



HAL
open science

Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de césium

Sébastien Bize

► **To cite this version:**

Sébastien Bize. Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de césium. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001. Français. NNT: . tel-00000981

HAL Id: tel-00000981

<https://theses.hal.science/tel-00000981>

Submitted on 8 Jan 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE PRIMAIRE DU TEMPS
ET DES FRÉQUENCES
DU BUREAU NATIONAL DE
MÉTROLOGIE

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS VI
spécialité : physique quantique

présentée par
Sébastien BIZE

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université de Paris VI

sujet de thèse :
TESTS FONDAMENTAUX À L'AIDE D'HORLOGES À ATOMES
FROIDS DE RUBIDIUM ET DE CÉSIIUM

soutenue le 1^{er} octobre 2001 devant le jury composé de :

M. A. CLAIRON	Directeur de thèse
M. T. HÄNSCH	Examineur
M. A. LUITEN	Membre invité
M. C. SALOMON	Directeur de thèse
M. P. THOMANN	Rapporteur
M. P. TOURENC	Président du jury
M. C. WESTBROOK	Rapporteur

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences (LPTF) du Bureau National de Métrologie et le Laboratoire Kastler Brossel (LKB). Je remercie Michel Granveaud, directeur du LPTF, et Michèle Leduc et Franck Laloë, directeurs successifs du LKB de m'avoir accueilli dans leurs laboratoires.

Mon travail de thèse a été effectué sous la direction conjointe d'André Clairon et de Christophe Salomon. Je tiens à leur exprimer toute ma reconnaissance pour leur enthousiasme, pour les innombrables connaissances qu'ils m'ont apportées. J'ai beaucoup apprécié la confiance qu'ils ont toujours placée en moi, en me laissant prendre des initiatives sur les expériences ou en me donnant plusieurs fois la possibilité de présenter moi-même mes travaux.

Ce travail de thèse a été l'occasion d'une constante et étroite collaboration avec Yvan Sortais, étudiant en thèse sur la même expérience. Je remercie Yvan pour son enthousiasme, pour sa contribution à notre travail et pour l'aide qu'il m'a apportée à maintes reprises.

Je remercie Cipriana Mandache, Mônica Santos Dahmouche, Christophe Nicolas, Ali Baktash, Roland Stas qui ont apporté leur contribution en tant que chercheur invité, post-doc, scientifique du contingent ou stagiaire.

L'expérience a été réalisée grâce aux nombreuses compétences du service d'électronique du LPTF. Aussi, je tiens à remercier Giorgio Santarelli, qui dirige ce service, pour ses contributions aux expériences, pour les connaissances qu'il m'a apportées en électronique. Je remercie également Michel Lours, Michel Dequin et Laurent Volodimer pour leur efficacité et pour leur disponibilité.

La réalisation des systèmes à vide a bénéficié des compétences d'Annie Gérard dans le domaine de l'ultra-vide. Je la remercie pour ses précieuses contributions au montage de l'expérience.

Une grande partie des expériences a été dessinée et réalisée avec l'aide du Service d'Étude et de Réalisation Technique de l'Observatoire de Paris. Je remercie les personnes de ce service pour leur contribution, notamment Jean-Pierre Aoustin, Pierre Aynié, Jacques Hammès, Armel Legrand,. Je remercie également Patrice Barroso et Françoise Gex du Pôle de Haute Technologie de l'Observatoire de Paris pour leur contribution au polissage des cavités micro-ondes.

Je remercie Catherine Laurent pour sa participation et pour son aide concernant les divers aspects administratifs liés au développement de l'expérience.

Je remercie Pascal Blondé pour ses compétences et son efficacité dans la gestion des aspects informatiques.

J'ai effectué mon travail au sein du groupe "atomes froids" du LPTF. Je remercie les membres de ce groupe, Philippe Laurent et Pierre Lemonde, qui, avec Giorgio Santarelli et André Clairon constituent une équipe extrêmement compétente et dynamique.

Je remercie également tous les membres du LPTF qui m'ont renseigné ou aidé de nombreuses fois. Je remercie notamment Michel Abgrall, Ouali Acef, Frédérique Allard, Emeric de Clercq, Irène Courtillot, Albane Douillet, Franck Ducos, To Kaing, Ala'a Makdissi, Daniele Rovera, Eric Simon, Pierre Uhrich, Shougang Zhang, Jean-Jacques Zondy.

Le LPTF a commencé au cours de ma thèse une collaboration avec l'University of Western Australia. A la fin de ma thèse, j'ai ainsi disposé d'un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir développé dans cette université. Pour leur collaboration, je remercie l'University of Western Australia ainsi que André Luiten et Michael Tobar.

Plusieurs fois au cours de ma thèse, j'ai eu l'occasion d'évoquer certains aspects de mon travail avec des spécialistes travaillant dans des domaines différents. Je remercie ces personnes, et notamment Yvan Castin et Carl Williams pour leur collaboration sur les problèmes liés au déplacement collisionnel ainsi que Christian Bordé et Peter Wolf pour leur collaboration sur les problèmes liés à la Relativité Générale et au déplacement de fréquence dû au recul.

Je remercie Théodore Hänsch, André Luiten, Pierre Thomann, Philippe Tourrenc, Christopher Westbrook pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mon travail en acceptant de faire partie de mon jury de soutenance.

Je remercie le Bureau National de Métrologie et le Centre National de la Recherche Scientifique pour avoir financé ce projet.

Merci à mes amis et à ma famille.

Table des matières

1	Introduction	8
2	Mesures de fréquences et stabilité des constantes fondamentales	12
2.1	Définition de la seconde	12
2.2	Relativité et métrologie du temps et des fréquences	13
2.2.1	Notions simples sur la Relativité Générale	13
2.2.2	Rôle de la Relativité Générale dans le système international d'unités	17
2.2.3	Le principe d'équivalence remis en cause	17
2.3	Tests du principe d'équivalence utilisant des comparaisons de fréquences atomiques	18
2.3.1	Tests basés sur des mesures de fréquences locales	19
2.3.2	Comparaisons de fréquences hyperfines, liens avec la constante de structure fine	19
2.3.3	Autres comparaisons, liens avec les constantes fondamentales	22
2.4	Résultats expérimentaux récents sur la stabilité de la constante de structure fine	23
2.4.1	Tests en laboratoire	23
2.4.2	Le test d'Oklo	24
2.4.3	Tests fondés sur l'observation de nuages interstellaires	25
3	Généralités sur les fontaines atomiques	28
3.1	Principes de fonctionnement d'une horloge atomique	28
3.2	Caractéristiques d'une horloge atomique	31
3.2.1	Stabilité d'une horloge atomique	31
3.2.2	Exactitude d'une horloge atomique	33
3.3	Fonctionnement d'une fontaine atomique	34
3.3.1	Description d'un cycle d'interrogation	34
3.3.2	Asservissement de la fréquence micro-onde	38

3.3.3	Effets systématiques	39
4	Effets dépendant du nombre d'atomes dans les fontaines atomiques	41
4.1	Calcul de la réponse atomique	41
4.1.1	Rappel des équations d'évolution	41
4.1.2	La fonction de sensibilité et son utilisation	47
4.2	Déplacements de fréquence dus à la cavité	53
4.2.1	Equations du champ dans la cavité	53
4.2.2	Ordres de grandeur, interprétations physiques	56
4.2.3	Calcul analytique du déplacement de fréquence lié à la cavité pour un nuage ponctuel	57
4.2.4	Calculs numériques	60
4.2.5	Conclusions et influence sur l'exactitude	62
4.3	Déplacement collisionnel	63
4.3.1	Modélisation des collisions ultra-froides	63
4.3.2	Interprétation simple du déplacement collisionnel	69
4.3.3	Problèmes liés à la dynamique du nuage atomique, densité effective	70
4.4	Caractérisation du nuage atomique	72
4.4.1	Modélisation de la distribution de vitesse et de position	73
4.4.2	Mesure du nombre d'atomes	77
4.4.3	Incertitudes sur la densité atomique et les nombres d'atomes	85
5	Montage de la fontaine double à atomes de rubidium et césium	88
5.1	Description générale	88
5.2	La zone d'interrogation, contrôle de l'environnement des atomes	89
5.2.1	Contrôle de la température du rayonnement	90
5.2.2	Contrôle du champ magnétique	93
5.3	Les cavités micro-ondes d'interrogation	96
5.3.1	Description générale	97
5.3.2	Description du mode TE_{011}	100
5.3.3	Accord de la cavité double	100
5.3.4	Vérification des fuites micro-ondes	104
5.4	Manipulation des atomes froids	107
5.4.1	Capture et lancement des atomes	108
5.4.2	Préparation de l'état initial	111
5.4.3	Détection des atomes	112
5.4.4	Le banc optique césium	114

5.5	Les sources de rubidium et de césium	119
5.5.1	Description des jets atomiques	120
5.5.2	Ralentissement des jets atomiques	121
5.6	Contrôle informatisé de la fontaine	124
6	Méthodes de comparaisons entre fontaines atomiques	125
6.1	Les horloges à atomes froids du LPTF.	125
6.2	Synthèse des fréquences micro-ondes.	126
6.2.1	Description d'une chaîne de synthèse.	128
6.2.2	Caractérisation	130
6.3	Étude de l'asservissement de la fréquence micro-onde sur la transition atomique	131
6.3.1	Fonctionnement de l'asservissement	131
6.3.2	Calcul de la stabilité de fréquence d'une horloge	132
6.3.3	Contribution à la stabilité des fluctuations de fréquences de l'oscillateur d'interrogation.	133
6.4	Utilisation d'un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir	136
6.4.1	Fonctionnement et stabilité de l'OCRS	137
6.4.2	Asservissement de l'OCRS sur le maser	138
6.4.3	Limite de stabilité liée à la synthèse micro-onde	139
6.4.4	Limite de stabilité provenant du système de détection .	140
6.5	Conclusions, résolution des comparaisons entre fontaines . . .	149
7	Résultats expérimentaux	152
7.1	Mesure du déplacement collisionnel et du déplacement de fréquence lié à la cavité	152
7.2	Test de stabilité de la constante de structure fine	156
7.2.1	Exactitude de la fontaine Rb	157
7.2.2	Mesures en mai 2000	160
7.2.3	Interprétation des mesures sur une durée de 2 ans	163
7.3	Résultats récents obtenus avec la fontaine RbCs	164
7.3.1	Stabilité de fréquence	165
7.3.2	Exactitude	167
8	Conclusions	170
A	Notations	174
B	Quelques relations utiles	175
B.1	Matrices de Pauli	175

B.2	Conventions concernant les incertitudes et les distributions gaussiennes	175
B.3	Conventions concernant les densités spectrales de bruit	176
C	Quelques valeurs numériques utiles	178
C.1	Constantes fondamentales	178
C.2	Données astronomiques	179
C.3	Atome de rubidium 87	179
C.4	Atome de césium 133	181
C.5	Paramètres de la fontaine Rb	183
C.6	Paramètres de la fontaine RbCs	184
D	Publications	186
D.1	High-Accuracy Measurement of the ^{87}Rb Ground-State Hyperfine Splitting in an Atomic Fountain	187
D.2	Cold Collision Frequency Shifts in a ^{87}Rb Fountain	195
D.3	Cavity Frequency Pulling in Cold Atom Fountains	200
D.4	Interrogation Oscillator Noise Rejection in the Comparison of Atomic Fountains	205

Chapitre 1

Introduction

Les étalons atomiques de fréquence de grande exactitude jouent depuis longtemps un rôle important en physique. Les mesures de fréquence de grande exactitude permettent de tester très finement notre compréhension de la structure des atomes. Elles interviennent également dans la détermination de plusieurs constantes fondamentales comme la constante de structure fine ou la constante de Rydberg. La réalisation de l'unité de temps du système international d'unités et de l'échelle de temps atomique internationale repose, elle aussi, sur les étalons atomiques de fréquence de grande exactitude. D'importantes applications comme les systèmes de positionnement par satellite ou les réseaux de télécommunications, utilisent également les techniques parmi les plus pointues de la métrologie du temps et des fréquences.

Deux progrès récents ont permis et permettront de nouvelles améliorations dans le domaine des mesures de fréquence de grande exactitude. Il y a d'une part la découverte puis l'amélioration, au cours des années 80 et 90, des techniques de refroidissement d'atomes par laser [1]. L'utilisation de ces techniques en métrologie du temps et des fréquences a permis la réalisation d'une nouvelle génération d'horloges, les fontaines atomiques. Ces développements ont rapidement conduit à une nette amélioration de l'exactitude des étalons primaires de fréquence dans le domaine micro-onde [2]. Des améliorations significatives restent à venir, notamment grâce à l'utilisation des atomes froids dans l'espace (projet ACES de l'agence spatiale européenne, projets PARCS et RACE de l'agence spatiale américaine). Une seconde avancée dans le domaine de la métrologie du temps et des fréquences vient de la découverte d'une nouvelle méthode de mesure des fréquences optiques, basée sur l'utilisation d'un laser femtoseconde [3][4][5]. La simplicité de cette méthode facilite un très grand nombre de comparaisons entre deux fréquences optiques ou entre une fréquence optique et une fréquence du domaine micro-onde ou radio-fréquence.

Ces évolutions récentes dans le domaine de la métrologie du temps et des fréquences devraient conduire à une amélioration du nombre et de l'exactitude des tests fondamentaux réalisés au moyen de comparaisons d'horloges atomiques. En particulier, le développement des horloges et des moyens de transfert de temps spatiaux devrait rendre possibles des comparaisons à distance de grande exactitude entre les différents types d'horloge des différents laboratoires de métrologie du monde entier. En elle-même, cette diversification des comparaisons représente une augmentation très significative de la pertinence et de la fiabilité des tests de physique fondamentale réalisés avec les étalons atomiques de fréquence.

Ce mémoire décrit la construction et l'utilisation d'une fontaine à atomes froids de césium 133 et de rubidium 87. Ce travail a été effectué au Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences¹ (LPTF) du Bureau National Métrologie. Les objectifs principaux de ce projet sont d'améliorer les performances des étalons primaires de fréquence et d'effectuer un test de stabilité de la constante de structure fine. La fontaine à atomes froids de césium et de rubidium doit également contribuer à la composante terrestre de la mission spatiale ACES, visant à effectuer des comparaisons de grande exactitude entre des horloges embarquées à bord de la station spatiale internationale et des horloges au sol. Un des objectifs scientifiques de cette mission est d'améliorer certains tests de la Relativité Générale.

Le développement de la fontaine de césium et de rubidium a comporté deux étapes. La première étape a consisté à réaliser une fontaine à atomes de rubidium et à l'utiliser pour étudier les effets dépendant du nombre d'atomes dans les fontaines atomiques. Cette fontaine a également permis d'améliorer de presque cinq ordres de grandeur la mesure de la fréquence hyperfine du rubidium 87 et de réaliser les premiers tests de stabilité de la constante de structure fine. Dans la suite du mémoire, on appelle fontaine Rb ce premier montage expérimental. La deuxième étape a consisté à réaliser la fontaine double, susceptible de fonctionner simultanément avec du rubidium et du césium. On appelle fontaine RbCs ce deuxième montage. Au moment de la rédaction de ce mémoire (juillet 2001), la fontaine RbCs a commencé à fournir ses premiers résultats expérimentaux.

Le travail accompli jusqu'à présent sur cette expérience fait l'objet de deux thèses effectuées simultanément : celle d'Yvan Sortais [6] et celle qui fait l'objet de ce mémoire. On a jugé bon d'axer les mémoires sur des thèmes différents. Ainsi, la thèse d'Yvan Sortais est dédiée aux effets dépendant du

¹LPTF, Observatoire de Paris. 61, avenue de l'Observatoire, 75 014 Paris, France. tel : +33 1 40 51 22 13, fax : +33 1 43 25 55 42, email : lptfop@obspm.fr.

nombre d'atomes tandis que ce mémoire met l'accent sur le test de stabilité de la constante de structure fine. De même, la description des dispositifs expérimentaux est répartie sur les deux mémoires. Ici, on décrit surtout la fontaine RbCs tandis que le mémoire d'Yvan Sortais décrit principalement la fontaine Rb. On s'est efforcé de faire en sorte que ce partage n'empêche pas chacun des deux mémoires de refléter le travail accompli sur ce projet dans sa globalité.

Le **chapitre 2** de ce mémoire, intitulé *Mesures de fréquences et stabilité des constantes fondamentales*, a pour but de montrer comment les comparaisons de fréquence atomique qu'on décrit par la suite peuvent être utilisées pour réaliser des tests de physique fondamentale, et notamment un test de la stabilité de la constante de structure fine. Dans ce chapitre, on est amené à évoquer des sujets comme la Relativité Générale ou les calculs théoriques des fréquences de transitions atomiques. En aucun cas on ne prétend être exhaustif sur de tels sujets. On espère simplement que ces explications sont suffisantes pour qu'un lecteur non spécialiste puisse comprendre le principe de ces tests fondamentaux.

Le **chapitre 3** est intitulé *Généralités sur les fontaines atomiques*. Il fait une description des horloges atomiques en général, des fontaines atomiques et de certaines méthodes utilisées en métrologie du temps et des fréquences. Cette introduction sur les fontaines a pour but de rendre plus compréhensibles les chapitres suivants, plus spécialisés.

Le **chapitre 4** est intitulé *Effets dépendant du nombre d'atomes dans les fontaines atomiques*. La validité des tests fondamentaux basés sur des comparaisons de fréquences atomiques repose sur la capacité des expérimentateurs à maîtriser les effets physiques qui peuvent perturber ces comparaisons. Ainsi, la compréhension, la modélisation et la mesure de ces effets est un des aspects essentiels de la réalisation d'horloges atomiques. Le chapitre 4 passe en revue les divers aspects de cette démarche dans le cas des deux effets dépendant du nombre d'atomes dans les fontaines. Le premier effet est lié à la cavité micro-onde est traité de manière détaillée. Le second effet, lié aux interactions entre atomes et connu sous le nom de déplacement collisionnel, est évoqué de manière plus rapide, la thèse d'Yvan Sortais étant dédiée à ce sujet. D'un point de vue expérimental, l'étude de ces effets pose le problème de la caractérisation du nuage atomique utilisé dans les fontaines, qui fait l'objet de la dernière partie du chapitre. Les applications numériques du chapitre 4 sont faites avec les paramètres de la fontaine Rb qui a servi pour les mesures.

Le **chapitre 5** s'intitule *Montage de la fontaine double à atomes de rubidium et césium*. Il s'agit d'une description détaillée de la fontaine RbCs, de

son fonctionnement et des vérifications qui ont été faites lors de son montage. Ces vérifications sont parfois d'une grande importance car elles permettent de justifier l'exactitude des mesures de fréquences et des tests fondamentaux qui en découlent. Les applications numériques de ce chapitre sont faites pour le césium et avec les paramètres typiques de la *fontaine RbCs*.

Le **chapitre 6** s'intitule *Méthodes de comparaisons entre fontaines atomiques*. Il décrit l'ensemble de fontaines atomiques du LPTF dont la *fontaine RbCs* fait partie et les méthodes utilisées pour comparer ces fontaines. Les divers facteurs limitants sont étudiés pour obtenir une estimation des résolutions accessibles avec ces méthodes.

Le **chapitre 7**, intitulé *Résultats expérimentaux*, regroupe les résultats importants. On y trouve le bilan des mesures des effets dépendant du nombre d'atomes effectuées avec la *fontaine Rb*. On y trouve aussi le bilan des mesures de la fréquence hyperfine du rubidium 87, effectuées sur une période de 2 ans. Ces mesures sont ensuite interprétées comme un test en laboratoire de la stabilité de la constante de structure fine. Ce chapitre contient également les premiers résultats significatifs obtenus avec la *fontaine RbCs*.

L'**annexe A** regroupe les principales notations utilisées. L'**annexe B** donne quelques relations utiles et précise les conventions utilisées pour les incertitudes, les distributions gaussiennes et les densités spectrales de bruit. L'**annexe C** regroupe des valeurs numériques de certaines constantes fondamentales et les principales caractéristiques des *fontaines Rb* et *RbCs*. L'**annexe D** est une reproduction de 4 publications faites à l'occasion de ce travail de thèse.

Chapitre 2

Mesures de fréquences et stabilité des constantes fondamentales

2.1 Définition de la seconde

La seconde du système international d'unités est définie comme la durée de 9 192 631 770 oscillations de Bohr de la transition hyperfine $F = 3 \rightarrow F = 4$ de l'atome de césium 133 (voir le schéma des niveaux en annexe C.2), définition qui équivaut à fixer à la valeur conventionnelle de 9 192 631 770 Hz, la fréquence de cette transition.

Le choix d'une telle définition et l'abandon, en 1967, de la rotation de la Terre comme base de définition de la seconde ont été motivés par l'amélioration progressive des étalons de fréquences basés sur des transitions atomiques. La seconde est de loin l'unité du système international qui est réalisée avec la plus grande exactitude. De ce fait, il est intéressant de ramener la définition des autres unités à l'unité de temps en choisissant des valeurs conventionnelles pour certaines constantes fondamentales. Ainsi, le mètre du système international est défini comme la distance du trajet parcourue par la lumière dans le vide pendant une durée de $1/299\,792\,458$ seconde, définition qui équivaut à fixer à la valeur conventionnelle de $299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ la vitesse de la lumière dans le vide. De même, une valeur conventionnelle $K_{J-90} = 483\,597.9\text{ GHz}\cdot\text{V}^{-1}$ de la constante de Josephson $K_J = 2e/h$ a été adoptée pour permettre une meilleure reproductibilité de la réalisation du Volt utilisant l'effet Josephson¹.

¹Le Volt n'est pas une unité de base du système international et il n'est pas défini à partir de la constante de Josephson, mais l'exemple illustre bien l'intérêt qu'il peut y avoir

Pour assurer la cohérence du système international, il est important de s'assurer expérimentalement de la validité des principes qui font de la définition de la seconde, une définition à caractère universel. Dans le prochain paragraphe, on essaie de montrer le lien entre la métrologie du temps et des fréquences et les principes qui sont à la base de la description communément reconnue des phénomènes physiques. On explique, dans le paragraphe suivant, comment il est possible de tester expérimentalement ces principes au moyen de comparaisons de fréquences. Certains résultats de ce paragraphe concernant les tests de stabilité de la constante de structure fine sont utiles pour interpréter les expériences décrites dans ce mémoire. Le dernier paragraphe regroupe quelques résultats expérimentaux récents sur ce type de test. Pour avoir un exposé complet sur la détermination et la stabilité des constantes fondamentales, et sur la cohérence du système international d'unités, le lecteur pourra se reporter à la référence [7].

2.2 Relativité et métrologie du temps et des fréquences

2.2.1 Notions simples sur la Relativité Générale

La Relativité Générale est la théorie communément utilisée aujourd'hui pour décrire les phénomènes physiques liés à la gravitation. Sa formulation fait intervenir des notions mathématiques complexes qu'on ne peut pas présenter en détail ici. Des explications plus complètes se trouvent dans les références [8][9][10]. Le but de cette section est d'introduire quelques idées simples pour montrer les liens entre les expériences de métrologie du temps et des fréquences décrites dans ce mémoire et les théories de la gravitation.

Pour décrire un événement, on utilise un système de coordonnées (t, x, y, z) à 4 dimensions, 1 dimension temporelle t , et 3 dimensions spatiales (x, y, z) . On regroupe ces coordonnées dans un 4-vecteur $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$, où c désigne la vitesse de la lumière. En Relativité Générale, les coordonnées n'ont pas de signification physique directe. L'espace des événements, ou espace-temps, est considéré comme un espace métrique, c'est-à-dire qu'à tout point x^μ de cet espace, on associe une valeur d'un tenseur, dit tenseur métrique, $g_{\alpha\beta}(x^\mu)$, $\alpha, \beta \in \{0, 1, 2, 3\}$. Le tenseur métrique $g_{\alpha\beta}(x^\mu)$ permet de définir la distance entre le point de coordonnées x^μ et un point

à relier une grandeur physique à une fréquence.

voisin de coordonnées $x^\mu + dx^\mu$:

$$\begin{aligned} ds^2 &= \sum_{\alpha=0}^3 \sum_{\beta=0}^3 g_{\alpha\beta}(x^\mu) dx^\alpha dx^\beta \\ &= g_{\alpha\beta}(x^\mu) dx^\alpha dx^\beta. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Dans la seconde ligne, on a utilisé la convention de sommation d'Einstein qui consiste à considérer comme implicite la sommation dès lors que le même indice apparaît à la fois en haut et en bas d'un terme. En général, il n'existe pas de système de coordonnées dans lequel $g_{\alpha\beta}(x^\mu)$ est indépendant de x^μ . On dit qu'on se trouve dans un espace courbe. Les règles de transformation du tenseur métrique par un changement de coordonnées sont choisies de sorte que la distance ainsi définie ne dépend pas du système de coordonnées choisi :

$$ds^2 = g'_{\alpha\beta}(x'^\mu) dx'^\alpha dx'^\beta = g_{\alpha\beta}(x^\mu) dx^\alpha dx^\beta \quad (2.2)$$

si $g'_{\alpha\beta}$, x'^μ et dx'^α sont déduits de $g_{\alpha\beta}$, x^μ et dx^α par changement de coordonnées. Grâce à ce choix, la distance ds est une grandeur propre, grandeur indépendante du système de coordonnées pouvant avoir une signification physique directe. Lorsque le tenseur métrique vaut :

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

sur tout l'espace-temps, on retrouve la métrique de Minkowski de la relativité restreinte, et on a : $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$.

Les phénomènes de gravitation sont décrits comme une modification par la présence de corps massifs de $g_{\alpha\beta}$. Les équations régissant l'évolution libre de $g_{\alpha\beta}$ et son couplage avec la matière sont appelées équations d'Einstein. Elles traduisent le principe d'équivalence d'Einstein qui se compose des principes suivants :

- Principe d'équivalence faible : Deux masses tests de compositions différentes ont des trajectoires identiques.
- Invariance locale de Lorentz : Le résultat d'une expérience locale, non gravitationnelle et en chute libre est invariant par une transformation de Lorentz.
- Invariance locale de position : Le résultat d'une expérience locale, non gravitationnelle et en chute libre est invariant par un changement de position.

L'invariance locale de Lorentz implique en particulier que le résultat d'une expérience locale, non gravitationnelle et en chute libre, ne dépend pas de la vitesse de cette expérience par rapport à un référentiel supposé universel. L'invariance locale de position implique que le résultat d'une telle expérience ne dépend pas non plus de sa position par rapport aux corps massifs, ni, par conséquent, du champ gravitationnel local. Ces principes se traduisent par la propriété que possède le tenseur métrique $g_{\alpha\beta}$ solution des équations de Einstein, de toujours pouvoir se ramener localement à la métrique de Minkowski, par un changement de système de coordonnées. Localement, dans ce système de coordonnées, les phénomènes physiques sont régis par l'électrodynamique quantique.

À titre d'exemple, considérons une horloge suivant une trajectoire dans l'espace-temps, ou ligne d'univers. Au voisinage d'un point x^μ de cette trajectoire, appelons $\{x'^\mu\}$, un système de coordonnées permettant de retrouver la métrique de Minkowski, et dans lequel l'horloge est (localement) immobile à l'origine. Dans ce système de coordonnées, la ligne d'univers de l'horloge a pour équation (au voisinage de l'origine) : $d\vec{r}' = (dx'^1, dx'^2, dx'^3) = \vec{0}$. On a donc :

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{\alpha\beta}(x^\mu)dx^\alpha dx^\beta \\ &= \eta_{\alpha\beta}dx'^\alpha dx'^\beta \\ &= -(dx'^0)^2 = -c^2 d\tau^2. \end{aligned} \tag{2.4}$$

La variation de la coordonnées x'^0 correspond à l'intervalle de temps mesuré par l'horloge, le long de sa ligne d'univers. La grandeur $d\tau$ définie par l'équation $ds^2 = -c^2 d\tau^2$ s'appelle intervalle de temps propre le long de la ligne d'univers (même lorsqu'il ne s'agit pas de la ligne d'univers d'une horloge).

Lorsque le champ de gravitation est faible, le tenseur métrique peut s'exprimer en fonction du potentiel scalaire de gravitation $U(t, \vec{r})^2$. On peut définir des systèmes de coordonnées dans lesquels, au premier ordre en U/c^2 , le tenseur métrique vaut :

$$\begin{aligned} g_{00} &= -1 + 2\frac{U(t, \vec{r})}{c^2} \\ g_{0i} &= 0 \\ g_{ij} &= \delta_{ij} \left(1 + 2\frac{U(t, \vec{r})}{c^2} \right) \\ &\text{pour } i, j \in \{1, 2, 3\}. \end{aligned} \tag{2.5}$$

²On utilise la convention $U > 0$ recommandée par l'IAU en 1991. Le potentiel gravitationnel d'une masse ponctuelle M vaut $U(\vec{r}) = GM/r$

Dans le système solaire, $U/c^2 < 2 \times 10^{-6}$. Au voisinage de la surface de la Terre, la contribution de la Terre au potentiel vaut $U/c^2 \simeq 7 \times 10^{-10}$, et la variation de ce terme en fonction de l'altitude vaut environ 10^{-16} m^{-1} . Le potentiel de gravitation du Soleil au niveau de la Terre vaut $U/c^2 \simeq 10^{-8}$.

La nécessité d'utiliser la Relativité Générale pour interpréter une expérience dépend de la résolution des mesures qui sont faites. Considérons le cas d'une comparaison entre deux horloges, dont les altitudes diffèrent de Δh , proches de la Terre et sur une durée de 1 jour. Sur une telle durée et avec les meilleurs horloges atomiques actuelles, on peut faire des comparaisons de fréquence à 10^{-15} près en valeur relative. Par conséquent, dès que Δh devient supérieur à seulement 10 m, on s'attend à détecter des effets de Relativité Générale avec des horloges. La réalisation de l'échelle de temps atomique internationale (TAI) est basée sur des comparaisons d'horloges distribuées sur toute la surface de la Terre. Ces comparaisons utilisent parfois les signaux émis par des satellites transportant eux-mêmes des horloges de haute performance. On peut donc dire que la résolution actuelle des méthodes de comparaison d'horloges placent la métrologie du temps et des fréquences dans le cadre de la Relativité Générale.

Ainsi, pour la réalisation du temps atomique international, on choisit d'utiliser le système de coordonnées géocentriques $\{(cT, \vec{R})\} = \{X^\mu\}$, dont l'origine est située au centre de gravité de la Terre et dont les axes sont fixes par rapport aux objets extragalactiques lointains. Les équations 2.4 et 2.5 permettent de relier la variation de temps propre $d\tau$ d'une horloge à la variation de temps coordonnée dT :

$$d\tau^2 = \left(1 - 2\frac{U(T, \vec{R})}{c^2}\right) dT^2 - \frac{1}{c^2} d\vec{R}^2 \quad (2.6)$$

soit $d\tau \simeq \left(1 - \frac{U(T, \vec{R})}{c^2} - \frac{1}{2} \frac{\vec{V}^2}{c^2}\right) dT,$

où \vec{V} désigne la vitesse de l'horloge dans le système de coordonnées géocentrique. En première approximation, $U(T, \vec{R}) = GM_T/R$, où G est la constante de gravitation et M_T la masse de la Terre. En pratique, on doit prendre en compte les forces de marées (dues aux autres corps célestes) et les défauts de sphéricité de la Terre. L'utilisation de l'équation 2.6 permet de réaliser l'échelle de temps atomique internationale, réalisation de la coordonnée temps T du système de référence géocentrique, à partir d'un ensemble d'horloges distantes. Ce sujet est traité en détail dans la thèse de Peter Wolf [11]. Dans le potentiel de gravitation de la Terre, l'équation 2.6 résultant d'un calcul au premier ordre en U/c^2 , reste valable pour des comparaisons de fréquences

dont la résolution est supérieure à 10^{-18} .

2.2.2 Rôle de la Relativité Générale dans le système international d'unités

Après l'évocation succincte des concepts qui sont à la base de la Relativité Générale et de leur utilisation dans le calcul du temps atomique international, la définition de la seconde à partir de la fréquence hyperfine de l'atome de césium apparaît sous un nouveau jour. Cette définition doit être prise au sens local, c'est-à-dire que l'observation expérimentale des oscillations de Bohr de l'atome de césium permet de réaliser un intervalle de temps propre valable localement le long de la ligne d'univers de l'appareil utilisé. L'universalité de cette définition, et par exemple, le fait que la mesure absolue d'une fréquence de Bohr d'un atome quelconque donne toujours le même résultat indépendamment des coordonnées x_{exp}^μ de l'expérience, reposent sur le principe d'équivalence. Il garantit en effet que la comparaison, dans un volume d'espace-temps suffisamment petit entre l'oscillation hyperfine de l'atome de césium et celle d'une autre transition atomique est régie par des lois identiques (celles de l'électrodynamique quantique), quelle que soit la coordonnée x_{exp}^μ de l'expérience.

La nécessité du principe d'équivalence pour assurer la cohérence de la définition de l'unité de temps du système international est particulièrement flagrante parce que les intervalles de temps et les fréquences sont les seules grandeurs qui peuvent être comparées à distance avec une très bonne résolution. Toutefois, le principe d'équivalence est tout aussi nécessaire pour assurer la cohérence de l'ensemble du système international d'unités dans sa forme actuelle et de la description communément utilisée des expériences de physique.

2.2.3 Le principe d'équivalence remis en cause

La Relativité Générale est une théorie classique de l'interaction gravitationnelle qui ne forme pas un ensemble cohérent avec la description quantique utilisée pour les autres interactions. Développer une théorie qui unifie gravitation et mécanique quantique est un des enjeux importants du moment en physique théorique. Les théories actuellement développées dans ce but (théories des cordes) abandonnent une description purement géométrique de la gravitation [12][13]. Dans le cadre de ces théories, un ou plusieurs champs $\varphi(x^\mu)$ s'ajoutent au tenseur $g_{\alpha\beta}(x^\mu)$ pour jouer le rôle de médiateur de l'interaction gravitationnelle. Le couplage de ce champ $\varphi(x^\mu)$ avec le champ

électromagnétique et avec la matière conduit à une violation du principe d'équivalence et à une dépendance de la constante de structure fine $\alpha(\varphi)$ et des masses $m(\varphi)$ des particules avec la valeur locale du champ $\langle\varphi(x_{exp}^\mu)\rangle$. Ces théories prévoient une variation des constantes fondamentales au voisinage des objets massifs. Elles prévoient également une variation lente avec le temps, due à l'expansion de l'Univers [14].

2.3 Tests du principe d'équivalence utilisant des comparaisons de fréquences atomiques

De nombreuses expériences confirment les prédictions de la Relativité Générale. Dans le cadre de la métrologie du temps et des fréquences, on peut citer, à titre d'exemple, l'expérience connue sous le nom de *Gravity Probe A*. Il s'agit d'une vérification à 7×10^{-5} près des lois de transformation des intervalles de temps (équation 2.6) basée sur la comparaison de la fréquence d'un maser à hydrogène embarqué à bord d'une fusée lancée à une altitude de $\sim 10\,000$ km avec la fréquence d'un maser resté au sol [15]. Un des objectifs de la mission ACES qui volera à bord de la station spatiale internationale vers 2005 est d'utiliser des horloges à atomes froids de césium pour améliorer cette expérience d'un facteur ~ 35 . Ces tests sont des expériences non-locales.

Signalons également que de nombreuses vérifications du principe d'équivalence faible ont été faites. Certaines reposent sur l'observation de la chute d'objets de compositions différentes (objets macroscopiques en cuivre, en uranium, atomes de césium, de potassium, neutrons, électrons,...) dans le champ de pesanteur de la Terre. D'autres comparent la force gravitationnelle s'exerçant entre des corps de compositions différentes à l'aide d'un pendule de torsion (du type balance de Eötvös). Ces expériences permettent de vérifier l'égalité des attractions gravitationnelles provenant des différents objets macroscopiques utilisés à $\sim 4 \times 10^{-13}$ près en valeur relative. Les références [16] et [17] recensent ce type d'expériences. Plusieurs projets spatiaux (projet MICROSCOPE des agences spatiales française et européenne, projet STEP de l'agence spatiale américaine) visent à améliorer ce test pour atteindre des résolutions inférieures à 10^{-15} .

Les comparaisons de fréquence permettent également de réaliser des expériences locales qui testent l'invariance locale de position et l'invariance locale de Lorentz. Dans ce paragraphe, on décrit le principe de ces tests et on explique comment ils peuvent être interprétés comme des tests de la stabilité de certaines constantes fondamentales.

2.3.1 Tests basés sur des mesures de fréquences locales

D'après le principe d'équivalence, le rapport ν_2/ν_1 entre deux fréquences de Bohr de deux transitions atomiques quelconques, mesuré dans une expérience locale autour d'un point x_{exp}^μ de l'espace-temps, ne dépend pas de x_{exp}^μ . Ceci peut être testé expérimentalement en comparant des expériences de mesure de ce rapport faites à plusieurs instants et à plusieurs endroits. On peut par exemple mesurer ν_2/ν_1 en fonction du temps x_{exp}^0 avec une même expérience, sur des durées de l'ordre de quelques années. On peut également corrélérer de telles mesures avec la position de la Terre sur son orbite autour du Soleil. L'ellipticité de l'orbite de la Terre correspond à une modulation annuelle du potentiel de gravitation du Soleil au niveau de la Terre d'amplitude $\pm\varepsilon \times GM_S/R_{TS}c^2 \simeq \pm 1.6 \times 10^{-10}$, $\varepsilon \simeq 1.67 \times 10^{-2}$ désignant l'excentricité de l'orbite de la Terre. Ceci représente une modulation de $\pm 20\%$ du potentiel de gravitation de la Terre au niveau de la surface de la Terre. On peut donc faire un test d'une éventuelle violation du principe d'équivalence dépendant du potentiel de gravitation $U(x_{exp}^\mu)$ au niveau de l'expérience.

2.3.2 Comparaisons de fréquences hyperfines, liens avec la constante de structure fine

Le type de test qu'on vient de mentionner peut être interprété de manière plus quantitative comme une mesure d'une éventuelle variation de certaines constantes fondamentales. Ici, on explique succinctement le principe et les hypothèses d'une telle interprétation dans le cas de comparaisons entre des fréquences hyperfines. Pour plus de détails, on peut se reporter à la référence [18], qui a suggéré cette méthode pour la première fois.

Fréquences hyperfines en fonction des constantes fondamentales

Considérons deux espèces atomiques hydrogénoïdes de numéros atomiques Z_1 et Z_2 . Les fréquences hyperfines de ces atomes peuvent s'exprimer en fonction des constantes fondamentales de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \nu_i &= \alpha^2 \frac{m_e}{m_p} R_y \times F \left(Z_i, \frac{m_e}{m_p}, \frac{m_n}{m_p}, \alpha, \alpha_s, \alpha_w \right) \\ F \left(Z_i, \frac{m_e}{m_p}, \frac{m_n}{m_p}, \alpha, \alpha_s, \alpha_w \right) &= F_e \times F_n \times F_{rel}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dans cette formule, $\alpha = q^2/4\pi\epsilon_0\hbar c = e^2/\hbar c$ désigne la constante de structure fine. m_e , m_p et m_n désignent la masse de l'électron, du proton et du neutron. $R_y = \alpha^2 m_e c^2 / 2h = 3.289\,841\,960\,368(25) \times 10^{15}$ Hz est la constante

de Rydberg exprimée en fréquence. Les paramètres sans dimension α_w et α_s désignent les constantes de couplage de l'interaction faible et de l'interaction forte. La fonction F est une fonction sans dimension qui découle du calcul complet de la structure hyperfine de l'atome. Elle peut être décomposée en trois facteurs. Le premier facteur F_e reflète la structure de la fonction d'onde de l'électron de valence. Dans ce facteur, la présence d'une correction provenant des écarts à une structure rigoureusement hydrogénoïde, qui intervient pour un atome à plusieurs électrons, induit une dépendance en Z_i et α . Ce facteur dépend aussi de m_e/m_p , m_n/m_p , α_w et α_s par l'intermédiaire des effets isotopiques (dépendant de la masse du noyau). Dans le cas de l'hydrogène, $F_e = (8/3)(1 + m_e/m_p)^{-3}$. Le second facteur F_n prend en compte les propriétés du noyau. En première approximation, $F_n = g_I(I + 1/2)$, où g_I est le rapport gyromagnétique des nucléons dans le noyau et I , le nombre quantique de spin du noyau. Dans le cas de l'hydrogène, $I = 1/2$ et g_I est égal au rapport gyromagnétique du proton, g_p . Le facteur F_n comporte également des corrections liées à la taille finie du noyau. Ces corrections ainsi que le facteur g_I dépendent des constantes m_n/m_p , α , α_s et α_w et de Z_i . Le troisième facteur F_{rel} correspond aux corrections liées à la prise en compte des effets relativistes sur le mouvement de l'électron de valence (facteur de correction de Casimir). Il dépend du produit $Z_i\alpha$. Pour des faibles valeurs de Z_i et lorsque $\alpha \rightarrow 0$, ce facteur tend vers 1. Pour l'atome de césium ($Z = 55$), il vaut 1.39, ce qui signifie que la correction d'origine relativiste devient très importante pour les numéros atomiques élevés. L'équation 2.7 et les expressions de F_e , F_n et F_{rel} qu'on vient de donner dans le cas de l'hydrogène, conduisent à des valeurs des fréquences hyperfines exactes au niveau de quelques %, exactitude suffisante pour l'utilisation faite ici.

Sensibilité d'une comparaison de fréquences hyperfines à une variation de α

En utilisant l'équation 2.7, on peut calculer le rapport entre deux fréquences hyperfines :

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{F\left(Z_2, \frac{m_e}{m_p}, \frac{m_n}{m_p}, \alpha, \alpha_s, \alpha_w\right)}{F\left(Z_1, \frac{m_e}{m_p}, \frac{m_n}{m_p}, \alpha, \alpha_s, \alpha_w\right)}. \quad (2.8)$$

Cette formule relie le rapport ν_2/ν_1 , quantité mesurée expérimentalement, à α , m_e/m_p , m_n/m_p et aux constantes de couplages de l'interaction faible et de l'interaction forte.

Dans la référence [18], les sensibilités des différents facteurs composant la fonction F à une variation de la constante de structure fine α sont évaluées.

La dépendance la plus forte (d'un facteur ~ 10) provient des corrections relativistes F_{rel} , et le calcul est poursuivi en ne considérant plus que ce facteur. Ce faisant, on ignore les répercussions d'une éventuelle variation de m_e/m_p , de m_n/m_p , de α_s ou de α_w (liée à une violation du principe d'équivalence) sur le rapport ν_2/ν_1 . On a alors :

$$\begin{aligned} \delta \ln \left(\frac{\nu_2}{\nu_1} \right) &\simeq K_{21} \times \frac{\delta \alpha}{\alpha} \\ \text{avec } K_{21} &= L_d F_{rel}(Z_2 \alpha) - L_d F_{rel}(Z_1 \alpha) \\ \text{et } L_d F_{rel}(Z \alpha) &= \alpha \frac{d}{d\alpha} \ln(F_{rel}(Z \alpha)). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Le coefficient K_{21} caractérise la sensibilité de la mesure de ν_2/ν_1 à une variation de la constante de structure fine α . La référence [18] donne une expression de la fonction $L_d F_{rel}(Z \alpha)$ qui permet de déterminer le coefficient K_{21} :

$$\begin{aligned} L_d F_{rel}(Z \alpha) &= \frac{(1 - X)(12X - 1)}{X(4X - 1)} \\ \text{avec } X &= 1 - (Z\alpha)^2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

La figure 2.1 représente $L_d F_{rel}(Z \alpha)$ en fonction du numéro atomique Z . La sensibilité de la fréquence hyperfine à un changement de α augmente avec le numéro atomique. La référence [19] donne une expression légèrement différente (au niveau de $\sim 10\%$) pour la fonction $L_d F_{rel}$. Le tableau 2.1, tiré de la référence [18], donne les valeurs de ce coefficient pour quelques atomes souvent utilisés dans les horloges. Pour une comparaison entre les fréquences hyperfines du rubidium 87 et du césium 133, on a :

$$\delta \ln \left(\frac{\nu_{Rb}}{\nu_{Cs}} \right) = -0.45 \times \frac{\delta \alpha}{\alpha}. \quad (2.11)$$

En effectuant plusieurs comparaisons de fréquences hyperfines et en utilisant les coefficients de sensibilités théoriques K_{12} , on peut obtenir une signature qui doit permettre d'exclure des éventuelles erreurs systématiques venant mimer une variation de α .

En effectuant à un an d'intervalle, deux mesures du rapport ν_{Rb}/ν_{Cs} avec une exactitude relative de 10^{-15} , typique des possibilités actuelles, on peut faire une mesure d'une éventuelle dérive de la constante de structure fine au niveau de :

$$\left| \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \right| = \left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| \lesssim 3 \times 10^{-15} \text{ an}^{-1}. \quad (2.12)$$

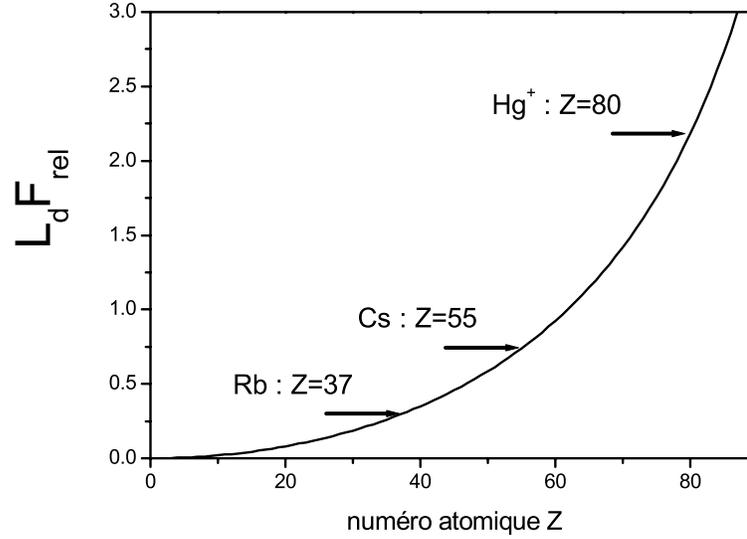


FIG. 2.1 – Fonction $L_d F_{rel}(Z\alpha)$ déterminant la sensibilité de la fréquence hyperfine à une variation de α , en fonction du numéro atomique Z . Le graphe est tiré de la référence [18].

	H (Z=1)	⁸⁷ Rb (Z=37)	¹³³ Cs (Z=55)	¹⁹⁹ Hg⁺ (Z=80)
H	0	0.3	0.74	2.2
Rb	-0.3	0	0.45	1.9
Cs	-0.74	-0.45	0	1.4
Hg⁺	-2.2	-1.9	-1.4	0

TAB. 2.1 – Sensibilité d’une comparaison de fréquence à une variation de la constante de structure fine α . Les valeurs sont tirées de la référence [18].

Avec la même résolution en fréquence, deux mesures effectuées à l’aphélie et au périhélie de l’orbite de la Terre permettent de tester une éventuelle variation de α avec le potentiel de gravitation au niveau de :

$$\left| \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{d(U/c^2)} \right| \lesssim 1 \times 10^{-5}. \quad (2.13)$$

2.3.3 Autres comparaisons, liens avec les constantes fondamentales

Dans le paragraphe précédent, on a particulièrement insisté sur les tests fondés sur des comparaisons de fréquences hyperfines car c’est ce type de

comparaison qu'on décrit dans la suite de ce mémoire. Cependant, il faut signaler que d'autres types de comparaisons de fréquence permettent d'obtenir des contraintes différentes sur la stabilité des constantes fondamentales. Pour illustrer ce point, le tableau 2.2 donne la dépendance du terme principal de différents type de transition en fonction des constantes fondamentales. La première ligne du tableau correspond au cas d'une résonance liée à un objet macroscopique, comme celle utilisée dans l'oscillateur cryogénique décrit au chapitre 6. La fréquence d'une telle résonance varie comme c/L , où L est la dimension du résonateur macroscopique, proportionnelle à l'unité atomique de longueur ou rayon de Bohr, $a_0 = \hbar^2/m_e e^2$ [20]. Ceci conduit à la dépendance en R_y/α mentionnée dans le tableau. On voit d'après ce tableau qu'en comparant une transition optique avec une transition de structure fine, on teste la stabilité de α . En comparant une fréquence optique et une fréquence hyperfine, on teste la stabilité du produit $\alpha^2 g_I(m_e/m_p), \dots$. Comme on l'a vu précédemment, pour les espèces de numéros atomiques élevés, les corrections d'origine relativiste faisant intervenir les puissances successives de α peuvent être du même ordre de grandeur que le terme principal. On doit tenir compte de ces corrections pour interpréter les comparaisons de fréquence correctement.

type de transition ou de résonateur	fréquence (terme principal)
résonateur macroscopique	R_y/α
transition optique	R_y
transition de structure fine	$\alpha^2 R_y$
transition de structure hyperfine	$g_I(m_e/m_p)\alpha^2 R_y$

TAB. 2.2 – Fréquences de divers type de transitions ou de résonance en fonction des constantes fondamentales. On rappelle que la constante de Rydberg exprimée en fréquence vaut $R_y = \alpha^2 m_e c^2 / 2h$.

2.4 Résultats expérimentaux récents sur la stabilité de la constante de structure fine

2.4.1 Tests en laboratoire

Les tests en laboratoire sont les tests utilisant les méthodes qu'on a décrites dans le paragraphe précédent. Il s'agit d'expériences locales. Le tableau 2.3 donne quelques résultats récents. Un des objectifs de l'expérience

décrite dans ce mémoire est d'améliorer ce type de test pour atteindre une résolution sur la dérive de α dans la gamme des 10^{-16} an $^{-1}$. La valeur trouvée pour α à l'issue du dernier ajustement des constantes fondamentales (CODATA 1998) est $\alpha = 7.297\,352\,533(27) \times 10^{-3}$. Cette valeur a une incertitude relative de 3.7×10^{-9} . Les tests mentionnés ici permettent donc d'obtenir une contrainte sur la stabilité de α bien meilleure que la contrainte qui découlerait de déterminations successives de la constante α elle-même.

Dans le tableau 2.3, on donne le produit de constantes fondamentales dont la stabilité a été testée en utilisant l'interprétation simple à partir du terme principal des diverses transitions impliquées (tableau 2.2). C'est d'ailleurs sous cette forme que les résultats des références [20] et [21] ont été publiés. La plupart de ces mesures utilisent la transition hyperfine de l'atome de césium pour laquelle les corrections relativistes sont très importantes. A l'aide de l'expression 2.10, on calcule :

$$\frac{1}{\nu_{Cs}} \frac{\partial \nu_{Cs}}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} [2 + L_d F_{rel}(Z\alpha)] = \frac{2.74}{\alpha}. \quad (2.14)$$

L'interprétation simple basée sur le seul premier terme revient à supposer que le facteur numérique vaut 2 au lieu de 2.74. Dans le cas de la comparaison entre la transition hyperfine du césium et la transition de structure fine du magnésium (quatrième ligne du tableau 2.3), les produits de constantes dont on teste la stabilité est en fait $\alpha^{0.74} g_I(m_e/m_p)$ au lieu de $g_I(m_e/m_p)$. Pour le magnésium, on a supposé que les termes correctifs influent peu sur la sensibilité de cette transition à une variation de α , dans la mesure où $Z\alpha \simeq 8.8 \times 10^{-2} \ll 1$.

2.4.2 Le test d'Oklo

Ce test est basé sur l'analyse de la composition isotopique et géochimique de minerais provenant du site d'Oklo, au Gabon. Une réaction nucléaire naturelle s'y est produite il y a environ 1.8×10^9 années. L'analyse du minerai permet de reconstituer les conditions de fonctionnement du réacteur et de déterminer les sections efficaces de capture des neutrons thermiques par plusieurs espèces nucléaires [25]. En particulier, la capture radiative ${}^{149}_{62}\text{Sm} + n \rightarrow {}^{150}_{62}\text{Sm} + \gamma$ possède, dans la gamme des énergies de collision rencontrées dans le réacteur, une résonance de diffusion liée à la présence d'un état quantique excité du noyau ${}^{150}_{62}\text{Sm}$. La section efficace de cette réaction est donc particulièrement sensible à une variation des constantes fondamentales influant sur l'énergie et la largeur de cette résonance. Une analyse récente des données du réacteur d'Oklo permet de donner une limite supérieure à la

type de comparaison	grandeur testée X	limite $ \dot{X}/X $
structure hyperfine H /résonateur macroscopique[20]	$\alpha^3 g_I(m_e/m_p)$	$< 1.4 \times 10^{-11} \text{ an}^{-1}$
structure hyperfine Cs /transition $1S - 2S$ H[22][23]	$\alpha^2 g_I(m_e/m_p)$	$< 1.1 \times 10^{-13} \text{ an}^{-1}$
structure hyperfine Cs /transition optique Ca[24]	$\alpha^2 g_I(m_e/m_p)$	$< 8 \times 10^{-14} \text{ an}^{-1}$
structure hyperfine Cs /structure fine Mg[21]	$g_I(m_e/m_p)$	$< 5.4 \times 10^{-13} \text{ an}^{-1}$
structure hyperfine H /structure hyperfine Hg ⁺ [18]	α	$< 3.7 \times 10^{-14} \text{ an}^{-1}$

TAB. 2.3 – Quelques tests en laboratoire de la stabilité de quelques constantes fondamentales basés sur des comparaisons locales de fréquences atomiques. La deuxième colonne indique le produit de constantes fondamentales qui est testé d’après l’interprétation la plus simple qui ne prend en compte que la contribution d’ordre le plus bas en α dans l’expression des transitions utilisées. Dans certains cas, la prise en compte des termes suivants peut modifier significativement cette interprétation (voir le texte ci-contre).

différence entre la valeur de la constante de structure fine au moment de la réaction nucléaire, α_{Oklo} et sa valeur actuelle α [26] :

$$\frac{\alpha_{Oklo} - \alpha}{\alpha} = (1.5 \pm 5.3) \times 10^{-8}. \quad (2.15)$$

En supposant que α a varié linéairement pendant les 1.8×10^9 années qui nous séparent de l’événement d’Oklo, on obtient :

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = (0.8 \pm 3.0) \times 10^{-17} \text{ an}^{-1}. \quad (2.16)$$

A l’heure actuelle, c’est l’un des tests les plus contraignants de la stabilité de la constante de structure fine.

2.4.3 Tests fondés sur l’observation de nuages interstellaires

Les QUASARS³ sont des noyaux galactiques qui se démarquent de la norme par leur extrême compacité et leur extrême brillance. Ils émettent

³QUASAR : QUAsi-StellAR object

du rayonnement électromagnétique dans un spectre allant des ondes radio-fréquence aux rayons X. L'analyse, dans le domaine visible, de la lumière des QUASARS fait apparaître des spectres de raies d'absorption sur un fond continu. Cette observation vient du fait que la lumière émise par les QUASARS traverse des nuages interstellaires. Le spectre observé correspond à des transitions des espèces chimiques constituant le nuage traversé. A cause du mouvement du nuage interstellaire par rapport à la Terre, mouvement lié à l'expansion de l'Univers, la fréquence ν' d'une transition mesurée dans le spectre du QUASAR est déplacée par rapport à la fréquence ν de la même transition mesurée Terre. Le rapport des fréquences, que l'on écrit généralement sous la forme $\nu/\nu' = (1 + z)$, détermine la distance entre le nuage et la Terre au moment où la lumière observée a croisé le nuage, et donc le temps mis par la lumière pour atteindre la Terre. Par ailleurs, la mesure du rapport entre des fréquences de transition de structure fine et des transitions optiques fournit une grandeur indépendante du déplacement vers le rouge mais proportionnelle à α^2 (voir le tableau 2.2). En comparant les valeurs mesurées dans le spectre du QUASAR et sur Terre, et en appliquant cette méthode à des QUASARS ayant des déplacements vers le rouge différents, on peut déterminer les valeurs de la constante de structure fine $\alpha(z)$ en fonction de z [27]. Dans la référence [28], des observations faites à $z \sim 3$, conduisent à :

$$\frac{\alpha(z) - \alpha}{\alpha} = (2 \pm 7) \times 10^{-5}. \quad (2.17)$$

En supposant que α varie linéairement sur échelles de temps cosmologiques et en utilisant les modèles d'expansion de l'Univers communément reconnus, on trouve :

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| < 8 \times 10^{-15} \text{ an}^{-1}. \quad (2.18)$$

La référence [29] utilise un ensemble de 25 QUASARS pour lesquels z varie de 0.6 à 1.6 et on obtient :

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = -(2.2 \pm 5.1) \times 10^{-16} \text{ an}^{-1}, \quad (2.19)$$

pour $0.6 < z < 1$. Pour la première fois, l'analyse semble résoudre (à 3 déviations standard) une différence non nulle entre α (valeur actuelle) et $\alpha(z)$ pour $1 < z < 1.6$. Selon les auteurs eux-mêmes, des études complémentaires sont nécessaires avant d'affirmer que ces mesures reflètent effectivement une variation de α aux échelles de temps cosmologiques.

Le test d'Oklo et les tests fondés sur l'observation des QUASARs ont déjà une incertitude qui est nettement plus petite que celle des tests actuellement réalisables avec des horloges atomiques. Cependant, ils ne testent la stabilité que sur des échelles de temps très longues (échelles de temps géologiques ou cosmologiques) et font plusieurs hypothèses qui, bien que raisonnables, sont difficiles à vérifier. Par exemple, l'interprétation du test d'Oklo en terme d'une dérive de α (équation 2.16) repose sur l'hypothèse d'une variation monotone et même linéaire de α sur une période de 1.8×10^9 an. L'interprétation des tests fondés sur l'observation de QUASARs font des hypothèses semblables. Ils dépendent également du choix particulier d'un modèle d'expansion de l'Univers. Ils font également des hypothèses sur les effets qui peuvent perturber les transitions atomiques dans les nuages interstellaires. Par conséquent, bien qu'ayant une incertitude un peu moins bonne, les tests en laboratoire sont indispensables pour compléter ces deux types de tests. Ils peuvent être reproduits dans plusieurs laboratoires à des fins de vérification. Ils ont aussi l'avantage de tester la stabilité de α (ou d'autres constantes fondamentales) de manière beaucoup plus locale dans le temps. Dans l'hypothèse où une dérive de certaines constantes fondamentales existe, c'est la valeur présente de cette dérive qui doit être connue pour être prise en compte dans la description des phénomènes physiques. De plus, les tests d'Oklo et les tests utilisant les QUASARs ne permettent pas de vérifier l'invariance locale de position alors qu'avec les tests en laboratoire et la mise à profit de la modulation sinusoïdale annuelle du potentiel de gravitation liée à l'excentricité de l'orbite de la Terre, on peut obtenir une claire signature d'une violation de ce principe.

Chapitre 3

Généralités sur les fontaines atomiques

3.1 Principes de fonctionnement d'une horloge atomique

Les tests fondamentaux qu'on vient de décrire reposent sur des comparaisons de fréquences de transitions atomiques. La précision de ces tests, et les contraintes sur les théories qui en découlent, dépendent directement de la capacité des expérimentateurs à obtenir des signaux concrètement utilisables pour des comparaisons et dont la fréquence est très bien connue par rapport à une fréquence atomique. Les horloges atomiques sont les appareils permettant de générer de tels signaux.

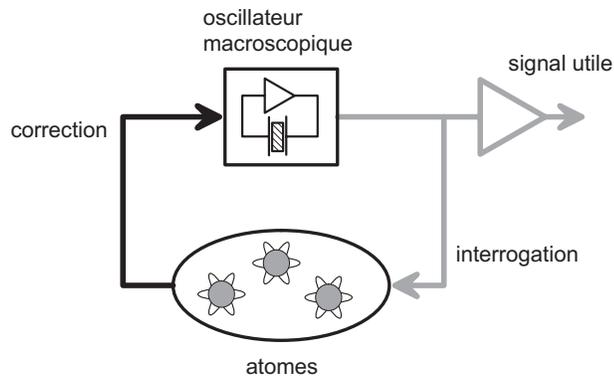


FIG. 3.1 – Diagramme des fonctions essentielles dans une horloge atomique.

La figure 3.1 est un schéma des fonctions essentielles présentes dans une horloge atomique. Un oscillateur macroscopique de fréquence réglable au-

tour de la transition atomique sur laquelle fonctionne l'horloge permet d'obtenir un signal utile suffisamment puissant pour servir dans les dispositifs électroniques de comparaisons de fréquences. La fréquence d'un tel oscillateur est toujours fortement sensible aux variations de l'environnement, et sujette à des dérives liées au vieillissement des matériaux utilisés. Dans une horloge atomique passive comme les fontaines, on prélève une partie du signal issu de cet oscillateur pour comparer sa fréquence à la fréquence atomique. Dans la suite, on parle d'interrogation des atomes. L'interrogation révèle la différence de fréquence entre l'oscillateur macroscopique et la fréquence atomique, ce qui permet, en appliquant des corrections à l'oscillateur, d'asservir sa fréquence sur la fréquence de transition atomique.

La figure 3.2 représente le principe de l'interrogation des atomes telle qu'elle est réalisée dans les horloges atomiques de grande exactitude. Les atomes sortant de la source entrent d'abord dans une zone de sélection qui ne laisse passer que les atomes se trouvant dans le niveau de départ de la transition horloge, $|f\rangle$. Ils traversent ensuite la zone d'interrogation où ils interagissent avec l'oscillateur d'interrogation. Sous l'effet de cette interaction, les atomes effectuent la transition vers l'autre état horloge, $|e\rangle$. Les atomes entrent finalement dans une zone de détection où l'on détermine leur état après l'interaction. Sur la figure 3.2, les atomes passent d'une zone à l'autre en se déplaçant de la source à la détection. C'est ce qui se passe effectivement dans les horloges à jet thermique. Dans certaines horloges, comme les horloges à ions piégés, la même séquence est réalisée de manière temporelle sur des ions fixes. Le cas de la fontaine atomique sera évoqué plus loin. Sur la figure 3.2, on voit également que l'interrogation se décompose en deux courtes interactions avec l'oscillateur. Cette méthode d'interrogation, appelée méthode de Ramsey, présente un avantage décisif pour la réalisation d'une horloge. Bien que la durée effective de cette interaction soit la durée complète du vol entre les deux courtes interactions, les atomes évoluent librement, et donc sans être perturbés par le couplage avec l'oscillateur, pendant la plus grande partie de l'interrogation.

La probabilité de transition mesurée en fonction de la fréquence de l'oscillateur d'interrogation est représentée sur le graphe de la figure 3.2. La largeur $\Delta\nu$ de la résonance observée est inversement proportionnelle à la durée T de l'interrogation. Lorsque l'on augmente la durée d'observation, on diminue la largeur de la résonance observée, et on améliore la sensibilité du discriminateur de fréquence que constituent les atomes. Un des paramètres les plus importants pour caractériser une horloge atomique est le facteur de qualité atomique Q_{at} défini comme le rapport de la fréquence de la transition

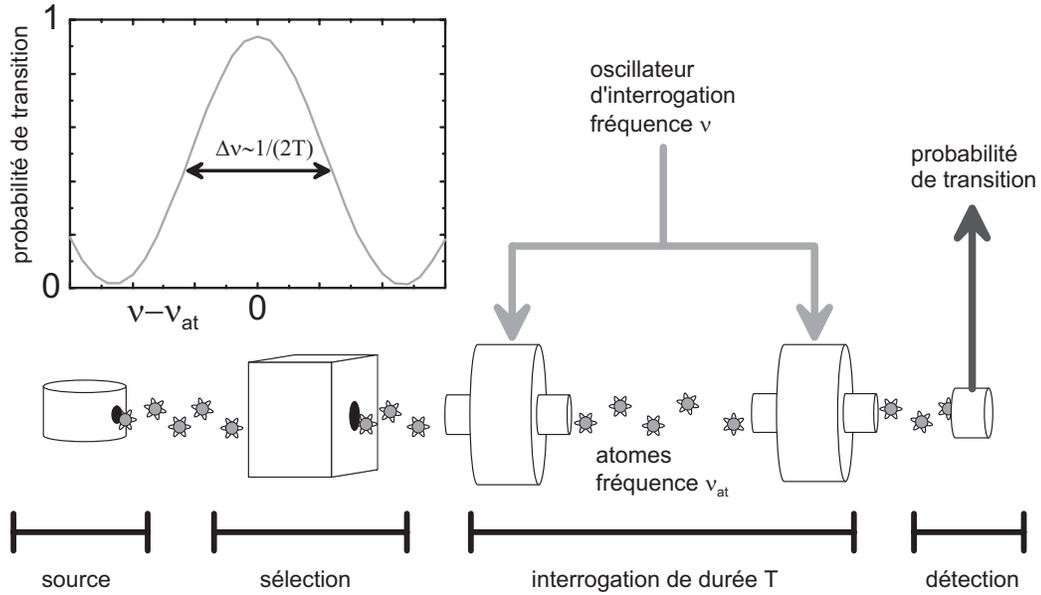


FIG. 3.2 – Principe et paramètres déterminants de l'interrogation.

atomique, à la largeur à mi-hauteur de la résonance observée :

$$Q_{at} = \frac{\nu_{at}}{\Delta\nu}. \quad (3.1)$$

Dans les fontaines atomiques de césium ($\nu_{at} \simeq 9.2$ GHz), le nuage d'atomes froids est lancé vers le haut puis retombe sous l'effet de la gravité. La durée d'interrogation est alors limitée à ~ 0.5 s dans un appareil de hauteur 1 m. Le facteur de qualité correspondant vaut $Q_{at} \simeq 9 \times 10^9$. Le tableau 3.1 donne le facteur de qualité obtenu dans d'autres horloges atomiques.

Le second paramètre important est le bruit de mesure de la probabilité de transition, $\sigma_{\delta P}$. En effet, lorsque la fréquence de l'oscillateur d'interrogation est asservie sur la transition atomique, les fluctuations de probabilité de transition mesurée sont converties par l'asservissement en fluctuations de fréquence du signal utile. Lors des comparaisons, ces fluctuations de fréquence limitent la résolution qu'on peut obtenir pour une durée de mesure donnée.

3.2 Caractéristiques d'une horloge atomique

3.2.1 Stabilité d'une horloge atomique

La fréquence du signal utile délivré par une horloge atomique peut s'écrire sous la forme :

$$\nu(t) = \nu_{ef}[1 + \epsilon + y(t)], \quad (3.2)$$

ν_{ef} désignant la fréquence de Bohr, entre les niveaux horloge $|f\rangle$ et $|e\rangle$ de l'atome non perturbé. ϵ représente, en valeur relative, le déplacement de la fréquence moyenne du signal, par rapport à ν_{ef} . $y(t)$ représente, également en valeur relative, les fluctuations de fréquence de ce signal. Ces fluctuations déterminent la stabilité de fréquence, c'est-à-dire la résolution des mesures de fréquences que l'on peut effectuer avec le signal en fonction de la durée totale de mesure.

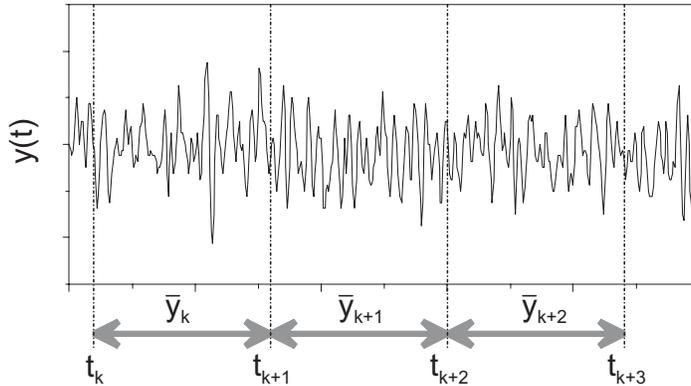


FIG. 3.3 – Calcul de la variance d'Allan d'un signal aléatoire.

Pour caractériser la stabilité de fréquence d'un signal, on utilise un outil d'analyse statistique appelé variance d'Allan [30][31]. On appelle \bar{y}_k les valeurs moyennes des fluctuations relatives de fréquence $y(t)$ sur des intervalles successifs $t \in [t_k, t_{k+1}]$ de durée τ (voir figure 3.3) :

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt. \quad (3.3)$$

La variance d'Allan $\sigma_y^2(\tau)$ est définie à partir de la variance usuelle des écarts

successifs $\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k$:

$$\begin{aligned}\sigma_y^2(\tau) &= \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \rangle \\ &= \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \right\}.\end{aligned}\tag{3.4}$$

Dans la suite, on appelle stabilité de fréquence d'un signal la fonction $\sigma_y(\tau)$. Dans le cas des fontaines atomiques et pour des durées τ de 10 à 10^5 s, les fluctuations des $\{\bar{y}_k\}$ ne sont pas corrélées. On parle de bruit blanc de fréquence. Dans ce cas, on montre qu'on a une dépendance caractéristique de la stabilité en $\tau^{-1/2}$:

$$\sigma_y(\tau) = \frac{2}{\pi} \frac{\sigma_{\delta P}}{Q_{at}} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}\tag{3.5}$$

et que $\sigma_y(\tau)$ coïncide avec l'écart type usuel des \bar{y}_k , ce qui justifie son utilisation comme estimation de l'incertitude obtenue sur une mesure de fréquence de durée τ . Dans l'équation ci-dessus, on voit apparaître le facteur de qualité atomique Q_{at} et l'écart type des mesures de probabilité de transition $\sigma_{\delta P}$, paramètres déterminant du fonctionnement de l'horloge. T_c désigne la durée d'une interrogation complète (préparation-sélection-interrogation-détection) qui vaut ~ 1 s. Le facteur sans dimension $2/\pi$ correspond à une interrogation de Ramsey optimisée. Les effets limitant la stabilité de fréquence peuvent être répartis en trois catégories : bruits techniques dans le système de détection, bruits intrinsèques aux mesures quantiques, fluctuations de l'oscillateur d'interrogation. Dans les conditions courantes de fonctionnement des fontaines atomiques, c'est cette troisième source de bruit qui limite la stabilité à $\sim 10^{-13}(\tau)^{-1/2}$. Avec une telle stabilité, on réalise en 1 jour = 86 400 s une mesure de fréquence à $\sim 3.4 \times 10^{-16}$ près, en valeur relative. Le tableau 3.1 donne la stabilité à court terme de quelques horloges atomiques¹.

Sur des temps très longs, la stabilité de fréquence des horloges atomiques atteint un palier, appelé palier de scintillation, dû à des dérives incontrôlées des perturbations agissant sur les atomes. Sur les fontaines, ce palier n'a pas encore été observé, faute d'une horloge suffisamment stable à long terme à laquelle se référer.

horloge	fréquence ν_{at}	Q atomique Q_{at}	stabilité $\sigma_y(\tau)10^{13}\tau^{1/2}$	exactitude ($\times 10^{15}$)
jet Cs PTB-Cs1[32]	9.2 GHz	1.5×10^8	50	7
jet Cs LPTF-JPO[33]	9.2 GHz	9.2×10^7	3.5	6.4
jet Cs NIST-7[34]	9.2 GHz	1.1×10^8	7	7
fontaine Cs LPTF-FO1[35]	9.2 GHz	9.2×10^9	1.1	1.1
fontaine Cs PHARAO[35]	9.2 GHz	9.2×10^9	1.3	1.1
fontaine ^{87}Rb LPTF	6.8 GHz	6.8×10^9	1.3	2
fontaine Cs PTB-CsF1[36]	9.2 GHz	9.2×10^9	3.6	1.4
fontaine Cs NIST-F1[37]	9.2 GHz	9.2×10^9	8	1.7
ion $^{199}\text{Hg}^+$ NIST[38]	40.5 GHz	2×10^{12}	3.3	3.4
ion $^{199}\text{Hg}^+$ NIST[39]	$1.1 \cdot 10^{15}$ Hz	1.6×10^{14}	~ 0.01	< 9
jet H MPQ[22]	$2.5 \cdot 10^{15}$ Hz	2.5×10^{11}	–	18
piège ^{40}Ca PTB[40]	$4.6 \cdot 10^{14}$ Hz	5×10^{12}	~ 0.2	100

TAB. 3.1 – Caractéristiques actuelles de quelques horloges atomiques.

3.2.2 Exactitude d’une horloge atomique

Dans l’équation 3.2, la différence entre la fréquence moyenne du signal délivré par l’horloge et la fréquence de Bohr de la transition horloge d’un atome non perturbé est représentée, en valeur relative par ϵ . Ce déplacement de la fréquence de l’horloge provient des effets qui perturbent de manière déterministe le processus d’interrogation des atomes. Dans la suite, on parle d’effets systématiques. Les méthodes d’interrogation et les appareils utilisés

¹En toute rigueur, pour donner la valeur d’une stabilité de fréquence à court terme, on devrait écrire $\sigma_y(\tau) = 10^{-13}[(1 \text{ s})/\tau]^{-1/2}$. Dans la suite, on se conforme à l’usage qui consiste à ne pas préciser l’unité et à écrire $\sigma_y(\tau) = 10^{-13}\tau^{-1/2}$.

sont conçus pour minimiser de tels effets. Les perturbations qu'on ne peut éviter sont évaluées par une modélisation des phénomènes physiques en jeu et par des mesures de fréquences faites pour plusieurs paramètres de fonctionnement de l'horloge. A l'issue de cette démarche, on peut donner une estimation de la valeur de ϵ . L'incertitude sur cette valeur est appelée exactitude de l'horloge. L'exactitude représente l'incertitude sur la réalisation de la fréquence de Bohr de l'atome non perturbé, après correction des effets systématiques. C'est cette valeur qui détermine la qualité de la réalisation de l'unité de temps à partir de l'atome de césium et celle des tests fondamentaux mentionnés au premier chapitre. L'exactitude actuelle des fontaines à atomes de césium est de $\sim 10^{-15}$. Le tableau 3.1 donne les exactitudes de quelques horloges atomiques.

La stabilité d'une horloge peut, pour des raisons pratiques, limiter son exactitude car l'évaluation des effets systématiques requiert un grand nombre de mesures de fréquence, avec une résolution égale ou inférieure à l'exactitude recherchée. Typiquement, l'exactitude d'une horloge ne peut être très inférieure à la stabilité de fréquence de cette horloge sur une durée de une journée.

3.3 Fonctionnement d'une fontaine atomique

Le but de cette section est de donner une description simplifiée du fonctionnement des fontaines atomiques afin de clarifier les explications données au fil du texte. Plusieurs aspects évoqués ici sont repris par la suite avec beaucoup plus de détails.

3.3.1 Description d'un cycle d'interrogation

La figure 3.4 est une représentation schématique d'une fontaine atomique. Ce dispositif fait typiquement 1.5 m de hauteur. La figure ne montre que la chambre à vide où se trouvent les atomes. Une fontaine et les dispositifs optiques et électroniques permettant de la faire fonctionner occupent typiquement une surface au sol de 15 m².

Manipulation des atomes

Les fontaines atomiques reposent sur les techniques de refroidissement d'atomes par laser développées depuis le début des années 80 [41]. Ces techniques mettent en jeu des mécanismes subtils de l'interaction entre la lumière laser et les atomes qu'on ne peut décrire en détail dans ce mémoire. A titre

d'exemple, considérons le cas simple d'un atome possédant deux niveaux d'énergie séparés par une transition optique. On appelle Γ , le taux d'émission spontanée du niveau excité de cette transition. Quand un faisceau laser défini par son vecteur d'onde \vec{k}_l sature la transition entre les deux niveaux, l'atome effectue des cycles de fluorescence, passage dans le niveau excité par absorption d'un photon dans le faisceau laser suivi d'une désexcitation par émission spontanée d'un photon, dans une direction aléatoire. Ces cycles de fluorescence s'effectuent au taux maximum de $\Gamma/2$ cycles par unité de temps. Par unité de temps, l'atome reçoit donc une impulsion $\hbar\vec{k}_l \times \Gamma/2$ provenant des photons absorbés dans l'onde laser, tandis qu'en moyenne, il ne reçoit pas d'impulsion par l'émission spontanée de photons dans des directions aléatoires. On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}}{dt} &= \hbar\vec{k}_l \frac{\Gamma}{2} \\ \text{soit } \vec{a} &= \frac{1}{m} \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\hbar\vec{k}_l \Gamma}{m \cdot 2} = \vec{v}_{rec} \frac{\Gamma}{2}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Le calcul de l'accélération obtenue pour l'atome de césium et la transition D_2 utilisée (voir la figure C.2) donne $a \sim 6 \times 10^4 \text{ m.s}^{-2}$, une accélération considérable susceptible de stopper en un temps de 3.4 ms et une distance de 34 cm, un atome de vitesse initiale $200 \text{ m.s}^{-1} = 720 \text{ km/h}$. La grandeur v_{rec} définie dans l'équation ci-dessus représente le changement de vitesse de l'atome dû à l'absorption d'un photon de l'onde laser. On l'appelle vitesse de recul. Elle vaut 3.52 mm.s^{-1} pour le césium.

Grâce à la force exercée par des faisceaux lasers, on peut capturer un échantillon d'atomes issus d'une vapeur et réduire considérablement leurs vitesses. Pour cela, on utilise une mélasse optique *lin* \perp *lin* [42], constituée de six faisceaux laser orthogonaux, d'un rayon typique de 10 mm (à $1/e^2$) et se propageant vers le centre de la zone de capture (repère (1) sur la figure 3.4). Dans cette configuration, les faisceaux se propageant l'un vers l'autre ont des polarisations linéaires et orthogonales, ce qui explique la dénomination *mélasse lin* \perp *lin*. L'annexe B.2 précise les conventions utilisées dans ce mémoire concernant les faisceaux laser gaussiens. La fréquence des faisceaux lasers est accordée à quelques largeurs naturelles en dessous de la transition optique utilisée pour le refroidissement (voir le schéma des niveaux sur les figures C.1 et C.2). La mélasse optique (2) capture typiquement 10^9 atomes en 1 s et diminue leur vitesse quadratique moyenne à $\Delta v \simeq 2 v_{rec} \simeq 7 \text{ mm.s}^{-1}$ pour le césium. A titre indicatif, on peut définir la température effective du nuage d'atomes par la relation $k_B T/2 = m\Delta v^2/2$. On trouve $T \sim 1 \mu\text{K}$, d'où le nom de refroidissement d'atomes par laser donné à ces techniques. Dans la mélasse optique, les atomes ont une distri-

bution spatiale proche d'une gaussienne de rayon $\sigma_r \sim 5$ mm. L'annexe B.2 précise les conventions utilisées dans ce mémoire concernant les distributions gaussiennes. Pour capturer un plus grand nombre d'atomes et les confiner, on peut aussi utiliser un piège magnéto-optique, auquel cas on utilise deux bobines (3) en configuration anti-Helmoltz pour créer un gradient de champ magnétique de l'ordre 20 mT.m^{-1} au niveau du centre de la zone de capture. Dans ce cas, les faisceaux se propageant l'un vers l'autre ont des polarisations circulaires opposées. On parle de configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ des faisceaux laser. Avec un piège magnéto-optique, on capture typiquement $\sim 5 \times 10^9$ atomes avec une distribution gaussienne de rayon $\sigma_r \sim 1.4$ mm.

La capture d'un nuage d'atomes froids dans une mélasse ou un piège magnéto-optique, pendant une durée de 0.1 à 1 s, constitue la première phase du cycle de la fontaine. La seconde phase consiste à utiliser les six faisceaux laser pour lancer les atomes vers le haut par la technique de la mélasse mouvante [2]. Cette technique permet de lancer les atomes tout en gardant la dispersion de vitesse étroite $\Delta v \simeq 7 \text{ mm.s}^{-1}$ et de très bien contrôler la vitesse de lancement. Typiquement, on lance à une hauteur de 1 m au-dessus de la zone de capture, ce qui correspond à une vitesse de lancement de 4.5 m.s^{-1} . A ce stade, on a obtenu la source d'atomes pour les étapes suivantes de sélection, d'interrogation et de détection.

Sélection de l'état initial

Après le lancement, les atomes de césium se trouvent dans un mélange statistique des sous-niveaux Zeeman de l'état hyperfin $F = 4$. Pour optimiser le fonctionnement de l'horloge, on sélectionne uniquement l'état horloge $|f\rangle = |F = 3, m_F = 0\rangle$ comme état initial. Ce niveau est peuplé grâce à une interaction micro-onde effectuée dans la cavité de sélection (4) et les atomes se trouvant dans les autres niveaux sont éliminés grâce à la pression de radiation d'un faisceau pousseur (5). On verra qu'on peut faire fonctionner la fontaine avec des états initiaux différents afin d'évaluer certains effets systématiques.

Interrogation

Après la sélection, les atomes abordent la phase d'interrogation. Sous l'effet de la gravité, le nuage d'atomes retombe après avoir atteint le sommet de sa trajectoire. Dans les fontaines, on met ceci à profit pour réaliser l'interrogation de Ramsey en faisant passer les atomes deux fois à travers la même cavité d'interrogation (6), une fois à la montée, une fois à la descente. Ainsi, on réduit efficacement un déplacement de la fréquence de l'horloge lié à une différence entre la phase des champs micro-ondes des deux cavités de la

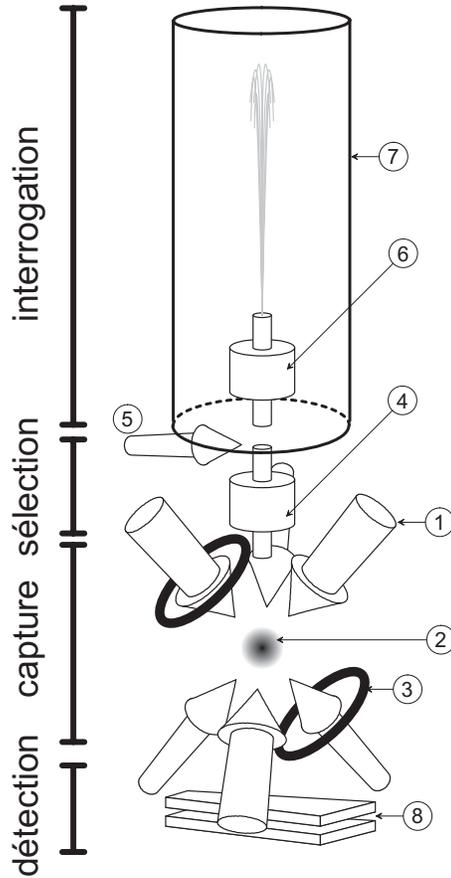


FIG. 3.4 – Principe de fonctionnement d’une fontaine atomique.

figure 3.2. En contre partie, la chute des atomes dans le champ de pesanteur terrestre limite le temps d’interrogation à ~ 0.5 s dans un dispositif de taille raisonnable. La zone d’interrogation est conçue pour préserver les atomes des fluctuations de l’environnement. Le cylindre (7) symbolise plusieurs écrans thermiques et magnétiques qui sont décrits plus loin. Tous les lasers pour la manipulation des atomes froids sont également éteints pendant le vol balistique des atomes dans la zone d’interrogation. La lumière parasite arrivant dans la zone d’interrogation peut produire des déplacements considérables de la fréquence de résonance atomique.

La synthèse du signal micro-onde d’interrogation qui est injecté dans la cavité d’interrogation sera détaillée dans un autre chapitre. Pour obtenir une stabilité de fréquence de la fontaine inférieure à $10^{-13} \times \tau^{-1/2}$, il faut utiliser, au départ de cette synthèse, des oscillateurs ayant des caractéristiques de stabilité à court terme ($\tau = 0.01$ s à 10 s) parmi les meilleures.

Détection

Après l'interrogation, les atomes tombent à travers la zone de détection, dont le mécanisme exact sera détaillé dans un autre chapitre. Le nuage atomique est excité par plusieurs faisceaux lasers en forme de nappes (8). La première de ces nappes excite la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Le nuage atomique émet une impulsion de lumière de fluorescence qui est collectée sur une photodiode. On appelle signal de temps de vol, cette impulsion qui reflète la forme du nuage atomique défilant à travers la détection. De l'aire du signal de temps de vol, on déduit le nombre d'atomes $N_{F=4} = N_e$ traversant la détection dans le niveau hyperfin $F = 4$. Le nombre d'atomes $N_{F=3} = N_f$ dans $F = 3$ est détecté de manière semblable. La probabilité de transition vaut :

$$P = \frac{N_e}{N_e + N_f}. \quad (3.7)$$

La durée d'un aller-retour à une hauteur de 1 m sous l'effet de la pesanteur terrestre est de ~ 760 ms. La capture des atomes froids durant de ~ 0.1 à 1 s, le temps de cycle T_c de la fontaine varie de ~ 0.8 à 2 s.

3.3.2 Asservissement de la fréquence micro-onde

Franges de Ramsey

Avec la fontaine, on peut mesurer la probabilité de transition en fonction de la fréquence micro-onde d'interrogation. Dans la suite, on note cette fonction $P(\delta)$, où $\delta/2\pi$ désigne le désaccord entre la fréquence $\omega/2\pi$ de la micro-onde d'interrogation et $\omega_{at}/2\pi$, fréquence de la résonance atomique dans la zone d'interrogation. La figure 3.5 représente les franges de Ramsey ainsi obtenues dans la fontaine Rb. L'interfrange est égal à l'inverse de la durée de l'interrogation. La largeur à mi-hauteur de la frange centrale (insert de la figure 3.5) est égale à 1.2 Hz. Le facteur de qualité atomique correspondant vaut $Q_{at} = 5.7 \times 10^9$.

Fonctionnement de l'asservissement

Lorsque l'horloge fonctionne, on sonde alternativement et à mi-hauteur les deux côtés de la frange centrale en appliquant une modulation carrée de la fréquence de la micro-onde d'interrogation. On note $\Delta_m/2\pi \simeq 0.6$ Hz la profondeur de modulation. La différence entre les probabilités de transition mesurées de part et d'autre de la frange centrale révèle la différence de fréquence entre la micro-onde d'interrogation et la résonance atomique.

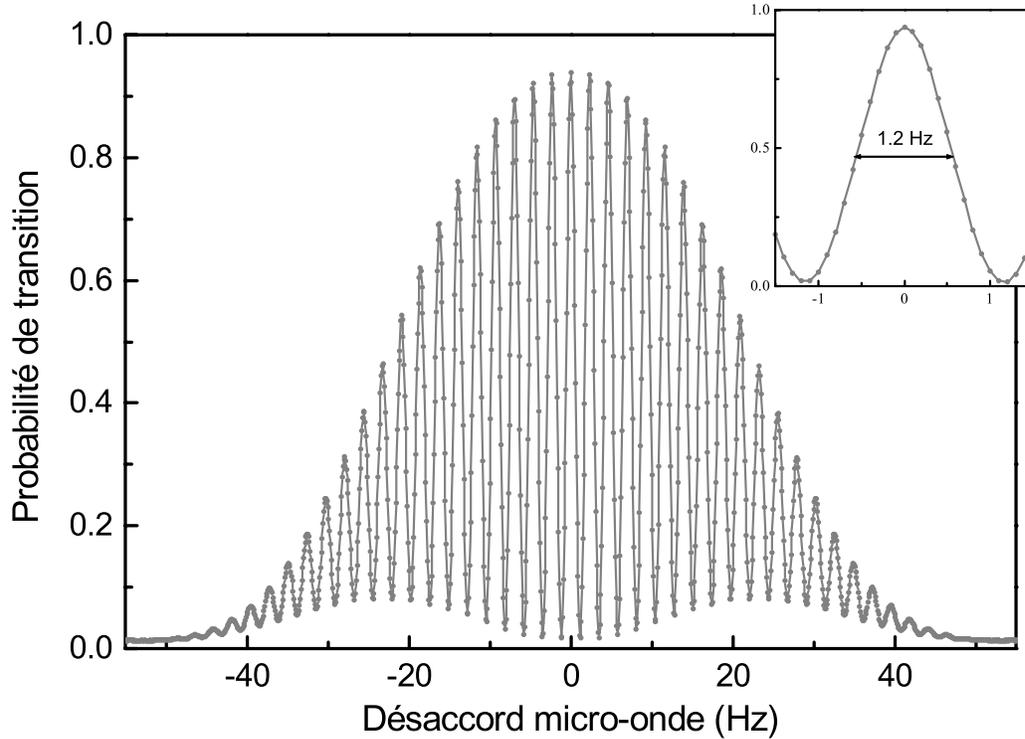


FIG. 3.5 – Franges de Ramsey obtenues sur la fontaine Rb. L’insert montre la frange centrale. Chaque point représente une mesure unique de la probabilité de transition P , de durée totale $T_c = 1.3$ s. La régularité de la courbe montre le faible bruit de cette mesure. Ici, on a typiquement $\sigma_{\delta P} \lesssim 1.5 \times 10^{-3}$.

Les différences successives sont utilisées comme signal d’erreur pour corriger l’oscillateur d’interrogation. Cette méthode conduit à un désaccord de la fréquence horloge $\delta_H/2\pi$ tel que les probabilités de transition mesurées de part et d’autre soient égales :

$$P(\delta_H + \Delta_m) = P(\delta_H - \Delta_m). \quad (3.8)$$

3.3.3 Effets systématiques

La liste suivante répertorie quelques effets systématiques affectant la fréquence des fontaines atomiques. Certains de ces effets sont traités beaucoup plus en détail par la suite. Cette description préliminaire et rapide a simplement pour but d’aider à la compréhension des explications données au fil du texte dans les chapitres suivants.

Effet Zeeman du second ordre Déplacement de fréquence lié à l’appli-

cation volontaire d'un champ magnétique dans la zone d'interrogation. Le déplacement est proportionnel au carré du champ magnétique.

Effet du rayonnement du corps noir Déplacement de fréquence lié au couplage des atomes avec le rayonnement thermique à la température de l'expérience.

Effet Doppler du premier ordre Déplacement de fréquence lié aux inhomogénéités de la phase du champ dans la cavité d'interrogation. On parle aussi d'effet des gradients de phase.

Déplacement collisionnel Déplacement lié aux interactions entre atomes. Il est proportionnel à la densité atomique dans la zone d'interrogation. Le déplacement collisionnel est particulièrement élevé dans les fontaines à atomes de césium.

Entraînements de fréquence par la cavité Déplacements de fréquence dus à la dynamique du mode de la cavité d'interrogation. On utilise souvent le terme anglais "cavity pulling".

Effet des fuites micro-ondes Déplacement de fréquence lié à l'interaction des atomes avec un champ parasite issu de l'oscillateur d'interrogation en dehors de la cavité d'interrogation.

Effets du spectre micro-onde Déplacements de fréquence liés aux imperfections de la source micro-onde d'interrogation (asymétrie du spectre, modulation de phase synchrone avec le cycle de la fontaine).

Déplacements de Rabi, de Ramsey et de Majorana Déplacements de la fréquence liés aux couplages faisant intervenir les niveaux hyperfins autres que les niveaux horloges.

Effet de recul Déplacement de la fréquence lié à l'effet de la micro-onde d'interrogation sur le mouvement de l'atome. Pour décrire cet effet, il faut traiter les variables externes de l'atome de manière quantique.

Chapitre 4

Effets dépendant du nombre d'atomes dans les fontaines atomiques

Ce chapitre est dédié à l'étude des déplacements de fréquence dépendant du nombre d'atomes dans les fontaines atomiques. Dans la première section, on expose les méthodes de calcul de la réponse atomique lors de l'interrogation de Ramsey et des déplacements de fréquence. Les résultats et les notations de cette section sont fréquemment utilisées par la suite, y compris dans les autres chapitres. Dans la deuxième section, on étudie le déplacement de fréquence lié à la cavité. La troisième section traite du déplacement collisionnel lié aux interactions entre atomes froids. La thèse d'Yvan Sortais [6] étant dédiée à ce problème, on a adopté une présentation simplifiée. La dernière section est consacrée aux méthodes expérimentales de caractérisation du nuage atomique qui sont propres à l'étude des effets dépendant du nombre d'atomes.

Les exemples numériques choisis pour ce chapitre correspondent à la fontaine Rb. Les résultats de l'étude expérimentale des effets dépendant du nombre d'atomes dans les fontaines de rubidium ^{87}Rb sont présentés dans le chapitre 7 regroupant les résultats importants.

4.1 Calcul de la réponse atomique

4.1.1 Rappel des équations d'évolution

Hamiltonien de couplage atome-champ

En principe, les atomes utilisés dans la fontaine doivent être décrits de manière quantique, c'est-à-dire comme des ondes de matière avec en plus

une structure interne complexe (8 niveaux pour le rubidium, 16 pour le césium). En pratique, l'état initial est un état très pur et la transition horloge est résolue spectralement des autres transitions. D'autre part, la plupart des phénomènes observés dans une fontaine s'expliquent de manière satisfaisante dans un cadre semi-classique, c'est-à-dire en considérant que les atomes possèdent une trajectoire classique. Il s'agit donc ici de décrire de manière simple l'interaction atome-cavité pour un atome à deux niveaux évoluant selon une trajectoire classique. Les effets nécessitant une description plus complète (effet de recul, déplacements de Majorana, de Rabi et de Ramsey) ne sont pas traités ici. Pour une présentation complète de l'interprétation quantique rigoureuse de l'interrogation par la méthode de Ramsey, on pourra se reporter aux références [43][44].

On note $|f\rangle$ et $|e\rangle$ l'état fondamental et l'état excité de la transition horloge. Le hamiltonien de l'atome couplé au champ de la cavité s'écrit :

$$H(t) = \frac{\hbar\omega_{at}}{2}(|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) - \vec{M} \cdot \vec{B}(\vec{r}(t), t). \quad (4.1)$$

\vec{M} représente l'opérateur dipolaire magnétique de l'atome :

$$\vec{M} = \mu_B(|e\rangle\langle f| + |f\rangle\langle e|)\vec{z}. \quad (4.2)$$

Pour la transition horloge $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$, le dipole magnétique est colinéaire à l'axe de quantification vertical \vec{z} imposé par le champ magnétique directeur. Dans l'équation 4.1, $\vec{B}(\vec{r}(t), t)$ représente le champ magnétique oscillant le long de la trajectoire atomique $\vec{r}(t)$.

Pour simplifier, on considère d'abord que le champ électromagnétique maintenu dans la cavité est une onde parfaitement stationnaire. L'effet sur la fréquence de l'horloge des inhomogénéités de la phase du champ, liées aux pertes de conduction dans les parois de la cavité, sera évoqué plus loin. On écrit la composante selon \vec{z} du champ dans la cavité sous la forme :

$$B_z(\vec{r}, t) = \text{Re} \{ B_0 H_{cz}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \}. \quad (4.3)$$

$H_{cz}(\vec{r})$ est une fonction réelle sans dimension représentant le profil du mode de la cavité et valant 1 à l'endroit où le champ est maximum. B_0 est l'amplitude maximale du champ dans la cavité qui dépend directement de la puissance délivrée par la source micro-onde d'interrogation. On note $f(t) = H_{cz}(\vec{r}(t))$ le champ le long de la trajectoire atomique considérée.

La pulsation de Rabi Ω_0 étant définie par :

$$\hbar\Omega_0 = \mu_B B_0 \quad (4.4)$$

on peut réécrire l'équation 4.1 sous la forme :

$$H(t) = \frac{\hbar\omega_{at}}{2}(|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) - \hbar\Omega_0 f(t) \cos(\omega t)(|e\rangle\langle f| + |f\rangle\langle e|). \quad (4.5)$$

Dans cette équation, le terme de couplage possède une composante résonante avec la transition horloge et une composante anti-résonante. Le temps d'interaction entre l'atome et la cavité (~ 30 ms) étant beaucoup plus long que la période d'oscillation de la fréquence horloge ($1/(6.8 \text{ GHz}) \sim 150$ ps), les termes anti-résonants n'ont pas d'effet important sur la dynamique de l'atome. Ils produisent un déplacement de la fréquence de résonance atomique de type "déplacement lumineux", connu sous le nom de déplacement de Bloch-Siegert, inférieur à 10^{-18} dans les fontaines atomiques). Dans la suite de ce calcul, on fait l'approximation dite de l'onde tournante c'est-à-dire qu'on omet simplement les termes anti-résonants. L'équation 4.5 devient :

$$H(t) = \frac{\hbar\omega_{at}}{2}(|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) - \hbar\Omega_0 f(t) (|e\rangle\langle f|e^{-i\omega t} + h.c.). \quad (4.6)$$

Pour résoudre cette équation, on utilise la représentation qui élimine l'oscillation du champ micro-onde à la pulsation ω . On pose :

$$\begin{aligned} \tilde{H}(t) &= T(t)H(t)T^\dagger(t) - i\hbar T(t)\frac{dT^\dagger(t)}{dt} \\ |\tilde{\Psi}(t)\rangle &= T(t)|\Psi(t)\rangle \\ \text{avec } T(t) &= |e\rangle\langle f|e^{-i\omega t/2} + h.c. \end{aligned} \quad (4.7)$$

On trouve :

$$\tilde{H}(t) = -\frac{\hbar\delta}{2}(|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) - \frac{\hbar\Omega_0}{2}f(t)(|e\rangle\langle f| + h.c.), \quad (4.8)$$

$\delta = \omega - \omega_{at}$ étant le désaccord entre la pulsation du champ et la pulsation atomique dans la zone d'interrogation. Finalement, en utilisant les matrices de Pauli, et l'opérateur vectoriel associé (équation B.1) :

$$\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z), \quad (4.9)$$

on peut réécrire le hamiltonien $\tilde{H}(t)$ sous la forme :

$$\tilde{H}(t) = -\hbar\vec{\Omega}(t) \cdot \frac{\vec{\sigma}}{2} \quad (4.10)$$

avec $\vec{\Omega}(t) = \Omega_0 f(t)\vec{x} + \delta\vec{z}$.

Image du spin fictif

L'évolution de l'atome sous l'effet du hamiltonien 4.10 peut être mise en rapport avec le mouvement d'un vecteur, souvent appelé spin fictif, dans un espace fictif à 3 dimensions. Ce spin fictif \vec{S} est défini par l'équation :

$$\vec{S}(t) = \langle \tilde{\Psi}(t) | \vec{\sigma} | \tilde{\Psi}(t) \rangle = \langle \vec{\sigma} \rangle. \quad (4.11)$$

Autrement dit, il s'agit de la valeur moyenne, au sens de la mécanique quantique, de l'opérateur vectoriel $\vec{\sigma}$. L'évolution de \vec{S} se déduit simplement de l'équation de Heisenberg pour l'opérateur $\vec{\sigma}$:

$$\frac{d\langle \vec{\sigma} \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [\vec{\sigma}, \tilde{H}(t)] \rangle \quad (4.12)$$

En utilisant la relation B.2, on trouve que le spin fictif évolue selon :

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = -\vec{\Omega}(t) \times \vec{S}(t). \quad (4.13)$$

Il s'agit d'un mouvement de rotation autour du vecteur rotation instantané $-\vec{\Omega}(t)$. Le signe négatif dépend des conventions choisies précédemment dans ce paragraphe et notamment de la définition du spin fictif. Le choix fait ici et qui conduit au signe négatif à l'avantage de montrer le lien naturel entre le spin fictif et le générateur des rotations dans l'espace des états.

Pour finir, il est utile de disposer des relations reliant les composantes du spin fictif à certaines observables de l'atome. Ainsi, la composante selon \vec{z} du moment dipolaire magnétique de l'atome est donnée par :

$$\begin{aligned} M(t) &= \langle \tilde{\Psi}(t) | \tilde{M}_z(t) | \tilde{\Psi}(t) \rangle \\ \tilde{M}_z(t) &= T(t) M_z T^\dagger(t) = \mu_B (|f\rangle \langle e| e^{-i\omega t} + h.c.). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Autrement dit, l'amplitude complexe du dipole magnétique vaut :

$$M(\omega, t) = 2\mu_B \langle \tilde{\Psi}(t) | f \rangle \langle e | \tilde{\Psi}(t) \rangle \quad (4.15)$$

et on montre que les composantes du spin fictif sont reliées à $M(\omega, t)$ par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} S_x(t) &= \text{Re}\{M(\omega, t)/\mu_B\} \\ S_y(t) &= -\text{Im}\{M(\omega, t)/\mu_B\} \\ S_z(t) &= 2P_e(t) - 1 = P_e(t) - P_f(t). \end{aligned} \quad (4.16)$$

La composante selon \vec{z} du spin fictif est reliée aux populations $P_e(t)$ et $P_f(t)$ dans les états $|e\rangle$ et $|f\rangle$. La composante selon \vec{x} est reliée à la composante du moment magnétique oscillant en phase avec le champ exciteur. La composante selon \vec{y} du spin fictif est reliée à la composante du moment magnétique oscillant en quadrature par rapport au champ exciteur.

Les oscillations de Rabi dans la cavité

Comme exemple d'utilisation du spin fictif, on peut étudier l'évolution de l'atome lors de son passage dans la première zone de Ramsey. Considérons d'abord le cas où la source micro-onde est accordée sur la transition atomique : $\delta = 0$. Le spin fictif est représenté sur la figure 4.1. L'atome initia-

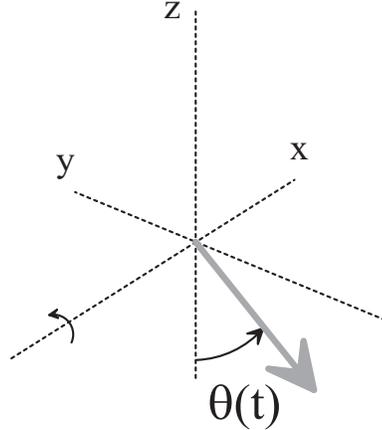


FIG. 4.1 – Evolution du spin fictif pendant les oscillations de Rabi dans la cavité. Au début de l'interaction, le spin fictif est orienté vers l'axe des z négatifs. Au cours de l'interaction, il a un mouvement de rotation autour de l'axe des x .

lement sélectionné dans $|f\rangle$ correspond à un spin fictif pointant vers le bas. Le mouvement est une rotation autour de l'axe (fixe) \vec{x} , avec une pulsation angulaire $-\Omega_0 f(t)$. Ainsi, à l'issue du premier passage de durée τ à travers la cavité, \vec{S} a tourné d'un angle

$$\theta(\tau) = \int_0^\tau \Omega_0 f(t) dt = \Omega_0 \int_0^\tau f(t) dt = \Omega_0 \tau_{eff}.$$

Cette rotation de \vec{S} se traduit par une oscillation des populations entre les deux états de la transition horloge. Ces oscillations portent le nom d'oscillations de Rabi. Dans l'équation ci-dessus, τ_{eff} est une durée effective dépendant de la vitesse de passage des atomes et de la géométrie du mode. La valeur de Ω_0 dépend de la puissance injectée dans la cavité. On utilise souvent l'angle $\theta(\tau)$ pour caractériser le champ micro-onde dans la cavité. Ainsi, lorsque $\theta(\tau) = \pi$, on dit qu'on effectue une impulsion π dans la cavité. A l'issue du passage à travers la cavité, l'atome initialement dans l'état $|f\rangle$, se retrouve dans l'état $|e\rangle$. Lorsque $\theta(\tau) = \pi/2$, situation correspondant au fonctionnement normal de l'horloge, on parle d'impulsion $\pi/2$. Après passage

dans la cavité, l'atome se trouve dans une superposition cohérente des deux états impliqués dans la transition horloge, $|\tilde{\Psi}(\tau)\rangle = (|f\rangle + i|e\rangle)/\sqrt{2}$.

Les franges de Ramsey

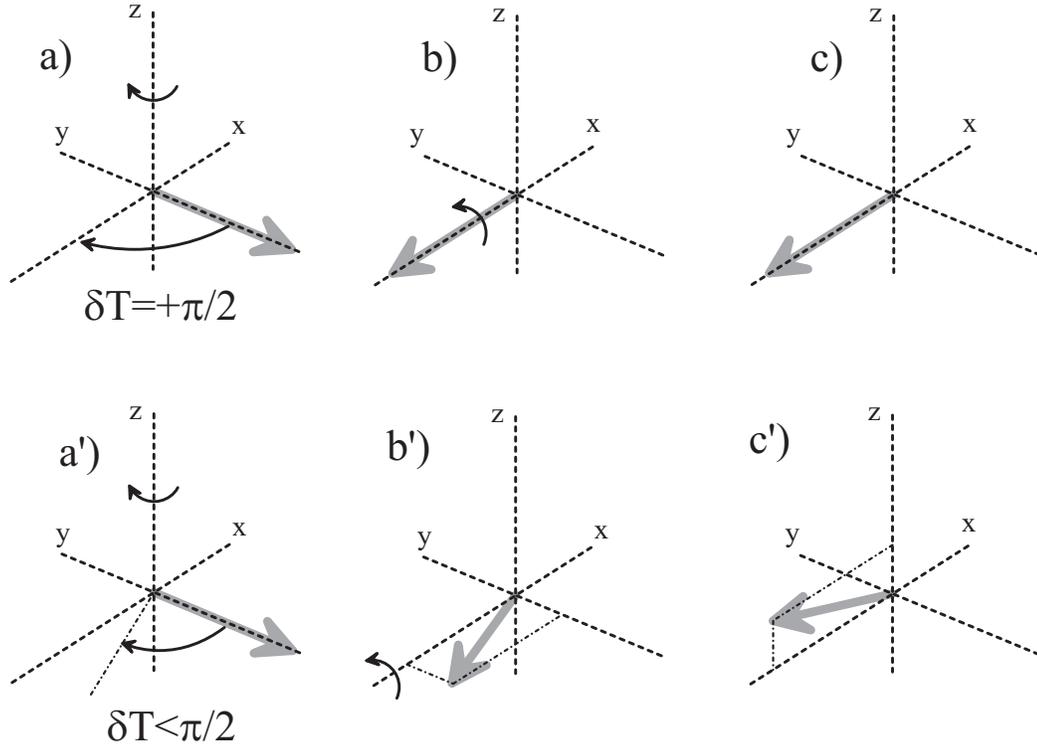


FIG. 4.2 – Evolution du spin fictif pendant l'interrogation de Ramsey. Après la première interaction de Ramsey, le spin fictif est aligné sur l'axe des y négatifs (a et a'). En haut, le désaccord δ est ajusté pour sonder la frange centrale à mi-hauteur. Après le vol libre, le spin fictif est aligné sur l'axe des x . La deuxième interaction de Ramsey (b) conduit à l'état final (c). En bas, le désaccord à une valeur arbitraire. On voit que l'état final obtenu après la deuxième interaction (b' et c') dépend principalement de l'angle δT .

Dans les horloges atomiques, la transition atomique est souvent sondée selon la méthode de Ramsey, composée de deux impulsions $\pi/2$ de durée τ séparées par une période d'évolution libre de l'atome de durée $T \gg \tau$. Dans le cas des fontaines, cette double interaction est réalisée en faisant passer les atomes deux fois dans la même cavité au cours de leur vol balistique. Cette méthode d'interrogation de durée totale $T + 2\tau$ conduit à l'observation de franges d'interférences de largeur $1/2(T + 2\tau) \sim 1$ Hz. Lorsque la fontaine

fonctionne en étalon de fréquence, la frange centrale est sondée à mi-hauteur de sorte que $\delta/2\pi \simeq 0.5$ Hz alors que pour une durée de passage de ~ 30 ms dans la cavité, la condition $\Omega_0\tau_{eff} = \pi/2$, conduit à $\Omega_0/2\pi \sim 15$ Hz. Autrement dit, $\delta \ll \Omega_0$ et on peut considérer que l'évolution du spin fictif lors des passages dans la cavité est celle décrite précédemment.

Après le premier passage dans la cavité, les atomes évoluent dans le vide ($f(t) = 0$) de sorte que $\vec{\Omega}(t) = \overrightarrow{cst\vec{e}} = \delta\vec{z}$. L'évolution du spin fictif est une rotation autour de l'axe \vec{z} à la pulsation $-\delta$. Le second passage, identique au premier, réalise une rotation d'angle $-\pi/2$ autour de \vec{x} . L'évolution du spin fictif au cours de l'interrogation de Ramsey est représentée sur la figure 4.2 pour différentes valeurs du désaccord δ . L'état final de l'atome est essentiellement déterminé par la différence de phase accumulée au cours de l'évolution libre de durée T entre les oscillations de Bohr à la pulsation ω_{at} de la cohérence atomique et les oscillations de la source micro-onde d'interrogation à la pulsation ω :

$$P = P_e(T + 2\tau) \simeq \frac{1}{2}(1 + \cos \delta T). \quad (4.17)$$

La résolution exacte de l'équation d'évolution 4.8 n'est possible que si l'amplitude du champ est constante pendant toute la durée de l'interaction ($f(t) = 1$ pour $0 < t < \tau$), ce qui n'est pas le cas dans les fontaines. Pour décrire les franges dans les fontaines, il faut avoir recours à un calcul numérique. La figure 4.3 montre les franges de Ramsey calculées avec les paramètres de la fontaine Rb, en utilisant la méthode numérique de Runge-Kutta. Le calcul prend en compte la dispersion des vitesses dans le nuage atomique. La perte de contraste observée pour des grands désaccords provient de la dispersion de la durée de vol libre T due à cette distribution des vitesses. Sur le deuxième graphe, on a représenté la frange centrale calculée numériquement et la fonction 4.17 dans laquelle on a remplacé T par une durée effective d'interrogation T_{eff} définie par l'équation 4.26. Sur la première frange, la différence entre les deux courbes est inférieure à 10^{-2} .

4.1.2 La fonction de sensibilité et son utilisation

Définition et calcul de la fonction de sensibilité

Le calcul précédent des franges de Ramsey a été fait pour une valeur constante de la fréquence de Bohr atomique et pour une source micro-onde d'interrogation parfaitement monochromatique. En pratique, la fréquence atomique n'est pas rigoureusement constante au cours de l'interrogation de Ramsey, à cause des inhomogénéités des perturbations affectant l'atome. Par

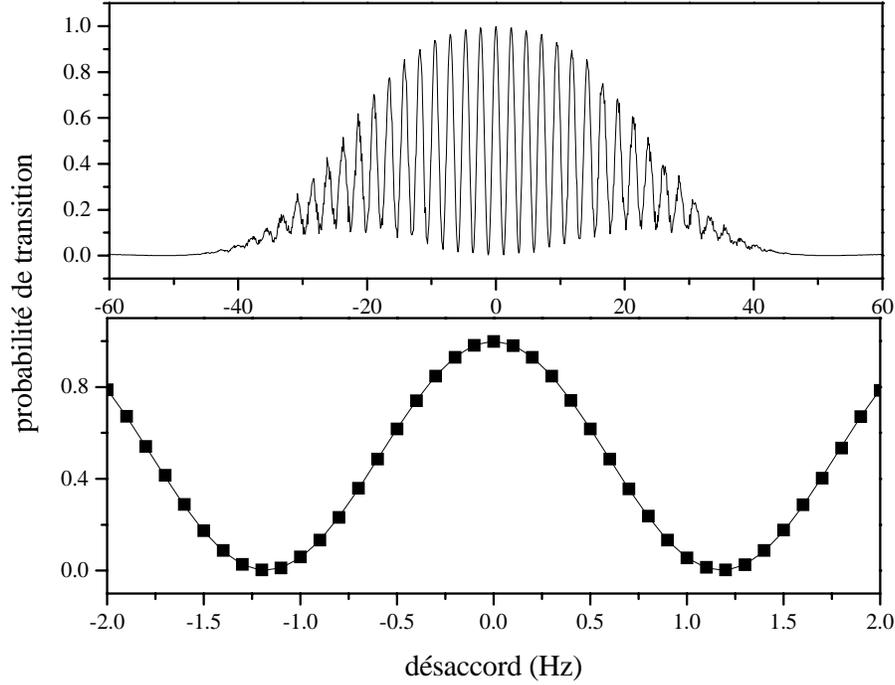


FIG. 4.3 – Premier graphe : Franges de Ramsey calculées numériquement en prenant en compte la distribution des vitesses expérimentale typique. Deuxième graphe : Frange centrale calculée numériquement (trait plein) et avec la formule 4.17 en remplaçant T par T_{eff} (équation 4.26) (carré). Pour ce calcul, on a utilisé les paramètres de la fontaine Rb regroupés dans l’annexe C.

exemple, le champ magnétique n’est pas parfaitement homogène dans la zone d’interrogation, et donc la perturbation de la fréquence atomique qui en résulte dépend de la position de l’atome dans la zone d’interrogation. Pour estimer l’effet des inhomogénéités de la fréquence atomique sur l’exactitude et l’effet des fluctuations de fréquence de l’oscillateur d’interrogation sur la stabilité des horloges, un calcul de perturbation au premier ordre suffit. Ce formalisme, développé en détail dans les références [45][46] et dans la thèse de Pierre Lemonde [47], peut être illustré simplement en utilisant le spin fictif. Les résultats ainsi obtenus sont utiles par la suite, notamment pour estimer le déplacement de fréquence dû à la cavité.

On se place toujours dans le cas où les atomes sont sélectionnés dans l’état $|f\rangle$ avant l’interaction, condition usuelle de fonctionnement de l’horloge. La

fonction de sensibilité $g(t)$ est définie par la relation :

$$\delta P = \frac{1}{2} \int_0^{T+2\tau} g(t) \delta\omega(t) dt \quad (4.18)$$

où δP représente les fluctuations de la population dans l'état $|e\rangle$ à l'issue de l'interrogation de Ramsey, et $\delta\omega(t)$ les fluctuations de la pulsation de la source micro-onde d'interrogation. Pour estimer la fonction de sensibilité, supposons que les fluctuations de pulsation de la source d'interrogation prennent la forme d'un pic de Dirac à l'instant t' , $0 < t' < \tau$ lors du premier passage dans la cavité : $\delta\omega(t) = \alpha\delta(t - t')$. D'après l'équation 4.18, on a :

$$\delta P = \frac{1}{2} \alpha g(t'). \quad (4.19)$$

Par ailleurs, on peut déduire la valeur de δP en utilisant le spin fictif. A nouveau, on se place dans le cas typique où on sonde la frange centrale de Ramsey à mi-hauteur $\delta T = -\pi/2$, et pour des impulsions $\pi/2$. L'application d'un Dirac de fréquence $\delta\omega(t) = \alpha\delta(t - t')$ se traduit par une rotation d'angle α autour de \vec{z} du spin fictif \vec{S} à l'instant t' . Comme le montre la figure 4.4, cette perturbation se propage au cours de l'interrogation de Ramsey introduisant une composante $S_z(T + 2\tau) = \alpha \sin[\theta(t')]$ à l'issue de la seconde interaction. On trouve donc :

$$\delta P = \delta P_e(T + 2\tau) = \frac{1}{2} \delta S_z(T + 2\tau) = \frac{1}{2} \alpha \sin[\theta(t')]. \quad (4.20)$$

Par identification des équations 4.19 et 4.20, on trouve l'expression de la fonction de sensibilité pour $0 < t' < \tau$: $g(t') = \sin[\theta(t')]$. On peut poursuivre ce raisonnement pour le reste de l'interrogation et on trouve :

$$\begin{aligned} g(t) &= \sin[\theta(t)], \forall t \in [0, \tau] \\ g(t) &= 1, \forall t \in [\tau, \tau + T] \\ g(t) &= g(T + 2\tau - t), \forall t \in [0, T + 2\tau] \\ g(t) &= 0, \forall t \notin [0, T + 2\tau] \end{aligned} \quad (4.21)$$

avec $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{\tau_{eff}} \int_0^t f(t') dt'$.

La fonction de sensibilité définie selon l'équation 4.18 change de signe selon le côté de la frange que l'on sonde. Par la suite, on notera toujours $g(t)$, la fonction de sensibilité avec un signe positif pendant le vol libre. Lorsque ce sera nécessaire, on notera $g_+(t)$, la fonction de sensibilité obtenue pour un désaccord positif $\delta T = +\pi/2$ et $g_-(t)$, la fonction de sensibilité obtenue pour

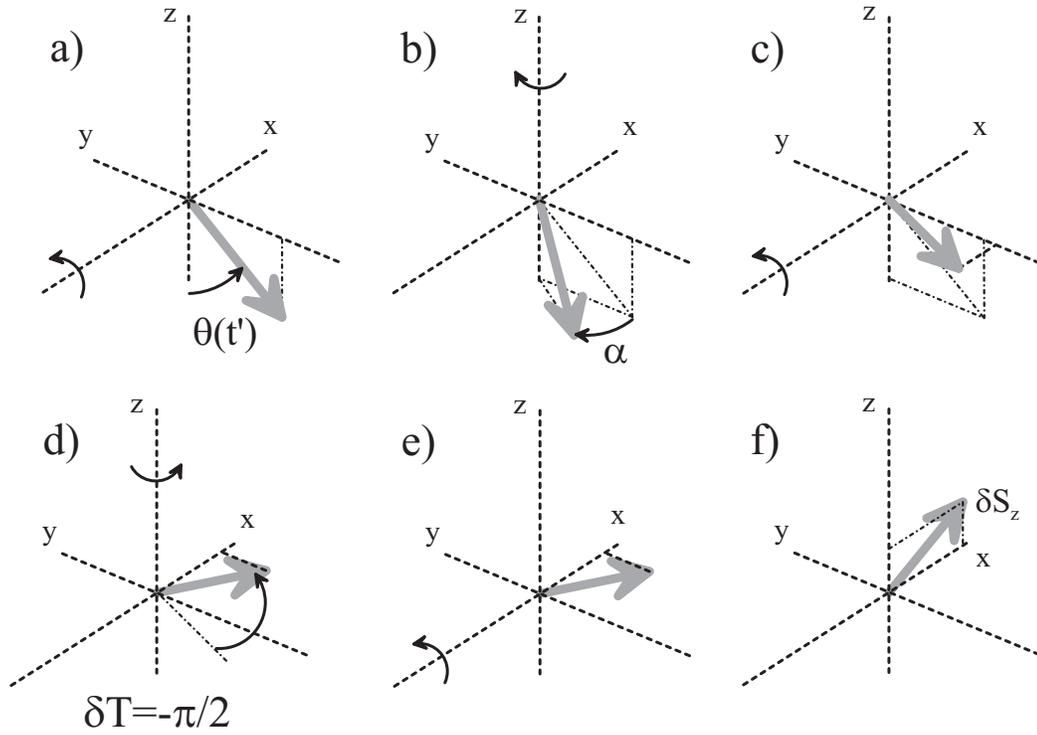


FIG. 4.4 – Détermination de la fonction de sensibilité à l’aide du spin fictif. A l’instant t' durant la première interaction (a), l’application de la perturbation induit une rotation d’angle $-\alpha z$ du spin fictif (b). La perturbation se propage jusqu’à la fin de la première interaction (c), puis pendant le vol libre (d) et la seconde interaction de Ramsey (e), pour donner l’état final (f).

un désaccord négatif $\delta T = -\pi/2$. Le calcul précédent concerne un atome unique. En pratique, la dispersion des vitesses des atomes doit être prise en compte en effectuant une moyenne sur les diverses trajectoires atomiques.

L’allure de la fonction de sensibilité est représentée sur la figure 4.5. On a représenté la fonction de sensibilité calculée avec l’équation 4.21 pour des impulsions $\pi/2$ et $3\pi/2$. On a aussi représenté le résultat d’un calcul numérique prenant en compte la dispersion des vitesses. Avant le début et après la fin de l’interrogation, la fonction de sensibilité est nulle.

Calcul des déplacements de fréquences

A priori, la définition précédente fait apparaître la fonction de sensibilité comme l’outil adapté pour calculer les fluctuations et les déplacements de fréquence liés aux perturbations de l’oscillateur d’interrogation (fluctuations

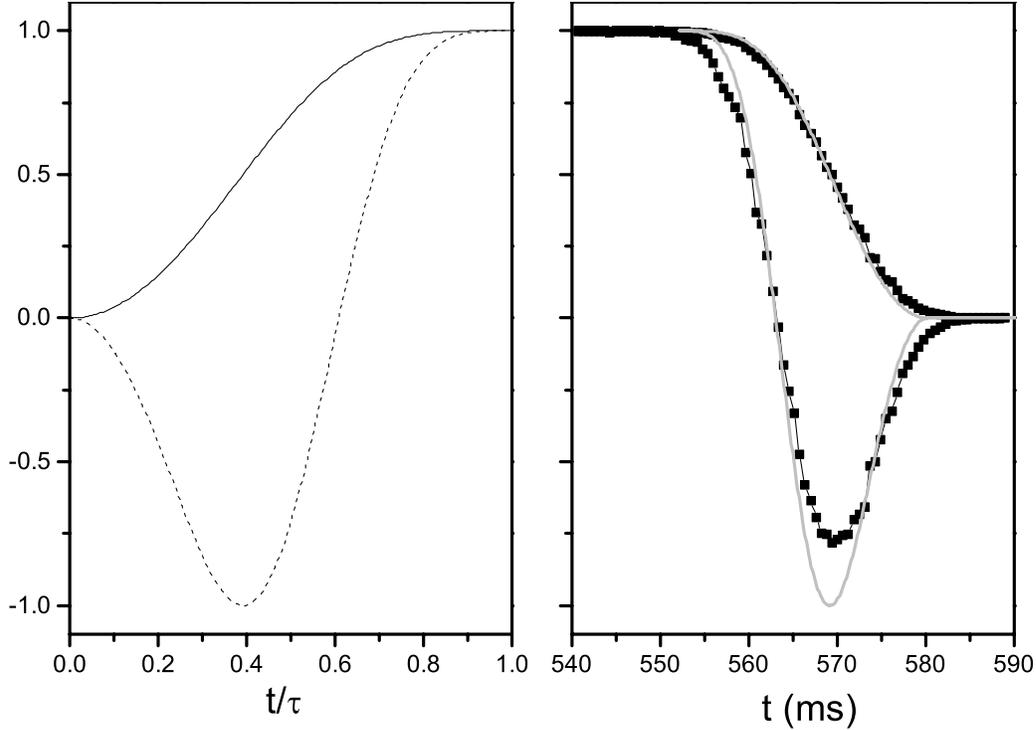


FIG. 4.5 – A gauche : Fonction de sensibilité pendant la première interaction, calculée de manière analytique pour des impulsions $\pi/2$ (trait plein) et $3\pi/2$ (tiret). A droite : fonction de sensibilité pendant la seconde interaction pour des impulsions $\pi/2$ et $3\pi/2$. Traits gris : calcul analytique. Carrés noirs : calcul numérique prenant en compte la distribution de vitesse.

de fréquence ou modulation de phase synchrone avec le cycle d'horloge). Cependant, on peut voir dans l'expression 4.10 du hamiltonien que la pulsation ω et la pulsation atomique ω_{at} jouent un rôle symétrique, seul le désaccord $\delta = \omega - \omega_{at}$ intervenant explicitement. La fonction de sensibilité peut donc convenir pour estimer l'effet d'une perturbation dépendant du temps de la pulsation atomique $\delta\omega_{at}(t)$:

$$\delta P = -\frac{1}{2} \int g(t) \delta\omega_{at}(t) dt. \quad (4.22)$$

Cette expression est toutefois approximative car elle suppose que la fonction de sensibilité et la perturbation de la pulsation atomique sont identiques à chaque instant pour tous les atomes du nuage. En toute rigueur, il faut faire une moyenne spatiale et temporelle sur les trajectoires atomiques. Le calcul de la densité effective qui détermine le déplacement collisionnel est un exemple d'un tel calcul (équation 4.61).

Les équations 4.18 et 4.22 permettent, connaissant les perturbations qui affectent les atomes et la phase du champ d'interrogation, de calculer les déplacements de la fréquence de l'horloge. La fréquence d'horloge obtenue par la méthode d'asservissement par modulation carrée de fréquence décrite plus haut, conduit à un désaccord de la pulsation horloge δ_H telle que les probabilités de transition mesurées soient égales pour $\delta = \delta_H + \Delta_m$ et $\delta = \delta_H - \Delta_m$:

$$P(\delta_H + \Delta_m) = P(\delta_H - \Delta_m). \quad (4.23)$$

On peut encore écrire :

$$P^{(0)}(\delta_H + \Delta_m) + \delta P_+ = P^{(0)}(\delta_H - \Delta_m) + \delta P_- \quad (4.24)$$

où $P^{(0)}(\delta)$, représentant la probabilité de transition en l'absence de perturbations, est une fonction paire de δ , et où :

$$\delta P_{\pm} = \delta P(\delta_H \pm \Delta_m) = \frac{1}{2} \int g_{\pm}(t) [\delta\omega_{\pm}(t) - \delta\omega_{at}(t)] dt \quad (4.25)$$

représente l'effet des perturbations. Pour de petits déplacements de fréquence :

$$\begin{aligned} P^{(0)}(\delta_H \pm \Delta_m) &\simeq P^{(0)}(\pm\Delta_m) + \delta_H \frac{d}{d\delta} P^{(0)}(\pm\Delta_m) \\ &= P^{(0)}(-\Delta_m) \mp \delta_H \frac{d}{d\delta} P^{(0)}(-\Delta_m). \end{aligned}$$

La pente des franges de Ramsey est également reliée à la fonction de sensibilité :

$$\frac{d}{d\delta} P^{(0)}(-\Delta_m) = \frac{1}{2} \int g(t) dt = \frac{1}{2} T_{eff} \quad (4.26)$$

T_{eff} jouant le rôle de la durée effective de l'interrogation de Ramsey. Finalement, le déplacement de la fréquence de l'horloge est donné par :

$$\delta_H = \frac{\delta P_+ - \delta P_-}{T_{eff}}. \quad (4.27)$$

On a mentionné rapidement (figure 4.3) que la durée effective T_{eff} permet d'obtenir une très bonne approximation de la frange de Ramsey centrale :

$$P(\delta) \simeq \frac{1}{2} (1 + \cos \delta T_{eff}).$$

On trouve donc une expression du facteur de qualité atomique Q_{at} , fréquence de la transition atomique divisée par sa largeur à mi-hauteur, sous la forme :

$$Q_{at} = \frac{\omega_{at} T_{eff}}{\pi} = 2\nu_{at} T_{eff}. \quad (4.28)$$

En valeur relative, le déplacement de fréquence vaut :

$$\frac{\delta_H}{\omega_{at}} = \frac{\delta P_+ - \delta P_-}{\pi Q_{at}}. \quad (4.29)$$

4.2 Déplacements de fréquence dus à la cavité

Dans le paragraphe précédent, on a calculé la réponse atomique lors de l'interrogation de Ramsey en ignorant la dynamique du champ confiné dans la cavité d'interrogation. On a aussi introduit les méthodes permettant de calculer l'influence, sur la fréquence d'horloge, des effets qui perturbent l'interrogation. L'objet de ce paragraphe est d'utiliser ces méthodes pour calculer les déplacements de fréquence liés à la réponse du champ de la cavité à la modulation de fréquence imposée à la source micro-onde d'interrogation et au passage des atomes. Dans les fontaines, l'effet dominant est l'effet lié au passage des atomes, proportionnel au nombre d'atomes traversant la cavité.

Les déplacements de fréquence liés à la cavité jouent un rôle important dans d'autres type d'horloges atomiques, et notamment dans les masers à hydrogène. Pour plus de détails sur cette question, le lecteur pourra se reporter à la référence [31].

4.2.1 Equations du champ dans la cavité

Dans les fontaines atomiques, la transition atomique est sondée par un champ micro-onde confiné dans un résonateur présentant un mode de facteur de qualité assez élevé. Ce faisant, on garantit avec une bonne approximation le caractère stationnaire de l'onde interagissant avec les atomes, limitant ainsi l'effet Doppler du premier ordre. Dans cette section, on donne les équations régissant le champ électromagnétique dans la cavité.

Equations en régime stationnaire

La distribution de champ magnétique correspondant au mode utilisé peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{B}(\vec{r}, \omega) = B(\omega) \vec{H}_c(\vec{r}). \quad (4.30)$$

\vec{H}_c est une fonction sans dimension représentant la dépendance spatiale du mode et normalisée de sorte que $\|\vec{H}_c\| = 1$ au centre de la cavité. $B(\omega)$ représente l'amplitude du champ au centre de la cavité et dépend de la puissance injectée. On définit le volume du mode par :

$$V_{mode} = \iiint dr^3 \|\vec{H}_c(\vec{r})\|^2. \quad (4.31)$$

Avec cette définition, l'énergie électromagnétique contenue dans le mode vaut :

$$E_{mode} = \frac{B^2(\omega)}{2\mu_0} V_{mode}. \quad (4.32)$$

En présence d'un couplage de la cavité avec les guides coaxiaux la reliant à la chaîne de synthèse micro-onde et d'un couplage entre le champ et les dipôles magnétiques atomiques, le champ dans la cavité obéit à l'équation [31] :

$$\begin{aligned} \left(\omega_c^2 - \omega^2 - \frac{i\omega\omega_c}{Q} \right) B(\omega) = & -\frac{\omega_c^2}{Q} B_e(\omega) \\ & + \mu_0 \frac{\omega^2}{V_{mode}} \iiint dr^3 \vec{m}(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{H}_c(\vec{r}). \end{aligned} \quad (4.33)$$

ω_c représente la fréquence de résonance de la cavité. La dissipation de l'énergie du mode par conduction dans les parois et par couplage vers les guides coaxiaux se traduit par le terme faisant apparaître le facteur de qualité du mode, Q , dans le membre de gauche. Le premier terme source à droite représente un couplage de la source vers la cavité par le guide coaxial. Le second terme source représente le couplage entre le champ et les dipôles magnétiques atomiques oscillants distribués avec une densité $\vec{m}(\vec{r}, \omega)$.

Remarquons qu'en toute rigueur, la présence du nuage atomique modifie la géométrie du mode. A la place de l'équation 4.33, on devrait chercher une équation pour le champ $\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \vec{B}(\vec{r}, \omega)/\mu_0 + \vec{m}(\vec{r}, \omega)$. Pour obtenir l'équation 4.33, on néglige de tels changements de géométrie et on suppose que la densité du milieu atomique est suffisamment faible pour que $\vec{m}(\vec{r}, \omega)$ soit négligeable devant $B(\vec{r}, \omega)/\mu_0$. Ceci revient à négliger des termes liés à la présence des atomes qui sont $1/Q$ fois plus petits que le second terme du membre de droite de l'équation 4.33. Le calcul qui suit permet donc de calculer les déplacements de fréquence liés à la présence des atomes à $1/Q$ près, ce qui est suffisant pour l'utilisation faite ici.

En l'absence des atomes, le dernier terme de l'équation 4.33 est nul de sorte que :

$$B(\omega) = B^{(0)}(\omega) = -\frac{\omega_c^2/Q}{(\omega_c^2 - \omega^2 - i\omega\omega_c/Q)} B_e(\omega). \quad (4.34)$$

A résonance ($\omega = \omega_c$), $B^{(0)}(\omega_c) = -iB_e(\omega_c)$. Autrement dit, $B_e(\omega)$ représente l'amplitude du couplage en terme du champ qui en résulte dans la cavité à résonance. L'équation 4.33 pour $B_e(\omega) = 0$ et $\vec{m}(\vec{r}, \omega) = \vec{0}$ est l'équation du mode libre. Elle peut être transposée dans le domaine temporel puis résolue pour déterminer l'évolution libre du champ. On vérifie alors que l'énergie contenue dans le mode évolue selon l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \tau_c \frac{dE_{mode}}{dt} &= -E_{mode} \\ \tau_c &= \frac{Q}{\omega_c}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

L'énergie dans le mode relaxe avec une constante de temps $\tau_c = Q/\omega_c$. Cette relation est utile pour estimer la puissance micro-onde nécessaire pour réaliser l'interrogation des atomes.

Revenant au cas général d'une cavité recevant de l'énergie en provenance du guide coaxial de couplage et en présence des atomes, on peut réécrire l'équation 4.33 sous la forme :

$$\begin{aligned} B(\omega) &= B^{(0)}(\omega) \\ &\times \left[1 + \frac{\mu_0 \omega^2}{V_{mode} B^{(0)}(\omega)} \frac{\iiint dr^3 \vec{m}(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{H}_c(\vec{r})}{(\omega_c^2 - \omega^2 - i\omega\omega_c/Q)} \right] \end{aligned} \quad (4.36)$$

qui fait clairement apparaître la modification du champ due à la présence des atomes.

Approximation adiabatique pour la perturbation instationnaire liée au passage des atomes

En principe, les équations qu'on vient d'écrire sont valables en régime stationnaire. Dans la fontaine, la source micro-onde d'interrogation alimente bien la cavité de manière permanente. Par contre, les atomes traversent la cavité en $\tau \sim 30$ ms créant une perturbation non-stationnaire du champ dans la cavité. La distribution des dipôles magnétiques varie au cours du temps. Cependant, pour les cavités utilisées dans les fontaines possédant un facteur de qualité $Q \sim 10000$, le temps caractéristique de l'évolution du mode est de l'ordre de $\tau_c \sim 0.2 \mu\text{s}$, durée très courte devant le temps τ . En conséquence, on peut considérer que le mode du champ s'adapte adiabatiquement à la perturbation liée aux atomes. L'équation 4.36 peut s'écrire :

$$\begin{aligned} B(\omega, t) &= B^{(0)}(\omega) \\ &\times \left[1 + \frac{\mu_0 \omega^2}{V_{mode} B^{(0)}(\omega)} \frac{\iiint dr^3 \vec{m}(\vec{r}, \omega, t) \cdot \vec{H}_c(\vec{r})}{(\omega_c^2 - \omega^2 - i\omega\omega_c/Q)} \right] \end{aligned} \quad (4.37)$$

où la variable t fait référence à une modification à des échelles de temps grandes devant τ_c , des amplitudes complexes du champ $B(\omega, t)$ et des dipôles magnétiques $\vec{m}(\vec{r}, \omega, t)$.

4.2.2 Ordres de grandeur, interprétations physiques

Effet dépendant du nombre d'atomes

On peut estimer simplement l'ordre de grandeur des effets contenus dans le deuxième terme de l'équation 4.37. Considérons une fontaine fonctionnant dans les conditions usuelles. On effectue une impulsion $\pi/2$ lors du passage des atomes dans la cavité. On a donc : $\Omega_0 \tau_{eff} = \pi/2$ et $\hbar \Omega_0 = \mu_B B_0$. On a typiquement $\tau_{eff} \simeq 18$ ms. On trouve alors que l'amplitude du champ nécessaire pour effectuer une impulsion $\pi/2$ dans la cavité vaut $B_0 \sim 10^{-9}$ T. L'énergie stockée correspondante vaut $E_{mode} \sim 5.8 \times 10^{-18}$ J et la puissance dissipée $P_e = E_{mode}/\tau_c \sim 2.8 \times 10^{-11}$ W soit -76 dBm.

Par ailleurs, pendant la durée τ_{eff} , les atomes passent de l'état $|f\rangle$ à l'état $(|f\rangle + i|e\rangle)/\sqrt{2}$. La puissance absorbée correspondante vaut donc : $P_{at} = N_{cav} \hbar \omega_{at} / 2 \tau_{eff} \sim 2.1 \times 10^{-14}$ W pour une valeur typique de $N_{cav} = 10^8$ atomes traversant la cavité. Les champs rayonnés par le couplage et par les atomes interfèrent. Le passage des atomes produit un déphasage transitoire du champ dans la cavité. Ce déphasage est contenu dans le terme correctif de l'équation 4.37 ci-dessus. L'intégrale apparaissant au numérateur de ce terme est de l'ordre de $N_{at} \mu_B$ pour un nuage de petite taille situé au centre de la cavité. On peut alors vérifier simplement que l'ordre de grandeur du terme correctif est donné par le rapport des puissances P_{at}/P_e , à un facteur numérique proche de 1 près. En considérant le cas pessimiste où le terme correctif est purement imaginaire, ce qui revient à dire que les deux sources de champ interfèrent en quadrature, on trouve que le déphasage transitoire du champ lié au passage des atomes est de l'ordre de $\delta\phi \sim P_{at}/P_e \sim 750$ μ rad. Le déplacement de fréquence correspondant, pour une interrogation de durée effective $T_{eff} = 424$ ms vaut $\Delta\nu/\nu_{ef} = \delta\phi/(2\pi\nu_{ef}T_{eff}) \sim 3 \times 10^{-14}$. Cette valeur doit être comparée à l'exactitude dans la gamme des 10^{-16} recherchée pour les fontaines atomiques. Une étude détaillée de cet effet s'impose.

L'ordre de grandeur obtenu au paragraphe précédent permet aussi d'obtenir une indication sur la manière de résoudre les équations de la section précédente. On a vu que le facteur de qualité atomique obtenu dans les fontaines est de l'ordre de $Q_{at} \simeq 10^{10}$. Par conséquent, le déplacement relatif de 3×10^{-14} qu'on vient de trouver représente un déplacement petit devant la largeur de la résonance atomique, ce qui suggère d'effectuer une estimation au premier ordre de la perturbation dans l'équation 4.37.

Déplacement de fréquence lié au couplage fréquence-amplitude dans la cavité

Un autre déplacement de fréquence lié à la cavité apparaît dans l'expression 4.37. Supposons que le second terme de cette équation est négligeable, par exemple parce que très peu d'atomes sont envoyés à travers la cavité. Le champ dans la cavité vaut alors simplement $B^{(0)}(\omega_{at} + \Delta_m)$ d'un côté de la résonance et $B^{(0)}(\omega_{at} - \Delta_m)$ de l'autre. Ces deux valeurs sont en général différentes sauf si la fréquence de résonance de la cavité coïncide parfaitement avec la fréquence atomique ω_{at} . En d'autres termes, la modulation de fréquence imposée à la source micro-onde d'interrogation induit une modulation de l'amplitude du champ intra-cavité vu par les atomes. La valeur maximale de la modulation d'amplitude, obtenue lorsque $\omega_c - \omega_{at} = 0.5 \times \omega_c/Q$ vaut :

$$\frac{|B^{(0)}(\omega_{at} + \Delta_m)| - |B^{(0)}(\omega_{at} - \Delta_m)|}{|B^{(0)}(\omega_{at})|} = -Q \times \frac{2\Delta_m}{\omega_c}. \quad (4.38)$$

L'application numérique avec les valeurs ci-dessus conduit à une modulation de l'amplitude de 1.5×10^{-6} en valeur relative, pour $\Delta_m/2\pi = 0.5$ Hz et $Q = 10^4$. Pour des impulsions $\pi/4$, qui rendent maximale la sensibilité à une telle modulation, on obtient une modulation de la probabilité de transition :

$$\delta P_+ - \delta P_- = \frac{\pi}{4} \times Q \times \frac{\Delta_m}{\omega_c} \simeq 5.7 \times 10^{-7}. \quad (4.39)$$

Le déplacement correspondant de la fréquence horloge vaut $\sim 6.3 \times 10^{-17}$. Cette valeur est petite comparée à l'exactitude actuelle des fontaines atomiques et il s'agit d'une estimation pessimiste. Lorsque l'on utilise des impulsions $\pi/2$, la dépendance de la probabilité de transition à une modulation d'amplitude est au second ordre. De plus, si la cavité micro-onde est accordée sur la fréquence atomique à seulement un dixième de sa largeur $|\omega_c - \omega_{at}| < 0.1 \times \omega_c/Q$, la modulation d'amplitude du champ intra-cavité est divisée par un facteur ~ 5 . On peut donc affirmer qu'en pratique, le couplage fréquence-amplitude dans la cavité induit un déplacement négligeable ($\lesssim 10^{-17}$) de la fréquence de l'horloge.

4.2.3 Calcul analytique du déplacement de fréquence lié à la cavité pour un nuage ponctuel

La section précédente a permis de poser les équations permettant de calculer les effets systématiques liés à la cavité. Dans cette section, on résout ces équations de manière analytique en faisant l'hypothèse simplificatrice que le

champ micro-onde dans la cavité $B(\omega, t)\vec{H}_c(\vec{r})$ est uniforme sur la taille du nuage atomique. Dans ces conditions, tous les atomes sont dans le même état interne à chaque instant. L'équation 4.37 devient alors :

$$B(\omega, t) = B^{(0)}(\omega) \times \left[1 + \frac{\mu_0 \omega^2}{V_{mode} B^{(0)}(\omega)} \frac{N_{cav} M(\omega, t) f(t)}{(\omega_c^2 - \omega^2 - i\omega\omega_c/Q)} \right] \quad (4.40)$$

où $M(\omega, t)$, amplitude complexe du dipole atomique se déduit des équations 4.16 et 4.13. On a vu qu'on pouvait résoudre ces équations de manière perturbative. Appelons $M^{(0)}(\omega, t)$ le dipole magnétique à l'ordre zéro, c'est à dire évoluant sous l'effet du champ $B^{(0)}(\omega)$. Pendant la première interaction, le spin fictif vaut :

$$\begin{aligned} S_x(t) &\simeq 0 \\ S_y(t) &= -\sin[\theta(t)] \\ S_z(t) &= -\cos[\theta(t)] \end{aligned} \quad (4.41)$$

et donc :

$$M^{(0)}(\omega, t) = i\mu_B \sin[\theta(t)]. \quad (4.42)$$

D'où l'expression du champ à l'ordre 1 :

$$B^{(1)}(\omega, t) = B^{(0)}(\omega) [1 + \Delta A(t) - i\Delta\phi(t)]. \quad (4.43)$$

$\Delta A(t)$ représente la perturbation de l'amplitude du champ qui a un effet négligeable sur la fréquence de l'horloge. $\Delta\phi(t)$ représente la perturbation de phase et vaut :

$$\frac{\Delta\phi(t)}{2\pi} = K\tau_{eff} \left[\frac{2(\omega^2/Q)(\omega^2 - \omega_c^2)}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + (\omega\omega_c/Q)^2} \right] \left[\frac{f(t) \sin[\theta(t)]}{n} \right]. \quad (4.44)$$

Dans cette équation, n caractérise le type d'impulsion faite dans la cavité : $\Omega_0\tau_{eff} = n\pi/2$. Le coefficient K vaut :

$$K = \frac{\mu_0 \mu_B^2 N_{cav} Q}{2\pi^2 \hbar V_{mode}} \quad (4.45)$$

tandis que le deuxième facteur est une fonction dispersive comprise entre -1 et 1 et dont la largeur en fréquence est celle de la cavité $\omega_c/2\pi Q \sim 500$ kHz. En pratique, $\omega = \omega_{at} \pm \Delta_m$, la modulation de fréquence $\Delta_m \sim 0.5$ Hz étant très petite devant la largeur en fréquence de la cavité. On peut donc

remplacer ω par ω_{at} dans ce deuxième facteur. Le troisième facteur représente la dépendance temporelle du déphasage.

A priori, il faut suivre une démarche similaire pour trouver le déphasage induit par les atomes lors de la seconde interaction Ramsey. Pour simplifier, on se restreint aux situations les plus courantes où on applique des impulsions $\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$ ($n = 1, 3, 5, \dots$) dans la cavité et où on sonde la frange centrale à mi-hauteur. Dans ce cas, l'amplitude complexe du dipole magnétique au cours de la seconde interaction de Ramsey a des signes opposés de part et d'autre de la frange centrale (voir par exemple la figure 4.2), ce qui se traduit par une contribution nulle au déplacement de la fréquence de l'horloge. De plus, le nombre d'atome traversant la cavité au second passage est environ 5 fois plus petit que le nombre d'atome au premier passage, ce qui diminue d'autant la contribution de la deuxième zone, même lorsque les conditions mentionnées ci-dessus ne sont pas rigoureusement respectées.

On calcule donc le déplacement de la fréquence de l'horloge en ne prenant en compte que la première interaction. On a :

$$\begin{aligned}\delta P_+ &= \frac{1}{2} \int_0^\tau g_+(t) \frac{d\Delta\phi(t)}{dt} dt \\ \delta P_- &= \frac{1}{2} \int_0^\tau g_-(t) \frac{d\Delta\phi(t)}{dt} dt = -\delta P_+.\end{aligned}\tag{4.46}$$

En utilisant l'équation 4.27 et après des calculs simples, on trouve :

$$\begin{aligned}\Delta\nu &= K \frac{\tau_{eff}}{T_{eff}} \left[\frac{2(\omega_{at}^2/Q)(\omega_{at}^2 - \omega_c^2)}{(\omega_c^2 - \omega_{at}^2)^2 + (\omega_{at}\omega_c/Q)^2} \right] \\ &\times (-1)^{\frac{(n-1)}{2}} \frac{\pi}{4\tau_{eff}} \int_0^\tau f^2(t) \sin[2\theta(t)] dt \\ &\text{avec } \theta(t) = n \frac{\pi}{2} \frac{1}{\tau_{eff}} \int_0^t f(t') dt'.\end{aligned}\tag{4.47}$$

Le dernier facteur dans cette équation est sans dimension. Pour un mode TE_{011} communément utilisé ($f(t) \simeq \sin(\pi t/\tau)$), ce facteur vaut 0.445 pour $n = 1$, et -0.074 pour $n = 3$. Le coefficient K qui donne l'ordre de grandeur de l'effet vaut $\sim 3.581 \times 10^{-3}$ Hz, pour $N_{cav} = 10^8$ et $Q = 10000$, soit $\sim 5.2 \times 10^{-13}$ de déplacement relatif. Cette valeur donne une idée du déplacement de fréquence qu'on obtiendrait effectuant une interrogation en un seul passage. Grâce à l'emploi de la méthode de Ramsey, on gagne un facteur $\tau_{eff}/T_{eff} \simeq 1/24$ et on trouve que la valeur maximale du déplacement de fréquence est de 9.898×10^{-15} pour des impulsions $\pi/2$. Pour faire le calcul, on a supposé que les atomes sont sélectionnés dans l'état de plus basse énergie $|f\rangle$, ce qui

signifie que lors de la première impulsion Ramsey, les atomes absorbent de l'énergie dans la cavité. Au contraire, si les atomes sont initialement dans $|e\rangle$, ils déposent de l'énergie dans la cavité et on peut montrer que le signe du déplacement de fréquence est opposé.

4.2.4 Calculs numériques

Méthode de calcul

Un calcul numérique du déplacement de fréquence lié à la cavité a été effectué afin de vérifier le calcul analytique de la section précédente d'une part et de prendre en compte la distribution de vitesse et de position du nuage atomique d'autre part. Le calcul se fait en deux temps. Étant donnée une valeur du champ intra-cavité $B^{(0)}(\omega)$, on effectue un tirage aléatoire de trajectoires atomiques conformément aux distributions mesurées dans l'expérience. Pour chaque trajectoire, on calcule l'évolution de l'état interne de l'atome par un calcul de type Runge-Kutta à pas temporel constant. On en déduit l'amplitude et la phase du dipole magnétique de cet atome. Comme on connaît aussi sa position, on connaît son couplage au mode de la cavité et la perturbation de cet atome sur le champ. En sommant l'effet d'un nombre suffisant d'atomes, on calcule ainsi la valeur du champ $B^{(1)}(\omega, t)$, valeur qui tient compte de la distribution des atomes. Dans un deuxième temps, on effectue un second tirage de trajectoires, pour lesquelles on calcule, à condition qu'elles atteignent la zone de détection, la probabilité de transition obtenue pour le champ $B^{(1)}(\omega, t)$. On en déduit la probabilité de transition moyenne, qui est la grandeur réellement mesurée dans l'expérience. De ce calcul, effectué de part et d'autre de la résonance atomique, on déduit le déplacement de la fréquence horloge.

Résultats

A titre de vérification, on utilise le programme pour calculer le déplacement de fréquence pour un nuage très petit et une distribution de vitesse très étroite. Le résultat obtenu coïncide avec le calcul analytique à 1.5% près pour des impulsions $\pi/2$ et $3\pi/2$. Pour illustrer l'influence de la distribution des atomes, le graphe à gauche de la figure 4.6 compare le déplacement de fréquence calculé selon l'équation 4.47 et en utilisant le programme avec une distribution typique d'un piège magnéto-optique et une distribution typique d'une mélasse optique. Le programme compte le nombre d'atomes traversant la cavité au premier passage et normalise à $N_{cav} = 10^8$.

Les carrés noirs représentent le déplacement de fréquence calculé numéri-

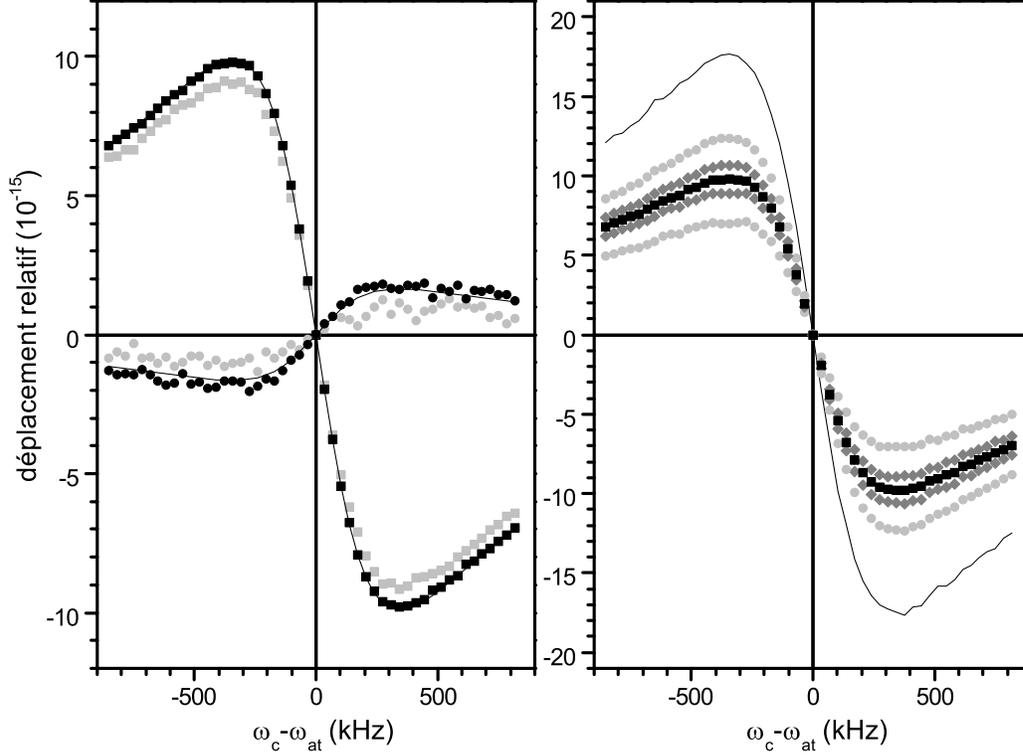


FIG. 4.6 – Calculs du déplacement de fréquence lié au cavity pulling. Les courbes représentent le déplacement relatif de la fréquence de l’horloge en fonction du désaccord entre la cavité micro-onde et la fréquence de résonance atomique. Les paramètres des calculs correspondent à la configuration usuelle de la fontaine Rb qui sont regroupés dans l’annexe C. Le nombre d’atomes traversant la cavité au premier passage est pris égal à $N_{cav} = 10^8$. Des explications sont données dans le texte ci-contre.

quement pour un piège magnéto-optique (distribution spatiale gaussienne avec $\sigma_r = 1.4$ mm) et une interrogation optimisée comme dans le calcul analytique précédent. La courbe en trait continu superposée à ces points est le résultat du calcul analytique. Les deux courbes coïncident à 10^{-2} près. Les carrés gris représentent le résultat du calcul numérique avec une mélasse optique (distribution spatiale gaussienne avec $\sigma_r = 7$ mm). Le calcul analytique reste une bonne approximation. De la même manière, les ronds noirs et la courbe en trait plein superposée représentent le calculs numérique et le calcul analytique pour des impulsions $3\pi/2$ dans le cas d’un piège magnéto-optique. Les ronds gris correspondent au cas d’une mélasse optique. Lorsque l’on augmente le nombre d’oscillations de Rabi dans la cavité, on augmente la sensibilité du déplacement de fréquence à la distribution des atomes et

l'accord est moins bon entre le calcul analytique (supposant un nuage ponctuel) et le calcul numérique. Cette sensibilité à la distribution des atomes explique également l'accroissement du bruit du calcul numérique, pour un même nombre de trajectoires calculées.

Le graphe à droite de la figure 4.6 représente le déplacement de fréquence calculé numériquement dans le cas d'un piège magnéto-optique. Les carrés noirs correspondent à une interrogation optimisée. Les diamants gris foncés sont obtenues pour un profondeur de modulation Δ_m variée de $\pm 20\%$ autour de la valeur optimale (frange centrale sondée à mi-hauteur). On calcule une variation du déplacement de fréquence de $\pm 9\%$. De même, les ronds gris clairs sont obtenus en faisant varier de $\pm 20\%$ l'amplitude $B^{(0)}(\omega)$ du champ dans la cavité. On calcule une variation du déplacement de fréquence de $\mp 27\%$. La courbe en trait plein est obtenue pour une amplitude du champ $B^{(0)}(\omega)$ égale à un dixième de la valeur optimale. Elle est donnée la valeur du déplacement de fréquence dans la limite du champ faible.

4.2.5 Conclusions et influence sur l'exactitude

Le calcul numérique et l'expression analytique 4.47 coïncide au $\%$ près lorsque l'on utilise un piège magnéto-optique. On utilisera cette expression pour l'interprétation des mesures des effets dépendant du nombre d'atomes exposés au chapitre 7. Plus précisément, on note $F_{cav}(\omega_c - \omega_{at})$, le déplacement relatif de fréquence par atome traversant la cavité au premier passage, et pour une interrogation optimisée. Avec les paramètres de la fontaine Rb, on a :

$$F_{cav}(\omega_c - \omega_{at}) = 9.898 \cdot 10^{-23} \times \left[\frac{2(\omega_{at}^2/Q)(\omega_{at}^2 - \omega_c^2)}{(\omega_c^2 - \omega_{at}^2)^2 + (\omega_{at}\omega_c/Q)^2} \right] \quad (4.48)$$

avec $Q=10\,000$. Le second facteur décrit la dépendance dispersive caractéristique de l'entraînement de fréquence par la cavité. Il est compris entre -1 et $+1$.

En pratique, le nombre d'atome traversant la cavité N_{cav} , dont dépend l'entraînement de fréquence par la cavité, est un paramètre difficile à contrôler à mieux que 10% près sur des durées supérieures à quelques semaines. Pour obtenir une exactitude de la fontaine dans la gamme des 10^{-16} , il est donc préférable d'accorder la cavité micro-onde de manière à réduire l'effet à une valeur $\lesssim 10^{-16}$. Avec l'équation 4.47, on peut calculer la pente du déplacement de fréquence en fonction de $\omega_c - \omega_{at}$, au voisinage du désaccord nul :

$$2\pi \frac{d\Delta\nu}{d\omega_c}(\omega_c = \omega_{at}) = -8\tau_{eff} \times \frac{\mu_0 \mu_B^2 N_{cav}}{2\pi^2 \hbar V_{mode}} \times \frac{Q^2}{Q_{at}}. \quad (4.49)$$

Pour $N_{cav} = 10^8$ et avec les paramètres de la fontaine Rb, on trouve une pente de $5.8 \times 10^{-17} \text{ kHz}^{-1}$. En accordant la cavité à $\pm 10 \text{ kHz}$ près (soit $\pm 90 \text{ mK}$ en terme de température de la cavité), on rend l'effet inférieur à 5.8×10^{-16} . Dans la fontaine RbCs, les changements de géométrie et l'abaissement à $Q \sim 7000$ du facteur de qualité de la cavité rendent le déplacement de fréquence inférieur à $\sim 2 \times 10^{-16}$, pour le même accord à $\pm 10 \text{ kHz}$ et pour $N_{cav} = 10^8$.

4.3 Déplacement collisionnel

Le déplacement collisionnel est un déplacement de la fréquence des horloges dû aux interactions entre les atomes. L'étude de ce déplacement a d'une part un intérêt pratique lié à l'amélioration des horloges et d'autre part un intérêt fondamental lié à la compréhension des interactions entre atomes froids. Ainsi, dès les toutes premières évaluations des fontaines à césium [48], le déplacement collisionnel est apparu comme une des plus sévères limitations de l'exactitude ultime de ces horloges. Parallèlement, les tentatives d'obtenir des condensats de Bose-Einstein [49] avec du césium sont restées infructueuses. Il s'est avéré que ces deux difficultés avaient une cause commune : la force particulière des interactions à deux corps entre atomes froids de césium. Au contraire, les premiers calculs théoriques [50] ont conclu que le déplacement collisionnel pour le rubidium ^{87}Rb était 15 fois plus petit que pour le césium, ce qui a contribué à motiver la construction de la fontaine utilisant le rubidium en vue d'obtenir une horloge plus exacte, ou du moins plus reproductible. De plus, l'étude détaillée des collisions dans les horloges permet une confrontation des prédictions théoriques avec l'expérience, dans un domaine où des désaccords sont souvent apparus.

Dans cette section, on introduit brièvement les aspects théoriques les plus simples des collisions entre atomes froids et du déplacement de fréquence qui en résulte. L'étude détaillée des collisions entre atomes froids dans les horloges fait l'objet de la thèse d'Yvan Sortais [6].

4.3.1 Modélisation des collisions ultra-froides

Nature des interactions entre atomes

Dans les fontaines, après la phase de lancement, puis de sélection de l'état initial, les atomes traversent la phase d'interrogation dans une superposition de sous-niveaux hyperfins du même état électronique ($5S_{1/2}$ pour le ^{87}Rb , $6S_{1/2}$ pour le césium). Entre deux tels atomes, l'interaction dominante à longue distance est l'interaction de Van der Waals, caractérisée par une dépendance en $1/r^6$ du potentiel d'interaction. A courte distance, la

répulsion électrostatique entre les coeurs ioniques entre en jeu tandis que le couplage entre les spins des deux électrons de la couche de valence domine sur l'interaction spin électronique-spin nucléaire. La figure 4.7 montre l'allure des potentiels moléculaires du niveau électronique fondamental de Rb_2 . On a une interaction de type moléculaire pour $R < 20a_0 \sim 1$ nm. Cette distance doit être comparée à la longueur d'onde de De Broglie des atomes dans la mélasse optique qui vaut $\lambda_{at} \sim 300$ nm. La longueur d'onde de De Broglie des atomes est nettement plus grande que l'extension typique des potentiels moléculaires. Les collisions ont lieu dans un régime purement quantique.

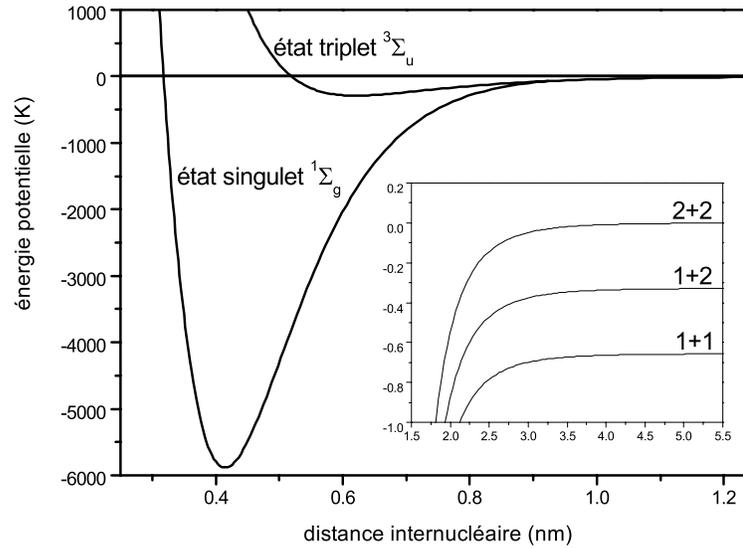


FIG. 4.7 – Allure des potentiels moléculaires de Rb_2 dans l'état électronique fondamental. L'énergie potentielle est exprimée en température, c'est-à-dire divisée par la constante de Boltzmann k_B . Pour comparaison, la température du nuage d'atomes froids dans les fontaines est de l'ordre du μK . L'insert montre les potentiels pour des distances internucléaires de 1.5 à 5.5 nm. A de telles distances, les potentiels moléculaires rejoignent les niveaux atomiques.

Description quantique des collisions

Les interactions entre atomes froids ont été beaucoup étudiées depuis le développement des techniques de refroidissement par laser, et surtout depuis l'obtention de la condensation de Bose-Einstein où les interactions jouent un rôle déterminant. Ici, on se limite à une description simplifiée qui convient au cas des nuages atomiques très dilués comme ceux rencontrés dans les fontaines atomiques. Dans ce cas, seul le processus élémentaire de collision

entre deux atomes intervient. Les collisions à trois atomes ou plus, ainsi que les effets collectifs rencontrés dans les condensats sont négligeables. On admet également que les collisions inélastiques qui conduiraient à des changements de l'état hyperfin des atomes sont absentes. On se limite donc à décrire les collisions élastiques.

Pour comprendre le processus élémentaire de collision entre deux atomes froids, on doit étudier l'états stationnaires de diffusion du hamiltonien :

$$H = \frac{P_1^2}{2m} + \frac{P_2^2}{2m} + V(R_1 - R_2) \quad (4.50)$$

où R_i et P_i représentent les opérateurs impulsion et position des deux atomes. $V(R_1 - R_2)$ est le potentiel d'interaction entre atomes froids qui correspond, selon l'état interne des atomes, à une des courbes de la figures 4.7. Dans le référentiel barycentrique des deux atomes, l'étude du mouvement se réduit à l'étude de l'équation de Schrödinger d'une particule "relative", dont la masse est égale à la masse réduite des deux atomes $\mu = m/2$:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + V(\vec{r}) \right] \varphi(\vec{r}) = E \varphi(\vec{r}). \quad (4.51)$$

Pour les états de diffusion qu'on veut étudier, l'énergie E est supérieure au seuil de dissociation du potentiel moléculaire qu'on choisit égal à 0. L'énergie E représente alors l'énergie cinétique de la particule relative lorsque $r \rightarrow \infty$ et que l'énergie potentielle d'interaction devient négligeable. On exprime E en fonction du vecteur d'onde k_{at} de la particule relative lorsque $r \rightarrow \infty$:

$$E = \frac{\hbar^2 k_{at}^2}{2\mu}. \quad (4.52)$$

Une méthode souvent utilisée pour étudier les états de diffusion de l'équation 4.51 consiste à déterminer l'effet du potentiel sur l'onde plane $\varphi^{(0)}(\vec{r}) = e^{ik_{at}z}$ correspondant au mouvement de la particule relative en l'absence du potentiel d'interaction. Pour cela, on utilise la décomposition en ondes sphériques de cette onde plane :

$$\varphi^{(0)}(\vec{r}) = e^{ik_{at}z} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} J_l(k_{at}r) Y_l^0(\theta). \quad (4.53)$$

Dans cette équation, $J_l(x)$ représente les fonctions de Bessel sphériques et $Y_l^m(\theta, \varphi)$, les harmoniques sphériques. Du fait de l'invariance par rotation autour de la direction z de l'onde plane $e^{ik_{at}z}$, seules les harmoniques $Y_l^{m=0}(\theta)$ apparaissent dans la décomposition 4.53. A grande distance, chaque terme

de la décomposition représente la somme de deux ondes sphériques. En effet, la fonction de Bessel $J_l(kr)$ a le comportement asymptotique suivant :

$$J_l(k_{at}r) \underset{r \rightarrow \infty}{\propto} \frac{\sin(k_{at}r - l\pi/2)}{k_{at}r} = \frac{e^{+i(k_{at}r - l\pi/2)}}{2ik_{at}r} - \frac{e^{-i(k_{at}r - l\pi/2)}}{2ik_{at}r}. \quad (4.54)$$

Dans le membre de droite, le terme en $e^{+ik_{at}r}/r$ représente une onde sphérique divergente, le terme en $e^{-ik_{at}r}/r$ une onde sphérique convergente. La dépendance en $1/r$ traduit l'égalité du flux de particules correspondant à chacune de ces ondes à travers des surfaces sphériques centrées sur l'origine $r = 0$. L'égalité de l'amplitude de ces deux ondes traduit l'égalité du flux entrant correspondant à l'onde convergente et du flux sortant correspondant à l'onde divergente. En présence d'un potentiel d'interaction $V(\vec{r})$ non nul, ces deux propriétés (dépendance en $1/r$ et égalité des flux entrant et sortant) qui reflètent la conservation des particules restent valables. On s'attend donc à ce que le comportement asymptotique des états stationnaires de diffusion soit de la forme :

$$\varphi^{(1)}(\vec{r}) \underset{r \rightarrow \infty}{\propto} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} \left[\frac{e^{+i(k_{at}r - l\pi/2 + 2\delta_l(k_{at}))}}{2ik_{at}r} - \frac{e^{-i(k_{at}r - l\pi/2)}}{2ik_{at}r} \right] Y_l^0(\theta). \quad (4.55)$$

Le potentiel $V(\vec{r})$ a pour effet de modifier la phase de l'onde partielle sortante par rapport au cas des ondes sphériques libres. La valeur de ce déphasage $\delta_l(k_{at})$ pour $l \in \{0, 1, 2, \dots\}$ dépend de la forme exacte du potentiel. Pour un potentiel d'interaction central, on a toujours une invariance par rotation autour de l'axe z qui fait qu'à nouveau, seules les harmoniques sphériques $Y_l^{m=0}(\theta)$ interviennent. Jusqu'ici, on a traité les deux particules entrant en collision comme deux particules discernables. Il faut maintenant symétriser l'état stationnaire de diffusion trouvé selon la nature fermionique ou bosonique des atomes considérés. L'état stationnaire de diffusion symétrisé s'écrit $[\varphi^{(1)}(\vec{r}) + \epsilon\varphi^{(1)}(-\vec{r})]/\sqrt{2}$ avec $\epsilon = +1$ pour des bosons et $\epsilon = -1$ pour des fermions. Ceci a pour effet d'annuler la contribution des harmoniques impaires pour les bosons et des harmoniques paires pour les fermions. Le lecteur trouvera une démonstration rigoureuse de ces résultats dans la référence [51].

Longueur de diffusion

La figure 4.8 représente la fonction radiale $J_l(k_{at}r)$ des premiers termes du développement en ondes sphériques 4.53, au voisinage de l'origine. Cette figure montre également l'allure des potentiels moléculaires de Rb_2 . On a pris une valeur du vecteur d'onde atomique typique d'une mélasse optique :

$k_{at} = 2\pi/\lambda_{at}$ avec $\lambda_{at} = 300$ nm. Cette figure tend à montrer que pour des énergies de collisions rencontrées dans une mélasse optique, le recouvrement entre le potentiel moléculaire et les fonctions d'ondes sphériques libres est négligeable¹, sauf pour l'onde partielle $l = 0$ de moment cinétique nul (également appelée onde s). Pour des bosons (cas du ^{87}Rb et du ^{133}Cs), on s'attend donc à ce que les déphasages $\delta_l(k_{at})$ pour $l \geq 1$ soient négligeables devant le déphasage $\delta_0(k_{at})$. On dit que seules les collisions en onde s interviennent. La diffusion est isotrope car $Y_0^0(\theta) = 1/\sqrt{4\pi}$ est une fonction constante. Dans le cas des fermions, on a vu que les ondes partielles de moment cinétique l pair ont une contribution rigoureusement nulle. Les processus de collisions élastiques entre deux fermions sont donc quasiment inexistantes dans la limite des faibles énergies (annulation de la section efficace de collision).

Finalement, on peut montrer que dans la limite des basses énergies, le déphasage en onde s , $\delta_0(k_{at})$, varie linéairement en fonction de k_{at} . Par conséquent, les collisions à basse énergie dans un gaz dilué de bosons dans un état interne donné $|i\rangle$ sont caractérisées par un unique paramètre réel, la longueur de diffusion a_{ii} définie par :

$$a_{ii} = \lim_{k_{at} \rightarrow 0} -\frac{\delta_0(k_{at})}{k_{at}}. \quad (4.56)$$

La valeur de la longueur de diffusion dépend de la forme exacte du potentiel moléculaire. Pour des densités atomiques de $\sim 2 \times 10^7$ cm⁻³ obtenues dans les fontaines atomiques, la distance moyenne entre atomes vaut $\sim 3.7 \times 10^4$ nm. Vue la portée typique des potentiels moléculaires (figure 4.7), il est justifiée de ne prendre en compte que le comportement asymptotique des états de diffusion (équation 4.55). Par ailleurs, les longueurs de diffusion en onde s calculées par les théoriciens dans le cas du ^{87}Rb sont proches de $a \simeq 5$ nm pour les deux potentiels moléculaires $^3\Sigma_u$ et $^1\Sigma_g$ de la figure 4.7 [50][52]. Dans une mélasse optique de ^{87}Rb , on a $k_{at}a \sim 0.1$. Le développement au premier ordre du déphasage en onde s à l'aide de la longueur de diffusion $\delta_0(k_{at}) \simeq -k_{at}a$ est donc également justifié².

¹On montre en fait que la contribution des ondes partielles de moment cinétique non nul ($l \geq 1$) devient négligeable aux basses énergies à condition que le potentiel d'interaction tende vers 0 plus vite que $1/r^3$ lorsque $r \rightarrow \infty$. Pour $V(r) \propto 1/r^3$, toutes les ondes partielles contribuent même aux très basses énergies. Pour les collisions étudiées ici, le potentiel de Van der Waals a un comportement en $1/r^6$ et seule la diffusion en onde s intervient aux basses énergies.

²On peut montrer que, pour un potentiel d'interaction décroissant plus vite que $1/r^5$, le développement à l'ordre suivant du déphasage en onde s s'écrit $\tan[\delta_0(k_{at})] \simeq -k_{at}a(1 + k_{at}^2 ar_e/2)$, où r_e est une longueur appelée portée effective du potentiel. Pour le ^{87}Rb , on a $r_e \sim 8$ nm et on trouve que le terme correctif $k_{at}^2 ar_e/2$ vaut $\sim 6 \times 10^{-3}$.

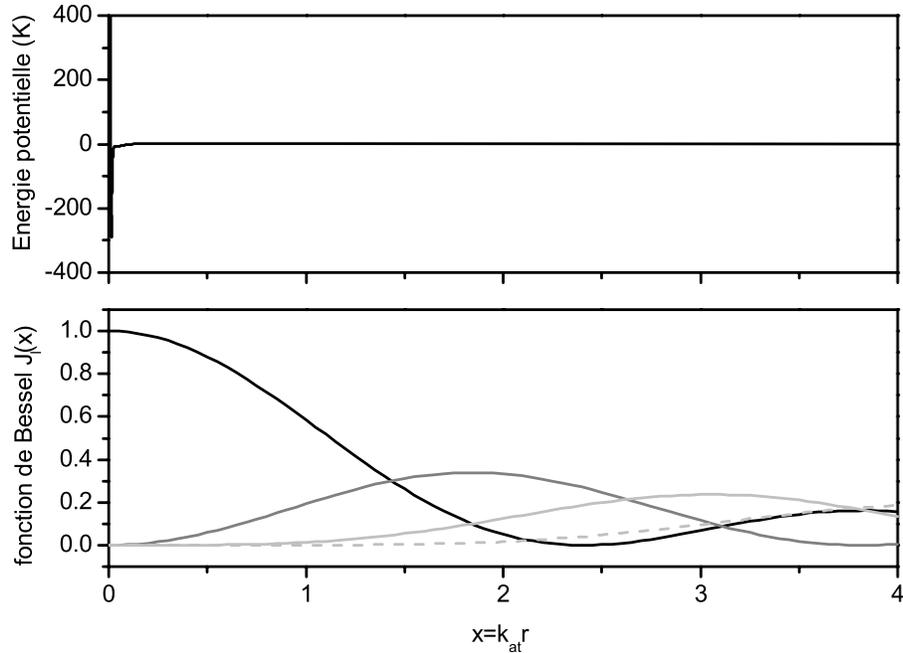


FIG. 4.8 – Courbe du bas : allure au voisinage de $x = 0$ des fonction de Bessel $J_l(x)$ intervenant dans le développement en onde sphérique d’une onde plane (équation 4.53). Courbe noire : $J_0(x)$, courbe grise : $J_1(x)$, courbe gris clair : $J_2(x)$, courbe gris clair tiretée : $J_3(x)$. Seule la fonction $J_0(x)$ tend vers une valeur non nulle lorsque x tend vers 0. Courbe du haut : allure des potentiels moléculaires de Rb_2 . On a pris une valeur du vecteur d’onde typique d’une mélasse optique : $k_{at} = 2\pi/\lambda_{at}$ avec $\lambda_{at} = 300$ nm.

Remarque sur le césium

Dans le cas du césium, des mesures et des calculs récents montrent que l’approximation au premier ordre $\delta_0(k_{at}) \simeq -k_{at}a$ n’est pas valable pour le potentiel ${}^3\Sigma_u$ aux températures rencontrées dans une mélasse optique, du fait de la valeur très élevée de la longueur de diffusion : $a({}^3\Sigma_u) \sim 130$ nm soit ~ 25 fois plus que pour le ${}^{87}\text{Rb}$ [49][53]. Les conséquences de cette particularité sont un déplacement collisionnel très important et qui dépend de la température du nuage atomique.

Énergie de champ moyen d’un nuage atomique

On revient au cas simple où le processus élémentaire de collision entre deux atomes est bien décrit à l’aide de la longueur de diffusion seule. On montre alors que pour un nuage atomique dilué et non dégénéré, les inter-

actions entre atomes modifient l'énergie totale du nuage, de densité n et comportant N_{at} atomes, d'une quantité :

$$E_{int} = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \times a \times n \times N_{at}. \quad (4.57)$$

Ce résultat s'obtient en calculant l'effet des interactions au premier ordre en perturbation, après avoir remplacé le potentiel moléculaire par un pseudopotentiel plus simple de la forme $V_{pseudo}(\vec{r}) = (4\pi\hbar^2/m) \times a \times \delta(\vec{r})$ dont les états stationnaires ont le même comportement asymptotique que le vrai potentiel aux basses énergies. La référence [54] donne de nombreuses précisions sur ces calculs et les conditions de leur validité.

4.3.2 Interprétation simple du déplacement collisionnel

Le déplacement collisionnel se calcule simplement à partir de la longueur de diffusion par un argument de conservation de l'énergie totale du nuage. Plaçons-nous dans la configuration habituelle de la fontaine atomique et appelons a_{ff} et a_{ee} les longueurs de diffusion dans l'état $|f\rangle$ et dans l'état $|e\rangle$. Dans l'état initial, l'énergie totale d'interaction vaut :

$$E_{int}(f) = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \times a_{ff} \times n \times N_{at}.$$

A résonance, tous les atomes sont transférés de $|f\rangle$ dans $|e\rangle$ à l'issue de l'interaction de Ramsey. L'énergie totale d'interaction est alors donnée par l'équation ci-dessus en remplaçant a_{ff} par a_{ee} . Cette évolution se fait par absorption de N_{at} photons micro-onde d'énergie $\hbar\omega_{at}$. La conservation de l'énergie s'écrit donc :

$$E_{int}(e) + N_{at}\hbar\omega_{ef} = E_{int}(f) + N_{at}\hbar\omega_{at} \quad (4.58)$$

où $\hbar\omega_{ef}$ représente l'énergie hyperfine des atomes en l'absence des interactions (voir la figure 4.9). On en déduit l'expression du déplacement collisionnel en fonction des longueurs de diffusion dans la configuration usuelle de l'horloge :

$$\Delta\omega_{coll} = \omega_{at} - \omega_{ef} = -\frac{4\pi\hbar}{m}(a_{ff} - a_{ee}) \times n. \quad (4.59)$$

Dans le cas général, la transition est incomplète et des états autres que les états horloge $|f\rangle$ et $|e\rangle$ sont peuplés. Les théoriciens montrent alors, à

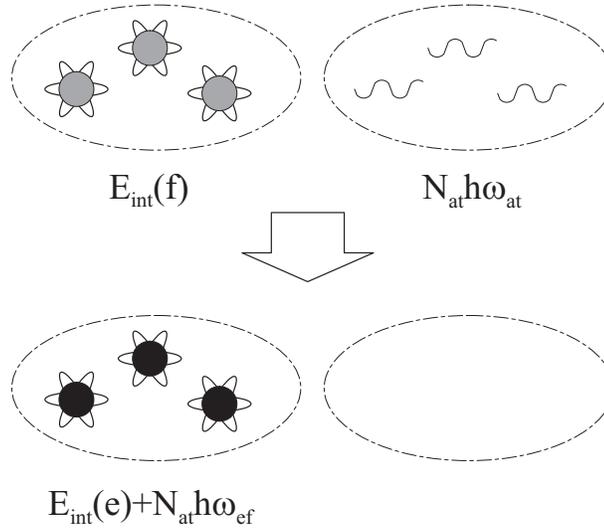


FIG. 4.9 – Modifications de l'énergie du nuage atomique en présence d'interactions.

partir de l'équation de Boltzmann quantique, que l'expression générale du déplacement collisionnel est la suivante [50] :

$$\Delta\omega_{coll} = -\frac{4\pi\hbar}{m} \times \sum_j n_j (1 + \delta_{fj})(1 + \delta_{ej})(a_{fj} - a_{ej}). \quad (4.60)$$

L'indice j fait référence aux sous-niveaux Zeeman $|F, m_F\rangle$. On a $|f\rangle = |1, 0\rangle$ et $|e\rangle = |2, 0\rangle$ pour le rubidium, $|f\rangle = |3, 0\rangle$ et $|e\rangle = |4, 0\rangle$ pour le césium. Le symbole de Kronecker δ_{ij} prend en compte l'exaltation d'un facteur 2 de la section efficace pour des bosons entrant en collision dans le même état interne. n_j représente la densité atomique partielle dans l'état j . Cette expression est identique à l'expression obtenue en raisonnant par conservation de l'énergie, dans le cas où la transition est complète et où seul les deux états horloges sont peuplés.

4.3.3 Problèmes liés à la dynamique du nuage atomique, densité effective

Définition de la densité effective

L'expression 4.60 a été obtenue dans le cas simple où la géométrie du nuage ne change pas pendant l'interrogation. Cette hypothèse n'est pas bien vérifiée en pratique. Lorsque la source d'atomes froids est un piège magnéto-optique, le diamètre du nuage atomique entre le début et la fin de l'interro-

gation passe de ~ 3 mm à ~ 10 mm ce qui se traduit par une variation d'un facteur 30 de la densité atomique au centre du nuage. Les densités partielles apparaissant dans l'équation 4.60 varient également du fait qu'au cours des deux interactions de Ramsey, on transfère les populations atomiques entre les deux niveaux horloges. Par ailleurs, la taille atteinte au second passage dans la cavité est telle que $\sim 15\%$ seulement des atomes atteignent la zone de détection et contribuent au signal. Ceci a pour effet de sélectionner des atomes du centre du nuage où la densité est plus élevée.

Les densités partielles dépendant de la trajectoire atomique et du temps, l'estimation du déplacement collisionnel à partir des longueurs de diffusion passe par la détermination de densités partielles effectives, moyennes spatiales et temporelles des densités rencontrées le long des trajectoires atomiques. Pour un niveau donné $|j\rangle$ et pour une trajectoire donnée, il faut d'abord calculer la moyenne temporelle de la densité atomique pondérée par la fonction de sensibilité :

$$\langle n_j \rangle_t = \frac{1}{T_{eff}} \int g(t) \times n_j(\vec{r}(t), t) dt \quad (4.61)$$

où $n_j(\vec{r}, t)$ représente la densité partielle locale dans le nuage atomique. Il faut ensuite calculer la moyenne des valeurs ainsi obtenues sur les trajectoires qui atteignent effectivement la détection, en tenant éventuellement compte d'une inhomogénéité de réponse de la détection en fonction des trajectoires atomiques. On obtient alors une densité partielle effective $\bar{n}_j = \langle n_j \rangle_{t, \vec{r}, \vec{v}}$ qui peut être utilisée dans l'équation 4.60 pour trouver le déplacement collisionnel. Le paramètre retenu comme le plus pertinent pour caractériser la densité atomique dans la fontaine est la densité effective totale :

$$\bar{n} = \sum_j \bar{n}_j. \quad (4.62)$$

Lorsque seuls les états horloges sont peuplés, on peut écrire le déplacement collisionnel sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\omega_{coll}}{\omega_{ef}} &= -\frac{4\pi\hbar}{m} \times [2\bar{n}_e(a_{fe} - a_{ee}) + 2\bar{n}_f(a_{ff} - a_{fe})] \times \frac{1}{\omega_{ef}} \\ &= K_{col} \times \bar{n} \end{aligned} \quad (4.63)$$

avec $\bar{n} = \bar{n}_f + \bar{n}_e$ et :

$$K_{col} = -\frac{8\pi\hbar}{m} \times \left[\frac{\bar{n}_e}{\bar{n}}(a_{fe} - a_{ee}) + \frac{\bar{n}_f}{\bar{n}}(a_{ff} - a_{fe}) \right] \times \frac{1}{\omega_{ef}}. \quad (4.64)$$

Dans cette expression qui permet de relier les mesures de fréquences aux longueurs de diffusion, les rapports \bar{n}_f/\bar{n} et \bar{n}_e/\bar{n} ne dépendent que de la géométrie de l'expérience et de la nature ($\pi/2, 3\pi/2, \dots$) des impulsions de Ramsey appliquées dans la cavité.

Méthode de calcul de la densité effective

La densité effective qu'on vient de définir est une fonctionnelle des distributions de vitesse et de position du nuage, et de la réponse de la détection dont la détermination est difficile. Pourtant, elle doit être connue aussi bien que possible pour relier les mesures de fréquences aux calculs des théoriciens des collisions. En pratique, la détermination de la densité effective comporte deux aspects : D'une part la caractérisation expérimentale du nuage atomique qui fait l'objet de la section suivante, d'autre part l'estimation par le calcul numérique et à partir des distributions trouvées des densités effectives partielles. La méthode de calcul est détaillée dans la thèse d'Yvan Sortais. Ici, on ne donne que les grandes lignes.

Le calcul numérique s'effectue en deux temps. Dans un premier temps, on choisit de manière aléatoire des trajectoires atomiques conformément aux distributions de position et de vitesse initiales qu'on souhaite tester. Chaque trajectoire pénétrant dans la zone d'interrogation est utilisée pour remplir un maillage spatio-temporel à pas constant, recouvrant toute l'interrogation du nuage atomique. On incrémente d'une unité la valeur des noeuds du maillage lorsque la trajectoire passe dans la cellule avoisinante. Au bout d'un nombre suffisant de trajectoires, on obtient une représentation de la distribution des atomes au cours du temps. La seconde étape consiste à échantillonner une nouvelle fois la distribution initiale du nuage de manière aléatoire. Pour chaque trajectoire atteignant la zone de détection, on calcule, au moyen de la représentation du nuage obtenue dans la première étape, la moyenne temporelle de la densité locale pondérée par la fonction de sensibilité et la probabilité de transition (approchées par le modèle du spin fictif). La moyenne sur les trajectoires atteignant la détection des densités ainsi obtenue donne une valeur de la densité effective qui tient compte des distributions initiales du nuage, de la fonction de sensibilité, de l'évolution des populations et de la troncation du nuage atomique par les trous de la cavité d'interrogation.

4.4 Caractérisation du nuage atomique

Dans cette section, on décrit les techniques expérimentales utilisées pour déterminer les caractéristiques du nuage atomique. Dans un premier temps,

on aborde les méthodes permettant d'étudier les distributions de vitesse et de position. Ensuite, on décrit les mesures qui permettent de faire une estimation de la valeur absolue du nombre d'atomes.

4.4.1 Modélisation de la distribution de vitesse et de position

Analyse des signaux de temps de vol, distribution des vitesses

Dans les expériences de mesure des effets dépendant du nombre d'atomes, on utilise un piège magnéto-optique comme source d'atomes froids. Dans un tel piège, la taille typique du nuage atomique est de $\sigma_r(\textit{initial}) \simeq 1.4$ mm (modèle gaussien). Par ailleurs, la dispersion des vitesses obtenue à l'issue de la phase de refroidissement correspond à ~ 2 vitesses de recul, soit $\sigma_v \sim 12$ mm.s⁻¹. Après un vol balistique de 749 ms, la dispersion de position correspondante est $\sigma_r(\textit{detection}) \simeq 9.0$ mm. La forme du nuage au moment de la détection est dominée par l'expansion et non par la forme initiale du nuage. Le signal de temps de vol qui donne la distribution de position au moment de la détection permet de connaître la distribution de vitesse. Pour simplifier, on dira par la suite *temps de vol* au lieu de *signal de temps de vol*.

La figure 4.10 montre un temps de vol obtenu sur la **fontaine Rb**. Le temps de vol reflète la distribution de vitesse partiellement intégrée dans les deux directions horizontales. La figure 4.10 montre la meilleure approximation du temps de vol par une gaussienne, selon la méthode des moindres carrées. Elle révèle le caractère non-gaussien de la distribution des vitesses dans le nuage. Sur la même figure, on a reporté la meilleure approximation du temps de vol par une fonction de la forme :

$$f(v) \propto \frac{1}{\left(1 + \left[\frac{v}{\Delta v}\right]^2\right)^b}. \quad (4.65)$$

Dans cette formule, Δv et b sont les paramètres ajustables. On trouve $\Delta v = 20.3$ mm.s⁻¹ et $b = 2.1$, et cette fonction s'adapte bien mieux que la gaussienne au temps de vol mesuré. Une distribution de vitesse de cette forme d'ailleurs est prévue par le calcul théorique des processus de refroidissement laser mis en jeu dans la mélasse optique [55]. On est donc tenté de décrire la

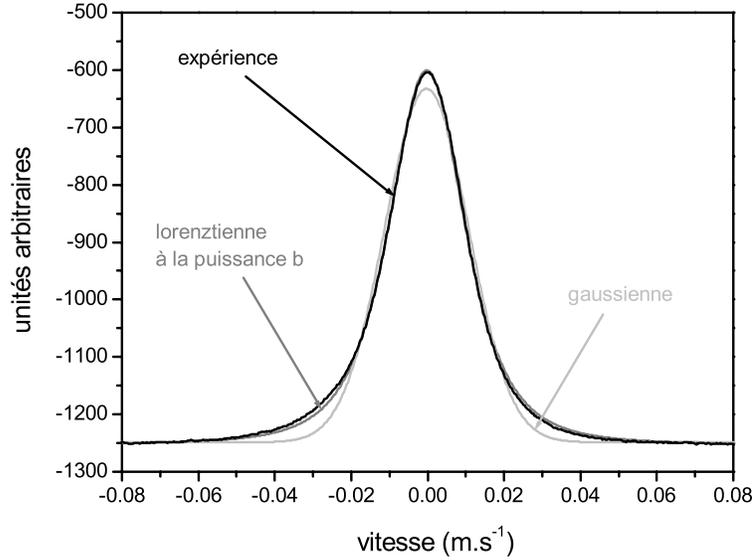


FIG. 4.10 – Signal de temps de vol obtenu sur la fontaine Rb. Le signal mesuré est une tension en fonction d'un temps. Ici, connaissant précisément la vitesse moyenne du nuage dans la détection, on a pu traduire l'axe des abscisses en vitesses. La courbe noire représente un temps de vol expérimental. La courbe gris foncé représente la meilleure approximation de ce temps de vol par une lorentzienne de largeur Δv à la puissance b (équation 4.65). La courbe gris clair représente la meilleure approximation du temps de vol par une gaussienne.

distribution des vitesses par la distribution tridimensionnelle :

$$p_v(\vec{v}) = \frac{N_v}{\left(1 + \left[\frac{\vec{v}}{\Delta v}\right]^2\right)^b} \quad (4.66)$$

$$\iiint dv^3 p_v(\vec{v}) = 1.$$

Contrairement à une gaussienne, cette distribution à 3D n'est pas factorisable. Pour remonter à la distribution de vitesse appropriée, il faut déconvoluer le temps de vol en tenant compte de la géométrie de la détection. On retient donc comme modèle une distribution dont la forme est celle de l'équation 4.66, mais avec des coefficients différents de ceux obtenus par l'ajustement simple des temps de vol décrit plus haut. La déconvolution apporte des corrections $\lesssim 20\%$ sur Δv et b . Sur la densité effective calculée, les répercussions sont de l'ordre de 30%. On obtient typiquement, $\Delta v = 17 \text{ mm.s}^{-1}$ et $b = 1.8$. Finalement, il faut noter que les valeurs qu'on vient de donner correspondent

à une situation où le piège magnéto-optique est chargé avec un grand nombre d'atomes ($\sim 4 \times 10^8$). En pratique, on remarque un léger couplage entre le nombre d'atomes dans le piège et la distribution des vitesses. Il faut donc faire plusieurs estimations de la distribution des vitesses selon le nombre d'atomes chargés dans le piège.

Distribution des positions

La distribution des positions initiales est déterminée en utilisant une caméra CCD. La caméra est déclenchée de manière synchrone avec le cycle d'horloge pour prendre une image du nuage $500 \mu\text{s}$ avant la phase de lancement. A cet instant, le champ magnétique est retombé à une valeur de quelques centaines de nT, le désaccord ($\delta_l \sim -5\Gamma$) et l'éclairement au centre des lasers de refroidissement ($\sim 2.5 \times I_{sat}$) sont tels que la caméra est bien éclairée sans être éblouie. La figure 4.11 montre de dispositif utilisé. Reste à savoir si l'image prise avant le lancement des atomes reflète bien la distribution de position immédiatement après lancement. Pour cela, on peut estimer la diffusion spatiale induite par l'absorption des photons nécessaires pour accélérer les atomes. Typiquement, avec une vitesse de recul de $v_{rec} = 5.89 \text{ mm.s}^{-1}$ et compte tenue de la géométrie des faisceaux lasers de lancement (figures 3.4 et 5.14), chaque atome doit absorber $N_{ph} = \sqrt{3}v_0/v_{rec} \sim 1029$ photons pour atteindre une vitesse de $v_0 = 3.5 \text{ m.s}^{-1}$ dans la direction verticale. Pendant l'impulsion de lancement, le désaccord ($\delta_l \sim -2\Gamma$) et l'éclairement par faisceau ($I \sim 2.5 \times I_{sat}$) sont tels que le paramètre de saturation (prenant en compte les 6 faisceaux lasers) vaut $s \sim 0.9$. La durée moyenne s'écoulant entre deux émissions spontanées vaut $\tau_{ph} = (2/\Gamma)(1+s)/s \simeq 112 \text{ ns}$. On en déduit la longueur caractéristique de la diffusion spatiale des atomes pendant cette phase (intégrale de la marche aléatoire induite dans l'espace des vitesses par l'émission spontanée de photons) :

$$L_{diff} \simeq v_{rec}\tau_{ph} \times \frac{2}{3}N_{ph}^{3/2}.$$

On trouve $L_{diff} \simeq 14 \mu\text{m}$. Ce calcul conduit à une durée de la phase de lancement égale à $N_{ph} \times \tau_{ph} \sim 115 \mu\text{s}$. La durée de lancement utilisée en pratique (qui optimise le nombre d'atomes détectés) est plutôt de 1 ms. En considérant maintenant que la diffusion est effective pendant cette durée, on obtient une estimation de la longueur de diffusion $L_{diff} \simeq 370 \mu\text{m}$. La diffusion spatiale des atomes liée aux fluctuations de la force dipolaire à une contribution semblable [56][6]. Dans la mesure où les tailles mesurées sont d'environ 1.5 mm, ce calcul semble indiquer que la diffusion spatiale pendant le lancement peut modifier la géométrie du nuage de manière importante.

Cependant, il s'agit d'une estimation pessimiste car elle ne tient pas compte des forces de friction déterministes qui s'opposent à la diffusion spatiale. En pratique, on a vérifié expérimentalement l'effet du lancement sur la distribution de position initiale en utilisant les mesures par absorption que l'on décrit plus loin, mesures qui sont effectuées après le lancement (voir la figure 4.14). Ces mesures indiquent que la taille de la distribution de position après lancement est identique à sa taille avant lancement à mieux que 0.1 mm [6]. On a donc considéré que les mesures faites à l'aide de la caméra CCD reflétaient correctement la distribution de position initiale pour le calcul de la densité effective.

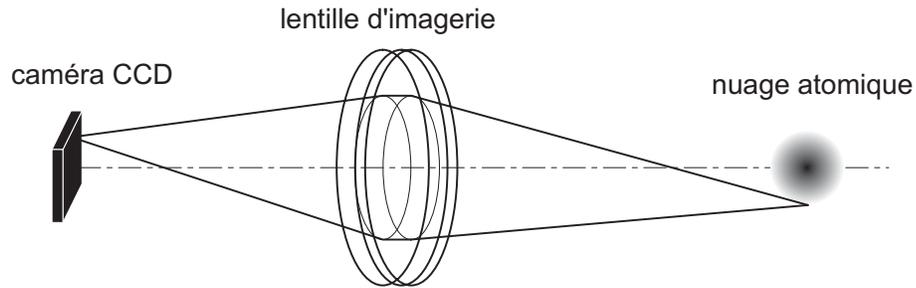


FIG. 4.11 – Dispositif de mesure de la distribution de position initiale à l'aide d'une caméra CCD

Les images du nuage révèlent un allongement du nuage dans la direction verticale. Les profils obtenus sont assez proches de gaussiennes avec $\sigma_r = 1.5$ mm dans la direction verticale et $\sigma_r = 1.3$ mm dans les directions horizontales, lorsque le piège est chargé avec un grand nombre d'atomes ($\sim 4 \times 10^8$). Pour la distribution spatiale, comme pour la distribution des vitesses, il y a un couplage entre la largeur de la distribution et le nombre d'atomes dont on doit tenir compte.

Test des distributions

Comme on vient de le voir, la description du nuage atomique passe par plusieurs modèles dont les paramètres sont déterminés à l'issue de procédures de déconvolution. Il importe donc de disposer d'un moyen de vérification des distributions utilisées. La méthode que nous allons exposer maintenant offre cette possibilité. Elle a en plus l'avantage de pouvoir être appliquée de manière simple et automatique dans les fontaines, et pour cela constitue une bonne méthode de vérification de la stabilité à long terme de la densité atomique. A partir des distributions déterminées précédemment, on peut faire le calcul numérique du nombre d'atomes retombant dans la zone de détection

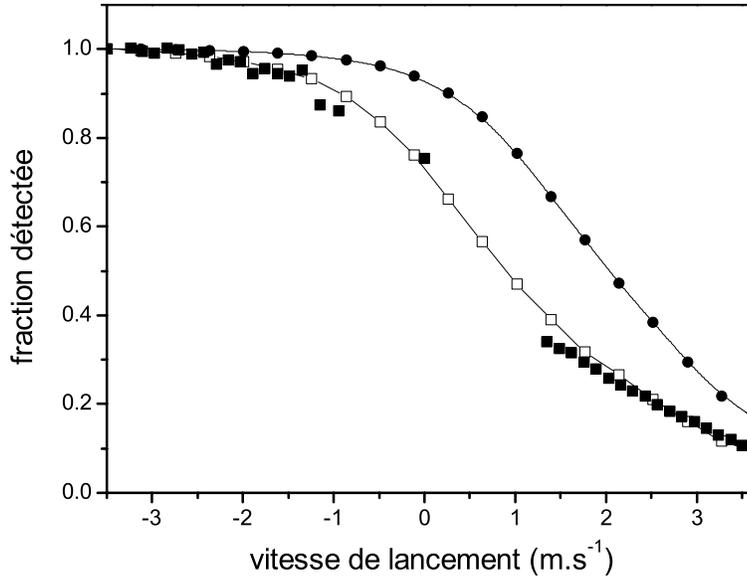


FIG. 4.12 – Nombre d’atomes détectés en fonction de la vitesse de lancement et comparaison avec les divers modèles. Les carrés noirs représentent les mesures. Les carrés blancs correspondent au modèle donné par l’équation 4.66 (distribution lorentzienne de largeur Δv à la puissance b). Les ronds noirs correspondent au modèle gaussien de la figure 4.10.

en fonction de la vitesse de lancement. Il suffit pour cela de connaître la géométrie des diverses pièces susceptibles de tronquer le nuage atomique. Par ailleurs, on peut mesurer les aires des temps de vol en fonction de la vitesse de lancement. La figure 4.12 représente une comparaison du calcul avec la mesure. Pour illustrer la sensibilité de cette méthode, on a aussi fait la simulation numérique en utilisant la distribution gaussienne de la figure 4.10. Le caractère inapproprié de la distribution gaussienne est bien visible sur la figure 4.12. Pour certaines vitesses de lancement, le nombre d’atomes arrivant dans la détection diffère d’un facteur 2 entre la distribution gaussienne et le modèle 4.66.

4.4.2 Mesure du nombre d’atomes

On vient de décrire les techniques utilisées pour déterminer les distributions de vitesse et de position. Il reste à déterminer la valeur absolue du nombre d’atomes dans le nuage pour que celui-ci soit caractérisé de manière complète. Cette section passe en revue les méthodes utilisées pour faire cette mesure.

Mesures par fluorescence

Une méthode simple d'estimation du nombre d'atomes consiste à mesurer la fluorescence émise par le nuage atomique lorsque les faisceaux du piège sont allumés. La figure 4.13 montre le dispositif utilisé. Appelons s , le paramètre de saturation des atomes du nuage. La puissance émise par un atome du nuage vaut :

$$P_{at} = \frac{hc}{\lambda_l} \times \frac{\Gamma}{2} \times \frac{s}{1+s}. \quad (4.67)$$

Pour $s \gg 1$, $P_{at} \simeq 4.80$ pW. Si on suppose que cette lumière est émise de manière isotrope, on en déduit la tension mesurée par atome, en sortie du détecteur :

$$V_{at} = G \times \kappa \times \frac{1}{2}[1 - \cos\theta] \times P_{at} \quad (4.68)$$

où $G \simeq 10^6$ V.A⁻¹ est le gain de l'amplificateur, $\kappa \simeq 0.47$ A.W⁻¹, le rendement de la photodiode. Le troisième facteur représente l'efficacité de collection de la lentille $\simeq 6.3 \times 10^{-4}$ avec les dimensions de la figure 4.13, et en négligeant les pertes dans l'optique de collection. On mesure donc un signal de $V_{at} \simeq 1.4 \times 10^{-9}$ V pour un atome complètement saturé.

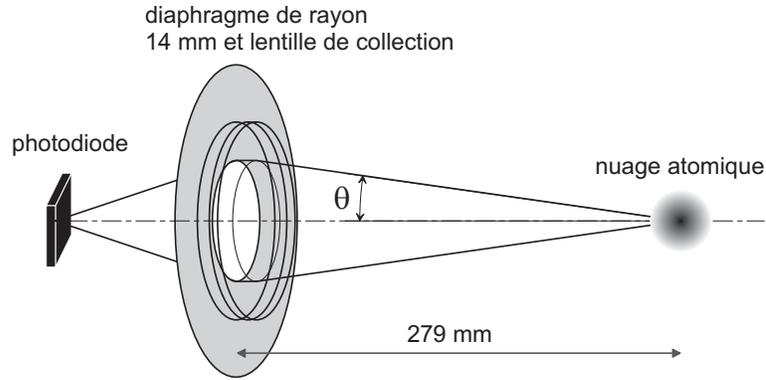


FIG. 4.13 – Dispositif de mesure du nombre d'atomes initial par fluorescence.

En pratique, on utilise les diverses phases de la séquence de lancement et les paramètres des faisceaux (désaccord et puissance) qui leur correspondent pour faire varier le paramètre de saturation s . En utilisant le modèle simple des formules 4.67 et 4.68, on déduit des nombres d'atomes pouvant différer d'un facteur ~ 2 selon qu'on fait la mesure à la fin de la phase de mélasse ou pendant la phase de lancement. On peut attribuer ces différences à des

effets de pompage optique et de localisation des atomes dans les potentiels lumineux qui changent la valeur moyenne du couplage atome-lumière selon les situations. La modélisation de tels effets est très difficile et requiert un traitement complètement quantique des mécanismes de refroidissement laser. C'est pourquoi il est nécessaire de compléter cette mesure en utilisant les méthodes qu'on décrit maintenant.

Mesures par absorption

Le nombre d'atomes dans le nuage est déduit de l'absorption par les atomes de la lumière d'un faisceau sonde croisant la zone de capture. La figure 4.14 représente le dispositif utilisé. La mesure est effectuée ~ 1 ms après l'extinction des faisceaux lasers, à la fin de la phase de lancement. La discussion détaillée des paramètres pour cette mesure est dans la thèse de Yvan Sortais. Ici, on adopte une présentation simplifiée dont le but est d'illustrer les points importants.

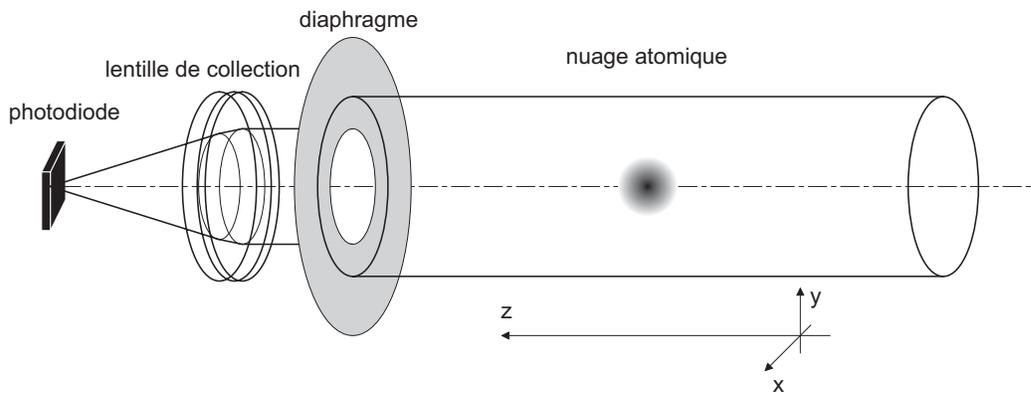


FIG. 4.14 – Dispositif de mesure du nombre d'atomes initial par absorption.

On appelle z , la direction de propagation du faisceau sonde (voir la figure 4.14). En général, le faisceau sonde n'est pas homogène, l'éclairement du faisceau sonde dépend de x et y . De plus, à cause de la diffusion des photons du faisceau sonde par les atomes, l'éclairement dépend de z . Pour décrire le faisceau sonde, on écrit l'éclairement I de la manière suivante :

$$\begin{aligned} I(x, y, z) &= I_0 \times E(x, y, z) \\ E(0, 0, 0) &= 1. \end{aligned} \tag{4.69}$$

Autrement dit, I_0 représente l'éclairement au centre du faisceau avant le passage à travers les atomes. La puissance traversant un diaphragme de surface

S , perpendiculaire à la direction de propagation du faisceau, situé à la cote z s'écrit :

$$P(S, z) = I_0 \iint_S dx dy E(x, y, z). \quad (4.70)$$

Un atome situé au point de coordonnées (x, y, z) diffuse une puissance qui dépend de l'éclairement en (x, y, z) :

$$P_{dif} = \sigma \times I(x, y, z). \quad (4.71)$$

σ est la section efficace de diffusion d'un atome. Elle dépend du désaccord δ_l du laser sonde par rapport à la transition atomique et de l'éclairement de la manière suivante :

$$\sigma = \sigma_0 \times \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta_l^2}{\Gamma^2} + \frac{I(x, y, z)}{I_{sat}}}. \quad (4.72)$$

Γ représente la largeur naturelle et I_{sat} l'intensité de saturation de la transition considérée. En pratique, il est plus simple de se placer dans un régime où I_0/I_{sat} est petit devant 1 (disons < 0.01 pour une détermination du nombre d'atomes à 10% près). Ceci ne conduit pas à diminuer la puissance du faisceau sonde au point d'introduire un problème de bruit de détection. σ_0 est la section efficace de diffusion d'un atome à résonance et à faible éclairement. σ_0 dépend des populations atomiques des sous-niveaux Zeeman, de la polarisation du laser sonde et du temps via le phénomène de pompage optique. Le pompage optique lui-même peut être influencé par la présence d'un champ magnétique. La pratique montre que les sous-niveaux Zeeman sont équipés au niveau de $\sim 1\%$ à l'issue du refroidissement laser. On peut aussi diminuer l'intensité lumineuse pour que le nombre de photons diffusés par atomes soit $\ll 1$ pendant la durée de l'éclairement du nuage par le faisceau sonde. Les modifications de section efficace liées au pompage optique sont alors négligeables. Dans ces conditions, le couplage atome-lumière ne dépend pas de la polarisation du laser sonde et il est donné par la moyenne des carrés des coefficients de Clebsh-Gordan, $\langle \mathcal{C}^2 \rangle$. La section efficace de diffusion vaut alors :

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda_l^2}{2\pi} \times \langle \mathcal{C}^2 \rangle, \quad (4.73)$$

λ_l désignant la longueur d'onde de la transition utilisée. Pour le rubidium ^{87}Rb (transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$), $\langle \mathcal{C}^2 \rangle = 7/15 \simeq 0.4667$.

Lorsque le faisceau sonde n'a pas un éclairage uniforme, l'interprétation des signaux d'absorption dépend de la distribution spatiale des atomes. On appelle $\rho(x, y, z)$ la densité atomique du nuage et on pose :

$$\begin{aligned}\rho(x, y, z) &= N_{at} \times p_r(x, y, z) \\ \iiint dxdydz p_r(x, y, z) &= 1.\end{aligned}\quad (4.74)$$

N_{at} représente comme avant le nombre total d'atomes dans le nuage.

Avec les hypothèses précédentes, on peut déterminer l'évolution de l'éclairage avec z . En écrivant que la perte de puissance du faisceau sonde provient de la diffusion de photons par les atomes, on obtient :

$$\frac{\partial E}{\partial z}(x, y, z) = -\sigma N_{at} p_r(x, y, z) E(x, y, z). \quad (4.75)$$

On a donc :

$$E(x, y, L) = E(x, y, z = 0) \times \exp \left[-\sigma N_{at} \int_0^L dz p_r(x, y, z) \right]. \quad (4.76)$$

D'où la puissance dans un diaphragme de surface S , situé à la cote $z = L$:

$$\begin{aligned}P(S, L) &= I_0 \iint_S dxdy E(x, y, L) \\ &= I_0 \iint_S dxdy E(x, y, z = 0) \exp \left[-\sigma N_{at} \int_0^L dz p_r(x, y, z) \right].\end{aligned}\quad (4.77)$$

Pour simplifier, on suppose dès maintenant que la densité optique du nuage est faible :

$$\sigma N_{at} \int_0^L dz p_r(x = 0, y = 0, z) \ll 1. \quad (4.78)$$

On obtient :

$$P(S, L) = I_0 \left[S_{eff} - \sigma N_{at} \iint_S dxdy E(x, y, z = 0) \int_0^L dz p_r(x, y, z) \right] \quad (4.79)$$

où S_{eff} est la surface effective du faisceau d'absorption :

$$S_{eff} = \iint_S dxdy E(x, y, z = 0). \quad (4.80)$$

Finalement, on obtient la formule qui sert à interpréter les mesures. Elle donne la variation relative de puissance du faisceau d'absorption due à la présence des atomes.

$$\frac{\Delta P}{P} = -N_{at} \times \frac{\sigma}{S_{eff}} \times \iint_S dx dy E(x, y, z = 0) \int_0^L dz p_r(x, y, z). \quad (4.81)$$

Si le faisceau sonde est suffisamment uniforme sur la taille du nuage, le dernier facteur vaut simplement 1. En pratique, on mesure la puissance du faisceau sonde en présence puis en l'absence des atomes et on utilise la formule ci-dessus pour trouver N_{at} . On fait des mesures pour plusieurs polarisations, plusieurs désaccords et plusieurs puissances du faisceau sonde afin de tester les hypothèses faites ci-dessus. On fait aussi des mesures pour plusieurs diaphragmes afin d'obtenir des informations sur la distribution de position des atomes. Ces mesures confirment les tailles de nuage obtenues à partir des images faites avant le lancement avec la caméra CCD (figure 4.11). La mesure par absorption du nombre d'atomes initial a conduit à $N_{at} = 4 \times 10^8$, pour un temps de chargement du piège magnéto-optique de ~ 1 s. L'incertitude obtenue sur cette mesure est de 8%.

Réponse de la détection

La dernière indication sur le nombre d'atomes provient de l'aire des signaux de temps de vol. Le calcul de la tension en sortie de l'amplificateur des photodiodes de la détection pour un atome est similaire à celui fait pour la mesure par fluorescence. Dans la détection, on utilise un amplificateur de gain $G = 10^8$ V.A⁻¹. Le rendement de la photodiode vaut $\kappa = 0.508$ A.W⁻¹. La valeur du paramètre de saturation au centre du faisceau de détection vaut $s \simeq 0.93 \times I_{sat}$. Dans la détection, on utilise une onde polarisée circulairement qui pompe optiquement les atomes dans la transition cyclante $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_F = 3\rangle$. Le coefficient de couplage atome-lumière est donc égal à 1. Il faut finalement prendre en compte le diagramme de rayonnement de l'atome pour une émission spontanée de $|F' = 3, m_F = 3\rangle$ vers $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Pour cela, on utilise l'expression de la section efficace de diffusion d'une onde $(\vec{k}_l, \vec{\varepsilon}_l)$ vers dans une direction et une polarisation $(\vec{k}_d, \vec{\varepsilon}_d)$:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \sigma_{tot} \times \frac{3}{8\pi} |\vec{\varepsilon}_l^* \cdot \vec{\varepsilon}_d|^2. \quad (4.82)$$

Avec les conventions de la figure 4.15, on a $\vec{\varepsilon}_l = (\vec{u}_x + i\vec{u}_z)/\sqrt{2}$. En sommant sur les deux polarisations détectées $\vec{\varepsilon}_d = \vec{u}_\theta$ et $\vec{\varepsilon}_d = \vec{u}_\phi$, et en intégrant sur

l'angle solide de détection, on obtient la section efficace de diffusion dans le système de détection :

$$\sigma(\theta_0) = \sigma_{tot} \times \frac{1}{2} \left[1 - \frac{3}{8} \left(3 \cos \theta_0 - \frac{\cos^3 \theta_0}{3} \right) \right]. \quad (4.83)$$

Pour un angle $\theta_0 \simeq 17.6^\circ \simeq 308 \text{ mrad}$, on a $\sigma(\theta_0)/\sigma_{tot} = 1.81 \times 10^{-2}$. La prise en compte du diagramme de rayonnement apporte une correction importante d'un facteur $\simeq 0.77$. Les atomes passant un temps $\tau_{det} \simeq 2.1 \text{ ms}$ dans le faisceau de détection, on obtient une aire par atome :

$$A_{at} = \tau_{det} \times V_{at} = \tau_{det} \times G \kappa \frac{\sigma(\theta_0)}{\sigma_{tot}} P_{at}. \quad (4.84)$$

L'application numérique avec les valeurs données ci-dessus donne $A_{at} = 3.44 \times 10^{-9} \text{ V.s}$ par atome. Lorsque l'on prend en compte, dans un calcul numérique, la modulation de fréquence et le profil gaussien du faisceau de détection, on obtient une valeur ~ 1.4 fois plus petite, soit $2.43 \times 10^{-9} \text{ V.s}$ par atome.

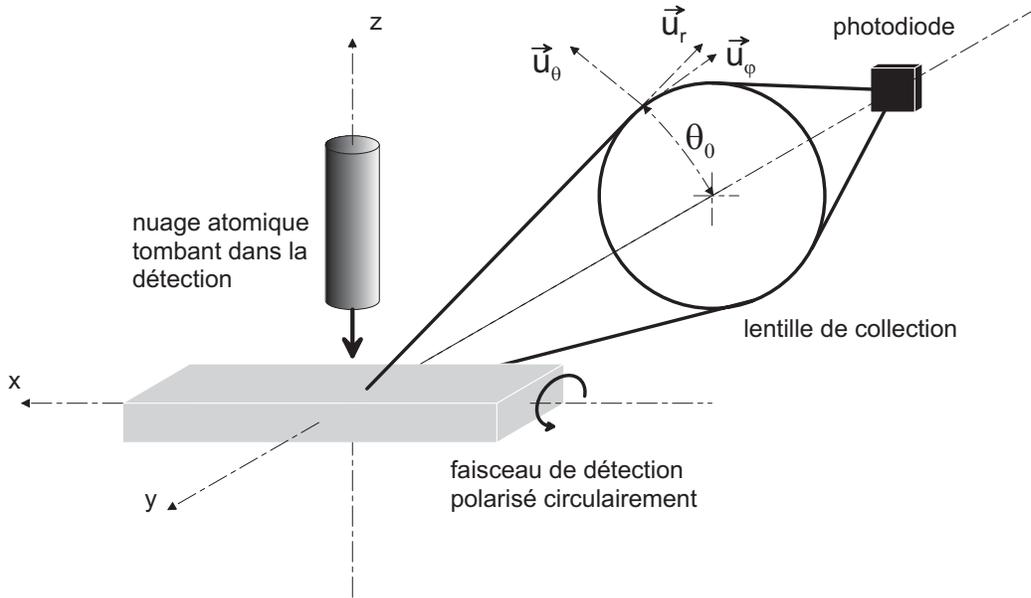


FIG. 4.15 – Géométrie de la zone de détection.

Bruit de détection

Les fluctuations de la probabilité de transition mesurée $\sigma_{\delta P}$ dépend du nombre d'atomes détectés N_{det} . Connaissant un certains paramètres de la

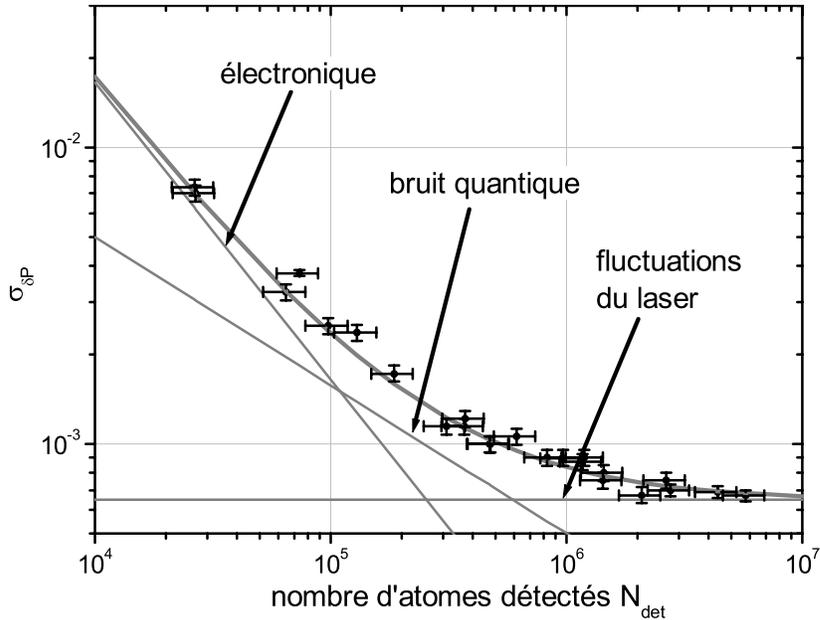


FIG. 4.16 – Écart-type des fluctuations de la probabilité de transition mesurée, $\sigma_{\delta P}$, en fonction du nombre d’atomes détectés N_{det} , dans la fontaine Rb. La courbe grise en trait plein représente la prédiction basée sur la calibration de la réponse de la détection et la mesure des paramètres de la détection. Les droites représentent les diverses contributions provenant du bruit de l’électronique de détection, du bruit de projection quantique et des fluctuations du laser de détection.

détection, comme le bruit de tension de l’électronique ou les fluctuations du laser de détection, on peut calculer une estimation de $\sigma_{\delta P}$ en fonction de N_{det} . L’analyse détaillée de cette dépendance sera faite au chapitre 6, dans le but d’estimer la stabilité de fréquence des fontaines. Par ailleurs, on peut faire une détermination expérimentale de $\sigma_{\delta P}$ en fonction de N_{det} . Pour cela, on accorde la fréquence de la source micro-onde d’interrogation sur la résonance atomique ($\delta = 0$) et on diminue la puissance micro-onde pour effectuer des impulsions $\pi/4$ dans la cavité. Les atomes tombant dans la zone de détection se trouvent alors dans la superposition linéaire $(|f\rangle + i|e\rangle)/\sqrt{2}$ semblable aux états $(|f\rangle \pm |e\rangle)/\sqrt{2}$ détectés à mi-hauteur de la frange centrale, lors d’une mesure de fréquence. Dans ces conditions, la probabilité de transition P n’est sensible qu’au second ordre aux fluctuations de fréquence de la source d’interrogation, et on peut mesurer les autres contributions au bruit de mesure de P .

La figure 4.16 représente l’écart-type des fluctuations de la probabilité

de transition mesurée dans ces conditions, en fonction du nombre d’atomes détectés, dans la **fontaine Rb**. Sur cette figure, la courbe grise en trait plein représente la prédiction basée sur la calibration de la réponse de la détection et la mesure des paramètres de la détection. Apparaissent également les diverses contributions provenant du bruit de l’électronique de détection, du bruit de projection quantique et des fluctuations du laser de détection. Dans la mesure où la contribution du bruit de projection quantique ne dépend que de P , qui est très bien connue et de N_{det} (équation 6.28), on peut dire que le très bon accord observé entre la mesure et la prédiction est une confirmation de la réponse de la détection calculée précédemment.

4.4.3 Incertitudes sur la densité atomique et les nombres d’atomes

A partir des modèles et des mesures qu’on vient de décrire, on peut déterminer la densité effective \bar{n} et le nombre d’atomes traversant la cavité N_{cav} qui détermine le déplacement de fréquence lié à la cavité. Les tableaux 4.1 et 4.2 résument les contributions à l’incertitude de mesure de ces deux grandeurs.

contribution	méthode d’évaluation	incertitude en %
désaccord du laser sonde	jet thermique	6.9
coefficient de Clebsh-Gordan	spectroscopie micro-onde	2.0
profil d’intensité	calcul profil uniforme	2.0
modèle des distributions	comparaison de modèles	2.3
lecture des signaux	pic à pic des fluctuations	2.7
somme quadratique		8.3

TAB. 4.1 – Contributions à l’incertitude sur la mesure de N_{at} par absorption.

La contribution principale à l’incertitude sur le nombre d’atomes initial (tableau 4.1) provient de l’incertitude de $\sim 0.1 \times \Gamma/2\pi$ sur le désaccord du laser sonde. Le désaccord a été mesuré en utilisant les atomes de ^{87}Rb provenant de la vapeur de la zone de piégeage et qui s’éjectent vers la zone de détection. Ces atomes forment un jet atomique qu’on sonde avec le dispositif de détection possédant une géométrie bien définie. L’incertitude sur les rapports N_{cav}/N_{at} et \bar{n}/N_{at} (tableau 4.2) est estimée en étudiant la sensibilité

nombre d'atomes en cavité par atome lancé N_{cav}/N_{at}

contribution	méthode d'évaluation	incertitude en %
distribution des vitesses	comparaisons de modèles	7
distribution des positions	comparaisons de modèles	2
stabilité des caractéristiques du nuage	mesures	14
somme quadratique		16

densité effective par atome lancé \bar{n}/N_{at}

contribution	méthode d'évaluation	incertitude en %
distribution des vitesses	comparaisons de modèles	15
distribution des positions	comparaisons de modèles	7
stabilité des caractéristiques du nuage	mesures	14
somme quadratique		22

TAB. 4.2 – Contributions à l'incertitude sur le nombre d'atomes dans la cavité par atome lancé N_{cav}/N_{at} et la densité effective par atome lancé \bar{n}/N_{at} .

des modèles utilisés aux variations des paramètres des distributions mesurés sur l'expérience. Le tableau 4.3 fait le bilan des incertitudes concernant la ca-

contribution	méthode d'évaluation	incertitude en %
efficacité de photodiode κ	–	< 5
gain de l'amplificateur G	documentation	< 1
puissance du laser	documentation	< 3
désaccord du laser	jet thermique	13
modulation du laser	mesures	6
efficacité de collection	mesures	10
modèle des distributions	comparaison de modèles	< 3
somme quadratique		18

TAB. 4.3 – Contributions à l'incertitude sur la mesure de N_{det} par le calcul de la réponse de la détection.

libration de la réponse de la détection. A partir de la modélisation du nuage atomique et de la mesure par absorption, on peut calculer indépendamment la réponse par atome de la détection. Les deux valeurs sont égales à 6% près.

Au cours de la période d'utilisation de la fontaine Rb, certaines mesures pour la caractérisation du nuage atomique n'ont pas été répétées de manière systématique, parce qu'elles se sont avérées difficiles à concilier avec des mesures de fréquence quotidiennes. En pratique, après avoir effectué une

caractérisation complète du nuage, on repose sur la reproductibilité de la détection pendant plusieurs semaines. De ce fait, plusieurs des contributions importantes à l'incertitude de calibration de la détection (tableau 4.3) comme les incertitudes liées la puissance et la modulation du laser contribuent à l'incertitude globale sur la détermination de N_{cav} et \bar{n} . On considère donc qu'on obtient l'incertitude sur la mesure du nombre d'atomes en cavité et sur la mesure de la densité effective en combinant les résultats des tableaux 4.1, 4.2 et 4.3. On trouve $\Delta N_{cav}/N_{cav} = 0.23$ et $\Delta \bar{n}/\bar{n} = 0.4$. La fontaine RbCs a été conçue dans l'optique d'automatiser la prise de certaines données (tailles du nuage, nombres d'atomes en fonction de la hauteur de lancement,...) afin de réduire ces incertitudes.

Les valeurs typiques trouvées pour le nombre d'atomes lancés dans l'état horloge $|F = 3, m_F = 0\rangle$, pour le nombre d'atomes traversant la cavité au premier passage et pour la densité effective sont $N_{at} \simeq 8 \times 10^7$, $N_{cav} \simeq 4.5 \times 10^7$ et $\bar{n} \simeq 2 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$.

Chapitre 5

Montage de la fontaine double à atomes de rubidium et césium

Ce chapitre est dédié à la description de la fontaine RbCs. Cette fontaine double a été construite au cours des deux dernières années. Une partie des pièces de l'enceinte à vide de cette fontaine provient du premier montage de la fontaine Rb qui a été utilisée pour faire la mesure des effets dépendant du nombre d'atomes. Cependant, des améliorations et des modifications très nombreuses ont été faites par rapport à la fontaine Rb. On a choisi de ne pas décrire le détail de l'enceinte à vide de la fontaine Rb. Il faut cependant garder à l'esprit que toutes les mesures des effets dépendants du nombre d'atomes (entraînement de fréquence par la cavité et déplacement collisionnel), ainsi que les premières mesures absolues de la fréquence hyperfine du ^{87}Rb ont été faites sur cette fontaine. Dans d'autres chapitres, on pourra donc être amené à évoquer les caractéristiques de la fontaine Rb quand elles sont importantes pour justifier certains résultats. De même, la fontaine RbCs comporte deux bancs optiques, chacun dédié à un atome. On a choisi de ne décrire que le banc optique pour le césium. Le banc optique pour le rubidium, qui a d'abord servi sur la fontaine Rb, est décrit dans la thèse d'Yvan Sortais.

5.1 Description générale

La figure 5.1 représente une vue d'ensemble de la fontaine RbCs. La chambre à vide de la fontaine est posée sur une table en marbre de $1.80 \times 1.40 \text{ m}^2$ (1). Elle est entourée de plusieurs blindages magnétiques qui permettent d'atténuer d'un facteur $\sim 10^6$ les fluctuations du champ magnétique ambiant qui sont particulièrement élevées au LPTF (proximité d'une ligne de métro). Sur la figure, on a représenté le blindage extérieur, de forme hexa-

gonale (2). L'enceinte à vide est pompée par 4 pompes ioniques de 25 l.s^{-1} chacune. Deux d'entre elles (3) servent à pomper la zone de capture et les deux autres (4), la zone d'interrogation. Ces deux zones sont séparées par une pièce de graphite qui permet de réduire la conductance entre les deux zones et de maintenir un vide meilleur dans la zone d'interrogation que dans la zone de capture où les sources de rubidium et de césium peuvent dégrader légèrement l'ultra-vide. Le graphite permet également de pomper efficacement les vapeurs de rubidium et de césium. La pression dans la zone d'interrogation est de l'ordre de quelques 10^{-8} Pa ($1 \text{ Pa} = 10^{-2} \text{ mbar}$). Avec un taux de perte des atomes froids par collisions avec les molécules résiduelles de l'ordre de 1 s^{-1} à 10^{-6} Pa , on récupère au moins 95% des atomes lancés dans la détection. La pression dans la zone de capture est $\lesssim 10^{-7} \text{ Pa}$. Les pompes ioniques sont entourées de deux couches de blindage magnétique et situées à l'extérieur des blindages principaux. Dans la fontaine RbCs, on a choisi d'utiliser des jets atomiques ralentis par laser comme sources d'atomes. Ces fours sont eux aussi situés en dehors des blindages principaux (5).

Les sources lasers pour la manipulation des atomes sont situées sur des bancs optiques séparés. Pour chaque alcalin, on utilise un banc principal (6) qui permet d'effectuer l'ensemble de la séquence d'interrogation, et un petit banc annexe (7) pour le ralentissement des jets atomiques utilisés comme sources d'atomes. La lumière est amenée des bancs optiques vers la chambre à vide au moyen de fibres optiques (8). Sur la figure, on n'a représenté qu'un seul système optique. Des trous dans les blindages principaux et des fenêtres de la chambre à vide forment des accès optiques utiles pour vérifier le bon fonctionnement du refroidissement laser ou faire des mesures de caractérisation du nuage d'atomes froids.

A l'intérieur des blindages hexagonaux se trouvent l'ensemble des dispositifs nécessaires pour réaliser, pour les deux alcalins, les fonctions mentionnées sur la figure 3.4.

5.2 La zone d'interrogation, contrôle de l'environnement des atomes

Les deux effets les plus importants par la valeur du déplacement de fréquence qu'ils produisent sur les atomes sont le déplacement Zeeman quadratique et le déplacement lié au rayonnement thermique ambiant. La zone d'interrogation où les atomes effectuent leur vol balistique entre les deux interactions de Ramsey avec la cavité est conçue pour contrôler ces deux effets.

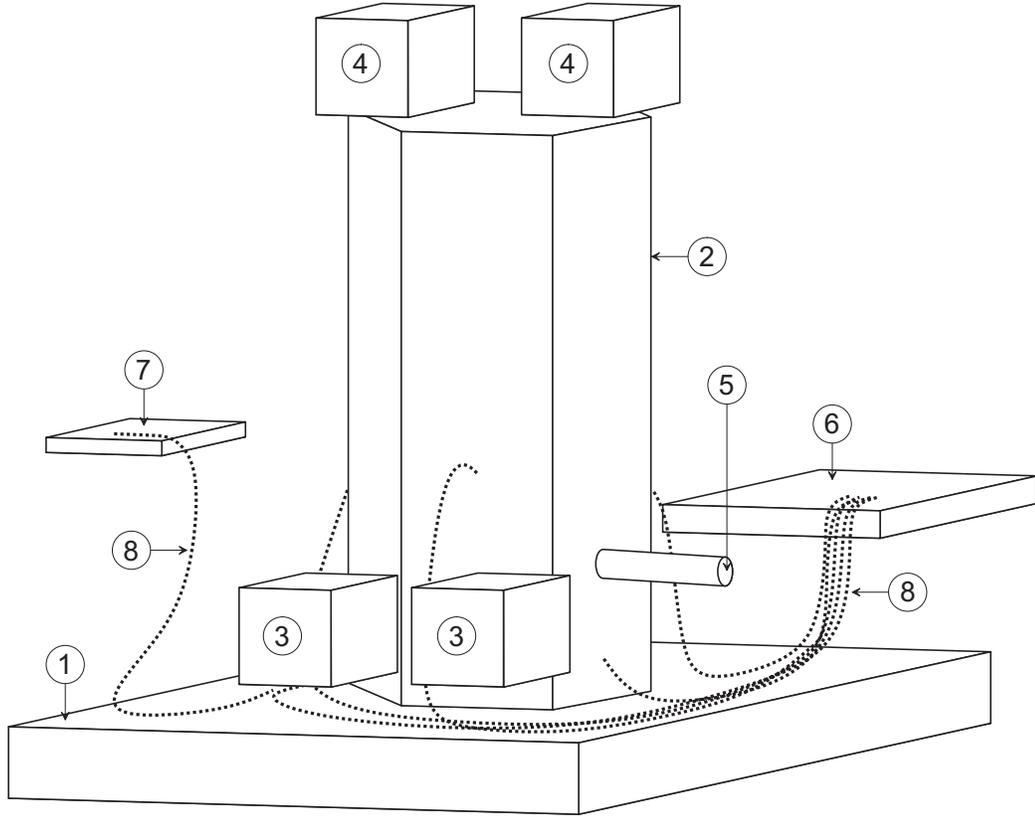


FIG. 5.1 – Schéma d'ensemble de la fontaine double.

5.2.1 Contrôle de la température du rayonnement

Pendant leur vol libre, les atomes évoluent dans un champ électromagnétique en équilibre thermodynamique avec les parois de la zone d'interrogation. A une température T , ce rayonnement thermique ou rayonnement du corps noir correspond à des fluctuations de champ électrique et magnétique avec une densité spectrale volumique donnée par la loi de Planck.

$$\rho(\omega, T) = \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \times \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}. \quad (5.1)$$

On a :

$$\begin{aligned} \langle E^2 \rangle &= K_E \left(\frac{T}{T_0}\right)^4 \text{ avec } T_0 = 300 \text{ K et } K_E \simeq (831.9 \text{ V.m}^{-1})^2 \\ \langle B^2 \rangle &= \frac{\langle E^2 \rangle}{c^2}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Ces champs fluctuant se couplent aux atomes et induisent un déplacement de leurs niveaux d'énergie. L'effet dominant provient des fluctuations du champ électrique. Couplées à l'atome, elles induisent un déplacement de type déplacement Stark alternatif des niveaux horloges. A cause d'une différence de déplacement entre ces deux niveaux, la fréquence de la transition horloge est déplacée selon la loi :

$$\Delta\nu = K_{BB} \left(\frac{T}{T_0} \right)^4 . \quad (5.3)$$

Les valeurs du coefficient K_{BB} pour le rubidium et le césium sont données dans les tableaux C.3 et C.4. A 300 K et pour le césium, le déplacement relatif de fréquence est de $\simeq -1.7 \times 10^{-14}$, avec une sensibilité en température de $\simeq 2.3 \times 10^{-16} \text{ K}^{-1}$. L'étude du déplacement lié au rayonnement du corps noir est faite en grand détail dans la référence [57].

Mesures de la température

La figure 5.2 représente le système de contrôle de température. Dans la zone d'interrogation, la température est contrôlée en 3 points par des résistances de platine de 100 Ω (1). A la température de fonctionnement de la fontaine, la calibration absolue de ces résistances est garantie à $\pm 210 \text{ mK}$ par le fabricant, pourvu que la résistance soit mesurée à mieux que $\pm 80 \text{ m}\Omega$. Les résistances sont mesurées par la méthode *à 4 fils* avec une incertitude (de type B) de $\pm 14 \text{ m}\Omega$. Afin de mieux connaître les gradients de température dans la zone d'interrogation, on a en plus effectué une calibration relative des 3 résistances, au niveau de $\pm 7 \text{ m}\Omega$ soit $\pm 20 \text{ mK}$. Les mesures faites au cours de cette calibration sont compatibles avec l'incertitude sur la température absolue spécifiée par le constructeur. On a également disposé deux résistances de platine aux extrémités de la zone d'interrogation. Finalement, comme on le verra plus loin, on a effectué une calibration préliminaire de la fréquence des cavités (2) d'interrogation en fonction de la température. On peut donc vérifier la température de la cavité qui, devant être isolée électriquement, n'est pas en bon contact thermique avec le tube à vide.

Asservissement et contrôle in situ

La zone d'interrogation est équipée de deux systèmes de chauffage. Le premier est constitué d'une enveloppe en aluminium (3) entourée à l'extérieur de fil chauffant en *ArcaP* torsadé (non magnétique, résistivité élevée). La densité du fil et les connections sont choisies pour produire un apport de chaleur uniforme. Ce système de chauffage est séparé de la zone d'interrogation par une

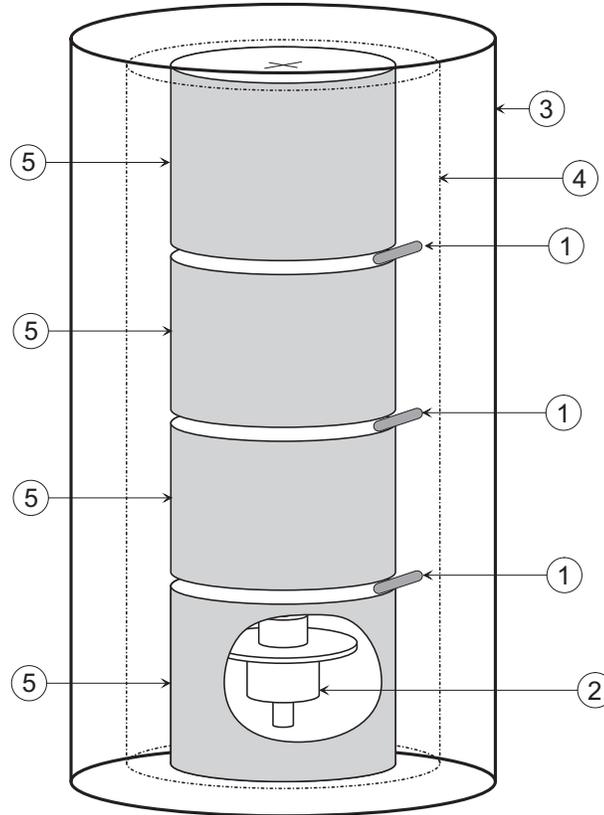


FIG. 5.2 – Représentation schématique du système de contrôle de la température.

couche de blindage magnétique (4). Aussi, il peut fonctionner en permanence sans risquer de perturber les atomes. La puissance dissipée est choisie pour amener la zone d'interrogation à $\sim 25.5^\circ\text{C} \simeq 298.7\text{ K}$.

Un deuxième système de chauffage (5) permet d'apporter la chaleur nécessaire pour asservir la température à $25.97^\circ\text{C} = 299.12\text{ K}$, température à laquelle les cavités micro-ondes sont accordées. Il est constitué de fil chauffant en *Arca*p torsadé bobiné directement sur le tube à vide, au niveau de la zone d'interrogation, ce qui minimise la constante de temps des échanges thermiques. En contre partie, il n'est isolé de la zone d'interrogation par aucun blindage magnétique. Pour ne pas perturber les atomes, ce dispositif n'est alimenté que pendant la phase de capture par un courant alternatif à 100 kHz, ce qui évite de polariser le blindage magnétique intérieur. La puissance de chauffage est ajustée en faisant varier la durée pendant laquelle le système est alimenté au cours du cycle de l'horloge. La partie du tube à vide qui entoure la zone d'interrogation est réalisée en aluminium, bon

conducteur thermique, afin d'assurer une bonne répartition de la puissance dissipée par le système de chauffage.

Finalement, on a constaté que la température de la cavité (mesurée grâce à sa fréquence) est principalement déterminée par la conduction thermique des guides coaxiaux qui relie la cavité à la source micro-onde. Pour homogénéiser la température dans la zone d'interrogation, on a donc dû rajouter un chauffage d'appoint sur ces guides, au niveau de leur entrée dans la chambre à vide. Sans ce chauffage additionnel, les mesures montrent que la température de la cavité peut différer de plusieurs degrés de la température du tube à vide.

La stabilité de température finalement obtenues dans la fontaine RbCs en fonctionnement, et l'incertitude sur le déplacement de fréquence lié au rayonnement thermique seront mentionnées dans le chapitre 7 qui regroupe les résultats expérimentaux importants.

5.2.2 Contrôle du champ magnétique

Dans la fontaine, comme dans beaucoup d'étalons atomiques de fréquence, on applique un champ magnétique \vec{B} pour lever la dégénérescence entre la transition $|m_F = 0\rangle \rightarrow |m_F = 0\rangle$ qui dépend du champ de manière quadratique, et les transitions qui impliquent les autres sous-niveaux Zeeman et ont une dépendance linéaire en champ. Le déplacement de fréquence des niveaux d'énergie est donné par la formule de Breit-Rabi [31]. Pour la transition horloge $|m_F = 0\rangle \rightarrow |m_F = 0\rangle$, on a :

$$\Delta\nu = K_Z^{(2)} \times \|\vec{B}\|^2 = K_Z^{(2)} \times B^2. \quad (5.4)$$

Les valeurs du coefficient $K_Z^{(2)}$ pour le rubidium et le césium sont données dans les tableaux C.3 et C.4. Dans un champ magnétique de 100 nT typique des fontaines, le déplacement Zeeman du second ordre vaut $\simeq 4.7 \times 10^{-14}$ en valeur relative pour le césium, avec une sensibilité de $\simeq 9.3 \times 10^{-16} \text{ nT}^{-1}$.

Système de contrôle du champ magnétique

La fontaine atomique ne fonctionne que si le champ magnétique est bien contrôlé non seulement dans la zone d'interrogation mais également le long de toute la trajectoire du nuage atomique. On doit en effet préserver la pureté de l'état atomique entre la sélection de l'état initial et l'interrogation. Pour cela, il faut éviter les transitions entre sous-niveaux Zeeman d'un même état hyperfin (transitions de Majorana) qui sont liées aux variations brusques et aux annulations du champ magnétique le long de la trajectoire des atomes.

Le contrôle du champ magnétique est fait au moyen d'un ensemble de bobines et de blindages magnétiques représenté sur la figure 5.3.

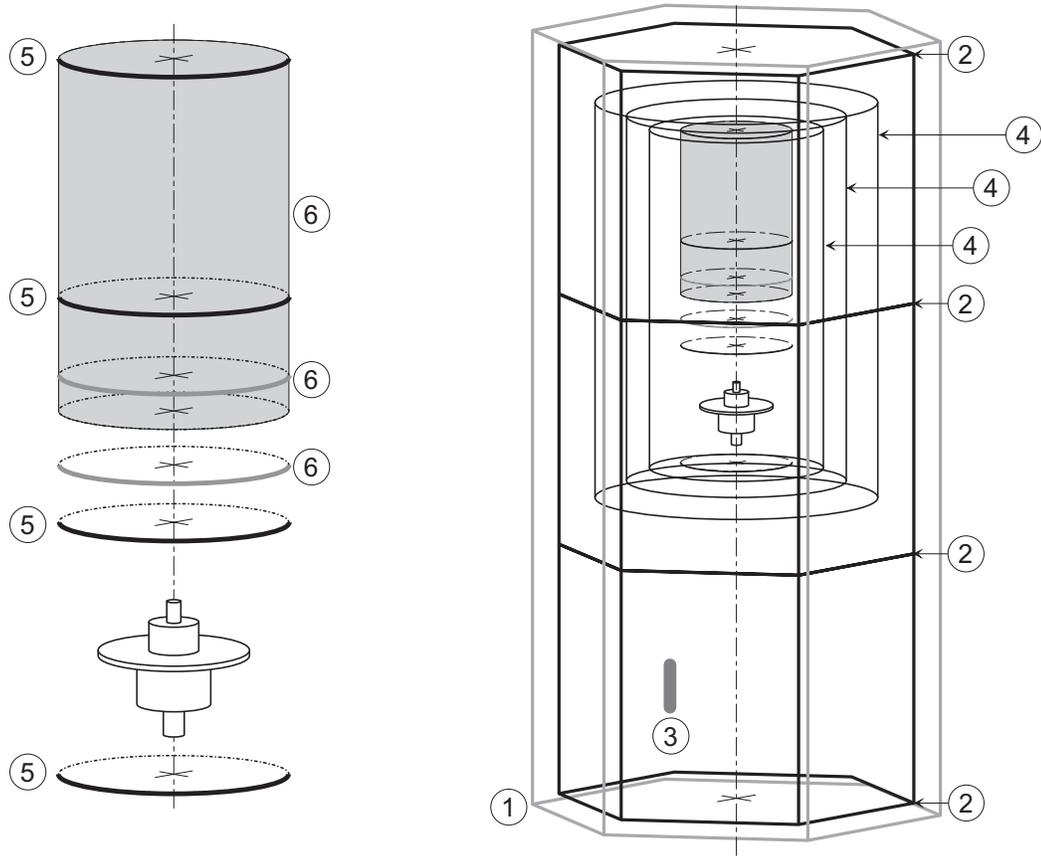


FIG. 5.3 – Représentation schématique du système de contrôle du champ magnétique.

L'expérience entière est entourée de 2 épaisseurs de blindages hexagonaux (1). A l'intérieur, on trouve un jeu de 4 bobines hexagonales (2) réparties sur la hauteur de l'expérience. Une sonde (3) permet d'asservir le courant appliqué dans ces bobines pour maintenir, au niveau de la zone de capture, un champ de 400 nT dirigé vers le bas (direction de la composante verticale du champ magnétique terrestre). Ainsi, on stabilise le champ magnétique au niveau de ~ 1 nT dans la zone de capture et de détection.

La zone d'interrogation est entourée de 3 épaisseurs de blindages cylindriques (4). A l'intérieur de ces blindages, on trouve un solénoïde de longueur 815 mm, de pas 10 mm bobiné en aller-retour sur toute la hauteur du blindage intérieur. Pour homogénéiser le champ, on a disposé 4 bobines de compensation (10 tours sur 10 mm) (5). Finalement, en vue d'effectuer des tests des

déplacements de fréquence liés aux imperfections de champ magnétique, on a ajouté 3 bobines qui permettent de perturber intentionnellement le champ magnétique (6). Finalement, à chaque entrée de blindage, on trouve une bobine de compensation indispensable pour éviter les annulations de champ, susceptible d'exciter des transitions de Majorana. Toutes les couches qui entourent la zone d'interrogation sont isolées électriquement pour éviter les courants thermoélectriques qui peuvent induire des fluctuations de champ magnétique dans la zone d'interrogation.

Pour alimenter ces bobines, on a besoin de sources de courant de quelques mA. Un calcul simple montre que pour stabiliser l'effet Zeeman du second ordre au niveau de 10^{-17} pour le rubidium (plus sensible que le césium) et pour un champ de 100 nT, on doit stabiliser les sources de courant à 6×10^{-5} près en valeur relative. Par ailleurs, l'inductance des bobines, augmentée par le matériau magnétique des blindages ($\mu_r \sim 10^4$) déstabilise les sources de courant usuelles (résistance de mesure du courant en série avec la bobine et contre-réaction). On a choisi d'utiliser le schéma 5.4. La référence de tension

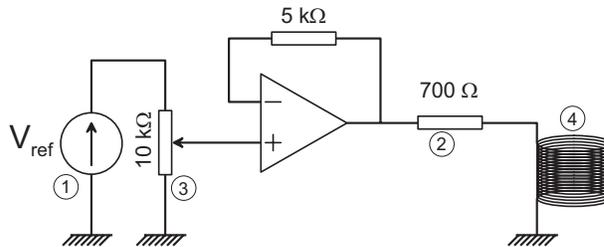


FIG. 5.4 – Alimentation des bobines de la zone d'interrogation.

(1), la résistance en série (2) et le potentiomètre (3) sont choisies pour assurer la stabilité voulue du courant pour des variations de la résistance de la bobine (4) induite par des variations de température dans une gamme de ± 1 K, ce qui est large étant donné que l'essentiel de la bobine et de son fil se trouve dans la zone d'interrogation régulée en température. La source ainsi réalisée a une stabilité de courant mesurée conforme au critère mentionné ci-dessus.

Mesures préliminaires

Le champ magnétique le long de la trajectoire du nuage a été mesuré à l'aide d'une sonde (résolution et exactitude ~ 3 nT) afin de faire un pré-réglage des courants des bobines. La figure 5.5 représente le profil de champ magnétique obtenu. Le blindage intérieur de la zone d'interrogation se situe entre les cotes 333 mm et 1148 mm. Le champ magnétique garde le même signe tout le long de la trajectoire du nuage. La variation brutale vers la cote

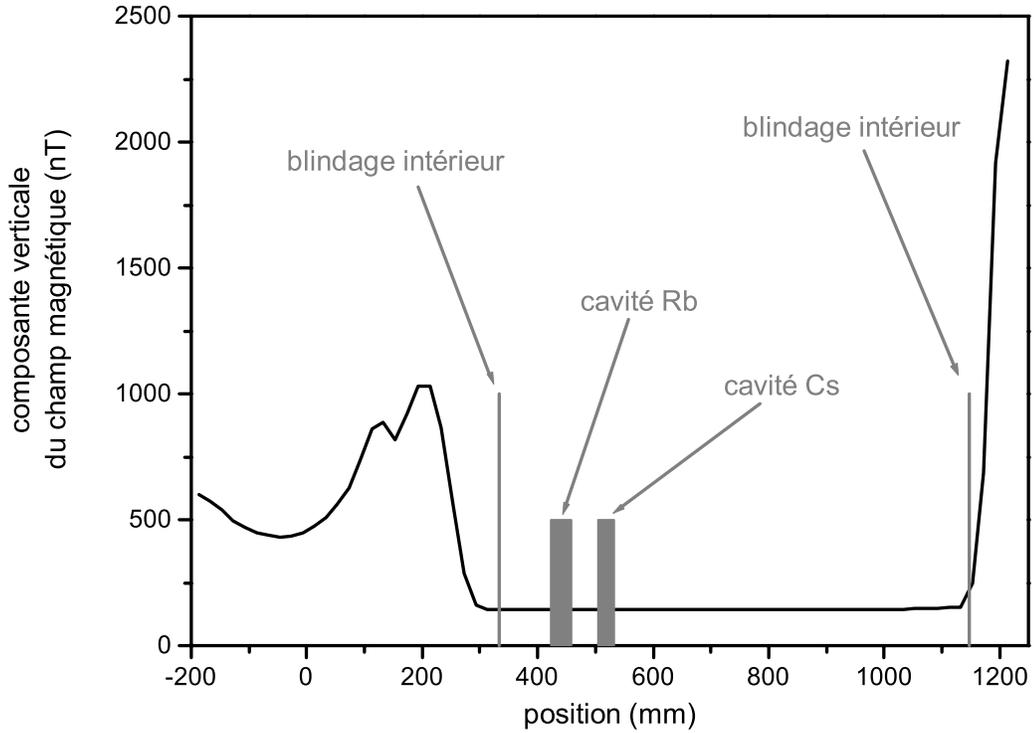


FIG. 5.5 – Profil de champ magnétique mesuré à l’aide d’une sonde. La cote 0 représente le centre de la zone de capture. Le blindage intérieur de la zone d’interrogation se situe entre les cotes 333 mm et 1148 mm.

150 mm est due au connecteur SMA qui sert à alimenter la cavité micro-onde de sélection pour le rubidium. On a également étudié le champ créé par chaque bobine indépendamment pour faciliter les manipulations ultérieures.

Les mesures finales de champ magnétique effectuées *in situ* en utilisant les atomes froids, et l’estimation de l’incertitude liée à l’effet Zeeman du second ordre seront présentées dans le chapitre 7 regroupant les résultats expérimentaux importants.

5.3 Les cavités micro-ondes d’interrogation

Dans cette section, on décrit la cavité micro-onde. On aborde ensuite la procédure d’accord qui est particulièrement difficile dans le cas de la cavité double. Finalement, on décrit une méthode de contrôle préliminaire, puis de contrôle *in situ* des fuites micro-ondes.

5.3.1 Description générale

La figure 5.6 représente un plan de la cavité double en place dans la zone d'interrogation. La cavité est faite en cuivre OFHC CUC2, pur à ~ 10 ppm. En principe, la haute pureté assure le caractère non-magnétique. En pratique, des inclusions magnétiques ont imposé un remplacement du matériau après un contrôle du magnétisme avant usinage. La cavité a été dessinée et les corps de cavité usinés à l'atelier de l'Observatoire de Paris (SERT). L'intérieur des guides latéraux de couplage est usiné par électro-érosion dans une entreprise spécialisée. Les tolérances de 0.01 mm requièrent un usinage particulièrement soigné dans un matériau aussi mou que le cuivre OFHC.

La figure 5.7 représente une des deux cavités. On a fait apparaître les éléments importants du point de vue du fonctionnement électromagnétique. La cavité centrale qui est traversée par les atomes fonctionne sur le mode TE_{011} qu'on décrit plus bas. Dans une géométrie rigoureusement cylindrique, ce mode est dégénéré avec le mode TM_{111} . Pour résoudre ce problème, la cavité est prolongée de chaque côté par un tronçon de guide coaxial. Pour que cette modification perturbe au minimum le mode TE_{011} , la longueur est choisie pour que le guide soit anti-résonant ($\lambda/4$) avec la fréquence de ce mode. De plus, les structures du mode TE_{011} et du mode coaxial sont telles que le couplage entre eux est faible. Au contraire, le mode TM_{111} se couple fortement aux guides coaxiaux ce qui a pour effet de déplacer sa fréquence de résonance de ~ 100 MHz tout en diminuant son facteur de qualité à une valeur inférieure à 1000.

La cavité centrale est couplée de manière symétrique par deux iris qui débouchent sur une cavité résonante faite à partir d'un guide rectangulaire fermé sur un court-circuit. Ces deux guides latéraux sont eux-mêmes couplés, par une antenne linéaire, à un câble coaxial. L'intérêt des guides de couplage est qu'ils permettent d'adapter la cavité centrale à l'impédance de 50Ω des câbles coaxiaux. D'autre part, ils ne laissent se propager qu'un seul mode à la fréquence d'utilisation, ce qui garantit que la cavité est couplée dans une géométrie bien définie. Ils jouent le rôle de filtre de mode vis-à-vis du champ rayonné par l'antenne et par l'iris. L'intérêt du couplage symétrique est qu'on peut jouer sur les puissances injectées de part et d'autre pour minimiser (puissances égales) ou au contraire augmenter (puissance nulle et adaptation 50Ω d'un côté) le gradient de phase transverse, afin d'en contrôler l'effet sur la fréquence de l'horloge. Sur la figure 5.7, on a représenté le diviseur de puissance, l'atténuateur réglable et le déphaseur réglable qui permettent d'obtenir une alimentation symétrique.

Les pièces de la cavité sont connectées entre elles soit par soudure à l'étain soit par des joints en indium dans le but de minimiser les fuites micro-ondes

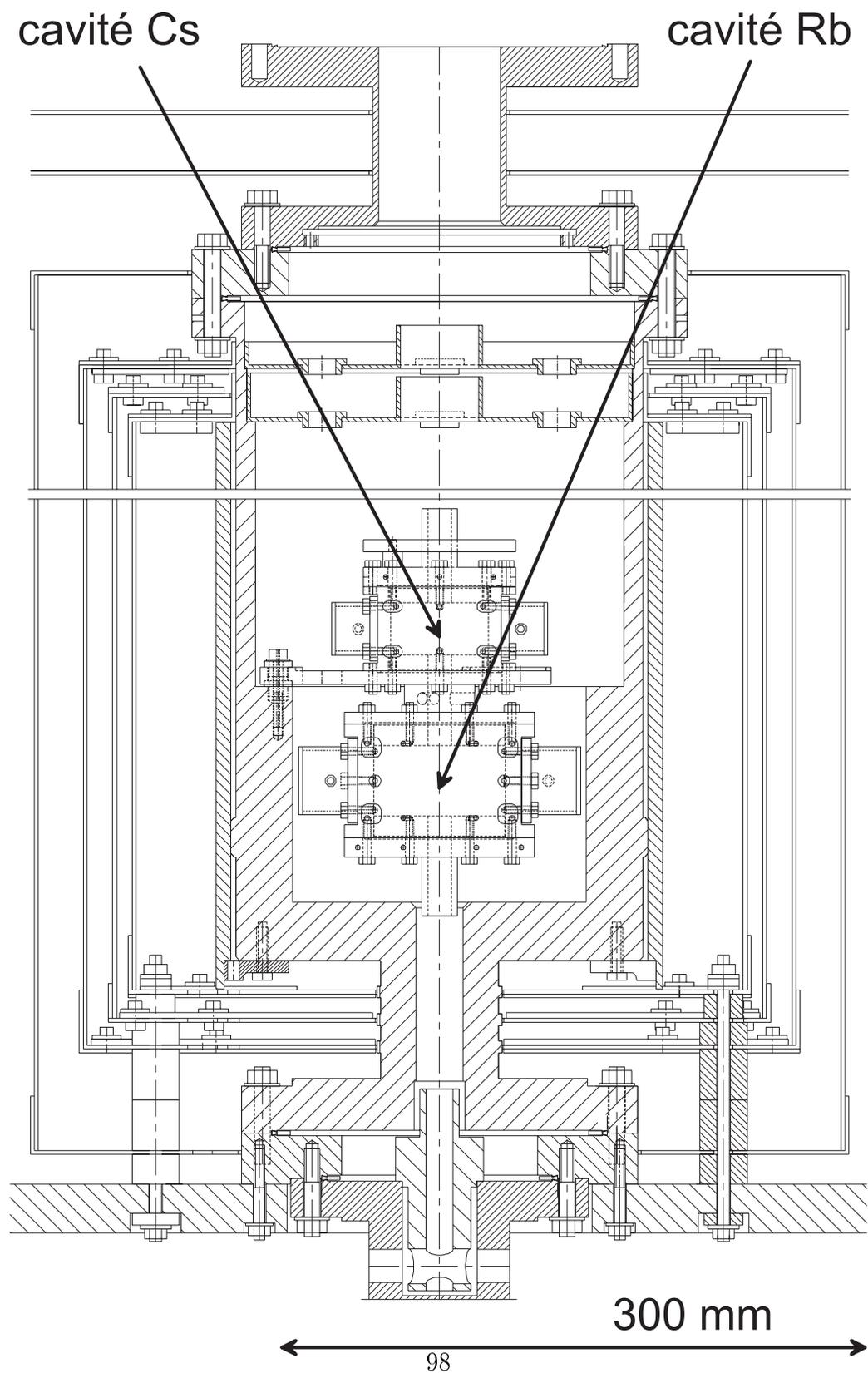


FIG. 5.6 – Plan de la cavité double en place dans la zone d’interrogation. La cavité du haut est la cavité d’interrogation pour le césium. La cavité du bas est la cavité d’interrogation pour le rubidium.

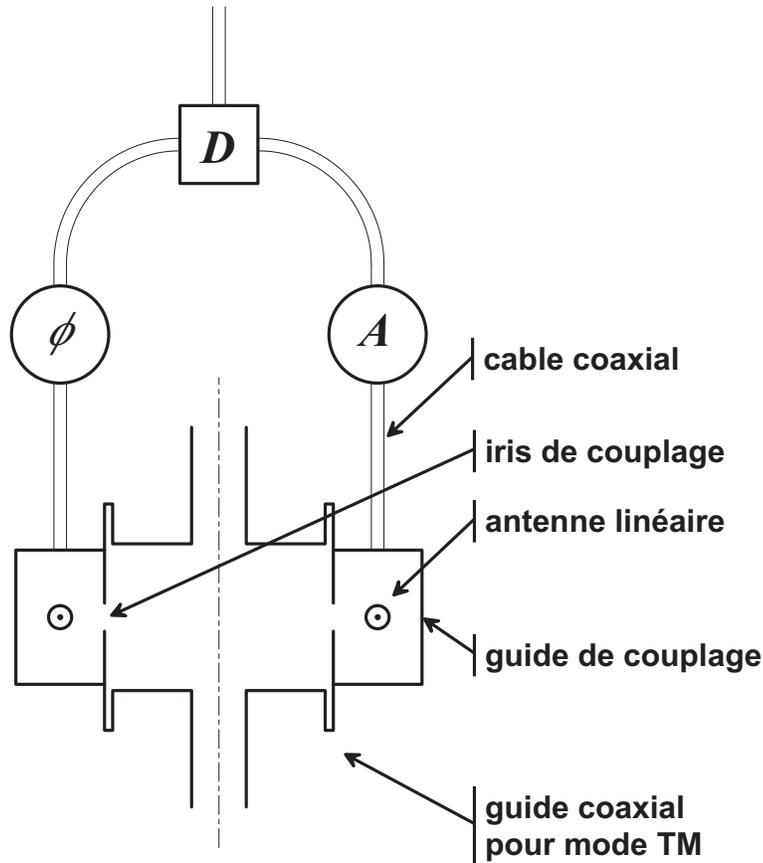


FIG. 5.7 – Schéma d’une cavité d’interrogation. On a représenté les éléments importants du point de vue du fonctionnement électromagnétique.

dans la zone d’interrogation. Les méthodes de contrôle des fuites micro-ondes sont évoquées plus bas. Finalement, les chapeaux des cavités sont super-polis (rugosité mesurée ~ 3 nm) dans le but d’optimiser la conductivité pour minimiser les gradients de phase. L’effet de ce polissage est mal connu à ce jour. Toutefois, la surface polie a l’avantage de révéler très efficacement la saleté ou l’état d’oxydation du matériau. Ceci nous a conduit à améliorer la procédure de nettoyage ce qui va également dans le sens d’une meilleure homogénéité de phase. Le polissage a été réalisé par Yvan Sortais grâce aux moyens techniques du laboratoire d’optique du DASGAL (Observatoire de Paris).

5.3.2 Description du mode TE_{011}

Le mode de la cavité est proche du mode TE_{011} d'une cavité parfaitement cylindrique, dont on connaît une expression analytique. En coordonnées cylindriques, les champs électrique et magnétique de ce mode sont donnés, par :

$$\begin{aligned}
 \vec{E}(\vec{r}, \omega) &= E(\omega) \vec{E}_c(\vec{r}) \\
 \vec{B}(\vec{r}, \omega) &= B(\omega) \vec{H}_c(\vec{r}) \\
 E(\omega) &= i c B(\omega) \\
 \vec{H}_c(\vec{r}) &= \begin{pmatrix} \frac{\pi R}{\kappa L} \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) J_1\left(\kappa \frac{\rho}{R}\right) \\ 0 \\ \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) J_0\left(\kappa \frac{\rho}{R}\right) \end{pmatrix} \\
 \vec{E}_c(\vec{r}) &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\omega R}{\kappa c} \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) J_1\left(\kappa \frac{\rho}{R}\right) \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

où L et R sont la longueur et le rayon de la cavité. La fréquence de résonance du mode est donnée par :

$$\frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{c}{2L} \left[1 + \left(\frac{\kappa L}{\pi R} \right)^2 \right]^{1/2}. \tag{5.6}$$

J_n désigne la $n^{\text{ième}}$ fonction de Bessel. κ représente le premier zéro de la fonction J_1 : $J_1(\kappa) = 0$, $\kappa \simeq 3.8317$. Avec ces conventions, $B(\omega)$ représente l'amplitude complexe du champ magnétique au centre de la cavité. Pour calculer les déplacements de fréquence liés à la cavité, un paramètre utile est le volume du mode :

$$V_{mode} = \iiint d r^3 \|\vec{H}_c(\vec{r})\|^2 = \pi R^2 L \times \frac{1}{2} J_0^2(\kappa) \left[1 + \left(\frac{\pi R}{\kappa L} \right)^2 \right] \tag{5.7}$$

avec $J_0(\kappa) \simeq 0.4028$. La figure 5.8 montre l'allure des lignes de champ magnétique du mode TE_{011} .

5.3.3 Accord de la cavité double

Position du problème

Comme on l'a vu dans un chapitre précédent, la cavité doit être bien accordée sur la fréquence de résonance des atomes pour minimiser les déplacements de fréquence liés à la cavité. La précision avec laquelle on veut réaliser

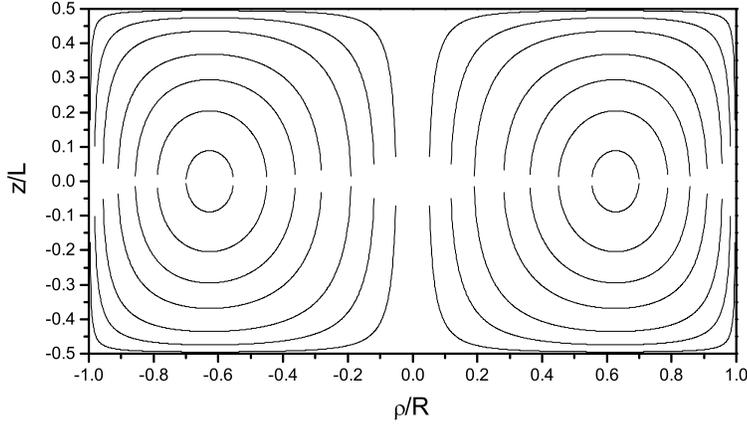


FIG. 5.8 – Allure des lignes de champ magnétique du mode TE_{011} .

cet accord est de ± 10 kHz. En utilisant les équations 5.6, on peut calculer qu'une telle précision sur la fréquence de résonance correspond à une précision d'usinage de la longueur L de la cavité de ± 70 nm. Lorsque l'on doit accorder une seule cavité, on fait un accord "grossier" par usinage et l'accord fin est fait *in situ* en ajustant la température (coefficient de 152 kHz.K^{-1} pour le Cs). Malheureusement, on ne dispose pas de cette liberté pour l'accord de la cavité double. Pour contrôler le déplacement de fréquence lié au rayonnement thermique, l'environnement des atomes doit avoir une température uniforme. Il faut donc que les cavités Rb et Cs soient accordées l'une sur l'autre de par leurs dimensions. L'obtention d'une précision de ± 70 nm sur une pièce massive de plusieurs centimètres est impossible par un usinage traditionnel. Le paragraphe suivant résume les méthodes employées pour accorder la cavité double.

Méthodes d'accord

La cavité est usinée avec les cotes déduites de la formule 5.6. L'expérience montre que les écarts à la forme rigoureusement cylindrique ont pour effet de diminuer la fréquence de résonance de ~ 20 MHz (augmentation du volume du mode). On a alors une marge de ~ 0.15 mm pour accorder finement les cavités en enlevant de la matière. La première étape consiste à rapprocher les fréquences des cavités à $\sim 5 - 10$ MHz par usinage. Jusque là, des mesures à l'air suffisent (le déplacement de fréquence lié à l'air vaut $\simeq -2.6$ MHz pour Cs et $\simeq -2.0$ MHz pour Rb).

La deuxième étape consiste à utiliser une partie des $70 \mu\text{m}$ de matière restant pour calibrer l'effet du polissage des surfaces d'appui des corps de

cavité, en terme de diminution de longueur par temps passé à polir. Pour cela, on utilise à la fois un comparateur avec une résolution de 100 nm et des mesures de fréquence faites sous vide. Les taux d'érosion trouvés (pour l'émeri le plus fin utilisé) sont de l'ordre de 100 nm par minute ce qui permet raisonnablement d'obtenir la précision requise de ± 70 nm. En pratique, des variations de ce taux d'érosion avec l'état d'oxydation de la surface à polir et une sensibilité de la fréquence au serrage des chapeaux nous ont conduits à avancer prudemment.

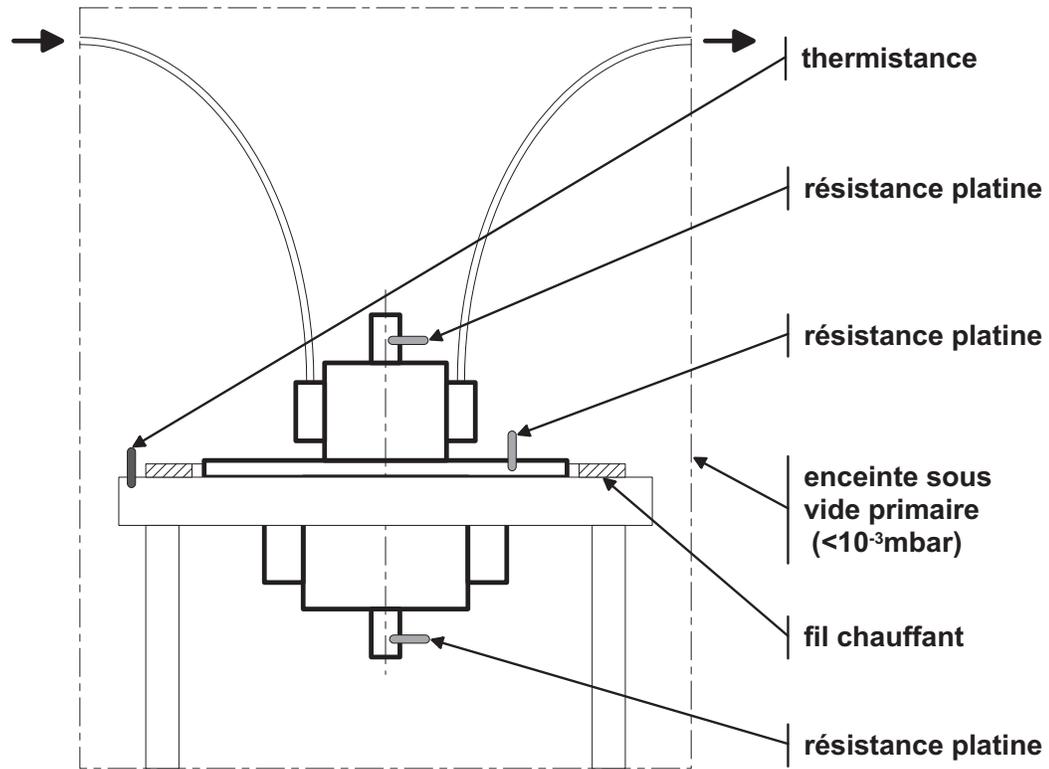


FIG. 5.9 – Schéma de la chambre à vide utilisée pour l'accord de la cavité double. Pour clarifier la figure, on a représenté le système micro-onde pour une seule cavité, mais dans la pratique, les deux cavités peuvent être mesurées simultanément.

La figure 5.9 représente le dispositif utilisé pour les mesures sous vide. La cavité est montée sur un support en aluminium muni d'un système de chauffage et d'une thermistance de 4.7 k Ω . La température du support est asservie grâce à un intégrateur digital contrôlé par ordinateur. Le programme mesure également les valeurs de 3 résistances de platine placées sur la cavité double. La chambre à vide est munie de 4 connecteurs qui permettent de mesurer par transmission les résonances des cavités. La fréquence des cavités

est suivie par le programme en même temps que les températures. La figure 5.10 montre un échantillon des signaux. Au delà du temps réponse de l'asservissement de température (~ 1 heure), les résistances indiquent la même température à mieux que ± 25 mK. Sur une durée de 2 heures, la fréquence de la cavité est stable au niveau de ± 300 Hz, ce qui indique une stabilité de température de ± 3 mK.

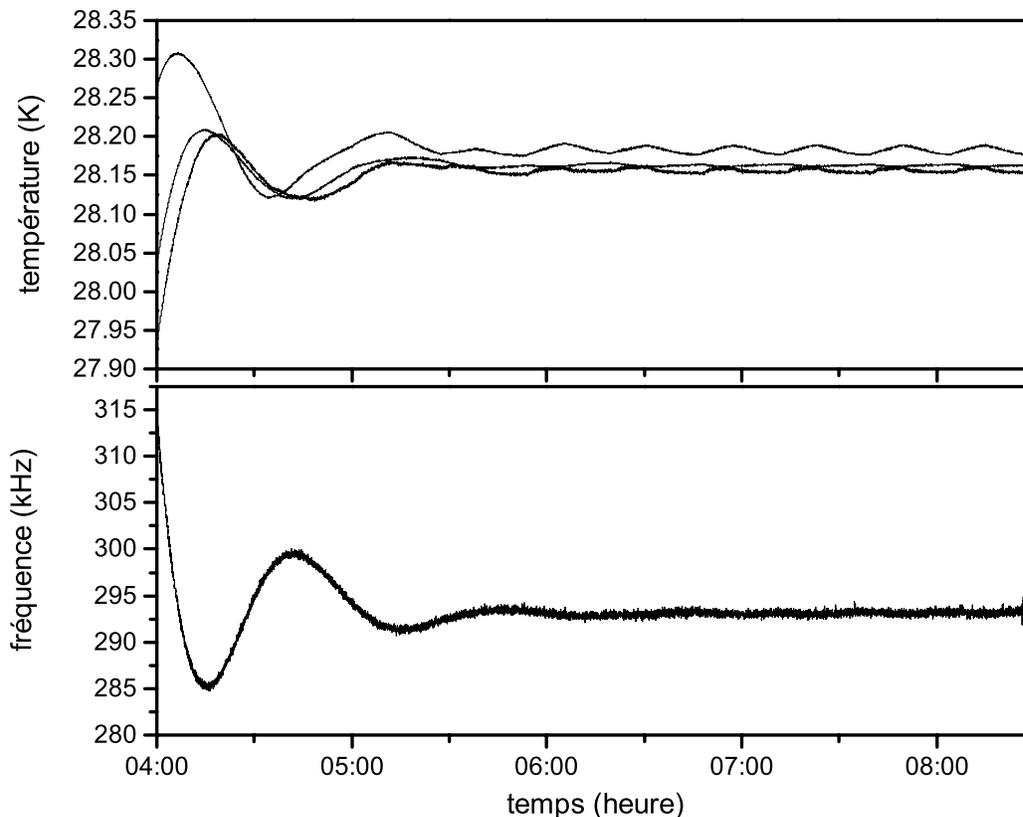


FIG. 5.10 – Échantillon des signaux obtenus pendant l'accord préliminaire des cavités. Courbes du haut : températures indiquées par les trois résistances de contrôle. Courbe du bas : désaccord de la cavité.

La troisième étape consiste, alors que les cavités sont à ~ 1 MHz de leur fréquence finale, à régler de manière définitive les guides latéraux de couplage. En jouant sur la longueur du guide et de l'antenne, on fait coïncider la fréquence de résonance des guides latéraux avec celle de la cavité centrale et on réalise l'adaptation 50Ω de la cavité. L'antenne et le court-circuit des guides sont soudés à l'étain. Ce réglage doit être fait avant l'accord final de la cavité car le couplage aux guides déplace légèrement la fréquence de résonance de la cavité. Une fois l'adaptation d'impédance faite, les cavités ont

un facteur de qualité de ~ 7000 et les pertes en transmission de la cavité et des 3 mètres de câble sont de 6 dB environ. A l'issue de ce réglage, la largeur de la résonance des guides latéraux est de ~ 100 MHz et le déplacement de fréquence de ~ 1 MHz à appliquer sur la cavité pour réaliser l'accord final ne dérègle pas l'adaptation d'impédance.

Dans une quatrième étape, on termine l'accord fin par polissage. La cavité est montée définitivement avec ses joints en indium. Une fois les cavités accordées, on a effectué une mesure des fréquences en fonction de la température au voisinage du point de fonctionnement final. Le résultat de cette mesure se trouve sur la figure 5.11. Une fois montée dans la fontaine RbCs, on a vérifié que les fréquences de résonance des deux cavités coïncidaient avec les fréquences atomiques à mieux que 10 kHz près, à la température de $25.97^\circ\text{C} = 299.12$ K.

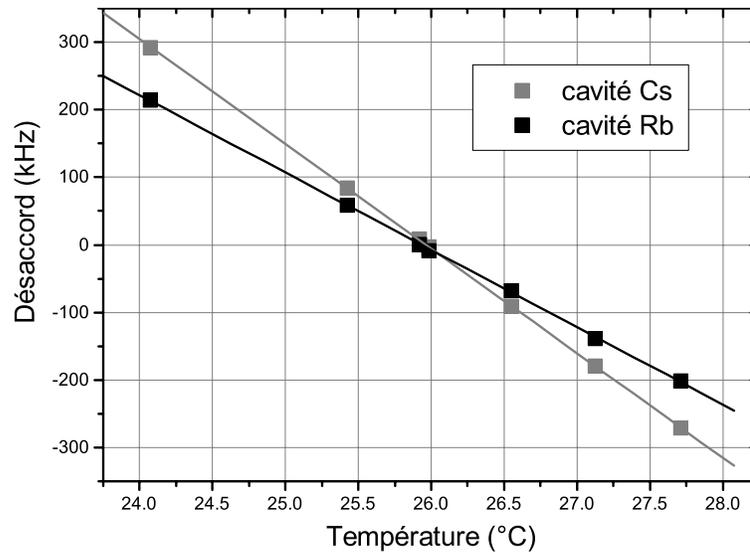


FIG. 5.11 – Désaccord entre la fréquence de résonance des cavités et la fréquence de la transition atomique correspondante en fonction de la température. A la température de $25.97^\circ\text{C} = 299.12$ K, le désaccord est inférieur à 10 kHz pour les deux cavités.

5.3.4 Vérification des fuites micro-ondes

La présence d'un champ micro-onde en dehors de la cavité d'interrogation produit un déplacement de la fréquence de l'horloge dont l'évaluation *in situ* est problématique. Le déplacement de fréquence vient de ce que ce champ est mal caractérisé, possède en général une composante propagative et une

relation de phase indéterminée par rapport au champ de la cavité d'interrogation. A cause de l'effet Doppler du premier ordre, les atomes en mouvement voient ce champ avec un décalage de fréquence pouvant atteindre ~ 100 Hz pour une vitesse de 4 m.s^{-1} . Cette valeur est 8 ordres de grandeur au-dessus de l'exactitude recherchée de 10^{-6} Hz. Dans ce paragraphe, on décrit la méthode utilisée pour vérifier l'absence de fuites micro-ondes au voisinage de la cavité.

Principe de la détection

La détection du champ de fuite est faite à l'aide d'une antenne linéaire $\lambda/4$ faite simplement en dénudant l'extrémité d'un guide coaxial sur la longueur voulue. Le signal capté par l'antenne est détecté par homodyne avec le champ envoyé dans la cavité. La fréquence de la source est balayée autour de la résonance et le signal est visualisé sur un oscilloscope. La résonance de la cavité donne une signature qui aide à distinguer la cavité entre plusieurs autres sources de champ parasite du montage de test. La figure 5.12 représente le système de détection utilisé. La source hyper-fréquence est aussi celle qui est utilisée pour l'accord des cavités.

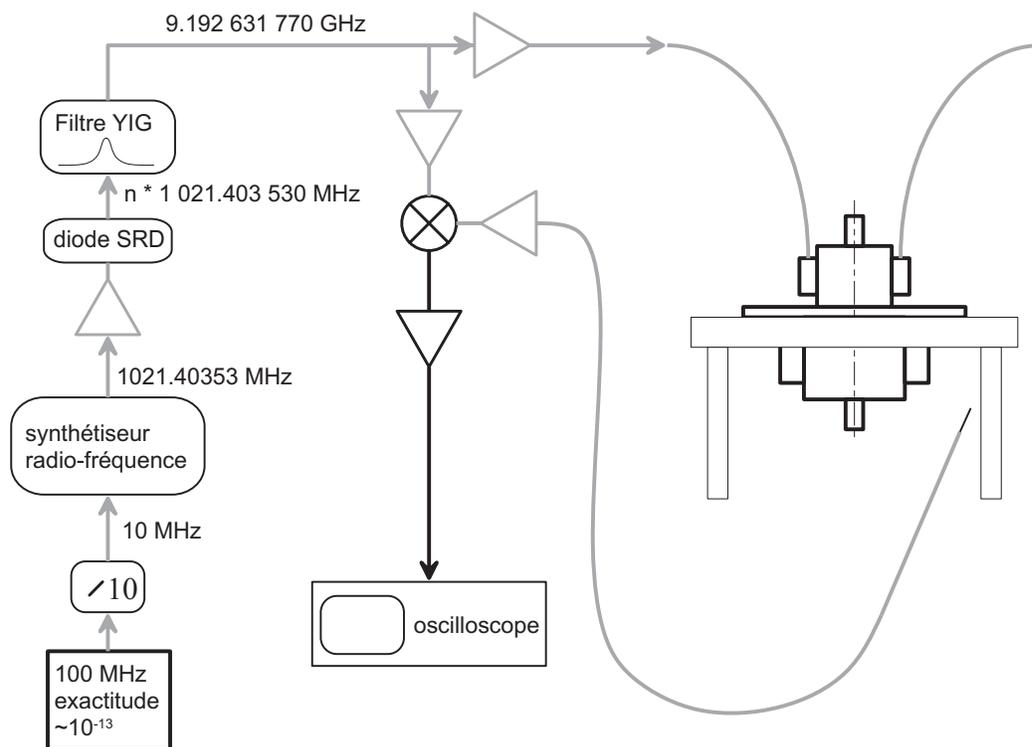


FIG. 5.12 – Système de détection des fuites micro-ondes.

Calibration de l'antenne

Pour faire la mesure des fuites micro-ondes, on doit calibrer la sensibilité de l'antenne au champ micro-onde. Pour cela, on utilise le dispositif de la figure 5.13. La source envoie dans le cornet une puissance connue $P_e = -7$ dBm. Le cornet étant bien adapté en impédance, cette puissance se retrouve dans l'onde émise à la sortie du cornet et, en supposant que la forme du mode en sortie du cornet est le résultat de l'expansion adiabatique du mode guidé dans le couplage, elle peut s'exprimer en fonction du champ magnétique hyperfréquence au centre du cornet :

$$P_e = \frac{1}{2} \times c \times \frac{B^2}{2\mu_0} \times S \quad (5.8)$$

où B est l'amplitude du champ magnétique et S la surface de la sortie du cornet. Il y a un facteur $1/2$ par rapport à une onde plane. On en déduit la valeur du champ dans cette situation : $B \simeq 1.8 \times 10^{-8}$ T. La puissance correspondante mesurée dans l'antenne vaut $P_s = -32$ dBm. La section efficace ainsi trouvée pour l'antenne est de $(4.0 \text{ mm})^2$, valeur acceptable pour un antenne de longueur 11 mm. Les valeurs données ici à titre d'exemple correspondent aux mesures Rb. La calibration pour le Cs donne une valeur comparable. La puissance P_s doit être ensuite traduite en tension à la sortie du mélangeur. La réponse de l'ensemble du système est de $\simeq 1.5 \times 10^{-11}$ T.mV $^{-1}$. La résolution obtenue est de $\sim 10^{-11}$ T.

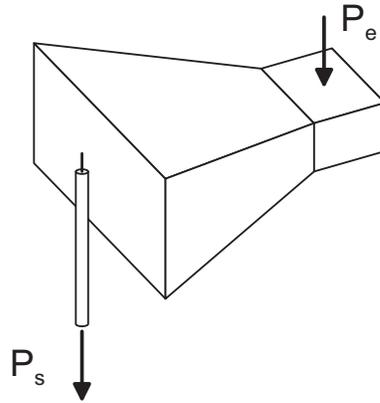


FIG. 5.13 – Calibration de l'antenne servant à la détection des fuites micro-ondes.

Résolution des mesures et résultats

Dans la nouvelle fontaine et pour le césium, on calcule que la puissance dissipée dans la cavité, de facteur de qualité $Q = 6600$, pour faire une impulsion de Ramsey $\pi/2$ quand les atomes sont lancés en haut de la zone d'interrogation vaut -65 dBm. En comptant 5 dB de pertes en ligne, on doit donc injecter -60 dBm dans le câble coaxial. Pour la mesure, la source nous permet d'injecter 10 dBm. Le champ dans la cavité est donc 3.2×10^3 fois plus grand que nécessaire et vaut $\sim 1.3 \times 10^{-5}$ T. Avec la résolution mentionnée plus haut, on peut donc tester les fuites micro-ondes au niveau de $\sim 10^{-6}$ en terme de champ, soit -120 dB. Les premières mesures ont révélées d'importantes fuites au niveau des contacts entre les guides latéraux et les corps de cavité, malgré les joints en indium. Après l'ajout, depuis l'extérieur, d'un joint indium supplémentaire au niveau de ces contacts, aucune fuite micro-onde n'est détectable avec la résolution de -120 dB du système de mesure. Le système de mesure des fuites micro-ondes a également servi à détecter des fuites sur les pièces permettant le passage des guides coaxiaux vers l'intérieur de l'enceinte à vide. Après le remplacement de ces pièces, on a vérifié, une fois la cavité en place dans l'enceinte à vide, l'absence de fuites micro-ondes au niveau de -120 dB.

5.4 Manipulation des atomes froids

Dans un chapitre précédent, on a évoqué rapidement les méthodes de manipulation des atomes utilisées dans les fontaines. Une partie importante de la fontaine est le banc optique permettant d'obtenir les sources lasers stables, accordables et modulables en puissance qui sont nécessaires au refroidissement laser. La lumière laser générée sur ce banc optique est amenée vers la chambre à vide au moyen de fibres optiques polarisantes. Pour la fontaine double, on utilise deux bancs optiques séparés pour le césium et le rubidium. Ces deux bancs ont un grand nombre de points communs tant au niveau de leurs fonctions que de leur conception. Ici, on a choisi de ne décrire que le banc optique pour le césium. On utilisera donc l'exemple du césium pour illustrer les principes du refroidissement laser. Le banc pour le rubidium est décrit dans la thèse d'Yvan Sortais.

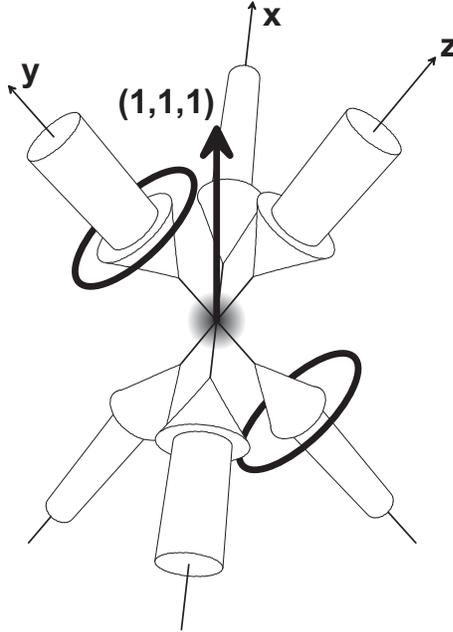


FIG. 5.14 – Représentation schématique de la zone de capture des atomes.

5.4.1 Capture et lancement des atomes

La zone de capture

La figure 5.14 représente la zone de capture. Six faisceaux laser se propagent vers le centre de la zone de capture suivant les axes d'un trièdre ortho-normé. La direction $(1, 1, 1)$ de ce trièdre est orientée selon la verticale. Les angles sont réalisés par usinage avec une précision spécifiée de $\sim 2 \times 10^{-4}$ rad. L'alignement par rapport à la verticale est réalisé au moyen d'un niveau à bulle avec la même précision. Avec ces tolérances, on s'assure que le centre du nuage d'atomes froids passe au même endroit de la cavité pendant les deux interactions de Ramsey à une fraction de millimètre près. Les faisceaux laser sont issus de collimateurs représentés schématiquement sur la figure 5.15. Du côté du piège, chaque fibre optique se termine par un connecteur FC standard. Un doublet achromatique de focale 180 mm permet de transformer le faisceau divergent issu de la fibre en un faisceau gaussien parallèle de diamètre 26 mm (à $1/e^2$), avec une planéité du front d'onde d'une fraction de λ . Près de la sortie de la fibre, une douille permet d'ajouter soit une lame $\lambda/4$ pour le fonctionnement en piège magnéto-optique, soit un cube polariseur pour la mélasse $lin \perp lin$. Tel qu'on vient de le décrire, ces collimateurs permettent de piéger soit du rubidium soit du césium en échangeant simplement les fibres. A terme, les collimateurs seront modifiés pour coupler

simultanément les longueurs d'ondes pour les deux atomes. La figure 5.14 montre les bobines pour le piège magnéto-optique. Ces bobines sont axées selon la direction d'une paire de faisceaux laser. Elles sont alimentées pour produire un gradient de champ magnétique de $\sim 20 \text{ mT.m}^{-1}$ au centre de la zone de capture.

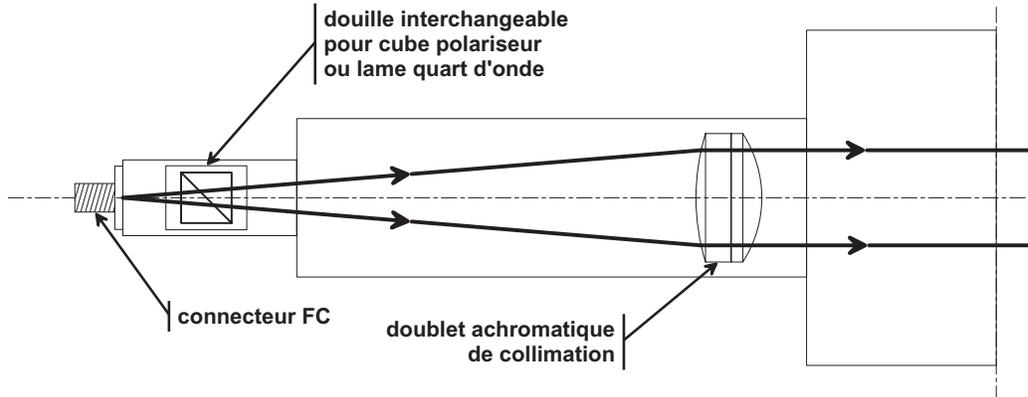


FIG. 5.15 – Représentation schématique de l'un des collimateurs de la zone de capture.

La séquence temporelle

Dans le chapitre d'introduction sur les fontaines atomiques, on a mentionné quelques aspects les plus importants de la manipulation d'atomes par laser. On détaille maintenant la séquence temporelle de modulation des sources laser qui permet d'obtenir le nuage d'atomes froids et de le lancer.

La transition utilisée pour le piégeage est la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$ ($\lambda_l \simeq 852 \text{ nm}$) pour le césium ($F = 2 \rightarrow F' = 3$, $\lambda_l \simeq 780 \text{ nm}$ pour le rubidium). L'intérêt de cette transition vient de son caractère cyclique : grâce aux règles de sélection dipolaires électriques, un atome excité dans l'état $F' = 5$ par le laser ne peut se désexciter que dans $F = 4$. L'atome peut donc effectuer un grand nombre de cycles de fluorescence et recevoir une impulsion importante de la part du laser. En pratique toutefois, le laser est allumé pendant une durée suffisamment longue pour qu'une excitation non-résonante vers le niveau $F' = 4$ se produisent. De là, l'atome peut se désexciter vers l'autre niveau hyperfine $F = 3$ et être exclu du processus de refroidissement. Pour remédier à ce problème, on utilise un laser appelé laser repompeur accordé sur la transition $F = 3 \rightarrow F' = 4$. Grâce à ce laser, un atome arrivé dans $F = 3$ est pompé optiquement dans $F = 4$ et subit à nouveau les effets du laser principal. Le laser repompeur est superposé à

deux des faisceaux principaux et illumine la zone de capture pendant toute la séquence de manipulation des atomes avec une puissance et une fréquence constantes. Lorsque l'on utilise un piège magnéto-optique, la séquence de lancement comporte 4 phases.

1. Phase -3Γ de capture : on essaie de collecter les atomes aussi efficacement que possible, dans le référentiel du laboratoire. Les bobines du piège magnéto-optique sont alimentées. La fréquence des 6 faisceaux est accordée à -3Γ , c'est-à-dire 3 largeurs naturelles en dessous de la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Leur puissance est au maximum de ce que peut produire le banc optique, soit plusieurs fois l'intensité de saturation au centre de chaque faisceau. La durée de cette phase varie de 100 ms à 1 s selon le nombre d'atomes souhaité.
2. Phase -5Γ de mélasse optique : on coupe le champ magnétique du piège. Pour retrouver un champ magnétique stable de quelques 100 nT, il faut environ 200 ms. Pendant cette phase, on cherche à minimiser la diffusion spatiale des atomes du nuage. Les lasers sont accordés à -5Γ et l'éclairement vaut $\sim I_{sat}$ au centre de chaque faisceau.
3. Phase -2Γ de lancement : on communique aux atomes leur vitesse initiale. Pour cela, on désaccorde les 3 faisceaux du haut de $-\delta\nu$ et les 3 faisceaux du bas de $+\delta\nu$, et ceci jusqu'à la fin de la séquence. On retrouve alors une configuration de mélasse optique (6 faisceaux de même fréquence) dans un référentiel ayant une vitesse verticale $v = \sqrt{3} \times \lambda_l \times \delta\nu$ (1.48 m.s⁻¹.MHz⁻¹ pour le césium). L'efficacité du lancement est optimale pour un désaccord proche de -2Γ (dans le référentiel en mouvement) et une puissance maximale. La durée de cette phase est de ~ 2 ms.
4. Phase -12Γ de refroidissement dans le référentiel en mouvement : on cherche à diminuer au maximum la température du nuage atomique. Pour cela, on désaccorde les faisceaux à -12Γ et on baisse leur puissance à $\sim 0.5 \times I_{sat}$ par faisceau, pendant ~ 1 ms. Finalement, on termine en annulant la puissance en 200 μ s environ. On coupe le laser repompeur quelques millisecondes plus tard.

Lorsque l'on utilise une mélasse optique au lieu du piège magnéto-optique, la phase -5Γ de décroissance du champ magnétique est supprimée. A l'issue de cette séquence, on obtient la distribution de vitesse non-gaussienne de l'équation 4.66. La température effective du nuage définie à partir de la gaussienne approchant au mieux cette distribution est de $\sim 1 \mu$ K, ce qui correspond à une vitesse quadratique moyenne de $\sim 2 \times v_{rec}$.

5.4.2 Préparation de l'état initial

Après le lancement, les atomes du nuage se trouvent dans un mélange statistique équiprobable des sous-niveaux Zeeman de l'état $F = 4$. Pour optimiser le fonctionnement de l'horloge, on effectue une étape de sélection de l'état horloge $|F = 3, m_F = 0\rangle$ avant l'interrogation. Pour cela, les atomes traversent une cavité de sélection grâce à laquelle on transfère, au moyen d'une impulsion π , les atomes de $|F = 4, m_F = 0\rangle$ vers $|F = 3, m_F = 0\rangle$. Après cette interaction, les atomes croisent un faisceau laser pousseur accordé sur la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$ qui écarte les atomes restés dans les états $|F = 4, m_F \neq 0\rangle$, par pression de radiation. La figure 5.16 représente l'état atomique à l'issue de la sélection (1). Pour certains tests, il

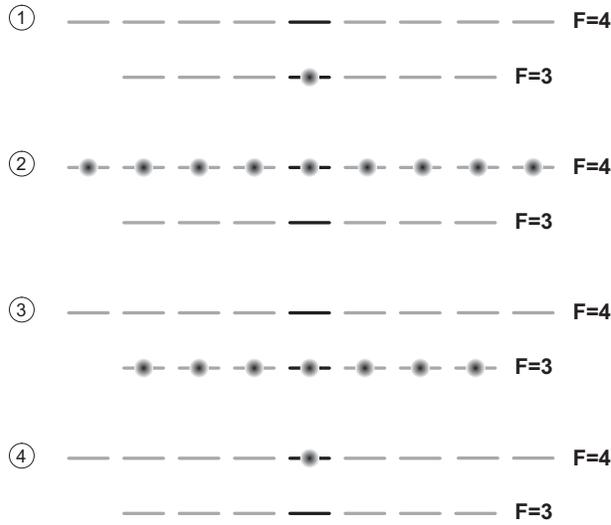


FIG. 5.16 – Diverses possibilités pour la sélection de l'état atomique avant l'interrogation. (1) Atomes sélectionnés dans $|F = 3, m_F = 0\rangle$. (2) Atomes dans $|F = 4, \text{tous } m_F\rangle$. (3) Atomes sélectionnés dans $|F = 3, \text{tous } m_F\rangle$. (4) Atomes sélectionnés dans $|F = 4, m_F = 0\rangle$.

peut être utile de faire fonctionner l'horloge avec des états initiaux différents. On peut par exemple ne faire aucune sélection et sonder la transition horloge $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$ en présence des états $|F = 4, m_F \neq 0\rangle$ (2). On peut également appliquer, après le lancement, une impulsion laser accordée sur la transition $F = 4 \rightarrow F' = 4$. On obtient alors un mélange équipopulé des sous-niveaux Zeeman du niveau hyperfin $F = 3$, et on peut sonder la transition horloge $|F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$ en présence des états $|F = 3, m_F \neq 0\rangle$ (3). Grâce à de telles mesures, on peut notamment tester les calculs théoriques de déplacements collisionnels

indépendamment d'une calibration absolue de la densité atomique effective. Finalement, on peut envisager de préparer l'état $|F = 4, m_F = 0\rangle$ (4). Pour cela, on part d'atomes sélectionnés dans $|F = 3, m_F = 0\rangle$. On applique une impulsion micro-onde π vers $|F = 4, m_F = 0\rangle$ et on finit par une impulsion de laser repompeur pour détruire la cohérence micro-onde résiduelle entre $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle$. Comparer les fréquences d'horloges obtenues en sélectionnant $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle$ peut aider à évaluer le déplacement de fréquence lié à la cavité et l'effet de recul.

5.4.3 Détection des atomes

La détection des atomes se fait au moment où ils retombent, après l'interrogation Ramsey. Dans la fontaine double, la zone de détection se situe en dessous de la zone de capture. Cette situation n'est pas idéale : en plaçant la zone de détection au dessus de la source, on peut utiliser les lasers de la détection pour la sélection de l'état initial, ce qui simplifie l'expérience. De plus, on améliore la symétrie du parcours du nuage atomique entre l'application du faisceau pousseur et la détection de la probabilité de transition. Cette symétrie a pour effet de réduire la sensibilité de l'horloge aux fuites micro-ondes en dehors de la zone d'interrogation.

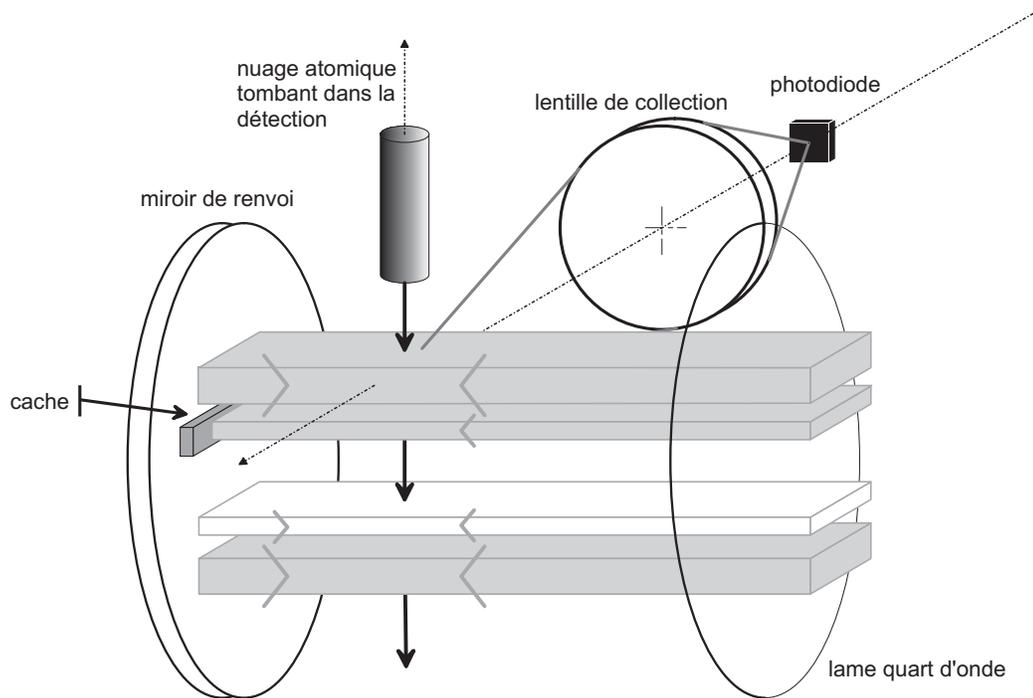


FIG. 5.17 – Représentation schématique de la zone de détection.

La figure 5.17 représente la zone de détection. Une première zone est dédiée à la détection de l'état hyperfin $F = 4$. Le nuage d'atomes froids tronqué au moment de son deuxième passage dans la cavité d'interrogation rencontre d'abord une onde stationnaire obtenue grâce au miroir de renvoi et à la lame quart d'onde, et dont la section à une hauteur de 7 mm et une largeur de 14 mm. Cette onde est accordée sur la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Sous l'effet de cette onde, les atomes se trouvant dans $F = 4$ émettent une impulsion de lumière de fluorescence qui est imagée par une lentille de collection sur une photodiode. Ce signal de temps de vol est numérisé pour être analysé par le programme informatique qui contrôle la fontaine. On calcule ainsi l'intégrale temporelle du signal de temps de vol qui renseigne sur le nombre d'atomes dans l'état $F = 4$, $N_{F=4} = N_e$. La calibration absolue de cette méthode en nombre d'atomes a été mentionnée au chapitre précédent (équation 4.84). Avec les paramètres de la fontaine RbCs (tableau C.8), on trouve que l'aire par atome traversant la cavité vaut $A_{at} = 6.23 \times 10^{-9}$ V.s pour un atome complètement saturé. En pratique, on a $s \sim 0.538$ et on doit prendre en compte le profil des faisceaux et la réponse spatiale de la détection, ce qui conduit à $A_{at} = 1.4 \times 10^{-9}$ V.s. Les atomes traversent ensuite une onde progressive à la même fréquence qui a pour effet de pousser les atomes qui sont dans $F = 4$ hors de l'axe de la détection et hors de résonance avec le laser. Restent alors les atomes dans $F = 3$ qui sont détectés dans la seconde zone. Ils traversent d'abord un repompeur, c'est-à-dire une onde stationnaire accordée sur la transition $F = 3 \rightarrow F' = 4$. Ils sont pompés optiquement vers $F = 4$ et peuvent être détectés comme avant dans une onde stationnaire accordée sur $F = 4 \rightarrow F' = 5$. La lentille et la photodiode dédiées à cette deuxième zone ne sont pas représentées sur la figure 5.17. On note $N_{F=3} = N_f$, le nombre d'atomes détectés dans $F = 3$. La probabilité de transition est calculée à partir des temps de vol numérisés :

$$P = \frac{N_e}{N_e + N_f}. \quad (5.9)$$

Tous les faisceaux sont mis en forme à partir de deux collimateurs (un pour la longueur d'onde principale un pour le repompeur) semblables à celui de la figure 5.15. Les faisceaux principaux des deux zones sont donc issus du même laser ce qui permet de rejeter leurs fluctuations sur des échelles de temps plus grandes que le temps de transit du nuage dans la détection (~ 10 ms). En détectant les deux niveaux hyperfins et en utilisant la formule 5.9, on rejette également les fluctuations du nombre d'atomes lancés N_{at} . Une discussion des sources de bruit dans la détection sera faite au chapitre suivant.

5.4.4 Le banc optique césium

Dans cette section, on décrit les sources lasers pour la manipulation des atomes. Elles sont situées sur un banc optique de $90 \times 90 \text{ cm}^2$ relié à la chambre à vide par 10 fibres optiques mono-modes, polarisantes (6 pour la capture, 2 pour la détection, 1 pour le pousseur, 1 pour le pompeur). Grâce aux fibres et aux collimateurs décrits plus haut, on découple les réglages effectués sur le banc optique de l’alignement des faisceaux au niveau de la chambre à vide. Les fibres jouent en plus le rôle d’un très bon filtre spatial et d’un très bon polariseur ce qui permet d’obtenir de bonnes caractéristiques pour les faisceaux utiles.

Synthèse optique pour le refroidissement

La figure 5.18 représente l’essentiel des fonctions intervenant dans la synthèse optique. Les diodes laser maître et repompeur sont des diodes à semi-conducteur commerciales à 852 nm stabilisées sur réseau. Elles seront décrites plus loin. Elles délivrent un faisceau laser monomode de $\sim 100 \text{ kHz}$ de large et une puissance de $\sim 15 \text{ mW}$. Une fraction de la puissance du laser maître est prélevée, décalée en fréquence de +160 à +240 MHz au moyen d’un modulateur acousto-optique (MAO) et envoyée vers une cellule d’absorption saturée (7). La fréquence du faisceau traversant la cellule est asservie sur la transition $F = 4 \longrightarrow F' = 5$ du césium en agissant sur les paramètres de la diode laser maître. Ainsi, le faisceau sortant de cette diode (1) est stabilisé avec un désaccord réglable de -160 à -240 MHz en dessous de la transition $F = 4 \longrightarrow F' = 5$.

Une partie de ce faisceau (2) traverse un MAO qui décale sa fréquence de -80 MHz ce qui permet d’atteindre la transition $F = 4 \longrightarrow F' = 4$ pour le pompeur. Cette partie du faisceau est envoyée par fibre vers la chambre à vide. Une autre partie du laser maître est envoyée dans deux MAOs (3) et (4) qui appliquent un décalage de fréquence de $+80 \text{ MHz} \pm \delta\nu$. Ces deux faisceaux servent à injecter deux lasers esclaves pouvant délivrer jusqu’à 200 mW chacun. Les faisceaux issus des lasers esclaves sont décalés en fréquence de $+80 \text{ MHz}$ grâce aux MAOs (5) et (6) avant d’être couplés dans les fibres qui alimentent la zone de capture. Avec ce système, on règle le désaccord des faisceaux principaux en jouant sur la radio-fréquence du MAO (7). On règle leur puissance en ajustant la puissance radio-fréquence dans les MAOs (5) et (6). On règle la vitesse de lancement en ajustant l’écart de fréquence $\delta\nu$ entre les MAOs (3) et (4).

Le laser repompeur est semblable au laser maître. Il est asservi par absorption saturée (8) sur la transition $F = 3 \longrightarrow F' = 3$. Il est séparé en deux

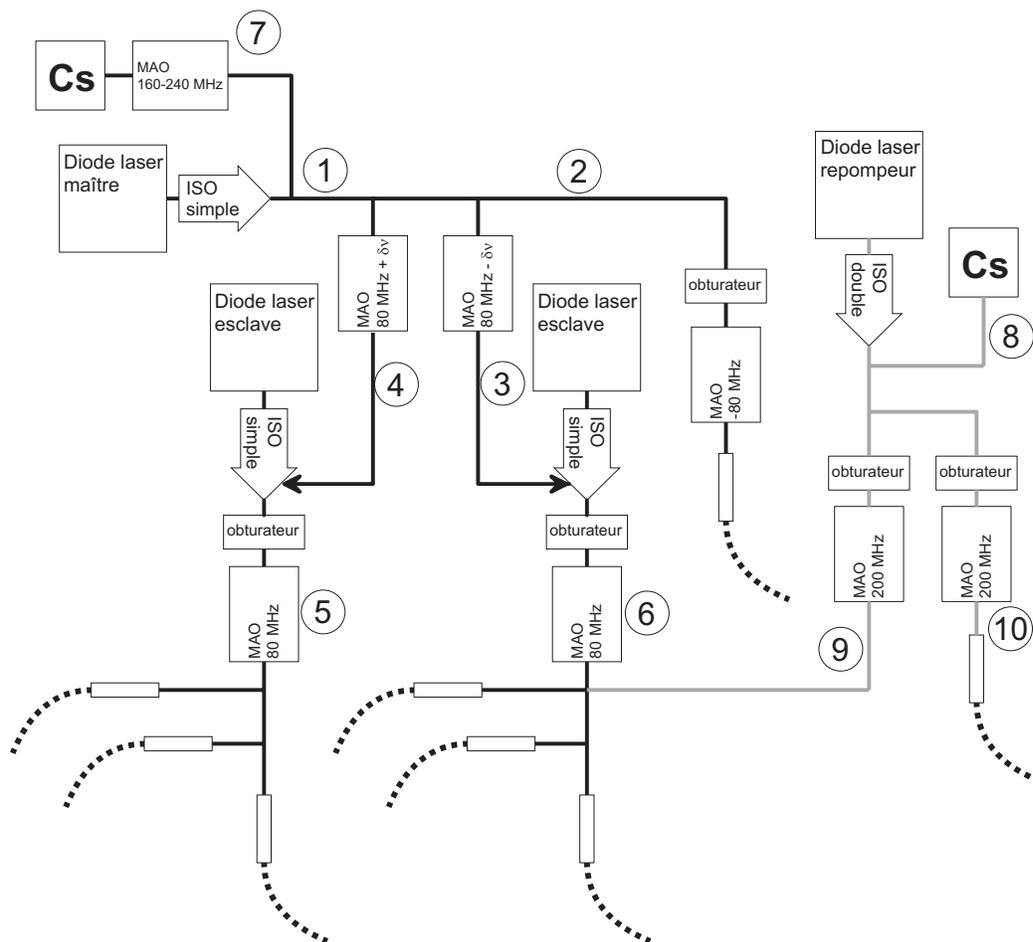


FIG. 5.18 – Principe de la synthèse optique pour le refroidissement des atomes de césium. On n'a pas représenté les composants optiques usuels permettant la mise en forme des faisceaux (miroirs, lentilles, cubes séparateurs de polarisation, etc).

parties décalées de +200 MHz grâce aux MAOs (9) et (10), ce qui permet d'atteindre la transition $F = 3 \rightarrow F' = 4$. Un des faisceaux est couplé dans les fibres de la zone de capture (9), l'autre vers la fibre du faisceau repompeur de la détection (10). Pour garantir l'absence de lumière pendant le vol balistique du nuage atomique, chaque faisceau est coupé à l'aide d'un obturateur mécanique à la fin de la séquence de refroidissement.

Lasers pour le refroidissement

Les lasers pour le refroidissement (maître et repompeur) sont basés sur des diodes à semi-conducteur commerciales fonctionnant vers 852 nm. Elles délivrent une puissance de ~ 50 mW pour un courant injecté de ~ 100 mA. Elles comportent un module à effet Peltier et une thermistance qui permettent d'asservir la température du semi-conducteur. Seules, ces diodes n'ont pas un fonctionnement suffisamment stable pour le refroidissement laser. Pour les stabiliser et les affiner spectralement, on utilise une cavité externe formée par un réseau de diffraction (1200 traits par millimètres) orienté pour renvoyer l'ordre -1 dans la diode laser, l'ordre 0 constituant la sortie du laser. Le réseau est monté sur une céramique piézo-électrique qui permet de contrôler finement la longueur de la cavité externe.

Ces lasers sont asservis sur la transition voulue du césium au moyen d'une détection homodyne du signal d'absorption saturée. Cette technique utilise une modulation à 100 kHz de la fréquence du laser induite par une modulation du courant injecté dans la diode. Avec cette méthode, le faisceau de sortie des lasers de refroidissement est donc modulé à 100 kHz avec une profondeur de modulation typique de quelques centaines de kHz. L'expérience montre que ceci est sans inconvénient pour le refroidissement laser. Ces techniques extrêmement répandues ne seront pas décrites plus en détail.

Laser pour la détection

Le laser pour la détection est basé sur le même type de diode laser commerciale. La cavité externe et la méthode d'asservissement utilisées diffèrent de celles qu'on vient de décrire. Cette différence est motivée par le souci d'expérimenter un montage susceptible d'être plus fiable sur de grandes durées (plusieurs mois) et de diminuer le bruit de détection des atomes.

La figure 5.19 représente le schéma de principe de la diode laser de détection. En sortie de la diode laser commerciale, un objectif asphérique de focale 3.01 mm permet de former un faisceau parallèle avec une taille de ~ 1 mm (à $1/e^2$) dans la direction verticale et ~ 3 mm dans la direction horizontale. Le faisceau traverse un étalon mince à lame d'air d'épaisseur 21 μm

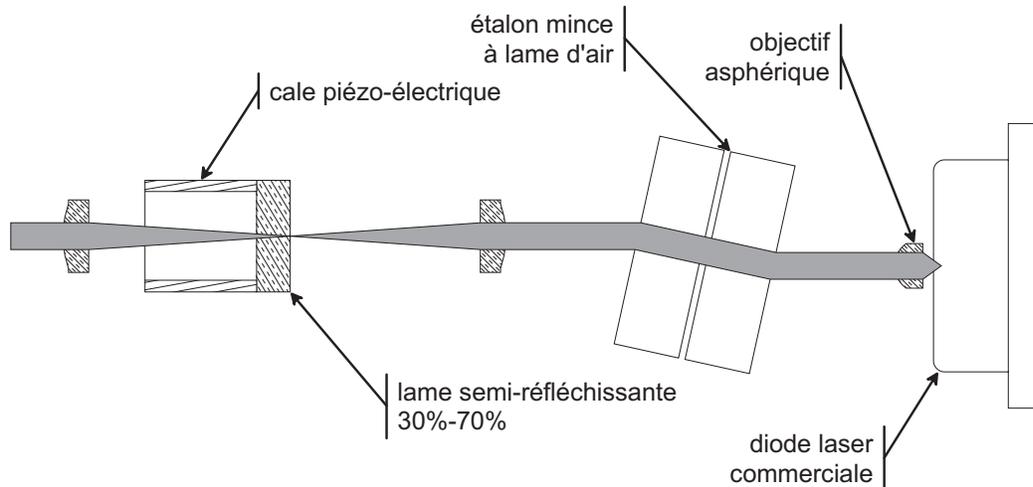


FIG. 5.19 – Schéma de principe d'une diode laser à étalon mince.

et de finesse 40. Ces paramètres ont été choisis pour reproduire la sélectivité en fréquence du réseau dans le montage classique. Le faisceau est ensuite focalisé, avec un objectif de focale 18.4 mm, sur une lame semi-réfléchissante qui renvoie 30% de la puissance incidente vers la diode laser. La lame est montée sur une cale piézo-électrique. Un autre objectif de focale 18.4 mm permet d'obtenir un faisceau parallèle en sortie du laser. L'intérêt de ce montage se situe au niveau de la configuration "en oeil de chat" de la lame semi-réfléchissante qui rend l'ensemble peu sensible aux déformations angulaires. La sensibilité angulaire de l'étalon à lame d'air fonctionnant avec un angle d'incidence de ~ 0.17 rad est également diminuée d'un facteur ~ 6 par rapport à celle du réseau dans la configuration usuelle. D'autre part, les pertes dans les composants optiques sont moins importantes que les pertes d'un réseau et on peut obtenir une puissance plus élevée en sortie. L'inconvénient actuel du montage est une sensibilité légèrement trop grande de l'étalon aux fluctuations d'indice de l'air, ce qui fait que le laser se dérègle selon les conditions climatiques. Une amélioration à venir consistera à remplacer l'étalon à air par un étalon solide ou par un étalon à air étanche.

La figure 5.20 représente le schéma de principe de l'asservissement du laser de détection. Une partie du faisceau issu du laser passe à travers un modulateur électro-optique (MEO) à 5 MHz (1) puis dans une cellule d'absorption saturée (2). Le modulateur électro-optique imprime une modulation de phase qui est transformée en modulation d'amplitude par les atomes. Cette modulation d'amplitude est détectée par homodynage (3) pour corriger la fréquence de la diode laser. Avec cette méthode d'asservissement, la fréquence du faisceau utile (4) n'est pas modulée. En réalisant le battement

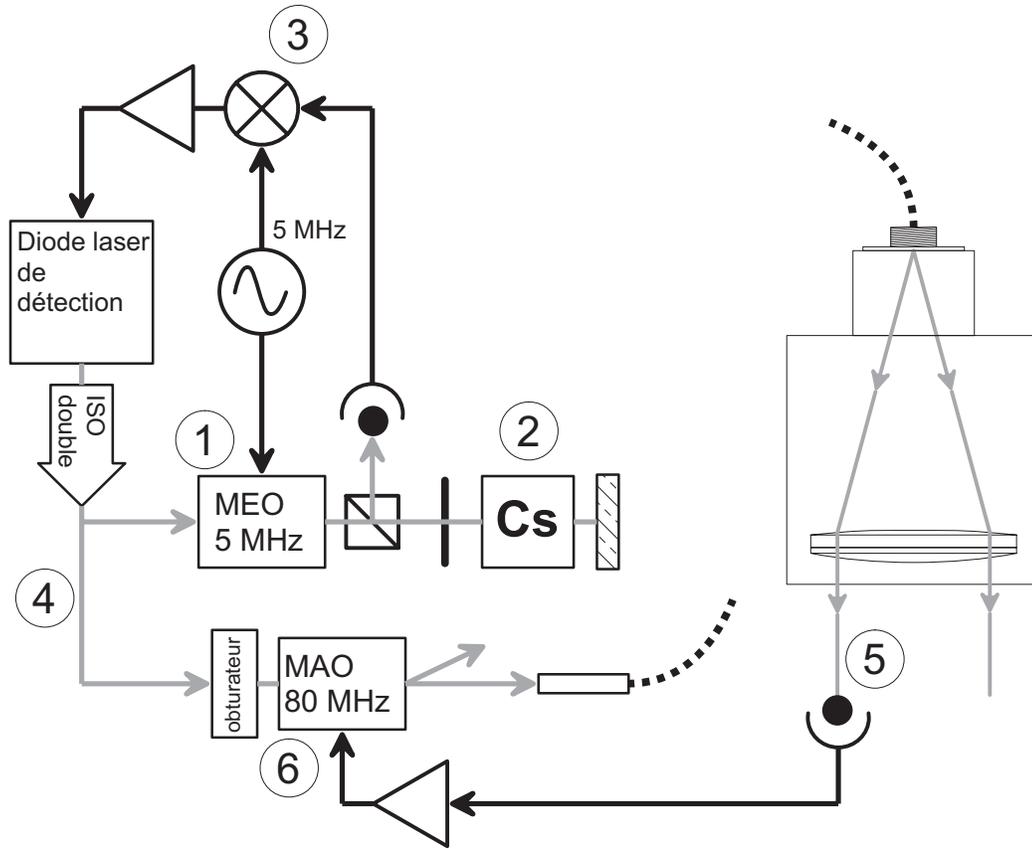


FIG. 5.20 – Schéma de principe de l’asservissement du laser de détection.

entre deux systèmes similaires, on a pu mesurer la stabilité de fréquence obtenue (voir la figure 5.21). La stabilité à court terme est de $\sigma_y(\tau) \sim 10^{-13} \times \tau^{-1/2}$ ce qui correspond à une largeur de raie de ~ 7.7 kHz (voir l’annexe B.3). Au delà de $\tau = 0.1$ s, on observe une dérive probablement due à des fluctuations de l’environnement de la cellule d’absorption saturée. On n’a pas cherché à remédier à cette dérive sans importance pour l’utilisation prévue. La valeur trouvée de la largeur de raie ci-dessus est confirmée par une analyse du spectre du battement. La figure 5.20 montre également le système d’asservissement de la puissance du laser de détection. Le modulateur acousto-optique (6) permet d’éliminer dans l’ordre 1, une partie de la puissance du faisceau couplé dans la fibre. Une photodiode mesure l’éclairement en sortie du collimateur et au bord du faisceau, zone qui n’est pas utilisée dans la détection (5). Ce signal est utilisé pour contrôler la puissance radio-fréquence envoyée dans le modulateur acousto-optique (6). On corrige ainsi les fluctuations de puissance dans la détection avec une bande passante supérieure à 100 kHz. On

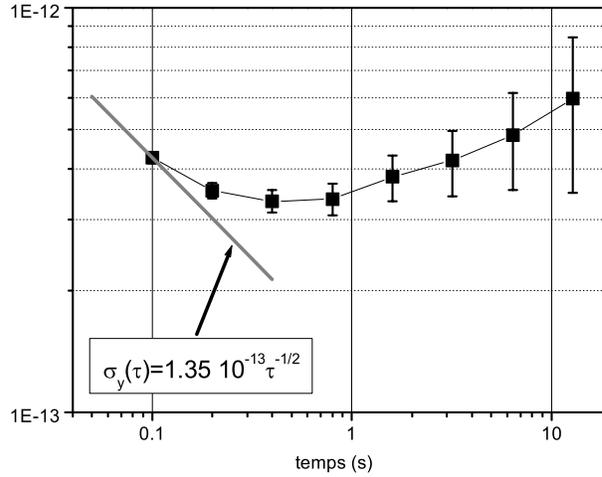


FIG. 5.21 – Mesure de la stabilité de fréquence entre deux diodes lasers asservies à l'aide d'un modulateur électro-optique. En admettant que les deux systèmes ont des contributions égales au bruit blanc de fréquence, on trouve que la stabilité à court terme d'un laser vaut $\sigma_y(\tau) \sim 10^{-13} \times \tau^{-1/2}$.

peut ainsi éliminer les fluctuations de puissance liées aux vibrations acoustiques de la fibre. L'asservissement de la puissance du laser de détection, sur la base d'une mesure faite dans la zone de détection, contribue également à la reproductibilité à long terme (plusieurs mois) de l'estimation du nombre d'atomes détectés et donc de la densité atomique effective.

5.5 Les sources de rubidium et de césium

La méthode la plus simple pour charger le piège magnéto-optique ou la mélasse optique est de maintenir une vapeur de densité $\rho \sim 2.5 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$ de l'atome voulu au niveau de la zone de capture même. Les atomes de cette vapeur ayant une vitesse inférieure à $\sim 30 \text{ m.s}^{-1}$ sont ralentis par les lasers de refroidissement. Le chargement de la mélasse dépend alors d'un compromis entre cet apport en atomes lents et l'expulsion d'atomes froids par collision avec les atomes rapides de la vapeur. Typiquement, pour la densité de vapeur mentionnée ci-dessus, on observe des temps de chargement de $\sim 1 \text{ s}$ et un nombre d'atomes final de $\sim 10^9$. Cette méthode simple a été utilisée sur la fontaine Rb. Sur la fontaine RbCs, on a choisi une autre méthode susceptible d'améliorer les performances de l'horloge.

5.5.1 Description des jets atomiques

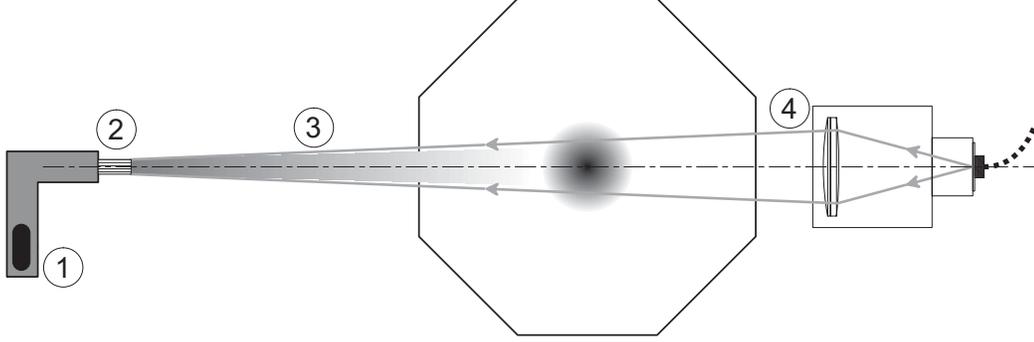


FIG. 5.22 – Représentation schématique de la source d'atomes.

La figure 5.22 représente un schéma de la source d'atomes. Le césium sous forme métallique est placé dans un four constitué d'un tube en cuivre (1). Chauffé à environ $120\text{ }^{\circ}\text{C} = 393\text{ K}$, il forme une vapeur avec une pression de $2.7 \times 10^{-1}\text{ Pa}$ correspondant à une densité $\rho = 4.9 \times 10^{13}\text{ cm}^{-3}$. Cette vapeur est éjectée par un ensemble de $N_t \simeq 420$ tubes en *monel 400*¹ de diamètre intérieur $2a = 200\text{ }\mu\text{m}$, de diamètre extérieur $300\text{ }\mu\text{m}$ et de longueur $L = 8\text{ mm}$ (2). On obtient un jet thermique (3) émettant des atomes en direction de la zone de capture, située à une distance $D = 50\text{ cm}$ de la sortie du four. La distribution de vitesse dans le jet est donnée par [58][31] :

$$p(v) = 2\frac{v^3}{\alpha^4} \exp\left(-\frac{v^2}{\alpha^2}\right) \quad (5.10)$$

avec $\alpha = \left(\frac{2k_B T}{m_{at}}\right)^{1/2}$.

Avec les paramètres donnés ci-dessus, α vaut $222\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le flux total, le flux surfacique au centre du faisceau, la vitesse moyenne, et la divergence (demi largeur à mi-hauteur) du jet sont données par :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &\simeq 1.6 \frac{1}{\frac{4L}{a} \left(1 + \frac{3L}{8a}\right)} \times \rho \alpha \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times N_t \pi a^2 \simeq 2.6 \times 10^{13}\text{ s}^{-1} \\ f &= \frac{1}{4\pi D^2} \times \rho \alpha \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times N_t \pi a^2 \simeq 5.2 \times 10^{12}\text{ cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1} \\ \bar{v} &= \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \alpha \simeq 295\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ \theta &\simeq 1.7 \frac{a}{L} \simeq 21\text{ mrad}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

¹*monel* : alliage à base de cuivre et de nickel.

La fraction d'atomes ayant une vitesse inférieure à la vitesse de capture v_c de la mélasse optique vaut :

$$\frac{\mathcal{F}(v < v_c)}{\mathcal{F}} = \frac{f(v < v_c)}{f} = \left[1 - \left(1 + \frac{v_c^2}{\alpha^2} \right) \exp \left(-\frac{v_c^2}{\alpha^2} \right) \right] \quad (5.12)$$

$$\simeq \frac{1}{2} \frac{v_c^4}{\alpha^4}.$$

Avec les valeurs ci-dessus et une vitesse de capture de 30 m.s^{-1} , on trouve $\mathcal{F}(v < v_c) \simeq 4.4 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ et $f(v < v_c) \simeq 8.7 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$. Un dispositif similaire est dédié au rubidium.

5.5.2 Ralentissement des jets atomiques

Pour augmenter le flux d'atomes lents susceptibles d'être capturés par la mélasse optique, ce jet thermique est ralenti en utilisant la pression de radiation d'un faisceau laser (4) excitant la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$ comme pour le refroidissement laser. En ralentissant, les atomes sortent de résonance à cause de l'effet Doppler du premier ordre ($1.2 \text{ MHz par m.s}^{-1}$) ce qui rend le laser inopérant. Pour remédier à ce problème le laser est balayé périodiquement de -235 MHz à -25 MHz en dessous de la transition optique en 5.5 ms . Il reste ainsi en résonance avec des paquets d'atomes en train d'être ralentis. Comme pour le refroidissement, on doit ajouter un laser repompeur accordé sur la transition $F = 3 \rightarrow F' = 4$ et balayé en fréquence de manière synchrone avec le laser principal.

Sources lasers

La figure 5.23 représente les sources lasers servant pour le ralentissement du jet thermique de césium. Une diode laser commerciale de type DBR² (1) sert à injecter une diode esclave (2) pour produire le faisceau de refroidissement. Une seconde diode laser DBR (3) sert pour le repompeur. Ces diodes ont une largeur spectrale $\lesssim 1 \text{ MHz}$ suffisamment étroite pour l'utilisation voulue, ce qui évite la complication d'un montage à cavité étendue. Par contre, elles sont plus sensibles aux réflexions parasites sur les optiques et notamment les fibres. On a donc dû rajouter un étage d'isolation (4). Après un obturateur mécanique, les deux fréquences lasers sont couplées dans une fibre à maintien de polarisation (5). Ce montage permet d'obtenir jusqu'à

²DBR : Distributed Bragg Reflector. Dans ce type de laser à semi-conducteur, une modulation périodique bien choisie de la composition du milieu amplificateur permet d'effectuer une sélection de mode qui assure un fonctionnement monomode de la diode laser.

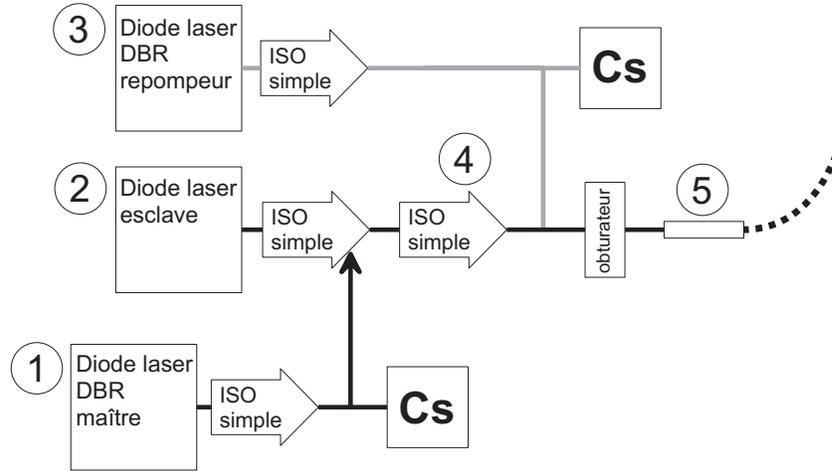


FIG. 5.23 – Synthèse optique pour le ralentissement du jet de césium.

50 mW de la fréquence principale et 1 mW de repompeur en sortie de la fibre.

Effet du jet sur la capture

Le chargement d'une mélasse optique est bien décrit par une équation différentielle de la forme [59] :

$$\frac{dN_{at}}{dt} = C - P \times N_{at}. \quad (5.13)$$

La constante C est le taux de chargement, c'est-à-dire le nombre d'atomes capturés par la mélasse par unité de temps. Le deuxième terme représente les pertes des atomes froids par collision avec les atomes chaud du gaz résiduel. On a :

$$N_{at}(t) = N_{at}^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{at}}\right) \right]. \quad (5.14)$$

$N_{at}^{\infty} = C/P$ désigne le nombre d'atomes dans la mélasse en régime stationnaire. $\tau_{at} = 1/P$ est le temps de chargement de la mélasse. Pour comparer le chargement à partir d'une vapeur et le chargement à partir d'un jet, on fait un modèle très simple. On considère que le rayon de la mélasse est donné par le rayon à $1/e$ des faisceaux lasers, $\sigma_r \simeq 6.5$ mm. Dans le cas d'un jet thermique, sans refroidissement, on considère que $C = \pi\sigma_r^2 f(v < v_c) \simeq 1.2 \times 10^9$ s⁻¹ et que $P = \chi \times f$ où χ est un coefficient qui dépend de la section efficace de collision entre atomes chauds et atomes froids.

Dans ce cas, on a :

$$\begin{aligned}
 N_{at}^{\infty} &= \pi \sigma_r^2 \frac{f(v < v_c)}{\chi f} \\
 \tau_{at} &= \frac{1}{\chi f}.
 \end{aligned}
 \tag{5.15}$$

Pour décrire une mélasse chargée à partir d'une vapeur, on calcule le flux des atomes de vitesse $v < v_c$ à travers la sphère de rayon σ_r délimitant la mélasse. Pour une vapeur ayant une densité typique de $2.5 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$, on trouve $C = 2.1 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. Par ailleurs, le flux total d'atomes chauds sur un atome de la mélasse $f \simeq 5.4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, valeur égale à celle obtenue dans le jet à quelques % près. Avec ces valeurs, on trouve que N_{at}^{∞} est ~ 1.7 fois plus petit dans le cas du jet thermique, et que τ_{at} est sensiblement le même dans les deux situations.

L'utilisation du ralentissement du jet permet le chargement dans la mélasse d'atomes ayant une vitesse initialement supérieure à la vitesse de capture v_c . A titre d'exemple, supposons que l'effet du ralentissement soit de charger dans la mélasse tous les atomes de la distribution thermique ayant une vitesse inférieure à $2v_c$, au lieu de v_c . On calcule, grâce à l'équation 5.12 que $f(v < 2v_c) \simeq 15 \times f(v < v_c)$. Le taux de chargement C et le nombre d'atomes à saturation N_{at}^{∞} est donc multiplié par ~ 15 grâce au ralentissement. Par ailleurs, en première approximation, le ralentissement modifie peu le flux d'atomes chauds, ce qui signifie que τ_{at} reste inchangé. Sur cet exemple, on prévoit donc qu'un jet ralenti permet de charger ~ 9 fois plus d'atomes qu'une vapeur, avec la même constante de temps, ce qui représente un gain très significatif pour les fontaines. La prise en compte des détails de la géométrie et des mécanismes de capture et de ralentissement conduit probablement à une modélisation complexe qui ne s'avère pas réellement utile.

Du point de vue expérimental, on a optimisé le fonctionnement du jet ralenti en essayant d'augmenter au maximum la fluorescence de la mélasse optique, mesurée par le dispositif de la figure 4.13. Après optimisation, on observe une augmentation d'un facteur ~ 50 du nombre d'atomes maximal N_{at}^{∞} entre le jet thermique et le jet ralenti. On peut estimer ~ 25 le facteur d'amélioration du nombre d'atomes par rapport à une mélasse chargée à partir d'une vapeur, ce qui justifie pleinement l'utilisation du jet ralenti. Typiquement, on mesure un nombre d'atomes $N_{at}^{\infty} \sim 2.5 \times 10^9$, ce qui correspond à $\sim 2.8 \times 10^8$ atomes dans le niveau $|F = 4, m_F = 0\rangle$. Le temps de chargement mesuré τ_{at} est de 500 ms environ.

5.6 Contrôle informatisé de la fontaine

Le système de contrôle informatisé de la fontaine RbCs est conçu pour effectuer de manière automatique de nombreuses tâches nécessaires à l'évaluation des effets systématiques. Par exemple, le contrôle de la température de la zone d'interrogation est fait au moyen d'un asservissement digital contrôlé par ordinateur et on garde trace des fluctuations de température. De même, il est prévu que l'ordinateur fasse un contrôle automatique de la fréquence de résonance des cavités d'interrogation pour vérifier leur température. Le programme informatique peut également faire un contrôle automatique du champ magnétique dans la zone d'interrogation, en faisant la spectroscopie de la transition $|F = 4, m_F = +1\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = +1\rangle$ pour plusieurs hauteurs de lancement. En mesurant le nombre d'atomes détectés en fonction de la hauteur de lancement, on peut également tester automatiquement la stabilité de la distribution de vitesse du nuage et donc de la densité atomique (voir la figure 4.12).

Avec le système de contrôle informatisé de la fontaine RbCs, on peut également alterner de manière automatique des mesures de fréquence pour différents paramètres de fonctionnement. On peut ainsi évaluer certains effets systématiques en s'affranchissant des variations lentes de la fréquence de la source d'interrogation. Les mesures des effets dépendant du nombre d'atomes décrites dans le chapitre 7 sont un exemple d'utilisation de cette méthode. Typiquement, on peut faire des mesures pour différents nombres d'atomes lancés (en variant la durée de chargement de la mélasse ou l'intensité des faisceaux lasers pendant le chargement), pour différents états initiaux (voir la figure 5.16), pour différents type d'impulsions Ramsey ($\pi/4, \pi/2, 3\pi/2, \dots$), pour différentes hauteurs de lancement,...

Chapitre 6

Méthodes de comparaisons entre fontaines atomiques

6.1 Les horloges à atomes froids du LPTF.

La figure 6.1 représente les horloges à atomes froids du LPTF. FO1 est la première fontaine à atomes de césium dont la construction a débuté en 1992 [48][2][57][60]. L'horloge PHARAO est un prototype d'horloge spatiale à atomes froids ayant contribué à la démonstration de faisabilité du projet ACES et converti en fontaine de césium transportable [47][61]. La fontaine double à atomes de rubidium et de césium est l'expérience qui fait l'objet de ce mémoire.

Le LPTF, chargé de réaliser l'échelle de temps atomique française et de contribuer à la réalisation du temps atomique international (TAI), possède un maser à hydrogène¹ relié aux autres laboratoires de métrologie grâce à un lien utilisant les signaux du système GPS². Le maser à hydrogène délivre un signal à 100 MHz qui sert de point de départ pour la synthèse des fréquences d'interrogation des fontaines. La stabilité de fréquence du maser $\sigma_y(\tau) \simeq 2 \times 10^{-13} \tau^{-1}$ entre 1 et 100 s est insuffisante pour une utilisation directe sur les fontaines. Pour remédier à ce problème, on utilise un filtre suiveur, oscillateur possédant une très bonne stabilité à court terme, asservi en phase sur le maser. En optimisant la bande passante de l'asservissement, on

¹MASER : Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation. Il s'agit d'une horloge atomique basée sur la transition hyperfine de l'atome d'hydrogène de fréquence ~ 1.4 GHz.

²GPS : Global Positioning System. Système de positionnement américain utilisant un ensemble d'horloges atomiques de haute performance embarquées dans des satellites. Ces satellites émettent des signaux électromagnétiques qui peuvent être détectés sur tout le globe et utilisés pour comparer des horloges distantes.

obtient un signal qui combine la bonne stabilité à court terme de l'oscillateur et la stabilité à long terme et l'exactitude du maser à hydrogène. Cet oscillateur de filtrage peut être un oscillateur à quartz³ à 5 MHz sélectionné parmi les meilleurs du marché, ou bien un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir. Ce type d'oscillateur possède une stabilité à court terme excellente et doit permettre d'améliorer d'un ordre de grandeur la stabilité des fontaines atomiques. Ceci sera discuté dans une prochaine section. Le signal issu de l'oscillateur de filtrage est distribué aux différentes fontaines sous la forme d'un signal à 100 MHz qui sert pour la synthèse des fréquences micro-ondes pour l'interrogation des atomes. L'oscillateur de filtrage asservi sur le maser joue le rôle d'un oscillateur d'interrogation commun aux trois fontaines. En synchronisant le fonctionnement des fontaines, on peut rejeter efficacement les fluctuations de cet oscillateur et faire une comparaison directe entre fontaines.

6.2 Synthèse des fréquences micro-ondes.

Dans cette section, on décrit succinctement les chaînes de synthèse des fréquences micro-ondes utilisées sur les fontaines atomiques. Elles ont été conçues et caractérisées dans le laboratoire d'électronique du LPTF. Une description détaillée de ces travaux se trouve dans la thèse de Giorgio Santarelli [46]. La fontaine RbCs utilise deux chaînes de synthèse : une pour le rubidium, une pour le césium. Étant données les ressemblances entre ces deux dispositifs, on a choisi de ne décrire que la chaîne synthèse pour le césium. La chaîne de synthèse pour le rubidium est décrite dans la thèse d'Yvan Sortais [6].

Signalons aussi que des chaînes de synthèse sont également nécessaires pour alimenter les cavités de sélection. Toutefois, les exigences quant à la stabilité de fréquence de ces chaînes sont bien moindre que pour les chaînes d'interrogation. En pratique, on utilise des chaînes de synthèse semblables aux chaînes d'interrogation sur le plan du principe mais moins optimisées au niveau de la réalisation, ou bien des chaînes basées sur la multiplication directe d'un synthétiseur radio-fréquence. On ne donnera pas plus de détails sur cette question.

³oscillateur basé sur une résonance mécanique de très haut facteur de qualité ($\sim 10^6$) d'un cristal de quartz.

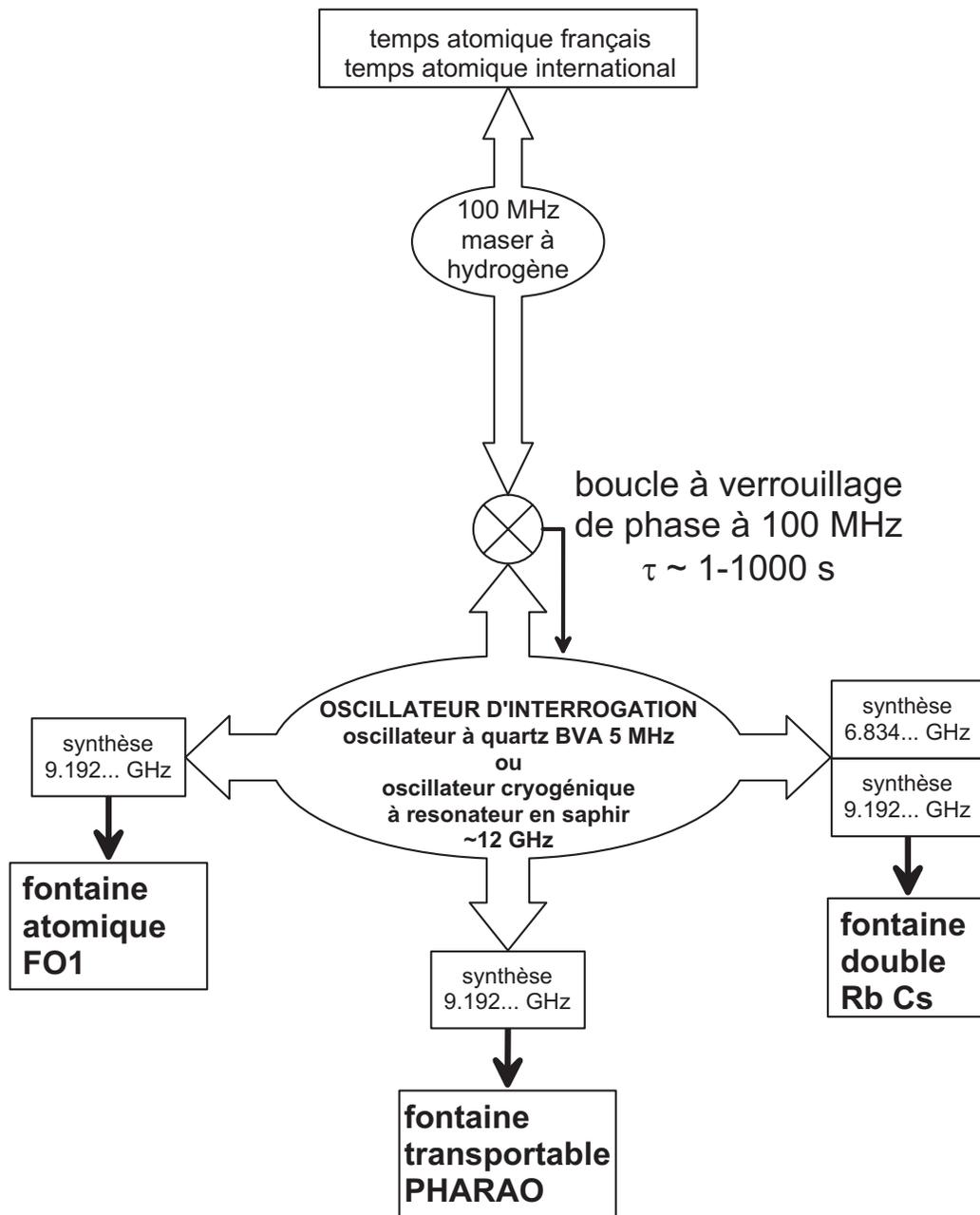


FIG. 6.1 – Les horloges à atomes froids du LPTF.

6.2.1 Description d'une chaîne de synthèse.

La figure 6.2 représente la chaîne de synthèse micro-onde utilisée pour l'interrogation des atomes de césium dans la fontaine RbCs. Elle permet d'obtenir un signal micro-onde proche de la fréquence hyperfine du césium et réunissant les caractéristiques suivantes :

- Faible bruit de phase et cohérence de phase avec le signal de distribution à 100 MHz.
- Réglage de fréquence contrôlable par un ordinateur avec une résolution inférieure à la stabilité de fréquence de la fontaine à un cycle et une excursion de quelques kHz permettant d'atteindre les transitions dépendant du champ magnétique.
- Réglage de la puissance contrôlable par ordinateur.
- Faible niveau de fuites micro-ondes.

Le signal de distribution à 100 MHz (1) est utilisé pour asservir en phase un oscillateur à quartz à 100 MHz (2) ce qui permet de découpler la chaîne de synthèse du système de distribution. La bande passante de l'asservissement, de l'ordre de 1 kHz, permet de recopier le bruit de phase du signal de distribution dans le domaine de fréquence qui influe sur la stabilité de la fontaine. Le signal à 100 MHz ainsi obtenu est multiplié par 2 pour obtenir du 200 MHz (3) et alimenter un mélangeur échantillonneur (4). Le mélangeur échantillonneur permet de réaliser le battement entre la 48^{ème} harmonique du 200 MHz et le signal à $9.592\,631\,770\text{ GHz} + \delta\nu$ issu de l'oscillateur hyperfréquence (5) de type YIG⁴, sans dégrader la stabilité de phase du signal de distribution. Ce battement à $7.368\,230\text{ MHz} - \delta\nu$ (6) est mélangé au signal issu d'un synthétiseur radio-fréquence synchronisé sur le signal de distribution (7) afin de réaliser l'asservissement en phase de l'oscillateur YIG, avec une bande passante de $\sim 100\text{ kHz}$. En mélangeant le signal hyper-fréquence obtenu à du 400 MHz (8), on génère la fréquence voulue, soit $9.192\,631\,770\text{ GHz} + \delta\nu$. Les signaux à $9.592\,631\,770\text{ GHz}$ et $9.592\,631\,770\text{ GHz} + 400\text{ MHz}$ également présents en sortie du mélangeur sont filtrés par la cavité micro-onde d'interrogation. Ils ont peu d'effet sur la fréquence de l'horloge ($\sim 4 \times 10^{-17}$ en supposant que la puissance de la composante à $9.592\,631\,770\text{ GHz}$ est 65 dB supérieure à la puissance du signal à $9.192\,631\,770\text{ GHz} + \delta\nu$ permettant de réaliser une impulsion $\pi/2$). A part le synthétiseur radio-fréquence, les composants de cette chaîne de synthèse sont placés sur une plaque en aluminium régulée en température à $\pm 0.1\text{ K}$ et à l'intérieur d'un blindage magnétique en fer doux.

⁴YIG : Yttrium Iron Garnet. Il s'agit d'un oscillateur basé sur une résonance paramagnétique d'un cristal YIG. La fréquence de l'oscillateur est contrôlée par application d'un champ magnétique.

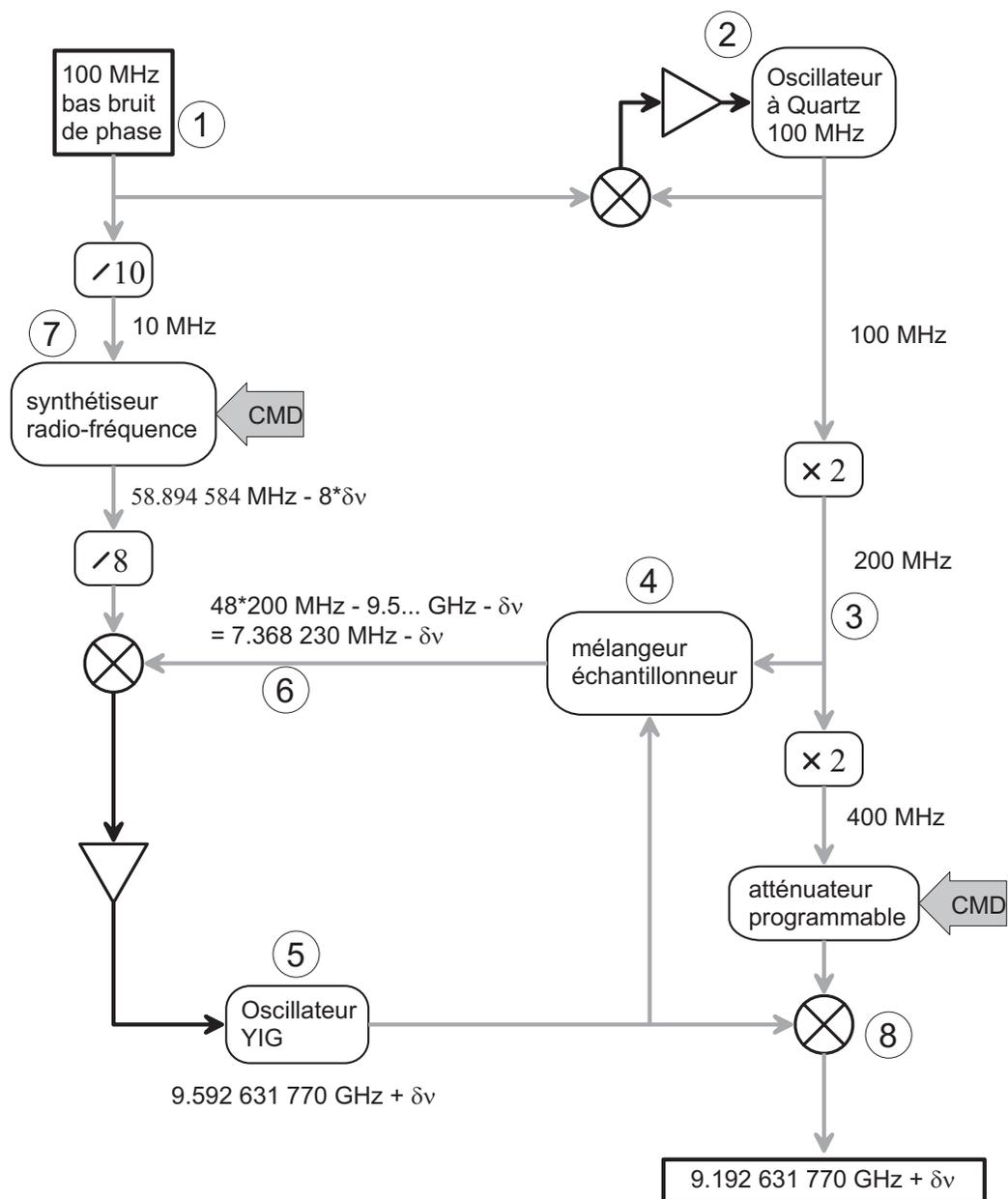


FIG. 6.2 – Chaîne de synthèse micro-onde pour le césium.

Le contrôle de la fréquence de sortie se fait par l'intermédiaire du synthétiseur radio-fréquence. Pour une résolution de 1 mHz du synthétiseur, on obtient une résolution de 1.4×10^{-14} en valeur relative, en sortie de la chaîne de synthèse. Le contrôle de puissance se fait en commandant la puissance du signal à 400 MHz en entrée du mélangeur. Grâce à ce mélangeur de sortie, on génère exactement la puissance de 9.192 631 770 GHz+ $\delta\nu$ nécessaire pour l'interrogation (~ -60 dBm). Le signal hyper-fréquence de puissance élevée ($\sim +5$ dBm) en sortie de l'oscillateur YIG est décalé de 400 MHz par rapport à la résonance atomique. L'effet d'éventuelles fuites micro-ondes sur la fréquence de l'horloge est ainsi considérablement diminué.

6.2.2 Caractérisation

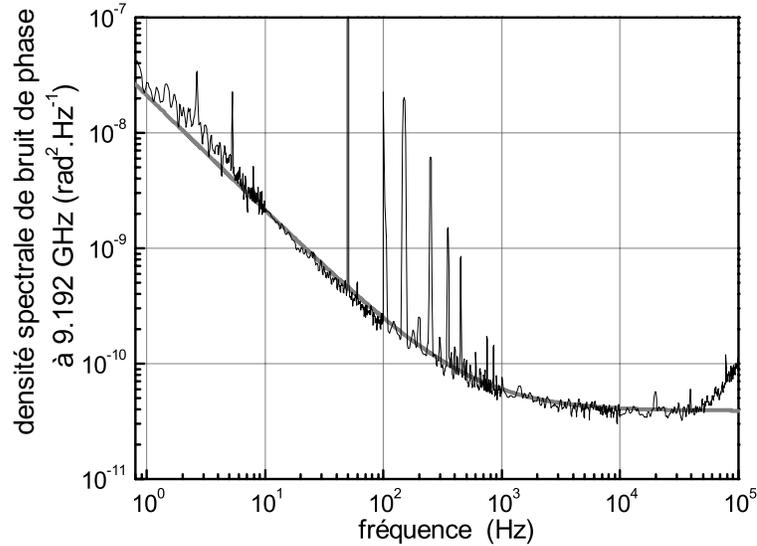


FIG. 6.3 – En noir : densité spectrale du bruit de phase mesurée de la chaîne de synthèse utilisée pour le césium sur la **fontaine RbCs**. La mesure est faite par comparaison avec une chaîne similaire, synchronisée sur la même source à 100 MHz. Le bruit de phase est limité par le bruit du mélangeur échantillonneur. En gris : approximation du spectre utilisée pour estimer la limite de stabilité de la fontaine.

Le bruit de phase de la chaîne de synthèse construite pour la **fontaine RbCs** est mesuré par comparaison avec une chaîne similaire, les deux chaînes étant synchronisées sur la même source à 100 MHz. La figure 6.3 représente la densité spectrale de bruit phase à 9.2 GHz de la chaîne de synthèse déduite de cette mesure. Le bruit de phase est limité par le mélangeur échantillonneur

de marque GIGA utilisé. Une amélioration de la chaîne consistera à utiliser le mélangeur échantillonneur de marque Watkins-Johnson dont le bruit de phase en $1/f$ est en général 15 dB plus bas. Entre 1 Hz et 30 kHz, la densité spectrale de bruit de phase est bien décrite par :

$$\begin{aligned} S^\phi(f) &= S_{-1}^\phi f^{-1} + S_0^\phi \\ S_{-1}^\phi &= 2.1 \times 10^{-8} \text{ rad}^2 \\ S_0^\phi &= 3.9 \times 10^{-11} \text{ rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}, \end{aligned} \quad (6.1)$$

ce qui correspond à une densité spectrale des fluctuations relatives de fréquence donné par :

$$\begin{aligned} S_y(f) &= \frac{f^2}{\nu_{ef}^2} S^\phi(f) = S_{+1} f^{+1} + S_{+2} f^{+2} \\ S_{+1} &= 2.5 \times 10^{-28} \text{ Hz}^{-2} \\ S_{+2} &= 4.6 \times 10^{-31} \text{ Hz}^{-3}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Ce modèle, représenté sur la figure 6.3 est utile pour estimer l'influence du bruit de la synthèse micro-onde sur la stabilité des fontaines. Pour des fréquences supérieures à 40 kHz, on sort de la bande passante de l'asservissement de l'oscillateur YIG ce qui explique la remontée de la densité spectrale de bruit de phase aux fréquences élevées. On trouve en annexe B.3 les conventions adoptées et quelques relations utiles concernant les densités spectrales.

6.3 Étude de l'asservissement de la fréquence micro-onde sur la transition atomique

6.3.1 Fonctionnement de l'asservissement

Lorsque la fontaine est utilisée comme étalon de fréquence, on sonde alternativement la frange centrale de Ramsey à mi-hauteur en modulant grâce au synthétiseur radio-fréquence de la figure 6.2 la fréquence micro-onde d'interrogation. Au $k^{\text{ième}}$ cycle, le désaccord de la source micro-onde est réglé à $\delta = \delta_k + (-1)^k \Delta_m$ avec $\Delta_m T_{eff} = \pi/2$, et on mesure une probabilité de transition P_k . En fonction des probabilités de transition mesurées aux cycles k et $k - 1$, on ajuste la valeur de la fréquence centrale au cycle $k + 1$ selon l'équation :

$$\delta_{k+1} = \delta_k + (-1)^k G(P_k - P_{k-1}). \quad (6.3)$$

On réalise ainsi un intégrateur digital contrôlé par ordinateur qui asservi la fréquence synthétisée par la chaîne $9.192\,631\,770\text{ GHz} + \delta_k/2\pi$ au sommet de la résonance atomique. Le gain digital G est ajusté pour faire fonctionner l'asservissement en régime critique. Avec les conventions choisies et dans la configuration usuelle de la fontaine, G doit être négatif pour obtenir un asservissement stable. La suite des corrections appliquées $\{\delta_k\}$ reflète les fluctuations de la fréquence de résonance par rapport à la fréquence de l'oscillateur d'interrogation. Cette suite de corrections est conservée en mémoire de l'ordinateur afin d'en déterminer en temps réel la variance d'Allan et la valeur moyenne qui donne la fréquence de la transition atomique par rapport à l'oscillateur d'interrogation.

6.3.2 Calcul de la stabilité de fréquence d'une horloge

Connaissant l'équation d'évolution de la boucle d'asservissement 6.3, on peut faire une analyse de la stabilité de fréquence de la fontaine. Ici, on a opté pour une présentation simplifiée. On admet qu'aucun processus physique n'introduit de corrélation entre les fluctuations des probabilités de transition $\{P_k\}$. On montre alors [62] que la stabilité de fréquence de la fontaine à des temps plus long que le temps de réponse de l'asservissement digital se déduit simplement des fluctuations de probabilités de transition :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\omega_{at}} \times \frac{\sigma_{\delta P}}{\frac{dP}{d\delta}} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}. \quad (6.4)$$

$dP/d\delta$ est la pente du discriminateur de fréquence que constituent les atomes, c'est-à-dire la pente des franges de Ramsey à mi-hauteur. Avec cette pente, on traduit l'écart type des fluctuations de probabilité de transition $\sigma_{\delta P}$ en fluctuations de fréquence. T_c désigne la durée d'un cycle d'horloge, temps que dure une mesure de la probabilité de transition (~ 1 s). τ/T_c représente donc le nombre N_c de cycles effectués au bout d'une durée de mesure τ . Le dernier facteur décrit une réduction en $1/\sqrt{N_c}$ des fluctuations de fréquence par moyennage de N_c mesures, dépendance caractéristique de fluctuations non-corrélées. En utilisant l'expression 4.26 de la pente des franges de Ramsey, on obtient :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{2}{\pi} \frac{\sigma_{\delta P}}{Q_{at}} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}. \quad (6.5)$$

A ce stade, il reste à analyser les causes des fluctuations de la probabilité de transition δP . Dans un premier temps, on analyse les fluctuations dues au bruit de fréquence de l'oscillateur d'interrogation. Les contributions liées à la détection des atomes dans la fontaine sont examinées plus loin.

6.3.3 Contribution à la stabilité des fluctuations de fréquences de l'oscillateur d'interrogation.

Dans un chapitre précédent (équation 4.18 et suivantes), on a vu qu'on pouvait calculer les fluctuations de la probabilité de transition liée aux fluctuations de fréquence du champ dans la cavité en utilisant la fonction de sensibilité :

$$\delta P = \frac{1}{2} \int g(t) \delta \omega(t) dt.$$

Grâce à cette équation et à l'équation d'évolution de la boucle d'asservissement 6.3, on peut étudier en détail comment les fluctuations de fréquence de l'oscillateur d'interrogation se répercutent sur la stabilité. Cette étude est faite dans la thèse de Giorgio Santarelli [46]. On ne mentionne ici que les résultats utiles pour la suite.

Le résultat principal est l'expression de la stabilité de fréquence en fonction de la densité spectrale $S_y^{OI}(f)$ des fluctuations relative de fréquence de l'oscillateur d'interrogation :

$$\sigma_y(\tau) = \tau^{-1/2} \times \left[\sum_{n=1}^{+\infty} \left| \frac{g_n}{g_0} \right|^2 S_y^{OI}(nf_c) \right]^{1/2} \quad (6.6)$$

$$g_n = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) e^{-2i\pi n f_c t} dt.$$

Dans cette formule T_c désigne le temps de cycle de la fontaine et $f_c = 1/T_c$ la fréquence correspondante. Le coefficient g_n est simplement la composante de Fourier, à la fréquence nf_c , de la fonction de sensibilité. Le fonctionnement de la fontaine équivaut à utiliser un filtre dont la réponse impulsionnelle est la fonction de sensibilité normalisée $g(t)/T_{eff}$ pour échantillonner avec une période T_c les fluctuations de fréquence de l'oscillateur d'interrogation. Ce processus a pour effet de convertir en bruit basse fréquence $f \ll f_c$ les fluctuations de fréquence de l'oscillateur d'interrogation aux harmoniques $f = nf_c$ de la fréquence d'échantillonnage. L'efficacité de cette conversion dépend du coefficient de Fourier $|g_n|^2$ pour la composante $S_y^{OI}(nf_c)$.

En utilisant l'expression 4.21, on peut calculer les coefficients g_n . La figure 6.4 représente l'efficacité de conversion de la composante $S_y^{OI}(nf_c)$ du bruit de fréquence de l'oscillateur d'interrogation, pour des impulsions de Ramsey $\pi/2$, $3\pi/2$ et $5\pi/2$. En augmentant la puissance micro-onde, on augmente l'efficacité de conversion ce qui signifie qu'on dégrade la stabilité.

Pour obtenir une estimation de la contribution de l'oscillateur d'interrogation à la stabilité, il faut avoir un modèle de la densité spectrale de bruit

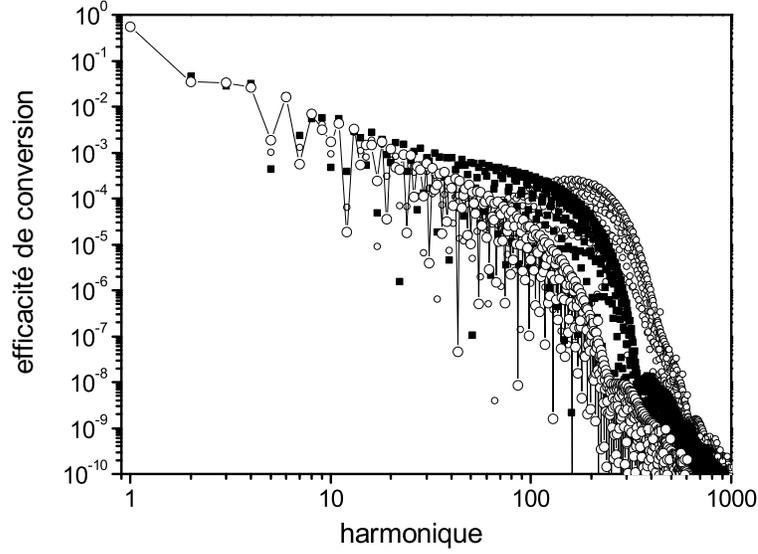


FIG. 6.4 – Efficacité de conversion de la composante $S_y^{OI}(nf_c)$ du bruit de fréquence de l'oscillateur d'interrogation, pour des impulsions $\pi/2$ (grands ronds blancs), $3\pi/2$ (carrés noirs) et $5\pi/2$ (petits ronds blancs). L'efficacité de conversion vaut $|g_n/g_0|^2$.

de fréquence $S_y^{OI}(f)$ [46]. En général, on décompose la densité spectrale en 5 composantes caractérisées par leur dépendance en fréquence [31] :

$$S_y^{OI}(f) = \sum_{\alpha=-2}^{\alpha=+2} S_\alpha f^\alpha. \quad (6.7)$$

La contribution à la variance d'Allan de la composante α s'écrit :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{S_\alpha f_c^\alpha}{\tau} \times \sum_{n=1}^{+\infty} \left| \frac{g_n}{g_0} \right|^2 n^\alpha. \quad (6.8)$$

La figure 6.5 représente les termes de cette somme pour $\alpha = +2$ (bruit blanc de phase) et $\alpha = +1$ (bruit de phase en $1/f$) et pour des impulsions $\pi/2$, $3\pi/2$ et $5\pi/2$. La variance d'Allan de la fontaine à une seconde $\sigma_y^2(\tau = 1 \text{ s})$ est proportionnelle à l'aire des courbes. Lorsque l'on augmente la puissance micro-onde dans la cavité, on accroît le poids des harmoniques élevées dans le spectre de la fonction de sensibilité ce qui entraîne, pour ces deux types de bruit, une dégradation importante de la stabilité de fréquence. La figure 6.6 montre la dégradation de la variance d'Allan pour des impulsions $3\pi/2$, $5\pi/2$, $7\pi/2$ et pour les divers types de bruit. Pour le bruit blanc de phase

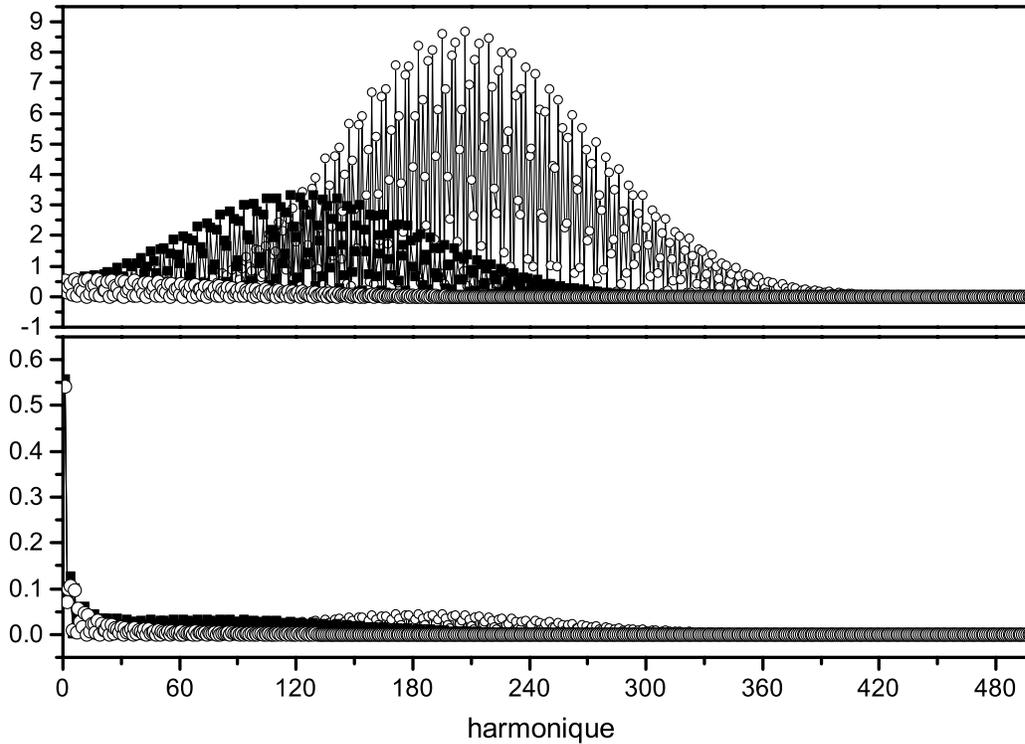


FIG. 6.5 – Contribution de l’harmonique n à la variance d’Allan pour du bruit blanc de phase ($S_y^{OI}(f) = S_{+2}f^2$) (courbe du haut) et pour du bruit de phase en $1/f$ ($S_y^{OI}(f) = S_{+1}f^{-1}$) (courbe du bas) et pour des impulsions $\pi/2$ (grands ronds blancs), $3\pi/2$ (carrés noirs) et $5\pi/2$ (petits ronds blancs). La variance d’Allan de la fontaine est proportionnelle à l’aire des courbes.

($\alpha = +2$), on prévoit une augmentation d’un facteur ~ 10 de la variance d’Allan lorsque l’on passe des impulsions $\pi/2$ aux impulsions $3\pi/2$. Ceci peut limiter l’évaluation de certains effets systématiques (effet de recul, fuites micro-ondes,...).

Lorsque l’on utilise un oscillateur à quartz comme oscillateur de filtrage (voir la figure 6.1), la stabilité des fontaines est limitée par les fluctuations de l’oscillateur d’interrogation au niveau de $10^{-13} \times \tau^{-1/2}$ avec une contribution provenant principalement du bruit de fréquence en $1/f$ ($\alpha = -1$). Pour améliorer cette valeur, il faut utiliser un oscillateur de filtrage ayant une meilleure stabilité à court terme comme l’oscillateur cryogénique à résonateur en saphir qui fait l’objet d’une prochaine section. Toutefois, lorsque l’on utilise un système de distribution comme celui de la figure 6.1 et que le bruit de l’oscillateur de filtrage domine, les fluctuations des fréquences micro-ondes synthétisées pour les différentes fontaines sont corrélées. Au cours d’une com-

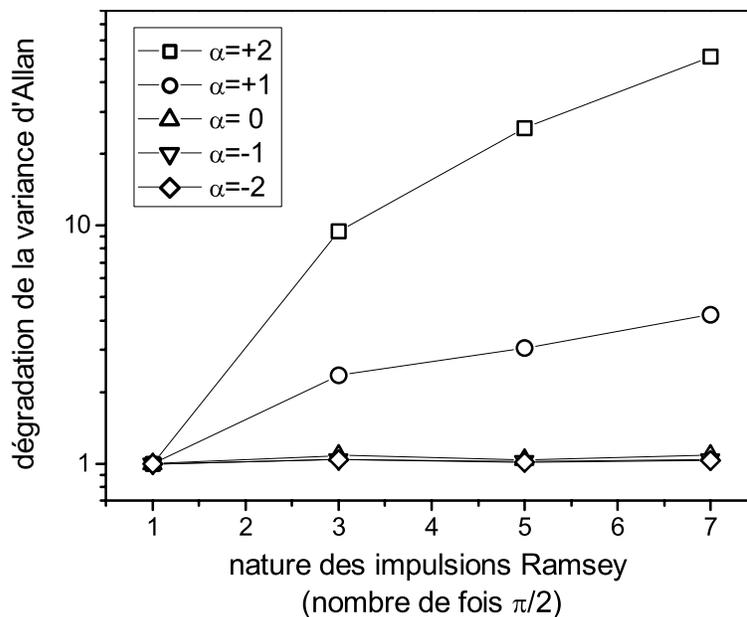


FIG. 6.6 – Dégradation de la variance d’Allan de la fontaine pour des impulsions $3\pi/2$, $5\pi/2$, $7\pi/2$ et pour les divers types de bruit de l’oscillateur d’interrogation. Une dégradation d’un facteur 10 par rapport à des impulsions $\pi/2$ signifie un temps de mesure 10 fois plus long obtenir la même résolution.

paraison, on peut donc rejeter ces fluctuations en synchronisant convenablement les cycles des fontaines. Cette méthode qui peut également être utilisée pour une comparaison entre les fréquences hyperfines du rubidium et du césium dans la fontaine RbCs est décrite dans la thèse d’Yvan Sortais [6]. On peut aussi se reporter à la référence [63] qui est reproduite dans l’annexe D. Signalons enfin qu’une autre approche possible pour diminuer la sensibilité des fontaines aux fluctuations de fréquence de la source micro-onde consiste à utiliser un jet continu d’atomes froids. On pourra se reporter à la référence [64] pour plus de précisions.

6.4 Utilisation d’un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir

Dans le but d’améliorer la stabilité de fréquence des fontaines atomiques, le LPTF a initié une collaboration avec un groupe de l’University of Western Australia spécialisé dans la réalisation d’oscillateurs ultra-stables. Les

oscillateurs cryogéniques à résonateur en saphir (OCRS) développés dans ce groupe par André Luiten, Michael Tobar et leurs collègues, possèdent une stabilité à court terme excellente [65] et doivent permettre, au prix toutefois d'une complication du système de comparaison, d'améliorer très significativement les performances des fontaines. En 1998, un OCRS a été emprunté pour une durée de 3 mois, ce qui a permis d'obtenir avec la fontaine FO1, une stabilité de $4 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ limitée par le bruit quantique mesure de la probabilité de transition [66]. Depuis mai 2000, un OCRS est au LPTF pour une durée prévue de 3 ans. Dans cette section, on décrit succinctement son fonctionnement et son utilisation comme oscillateur d'interrogation pour les fontaines.

6.4.1 Fonctionnement et stabilité de l'OCRS

La figure 6.7 représente le schéma de principe de l'oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (OCRS). Cet oscillateur utilise un mode de galerie du champ électromagnétique de fréquence 11.932 GHz confiné dans un barreau de saphir ($\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$) monocristallin (1). A des températures de quelques Kelvin, ce mode possède un facteur de qualité $Q \simeq 4 \times 10^9$ extrêmement élevé du fait des très faibles pertes du matériau. De plus, la dépendance en température de la fréquence du mode s'annule autour de 6 K grâce à une compensation entre la dilatation et la variation de l'indice du saphir, et la variation avec la température de l'indice des impuretés résiduelles du matériau. Le résonateur est placé dans une cavité en cuivre (2). L'onde évanescente à l'extérieur du résonateur en saphir se couple à la cavité en cuivre ce qui permet d'observer le mode grâce à deux antennes (3) et (4). L'ensemble est placé dans le coeur d'un cryostat à 4 K (hélium 4 liquide) (5). La cavité en cuivre et le résonateur en saphir sont chauffés et régulés en température à $\pm 500 \mu\text{K}$ au voisinage du point de compensation. Les oscillations du résonateur sont entretenues grâce à un circuit d'amplification situé à l'extérieur du cryostat (6). Pour obtenir une très bonne stabilité de fréquence, on maintient le point de fonctionnement de l'oscillateur au sommet de la résonance en compensant activement les variations de phase de ce circuit (7). La puissance micro-onde dans le résonateur et le point de fonctionnement du modulateur de phase (8) sont eux-mêmes contrôlés activement.

La stabilité de fréquence de l'OCRS a été mesurée à l'University of Western Australia en comparant plusieurs oscillateurs du même type. On trouve une stabilité $\sigma_y(\tau) = 5.4 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$ entre 1 et 4 s, et $\sigma_y(\tau) = cste = 2 - 3 \times 10^{-16}$ jusqu'à 100 s. C'est la meilleure stabilité de fréquence à court terme obtenue à ce jour [67].

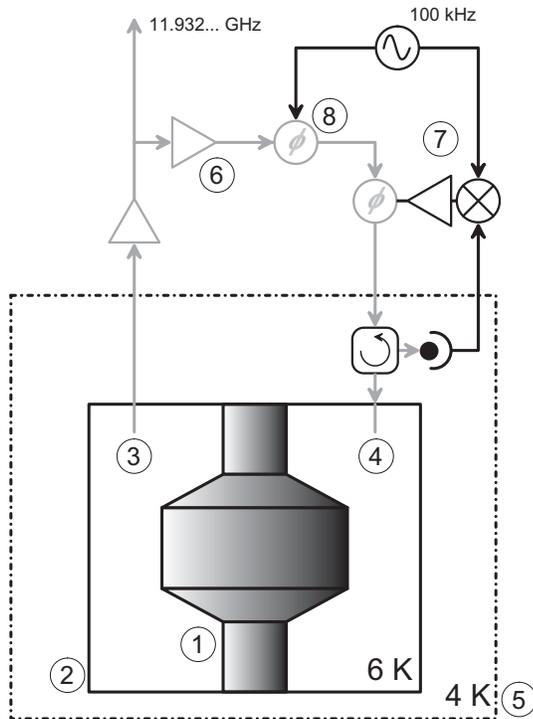


FIG. 6.7 – Principe de fonctionnement de l’oscillateur cryogénique à résonateur en saphir.

6.4.2 Asservissement de l’OCRS sur le maser

Pour réaliser l’oscillateur d’interrogation de la figure 6.1, on utilise l’OCRS comme un filtre suiveur asservi en phase sur le signal à 100 MHz du maser à hydrogène. On combine ainsi l’excellente stabilité à court terme de l’OCRS avec la stabilité à long terme d’une horloge atomique. En pratique, pour perturber au minimum l’OCRS, on le laisse fonctionner librement et on se sert d’une chaîne de synthèse pour compenser sa dérive de fréquence. La figure 6.8 montre le dispositif utilisé. Un mélangeur échantillonneur (1) réalise le battement entre le signal issu de l’OCRS et la 12^{ième} harmonique du signal à 1 GHz délivré par un oscillateur de type SAW⁵ (2). Le signal de battement de fréquence à 68 MHz est ramené 5.5 MHz (3) et mélangé au signal issu d’un synthétiseur radio-fréquence pour asservir en phase l’oscillateur SAW (4) avec une bande passante de ~ 100 kHz. Le synthétiseur radio-fréquence (5) est synchronisé sur l’oscillateur SAW et commandé par ordinateur. Étant donnée la très bonne stabilité à court terme de l’OCRS, le bruit de fréquence

⁵SAW : Surface Acoustic Wave. Oscillateur utilisant une ligne à retard basée sur la propagation d’une onde acoustique à la surface d’un cristal de quartz.

du signal délivré par l'oscillateur SAW est dominé par la contribution du mélangeur échantillonneur (1) (de marque GIGA), comme pour la chaîne de synthèse de la fontaine RbCs (figure 6.2). Dans la suite, on considérera que la caractéristique de bruit de fréquence du signal délivré par l'oscillateur SAW est identique, en valeur relative, à celle de la chaîne de synthèse de fontaine RbCs (équation 6.2).

L'ensemble qu'on vient de décrire réalise une source accordable autour de 1 GHz. Avec le diviseur par 4 (6) et pour une résolution de 1 μHz du synthétiseur radio-fréquence, on a une résolution de 0.25 μHz à 11.932 GHz soit 2.1×10^{-17} en valeur relative. Cette source accordable est ramenée à 100 MHz et comparée en phase avec le signal délivrée par le maser à hydrogène (7). Le signal issu du comparateur de phase est numérisé et utilisé pour faire fonctionner un asservissement digital de constante de temps $\tau \sim 100$ s qui asservi en phase le signal à 100 MHz issu de l'OCRS sur le maser à hydrogène.

Pour la distribution de l'oscillateur d'interrogation aux fontaines, on utilise le signal à 100 MHz (8). Une amélioration prévue du système de distribution consiste à utiliser directement le signal à 1 GHz (9), transposé en modulation de puissance d'un faisceau laser transmis par fibre optique.

6.4.3 Limite de stabilité liée à la synthèse micro-onde

La stabilité à court terme de l'ORCS est telle que le bruit de fréquence de la source micro-onde d'interrogation entre 1 Hz et 1 kHz, est dominé par le bruit ajouté par la synthèse micro-onde. Deux contributions, considérées comme égales, s'ajoutent donc pour déterminer le bruit de fréquence de l'oscillateur d'interrogation : la contribution de la chaîne de synthèse de la fontaine RbCs (équation 6.2) et la contribution de la chaîne de synthèse de l'OCRS (figure 6.8). Dans ce cas, la densité spectrale des fluctuations relatives de fréquence de l'oscillateur d'interrogation s'obtient en multipliant par 2 la densité spectrale de l'équation 6.2 :

$$\begin{aligned} S_y^{OI}(f) &= S_{+1}f^{+1} + S_{+2}f^{+2} \\ S_{+1} &= 2 \times 2.5 \times 10^{-28} \text{ Hz}^{-2} \\ S_{+2} &= 2 \times 4.6 \times 10^{-31} \text{ Hz}^{-3}. \end{aligned} \tag{6.9}$$

En utilisant les équations 6.6 et suivantes, on trouve la limite de stabilité de la fontaine liée au bruit de fréquence de la source d'interrogation, $\sigma_y(\tau) \simeq 2.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. La contribution principale vient de la composante $\alpha = +1$ (bruit de phase en $1/f$). Pour ce type de bruit, on peut vérifier que la stabilité de fréquence donnée par l'équation 6.6 varie comme $\sqrt{T_c}$. Dans la suite, on

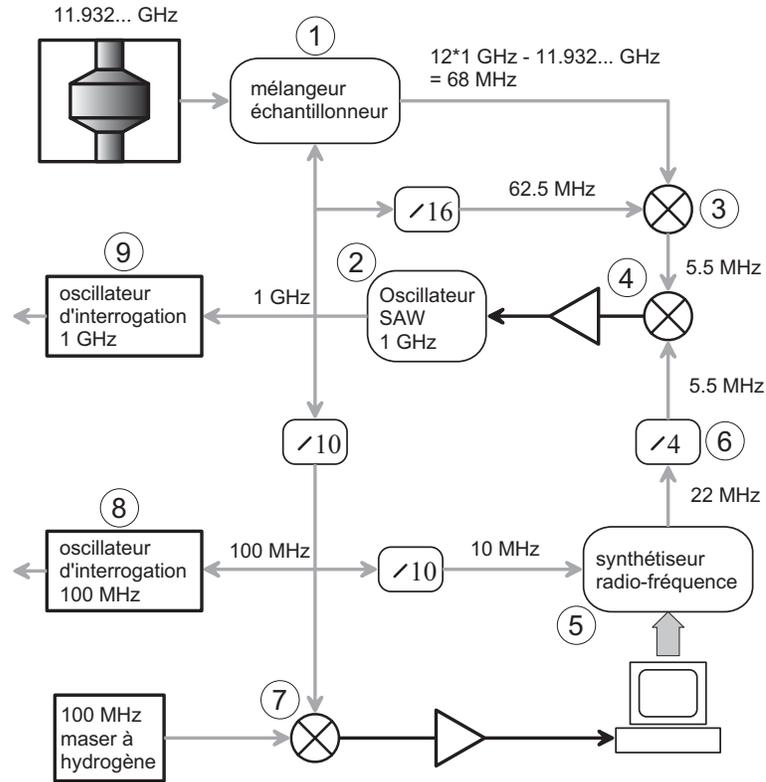


FIG. 6.8 – Principe de l’asservissement de l’oscillateur cryogénique sur le maser à hydrogène.

écrit cette limite de stabilité sous la forme :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{at}} \times \gamma_{OI} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (6.10)$$

et on considère que γ_{OI} ne dépend pas du temps de cycle T_c .

6.4.4 Limite de stabilité provenant du système de détection

La seconde cause de limitation de la stabilité des fontaines provient du bruit de la mesure de la probabilité de transition. Dans ce paragraphe, on examine les sources de bruit dans le système de détection qui a été décrit précédemment (voir la figure 5.17). Dans ce système, on peut identifier 3 sources de bruit : le bruit provenant des photodiodes et de l’électronique, le bruit provenant des fluctuations des lasers de la détection et le bruit quantique.

Bruit provenant des photodiodes

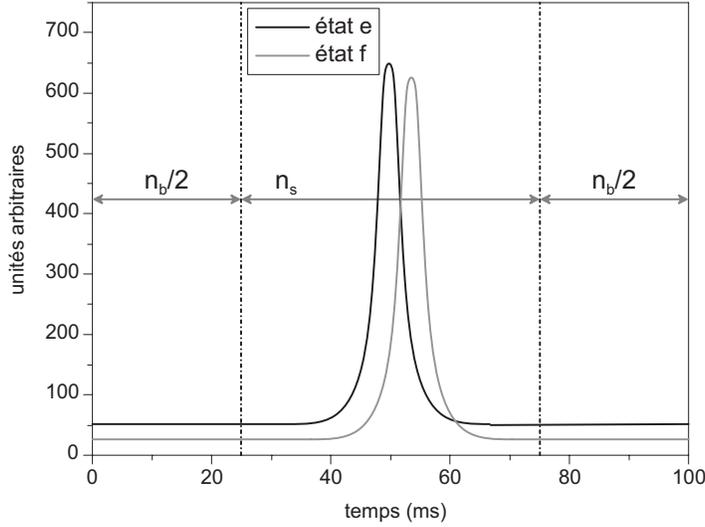


FIG. 6.9 – Aire des temps de vol.

On a vu que la probabilité de transition à l'issue de l'interaction des atomes avec le champ micro-onde d'interrogation est déterminée à partir des signaux de temps de vol. La figure 6.9 représente un temps de vol typique. En général, le niveau du signal en l'absence d'atomes, ou ligne de base, est non nul (courant d'obscurité des photodiodes, lumière parasite,...). Cependant, seul le signal qui s'ajoute à cette ligne de base reflète la présence d'atomes. Pour éliminer la contribution de la ligne de base et déterminer les aires des temps de vol, on applique la procédure suivante. Les signaux de temps de vol correspondants aux états $|e\rangle$ et $|f\rangle$ sont numérisés grâce à un convertisseur analogique numérique opérant à la fréquence d'échantillonnage $f_e = 1/\tau_e$ par voie. On appelle n_e le nombre total d'échantillons par voie. Le convertisseur charge la mémoire de l'ordinateur avec les valeurs de tension échantillonnée pour chaque voie : $V_f[j]$ et $V_e[j]$, $j \in [1, n_e]$. La valeur de la ligne de base est calculée en utilisant $n_b/2$ échantillons de part et d'autre du pic de fluorescence dû aux atomes. On note $\{n_b\} = [1, n_b/2] \cup [n_e - n_b/2 + 1, n_e]$ l'ensemble des échantillons qui contribuent à la ligne de base, et $\{n_s\} = [n_b/2 + 1, n_e - n_b/2]$ l'ensemble des échantillons qui contribuent à l'aire et qui sont au nombre de $n_s = n_e - n_b$. Les aires des temps de vol sont déterminées par la formule

suivante :

$$A_i = \tau_e \times \left[\sum_{j \in \{n_s\}} V_i[j] - \frac{n_s}{n_b} \sum_{j \in \{n_b\}} V_i[j] \right]. \quad (6.11)$$

En l'absence d'atomes, les fluctuations des tensions $V_i[j]$ sont dues au bruit de tension en sortie de l'amplificateur de la photodiode i . Pour simplifier, on suppose que les fluctuations aux fréquences supérieures à $f_e/2$ sont filtrées, de sorte qu'on n'a pas à tenir compte du phénomène de repliement de spectre lié à l'échantillonnage. Dans ce cas, on peut remplacer les sommes de l'équation 6.11 par des intégrales :

$$\begin{aligned} \sum_{j \in \{n_s\}} \dots &\implies \frac{1}{\tau_e} \int_{-\frac{1}{2}\tau_s}^{+\frac{1}{2}\tau_s} \dots dt \\ \sum_{j \in \{n_b\}} \dots &\implies \frac{1}{\tau_e} \left\{ \int_{-\frac{1}{2}(\tau_b+\tau_s)}^{-\frac{1}{2}\tau_s} \dots dt + \int_{+\frac{1}{2}\tau_s}^{+\frac{1}{2}(\tau_b+\tau_s)} \dots dt \right\} \\ V_i[j] &\implies V_i(t) \end{aligned} \quad (6.12)$$

avec $\tau_s = n_s \tau_e$ et $\tau_b = n_b \tau_e$. On obtient alors :

$$A_i = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) V_i(t) dt. \quad (6.13)$$

Le calcul de l'aire A_i est une opération de filtrage linéaire de la tension $V_i(t)$ avec un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ représentée sur la figure 6.10. Avec les notations et les hypothèses précédentes, la suite est très proche du calcul de la thèse d'Eric Simon [57].

Appelons $S_V(f)$, la densité spectrale des fluctuations de la tension $V_i(t)$. La variance des fluctuations de A_i est donnée par :

$$\sigma_{\delta A_i}^2 = \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 S_V(f) df \quad (6.14)$$

où $H(f)$ désigne la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle :

$$\begin{aligned} H(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-2i\pi ft} dt \\ &= \frac{1}{\pi f} \left[\left(1 + \frac{\tau_s}{\tau_b} \right) \sin(\pi f \tau_s) - \frac{\tau_s}{\tau_b} \sin(\pi f (\tau_b + \tau_s)) \right]. \end{aligned} \quad (6.15)$$

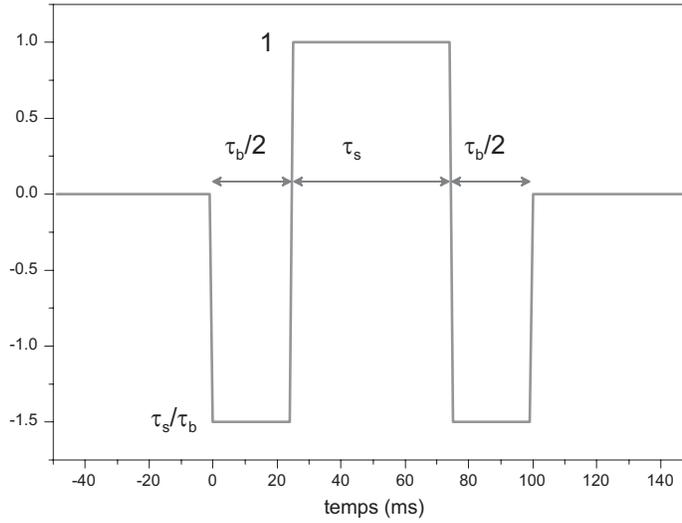


FIG. 6.10 – Réponse impulsionnelle $h(t)$ du filtre équivalent de la détection.

La figure 6.11 représente la fonction $|H(f)|^2$. Les fluctuations aux basses fréquences sont rejetées par la procédure de soustraction de la ligne de base. Les durées $\tau_s = 60$ ms et $\tau_b = 40$ ms sont choisies pour éliminer une éventuelle composante à 50 Hz.

Pour utiliser la formule 6.14, on mesure le spectre des fluctuations de tension en sortie de l'électronique de détection. Dans la bande passante de la fonction $H(f)$, qui va jusqu'à quelques dizaines de Hz (figure 6.11), le spectre est bien approché par du bruit blanc avec une densité spectrale $S_V(f) = 5.3 \times 10^{-12} \text{ V}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ (en bon accord avec la valeur déduite des spécifications de la photodiode et de l'amplificateur opérationnel utilisé). On en déduit $\sigma_{\delta A_i} = 6.3 \times 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s}$. Une analyse statistique des aires mesurées par l'ordinateur donne un résultat en accord avec cette valeur à mieux que 10%. En utilisant la valeur de l'aire par atome trouvée pour le césium $A_{at} = 1.4 \times 10^{-9} \text{ V} \cdot \text{s}$ (voir l'équation 4.84), on calcule le bruit des photodiodes et de l'électronique exprimé en nombre d'atomes $\sigma_{\delta N_{det}} = \sigma_{\delta A_i} / A_{at} \simeq 450$. Les fluctuations des deux voies correspondant aux deux états atomiques δA_f et δA_e sont non-corrélées puisqu'elles proviennent de photodiodes et d'amplificateur distincts.

La probabilité de transition est calculée à partir du rapport des aires :

$$P = \frac{A_e}{A_f + A_e}. \quad (6.16)$$

A mi-hauteur de la frange centrale de Ramsey, la valeur moyenne de P vaut

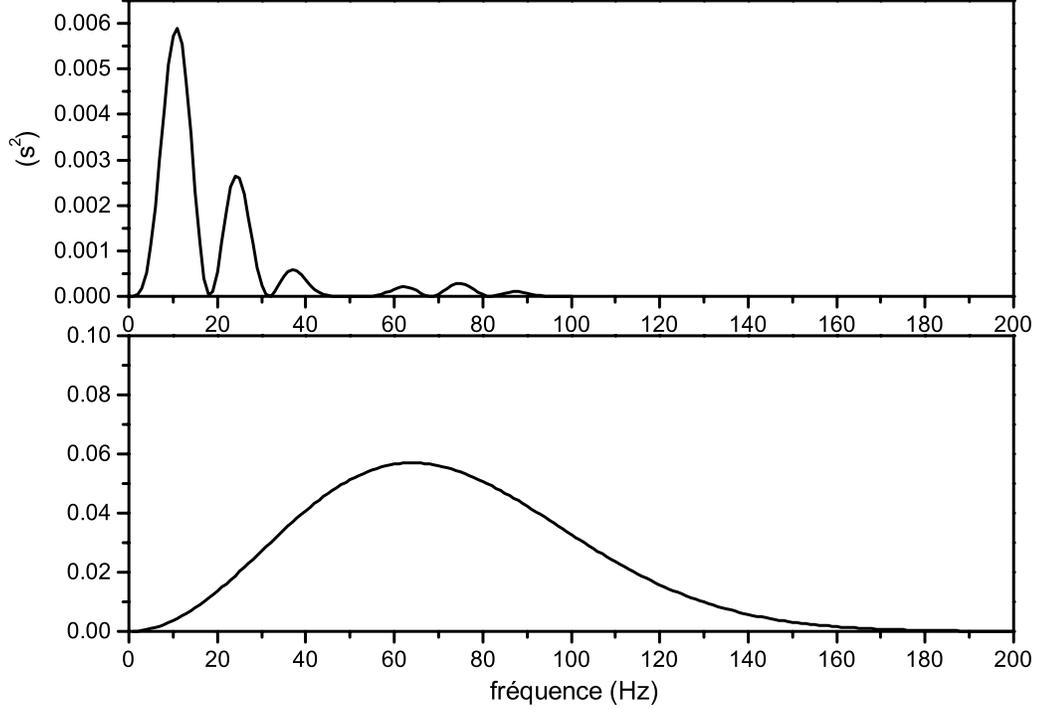


FIG. 6.11 – Fonctions de transfert de la détection $|H(f)|^2$, pour le bruit de l'électronique (courbe du haut) et pour les fluctuations du laser de détection (courbe du bas). Les paramètres utilisés sont ceux de la fontaine RbCs (voir le tableau C.8) et le texte ci-contre.

1/2 et les fluctuations de la transition de probabilité mesurée valent :

$$\delta P = \frac{1}{2} \times \frac{\delta A_e - \delta A_f}{A_f + A_e}. \quad (6.17)$$

Par conséquent, en remarquant que $A_f + A_e$ représente le nombre total d'atomes tombant dans la détection N_{det} et en l'absence de corrélation entre δA_f et δA_e , on obtient :

$$\sigma_{\delta P} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sigma_{\delta N_{det}}}{N_{det}} \quad (6.18)$$

et la stabilité de fréquence correspondante :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{at}} \times \frac{\sqrt{2} \sigma_{\delta N_{det}}}{N_{det}} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}. \quad (6.19)$$

Remarquons que la méthode de calcul de la probabilité de transition que l'on vient de décrire n'est pas la seule. Au lieu de calculer l'aire comme

précédemment, on peut, à chaque cycle d'horloge, trouver la meilleure approximation des temps de vol par une fonction comme celle de l'équation 4.65, et utiliser l'amplitude ou l'aire de la fonction comme mesure des nombres d'atomes N_f et N_e . Utiliser cette méthode revient à faire un filtrage adapté des fluctuations de tensions de l'électronique qui permet de gagner jusqu'à un facteur 3 sur la limite de stabilité correspondante.

Bruit provenant des lasers

Dans la détection, les signaux de temps de vol sont obtenus à partir de la fluorescence des atomes induites par le laser de détection. Ces signaux sont donc sensibles aux fluctuations de ce laser. Les fluctuations de la lumière de fluorescence sont filtrées par l'amplificateur de la photodiode qui a une fréquence de coupure de ~ 1.6 kHz, petite devant la fréquence d'échantillonnage. On peut donc ignorer le repliement de spectre lié à l'échantillonnage et utiliser des intégrales comme précédemment (équation 6.12 et suivantes). On appelle $\delta\gamma(t)$, les fluctuations relatives du taux d'émission spontanée dues aux fluctuations du laser, et $f(t)$ le nombre d'atomes dans le faisceau de détection de l'état $|e\rangle$ (faisceau de détection du haut) rapporté au nombre total d'atomes détectés dans $|e\rangle$. Pour alléger les notations, on considère que la ligne de base est nulle. On a :

$$\begin{aligned}\delta A_e &= A_e \times \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\gamma(t) f(t) dt \\ \delta A_f &= A_f \times \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\gamma(t) f(t - \Delta t) dt,\end{aligned}\tag{6.20}$$

Δt désignant le retard entre le passage des atomes dans la zone de détection haute (état $|e\rangle$) et la zone de détection basse (état $|f\rangle$). Ces expressions utilisent la même fonction $f(t)$ pour les deux zones ce qui revient à supposer que la différence entre les distributions du nuage entre les deux détections est négligeable. Pour simplifier, on suppose toujours que $A_e = A_f = (A_e + A_f)/2$ (frange centrale de Ramsey sondée à mi-hauteur). On a alors :

$$\begin{aligned}\delta P &= \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\gamma(t) [f(t) - f(t - \Delta)] dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\gamma(t) h(t) dt.\end{aligned}\tag{6.21}$$

Comme avant, on fait apparaître une réponse impulsionnelle $h(t)$ qui détermine la traduction des fluctuations de taux de fluorescence en fluctuations de

probabilité de transition. En prenant un modèle simple de temps de vol gaussien :

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi w}} \exp\left(-\frac{t^2}{2w^2}\right), \quad (6.22)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_{\delta P}^2 &= \int_0^{+\infty} S_{\delta\gamma}(f) |H(f)|^2 df \\ H(f) &= \frac{1}{4}(1 - e^{-2i\pi f \Delta t}) \times \exp(-2\pi^2 f^2 w^2). \end{aligned} \quad (6.23)$$

La figure 6.11 représente la fonction $|H(f)|^2$ pour des valeurs typiques $\Delta t = 3.9$ ms et $w = 2.2$ ms. La bande passante de l'amplificateur de photodiode étant de ~ 1.6 kHz, le filtrage par cet amplificateur n'intervient pas. Il reste à relier la densité spectrale des fluctuations de taux d'émission spontanée $S_{\delta\gamma}(f)$ aux fluctuations du laser. On se place dans le cas pessimiste d'atomes non-saturés, et d'un laser de détection accordés à $-\Gamma/2$, ce qui rend maximale la sensibilité aux fluctuations de fréquence du laser. En supposant l'absence de corrélation entre les fluctuations relatives de fréquence de densité spectrale $S_y(f)$ et les fluctuations relatives de puissance $S_{\delta I/I}(f)$, on a :

$$S_{\delta\gamma}(f) = \left[\left(\frac{2\omega_l}{\Gamma} \right)^2 S_y(f) + S_{\delta I/I}(f) \right]. \quad (6.24)$$

L'hypothèse d'une absence de corrélation fréquence-puissance au niveau du laser de détection est raisonnable, dans la mesure où l'asservissement de puissance (voir la figure 5.20) tend à recopier, dans sa bande passante, le bruit de la photodiode de mesure de la puissance qui n'a pas de raison d'être corrélé aux fluctuations de fréquence du laser.

A partir de la stabilité à court terme du laser de détection, on peut calculer la densité spectrale :

$$S_y(f) = 2 \times (\tau = 1 \text{ s}) \times \sigma_y^2(\tau = 1 \text{ s}) \simeq 2 \times 10^{-26} \text{ Hz}^{-1},$$

et on trouve $\sigma_{\delta P} = 3.9 \times 10^{-5}$. La limitation correspondante de la stabilité de la fontaine se situe autour de $\sigma_y(\tau) \simeq 2.3 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$. Il s'agit d'une estimation pessimiste puisque ce résultat est obtenu pour un accord du laser de détection qui maximise la sensibilité aux fluctuations de fréquence. On a également mesuré le spectre des fluctuations de puissance du laser de détection. La figure 6.12 représente la densité spectrale des fluctuations relatives de puissance avec et sans l'asservissement de puissance (voir la figure

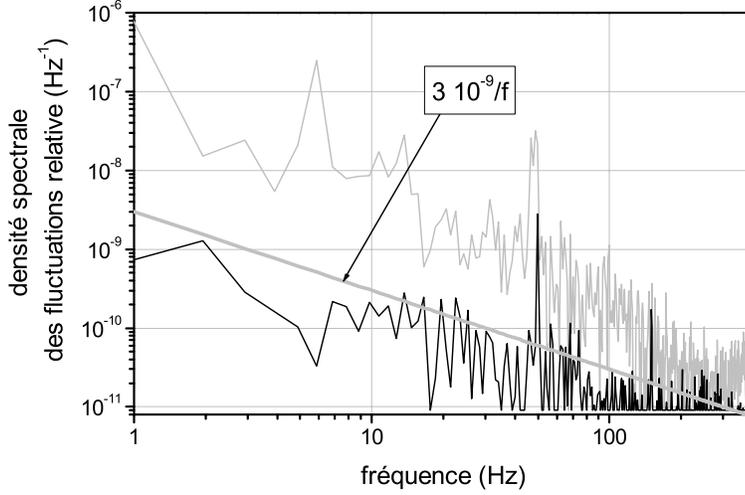


FIG. 6.12 – Densité spectrale des fluctuations relatives de puissance dans la détection avec (en noir) et sans (en gris) l’asservissement de puissance (figure 5.20).

5.20). Lorsque l’asservissement fonctionne, la densité spectrale est bien approchée, dans la bande passante du système de détection, par :

$$S_{\delta I/I}(f) \simeq \frac{3 \times 10^{-9}}{f}. \quad (6.25)$$

On en déduit $\sigma_{\delta P} = 1.5 \times 10^{-5}$, ce qui correspond à une stabilité de fréquence $\sigma_y(\tau) \simeq 8.8 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$.

Comparée à la limite de stabilité provenant de l’oscillateur d’interrogation trouvée précédemment (équation 6.10), la limite imposée par les fluctuations de fréquence et de puissance du laser de détection est négligeable. Pour finir, remarquons qu’en général, les photodiodes de détection reçoivent un peu de lumière parasite provenant de la diffusion du laser de détection sur les optiques ce qui contribue à la ligne de base des signaux de temps de vol. Les fluctuations de puissance du laser de détection peuvent donc se traduire en fluctuations de la ligne de base. Dans la fontaine RbCs, on vérifie que le spectre des fluctuations de la ligne de base est dominé par le bruit des photodiodes calculé précédemment.

Bruit de projection quantique

Il existe également une source de bruit de détection liée au caractère intrinsèquement aléatoire des mesures quantiques [41][68]. La probabilité de

mesurer un atome dans l'état $|e\rangle$ à l'issue de l'interaction de Ramsey est égale à la valeur moyenne du projecteur sur $|e\rangle$:

$$\begin{aligned} P &= P_e(t_{det}) = \langle \tilde{\Psi}(t_{det}) | P_e | \tilde{\Psi}(t_{det}) \rangle = \langle P_e \rangle \\ P_e &= |e\rangle\langle e| \end{aligned} \quad (6.26)$$

où $|\tilde{\Psi}(t_{det})\rangle$ est l'état de l'atome à l'instant de la détection. La variance des fluctuations quantiques de P pour un seul atome est donnée par :

$$\langle [P_e - \langle P_e \rangle]^2 \rangle = \langle P_e^2 \rangle - \langle P_e \rangle^2 = \langle P_e \rangle - \langle P_e \rangle^2 = P(1 - P). \quad (6.27)$$

Dans la détection, on détermine l'état de N_{det} atomes qui n'ont pas de corrélation quantique entre eux. Les fluctuations quantiques de la probabilité de transition sont donc égale à :

$$\sigma_{\delta P} = \frac{\sqrt{P(1 - P)}}{\sqrt{N_{det}}}. \quad (6.28)$$

Lorsque l'on sonde la frange centrale de Ramsey à mi-hauteur, P vaut $1/2$ et la stabilité limitée par le bruit de projection quantique s'écrit :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{at}} \times \frac{1}{\sqrt{N_{det}}} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}. \quad (6.29)$$

Contrairement aux autres sources de bruit envisagées, la limite de stabilité provenant du bruit de projection quantique a un caractère fondamental qui se traduit par la simplicité du calcul et de l'expression ci-dessus. De ce fait, elle apparaît comme une limite ultime à atteindre sur les fontaines. Des propositions existent pour améliorer la stabilité de fréquence au delà de la limite quantique sur les fontaines atomiques comme sur d'autres types d'horloges et notamment les horloges à ions piégés [41]. Pour cela, il faut effectuer l'interrogation sur des ensembles d'atomes ayant entre eux des corrélations quantiques. Les méthodes proposées jusqu'à présent pour créer ces corrélations amènent une complication très importante de l'expérience sans garantir une amélioration vraiment notable de la stabilité. Elles constituent un sujet de recherche en cours d'exploration.

Il existe aussi une source de bruit liée au bruit quantique de détection des photons. En utilisant la puissance diffusée par un atome de césium saturée $P_{at} = 3.88$ pW et les équations 4.83 et suivantes, on calcule que le nombre de photons détectés par atomes est de ~ 320 . Par conséquent, la contribution de cette source de bruit à la stabilité de fréquence est, en toutes circonstances, $\sqrt{320} \simeq 18$ fois plus petite que celle du bruit de projection quantique, et elle s'y ajoute quadratiquement. Elle est donc négligeable.

6.5 Conclusions, résolution des comparaisons entre fontaines

Les calculs précédents permettent de faire une estimation de la stabilité de fréquence de la fontaine en fonction du nombre d'atomes détectés. Les trois sources de fluctuations dominantes que sont le bruit de fréquence de la source d'interrogation, le bruit des photodiodes et le bruit de projection quantique ne sont pas corrélées. La stabilité de fréquence de la fontaine déduite des équations 6.10, 6.19 et 6.29 s'écrit donc :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{at}} \times \left[\frac{1}{N_{det}} + \frac{2\sigma_{\delta N_{det}}^2}{N_{det}^2} + \gamma_{OI}^2 \right]^{1/2} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}. \quad (6.30)$$

Pour tenir compte du lien entre le nombre d'atomes détectés N_{det} et le temps de cycle T_c , on utilise le modèle de chargement de la mélasse optique déjà utilisé précédemment (équation 5.13 et suivantes) et qui conduit à :

$$N_{det}(t) = N_{det}^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{at}}\right) \right]. \quad (6.31)$$

On en déduit une expression du temps de chargement nécessaire pour obtenir N_{det} atomes :

$$t = -\tau_{at} \times \ln\left(1 - \frac{N_{det}}{N_{det}^{\infty}}\right). \quad (6.32)$$

Pour les paramètres typiques de la fontaine RbCs (tableau C.8) correspondant à un facteur de qualité atomique $Q_{at} \simeq 9.82 \times 10^9$, il s'écoule 870 ms entre le lancement et le passage du nuage dans la détection. On adopte donc le modèle suivant :

$$T_c = -\tau_{at} \times \ln\left(1 - \frac{N_{det}}{N_{det}^{\infty}}\right) + 1 \text{ s}. \quad (6.33)$$

La valeur de N_{det}^{∞} a été mesurée sur la fontaine RbCs fonctionnant avec le jet ralenti en effectuant une calibration absolue de la réponse de la détection (équation 4.84). On trouve $N_{det}^{\infty} = 2.5 \times 10^7$. La valeur du temps de chargement de la mélasse optique est mesurée à partir de l'évolution temporelle de la fluorescence de la mélasse au cours du chargement. On trouve $\tau_{at} = 500$ ms.

La courbe noire sur la figure 6.13 représente la stabilité de fréquence de la fontaine comparée à l'oscillateur d'interrogation, à $\tau = 1$ s, en fonction du nombre d'atomes détectés obtenues dans ces conditions. On prévoit une stabilité optimale de $2.8 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ obtenue pour $N_{det} \simeq 8 \times 10^6$ qui correspond

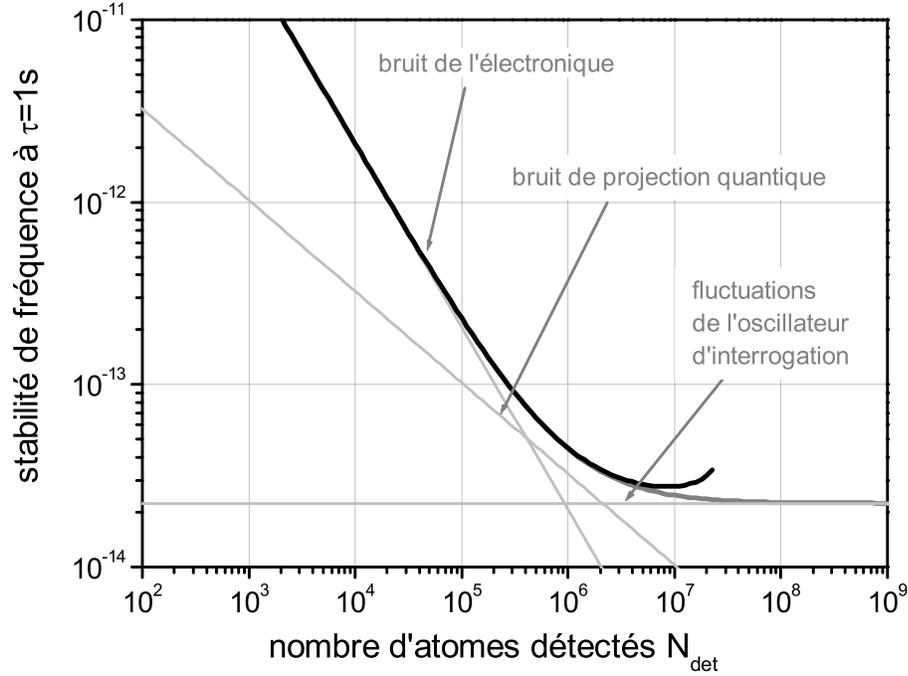


FIG. 6.13 – Estimation de la stabilité de fréquence à une seconde en fonction du nombre d’atomes détectés N_{det} . La courbe noire représente la stabilité obtenue avec le modèle de chargement 6.33. La courbe gris foncé représente la stabilité obtenue en supposant qu’on arrive à détecter autant d’atomes qu’on le souhaite tout en gardant un temps de cycle proche de 1 s. Les courbes en gris clair sont les contributions du bruit des photodiodes, du bruit de projection quantique et du bruit de fréquence de l’oscillateur d’interrogation.

à $T_c = 1.2$ s. Pour faire ressortir l’effet du chargement de la mélasse, on a représenté, en gris foncé, la stabilité à $\tau = 1$ s obtenue pour un temps de cycle valant $T_c = 1$ s quelque soit N_{det} . Les droites en gris clair représentent les contributions à cette courbe de chacun des types de bruit. Pour des nombres d’atomes détectés compris entre 10^5 et 10^6 , la stabilité est déterminée par le bruit quantique.

La stabilité optimale de $2.8 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ obtenue ci-dessus correspond à une résolution de fréquence à 1 jour de $\sim 9.5 \times 10^{-17}$ en valeur relative. Les deux sources de bruits qui déterminent cette valeur sont le bruit de projection quantique et le bruit de fréquence de la source d’interrogation, principalement lié à la synthèse micro-onde (voir la figure 6.3) et non au bruit de fréquence du signal de distribution. Par conséquent, les sources de bruit affectant la stabilité des différentes fontaines ne sont pas corrélées. La résolution à 1 jour

d'une comparaison entre deux fontaines de la figure 6.1 vaut $\sqrt{2} \times 9.5 \cdot 10^{-17} \simeq 1.3 \times 10^{-16}$. En utilisant un mélangeur échantillonneur de marque différente pour la synthèse micro-onde, on peut diminuer d'un facteur ~ 6 la limite de stabilité liée au bruit de la source d'interrogation. Dans ce cas, la résolution à 1 jour des comparaisons entre fontaine est limitée par le bruit de projection quantique jusqu'à des nombres d'atomes détectés $N_{det} = 10^8$ correspondant à une résolution à 1 jour de quelques 10^{-17} . En pratique, la capacité à obtenir une telle résolution dépendra de l'amélioration du chargement d'une part, et d'autre part, des limites imposées par le déplacement collisionnel, très important dans le cas du césium.

Chapitre 7

Résultats expérimentaux

Dans ce chapitre, on présente les résultats expérimentaux obtenus avec la fontaine Rb et la fontaine RbCs. Comme avant, on a mis l'accent sur les résultats en rapport avec la partie césium de la fontaine double et sur le test de stabilité de la constante de structure fine. La thèse d'Yvan Sortais est plus détaillée sur la partie rubidium et les mesures de collisions.

Le chapitre est divisé en trois parties. La première partie résume les mesures des déplacements de fréquence liés aux nombres d'atomes dans la fontaine Rb. Pour interpréter les mesures, on utilise les résultats du chapitre 4 consacré à la modélisation des effets dépendant du nombre d'atomes. La seconde partie fait le bilan des comparaisons entre les énergies hyperfines du rubidium et du césium sur les 4 dernières années, et conclut sur le test d'une variation de la constante de structure fine. La troisième partie regroupe les résultats récemment obtenus avec la fontaine RbCs.

7.1 Mesure du déplacement collisionnel et du déplacement de fréquence lié à la cavité

Les mesures des déplacements de fréquence liés au nombre d'atomes dans une fontaine de rubidium ont été effectuées sur la fontaine Rb entre janvier 1999 et janvier 2000. Au cours de cette période, l'oscillateur d'interrogation était basé sur un oscillateur à quartz à 5 MHz (voir le chapitre précédent et notamment la figure 6.1). La figure 7.1 représente la stabilité de fréquence de la fontaine mesurée par rapport à l'oscillateur d'interrogation. La stabilité de $1.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ a été obtenue pour une durée effective d'interrogation $T_{eff} = 424$ ms, soit $Q_{at} = 5.8 \times 10^9$ et un temps de cycle $T_c = 1.3$ s, la source d'atomes froids étant un piège magnéto-optique chargé à partir d'une vapeur. La valeur obtenue est limitée par le bruit de fréquence en $1/f$ de

l'oscillateur à quartz de filtrage.

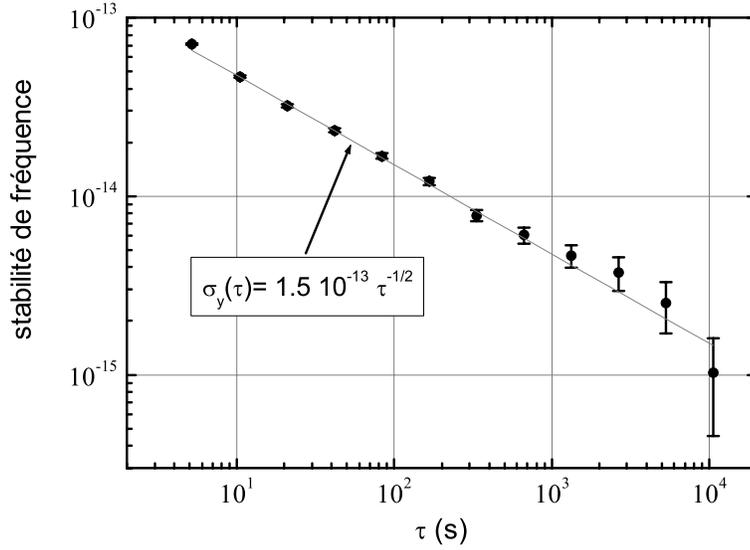


FIG. 7.1 – Stabilité de fréquence de la fontaine Rb mesurée par rapport à l'oscillateur d'interrogation utilisant un oscillateur à quartz (voir le chapitre précédent).

Pour les mesures de déplacement collisionnel, on est amené à augmenter la densité effective en augmentant le temps de chargement du piège. Le temps de cycle passe alors à $T_c = 1.8$ s et la stabilité de fréquence à $3.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$. Ceci amène à 2 jours ($\tau \simeq 1.7 \times 10^5$ s) la durée d'intégration nécessaire pour obtenir une résolution de 8.5×10^{-16} à comparer au déplacement collisionnel de $\sim 2.7 \times 10^{-15}$ attendu d'après les premiers calculs théoriques [50] et les estimations de densités mentionnées au chapitre 4. Au moment des mesures, le maser à hydrogène utilisé présentait une dérive de fréquence pouvant aller jusqu'à 10^{-15} par jour. Pour remédier à ce problème, nous avons mis au point une méthode différentielle qui consiste à alterner toutes les 500 s environ, des mesures à haute densité ($\bar{n} \simeq 2 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$) et à basse densité ($\bar{n} \simeq 6 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$). Sur 500 s, une dérive du maser de 10^{-15} par jour équivaut à $\sim 6 \times 10^{-18}$ d'erreur, ce qui est négligeable compte tenu de la résolution atteinte. Cette méthode rejette également les fluctuations de fréquence liées à des fluctuations de champ magnétique ou de température sur des échelles de temps plus longues que 500 s. Ces mesures entrelacées ont une durée typique de 4 jours et conduisent à une résolution de 1.2×10^{-15} pour la différence de fréquence entre la haute densité et la basse densité. Pour chaque situation, on a des estimations du nombre d'atomes traversant la cavité N_{cav} et de la densité effective \bar{n} , basées sur les méthodes décrites au chapitre 4. Dans la

mesure différentielle, les deux paramètres utiles sont les différences entre les valeurs à haut et à bas nombre d'atomes, ΔN_{cav} et $\Delta \bar{n}$. Avec ces notations, on s'attend à ce que la différence de fréquence prenne la forme suivante :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{ef}} = K_{col} \times \Delta\bar{n} + F_{cav}(\omega_c - \omega_{at}) \times \Delta N_{cav}, \quad (7.1)$$

où le premier terme représente le déplacement collisionnel proportionnel à la densité effective et le second terme, l'entraînement de fréquence par la cavité proportionnel au nombre d'atomes traversant la cavité. Le coefficient K_{col} a été défini dans le chapitre 4 (équation 4.64). En toute rigueur, ce coefficient dépend de la géométrie du nuage. En pratique, avec les variations de la distribution des atomes entre les hautes densités et les basses densités et les valeurs théoriques des longueurs de diffusions, on trouve que K_{col} ne varie que de quelques %. L'équation 7.1 est donc une très bonne approximation, compte tenu des incertitudes expérimentales sur les densités atomiques. La fonction $F_{cav}(\omega_c - \omega_{at})$ représente le déplacement de fréquence lié à la cavité, par atome traversant la cavité et dans les conditions de l'expérience. Elle a été définie au chapitre 4 (équation 4.48).

La figure 7.2 représente les mesures du déplacement de fréquence lié au nombre d'atomes en fonction du désaccord $\omega_c - \omega_{at}$ entre la résonance de la cavité et la résonance atomique. Chaque point est obtenu par la méthode différentielle qu'on vient de décrire. La fréquence de résonance de la cavité est changée en faisant varier la température de la zone d'interrogation (le coefficient de dilatation de la cavité rubidium en cuivre vaut 112 kHz.K^{-1}). Pour chaque température, la fréquence de résonance de la cavité est déterminée avec une incertitude de quelques kHz qui a une répercussion négligeable sur la mesure des effets dépendant du nombre d'atomes. La méthode originale utilisée pour cette mesure est décrite dans les références [69] et [6]. Pour chaque mesure, on a une estimation de $\Delta\bar{n}$ et ΔN_{cav} ce qui permet de rapporter la différence de fréquence mesurée à une même valeur du nombre d'atomes traversant la cavité. Ainsi, les points de la figure 7.2 représentent les valeurs de $(\Delta\omega/\omega_{ef}) \times (3.5 \cdot 10^7/\Delta N_{cav})$. Les barres d'erreurs correspondent à l'incertitude statistique (de type A) de la mesure de fréquence. Pour comparer théorie et expérience, on détermine la meilleure approximation des données expérimentales par la fonction :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{ef}} = A \times [K \times \Delta\bar{n} + F_{cav}(\omega_c - \omega_{at}) \times \Delta N_{cav}] \quad (7.2)$$

où K et A sont les paramètres ajustables. Le paramètre A qu'on a rajouté par rapport à l'équation 7.1 représente un facteur d'échelle sur la calibration

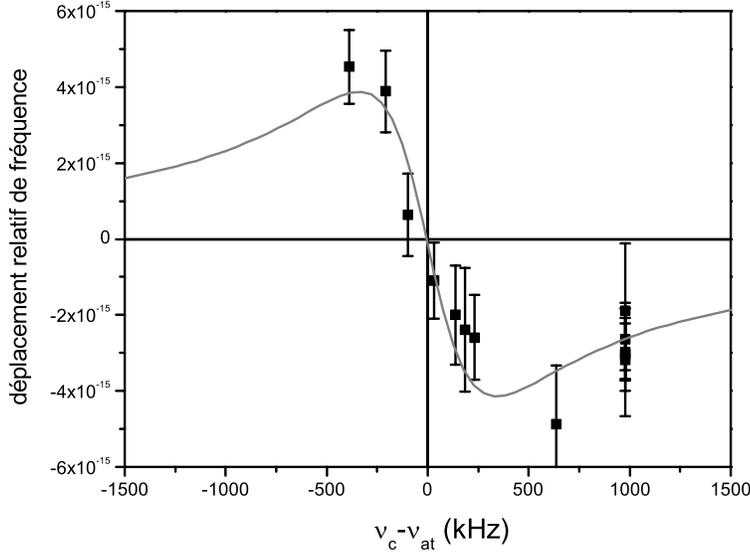


FIG. 7.2 – Déplacement relatif de la fréquence dépendant du nombre d’atomes en fonction du désaccord entre la fréquence de la cavité micro-onde d’interrogation ν_c et la fréquence de résonance atomique ν_{at} , pour un nombre d’atomes traversant la cavité $N_{cav} = 3.5 \times 10^7$. Les points représentent les mesures faites avec la fontaine Rb. Les barres d’erreurs représentent l’incertitude statistique (de type A) de la mesure de fréquence. La courbe représente la meilleure approximation des points expérimentaux par les modèles du chapitre 4.

du nombre d’atomes. La valeur attendue est $A = 1$. L’ajustement donne $A = 1.13(13)$ et $K = -8(22) \times 10^{-24} \text{ cm}^3$. Pour illustrer le résultat de l’ajustement, on a représenté sur le graphe 7.2 la fonction $Y_0 + A \times 3.5 \cdot 10^7 \times F_{cav}(\omega_c - \omega_{at})$ où $Y_0 = \langle A \times K \times 3.5 \cdot 10^7 (\Delta \bar{n} / \Delta N_{cav}) \rangle$ représente la moyenne sur toutes les mesures du terme de déplacement collisionnel. L’incertitude donnée par l’ajustement sur la détermination de Y_0 représente la résolution globale des mesures de fréquences. Elle vaut $\sim 4 \times 10^{-16}$.

Compte tenu de la valeur trouvée pour le coefficient A et de l’incertitude de 23% sur la détermination de ΔN_{cav} (tableaux 4.1, 4.2 et 4.3), on peut dire que la théorie et l’expérience s’accordent sur le déplacement de fréquence lié à la cavité. L’incertitude (de type A) déterminée par l’ajustement sur la valeur de A est de 11%. Elle est inférieure à l’incertitude (de type B) sur la détermination du nombre d’atomes ΔN_{cav} traversant la cavité. Ceci suggère d’utiliser la mesure de l’entraînement de fréquence lié à la cavité comme détermination de ΔN_{cav} . Ce faisant, le déplacement collisionnel mesuré est donné par le coefficient K . En tenant compte de l’incertitude de 40% sur la densité atomique, on mesure finalement $-3.4 \times 10^{-23} < K_{col}^{Rb} < +2.8 \times$

10^{-23} cm^3 . La résolution de fréquence de l'expérience est insuffisante pour résoudre le déplacement collisionnel. Les prédictions théoriques sont $K_{col}^{Rb} = -1.3 \times 10^{-22} \text{ cm}^3$ [50] et $K_{col}^{Rb} = -7.2 \times 10^{-23} \text{ cm}^3$ [52]. La valeur publiée du déplacement collisionnel pour le césium est $K_{col}^{Cs} = -2 \times 10^{-21} \text{ cm}^3$ [70] (voir également la référence [71]). Le déplacement collisionnel du ^{87}Rb est au moins 50 fois plus petit que celui du césium, dans la configuration usuelle des fontaines atomiques.

La fontaine Rb a également servi à des mesures de déplacement collisionnel en présence d'états $|F = 1, m_F \neq 0\rangle$ et $|F = 2, m_F \neq 0\rangle$. Ces mesures et les comparaisons avec les prévisions théoriques sont exposées dans la thèse d'Yvan Sortais [6].

La faible valeur du déplacement collisionnel pourrait permettre au fontaine à atomes de ^{87}Rb de dépasser les performances des fontaines à atomes de césium. Lorsque l'on utilise un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir comme oscillateur d'interrogation, les fontaines peuvent atteindre des stabilités de fréquence à court terme proches de $10^{-14} \tau^{-1/2}$ (équations 6.30 et suivantes). Ceci toutefois n'est possible qu'à condition de détecter un nombre élevé d'atomes. Typiquement, pour un nombre d'atomes détectés $N_{det} = 8 \times 10^6$ qui optimise la stabilité de fréquence (figure 6.13) et en supposant qu'on utilise une mélasse optique, le déplacement collisionnel prévu pour le césium dans la fontaine RbCs vaut environ 1.1×10^{-14} . Sachant que la reproductibilité de la densité atomique, sur de longues durées, est difficilement assurée à mieux que 10% près, on voit que la valeur élevée du déplacement collisionnel du césium place une sérieuse limite aux performances des fontaines de césium. Au contraire, dans le cas du ^{87}Rb , le même calcul montre que dans des conditions similaires, l'incertitude liée aux effets dépendant du nombre d'atomes peut être rendue inférieure à 10^{-16} .

7.2 Test de stabilité de la constante de structure fine

Dans cette section, on décrit les campagnes de comparaisons entre les fréquences hyperfines du ^{87}Rb et du ^{133}Cs qui conduisent à un test de stabilité de la constante de structure fine. Depuis le début du montage de la fontaine Rb, 3 campagnes de mesure ont été effectuées, en mars 1998, en mai 1999 et mai 2000. Le premier paragraphe présente le bilan d'exactitude qui détermine l'incertitude de type B de la fontaine Rb au moment de ces mesures. A titre d'exemple, le second paragraphe décrit les mesures effectuées en mai 2000.

7.2.1 Exactitude de la fontaine Rb

effet physique	correction relative ($\times 10^{15}$)	incertitude relative ($\times 10^{15}$)
Zeeman du second ordre	-20.6	0.7
rayonnement du corps noir	+12.0	0.5
entraînement par la cavité	+1.0	0.2
Doppler du premier ordre	0	0.4
spectre et fuites micro-ondes	0	1.5
déplacement collisionnel	0	< 0.1
Majorana, Ramsey et Rabi	0	< 0.1
effet de recul	0	0.2
collisions avec le gaz résiduel	0	< 0.1
Doppler du second ordre	0	< 0.008
somme quadratique		1.8
exactitude fontaine Cs		1.1
déplacement gravitationnel	-6.7	0.5

TAB. 7.1 – Bilan d’exactitude de la fontaine Rb. Le tableau répertorie les effets connus, les corrections appliquées pour tenir compte de ces effets et les incertitudes sur ces corrections.

Le tableau 7.1 recense les effets physiques connus affectant la fréquence de la fontaine Rb, les corrections appliquées pour tenir compte de ces effets et les incertitudes sur ces corrections. Ici, on discute brièvement les méthodes utilisées pour établir ce bilan d’exactitude.

Effet Zeeman du second ordre La correction appliquée correspond à un champ de 50 nT. Le champ magnétique est déterminé en faisant la spectroscopie de la transition $|F = 2, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 1\rangle$. Connaissant le coefficient Zeeman d’ordre 1, $K_Z^{(1)}$, (tableau C.3), on déduit le champ magnétique moyen le long de la trajectoire du nuage atomique à partir de la mesure de la fréquence de cette transition. En principe, cette méthode permet de corriger l’effet Zeeman du second ordre sur la transition horloge avec une incertitude dans la gamme des 10^{-17} . En pratique, on a observé des inhomogénéités et des fluctuations de champ magnétique liées à des courants thermoélectriques circulant dans la zone d’interrogation. On a donc fait des vérifications fréquentes du champ magnétique (tous les jours, au début et à la fin de chaque mesure de fréquence) et on a attribué une incertitude en rapport avec la déformation observée des franges de Ramsey de la transition $|F =$

$2, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 1\rangle$. L'incertitude de 0.7×10^{-15} du tableau, correspond à une incertitude de 0.85 nT sur le champ, soit 1.7×10^{-2} en valeur relative et 12 Hz en terme de fréquence de la transition $|F = 2, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 1\rangle$. L'incertitude sur la valeur des coefficients $K_Z^{(1)}$ et $K_Z^{(2)}$ est négligeable (tableau C.3).

Effet du rayonnement du corps noir La correction est déduite d'une mesure de la température de l'enceinte de la zone d'interrogation utilisant une résistance de platine. L'incertitude de 0.5×10^{-15} correspond à une incertitude de 2.5 K sur la température combinée avec l'incertitude de 2.3% sur la valeur du coefficient K_{BB} (tableau C.3 et référence [72]).

Entraînement de fréquence par la cavité Lors des mesures de fréquences, la présence de courants thermoélectriques déjà mentionnés à propos de la correction de l'effet Zeeman du second ordre nous a poussé à faire fonctionner la fontaine Rb à température ambiante, température à laquelle la cavité est accordée 1 MHz au-dessus de la résonance atomique. La correction de fréquence à appliquer est déduite des mesures décrites précédemment (figure 7.2). Pour calculer cette correction, une connaissance de la valeur absolue des nombres d'atomes n'est pas nécessaire. Seule la reproductibilité du système de détection compte. L'incertitude retenue représente donc l'incertitude sur la mesure du déplacement de fréquence lié à la cavité sans tenir compte de l'incertitude sur le nombre d'atomes (incertitude de 11% sur le coefficient A de l'équation 7.2), combinée avec une incertitude de 17% comptant pour la reproductibilité de la détection.

Effet Doppler du premier ordre L'incertitude représente une valeur maximale déduite de calculs numériques des gradients de phase dans la cavité, en supposant une dégradation d'un facteur 2 de la conductivité du cuivre par rapport à la conductivité maximale et en prenant les trajectoires atomiques les plus défavorables. Les calculs des gradients de phase et leur utilisation sont mentionnés dans la thèse de Pierre Lemonde [47].

Imperfections du spectre et fuites micro-ondes Cet effet est estimé en effectuant des mesures de fréquence pour divers types d'impulsions Ramsey ($\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$). Le déplacement de fréquence mesuré reste inférieur à 10^{-14} à $5\pi/2$, et inférieur à 5×10^{-15} à $3\pi/2$. Ces mesures ne révèlent pas de dépendance simple avec la puissance micro-onde ce qui n'est pas surprenant. La position de tous les objets présents au voisinage de l'expérience peut influencer sur la puissance et la phase du champ de fuite micro-onde sur la trajectoire des atomes. En considérant que les effets mesurés sont proportionnels à l'amplitude du champ micro-onde,

on déduit une valeur supérieure de 1.5×10^{-15} pour cet effet lorsque l'on utilise des impulsions $\pi/2$. C'est la contribution principale au bilan d'incertitude présenté ici. On a également fait des mesures pour diverses valeurs du temps de cycle, divers temps de chargement et différentes méthodes de modulation de fréquence pour tester une éventuelle perturbation de la phase de la source d'interrogation synchrone avec le cycle de la fontaine.

Effet de recul L'ordre de grandeur de l'effet de recul est donné par l'énergie cinétique de l'atome acquise par l'absorption d'un photon micro-onde. On a $E_c = (\hbar k)^2/2m$ avec $k = \omega_{ef}/c$, soit $\Delta\omega/\omega_{ef} \sim \hbar\omega_{ef}/2mc^2$. L'application numérique donne $\Delta\omega/\omega_{ef} \sim 1.7 \times 10^{-16}$ pour le rubidium. Des calculs sont en cours [73] et semblent montrer que dans la configuration usuelle des fontaines, l'effet est nettement plus petit. On a cependant conservé une incertitude de 0.2×10^{-15} pour cet effet.

Les autres effets sont négligeables au niveau de 10^{-15} . Les incertitudes du tableau 7.1 sont des estimations du déplacement de fréquence maximum dû à ces effets. Remarquons pour finir que pour les tests de stabilité du rapport ν_{Rb}/ν_{Cs} et de la constante de structure fine décrit au chapitre 2, seule compte la reproductibilité. Ainsi, pour ce test, on pourrait ne pas prendre en compte l'incertitude sur le coefficient K_{BB} dans la mesure où la température de l'expérience reste sensiblement la même. De même, dans la mesure où la géométrie reste stable (géométrie du nuage, hauteur de lancement, position de la cavité, géométrie de la détection,...), on attend une bonne reproductibilité de l'effet Doppler du premier ordre. Il est bien évident qu'au contraire, toutes les contributions interviennent pour la mesure absolue de la fréquence hyperfine du ^{87}Rb par rapport au Cs. Dans la suite, on a choisi de conserver une exactitude relative de 2×10^{-15} même pour le test de stabilité.

Le bilan d'exactitude des fontaines césium est semblable à celui qu'on vient de présenter. Il conduit à une exactitude de 1.1×10^{-15} . Finalement, et à titre indicatif, le tableau 7.1 donne les valeurs du déplacement gravitationnel d'origine relativiste (équation 2.6) dont on doit tenir compte pour une contribution des fontaines de césium à la réalisation du temps atomique international. L'incertitude correspond à une incertitude de 5 m sur l'altitude du laboratoire par rapport au géoïde de référence¹. La fontaine Rb se trouvant 5 ± 1 m en dessous de la fontaine FO1, une correction de $+(5 \pm 1) \times 10^{-16}$

¹Le géoïde de référence est une surface équipotentielle du potentiel de gravitation $U(T, \vec{R})$ proche du niveau moyen des océans, qui est utilisée comme référence pour la détermination de l'échelle de temps atomique internationale. Des mesures utilisant les systèmes de positionnement globaux et des mesures de la gravité locale sont nécessaires pour réduire l'incertitude sur l'altitude du laboratoire par rapport au géoïde de référence.

doit être prise en compte à cause de cet effet dans la comparaison entre ces deux fontaines.

7.2.2 Mesures en mai 2000

Les comparaisons entre la fontaine Rb et les fontaines de césium utilisent l'ensemble d'horloges de la figure 6.1. A l'époque, l'oscillateur d'interrogation utilisait un oscillateur à quartz conduisant à des stabilités de $1 - 1.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ (voir la figure 7.1). Sur une période de un mois environ, les trois fontaines de la figure 6.1 sont comparées au maser à hydrogène. Au cours de cette période, on alterne des mesures dans la configuration optimale de l'horloge (temps de cycle optimisant la stabilité de fréquence, impulsions de Ramsey $\pi/2, \dots$) avec des mesures d'évaluation d'effets systématiques où les réglages et certains appareils (comme le synthétiseur radio-fréquence des chaînes de synthèse micro-onde) sont différents. Par exemple, pour les fontaines césium, chaque mesure est constituée de deux mesures entrelacées à haute et basse densités, ce qui permet de mesurer en temps réel le déplacement collisionnel. Sur la fontaine Rb, les mesures faites pour des impulsions $3\pi/2, 5\pi/2$ et $7\pi/2$ ont révélé une fuite micro-onde qui apporte la plus importante contribution au bilan d'exactitude final, soit 1.5×10^{-15} . Seules les mesures faites dans les conditions optimales contribuent à la comparaison entre les fréquences hyperfines.

La figure 7.3 représente la mesure de la fréquence de l'oscillateur d'interrogation par les trois fontaines atomiques du LPTF. La fréquence est obtenue après correction de l'effet Zeeman du second ordre, de l'effet du rayonnement thermique et des déplacements dépendant du nombre d'atomes. Les barres d'erreur correspondent à la somme quadratique des fluctuations de fréquence mesurées (type A) et de l'incertitude sur la correction des effets mentionnés ci-dessus (type B). Pour calculer la fréquence avec la fontaine Rb, on utilise une valeur conventionnelle de la fréquence hyperfine du ^{87}Rb , $\nu_{Rb} = 6\,834\,682\,610.904\,333$ Hz. La dérive de fréquence de l'oscillateur d'interrogation sur cette période est de l'ordre de 2.3×10^{-15} par jour. Elle s'explique par le remplacement, peu avant ces mesures, du maser à hydrogène.

Malheureusement, peu de données parmi celles de la figure 7.3 correspondent à des mesures parfaitement synchronisées entre les trois fontaines. De ce fait, on ne peut faire une soustraction point par point de la fréquence de l'oscillateur d'interrogation. La méthode retenue pour éliminer la dérive de la fréquence du maser consiste à soustraire à chaque mesure de la fontaine F01 et de la fontaine PHARAO, la valeur obtenue par interpolation linéaire entre les mesures adjacentes de la fontaine Rb (la plus régulière sur cette période). Ce faisant, on trouve un décalage de $+1.1 \times 10^{-15}$ pour la fréquence de la

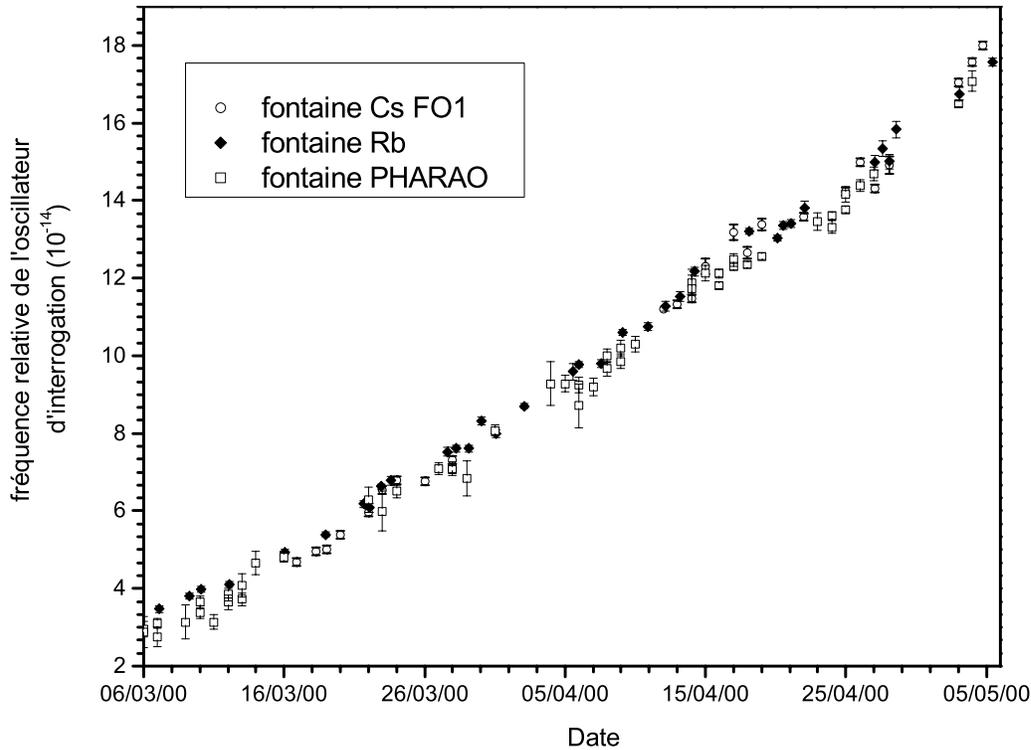


FIG. 7.3 – Mesure de la fréquence de l’oscillateur d’interrogation en mai 2000, par trois fontaines atomiques.

fontaine Rb par rapport à la fontaine F01 et de $+4.2 \times 10^{-15}$ avec la fontaine PHARAO. Pour estimer l’incertitude statistique (de type A) sur ces valeurs, on approche les mesures de la fréquence de l’oscillateur d’interrogation par la fontaine Rb (figure 7.3) par un polynôme du second ordre. Les résidus de cette approximation, qui représentent les fluctuations de fréquence de l’oscillateur d’interrogation, une fois soustraite la dérive sur des temps de quelques jours, apparaissent sur la figure 7.4. La stabilité de fréquence calculée de ces résidus vaut 2.1×10^{-15} à 2 jours et atteint à ~ 10 jours un palier de 1.3×10^{-15} , correspondant au bruit de fréquence en $1/f$ du maser. On considère par la suite que le facteur de réduction de $1.3/2.1 \simeq 0.62$ est une bonne approximation de la réduction de l’incertitude des mesures par moyennage des différences de fréquence fontaine Rb-fontaine F01 et fontaine Rb-fontaine PHARAO. Le facteur réduction qu’on trouverait en considérant qu’on a du bruit blanc de fréquence serait de ~ 0.2 , un facteur 3 trop optimiste. Les différences fontaine Rb-fontaine F01 et fontaine Rb-fontaine PHARAO sur la durée des mesures sont représentées sur la figure 7.4. Les écarts types de ces mesures sont de 3.5×10^{-15} et 2.9×10^{-15} respectivement. En appliquant le facteur de réduction

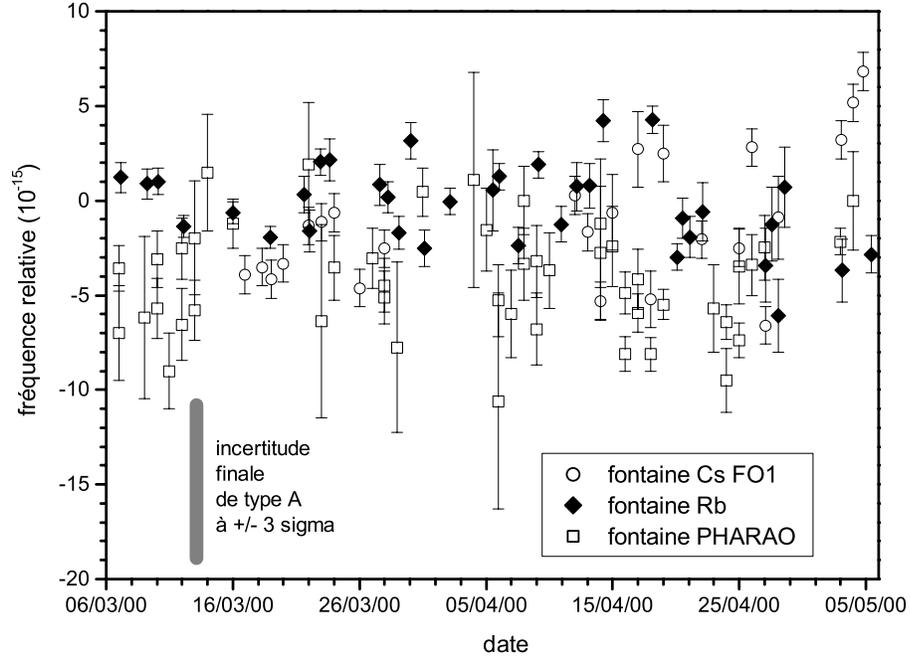


FIG. 7.4 – Comparaison des fréquences des trois fontaines en mai 2000. Pour la fontaine ^{87}Rb , on utilise une valeur conventionnelle de la fréquence hyperfine $\nu_{Rb} = 6\,834\,682\,610.904\,333$ Hz.

ci-dessus, on obtient des incertitudes 2.2×10^{-15} pour la comparaison fontaine Rb-fontaine F01, et de 1.8×10^{-15} pour la comparaison fontaine Rb-fontaine PHARAO. En combinant ces deux incertitudes, on peut pondérer les contributions de deux fontaines à césium. On obtient un décalage de fréquence de $+3 \times 10^{-15}$ avec une incertitude de type A de 1.4×10^{-15} . La barre d'erreur correspondante à $\pm 3\sigma$ est représentée sur la figure 7.4.

D'après le bilan présenté dans le paragraphe précédent (tableau 7.1), l'exactitude ou incertitude de type B de la fontaine Rb vaut 2×10^{-15} . Par ailleurs, les fontaines à atomes de césium du LPTF ont une exactitude de 1.1×10^{-15} . En combinant ces deux incertitudes de type B avec l'incertitude de type A trouvée ci-dessus, on obtient l'incertitude, sur la comparaison effectuée en mai 2000, entre les fréquences hyperfines du ^{87}Rb et du ^{133}Cs . Elle vaut 2.7×10^{-15} . Cette comparaison est une mesure absolue de la fréquence hyperfine du ^{87}Rb qui fait apparaître une correction de -3×10^{-15} par rapport à la valeur conventionnelle choisie. On trouve $\nu_{Rb}(\text{mai } 2000) = 6\,834\,682\,610.904\,326(18)$ Hz.

7.2.3 Interprétation des mesures sur une durée de 2 ans

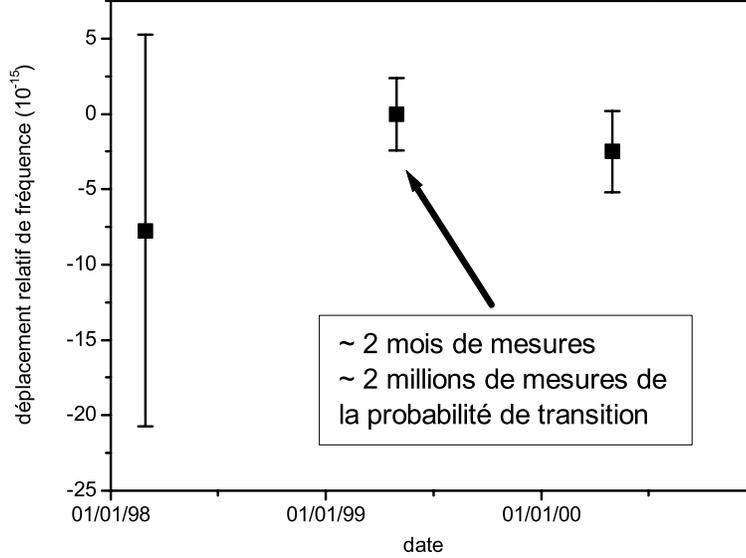


FIG. 7.5 – Mesures absolues de la fréquence hyperfine du ^{87}Rb par rapport au ^{133}Cs effectuées au LPTF sur une durée de 2 ans. On a représenté les variations de fréquence relative autour de la valeur obtenue en mai 1999.

La mesure effectuée en mai 1999 dans des conditions similaires conduit à $\nu_{Rb}(\text{mai } 1999) = 6\,834\,682\,610.904\,343(17)$ Hz. La mesure faite en mars 1998, avec la fontaine Rb en cours de montage, a une incertitude de 1.3×10^{-14} , limitée principalement par l'effet Zeeman du second ordre [72]. Elle a conduit à $\nu_{Rb}(\text{mars } 1998) = 6\,834\,682\,610.904\,29(9)$ Hz. La figure 7.5 représente les variations de la fréquence ν_{Rb} , en valeur relative, par rapport à la valeur obtenue en mai 1999. La moyenne pondérée de ces 3 points est une détermination à 1.8×10^{-15} près de la fréquence absolue de la transition hyperfine du ^{87}Rb :

$$\nu_{Rb} = 6\,834\,682\,610.904\,335(12) \text{ Hz.} \quad (7.3)$$

En cherchant la meilleure approximation par une droite de ces mêmes points, pondérés par leurs incertitudes, on trouve :

$$\frac{d}{dt} \ln \left(\frac{\nu_{Rb}}{\nu_{Cs}} \right) = (-1.4 \pm 3.3) \times 10^{-15} \text{ an}^{-1}. \quad (7.4)$$

Ce résultat peut être interprété comme un test de la reproductibilité des fontaines et du système de comparaison du LPTF. Dans le cadre théorique

de la référence [18] qu'on a brièvement décrit au chapitre 2, le résultat ci-dessus est une mesure d'une éventuelle variation de la constante de structure fine. En utilisant l'équation 2.11, on obtient :

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = (3.1 \pm 7.3) \times 10^{-15} \text{ an}^{-1}. \quad (7.5)$$

L'incertitude obtenue est ~ 5 fois plus petite que celle des précédents tests en laboratoire (voir le tableau 2.3 et la référence [18]). De ce fait, cette comparaison de fontaines atomiques sur 2 ans peut être considérée comme un test du principe d'équivalence et comme un test de stabilité de la constante de structure fine.

Les résultats présentés ici devraient être améliorés prochainement pour plusieurs raisons. L'incertitude sur la stabilité du rapport ν_{Rb}/ν_{Cs} de l'équation 7.4 est principalement déterminée par les deux dernières comparaisons, d'exactitudes 2.7×10^{-15} , et séparées de 1 an. Une mesure de même exactitude effectuée dans 3 ans (durée très raisonnable étant donnée les échelles de temps typiques du développement d'expériences comme les fontaines atomiques) améliorera ce résultat d'un facteur $\gtrsim 3$. Dans le même temps, il est prévu d'améliorer à la fois l'exactitude des fontaines et les méthodes de comparaisons. Ainsi, la fontaine RbCs doit à terme fonctionner simultanément avec les deux atomes afin d'éliminer les problèmes de synchronisation des différentes fontaines décrits ci-dessus. La synchronisation permet aussi la réjection partielle des fluctuations de certains effets systématiques (fluctuations du champ magnétique, fluctuations de la température du rayonnement thermique) dans la mesure du rapport ν_{Rb}/ν_{Cs} . Comme on l'a vu au chapitre 5, de nombreux efforts ont été faits pour améliorer l'exactitude de cette fontaine. Il est raisonnable d'espérer obtenir des exactitudes de l'ordre de 5×10^{-16} pour les deux atomes, ce qui représenterait une amélioration d'un facteur ~ 3 par rapport aux exactitudes du tableau 7.1. Avec ces chiffres, on prévoit que le développement des fontaines et en particulier celui de la fontaine RbCs devraient amener l'incertitude du test de stabilité de la constante de structure fine au niveau de $\sim 8 \times 10^{-16} \text{ an}^{-1}$, une amélioration d'un facteur 50 environ par rapport aux précédents tests en laboratoire.

7.3 Résultats récents obtenus avec la fontaine RbCs

Dans cette section, on évoque rapidement les résultats obtenus récemment avec la partie césium de la fontaine RbCs. L'essentiel du travail fourni jusqu'ici sur cette expérience après le montage initial a consisté à optimiser

la stabilité de fréquence de la fontaine couplée à l'oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (OCRS). L'obtention d'une bonne stabilité de fréquence ($\lesssim 5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$) est en effet indispensable pour atteindre une exactitude inférieure à 10^{-15} . Les résultats obtenus concernant la stabilité sont présentés dans le premier paragraphe. L'évaluation de quelques effets systématiques est évoquée dans le deuxième paragraphe.

7.3.1 Stabilité de fréquence

La figure 7.6 représente les franges de Ramsey obtenues avec des atomes de césium dans la fontaine RbCs. Les paramètres de fonctionnement de la fontaine pour cette mesure sont répertoriés dans l'annexe C. Pour cette mesure, les atomes sont initialement sélectionnés dans l'état $|F = 3, m_F = 0\rangle$. Le nombre d'atomes détectés pour cette mesure est de $\sim 6 \times 10^6$. La frange centrale représentée dans l'insert de la figure 7.6 a une largeur à mi-hauteur de 0.94 Hz ce qui correspond à un facteur de qualité atomique $Q_{at} = 9.82 \times 10^9$.

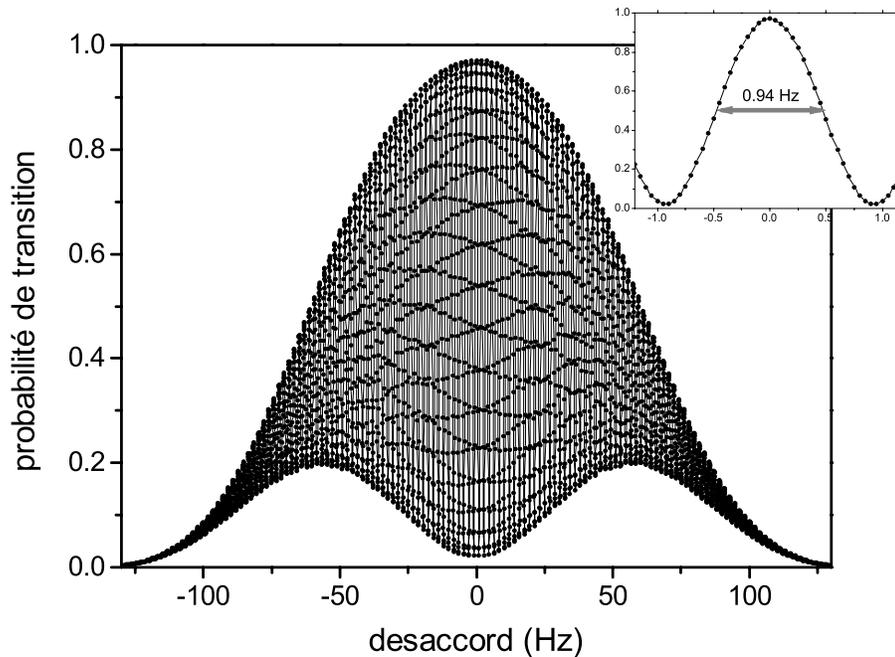


FIG. 7.6 – Franges de Ramsey obtenues avec des atomes de césium dans la fontaine RbCs. Les paramètres de fonctionnement correspondant sont répertoriés dans l'annexe C. L'insert montre la frange centrale de largeur à mi-hauteur 0.94 Hz.

La figure 7.7 représente la stabilité de fréquence de la fontaine RbCs obtenue dans diverses conditions en réalisant l’asservissement de la fréquence micro-onde d’interrogation sur la frange centrale de la figure précédente. Les ronds représentent la stabilité mesurée en utilisant un oscillateur d’interrogation basé sur un oscillateur à quartz à 5 MHz asservi en phase sur un maser à hydrogène (figure 6.1). La stabilité obtenue vaut $1.1 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$. Les triangles représentent la stabilité de fréquence obtenue en utilisant l’OCRS asservi en phase sur le maser à hydrogène avec une constante de temps de l’ordre de 10 s. Entre $\tau = 20$ s et $\tau = 700$ s, on observe une stabilité de $9 \times 10^{-14} \tau^{-0.57}$. Cette loi de variation en $\tau^{-0.57}$ est proche de la spécification du constructeur du maser à hydrogène. La stabilité de fréquence atteint 1.8×10^{-15} à 1000 s. Finalement, les carrés représentent la stabilité de fréquence obtenue avec l’OCRS libre. La stabilité mesurée entre 5 et 10 s vaut $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. Au delà de 10 s, on observe des fluctuations lentes de la fréquence de l’OCRS. L’amplitude de ces fluctuations est anormalement élevée du fait d’une détérioration des conditions de fonctionnement de l’OCRS. Lors de comparaisons entre les fontaines atomiques de la figure 6.1, les fluctuations lentes peuvent être rejetées, ce qui signifie que la stabilité à court terme de $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ représente bien la stabilité de la fontaine RbCs lors d’une telle comparaison. C’est la meilleure stabilité à court terme obtenue à ce jour avec un étalon atomique de fréquence fonctionnant dans le domaine micro-onde.

La stabilité à court terme de $3.3 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ obtenue pour un temps de cycle $T_c = 1.275$ ms est proche de la valeur optimale prédite au chapitre précédent (figure 6.13). Pour estimer les diverses contributions aux fluctuations de la probabilité de transition $\sigma_{\delta P}$, on a effectué une mesure de ces fluctuations en l’absence de la contribution de la source d’interrogation. Pour cela, on utilise la méthode déjà mentionnée au chapitre 4 (figure 4.16). On accorde la fréquence de la source micro-onde d’interrogation sur la résonance atomique ($\delta = 0$) pour rendre négligeable la sensibilité aux fluctuations de fréquence de la source d’interrogation. On diminue la puissance micro-onde pour effectuer des impulsions $\pi/4$ dans la cavité pour que la probabilité de transition soit égale à 1/2 comme lors des conditions usuelles de fonctionnement de l’horloge. Les mesures donnent typiquement $\sigma_{\delta P} \lesssim 3.5 \times 10^{-4}$ pour un nombre d’atomes détectés de $N_{det} \sim 6 \times 10^6$, valeur déterminée à partir du calcul de la réponse de la détection (équation 4.84). La stabilité de fréquence calculée à partir de cette valeur et de la contribution de l’oscillateur d’interrogation à partir de l’équation 6.2, on prévoit une stabilité de $3.6 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ très proche de la valeur mesurée. Toutefois, pour le nombre d’atomes détectés ci-dessus, on s’attend à ce que les fluctuations de P pour des impulsions $\pi/4$ à résonance soient principalement limitées par le bruit de projection quantique

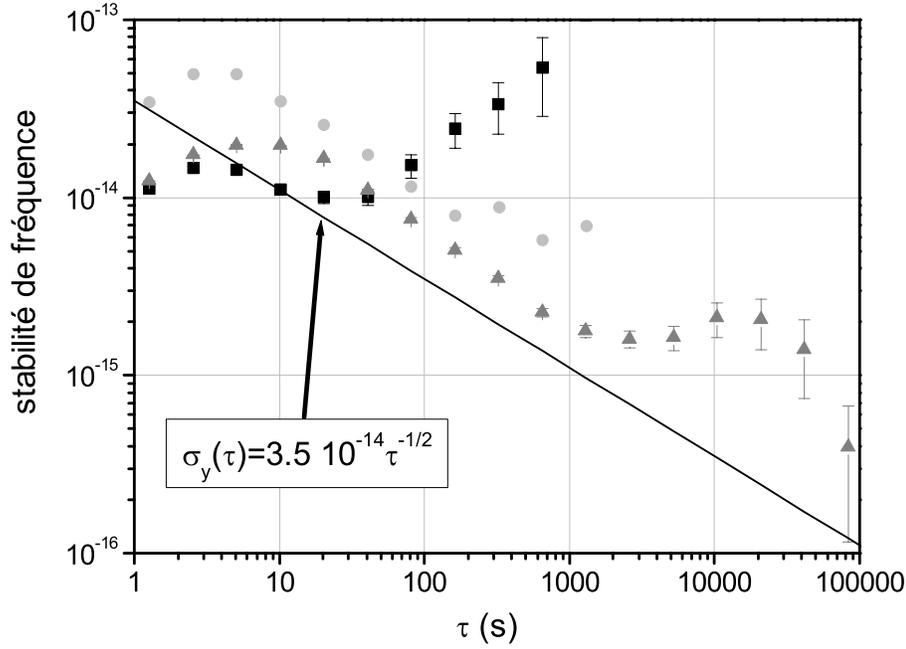


FIG. 7.7 – Stabilité de fréquence en fonction du temps d’intégration τ . Ronds : oscillateur d’interrogation constitué d’un oscillateur à quartz asservi en phase sur un maser à hydrogène. Triangles : oscillateur d’interrogation constitué de l’OCRS asservi en phase sur le maser à hydrogène avec une constante de temps de ~ 10 s. Carrés : stabilité de la fontaine RbCs contre l’OCRS libre.

à la valeur $\sigma_{\delta P} = \sqrt{P(1-P)}/\sqrt{N_{det}} = 1/2\sqrt{N_{det}} = 2.0 \times 10^{-4}$. L’origine de cet excès de bruit reste à déterminer.

7.3.2 Exactitude

Effet Zeeman du second ordre

Lorsque l’horloge fonctionne, on peut utiliser les atomes pour mesurer le champ magnétique dans la zone d’interrogation en sondant la transition $|m_F = 1\rangle \rightarrow |m_F = 1\rangle$ qui dépend linéairement de ce champ. La valeur du déplacement Zeeman d’ordre 1 de cette transition, $K_Z^{(1)}$, se trouve dans les tableaux C.3 et C.4. La figure 7.8 représentent les franges de Ramsey ainsi obtenues. Le bon contraste et la régularité de ce spectre montre la bonne homogénéité du champ magnétique. En faisant ce type de spectre en augmentant progressivement la hauteur de lancement, on peut déterminer le profil du champ magnétique directeur dans la zone d’interrogation avec une résolution en fréquence de l’ordre de 0.1 Hz (limitée par les fluctuations

de champ magnétique) ce qui correspond à une résolution en champ de ~ 14 pT. On peut alors agir sur les diverses bobines de compensation pour améliorer l'homogénéité du champ. Cette opération n'a pas encore été faite faute de temps. On a par contre vérifié la stabilité du champ magnétique en asservissant la fréquence de la source micro-onde sur une des franges de la figure 7.8 et en mesurant les fluctuations de sa fréquence sur une durée de 1 jour environ. La variance des fluctuations de fréquence mesurée est de 0.2 Hz, ce qui correspond à une stabilité du champ magnétique de 30 pT. Pour un champ magnétique directeur de 200 nT, l'incertitude correspondant sur le déplacement Zeeman d'ordre 2 de la transition horloge est de 5.6×10^{-17} en valeur relative.

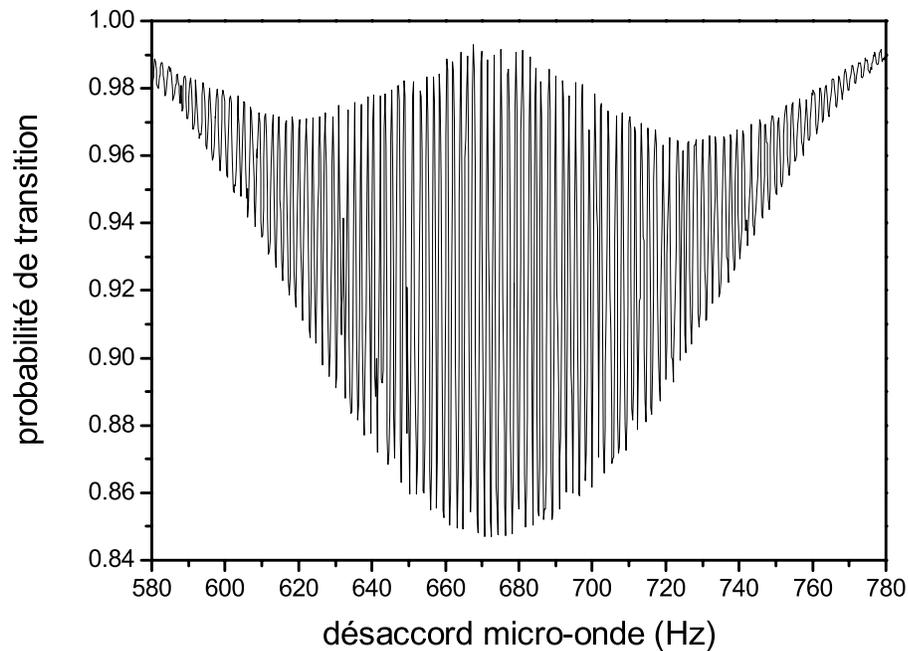


FIG. 7.8 – Franges de Ramsey obtenue avec des atomes de césium dans la fontaine RbCs sur la transition $|m_F = 1\rangle \rightarrow |m_F = 1\rangle$ dépendant linéairement du champ magnétique statique.

Rayonnement du corps noir

La mise en service définitive de l'asservissement de la température de la zone d'interrogation et l'ajustement fin du système de chauffage permettant d'obtenir une bonne homogénéité de température n'ont pas encore été faits pour l'instant faute de temps. Les mesures préliminaires de la stabilité

de température obtenue en l'absence de l'asservissement n'ont pas été faite dans des conditions optimales du fait d'un dysfonctionnement du système de climatisation de la pièce où est montée la fontaine RbCs. Ces mesures montrent toutefois une homogénéité et une stabilité de la température de l'ordre de 1 K sur des durées de plusieurs jours. En attendant la mise en marche de l'asservissement et du contrôle automatique de la température, un contrôle manuel et journalier de la température permet donc de limiter l'incertitude sur la température à 1 K. Ceci correspond à une incertitude de 2.3×10^{-16} sur la correction du déplacement de fréquence lié au rayonnement thermique, ce qui est largement suffisant pour effectuer un bilan d'exactitude préliminaire au niveau de 10^{-15} .

Déplacement collisionnel

En utilisant une méthode différentielle semblable à celle utilisée pour mesurer les effets dépendant du nombre d'atomes dans la fontaine Rb, on a pu estimer le déplacement collisionnel dans la partie césium de la fontaine RbCs. Les mesures différentielles sont effectuées en utilisant l'OCRS asservi sur le maser à hydrogène, en alternant toutes les 250 s environ des mesures à haute densité et à basse densité. La stabilité sur la différence de fréquence entre haute densité et basse densité est de $1.2 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$. La valeur mesurée du déplacement collisionnel est de 5.5×10^{-14} pour un nombre d'atomes détectés $N_{det} \simeq 10^7$. D'après une estimation préliminaire de la densité effective, ceci correspond à $K_{col}^{Cs} \simeq 2.8 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$. Des mesures complémentaires sont nécessaires pour déterminer sérieusement la densité atomique et l'incertitude de cette mesure. Pour ces mesures, on a varié le nombre d'atomes en changeant la puissance de l'impulsion micro-onde de sélection. Cette méthode a l'avantage de peu modifier la géométrie du nuage entre haute densité et basse densité, ce qui garanti une bonne linéarité des déplacements de fréquence liés au nombre d'atomes en fonction du nombre d'atomes détectés. C'est la méthode qui est probablement la mieux adaptée pour effectuer une extrapolation à densité atomique nulle en temps réel. Toutefois, la mesure peut être perturbée si la sélection laisse entre les deux états horloges une cohérence résiduelle variant avec la puissance micro-onde de sélection. On a prévu de faire des mesures en variant la durée de chargement de la mélasse optique et en gardant constante la puissance de la sélection afin de vérifier ce point.

Les autres effets systématiques sont en cours d'évaluation en vue d'établir rapidement un bilan d'exactitude au niveau de 10^{-15} .

Chapitre 8

Conclusions

Conclusions sur ce travail

Ce mémoire décrit la construction et l'utilisation d'une fontaine à atomes froids de césium 133 et de rubidium 87. Dans une première étape, on a développé une fontaine utilisant seulement des atomes de rubidium. Les performances atteintes par cette horloge sont comparables à celle des meilleurs étalons primaires de fréquence, avec une stabilité à court terme de $1.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ et une exactitude de 2×10^{-15} . En comparant cette fontaine aux autres fontaines de césium du laboratoire, on a pu faire une détermination absolue de la fréquence hyperfine de l'atome de rubidium 87. La valeur trouvée de cette fréquence est $\nu_{Rb} = 6\,834\,682\,610.904\,335(12)$ Hz. L'incertitude obtenue de $12 \mu\text{Hz}$, soit 1.8×10^{-15} en valeur relative, représente une amélioration de 5 ordres de grandeur environ, par rapport aux mesures précédentes. C'est une des mesures de fréquence les plus exactes à l'heure actuelle.

La fontaine de rubidium a également été utilisée pour étudier les effets dépendant du nombre d'atomes dans ce type d'étalons primaires. D'un point de vue théorique, cette étude a consisté à modéliser l'interaction entre le nuage atomique et la cavité micro-onde d'interrogation, d'une part, et d'autre part, l'évolution temporelle du nuage atomique pendant l'interrogation, évolution qui détermine le déplacement collisionnel. L'ensemble des mesures effectuées pour tester ces modèles a atteint une très bonne résolution de fréquence de $\sim 4 \times 10^{-16}$. Ces mesures constituent la première mise en évidence expérimentale du déplacement de fréquence lié à la cavité dans les fontaines. Elles sont en bon accord avec le modèle. Elles révèlent aussi la valeur particulièrement faible du déplacement collisionnel du rubidium 87. Cette constatation est en accord avec les prédictions théoriques et elle fait du rubidium 87 un atome intéressant dans l'optique d'une amélioration des étalons primaires de fréquence fonctionnant dans le domaine micro-onde.

Enfin, les mesures absolues de la fréquence hyperfine effectuées pendant deux ans peuvent être interprétées comme un test du principe d'équivalence et un test de la stabilité de la constante de structure fine $\alpha = q^2/4\pi\epsilon_0\hbar c = e^2/\hbar c$. Le résultat de ce test, $\dot{\alpha}/\alpha = (3.1 \pm 7.3) \times 10^{-15} \text{ an}^{-1}$, a une incertitude ~ 5 fois plus petite que celle des précédents tests en laboratoire. Dans le prolongement de ce travail, on peut raisonnablement espérer une amélioration supplémentaire d'au moins un ordre de grandeur.

La seconde étape a consisté à construire une fontaine susceptible de fonctionner simultanément avec du rubidium et avec du césium. A cette occasion, on a mis en oeuvre plusieurs méthodes pouvant contribuer à une amélioration substantielle des performances des horloges : méthodes de polissage pour l'accord fin des cavités d'interrogation, méthode de vérification des fuites micro-ondes, utilisation d'un jet atomique ralenti comme source d'atomes, utilisation d'un laser très stable pour la détection des atomes froids,... Ce second montage a déjà commencé à fonctionner et donne des résultats préliminaires satisfaisants. Utilisé avec un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir, il a permis d'obtenir une stabilité de fréquence à court terme de $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. C'est la meilleure stabilité obtenue à ce jour avec un étalon primaire de fréquence.

Perspectives

En introduction, on a mentionné les développements récents d'une nouvelle méthode de comparaison entre les fréquences optiques et les fréquences micro-onde ou les radio-fréquences[3][4][5]. Cette méthode utilise un laser femtoseconde à modes bloqués. Ce type de laser délivre des impulsions de quelques dizaines de femtosecondes avec un taux de répétition allant de $f_r \sim 100 \text{ MHz}$ à $f_r \sim 1 \text{ GHz}$. Le spectre d'un tel signal a la forme d'un ensemble de pics équidistants. L'écart de fréquence entre deux composantes adjacentes est simplement donné par le taux de répétition. La largeur totale du spectre est inversement proportionnelle à la largeur temporelle d'une impulsion. En injectant ce laser dans une fibre optique spéciale, on peut augmenter l'étendue de son spectre. On obtient ainsi un spectre allant typiquement de 400 nm à $1.3 \mu\text{m}$. On peut écrire les composantes du spectre obtenu sous la forme $f(k) = f_0 + kf_r$, avec $k \in \mathbb{N}$. Les deux fréquences qui déterminent ce spectre peuvent être mesurées et contrôlées en agissant sur les paramètres du laser. Le taux de répétition f_r est simplement mesuré à l'aide d'une photodiode suffisamment rapide. Il est contrôlé en agissant sur la longueur de la cavité du laser. Le décalage de fréquence f_0 est mesuré en réalisant le battement entre la composante $f(2k) = f_0 + 2kf_r$ et la composante $f(k)$ doublée. On a en effet $2f(k) - f(2k) = f_0$. On contrôle f_0 en

agissant sur la dispersion dans la cavité du laser. Il est alors possible d'asservir en phase les deux radio-fréquences f_r et f_0 sur un étalon primaire de fréquence pour obtenir un peigne de fréquences optiques connues de manière très exacte. La régularité du peigne de fréquences optiques a été vérifiée expérimentalement à mieux que 10^{-16} près en valeur relative. L'exactitude du peigne de fréquence est donc celle de l'étalon primaire utilisé, du moins avec les performances actuelles de ces étalons. Pour mesurer une fréquence optique de manière absolue, il suffit alors de mesurer la fréquence du battement avec la composante la plus proche du peigne de fréquence, la fréquence de ce battement se trouvant à nouveau dans le domaine radio-fréquence.

Cette simplification des mesures de fréquences optiques tend à justifier le développement des étalons atomiques de fréquence optique. Mais il existe une autre raison à cela. Sur Terre, à cause de la gravité, le temps d'interrogation maximum envisageable avec des atomes froids est de 1 s, ce qui correspond à une largeur de la résonance atomique de 0.5 Hz. En pratique, l'exactitude absolue des étalons atomiques de fréquence descend difficilement en dessous de 10^{-6} fois la largeur de la résonance atomique. Ceci définit une limite ultime à l'exactitude relative des fontaines atomiques de césium au niveau $\sim 5 \times 10^{-17}$. Pour aller plus loin, il faut augmenter la fréquence de la transition et aller dans le domaine optique. Ainsi, le LPTF, comme plusieurs autres laboratoires de métrologie du temps et des fréquences, a commencé le développement d'une horloge optique à atomes froids de strontium.

Une autre méthode pour obtenir des temps d'interrogation très longs malgré la gravité consiste à utiliser des ions à la place des atomes. Grâce à sa charge, un ion peut être piégé pendant des durées extrêmement longues (plusieurs jours) sans que la transition horloge entre des états internes ne soit perturbée. Il est également possible d'utiliser des techniques de refroidissement par laser afin de contrôler parfaitement le mouvement de l'ion dans le piège. Avec ces techniques, plusieurs groupes ont développé des horloges à ions ayant des performances comparables à celle des étalons primaires à atomes froids [38]. Des améliorations significatives sont attendues, notamment pour les horloges optiques à ions piégés [39][24].

Finalement, plusieurs projets sont en cours en vue de réaliser des horloges spatiales de grande exactitude. Du fait de la très faible gravité qui règne à bord des satellites, on peut envisager, avec des atomes froids, des durées d'interrogation très longues (supérieures à 10 s) sans aucun piège. Le projet ACES de l'agence spatiale européenne vise à faire voler, en 2005 et à bord de la station spatiale internationale ISS, un ensemble d'horloges incluant l'horloge spatiale à atomes froids de césium PHARAO du CNES. On peut également mentionner les projets similaires PARCS et RACE de l'agence spatiale américaine. A terme, de telles horloges doivent permettre de réaliser

des comparaisons de fréquence entre les laboratoires de métrologie du monde entier avec une exactitude dans la gamme des 10^{-16} . En favorisant les comparaisons entre des horloges basées sur des espèces atomiques et des types de transition différentes, les horloges spatiales permettront aux mesures de fréquence de grande exactitude de tester avec une précision accrue, les principes qui sont à la base de la physique actuelle, et ceci pendant de nombreuses années encore.

Annexe A

Notations

grandeur	notation
pulsation et fréquence	
de la transition atomique non perturbée	ω_{ef} et ν_{ef}
pulsation et fréquence	
de la transition atomique dans la zone d'interrogation	ω_{at} et ν_{at}
facteur de qualité atomique	Q_{at}
pulsation et fréquence	
du champ envoyé dans la cavité	ω et ν
pulsation et fréquence	
de résonance du mode de la cavité	ω_c et ν_c
facteur de qualité du mode de la cavité	Q
volume du mode de la cavité	V_{mode}
durée du passage de l'atome dans la cavité	τ
durée effective du passage de l'atome dans la cavité	τ_{eff}
durée du vol libre au-dessus de la cavité	T
durée effective de l'interrogation	T_{eff}
profondeur de la modulation de fréquence	$\Delta_m/2\pi$
longueur d'onde laser	λ_l
désaccord laser	$\delta_l/2\pi$
taux d'émission spontanée	Γ
intensité de saturation	I_{sat}
nombre d'atomes initial après sélection	N_{at}
nombre d'atomes traversant la cavité	
à la montée	N_{cav}
nombre d'atomes détectés	N_{det}

TAB. A.1 – Principales notations utilisées.

Annexe B

Quelques relations utiles

B.1 Matrices de Pauli

Les matrices de Pauli sont définies par :

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} &= (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \\ \sigma_x &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

On a la relation de commutation suivante :

$$[\vec{\sigma} \cdot \vec{a}, \vec{\sigma} \cdot \vec{b}] = 2i(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{\sigma} \quad (\text{B.2})$$

B.2 Conventions concernant les incertitudes et les distributions gaussiennes

Incertainces et distributions gaussiennes

On utilise pour les incertitudes la convention usuelle qui suppose une distribution gaussienne des mesures x autour de leur valeur moyenne $\langle x \rangle$:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \langle x \rangle)^2}{2\sigma_x^2}\right). \quad (\text{B.3})$$

Pour caractériser l'incertitude d'une mesure, on utilise l'écart type de la distribution :

$$\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle^{1/2} = \sigma_x \quad (\text{B.4})$$

et on note $x = \langle x \rangle \pm \sigma_x$. La probabilité de trouver une mesure entre $\langle x \rangle - \sigma_x$ et $\langle x \rangle + \sigma_x$ vaut 0.68. La probabilité de trouver une mesure entre $\langle x \rangle - 2\sigma_x$ et $\langle x \rangle + 2\sigma_x$ vaut 0.95.

Pour la plupart des distributions gaussiennes utilisées dans la thèse, on utilise les conventions de l'équation B.3 ci-dessus.

Faisceaux lasers gaussiens

Pour les faisceaux lasers gaussiens, on utilise une convention différente. On écrit l'éclairement du faisceau sous la forme :

$$E(x, y) = \frac{2P}{\pi w^2} \times \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{w^2}\right), \quad (\text{B.5})$$

P désignant la puissance totale du faisceau et w , son *waist*.

B.3 Conventions concernant les densités spectrales de bruit

Cas général

Pour décrire le spectre des fluctuations d'une grandeur $x(t)$, on utilise dans toute la thèse, la densité spectrale de puissance mono-latérale $S_{\delta x}(f)$. Lorsque la grandeur $x(t)$ est filtrée par un filtre linéaire de réponse impulsionnelle $h(t)$, on obtient une grandeur $y(t)$ vérifiant les équations suivantes :

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt' h(t-t')x(t') \\ S_{\delta y}(f) &= |H(f)|^2 S_{\delta x}(f) \\ \text{avec : } H(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-2i\pi ft} dt. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

La variance des fluctuations de $y(t)$ est donnée par :

$$\sigma_{\delta y}^2 = \int_0^{+\infty} S_{\delta y}(f) df = \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 S_{\delta x}(f) df. \quad (\text{B.7})$$

Cas des fluctuations d'un signal sinusoïdal

On caractérise souvent les fluctuations d'un signal sinusoïdal de la forme :

$$\begin{aligned} s(t) &= Ae^{-i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))} \\ \text{avec : } |\phi(t)| &\ll 1 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

à l'aide de la densité spectrale des fluctuations de phase $S_\phi(f)$. On utilise également la densité spectrale des fluctuations relative de fréquence $S_y(f)$, c'est-à-dire la densité spectrale de la grandeur :

$$y(t) = \frac{\dot{\phi}(t)}{2\pi\nu_0}. \quad (\text{B.9})$$

Entre ces deux densités spectrales, on a la relation suivante :

$$S_y(f) = \frac{f^2}{\nu_0^2} S_\phi(f). \quad (\text{B.10})$$

La densité spectrale des fluctuations de phase $S_\phi(f)$ s'exprime en $\text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. La densité spectrale des fluctuations relative de fréquence $S_y(f)$ s'exprime en Hz^{-1} . Pour du bruit blanc de fréquence, la fonction $S_y(f)$ est constante et la variance d'Allan (équation 3.4) du signal sinusoïdal vaut :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{S_y}{2\tau}. \quad (\text{B.11})$$

On montre également [74][75] que pour du bruit blanc de fréquence, la densité spectrale de puissance du signal sinusoïdal B.8 est une lorentzienne de pleine largeur à mi-hauteur $\Delta\nu_s = \pi\nu_0^2 S_y$:

$$S_s(\nu) \propto \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_s} \right)^2}. \quad (\text{B.12})$$

Annexe C

Quelques valeurs numériques utiles

C.1 Constantes fondamentales

quantité	symbole	valeur
vitesse de la lumière	c	$299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (exact)
perméabilité du vide	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$ (exact)
constante de structure fine	α	$7.297\,352\,533(27) \times 10^{-3}$
constante de Planck réduite	\hbar	$1.054\,571\,596(82) \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$
constante de Boltzmann	k_B	$1.380\,650\,3(24) \times 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
constante de gravitation	G	$6.673(10) \times 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
charge élémentaire	q	$1.602\,176\,462(63) \times 10^{-19}\text{ C}$
masse de l'électron	m_e	$9.109\,381\,88(72) \times 10^{-31}\text{ kg}$
masse du proton	m_p	$1.672\,621\,58(13) \times 10^{-27}\text{ kg}$
magnéton de Bohr	μ_B	$9.274\,008\,99(37) \times 10^{-24}\text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$

TAB. C.1 – Quelques constantes fondamentales tirées du CODATA 1998.

C.2 Données astronomiques

quantité	symbole	valeur
masse du Soleil	M_S	1.9891×10^{30} kg
rayon du Soleil	R_S	6.9599×10^8 m
masse de la Terre	M_T	5.9742×10^{24} kg
rayon de la Terre	R_T	6.378140×10^6 m
rayon de l'orbite de la Terre	R_{TS}	1.496×10^{11} m
excentricité de l'orbite de la Terre	ε	1.67×10^{-2}

TAB. C.2 – Quelques données astronomiques.

C.3 Atome de rubidium 87

quantité	valeur
numéro atomique	37
fréquence hyperfine	6 834 682 610.904 335(12) Hz
longueur d'onde, raie D2	780 nm
fréquence optique, raie D2	3.84×10^{14} Hz
longueur d'onde, raie D1	794 nm
largeur de raie D2	6.0 MHz
intensité de saturation, raie D2	1.65 mW.cm^{-2}
puissance diffusée à saturation, raie D2	4.80 pW
masse atomique	1.443×10^{-25} kg
vitesse de recul	5.89 mm.s^{-1}
déplacement du corps noir	
$\Delta\nu = K_{BB}(T/300 \text{ K})^4$	$K_{BB} = -8.6(2) \times 10^{-5}$ Hz
déplacement Zeeman d'ordre 2	
$\Delta\nu = K_Z^{(2)} B^2$	$K_Z^{(2)} = 575.14 \times 10^8 \text{ Hz.T}^{-2}$
déplacement Zeeman d'ordre 1	
de la transition $ m_F = 1\rangle \rightarrow m_F = 1\rangle$	
$\Delta\nu = K_Z^{(1)} B$	$K_Z^{(1)} = 14.0194 \text{ Hz.nT}^{-1}$

TAB. C.3 – Quelques données sur l'atome de rubidium 87.

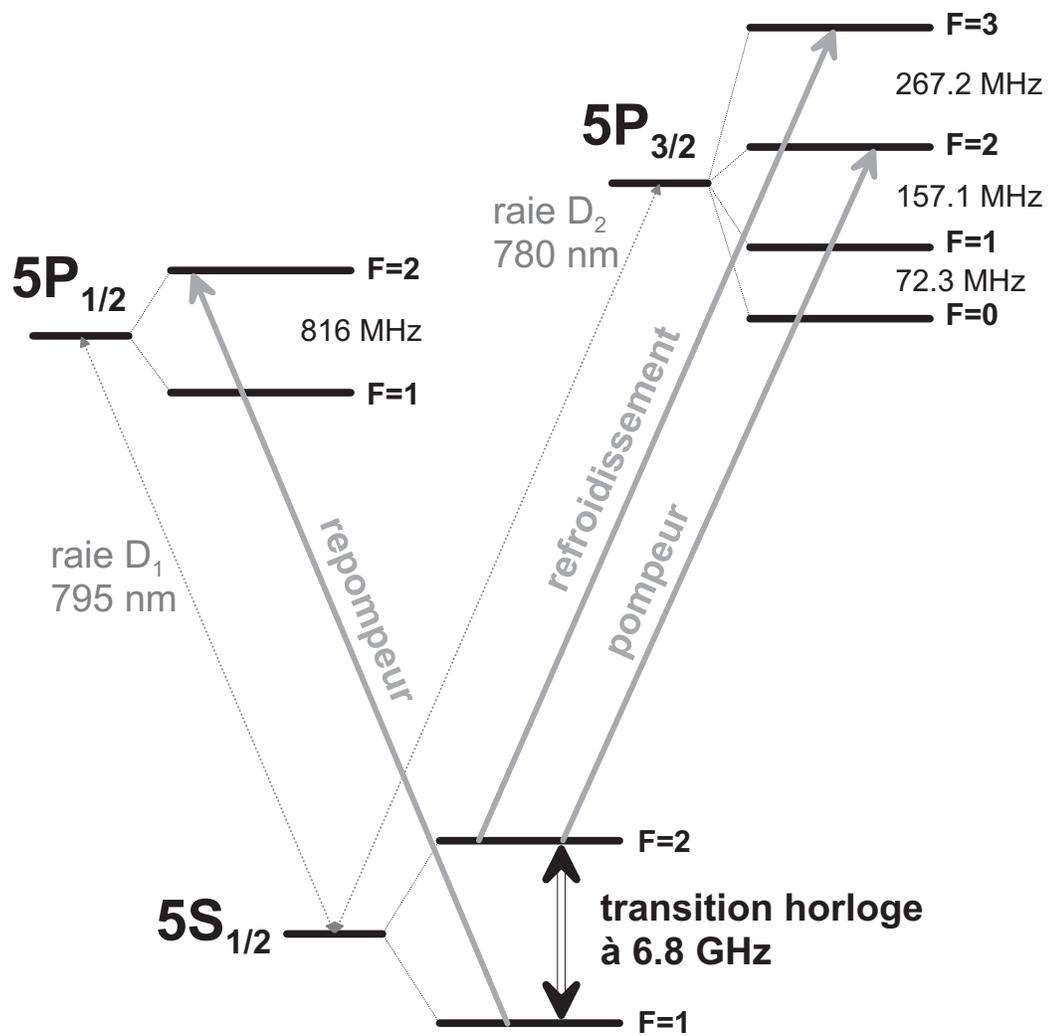


FIG. C.1 – Premiers niveaux d'énergie du rubidium 87.

C.4 Atome de césium 133

quantité	valeur
numéro atomique	55
fréquence hyperfine	9 192 631 770 Hz (exact)
longueur d'onde, raie D2	852 nm
fréquence optique, raie D2	3.52×10^{14} Hz
longueur d'onde, raie D1	894 nm
largeur de raie D2	5.3 MHz
intensité de saturation, raie D2	1.09 mW.cm ⁻²
puissance diffusée à saturation, raie D2	3.88 pW
masse atomique	2.207×10^{-25} kg
vitesse de recul	3.52 mm.s ⁻¹
déplacement du corps noir	
$\Delta\nu = K_{BB}(T/300 \text{ K})^4$	$K_{BB} = -1.573(3) \times 10^{-4}$ Hz
déplacement Zeeman d'ordre 2	
$\Delta\nu = K_Z^{(2)} B^2$	$K_Z^{(2)} = 427.45 \times 10^8$ Hz.T ⁻²
déplacement Zeeman d'ordre 1	
de la transition $ m_F = 1\rangle \rightarrow m_F = 1\rangle$	
$\Delta\nu = K_Z^{(1)} B$	$K_Z^{(1)} = 7.0084$ Hz.nT ⁻¹

TAB. C.4 – Quelques données sur l'atome de césium 133.

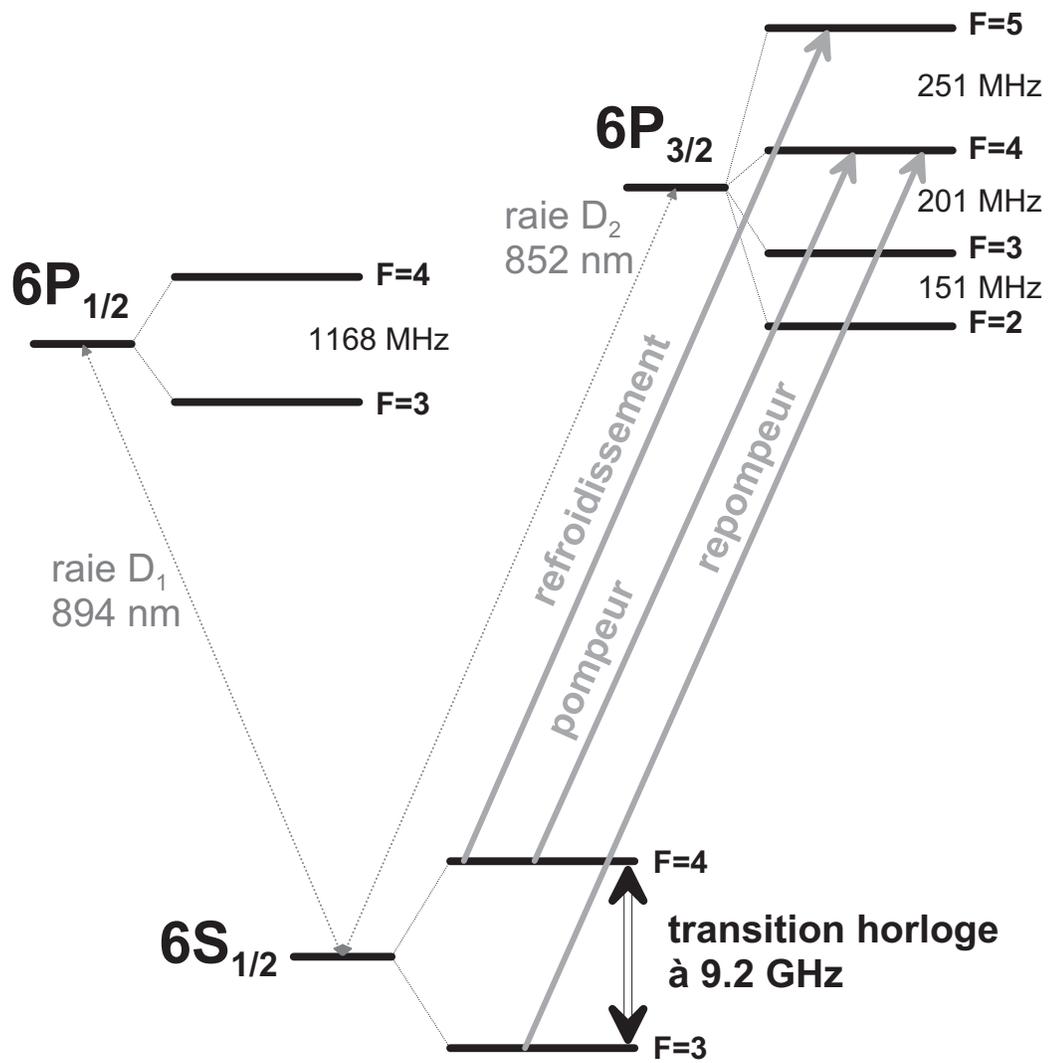


FIG. C.2 – Premiers niveaux d'énergie du césium 133.

C.5 Paramètres de la fontaine Rb

quantité	valeur
hauteur du centre de la cavité	
au dessus du piège	408.5 mm
longueur de la cavité	58 mm
diamètre de la cavité	58 mm
volume du mode	14.5 cm ³
fréquence de Rabi au centre de la cavité	
pour une impulsion $\pi/2$	14 Hz
diamètre des guides de passage des atomes	10 mm
facteur de qualité	10 ⁴
coefficient de température (à 300 K)	113 kHz.K ⁻¹

TAB. C.5 – Cavité micro-onde d’interrogation.

quantité	valeur
vitesse de lancement des atomes	3.5 m.s ⁻¹
durée effective des impulsions de Ramsey	18 ms
durée effective de l’interrogation de Ramsey	424 ms
profondeur de modulation optimale	0.59 Hz
durée totale du vol balistique	749 ms
rayon (à $1/e^2$) des faisceaux	13 mm
puissance maximale par faisceau	25 mW
éclairage maximal au centre des faisceaux	$5.4 \times I_{sat}$
hauteur de la détection	
au dessus du piège	-130.0 mm
vitesse dans la détection	3.826 m.s ⁻¹
rayon (à $1/e^2$) du faisceau de détection	8.6 mm
éclairage au centre du faisceau de détection	$0.93 \times I_{sat}$

TAB. C.6 – Séquence temporelle, manipulation des atomes.

C.6 Paramètres de la fontaine RbCs

quantité	valeur
cavité césium	
hauteur du centre de la cavité	
au dessus du piège	518.5 mm
longueur de la cavité	26.8 mm
diamètre de la cavité	50.0 mm
volume du mode	6.77 cm ³
fréquence de Rabi au centre de la cavité	
pour une impulsion $\pi/2$	38.2 Hz
diamètre des guides de passage des atomes	12 mm
facteur de qualité	6600
coefficient de température (à 300 K)	152 kHz.K ⁻¹
cavité rubidium	
hauteur du centre de la cavité	
au dessus du piège	442.4 mm
longueur de la cavité	36.1 mm
diamètre de la cavité	67.2 mm
volume du mode	16.5 cm ³
fréquence de Rabi au centre de la cavité	
pour une impulsion $\pi/2$	28.4 Hz
diamètre des guides de passage des atomes	12 mm
facteur de qualité	7600
coefficient de température (à 300 K)	113 kHz.K ⁻¹

TAB. C.7 – Cavité micro-onde d'interrogation.

quantité	valeur
vitesse de lancement des atomes	4.12 m.s ⁻¹
hauteur de lancement des atomes	865 mm
durée effective des impulsions de Ramsey	6.55 ms
durée effective de l'interrogation de Ramsey	534 ms
facteur de qualité atomique	9.82×10^9
temps d'apogée	420 ms
durée totale du vol balistique	870 ms
vitesse dans la cavité	2.61 m.s ⁻¹
rayon (à 1/e ²) des faisceaux	13 mm
puissance maximale par faisceau	14.3 mW
éclairage maximal au centre des faisceaux	$5.3 \times I_{sat}$
hauteur de la détection	
au dessus du piège	-130.0 mm
vitesse dans la détection	4.42 m.s ⁻¹
rayon (à 1/e ²) du faisceau de détection	8.6 mm
éclairage au centre du faisceau de détection	$1.68 \times I_{sat}$

TAB. C.8 – Séquence temporelle, manipulation des atomes. Les valeurs numériques correspondent à la partie césium de la fontaine RbCs

Annexe D

Publications

D.1 High-Accuracy Measurement of the ^{87}Rb Ground-State Hyperfine Splitting in an Atomic Fountain

-

-

-

-

-

-

-

D.2 Cold Collision Frequency Shifts in a ^{87}Rb Fountain

-

-

-

-

D.3 Cavity Frequency Pulling in Cold Atom Fountains

-

-

-

-

D.4 Interrogation Oscillator Noise Rejection in the Comparison of Atomic Fountains

-

-

-

Bibliographie

- [1] “Laser Manipulation of Atoms and Ions”, *Proc. of the International School of Physics “Enrico Fermi”*, E. Arimondo, W. Phillips and F. Strumia ed., North-Holland, Amsterdam, 1992.
- [2] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W.D. Phillips. Ramsey resonance in a Zacharias fountain. *Europhys. Lett.*, 16 :165, 1991.
- [3] T. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz, and T. Hänsch. Absolute optical frequency measurement of the cesium d1 line with a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :3568, 1999.
- [4] D.J. Jones, S.A. Diddams, J.K. Ranka, A. Stentz, R.S. Windeler, J.L. Hall, and S.T. Cundiff. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science*, 288 :635, 2000.
- [5] S.C. Diddams, D.J. Jones, Y. Ye, S.T. Cundiff, J.L. Hall, J.K. Ranka, R.S. Windeler, R Holzwarth, T. Udem, and T. Hänsch. Direct link between microwave and optical frequencies with a 200 thz femtosecond laser comb. *Phys. Rev. Lett.*, 84(22) :5102, 2000.
- [6] Y. Sortais, “Construction d’une fontaine double à atomes froids de ^{87}Rb et de ^{133}Cs , Étude des effets dépendant du nombre d’atomes dans une fontaine.”, *Thèse de doctorat de l’université Paris VI*, 2001.
- [7] B. W. Petley. *The Fundamental Physical Constants and the Frontier of Measurement*. Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, 1988.
- [8] C. W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler. *Gravitation*. Freeman and Co., San Francisco, 1973.
- [9] B. F. Schutz. *A First Course in General Relativity*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1985.
- [10] C. M. Will. *Theory and Experiment in Gravitational Physics, revised edition*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1993.
- [11] P. Wolf, “Relativity and the Metrology of Time”, *Thèse de doctorat de l’University of London, publié aussi par le BIPM, monographie 97/1*, 1997.

- [12] T. Damour. Gravitation and experiment. In B. Julia and J. Zinn-Justin, editors, *Proc. of the LVIIth Les Houches Summer School, July 1992*, Amsterdam, 1993. North-Holland.
- [13] T. Damour and A.M. Polyakov. The string dilaton and a least coupling principle. *Nucl. Phys. B*, 423 :532, 1994.
- [14] T. Damour. Gravity, equivalence principle and clocks. In Lute Maleki, editor, *the Workshop on the Scientific Applications of Clocks in Space (November 7-8, 1996, Pasadena)*, page 13. Jet Propulsion Laboratory publication, 1997.
- [15] R. Vessot et al. Tests of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser. *Phys. Rev. Lett.*, 45 :2081, 1980.
- [16] Y. T. Chen and A. Cook. *Gravitational Experiments in the Laboratory*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [17] C. M. Will. The confrontation between general relativity and experiment. *Living Rev. Rel.*, 4 :1, 2001.
- [18] J.D. Prestage, R.L. Tjoelker, and L. Maleki. Atomic clocks and variations of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 74 :3511, 1995.
- [19] S. G. Karshenboim. Some possibilities for laboratory searches for variations of fundamental constants. *Can. J. Phys.*, 47 :639, 2000.
- [20] J.P. Turneaure, C.M. Will, B.F. Farrel, E.M. Mattison, and R.F.C. Vessot. Test of the principle of equivalence by a null gravitational red-shift experiment. *Phys. Rev. D*, 27 :1705, 1983.
- [21] A. Godone, C. Novero, P. Tavella, and K. Rahimullah. New experimental limits to the time variations of $g_p(m_e/m_p)$ and α . *Phys. Rev. Lett.*, 71 :2364, 1993.
- [22] M. Niering, R. Holzwarth, J. Reichert, P. Pokasov, Th. Udem, M. Weitz, T. W. Hänsch, P. Lemonde, G. Santarelli, M. Abgrall, P. Laurent, C. Salomon, and A. Clairon. Measurement of the hydrogen 1s-2s transition frequency by phase coherent comparison with a microwave cesium fountain clock. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :5496, 2000.
- [23] T. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz, and T. Hänsch. Phase-coherent measurement of the hydrogen 1s-2s transition frequency with an optical frequency interval divider chain. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2646, 1997.
- [24] Th. Udem, S.A. Diddams, K.R. Vogel, C.W. Oates, E.A. Curtis, W.D. Lee, W.M. Itano, R.E. Drullinger, J.C. Bergquist, and L. Hollberg. Absolute frequency measurements of Hg^+ and Ca optical clock transitions with a femtosecond laser. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :4996, 2001.

- [25] A. I. Shlyakhter. *Nature*, 264 :340, 1976.
- [26] T. Damour and F. Dyson. The Oklo bound on the time variation of the fine-structure constant revisited. *Nucl. Phys. B*, 480 :37, 1996.
- [27] J. N. Bahcall and M. Schimdt. Does the fine-structure constant vary with cosmic time? *Phys. Rev. Lett.*, 19 :1294, 1967.
- [28] D. A. Varshalovich, V. E. Panchuk, and A. V. Ivanchik. Absorption systems in the spectra of the quasars HS 1946+76, S5 0014+81, and S4 0636+68 : New bounds on cosmological change in the fine-structure constant. *Astr. Lett.*, 22 :6, 1996.
- [29] J.K. Webb, V. Flambaum, C.W. Churchill, M.J. Drinkwater, and J.D. Barrow. Search for time variation of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 82(5) :884, 1999.
- [30] D.W. Allan. *Proc. IEEE*, 54 :221, 1966.
- [31] J. Vanier and C. Audoin. *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*. Adam Hilger, 1989.
- [32] A. Bauch, B. Fischer, T. Heindorff, and R. Schröder. Performance of the ptb reconstructed primary clock cs1 and an estimate of its current uncertainty. *Metrologia*, 35 :829, 1998.
- [33] A. Makdissi and E. de Clercq. Estimation of the accuracy of the optically pumped caesium beam primary frequency standard of BNM-LPTF. *Metrologia*, to be published.
- [34] W.D. Lee, J.H. Shirley, J.P. Lowe, and R.E. Drullinger. The accuracy evaluation of NIST-7. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, 44 :120, 1993.
- [35] P. Lemonde, Ph. Laurent, G. Santarelli, M. Abgrall, Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, S. Zhang, G. Schehr, A. Clairon, N. Dimarcq, P. Petit, A. Mann, A. Luiten, S. Chang, and C. Salomon. Cold atom clocks on earth and in space. In *in Frequency measurements and control*, A.N. Luiten ed., pages 131–152. Springer Verlag, 2000.
- [36] S. Weyers, U. Hübner, B. Fischer, R. Schröder, C. Tamm, and A. Bauch. Investigation of contributions to the stability and uncertainty of the PTB atomic caesium fountain CSF1. In *Proc. of the 14th European Frequency and Time Forum*, Torino, Italy, 2000.
- [37] D. M. Meekhof, S. R. Jefferts, M. Stepanović, and T. E. Parker. Accuracy evaluation of a cesium fountain primary frequency standard at nist. *IEEE Trans. on Instr. and Meas.*, 50 :507, 2001.
- [38] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Laser-cooled mercury ion frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :2089, 1998.

- [39] R. J. Rafac, B. C. Young, J. A. Beall, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist. Sub-dekahertz ultraviolet spectroscopy of $^{199}\text{Hg}^+$. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :2462, 2000.
- [40] F. Riehle, H. Schnatz, B. Lipphardt, G. Zinner, T. Trebst, and J. Helmcke. The optical calcium frequency standard. *IEEE Trans. Inst. Meas.*, 48 :613, 1999.
- [41] D.J. Wineland et al., “Recent Experiments on Trapped Ions at NIST”, in “Laser Manipulation of Atoms and Ions”, *Proc. of the International School of Physics “Enrico Fermi”*, E. Arimondo, W. Phillips and F. Strumia ed., North-Holland, Amsterdam, 1992.
- [42] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, and S. Guellati. Laser cooling of cesium atoms below $3\ \mu\text{K}$. *Europhys. Lett.*, 12 :683, 1990.
- [43] Ch. Bordé, “Quantum theory of clocks and gravitational sensors using atom interferometry”, in “Laser Spectroscopy”, *Proc. of 14th International Conference on Laser Spectroscopy*, R. Blatt et al. ed., World Scientific, Singapore, 1999.
- [44] Ch. Bordé, “Relativistic Quantum Theory of Microwave and Optical Atomic Clocks”, in *Proceedings of the Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, St Andrews (Scotland), 2001, to be published.
- [45] G.J. Dick. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. In *Proc. of Precise Time and Time Interval*, pages 133–147, Redondo Beach, 1987.
- [46] G. Santarelli, “Contribution à la Réalisation d’une Fontaine atomique”, *Thèse de doctorat de l’université Paris VI*, 1996.
- [47] P. Lemonde, “PHARAO : Étude d’une horloge spatiale utilisant des atomes refroidis par laser ; Réalisation d’un prototype”, *Thèse de doctorat de l’université Paris VI*, 1997.
- [48] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S.N. Lea, and M. Bahoura. A cesium fountain frequency standard : recent results. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, 44(2) :128, 1995.
- [49] D. Guéry-Odelin, J. Söding, P. Desbiolles, and J. Dalibard. Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible? *Europhys. Lett.*, 44 :25–30, 1998.
- [50] B. Kokkelmans, B. Verhaar, K. Gibble, and D. Heinzen. Predictions for laser cooled Rb clocks. *Phys. Rev. A.*, 56 :R4389, 1997.
- [51] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Mécanique Quantique*. Hermann edition, 1973.

- [52] Communication privé avec Carl Williams (NIST).
- [53] P.J. Leo, P.S. Julienne, F.H. Mies, and C.J. Williams. Collisional frequency shifts in ^{133}Cs fountain clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :3743, 2001.
- [54] C. Cohen-Tannoudji. Cours de physique atomique et moléculaire au Collège de France, 1998.
- [55] Y. Castin, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji. *The limits of Sisyphus cooling*. ETS Editrice, Pisa, 1991.
- [56] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Dressed atom approach to atomic motion in laser light : the dipole force revisited. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2 :1707, 1985.
- [57] E. Simon, “Vers une stabilité et une exactitude de 10^{-16} pour les horloges atomiques : le rayonnement du corps noir, la détection optique”, *Thèse de doctorat de l’université Paris XI*, 1997.
- [58] N. F. Ramsey. *Molecular Beams*. Oxford University Press, 1956.
- [59] 1992. D. Grison, “Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins : un piège magnéto-optique dans une cellule et quelques applications”, *Thèse de doctorat de l’université Paris VI*.
- [60] 1997. S. Ghezali, *Thèse de doctorat de l’université Paris VI*.
- [61] Ph. Laurent, P. Lemonde, E. Simon, G. Santarelli, A. Clairon, N. Dimarcq, P. Petit, C. Audoin, and C. Salomon. A cold atom clock in absence of gravity. *Euro. Phys. J. D*, 3 :201, 1998.
- [62] Claude Audoin, Giorgio Santarelli, Ala’a Makdissi, and André Clairon. Properties of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Trans. on Ultr., Ferr. and Freq. Contr.*, 45 :877, 1998.
- [63] S. Bize, Y. Sortais, P. Lemonde, S. Zhang, Ph. Laurent, G. Santarelli, C. Salomon, and A. Clairon. Interrogation oscillator noise rejection in the comparison of atomic fountains. In *Proc. of 1999 Joint Meeting of the European Frequency and Time Forum and the IEEE International Frequency Control Symposium*, Besançon, France, 1999.
- [64] G. Mileti, A. Joyet, P. Berthoud, P. Thomann, and G. Dudley. Development of the on/ofmet continuous Cs fountain standard : a progress report. In *Proc. of 14th European Freq. and Time Forum*, Torino, Italy, 2000.
- [65] A.N. Luiten, A.G. Mann, M.E. Costa, and D.G. Blair. Power stabilized cryogenic sapphire oscillator. *IEEE Trans. Instr. Meas.*, 44 :132, 1995.
- [66] G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain : A high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82(23) :4619, 1999.

- [67] A. Mann, C. Sheng, and A. Luiten. Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high frequency stability. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, 50 :519, 2001.
- [68] W.M. Itano, J.C. Bergquist, J.J. Bollinger, J.M. Gilligan, D.J. Heinzen, F.L. Moore, M.G. Raizen, and D.J. Wineland. Quantum projection noise : Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A.*, 47 :3554, 1993.
- [69] K. Fertig and K. Gibble. Laser-cooled ^{87}Rb clock. *IEEE. Trans. Instrum. Meas.*, 48 :520–523, 1999.
- [70] S. Ghezali, P. Laurent, S.N. Lea, and A. Clairon. An experimental study of the spin-exchange frequency shift in a laser cooled cesium fountain standard. *Europhys. Lett.*, 36(1) :25, 1996.
- [71] K. Gibble and S. Chu. A laser cooled Cs frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultra-cold collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :177, 1993.
- [72] S. Bize, Y. Sortais, M.S. Santos, C. Mandache, A. Clairon, and C. Salomon. High-accuracy measurement of the ^{87}Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain. *Europhys. Lett.*, 45(5) :558, 1999.
- [73] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, A. Landragin, P. Laurent, P. Lemonde, and C.J. Bordé. Recoil effects in microwave atomic frequency standards : Preliminary results. In *Proc. of the 2001 IEEE Int. Frequency Control Symposium, Seattle*, 2001.
- [74] D. Halford. Infrared microwave frequency synthesis design : some relevant conceptual noise aspects. In *Frequency Standards Metrology Seminar*, Laval, Quebec, 1971.
- [75] M. Bahoura, “Influence du bruit de phase d’une diode laser sur les performances ultimes de son asservissement en fréquence sur une résonance optique”, *Thèse de doctorat de l’université Paris XI*, 1998.