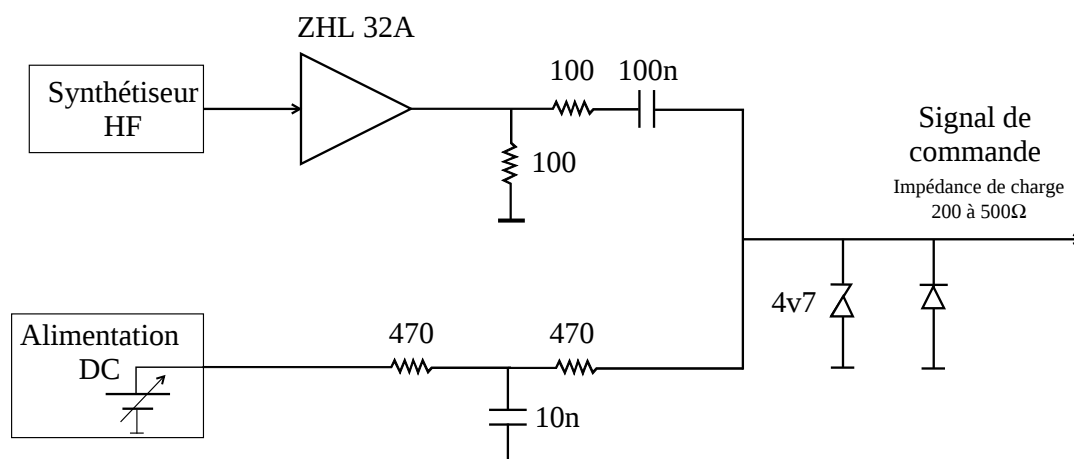


Fig. 71: Electronique de commande de l'acousto-optique permettant de moduler l'intensité du faisceau arrière

signal varie de 0 à 5 *Volts*, l'intensité lumineuse diffractée dans l'ordre 1 varie de 0 à une intensité maximale qui correspond à l'efficacité de l'acousto-optique (intensité lumineuse diffractée dans l'ordre 1, rapportée à l'intensité incidente). La modulation d'intensité est obtenue en appliquant sur cette entrée de commande une tension sinusoïdale issue d'un synthétiseur haute fréquence. La figure 71 montre le schéma de l'électronique de commande. Un amplificateur *ZHL 32A* permet d'obtenir une modulation haute fréquence avec une amplitude supérieure à 5 *Volts*. Un ensemble de filtres *RC* mélange cette modulation avec une tension continue de façon à fournir une tension modulée comprise entre 0 et 5 *Volts*. Une diode zener et une diode germanium permettent de limiter l'excursion du signal de commande. Notons la présence d'un filtre en *T* dans la voie *DC*. Il permet d'éviter tout retour de la modulation haute fréquence dans l'alimentation continue. Sans ce filtre, l'alimentation émettait un fort rayonnement à la fréquence de modulation, rayonnement qui était capté par le système de détection homodyne.

L'efficacité de l'acousto-optique dépend beaucoup de l'alignement du réseau acoustique par rapport au faisceau lumineux incident. Pour optimiser cette efficacité, nous avons fixé l'acousto-optique sur un support réglable à trois axes de rotation, monté sur un ensemble de translations horizontale et verticale. Lorsque le faisceau incident est parfaitement focalisé au niveau du réseau et que l'alignement est optimisé, on arrive à une efficacité de l'ordre de 95%.

Les éléments placés après l'acousto-optique permettent de déterminer la position et la géométrie du faisceau arrière par rapport au miroir mobile (voir figure 70). On trouve tout d'abord un ensemble de deux miroirs montés sur supports micrométriques qui permettent de positionner le faisceau au centre du miroir mobile, puis un atténuateur variable constitué d'une lame demi-onde et d'un cube séparateur de polarisation qui sert à contrôler l'intensité moyenne du faisceau arrière. On contrôle enfin la taille du faisceau arrière en utilisant un jeu de deux lentilles comme nous l'avons déjà fait pour

nos différentes cavités (FPE, FPF et cavité à miroir mobile). Il n'est pas nécessaire ici d'adapter en taille et en position le col du faisceau arrière à celui de la cavité : la pression de radiation ne dépend pas de la courbure du faisceau gaussien et seule importe la section du faisceau au niveau du miroir mobile, que l'on veut pouvoir faire varier dans des proportions importantes de façon à étudier l'influence sur le couplage optomécanique de l'adaptation spatiale. Nous avons choisi une première lentille de focale égale à 50 mm placée à 650 mm de l'acousto-optique. La seconde lentille de même focale est placée 120 mm plus loin sur une platine de translation qui permet de varier la distance entre les deux lentilles. Avec ce dispositif, la taille du col image est toujours très petite, inférieure à $50\text{ }\mu\text{m}$, mais sa position peut être déplacée par rapport au miroir mobile qui se trouve à environ 350 mm de la seconde lentille. Du fait de la divergence importante du faisceau, on fait varier de cette manière la section du faisceau au niveau du miroir mobile. Nous avons mesuré cette section à l'aide d'une barette de photodiodes. En variant la distance entre les deux lentilles d'environ 12 mm , la taille du faisceau au niveau du miroir mobile varie de moins de $50\text{ }\mu\text{m}$ à plus de $400\text{ }\mu\text{m}$.

Enfin, comme le montre le schéma de la figure 70, le faisceau excitateur est envoyé, à l'aide d'un miroir monté sur un support micrométrique, sur le miroir mobile avec un angle d'incidence θ non nul, de l'ordre de 10° . C'est en effet un moyen simple d'exciter le résonateur mécanique sans perturber la transmission résiduelle de la cavité à miroir mobile qui sert à maintenir le faisceau de mesure à résonance avec la cavité. D'autre part, on réalise ainsi un filtrage spatial très efficace du faisceau arrière. En effet, l'intégrale de recouvrement spatial entre le faisceau arrière et le mode fondamental de la cavité est proportionnelle à $e^{-(\theta/\theta_0)^2}$ où $\theta_0 = 0.2^\circ$ est l'angle de divergence du mode fondamental ($\theta_0 = \lambda/(\pi w_0)$). Le faisceau arrière n'est donc pratiquement pas couplé au mode fondamental de la cavité, et on élimine ainsi toute lumière parasite qui pourrait perturber le fonctionnement du dispositif de mesure homodyne.

4.5 Cavité de filtrage de grande finesse

Comme nous l'avons vu dans la section 4.2.3, le faisceau issu du laser titane saphir présente d'importantes fluctuations d'intensité à des fréquences inférieures à 2 MHz (voir figure 51, page 114). Cette caractéristique ne permet pas d'observer les effets quantiques du couplage optomécanique pour des fréquences d'analyse inférieures à 2 MHz . Le dispositif de stabilisation d'intensité placé dans la source laser permet de réduire efficacement les fluctuations d'intensité en dessous de quelques dizaines de kilohertz (figure 49, page 49). Il semble toutefois très difficile de réaliser une boucle d'asservissement électronique qui puisse agir efficacement à des fréquences plus élevées sans rajouter un excès de bruit au dessus de 2 MHz . Nous avons alors envisagé une méthode de réduction du bruit d'intensité basée sur une technique optique, qui utilise l'effet de filtrage en transmission d'une cavité Fabry-Perot résonnante. En effet, lorsque le faisceau incident est à résonance avec la cavité, la fonction de transfert de celle-ci filtre toutes les composantes de bruit pour des fréquences supérieures à sa bande

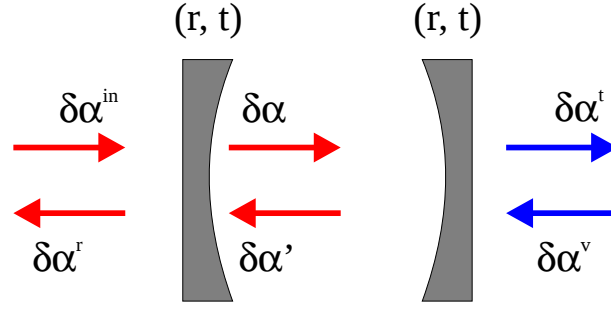


Fig. 72: Cavité Fabry-Perot symétrique à deux entrées-sorties et sans pertes

passante: plus la bande passante est étroite et plus le filtrage est efficace. En utilisant une cavité ayant une faible bande passante et donc une grande finesse, on devrait ainsi être capable de réduire l'excès de bruit technique du laser pour des fréquences comprises entre 1 et 2 MHz . On notera enfin que cette cavité joue aussi un rôle de filtrage spatial comme nous l'avons déjà vu pour la cavité FPF : à terme, cette cavité de grande finesse remplacera dans le montage expérimental la cavité FPF.

4.5.1 Principe du filtrage

La cavité que nous utilisons est symétrique, ce qui permet d'avoir une transmission de la cavité maximale à résonance. Un traitement complet des effets d'une telle cavité sur les fluctuations du champ doit tenir compte des fluctuations du vide $\delta\alpha^v$ qui sont couplées au champ intracavité par la deuxième entrée (voir figure 72). Dans le cas d'une cavité sans perte et de grande finesse, les relations d'entrée-sortie pour les fluctuations sont similaires à celles obtenues dans la section 2.3.4. En tenant compte du couplage avec les fluctuations du vide dans l'équation d'évolution du champ intracavité (2.58a), on peut déduire l'expression à résonance des fluctuations $\delta\alpha^t[\Omega]$ du champ transmis par la cavité en fonction des fluctuations $\delta\alpha^{in}[\Omega]$ du champ entrant et des fluctuations $\delta\alpha^v[\Omega]$ du vide:

$$\delta\alpha^t[\Omega] = t[\Omega] \delta\alpha^{in}[\Omega] + r[\Omega] \delta\alpha^v[\Omega] \quad (4.42)$$

où $t[\Omega]$ et $r[\Omega]$ sont les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude de la cavité. Pour une cavité résonnante sans pertes et de grande finesse, ces coefficients s'expriment simplement en fonction du coefficient de transmission t des miroirs:

$$t[\Omega] = \frac{t^2}{t^2 + i\Omega\tau} \quad , \quad r[\Omega] = -\frac{i\Omega\tau}{t^2 + i\Omega\tau} \quad (4.43)$$

Puisque les fluctuations $\delta\alpha^{in}[\Omega]$ et $\delta\alpha^v[\Omega]$ qui apparaissent dans l'expression (4.42) sont indépendantes, le spectre $S_I^t[\Omega]$ des fluctuations d'intensité du faisceau transmis

peut s'écrire en fonction du spectre de bruit d'intensité du faisceau incident $S_I^{in} [\Omega]$:

$$S_I^t [\Omega] = \bar{I}^t \left\{ T [\Omega] \frac{S_I^{in} [\Omega]}{\bar{I}^{in}} + R [\Omega] \right\} \quad (4.44)$$

où $T [\Omega] = |t [\Omega]|^2$ et $R [\Omega] = |r [\Omega]|^2$ correspondent respectivement aux fonctions de transfert en transmission et en réflexion de la cavité, et $\bar{I}^{in}$, $\bar{I}^t$ sont les intensités moyennes incidente et transmise. On notera que la conservation de l'énergie dans la cavité est vérifiée puisque la somme des fonctions T et R est égale à 1 quelque soit la fréquence d'analyse.

Si le faisceau incident présente un excès de bruit d'intensité par rapport au bruit de photon standard, nous avons vu dans la section 4.2.3 (équation 4.21) que l'on peut tenir compte de cette caractéristique à l'aide du facteur de Mandel $Q^{in} [\Omega]$:

$$S_I^{in} [\Omega] = \bar{I}^{in} (1 + Q^{in} [\Omega]) \quad (4.45)$$

En substituant cette expression dans la relation (4.44) et en utilisant la condition de conservation de l'énergie vérifiée par les fonctions de transfert, on obtient l'expression suivante pour le spectre d'intensité $S_I^t [\Omega]$:

$$S_I^t [\Omega] = \bar{I}^t (1 + T [\Omega] Q^{in} [\Omega]) \quad (4.46)$$

Le second terme de cette relation montre que le faisceau transmis présente toujours un excès de bruit mais qu'il est filtré par la fonction de transfert en transmission $T [\Omega]$ de la cavité. La cavité se comporte donc comme un filtre passe-bas de forme lorentzienne et de fréquence de coupure égale à sa bande passante $\nu_{BP} = 1/(2\tau\mathcal{F})$: pour des fréquences très supérieures à la bande passante, les fluctuations incidentes ne sont plus couplées au champ intracavité. Ainsi, les fluctuations du faisceau laser sont directement réfléchies par le miroir d'entrée, alors que les fluctuations du faisceau transmis reproduisent les fluctuations du vide réfléchies par le miroir de sortie.

Il apparaît ainsi que l'efficacité du filtrage de la cavité est d'autant plus grande que la bande passante est faible. La valeur de la bande passante est déterminée par la longueur de la cavité et par sa finesse. Pour des longueurs raisonnables, il est nécessaire d'utiliser une cavité de grande finesse, c'est-à-dire des miroirs ayant une grande réflectivité et de faibles pertes. Dans ces conditions, la valeur minimale de la bande passante est limitée par la tenue au flux des miroirs et par la puissance maximale du faisceau que l'on veut envoyer dans la cavité.

4.5.2 Caractéristiques de la cavité

La cavité de filtrage que nous avons testée est constituée d'un miroir d'entrée plan monté sur une cale piézoélectrique et d'un miroir de sortie courbe de rayon de courbure égal à 1 m. Les miroirs que nous avons utilisés ont été fabriqués par *REO* (Research

Electro-Optics). Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les caractéristiques des miroirs déterminent à la fois l'effet de filtrage et la puissance lumineuse admissible par la cavité. Nous avons choisi des miroirs ayant un coefficient de transmission égal à $2000 \pm 50 \text{ ppm}$ et des pertes inférieures à 30 ppm . La finesse théorique de la cavité est ainsi égale à 1600.  tant donné la tenue au flux des miroirs qui est au moins de 10 kW/cm^2 , la puissance du faisceau lumineux peut être supérieure à 50 mW . Cette valeur est suffisante pour que cette cavité puisse remplacer la cavité FPF placée dans la source laser. Par ailleurs, la longueur de la cavité est déterminée par un barreau cylindrique en invar, de 210 mm de long, sur lequel sont montés les miroirs. On obtient ainsi une bande passante théorique de 230 kHz . Enfin, la taille des miroirs est relativement petite (7.75 mm de diamètre et 4 mm d'épaisseur), ce qui permet d'optimiser la dynamique de la cale piézoélectrique qui sert à l'asservissement de la cavité.

Pour tester la cavité, on a utilisé l'un des deux faisceaux réfléchis par la lame de verre qui prélève le faisceau envoyé vers le lambdamètre (voir figure 57, page 124). Pour adapter spatialement ce faisceau sur le mode fondamental TEM_{00} de la cavité, on utilise comme pour les cavités précédentes un jeu de deux lentilles convergentes. Nous avons choisi une première lentille de focale 200 mm placée à 1.7 m du col du laser. La seconde lentille de focale 100 mm est placée 340 mm plus loin sur une platine de translation qui permet d'ajuster le col image. On obtient ainsi un col de 0.3 mm   460 mm de la seconde lentille, là où se trouve le miroir plan de la cavité. L'alignement du faisceau sur la cavité est réalisé à l'aide de deux miroirs montés sur des supports micrométriques.

Nous avons mesuré la bande passante de cette cavité en utilisant la même technique de modulation d'intensité du faisceau incident que pour la cavité FPF (voir section 4.2.4.3). On obtient la fonction de transfert $T[\Omega]$ en faisant le rapport des spectres de modulation d'intensité transmis $S^t[\Omega_m]$ et incident $S^{in}[\Omega_m]$, la cavité étant maintenue à résonance avec le faisceau. Le résultat est représenté sur la figure 73. Un ajustement Lorentzien permet de déterminer la bande passante ν_{BP} de la cavité, que l'on trouve égale à 200 kHz . Cette mesure expérimentale de la bande passante permet par ailleurs d'estimer la finesse de la cavité $\mathcal{F} = \nu_{ISL}/2\nu_{BP}$, sachant que l'intervalle spectral libre ν_{ISL} est égal à 710 MHz . On trouve une finesse égale à 1780, en bon accord avec la valeur théorique de 1600.

4.5.3 Asservissement et effet de filtrage

L'efficacité du filtrage du bruit d'intensité par la cavité Fabry-Perot dépend aussi de la qualité de l'asservissement qui sert à maintenir la cavité à résonance avec le faisceau incident. L'asservissement que nous avons mis au point repose sur la technique des bandes latérales que nous avons déjà utilisée pour la stabilisation en fréquence du laser sur la cavité FPE (voir section 4.2.2). Le schéma de principe de cet asservissement est tout à fait similaire à celui représenté sur la figure 42 page 102. La seule différence

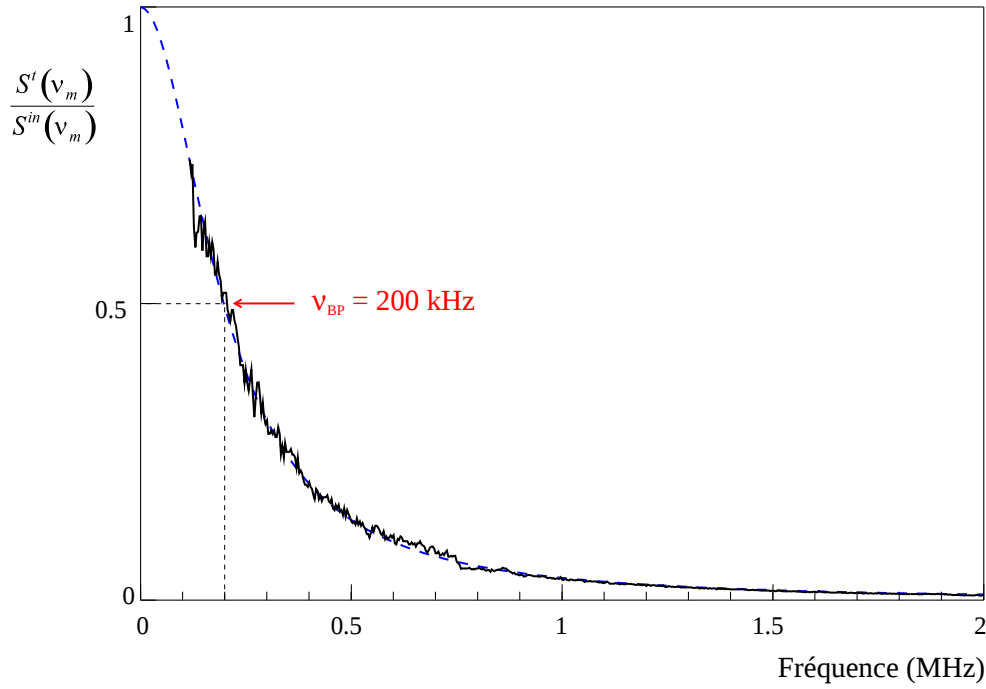


Fig. 73: Fonction de transfert de la cavité de filtrage de grande finesse. L'ajustement Lorentzien en tirets permet de déterminer la bande passante ν_{BP} de la cavité qui est égale à 200 kHz

réside dans le fait que l'asservissement agit sur la cale piézoélectrique de la cavité de filtrage et non sur la fréquence du laser titane saphir.

L'électro-optique utilisé pour moduler la phase du faisceau est un modèle New Focus 4001M résonnant à 12 MHz , monté sur une platine de positionnement New Focus 9071. Le choix de cette fréquence de modulation est lié aux caractéristiques de la cavité de filtrage : elle est grande par rapport à la bande passante de la cavité et petite devant l'intervalle spectral entre modes transverses (110 MHz). D'autre part, il est préférable de choisir une fréquence assez éloignée de la fréquence de 20 MHz utilisée pour l'asservissement en fréquence du laser titane saphir, afin d'éviter d'éventuelles interférences. Le synthétiseur qui pilote l'électro-optique, le mélangeur et le bloc photodiode sont similaires à ceux utilisés pour la cavité FPE, les filtres étant adaptés à la fréquence de modulation de 12 MHz . Le signal d'erreur obtenu à la sortie du mélangeur est utilisé pour agir sur la longueur de la cavité de filtrage de façon à maintenir celle-ci à résonance avec la fréquence du faisceau incident. L'électronique de commande qui pilote la cale piézoélectrique de la cavité est constituée d'un premier intégrateur de pente -6 dB/octave , suivi par un deuxième intégrateur pour des fréquences inférieures à 700 Hz , afin d'augmenter le gain à basse fréquence. Le signal est enfin envoyé sur un amplificateur haute tension ($0\text{-}1000 \text{ V}$) qui pilote la cale piézoélectrique. La résistance de sortie de l'amplificateur haute tension ($460 \text{ k}\Omega$) est choisie de manière à constituer avec la capacité de la cale piézoélectrique (10 nF) un filtre passe-bas de fréquence égale à 35 Hz .

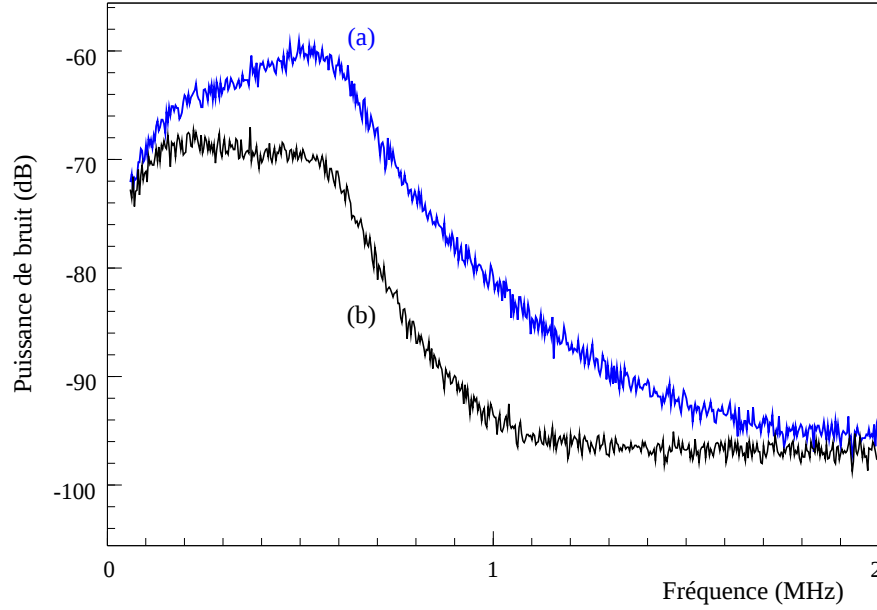


Fig. 74: Spectre de bruit d'intensité du faisceau avant (a) et après (b) le filtrage par la cavité de grande finesse, pour une puissance lumineuse de 4 mW

Lorsque l'asservissement est activé, l'intensité transmise devrait présenter un bruit technique réduit par rapport à celui du faisceau incident. Pour observer cet effet de filtrage du bruit d'intensité, nous avons mesuré les spectres de bruit d'intensité incident et transmis, pour la même intensité moyenne. Les spectres sont obtenus en plaçant un bloc photodiode rapide (*FND100* et préamplificateur rapide transimpédance) avant et après la cavité. La figure 74 montre le résultat de la mesure. La trace (a) représente le spectre de bruit d'intensité du faisceau incident pour une puissance de 4 mW. Comme nous l'avons déjà vu (figure 51), on retrouve ici un bruit technique important pour des fréquences inférieures à 1 MHz et le bruit d'intensité du faisceau n'atteint le bruit de photon standard qu'à des fréquences supérieures à 2 MHz. La trace (b) représente le spectre de bruit d'intensité du faisceau transmis par la cavité pour la même intensité moyenne. Ce spectre montre bien l'effet du filtrage de la cavité sur le bruit technique du faisceau incident. On observe en particulier une réduction de l'ordre de -3 dB à la fréquence de coupure (200 kHz) de la fonction de transfert de la cavité. Au-delà, l'effet de filtrage devient de plus en plus important jusqu'à atteindre -12 dB pour des fréquences voisines de 1 MHz. On obtient ainsi à la sortie de la cavité de filtrage un faisceau de puissance égale à 4 mW et dont le bruit d'intensité rejoint le bruit de photon standard à partir de 1 MHz. Notons enfin que ce résultat dépend de l'intensité moyenne du faisceau (voir équation 4.23) et que l'on peut atteindre la limite du bruit quantique à des fréquences inférieures au mégahertz pour des puissances plus faibles.

5 RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous avons décrit dans le chapitre précédent les différents éléments du montage expérimental et leurs principales caractéristiques. Comme nous l'avons indiqué dans la partie 4.1, la finesse de la cavité à miroir mobile n'est pas suffisante pour mettre en évidence les effets quantiques du couplage optomécanique. Par ailleurs, une telle mise en évidence nécessite de réduire le bruit thermique du miroir mobile. Un cryostat, spécifiquement adapté à notre cavité, est en cours de réalisation. Notre montage nous a cependant permis de réaliser la première étape de l'expérience qui consiste à caractériser le couplage optomécanique dans la cavité. Cette étude est importante afin d'optimiser les caractéristiques optiques et mécaniques de la cavité.

Nous avons aussi pu mettre en évidence l'extrême sensibilité de notre dispositif à des petits déplacements du miroir mobile. Nous avons en particulier observé le mouvement Brownien du miroir mobile. Ce résultat démontre qu'il est possible d'utiliser une cavité de grande finesse pour mener une étude quantitative du bruit thermique d'un résonateur mécanique. Etant donné la sensibilité atteinte, un tel dispositif constitue aussi une alternative intéressante aux dispositifs capacitifs placés sur les barres de Weber[17].

Nous présentons dans ce chapitre l'ensemble de ces résultats expérimentaux. Nous commencerons par présenter le spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile. Ce spectre nous a permis de mettre en évidence le mouvement Brownien du résonateur (partie 5.1). Nous présenterons ensuite les résultats concernant la caractérisation de la réponse mécanique du résonateur (partie 5.2). La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la détermination de la sensibilité de la cavité à des petits déplacements du miroir mobile (partie 5.3).

5.1 Observation du bruit thermique

Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 2 (sections 2.2.3 et 2.4.2), une application de notre montage consiste à mesurer le spectre des fluctuations thermiques du résonateur mécanique à température ambiante. La sensibilité de la cavité devrait nous permettre d'observer non seulement les pics de bruit thermique associés aux

résonances acoustiques du résonateur mais aussi le bruit de fond entre ces résonances. Pour réaliser cette étude, le faisceau laser est maintenu à résonance avec la cavité à l'aide de l'asservissement décrit dans la section 4.2.5. L'intensité du faisceau entrant dans la cavité, qui est égale à $100 \mu W$, est suffisamment faible pour pouvoir négliger les effets de pression de radiation du champ intracavité. On mesure alors les fluctuations de phase du faisceau réfléchi induites par les variations de longueur de la cavité, en verrouillant l'asservissement de l'oscillateur local de manière à ce que les deux faisceaux soient en quadrature de phase : le signal à la sortie du système de détection équilibrée en configuration soustracteur est proportionnel aux fluctuations de phase du faisceau réfléchi (équation 4.34, page 130). Le spectre de bruit ainsi obtenu est la somme du bruit de photon standard correspondant au bruit de phase du faisceau incident et de la contribution associée au déplacement du miroir mobile (voir équation 2.76, page 41).

5.1.1 Acquisition des spectres

L'acquisition de spectres que nous devons réaliser pour observer les pics de bruit thermique est relativement délicate. Ces pics sont en effet étroits : pour une fréquence de résonance de $2 MHz$ et un facteur de qualité de 10^5 , la largeur du pic est égale à $20 Hz$. Par ailleurs, on veut pouvoir explorer systématiquement une large plage de fréquence, supérieure à la bande passante de la cavité à miroir mobile. Ainsi une simple acquisition directe par un analyseur de spectre n'est pas adaptée à cette mesure. Le nombre de points fournis par l'analyseur de spectre que nous utilisons (*HP 8560E*) est limité à 600, et cela quelque soit sa bande d'analyse (*span*) : dans une plage de fréquence de $4 MHz$ ceci correspond à une résolution spectrale d'environ 1 point tous les $7 kHz$.

Pour améliorer cette résolution, on peut diviser la largeur totale d'analyse en plusieurs intervalles plus petits. Mais il faudrait environ 200 intervalles de $20 kHz$ de large pour atteindre une résolution d'un point tous les $30 Hz$. C'est pourquoi nous avons préféré utiliser une méthode d'acquisition plus élaborée, qui permet de réaliser une acquisition sur une plage de fréquence de $500 kHz$ de large avec la résolution souhaitée. Le principe de cette méthode consiste à récupérer le signal fourni par l'analyseur de spectre sur un oscilloscope digital (*TDS420*) synchronisé avec l'analyseur de spectre. Le nombre de points élevé de l'oscilloscope (15000 points) permet de réduire considérablement le nombre d'intervalles, puisque l'on passe à seulement 8 intervalles de largeur égale à $500 kHz$, pour parcourir la plage de fréquence de 0 à $4 MHz$ tout en gardant une résolution d'un point tous les $30 Hz$.

Pour gérer cette acquisition, on utilise un programme informatique qui pilote à la fois l'analyseur de spectre et l'oscilloscope, connectés à un ordinateur PC par une liaison GPIB. Le signal issu du soustracteur-sommeur est envoyé dans l'analyseur de spectre qui fonctionne en mode d'acquisition déclenché (*single sweep*), ce qui permet de contrôler le déclenchement du balayage à partir du programme. On utilise la sortie vidéo de l'analyseur de spectre pour récupérer le spectre sur l'oscilloscope. Pour une résolution spectrale (*rbw*) de l'analyseur de spectre supérieure à $300 Hz$, cette sortie

vidéo fournit un signal analogique qui représente le spectre de bruit. La fréquence d'analyse est balayée de manière linéaire en fonction du temps, la plage de fréquence totale (500 kHz) étant parcourue durant le temps de balayage de l'analyseur de spectre. Le signal fourni à un instant donné correspond à la puissance de bruit à la fréquence d'analyse associée. Ce signal est compris entre 0 et 1 *Volt*, avec un taux de conversion de 9.6 mV/dB , le niveau 1 *Volt* correspondant au niveau de référence (*reference level*) de l'analyseur.

L'acquisition par l'oscilloscope de ce signal est réalisée de manière synchrone en déclenchant ce dernier à partir de la voie de sortie *trigger* de l'analyseur de spectre. Le temps de balayage de l'oscilloscope est choisi un peu plus grand que celui de l'analyseur de spectre, ce qui permet de récupérer le spectre sur toute la plage de fréquence. Dès que l'oscilloscope termine son acquisition, le programme déclenche à nouveau le balayage de l'analyseur de spectre et un nouveau cycle d'acquisition commence. Cette procédure est répétée un certain nombre de fois de façon à moyenniser la trace au niveau de l'oscilloscope (qui fonctionne en mode *average*). Le programme sauvegarde ensuite les données dans un fichier, après avoir converti le signal fourni par l'oscilloscope en *dB*. Enfin, le programme relance toute la procédure d'acquisition pour l'intervalle de fréquence suivant, en augmentant de 500 kHz la fréquence centrale de l'analyseur. La boucle globale d'acquisition se termine lorsque toute la bande de fréquence (de 0 à 4 MHz) a été balayée.

En pratique, la configuration des paramètres de l'analyseur de spectre est la suivante : résolution spectrale (*rbw*) de 300 Hz , bande de fréquence d'analyse (*span*) de 500 kHz , filtre vidéo (*video filter*) de 3 MHz , temps de balayage (*sweep time*) de 14 *secondes*. En ce qui concerne l'oscilloscope, on choisit une base de temps de 50 ms/div , ce qui permet d'acquérir les 15000 points en 15 *secondes*, c'est à dire en un temps un peu plus long que le temps de balayage de l'analyseur de spectre. L'oscilloscope fonctionne d'autre part en mode moyennage (*average*). En choisissant un nombre de moyennes égal à 60, on obtient un spectre de 500 kHz de large en 15 minutes. Pour parcourir l'ensemble de l'intervalle de 0 à 4 MHz par tranches de 500 kHz , il est nécessaire d'acquérir 8 spectres, ce qui correspond à un temps total d'acquisition de 2 heures. Notons que tous les asservissements sont suffisamment efficaces pour assurer une compensation des dérives lentes et un fonctionnement stable du montage durant ce laps de temps.

5.1.2 Spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi

Un point important pour une mesure de spectre de bruit consiste à calibrer le bruit de photon standard. Dans une mesure homodyne, ce bruit correspond au bruit de photon de l'oscillateur local, auquel on a accès en masquant le faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile (voir équation 4.34, page 130). Par ailleurs, nous avons vérifié que le bruit de phase du faisceau réfléchi, lorsque la cavité n'est pas à résonance avec le laser, est égal au bruit de photon standard. Ainsi toute déviation par rapport au

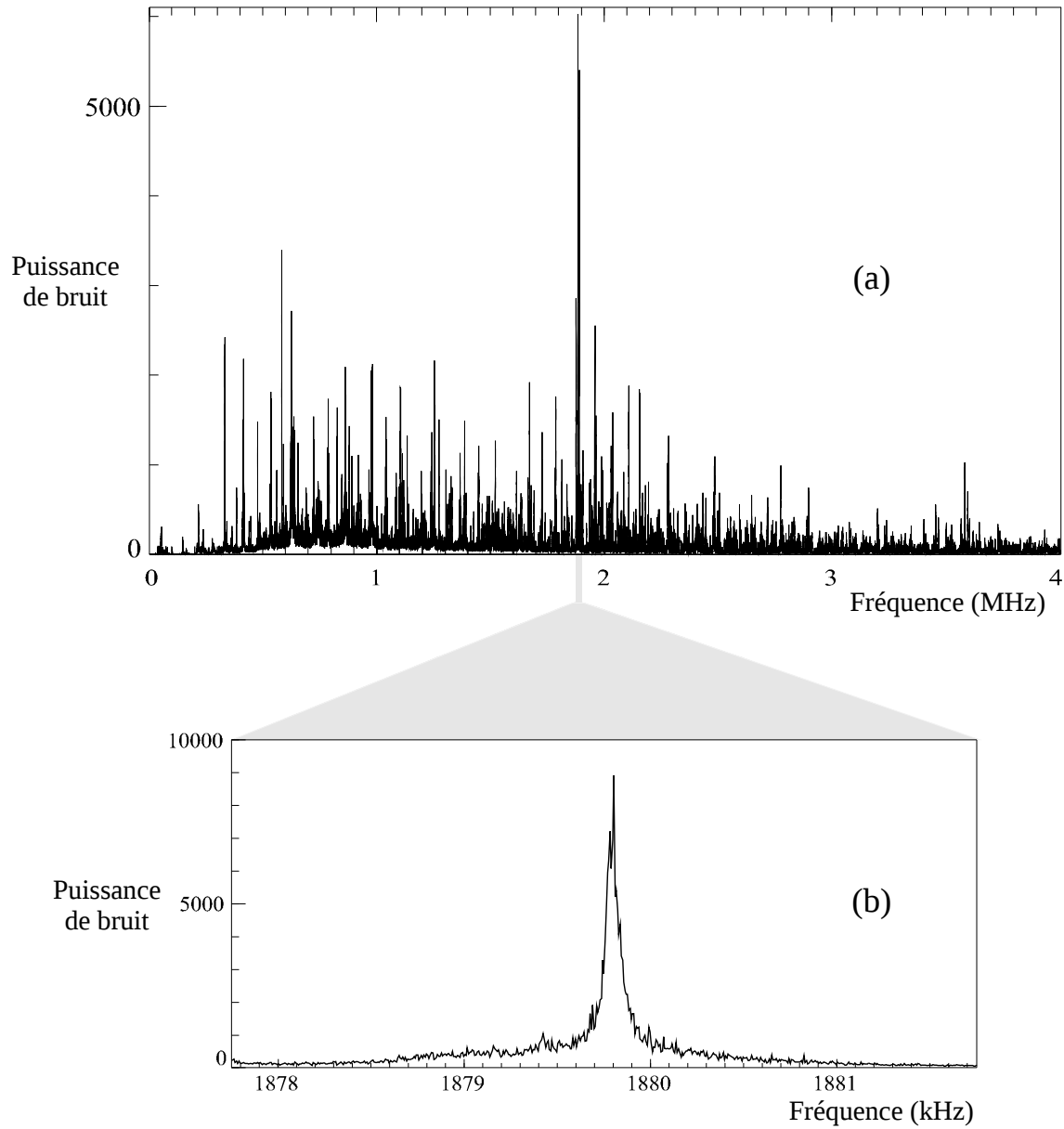


Fig. 75: Spectres normalisés au bruit de photon standard (*shot noise*) des fluctuations de phase du faisceau réfléchi par la cavité à miroir mobile $\{N1, M32\}$. Le spectre (a) a été obtenu par la méthode d'acquisition décrite dans la section précédente alors que le spectre (b) a été obtenu en utilisant uniquement l'analyseur de spectre sur une petite bande de fréquence (4 kHz) autour de la fréquence du mode acoustique fondamental du résonateur

bruit de photon standard que l'on observe dans le bruit de phase du faisceau réfléchi par la cavité à résonance est liée à l'interaction du faisceau avec la cavité.

Le spectre de bruit de phase normalisé au bruit de photon standard, obtenu à résonance avec la cavité à miroir mobile $\{N1, M32\}$ est représenté sur la figure 75a. On constate la présence de nombreux pics de bruit thermique dans la plage de fréquence étudiée, de 0 à 4 MHz . On peut noter aussi la très grande sensibilité de la mesure, puisque les pics sont plusieurs milliers de fois plus grands que le bruit de photon standard. Ce point sera étudié plus en détail dans la partie 5.3.

Ce spectre présente de nombreux pics, en particulier pour des fréquences inférieures à la fréquence de résonance du modes acoustique fondamental du miroir mobile, dont la valeur théorique est de l'ordre de 1.9 MHz . Cela signifie que le faisceau intracavité est sensible au bruit thermique d'éléments autres que le miroir mobile. On peut incriminer essentiellement deux éléments dont les vibrations mécaniques sont susceptibles de modifier la longueur de la cavité : il s'agit du coupleur Newport d'entrée et de l'espaceur entre les deux miroirs. Nous avons cherché à déterminer quels pics sont dus à chacun de ces éléments, en comparant les spectres obtenus avec différentes cavités. Nous avons ainsi utilisé la cavité $\{N1, M32\}$ avec différents espaceurs (cuivre, silice et plexiglass) sans noter de différence appréciable entre les spectres. Par contre le spectre obtenu avec la cavité $\{N1, N2\}$ reproduit la plupart des pics du spectre de la figure 75a, mais le pic le plus élevé, dont la fréquence est voisine de 1.9 MHz , a disparu. Ces résultats semblent indiquer que la plupart des pics sont dus au mouvement Brownien du coupleur d'entrée, tandis que le pic aux alentours de 1.9 MHz est dû au mode fondamental du miroir mobile. Une confirmation de ce résultat sera présentée dans la partie suivante, grâce à l'étude de la réponse mécanique à une excitation optique du miroir mobile et du coupleur d'entrée.

Le spectre de la figure 75b représente le pic de bruit thermique dont la fréquence est voisine de 1.9 MHz . Il a été obtenu directement à l'aide de l'analyseur de spectre, dont la plage de balayage ainsi que la résolution spectrale ont été réduites afin d'améliorer la définition de la résonance. Ainsi, pour une plage de fréquence de 4 kHz autour de la résonance et une résolution spectrale égale à 10 Hz , on peut visualiser la forme de cette résonance. Ce spectre montre par ailleurs qu'il est possible d'observer le bruit thermique même très loin sur les ailes de la résonance puisque ce bruit est toujours bien supérieur au bruit de photon standard. La sensibilité atteinte dans notre montage devrait donc permettre de mener une étude exhaustive du bruit thermique et des mécanismes de dissipation des modes acoustiques internes du résonateur.

5.2 Réponse mécanique du résonateur

Afin d'améliorer la caractérisation des modes acoustiques des miroirs de la cavité, nous avons développé une méthode d'excitation optique utilisant le faisceau arrière dont l'implémentation dans l'expérience a été décrite dans la partie 4.4. Ce faisceau est modulé en intensité à une fréquence variable, ce qui permet d'exciter sélectivement

les différents modes acoustiques du miroir arrière de la cavité. On détecte alors l'effet du mouvement du miroir sur la phase du faisceau réfléchi par la cavité, lorsque celle-ci est résonnante avec le faisceau incident. L'effet du mouvement apparaît au niveau du spectre de phase sous la forme d'un pic de modulation lorsqu'on fait varier la fréquence du synthétiseur qui pilote le modulateur acousto-optique autour d'une fréquence de résonance acoustique. Nous présentons dans cette partie les résultats obtenus pour des fréquences voisines du pic de bruit thermique observé dans la partie précédente (section 5.2.1). Nous décrivons ensuite les résultats concernant les réponses mécaniques du miroir mobile et du coupleur d'entrée, étudiées sur une large plage de fréquence (section 5.2.2).

5.2.1 Le mode acoustique fondamental

Pour déterminer avec précision la réponse mécanique du mode acoustique fondamental du miroir mobile, on mesure à l'aide du système de détection homodyne l'amplitude de modulation pour différentes valeurs de la fréquence de modulation, que l'on fait varier dans une petite bande de fréquence autour de la résonance acoustique. Le résultat obtenu est représenté sur la figure 76a où chaque carré représente la puissance P_{Mod} de la modulation de la phase du faisceau réfléchi par la cavité, sur une plage de fréquence de ± 300 Hz autour de la résonance. Les valeurs obtenues sont normalisées par rapport au bruit de photon standard P_{Shot} de l'oscillateur local. La présence de ce pic de modulation révèle l'existence d'une résonance mécanique du miroir mobile et confirme le fait que le pic de bruit thermique observé sur la figure 75b est bien dû au miroir mobile.

Le spectre de la figure 76b, reproduit ce pic de bruit thermique, normalisé au bruit de photon standard. Comparé au spectre de la figure 75b, la méthode d'acquisition a été améliorée. En particulier, le nombre de moyennage a été augmenté jusqu'à 1000, grâce à un programme qui pilote l'analyseur de spectre et qui effectue un moyennage sur l'ordinateur. La comparaison des deux résonances de la figure 76 indique clairement qu'elles correspondent au même mode acoustique du miroir mobile, puisqu'elles se situent à la même fréquence de résonance et elles ont des largeurs comparables.

Ces résultats permettent d'autre part d'obtenir des informations précises sur les caractéristiques du mode acoustique. La courbe en trait continu de la figure 76a est un ajustement lorentzien des points expérimentaux. On trouve alors que la réponse mécanique est caractérisée par une fréquence de résonance égale à 1879.54 kHz et une largeur à mi-hauteur égale à 90 Hz, ce qui correspond à un facteur de qualité de 21000.

5.2.2 Spectre de modulation

Comme nous venons de le voir, le dispositif d'excitation optique associé au système de détection homodyne permet d'observer avec une grande efficacité la réponse mécanique du résonateur pour des fréquences voisines de la fréquence de résonance d'un mode acoustique. Nous avons généralisé cette méthode afin d'observer la réponse mécanique

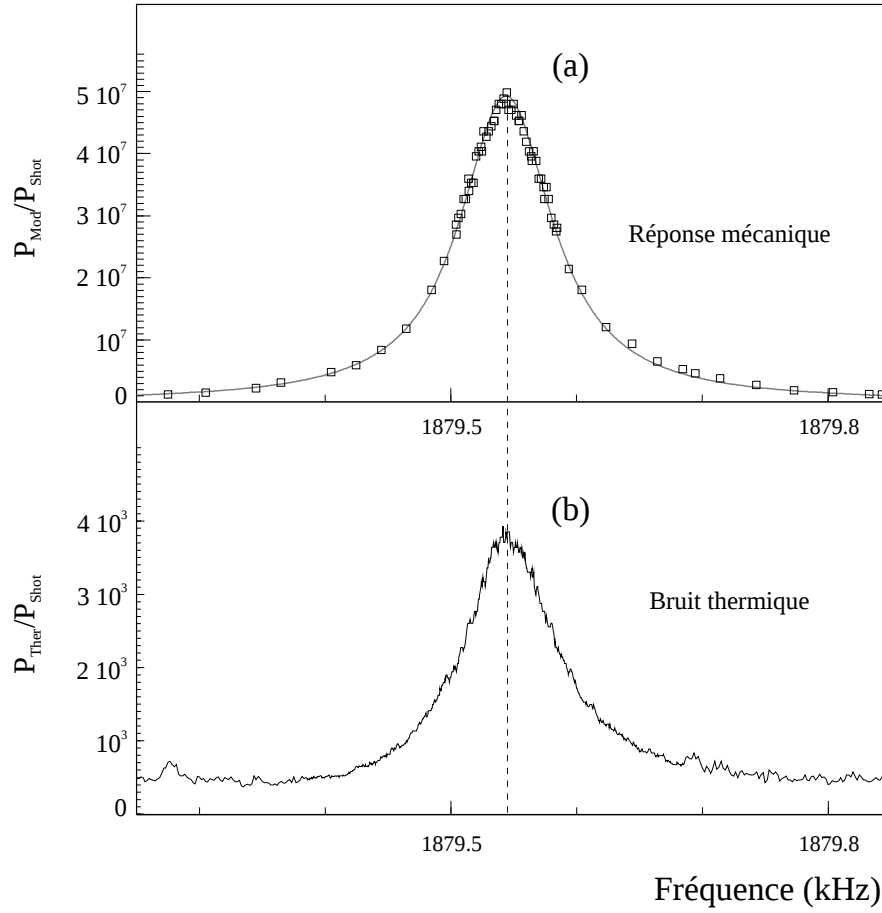


Fig. 76: Comparaison entre la réponse mécanique (a) et le bruit thermique (b) du mode acoustique fondamental du résonateur. L'échelle verticale représente les puissances de bruit normalisées au bruit de photon standard. Chaque carré correspond à la puissance de modulation mesurée sur la phase du faisceau réfléchi, pour une fréquence donnée de la modulation d'intensité du faisceau exciteur. L'ajustement Lorentzien (trait plein) permet de déterminer la fréquence de résonance (1879.54 kHz) et le facteur de qualité (21000)

du résonateur sur une plage de fréquence beaucoup plus large. Ceci permet de rechercher systématiquement les fréquences des modes acoustiques du résonateur. Pour cela on utilise un programme informatique pour piloter à la fois le synthétiseur HF et l'analyseur de spectre. Ce programme permet d'automatiser l'étude de la réponse du résonateur à une excitation optique en contrôlant la fréquence de modulation du faisceau arrière et la fréquence de l'analyseur de spectre. En pratique, le programme fait varier la fréquence du synthétiseur d'une valeur minimale à une valeur maximale, avec un pas donné. Pour chaque fréquence, il lance l'acquisition de l'analyseur de spectre en mode *zero span*, tout d'abord avec la modulation activée, puis sans modulation. Le programme récupère ces deux spectres et en déduit, par moyennage des deux traces, la puissance de bruit thermique et la puissance de modulation. Le processus est répété pour la fréquence suivante, jusqu'à parcourir l'ensemble de la plage de fréquence

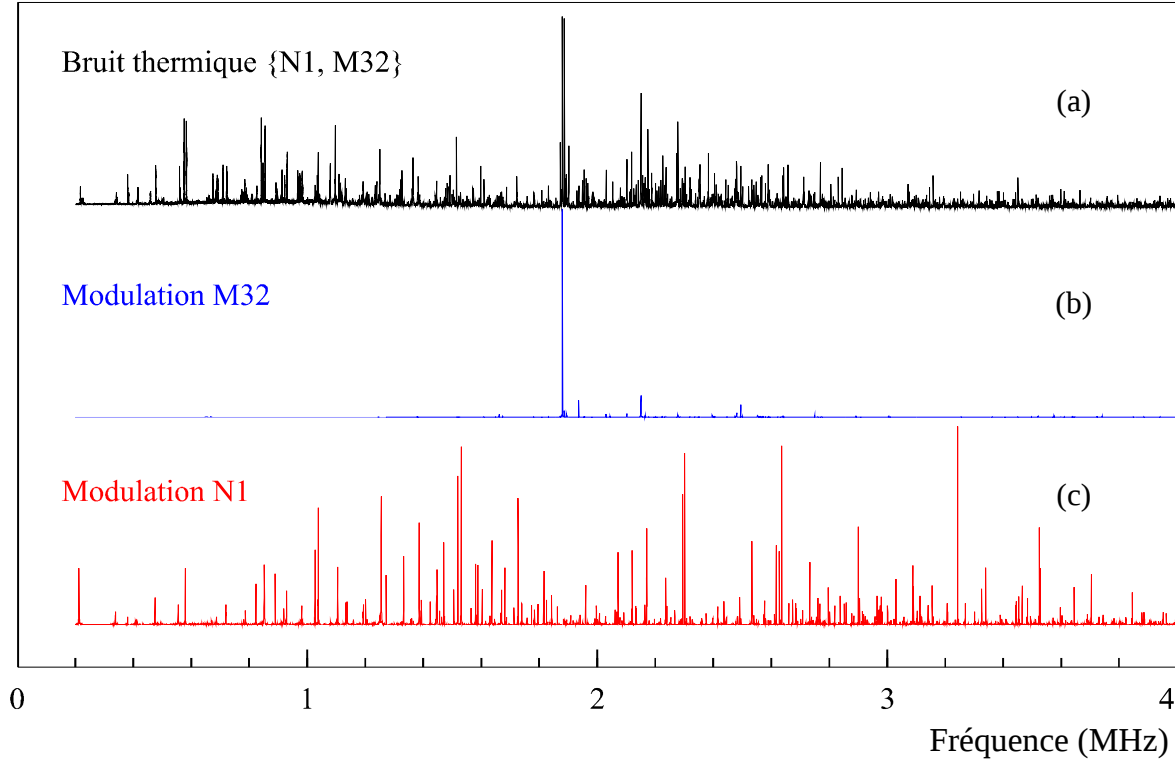


Fig. 77: Comparaison entre le spectre du bruit thermique de la cavité à miroir mobile $\{N1, M32\}$ et les spectres de modulation du miroir mobile $M32$ et du coupleur d'entrée Newport $N1$

désirée. On obtient finalement deux spectres qui correspondent au bruit thermique et à la puissance de modulation.

Les spectres (a) et (b) de la figure 77 représentent le résultat obtenu pour la cavité à miroir mobile $\{N1, M32\}$ pour des fréquences allant de 200 kHz à 4 MHz avec un pas de 100 Hz . On notera que tous les pics qui apparaissent dans le spectre de modulation du miroir mobile $M32$ sont aussi présent dans le spectre de bruit thermique, ce qui permet d'identifier les pics de bruit thermique associés au miroir mobile. Nous avons aussi étudié les modes acoustiques du coupleur d'entrée en utilisant la cavité $\{N2, N1\}$ où le miroir $N1$ est placé à l'arrière de la cavité. Le faisceau arrière excite alors les modes du miroir $N1$. Le spectre de modulation résultant est représenté sur la figure 77c. Il apparaît ainsi que la plupart des pics de bruit thermique du spectre (a) sont en fait dus au coupleur d'entrée Newport de la cavité.

En conclusion, l'excitation optique par le faisceau arrière permet de réaliser une étude détaillée des modes acoustiques des miroirs de la cavité. Cette étude est complémentaire de l'observation directe du bruit thermique. En ce qui concerne notre cavité à miroir mobile, cette étude a montré que la plupart des pics de bruit thermique sont en fait liés aux modes acoustiques du coupleur d'entrée. D'autre part, le mouvement Brownien du miroir mobile ne semble pas correspondre à celui prévu par le calcul théorique présenté dans la section 3.4.2. Seul le mode acoustique fondamental a une influence notable

sur le champ intracavité et son facteur de qualité n'est pas aussi élevé que la valeur prévue pour un résonateur en silice pure. Ceci pourrait être dû à la façon dont sont tenus les miroirs de la cavité. La fixation peut jouer un rôle important dans le comportement mécanique des miroirs, en modifiant la structure des modes et en induisant des processus de dissipation par l'intermédiaire du support. En vue de l'observation des effets quantiques du couplage optomécanique, il est nécessaire d'améliorer le support de la cavité, par exemple en ne tenant les miroirs qu'en trois points situés à 120° l'un de l'autre sur la circonférence du miroir. Quoi qu'il en soit, les méthodes que nous avons développées (observation du bruit thermique et excitation optique du résonateur) s'avèrent des outils performants pour optimiser les caractéristiques mécaniques de la cavité.

5.3 Détermination de la sensibilité

Comme nous l'avons souligné dans les chapitres précédents, la grande finesse de la cavité à miroir mobile permet d'atteindre une très grande sensibilité aux variations de longueur de la cavité. Nous avons cherché à mesurer avec précision cette sensibilité en utilisant une méthode de modulation de fréquence du faisceau incident sur la cavité à miroir mobile. Cette modulation de fréquence se traduit par une modulation de phase du faisceau réfléchi équivalente à l'effet produit par une variation de longueur de la cavité. La phase du faisceau réfléchi est en effet sensible au déphasage $\Psi = 2kx$ du champ dans la cavité. Ainsi, une modulation $\delta\nu_m$ de la fréquence du laser est équivalente à un déplacement δx_m du miroir mobile:

$$\frac{\lambda}{c} \delta\nu_m = \frac{\delta x_m}{L} \quad (5.1)$$

où L est la longueur de la cavité. Le principe de la mesure de la sensibilité consiste donc à comparer les déplacements mesurés à l'effet d'une modulation de fréquence. Cette modulation de fréquence est étalonnée à l'aide d'une cavité de référence qui n'est autre que la cavité de filtrage FPF de la source laser.

5.3.1 Etalonnage de la modulation de fréquence

Pour moduler la fréquence du laser nous utilisons un générateur HF (*HP-8648A*) qui fournit une tension sinusoïdale d'amplitude V_m et de fréquence Ω_m variables. Ce signal pilote l'électro-optique interne du laser titane saphir par l'intermédiaire de l'entrée modulation rapide prévue à cet effet dans le système de préamplification de l'asservissement en fréquence de la source laser (voir figure 45, page 107). On module ainsi la longueur optique de la cavité laser, ce qui se traduit à la sortie du laser titane saphir par une modulation de la fréquence du faisceau avec une amplitude $\delta\nu_m$ qui

dépend linéairement de la tension V_m (dans la plage de tension où le fonctionnement de l'électro-optique est linéaire).

La première étape de la mesure de la sensibilité de la cavité à miroir mobile consiste à déterminer le coefficient de proportionnalité p_ν qui relie l'amplitude de modulation $\delta\nu_m$ à la tension V_m du générateur HF. Afin de réaliser cet étalonnage, on utilise comme cavité de référence la cavité Fabry-Perot FPF dont on connaît précisément la bande passante (voir section 4.2.4). Lorsque la fréquence du faisceau incident est modulée, on observe en transmission une modulation de l'intensité δI_m^t dont l'amplitude dépend de l'amplitude $\delta\nu_m$, du point de fonctionnement de la cavité et de l'effet de filtrage lié à la bande passante Ω_{cav} de la cavité. Plus précisément, le désaccord $\Psi = 2kL$ du champ dans la cavité FPF est modulé à la fréquence Ω_m selon la relation:

$$\Psi(t) = \bar{\Psi} + \delta\Psi_m(t) \quad (5.2a)$$

$$\delta\Psi_m(t) = 4\pi \frac{L}{c} \delta\nu_m \cos(\Omega_m t) \quad (5.2b)$$

où L est la longueur de la cavité et $\delta\Psi_m$ est l'amplitude de modulation à la fréquence Ω_m du désaccord $\Psi(t)$ autour du désaccord moyen $\bar{\Psi}$ qui définit le point de fonctionnement de la cavité. Le champ intracavité est lui-même modulé autour du champ moyen $\bar{\alpha}$. Cette modulation $\delta\alpha_m$ obéit à l'équation différentielle suivante, déduite des équations (2.40a) et (5.2a):

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\alpha_m(t) = (-\gamma + i\bar{\Psi}) \delta\alpha_m(t) + i\bar{\alpha} \delta\Psi_m(t) \quad (5.3)$$

où 2γ représente les pertes totales de la cavité ($\sqrt{\gamma}$ est égal à la transmission en amplitude pour chacun des miroirs dans le cas d'une cavité symétrique et sans perte). Cette équation permet de déterminer la modulation du champ transmis $\delta\alpha_m^t(t) = \sqrt{\gamma} \delta\alpha_m(t)$ et celle de l'intensité transmise $\delta I_m^t(t)$:

$$\delta I_m^t(t) = -\bar{I}^t \frac{2\pi\delta\nu_m}{\Omega_{cav}} \frac{2\bar{\Psi}/\gamma}{\sqrt{(1 + \bar{\Psi}^2/\gamma^2 - \Omega_m^2/\Omega_{cav}^2)^2 + (2\Omega_m/\Omega_{cav})^2}} \cos(\Omega_m t + \varphi) \quad (5.4)$$

avec

$$\tan(\varphi) = -\frac{2\Omega_m/\Omega_{cav}}{1 + \bar{\Psi}^2/\gamma^2 - \Omega_m^2/\Omega_{cav}^2}$$

où $\tau = \gamma/\Omega_{cav}$ est le temps d'aller et retour dans la cavité. Cette relation permet de déterminer l'amplitude de modulation $\delta\nu_m$ de la fréquence du laser, en fonction de la profondeur de modulation $\delta I_m^t/\bar{I}^t$ du faisceau transmis et du point de fonctionnement $\bar{\Psi}$. La pente $p_\nu = \delta\nu_m/V_m$ reliant la modulation de fréquence à la tension de modulation

appliquée sur le laser est donnée par:

$$p_\nu = \frac{\Omega_{cav}}{2\pi V_m} \frac{\delta I_m^t}{\bar{I}^t} \frac{\sqrt{(1 + \bar{\Psi}^2/\gamma^2 - \Omega_m^2/\Omega_{cav}^2)^2 + (2\Omega_m/\Omega_{cav})^2}}{2\bar{\Psi}/\gamma} \quad (5.5)$$

En pratique, la cavité est maintenue à mi-transmission ($\bar{\Psi} \approx \gamma$). Pour cela, nous avons modifié légèrement le fonctionnement de la source laser : l'asservissement de la cavité FPF à résonance est désactivé. On désactive aussi l'asservissement d'intensité et on utilise son électronique (la photodiode *Pd3* placée à la sortie de la cavité FPF et les préamplificateurs, voir figures 47 et 57) pour piloter la cale piézoélectrique de la cavité FPF. Cet asservissement contrôle donc la longueur de la cavité de sorte que l'intensité transmise soit égale à la moitié de sa valeur à résonance. Comme l'intensité incidente est relativement stable, on assure ainsi la stabilité du point de fonctionnement de la cavité. Nous avons vérifié qu'au cours du processus de mesure, aussi bien l'intensité transmise $\bar{I}^t$ (mesurée sur *Pd3*) que le point de fonctionnement $\bar{\Psi}$ ne varient pas de plus d'un pour cent.

Nous avons effectué les mesures pour une fréquence de modulation de 2 *MHz*. La modulation résultante δI_m^t sur le faisceau transmis est mesurée sur l'analyseur de spectre depuis la photodiode *Pd3* qui sert aussi à mesurer le niveau continu $\bar{I}^t$. Nous avons étalonné sa réponse en fréquence en la comparant à celle d'une photodiode FND100 suivie par un amplificateur transimpédance CLC425 (montage similaire à la voie HF de la figure 64, sans capacité de façon à avoir un gain plat entre 0 et 2 *MHz*). On obtient ainsi un gain à 2 *MHz* environ 1.42 fois plus grand que le gain en continu. Le tableau suivant montre les résultats obtenus pour différentes tensions de modulation V_m :

V_m (dBm)	δI_m^t (dBm)	$\delta \nu_m$ (kHz)	p_ν (Hz/mV)
-40	-93.25	0.0685	30.6
-30	-83.33	0.2146	30.4
-20	-73.33	0.679	30.4
-10	-63.56	2.09	29.6
0	-53.58	6.60	29.5
+10	-43.67	20.64	29.2

La modulation de fréquence $\delta \nu_m$ et la pente $p_\nu = \delta \nu_m / V_m$ sont calculées à partir de l'équation (5.5), sachant que l'intensité transmise moyenne $\bar{I}^t$ correspond à 291 *mV* en sortie de *Pd3* et que le point de fonctionnement $\bar{\Psi}$ de la cavité est égal à 1.05. Les

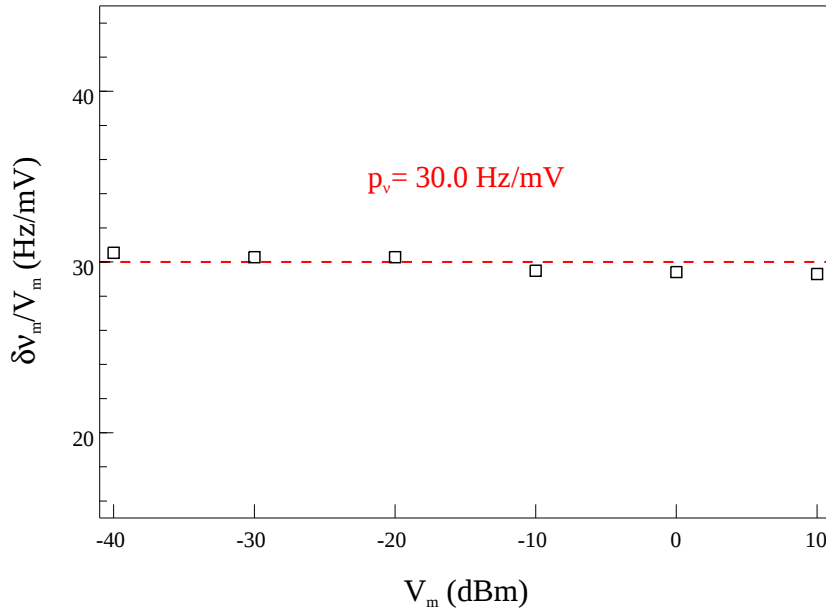


Fig. 78: Variation de l'amplitude de modulation $\delta\nu_m$ de la fréquence du laser, en fonction de l'amplitude V_m de la tension appliquée sur le laser titane saphir. Les carrés représentent les pentes $p_\nu = \delta\nu_m/V_m$ obtenues pour différentes amplitudes V_m . La droite correspond à la valeur moyenne

tensions en *dBm* sont converties en *Volt* grâce à la formule:

$$V_{dBm} = 10 \text{ Log } [20 V_{Volt}^2] \quad (5.6)$$

puisque 0 *dBm* correspond à une puissance d'un milliwatt dans une résistance de charge de 50 Ω . Les valeurs mesurées de δI_m^t sont en plus multipliées par le facteur correctif de 1.42 entre les gains à 2 *MHz* et en continu.

La figure 78 montre le résultat des mesures. Les carrés représentent les valeurs de la pente p_ν pour les différentes valeurs de l'amplitude V_m . On voit que la modulation de fréquence $\delta\nu_m$ est pratiquement linéaire en fonction de l'amplitude V_m , avec une pente moyenne p_ν égale à 30.0 *Hz/mV*. On notera que la précision de ces mesures est très bonne puisque l'écart des points obtenus par rapport à cette valeur moyenne est au plus de 2%. Cet étalonnage permet donc de connaître avec précision l'amplitude de modulation de fréquence $\delta\nu_m$ de la source laser produite par une tension quelconque V_m appliquée à la source laser.

5.3.2 Sensibilité de la cavité de grande finesse

Pour évaluer la sensibilité de la cavité aux variations de sa longueur, on utilise la modulation de fréquence dont l'amplitude a été préalablement étalonnée. Cette modulation de fréquence du faisceau incident se traduit par une modulation de la phase du faisceau réfléchi que l'on peut mesurer grâce au système de détection homodyne.

On peut de cette façon déterminer l'évolution de l'amplitude V_φ de cette modulation en fonction de la tension V_m appliquée au laser. La connaissance de la pente $p_\varphi = V_\varphi/V_m$ permet alors d'associer une amplitude de modulation de phase V_φ du faisceau réfléchi à une tension V_m qui correspond, comme nous l'avons vu dans la section précédente, à une amplitude de modulation de fréquence $\delta\nu_m$ bien définie. Nous savons par ailleurs que cette modulation de fréquence est équivalente à une amplitude de modulation δx_m de la longueur L de la cavité (équation 5.1):

$$\delta x_m = \frac{\lambda L}{c} \delta\nu_m = \frac{\lambda L}{c} \frac{p_\nu}{p_\varphi} V_\varphi \quad (5.7)$$

Il est donc possible, connaissant p_ν et p_φ , de déterminer la variation de longueur équivalente associée à un niveau de bruit de phase quelconque du faisceau réfléchi par la cavité.

La pente p_φ caractérise la sensibilité de la cavité à une modulation de fréquence du laser. Elle dépend donc de la puissance du faisceau incident et des caractéristiques de la cavité, telles que la finesse et la bande passante. Nous avons mesuré p_φ pour une cavité constituée par un miroir Newport plan à l'entrée (noté Np) et le miroir Newport $N1$, déjà utilisé comme coupleur pour la cavité à miroir mobile. Les caractéristiques de cette cavité ont été déterminées en suivant les procédures décrites dans la section 4.1.4. La bande passante ν_{BP} est égale à 1.9 MHz , le coefficient de réflexion à résonance $\tilde{\mathcal{R}}_0$ est égal à 10.1% et l'intervalle spectral libre $\Delta\lambda$ vaut $3.11 \text{ \AA}$. Ces valeurs permettent de déterminer la finesse de la cavité $\mathcal{F} = 37240$, sa longueur $L = 1.06 \text{ mm}$, le coefficient de transmission du miroir plan $T_p = 60 \text{ ppm}$ et les pertes totales de la cavité $T_p + T_1 + P_p + P_1 = 169 \text{ ppm}$. Le tableau suivant présente les mesures réalisées avec cette cavité, pour une puissance incidente de $100 \text{ }\mu\text{W}$:

$V_m \text{ (dBm)}$	$V_\varphi \text{ (dBm)}$	$V_\varphi \text{ (}\mu\text{V)}$	$p_\varphi \text{ (}\times 10^{-3}\text{)}$
sans modul	-108	0	-
-50	-83.75	14.49	20.5
-40	-73.5	47.25	21.1
-30	-63.5	149.4	21.1
-20	-53.5	472.6	21.1

Les valeurs de V_φ en dBm sont mesurées à l'aide de l'analyseur de spectre, à la fréquence Ω_m de modulation de 2 MHz , avec une résolution spectrale de 1 Hz . Ces valeurs sont converties en *Volt* (troisième colonne du tableau) à partir de l'équation (5.6), en retranchant la puissance de bruit thermique donnée par la première ligne (sans modulation).

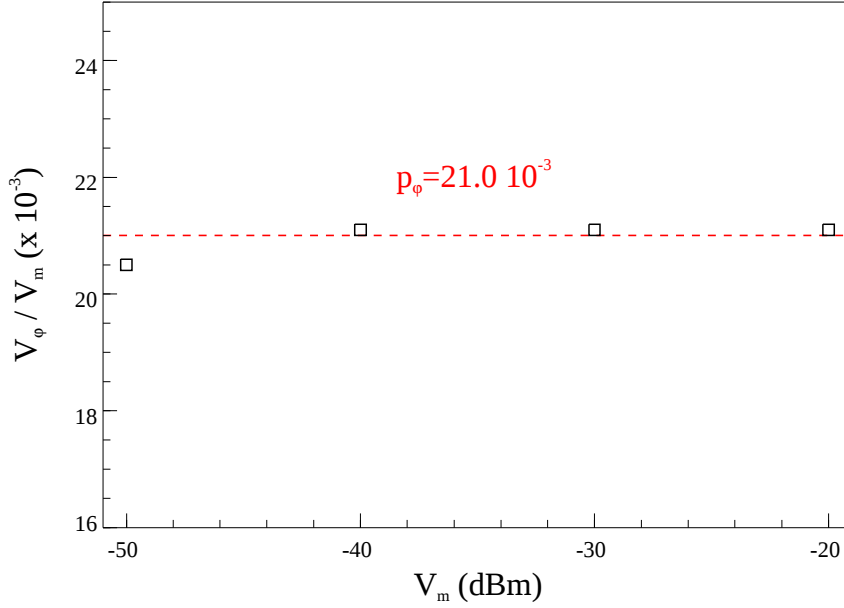


Fig. 79: Variation en fonction de la tension de modulation V_m du rapport entre l'amplitude V_ϕ de la modulation de phase du faisceau réfléchi par la cavité et la tension de modulation V_m . Les carrés représentent les valeurs obtenues pour différentes tensions V_m . La droite correspond à la valeur moyenne

Les valeurs résultantes de la pente $p_\phi = V_\phi/V_m$ sont représentées par des carrés sur la figure 79. A partir de ces valeurs on peut déduire la pente p_ϕ qui correspond à la valeur moyenne représentée par la droite en tirets. On obtient une pente égale à $p_\phi = 21.0 \cdot 10^{-3}$. Ces résultats permettent de calibrer les mesures effectuées par l'analyseur de spectre. D'après l'équation (5.7), une tension V_ϕ sur l'analyseur correspond à un déplacement δx_m des miroirs de la cavité donnée par:

$$\delta x_m / V_\phi = 4.09 \cdot 10^{-12} \text{ m/V} \quad (5.8)$$

Grâce à cette calibration, il est maintenant possible de déterminer la sensibilité de la mesure du bruit thermique présentée dans la partie 5.1. Cette mesure est en effet limitée par le bruit de photon standard de l'oscillateur local. Nous avons mesuré la tension de bruit $V_\phi^{\min}$ correspondant à ce bruit quantique en plaçant la cavité hors résonance. L'analyseur de spectre ayant une résolution spectrale de 1 Hz , la valeur mesurée sur l'analyseur en dBm correspond en fait à une tension de bruit qui s'exprime en $\text{Volt}/\sqrt{\text{Hz}}$. On trouve ainsi une tension de bruit $V_\phi^{\min}$ égale à $67.1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. A partir de l'équation (5.8), on en déduit que la limite de sensibilité de la mesure du bruit thermique correspond à un déplacement des miroirs:

$$\delta x_{\min} = 2.74 \cdot 10^{-19} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (5.9)$$

Cette sensibilité est pratiquement comparable à celle prévue pour l'interféromètre gravitationnel VIRGO. On peut noter par ailleurs qu'il est possible d'améliorer encore cette sensibilité en utilisant des miroirs de qualité optique supérieure à celle des miroirs commerciaux Newport afin d'augmenter la finesse de la cavité, ou en augmentant la puissance lumineuse incidente.

5.3.3 Comparaison avec la théorie

On peut comparer la valeur mesurée de $\delta x_{\min}$ à celle obtenue théoriquement en utilisant le résultat des calculs effectués dans la partie 2.4. Les calculs théoriques que nous avons menés supposent cependant que la cavité est sans perte, ce qui n'est pas le cas expérimentalement. La présence de pertes réduit l'influence des déplacements des miroirs dans le spectre de bruit de phase du faisceau réfléchi. Les pertes peuvent être modélisées par une transmission non nulle du miroir arrière de la cavité. Les équations d'entrée-sortie des fluctuations du champ (équations 2.58a et 2.58b, page 32) s'écrivent alors à résonance:

$$(\gamma_1 + \gamma_2 - i\Omega\tau) \delta\alpha[\Omega] = \sqrt{2\gamma_1} \delta\alpha^{in}[\Omega] + \sqrt{2\gamma_2} \delta\alpha^v[\Omega] + 2ik\bar{\alpha} \delta x[\Omega] \quad (5.10a)$$

$$\delta\alpha^{out}[\Omega] = \sqrt{2\gamma_1} \delta\alpha[\Omega] - \delta\alpha^{in}[\Omega] \quad (5.10b)$$

où $2\gamma_1 = T_p$ est la transmission du coupleur d'entrée, $2\gamma_2 = T_1 + P_p + P_1$ représente les pertes dans la cavité, et $\delta\alpha^v$ sont les fluctuations du vide couplées à la cavité par l'intermédiaire des pertes. Le champ intracavité moyen $\bar{\alpha}$ est relié au champ incident $\bar{\alpha}^{in}$ par l'équation:

$$\bar{\alpha} = \frac{\sqrt{2\gamma_1}}{\gamma_1 + \gamma_2} \bar{\alpha}^{in} \quad (5.11)$$

Les fluctuations de la quadrature de phase δq^{out} du champ réfléchi (équation 2.73, page 40) sont reliées au déplacement δx et aux fluctuations incidentes δq^{in} et δq^v :

$$(\gamma_1 + \gamma_2 - i\Omega\tau) \delta q^{out} = (\gamma_1 - \gamma_2 + i\Omega\tau) \delta q^{in} + \sqrt{4\gamma_1\gamma_2} \delta q^v + 4\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \bar{\alpha}^{in} k \delta x \quad (5.12)$$

Cette équation permet de déterminer le spectre de phase S_q^{out} du champ réfléchi, sachant que les spectres S_q^{in} et S_q^v des fluctuations incidentes $\delta\alpha^{in}$ et $\delta\alpha^v$ sont tous deux égaux à 1:

$$S_q^{out}[\Omega] = 1 + \frac{256}{1 + (\Omega/\Omega_{cav})^2} \frac{\mathcal{F}^2 \bar{I}^{in}}{\lambda^2} \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \right)^2 S_x[\Omega] \quad (5.13)$$

La sensibilité $\delta x_{\min}$ à une fréquence d'analyse Ω correspond au déplacement qui fournit un signal du même ordre de grandeur que le bruit de photon standard (terme 1 dans l'équation 5.13):

$$\delta x_{\min}[\Omega] = \frac{\lambda}{16\mathcal{F}\sqrt{\bar{I}^{in}}} \sqrt{1 + (\Omega/\Omega_{cav})^2} \left(\frac{T_p + T_1 + P_p + P_1}{T_p} \right) \quad (5.14)$$

Comparée à l'expression obtenue pour la cavité sans perte (équation 2.77, page 41), la sensibilité est diminuée dans la proportion de la transmission du coupleur d'entrée comparée aux pertes totales de la cavité.

En utilisant les valeurs expérimentales des paramètres de la cavité, on obtient une sensibilité optimale $\delta x_{\min}$ à une fréquence de 2 MHz égale à $2.76 \cdot 10^{-19} m/\sqrt{Hz}$. Si on compare cette valeur théorique à celle obtenue expérimentalement (équation 5.9), on constate un écart de moins d'un pourcent. Ceci montre que l'ensemble de nos mesures expérimentales, que ce soit la mesure de la sensibilité ou celle des paramètres de la cavité, sont très précises.

Notons enfin que la bande passante de la cavité réduit la sensibilité à haute fréquence (équation 5.14) : à 2 MHz , la sensibilité est environ $\sqrt{2}$ fois moins bonne qu'à basse fréquence. Nous avons donc repris l'ensemble de la procédure de mesure de la sensibilité à une fréquence de modulation égale à 500 kHz . D'après l'expression (5.14), on devrait obtenir à cette fréquence une sensibilité égale à $\delta x_{\min} = 1.96 \cdot 10^{-19} m/\sqrt{Hz}$. L'étalonnage sur la cavité FPF donne une pente p_ν égale à 84.6 Hz/mV . La mesure de la modulation de phase réfléchiée par la cavité $\{Np, N1\}$ donne une pente p_φ égale à $58.4 \cdot 10^{-3}$, tandis que le niveau du bruit de photon standard $V_\varphi^{\min}$ est égal à 46.8 $nV/\sqrt{Hz}$. On trouve ainsi que la sensibilité $\delta x_{\min}$ mesurée à 500 kHz est égale à:

$$\delta x_{\min} = 1.95 \cdot 10^{-19} m/\sqrt{Hz} \quad (5.15)$$

On remarque ici encore l'excellent accord avec la valeur théorique, qui prouve la précision de nos mesures expérimentales.

Notons pour terminer qu'afin de faciliter la comparaison entre la théorie et l'expérience, la tension de bruit $V_\varphi^{\min}$ correspond au bruit de photon seulement. En fait, le bruit du bloc de détection intervient aussi dans la détermination de la sensibilité expérimentale. A 2 MHz , ce bruit électronique correspond à une tension de 22.4 $nV/\sqrt{Hz}$. La tension de bruit $V_\varphi^{\min}$ correspondant au bruit total (électronique plus bruit de photon standard) est donc de 70.7 $nV/\sqrt{Hz}$. Ceci a pour effet d'augmenter légèrement la valeur du déplacement $\delta x_{\min}$ correspondant à la sensibilité expérimentale. On trouve ainsi, pour les deux fréquences étudiées:

$$\delta x_{\min} [500kHz] = 2.09 \cdot 10^{-19} m/\sqrt{Hz} \quad (5.16a)$$

$$\delta x_{\min} [2MHz] = 2.89 \cdot 10^{-19} m/\sqrt{Hz} \quad (5.16b)$$

La prise en compte du bruit électronique du bloc de détection modifie de moins de 10% la valeur mesurée de la sensibilité. Il est par ailleurs possible de réduire l'influence du bruit électronique en augmentant l'intensité de l'oscillateur local. Ceci a pour effet d'augmenter le niveau du bruit de photon et de rendre la contribution du bruit électronique encore plus faible.

6 CONCLUSION

Nous avons présenté une étude théorique et expérimentale du couplage optomécanique dans une cavité de grande finesse dont l'un des miroirs est susceptible de se déplacer sous l'effet de la pression de radiation du champ intracavité. Nous avons tout d'abord mené une étude théorique de ce couplage dans le cadre d'un modèle monodimensionnel, où le champ est décrit comme une onde plane et le miroir mobile comme un oscillateur harmonique (système pendulaire). Nous avons montré qu'un tel dispositif peut être utilisé pour mettre en évidence les effets quantiques dus à la pression de radiation. Il est ainsi possible de contrôler les fluctuations de la lumière en produisant des états comprimés, ou encore de créer des corrélations quantiques entre la position du miroir mobile et l'intensité lumineuse. Nous avons d'autre part montré la grande sensibilité d'une telle cavité à des petits déplacements du miroir mobile. Une application directe de cette sensibilité consiste à mesurer le bruit thermique du miroir ou encore à réaliser une mesure quantique non destructive de l'intensité lumineuse.

Cette étude nous a permis de dégager les paramètres essentiels qui caractérisent l'efficacité du couplage optomécanique. Nous avons ainsi montré que les effets liés à la pression de radiation sont significatifs lorsque le déplacement moyen du miroir mobile produit par la pression de radiation moyenne est de l'ordre de la largeur de la résonance optique. Cette condition fait intervenir à la fois les caractéristiques optiques et mécaniques de la cavité. Elle impose en particulier une grande finesse, une puissance lumineuse incidente élevée, et une masse du miroir aussi petite que possible. La contribution des effets thermiques au déplacement du miroir mobile doit aussi être négligeable comparée à celle liée aux fluctuations quantiques de la pression de radiation. Afin de réduire le bruit thermique, il est nécessaire de travailler à basse température, avec un miroir mobile dont le facteur de qualité et la fréquence de résonance sont élevés.

L'ensemble de ces contraintes nous a amené à choisir comme miroir mobile un résonateur mécanique constitué d'un substrat en silice de structure plan-convexe de 1.5 mm d'épaisseur. Nous avons présenté dans ce mémoire les caractéristiques du couplage optomécanique avec un tel résonateur, en développant un modèle théorique qui tient compte de la présence des différents modes acoustiques internes du résonateur et de la structure tridimensionnelle du résonateur et du faisceau gaussien. Nous avons montré qu'il est possible de se ramener à une description monodimensionnelle, en intégrant la structure spatiale dans une susceptibilité effective qui décrit l'effet sur

le champ de la réponse mécanique à la pression de radiation intracavité. Nous avons mis en évidence l'importance de l'adaptation spatiale entre les modes optique et acoustique, et nous avons défini la masse effective du résonateur qui décrit l'amplitude du couplage optomécanique à basse fréquence. Cette masse dépend de la section du faisceau et peut être beaucoup plus petite que la masse totale du miroir.

Au cours de ce travail de thèse, nous avons réalisé une expérience qui doit permettre de mettre en évidence les effets quantiques du couplage optomécanique. Le montage expérimental est composé d'une cavité de grande finesse à miroir mobile, d'une source laser très stable construite autour d'un laser titane saphir, d'un système de détection homodyne qui permet de mesurer le bruit quantique de n'importe quelle quadrature du faisceau réfléchi, et enfin d'un dispositif permettant d'exciter optiquement les modes acoustiques du résonateur. Un ensemble de mesures nous a permis de déterminer avec une grande précision les caractéristiques optiques de la cavité. Nous avons ainsi mesuré la finesse de la cavité, la transmission et les pertes du coupleur d'entrée et les pertes totales du miroir mobile. Les finesesses obtenues avec les différents miroirs que nous avons utilisés sont comprises entre 30000 et 47000.

Nous avons pu démontrer l'extrême sensibilité de notre cavité pour la mesure de petits déplacements du miroir mobile. Nous avons en particulier observé le bruit thermique du miroir mobile. Nous avons aussi mis en évidence la présence de nombreux pics de bruit thermique qui indiquent que le champ intracavité est sensible au mouvement Brownien d'éléments autres que le miroir mobile. En comparant les spectres obtenus avec différentes cavités, nous avons montré que la plupart des pics sont dus au mouvement Brownien du coupleur d'entrée. Pour déterminer avec certitude quels pics sont dus au miroir mobile et au coupleur d'entrée, nous avons réalisé une étude de la réponse mécanique des deux miroirs à une excitation optique. En excitant sélectivement les différents modes acoustiques du miroir, on obtient des informations précises sur les caractéristiques de ces modes. Nous avons en particulier déterminé la fréquence de résonance du mode acoustique fondamental du miroir mobile ainsi que son facteur de qualité.

Nous avons enfin déterminé la sensibilité de la mesure du bruit thermique. Pour cela, nous avons utilisé une modulation de fréquence du faisceau incident dont l'amplitude a été préalablement étalonnée. Les résultats obtenus permettent d'associer un déplacement équivalent (en $m/\sqrt{Hz}$) à une tension de bruit mesurée sur la phase du faisceau réfléchi. On trouve que le plus petit déplacement observable, dans une plage de fréquence comprise dans la bande passante de la cavité, est de $2 \cdot 10^{-19} m/\sqrt{Hz}$. Cette sensibilité est pratiquement comparable à celle prévue pour les interféromètres gravitationnels. Elle peut par ailleurs être améliorée en utilisant des miroirs de meilleure qualité optique. Nous avons aussi comparé la valeur mesurée de la sensibilité à celle obtenue théoriquement en tenant compte des caractéristiques de la cavité. Le très bon accord entre ces deux valeurs montre que l'ensemble de nos mesures expérimentales sont très précises.

Les méthodes expérimentales que nous avons développées s'avèrent des outils performants pour déterminer les caractéristiques optiques et mécaniques de la cavité à

miroir mobile. Les résultats obtenus permettent d'identifier les paramètres à optimiser en vue d'une mise en évidence expérimentale des effets quantiques du couplage optomécanique. Les améliorations à apporter au montage expérimental concernent essentiellement la qualité optique et la réponse mécanique des miroirs.

La finesse de la cavité est limitée par les pertes des miroirs, qu'il s'agisse des coupleurs commerciaux ou des miroirs mobiles dont l'état de surface ne permet pas d'atteindre le niveau de perte souhaité de quelques *ppm*. L'utilisation de miroirs de meilleurs qualité optique devrait permettre d'atteindre des finesesses de l'ordre de 10^5 . D'autre part, la puissance lumineuse incidente est limitée à quelques centaines de microwatts, du fait de la faible tenue au flux des coupleurs d'entrée. Les traitements multidiélectriques récents ont une tenue au flux bien meilleure, de l'ordre de plusieurs dizaines de kilowatts par centimètre carré. Ces améliorations devraient non seulement augmenter les effets de pression de radiation mais aussi la sensibilité de la cavité aux déplacements du miroir.

En ce qui concerne les caractéristiques mécaniques de la cavité, les études réalisées sur le bruit thermique du résonateur montrent que la réponse mécanique du miroir mobile ne correspond pas à celle prévue par la théorie, aussi bien en ce qui concerne la présence des différents modes acoustiques que pour le facteur de qualité du mode fondamental. La fixation du miroir joue certainement un rôle important dans le comportement mécanique du résonateur puisqu'elle modifie la structure des modes et elle induit des processus de dissipation par l'intermédiaire du support. C'est pourquoi il semble nécessaire de modifier le système de fixation du miroir mobile. On peut par exemple tenir le miroir sur sa circonférence par trois points situés à 120° l'un de l'autre.

L'observation du bruit thermique pour les différentes cavités que nous avons réalisées montre par ailleurs que le fond thermique est pour l'essentiel dû au coupleur Newport. On peut déterminer théoriquement l'apport relatif des deux miroirs au fond thermique. Le bruit thermique à basse fréquence est en effet proportionnel à la susceptibilité effective. Les résultats du chapitre 3 montrent que la susceptibilité effective du miroir mobile est égale à $\chi_{eff}[\Omega \approx 0] = 1/M_{eff}\Omega_M^2 \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ m/N}$ alors que celle du coupleur d'entrée est égale à $3.5 \cdot 10^{-10} \text{ m/N}$ [53]. En supposant l'angle de perte identique pour les deux miroirs, le fond thermique dû au miroir mobile devrait donc être environ 100 fois plus grand que celui induit par le coupleur Newport. Ce désaccord avec l'expérience traduit ici encore le fait que les modes acoustiques du miroir mobile sont modifiés par le système de fixation. L'amélioration de la fixation devrait donc permettre d'accroître la réponse mécanique du miroir mobile, et en comparaison de rendre celle du coupleur d'entrée négligeable. Notons enfin qu'il est possible d'éliminer complètement les problèmes causés par le coupleur d'entrée en utilisant une cavité constituée de deux miroirs mobiles, dont la face plane aurait un rayon de courbure de l'ordre du mètre de façon à obtenir une cavité optique stable. Ceci aurait pour effet de supprimer tous les pics de bruit thermique dûs actuellement au coupleur Newport.

Grâce à ces améliorations, il devrait être possible de réaliser une étude plus précise du bruit thermique et des mécanismes de dissipation, en excitant optiquement le résonateur très loin sur les ailes des résonances acoustiques. On pourra en partic-

ulier avoir accès à l'évolution de l'angle de perte $\Phi[\Omega]$ en fonction de la fréquence. Enfin, l'amélioration de la qualité optique des miroirs et de la réponse mécanique du résonateur devrait permettre de rendre observable, à basse température, les effets quantiques de la pression de radiation.

Bibliographie

- [1] Les conséquences du formalisme quantique et l'existence des fluctuations quantiques ont été discutées dès les années 1930 par Bohr, Heisenberg ou encore Von Neumann. Voir par exemple:
"Quantum theory and measurement", Eds. J. A. Wheeler and W. H. Zurek (Princeton University Press, 1983).
- [2] On peut trouver une description des propriétés des états non classiques du champ électromagnétique dans les articles de revue et numéros spéciaux suivants:
a- D.F. Walls, *"Squeezed states of light"*, Nature (London) **306**, 141 (1983).
b- J. Mod. Opt. **34**, 709 (1987), special issue on *"Squeezed Light"*, eds. R. Loudon and P. Knight.
c- J. Opt. Soc. Am. **B4**, 1449 (1987), special issue on *"Squeezed States of the Electromagnetic Field"*, eds. H.J Kimble and D.F Walls.
d- Appl. Phys. **B55**, N°3 (1992), special issue on *"Quantum Noise Reduction in Optical Systems"*, eds. E. Giacobino and C. Fabre.
e- S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino and C. Fabre, *"Quantum fluctuations in optical systems"*, Progress in Optics **XXX**, ed. E. Wolf (North-Holland, 1992), p. 1.
- [3] Introduction aux mesures quantiques non destructives et application à la détection mécanique des ondes gravitationnelles (barre de Weber):
a- V. B. Braginsky, Yu. I. Vorontsov, *"Quantum-mechanical limitations in macroscopic experiments and modern experimental technique"*, Sov. Phys. Usp. **17**, 644 (1975) [Usp. Fiz. Nauk. **114**, 41 (1974)]
b- V. B. Braginsky, *"Resolution in macroscopic measurements : progress and prospects"*, Sov. Phys. Usp. **31**, 836 (1988) [Usp. Fiz. Nauk. **156**, 93 (1988)].
c- V. B. Braginsky, Y. I. Vorontsov and K. S. Thorne, *"Quantum Non Demolition Measurements"*, Science **209**, 547 (1980).
d- C. M. Caves, K. S. Thorne, R. W. P. Drever, V. D. Sandberg, and M. Zimmermann, *"On the measurement of weak classical force coupled to a quantum-mechanical oscillator. I. Issues of principle"*, Rev. Mod. Phys. **52**, 341 (1980).
e- W. G. Unruh, *"Quantum nondemolition and gravity-wave detection"*, Phys. Rev. **D19**, 2888 (1979).
- [4] Les références qui suivent présentent les premières expériences de mesure QND dans le domaine de l'optique. Les milieux non linéaire utilisés sont respectivement une fibre optique, un amplificateur paramétrique optique et un jet atomique:
a- M. D. Levenson, R. M. Shelby, M. Reid and D. F. Walls, *"Quantum Nondemolition Detection of Optical Quadrature Amplitudes"*, Phys. Rev. Lett. **57**, 2473 (1986).
b- A. La Porta, R.E. Slusher and B. Yurke, *"Back-Action Evading Measurements*

- of an Optical Field Using Parametric Down Conversion*", Phys. Rev. Lett. **62**, 28 (1989).
- c-** P. Grangier, J-F. Roch and G. Roger, "*Observation of Backaction-Evading Measurement of an Optical Intensity in a Three-Level Atomic Nonlinear System*", Phys. Rev. Lett. **66**, 1418 (1991).
- [5] Les différentes techniques de détection interférométrique des ondes gravitationnelles sont présentées dans les articles et livres suivants. Les deux dernières références décrivent plus spécifiquement les projets VIRGO et LIGO:
- a-** K. S. Thorne, "*Gravitational-Waves research : Current status and future prospects*", Rev. Mod. Phys. **52**, 285 (1980).
- b-** "*Quantum Optics, Experimental Gravity, and Measurement Theory*", eds. P. Meystre and M. O. Scully (Plenum Press, New York, 1983).
- c-** P. Hello, "*Optical aspects of interferometric gravitational-wave detectors*", Progress in Optics **XXXVIII**, ed. E. Wolf (North-Holland, 1998).
- d-** C. Bradaschia *et al*, "*The VIRGO project : A wide band antenna for gravitational wave detection*", Nucl. Instrum. Meth. **A289**, 518 (1990).
- e-** A. Abramovici *et al*, "*The Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory*", Science **256**, 325 (1992).
- [6] Etude théorique du bruit thermique des modes de vibration interne des miroirs dans un interféromètre:
- a-** F. Bondu, J.-Y. Vinet, "*Mirror thermal noise in interferometric gravitational-wave detectors*", Phys. Lett. **A198**, 74 (1995).
- b-** A. Gillespie and F. Raab, "*Thermally excited vibrations of the mirrors of laser interferometer gravitational-wave detectors*", Phys. Rev. **D52**, 577 (1995).
- c-** F. Bondu, P. Hello, J.-Y. Vinet, "*Thermal noise in mirrors of interferometric gravitational wave antennas*", Phys. Lett. **A246**, 227 (1998).
- [7] Utilisation des états comprimés pour améliorer la sensibilité d'une mesure interférométrique:
- a-** M. Xiao, L. Wu, and J. Kimble, "*Precision Measurement beyond the Shot-Noise Limit*", Phys. Rev. Lett. **59**, 278 (1987).
- b-** P. Grangier, R. E. Slusher, B. Yurke, and A. LaPorta, "*Squeezed-Light-Enhanced Polarization Interferometer*", Phys. Rev. Lett. **59**, 2153 (1987).
- [8] M. J. Sparnaay, "*Measurements of attractive forces between flat plates*", Physica **XXIV**, 751 (1958).
- [9] Etude théorique de la limite quantique dans les mesures interférométriques:
- a-** C. M. Caves, "*Quantum-Mechanical Radiation-Pressure Fluctuations in an Interferometer*", Phys. Rev. Lett. **45**, 75 (1980).
- b-** C. M. Caves, "*Quantum-mechanical noise in an interferometer*", Phys. Rev. **D23**, 1693 (1981).

-
- c- M. T. Jaekel and S. Reynaud, " *Quantum Limits in Interferometric Measurements*", Europhys. Lett. **13**, 301 (1990).
- [10] L. Lugiato, " *Theory of optical bistability*", Progress in Optics **XXI**, ed. E. Wolf (North-Holland, 1984), p. 71.
- [11] Etude expérimentale et théorique de la bistabilité induite par la pression de radiation dans une cavité Fabry-Perot:
- a- A. Dorsel, J. D. McCullen, P. Meystre and E. Vignes, " *Optical bistability and mirror confinement induced by radiation pressure*", Phys. Rev. Lett. **51**, 1550 (1983).
- b- P. Meystre, E. M. Wright, J. D. McCullen and E. Vignes, " *Theory of radiation-pressure-driven interferometers*", J. Opt. Soc. Am. **B2**, 1830 (1985).
- [12] S. Reynaud, C. Fabre, E. Giacobino, and A. Heidmann, " *Photon noise reduction by passive optical bistable systems*", Phys. Rev. **A40**, 1440 (1989).
- [13] Production d'état comprimé par mélange à quatre ondes:
- a- R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz and J. F. Valley, " *Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity*", Phys. Rev. Lett. **55**, 2409 (1985).
- b- A. Lambrecht, T. Coudreau, A. M. Steinberg and E. Giacobino, " *Squeezing with cold atoms*", Europhys. Lett. **36**, 93 (1996).
- [14] C. Fabre, M. Pinard, S. Bourzeix, A. Heidmann, E. Giacobino, and S. Reynaud, " *Quantum noise reduction using a cavity with a movable mirror*", Phys. Rev. **A49**, 1337 (1994).
- [15] Les deux références qui suivent présentent deux schémas possibles de mesure QND de l'intensité avec une cavité à miroir mobile. Le premier schéma utilise une détection capacitive, alors que le second utilise une détection optique :
- a- M. Pinard, C. Fabre and A. Heidmann, " *Quantum-nondemolition measurement of light by a piezoelectric crystal*", Phys. Rev. **A51**, 2443 (1995).
- b- A. Heidmann, Y. Hadjar, M. Pinard, " *Quantum nondemolition measurement by optomechanical coupling*", Appl. Phys. **B64**, 173 (1997).
- [16] J. Weber, " *Detection and generation of gravitational waves*", Physical review **177**, 306 (1960).
- [17] Proposition d'utiliser une cavité optique de grande finesse comme transducteur sur les barres de Weber:
- L. Conti *et al*, " *Optical transduction chain for gravitational wave bar detectors*", Rev. Sci. Instrum. **69**, 554 (1998).
- [18] On pourra trouver une description des différents transducteurs capacitifs, et une liste complète de références dans:

-
- M. F. Bocko and R. Onofrio, " *On the measurement of a weak classical force coupled to a harmonic oscillator: experimental progress*", Rev. Mod. Phys. **68**, 755 (1996).
- [19] A. Heidmann and S. Reynaud, " *Photon noise reduction by reflection from a movable mirror*", Phys. Rev. **A50**, 4237 (1994).
- [20] Représentation corpusculaire de la lumière et étude de ses propriétés statistiques:
a- M. C. Teich and B. E. A. Saleh, " *Photon bunching and antibunching*", Progress in Optics **XXVI**, ed. E. Wolf (North-Holland, 1988), p. 1.
b- R. Loudon, " *The Quantum Theory of Light*" second edition (Oxford University Press, 1983).
- [21] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, " *Cours de physique théorique : physique statistique*" (Mir, 1967).
- [22] Δx_T et Δx sont des variances de nature différentes et il n'est pas tout à fait justifié de les comparer. Un calcul plus rigoureux des ordres de grandeur montre que Δx_T doit en fait être de l'ordre de $\sqrt{Q}\Delta x$. Voir:
A. Heidmann, réf. **19**.
- [23] E. P. Wigner, " *On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium*", Phys. Rev. **40**, 749 (1932).
- [24] On trouvera une présentation de la méthode semi-classique ainsi que quelques applications dans les articles suivants:
a- S. Reynaud and A. Heidmann, " *A semiclassical linear input output transformation for quantum fluctuations*", Opt. Comm. **71**, 209 (1989).
b- C. Fabre, S. Reynaud, " *Fundamental Systems in Quantum Optics*", 1990 Les Houches Lectures, eds. by J. Dalibard, J.M. Raymond and J. Zinn-Justin (North-Holland, Amsterdam, 1992), p. 675.
c- S. Reynaud *et al*, réf **2e**.
d- A. Ekert and P. Knight, " *Relationship between semiclassical and quantum-mechanical input-output theories of optical response*", Phys. Rev. **A43**, 3934 (1991).
- [25] Voir C. Bradaschia *et al*, réf. **5d**.
- [26] Voir A. Abramovici *et al*, réf. **5e**.
- [27] La courbe de la figure 11 a été tracée en utilisant les résultats de la thèse de F. Bondu, " *Etude du bruit thermique et stabilisation en fréquence du laser du détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles VIRGO*", Thèse de l'université Paris-Sud, janvier 1996.
- [28] L'utilisation de la détection homodyne pour mesurer des fluctuations quantiques de la lumière est présentée dans:

-
- a-** U. Leonhardt and H. Paul, " *Measuring the quantum state of light*", Prog. Quant. Elect. **19**, 89 (1995).
- b-** S. Reynaud *et al*, réf. **2e**.
- [29] J. Mertz, T. Debuisschert, A. Heidmann, C. Fabre and E. Giacobino, " *Improvements in the observed intensity correlation of optical parametric oscillator twin beams*", Opt. Lett. **16**, 1234 (1991).
- [30] W. H. Richardson, S. Machida, and Y. Yamamoto, " *Squeezed Photon-Number Noise and Sub-Poissonian Electrical Partition Noise in a Semiconductor Laser*", Phys. Rev. Lett. **66**, 2867 (1991).
- [31] P. Turrenc, N. Deruelle, " *Effects of the time delays in a non linear pendular Fabry-Perot*", Ann. Phys. (Paris) **10**, 241 (1985).
- [32] Pour l'équation de Navier-Stokes dans les liquides, voir:
- a-** L. D. Landau, E. M. Lifshitz, " *Mécanique des fluides*", chap **II**, §**15** (Mir, 1971).
- Dans les solides, la dissipation liée à une force de frottement visqueux coïncide formellement avec celle dans les liquides:
- b-** L. D. Landau, E. M. Lifshitz, " *Cours de physique théorique: Théorie de l'élasticité*", chap **V**, §**33**, 2^e édition (Mir, 1990).
- [33] Les deux références suivantes présentent les résultats expérimentaux de la mesure de l'angle de perte pour les modes de vibration des fil de suspension d'un miroir, et pour un pendule de torsion:
- a-** A. Gillespie and F. Raab, " *Suspension losses in the pendula of laser interferometer gravitational-wave detectors*", Phys. Lett. **A190**, 213 (1994).
- b-** G. I. Gonzalez and P. R. Saulson, " *Brownian motion of a torsion pendulum with internal friction*", Phys. Lett. **A201**, 12 (1995).
- [34] Le comportement en fréquence de l'angle de perte peut s'expliquer par un modèle qui repose sur le caractère anélastique de la réponse dynamique d'un solide à une excitation extérieure. Voir:
- a-** C. Zener, " *Elasticité et anélasticité des métaux*" (Dunod, Paris, 1955).
- b-** P. R. Saulson, " *Thermal noise in mechanical experiments*", Phys. Rev. **D42**, 2437 (1990).
- c-** A. S. Nowick and B. S. Berry, " *Anelastic Relaxation in Crystalline Solids*" (Academic Press, New York, 1972).
- [35] On trouvera une analyse complète des modes gaussiens en optique dans:
- a-** H. W. Kogelnik and T. Li, " *Laser Beams and Resonators*", Appl. Opt. **5**, 1550 (1966).
- b-** H. W. Kogelnik, E. P. Ippen, A. Dienes, and C. V. Shak, " *Astigmatically*

-
- Compensated Cavities for CW Dye Lasers*", IEEE Journal of Quantum Electronics **QE-8**, 373 (1972).
- [36] On peut montrer que la diffusion dans les autres modes de la cavité se traduit comme des pertes pour le mode fondamental. Ces pertes sont d'autant plus petites que la finesse de la cavité est grande. Voir par exemple:
J-M. Courty and A. Lambrecht, " *Transverse-mode coupling in a Kerr medium*", Phys. Rev. **A54**, 5243 (1996).
- [37] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, " *Cours de physique théorique: Théorie de l'élasticité*", 2^e édition (Mir, 1990).
- [38] L'expression de l'énergie potentielle se déduit de la densité lagrangienne $\mathcal{L} = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_p$ qui décrit le champ des déplacements de tout élément de volume du résonateur. Voir par exemple:
L. D. Landau, réf. **37**, chap **I**, §4.
- [39] Une approche théorique des modes acoustiques gaussiens, ainsi qu'une comparaison avec les résultats obtenus expérimentalement par rayons X sont présentés dans:
C. J. Wilson, " *Vibration modes of AT-cut convex quartz resonators*", J. Phys. **D: Appl. Phys.** **7**, 2449 (1974).
- [40] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, " *Table of integrals*", series and products (Academic Press, 1981).
- [41] Voir par exemple:
a- B. Capelle, J. Detaint, J. Schwartzel, Y. Zheng, A. Zarka, " *Synchrotron radiation X ray topography study of lateral field resonators*", Proceedings of the 6th European Frequency and Time Forum, March 1992 (ESA, Netherlands), p. 105.
b- D. S. Stevens and H. F. Tiersten, " *An analysis of doubly rotated quartz resonators utilising essentially thickness modes with transverse variation*", J. Acoust. Soc. Am. **79**, 1811 (1986).
c- C. J Wilson, réf. **39**.
- [42] A. El Hatbi, A. Zarka and F. Bastien, " *Physical limitation on the quality factor of quartz resonators*", J. Acoust. Soc. Am. **94**, 917 (1993).
- [43] Une théorie scalaire reliant la rugosité à la diffusion à été proposée par:
H. E. Bennett and J. O. Porteus, " *Relation between surface roughness and specular reflectance*", J. Opt. Soc. Am. **51**, 123 (1961).
- [44] On trouvera une description détaillée du dispositif interférométrique ainsi que de nombreuses références concernant d'autres dispositifs utilisés pour mesurer la rugosité des surfaces superpolies dans:
P. Gleyzes et A. C. Boccard, " *Profilométrie picométrique par interférométrie de polarisation. I. L'approche monodétecteur*", J. Optics (Paris) **25**, 207 (1990).

-
- [45] Description de la méthode D.I.B.S. et étude des propriétés des couches déposées: M. Cervo, G. Carter, " *Ion-beam and dual ion-beam sputter deposition of tantalum oxide films*", Opt. Eng. **34**, 596 (1995).
 - [46] C. Amra, " *Calculs et mesures de diffusion appliqués à l'étude de la rugosité dans les traitements optiques multicouches*", J. Optics (Paris) **21**, 83 (1990).
 - [47] F. Biraben et P. Labastie, " *Balayage d'un laser à colorant continu monomode sur 150 GHz*", Opt. Comm. **41**, 49 (1982).
 - [48] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, P. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, H. Ward, " *Laser Phase and Frequency Stabilization using an Optical Resonator*", Appl. Phys. **31**, 97 (1983).
 - [49] Voir H. W. Kogelnik and T. Li, réf. **35a**.
 - [50] De manière générale le facteur de Mandel Q [Ω] décrit les corrélations temporelles entre les photons. Il décrit aussi bien un excès de bruit ($Q > 0$ pour une statistique super-Poissonienne) qu'une réduction de bruit ($Q < 0$ pour une statistique sub-Poissonienne) par rapport au bruit de photon standard. Voir:
 - S. Reynaud *et al*, réf. **2e**, p. 37.
 - M. C. Teich, réf. **20a**, p. 104.
 - [51] La mesure du bruit de photon standard à l'aide d'une détection équilibrée peut aussi s'interpréter en tenant compte des fluctuations du vide entrant par la 2^eseconde entrée du cube séparateur de polarisation. Voir par exemple: S. Reynaud *et al*, réf. **2e**, p. 7.
 - [52] La seconde voie d'entrée du cube CP2 sépare de la même manière les composantes de polarisations orthogonales des fluctuations du vide. Celles-ci ne sont cependant pas couplées aux champs lumineux car elles sont orthogonales aux faisceaux lumineux dans chacune des voies de sortie.
 - [53] La susceptibilité effective du coupleur d'entrée a été déterminée à l'aide du programme CYPRES développé par F. Bondu et J.-Y. Vinet. Voir : F. Bondu *et al*, réf **6a**.