

Luminescence, bruit et effets non linéaires dans les microcavités semi-conductrices

Gaétan Messin

► To cite this version:

Gaétan Messin. Luminescence, bruit et effets non linéaires dans les microcavités semi-conductrices. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2000. Français. NNT: . tel-00000858v1

HAL Id: tel-00000858 https://theses.hal.science/tel-00000858v1

Submitted on 5 Nov 2002 (v1), last revised 7 Jan 2005 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



Thèse de doctorat de l'Université Paris VI

Spécialité : Optique et Photonique

présentée par

Gaétan Messin

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

LUMINESCENCE, BRUIT ET EFFETS NON LINÉAIRES DANS LES MICROCAVITÉS SEMI-CONDUCTRICES

Soutenue le 4 juillet 2000 devant le jury composé de :

M. I. Abram	Rapporteur
M. C. Delalande	Président
M. C. Fabre	
Mme E. Giacobino	Directeur de thèse
M. H. Rigneault	
M. C. Weisbuch	Rapporteur

Le travail de thèse dont je rends compte dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire Kastler Brossel de 1996 à 2000. Je remercie ses directrices successives, Michèle Leduc et Elisabeth Giacobino de m'y avoir accueilli et de m'avoir permis ainsi de profiter d'un environnement scientifique remarquable.

Je remercie la DGA de m'avoir accordé une allocation de recherche pendant les trois premières années de cette thèse. Je remercie également toutes les personnes qui m'ont aidé à obtenir un poste d'ATER de l'Université Paris VII pendant la quatrième année et qui m'ont ainsi permis de terminer ce travail dans de bonnes conditions.

Elisabeth Giacobino a encadré ce travail. Je tiens à la remercier chaleureusement pour la confiance qu'elle m'a accordée en me proposant ce sujet, mais également pour avoir su me guider tout au long de ces quatre années tout en me laissant une grande autonomie, pour son soutient moral et scientifique, pour son aide et pour son optimisme dans les moments les plus difficiles.

Je souhaite remercier les personnes qui, en fournissant des échantillons de microcavités semi-conductrices à puits quantique, m'ont permis de réaliser ce travail : l'équipe de Hyatt Gibbs à l'Université d'Arizona à Tucson et l'équipe de Romuald Houdré à l'EPFL à Lausanne.

Je remercie Izo Abram, Claude Delalande, Claude Fabre, Hervé Rigneault et Claude Weisbuch d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse et de l'intérêt que, de ce fait, ils ont montré pour mon travail. Je remercie également Philippe Roussignol, Romuald Houdré et Jacqueline Bloch pour les discussions stimulantes et enrichissantes que j'ai eues avec eux.

Je tiens à remercier ceux qui ont travaillé avec moi directement sur l'expérience : Cédric Begon qui était scientifique du contingent lors de ma première année de thèse, puis Jean-Philippe Karr qui m'a rejoint l'année suivante, qui prend la suite de cette étude et dont la contribution à ce travail a été essentielle.

Je souhaite également remercier ceux qui, par leurs conseils, leurs explications et leur aide ont contribué au bon fonctionnement de l'expérience: je pense tout particulièrement à François Nez et à Michel Pinard vers qui je me suis souvent tourné lorsque je rencontrais des difficultés d'ordre expérimental et à Claude Fabre, Jean-Michel Courty, Antoine Heidmann et Serge Reynaud à qui j'ai souvent demandé des explications sur des aspects plus théoriques.

Bien qu'ils n'aient pas eu de contribution directe à mes travaux de thèse, je tiens à remercier tout particulièrement Lucile Julien, Agnès Maître et Nicolas Billy pour leur disponibilité, leur aide, leurs conseils et leur écoute.

Je tiens à exprimer ma gratitude à toutes les personnes qui ont contribué d'une façon ou d'une autre à la réussite de ce travail:

- les chercheurs permanents du laboratoire que je n'ai pas encore cités et qui tous, à un moment ou à un autre, m'ont donné un coup de main ou un conseil: François Biraben, Bernard Cagnac, Thomas Coudreau, Dominique Delande, Benoît Grémaud, Laurent Hilico, Paul Indelicato, Astrid Lambrecht, Catherine Schwob;

- les thésards, visiteurs et stagiaires que j'ai rencontrés pendant mon séjour au laboratoire et qui en font un lieu d'échange scientifique et humain tout à fait convivial: Stéphane Boucard, Alberto Bramati, Enrico Brambilla, Pierre-François Cohadon, Sara Ducci, Hichem Eleuch, Pascal El-Khoury, Cyriaque Genet, Francesca Grassia, Yassine Hadjar, Gaëtan Hagel, Jean-Pierre Hermier, Thibaut Jonckheere, Zhang Kuanshou, Eric-Olivier LeBigot, Laurent Longchambon, Bruno Manil, Francesco Marin, Isabelle Maurin, Gustavo Rodrigues, Paulo Souto-Ribeiro, Nicolas Treps, Matthias Vaupel, Laurent Vernac, Antonio Zelaquett-Khoury.

Ce travail a largement bénéficié du concours des techniciens et ingénieurs du laboratoire: je remercie Francis Théhin pour ses conseils et son aide concernant les problèmes de pompage, de cryogénie et pour tous les problèmes techniques inclassables; je remercie Bernard Rodriguez, Alexis Poizat et Pascal Travers qui ont toujours réussi à résoudre rapidement et efficacement tous les problèmes de mécaniques qui se sont posés pendant cette thèse; je remercie l'équipe des électroniciens, Jean-Claude Bernard, puis Mohamed Boujrad, Philippe Pace et Jean-Pierre Okpisz, qui ont toujours fait preuve d'une grande disponibilité. Je remercie également Corinne Poisson et toutes les personnes qui, avant son arrivée, se sont chargées des problèmes d'informatique. Je remercie enfin les secrétaires, Karine Gautier, Blandine Moutiers et Monique Bonnamy pour leur disponibilité, leur gentillesse et leur efficacité. Fini, c'est fini, ça va finir, ça va peut être finir. Samuel Beckett, *Fin de partie*.

TABLE DES MATIÈRES

Ta	able d	es mati	$\dot{e}res$)
In	trodu	ction .		L
1.	Micz	rocavite	és semi-conductrices en régime de couplage fort 13	3
	1.1	Introd	luction	3
	1.2	Struct	ure des microcavités semi-conductrices 13	3
	1.3	Puits	quantiques $\ldots \ldots 16$	3
		1.3.1	États excitoniques 16	3
		1.3.2	Couplage avec la lumière	2
	1.4	Puits	quantiques en cavité 25	5
		1.4.1	La cavité	3
		1.4.2	Puits quantiques en cavité	l
	1.5	Régim	ne de couplage fort 34	1
		1.5.1	Définition du régime de couplage fort	1

7

		1.5.2	Modèle quantique simple d'oscillateurs couplés	35
	1.6	Mise e	en évidence expérimentale du couplage fort	45
		1.6.1	Gradient d'épaisseur des microcavités	46
		1.6.2	Réflectivité en lumière blanche	48
		1.6.3	Mise en évidence de l'anticroisement en photolumines- cence à 77 K	51
		1.6.4	Étude de l'absorption en lumière monochromatique $\ . \ .$	57
2.	Lum	ninescen	nce quasi-résonante	63
	2.1	Introd	luction	63
	2.2	Modèl	e théorique de la luminescence quasi-résonante	63
		2.2.1	Effet de l'élargissement inhomogène de l'exciton	64
		2.2.2	Effet de l'interaction avec les phonons du réseau	67
	2.3	Monta	age expérimental	74
		2.3.1	Le cryostat	76
		2.3.2	Le laser titane-saphir	76
		2.3.3	Circulateur optique	82
		2.3.4	Le spectromètre	84
	2.4	Résult	cats expérimentaux	85
		2.4.1	Anticroisement	86

		2.4.2	Mesures de luminescence
	2.5	Concl	usion
3.	Mes	ures de	bruit
	3.1	Introd	luction \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 101
	3.2	Princi	pe des mesures de bruit
	3.3	La sou	ırce: le laser titane-saphir
	3.4	Le dis	positif de mesure du bruit
		3.4.1	Photodiodes
		3.4.2	Détection homodyne équilibrée
		3.4.3	Le dispositif sommateur/soustracteur
		3.4.4	Analyseur de spectre
		3.4.5	Détection homodyne avec oscillateur local
	3.5	Cadre	théorique
		3.5.1	Fluctuations quantiques et thermiques
		3.5.2	Effets non linéaires
	3.6	Résult	tat des mesures de bruit
		3.6.1	Spectres de bruit
		3.6.2	Bruit linéaire

3.6.3	Bruit no	on liné	aire	 • •	 	 	 •	•			. 141
Conclusion .				 	 	 		•		•	. 147
Bibliographie				 	 	 	 •			•	. 149

INTRODUCTION

Avec l'amélioration remarquable de la fabrication des microcavités semiconductrices, il est maintenant possible d'observer dans ces structures des effets reliés à l'électrodynamique quantique, c'est à dire de fortes modifications du couplage entre la matière et le champ dues au renforcement de ce dernier dans la microcavité.

Dans ces microcavités, des empilements contrôlés de couches de semiconducteurs forment des miroirs de forte réflectivité et de faible absorption, qui permettent d'atteindre des finesses supérieures à quelques milliers. Ces miroirs sont déposés de chaque coté d'une couche qui détermine l'épaisseur de la microcavité, en général choisie de l'ordre de la longueur d'onde. Le milieu actif, formé d'un ou plusieurs puits quantiques est lui-même très bien contrôlé aussi bien en épaisseur (environ 10 nm) qu'en position.

Le premier mode résonnant de la cavité est ajusté à la même fréquence que le mode de résonance de l'exciton du puits quantique. Lorsque la finesse est grande, le couplage entre exciton et cavité devient fort, et il en résulte des modes mixtes exciton-cavité, séparés, à résonance, de quelques meV. Ces modes sont appelés polaritons de cavité. Ils ont une relation de dispersion inhabituelle et influent profondément sur les caractéristiques de l'interaction entre le champ, les phonons du réseau et les excitons.

L'objet de ce travail est de montrer comment on peut prendre en compte ces divers phénomènes pour interpréter l'émission de la microcavité à basse température dans des conditions de faible ou de forte excitation laser. Dans le cas d'une excitation quasi-résonante des états polaritons, la photoluminescence émise à des fréquences — et éventuellement dans des directions différentes — de celle du laser excitateur ne peut apparaître que par suite de processus de déphasage provenant de diffusions élastiques ou inélastiques par des impuretés, des défauts du réseau, des phonons ou d'autres excitons. À basse température et à faible excitation, la dynamique de la photoluminescence est liée à la relaxation des polaritons par les vibrations du réseau ou phonons. Nous avons étudié expérimentalement la photoluminescence quasirésonante par deux méthodes : soit par détection directe, soit par détection homodyne. Les résultats sont en bon accord avec un modèle où l'on suppose que chaque polariton ne subit qu'une seule interaction avec un phonon au cours de sa durée de vie. La luminescence est alors loin d'être thermalisée.

À forte excitation, des effets non linéaires importants apparaissent sur la branche basse du polariton. Nous montrons que l'augmentation de l'émission et son déplacement en fréquence est en bon accord avec un modèle d'amplification paramétrique dans la microcavité, qui évolue à forte intensité d'excitation vers une oscillation de type paramétrique.

1. MICROCAVITÉS SEMI-CONDUCTRICES EN RÉGIME DE COUPLAGE FORT

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps préciser ce qu'est une microcavité semi-conductrice. Nous expliquerons ensuite comment elle peut interagir avec la lumière. Nous nous intéresserons au régime de couplage fort, qui est le régime particulier de l'interaction lumière-matière où nous nous plaçons pour cette étude. Enfin, nous décrirons brièvement les études préliminaires effectuées sur une microcavité pour la caractériser et mettre en évidence ce régime de couplage fort.

1.2 Structure des microcavités semi-conductrices

Les structures que nous appelons dans ce mémoire microcavités semiconductrices sont des structures monolithiques planaires constituées d'un empilement de couches de matériaux semi-conducteurs. La croissance de ces couches est généralement obtenue grâce au système d'épitaxie par faisceau moléculaire, ou MBE¹. Une microcavité est constituée de deux miroirs parallèles entre lesquels sont placés, dans un « espaceur² », un ou plusieurs puits quantiques, le tout étant construit sur un substrat. Tous ces éléments sont fabriqués en déposant par MBE des couches de différents matériaux semi-conducteurs sur le substrat. L'épaisseur typique d'une telle structure est de l'ordre de la dizaine de microns et ses dimensions transverses sont de

^{1.} Molecular Beam Epitaxy.

^{2.} De l'anglais spacer.

l'ordre du centimètre.

Les deux miroirs sont des miroirs diélectriques obtenus en empilant un grand nombre de couches d'épaisseur optique $\lambda_0/4$, où λ_0 est la longueur d'onde optique de fonctionnement de la structure. Ces empilements, obtenus en alternant des couches de deux matériaux d'indices optiques différents (généralement du GaAs et de l'AlAs), constituent deux miroirs de Bragg, ou DBRs³, formant une cavité optique de type Fabry-Pérot.

L'espaceur, qui constitue l'intérieur de la cavité optique, est lui-même une couche de semi-conducteur (par exemple du GaAs) d'une épaisseur optique égale à un nombre entier n de demi-longueurs d'ondes. Ceci a pour conséquence l'existence d'une résonance de l'énergie lumineuse stockée dans la cavité pour la longueur d'onde λ_0 . D'autre part, ce nombre n détermine le nombre de maxima du champ électromagnétique dans la cavité. Plus la cavité est petite, plus le champ est confiné. Comme ces structures fonctionnent dans le proche infrarouge (λ_0 de l'ordre du micron) et que l'on cherche à confiner le champ au maximum (n dépassant rarement 5), cette épaisseur est typiquement de l'ordre du micron, d'où le nom de *micro*cavité.

C'est précisément dans les plans où le champ est maximal à l'intérieur de la cavité optique que sont placés les puits quantiques. Dans les microcavités à base de GaAs, un puits quantique est généralement constitué d'une couche mince d'InGaAs ou de GaAlAs. Un tel milieu semi-conducteur peut être excité optiquement : il présente des raies d'absorption et de luminescence relativement étroites (typiquement 0,6 nm à 4K) et l'énergie associée à leur longueur d'onde est inférieure à l'énergie E_{gap} qui sépare les bandes de valence et de conduction. Ces résonances sont appelées résonances excitoniques. La longueur d'onde optique λ_0 de fonctionnement de la cavité dans laquelle se trouvent les puits quantiques est choisie de manière à coïncider avec la première résonance excitonique. Nous avons représenté figure 1.1 la structure des couches d'une microcavité que nous avons utilisée dans nos expériences et à laquelle nous nous référerons dans la suite sous le nom de microcavité NMC22. Cette microcavité comporte deux puits quantiques identiques placés dans un espaceur de largeur $3\lambda_0/2$.

^{3.} Distributed Bragg Reflectors.



FIG. 1.1 – Structure de la microcavité NMC22

1.3 Puits quantiques

Un matériau semi-conducteur peut être excité optiquement dès que la longueur d'onde λ de la lumière utilisée est d'énergie associée hc/λ supérieure à l'énergie de bande interdite E_{qap} de ce matériau. En effet, les électrons de la bande de valence acquièrent, en absorbant la lumière, une énergie suffisante pour passer dans la bande de conduction. L'ensemble des énergies des états que l'on peut ainsi exciter forme un continuum. Cependant, d'étroites résonances d'absorption ont été observées dans des semi-conducteurs massifs, puis dans des puits quantiques pour des énergies inférieures à l'énergie de bande interdite. Pour les expliquer, le concept d'exciton a été introduit. Wannier a proposé en 1937 un modèle explicatif [3] qui repose sur la notion de trou qui représente l'absence d'un électron dans la bande de valence. Selon cette approche, l'absorption de lumière fait passer un électron de la bande de valence (qui, pour un semi-conducteur au repos et à température nulle, est pleine) vers la bande de conduction (qui au repos et à température nulle est vide). Cet électron passé dans la bande de conduction laisse dans la bande de valence un trou, particule virtuelle de charge opposée, avec lequel il peut s'apparier par interaction coulombienne pour former un dipôle similaire à un système hydrogénoïde délocalisé sur plusieurs cellules du cristal. Ce système, appelé exciton, peut, en se recombinant, émettre de la lumière. Dans le cas d'un puits quantique, ce type de dipôle présente la particularité d'être confiné dans le plan du puits et donc d'être quasi-bidimensionel. C'est ce type d'exciton que l'on trouve dans les puits quantiques des microcavités et c'est l'une des résonances excitoniques correspondantes que l'on excite dans ces systèmes.

Nous allons, dans ce qui suit, préciser ce que sont les puits quantiques qui constituent le milieu actif des microcavités semi-conductrices auxquelles nous nous intéressons et expliquer en quoi consistent les résonances excitoniques de ces puits.

1.3.1 États excitoniques

Un puits quantique est constitué d'une fine couche d'un matériau semiconducteur placée entre deux couches épaisses d'un autre matériau semiconducteur. Dans nos microcavités c'est typiquement une fine couche (80 à 120 Å) d'In_xGa_{1-x}As ou de Ga_{1-x}Al_xAs, avec x de l'ordre de quelques pourcents, placé dans du GaAs. Le matériau du puits est choisi de manière à ce qu'il possède une énergie de bande interdite E_{gap} plus faible que celle du matériau dans lequel il est placé. Une discontinuité est ainsi obtenue dans les structures des bandes de valence et de conduction de l'empilement (cf. figure 1.2). Cette discontinuité a pour effet de modifier les états électroniques du



FIG. 1.2 – Description schématique d'un puits quantique. Ici, un puits en InGaAs de 80 Å d'épaisseur est placé dans du GaAs.

puits par rapport à ceux du matériau dans lequel il se trouve. Il existe en particulier des états électroniques localisés dans la région du puits quantique. Ce sont des électrons de la bande de conduction et des trous de la bande de valence confinés suivant l'axe $(Oz)^4$ et libres dans le plan des couches. Leurs énergies respectives sont plus faibles dans le puits que dans le matériau dans lequel est placé le puits. Pour ces états, le mouvement des porteurs de charge suivant (Oz) est quantifié et on peut lui associer un nombre quantique que nous noterons p pour les électrons et q pour les trous. En revanche, comme il ne l'est pas dans le plan du puits (xOy), le vecteur d'onde associé dans ce plan, que nous noterons \mathbf{k}_{μ} , n'est pas quantifié.

L'énergie des électrons de la bande de conduction confinés dans le puits

^{4.} Il est d'usage de choisir pour axe (Oz) l'axe de croissance des couches. Nous conserverons cette convention dans toute la suite.

peut s'écrire:

$$E_e(\mathbf{k}_{e_{\parallel}}) = E_c + \mathcal{E}_e^p + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{e_{\parallel}}^2}{2m_{e_{\parallel}}^*}$$
(1.1)

avec, dans le cas d'un puits de profondeur infinie:

$$\mathcal{E}_{e}^{p} = p^{2} \frac{\hbar^{2} \pi^{2}}{2m_{e_{z}}^{*}L^{2}}$$
(1.2)

 E_c est l'énergie de la bande de conduction, p repère le $p_{i \grave{e} m e}$ niveau confiné pour un $\mathbf{k}_{e_{\parallel}}$ nul, $m_{e_{\parallel}}^*$ est la masse effective des électrons dans le plan des couches, $m_{e_z}^*$ est la masse effective des électrons suivant (Oz) et L est l'épaisseur du puits. Toutes ces grandeurs étant évidemment évaluées pour le matériau constituant le puits.

En ce qui concerne les trous de la bande de valence, il faut signaler que la prise en compte de l'interaction spin-orbite dans les calculs des énergies de bande et des masses effectives fait apparaître deux types de trous : les trous légers et les trous lourds. On utilise les indices lh et hh^5 pour désigner respectivement les trous légers et les trous lourds. Nous nous contenterons dans la suite de l'indice générique h pour indiquer une grandeur relative aux trous en convenant qu'il doit être remplacé par hh ou par lh suivant le cas. Avec ces conventions, les énergies des trous de la bande de valence confinés dans le puits peuvent s'écrire :

$$E_h(\mathbf{k}_{h_{\parallel}}) = -E_v + \mathcal{E}_h^q + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{h_{\parallel}}^2}{2m_{h_{\parallel}}^*}$$
(1.3)

avec, dans le cas d'un puits de profondeur infinie:

$$\mathcal{E}_{h}^{q} = q^{2} \frac{\hbar^{2} \pi^{2}}{2m_{h_{\pi}}^{*} L^{2}}$$
(1.4)

 E_v est ici l'énergie de la bande de valence du matériau du puits. Conformément à la convention habituelle, l'énergie des trous est de signe opposé à celle des électrons dans la bande de valence. L'énergie des paires électron-trou est alors la somme de l'énergie des trous et des électrons.

Lorsque les puits ne sont pas de profondeur infinie — ce qui est toujours le cas pour un système réel — p et q ne prennent plus qu'un nombre fini de

^{5.} De l'anglais light hole, trou léger, et heavy hole, trou lourd.

valeurs, les énergies \mathcal{E}_e^p et \mathcal{E}_h^q sont modifiées et n'ont plus une forme analytique simple, mais les considérations précédentes restent valables. En particulier l'espacement entre deux niveaux d'énergie successifs garde le même ordre de grandeur.

Considérons maintenant un système constitué d'un électron et d'un trou confinés dans le plan du puits quantique. On suppose que l'électron est dans le $p_{ième}$ état confiné de la bande de conduction et que le trou est dans le $q_{ième}$ état confiné de la bande de valence. On note une telle paire électrontrou pe-qh. Son énergie vaut, lorsque l'électron et le trou sont au repos et n'interagissent pas :

$$E_{pe-qh} = E_c - E_v + \mathcal{E}_e^p + \mathcal{E}_h^q = E_{gap} + \mathcal{E}_e^p + \mathcal{E}_h^q$$
(1.5)

De plus, il s'exerce entre l'électron et le trou une force d'attraction coulombienne. Si l'on considère que le puits confine le mouvement de l'électron et du trou à un espace à deux dimensions, on peut décrire le mouvement de la paire par un hamiltonien effectif restreint au plan (xOy):

$$H^{*} = \frac{\mathbf{p}_{e_{\parallel}}^{2}}{2m_{e_{\parallel}}^{*}} + \frac{\mathbf{p}_{h_{\parallel}}^{2}}{2m_{h_{\parallel}}^{*}} + \frac{-e^{2}}{4\pi\varepsilon|\boldsymbol{\rho}_{e}-\boldsymbol{\rho}_{h}|} = \frac{\mathbf{P}_{\parallel}^{2}}{2(m_{e_{\parallel}}^{*}+m_{h_{\parallel}}^{*})} + \frac{\mathbf{p}_{\parallel}^{2}}{2\mu_{\parallel}^{*}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{e^{2}}{\rho} \quad (1.6)$$

où $\boldsymbol{\rho}_e$ est la position de l'électron dans le plan (xOy), $\boldsymbol{\rho}_h$ celle du trou dans ce même plan, et $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_e - \boldsymbol{\rho}_h$. L'impulsion conjuguée de $\boldsymbol{\rho}$ est \mathbf{p}_{\parallel} et \mathbf{P}_{\parallel} est l'impulsion conjuguée de la coordonnée du centre de masse \mathbf{R}_{\parallel} , avec :

$$\mathbf{R}_{\parallel} = \frac{m_{e_{\parallel}}^{*} \boldsymbol{\rho}_{e} + m_{h_{\parallel}}^{*} \boldsymbol{\rho}_{h}}{m_{e_{\parallel}}^{*} + m_{h_{\parallel}}^{*}}$$
(1.7)

La masse réduite $\mu_{\scriptscriptstyle \|}^*$ est donnée par :

$$\frac{1}{\mu_{\parallel}^{*}} = \frac{1}{m_{e_{\parallel}}^{*}} + \frac{1}{m_{h_{\parallel}}^{*}}$$
(1.8)

Le système électron-trou possède donc des états liés à deux dimensions de type hydrogénoïde. Ces états sont nommés *états excitoniques* et l'on entend par *exciton* un tel système électron-trou lié. On peut séparer la contribution du mouvement du centre de masse, qui est caractérisé par le vecteur d'onde $\mathbf{K}_{\parallel} = \mathbf{P}_{\parallel}/\hbar$, du reste du mouvement. La fonction d'onde de l'ensemble est alors de la forme $\varphi(\boldsymbol{\rho})e^{i\mathbf{K}_{\parallel}\cdot\mathbf{R}_{\parallel}}$ où $\varphi(\boldsymbol{\rho})$ est solution de l'équation de Schrödinger :

$$\left(\frac{\mathbf{p}_{\parallel}^{2}}{2\mu_{\parallel}^{*}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{e^{2}}{\rho}\right)\varphi(\boldsymbol{\rho}) = E\varphi(\boldsymbol{\rho})$$
(1.9)

et l'énergie totale de l'exciton est donc, en prenant comme origine des énergies celle de la paire électron-trou au repos sans interaction :

$$E(\mathbf{K}_{\parallel}) = E + \frac{\hbar^2 {\mathbf{K}_{\parallel}}^2}{2(m_{e_{\parallel}}^* + m_{h_{\parallel}}^*)}$$
(1.10)

Les valeurs possibles de l'énergie E qui apparaît dans l'équation de Schrödinger précédente sont celles d'un système hydrogénoïde à deux dimensions et valent :

$$E_n^{2D} = -\frac{1}{(n-1/2)^2} \frac{(e^2/4\pi\varepsilon)^2}{2(\hbar^2/\mu_{\parallel}^*)} \qquad \text{avec} \ n = 1, 2, \dots$$
(1.11)

La quantité E_n^{2D} représente l'énergie de liaison de la paire électron-trou qui constitue l'exciton. On notera que pour n = 1 l'énergie de liaison obtenue est quatre fois plus élevé que pour un système à trois dimensions (pour les puits quantiques à base de GaAs des microcavités utilisées dans nos expériences, elle est de l'ordre de 20meV). Cela a pour conséquence de séparer nettement le premier état excitonique du puits des autres états. À chaque valeur de l'énergie correspondent des états propres que l'on désigne par la notation spectroscopique habituelle des états hydrogénoïdes.

L'énergie totale d'un exciton de puits quantique pe-qh dans son n_{ieme} état excité peut s'écrire :

$$E(\mathbf{K}_{\parallel}) = E_{\mathrm{p}e-\mathrm{q}h} + E_n^{2D} + \frac{\hbar^2 \mathbf{K}_{\parallel}^2}{2M_{exc_{\parallel}}^*}$$
(1.12)

où $M^*_{exc_{\parallel}}$ est la masse effective totale de l'exciton dans le plan des couches (on a $M^*_{ecx_{\parallel}} = m^*_{e_{\parallel}} + m^*_{h_{\parallel}}$).

La fonction d'onde enveloppe⁶ du premier état excitonique (n = 1) a

$$\psi_{j,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\mathbf{k}.\mathbf{r}) u_{j,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$
(1.13)

où j est l'indice de la bande, \mathbf{k} est appelé quasi-impulsion et $u_{j,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ est une fonction périodique en \mathbf{r} et \mathbf{k} , caractéristique de la bande j et appelée fonction atomique. La

^{6.} On parle de fonction enveloppe car un traitement plus rigoureux aurait donné pour l'exciton une fonction d'onde plus compliquée, dont celle que nous venons de donner n'est que l'enveloppe. En effet, le calcul de structure de bande permet d'écrire les états électroniques du cristal à partir d'états à un électron ou à un trou $\psi_{j,\mathbf{k}}$ appelés états de Bloch:



FIG. 1.3 – Spectre d'absorption typique des puits quantiques en InGaAs utilisés dans les microcavités (d'après Khitrova et Gibbs, 1995 [6]).

pour expression, dans le plan (xOy):

$$\varphi(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{a_{exc}^{2D}} 2e^{-\rho/a_{exc}^{2D}}$$
(1.15)

où le rayon de Bohr de l'exciton de puits quantique a_{exc}^{2D} vaut, par rapport à celui de l'hydrogène a_0 :

$$a_{exc}^{2D} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_H}{\mu_{\parallel}^*} \right) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) a_0 \tag{1.16}$$

On remarquera que dans un puits quantique à base de GaAs le facteur multiplicatif entre a_{exc}^{2D} et a_0 est de l'ordre de 100, ce qui donne pour l'exciton un rayon de Bohr effectif grand devant la taille des cellules du réseau cristallin. Ceci est dû à la fois au fait que l'indice optique des semi-conducteurs est élevé

fonction d'onde excitonique prend alors la forme:

$$\phi_{exc}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \sum_{\mathbf{r}'_e, \mathbf{r}'_h} \varphi(\mathbf{r}'_e - \mathbf{r}'_h) w_{\mathbf{r}'_e}(\mathbf{r}_e) w_{\mathbf{r}'_h}(\mathbf{r}_h)$$
(1.14)

où les fonctions $w_{\mathbf{r}'}(\mathbf{r})$ sont les transformées de Fourier des fonctions de Bloch de l'électron et du trou et où φ est la fonction enveloppe de l'exciton qui vérifie l'équation de type hydrogénoïde.

 $(\varepsilon_{GaAs}/\varepsilon_0 \approx 10)$ et au fait que la masse réduite de l'hydrogène est grande par rapport à celle d'un système électron-trou $(\mu_H/\mu_{GaAs}^* \approx 20)$. On retiendra que la valeur élevée de ce rayon de Bohr a pour conséquence un couplage important avec le champ électromagnétique dans la mesure où l'exciton peut être vu comme un dipôle constitué de deux charges opposées séparées en moyenne par une distance égale à a_{exc}^{2D} .

L'état excitonique que nous venons de décrire correspond à l'état 1S de l'exciton pe-qh. Pour p = q = 1, il donne lieu à l'une ou l'autre des résonances d'absorption représentées figure 1.3 suivant que le trou considéré est le trou lourd ou le trou léger. Nous nous limiterons dans la suite au niveau excitonique le plus bas qui est le seul qui joue un rôle dans nos expériences. Il s'agit de l'exciton lourd 1e-1hh dans l'état 1S. L'état 1S est le mieux isolé de tous les états excitoniques. D'autre part, la profondeur réelle des puits ne permet d'avoir qu'un très petit nombre de niveaux confinés très espacés et on peut alors considérer que les niveaux les plus hauts sont, lorsqu'ils existent, suffisamment loin pour être ignorés. Enfin, l'exciton lourd a, par nature, une énergie plus faible que l'exciton léger. Par conséquent, la résonance excitonique 1e-1hh, 1S est à la fois la plus basse et la mieux séparée des autres résonances du système. La figure 1.3 en est une illustration.

Dans toute la suite, lorsque nous parlerons d'exciton ou de résonance excitonique, il s'agira toujours cet état. Cela étant fixé, l'énergie de cet exciton ne dépendant plus que de la valeur de \mathbf{K}_{\parallel} et suit la relation de dispersion suivante, représentée page 24, figure 1.4:

$$E(\mathbf{K}_{\parallel}) = E_{exc} + \frac{\hbar^2 \mathbf{K}_{\parallel}^2}{2M_{exc_{\parallel}}^*}$$
(1.17)

où E_{exc} vaut $E_{1e-1hh} + E_{1S}^{2D}$ et désigne l'énergie de l'exciton 1*e*-1*hh*, 1*S* pour un \mathbf{K}_{\parallel} nul.

1.3.2 Couplage avec la lumière

Le couplage entre un état excitonique de vecteur d'onde \mathbf{K}_{\parallel} suivant le plan des couches et une onde plane électromagnétique de vecteur d'onde \mathbf{k} provient de l'interaction dipolaire entre les électrons du semi-conducteur et

le champ, que l'on peut écrire sous la forme d'un hamiltonien :

$$H_{dip} = -\frac{e}{m_e} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}}, t) . \hat{\mathbf{p}}$$
(1.18)

où m_e est la masse de l'électron libre et **A** est le potentiel vecteur du champ lumineux.

Dans le cas d'un puits quantique nu, il en découle des règles de sélections. Sur les moments angulaires, tout d'abord, on peut montrer que le trou lourd de l'exciton 1S que nous considérons a un moment angulaire $J_{hh} = 3/2$, $M_{hh} = \pm 3/2$, l'axe de quantification de J étant choisi suivant Oz. Comme l'électron a un spin $s_e = 1/2$, il existe des excitons de moment $J_{exc} = 2$ et des excitons de moment $J_{exc} = 1$. L'état fondamental du cristal étant un état de J = 0, le couplage dipolaire ne permet pas de se coupler aux états $J_{exc} = 2$ qui sont pour cette raison appelés des états « noirs ». Les états radiatifs de l'exciton que nous considérons sont donc caractérisés par $J_{exc} = 1$ et $M_{exc} = \pm 1$ et permettent l'émission ou l'absorption de photons de polarisation circulaire σ^+ et σ^- . De plus, il existe une règle de sélection sur les vecteurs d'ondes qui résulte de l'invariance de la structure par translation suivant le plan du puits. Cette règle, dite de conservation du \mathbf{k}_{\parallel} ne permet un couplage dipolaire non nul que si:

$$\mathbf{K}_{\parallel} = \mathbf{k}_{\parallel} \tag{1.19}$$

où \mathbf{k}_{\parallel} est la composante dans le plan (xOy) du vecteur d'onde de l'onde lumineuse. La composante k_z de ce vecteur selon (Oz) est donc a priori libre de prendre n'importe quelle valeur.

Par ailleurs, l'interaction entre l'exciton et l'onde électromagnétique doit vérifier la loi de conservation de l'énergie. Cela se traduit, si l'on tient compte de (1.17) et (1.19), par :

$$E_{exc} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2M_{ex_{\parallel}}^*} = \hbar \frac{ck}{n} = \hbar \frac{c}{n} \sqrt{\mathbf{k}_{\parallel}^2 + k_z^2}$$
(1.20)

où $\hbar ck/n$ est l'énergie d'un photon de vecteur d'onde **k** se propageant dans le matériau d'indice optique *n* qui contient le puits.

On voit ici que l'exciton de puits quantique n'est pas couplé à un état discret du champ mais à un continuum de modes du champ électromagnétique



FIG. 1.4 – Courbe de dispersion de l'énergie d'un exciton typique en fonction du module de son vecteur d'onde dans le plan des couches.

dont la densité peut s'écrire [17] :

$$\rho(|\mathbf{k}_{\parallel}|,\omega) = \sum_{k_z} \delta\left(E(\mathbf{k}_{\parallel}) - \hbar \frac{c}{n} \sqrt{|\mathbf{k}_{\parallel}|^2 + k_z^2}\right)$$
(1.21)

Soit encore, en interprétant la sommation comme une intégrale sur k_z et au prix d'un changement de variable :

$$\rho(|\mathbf{k}_{\parallel}|,\omega) = \frac{L_z}{2\pi} \frac{n}{\hbar c} \frac{2k_r}{\sqrt{k_r^2 + |\mathbf{k}_{\parallel}|^2}} \Theta(k_r - |\mathbf{k}_{\parallel}|)$$
(1.22)

où L_z est la longueur suivant Oz du volume de quantification V utilisé, où $\Theta(k)$ est la fonction de Heaviside et où k_r vaut⁷ $nE_{exc}/\hbar c$.

^{7.} En toute rigueur $k_r = \frac{n}{\hbar c} (E_{exc} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2M_{exc_{\parallel}}^*})$, mais pratiquement on vérifie que l'énergie cinétique de l'exciton est négligeable devant l'énergie du photon sur la plage de valeurs de \mathbf{k}_{\parallel} sur laquelle la densité d'états n'est pas nulle. On peut ainsi remplacer $E(\mathbf{k}_{\parallel})$ par E_{exc} dans l'expression de la densité d'états et prendre $k_r = nE_{exc}/\hbar c$

Cette densité d'états permet de calculer, en utilisant la règle d'or de Fermi, le temps de vie radiatif de l'exciton [17][18]. L'état initial est constitué d'un état excitonique $|\phi_{exc}\rangle$ accompagné de zéro photon et l'état final est composé du cristal dans son état fondamental $|\phi_0\rangle$ plus un photon. La présence d'une fonction d'Heaviside dans la densité d'états traduit le fait qu'une recombinaison radiative ne peut avoir lieu que lorsque $|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq k_r$. Autrement dit, seuls les excitons de $|\mathbf{K}_{\parallel}|$ inférieur à k_r sont couplés à la lumière. Cette relation signifie que pour les excitons de grand \mathbf{K}_{\parallel} , il n'est pas possible de vérifier la conservation de l'énergie et de l'impulsion au cours d'une désexcitation. Nous avons distingué la zone radiative et la zone non radiative sur la figure 1.4 représentant la courbe de dispersion (1.17) de l'exciton.

La largeur naturelle Γ_{exc} de l'exciton de puits quantique nu que l'on obtient peut s'exprimer en fonction de la force d'oscillateur par unité de surface :

$$f_{\epsilon} = \frac{2}{m_e \hbar \omega_{exc}} \frac{|\langle \phi_0 | \epsilon. \hat{\mathbf{p}} | \phi_{exc} \rangle|^2}{S}$$
(1.23)

où $\hbar \omega_{exc}$ est l'énergie de l'exciton et ϵ la polarisation du champ. Cette largeur vaut, pour un champ suivant Oz de polarisation ϵ :

$$\Gamma_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}) = \frac{2\pi f_{\epsilon}}{m_e} \frac{n}{c} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon}$$
(1.24)

où n est l'indice du milieu dans le quel est placé le puits et ε est la permittivité correspondante.

L'utilisation d'une cavité va permettre, comme on va le voir, de sélectionner un mode unique du champ avec lequel peut se coupler l'exciton. On passe ainsi d'une situation de couplage à un continuum qui a pour conséquence une évolution irréversible à une situation de couplage entre deux états discrets qui, idéalement, permet une évolution réversible du système couplé.

1.4 Puits quantiques en cavité

Les premières études de puits quantiques enfermés entre deux miroirs constituant une cavité optique de type Fabry-Pérot ont été stimulées par les résultats obtenus dans le domaine de la spectroscopie atomique pour des atomes en cavité. Les deux objectifs principaux ont été d'une part la mise en évidence la modification de l'émission spontanée des excitons et d'autre part l'observation du régime de couplage fort dont la manifestation la plus caractéristique est le dédoublement de Rabi. Ces deux objectifs ont été atteint au début des années 90 respectivement par H. Yokoyama *et al.* [2] et par C. Weibuch *et al.* [1]. Depuis, l'étude des microcavités semi-conductrices s'est développée de manière spectaculaire.

L'intérêt de placer des puits quantiques en cavité est double. Une cavité Fabry-Pérot permet à la fois d'isoler un mode unique du champ qui est le mode résonant de la cavité et de confiner le champ de manière importante dans des plans parallèles aux miroirs qui forment la cavité. Placer un puits quantique en cavité à donc pour conséquence d'augmenter considérablement le champ vu par les excitons et de ne permettre le couplage de ces derniers qu'avec le mode optique résonant de la cavité. L'idée sous-jacente était évidemment d'avoir un dispositif simple à manipuler, de petite taille et qui présente suffisamment d'analogies avec un système constitué d'atomes en cavité pour que l'on puisse envisager des expériences similaires.

Le moyen le plus simple de placer un ou plusieurs puits quantiques en cavité est de construire les miroirs eux aussi dans un matériau semi-conducteur de façon à pouvoir fabriquer en une seule opération, par dépôt de couches successives, chacun des deux miroirs de la cavité et le puits quantique qu'elle renferme. Les miroirs les plus simple à construire avec des matériaux semiconducteur sont des miroirs de Bragg dont nous allons sommairement préciser les propriétés avant de décrire le fonctionnement du système complet.

1.4.1 La cavité

Les miroirs de Bragg à base de matériaux semi-conducteurs permettent d'obtenir de très hautes réflectivités avec une absorption réduite. Leur principe de fonctionnement est le même que celui des miroirs diélectriques multicouches. L'élément de base de ces miroirs est une paire de couches de même épaisseur optique $\lambda_0/4$ et d'indice différents n_B et n_H (généralement de l'AlAs et du GaAs). L'empilement d'un grand nombre de ces paires de couches se comporte comme miroir sur une bande spectrale appelée « stop-band » centrée sur la fréquence $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ et de largeur $\Delta \omega_{s.b.}$ telle que :

$$\frac{\Delta\omega_{s.b.}}{\omega_0} \approx \frac{\Delta\lambda_{s.b.}}{\lambda_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin\left(\frac{n_H - n_B}{n_H + n_B}\right) \tag{1.25}$$



FIG. 1.5 – Coefficient de réflexion en fonction de la longueur d'onde pour un miroir de Bragg centré sur 835 nm composé de 28 paires GaAs/AlAs.

Nous avons représenté figure 1.5 le coefficient de réflexion de l'un des miroirs de la microcavité *NMC22* présentée précédemment, en fonction de la longueur d'onde, pour l'incidence normale. On remarquera que le coefficient de réflexion d'un miroir de Bragg présente, contrairement à un miroir classique, des oscillations très importantes lorsque l'on s'écarte de la zone de « stop-band ».

Comme deux miroirs classiques, deux miroirs de Bragg constituent une cavité Fabry-Pérot. Il est possible de calculer, grâce à une méthode matricielle initialement conçue pour le calcul des traitement diélectriques, le champ en n'importe quel point de la cavité ainsi obtenue (voir par exemple M. Born & E. Wolf [19]). Nous avons ainsi pu représenter, sur la figure 1.1, l'amplitude du champ électrique dans la microcavité *NMC22* supposée vide de tout milieu actif et pour un champ incident résonant. Ce calcul permet de visualiser les positions correspondant aux maximum du champ, positions auxquelles sont placés les puits quantiques. Il est également possible d'en déduire les coefficients de réflexion et de transmission de la microcavité froide (*i.e.* sans puits quantique) en fonction de la longueur d'onde. On observe alors (cf. figure 1.6), au centre de la « stop-band », un creux très étroit et très marqué sur le coefficient de réflexion (et donc un pic du coefficient de transmission, puisque l'on suppose que ces miroirs ne présentent pas d'absorption) qui

27



FIG. 1.6 – Coefficient de réflexion en fonction de la longueur d'onde pour la microcavité NMC22 sans puits quantique.

correspond à la résonance de la cavité Fabry-Pérot.

En fait, il est possible de montrer qu'une telle cavité est équivalente [20], tant que la fréquence optique ω reste dans une plage de fréquences suffisamment proches de ω_0 , à une cavité Fabry-Pérot classique composée de deux miroirs de coefficients de réflexion en amplitude $r_1(\omega)$ et $r_2(\omega)$. Lorsque le nombre de couches N de chaque miroir est suffisant pour que $(n_B/n_H)^{2N} \ll 1$ et que $|\omega - \omega_0| \ll \Delta \omega_{s.b.}$, ces coefficients sont donnés en incidence normale et à l'intérieur de la cavité par :

$$|r_1|^2 = 1 - 4\left(\frac{1}{n_c}\right)\left(\frac{n_B}{n_H}\right)^{2N_1}$$
(1.26)

$$|r_2|^2 = 1 - 4\left(\frac{n_B}{n_c}\right)\left(\frac{n_B}{n_{sub}}\right)\left(\frac{n_B}{n_H}\right)^{2N_2} \tag{1.27}$$

où N_1 et N_2 sont les nombres de paires complètes de couches constituant les miroirs, n_H et n_B sont les indices optiques de ces couches avec $n_H > n_B$, n_c est l'indice à l'intérieur de la cavité et n_{sub} est l'indice du substrat sur lequel est construite la microcavité. Généralement, le nombre de couches du second miroir est légèrement supérieur à celui du premier de manière à avoir des coefficients de réflexion aussi identiques que possible. La phase de ces coefficients de réflexion est approximativement linéaire en fréquence au voisinage de ω_0 et vaut à l'intérieur de la cavité :

$$\phi_{r_1}(\omega) = \phi_{r_2}(\omega) = \frac{n_c L_{Bragg}}{c}(\omega - \omega_0)$$
(1.28)

où L_{Bragg} représente une épaisseur effective donnée par :

$$L_{Bragg} = \frac{\lambda_0}{2} \frac{n_H n_B}{n_c^2 (n_H - n_B)}$$
(1.29)

Les microcavités sont conçues de façon que l'épaisseur optique $n_c L_0$ qui sépare les deux miroirs de Bragg soit égale à un nombre demi entier peu élevé de longueurs d'onde (dans nos microcavités $n_c L_0$ vaut λ_0 ou $3\lambda_0/2$). La condition de résonance de la cavité peut alors s'écrire comme la condition de résonance d'un Fabry-Pérot idéal sans déphasage à la réflexion et dont les miroirs sont séparés de $n_c(L_0 + L_{Bragg})$:

$$\frac{n_c}{c}(\omega - \omega_0)(L_0 + L_{Bragg}) = N\pi$$
(1.30)

où N est un entier arbitraire, qui vaut zéro pour la résonance du centre de la « stop-band » située à $\omega = \omega_0$. Comme la longueur optique $n_c(L_0 + L_{Bragg})$ est de l'ordre de la longueur d'onde, les résonances du Fabry-Pérot sont très éloignées les unes des autres, si bien qu'une seule d'entre elles se trouve dans la « stop-band ». C'est à celle-ci que nous nous référerons désormais lorsque nous parlerons de la résonance de la cavité. Pour cette résonance, les coefficients de réflexion des miroirs sont proches de l'unité et la transmission de la cavité en incidence normale peut alors s'écrire, comme pour un Fabry-Pérot classique :

$$T(\omega) = 1 - R(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_{cav}}\right)^2}$$
(1.31)

où la largeur totale à mi-hauteur du mode de cavité vaut :

$$2\gamma_{cav} = \frac{1 - |r_1 r_2|}{\sqrt{|r_1 r_2|}} \frac{c}{n_c (L_0 + L_{Bragg})}$$
(1.32)

Notons que si l'épaisseur L_c qui sépare les deux miroirs ne vaut plus exactement L_0 (qui est un nombre demi entier de longueurs d'ondes) mais $L_0 + \delta L$, la longueur d'onde de résonance de la cavité pour l'incidence normale se déplace et vaut :

$$\lambda_{cav} = \lambda_0 \left(1 + \frac{\delta L}{L_{Bragg} + L_0}\right) \tag{1.33}$$

Enfin, si l'on n'est plus en incidence normale, pour un angle de propagation *intracavité* donné θ' , il existe une longueur d'onde de résonance $\lambda_{cav,\theta'}$ qui vérifie :

$$\lambda_{cav,\theta'} = \lambda_{cav} \cos(\theta') \tag{1.34}$$

Cela peut se traduire par une relation de dispersion en \mathbf{k}_{\parallel} pour le photon qui s'écrit :

$$E(\mathbf{k}_{\parallel}) = \hbar c \sqrt{\frac{{\mathbf{k}_{\parallel}}^2}{n_c^2} + \frac{\omega_{cav}^2}{c^2}}$$
(1.35)

où ω_{cav} est la fréquence de résonance de la cavité en incidence normale. On notera que celle relation est valable aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de la cavité dans la mesure où \mathbf{k}_{\parallel} est invariant par réfraction. Cette relation de dispersion signifie simplement que lorsque l'on utilise une microcavité sous une incidence θ par rapport à la normale (avec $\sin \theta = n_c \sin \theta'$), la longueur d'onde de résonance de cavité se déplace de façon que la composante k_z du vecteur d'onde intracavité reste quantifiée et vaille toujours :

$$k_z = \frac{2\pi n_c}{\lambda_{cav}} = n_c \frac{\omega_{cav}}{c} \tag{1.36}$$

En fait, c'est toute la courbe de réflectivité qui se déplace avec l'angle d'incidence, si bien que la résonance de la cavité reste toujours centrée au milieu de la « stop-band ». Il peut donc exister des modes que l'on appelle modes de fuite et qui correspondent au fait qu'une même longueur d'onde peut être à la fois celle du mode résonant de la cavité en incidence normale et celle de l'un des modes correspondant aux premiers creux de réflectivité des miroirs de Bragg pour un angle de propagation important par rapport à la normale. L'angle θ'_f à partir duquel apparaissent ces modes de fuite peut être évalué en utilisant (1.25) et vaut :

$$\theta'_f = \arccos\left(\left(1 + \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{n_H - n_B}{n_H + n_B}\right)\right)^{-1}\right) \tag{1.37}$$

La valeur correspondante de \mathbf{k}_{\parallel} s'obtient avec :

$$k_f = \frac{2\pi \ n_c}{\lambda_0} \tan \theta'_f \tag{1.38}$$

Lorsque θ' est plus grand que l'angle de réflexion totale $\theta'_l = 1/n_c$, la lumière ne peut plus sortir de la cavité par les miroirs de Bragg et se propage sous forme de *modes guidés* dans le plan des couches jusqu'au bord de

l'échantillon, par où elle sort. La valeur correspondante du $\mathbf{k}_{\scriptscriptstyle \|}$ vaut :

$$k_l = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{n_c}{\sqrt{n_c^2 - 1}} \tag{1.39}$$

Dans le cas de la microcavité MNC22, on obtient $\theta'_l = 16^\circ$ et $\theta'_f = 18,9^\circ$. Il n'existe donc pas de modes de fuite dans la mesure où les miroirs de Bragg sont très réfléchissant jusqu'à des angles supérieurs à l'angle de réflexion totale.

1.4.2 Puits quantiques en cavité

Si l'on superpose les courbes de dispersion de l'exciton et de la cavité (cf. figure 1.7), on se rend compte que lorsqu'elles peuvent se croiser, elle ne se croisent que pour un unique couple de valeurs de E et de \mathbf{k}_{\parallel} . Cela signifie que si l'on place un puits quantique dans une cavité, seuls les excitons possédant ce \mathbf{k}_{\parallel} précis et cette énergie E peuvent absorber ou émettre de la lumière et ce, uniquement dans le mode du champ électromagnétique qui correspond à ce même \mathbf{k}_{\parallel} et à cette même énergie. Idéalement, on réalise ainsi un couplage entre deux états discrets. En réalité, le mode de cavité possède une largeur finie et la résonance excitonique possède elle aussi une largeur finie correspondant à des dissipations non radiatives.



FIG. 1.7 – Courbes de dispersion de la cavité et des excitons.

Le traitement le plus simple de l'interaction entre le champ électromagnétique et les excitons du puits quantique consiste à décrire la résonance d'absorption excitonique au moyen d'un oscillateur de Lorentz centré sur la fréquence de résonance excitonique $\omega_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel})$. Cela se traduit, en terme de permittivité, par :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{e^2}{m_e} \frac{f_{\epsilon}}{L_{QW}} \frac{1}{(\omega_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel}))^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma_{exc}}$$
(1.40)

où ε_{∞} est la permittivité du milieu, f_{ϵ} la force d'oscillateur par unité de surface (typiquement 50.10¹² cm⁻²), L_{QW} l'épaisseur du puits quantique et γ_{exc} une largeur phénoménologique représentant les processus de dissipation non radiatifs de l'exciton.

Il est alors possible de calculer, pour chaque fréquence ω et pour chaque direction de propagation définie par \mathbf{k}_{\parallel} , les champs réfléchi et transmis par la microcavité. Pour ce faire, on considère la structure comme un empilement de couches diélectriques en incluant pour les puits quantiques des couches dont l'indice, éventuellement complexe, est donné par $n(\omega, \mathbf{k}_{\parallel}) = [\varepsilon(\omega, \mathbf{k}_{\parallel})/\varepsilon_0]^{\frac{1}{2}}$. Il est ensuite aisé de calculer la propagation du champ dans ce milieu stratifié au moyen de la méthode matricielle citée précédemment (et exposée par exemple dans [19]).



FIG. 1.8 – Coefficient de réflexion de la microcavité NMC22 en fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente, en incidence normale et pour un désaccord nul entre les énergies de résonance de la cavité et de l'exciton.

Nous avons reproduit figure 1.8 le résultat d'un tel calcul pour la microcavité *NMC22*, dans le cas d'une excitation en incidence normale et lorsque l'énergie de résonance de la cavité est égale à celle de l'exciton. On observe un dédoublement du pic de résonance appelé dédoublement de Rabi. Par analogie avec un système de deux oscillateurs mécaniques couplés, ce dédoublement peut être interprété comme l'apparition de deux fréquences de résonance séparées en énergie d'une quantité qui correspond à l'énergie échangée entre le mode résonant de la cavité et le « mode » résonant excitonique. Ce dédoublement est caractéristique du régime de couplage fort entre l'exciton et le mode résonant du champ électromagnétique dans la cavité. Il est visible à la fois en réflexion, en transmission et en absorption comme le montre la figure 1.9. La différence de fréquence Ω_R qui sépare les deux pics est appelée fréquence de séparation de Rabi et est reliée à la force d'oscillateur f_{ϵ} par :

$$\Omega_R = \sqrt{\frac{N f_{\epsilon} e^2}{n_c^2 (L_{Bragg} + L_0) m_e \varepsilon_0}}$$
(1.41)

où N est le nombre de puits quantiques dans la cavité, supposés placés aux maxima du champ.



FIG. 1.9 – Réflexion, transmission et absorption de la microcavité NMC22, en incidence normale, à désaccord exciton-cavité nul.

1.5 Régime de couplage fort

1.5.1 Définition du régime de couplage fort

Le régime de couplage fort est le régime idéal de l'interaction matièrerayonnement pour lequel un mode unique du champ est couplé à une transition matérielle unique. Dans la mesure où il existe toujours des phénomènes de dissipation liés au couplage avec l'environnement, si l'on veut parler de couplage d'un mode unique du champ à un mode unique d'un oscillateur matériel, il faut attribuer à chacun de ces modes une largeur en énergie qui représente les dissipations. Le couplage fort d'un système réel est alors caractérisé par le fait que l'énergie échangée est grande devant les largeurs en énergie des modes couplés. Ce régime est non perturbatif et sa caractéristique la plus remarquable est de faire apparaître pour le système couplé, lorsque les deux modes découplés ont la même énergie de résonance, deux énergies de résonance distinctes, séparées d'une quantité égale à l'énergie échangée dans le couplage.

La figure 1.10 montre les résonances en absorption de la microcavité NMC22 pour laquelle on a fait varier artificiellement la force d'oscillateur (proportionnelle au carré de l'énergie mise en jeu dans le couplage). On observe la transition du régime de couple faible (les dissipations sont plus



FIG. 1.10 – Absorption de la microcavité NMC22, en incidence normale, à désaccord exciton-cavité nul, pour différentes valeurs de la force d'oscillateur.

importantes que le couplage, les niveaux d'énergie ne sont pas déplacés et un traitement perturbatif est possible) au régime de couplage fort (le couplage est plus fort que les dissipations, les niveaux d'énergie de résonance sont déplacés et on entre dans un régime non perturbatif).

Nous allons voir qu'un modèle quantique permet une approche plus simple de ce phénomène.

1.5.2 Modèle quantique simple d'oscillateurs couplés

Les propriétés optiques des puits quantiques semi-conducteurs que nous considérons peuvent s'interpréter dans un modèle quantique où les différents modes du champ dans la microcavité et les excitons sont représentés par des ensembles d'oscillateurs harmoniques couplés [7][8][9][10]. Dans ce formalisme, on introduit facilement les termes qui modélisent l'interaction avec les phonons du réseau (cf. §2.2.2) et les termes qui modélisent les non linéarités dues aux interactions entre excitons (cf. §3.5.2). Le hamiltonien construit sur ces principes permet également de calculer la modification des fluctuations quantiques du champ sortant de la microcavité (cf. §3.5.1 et §3.5.2; voir également [29][31]).

Hamiltonien

Nous considérons tout d'abord le couplage radiatif entre un exciton et un mode de cavité de vecteurs d'onde respectifs dans le plan des couches \mathbf{K}_{\parallel} et \mathbf{k}_{\parallel} et d'énergie $E_{exc}(\mathbf{K}_{\parallel})$ et $E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel})$. Ces énergies sont données par les relations de dispersion correspondantes, à savoir pour l'exciton l'expression (1.17) et pour la cavité l'expression (1.35).

A cause de l'invariance par translation du système, les excitons ne peuvent être couplés qu'à des photons de même vecteur d'onde, ce qu'exprime la relation (1.19) de conservation du \mathbf{k}_{\parallel} . Le hamiltonien H décrivant les excitons du puits quantiques interagissant avec les photons des divers modes de cavité possibles se décompose en la somme des hamiltoniens $H_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ décrivant chacun un mode unique du champ dans la cavité déterminé par \mathbf{k}_{\parallel} , en interaction avec les seuls excitons de $\mathbf{K}_{\parallel} = \mathbf{k}_{\parallel}$.
En notant $\hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ l'opérateur décrivant le champ correspondant au mode de cavité déterminé par \mathbf{k}_{\parallel} et $\hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}}$ l'opérateur bosonique représentant les excitons de même \mathbf{K}_{\parallel} , le hamiltonien $H_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ du système constitué du mode de cavité défini par \mathbf{k}_{\parallel} et des excitons qui lui sont couplés s'écrit :

$$H_{\mathbf{k}_{\parallel}} = E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}) \ \hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}} + E_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel}) \ \hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\dagger} \hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \hbar g_{\mathbf{k}_{\parallel}} \ (\hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\dagger} \hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}) \quad (1.42)$$

Le premier terme de ce hamiltonien est l'énergie d'un photon du mode de cavité considéré, multiplié par l'opérateur donnant le nombre de photons dans ce mode; le second terme est le produit de l'énergie d'un exciton de $\mathbf{K}_{\parallel} = \mathbf{k}_{\parallel}$ avec l'opérateur donnant le nombre d'excitons correspondant; le troisième terme est le terme de couplage dipolaire entre excitons et photons où $\hbar g_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ est l'énergie de couplage radiatif et où apparaissent un produit de deux opérateurs correspondant à la création d'un exciton accompagné de l'annihilation d'un photon (terme d'absorption) et un autre produit correspondant à la création d'un exciton (terme d'émission).

Les états propres de ce système sont appelés états polaritons de cavité. La diagonalisation du Hamiltonien donne les énergies $E_+(\mathbf{k}_{\parallel})$ et $E_-(\mathbf{k}_{\parallel})$ de ces polaritons de cavité [26]:

$$E_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}) + E_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel})}{2} \pm \frac{\Delta(\mathbf{k}_{\parallel})}{2}$$
(1.43)

avec:

$$(\Delta(\mathbf{k}_{\parallel}))^2 = \delta_{\mathbf{k}_{\parallel}}^2 + 4\hbar^2 g_{\mathbf{k}_{\parallel}}^2 \tag{1.44}$$

où $\delta_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ est appelé désaccord cavité-exciton et vaut :

$$\delta_{\mathbf{k}_{\parallel}} = E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}) - E_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel}) \tag{1.45}$$

Les opérateurs de polariton de cavité $\hat{p}_{(\pm)\mathbf{k}_{\parallel}}$ correspondants sont des combinaisons linéaires d'opérateurs excitoniques et de cavité :

$$\hat{p}_{(-)\mathbf{k}_{\parallel}} = X_{\mathbf{k}_{\parallel}}\hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}} - C_{\mathbf{k}_{\parallel}}\hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}$$
(1.46)

$$\hat{p}_{(+)\mathbf{k}_{\parallel}} = C_{\mathbf{k}_{\parallel}}\hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}} + X_{\mathbf{k}_{\parallel}}\hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}$$
(1.47)



FIG. 1.11 – Anticroisement des énergies des états polaritons et largeurs des résonances en fonction de l'énergie de résonance de la cavité.

où $X_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ et $C_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ sont les coefficients de Hopfield :

$$X_{\mathbf{k}_{\parallel}} = \frac{\delta_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \Delta_{\mathbf{k}_{\parallel}}}{\sqrt{2\Delta_{\mathbf{k}_{\parallel}}(\delta_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \Delta_{\mathbf{k}_{\parallel}})}}$$
(1.48)

$$C_{\mathbf{k}_{\parallel}} = \frac{2 \hbar g_{\mathbf{k}_{\parallel}}}{\sqrt{2\Delta_{\mathbf{k}_{\parallel}}(\delta_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \Delta_{\mathbf{k}_{\parallel}})}}$$
(1.49)

En fait, si l'on prend en compte les phénomènes de relaxation, le champ dans la cavité et l'exciton acquièrent des durées de vie finies $1/\gamma_{cav}$ et $1/\gamma_{exc}$. On peut les modéliser en introduisant pour la cavité et l'exciton les énergies complexes, $E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}) - i\hbar\gamma_{cav}$ et $E_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel}) - i\hbar\gamma_{exc}$. On obtient alors des énergies propres complexes dont la partie réelle donne l'énergie des polaritons et la partie imaginaire permet d'obtenir les taux de relaxation des polaritons :

$$\underline{E}_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}) + E_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel})}{2} - i\hbar \frac{\gamma_{cav} + \gamma_{exc}}{2} \pm \frac{\underline{\Delta}(\mathbf{k}_{\parallel})}{2}$$
(1.50)

avec:

$$(\underline{\Delta}(\mathbf{k}_{\parallel}))^{2} = (\delta_{\mathbf{k}_{\parallel}} - i\hbar(\gamma_{cav} - \gamma_{exc}))^{2} + 4\hbar^{2}g_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{2}$$
(1.51)

À désaccord nul entre l'exciton et la cavité, c'est à dire lorsque $\delta_{{\bf k}_{\parallel}}=0,$ on obtient :

$$\underline{E}_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel}) - i\hbar \frac{\gamma_{cav} + \gamma_{exc}}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{4g_{\mathbf{k}_{\parallel}}^2 - (\gamma_{cav} - \gamma_{exc})^2} \qquad (1.52)$$

On voit que l'existence de deux valeurs propres distinctes pour les deux polaritons dépend des valeurs relatives de $g_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ et $|\gamma_{cav} - \gamma_{exc}|$. Si la constante de couplage $g_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ est inférieure à la différence des constantes de relaxation, les deux valeurs propres de l'énergie ont même valeur réelle et la dégénérescence entre exciton et cavité n'est pas levée. On est en régime de couplage faible. Si la constante de couplage est supérieure à la différence des constantes de relaxation, on a deux valeurs propres de l'énergie dont les parties réelles sont différentes. Leur différence, appelée séparation de Rabi du vide, vaut :

$$\hbar\Omega_R = \hbar\sqrt{4g_{\mathbf{k}_{\parallel}}^2 - (\gamma_{cav} - \gamma_{exc})^2} \tag{1.53}$$

Les niveaux d'énergie présentent un anticroisement caractéristique du régime de couplage fort. Les énergies des deux polaritons pour $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ en fonction de $E_{cav} = E_{cav}(\mathbf{0})$ et pour E_{exc} fixé sont représentées sur la figure 1.11.



FIG. 1.12 – Courbes de dispersion des polaritons pour divers désaccords δ entre les énergies de résonance de la cavité et de l'exciton.

En utilisant la relation (1.43), on peut tracer la relation de dispersion des polaritons de cavité dans le cas du couplage fort. La figure 1.12 montre cette relation de dispersion pour trois valeurs de $\delta_{\mathbf{0}} = (E_{cav} - E_{exc})$. Lorsque $\delta_{\mathbf{0}} = 0$ (figure 1.12.a), un anticroisement entre les courbes de dispersion de la cavité et de l'exciton se produit pour $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$. Lorsque $\delta_{\mathbf{0}} < 0$ (figure 1.12.b), l'anticroisement se produit pour $|\mathbf{k}_{\parallel}| > 0$. Pour $\delta_{\mathbf{0}} > 0$ (figure 1.12.c), la séparation entre les courbes de dispersion de la cavité et de l'exciton est augmentée. Notons que pour $\delta_{\mathbf{0}} = 0$, au voisinage de $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$, les deux branches de polariton ont sensiblement la même courbure en \mathbf{k}_{\parallel} . En effet, la relation de dispersion de la cavité (1.35) s'écrit dans ce cas :

$$E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_{cav} + \frac{\hbar^2 c^2 {\mathbf{k}_{\parallel}}^2}{2n_c^2 E_{cav}} + o^4(\mathbf{k}_{\parallel})$$
(1.54)

et lorsque $\delta_0 = 0$, on obtient, si l'on néglige dans cette région l'énergie cinétique de l'exciton qui varie beaucoup moins vite que $E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel})$:

$$E_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_{exc} \pm \hbar g_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2M_{pol}} + o^4(\mathbf{k}_{\parallel}) \quad \text{avec} \quad M_{pol} = n_c \frac{\hbar k_r}{c} \qquad (1.55)$$

Les deux polaritons ont la même masse effective très faible, reliée à la dispersion de la cavité.

Comme nous l'avons indiqué au §1.4.1, la lumière émise à des angles intracavités supérieurs à θ'_l ne peut sortir par les miroirs de Bragg, ce qui limite les valeurs de $|\mathbf{k}_{\parallel}|$ pour lesquelles on peut observer le couplage fort à $k_l \simeq 7,8.10^4 cm^{-1}$. De plus au-delà de la valeur $k_r = n_c E_{exc}/\hbar c$ ($k_r \simeq 2,7.10^5 cm^{-1}$), les excitons ne sont plus couplés à la lumière. Les valeurs k_l et k_r ont été reportées sur la figure 1.12.c.

Équations d'évolution de Heisenberg-Langevin

À partir du hamiltonien (1.42), on peut écrire les équations d'évolution des opérateurs de champ dans la cavité et d'exciton. Nous supposons tout d'abord que la cavité est irradiée par un champ laser cohérent de fréquence ω_L et de direction de propagation normale à la microcavité ($\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$). Nous utiliserons ici la représentation dans le référentiel tournant et nous introduisons pour cela les deux opérateurs lentement variables $\hat{a}(t)$ et $\hat{b}(t)$ qui se déduisent des opérateurs $\hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}(t)$ et $\hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}}(t)$ pour $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ au moyen de :

$$\hat{a}(t) = \hat{a}_{\mathbf{0}}(t)e^{i\omega_L t} \quad \text{et} \quad \hat{b}(t) = \hat{b}_{\mathbf{0}}(t)e^{i\omega_L t} \tag{1.56}$$

Un des miroirs de la cavité est supposé parfaitement réfléchissant, tandis que l'autre, qui est le miroir d'entrée-sortie, présente une transmission non nulle. Lorsque le coefficient de réflexion en amplitude r de ce miroir est très proche de 1, comme nous le supposerons dans la suite, on pose $\gamma_a = 1 - r$, si bien que $\gamma_a \ll 1$. Cette quantité s'interprète comme le taux de décroissance du champ dans la cavité pendant le temps correspondant à un aller-retour de la lumière dans la cavité. Comme $\gamma_a \ll 1$, le coefficient de transmission en amplitude t est faible et peut s'écrire sous la forme :

$$t = \sqrt{2\gamma_a} \tag{1.57}$$

La quantité γ_a est égale à la largeur de résonance de cavité γ_{cav} normalisée au temps d'aller-retour dans la cavité $\tau_c = 2n_c(L_{Bragg} + L_0)/c$. En utilisant (1.32) et le fait que $\gamma_a \ll 1$, on obtient en effet :

$$\gamma_a = \gamma_{cav} \ \tau_c \tag{1.58}$$

Tenant compte des phénomènes de relaxation de l'exciton et du champ dans la cavité et en utilisant le formalisme d'entrée-sortie [37], les équations d'évolution pour les enveloppes lentement variables $\hat{a}(t)$ et $\hat{b}(t)$ s'écrivent [29] :

$$\frac{d\hat{a}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_a + i\delta_a) \ \hat{a}(\tau) - ig\hat{b}(\tau) + \sqrt{2\gamma_a} \ \hat{a}^{in}(\tau)$$
(1.59)

$$\frac{d\hat{b}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_b + i\delta_b) \ \hat{b}(\tau) - ig\hat{a}(\tau) + \sqrt{2\gamma_b} \ \hat{b}^{in}(\tau) \tag{1.60}$$

où τ est un temps sans dimension normalisé au temps d'aller-retour τ_c dans la cavité, γ_b est le taux de relaxation de l'exciton normalisé à $1/\tau_c$, $\gamma_b = \gamma_{exc}\tau_c$. Les désaccords de la cavité et de l'exciton par rapport au laser, normalisés à $1/\tau_c$ sont définis par $\delta_a = (\omega_{cav} - \omega_L)\tau_c$ et $\delta_b = (\omega_{exc} - \omega_L)\tau_c$, avec $\omega_{cav} = E_{cav}(\mathbf{0})/\hbar$ et $\omega_{exc} = E_{exc}(\mathbf{0})/\hbar$. La constante de couplage entre exciton et photon g est également normalisée à $1/\tau_c$, $g = g_0\tau_c$. Le champ \hat{a}^{in} est le champ laser cohérent incident sur la microcavité, qui peut être considéré comme un champ classique avec des fluctuations quantiques égales aux fluctuations du vide.

La relaxation des excitons est principalement due, à basse température et à faible nombre d'excitons, aux interactions exciton-phonon et aux interactions avec les impuretés et les défauts du réseau. Ce dernier processus ne joue un rôle qui si la densité d'excitons est suffisante. Nous le traiterons plus en détail au chapitre suivant. La recombinaison radiative électron-trou est complètement prise en compte par le terme de couplage proportionnel à g et ne contribue pas à la relaxation dans ce modèle. À la relaxation sont associées des fluctuations, représentées par le terme $\sqrt{2\gamma_b} \hat{b}^{in}(\tau)$, qui est un terme source pour les excitons, de valeur moyenne nulle. Ces fluctuations sont au moins égales aux fluctuations de point zéro de l'oscillateur harmonique. Nous étudierons plus précisément le terme de fluctuations dans la suite.

Le champ sortant $\hat{a}^{out}(\tau)$ est relié au champ entrant par :

$$\hat{a}^{out}(\tau) = \sqrt{2\gamma_a} \,\hat{a}(\tau) - \hat{a}^{in}(\tau) \tag{1.61}$$

Cette équation indique que le champ sortant est la somme du champ venant de l'intérieur de la microcavité transmis par le miroir de couplage et du champ incident réfléchi par le miroir de couplage (le coefficient de réflexion du miroir a été remplacé par 1 dans cette équation)

Calcul des champs moyens

Pour étudier les valeurs moyennes classiques stationnaires du champ et de l'exciton dans la cavité et du champ réfléchi, nous réécrivons les équations (1.59,1.60) pour les valeurs classiques du champ, et nous cherchons leur solution en régime stationnaire en l'absence de termes fluctuants :

$$(\gamma_a + i\delta_a)a + igb = \sqrt{2\gamma_a} a^{in} \tag{1.62}$$

$$(\gamma_b + i\delta_b)b + iga = 0 \tag{1.63}$$

Les intensités $I_a = |a|^2$ et $I_b = |b|^2$ ont des expressions analytiques simples :

$$\frac{I_a}{I^{in}} = \frac{2\gamma_a(\gamma_b^2 + \delta_b^2)}{(g^2 + \gamma_a\gamma_b - \delta_a\delta_b)^2 + (\gamma_a\delta_b + \gamma_b\delta_a)^2}$$
(1.64)

$$\frac{I_b}{I^{in}} = \frac{2\gamma_a g^2}{(g^2 + \gamma_a \gamma_b - \delta_a \delta_b)^2 + (\gamma_a \delta_b + \gamma_b \delta_a)^2}$$
(1.65)

où $I^{in} = |a^{in}|^2$ est l'intensité du champ entrant. La valeur moyenne du champ réfléchi est reliée à celles du champ incident et du champ intracavité par :

$$a^{out} = \sqrt{2\gamma_a} a - a^{in} \tag{1.66}$$

On en déduit que l'intensité $I^{out} = |a^{out}|^2$ du champ réfléchi vérifie :

$$\frac{I^{out}}{I^{in}} = \frac{(g^2 - \gamma_a \gamma_b - \delta_a \delta_b)^2 + (\gamma_a \delta_b - \gamma_b \delta_a)^2}{(g^2 + \gamma_a \gamma_b - \delta_a \delta_b)^2 + (\gamma_a \delta_b + \gamma_b \delta_a)^2}$$
(1.67)

Cette dernière expression nous permet de calculer le coefficient de réflexion R et d'en déduire l'absorption A = 1 - R de la microcavité. On trouve que l'absorption est proportionnelle à l'intensité du champ b:

$$\frac{I_b}{I^{in}} = \frac{A}{2\gamma_b} \tag{1.68}$$

Ainsi, le spectre d'absorption en fonction de la fréquence du laser donne accès au nombre d'excitons dans la microcavité. Quand le désaccord entre l'exciton et la cavité est nul ($\delta_a = \delta_b$), on retrouve que la dégénérescence est levée dans le régime de couplage fort. Les intensités intracavité et absorbées présentent alors deux pics symétriques quand on balaye la fréquence du laser. La figure 1.13 représente les spectres du champ intracavité et du champ absorbé.



FIG. 1.13 – Intensité intracavité et intensité absorbée, à désaccord nul, en fonction de la fréquence d'excitation. Paramètres pour la microcavité NMC22 à $77K: \omega_{cav} = \omega_{exc} = 1477,5 meV, \gamma_{cav} = 0,24 meV, \gamma_{exc} = 1,4 meV$ et g = 2,2 meV.

La différence d'énergie entre les deux pics donne la séparation de Rabi du vide pour le champ intracavité ΔE_{I_a} et pour l'absorption ΔE_A :

$$\Delta E_{I_a} = 2\hbar \sqrt{g\sqrt{g^2 + 2\gamma_b(\gamma_a + \gamma_b)}} - \gamma_b^2 \tag{1.69}$$

$$\Delta E_A = 2\hbar \sqrt{g^2 - \frac{\gamma_a^2 + \gamma_b^2}{2}} \tag{1.70}$$

Notons que ces expressions sont différentes entre elles et différentes de l'expression (1.53), obtenue par diagonalisation du Hamiltonien [23][31].

Cas d'une cavité à deux miroirs transmetteurs

Lorsque la cavité présente deux miroirs de transmission non nulle au lieu d'un seul, les expressions précédentes ne sont plus valables. Comme le système réel que nous étudions comporte deux miroirs de réflectivité proche, nous montrons ici comment le modèle précédent doit être modifié pour en tenir compte. Nous considérerons le cas où le champ excitateur entre d'un coté, et nous allons calculer le champ réfléchi et le champ transmis par le système. Nous supposons que les deux miroirs ont des coefficients de réflexion caractérisés par γ_1 pour le miroir avant (par lequel entre le champ directeur) et par γ_2 pour le miroir arrière. En posant $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma_a$, les équations pour les champs moyens s'écrivent :

$$(\gamma_a + i\delta_a)a + igb = \sqrt{2\gamma_1}a^{in} \tag{1.71}$$

$$(\gamma_b + i\delta_b)b + iga = 0 \tag{1.72}$$

Les intensités $I_a = |a|^2$ et $I_b = |b|^2$ à l'intérieur de la cavité s'écrivent maintenant :

$$\frac{I_a}{I^{in}} = \frac{2\gamma_1(\gamma_b^2 + \delta_b^2)}{(g^2 + \gamma_a\gamma_b - \delta_a\delta_b)^2 + (\gamma_a\delta_b + \gamma_b\delta_a)^2}$$
(1.73)

$$\frac{I_b}{I^{in}} = \frac{2\gamma_1 g^2}{(g^2 + \gamma_a \gamma_b - \delta_a \delta_b)^2 + (\gamma_a \delta_b + \gamma_b \delta_a)^2}$$
(1.74)

où $I^{in} = |a^{in}|^2$ est l'intensité du champ entrant. L'amplitude a_1^{out} du champ réfléchi par la cavité est :

$$a_1^{out} = \sqrt{2\gamma_1}a - a^{in} \tag{1.75}$$

ce qui donne pour l'intensité du champ réfléchi $I_1^{out} = |a_1^{out}|^2$:

$$R = \frac{I_1^{out}}{I^{in}} = \frac{(g^2 - (\gamma_1 - \gamma_2)\gamma_b - \delta_a \delta_b)^2 + ((\gamma_1 - \gamma_2)\delta_b - \gamma_b \delta_a)^2}{(g^2 + \gamma_a \gamma_b - \delta_a \delta_b)^2 + (\gamma_a \delta_b + \gamma_b \delta_a)^2}$$
(1.76)

L'amplitude a_2^{out} du champ transmis est quant à elle simplement proportionnelle au champ intracavité :

$$a_2^{out} = \sqrt{2\gamma_2}a \tag{1.77}$$

L'intensité $I_2^{out} = |a_2^{out}|^2$ du champ transmis vérifie :

$$T = \frac{I_2^{out}}{I^{in}} = \frac{4\gamma_1\gamma_2\left(\gamma_b^2 + \delta_b^2\right)}{\left(g^2 + \gamma_a\gamma_b - \delta_a\delta_b\right)^2 + \left(\gamma_a\delta_b + \gamma_b\delta_a\right)^2}$$
(1.78)

L'absorption vaut maintenant A = 1 - R - T. On trouve que la relation (1.68) qui traduit la conservation de l'énergie est encore valable:

$$A = 2\gamma_b \frac{I_b}{I_{in}} = \frac{4\gamma_1 \gamma_b g^2}{(g^2 + \gamma_a \gamma_b - \delta_a \delta_b)^2 + (\gamma_a \delta_b + \delta_a \gamma_b)^2}$$
(1.79)

La séparation de Rabi du vide pour les champs intracavités et pour l'absorption s'expriment comme dans le cas de la cavité à un seul miroir de couplage. Les expressions (1.70) et (1.69) restent donc valables. L'expression des intensités intracavités sont très semblables dans le cas à un miroir de sortie et dans le cas à deux miroirs de sortie : il suffit de remplacer au numérateur γ_a par γ_1 pour passer du premier au second cas.

Remarquons que le bruit quantique s'exprime différemment dans des cavités à un et deux miroirs de couplage. On doit en effet considérer une source de bruit supplémentaire, qui est le bruit du vide qui entre dans la cavité par le miroir arrière.

1.6 Mise en évidence expérimentale du couplage fort

La mise en évidence expérimentale du régime de couplage fort se fait par des études de réflectivité. Sa caractéristique essentielle est l'apparition, lorsque les énergies de résonance de la cavité et de l'exciton sont égales, du dédoublement de Rabi qui donne lieu à deux fréquences propres séparées en énergie de $\hbar \Omega_R$. Ce dédoublement a pour conséquence, lorsqu'il est suffisamment important, l'apparition de deux pics de résonance sur les spectres d'absorption, de réflexion et de transmission (cf. figure 1.9). Les valeurs respectives ΔE_A , ΔE_R et ΔE_T de ces séparations exprimées en énergie ne sont pas nécessairement égales. En revanche, les inégalité suivantes sont généralement vérifiés dans les dispositifs expérimentaux [21] :

$$\Delta E_A \leqslant \Delta E_R \leqslant \Delta E_T \quad \text{et} \quad \Delta E_A \leqslant \hbar \,\Omega_R \tag{1.80}$$

Donc, seule la mesure d'absorption donne l'assurance que l'on est sans ambiguïté dans le régime de couplage fort. Néanmoins, dans la mesure où la transmission de nos échantillon reste faible devant l'absorption, le dédoublement en réflexion est suffisant puisque l'on a alors $R = 1 - A - T \approx 1 - A$.

Plus encore que le dédoublement de Rabi observé en réflexion, l'anticroisement des pics d'absorption lorsque l'on fait varier la différence entre l'énergie de l'exciton et l'énergie de résonance de la cavité met en évidence les effets du régime de couplage fort. Nous allons voir comment il est possible d'effectuer de telles mesures sur les microcavités à puits quantiques.

1.6.1 Gradient d'épaisseur des microcavités

Les microcavités à puits quantiques sont construites volontairement de manière à présenter un gradient d'épaisseur entre les deux miroirs de Bragg. Ce gradient est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer localement la cavité comme un Fabry-Pérot à miroirs parallèles. Typiquement, l'épaisseur optique de la cavité varie de quelques nanomètres lorsque l'on se déplace d'un millimètre dans le plan (xOy). Si l'on utilise pour effectuer nos mesures de réflectivité un spot lumineux de diamètre ϕ suffisamment faible, il devient simple de faire varier continuement l'épaisseur de la cavité : en déplaçant le spot lumineux sur la surface de l'échantillon, on fait varier continuement l'épaisseur optique de la cavité et donc la longueur d'onde de résonance de la cavité.

Supposons l'axe (Ox) orienté suivant la ligne de plus grande pente sur la surface de l'échantillon et prenons comme origine le point pour lequel l'épaisseur de l'espaceur vaut exactement L_0 $(n_c L_0 = 3\lambda_0/2 \text{ pour l'échantillon} NMC22)$. Soit α l'angle entre les deux miroirs dans le plan (xOz). La longueur d'onde de résonance de cavité s'écrit alors, d'après (1.33) et en supposant α suffisamment faible :

$$\lambda_{cav}(x) = \lambda_0 \left(1 + \frac{x \,\alpha}{L_{Bragg} + L_0} \right) \tag{1.81}$$

Pour la microcavité NMC22 avec laquelle nous avons essentiellement travaillé, l'angle α (déduit des mesures de réflectivité) vaut environ 5,2.10⁻⁶ rd et $\lambda_0/(L_{Bragg} + L_0) \approx 0.87$. Avec cet ordre de grandeur, on voit clairement que des déplacements de l'ordre du millimètre suivant (Ox) correspondent à des variations de la longueur d'onde de résonance de l'ordre du pourcent. On a donc, pour des déplacements de l'ordre du millimètre :

$$\frac{\mathrm{d}\omega_{cav}}{\mathrm{d}x} = -\frac{2\pi c}{\lambda_0^2} \frac{\mathrm{d}\lambda_{cav}}{\mathrm{d}x} = -\omega_0 \frac{\alpha}{L_{Bragg} + L_0} \tag{1.82}$$

et donc:

$$\omega_{cav}(x) = \omega_0 \left(1 - \frac{x \, \alpha}{L_{Bragg} + L_0} \right) \tag{1.83}$$

Les microcavités étant conçues de manière à avoir $\omega_0 = \omega_{exc}$, le désaccord δ entre les fréquences de la cavité et de l'exciton varie linéairement avec la position du spot lumineux sur l'échantillon :

$$\delta = \omega_{cav} - \omega_{exc} = \frac{\mathrm{d}\omega_{cav}}{\mathrm{d}x} x \tag{1.84}$$

La taille du spot doit être choisie avec soin. En effet, sa dimension finie ϕ donne une imprécision sur la fréquence de résonance de la cavité qui vaut :

$$\delta\omega = \frac{\phi\,\alpha}{L_{Bragg} + L_0}\omega_0\tag{1.85}$$

Cette quantité doit être comparée à la largeur de la résonance de cavité $2\gamma_{cav}$ devant laquelle elle doit être petite ou, au plus, du même ordre de grandeur. En utilisant l'expression (1.32) et en considérant que les coefficients de réflexion des miroirs de Bragg sont proches de l'unité, on obtient :

$$\frac{\delta\omega}{2\gamma_{cav}} = \phi \,\frac{\alpha}{1-R} \,\frac{2\pi n_c}{\lambda_0} \qquad \text{avec} \qquad R = |r_1 r_2| \tag{1.86}$$

Pour la microcavité *NMC22*, on obtient $\delta \omega = 2\gamma_{cav}$ pour $\phi = 60 \mu \text{m}$.

De la même façon, il existe une condition sur l'ouverture du faisceau qui est focalisé sur le diamètre ϕ . Il faut en effet un faisceau correspondant à une direction donnée et de faible ouverture pour n'exciter qu'un seul mode de polariton en \mathbf{k}_{\parallel} dans la mesure où la donnée d'un \mathbf{k}_{\parallel} et d'une fréquence incidente définissent un angle d'incidence unique. Nous nous sommes intéressé essentiellement aux polaritons de $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ qui correspondent à l'incidence normale. Dans ces conditions, si l'on note θ l'angle d'ouverture du faisceau par rapport à la normale, le rapport de l'imprécision en fréquence $\delta\omega_{\theta}$ qui en résulte avec la largeur de résonance de cavité vaut, pour des angles faibles :

$$\frac{\delta\omega_{\theta}}{2\gamma_{cav}} = \theta^2 \, \frac{2\pi}{n_c \, (1-R)} \frac{\lambda_0}{L_{Bragg} + L_0} \tag{1.87}$$

On obtient, pour notre cavité, la situation limite $\delta \omega_{\theta}/2\gamma_{cav} = 1$ pour un angle de 3,67°.

Pour finir, signalons qu'il existe un autre moyen de faire varier le désaccord entre les énergies de résonance de l'exciton et de la cavité : au lieu de faire varier l'énergie de résonance de la cavité en déplaçant le spot lumineux servant à la mesure, il est possible de modifier la température à laquelle se trouve l'échantillon. Cela a pour effet de modifier l'énergie de résonance de l'exciton et de faire ainsi varier le désaccord. Cette méthode n'a pas été retenue pour deux raisons essentielles : d'une part, nous ne disposions pas d'un cryostat permettant un contrôle précis de la température ; d'autre part, la modification de la température a des effets importants sur les différents mécanismes de relaxation non radiatifs de l'exciton et il devient très vite très difficile d'en séparer les contributions.

Déplacer un spot lumineux sur la surface de l'échantillon présente cependant aussi des inconvénients. En voici les plus importants : des irrégularités de surface peuvent gêner la mesure; il est difficile d'être certain d'exciter le même point de l'échantillon d'une fois sur l'autre; le gradient d'épaisseur n'est pas uniforme sur toute la surface de l'échantillon (en fait, les lignes d'égale épaisseur sont des cercles); les variations d'épaisseur de l'espaceur s'accompagnent de variations d'épaisseur des puits quantiques, ce qui entraîne une légère variation de l'énergie excitonique.

1.6.2 Réflectivité en lumière blanche

Les premières études de réflectivité que nous avons effectuées ont été faites au moyen d'une source de lumière à spectre large — c'est pourquoi on parle de réflectivité en *lumière blanche* — et d'un spectromètre. La méthode est la suivante : à l'aide d'une diode électroluminescente (LED) dont le spectre couvre une large plage de longueurs d'ondes incluse dans la « stop-band » des miroirs de Bragg, nous éclairons en incidence normale (avec un faisceau d'ouverture angulaire de l'ordre de $3,8^{\circ}$) une zone de l'ordre de 80μ m de diamètre. Ces valeurs sont légèrement supérieures aux valeurs limites estimées plus haut, mais permettent néanmoins d'effectuer des mesures acceptables. La lumière réfléchie est ensuite analysée spectralement grâce au spectromètre et ramenée au spectre de la LED.

Ce dispositif, représenté figure 1.14, permet d'obtenir directement des spectres du coefficient de réflexion de la microcavité en fonction de la longueur d'onde en différents points de l'échantillon.

Ces mesures ont été effectuées à la température de l'azote liquide en plaçant l'échantillon dans un cryostat à doigt froid fabriqué au laboratoire.



FIG. 1.14 – Schéma du montage d'étude de réflectivité en lumière blanche.

Le doigt froid est maintenu à basse température par contact avec un petit réservoir d'azote liquide assurant une autonomie d'une vingtaine de minutes à une température inférieure à 100K. Ce cryostat dispose de deux fenêtres, permettant ainsi des mesures en réflexion et en transmission. Il est monté sur un support comportant trois platines de translation fine suivant les 3 axes (Ox), (Oy) et (Oz). Les deux premières servent à déplacer le spot lumineux sur la surface de l'échantillon en déplaçant l'échantillon parallèlement au plan des couches; la troisième sert à ajuster la focalisation sur la surface de l'échantillon.

Du fait de la faible étendue géométrique du faisceau de lumière servant à la mesure et de la nature peu puissante de la source, le signal obtenu au niveau de la fente de sortie du spectromètre, mesuré au moyen d'un photomultiplicateur, présentait un faible signal sur bruit. Nous avons donc ajouté un système de détection synchrone constitué d'un hacheur (une roue dentée coupant le faisceau de mesure à une fréquence d'environ 500 Hz) et d'un appareil de détection synchrone commercial de marque EG&G, réglé sur la fréquence du hacheur et amplifiant le signal détecté à cette fréquence par le



FIG. 1.15 – Spectres de réflectivité et courbe d'anticroisement en réflexion obtenus en lumière blanche en incidence normale, pour l'échantillon NMC22 à 77K.

photomultiplicateur. Cela nous a permis d'obtenir des spectres de réflectivité présentant un bon rapport signal à bruit, mais cela n'a pas été suffisant pour détecter la lumière transmise par l'échantillon aux fréquences de résonance des polaritons.

Nous avons reproduit quelques uns des spectres obtenus sur la gauche de la figure 1.15 pour différentes positions du spot sur la microcavité *NMC22*. En repérant les longueurs d'ondes correspondant aux minima des creux de réflectivité et en les reportant sur un graphique en fonction de la position sur l'échantillon, nous avons pu construire la courbe d'anticroisement en réflexion représentée dans la partie droite de la figure 1.15. Les deux courbes continues superposées aux mesures de position des pics sont deux hyperboles ajustées par une méthodes des moindres carrés. Leurs deux asymptotes donnent en chaque point les énergies de résonance de l'exciton et de la cavité découplés. On remarque en particulier que la longueur d'onde d'émission du puits quantique λ_{exc} varie légèrement avec la position, ce qui est dû au fait que le puits quantique lui-même possède un gradient d'épaisseur.

On déduit des courbes d'anticroisement les coefficients de variation des

longueurs d'onde d'émission du puits et de résonance de la cavité avec de la position du spot :

$$\frac{\mathrm{d}\lambda_{exc}}{\mathrm{d}x} = 0.35 \text{ nm/mm} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}\lambda_{cav}}{\mathrm{d}x} = 4.5 \text{ nm/mm} \tag{1.88}$$

On obtient également la position sur l'échantillon à laquelle l'énergie de l'exciton et celle de la cavité sont égale, ainsi que la valeur de cette énergie E_0 , qui correspond ici à $\lambda_0 = 840,1$ nm. C'est en ce point que le couplage produit l'éffet le plus important. La mesure, en ce point, de l'écart en énergie ΔE_R entre les deux résonances donne un ordre de grandeur de la séparation de Rabi Ω_R qui caractérise le couplage. Ici, on obtient :

$$\hbar\Omega_R \gtrsim \Delta E_R \approx 4.3 \text{ meV} \tag{1.89}$$

Pour remonter à la valeur de la constante de couplage g utilisée dans le modèle quantique, il faut une estimation de la largeur de la résonance de cavité γ_{cav} et de la largeur non radiative de l'exciton γ_{exc} . Il faut pour cela se reporter aux spectres de réflectivité. Lorsque le désaccord entre les énergies de cavité et d'exciton est important, les largeurs de raie deviennent proches de celles du système exciton-photon découplé (voir figure 1.11). À la température de l'azote liquide, $\gamma_{exc} > \gamma_{cav}$. Les largeurs les plus grandes donnent un ordre de grandeur de $2\gamma_{exc}$; les plus étroites donnent $2\gamma_{cav}$. Cela est limité par la résolution du système de mesure qui était dans notre cas de l'ordre de 0,5 nm. Nous avons obtenu ainsi :

$$\gamma_{exc} \approx 1.4 \text{ meV} \text{ et } 0.24 \leqslant \gamma_{cav} \leqslant 0.45 \text{ meV}$$
 (1.90)

où la borne inférieure de l'inégalité est donné par (1.32). On en déduit, avec (1.70) et en considérant que $A \approx 1 - R$, la valeur de la constante de couplage g:

$$g \approx 2.3 \text{ meV}$$
 (1.91)

Il faut remarquer que la valeur de g est assez peu sensible à l'erreur sur γ_{cav} puisque c'est la largeur excitonique qui domine nettement ici.

1.6.3 Mise en évidence de l'anticroisement en photoluminescence à 77 K

Au lieu d'étudier la réflectivité, il est possible d'étudier la photoluminescence non résonante pour faire apparaître l'anticroisement. Si l'on excite le puits quantique suffisamment haut en énergie, on forme des paires électrontrou qui s'apparient et relaxent non radiativement vers l'état excitonique de plus basse énergie du puits quantique. Les excitons ainsi créés peuplent tous les états de \mathbf{k}_{\parallel} dont la plupart sont non radiatifs (typiquement la zone radiative représente moins de 10% de l'ensemble des états excités). En interagissant avec des phonons du cristal, ils relaxent non radiativement vers les basses énergies de manière très rapide jusqu'à la zone de couplage fort. Dans cette région, à cause de la courbure plus importante de la branche de basse énergie et de la distance en énergie de la branche haute, les phénomènes de diffusions par les phonons qui amènent les excitons jusqu'à la zone de \mathbf{k}_{\parallel} nul sont moins rapides que les processus qui précèdent, ce qui engendre un effet de goulot d'étranglement. Les excitons de la zone de goulot d'étranglement qui sont diffusés vers les états polaritons de faible \mathbf{k}_{\parallel} se désexcitent radiativement en émettant de la photoluminescence. Ce processus, schématisé figure 1.16 produit des excitons dans la cavité avant qu'il n'y ait de photon. L'émission se produit néanmoins aux énergie propres de états polaritons, c'est pourquoi on parle parfois de dédoublement de Rabi du vide, où le mot « vide » fait référence à l'absence de photon.



FIG. 1.16 – Processus de luminescence non résonante, d'après Savona [20].

Si l'on reprend l'image des oscillateurs couplés, la mise en évidence du régime de couplage fort par des expériences de réflectivité correspond à l'apparition de deux fréquences de résonance lorsque l'on excite le premier des deux oscillateurs (en l'occurence le mode photon) et la mise en évidence de ce régime par des expériences de photoluminescence non résonante correspond à l'apparition de ces deux mêmes fréquences lorsque l'on excite le second des deux oscillateurs (en l'occurence le mode exciton).



FIG. 1.17 – Montage d'étude de la luminescence résonante, superposé au montage d'étude en lumière blanche.

Pratiquement, on utilise une diode laser émettant autour de 780 nm pour créer des paires électron-trou libres dans le continuum. Cette longueur d'onde correspond au premier creux de réflectivité des miroirs de Bragg hors de la « stop-band ». On peut alors collecter la lumière émise depuis le point que l'on excite sur l'échantillon dans un angle solide suffisamment petit pour être sûr de n'observer que des polaritons de \mathbf{k}_{\parallel} nul et analyser cette lumière avec le spectromètre. Nous avons, pour visualiser cette luminescence, installé à la place de l'une des deux fentes de sortie de notre spectromètre une barrette CCD qui permet de visualiser directement le spectre de luminescence sur une plage de 10 nm. Pour couper toute lumière résiduelle provenant du laser, on prend soin de placer avant le spectromètre un filtre interférentiel d'une douzaine de nanomètres de large et centré sur l'énergie de résonance de l'exciton. Nous avons représenté figure 1.17 le montage expérimental utilisé, qui vient

s'ajouter au montage de réflectivité en lumière blanche de manière à pouvoir passer de l'un à l'autre en excitant le même point de l'échantillon.

Les processus de luminescence non résonante à 77K sont très complexes et nous nous sommes surtout concentrés, comme on le verra dans la suite, sur l'étude de la luminescence résonante à 4K. Nous nous limiterons donc ici à reproduire quelques résultats de mesure à 77K. Nous avons mesuré, sur une zone de quelques millimètres carrés sur l'échantillon, les spectres de luminescence obtenus. Cela nous a permis d'en tirer une courbe d'anticroisement en luminescence, ainsi qu'un graphe représentant les largeurs des raies de luminescence en fonction de la distance au point de désaccord exciton-cavité nul sur l'échantillon. Un graphe donnant la hauteur des raies vient compléter ces mesures. Ces courbes sont reproduites figure 1.18. La figure 1.19 reprend une partie des spectres de luminescence qui ont servi à établir les courbes précédentes sous la forme d'un graphique en trois dimensions donnant l'intensité de luminescence en fonction de la longueur d'onde d'émission et en fonction du désaccord exciton-cavité.

On constate tout d'abord que les deux pics de luminescence s'anticroisent, mais la séparation en énergie est plus faible que celle obtenue en réflectivité puisque l'on trouve ici $\Delta E_L = 3,6$ meV. On constate également que la séparation minimale entre les deux branches (x = 0) ne correspond pas à deux pics symétriques, ni en largeur ni en hauteur.

En ce qui concerne les largeurs, on retrouve sur la branche de plus basse énergie (qui est ici au-dessus de l'autre parce que les courbes sont tracées en unités de longueur d'onde) une largeur qui tend vers la largeur de cavité lorsque le désaccord cavité-exciton est très négatif (c'est à dire lorsque x devient très positif). Par contre, l'autre branche a une largeur qui tend vers une valeur plus importante que la largeur de cavité aux désaccords très positifs (x très négatif). Cela est probablement dû au fait que l'énergie de résonance de cavité s'approche de l'énergie du continuum et que l'on commence à resentir les effets d'un couplage faible avec les états du continuum ou avec des excitons de plus haute énergie. De même, les largeurs obtenues sur la branche basse énergie à désaccord positif et sur la branche haute énergie à désaccord négatif et qui doivent tendre vers la largeur de l'exciton lorsque le désaccord devient grand ne sont pas égales non plus, la largeur correspondant à l'énergie la plus haute est la plus large.

Les hauteurs des raies sont très différentes entre les deux branches. L'émis-



FIG. 1.18 – (a) Anticroisement des raies de luminescence. (b) Largeur des raies de luminescence. (c) Hauteur des raies de luminescence.

sion de luminescence est nettement plus importante sur la branche de plus basse énergie. On comprend aisément ce phénomène en remarquant que, d'une part, la majeure partie des états polaritons créés sont des états non radiatifs de la branche basse énergie (cf. figure 1.16) et que, d'autre part, à la température de l'azote liquide, la luminescence est thermalisée par les phonons et donc est émise préférentiellement aux basses énergies.



FIG. 1.19 – Spectres de luminescence en fonction de la position sur l'échantillon.

Pour finir, ces études de luminescence nous ont permis de mettre en évidence la disparition du régime de couplage fort avec l'augmentation de la densité d'excitons. Nous avons reproduit figure 1.20 les spectres de luminescence obtenus pour plusieurs énergies d'excitation au même point, proche du désaccord nul. Les deux raies polariton sont visibles jusqu'à quelques mW d'excitation concentrés sur un spot de 50μ m et sont peu à peu remplacés par un pic unique d'émission. Pour une puissance de 9,7 mW (soit environ 120 W/cm²), on ne distingue quasiment plus qu'une seule raie. Cette puissance est comparable à celle mesurée par Houdré *et al.* dans [24]. Dans cet article, ce phénomène est présenté comme un effet d'écrantage de l'exciton par une densité élevée de paires électron-trou. La densité de saturation correspondante est évaluée pour une température de 100K à $N_{sat} = 4.10^{10}$ cm⁻²



FIG. 1.20 – Saturation du couplage fort : Spectres de luminescence non résonante pour diverses puissances d'excitation.

1.6.4 Étude de l'absorption en lumière monochromatique

Les résultats de l'étude de la réflectivité en lumière blanche présenté au §1.6.2 ne permettent pas une mesure très précise de la largeur et de la forme des raies. Elles supposent de plus que la transmission est négligeable. On peut encore reprocher à cette méthode d'exciter simultanément une large plage de fréquence. Cela n'a pas d'incidence sur la partie photon des polaritons dans la mesure où des modes électromagnétiques de fréquences différentes peuvent être vus comme des oscillateurs indépendants, par contre si l'exciton présente une largeur inhomogène, auquel cas on peut considérer que l'on a des

oscillateurs distincts pour chaque fréquence de cette largeur, il est possible qu'entrent en jeu des interactions entre ces différents oscillateurs.

L'excitation au moyen d'un laser continu, quasi-monochromatique devant les largeurs en fréquence intervenant dans le problème, permet, s'il est balayable en fréquence, d'effectuer des mesures de réflectivité en excitant le système à une fréquence unique. L'intensité lumineuse de l'excitation dont on dispose est de surcroît beaucoup plus importante qu'avec une source classique. Cela permet d'augmenter considérablement le rapport signal à bruit des mesures et d'accéder ainsi au champ transmis par la microcavité tout en réduisant considérablement l'étendue géométrique du faisceau utilisé, c'est à dire à la fois le diamètre du spot d'excitation et surtout l'ouverture angulaire du faisceau. Pour un spot dont la taille estimée était comprise entre 40 et $80 \ \mu m$, l'ouverture du faisceau était de l'ordre de 1° à 0,5° (nous avons estimé plus haut que pour éviter les effets de moyenne, il fallait un spot de diamètre de l'ordre de 60 μm ou plus petit et un faisceau d'ouverture inférieure à 3,7°).

Enfin, il nous fallait pouvoir effectuer des mesures donnant les courbes d'anticroisement avec le même dispositif que celui qui nous permet, comme on le verra par la suite, d'effectuer des mesures de bruit sur le champ réfléchi par la microcavité et qui nécessite l'emploi d'un laser.

Nous avons commencé par utiliser comme source monochromatique des diodes laser de la marque SDL capables de fournir jusqu'à 150 mW, fonctionnant dans le proche infrarouge et pilotées par une alimentation régulée. Il est possible de les monter avec une cavité externe en renvoyant dans la diode une partie du champ émis grâce à un réseau (cf. figure 1.21). On assure ainsi leur fonctionnement monomode et il est possible, en jouant sur l'orientation du réseau, de sauter à un autre mode, distant d'environ 0,3 nm. Cela rend ces diodes quasi-accordables sur des plages de 10 à 20 nm de large. Nous dis-



FIG. 1.21 – Diode laser montée avec un réseau.

posons au laboratoire de plusieurs de ces diodes laser, centrées sur différentes fréquences. Celle que nous avons utilisée pour les mesures que nous allons décrire était accordable sur la plage 830-850 nm.

Le montage, représenté figure 1.22, est assez similaire à celui utilisé pour les expériences en lumière blanche, mais le spectromètre n'est plus nécessaire (en réalité, nous l'avons tout de même utilisé pour mesurer la longueur d'onde de la diode laser lors de chaque mesure). La microcavité est placée, comme précédemment, dans le cryostat à azote, lui-même monté sur des platines de translation. Le faisceau de la diode laser est divisé en deux par un cube séparateur non polarisant. L'un des faisceaux secondaires est focalisé sur l'échantillon tandis que l'autre tombe sur une photodiode servant à mesurer l'intensité incidente. Une partie de la lumière est transmise par l'échantillon ; elle est collectée par une seconde photodiode qui mesure le champ transmis. Une moitié du faisceau réfléchi par l'échantillon est envoyé par le cube séparateur sur la troisième photodiode, qui produit donc un signal proportionnel au champ réfléchi. Le montage est étalonné en mesurant les coefficients de réflexion et de transmission des différents composants optiques.



FIG. 1.22 – Schéma du montage de mesure d'absorption.

Pour chaque point que l'on veut étudier sur l'échantillon, il suffit de mesurer, pour une série de longueurs d'onde, les photocourants produits par les trois photodiodes pour obtenir les coefficients de transmission et de réflexion — et donc l'absorption — de l'échantillon à la longueur d'onde considérée. À la différence de l'expérience d'excitation en lumière blanche, on mesure ici la réponse du système à une oscillation forcée à la fréquence du laser ω_L et les oscillateurs qui entrent en jeu, à savoir le mode de la cavité que l'on excite et l'oscillateur excitonique, répondent à cette même fréquence.

Nous avons reproduit figure 1.23 un exemple de mesure d'absorption obtenu grâce à ce dispositif. Le relativement faible nombre de points qui compose les mesures expérimentales est dû au fait que la diode laser n'est pas balayable continuement mais par sauts d'environ 0,3 nm. On constate ici clairement que la transmission est faible (elle ne dépasse pas 4%), ce qui justifie de déduire directement l'absorption des mesures de réflexion.



FIG. 1.23 – Mesure du spectre d'absorption de l'échantillon NMC22 en fonction de la longueur d'onde d'excitation, pour une désaccord $\delta = +0.75$ meV, à 77K.

Les courbes en traits pleins qui accompagnent les points expérimentaux sont obtenues en utilisant le même modèle que celui qui a servit à tracer les courbes de la figure 1.9 basé sur l'expression (1.40) de la permittivité du puits quantique. Ces courbes sont tracées avec les paramètres déduits de l'étude des courbes de réflectivité présentées précédemment (§1.6.2). Le seul paramètre ajustable était la force d'oscillateur. La valeur retenue est $f_{\epsilon} = 8,6.10^{12}$ cm⁻², ce qui correspond à une valeur de la constante de couplage g de 2,22 meV qui est tout à fait compatible avec les mesures en lumière blanche. On constate que les formes de raies sont assez bien reproduites par ce modèle simple, à l'exception de la queue de raie d'absorption du polariton de plus haute énergie, qui subit probablement l'effet de la proximité des états du continuum des paires électron-trou libres.

Si l'on souhaite tracer les courbes d'anticroisement, il suffit de régler la diode laser successivement à différentes longueurs d'onde et, pour chacune, de déplacer l'échantillon jusqu'à obtenir un minimum sur le signal délivré par la photodiode placée en réflexion. Le relevé des positions correspondantes du spot lumineux sur l'échantillon en fonction des longueurs d'onde donne les courbes d'anticroisement en réflexion. Ce sont aussi les courbes d'anticroisement en absorption puisque nous venons de voir que la transmission de l'échantillon était suffisamment faible pour que les pics d'absorption coïncident avec les minima du coefficient de réflexion. Nous reproduisons figure 1.24 une courbe d'anticroisement obtenue ainsi à 77K pour la microcavité NMC22. Ici, l'axe des abscisses ne donne pas la position sur l'échantillon mais directement le désaccord en énergie entre l'exciton et la cavité, où les variations d'énergie de l'exciton ont été corrigées. Cependant, nous traçons en général les énergies de résonance exprimées en unités de longueur d'onde et en fonction de la position en millimètres sur l'échantillon, car cela nous sert de « carte » de l'échantillon. Il est en effet difficile, d'un jour sur l'autre, d'être certain d'exciter exactement le même point de l'échantillon. Par contre, si le



FIG. 1.24 – Courbe d'anticroisement obtenue à 77K pour l'échantillon NMC22.

spot laser reste dans la même zone d'environ 1 mm^2 , ce qui est généralement le cas d'un jour sur l'autre, on peut calibrer la mesure des positions sur l'échantillon en mesurant la position des résonances des polaritons pour deux ou trois longueurs d'ondes et en se reportant aux courbes d'anticroisement.

Pour établir une courbe d'anticroisement correcte, il faut veiller à ne pas utiliser une puissance incidente trop élevée. En effet, comme on l'a vu pour la luminescence non résonante, il existe des phénomènes d'écrantage de l'exciton lorsque le nombre de porteurs est trop important. Un bon critère est de ne pas dépasser une densité d'excitons n_{ex} par unité de surface telle que $n_{ex}a_{ex}^{2D} \approx 10^{-2}$. Pour donner un ordre de grandeur, la figure 1.25 montre les positions des résonances relevées pour des puissances incidentes de 12 et 40 mW concentrés sur un spot dont la taille est estimée à 80 μ m, soit 60 W/cm² et 200 W/cm². On constate que pour les mesures à 12 mW, la séparation des branches polariton est déjà réduite ; à 40 mW, l'anticroisement a disparu et l'on ne voit plus que la résonance de cavité.



FIG. 1.25 – Disparition du couplage fort à forte intensité d'excitation.

2. LUMINESCENCE QUASI-RÉSONANTE

2.1 Introduction

Dans l'expérience d'absorption en lumière monochromatique présentée à la fin du chapitre précédent, au §1.6.4, la lumière sortant de la microcavité est essentiellement la réponse cohérente du système et peut être assimilée au champ réfléchi tel qu'il est calculé au §1.5.2. Cependant, une analyse plus fine montre, comme va le voir, qu'en plus de l'émission cohérente qui a spectralement la même forme que le laser d'excitation, de la luminescence résonante est émise. C'est à cette luminescence résonante, émise sensiblement dans la même direction que le laser réfléchi et à des longueurs d'ondes proches de celle du laser que nous allons nous intéresser dans ce chapitre. Dans un premier temps, nous allons présenter un modèle théorique de cette émission de luminescence qui tient compte de l'élargissement inhomogène de l'exciton et des effets de diffusion par les phonons acoustiques présents dans le cristal. La validité de ce modèle est limitée à des températures suffisamment basses (inférieures à 30K) pour que les seuls mécanismes de relaxation de l'exciton soient ceux indiqués. Nous présenterons ensuite le montage expérimental utilisé pour ces mesures de luminescence, puis ces mesures elles-mêmes, effectuées à la température de l'hélium liquide.

2.2 Modèle théorique de la luminescence quasi-résonante

Nous présentons ici un modèle théorique permettant de décrire la luminescence quasi-résonante à basse température. En plus de l'interaction exciton-photon décrite au chapitre précédent, nous incluons dans ce modèle les effets dus à l'élargissement inhomogène de l'exciton, puis les effets dus au couplage des excitons avec les modes de vibration du réseau cristallin. Nous montrerons qu'il est alors possible de prévoir de la photoluminescence résonante.

2.2.1 Effet de l'élargissement inhomogène de l'exciton

Hamiltonien et équations d'évolution

Les puits quantiques réels présentent un élargissement inhomogène des niveaux excitoniques induit par le désordre. Le désordre provoque de plus une levée partielle de la règle de sélection $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{K}_{\parallel}$. Pour représenter cet effet, nous introduisons, en suivant V. Savona [20], pour une valeur donnée de \mathbf{k}_{\parallel} , un ensemble de niveaux excitoniques d'énergies ω_0 différentes réparties autour de la fréquence centrale ω_{exc} . Le hamiltonien pour les modes lumineux et d'exciton de \mathbf{k}_{\parallel} voisin de $\mathbf{0}$ s'écrit alors :

$$H = \hbar\omega_{cav}\,\hat{a}^{\dagger}\hat{a} + \int d\omega_0\,\hbar\omega_0\,\hat{b}^{\dagger}_{\omega_0}\hat{b}_{\omega_0} + \hbar g \int d\omega_0\,\alpha_0(\omega_0)\,(\hat{a}^{\dagger}\hat{b}_{\omega_0} + \hat{b}^{\dagger}_{\omega_0}\hat{a}) \qquad (2.1)$$

L'interaction exciton photon est décrite par un terme qui généralise celui de l'expression (1.42) du §1.5.2, en tenant compte de l'élargissement inhomogène. Le coefficient $\alpha_0(\omega_0)$ donne la contribution des divers niveaux d'excitons au couplage avec les photons :

$$\alpha_0(\omega_0) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\gamma_{inh}} e^{-\frac{(\omega_0 - \omega_{exc})^2}{2\gamma_{inh}^2}}\right]^{1/2}$$
(2.2)

La force d'oscillateur totale de l'exciton devant rester inchangée, on a :

$$\int d\omega_0 \, \left(\alpha_0(\omega_0)\right)^2 = 1 \tag{2.3}$$

Suivant le même raisonnement que précédemment (cf. §1.5.2, p. 40), nous pouvons écrire les équations d'évolution des opérateurs. Dans ce paragraphe, nous ne nous plaçons pas dans le référentiel tournant. Pour l'opérateur de champ on a :

$$\frac{d\hat{a}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_a + i\omega_a)\,\hat{a}(\tau) - ig \int d\omega'\,\alpha(\omega')\,\hat{b}_{\omega'}(\tau) + \sqrt{2\gamma_a}\,\hat{a}^{in}(\tau) \qquad (2.4)$$

où nous avons introduit comme dans l'équation (1.59) le couplage avec le champ extérieur à la cavité, qui donne à la fois le terme de relaxation $\gamma_a \hat{a}(\tau)$

et le terme d'entrée $\sqrt{2\gamma_a} \hat{a}^{in}(\tau)$, origine du couplage avec le champ laser extérieur et ses fluctuations. Comme au §1.5.2, le temps est normalisé au temps d'aller-retour dans la cavité τ_c , c'est pourquoi nous avons introduit les fréquences normalisées $\omega_a = \omega_{cav}\tau_c$ et $\omega' = \omega_0\tau_c$, ainsi que la fonction $\alpha(\omega') = \alpha_0(\omega_0)/\sqrt{\tau_c}$. L'équation d'évolution pour les modes d'exciton $\hat{b}_{\omega'}$ s'écrit :

$$\frac{d\dot{b}_{\omega'}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_b + i\omega')\,\hat{b}_{\omega'}(\tau) - ig\,\alpha(\omega')\,\hat{a}(\tau) + \sqrt{2\gamma_b}\,\alpha(\omega')\,\hat{b}_{\omega'}^{in}(\tau) \qquad (2.5)$$

où nous avons introduit, comme au §1.5.2 un terme source $\hat{b}_{\omega'}^{in}$ pour chaque mode d'exciton. En prenant la transformée de Fourier des équations (2.4) et (2.5) on obtient :

$$-i\omega\,\hat{a}[\omega] = -(\gamma_a + i\omega_a)\,\hat{a}[\omega] - ig \int d\omega'\,\alpha(\omega')\,\hat{b}_{\omega'}[\omega] + \sqrt{2\gamma_a}\,\hat{a}^{in}[\omega] \qquad (2.6)$$

$$-i\omega\,\hat{b}_{\omega'}[\omega] = -(\gamma_b + i\omega')\,\hat{b}_{\omega'}[\omega] - ig\,\alpha(\omega')\,\hat{a}[\omega] + \sqrt{2\gamma_b}\,\alpha(\omega')\,\hat{b}_{\omega'}^{in}[\omega] \qquad (2.7)$$

Ces équations se résolvent facilement pour donner :

$$\hat{a}[\omega] = \frac{\sqrt{2\gamma_a} \,\hat{a}^{in}[\omega] - ig\,\sigma(\omega)\,\sqrt{2\gamma_b}\,\hat{b}^{in}[\omega]}{\gamma_a + i(\omega_a - \omega) + g^2\sigma(\omega)} \tag{2.8}$$

$$\hat{b}_{\omega'}[\omega] = -ig \frac{\alpha(\omega')}{\gamma_b + i(\omega' - \omega)} \frac{\sqrt{2\gamma_a} \,\hat{a}^{in}[\omega] - ig\sigma(\omega) \sqrt{2\gamma_b} \,\hat{b}^{in}[\omega]}{\gamma_a + i(\omega_a - \omega) + g^2 \sigma(\omega)} \\
+ \frac{\alpha(\omega')}{\gamma_b + i(\omega' - \omega)} \sqrt{2\gamma_b} \,\hat{b}^{in}_{\omega'}[\omega]$$
(2.9)

où nous avons posé:

$$\sigma(\omega) = \int d\omega' \; \frac{\alpha^2(\omega')}{\gamma_b + i(\omega' - \omega)} \tag{2.10}$$

 et

$$\hat{b}^{in}[\omega] = \frac{1}{\sigma(\omega)} \int d\omega' \frac{\alpha^2(\omega') \, \hat{b}^{in}_{\omega'}[\omega]}{\gamma_b + i(\omega' - \omega)} \tag{2.11}$$

Il est possible d'introduire un opérateur \hat{b} représentant l'ensemble des oscillateurs excitoniques $\hat{b}_{\omega'}$ en posant :

$$\hat{b}[\omega] = \int d\omega' \,\alpha(\omega') \,\hat{b}_{\omega'}[\omega] \tag{2.12}$$

On a alors:

$$\hat{b}[\omega] = \sigma(\omega) \frac{(\gamma_a + i(\omega_a - \omega)) \sqrt{2\gamma_b} \hat{b}^{in}[\omega] - ig\sqrt{2\gamma_a} \hat{a}^{in}[\omega]}{\gamma_a + i(\omega_a - \omega) + g^2 \sigma(\omega)}$$
(2.13)

Champs moyens

Le calcul des champs moyens s'effectue comme au §1.5.2, en remplaçant dans les équations (2.8) et (2.9) les opérateurs par leurs valeurs moyennes. Le champ excitonique entrant $\hat{b}_{\omega'}^{in}$ est nul en valeur moyenne. Le champ entrant \hat{a}^{in} est un champ quasi-classique monochromatique oscillant à la fréquence ω_L du laser¹, si bien que l'on peut écrire :

$$\langle \hat{a}^{in}(\tau) \rangle = a^{in} e^{-i\omega_L \tau} \tag{2.14}$$

Les champs moyens $\langle \hat{a}(\tau) \rangle$ et $\langle \hat{b}_{\omega'}(\tau) \rangle$ évoluent donc également à la fréquence ω_L , et peuvent s'écrire:

$$\langle \hat{a}(\tau) \rangle = a \ e^{-i\omega_L \tau}, \quad \text{et} \quad \langle \hat{b}_{\omega'}(\tau) \rangle = b_{\omega'} \ e^{-i\omega_L \tau}$$
(2.15)

Leurs amplitudes a et $b_{\omega'}$ valent :

$$a = \frac{\sqrt{2\gamma_a}}{\gamma_a + i\delta_a + g^2\sigma(\omega_L)} a^{in}$$
(2.16)

$$b_{\omega'} = -\frac{ig}{\gamma_b + i\delta'} \frac{\alpha(\omega')\sqrt{2\gamma_a}}{\gamma_a + i\delta_a + g^2\sigma(\omega_L)} a^{in}$$
(2.17)

où l'on a posé $\delta_a = \omega_a - \omega_L$ et $\delta' = \omega' - \omega_L$.

La valeur moyenne du champ $\hat{b}(\tau)$ défini par l'expression (2.12) évolue elle aussi à la fréquence du laser :

$$\langle \hat{b}(\tau) \rangle = b \ e^{-i\omega_L \tau} \tag{2.18}$$

Son amplitude b vaut :

$$b = \frac{-ig \ \sigma(\omega_L)\sqrt{2\gamma_a}}{\gamma_a + i\delta_a + g^2\sigma(\omega_L)} \ a^{in}$$
(2.19)

Le module carré des expressions (2.8), (2.9) et (2.13) ci-dessus donne les intensités I_a , $I_{b_{\omega'}}$ et I_b des champs à l'intérieur de la microcavité. En fait, on peut facilement vérifier que les expressions reliant ici a, b et a^{in} ont exactement la même forme que les équations (1.62) et (1.63) du §1.5.2 à condition de remplacer γ_b et δ_b par les quantités γ_{σ} et δ_{σ} définies par :

$$\gamma_{\sigma} = \frac{\operatorname{Re}(\sigma(\omega_L))}{|\sigma(\omega_L)|^2} \quad \text{et} \quad \delta_{\sigma} = \frac{-\operatorname{Im}(\sigma(\omega_L))}{|\sigma(\omega_L)|^2} \tag{2.20}$$

^{1.} Il s'agit ici d'une fréquence sans dimension, normalisée au temps τ_c . La véritable fréquence du laser vaut $\omega_{Laser} = \omega_L / \tau_c$.

Les expressions de I_a et I_b s'obtiennent donc directement en substituant γ_{σ} à γ_b et δ_{σ} à δ_b dans les expressions (1.64) et (1.65) données page 42. La relation d'entrée-sortie (1.66) restant valable ici, les expressions du champ réfléchi et de l'absorption gardent elles aussi la même forme. En particulier, le coefficient d'absorption vérifie :

$$A = 2\gamma_{\sigma} \frac{I_b}{I^{in}} \tag{2.21}$$

Dans le cas d'une cavité à deux miroirs de couplage, les expressions des champs intracavité (1.73,1.74) et des coefficients d'absorption (1.79), de réflexion (1.76) et de transmission (1.78) données page 44 s'adaptent de la même façon. L'expression (2.21) reste donc valable dans ce cas.

Les champs moyens sont représentés sur la figure 2.1 pour des valeurs des paramètres correspondant à la situation expérimentale. Conformément aux résultats de la référence [25], on vérifie que les deux raies du polariton sont peu sensibles à l'élargissement inhomogène à cause du couplage fort.



FIG. 2.1 – Intensité intracavité et intensité absorbée, avec largeur inhomogène (trait pleins) et sans (pointillés). Paramètres pour la microcavité NMC22 à la température de l'hélium liquide: $\omega_{cav} = \omega_{exc} = 1486.4$ meV, $\gamma_{cav} = 0.24$ meV, $\gamma_{exc} = 0.05$ meV, $\gamma_{inh} = 0.52$ meV et g = 2.04 meV.

2.2.2 Effet de l'interaction avec les phonons du réseau

Les microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort ont été souvent étudiées par luminescence non résonante. Dans ce type d'expérience, le système est excité par irradiation par un laser d'énergie très supérieure à celle de l'exciton. Il relaxe ensuite vers les états excitoniques qui se recombinent en émettant de la lumière. Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la luminescence quasi-résonante, où le laser excitateur est en résonance ou proche de résonance avec un des polaritons à une incidence donnée. Nous traiterons ici le cas d'un laser à incidence normale. La luminescence est observée au voisinage de la fréquence du laser. À de faibles densités d'excitation et à basse température, le principal processus de formation des excitons de $\mathbf{k}_{\parallel} \neq \mathbf{0}$ est la diffusion par les phonons acoustiques.

Hamiltonien et équations d'évolution

Nous introduisons maintenant un terme supplémentaire dans le hamiltonien pour représenter l'interaction des excitons avec les phonons du réseau. Comme précédemment, nous supposons un élargissement inhomogène de l'exciton par l'intermédiaire d'un ensemble de niveaux excitoniques d'énergies $\omega_0 = \omega'/\tau_c$ différentes réparties autour de la fréquence centrale ω_{exc} . Le hamiltonien pour les modes lumineux et d'exciton de \mathbf{k}_{\parallel} voisin de $\mathbf{0}$ s'écrit alors :

$$H = \hbar\omega_{a} \hat{a}^{\dagger} \hat{a} + \int d\omega' \hbar\omega' \hat{b}_{\omega'}^{\dagger} \hat{b}_{\omega'} + \hbar g \int d\omega' \alpha(\omega') \left(\hat{a}^{\dagger} \hat{b}_{\omega'} + \hat{b}_{\omega'}^{\dagger} \hat{a} \right)$$

$$+ \int d\omega' d\omega'' d\omega_{1} \hbar\beta(\omega'') \alpha(\omega') \alpha(\omega_{1}) \left(\hat{b}_{\omega_{1}}^{\dagger} \hat{b}_{\omega'} + \hat{b}_{\omega'}^{\dagger} \hat{b}_{\omega_{1}} \right) \left(\hat{c}_{\omega''} + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger} \right)$$

$$+ \int d\omega' d\omega'' d\omega_{2} \hbar\beta(\omega'') \alpha(\omega') \alpha(\omega_{2}) \left(\hat{B}_{\omega_{2}}^{\dagger} \hat{b}_{\omega'} + \hat{b}_{\omega'}^{\dagger} \hat{B}_{\omega_{2}} \right) \left(\hat{c}_{\omega''} + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger} \right)$$

$$(2.22)$$

L'interaction exciton photon est décrite de la même manière que dans l'expression (2.1). Les deux dernières lignes de l'expression (2.22) représentent le processus de diffusion qui transfère l'excitation du mode d'exciton $\hat{b}_{\omega'}$ aux modes \hat{b}_{ω_1} et \hat{B}_{ω_2} et inversement par l'intermédiaire de l'absorption ou de l'émission d'un phonon $\hat{c}_{\omega''}$ d'énergie ω'' . Nous avons distingué deux types d'excitons : les modes \hat{b}_{ω} , qui sont couplés au champ lumineux et les modes \hat{B}_{ω} , qui ne sont pas couplés au champ (ce sont les excitons de $|\mathbf{k}_{\parallel}| > k_{rad}$). Les phonons constituent un réservoir en équilibre thermodynamique dont nous n'avons pas écrit le hamiltonien libre ici. En fait, l'absorption et l'émission de phonons impliquent non seulement un changement d'énergie de l'exciton, mais aussi un changement de vecteur d'onde, avec certaines règles de sélection. Dans un premier temps, nous ne considérons pas cet effet dans ce modèle simplifié, analogue au modèle de luminescence non résonante proposé récemment par Savona [20]. La fonction $\beta(\omega'')$ est l'élément de matrice d'interaction exciton-phonon. Cette interaction a pour résultat à la fois la relaxation des excitons et l'apparition de fluctuations, que nous avons introduites a priori dans les équations (1.60) et (2.5) au moyen des quantités γ_b et \hat{b}^{in} . Ce sont ces fluctuations dont nous cherchons une expression spécifique ici. Pour cela nous écrivons l'équation d'évolution de Heisenberg pour les modes d'exciton $\hat{b}_{\omega'}$:

$$\frac{db_{\omega'}(\tau)}{d\tau} = -i\omega' \,\hat{b}_{\omega'}(\tau) - ig\,\alpha(\omega')\,\hat{a}(\tau)$$

$$-i\alpha(\omega')\,\hat{b}(\tau)\int d\omega''\beta(\omega'')(\hat{c}_{\omega''}(\tau) + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger}(\tau))$$

$$-i\alpha(\omega')\int d\omega_2\,\alpha(\omega_2)\,\hat{B}_{\omega_2}(\tau)\int d\omega''\beta(\omega'')(\hat{c}_{\omega''}(\tau) + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger}(\tau))$$
(2.23)

où l'on a utilisé, pour la seconde ligne, l'expression de $\hat{b}(\tau)$ définie par (2.12).

Les deux derniers termes de cette équation couplent chaque mode d'exciton $\hat{b}_{\omega'}$ à tous les autres (radiatifs ou non) par l'intermédiaire des phonons. Comme dans les méthodes standard de calcul de fluctuations [28], ils peuvent être évalués au premier ordre de perturbation : on remplace $\hat{b}(\tau)$ et $\hat{B}_{\omega_2}(\tau)$ par leurs expressions en l'absence d'interaction avec les phonons que nous noterons $\hat{b}^{(1)}(\tau)$ et $\hat{B}^{(1)}_{\omega_2}(\tau)$. Dans ce cas, on voit sur l'expression (2.19) que seuls sont excités les modes d'exciton proches du mode \hat{b}_{ω_L} , centré à la fréquence du champ laser entrant dans la cavité. De plus, tous les modes excités évoluent à la fréquence ω_L du champ laser. Nous pouvons donc isoler deux types de contributions au terme de fluctuations. La première est liée aux modes d'exciton non vides, évoluant tous à ω_L et groupés dans \hat{b} :

$$\hat{b}^{(1)}(\tau) = \hat{b}^{(1)} \ e^{-i\omega_L \tau} \tag{2.24}$$

où $\hat{b}^{(1)}$ est donné par $(2.13)^2$. La seconde est due à tous les autres modes d'excitons \hat{B}_{ω_2} supposés vides et évoluant librement. La population des modes de phonons est supposée thermique et évolue librement également. Avec ces hypothèses, l'évolution des termes $\hat{B}^{(1)}_{\omega_2}(\tau)$ et $\hat{c}_{\omega''}(\tau)$ est donnée par :

$$\hat{B}^{(1)}_{\omega_2}(\tau) = \hat{B}^{(1)}_{\omega_2} e^{-i\omega_2\tau}$$
(2.25)

^{2.} On suppose pour le calcul de $\hat{b}^{(1)}$ que la valeur moyenne du terme excitonique source \hat{b}^{in} est nulle et que la valeur moyenne du champ entrant dans la cavité vaut $a^{in} e^{-i\omega_L \tau}$.

$$\hat{c}_{\omega''}(\tau) = \hat{c}_{\omega''} e^{-i\omega''\tau} \tag{2.26}$$

Les opérateurs $\hat{b}^{(1)}$, $\hat{B}^{(1)}_{\omega_2}$ et $\hat{c}_{\omega''}$ sont indépendants du temps.

Le coefficient de relaxation γ_b associé aux interactions avec les phonons pourrait aussi être calculé dans le cadre de cette méthode [35]. Nous le supposerons connu dans les conditions considérées ici.

L'équation d'évolution de $\hat{b}_{\omega'}(\tau)$ s'écrit donc :

$$\frac{d\hat{b}_{\omega'}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_b + i\omega') \,\hat{b}_{\omega'}(\tau) - ig\alpha(\omega')\hat{a}(\tau)$$

$$-i\alpha(\omega') \,\hat{b}^{(1)} \,e^{-i\omega_L\tau} \int d\omega''\beta(\omega'') \,(\hat{c}_{\omega''} \,e^{-i\omega''\tau} + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger} \,e^{+i\omega''\tau})$$

$$-i\alpha(\omega') \int d\omega_2 \,\alpha(\omega_2) \hat{B}^{(1)}_{\omega_2} e^{-i\omega_2\tau} \int d\omega''\beta(\omega'') (\hat{c}_{\omega''} e^{-i\omega''\tau} + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger} e^{+i\omega''\tau})$$
(2.27)

L'équation d'évolution pour le champ $\hat{a}(\tau)$ s'écrit :

$$\frac{d\hat{a}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_a + i\omega_a) \ \hat{a}(\tau) - ig \ \hat{b}(\tau) + \sqrt{2\gamma_a} \ \hat{a}^{in}(\tau)$$
(2.28)

où $\hat{b}(\tau)$ est donné par (2.12) et où nous avons introduit, comme dans l'équation (1.59), le couplage avec le champ extérieur à la cavité, qui donne à la fois le terme de relaxation $\gamma_a \hat{a}(\tau)$ et le terme d'entrée $\sqrt{2\gamma_a} \hat{a}^{in}(\tau)$, origine des fluctuations du champ.

Calcul du signal de photoluminescence

Pour évaluer l'intensité de la luminescence, nous ignorons les termes sources ne comprenant que des modes vides, qui ne contribuent pas au signal de photodétection directe. D'une part, le terme source du champ dans l'équation (2.28) est un champ cohérent monochromatique, dont le mode à $\omega = \omega_L$ a un grand nombre de photons, tandis que les autres modes sont vides. La luminescence est détectée à des fréquences $\omega \neq \omega_L$, pour lesquelles le champ entrant est le vide. D'autre part, la troisième ligne de l'équation (2.27) qui ne contient que des modes vides a également une contribution nulle.

Les équations se simplifient donc pour donner l'évolution des champs

intracavité à des fréquences différentes de celle du laser :

$$\frac{d\hat{a}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_a + i\omega_a)\hat{a}(\tau) - ig\,\hat{b}(\tau) \tag{2.29}$$

 et :

$$\frac{db_{\omega'}(\tau)}{d\tau} = -(\gamma_b + i\omega')\hat{b}_{\omega'}(\tau) - ig\alpha(\omega')\hat{a}(\tau)$$

$$-i\alpha(\omega')\hat{b}^{(1)}e^{-i\omega_L\tau}\int d\omega''\beta(\omega'')(\hat{c}_{\omega''}e^{-i\omega''\tau} + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger}e^{+i\omega''\tau})$$
(2.30)

En prenant la transformée de Fourier des équations (2.29) et (2.30) on obtient, pour $\omega \neq \omega_L$:

$$-i\omega\hat{a}[\omega] = -(\gamma_a + i\omega_a)\hat{a}[\omega] - ig\,\hat{b}[\omega]$$
(2.31)

 et :

$$-i\omega\hat{b}_{\omega'}[\omega] = -(\gamma_b + i\omega')\hat{b}_{\omega'}[\omega] - ig\alpha(\omega')\hat{a}[\omega]$$

$$-i\alpha(\omega')\hat{b}^{(1)}\int d\omega''\beta(\omega'')\int d\tau \,e^{i\omega\tau}\,e^{-i\omega_L\tau}(\hat{c}_{\omega''}e^{-i\omega''\tau} + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger}e^{i\omega''\tau})$$
(2.32)

La transformée de Fourier de la deuxième ligne de l'équation (2.32) donne des fonctions $\delta(\omega - \omega_L - \omega'')$ et $\delta(\omega - \omega_L + \omega'')$ qui traduisent la conservation de l'énergie au cours de la diffusion exciton-phonon. On obtient :

$$\hat{b}_{\omega'}[\omega] = \frac{-ig\alpha(\omega')\hat{a}[\omega] - i\alpha(\omega')\hat{b}^{(1)}(\beta(\omega - \omega_L)\hat{c}_{\omega - \omega_L} + \beta(\omega_L - \omega)\hat{c}_{\omega_L - \omega}^{\dagger})}{\gamma_b + i(\omega' - \omega)}$$
(2.33)

ou encore, avec (2.10) et (2.12):

$$\hat{b}[\omega] = -\sigma(\omega)(ig\,\hat{a}[\omega] + i\,\hat{b}^{(1)}(\beta(\omega - \omega_L)\hat{c}_{\omega - \omega_L} + \beta(\omega_L - \omega)\hat{c}^{\dagger}_{\omega_L - \omega})) \quad (2.34)$$

En reportant la valeur de $\hat{b}[\omega]$ donnée par l'équation (2.34) dans l'équation (2.31), on obtient l'expression du champ à l'intérieur de la microcavité pour $\omega \neq \omega_L$:

$$\hat{a}[\omega] = \frac{-g\hat{b}^{(1)}\sigma(\omega)(\beta(\omega-\omega_L)\hat{c}_{\omega-\omega_L} + \beta(\omega_L-\omega)\hat{c}^{\dagger}_{\omega_L-\omega})}{\gamma_a + i(\omega_a-\omega) + g^2\sigma(\omega)}$$
(2.35)

Le spectre d'intensité du champ sortant de la cavité $\mathcal{I}(\omega)$ est relié au champ dans la cavité par :

$$2\gamma_a \langle (\hat{a}[\omega])^{\dagger} \hat{a}[\omega'] \rangle = 2\pi \mathcal{I}(\omega) \delta(\omega - \omega')$$
(2.36)
Nous utilisons une forme approchée de l'élément de matrice d'interaction exciton-phonon $\beta(\Omega)$ [20][35]:

$$\left|\beta(\Omega)\right|^2 = \beta_0^2 \ \theta(\Omega) \ \left|\Omega\right| \tag{2.37}$$

où la présence de $\theta(\Omega)$, fonction de Heaviside, indique que l'énergie du phonon est nécessairement positive. On obtient finalement :

$$\mathcal{I}(\omega) = \frac{2\gamma_a g^2 I_b^{(1)} \left|\sigma(\omega)\right|^2 \beta_0^2 F(\omega - \omega_L)}{\left|\gamma_a + i(\omega_a - \omega) + g^2 \sigma(\omega)\right|^2}$$
(2.38)

avec:

$$F(\Omega) = |\Omega|(\theta(\Omega) \ n(\Omega) + \theta(-\Omega) \ (n(-\Omega) + 1))$$

où $n(\Omega)$ est le nombre moyen de phonons acoustiques présents dans le système, qui s'exprime en fonction de la température T par :

$$n(\Omega) = \frac{1}{e^{\hbar\Omega/kT} - 1} \tag{2.40}$$

et où $I_b^{(1)} = \langle (\hat{b}^{(1)})^{\dagger} \hat{b}^{(1)} \rangle$ est l'expression de l'intensité du champ excitonique cohérent produit par le laser et se calcule à partir de l'expression (2.13).

L'intensité émise est représentée sur la figure 2.2 pour différentes valeurs de $\omega_{cav} - \omega_{exc}$. La luminescence présente deux maxima correspondant aux résonances des deux branches de polariton. L'ensemble des spectres présente une importante asymétrie. En effet, pour des fréquences ω telles que $|\omega_L - \omega|$ est supérieur ou de l'ordre de kT, l'émission à $\omega < \omega_L$ est favorisée par le fait que le transfert d'excitation peut se faire par émission spontanée d'un phonon à cause du terme $n(\omega_L - \omega) + 1$ de (2.38), alors que le processus inverse implique la présence d'une population de phonons non nulle.

Amélioration du modèle de photoluminescence

Nous avons calculé un signal de photoluminescence en supposant que les excitons avaient un vecteur d'onde parallèle au plan des couches \mathbf{K}_{\parallel} quasiment nul. Nous avons supposé, dans le calcul précédent, que l'émission se fait également avec $\mathbf{k}_{\parallel} \approx \mathbf{0}$, même si la conservation du vecteur d'onde est partiellement levée par l'élargissement inhomogène. Or, la détection de la photoluminescence se fait dans un angle d'observation à l'extérieur de la cavité relativement important $\theta_{obs} = 4.8^{\circ} \approx 84 \text{ mrad}$ (soit $k_{obs} = 6.4.10^3 \text{ cm}^{-1}$)



FIG. 2.2 – Spectre de luminescence obtenus en faisant varier le désaccord excitoncavité et en maintenant la fréquence du laser d'excitation constante. Paramètres pour la microcavité NMC22 à la température de l'hélium liquide: $\omega_{exc} = 1486,4 \text{ meV}, \gamma_{cav} = 0,24 \text{ meV}, \gamma_{exc} = 0,05 \text{ meV}, \gamma_{inh} = 0,52 \text{ meV}$ et g = 2,04 meV.

par rapport à l'angle de divergence du laser (de l'ordre de 10 mrad). La largeur de la résonance du mode de polariton à désaccord nul déduite des mesures (cf. tableau 2.2, page 88) vaut $\gamma_{pol} = (\gamma_{exc} + \gamma_{cav})/2 \approx 0.15$ meV. La plage de \mathbf{k}_{\parallel} correspondante estimée au moyen de la formule (1.55) est limitée par $k_{pol} = 3.7.10^3$ cm⁻¹, soit un angle à l'extérieur de la cavité $\theta_{pol} = 49$ mrad = 2,8° et est donc inférieure à θ_{obs} . Une mesure de luminescence avec cette ouverture a donc potentiellement pour conséquence un élargissement des raies d'émission donc il faudra tenir compte.

La largeur inhomogène estimée expérimentalement (cf. tableau 2.2, page 88) est de l'ordre de $\gamma_{inh} \approx 0.5$ meV, ce qui correspond à une plage de \mathbf{k}_{\parallel} limitée par $k_{inh} = 7,1.10^3$ cm⁻¹ pour le polariton à désaccord nul, c'est à dire à un angle extérieur $\theta_{inh} = 93$ mrad= 5,3°. L'élargissement inhomogène a donc tendance à redistribuer les polaritons sur une plage de \mathbf{k}_{\parallel} plus grande que la plage déterminée par l'angle d'observation.

Pour tenir compte de l'émission des polaritons sur la plage d'observation en \mathbf{k}_{\parallel} dans la luminescence, nous avons ajouté plusieurs contributions correspondant à p classes de polaritons de valeurs de $|\mathbf{k}_{\parallel}|$ croissantes de 0 à k_{obs} . Leurs vecteurs d'ondes sont centrés en nk_{obs}/p , n variant de 1 à p avec p = 6.

Nous calculons la contribution de la classe de polaritons centrée sur un certain \mathbf{k}_{\parallel} à l'aide de l'expression (2.38) en remplaçant $\omega_{cav} = E_{cav}(\mathbf{0})/\hbar$ par $\omega_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel})/\hbar$ où $E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel})$ est donné par l'expression (1.54). Cette méthode, utilisée dans la référence [27], a l'avantage de prendre en compte de manière plus réaliste la luminescence de l'ensemble des excitons qui émettent dans l'angle de détection.

2.3 Montage expérimental

Le montage d'étude de la luminescence est représenté sur la figure suivante (figure 2.3). Il est composé de quatre éléments essentiels que nous allons tour à tour détailler : le laser titane-saphir qui sert de source monochromatique pour exciter la microcavité, le cryostat à circulation d'hélium dans lequel est placée la microcavité, un circulateur optique qui permet de basculer des mesures d'absorption aux mesures de luminescence et un spectromètre pour l'analyse spectrale de la luminescence.



FIG. 2.3 – Montage d'étude de la luminescence résonante.

2.3.1 Le cryostat

Pour pouvoir observer la luminescence résonante, nous avons dû descendre à des températures inférieures à 30K. Au-delà, son intensité devenait tellement faible qu'elle était pratiquement inobservable. De plus, les conditions du modèle théorique exposé plus haut ne sont remplies qu'à basse température. Notons enfin qu'à basse température, la raie excitonique est plus étroite et mieux séparée du continuum.

Nous avons pour cela remplacé le cryostat à azote liquide par un cryostat à circulation d'hélium permettant d'atteindre des températures de l'ordre de 4K. Il s'agit d'un modèle commercial de la marque Oxford Instruments référencé sous le nom de Microstat parce qu'il a été conçu pour des expériences de microscopie. Il dispose de deux fenêtres d'un diamètre de 2,5 cm distantes d'environ 1 cm entre lesquelles est placé l'échantillon, fixé sur un doigt froid. Sa conception permet des expériences en réflexion et en transmission. Elle permet également de travailler en incidence normale (comme nous l'avons fait) ou avec un angle pouvant atteindre 45°. Le refroidissement de l'échantillon est assuré par la circulation d'hélium liquide dans le doigt froid. Ce cryostat dispose d'un système mesure et de régulation de la température qui permet de maintenir une température évaluée par l'appareil à 4K pendant plusieurs heures avec des variation de l'ordre du pourcent.

Afin de faire varier le désaccord entre exciton et cavité, il fallait pouvoir changer de manière contrôlée la position à laquelle se trouvait le spot lumineux d'excitation sur l'échantillon. Pour cela, nous avons monté l'ensemble du cryostat sur une platine de déplacement en translation dont la sensibilité est le micron et dont la vis de commande était graduée tous les 10 microns. Le gradient d'épaisseur des échantillons étant de l'ordre de quelques nanomètres par millimètre, il était ainsi possible de faire varier finement le désaccord entre cavité et exciton.

2.3.2 Le laser titane-saphir

Nous avons remplacé la diode laser utilisée dans les expériences d'absorptions par un laser titane-saphir continu. Ce laser présente, comme on va le voir, une plus grande stabilité en fréquence et en intensité qu'une diode laser. Il fournit en outre des puissances plus élevées (jusqu'à un watt), et peut être accordé à n'importe quelle longueur d'onde sur la plage 825-845 nm, ce qui permet de l'utiliser pour plusieurs microcavités différentes à différentes températures : en effet, l'examen de la courbe d'anticroisement des niveaux polaritons d'une microcavité permet de voir que les longueurs d'ondes mises en jeu s'étendent sur plusieurs nanomètres ; si l'on ajoute le fait que l'énergie de résonance de l'exciton varie avec la température et également d'un échantillon à l'autre, la plage de longueurs d'onde nécessaire pour explorer les propriétés de plusieurs microcavités équivalentes, à différentes températures et sur l'ensemble de leurs courbes d'anticroisement, est de l'ordre d'une vingtaine de nanomètres. Ce laser a également été choisi pour des raisons qui apparaîtront plus tard (cf. §3.3) et qui sont liées à sa statistique de bruit.



FIG. 2.4 – Laser titane-saphir pompé par un laser à argon et doté d'asservissements garantissant un fonctionnement monomode.

Ce laser, que nous avons mis en place, à été conçu au laboratoire par François Biraben sur la base d'un laser à colorant. Il s'agit d'un laser en anneau avec un miroir de sortie d'une transmission de 4% et dans lequel le milieu amplificateur est un cristal de saphir dopé au titane ($Ti:Al_2O_3$), pompé par un laser à argon ionisé qui délivre 10 W. Les principales caractéristiques de ce cristal sont la largeur de sa courbe de gain qui couvre une plage de longueurs d'onde allant environ de 650 à 950 nm et celle de sa courbe d'absorption s'étendant de 400 à 600 nm environ, qui permet l'utilisation des mêmes lasers de pompe que les lasers à colorants. Nous avons représenté figure 2.4 le schéma de principe de ce laser.

La cavité est constituée des miroirs M_1 à M_6 . Le miroir M_6 est le miroir de sortie. Les miroirs M_1 et M_2 sont des miroirs sphériques calculés pour que la cavité soit stable, c'est-à-dire pour qu'il existe un mode gaussien qui reste inchangé après un tour de cavité. Le cristal de saphir est placé entre ces deux miroirs, à l'endroit où le mode gaussien stable de la cavité présente un col (*waist*). Le miroir M_1 est traité sur sa face sphérique pour avoir un coefficient de réflexion maximal dans le proche infrarouge (800-850 nm) et pour avoir un coefficient de transmission maximal sur la bande 486-515 nm dans laquelle émet le laser à argon. Il est également traité antireflet sur sa face arrière. Ainsi, il est possible de pomper le cristal au travers du miroir M_1 qui devient, pour le faisceau pompe, une simple lentille plan-concave. Le faisceau pompe issu du laser à argon est amené sur le cristal au moyen des miroirs m_1 à m_4 . Pour obtenir du laser titane-saphir le meilleur rendement possible, la lentille L_1 et le miroir sphérique m_1 sont choisis et positionnés de façon que le faisceau de l'argon soit focalisé dans le cristal de saphir et présente un col de même diamètre que le col du mode stable de la cavité (typiquement 30 microns). Les miroirs m_3 et m_4 sont montés sur des supports finement orientables afin de pouvoir corriger les éventuelles variations de la direction d'émission du laser à argon d'un jour sur l'autre. Le cristal est taillé pour être utilisé à l'incidence de Brewster afin de réduire les pertes. L'astigmatisme ainsi introduit sur les faisceaux est compensé par l'utilisation hors d'axe des miroirs M_1 et M_2 .

Pour que le champ ne se propage que dans un seul sens dans la cavité laser — sans quoi s'établit dans la cavité une onde stationnaire qui provoque dans le cristal un phénomène de trou de population (*spatial hole burning*) il faut introduire dans la cavité un élément jouant le rôle de *diode optique*. La méthode utilisée repose sur un rotateur de Faraday formé d'un verre de Hoya placé à l'incidence de Brewster dans l'entrefer d'un aimant permanent. L'effet de ce rotateur de Faraday est de faire tourner la polarisation du champ d'un angle θ (typiquement $\theta \approx 3^{\circ}$) qui ne dépend pas du sens de propagation de la lumière. Cette rotation de la polarisation est, suivant le sens de circulation de la lumière, compensée exactement ou doublée grâce à un élément passif qui fait également tourner la polarisation, mais cette fois d'un angle $\pm \theta$ suivant le sens de circulation. Cet élément est constitué des trois miroirs M_4 à M_6 qui font effectuer à la lumière une excursion hors du plan du laser — ce qui a pour conséquence une rotation du plan de polarisation — car le miroir M_5 est situé au dessus du plan du laser. Comme il existe dans la cavité des éléments polarisants sous forme de lames à l'incidence de Brewster (le cristal de saphir ainsi que le verre de Hoya du rotateur de Faraday), il apparaît des pertes pour le sens de propagation où la polarisation tourne de 2θ qui empêchent l'effet laser d'avoir lieu dans ce sens.

Un laser constitué des éléments que nous venons de décrire fonctionne sans problème. Cependant ce n'est ni un laser monomode ni un laser accordable. Pour rendre ce laser monomode, il faut introduire des éléments sélectifs en longueur d'onde qui vont forcer l'émission à se faire dans un mode unique de la cavité et à une fréquence bien définie. Le premier de ces éléments est un filtre de Lyot placé à l'incidence de Brewster. Ce filtre est constitué de trois ou quatre lames biréfringentes dont le spectre de transmission est un spectre cannelé. Lorsque qu'on le fait tourner dans son plan, les maxima de transmission se déplacent en fréquence. L'écart entre deux pics successifs est de l'ordre de 17000 GHz (soit environ 36 nm) et leur largeur spectrale est de l'ordre de 2000 GHz (4 nm). Les pertes qu'il induit permettent de sélectionner une plage de longueur d'onde d'émission d'environ 50 GHz. Il est alors possible de changer la longueur d'onde d'émission du laser en tournant le filtre de Lyot, mais étant donné que l'intervalle spectral libre de la cavité est de l'ordre de 200 MHz (la longueur de la cavité est environ 1.6 m), il faut ajouter d'autres éléments sélectifs pour être monomode. Ces éléments sont deux étalons Fabry-Pérot : un étalon mince, constitué d'une simple lame de verre d'environ 1 mm d'épaisseur, et un étalon épais formé par une lame d'air d'environ 6 mm. L'étalon mince, de faible finesse, présente un intervalle spectral libre d'environ 200 GHz (4 Å) et sélectionne par les pertes qu'il introduit une plage spectrale d'émission de l'ordre de 40 GHz. L'étalon épais (cf. figure 2.5) est constitué de deux prismes d'angle au sommet mesurant 34° et traités sur une face de manière à présenter une réflectivité de 30%. Les deux faces traitées sont placées en vis à vis, l'une parallèle à l'autre. C'est l'espace qui les sépare qui constitue l'étalon Fabry-Pérot. Le faisceau arrive sur ces prismes à l'incidence de Brewster, ce qui évite les pertes. L'intervalle spectral libre de cet élément est de l'ordre de 20 GHz (0,4 Å) et la plage spectrale sélectionnée est de l'ordre de 500 MHz. Cela suffit à isoler un mode unique de la cavité laser lorsqu'un pic de ce Fabry-Pérot est centré sur un mode de la cavité. La largeur spectrale de l'émission est alors celle d'un mode de la cavité laser, soit environ 600 kHz. L'un des deux prismes constituant



FIG. 2.5 – Étalon épais à air.

l'étalon épais est monté sur une cale piézo-électrique (fig. 2.5), ce qui permet d'ajuster l'épaisseur de l'étalon au mode de la cavité laser que l'on veut sélectionner. En réalité, à cause des fluctuations thermiques et des vibrations que subit le laser, il faut en permanence ajuster la taille de ce Fabry-Pérot de manière à toujours laser sur le même mode de la cavité. C'est le rôle de l'asservissement de l'étalon épais que nous avons représenté schématiquement sur la figure 2.6.

Le principe de l'asservissement de l'étalon épais est le suivant : on compare la fréquence du laser à celle du maximum du pic d'Airy du Fabry-Pérot et l'on en déduit un signal d'erreur que l'on utilise pour corriger l'épaisseur de l'étalon épais au moyen de la céramique piézo-électrique. Il est ainsi possible de maintenir en permanence la fréquence du maximum de transmission du Fabry-Pérot épais en coïncidence avec la fréquence du laser. Il s'agit ici de garantir un fonctionnement monomode lorsque la fréquence du laser varie et non pas de réduire le bruit de fréquence du laser. Techniquement, ceci se fait en appliquant, au moyen de la cale piézo-électrique, une modulation à l'épaisseur du Fabry-Pérot épais avec une amplitude faible devant la largeur du pic d'Airy et à une fréquence f de quelques kilohertz. On détecte ensuite l'intensité du laser au moyen d'une photodiode et on l'injecte dans une détection synchrone à la fréquence f. Celle-ci extrait du photocourant la composante oscillant à la fréquence f au moyen d'un filtre électronique étroit centré sur f. Le signal obtenu est ensuite multiplié par un signal créneau toujours à la fréquence f et en phase avec ce signal. On effectue la moyenne du résultat sur plusieurs périodes d'oscillation. On obtient ainsi un signal proportionnel à la pente du pic d'Airy de l'étalon épais à la longueur d'onde du laser. C'est notre signal d'erreur. Il s'annule lorsque le maximum du pic d'Airy coïncide avec la longueur d'onde du laser. Il est ensuite intégré dans le temps (pour augmenter le gain statique de l'asservissement), puis ajouté avec un gain de contre réaction au signal haute tension appliqué à la cale piézo-



FIG. 2.6 – Asservissement de l'étalon épais.

électrique de l'étalon épais. Une cavité d'analyse dont un miroir est monté sur une céramique piézo-électrique soumise à une tension périodique permet de visualiser le mode du laser et de s'assurer que l'on a bien un seul mode stable. Cet asservissement de l'étalon épais joue le rôle de force de rappel qui tend à ramener la fréquence de résonance de l'étalon épais à celle à laquelle le laser oscille. Sa bande passante est limitée par la fréquence de modulation f. Il permet donc de corriger des effets relativement lents tels que les fluctuations thermiques et les vibrations mécaniques de la cavité. On maintient ainsi le fonctionnement monomode du laser à une fréquence que l'on peut choisir en réglant successivement le filtre de Lyot et l'orientation de l'étalon mince. Ces deux éléments permettent de choisir un mode à l'intervalle spectral libre de l'étalon épais près, soit environ 20 GHz (0,4 Å).

Pour pouvoir affiner le choix d'une fréquence d'oscillation du laser, un élément supplémentaire rentre en jeu: le bi-lame. Il s'agit de deux lames de verre orientées à un angle proche de l'angle de Brewster, symétriquement par rapport à un plan perpendiculaire au faisceau. Cet angle peut être balayé continuement de manière symétrique pour les deux lames en les faisant tourner, grâce à un moteur, par rapport à un axe vertical. On modifie ainsi la longueur optique parcourue dans le verre, ce qui a pour effet de changer la longueur optique d'un tour de cavité. Comme le pic de transmission du Fabry-Pérot épais est asservi sur un mode de la cavité, lorsque l'on modifie l'angle des lames du bi-lame lentement, on reste sur le même mode de la cavité laser qui se déplace en fréquence sans saut. Ce dispositif permet de balayer continuement le laser sur une plage d'environ 15 GHz. Cette plage est limitée par le réglage du Fabry-Pérot mince qu'il est possible d'asservir à son tour en jouant sur son orientation et donc sur son épaisseur effective, ou plus simplement de réajuster son réglage à la main si l'on ne cherche pas à effectuer un balayage parfaitement régulier mais seulement à se positionner à une longueur d'onde donnée.

Le laser que nous venons de décrire est un laser monomode délivrant typiquement un watt, accordable à n'importe quelle fréquence sur une plage variant de 820 à 850 nm, avec une précision limitée seulement à la largeur du laser lui-même qui est d'environ 600 kHz. Ce laser est, de plus, balayable continuement sur une vingtaine de gigahertz. Il est même théoriquement possible de le balayer sur environ 300 GHz (0,6 nm) lorsque l'on asservit l'étalon mince — pratiquement, lorsque l'on tente des balayages sur plus de 100 GHz, la probabilité qu'un saut de mode se produise devient importante. Pour de plus amples détails sur ce laser, sa conception, ses caractéristiques et son réglage, on pourra se reporter au chapitre intitulé *Construction d'un laser titane-saphir* dans [15].

Notons enfin qu'il est possible d'ajouter un asservissement de la fréquence du laser sur une cavité externe afin de réduire la largeur en fréquence du laser, mais étant donné la largeur des résonances des polaritons de cavité qui varie du demi-nanomètre au dixième de nanomètre (200 à 50 GHz), ceci ne présente pas d'intérêt pour nous. Il est également possible d'installer un asservissement en intensité pour s'affranchir des dérives lentes, mais nous n'en avons pas éprouvé la nécessité, un simple système constitué d'une lame $\lambda/2$ réglable manuellement et d'un polariseur nous permettant de réajuster l'intensité d'une mesure à l'autre.

2.3.3 Circulateur optique

Nous avons mis en place un circulateur optique pouvant être configuré pour réaliser, suivant les besoins, des expériences d'absorption en lumière monochromatique, des expériences de luminescence résonante ou, comme on le verra au chapitre suivant (§3.4.2 et §3.4.5), des expériences de mesure de bruit.

Pour les mesures d'absorption (qui se résument en fait à des études de réflectivité comme on l'a vu au §1.6.4), ce montage permet d'envoyer le faisceau laser soit sur la microcavité, soit sur un miroir de référence en faisant toujours sortir la lumière par une même voie, distincte de la voie d'entrée.



FIG. 2.7 – Circulateur optique permettant, suivant la position de la lame $\lambda/2$ d'envoyer la lumière sur la microcavité ou sur un miroir de référence.

Nous avons représenté figure 2.7 les deux trajets possibles de la lumière selon que la lame $\lambda/2$ située à l'entrée du circulateur fournit une polarisation verticale ou horizontale. On peut soit mesurer alternativement les champs réfléchis par la cavité et par le miroir de référence, soit utiliser un second cube séparateur de polarisation pour envoyer sur deux photodiodes différentes le champ réfléchi par la microcavité et le champ réfléchi par le miroir (en effet, les polarisations de ces champs sont orthogonales). On notera qu'avec ce circulateur, le champ incident est polarisé circulairement. Cela permet de n'exciter qu'un seul état excitonique de moment angulaire donné suivant (Oz) à la fois. Cela étant, les expériences de réflectivité et d'absorption à la température de l'hélium liquide sont tout à fait similaires à celles décrites au chapitre précédent, §1.6.4.

En ce qui concerne les mesures de luminescence, toute la difficulté expérimentale consiste à éliminer le laser de la lumière sortant de la microcavité. La luminescence résonante est en effet émise dans la même direction que le laser réfléchi et sur une plage de longueur d'onde qui en général contient la longueur d'onde du laser. Pour cela, on tourne la lame $\lambda/4$ qui se trouve devant la microcavité de manière à aligner l'un de ses axes sur la polarisation du laser (ce qui revient à supprimer cette lame). Le laser excite donc la microcavité en polarisation linéaire et crée en proportion égale des excitons de moment angulaire M = +1 et M = -1. La plus grande partie du laser réfléchi conserve sa polarisation et repart vers le laser; elle est arrêtée par un isolateur optique situé en amont du circulateur. La luminescence est par contre émise de manière équivalente suivant les deux polarisations; une moitié est donc transmise par le cube polariseur dans la direction de sortie tel que représenté figure 2.8.



FIG. 2.8 – Circulateur optique configuré pour les mesures de luminescence.

2.3.4 Le spectromètre

Le spectromètre est un appareil commercial de la marque Jobin-Yvon, référencé sous le nom de Spectromètre HR 1000. Il possède deux entrées et deux sorties distantes d'un mètre. Sur l'une des entrée et sur l'une des sorties sont installées deux fentes identiques réglable à 1 μ m près et graduées tous les 10 μ m. La résolution théorique de cet appareil est de 0,02 nm pour des fentes ouvertes à 10 μ m. Pour nos mesures, les fentes étaient ouvertes à au moins 30 μ pour avoir un signal suffisant, ce qui correspond à une résolution mesurée de 0,05 nm.

Derrière la fente de sortie est installé un photomultiplicateur adapté à l'infrarouge dont le signal est traité par un amplificateur à détection synchrone de marque EG & G réglé sur la fréquence du hacheur coupant le faisceau laser d'excitation à une fréquence de 500 Hz. Le réglage de la détection synchrone se fait en détectant le laser résiduel. Comme on le verra sur les spectres de luminescence obtenus, la part résiduelle du laser reste très importante malgré la présence d'un cache sur le trajet du laser au niveau de la lentille focalisant la luminescence sur la fente d'entrée du spectromètre. L'enregistrement d'un spectre de luminescence est relativement long (typiquement de 1 à 10 mn) puisqu'il faut balayer le spectromètre à une vitesse suffisamment lente devant le temps d'intégration de la détection synchrone qui est de l'ordre de 300 ms pour avoir un signal stable.

Une barrette CCD est montée sur la seconde sortie du spectromètre. Cependant, elle n'a pas une dynamique suffisante pour permettre la mesure de la luminescence en présence du laser résiduel qui est vu simultanément. Par contre, elle peut servir à localiser rapidement la longueur d'onde du laser.

De façon à limiter au maximum l'intensité résiduelle du laser qui risque d'endommager le photomultiplicateur et qui gène la mesure, nous avons placé un cache d'un millimètre de diamètre sur la lentille qui focalise la luminescence sur la fente d'entrée du spectromètre. Le montage est conçu pour que la lentille L_1 (cf. fig.2.3) et la microcavité soient dans les deux plans focaux de la lentille L_2 . Il en résulte que la luminescence, qui suit les lois de l'optique classique, se propage entre les deux lentilles sous la forme d'un faisceau parallèle dont le diamètre est limité par la lentille L_2 et que le laser résiduel, qui est un faisceau gaussien dont le col de diamètre $w_0=60 \ \mu m$ est dans le plan de la microcavité, se refocalise sur la lentille L_1 avec un col de diamètre $w'_0 = \lambda f_2 / \pi w_0$. La distance focale f_2 de la lentille L_2 a été choisie égale à 150 mm, ce qui donne $w'_0=0,67$ mm, c'est à dire un col plus petit que la taille du cache placé au centre de la lentille L_1 . On arrête ainsi environ 96% du laser résiduel qui n'avait pas été arrêté par le cube polariseur $(\approx 1\%$ de l'intensité incidente), mais il reste une fraction de microwatt de laser concentré sur une très petite plage de fréquence (1MHz), à comparer aux quelques nanowatts de luminescence collecté, étalée sur quelques dixièmes de nanomètres. Le diamètre de la lentille L_2 étant de $\phi_2=25$ mm, on collecte la luminescence correspondant aux angles compris entre $0,2^{\circ}$ et $4,8^{\circ}$. Cela signifie que l'on observe la photoluminescence émise par des excitons de $|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq 6.3.10^{+3} \text{ cm}^{-1}$; les \mathbf{k}_{\parallel} proches de zéro qui sont arrêtés avec le laser représentant une contribution négligeable.

2.4 Résultats expérimentaux

Nous avons, avec le dispositif précédemment décrit, effectué des mesures de luminescence résonante en incidence normale, à la température de l'hélium liquide. Dans un premier temps, nous avons caractérisé notre échantillon par des études d'absorption donnant la courbe d'anticroisement des états polaritons. Nous avons ensuite mesuré la luminescence émise pour différentes fréquences du laser d'excitation focalisé en différents points de l'échantillon. Nous présentons ici trois séries de mesures correspondant à trois énergies d'excitation. Dans chacun des cas, nous avons fait varier le désaccord cavité-exciton autour de la valeur qui correspond à la résonance du polariton déterminé par la fréquence du laser. Ces séries de mesures sont situées sur la branche polariton de plus basse énergie, qui donne le meilleur rendement de luminescence. Nous montrerons qu'il est possible d'expliquer ces spectres aux moyen du modèle théorique présenté au §2.2.2.

D'autres mesures ont été effectuées sur la branche haute énergie, pour lesquelles on constate que l'essentiel de la luminescence est émise sur la branche basse; la luminescence produite sur la branche haute reste quant à elle très faible. Dans la mesure où nous nous intéressons dans le chapitre qui suit au bruit d'intensité à des fréquences optiques très proches de celles du laser lors d'une excitation de la branche de basse énergie, nous ne détaillerons pas les mesures de luminescence obtenues par excitation de la branche haute.

2.4.1 Anticroisement

Les courbes d'anticroisement des états polaritons sont obtenues à la température de l'hélium liquide par la méthode décrite au §1.6.4: on fixe la longueur d'onde du laser et l'on fait varier la position sur l'échantillon jusqu'à trouver un minimum de réflectivité. Cela revient à chercher une résonance sur une ligne horizontale du diagramme d'anticroisement. En reportant les positions des résonances pour diverses longueurs d'ondes d'excitation, on construit les courbes d'anticroisement. Nous avons pris soin de vérifier qu'à la température de l'hélium liquide la transmission de l'échantillon restait négligeable devant l'absorption, si que bien la relation A = 1 - T est vérifiée.

Nous avons également cherché à évaluer la largeur à mi-hauteur des résonances ainsi déterminées. Il s'agit de largeurs sur des lignes horizontales de la courbe d'anticroisement. Pour revenir à des largeurs sur les verticales, plus habituelles, il suffit d'appliquer un coefficient multiplicatif égal à la pente de la branche polariton au point considéré. Cette méthode de mesure des largeurs manque cependant de précision sur la partie des courbes où les polaritons se comportent plutôt comme des excitons (branche haute énergie et désaccord négatif ou branche basse énergie et désaccord positif). En effet, dans cette région, la pente des courbes d'anticroisement est faible car la résonance excitonique dépend peu de la position choisie sur l'échantillon. De ce fait, les largeurs « horizontales » sont importantes et leur profondeur faible, ce qui rend difficile une mesure précise. De plus, l'erreur sur la pente du polariton a une forte incidence sur la largeur « verticale » que l'on en déduit.

Dans la zone de l'anticroisement (désaccord proche de zéro), la largeur que l'on mesure correspond à une moyenne des largeurs de cavité γ_{cav} et d'exciton γ_{exc} (cf. expression (1.50)), avec un élargissement dû à la largeur inhomogène γ_{inh} . La largeur inhomogène a peu d'influence sur les largeurs « verticales » comme on peut le voir sur la figure 2.1, mais a un effet non négligeable sur les largeurs « horizontales » dont il faut tenir compte. Nous avons représenté figure 2.9 les formes de raie d'absorption théoriques avec et sans largeur inhomogène obtenues avec les paramètres correspondant à notre microcavité, lorsque l'on fait varier le désaccord cavité-exciton, c'est à dire le long de lignes horizontales sur le diagramme d'anticroisement. Notons que l'élargissement des résonances (aussi bien verticales qu'horizontales; cf. 1.6.1) dû au diamètre fini du spot du laser (80 µm) doit être corrigé.



FIG. 2.9 – Formes de raie d'absorption calculée avec (trait plein) et sans (pointillé) largeur inhomogène, en fonction du désaccord exciton-cavité — Résonance branche haute pour $\delta = -g$, branche basse pour $\delta = +g$.

Pour déterminer les paramètres expérimentaux, nous avons tout d'abord ajusté deux hyperboles aux mesures expérimentales d'anticroisement en réflexion. Nous en avons déduit une valeur des variations d'énergie de la cavité et de l'exciton avec la position $d\omega_{cav}/dx$ et $d\omega_{exc}/dx$, et une valeur de la position x_0 sur l'échantillon correspondant au centre de l'anticroisement ainsi que l'énergie ω_{exc} de l'exciton en ce point. Ces valeurs sont résumés dans le tableau 2.1. Nous avons ensuite évalué les largeurs : pour la cavité, nous avons

$d\omega_{cav}/dx$	$d\omega_{exc}/dx$	ω_{exc} en $x = 0$
$9,0 \mathrm{~meV/mm}$	1,4 meV/mm	$1486,4\;\mathrm{meV}$

TAB. 2.1 – Paramètres de la microcavité NMC22 à 4K: gradient d'épaisseur.

utilisé la valeur γ_{cav} obtenue par le calcul (cf. équation (1.32)) et confirmée par des mesures à 77K (et qui est indépendante de la température); pour les largeurs homogène γ_{exc} et inhomogène γ_{inh} de l'exciton, nous avons cherché un couple de valeurs donnant, par le calcul des champs moyens décrit au §2.2.1, des largeurs horizontales au voisinage du désaccord nul compatibles avec les largeurs mesurées. Nous avons déduit de ces largeurs et de la séparation des pics d'absorption une estimation de la valeur de la constante de couplage g au moyen de l'expression (1.70).

TAB. 2.2 – Paramètres de la microcavité NMC22 à 4K: dissipations et couplage.

γ_{cav}	γ_{exc}	γ_{inh}	g
$0,24 \mathrm{~meV}$	$0,\!05~{\rm meV}$	$0,52 \mathrm{~meV}$	$2{,}04~{\rm meV}$

Nous avons ensuite optimisé cet ensemble de valeurs pour ajuster aux mieux les valeurs théoriques et expérimentales correspondant au diagramme d'anticroisement et aux variations des largeurs avec la position sur l'échantillon. Le résultat de cette procédure d'ajustement est représenté sur la figure 2.10 où les courbes en traits pleins sont obtenues par le modèle théorique. Il est très satisfaisant pour le diagramme d'anticroisement. L'accord est plus difficile à réaliser pour les largeurs, à cause des incertitudes évoquées plus haut. On remarque en particulier que les largeurs faibles correspondant à des polaritons de type exciton sur la branche basse (à gauche sur le diagramme des largeurs) et sur la branche haute (à droite) semblent constantes. Cela est dû à l'effet dominant ici de l'élargissement lié à la taille du spot laser.



FIG. 2.10 – Courbes d'anticroisement et largeurs « horizontales » correspondantes obtenues à la température de l'hélium liquide avec l'échantillon NMC 22. En trait plein : prévision du modèle théorique.

Les valeurs obtenues pour les dissipations de la cavité et de l'exciton, ainsi que la constante de couplage sont résumées dans le tableau 2.2. Les largeurs excitoniques sont clairement beaucoup plus faibles que celles mesurées à la température de l'azote liquide.

2.4.2 Mesures de luminescence

Nous avons effectué sur les deux branches de polariton des mesures de spectres de luminescence au moyen du dispositif décrit au §2.3. Chaque mesure peut être représentée par un point sur les courbes d'anticroisement puisque la longueur d'onde d'excitation du laser et la position du spot sur



FIG. 2.11 – Positions des séries de mesures sur les courbes d'anticroisement.

l'échantillon sont fixées. Le paramètre variable en fonction duquel sont tracés les spectres de luminescence est la longueur d'onde d'analyse du spectromètre. Pendant les mesures, la température de l'échantillon est maintenue constante par l'asservissement en température du cryostat, réglé pour maintenir une température mesurée de 4K.

Les spectres de luminescence que nous allons présenter maintenant correspondent aux deux séries de mesures que l'on peut repérer figure 2.11 sur les courbes d'anticroisement par des symboles noirs pleins (séries 3 et 4) répartis sur deux lignes horizontales correspondant chacune à l'une des deux longueurs d'onde d'excitation. Il s'agit de mesures effectuées sur la branche basse énergie, pour différentes valeurs du désaccord exciton-cavité autour du désaccord nul et pour des longueurs d'ondes d'excitation proches de la longueur d'onde de résonance du polariton de basse énergie pour un désaccord nul. L'intensité d'excitation était de 2 mW focalisée sur un spot d'un diamètre estimé à 80 μ m, soit environ 10 W/cm².

Nous avons ajusté sur ces courbes, en adaptant leur hauteur, le résultat du calcul de luminescence correspondant aux paramètres déterminés par l'étude de l'anticroisement et des largeurs mesurées en réflectivité comme indiqué plus haut. Les valeurs de ces paramètres ont été données dans les tableaux 2.1 et 2.2. La température de l'échantillon a été ajusté pour optimiser l'accord sur l'ensemble des courbes de luminescence, car leur forme y est sensible. Comme

d'autres auteurs (voir par exemple [32]), nous avons été conduits à prendre une température légèrement plus élevée que la température de 4K indiquée par le cryostat. Cette température, qui est de 7K pour l'ensemble des courbes, est tout à fait plausible, compte tenu de l'échauffement de l'échantillon par le laser. Les seuls paramètres ajustables sont donc une amplitude pour chaque courbe et la température, fixée à 7K pour l'ensemble des courbes.

Les résultats sont reproduits figure 2.12 pour la série n°3 et figure 2.13 pour la série n°4. La position des pics de luminescence est correctement reproduite. Cependant, pour obtenir des largeurs de raie d'émission de luminescence correctes, il est nécessaire de tenir compte de l'élargissement due à l'intégration angulaire de notre système de détection.

Afin de tenir compte de l'ouverture angulaire d'observation qui était de 4,8°, nous avons calculé les spectres émis à six angles différents de 0° à 4,8°, puis sommé les formes de raie de luminescence obtenues, comme expliqué à la fin du §2.2.2. Les résultats sont reproduits figure 2.14 pour la série n°3 et figure 2.15 pour la série n°4. L'accord entre le modèle théorique et les mesures est alors meilleur. Cela montre la contribution à la luminescence des polaritons de \mathbf{k}_{\parallel} relativement élevés.

Nous avons également ajouté une lorentzienne pour tenir compte de la lumière laser parasite diffusée en gardant la même hauteur et la même largeur sur toutes les courbes d'une même série. Les résultats des ajustements obtenus en tenant compte du laser sont reproduits figure 2.16 pour la série n°3 et figure 2.17 pour la série n°4. La prise en compte de la lumière diffusée permet d'améliorer notablement l'accord entre théorie et expérience sur un certain nombre de courbes.

Ces ajustements reproduisent globalement assez bien la luminescence lorsque la fréquence du laser d'excitation est supérieure ou égale à la fréquence de résonance du polariton. Un examen des spectres et des ajustements permet par contre de constater que le modèle ne reproduit pas correctement les mesures lorsque la longueur d'onde du laser est supérieure à la fréquence de résonance du polariton : tout semble se passer alors comme si la luminescence restait centrée sur le laser. Il est possible cette luminescence provienne d'états excitoniques localisés, d'énergie inférieure à celle des polaritons.



FIG. 2.12 – Spectres de luminescence : Série 3 - Sans intégration angulaire.



FIG. 2.13 – Spectres de luminescence : Série 4 - Sans intégration angulaire.



FIG. 2.14 – Spectres de luminescence : Série 3 - Avec intégration angulaire.



 $\label{eq:FIG.2.15-Spectres} Fig.~2.15-Spectres~de~luminescence:~S{\'e}rie~{\it 4}-Avec~int{\'e}gration~angulaire.$



FIG. 2.16 – Spectres de luminescence : Série 3 - Avec intégration angulaire et laser.



FIG. 2.17 – Spectres de luminescence : Série 4 - Avec intégration angulaire et laser.

Nous avons également effectué des mesures de luminescence en excitant la branche haute. À titre d'exemple, nous avons reproduit figure 2.18 un spectre de luminescence obtenu ainsi. On observe deux pics de luminescence centrés sur les deux états polaritons. On voit nettement que l'essentiel de cette luminescence est émis sur la branche basse. Nous avons superposé à la courbe expérimentale le résultat donné par notre modèle pour les mêmes paramètres que ceux utilisés précédemment. Mis à part un facteur d'échelle, il n'y a aucun paramètre ajustable. La forme générale de la courbe est assez bien reproduite, montrant en particulier que la majorité des polaritons transite vers la branche basse avant de se recombiner. Le rapport des hauteurs n'est en revanche pas exact. Cela provient du fait que nous n'avons pas considéré en détail les divers mécanismes de dépeuplement de la branche haute et de dépeuplement de la branche basse par l'intermédiaire des états « réservoir ».



FIG. 2.18 – Exemple de spectre de luminescence obtenu en excitant la branche haute issu de la série n° 7 (Échelle logarithmique).

2.5 Conclusion

Un même ensemble de paramètres permet d'obtenir un bon accord entre spectres expérimentaux et théoriques lorsque l'on fait varier la fréquence du laser et le désaccord cavité-exciton. Nous avons pu vérifier que notre modèle de luminescence reproduit bien les signaux observés sur la branche basse lorsque le laser est résonant avec le polariton de basse énergie ou un peu au-dessus. Ces mesures permettent de valider l'hypothèse de l'élargissement inhomogène de l'exciton et le mécanisme de diffusion des excitons par les phonons à basse température.

Dans la première partie de cette thèse nous nous sommes intéressés à l'interaction cohérente entre exciton et photons. Dans cette seconde partie, nous avons envisagé des mécanismes plus complexes mettant en jeu une interaction supplémentaire avant l'émission, ce qui donne lieu à la luminescence quasi-résonante. Cependant, l'étude de la luminescence à des fréquences très proches de celles du laser d'excitation est difficile car les mesures sont perturbées, comme nous l'avons montré, par la lumière du laser diffusé. Nous allons voir dans le chapitre qui suit que l'on peut, grâce à des études de bruit, effectuer des mesures de cette luminescence à des fréquences extrêmement proches de celle du laser.

2. Luminescence quasi-résonante

3. MESURES DE BRUIT

3.1 Introduction

L'idée initiale qui nous a conduit à étudier le bruit est le résultat d'une étude théorique menée au laboratoire qui prédisait la possibilité d'obtenir une réduction du bruit en dessous de la limite quantique standard au moyen de microcavités semi-conductrices [30][29][31]. Les conditions d'apparition de cette réduction étaient une très basse température (le couplage avec les phonons a tendance à faire disparaître les effets de réduction du bruit) et des effets non linéaires dus aux interactions entre excitons. Nous avons donc mis en place un dispositif de mesure de bruit, que nous allons décrire dans ce chapitre. Nous n'avons pas observé de réduction de bruit. En revanche, nous avons obtenu de spectaculaires excès de bruit présentant un comportement non linéaire qui apportent des informations nouvelles sur les interactions entre excitons. Avant de présenter les résultats de nos mesures, nous analysons au §3.5 l'origine du bruit mesuré. Il comprend une composante linéaire reliée à la luminescence étudiée au chapitre précédent et une composante non linéaire provenant des interactions entre excitons.

3.2 Principe des mesures de bruit

Le principe des systèmes de mesures de bruit du champ électromagnétique repose sur la détection d'intensité du champ et l'analyse spectrale des fluctuations de courant produites par le photodétecteur utilisé. Pour en comprendre le fonctionnement, une approche semi-classique simple et idéalisée empruntée à S. Reynaud [13] est suffisante. Considérons un photodétecteur supposé parfait, c'est à dire de rendement quantique égal à l'unité. Supposons que tombe sur ce détecteur un mode transverse unique du champ, c'est à dire un champ de polarisation et de direction de propagation uniques et fixées. Le détecteur est supposé suffisamment grand pour qu'il ne soit pas nécessaire de tenir compte de la structure transverse de ce mode. L'opérateur décrivant le champ électrique considéré peut s'écrire :

$$\hat{E}(t) = \hat{E}^{(-)}(t) + \hat{E}^{(+)}(t)$$
(3.1)

où $\hat{E}^{(-)}$ et $\hat{E}^{(+)}$ se décomposent en composantes de Fourier :

$$\hat{E}^{(+)}(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \hat{E}^{(+)}[\omega] e^{-i\omega t}$$
(3.2)

$$\hat{E}^{(-)}(t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \hat{E}^{(-)}[\omega] e^{+i\omega t}$$
(3.3)

Parce que l'on considère par souci de simplicité un champ monomode transverse, il est possible de normaliser le champ électrique de manière à avoir :

$$\hat{E}^{(+)}[\omega] = \hat{a}_{\omega} \quad \text{et} \quad \hat{E}^{(-)}[\omega] = (\hat{a}_{\omega})^{\dagger} = \hat{a}_{\omega}^{\dagger} \tag{3.4}$$

où \hat{a}_{ω} et $\hat{a}_{\omega}^{\dagger}$ sont respectivement les opérateurs d'annihilation et de création de photon dans le mode de fréquence ω du champ. Ces opérateurs vérifient les relations de commutation :

$$[\hat{a}_{\omega_1}, \hat{a}_{\omega_2}] = [\hat{a}_{\omega_1}^{\dagger}, \hat{a}_{\omega_2}^{\dagger}] = 0 \quad \text{et} \quad [\hat{a}_{\omega_1}, \hat{a}_{\omega_2}^{\dagger}] = 2\pi \ \delta(\omega_1 - \omega_2) \tag{3.5}$$

Pour un photodétecteur d'efficacité quantique unité, le photocourant produit par l'arrivée des photons sur le photodétecteur doit être décrit (cf. [14]) par un opérateur $\hat{i}(t)$ qui vérifie :

$$\hat{i}(t) = q\hat{I}(t) \tag{3.6}$$

où q est la charge de l'électron et où $\hat{I}(t)$ est l'opérateur intensité du champ exprimé en nombre de photons par unité de temps, défini dans notre cas par :

$$\hat{I}(t) = \hat{E}^{(-)}(t) \ \hat{E}^{(+)}(t)$$
(3.7)

La statistique du photocourant reproduit donc celle de l'intensité du champ. On notera l'importance de l'ordre des opérateurs qui garantit un nombre de photodétections nul dans le vide.

Supposons maintenant que le champ incident soit un champ intense monochromatique de fréquence ω_0 . On peut le décomposer en deux parties : sa valeur moyenne d'amplitude¹ E_0 oscillant à la fréquence ω_0 et ses fluctuations² $\delta \hat{E}$ réparties sur toutes les fréquences possibles :

$$\hat{E}(t) = \langle \hat{E}(t) \rangle + \delta \hat{E}(t) \tag{3.8}$$

$$\langle \hat{E}(t) \rangle = E_0 \ e^{-i\omega_0 t} + E_0 \ e^{+i\omega_0 t} \tag{3.9}$$

Soit encore:

$$\langle \hat{E}^{(+)}(t) \rangle = E_0 \ e^{-i\omega_0 t} \quad \text{et} \quad \langle \hat{E}^{(-)}(t) \rangle = E_0 \ e^{+i\omega_0 t}$$
(3.10)

De même, l'intensité peut s'écrire:

$$\hat{I}(t) = \langle \hat{I}(t) \rangle + \delta \hat{I}(t)$$
(3.11)

Dans un traitement linéaire des fluctuations (valable dans le cas où les fluctuations sont négligeables devant les valeurs moyennes) on obtient :

$$\langle \hat{I}(t) \rangle = E_0^2 \quad \text{et} \quad \delta \hat{I}(t) = E_0 \ \delta \hat{E}_1(t)$$
 (3.12)

avec:

$$\delta \hat{E}_1(t) = \delta \hat{E}^{(+)}(t) e^{+i\omega_0 t} + \delta \hat{E}^{(-)}(t) e^{-i\omega_0 t}$$
(3.13)

On en déduit, en utilisant (3.2) et (3.3), une expression des fluctuations de l'intensité du champ pour toute fréquence non nulle Ω :

$$\delta \hat{I}[\Omega] = E_0 \ \delta \hat{E}_1[\Omega] = E_0 (\delta \hat{a}_{\omega_0 + \Omega} + (\delta \hat{a}_{\omega_0 - \Omega})^{\dagger})$$
(3.14)

Les fluctuations d'intensité sont donc proportionnelles aux fluctuations de l'amplitude du champ. De manière plus précise, la détection d'intensité réalise l'homodynage des fluctuations d'amplitude du champ aux fréquences $\omega_0 + \Omega$ et $\omega_0 - \Omega$ avec la valeur moyenne du champ oscillant à ω_0 .

Les fluctuations d'une observable \hat{X} sont généralement caractérisées par leur spectre de bruit $S_X(\Omega)$. Ce spectre de bruit est défini, en régime stationnaire par :

$$S_X(\Omega) = \int d\tau e^{i\Omega\tau} (\langle \hat{X}(\tau)\hat{X}(0)\rangle - \langle \hat{X}(0)\rangle\langle \hat{X}(\tau)\rangle)$$
(3.15)

$$= \int d\tau e^{i\Omega\tau} \langle \delta \hat{X}(\tau) \ \delta \hat{X}(0) \rangle \tag{3.16}$$

^{1.} L'origine des phases est choisie de manière à ce que l'amplitude E_0 soit réelle.

^{2.} D'une manière générale, pour un système dans un état $|\phi\rangle$ donné, on défini les fluctuations d'un opérateur \hat{X} par $\delta \hat{X}_{\phi} = \hat{X} - \langle \hat{X} \rangle_{\phi}$; on omet généralement l'indice ϕ , mais il faut garder à l'esprit que l'opérateur ainsi introduit dépend de l'état considéré du système.

En conséquence, le spectre de bruit se trouve est lié à la transformée de Fourier des fluctuations par la relation suivante :

$$\langle \delta \hat{X}[\Omega] \ \delta \hat{X}[\Omega'] \rangle = 2\pi \ \delta(\Omega + \Omega') \ S_X(\Omega) \tag{3.17}$$

Intuitivement, ceci traduit le fait que $S_X(\Omega)$ est proportionnel au carré des composantes de Fourier des fluctuations à la fréquence de bruit Ω .

Expérimentalement, il est possible de tracer un spectre de bruit des fluctuations de l'amplitude du champ grâce à un analyseur de spectre. En effet, un analyseur de spectre mesure la variance Δv_F des fluctuations, dans une bande de fréquences étroite déterminée par un filtre électronique F de largeur δf centré autour d'une fréquence d'analyse Ω_0 , de la tension v(t) produite par le passage du photocourant i(t) dans une résistance de charge R. On montre (cf. [16]) qu'alors, la valeur du spectre de bruit des fluctuations du courant $S_i(\Omega)$ vaut, pour $\Omega = \Omega_0$:

$$S_i(\Omega_0) = \frac{(\Delta v_F)^2}{2 \,\delta f \, R^2} \tag{3.18}$$

Et, comme la détection d'intensité du champ produit un photocourant $\hat{i}(t) = q\hat{I}(t)$, le spectre de bruit de l'intensité lumineuse vaut :

$$S_I(\Omega) = S_i(\Omega)/q^2 = \frac{(\Delta v_F)^2}{2\,\delta f \,R^2 \,q^2} \tag{3.19}$$

Pour finir, l'expression (3.14) qui relie fluctuations d'intensité et d'amplitude et l'expression (3.17) qui relie fluctuations et spectres de bruit, permettent d'écrire :

$$S_{E_1}(\Omega) = \frac{S_I(\Omega)}{\langle \hat{I} \rangle} = \frac{S_i(\Omega)}{q \langle \hat{i} \rangle} = \frac{(\Delta v_F)^2}{2 \,\delta f \, R \, q \, v} \tag{3.20}$$

Le signal que l'on trace avec l'analyseur de spectre en fonction de la fréquence d'analyse Ω est donc proportionnel au spectre de bruit des fluctuations d'amplitude du champ électromagnétique. Plus exactement, on trace un signal proportionnel à $S_{E_1}(\Omega)$ qui est le spectre de bruit correspondant à $\delta \hat{E}_1(t)$ et qui peut s'interpréter comme conséquence du battement à la fréquence Ω du champ moyen oscillant à ω_0 avec les composantes fluctuantes du champ à $\omega_0 + \Omega$ et $\omega_0 - \Omega$. On caractérise ainsi les fluctuations de l'amplitude du champ détecté à des fréquences à une distance Ω de la fréquence d'oscillation du champ moyen ω_0 .

Un cas particulier important de spectre de bruit est le spectre d'un état cohérent, qui permet d'obtenir le bruit quantique standard. Supposons donc que le champ intense précédemment considéré soit un état cohérent de fréquence ω_0 . Le spectre de bruit d'amplitude $S_{E_1}(\Omega)$ s'obtient facilement à partir de l'expression des fluctuations en remarquant qu'à toute fréquence optique $\omega_0 \pm \Omega$ différente de ω_0 , l'état du champ est le vide. On a ainsi, pour Ω et Ω' non nuls:

$$\langle \delta \hat{E}_1[\Omega] \ \delta \hat{E}_1[\Omega'] \rangle = \langle 0 | (\hat{a}_{\omega_0 + \Omega} + \hat{a}_{\omega_0 - \Omega}^{\dagger}) (\hat{a}_{\omega_0 + \Omega'} + \hat{a}_{\omega_0 - \Omega'}^{\dagger}) | 0 \rangle \quad (3.21)$$

$$= \langle 0 | \hat{a}_{\omega_0 + \Omega} \ \hat{a}_{\omega_0 - \Omega'}^{\dagger} | 0 \rangle = 2\pi \ \delta(\Omega + \Omega') \tag{3.22}$$

Grâce à la relation (3.17) entre spectre de bruit et composantes de Fourier des fluctuations, on en déduit qu'à toute fréquence Ω non nulle on a $S_{E_1}(\Omega) = 1$ pour un état cohérent. Le bruit quantique standard correspond donc à un bruit blanc sur tout le spectre. On retrouve ainsi l'expression du spectre d'intensité d'un état cohérent :

$$S_I(\Omega) = \langle \hat{I} \rangle \tag{3.23}$$

On retrouve également que le spectre de bruit du photocourant correspondant vérifie :

$$S_i(\Omega) = q\langle \hat{i} \rangle \tag{3.24}$$

Cette expression bien connue est celle du bruit de grenaille qui n'est autre que le signal de photodétection correspondant au bruit quantique standard.

Dans notre cas, le champ qui joue le rôle des fluctuations est essentiellement la luminescence. Par conséquent, observer le bruit revient à observer la luminescence, comme on le verra plus en détail au §3.5.1.

Les expériences d'étude des fluctuations du champ électromagnétique en interaction avec divers systèmes matériels sont généralement constitués des éléments suivants :

• une source de lumière produisant des états cohérents, c'est à dire des états dont les fluctuations sur toutes les quadratures sont égales et minimales;

• un système matériel (c'est le système que l'on étudie) qui interagit avec la lumière produite par la source et qui transforme l'état cohérent de départ en un état différent; • un système de mesure du bruit basé sur la détection d'intensité du champ et qui permet d'accéder, grâce à un analyseur de spectre, aux fluctuations du champ lui-même.

Ces mesures de bruit doivent permettre d'analyser finement les processus d'interaction entre lumière et matière dans le système étudié. Dans notre cas, il s'agit de la microcavité semi-conductrice NMC22 décrite au §1.2, refroidie à la température de l'hélium liquide dans le cryostat utilisé pour l'étude de la luminescence quasi-résonante. Nous avons utilisé comme source lumineuse le laser titane-saphir continu présenté au §2.3.2 qui a également servi à l'étude de la luminescence. Le système de mesure de bruit à proprement parler est basé sur le principe de la détection d'intensité exposé plus haut, mais il s'agit d'un système un peu plus compliqué dont nous détaillerons le fonctionnement plus loin. Il est constitué de deux photodiodes à haut rendement quantique dont les photocourants sont traités électroniquement et analysés grâce à un analyseur de spectre.

À titre d'illustration, nous donnons figure 3.1 le schéma de principe du dispositif expérimental que nous avons utilisé. Nous allons en détailler les différents éléments dans les sections qui suivent.

3.3 La source : le laser titane-saphir

Les mesures de bruit nécessitent une parfaite connaissance du bruit propre de la source de lumière. L'idéal est une source monomode et monochromatique dont les fluctuations sur toutes les quadratures du champ sont égales au bruit quantique standard, autrement dit la source idéale est une source d'états cohérents. De plus, la source doit être capable de fonctionner à n'importe quelle longueur d'onde de la plage 825-845 nm pour être utilisable à plusieurs températures et pour différentes microcavités.

Les diodes lasers utilisées pour les études d'absorption et présentées précédemment (§1.6.4) semblent, à première vue, assez bien adaptées en termes de puissance, de plage d'accordabilité, de largeur spectrale, de stabilité et de simplicité d'utilisation. Malheureusement, du point de vue du bruit, ces diodes lasers présentent d'importants défauts. Même si le bruit d'intensité est satisfaisant lorsque l'on parvient à assurer un comportement réellement



FIG. 3.1 – Schéma du montage expérimental de mesure de bruit.
monomode, elles possèdent d'importantes fluctuations de phase — quelques dizaines de décibels au-dessus du bruit quantique standard. Elles ne permettent donc pas d'obtenir d'état cohérent. De plus, il reste difficile d'atteindre avec précision une longueur d'onde choisie à l'avance car les sauts de mode des diodes sont difficiles à contrôler. Nous avons néanmoins utilisé de telles diodes, d'installation aisée, pour explorer rapidement les propriétés de nos microcavités et tester le dispositif de mesures de bruit. C'est avec ces diodes que nous avons observé nos premiers signaux de bruit, mais il était impossible de savoir avec certitude s'il fallait les attribuer à un comportement bruyant de la source elle-même ou à des effets propres aux microcavités. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi d'installer un laser déjà couramment utilisé au laboratoire, mieux adapté aux mesures de bruit (il présente l'avantage d'être au bruit quantique standard sur toutes les quadratures à partir de 2 à 3 MHz), et qui nous a également servi à l'étude de la luminescence résonante : le laser titane-saphir.

Nous avons pu vérifier, grâce au système de mesure de bruit dont nous parlerons plus loin, que le laser titane-saphir était au bruit quantique standard au dessus de 3,5 MHz sur toutes les quadratures du champ (cf. figure 3.2). Ceci était largement satisfaisant puisque nos mesures de bruit on été effectuées à des fréquences variant de 5 à 20 MHz autour de la fréquence du laser, ce qui est suffisamment loin du laser pour qu'il ne perturbe pas les mesures, mais ce qui en est suffisamment proche étant donné la largeur des



FIG. 3.2 – Bruit du laser titane-saphir comparé au bruit quantique standard.

résonances des microcavités (typiquement 200 GHz) pour considérer que l'on fait des mesures quasi-résonantes du point de vue des énergies propres des polaritons de cavité.

3.4 Le dispositif de mesure du bruit

Le système de mesures de bruit que nous avons mis en place (cf. figure 3.3) repose sur le principe décrit dans la première section de ce chapitre. Il est néanmoins un peu plus sophistiqué puisqu'il fait intervenir deux photodétecteurs. En réalité ce montage permet de choisir entre deux types de détections de bruit selon la position de la lame $\lambda/2$ de la partie destinée à préparer le champ, qui n'est autre que le circulateur optique décrit au §2.3.3. La partie détection de bruit à proprement parler se limite à une lame semiréfléchissante (qui, en pratique, est remplacée par une lame $\lambda/2$ à 45° suivie d'un cube polariseur), deux photodétecteurs et un certain nombre de dispositifs électroniques dont le rôle est de préparer les signaux détectés avant de les envoyer à l'analyseur de spectre. Suivant le type de détection que l'on souhaite réaliser, on prépare différent le champ que l'on envoie sur ce système : le circulateur optique fait donc en quelque sorte partie du système de détection. Cette partie destinée à préparer le signal lumineux reçoit le laser dont l'intensité a été préalablement réglée au niveau souhaité, sous une polarisation verticale. La lame $\lambda/2$ du circulateur optique permet soit (lorsque l'un des axes de cette lame est parallèle à la polarisation incidente) d'envoyer



FIG. 3.3 – Dispositif de mesure de bruit. a) Préparation du champ. b) Dispositif de photodétection. c) Traitement électronique du signal détecté.

tout le faisceau sur la microcavité, soit (lorsque les axes sont à presque 45° de la polarisation incidente) d'envoyer plus de 99% du faisceau sur le miroir placé symétriquement à la cavité par rapport à la diagonale du cube et moins de 1% sur la microcavité. Dans le premier cas, le système est positionné pour effectuer une détection de bruit d'intensité par la méthode de la détection homodyne équilibrée. Dans le second cas, il est positionné pour effectuer une détection de bruit sur une quadrature quelconque du champ réfléchi par la microcavité par la méthode de la détection homodyne avec un oscillateur local. Dans les deux cas, le miroir comme la cavité sont précédés d'une lame $\lambda/4$ de manière à ce que la lumière réfléchie revienne sur le cube séparateur de polarisation avec une polarisation orthogonale à celle qu'elle avait à l'aller et soit ainsi envoyée vers les détecteurs et non pas vers le laser. Quelle que soit la configuration, le circulateur optique joue donc bien son rôle qui est de faire sortir la lumière réfléchie par une voie distincte de la voie d'entrée.

3.4.1 Photodiodes

L'élément fondamental de notre système de mesure est la photodiode. Nous avons choisi d'utiliser les photodiodes FFD-100 de la marque EG&G OPTOELECTRONICS qui ont déjà été utilisées au laboratoire pour des mesures de bruit. Leurs caractéristiques techniques (données constructeur) sont les suivantes :

- une réponse de 0,62 A/W à 830 nm;
- une bande spectrale de fonctionnement allant de 400 à 1150 nm;
- une résistance série équivalente de 50 ohms;
- une capacité de 8,5 pF;
- une bande passante sous 50 ohms de 150 MHz;
- un temps de réponse sous 50 ohms de 3,5 ns;
- une surface active de 5 mm² de diamètre;
- une tension de polarisation de 0 à 100 volts;
- une tension de claquage supérieure à 125 volts;
- un courant d'obscurité de 5 nA;
- un bruit de courant de $40.10^{-15} \text{ A/Hz}^{1/2}$;
- une réponse linéaire à mieux que 1% sur 7 décades.

Ces photodiodes ont d'abord été choisies pour leur efficacité quantique élevée à 830 nm : une réponse de 0,62 A/W correspond à une efficacité quantique de 84,3%. Cette efficacité quantique peut être encore augmentée en supprimant la lame de verre qui protège la surface active du détecteur et qui introduit 4% de pertes sur l'intensité; l'efficacité quantique vaut alors au moins 87,8%. La nécessité d'une efficacité quantique élevée provient du fait que le spectre de bruit obtenu avec un détecteur non idéal (d'efficacité quantique η inférieure à 1) et celui que l'on aurait obtenu avec un détecteur parfait (d'efficacité quantique égale à 1) sont liés par la relation :

$$S_i^{\eta}(\Omega) = \eta S_i(\Omega) + (1 - \eta)q\langle i\rangle \tag{3.25}$$

où S_i^{η} désigne le spectre de bruit obtenu pour le détecteur non idéal, S_i celui obtenu avec un détecteur parfait et où $q\langle i \rangle$ est le bruit quantique standard [16]. Si l'on définit par $\alpha(\Omega) = (S_i(\Omega) - q\langle i \rangle)/q\langle i \rangle$ l'écart au bruit quantique standard, le spectre de bruit mesuré avec un détecteur non idéal s'écrit :

$$S_i^{\eta}(\Omega) = (1 + \eta \alpha(\omega))q\langle i\rangle \tag{3.26}$$

On voit donc clairement que de faibles écarts au bruit quantique standard sont d'autant mieux résolus que l'efficacité quantique des détecteurs est grande.

D'autres points ont eu une grande importance dans le choix de ces photodiodes. Il nous fallait des photodiodes à temps de réponse rapide (c'est à dire à large bande passante) afin de ne pas être limités par les photodiodes elles-mêmes dans la mesure des spectres de bruit. En fait, la véritable limitation de bande passante provient de la capacité de la photodiode qui, avec la résistance de charge, constitue un filtre passe-bas qui coupe à plus de 30 MHz. La taille de la surface active est également un point important : d'une part, une surface trop petite nécessite une importante focalisation qui rend la réponse de la photodiode non linéaire; d'autre part, il faut, pour que la mesure soit fiable, que les dimensions transverses du faisceau soient plus petites que le détecteur. Nous avons pu vérifier que ces photodiodes avaient, dans les conditions de l'expérience, un fonctionnement linéaire. Enfin, citons la possibilité de polariser ces photodiodes jusqu'à 100 volts (classiquement les photodiodes sont rarement polarisées au-delà de 30 volts) ce qui permet de supporter des intensités lumineuses plus élevées en augmentant l'intensité de saturation.

Les photodiodes sont montées sur un circuit électronique dont le rôle est double : séparer la partie continue du signal (< 15 kHz) de la partie haute

fréquence (> 4 MHz) et assurer l'amplification de ces signaux. La partie du courant qui sera ensuite analysée est la partie HF. Elle doit donc être amplifiée sur une bande la plus large possible et en ajoutant le moins de bruit possible. La partie continue sert à mesurer, aussi précisément que possible, l'intensité lumineuse reçue par les photodiodes. Les deux photodiodes doivent avoir des caractéristiques aussi proches que possible. Ceci est extrêmement important, on verra pourquoi par la suite.

Le circuit électronique sur lequel sont montées les photodiodes est représenté figure 3.4. Aux deux voies de sortie (HF et DC) correspondent deux amplificateurs.

Pour la partie continue, c'est un amplificateur classique OP27 monté en suiveur qui reproduit la composante continue de la tension aux bornes d'une résistance de précision de 100 ohms. Cette résistance est traversée par le courant produit par la photodiode. On obtient ainsi en sortie une tension de 100 mV pour un courant de 1 mA émis par la photodiode (soit, étant données les caractéristiques des photodiodes, 62 mV pour 1mW d'intensité lumineuse). Un circuit RC placé entre la résistance de précision et l'amplificateur coupe toutes les fréquences supérieures à environ 15 kHz de manière à ne conserver que la composante continue du signal. Ce montage en suiveur permet, en évitant les résistances de gain, de réduire les différences de gain global d'un montage à l'autre.

Concernant la partie HF, nous avons utilisé un amplificateur à large bande (1GHz) et à faible bruit, le CLC425. Sur certaines régions du spectre, en particulier à basse fréquence, d'importants excès de bruit peuvent être observés (on a vu que notre laser n'est au bruit quantique standard qu'à partir de 3,5 MHz). C'est pourquoi un circuit RC passe-haut est placé à l'entrée de l'amplificateur pour ne garder que les fréquences supérieures à 4 MHz. La résistance de ce circuit RC, à travers laquelle circule le courant produit par la photodiode, est le résultat d'un compromis: elle est choisie suffisamment importante pour limiter le bruit thermique, qui évolue en 1/R et suffisamment faible pour que la tension de polarisation au bornes de la photodiode ne soit pas trop diminuée par la tension produite aux bornes de la résistance de charge. Comme le bruit que nous souhaitons observer se situe entre 4 et 20 MHz, nous avons choisi de limiter volontairement l'amplification aux fréquences inférieures à 25 MHz afin d'éviter que des signaux HF ne viennent perturber nos mesures (par exemple en saturant les amplificateurs sans que l'on s'en rende compte). Cette limitation de la bande d'amplification est as-



FIG. 3.4 – Circuit électronique sur lequel sont montées les photodiodes.

surée par une capacité montée en parallèle avec la résistance de gain, formant ainsi un filtre RC passe-bas. Cette dernière résistance ainsi que les résistances de charge de la photodiode déterminent le gain de l'amplificateur sur la voie HF. On a choisi d'utiliser des résistances de précision à 0,1% de façon à garantir un gain aussi proche que possible entre les deux photodiodes. À la sortie de l'amplificateur CLC est placé un filtre passe-haut destiné à couper les tensions continues résiduelles produites par l'amplification. Une résistance de 51 ohms placée en série sur la sortie HF assure l'adaptation d'impédance en 50 ohms. Le montage de l'amplificateur, appelé montage en transimpédance, permet d'éliminer l'influence de la capacité de la photodiode. En effet, à haute fréquence la photodiode voit une différence de potentiel constante car sa borne négative se comporte comme une masse virtuelle. La capacité interne de la photodiode ne limite donc plus la bande passante du circuit. Enfin, avec une tension de polarisation de 70 volts (c'est la tension que nous avons retenue), nous avons pu vérifier que l'intensité lumineuse provoquant la saturation des détecteurs sur la voie HF était de l'ordre de 10 mW sur chaque détecteur et que la bande passante globale de la voie HF était d'au moins 30 MHz. Un filtre a été placé entre la photodiode et l'alimentation fournissant la tension de polarisation pour supprimer le bruit parasite provenant de cette dernière.

3.4.2 Détection homodyne équilibrée

Nous supposons dans cette partie que la lame $\lambda/2$ qui précède le cube polariseur qui se trouve devant la microcavité est positionnée de manière à dévier toute l'intensité arrivant sur le cube vers la microcavité. Le montage est alors équivalent au schéma 3.5 et le système de mesure est alors appelé détection homodyne équilibrée; il permet d'accéder au bruit d'intensité du champ.

Nous avons dit plus haut que les deux photodiodes que nous utilisions devaient être aussi identiques que possible. En effet, le fait d'avoir deux photodiodes exactement identiques permet, comme on va le voir, de choisir électroniquement de mesurer soit le bruit quantique standard, soit le bruit d'intensité que l'on aurait mesuré avec une seule photodiode. L'intérêt de ce montage est de permettre la mesure, dans des conditions identiques, du bruit sur le faisceau et du bruit quantique standard correspondant. Il suffit pour cela de faire électroniquement soit la somme, soit la différence des photo-



FIG. 3.5 – Configuration en détection homodyne équilibrée (montage équivalent).

courants des photodiodes A et B. Il est ainsi possible de tracer des spectres de bruit ramenés au bruit quantique standard, c'est à dire indépendants du dispositif de mesure et normalisés.

Calcul de la détection équilibrée

Considérons tout d'abord la lame séparatrice³ placée avant les photodiodes; elle constitue le cœur de la détection équilibrée. Nous noterons \hat{E}_A et \hat{E}_B les champs réfléchi et transmis par la lame arrivant sur les photodiodes et \hat{E}_1 et \hat{E}_2 les champs incidents arrivant sur la lame par les deux autres voies. Par la voie 1 arrive le faisceau issu de la microcavité; par la voie 2 ne rentre aucun signal lumineux, autrement dit l'état du champ sur la voie 2 est le vide. Les champs sortants A et B s'expriment en fonction des champs entrants 1 et 2 au moyen des coefficients de réflexion et de transmission en amplitude r et t qui valent, pour une lame équilibrée et sans absorption, $r = t = \sqrt{2}$. On a:

$$\hat{E}_{A}^{(+)} = r\hat{E}_{1}^{(+)} + t\hat{E}_{2}^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_{1}^{(+)} + \hat{E}_{2}^{(+)})$$
(3.27)

^{3.} La lame séparatrice est en réalité un cube séparateur de polarisation précédé d'une lame $\lambda/2$ à 45°. Ce dispositif se comporte comme un cube séparateur réfléchissant 50% de l'intensité et transmettant les 50% restant. La lame $\lambda/2$ permet un équilibrage précis des deux voies.

$$\hat{E}_{B}^{(+)} = t\hat{E}_{1}^{(+)} - r\hat{E}_{2}^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_{1}^{(+)} - \hat{E}_{2}^{(+)})$$
(3.28)

où $\hat{E}_V^{(+)}$ désigne la partie de fréquence positive du champ électrique sur la voie V. On peut en déduire les intensités lumineuses mesurées par les photodétecteurs A et B, en fonction des champs sur les voies 1 et 2:

$$\hat{I}_A = \frac{1}{2}(\hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{J}_{12} + \hat{J}_{21})$$
(3.29)

$$\hat{I}_B = \frac{1}{2} (\hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{J}_{12} - \hat{J}_{21})$$
(3.30)

 avec :

$$\hat{J}_{12} = \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_2^{(+)} \tag{3.31}$$

$$\hat{J}_{21} = \hat{E}_2^{(-)} \, \hat{E}_1^{(+)} \tag{3.32}$$

Le fait que les deux voies 1 et 2 soient indépendantes⁴ permet d'écrire l'état entrant sous la forme d'un produit tensoriel de deux états $|\phi\rangle_1 \otimes |0\rangle_2$: un état $|\phi\rangle$ correspondant au faisceau provenant de la microcavité et sur lequel seuls les opérateurs relatifs à la voie 1 agissent, et l'état $|0\rangle$ correspondant au vide sur lequel seuls les opérateurs relatifs à la voie 2 agissent. Il en résulte immédiatement que :

$$\langle \hat{I}_2 \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \hat{J}_{21} \rangle = \langle \hat{J}_{12} \rangle = 0$$
 (3.33)

Les valeurs moyennes des photocourants — que l'on obtient sur les voies DC des photodiodes — sont donc proportionnelles à :

$$\langle \hat{I}_A \rangle = \langle \hat{I}_B \rangle = \frac{\langle \hat{I}_1 \rangle}{2}$$
 (3.34)

Les fluctuations de ces photocourants — que l'on obtient sur les voies HF des photodiodes — sont quand à elles traitées au moyen d'un dispositif électronique sommateur/soustracteur qui permet d'obtenir soit la somme des fluctuations des photocourants :

$$\delta \hat{I}_{+} = \delta \hat{I}_{A} + \delta \hat{I}_{B} = \delta \hat{I}_{1} + \delta \hat{I}_{2} = \delta \hat{I}_{1} + \hat{I}_{2}$$
(3.35)

soit la différence des fluctuations des photocourants :

$$\delta \hat{I}_{-} = \delta \hat{I}_{A} - \delta \hat{I}_{B} = \delta \hat{J}_{12} + \delta \hat{J}_{21} = \hat{J}_{12} + \hat{J}_{21}$$
(3.36)

^{4.} Ceci entraîne que les opérateurs relatifs à l'une des deux voies commutent avec ceux relatifs à l'autre voie

Les signaux correspondant aux fluctuations $\delta \hat{I}_+$ et $\delta \hat{I}_-$ sont ensuite transmis à l'analyseur de spectre qui permet de mesurer leur spectre de bruit, proportionnel à $S_{I_+}(\Omega)$ ou à $S_{I_-}(\Omega)$.

Parce que les voies 1 et 2 sont indépendantes et que le vide entre sur la voie 2, on a, pour tout opérateur \hat{X} :

$$\langle \hat{I}_2 \hat{X} \rangle = \langle \hat{X} \hat{I}_2 \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \hat{J}_{21} \hat{X} \rangle = \langle \hat{X} \hat{J}_{12} \rangle = 0$$
 (3.37)

Ces propriétés et les expressions (3.35) et (3.36) de $\delta \hat{I}_+$ et $\delta \hat{I}_-$ permettent de voir facilement que :

$$\langle \delta \hat{I}_{+}(\tau) \delta \hat{I}_{+}(0) \rangle = \langle \delta \hat{I}_{1}(\tau) \delta \hat{I}_{1}(0) \rangle$$
(3.38)

et

$$\langle \delta \hat{I}_{-}(\tau) \delta \hat{I}_{-}(0) \rangle = \langle \hat{J}_{12}(\tau) \hat{J}_{21}(0) \rangle \tag{3.39}$$

La définition des spectres de bruit permet alors d'écrire :

$$S_{I_{+}}(\Omega) = S_{I_{1}}(\Omega) \text{ et } S_{I_{-}}(\Omega) = \int d\tau e^{i\Omega\tau} \langle \hat{J}_{12}(\tau) \ \hat{J}_{21}(0) \rangle$$
 (3.40)

En revenant à la définition de J_{12} et J_{21} et en utilisant la relation de commutation suivante:

$$[\hat{E}_{2}^{(+)}(\tau), \hat{E}_{2}^{(-)}(0)] = \delta(\tau)$$
(3.41)

on obtient:

$$S_{I_{-}}(\Omega) = \langle \hat{I}_{1} \rangle \tag{3.42}$$

On a donc, grâce à ce dispositif, le moyen de mesurer le bruit sur le faisceau ramené au bruit quantique standard. En effet :

$$\frac{S_{I_1}(\Omega)}{\langle \hat{I}_1 \rangle} = \frac{S_{I_+}(\Omega)}{S_{I_-}(\Omega)} = \frac{(\Delta v_+(\Omega))^2}{(\Delta v_-(\Omega))^2}$$
(3.43)

où $\Delta v_+(\Omega)$ et $\Delta v_-(\Omega)$ sont les variances des fluctuations à la fréquence Ω des tensions produites aux bornes de la résistance de charge de l'analyseur de spectre respectivement par les courants $\delta \hat{i}_+$ et $\delta \hat{i}_-$, proportionnels à $\delta \hat{I}_+$ et $\delta \hat{I}_-$. Ce sont ces quantités que nous fournit l'analyseur de spectre. L'avantage du système de détection équilibrée est qu'il n'est pas nécessaire de connaître le facteur de proportionnalité entre le spectre de bruit de l'intensité lumineuse et les variances des fluctuations de tension que fournit l'analyseur de spectre. Cas de détecteurs imparfaits

Nous avons jusqu'ici considéré le cas idéal d'un détecteur d'efficacité quantique unité pour lequel chaque photon incident est converti en un électron prenant part au photocourant. En réalité, nos photodiodes ne voient qu'une fraction η (efficacité quantique) des photons, les autres étant réfléchis ou diffusés par la surface du photodétecteur et donc perdus. Ces pertes peuvent être modélisées en considérant que l'on a des photodétecteurs parfaits précédés de lames de transmission en intensité η . On traite ces lames comme la lame séparatrice séparant le faisceau en deux en introduisant des coefficients de réflexion et de transmission en amplitude $r = \sqrt{\eta}$ et $t = \sqrt{1 - \eta}$ qui permettent de calculer les champs transmis par ces lames en fonction du champ incident arrivant d'un côté de chaque lame et du vide arrivant par l'autre face. Les champs $\hat{E}_A^{(+)}$ et $\hat{E}_B^{(+)}$ s'écrivent alors (pour un système parfaitement équilibré):

$$\hat{E}_A^{(+)} = \sqrt{\frac{\eta}{2}} \hat{E}_1^{(+)} + \sqrt{\frac{\eta}{2}} \hat{E}_2^{(+)} + \sqrt{1 - \eta} \hat{E}_3^{(+)}$$
(3.44)

$$\hat{E}_B^{(+)} = \sqrt{\frac{\eta}{2}} \hat{E}_1^{(+)} - \sqrt{\frac{\eta}{2}} \hat{E}_2^{(+)} + \sqrt{1 - \eta} \hat{E}_4^{(+)}$$
(3.45)

où $\hat{E}_3^{(+)}$ et $\hat{E}_4^{(+)}$ correspondent aux modes du champ se réfléchissant sur les faces arrière des lames et se mélangeant avec le champ que l'on détecte respectivement sur les détecteurs B et A. L'état du champ dans ces modes est évidemment le vide dont les fluctuations vont partiellement masquer celles du faisceau que l'on cherche à mesurer. Le rapport des spectres de bruit obtenus par sommation et soustraction des photocourants donne :

$$\frac{S_{I_+}(\Omega)}{S_{I_-}(\Omega)} = \eta \frac{S_{I_1}(\Omega)}{\langle \hat{I}_1 \rangle} + 1 - \eta$$
(3.46)

On notera qu'un faisceau au bruit quantique standard continue de donner un rapport unité. Une efficacité quantique η inférieure à l'unité a donc essentiellement pour effet de diminuer la sensibilité de la mesure d'un écart au bruit quantique standard d'un facteur η . On a donc tout intérêt à avoir une efficacité quantique la plus grande possible.

Effets du déséquilibre des deux voies

L'équilibrage du système est primordial pour le bon fonctionnement de ce dispositif. On a vu que lorsque le système est parfaitement équilibré, la différence des photocourants donne le bruit quantique standard, autrement dit les bruits issus des deux demi-faisceaux sont égaux. On conçoit facilement qu'en cas de déséquilibre, ils ne se compensent plus exactement et l'on mesure une partie du bruit du faisceau au lieu de mesurer le bruit quantique standard, ce qui peut considérablement fausser les mesures.

Il existe deux types de déséquilibres possibles : les déséquilibres optiques (déséquilibre de la lame séparatrice et déséquilibre des efficacités quantiques) et les déséquilibre électroniques (déséquilibre au niveau des gains des amplificateurs sur lesquels sont montées les photodiodes et déséquilibre du soustracteur/sommateur).

On va voir qu'il est possible de compenser de faibles différences d'efficacité quantique par un léger déséquilibre de la lame séparatrice (qui est réglable puisqu'elle est constituée d'une lame $\lambda/2$ suivie d'un cube séparateur de polarisation). Supposons que les efficacités quantiques η_A et η_B des deux détecteurs diffèrent très légèrement et posons $\delta \eta = (\eta_A - \eta_B)/2$ et $\eta = (\eta_A + \eta_B)/2$. Soient $R = 1/2 + \varepsilon$ et $T = 1/2 - \varepsilon$ les coefficients de réflexion et de transmission en intensité de la lame séparatrice. L'effet de ces déséquilibres sur les valeurs moyennes des intensités se traduit par :

$$\langle \hat{I}_+ \rangle = \eta \langle \hat{I}_1 \rangle$$
 et $\langle \hat{I}_- \rangle = (\delta \eta + 2 \eta \varepsilon) \langle \hat{I}_1 \rangle$ (3.47)

On peut donc choisir un déséquilibre de la lame séparatrice de $\varepsilon = -\delta \eta/2\eta$, de manière à compenser celui des efficacités quantiques. Dans ce cas, un calcul long mais sans difficulté permet de montrer que l'on trouve, au premier ordre en ε :

$$S_{I_{+}}(\Omega) = \eta^{2} S_{I_{1}}(\Omega) + \eta(1-\eta) \langle \hat{I}_{1} \rangle \quad \text{et} \quad S_{I_{-}}(\Omega) = \eta \langle \hat{I}_{1} \rangle$$
(3.48)

Autrement dit, pour de petits déséquilibres d'efficacité quantique, le fait de jouer sur l'équilibrage de la lame séparatrice permet d'équilibrer exactement les photocourants délivrés par les voies DC et, si cette correction n'est pas trop importante, le spectre de bruit que l'on obtient est celui que l'on aurait obtenu avec deux détecteurs d'efficacité quantique égale à η . Il est cependant important d'avoir deux photodiodes d'efficacités quantiques aussi proches

que possible de manière à minimiser cette correction qui a des effets néfastes au second ordre en ε .

Au niveau de l'électronique, il est également important de s'assurer que les gains des photodiodes sont aussi proches que possible et que le sommateur/soustracteur respecte bien l'équilibre des deux voies. Pour le comprendre, supposons que nous ayons des détecteurs parfaits et optiquement équilibrés, mais qu'il existe un léger déséquilibre électronique entre les voies A et B. Un tel déséquilibre peut être modélisé par les relations suivantes qui expriment la somme et la différence des photocourants en fonction des intensités lumineuses incidentes sur les voies A et B:

$$\hat{i}_{+} = (g + \delta g)\hat{I}_{A} + (g - \delta g)\hat{I}_{B}$$
(3.49)

$$\hat{i}_{-} = (g + \delta g)\hat{I}_A - (g - \delta g)\hat{I}_B$$
(3.50)

g est la moyenne des gains de conversion des intensités lumineuses en photocourants entre les deux voies A et B et δg est le déséquilibre entre les deux gains. On voit immédiatement que ce déséquilibre mélange la mesure obtenue en faisant la somme des photocourants — qui donne le spectre de bruit d'intensité — et la mesure obtenue en faisant la différence des photocourants — qui donne le bruit quantique standard. Le rapport des spectres de bruit

obtenu par somme et différence des photocourants vaut alors :

$$\frac{S_{i_+}(\Omega)}{S_{i_-}(\Omega)} = \frac{\frac{S_{I_1}(\Omega)}{\langle \hat{I}_1 \rangle} + \left(\frac{\delta g}{g}\right)^2}{1 + \left(\frac{\delta g}{g}\right)^2 \frac{S_{I_1}(\Omega)}{\langle \hat{I}_1 \rangle}}$$
(3.51)

On voit ainsi apparaître deux effets. D'une part, un effet de saturation : lorsque le bruit $S_{I_1}(\Omega)/\langle \hat{I}_1 \rangle$ devient important, le signal mesuré tend vers une limite indépendante de $S_{I_1}(\Omega)$; le bruit de saturation vaut $(g/\delta g)^2$. D'autre part, la mesure de S_{i_-} ne donne plus le bruit quantique standard qui sert de référence aux mesures de bruit.

Équilibrage des deux voies

Un soin tout particulier doit, on l'a vu, être apporté à l'équilibrage du dispositif de détection. Les circuits électroniques sur lesquels sont montées les photodiodes sont construits simultanément (on a pu constater que des composants identiques achetés à quelques mois d'intervalle pouvaient présenter

des différences plus importantes qu'entre des composants issus d'un même lot). Les composants sont d'abord testés séparément afin de vérifier qu'ils sont effectivement identiques pour les deux montages. Une fois assemblés, les voies DC et HF des circuits sont testées en simulant la présence d'une photodiode par une source de courant. À ce stade, il est possible de changer certain composants jusqu'à ce que l'on ne décèle plus de différence entre les deux circuits. Il faut ensuite choisir deux photodiodes de même efficacité quantique. Pour cela nous disposions de six photodiodes issues d'un même lot. La procédure suivie consiste à choisir une photodiode de référence que l'on place par exemple sur la voie A après l'avoir montée sur l'un des deux circuits électroniques. On mesure ensuite, en montant tour à tour les autres photodiodes sur le second circuit et en plaçant le tout sur la voie B, l'écart relatif des tensions délivrées par les voies DC des deux montages lorsque le laser arrive sur la voie 1. Pour chaque photodiode, la quantité mesurée, $(V_B - V_A)/V_A$, permet d'évaluer l'écart entre les rendements quantiques des photodiodes en s'affranchissant d'éventuelles fluctuations du champ laser incident et de l'éventuel déséquilibre optique entre les voies A et B. Nous avons retenu deux photodiodes dont l'efficacité quantique différait de moins de 0,25%. En faisant ces mesures à différentes intensités nous avons également pu nous assurer de la linéarité des réponses sur la voie DC jusqu'à plus de 10 mW de puissance lumineuse par photodiode. Une fois les deux diodes retenues mises en place, on équilibre l'intensité tombant sur les deux photodiodes en jouant sur la lame demi-onde qui précède le cube polariseur. L'équilibre est atteint lorsque la différence des signaux sur les voies DC est nulle. Nous avons pu vérifier, en intervertissant les deux ensembles photodiode + amplificateur, que l'équilibrage des voies DC était assuré à mieux que 0.1%.

3.4.3 Le dispositif sommateur/soustracteur

Pour effectuer la somme ou la différence des parties hautes fréquences des photocourants nous avons employé deux dispositifs couramment utilisés au laboratoire. L'un est un dispositif passif constitué de diviseurs (*splitters*) de la marque Mini-Circuit, l'autre est un dispositif actif qui requiert une alimentation extérieure et qui a été conçu au laboratoire par Antoine Heidmann autour d'un amplificateur CLC425. Le dispositif actif présente l'avantage de pouvoir basculer entre les modes soustracteur et sommateur au moyen d'un commutateur, alors qu'avec le dispositif passif il est nécessaire d'intervertir deux connecteurs BNC. Le système passif est le premier que nous ayons utilisé. Il est constitué de trois diviseurs fonctionnant sous 50 Ω . Ces diviseurs sont des modules à trois bornes, une entrée et deux sorties. Leur fonction est de diviser une tension V_E en deux tensions V_{S_1} et V_{S_2} égales en amplitude et déphasées de π , soit :

$$V_{S_1} = \alpha V_E \quad \text{et} \quad V_{S_2} = -\alpha V_E \tag{3.52}$$

Il est possible d'utiliser ces modules en sens inverse — c'est ce que nous faisons — et l'on obtient alors, à un facteur multiplicatif près d \hat{u} aux pertes d'insertion, un soustracteur de tension :

$$V_E = \alpha' (V_{S_1} - V_{S_2}) \tag{3.53}$$

Le cablage des photodiodes et des trois modules se fait selon l'une des deux configurations représenté figure 3.6. Il faut prendre soin d'utiliser pour les



FIG. 3.6 – Sommateur/soustracteur passif.

deux voies A etB des câbles de même longueur de façon à ne pas introduire de déphasage dans le montage. On voit qu'il suffit d'intervertir les deux voies S_1 et S_2 du diviseur qui suit la photodiode B pour basculer entre les configurations en soustracteur et en sommateur. Les deux résistances de 50 ohms placées sur les deux premiers diviseurs servent à assurer l'adaptation d'impédance avec les photodiodes en simulant l'impédance de sortie de la voie HF des amplificateurs des photodiodes. Ces modules étant prévus pour fonctionner sous 50 ohms, l'impédance de sortie du dispositif est encore de 50 ohms. Les pertes d'insertion des diviseurs Mini-Circuit montés à l'envers sont de 3,6 dB et leur bande passante est très importante (1 à 200 MHz). Nous avons pu vérifier que les performances des modules en terme de réjection⁵ étaient

^{5.} Avec les notations utilisées plus haut, le coefficient de réjection d'un diviseur utilisé

excellentes pour chaque composant pris individuellement. Pour tester l'équilibrage de l'ensemble du système de détection sur les voies hautes fréquences, nous avons utilisé notre système de détection sur le faisceau d'une diode laser dont l'intensité était modulée à différentes fréquences Ω de la bande 0-20 MHz. En mesurant avec un analyseur de spectre l'atténuation en dB du signal détecté à la fréquence Ω entre la configuration sommateur et la configuration soustracteur, on obtient une mesure du taux de réjection du montage qui permet de caractériser la qualité de l'équilibrage. Nous avons répété ces mesures pour toutes les permutations possibles des diviseurs Mini-Circuit afin d'obtenir le meilleur équilibrage possible. La configuration la plus favorable donnait à un taux de réjection supérieur à 39 dB sur toute la bande 0-20 MHz, ce qui est tout à fait satisfaisant.

Le sommateur/soustracteur actif a été construit en utilisant le schéma (reproduit figure 3.7) d'un dispositif déjà utilisé au laboratoire. Ce dispositif dispose de deux entrées par lesquelles sont reçus les signaux délivrés par les voies HF des photodétecteurs. La sortie donne la somme ou la différence des signaux d'entrée suivant la position d'un interrupteur commandant le relais représenté sur le schéma électronique. Ce dernier comporte deux commutateurs à contacts dorés et permet à la fois d'assurer une bonne isolation du circuit et de limiter les effets de capacité dommageables sur les hautes fréquences. Le sommateur/soustracteur est construit autour d'un amplificateur rapide à faible bruit CLC425 qui, suivant la position des commutateurs du relais, permet de réaliser la somme ou la différence des signaux d'entrée. Le circuit est concu pour garantir le même gain aux deux voies quelque soit la position du relais. On notera en particulier la présence d'une résistance variable qui permet d'ajuster l'équilibrage. Un filtre passe-haut placé à la sortie de l'amplificateur coupe les basses fréquences résiduelles introduites par l'amplificateur. Le système présente une impédance d'entrée de 50 ohms sur chacune des deux voies d'entrée; son gain global est de 3 lorsqu'il fonctionne avec une résistance de charge de 50 ohms. L'équilibre des gains obtenu avec ce dispositif est aussi bon qu'avec le système passif.

$$\rho = \left(\frac{V_{S_1} + V_{S_2}}{V_{S_1} - V_{S_2}}\right)^2 \tag{3.54}$$

dans le sens normal peut être défini par:

Cette quantité, qui mesure la qualité du diviseur, est nulle lorsque les deux tensions de sortie sont exactement égales en amplitude et de signe opposé.



FIG. 3.7 – Schéma électronique du sommateur/soustracteur actif.

3.4.4 Analyseur de spectre

Le signal obtenu à la sortie du sommateur/soustracteur étant trop faible pour être utilisable pour des puissances lumineuses de 0,5 mW à 10 mW par détecteur, un amplificateur linéaire adapté 50 ohms est placé en fin de chaîne, juste avant l'analyseur de spectre. Il s'agit d'un amplificateur du commerce, de marque Nuclétudes (Réf. 5.20.1.M) qui présente une large bande passante (0,1 à 500 MHz) et un gain de 20 dB.

Le signal de sortie de cet amplificateur est envoyé vers un analyseur de spectre HP 8560E, sur son entrée 50 ohms. Les spectres de bruit sont tracés en fonction de la fréquence d'analyse de 0 à 20 MHz en quelques secondes, avec un filtre d'analyse de 300 kHz ou 1 MHz et un filtre vidéo généralement réglé à 30 Hz (les signaux varient très lentement sur la bande 0-20 MHz). Si l'on souhaite faire varier d'autres paramètres, comme par exemple le désaccord entre exciton et cavité, il faut le faire à fréquence d'analyse fixe. Nous avons généralement choisi comme fréquence d'analyse 7 MHz qui correspond à la meilleure réponse de notre système de détection en terme de réjection. C'est aussi une fréquence d'analyse du bruit suffisamment éloignée de la fréquence nulle pour que le laser soit au bruit quantique standard sur une bande plus large que la largeur du filtre d'analyse.

3.4.5 Détection homodyne avec oscillateur local

Nous ne nous étendrons pas sur cette configuration du montage que nous avons peu utilisée. Elle permet de mesurer directement la valeur du spectre bruit de toutes les quadrature du champ (et non plus le bruit d'intensité qui est proportionnel au bruit sur l'amplitude du champ) à une fréquence d'analyse Ω fixée sur la plage 4-20 MHz. Nous avons représenté figure 3.8 la configuration du montage correspondante. Pour effectuer une détection



FIG. 3.8 – Configuration en détection homodyne avec oscillateur local.

homodyne avec oscillateur local, on règle la lame $\lambda/2$ qui précède le cube séparateur de polarisation de manière à envoyer un champ faible E_S sur la microcavité (4 μ W), appelé champ sonde, et un champ intense E_{OL} (4 mW) sur le miroir monté sur une cale piézo-électrique, appelé oscillateur local. Ces deux champs sont recombinés par le cube, puis envoyés vers le bloc de détection. La lame $\lambda/2$ du bloc de détection les fait tourner de 45°. Le cube séparateur de polarisation sépare le champ ainsi obtenu en deux faisceaux d'égale intensité mesurés par les photodiodes. Les deux photocourants obtenus sur les voies HF sont retranchés l'un à l'autre électroniquement grâce au dispositif sommateur/soustracteur puis analysés avec l'analyseur de spectre. En faisant varier lentement la position du miroir monté sur cale piézo, on fait varier la différence de phase θ entre l'oscillateur local et le champ sonde. On obtient sur l'analyseur un signal qui varie avec θ . On montre (voir par exemple [16]) que le spectre de bruit du photocourant après le soustracteur est proportionnel à :

$$S_{I_{-}}(\Omega) = I_{OL} S_{E_{c}^{\theta}}(\Omega) \tag{3.55}$$

où I_{OL} est l'intensité moyenne de l'oscillateur local et où $S_{E_S^{\theta}}$ est le spectre des fluctuations de la quadrature du champ sonde déphasée de θ avec l'oscillateur local. En coupant le faisceau sonde, on obtient un signal proportionnel au bruit quantique standard de l'oscillateur local, ce qui permet de déduire $S_{E_S^{\theta}}(\Omega)$.

3.5 Cadre théorique

Afin d'interpréter les mesures que nous allons décrire, nous proposons un cadre théorique dans lequel nous allons montrer que la mesure de bruit d'intensité que nous réalisons peut être comprise comme l'homodynage de la luminescence par le champ cohérent réfléchi par la microcavité et que le signal observé est donc proportionnel à la valeur du spectre de luminescence à une fréquence située à quelques mégahertz du laser. D'autre part, les mesures de bruit que nous allons présenter ont permis la mise en évidence d'effets non linéaires. Nous proposons, pour expliquer ces effets, un modèle basé sur l'interaction entre excitons, qui interprète le comportement de notre système en termes de mélange paramétrique à quatre ondes.

3.5.1 Fluctuations quantiques et thermiques

Plutôt que de mesurer la luminescence résonante émise par la microcavité autour de la fréquence du laser excitateur à l'aide d'un spectromètre à réseau qui isole les fréquences émises de celle du laser, on peut étudier l'émission de la microcavité au voisinage de la fréquence du laser par détection homodyne. Dans ce cas, le champ laser réfléchi par la microcavité sert d'oscillateur local pour les modes du champ émis autour la fréquence du laser ω_L . On analyse par transformée de Fourier électronique le spectre de l'intensité totale sortant de la microcavité. C'est la méthode généralement utilisée pour mesurer les fluctuations d'un champ électromagnétique, en particulier les fluctuations quantiques et c'est ce que fait notre système de mesure de bruit.

Dans ce paragraphe, nous allons calculer le signal prévu dans une telle détection homodyne, et le relier au signal détecté en luminescence. Comme la détection homodyne analyse les bandes latérales de fréquences symétriques par rapport à la fréquence du laser, il est plus approprié ici de faire le calcul dans le référentiel tournant à la fréquence du laser.

Pour obtenir les expressions des champs nous prenons la transformée de Fourier des équations (2.28) et (2.27) établies au §2.2, écrites dans le référentiel tournant, avec les mêmes notations que précédemment :

$$-i\Omega \,\hat{a}[\Omega] = -(\gamma_a + i\delta_a) \,\hat{a}[\Omega] - ig \,\hat{b}[\Omega] + \sqrt{2\gamma_a} \,\hat{a}^{in}[\Omega] \qquad (3.56)$$

$$-i\Omega \,\hat{b}_{\omega'}[\Omega] = -(\gamma_b + i\delta') \,\hat{b}_{\omega'}[\Omega] - ig\,\alpha(\omega') \,\hat{a}[\Omega] \qquad (3.57)$$
$$-i\alpha(\omega') \,\hat{b}^{(1)} \int d\tau \,e^{i\Omega\tau} \,\hat{D}(\tau)$$
$$-i\alpha(\omega') \int d\tau \,e^{i\Omega\tau} \,\hat{B}^{(1)}(\tau) \,\hat{D}(\tau)$$

où l'on a posé:

$$\hat{D}(\tau) = \int d\omega'' \,\beta(\omega'')(\hat{c}_{\omega''}e^{-i\omega''\tau} + \hat{c}_{\omega''}^{\dagger}e^{+i\omega''\tau})$$
(3.58)

$$\hat{B}^{(1)}(\tau) = \int d\omega_2 \, \alpha(\omega_2) \, \hat{B}^{(1)}_{\omega_2} \, e^{-i(\omega_2 - \omega_L)\tau}$$
(3.59)

Le même raisonnement qu'au $\S2.2.2$ permet de simplifier l'équation (3.57) et d'écrire :

$$(\gamma_b + i\delta' - i\Omega)\hat{b}_{\omega'}[\Omega] = -ig\,\alpha(\omega')\,\hat{a}[\Omega] - i\alpha(\omega')\,\hat{b}^{(1)}\,\hat{D}[\Omega] \qquad (3.60)$$
$$-i\alpha(\omega')\int d\Omega'\hat{B}^{(1)}[\Omega']\hat{D}[\Omega - \Omega']$$

avec:

$$\hat{D}[\Omega] = \beta(\Omega) \,\hat{c}_{\Omega} + \beta(-\Omega) \,\hat{c}_{-\Omega}^{\dagger} \tag{3.61}$$

$$\hat{B}^{(1)}[\Omega] = \alpha(\Omega + \omega_L) \,\hat{B}^{(1)}_{\Omega + \omega_L} \tag{3.62}$$

L'émission de la microcavité est donnée par le système linéaire (3.56,3.60). Ce système comprend plusieurs types de termes sources.

Le terme source du champ est le champ laser incident supposé dans un état cohérent à grand nombre de photons, qui peut s'écrire:

$$\hat{a}^{in}[\Omega] = a^{in} + \delta \hat{a}^{in}[\Omega] \tag{3.63}$$

où a^{in} est l'amplitude d'un champ monochromatique classique de fréquence ω_L et $\delta \hat{a}^{in}[\Omega]$ un champ fluctuant égal au champ du vide.

Le premier terme de l'équation (3.60) donne la contribution cohérente du champ réfléchi par la microcavité, déjà calculée en (2.8). Le second terme est analogue à celui que nous avons calculé pour obtenir le signal de luminescence; c'est ce terme qui donne le bruit de luminescence. Le troisième terme correspond à du bruit quantique dans la mesure où il est lié à des modes d'excitons vides.

Le champ $\hat{a}[\Omega]$ a une valeur moyenne *a* que l'on peut considérer au premier ordre comme étant égale à la contribution cohérente du champ qui est donnée par l'expression (2.16) pour $\Omega = 0$ (i.e. pour $\omega = \omega_L$) et qui est négligeable devant *a* aux autres fréquences. On peut ainsi écrire (parce que l'on est dans le référentiel tournant):

$$\langle \hat{a}(\tau) \rangle = a \tag{3.64}$$

La différence entre \hat{a} et sa valeur moyenne représente les fluctuations du champ lumineux dans la cavité.

Si l'on se réfère au §3.2, on voit que l'opérateur représentant les fluctuations d'amplitude du champ intracavité à $\Omega \neq 0$ s'écrit (cf. expression (3.14)):

$$\delta \hat{E}_1[\Omega] = \delta \hat{a}[\Omega] + (\delta \hat{a}[-\Omega])^{\dagger} = \delta \hat{a}[\Omega] + \delta \hat{a}^{\dagger}[\Omega]$$
(3.65)

et le spectre de bruit d'intensité intracavité correspondant vérifie :

$$2\pi S_{I_a}(\Omega) \ \delta(\Omega + \Omega') = I_a \ \langle \delta \hat{E}_1[\Omega] \delta \hat{E}_1[\Omega'] \rangle \tag{3.66}$$

En utilisant la relation d'entrée-sortie (1.66), on obtient le spectre de bruit d'intensité du champ sortant de la microcavité normalisé au bruit quantique standard $s_I(\Omega) = S_{I_{out}}(\Omega)/I_{out}$:

$$2\pi s_I(\Omega) \ \delta(\Omega + \Omega') = 2\gamma_a \langle \delta \hat{E}_1[\Omega] \delta \hat{E}_1[\Omega'] \rangle \tag{3.67}$$

Ce bruit est composé du bruit quantique et du bruit dû à l'émission de luminescence à des fréquences différentes de ω_L . Le bruit quantique a pour sources les modes vides du champ et les modes vides d'excitons. Nous admettrons qu'il est égal au bruit quantique standard. Le bruit de luminescence n'étant pas corrélé au bruit quantique, il s'ajoute à ce dernier dans le signal $s_I(\Omega)$.

Nous calculons maintenant le bruit de luminescence. La détection homodyne mesure l'émission à des fréquences très proches de celles du laser : $\Omega \ll \gamma_a, \gamma_b, kT/\hbar$. Le nombre de phonons dans les modes concernés est très grand, de même que le nombre de photons dans le champ laser. L'expression du bruit de luminescence $s_I^L(\Omega)$ est alors identique à l'expression (2.38) de l'intensité de luminescence à un facteur 2 près (la détection homodyne mesure les deux bandes de fréquence à Ω et $-\Omega$ symétriques par rapport à ω_L):

$$s_I^L(\Omega) = \frac{4\gamma_a g^2 I_b^{(1)} \left|\sigma(\omega_L)\right|^2 \beta_0^2 \left|\Omega\right| \left(\theta(\Omega) n(\Omega) + \theta(-\Omega) \left(n(-\Omega) + 1\right)\right)}{\left|\gamma_a + i\delta_a + g^2 \sigma(\omega_L)\right|^2} \quad (3.68)$$

De plus, cette expression se simplifie en remarquant que le nombre de phonons par mode est donné par :

$$n(\Omega) = \frac{1}{e^{\hbar\Omega/kT} - 1} \approx \frac{kT}{\hbar\Omega}$$
(3.69)

Ce nombre est très grand dans le cas qui nous intéresse puisque $\Omega \approx 10^7 \text{ s}^{-1}$ et kT/\hbar est de l'ordre de 100 GHz à 5K. D'où :

$$|\Omega|(n(\Omega)\theta(\Omega) + (n(-\Omega) + 1)\theta(-\Omega)) \approx \frac{kT}{\hbar}$$
(3.70)

et donc:

$$s_{I}^{L}(\Omega) = \frac{4\gamma_{a}g^{2}I_{b}^{(1)}|\sigma(\omega_{L})|^{2}\beta_{0}^{2}kT}{\hbar|\gamma_{a}+i\delta_{a}+g^{2}\sigma(\omega_{L})|^{2}}$$
(3.71)

Pour Ω faible, conformément aux hypothèses énoncées au début de ce paragraphe, $s_I^L(\Omega)$ est indépendant de Ω .

Par ailleurs, d'après les expressions (2.19) et (2.21) du §2.2.1, $I_b^{(1)}$ s'exprime en fonction de l'absorption par :

$$\frac{I_b^{(1)}}{I^{in}} = \frac{A}{2\gamma_\sigma} = \frac{2\gamma_a g^2 |\sigma(\omega_L)|^2}{|\gamma_a + i\delta_a + g^2 \sigma(\omega_L)|^2}$$
(3.72)

où γ_{σ} est définie par (2.20) et (2.10).

L'expression du spectre de bruit peut donc se mettre sous la forme :

$$s_I^L(\Omega) = I^{in} \left(\frac{A}{\gamma_\sigma}\right)^2 \frac{\beta_0^2 kT}{2\hbar}$$
(3.73)

On voit que le bruit de luminescence normalisé au bruit quantique standard croît linéairement avec l'intensité du laser. L'expression (3.73) montre par ailleurs qu'il présente des résonances sur les deux branches de polariton lorsque l'on fait varier le désaccord cavité-exciton. Enfin, remarquons que l'expression de γ_{σ} ne dépend pas du désaccord cavité-exciton, mais seulement de la fréquence du laser. Le bruit doit donc varier, lorsque l'on balaye le désaccord cavité-exciton à fréquence de laser fixée, comme le carré de l'absorption à la fréquence du laser.

3.5.2 Effets non linéaires

Pour tenir compte des interactions entre excitons, nous introduisons un hamiltonien qui fait intervenir l'ensemble des modes d'excitons repérés par leur vecteur d'onde \mathbf{K}_{\parallel} dans le plan des couches. Nous ne considérerons pas ici d'élargissement inhomogène et nous ne traiterons pas l'interaction avec les phonons. Le hamiltonien s'écrit [7][9][34] :

$$H = \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hbar \omega_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \sum_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hbar \omega_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}} + \sum_{\mathbf{K}_{\parallel}=\mathbf{k}_{\parallel}} \hbar g \left(\hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}} + \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}} \right) - \sum_{\mathbf{K}_{\parallel}=\mathbf{k}_{\parallel}} \hbar g \frac{1}{n_{sat}} \left(\hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}} + \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \right) + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{K}_{\parallel}, \mathbf{K}_{\parallel}'} \sum_{\mathbf{Q}_{\parallel}} V_{\mathbf{Q}_{\parallel}}^{eff} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}+\mathbf{Q}_{\parallel}} \hat{b}^{\dagger}_{\mathbf{K}_{\parallel}'-\mathbf{Q}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{K}_{\parallel}'}$$
(3.74)

Les trois termes de la première ligne sont les mêmes que dans l'expression (1.42), où nous avons posé $E_{\mathbf{k}_{\parallel}} = \hbar \omega_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ et $E_{\mathbf{K}_{\parallel}} = \hbar \omega_{\mathbf{K}_{\parallel}}$. Le terme de la seconde ligne représente la saturation de l'interaction photon-exciton, due à la nature fermionique des électrons et des trous composant les excitons. Le terme de la troisième ligne décrit la diffusion exciton-exciton, due à l'interaction Coulombienne.

Le potentiel $V_{\mathbf{Q}_{\parallel}}^{eff}$ est la somme d'un terme direct et d'un terme d'échange dus à la statistique de Fermi des électrons et des trous. On peut montrer que le terme d'échange est prédominant, avec $V_{\mathbf{Q}_{\parallel}}^{eff} \approx V_{\mathbf{0}}^{exch} = V_{\mathbf{0}}$ [33].

Expérimentalement, des effets non linéaires importants s'observent essentiellement sur la branche basse de polariton, que nous excitons sélectivement. De ce fait nous négligerons les contributions liées à la branche haute et nous ne considérerons que les états du polariton de branche basse. Comme indiqué par l'équation (1.46), l'opérateur d'annihilation pour le polariton de branche basse s'écrit :

$$\hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}} = X_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{b}_{\mathbf{k}_{\parallel}} - C_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{a}_{\mathbf{k}_{\parallel}}$$
(3.75)

où l'indice (-) est sous-entendu. Le hamiltonien réduit au polariton de branche basse s'écrit maintenant :

$$H = \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} E_{(-)}(\mathbf{k}_{\parallel}) \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}} + 2\hbar g \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} \frac{1}{n_{sat}} X_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{3} C_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}}$$

$$+ \frac{V_{\mathbf{0}}}{2} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{k}_{\parallel}'} \sum_{\mathbf{q}_{\parallel}} X_{\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{q}_{\parallel}} X_{\mathbf{k}_{\parallel}' - \mathbf{q}_{\parallel}} X_{\mathbf{k}_{\parallel}} X_{\mathbf{k}_{\parallel}'} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{q}_{\parallel}} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}' - \mathbf{q}_{\parallel}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}} \hat{p}_{\mathbf{k}_{\parallel}}$$
(3.76)

où $E_{(-)}(\mathbf{k}_{\parallel})$ est l'énergie du polariton inférieur donnée par l'expression (1.43) et où le couplage entre des polaritons de vecteurs d'onde différents est donné par les deux derniers termes de l'expression (3.76).

Comme précédemment, le polariton est couplé à un champ extérieur à incidence normale. Nous cherchons l'évolution du mode de polariton de $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$. Si nous négligeons l'interaction avec les modes de $\mathbf{k}_{\parallel} \neq \mathbf{0}$, non peuplés directement par l'interaction avec le laser, l'équation d'évolution s'écrit :

$$\frac{d\hat{p}_{\mathbf{0}}}{dt} = -(\gamma + i\delta_{\mathbf{0}})\,\hat{p}_{\mathbf{0}} - i\alpha\,\hat{p}_{\mathbf{0}}^{\dagger}\hat{p}_{\mathbf{0}}\hat{p}_{\mathbf{0}} + \sqrt{2\gamma}\,\hat{p}_{\mathbf{0}}^{in} \tag{3.77}$$

où nous avons posé:

$$\omega_{\mathbf{0}} = E_{(-)}(\mathbf{0})/\hbar \quad \text{et} \quad \alpha = 4g \frac{1}{n_{sat}} X_{\mathbf{0}}^3 C_{\mathbf{0}} + \frac{V_{\mathbf{0}}}{\hbar} X_{\mathbf{0}}^4$$
(3.78)

et où nous sommes passés dans le référentiel tournant à la fréquence ω_L , avec $\delta_{\mathbf{0}} = \omega_{\mathbf{0}} - \omega_L$. Le champ entrant $\hat{p}_{\mathbf{0}}^{in}(t)$ est une combinaison linéaire de $\hat{a}_{\mathbf{0}}^{in}(t)$ et de $\hat{b}_{\mathbf{0}}^{in}(t)$ donnée par l'équation (3.75) et γ correspond à la valeur γ_{-} donné par la partie imaginaire de l'équation (1.50). Nous traitons ici la relaxation de manière phénoménologique, comme dans l'équation (1.60) du §1.5.2.

Nous nous intéressons au bruit susceptible d'apparaître dans l'émission du polariton de $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ observé par détection homodyne. Nous devons donc calculer les fluctuations temporelles $\delta \hat{p}_{\mathbf{0}}$ de l'opérateur $\hat{p}_{\mathbf{0}}$ autour de sa valeur moyenne :

$$\hat{p}_{\mathbf{0}}(t) = p_{\mathbf{0}} + \delta \hat{p}_{\mathbf{0}}(t) \tag{3.79}$$

où p_0 est l'amplitude du polariton correspondant à la solution de l'équation (3.77) et de l'équation complexe conjuguée pour les valeurs classiques. Nous

supposons que les fluctuations sont faibles devant la valeur moyenne p_0 et nous linéarisons l'équation (3.77) autour de cette valeur moyenne. En prenant la transformée de Fourier des équations linéarisées, on obtient :

$$-i\Omega\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}[\Omega] = -(\gamma + i\delta_{\mathbf{0}})\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}[\Omega] - 2i\,\alpha\,|p_{\mathbf{0}}|^{2}\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}[\Omega] \qquad (3.80)$$
$$-i\alpha\,p_{\mathbf{0}}^{2}\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}^{\dagger}[\Omega] + \sqrt{2\gamma}\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}^{in}[\Omega]$$

Cette équation est tout à fait similaire à celle que l'on obtient pour un champ électromagnétique interagissant avec un milieu matériel non linéaire par mélange à 4 ondes dans une cavité [36]. Elle est également analogue à celle que l'on obtient dans le cas d'un oscillateur paramétrique dégénéré audessous du seuil. On a ici un mélange paramétrique à 4 ondes de polaritons. Les équations donnant $\delta \hat{p}_0[\Omega]$ et $\delta \hat{p}_0^{\dagger}[\Omega]$ se réécrivent sous la forme :

$$(\gamma + i\tilde{\delta}_{\mathbf{0}} - i\Omega)\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}[\Omega] = -i\alpha\,p_{\mathbf{0}}^2\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}^{\dagger}[\Omega] + \sqrt{2\gamma}\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}^{in}[\Omega] \tag{3.81}$$

$$(\gamma - i\tilde{\delta}_{\mathbf{0}} - i\Omega)\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}^{\dagger}[\Omega] = i\alpha\,p_{\mathbf{0}}^{2}\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}[\Omega] + \sqrt{2\gamma}\,\delta\hat{p}_{\mathbf{0}}^{in\dagger}[\Omega] \tag{3.82}$$

où nous avons posé:

$$\tilde{\delta}_{\mathbf{0}} = \delta_{\mathbf{0}} + 2\alpha \left| p_{\mathbf{0}} \right|^2 \tag{3.83}$$

Cette relation fait apparaître un déplacement de la fréquence de résonance de $2\alpha |p_0|^2 d\hat{u}$ à l'interaction entre les polaritons.

Considérons les composantes en quadrature \hat{p}_x et \hat{p}_y :

$$\hat{p}_x[\Omega] = \delta \hat{p}_0[\Omega] + i\delta \hat{p}_0^{\dagger}[\Omega]$$
(3.84)

$$\hat{p}_{y}[\Omega] = \delta \hat{p}_{\mathbf{0}}[\Omega] - i\delta \hat{p}_{\mathbf{0}}^{\dagger}[\Omega]$$
(3.85)

avec des relations analogues pour $\hat{p}_x^{in}[\Omega]$ et $\hat{p}_y^{in}[\Omega]$.

À désaccord nul, c'est à dire pour $\tilde{\delta}_{\mathbf{0}}=0,$ on a :

$$\hat{p}_x[\Omega] = \frac{\sqrt{2\gamma} \, \hat{p}_x^{in}[\Omega]}{\gamma + \alpha \, p_0^2 - i\Omega} \tag{3.86}$$

$$\hat{p}_{y}[\Omega] = \frac{\sqrt{2\gamma} \, \hat{p}_{y}^{in}[\Omega]}{\gamma - \alpha \, p_{0}^{2} - i\Omega} \tag{3.87}$$

Si l'on choisit la phase telle que p_0 soit réel, on voit que la composante $\hat{p}_y[\Omega]$ est amplifiée, avec pour $\Omega = 0$ un seuil d'oscillation donné par :

$$p_{0\,th}^2 = \frac{\gamma}{\alpha} \tag{3.88}$$

On peut montrer que la composante $\hat{p}_x[\Omega]$ donne lieu, à la sortie de la cavité, à un champ dé-amplifié et éventuellement à une réduction des fluctuations sous la limite quantique standard, si les fluctuations entrantes sont assez faibles [29].

Les fluctuations d'amplitude qui correspondent à :

$$\delta \hat{E}_1[\Omega] = \delta \hat{p}_0[\Omega] + \delta \hat{p}_0^{\dagger}[\Omega]$$
(3.89)

présentent le même seuil. Pour $\delta_0 \neq 0$, la relation (3.88) devient :

$$\left(\alpha p_{\mathbf{0}th}^2\right)^2 = \gamma^2 + \tilde{\delta_{\mathbf{0}}}^2 \tag{3.90}$$

Le traitement au-dessus du seuil nécessiterait une étude plus détaillée. En effet, on vérifie facilement que les modes de $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ que nous avons considérés ne peuvent pas osciller pour $\Omega \neq 0$, même pour $\tilde{\delta} \neq 0$. Les conditions d'oscillation, qui sont analogues à celles d'un oscillateur paramétrique optique, doivent pouvoir être vérifiées si l'on considère des polaritons de \mathbf{k}_{\parallel} légèrement différent de $\mathbf{0}$. Cette étude sort du cadre de ce mémoire. Nous nous limiterons à l'étude des phénomènes au-dessous du seuil et au seuil.

L'expression (3.88) indique que le seuil dépend très fortement des composantes exciton et cavité du polariton. On peut évaluer comment le seuil dépend des composantes du polariton, c'est à dire du désaccord cavité-exciton, à l'aide des considérations suivantes. Si l'on ne tient compte, dans le coefficient d'interaction non linéaire α défini par (3.78), que du terme dominant en V_0 , on peut écrire :

$$\alpha \approx V_0 X_0^4 \tag{3.91}$$

De plus, à désaccord cavité-exciton nul, p_0 croît comme p_0^{in} avec $|p_0^{in}|^2 = C_0^2 |a_0^{in}|^2$ puisque $b_0^{in} = 0$. D'où, pour une intensité de laser excitateur $|a_0^{in}|^2$ constante:

$$\alpha \, p_{\mathbf{0}}^2 \propto X_{\mathbf{0}}^4 C_{\mathbf{0}}^2 = X_{\mathbf{0}}^4 (1 - X_{\mathbf{0}}^2) \tag{3.92}$$

Cette quantité est maximale pour $4X_0^3 - 6X_0^5 = 0$, c'est à dire pour $X_0^2 = 2/3$ soit $(\delta + \Delta)/2\Delta = 2/3$ d'après (1.48). On obtient finalement un seuil minimum pour $\delta = g\sqrt{2}/2$, désaccord pour lequel le polariton a une importante composante excitonique.

Par ailleurs, l'expression (3.87) prévoit, au voisinage du seuil, une dépendance importante des fluctuations par rapport à la fréquence de bruit. En effet, le bruit, qui est blanc sur la plage de fréquences observée pour de faibles intensités d'excitation, présente une forte dépendance en fréquence au voisinage du seuil.

Enfin, les expressions (3.86) et (3.87) montrent que l'une des composantes de quadrature est amplifiée alors que l'autre varie peu. On prévoit donc une forte dépendance en phase du bruit, comportement caractéristique de tout amplificateur paramétrique dégénéré. Une mesure du bruit au moyen d'un dispositif de détection homodyne avec oscillateur local doit permettre d'observer cette dépendance.

3.6 Résultat des mesures de bruit

Nous allons maintenant présenter les résultats des premières mesures effectuées grâce au dispositif que nous venons de décrire et que nous avons mis en place. L'échantillon utilisé est la microcavité NMC22 décrite au premier chapitre. Toutes les mesures sont effectuées à une température évaluée par le système de mesure du cryostat à 4K. L'excitation de la microcavité se fait au moyen du laser en incidence normale, focalisé sur un spot de diamètre évalué à 80 μ m, ce qui est de l'ordre de la taille maximale pour éviter les effets de moyenne dus au gradient d'épaisseur de l'échantillon (cf. §1.6.1). La divergence du laser est suffisamment faible (0,4°) pour être négligeable.

3.6.1 Spectres de bruit

Dans un premier temps, nous avons effectué des mesures de spectre de bruit en plusieurs points de l'échantillon et pour différentes longueurs d'onde d'excitation. Nous reproduisons figure 3.9 deux spectres de bruit *bruts*, c'est à dire tels qu'ils apparaissent à l'analyseur de spectre, correspondant à deux situations expérimentales différentes : le signal de la fig. 3.9.a est obtenu en excitant la branche polariton de haute énergie au voisinage du désaccord cavité-exciton nul; le signal de la fig. 3.9.b est obtenu au même désaccord que le précédent, mais sur la branche basse énergie. Les courbes de ces figures représentent, en fonction de la fréquence d'analyse Ω de l'analyseur de spectre (c'est à dire la distance en fréquence qui sépare le signal observé du laser),



FIG. 3.9 – Deux spectres de bruit bruts obtenus avec la microcavité NMC22, à 4K, pour 20 mW incident: (a) à désaccord nul, branche haute; (b) à désaccord nul, branche basse.

les spectres $S_{i_+}(\Omega)$ et $S_{i_-}(\Omega)$ correspondant respectivement à la somme et à la différence des photocourants. Le second (qui, sur les spectres représentés figure 3.9, est toujours le plus faible) donne un signal proportionnel au bruit quantique standard pour chaque fréquence d'analyse. Le coefficient de proportionnalité entre le bruit réel et le signal obtenu est la réponse du système électronique de mesure à la fréquence Ω , c'est pourquoi le bruit quantique standard semble dépendre de la fréquence d'analyse. Pour s'en affranchir, il est possible de déduire de chaque paire de spectres et du spectre du bruit d'obscurité $S_{obs}(\Omega)$ (qui est celui que l'on obtient lorsque le laser est éteint) un spectre normalisé au bruit quantique standard :

$$s(\Omega) = \frac{S_{i_+}(\Omega) - S_{obs}(\Omega)}{S_{i_-}(\Omega) - S_{obs}(\Omega)}$$
(3.93)

Sur les spectres bruts, les basses fréquences sont dominées par le bruit technique. Un filtrage électronique atténue les fréquences inférieures à 4 MHz afin d'éviter des phénomènes de saturation aux basses fréquences qui se ressentiraient sur l'ensemble du spectre. De ce fait, la bande de fréquences utilisable va de 4 à 20 MHz; au-delà la sensibilité du dispositif chute. Il arrive également que le laser présente du bruit parasite dans cette bande, comme c'est la cas sur la figure 3.9.a autour de 14 MHz. Ce bruit n'est pas gênant dans la mesure où il est facile de vérifier qu'il provient du laser en remplaçant la microcavité par un simple miroir⁶ et en traçant ainsi le spectre de bruit du

^{6.} En réalité, on se sert de la lame $\lambda/2$ du circulateur optique pour basculer de la microcavité à un miroir de référence, comme représenté figure 2.7 page 83.

laser.

L'intensité du laser d'excitation utilisé pour ces mesures est élevée : de l'ordre de 20 mW sur un spot de diamètre évalué à 80 μ m. Cela correspond à un éclairement d'environ 100 W.cm⁻² pour lequel la séparation de Rabi commence à diminuer. Nous avons cependant vérifié que le couplage fort subsiste pour cette intensité.

On remarque, figure 3.9, que le bruit sur la branche basse est beaucoup plus élevé que le bruit sur la branche haute : les bruits sont mesurés ici en dBm et l'on observe sur les figures 3.9.a et 3.9.b une différence de l'ordre de 12 dB entre les deux spectres, ce qui indique un signal sur la branche basse environ 15.8 fois plus intense que le signal mesuré sur la branche haute pour le même désaccord (c'est à dire au même point sur l'échantillon). D'après des calculs détaillés [22], la relaxation par les phonons est beaucoup plus efficace sur la branche haute que sur la branche basse (par un facteur 4 environ). De plus, pour la branche haute, la diffusion se fait essentiellement vers les états excitoniques de la branche basse de même énergie, tandis que sur la branche basse, la diffusion vers la branche haute est négligeable. On s'attend donc à ce que la population d'excitons créés par le laser décroisse beaucoup plus vite sur la branche haute que sur la branche basse par suite des collisions avec les phonons. Cet effet n'a pas été intégré dans nos calculs, car nous avons supposé qu'une largeur constante γ_{exc} représentait la relaxation des excitons par les phonons. Le déclin radiatif étant le même sur les deux branches à désaccord cavité-exciton nul, la population de polaritons donnant lieu à la luminescence est donc beaucoup plus faible sur la branche haute que sur la branche basse.

Les spectres de bruits représentés figure 3.9 sont obtenus pour des positions sur l'échantillon et des fréquences du laser correspondant aux résonances des polaritons. En effet, le bruit est émis essentiellement au voisinage de ces résonances. Pour illustrer ce point, nous avons représenté figure 3.10 l'évolution du signal de bruit à 7 MHz⁷ lorsque l'on fait varier la position du spot sur l'échantillon à fréquence d'excitation fixée. Le signal $S_{i_{-}}$ est proportionnel au bruit quantique standard, qui est lui-même proportionnel à l'intensité du laser réfléchi par l'échantillon. Le creux de la courbe du bas est

^{7.} C'est la fréquence qui correspond à la meilleure sensibilité du système, les spectres de bruit normalisés étant par ailleurs assez plats en fonction de la fréquence d'analyse.



FIG. 3.10 – Bruit à 7 MHz en fonction de la position sur l'échantillon, autour de la résonance du polariton de basse énergie, pour un désaccord de -2,6 meV. L'intensité du laser d'excitation est de 10 mW sur 80 μm de diamètre; la température est de 4 K.

donc le creux de réflectivité que l'on obtient lorsque l'on croise la branche polariton. La courbe du haut correspond au signal de bruit, qui présente un pic. On voit clairement que le maximum du rapport des deux signaux, qui est le maximum du bruit, coïncide avec le minimum du creux de réflectivité, qui correspond à la résonance du polariton.

Comme nous venons de le voir, on observe du bruit uniquement au voisinage des branches de polariton et il est maximal le long de celles-ci. Nous avons représenté figure 3.11 le résultat de mesures de bruit effectuées le long de chacune des deux branches. A chaque longueur d'onde d'excitation correspond, pour une branche donnée, une résonance que l'on peut repérer soit par la valeur de cette longueur d'onde elle-même, soit par sa position sur l'échantillon (et donc par le désaccord cavité-exciton correspondant). La figure 3.11 représente, pour chacune des deux branches, les valeurs mesurées du bruit à 7 MHz en fonction de la position sur l'échantillon et la localisation de chaque mesure sur les courbes d'anticroisement. Ces mesures ont été effectuées en relevant, pour une série de longueurs d'onde d'excitation, le bruit maximum obtenu en faisant varier la position du laser sur l'échantillon ainsi que la position correspondante. Le bruit est normalisé au bruit quantique standard et est exprimé en dB. Le bruit quantique standard correspond donc ici à 0 dB. L'intensité du laser d'excitation était, pour ces mesures, de 6 mW focalisés sur 80 μ m et ne provoquait pas de modification notable des courbes d'anti-



FIG. 3.11 – Bruit à 7 MHz le long des branches de polariton. L'intensité du laser d'excitation est de 6 mW sur 80 µm; la température est de 4 K.

croisement. Pour chacun de ces points, nous avons pu vérifier que les maxima de bruit mesurés coïncidaient avec les minima de réflectivité. Cependant, il apparaît que le bruit présente un comportement non linéaire dans la région centrale de la branche basse énergie: en effet, le bruit atteint des valeurs très élevées qui sont extrêmement sensibles à de très faibles variations de la position du spot sur l'échantillon. À ce stade, il est en tout état de cause clair que les deux branches ne se comportent pas de manière symétrique puisque le bruit mesuré sur la branche basse énergie peut atteindre 100 fois celui relevé sur la branche haute au même point. Par contre, les bruits relevés sur chacune des branches présentent un maximum pour deux valeurs du désaccord symétriques par rapport au désaccord nul: le bruit est maximum sur la branche haute énergie pour x = +0.15 mm (soit $\delta \approx -1$ meV) et sur la branche basse énergie pour x = -0.15 mm (soit $\delta \approx +1$ meV). Ce résultat est en bon accord avec l'expression (3.73) puisqu'un calcul numérique avec les paramètres déduits des études de la luminescence résonante donne un maximum pour un désaccord $\delta = 0.12$ meV.

Nous allons maintenant distinguer les mesures effectuées à faible intensité, où l'expression (3.73) permet de prévoir un bruit variant linéairement avec l'intensité d'excitation, et les mesures effectuées à plus forte intensité, où apparaissent les effets non linéaires prévus par l'expression (3.80).

3.6.2 Bruit linéaire

Comme on l'a vu au §3.5.1, le bruit doit dépendre linéairement de l'intensité du laser et quadratiquement de l'absorption selon la loi (3.73). Nous avons donc étudié ce bruit en trois points de la branche basse à de faibles intensités. Ces trois points sont repérés sur les courbes d'anticroisement de la figure 3.13.a par les lettres (b), (c) et (d).

Nous avons commencé par effectuer des mesures à fréquence et intensité de laser fixées. Pour chacune des trois longueurs d'onde correspondant aux points (b), (c) et (d), nous avons enregistré les signaux de bruit S_+ et S_- à 7 MHz en faisant varier la position du spot laser sur l'échantillon de manière à croiser la branche polariton. Ces mesures correspondent donc à l'enregistrement du bruit selon les trois horizontales de la courbe d'anticroisement passant par les points (b), (c) et (d). On s'attend à ce que le bruit normalisé au bruit quantique standard varie de manière proportionnelle au



Position sur l'échantillon centrée sur la résonance de polariton (mm)

FIG. 3.12 – Comparaison du carré de l'absorption et du bruit normalisé en faisant varier la position sur l'échantillon, pour trois fréquences d'excitation repérées figure 3.14.a.

carré de l'absorption d'après la formule 3.73, puisque la fréquence et l'intensité du laser sont fixées pour chacune des trois mesures. Le signal S_{-} est proportionnel à l'intensité du champ réfléchi par la microcavité. La quantité $1 - S_{-}/max(S_{-})$ est donc l'absorption. Le rapport S_{+}/S_{-} correspond au bruit normalisé $s_{I} = S_{I}/\langle I \rangle$. Si on lui retranche 1, qui est la valeur du bruit quantique standard, on obtient le bruit dû à la luminescence s_{I}^{L} . Nous avons représenté figure 3.12, pour chacune des trois mesures (b), (c) et (d), les courbes donnant A^{2} et $s_{I} - 1$ en fonction de la position sur l'échantillon. La hauteur de cette dernière courbe a été adaptée de manière à faire correspondre son maximum avec celui de A^{2} . Les deux tracés coïncident dans les trois cas, montrant ainsi que l'excès de bruit $s_{I} - 1$, lié à la luminescence, est bien proportionnel à l'absorption au carré.

Nous avons ensuite étudié le bruit en fonction de l'intensité du laser d'excitation. En nous plaçant pour chaque point à la même longueur d'onde que précédemment et à la position correspondant au maximum de bruit, c'est à dire exactement sur les points (b), (c) et (d) de la courbe d'anticroisement représentée figure 3.13.a, nous avons mesuré le bruit pour différentes valeurs de l'intensité du laser. Les résultats sont représentés sur les figures 3.13.b, 3.13.c et 3.13.d. Comme le prévoit notre modèle, l'excès de bruit mesuré $s_I - 1$ varie linéairement avec l'intensité du laser. La pente correspondante est la plus importante dans la région de l'anticroisement. Cela est en accord avec ce que prédit notre modèle : avec les paramètres de l'expérience, le calcul indique que le rapport $(A/\gamma_{\sigma})^2$, auquel est proportionnelle la pente, est maximum sur la branche basse pour $\delta = 1,2$ meV.



FIG. 3.13 – Étude de la variation du bruit avec l'intensité d'excitation. (a) Localisation des mesures sur le diagramme d'anticroisement; (b) $\delta = +4,0$ meV; (c) $\delta = +0,7$ meV; $\delta = -2,6$ meV.

3.6.3 Bruit non linéaire

Nous allons présenter ici différents aspects des effets non linéaires prévus par le modèle présenté au §3.5.2 sur la branche polariton de basse énergie et que nous avons mis en évidence expérimentalement. Nous montrons tout d'abord l'existence d'un seuil pour le bruit. Nous présentons ensuite des mesures de déplacement de la résonance de polariton avec l'intensité. Puis, nous montrons que les spectres de bruit à forte intensité (autour du seuil) présentent des variations en fonction de la fréquence d'analyse. Enfin, nous illustrons par une mesure en détection homodyne avec oscillateur local la dépendance en phase du bruit. Seuil

Lorsque l'on augmente l'intensité d'excitation du laser, le bruit ne se comporte de manière linéaire que jusqu'à une intensité de seuil, comme prévu au §3.5.2. Comme au paragraphe précédent et pour les mêmes points sur la courbe d'anticroisement, nous avons mesuré le bruit en fonction de l'intensité, mais cette fois nous avons augmenté l'intensité d'excitation jusqu'à des valeurs plus élevées. Nous nous sommes cependant limité à des intensités pour les quelles on conservait le régime de couplage fort. Le résultat de ces mesures, effectuées aux trois points (b), (c) et (d) des courbes d'anticroisement (correspondant à des désaccords cavité-exciton respectif de 4,0 meV, 0.7 meV et -2.6 meV), est reproduit figures 3.14.b, c et d. La figure 3.14.a permet de les localiser sur le diagramme d'anticroisement. Il apparaît nettement sur ces figures que le bruit croît linéairement avec l'intensité du laser d'excitation jusqu'à un seuil à partir duquel on observe un comportement non linéaire. La courbe (c) est dans la région du seuil le plus faible (il se situe entre $\delta = 0.5$ meV et $\delta = 2$ meV). La valeur de l'intensité correspondant au seuil est, pour ce point, de 2 mW, pour un faisceau focalisé sur 80 μ m, soit environ 10 W.cm⁻². Cette valeur est plus basse d'un ordre de grandeur que le seuil d'apparition des effets d'écrantage du couplage fort [24]. Il existe donc bien un régime de fonctionnement non linéaire avant la perte du couplage fort.

Les trois mesures présentées ici illustrent assez bien le comportement général du bruit sur la branche basse : le seuil est minimum dans la région où le bruit croît le plus rapidement avec l'intensité d'excitation, pour un désaccord positif de l'ordre $\delta \approx 1 \text{ meV}$) (cf. figure 3.14.c). C'est d'ailleurs ce que prévoit la théorie puisque nous avons calculé à la fin du §3.5.2 un seuil minimum pour un désaccord de $q/\sqrt{2}$, soit environ 1,4 meV. Sur la partie de la branche où les polaritons tendent à se comporter comme des photons (désaccords négatifs), le seuil est d'autant plus élevé et le bruit croît d'autant plus faiblement que la valeur absolue du désaccord est importante (cf. figure 3.14.d). Cela est facilement compréhensible : lorsque l'on s'éloigne de la zone de désaccord nul, les états excitons et photons se découplent et pour des désaccord négatifs importants la microcavité se comporte comme une cavité vide. Sur la partie de la branche basse où les polaritons tendent à se comporter comme des excitons (désaccords positifs), le seuil augmente également, mais moins vite qu'aux désaccords négatifs (cf. figure 3.14.c). La raison pour laquelle les effets non linéaires diminuent tient au fait que l'exciton, qui est l'émetteur dans



FIG. 3.14 – Étude du seuil sur la branche basse énergie pour trois valeurs du désaccord cavité-exciton. (a) Localisation des mesures sur le diagramme d'anticroisement; (b) $\delta = +4,0 \text{ meV}$; (c) $\delta = +0,7 \text{ meV}$; $\delta = -2,6 \text{ meV}$.

notre système et qui est la cause des effets non linéaires, se découple du champ électromagnétique lorsque le désaccord positif croît. Même si l'on parvient à l'exciter fortement, les manifestations de sa présence ne sont donc plus visibles hors de la cavité pour des désaccords positifs élevés.

Déplacement des résonances

Nous avons pu observer que l'énergie de résonance du polariton sur la branche basse se déplace lorsque l'intensité d'excitation croît. Nous nous sommes intéressés au point où l'excès de bruit par rapport au bruit quantique standard était le plus grand, ce qui correspond à un désaccord d'environ +1 meV et à une longueur d'onde d'excitation de 835,8 nm. Nous avons conservé la longueur d'onde d'excitation constante et nous avons relevé pour


FIG. 3.15 – (a) Déplacement des maxima de bruits et des minima de réflectivité avec l'intensité d'excitation. (b) Bruit maximum en fonction de l'intensité d'excitation. - Mesures sur la branche basse, à 4K. Le laser est focalisé sur un spot de 80 µm et sa fréquence est fixée.

différentes puissances d'excitation les positions du minimum de réflectivité et du maximum de bruit ainsi que la valeur de ce bruit. Nous avons reproduit figure 3.15. a les positions des résonances de bruit et de réflectivité en fonction de l'intensité d'excitation et figure 3.15.b le bruit correspondant. Comme précédemment, le bruit croît linéairement jusqu'à un seuil qui est ici de 2 mW. La figure (a) montre clairement un déplacement linéaire et simultané des résonances de bruit et de réflectivité en fonction de l'intensité d'excitation lorsqu'elle est inférieure au seuil. Au-dessus du seuil, la résonance de bruit ne coïncide plus exactement avec la résonance de réflectivité et le déplacement cesse d'être linéaire avec l'intensité d'excitation. Dans le cas présenté ici, nous mesurons un déplacement linéaire de 15 μ m par milliwatt (soit environ $3 \,\mu \text{m}$ ou encore $25 \,\mu \text{eV}$ par W.cm⁻²), et le sens de ce déplacement tend à faire monter l'énergie des polaritons de basse énergie. Ce déplacement est du même ordre, aux intensités habituelles de travail (disons jusqu'à 20 $W.cm^{-2}$), que le diamètre du spot lumineux sur l'échantillon; il est donc peu sensible. Le déplacement observé pour une intensité égale à l'intensité de seuil, exprimé en unités de désaccord, vaut ici environ $\Delta \delta_0 = 0.24$ meV. La théorie prévoit un déplacement en désaccord de $\Delta \delta_{\mathbf{0}} = \tilde{\delta}_{\mathbf{0}} - \delta_{\mathbf{0}} = 2\alpha |p_{\mathbf{0}}|^2$ et un seuil donné par $|p_{0th}|^2 = \gamma/\alpha$, où γ est la largeur de la résonance du polariton. Le déplacement de la résonance au seuil vaut donc :

$$\Delta \delta_{\mathbf{0}\,th} = 2\gamma \tag{3.94}$$

Dans notre cas, puisque l'on est au voisinage du désaccord nul, on a donc $\Delta \delta_{0th} \simeq (\gamma_{exc} + \gamma_{cav})$. Soit, en utilisant les valeurs déduites des études de luminescence (cf. tableau 2.2, page 88) : $\Delta \delta_{0th} \approx 0,29$ meV, ce qui est en bon accord avec la valeur mesurée.

Variations du bruit avec la fréquence d'analyse

Lorsque l'on est dans un régime linéaire, le bruit normalisé mesuré à l'analyseur de spectre est constant sur toute la plage 4-20 MHz de fonctionnement du système de détection de bruit. Cela est d'ailleurs conforme à l'expression (3.73) qui prévoit un bruit indépendant de la fréquence d'analyse. Cependant, lorsque l'intensité d'excitation est proche du seuil, on observe des variations importantes du bruit en fonction de la fréquence d'analyse. Si l'on tient compte des effets non linéaires, une dépendance en fréquence apparaît explicitement dans les expressions (3.86) et (3.87) des composantes en quadrature du champ représentant le polariton. En particulier, l'expression (3.87) devient très dépendante de la fréquence d'analyse Ω au voisinage du seuil. Nous avons reproduit figure 3.16 les enregistrements des spectres bruts sur la plage 0-20 MHz pour deux des trois points étudiés précédemment. On observe une variation du bruit avec la fréquence d'analyse qui est d'autant plus importante que l'on est proche du seuil: la courbe (b) est obtenue au seuil et varie fortement avec la fréquence, la courbe (c) est obtenue pour une intensité inférieure au seuil de 15% et présente une moins forte dépendance en fréquence.



FIG. 3.16 – Variation du bruit avec la fréquence d'analyse.

Mesure de bruit avec un oscillateur local

Pour terminer, nous présentons une mesure de bruit obtenue au moyen du système de détection de bruit configuré en détection homodyne avec oscillateur local. On observe en un point de l'échantillon, à une fréquence d'analyse fixée, pour une longueur d'onde et une intensité du laser fixée, les variations du bruit sur une quadrature du champ dont la phase est balayée dans le temps. On obtient ainsi, au cours du temps, le bruit sur toutes les quadratures du champ.

Nous avons reproduit figure 3.17 le résultat d'une telle mesure lorsque le laser est résonant avec le polariton de basse énergie pour un désaccord proche de zéro. L'intensité d'excitation de l'échantillon (environ 2 mW focalisés sur 80 μ m) était faible devant celle du champ servant d'oscillateur local (200 mW), mais suffisamment élevée pour que l'on soit proche de l'intensité de seuil. Les photodiodes ne fonctionnant bien que pour des intensités variant de 1 à 10 mW, une densité optique a été ajoutée avant les photodiodes.

Le bruit mesuré à 7 MHz que l'on voit sur cette figure oscille avec la phase de la quadrature du champ observée. Cela est en bon accord avec ce que prévoit le modèle décrivant les effets non linéaires : en effet, les équations (3.86) et (3.87) prévoient que les composantes de quadrature du champ de polariton doivent se comporter de façon très différentes au voisinage du seuil.



FIG. 3.17 – Dépendance du bruit avec la phase de l'oscillateur local, au voisinage du seuil.

CONCLUSION

Nous avons vu, au premier chapitre, qu'il était possible de décrire la réponse cohérente d'une microcavité semi-conductrice comme la réponse d'un système de deux oscillateurs harmoniques couplés. Une approche similaire est d'ailleurs possible lorsque l'on étudie des atomes en cavité. Dans les deux cas, il est possible de rendre compte ainsi des effets du régime de couplage fort dont la manifestation la plus importante est le dédoublement de Rabi du vide.

Lorsque l'on cherche à analyser plus finement les processus d'interaction entre la lumière et la matière dans de tels systèmes en s'intéressant, comme on l'a fait au second chapitre, aux mécanismes d'émision non cohérents, il est nécessaire de prendre en compte de nouveaux acteurs responsables des déphasages introduits dans les mécanismes d'émission : les phonons du réseau cristallin. Nous avons pu montrer que ceux-ci permettent, à basse température, l'émission de la luminescence résonante que nous avons observée par des moyens spectroscopiques classiques.

Une autre approche de cette émission consiste à étudier le bruit sur le champ sortant de la microcavité lors d'une excitation par un laser. Nous avons pu voir dans le troisième et dernier chapitre que ce bruit pouvait s'interpréter comme le résultat de l'homodynage du laser réfléchi (qui sert alors d'oscillateur local) avec la luminescence émise dans la même direction que le laser réfléchi et à des fréquences très proches de celles du laser. L'outil que constitue le dispositif de mesures de bruit que nous avons mis en place nous a permis de montrer qu'à basse intensité d'excitation, le signal de luminescence se comporte bien comme le prévoit le modèle que nous avons développé dans le second chapitre consacré à la luminescence résonante. À plus haute intensité, des effets non linéaires dus à l'interaction entre excitons se manifestent. Nous avons présenté un modèle qui fait apparaître une analogie formelle entre le comportement du champ décrivant le polariton et un mélange paramétrique à quatre ondes. Les effets non linéaires observés par des mesures de bruit sont compatibles avec les prédictions de ce modèle. Ces observations vont d'ailleurs dans le sens de travaux récents sur les microcavités [34].

La bonne connaissance et le contrôle de ces effets non linéaires doivent permettre d'envisager la recherche d'effets d'optique quantique tels que la réduction des fluctuations du champ en dessous du bruit quantique standard. Cette réduction a déjà été prévue [30][29][31] au moyen d'un modèle similaire à celui présenté dans le dernier chapitre de ce mémoire. Nous avons cependant pu montrer ici que le bruit dépendait fortement de la quadrature du champ observée, l'une étant amplifiée pendant que l'autre peut au contraire être dé-amplifiée, éventuellement jusqu'à un niveau inférieur au bruit quantique standard.

Les perspectives d'approfondissement de la description de notre système sont nombreuses. Deux aspects particuliers peuvent constituer un point de départ pour de nouvelles investigations : d'une part, nous n'avons pas tenu compte de manière explicite des relations de dispersion des polaritons, ni de l'éventuelle dépendance en \mathbf{k}_{\parallel} des dissipations excitoniques ; il y a donc dans l'étude des phénomènes de relaxation matière à affiner le modèle. D'autre part, il est envisageable de mettre en place un cadre théorique prenant en compte les effets non linéaires au-dessus du seuil en nous inspirant des modèles existant pour les oscillateurs paramétriques et de le confronter à l'expérience.

BIBLIOGRAPHIE

- C. Weibuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa, Observation of the Coupled Exciton-Photon Mode Splitting in a Semiconductor Quantum Microcavity, Phys. Rev. Lett. 69, 3314 (1992); R. Houdré, C. Weisbuch, R.P. Stanley, U. Oesterle, P. Pellandini, M. Ilegems, Measurement of Cavity-Polariton Dispersion Curve from Angle Resolved Photoluminescence Experiments, Phys. Rev. Lett. 73, 2043 (1994).
- [2] H. Yokoyama, K. Nishi, T. Anan, H. Yamada, S.D. Bronson, E.P. Ippen, Enhanced spontaneous emission from GaAs quantum wells in monolithic microcavities, Appl. Phys. Lett. 57, 2814 (1990).
- [3] G.H. Wannier, The structure of electronic excitation levels in insulating crystals, Phys. Rev. 52, 191 (1937).
- [4] M. Combescot, On Wannier Excitons, Ann. Phys. Fr. 20, 457 (1995).
- [5] H. Haug, S. Koch, Quantum theory of the optical and electronic properties of semiconductors, ed. World Scientific (1990).
- [6] T.R. Nelson, E.K. Lindmark, D.V. Wick, K. Tai, G. Khitrova, H.M. Gibbs, Normal-mode coupling in planar semiconductor microcavities, in Microcavities and Photonic Bandgaps: Physics and Applications, ed. Kluwer Academic Publishers, eds. Rarity and Weisbuch, NATO ASI Series Vol. 324 of Series E (1996).
- [7] E. Hanamura, Theory of Many Wannier Excitons. I, J. Phys. Soc. Japan 37, 1545 (1974); Theory of Many Wannier Excitons. II. Absence of Self-Induced Transparency, J. Phys. Soc. Japan 37, 1553 (1974).
- [8] S. Pau, G. Björk, J. Jacobson, H. Cao, Y. Yamamoto, *Microcavity exciton-polariton splitting in the linear regime*, Phys. Rev. B 51, 14437 (1995).
- [9] H. Haug, Z. Phys. B 24, 351 (1976).
- [10] F. Tassone et Y. Yamamoto, Exciton-exciton scattering dynamics in a semiconductor microcavity and stimulated scattering into polaritons, Phys. Rev. B 59, 10830 (1999).

- [11] C. Fabre, A. Aspect, G. Grynberg, Introduction aux lasers et à l'optique quantique, ed. Ellipse (1997).
- [12] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, Mécanique quantique, ed. Hermann (1973).
- [13] S. Reynaud, Introduction à la réduction du bruit quantique, Ann. Phys. Fr. 15, 63 (1990).
- [14] C. Gardiner, *Quantum noise*, ed. Springer (Berlin 1991).
- [15] P. Bouyer, Confinement par laser d'atomes froids dans une cavité gravitationnelle et dans un piège à pompage optique, Thèse de l'Université Paris XI effectuée au LKB (1995).
- [16] C. Fabre, Quantum Fluctuations in Light Beams, in Quantum Fluctuations, ed. Elsevier Science Publishers B.V., eds. S. Reynaud, E. Giacobino et J. Zinn-Justin, Les Houches, Session LXIII (1995).
- [17] L.C. Andreani, Optical transitions, excitons, and polaritons in bulk and low-dimensional semiconductor structures, in Confined Electrons and Photons: New Physics and Applications, ed. Plenum Publishing Corp., eds. Burstein and Weisbuch, NATO ASI Series Vol. 340 of Series B (1995).
- [18] L.C. Andreani, Radiative lifetime of free excitons in quantum wells, Solid State Comm. 77, 641 (1991).
- [19] Max Born & Emil Wolf, §1.6 Wave Propagation in a stratified medium. Theory of dielectric films. in Principles of Optics, Sixth Edition, ed. Pergamon Press, (1980).
- [20] V. Savona, Linear Optical Properties of Semiconductor Microcavities with Embedded Quantum Wells in Confined Photon Systems: Fundamentals and Applications, ed. Springer, eds. H. Benisty et al. (1998).
- [21] V. Savona, L.C. Andreani, P. Schwendimann, A. Quattropani Quantum well excitons in semiconductor microcavities: unified treatment of weak and strong coupling regimes, Solid State Comm. 93, 733 (1995).
- [22] F. Tassone, C. Piermarocchi, V. Savona, A. Quattropani, P. Schwendimann, Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons, Phys. Rev. B 56, 7554 (1997).
- [23] R.P. Stanley, R. Houdré, U. Oesterle, P. Pellandini, M. Ilegems, Cavity-Polaritons in Semiconductor Microcavities; R. Houdré, R.P. Stanley, U. Oesterle, P. Pellandini, M. Ilegems, Critical Issues on the Strong Coupling Régime in Semiconductor Microcavities in Microcavities and Photonic Bandgaps: Physics and Applications, ed. Kluwer Academic Publishers, eds. Rarity and Weisbuch, NATO ASI Series Vol. 324 of Series E (1996).

- [24] R. Houdré, J.L. Gibernon, P. Pellandini, R.P. Stanley, U. Oesterle, C. Weisbuch, J. O'Gorman, B. Roycroft, M. Ilegems, Saturation of the strong-coupling regime in a semiconductor microcavity: Free-carrier bleaching of cavity polaritons, Phys. Rev. B 52, 7810 (1995).
- [25] R. Houdré, R.P. Stanley, M. Ilegems, Vacuum-field Rabi splitting in the presence of inhomogeneous broadening: Resolution of a homogeneous linewidth in an inhomogeneously broadened system, Phys. Rev. A 53, 2711 (1996).
- [26] B. Sermage, S. Long, I. Abram, J.Y. Marzin, J. Bloch, R. PLanel and V. Thierry-Mieg, *Time-resolved spontaneous emission of excitons in a microcavity: Behavior of the individual exciton-photon mixed states*, Phys. Rev. B 53, 16516 (1996).
- [27] J. Bloch, J.Y. Marzin, Photoluminescence dynamics of cavity polaritons under resonant excitation in the picosecond range, Phys. Rev. B 56, 2103 (1997).
- [28] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, § C_{IV}.2 Equations de Heisenberg-Langevin pour un oscillateur harmonique amorti in Processus d'interaction entre photons et atomes, ed. InterEditions/Editions du CNRS, (1988).
- [29] H. Eleuch, J.M. Courty, G. Messin, C. Fabre, E. Giacobino, *Cavity QED effects in semiconductor microcavities*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 1, 1 (1999).
- [30] H. Eleuch, Etude théorique des fluctuations quantiques dans la lumière sortant d'une microcavité semiconductrice, Thèse de l'Université Paris VI effectuée au LKB (1998).
- [31] G. Messin, J.P. Karr, H. Eleuch, J.M. Courty, E. Giacobino, Squeezed states and the quantum noise of light in semiconductor microcavities, J. Phys. Cond. Matter 11, 6069 (1999).
- [32] G. Cassabois, Relaxation de cohérence dans des hétérostructures de semi-conducteurs, Thèse de l'Université Paris VI (1999).
- [33] C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocci, A. Quattropani, P. Schwendimann, Threshold behavior in the collision broadening of microcavity polaritons, Phys. Rev. B 58, R10123 (1998).
- [34] C. Ciuti, C. Piermarocchi, V. Savona, P.E. Selbmann, P. Schwendimann, and A. Quattropani, *Strongly Driven Exciton Resonances in Quantum Wells: Light-Induced Dressing versus Coulomb Scattering*, Phys. Rev. Lett. 84, 1752 (2000).
- [35] C. Piermarocchi, F. Tassone, V. Savona, A. Quattropani, P. Schwendimann, Nonequilibrium dynamics of free quantum-well excitons in time-

resolved photoluminescence, Phys. Rev. B 53, 15834 (1996); F. Tassone, C. Piermarocchi, V. Savona, A. Quattropani, P. Schwendimann, *Photoluminescence decay times in strong-coupling semiconductor mi*crocavities, Phys. Rev. B 53, R7642, (1996).

- [36] S. Reynaud, C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, Photon noise reduction by passive optical bistable systems Phys. Rev. A 40, 1440 (1989).
- [37] M.J. Collett and C.W. Gardiner, Phys. Rev. A 30,1386 (1984); S. Reynaud and A. Heidmann, Opt. Commun. 71, 209 (1989).