



**HAL**  
open science

# Spectroscopie de l'atome d'hydrogène. Vers une mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S.

Gaëtan Hagel

► **To cite this version:**

Gaëtan Hagel. Spectroscopie de l'atome d'hydrogène. Vers une mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S.. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001. Français. NNT: . tel-00000848

**HAL Id: tel-00000848**

**<https://theses.hal.science/tel-00000848>**

Submitted on 24 Oct 2001

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# TABLE DES MATIÈRES

Table des matières . . . . .	1
Introduction . . . . .	5
<b>1. La spectroscopie de l'hydrogène . . . . .</b>	<b>7</b>
1.1 Du modèle de Bohr à l'électrodynamique quantique . . . . .	7
1.2 Les expériences menées depuis 1980 . . . . .	10
1.3 La situation actuelle . . . . .	13
1.3.1 La constante de Rydberg . . . . .	14
1.3.2 Le déplacement de Lamb du niveau fondamental $L_{1S}$ . . . . .	15
1.3.3 Pour aller plus loin ... . . . .	17
1.4 Schéma de l'expérience . . . . .	18
<b>2. Les différentes sources laser : description, performances . . . . .</b>	<b>19</b>
2.1 Le laser source et ses asservissements . . . . .	19
2.1.1 Le laser titane-saphir . . . . .	19
2.1.2 Les asservissements du laser titane-saphir . . . . .	22
2.1.3 Balayage et positionnement en fréquence du laser . . . . .	27
2.1.4 Les lasers étalons . . . . .	29
2.2 Les doublages de fréquence . . . . .	33
2.2.1 Le doublage de fréquence . . . . .	33
2.2.2 Le premier doublage de fréquence : la cavité LBO . . . . .	38
2.2.3 Le second doublage de fréquence : la cavité BBO . . . . .	49
2.2.4 Problèmes rencontrés avec le second doublage de fréquence : l'effet photoréfractif . . . . .	67
<b>3. Le signal atomique . . . . .</b>	<b>75</b>
3.1 La cavité de surtension et le jet atomique . . . . .	75
3.1.1 La cavité optique de surtension . . . . .	75
3.1.2 Le jet atomique . . . . .	77
3.1.3 Lumière parasite : essai de différentes buses . . . . .	78
3.1.4 Asservissement de la cavité sur le faisceau à 205 nm . . . . .	79
3.2 La détection du signal . . . . .	82
3.2.1 L'optique de détection . . . . .	83

---

3.2.2	L'électronique de détection . . . . .	86
3.3	Enregistrement et dépouillement du signal . . . . .	88
3.3.1	Les programmes d'acquisition . . . . .	88
3.3.2	Dépouillement des signaux expérimentaux . . . . .	90
3.4	Les limitations . . . . .	94
3.4.1	Les différentes sources de bruit . . . . .	94
3.4.2	Effet de la surmodulation de la cavité BBO . . . . .	95
3.5	Mise en place de bobines . . . . .	101
3.5.1	Conception de bobines tenant compte des limitations imposées . . . . .	101
3.5.2	Écoulement et échauffement de l'eau . . . . .	103
3.5.3	Homogénéité du champ magnétique créé . . . . .	104
<b>4.</b>	<b>Vers une mesure de la distribution de vitesse . . . . .</b>	<b>107</b>
4.1	L'effet Doppler du second ordre . . . . .	107
4.1.1	Présentation . . . . .	107
4.1.2	Méthodes traditionnelles permettant de s'affranchir de l'effet Doppler du second ordre . . . . .	108
4.2	Principe d'une méthode originale . . . . .	109
4.2.1	La transition 1S-3S en champ magnétique . . . . .	109
4.2.2	L'effet Stark motionnel . . . . .	110
4.3	Calcul de la fluorescence émise . . . . .	114
4.3.1	Introduction au calcul . . . . .	114
4.3.2	Calcul pour un seul niveau couplé . . . . .	115
4.3.3	Généralisation à 2 puis N niveaux couplés . . . . .	119
4.3.4	Prise en compte du décalage Doppler au second ordre .	121
4.3.5	Intégration sur la distribution de vitesse . . . . .	121
4.4	Exploitation des résultats théoriques . . . . .	122
4.5	Les mesures expérimentales avec le champ magnétique . . . .	124
4.5.1	Étalonnage du champ magnétique . . . . .	124
4.5.2	La mesure en champ magnétique . . . . .	127
<b>5.</b>	<b>Perspectives . . . . .</b>	<b>131</b>
5.1	La chaîne de fréquence du L.P.T.F . . . . .	131
5.1.1	La révolution des lasers femtosecondes . . . . .	131
5.1.2	La mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S	132
5.2	Quelle précision obtiendrait-on aujourd'hui ? . . . . .	134
5.3	Les possibilités d'amélioration . . . . .	135
	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>139</b>

<b>Annexe</b> . . . . .	141
A  Calcul approché du décalage Doppler produit par la surmodulation de la cavité BBO . . . . .	141
B  Le diagramme Zeeman hyperfin de l'atome d'hydrogène . . . . .	144
B.1  Hamiltonien hyperfin sans champ magnétique . . . . .	144
B.2  Hamiltonien Zeeman . . . . .	145
C  Calculs des éléments de matrice de l'hamiltonien Stark . . . . .	149
D  Valeurs numériques obtenues à 181 gauss . . . . .	152
<b>Bibliographie</b> . . . . .	157



# INTRODUCTION

Voilà maintenant presque vingt ans, François Biraben et Lucile Julien démarrent une expérience de spectroscopie à haute résolution de l'atome d'hydrogène. Cette expérience utilisera les techniques d'excitation à deux-photons sans effet Doppler déjà familières dans le laboratoire grâce aux travaux de l'équipe de Bernard Cagnac dans les années 70. Le choix des transitions étudiées se porte tout d'abord vers des transitions depuis le niveau métastable 2S, qui ont l'avantage considérable de se trouver dans un domaine de longueurs d'onde visibles et d'être accessibles à partir des sources lasers accordables, tels les lasers à colorants et les lasers titane-saphir depuis les années 90.

Petit à petit, l'expérience est améliorée. Les déterminations de la constante de Rydberg ne cessent de progresser en précision. Pour cela, les domaines de compétence de l'équipe se multiplient : l'utilisation des sources lasers, les techniques d'asservissements, les mesures de fréquences (interférométriques au début de l'expérience devenues mesures absolues depuis), les calculs précis des formes de raies ... Depuis quelques années, cette expérience sur les transitions depuis le niveau métastable semble avoir atteint une de ses limites dues au nombre d'atomes disponibles dans le niveau 2S. En parallèle, depuis 1993, une expérience utilisant des atomes d'hydrogène dans leur niveau fondamental a été développée. Dans un premier temps cette partie de l'expérience est utilisée pour la comparaison des fréquences des transitions 1S-3S et 2S-6S/6D qui a conduit à une détermination du déplacement de Lamb du niveau fondamental en 1995. Mon travail de thèse a été consacré à l'étude de la transition 1S-3S. En effet, les limitations rencontrées avec les transitions depuis le niveau métastable ne sont pas les mêmes pour cette transition.

L'objectif de mon travail de thèse était de mesurer la fréquence absolue de la transition 1S-3S avec une précision de l'ordre du kilohertz. Pour cela, il était nécessaire d'améliorer le rapport signal à bruit de l'expérience. La mesure de la fréquence absolue de cette transition nécessite également une bonne connaissance du décalage Doppler au second ordre. La seconde partie de mon travail de thèse a donc consisté à mettre en place une méthode originale permettant la détermination de cet effet.

Le premier chapitre de ce manuscrit commence par quelques rappels sommaires sur le calcul des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. Il se pour-

suit par la description de quelques expériences de spectroscopie de cet atome et par un bilan des déterminations actuelles de la constante de Rydberg et du déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène. Enfin, les motivations qui ont conduit à l'étude de la transition 1S-3S ainsi que le schéma général de cette expérience sont y sont détaillés.

La description du montage expérimental est scindée entre les deuxième et troisième chapitres. Plus particulièrement, le chapitre 2 détaille les parties de l'expérience permettant de générer la radiation à 205 nm, nécessaire à l'excitation de la transition 1S-3S à deux-photons. Ainsi ce chapitre contient la description du laser titane-saphir, de ses asservissements et celle des deux cavités de doublage de fréquence. On verra le rôle déterminant du second doublage de fréquence et les problèmes dus à un effet photoréfractif limitants pour cette expérience.

Le troisième chapitre est consacré à la partie de l'expérience relative à l'observation du signal atomique, de sa détection et de son traitement tant électronique qu'informatique. On y trouvera également la description de la mise en place de bobines dont l'utilité sera décrite dans le quatrième chapitre.

Ce quatrième chapitre regroupe les calculs et les mesures qui ont permis une première détermination du décalage Doppler du second ordre sur cette expérience. Les effets induits par l'application d'un champ magnétique et par le champ électrique motional seront détaillés, ainsi que les calculs relatifs à l'influence de ces effets sur la fluorescence à 656 nm (3S-2P) que nous détectons. Enfin, la mesure de la distribution de vitesse et la détermination expérimentale du décalage Doppler au second ordre seront commentées.

Pour finir, le dernier chapitre de ce manuscrit aborde la mesure absolue de fréquence et donne une estimation de la précision potentielle sur une telle mesure dans l'état actuel de l'expérience. Les possibilités d'amélioration sont également regroupées dans ce chapitre.

# 1. LA SPECTROSCOPIE DE L'HYDROGÈNE

Comme il est l'atome le plus simple, l'atome d'hydrogène a joué un rôle historique important dans la comparaison entre théorie et expérience. Je fais dans ce premier chapitre un bilan rapide des connaissances théoriques que l'on a aujourd'hui de cet atome. Je présente également un bilan non-exhaustif des expériences réalisées sur l'hydrogène depuis une vingtaine d'années. Enfin, je décris l'expérience sur laquelle j'ai travaillé durant cette thèse ainsi que les motivations qui nous ont conduits à la réaliser.

## 1.1 Du modèle de Bohr à l'électrodynamique quantique

La connaissance du spectre optique de l'atome d'hydrogène a débuté au 19ème siècle. Dès 1885 Balmer trouve une formule empirique pour calculer la longueur d'onde des raies visibles, celles de la série dite de Balmer. En 1889, Rydberg étend cette formule aux autres séries en l'écrivant sous la forme :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (1-1)$$

où  $R_H$  est la constante de Rydberg et  $n$  et  $p$  deux nombres entiers. Pour  $n = 2$ , on retrouve la formule de Balmer.

Il faudra attendre 1913 pour que Bohr retrouve cette formule en utilisant un modèle où l'électron tourne sur une orbite circulaire autour d'un proton immobile de masse infinie. En introduisant une condition de quantification, inspirée des travaux de Planck, Bohr calcule les niveaux d'énergie  $E_n$  de l'atome d'hydrogène :

$$E_n = -\frac{m e^4}{2 n^2 \hbar^2} \quad (1-2)$$

où  $m$  est la masse de l'électron,  $\hbar$  la constante de Planck  $h$  divisée par  $2\pi$  et  $e$  est liée à la charge  $q$  de l'électron par  $e^2 = q^2/4\pi\epsilon_0$ . Le nombre entier  $n$  sera appelé par la suite nombre quantique principal. De cette expression, il déduit

les longueurs d'onde des transitions entre deux niveaux de  $n$  différents, ainsi que la constante de Rydberg pour un noyau de masse infinie :

$$R_\infty = \frac{m e^4}{4\pi\hbar^3 c} \quad (1-3)$$

Les débuts de la mécanique quantique et l'équation de Schrödinger vont redonner exactement la même formule pour les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. Il faudra bien sûr la corriger pour tenir compte de la masse finie du noyau. Cependant, on sait déjà qu'elle n'est pas satisfaisante car elle n'explique pas la constatation expérimentale de Michelson et Morley qui dès 1887 ont montré que la raie Balmer- $\alpha$  est en fait constituée d'un doublet. Cette structure fine ne sera expliquée qu'en 1928 par la théorie de Dirac.

La théorie de Dirac prend en compte le caractère relativiste de l'électron. En effet, la vitesse de celui-ci ne peut pas être négligée devant celle de la lumière  $c$ . L'équation obtenue par Dirac fait apparaître la structure fine. Les niveaux d'énergie (pour un noyau de charge  $-Zq$ ) dépendent à présent de deux nombres quantiques : le nombre quantique principal  $n$  et le nombre quantique  $J$  associé au moment cinétique total de l'électron  $\mathbf{J}=\mathbf{L}+\mathbf{S}$ . Ils s'écrivent :

$$E_{n,J} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z\alpha}{n-\varepsilon_J}\right)^2}} - mc^2 \quad (1-4)$$

où  $\alpha$  est la constante de structure fine ( $\alpha = e^2/\hbar c$ ) et

$$\varepsilon_J = J + \frac{1}{2} - \sqrt{\left(J + \frac{1}{2}\right)^2 - (Z\alpha)^2} \quad (1-5)$$

L'équation de Dirac est en général utilisée sous la forme d'un développement limité en puissance de  $\alpha^2$  :

$$E_{n,J} = -\frac{mc^2(Z\alpha)^2}{2n^2} \left[ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n^2} \left( \frac{n}{J + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right] \quad (1-6)$$

La dépendance en  $1/n^3$  de la correction de structure fine apparaît immédiatement dans cette expression. Si la théorie de Dirac prend en compte le caractère quantique et relativiste de l'électron, elle ne permet pas de tenir compte de manière exacte de la masse finie du noyau. Dans les équations ci-dessus, la masse du noyau est toujours considérée comme infinie. Pour tenir compte de cette masse finie, on remplace dans l'équation de Dirac la masse de l'électron par la masse réduite  $\mu = \frac{mM}{m+M}$  du système électron-proton ( $M$  étant la masse du proton).

D'autres corrections devront être apportées à l'énergie des niveaux ainsi obtenue. La première est une correction relativiste due au recul du noyau. Elle est d'ordre  $\alpha^2$  par rapport à l'énergie du niveau fondamental de l'hydrogène. Son expression est assez simple :

$$E_n(\text{recul}) = -\frac{\mu^2 c^2}{M+m} \frac{(Z\alpha)^4}{8n^4} \quad (1-7)$$

Les niveaux d'énergie ainsi calculés sont de la forme  $E_{n,J}^\mu + E_n(\text{recul})$ . Ils ne dépendent que de  $n$  et de  $J$ , mais pas du nombre quantique  $L$  associé au moment cinétique orbital  $\mathbf{L}$ . D'après cette théorie, les niveaux d'énergie de mêmes  $n$  et  $J$  mais de  $L$  différents devraient être dégénérés.

En 1947, l'expérience historique de Lamb et Retherford montre une différence d'énergie de l'ordre de 1 GHz ([Lamb 47]) entre les niveaux  $2S_{1/2}$  et  $2P_{1/2}$  de l'atome d'hydrogène, ce qui est contraire à la théorie de Dirac. C'est l'électrodynamique quantique qui expliquera cette différence appelée déplacement de Lamb. Je ne rentrerai pas dans les détails de cette théorie. Simplement, elle introduit la quantification du champ électromagnétique auquel un atome, même isolé, est toujours soumis. De nouveaux phénomènes apparaissent :

- l'émission et l'absorption virtuelles de photons qui donnent des termes d'auto-énergie pour l'électron,
- la création virtuelle de paires électron-positron qui donnent des termes de polarisation du vide.

Le calcul du déplacement de Lamb tient compte également de corrections d'ordres supérieurs dues au recul du noyau ainsi que de la distribution de charge du proton. Les corrections à apporter aux niveaux d'énergie consistent en une suite infinie de termes développés en puissance de  $Z\alpha$ . Tous ces termes sont regroupés dans le déplacement de Lamb et, au moins pour une première approche, la théorie prévoit une dépendance en  $1/n^3$  de ces corrections. On trouvera une revue des termes calculés pour l'atome d'hydrogène par exemple dans l'article [Codata 98].

En conclusion, les niveaux d'énergie s'expriment simplement comme la somme de trois termes :

$$E_{n,L,J} = E_{n,J}^\mu(\text{Dirac}) + E_n(\text{recul}) + E(\text{Lamb}) \quad (1-8)$$

Les deux premiers se calculent de manière exacte et sont toujours proportionnels à la constante de Rydberg de l'hydrogène  $R_H$  :

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{M}} \quad (1-9)$$

Le troisième terme est une suite de termes donnés par l'électrodynamique quantique et dont seuls les premiers sont calculés. Le déplacement de Lamb

qui en résulte pour le niveau fondamental ( $n = 1$ ) est d'environ 8 GHz. Pour les niveaux excités, il décroît globalement en  $1/n^3$ .

Les schémas des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène pour  $n = 2$  et  $n = 1$  sont donnés sur les figures 1.1 et 1.2. Ils font apparaître la structure fine et le déplacement de Lamb des niveaux, ainsi que la structure hyperfine due au moment magnétique du proton qui dédouble tous les niveaux.

La spectroscopie optique de l'atome d'hydrogène permet d'étudier des transitions entre niveaux de  $n$  différents. La mesure de ces fréquences de transitions donne accès d'une part à la constante de Rydberg  $R_\infty$ , qui est le facteur d'échelle des niveaux d'énergie, d'autre part aux déplacements de Lamb, qui donnent un moyen de tester les prédictions de l'électrodynamique quantique. La détermination indépendante de ces quantités nécessitent l'étude de plusieurs transitions de l'atome.<sup>1</sup>

## 1.2 Les expériences menées depuis 1980

Depuis une vingtaine d'années, plusieurs équipes ont travaillé sur des transitions dans le domaine des longueurs d'onde visibles de l'atome d'hydrogène, en particulier celles de Stanford [Hänsch 79], de Yale [Berkeland 95] et d'Oxford [Thomson 92]. Actuellement, les deux principales expériences dont les résultats sont utilisés pour déterminer la constante de Rydberg  $R_\infty$  et le déplacement de Lamb  $L_{1S}$  de l'état fondamental sont (voir figure 1.3) :

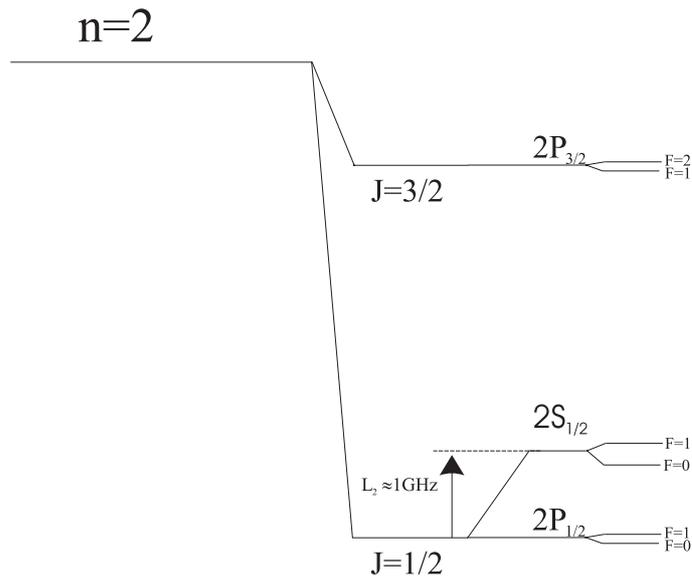
- les mesures de la fréquence de la transition 1S-2S faites à Garching dans le groupe de T.W. Hänsch,
- les mesures des fréquences des transitions 2S-nS/nD faites à Paris dans notre groupe.

Ces deux expériences étudient des transitions à deux photons dans un jet atomique d'hydrogène. L'expérience réalisée à Garching utilise un laser à colorant doublé en fréquence dans un cristal de BBO pour obtenir une radiation à 243 nm. La largeur naturelle de la transition 1S-2S est très petite (1,3 Hz). La précision sur la mesure de la fréquence de cette transition est donc potentiellement très bonne. Elle s'est améliorée régulièrement au cours de ces dernières années. La dernière mesure publiée en 2000 [Niering 00] à l'aide de l'horloge à césium transportable du Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences (LPTF) donne une précision de 46 Hz. Cette expérience ne peut à elle seule permettre de déduire à la fois  $R_\infty$  et  $L_{1S}$ .

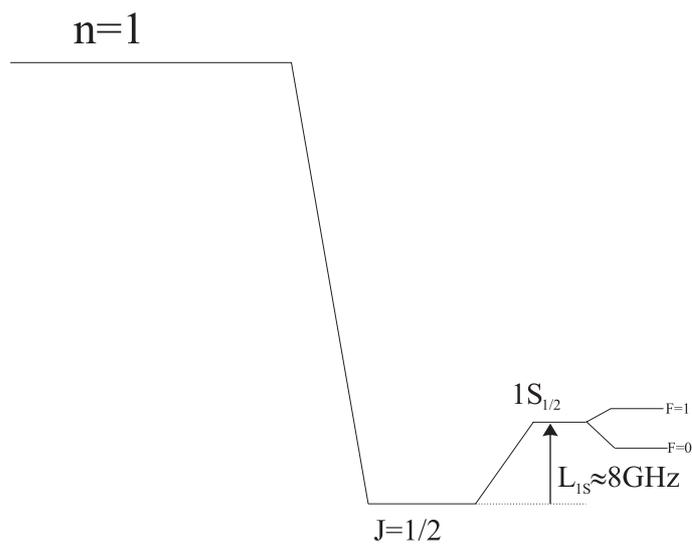
L'expérience commencée par notre groupe en 1983 a fourni jusqu'à présent les autres mesures de fréquence nécessaires à la détermination de  $R_\infty$  et  $L_{1S}$ . Elle nécessite un laser source dans la gamme 750-820 nm qui a été un laser à

---

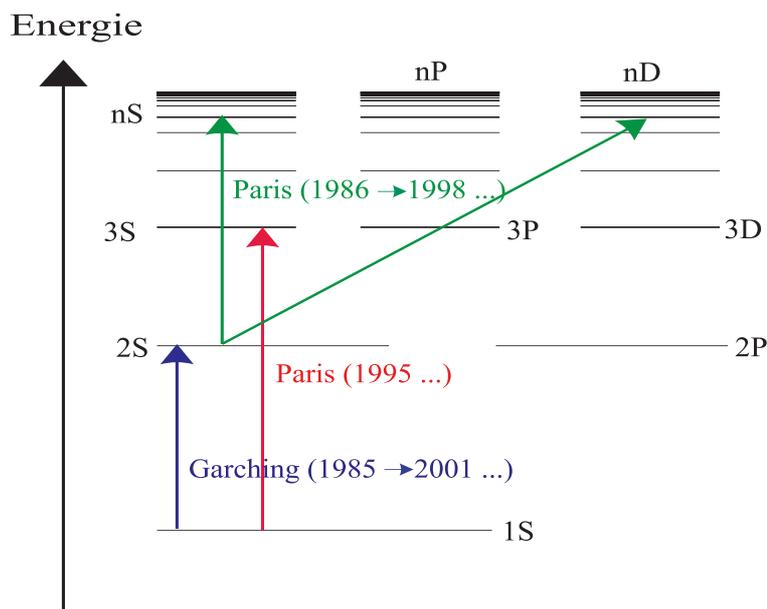
<sup>1</sup> Cette remarque ne s'applique pas aux transitions entre niveaux circulaires de  $n$  élevés pour lesquels les déplacements de Lamb sont négligeables [Lutwak 97]. Ces transitions sont dans le domaine micro-onde.



**Fig. 1.1:** Schéma des niveaux  $n = 2$  de l'atome d'hydrogène



**Fig. 1.2:** Schéma des niveaux  $n = 1$  de l'atome d'hydrogène



**Fig. 1.3:** Principales transitions étudiées dans l'atome d'hydrogène depuis 1980

colorant jusqu'en 1990, puis un laser titane-saphir. Les transitions  $2S$ - $nS/nD$  sont excitées dans un jet d'atomes d'hydrogène dans le niveau métastable  $2S$  à l'intérieur d'une cavité Fabry-Perot. Cette cavité fournit la géométrie qui convient à l'excitation des transitions à deux photons sans effet Doppler, ainsi que la forte puissance lumineuse qui lui est nécessaire. A l'extrémité du jet, les atomes dans l'état  $2S$  sont couplés par un champ électrique au niveau  $2P$ , ce qui provoque leur désexcitation vers le niveau fondamental. La fluorescence obtenue à 121 nm est détectée par deux photomultiplicateurs sensibles dans l'ultraviolet. Lorsque le laser est à résonance avec la transition à deux photons, le niveau métastable se trouve dépeuplé ce qui se traduit par une diminution de la fluorescence. La détermination de la fréquence de la transition observée est déduite de la mesure de la fréquence du laser à résonance. Différentes mesures ont été faites ([Garreau 90], [Nez 93], [de Beauvoir 97] et [Schwob 99]) qui ont porté sur les niveaux  $n = 8, 10$  et  $12$ . La précision sur ces mesures n'a cessé de croître grâce aux progrès réalisés sur la pureté spectrale du laser, l'étude détaillée des formes de raies et l'amélioration de la méthode de détermination de la fréquence du laser.

Les premières mesures de fréquence ont été obtenues par une méthode interférométrique. Un système de deux Fabry-Perot faisait le lien entre un laser hélium-néon asservi par absorption saturée sur une raie de l'iode et le laser source. En 1993, notre groupe réalise la première mesure absolue de la fréquence d'une transition optique de l'atome d'hydrogène, la transition  $2S$ - $8S/8D$  à 778 nm ([Nez thèse]). La fréquence du laser source était raccordée

à l'étalon primaire de fréquence (l'horloge à césium) par l'intermédiaire de deux lasers étalons : le laser hélium-néon stabilisé sur l'iode à 633 nm et le laser hélium-néon stabilisé sur le méthane à 1,39  $\mu\text{m}$ . Cette mesure permit la première détermination de  $R_\infty$  dans le domaine de précision de  $10^{-11}$ . L'étude de cette même transition conduisit par la suite à des résultats encore plus précis rendus possibles par l'étude très détaillée des formes de raie ([de Beauvoir thèse]) et l'utilisation d'une nouvelle référence de fréquence à 778 nm ([Touahri 97]).

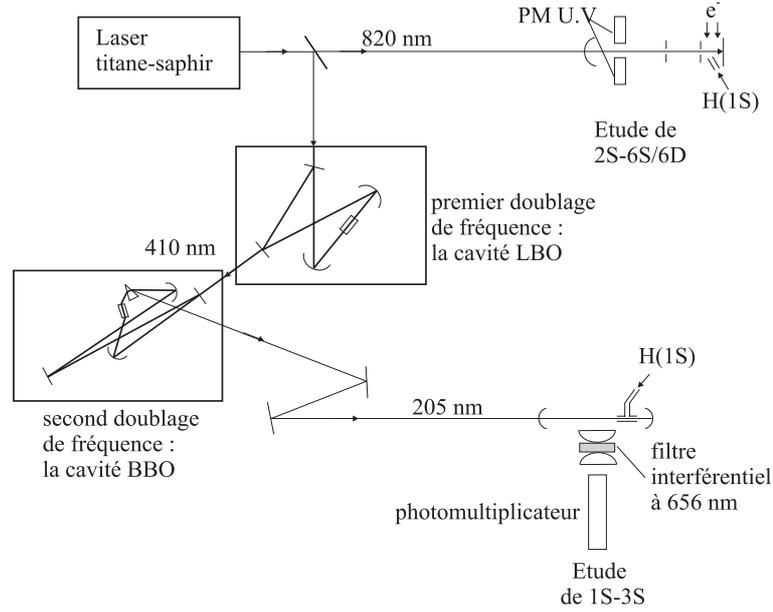
Jusqu'en 1997, les mesures à partir du niveau métastable permettaient à elles seules de déduire la constante de Rydberg, en utilisant la valeur du déplacement de Lamb  $L_2 = L_{2S} - L_{2P}$  mesuré de manière très précise par des méthodes radio-fréquence [Lundeen et Pipkin 81, Hagley et Pipkin 94]. Les déplacements de Lamb des niveaux supérieurs (ici  $n = 8$ ), de par la loi de variation en  $1/n^3$ , sont beaucoup plus faibles et donnés avec une précision suffisante par le calcul. Notre détermination de la constante de Rydberg permettait de déduire le déplacement de Lamb  $L_{1S}$  à partir de la fréquence de la transition 1S-2S mesurée à Garching.

Ces dernières années, les mesures optiques ont continué à gagner en précision, de sorte que les mesures radio-fréquence de  $L_2$  constituent actuellement une des limitations pour la détermination de  $R_\infty$  et  $L_{1S}$ . Par exemple dans la précision obtenue sur  $R_\infty$  ( $1,1 \times 10^{-11}$ ) à la fin de la thèse de Béatrice de Beauvoir [de Beauvoir thèse], la limitation due à  $L_2$  est de  $8 \times 10^{-12}$ .

En parallèle de l'expérience ci-dessus portant sur des atomes d'hydrogène dans l'état métastable 2S, notre groupe a développé depuis 1993 une expérience sur un jet d'atomes dans l'état fondamental 1S. L'idée de départ était de tirer profit du rapport presque entier entre les fréquences des transitions 1S-3S et 2S-6S/6D de l'atome d'hydrogène, qui sont, au premier ordre de l'équation de Dirac, dans un rapport quatre. Ainsi la longueur d'onde de la transition 2S-6S/6D à deux photons est 820 nm et celle de la transition 1S-3S est 205 nm. Le schéma expérimental de cette expérience est représenté sur la figure 1.4. La radiation à 205 nm est obtenue en quadruplant en fréquence le laser titane-saphir asservi à 820 nm. En faisant la différence des fréquences  $\nu_{2S-6S/D}$  et  $\frac{1}{4}\nu_{1S-3S}$ , on détermine directement le déplacement de Lamb du niveau fondamental  $L_{1S}$  [Bourzeix 96].

### 1.3 La situation actuelle

Cette partie est consacrée à un bilan des dernières déterminations les plus précises de la constante de Rydberg et des déplacements de Lamb de l'hydrogène. Les valeurs obtenues dans le deutérium ne sont pas données ici ; leur précision est comparable à celle obtenue dans l'hydrogène. On trouvera dans la référence [de Beauvoir 00] une analyse détaillée de tous ces résultats.



**Fig. 1.4:** Expérience de 1995 : comparaison des transitions 1S-3S et 2S-6S/D

### 1.3.1 La constante de Rydberg

Comme il est expliqué plus haut, à partir des mesures absolues de fréquences faites depuis le niveau métastable 2S et compte tenu des mesures radio-fréquence de  $L_2$ , on peut directement déterminer la constante de Rydberg. Les transitions utilisées sont donc la transition 2S-2P [Lundeen et Pipkin 81], [Hagley et Pipkin 94] et les transitions 2S-8S/D et 2S-12D dans l'hydrogène mesurées à Paris en 1996 et 1998 [de Beauvoir 97, Schwob 99]. La valeur obtenue pour la constante de Rydberg est :

$$R_\infty = 109\,737,315\,6855(11) \text{ cm}^{-1} \quad (1-10)$$

L'incertitude relative (environ  $10^{-11}$ ) est due aux mesures des transitions optiques (pour  $6,1 \times 10^{-12}$ ), aux mesures radio-fréquences de  $L_2$  (pour  $8,3 \times 10^{-12}$ ) et à l'incertitude sur le rapport de masse proton sur électron (pour  $1,3 \times 10^{-12}$ ). Ce résultat est le plus précis qui n'utilise pas de prévision théorique pour les calculs des déplacements de Lamb des 2 premiers niveaux.

Pour gagner encore en précision, il faut alors s'affranchir des mesures radio-fréquence de  $L_2$ . Ceci est possible depuis la publication d'une correction théorique à la loi de variation en  $1/n^3$  des déplacements de Lamb par S. Karshenboim en 1997, dont le résultat est pour l'hydrogène [Karshenboim 97] :

$$L_{1S_{1/2}} - 8L_{2S_{1/2}} = -187,232(5) \text{ MHz} \quad (1-11)$$

En utilisant ce résultat théorique, les mesures de la transition 1S-2S faites dans le groupe de T.W Hänsch à Garching [Udem 97, Huber 98] et les me-

sures des transitions 2S-8S/D [de Beauvoir 97] et 2S-12D [Schwob 99] faites à Paris, on obtient :

$$R_\infty = 109\,737,315\,6854(13) \text{ cm}^{-1} \quad (1-12)$$

En faisant un ajustement par la méthode des moindres carrés à partir de toutes les données disponibles dans l'hydrogène et le deutérium, on obtient la valeur de  $R_\infty$  suivante :

$$R_\infty = 109\,737,315\,685\,50(84) \text{ cm}^{-1} \quad (1-13)$$

Cette valeur est très proche de celle déduite du dernier ajustement des constantes fondamentales en 1998 [Codata 98].

Remarquons que depuis l'ajustement des constantes fondamentales réalisé en 1986, l'incertitude sur  $R_\infty$  a été diminuée d'un facteur 150. L'évolution de la précision sur la détermination de  $R_\infty$  depuis 70 ans est représentée sur la figure 1.5.

### 1.3.2 Le déplacement de Lamb du niveau fondamental $L_{1S}$

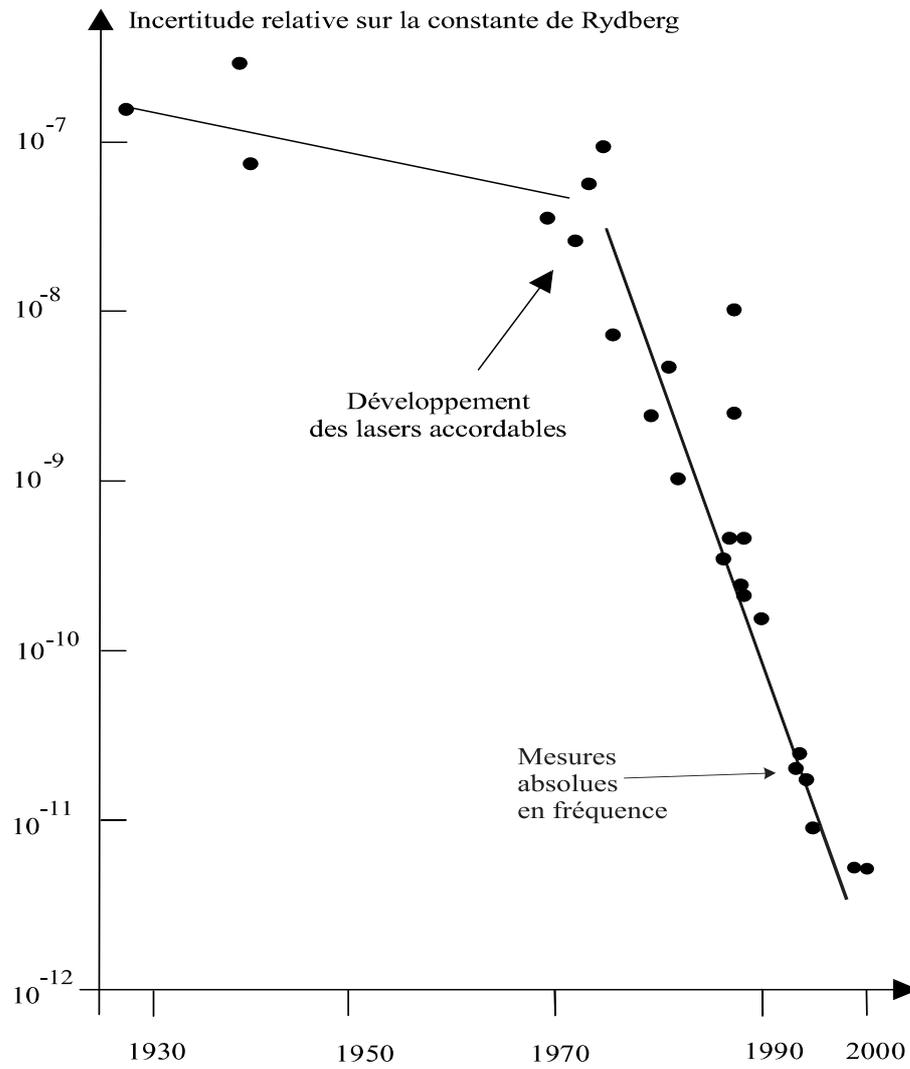
La situation pour  $L_{1S}$  est assez semblable à celle décrite pour la constante de Rydberg. La détermination n'utilisant que les mesures optiques et radio-fréquence est limitée en précision par la mesure radio-fréquence de  $L_2$ . Les mesures utilisées pour cette détermination sont celles faites à Paris (2S-8S/D et 2S-12D), la mesure de 1S-2S de Garching [Udem 97, Huber 98] et la mesure radiofréquence de  $L_2$ . La valeur de  $L_{1S}$  obtenue dans l'hydrogène est [de Beauvoir 00] :

$$L_{1S} = 8172,840(31) \text{ MHz} \quad (1-14)$$

où la précision provient pour 15 kHz des mesures de fréquences optiques et pour 27 kHz de la mesure de  $L_2$ . Cette dernière contribution peut être réduite en utilisant le résultat théorique de S. Karshenboim (1-11). Les mêmes mesures de fréquences optiques donnent alors :

$$L_{1S} = 8172,837(26) \text{ MHz} \quad (1-15)$$

Comme pour la constante de Rydberg, on peut faire un ajustement de  $L_{1S}$  par la méthode des moindres carrés en tenant compte de toutes les données disponibles dans l'hydrogène et le deutérium. Cet ajustement tient compte, en plus des mesures déjà citées, de la comparaison des fréquences des transitions 1S-3S et 2S-6S/D réalisée à Paris en 1995 (décrite précédemment)[Bourzeix 96] et de la comparaison des fréquences des transitions 1S-2S et 2S-4S/4D réalisée



**Fig. 1.5:** Evolution de la précision sur la détermination de la constante de Rydberg

à Garching [Weitz 95] et à Yale [Berkeland 95] (dont je n'ai pas parlé, mais dont le principe est similaire). Il conduit au résultat suivant :

$$L_{1S} = 8172,840(22) \text{ MHz} \quad (1-16)$$

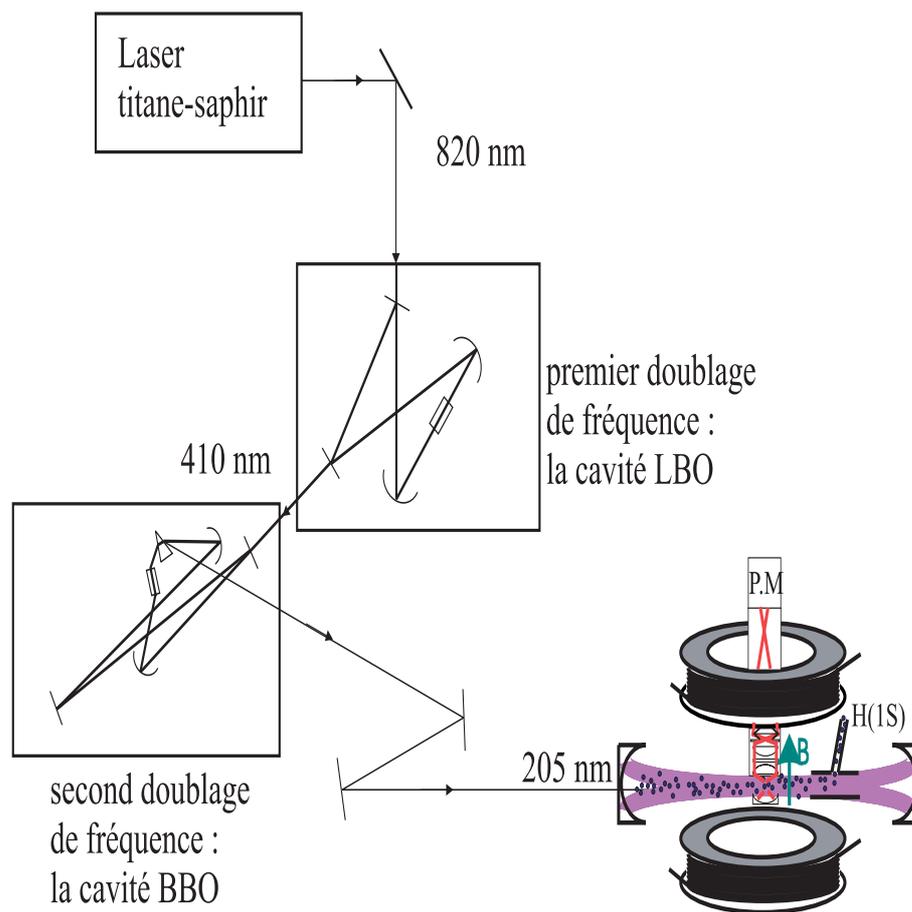
Le même ajustement permet également de déduire la valeur du déplacement de Lamb  $L_2$  du niveau  $n = 2$ , avec une précision meilleure que celle obtenue par les mesures radio-fréquences [de Beauvoir 00].

### 1.3.3 Pour aller plus loin ...

En conclusion de cette partie, si l'on veut déterminer  $R_\infty$  et  $L_{1S}$  sans utiliser de calculs théoriques, la limitation principale est celle due aux mesures radio-fréquence de  $L_2$ . On aura bien compris que l'on peut passer outre cette limitation en utilisant le résultat théorique de S. Karshenboim. On dispose alors comme données de la mesure de la transition 1S-2S faite à Garching, qui est très précise, des mesures depuis le niveau métastable 2S faites à Paris et de la correction à la loi de variation en  $1/n^3$  des déplacements de Lamb calculée par S. Karshenboim. La précision du résultat obtenu est alors limitée par les mesures faites à Paris, qu'il est à l'heure actuelle difficile d'améliorer.

La limitation en précision de notre expérience est due au fait que le nombre d'atomes dans le niveau métastable est très faible comparé à ce que l'on peut obtenir pour un jet d'atomes dans le niveau fondamental. Pour avoir un bon rapport signal à bruit dans cette expérience, la puissance lumineuse nécessaire est donc très importante (jusqu'à plusieurs dizaines de watts). Le champ électrique de la lumière déplace alors les niveaux en les couplant à des niveaux de parité opposée. Cet effet de déplacement lumineux a bien sûr été étudié en détail par notre équipe. Toutes les mesures ont été faites pour un certain nombre de valeurs de cette puissance lumineuse puis extrapolées à puissance lumineuse nulle. Cette extrapolation à zéro de la puissance lumineuse est une source d'incertitude pour nos résultats.

Pour améliorer encore la précision sur  $R_\infty$  et  $L_{1S}$ , nous avons décidé d'étudier une transition depuis le niveau fondamental, autre que la transition 1S-2S. Dans ce cas, le nombre important d'atomes dans le jet autorise des mesures avec des puissances lumineuses bien plus faibles. Les effets de déplacements lumineux sont ainsi rendus négligeables et on peut espérer gagner en précision. De plus, tout l'appareillage expérimental est en place dans notre groupe depuis l'expérience de comparaison des fréquences des transitions 1S-3S et 2S-6S/D. Ces motivations sont à l'origine de ce travail de thèse dont l'objectif était une mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S. Pour améliorer la précision sur  $R_\infty$  et  $L_{1S}$  de manière non négligeable, c'est une mesure de fréquence de cette transition au kHz dont on a besoin. La largeur naturelle de la transition 1S-3S étant de l'ordre du MHz, une



**Fig. 1.6:** Schéma général de l'expérience

telle mesure demande donc un très bon rapport signal à bruit. De plus, ceci nécessite une connaissance précise des effets décalant la fréquence de la transition et en particulier de l'effet Doppler du second ordre. Ceci sera expliqué en détail par la suite.

## 1.4 Schéma de l'expérience

Le schéma général de l'expérience est représenté sur la figure 1.6. Il est très proche de celui de l'expérience de 1995 (figure 1.4). La radiation à 205 nm nécessaire à l'excitation de la transition 1S-3S à deux photons est fournie à partir d'un laser titane saphir à 820 nm, par deux doublages de fréquence successifs. L'excitation de la transition a lieu dans une cavité Fabry-Perot et l'on détecte la fluorescence 3S-2P à 656 nm. On remarquera sur cette figure les bobines placées autour de la cavité du jet atomique dont l'utilité sera décrite dans le chapitre 4.

## 2. LES DIFFÉRENTES SOURCES LASER : DESCRIPTION, PERFORMANCES

Ce chapitre est consacré à la description de la partie de l'expérience permettant d'obtenir la radiation à 205 nm, longueur d'onde d'excitation de la transition 1S-3S à deux photons. Cette radiation est obtenue en quadruplant en fréquence le faisceau de sortie du laser titane-saphir asservi à 820 nm. Nous verrons donc dans l'ordre la description du laser et de ses asservissements puis la description des deux doublages de fréquence.

### 2.1 Le laser source et ses asservissements

#### 2.1.1 Le laser titane-saphir

Le laser source est un laser titane-saphir construit par François Biraben sur le modèle d'un laser à colorant existant précédemment. Élément central de toutes les expériences réalisées dans le groupe depuis une dizaine d'années, il est décrit dans les références [Nez thèse], [Bourzeix thèse], [de Beauvoir thèse].

#### Caractéristiques

Le milieu amplificateur est un cristal de titane-saphir long de 15 mm et taillé à l'incidence de Brewster pour une radiation à 800 nm. La courbe de gain de ce milieu est très large puisqu'elle couvre un domaine de longueurs d'onde allant de 690 à 1100 nm. La courbe d'absorption du titane-saphir est centrée vers 500 nm ce qui autorise un pompage optique avec des lasers de type Argon ionisé ou NéodymeYag doublé. Le laser de pompe que j'ai utilisé durant cette thèse est un laser à Argon ionisé (SpectraPhysics 2030) délivrant une puissance de 15 watts. La puissance en sortie du laser titane-saphir dépend de manière critique de la qualité géométrique du mode du laser de pompe. Ainsi, si le mode du laser à Argon est un mode  $TEM_{01}^*$  (mode avec un trou central), le pompage du laser titane-saphir est immédiatement beaucoup moins efficace. Ceci explique également l'importance d'utiliser des

optiques de qualité sur le trajet de la lumière de pompe. Ainsi la lentille  $L_1$  est en silice fondue, ce qui limite l'absorption dans la lentille et donc la déformation du mode du laser à Argon ionisé.

La cavité laser proprement dite est une cavité en anneau composée de 6 miroirs (voir figure 2.1). Deux miroirs sphériques ( $M_1$  et  $M_2$ ) de rayons de courbure de 15 cm entourent le cristal. Ces deux miroirs, sont dichroïques (transmission maximale pour les raies de l'Argon et réflexion maximale à 778 nm) afin de permettre le pompage coaxial du cristal.

Les quatre autres miroirs formant la cavité sont tous plans. Ils définissent une cavité de longueur 1,6 m. Le seul miroir qui ne présente pas une réflexion maximale dans les longueurs d'onde d'utilisation du laser est le coupleur de sortie  $M_6$ . La transmission de ce miroir a été optimisée pour une puissance du laser de pompe d'environ 10 watts et une émission du laser titane-saphir à 780 nm. Dans notre expérience, le laser doit délivrer un maximum de puissance à 820 nm. Le laser à argon ionisé est alors réglé à 15 watts. Pendant ma thèse, j'ai changé le coupleur de sortie du laser titane-saphir (TiSa). La transmission de ce miroir est ainsi passée de 4% à 8% et la puissance de sortie de 2 à 2,3 watts.

Enfin le miroir plan  $M_3$  est de petit diamètre et est collé sur une petite cale piézoélectrique, ceci afin de pouvoir apporter des corrections relativement rapides à la fréquence du laser.

### Sélection d'un sens de propagation

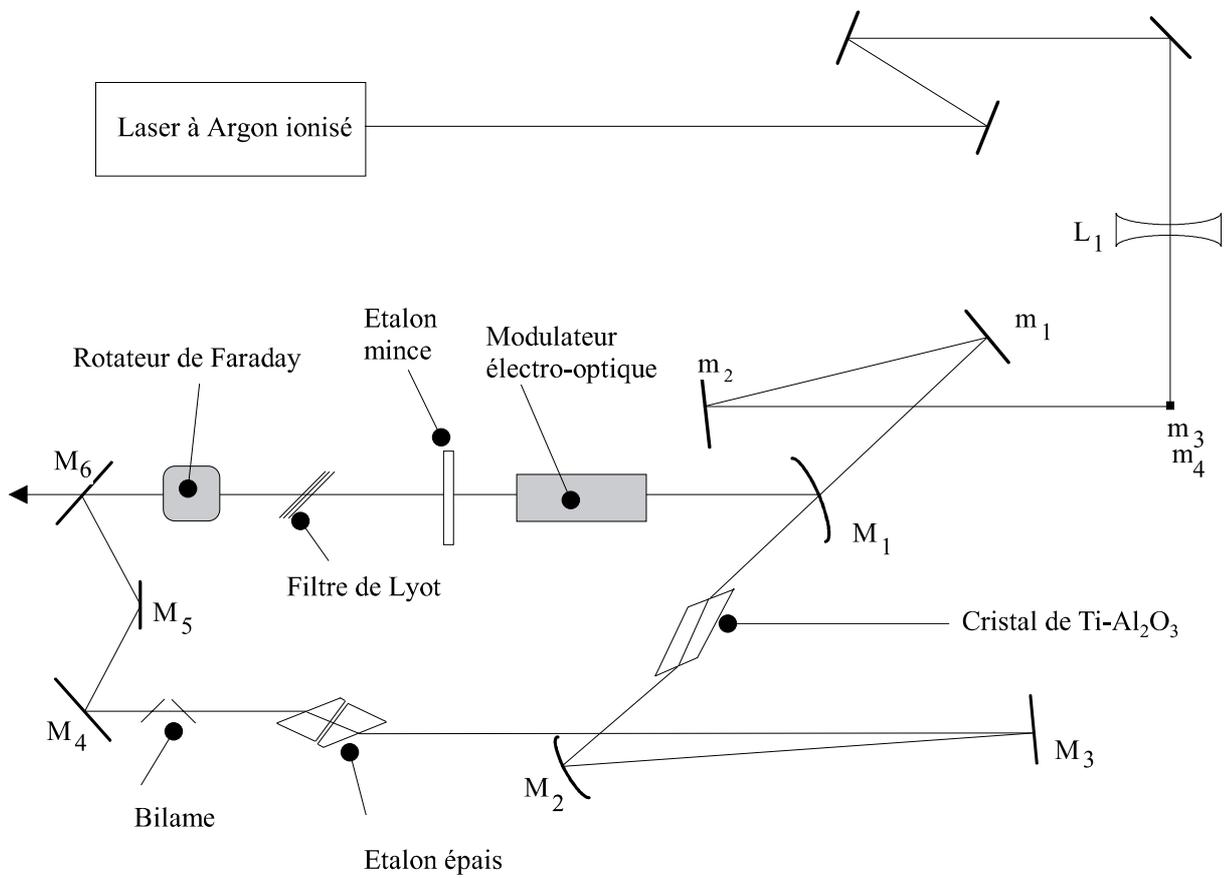
Le miroir  $M_5$  (voir figure 2.1) n'est pas dans le même plan horizontal que tous les autres miroirs. Les normales aux trois miroirs  $M_4$ ,  $M_5$  et  $M_6$  sont inclinées par rapport à ce plan. Cette configuration fait tourner la polarisation de la lumière avec une rotation d'un angle dont le signe dépend du sens de propagation de la lumière dans la cavité [Biraben 79a].

De plus, une lame biréfringente (verre Hoya) placée à l'incidence de Brewster et baignant dans un champ magnétique intense (140 kG) induit par effet Faraday une rotation de la polarisation identique dans les deux sens de propagation.

Les deux rotations se compensant pour l'un des sens de propagation, elles s'ajoutent donc pour l'autre, induisant ainsi de fortes pertes. Ce procédé astucieux permet de sélectionner simplement le sens où les pertes sont les plus faibles et donc de définir le sens de propagation de la lumière dans la cavité.

### Sélection d'un mode de plus en plus étroit en longueur d'onde

Les différents modes de la cavité ainsi définie sont séparés de 187,5 MHz. Il est ensuite nécessaire de placer dans la cavité différents sélecteurs



**Fig. 2.1:** Schéma du laser titane-saphir

de longueurs d'onde. La sélection la plus "grossière" est réalisée par le filtre de Lyot, composé de quatre lames biréfringentes d'épaisseurs différentes et qui a été construit au laboratoire. En jouant sur l'orientation des lames on sélectionne une zone de 0,05 nm de large. Ce filtre est placé à l'incidence de Brewster afin de minimiser les pertes induites dans la cavité laser.

L'étalon mince (une lame en silice de 0,7 mm d'épaisseur) joue le rôle d'un étalon Fabry-Perot d'intervalle entre ordres de 150 GHz. L'orientation de la lame par rapport au faisceau fait varier l'épaisseur apparente du Fabry-Perot et donc la plage de longueur d'onde sélectionnée.

L'étalon épais est constitué de deux prismes en regard distants de 8 mm, définissant un étalon Fabry-Perot d'intervalle entre ordres de 19 GHz. Une cale piézoélectrique permet, en faisant varier l'épaisseur de l'étalon, une excursion en fréquence de 400 GHz.

Enfin le bilame, constitué de deux lames de 10 mm d'épaisseur placées au voisinage de l'incidence de Brewster que l'on fait tourner symétriquement, permet de faire varier la longueur optique de la cavité et donc la longueur d'onde du laser.

Le laser ainsi constitué est balayable en longueur d'onde sur une plage d'une cinquantaine de nanomètres autour de 800 nm. Cette plage est limitée par les coefficients de réflexion des miroirs utilisés.

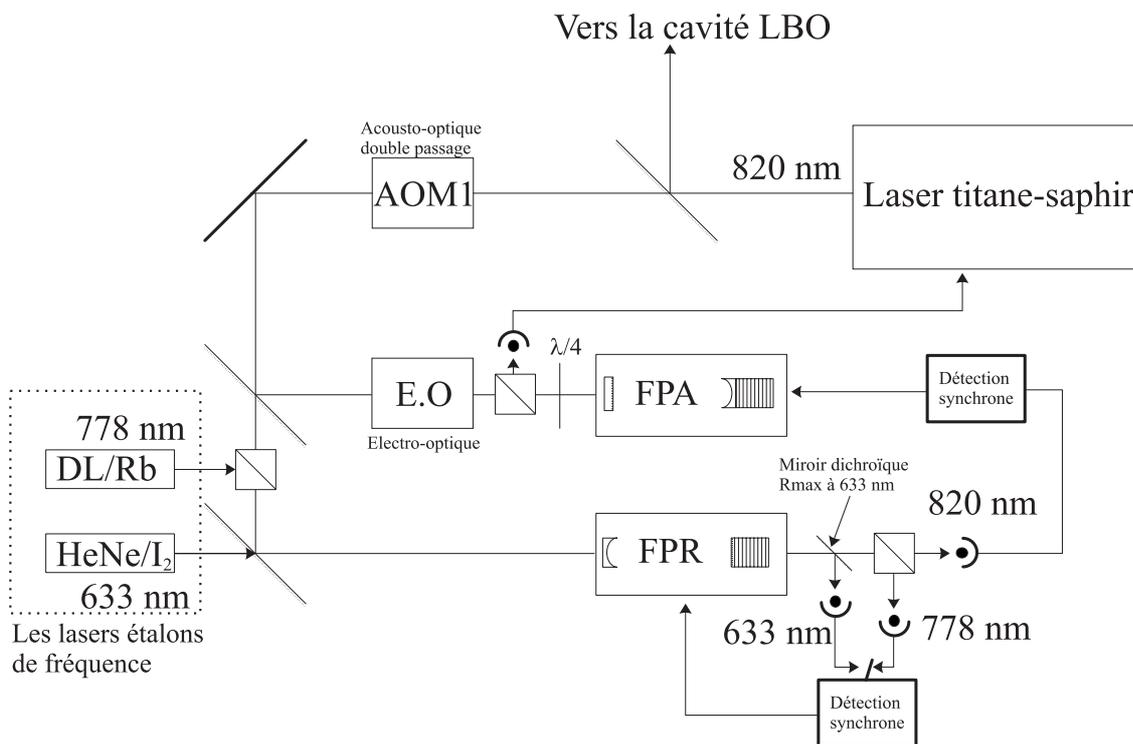
Le dernier élément interne à la cavité est un modulateur électro-optique monté en modulateur de phase. Il permet de corriger les fluctuations hautes fréquences du laser.

### 2.1.2 Les asservissements du laser titane-saphir

Les orientations du filtre de Lyot et de l'étalon mince sont optimisées à l'aide de moteurs pour maximiser la puissance de sortie du laser à 820 nm. Comme la plage de balayage du laser est étroite dans notre expérience, il n'est pas nécessaire d'asservir l'orientation de ces deux éléments.

L'asservissement complet du laser se fait en plusieurs étapes. La première consiste à le rendre monomode en asservissant l'épaisseur de l'étalon épais au maximum de l'intensité du laser. Ceci est réalisé en modulant la tension appliquée à la cale piézoélectrique de l'étalon épais. Cette modulation induit une modulation de la puissance de sortie du laser, qui est détectée par une photodiode externe. Le signal est analysé à l'aide d'une détection synchrone et la correction se fait sur la même cale piézoélectrique.

Le laser ainsi asservi a une largeur de raie inférieure à 1 MHz. Cette faible largeur de raie est due à la bonne stabilité mécanique du laser. En effet l'ensemble de la cavité est installé sur une petite dalle de marbre ( $0,75 \times 0,3 \times 0,08$  m). Cette dalle est posée sur une grande table de marbre ( $2,3 \times 0,8 \times 0,1$  m) via des cales en caoutchouc. Le laser est entouré par une boîte de plexiglas posée sur la grande table de marbre, sans toucher la dalle du laser. De plus une



**Fig. 2.2:** Les asservissements du laser

légère surpression d'air règne dans la boîte de plexiglas, ce qui isole le laser des poussières extérieures.

### Réduction de la largeur de raie

Une partie du faisceau de sortie du laser est envoyé vers un modulateur acousto-optique à 200 MHz (AOM1) monté en double passage, dont l'utilité sera décrite dans la partie consacrée au balayage en fréquence du laser. Le faisceau en sortie du montage en double passage est envoyé vers deux cavités Fabry-Perot (FPA et FPR)(voir figure 2.2).

Le Fabry-Perot FPA est constitué de deux miroirs sphériques diélectriques ( $R_c = 4$  m,  $R_c = 1$  m) séparés par un barreau en invar long de 25 cm. Le miroir de rayon de courbure de 1 m est collé sur une cale piézoélectrique. La finesse de cette cavité est d'environ 300 à 780 nm. La cavité FPA est suspendue dans une boîte en laiton de 2 cm d'épaisseur. Ce montage limite les vibrations mécaniques de la cavité Fabry-Perot. L'asservissement du laser sur cette cavité est obtenue par la méthode de Pound-Drever [Drever 83], [Houssin thèse]. Avant d'entrer dans la cavité FPA, le faisceau laser passe à travers un modulateur électro-optique (EO sur les figures 2.2 et 2.4). Le faisceau laser est modulé en fréquence. On obtient deux bandes latérales

décalées d'environ 15 MHz autour de la fréquence centrale. En analysant la lumière réfléchiée par la cavité, on obtient un signal de dispersion avec une pente très raide autour de la fréquence centrale du pic sur lequel on veut s'asservir. Ce signal d'erreur est ensuite filtré électroniquement de telle façon que sa composante haute fréquence (vers la centaine de kHz) soit envoyée vers le modulateur électro-optique interne à la cavité laser, sa composante moyenne fréquence (environ 1 kHz) vers la petite cale piézoélectrique du miroir  $M_3$  et enfin la partie basse fréquence vers la cale piézoélectrique de l'étalon épais. Cet asservissement permet de réduire la largeur de raie du laser en dessous de 10 kHz.

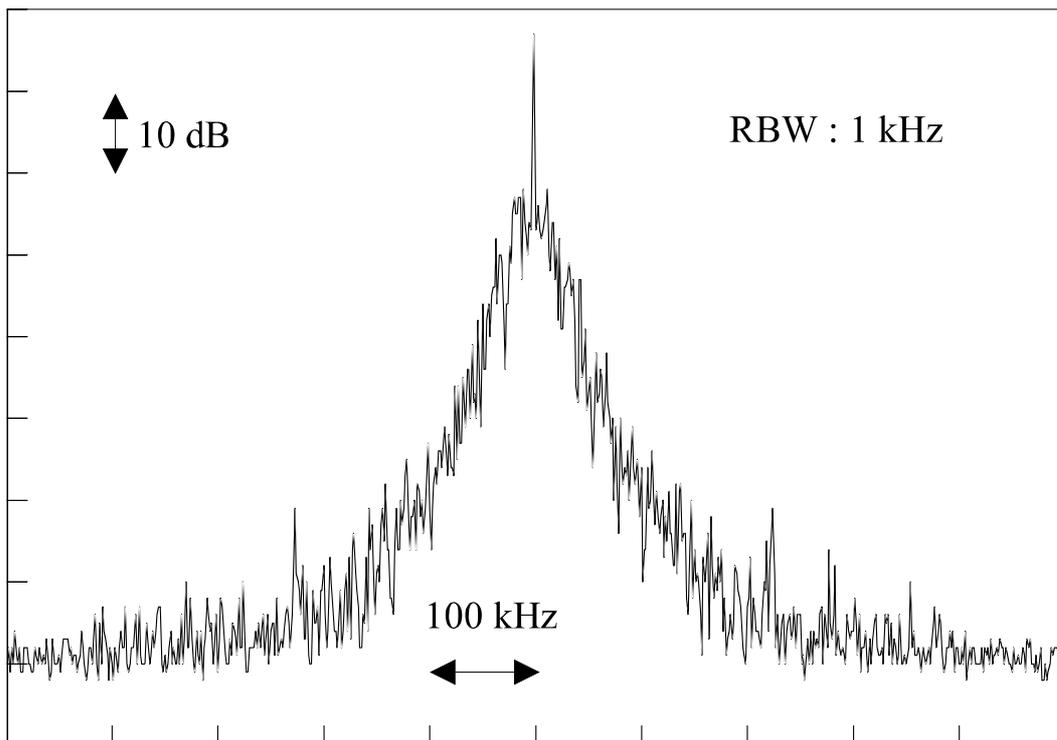
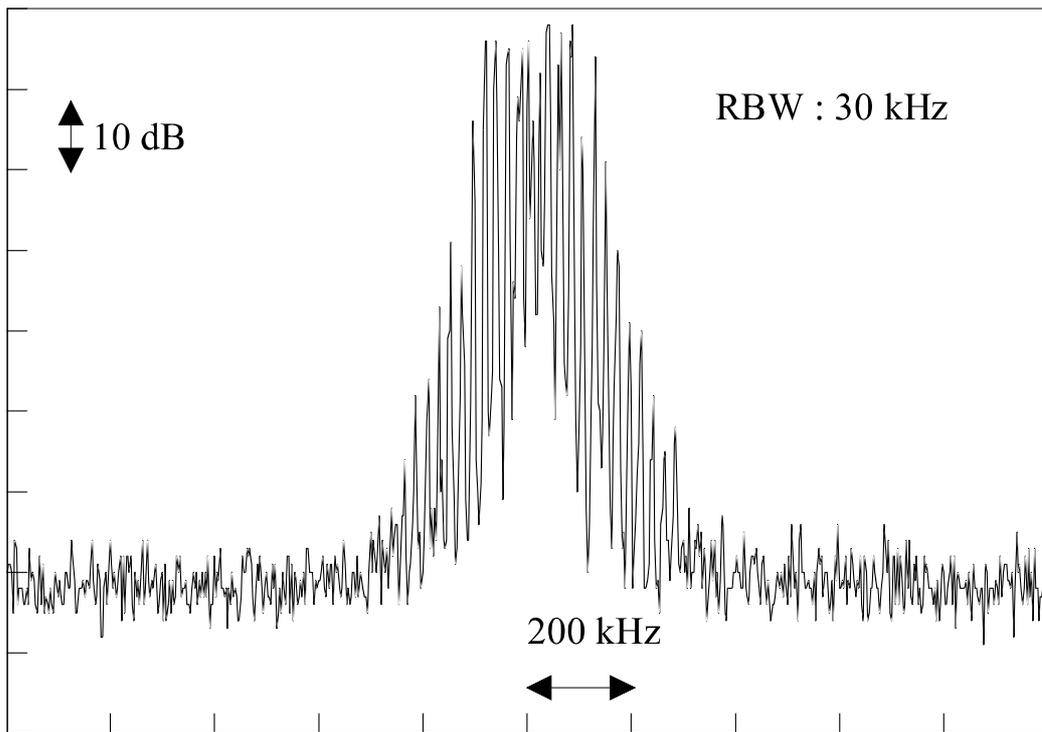
La qualité de cette boucle d'asservissement est très importante pour faire de la spectroscopie en général, mais encore plus dans le cadre de l'expérience décrite ici. En effet, en raison des deux doublages de fréquences nécessaires à l'obtention de la radiation à 205 nm et puisque la transition étudiée est une transition à deux photons, les fluctuations de fréquence instantanée sont à multiplier par huit pour obtenir les fluctuations vues au niveau de la fréquence atomique.

### **Contrôle de la largeur de raie**

Pour contrôler les fluctuations instantanées de fréquence du laser, nous utilisons les deux fibres optiques nous reliant au Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences. En bouclant ces deux fibres au niveau de l'Observatoire de Paris, nous obtenons une fibre de 7 km de long que l'on utilise comme autocorrélateur optique. En envoyant dans cette fibre une partie de la lumière du laser, on obtient en sortie un signal en partie décorrélié de celui en entrée [de Beauvoir2 97]. On réalise alors le battement de fréquence entre les signaux d'entrée et de sortie de la fibre optique. Il est identique à celui obtenu entre deux lasers indépendants, dans la mesure où la longueur de cohérence du laser est plus petite que la longueur optique du trajet dans la fibre. La fréquence du battement est décalée à l'aide d'un modulateur acousto-optique. Ce battement est observé sur un analyseur de spectre. La figure 2.3 montre clairement la réduction de la largeur de raie du laser avec et sans asservissement (elle diminue de plusieurs centaines de kHz à quelques kHz).

### **Stabilisation long terme du laser**

La boucle d'asservissement précédente, si elle corrige les fluctuations instantanées de fréquence, n'empêche pas une dérive lente de la fréquence du laser. En effet, la longueur de la cavité FPA varie au cours du temps (dilatation thermique ...). Qui plus est, l'observation d'un signal atomique nécessite de pouvoir jour à jour se repositionner le plus précisément possible (à quelques



**Fig. 2.3:** Battements de fréquence entre les signaux d'entrée et de sortie de la fibre optique (RBW : largeur de la bande passante du filtre de l'analyseur de spectre)

kHz près) à la même fréquence absolue. Nous disposons pour cela d'un autre interféromètre de Fabry-Perot (FPR) et de deux lasers étalons de fréquence : un laser hélium-néon stabilisé en fréquence sur la molécule d'iode ( $\text{HeNe}/\text{I}_2$ ) et une diode laser asservie sur une transition à deux photons de l'atome de rubidium ( $\text{DL}/\text{Rb}$ ). La cavité FPR est utilisée pour relier en longueur d'onde le laser TiSa à l'un ou l'autre des lasers étalons [Garreau thèse]. Ainsi, la stabilité long terme en fréquence du laser étalon est transférée au laser TiSa.

La cavité Fabry-Perot FPR est constituée d'un miroir plan et d'un miroir sphérique ( $R_c = 60 \text{ cm}$ ) séparés par un barreau en zérodur ( $L=50 \text{ cm}$ ). Le zérodur assure une très bonne stabilité à la longueur de la cavité. Les miroirs constituant la cavité FPR doivent être réfléchissants de 633 nm à 850 nm afin d'être utilisable aussi bien avec le laser HeNe qu'avec le laser TiSa. Un traitement argenté sur chaque miroir assure cette condition de réflectivité avec une réponse large. La finesse du FPR est environ de 50. Cette cavité est mise sous vide secondaire grâce à l'utilisation d'une pompe ionique, ce qui évite, entre autres, l'oxydation des miroirs. Le miroir sphérique est adhérent optiquement sur le barreau de zérodur. A l'autre extrémité de ce barreau, le miroir plan, monté sur une cale piézoélectrique, est fixé via un système de parallélogramme déformable adhérent optiquement sur le barreau de zérodur. Un prisme de silice est lui-même adhérent optiquement à cet ensemble, ceci afin de supprimer les interférences susceptibles de se produire avec la lumière réfléchi par la face arrière du parallélogramme déformable [Nez thèse].

La cale piézoélectrique est utilisée pour asservir la cavité FPR sur le laser étalon. Pour cela, la longueur de cette cavité est modulée à 5 kHz. Le signal de transmission de l'interféromètre est observé par une photodiode puis analysé par une détection synchrone. Le signal d'erreur ainsi obtenu est envoyé sur la cale piézoélectrique du FPR.

Cette modulation sert également à l'asservissement du laser TiSa sur cette cavité. La transmission de l'étalon FPR pour le laser TiSa est observée par une autre photodiode. Le laser est maintenu en résonance avec cet interféromètre via une deuxième détection synchrone. Le signal d'erreur obtenu est envoyé sur la cale piézoélectrique du FPA. La fréquence du laser TiSa étant asservi sur l'étalon FPA, sa fréquence suit les changements de longueur du FPA (voir figure 2.2).

Ainsi, la boucle d'asservissement sur la cavité FPA réduit les fluctuations instantanées de fréquence du laser TiSa, et celle sur la cavité FPR fixe la fréquence absolue de ce laser.

### 2.1.3 Balayage et positionnement en fréquence du laser

#### Utilisation de la cavité Fabry-Perot FPR

La longueur de l'interféromètre FPR est asservie sur une transition atomique via un laser étalon, cette longueur est donc fixe au cours du temps. Le modulateur acousto-optique (AOM1) est utilisé pour ajuster et balayer la fréquence du laser. Sans ce modulateur la fréquence du laser ne pourrait être asservie que sur les résonances du FPR. L'intervalle spectral libre de cette cavité est d'environ 300 MHz. La fréquence centrale d'utilisation du modulateur AOM1 est de 200 MHz ; il est utilisable avec une efficacité de diffraction raisonnable entre 120 et 250 MHz (soit 240 à 500 MHz en double passage). Il autorise donc une excursion de fréquence de 260 MHz. La fréquence du laser peut donc être ajustée continûment, en utilisant les ordres 1 ou -1 de diffraction. L'onde radiofréquence pilotant le modulateur est générée par un synthétiseur de fréquence (Fluke 6061A).

Pour balayer la fréquence du laser TiSa, il suffit de modifier la fréquence du synthétiseur. Quand la fréquence du synthétiseur change, le laser adapte sa fréquence afin que les faisceaux décalés en fréquence par le modulateur et envoyés vers les deux cavités FPA et FPR restent résonnants avec celles-ci (cf dessin 2.2). Les fréquences de ces deux faisceaux sont identiques, ce qui permet des balayages larges et rapides de la fréquence du laser TiSa [Nez thèse].

La stabilité en fréquence du laser jour à jour et intégrée sur une année est inférieure à 10 kHz quand le laser étalon est l'hélium-néon sur l'iode.

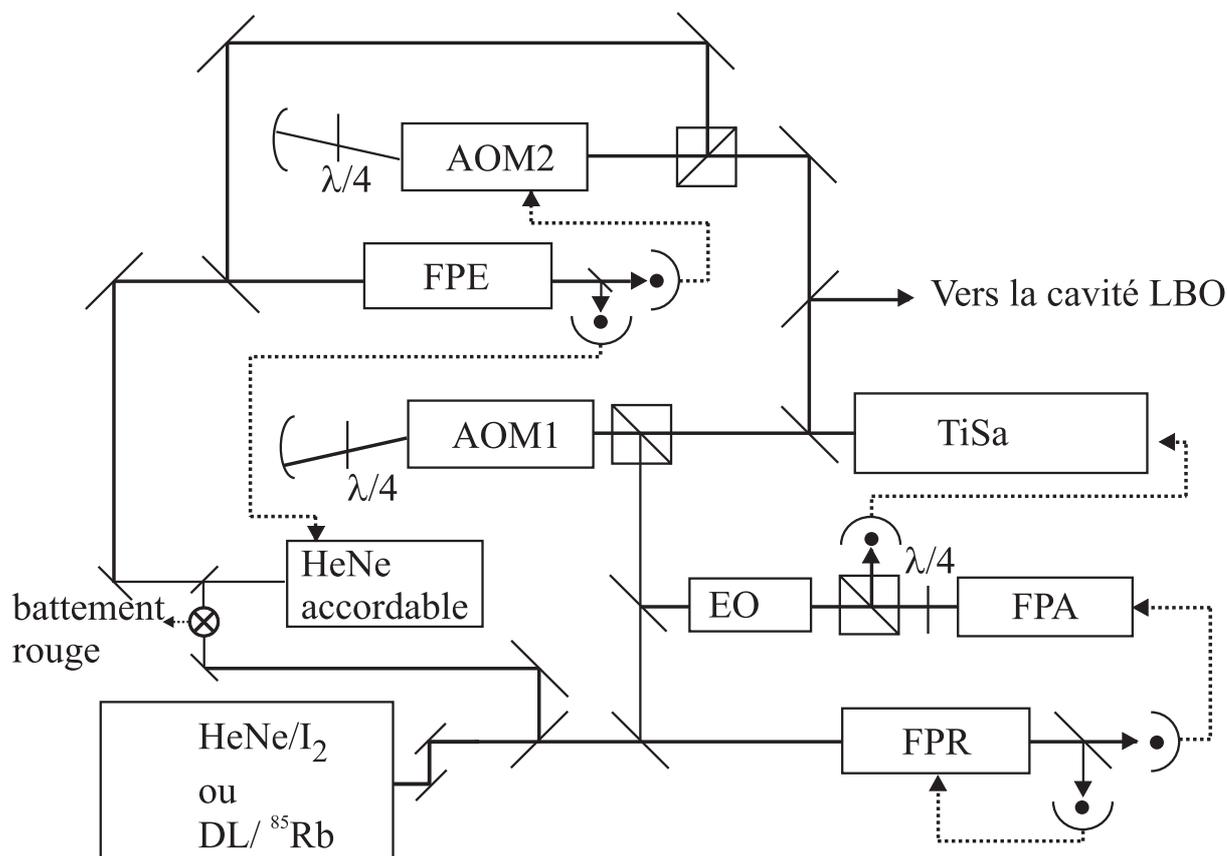
On possède donc, avec le laser titane-saphir et ces systèmes d'asservissement et de balayage, une source puissante, spectralement fine et que l'on peut positionner en fréquence de manière très précise et avec une très bonne stabilité jour à jour. Je vais dans la suite expliquer la méthode qui nous permet de nous repositionner à la même fréquence d'un jour sur l'autre.

#### Positionnement en fréquence du laser TiSa

Pour que la longueur de l'interféromètre FPR soit identique jour à jour, il faut utiliser la même frange d'interférence pour le laser étalon. Ceci est assuré par :

- la grande stabilité de longueur du barreau en zérodur,
- la petite course de la cale piézoélectrique qui modifie la longueur de cet étalon.

En effet, cette cale ne permet de balayer au mieux que deux résonances pour le laser étalon. Ainsi, l'intervalle spectral libre du FPR ne peut prendre que deux valeurs. Depuis plus de dix ans, nous nous sommes toujours asservis sur le même pic du FPR (pic numéro 1580868) pour le laser étalon HeNe/I<sub>2</sub>.



**Fig. 2.4:** Les lasers et les Fabry-Perot

La seconde étape consiste à s'assurer que le numéro du pic de transmission du FPR pour le laser TiSa est le même d'un jour à l'autre. Pour cela nous disposons de deux autres étalons Fabry-Perot (FPE et FPAir), d'un HeNe accordable et enfin d'un lambdamètre. Cet ensemble permet un positionnement rapide d'un jour sur l'autre.

Le lambdamètre permet de positionner le laser TiSa à 0,002 nm (soit 900 MHz). La longueur d'onde du laser dans l'air étant pour la transition 1S-3S de l'hydrogène 820,353 nm. Ce qui n'est pas suffisant pour déterminer sans ambiguïté le numéro du pic du FPR.

Pour cela, nous disposons d'un autre Fabry-Perot (FPE) et d'un laser hélium-néon accordable (voir figure 2.4).

Le FPE est un Fabry-Perot très comparable au FPR. La seule différence notable entre ces deux étalons est que la longueur du FPE est fixe. L'intervalle spectral libre de cette cavité ne diffère de celui du FPR que d'environ 110 kHz.

Une partie du faisceau de sortie du laser TiSa est envoyée vers cette cavité par l'intermédiaire d'un autre modulateur acousto-optique monté en double passage (AOM2). La fréquence de modulation envoyée vers ce modulateur

est générée par un oscillateur dont la fréquence est pilotée par une tension (VCO). Comme le modulateur AOM2 est utilisable entre 45 et 125 MHz (Crystal Technology 3080), il induit pour le laser un décalage en fréquence compris entre 90 et 250 MHz, soit une excursion en fréquence de 160 MHz. De la même manière que pour la cavité FPR et le modulateur AOM1, cette excursion et la possibilité d'inverser le sens du décalage produit par ce modulateur, assure la possibilité de rendre le laser résonnant avec cette cavité pour un pic de transmission et un seul. On asservit alors la tension de commande du VCO pour que le laser soit résonnant avec le FPE. Du fait du très léger écart entre l'intervalle spectral libre du FPR et celui du FPE, on obtient un effet de vernier. La coïncidence en fréquence des pics des deux Fabry-Perot ne peut se reproduire que tous les 2727 pics. Grâce à ce vernier de fréquence, on peut déduire la fréquence du laser TiSa.

Cependant, malgré son enceinte thermostatée, la longueur de la cavité FPE varie légèrement au cours d'une journée. Pour suivre cette variation de longueur, l'hélium-néon accordable est asservi sur un pic de la cavité FPE [Garreau thèse, Nez thèse]. La fréquence de ce laser est comparée à celle du laser HeNe/I<sub>2</sub> en réalisant un battement de fréquence sur une photodiode rapide. La dérive de la fréquence de ce battement (battement "rouge" sur la figure 2.4) est reliée à la dérive de longueur de l'étalon FPE à 633 nm. La connaissance du signe et de la valeur de ce battement permet de calculer le numéro du pic de la cavité FPE sur lequel est asservi l'HeNe accordable. Ceci permet de déduire l'intervalle spectral de cette cavité à 820 nm et donc la valeur de la fréquence pilotant le modulateur AOM2 [Nez thèse]. Ainsi, la position en fréquence du laser TiSa est connue sans ambiguïté.

Nous disposons aussi d'un autre marqueur de fréquence, l'étalon Fabry-Perot FPair. Cette cavité est mise sous vide primaire et sa longueur optique est ajustable en changeant la pression via une microfuite. L'intervalle spectral libre de cette cavité est de 5 GHz et la largeur à mi-hauteur de ses pics est de l'ordre de 500 MHz. Après avoir trouvé le signal atomique, la pression est ajustée de telle manière que la fréquence du laser TiSa pour ce signal atomique coïncide avec une résonance de cette cavité. Dans la suite, ceci permet de contrôler que le laser TiSa est asservi sur le bon pic du FPR ; s'il est asservi sur un pic adjacent du FPR la transmission du FPair n'est pas maximale (environ la moitié).

#### 2.1.4 Les lasers étalons

La stabilité à long terme du laser TiSa est liée à celle du laser étalon sur lequel la cavité FPR est asservie. Jusqu'à la dernière année de cette thèse, ce laser étalon était un laser hélium-néon asservi par absorption saturée sur la composante hyperfine d de la raie R 127 du spectre vibrationnel de la molécule d'iode (raie d sur figure 2.5). La cellule d'iode étant interne à

la cavité, l'iode joue le rôle d'un absorbant saturable. On module alors la longueur de la cavité à une fréquence  $f$  autour de la raie hyperfine voulue et le faisceau de sortie du laser est envoyée vers une détection synchrone qui détecte le signal à  $3f$  ce qui permet de réduire fortement du fond Doppler [Garreau thèse]. La stabilité de fréquence de notre laser HeNe/I<sub>2</sub> étalon est de l'ordre d'une dizaine de kilohertz, ce qui est amplement suffisant pour la plupart des expériences développées dans notre groupe.

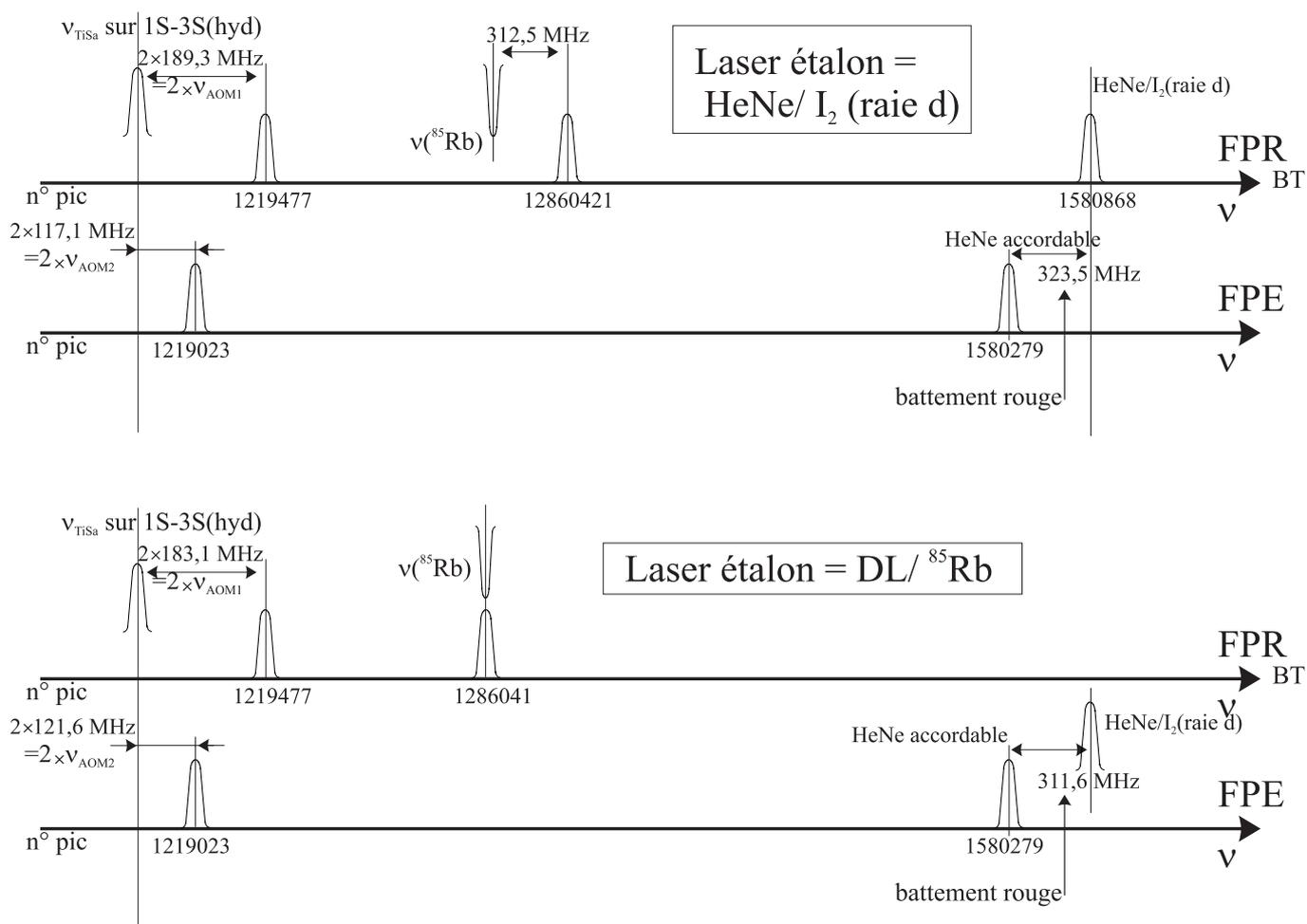
Cependant la particularité de l'expérience décrite dans cette thèse est que l'onde à 205 nm est produite par deux doublages de fréquence successifs. Ainsi, les fluctuations de fréquence du laser sont à multiplier par 8 pour obtenir les fluctuations équivalentes à la fréquence atomique. La stabilité du laser étalon est donc beaucoup plus critique dans le cadre de cette expérience. C'est pourquoi le laser HeNe/I<sub>2</sub> a été remplacé par la diode laser DL/Rb.

Ce laser étalon, développé pendant la thèse de Béatrice de Beauvoir [de Beauvoir thèse], est une diode laser à 778 nm (SDL) montée en cavité étendue dans la configuration de Littrow. La fréquence de cette diode laser est asservie sur la transition hyperfine à deux photons  $5S_{1/2}$  ( $F=3$ ) -  $5D_{5/2}$  ( $F=5$ ) du rubidium 85. Cet étalon a permis en 1997 une mesure des fréquences absolues des transitions 2S-8S/D dans l'hydrogène et le deutérium. L'avantage de ce laser étalon par rapport à l'hélium-néon asservi sur l'iode est sa plus grande stabilité de fréquence [de Beauvoir 97]. Les positionnements en fréquence des lasers relatifs à l'HeNe/I<sub>2</sub> et à la DL/Rb sont représentés sur la figure 2.5.

La solution adoptée pour mettre en place l'asservissement de la cavité FPR sur la diode DL/Rb prend en compte plusieurs contraintes.

Pour avoir une bonne précision dans l'asservissement de la cavité FPR sur la diode DL/Rb, il faut utiliser la transmission de cette cavité [Nez thèse]. Pour cet asservissement nous utilisons une modulation du signal et une détection synchrone. Une possibilité est d'utiliser la modulation du courant de la diode laser, qui sert à l'asservissement de la diode sur la transition du rubidium. Cependant, l'amplitude de la modulation en fréquence de la diode laser n'est pas suffisante pour asservir précisément la cavité FPR sur la diode. Cette amplitude, qui a été optimisée pour un bon fonctionnement du laser étalon, est de 300 kHz alors que la largeur à mi-hauteur d'un pic du FPR est d'environ 6 MHz. Nous devons donc utiliser la modulation produite par la cale piézoélectrique de cette cavité (déjà utilisée pour l'asservissement du laser sur le FPR).

De plus, il ne s'agit pas de substituer simplement le faisceau provenant du laser HeNe/I<sub>2</sub> par celui venant de la diode laser DL/Rb. En effet, tous les repères de fréquence dont nous disposons sont relatifs à la raie de l'iode. Il est donc important de pouvoir aisément revenir à la situation antérieure où le Fabry-Perot FPR est asservi sur l'hélium-néon. La cavité FPR est déjà utilisée en transmission pour deux faisceaux (HeNe/I<sub>2</sub> et TiSa). Ces deux faisceaux sont séparés en sortie de la cavité par un miroir dichroïque réfléchissant



**Fig. 2.5:** Positionnement en fréquence des différents lasers et Fabry-Perot

à 633 nm mais pas dans la gamme des longueurs d'onde d'utilisation du TiSa. Comme la longueur d'onde de la diode DL/Rb est typiquement dans la zone d'utilisation du TiSa, nous avons choisi de différencier ces deux faisceaux (TiSa et DL/Rb) par la polarisation plutôt que par la longueur d'onde. Pour cela, le faisceau provenant de la diode laser utilise le trajet d'injection du laser TiSa. La sélection en polarisation, en entrée comme en sortie, de la cavité est réalisée par le biais de cubes séparateurs de polarisations. Cependant, la sélection par ces cubes n'est pas suffisante pour séparer parfaitement les signaux issus du laser et de la diode. Avec ce seul dispositif, les photodiodes placées derrière la cavité sur les deux voies de polarisations détectent encore 10% de la lumière issue de l'autre polarisation.

Comme il n'est pas possible de séparer les contributions des deux lasers (TiSa et DL/Rb) par la fréquence de la modulation utilisée pour l'asservissement, nous avons finalement rendu les deux trajets optiques beaucoup plus indépendants en mettant devant chaque photodiode un miroir dichroïque. Devant la photodiode détectant la lumière de la diode laser nous avons placé un miroir (Laser Optik HR 850-860) transmettant 0,1% à 820 nm et 12,5% à 778 nm. Devant l'autre photodiode, nous avons mis un miroir (Matra Rc = 250 mm) transmettant 50% à 820 nm et 0,3% à 778 nm. Ce système, ajouté à la sélection en polarisation toujours en place, permet de séparer les deux trajets optiques à mieux que le millième.

Pour optimiser l'asservissement de l'étalon FPR sur la diode laser et l'asservissement du laser TiSa sur cet étalon, nous avons utilisé le Fabry-Perot de contrôle FPE.

Dans un premier temps, l'interféromètre FPE est considéré comme infiniment stable. La fréquence délivrée par le VCO qui pilote le modulateur AOM2 est asservie pour que le laser TiSa reste résonnant avec la cavité FPE. La mesure de cette fréquence est directement reliée aux fluctuations de fréquence du laser. Après optimisation des asservissements, l'écart-type minimal obtenu est de 1,2 kHz (intégré sur 300 secondes). Les variations de fréquences du laser sur 300 secondes sont donc en moyenne de 2,4 kHz. Ce résultat est environ 4 fois meilleur que ce que l'on obtenait avec le FPR asservi sur l'hélium-néon stabilisé sur l'iode.

L'utilisation quotidienne du laser TiSa et des différentes boucles d'asservissements est, avec l'habitude, très simple. Il possède une stabilité et une répétabilité qui le rendent incomparable pour la spectroscopie dans un domaine d'utilisation très large [de Beauvoir 00]. Sur cette expérience et durant ma thèse il n'a jamais constitué le facteur limitant, même si sa largeur de raie pourrait le devenir dans le futur si d'autres parties de l'expérience étaient considérablement améliorées.

## 2.2 Les doublages de fréquence

L'étude de la transition 1S-3S dans l'hydrogène nécessite la génération d'une radiation à 205 nm. Pour cela le laser titane-saphir est asservi à 820 nm, puis quadruplé en fréquence. Ce quadruplage est réalisé par deux doublages de fréquence successifs. Cette partie est consacrée à l'étude de ces deux doublages de fréquence. Il faut noter ici que l'essentiel de ces deux doublages de fréquence a été mis au point pendant la thèse de Sophie Bourzeix soutenue en 1995 [Bourzeix thèse]. Ainsi une bonne partie de la suite jusqu'à la seconde cavité de doublage n'est qu'un résumé de la description donnée dans ce manuscrit de thèse. Pour plus de détails, on pourra donc se reporter à celui-ci.

### 2.2.1 Le doublage de fréquence

#### Principe

Sous l'effet de champs électromagnétiques intenses, la plupart des matériaux ont une réponse non linéaire. La polarisation induite peut alors s'écrire :

$$P = \sum_i \varepsilon_0 \chi^{(i)} E^i \quad (2-1)$$

où  $E$  est l'amplitude du champ incident et  $\chi^{(i)}$  la susceptibilité d'ordre  $i$  du matériau (tenseur de rang  $i + 1$ ). En réponse à un champ sinusoïdal  $E = E_0 \cos(\omega t)$  la polarisation s'écrit au second ordre :

$$P = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E_0 \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_0^2 (1 + \cos(2\omega t)) \quad (2-2)$$

où  $\chi^{(1)}$  et  $\chi^{(2)}$  sont respectivement les susceptibilités linéaire et non-linéaire d'ordre 2 du matériau.

L'expression ci-dessus montre la présence d'un terme à  $2\omega$  dans l'expression de la polarisabilité. En utilisant simplement les équations de Maxwell dans les milieux anisotropes, on se rend compte que cette composante à la fréquence double dans la polarisabilité va à son tour induire dans le milieu un champ électromagnétique à la fréquence double de celle de l'onde incidente. C'est la façon la plus simple d'introduire le doublage de fréquence. De plus, cette expression nous permet déjà de mettre en lumière l'une des caractéristiques fondamentales du doublage de fréquence. En effet il apparaît immédiatement que le champ électromagnétique induit à la fréquence double va varier quadratiquement avec le champ incident et donc que la puissance de l'onde à  $2\omega$  va être, au moins dans une première approche, proportionnelle au carré de la puissance de l'onde incidente, soit  $P(2\omega) \propto P(\omega)^2$ .

La constante de proportionnalité (nommée coefficient de doublage) sera déterminée par la suite mais nous pouvons dès à présent dire qu'elle sera faible puisqu'il s'agit d'un processus du second ordre.

### Calcul de l'angle d'accord de phase

Pour que le doublage soit efficace, il faut satisfaire à la condition d'accord de phase. C'est une condition de conservation du vecteur d'onde, qui peut s'interpréter physiquement comme une condition de résonance spatiale pour les ondes interagissant. Dans le cas du doublage de fréquence, on peut se représenter le cristal, comme une succession de tranches constituées d'atomes. Lorsqu'on envoie sur ce cristal une onde lumineuse à la fréquence  $\omega$ , chaque tranche d'atomes peut être vue comme un ensemble constitué de dipôles induits locaux qui émettent à la fréquence  $2\omega$ .

Tous les dipôles d'une même tranche émettent donc une onde à  $2\omega$  dans une direction donnée. Cette onde est naturellement en phase avec l'onde incidente à  $\omega$ . Quand l'onde incidente arrive sur la seconde tranche, elle l'excite à son tour. Pour que l'onde à  $2\omega$  s'amplifie, il faut que l'onde à  $2\omega$  venant de la première tranche soit en phase avec celle venant de la seconde tranche afin qu'il y ait des interférences constructives. Il faut donc qu'entre la première et la deuxième tranche, les ondes à  $\omega$  et à  $2\omega$  se soient déplacées à la même vitesse  $v = \frac{c}{n(\omega)} = \frac{c}{n(2\omega)}$  et ainsi de suite pour toutes les tranches. En terme de vecteur d'onde cette condition s'exprime tout simplement par  $\vec{k}_{2\omega} = 2\vec{k}_\omega$ , soit  $n(2\omega)2\omega = 2n(\omega)\omega$ . L'accord de phase implique donc  $n(\omega) = n(2\omega)$ .

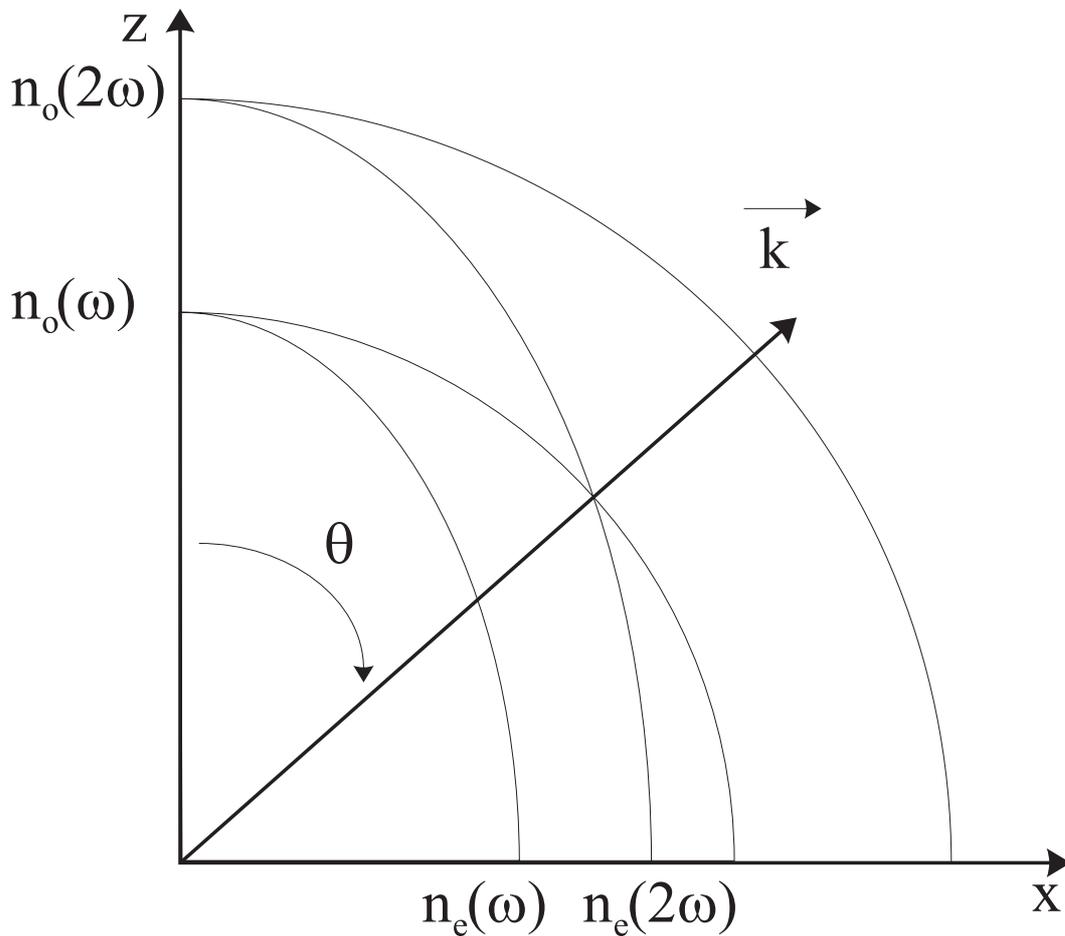
Pour réaliser expérimentalement la condition d'accord de phase, la méthode la plus efficace consiste à utiliser le fait que dans un cristal biréfringent, l'indice dépend à la fois de la longueur d'onde et de l'état de la polarisation de l'onde lumineuse. Pour plus de simplicité, je ne traiterai ici que le cas des cristaux uniaxes, ce qui est le cas du cristal utilisé dans le second doublage de fréquence. Dans de tels milieux, il est possible de faire varier l'indice de propagation en fonction de l'angle  $\theta$  entre l'axe optique du cristal et la direction de propagation de l'onde, caractérisée par son vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Si la variation d'indice due à cette biréfringence est plus importante que celle due à la dispersion, il est possible de réaliser la condition d'accord de phase, suivant deux types habituellement définis :

i) Accord de phase de type I

Les deux photons à la fréquence fondamentale  $\omega$  sont polarisés identiquement. Ils correspondent tous deux soit à une onde ordinaire, soit à une onde extraordinaire ; l'onde harmonique à  $2\omega$  est alors générée suivant la vibration orthogonale.

ii) Accord de phase de type II

Les deux photons à la fréquence fondamentale  $\omega$  sont polarisés dans des



**Fig. 2.6:** Surface des indices et accord de phase

directions orthogonales, l'onde harmonique à  $2\omega$  est alors générée dans une direction parallèle à l'une ou l'autre des deux ondes à  $\omega$ .

Le cas qui nous intéresse (celui du second doublage de fréquence) répond à un accord de phase de type I; par conséquent la condition d'accord de phase s'écrira, le cristal étant uniaxe négatif :

$$n_o(\omega) = n(\theta, 2\omega)$$

Considérons la surface des indices du cristal qui est représentée sur la figure 2.6. Nous pouvons déterminer l'expression de l'angle  $\theta$  d'accord de phase, angle pour lequel se croisent les deux nappes correspondant à  $n_o(\omega)$  et  $n_e(2\omega)$ . Pour cela on écrit l'équation de la surface des indices :

$$\frac{1}{n^2(\theta, 2\omega)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2(2\omega)} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2(2\omega)} \quad (2-3)$$

En écrivant la condition  $n_0^2(\omega) = n^2(\theta, 2\omega)$ , on déduit :

$$\sin^2 \theta = \frac{\frac{1}{n_0^2(2\omega)} - \frac{1}{n_0^2(\omega)}}{\frac{1}{n_0^2(2\omega)} - \frac{1}{n_e^2(2\omega)}} \quad (2-4)$$

On remarquera ici que si  $\theta$  est différent de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$ , il existe deux angles d'accord de phase symétriques par rapport à l'axe  $z$ . Or, comme nous le verrons par la suite, le taux de conversion n'est pas identique pour les deux angles d'accord de phase (d'où la nécessité d'étudier les deux positions afin de déterminer laquelle offre le meilleur rendement).

### Angle de double réfraction

La condition d'accord de phase doit s'accompagner de l'étude d'un autre problème, l'effet de la biréfringence sur l'onde émergente à  $2\omega$ . En effet, du point de vue de la biréfringence du milieu, le vecteur de Poynting  $\vec{S}$  n'est plus parallèle au vecteur d'onde  $\vec{k}$ . L'angle entre ces deux vecteurs est appelé angle de double réfraction ; il est noté  $\rho$ . Physiquement, ce sont les plans d'onde qui ne sont plus perpendiculaires au rayon lumineux ; c'est-à-dire que l'onde et l'énergie ne se propagent plus dans la même direction ; cela fait donc chuter très rapidement l'efficacité de conversion du doublage de fréquence à savoir le rapport entre la puissance de l'onde doublée et celle de l'onde incidente.

L'angle de double réfraction se calcule facilement en utilisant la figure 2.7. On se place par exemple dans le plan  $(x,z)$  ; la surface des indices vérifie une équation du type :

$$\frac{x^2}{n_e^2} + \frac{z^2}{n_0^2} = 1 \quad (2-5)$$

Le vecteur de Poynting étant normal à l'ellipse, on peut écrire l'équation donnant l'angle  $\alpha$  entre ce vecteur et l'axe des abscisses :

$$\tan \alpha = \frac{n_0^2 z}{n_e^2 x} \quad \text{avec} \quad \frac{z}{x} = \frac{1}{\tan \theta} \quad (2-6)$$

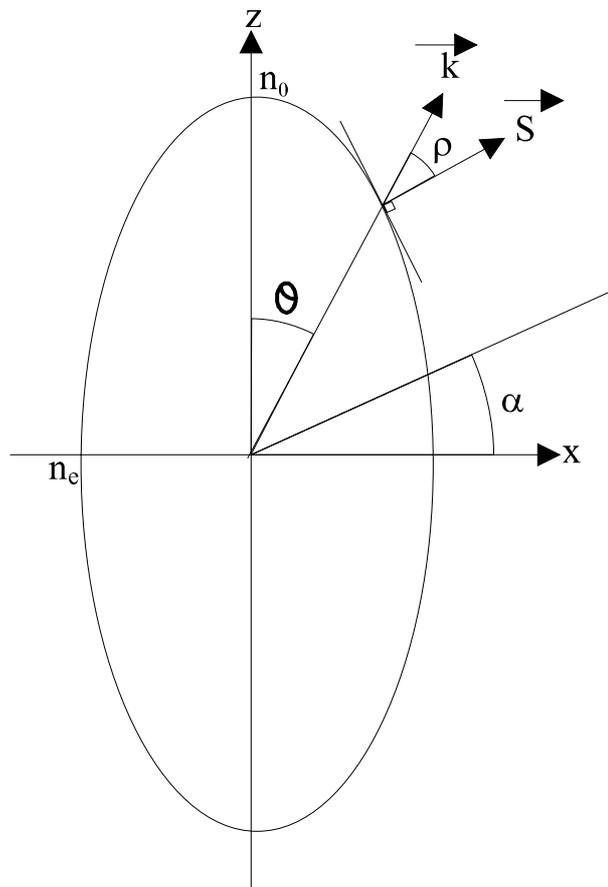
soit

$$\tan \alpha = \frac{n_0^2}{n_e^2} \times \frac{1}{\tan \theta} \quad (2-7)$$

Comme on sait que  $\rho + \theta = \pi/2 - \alpha$ , on peut déduire à l'aide de formules trigonométriques la valeur de  $\tan \rho$  :

$$\tan \rho = \frac{\tan \theta \times (1 - \frac{n_0^2}{n_e^2})}{1 + \frac{n_e^2}{n_0^2} \tan^2 \theta} \quad (2-8)$$

On peut remarquer que la double réfraction n'existe pas si  $\theta$  est un angle droit ; on se trouve alors dans le cas de l'accord de phase non critique.



**Fig. 2.7:** L'angle de double réfraction

### Le taux de conversion

Le calcul du taux de conversion dans le cas du doublage de fréquence est bien connu depuis les calculs de Boyd et Kleinman [Boyd et Kleinman]. Ce calcul a été repris par Sophie Bourzeix durant sa thèse [Bourzeix thèse] afin de l'adapter au cas particulier des deux doublages de fréquence décrits ici. Ainsi, pour minimiser les pertes par réflexion, les cristaux doubleurs de fréquence (aussi bien celui de LBO que celui de BBO) sont taillés à l'incidence de Brewster pour la polarisation de l'onde incidente, qui est horizontale pour les deux doublages. Ceci a pour conséquence que les faisceaux dans le cristal deviennent elliptiques.

Ce calcul du taux de conversion à l'incidence de Brewster a été effectué en détail dans la thèse de Sophie Bourzeix. Je donne ci-dessous le résultat obtenu (on se reportera pour plus de détails à la référence [Bourzeix thèse]).

Ce taux de conversion  $\alpha$  est défini par :

$$\alpha = \frac{P_{2\omega}(z=l)}{P_{\omega}(z=0)} \quad (2-9)$$

où  $P_{2\omega}$  est la puissance de l'onde doublée à  $2\omega$  à la sortie du cristal de longueur  $l$  et d'indice  $n$ , et  $P_{\omega}$  la puissance de l'onde incidente à l'entrée du cristal. Le calcul donne :

$$\alpha_{Brewster} = K \times \frac{k_1 l}{\pi n} \times h_m(B, \xi) \quad (2-10)$$

où

$$K = \frac{(2\omega)^2 d_{eff}^2}{2n^3 c^3 \varepsilon_0} \quad (2-11)$$

avec  $\xi = \frac{l}{b}$ ,  $b = k_1 \omega_0^2$  et  $B = \frac{\rho \sqrt{k_1}}{2}$  où  $b$  est la longueur focale de l'onde gaussienne incidente et  $\omega_0$  le "col" (waist) de cette onde, c'est-à-dire le rayon minimal de cette gaussienne.

La fonction  $h_m$  corrige le fait que l'onde n'est pas une onde plane mais une gaussienne. Cette fonction a été calculée numériquement par Boyd et Kleinman [Boyd et Kleinman].

Enfin,  $d_{eff}$  est la susceptibilité efficace dans la direction d'accord de phase.

### 2.2.2 Le premier doublage de fréquence : la cavité LBO

Le premier doublage de fréquence nous permet de passer de la longueur d'onde du titane-saphir (820 nm) à la longueur d'onde moitié, soit 410 nm [Bourzeix 93]. On obtient donc après ce doublage de fréquence une lumière bleu-violette très spectaculaire car elle diffuse dans l'air et, bien que la puissance obtenue à 410 nm soit plus faible que celle du laser, la lumière bleu éclaire à travers toute la pièce.

### Le cristal de LBO

Le choix du cristal avec lequel on réalise le premier doublage de fréquence a été fait durant la thèse de Sophie Bourzeix [Bourzeix thèse]. Ce choix s'est porté sur un cristal biaxe de LBO ( $\text{LiB}_3\text{O}_5$ ) en raison de son taux de conversion  $\alpha$  élevé à 820 nm. De plus ce matériau supporte de grandes intensités (jusqu'à  $20 \text{ GW.cm}^{-2}$ ) et il a un angle de double réfraction très faible.

La longueur du cristal a été optimisée pour maximiser le taux de conversion. Elle est de 10,7 mm. Le taux de conversion théorique pour cette longueur est de  $6,2 \times 10^{-5} \text{ W}^{-1}$ . Pour obtenir cette valeur, on a utilisé celle de  $d_{eff}$  donnée dans la littérature et qui est  $d_{eff} = \cos \phi \times 3,1 \times d_{36}(KDP)$ , avec  $d_{36}(KDP) = 0,38 \text{ pm.V}^{-1}$ .

Le calcul de l'angle d'accord de phase dans un cristal biaxe n'est pas détaillé ici ; on se reportera donc à la thèse de Sophie Bourzeix [Bourzeix thèse]. En appelant  $\phi$  cet angle on trouve :

$$\tan \phi = \frac{n_e(2\omega)}{n_o(2\omega)} \sqrt{\frac{n_o^2(2\omega) - n_o^2(\omega)}{n_o^2(\omega) - n_e^2(2\omega)}} \quad (2-12)$$

Les indices de tels matériaux sont donnés par les formules de Sellmeier où  $\lambda$  est la longueur d'onde en  $\mu\text{m}$  [Technoscience], [Fujian] :

$$n_x^2 = 2,454140 + \frac{0,011249}{\lambda^2 - 0,011350} - 0,014591 \times \lambda^2 - 6,60 \times 10^{-5} \times \lambda^4 \quad (2-13)$$

$$n_y^2 = 2,539070 + \frac{0,012711}{\lambda^2 - 0,012523} - 0,018540 \times \lambda^2 + 2,00 \times 10^{-4} \times \lambda^4$$

$$n_z^2 = 2,586179 + \frac{0,013099}{\lambda^2 - 0,011893} - 0,017968 \times \lambda^2 - 2,26 \times 10^{-4} \times \lambda^4$$

où  $n_o(\omega) = n_z(\omega)$ ,  $n_e(2\omega) = n_x(2\omega)$  et  $n_o(2\omega) = n_y(2\omega)$ .

On trouve en appliquant ces formules (2-13) un angle d'accord de phase  $\phi = 29,78^\circ$  et un angle de double réfraction de  $\rho = 17 \text{ mrad}$  pour un cristal de 10,7 mm de long.

### La cavité de surtension

Comme le montre la théorie du doublage de fréquence, la puissance de l'onde générée à la fréquence double varie quadratiquement avec celle de l'onde incidente. Il est donc tout à fait logique de vouloir augmenter la puissance vue par le matériau doubleur. Ceci est réalisé en le plaçant dans une cavité de surtension représentée sur la figure 2.8. Cette cavité a été mise au point pendant la thèse de Sophie Bourzeix. C'est une cavité en anneau composée de quatre miroirs. L'onde présente dans la cavité est progressive

et la cavité a été dessinée afin de compenser l'astigmatisme pour cette onde incidente. L'astigmatisme de la cavité est dû à l'utilisation de cristaux taillés à l'incidence de Brewster pour la polarisation horizontale de l'onde à 820 nm. La compensation de cet astigmatisme impose les angles entre le faisceau et les miroirs  $M_2$  et  $M_3$  entourant le cristal, et donc également la distance entre ces deux miroirs.

	Rayon	$T$ (820 nm)	$T$ (410 nm)	angle $i$	Marques
$M_1$	30 m	1,1%		9°	Spectra Physics
$M_2$	10 cm	Rmax		11,5°	Spectra Physics
$M_3$	10 cm	Rmax	98%	11,5°	Laser Optik
$M_4$	$\infty$	Rmax		13,5°	Laser Optik

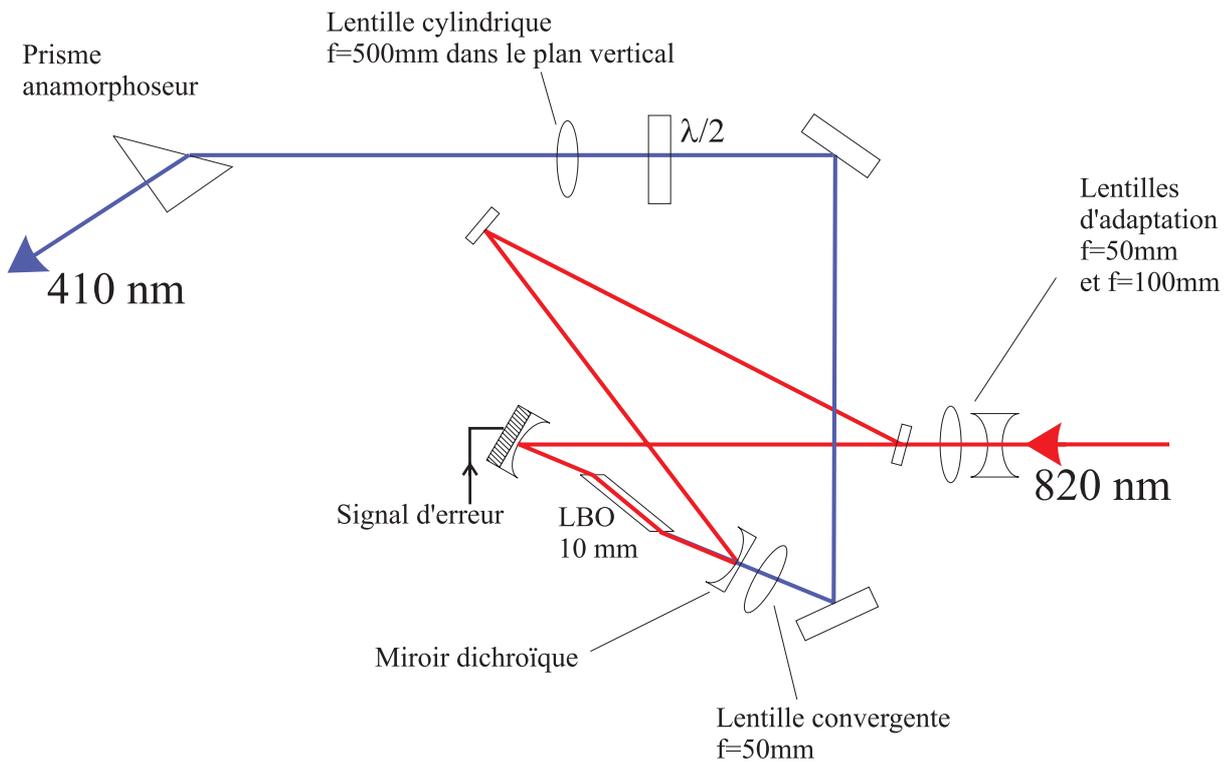
Le tableau ci-dessus résume les principales caractéristiques des miroirs utilisés ( $T$  désignant la transmission) ainsi que l'angle d'incidence  $i$  du faisceau à 820 nm sur ces différents miroirs. La cavité ainsi définie a une longueur de 86 cm. Il est à noter que les deux miroirs sphériques de rayon de courbure de 10 cm, servent à focaliser la lumière dans le cristal. Le bon compromis à ce sujet tient compte du fait que l'on a intérêt à focaliser la lumière pour augmenter l'intensité dans le cristal et ainsi les effets non-linéaires, mais que si la lumière est trop focalisée le recouvrement avec le cristal est trop faible (on risque de plus d'endommager le cristal). Ce compromis et donc l'optimisation du taux de conversion avec la focalisation a d'abord été calculé par Boyd et Kleinman, il est également très bien décrit dans la thèse de Sophie Bourzeix [Bourzeix thèse].

On remarquera également dans ce tableau et sur la figure 2.8 que la lumière à 410 nm est extraite de la cavité par le miroir dichroïque  $M_3$ , qui réfléchit 99,97% à 820 nm tout en transmettant 98% à 410 nm. Nous verrons qu'il s'agit là d'une des principales différences avec la seconde cavité de doublage, pour laquelle l'obtention de tels miroirs dichroïques aux longueurs d'onde moitié n'a pas été possible.

Enfin, comme nous le verrons plus loin, la puissance intra-cavité est très importante (pouvant aller jusqu'à 180 watts). La cavité est donc comme le laser placée à l'intérieur d'une boîte de plexiglas où règne une légère surpression, ceci afin d'éviter les poussières. Elle est également montée sur une plaque d'aluminium reposant sur des morceaux de caoutchouc pour assurer la stabilité mécanique et l'isolation aux différentes sources de bruit.

### *Zone de stabilité*

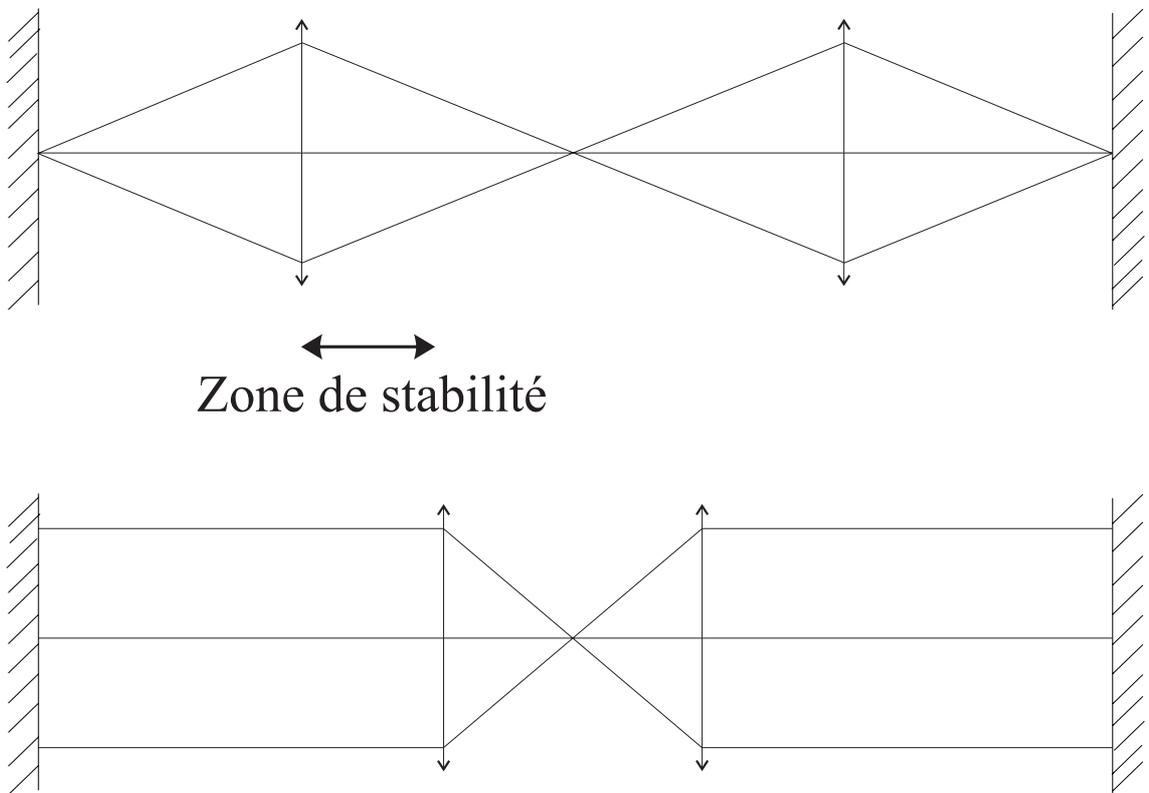
La cavité en anneau décrite ci-dessus (ainsi que la seconde cavité de doublage) est en terme de stabilité optique équivalente à une cavité composée de deux miroirs plans à l'intérieur de laquelle sont placées, de manière



**Fig. 2.8:** La première cavité de doublage avec le cristal de LBO

symétrique par rapport au centre, deux lentilles convergentes de focales identiques. La cavité est stable géométriquement quand après un tour de cavité le faisceau revient sur lui-même. Sur la figure 2.9 sont représentées les deux positions limites des lentilles pour lesquelles la cavité est stable. Ces deux positions définissent la zone de stabilité de la cavité. Cette zone de stabilité pour la première cavité de doublage est de 7,6 mm.

On voit sur cette figure que les deux positions ne sont pas du tout équivalentes en terme de focalisation. En effet, dans nos cavités de doublage le cristal se situe au centre de la cavité. Le réglage optimum consiste à se placer presque dans la configuration limite représentée dans la partie basse de cette figure où le faisceau est le plus focalisé au centre de la cavité. On ne se place pas exactement à cette limite car la cavité deviendrait très rapidement instable. Pratiquement, on approche symétriquement les deux miroirs sphériques du cristal jusqu'à ce que la puissance créée dans l'onde doublée chute. Cette chute est très brutale comparée à celle qu'occasionnerait un déplacement des miroirs dans le sens inverse. On revient alors en arrière de 1 ou 2 mm, pour ne pas avoir un réglage trop à la limite de la zone de stabilité.



**Fig. 2.9:** La zone de stabilité

### Asservissement de la cavité

Cette cavité de surtension est asservie sur la fréquence de l'onde incidente par la méthode de Hänsch-Couillaud [Hänsch Couillaud]. Cette méthode permet d'asservir une cavité sans aucune modulation, à condition qu'elle possède un élément sélecteur de polarisation. Dans notre cas cet élément sélecteur de polarisation est le cristal, taillé à l'incidence de Brewster pour une polarisation horizontale. La cavité présente donc beaucoup de pertes pour la polarisation verticale.

De plus, en amont de la cavité, une lame demi-onde tourne légèrement la polarisation de la lumière incidente ( $E_{inc}$ ), lui donnant une petite composante verticale. En inclinant légèrement le miroir d'entrée par rapport à la normale au faisceau incident, on peut récupérer la lumière réfléchie par la cavité. Pour la polarisation horizontale, le champ électrique de la lumière réfléchie ( $E_{réf}^{hor}$ ) s'écrit en fonction du champ incident ( $E_{inc}^{hor}$ ) :

$$E_{réf}^{hor} = E_{inc}^{hor} \left( \sqrt{1-T} - \frac{T e^{i\delta}}{1 - \sqrt{1-T} e^{i\delta}} \right) \quad (2-14)$$

où  $T$  est la transmission du miroir d'entrée et  $\delta$  le déphasage subi par l'onde sur un tour de cavité. Le premier terme de cette expression correspond à la réflexion sur le miroir d'entrée, et le second terme à la transmission par le miroir d'entrée de la lumière dans la cavité. Pour la polarisation verticale, seul le premier terme de réflexion sur le miroir d'entrée subsiste. En effet, cette polarisation subissant de fortes pertes, la lumière correspondante ne peut pas tourner dans la cavité.

$$E_{réf}^{vert} = E_{inc}^{vert} \sqrt{1-T} \quad (2-15)$$

On voit que ces deux composantes de la lumière réfléchie sont en phase si la cavité est résonnante avec la composante horizontale, c'est-à-dire si  $\delta = 0$ . Dans ce cas, la lumière réfléchie est polarisée linéairement. Par contre, si la cavité n'est plus tout à fait résonnante ( $\delta \neq 0$ ), les deux polarisations ne sont plus en phase et la lumière réfléchie est polarisée elliptiquement, avec une ellipticité dépendant du déphasage.

La lumière réfléchie est analysée par un système composé d'une lame quart-d'onde, d'une lame séparatrice et de deux polariseurs croisés dont les axes sont à  $45^\circ$  des lignes neutres de la lame quart-d'onde. Le signal d'erreur est obtenu en faisant la différence des courants obtenus sur les photodiodes placées derrière chaque polariseur. Ce signal d'erreur a une forme de dispersion. Il est donc simplement amplifié et filtré électroniquement avant d'être envoyé vers l'entrée modulation de l'amplificateur haute-tension de la cale piézoélectrique sur laquelle est monté le miroir  $M_2$ . Cet asservissement, en plus de sa simplicité (puisqu'il ne nécessite aucune modulation), est très robuste.

### Estimation de la qualité du doublage de fréquence

Pour pouvoir estimer la qualité du doublage de fréquence, il faut prendre en compte plusieurs paramètres. En effet, il faut à la fois pouvoir rendre compte des paramètres liés à la cavité de surtension et des paramètres propres au doublage dans le cristal. Nous avons déjà vu le taux de conversion  $\alpha$  qui caractérise le doublage. Cependant pour mesurer directement ce coefficient il faudrait avoir accès à la puissance en sortie du cristal pour l'onde générée à  $2\omega$ . Ce n'est guère possible quand la cavité est asservie sur l'onde fondamentale. Nous allons donc définir d'autres coefficients qui vont nous permettre d'estimer les caractéristiques du doublage de fréquence de façon indirecte.

On notera donc :

- $P_1$  la puissance incidente sur la cavité,
- $P_{int}$  la puissance à la fréquence  $\omega$  interne à la cavité,
- $P_2$  la puissance récupérée en sortie de la cavité à la fréquence  $2\omega$ ,
- $P_a$  la puissance réfléchiée par le miroir d'entrée quand la cavité est asservie, c'est-à-dire résonnante avec l'onde fondamentale,
- $P_{na}$  cette même puissance réfléchiée quand la cavité n'est pas asservie,
- $R = \frac{P_a}{P_{na}}$  le rapport entre ces deux puissances,
- $T$  la transmission du miroir d'entrée de la cavité,
- $p$  les pertes de la cavité, autres que celles dues au miroir d'entrée et au doublage de fréquence,
- $p_{doubl}$  les pertes dues au au doublage de fréquence et qui valent  $\alpha \times P_{int}$ .

On définira enfin :

- $\eta$  le taux d'injection dans la cavité, c'est-à-dire le pourcentage effectif de la puissance incidente qui entre dans la cavité (ce coefficient caractérise, en particulier, l'adaptation du faisceau incident au mode de la cavité),
- $S = \frac{P_{int}}{P_1}$  le facteur de surtension de la cavité, c'est-à-dire le rapport de la puissance intra-cavité à la puissance incidente sur cette cavité.

Si l'on considère de plus que  $T$  et  $p$  sont petits devant 1, on obtient l'expression (valable dans tout Fabry-Perot) [Bourzeix thèse] :

$$P_{int} = \eta \times P_1 \times \frac{4T}{(T + p + p_{doubl})^2} \quad (2-16)$$

En remplaçant les pertes dues au doublage par  $\alpha \times P_{int}$  on obtient une expression analytique de la puissance intra-cavité :

$$P_{int} = \left[ \sqrt[3]{Q + \Delta} + \sqrt[3]{Q - \Delta} \right]^2 \quad (2-17)$$

où

$$Q = \frac{\sqrt{\eta T P_1}}{\alpha} \quad \text{et} \quad \Delta = \sqrt{\frac{\eta T P_1}{\alpha^2} + \frac{1}{27} \left( \frac{T + p}{\alpha} \right)^3} \quad (2-18)$$

Cette expression analytique permet de déduire  $\alpha$  à condition de connaître la puissance intra-cavité  $P_{int}$ , les pertes de la cavité  $p$  et le taux d'injection  $\eta$ .

La mesure de puissance intra-cavité est réalisée par le biais d'une photodiode placée derrière le miroir  $M_2$ . En enlevant le miroir d'entrée on peut mesurer le photo-courant obtenu pour une puissance incidente donnée, ce qui nous permet d'estimer directement la puissance intra-cavité quand la cavité est asservie ainsi que le facteur de surtension  $S$ .

Enfin le calcul de  $p$  et  $\eta$  en fonction de  $R$  et  $S$  ayant été fait dans la thèse de Sophie Bourzeix je n'en donne ici que les résultats qui sont :

$$p = \frac{1 - R}{S} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{(1 - R + TS)^2}{4TS} \quad (2-19)$$

La procédure consiste donc à estimer la puissance intra-cavité, comme expliqué ci-dessus, à mesurer le rapport de la puissance réfléchiée par la cavité quand elle est asservie à celle quand elle ne l'est pas et la transmission du miroir d'entrée. Avec ces données, on est capable de chiffrer le taux d'injection dans la cavité, le facteur de surtension et le taux de conversion  $\alpha$ . Ces estimations et en particulier celle de  $\eta$  sont importantes pour optimiser le doublage de fréquence. Ainsi, c'est en mesurant  $\eta$  que l'on peut se rendre compte de l'effet des lentilles placées avant la cavité, induit tant par leur positionnement que par la valeur de leur distance focale.

Enfin, il est à noter que ces résultats sur l'estimation de la qualité du doublage de fréquence seront également valables pour la seconde cavité de doublage de l'expérience.

### Résultats obtenus avec la première cavité de doublage

La cavité de doublage avait donc été mise au point pendant la thèse de Sophie Bourzeix, et le cristal de LBO utilisé à l'époque était un cristal fabriqué en Chine aux laboratoires du Fujian Institute. Les résultats obtenus alors étaient très bons puisque le taux de conversion mesuré était de  $\alpha \simeq 4 \times 10^{-5} \text{W}^{-1}$ . Cela permettait d'obtenir des puissances importantes à 410 nm. Ainsi, pour 1,9 W de puissance incidente sur la cavité, la puissance de l'onde doublée était de 410 mW [Bourzeix 93].

Au début de ma thèse, le même cristal était toujours en place mais nous n'arrivions plus à obtenir des résultats aussi bons. Nous en avons conclu que le cristal s'était détérioré avec le temps. La société Optilas nous a alors convaincus de tester un cristal de LBO fabriqué en Russie à Saint-Petersbourg. Celui-ci s'est avéré être encore meilleur que le précédent. Les caractéristiques que je donne sont donc celles obtenues avec ce cristal dans la cavité de surtension, la transmission du miroir d'entrée étant de 1,1%.

injection $\eta$	surtension $S$	pertes	$p_{doubl}$	$R$	taux de conversion $\alpha$
87,5%	77,7	1,2%	0,8%	0,125	$6 \times 10^{-5} \text{W}^{-1}$

On constate que ce cristal est en effet réellement très bon puisque la valeur de son taux de conversion égale presque la valeur théorique ( $6,2 \times 10^{-5} \text{W}^{-1}$ ). Ceci a pour conséquence directe que les pertes dues au doublage ne sont plus négligeables devant les autres pertes. Il faut également noter ici la qualité de la cavité de surtension et de l'adaptation du faisceau à la cavité. L'optimisation de cette cavité avait pris beaucoup de temps à Sophie Bourzeix durant sa thèse, en particulier le choix méthodique de tous les miroirs constituant cette cavité. Le résultat est que cette cavité a des pertes très faibles et donc que la puissance à l'intérieur est assez impressionnante (jusqu'à 180 W pour une puissance incidente de 2,3 W).

Les résultats que j'ai obtenus avec ce cristal doubleur de fréquence sont décrits par la courbe de la figure 2.10. Les points expérimentaux sont les carrés et la courbe en trait plein représente la puissance dans l'onde à 410 nm en fonction de la puissance de l'onde incidente sur la cavité. Cette courbe a été obtenue en multipliant par  $\alpha$  la formule (2-17) élevée au carré ce qui représente la variation théorique de la puissance de sortie en fonction de la puissance incidente (et bien sûr en fonction des paramètres que nous avons mesurés expérimentalement). Il est impressionnant de voir à quel point cette courbe est parfaitement adaptée à nos résultats expérimentaux et ceci sans le moindre ajustement. Ceci prouve que les phénomènes physiques ont été réellement bien pris en compte par les calculs effectués par Sophie Bourzeix durant sa thèse. On se rend ainsi compte que si le doublage de fréquence (en cavité) est bien quadratique avec la puissance incidente à faible puissance, ce n'est plus du tout le cas à forte puissance puisque la relation devient alors de la forme  $P(2\omega) \propto P(\omega)^{\frac{2}{3}}$ .

Le meilleur résultat mesuré pendant ma thèse est de 960 mW de puissance dans l'onde doublée pour une puissance incidente de 2,3 W. Bien sûr la cavité se dérègle un petit peu chaque jour et l'on n'a pas le temps de refaire tous les réglages quotidiennement. Mais même en dehors de l'optimum ce montage m'a permis de travailler avec des puissances supérieures à 700 mW et ce de manière quasiment quotidienne.

Les formules précédentes permettent également d'étudier la variation de la puissance de sortie dans l'onde doublée en fonction de la transmission du miroir d'entrée de la cavité (en fixant la puissance à l'entrée de la cavité). La courbe de la figure 2.11 montre ainsi que pour une puissance à l'entrée de 2 W la transmission optimale du miroir d'entrée serait de 1,3%. On voit également que le miroir en place dont la transmission est égale à 1,1% fournit des résultats très satisfaisants et on l'a donc conservé comme miroir d'entrée de la cavité.

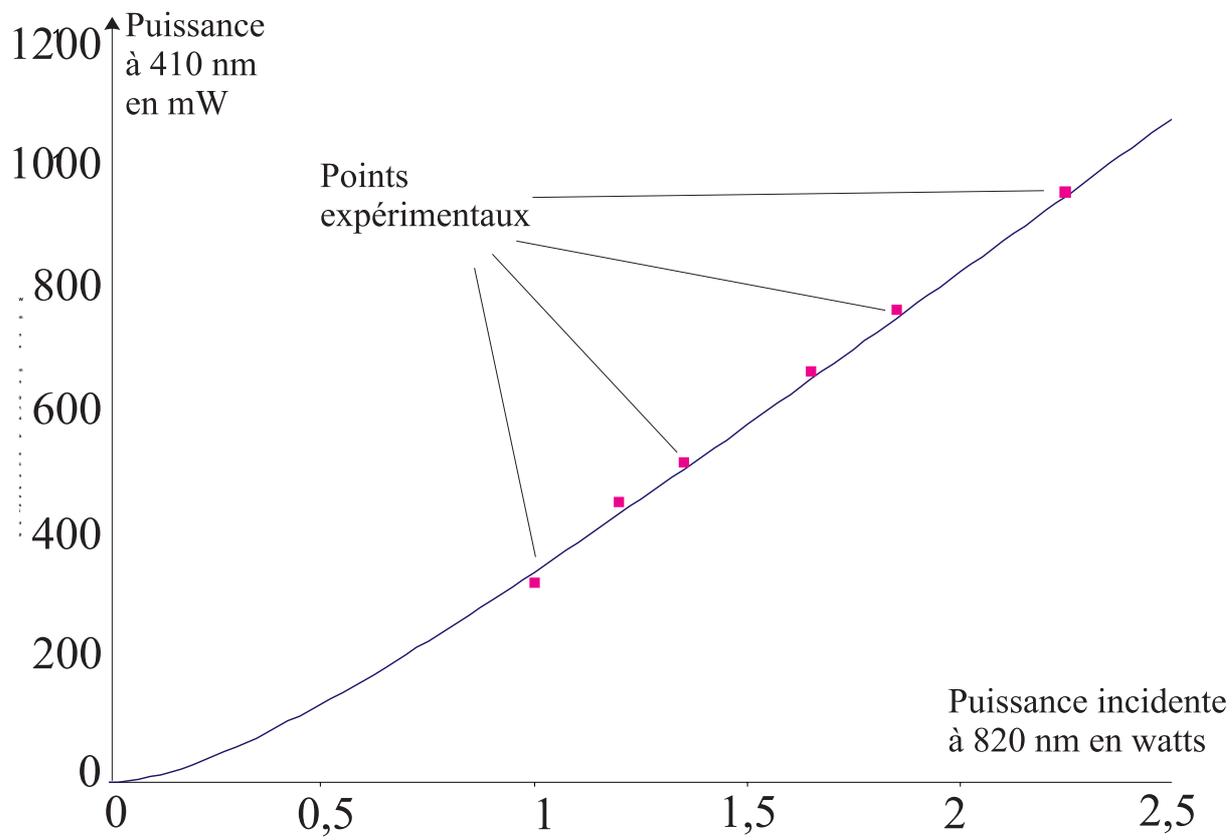
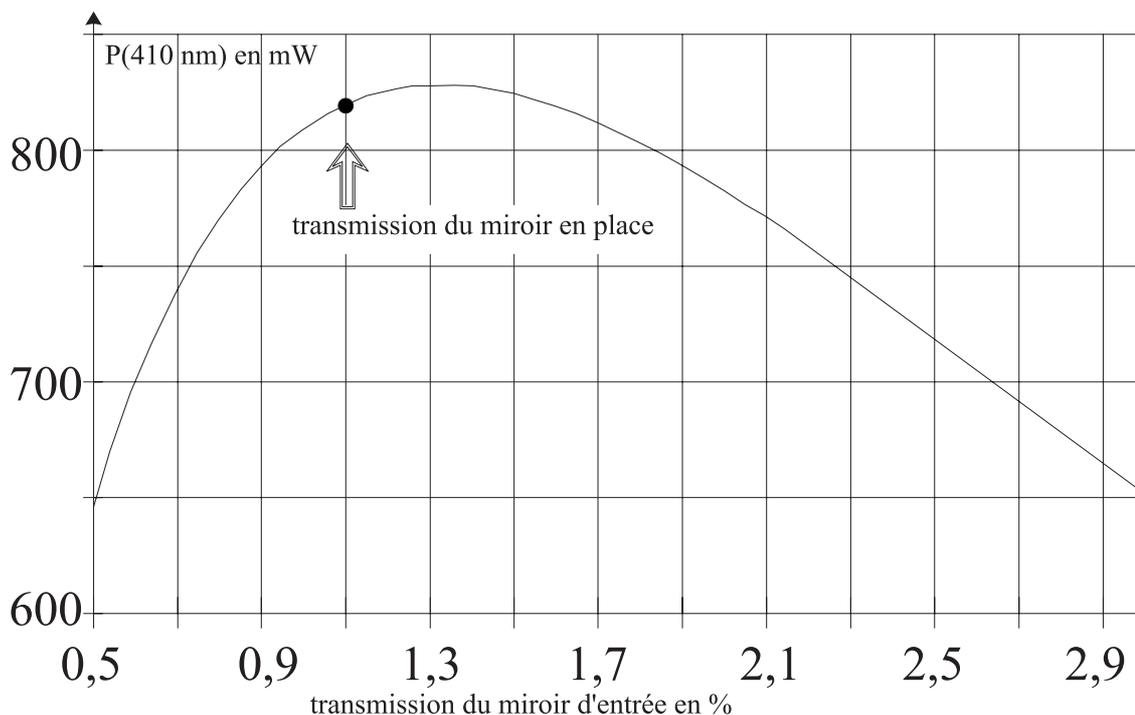


Fig. 2.10: Résultats obtenus à 410 nm



**Fig. 2.11:** Influence de la transmission du miroir d'entrée

#### *Utilisation quotidienne de la première cavité de doublage*

Comme je l'ai déjà dit, on n'a pas le temps quotidiennement de refaire tous les réglages de la cavité. On n'a pas non plus le temps de remesurer tous les paramètres du doublage de fréquence. Pourtant il est nécessaire de suivre l'évolution du doublage de fréquence et donc de définir d'autres coefficients, plus rapides à mesurer.

Ainsi le facteur qui semble le mieux rendre compte de l'efficacité d'un doublage de fréquence est le coefficient que nous appellerons  $\gamma$  et qui représente le rapport entre la puissance dans l'onde doublée en fréquence et la puissance incidente sur la cavité élevée au carré.

$$\gamma = \frac{P_2}{P_1^2} \quad (2-20)$$

Cependant ce coefficient ne peut, à lui tout seul, rendre compte de tous les paramètres. En effet, si la qualité du doublage diminue il faut être capable de savoir si cette dégradation est due à des pertes plus importantes dans la cavité, ou bien à une chute du taux de conversion dans le cristal. On utilisera ainsi deux autres coefficients  $S$  et  $r$ .

$S$  est le facteur de surtension qui a déjà été défini dans la partie sur l'estimation de la qualité du doublage de fréquence, et qui permet de rendre compte de l'évolution des pertes de la cavité. Le coefficient  $r$  est lui plus

directement lié au taux de conversion  $\alpha$  :

$$r = \frac{P_2}{P_{int}^2} = \frac{\gamma}{S^2} \quad (2-21)$$

L'ensemble de ces trois paramètres est ce qui nous a permis au jour le jour de caractériser les deux cavités de doublage.

Les interventions quotidiennes sur cette cavité consistent à optimiser l'injection du faisceau incident sans changer la focalisation et à nettoyer la cavité.

### 2.2.3 Le second doublage de fréquence : la cavité BBO

Le second doublage de fréquence nous permet d'obtenir la radiation à 205 nm, nécessaire à l'excitation de la transition à deux-photons. Bien que les cristaux doubleurs de fréquence ne soient pas les mêmes, l'ensemble du second doublage a initialement été conçu pour être très proche du premier. Tant au niveau de la cavité que de son asservissement, la conception initiale s'appuyait sur ce qui fonctionnait et fonctionne toujours très bien pour le premier doublage de fréquence. Il a fallu, par la suite, s'adapter aux conditions expérimentales très particulières de ce second doublage de fréquence.

#### Le cristal de BBO

Le BBO ( $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) découvert en 1984 au Fujian Institute de Pékin [Fujian] est à l'heure actuelle l'unique matériau permettant de réaliser le doublage de fréquence 410  $\rightarrow$  205 nm. C'est un cristal uniaxe, qui possède de plus un angle de double réfraction très faible. Cependant, à la longueur d'onde de 205 nm, nous sommes très proches de la limite d'absorption de ce matériau et de la limite au delà de laquelle il n'est plus accordable en phase. Ceci explique en partie le caractère très délicat de ce doublage de fréquence.

#### *Calcul de l'angle d'accord de phase et de la double réfraction*

Les formules démontrées dans la partie sur les principes du doublage de fréquence s'appliquent directement pour ce cristal, puisqu'il s'agit d'un cristal uniaxe. Nous avons donc :

$$\sin^2 \theta = \frac{\frac{1}{n_0^2(2\omega)} - \frac{1}{n_0^2(\omega)}}{\frac{1}{n_0^2(2\omega)} - \frac{1}{n_e^2(2\omega)}} \quad (2-22)$$

et

$$\tan \rho = \frac{\tan \theta \times \left(1 - \frac{n_e^2}{n_0^2}\right)}{1 + \frac{n_e^2}{n_0^2} \tan^2 \theta} \quad (2-23)$$

avec les formules de Sellmeier pour le BBO :

$$\begin{aligned} n_o^2(\lambda) &= 2,7359 + \frac{0,01878}{\lambda^2 - 0,01822} - 0,01354 \times \lambda^2 \\ n_e^2(\lambda) &= 2,3753 + \frac{0,01224}{\lambda^2 - 0,01667} - 0,01516 \times \lambda^2 \end{aligned} \quad (2-24)$$

où les longueurs d'onde sont exprimées en  $\mu\text{m}$ . On en déduit donc  $\theta = 86,45^\circ$  ou  $93,55^\circ$  et  $\rho = 14,4$  mrad.

On trouve donc deux angles d'accord de phase symétriques de  $3,55^\circ$  par rapport à l'angle droit.

On peut également noter la dépendance en longueur d'onde de l'écart entre ces deux angles (voir figure 2.13). Si la longueur d'onde incidente diminue, l'écart diminue également, la limite étant la longueur d'onde pour laquelle les deux angles sont confondus en  $\theta = 90^\circ$  et au delà de laquelle le doublage de fréquence n'est plus possible. Les formules 2-24 sont données pour une température de  $25^\circ\text{C}$ .

Enfin on peut souligner que l'angle de double réfraction est très faible. Ce n'est donc pas un facteur gênant pour cette expérience.

#### *Estimation du taux de conversion*

L'optimisation du taux de conversion d'après les formules 2-10 et 2-11 permet de calculer la longueur du cristal et la taille du faisceau dans le cristal. Mais le taux de conversion dépend également directement du facteur  $d_{eff}$  qui vaut dans le cas du cristal de BBO :

$$d_{eff} = d_{31} \sin \theta + d_{22} \cos \theta \quad (2-25)$$

où les paramètres  $d_{31}$  et  $d_{22}$  sont des composantes de la matrice  $d$  liée au tenseur  $\chi^{(2)}$  [Bourzeix thèse]. Pour le BBO on a  $d_{22} = 5,7 \times d_{36}(KDP)$  et  $d_{31} = 0,07 \times d_{22}$ . Ces valeurs sont celles données dans la littérature [Eckardt 90]. Et bien que la connaissance de ces coefficients soit assez imprécise, cela nous permet tout de même d'expliquer, au moins qualitativement, certaines des caractéristiques de ce doublage de fréquence.

Il est important de se rendre compte ici que le coefficient devant le  $\sin \theta$  est beaucoup plus petit que celui devant le  $\cos \theta$ . Ceci implique que pour les longueurs d'onde où l'angle d'accord de phase calculé est tel que  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  sont du même ordre de grandeur, le terme en  $\cos \theta$  l'emporte sur celui en  $\sin \theta$ . Par contre, dès que cela n'est plus le cas, le taux de conversion chute très rapidement. Par exemple ce taux de conversion chute d'un facteur deux entre 415 et 410 nm.

Cette caractéristique est évidemment très pénalisante dans notre cas. En effet, comme nous l'avons vu, nous sommes très proches de la limite où le

BBO n'est plus accordable en phase. D'après les formules 2-22 et 2-24 cette limite est à 409,5 nm et nous doublons en fréquence une radiation à 410,17 nm. Nous sommes donc très proches d'un angle d'accord de phase de  $90^\circ$ . La longueur d'onde que nous voulons obtenir est donc typiquement dans la zone où le taux de conversion est très faible.

La forme de  $d_{eff}$  et le fait que nous soyons proches d'un angle d'accord de phase de  $90^\circ$  a une autre conséquence directe. Comme il est expliqué plus haut, il y a toujours deux angles d'accord de phase symétriques par rapport à  $90^\circ$ . La différence entre ces deux positions symétriques se situe donc pour le taux de conversion au niveau du signe de  $\cos\theta$ . Ainsi pour l'angle de valeur inférieure à  $90^\circ$  les deux termes de  $d_{eff}$  s'additionnent, alors qu'ils se soustraient pour la valeur supérieure à  $90^\circ$ . Ceci n'a pas de conséquences importantes tant que l'un de ces deux termes est prépondérant sur l'autre. Par contre, et c'est notre cas, quand la valeur de l'angle d'accord de phase est telle que les deux termes sont du même ordre de grandeur le taux de conversion pour l'angle supérieur à  $90^\circ$  devient extrêmement faible : si à 420 nm le rapport des taux de conversion entre les deux positions d'accord de phase symétriques est de 1,7, à 410,17 nm ce rapport est de 16.

Ainsi à la longueur d'onde utilisée pour l'excitation de la transition 1S-3S dans l'hydrogène, non seulement le taux de conversion est beaucoup plus faible qu'à des longueurs d'onde légèrement supérieures mais en plus les deux angles d'accord de phase sont très différents quant aux taux de conversion. Cette dernière remarque implique que la taille des cristaux de BBO que nous utilisons est très importante. Il serait, dans notre cas, capital que les fabricants de cristaux soient capables de différencier les deux directions de doublage et malheureusement cela n'a pour l'instant jamais été le cas.

## Adaptation du faisceau incident à la seconde cavité de doublage

### *Compensation de l'astigmatisme du faisceau à 410 nm*

Comme nous l'avons vu dans la partie sur la première cavité de doublage l'astigmatisme de cette cavité est compensé pour le faisceau à 820 nm. Cet astigmatisme n'est, par contre, pas compensé pour le faisceau généré à 410 nm. De plus il faut ajouter à l'astigmatisme du cristal celui dû à la double réfraction qui, bien que faible, n'est pas négligeable. Ainsi le faisceau bleu créé a un rayon minimal  $w_0^v=90,6 \mu\text{m}$  et une longueur de Rayleigh  $z_0^v=62,3 \text{ mm}$  dans le plan vertical et un rayon minimal  $w_0^h=18,3 \mu\text{m}$  et une longueur de Rayleigh  $z_0^h=2,5 \text{ mm}$  dans le plan horizontal. On admet que les deux cols sont situés au centre du cristal. Le faisceau sort ensuite de la cavité par le miroir  $M_3$  (voir figure 2.8) qui se comporte comme une lentille mince divergente suivie d'une lame à faces parallèles d'épaisseur 6 mm. Ce miroir est donc équivalent à une lentille de focale  $f_h=-201,5 \text{ mm}$  dans le plan horizontal et  $f_v=-209,8 \text{ mm}$  dans le plan vertical. L'image du faisceau à travers

$M_3$  est donc un faisceau de rayon minimal  $w_0^v=70,8 \mu\text{m}$  et une longueur de Rayleigh  $z_0^v=38,5 \text{ mm}$  dans le plan vertical et un rayon minimal  $w_0^h=14,5 \mu\text{m}$  et une longueur de Rayleigh  $z_0^h=1,6 \text{ mm}$  dans le plan horizontal, les deux cols étant distants de 11 mm.

Pour pouvoir adapter le faisceau bleu à la seconde cavité de doublage il est nécessaire de compenser cet astigmatisme afin de rendre le faisceau le plus semblable possible à un faisceau gaussien dans un mode  $\text{TEM}_{00}$ . Pour cela, une lentille sphérique convergente ( $f = 50 \text{ mm}$ ) est placée juste derrière le miroir  $M_3$  [Bourzeix thèse]. Le faisceau est alors presque parallèle dans le plan horizontal alors qu'il converge puis rediverge dans le plan vertical. Il suffit alors de placer une lentille cylindrique à l'endroit où le faisceau est rond en choisissant sa focale de telle manière que le faisceau en sortie soit bien parallèle. Le faisceau créé à 410 nm est polarisé linéairement dans le plan vertical, une lame demi-onde fait tourner cette polarisation de  $90^\circ$  afin de l'adapter à la seconde cavité de doublage.

**Remarque :** Il faut noter que la lentille cylindrique n'étant pas traitée anti-reflet, elle est placée à l'incidence de Brewster et il faut, pour calculer sa focale réelle, tenir compte de l'angle d'incidence  $i$ . Pour un angle d'incidence  $i$  dans le plan horizontal, la focale dans le plan vertical est alors [Bourzeix thèse] :

$$f_i = f \times \frac{n - 1}{n \cos r - \cos i} \quad (2-26)$$

où  $n$  est l'indice de la lentille et  $n \sin r = \sin i$ .

#### *Adaptation au mode de la seconde cavité*

Le faisceau étant à présent le plus semblable possible à un mode  $\text{TEM}_{00}$  il reste à l'adapter en taille à la seconde cavité de doublage. Pour cela on utilise un système afocal composé (selon les époques) de :

- une lentille convergente ( $f = +200 \text{ mm}$ ) suivie d'une lentille divergente ( $f = -150 \text{ mm}$ )
- une lentille convergente ( $f = +200 \text{ mm}$ ) suivie d'une lentille convergente ( $f = +150 \text{ mm}$ ).

Ce système réduit la taille du faisceau d'un facteur  $3/4$ . La première solution est la plus compacte. La seconde a été mise en place à un moment où nous avons besoin d'un faisceau très fin avant la seconde cavité de doublage (voir la partie 2.2.4).

De plus, selon les cristaux utilisés dans le second doublage de fréquence, le mode de la seconde cavité a, par moment, été elliptique. En effet, comme nous le verrons plus loin, nous avons essayé différentes configurations pour l'angle de coupe de nos cristaux. Ainsi, dans certains cas la compensation

de l'astigmatisme de la seconde cavité pour le faisceau à 410 nm n'était plus tout à fait réalisée et donc, le mode de la cavité était elliptique, avec un rayon plus grand dans le plan horizontal que vertical. Étant donné que le faisceau de sortie de la première cavité est lui très bien corrigé de l'astigmatisme nous perdions donc de la puissance à l'injection de la seconde cavité de doublage. Nous avons alors tenté de rendre le faisceau issu de la première cavité le plus semblable possible au mode de la seconde cavité par l'ajout d'un prisme anamorphoseur dans le plan horizontal (voir figure 2.8), traité anti-reflet à 410 nm. Cela nous a permis d'accroître de 10% l'injection dans la seconde cavité quand le mode de celle-ci était elliptique.

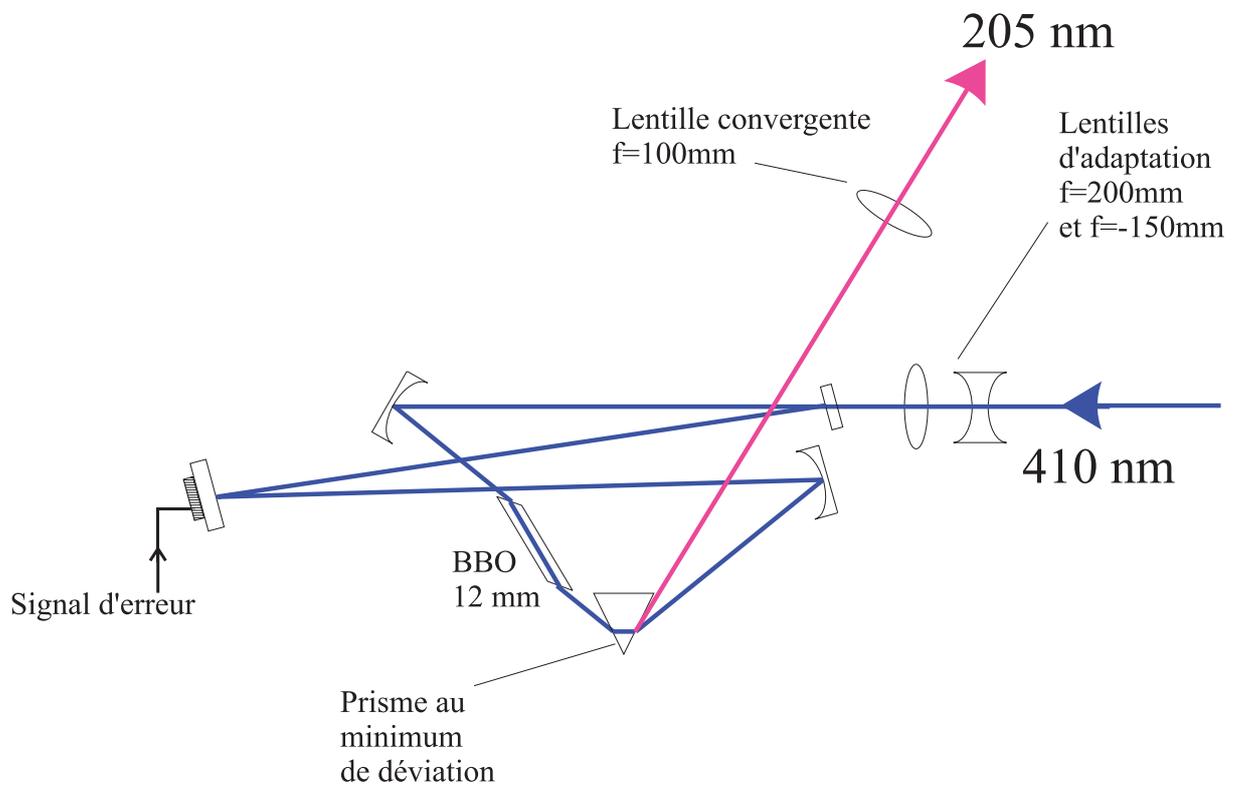
### La seconde cavité de doublage

La seconde cavité de doublage est très comparable à la première. C'est une cavité en anneau, composée de quatre miroirs, dont deux sont plans et deux sphériques afin de focaliser la lumière dans le cristal (voir figure 2.12). Tous les miroirs de cette cavité sont Rmax à 410 nm, excepté le miroir d'entrée  $M_1$ . La principale différence entre les deux cavités concerne la manière de faire sortir l'onde générée à la fréquence double. Nous n'avons pas trouvé de fabricant susceptible de nous fournir de miroir dichroïque réfléchissant à 410 nm et n'occasionnant pas trop de pertes à 205 nm. La solution adoptée est donc d'utiliser un prisme dans la cavité. Ce prisme, en déviant plus le faisceau à 205 nm que celui à 410 nm, permet de faire sortir le faisceau ultraviolet de la cavité tout en envoyant le faisceau bleu sur un miroir [Bourzeix 97]. Le prisme est situé dans la cavité juste après le cristal de BBO et est placé à l'incidence de Brewster et au minimum de déviation pour le faisceau à 410 nm. En sortie du prisme les deux faisceaux sont séparés de  $9^\circ$ . Enfin le miroir plan  $M_4$  est monté sur une cale piézoélectrique qui permet à la fois de balayer la cavité et de l'asservir sur l'onde fondamentale.

Comme pour la première cavité de doublage, les angles d'incidence et les distances entre les miroirs sphériques et le cristal ont été calculés pour compenser l'astigmatisme de l'onde fondamentale. Cet astigmatisme a, contrairement à la première cavité, deux origines. La première est due au fait que les faces du cristal sont à l'incidence de Brewster. La seconde, au fait qu'un prisme est placé dans la cavité.

Les caractéristiques des miroirs de cette cavité sont décrites dans le tableau ci-dessous.

	Rayon	$T(410 \text{ nm})$	angle $i$	Marque
$M_1$	$\infty$	1,6%	$1,5^\circ$	Laser Optik
$M_2$	228 mm	Rmax	$8,7^\circ$	Spectra physics
$M_3$	228 mm	Rmax	$12,1^\circ$	Spectra physics
$M_4$	$\infty$	Rmax	$0,6^\circ$	Spectra physics



**Fig. 2.12:** La seconde cavité de doublage avec le cristal de BBO

La cavité ainsi définie est plus longue que la précédente et mesure 194 cm ce qui lui confère une zone de stabilité de 17,5 mm. La taille minimale du faisceau à 410 nm dans le cristal est  $w_0=27 \mu\text{ m}$ .

Le BBO est un matériau hygroscopique, c'est-à-dire qu'il se détériore au contact de l'eau. Pour éviter d'abîmer les cristaux, la cavité est placée dans une boîte étanche sous une atmosphère d'oxygène. C'est empiriquement et sur des conseils extérieurs que cette solution a été choisie et qu'elle s'est avérée être celle épargnant le plus la durée de vie des cristaux de BBO. L'explication tient sans doute au fait que l'oxygène est un des composants essentiels du BBO et en procédant ainsi on évite que ne se produisent des réactions chimiques sur la surface du cristal. En fait, comme de l'extérieur de cette boîte nous n'avons accès qu'aux réglages de positionnement et d'orientation du cristal (trois translations et une rotation autour d'un axe horizontal permettant de se placer à l'accord de phase), nous avons adopté pour le réglage de cette cavité une procédure particulière. Ainsi, tous les réglages de la cavité sont effectués à l'air libre en balayant la longueur de la cavité. Ces réglages sont ceux concernant :

- la focalisation dans le cristal (voir partie 2.2.2),
- les orientations autour d'un axe vertical du cristal et du prisme pour minimiser les pertes dans la cavité, c'est-à-dire leur positionnement à l'incidence de Brewster.

On cherche également les deux positions d'accord de phase afin de réaliser tous les réglages pour la position offrant le meilleur taux de conversion. Après cela seulement, on ferme la boîte. On vérifie alors que les réglages précédents n'ont pas été perdus lors de la fermeture, ce qui n'est pas toujours le cas. Pendant une semaine, on alterne des cycles où la cavité est mise sous atmosphère d'oxygène, en général pendant la journée, et sous vide secondaire statique la nuit, afin de permettre le dégazage du cristal. C'est seulement après cette semaine que l'on s'autorise à asservir la cavité sur la fréquence du faisceau à 410 nm. Cette procédure est totalement empirique, mais étant donné le rôle critique de ce deuxième doublage de fréquence dans l'expérience, nous ne pouvons pas nous permettre d'endommager le cristal.

Enfin la description de cette deuxième cavité de doublage ne serait pas complète sans préciser que les supports des miroirs sont maintenus en place par des tiges en acier assurant la stabilité mécanique de l'ensemble de cette cavité. La boîte est composée de deux tubes d'innox que l'on serre au niveau de la partie centrale du montage où se trouve le cristal. Les deux tubes possèdent des hublots à l'autre extrémité. Pour la partie avant de la cavité, c'est-à-dire celle par laquelle le faisceau incident entre dans la cavité et le faisceau à 205 nm quitte la cavité, il y a deux hublots de silice fondue, placés à l'incidence de Brewster pour les polarisations respectives de ces deux faisceaux. Pour la partie arrière, un seul hublot placé derrière le miroir  $M_4$  permet de mesurer avec une photodiode la puissance de l'onde fondamentale dans la

cavité. Enfin une lentille convergente ( $f = +100$  mm soit 87 mm à 205 nm) en silice fondue est placée sur le trajet de sortie du faisceau à 205 nm, ceci afin de compenser la divergence rapide de ce faisceau. Je préciserais ce point dans la partie sur l'adaptation du faisceau à la cavité du jet atomique.

Les performances obtenues avec cette cavité de doublage dépendent beaucoup des différents cristaux que nous avons utilisés. Une partie sera plus spécifiquement consacrée à ces résultats. Les résultats ci-dessous donnent cependant des ordres de grandeurs de ces performances, obtenues en moyenne pour différents cristaux.

injection $\eta$	surtension $S$	pertes
75%	40	2%

On remarque que les performances obtenues sont nettement moins bonnes que pour la première cavité de doublage. L'injection de la cavité en particulier est plus faible. Ceci est, en partie, dû au fait que le faisceau qui sort de la première cavité de doublage, même compensé de l'astigmatisme, n'est plus parfaitement gaussien.

### Refroidissement du cristal de BBO

L'un des points non abordés pour l'instant concerne la dépendance de l'accord de phase en fonction de la température. En effet si les indices optiques varient avec la longueur d'onde (2-24), il est connu qu'ils varient également avec la température. Ainsi pour certains cristaux non-linéaires l'accord de phase est réalisé en jouant sur la température du cristal plutôt que sur son orientation par rapport au faisceau. Ce n'est en général pas le cas pour le BBO car ses indices optiques sont très peu sensibles à la température, ce qui représente d'ailleurs un avantage pour certaines applications. Cependant nous utilisons ce cristal dans un domaine de longueurs d'onde très particulier, puisque nous sommes très proches de la limite d'accordabilité de ce matériau. Dans cette zone, l'angle d'accord de phase varie beaucoup plus vite qu'ailleurs avec la longueur d'onde. On le remarque très bien sur la figure 2.13. La longueur d'onde que nous utilisons est dans le pied de la parabole. La variation de l'angle d'accord de phase avec la longueur d'onde devient donc beaucoup plus rapide. C'est pourquoi dans cette zone l'angle d'accord de phase devient relativement sensible à la température. Les variations en fonction de la température des indices ordinaire et extraordinaire du BBO sont plus connues de manière qualitative que quantitative. Cependant les signes de ces variations et leur ordre de grandeur nous fournissent tout de même des informations. Ainsi on a [Dmitriev 91] :

$$\frac{d(n_e)}{dT} = -9,3 \times 10^{-6} \text{K}^{-1} \quad (2-27)$$

$$\frac{d(n_o)}{dT} = -16,6 \times 10^{-6} \text{K}^{-1} \quad (2-28)$$

En introduisant ces coefficients dans la formule (2-22) de l'angle d'accord de phase en fonction des indices optiques aux différentes longueurs d'onde nous pouvons donc estimer la variation de l'angle d'accord de phase, et plus précisément de la position en longueur d'onde de l'angle d'accord de phase non-critique ( $\theta = 90^\circ$ ) en fonction de la température. Par exemple en appliquant ces formules, si on se place à une température de  $0^\circ\text{C}$  on trouve l'angle d'accord de phase non-critique à 409,33 nm au lieu de 409,55 nm à  $25^\circ\text{C}$ . L'effet de la température est donc tout d'abord de translater la courbe 2.13. Cela veut dire que si l'on refroidit le cristal, l'angle d'accord de phase à notre longueur d'onde sera le même que celui d'une longueur d'onde plus élevée à température ambiante (voir figure 2.13). Comme le taux de conversion ne dépend pas directement de la longueur d'onde mais seulement de l'angle d'accord de phase, en s'éloignant de  $90^\circ$  on peut espérer gagner sur le taux de conversion.

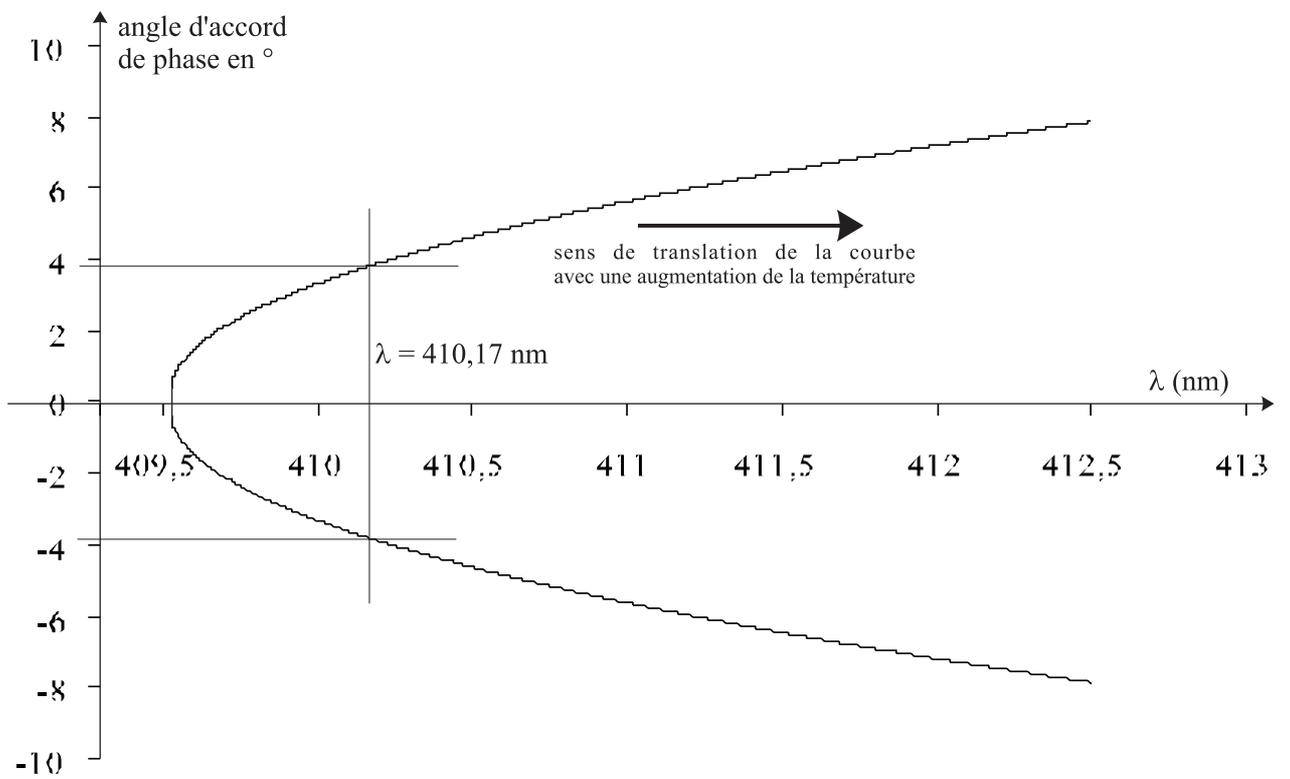
Ainsi avec les formules théoriques pour le taux de conversion on trouve :

Température ( $^\circ\text{C}$ )	25	0	-10
Taux de conversion $\times d_{36}$ (KDP)	0,75	0,8	0,82

Ces résultats sont qualitatifs, mais ils montrent qu'en refroidissant le cristal de BBO on doit pouvoir gagner sur le taux de conversion et donc sur la puissance d'ultraviolet produit.

### Mise en place d'un asservissement de température

Le refroidissement du cristal est en place depuis la thèse de Sophie Bourzeix. Ce refroidissement est réalisé par un module à effet Peltier sur lequel est collé le support en cuivre du cristal. Le module à effet Peltier était à l'époque alimenté par un générateur de courant, ce qui permettait de stabiliser la température du cristal vers  $15^\circ\text{C}$ . La température du support du cristal était mesurée par le biais d'une thermistance. Tout était donc déjà en place pour asservir la température du cristal. Il suffisait de remplacer le générateur de courant par un asservissement de type proportionnel, intégrateur, dérivateur (PID). Le signal d'erreur est fourni par un pont de Wheatstone en comparant la valeur de la résistance de la thermistance à une valeur fixée par l'utilisateur. Ce signal est ensuite amplifié dans un amplificateur différentiel puis envoyé vers le PID. La correction obtenue commande enfin le courant



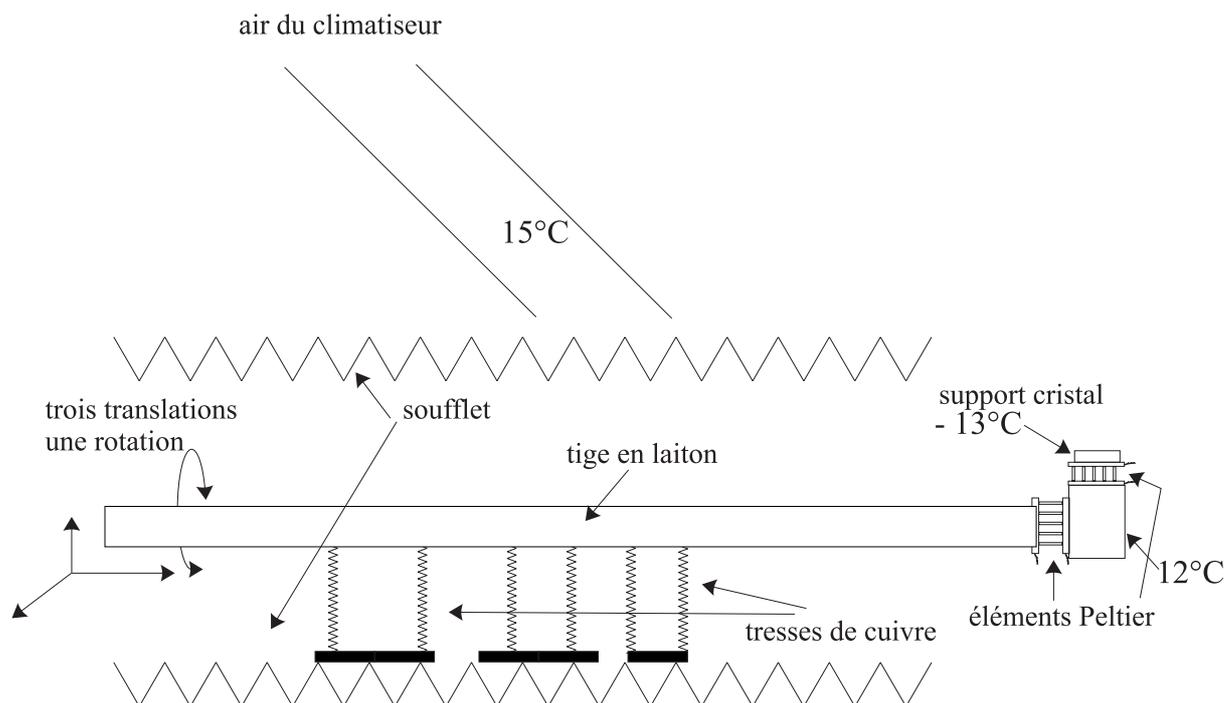
**Fig. 2.13:** Variation théorique de l'angle d'accord de phase avec la longueur d'onde

d'alimentation du module à effet Peltier. De tels asservissements sont couramment utilisés, notamment pour la stabilisation en température des diodes lasers.

Nous avons mis en place cet asservissement avant même de refroidir le cristal plus bas que  $15^{\circ}\text{C}$ . Sa première utilisation a été simplement de stabiliser la température du cristal. En effet avec la puissance lumineuse focalisée dans le cristal, la température de celui-ci avait tendance à augmenter. Cette puissance lumineuse peut atteindre jusqu'à 30 watts et le rayon minimal du faisceau est de  $27\ \mu\text{m}$ . Nous avons ainsi mesuré une augmentation de la température du cristal de l'ordre de  $1^{\circ}\text{C}$  en branchant l'asservissement. Comme l'angle d'accord de phase dépend de la température, ce réchauffement du cristal avait tendance à changer les réglages d'orientation du cristal et donc les réglages d'injection de la cavité avec et sans l'asservissement. La mise en place de l'asservissement de température nous a donc tout d'abord permis de gagner sur la stabilité de l'asservissement de la cavité de doublage en rendant les réglages moins dépendants des conditions expérimentales, comme par exemple de la puissance incidente sur la cavité.

L'idée d'utiliser cet asservissement de température pour gagner sur le taux de conversion en refroidissant le cristal à des températures plus basses nous est venue plus tard. En effet, comme nous allons le voir, le gain obtenu en refroidissant dépend de la manière dont les cristaux ont été taillés. Nous avons ainsi dû faire tailler des cristaux de manière particulière pour pouvoir utiliser le refroidissement de température. Nous avons en particulier utilisé un cristal optimisé pour fonctionner vers  $-12^{\circ}\text{C}$ . Le problème que nous avons alors rencontré pour atteindre de telles températures est un problème de dissipation de la chaleur pompée par le module à effet Peltier. En effet le support sur lequel est monté le cristal se trouve au bout d'une tige en laiton de 13 cm de long et de dimensions latérales de 12 mm sur 12 mm. Cette tige, passe dans un soufflet, et est reliée à l'extérieur par un système permettant les réglages de translations et de rotation de l'ensemble tige et cristal. La masse dissipative n'est donc pas très importante et avec l'asservissement décrit ci-dessus nous ne réussissions pas à descendre la température du cristal plus bas que 4 ou  $5^{\circ}\text{C}$ .

La solution adoptée est représentée sur la figure 2.14. Le support de l'ensemble cristal et module Peltier est relié à la tige par un deuxième module à effet Peltier. La tige est reliée au soufflet par des tresses de cuivre attachées à des morceaux de sections de tubes de cuivre reposant sur le soufflet. Enfin un tuyau souple amène directement du climatiseur de l'air à  $15^{\circ}\text{C}$  sur le soufflet. Le deuxième module à effet Peltier est commandé par un autre asservissement de température pour stabiliser le support du premier à  $12^{\circ}\text{C}$ . Ce montage nous permet de stabiliser la température du cristal de BBO à  $-13^{\circ}\text{C}$ , même lorsque la cavité est asservie sur le faisceau bleu.



**Fig. 2.14:** Refroidissement du cristal de BBO

### Incidence de l'angle de coupe des cristaux

Comme nous l'avons vu dans la partie sur le taux de conversion, celui-ci varie beaucoup entre les deux directions d'accord de phase. L'idéal serait donc de faire tailler les cristaux pour qu'ils se trouvent à l'incidence de Brewster pour la direction offrant le meilleur taux de conversion. Cela suppose que les fabricants de cristaux soient en mesure de différencier les deux directions. Pour ne pas prendre de risque les premiers cristaux étaient taillés pour être à l'incidence de Brewster à  $90^\circ$ , c'est-à-dire à l'angle d'accord de phase non-critique. A température ambiante et pour nos longueurs d'onde il était donc nécessaire d'incliner le cristal de  $3,55^\circ$  par rapport à cette position. Ceci induisait des pertes puisque le cristal, ainsi utilisé, n'était pas exactement à l'incidence de Brewster. Une tentative avait été faite de faire tailler un cristal à  $86,5^\circ$ , mais il a été coupé à  $93,5^\circ$ , c'est-à-dire pour le mauvais angle d'accord de phase. Il était donc nécessaire de l'incliner de  $7^\circ$  pour se positionner sur le bon angle ce qui introduisait trop de pertes dans la cavité. Tous ces premiers cristaux avaient été fabriqués au Fujian Institute en Chine. Les cristaux commandés par la suite étaient donc tous taillés à  $90^\circ$ . Au début de ma thèse nous avons fait tailler un nouveau cristal à  $90^\circ$ , cette fois-ci par la firme Cleveland aux Etats-Unis. Ce cristal s'est avéré meilleur que tous les précédents et nous avons donc par la suite continué à travailler avec des cristaux de cette firme.

Le fait que les cristaux que nous utilisions étaient taillés pour être à l'incidence de Brewster à  $90^\circ$ , limitait l'utilisation du refroidissement. En effet, en refroidissant le cristal, on diminue son angle d'accord de phase et donc on s'éloigne de l'angle non-critique. Ceci permet de gagner sur le taux de conversion, mais on est obligé d'incliner de plus en plus le cristal au fur et à mesure qu'il est refroidi, ce qui introduit de plus en plus de pertes dans la cavité. Le bon compromis pour un cristal taillé à  $90^\circ$  se situe ainsi vers  $15^\circ\text{C}$ . Au delà de cette température, ce qu'on gagne sur le taux de conversion, on le perd en s'éloignant de l'incidence de Brewster. Comme les fabricants américains semblaient meilleurs que les chinois nous avons pensé qu'ils étaient peut-être capables de différencier les deux directions d'accord de phase et par là-même de nous permettre d'utiliser au mieux le refroidissement potentiel des cristaux. Nous avons donc commandés des cristaux taillés à des angles plus faibles que  $90^\circ$ . Une partie sera, dans la suite, consacrée à la comparaison des différents cristaux.

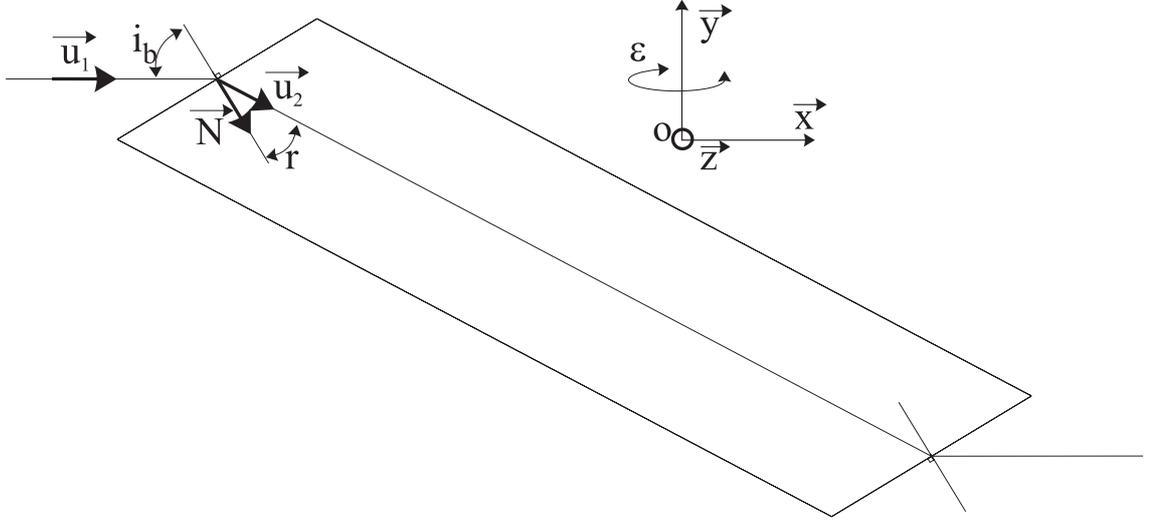
### Étude expérimentale de l'angle d'accord de phase avec la température

Pour une expérience annexe réalisée pour le BNM-INM, nous avons utilisé un cristal taillé pour être à l'incidence de Brewster à  $83,1^\circ$ . Il s'agissait d'étudier une transition à  $206,2\text{ nm}$  dans l'atome d'argent. Accessoirement ce cristal nous a permis d'étudier le comportement en température de l'angle d'accord de phase, ce que nous n'aurions pas pu faire avec un cristal taillé à  $90^\circ$ . Cette étude en température était nécessaire avant de commander des cristaux taillés à des angles plus faibles. En effet, la connaissance des coefficients de variation des indices du BBO avec la température n'est pas suffisamment précise. Il faut tout d'abord mesurer l'angle d'accord de phase. Or, nous avons seulement accès à la rotation autour d'un axe vertical qui n'est pas perpendiculaire à la direction des faisceaux dans le cristal.

#### *Calcul de l'angle d'accord de phase en fonction de la rotation du support*

Le cristal est représenté sur la figure 2.15. Le faisceau bleu arrive sur le cristal avec un angle d'incidence  $i_b$  ( $\tan i_b = n_0(410\text{ nm})$ ) sur le cristal. La rotation que nous effectuons depuis l'extérieur de la cavité est une rotation  $\varepsilon$  autour de l'axe Oy.

On note  $\vec{u}_1$  (resp.  $\vec{u}_2$ ) le vecteur directeur du faisceau incident sur le cristal (resp. dans le cristal).  $\vec{N}$  est le vecteur normal à la face d'entrée du cristal. La rotation  $\varepsilon$  autour de Oy modifie le vecteur normal  $\vec{N}$  et le vecteur  $\vec{u}_2$  lié au cristal; on obtient les vecteurs  $\vec{N}_M$  et  $\vec{u}_{2M}$ . La propagation du faisceau dans le cristal ne se fait pas suivant  $\vec{u}_{2M}$  mais suivant le vecteur  $\vec{u}'_2$ . La rotation du faisceau à  $410\text{ nm}$  par rapport au cristal est alors  $\theta = \text{Arc cos}(\vec{u}_{2M} \cdot \vec{u}'_2)$ .



**Fig. 2.15:** Incidence du faisceau lumineux sur le cristal de BBO

Les lois de Descartes vectorielles nous donnent  $\vec{u}_2$  (resp.  $\vec{u}'_2$ ) en fonction de  $\vec{u}_1$  et de  $\vec{N}$  (resp.  $\vec{u}_1$  et de  $\vec{N}_M$ ).

$$\vec{u}_2 = \frac{\vec{u}_1}{n_0} + \frac{\sqrt{n_0^2 - 1 + \cos^2 i_b} - \cos i_b}{n_0} \times \vec{N} \quad (2-29)$$

$$\vec{u}'_2 = \frac{\vec{u}_1}{n_0} + \frac{\sqrt{n_0^2 - 1 + \cos^2 i'} - \cos i'}{n_0} \times \vec{N}_M \quad (2-30)$$

avec

$$i_b = \text{Arc cos}(\vec{u}_1 \cdot \vec{N}) \quad (2-31)$$

et

$$i' = \text{Arc cos}(\vec{u}_1 \cdot \vec{N}_M) \quad (2-32)$$

Dans le référentiel Oxyz les coordonnées des différents vecteurs sont :

$$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 \begin{pmatrix} \cos(i_b - r) \\ -\sin(i_b - r) \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{N} \begin{pmatrix} \cos i_b \\ -\sin i_b \\ 0 \end{pmatrix} \text{ avec } n_0 \sin r = \sin i_b$$

et la matrice de rotation  $\varepsilon$  autour de Oy est  $\begin{pmatrix} \cos \varepsilon & 0 & -\sin \varepsilon \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varepsilon & 0 & \cos \varepsilon \end{pmatrix}$

on obtient donc  $\vec{u}_{2M} \begin{pmatrix} \cos(i_b - r) \times \cos \varepsilon \\ -\sin(i_b - r) \\ \cos(i_b - r) \times \sin \varepsilon \end{pmatrix}$  et  $\vec{N}_M \begin{pmatrix} \cos i_b \times \cos \varepsilon \\ -\sin i_b \\ \cos i_b \times \sin \varepsilon \end{pmatrix}$

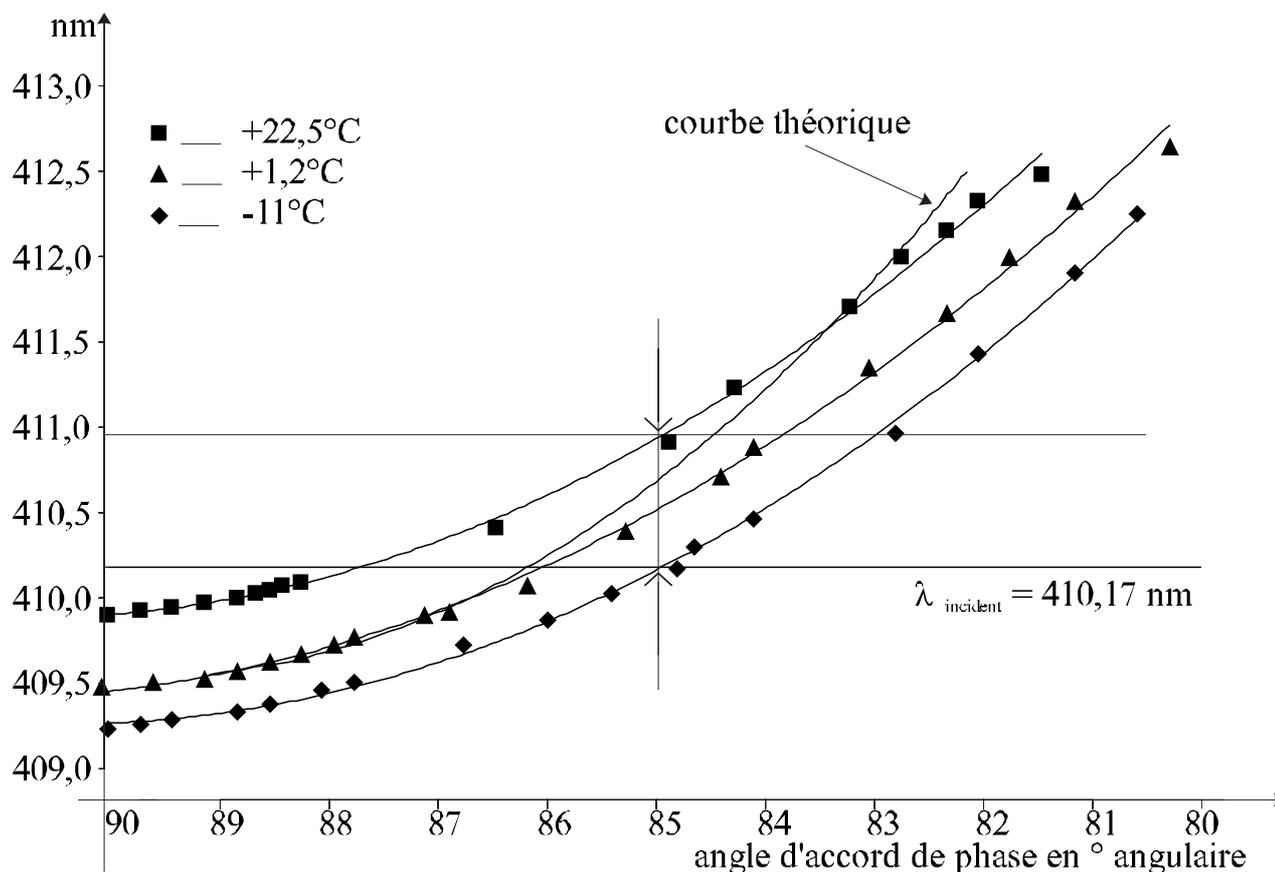


Fig. 2.16: Etude de l'angle d'accord de phase en fonction de la température

On trouve finalement :

$$\theta = \text{Arc cos} \left( \frac{\cos \varepsilon \times \cos(i_b - r)}{n_0} + \frac{\sqrt{n_0^2 - 1 + \cos i' - \cos i'} \times \cos r}{n_0} \right) \quad (2-33)$$

Ce calcul nous permet de comparer nos résultats expérimentaux avec les formules théoriques ce qui est fait sur la figure 2.16. Ainsi j'ai étudié pour trois températures (22,5°C; 1,2°C et -11°C) la variation de l'angle d'accord de phase en fonction de la longueur d'onde du faisceau incident sur la cavité. J'ai également reporté sur cette figure la courbe théorique à température ambiante donnée par les formules de Sellmeier pour le BBO (2-24).

Le premier enseignement de cette étude est que la courbe théorique est beaucoup plus proche de la courbe à 1,2°C que de celle à température ambiante, du moins dans le domaine proche de l'angle d'accord de phase non-critique. On peut, en ajustant les courbes expérimentales par des paraboles, donner la longueur d'onde de l'angle d'accord de phase non-critique pour les trois températures étudiées. Ces résultats sont à comparer à ceux obtenus

en injectant dans la formule théorique les variations des indices optiques du BBO en fonction de la température.

Température (°C)	22,5	1,2	-11
$\lambda$ théoriques (nm) pour $\theta = 90^\circ$	409,51	409,495	409,25
$\lambda$ expérimentales (nm) pour $\theta = 90^\circ$	409,88	409,6	409,26

Le nombre de chiffres significatifs donnés dans le tableau ci-dessus n'est pas du tout représentatif de la précision des résultats. Ce tableau indique tout de même que la position en longueur d'onde de l'angle d'accord de phase non-critique varie plus rapidement que ce que les données théoriques le laissent prévoir. On se rend également compte qu'à température ambiante la longueur d'onde de 410,17 nm est deux fois plus proche que prévue de la limite d'accordabilité du BBO.

Enfin la figure 2.16 va nous permettre d'exploiter au mieux le refroidissement de température mis en place. On se rend ainsi compte que travailler avec une longueur d'onde de 410,17 nm à  $-11^\circ\text{C}$ , est équivalent en terme d'angle d'accord de phase à travailler à température ambiante à une longueur d'onde de 410,9 nm. Nous avons donc à la suite de cette étude commandé un nouveau cristal taillé à l'incidence de Brewster pour une longueur d'onde de 410,9 nm, soit à  $85^\circ$ .

### Les différents cristaux de BBO utilisés

Cette partie est consacrée aux performances obtenues avec les différents cristaux de BBO que j'ai utilisés pendant cette thèse. Pour cela on utilise trois coefficients qui nous permettent de caractériser les cristaux sans réaliser toutes les mesures nécessaires pour déduire le taux de conversion et les pertes de la cavité.

Ces trois coefficients sont les suivants :

- $\gamma$  est le rapport entre la tension mesurée en volts sur la photodiode sensible dans l'ultraviolet, placée en sortie de la cavité et chargée sur  $10\text{ k}\Omega$ , et la puissance à 410 nm incidente sur la cavité mesurée en mW et élevée au carré. Ce coefficient est, au final, celui qui nous intéresse le plus, car il est directement représentatif de l'ultraviolet produit à une puissance donnée.
- $S$  est le facteur de surtension de la cavité, c'est-à-dire le rapport entre la tension en volts donnée par la photodiode placée derrière le miroir  $M_4$  (voir description de la seconde cavité de doublage) et la puissance en watts de l'onde à 410 nm incidente sur la cavité.
- $r$  est le rapport entre la tension mesurée en volts sur la photodiode détectant l'u.v. et la tension mesurée en volts et élevée au carré mesurée sur la photodiode derrière  $M_4$ .

Chronologiquement le premier cristal étudié était un cristal de 15 mm de long (plus long de 2 mm que ce que nous avons commandé) taillé à  $90^\circ$ .

Nous avons ensuite fait tailler un cristal à  $87^\circ$ , qui a en fait été taillé à  $93^\circ$ , c'est-à-dire pour le mauvais angle d'accord de phase. Nous avons également travaillé avec le cristal taillé à  $83^\circ$ , pour l'expérience sur l'argent du BNM-INM. Finalement avec l'étude en température nous avons fait tailler un cristal à  $85^\circ$ . Tous ces cristaux provenaient de la firme Cleveland et mesuraient, excepté le premier, 13 mm. Nous avons également étudié un cristal fabriqué à Saint-Petersbourg, c'est-à-dire au même endroit que le cristal de LBO qui s'est avéré si bon. Nous n'avons pas réussi à doubler en fréquence avec ce cristal.

### Performances obtenues

Les performances obtenues pour les différents cristaux sont présentées dans le tableau ci-dessous. Ces résultats dépendent de la température et de la longueur d'onde auxquelles nous avons utilisé ces différents cristaux. Je donne également le coefficient  $r$  pour l'autre angle d'accord de phase ( $r'$ ) quand nous avons pu le mesurer, c'est-à-dire pour les cristaux taillés avec un angle pas trop important.

Angle de coupe	Temp.(°C)	$\lambda$ (nm)	$\gamma$	$S$	$r$	$r'$
BBO( $90^\circ$ )	15	410,17	$1,15 \times 10^{-5}$	49	$4,76 \times 10^{-3}$	-
BBO( $87^\circ$ )	22,5	410,17	-	-	$1,3 \times 10^{-3}$	$2,1 \times 10^{-3}$
BBO( $87^\circ$ )	0	410,17	$2,5 \times 10^{-6}$	24	$4,4 \times 10^{-3}$	-
BBO( $83^\circ$ )	22,5	412,3	$1,9 \times 10^{-5}$	51	$7,2 \times 10^{-3}$	-
BBO( $83^\circ$ )	-11	410,17	$3,9 \times 10^{-6}$	20,4	$9,4 \times 10^{-3}$	-
BBO( $85^\circ$ )	22,5	411	$8 \times 10^{-6}$	40	$5 \times 10^{-3}$	-

On voit donc que nous avons obtenu les meilleurs résultats avec le premier cristal utilisé. Dans le cas du second cristal (taillé avec le mauvais angle d'accord de phase), même en abaissant sa température nous n'avons pas réussi à obtenir de très bons résultats puisque  $\gamma_{\max} = 2,5 \times 10^{-6}$ .

Quant au cristal taillé à  $83^\circ$ , il est très bon mais pas pour notre longueur d'onde, même en abaissant sa température.

Enfin avec le cristal que nous avons fait tailler à  $85^\circ$ , les résultats sont juste corrects. C'est celui qui a été utilisé pour les mesures en champ magnétique sur l'hydrogène (voir chapitre 4). Nous pensons cependant que comme le cristal à  $87^\circ$ , il a été mal taillé. En effet l'étude effectuée sur la température avec le cristal à  $83^\circ$  nous laissait augurer au minimum deux fois plus d'ultraviolet. Mais comme nous n'avons pas réussi à voir l'autre angle d'accord de phase pour ce cristal, car il aurait fallu l'incliner beaucoup trop, nous ne pouvons pas en être sûrs. De plus pour ce cristal, les résultats donnés sont ceux obtenus pendant les réglages à température ambiante (et donc à 411 nm). Le cristal était en fait utilisé à  $-12^\circ\text{C}$  (410,17 nm), température pour laquelle nous n'avons pas réussi à obtenir mieux que  $5 \times 10^{-6}$  pour  $\gamma$ .

Il est à noter que le rapport entre les taux de conversion des deux angles d'accord de phase n'est pas aussi petit que le prévoit la théorie. Il est tout de même suffisamment faible pour rendre inexploitable les cristaux mal taillés, mis à part ceux à  $85^\circ$  et  $83^\circ$ , pour lesquels l'effet est moindre (voir la partie sur le taux de conversion).

Il faut également préciser que les cristaux se sont tous détériorés au cours de leur utilisation. Ainsi le premier cristal, qui a beaucoup été utilisé, a vu son coefficient  $\gamma$  chuter de 1,15 à  $0,4 \times 10^{-6}$  en environ une année. La dégradation des cristaux semble plus rapide quand ils sont refroidis. Ceci est peut-être dû à l'effet photoréfractif traité dans la partie suivante. D'ailleurs dans plusieurs expériences utilisant un cristal de BBO, celui-ci est chauffé. Ceci n'est pas envisageable dans notre cas car notre longueur d'onde se trouverait en deçà de la limite d'accordabilité de ce matériau.

### Adaptation du faisceau à la cavité du jet atomique

Comme nous le verrons dans le chapitre consacré à la cavité du jet atomique, l'excitation de la transition atomique par la radiation à 205 nm est obtenue dans une cavité Fabry-Perot. Le faisceau produit dans la seconde cavité de doublage de fréquence l'est avec beaucoup d'astigmatisme. Il est donc nécessaire de compenser cet astigmatisme et d'adapter le faisceau obtenu à la cavité du jet atomique.

La compensation de l'astigmatisme est très similaire à celle effectuée après la première cavité de doublage. Le faisceau ultraviolet produit a (au centre du cristal) un rayon minimal  $w_0^v = 60,7 \mu\text{m}$  et une longueur de Rayleigh  $z_0^v = 56,5 \text{ mm}$  dans le plan vertical et un rayon minimal  $w_0^h = 19,1 \mu\text{m}$  et une longueur de Rayleigh  $z_0^h = 5,6 \text{ mm}$  dans le plan horizontal [Bourzeix thèse]. Il faut également tenir compte de l'astigmatisme introduit par le cristal et le prisme. Ces calculs ayant été faits par Sophie Bourzeix et présentés de manière complète dans sa thèse, je ne donne ici que les résultats.

La solution consiste ainsi à mettre une lentille convergente de focale 100 mm (soit 87 mm à 205 nm) dans l'enceinte ultra-vide de la seconde cavité à 150 mm du cristal de BBO. Cette lentille compense la divergence importante du faisceau. Il reste alors à placer une lentille cylindrique convergente dans le plan horizontal en sortie de la cavité, soit 30 cm plus loin. Cette lentille est placée à l'incidence de Brewster pour le faisceau ultra-violet. Selon les cristaux de BBO et leur angle d'utilisation, la compensation de l'astigmatisme n'est pas tout à fait identique. Ainsi avec les cristaux taillés à  $90^\circ$ , la lentille cylindrique était de focale 400 mm à 205 nm soit 290 mm à l'incidence de Brewster (paragraphe 2-26). Avec le cristal refroidi à  $-13^\circ\text{C}$ , et taillé à  $85^\circ$ , nous nous sommes rendus compte que le faisceau incident sur la cavité du jet atomique était encore elliptique. Nous avons tout d'abord cherché à compenser cet effet à l'aide d'un prisme anamorphoseur, mais celui-ci occa-

sionnait trop de pertes sur le faisceau. Nous avons donc remplacé la lentille cylindrique par une lentille de focale 300 mm à 205 nm, soit 217,5 mm à l'incidence de Brewster. Avec ce cristal de BBO, cela nous a permis de rendre le faisceau incident sur la cavité du jet bien plus rond et d'augmenter ainsi l'injection à la cavité du jet.

L'adaptation du faisceau ultraviolet à la dernière cavité se fait par le biais de deux lentilles montées en système afocal de grossissement 4. Les focales de ces lentilles sont -50 mm et +200 mm.

### 2.2.4 Problèmes rencontrés avec le second doublage de fréquence : l'effet photoréfractif

Comme cela est sans doute déjà apparu dans les parties sur le taux de conversion et sur la cavité de surtension, le second doublage de fréquence est bien moins facile à mettre en oeuvre que le premier. Pourtant, avec les précautions prises pour la protection du cristal de BBO, si nous avons réussi à obtenir en continu les puissances crêtes obtenues à 205 nm lors du balayage de la cavité, les objectifs initiaux de cette expérience auraient été atteints depuis longtemps. Cela n'a jamais été le cas. En effet quand on cherche à asservir la cavité de surtension sur le faisceau incident, un effet se met en place avec une constante de temps de l'ordre de la minute qui fait chuter drastiquement la production d'ultraviolet. Cet effet a toutes les caractéristiques de l'effet photoréfractif.

#### Caractéristiques du phénomène observé

Ce phénomène a plusieurs caractéristiques. Tout d'abord, son temps d'apparition dépend de la puissance de l'onde incidente : plus la puissance est importante plus le phénomène apparaît vite. Simultanément à la chute de la puissance d'ultraviolet, on voit apparaître en sortie de la cavité, c'est-à-dire derrière le miroir  $M_4$ , un second faisceau bleu légèrement à gauche du faisceau "normal". Ce faisceau ne peut être dû qu'à une onde tournant dans le mauvais sens dans la cavité. L'apparition de ce faisceau tournant dans le mauvais sens est bien sûr responsable de la chute de la puissance ultraviolette. En effet, si un faisceau se met à tourner dans le mauvais sens dans la cavité, la puissance dans l'onde qui tourne dans le sens prévu est d'autant plus petite et donc la puissance dans l'onde générée est quadratiquement plus petite. Le seul élément de la cavité qui puisse être responsable de cela est le cristal de BBO. L'angle d'incidence du faisceau fondamental sur le cristal est l'angle de Brewster soit  $59,4^\circ$ . Le phénomène observé ne peut donc pas être expliqué par une simple réflexion sur le cristal et s'apparente bien plus à de la conjugaison de phase. Un tel phénomène peut être induit par effet photoréfractif.

L'autre point qui fait penser à un effet photoréfractif est le suivant. Quand la cavité est asservie, qu'elle le soit en continu ou en la surmodulant (comme nous le verrons plus loin), au bout d'un certain temps le phénomène et la seconde tache bleue en sortie de la cavité apparaissent. Si l'on déplace le cristal en lui faisant subir une translation verticale, le phénomène disparaît alors et ne se remet en place qu'au bout d'un certain temps. Si l'on cherche à revenir sur le point précédent, par exemple une demi-heure plus tard, le phénomène est immédiatement observé : le point du cristal est marqué. Cela veut dire que si une ligne du cristal par laquelle passe le faisceau subit le phénomène, cette ligne devient inutilisable, mais pas indéfiniment puisque le lendemain, les mêmes lignes ne sont plus marquées. Le phénomène se met donc en place lentement, une minute étant un temps relativement long pour de tels phénomènes, et il "imprime" le cristal pour une durée beaucoup plus longue. Ceci est typique de l'effet photoréfractif.

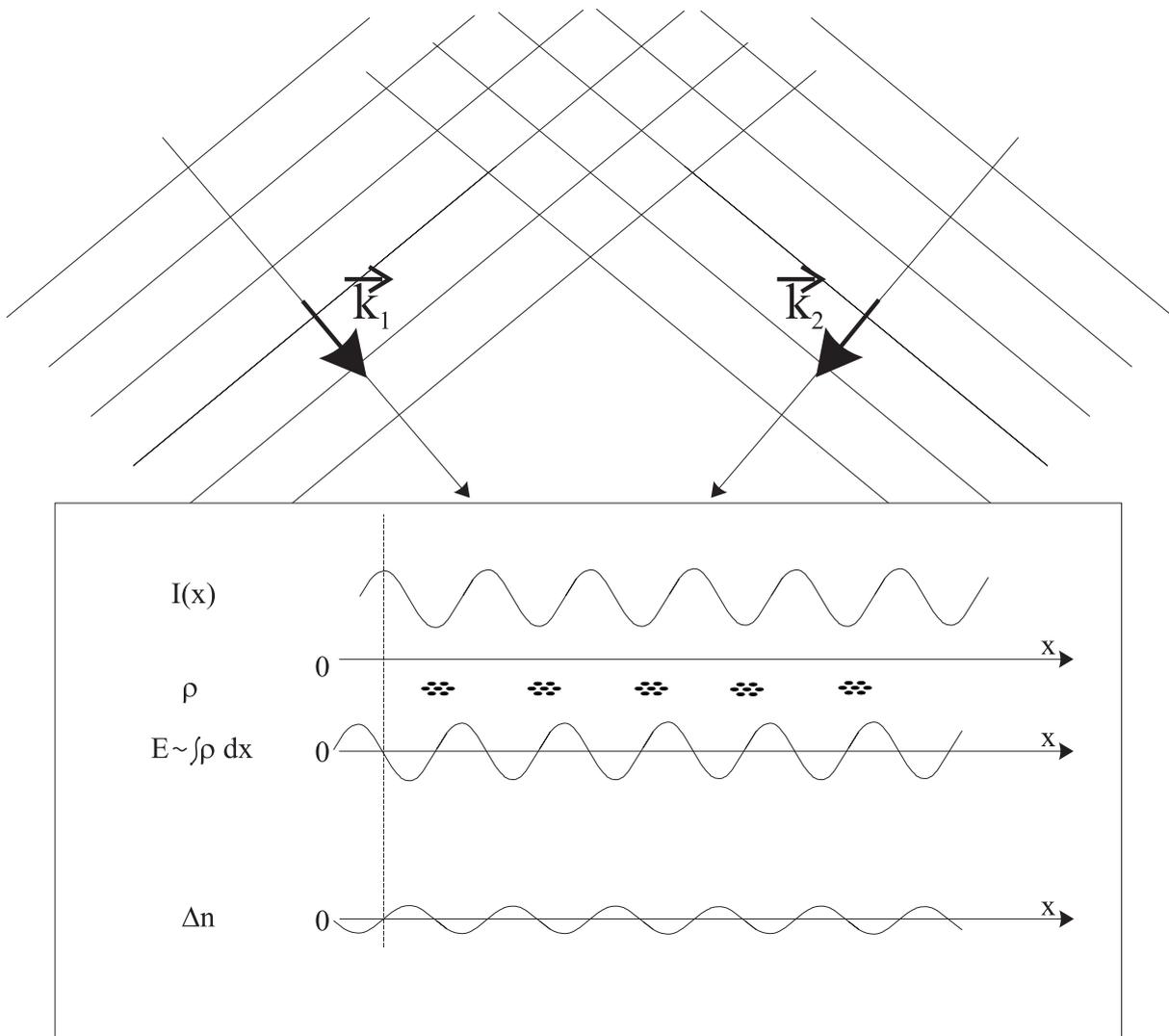
Enfin la dernière caractéristique du phénomène observé est le fait que bien qu'agissant sur l'onde fondamentale, l'effet est entièrement dû à la présence de l'ultraviolet. Ainsi si on place le cristal à un angle différent de celui d'accord de phase, c'est-à-dire que l'onde fondamentale tourne dans la cavité mais sans générer de lumière ultraviolette, le phénomène n'apparaît pas. Cette dernière caractéristique s'explique également très bien par un effet photoréfractif.

### **L'effet photoréfractif**

L'effet photoréfractif est produit par mélange d'ondes dans certains types de matériaux. Le plus simple pour comprendre cet effet est de l'expliquer dans le cas d'un mélange à deux ondes, bien que cela n'explique pas simplement l'effet que nous observons qui est vraisemblablement dû à de la conjugaison de phase par effet photoréfractif.

Dans le cas du mélange à deux ondes, celles-ci interfèrent dans le matériau créant ainsi une modulation spatiale de l'intensité lumineuse dans le matériau (voir figure 2.17). Cette figure d'interférences modifie la répartition spatiale des porteurs de charges du matériau [Yariv Q. E.], ceux-ci se plaçant préférentiellement aux noeuds de la figure d'interférences ( $\rho$  est ici la densité spatiale de charges). Cette répartition non-aléatoire des porteurs de charges induit donc une modulation spatiale de la densité de charge. Le champ électrique résultant procédant par effet électro-optique, induit à son tour une modulation spatiale de l'indice optique du matériau. Le réseau d'indice ainsi écrit dans le matériau est très stable. c'est-à-dire qu'il ne disparaît pas si on supprime les ondes l'ayant généré. Il peut, de plus, agir aussi bien sur des ondes à la fréquence de celles qui l'ont créé que sur des ondes de fréquence totalement différentes.

Pour effacer le réseau d'indice il faut alors éclairer le matériau avec une source lumineuse dont certaines radiations se trouvent dans le gap du



**Fig. 2.17:** Effet photoréfractif par mélange à deux ondes

matériau, ou bien le chauffer suffisamment pour répartir de nouveau aléatoirement les porteurs de charge. C'est peut-être cela qui explique la dégradation plus rapide de nos cristaux de BBO quand ils sont refroidis.

La provenance des différentes ondes interférant dans notre cristal semble avoir plusieurs origines. La première est la réflexion sur la face de sortie du cristal. En effet les faces du cristal sont taillées à l'incidence de Brewster pour la polarisation horizontale du faisceau à 410 nm. La polarisation de l'onde générée à 205 nm est verticale et la face de sortie du cristal est donc légèrement réfléchissante pour l'ultraviolet. Il est également possible que de la diffusion sur des impuretés du le cristal soit à l'origine des phénomènes observés.

Comme nous l'avons déjà vu le phénomène qui se produit s'apparente à un effet de conjugaison de phase. La conjugaison de phase est un phénomène non-linéaire se produisant par mélange à quatre ondes dans certains matériaux dits  $\chi^{(3)}$  et responsable d'effets assez spectaculaires comme la réflexion d'une onde sur elle-même quelle que soit son incidence sur le matériau. Cet effet peut être également produit par effet photoréfractif dans un matériau  $\chi^{(2)}$ . Cette explication serait assez satisfaisante dans notre cas.

### Solution du problème

Quand on est confronté à un tel problème, qui est réellement le facteur limitant de cette expérience, les solutions consistent soit à chercher à éliminer l'effet en question, soit à le contourner.. Pour l'instant les tentatives que nous avons explorées se rangent plutôt dans la seconde voie.

Dès le début de l'expérience, c'est-à-dire pendant la thèse de Sophie Bourzeix, une méthode pour éviter l'apparition de l'effet photoréfractif a été mise en place. Cette méthode tire partie du temps d'apparition relativement long de cet effet. L'asservissement de la cavité de surtension sur la fréquence du faisceau incident utilise une détection synchrone. Ainsi par le biais de la cale piézoélectrique sur laquelle est montée le miroir  $M_4$  de la cavité, la longueur de celle-ci est modulée. On détecte la modulation produite sur la transmission de la cavité sur une photodiode placée derrière le hublot du fond de la cavité qui reçoit donc le faisceau transmis par le miroir  $M_4$ . Le signal de transmission est analysé par la détection synchrone et la correction obtenue est envoyée vers l'amplificateur haute-tension de cette même cale piézoélectrique. Jusqu'ici, ce n'est que le fonctionnement habituel d'un asservissement utilisant une détection synchrone. La particularité de cet asservissement réside dans la modulation de la longueur de la cavité. Habituellement cette modulation a une amplitude telle que la largeur explorée est environ la demi-largeur d'un pic de transmission de la cavité. La solution pour éviter l'apparition de l'effet photoréfractif consiste à surmoduler la longueur de la cavité, c'est-à-dire à ce que la modulation ait une amplitude telle que la largeur explorée soit

bien plus importante que celle d'un pic de transmission. Le résultat est que la cavité n'est résonnante avec l'onde incidente qu'une fraction du temps. Ainsi l'effet photoréfractif n'a pas le temps de se mettre en place. On obtient donc pour l'ultraviolet produit une radiation composée d'impulsions à une fréquence qui est le double de la fréquence de modulation de la cavité, puisque l'on passe deux fois sur la résonance pour une période de la modulation. La largeur de ces impulsions est liée à l'amplitude de la modulation. Plus l'amplitude est importante, plus on passe vite sur la résonance et donc plus les impulsions sont étroites. L'amplitude et la fréquence de la modulation ont donc été choisies pour maximiser la puissance moyenne d'ultraviolet produit sans que n'apparaisse l'effet photoréfractif.

On obtient avec cette méthode un faisceau à 205 nm composé d'impulsions de largeur à mi-hauteur d'environ 4  $\mu\text{s}$  se produisant à une fréquence de 30 kHz.

Cette solution pour éviter l'effet photoréfractif est assez efficace malgré des limitations que je vais décrire par la suite. Avec cette méthode le réseau d'indice semble s'écrire beaucoup plus lentement et l'on peut en général travailler au moins une heure sur un point du cristal avant que celui-ci ne soit marqué. Il suffit alors de changer de point et ainsi de suite. Cette méthode est en particulier celle qui a permis de réaliser la mesure du déplacement de Lamb du niveau fondamental [Bourzeix 96] de l'hydrogène en 1995 à l'issue de la thèse de Sophie Bourzeix. C'est également avec cette méthode que j'ai généralement travaillé sur cette expérience pendant ma thèse.

### Limitations de cette solution

La première limitation de la solution trouvée est qu'elle augmente beaucoup le temps d'intégration nécessaire pour obtenir un même rapport signal à bruit que dans le cas où elle fonctionne en continu. En effet la radiation à 205 nm étant composée d'impulsions, la plupart du temps il n'y a pas de lumière pendant les enregistrements. Le temps "utile" étant le temps où il y a de la lumière, une estimation rapide consiste à faire le rapport entre la durée totale d'une impulsion (environ 6  $\mu\text{s}$ ) sur la période de ces impulsions (33  $\mu\text{s}$ ) soit un rapport de 18%. Il est donc nécessaire pour obtenir une même précision d'enregistrer une durée 5,5 fois plus importante que si nous pouvions asservir la cavité en continu. Ceci ne tient même pas compte du fait que pendant l'impulsion la puissance d'ultraviolet est pendant très peu de temps la puissance crête, cela venant augmenter de manière quadratique le temps d'intégration puisque la probabilité de transition pour une transition à deux photons est quadratique avec la puissance de la radiation excitatrice. Au total la puissance moyenne et la puissance crête vues par les atomes sont dans un rapport que l'on estime à 18.

La seconde limitation est un effet Doppler qui déplace la fréquence des

impulsions à 205 nm. En effet la surmodulation implique que l'on déplace le miroir avec une certaine vitesse d'autant plus grande que la fréquence des impulsions est importante. Cette vitesse de déplacement du miroir induit donc sur la lumière bleue un effet Doppler. Un tel effet Doppler est une limitation importante dans une expérience de spectroscopie. Nous verrons ses conséquences dans la partie sur le signal atomique.

### **Autres tentatives**

La solution trouvée pour s'affranchir de l'effet photoréfractif n'a donc pas que des avantages. En particulier, le décalage en fréquence dû à l'effet Doppler risque à terme de devenir réellement limitant pour la précision sur la mesure finale. Nous avons donc cherché d'autres méthodes qui permettraient de ne pas avoir recours à la surmodulation. Les deux tentatives que nous avons faites sont directement inspirées de la solution mise en oeuvre précédemment. Pour chacune de ces deux tentatives, l'idée était de reproduire pour le cristal de BBO les conditions expérimentales dues à la surmodulation mais sans le déplacement du miroir provoquant l'effet Doppler.

Pour s'affranchir de l'effet Doppler, il est nécessaire que la cavité BBO soit asservie en continu sur le faisceau à 410 nm. Pour que l'effet photoréfractif ne puisse pas se mettre en place il nous semblait donc logique de moduler la puissance de l'onde incidente sur la cavité, tout en maintenant celle-ci en résonance avec la fréquence de l'onde incidente.

#### *Tentative avec un modulateur acousto-optique*

Nous avons tout d'abord utilisé un modulateur acousto-optique, en commandant la puissance envoyée à l'onde acoustique par un générateur d'impulsions. Le premier essai a été fait sur le faisceau de sortie du laser titane-saphir. En envoyant l'ordre zéro du modulateur sur la cavité LBO nous avons donc cherché à produire des impulsions de lumière bleue à une fréquence de 30 kHz. Le problème rencontré est que le taux d'extinction de l'ordre zéro n'est jamais de 100%. Ainsi nous avons un fond continu de lumière bleue suffisant pour que l'effet photoréfractif se mette en place. Nous avons alors envoyé l'ordre 1 du modulateur sur la cavité LBO. Mis à part que la fréquence obtenue était ainsi décalée de la fréquence de l'onde acoustique, nous avons réussi à obtenir les impulsions telles que nous les voulions. Cependant cette méthode nous faisait perdre beaucoup de puissance. En effet l'efficacité de diffraction pour un modulateur acousto-optique est en général de l'ordre de 85%. De plus la forme du faisceau diffracté ne s'apparente plus du tout à un mode TEM<sub>00</sub>. Nous perdions donc également sur l'injection de la cavité. Cette tentative ne s'est donc pas avérée concluante.

Nous avons également essayé de placer le modulateur acousto-optique dans le faisceau à 410 nm. Mais l'efficacité de diffraction à cette longueur

d'onde est encore bien plus faible qu'à 820 nm.

#### *Tentative avec une roue dentée*

Dans le même esprit, nous avons fait réaliser une roue dentée par notre atelier de mécanique. Il s'agit de placer cette roue dentée dans le faisceau incident sur la cavité BBO et de la faire tourner suffisamment vite pour obtenir les impulsions voulues (largeur à mi-hauteur de  $6 \mu\text{s}$ , fréquence de 30 kHz). Le moteur dont nous disposions était un moteur d'aéromodélisme pouvant tourner jusqu'à 18 000 tours/min à vide. Nous avons donc fait construire une roue dentée de 20 cm de diamètre avec en périphérie des fentes de 0,5 mm de large tous les  $2^\circ$  angulaires. Ainsi avec une vitesse de 10 000 tours/min nous avons obtenu des impulsions bleues de  $4 \mu\text{s}$  à une fréquence de 30 kHz. Pour pouvoir utiliser cette roue dentée il ne fallait pas que le faisceau bleu ait un diamètre supérieur à 0,5 mm à l'endroit où on l'intercepte. C'est pour cette raison que nous avons dû changer le système afocal nécessaire à l'adaptation à la cavité BBO.

Avec les impulsions produites nous avons asservi en continu la cavité BBO sur le faisceau à 410 nm. Pour ce faire nous avons utilisé un asservissement de type Hänsch-Couillaud, comme celui décrit pour l'asservissement de la première cavité de doublage. Nous avons ainsi réussi à observer le signal atomique (voir chapitre suivant). Cependant, pour que la cavité BBO soit asservie sur le faisceau bleu, nous étions de nouveau obligés de surmoduler la cavité. Comme il n'y a pas de modulation dans un asservissement de type Hänsch-Couillaud nous devons mettre un gain trop fort sur la correction envoyée à l'amplificateur haute-tension de la cale piézoélectrique. Ce gain faisait surmoduler la boucle d'asservissement. Nous avons alors tenté de baisser ce gain ce qui provoquait l'apparition de l'effet photoréfractif.

Cette tentative est tout de même plus concluante que la précédente, puisque nous avons réussi à enregistrer le signal atomique, ceci avec une surmodulation beaucoup plus faible que celle décrite auparavant. Cependant la surmodulation dans la boucle d'asservissement nous fait perdre encore un facteur 4 ou 5 sur la puissance moyenne d'ultraviolet produit. Cette solution ne peut donc être utilisée que si nous avons un rapport signal à bruit suffisamment important. Pour l'instant, ce n'est pas le cas et c'est pourquoi l'étude sur la distribution de vitesses des atomes a été faite avec la méthode initiale de surmodulation.

#### *Autres possibilités*

Après discussion avec un chercheur de Dijon travaillant depuis plusieurs années sur l'effet photoréfractif, une possibilité pour éliminer cet effet est apparue. L'idée consiste à faire vibrer le cristal suivant un axe parallèle à la direction de propagation des faisceaux. Si la vibration a une amplitude

plus importante que le pas du réseau d'indice, alors, en moyenne le faisceau bleu ne voit pas ce réseau. Il faut pour cela que cette vibration se fasse à une fréquence relativement élevée. Le pas du réseau d'indice calculé dans le cas de l'effet photoréfractif avec un mélange à deux ondes est de 120 nm. Bien que cela n'explique pas ce que nous observons, il est probable que le pas du réseau d'indice soit du même ordre de grandeur. La vibration à générer n'aurait donc pas une amplitude trop importante. Nous n'avons pas, pour l'instant, eu le temps de mettre en place cette modification de l'expérience.

Une autre idée qui semble a priori plus spéculative serait d'éclairer le cristal avec une lampe à ultraviolet. Si suffisamment de puissance est émise dans le gap du cristal, on pourrait espérer redistribuer de manière aléatoire les porteurs de charge. En réalisant ceci en continu, l'effet photoréfractif ne se mettrait peut-être pas en place. Ce montage n'est pas simple, puisque le cristal est enfermé dans un boîte étanche. De plus il faut trouver une source suffisamment puissante à des longueurs d'onde assez basses (on ne connaît pas précisément le gap du BBO).

Enfin la dernière possibilité à laquelle nous avons pensé consiste à utiliser des traitements anti-reflet sur le cristal. On peut imaginer conserver le cristal à l'incidence de Brewster pour le faisceau bleu tout en traitant sa face de sortie par un traitement anti-reflet à 205 nm. On peut aussi utiliser un cristal à l'incidence normale en traitant anti-reflet ses deux faces à 410 nm. Dans les deux cas on changerait beaucoup les éventuelles réflexions de l'ultraviolet sur la face de sortie et donc sans doute la construction du réseau d'indice. L'inconnu pour de tels traitements est leur tenue au flux. Comme nous focalisons des puissances pouvant aller jusqu'à 35 watts sur un disque de  $27\ \mu\text{m}$  de rayon, il faudrait des tenues aux flux supérieures à  $1,5\ \text{GW}\cdot\text{cm}^{-2}$ . De plus, il faudrait que ces traitements soient suffisamment résistants pour supporter des nettoyages fréquents. Cette solution n'est pas celle que nous avons privilégiée pour l'instant en raison du caractère fragile de tels traitements.

## 3. LE SIGNAL ATOMIQUE

Ce chapitre est consacré au signal atomique. Je décrirai tout d'abord les parties relatives à l'excitation de ce signal, c'est-à-dire ce qui concerne la cavité de surtension optique et la production du jet d'atomes d'hydrogène dans l'état fondamental. Je décrirai ensuite ce qui concerne la détection (tant au niveau optique qu'au niveau électronique), le dépouillement de ces signaux et l'effet de la surmodulation introduite dans le chapitre précédent. Avant d'aborder ce chapitre il faut noter que l'une des particularités majeures de cette expérience est le faible rapport signal à bruit. Ainsi la détection se fait dans un mode de comptage de coups et le rapport signal à bruit sur une seconde était environ de 1 lors de l'expérience de 1995 [Bourzeix thèse]. Nous avons donc cherché à augmenter le plus possible ce rapport et il est aujourd'hui plus proche de 10, bien que très dépendant de la puissance lumineuse à 205 nm.

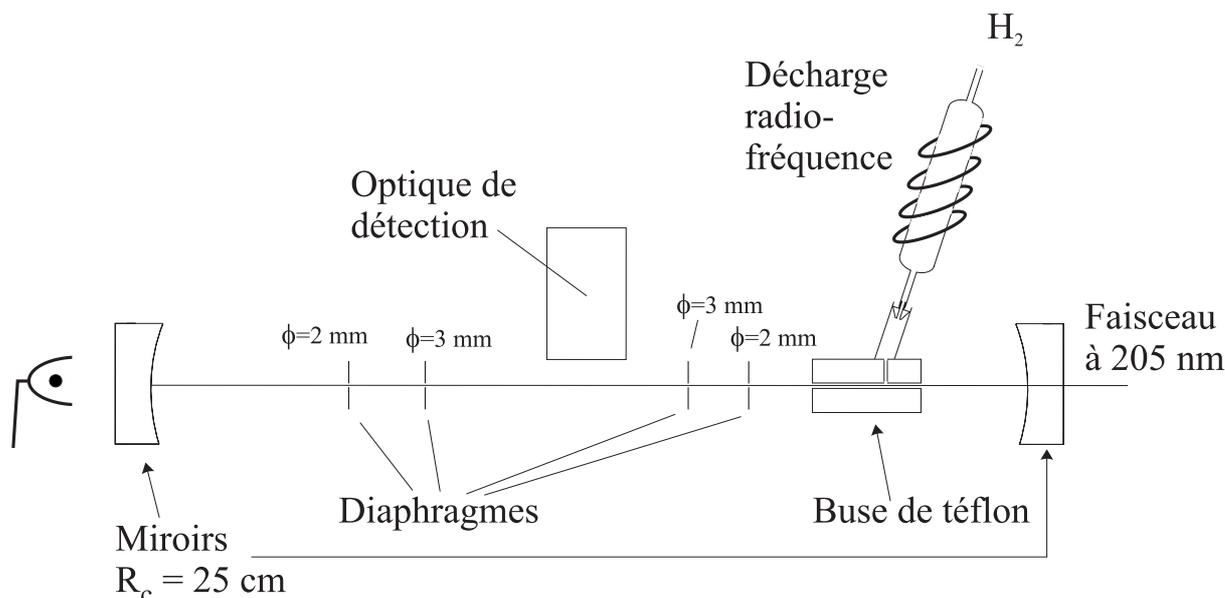
### 3.1 La cavité de surtension et le jet atomique

#### 3.1.1 La cavité optique de surtension

Le faisceau produit à 205 nm est envoyé vers la cavité du jet atomique. C'est une cavité Fabry-Perot, ceci afin de permettre l'excitation à deux photons. Elle est composée de deux miroirs sphériques de rayon de courbure de 25 cm séparés de 49 cm (voir figure 3.1). Cette configuration est très proche d'une configuration confocale. C'est ce qui permet d'obtenir la section de faisceau la plus petite possible au niveau de la zone d'excitation des atomes, et donc l'intensité lumineuse la plus importante. Pour une cavité symétrique nous avons [Kogelnik 66] :

$$Z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda} = \frac{1}{2}\sqrt{d(2R_C - d)} \quad (3-1)$$

où  $Z_R$  est la longueur de Rayleigh,  $\omega_0$  le waist de la cavité,  $d$  la distance entre les miroirs et  $R_C$  le rayon de courbure des miroirs. On obtient donc avec la configuration décrite un waist de 48  $\mu\text{m}$  et une longueur de Rayleigh de 35 mm. Comme nous allons le voir, la surtension de cette cavité est limitée



**Fig. 3.1:** La cavité du jet atomique

par les traitements diélectriques des miroirs à 205 nm. Un des moyens d'augmenter l'intensité vue par les atomes est donc d'éloigner le plus possible les deux miroirs pour diminuer la taille du waist. La distance limite au-delà de laquelle la cavité n'est plus stable est  $d = 2 \times R_C$ , soit 50 cm. Si l'on se rapproche trop de cette limite, la cavité devient trop instable, ce qui rend délicat l'asservissement sur le faisceau incident. La configuration décrite ( $d=49$  cm) est donc un compromis.

Le coefficient de réflexion du miroir du fond de la cavité est de 99% à 205 nm (c'est ce qui se fait de mieux à cette longueur d'onde). Pour le miroir d'entrée de cette cavité nous avons utilisé successivement deux miroirs de coefficient de réflexion 89% et 93,9%. Avec les données du fabricant (voir tableau ci-dessous) on peut calculer la surtension théorique :

$$S = \frac{I}{I_{inc}} = \frac{T_1}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})} \quad (3-2)$$

où  $I$  est l'intensité dans la cavité,  $I_{inc}$  l'intensité de l'onde incidente sur la cavité,  $T_1$  la transmission du miroir d'entrée de la cavité et  $R_1$  (resp.  $R_2$ ) le coefficient de réflexion (en intensité) du premier (resp. second) miroir de la cavité.

$T_1$	$R_1$	$R_2$	$S$
8,5%	89%	99%	22,6
5,1%	93,9%	99%	39,7

On voit que la surtension de cette cavité n'est pas très importante et

ceci est dû au fait qu'à 205 nm les traitements diélectriques sont moins performants qu'aux longueurs d'onde plus usuelles. De plus cette surtension calculée est véritablement théorique. On peut en effet mettre en doute les coefficients donnés par le constructeur. Ainsi, selon ces données, nous aurions dû gagner un facteur 1,7 sur la puissance dans la cavité et donc un facteur 3 sur la hauteur de notre signal en remplaçant le miroir d'entrée. Pratiquement nous n'avons pas mesuré de différence notable en changeant ce miroir.

Enfin il faut noter que les deux miroirs de cette cavité sont montés sur des cales piézoélectriques, nécessaires pour le balayage et l'asservissement de la longueur de la cavité.

### 3.1.2 Le jet atomique

La cavité décrite ci-dessus est mise sous vide secondaire grâce à une pompe à diffusion elle-même pompée par une pompe primaire à palettes. Le vide dans la cavité est d'environ  $10^{-6}$  mbar. La lumière entre dans la cavité par un hublot placé à l'incidence de Brewster. Un second hublot placé derrière le miroir du fond de la cavité rend possible la mesure de la puissance et donc l'optimisation des réglages de la cavité. Les vis de réglage de l'orientation des deux miroirs sont accessibles de l'extérieur de l'enceinte à vide.

Les atomes d'hydrogène sont produits par la dissociation de molécules de dihydrogène dans une décharge radiofréquence à 25 MHz. Cette décharge est refroidie par une circulation d'eau du robinet à 13-14°C. La sortie du tube de verre où a lieu la dissociation est constituée d'une buse de téflon. L'axe de la décharge étant presque perpendiculaire à l'axe de la cavité (voir figure 3.1), il faut faire tourner la direction de déplacement des atomes de presque 90° pour rendre le jet atomique colinéaire au faisceau excitateur, ce qui est nécessaire pour avoir un temps d'interaction atomes-lumière suffisant. Ce quart de tour est obtenu avec un système de tubes de téflon.

Cette géométrie n'est pas celle qui autorise le plus grand nombre d'atomes au niveau de la zone excitatrice. En effet, les chocs sur les parois constituent la principale cause de recombinaison des atomes en molécules. Cette géométrie est cependant imposée par le fait que la dissociation des molécules dans la décharge produit beaucoup de lumière. En effet les molécules sont dissociées en atomes dans des états excités et la désexcitation des atomes est responsable de lumière parasite, en particulier à 656 nm. Comme on détecte la fluorescence à 656 nm des atomes qui ont été excités à deux-photons, on n'élimine pas toute la lumière produite par la décharge en plaçant un filtre interférentiel à cette longueur d'onde. Pour réduire le bruit parasite dû à cette lumière, la meilleure solution, en terme de rapport signal à bruit, est de placer le tube de la décharge comme décrit ci-dessus.

Cette étude, relative à l'orientation de la décharge par rapport à la cavité, est antérieure à ma thèse. Je ne donne donc ici que l'estimation de la densité d'atomes d'hydrogène  $d_H$  obtenue au niveau de la zone de détection [de Beauvoir 00].

$$d_H = 3 \times 10^{10} \text{ atomes.cm}^{-3}$$

### 3.1.3 Lumière parasite : essai de différentes buses

Cette géométrie permet donc d'éliminer une partie du bruit provenant de la décharge. Nous avons essayé de réduire encore cette lumière parasite en testant différents matériaux pour conduire l'hydrogène atomique de la décharge radiofréquence à la zone d'excitation et de détection du signal atomique. En effet, si le téflon est connu pour limiter au mieux la recombinaison, il est relativement réfléchissant. L'objectif de cette étude est de trouver le meilleur compromis pour réduire au mieux la lumière parasite et avoir le plus grand nombre d'atomes d'hydrogène au niveau de la zone de détection.

Pour estimer ce nombre d'atomes, nous utilisons un photomultiplicateur détectant dans l'ultraviolet avec une optique de détection incluant un filtre interférentiel à 121 nm. Ce photomultiplicateur détecte donc la fluorescence des atomes d'hydrogène depuis le niveau 2P, c'est-à-dire la fluorescence Lyman- $\alpha$  ( $2P \rightarrow 1S$ ) à 121 nm. En utilisant ce photomultiplicateur avec une jauge à ionisation on peut se faire une idée au moins relative de la recombinaison des atomes. La jauge à ionisation est un filament qui émet des électrons avec une énergie cinétique importante. Ces électrons vont ioniser les atomes ou molécules rencontrés. Les ions formés sont attirés par une électrode dont on mesure le courant. Une telle jauge est habituellement utilisée pour la mesure des vides secondaires (inférieurs à  $10^{-4}$  mbar), puisque le courant obtenu est proportionnel au nombre de particules rencontrées par les électrons et donc à la pression. Notre utilisation de cette jauge est moins habituelle. En effet ce que nous mesurons c'est le nombre de photons issus de la désexcitation des atomes d'hydrogène à Lyman- $\alpha$ . Ces photons sont dus aux atomes qui ont été excités par les électrons et qui passent par le niveau 2P lors de leur désexcitation. Le nombre de photons détectés par le photomultiplicateur est donc proportionnel au nombre d'atomes d'hydrogène au niveau de la zone de détection. Ainsi si tous les atomes se sont recombinaisonnés en molécules lors de leur trajet depuis la décharge on ne détectera pas de photons à Lyman- $\alpha$ .

Nous mesurons également la lumière parasite due à la décharge radiofréquence, ceci avec notre système de détection habituel. Les matériaux que nous avons utilisés sont le téflon, l'aluminium, le laiton, du téflon au carbone (d'aspect noir) et du kélef noir (un matériau plastique utilisé en chimie pour son caractère très peu réactif à toutes sortes de produits). Nous

avons également essayé de peindre en noir (avec de l'aquadag [Garreau thèse]) l'intérieur de la buse en aluminium, puis de vaporiser du téflon sur cette peinture. Enfin, nous avons également testé un morceau de gaine thermorétractable noire.

Les résultats obtenus sont comparés dans le tableau suivant à la solution initiale de la buse en téflon.

	nombre d'atomes	lumière parasite
téflon	100%	100%
téflon au carbone	54%	100%
kélef noir	79%	85%
aluminium	31%	120%
laiton	44%	100%
peinture noire	7%	10%
peinture noire et téflon vaporisé	7%	10%
gaine thermorétractable noire	25%	100%

Nous voyons donc que le seul matériau qui diminue la lumière provenant de la décharge sans être catastrophique au niveau du nombre d'atomes est le kélef noir. Nous avons donc poussé l'étude plus loin avec ce matériau en visualisant le signal atomique. Avec le kélef noir nous perdons environ un facteur deux sur le rapport signal à bruit par rapport à la configuration initiale en téflon. Cette étude n'a donc pas été très concluante bien qu'elle nous ait conforté dans l'idée que le téflon est le matériau le plus adapté pour éviter la recombinaison de l'hydrogène.

Enfin, toujours pour éviter la lumière parasite, l'ensemble des éléments internes à la cavité ont été peints en noir. De plus quatre diaphragmes placés comme sur la figure 3.1 permettent de limiter encore cette lumière parasite. Ces diaphragmes rendent l'alignement de la cavité assez délicat et leur centrage sur l'axe optique de la cavité doit être vérifié de temps en temps.

### 3.1.4 Asservissement de la cavité sur le faisceau à 205 nm

Le faisceau ultraviolet est composé d'impulsions à une fréquence de 30 kHz, c'est-à-dire le double de la fréquence de modulation de la seconde cavité de doublage à 15 kHz produite par la détection synchrone  $DS_1$  (voir figure 3.2). L'asservissement de la cavité du jet sur le faisceau à 205 nm va donc utiliser cette modulation du signal.

On module ainsi la longueur de la cavité de surtension avec la même modulation que celle utilisée pour l'asservissement sur la seconde cavité de doublage en la déphasant et en l'atténuant. Cette modulation sert également de référence de fréquence et de phase pour la détection synchrone ( $DS_2$ ) utilisée

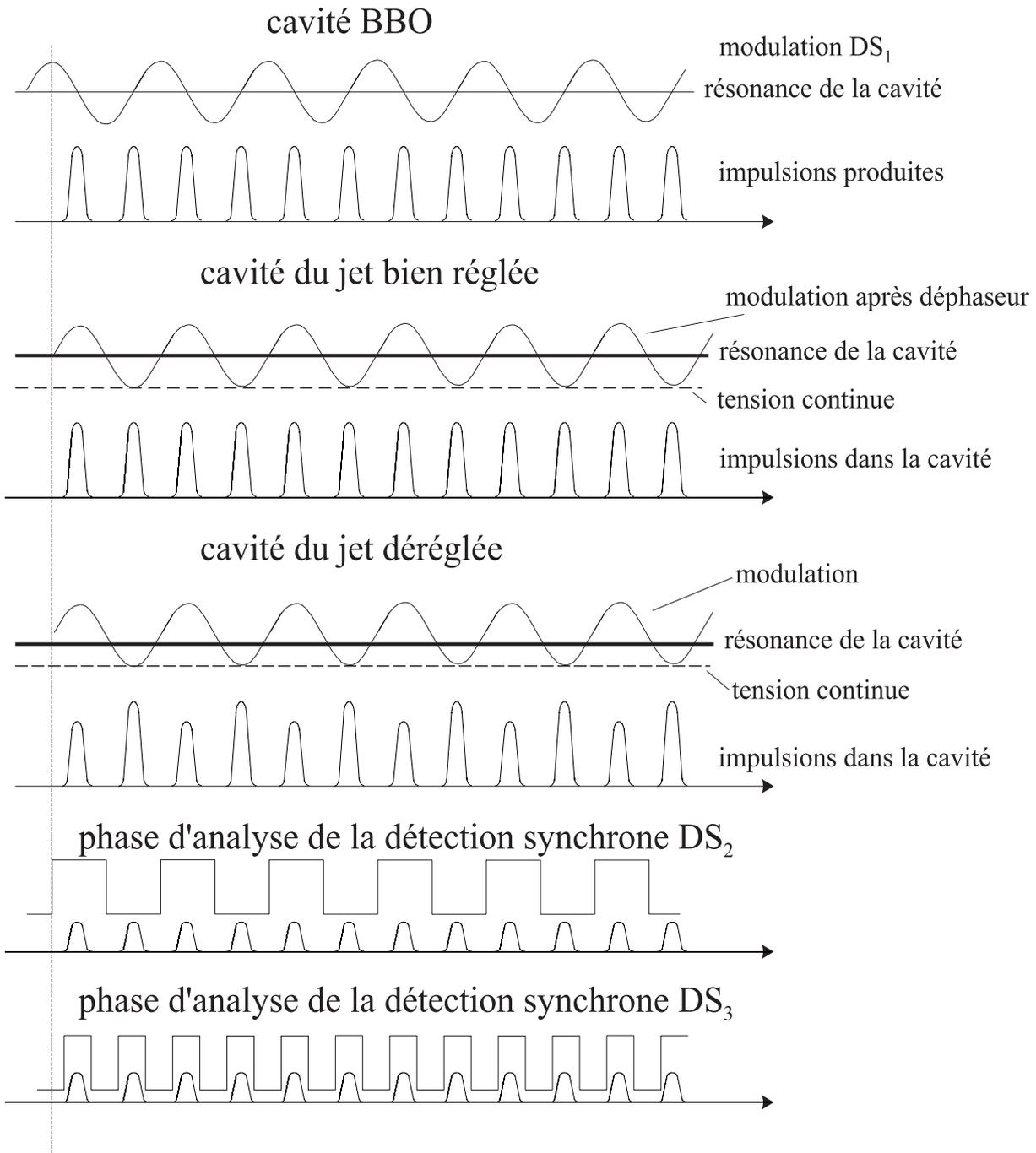
dans cet asservissement. A l'aide du déphaseur on se place dans la situation représentée sur la figure 3.2. On choisit donc la phase de la modulation afin qu'une impulsion arrive au sommet de la courbe de modulation. L'impulsion suivante arrive donc quand l'amplitude de modulation est la plus basse. En conséquence, deux impulsions successives ne peuvent pas être résonnantes avec la cavité, puisque la longueur de la cavité n'est pas la même pour ces deux impulsions. On diminue alors fortement l'amplitude de la modulation envoyée à la cavité de telle manière que les deux impulsions successives aient quasiment la hauteur maximale. De plus on choisit la valeur continue de la tension envoyée à la cale piézoélectrique pour que les deux impulsions successives aient la même hauteur. Dans ce cas (voir figure 3.2) la résonance de la cavité a lieu pour la valeur moyenne de la modulation.

Le signal de transmission de la cavité détecté par une photodiode sensible dans l'ultraviolet, placée derrière le miroir de sortie de la cavité, est ensuite envoyé vers la détection synchrone  $DS_2$ . Le signal est démodulé à la fréquence de la modulation. En choisissant bien la phase de démodulation, le signal de correction est donc la différence d'amplitude entre deux impulsions successives. Ainsi quand la cavité est asservie ce signal est nul. Si la longueur de la cavité dérive, une des impulsions va se rapprocher de la résonance de la cavité tandis que l'autre va s'en éloigner (voir figure 3.2). Le signe du signal d'erreur obtenu dépend donc du sens de la dérive. Il ne reste donc plus qu'à envoyer la correction vers la cale piézoélectrique de l'autre miroir. En pratique, la modulation est envoyée vers la cale piézoélectrique du miroir de sortie de la cavité et la correction vers celle du miroir d'entrée.

Cet asservissement est celui qui fonctionne le mieux avec notre lumière impulsionnelle. Cependant, même ainsi, la cavité ne reste pas asservie très longtemps (de l'ordre de la minute au maximum). Pour pouvoir travailler sur l'expérience et en particulier faire des enregistrements sans devoir être sans cesse obligé de réasservir cette cavité, un programme piloté par l'ordinateur central de l'expérience vient compléter cet asservissement. Pour cela nous avons besoin d'une mesure de la puissance moyenne de l'ultraviolet dans la cavité.

### Mesure de l'ultraviolet dans la cavité

La mesure de l'ultraviolet dans la cavité se fait à l'aide d'une troisième détection synchrone ( $DS_3$ ). Le signal de référence de cette détection synchrone est le même que pour la  $DS_2$ , c'est à dire le signal de modulation de la  $DS_1$ . De plus, comme pour la  $DS_2$ , on envoie à l'entrée de la  $DS_3$ , le signal obtenu en sortie de la cavité de surtension. Par contre la démodulation du signal se fait à la fréquence double de la fréquence de référence. Ainsi le signal obtenu en sortie de cette troisième détection synchrone est, sur une période, la somme de deux impulsions successives. Pour cela il faut bien évidemment



**Fig. 3.2:** Méthode d'asservissement de la cavité de surtension

réglage la phase de démodulation de cette détection synchrone pour se trouver dans la situation présentée sur la figure 3.2. On peut tout de même noter que le réglage de la phase de démodulation est beaucoup moins sensible que pour la DS<sub>2</sub>. On obtient en sortie de cette DS un signal proportionnel à la puissance ultraviolette dans la cavité. De plus cette méthode permet d'obtenir beaucoup de souplesse sur la mesure de cette puissance. En effet, en jouant sur la sensibilité de la détection synchrone, le signal en sortie oscille toujours dans la même gamme de valeurs (la sensibilité de cette DS est toujours la plus petite sans qu'il y ait de saturation). Ceci est important car d'un jour sur l'autre et même du matin au soir, la puissance du faisceau à 205 nm peut varier d'un facteur 3 ou 4. Ainsi en notant pour chaque enregistrement la valeur de la sensibilité de détection de la DS<sub>3</sub>, on a la valeur moyenne de la tension vue par la photodiode. Le signal de sortie de cette DS<sub>3</sub> est envoyé vers l'ordinateur via un convertisseur analogique-numérique. Ainsi, en jouant sur la sensibilité de détection de la DS<sub>3</sub>, le signal détecté par l'ordinateur est toujours sensiblement le même. En multipliant ce signal par cette sensibilité on peut obtenir une estimation de la puissance dans la cavité.

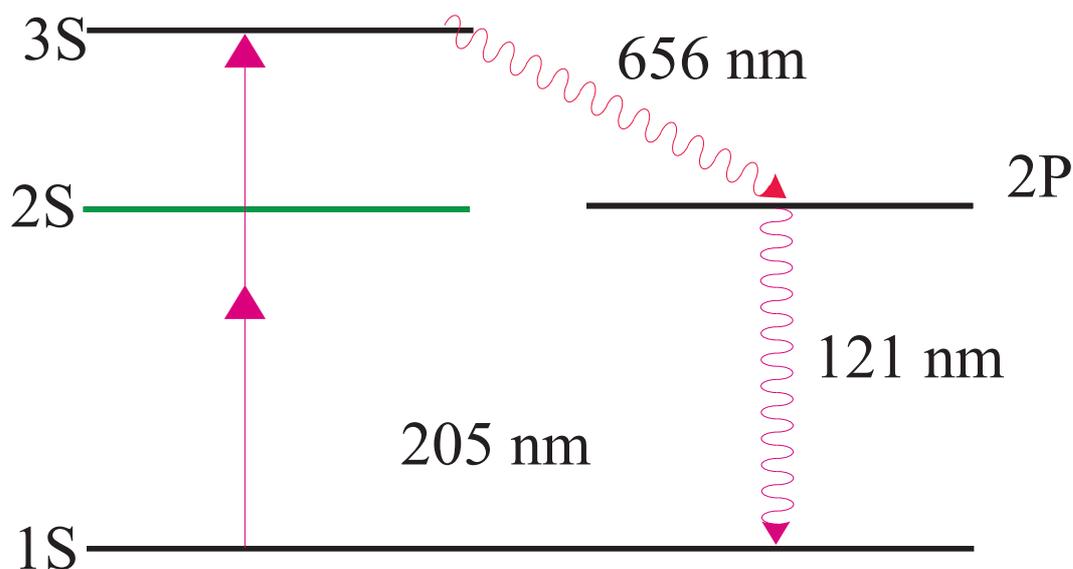
Le programme qui sert à réasservir la cavité en cours d'enregistrement, compare toutes les dix millisecondes le signal de sortie de la DS<sub>3</sub> à une valeur fixée. Un signal inférieur à cette valeur indique que la cavité s'est désasservie et l'ordinateur envoie une rampe de tension vers l'amplificateur haute-tension pilotant la cale piézoélectrique du miroir d'entrée de la cavité. La rampe est arrêtée dès que le signal de sortie de la DS<sub>3</sub> est de nouveau supérieur à la valeur fixée (voir figure 3.6).

Pour donner un ordre de grandeur, un enregistrement de 310 secondes sur le signal dure au total 450 secondes si l'on fait tourner les programmes "à vide". Cette différence est due à la temporisation introduite dans le programme d'enregistrement. Cette temporisation est nécessaire au bon fonctionnement de toute l'expérience. Un enregistrement où tous les asservissements sont bien réglés dure en moyenne 700 secondes. Cette différence dépend du nombre de fois où la rampe de réasservissement de la cavité est envoyée par le programme. Ces ordres de grandeur rendent bien compte de l'importance de ce programme de réasservissement sans lequel l'expérimentateur serait en permanence obligé de réasservir à la main la cavité du jet.

La partie informatique de cette expérience sera traitée en détail dans le paragraphe 3.3.

## 3.2 La détection du signal

La détection du signal atomique est l'une des parties de cette expérience qui a le plus été modifiée pendant cette thèse, tant au niveau de l'optique de détection que de l'électronique. Ceci a participé à l'accroissement du rapport



**Fig. 3.3:** La cascade radiative de désexcitation

signal à bruit.

Les atomes étant excités dans l'état 3S, ils se désexcitent par une cascade radiative  $3S \rightarrow 2P \rightarrow 1S$  (voir figure 3.3). Cette cascade radiative produit un photon à 656 nm et un photon à 121 nm. Des essais antérieurs à mon travail de thèse ont été effectués en détectant la fluorescence Lyman- $\alpha$  à 121 nm. A cette longueur d'onde et malgré un filtre interférentiel à 121 nm le photomultiplicateur est trop sensible aux photons provenant de l'onde excitatrice à 205 nm. C'est pourquoi nous détectons à présent la fluorescence à 656 nm.

### 3.2.1 L'optique de détection

Le détecteur utilisé est un photomultiplicateur avec un bon rendement quantique à 656 nm. C'est le remplacement de l'ancien photomultiplicateur (PM) par un nouveau plus sensible à cette longueur d'onde qui nous a conduit à modifier toute l'optique de détection. La qualité de cette partie de l'expérience est essentielle. Comme nous l'avons déjà vu le rapport signal à bruit de cette expérience est assez faible. Il est donc très important de détecter un maximum du signal dû à la désexcitation des atomes tout en limitant le plus possible les sources de bruit parasite.

Le nouveau PM que nous utilisons est le R943-02 de Hamamatsu (photocathode en GaAs(Cs)), son rendement quantique est de 15% à 656 nm et de 20% à 205 nm. Il est refroidi à  $-40^{\circ}\text{C}$  par une boîte contenant des modules à effet Peltier. Une circulation d'eau permet de dissiper la chaleur produite par ces modules. Le bruit typique de ce PM à cette température est de l'ordre d'une dizaine de coups par seconde. Un cellule cylindrique de silice fondue,

étanche et à l'intérieur de laquelle le vide a été fait, isole le PM de l'extérieur de la boîte de réfrigération. Ce cylindre a une hauteur de 30 mm. La photocathode du PM se trouve à environ 30 mm derrière ce cylindre. Ce PM est très sensible et si on le fait fonctionner à la lumière du jour il est irréversiblement détérioré. En particulier nous avons dû mettre au point un système de protection pour que le PM ne puisse pas être utilisé en même temps que la jauge à ionisation permettant la mesure du vide dans la cavité.

L'optique de détection est composée de trois condenseurs, d'un miroir de renvoi métallique de grande ouverture, d'un filtre interférentiel à 656 nm, d'un système de fente réglable de l'extérieur et enfin d'une lentille convergente de focale 60 mm traitée anti-reflet à 700 nm. La disposition de l'ensemble est représentée sur la figure 3.4.

Le premier condenseur (diamètre  $\phi=50$  mm) a son foyer sur le waist de la cavité. Le miroir métallique de diamètre 50 mm a son centre de courbure sur ce waist, il augmente donc l'angle solide de détection. La lumière détectée passe ensuite dans le filtre interférentiel, puis un second condenseur de diamètre 75 mm focalise cette lumière sur la fente. Le dernier condenseur ( $\phi=75$  mm) image la fente sur la photocathode du PM. Ce nouveau PM et l'optique adaptée nous ont permis de gagner un facteur 5 sur la hauteur du signal détecté. Les trois condenseurs ont été traités anti-reflet à 656 nm, ce qui augmente encore de 10% le signal.

Cependant, nous perdons encore beaucoup sur l'angle solide de détection. En effet le filtre interférentiel ne transmet que des rayons ayant un angle d'incidence inférieur à  $15^\circ$ . L'angle solide d'ouverture du premier condenseur est de 0,97 stéradian, soit 15,4% du demi-espace. En tenant compte de la transmission des condenseurs et du filtre interférentiel et en utilisant un petit montage simple pour imager la transmission de l'ensemble de notre optique de détection (sans le miroir de renvoi), on a pu estimer à 3,8% la lumière arrivant jusqu'à la photocathode. On ne détecte donc au plus que 25% de ce que collecte le premier condenseur. Ceci est en partie dû au filtre interférentiel qui ne laisse pas passer les rayons trop inclinés.

Avec comme objectif d'améliorer l'angle solide de détection, nous avons placé une lentille de 60 mm de distance focale sur le cylindre de silice (donc à l'intérieur de la boîte de réfrigération du PM), ce qui nous a fait gagner pratiquement 50% sur le signal détecté. Nous avons également étudié l'influence du miroir métallique. Sans ce miroir, c'est un facteur deux que nous perdons sur la hauteur du signal. Nous avons donc essayé de mettre un miroir de diamètre plus important ( $\phi=70$  mm) à sa place. Ce miroir nous faisait gagner 5% sur la hauteur du signal mais 30% sur le bruit parasite. Nous avons donc remis l'ancien miroir. Au total, nous avons gagné un facteur 9 ou 10 en optimisant cette optique de détection.

Nous avons également étudié l'influence de la fente, en particulier de sa largeur et de son centrage par rapport à l'axe de la cavité (la fente étant

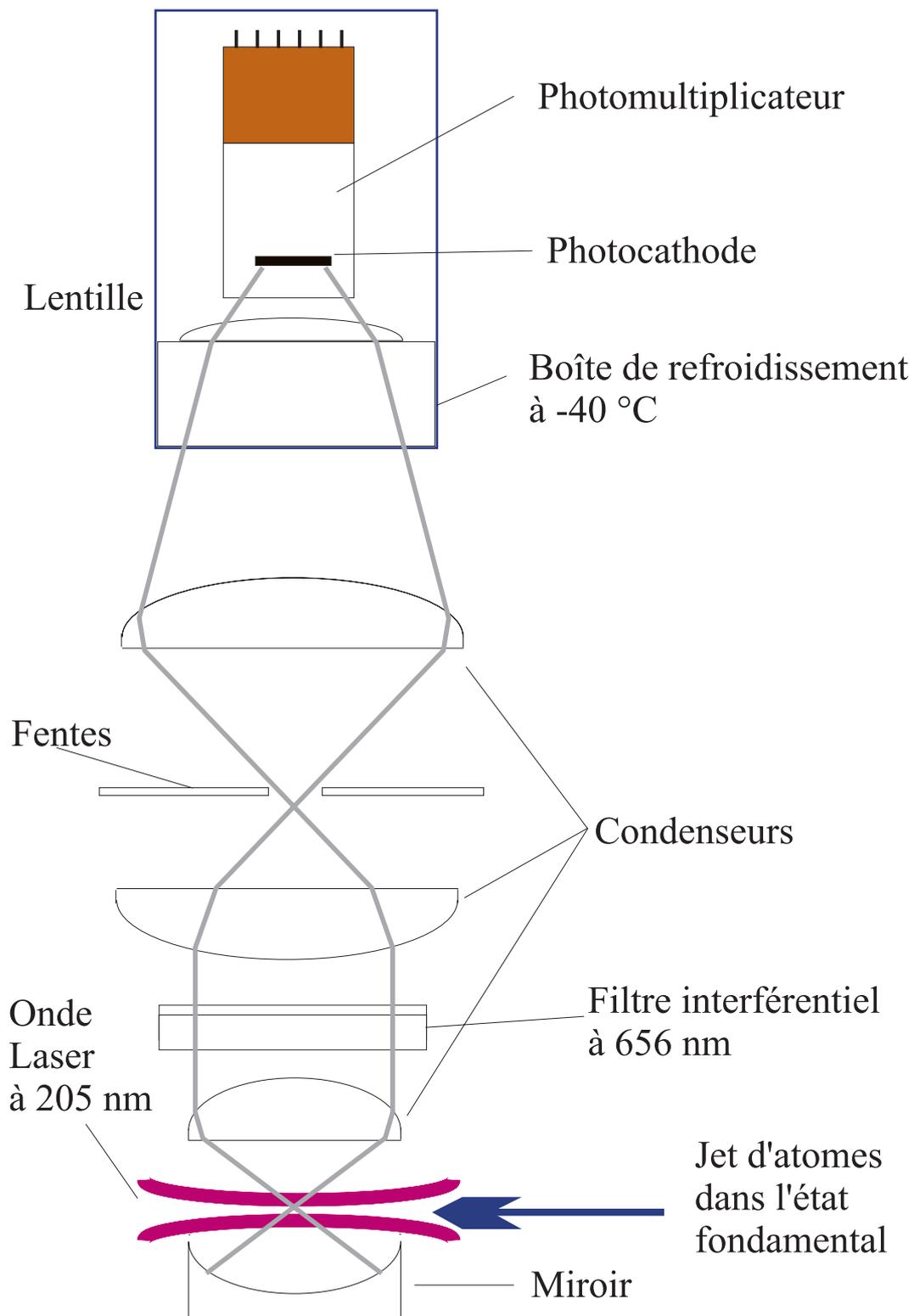


Fig. 3.4: L'optique de détection

parallèle à cet axe). Finalement une fente de 8 mm, centrée sur l'axe semble être la solution la plus adaptée. On élimine ainsi environ la moitié de la lumière parasite sans perdre plus de 20% sur le signal.

Nous avons constaté que le PM voit en partie l'ultraviolet dans la cavité (dû à la lumière excitatrice), ce malgré le filtre interférentiel. Nous avons donc essayé de mettre un second filtre interférentiel superposé au premier. On diminue ainsi par 3 le taux d'ultraviolet vu par le PM. Cependant la transmission d'un tel filtre est environ de 85% à 656 nm. C'est en effet la diminution sur la hauteur du signal que nous avons mesurée. L'ajout d'un second filtre n'est en conséquence intéressant que si nous avons suffisamment d'ultraviolet. Pour l'instant cela n'est pas le cas.

Nous reviendrons sur la lumière parasite dans la partie concernant les enregistrements.

### 3.2.2 L'électronique de détection

L'électronique de détection a pour rôle de transformer les impulsions de sortie du photomultiplicateur en signaux détectables par un compteur (universal counter type 1992 de Racal-Dana). Le premier élément en sortie du PM est donc un comparateur électronique qui compare la tension de sortie du PM à un seuil ajustable. Pour chaque impulsion supérieure au seuil le comparateur délivre un créneau de hauteur fixe et de durée 1 ou 100  $\mu$ s (au choix de l'utilisateur). Ces créneaux sont détectables par le compteur. De plus comme la cavité se désasservit fréquemment un commutateur électronique commandé par l'ordinateur pilotant l'expérience ne laisse passer les créneaux venant du comparateur que lorsque la cavité est asservie.

Nous avons déjà vu que la lumière incidente sur la cavité est composée d'impulsions de 6  $\mu$ s à une fréquence de 30 kHz. Tout les photons détectés par le PM entre deux impulsions ont donc pour origine de la lumière parasite ou du bruit. Nous avons donc fait réaliser par les électroniciens du laboratoire une boîte électronique dont le but est de laisser passer les créneaux uniquement quand il y a de la lumière dans la cavité. Pratiquement, le signal de sortie de la cavité de surtension est amplifié jusqu'à la saturation d'un amplificateur opérationnel rapide (soit 15 V). Un créneau de durée fixée et ajustable (typiquement 6  $\mu$ s) est généré quand la sortie de l'amplificateur précédent est environ à 7,5 V (à mi-hauteur de la saturation et donc dès que la photodiode détecte de la lumière). Ce créneau est ensuite multiplié au signal de sortie du commutateur électronique avec une porte ET logique. Ce système nous permet de diminuer d'environ 40% le bruit sur une seconde d'enregistrement (voir figure 3.5).

Le dernier élément de cette électronique de détection est un système permettant de séparer les photons détectés par le PM et produits par deux impulsions successives d'ultraviolet. En effet nous avons vu dans la partie consacrée

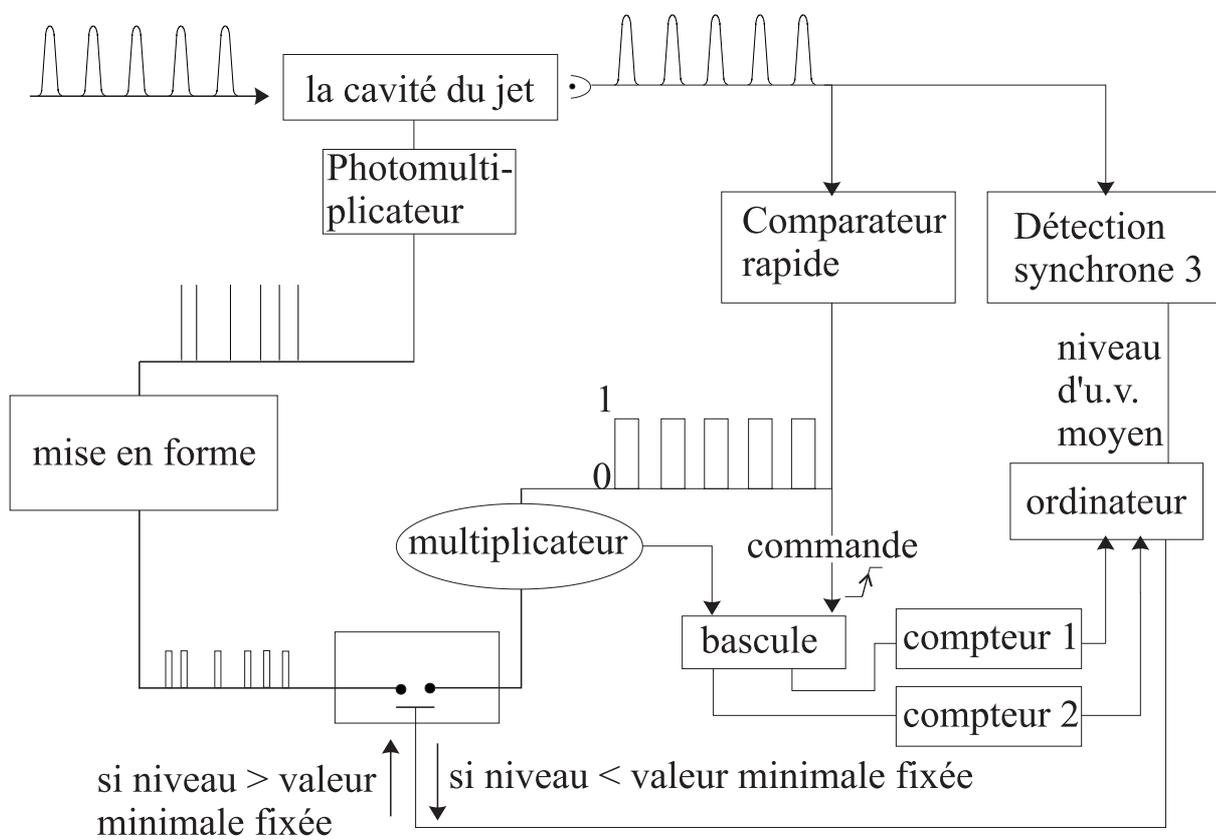


Fig. 3.5: L'électronique de détection

à la seconde cavité de doublage qu'une impulsion sur deux est décalée par un effet Doppler dû à la surmodulation de cette cavité et que l'autre impulsion subit un décalage Doppler de signe opposé. Pour pouvoir mettre en évidence ce phénomène, nous avons fait réaliser un circuit électronique qui dirige le signal détecté pendant une impulsion du faisceau à 205 nm vers un compteur et le signal détecté pendant l'impulsion suivante vers un second compteur. En pratique, une bascule (cf figure 3.5) est déclenchée sur chaque front montant, de telle sorte que le signal est compté sur un compteur différent pour deux impulsions successives. En analysant les signaux vus par ces deux compteurs, on peut mesurer le décalage produit par l'effet Doppler. Un exemple de tels signaux est montré sur la figure 3.10.

Finalement, ces améliorations, tant optiques qu'électroniques, nous ont permis de gagner environ un facteur 15 sur le rapport signal à bruit de cette expérience.

### 3.3 Enregistrement et dépouillement du signal

L'expérience est entièrement pilotée par un ordinateur. Différents programmes nous permettent de faire les mesures. L'ordinateur est relié à l'expérience par des bus GPIB permettant le dialogue entre l'ordinateur, les compteurs et le générateur de fréquence qui pilote le modulateur acousto-optique placé entre le laser titane-saphir et la cavité Fabry-Perot FPA. Les compteurs sont au nombre de quatre. Deux servent à enregistrer le signal atomique. Les deux autres mesurent la fréquence envoyée du VCO vers l'AOM2 et la fréquence du battement entre les deux lasers hélium-néon (le battement rouge sur la figure 2.4). Enfin une carte de convertisseurs analogique-numérique fait le lien entre l'ordinateur et les autres éléments de l'expérience (voir figure 3.6). Un paragraphe sera également consacré au dépouillement des signaux enregistrés.

#### 3.3.1 Les programmes d'acquisition

Mon but n'est pas ici de décrire tous les programmes utilisés dans cette expérience. Je vais simplement décrire sommairement le principe de quelques programmes. J'expliquerai un petit peu plus en détail le programme d'acquisition du signal atomique.

Les programmes que j'ai utilisés le plus fréquemment sont :

- le programme qui calcule en fonction des différents paramètres de l'expérience la position en fréquence du laser par rapport au Fabry-Perot FPR,
- un programme qui compare le nombre de coups obtenus au centre et à une extrémité de la plage de balayage du laser. Ce programme permet de se

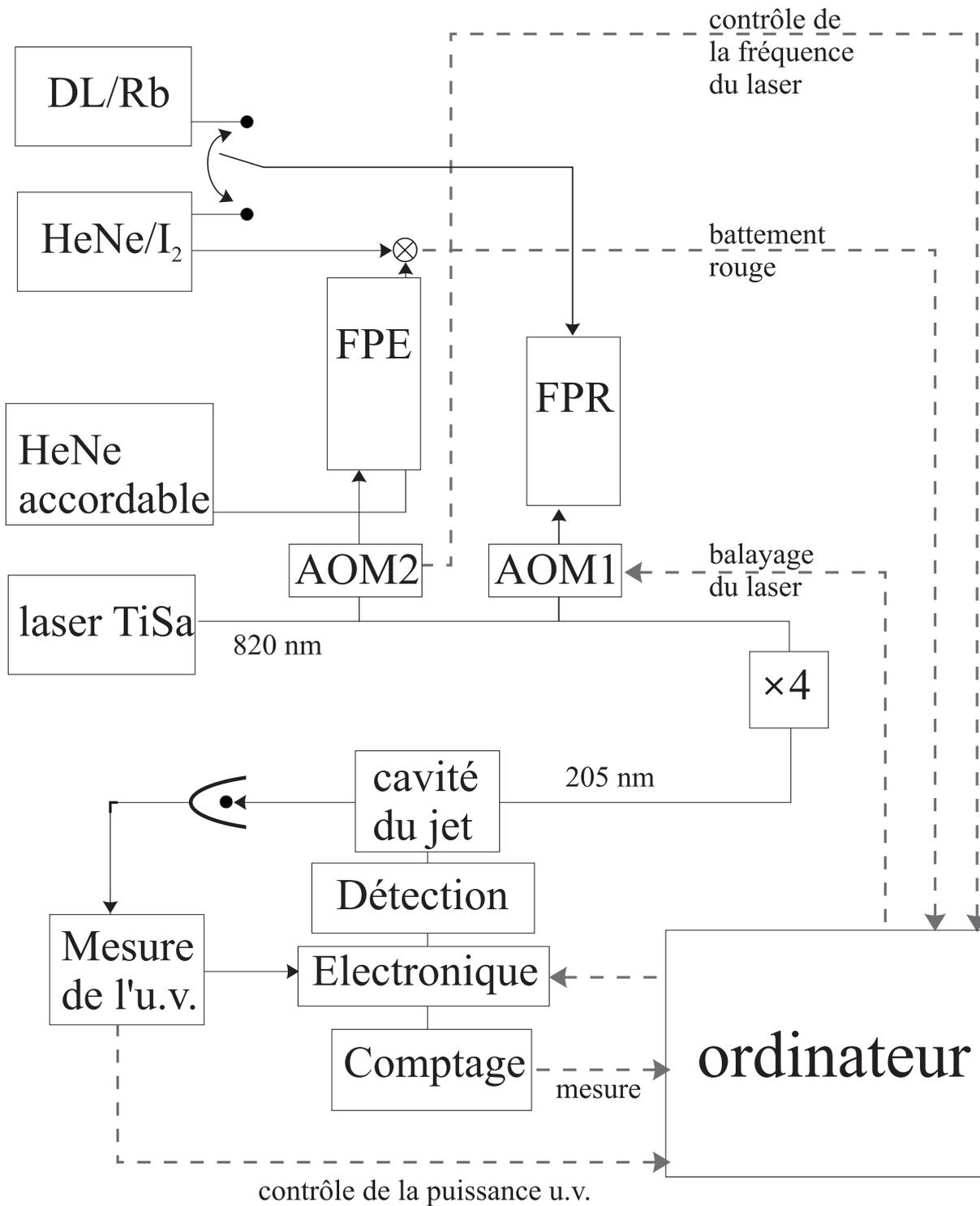


Fig. 3.6: Schéma de la gestion informatique de l'expérience

faire une idée de la situation beaucoup plus rapidement qu'en enregistrant tout le signal. Il est utile si, par exemple on n'est pas sûr de la position en fréquence du laser ou encore pour juger de l'influence de certaines modifications,

- enfin un programme qui compte tout simplement le nombre de coups enregistré par les compteurs en sortie du photomultiplicateur. Ce programme ne balaye pas le laser en fréquence. Il a beaucoup été utilisé pour l'étude des différentes sources de bruit, ainsi que lors des essais de différents matériaux pour la buse qui amène l'hydrogène (cf paragraphe 3.1.3).

### **Le programme d'enregistrement du signal**

Le programme d'enregistrement du signal doit tout d'abord balayer le laser en fréquence. Pour cela, on lui fournit la fréquence centrale et il crée un tableau de 31 points de fréquence, centré sur cette fréquence centrale. Le programme doit également connaître la sensibilité de la  $DS_3$ , ce qui permet lors du dépouillement des résultats d'avoir accès à la puissance moyenne dans la cavité.

Le programme commence alors le balayage. Un enregistrement consiste en dix passages sur le signal. Chaque passage est un enregistrement d'une seconde sur chacun des 31 points de fréquence. Pour compenser une éventuelle dérive pendant un enregistrement, chaque passage est composé de 3 allers-retours. Les 31 points sont donc balayés dans l'ordre suivant  $\{1; 7; 13; 19; 25; 31; 26; 20; 14; 8; 2; 6; 12; 18; 24; 30; 27; 21; 15; 9; 3; 5; 11; 17; 23; 29; 28; 22; 16; 10; 4\}$ .

Chaque seconde d'enregistrement est composée de 100 points de 10 millisecondes. A la fin de chaque période de 10 ms le programme de réasservissement de la cavité envoie une rampe de tension si l'ultraviolet dans la cavité n'est pas supérieur à une valeur fixée.

En plus du signal, le programme enregistre chaque seconde, la valeur de la tension de sortie de la  $DS_3$  (ce qui nous permet de mesurer la puissance lumineuse vue par les atomes), et les fréquences fournies par les deux compteurs qui ne mesurent pas le signal (cela afin de pouvoir vérifier a posteriori le bon fonctionnement des asservissements en fréquence du laser).

### **3.3.2 Dépouillement des signaux expérimentaux**

La forme de raie théorique d'une transition à deux-photons est dans une première approche une lorentzienne. Cette forme de raie se complexifie beaucoup dès que l'on veut tenir compte des couplages intervenant entre les niveaux, par exemple lors de l'application d'un champ magnétique. Pour faire des prévisions théoriques les phénomènes étudiés ainsi que pour exploiter au mieux les résultats expérimentaux, nous avons calculé la forme de raie

théorique qui tient compte de tous ces effets. Cependant, pour l'instant nous avons toujours ajusté les signaux mesurés par une lorentzienne. Ceci s'explique par le faible rapport signal à bruit de cette expérience. Les effets qui interviennent restent trop faibles pour que nous puissions les mettre en évidence sur nos courbes expérimentales, mis à part le décalage global produit sur la fréquence centrale de la transition.

Une fois le signal enregistré, nous l'ajustons donc par une lorentzienne, par la méthode des moindres carrés. Les paramètres libres de l'ajustement sont au nombre de quatre :

- la fréquence centrale de la transition  $\omega_0$ ,
- la hauteur  $h$  du signal,
- la base  $B$  du signal,
- la demi-largeur à mi-hauteur  $\Gamma$  de la transition.

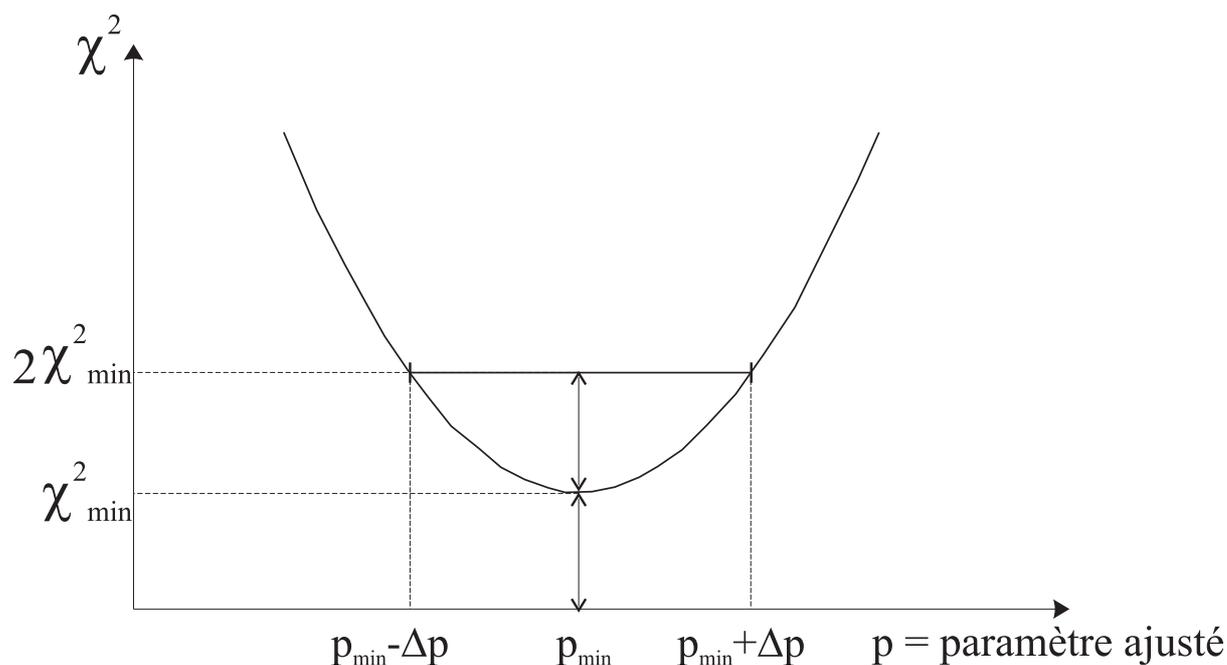
La lorentzienne a donc la forme suivante :

$$f_{th}(\omega, \omega_0, B, h, \Gamma) = B + \frac{h \times \Gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2} \quad (3-3)$$

L'ajustement de cette lorentzienne sur notre courbe expérimentale nous permet d'obtenir les différents paramètres. Mais nous voulons également connaître l'incertitude sur la fréquence centrale de la transition. Pour cela, nous créons un tableau de  $N$  fréquences  $\{\omega_0^{(1)}; \omega_0^{(2)}; \omega_0^{(3)}; \dots; \omega_0^{(N)}\}$  autour de la fréquence  $\omega_0$  calculée par l'ajustement précédent. Pour chacune des valeurs de ce tableau nous calculons :

$$\chi_{(i)}^2 = \frac{1}{N_{exp}} \times \sum_{j=1}^{N_{exp}} [f_{th}(\omega_j, \omega_0^{(i)}, B, h, \Gamma) - f_{exp}(\omega_j)]^2 \quad (3-4)$$

où les  $\omega_j$  sont les points de fréquence expérimentaux (au nombre de  $N_{exp}$ ), et  $f_{exp}(\omega_j)$  est la valeur du signal expérimental au point de fréquence  $\omega_j$ . Les  $\chi_{(i)}^2$  sont obtenus en ajustant la base, la hauteur et la largeur de  $f_{th}$  mais sans ajuster  $\omega_0^{(i)}$ . Pour notre mesure nous avons  $N_{exp} = 31$ . On obtient donc un tableau de  $N$  points  $\{\chi_{(1)}^2; \chi_{(2)}^2; \chi_{(3)}^2; \dots; \chi_{(N)}^2\}$ , et on trace alors la courbe des  $\chi_{(i)}^2$  en fonction des  $\omega_0^{(i)}$ . Si les  $\omega_0^{(i)}$  n'ont pas été choisis trop loin de la fréquence centrale  $\omega_0$ , alors cette courbe doit être parabolique. En ajustant cette courbe par une parabole, on obtient la valeur minimale de l'écart entre la courbe théorique et la courbe expérimentale, soit  $\chi_{min}^2$  et la valeur  $\omega_0^{min}$  correspondante. Cette valeur de  $\omega_0^{min}$  est celle que nous prenons comme la fréquence centrale ajustée de notre courbe expérimentale. De plus l'incertitude est obtenue en calculant sur la parabole obtenue par



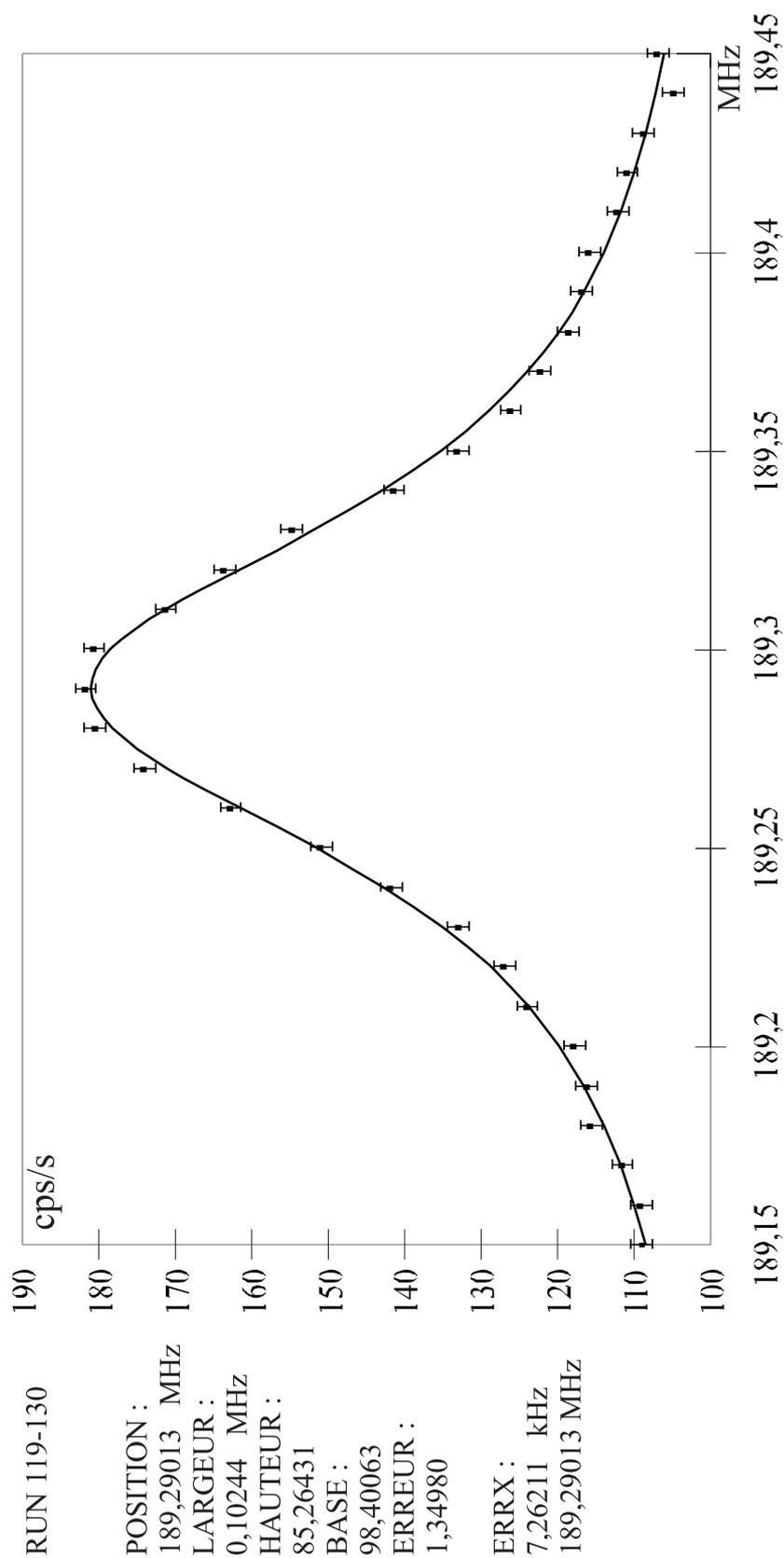
**Fig. 3.7:** Calcul de l'incertitude pour un paramètre ajusté

l'ajustement le point d'abscisse  $\omega = \omega_{\min} + \Delta$  tel que  $\chi^2(\omega_{\min} + \Delta) = 2 \times \chi_{\min}^2$  (voir figure 3.7). L'incertitude sur  $\omega_{\min}$  est alors  $\delta = \frac{\Delta}{\sqrt{N_{exp}-1}}$ . La fréquence centrale de l'ajustement est  $\omega_{\min} \pm \delta$ .

Cette méthode de calcul d'incertitude est simple à utiliser quand on ne cherche l'incertitude que sur un paramètre. Elle peut se généraliser à deux paramètres ; la courbe obtenue devient alors un paraboloïde [de Beauvoir thèse].

Je donne sur la figure 3.8 un exemple de signal exploité par cette méthode. L'abscisse des courbes tracées est la fréquence envoyée au modulateur acousto-optique AOM1 (en MHz). Pour obtenir l'échelle des abscisses en fréquence atomique de la transition, il faut multiplier par 16 les variations en fréquence du modulateur. A gauche de la courbe le programme donne les valeurs ajustées des paramètres suivants : fréquence centrale, largeur à mi-hauteur du signal (à multiplier par 16 pour obtenir la largeur du signal atomique), hauteur et base du signal en nombre de coups par seconde.

Le paramètre nommé "ERREUR", est obtenu en soustrayant à la courbe expérimentale la lorentzienne obtenue par l'ajustement sur les paramètres précédents et en calculant l'écart-type sur la courbe obtenue. Ce paramètre est représentatif du bruit sur la mesure. Il doit être voisin de la racine carrée du nombre de coups moyen de la courbe expérimentale divisée par la racine carrée du temps d'intégration sur chaque point de fréquence en seconde. Ce paramètre nous permet donc de mettre en évidence quand une partie de l'expérience n'est pas optimisée en terme de bruit.



**Fig. 3.8:** Exemple d'enregistrement du signal de la transition 1S-3S dans l'hydrogène

Enfin les deux dernières valeurs données par le programme sont celles obtenues par l'ajustement de la parabole décrit ci-dessus. L'erreur donnée (ERRX) est celle obtenue au niveau de la fréquence atomique. C'est donc l'incertitude calculée par le programme par la méthode décrite et multipliée par 16.

## 3.4 Les limitations

### 3.4.1 Les différentes sources de bruit

Étant donné le faible rapport signal à bruit dans cette expérience, il est nécessaire de faire de temps en temps une étude systématique des différentes sources de bruit. Ceci nous permet de mettre en évidence et de comprendre l'origine d'éventuelles détériorations des conditions expérimentales. Je décris dans cette partie une situation normale.

Les différentes sources de bruit sont l'ultraviolet détecté par le PM, la lumière produite par la décharge radiofréquence et le bruit du PM.

Une des sources de bruit étant due à l'onde excitatrice à 205 nm, il est nécessaire de quantifier la mesure de l'ultraviolet. La photodiode placée derrière la cavité est une B100Q de marque EGG, chargée sur 10 k $\Omega$ . La DS<sub>3</sub> mesure la tension moyenne en sortie de cette photodiode. Dans les conditions expérimentales optimales (avec le premier cristal de BBO) nous avons mesuré jusqu'à 17 mV en moyenne sur un enregistrement. Au fur et à mesure de l'utilisation de ce cristal cette valeur a chuté sous 5 mV. Avec les cristaux suivants nous n'avons jamais obtenu mieux que 11 mV, ceci avec le cristal refroidi à -12°C qui s'est détérioré très vite.

La hauteur de signal est proportionnelle au carré de la puissance moyenne (transition à deux-photons), et le coefficient de proportionnalité varie entre 0,7 et 1,2. En moyenne pour 10 mV d'ultraviolet la hauteur du signal est donc environ de 100 coups par seconde.

Dans des conditions normales ces bruits sont de l'ordre de :

- 20 cps/s pour le PM
- 7 cps/mV/s pour l'ultraviolet
- 190 cps/s pour la lumière de la décharge.

En ajoutant l'avant-dernier élément décrit dans la partie sur l'électronique de détection et qui laisse passer le signal seulement quand il y a de la lumière dans la cavité, on peut mesurer le temps utile d'enregistrement, c'est-à-dire le temps réel (sur une seconde) pendant lequel les compteurs comptent réellement. Ce temps réel varie entre 25 et 30% du temps effectif d'enregistrement. Ce n'est bien sûr pas le circuit électronique qui est responsable de cela mais le fait que l'onde excitatrice est impulsionnelle. Ce circuit nous permet de gagner sur l'amplitude du bruit. Ainsi avec ce circuit les bruits

deviennent :

- 7 cps/s pour le PM
- 7 cps/mV/s pour l'ultraviolet
- 65 cps/s pour la lumière de la décharge.

On voit ainsi que le bruit dû à l'ultraviolet n'est plus négligeable. A partir de 10 mV il devient même le bruit prépondérant. La mise en place d'un second filtre interférentiel (voir paragraphe 3.2.1) fait chuter ce bruit d'un facteur 3. Cependant la transmission du filtre n'est que de 85% à 656 nm. L'ajout de ce deuxième filtre sera donc intéressant pour des valeurs moyennes supérieures à 15 mV d'ultraviolet.

Il faut noter que ce que j'appelle bruit en général est le nombre de coups que le PM compte et qui n'est pas dû au signal atomique. Dans un tel régime de comptage de photons le bruit est en fait la racine carrée de ce nombre de coups. C'est cette valeur qui entre dans le calcul du rapport signal à bruit.

### 3.4.2 Effet de la surmodulation de la cavité BBO

La question des décalages Doppler induits sur la fréquence des impulsions à 205 nm et dus à la surmodulation de la longueur de la seconde cavité de doublage a pour l'instant été laissée en suspens. Je rappelle succinctement la cause de cet effet (voir paragraphe 2.2.4). Pour contourner l'effet photoréfractif qui a un temps d'apparition de l'ordre d'une minute, la cavité BBO est surmodulée, c'est-à-dire que la modulation de la longueur de la cavité est beaucoup plus importante que la largeur d'un pic de transmission de cette cavité. On a déjà vu que cela avait pour conséquence que la radiation obtenue à la fréquence double (205 nm) était impulsionnelle. Le second effet dû à cette surmodulation est un effet Doppler qui déplace la fréquence des impulsions à 205 nm. En effet la surmodulation implique que l'on déplace le miroir avec une certaine vitesse d'autant plus grande que la fréquence des impulsions est importante. Cette vitesse de déplacement du miroir induit donc sur la lumière bleue un effet Doppler. De plus pendant une période de la modulation, la cavité entre deux fois en résonance avec le faisceau incident. Deux impulsions successives voient un sens de déplacement et donc une vitesse de signes opposés. Les déplacements par effet Doppler sur deux impulsions successives sont donc également de signes opposés. Cet effet Doppler a plusieurs conséquences.

On peut tout d'abord supposer que les deux vitesses du miroir quand la cavité entre en résonance ne diffèrent uniquement que par leur signe. Cette hypothèse signifie que la vitesse du miroir est bien proportionnelle à la dérivée du signal de modulation envoyé à l'amplificateur haute-tension de la cale piézoélectrique et donc que le déplacement de la cale est linéaire avec la tension qui lui est appliquée. Cette hypothèse est assez probable, du moins dans une première approche. Elle signifie que deux impulsions successives

sont décalées en fréquence de manière symétrique par rapport à la fréquence centrale. Avec cette hypothèse on peut estimer ce que cet effet Doppler va induire sur le signal atomique.

Nous avons donc deux séries d'impulsions décalées en fréquence par rapport à la fréquence centrale que nous aurions sans cet effet. Nous avons déjà vu dans la partie sur l'électronique de détection que nous sommes en mesure de séparer les signaux détectés pour ces deux séries d'impulsions. La fréquence que nous mesurons lors de cette expérience est la fréquence du laser titane-saphir, c'est donc la fréquence centrale avant les déplacements par effet Doppler. Nous obtenons ainsi, avec l'hypothèse ci-dessus, deux signaux atomiques décalés symétriquement par rapport à cette fréquence centrale. De plus un calcul assez simple montre que la fréquence centrale d'un signal composé de deux lorentziennes identiques décalées symétriquement est la moyenne des fréquences centrales de ces deux lorentziennes.

### Décalage Doppler produit

Soit  $E_0 e^{i\omega_0 t}$  le champ de l'onde à 410 nm incident sur la cavité BBO. A cause de la surmodulation, la lumière bleue qui tourne dans la cavité est composée d'impulsions. A l'instant  $t$ , chacune de ces impulsions est la somme des champs rentrés dans la cavité à des instants précédents. Pour une de ces impulsions à 410 nm le champ est donc de la forme :

$$E_{410}(t) = Re \left[ \tau E_0 e^{i\omega_0 t} [1 + re^{i\phi} + (re^{i\phi})^2 + \dots] \right] = Re \left[ \frac{\tau E_0 e^{i\omega_0 t}}{1 - re^{i\phi}} \right] \quad (3-5)$$

où  $\tau$  est la transmission du miroir d'entrée de la cavité,  $r$  est le coefficient de réflexion sur un tour de cavité et  $\phi$  représente le déphasage introduit par un tour de cavité. Dans le cas habituel où la cavité n'est pas surmodulée, ce déphasage est constant. Dans notre cas où la longueur de la cavité est modulée, il dépend du temps et on peut l'approximer par l'expression suivante  $\phi = \phi_0 + \alpha t$  avec  $\alpha > 0$  (voir annexe A).

En choisissant l'origine des temps telle que  $\phi_0 = 0$ , on obtient :

$$E_{410}(t) = Re \left[ \tau E_0 e^{i\omega_0 t} [1 + re^{i\alpha t} + (re^{i\alpha t})^2 + \dots] \right] = Re \left[ \frac{\tau E_0 e^{i\omega_0 t}}{1 - re^{i\alpha t}} \right] \quad (3-6)$$

Le champ de l'impulsion créée à 205 nm est proportionnel au carré de  $E_{410}(t)$  (on ne tient compte que du terme prépondérant) :

$$E_{205}(t) = Re \left[ \frac{\tau^2 E_0^2 e^{2i\omega_0 t}}{(1 - re^{i\alpha t})^2} \right] \quad (3-7)$$

La forme de raie à deux-photons est [Biraben 79b] :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 \frac{A}{(\omega - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} d\omega \quad (3-8)$$

où  $F(\omega)$  est la transformée de Fourier du champ électrique au carré,  $\omega_{at}$  la fréquence de la transition et  $\Gamma$  la largeur naturelle du niveau 3S. On a donc :

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tau^4 E_0^4 e^{i(\omega-4\omega_0)t}}{(1 - r e^{-i\alpha t})^4} dt \quad (3-9)$$

où l'on n'a pas tenu compte du terme non résonnant ( $\omega$  est voisin de  $4\omega_0$ ).

La finesse de la cavité est suffisante pour que le déphasage introduit soit faible. On peut donc linéariser le dénominateur.

$$r e^{i\alpha t} = r + r i\alpha t \quad (3-10)$$

ce qui donne

$$F(\omega) = \frac{\tau^4 E_0^4}{r^4 \alpha^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i(\omega-4\omega_0)t}}{\left[t - i\frac{1-r}{r\alpha}\right]^4} dt \quad (3-11)$$

Le calcul de cette intégrale par la méthode des résidus est décrit dans l'annexe A. Dans le cas  $\alpha > 0$ , on obtient :

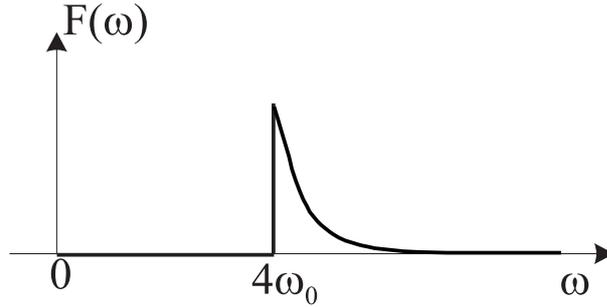
$$\begin{aligned} F(\omega) &= 0 \quad \text{si} \quad \omega < 4\omega_0 & (3-12) \\ F(\omega) &= \frac{\tau^4 E_0^4}{6r^4 \alpha^4} \times 2\pi [(\omega - 4\omega_0)]^3 \times e^{-(\omega-4\omega_0) \times \frac{(1-r)}{r\alpha}} \quad \text{si} \quad \omega > 4\omega_0 \end{aligned}$$

La fonction correspondante a donc la forme représentée sur la figure 3.9 ; elle est nulle jusqu'à  $4\omega_0$  et a la forme d'une exponentielle décroissante au delà. En introduisant cette fonction dans la forme de raie (éq. 3-8), on trouve :

$$\frac{\pi^2 \tau^8 E_0^8 A}{9 r^8 \alpha^8} \int_{4\omega_0}^{\infty} \frac{(\omega - 4\omega_0)^6 \times e^{-2(\omega-4\omega_0) \frac{1-r}{r\alpha}}}{(\omega - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} d\omega \quad (3-13)$$

Le décalage  $\delta$  de la forme de raie dû à la surmodulation, se déduit de cette expression (voir annexe A). On trouve :

$$\delta = -\frac{7r\alpha}{2(1-r)} \quad (3-14)$$



**Fig. 3.9:** Spectre d'une impulsion à 205 nm

Ce décalage est négatif, ce qui est logique étant donné que nous avons choisi  $\alpha > 0$ , c'est à dire un décalage induit par un rétrécissement de la cavité. La fréquence de l'onde lumineuse augmente donc et il faut baisser cette fréquence pour être résonnant avec le signal atomique. Pour avoir plus de connaissances sur les coefficients  $r$  et  $\alpha$ , on peut mesurer l'intensité des faisceaux bleu et ultraviolet à la sortie de la seconde cavité de doublage.

$$I_{205} = E_{205} E_{205}^* = \frac{\tau^4 E_0^4}{(1 + r^2 - 2r \cos \alpha t)^2} \quad (3-15)$$

L'intensité ultraviolette est donc maximale pour  $\cos \alpha t = 1$ , on peut alors linéariser le  $\cos \alpha t = 1 - \frac{\alpha^2 t^2}{2}$  au voisinage du maximum et on trouve la demi-largeur à mi-hauteur temporelle de l'intensité ultraviolette :

$$\Delta t_{u.v.} = \frac{\sqrt{\sqrt{2} - 1}}{\sqrt{r}} \times \frac{1 - r}{\alpha} \quad (3-16)$$

On fait le même calcul pour l'intensité du faisceau à 410 nm et on trouve :

$$\Delta t_{bleu} = \frac{1 - r}{\alpha \sqrt{r}} \quad (3-17)$$

On doit donc trouver les largeurs à mi-hauteur dans un rapport 0,64 entre les intensités des faisceaux bleu et ultraviolet. Expérimentalement, ces chiffres dépendent de l'amplitude de la surmodulation de la cavité BBO. Je donne les résultats obtenus lors d'une mesure des  $\Delta t$  faite à l'oscilloscope :  $\Delta t_{u.v.} \simeq 2 \mu s$  et  $\Delta t_{bleu} \simeq 3 \mu s$  ce qui est cohérent, compte tenu de la précision d'une telle mesure.

Ces mesures nous permettent d'estimer le décalage dû à l'effet Doppler en utilisant la formule A-14. On trouve  $\delta \simeq 180$  kHz, soit 360 kHz pour l'écart entre les deux signaux. En effet, le calcul que nous avons fait ne l'est que pour

un sens de déplacement du miroir. L'écart total entre les deux signaux enregistrés doit donc être le double de celui calculé en faisant l'hypothèse que le miroir a la même vitesse quand la cavité entre en résonance dans les deux sens de déplacement. L'enregistrement obtenu dans ces conditions expérimentales est donné sur la figure 3.10 ; on trouve un décalage  $\delta \simeq 470$  kHz. Les données sont les mêmes que dans le cas de la figure 3.8, mis à part qu'il y a deux signaux et donc deux compteurs (compteurs 5 et 6). Ce calcul n'est bien entendu qu'un calcul d'ordre de grandeur et à ce niveau il semble satisfaisant. Le décalage estimé d'après les durées des impulsions bleues et ultraviolettes et celui mesuré sur le signal atomique sont dans un même ordre de grandeur.

Jusqu'ici, nous avons fait l'hypothèse que les décalages Doppler produits sur les deux séries d'impulsions étaient égaux en norme et de signe opposé. Si cette hypothèse est vérifiée, alors la hauteur et la largeur des signaux enregistrés pour les deux séries d'impulsions doivent être les mêmes. Ceci suppose également que dans la détection, en particulier dans la partie électronique de distinction des deux signaux, tout soit identique pour les deux séries. Avec ces hypothèses la fréquence centrale de la transition calculée de deux manières différentes doit être la même. En effet, on peut faire la somme des deux signaux (figure 3.10) et calculer la fréquence centrale du signal obtenu, ou bien faire la moyenne des fréquences centrales des deux signaux. Nous avons bien entendu cherché à vérifier qu'on trouve bien la même fréquence centrale. Ceci est bien vérifié expérimentalement quand les différentes parties de l'expérience sont optimisées (runs 137-146, écart de 800 Hz seulement, voir figure 3.10). Par contre dès que cela n'est pas le cas, on mesure des écarts plus importants. Ceci peut être dû à un problème d'électronique ou bien à de mauvais réglages des asservissements de la cavité BBO ou de celle du jet atomique. Dans ce cas, la différence de hauteur entre les deux signaux est plus importante que le bruit et l'écart entre les fréquences calculées des deux façons peut être de plusieurs kilohertz.

Cette dépendance de la précision de nos mesures vis à vis des réglages est suffisamment sensible pour être une limitation actuelle de cette expérience. C'est pour cette raison que nous avons exploré d'autres voies pour contourner l'effet photoréfractif (voir chapitre 2). En effet, tant que l'incertitude souhaitée n'est pas trop petite, nous pouvons procéder ainsi et cela a été le cas, en particulier pour les mesures sur la distribution de vitesse. Par contre, dans l'objectif de faire une mesure absolue de la fréquence de cette transition avec une incertitude de l'ordre du kilohertz, la surmodulation constitue réellement une limite. Dans ce cas, la méthode utilisant la roue dentée sera sans doute utilisée. En effet, si cette méthode occasionne une chute du rapport signal à bruit et donc nécessite des temps d'enregistrements plus longs qu'avec la surmodulation, elle n'induit pas de décalage important sur la fréquence et permet donc une mesure plus précise.

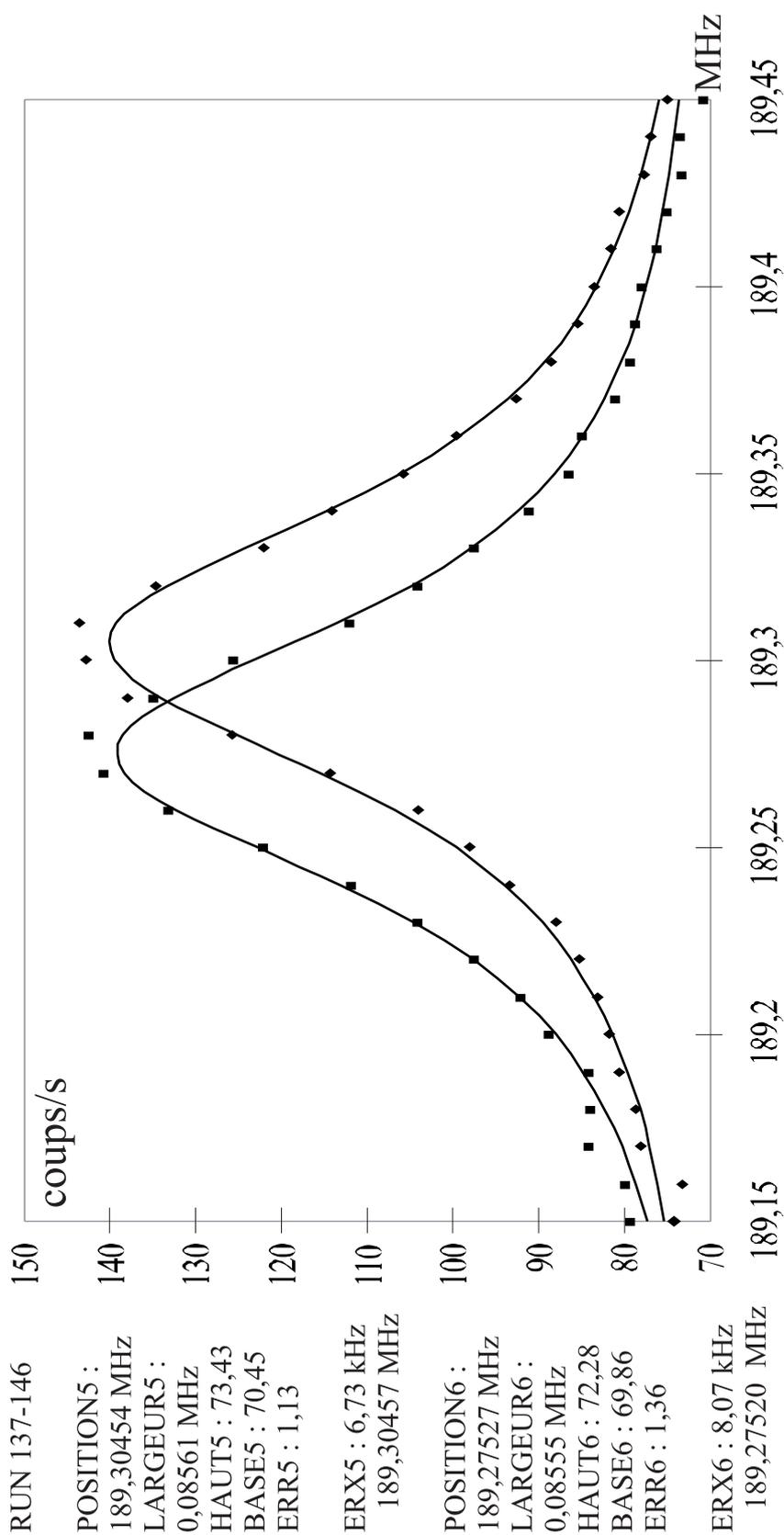


Fig. 3.10: Effet de la surmodulation de la cavité BBO

## 3.5 Mise en place de bobines

Comme nous le verrons dans le chapitre 4, pour mesurer la distribution de vitesse des atomes et le décalage dû à l'effet Doppler du second ordre qui en découle, nous avons utilisé une méthode nécessitant un champ magnétique assez important. Pour faire cette étude il nous fallait générer des champs magnétiques de l'ordre de 200 gauss au niveau de la zone de détection du signal atomique. Les limitations principales pour mettre en place de tels champs magnétiques sont de deux natures. Tout d'abord, la source de courant à notre disposition est une alimentation d'électro-aimant délivrant jusqu'à 170 ampères sur une charge de  $0,25 \Omega$ . La seconde, et sans doute principale limitation, résulte de l'encombrement autour de la cavité du jet atomique.

### 3.5.1 Conception de bobines tenant compte des limitations imposées

Pour mettre en place la méthode de mesure, le champ magnétique généré doit être perpendiculaire au déplacement des atomes. Nous avons donc deux directions possibles pour l'axe des bobines. L'encombrement autour de la cavité nous impose une distance minimale entre les bobines de 8 cm et un rayon minimum d'environ 12 cm. Avec de telles contraintes dimensionnelles, pour créer un champ de 200 gauss, l'énergie dissipée dans les bobines implique de les refroidir. Nous avons pris conseil auprès des équipes du laboratoire travaillant sur la condensation de Bose-Einstein, qui sont accoutumées à l'utilisation de champs magnétiques intenses. La solution qui s'est dégagée de cette réflexion est l'utilisation de tubes de cuivre creux dans lesquels on fait circuler de l'eau. Le diamètre du tube limite le nombre de tours dans chaque bobine et augmente donc le courant nécessaire. De plus ces tubes de cuivre ne sont pas vernis, il est donc indispensable de les isoler électriquement. Pour cela nous avons recouvert chaque tube d'une gaine thermorétractable, ce qui augmente encore son diamètre.

La configuration adoptée est représentée sur la figure 3.11. Chaque bobine est composée de 23 tours de tube de cuivre. Le diamètre extérieur (resp. intérieur) du tube de cuivre est de 4 mm (resp. 3 mm), soit 5,1 mm avec la gaine. Les dimensions de l'empilement du tube sont notées sur la figure 3.12. La distance moyenne entre les bobines est de 11,6 cm et le rayon moyen de 34,2 cm. Les supports des bobines ont été taillés dans la masse par les mécaniciens du laboratoire. En partant d'une rondelle d'aluminium et en ne laissant finalement que 3 mm de matière sur chaque côté et 5 mm à l'intérieur, les mécaniciens ont usiné ces supports au tour ce qui a représenté un travail considérable. Il a même fallu par endroit ne laisser que 0,5 mm de matière pour pouvoir les positionner sur l'expérience. La distance entre les bobines est imposée par des colonnes en aluminium et leur positionnement a été réalisé

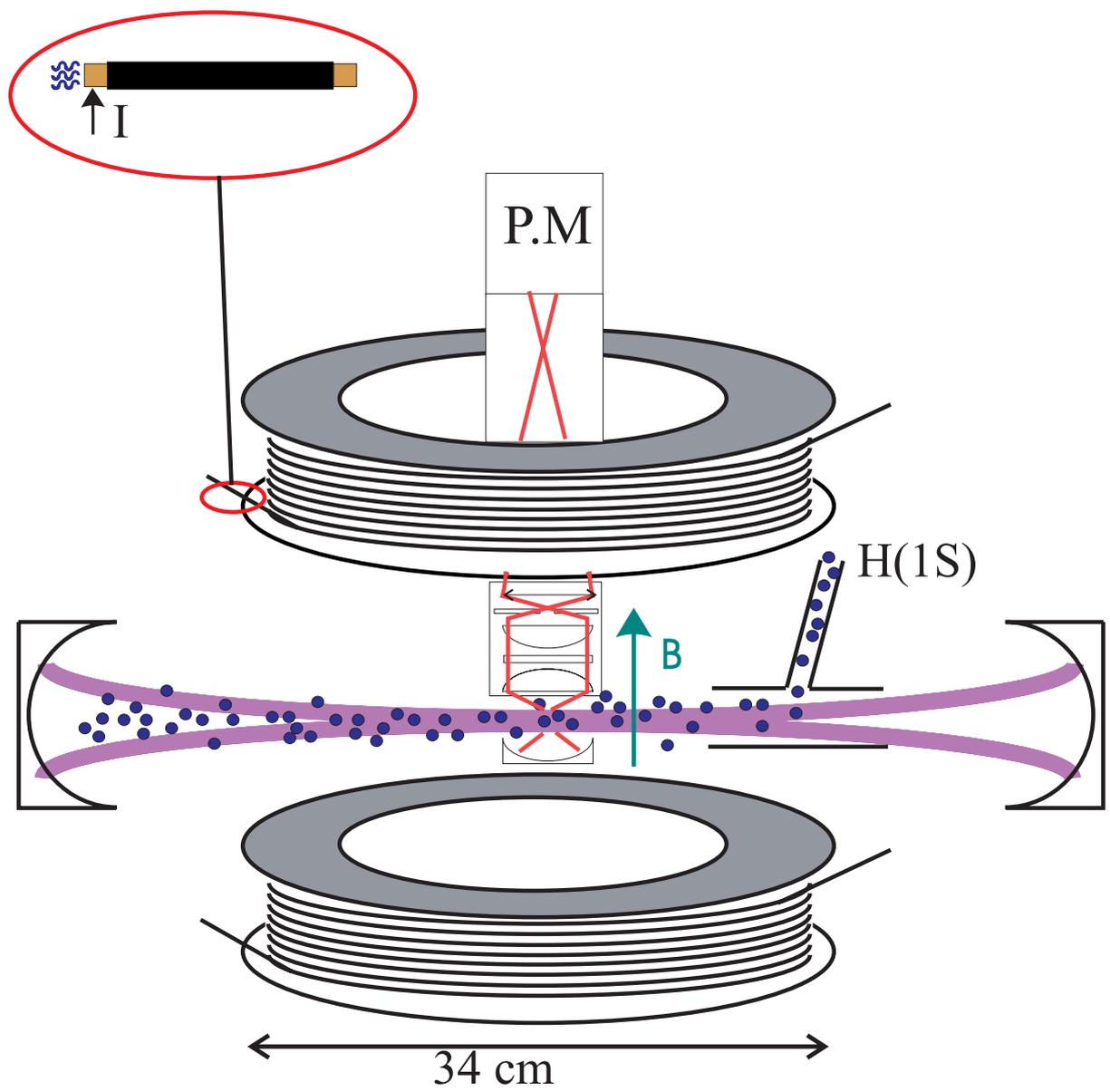


Fig. 3.11: Les bobines autour de la cavité du jet

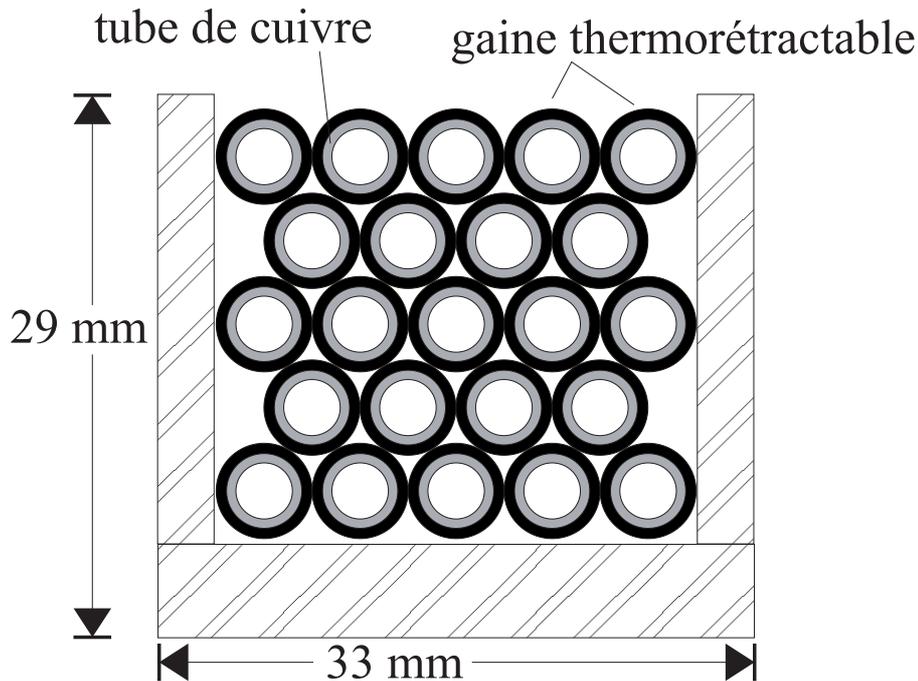


Fig. 3.12: Coupe transversale d'une bobine

à l'aide de cales usinées pour l'occasion.

La formule qui donne le champ magnétique créé au centre de telles bobines est :

$$B = \mu_0 \times N \times I \times \frac{R^2}{\left(R^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (3-18)$$

où  $R$  et  $D$  sont respectivement le rayon d'une bobine et la distance entre les bobines.  $N$  est le nombre de tours ( $N = 23$ ), et  $I$  est le courant électrique qui passe dans les bobines.

### 3.5.2 Écoulement et échauffement de l'eau

Nous avons au préalable estimé à la fois l'écoulement de l'eau à travers les bobines et l'échauffement résultant de la dissipation d'énergie.

L'écoulement de l'eau dans les bobines suit la loi de Poiseuille :

$$Q = \frac{\pi \times \Delta p \times r^4}{8 \times \nu \times l} \quad (3-19)$$

où  $Q$  est le débit du liquide en kg/s,  $\Delta p$  est la différence de pression entre l'entrée et la sortie du tube en pascals,  $r$  est le rayon intérieur du tube (1,5 mm),  $v$  la viscosité du liquide en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et  $l$  la longueur de tube en mètres. Le débit en sortie d'une longueur de 50 m de tube est de 0,55 litres/minute. La longueur de tube pour chaque bobine est de 31 m, le débit en sortie doit donc être de 0,89 litres par minute.

Il faut à présent vérifier que ce débit est suffisant pour évacuer la chaleur produite dans les bobines. Pour cela nous avons mesuré la résistance des bobines qui est de 0,11  $\Omega$  par bobine. En mettant les deux bobines en série on reste donc bien en deçà de la charge maximale pour l'alimentation de courant qui est de 0,25  $\Omega$ . Il faut également estimer les courants qui seront nécessaires pour produire des champs magnétiques de l'ordre de 200 gauss. Pour le courant maximum délivré par l'alimentation (168 A) on trouve avec la formule 3-18 un champ de 241 gauss, ce qui est suffisant pour notre étude. Pour un tel courant on trouve une puissance dissipée par effet Joule de 3 kW par bobine, ce qui est considérable.

En tenant compte de la variation de résistivité  $\rho$  du cuivre avec la température (T en  $^{\circ}\text{C}$ ) donnée dans la littérature [Handbook of physics], soit :

$$\rho(T \geq 20^{\circ}\text{C}) = \rho(20^{\circ}\text{C}) \times (1 + \alpha(T - 20)) \quad (3-20)$$

avec  $\alpha=0,00393/^{\circ}\text{C}$ . Sachant que  $R = \rho \times L/S$  où  $L$  est la longueur de cuivre et  $S$  sa section, on trouve pour un courant de 168 A que si l'eau entre dans les bobines à  $15^{\circ}\text{C}$ , elle en ressort à environ  $65^{\circ}\text{C}$ . Nous avons ensuite mesuré expérimentalement la température de l'eau en sortie des bobines. Pour un courant de 168 A, l'eau qui ressort des bobines est à  $68^{\circ}\text{C}$ . L'accord entre les prévisions faites par ce modèle très simple et nos mesures est donc très correct.

### 3.5.3 Homogénéité du champ magnétique créé

Nous avons voulu estimer l'homogénéité du champ magnétique. L'axe des bobines est appelé axe  $z$  et le centre des bobines est l'origine de cet axe. Les bobines étant circulaires il existe une symétrie axiale autour de l'axe et nous étudions la variation du champ magnétique à une distance  $r$  de l'axe en  $z=0$ .

L'expression du champ sur l'axe est :

$$B(0, z) = \mu_0 N I \frac{1}{2} \left[ \frac{R^2}{\left(R^2 + \left(z - \frac{D}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{R^2}{\left(R^2 + \left(z + \frac{D}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (3-21)$$

Le champ hors d'axe est moins bien connu. Or c'est lui qui nous intéresse puisque l'axe du jet atomique est orthogonal à l'axe des bobines. D'après la référence [Durand] le champ hors d'axe est obtenu en faisant un développement limité du champ magnétique sur l'axe :

$$B_z(r, 0) = B(0, 0) - \frac{r^2}{4} \times \left[ \frac{d^2}{dz^2} [B_z(0, z)] \right]_{z=0} \quad (3-22)$$

où  $B_z$  est la composante sur l'axe des bobines du champ magnétique. Le calcul donne [Durand] :

$$\left[ \frac{d^2}{dz^2} [B_z(0, z)] \right]_{z=0} = 3 \times \frac{(D^2 - R^2)}{(R^2 + (\frac{D}{2})^2)^{\frac{7}{2}}} \times \mu_0 N I R^2 \quad (3-23)$$

En appliquant cette formule on trouve que le champ magnétique à 2 cm de l'axe diffère de 0,8% du champ sur l'axe. Comme la zone de détection est limitée par l'acceptance angulaire du filtre interférentiel, elle correspond à une zone de 1,3 cm centrée sur l'axe des bobines. Au bord de cette zone de détection (à 6,5 mm de l'axe) la formule ci-dessus permet de calculer un champ qui n'aurait pas varié de plus de 0,1% par rapport au champ sur l'axe.

Ce calcul est rassurant. Cependant il est nécessaire d'être prudent. En effet l'homogénéité calculée ne l'a été que pour la composante du champ magnétique sur l'axe des bobines. De plus avec seulement 23 tours par bobine, la moindre torsion sur une portion de tube de cuivre peut rendre le champ plus inhomogène et ce de manière non négligeable. Enfin ce calcul ne tient pas compte de tous les morceaux de métal situés entre les bobines et les atomes. Or toute la structure de la cavité du jet est métallique. En conclusion, le champ est sans doute beaucoup moins homogène que ce calcul ne l'indique. Cependant, expérimentalement nous n'avons pas observé d'effet notable pouvant être dû à une inhomogénéité du champ magnétique et qui indiquerait que celle-ci soit un facteur limitant pour l'expérience.

Enfin pour finir cette partie sur la mise en place des bobines, nous avons également disposé des bobines de compensation du champ magnétique terrestre dans les deux autres directions. A l'aide d'une jauge à trois dimensions, nous avons compensé ce champ de manière satisfaisante. Il reste à présent à utiliser ces bobines, en particulier à étalonner le champ magnétique et à étudier l'effet du champ sur les atomes. Ceci sera traité en détail dans le chapitre 4.



## 4. VERS UNE MESURE DE LA DISTRIBUTION DE VITESSE

Comme dans toute expérience de spectroscopie, il est important de connaître la fréquence du laser excitateur lors de la mesure, mais également de pouvoir estimer suffisamment précisément les effets qui décalent la fréquence de la transition. Dans cette expérience, l'effet Doppler du premier ordre est éliminé grâce à la géométrie de l'excitation à deux photons. L'élargissement par temps d'interaction est négligeable, puisque l'excitation se produit dans un jet atomique colinéaire avec les faisceaux lasers. L'effet prépondérant qui pourrait limiter une mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S est l'effet Doppler du second ordre. Un des objectifs de cette thèse était donc de compenser ou tout au moins de permettre une connaissance suffisamment précise de cet effet pour qu'il ne soit plus limitant.

### 4.1 L'effet Doppler du second ordre

#### 4.1.1 Présentation

Un atome se déplaçant à une vitesse  $\vec{v}$  est éclairé par une lumière de fréquence  $\omega_0$ . On supposera par la suite que le faisceau laser est parallèle à la vitesse des atomes. Dans le référentiel de l'atome en mouvement, la fréquence de l'onde lumineuse est décalée par l'effet Doppler. Elle devient :

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \times \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \quad (4-1)$$

Le terme correctif entre parenthèses correspond à l'effet Doppler du premier ordre. Le signe devant le facteur  $\frac{v}{c}$  est imposé par les sens de propagation respectifs de la lumière et de l'atome. Le terme correctif sous la racine correspond à l'effet Doppler du second ordre. Cet effet est un effet relativiste de dilatation du temps. Si l'atome absorbe simultanément deux photons se propageant en sens opposés, l'onde lumineuse est susceptible d'exciter une transition d'énergie  $\hbar\omega_{at}$  telle que :

$$\omega_{at} = \omega_+ + \omega_- = \frac{2\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4-2)$$

Dans une telle géométrie, le décalage Doppler se trouve compensé au premier ordre. Par contre, en faisant le développement limité du terme au dénominateur ( $v \ll c$ ,  $c$  étant la vitesse de propagation de la lumière dans le vide), on voit que les termes d'ordre supérieur ne se compensent pas. La condition de résonance s'écrit au second ordre :

$$\omega_{at} \simeq 2\omega_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \quad (4-3)$$

Le décalage en fréquence de la transition  $\Delta\omega = 2\omega_0 - \omega_{at}$ , dû à l'effet Doppler du second ordre, vaut dans le cas de la transition 1S-3S de l'atome d'hydrogène à une température de 300 K :

$$\Delta\omega \simeq -\omega_{at} \frac{v^2}{2c^2} = -145 \text{ kHz} \quad (4-4)$$

Il est important de noter, puisque  $\Delta\omega$  varie de façon quadratique avec la vitesse des atomes, que le signe de ce décalage est toujours le même. De plus ce décalage n'est pas du tout négligeable dans cette expérience. Il est donc essentiel de pouvoir estimer cet effet avec une bonne précision. Comme nous allons le voir, tous les atomes n'ont pas la même vitesse. Ainsi le décalage produit par cet effet va intervenir en étant intégré sur la distribution de vitesse des atomes. Nous devons donc, soit trouver une configuration où cet effet soit compensé, soit faire une mesure de la distribution de vitesse des atomes suffisamment précise pour que l'effet Doppler du second ordre s'en déduise avec une bonne précision.

#### 4.1.2 Méthodes traditionnelles permettant de s'affranchir de l'effet Doppler du second ordre

Les méthodes traditionnelles qui permettent de s'affranchir de cet effet sont, à ma connaissance, au nombre de deux. La première est celle utilisée dans le groupe de T.W. Hänsch qui étudie la transition 1S-2S dans l'atome d'hydrogène. Cette méthode consiste à refroidir les atomes à des températures proches de celle de l'hélium liquide (environ 8 K). Les atomes ont alors une vitesse faible qui rend le décalage Doppler du second ordre bien moins important. La mise au point d'une méthode permettant de sélectionner la contribution des atomes les plus lents a récemment permis à ce groupe de réduire la largeur de la transition 1S-2S à 1 kHz [Huber 99].

La seconde méthode est celle utilisée dans notre groupe pour les transitions partant du niveau métastable 2S de l'atome d'hydrogène. Elle consiste à mesurer la distribution de vitesse des atomes dans le niveau métastable. Pour cela, une transition à un photon est utilisée. La lumière excitatrice est envoyée dans la cavité du jet métastable et elle est réfléchiée par un miroir se situant au fond de la cavité. En balayant le laser sur la largeur Doppler, on voit apparaître deux signaux, pour les deux sens de propagation de la lumière dans la cavité. Ces signaux sont très dépendants de la vitesse des atomes. Il suffit alors d'ajuster ces signaux avec une distribution de vitesse théorique et d'en déduire l'effet Doppler du second ordre [de Beauvoir 00]. Cette méthode est assez précise ; par exemple, pour la transition 2S-8S étudiée dans la thèse de François Nez, le décalage mesuré a été de -41 kHz avec une précision de 2 kHz [Nez thèse].

Dans le cas de la transition 1S-3S, cette méthode de détermination de la distribution de vitesse des atomes n'est pas possible. Pour la mettre en place, il faudrait étudier une transition à un photon depuis le niveau fondamental. Or la transition de longueur d'onde la plus haute partant du niveau fondamental est 1S-2P à 121 nm. Ne disposant pas de source permettant d'atteindre une telle longueur d'onde, nous ne sommes pas en mesure de mesurer la distribution de vitesse d'atomes dans le niveau fondamental avec la méthode précédente. La mise en place d'un refroidissement des atomes peut être une solution à ce problème. Cependant cela nécessiterait de considérablement modifier l'expérience et pour l'instant ce n'est pas la méthode qui a été privilégiée.

## 4.2 Principe d'une méthode originale

Ces dernières années, plusieurs auteurs ont cherché à s'affranchir de l'effet Doppler du second ordre en spectroscopie optique [Juncar 92, Biraben 91]. La méthode que nous avons mise en place est celle qui a été proposée par François Biraben en 1991 et n'avait pour l'instant jamais été utilisée. L'idée de départ était de compenser l'effet Doppler du second ordre par l'application d'un champ magnétique statique. Pour les raisons que nous verrons, il ne peut y avoir de compensation complète dans le cas de la transition 1S-3S dans la configuration expérimentale présentée. Nous avons donc utilisé cette méthode pour mesurer la distribution de vitesse des atomes et en déduire le décalage Doppler du second ordre.

### 4.2.1 La transition 1S-3S en champ magnétique

La transition que nous étudions est la transition 1S-3S à deux photons. L'opérateur transition à deux photons entre deux états S est un opérateur

scalaire (de rang 0) [Grynberg thèse]. Il ne couple donc que des niveaux pour lesquels  $\Delta F = 0$  et  $\Delta m_F = 0$ . En pratique, nous avons étudié la transition  $1S(F=1)$ - $3S(F=1)$  qui est la plus intense.

L'effet Zeeman hyperfin des niveaux  $1S$  et  $3S$  est décrit dans l'annexe B. L'application d'un champ magnétique sépare chaque niveau  $F = 1$  en trois sous-niveaux Zeeman  $m_F = -1, 0, 1$ . Ceci implique que la transition que l'on étudie va, en appliquant un champ magnétique, se transformer en trois transitions distinctes, correspondant aux trois valeurs possibles de  $m_F$  ( $0, \pm 1$ ). Ceci est représenté sur la figure 4.1. On voit sur cette figure que la fréquence de ces trois transitions n'a pas le même comportement en fonction du champ magnétique :

- transition  $1S_{1/2}(F = 1, m_F = 0) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$  :

Le décalage de la fréquence centrale de cette transition en fonction du champ magnétique est très important (voir figure 4.2). En effet, le champ magnétique couple les niveaux  $(F = 1, m_F = 0)$  et  $(F = 0, m_F = 0)$ . Et ce couplage dépend de l'écart hyperfin ( $F = 0 \rightarrow F = 1$ ) qui n'est pas le même pour le niveau  $1S$  et le niveau  $3S$ . Pour un champ magnétique compris entre 100 et 200 G, on est dans un régime de champ fort pour le niveau  $3S$  mais pas pour le niveau  $1S$ .

- transitions  $1S_{1/2}(F = 1, m_F = 1) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = 1)$  et  $1S_{1/2}(F = 1, m_F = -1) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = -1)$  :

En première approximation, les fréquences de ces deux transitions ne dépendent pas du champ magnétique. En effet les sous-niveaux Zeeman concernés ne sont pas couplés à d'autres niveaux par le champ magnétique et restent donc purs. Ils sont représentés sur la figure 4.1 par des droites. Pour une valeur donnée de  $m_F$ , les pentes des niveaux sont quasiment égales (les facteurs de Landé sont voisins de 2 et ne diffèrent que d'une petite correction relativiste). On a donc deux couples de droites parallèles et les fréquences des deux transitions sont presque inchangées.

Nous avons parlé ici de l'effet principal du champ magnétique sur la transition étudiée. Nous allons voir qu'il existe un autre effet qui est celui que nous allons utiliser pour déterminer le décalage en fréquence dû à l'effet Doppler du second ordre.

### 4.2.2 L'effet Stark motionnel

Notre expérience est menée sur un jet atomique. Les atomes d'hydrogène se déplacent donc dans le champ magnétique statique. Si l'on choisit d'appliquer ce champ magnétique perpendiculairement à la vitesse des atomes (voir figure 4.3), ceux-ci vont être soumis à un champ électrique motionnel :

$$\vec{E} = \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (4-5)$$

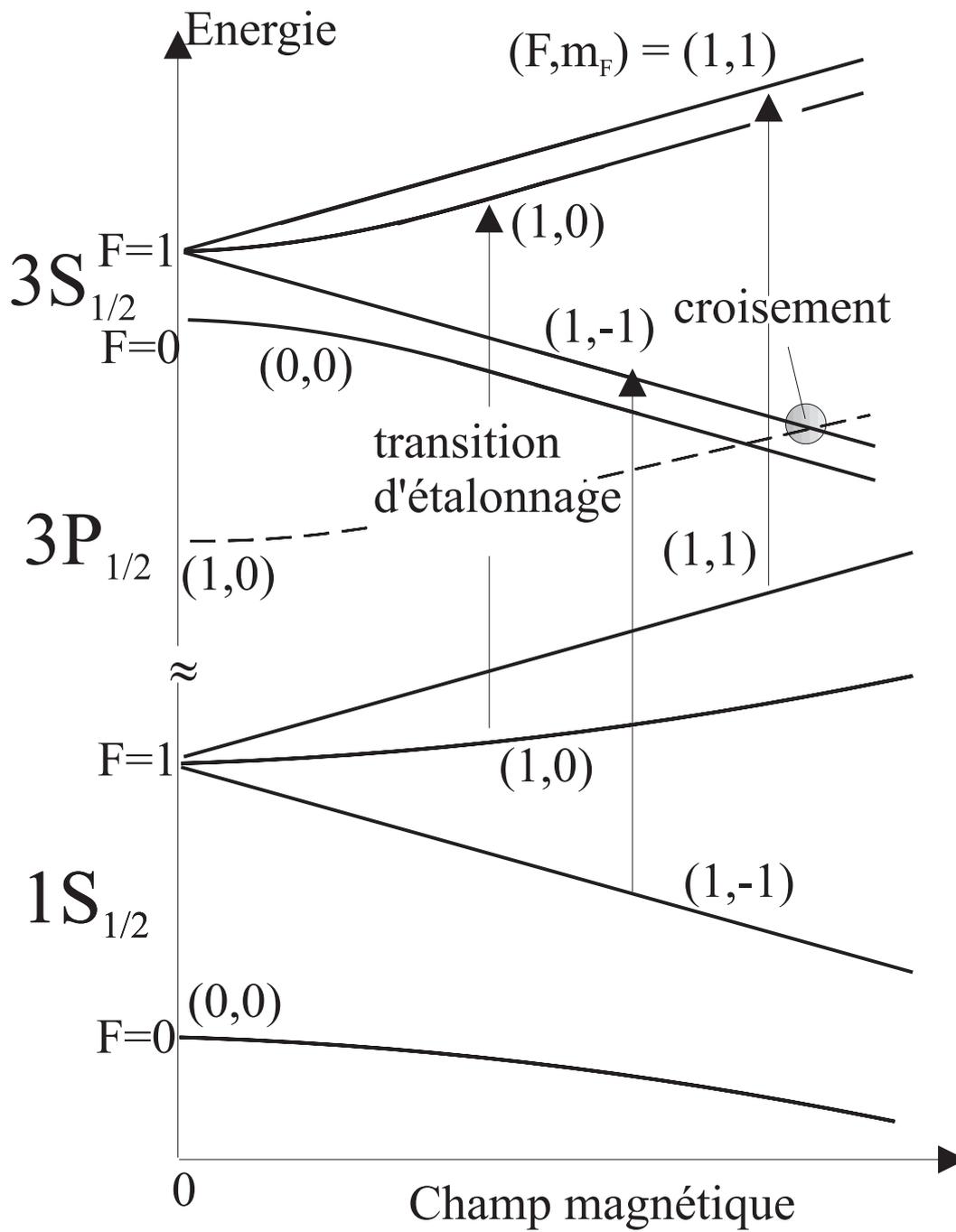
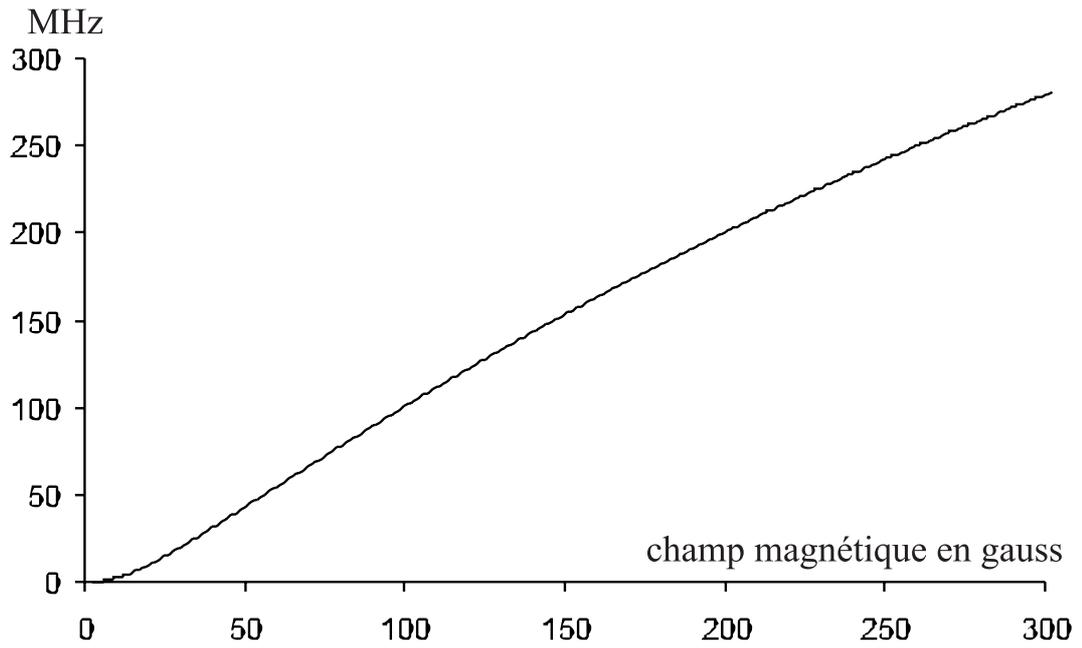
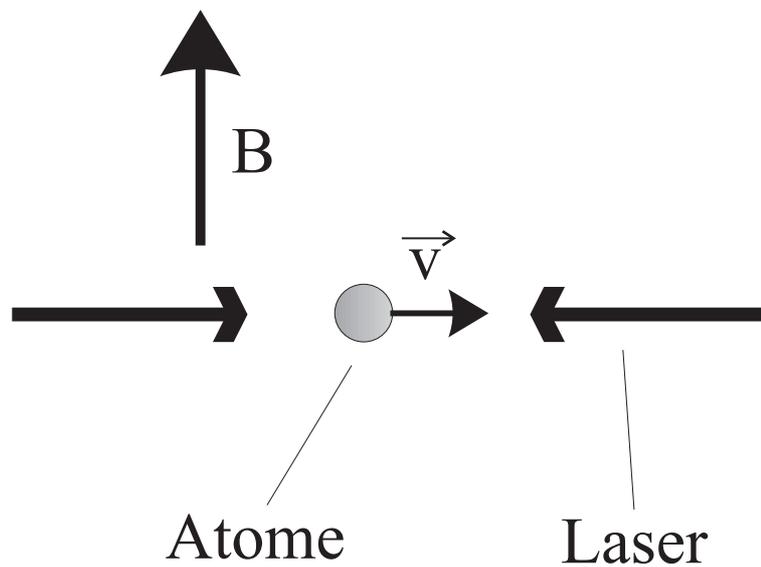


Fig. 4.1: Les trois transitions



**Fig. 4.2:** Variation de la fréquence de la transition 1S-3S ( $F=1$ ,  $m_F = 0$ ) en fonction du champ magnétique



**Fig. 4.3:** Principe de la méthode

Ce champ électrique déplace les niveaux d'énergie de l'atome par effet Stark. En première approximation, si l'on considère le déplacement d'un niveau S, couplé par l'effet Stark à un niveau de parité opposée (niveau P), le déplacement Stark induit est proportionnel au carré du champ motionnel sur l'écart de fréquence entre ces deux niveaux :

$$\delta_{Stark} \propto \frac{E^2}{\Delta\nu_{SP}} = \frac{v^2 B^2}{\Delta\nu_{SP}} \quad (4-6)$$

où  $\Delta\nu_{SP}$  est l'écart d'énergie entre les deux niveaux considérés.

On voit donc que, comme le décalage dû à l'effet Doppler du second ordre, le décalage induit par l'application du champ magnétique est quadratique avec la vitesse des atomes. Le signe de ce décalage dépend des positions relatives des deux niveaux couplés par l'effet Stark. Ainsi, si pour un champ magnétique donné, le décalage Stark a la même valeur que le décalage dû à l'effet Doppler du second ordre avec un signe opposé, les deux décalages vont se compenser. Enfin la variation quadratique de ces deux effets avec la vitesse des atomes entraîne que si la compensation est réalisée pour une classe de vitesse, elle est alors effective pour toutes les classes de vitesse. Cette méthode pourrait donc permettre de compenser l'effet Doppler du second ordre. Nous verrons plus loin que dans notre cas cette compensation n'a pu être réalisée.

L'effet Stark de l'atome d'hydrogène est bien connu. La méthode de calcul des éléments de matrice  $V$  de l'hamiltonien Stark est exposée dans l'annexe C. Dans le cas d'un champ électrique motionnel, l'effet Stark est très faible. Ceci a pour conséquence qu'il ne se manifeste qu'aux conditions suivantes.

- Si la fréquence de la transition étudiée ne dépend que très peu du champ magnétique : ceci nous limite aux transitions entre sous-niveaux de  $m_F = \pm 1$ .
- Si l'un des sous-niveaux concernés est voisin d'un niveau de parité opposée, en pratique pour un sous-niveau 3S au voisinage d'un croisement avec un sous-niveau 3P.

Ces deux conditions ne sont remplies (dans un domaine de champ magnétique accessible) que pour la transition 1S-3S ( $F = 1, m_F = -1$ ) au voisinage du croisement entre les sous-niveaux 3S ( $F = 1, m_F = -1$ ) et 3P<sub>1/2</sub> ( $F = 1, m_F = 0$ ). Ce croisement est représenté sur la figure 4.1. On le voit plus précisément sur la figure 6.3 ; il a lieu pour un champ magnétique de 181 G.

C'est l'étude de ce décalage en fonction du champ magnétique qui nous intéresse donc. De plus, nous verrons plus loin que le décalage par effet Stark motionnel au voisinage de ce croisement est au maximum de 170 kHz. Pour la transition entre sous-niveaux  $m_F = -1$ , il y a bien un champ magnétique pour lequel le décalage Doppler du second ordre est compensé. En effet, l'effet Doppler du second ordre intégré sur la distribution de vitesse théorique est de -116 kHz. Par contre, le décalage dû à l'effet Stark motionnel ne sera pas suffisant pour séparer cette transition de celle entre sous-niveaux

de  $m_F = 1$ . En effet, la largeur du niveau 3S est d'environ 1 MHz, on obtient donc au mieux deux signaux de 1 MHz de large et décalés de 170 kHz. Ainsi, ce que nous observons au niveau expérimental, c'est la somme de deux lorentziennes qui ne sont pas séparées. Le décalage produit par effet Stark que nous mesurerons sera la moitié de celui décalant cette transition, soit au maximum 85 kHz. Dans la configuration de cette expérience et dans la gamme de champs magnétiques que nous sommes en mesure de générer, il n'est donc pas possible de compenser le décalage Doppler au second ordre par l'effet Stark motionnel.

Au point de croisement, la formule 4-6 laisse à penser que le décalage devient infini. Ce n'est bien sûr pas le cas car cette formule est approchée et ne tient pas compte de la durée de vie finie des niveaux interagissant. Pour en tenir compte, nous avons réalisé un calcul du signal de fluorescence en utilisant le formalisme de la matrice densité. Ce calcul sera effectué pour une classe de vitesse donnée et l'intégration sur la distribution de vitesse des atomes ne sera traitée qu'à la fin.

## 4.3 Calcul de la fluorescence émise

### 4.3.1 Introduction au calcul

Expérimentalement, ce que nous détectons est la fluorescence 3S-2P à 656 nm. Pour pouvoir tenir compte de manière réaliste du décalage induit par effet Stark au voisinage d'un croisement entre niveaux, la manière la plus simple est d'utiliser le formalisme de la matrice densité. La transition que nous étudions sans champ magnétique est la transition  $1S_{\frac{1}{2}}(F = 1) \rightarrow 3S_{\frac{1}{2}}(F = 1)$ . L'application d'un champ magnétique lève la dégénérescence en énergie des niveaux de même  $F$  et de  $m_F$  différents. D'après la référence [Cagnac 73], le taux de transition à deux photons a la forme :

$$\Gamma_p = \frac{n^2 \omega^2}{\varepsilon_0^2 \hbar^2} \left| \sum_r \frac{\langle e | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | r \rangle \langle r | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | g \rangle}{\omega - \omega_{er}} \right|^2 \frac{\Gamma_e}{(2\omega - \omega_{eg})^2 + (\frac{\Gamma_e}{2})^2} \quad (4-7)$$

où  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  sont les deux états reliés par ce taux de transition (avec  $\hbar\omega_{eg} = E_e - E_g$ ),  $n$  est le nombre de photons par unité de volume dans un des sens de propagation,  $|r\rangle$  représente n'importe quel niveau relais d'énergie  $E_r$  tel que  $\hbar\omega_{er} = E_e - E_r$ ,  $\Gamma_e$  est la largeur naturelle du niveau excité  $|e\rangle$ ,  $\mathbf{D}$  est l'opérateur associé au moment dipolaire électrique et  $\boldsymbol{\varepsilon}$  est le vecteur polarisation de l'onde laser incidente de fréquence  $\omega/2\pi$ .

Dans le calcul que nous allons présenter, nous ne considérerons qu'un niveau fondamental noté  $|g\rangle$  couplé par l'opérateur transition à deux photons

à un niveau excité  $|e\rangle$  (celui de même  $m_F$ ). Étant donné, la faiblesse du couplage par l'effet Stark motionnel, nous avons uniquement considéré les couplages entre les niveaux 3S et 3P (le couplage entre les niveaux 3P et 3D qui intervient au second ordre a été négligé). Avec les règles de sélection énoncées dans l'annexe C, on voit que les deux niveaux issus de  $3S_{\frac{1}{2}}(F=1, m_F = \pm 1)$  vont être couplés avec 5 niveaux de 3P (ceux issus de  $m_F = \pm 2$  et  $m_F = 0$ ) tandis que le niveau issu de  $3S_{\frac{1}{2}}(F=1, m_F = 0)$  va être couplé avec 6 niveaux de 3P (ceux issus de  $m_F = \pm 1$ ). Ce calcul est inspiré de celui réalisé par Béatrice de Beauvoir dans sa thèse [de Beauvoir thèse]. Une des différences est que ce que nous voulons obtenir par ce calcul n'est pas la décroissance de la population du niveau fondamental mais les populations des différents niveaux excités, ceci afin d'en déduire la fluorescence que nous détectons.

Comme nous l'avons déjà dit, le champ électrique motionnel reste faible. En ne considérant tout d'abord qu'un seul niveau couplé au niveau excité, on obtient déjà un calcul assez proche de la réalité. En pratique, les premiers programmes que nous avons réalisés ne prenaient en compte que :

- le sous-niveau  $1S(F=1, m_F = -1) = |g\rangle$
- le sous-niveau  $3S(F=1, m_F = -1) = |e_1\rangle$
- le sous-niveau  $3P_{1/2}(F=1, m_F = 0) = |e'_1\rangle$

Les formes de raie obtenues sont alors sommées à celle de la transition  $1S-3S(F=1)$  entre sous-niveaux de  $m_F = 1$  (cette transition ne subissant quasiment aucun décalage).

Nous avons ensuite rendu le calcul des formes de raie plus complet en tenant compte des couplages avec tous les niveaux 3P, ceci pour les deux transitions entrant dans la forme de raie finale.

Je commencerai donc par décrire le calcul pour un seul niveau couplé au niveau excité, avant de le généraliser.

### 4.3.2 Calcul pour un seul niveau couplé

Pour plus de simplicité, on se place dans le cas d'une transition à 1 photon, le passage à deux photons ne posant pas de problème.

On considère donc un atome constitué de trois niveaux discrets non dégénérés : l'état fondamental  $|g\rangle$  et deux états excités  $|e_1\rangle$  et  $|e'_1\rangle$  de largeur naturelle  $\Gamma_1$  et  $\Gamma'_1$ . L'onde laser couple le niveau  $|e_1\rangle$  avec le niveau fondamental et le champ électrique couple par effet Stark les niveaux  $|e_1\rangle$  et  $|e'_1\rangle$ . On pose  $\hbar\omega_1 = E_1 - E_g$  et  $\hbar\omega'_1 = E'_1 - E_g$ .

L'évolution de la matrice densité s'écrit alors :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] + \left\{ \frac{d\rho}{dt} \right\}_{e.s} \quad (4-8)$$

où  $\rho$  est la matrice densité,  $H$  l'hamiltonien total du système (comprenant les termes de couplages par effet Stark) et  $\left\{\frac{d\rho}{dt}\right\}_{e.s}$  le terme de désexcitation par émission spontanée. Les valeurs numériques des largeurs des niveaux 3S et 3P que nous avons utilisées dans les programmes sont [Indelicato] :

- $\Gamma(3S) = 1,004945452$  MHz
- $\Gamma(3P_{1/2}) = 30,19175875$  MHz
- $\Gamma(3P_{3/2}) = 30,19165419$  MHz

On a donc  $H = H_0 + H_1 + H_{Stark}$  avec  $H_0$  l'hamiltonien non perturbé,  $H_1$  l'hamiltonien d'interaction atome-rayonnement et  $H_{Stark}$  l'hamiltonien d'interaction par effet Stark d'éléments de matrices  $\frac{V_{ij}}{\hbar}$ . Ces éléments de matrice sont réels et  $V_{ij} = V_{ji}$ . La pulsation de Rabi  $\Omega$  caractérise la force du couplage entre le niveau excité  $|e_1\rangle$  et l'onde laser de fréquence  $\omega/2\pi$  :

$$\Omega = -\frac{\langle g | \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} | e_1 \rangle}{\hbar} \quad (4-9)$$

Dans la base  $|g, e_1, e'_1\rangle$ , l'hamiltonien total s'écrit :

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega}{2} e^{i\omega t} & 0 \\ \frac{\Omega}{2} e^{-i\omega t} & \omega_1 & \frac{V_{11'}}{\hbar} \\ 0 & \frac{V_{1'1}}{\hbar} & \omega'_1 \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

Pour simplifier les notations, on posera  $\frac{V_{11'}}{\hbar} = \frac{V_{1'1}}{\hbar} = V$ . Les termes dus à l'émission spontanée sont :

$$\left\{ \frac{d\rho}{dt} \right\}_{e.s} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-\Gamma_1 \rho_{g1}}{2} & \frac{-\Gamma'_1 \rho_{g1'}}{2} \\ \frac{-\Gamma_1 \rho_{1g}}{2} & -\Gamma_1 \rho_{11} & \frac{-(\Gamma_1 + \Gamma'_1) \rho_{11'}}{2} \\ \frac{-\Gamma'_1 \rho_{1'g}}{2} & \frac{-(\Gamma_1 + \Gamma'_1) \rho_{1'1}}{2} & -\Gamma'_1 \rho_{1'1'} \end{pmatrix} \quad (4-11)$$

L'évolution des populations et des cohérences s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{gg}}{dt} &= i \frac{\Omega}{2} (e^{-i\omega t} \rho_{g1} - e^{i\omega t} \rho_{1g}) \\ \frac{d\rho_{1g}}{dt} &= -i \left[ \frac{\Omega}{2} e^{-i\omega t} (\rho_{gg} - \rho_{11}) + \omega_1 \rho_{1g} + V \rho_{1'g} \right] - \frac{\Gamma_1}{2} \rho_{1g} \\ \frac{d\rho_{1'g}}{dt} &= -i \left[ -\frac{\Omega}{2} e^{-i\omega t} \rho_{1'1} + \omega'_1 \rho_{1'g} + V \rho_{1g} \right] - \frac{\Gamma'_1}{2} \rho_{1'g} \\ \frac{d\rho_{11}}{dt} &= -i \left[ -\frac{\Omega}{2} e^{i\omega t} \rho_{1g} + \frac{\Omega}{2} e^{-i\omega t} \rho_{g1} + V (\rho_{1'1} - \rho_{11'}) \right] - \Gamma_1 \rho_{11} \\ \frac{d\rho_{1'1}}{dt} &= -i \left[ -\frac{\Omega}{2} e^{i\omega t} \rho_{1'g} + \rho_{1'1} (\omega'_1 - \omega_1) + V (\rho_{11} - \rho_{1'1'}) \right] - \frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2} \rho_{1'1} \\ \frac{d\rho_{1'1'}}{dt} &= -i V (\rho_{11'} - \rho_{1'1}) - \Gamma'_1 \rho_{1'1'} \end{aligned}$$

Les trois autres expressions s'obtiennent à partir des précédentes en prenant les expressions conjuguées (cas des cohérences). En effet on a  $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ . On se place alors dans le référentiel tournant en posant :

$$\sigma_{1g} = \rho_{1g}e^{i\omega t} \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma_{1g}}{dt} = i\omega \sigma_{1g} + e^{i\omega t} \frac{d\rho_{1g}}{dt} \quad (4-12)$$

$$\sigma_{g1} = \rho_{g1}e^{-i\omega t} \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma_{g1}}{dt} = -i\omega \sigma_{g1} + e^{-i\omega t} \frac{d\rho_{g1}}{dt} \quad (4-13)$$

$$\sigma_{gg} = \rho_{gg} \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma_{gg}}{dt} = \frac{d\rho_{gg}}{dt} \quad (4-14)$$

$$\sigma_{1'g} = \rho_{1'g}e^{i\omega t} \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma_{1'g}}{dt} = i\omega \sigma_{1'g} + e^{i\omega t} \frac{d\rho_{1'g}}{dt} \quad (4-15)$$

$$\sigma_{11'} = \rho_{11'} \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma_{11'}}{dt} = \frac{d\rho_{11'}}{dt} \quad (4-16)$$

Les autres expressions pour  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{1'1'}$ ,  $\rho_{g1'}$ ,  $\rho_{1'1}$  s'obtiennent de manière analogue. On obtient les équations suivantes :

$$\frac{d\sigma_{gg}}{dt} = i\frac{\Omega}{2} (\sigma_{g1} - \sigma_{1g}) \quad (4-17)$$

$$\frac{d\sigma_{1g}}{dt} = \sigma_{1g} \left[ i(\omega - \omega_1) - \frac{\Gamma_1}{2} \right] - i\frac{\Omega}{2} (\sigma_{gg} - \sigma_{11}) - iV \sigma_{1'g} \quad (4-18)$$

$$\frac{d\sigma_{1'g}}{dt} = \sigma_{1'g} \left[ i(\omega - \omega'_1) - \frac{\Gamma'_1}{2} \right] + i\frac{\Omega}{2} \sigma_{1'1} - iV \sigma_{1g} \quad (4-19)$$

$$\frac{d\sigma_{11}}{dt} = -\Gamma_1 \sigma_{11} - i\frac{\Omega}{2} (\sigma_{g1} - \sigma_{1g}) - iV (\sigma_{1'1} - \sigma_{11'}) \quad (4-20)$$

$$\frac{d\sigma_{1'1}}{dt} = -\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2} \sigma_{1'1} + i\frac{\Omega}{2} \sigma_{1'g} - iV (\sigma_{11} - \sigma_{1'1'}) - i(\omega'_1 - \omega_1) \sigma_{1'1} \quad (4-21)$$

$$\frac{d\sigma_{1'1'}}{dt} = -\Gamma'_1 \sigma_{1'1'} - iV (\sigma_{11'} - \sigma_{1'1}) \quad (4-22)$$

On fait maintenant l'hypothèse que  $\Omega \ll \Gamma$ , c'est-à-dire que le niveau excité se désexcite plus vite qu'il n'est peuplé par l'onde laser. Les populations des niveaux excités sont donc faibles devant celle du niveau fondamental ( $\rho_{11}, \rho_{1'1'} \ll \rho_{gg}$ ). De plus, les cohérences optiques suivent adiabatiquement l'évolution lente de la population du fondamental  $\sigma_{gg}$ . On considère donc que :

$$\frac{d\sigma_{eg}}{dt} = 0 \quad \text{pour } e = 1 \text{ ou } 1' \quad (4-23)$$

Les équations 4-18 et 4-19 deviennent alors :

$$\left[ i(\omega - \omega_1) - \frac{\Gamma_1}{2} \right] \sigma_{1g} = i\frac{\Omega}{2}\sigma_{gg} + iV \sigma_{1'g} \quad (4-24)$$

$$\left[ i(\omega - \omega'_1) - \frac{\Gamma'_1}{2} \right] \sigma_{1'g} = iV \sigma_{1g} \quad (4-25)$$

soit

$$\sigma_{1g} = \frac{1}{A} i\frac{\Omega}{2}\sigma_{gg} \quad (4-26)$$

avec

$$A = i(\omega - \omega_1) - \frac{\Gamma_1}{2} + \frac{V^2}{i(\omega - \omega'_1) - \frac{\Gamma'_1}{2}} \quad (4-27)$$

Faisons à présent l'hypothèse que nous sommes en régime stationnaire. Le temps de transit des atomes est long par rapport aux durées de vies des niveaux considérés. On obtient alors les équations :

$$\sigma_{1'1} = \frac{V(\sigma_{11} - \sigma_{1'1'}) - \frac{\Omega}{2}\sigma_{1'g}}{(\omega_1 - \omega'_1) + i\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2}} \quad (4-28)$$

$$\sigma_{1'g} = \frac{V\sigma_{1g}}{(\omega - \omega'_1) + i\frac{\Gamma'_1}{2}} \quad (4-29)$$

soit

$$\sigma_{1'1} = \frac{V(\sigma_{11} - \sigma_{1'1'}) - i\frac{\Omega^2}{4}\frac{1}{A}\frac{V}{(\omega - \omega'_1) + i\frac{\Gamma'_1}{2}}\sigma_{gg}}{(\omega_1 - \omega'_1) + i\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2}} \quad (4-30)$$

Ce sont les populations des niveaux excités qui nous intéressent. Elles vérifient les équations :

$$\Gamma_1\sigma_{11} = 2\text{Re}(i\frac{\Omega}{2}\sigma_{1g}) - 2\text{Re}(iV\sigma_{1'1}) \quad (4-31)$$

$$\Gamma'_1\sigma_{1'1'} = 2\text{Re}(iV\sigma_{1'1}) \quad (4-32)$$

On obtient donc le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1\sigma_{11} \\ \Gamma'_1\sigma_{1'1'} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{1'1'} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \sigma_{gg} \quad (4-33)$$

avec

$$B = \operatorname{Re} \left( \frac{-2iV^2}{(\omega_1 - \omega'_1) + i\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2}} \right) = \frac{-V^2(\Gamma_1 + \Gamma'_1)}{(\omega_1 - \omega'_1)^2 + \left(\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2}\right)^2} \quad (4-34)$$

$$C_1 = -\frac{\Omega^2}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{A} \left[ 1 + \frac{V^2}{\left[ (\omega - \omega'_1) + i\frac{\Gamma'_1}{2} \right] \left[ (\omega_1 - \omega'_1) + i\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2} \right]} \right] \right) \quad (4-35)$$

$$C_2 = -\frac{\Omega^2}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{-1}{A} \frac{V^2}{\left[ (\omega - \omega'_1) + i\frac{\Gamma'_1}{2} \right] \left[ (\omega_1 - \omega'_1) + i\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_1}{2} \right]} \right) \quad (4-36)$$

où  $A$  est l'expression définie en 4-27.

Pour un seul niveau couplé les populations des niveaux excités se déduisent en inversant le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 - B & B \\ B & \Gamma'_1 - B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{1'1'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \sigma_{gg} \quad (4-37)$$

### 4.3.3 Généralisation à 2 puis $N$ niveaux couplés

On introduit tout d'abord un second niveau  $|e'_2\rangle$  couplé au niveau excité  $|e_1\rangle$ . Ce niveau a une largeur naturelle  $\Gamma'_2$  et on note  $\hbar\omega'_2 = E'_2 - E_g$ . Le coefficient de couplage par effet Stark entre les niveaux  $|e'_1\rangle$  (resp.  $|e'_2\rangle$ ) et  $|e_1\rangle$  est noté  $V_1$  (resp.  $V_2$ ) à la place du coefficient  $V$  de la partie précédente. En reprenant les calculs de la partie précédente, on arrive assez simplement au système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 - (B_1 + B_2) & B_1 & B_2 \\ B_1 & \Gamma'_1 - B_1 & 0 \\ B_2 & 0 & \Gamma'_2 - B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{1'1'} \\ \sigma_{2'2'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ C'_1 \\ C'_2 \end{pmatrix} \sigma_{gg} \quad (4-38)$$

avec

$$B_i = \frac{-V_i^2(\Gamma_1 + \Gamma'_i)}{(\omega_1 - \omega'_i)^2 + \left(\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_i}{2}\right)^2} \quad (4-39)$$

$$C'_i = -\frac{\Omega^2}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{-1}{A} \frac{V_i^2}{\left[(\omega - \omega'_i) + i\frac{\Gamma'_i}{2}\right] \left[(\omega_1 - \omega'_i) + i\frac{\Gamma_1 + \Gamma'_i}{2}\right]} \right) \quad (4-40)$$

$$C = -\frac{\Omega^2}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{A} \right) - (C'_1 + C'_2) = K - (C'_1 + C'_2) \quad (4-41)$$

$$A = i(\omega - \omega_1) - \frac{\Gamma_1}{2} + \frac{V_1^2}{i(\omega - \omega'_1) - \frac{\Gamma'_1}{2}} + \frac{V_2^2}{i(\omega - \omega'_2) - \frac{\Gamma'_2}{2}} \quad (4-42)$$

La généralisation à  $N$  niveaux couplés  $|e'_1\rangle, |e'_2\rangle \dots |e'_N\rangle$  donne aisément :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 - \sum_i^N B_i & B_1 & B_2 & \dots & B_N \\ B_1 & \Gamma'_1 - B_1 & 0 & 0 & 0 \\ B_2 & 0 & \Gamma'_2 - B_2 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_N & 0 & 0 & 0 & \Gamma'_N - B_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{1'1'} \\ \sigma_{2'2'} \\ \dots \\ \sigma_{N'N'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ C'_1 \\ C'_2 \\ \dots \\ C'_N \end{pmatrix} \sigma_{gg} \quad (4-43)$$

avec les  $B_i$  et les  $C'_i$  définis comme au-dessus et :

$$K = -\frac{\Omega^2}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{A} \right) \quad (4-44)$$

$$C = K - \sum_i^N C'_i \quad (4-45)$$

$$A = i(\omega - \omega_1) - \frac{\Gamma_1}{2} + \sum_i^N \frac{V_i^2}{i(\omega - \omega'_i) - \frac{\Gamma'_i}{2}} \quad (4-46)$$

En résolvant ce système matriciel, on trouve finalement :

$$\sigma_{11} = \frac{K - \sum_i^N C'_i \left(1 + \frac{B_i}{\Gamma'_i - B_i}\right)}{\Gamma_1 - \sum_i^N B_i \left(1 + \frac{B_i}{\Gamma'_i - B_i}\right)} \sigma_{gg} \quad (4-47)$$

$$\text{et } \sigma_{i'i'} = \frac{-B_i}{\Gamma'_i - B_i} \sigma_{11} + \frac{C'_i}{\Gamma'_i - B_i} \sigma_{gg} \quad (4-48)$$

Nous avons donc accès aux populations des niveaux excités. On multiplie alors les différentes populations par leur taux de désexcitation vers le niveau

$n = 2$ . Les fluorescences 3S-2P et 3P-2S contribuent toutes deux au signal que nous détectons. On somme donc ces deux contributions.

Un test de ces calculs consiste à regarder ce qui se passe si les termes de couplages sont nuls. Dans ce cas, les  $C'_i$  et les  $B_i$  sont tous nuls. On trouve alors que la fluorescence émise est :

$$\Gamma_1 \sigma_{11} = K = -\frac{\Omega^2}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{i(\omega - \omega_1) - \frac{\Gamma_1}{2}} \right) \quad (4-49)$$

$$= \frac{\Omega^2 \Gamma_1}{2} \frac{1}{(\omega - \omega_1)^2 + \left(\frac{\Gamma_1}{2}\right)^2} \quad (4-50)$$

On retrouve bien une lorentzienne centrée sur la position du niveau excité.

#### 4.3.4 Prise en compte du décalage Doppler au second ordre

Il est à noter que tous les calculs présentés jusqu'ici et qui permettent de prendre en compte les phénomènes induits par l'application d'un champ magnétique n'ont été effectués que pour une classe de vitesse. Nous allons voir dans la partie suivante l'intégration sur la distribution des vitesses. Mais pour être complet, le décalage dû à l'effet Doppler du second ordre est intégré à ce niveau du calcul. En fait, pour la classe de vitesse  $v$  en question la fréquence excitatrice  $\omega$  est décalée par cet effet de la valeur  $\Delta\omega$  telle que :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{v^2}{2c^2} \quad (4-51)$$

#### 4.3.5 Intégration sur la distribution de vitesse

En sortie de la décharge radiofréquence, le jet d'atomes est un jet thermique. La distribution de vitesse d'un tel jet est prévue pour être de la forme [Garreau thèse] :

$$f_n(v, \sigma) = v^n \exp\left(\frac{-v^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4-52)$$

où  $n$  et  $\sigma = \sqrt{\frac{kT}{M}}$  caractérisent la distribution de vitesse. Pour un jet effusif, on a  $n=3$  [Cagnac Phys. at.]. S'il s'agit d'un jet d'hydrogène à  $T=300$  K, on a  $\sigma = 1,56$  km/s.

Pour un champ magnétique et une classe de vitesse donnée, les calculs présentés dans la partie précédente, nous permettent de prévoir la fluorescence émise à une fréquence excitatrice  $\omega$  donnée, soit  $F(\omega, B, v)$ . La forme de raie de notre signal doit donc être :

$$R_n(\omega, B, \sigma) = a \int_0^{+\infty} \frac{1}{v} f_n(v, \sigma) F(\omega, B, v) dv \quad (4-53)$$

où le facteur  $a$  est un facteur de normalisation pour cette intégration sur les vitesses et le facteur  $\frac{1}{v}$  est dû au temps d'interaction atomes-laser.

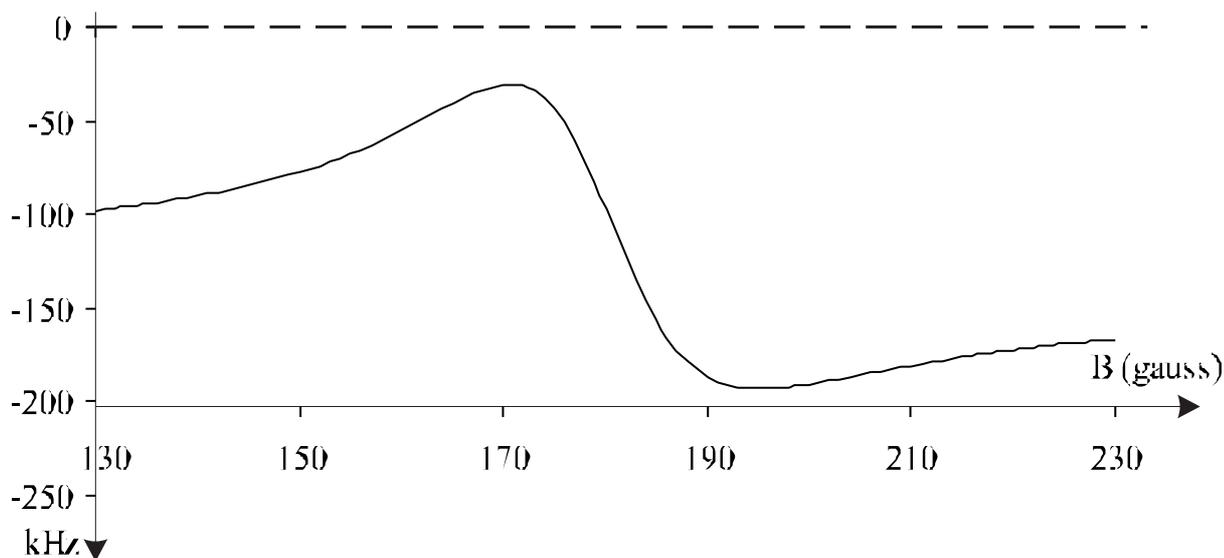
## 4.4 Exploitation des résultats théoriques

L'étude théorique que nous avons présentée nous permet de disposer d'une forme de raie dépendant du champ magnétique et de la distribution de vitesse. Cette forme de raie est celle d'une transition (parmi trois) entre sous-niveaux Zeeman pour la transition  $1S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1)$ . Comme nous l'avons déjà vu, ces trois transitions ne vont pas du tout être décalées de la même façon par le champ magnétique et la forme de raie que nous mesurons est la somme de deux formes de raie plus ou moins décalées.

De plus, pour tenir compte au mieux des conditions expérimentales, nous avons utilisé la forme de raie obtenue d'une manière particulière. En effet, comme nous l'avons vu dans la partie sur le dépouillement des signaux expérimentaux, le rapport signal à bruit de l'expérience n'est pas suffisant pour pouvoir ajuster les signaux enregistrés avec une forme de raie compliquée. Nous utilisons donc une lorentzienne pour déterminer la fréquence centrale de ces signaux expérimentaux. Or l'ajustement par une lorentzienne d'une forme de raie qui n'en est pas une est susceptible d'introduire un décalage dans la fréquence centrale trouvée. Pour tenir compte de ceci, nous procédons dans la partie théorique de la même façon que pour le dépouillement.

Ainsi pour une distribution de vitesse ( $n$  et  $\sigma$ ) et un champ magnétique  $B$  donnés, nous traçons en fonction de la fréquence d'excitation  $\omega$  la forme de raie  $R_n(\omega, B, \sigma)$  pour les deux transitions entrant dans notre mesure. Nous sommions ensuite les deux signaux obtenus. La somme des formes de raie des deux transitions est ensuite ajustée par une lorentzienne. Nous reportons alors sur un graphique la variation de la fréquence centrale trouvée par l'ajustement en fonction du champ magnétique. Cette courbe est celle représentée sur la figure 4.4, pour  $n=3$  et  $\sigma = 1,55$  km/s.

L'axe des ordonnées est gradué en kHz et celui des abscisses en gauss. La droite d'ordonnée nulle représente la fréquence de la transition  $1S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1)$  corrigée du décalage Doppler au second ordre, sans champ magnétique. L'ordonnée de cette courbe à l'origine est donc le décalage



**Fig. 4.4:** Effet du décalage Stark motionnel pour  $n=3$  et  $\sigma=1,55$  km/s

Doppler du second ordre, soit -116 kHz. Sur la figure 4.4, l'axe des abscisses est gradué à partir de 130 G, mais le décalage dû à l'effet Stark motionnel est faible quand les niveaux sont éloignés du croisement à 181 G.

Comme nous ne pouvons pas nous placer à un champ magnétique où l'effet Doppler du second ordre est compensé, le principe de notre mesure est donc d'ajuster au mieux la courbe dispersive obtenue sur nos points expérimentaux, afin de connaître au mieux la distribution de vitesse des atomes. Pour cela, un dernier programme ajuste pour un  $n$  donné la valeur de  $\sigma$  pour que la courbe théorique soit la plus proche possible des points expérimentaux. Nous en déduisons une valeur de  $\sigma$  et une incertitude sur cette valeur. Le décalage Doppler du second ordre (et l'incertitude sur sa valeur) est ensuite déduit de cette valeur de  $\sigma$ . Ces mesures sont présentées dans le paragraphe suivant.

Il est, de plus, intéressant de voir comment l'effet Stark motionnel va modifier la forme du signal que nous mesurons. Sur la figure 4.5, les formes de raie théoriques obtenues pour des valeurs de champ magnétique de 170 et 181 G sont tracées. Ces formes de raie sont celles obtenues pour la seule transition  $1S-3S(F=1, m_F=-1)$ .

La forme de raie obtenue à 170 G est celle pour laquelle les deux décalages (Stark motionnel et Doppler du second ordre), quadratiques avec la vitesse, se compensent le mieux. La seconde forme de raie obtenue pour un champ magnétique de 181 G est celle pour laquelle le signal est le plus élargi. En effet, pour cette valeur du champ magnétique, le sous-niveau  $3S(F=1, m_F=-1)$  croise le sous-niveau  $3P_{1/2}(F=1, m_F=0)$ . C'est donc pour ce champ magnétique que ces deux sous-niveaux sont le plus mélangés et que la largeur

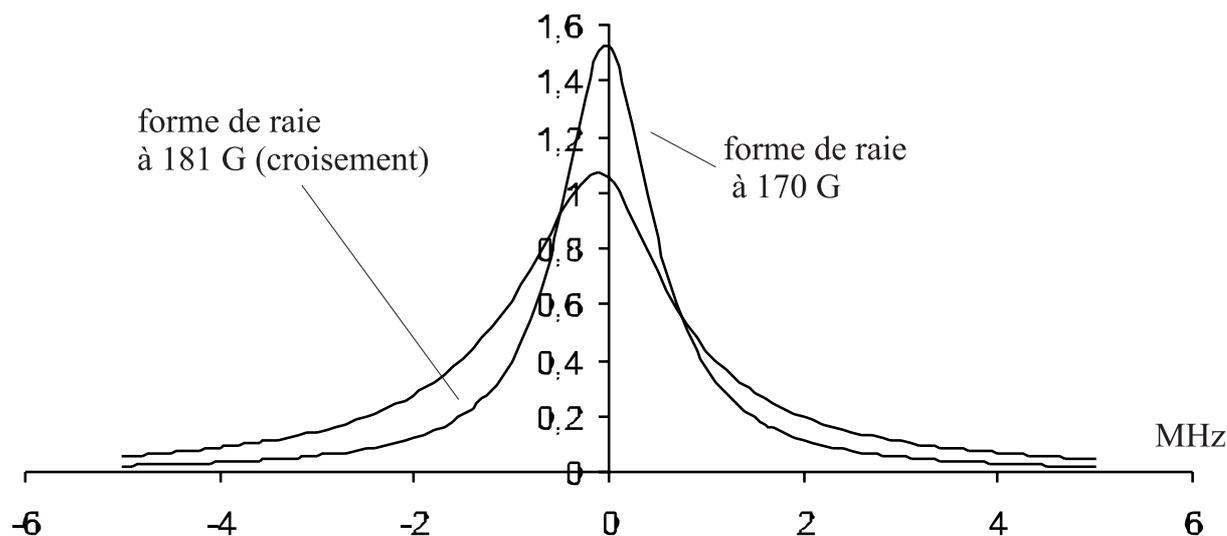


Fig. 4.5: Formes de raie théoriques à 170 et 181 G

du niveau 3P (environ 30 MHz) influe le plus sur celle du niveau 3S (environ 1 MHz). Ceci explique la diminution de la hauteur de la courbe pour cette valeur du champ magnétique. On distingue également qu'à ce croisement la forme de raie n'est plus symétrique par rapport à la fréquence centrale. Ces effets n'ont pas pu être mis en évidence sur nos signaux expérimentaux en raison du faible rapport signal à bruit de l'expérience.

## 4.5 Les mesures expérimentales avec le champ magnétique

Je présente dans cette partie les mesures expérimentales que nous avons faites avec le champ magnétique. La première étape a consisté en l'étalonnage du champ magnétique. Après cela, nous avons effectué les mesures qui nous ont permis d'estimer la distribution de vitesse des atomes.

### 4.5.1 Étalonnage du champ magnétique

Pour étalonner le champ magnétique, nous avons utilisé le fait que la transition  $1S_{1/2}(F = 1, m_F = 0) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$  est très dépendante du champ magnétique (voir figure 4.2). Ainsi, dès l'application d'un champ de quelques gauss, cette transition se sépare des deux autres. Ce phénomène est très bien illustré sur la figure 4.6 pour un champ magnétique d'environ 5 G.

L'alimentation de courant que nous avons utilisée est stable, mais l'indication qu'elle donne du courant électrique fourni aux bobines est assez

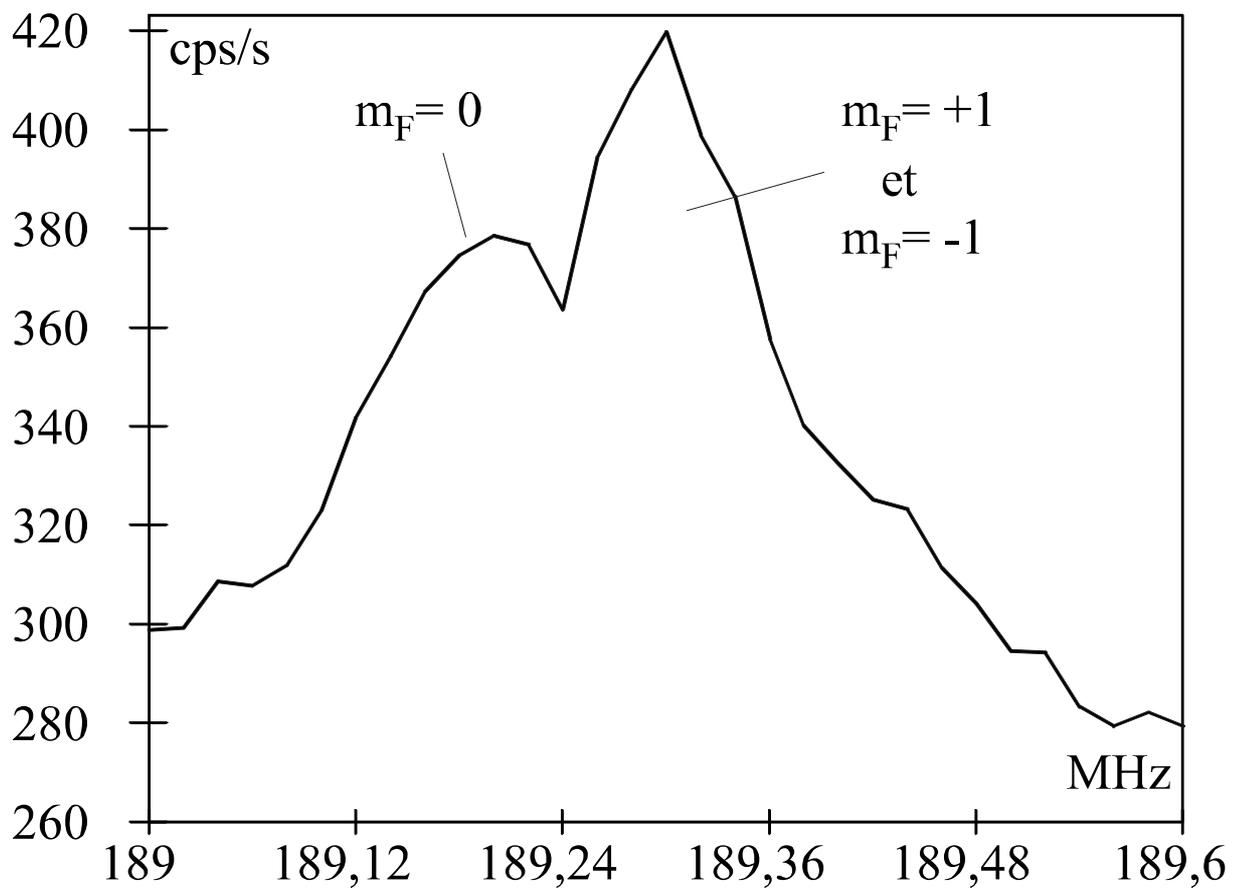


Fig. 4.6: Signal obtenu pour  $B \approx 5$  G

imprécise. Nous mesurons donc la tension  $V$  aux bornes des bobines. Or, comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, la résistance du cuivre dépend de sa température. Les bobines étant susceptibles de chauffer jusqu'à environ  $70^\circ\text{C}$ , il est bien sûr important de considérer cette variation de la résistance avec la température. La gamme d'utilisation des bobines pour notre étude est comprise entre 20 et 30 V. Nous avons donc, pour ces deux valeurs de tension, mesuré la fréquence centrale de la transition d'étalonnage  $1S_{1/2}(F = 1, m_F = 0) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$  et nous en avons déduit les champs magnétiques correspondants. Nous avons trouvé respectivement 151,66 G et 217,97 G. En considérant une variation linéaire de la résistance des bobines avec la température :

$$R = \alpha_1 T + \beta_1 \quad (4-54)$$

et comme la température des bobines est proportionnelle à la puissance  $VI$  dissipée par effet Joule qui est elle même proportionnelle à  $VB$  (puisque  $B \propto I$ ), on obtient une relation du type :

$$V = (\alpha VB + \beta)B \quad (4-55)$$

Avec les valeurs trouvées pour 20 et 30 volts, on déduit :

$$\alpha = 1,64 \times 10^{-6} \text{ G}^{-2} \quad (4-56)$$

$$\beta = 0,127 \text{ V.G}^{-1} \quad (4-57)$$

On regarde ensuite la fréquence centrale que cette relation donne pour la transition d'étalonnage à 25 V, on trouve 177,46 MHz. La mesure pour ce point de champ magnétique nous donne 177,45(7) MHz ce qui est en très bon accord avec la valeur obtenue par ce petit modèle. On a donc réalisé de cette façon un étalonnage suffisamment précis du champ magnétique pour que cette étape de la mesure ne constitue pas une limitation au niveau de la précision finale. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant, où sont donnés la tension aux bornes des bobines, le décalage mesuré de la fréquence centrale de la transition d'étalonnage ( $m_F = 0$ ) en MHz et le champ magnétique déduit :

tension (volts)	décalage (MHz)	champ magnétique (gauss)
20	156,94	151,66
25	189,85	185,88
30	217,64	217,97

## 4.5.2 La mesure en champ magnétique

Comme il a déjà été dit, cette série de mesures avait pour objectif de pouvoir fournir une connaissance suffisamment précise de la distribution de vitesse de notre jet atomique pour que le décalage Doppler du second ordre ne soit plus le facteur limitant en vue d'une mesure absolue de fréquence de la transition 1S-3S.

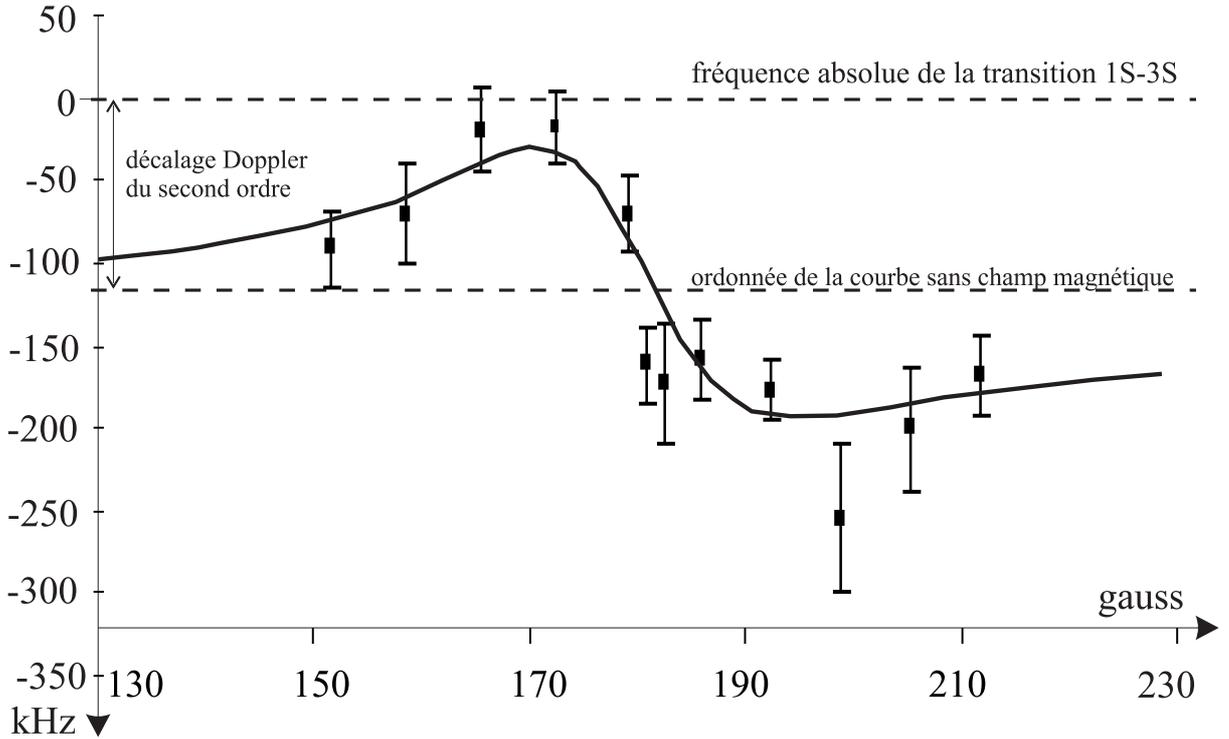
### La manière de procéder

Au moment où nous avons fait cette série de mesures, nous n'avions pas à notre disposition de moyen de déterminer de manière absolue la fréquence du laser titane-saphir. De plus les fluctuations de fréquence du laser sont à multiplier par 8 pour obtenir les fluctuations équivalentes au niveau de la fréquence atomique que nous mesurons. Dans la procédure expérimentale que nous avons adoptée, nous avons donc essayé de compenser au mieux d'éventuelles dérives de fréquence. Pour cela, nous avons mesuré le décalage de la fréquence centrale de la transition avec et sans champ magnétique. Pour compenser les dérives de fréquence, nous avons pour chaque point de mesure, alterné des mesures avec et sans champ magnétique. En procédant de la sorte, une dérive linéaire de la fréquence du laser serait en effet compensée. Les points expérimentaux ont ensuite été placés sur la courbe obtenue dans la partie théorique.

Il faut remarquer qu'en procédant ainsi, les décalages mesurés ne l'ont pas été par rapport au zéro de l'axe des ordonnées qui représente la fréquence absolue de la transition sans champ magnétique et sans effet Doppler, mais par rapport à l'ordonnée à l'origine de la courbe. En effet, la référence de nos mesures est la fréquence de la transition sans champ magnétique mais avec le décalage Doppler du second ordre. La procédure d'ajustement de la courbe théorique sur les points expérimentaux est donc la suivante : pour chaque valeur de  $(n, \sigma)$  (cf eq. 4-52), on ramène l'ordonnée à l'origine de la courbe théorique à zéro et on calcule par la méthode des moindres carrés l'écart entre la courbe théorique et les points expérimentaux. Pour une valeur de  $n$  donnée, le programme calcule la valeur de  $\sigma$  qui minimise cet écart et l'incertitude sur cette valeur. Ceci nous permet de donner une valeur et une incertitude sur le décalage Doppler du second ordre. Les points expérimentaux sont ensuite décalés de cette valeur avant d'être placés sur la courbe théorique (voir figure 4.7).

### Résultats

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant :



**Fig. 4.7:** Résultats expérimentaux obtenus

n	$\sigma$ (km/s)	$\Delta\sigma$ (km/s)	$\delta_{Doppler}$ (kHz)	$\Delta\delta_{Doppler}$ (kHz)
3	1,555	0,11	-115,5	16,8
4	1,321	0,067	-112,2	12,8
5	1,16	0,056	-109,5	10,5

Les résultats qui nous intéressent sont ceux de la première ligne. En effet, bien qu'ils ne semblent pas être les plus précis, il faut se souvenir que la valeur théorique de  $n$  pour un jet thermique effusif est 3. Il est cependant intéressant de regarder l'effet d'une distribution de vitesse différente de celle prévue. C'est ce que nous avons fait dans les deux autres lignes de ce tableau. En prenant une distribution de vitesse très différente de celle prévue ( $n=5$ ), le décalage Doppler du second ordre, trouvé par nos ajustements, diminue de 6 kHz. On voit que ce décalage dépend de la distribution de vitesse. Ceci n'est pas un facteur limitant car nous avons a priori une bonne connaissance de l'exposant  $n$ .

On retiendra donc les résultats suivants :

$$\sigma = 1,555(113)\text{km/s}$$

$$\delta_{Doppler} = -115,5(16,8)\text{kHz}$$

Les résultats obtenus ne sont pas très précis pour l'instant (16,8 kHz sur le décalage Doppler alors que l'objectif était une précision de l'ordre du kilohertz), mais ils sont néanmoins très cohérents avec les prévisions théoriques que nous aurions pu faire a priori. Sur la figure 4.7, la courbe théorique superposée aux points expérimentaux a été obtenue pour  $\sigma = 1,555$  km/s.

On verra dans le chapitre suivant qu'il est possible de réaliser une mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S avec une incertitude plus petite que  $\Delta\delta_{Doppler}$ .



## 5. PERSPECTIVES

L'objectif de cette thèse était d'aboutir à une mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S au kHz près. On a vu dans le chapitre précédent que nous sommes encore assez loin de cet objectif. Cependant, celui-ci pourrait être atteint à moyen terme. Dans ce dernier chapitre, je vais commencer par décrire la précision que l'on aurait dans l'état actuel de l'expérience en faisant cette mesure absolue. Je présenterai ensuite différentes possibilités pour améliorer encore cette expérience. Mais tout d'abord, pour faire une mesure absolue de fréquence, il est nécessaire de se rapporter à l'étalon primaire de fréquence qu'est la transition hyperfine  $F=3 \rightarrow F=4$  du niveau  $6S_{1/2}$  du césium. Pour cela une chaîne de fréquence est indispensable.

### 5.1 La chaîne de fréquence du L.P.T.F

#### 5.1.1 La révolution des lasers femtosecondes

Le but de cette partie est de décrire la manière dont on peut mesurer de manière absolue la fréquence d'une radiation à 820 nm.

Jusqu'à récemment, les chaînes de fréquences étaient des montages complexes comprenant un nombre non négligeable de sommes, de différences, de multiplications (etc...) de fréquences. Depuis deux ou trois ans, ce domaine a été complètement révolutionné par l'utilisation de lasers titane-saphir femtosecondes dits "mode-lockés".

Le principe de ces lasers est le suivant. Dans le train d'impulsions à la sortie du laser, peuvent être présent plusieurs modes de la courbe de gain du laser. En contrôlant parfaitement l'écart entre modes (en asservissant la longueur de la cavité pour que cet écart soit un multiple de l'étalon primaire de fréquence), on obtient en sortie du laser un peigne de fréquence sur une dizaine de THz (pour un laser dont les impulsions ont une durée de 100 fs). En élargissant encore ce peigne de fréquence dans une fibre à cristal photonique [Knight 96, Ranka 00], on peut obtenir des modes jusqu'à des longueurs d'onde de 400 nm. Si l'on possède un étalon de fréquence dans la gamme de longueurs d'onde ainsi générée, il suffit alors de mesurer deux battements, celui d'un mode du laser femto-seconde avec l'étalon de fréquence et celui d'un autre mode du laser avec la longueur d'onde inconnue pour transférer à la mesure de cette fréquence la stabilité de l'étalon choisi.

L'énergie totale du laser se répartissant sur un grand nombre de modes, l'énergie contenue dans chaque mode du laser impulsif peut être une des limitations de cette méthode. En effet, si elle est trop faible, le rapport signal à bruit du battement de fréquence se dégrade. Pour contourner cette difficulté, on utilise des cavités lasers les plus courtes possibles pour avoir des modes relativement écartés en fréquence. Pour éviter l'étalement temporel des impulsions lasers, on doit compenser la dispersion de leur vitesse de groupe. La méthode la plus classique est de placer des prismes dans la cavité laser ; cette méthode limite le raccourcissement de la cavité. Une autre méthode est d'utiliser des miroirs à dispersion négative (miroirs "chirpés") ; avec de tels miroirs, on peut atteindre des intervalles entre modes allant jusqu'à 1 GHz.

Dans certains cas, l'utilisation de lasers femtosecondes pour la mesure des fréquences peut être particulièrement simple. Par exemple, si la fréquence inconnue et le double de cette fréquence se trouvent toutes deux dans la gamme des fréquences présentes dans le peigne en sortie de la fibre optique. Dans une telle configuration, l'utilisation d'un étalon de fréquence n'est même pas indispensable. Il suffit en effet de doubler la fréquence inconnue et de mesurer les deux battements entre un mode du peigne de fréquence et la fréquence inconnue d'une part, et entre un autre mode du peigne et la fréquence double d'autre part. La fréquence inconnue est alors déduite de la connaissance de ces deux battements et du nombre d'intervalles entre les deux modes utilisés pour les deux battements.

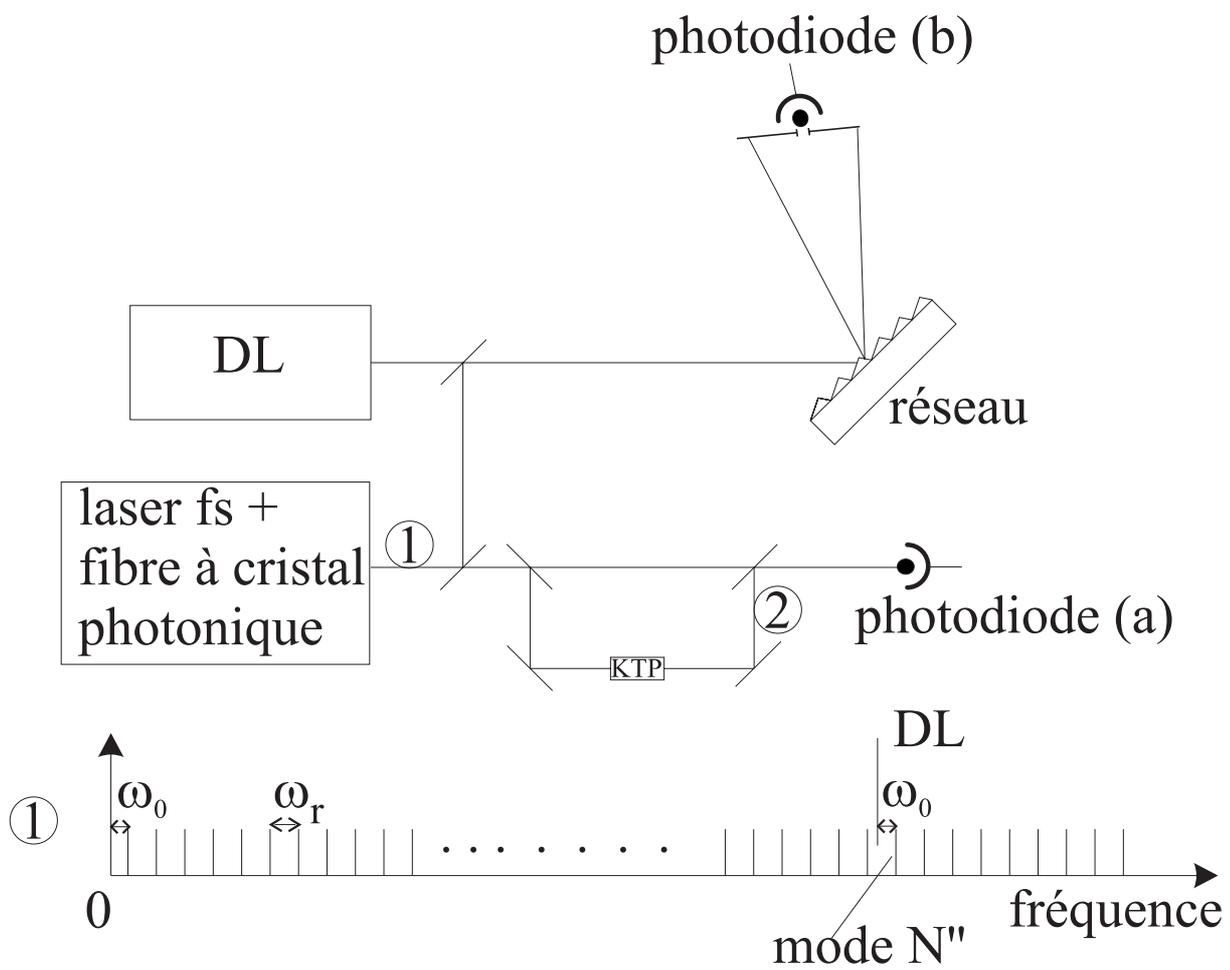
Il existe d'autres possibilités pour utiliser ces peignes de fréquences et on se reportera à la vaste littérature sur ce domaine parue depuis deux ans [Reichert 99, Diddams 2000].

### 5.1.2 La mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S

La chaîne de fréquence qu'il est prévu d'utiliser pour la mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S est en cours de réalisation au L.P.T.F. Elle est schématiquement représentée sur la figure 5.1. Le spectre de sortie d'un laser femtoseconde est élargi dans une fibre à cristal photonique ; on obtient le spectre de fréquence représenté en (1) sur la figure et qui couvre un domaine de longueur d'onde de 530 à 1100 nm. La configuration présentée permet une mesure absolue sans utiliser de laser étalon de fréquence.

En sortie de la fibre, le mode numéro  $N$  a une fréquence :  $\omega = \omega_0 + N\omega_R$ , où  $\omega_R$  est la fréquence de répétition du laser et  $\omega_0$  le décalage par rapport à la fréquence nulle.

La première étape consiste à asservir la longueur du laser pour que  $\omega_R$  soit fixe ( $\omega_R \simeq 1$  GHz pour le laser du L.P.T.F.). Le spectre de sortie de la



**Fig. 5.1:** La chaîne de fréquence développée au L.P.T.F.

fibres est doublé en fréquence dans un cristal de KTP. On obtient donc (en (2) de la figure 5.1) un spectre dont les modes sont numérotés  $N'$  et ont pour fréquence  $\omega' = 2\omega_0 + 2N\omega_R = 2\omega_0 + N'\omega_R$ .

Etant donnée la largeur du spectre en sortie de la fibre, il y a un recouvrement entre les deux spectres, en particulier vers les basses longueurs d'ondes (530-550 nm). Sur la photodiode (a), on mesure le battement de fréquence entre le mode  $2N$  du spectre 1 et le mode  $N' = 2N$  du spectre 2. On obtient donc dans ce battement une composante à la fréquence  $\omega_0 = (2\omega_0 + 2N\omega_R) - (\omega_0 + 2N\omega_R)$ .

L'étape suivante consiste à asservir la fréquence d'un laser auxiliaire (une diode laser à 820 nm noté DL sur la figure 5.1) à  $\omega_0$  (déterminé par le battement sur la photodiode (a)) en dessous de la fréquence d'un mode  $N''$  de sortie de la fibre. Cette étape est réalisée en mesurant la fréquence du battement sur la photodiode (b), le signal d'erreur obtenu servant à piloter la fréquence de la diode laser. La fréquence de ce laser auxiliaire est donc  $\omega = N''\omega_R$ . Comme  $\omega_R$  est fixé par les utilisateurs, le laser auxiliaire à une fréquence fixe et il suffit de connaître sa fréquence à mieux que  $\omega_R$  près pour obtenir un étalon de fréquence à la longueur d'onde désirée (820 nm dans notre cas). Une partie du faisceau de sortie de cette diode laser est alors envoyée dans la fibre optique reliant le L.P.T.F à notre laboratoire ce qui nous fournit en sortie une fréquence fixe. Cette fréquence est comparée à celle du laser titane-saphir (avant les deux doublages de fréquence) en réalisant un battement de fréquence entre le faisceau de sortie de la fibre optique et une partie du faisceau du titane-saphir.

## 5.2 Quelle précision obtiendrait-on aujourd'hui ?

A la fin du chapitre précédent, sont donnés les résultats obtenus pendant cette thèse. Le décalage dû à l'effet Doppler du second ordre a été mesuré à 16,8 kHz près. Il pourrait donc sembler difficile de déduire la fréquence de cette transition avec une meilleure précision que cette valeur. Cependant, il existe un moyen de faire une mesure plus précise même en l'état actuel des choses. Pour comprendre cela, il faut se reporter à la figure 4.7. L'idée consisterait à se placer à 171 gauss, c'est à dire à la valeur du champ magnétique correspondant au maximum de cette courbe. L'avantage de se placer en ce point est que la précision que nous avons sur son décalage en fréquence est bien meilleure que celle que nous avons sur l'ordonnée de la courbe à l'origine. En effet, pour cette valeur du champ magnétique, le décalage dû à l'effet Doppler du second ordre est en partie compensé : le décalage n'est plus que de 30 kHz contre environ 115 kHz à l'origine. Le décalage étant réduit, la

précision sur la fréquence se trouve réduite dans le même rapport. Ainsi, les positions en fréquence du point à 171 G pour les valeurs extrêmes de  $\sigma$  que nous avons estimées, à la fin du chapitre précédent, sont données dans le tableau ci-dessous :

	$\sigma$ ajusté	$\sigma + \Delta\sigma$	$\sigma - \Delta\sigma$
$\sigma$ (km/s)	1,555(113)	1,668	1,442
position du point à 171 G en kHz	-30,5	-36,5	-25,3

On voit donc que nous avons une précision d'environ 6 kHz sur cette position. L'autre avantage de se placer à cette valeur du champ magnétique pour faire la mesure réside dans sa faible dépendance avec le champ magnétique : une variation de l'ordre du gauss modifie la fréquence de ce point de moins de 0,5 kHz.

En l'état actuel de l'expérience, il existe deux autres causes d'incertitude du même ordre de grandeur. La première est celle due à la surmodulation de la seconde cavité de doublage. On a vu dans la partie 3.4.2 que cette surmodulation décalait la fréquence de la lumière produite à 205 nm. Si tout est bien réglé, cet effet introduit au minimum une incertitude de l'ordre du kHz sur la détermination de la fréquence centrale de la transition. Dans des cas extrêmes cette incertitude peut être de l'ordre de 8 kHz. Une telle incertitude est sans doute moindre si l'on contrôle bien tous les paramètres (électronique de détection et asservissements des cavités). Cependant il semble difficile de diminuer à coup sûr l'incertitude introduite par la surmodulation sur la détermination de la fréquence centrale à moins de 5 kHz, sans une révision du dispositif expérimental.

La deuxième cause d'incertitude découle du rapport signal à bruit. Jusqu'ici, nous n'avons jamais réussi à ajuster le centre de nos signaux expérimentaux à mieux que 5 kHz. Ceci est probablement dû à des dérives ou à des fluctuations de fréquence du laser. Avec une chaîne de fréquence, nous serions certainement en mesure de mieux contrôler cette cause d'incertitude.

Au total, une mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S avec une précision de l'ordre de 10 kHz semble possible dès maintenant. Nous sommes évidemment encore loin de l'objectif du kHz de précision. Cependant, il reste plusieurs possibilités pour améliorer cette expérience. Elles font l'objet du paragraphe suivant.

### 5.3 Les possibilités d'amélioration

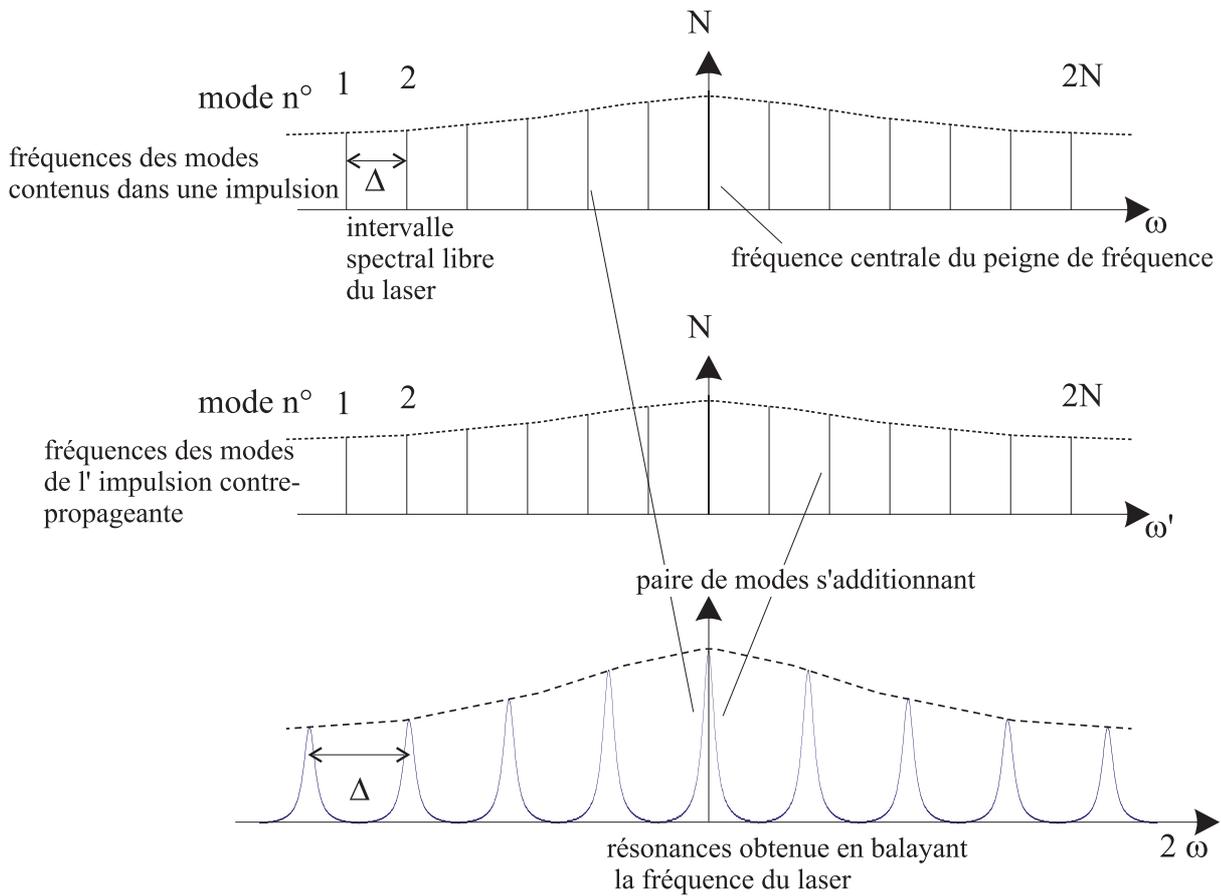
La première possibilité d'amélioration serait de réussir à supprimer l'effet photoréfractif. J'ai déjà expliqué les méthodes qui pourraient éventuellement être utilisées dans le chapitre 2. Il est évident qu'en supprimant cet effet et la surmodulation de la cavité BBO, la principale limitation de cette expérience

serait éliminée. Cependant, cette possibilité est peut-être la moins réaliste de celles que je présente dans cette partie. En effet, l'élimination de l'effet photoréfractif est pour l'instant encore hypothétique étant donné ce que nous connaissons du phénomène.

La seconde possibilité concerne la détection du signal. Deux appareillages seraient susceptibles d'améliorer considérablement cette partie de l'expérience : une barrette CCD ou des photodiodes. Ces deux détecteurs auraient des rendements quantiques bien supérieurs à celui du photomultiplicateur que nous utilisons actuellement. De plus, l'encombrement dû à ces détecteurs seraient bien moindre et l'on pourrait peut-être également gagner sur l'angle solide de détection. Le facteur limitant de cette solution serait peut-être lié au bruit intrinsèque de ces détecteurs. Cependant, une idée serait de détecter des coïncidences entre deux détecteurs, l'un détectant la fluorescence 3S-2P, le second la fluorescence 2P-1S à Lyman- $\alpha$ . Ce qui pourrait réduire considérablement le bruit détecté. Gagner un facteur 20 sur le rapport signal à bruit compenserait la diminution de puissance moyenne d'ultraviolet occasionnée par l'utilisation de la roue dentée. On éliminerait ainsi les problèmes liés à la surmodulation de la cavité BBO. Gagner un tel facteur sur la détection peut sembler irréaliste mais avec ces nouveaux détecteurs cela ne semble pas impossible.

Enfin la dernière possibilité envisagée est d'utiliser comme laser source un laser titane-saphir pico-seconde. L'utilisation d'un laser pico-seconde pour l'étude de transitions à deux photons a déjà été mise en application dès les années 1970. Cette idée est présentée dans la référence [Baklanov 77]. L'énorme avantage que présenterait cette méthode concerne bien sûr les deux doublages de fréquence. En effet l'efficacité de doublage est proportionnelle au carré de la puissance incidente. Or dans un laser impulsif, la puissance crête peut être très importante, de telle sorte que même sans cavité de doublage l'efficacité peut être très grande.

Le principe de l'excitation est représenté sur la figure 5.2. Chaque impulsion pico-seconde est composée de  $2N$  modes asservis en phase et séparés en fréquence de l'intervalle spectral libre de la cavité laser  $\Delta\nu$ . Si  $P$  est la puissance moyenne en sortie du laser, la puissance contenue dans chaque mode d'une impulsion est en moyenne de  $P/2N+1$ . On supposera de plus que les atomes sont excités par deux impulsions contre-propageantes et que la fréquence centrale du peigne de fréquence (mode  $N$ ) est résonnante avec la fréquence centrale du signal atomique à deux-photons. Pour chaque mode  $i$  d'une des deux impulsions, on trouve dans l'autre impulsion le mode  $2N-i$  tel que la somme des fréquences de ces deux modes soit la fréquence centrale de la transition étudiée. On obtient donc  $2N$  couples de modes résonnants avec le signal atomique. L'amplitude de probabilité de transition pour un couple de modes est proportionnelle à la puissance contenue dans ce mode, soit  $P/2N$ . L'amplitude de probabilité totale sera donc proportionnelle à  $2N \times P/2N = P$



**Fig. 5.2:** Schéma de principe de l'utilisation d'un laser pico-seconde en spectroscopie

(les modes étant en phase) et la probabilité de transition sera donc proportionnelle à  $P^2$  comme dans le cas de l'excitation par une source continue.

La compensation de l'effet Doppler du premier ordre sera effective pour les deux modes centraux (numéro  $N$ ) des deux impulsions exactement comme dans le cas de l'excitation à deux photons avec une source continue. Plus les fréquences d'un couple de modes sont différentes, moins la compensation sera parfaite. Ceci explique qu'il ne faut pas que l'impulsion contienne un nombre trop important de modes ce qui élimine la possibilité d'utiliser une source femto-seconde.

L'utilisation d'une source pico-seconde aurait l'avantage de fournir des puissances crêtes à 205 nm plus importantes que dans le cas continu, ceci sans avoir de problèmes liés à l'effet photoréfractif. Les difficultés rencontrées pour la mise en place de cette méthode concernent la largeur spectrale de chaque mode, la définition de la fréquence centrale du peigne de fréquence et l'aspect temporel de l'expérience. En effet, il est nécessaire que deux impulsions

contre-propageantes arrivent au même instant dans la zone de détection.

# CONCLUSION

L'objectif initial de cette thèse était de parvenir à une mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S dans l'atome d'hydrogène avec une précision de l'ordre du kilohertz. Une telle mesure permettrait d'améliorer d'un facteur deux la précision sur la constante de Rydberg.

La majeure partie de cette thèse a consisté en un travail expérimental. Ceci se reflète dans le manuscrit où les aspects expérimentaux occupent une place importante.

La génération de la radiation à 205 nm est obtenue à partir d'un laser titane-saphir à 820 nm quadruplé en fréquence dans deux cavités de doublage successives. Le premier doublage de fréquence permet maintenant d'obtenir jusqu'à 960 mW à 410 nm pour 2,3 W de lumière incidente. Le second doublage est beaucoup plus délicat. En effet, le seul cristal disponible à cette longueur d'onde est un cristal de BBO utilisé près de la limite d'accordabilité. De plus, l'efficacité de ce doublage est amoindrie par un effet photoréfractif induit au sein du cristal. Durant cette thèse, différentes méthodes permettant de s'affranchir de cet effet ont été étudiées. Celle qui a été retenue est la surmodulation de la cavité de doublage ; ses conséquences sur le signal atomique ont été analysées. L'optimisation du dispositif expérimental, en particulier au niveau de la détection du signal, a permis de gagner un facteur 15 sur le rapport signal à bruit.

La seconde étape de ce travail de thèse était la mise en place d'une méthode originale de détermination du décalage Doppler du second ordre. L'application d'un champ magnétique au niveau des atomes induit un effet Stark motionnel qui compense partiellement le décalage Doppler du second ordre. Une étude théorique complète de cette méthode a été menée. Le montage expérimental correspondant a été réalisé. Il a abouti à une mesure préliminaire de la distribution de vitesse des atomes et à une première détermination expérimentale du décalage Doppler du second ordre sur cette expérience. Les résultats obtenus ne sont pas aussi précis que nous l'aurions souhaité mais la validité de la méthode est démontrée par le bon accord entre la valeur expérimentale et la prévision théorique.

S'il existe encore d'autres perspectives d'amélioration de cette expérience, évoquées dans le manuscrit de cette thèse, l'état actuel du dispositif permet d'envisager dès à présent une mesure absolue de la fréquence de la transition

1S-3S de l'atome d'hydrogène avec une incertitude d'environ 10 kHz.

# ANNEXE

## A Calcul approché du décalage Doppler produit par la surmodulation de la cavité BBO

Le champ à 410 nm à l'instant  $t$  dans la deuxième cavité de doublage est donné par (voir partie 3.4.2) :

$$E_{410}(t) = \text{Re} \left[ \frac{\tau E_0 e^{i\omega_0 t}}{1 - re^{i\phi}} \right] \quad (\text{A-1})$$

Dans le cas où la longueur de cette cavité est modulée par le déplacement de l'un de ses miroirs, le déphasage  $\phi$  sur un tour de cavité est dépendant du temps. Dans notre expérience, la modulation est sinusoïdale et la résonance de la cavité se produit pour la valeur moyenne de cette modulation (voir figure 3.2). La largeur d'un pic de transmission de la cavité étant faible devant l'amplitude de la modulation, on peut linéariser la sinusoïde au voisinage de la résonance et donc considérer que la vitesse  $v$  du miroir est constante au voisinage de cette résonance. Cette vitesse est de l'ordre de quelques millimètres par seconde. En considérant le cas d'un rétrécissement de la cavité (modélisée par deux miroirs espacés de  $L_0$ ), on peut estimer la variation de ce déphasage en fonction du temps.

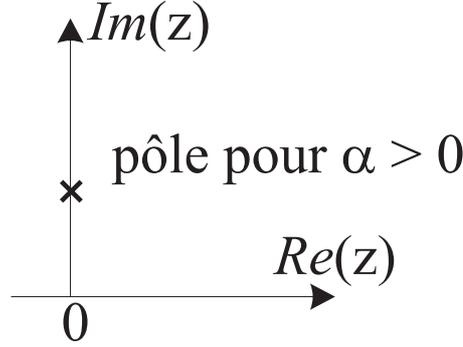
Ainsi, si l'onde entrant dans la cavité à l'instant  $t$  s'écrit  $E_0 e^{i\omega_0 t}$ , celle qui revient après un tour de cavité s'écrit  $E_0 e^{i[\omega_0 t + \phi(t)]}$  avec :

$$\phi(t) = \Delta\omega t - 2kL(t) \quad (\text{A-2})$$

où  $\Delta\omega = 2\frac{v}{c}\omega_0$  est le décalage Doppler dû au déplacement du miroir (positif car la cavité se rétrécit),  $k = \frac{\omega_0}{c}$  et  $L(t)$  la longueur de la cavité en mouvement. Pour être rigoureux, il faudrait tenir compte du décalage Doppler dans l'expression de  $k$ , mais cela n'introduit que des termes du deuxième ordre en  $\frac{v}{c}$ . La longueur de la cavité s'écrit :

$$L(t) = L_0 - v(t - \tau) \quad (\text{A-3})$$

où l'on a choisi  $v > 0$  et où  $t - \tau$  représente l'instant où la lumière a subi le déphasage induit par le déplacement du miroir, soit  $\tau = \frac{L_0}{c}$  au premier ordre.



**Fig. 6.1:** Position du pôle dans le plan complexe pour  $\alpha > 0$

L'expression du déphasage devient alors :

$$\begin{aligned}
 \phi(t) &= 2\frac{v}{c}\omega_0 t - 2\frac{\omega_0}{c}(L_0 - vt - \frac{v}{c}L_0) \\
 &= \phi_0 + \alpha t \\
 &\text{avec } \alpha = 4\omega_0\frac{v}{c} > 0
 \end{aligned} \tag{A-4}$$

Cette expression de  $\phi(t)$  permet de calculer la forme de raie à deux photons qui est donnée par [Biraben 79b] :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 \frac{A}{(\omega - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} d\omega \tag{A-5}$$

où (voir partie 3.4.2)

$$F(\omega) = \frac{\tau^4 E_0^4}{r^4 \alpha^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i(\omega - 4\omega_0)t}}{[t - i\frac{1-r}{r\alpha}]^4} dt \tag{A-6}$$

On utilise le théorème des résidus pour calculer cette intégrale. Comme  $\alpha > 0$ , le pôle  $i\frac{1-r}{r\alpha}$  est placé comme sur la figure 6.1. Dans cette expression, on distingue deux parties pour l'intégration. Pour  $\omega < 4\omega_0$ , on doit fermer par le bas où ne se trouve pas de pôle, ce terme est donc nul. Pour  $\omega > 4\omega_0$ , on doit fermer par le haut et on entoure donc le pôle (qui est d'ordre 4).

Pour un pôle d'ordre 4, on a :

$$\int \frac{f(Z)}{Z^4} dZ = \int \frac{f(0)}{Z^4} dZ + \int \frac{f'(0)}{Z^3} dZ + \int \frac{f''(0)}{2! Z^2} dZ + \int \frac{f'''(0)}{3! Z} dZ \tag{A-7}$$

ce qui donne pour  $\omega > 4\omega_0$  :

$$\begin{aligned}
 F(\omega) &= \frac{\tau^4 E_0^4}{r^4 \alpha^4} 2i\pi \frac{[i(\omega - 4\omega_0)]^3}{3!} e^{i(\omega - 4\omega_0) \times i\frac{(1-r)}{r\alpha}} \\
 &= \frac{\tau^4 E_0^4}{6r^4 \alpha^4} \times 2\pi [(\omega - 4\omega_0)]^3 \times e^{-(\omega - 4\omega_0) \times \frac{(1-r)}{r\alpha}}
 \end{aligned} \tag{A-8}$$

L'allure de cette fonction est donnée par la figure 3.9. En reportant  $F(\omega)$  dans la forme de raie , on trouve :

$$\frac{\pi^2 \tau^8 E_0^8 A}{9 r^8 \alpha^8} \int_{4\omega_0}^{\infty} \frac{(\omega - 4\omega_0)^6 \times e^{-2(\omega - 4\omega_0)\frac{1-r}{r\alpha}}}{(\omega - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} d\omega \quad (\text{A-9})$$

En posant  $x = \omega - 4\omega_0$  et  $\beta = 2 \times \frac{1-r}{r\alpha}$  celle-ci devient :

$$\frac{\pi^2 \tau^8 E_0^8 A}{9 r^8 \alpha^8} \int_0^{\infty} \frac{x^6 e^{-\beta x} dx}{(x + 4\omega_0 - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (\text{A-10})$$

Le décalage  $\delta$  du centre de la raie quand on balaie la fréquence du laser en présence de surmodulation est donné par la valeur moyenne, pondérée par la forme de raie, de la quantité  $4\omega_0 - \omega_{at}$  :

$$\delta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} \frac{x^6 e^{-\beta x} dx}{(x + 4\omega_0 - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \times (4\omega_0 - \omega_{at}) d\omega_0}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} \frac{x^6 e^{-\beta x} dx}{(x + 4\omega_0 - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} d\omega_0} \quad (\text{A-11})$$

Cette expression se calcule en utilisant les deux relations :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega_0}{(x + 4\omega_0 - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} = \frac{\pi}{2\Gamma} \quad (\text{A-12})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(4\omega_0 - \omega_{at}) d\omega_0}{(x + 4\omega_0 - \omega_{at})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} = \frac{-x\pi}{2\Gamma} \quad (\text{A-13})$$

On trouve :

$$\delta = \frac{-\int_0^{\infty} x^7 e^{-\beta x} dx}{\int_0^{\infty} x^6 e^{-\beta x} dx} = \frac{-7}{\beta} = -\frac{7r\alpha}{2(1-r)} \quad (\text{A-14})$$

## B Le diagramme Zeeman hyperfin de l'atome d'hydrogène

Cette annexe a pour objet de rappeler comment les sous-niveaux hyperfins de l'atome d'hydrogène se trouvent modifiés par l'application d'un champ magnétique. En pratique, nous nous intéressons aux niveaux 1S, 3S et 3P. La connaissance de leurs sous-niveaux nous est nécessaire pour calculer le signal de transition à deux photons 1S-3S en présence d'un champ magnétique.

### B.1 Hamiltonien hyperfin sans champ magnétique

Nous partons de l'hamiltonien  $H_{shf}$  exprimé dans la base des états  $|\Psi\rangle = |I, J, F, m_F\rangle$ . Les éléments de matrice de cet hamiltonien dans cette base sont [Bethe Salpeter, Julien thèse] :

$$\langle\Psi'| H_{shf} |\Psi\rangle = \frac{3}{16} \frac{A}{n^3} \left[ \frac{2}{J(J+1)(L+\frac{1}{2})} \langle\Psi'| \mathbf{I}\cdot\mathbf{J} |\Psi\rangle + \frac{1-\delta_{JJ'}}{L(L+1)(L+\frac{1}{2})} \langle\Psi'| \mathbf{I}\cdot\mathbf{L} |\Psi'\rangle \right] \quad (\text{B-1})$$

Le premier terme, proportionnel à  $\mathbf{I}\cdot\mathbf{J}$ , est diagonal dans cette base. Les éléments de matrice correspondants se calculent aisément en utilisant la relation  $\mathbf{I}\cdot\mathbf{J} = \frac{1}{2}[(\mathbf{I}+\mathbf{J})^2 - \mathbf{I}^2 - \mathbf{J}^2]$ . Ils valent  $\langle\mathbf{I}\cdot\mathbf{J}\rangle = \frac{\hbar^2}{2}[F^2 - I^2 - J^2]$ . Le coefficient A donne l'écart hyperfin  $F=0 \rightarrow F=1$  du niveau fondamental. Les éléments de matrice du second terme, proportionnels à  $\mathbf{I}\cdot\mathbf{L}$ , se calculent en fonction des coefficients 6j [Brodsky 67]. Ce deuxième terme introduit des éléments non-diagonaux. Ainsi dans l'hamiltonien du niveau 3P, on trouve 6 éléments non-diagonaux entre les niveaux de  $J$  différents et de même  $(F, m_F)$ , c'est-à-dire les niveaux  $|3P_{\frac{1}{2}}; F=1\rangle$  et  $|3P_{\frac{3}{2}}; F=1\rangle$ . Les 6 éléments non-diagonaux trouvés sont tous égaux à  $\frac{-\sqrt{2}}{48} \frac{Ah^2}{27}$ . Ces éléments introduisent des couplages entre les niveaux en question. Nous en avons tenu compte dans les calculs bien que ces couplages restent très faibles étant donnés les écarts d'énergie importants entre les niveaux couplés.

On obtient donc deux matrices (4×4), représentant les niveaux 1S et 3S, diagonales dans la base  $|I, J, F, m_F\rangle$ . Une troisième matrice représente le niveau 3P ; elle est de dimension (12×12) et ne possède que 6 éléments non-diagonaux. La diagonalisation de cette matrice donne les énergies des niveaux hyperfins qui sont dégénérés en  $m_F$ . L'application d'un champ magnétique va lever cette dégénérescence.

## B.2 Hamiltonien Zeeman

L'hamiltonien Zeeman de structure hyperfine est de la forme [Brodsky 67, Julien thèse] :

$$H_Z = \mu_B B \left[ g_S S_Z + \left( 1 - \frac{m_e}{m_p} \right) L_Z - \frac{m_e}{m_p} g_N I_Z \right] \quad (\text{B-2})$$

Cet hamiltonien est diagonal dans la base  $|m_S, m_L, m_I\rangle$ . Dans une première approximation  $g_S = 2$ . En fait, il faut tenir compte de corrections relativistes et QED. Pour les niveaux 1S et 3S, on a [Indelicato] :

$$- g_S(1S) = 2,0022837$$

$$- g_S(3S) = 2,0023152$$

C'est cette différence qui fait que les transitions  $m_F = \pm 1$  sont décalées par le champ magnétique. Cet effet reste tout de même très faible. A 200 gauss la transition 1S-3S( $F = 1, m_F = 1$ ) est décalée de -3,6 kHz et la transition 1S-3S( $F = 1, m_F = -1$ ) de 5,2 kHz. La différence entre ces deux valeurs est due au terme diamagnétique.

On ajoute de plus à cet hamiltonien la correction due au terme diamagnétique [Cohen-Tannoudji] :

$$H_{diam} = \frac{q^2 B^2 r_{\perp}^2}{8m_e} \quad (\text{B-3})$$

Le terme en  $r_{\perp}$  est la projection de l'opérateur  $\mathbf{R}$  sur une direction perpendiculaire à l'axe de quantification qui est ici la direction du champ magnétique. Ce terme introduit des décalages différents pour les différents niveaux (la dimension des orbitales atomiques n'est pas la même). Le calcul de  $\langle r_{\perp}^2 \rangle$  pour les différents niveaux ne pose pas de problème [Messiah][Delande thèse]. Cette correction a pour effet de décaler légèrement les éléments diagonaux des matrices de manières différentes pour les  $(n, L, J)$  différents. Les corrections obtenues restent faibles (à 200 G on obtient 11,9 Hz pour le niveau 1S, 822 Hz pour le niveau 3S et 2,14 ou 4,29 kHz pour le niveau 3P). La matrice obtenue reste donc diagonale dans la base  $|m_S, m_L, m_I\rangle$ .

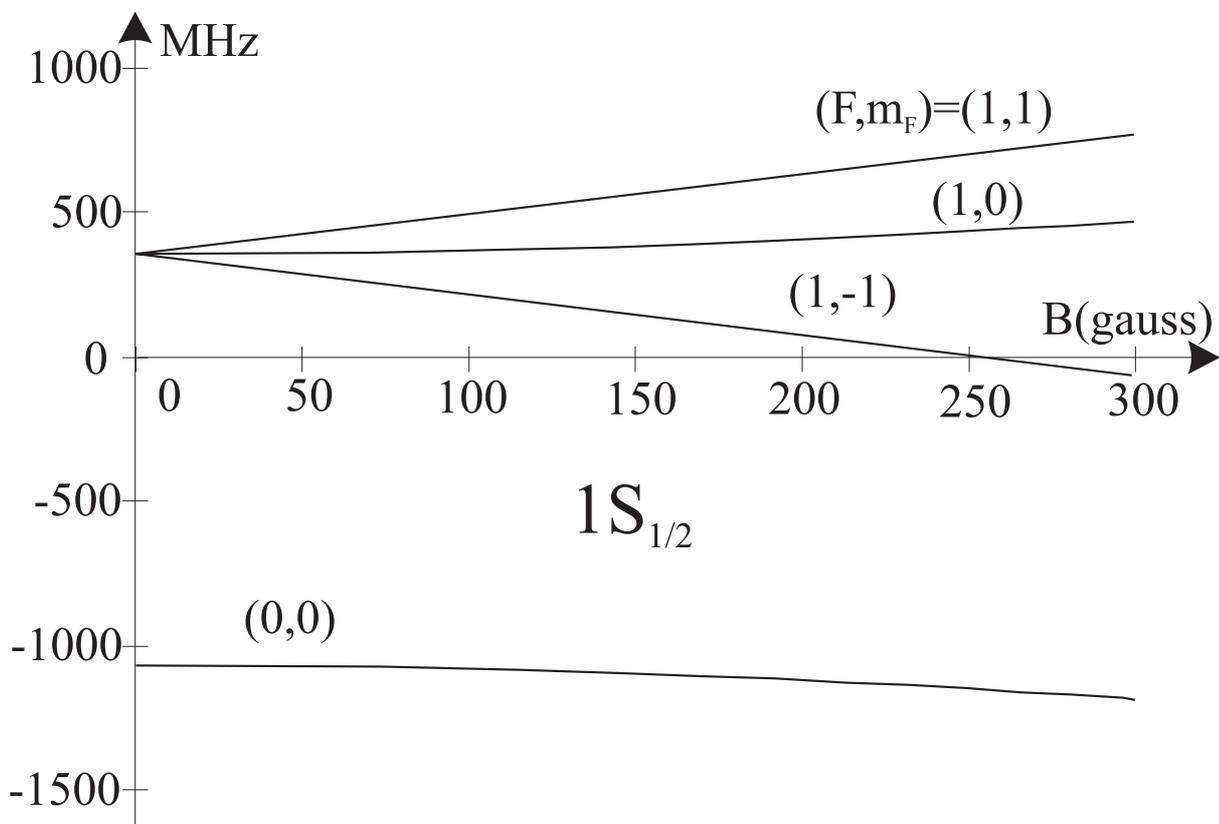
Pour avoir l'hamiltonien total, il faut additionner l'hamiltonien Zeeman et l'hamiltonien de structure hyperfine dans une même base. Pour cela il faut connaître la matrice de passage de la base  $|I, J, F, m_F\rangle$  à la base  $|m_S, m_L, m_I\rangle$ . On obtient une matrice  $U_P$  de dimension (12×12) pour le niveau 3P et une matrice (4×4) pour les niveaux 1S et 3S. Les éléments de ces matrices se calculent à l'aide des coefficients de Clebsch-Gordan en utilisant la relation de composition de trois moments cinétiques [Messiah] :

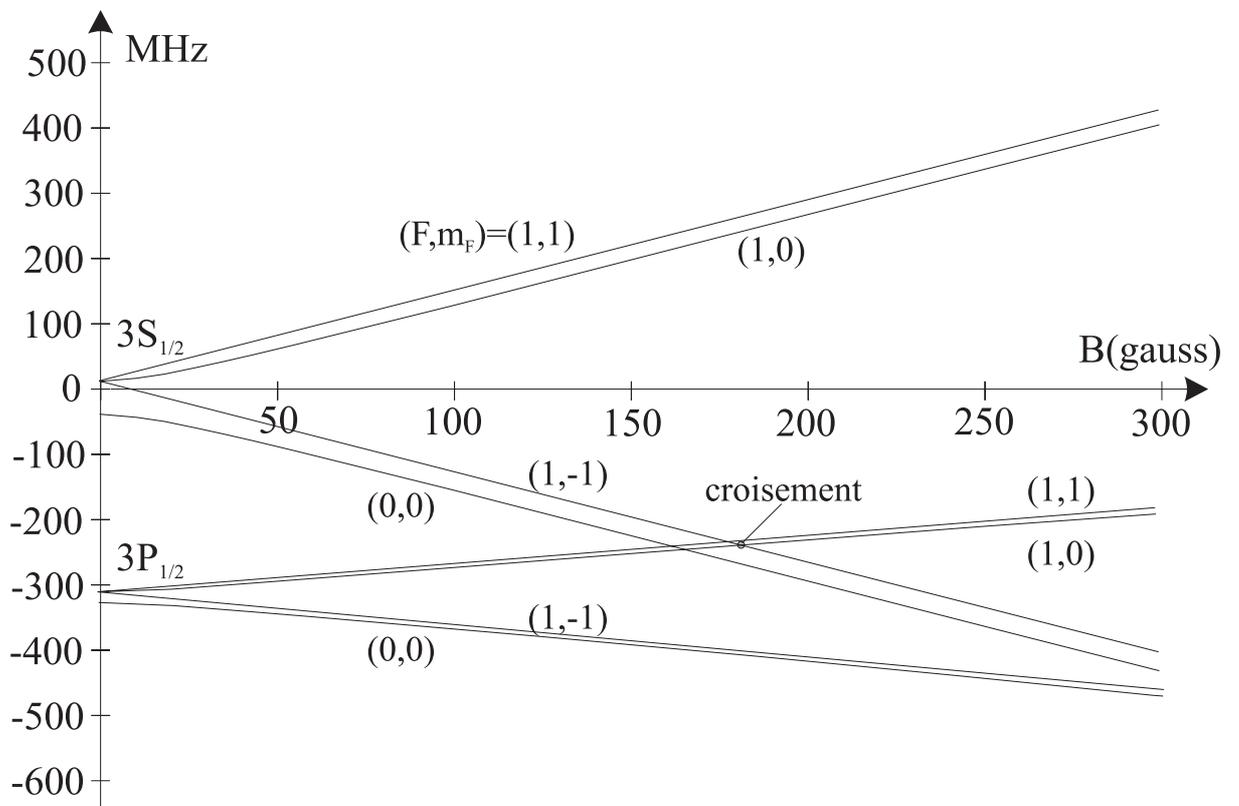
$$|(S, L), I, J, F, m_F\rangle = \sum_{m_L, m_S, m_J, m_I} \langle L, S, m_L, m_S | J, m_J \rangle \langle J, I, m_J, m_I | F, m_F \rangle |m_S, m_L, m_I\rangle \quad (\text{B-4})$$

Avec ces matrices de changement de base, on calcule l'hamiltonien Zeeman dans la base  $|I, J, F, m_F\rangle$  et on l'additionne à l'hamiltonien de structure hyperfine. On a donc pour un champ magnétique donné la matrice représentant l'hamiltonien dans cette base. A part en champ nul, cette matrice n'est pas diagonale. En particulier, les niveaux de même  $m_F$  et de  $F$  différents sont couplés par le champ magnétique (par exemple les niveaux  $|n, L, F = 1, m_F = 0\rangle$  et  $|n, L, F = 0, m_F = 0\rangle$ ). Pour calculer la nouvelle base des états propres et les valeurs propres correspondantes (c'est-à-dire les niveaux d'énergie), il faut diagonaliser l'hamiltonien total.

En reportant sur un graphique les valeurs propres de l'hamiltonien total en fonction du champ magnétique, on obtient les diagrammes Zeeman pour  $n = 1$  et  $n = 3$  représentés sur les figures 6.2 et 6.3. Les axes des ordonnées de ces diagrammes sont repérés par rapport aux niveaux d'énergie sans champ magnétique et sans correction hyperfine des niveaux S.

Un programme a été réalisé qui calcule pour chaque valeur du champ magnétique la base des états propres modifiés, les valeurs propres correspondantes et la matrice de passage de cette base à celle en champ nul, c'est-à-dire à la base  $|I, J, F, m_F\rangle$ . Ces données sont en effet utiles pour le calcul du signal (voir chapitre 4). Un exemple de valeurs numériques données par ce programme est donné dans l'annexe D.

Fig. 6.2: Diagramme Zeeman du niveau  $n = 1$



**Fig. 6.3:** Diagramme Zeeman des niveaux  $3S_{1/2}$  et  $3P_{1/2}$

## C Calculs des éléments de matrice de l'hamiltonien Stark

L'hamiltonien Stark est de la forme :

$$H_{Stark} = q\mathbf{E}\cdot\mathbf{r} = qE\cdot r \varepsilon\cdot\mathbf{D} \quad (\text{C-1})$$

où  $\varepsilon$  est le vecteur unitaire parallèle au champ électrique (vecteur polarisation) et  $\mathbf{D}$  la partie angulaire de l'opérateur dipolaire électrique. Les éléments de matrice de cet hamiltonien peuvent toujours être écrits comme le produit d'une partie radiale et d'une partie angulaire [Bethe Salpeter]. Dans la base  $|n, S, L, J, I, F, m_F\rangle$  ils s'écrivent [de Beauvoir thèse] :

$$\begin{aligned} & V(nSLJIFm_F, n'SL'J'IF'm'_F) \\ &= \langle n, S, L, J, I, F, m_F | H_{Stark} | n', S, L', J', I, F', m'_F \rangle \\ &= qE \langle nL | |r| | n'L' \rangle \langle S, L, J, I, F, m_F | \varepsilon\cdot\mathbf{D} | S, L', J', I, F', m'_F \rangle \\ &= qE \mathcal{R}(nL, n'L') \mathcal{A}(SLJIFm_F, SL'J'IF'm'_F) \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

La partie radiale  $\mathcal{R}$  des éléments de matrice vaut :

$$\mathcal{R}(nL, n'L') = \int_0^{+\infty} R_{nL} R_{n'L'} r^3 dr \quad (\text{C-3})$$

où  $R_{nL}$  est la partie radiale des fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène en coordonnées sphériques.

Dans le cas qui nous intéresse du couplage par le champ électrique motionnel, l'effet Stark est faible de sorte que nous ne tenons compte que des interactions entre les niveaux de même nombre quantique principal ( $n' = n$ ). Par ailleurs, les seuls niveaux couplés aux niveaux 3S ( $L = 0$ ) sont les niveaux 3P ( $L' = L + 1 = 1$ ). On a alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(nL, n L + 1) &= -\frac{3}{2}n\sqrt{n^2 - (L + 1)^2} \times a_0 \\ &= -9\sqrt{2} a_0 \quad (\text{pour } n = 3 \text{ et } L = 0) \end{aligned} \quad (\text{C-4})$$

où  $a_0$  est le rayon de la première orbite de Bohr.

Le calcul de la partie angulaire est classique [Glass-Maujean thèse][de Beauvoir thèse]. On a :

$$\mathcal{A}(LJIFm_F, SL'J'IF'm'_F) = \langle S, L, J, I, F, m_F | \frac{\varepsilon\cdot\mathbf{R}}{r} | S, L', J', I, F', m'_F \rangle \quad (\text{C-5})$$

Pour un champ électrique dont l'orientation est définie par les angles  $\theta$  et  $\varphi$  comme cela est représenté sur la figure 6.4 (Oz étant l'axe de quantification) [de Beauvoir thèse] :

$$\frac{\varepsilon \cdot \mathbf{R}}{r} = \sum_q \alpha_q C_q^1 \quad (\text{C-6})$$

où les  $C_q^1$  sont proportionnels aux harmoniques sphériques, et :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \cos \theta \\ \alpha_1 &= \frac{-1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} \sin \theta \\ \alpha_{-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} \sin \theta \end{aligned}$$

La partie angulaire s'écrit :

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}(LJIFm_F, SL'J'IF'm'_F) \\ &= \sum_q \alpha_q (-1)^{F+F'-m_F+J+J'+2L+S+2k+I} \\ & \times \sqrt{(2F+1)(2F'+1)(2L+1)(2L'+1)(2J+1)(2J'+1)} \\ & \times \begin{pmatrix} F & k & F' \\ -m_F & q & m_{F'} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & k & J' \\ F' & I & F \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & k & L' \\ J' & S & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L & k & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C-7})$$

avec  $S = \frac{1}{2}$ ,  $k = 1$  (rang de l'opérateur dipolaire électrique) et  $q = m_F - m'_F$ .

Le couplage par l'intermédiaire d'un champ électrique répond aux règles de sélection suivantes.

L'opérateur dipolaire électrique étant impair, il ne peut coupler que des niveaux de parités différentes : on a donc  $|L - L'| = 1$  (car  $|L - L'| \leq k$ )

De plus, si  $\vec{E}$  est parallèle à Oz ( $\theta = 0$  et donc  $\alpha_{\pm 1} = 0$ ), les seuls éléments de matrice non nuls vérifient  $q = 0$  ; si  $\vec{E}$  est perpendiculaire à Oz ( $\theta = \frac{\pi}{2}$  et donc  $\alpha_0 = 0$ ), les seuls éléments de matrice non nuls vérifient  $q = \pm 1$ .

Puisque  $\vec{E}$  est ici un champ motionnel, il est perpendiculaire à  $\vec{B}$  qui définit l'axe de quantification Oz. On peut choisir l'axe Ox parallèle à  $\vec{E}$  et donc  $\varphi = 0$ . Le calcul ne présente pas de problèmes, les coefficients 3j et 6j étant connus [Rotenberg 59].

On obtient donc pour le niveau  $n = 3$  une matrice  $16 \times 16$  représentant les coefficients de couplage entre les niveaux 3S et 3P dans la base  $|J, F, m_F\rangle$ . Ces coefficients ont des valeurs simples que l'on peut trouver par exemple dans [Glass-Maujean thèse, Julien thèse]. On utilise alors la matrice de passage obtenue dans l'annexe B lors de la diagonalisation de l'hamiltonien total (hyperfine et Zeeman) pour calculer ces coefficients dans la base des états modifiés par le champ magnétique.

Finalement, ces derniers coefficients sont multipliés par la partie radiale  $\mathcal{R}$  et par le coefficient  $qE$  pour obtenir les termes de couplages  $V$  qui interviennent dans le calcul de la fluorescence émise (chapitre 4).

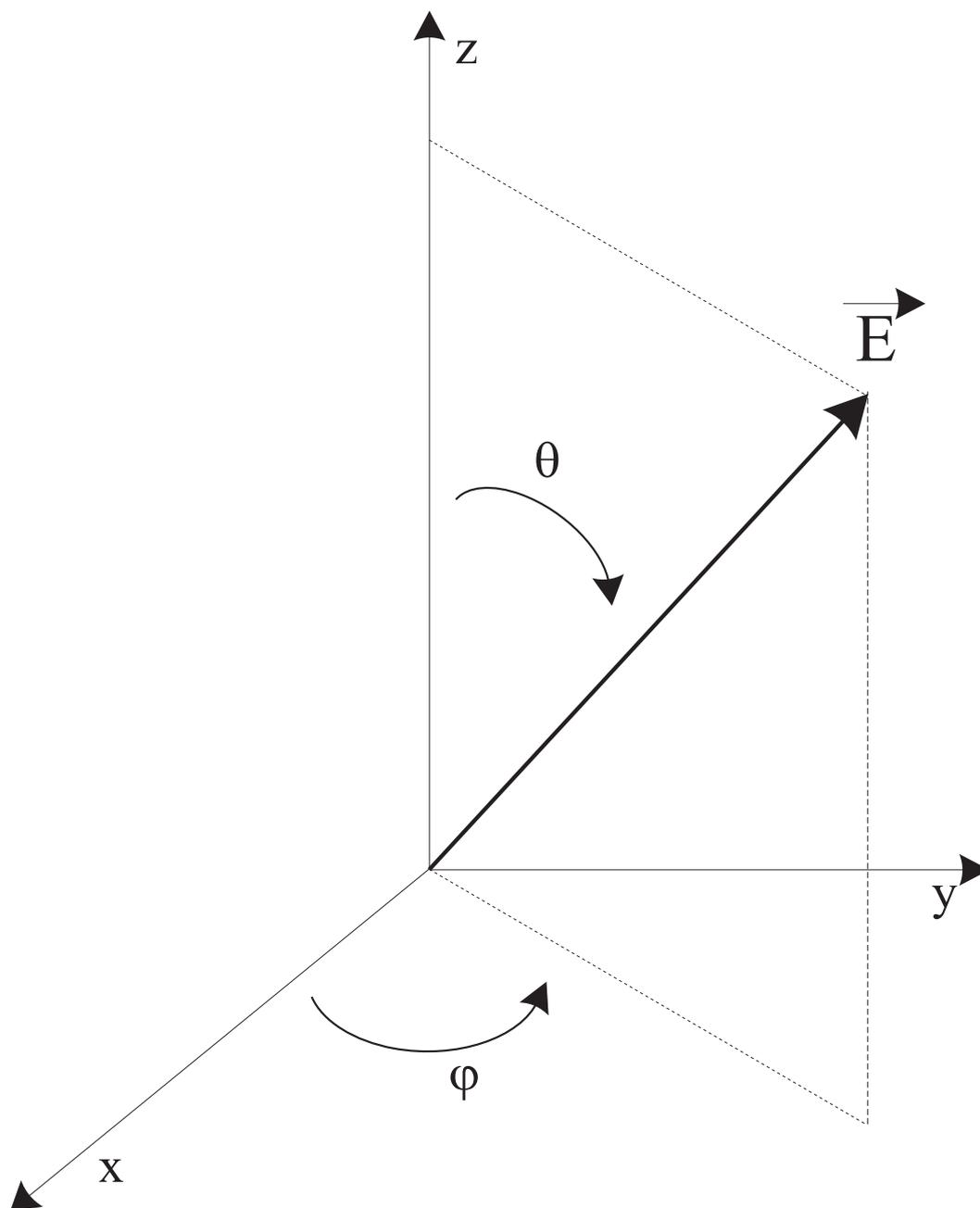


Fig. 6.4: Définition des angles

## D Valeurs numériques obtenues à 181 gauss

Cette annexe donnent les résultats obtenus par les programmes pour un champ magnétique de 181 gauss.

Mélanges des niveaux par effet Zeeman

Expression des niveaux issus des  $|3LJ, F, mF\rangle$  en fonction des  $|3LJ, J, mJ\rangle$

\*\*\*\*\*

Niveau 1 issu de  $|3P3/2, 2, 2\rangle =$

$1.*|3P3/2, 3/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 2 issu de  $|3P3/2, 2, 1\rangle =$

$-0.00931705592*|3P3/2, 3/2, -1/2\rangle +$

$0.999320948*|3P3/2, 1/2, 1/2\rangle +$

$-0.0356487905*|3P1/2, 1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 3 issu de  $|3P3/2, 1, 1\rangle =$

$0.999956539*|3P3/2, 3/2, -1/2\rangle +$

$0.00929915389*|3P3/2, 1/2, 1/2\rangle +$

$-0.000667953069*|3P1/2, 1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 4 issu de  $|3P1/2, 1, 1\rangle =$

$0.000335995905*|3P3/2, 3/2, -1/2\rangle +$

$0.0356534645*|3P3/2, 1/2, 1/2\rangle +$

$0.999364157*|3P1/2, 1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 5 issu de  $|3P3/2, 2, 0\rangle =$

$0.99929645*|3P3/2, 1/2, -1/2\rangle +$

$0.0103654294*|3P3/2, -1/2, 1/2\rangle +$

$-0.0360378178*|3P1/2, 1/2, -1/2\rangle +$

$-0.000661745877*|3P1/2, -1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 6 issu de  $|3P3/2, 1, 0\rangle =$

$0.0103693354*|3P3/2, 1/2, -1/2\rangle +$

$-0.999243908*|3P3/2, -1/2, 1/2\rangle +$

$-0.000564564447*|3P1/2, 1/2, -1/2\rangle +$

$0.0374669284*|3P1/2, -1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 7 issu de  $|3P1/2, 1, 0\rangle =$

$0.0360079203*|3P3/2, 1/2, -1/2\rangle +$

$0.0017405132*|3P3/2, -1/2, 1/2\rangle +$

$0.998022504*|3P1/2, 1/2, -1/2\rangle +$

$$0.0514925326*|3P1/2, -1/2, 1/2\rangle +$$

\*\*\*\*\*

Niveau 8 issu de  $|3P1/2, 0, 0\rangle =$   
 $0.0015845824*|3P3/2, 1/2, -1/2\rangle +$   
 $-0.0374318189*|3P3/2, -1/2, 1/2\rangle +$   
 $0.0514979376*|3P1/2, 1/2, -1/2\rangle +$   
 $-0.997970095*|3P1/2, -1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 9 issu de  $|3P3/2, 2, -1\rangle =$   
 $0.999239272*|3P3/2, -1/2, -1/2\rangle +$   
 $0.00860529638*|3P3/2, -3/2, 1/2\rangle +$   
 $-0.0380371613*|3P1/2, -1/2, -1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 10 issu de  $|3P3/2, 1, -1\rangle =$   
 $0.00857944202*|3P3/2, -1/2, -1/2\rangle +$   
 $-0.999962841*|3P3/2, -3/2, 1/2\rangle +$   
 $-0.000842891875*|3P1/2, -1/2, -1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 11 issu de  $|3P1/2, 1, -1\rangle =$   
 $0.0380430012*|3P3/2, -1/2, -1/2\rangle +$   
 $-0.000515913044*|3P3/2, -3/2, 1/2\rangle +$   
 $0.99927597*|3P1/2, -1/2, -1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 12 issu de  $|3P3/2, 2, -2\rangle =$   
 $1.*|3P3/2, -3/2, -1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 13 issu de  $|3S1/2, 1, 1\rangle =$   
 $1.*|3S1/2, 1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 14 issu de  $|3S1/2, 1, 0\rangle =$   
 $0.998669236*|3S1/2, 1/2, -1/2\rangle +$   
 $0.0515728309*|3S1/2, -1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 15 issu de  $|3S1/2, 0, 0\rangle =$   
 $0.0515728309*|3S1/2, 1/2, -1/2\rangle +$   
 $-0.998669236*|3S1/2, -1/2, 1/2\rangle +$

\*\*\*\*\*

Niveau 16 issu de  $|3S1/2, 1, -1\rangle =$   
 $1.*|3S1/2, -1/2, -1/2\rangle$

Energies des niveaux modifiés issus des  $|L, J, F, mF\rangle$   
par rapport au niveau  $3S1/2$

\*\*\*\*\*

Niveau 1 issu de  $|1, 3/2, 2, 2\rangle = 3444.02055$  MHz  
 Niveau 2 issu de  $|1, 3/2, 2, 1\rangle = 3108.61046$  MHz  
 Niveau 3 issu de  $|1, 3/2, 1, 1\rangle = 3439.55939$  MHz  
 Niveau 4 issu de  $|1, 1/2, 1, 1\rangle = -230.780712$  MHz  
 Niveau 5 issu de  $|1, 3/2, 2, 0\rangle = 3107.79499$  MHz  
 Niveau 6 issu de  $|1, 3/2, 1, 0\rangle = 2769.19201$  MHz  
 Niveau 7 issu de  $|1, 1/2, 1, 0\rangle = -238.428005$  MHz  
 Niveau 8 issu de  $|1, 1/2, 0, 0\rangle = -408.72337$  MHz  
 Niveau 9 issu de  $|1, 3/2, 2, -1\rangle = 2771.90533$  MHz  
 Niveau 10 issu de  $|1, 3/2, 1, -1\rangle = 2425.11289$  MHz  
 Niveau 11 issu de  $|1, 1/2, 1, -1\rangle = -398.859902$  MHz  
 Niveau 12 issu de  $|1, 3/2, 2, -2\rangle = 2431.1694$  MHz

\*\*\*\*\*

Niveau issu du  $3S1/2$

Niveau 13 issu de  $|0, 1/2, 1, 1\rangle = 266.387429$  MHz  
 Niveau 14 issu de  $|0, 1/2, 1, 0\rangle = 242.211766$  MHz  
 Niveau 15 issu de  $|0, 1/2, 0, 0\rangle = -268.517831$  MHz  
 Niveau 16 issu de  $|0, 1/2, 1, -1\rangle = -240.084056$  MHz

\*\*\*\*\*

\*\*\*\* Couplage par effet Stark \*\*\*\*

Les coefficients de couplages sont donnés en MHz.km<sup>-2</sup>.s<sup>2</sup>

\*\*\*\*\*

Niveau issu de  $3S(F=1, mF=1)$

coeff de couplage avec le niveau 1 = -0.40824829  
 coeff de couplage avec le niveau 5 = 0.00222257317  
 coeff de couplage avec le niveau 6 = -0.223035072  
 coeff de couplage avec le niveau 7 = 0.0175744204  
 coeff de couplage avec le niveau 8 = -0.341479463  
 Déplacement Stark du niveau issu de  $3S(F=1, mF=1) =$   
 0.0008755 \*v<sup>2</sup> MHz

\*\*\*\*\*

Niveau issu de  $3S(F=1, mF=0)$

coeff de couplage avec le niveau 2 = -0.00896180437  
 coeff de couplage avec le niveau 3 = -0.407811811  
 coeff de couplage avec le niveau 4 = 0.0166096281  
 coeff de couplage avec le niveau 9 = 0.222728529  
 coeff de couplage avec le niveau 10 = -0.0193148249  
 coeff de couplage avec le niveau 11 = 0.341592749

Déplacement Stark du niveau issu de  $3S(F=1, mF=0) = 0.0009601 \cdot v^2$  MHz

\*\*\*\*\*

Niveau issu de  $3S(F=0, mF=0)$

coeff de couplage avec le niveau 2 = 0.247292038

coeff de couplage avec le niveau 3 = -0.0186423355

coeff de couplage avec le niveau 4 = -0.324292735

coeff de couplage avec le niveau 9 = 0.00798426842

coeff de couplage avec le niveau 10 = 0.407779658

coeff de couplage avec le niveau 11 = 0.0178512816

Déplacement Stark du niveau issu de  $3S(F=0, mF=0) = -0.0198073 \cdot v^2$  MHz

\*\*\*\*\*

Niveau  $3S(F=1, mF=-1)$

coeff de couplage avec le niveau 5 = -0.247549038

coeff de couplage avec le niveau 6 = -0.00263226394

coeff de couplage avec le niveau 7 = 0.32418702

coeff de couplage avec le niveau 8 = 0.0167924895

coeff de couplage avec le niveau 12 = 0.40824829

Déplacement Stark du niveau issu de  $3S(F=1, mF=-1) = -0.0318787 \cdot v^2$  MHz

\*\*\*\*\*



# BIBLIOGRAPHIE

- [Baklanov 77] Y. V. Balkanov and V. P. Chebotayev, *Appl. Phys.* **12**, 97 (1977)
- [Berkeland 95] M. Berkeland et al, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2470 (1995)
- [Bethe Salpeter] H. A. Bethe, E. E. Salpeter, *Quantum mechanics of one and two-electrons atoms* (Springer-Verlag)
- [Biraben 79a] F. Biraben, *Opt. Commun.* **29**, 353 (1979)
- [Biraben 79b] F. Biraben, M. Bassini, B. Cagnac, *J. Phys. France* **40**, 445 (1979)
- [Biraben 91] F. Biraben, L. Julien, J. Plon, F. Nez, *Europhys. Lett.* **15**, 831 (1991)
- [Bourzeix 93] S. Bourzeix, M. D. Plimmer, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, *Opt. Commun.* **99**, 89 (1993)
- [Bourzeix 96] S. Bourzeix, B. de Beauvoir, F. Nez, M. D. Plimmer, F. de Tomasi, L. Julien, F. Biraben, D. N. Stacey, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 384 (1996)
- [Bourzeix 97] S. Bourzeix, B. de Beauvoir, F. Nez, F. de Tomasi, L. Julien, F. Biraben, *Opt. Commun.* **133**, 239 (1997)
- [Bourzeix thèse] S. Bourzeix, thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie (1995)
- [Boyd et Kleinman] G. D. Boyd, D. A. Kleinman, *J. Appl. Phys.* **39**, 3597 (1968)
- [Brodsky 67] Brodsky et Parsons, *Phys. Rev.* **163**, 134 (1967)
- [Cagnac 73] B. Cagnac, G. Grynberg, F. Biraben, *J. Phys.* **34**, 845 (1973)
- [Cagnac Phys. at.] B. Cagnac, J. C. Pebay-Peyroula, *Physique atomique*, Dunod (1975)
- [Codata 98] P. J. Mohr, B. N. Taylor, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 351 (2000)
- [Cohen-Tannoudji] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique quantique* (Hermann 1973)
- [de Beauvoir 97] B. de Beauvoir et al, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 440 (1997)
- [de Beauvoir2 97] B. de Beauvoir et al, *Eur. Phys. J. D* **7**, 1 (1997)

- [de Beauvoir 00] B. de Beauvoir et al, Eur. Phys. J. D **12**, 61 (2000)
- [de Beauvoir thèse] B. de Beauvoir, thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie (1997)
- [Delande thèse] D. Delande, thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie (1988)
- [Diddams 2000] S. A. Diddams et al, Phys. Rev. Lett **84**, 5102 (2000)
- [Dmitriev 91] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzayan, D. N. Nikogosyan, Handbook of non linear optical crystals, Springer Verlag (1991)
- [Drever 83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford A. J. Munley, H. Ward, Appl. Phys. **31**, 57 (1983)
- [Durand] Durand, Magnétostatique (Masson)
- [Drever 83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford A. J. Munley, H. Ward, Appl. Phys. **31**, 57 (1983)
- [Eckardt 90] R. C. Eckardt et al, IEEE J. Quantum Electron. **QE-26**, 922 (1990)
- [Fujian ] C. T. Chen, Fujian Institute, paru dans Opto **64** en 1991
- [Garreau 90] J. C. Garreau, M. Allegrini, L. Julien, F. Biraben, J. Phys. **51**, 2263-2306 (1990) (3 articles)
- [Garreau thèse] J. C. Garreau, thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie (1989)
- [Glass-Maujean thèse] M. Glass-Maujean, thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie (1974)
- [Grynberg thèse] G. Grynberg, thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie (1976)
- [Hagley et Pipkin 94] E.W. Hagley, F.M Pipkin, Phys. Rev. Lett. **72**, 1172 (1994)
- [Handbook of physics] Handbook of chemistry and physics, 49<sup>ème</sup> édition (1969)
- [Hänsch Couillaud] T. W. Hänsch et B. Couillaud, Opt. Commun. **35**, 441 (1980)
- [Hänsch 79] T. W. Hänsch, A. L. Schawlow, G. W. Series, Scientific American **240**, 72 (1979)
- [Houssin thèse] M. Houssin thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie 1989
- [Huber 98] A. Huber et al, Phys. Rev. Lett. **84**, 3232 (1998)
- [Huber 99] A. Huber et al, Phys. Rev. A **59**, 1844 (1999)
- [Indelicato] P. Indelicato, communication privée

- [Julien thèse] L. Julien, thèse de troisième cycle de l'Université Pierre et Marie Curie (1974)
- [Juncar 92] P. Juncar, M. Himbert, *Opt. Commun.* **89**, 199 (1992)
- [Karshenboim 97] S.G. Karshenboim, *J. Phys. B* **29**, L29 (1996) ; *Z. Phys. D* **39**, 109 (1997)
- [Knight 96] J. C. Knight et al, *Opt. Lett.* **21**, 1547 (1996)
- [Kogelnik 66] H. Kogelnik, T. Li, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966)
- [Lamb 47] W.E Lamb, R.C Retherford, *Phys. Rev* **72**, 241 (1947)
- [Lundeen et Pipkin 81] S.R Lundeen, F.M Pipkin, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 232 (1981)
- [Lutwak 97] R. Lutwak, J. Holley, P. Chang, S. Paine, D. Kleppner, T. Ducas, *Phys. Rev. A* **56**, 1443 (1997)
- [Messiah] A. Messiah, *Mécanique quantique* (Dunod 1964)
- [Nez 93] F. Nez, M. D. Plimmer, S. Bourzeix, L. Julien, F. Biraben, R. Felder, Y. Millerieux, P. de Natale, *Eur. Phys. Lett.* **24**, 635 (1993)
- [Nez thèse] F. Nez, thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie (1993)
- [Niering 00] M. Niering et al, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5496 (2000)
- [Ranka 00] J. K. Ranka, *Opt. Rev. Lett.* **25**, 25 (2000)
- [Reichert 99] J. Reichert, R. Holzwarth, T. Udem, T. W. Hänsch, *Opt. Commun.* **172**, 59 (1999)
- [Rotenberg 59] M. Rotenberg, R. Bivins, N. Metropolis, J. K. Wooten, *The "3J" and "6j" symbols*, Crosby Lockwood, Londres (1959)
- [Schwob 99] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, O. Acaf. A. Clairon, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4960 (1999)
- [Technoscience] communication de Technoscience (1998)
- [Thomson 92] C. D. Thomson, G. H. Woodman, C. J. Foot, P. Hannaford, D. N. Stacey, G. K. Woodgate, *J. Phys. B* **25**, L1 (1992)
- [Touahri 97] D. Touahri et al, *Opt. Commun.* **133**, 471 (1997)
- [Udem 97] Th. Udem et al, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2646 (1997)
- [Weitz 95] M. Weitz et al, *Phys. Rev. A* **52**, 2664 (1995)
- [Yariv Q. E.] Yariv, *Quantum Electron.*, 516-527 (3<sup>ème</sup> édition)