



Dynamique collisionnelle des gaz d'alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose-Einstein

David Guéry-Odelin

► To cite this version:

David Guéry-Odelin. Dynamique collisionnelle des gaz d'alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose-Einstein. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1998. Français. NNT : . tel-00001134

HAL Id: tel-00001134

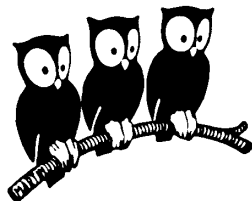
<https://theses.hal.science/tel-00001134>

Submitted on 22 Feb 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
spécialité : Physique Quantique

présentée par
David GUERY-ODELIN

pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

DYNAMIQUE COLLISIONNELLE DES GAZ D'ALCALINS LOURDS :
DU REFROIDISSEMENT EVAPORATIF A LA CONDENSATION DE
BOSE-EINSTEIN

Soutenue le 30 novembre 1998 devant le jury composé de :

M. C. COHEN-TANNOUDJI	Président
M. S. STRINGARI	Rapporteur
M. P. PILLET	Rapporteur
M. A. ASPECT	Examineur
M. J. TREINER	Examineur
M. J. DALIBARD	Directeur de thèse

Table des matières

Remerciements	8
Introduction	11
1 De la mélasse optique au condensat ...	15
1.1 Les atomes	15
1.2 Système à double-cellule	17
1.2.1 Chargement du piège magnéto-optique inférieur	18
1.3 Piège magnétique	19
1.3.1 Piège quadrupolaire	20
1.3.2 Transition non-adiabatiques	21
1.3.3 Le piège TOP	23
1.3.4 Piège de type Ioffe-Pritchard	24
1.3.5 Compression	27
1.4 Modèle d'évaporation	28
1.4.1 Introduction	28
1.4.2 Simplification de l'équation de Boltzmann	30
1.4.3 Propriétés de quasi-équilibre du gaz d'atomes piégés	31
1.4.4 Les différentes sources de pertes d'atomes	32
1.4.5 Bilan d'énergie	34
1.4.6 Évaporation à η =constante	34
1.4.7 Solution analytique	35
1.4.8 Emballlement du refroidissement évaporatif	36
1.4.9 En dessous du régime d'emballlement	38
1.5 Conclusion	39
2 Éléments de théorie des collisions froides	41

2.1	Théorie de la diffusion	42
2.1.1	Collision élastique entre deux atomes	42
2.2	Amplitude de diffusion	42
2.2.1	Limite des faibles énergies	44
2.2.2	Approximation de Born	45
2.3	Développement en ondes partielles	45
2.3.1	Etats de diffusion et déphasage	45
2.3.2	L'équation de Schrödinger radiale	46
2.3.3	Particules identiques	47
2.3.4	Limite de faible énergie	48
2.4	Longueur de diffusion pour	50
2.4.1	Barrière de potentiel	51
2.4.2	Le puits de potentiel	51
2.4.3	Interaction de contact : pseudo-potentiel	52
2.5	Potentiel de Van der Waals	54
2.5.1	Longueur caractéristique, domaine d'énergie pour les ondes s . .	55
2.5.2	Longueur de diffusion	56
2.5.3	Section efficace de l'onde s en fonction de l'énergie incidente . .	57
2.6	Interactions entre atomes alcalins	59
2.6.1	Interactions à deux corps	59
2.6.2	Processus à trois corps	64
2.6.3	Effet de la statistique	66
2.6.4	Résultats expérimentaux	66
2.6.5	Limite d'énergie nulle des sections efficaces	66
2.7	Conclusion	67
3	Mesure de section efficace du Cs($F = m_F = 4$)	69
3.1	Introduction	69
3.2	Préliminaire	70
3.2.1	Mouvement du centre de masse	70
3.2.2	Oscillation monopolaire	71
3.2.3	Conclusion	72
3.3	Expérience	72
3.3.1	Le piège magnétique	72
3.3.2	Chargement du piège magnétique	74

3.3.3	Prise d'images	75
3.3.4	Evaporation et mesures	75
3.3.5	Valeur asymptotique de l'ellipticité	77
3.3.6	Comment remonter à la section efficace?	79
3.3.7	Résonance à énergie nulle	80
3.3.8	Conséquences	81
3.4	Simulations numériques	81
3.4.1	Macro-atomes et duplication	81
3.4.2	Les collisions élastiques	82
3.4.3	Tests de vérification	85
3.5	Conclusion	87
4	Relaxation dipolaire du Cs dans $6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$	89
4.1	Conditions expérimentales	90
4.1.1	Piège magnéto-optique	90
4.1.2	Passage dans le piège magnétique	91
4.2	Refroidissement évaporatif	94
4.3	Etude des bruits d'origine technique	96
4.3.1	Fluctuations du centre du piège magnétique	97
4.3.2	Fluctuations de la raideur du piège magnétique	97
4.3.3	Application expérimentale	98
4.4	Origine du chauffage	98
4.4.1	Analyse qualitative	98
4.4.2	Taux de pertes et section efficace inélastique	100
4.4.3	Mise en équation	102
4.4.4	Application et conséquences	103
4.4.5	Taux de recombinaison à trois corps	106
4.4.6	Mécanismes en jeu?	106
4.4.7	Autres mesures de ces pertes inélastiques	108
4.4.8	Quelques explications possibles pour ces taux inélastiques élevés	109
4.4.9	Comment contourner ces collisions?	110
4.4.10	Conclusion	110
5	Le Cs dans $6S_{1/2}, F = -m_F = 3\rangle$	113
5.1	Dispositif expérimental	114
5.2	Mesures de température et de densité	115

5.3	Evaporation et gravité	117
5.3.1	Fond du puits	117
5.3.2	Dimensionnalité de l'évaporation	118
5.4	Evaporation comparée avec la simulation	119
5.5	Expériences de relaxations en présence...	123
5.6	Expériences de relaxations en l'absence...	128
5.7	Discussion et conclusion	130
6	Condensation d'atomes de ^{87}Rb	133
6.1	Piège magnéto-optique	133
6.1.1	Chargement multiple	134
6.2	Piège magnétique	135
6.3	Mesures des fréquences du piège	137
6.4	Dimension de l'évaporation	139
6.5	Chauffage	140
6.6	Rampe d'évaporation	142
6.7	Quelle est la signature de la condensation ?	143
6.8	Equation de Gross-Pitaevskii	144
6.9	Approximation de Thomas-Fermi	146
6.10	Temps de vol	147
6.11	Rapport d'anisotropie	148
6.12	Automatisation	150
6.13	Proportion d'atomes condensée	151
6.14	Durée de vie	153
6.15	Conclusion	158
	Conclusion	159
A	Compression adiabatique	163
A.1	Préliminaire	163
A.2	Potentiel harmonique isotrope	164
A.3	Potentiel harmonique anisotrope	166
A.4	Changement de forme du potentiel	167
A.5	Conclusion	168
B	Imagerie	171

B.1	Préliminaire	171
B.1.1	Optique de collection	171
B.1.2	Le laser imageur	172
B.1.3	Choix de l'intensité et de la durée	173
B.1.4	La prise d'images	174
B.1.5	Section efficace et absorption	174
B.1.6	Modélisation de S pour un nuage thermique	175
B.1.7	Imagerie en présence d'un condensat	176
C	Coupure des champs magnétiques	179
C.1	Préliminaire	179
C.2	Schéma global	181
D	Longueur de diffusion	183
E	Article : Atomic Wave Diffraction ...	185
F	Article : Observation of a Zero-energy Resonance	191
G	Article : Giant Spin Relaxation ...	197
H	Article : Strong Evaporative cooling...	203
I	Article : Is Bose-Einstein condensation...	211

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au laboratoire Kastler Brossel à l'Ecole normale supérieure. Je remercie sa directrice Michèle Leduc pour m'y avoir accueilli, j'ai ainsi pu bénéficier d'un environnement scientifique d'une qualité exceptionnelle. J'ai travaillé dans le groupe « atomes froids » dirigé par Claude Cohen-Tannoudji. Je tiens à le remercier vivement pour l'intérêt qu'il a toujours porté à mes recherches, et pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

J'ai eu la chance de travailler sous la direction de Jean Dalibard. Il a énormément contribué à ma maturité scientifique, en me faisant bénéficier de son expérience et de sa connaissance parfaite du domaine tout au long de ces trois dernières années. Son optimisme permanent était réellement stimulant. Je lui suis très reconnaissant d'avoir toujours fait preuve d'une grande disponibilité. J'ai, par ailleurs, beaucoup appris de son sens remarquable de la pédagogie. Le travail que nous avons effectué ensemble restera pour moi une aventure passionnante. Pour toutes ces raisons, je tiens à l'assurer de mon amitié sincère.

Le travail exposé dans cette thèse est en fait celui d'une équipe. Sur l'expérience même, nous travaillions en général à deux. J'ai ainsi fait mes débuts avec Pascal Szriftgiser, puis avec Markus Arndt et Maxime Ben Dahan, et enfin pour les deux dernières années avec Johannes Söding et Pierre Desbiolles. J'ai également tiré un très grand profit de ce travail d'équipe. Bien qu'ayant tous des personnalités très différentes, ils ont en commun une excellente compétence scientifique, une capacité de travail impressionnante, et un tempérament passionné. Je tiens à tous les remercier très vivement. L'équipe que nous formions avec Pierre et Johannes (les trois mousquetaires selon Jean) reste pour moi un excellent souvenir.

Je remercie S. Stringari et P. Pillet pour leur lecture attentive de ce mémoire au titre de rapporteur. Je remercie également Jacques Treiner et Alain Aspect pour l'intérêt qu'ils ont témoigné pour mon travail de thèse, et pour avoir accepté de faire partie de mon jury de soutenance.

J'ai par ailleurs beaucoup apprécié les discussions que j'ai eu avec Gora Shlyapnikov, Yvan Castin et Christophe Salomon. Je tiens à les en remercier.

Ce travail de thèse s'est déroulé dans une atmosphère agréable. Je voudrais remercier ici les autres doctorants et post-docs que j'ai eu le plaisir de côtoyer : Denis Boiron, Isabelle Bouchoule, Frédéric Chevy, Gabriele Ferrari, Markus Holzmann, Unni Krishna, Axel Kuhn, Kirk Madison, Marc-Oliver Mewes, Francesco Pavone, Franck Pereira Dos Santos, Hélène Perrin, Ernst Rasel, Bruno Saubaméa, Florian Schreck, Pippa Storey.

Ce travail de nature expérimentale n'aurait bien entendu pu être réalisé sans le soutien des services techniques du laboratoire et du département. Je tiens à remercier en particulier André Clouqueur et Lionel Perennes, Jean-Claude Guillaume, Jean Outrequin, Jean Lagadec et Benoît Lemaire, le service électrique, Zaïre Dissi et Thierry Besançon. Ils ont su intervenir très rapidement lorsque j'en avais besoin, même de

façon impromptue. Je remercie également l'équipe du secrétariat, en particulier Geneviève Piard, Michèle Sanchez, et Zora Ouassyoun. Je tiens également à remercier les membres de l'Atelier général : Xavier Dollat, Benoît Lemaire, Alain Pechard, Noël Le Rolland. Ils ont effectué un travail de qualité qui a été indispensable pour nos expériences. Denis Douillet a également montré beaucoup de disponibilité et d'efficacité, je l'en remercie.

Le dernier mot va à ceux qui ont su me faire sortir du laboratoire : Stéphane, Hélène, Elisabeth, Manue, Pascal, Laurence(s), Marc, Armelle, Emmanuel, Murielle, Rama, Fred, Agnès, Gilles, Laëticia, Ana, Gonçalo, ...

Introduction

La condensation de Bose-Einstein est un phénomène purement quantique prédit par A. Einstein en 1924 [1, 2]. Un gaz parfait de particules identiques décrit par une fonction d'onde symétrique sous l'échange de deux particules, doit effectuer une transition de phase lorsque la longueur d'onde thermique devient comparable à la distance interparticulaire. Dans ces conditions, le recouvrement des paquets d'ondes et l'indiscernabilité des particules jouent un rôle crucial.

Les particules qui peuvent se décrire par une fonction d'ondes symétrique sont appelés des *bosons*, du nom du physicien indien S.N. Bose qui fut le premier à étudier leur comportement statistique dans le cas particulier des photons [3]. Les bosons suivent la statistique de Bose-Einstein. Le postulat de symétrisation en mécanique quantique introduit également une autre classe de particules, celles qui sont décrites par une fonction d'onde antisymétrique, et appelées *fermions*, elles suivent la statistique de Fermi-Dirac [4, 5].

Lorsque l'on abaisse la température d'un gaz de bosons en dessous de la température de transition, une fraction macroscopique du nombre total de particules occupe l'état de plus basse énergie du système. La condition pour atteindre cette transition s'exprime en termes de densité dans l'espace $\rho = n\lambda_{\text{deBroglie}}^3$, où n est la densité de particules, et $\lambda_{\text{deBroglie}} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ est la longueur d'onde de de Broglie pour une température T du gaz. Le seuil en densité dans l'espace des phases à atteindre pour observer la condensation de Bose-Einstein est [6] :

$$\rho = \zeta\left(\frac{3}{2}\right) = 2.612...$$

Lorsque $\rho \sim 1$, on parle du régime de dégénérescence quantique correspondant au recouvrement partiel des fonctions d'ondes des particules.

Le phénomène de condensation continue à se produire de manière quasi-identique si $na^3 \ll 1$ où a est la portée caractéristique des interactions, ou plus précisément la longueur de diffusion. La température critique et la fraction d'atomes condensés ne sont pratiquement pas modifiées par rapport au gaz parfait. Par contre le spectre d'excitations du condensat a une relation de dispersion qui devient linéaire en impulsion (spectre de Bogoliubov) sous l'effet des interactions [6].

En fait, cette transition de phase n'avait jamais été testée directement avant 1995. Bien sûr, le comportement superfluide de l'hélium est associé au régime de dégénérescence quantique, mais la fraction condensée n'excède pas 10%, et il ne s'agit pas d'un milieu dilué : $na^3 \gg 1$. Par ailleurs, les gaz d'excitons dilués dans les semiconducteurs peuvent se condenser, mais la signature d'un tel effet est très indirecte [7].

La première observation directe de cette transition a été faite en 1995 par E.A. Cornell, C.W. Wieman et leurs collaborateurs sur un gaz d'atomes de ^{87}Rb [8], puis par le groupe de W. Ketterle sur un gaz d'atomes de sodium [9]. Des indications claires de la transition ont également été obtenues sur les atomes de ^7Li [10, 11]. Ces résultats exceptionnels ont été obtenus grâce à plusieurs années d'efforts expérimentaux initiés par les études antérieures sur l'atome d'hydrogène. Très récemment, le groupe de D. Kleppner et T.C. Greytak a réussi à observer la condensation de Bose-Einstein sur cet atome [12, 13].

Le succès des expériences de condensation de Bose-Einstein avec des atomes alcalins résulte de la combinaison des méthodes de confinement magnétique et de refroidissement évaporatif initialement introduites sur les atomes d'hydrogène, avec les techniques de refroidissement laser, domaine récompensé par l'attribution en 1997 du prix Nobel de physique à Claude Cohen-Tannoudji, William D. Phillips et Steven Chu [14, 15, 16].

Ce mémoire résume l'essentiel de mon travail qui commence juste après l'observation de la condensation de Bose-Einstein sur les atomes de ^{87}Rb , ^{23}Na et ^7Li . Dans ces expériences, un grand nombre d'atomes, plusieurs centaines de millions, sont chargés dans un piège purement magnétique à partir d'un piège magnéto-optique. Juste après chargement dans ce piège non dissipatif, la densité dans l'espace des phases est de $10^{-7} - 10^{-8}$. Le potentiel confinant est ensuite tronqué de telle sorte que les atomes les plus chauds soient perdus. La hauteur de la barrière de potentiel est ajustée en fonction de la température du gaz afin de perdre les atomes les plus énergétiques qui résultent des collisions élastiques entre atomes du gaz. Cette méthode est connue sous le nom de « refroidissement évaporatif ». Elle permet d'augmenter la densité dans l'espace des phases au prix d'une perte d'atomes.

Au début de mon travail de thèse, nous travaillions sur des expériences d'optique atomique¹ avec des atomes de ^{133}Cs . Il était donc naturel pour nous d'étudier dans quelle mesure le refroidissement évaporatif et éventuellement la condensation pouvaient être observés pour cet atome. En cas de succès, elles auraient pu conduire à une nouvelle génération d'horloge atomique.

Le premier chapitre du mémoire est consacré aux points essentiels d'une expérience de refroidissement évaporatif et de condensation de Bose-Einstein. Nous décrivons tout d'abord le dispositif expérimental. Les différents types de piège magnétique sont ensuite introduits, nous précisons leur géométrie et leurs caractéristiques. Grâce à une modélisation simple du refroidissement évaporatif, nous dégageons dans la dernière par-

¹voir Annexe E

tie de ce chapitre les différentes échelles de temps qui interviennent. Nous définissons un critère à satisfaire pour assurer une efficacité optimale de ce refroidissement, reliant le taux de collisions élastiques et la durée de vie finie du piège.

Nous détaillons dans le chapitre 2 le traitement des collisions élastiques en mécanique quantique. Nous introduisons dans ce chapitre une notion fondamentale pour la suite : la longueur de diffusion. Elle permet de rendre compte des collisions élastiques en onde s qui interviennent dans le domaine de température considéré. Elle est également le paramètre pertinent pour décrire l'influence des interactions atomiques sur la forme et la dynamique des condensats. Par ailleurs, le refroidissement évaporatif contribue à augmenter la densité atomique. Pour des densités élevées, les processus inélastiques jouent un rôle important. La dernière partie du chapitre est consacrée à une description qualitative de ces interactions à plusieurs corps entre atomes alcalins.

Les collisions élastiques étant au cœur du refroidissement évaporatif, il importait de déterminer la section efficace pour des atomes de césium totalement polarisés (électron+noyau), soit dans l'état triplet. Le chapitre 3 expose le principe de nos mesures expérimentales, et leurs résultats. Nous montrons que la longueur de diffusion pour des atomes de césium interagissant *via* le potentiel triplet est grande en comparaison avec celle des autres alcalins. On parle de quasi-résonance à énergie nulle pour qualifier cette particularité. Elle traduit l'existence d'un niveau lié proche de la limite de dissociation, ou de l'apparition d'un tel état lié par une modification très faible du potentiel triplet. Les grandes valeurs $\leq 5 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$ mesurées pour la section efficace de collisions élastiques, constituaient *a priori* une bonne indication pour l'utilisation du refroidissement évaporatif.

Le chapitre 4 présente les limitations du refroidissement évaporatif d'atomes de césium 133 interagissant par le potentiel triplet. Il n'a pas été possible d'abaisser la température en-dessous de $5 \mu\text{K}$. Des études de relaxation ont permis de cerner l'origine physique du problème. Dans ces expériences, on prépare un nuage d'atomes à une température donnée grâce à un refroidissement évaporatif forcé, puis on laisse le gaz d'atomes dans le piège magnétique pour une durée ajustable. Les données expérimentales mettent en évidence une décroissance clairement non-exponentielle du nombre d'atomes qui s'accompagne d'un échauffement de l'échantillon. Ce comportement a été attribué à un taux de pertes à deux corps anormalement élevé atteignant $4 \times 10^{-12} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ à $8 \mu\text{K}$, soit plus grand par près de 3 ordres de grandeur que ceux des autres alcalins plus légers. Ces collisions inélastiques semblent conduire à la formation d'atomes très énergétiques devant la profondeur du piège magnétique, et se traduisent donc par une perte d'atomes dépendant de la densité. Des éléments d'explications pour ce taux exceptionnellement grand sont fournis en fin de chapitre.

Le chapitre suivant est consacré au refroidissement évaporatif sur l'atome de césium piégé magnétiquement dans l'état hyperfin inférieur du niveau fondamental. Nous relatons l'observation de l'emballement du refroidissement évaporatif. Il est possible de gagner plus de 5 ordres de grandeur sur la densité dans l'espace des phases, et d'at-

teindre 10^{-1} en densité dans l'espace des phases. Des températures extrêmement froides ont pu être observées allant jusqu'à 80 nK ! Ceci correspond à une température tridimensionnelle, nettement en dessous de la température de recul (~ 200 nK). Il n'a cependant pas été possible de franchir l'étape menant à la condensation. Nous avons alors effectué des expériences de relaxation dans le même esprit que celles du chapitre 4. Elles ont permis de révéler la présence de collisions dépolarisantes. Nous avons étudié systématiquement ce taux G de pertes inélastiques à deux corps en fonction de la température T et du champ magnétique B . Nos mesures expérimentales s'interprètent de manière cohérente par un taux : $G(B, T) = (3.8 \pm 1.2) \times 10^{-13} B^2 T^{-0.78} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$. Nous avons essayé de mettre à profit la dépendance quadratique en champ magnétique, en le diminuant ; mais cette méthode n'a pas été couronnée de succès. Nous discutons en fin de chapitre les explications possibles pour justifier un tel taux de dépolarisation.

Face à toutes ces difficultés rencontrées sur l'atome de césium, nous avons finalement renoncé à la réalisation par les méthodes usuelles de la condensation de Bose-Einstein sur cet atome. Nous nous sommes alors tournés vers l'atome de ^{87}Rb , pour lequel la condensation avait d'ores et déjà été observée dans plusieurs équipes. Après avoir remplacé les sources lasers et installé un chargement multiple du piège magnéto-optique qui alimente le piège magnétique, la condensation de Bose-Einstein a été observée. L'expérience a ensuite été fiabilisée et automatisée pour permettre des études systématiques et quantitatives. Nous décrivons ici deux études expérimentales menées sur ce condensat de rubidium : la mesure de la fraction condensée en fonction de la température, la recherche des processus inélastiques limitant la durée de vie du condensat.

Chapitre 1

De la mélasse optique au condensat de Bose-Einstein

Introduction

Les expériences de condensation, et plus généralement celles qui utilisent le refroidissement évaporatif, comportent deux grandes étapes. La première correspond à la préparation d'un nuage d'atomes froids dans un piège non-dissipatif, en pratique un piège magnétique, situé dans une enceinte d'ultravide. La seconde est dédiée au refroidissement évaporatif proprement dit.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description de la phase de piégeage. Le dispositif expérimental utilisé pour cette thèse est tout d'abord commenté. Puis, les différents pièges magnétiques sont ensuite introduits. A ce stade, il reste 7 à 8 ordres de grandeur à gagner dans l'espace des phases pour atteindre le régime de dégénérescence quantique.

Ce gain est obtenu grâce au refroidissement évaporatif. Ce dernier repose sur les collisions élastiques au sein du gaz d'atomes. Nous exposons dans la deuxième partie une modélisation de ce refroidissement qui permet d'en faire une résolution analytique. Nous dégageons ensuite les paramètres importants : nous montrons notamment que le produit entre le taux de collisions élastiques et la durée de vie finie du piège, liée aux collisions entre atomes du gaz résiduel avec les molécules du gaz résiduel, doit dépasser une valeur critique pour conduire à une efficacité optimale du refroidissement évaporatif.

1.1 Les atomes

Les expériences exposées dans ce mémoire portent sur deux alcalins : le césium 133 et le rubidium 87. La figure 1.1 donne les détails de la structure hyperfine des niveaux

$S_{1/2}$ et $P_{3/2}$ pour ces deux atomes. La structure de ces niveaux est similaire, et autorise dans les deux cas la réalisation d'un piège magnéto-optique grâce à deux lasers accordés sur des fréquences différentes : les six faisceaux pièges sont accordés sur la transition $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F = 5\rangle$ pour le césium et sur $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \longrightarrow |5P_{3/2}, F = 3\rangle$ pour le rubidium, le faisceau repompeur est résonnant avec la transition $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F = 4\rangle$ pour le césium et $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \longrightarrow |5P_{3/2}, F = 2\rangle$ pour le rubidium.

Les sources laser sont des diodes laser à cavité étendue asservies en fréquence par un montage d'absorption saturée. Les faisceaux pièges sont issus d'une diode laser esclave injectée par une diode laser maître verrouillée sur la bonne fréquence. Ce système maître-esclave permet de disposer de plus de puissance. En effet, la puissance de sortie d'un maître est de l'ordre de 10 mW, alors que celle d'un esclave est de 150 mW pour les diodes Cs et de 50 mW pour les diodes Rb. De plus, par ramification du laser maître, nous pouvons injecter deux esclaves pour les deux pièges magnéto-optiques de l'expérience. Le laser repompeur est obtenu également par une diode à cavité étendue, divisé en deux pour les deux pièges.

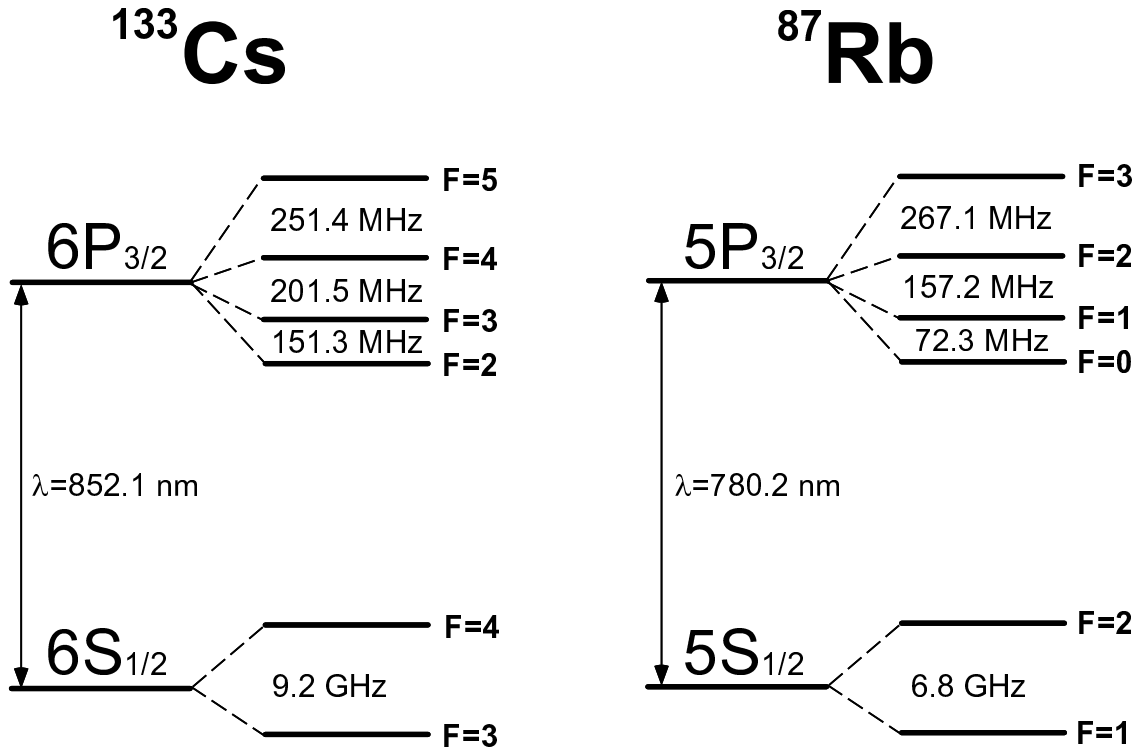


FIG. 1.1 – Représentation schématique de la structure hyperfine des niveaux $S_{1/2}$ et $P_{3/2}$ des atomes de ^{133}Cs et de ^{87}Rb .

1.2 Système à double-cellule

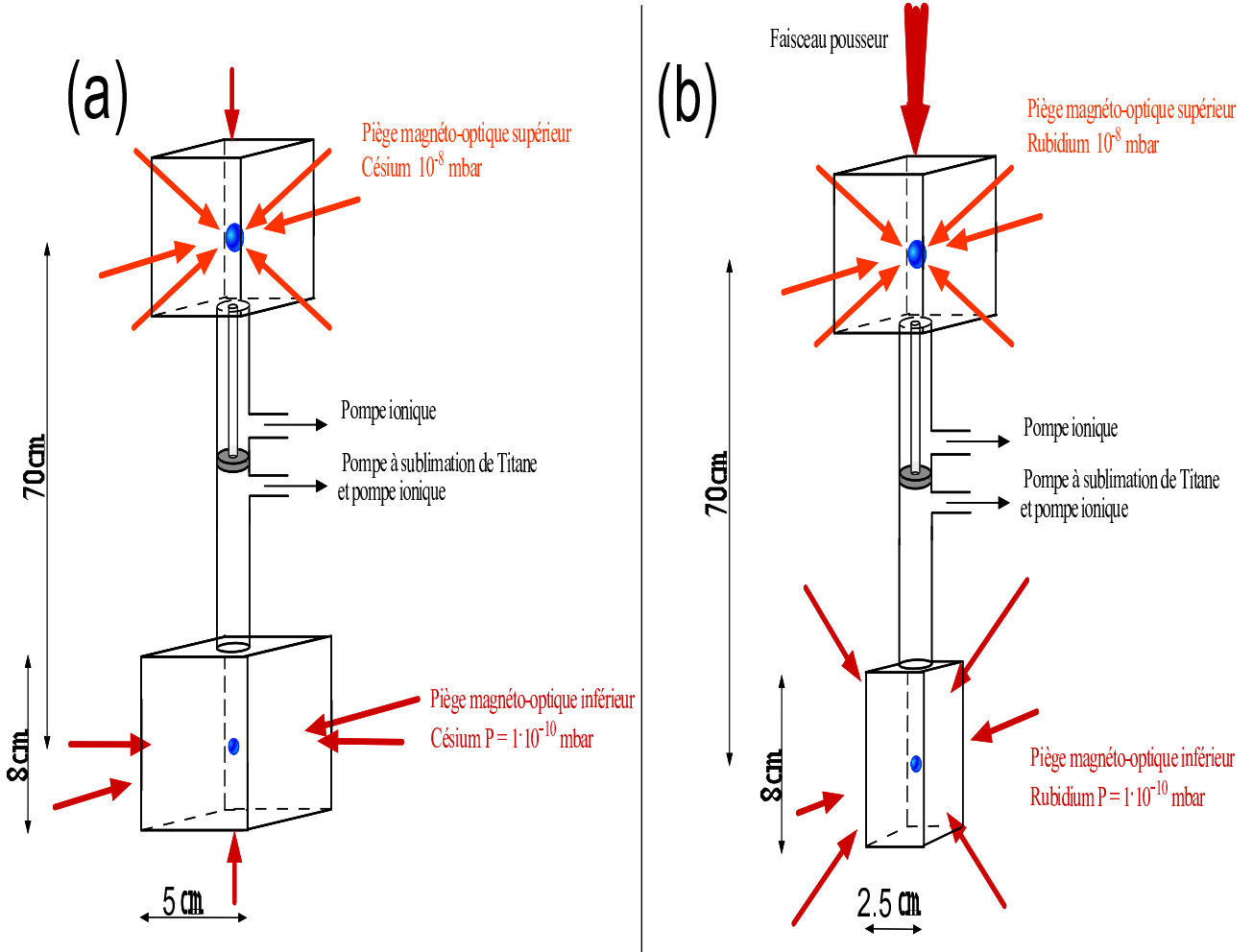


FIG. 1.2 – Système à double cellule : (a) montage utilisé pour les expériences sur le Césium, (b) montage pour les expériences sur le Rubidium. L'épaisseur de chaque paroi de la cellule est de 5 mm.

Nous utilisons un système à double cellule (voir figure 1.2) [17] qui garantit un vide extrêmement poussé dans la cellule inférieure. Ces cellules de verre sont placées l'une au-dessus de l'autre. Chaque cellule est pompée par une pompe ionique de 25 l.s^{-1} . Elles sont séparées par un tube en verre dont le rôle est de maintenir un vide différentiel entre les deux chambres. Ce tube a une longueur de 14 cm pour un diamètre intérieur de 9 mm. Il est prolongé d'un autre tube en acier inoxydable de diamètre plus important qui lui sert de support. Pour la cellule du bas, une pompe à sublimation de titane permet de réduire encore la pression du gaz résiduel. Cette dernière est utilisée une fois par mois en moyenne, un courant de 50 A est envoyé dans un filament de titane pour une durée

de 2 à 3 minutes. Le titane se dépose alors sur les parois, et les atomes du gaz résiduel se « collent » dessus. Dans la cellule du haut, la pression est essentiellement due à la vapeur de l'alcalin utilisé. Elle peut être accrue en chauffant les parois et le réservoir qui contient l'alcalin à l'état solide. Nous n'avons pas de jauge à vide, mais la qualité de ce dernier peut être estimée, pour la cellule du haut, à partir du temps de chargement du piège magnéto-optique. En pratique, le piège magnéto-optique supérieur est chargé en quelques centaines de millisecondes, correspondant à un vide $\leq 10^{-8}$ mBar. Par contre, il est impossible de charger celui du bas *via* la pression résiduelle de l'alcalin. Ce piège inférieur est alimenté par le piège du haut. L'indication de la pompe ionique suggère un vide inférieur à 10^{-10} mBar dans la cellule du bas.

1.2.1 Chargement du piège magnéto-optique inférieur

Pour les expériences réalisées avec les atomes de ^{133}Cs , le piège magnéto-optique du bas est alimenté par un simple chargement du piège magnéto-optique haut. Les atomes de ce piège sont préalablement refroidis par une phase de mélasse optique : on coupe le gradient de champ magnétique, et on désaccorde les lasers piégeant de dix largeurs naturelles par rapport à la transition du piège. Cette phase dure 15 ms. Après cette étape, la température du nuage atomique est de l'ordre de $5\text{ }\mu\text{K}$ correspondant à une dispersion de vitesses de cinq vitesses de recul. La vitesse de recul définie par $v_{\text{rec}} = h/\lambda m$, correspond à la vitesse qu'acquiert un atome initialement au repos après absorption d'un photon résonnant. Pour le ^{133}Cs , $\lambda = 852\text{ nm}$ et $v_{\text{rec}} = 3.5\text{ mm.s}^{-1}$. Pour le ^{87}Rb , $\lambda = 780\text{ nm}$ et $v_{\text{rec}} = 5.85\text{ mm.s}^{-1}$.

Les faisceaux de mélasse sont ensuite coupés, et les atomes tombent en chute libre. Ils passent à travers un tube capillaire de diamètre $2R = 9\text{ mm}$ (voir figure 1.2). Les atomes sortent de ce tube 18 cm en dessous du piège magnéto-optique haut. La transmission de ce tube peut être estimée simplement. Soit r_0 la taille du nuage après 18 cm de chute libre : $r_0 = \Delta v.t$, où Δv est la dispersion en vitesse des atomes après la phase de mélasse, et t le temps de chute libre pour cette hauteur. La transmission T_r du tube capillaire est donc donnée par :

$$T_r = \frac{\int_0^R r e^{-r^2/2r_0^2} dr}{\int_0^\infty r e^{-r^2/2r_0^2} dr} = 1 - e^{-\frac{R^2}{2r_0^2}}$$

Pour les atomes de ^{133}Cs , $r_0 = 3.36\text{ mm}$ pour $\Delta v \leq 5v_{\text{rec}}$, $T_r \geq 60\%$. Ce chiffre est confirmé par les estimations expérimentales. Pour le ^{87}Rb , la vitesse de recul étant plus élevée, l'expansion thermique des atomes au cours de leur chute est plus importante. On trouve $T_r = 28\%$, pour une température en fin de phase de mélasse correspondant à $5v_{\text{rec}}$. Pour avoir un nombre suffisant d'atomes de ^{87}Rb , nous avons donc décidé :

- d'alimenter le piège magnéto-optique bas par plusieurs chargements du piège magnéto-optique haut [18, 19].

- de pousser les atomes du piège haut pour diminuer t .

Nous utilisons donc un faisceau pousseur (voir figure 1.2.b) vertical. Ce faisceau est convergent : il recouvre la piège magnéto-optique supérieur et son plan focal est au niveau du piège magnéto-optique inférieur, la tache focale est décalée de ~ 5 mm par rapport piège magnéto-optique inférieur. Il est accordé sur la même transition que les faisceaux pièges des pièges magnéto-optiques. Sa polarisation et sa puissance sont optimisées empiriquement pour maximiser l'efficacité du chargement multiple¹.

Le chargement simple pour les atomes de Cs permet d'atteindre $\sim 10^8$ atomes dans le piège magnéto-optique bas. Le chargement multiple utilisé sur les atomes de Rb, permet de capturer $\sim 10^9$ atomes. Une fois le piège magnéto-optique bas chargé, les atomes sont refroidis par une phase de mélasse similaire à celle mise en œuvre pour le piège magnéto-optique haut. La température des atomes, à l'issue de cette phase de mélasse, est de l'ordre de quelques dizaines de μK , et la densité de $\sim 5 \times 10^{10}$ atomes par cm^3 .

1.3 Piège magnétique

L'étape suivante consiste à transférer les atomes dans un piège non-dissipatif, en l'occurrence un piège magnétique. Pour ce faire, les atomes sont polarisés dans un état de moment magnétique non-nul. Ils peuvent donc interagir avec un champ magnétique. L'énergie magnétique d'un atome est de la forme :

$$W = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (1.1)$$

où $\boldsymbol{\mu}$ est le moment magnétique de l'atome. Si le dipôle est aligné dans le sens du champ, son énergie magnétique diminue lorsque le module du champ magnétique augmente $|\mathbf{B}|$, et il est donc attiré vers les régions de champs forts. Inversement, si $\boldsymbol{\mu}$ est de sens opposé à $\mathbf{B}$, l'atome est attiré par les zones de champ faible. Les atomes peuvent donc être localisés au voisinage des extremas du module de $\mathbf{B}$.

Les équations de Maxwell interdisent l'existence d'un maximum local du module du champ magnétique pour un champ purement statique dans le vide. Ce résultat est connu sous le nom de « théorème de Wing »[20]. Il empêche donc le piégeage d'atomes dans un état attiré par les champs forts. Tous les pièges magnétiques statiques confinent donc les atomes polarisés dans un état antiparallèle au champ magnétique². Pour les expériences de ce mémoire, les états piégés sont $|6S_{1/2}, F = m = 4\rangle$ et $|6S_{1/2}, F = -m = 3\rangle$ pour le césium, et $|5S_{1/2}, F = m = 2\rangle$ pour le rubidium. L'énergie magnétique (1.1) se met donc sous la forme :

$$W = \mu \cdot |\mathbf{B}| \quad \text{avec} \quad \mu > 0$$

¹Une discussion détaillée de ce chargement multiple figure dans le chapitre 6 du mémoire.

²signalons l'existence de piège magnétique AC qui confinent les atomes dans tous les niveaux Zeeman [21].

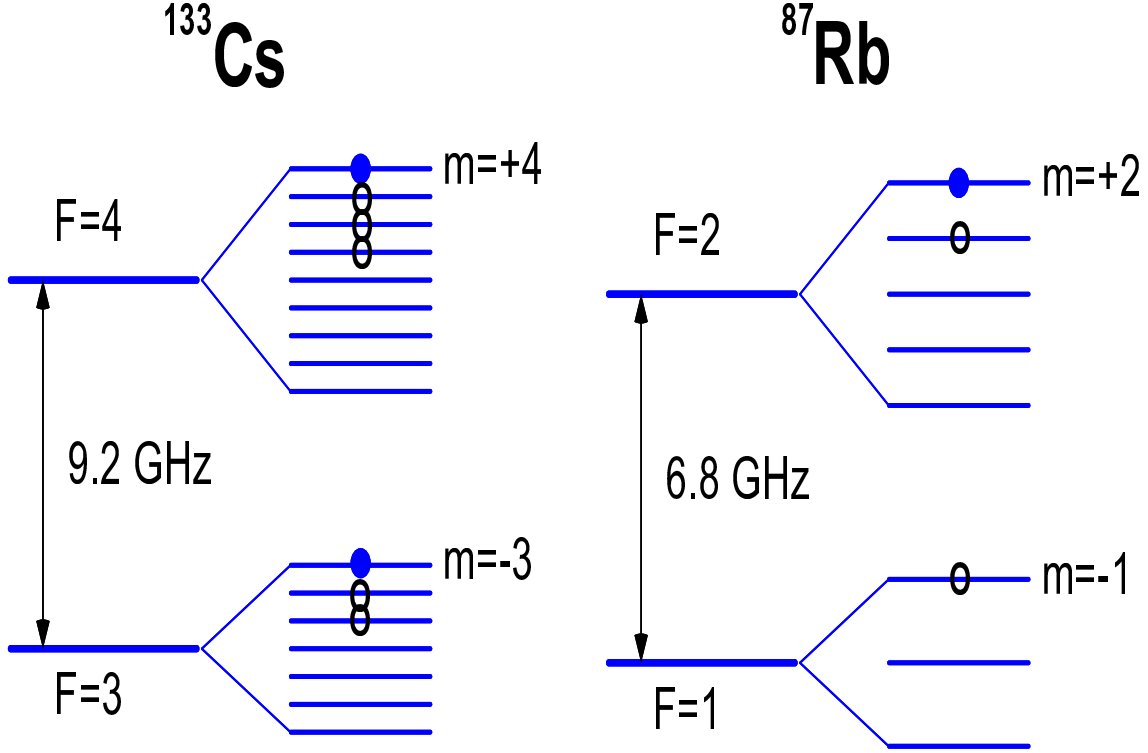


FIG. 1.3 – Représentation schématisée des niveaux Zeeman de la structure hyperfine du niveau fondamental $S_{1/2}$ pour les atomes de ^{133}Cs et de ^{87}Rb . Les ● représentent les états utilisés pour les pièges magnétiques. Et les ○, les autres états piégeables par un minimum de module de champ magnétique.

Avec $\mu = \mu_B$ pour les états $|6S_{1/2}, F = m = 4\rangle$ du césium et $|5S_{1/2}, F = m = 2\rangle$ du rubidium, et $\mu = 3\mu_B/4$ pour l'état $|6S_{1/2}, F = -m = 3\rangle$ du césium (μ_B est le magnéton de Bohr). Notons que les états piégés ne sont pas ceux de plus basse énergie (voir figure 1.3). Le gaz dans un tel état est instable vis-à-vis des collisions inélastiques qui peuvent transférer les atomes sur les autres sous-niveaux Zeeman.

1.3.1 Piège quadrupolaire

Le piège magnétique le plus simple que l'on puisse imaginer est le piège quadrupolaire. Il est engendré par une paire de bobines en position anti-Helmholtz. Cette configuration de champ magnétique est également utilisée en physique atomique pour créer la force de rappel des pièges magnéto-optiques. Elle est telle que le module du champ magnétique s'annule sur le point équidistant des deux bobines et appartenant à l'axe de symétrie cylindrique z . Au voisinage de ce minimum, le champ magnétique

est au premier ordre de la forme :

$$\mathbf{B}_{\text{quad}} = \begin{pmatrix} -b'x \\ -b'y \\ 2b'z \end{pmatrix}$$

Il satisfait bien aux équations de Maxwell pour un champ magnétostatique dans le vide :

$$\text{div}(\mathbf{B}) = 0 \quad \text{et} \quad \text{rot}(\mathbf{B}) = \mathbf{0}$$

Le potentiel magnétique W est donc de la forme :

$$W = \mu b' \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}$$

Ce potentiel linéaire de confinement porte le nom de piège magnétique quadrupolaire, à cause de la forme de son développement multipolaire [22]. Le gradient typique est $b' = 100 \text{ Gauss.cm}^{-1}$, le rayon des bobines est de l'ordre de 5 cm. Le champ est alors à cette distance $|B| \sim 1000 \text{ Gauss}$. La profondeur d'un tel piège est donc de l'ordre de quelques mK ($\mu_B |B| / k_B \sim 30 \text{ mK}$ avec les valeurs précédentes). La capture et le prérefroidissement assurés par le piège magnéto-optique, sont donc bien adaptés à son remplissage.

1.3.2 Transition non-adiabatiques

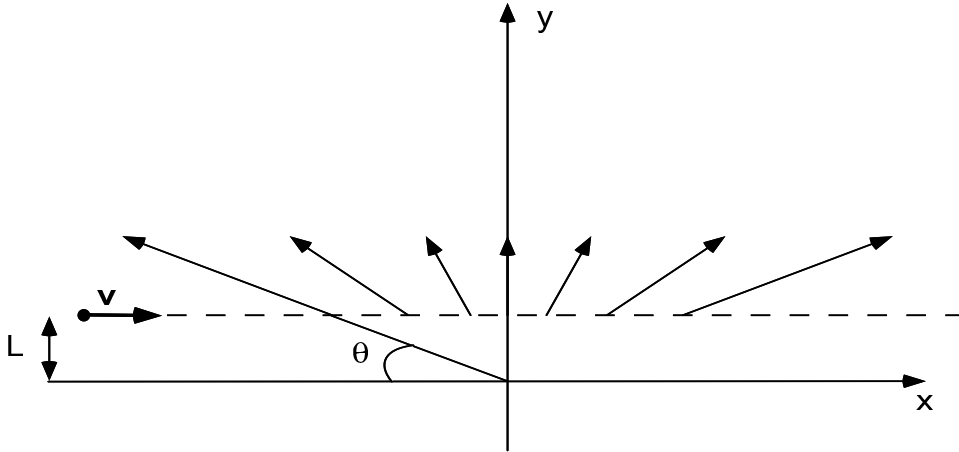


FIG. 1.4 – Atomes passant à une distance L du zéro de champ magnétique.

Le piège magnétique quadrupolaire présente un défaut majeur : des pertes d'atomes par transitions non-adiabatiques ont lieu au centre du piège. Ces transitions sont connues sous le nom de « transitions de Majorana ». Considérons en effet un atome dont la trajectoire passe par le centre du piège. Au fur et à mesure qu'il se rapproche du

centre, il « voit » un champ magnétique qui diminue. Ce dernier s'annule exactement au centre du nuage. En passant par ce point, le champ change d'orientation si bien que l'atome peut passer sur un état anti-piégeant, et être par suite perdu. De manière générale, il faut s'assurer que l'atome conserve à tout moment la bonne orientation par rapport au champ magnétique local.

Considérons par exemple un atome de vitesse v passant à une distance a du zéro de champ magnétique (voir figure 1.4). Pour satisfaire le critère de suivi adiabatique, il suffit de vérifier que la variation de l'orientation du champ magnétique $\dot{\theta} = v/a$ vu par l'atome est petite devant la fréquence de Larmor $\omega_L/(2\pi)$:

$$\dot{\theta} = \frac{v}{a} \ll \omega_L = \frac{\mu b' a}{\hbar} \quad (1.2)$$

En d'autres termes, le champ inertiel ω_R/γ (γ rapport gyromagnétique) doit rester petit devant le champ B_0 , de telle sorte que le spin reste pratiquement aligné avec B_0 . Dans le cas du champ quadrupolaire, la fréquence de Larmor ($\omega_L = \mu b' a/\hbar$) s'annule au centre, et la condition (1.2) ne peut être satisfaite pour une trajectoire passant trop près du centre O .

Cet effet est responsable d'une durée de vie T_{vie} finie dans le piège quadrupolaire. La relation (1.2) conduit à une distance minimale d'approche a_{min} :

$$a_{\text{min}} = \sqrt{\frac{\hbar v}{\mu b'}}$$

Un atome de vitesse supérieure ou égale à v entrant dans la sphère centrée en O et de rayon a_{min} , est perdu. Pour calculer la durée de vie, il suffit d'estimer le taux de fuite, et par conséquent le flux d'atomes Φ traversant cette sphère. Considérons le cas d'un piège de taille l contenant N atomes. Le nombre d'atomes perdu par unité de temps est :

$$\Phi = -\frac{dN}{dt} \sim \frac{N}{l^3} v a_{\text{min}}^2$$

soit encore

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{T_{\text{vie}}} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{T_{\text{vie}}} \sim \frac{\hbar v^2}{l^3 \mu b'}$$

Il nous reste à évaluer la vitesse v des atomes en fonction des caractéristiques du piège et du nuage. Lorsque les atomes s'approchent du centre du piège, ils ont leur énergie sous forme cinétique. Elle correspond à l'énergie potentielle qu'ils ont en leur point de rebroussement situé typiquement à une distance l du centre :

$$mv^2 \sim \mu b' l$$

On en déduit ainsi l'expression de la durée de vie finie du nuage en fonction de sa taille[23] :

$$T_{\text{vie}} \sim \frac{m}{\hbar} l^2$$

où l est la taille du nuage. Pour un nuage d'atomes de césium de taille typique $l = 200 \mu\text{m}$, cela correspond à une durée de vie de 40 secondes. Néanmoins, il n'est pas possible d'exploiter cette longue durée de vie. En effet, le refroidissement effectué par la suite conduit à des nuages de plus petites dimensions pour lesquels la durée de vie est plus courte. La densité augmente en effet dans ce cas, et rend plus probable les transitions non-adiabatiques vers des niveaux anti-piégés.

1.3.3 Le piège TOP

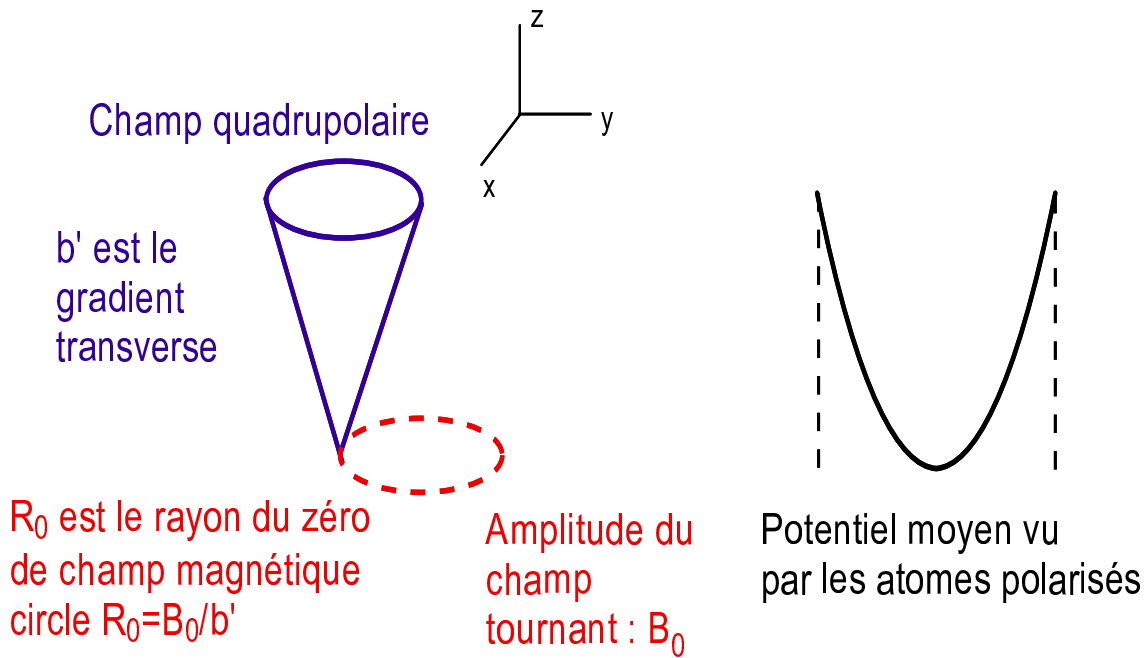


FIG. 1.5 – Représentation schématique du principe du piège TOP.

Le piège TOP (« Time-averaged Orbiting Potential ») a été proposé la première fois par le groupe de Boulder en 1995 [23] (voir figure 1.5). Il a permis la première observation de la condensation de Bose-Einstein avec des atomes de ^{87}Rb [8]. Ce piège est constitué par un piège quadrupolaire auquel on ajoute dans le plan transverse un champ tournant à la fréquence $\omega_0/(2\pi)$. Cette dernière est choisie petite devant la fréquence de Larmor, pour ne pas provoquer de transitions non-adiabatiques. On fait

ainsi tourner le zéro de champ magnétique.

$$\mathbf{B}_{\text{TOP}} = \mathbf{B}_{\text{quad}} + \mathbf{B}_0(t) = \begin{pmatrix} -b'x \\ -b'y \\ 2b'z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_0 \cos(\omega_0 t) \\ B_0 \sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b'x + B_0 \cos(\omega_0 t) \\ -b'y + B_0 \sin(\omega_0 t) \\ 2b'z \end{pmatrix}$$

Si on choisit $\omega_0/(2\pi)$ grand devant les fréquences d'oscillations dans le potentiel magnétique, les atomes ne sont pas entraînés par le potentiel tournant, mais évoluent dans le potentiel moyen. Soit au voisinage du minimum du module du champ magnétique :

$$U(x, y, z) = \mu \langle |B| \rangle_{\omega_0} \simeq \mu B_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + 8z^2) \quad \text{avec} \quad \omega^2 = \frac{\mu b'^2}{2mB_0}$$

Ce potentiel est harmonique au voisinage de son centre, anisotrope et de révolution autour de l'axe z . La raideur dans le plan transverse xy est 8 fois plus petite que suivant l'axe vertical. Pour un bon fonctionnement du piège, les pulsations ω doivent vérifier :

$$\omega \ll \omega_0 \ll \omega_L$$

La deuxième inégalité assure le critère d'adiabaticité, la première permet de faire évoluer les atomes dans le potentiel moyen $U(x, y, z)$. Les ordres de grandeur typiques sont :

$$B_0 \sim 10 \text{ Gauss} \quad b' \sim 100 \text{ Gauss/cm}$$

$$\omega/(2\pi) \sim 100 \text{ Hz} \quad \omega_0/(2\pi) \sim 5 \text{ kHz} \quad \omega_L/(2\pi) \sim 14 \text{ MHz}$$

Les échelles de temps sont ainsi bien séparées. Le rayon du cercle parcouru par le centre du quadrupole est $R_0 = B_0/b'$. Un atome qui traverse ce cercle est perdu par transitions non-adiabatiques. La profondeur U_P du piège est donc

$$U_P \simeq \mu B_0/4$$

Cette profondeur est de l'ordre de quelques centaines de μK . Ce piège peut donc être chargé à partir d'un piège magnéto-optique. Nous détaillons une telle procédure dans le chapitre 3 du mémoire.

1.3.4 Piège de type Ioffe-Pritchard

Nous présentons dans ce paragraphe une autre configuration pour laquelle un minimum non nul du module du champ est obtenu avec des champs purement statiques. Ce piège a initialement été proposé par Ioffe [24] pour le confinement des plasmas. Il a près de 20 ans plus tard été utilisé pour la capture d'atomes neutres [25, 26].

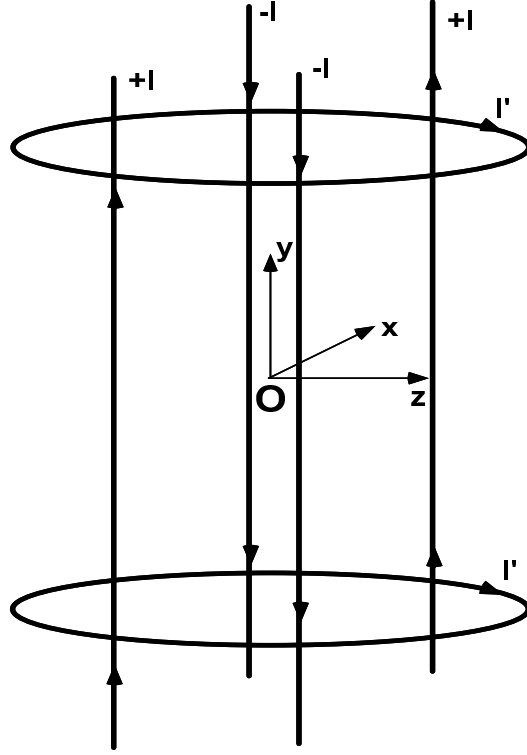


FIG. 1.6 – Les 4 fils parallèles sont équidistants du point O , et passent par les sommets d'un carré du plan xz de demi-diagonale a . Ils sont parcourus par des courants $+I$ et $-I$. On superpose deux bobines circulaires centrées sur l'axe y et parcourues par un courant de même sens I' .

Configuration de champ

Considérons le champ créé par quatre fils et deux bobines dans la configuration de la figure 1.6. Les 4 fils parallèles sont équidistants du point O , et passent par les sommets d'un carré du plan xz de demi-diagonale a . Ils sont parcourus par des courants $+I$ et $-I$. On superpose deux bobines circulaires centrées sur l'axe y et parcourues par un courant de même sens I' . Soit R le rayon de ces bobines et A leur distance au point O . On choisit $A > R/2$ pour créer un minimum du module du champ magnétique en O . Le champ résultant est de la forme :

$$\mathbf{B}_{\text{Ioffe}} = \mathbf{B}_{\text{4fils}} + \mathbf{B}_{\text{2bob}} = \begin{pmatrix} b'x \\ 0 \\ -b'z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{b''}{2}xy \\ B_0 + \frac{b''}{2} \left(y^2 - \frac{1}{2}(x^2 + z^2) \right) \\ -\frac{b''}{2}yz \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

où

$$b' = \frac{2\mu_0 I}{\pi a^2} \quad \text{et} \quad b'' = \frac{3\mu_0 I' R^2 (4A^2 - R^2)}{2(R^2 + A^2)^{5/2}}$$

Une telle configuration de champ permet de contrôler les gradients transverses b' grâce au courant I . La courbure b'' suivant l'axe y dépend seulement du courant I' . De plus, en superposant un champ homogène Helmholtz d'axe y , il est possible de modifier B_0 sans affecter la courbure b'' suivant y , ni le gradient dans le plan transverse.

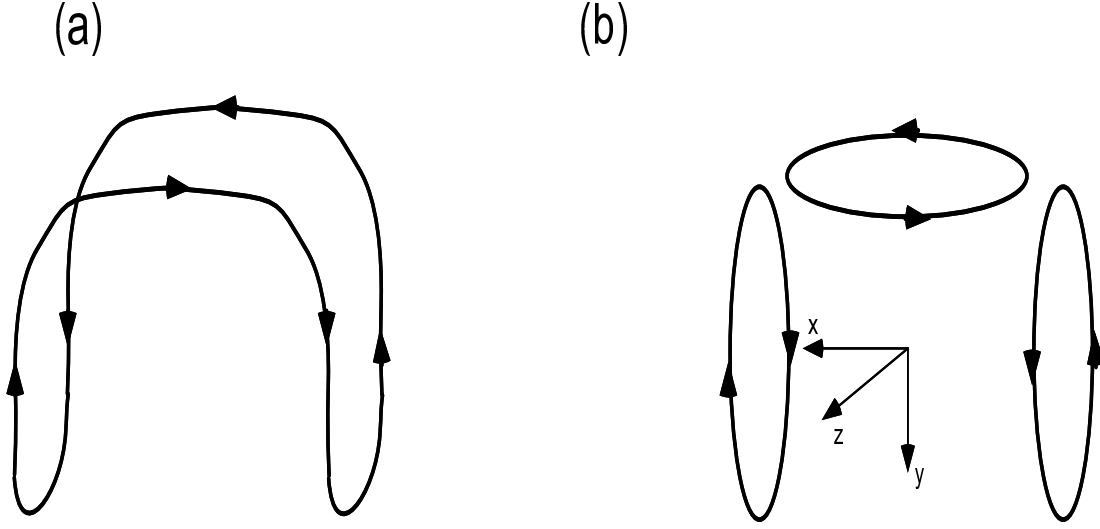


FIG. 1.7 – Piège de type Ioffe-Pritchard (a) à un fil en configuration « Baseball » (b) à trois bobines.

On peut réaliser une configuration de champ magnétique similaire à 1.3 grâce au piège de type « Baseball » (voir figure 1.7.a), ou à un piège à trois bobines³ (voir figure 1.7.b). Nous avons opté pour cette dernière solution dans les expériences relatées dans les chapitres 4, 5, 6 de ce mémoire. Notons que ces réalisations à un fil ou à trois bobines ne permettent pas de contrôler la courbure b'' indépendamment du gradient b' .

Pour une configuration de champ de type Ioffe-Pritchard, le potentiel vu par les atomes est

$$W(x, y, z) = \mu |\mathbf{B}_{\text{Ioffe}}|$$

A l'approximation harmonique, c'est-à-dire pour un nuage dont l'extension d vérifie $d \ll B_0/b'$, il vient :

$$W \simeq \mu B_0 + \frac{1}{2} \omega_{\perp} (x^2 + z^2) + \frac{1}{2} \omega_{\parallel} y^2$$

³Les courants des trois bobines sont orientés de sorte que les flux propres de chaque bobine soient tous rentrant ou tous sortant.

avec

$$\omega_{\parallel} = \sqrt{\frac{\mu b''}{m}} \quad \text{et} \quad \omega_{\perp} = \sqrt{\frac{\mu}{m} \left(\frac{b'^2}{B_0} - \frac{b''}{2} \right)}$$

Les fréquences transverses dépendent du champ constant B_0 . On voit alors tout l'intérêt de pouvoir ajouter un champ constant pour contrôler la valeur de B_0 . En pratique, on ajoute une paire de bobines en configuration Helmholtz selon l'axe y .

Les valeurs typiques sont :

$$b' = 100 \text{ Gauss/cm} \quad b'' = 50 \text{ Gauss/cm}^2$$

Le champ longitudinal B_0 varie entre quelques centaines de Gauss et une fraction de Gauss grâce aux bobines Helmholtz additionnelles.

Pour créer de tels gradients, il faut placer les bobines le plus près possible de la cellule. Par ailleurs, il est important d'avoir un bon accès optique, pour les différents faisceaux lasers⁴. Par exemple, une bobine placée à 4 cm du centre de la cellule et de rayon 3 cm, doit être parcourue par un courant de 3000 Ampères pour réaliser un gradient $b' = 100 \text{ Gauss/cm}$! Il existe donc plusieurs choix technologiques : peu de tours pour des grands courants ou beaucoup de tours avec des courants plus petits. C'est cette dernière solution que nous avons choisie. Les bobines du piège magnétiques sont constituées de 80 tours d'un fil de 1 mm parcouru par un courant $I \leq 90 \text{ Ampères}$. Un refroidissement à eau est indispensable, et a donc été installé sur chaque bobine. Il permet de dissiper une puissance Joule égale à 2kWatt pour chaque bobine. Notons qu'il est possible de réaliser une configuration de champ de type Ioffe-Pritchard grâce à l'utilisation de matériau ferromagnétique ; dans ce cas des courants de seulement une dizaine d'Ampères sont nécessaires dans les bobines qui entourent le matériau [27]. La condensation de Bose-Einstein a été récemment observée dans un tel piège à l'Institut d'Optique dans le groupe d'A. Aspect.

1.3.5 Compression

Pour charger le piège magnétique, on polarise les atomes sur l'un des états repérés par le symbole $\bullet$ sur la figure 1.3. De plus, on adapte les fréquences du piège magnétique aux caractéristiques du nuage d'atomes du piège magnéto-optique. Ces fréquences sont choisies proches de $(\Delta v / \Delta x) / (2\pi) \sim 10 \text{ Hz}$; on utilise un faible courant pour le chargement. Cette adaptation des fréquences minimise ainsi la perte en densité dans l'espace des phases pendant le transfert. Le piège isotrope est obtenu en choisissant $B_0 \sim 3b'^2 / (2b'') \sim 300 \text{ Gauss}$. Le courant est ensuite rampé à sa valeur maximale. Dans le cas du piège de Ioffe-Pritchard, on diminue enfin B_0 , grâce aux bobines Helmholtz, pour augmenter encore les fréquences transverses jusqu'à 250 Hz typiquement. Dans

⁴On utilise en pratique au moins 9 faisceaux laser : les 6 faisceaux du piège magnéto-optique, le faisceau imageur, le faisceau pompeur, le faisceau sonde.

ces conditions, $\omega_{\perp} \sim \sqrt{\mu b'^2 / m B_0}$ alors que la fréquence longitudinale reste inchangée. Cette phase qui se déroule sur plusieurs secondes⁵ est appelée « compression adiabatique », elle permet de conserver la densité dans l'espace des phases et d'augmenter le taux de collisions initial par plus d'un ordre de grandeur (voir Annexe A).

1.4 Modèle d'évaporation

1.4.1 Introduction

La réalisation des condensats repose sur l'utilisation de pièges non dissipatifs. En pratique, on utilise les pièges magnétiques présentés précédemment. Des valeurs typiques après transfert des atomes depuis un piège magnéto-optique sont : 10^9 atomes à une température de $500 \mu\text{K}$, pour une densité moyenne de 10^{10} atomes par cm^3 , soit une densité dans l'espace des phases $\rho \sim 10^{-8}$. Il reste huit ordres de grandeur à gagner pour atteindre le seuil de condensation !

La méthode utilisée repose sur l'évaporation des atomes les plus chauds. Son principe est élémentaire : il consiste à couper les bords du puits de potentiel qui confine les atomes. Un atome explorant la partie tronquée du potentiel n'est plus soumis à aucune force et s'échappe. La réalisation pratique d'un tel potentiel se fait grâce à une onde radio, de fréquence ν , qui fait basculer le moment magnétique des atomes qui sont résonnants avec une surface de module de champ magnétique fixée par ν . Par suite de l'inversion du signe de leur moment magnétique, de tels atomes voient une colline de potentiel au lieu d'un puits, et sont donc expulsés.

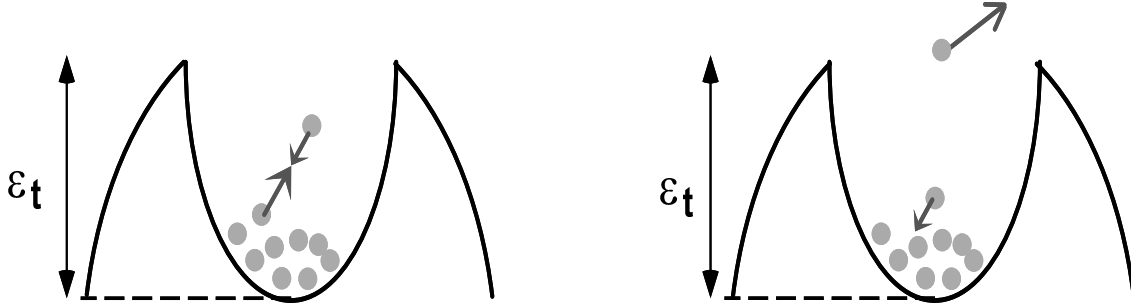


FIG. 1.8 – Représentation schématique d'un exemple de répartition énergétique à l'issue d'une collision élastique conduisant à l'évaporation de l'un des deux atomes entrant en collision.

Pour dégager la physique du refroidissement évaporatif, analysons les différentes constantes de temps qui entrent en compétition dans ce problème. Si au cours d'une expérience, on laisse des atomes dans un piège magnétique, 63 % d'entre eux seront

⁵sur un temps long devant la période d'oscillation des atomes.

perdus après un temps T_{vie} appelé *durée de vie* du piège. En effet, dans une cellule d'ultravide, les atomes piégés peuvent subir des collisions inélastiques avec des atomes du gaz résiduel. Au cours de telles collisions, les atomes du piège encaissent une énergie plus grande que la profondeur du puits (quelques milliKelvins), et sont expulsés. Les temps T_{vie} typiques varient de 5 à 400 secondes. La dispersion des vitesses des atomes permet de définir une température T_e de l'échantillon atomique.

Imaginons maintenant que le potentiel piègeant soit tronqué à une hauteur égale à 6 fois (exemple typique) la température des atomes : $\epsilon_t = 6k_B T_e$. Le premier effet va être de perdre tous les atomes qui avaient une énergie supérieure à cette barrière. Ensuite les atomes vont entrer en collision entre eux et se répartir l'énergie restante, ce qui conduit à la thermalisation du nuage. Dans un tel processus, certaines collisions entre atomes suffisamment énergétiques ($E_1 + E_2 > \epsilon_t$) peuvent conduire, par redistribution de l'énergie après la collision élastique, à un atome d'énergie $E' > \epsilon_t$ qui est perdu (voir fig. 1.8); l'autre, ayant alors une énergie faible, se retrouve dans un domaine d'énergie plus proche du fond du potentiel piègeant. Cet effet est qualifié *d'évaporation naturelle*. Ainsi, la thermalisation d'un nuage d'atomes dans un potentiel tronqué se traduit par une perte d'atomes et par un refroidissement. A ce stade, ces deux effets sont antagonistes pour la densité dans l'espace des phases, car on perd d'un côté des atomes mais de l'autre la température diminue.

La dynamique de l'évaporation est fixée par le taux de collisions élastiques dans l'échantillon : $\tau_{\text{coll}} = 1/(n\sigma v)$, où n est la densité moyenne, σ la section efficace de collision des atomes, et v la vitesse moyenne. Juste après le transfert dans le piège magnétique pour les valeurs précisées plus haut, le taux de collisions est de 5 par seconde. Numériquement, on peut montrer que trois collisions⁶ par atome permettent à l'échantillon de se thermaliser à partir d'une situation hors d'équilibre. Les temps de thermalisation sont donc de l'ordre de la seconde.

Si, à ce stade, on décide de baisser volontairement la hauteur de la barrière de potentiel pour l'adapter continûment à la température de l'échantillon, on réalise une *évaporation forcée*. En jouant astucieusement sur cette fonction du temps $\epsilon_t(t)$, un régime où le taux de collisions croît au cours du temps peut être atteint. La température décroît alors plus rapidement que la perte d'atomes, et permet une augmentation de la densité dans l'espace des phases par plusieurs ordres de grandeur (plus de huit pour les valeurs utilisées ici). Typiquement, on part de 10^9 atomes pour réaliser un condensat de 10^6 atomes : on sacrifie ainsi 999 atomes sur 1000 pour atteindre le seuil de condensation ! Cette dynamique de l'évaporation est extrêmement non-linéaire. Soulignons qu'un tel emballement ne peut exister que si $T_{\text{vie}}/\tau_{\text{coll}}$ est suffisamment grand, c'est-à-dire si la thermalisation est suffisamment rapide devant le processus de perte lié au gaz résiduel.

Des efforts analytiques et numériques importants ont été faits pour modéliser la

⁶Ce facteur dépend en fait de la géométrie du piège considéré, et du taux de collisions par rapport à la fréquence d'oscillations du piège (régime « sans collisions » ou régime hydrodynamique).

dynamique du gaz soumis à l'évaporation [28, 29, 30, 20]. L'approche la plus complète repose sur une résolution analytique de l'équation de Boltzmann classique, moyennant une hypothèse portant sur l'ergodicité du système. Une approche classique est effectivement raisonnable, excepté au voisinage de la transition de Bose-Einstein où les effets d'amplification bosonique modifie la dynamique. Notre contribution a été de rajouter une durée de vie finie à ce modèle. Il se résoud alors complètement, et permet une discussion intéressante sur la compétition des différentes échelles de temps.

1.4.2 Simplification de l'équation de Boltzmann

L'équation de Boltzmann décrit l'évolution de la distribution dans l'espace des phases du gaz $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ sous l'effet de deux facteurs : mouvement libre des atomes et collisions. Son expression est la suivante [31] :

$$(\partial_t + \dot{\mathbf{r}}\partial_{\mathbf{r}} + \dot{\mathbf{p}}\partial_{\mathbf{p}}) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = I_{\text{coll}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \quad (1.4)$$

Les deux derniers termes du membre de gauche traduisent le mouvement libre des atomes. I_{coll} , encore appelé intégrale de collision, contient l'influence des collisions élastiques sur l'évolution de la densité dans l'espace des phases. Elle dépend de f , et de la section efficace de collision élastique σ . L'équation (1.4) est donc une équation intégral-différentielle. Elle permet *a priori* de déterminer l'évolution de f dans un potentiel tronqué, mais il est difficile sans hypothèses supplémentaires d'extraire les solutions d'une telle équation. Nous faisons dans la suite une hypothèse simplificatrice dite *d'ergodicité suffisante*. On suppose que $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ ne dépend que de l'énergie $H(\mathbf{r}, \mathbf{p})$:

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r})$$

En tous les points d'une surface d'énergie $\epsilon = H(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ a la même valeur $f(\epsilon)$. Une telle situation est réalisée si le mouvement d'une particule dans $U(\mathbf{r})$ est ergodique. En effet un tel mouvement, en l'absence d'interactions avec les autres particules, s'effectue sur une surface d'énergie ϵ , puisque $H(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ est une constante du mouvement. Si le mouvement est ergodique, au bout d'un temps suffisamment long, la particule aura exploré uniformément tous les points de la surface d'énergie, et la fonction de distribution sera uniforme sur toute la surface. En réalité, à cause des symétries du potentiel, le mouvement d'une particule isolée n'est pas ergodique et son mouvement est limité à certaines zones de la surface ϵ . On supposera cependant que les interactions entre les particules rendent le mouvement suffisamment ergodique pour que notre hypothèse soit valable.

Avec les notations de la figure 1.9, l'équation de Boltzmann peut s'exprimer sous la forme d'une équation d'évolution de la densité dans l'espace des phases $f(\epsilon)$ [28] :

$$\rho(\epsilon)\dot{f}(\epsilon) = \frac{8\pi m\sigma}{h^3} \int d\epsilon_1 d\epsilon_2 d\epsilon_3 \delta(\epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_1 - \epsilon) [f(\epsilon_2)f(\epsilon_3) - f(\epsilon_1)f(\epsilon)] \rho(\epsilon_{\min}) \quad (1.5)$$

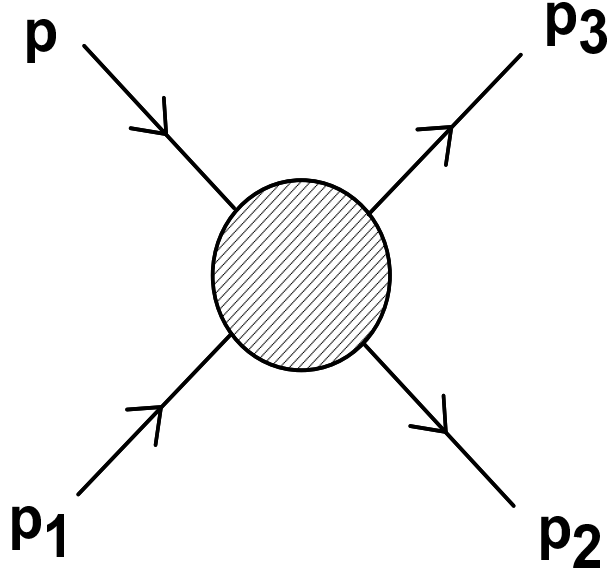


FIG. 1.9 – *Convention pour les collisions élastiques dans l'intégrale de collision. Les atomes entrant ont les quantités de mouvement $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}_1$, et les atomes après la collision ont les quantités de mouvement $\mathbf{p}_2$ et $\mathbf{p}_3$.*

où $\epsilon_{min} = \min(\epsilon, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$, et $\rho(\epsilon)$ la densité d'états. L'équation (1.5) peut être utilisée pour décrire l'évolution de la fonction de distribution $f(\epsilon)$ d'un gaz d'atomes piégés subissant un refroidissement évaporatif. On suppose dans ce cas que tous les atomes atteignant une énergie supérieure à l'énergie seuil ϵ_t s'échappent du piège et sont éliminés. Ceci revient à imposer la condition aux limites : $f(\epsilon) = 0$ si $\epsilon \geq \epsilon_t$. Une résolution numérique de l'équation précédente [28] conduit pour la solution de cette équation à une expression bien représentée par une distribution de Boltzmann tronquée à ϵ_t :

$$f(\epsilon) \simeq z e^{-\epsilon/k_B T} \Theta(\epsilon_t - \epsilon) \quad (1.6)$$

où Θ est la fonction saut, z un paramètre de normalisation analogue à une fugacité, T une température effective⁷. Le fait que l'état du gaz puisse être valablement décrit à chaque instant par une exponentielle de Boltzmann tronquée permet d'envisager une étude analytique du refroidissement évaporatif.

1.4.3 Propriétés de quasi-équilibre du gaz d'atomes piégés

L'état (1.6) n'est pas un vrai état d'équilibre. Sa justification repose sur l'existence de deux échelles de temps distinctes : le temps d'évaporation T_{evap} , le temps τ_{coll} séparant

⁷Un tel résultat demeure valable pour d'autres types de potentiels (carré, linéaire ...).

deux collisions élastiques subies par le même atome, T_{evap} étant grand devant τ_{coll} . En d'autres termes, la température T et le nombre d'atomes N varient suffisamment lentement à cause de l'évaporation pour que, à chaque instant, un quasi-équilibre ait le temps de s'établir après quelques collisions élastiques. Le développement exposé ci-après sera systématiquement appliqué au cas du potentiel harmonique isotrope de fréquence $\omega/(2\pi)$. Il peut s'adapter facilement au cas d'un potentiel du type Ioffe.

Pour la suite, il est utile d'introduire le paramètre $\eta = \epsilon_t/k_B T$. η est d'autant plus grand que la hauteur de la barrière de potentiel est grande devant la température du gaz. Les propriétés d'équilibre font intervenir la densité d'état $\rho(\epsilon)$. Cette densité d'état est le produit de la densité d'état en l'absence de troncature $\rho_\infty(\epsilon)$ par la fonction saut Θ qui sélectionne le domaine d'énergie accessible :

$$\rho(\epsilon) = \rho_\infty(\epsilon)\Theta(\epsilon_t - \epsilon)$$

où $\rho_\infty(\epsilon)$ représente la densité d'états du potentiel harmonique isotrope : $\rho_\infty(\epsilon) = \epsilon^2/2(\hbar\omega)^3$. La fonction de partition ζ se met donc sous la forme ⁸ :

$$\zeta(T) = \int_0^\infty \rho(\epsilon)e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon = \zeta_\infty(T)P(3, \eta)$$

$\zeta_\infty(T)$ désigne ici la fonction de partition du potentiel harmonique non tronqué. La densité spatiale est obtenue par intégration de $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ sur l'impulsion $\mathbf{p}$:

$$n(\mathbf{r}) = n_0 e^{-U(\mathbf{r})/k_B T} P(3/2, \eta_t(\mathbf{r})) \quad (1.7)$$

où $\eta_t(\mathbf{r}) = (\epsilon_t - U(\mathbf{r}))/k_B T$. La présence du terme $P(3/2, \eta_t(\mathbf{r}))$ au second membre de (1.7) revient à couper $n(\mathbf{r})$ quand on se rapproche de la surface $U(\mathbf{r}) = \epsilon_t$. Alors que la coupure est brutale sur la fonction de distribution (1.6), la coupure apparaissant en (1.7) est progressive et se fait sur une zone correspondant à une variation de $[\epsilon_t - U(\mathbf{r})]$ de quelques ⁹ $k_B T$. Enfin, on montre que l'énergie mécanique totale est reliée à la fonction de partition par la relation :

$$E = Nk_B T \frac{d \ln \zeta(T)}{dT} = N\tilde{c}k_B T \quad (1.8)$$

avec¹⁰ $\tilde{c} = 3R(3, \eta)$.

1.4.4 Les différentes sources de pertes d'atomes

Les différentes sources de pertes d'atomes lors d'un refroidissement évaporatif forcé sont [20] : les collisions avec le gaz résiduel, l'évaporation, et les pertes par déversement.

⁸On a introduit la fonction gamma incomplète $P(a, \eta) = (\int_0^\eta u^{a-1} e^{-u} du) / (\int_0^\infty u^{a-1} e^{-u} du)$

⁹Notons que $n(\mathbf{0}) = n_0 P(3/2, \eta) \neq n_0$, sauf si $\eta \longrightarrow \infty$

¹⁰ $R(a, \eta) \equiv P(a+1, \eta)/P(a, \eta)$

Ce dernier terme prend en compte le nombre d'atomes perdus lorsqu'on baisse la hauteur de troncature du potentiel, et il est donc lié à la dérivée temporelle de ϵ_t . Le bilan des pertes d'atomes peut, avec des notations évidentes, s'écrire :

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{res}} + \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{evap}} + \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{dev}} \quad (1.9)$$

Par définition,

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{res}} = -\frac{N}{T_{\text{vie}}}$$

Les pertes par déversement se calculent également facilement. Le nombre d'atomes s'échappant par unité de temps lorsque l'on baisse la barrière de potentiel est simplement : $\dot{N}_{\text{dev}} = \rho_{\infty}(\epsilon_t) f_{\infty}(\epsilon_t) \dot{\epsilon}_t$. Après quelques réarrangements, il vient :

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{dev}} = -\Gamma_{\text{dev}} N \quad \text{avec} \quad \Gamma_{\text{dev}} = -\tilde{\xi} \frac{\dot{\epsilon}_t}{\epsilon_t}$$

Dans le cas particulier du piège harmonique isotrope, $\tilde{\xi} = 3(1 - R(3, \eta))$.

Pour trouver le taux de pertes par évaporation, il suffit de calculer à l'aide de (1.5), l'expression :

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{evap}} = -\int_{\epsilon_t}^{\infty} \rho(\epsilon) \dot{f}(\epsilon) d\epsilon$$

Après quelques calculs, on obtient

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{evap}} = -\Gamma_{\text{evap}} N \quad \text{avec} \quad \Gamma_{\text{evap}} = \Gamma_{\text{coll}} e^{-\eta} \varsigma$$

où $\Gamma_{\text{coll}} = n_0 \sigma v / 2$ est le taux de collisions élastiques, avec $v = \sqrt{8k_B T / \pi m}$ la vitesse thermique moyenne pour un gaz dans un piège de profondeur infinie et ς une fonction de η qui vaut dans le cas particulier du potentiel harmonique isotrope : $\varsigma = 2\eta - 8R(3, \eta)$. Notons que si $\eta \gg 1$ alors :

$$\frac{\Gamma_{\text{evap}}}{\Gamma_{\text{coll}}} \simeq 2\eta e^{-\eta} \quad (1.10)$$

La décroissance en $\exp(-\eta)$ l'emporte sur le facteur η pour η grand. Le taux d'évaporation décroît donc exponentiellement avec la profondeur du puits exprimée en unités de $k_B T$. On peut même montrer que l'expression limite pour ce rapport (1.10) ne dépend pas de la forme du potentiel. L'interprétation de ce résultat repose sur la localité de l'évaporation. Un atome qui s'évapore par collision au point $\mathbf{r}$ doit gagner une énergie $[\epsilon_t - U(\mathbf{r})]$ qui dépend du point $\mathbf{r}$ où il se trouve. Cette évaporation est plus facile en un point $\mathbf{r} \neq \mathbf{0}$ qu'en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ par un facteur de l'ordre de $\exp(-[\epsilon_t - U(\mathbf{r})]/k_B T) / \exp(-\epsilon_t/k_B T) = \exp(U(\mathbf{r})/k_B T)$. Ce gain dans la probabilité d'évaporation est cependant compensé par la diminution de la densité spatiale qui varie en $\exp(-U(\mathbf{r})/k_B T)$ pour η grand. Le nombre d'atomes qui s'évaporent par unité de temps est donc, à la limite où $\eta \gg 1$, indépendant de $\mathbf{r}$. C'est pourquoi dans cette limite, Γ_{evap} ne dépend pas de la forme exacte du potentiel.

1.4.5 Bilan d'énergie

L'énergie mécanique totale est de même modifiée sous l'effet des trois contributions :

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{res}} + \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{evap}} + \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{dev}} \quad (1.11)$$

Pour le premier terme, on peut écrire immédiatement :

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{res}} = -\frac{E}{T_{\text{vie}}}$$

En effet, les atomes du gaz résiduel responsables des collisions inélastiques qui vident le piège, sont très chauds. Leur énergie est très grande devant celle des atomes piégés, de sorte que la section efficace de collision inélastique dépend très peu de l'énergie des atomes piégés. Il est facile de vérifier que la température du gaz n'est pas affectée par les collisions avec le gaz résiduel : la variation d'énergie calculée ici est liée à la perte d'atomes par ces collisions, E est en effet une grandeur extensive.

Pour calculer la variation d'énergie par déversement, il suffit de noter que l'énergie des particules qui s'échappent quand on abaisse ϵ_t est égale à ϵ_t , de sorte que :

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{dev}} = \left(\frac{dN}{dt} \right)_{\text{dev}} \epsilon_t$$

Pour connaître la variation d'énergie liée à l'évaporation, il faut calculer :

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{evap}} = - \int_{\epsilon_t}^{\infty} \epsilon \rho(\epsilon) \dot{f}(\epsilon) d\epsilon$$

On montre après quelques lignes de calculs que

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{evap}} = \left(\frac{dN}{dt} \right)_{\text{evap}} (\eta + \tilde{\kappa}) k_B T = -\Gamma_{\text{evap}} \frac{\eta + \tilde{\kappa}}{\tilde{c}} E$$

où $\tilde{\kappa}$ et $\tilde{c}$ ne dépendent que de η . On obtient les relations suivantes : $\tilde{\kappa} = 1 - P(5, \eta)/(\eta P(3, \eta) - 4P(4, \eta))$ et $\tilde{c} = 3R(3, \eta)$. $\tilde{\kappa}$ a une valeur toujours comprise entre 0 et 1, ce qui traduit le fait que *les particules qui s'évaporent ont une énergie moyenne au plus de $k_B T$ au dessus de la hauteur de la barrière de potentiel.*

1.4.6 Evaporation à $\eta=\text{constante}$

Les équations des paragraphes précédents font intervenir toute une série de coefficients comme $\tilde{c}$, $\tilde{\kappa}$, $\tilde{\xi}$..., qui ne dépendent que de $\eta = \epsilon_t/k_B T$, *via* des fonctions gamma incomplètes $P(a, \eta)$. Si l'on suppose que η reste constant quand on abaisse ϵ_t pour

forcer l'évaporation, tous ces coefficients sont indépendants du temps et la résolution des équations d'évolution de E , N , et T est grandement simplifiée. On peut même obtenir des solutions analytiques pour décrire l'évolution temporelle. La relation (1.8) sur l'énergie, s'écrit sous forme différentielle :

$$\frac{\dot{E}}{E} = \frac{\dot{N}}{N} + \frac{\dot{T}}{T} \quad (1.12)$$

Les trois relations (1.12), (1.11), (1.9) forment un système fermé d'équations sur E , T , N . Notons que ces équations sont intrinsèquement non-linéaires à cause des termes liés à l'évaporation. Ces termes font intervenir Γ_{coll} qui dépend de T et de N *via* la vitesse thermique v et n_0 la densité centrale. Ces relations peuvent se réduire à un système de deux équations à deux inconnues sur la densité et la vitesse thermique. Introduisons les variables adimensionnées $\hat{n} = n_0(t)/n_0(0)$, $\hat{v} = v(t)/v(0)$ et le temps $\hat{t}$ normalisé au temps de collision initial $\hat{t} = t/\tau_0$, où $\tau_0^{-1} = n_0(0)v(0)\sigma/2$. On établit par réarrangement des relations (1.12), (1.11), (1.9) le système d'équations différentielles couplées suivant :

$$\begin{cases} \frac{1}{\hat{n}} \frac{d\hat{n}}{d\hat{t}} = A\hat{n}\hat{v} - r \\ \frac{1}{\hat{v}} \frac{d\hat{v}}{d\hat{t}} = -B\hat{v}\hat{n} \end{cases} \quad (1.13)$$

où A et B sont des fonctions du seul paramètre η . r est le rapport entre le temps de collision initial et la durée de vie T_{vie} . L'interprétation physique de ce système est évidente. La variation relative de vitesse est proportionnelle au taux de collisions élastiques ($\propto \hat{n}\hat{v}$). La variation relative de densité résulte de deux contributions antagonistes : les variations liées à l'évaporation, proportionnelles également au taux de collisions élastiques moyen, et les pertes liées aux collisions avec le gaz résiduel. On établit facilement les expressions de A et B :

$$\begin{cases} A = \frac{3\tilde{\alpha} - 2}{2(1 - \tilde{\alpha}\tilde{\xi})}(\eta - 4R(3, \eta))e^{-\eta} \\ B = \frac{\tilde{\alpha}}{2(1 - \tilde{\alpha}\tilde{\xi})}(\eta - 4R(3, \eta))e^{-\eta} > 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

où $\tilde{\alpha} = (\eta + \tilde{\kappa} - \tilde{c})/(\tilde{c} + \tilde{\xi}\tilde{\kappa})$. Le système (1.13) correspondant à $\eta = \text{constante}$, va nous permettre de faire ressortir les facteurs importants du refroidissement évaporatif.

1.4.7 Solution analytique

Il est immédiat d'obtenir les expressions analytiques de $\hat{n}$ et $\hat{v}$:

$$\begin{cases} \hat{n} = e^{-rt} \left[1 - (A - B)(1 - e^{-rt})/r \right]^{-A/(A-B)} \\ \hat{v} = \left[1 - (A - B)(1 - e^{-rt})/r \right]^{B/(A-B)} \end{cases} \quad (1.15)$$

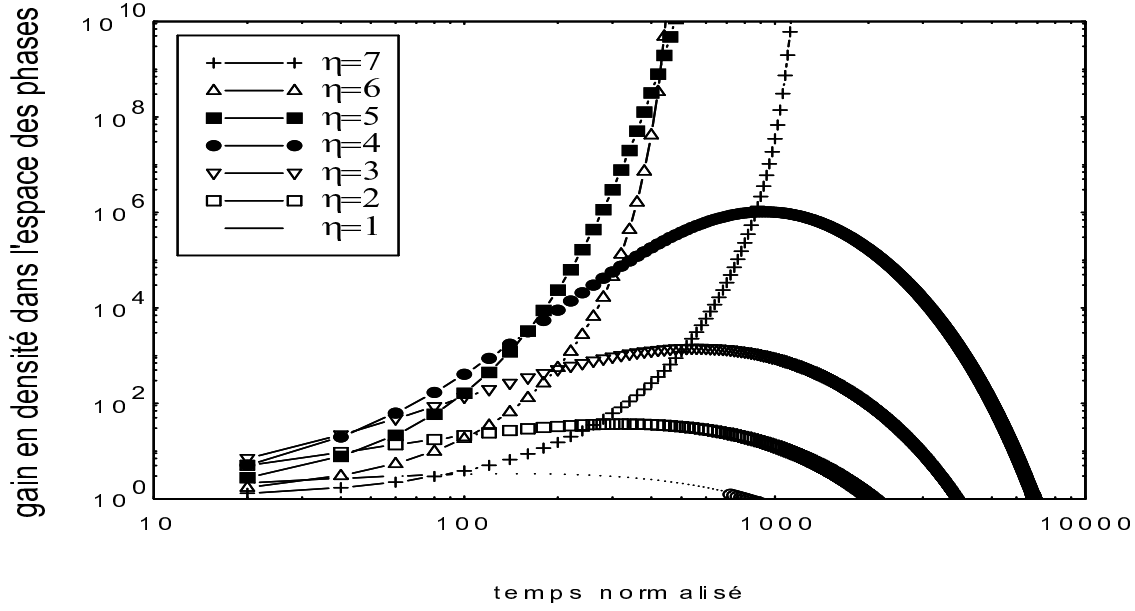


FIG. 1.10 – Evolution de la densité dans l'espace des phases normalisée en fonction du temps en unité de temps de collision initial pour différents η ; on a choisi $1/r = 200$.

Sur la figure 1.10 nous avons représenté dans le cas particulier $r = 1/200$, l'évolution de la densité des phases normalisée à sa valeur initiale $\hat{\rho} = \hat{n}\hat{v}^{-3}$, en fonction du temps normalisé au temps de collision initial, pour différentes valeurs de η . Il apparaît clairement que pour un η bien choisi ici de l'ordre de 5, un gain important dans l'espace des phases peut être obtenu par évaporation. Par exemple, un gain de 8 ordres de grandeur en un temps de l'ordre de 350 τ_0 . Le temps nécessaire est de l'ordre de grandeur de la durée de vie.

1.4.8 Emballlement du refroidissement évaporatif

A partir des équations (1.13), on déduit facilement l'équation d'évolution du taux de collisions adimensionné $\hat{\Gamma}_{\text{coll}} = \hat{n}\hat{v}/2$:

$$\frac{d\hat{\Gamma}_{\text{coll}}}{dt} = (2(A - B)\hat{\Gamma}_{\text{coll}} - r)\hat{\Gamma}_{\text{coll}}$$

Cette relation conduit à une expression analytique simple pour l'évolution du taux de collisions. Il est intéressant de noter une transition entre deux régimes. En effet, si $2(A - B) < r$, $\hat{\Gamma}_{\text{coll}}$ décroît de 1 à 0. Si $2(A - B) = r$, $\hat{\Gamma}_{\text{coll}}$ est constant. Et finalement, si $2(A - B) > r$, le taux de collisions diverge en un temps fini t_{div} :

$$t_{\text{div}} = -\frac{1}{r} \ln \left(1 - \frac{r}{2(A - B)} \right)$$

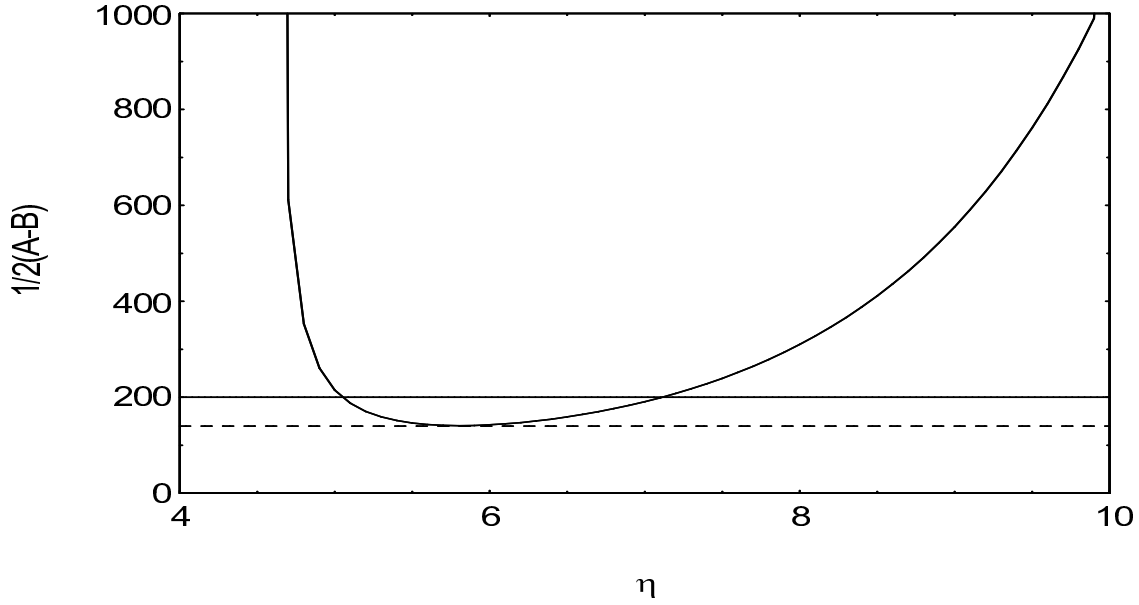


FIG. 1.11 – $1/2(A - B)$ en fonction de η . La droite horizontale en trait plein correspond à $1/r = 200$. La droite en pointillés correspond à la valeur seuil pour l'emballement $1/r_c = 140$.

Ce régime est qualifié d'*emballement*. Il reflète le caractère très non-linéaire de la dynamique du refroidissement évaporatif. Pour ce temps t_{div} , la vitesse moyenne $\hat{v}$ s'annule, alors que la densité $\hat{n}$ est infinie. On atteint ici clairement les limites du modèle.

Nous avons reporté sur la figure 1.11 la courbe donnant $1/2(A - B)$ ainsi que la droite $1/r = 200$ correspondant au cas particulier de la figure 1.10; l'emballement a lieu pour ce cas particulier dans la région $\eta \simeq 5$ à $\eta \simeq 7$. On observe clairement cette transition sur les courbes de la figure 1.10 qui représentent l'évolution de la densité dans l'espace des phases en fonction du temps pour différente valeur de η . Il apparaît dans les mêmes conditions pour d'autres quantités comme la densité dans l'espace des phases. La figure 1.11 représente $1/2(A - B)$ en fonction de η . On voit qu'il ne peut pas y avoir d'emballement si $1/r < 1/r_c \simeq 140$. Si $1/r$ est supérieur à cette valeur, il pourra y avoir emballement si η est compris entre les deux abscisses d'intersection de la courbe $1/2(A - B)$ et de l'horizontale $1/r$. L'étude présentée dans ce paragraphe permet ainsi de préciser le seuil en dessous duquel les collisions avec le gaz résiduel doivent être réduites par rapport aux collisions élastiques. De plus, nous avons montré que pour des conditions expérimentales données, il existe une plage optimale de η .

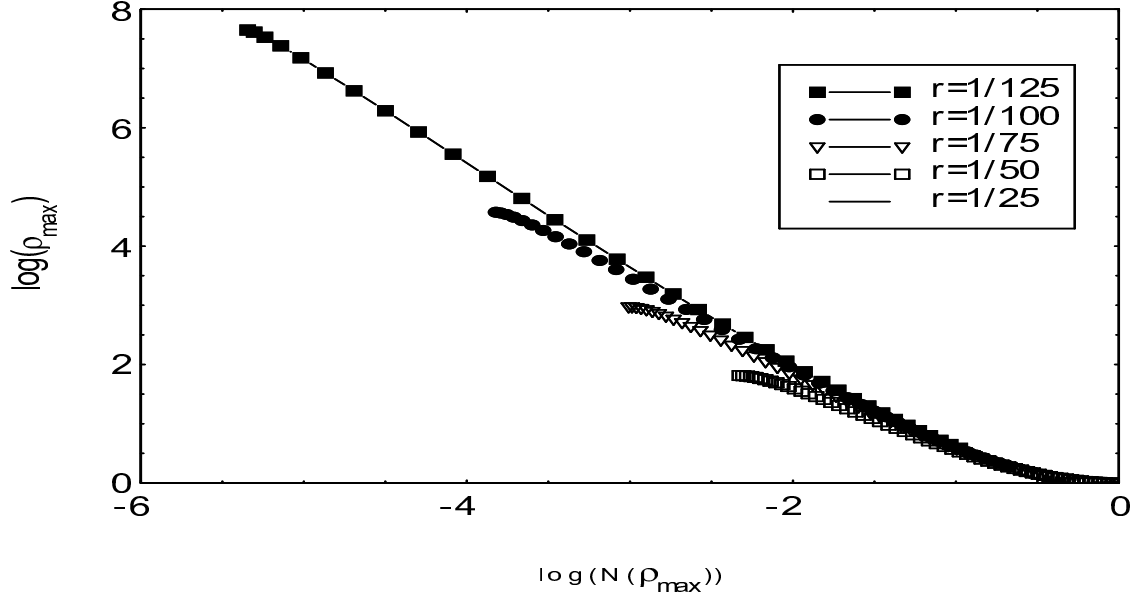


FIG. 1.12 – ρ_{max} en fonction de $N(\rho_{max})$ lorsque η varie, pour différents r . La courbe qui monte le moins haut dans l'espace des phases correspond à $r = 1/25$, puis $r = 1/50$, $r = 1/75$, $r = 1/100$, $r = 1/125$.

1.4.9 En dessous du régime d'emballement

Il n'est pas en fait indispensable d'atteindre le régime d'emballement. En effet, la valeur $1/r_c$ est exigeante au niveau expérimental. Par exemple, si la durée de vie est de 100 secondes dans le piège magnétique, il faut après chargement du piège magnétique avoir un taux de collisions¹¹ de l'ordre de 1.4 Hz. Nous nous proposons dans ce dernier paragraphe d'établir les gains maximum dans l'espace des phases en fonction des paramètres du système. A partir des solutions analytiques de (1.13), on montre facilement que pour un η donné, et pour un r fixé, le gain maximum en densité dans l'espace des phases est en dehors du régime d'emballement :

$$\hat{\rho}_{max} = \left(\frac{\rho(t)}{\rho(0)} \right)_{max} = \frac{r}{A + 3B} \left[\frac{r}{r - (A - B)} \frac{4B}{A + 3B} \right]^{4B/(A-B)}$$

La perte relative en nombre d'atomes correspondant à ce maximum est donnée par :

$$\left(\frac{N(t)}{N(0)} \right)_{\rho_{max}} = \frac{r}{A + 3B} \left[\frac{r}{r - (A - B)} \frac{4B}{A + 3B} \right]^{2B/(B-A)}$$

Sur la figure 1.12, j'ai représenté en double échelle logarithmique (décimal) les variations de $\hat{\rho}_{max}$ en fonction de la perte en nombre d'atomes correspondante. Quand η varie,

¹¹Pour augmenter le taux de collisions, on a recours à une compression du piège magnétique (voir annexe A).

les coefficients A , B varient et le point de coordonnées $(\log(\hat{\rho}_{\max}), \log(\hat{N}_{\hat{\rho}_{\max}}))$ décrit une courbe. Ces courbes sont représentées sur la figure 1.12 pour différentes valeurs de r . La courbe qui monte le moins haut dans l'espace des phases correspond à $r = 1/25$, puis $r = 1/50$, $r = 1/75$, $r = 1/100$, $r = 1/125$. Chacune de ces courbes est parcourue de droite à gauche lorsque η croît. Les points les plus élevés dans l'espace des phases sont obtenus pour les valeurs suivantes de η : $\eta = 3.32$ pour $r = 1/25$, $\eta = 4.0$ pour $r = 1/50$, $\eta = 4.58$ pour $r = 1/75$, $\eta = 5.0$ pour $r = 1/100$, $\eta = 5.4$ pour $r = 1/125$. Ce réseau de courbes montre bien la dynamique fortement non-linéaire du refroidissement évaporatif. En passant de $r = 1/100$ à $1/r = 125$ le gain maximum dans l'espace des phases est multiplié par trois ordres de grandeur ! Les temps typiques nécessaires sont de l'ordre de la durée de vie. Ajoutons enfin que les estimations faites dans ce modèle sont nécessairement pessimistes. En effet, nous avons travaillé sur l'équation de Boltzmann classique ; nous ignorons par là-même le facteur d'amplification bosonique de l'équation de Boltzmann quantique. Ce facteur accélère en fin d'évaporation la formation du condensat.

1.5 Conclusion

Les résultats des paragraphes précédents ont été obtenus pour un piège harmonique isotrope dans l'hypothèse où l'expérimentateur ajuste à chaque instant la hauteur du potentiel pour assurer une évaporation à $\eta = \text{constante}$. En fait, par intégration numérique, on montre que cette hypothèse $\eta = \text{constante}$, donne une bonne intuition de ce qu'il est possible de gagner en pratique. Le taux de collisions s'adapte en fait à la vitesse de troncature du potentiel.

Les chiffres que l'on trouve ici sont typiques. Il faut, en résumé, un bon vide pour limiter le plus possible les collisions avec le gaz résiduel. Les durées de vie typiques liées aux collisions sur le gaz résiduel sont supérieures à une minute. Il faut de plus un bon taux de collisions initial, correspondant à plusieurs collisions par seconde. Pour optimiser ce taux, on utilise la compression du piège magnétique (voir annexe A) ; on gagne ainsi plus d'un ordre de grandeur sur le taux de collisions initial. Ces deux conditions permettent d'avoir un facteur r important et d'amorcer plus efficacement le régime d'augmentation de la densité dans l'espace des phases.

Dans le dernier chapitre de cette thèse, nous montrons qu'il a été possible de condenser 10^6 atomes de ^{87}Rb en partant de 10^9 atomes dans le piège magnétique de type Ioffe-Pritchard. La durée de vie dans cette expérience était de l'ordre de 100 secondes et le taux de collisions initial a pu être estimé à une dizaine de Hertz ($r = 1000$). Le régime d'emballement était donc atteint sans problème, et la condensation pouvait être obtenue après 15 secondes de refroidissement évaporatif.

Chapitre 2

Eléments de théorie des collisions froides

Introduction

La physique des atomes froids, qui s'est développée ces dernières années, a permis l'accès à des domaines de température où d'intéressants phénomènes collisionnels se produisent. Il s'agit du *régime quantique* caractérisé par la condition :

$$\lambda_{\text{de Broglie}} > r_0 \quad (2.1)$$

c'est-à-dire le régime où la longueur d'onde de de Broglie est grande devant la portée r_0 des interactions interatomiques.

Dans le régime défini par (2.1), les atomes s'approchent au cours d'une collision sur une distance plus petite que leur longueur d'onde asymptotique. De telles collisions sont repartoriées sous l'expression de « collisions ultrafroides ». Le terme « ultra » peut paraître superlatif. Il est en fait bien défini : *les collisions ultrafroides sont celles dominées par la diffusion en onde s*.

Un autre régime de température est particulièrement intéressant : celui pour lequel la longueur d'onde de de Broglie n'est pas seulement plus grande que la portée des interactions interatomiques, mais excède la distance moyenne entre plus proches voisins :

$$\lambda_{\text{de Broglie}} > n^{-1/3} \quad (2.2)$$

Ce régime est celui de la dégénérescence quantique. Il correspond (pour des bosons) à une transition de phase spectaculaire : la transition de Bose-Einstein. Les collisions jouent là encore un rôle crucial : l'obtention du condensat repose sur le refroidissement évaporatif qui fait intervenir les collisions élastiques, la forme du condensat de même que sa durée de vie sont également reliées aux caractéristiques collisionnelles. Aussi ce chapitre est-il consacré à des rappels sur la physique des collisions. La plus grande

partie est consacrée aux collisions élastiques. Le concept de longueur de diffusion est introduit dans cette partie. Il sera illustré par des exemples simples. Les collisions inélastiques sont ensuite abordées succinctement. Ces collisions limitent la densité spatiale, déterminent la faisabilité de l'état condensé pour une espèce atomique donnée, et sont responsables de la durée de vie finie des condensats. Il s'agit ici de dégager les idées générales, plutôt que de présenter des calculs quantitatifs.

2.1 Théorie de la diffusion

On résume dans cette partie les résultats importants de la théorie des collisions élastiques en mécanique quantique.

2.1.1 Collision élastique entre deux atomes

La situation considérée est celle de deux atomes (1) et (2) de même masse M , interagissant par le potentiel $V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$. L'hamiltonien du système est alors :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2M} + \frac{\hat{p}_2^2}{2M} + V(\hat{\mathbf{r}}_1 - \hat{\mathbf{r}}_2) \quad .$$

Il est, en fait, plus approprié de se placer dans le référentiel barycentrique. Soient $\hat{\mathbf{R}}_G$ et $\hat{\mathbf{P}}_G$ les opérateurs position et quantité de mouvement du centre de masse, et $\hat{\mathbf{r}}$ et $\hat{\mathbf{p}}$ ceux du mouvement relatif :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{R}}_G &= (\hat{\mathbf{r}}_1 + \hat{\mathbf{r}}_2)/2 \\ \hat{\mathbf{P}}_G &= \hat{\mathbf{p}}_1 + \hat{\mathbf{p}}_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{\mathbf{r}} &= \hat{\mathbf{r}}_1 - \hat{\mathbf{r}}_2 \\ \hat{\mathbf{p}} &= (\hat{\mathbf{p}}_1 - \hat{\mathbf{p}}_2)/2 \end{cases}$$

L'hamiltonien se met alors sous la forme :

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_G^2}{4M} + \frac{\hat{p}^2}{M} + V(\hat{\mathbf{r}})$$

On découple ainsi le problème à deux corps en deux problèmes à un corps. Le mouvement du centre de masse est équivalent au mouvement libre d'une particule de masse $2M$. La dynamique de la collision est entièrement contenue dans l'évolution du mouvement relatif, ce qui revient à étudier le mouvement de la particule fictive de masse $m_r = M/2$ dans le potentiel $V(\mathbf{r})$.

2.2 Amplitude de diffusion

Pour décrire quantiquement le processus de diffusion d'une particule incidente donnée par le potentiel $V(\mathbf{r})$, il faut *a priori* étudier le comportement au cours du temps du

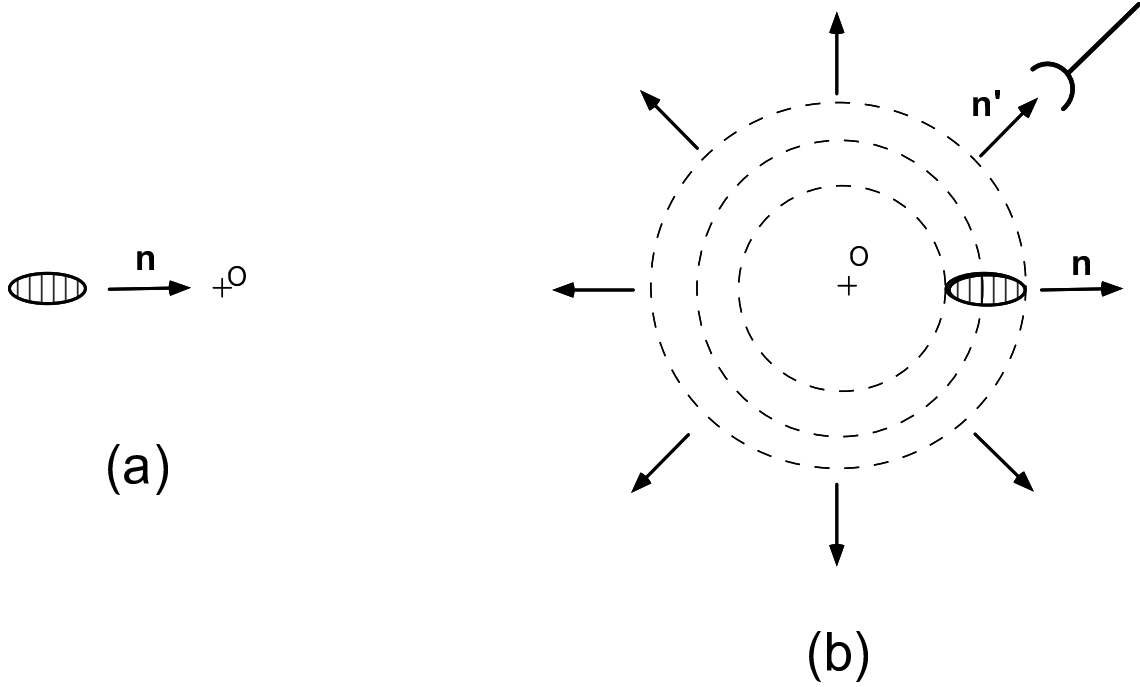


FIG. 2.1 – (a) le paquet d’ondes incident se dirige vers la zone d’action du potentiel. (b) diffusion d’un paquet d’ondes incident se propageant dans la direction $\mathbf{n}$ par le potentiel $V(\hat{\mathbf{r}})$.

paquet d’ondes qui représente l’état de la particule. Les caractéristiques de ce paquet d’ondes sont supposées connues pour les temps t grands et négatifs où la particule n’a pas encore été affectée par le potentiel. On sait que l’évolution ultérieure du paquet d’ondes s’obtient immédiatement si on l’exprime comme une superposition d’états stationnaires. C’est la raison pour laquelle nous étudions l’équation aux valeurs propres de l’hamiltonien du mouvement relatif, et nous raisonnons directement sur ces états stationnaires et non sur le paquet d’ondes. Les états propres $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ de l’hamiltonien du mouvement relatif pour des énergies positives $E_k = \hbar^2 k^2 / (2m_r)$ vérifient :

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{M} + V(\hat{\mathbf{r}}) \right) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = E_k \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (2.3)$$

Cette convention suppose que $V(\hat{\mathbf{r}})$ tende vers zéro lorsque $|\mathbf{r}|$ tend vers l’infini.

Soit b la portée du potentiel. Pour les potentiels nuls à partir d’une certaine valeur cette définition est claire. Par contre, pour les autres potentiels, par exemple pour ceux qui décroissent comme r^{-n} ($n > 0$) à l’infini, la notion de portée du potentiel mérite d’être éclaircie. Nous le ferons un peu plus loin.

On cherche asymptotiquement pour les états propres de diffusion une forme du type :

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.4)$$

où $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$, et $\mathbf{n}' = \mathbf{r}/r$. L'interprétation physique d'un tel état de collision est évidente. Le premier terme du membre de droite de (2.4) correspond à l'onde plane incidente de vecteur d'onde $\mathbf{k}$. Le deuxième correspond à l'onde diffusée. En un point $\mathbf{r}$ donné, l'amplitude de diffusion $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ dépend de l'énergie de la particule incidente *via* le vecteur d'onde $\mathbf{k}$, de la direction de l'onde incidente par le terme $\mathbf{n}$, et enfin de la direction d'observation $\mathbf{n}'$ (voir figure 2.1). La résolution par l'inversion de Green conduit à l'expression suivante pour l'amplitude de diffusion :

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\frac{m_r}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}') d^3r' \quad (2.5)$$

où $\mathbf{k}' = k\mathbf{n}'$. Cette relation est une équation implicite sur l'amplitude de diffusion, car cette dernière est incluse dans le terme $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}')$. Elle relie les valeurs de la fonction d'onde $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ loin de la zone d'action du potentiel, à celles de la même fonction d'onde dans la zone de diffusion. L'amplitude de diffusion permet d'obtenir la section efficace différentielle de collision [32, 33] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2 \quad \text{et} \quad \sigma(k, \mathbf{n}) = \int |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2 d^2n'$$

Soulignons à ce niveau les différences entre un problème de diffusion et un problème d'états liés en mécanique quantique. Pour les états liés, les quantités importantes sont les énergies propres discrètes, obtenues par résolution de l'équation de Schrödinger pour des conditions aux limites appropriées. Les fonctions propres ψ_n doivent être de carré sommable pour vérifier la condition de normalisation : $\int |\psi_n|^2 d^3r = 1$. $|\psi_n|^2$ représente alors la densité de probabilité. D'un autre côté, dans les problèmes de diffusion, l'énergie E_k est extraite du continuum du spectre de l'hamiltonien étudié. La quantité intéressante est l'amplitude de diffusion.

Notons que la fonction d'onde Ψ_k n'est pas de carré sommable. Une manière de contourner ce problème consiste à raisonner sur des paquets d'ondes. On peut également choisir arbitrairement la normalisation de Ψ_k et raisonner sur des densités de probabilités relatives. Il est important de remarquer que les sections efficaces sont indépendantes de ces coefficients de normalisation, ce qui justifie l'introduction de cette quantité physique. L'amplitude de diffusion et la section efficace sont déterminées par le comportement asymptotique de l'état stationnaire de diffusion.

2.2.1 Limite des faibles énergies

Pour des énergies suffisamment petites, la diffusion est isotrope si le potentiel décroît assez rapidement à l'infini. L'ordre de grandeur de l'énergie en dessous de laquelle cette

simplification a lieu, est directement liée à la portée du potentiel b . Pour $k \ll 1/b$ (ou de manière équivalente $E \ll \hbar^2/(2m_r b^2)$), l'amplitude de diffusion est indépendante de $\mathbf{n}$ et $\mathbf{n}'$. Ce résultat est clair sur la relation (2.5) : seuls les $\mathbf{r}'$ tels que $|\mathbf{r}'| \leq b$ contribuent à l'intégrale. Par conséquent, $|\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'| \leq kb \ll 1$, de telle sorte que le terme $e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'}$ peut être remplacé par 1, l'amplitude de diffusion est dans cette limite indépendante de $\mathbf{n}'$. La symétrie par renversement du temps permet d'écrire $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = f(k, -\mathbf{n}', -\mathbf{n})$ [32] et on constate alors que f est aussi indépendante de $\mathbf{n}$ dans cette limite. A faible énergie $E \ll \hbar^2/(2m_r b^2)$, l'onde diffusée se met alors sous la forme :

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + f(k) \frac{e^{ikr}}{r}$$

2.2.2 Approximation de Born

L'analyse complète du problème de diffusion requiert la solution de l'équation de Schrödinger à trois dimensions, ce qui est presque impossible dans la plupart des cas. Aussi est-il utile de pouvoir estimer rapidement les propriétés de diffusion d'un potentiel donné grâce à une approximation supplémentaire. L'approximation de Born permet cette évaluation. Elle consiste à estimer l'amplitude de diffusion au premier ordre en V . Si nous remplaçons dans (2.5) la fonction d'onde exacte $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}')$ par la fonction d'onde à l'ordre zéro en potentiel soit $e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'}$, il vient :

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\frac{m_r}{2\pi\hbar^2} \int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' \quad (2.6)$$

L'amplitude de diffusion est ainsi reliée à la transformée de Fourier du potentiel diffusant $V(\mathbf{r})$. Naturellement, cette approximation n'a aucun sens pour un potentiel de cœur dur, qui prend des valeurs infinies sur une région finie de l'espace.

2.3 Développement en ondes partielles

Pour la détermination exacte de l'amplitude de diffusion, il est nécessaire de connaître la solution de l'équation de Schrödinger. Il s'agit d'un problème redoutablement difficile. Néanmoins, la situation se simplifie considérablement pour des potentiels à symétrie sphérique : $V(\mathbf{r}) = V(r)$.

2.3.1 Etats de diffusion et déphasage

La symétrie sphérique permet de réduire le nombre de variables intervenant dans l'amplitude de diffusion. En effet, au lieu de dépendre de $\mathbf{n}$ et $\mathbf{n}'$, elle ne dépend que de l'angle θ entre ces deux vecteurs ($\cos \theta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'$). On note désormais $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \equiv f(k, \theta)$. Soit z la direction de l'onde incidente. Pour tirer partie de la symétrie du

problème, il est commode de développer l'onde incidente et l'onde diffusée sur la base des vecteurs propres de $\hat{L}^2$ et $\hat{L}_z$, où $\hat{\mathbf{L}}$ est l'opérateur moment angulaire relatif :

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\theta, \phi) \frac{u_{k,l,m}(r)}{r} \quad (2.7)$$

où ϕ est l'angle azimutal autour de l'axe z , et $Y_l^m(\theta, \phi)$ sont les harmoniques sphériques.

Comme l'onde incidente est un état propre de $\hat{L}_z$ pour la valeur propre 0, le développement de e^{ikz} est indépendant de l'angle azimutal ($m = 0$). On montre alors par des calculs classiques [34, 33] :

$$e^{ikz} \simeq \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) ((-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{ikr}) \quad \text{pour} \quad kr \gg 1$$

où les $P_l(\cos \theta)$ sont les polynômes de Legendre. L'onde plane incidente est donc la superposition des ondes entrantes $P_l(\cos \theta) e^{-ikr}/r$ et des ondes sortantes : $P_l(\cos \theta) e^{ikr}/r$, avec une phase relative de 0 ou π suivant la parité de l .

L'onde diffusée $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ est asymptotiquement la somme de l'onde incidente et de l'onde sortante $f(k, \theta) e^{ikr}/r$. Pour $|r| \gg b$, elle peut donc se mettre sous la forme :

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) ((-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{2i\delta_l} e^{ikr}) \quad (2.8)$$

où δ_l est un déphasage réel, défini modulo π . La réalité de δ_l provient de la conservation du flux pour chaque onde partielle, elle même conséquence de la symétrie sphérique.

2.3.2 L'équation de Schrödinger radiale

La résolution du problème de diffusion se résume maintenant à la détermination des déphasages $\delta_l(k)$. Si on reporte (2.7) dans (2.3), on obtient une équation de Schrödinger unidimensionnelle pour la fonction d'onde radiale $u_{k,l}(r)$ (on peut désormais prendre $m = 0$). Si on suppose que $u_{k,l}(r)/r$ est régulière en $r = 0$, cette équation prend la forme :

$$u_{k,l}'' + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m_r V(r)}{\hbar^2} \right) u_{k,l} = 0 \quad (2.9)$$

En accord avec (2.8), on cherche une solution dont la forme asymptotique pour $|r| \gg b$ est :

$$u_{k,l} \sim (-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{2i\delta_l} e^{ikr} \quad (2.10)$$

L'amplitude de diffusion est alors reliée aux déphasages δ_l par la relation :

$$f(k, \theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos \theta)$$

De même la section efficace s'écrit :

$$\sigma(k) = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l(k) \quad \text{avec} \quad \sigma_l = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k)$$

On se ramène finalement à un problème unidimensionnel, qui se prête bien, le cas échéant, à une résolution numérique. Il est clair par ailleurs que la méthode des ondes partielles présente un intérêt lorsqu'un petit nombre d'ondes partielles contribuent à la diffusion. Cette situation correspondant à des énergies incidentes faibles, est particulièrement bien adaptée à l'étude des collisions de gaz d'atomes ultrafroids considérées dans ce mémoire.

2.3.3 Particules identiques

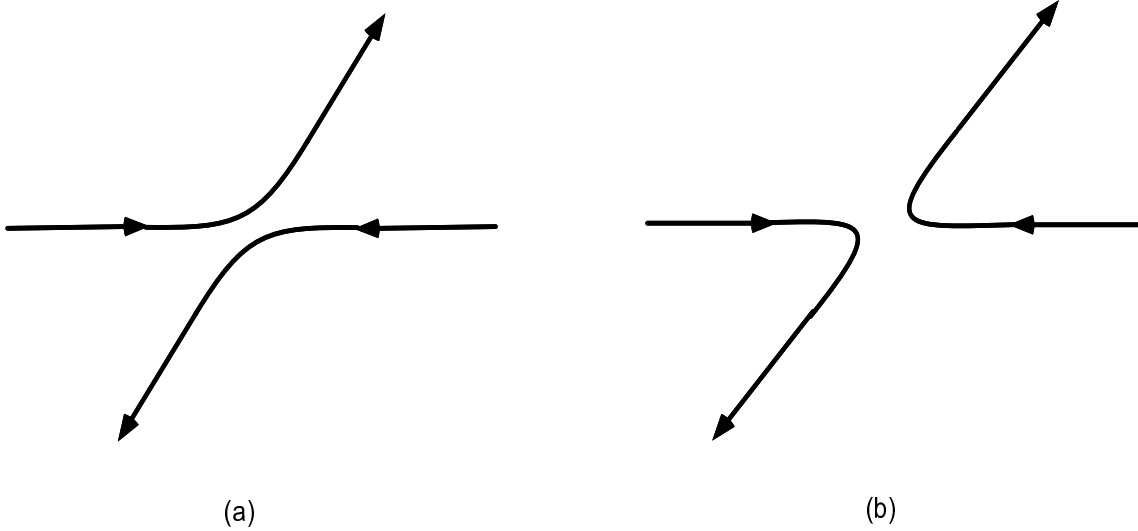


FIG. 2.2 – Les deux processus de diffusion (a) et (b) conduisent au même état final pour des particules indiscernables.

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré des particules discernables. Les deux diagrammes de diffusion de la figure 2.2 étaient *a priori* distincts, ils correspondaient aux amplitudes de diffusion $f(k, \theta)$ et $f(k, \pi - \theta)$.

Cependant, pour des particules identiques, il faut tenir compte du principe de symétrisation (antisymétrisation) qui se traduit sur la fonction d'onde à deux corps par : $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \epsilon \Psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$ où $\epsilon = +1$ (respectivement -1) pour des bosons (resp. des fermions). Or

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = e^{i\mathbf{K}_G \cdot \mathbf{R}_G} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$

où $\mathbf{R}_G = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ et $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. La condition d'indiscernabilité se traduit donc par $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \epsilon \psi_{\mathbf{k}}(-\mathbf{r})$. La forme asymptotique de l'état symétrisé s'écrit (pour $\mathbf{k} \neq 0$) :

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim \frac{e^{ikz} + \epsilon e^{-ikz}}{\sqrt{2}} + \frac{f(k, \theta) + \epsilon f(k, \pi - \theta)}{\sqrt{2}} \frac{e^{ikr}}{r}$$

La section efficace différentielle se met alors sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \theta) + \epsilon f(k, \pi - \theta)|^2$$

où $\theta \in [0; \pi/2]^1$. On peut maintenant utiliser la parité des harmoniques sphériques : $(-1)^l$. Les seules ondes partielles qui contribuent à la section efficace de diffusion des bosons polarisés (resp. fermions) sont celles de l pair (resp. impair). Le principe de (anti)symétrisation double donc la contribution des ondes partielles paires (resp. impaires pour les fermions), et annulent celle des ondes impaires (resp. paires pour les fermions).

$$\text{Bosons} \quad \sigma(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ pair}} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k) \quad (2.11)$$

$$\text{Fermions} \quad \sigma(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ impair}} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k)$$

Les particules considérées dans la suite sont implicitement supposées identiques.

2.3.4 Limite de faible énergie

Pour l'onde partielle $l = 0$, le potentiel intervenant dans l'équation de Schrödinger (2.9) est simplement le potentiel interatomique (voir figure 2.3.a). Pour les autres ondes partielles, la barrière centrifuge $\hbar^2 l(l+1)/(2m_r r^2)$ se rajoute à ce potentiel (voir figure 2.3.b). Dans ce dernier cas, la particule relative dont l'énergie est plus petite que la hauteur de la barrière ne « sent » pas le potentiel $V(r)$. Elle est simplement réfléchiée par la barrière centrifuge. On s'attend donc qualitativement à ce que la diffusion par le potentiel $V(r)$ tende vers zéro pour les ondes partielles autres que $l = 0$ pour des énergies suffisamment basses. Plus précisément, on peut montrer² :

$$\delta_l(k) \propto k^{2l+1} \text{ modulo } \pi \quad (2.12)$$

de telle sorte que la section efficace pour les ondes partielles $l \neq 0$ vérifie

$$\sigma_{l \neq 0}(k) = \frac{8\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l \propto k^{4l} \longrightarrow 0$$

¹convention conforme à [35] page 514.

²Pour un potentiel en loi de puissance $U(r) \propto r^{-n}$, la relation 2.12 est vérifiée pour les l qui vérifient $2l+3 < n$, pour les autres $\delta_l(k) \propto k^{n-2}$ [32].

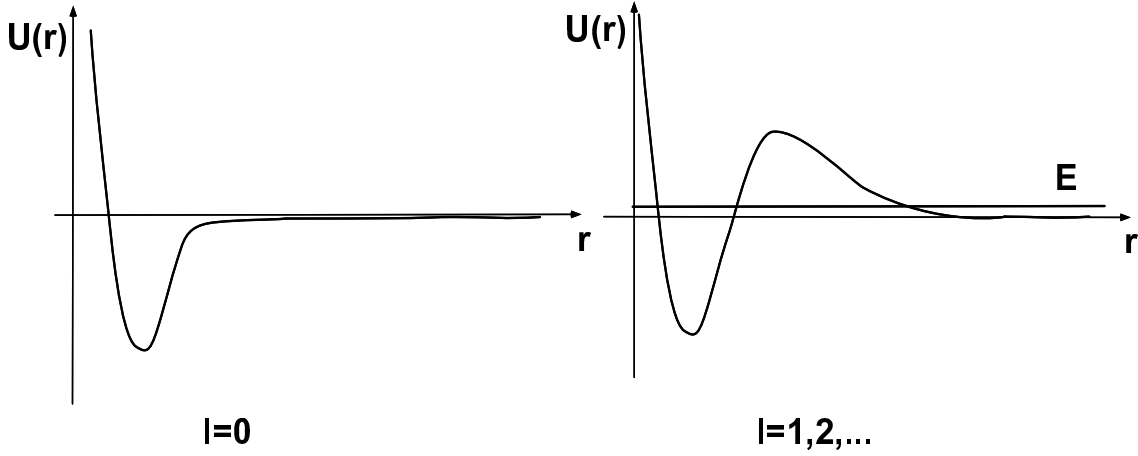


FIG. 2.3 – Potentiel intervenant dans l'équation de Schrödinger radiale. E représente un état de faible énergie cinétique asymptotique.

On retrouve l'isotropie de la diffusion pour les énergies faibles que nous avons mentionnée plus haut. La section efficace correspondante est :

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma_{l=0}(k) = 8\pi a^2 \quad (2.13)$$

où a est la *longueur de diffusion* définie par :

$$a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k}$$

Une conséquence importante de ce résultat est que des fermions polarisés ne se « voient » pas à basse température ! En effet, la diffusion intervient dans ce cas *via* les ondes partielles impaires 1,3,... dont la section efficace tend vers zéro à basse température. Ceci rend problématique l'utilisation du refroidissement évaporatif pour les gaz de fermions polarisés.

Ajoutons toutefois que les résultats dérivés ci-dessus ne sont vérifiés que si le potentiel décroît suffisamment rapidement à l'infini. Plus précisément, si le potentiel décroît comme r^{-3} ou plus lentement, toutes les ondes partielles contribuent à basse énergie [32]. Par ailleurs, pour $l \neq 0$, le puits formé par le potentiel peut posséder un niveau quasi-lié (voir figure 2.3.b). Si la particule relative incidente a une énergie proche de celle de l'état quasi-lié, un phénomène de résonance de diffusion peut se produire. Il s'agit d'un effet du type Fabry-Perot. Ces résonances peuvent changer complètement la contribution des ondes partielles $l \neq 0$, y compris dans le domaine d'énergie où l'on attend naïvement la contribution des ondes s uniquement.

2.4 Longueur de diffusion pour quelques potentiels simples

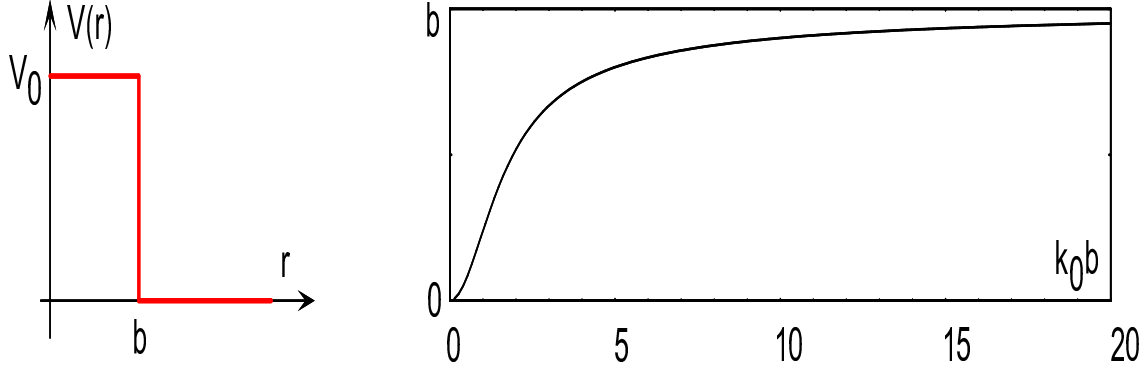


FIG. 2.4 – (a) barrière de potentiel. (b) longueur de diffusion en fonction de $k_0 b = b\sqrt{2m_r V_0}/\hbar$. Pour des hauteurs de barrière suffisantes (équivalent à un potentiel de cœur dur), la longueur de diffusion est égale au rayon du cœur dur.

Comme nous l'avons mentionné plus haut, pour des énergies suffisamment faibles, les collisions ont lieu dans l'onde s . Elles correspondent à une onde diffusée isotrope. De plus, lorsque le vecteur d'onde relatif k tend vers zéro, le déphasage $\delta_0(k)$ pour l'onde s est proportionnel à k (modulo π), de telle sorte que l'amplitude de diffusion tend vers une constante :

$$f(k) \Big|_{\text{onde } s} = \frac{e^{i\delta_0(k)} \sin \delta_0(k)}{k} \longrightarrow -a \quad \text{quand} \quad k \rightarrow 0$$

La solution du problème de diffusion pour les énergies ultrafaibles se réduit à la détermination d'une seule quantité : la longueur de diffusion.

Sa détermination est en principe évidente. Il suffit de résoudre l'équation de Schrödinger radiale unidimensionnelle pour les ondes s ($l = 0$ dans (2.9)) et pour une énergie nulle. Posons pour alléger les notations $u_{k=0,l=0}(r) \equiv u(r)$:

$$u''(r) - \frac{2m_r V(r)}{\hbar^2} u(r) = 0 \quad (2.14)$$

avec le comportement asymptotique déduit de (2.10) :

$$u(r) \propto r - a \quad \text{pour } r \text{ grand}$$

Nous dérivons dans les paragraphes suivants la longueur de diffusion pour quelques potentiels simples, puis nous aborderons le cas plus réaliste du potentiel de Van der Waals.

2.4.1 Barrière de potentiel

Considérons le cas d'une barrière de potentiel sphérique (voir figure 2.4). $V(r) = V_0$ si $r \leq b$ et $V(r) = 0$ sinon. La solution de (2.14) est :

$$\begin{aligned} u(r) &= C_1 (r - a) && \text{pour } r > b \\ u(r) &= C_2 \sinh(k_0 r) && \text{pour } r \leq b \end{aligned}$$

où nous avons posé $k_0 = \sqrt{2m_r V_0}/\hbar$. C_1 et C_2 sont des coefficients de normalisation. La continuité de $u(r)$ et de sa dérivée $u'(r)$ en $r = b$ implique :

$$a = b - \frac{\tanh k_0 b}{k_0}$$

Ce résultat est tracé sur la figure 2.4.b. La longueur de diffusion est toujours positive. Pour des hauteurs de barrière suffisantes ($k_0 b \gg 1$ ou de manière équivalente $V_0 \gg \hbar^2/(2m_r b^2)$), on retrouve le problème de la diffusion par une sphère dure, la longueur de diffusion est simplement égale, dans ce cas, au rayon b de la sphère dure.

2.4.2 Le puits de potentiel

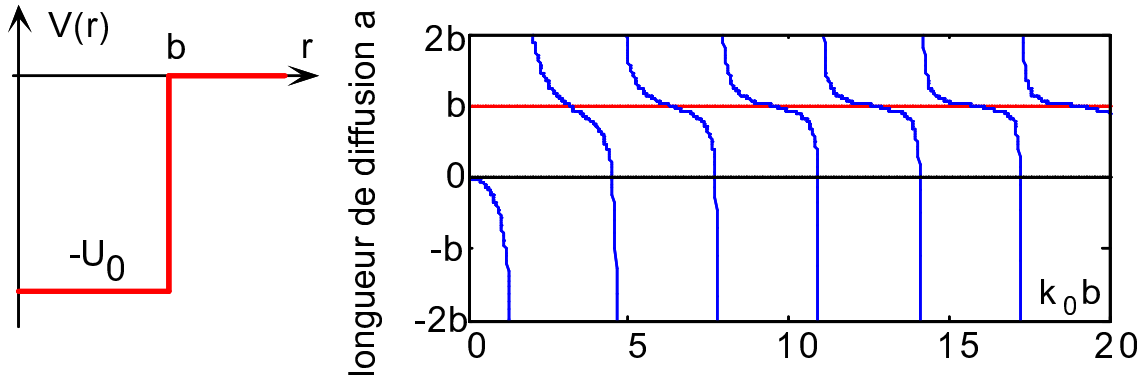


FIG. 2.5 – (a) Puits de potentiel. (b) longueur de diffusion en fonction de $k_0 b = b\sqrt{2m_r U_0}/\hbar$. La longueur de diffusion peut être positive ou négative, elle diverge même pour les valeurs de k_0 correspondant à l'apparition d'un nouvel état lié dans le puits.

Considérons maintenant le cas du puits de potentiel. $V(r) = -U_0$ pour $r \leq b$ ($U_0 > 0$) et $V(r) = 0$ sinon. La solution de (2.14) est :

$$\begin{aligned} u(r) &= C_1 (r - a) && \text{pour } r > b \\ u(r) &= C_2 \sin(k_0 r) && \text{pour } r \leq b \end{aligned}$$

On en déduit :

$$a = b - \frac{\tan k_0 b}{k_0}$$

Ce résultat (voir figure 2.5.b) met en exergue la complexité de la situation. Il appelle plusieurs commentaires :

- pour des potentiels peu profonds, *i.e.* $k_0 b < \pi/2$, la longueur de diffusion est négative. La condition $k_0 b < \pi/2$ correspond au cas où U_0 est trop faible pour qu'il y ait un état lié dans le puits de potentiel.
- si on augmente continûment la profondeur du potentiel U_0 , la longueur de diffusion diverge chaque fois que $k_0 b = \pi/2$ modulo π , c'est-à-dire chaque fois qu'un nouvel état lié apparaît dans le puits de potentiel. Cette relation entre l'apparition d'un nouvel état lié et la divergence de la longueur de diffusion n'est pas spécifique au puits carré, elle est tout à fait générale (Théorème de Levinson [34]). On parle dans ce cas de *résonances à énergie nulle*. Quand U_0 est proche par valeur inférieure du seuil d'apparition d'un nouvel état lié, la longueur de diffusion est grande et négative. Si U_0 est proche du seuil par valeur supérieure, a est grande et positive. Ce résultat est également général.
- supposons que U_0 soit suffisamment grand pour qu'il y ait un grand nombre d'états liés ($k_0 b \gg 1$). A l'exception d'un petit domaine de valeur de k_0 correspondant aux voisinages des résonances à énergie nulle, la longueur de diffusion est positive et proche de la largeur du puits de potentiel. On obtient alors le résultat surprenant suivant : un puits de potentiel carré suffisamment profond a essentiellement les mêmes propriétés de diffusion qu'une barrière de potentiel carrée de même portée ! Néanmoins, ce résultat est spécifique au puits carré.

2.4.3 Interaction de contact : pseudo-potentiel

L'interaction la plus simple qu'on puisse considérer entre deux particules est l'interaction dite de contact :

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = g\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

En particulier, cette interaction est à la base de l'approche des gaz quantiques dans la théorie à N corps. Comment introduire un tel potentiel en théorie de la diffusion ? La réponse n'est pas évidente. Prenons les limites suivantes sur les deux exemples précédents : la profondeur ou la hauteur de barrière sont portées à l'infini, alors que la portée b du potentiel tend vers zéro tout en gardant constant le produit $4\pi b^3 U_0/3 \equiv g$. On trouve dans ce cas que la longueur de diffusion tend vers zéro. C'est un résultat bien connu : « un potentiel δ à trois dimensions ne diffuse pas ». La méthode académique pour introduire sans ambiguïtés l'interaction de contact, consiste à introduire le pseudo-potentiel défini par [6] :

$$V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r})\frac{\partial}{\partial r}(r\psi(\mathbf{r})) \quad (2.15)$$

Notons que si $\psi(\mathbf{r})$ est régulière en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$:

$$\psi \text{ régulière en } \mathbf{0} : \quad V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = g \psi(\mathbf{0}) \delta(\mathbf{r}) \quad (2.16)$$

Si la fonction d'onde peut se mettre sous la forme :

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u(\mathbf{r})}{r} \quad (2.17)$$

où $u(\mathbf{r})$ est régulière en $\mathbf{r} = 0$, l'action de V est encore définie :

$$\psi \text{ du type (2.17) :} \quad V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = g \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=0} \delta(\mathbf{r}) \quad (2.18)$$

Dans les lignes qui suivent, nous nous proposons de résoudre l'équation de Schrödinger en présence du pseudo-potentiel, en gardant en mémoire que les solutions peuvent inclure des fonctions du type (2.17). L'expression opératorielle du Laplacien agissant sur ce type de fonctions doit être modifiée. En utilisant

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u(\mathbf{0})}{r} + \frac{u(\mathbf{r}) - u(\mathbf{0})}{r}$$

Il vient

$$\Delta \psi(\mathbf{r}) = -4\pi u(\mathbf{0}) \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{\hbar^2 r^2} \hat{L}^2 \psi(\mathbf{r}) \quad (2.19)$$

Pour les ondes partielles autres que $l = 0$, on vérifie aisément que la présence de la barrière centrifuge impose à la fonction d'onde $\psi(\mathbf{r})$ d'être régulière et de tendre vers 0 lorsque $\mathbf{r}$ tend vers $\mathbf{0}$. En utilisant (2.16), on montre le pseudo-potentiel n'affecte pas ces ondes partielles.

Considérons maintenant la diffusion des ondes s par le pseudo-potentiel. La fonction d'onde à considérer est donc à symétrie sphérique : $\psi(r) = u(r)/r$. En introduisant cette fonction dans l'équation de Schrödinger, il vient

$$-\frac{\hbar^2}{2m_r} \left(-4\pi u(0) \delta(\mathbf{r}) + \frac{u''(r)}{r} \right) + g \delta(\mathbf{r}) u'(0) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} \frac{u(r)}{r} \quad (2.20)$$

En séparant les termes réguliers en $r = 0$ et les termes proportionnels à $\delta(r)$, on obtient

$$u''(r) + k^2 u(r) = 0 \quad (2.21)$$

avec la condition limite :

$$u(0) = -\frac{gm_r}{2\pi\hbar^2} u'(0) \quad (2.22)$$

La solution est la somme de la projection de l'onde plane incidente sur $l = 0$:

$$u_{\text{inc}} = r \frac{1}{4\pi} \int e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = \frac{\sin(kr)}{k}$$

et d'une solution correspondant à l'onde diffusée :

$$u_{\text{diff}} = Ae^{ikr}$$

La condition (2.22) impose pour la solution ($u_{\text{inc}} + u_{\text{diff}}$) la valeur de la constante A :

$$f(k) \equiv A = -\frac{a}{1 + ika} \quad \text{quand} \quad a = \frac{gm_r}{2\pi\hbar^2} = \frac{gM}{4\pi\hbar^2}$$

On en déduit ainsi l'amplitude de diffusion $f(k)$ pour k quelconque, et son lien avec la longueur de diffusion a .

Comme il n'y a pas d'autres ondes partielles qui interviennent, l'état de diffusion est complètement déterminé par

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \frac{a}{1 + ika} \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.23)$$

La longueur de diffusion est donc directement proportionnelle à l'amplitude g du pseudo-potentiel. L'approximation de Born (2.6) conduit au même résultat. Cette propriété remarquable simplifie le traitement du problème à N corps pour les gaz d'atomes ultrafroids, lorsque l'interaction entre atomes est modélisée par le pseudo-potentiel.

La section efficace totale pour des bosons polarisés se déduit facilement à partir des résultats précédents :

$$\sigma(k) = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2}$$

Dans les deux cas limites k petit et k grand, les expressions asymptotiques sont :

$$\begin{cases} ka \ll 1 & \sigma(k) \simeq 8\pi a^2 \\ ka \gg 1 & \sigma(k) \simeq 8\pi/k^2 \end{cases}$$

La première ligne traduit le résultat attendu pour les énergies très faibles (2.13) alors que la deuxième ligne correspond à des énergies plus élevées ; la section efficace atteint, dans ce cas, la limite maximale autorisée pour les ondes s (2.11) : c'est ce qu'on appelle *la limite unitaire*.

2.5 Potentiel de Van der Waals

Jusqu'à maintenant, nous n'avons considéré que des potentiels modèles qui sont loin de rendre compte de l'interaction entre deux atomes neutres. Nous nous intéressons dans cette partie au cas plus réaliste d'un potentiel qui décroît à l'infini en r^{-6} , correspondant à un potentiel de Van der Waals. Nous suivons ici le traitement de Gribakin et Flambaum [36] qui ont considéré le potentiel tronqué suivant (voir figure 2.6.a) :

$$\begin{cases} V(r) = +\infty & \text{si } r < r_c \\ V(r) = -C_6/r^6 & \text{si } r \geq r_c \end{cases}$$

Naturellement, ce potentiel ne décrit pas correctement l'interaction à courte portée entre deux atomes, mais comme nous le montrons dans la suite, les principales propriétés de diffusion à basse énergie sont bien reproduites.

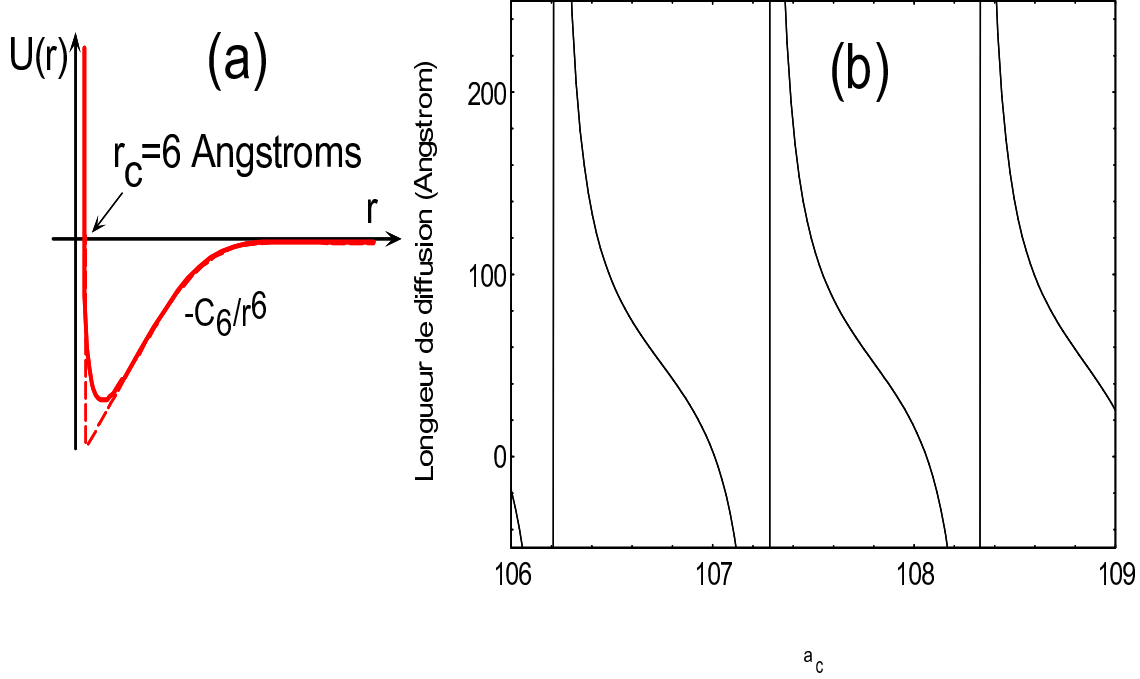


FIG. 2.6 – (a) Potentiel de Van der Waals (trait plein), potentiel tronqué considéré (pointillé) (b) variation de la longueur de diffusion a en fonction de la longueur caractéristique a_c (exprimée en $\text{\AA}$).

2.5.1 Longueur caractéristique, domaine d'énergie pour les ondes s

L'équation de Schrödinger pour la diffusion en onde s (2.14) peut être mise sous forme adimensionnée :

$$u'' + \left(\frac{1}{\rho^6} + (ka_c)^2 \right) u = 0 \quad u(\rho_c) = 0 \quad (2.24)$$

Nous avons introduit la longueur caractéristique :

$$a_c = \left(\frac{2m_r C_6}{\hbar^2} \right)^{1/4} \quad (2.25)$$

et nous avons posé :

$$\rho = r/a_c \quad \text{et} \quad \rho_c = r_c/a_c.$$

a_c est l'échelle de longueur naturelle pour la longueur de diffusion.

Considérons, par exemple, le cas des atomes de césium (^{133}Cs) préparés dans l'état doublement polarisé (électron+noyau) $|F = m_4 = 4\rangle$. Si nous négligeons le faible couplage dipolaire magnétique (voir la section « Interactions entre atomes alcalins » de ce chapitre), les atomes n'interagissent qu'à travers le potentiel purement triplet. Le coefficient C_6 vaut $C_6 = 6.5 \cdot 10^{-76} \text{J.m}^{-6}$ [37, 38], et le minimum du potentiel triplet, au voisinage duquel nous avons placé la position r_c du cœur dur, est à une distance de l'ordre de 6 Å. Pour cet exemple, la valeur de la longueur caractéristique est assez grande $a_c = 107$ Å, de telle sorte que $\rho_c \ll 1$. Aussi peut-on remplacer la solution de (2.24) pour $k = 0$ (fonction de Bessel) par sa valeur asymptotique [36].

La longueur caractéristique a_c intervient également dans la détermination du domaine d'énergie où la diffusion en onde s intervient. Considérons le potentiel total pour des ondes d (Van der Waals + barrière centrifuge)³ :

$$V_{\text{eff}}(r) = -\frac{C_6}{r^6} + \frac{3\hbar^2}{m_r r^2}$$

On en déduit la hauteur de la barrière liée à la force centrifuge $2\sqrt{2}\hbar^2/(m_r a_c^2)$ pour une distance relative $r = a_c/2^{1/4}$. Si on met en regard l'énergie incidente $\hbar^2 k^2/(2m_r)$, on peut distinguer deux domaines : si $ka_c < 2$, la diffusion est dominée par les ondes s (exception faite de résonances éventuelles avec des niveaux quasi-liés), par contre, pour $ka_c > 2$ les ondes partielles de moment angulaire plus élevé doivent être prises en compte. En terme de température, les ondes s suffisent à la description des collisions élastiques entre atomes de Cs polarisés pour $E/k_B < 180 \mu\text{K}$.

2.5.2 Longueur de diffusion

Pour extraire la longueur de diffusion, il faut chercher la solution de (2.24) pour $k = 0$ qui varie asymptotiquement comme $(r - a)$. Cette procédure est décrite en détail pour le potentiel de Van der Waals tronqué dans [36], et nous donnons simplement le résultat :

$$a \simeq \tilde{a}_c (1 - \tan \Phi) \quad (2.26)$$

où $\tilde{a}_c$ est directement proportionnel à a_c :

$$\tilde{a}_c = \frac{\Gamma(3/4)}{2\sqrt{2} \Gamma(5/4)} a_c \simeq 0.478 a_c.$$

L'angle Φ dépend de la position du cœur dur :

$$\Phi = \frac{a_c^2}{2r_c^2} - \frac{3\pi}{8}$$

³Les ondes p n'interviennent pas pour des bosons polarisés.

Le résultat (2.26) est valable pour $\Phi \gg 1$, c'est le cas pour les atomes de césium ($\Phi \simeq 140$). Cette condition signifie que le puits de potentiel doit contenir un nombre important d'états liés. Ce nombre est donné par le nombre de divergence de la longueur de diffusion (Théorème de Levinson), soit par Φ/π . Les variations de a avec a_c sont reportées sur la figure 2.6b. a dépend critiqueusement de la valeur de a_c , et par suite de celle de C_6 . En effet, une variation de 1% de a_c conduit à l'apparition d'un nouvel état lié. La dépendance avec la position du cœur dur est également extrêmement critique. Si on utilise une description plus précise du cœur dur avec par exemple un potentiel de Lennards-Jones en C_{12}/r^{12} , on retrouve une figure similaire avec également une grande sensibilité aux valeurs de C_6 et à la position du cœur dur.

Pour les atomes de césium polarisés, la connaissance du potentiel triplet n'est pas suffisamment précise pour pouvoir, à partir de (2.26), déduire la valeur de la longueur de diffusion. Notons que si nous considérons une distribution aléatoire pour la phase Φ (une manière comme une autre de traduire notre ignorance), la probabilité d'avoir une longueur de diffusion positive est de $3/4$ ($n\pi < \Phi < (n + 3/4)\pi$). Ce résultat est à comparer à celui du potentiel carré qui conduirait à penser que la longueur de diffusion est quasiment toujours positive si le puits est profond. C'est la longue portée du potentiel en r^{-6} qui explique cette différence. Par ailleurs, ce modèle donne une échelle de longueur naturelle pour la longueur de diffusion $a : \tilde{a}_c$ (51 Å for Cs). Notons que cette valeur est beaucoup plus grande que la taille de l'atome (au plus de quelques Å).

2.5.3 Section efficace de l'onde s en fonction de l'énergie incidente

Pour la description d'un condensat de Bose-Einstein (CBE), il est habituellement suffisant de connaître la longueur de diffusion associée au potentiel interatomique. En effet, la température de cette transition de phase est tellement basse que le déphasage $\delta_0(k)$ de l'onde s varie en $-ka$ sur toute la plage des vecteurs d'ondes k considérés.

Pour optimiser les séquences d'évaporation qui conduisent à la condensation, il est nécessaire d'avoir plus d'informations sur les interactions atome-atome. Il est, en particulier, indispensable de connaître les variations de la section efficace avec la température (ou k). Dans le paragraphe suivant, nous résumons les caractéristiques importantes que l'on peut déduire à partir du potentiel de Van der Waals tronqué. Nos conclusions restent valables pour un autre traitement du potentiel de cœur dur (potentiel de Lennards-Jones, par exemple), pourvu que la partie à longue portée en r^{-6} soit identique.

Nous ne considérons que les ondes s qui correspondent, en pratique, au domaine d'énergie sur lequel l'évaporation est effectuée. Nous avons représenté sur la figure 2.7 la section efficace $\sigma_0(k)$ pour différentes longueurs de diffusion $a : a/a_c = \pm 0.5, \pm 1.5, \pm 5$. Les différentes valeurs de a sont obtenues par de légères modifications du rayon de

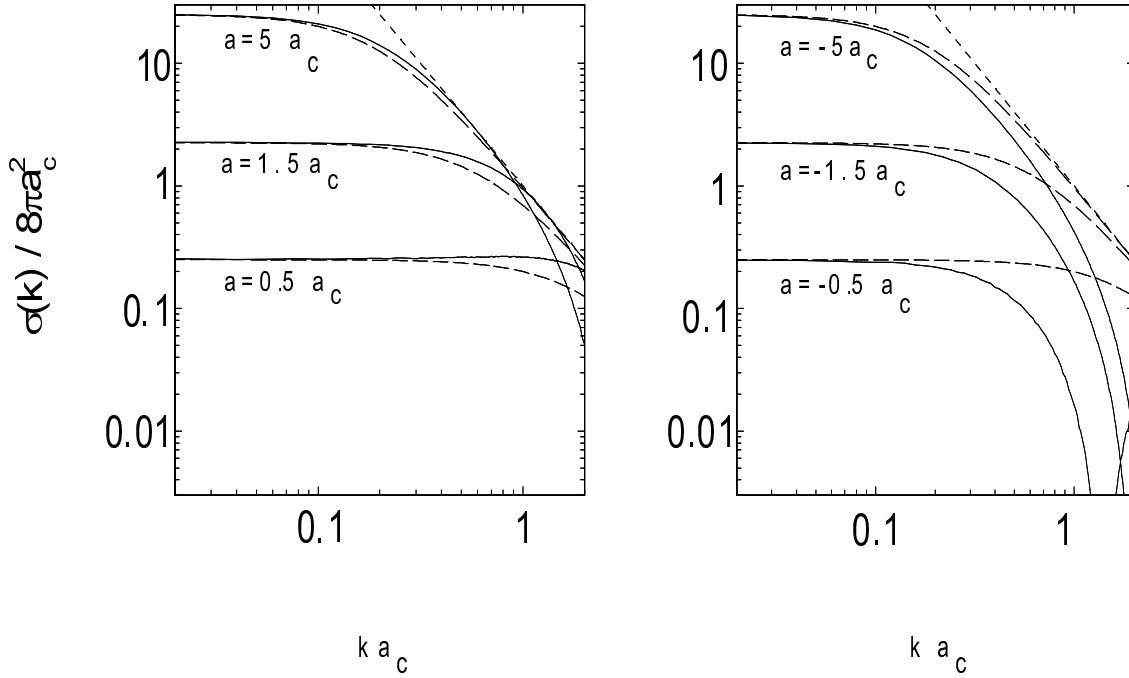


FIG. 2.7 – Variation de la section efficace $\sigma_0(k)$ en onde s pour un potentiel de Van der Waals tronqué avec $\rho_c \approx 0.06$. La valeur exacte de ρ_c est ajustée pour avoir successivement $a/a_c = \pm 0.5, \pm 1.5, \pm 5$. Les valeurs de k sont restreintes au domaine des ondes s $k < 2a_c^{-1}$. La ligne en pointillé correspond à la limite unitaire. Les courbes en traits tiretés correspondent au résultat du pseudo-potential $8\pi a^2/(1 + k^2 a^2)$.

cœur dur ρ_c autour de 0.06, valeur typique pour les atomes de césium. La valeur des déphasages est obtenue par intégration numérique de (2.24).

Soulignons quelques points importants à déduire de la figure 2.7. Comme attendu, la section efficace tend vers $8\pi a^2$ lorsque k tend vers zéro. Pour des valeurs positives de a (graphe de gauche de 2.7), la section efficace est proche de celle déduite du pseudo-potential en $8\pi a^2/(1 + k^2 a^2)$ (courbe en traits tiretés). Le pseudo-potential rend bien compte dans ce cas de la section efficace réelle. Par contre, pour des longueurs de diffusion négatives (graphe de droite de 2.7), le pseudo-potential ne reproduit pas correctement le comportement de la section efficace. On remarque, en particulier, pour $a/a_c = -0.5$ ou -1.5 , qu'il existe une valeur de k en dessous de $2a_c^{-1}$ où la section efficace $\sigma_0(k)$ s'annule. La raison mathématique repose dans la dépendance en k du déphasage $\delta_0(k)$. Rappelons que la section efficace de collision élastique est liée au déphasage $\delta_0(k)$ par la relation : $\sigma_0(k) = (8\pi/k^2) \sin^2 \delta_0(k)$. Pour des k très petits, $\delta(k) \sim -ak$ (modulo π) est positif. Par ailleurs, pour $ka \sim 1$, les variations de $\delta_0(k)$ ne dépendent plus de la valeur précise de a (au moins pour des $|a|$ pas trop grands), et à une bonne approximation $\delta_0(k) \sim -a_c k$, conduisant alors à des valeurs négatives

pour le déphasage. Aussi, pour des longueurs de diffusion négatives, il y a une valeur $k \sim 1/a_c$ où le déphasage est nul. Pour cette valeur, la longueur de diffusion s'annule. Un tel effet est dramatique pour l'évaporation. Une telle situation a été mise en évidence récemment dans le groupe de C. Wieman pour le ^{85}Rb .

2.6 Interactions entre atomes alcalins

$\mu\phi s$ Les gaz atomiques ultrafroids à des densités typiques de l'ordre de 10^{14} atomes par cm^3 , ne peuvent s'étudier sans la prise en compte des collisions inélastiques à deux corps et trois corps. Par exemple, la durée de vie des condensats, et par suite le temps dont dispose l'expérimentateur pour les manipuler, sont limités par ces processus. Nous présentons dans cette dernière partie les différentes interactions à deux corps et à trois corps.

2.6.1 Interactions à deux corps

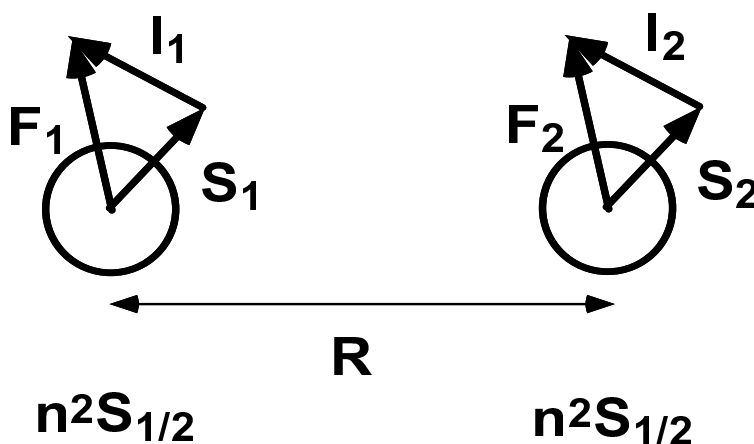


FIG. 2.8 – *Interactions entre atomes alcalins.*

L'hamiltonien

Dans ce paragraphe, on considère la collision entre deux atomes alcalins (1) et (2) (voir figure 2.8) dans leur état fondamental, en présence d'un champ magnétique local (dont la direction est prise ici selon un axe z). En pratique, il y a toujours un champ magnétique bien défini dans les pièges magnétiques étudiés. L'hamiltonien effectif à

deux corps peut se mettre sous la forme [39, 40, 41] :

$$H = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2M} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2M} + \sum_{i=1}^2 (V_i^{hf} + V_i^Z) + V_c + V_d \quad (2.27)$$

On distingue les termes à un corps : les énergies cinétiques de chaque atome, leurs termes hyperfins V^{hf} , et leurs potentiels Zeeman V_i^Z . Soit explicitement,

$$V_i^{hf} = a_{hf} \mathbf{S}_i^e \cdot \mathbf{S}_i^n \quad V_i^Z = (\gamma_e S_{i,z}^e - \gamma_n S_{i,z}^n) B$$

où γ_e et γ_n sont respectivement les moments magnétiques de l'électron et du noyau, et a_{hf} l'écart hyperfin entre les deux niveaux du fondamental.

Les deux termes suivants caractérisent l'interaction entre les deux atomes.

- V_c représente l'interaction d'échange et correspond à la description effective de toutes les interactions coulombiennes entre les électrons et les noyaux. Il dépend seulement du spin électronique total : $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1^e + \mathbf{S}_2^e$. On ne considère en effet pour les alcalins que l'électron périphérique, les autres sont assimilés au cœur dur. Ce spin électronique total ne peut prendre par composition des spins de chaque électron que deux valeurs : 0 ou 1. Dans la base du spin électronique total, on diagonalisera V_c sous la forme d'un terme singlet ($S_z = 0$) et d'un terme triplet ($S_z = 1$) :

$$V_c = V_0(r)P_0 + V_1(r)P_1$$

où P_S est l'opérateur projection dans le sous espace $S_z = S$.

- L'interaction dipolaire V_d doit *a priori* tenir compte de l'interaction dipolaire électron(1)-électron(2), électron(1)-noyau(2), électron(2)-noyau(1), noyau (1)-noyau (2). Le terme dominant est bien sûr le premier :

$$V_d^{(e)} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (\boldsymbol{\mu}_{e1} \cdot \boldsymbol{\mu}_{e2} - 3(\boldsymbol{\mu}_{e1} \cdot \hat{\mathbf{r}})(\boldsymbol{\mu}_{e2} \cdot \hat{\mathbf{r}}))$$

le second est plus petit d'un facteur γ_n/γ_e , et le dernier d'un facteur $(\gamma_n/\gamma_e)^2$. En pratique, les autres termes de (2.27) sont les plus importants, V_d intervient comme une correction. L'ordre de grandeur de la portée de l'interaction d'échange est d'une dizaine de a_0 , alors que la correction due au potentiel dipolaire doit être encore prise en compte pour des distances allant jusqu'à 1000 a_0 [40].

Le ^{133}Cs comme le ^{87}Rb sont des bosons, leur fonction d'onde doit donc être symétrique sous l'échange des deux atomes. Ainsi, pour une valeur du moment cinétique orbital l paire (resp. impaire) les voies de sorties d'une diffusion ont une structure de spin symétrique (resp. antisymétrique).

Indépendamment de la nature des interactions interatomiques, la projection du moment angulaire total $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{F}$ selon l'axe z , où $\mathbf{L}$ est le moment orbital angulaire relatif des deux atomes et $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ le spin total, est conservée. En effet, une rotation globale des deux atomes autour de cet axe est une opération de symétrie pour

le problème étudié. Les propriétés de symétrie sur les termes d'interaction renseignent sur les transitions possibles. Ainsi, V_c ne dépend que de la norme de la distance relative r , il s'agit donc d'un potentiel central. Aussi, conserve-t-il les nombres quantiques l et m_l . Par conséquent, les transitions entre M_F différents ne sont pas autorisées par ce potentiel. Les transitions induites par ce potentiel sont qualifiées de *transitions d'échange*.

L'interaction dipolaire est donnée par une somme de produits de tenseurs du deuxième ordre [35, 40]. Il peut donc échanger du moment angulaire de spin et du moment angulaire orbital. Au premier ordre, les transitions dites *dipolaires* qu'il autorise vérifient $0 < |\Delta M_F| \leq 2$ et $|\Delta l| \leq 2$ à l'exception des transitions $l = 0 \longrightarrow l = 0$.

Atomes préparés dans l'état triplet

Considérons deux alcalins identiques dans leur état doublement polarisé, soit pour le ^{133}Cs l'état $|F = m_F = 4\rangle$, et $|F = m_F = 2\rangle$ pour le ^{87}Rb . La somme des m_F étant dans ce cas maximale, l'interaction d'échange ne peut induire de transitions vers des états de plus petit m_F . Un échantillon d'atomes polarisés dans cet état, c'est-à-dire interagissant *via* le potentiel triplet uniquement, doit être relativement stable. En effet, les processus limitants, qui dépolarisent l'échantillon par l'intermédiaire de collisions

$$|F = m_F = 4\rangle + |F = m_F = 4\rangle \longrightarrow |F = m_F = 4\rangle + |F = m_F = 3\rangle$$

par exemple pour le ^{133}Cs , sont régis par l'interaction dipolaire qui est beaucoup plus faible que l'interaction d'échange [40, 41, 42].

Atomes piégés sur le niveau hyperfin inférieur

Les atomes alcalins peuvent également être piégés magnétiquement dans l'état de plus haute énergie du niveau hyperfin fondamental le plus bas, soit pour le ^{133}Cs l'état $|F = -m_F = 3\rangle$, et $|F = -m_F = 1\rangle$ pour le ^{87}Rb (voir figure 1.3 du chapitre 1). Les signes $-$ proviennent de la valeur négative du facteur de Landé pour ces niveaux. Les transitions induites par l'interaction d'échange s'annulent dès que l'énergie des atomes est plus petite que l'énergie de séparation hyperfine. En effet, pour ces états, la somme des m_F ne peut être conservée qu'en changeant d'état hyperfin :

$$|F = -m_F = 3\rangle + |F = -m_F = 3\rangle \longrightarrow |F = -m_F = 4\rangle + |F = 3, m_F = -2\rangle$$

L'énergie cinétique convertie en énergie interne est alors de l'ordre d'une fraction de Kelvin. Or, les pièges magnétiques utilisés pour les expériences de ce mémoire ont une profondeur qui n'excède pas le mK. Ils ne peuvent donc pas confiner d'atomes ayant une énergie cinétique suffisante pour subir le processus décrit par cette équation. Ainsi, un gaz préparé dans cet état présentera lui aussi une bonne stabilité, car les seules voies de dépolarisation sont dues à l'interaction dipolaire.

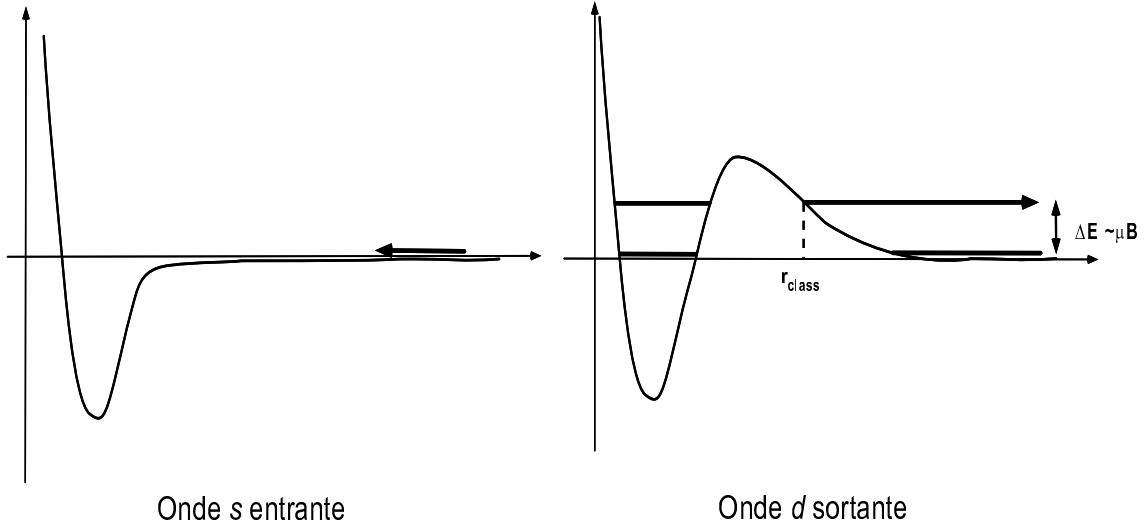


FIG. 2.9 – *Effet de la barrière de potentiel pour les pertes par transition dipolaire.*

Notons de plus que pour les transitions dipolaires, l'onde entrante est une onde s (bosons à basse température). L'onde sortante est donc à l'ordre le plus bas une onde d . En effet, nous considérons des bosons à faible température. Le taux de pertes dipolaires fait intervenir le recouvrement des fonctions d'ondes entrante et sortante :

$$G_d \propto \left| \int \Psi_d(r) V_{\text{dip}}(\mathbf{r}) \Psi_s(r) d^3r \right|^2 \rho(E_f) \quad (2.28)$$

où $\rho(E_f) \propto E_f^{1/2}$ représente la densité d'états dans l'état final. Pour un état initial d'énergie quasi-nulle, l'énergie E_f dans l'état final est simplement proportionnelle au champ magnétique B , et par suite $\rho(E_f) \propto B^{1/2}$.

L'onde entrante est une onde s , donc

$$\Psi_i(r) \propto j_0(k_i r) \simeq 1 \quad \text{pour} \quad k_i r \ll 1$$

où j_0 est la fonction de Bessel d'ordre 0 et k_i est la norme du vecteur d'onde dans l'état initial. Le potentiel dipolaire varie avec la distance interatomique r suivant :

$$V_{\text{dip}}(r) \propto r^{-3}$$

Par ailleurs, pour une onde d :

$$\Psi_d(r) \propto j_2(k_f r)$$

où j_2 est la fonction de Bessel d'ordre 2 et k_f est la norme du vecteur d'onde dans l'état final : $k_f \propto \sqrt{E_f} \propto B^{1/2}$. Finalement, 2.28 se réécrit sous la forme :

$$G_d \propto \left| \int j_2(k_f r) \frac{1}{r^3} r^2 dr \right|^2 \rho(E_f) \quad (2.29)$$

Ainsi pour un état initial d'énergie quasi-nulle, l'élément de matrice de (2.29) est indépendant⁴ de k_f . Ce résultat s'obtient immédiatement en effectuant le changement de variable $x \equiv k_f r$ dans l'élément de matrice. Dans ce cas, la variation du taux de dépolarisation avec le champ magnétique est simplement contenue dans la densité d'état, soit [43] :

$$G_d \propto B^{1/2} \quad (2.30)$$

Par conséquent, plus le champ magnétique est petit, plus les pertes dipolaires sont réduites. Aussi, la stabilité d'un gaz préparé dans l'état de plus haute énergie du niveau hyperfin fondamental le plus bas, doit être très bonne pour des champs magnétiques faibles. L'ordre de grandeur typique des taux de pertes dipolaires est de 10^{-14} à 10^{-15} cm^3s^{-1} .

Par ailleurs, la section efficace de collision élastique dans cet état peut être modifiée par un champ magnétique. On parle de résonances *de Feshbach* [44, 40, 41, 45, 46, 47]. Elles sont liées à l'existence d'un état discret moléculaire quasi-lié. Plus précisément, la résonance prend place grâce au couplage entre cet état et le continuum des états de diffusion. Les énergies relatives entre ces états quasi-liés et libres peuvent être modifiées par application d'un champ magnétique. Les largeurs typiques Δ de ces résonances sont de quelques Gauss, et la longueur de diffusion a dans leur voisinage une forme dispersive :

$$a = \tilde{a} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right)$$

Les états quasi-liés de Feshbach correspondent au passage intermédiaire d'au moins l'un des deux atomes dans le niveau hyperfin supérieur dont l'effet Zeeman est de sens opposé. Ils ne peuvent par conséquent pas exister pour des atomes interagissant *via* le potentiel triplet uniquement. Ces résonances contribuent à augmenter les taux de relaxation dipolaire [41].

Validité

Les ordres de grandeur des différents termes peuvent être remis en cause si la longueur de diffusion du potentiel triplet s'annule accidentellement, ou si le potentiel triplet possède un état lié à énergie nulle. Dans ce dernier cas, les probabilités d'occupation à faible distance lors d'une collision élastique augmentent fortement, et accroissent par là-même la probabilité d'effectuer une collision inélastique.

Par ailleurs, un terme spin-spin intervenant au deuxième ordre du couplage spin-orbite électronique n'a pas été pris en compte. Il est *a priori* d'autant plus important que l'atome a plus d'électrons. Il joue donc un rôle plus important pour le ^{133}Cs que pour le ^{87}Rb et contribue à augmenter le taux de pertes « dipolaires » [48].

⁴dans le cas d'un potentiel à courte portée, l'élément de matrice a une dépendance en champ magnétique. On montre au chapitre 5 que dans ce cas $G_d \propto B^{5/2}$

2.6.2 Processus à trois corps

La durée de vie des états à haute densité atomique (10^{13} à 10^{15} atomes par cm^3) est également limitée par les pertes à trois corps, c'est-à-dire par la formation de molécules [49, 50, 51]. A la différence de l'atome d'hydrogène dont le potentiel triplet n'a pas d'états liés, les atomes alcalins métalliques peuvent par des processus à trois corps, former des molécules dans un état lié du potentiel triplet. Le taux de recombinaison est, par suite, augmenté par plus de dix ordres de grandeurs par rapport au cas de l'hydrogène atomique polarisé. Dans ces mécanismes, deux atomes alcalins forment un dimère alors qu'un troisième atome assure la conservation de l'énergie en prenant le surplus d'énergie et d'impulsion libérés par la formation de la molécule (voir figure 2.10).

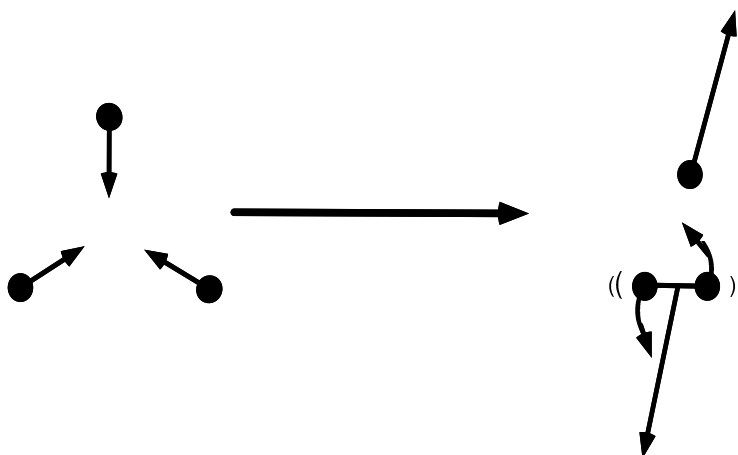


FIG. 2.10 – Représentation schématique d'une collision à trois corps.

L'article [50] propose une évaluation de ce taux. Il aborde le cas d'atomes alcalins doublement polarisés (électron+noyau), et qui, par conséquent, n'interagissent que *via* le potentiel triplet. Les calculs menés dans cet article sont simplifiés par l'utilisation de l'approximation de Jastrow. Cette approximation consiste à chercher une solution particulière de l'état de diffusion à trois particules sous la forme d'un produit de trois fonctions d'ondes à deux particules. Il ressort que le taux de recombinaison K est dominé par les contributions à longue portée ($r > 30 a_0$) du potentiel triplet. Cette propriété suggère que K puisse s'exprimer simplement comme une fonction de la longueur de diffusion triplet : a_T . Ce taux varie effectivement *grosso modo* comme a_T^2 .

Une justification approximative peut être fournie en considérant le processus inverse :

$$\Psi_{\text{at1}} + \Psi_{\text{dim}} \longrightarrow \Psi'_{\text{at1}} + \Psi'_{\text{at1}} + \Psi'_{\text{at1}}$$

On imagine alors que l'on casse un dimère grâce à un troisième atome. L'amplitude de transition d'un tel processus n'est autre que le complexe conjugué de la formation

du dimère par le processus à trois corps. Dans l'image de l'approximation d'impulsion [34, 50], les états du dimère peuvent être considérés (*via* une analyse de Fourier) comme la superposition d'états propres d'impulsion relative bien définie :

$$\Psi_{\text{dim}} \propto \int d^3p c(\mathbf{p}) |2 : \mathbf{p}, 3 : -\mathbf{p}\rangle$$

L'atome « incident » est affecté par chacun de ces états séparément, et entre en collision avec l'un des deux atomes du dimère seulement. L'amplitude de transition A vers un état à trois atomes libres est donc le produit de l'amplitude de probabilité associé à un état d'impulsion bien définie (*i.e.* $c(\mathbf{p})$), par une amplitude de diffusion d'un processus à deux corps proportionnelle à la longueur de diffusion a_T :

$$A \propto c(\mathbf{p}) a_T$$

Le taux K est donc proportionnel à a_T^2 :

$$K \propto |A|^2 \propto a_T^2$$

Un calcul s'affranchissant de l'approximation de Jastrow a été plus récemment effectué [51]. Les auteurs considèrent le cas d'une recombinaison conduisant à un seul état faiblement lié, en supposant que la longueur de diffusion a est positive et grande devant la portée des interactions. La longueur de diffusion est alors reliée à l'énergie de liaison ϵ_0 par : $a = \hbar / \sqrt{m|\epsilon_0|}$, et la taille du dimère est elle-même de l'ordre de a . L'article établit une formule analytique pour le taux de pertes à trois corps :

$$K = 3.9 \hbar a^4 / m \quad (2.31)$$

Cette puissance quatrième peut être justifiée qualitativement. Le vecteur d'onde de la troisième particule dans l'état final k_f est :

$$k_f \sim 1/a$$

La recombinaison des deux autres atomes dans un état faiblement lié a lieu lorsque ce troisième atome est dans une sphère de rayon $\sim a$. La probabilité pour qu'il soit dans cette zone est $w \sim na^3$, où n est la densité atomique. Le taux de recombinaison par unité de temps et par unité de volume α peut être estimé par $\alpha \sim n^2 \sigma v (na^3)$ où $\sigma = 8\pi a^2$ est la section efficace de collision. La vitesse incidente est dimensionnellement de l'ordre de $\sim \hbar k_f / m$. En regroupant, on retrouve la variation en puissance quatrième de la longueur de diffusion.

Notons que l'article [50] ne donne des résultats que pour des atomes interagissant par le potentiel triplet, alors que l'article [51] conduit à un résultat qui est indépendant de l'état considéré. Néanmoins, il fait une hypothèse forte sur le produit de la collision ternaire, à savoir la formation d'un dimère faiblement lié.

2.6.3 Effet de la statistique

L'indiscernabilité des atomes dans un condensat [52] contribue à réduire ces pertes à trois corps, par rapport au gaz thermique de même densité, par un facteur $3!$. On peut se convaincre facilement de ce résultat. Soit $|\phi_f\rangle$ l'état final d'une collision à trois corps, et $|\phi_i\rangle$ l'état initial à trois atomes. Pour les atomes d'un condensat, la fonction d'onde est la même pour les trois atomes :

$$|\phi_i^c\rangle = |1 : \phi; 2 : \phi; 3 : \phi\rangle$$

L'élément de matrice qui intervient dans l'expression du taux de pertes à trois corps est du type :

$$\langle \phi_f | V | \phi_i^c \rangle = \langle \phi_f | V | 1 : \phi; 2 : \phi; 3 : \phi \rangle \quad (2.32)$$

Considérons trois atomes bosoniques appartenant à un gaz thermique, dans les états initiaux ϕ_a , ϕ_b et ϕ_c . La fonction d'onde initiale représentant ces trois atomes doit être symétrisée :

$$|\phi_i^{\text{nc}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3!}} (|1 : \phi_a; 2 : \phi_b; 3 : \phi_c\rangle + |1 : \phi_a; 2 : \phi_c; 3 : \phi_b\rangle + \dots)$$

Ainsi, pour une valeur identique de l'élément de matrice 2.32, on a donc

$$|\langle \phi_f | V | \phi_i^{\text{nc}} \rangle|^2 = 3! |\langle \phi_f | V | \phi_i^c \rangle|^2$$

Le taux de pertes à trois corps est ainsi pour une même densité réduit par un facteur 6, dans un gaz condensé par rapport à un gaz classique.

Les pertes à deux corps sont de même réduites par un facteur $2!$ dans un condensat par rapport à un gaz thermique. Pour le ^{87}Rb , cette atténuation par un facteur 6 des pertes à trois corps a effectivement été observée [53].

2.6.4 Résultats expérimentaux

Le taux de recombinaison établi expérimentalement pour un gaz thermique d'atomes de ^{87}Rb dans l'état $|5S_{1/2}, F = -m_F = 1\rangle$ est : $K = 4.3(1.8) \times 10^{-29} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$ [53]. L'article [50] prédit un taux dix fois plus petit mais pas pour le même état atomique, alors que l'article [51] sous-estime la valeur par un facteur 4. Néanmoins les conditions de validité requises pour l'application de la relation (2.31) ne semblent pas être remplies ... Le tableau (D.1) résume les comparaisons entre les taux mesurés et les taux calculés, pour différents alcalins

2.6.5 Limite d'énergie nulle des sections efficaces

Une section efficace σ est toujours de la forme [32] :

$$\sigma \propto \frac{|\langle \dots \rangle|^2 \rho(E)}{\varphi_i}$$

où $|\langle \dots \rangle|^2$ désigne l'élément de matrice entre l'état initial et l'état final du potentiel diffusant, $\rho(E)$ est la densité d'états finale, et φ_i est le flux incident.

Pour une collision élastique la densité finale qui intervient est celle de l'atome libre, elle est donc proportionnelle à la racine carrée de l'énergie, et par suite à la vitesse relative de l'atome v_r . Le flux incident est également proportionnel à la vitesse relative v_r . De telle sorte qu'à la limite d'énergie nulle où l'élément de matrice $|\langle \dots \rangle|$ peut être considéré comme constant, la section efficace de collision élastique σ_{el} tend vers une constante :

$$\sigma_{\text{el}} \propto \frac{v_r}{v_r} = \text{constante}$$

Pour la section efficace de collision inélastique, la densité d'états finale est modifiée à cause de la libération d'une quantité d'énergie ΔE lors de la collision. Dans la limite d'énergie nulle de la particule incidente, $\rho(E)$ tend vers une constante $\rho(\Delta E)$ quand v_r tend vers zéro. La section de collision inélastique σ_{inel} varie alors avec la vitesse relative de la manière suivante :

$$\sigma_{\text{inel}} \propto \frac{1}{v_r} \quad (2.33)$$

2.7 Conclusion

Nous avons exposé dans ce chapitre les bases de la théorie de la diffusion élastique en mécanique quantique. Nous avons notamment introduit le concept de longueur de diffusion, puis son application sur différents potentiels plus ou moins réalistes. La pertinence de l'approche de la diffusion par le pseudo-potentiel a ensuite été discutée. En effet, pour un gaz dilué ($n|a|^3 \ll 1$ où n est la densité spatiale), et froid (domaine de validité de (2.13)), la description quantique des interactions au sein du gaz ne dépend que de la longueur de diffusion et pas du détail du potentiel interatomique. En d'autres termes, deux potentiels interatomiques correspondant à la même longueur de diffusion, conduisent aux mêmes propriétés pour l'état condensé.

TAB. 2.1 – *Ce tableau compare les mesures et les prédictions théoriques pour le taux de recombinaison à trois corps d'un gaz d'atomes froids non condensés, pour différents alcalins.*

atome	Mesure expérimentale	Fedichev <i>et al.</i> [51]	Moerdijk <i>et al.</i> [50]
^{87}Rb ($F = 1, m_F = -1$)	$4.3 \times 10^{-29} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$	$1.1 \times 10^{-30} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$	
^{87}Rb ($F = 2, m_F = 2$)		$1.1 \times 10^{-30} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$	$4.0 \times 10^{-30} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$
^{23}Na ($F = 1, m_F = -1$)	$6.6 \times 10^{-30} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$	$3.9 \times 10^{-31} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$	
^{23}Na ($F = 2, m_F = 2$)		$3.9 \times 10^{-31} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$	$2. \times 10^{-28} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$
^7Li ($F = 2, m_F = 2$)		$7.7 \times 10^{-32} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$	$2.6 \times 10^{-28} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$

Nous nous sommes enfin tournés vers les processus inélastiques, responsables par exemple de la durée de vie finie des condensats. Après avoir présenté l'hamiltonien d'interaction entre deux atomes alcalins, nous avons tiré des conclusions qualitatives sur la stabilité relative des gaz d'atomes froids. Ce résumé des pertes à deux corps a été enfin prolongé par une discussion des processus de pertes à trois corps conduisant à la formation d'un dimère alcalin.

Chapitre 3

Mesure de section efficace du $\text{Cs}(F = m_F = 4)$

3.1 Introduction

Pour mener à bien le refroidissement évaporatif, il est important de connaître la longueur de diffusion a de l'espèce atomique étudiée. En effet, si cette dernière est très petite, il faut une grande densité atomique initiale pour avoir un taux de collision raisonnable en début d'expérience. De plus, une fois le condensat réalisé, ses propriétés d'équilibre et sa dynamique peuvent être décrites précisément par cette seule quantité a . Enfin, le signe de la longueur de diffusion renseigne sur la faisabilité du condensat. Par exemple, si a est négatif, l'état condensé peut être instable, ou ne comprendre qu'un nombre fini d'atomes [10, 11, 54, 55, 56].

Au cours de ces dernières années, plusieurs méthodes se sont développées pour extraire des informations sur les collisions entre atomes froids. La méthode la plus directe consiste à effectuer des mesures de section efficace de collision élastique sur des gaz d'atomes froids piégés [57, 58, 59, 60]. Néanmoins, ces méthodes ne donnent pas accès au signe de a . L'étude des déplacements de fréquence des horloges atomiques pour différentes densités atomiques [61, 62, 63] permet au contraire de remonter au signe de la longueur de diffusion. Une autre méthode consiste à exploiter les caractéristiques des potentiels triplet et singulet, pour en déduire les états liés, et par suite les longueurs de diffusion [64, 65, 66]. Cette méthode suppose une bonne connaissance des potentiels interatomiques, ce qui n'est pas le cas pour les alcalins lourds. Enfin, une méthode plus récente utilise la photoassociation [67, 68, 69, 70, 71, 72]. On mesure, dans ce cas, directement les oscillations spatiales de la fonction d'onde de deux atomes en collision pour des énergies faibles et positives.

Lorsque nous avons commencé nos études sur le ^{133}Cs , le potentiel triplet n'était pas connu avec suffisamment de précision pour pouvoir conduire à une détermination de la longueur de diffusion. Nos premières expériences visaient donc à déterminer la

section efficace de collision élastique, pour des atomes de Cs dans leur état doublement polarisé $|F = m = 4\rangle$, interagissant donc *via* le potentiel triplet uniquement.

3.2 Préliminaire

Les expériences relatées dans ce chapitre étudient le retour à l'équilibre d'un gaz d'atomes froids initialement préparé dans un état hors d'équilibre. En effet, le temps caractéristique de retour à l'équilibre dépend du temps de collision, qui est lui-même proportionnel à la section efficace recherchée. Les atomes sont confinés magnétiquement dans un piège quasi-harmonique, on souhaite donc modifier leur distribution pour créer une telle situation hors d'équilibre. Il est important de noter que toutes les déviations par rapport à l'équilibre thermique ne conduisent pas à une relaxation. Donnons deux exemples pour illustrer ce point.

3.2.1 Mouvement du centre de masse

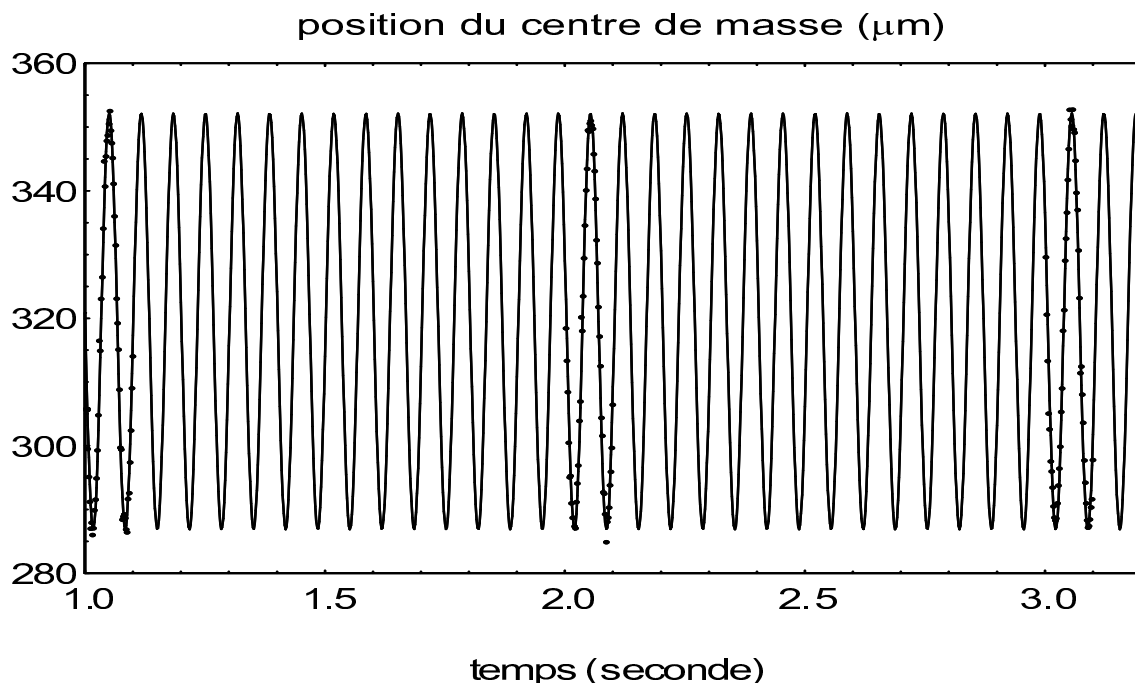


FIG. 3.1 – Oscillations du centre de masse non-amorties. Les points expérimentaux sont représentés par $\bullet$, un ajustement par une fonction sinusoïdale (trait plein) permet de déterminer précisément la fréquence selon cet axe : $\nu = 14.96$ Hz.

Considérons un nuage d'atomes piégés dans un potentiel harmonique. Une première méthode à laquelle on peut penser, consiste à déplacer le centre de masse des atomes

par rapport au centre du piège. On pourrait alors naïvement s'attendre à ce que le mouvement du centre de masse effectue sous l'effet des collisions élastiques au sein du gaz, des oscillations amorties vers le centre du piège. Il n'en est rien ! Justifions ce comportement dans le cas d'un potentiel isotrope de fréquence $\omega/(2\pi)$. L'hamiltonien du système est alors :

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2M} + \frac{1}{2} M \omega^2 r_i^2 \right) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j).$$

On peut aisément vérifier que l'évolution de la position du centre de masse $\mathbf{R}$ et sa quantité de mouvement $\mathbf{P}$ vérifient :

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{P}/M_T \quad \dot{\mathbf{P}} = -M_T \omega^2 \mathbf{R}$$

où M_T est la masse totale $M_T = NM$. Le centre de masse oscillera donc indéfiniment ! Nous avons réalisé l'expérience correspondante. La figure 3.1 reproduit les oscillations du centre de masse selon l'axe vertical. Le nuage comporte $2 \cdot 10^6$ atomes à une densité de $3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ pour une température de 240 nK. Sur 3 secondes, on n'observe pas la moindre indication d'amortissement, alors que sur la même durée chaque atome a déjà subi plus de dix collisions. Un ajustement par une fonction sinusoïdale (trait plein) permet de déterminer précisément la fréquence selon cet axe : $\nu = 14.96 \text{ Hz}$.

3.2.2 Oscillation monopolaire

Un autre résultat encore moins intuitif apparaît avec les potentiels harmoniques isotropes. Considérons un tel potentiel, et portons le gaz dans un état hors d'équilibre. On s'attend naturellement à observer une relaxation du nuage. En fait, la composante monopolaire, encore appelé « mode de respiration », de l'état hors d'équilibre ne peut s'amortir ! [73, 74]. Ce résultat se montre simplement à partir de l'équation de Boltzmann :

$$(\partial_t + \dot{\mathbf{r}} \partial_{\mathbf{r}} + \dot{\mathbf{p}} \partial_{\mathbf{p}}) f = I_{coll}(f) \quad (3.1)$$

La conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique lors d'une collision élastique ponctuelle implique que la densité suivante¹ :

$$f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{\pi^3} \frac{1}{(\alpha(t)\beta(t) - \gamma^2(t)/4)^{3/2}} \exp(-\alpha(t)r^2 - \beta(t)p^2 - \gamma(t)\mathbf{r} \cdot \mathbf{p})$$

est solution de l'intégrale de collision : $I_{coll}(f_0) = 0$. Dans la relation précédente, α , β , et γ sont des fonctions du temps. Notons $N_o(t)$ le facteur de normalisation de f_0 : $f_0 \equiv N_o(t) \exp(\dots)$. Si on reporte cette solution dans (3.1), il vient :

$$\frac{\dot{N}_o}{N_o} + r^2(\gamma - \dot{\alpha}) + p^2(-\dot{\beta} - \gamma) + \mathbf{r} \cdot \mathbf{p}(-\dot{\gamma} + 2(\beta - \alpha)) = 0 \quad (3.2)$$

¹ $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$ sont pris adimensionnés pour alléger les notations.

La méthode la plus simple, pour trouver une solution particulière, consiste à annuler les préfacteurs de r^2 , p^2 et $\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}$. On en déduit alors la relation $\ddot{\gamma} + 4\gamma = 0$. Le coefficient γ oscille alors à deux fois la période d'oscillation du mouvement libre harmonique. On vérifie ensuite facilement que cette solution particulière est telle que $\dot{N} = 0$, et constitue donc une solution de (3.2). Le facteur de normalisation est constant, alors que les facteurs α , β , γ oscillent à deux fois la fréquence de l'oscillateur. Le rayon du nuage atomique oscille donc à deux fois la fréquence du piège harmonique. Ainsi, le mode monopolaire n'est jamais amorti ! L'isotropie joue un rôle clé dans cet effet. Si on la brise, il n'y a plus d'autres modes non-amortis en dehors de l'oscillation du centre de masse décrite précédemment.

3.2.3 Conclusion

Ces deux contre exemples ne doivent pas cacher que l'essentiel des situations hors d'équilibre conduit à une relaxation liée à la dynamique collisionnelle. Par exemple, un nuage, dont l'état initial est constitué de deux températures différentes selon deux axes différents, relaxe simplement vers un état d'équilibre où la température est la même sur tous les axes. C'est une telle situation que nous avons étudié expérimentalement.

3.3 Expérience

Nous décrivons dans le paragraphe suivant la préparation expérimentale d'un nuage d'atomes froids dans des pièges harmoniques. Nous aborderons ensuite la réalisation expérimentale de situations hors d'équilibre.

3.3.1 Le piège magnétique

Le piège utilisé pour cette étude est un piège magnétique de type T.O.P. Ce piège est constitué d'un champ quadrupolaire créé par une paire de bobines placées en anti-Helmholtz, auquel est superposé un champ magnétique tournant B_0 (voir Chapitre 1). Expérimentalement, le gradient selon les deux axes faibles est $b' = 125$ Gauss/cm. Un tel gradient est obtenu grâce à des bobines de 220 tours chacune, parcourues en série par un courant de 50 Ampères. Dans ce type de piège trois fréquences interviennent : $\omega_{\text{osc}}/(2\pi)$ fréquence d'oscillation des atomes, $\omega_0/(2\pi)$ fréquence de rotation du champ tournant, et $\omega_L/(2\pi)$ la fréquence de Larmor. Les trois pulsations doivent vérifier les inégalités suivantes :

$$\omega_{\text{osc}} \ll \omega_0 \ll \omega_L \quad (3.3)$$

Grâce à la première inégalité de 3.3, les atomes ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne du potentiel. Pour les expériences présentées ci-après, $B_0 = 15$ Gauss, $\omega_0/(2\pi) = 5$ kHz et les fréquences d'oscillations sont $\nu_x = \nu_y = 24$ Hz et $\nu_z = \sqrt{8}\nu_x = 66$

Hz (voir plus loin). La deuxième inégalité de (3.3) permet d'assurer que le spin suit adiabatiquement les variations de champ magnétique. La fréquence de Larmor est en pratique de plusieurs MHz, et ce second critère est largement vérifié. Ce potentiel est donc celui d'un quadropôle dont le centre tourne transversalement sur un cercle de rayon $R_0 = B_0/b' = 1.2$ mm. Pour $x, y, z \ll R_0$, le potentiel engendré est alors de la forme :

$$U(x, y, z) = \mu \langle |B| \rangle_{\omega_0} \simeq \mu B_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + 8z^2) \quad \text{avec} \quad \omega^2 = \frac{\mu b'^2}{2mB_0} \quad (3.4)$$

où μ est le magnéton de Bohr². Lorsque les atomes traversent le cercle de rayon R_0 , correspondant à un zéro de champ magnétique, ils sont généralement dépolarisés par transition de Majorana. Ils sont alors perdus. Le potentiel vu par les atomes est donc un potentiel quasi-harmonique, tronqué dans le plan (xy) à la distance R_0 du centre. La configuration réalisée est celle d'un oscillateur harmonique anisotrope à trois dimensions, dont les fréquences sont (24 Hz, 24 Hz, 66 Hz). On peut évaluer la profondeur d'un tel piège (du centre au rayon R_0) à 260 μ K. Pour le charger, il est donc nécessaire d'avoir une source d'atomes froids à des températures inférieures à cette profondeur.

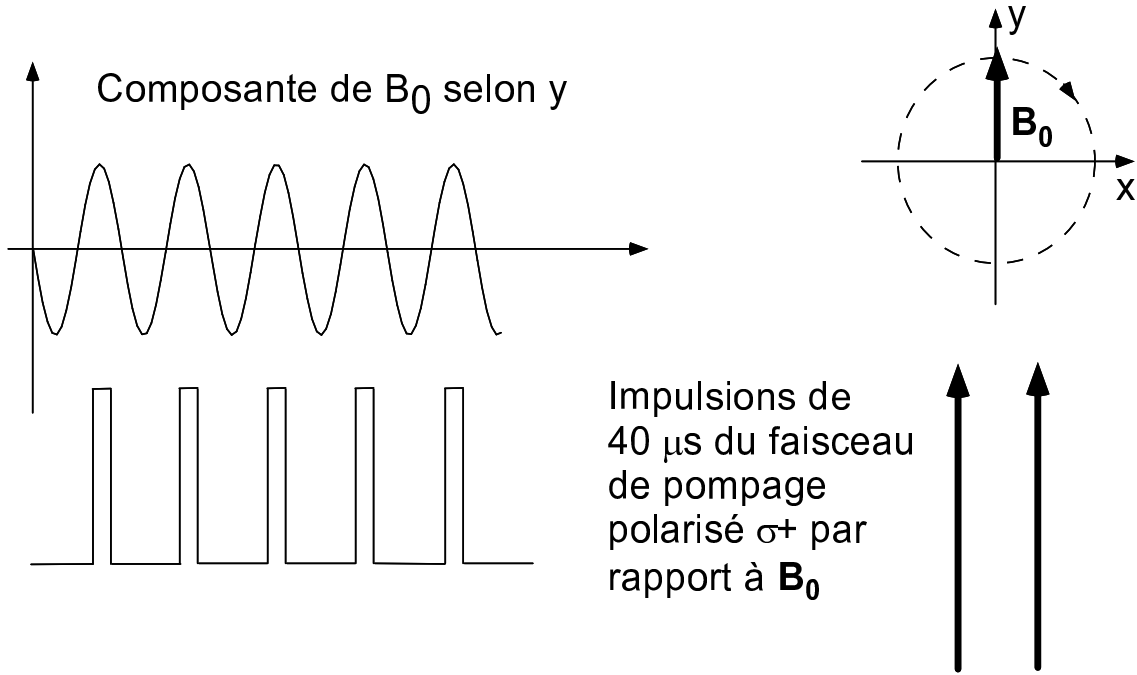


FIG. 3.2 – Synchronisation des impulsions de pompage optique avec le champ tournant.

²Le moment magnétique est égal au magnéton de Bohr μ_B , car les atomes sont piégés dans leur état doublement polarisé (électron + noyau) $|F = m_F = 4\rangle$.

3.3.2 Chargement du piège magnétique

Le piège magnétique est, en pratique, rempli à partir d'un piège magnéto-optique (voir Chapitre 1, [75]). Après son chargement, le piège magnéto-optique est comprimé de sa valeur de capture 10 Gauss/cm à 60 Gauss/cm. Cette compression a pour effet d'augmenter la densité atomique à une valeur de 2×10^{11} atomes par cm^3 pour un nombre d'atomes de l'ordre de 3×10^7 . L'intérêt de cette étape est de former un nuage compact de petites dimensions. Lors du transfert de ces atomes dans le piège magnétique, le gain en énergie potentielle, et par suite le chauffage, sont ainsi minimisés. Malheureusement, cette compression augmente la température des atomes. Grâce à une phase de mélasse optique, on peut *a priori* réduire cette température. En fait, les constantes de temps de branchement et de coupure des champs magnétiques (de l'ordre de plusieurs dizaines de millisecondes dans ce premier montage) ont rendu impossible la réalisation d'une séquence comprenant une compression du piège magnéto-optique, suivie d'une phase de mélasse optique. Les chargements ont donc été réalisés sans phase de mélasse.

Après la phase de compression du piège magnéto-optique, on applique le champ tournant $B_0 = 15$ Gauss avec un champ quadrupolaire de gradient transverse $b' = 60$ Gauss/cm. Les atomes sont polarisés grâce à 5 impulsions lasers de $40 \mu\text{s}$ séparées de $200 \mu\text{s}$, de telle sorte que le faisceau polarisant soit colinéaire à la direction locale du champ magnétique pendant les impulsions (voir figure 3.2). Le faisceau de pompage est ainsi synchronisé avec la rotation du champ B_0 . Il est polarisé σ^+ par rapport à l'axe défini par le champ magnétique, et est accordé sur la transition $|6S_{1/2}, F_g = 4\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F_e = 4\rangle$. Les atomes effectuent des cycles d'absorption-émission spontanée jusqu'à ce qu'ils atteignent le niveau $|F_g = m_F = 4\rangle$. Pour éviter qu'au cours de ces cycles, les atomes ne tombent du niveau $|6P_{3/2}, F_e = 4\rangle$ vers le niveau $|6S_{1/2}, F_g = 3\rangle$, on allume simultanément le faisceau repompeur résonnant avec la transition $|6S_{1/2}, F_g = 3\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F_e = 4\rangle$. L'efficacité du pompage est de plus de 90%.

Le gradient du champ quadrupolaire n'est pas à sa valeur maximale dans cette phase. En effet, il faut adapter le piège magnétique à la forme du piège magnéto-optique pour ne pas perdre en densité dans l'espace des phases. A la fin de la phase de compression du piège magnéto-optique, le nuage d'atomes est isotrope et a une extension spatiale $\Delta x = 500 \mu\text{m}$, et une dispersion en vitesse de largeur typique $\Delta v = 3 \text{ cm.s}^{-1}$. Ces chiffres correspondent à ceux d'un nuage thermalisé dans un potentiel harmonique isotrope de fréquence $\omega = \Delta v / \Delta x = 2\pi \times 10 \text{ Hz}$. L'adaptation du piège T.O.P. à ces valeurs ne peut pas être parfaite car il ne peut être rendu isotrope comme le montre l'expression du potentiel (3.4). Nous avons choisi un gradient transverse de 60 Gauss/cm, qui conduit aux fréquences (11.5 Hz, 11.5 Hz, 32.5 Hz). Un gradient plus petit aurait pu donner une meilleure adaptation des fréquences, mais le déplacement gravitationnel $\delta z = g / (2\pi\nu_z)^2$ du piège aurait été plus important. Or, du fait du branchement relativement lent du champ magnétique, le nuage une fois piégé a un mouvement oscillatoire d'amplitude de l'ordre δz . Les valeurs choisies constituent donc un compromis visant à avoir un nuage

relativement compact dont le centre oscille peu.

Le rayon du zéro de champ est de 2.5 mm au chargement. Le gradient du piège magnétique est ensuite rampé linéairement en 5 secondes de 60 Gauss/cm à 125 Gauss/cm. Le piège magnétique est ainsi comprimé adiabatiquement (voir annexe A). Cette étape permet d'augmenter le taux de collision par un ordre de grandeur, tout en gardant la même densité dans l'espace des phases. A ce stade, le piège contient 1.5×10^7 atomes, à une densité de $1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, pour une température de 60 μK .

3.3.3 Prise d'images

Les atomes sont détectés par une image d'absorption. Les images sont prises dans le piège magnétique par une irradiation laser de 40 μs polarisée circulairement par rapport à l'axe du champ magnétique instantané. Le faisceau imageur est ainsi synchronisé avec le champ tournant. Ce laser est accordé sur la transition $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F = m_F = 5\rangle$, et son intensité n'excède pas 10% de l'intensité de saturation $I_s = 1.1 \text{ mW/cm}^2$. L'ombre du nuage est imagée sur l'élément CCD d'une caméra comme expliqué dans l'appendice B. On peut alors extraire la densité atomique intégrée selon l'axe de propagation du faisceau imageur : $\int n(x, y, z) dy$. En supposant le piège à symétrie cylindrique autour de l'axe vertical, et en considérant une distribution spatiale gaussienne, on extrait le nombre total d'atomes, la densité atomique et la température. Pour l'interprétation des images, on prend en compte les variations spatiales de l'amplitude du champ magnétique au niveau des atomes, et l'angle entre la polarisation locale des atomes et le faisceau image.

3.3.4 Evaporation et mesures

Pour créer un nuage dans un état hors d'équilibre, on utilise l'évaporation radiofréquence. En effet, les surfaces d'évaporation et les surfaces isoénergies ne coïncident pas. La forme du nuage est liée aux gradients de champs magnétiques. Pour trouver la surface d'évaporation, il faut considérer un atome à une position quelconque du piège, et calculer le maximum du module de champ magnétique en ce point. On obtient alors :

$$|B|_{max} = 2b \sqrt{z^2 + \left(\frac{R_0}{2} + \frac{r}{2} \right)^2} \quad \text{avec} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

La surface d'évaporation est alors reliée à la radiofréquence ν par $|B|_{max}(x, y, z) = h\nu/(4\mu_B)$. La figure 3.3 montre, sur une coupe bidimensionnelle, l'allure de la surface d'évaporation et du nuage d'atomes. L'évaporation prend place sur une couronne dans le plan transverse. Elle contribue donc à créer un nuage d'ellipticité apparente plus petite que l'ellipticité d'équilibre. A l'équilibre, l'ellipticité attendue $\Delta x/\Delta z$, est donnée par la racine carrée du rapport des fréquences d'oscillations : $2\sqrt{2}$.

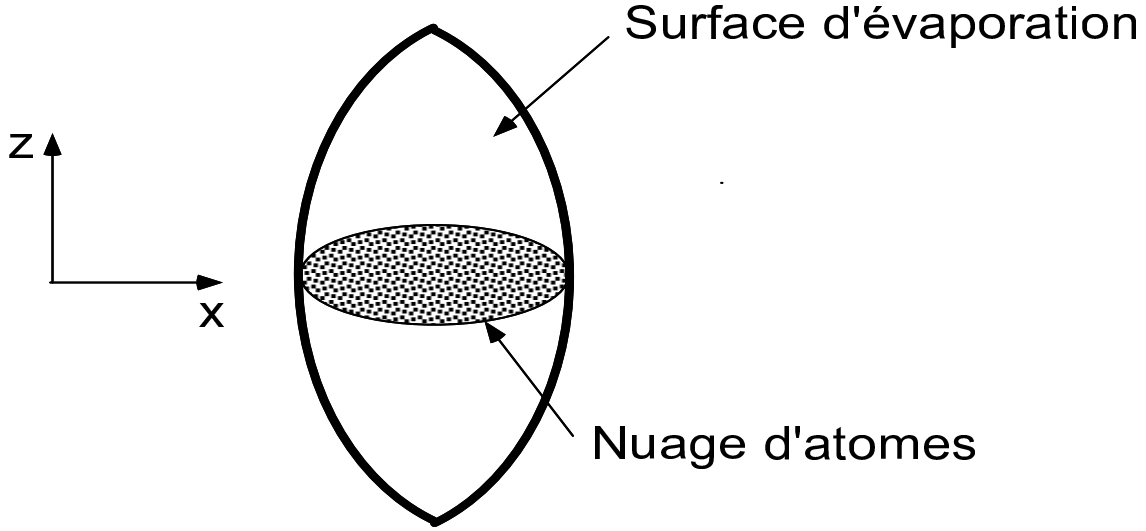


FIG. 3.3 – Coupe de la surface d'évaporation vis-à-vis du nuage d'atomes.

Dans ces expériences, la radio-fréquence est rampée linéairement de 10.5 MHz à une fréquence ν_f ajustable. Cette fréquence finale est ajustée entre 9.5 MHz et 6.125 MHz pour réaliser des nuages dont l'énergie par atome ³ varie entre 53 μ K et 5 μ K. Le rayon d'évaporation correspondant varie de $0.8 R_0$ à $0.17 R_0$. La figure 3.4.b indique l'évolution temporelle de l'ellipticité pour des nuages préparés dans trois situations où l'énergie par atome est différente : 6.7, 24.5, 52 μ K. La relaxation a été suivie sur des temps typiques de 20 à 30 secondes, la durée de vie des atomes dans le piège est de l'ordre de 60 secondes. La figure 3.4.a montre l'évolution de l'énergie par atome au cours de la relaxation, aucune présence de chauffage n'est observée. Il n'y a donc pas de bruits techniques ou de processus inélastiques jouant un rôle significatif. Les densités atomiques moyennes sont de l'ordre de quelques 10^9 cm^{-3} (voir table 3.1). La légère diminution d'énergie observée pour le nuage le plus chaud peut raisonnablement être imputée à l'évaporation naturelle au niveau du cercle de zéro de champ magnétique (au rayon R_0).

La relaxation de l'ellipticité des nuages a été ajustée par une loi exponentielle. Pour des situations très hors d'équilibre, il est impossible de rendre compte de la relaxation par une loi aussi simple. Dans ce cas, on exploite la partie aux temps longs de la courbe pour extraire le temps typique τ_R de relaxation. On remarque sur la figure 3.4.b que l'ellipticité tend systématiquement vers des valeurs plus petites que le 2.8 attendu.

³Il est préférable d'introduire cette notion d'énergie par atome, car la température n'est pas définie proprement. Elle est en effet différente suivant deux axes lorsque le gaz est hors d'équilibre.

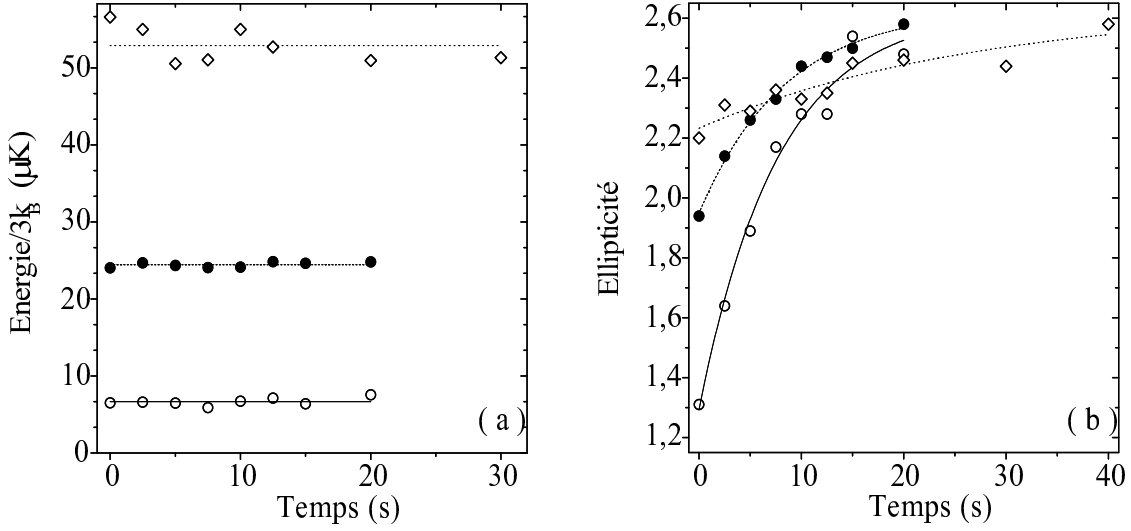


FIG. 3.4 – Evolution temporelle de l'énergie et de l'ellipticité pour trois expériences de relaxation correspondant à une fréquence finale $\circ \nu_f = 6.25$ MHz, $\bullet \nu_f = 7.75$ MHz, $\diamond \nu_f = 9.5$ MHz. Le tableau (3.1) résume les caractéristiques de ces points.

TAB. 3.1 – Pour les trois expériences de la figure 3.4, le tableau suivant résume les différents paramètres.

ν_f (MHz)	$E/3k_B$ (μK)	$\bar{n}$ cm ⁻³	τ_R
6.25	6.7	2.3×10^9	7.7
7.75	24.5	5.5×10^9	8.4
9.5	53	3.5×10^9	27.4

3.3.5 Valeur asymptotique de l'ellipticité

Une explication possible de la différence entre l'ellipticité asymptotique et $2\sqrt{2}$, réside dans les différentes échelles de temps qui interviennent dans le problème : le temps de relaxation τ_R et la durée de vie T_{vie} . Ecrivons l'équation de Boltzmann dans l'hypothèse d'une relaxation exponentielle, et sous la condition simplificatrice d'« ergodicité suffisante » :

$$\partial_t f = -\frac{N}{\tau}(f - f_{\text{eq.}}) - \frac{1}{T_{\text{vie}}}f \quad (3.5)$$

où $f_{\text{eq.}}$ correspond à la densité dans l'espace des phases une fois l'équilibre atteint, et ne dépend donc pas explicitement du temps. Le taux de relaxation N/τ est bien d'autant plus petit que le nombre d'atomes est faible. Par définition, $\tau_R = \tau/N(0)$. Le nombre

d'atomes N est relié à chaque instant à la densité f par

$$N = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3r d^3p = \int f_{\text{eq.}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3r d^3p$$

Son évolution suit d'après (3.5) une décroissance exponentielle

$$N(t) = N_0 e^{-t/T_{\text{vie}}}$$

correspondant à des pertes à un corps, liées expérimentalement aux collisions avec le gaz résiduel. Soit de manière générale une quantité physique $A(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ dont on veut connaître l'évolution temporelle :

$$\langle A \rangle(t) = \int A(\mathbf{r}, \mathbf{p}) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3r d^3p$$

L'évolution de $\langle A \rangle$ est simplement :

$$\frac{d}{dt} \langle A \rangle = -\frac{N}{\tau} (\langle A \rangle - \langle A \rangle_{\text{eq.}}) - \frac{1}{T_{\text{vie}}} \langle A \rangle$$

Introduisons la variable réduite $\tilde{A} = A/N$, et l'écart à l'équilibre pour cette variable $\langle \delta \tilde{A} \rangle = \langle \tilde{A} \rangle - \langle \tilde{A} \rangle_{\text{eq.}}$. Il vient

$$\frac{d}{dt} \langle \delta \tilde{A} \rangle = -\frac{N}{\tau} \langle \delta \tilde{A} \rangle$$

dont la solution est évidente :

$$\langle \delta \tilde{A} \rangle_t = \langle \delta \tilde{A} \rangle_0 \exp \left(-\frac{T_{\text{vie}}}{\tau} (N(0) - N(t)) \right)$$

A la limite des temps longs, $\langle \delta \tilde{A} \rangle_{\infty} = \langle \delta \tilde{A} \rangle_0 \exp(-N_0 T_{\text{vie}}/\tau)$. La compétition entre la relaxation vers l'équilibre et les pertes d'atomes implique que $\langle \delta \tilde{A} \rangle$ ne tend pas vers zéro ! Si la durée de vie est très grande devant le temps de collision initial, on retrouve bien sûr la relaxation vers la valeur d'équilibre thermique. Si on applique ces résultats aux quantités $\langle x^2 \rangle$ et $\langle z^2 \rangle$, l'ellipticité asymptotique est au premier ordre :

$$e_{\infty} = \left(\frac{\langle x^2 \rangle_{\infty}}{\langle z^2 \rangle_{\infty}} \right)^{1/2} = 2\sqrt{2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\langle x \rangle_0}{\langle x \rangle_{\text{eq.}}} - \frac{\langle z \rangle_0}{\langle z \rangle_{\text{eq.}}} \right) e^{-T_{\text{vie}}/\tau_R} + \dots \right] \quad (3.6)$$

De par l'évaporation asymétrique, le rapport sur les dimensions transverses $\langle x \rangle_0 / \langle x \rangle_{\text{eq.}}$, est plus petit que le rapport vertical $\langle z \rangle_0 / \langle z \rangle_{\text{eq.}}$. Quantitativement, la relation (3.6) permet de réviser à la baisse l'ellipticité asymptotique par quelques %. Les valeurs expérimentales de l'ellipticité asymptotique sont néanmoins plus petites, et le raisonnement précédent constitue seulement un élément d'explication.

3.3.6 Comment remonter à la section efficace ?

Il reste à relier le temps de relaxation τ_R à la section efficace de collision. Ce point n'est pas évident. Nous avons eu recours à une simulation numérique pour établir quantitativement ce lien. Le principe de cette simulation est développé dans les paragraphes suivants. On montre numériquement que⁴ [57, 76] :

$$\tau_R \simeq 2.7/\gamma_c \quad (3.7)$$

où γ_c est le taux de collision élastique pour une section efficace constante σ :

$$\gamma_c \equiv \bar{n}\sigma\bar{v} \quad \text{avec} \quad \bar{n} = \frac{\int n^2(\mathbf{r})d^3r}{\int n(\mathbf{r})d^3r} \quad \text{et} \quad \bar{v} = 4\sqrt{\frac{k_B T}{\pi M}} \quad (3.8)$$

Ce facteur signifie qu'il faut 2.7 collisions par atome en moyenne pour diminuer l'écart à l'équilibre par un facteur e . La relation (3.8) permet ainsi de remonter à la section efficace de collision : il suffit d'évaluer $(\bar{n}\tau_R\bar{v})^{-1}$ pour une température. Une confirmation du modèle doit être obtenue par une évaluation identique pour une autre température.

La courbe expérimentale $(\bar{n}\tau_R\bar{v})^{-1}$ en fonction de la température est représentée sur la figure 3.5. Au lieu de donner une constante de valeur $\sigma/2.7$, on observe une forte dépendance de la section efficace σ avec la température. Le facteur 2.7 n'a donc aucun sens, car il a été établi sous l'hypothèse d'une section efficace constante.

Pour expliquer quantitativement l'augmentation de section efficace à basse température, nous avons traité les collisions dans un programme de dynamique moléculaire (décrit ci-après) en imposant la section efficace maximale autorisée pour des bosons identiques en onde s : $\sigma = 8\pi/k^2$. Le résultat est reporté en trait plein sur la figure 3.5. Il est en bon accord avec les points expérimentaux. Notons qu'il n'y a aucun paramètre ajustable dans la simulation ! Le temps de relaxation est, dans ce régime, lié au temps de collision par

$$\tau_R \simeq 10.7/\gamma_c \quad (3.9)$$

Pour cette section efficace, le taux de collision γ_c est reliée à la densité moyenne $\bar{n}$ et à la vitesse relative moyenne $\bar{v}$ par la relation :

$$\gamma_c = 128\bar{n}\hbar^2/\bar{v}M^2 \quad (3.10)$$

Le facteur 10.7 dans (3.9) remplace le facteur 2.7 trouvé pour une section efficace constante. Ceci traduit le fait qu'il faut plus de collisions pour thermaliser le gaz, étant donné que les collisions pour les faibles vitesses relatives sont beaucoup plus probables. Or ces collisions participent peu à la redistribution d'énergie dans le nuage. Les points de la simulation correspondent à une loi du type : $(\bar{n}\tau_R\bar{v})^{-1} \simeq 8.3 \times 10^{-11}/T(\mu\text{K})$.

⁴Ce facteur 2.7 n'a rien d'universel, il dépend d'une part de la géométrie du piège considéré, et d'autre part du régime collisionnel. S'il n'y a presque pas de collisions à l'échelle d'une période d'oscillation du mouvement libre, il doit être révisé à la baisse (~ 2.4). Dans le contraire, soit dans le régime hydrodynamique où il y a beaucoup de collisions pendant une période, il faut le réviser à la hausse (~ 3).

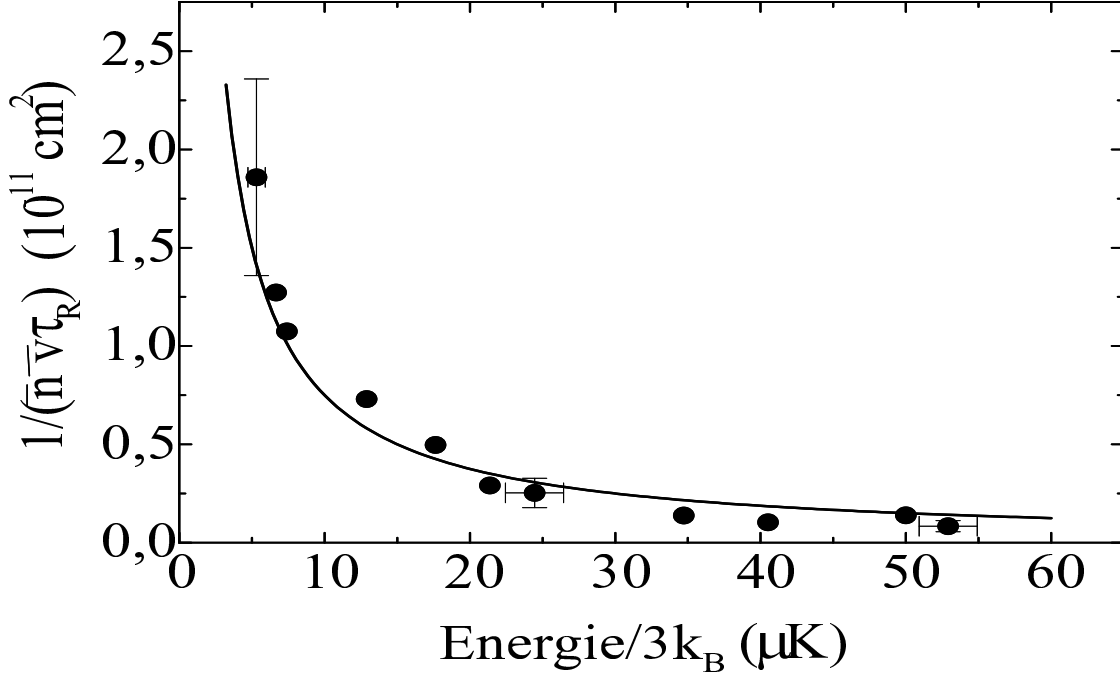


FIG. 3.5 – $(\bar{n} \bar{v} \tau_R)^{-1}$ en fonction de la température. Les points expérimentaux sont représentés par des $\bullet$, le résultat de la simulation numérique pour $\sigma = 8\pi/k^2$ est représenté en trait plein.

3.3.7 Résonance à énergie nulle

Sur la plage de température étudiée s'étalant de 5 μK à 60 μK , la thermalisation du nuage est bien reproduite par une section efficace du type : $\sigma = 8\pi/k^2$. En supposant que le dernier point correspond à la saturation de la section efficace $\sigma = 8\pi a^2$ (voir chapitre 2), on peut déduire une borne inférieure à la longueur de diffusion⁵ a : $|a| > 260 a_0$. Cette expérience ne donne pas accès au signe de la longueur de diffusion, mais seulement à sa valeur absolue. Elle montre donc l'existence d'un niveau lié proche du continuum du potentiel triplet du césium. Un état virtuel correspondant à un état lié susceptible d'apparaître par une légère modification du potentiel peut également expliquer la grande longueur de diffusion. Ajoutons que ces résultats ont été confirmés par des études similaires dans le groupe d'Oxford animé par C. Foot. Cette valeur pour la longueur de diffusion est dans la plage déduite des études de décalage de fréquence dans les fontaines atomiques : $-1100 a_0 < a < -200 a_0$ [62, 63]. Notons que ces valeurs pour une longueur de diffusion sont importantes. A titre de comparaison, la longueur de diffusion du ^{87}Rb est de 110 a_0 , celle du ^{23}Na de 45 a_0 , et celle du ^7Li de -27 a_0 .

⁵ a_0 est le rayon de Bohr, $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$.

3.3.8 Conséquences

Comme nous l'avons mentionné, le refroidissement évaporatif est d'autant plus efficace que le taux de collision élastique est grand. La grande section efficace que nous avons trouvée est donc *a priori* favorable pour la suite de nos expériences. Ce raisonnement est malheureusement un peu naïf. En effet, la dépendance en vitesse relative de cette section efficace privilégie les collisions entre atomes peu énergétiques. Ces collisions ne sont pas les plus intéressantes du point de vue du refroidissement évaporatif. Les collisions les plus importantes sont celles entre atomes de grande énergie, pouvant produire un atome dont l'énergie est plus grande que la profondeur du potentiel de piégeage, et qui est par conséquent évaporé.

Le point à $5 \mu\text{K}$ peut être reproduit numériquement par une section efficace constante de $5 \times 10^{-11} \text{ cm}^2 = 8\pi(260 a_0)^2$. Cette valeur est particulièrement grande, et doit *a priori* conduire à des taux de collisions importants. Le chapitre suivant relate les observations expérimentales sur le refroidissement évaporatif pour cet état doublement polarisé des atomes de césium.

3.4 Simulations numériques

La résonance à énergie nulle a été utilement éclairée par l'analyse effectuée grâce à des simulations numériques. En effet, les mesures expérimentales sur des nuages d'atomes sont des mesures globales. Elle permettent d'avoir accès à une section efficace moyennée thermiquement. A l'opposé, le traitement des collisions en mécanique quantique (voir chapitre 2) conduit à des expressions locales pour la section efficace, dépendant de la vitesse relative des deux atomes entrant en collision. Le lien entre les deux ressort naturellement dans un programme de type dynamique moléculaire. Un tel programme permet de prendre en compte l'évaporation, la durée de vie finie, les processus inélastiques éventuels, les collisions élastiques Le programme a été écrit en FORTRAN 77 et 90, les temps de calculs typiques varient de une heure à 12 heures suivant l'ordinateur utilisé et la précision recherchée. Nous détaillons dans les paragraphes suivants le principe de cette simulation, et les tests de fiabilité qui ont été effectués.

3.4.1 Macro-atomes et duplication

Les macro-atomes

Le but essentiel du programme est de donner une description précise des processus de relaxation des gaz piégés et de la dynamique du refroidissement évaporatif. Pour ce dernier point, il a fallu développer une méthode de représentation des atomes. En effet, comme nous l'avons vu au chapitre 1, le refroidissement évaporatif permet d'augmenter

la densité dans l'espace des phases au prix d'un sacrifice important sur le nombre d'atomes. Le nombre d'atomes initial est typiquement de l'ordre de 10^8 à 10^9 , alors que le nombre d'atomes final est de l'ordre de 10^4 à 10^6 . Il n'est donc pas question de décrire l'évolution individuelle de chaque atome. En pratique, le programme fait évoluer un nombre N_m de macro-atomes. Ce nombre varie entre 4000 et 16000 suivant la précision recherchée. Chaque macro-atome représente μ atomes réels. μ est choisi en puissance de 2 : $\mu = 2^{n_m}$. Ce choix est bien adapté à la procédure de duplication présentée ci-après.

Evolution libre des macro-atomes

Le mouvement d'un macro-atome s'effectue dans le même potentiel que celui des atomes réels. Un vecteur position et un vecteur vitesse sont associés à chaque macro-atome. A l'approximation harmonique du potentiel⁶, l'évolution libre d'un macro-atome est simplement obtenue par les solutions analytiques du mouvement. Pour les situations plus compliquées, l'évolution de chaque macro-atome est calculée grâce à un algorithme d'intégration des équations du mouvement du type Runge-Kutta au quatrième ordre [77].

Procédure de duplication

Sous l'effet de l'évaporation et des collisions inélastiques⁷, le nombre d'atomes diminue au cours du temps. Pour prendre en compte cette diminution, nous procédons de la manière suivante. Lorsque le nombre de macro-atomes devient inférieur à la moitié du nombre initial N_m , une procédure de duplication modifie la représentativité de chaque macro-atome. On a alors $N_m^{\text{nouveau}} = 2N_m^{\text{ancien}}$, et $n_m^{\text{nouveau}} = n_m^{\text{ancien}} - 1$. Chaque nouveau macro-atome représente donc deux fois moins d'atomes réels. Lors de la duplication d'un macro-atome, les deux macro-atomes « enfants » sont choisis de telle sorte que l'un des deux ait les mêmes position et vitesse que son « parent », l'autre est pris symétrique en position et vitesse par rapport à l'axe vertical. En exploitant ainsi la symétrie du potentiel, les caractéristiques macroscopiques comme l'énergie, la densité, la densité dans l'espace des phases restent inchangées.

3.4.2 Les collisions élastiques

Comme nous l'avons présenté au chapitre 2, l'onde diffusée lors d'une collision se développe en ondes partielles. Pour des atomes alcalins dont les énergies sont suffisamment basses (température inférieure à 200 μ K typiquement), ce développement se réduit

⁶Pour les atomes évoluant dans un potentiel magnétique du type T.O.P, l'approximation harmonique est toujours bien réalisée. Par contre, pour un piège de type Ioffe, il faut vérifier que $b'\Delta x \ll B_0$ et $b''\Delta x^2 \ll B_0$, où Δx représente la taille du nuage d'atomes.

⁷Nous détaillerons l'effet de telles collisions dans les chapitres suivants

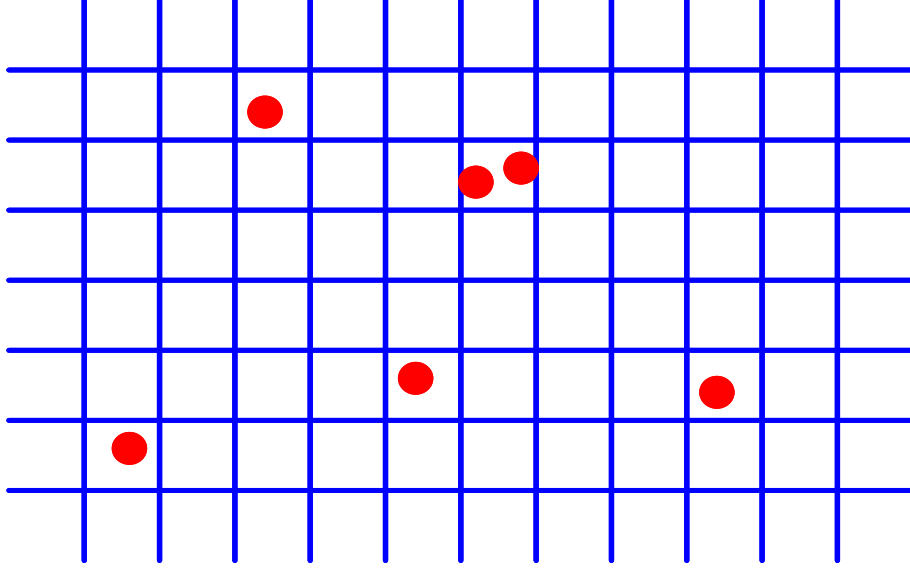


FIG. 3.6 – Représentation schématique de la discrétisation de l'espace réel nécessaire pour décrire les collisions. La probabilité d'avoir deux particules dans la même boîte est petite. Il y a typiquement 500000 boîtes.

au terme le plus bas : l'onde s à symétrie sphérique. Elles sont alors caractérisées par un seul nombre : la section efficace de collision élastique σ_0 . Naturellement, σ_0 dépend de manière non triviale du vecteur d'onde relatif k des deux atomes entrant collision. Nous avons simplifié le problème en se limitant au pseudo-potentiel. Nous avons montré dans le chapitre 2 que cette approximation est satisfaisante, sauf si a est négatif et de l'ordre de $-a_c$ (voir chapitre 2). La longueur de diffusion a est alors reliée à la section efficace par la relation : $\sigma_0 = 2 \times 4\pi a^2 / (1 + k^2 a^2)$. Le facteur 2 est le facteur d'amplification bosonique (voir chapitre 2). Pour prendre en compte les collisions, on commence par discrétiser l'espace (voir figure 3.6) des positions en boîtes cubiques de côté δx . Si deux particules sont dans une même boîte, la probabilité élémentaire δp_{coll} qu'une collision élastique ait lieu pendant le pas de temps δt est donnée par : $\delta p_{\text{coll}} = \sigma v_r \delta t / (\delta x)^3$ où v_r est la vitesse relative des deux atomes entrant en collision. La section efficace σ de deux macro-atomes est reliée à la section efficace réelle σ_0 par : $\sigma = \mu \sigma_0$. Pour que cette méthode ait un sens, il faut (a) que la probabilité p_{occ} d'avoir deux particules dans la même boîte soit petite devant 1, et (b) que, si deux particules sont dans la même boîte, δp_{coll} soit petit devant 1.

Pour le premier critère (a) on procède de la manière suivante. La densité au centre est donnée par⁸ :

$$n(\mathbf{0}) = \frac{N_m}{(2\pi)^{3/2} \Delta x \Delta y \Delta z}$$

⁸Le raisonnement est mené à l'approximation harmonique, mais il est robuste en pratique.

Les potentiels considérés ici ont une symétrie cylindrique de telle sorte que $\Delta x = \Delta y = e\Delta z$, où e est l'ellipticité⁹ du nuage thermalisé. On en déduit,

$$n(\mathbf{0}) = N_m / ((2\pi)^{3/2} \Delta x^3 e)$$

La probabilité δp_{occ} pour que la case centrale soit occupée est :

$$\delta p_{\text{occ}} = n(\mathbf{0}) \delta x^3 = N_m (\delta x)^3 / ((2\pi)^{3/2} \Delta x^3 e)$$

L'axe des x par exemple est découpé en $2N_x + 1$ morceaux de taille δx . La taille des morceaux est obtenue en prenant en compte que les particules situées à plus ou moins $5\Delta x$ du centre : $N_x \delta x = 5\Delta x$. Une même discrétisation est effectuée sur chaque axe. Au delà, la probabilité qu'il y ait une particule est faible, et celle d'une collision élastique encore plus marginale. Un axe donné est donc discrétisé en $2N_x + 1$ boîtes, et δp_{occ} peut être mis sous la forme :

$$\delta p_{\text{occ}} = 125 N_m / ((2\pi)^{3/2} N_x^3 e)$$

La boîte centrale étant celle où la probabilité d'occupation est la plus grande, cette probabilité est faible dans toutes les boîtes si on impose par exemple

$$\delta p_{\text{occ}} \leq 0.1 \tag{3.11}$$

soit $N_x \geq 4.3(N_m/e)^{1/3}$, qui oscille entre 30 et 150 suivant les cas. Le pavage de l'espace des positions comprend typiquement 500000 boîtes.

Le second critère (b) revient à avoir une probabilité de collision δp_{coll} petite. Le pas de temps δt est choisi comme une fraction de la plus petite période¹⁰ : $\delta t = \epsilon/\omega_x$. L'ordre de grandeur de la vitesse relative est $v_r \sim \omega_x \Delta x$. Si on reporte pour N_x la valeur obtenue par la limite de l'égalité de la relation (3.11) :

$$\delta p_{\text{coll}} = \frac{N_m \sigma \epsilon}{(2\pi)^{3/2} \Delta x^2 e}$$

Si on impose par exemple $\delta p_{\text{coll}} \leq 0.1$, on en déduit une condition sur la valeur maximale possible pour ϵ . Notons que dans ce cas, la probabilité δp_{coll} ne dépend pas du choix du nombre de macro-atomes, puisque le produit $N_m \sigma$ est constant pour une situation physique donnée. Le pas de temps est choisi de telle sorte qu'il respecte cette condition et assure une bonne discrétisation pour l'intégration du mouvement.

La collision elle-même est traitée dans le référentiel barycentrique. Deux angles sphériques θ et φ sont tirés aléatoirement selon la pondération de l'angle solide. On définit ainsi la direction et le sens d'un nouveau vecteur radial $\mathbf{e}_r$. L'orientation après

⁹ $e > 1$ par définition.

¹⁰ $\epsilon \ll 1$ pour une intégration fiable des équations du mouvement dans le cas d'un potentiel non-harmonique.

le choc est alors donnée par $\mathbf{v}_r^{\text{nouveau}} = |v_r^{\text{ancien}}| \cdot \mathbf{e}_r$. On repasse ensuite dans le référentiel du laboratoire.

Dans la méthode exposée précédemment, la collision est donc traitée comme si elle était frontale. Il s'agit d'une approximation qui respecte la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement ...mais qui est fautive par contre pour le moment cinétique. Pour résoudre ce problème, nous considérons le plan Π défini par les vecteurs relatifs de position $\mathbf{r}_r$ et de vitesse $\mathbf{v}_r$ des atomes entrant en collision. Pour conserver le moment cinétique, la collision doit correspondre à une rotation de ces vecteurs dans le plan Π . Il suffit donc de tirer aléatoirement un seul angle $\theta \in [0, \pi]$. Après rotation des vecteurs relatifs, on repasse dans le référentiel du laboratoire. Cette contrainte supplémentaire réduit donc le nombre de variables aléatoires dans le traitement des collisions de deux à une.

3.4.3 Tests de vérification

Plusieurs aspects de la simulation ont été vérifiés. Dans un premier temps, nous avons comparé le taux de collision élastique de la simulation avec son expression analytique. La solution particulière du mode monopolaire d'un gaz d'atomes dans un piège harmonique isotrope a été vérifiée. Enfin, l'évaporation a été testée par comparaison avec le modèle analytique présenté dans le chapitre 1.

Test comparatif sur le taux de collision

Le taux de collision élastique γ_{coll} d'un gaz confiné dans un potentiel harmonique est donné par la relation¹¹ :

$$\gamma_{\text{coll}} \simeq \frac{\bar{n}}{2\sqrt{\pi}\Delta v^3} \int_0^\infty v_r^3 \sigma(v_r) e^{-v_r^2/4\Delta v^2} dv_r \quad (3.12)$$

Soit pour une section efficace constante $\sigma(v_r) = \sigma_0$:

$$\gamma_{\text{coll}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \bar{n} \sigma_0 \Delta v \quad (3.13)$$

Pour la situation suivante : $\sigma_0 = 2.5 \times 10^{-10} \text{ cm}^2$, $\bar{n} = 7.8 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $T = 5.5 \text{ } \mu\text{K}$, le taux de collision numérique est $\gamma_{\text{coll}}^{\text{num}} = 0.804 \text{ s}^{-1}$, alors que le taux calculé à partir de la relation (3.13) est $\gamma_{\text{coll}}^{\text{th}} = 0.812 \text{ s}^{-1}$, soit la même valeur à 1% près.

Dans la limite unitaire, la section efficace dépend de la vitesse relative; elle est de la forme $\sigma(v_r) = C/v_r^2$, où C est une constante. A partir de (3.12), on établit

$$\gamma_{\text{coll}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \bar{n} \sigma(\Delta v) \Delta v \quad (3.14)$$

¹¹La démonstration de cette relation est faite au chapitre 4, formule (4.4).

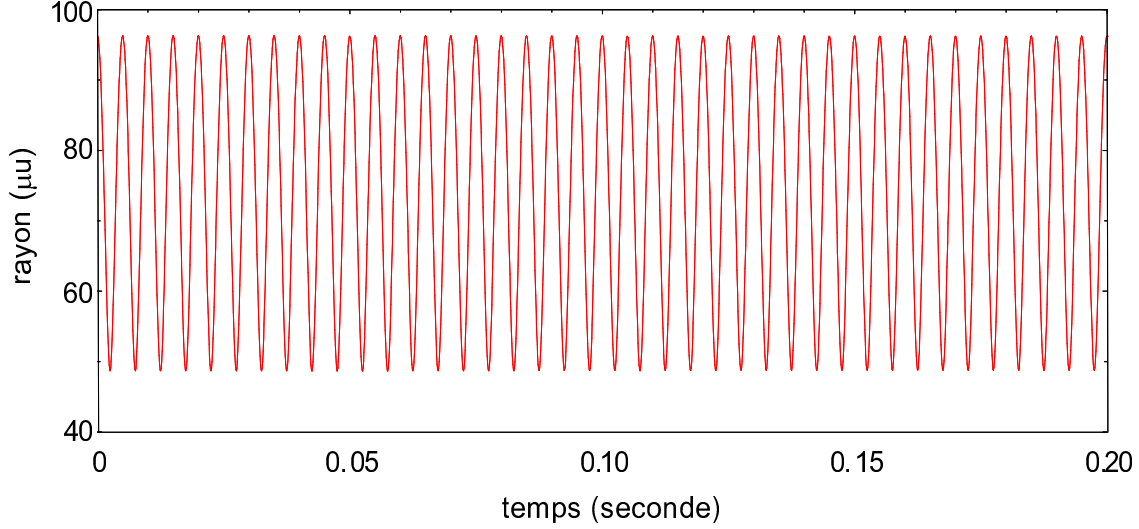


FIG. 3.7 – *Résultat de la simulation numérique : oscillations non-amorties du mode monopolaire d'un gaz piégé dans un potentiel harmonique isotrope de fréquence 100 Hz. Plus de 1000 oscillations ont été observées sans amortissement détectable !*

Dans ce cas $\sigma(v_r) = 8\pi/k^2 = 32\pi\hbar^2/m^2v_r^2$, $\bar{n} = 2.28 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$, $T = 5.3 \text{ } \mu\text{K}$. Le taux de collision numérique est $\gamma_{\text{coll}}^{\text{num}} = 1.50 \text{ s}^{-1}$, alors que le taux calculé à partir de la relation (3.14) est $\gamma_{\text{coll}}^{\text{th}} = 1.47 \text{ s}^{-1}$.

Les taux théoriques et les taux mesurés numériquement sont en bon accord, et constituent une bonne indication sur les probabilités des événements collisionnels.

Test comparatif avec l'équation de Boltzmann

Pour tester le traitement des collisions lui-même, nous avons vérifié l'absence de relaxation du mode monopolaire d'un gaz d'atomes piégé dans un potentiel harmonique isotrope. La figure 3.7 montre les oscillations du rayon du nuage en fonction de temps, la fréquence du piège est ici de 100 Hz. A l'échelle de 1000 périodes, aucune présence d'amortissement n'a pu être observée ! Les premières périodes issues de la simulation sont montrées sur la figure 3.7.

Test comparatif avec le modèle analytique de refroidissement

La situation physique considérée est celle d'un gaz d'atomes dans un piège harmonique isotrope tronqué à six fois la température initiale du gaz. Pour la comparaison, la température est ici définie par la vitesse quadratique moyenne. Les graphes de la figure 3.8 comparent les résultats du modèle de refroidissement évaporatif présenté dans le premier chapitre de la thèse, avec ceux de la simulation. Le nombre d'atomes

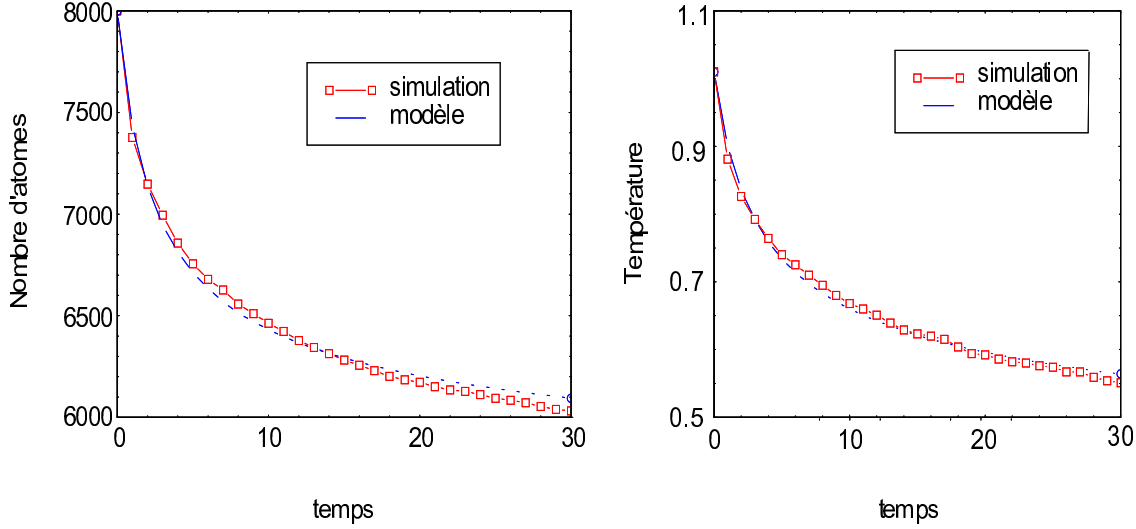


FIG. 3.8 – Comparaison de la dynamique de l'évaporation entre la simulation numérique et le modèle présenté dans le chapitre 1. Le potentiel considéré est tronqué à 6 fois la température initiale du gaz d'atomes.

et la température commencent par décroître rapidement. Le rapport η entre la hauteur de la barrière de potentiel et la température augmente, l'évaporation se ralentit en conséquence. Ce phénomène est clairement visible sur les courbes. L'accord entre les deux approches est raisonnable (moins de 5% d'écart), même s'il suggère un effet systématique. En effet, en fin d'évaporation, le nombre d'atomes et la température prévus par le modèle analytique sont systématiquement plus faibles que ceux prédits par la simulation. Les différences sont sans doute à imputer aux hypothèses faites dans le modèle analytique : hypothèse d'« ergodicité suffisante », et utilisation de la distribution de Boltzmann tronquée. Une version quantique de ces simulations a été réalisée par Wu et Foot [76, 78, 79], elle conduit à des désaccords du même ordre de grandeur, et avec les mêmes tendances, par rapport à des études numériques de l'équation de Boltzmann quantique où $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$ ont été éliminés au profit de l'énergie E [80].

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode de mesure de section efficace de collision élastique sur des gaz d'atomes froids. Nous avons appliqué ces méthodes au cas d'atomes de césium doublement polarisés. Nous avons montré expérimentalement l'existence d'une résonance à énergie nulle. Elle traduit l'existence d'un niveau très faiblement lié ou d'un état lié sur le point d'apparaître par une modification légère du potentiel. La longueur de diffusion a du potentiel triplet du césium est en conséquence grande par rapport à celle des autres alcalins (voir Appendice D). Ces mesures sont

en bon accord avec d'autres estimations de a [62, 63]. Nos mesures ne permettent pas de déterminer le signe de a . Nous avons discuté les conséquences sur le refroidissement évaporatif d'une telle section efficace. Enfin, la simulation numérique qui a permis l'analyse quantitative des données, est exposée en détail dans la dernière partie du chapitre. Elle s'est avérée être un outil souple et puissant pour l'étude de l'équation de Boltzmann dans diverses situations.

A ce stade de connaissance sur les propriétés collisionnelles du ^{133}Cs , nous étions relativement optimistes. Nous avons construit un nouveau type de piège magnétique avec de bien meilleures performances. Les observations expérimentales qui en ont découlées, sont exposées dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Relaxation dipolaire du Cs dans $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$

Introduction

Au début de l'année 1996, nous avons décidé de réaliser la condensation de Bose-Einstein du ^{133}Cs , les atomes étant préparés dans leur état fondamental doublement polarisé $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$. Notre motivation reposait sur l'existence pour cet état d'une grande section efficace de collision élastique qui devait rendre aisée l'obtention du régime d'emballlement du refroidissement évaporatif.

Les seuls processus susceptibles de limiter l'efficacité du refroidissement évaporatif étaient naturellement les collisions inélastiques. Ces dernières avaient été estimées par les théoriciens des collisions [40, 41]. Pour les collisions inélastiques à deux corps, le mécanisme dominant semblait à la lumière de ces articles être la relaxation due à l'interaction dipolaire magnétique. Les auteurs estimaient le taux de pertes à $10^{-15} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$. Pour des densités typiques d'un condensat de l'ordre de 10^{-14} cm^3 , un tel effet conduit à une durée de vie finie de l'ordre d'une dizaine de secondes. Par ailleurs, le taux de recombinaison, conduisant à la formation d'une molécule de Cs_2 , avait été évalué à $10^{-29} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$, soit une limitation sur la durée de vie du condensat du même ordre de grandeur que celle liée à la relaxation dipolaire.

Les taux prévus étaient comparables à ceux des autres alcalins : ^7Li , ^{23}Na , ^{87}Rb , pour lesquels la condensation avait déjà été observée [8, 10, 9]. Cependant, les articles cités mettent en exergue les lacunes de l'époque concernant la connaissance du potentiel triplet du ^{133}Cs . Pour des atomes doublement polarisés (électron + noyau) *i.e.* $|F = m = 4\rangle$, seul ce potentiel triplet intervient lors des collisions. Ce dernier n'était par exemple pas connu avec suffisamment de précision pour pouvoir estimer la longueur de diffusion, ni même son signe. Rappelons que le signe de la longueur de diffusion décide ultimement de la stabilité et de la faisabilité de l'état condensé. Par ailleurs,

l'influence d'un terme de couplage spin-spin lié au couplage électronique spin-orbite au deuxième ordre ne pouvait être estimé, alors que son rôle est d'autant plus important que le numéro atomique de l'atome est grand. Dans ce chapitre, après une description détaillée du dispositif expérimental, nous exposons les caractéristiques des atomes de Cs piégés magnétiquement dans l'état $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$, puis les différentes expériences menées pour éclaircir les processus physiques en jeu.

4.1 Conditions expérimentales

Les expériences relatées dans ce chapitre ont été effectuées grâce à un piège magnétique du type Ioffe-Pritchard. Il s'agit du piège à trois bobines dont le principe a d'ores et déjà été présenté dans le premier chapitre de la thèse. Les paragraphes suivants résument la procédure expérimentale.

4.1.1 Piège magnéto-optique

Les atomes sont d'abord chargés dans le piège magnéto-optique de la cellule du haut ¹. Ils sont ensuite refroidis grâce à une phase de mélasse optique de 15 ms. Dans cette phase, le gradient de champ magnétique est coupé en moins d'une milliseconde, simultanément l'intensité des 6 faisceaux est réduite et le désaccord passe de 2 à 10 largeurs naturelles. Les faisceaux de la mélasse sont ensuite coupés par des obturateurs mécaniques, et le courant des diodes laser est diminué par 10 mA pour les mettre hors résonance (on décale ainsi la fréquence du laser par plusieurs GHz). Ainsi, les atomes froids (à une température de l'ordre de $8 \mu K$) ne ressentent plus aucune force lumineuse, et tombent sous l'effet de la gravité.

Les atomes sont en vol libre pendant 350 ms sur la distance qui sépare les centres des deux cellules (de l'ordre de 70 cm). Ils sont alors repiégés dans le piège magnéto-optique de la cellule inférieure. Les quatre faisceaux horizontaux sont indépendants (pas simplement rétro-réfléchis comme pour le piège magnéto-optique du haut). La dernière paire de faisceaux, est verticale et traverse les deux cellules. Le faisceau descendant est focalisé pour pouvoir passer à travers le tube qui assure le vide différentiel (de 9 mm de diamètre), si bien qu'il est légèrement divergent au niveau du piège. Pour repiéger les atomes tombant du piège magnéto-optique supérieur, on branche le piège inférieur seulement 10 ms avant l'arrivée des atomes. Lors de la chute, une partie des atomes est perdue par expansion thermique, et se colle sur les parois du tube de liaison entre les deux cellules. L'efficacité optimale du transfert est de l'ordre de 70 %. Les paramètres du piège magnéto-optique supérieur sont ultimement optimisés sur le nombre d'atomes du piège inférieur. Le nombre d'atomes ainsi capturés dans le piège inférieur est de 2.10^8 . Le gradient nécessaire est réalisé grâce à la paire de bobines en anti-Helmholtz

¹voir Chapitre 1

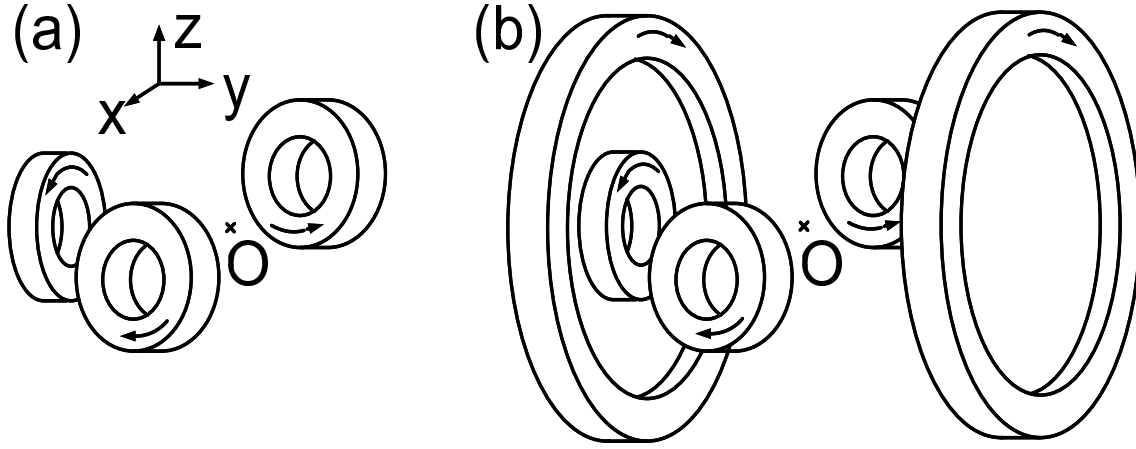


FIG. 4.1 – (a) Configuration à trois bobines pour le piège magnétique de type Ioffe-Pritchard. Les deux bobines en regard sont utilisées également pour le piège magnéto-optique. (b) Deux bobines Helmholtz permettent la compression du nuage dans le plan xz par réduction du champ longitudinal B_0 .

du piège magnétique (voir figure 4.1.a). Les gradients optima de capture sont de l'ordre de 10 Gauss/cm. Le piège magnéto-optique est ensuite comprimé : le gradient de champ est augmenté par une rampe linéaire du courant, jusqu'à 30 Gauss/cm. Cette phase vise à augmenter le plus possible la densité atomique pour le transfert dans le piège magnétique. La compression s'accompagnant d'un réchauffement du nuage, une phase de mélasse de 20 ms est ensuite appliquée (même procédure que pour le piège du haut). La température typique après cette phase est de $6 \mu K$. On réalise ainsi juste avant le transfert vers le piège magnétique un nuage froid, relativement dense, et contenant un nombre suffisant d'atomes pour mener à bien l'évaporation².

4.1.2 Passage dans le piège magnétique

Pour le transfert dans le piège magnétique, les atomes sont pompés optiquement dans un champ de quelques Gauss³, aligné avec le champ longitudinal du Ioffe B_0 . Pour ce faire, on utilise une impulsion laser de 50 μs issue d'un faisceau polarisé circulairement se propageant parallèlement au champ B_0 . Le faisceau est résonnant avec la transition $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 4\rangle$. Il est en fait divisé en deux faisceaux parallèles contre-propageant, pour ne pas communiquer une vitesse initiale aux atomes dans le piège magnétique. Simultanément, un faisceau repompeur accordé sur la tran-

²La densité dans l'espace des phases est à ce stade de 2×10^{-7} . On peut en fait grâce à un piège magnéto-optique atteindre une densité dans l'espace des phases de l'ordre de 10^{-6} , mais avec un nombre d'atomes beaucoup plus petit[81].

³assuré par une bobine auxiliaire traversée par un courant de quelques ampères.

sition $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F = 4\rangle$ recycle les atomes qui par émission spontanée retombent sur le niveau $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$. Les atomes sont donc pompés optiquement dans l'état $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$.

Pour vérifier la qualité du pompage, nous sondons la distribution des atomes après des temps courts de piégeage magnétique, de l'ordre de quelques millisecondes. Un faisceau résonnant sur la transition $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F = 5\rangle$, d'intensité petite devant l'intensité de saturation $I_S = 1.1 \text{ mWatt/cm}^2$, et d'extension transverse de l'ordre du mm, est placé 2.5 cm en dessous du piège. Lorsqu'on coupe le piège magnétique, les atomes tombent et passent dans la sonde. Le signal d'absorption de cette sonde permet de remonter à la distribution des atomes dans le piège magnétique. Si les atomes ne sont pas tous dans le même sous-niveau Zeeman, ils évoluent dans des potentiels magnétiques différents et oscillent donc avec des fréquences différentes. Si le signal d'absorption, correspondant à l'existence de plusieurs paquets atomiques dans le piège au moment de la coupure, le pompage est de mauvaise qualité. En pratique, on ajuste la position et la polarisation de ce faisceau en minimisant ces bosses secondaires. On a pu ainsi estimer l'efficacité du pompage à plus de 98 % !

Le courant maximum (51 A dans cette expérience) est alors appliqué aux trois bobines créant le champ Ioffe. Les temps de branchement et de coupure du piège magnétique sont inférieurs à la milliseconde. Le piège magnétique résultant a un champ longitudinal $B_0 = 110 \text{ Gauss}$, un gradient $b' = 110 \text{ Gauss/cm}$, et une courbure $b'' = 60 \text{ Gauss/cm}^2$. A l'approximation harmonique, les fréquences d'oscillations transversales sont de 11 Hz, et la fréquence longitudinale est de 8 Hz :

$$\omega_{\parallel} = \sqrt{\frac{\mu b''}{m}} = 2\pi \times 8 \text{ Hz} \quad \text{et} \quad \omega_{\perp} = \sqrt{\frac{\mu}{m} \left(\frac{b'^2}{B_0} - \frac{b''}{2} \right)} = 2\pi \times 11 \text{ Hz}$$

Elles sont du même ordre de grandeur que la fréquence extraite du rapport entre la vitesse thermique des atomes et la taille du nuage juste après le pompage optique⁴. Le passage dans le piège magnétique s'effectue alors avec la plus petite perte possible dans l'espace des phases.

Ajoutons que la position du piège magnéto-optique est ajustée grâce à trois petites bobines indépendantes suivant trois axes orthogonaux, placées à proximité du piège magnéto-optique. Le courant de chaque bobine (de l'ordre de quelques ampères) est choisi empiriquement afin d'optimiser l'efficacité du transfert dans le piège magnétique. Plus précisément, on ajuste les courants pour supprimer toute oscillation détectable du nuage dans le piège magnétique. En d'autres termes, on fait coïncider le centre du nuage après pompage et le centre du piège magnétique.

Le nuage atomique a dans le piège magnétique une température inférieure à 30 μK . On rampe ensuite en 10 secondes le courant à travers une paire de bobines Helmholtz pour compenser partiellement le champ longitudinal B_0 (voir figure 4.1.b). Nous com-

⁴voir Chapitre 3.

parons dans l'appendice A de ce chapitre les gains dans l'espace des phases et en taux de collision pour une compression soudaine et une compression lente, dite « adiabatique ». A la fin de cette rampe, le même courant circule dans les 5 bobines du piège (3 Ioffe + 2 Helmholtz) et la valeur du champ longitudinal est de 1.5 Gauss. Cette valeur peut être modifiée en pratique en ajustant finement l'écart entre les bobines Helmholtz grâce à un jeu d'entretoises calibrées (1.4 Gauss/mm). Les fréquences transverses qui dépendent du champ longitudinal B_0 sont de 90 Hz pour $B_0 = 1.5$ Gauss. Au cours de cette phase, la densité atomique et la température augmentent. Il en est donc de même pour le taux de collisions. A ce stade, 5×10^7 atomes sont piégés à une densité de $6 \times 10^{10} \text{ cm}^3$, pour une température de $100 \mu\text{K}$. La profondeur du piège magnétique est de 4 mK. La densité dans l'espace des phases est de 2×10^{-7} . Il reste à gagner 7 ordres de grandeur pour atteindre le seuil de dégénérescence quantique. Le taux de collisions élastiques estimé à partir de (3.10), est de 4 s^{-1} avant de commencer l'évaporation. La durée de vie mesurée est de 200 secondes. Le produit entre taux de collisions et durée de vie est donc très favorable. Il doit permettre d'amorcer le régime d'emballement du refroidissement évaporatif.

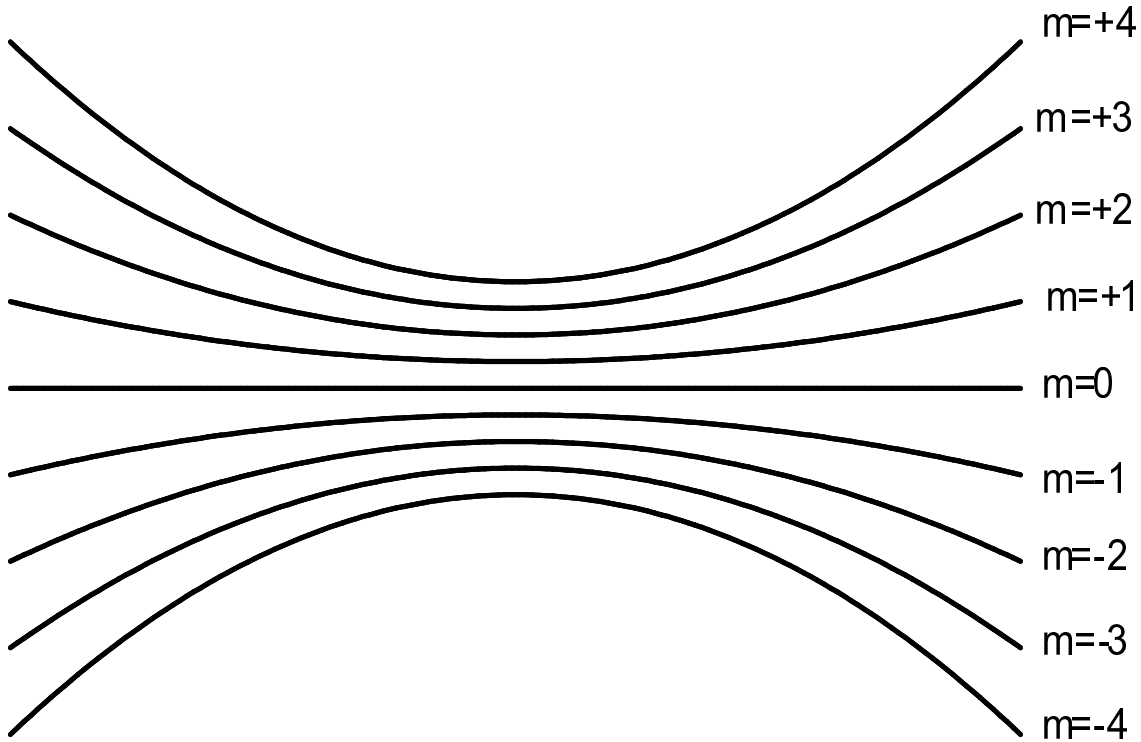


FIG. 4.2 – Allure de l'énergie potentielle pour les différents m_F .

4.2 Refroidissement évaporatif

Lorsque nous avons présenté le principe général du refroidissement évaporatif, nous avons souligné l'importance de pouvoir réaliser un potentiel tronqué à une hauteur contrôlable expérimentalement. En pratique, on utilise une onde radiofréquence (rf) [82]. La figure 4.2 représente l'allure des potentiels magnétiques pour des atomes de moment magnétique différent ($m_F = -4$ à $m_F = 4$). Le potentiel réalisé par le champ magnétique est un puits de potentiel pour les atomes de moment magnétique positif (ils sont piégés), une colline de potentiel pour les atomes de moments magnétiques négatifs (ils sont expulsés). Les atomes de moment magnétique nul ne sentent naturellement pas la présence du champ magnétique. Pour des champs magnétiques inférieures à 10 Gauss, l'effet Zeeman est linéaire à une très bonne approximation. On peut alors grâce à une onde radiofréquence induire des transitions entre m_F différents. Les atomes piégés dans l'état $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$ sont basculés sur des niveaux anti-piégeant par cette méthode [83, 84, 82, 85].

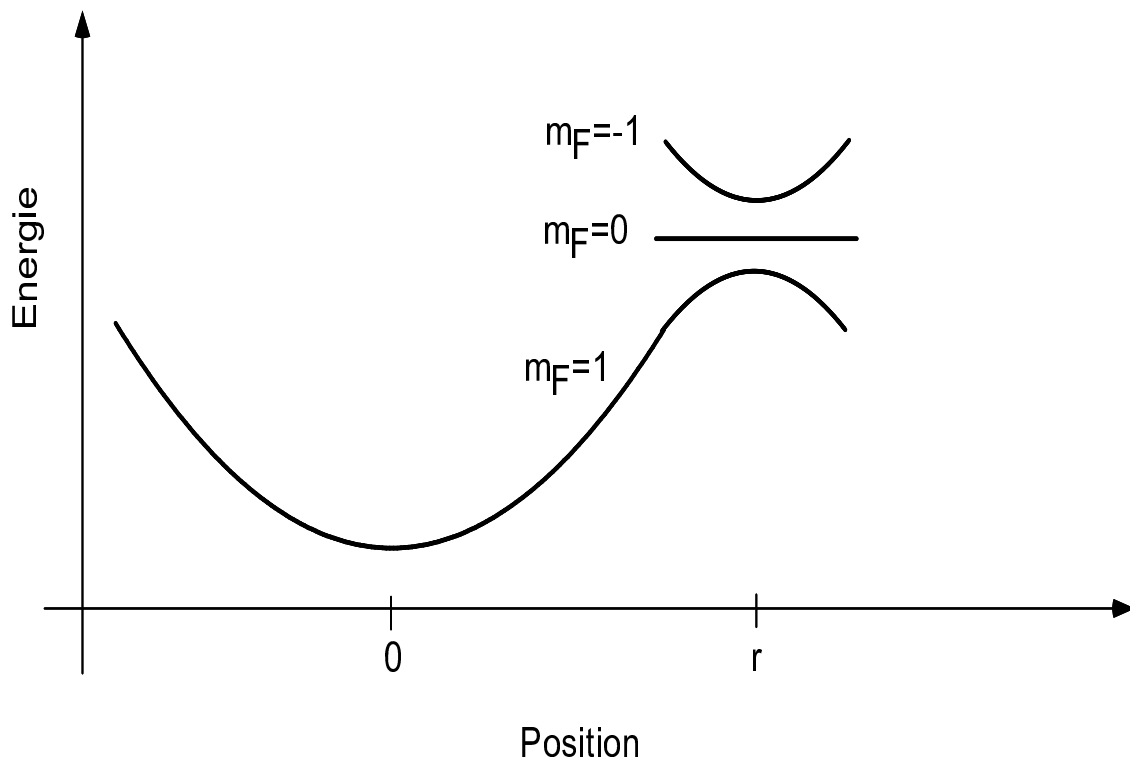


FIG. 4.3 – *Anti-croisements entre les niveaux habillés de l'atome. Un atome dans l'état $|m_F = 1\rangle$ en présence de N photons radiofréquence (état total $|m_F = 1, N\rangle$), suit adiabatiquement le niveau « habillé » s'il est suffisamment lent. En r il passe de l'état piégeant $|m_F = 1, N\rangle$ à l'état anti-piégeant $|m_F = -1, N + 2\rangle$ par émission stimulée de deux photons.*

Considérons un atome de spin $F = 1$ (pour simplifier) ; la méthode d'évaporation radiofréquence, initialement proposée par D. Pritchard [82], consiste à rajouter au champ du piège un champ magnétique oscillant de fréquence ω_{rf} qui couple les niveaux $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ par absorption ou émission d'un photon radio-fréquence. Lorsque ce champ est résonnant⁵ :

$$\hbar\omega_{\text{rf}} = g\mu_B |\mathbf{B}(\mathbf{r})|$$

un atome du sous-niveau piégeant $|F = 1, m_F = 1\rangle$ peut être transféré vers le sous-niveau anti-piégeant $|F = 1, m_F = -1\rangle$ par transition multiphotonique. Cette méthode permet donc une sélection spatiale des atomes (pour une position donnée, les courbes de potentiels entre les différents m_F sont équidistantes). Par ailleurs, cette méthode ne modifie pas les fréquences d'oscillation du piège magnétique.

Dans le formalisme de l'atome habillé [86], les états du système « atome + champ radiofréquence » sont $|m_F, N\rangle$ où N est le nombre de photons radiofréquence (voir figure 4.3). Au point r où la résonance a lieu, le couplage radiofréquence lève la dégénérescence entre les niveaux $|m_F, 0$ ou $\pm 1\rangle$. Un atome suffisamment lent suit adiabatiquement la courbe de potentiel habillée, et émet de façon stimulée 2 photons en passant par r .

Plus quantitativement, le critère d'adiabaticité requiert la condition :

$$T_p \omega_R \gg 1 \quad (4.1)$$

où T_p correspond au temps de passage de l'atome à travers l'anticroisement, et $\omega_R = \mu B_{\text{rf}}/\hbar$ la fréquence de Rabi associée au champ radiofréquence. La taille caractéristique de l'anticroisement est $\Delta x = B_{\text{rf}}/b'$. Le temps de passage T_p peut être évalué à

$$T_p = \Delta x / \bar{v} = \frac{B_{\text{rf}}}{b'} \sqrt{\frac{m}{k_B T}}$$

Pour un nuage atomique de température T , la condition (4.1) se traduit donc par :

$$B_{\text{rf}} \gg \left(\frac{B'}{\mu}\right)^{1/2} \left(\frac{k_B T}{m}\right)^{1/4} \quad (4.2)$$

Par exemple, pour un gradient de champ magnétique $b' = 100 \text{ Gauss.cm}^{-1}$, et une température de $100 \text{ } \mu\text{K}$, la condition d'adiabaticité (4.2) nécessite un champ B_{rf} plus grand que 25 mGauss . Pour des températures plus petites, la condition d'adiabaticité est vérifiée par des champs radiofréquence plus petits. En pratique, nous utilisons un champ de plus de 30 mGauss et vérifions par conséquent largement ce critère.

La surface d'évaporation est simplement donnée par la relation : $\mu_B |\mathbf{B}(\mathbf{r})| = \hbar\nu/4$, où ν est la fréquence de l'onde radiofréquence utilisée. La surface d'évaporation est un ellipsoïde qui en l'absence de gravité coïncide avec les surfaces isoénergétiques du

⁵Le facteur de Landé g est supposé positif.

piège de Ioffe-Pritchard, contrairement au TOP. En pratique, on varie la fréquence entre 5 MHz et une valeur ajustable ν_f (selon la valeur du champ longitudinal B_0 , et la température désirée).

Le champ magnétique radiofréquence est de l'ordre de 30 mGauss, la bobine rf est placée perpendiculairement au champ longitudinal, pour pouvoir induire efficacement les transitions entre m_F différents. L'inductance de la bobine rf a été optimisée grâce à une petite capacité en parallèle afin d'avoir un circuit résonnant dans la gamme de fréquences utilisée. La puissance rf est de l'ordre de 2 Watts. La durée des rampes a été variée entre 5 secondes et 90 secondes. Nous avons essayé de ramper la radiofréquence linéairement en fonction du temps, puis exponentiellement... Le régime d'emballlement du refroidissement évaporatif n'a jamais pu être atteint.

Nous avons également programmé une rampe par morceaux. Pour son optimisation, nous avons essayé différentes stratégies. La fréquence finale de chaque morceau était fixée, mais leur durée pouvait être optimisée selon différents critères : maximisation de la densité, ou de la densité optique, ou encore de la densité dans l'espace des phases. Malgré toutes ces tentatives, il n'a jamais été possible de gagner un facteur supérieur à 500 dans l'espace des phases, et de diminuer la température en dessous de $5\mu\text{K}$.

Pour mieux cerner l'origine du problème, nous avons effectué les expériences suivantes. Grâce à des rampes radiofréquences, nous avons préparé des nuages à différentes températures, et nous les avons laissés relaxer dans le piège magnétique pendant des durées variables (de 1 seconde à 200 secondes). A la fin de chaque relaxation, une image par absorption était prise. Ces images donnent directement accès à la température et au nombre d'atomes. Il est vite apparu qu'un chauffage important du nuage d'atomes, de l'ordre de 500 nK/s, était présent dans notre système. A titre de comparaison, les expériences réalisées par la suite sur le ^{87}Rb sont faites en présence d'un chauffage inférieure à 50 nK/s.

4.3 Etude des bruits d'origine technique

Pour expliquer le chauffage observé de manière systématique sur les nuages d'atomes, nous avons dans un premier temps (pendant plus d'un mois) porté nos efforts sur l'étude des bruits d'origine technique et en particulier l'effet des champs magnétiques parasites. Pour $b''B_0 \ll b'^2$, la configuration magnétique du champ au voisinage du centre du piège est de la forme : $(b'x, B_0 + b''y^2/2, -b'z)$. Si on ajoute un champ fluctuant du type $\delta\mathbf{B}(t)$, les composantes δB_x et δB_z contribuent à faire bouger erratiquement le centre du piège magnétique : $x_c(t) = -\delta B_x(t)/b'$ et $z_c(t) = -\delta B_z(t)/b'$. Par ailleurs, la composante δB_y d'un tel champ fluctuant, de même que des fluctuations des alimentations de courant, conduisent à des modifications aléatoires de la raideur transverse du piège magnétique.

Nous avons élaboré deux modèles simples unidimensionnels, pour trouver une signa-

ture de ces effets sur les atomes⁶. En l'absence de champ parasite, le mouvement des atomes piégés obéit à l'approximation harmonique, à l'équation différentielle :

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0$$

Notons $y_0(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$ la solution sans perturbation. Si le centre du piège est mis en mouvement ou si la raideur est modulée, on doit introduire un terme au second membre pour traduire ces effets : $f(t)$. La solution générale de l'équation différentielle :

$$\ddot{y} + \omega^2 y = f(t)$$

est :

$$y(t) = y_0(t) + \frac{1}{\omega} \int_0^t \sin(\omega(t - \tau)) f(\tau) d\tau \quad (4.3)$$

Dans les deux paragraphes suivant nous étudions les deux cas limites possibles : fluctuations du centre du piège et fluctuations de la raideur du piège.

4.3.1 Fluctuations du centre du piège magnétique

Pour traduire l'existence de fluctuations du centre du piège magnétique, on prend f de la forme : $f(t) = \omega^2 a(t)$ où $a(t)$ repère la position à chaque instant du fond du puits de potentiel. Le taux de chauffage moyen est donc donné au premier ordre en $a(t)$ par la relation :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \langle \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 y^2 \rangle = m \omega^2 \langle a(t) \dot{y}(t) \rangle$$

où E représente l'énergie par atome, et $\langle .. \rangle$ correspondent à une moyenne sur une période du mouvement non perturbé. En reportant la solution (4.3), il vient :

$$\frac{dE}{dt} = m \omega^4 \int_0^\infty d\tau \cos(\omega \tau) \langle a(t) a(t + \tau) \rangle$$

Ainsi, le chauffage technique lié à un déplacement aléatoire du centre du piège conduit à une croissance **linéaire** de l'énergie des atomes. Le taux de chauffage est lié à la composante à ω de la fonction de corrélation du déplacement aléatoire du centre du piège.

4.3.2 Fluctuations de la raideur du piège magnétique

Les fluctuations de raideur du piège peuvent également se mettre sous la forme d'une fonction de bruit f du type : $f(t) = \omega^2 \epsilon(t) y$. Le taux de chauffage est cette fois-ci donné par :

$$\frac{dE}{dt} = m \omega^2 \langle \epsilon(t) y \dot{y} \rangle$$

⁶Les résultats de ces modèles sont en accord avec l'article de Savard *et. al.* [87].

Par moyenne sur l'assemblée des atomes, on trouve $\langle x_0^2 \rangle = \langle v_0^2 \rangle = E/m\omega^2$ et $\langle x_0 v_0 \rangle = 0$, où E représente l'énergie par atome. On en déduit pour le taux de chauffage le résultat suivant :

$$\frac{dE}{dt} = \Gamma E \quad \text{avec} \quad \Gamma = \omega^2 \int_0^\infty d\tau \cos(2\omega\tau) \langle \epsilon(t) \epsilon(t + \tau) \rangle$$

Dans ce cas, un chauffage **exponentiel** doit être observé, lié à la composante à 2ω de la fonction de corrélation du bruit. Il s'agit simplement d'un chauffage paramétrique.

4.3.3 Application expérimentale

Pour contrecarrer ces effets techniques, nous avons fait une analyse spectrale du champ magnétique au voisinage de la cellule en l'absence de courant dans les bobines du piège. La fréquence de coupure de la sonde de champ magnétique est bien supérieure à $2\nu_\perp$, et elle permet donc de mesurer le champ dans la gamme de fréquences importante. On trouve $|B| \ll 2$ mGauss ce qui donne respectivement $dE/dt \ll 100$ nK.s⁻¹ dans le premier cas et $\Gamma < 10^{-7}$ s⁻¹ dans le deuxième cas.

Une analyse spectrale du courant délivré par les alimentations a également été effectuée. La stabilité relative de ces alimentations, de l'ordre de 10^{-4} , ne peut également fournir une explication satisfaisante. Pour améliorer la stabilité relative du courant par un facteur 3 (gain d'un facteur 10 sur Γ !), nous avons mis en parallèle des capacités de plusieurs Farads. Après toutes ces améliorations, le chauffage était toujours le même! Nous avons alors soupçonné un effet réellement physique au sein du gaz.

4.4 Origine du chauffage

Les expériences de relaxation ont donc été systématiquement analysées. La gamme de température étudiée s'étale entre 8 μ K et 65 μ K. Les résultats présentés dans ce chapitre reposent sur six séries de relaxation, chaque série étant composée d'une trentaine de points de mesures pour des durées de relaxation variant de 0 seconde à 200 secondes. Les mesures sont effectuées à partir d'une prise d'image par absorption. Cette méthode est destructive⁷. Pour une série donnée, les fluctuations du nombre initial d'atomes dans le piège magnétique étaient inférieures à 5%, et la température initiale variait par moins de 2%.

4.4.1 Analyse qualitative

Sur la figure 4.4, la décroissance du nombre d'atomes montre clairement un comportement non exponentiel. Par ailleurs, le taux de chauffage dépend de la densité :

⁷voir Annexe B.

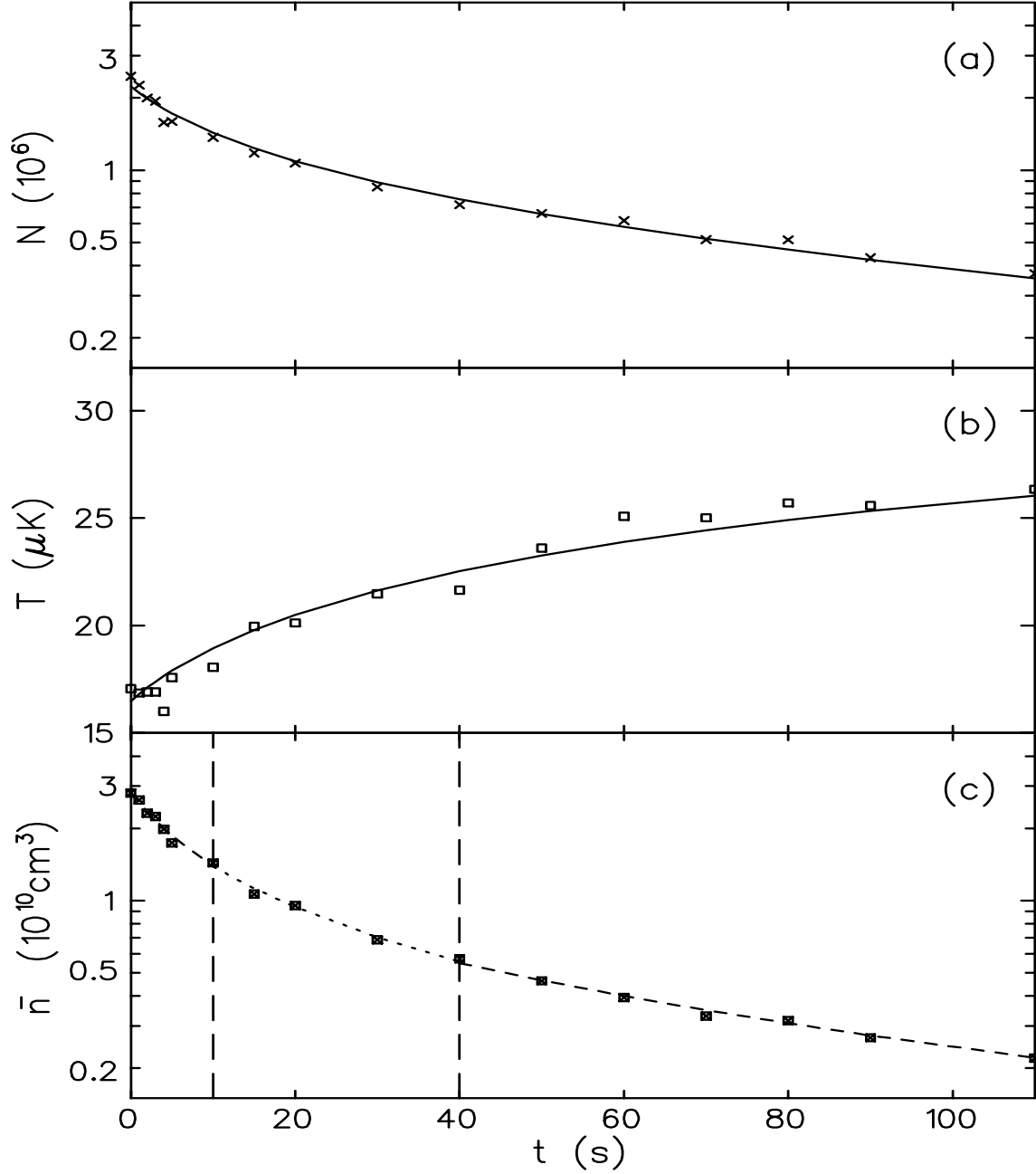


FIG. 4.4 – (a) Evolution clairement non exponentielle du nombre d'atomes dans le piège après un temps de relaxation t . (b) Variation de la température en fonction de t (c) densité atomique en fonction de t . Sur chaque intervalle de (c) la densité est ajustée par la loi (4.8) les courbes ainsi obtenues sont en pointillés. Les courbes en trait plein sur les figures (a) et (b) sont solutions des équations (4.5, 4.6) avec $G \propto T^{-0.63}$.

il est moins important aux temps longs, c'est-à-dire pour des densités plus faibles. Il s'agit donc probablement d'un processus inélastique lié à la densité atomique, et non pas un des processus parasites décrits plus haut. Deux types de processus inélastiques peuvent prendre place au sein du nuage d'atomes :

- une dépolarisation du nuage, par exemple

$$|F = m = 4\rangle + |F = m = 4\rangle \longrightarrow |F = m = 4\rangle + |F = 4, m = 3\rangle$$

Un tel processus libère une énergie $\mu B_0/4$. Cette énergie est petite devant la profondeur du piège. Deux atomes subissant une telle collision restent piégés. L'énergie libérée est ensuite redistribuée entre les atomes du nuage par l'intermédiaire des collisions, et se traduit par un chauffage.

- un basculement dans l'état hyperfin inférieur, par exemple

$$|F = m = 4\rangle + |F = m = 4\rangle \longrightarrow |F = m = 4\rangle + |F = m = 3\rangle$$

Dans ce cas, l'énergie libérée est grande devant la profondeur du piège, et conduit à la perte des deux atomes.

Nous penchons pour ce dernier processus, et nous indiquerons des éléments de justification supplémentaires à la fin du chapitre. Notons que l'augmentation de température observée est tout à fait compatible avec la présence d'un tel processus. En effet, ces collisions ont lieu préférentiellement dans les zones de forte densité du nuage atomique, c'est-à-dire au centre du nuage où les atomes les moins énergétiques sont confinés. Ainsi, les atomes qui subissent ces collisions ont en moyenne une énergie inférieure à l'énergie thermique moyenne par atome. En d'autres termes, les collisions inélastiques sont équivalentes à un mécanisme anti-évaporatif : les atomes les plus froids sont expulsés du nuage.

4.4.2 Taux de pertes et section efficace inélastique

Pour extraire plus quantitativement un taux de collisions inélastiques, nous sommes amenés à postuler un type de collision. L'analyse que nous présentons dans ce paragraphe repose sur l'hypothèse que le processus dominant est associé à la présence de collisions inélastiques à deux corps. Dans de tels processus la section efficace de collision inélastique est de la forme $\sigma_{\text{in}} = \beta(v)/v$, où v est la vitesse relative des deux atomes entrant en collision [32]. Lorsque cette vitesse relative tend vers zéro, le coefficient $\beta(v)$ tend vers une limite finie⁸. Expérimentalement, on ne peut avoir directement accès à σ_{in} . En effet, σ_{in} est une quantité locale, alors que nos mesures portent sur tout le nuage atomique, et sont par conséquent intrinsèquement globales.

Etablissons de manière générale le lien entre le taux de pertes d'atomes et la section efficace inélastique. L'équilibre est supposé établi à chaque instant, nous justifierons un

⁸voir Chapitre 2, relation (2.33).

peu plus loin quantitativement cette hypothèse. La probabilité d'avoir un atome en $\mathbf{r}$ à d^3r près est simplement donnée par la relation :

$$d^3P(\mathbf{r}) = \frac{d^3r}{(2\pi)^{3/2} \Delta x \Delta y \Delta z} \exp \left(-\frac{x^2}{2\Delta x^2} - \frac{y^2}{2\Delta y^2} - \frac{z^2}{2\Delta z^2} \right)$$

De même, la probabilité d'avoir un atome en $\mathbf{r}$ à d^3r et dont la vitesse est $\mathbf{v}$ à d^3v près est :

$$d^6P(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{d^3r d^3v}{(2\pi)^3 \Delta x \Delta y \Delta z \Delta v^3} \exp \left(-\frac{x^2}{2\Delta x^2} - \frac{y^2}{2\Delta y^2} - \frac{z^2}{2\Delta z^2} - \frac{v^2}{2\Delta v^2} \right)$$

Soit un atome en $\mathbf{r}$ de vitesse $\mathbf{v}$; la probabilité qu'il subisse une collision inélastique par un atome de vitesse $\mathbf{v}'$ à d^3v' près pendant dt est⁹ :

$$d^4P(\mathbf{v}, \mathbf{v}', t) = \frac{(N-1)v_r \sigma_{\text{in}}(v_r) dt d^3v'}{(2\pi)^3 \Delta x \Delta y \Delta z \Delta v^3} \exp \left(-\frac{x^2}{2\Delta x^2} - \frac{y^2}{2\Delta y^2} - \frac{z^2}{2\Delta z^2} - \frac{v^2}{2\Delta v^2} \right)$$

Soit γdt la probabilité qu'un atome subisse une collision pendant dt quelles que soient sa position et sa vitesse :

$$\gamma dt = \int \frac{d^6P}{d^3r d^3v d^3v'} d^3r d^3v d^3v'$$

Le terme intégré représente donc la distribution de probabilité d'une collision inélastique. Après quelques calculs, il vient :

$$\gamma = \frac{\bar{n}}{2\sqrt{\pi}\Delta v^3} \int_0^\infty v_r^3 \sigma_{\text{in}}(v_r) e^{-v_r^2/4\Delta v^2} dv_r \quad (4.4)$$

v_r désigne la vitesse relative, et $\bar{n}$ la densité moyenne définie par : $\bar{n} = \int n^2 d\mathbf{r} / \int n d\mathbf{r}$. Pour aller plus loin, il faut imposer une forme pour la dépendance de β avec la vitesse.

Postulons *a priori* une loi de puissance : $\beta(v) \propto v^{-\mu}$. L'expression (4.4) s'intègre alors immédiatement :

$$\gamma = G(\Delta v) \bar{n} = \bar{n} \frac{\Gamma\left(\frac{3-\mu}{2}\right)}{2^{\mu-1}\sqrt{\pi}} \beta(\Delta v)$$

Cette dernière relation met en évidence le lien entre le taux de pertes à deux corps et la quantité microscopique β , sous l'hypothèse d'une loi de puissance en vitesse. Pour $\mu = 0$, *i.e.* $\sigma_{\text{in}} = \beta_0/v$ (ce que l'on attend selon 2.33), on trouve $\gamma = \bar{n}\beta_0/\Delta v$

⁹ $v_r = |\mathbf{v} - \mathbf{v}'|$ désigne la norme de la vitesse relative.

4.4.3 Mise en équation

On peut désormais écrire une équation d'évolution du nombre d'atomes ¹⁰ :

$$\frac{dN}{dt} = -\alpha N - G\bar{n}N \quad (4.5)$$

où α^{-1} représente la durée de vie du piège, estimée en pratique par l'évolution à temps long. La densité $\bar{n}$ est alors faible et le taux de pertes à deux corps $G\bar{n}$ est négligeable devant α . Un ajustement exponentiel a été effectué de manière systématique sur les 100 dernières secondes de relaxation. Par cette méthode, la durée de vie extraite est de $\alpha = 200$ secondes, avec une précision relative de 10%.

Pour exploiter l'équation (4.5) d'évolution du nombre d'atomes, il faut connaître l'évolution de la densité moyenne $\bar{n}$. Or pour un nuage thermique à l'équilibre dans un potentiel harmonique tridimensionnel, la densité moyenne est reliée à la température T et au nombre d'atomes N par une relation du type : $\bar{n} \propto NT^{-3/2}$. Une telle relation suppose que la déplétion liée aux mécanismes inélastiques intervienne sur une échelle de temps grande devant le temps de collision élastique, caractérisant le temps d'établissement de l'équilibre thermique. Par dérivation logarithmique, il vient :

$$\frac{\dot{\bar{n}}}{\bar{n}} = \frac{\dot{N}}{N} - \frac{3}{2} \frac{\dot{T}}{T}$$

Pour établir un ensemble fermé d'équations, faisons un bilan énergétique. Dans l'hypothèse ¹¹ où les deux particules (1) et (2) qui effectuent une collision inélastique sont ensuite perdues, la perte en énergie par collision est :

$$\langle E_c(1) + E_c(2) + E_p(1) + E_p(2) \rangle$$

où la moyenne est prise sur la distribution de probabilité des collisions inélastiques.

On calcule facilement la valeur moyenne de l'énergie potentielle sur la distribution inélastique :

$$\langle E_p(1) + E_p(2) \rangle = 3k_B T/2$$

Remarquons que l'énergie potentielle moyenne est inférieure à l'énergie potentielle moyenne de deux particules prises au hasard, $3k_B T$. En effet, la distribution de probabilité des collisions inélastiques privilégie les régions de haute densité, soit celles des atomes les moins énergétiques.

La moyenne sur l'énergie cinétique se met sous la forme :

$$\langle E_c(1) + E_c(2) \rangle = \frac{3}{2} m(\Delta v)^2 + \frac{3-\mu}{2} m(\Delta v)^2$$

¹⁰Pour un mécanisme de pertes d'atomes liés à des collisions à trois corps le terme $G\bar{n}N$ doit être remplacé par une expression du type $G_3\bar{n}^2N$.

¹¹Nous justifions un peu plus loin expérimentalement les raisons de ce choix

Le premier terme correspond à l'énergie du centre de masse (qui n'est pas affecté par la collision), le second à l'énergie cinétique moyenne du mouvement relatif. Dans l'hypothèse d'équilibre thermique, $m(\Delta v)^2 = k_B T$. Pour $\mu > 0$, cette dernière est inférieure à l'énergie cinétique moyenne d'un atome¹². Ceci traduit le fait que les atomes perdus dans la collision ont une énergie cinétique inférieure à la moyenne, du fait de la dépendance en vitesse du de taux de collisions inélastiques.

En résumé, l'énergie emportée par deux atomes qui s'échappent du piège à la suite d'une collision inélastique peut s'écrire sous la forme :

$$\Delta E = \left(\frac{9 - \mu}{12} \right) 6k_B T$$

Si $\mu < 9$, $\Delta E < 6k_B T$ où $6k_B T$ représente l'énergie moyenne d'une paire d'atomes à l'équilibre. Les atomes restants ont donc en moyenne une énergie plus grande que $3k_B T$ par atome : le gaz est réchauffé par la perte inélastique de la paire d'atomes. Notons q l'écart à l'énergie moyenne : $q \equiv (9 - \mu)/12$. L'évolution de la température des atomes restants se met alors sous la forme :

$$\frac{\dot{T}}{T} = (1 - q)G\bar{n} \quad (4.6)$$

Il est alors possible d'extraire une équation sur l'évolution de la densité moyenne :

$$\dot{\bar{n}} = -\alpha\bar{n} - \tilde{G}\bar{n}^2 \quad (4.7)$$

où nous avons posé $\tilde{G} = [1 + 3(1 - q)/2]G$. Si G est indépendant de T , il s'agit d'une équation fermée sur $\bar{n}$ qu'il est facile d'intégrer. Par exemple, si $\beta(v) = \beta_0$, on trouve $q = 3/4$ et $\beta_0 = G = (8/11)\tilde{G}$ et

$$\bar{n}(t) = \frac{\bar{n}_0 e^{-\alpha t}}{1 + (1 - e^{-\alpha t})\tilde{G}\bar{n}_0/\alpha} \quad (4.8)$$

Si par contre G dépend de la température il faut résoudre le système constitué des équations (4.6) et (4.7).

4.4.4 Application et conséquences

Dans un premier temps, nous avons essayé d'ajuster la loi (4.8) aux différentes séries de données par une méthode des moindres carrés. Cette méthode conduit à une dépendance de $\tilde{G}$ avec la température initiale de la série de données étudiée. L'hypothèse $\beta(v) = \beta_0$ n'est pas cohérente avec l'ensemble de nos points expérimentaux.

¹²Notons de plus que pour $\mu = 3$ cette valeur moyenne s'annule. Cette pathologie pour $\mu = 3$, traduit le fait que les collisions inélastiques entre atomes de vitesse quasi-nulle sont tellement probables que l'équilibre thermique ne peut plus s'établir. Plus l'exposant est proche de 3, plus le gaz met du temps pour atteindre l'équilibre thermodynamique.

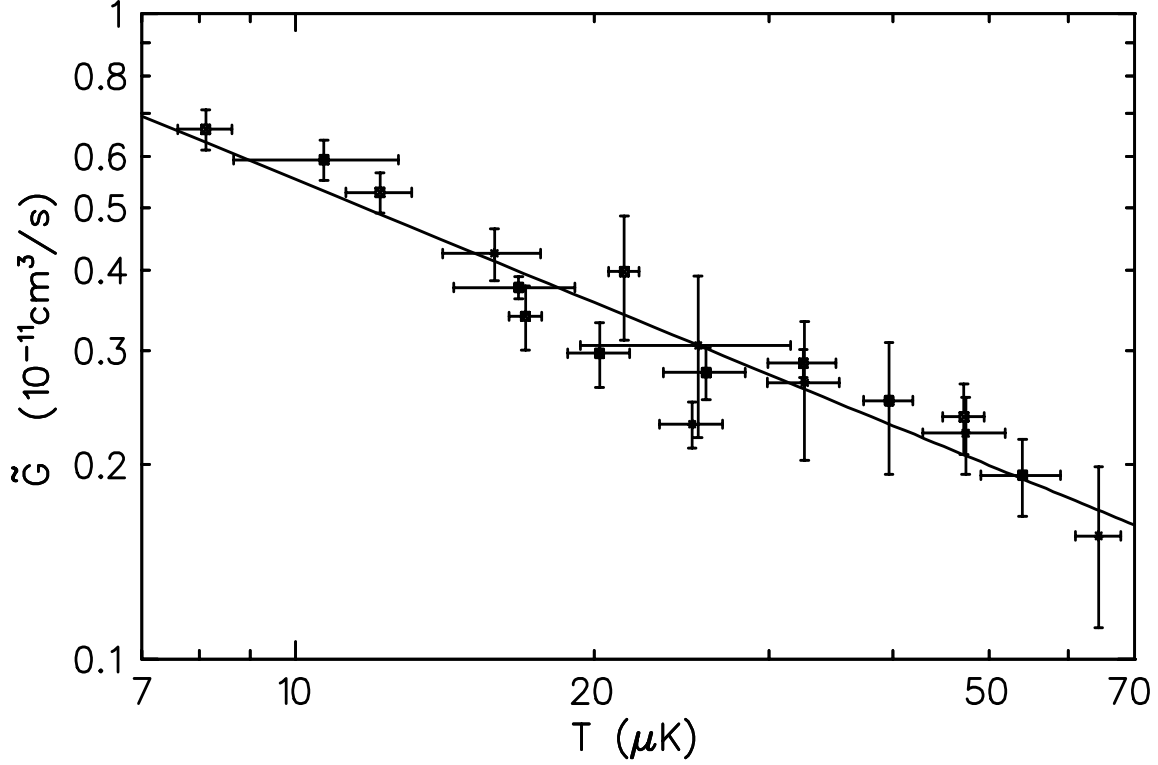


FIG. 4.5 – Dépendance en température du taux de collisions $\tilde{G}$. Chaque point de cette courbe est déduit d'un ajustement de la densité sur une plage de température donnée. La ligne en trait plein est un ajustement par une loi de puissance : $\tilde{G} \propto T^{-0.63}$.

Pour extraire la dépendance en température de $\tilde{G}$, nous avons suivi la procédure suivante : chaque série de données a été divisée en trois morceaux de telle sorte que sur les plages de temps ainsi sélectionnées, la température et donc $\tilde{G}(T)$ puissent être considérés comme constants à plus ou moins 10%. Un ajustement de la densité par la loi précédente est alors justifié. Les paramètres variables sur chaque intervalle i sont la densité initiale du morceau considéré et $\tilde{G}_i$. A partir des six séries, on extrait ainsi 18 valeurs du coefficient $\tilde{G}_i$ associées à 18 températures T_i différentes. La figure 4.5 résume l'ensemble de ces points. Les barres d'erreurs horizontales correspondent à la variation de température sur l'intervalle étudié, alors que les barres d'erreurs verticales sont déduites des erreurs statistiques des ajustements. La double échelle logarithmique met évidence l'existence d'une loi de puissance. Un ajustement linéaire dans ces coordonnées donne $\tilde{G} = 2.4 \times 10^{-11} T^{-0.63} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, où la température T est exprimée en μK .

D'après le modèle microscopique développé ci-dessus, cette loi de puissance en température peut être reliée au niveau de la section de collision inélastique à une loi du type $\beta \propto v^{-\mu}$, avec $\mu = 1.26$ soit $q = 0.65$. En résumé, le taux de décroissance à

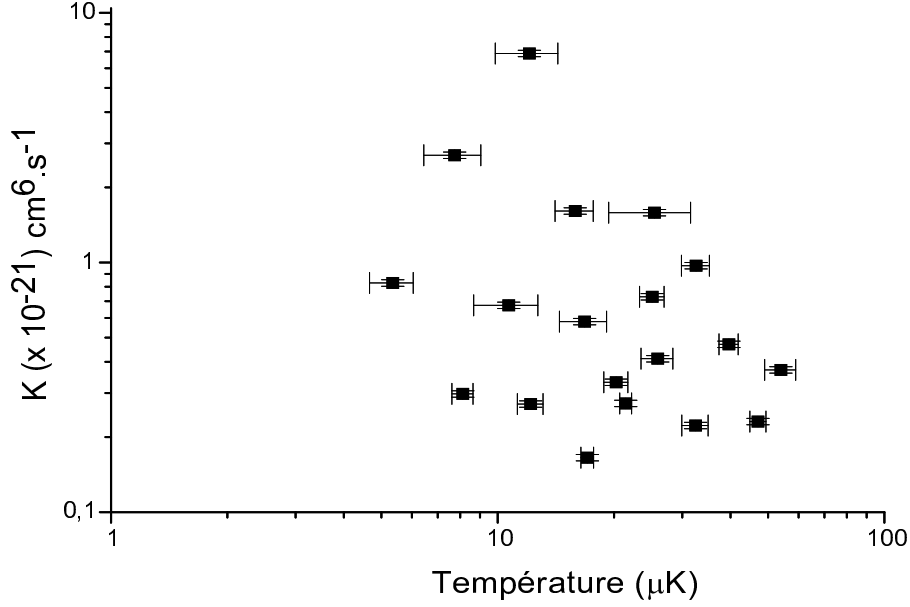


FIG. 4.6 – *Dépendance en température du taux de recombinaison à trois corps. La dispersion des points montre clairement qu'on ne peut rendre compte de manière cohérente de l'ensemble de nos données par un tel processus.*

deux corps peut être mis sous la forme :

$$G(T) = 1.5 \pm 0.3 \pm 0.3 \cdot 10^{-11} T^{-0.63} \text{ cm}^3\text{s}^{-1} \quad (4.9)$$

La première plage d'erreur est statistique, alors que la seconde correspond aux incertitudes systématiques qui interviennent dans les mesures de densité. L'erreur statistique sur l'exposant lui-même est de 10%. Il est important à ce stade d'insister sur les valeurs typiques du taux de collisions $\gamma_c > 10 \text{ s}^{-1}$, nettement plus grand que le taux de collisions inélastiques $G\bar{n} < 0.1 \text{ s}^{-1}$. Ainsi, l'hypothèse d'équilibre thermique implicitement utilisée dans le modèle est ainsi largement justifiée.

La figure 4.4 représente une série typique de mesures. Les variations du nombre d'atomes N et de la température T ont été ajustées par la solution analytique de l'équation d'évolution de la densité pour $q=0.65$ (*i.e.* $\mu = 1.26$), soit pour un coefficient inélastique de la forme $G(T) = g_0 T^{-0.63}$. Le meilleur choix par la méthode des moindres carrés conduit pour cette série de données à $g_0 = 1.2 \times 10^{-11} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$, cette valeur est en bon accord avec la relation 4.9. Ces ajustements sont représentés en trait plein sur la figure 4.5. Notre modèle rend quantitativement compte de la décroissance du nombre d'atomes d'une part, et du chauffage d'autre part.

Sur les six séries de points expérimentaux, le modèle reproduit bien l'évolution de la température T et du nombre d'atomes N , exception faite du point le plus froid. Pour ce dernier, le chauffage observé est plus élevé que le chauffage prévu par le modèle.

Trois éléments d'explications peuvent être fournis pour tenter de comprendre l'origine de cet écart. Les collisions à grand paramètre d'impact des atomes du gaz résiduel avec les atomes du nuage piégé peuvent jouer un rôle non négligeable. Cet effet est en valeur relative d'autant plus important que la température de l'échantillon atomique est plus petite. Par ailleurs, les atomes très énergétiques qui résultent des collisions inélastiques peuvent également contribuer au chauffage, si, avant de s'échapper ils entrent en collision avec le gaz d'atomes froids. Enfin, la contribution d'un chauffage d'origine technique est de même, relativement, plus importante pour ce point.

4.4.5 Taux de recombinaison à trois corps

Nous avons effectué la même analyse que précédemment dans l'hypothèse où le processus inélastique dominant est le taux de recombinaison à trois corps. Le résultat de cette analyse est reporté sur la figure 4.6. Pour une même température le taux à trois corps peut différer par plus d'un ordre de grandeur suivant la série de données qui est analysée. La dispersion des points par rapport à celle de la figure 4.5 montre qu'on ne peut expliquer de manière cohérente l'ensemble de nos données par un tel processus.

4.4.6 Mécanismes en jeu ?

La plus grande valeur mesurée pour G est $4.10^{-12} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ à $T = 8 \mu\text{K}$. Ce taux de pertes à deux corps est du même ordre de grandeur que les taux mesurés entre atomes de Cs non polarisés préparés dans l'état hyperfin $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ [88]. Néanmoins, dans ce cas, un tel taux est expliqué par les collisions d'échange¹³. A priori, pour un gaz préparé dans l'état $|F = m = 4\rangle$, deux types de processus inélastiques peuvent être invoqués : une dépolarisation de l'échantillon conduisant à la formation d'atomes dans les sous-niveaux $|6S_{1/2}, F = 4, m_F \neq 4\rangle$, par exemple

$$|F = m = 4\rangle + |F = m = 4\rangle \longrightarrow |F = m = 4\rangle + |F = 4, m = 3\rangle$$

ou un basculement des atomes dans l'autre état hyperfin du niveau fondamental $F = 3$, par exemple

$$|F = m = 4\rangle + |F = m = 4\rangle \longrightarrow |F = m = 4\rangle + |F = m = 3\rangle$$

Pour discriminer entre ces deux mécanismes, deux séries d'expériences ont été réalisées.

Dans la première, nous avons vérifié que l'échantillon était initialement bien polarisé. Nous avons alors réalisé des expériences où le courant dans les bobines du piège magnétique est abaissé jusqu'à une valeur où seuls les atomes dans $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$ sont piégés. La profondeur d'un tel piège a été estimée à $40 \mu\text{K}$. Les études de durée

¹³Voir chapitre 2

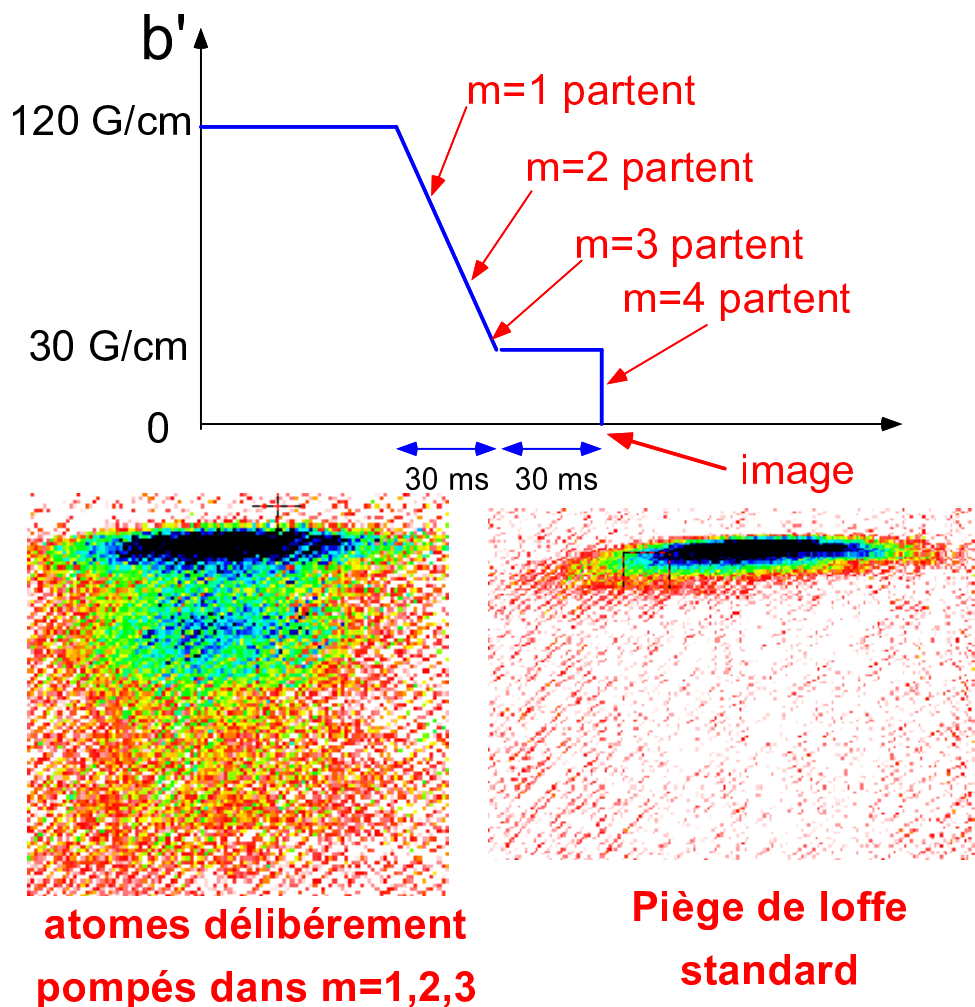


FIG. 4.7 – *Expérience de dépolarisation volontaire de l'échantillon. Le courant est abaissé en 30 ms à une valeur où seuls les atomes dans l'état $F = m = 4$ peuvent être piégés.*

de vie dans ce piège faible, pour une gamme de températures variant entre $5 \mu\text{K}$ et $20 \mu\text{K}$, conduisent à des taux inélatiques en accord avec les mesures précédentes. Des taux plus importants ont même été observés pour les grandes températures ($T \sim 20 \mu\text{K}$), ils sont attribués à la présence d'une évaporation résiduelle liée à la faible profondeur du piège.

Dans la seconde, nous avons essayé de détecter directement la présence éventuelle d'atomes dans les autres sous-niveaux magnétiques $F = 4, m_F \neq 4$. La démarche

expérimentale est la suivante : le nuage atomique est préparé à la température désirée par une rampe radiofréquence, puis il relaxe dans le piège magnétique pour une durée variant de 1 à 100 secondes ; on passe ensuite en 30 ms au piège « faible » qui ne piège que les atomes dans $F = m_F = 4$ (par réduction du courant de 51 A à 13.8 A). Les atomes de $m_F < 4$ doivent alors tomber. En effet, les gradients de champ magnétiques sont dans ce cas trop petits pour compenser la gravité. On s'attend donc à voir arriver dans le faisceau sonde une série de paquets atomiques, correspondant à $m_F = -4, m_F = -3, \dots$ jusqu'à $m_F = 3$ (il s'agit d'un simple effet Stern et Gerlach). Or, il n'a jamais été possible de détecter un nombre significatif d'atomes dans les autres sous niveaux magnétiques dans ces conditions ! La même expérience a été réalisée avec une dépolarisation volontaire des atomes par un faisceau laser annexe et des fractions allant jusqu'à 5% d'atomes dans $m_F = 3$, ont pu être mesurées. La figure 4.7 montre un résultat typique. Notons toutefois que cette dernière expérience ne constitue pas un test absolu. En effet, si dans les expériences de relaxation, le nuage d'atomes dépolarisés est très dilué et très chaud, il est difficile de le détecter par effet Stern et Gerlach.

Ces deux expériences conduisent à la conclusion suivante : le mécanisme de pertes inélastiques prépondérant correspond au basculement de l'un des atomes ou des deux dans l'autre niveau hyperfin $F = 3$. Après une telle collision, les atomes partagent l'énergie libérée par changement d'état hyperfin, soit $\Delta E = k_B \times 0.44$ mK si un seul atome bascule, ou $2\Delta E$ si les deux basculent. Cette énergie est grande devant la profondeur du piège ~ 1 mK. On justifie ainsi *a posteriori*, l'hypothèse de perte des deux atomes lors d'une collision inélastique.

4.4.7 Autres mesures de ces pertes inélastiques

L'équipe d'Oxford dirigée par C. Foot [89] a également étudié les mécanismes de pertes par collisions inélastiques pour des atomes de ^{133}Cs dans $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$ piégés magnétiquement dans un piège du type TOP. Les taux mesurés sont du même ordre de grandeur que les nôtres, voire supérieurs, puisque des taux allant jusqu'à 10^{-11} $\text{cm}^3.\text{s}^{-1}$ ont été mesurés dans ces expériences.

La température initiale du nuage atomique est obtenue par refroidissement évaporatif. Cette équipe a comparé la durée de vie de l'échantillon ainsi préparé avec celle d'un échantillon préparé dans les mêmes conditions et régulièrement (toutes les 5 secondes) irradié par des impulsions de lumière polarisantes. Dans le second cas, la durée de vie semble meilleure. Le processus de dépolarisation :

$$|F = m_F = 4\rangle + |F = m_F = 4\rangle \longrightarrow |F = m_F = 4\rangle + |F = 4, m_F = 3\rangle$$

ou

$$|F = m_F = 4\rangle + |F = m_F = 4\rangle \longrightarrow |F = 4, m_F = 3\rangle + |F = 4, m_F = 3\rangle$$

semble donc ici être prédominant, contrairement à ce que nous avons trouvé.

On pourrait être tenter d'expliquer ces conclusions différentes par le fait que les expériences d'Oxford sont effectuées dans un champ magnétique de 7 Gauss, alors que nos mesures ont été réalisées dans un champ de 1.5 Gauss. Néanmoins, on n'attend pas de comportement radicalement différent entre ces deux champs. Signalons quelques points qui peuvent avoir constitué un biais dans l'expérience d'Oxford :

1. la profondeur du piège TOP utilisé pour les atomes dans $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$ était de 120 μK , alors que l'échantillon était à une température de 33 μK . La différence entre ces deux énergies est trop faible pour assurer un régime sans évaporation naturelle. Il faudrait donc la prendre en compte dans une analyse rigoureuse de données. Notons que le piège TOP n'est pas le mieux adapté pour des études de dépolarisation. En effet, la profondeur de ce piège est $\mu B_0/4$, soit de l'ordre de l'énergie libérée lors d'une collision dépolarisante. Par exemple, pour un champ de 7 Gauss, l'énergie libérée par atome pour un processus de dépolarisation est de 60 à 120 μK , soit de l'ordre de la profondeur du piège pour le sous niveau $|6S_{1/2}, F = 4, m_F = 3\rangle$. Il semble donc peu probable que des atomes $m_F < 4$ issus de collisions inélastiques peuvent être piégés.
2. chaque impulsion polarisante chauffe *a priori* l'échantillon (une augmentation 10 μK est observée à la fin de l'expérience), la densité est alors réduite, et par suite le taux de pertes inélastiques diminue et la durée de vie est allongée ...

Pour toutes ces raisons, il ne nous semblent pas clair que les résultats de cette équipe soient en contradiction avec nos mesures.

4.4.8 Quelques explications possibles pour ces taux inélastiques élevés

Les résultats présentés dans ce chapitre pour le taux de collisions inélastiques conduisent à des valeurs beaucoup plus grandes que celles des autres alcalins. Pour le ^7Li , le ^{23}Na , ou le ^{87}Rb , ces valeurs s'étalent de 1 à 20 $\cdot 10^{-15} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$. Les valeurs prédites en 93 [40, 41] pour les atomes de ^{133}Cs étaient également dans cette plage. Expérimentalement, on observe un écart de plus de trois ordres de grandeur avec ces prédictions ! Deux explications complémentaires peuvent être avancées pour expliquer cet écart.

Tout d'abord, la résonance à énergie nulle [60] que nous avons observée pour des atomes doublement polarisés ($F = m_F = 4$) traduit l'existence d'un niveau lié ou virtuel très proche de la limite de dissociation du potentiel triplet Cs-Cs. Il en résulte une grande longueur de diffusion¹⁴ $|a| > 140 \text{ \AA}$. Conformément aux résultats exposés au chapitre 2, pour une grande longueur de diffusion, la probabilité d'occupation à faible distance de deux atomes de faible énergie entrant en collision est largement augmentée,

¹⁴Les mesures des décalages de fréquences d'horloges atomique à Cs [62, 63] conduisent à une plage pour la longueur de diffusion de $-100 < a < -550 \text{ \AA}$. Les mesures effectuées au laboratoire Aimé-Cotton dans des expériences de photoassociation donnent $|a| > 250 \text{ \AA}$ [72].

en comparaison de celle correspondant à une plus petite valeur pour $|a|$. De manière équivalente, deux atomes entrant en collision dans ce régime passent plus de temps au voisinage l'un de l'autre, et augmentent ainsi sensiblement leur probabilité d'effectuer une collision inélastique.

Par ailleurs, en plus de l'interaction dipôle-dipôle, un terme de couplage spin-spin lié au deuxième ordre du couplage électronique spin-orbite [90] n'avait pas été pris en compte dans les prédictions faites en 1993 [40, 41]. Des calculs récents [91], incluant la résonance à énergie nulle, conduisent pour ce terme supplémentaire à une valeur du même ordre de grandeur que celle observée¹⁵. Ces calculs (les plus complets actuellement) sont en accord avec nos mesures de section efficace [60] et nos mesures de taux de collisions inélastiques [93] pour une longueur de diffusion $|a| > 300 \text{ \AA}$. Par contre, ils ne donnent pas de renseignements sur le signe de la longueur de diffusion.

4.4.9 Comment contourner ces collisions ?

Dans ce paragraphe, nous posons la question suivante : comment modifier le potentiel de piégeage pour rendre les collisions inélastiques marginales devant les collisions élastiques ? Pour des raisons de simplicité, nous ne considérons que le cas des potentiels harmoniques isotropes. Un argument naïf consiste à dire qu'il suffit de diminuer la raideur du piège pour diminuer la densité, et par suite le taux de collisions inélastiques. La conclusion correcte est en fait opposée. En effet, le taux de collisions inélastiques γ varie avec la raideur du piège selon :

$$\gamma = G\bar{n} \propto \omega^{3/2}$$

Le taux de collisions élastiques Γ_{coll} varie quant à lui de la façon suivante :

$$\Gamma_{\text{coll}} = \bar{n}\sigma\bar{v} \propto \omega^2$$

Nous supposons ici G et σ indépendants de la vitesse pour simplifier. Par conséquent, le rapport du taux de collisions élastiques sur le taux de collisions inélastiques varie avec la raideur selon :

$$\frac{\Gamma_{\text{coll}}}{\gamma} \propto \omega^{1/2} \quad (4.10)$$

Pour augmenter ce rapport, il faut donc avoir une raideur du piège plus importante, pour atteindre le seuil de condensation à plus haute température pour un nombre d'atomes donné.

4.4.10 Conclusion

Le refroidissement évaporatif d'un gaz atomique de Cs dans l'état $|F = m = 4\rangle$ s'est révélé inefficace, malgré un rapport entre la durée de vie et le taux de collisions

¹⁵Ces calculs extrapolent les taux de relaxation dipolaire mesurés à température ambiante par Bhaskhar *et al.*[92].

élastiques supérieur à r_c : $r = 4 \times 200 > r_c = 140$. Un gain de seulement 500 dans l'espace des phases a pu être atteint pour une température finale de 4 μK . Un taux de relaxation de spin gigantesque est à l'origine de ces limitations. A une température de 10 μK , le taux de collisions inélastiques est seulement 10 fois plus petit que le taux de thermalisation. Les valeurs mesurées pour le taux inélastique sont près de mille fois plus grandes que pour les autres alcalins ! Aussi, il semble impossible d'atteindre le seuil de condensation pour un gaz de césium doublement polarisé.

L'explication de ces taux anormalement élevés réside dans un terme spin-orbite qui intervient au deuxième ordre dans l'hamiltonien d'interaction entre alcalins [91]. Pour le ^{133}Cs polarisé dans l'état purement triplet, ce terme est plus grand que le traditionnel terme d'interaction dipolaire spin-spin électronique. Il contribue alors à amplifier notablement le taux de relaxation dipolaire. A l'opposé, ce même terme annule quasiment l'interaction dipolaire dans le cas du ^{87}Rb et conduit à des taux de relaxation particulièrement petit pour l'état purement triplet !

Chapitre 5

Le Cs dans $|6S_{1/2}, F = -m_F = 3\rangle$

Introduction

Comme pour tous les alcalins, le niveau fondamental du ^{133}Cs ($6S_{1/2}$) est divisé en deux sous-niveaux hyperfins. Pour les atomes préparés dans l'état doublement polarisé (électron+noyau), soit dans l'état $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$, les taux de relaxation dipolaire mesurés sont anormalement élevés, en comparaison de ceux des autres alcalins. Ils interdisent par là-même la réalisation d'un condensat dans cet état. Ce mécanisme limite l'efficacité du refroidissement évaporatif, la densité dans l'espace des phases maximale atteinte étant de $\sim 10^{-5}$. Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur l'autre sous-niveau hyperfin de l'état fondamental qui est piégé par les minima de champ magnétique¹ : $F = -m_F = 3$.

Comme il est impossible d'engendrer une configuration de champ magnétique présentant dans le vide un maximum du module du champ (théorème de Wing), un piège magnétique statique est toujours localisé autour d'un minimum. Les atomes qui peuvent être piégés ne sont par conséquent pas ceux de plus faible énergie (voir figure 5.1), et un nuage d'atomes piégés magnétiquement est au sens strict du terme instable vis-à-vis des collisions à deux corps. Le couplage magnétique dipôle-dipôle peut en effet induire des retournements du moment magnétique. Dans ce cas, l'un des atomes, voire les deux, ressort(ent) de la collision sur des niveaux Zeeman inférieurs.

Pour les atomes de sodium et de rubidium préparés dans leur niveau hyperfin le plus bas, la relaxation dipolaire ne constitue pas un effet limitant pour réaliser la condensation. Pour des champs magnétiques de l'ordre de 1 Gauss, ces taux sont typiquement de l'ordre de $10^{-15} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$. De tels taux ont simplement pour effet de limiter la durée de vie du condensat à une dizaine de secondes pour des densités typiques de 10^{14} cm^{-3} . Dans ce chapitre, nous présentons les mesures de taux de relaxation dipolaire du ^{133}Cs dans l'état $|6S_{1/2}, F = -m_F = 3\rangle$. Une première partie expose brièvement le dispositif

¹Le signe - devant m_F est lié au signe du facteur de Landé, qui est négatif pour $F = 3$.

expérimental, et ses performances. Le refroidissement évaporatif est ensuite analysé en détail. Les comparaisons entre l'expérience et la simulation numérique permettent de définir une borne inférieure à la longueur de diffusion. Dans une dernière partie, les mécanismes limitant ultimement l'efficacité d'un tel refroidissement sont analysés.

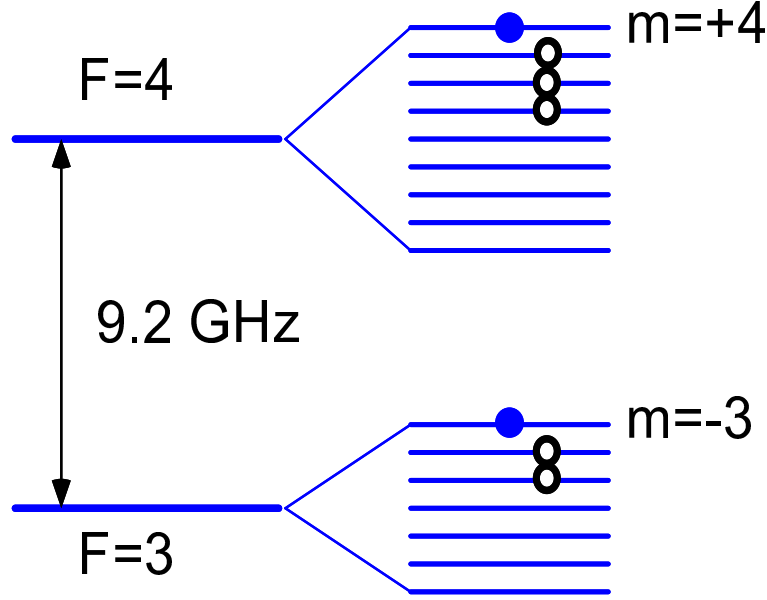


FIG. 5.1 – Cette figure représente les différents niveaux de l'état fondamental du ^{133}Cs . Les ● correspondent aux sous-niveaux Zeeman utilisés dans les pièges magnétiques de ce mémoire. Ce chapitre étudie le cas du niveau hyperfin le plus bas $F = 3$. Les ○ indiquent les autres niveaux piégeables au voisinage d'un minimum de $|\mathbf{B}|$.

5.1 Dispositif expérimental

Le montage utilisé est identique à celui exposé au chapitre précédent. Les atomes sont d'abord piégés dans la cellule du haut où règne une vapeur résiduelle de ^{133}Cs de l'ordre $\sim 10^{-8}$ mBar. Ce chargement comprend typiquement 10^8 atomes. Ces atomes sont refroidis par une phase de mélasse optique de 15 ms, et tombent après coupure des faisceaux de mélasse, dans la cellule inférieure (pression résiduelle $< 10^{-10}$ mBar). Un piège magnéto-optique dans cette cellule récupère les atomes. L'efficacité du transfert est estimée à 70%. Une phase de mélasse de 10 ms abaisse la température du nuage à $6\text{ }\mu\text{K}$. Les atomes sont ensuite pompés optiquement dans l'état $F = -m_F = 3$ par une irradiation de $500\text{ }\mu\text{s}$ d'un faisceau polarisé circulairement, parallèle au champ de pompage de 2 Gauss environ, et résonnant avec la transition $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Simultanément, un faisceau supplémentaire accordé sur la transition

$|6S_{1/2}, F = 4\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F' = 4\rangle$ est appliqué pour dépomper les atomes du niveau $F = 4$. L'efficacité du pompage est supérieure à 90 %.

Le piège magnétique à trois bobines² est ensuite allumé. Le champ magnétique résultant de cet agencement est équivalent à un piège de Ioffe-Pritchard. Un tel piège présente un minimum non nul du module du champ magnétique $|\mathbf{B}(\mathbf{r})|$ en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$. L'allure du champ au voisinage de ce minimum est la suivante :

$$\mathbf{B}_{\text{Ioffe}} = \begin{pmatrix} b'x - b''xy/2 \\ B_0 + b''y^2/2 - b''(x^2 + z^2)/4 \\ -b'z - b''yz/2 \end{pmatrix}$$

où le gradient $b' = 1.1$ T/m, la courbure $b'' = 60$ T/cm², et le champ longitudinal est de $B_0 = 1.1 \times 10^{-2}$ T. Le nuage atomique est ensuite comprimé adiabatiquement par réduction du champ longitudinal jusqu'à $B_0 \sim 1.2 \times 10^{-4}$ T. Cette opération dure 20 secondes et est réalisée grâce à une paire de bobines Helmholtz centrée sur le piège magnétique. Après cette compression les fréquences d'oscillations autour du centre du piège sont $\nu_x = \nu_z \simeq (3\mu b'/4mB_0)^{1/2}/2\pi = 87$ Hz et $\nu_y = (3\mu b''/4m)^{1/2}/2\pi = 7$ Hz, où μ est le magnéton de Bohr et m la masse atomique du ¹³³Cs. A ce stade, le nuage a la forme d'un cigare, il contient 5×10^7 atomes pour une densité centrale de 7×10^{10} atomes par cm⁻³. La durée de vie liée aux collisions avec le gaz résiduel est de 200 secondes.

L'échantillon atomique est ensuite refroidi par évaporation forcée. La radiofréquence (rf) utilisée a une amplitude de 3×10^{-6} T, elle induit des transitions entre sous-niveaux Zeeman du niveau piégé $m_F = -3$ vers le niveau anti piégé $m_F = 3$. Ce transfert sélectif en énergie a lieu sur la surface définie par $\mu|\mathbf{B}(\mathbf{r})| = 4h\nu$ autour du centre du piège. Dans la première série d'expériences portant sur l'évaporation [94] proprement dite, la fréquence ν est rampée linéairement en 30 secondes de 4 MHz à une fréquence finale ajustable. A partir de la fréquence ν_0 qui vide le piège ($\nu_0 = 427 \pm 3$ kHz pour cette première série d'expériences), on détermine expérimentalement avec précision la valeur du champ longitudinal du piège magnétique B_0 .

5.2 Mesures de température et de densité

Le nuage d'atomes froids est sondé par une image par absorption (voir Annexe B). Ces mesures sont destructives. Les différentes étapes sont les suivantes : le courant des bobines est coupé en moins de 500 μ s, les atomes sont ensuite pompés dans le niveau $F = 4$ par une irradiation de 200 μ s d'un faisceau accordé sur la transition $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Le nuage est ensuite illuminé par un pulse laser de 80 μ s polarisé circulairement et résonnant avec la transition $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \longrightarrow$

²Voir chapitre 1.

$|6P_{3/2}, F' = 5\rangle$. L'ombre faite par le nuage est imagée sur le réseau CCD d'une caméra avec un grandissement³ 2.47.

Les images sont ensuite traitées numériquement, nous extrayons la densité intégrée le long de l'axe du faisceau $\int n(x, y, z)dx$, où $n(\mathbf{r})$ est la densité spatiale. Cette quantité est ensuite ajustée par un profil gaussien comme attendu pour un nuage à l'équilibre thermique dans un potentiel harmonique. En admettant la symétrie cylindrique autour de l'axe y , on déduit de cette image le nombre d'atomes N et la température T . Cette dernière est extraite de la taille selon y , c'est-à-dire de la grande longueur, de telle sorte qu'on ne soit pas limité par la résolution optique, y compris pour les températures les plus basses qui ont été mesurées. Par exemple, la plus petite température mesurée sur les nuages d'atomes polarisés dans $F = -m_F = 3$ est de 80 nK, pour une longueur du grand axe de $51.5 \mu\text{m}$. Les températures ont également été mesurées par la technique de temps de vol. Dans cette méthode, après avoir préparé le nuage à la température désirée, le piège magnétique est coupé brutalement. Le nuage d'atomes tombe alors sous l'effet de la gravité. Après une durée τ ajustable, une image est prise. Les dimensions du nuage augmentent au cours de la chute sous l'effet de l'expansion thermique. Après une durée τ ajustable, une image est prise.

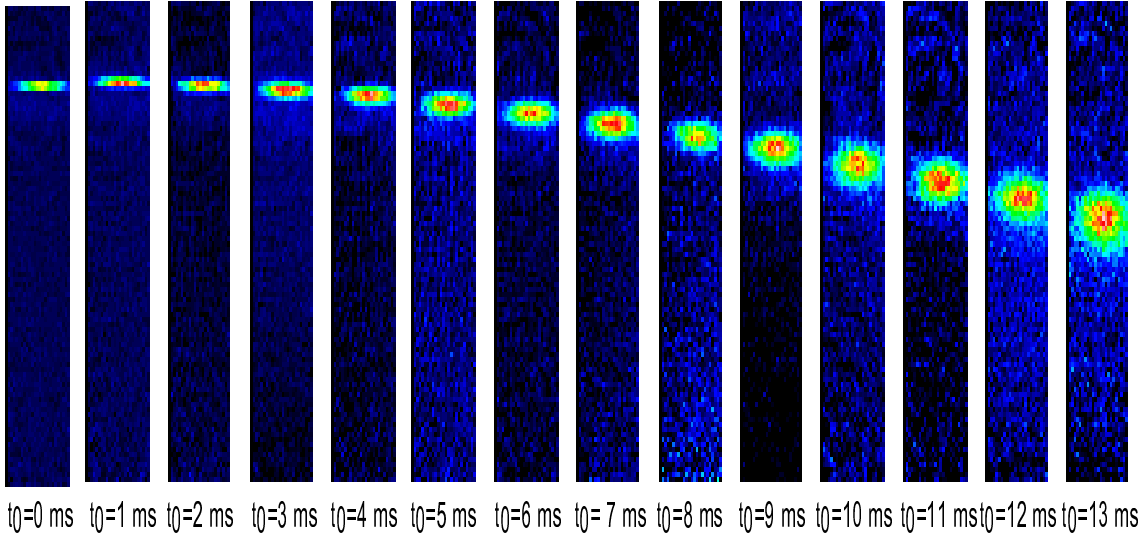


FIG. 5.2 – *Temps de vol.* A $t_0 = 0$, les atomes sont lâchés du piège magnétique, dont la forme en cigare est caractéristique. Les images sont prises toutes les ms. La température est extraite de l'expansion verticale.

Sur la figure (5.2) on peut voir une suite de 14 images prises toutes les millisecondes. Le déplacement du centre au cours du temps conduit à la valeur de $g = 9.6 \pm 10\%$

³La résolution optique de l'imagerie a été estimée à $7 \mu\text{m}$.

m.s⁻². La taille *rms* du nuage le long de l'axe z suit une loi d'évolution du type $(\Delta z_0^2 + \Delta v^2(t - t_0)^2)^{1/2}$, où Δz_0 , Δv et t_0 sont des paramètres ajustables. Par une méthode des moindres carrés, nous déduisons la température T à partir de Δv : $T = m\Delta v^2/k_B$. On trouve ainsi 1.0 μK ($\pm 10\%$) pour la série de la figure (5.2). Cette valeur est à comparer à la valeur obtenue pour l'axe long sur une image prise à $\tau = 0$ qui est de 0.76 μK . Des analyses similaires portant sur des séries dont la température est de l'ordre du microKelvin, conduisent à un accord à $\pm 25\%$ près. L'accord entre les deux méthodes est médiocre. Il peut être en partie due à une mauvaise coupure des champs. On peut aussi invoquer l'utilisation de la caméra dans la mesure où une durée trop longue de l'impulsion du faisceau image peut faire participer un même atome à plusieurs pixels de la caméra⁴. Les paramètres semblent indiquer qu'un biais éventuel a pu ainsi être introduit.

5.3 Evaporation et gravité

Pour effectuer une analyse quantitative de la dynamique et des résultats de l'évaporation, il faut prendre en compte la gravité [85, 94]. Son rôle est d'autant plus important que la masse des atomes est grande. C'est le cas ici pour le ¹³³Cs. Elle a deux effets majeurs :

- modification de la détermination du fond du puits.
- modification de la dimensionnalité de l'évaporation.

5.3.1 Fond du puits

Si la gravité n'intervenait pas, la fréquence ν_0 déterminant le fond du puits serait directement reliée au minimum de champ magnétique B_0 par :

$$\nu_0 = \mu B_0 / 4h \quad (5.1)$$

Le potentiel le long de l'axe z est en fait de la forme :

$$W(z) = \frac{3\mu}{4} \sqrt{B_0^2 + b'^2 z^2} + mgz$$

Sous l'effet de la gravité le minimum de ce potentiel est déplacé de

$$z_0 = -\frac{\epsilon}{(1 - \epsilon)^{1/2}} \frac{B_0}{b'}$$

où $\epsilon = 4mg/(3\mu b')$. Avec nos paramètres, $\epsilon = 0.3$. L'approximation harmonique autour du centre du piège est valable tant que $\epsilon^2 \ll 1$. La surface d'évaporation sélectionnée

⁴Cet effet est discuté dans l'annexe B.

par la fréquence ν de la rf induit des transitions sur l'axe z aux points qui vérifient :

$$\frac{\mu}{4} \sqrt{B_0^2 + b'^2 z^2} = h\nu$$

La valeur critique ν_0 qui expulse tous les atomes du piège est donc obtenue en prenant $z = z_0$ dans la relation précédente. Soit

$$h\nu_0(1 - \epsilon^2)^{1/2} = \frac{\mu B_0}{4} \quad (5.2)$$

Cette valeur est à comparer à (5.1) lorsque la gravité est négligeable.

5.3.2 Dimensionnalité de l'évaporation

En l'absence de gravité, les surfaces d'évaporation coïncident avec les surfaces isoénergies pour une configuration statique de champ magnétique de type Ioffe-Pritchard. On parle dans ce cas d'*évaporation tridimensionnelle*. Comme nous l'avons vu au chapitre 3 (figure 3.3), dans un piège de type TOP la surface d'évaporation se réduit à un cercle dans le plan transverse, on parle dans ce cas d'*évaporation bidimensionnelle*. Enfin, en-dessous d'une certaine température, la prise en compte de la gravité pour un piège de Ioffe-Pritchard conduit à une modification de la dimensionnalité de l'évaporation [85].

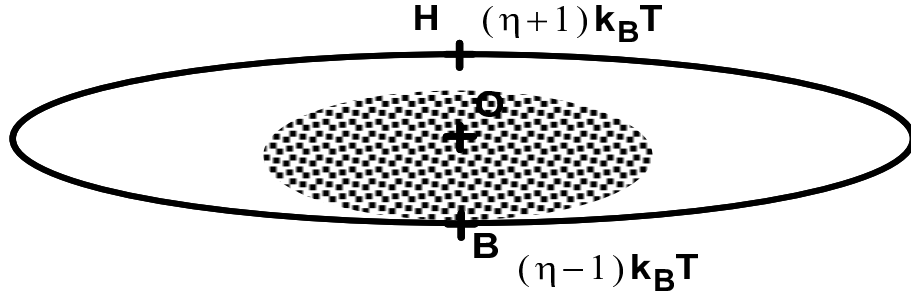


FIG. 5.3 – *Modification de la dimensionnalité en présence de gravité pour un piège magnétique de type Ioffe-Pritchard.*

En effet, le nuage est déplacé verticalement vers le bas de telle sorte que les surfaces isoénergies ne coïncident plus avec la surface d'évaporation (voir figure 5.3). Pour rendre cet argument plus quantitatif, considérons une surface d'évaporation donnée (l'ellipse en trait plein de la figure 5.3). L'énergie correspondante au point B est $(\eta - 1)k_B T$, cherchons la température T_0 pour laquelle l'énergie correspondant au point H est $(\eta + 1)k_B T$ (en pratique⁵, $\eta \sim 5$). En effet, nous avons vu au premier chapitre que l'évaporation

⁵voir chapitre 1.

implique essentiellement les atomes dont l'énergie est $k_B T$ au-dessus de la valeur de troncature. Ainsi, pour une température inférieure à T_0 , l'évaporation a lieu en un seul point : le point B en l'occurrence. On parle dans ce cas d'évaporation unidimensionnelle. Soit ν la fréquence correspondante à la surface d'évaporation considérée. Les abscisses verticales z_B et z_H de B et H respectivement vérifient :

$$\begin{cases} 4h\nu = \mu\sqrt{B_0^2 + b'^2 z_{B,H}^2} \\ (\eta - 1)k_B T = 3h(\nu - \nu_0) + mg(z_B - z_0) \\ (\eta + 1)k_B T = 3h(\nu - \nu_0) + mg(z_H - z_0) \\ z_B = -z_H \end{cases} \quad (5.3)$$

La résolution du système précédent (5.3) conduit à l'expression de la température T_0 en-dessous de laquelle l'évaporation est essentiellement unidimensionnelle :

$$\frac{k_B T_0}{3\mu B_0/4} = \frac{\eta\sqrt{1-\epsilon^2} + \sqrt{\eta^2 - 1}}{\frac{1}{\epsilon^2} - \eta^2} \quad (5.4)$$

Si $\epsilon > 1/\eta \simeq 0.2$, l'évaporation est tout le temps unidimensionnelle, et la solution précédente n'a plus de sens. C'est le cas pour les expériences relatées dans ce chapitre.

5.4 Evaporation comparée avec la simulation

Les figures 5.5.a et 5.5.b montrent respectivement l'évolution du nombre d'atomes piégés et de leur température au cours d'une rampe d'évaporation. Les images utilisées pour extraire ces quantités sont reportées sur la figure 5.4. La radiofréquence pour cette série, est balayée linéairement de 4 MHz à 435 kHz en 30 secondes. Le nuage à la fin de cette rampe contient ~ 6500 (± 1500) atomes à une température de 80 (± 20) nK. Les barres d'erreurs sur ce dernier point correspondent aux erreurs statistiques obtenues en effectuant 5 fois la même rampe dans les mêmes conditions. Sur ces mêmes figures nous avons également reporté les prédictions de la simulation numérique⁶ pour deux longueurs de diffusion différente $|a| = 100$ Å et $|a| = 1000$ Å.

TAB. 5.1 – *Prédictions des simulations numériques sur le nuage final à la fin de la rampe d'évaporation pour diverses longueurs de diffusion.*

a (Å)	50	100	200	300	500	1000	2000	expérience
N	0	200	1600	3600	5600	7000	7000	6500 (± 1500)
T (nK)	—	420	200	190	120	90	90	80 (± 20)

⁶Rappelons que cette simulation utilise la section efficace de collision du pseudo-potentiel $\sigma(k) = 8\pi a^2/(1 + k^2 a^2)$.

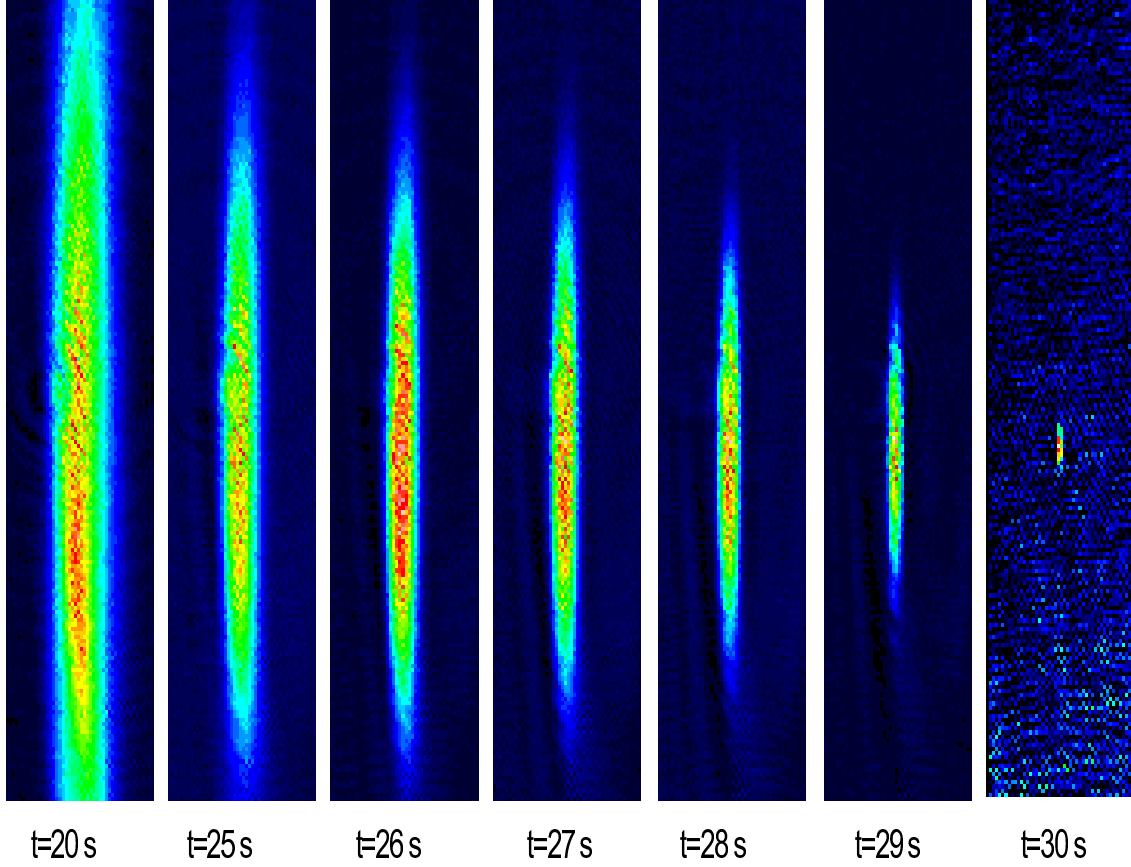


FIG. 5.4 – Séries d’images prises t secondes après le départ d’une rampe d’évaporation de 30 secondes. La gravité est orientée horizontalement sur ces images.

Les deux longueurs de diffusion conduisent aux mêmes résultats sauf pour les deux dernières secondes. En fait pour $t \leq 28$ secondes, la température est suffisamment grande pour que $\sigma \simeq 8\pi/k^2$ pour les deux longueurs de diffusion. Il n’est donc pas étonnant d’obtenir le même comportement pour ces deux longueurs.

Le choix dans le programme de simulation d’une section efficace élastique du type :

$$\sigma(k) = 8\pi a^2 / (1 + k^2 a^2) \quad (5.5)$$

permet de remonter à la valeur de la longueur de diffusion $a \equiv a_{3,-3}$ pour le potentiel correspondant à l’état⁷ $|6S_{1/2}, F = -m_F = 3\rangle$. Néanmoins, il n’est pas évident de pouvoir extraire à partir de a des informations sur les longueurs de diffusion triplet et singulet. Par ailleurs, nous avons appris au chapitre 2 que la section efficace de collisions élastiques n’est pas très bien approximée par la loi (5.5) pour des longueurs

⁷Cet état est un mélange de l’état triplet et de l’état singulet.

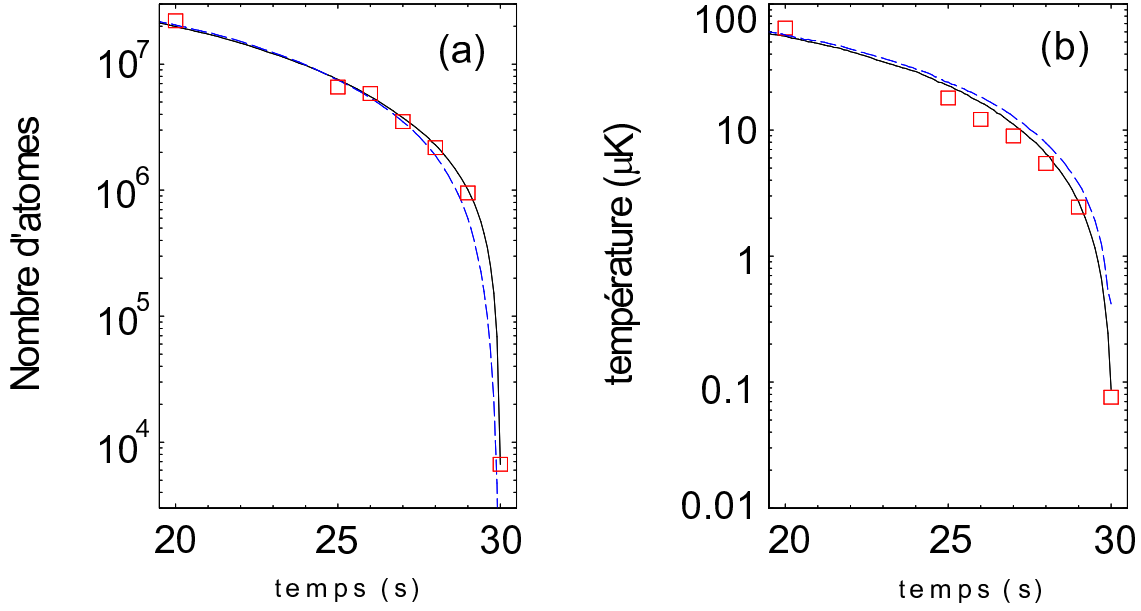


FIG. 5.5 – Evolution en (a) du nombre d’atomes et en (b) de la température pour les dix dernières secondes de la rampe d’évaporation. Les points expérimentaux sont représentés par les carrés, les lignes correspondent aux simulations numériques : la ligne continue correspond à $|a| = 1000 \text{ \AA}$, et la ligne en traits pointillés à $|a| = 100 \text{ \AA}$.

de diffusion négatives. Or il semble que ce soit le cas d’après un article théorique récent [48], synthétisant les résultats expérimentaux disponibles pour l’atome de césium.

Nous avons indiqué dans la table 5.1, les résultats de la simulation numérique concernant la température et le nombre d’atomes à la fin de l’évaporation. Un bon accord avec les données expérimentales⁸ est obtenu pour une longueur de diffusion $|a| > 300 \text{ \AA}$. Il s’agit d’une valeur importante pour une longueur de diffusion⁹. Sur la figure 5.6, la densité dans l’espace des phases est tracée en fonction du temps. Elle est de 2×10^{-7} au début de la rampe, et de 3×10^{-2} à la fin, soit à un facteur 100 du régime de dégénérescence quantique. Les données entre 25 et 29 secondes montrent clairement l’emballement du refroidissement évaporatif¹⁰ : le produit de la densité par la vitesse *rms* est constant alors que le nombre d’atomes est divisé sur la même période par 7. Pour une section efficace indépendante de la vitesse relative des atomes entrant en collision, cela correspondrait à un taux de collisions constant. Dans notre cas, puisque la section efficace varie comme $1/T$ dans cette région (limite unitaire), la situation est encore plus favorable, et correspond à une augmentation du taux de collisions par un

⁸Nous avons vérifiés que les résultats des simulations conduisent quasiment aux mêmes résultats lorsque l’on tient compte des processus inélastiques détaillés dans la suite.

⁹voir annexe D.

¹⁰voir chapitre 2 sur le refroidissement évaporatif.

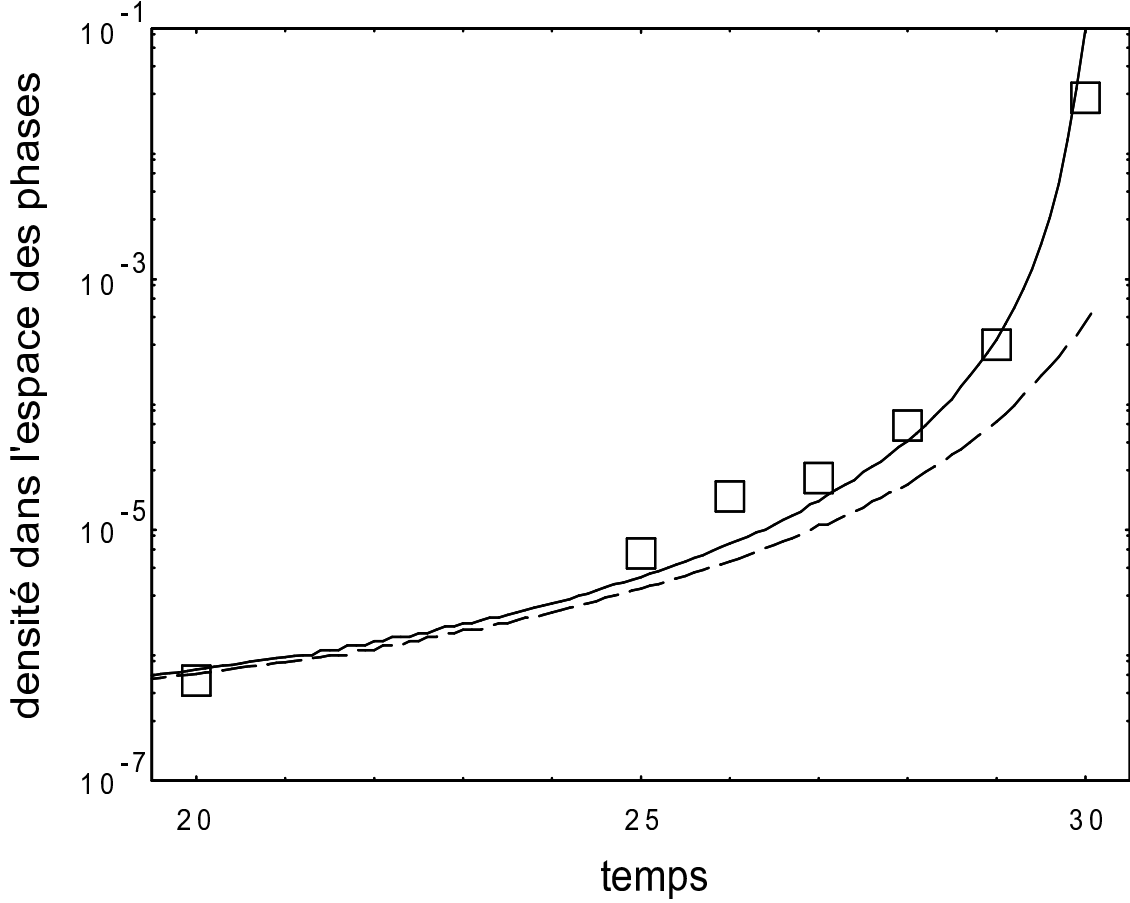


FIG. 5.6 – Evolution de la densité dans l'espace des phases pendant les dix dernières secondes de la rampe d'évaporation. Les carrés correspondent aux points expérimentaux. Les lignes correspondent aux simulations numériques : la ligne continue correspond à $|a| = 1000 \text{ Å}$, et la ligne en trait pointillé à $|a| = 100 \text{ Å}$.

facteur 4. Le dernier point à $t = 30$ secondes correspond à un nuage dont l'extension transverse attendue est de $4 \mu\text{m}$. On estime cette dimension en utilisant la grande dimension ($52 \mu\text{m}$) et en exploitant l'ellipticité attendue (~ 13). Cette taille est en dessous de notre résolution optique ; la taille mesurée ($\sim 7 \mu\text{m}$) est en effet nettement plus grande que cette valeur. Si nous évaluons la densité spatiale en supposant que l'extension transverse est de $4 \mu\text{m}$, nous trouvons que la densité dans l'espace des phases est de $\sim 10^{-1}$.

En résumé de cette première partie, nous avons pu refroidir un gaz de césium à une température extrêmement basse $80(\pm 20) \text{ nK}$. Cette température est dix fois plus petite que les plus basses températures observées par refroidissement optique à trois dimensions [95, 96]. La figure 5.6 en échelle logarithmique montre clairement l'effet

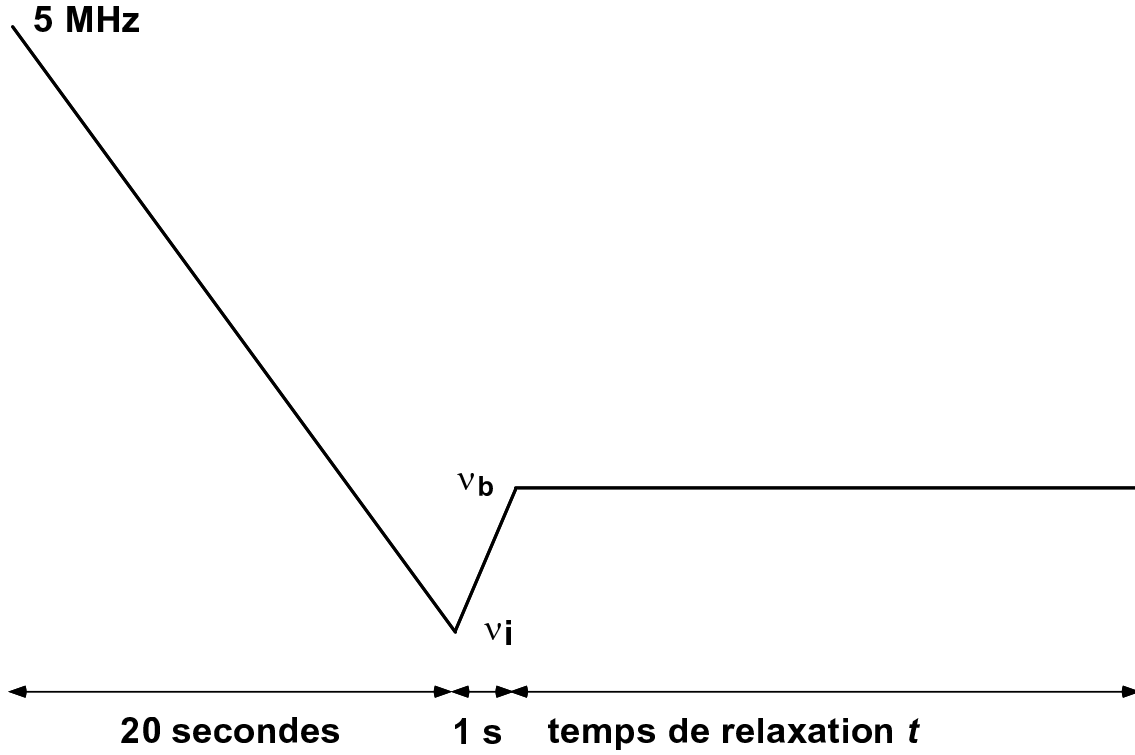


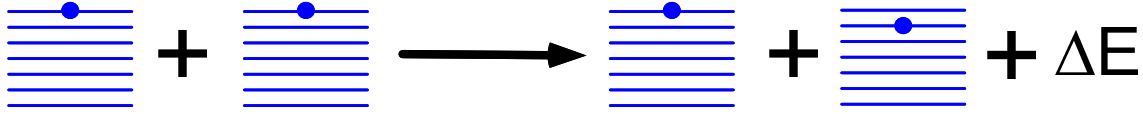
FIG. 5.7 – Pour les expériences de relaxation en présence d'un bouclier radiofréquence, l'allure suivante pour les variations de la fréquence a été choisie. La première droite est une rampe linéaire de 5 MHz à une fréquence ν_i ajustable ; elle permet de choisir la température du nuage d'atomes. La fréquence est remontée à la valeur ν_b pendant toute la phase de relaxation.

d'emballement du refroidissement évaporatif sur les cinq dernières secondes de la rampe. Néanmoins, il n'a jamais été possible malgré de nombreux essais d'atteindre des densités dans l'espace des phases supérieures à 10^{-1} .

5.5 Expériences de relaxations en présence d'un bouclier radiofréquence

Nous pensons que les limitations observées précédemment sont dues à des collisions inélastiques à deux corps. L'interaction dipolaire magnétique est donnée par une somme de produits de tenseurs du deuxième ordre, et permet donc de telles collisions¹¹. La règle de sélection est $|\Delta M_F| \leq 2$ pour un tel processus, où M_F est la somme des m_F des atomes qui effectuent la collision. Donnons un exemple :

¹¹voir chapitre 2.



où les traits représentent les différents sous-niveaux Zeeman et $\Delta E = \mu B_0/4$. Ces processus sont exothermiques et conduisent par conséquent à un chauffage.

Pour des expériences de chauffage pur, l'évolution de la température et du nombre d'atomes d'un nuage donné au cours du temps, n'est pas facile à interpréter. En effet, plusieurs voies de sorties sont possibles dans un processus de dépolarisation :

$$(F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -2) + (F = 3, m_F = -3)$$

$$(F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -2) + (F = 3, m_F = -2)$$

$$(F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -1)$$

Et toutes ces voies vont contribuer au chauffage mesuré. Pour obtenir des données plus facilement interprétables, nous transformons le chauffage dû aux collisions inélastiques en pertes grâce à une troncature judicieusement choisie du potentiel de piégeage. En pratique, on utilise un plateau (voir figure 5.7) radiofréquence pendant toute la phase de relaxation. La première partie de la rampe entre 5 MHz et ν_i permet de préparer un nuage à la température désirée. Plus ν_i est proche de ν_0 , plus la température du nuage est petite. Cette première rampe linéaire est effectuée en 20 secondes. La fréquence de la rf est ensuite remontée en une seconde à ν_b et reste à cette valeur pendant toute la relaxation. Le temps de relaxation t est compté à partir de ce moment. Le choix de ν_b doit obéir à deux exigences contraires. D'un côté, cette valeur doit être suffisamment proche du fond du puits pour que deux particules subissant une collision inélastique soient perdues à cause du gain d'énergie qui résulte d'un processus de dépolarisation. D'un autre côté, elle ne doit pas être trop petite pour éviter que l'évaporation naturelle ne complique l'analyse des données.

La courbe en pointillé de la figure 5.8 représente le potentiel magnétique sur l'axe vertical. La courbe en trait plein au même niveau correspond au potentiel réellement vu par les atomes dans l'état $|6S_{1/2}, F = -m_F = 3\rangle$ compte tenu de la gravité :

$$U(z) = \frac{3}{4}\mu\sqrt{B_0^2 + b'^2 z^2} + mgz$$

La gravité est responsable d'un décalage vers le bas du minimum du potentiel. Nous avons également représenté sur la figure 5.8 le potentiel vu par les atomes dans l'état $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = -2\rangle$. Pour ces atomes, la courbure du potentiel magnétique est réduite par un facteur $2/3$ par rapport au cas précédent, ce qui augmente le décalage du minimum. La droite horizontale correspond à une énergie $\mu B_0/8$ ($\mu B_0/(8k_B) = 25.4$ μK pour $B_0 = 3$ Gauss) au dessus du fond du potentiel piégeant pour les atomes dans l'état $|6S_{1/2}, F = -m_F = 3\rangle$. C'est cette énergie ou son double qui est libérée par atome lors d'une collision inélastique dépolarisante :

$$(F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -2) + (F = 3, m_F = -3)$$

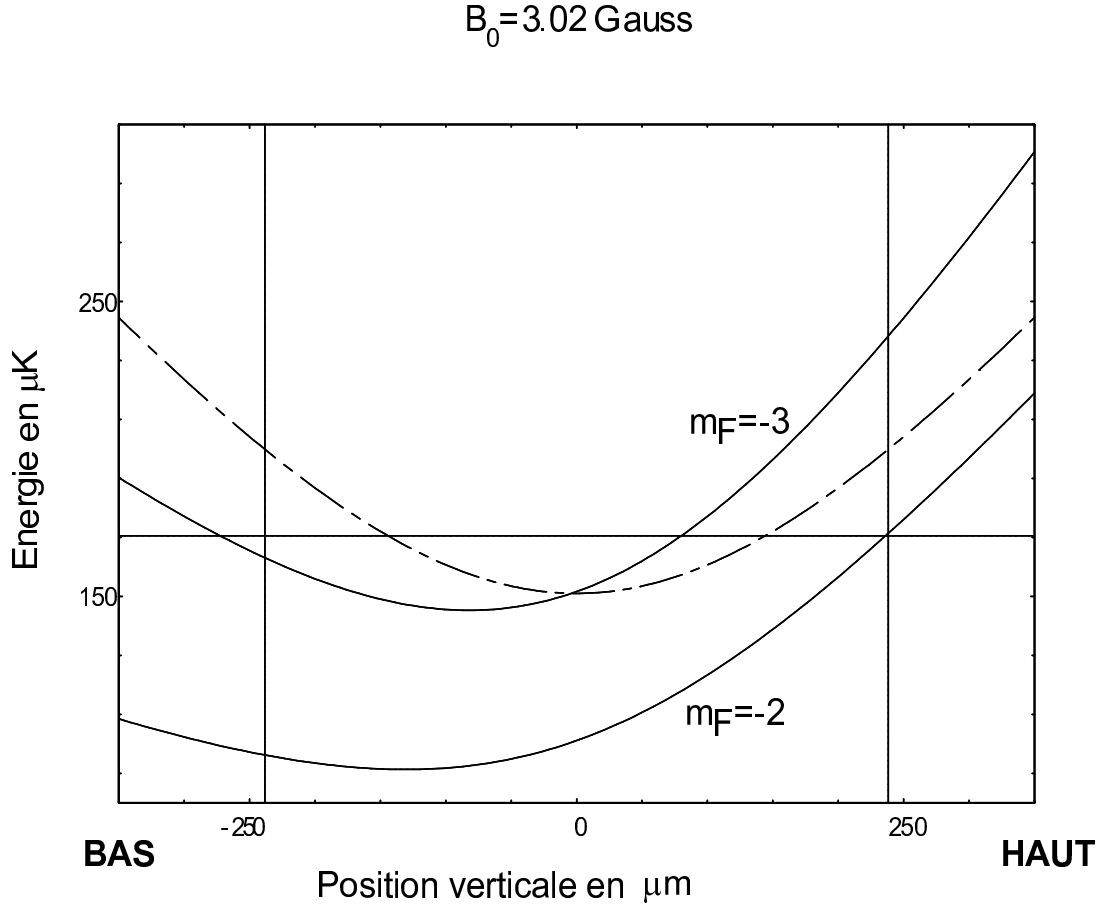


FIG. 5.8 – La courbe en pointillés représente le potentiel magnétique en l'absence de gravité pour des atomes dans $m_F = -3$. Les courbes en trait plein correspondent au potentiel réel vu par les atomes en $m_F = -3$ et en dessous en $m_F = -2$. Les traits verticaux montrent les régions où l'évaporation a lieu pour une fréquence rf ν_b . Le trait horizontal est à une énergie $\mu B_0/8$ au dessus du fond du potentiel des atomes dans $m_F = -3$.

$$(F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -2) + (F = 3, m_F = -2)$$

$$(F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -1)$$

Les droites verticales correspondent à la fréquence du plateau bouclier ν_b choisie dans ce cas particulier. Elles coupent le potentiel des atomes dans $m_F = -3$ à une valeur inférieure à l'énergie $\mu B_0/8$. Le caractère unidimensionnel de l'évaporation est très net sur cette figure : un atome peut s'échapper du piège en $z = -240 \mu\text{m}$ dès que son énergie cinétique E_c au centre du piège est supérieure à $17 \mu\text{K}$, alors qu'il faut $E_c > 104 \mu\text{K}$ pour que l'atome s'échappe en $z = +240 \mu\text{m}$. Enfin, la condition pour ne pas avoir d'évaporation naturelle consiste à sélectionner des nuages dont la

température est petite par rapport à $\mu B_0/8$, soit $3k_B T \ll \mu B_0/8$. Pour $B_0 = 3$ Gauss, cette relation est vérifiée pour des températures bien inférieures à $8\mu\text{K}$.

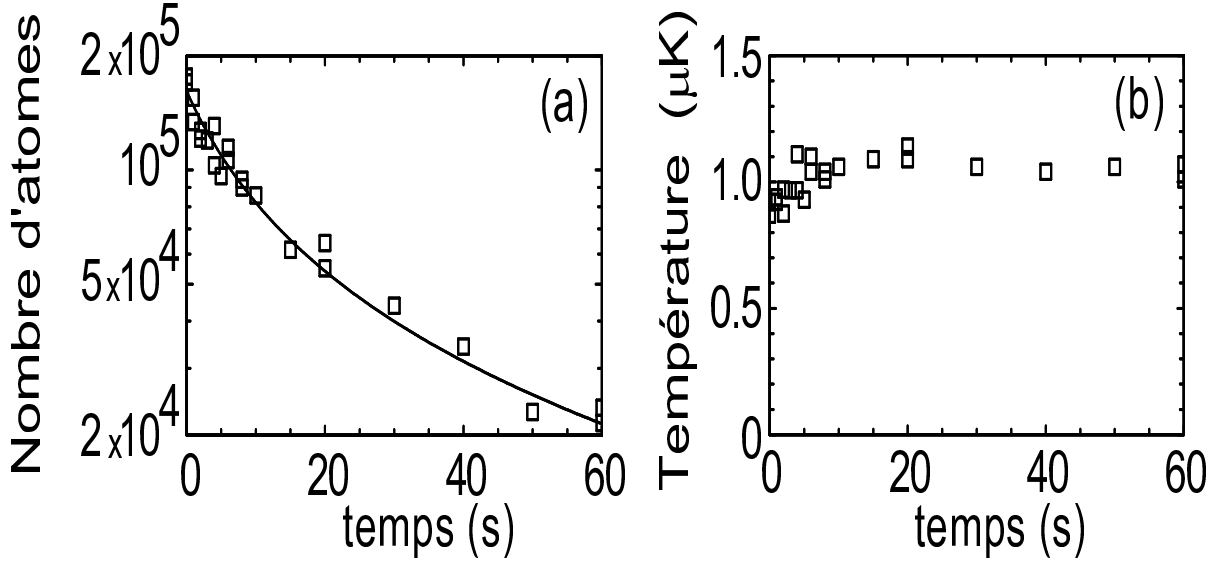


FIG. 5.9 – Evolution du nombre d'atomes en échelle logarithmique (a) et de la température (b) pour une expérience de relaxation en présence d'un bouclier radiofréquence. L'évolution du nombre d'atomes $N(t)$ est ajustée par une loi de pertes à deux corps.

Le résultat d'une telle expérience de relaxation en présence d'un bouclier radiofréquence est reporté sur la figure 5.9. Il correspond à une mesure pour un champ longitudinal $B_0 = 3.02$ Gauss. L'évolution du nombre d'atomes (5.9.a) montre une décroissance non exponentielle. Elle peut être ajustée précisément grâce à une loi d'évolution du type :

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau} - G\bar{n}N$$

Le coefficient de pertes à deux corps résultant d'un tel ajustement est $G = 2.28 \times 10^{-12} \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Nous avons supposé la température constante, et par suite $\bar{n} \propto N$. Au début de la phase de relaxation de cette série, la température (5.9.b) est de $0.9 \mu\text{K}$. Un léger chauffage jusqu'à une température de $1.1 \mu\text{K}$ apparaît ensuite. On peut le comprendre simplement. Les processus inélastiques prennent place préférentiellement dans les régions de forte densité. Les atomes subissant de telles collisions sont donc essentiellement les atomes froids confinés au fond du potentiel. Aussi, ont-ils en moyenne une énergie plus faible que l'énergie moyenne d'un atome du nuage. Ce mécanisme antiévaporatif explique qualitativement l'origine du chauffage observé. En fait, une analyse plus quantitative conduirait à un chauffage de $1.5 \mu\text{K}$! L'écart entre cette

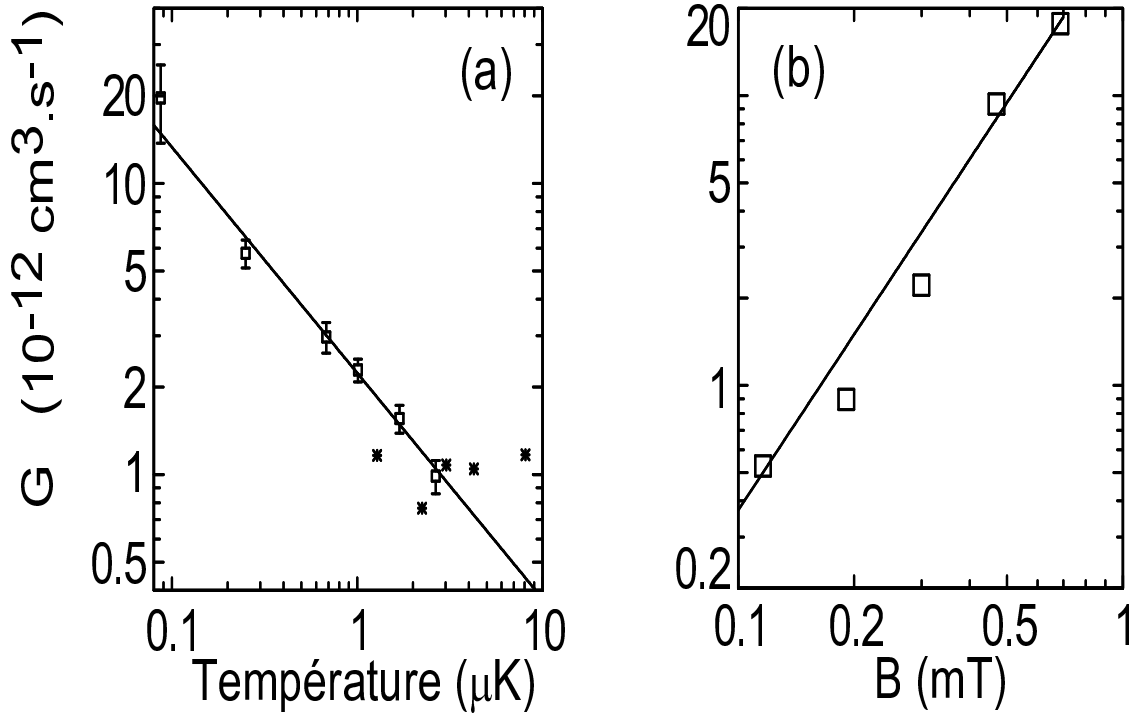


FIG. 5.10 – Variations du taux de pertes à deux corps $G(B, T)$ avec (a) la température T pour une valeur fixe du champ $B_0 = 3.02 \text{ Gauss}$, (b) le champ magnétique B_0 pour une température fixe $T = 1 \mu\text{K}$. Dans (a) les carrés (étoiles) correspondent aux données d'expériences de relaxation obtenues en présence (en l'absence) d'un bouclier radiofréquence.

prédiction et l'observation expérimentale n'est pas à ce jour complètement compris. Une explication partielle peut être fournie par la présence d'une évaporation résiduelle à cause du bouclier radiofréquence.

De telles expériences de relaxation en présence d'un bouclier ont été faites dans une gamme de température s'étalant de $0.25 \mu\text{K}$ à $2.6 \mu\text{K}$. Les variations de $G(B, T)$ en fonction de la température moyenne sont représentées sur la figure 5.10.a par des carrés. En double échelle logarithmique, ces points s'alignent suivant une droite. Un ajustement linéaire conduit à

$$G(3.02 \text{ Gauss}, T) = 2.2 \times 10^{-12} T^{-0.78} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad (5.6)$$

où T est exprimée en μK . Par ailleurs, ces expériences ont également été faites à une température initiale voisine de $1 \mu\text{K}$, pour des champs magnétiques variant entre 1.2 Gauss et 6.9 Gauss . Sur la figure 5.10.b, les coefficients $G(B_0, 1\mu\text{K})$, obtenus en utilisant la variation en température de (5.6) sont représentés. L'ajustement par une loi en B^α

donne $\alpha = 1.99 \pm 0.2$. Le taux de pertes à deux corps peut finalement se résumer par la formule empirique suivante :

$$G(B, T) = (3.8 \pm 1.2) \times 10^{-13} B^2 T^{-0.78} \text{cm}^3 \text{s}^{-1} \quad (5.7)$$

où B est en Gauss et T en μK . L'incertitude de 30% est en grande partie due à l'incertitude sur la mesure du nombre d'atomes, qui est de l'ordre de 20%. Les erreurs sur les mesures de températures ont été estimées à 5%. Enfin, les erreurs statistiques inhérentes aux ajustements sont indiquées par les barres d'erreurs sur la figure 5.10.a.

5.6 Expériences de relaxations en l'absence de bouclier radiofréquence

Nous relatons maintenant les résultats des expériences de relaxation effectuées sans bouclier radiofréquence. La figure 5.11 est un résultat typique obtenu pour un champ magnétique $B_0 = 3.02$ Gauss. La décroissance du nombre d'atomes (5.11.a) suit une loi exponentielle, avec une constante de temps estimée par ajustement à 170 secondes pour ce cas particulier. Simultanément, on observe (fig. 5.11.b) un chauffage important. La température passe de $4.5 \mu\text{K}$ à $15 \mu\text{K}$ en 200 secondes. L'interprétation de ces données requiert quelques hypothèses sur les voies de sortie des collisions inélastiques. Les processus suivant sont *a priori* possibles :

$$(i) (F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -2) + (F = 3, m_F = -3)$$

$$(ii) (F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -2) + (F = 3, m_F = -2)$$

$$(iii) (F = 3, m_F = -3) + (F = 3, m_F = -3) \longrightarrow (F = 3, m_F = -1) + (F = 3, m_F = -3)$$

Nous pouvons d'ores et déjà affirmer que ce dernier mécanisme ne joue pas un rôle dominant. En effet, la profondeur du piège pour les atomes dans $(F = 3, m_F = -1)$ est trop petite pour garder les atomes qui ont emporté l'énergie libérée lors de la collision : $\mu B_0/2$. Ainsi, un atome qui bascule dans l'état $(F = 3, m_F = -1)$ est perdu. Par conséquent si ce processus était dominant, il entraînerait des pertes dépendant de la densité et l'évolution du nombre d'atomes ne serait plus exponentielle. De plus, ce processus est interdit au premier ordre pour un effet Zeeman linéaire. Ceci suggère que les collisions inélastiques dépolarisent essentiellement les atomes de $(m_F = -3)$ vers $(m_F = -2)$, qui restent alors piégés dans un potentiel plus mou (voir figure 5.8). Les mécanismes (i) et (ii) permettent d'expliquer qualitativement le chauffage observé : l'énergie libérée par collision est $\mu B_0/4$ ou $\mu B_0/2$, suivant que l'un des deux atomes ou les deux atomes basculent dans le niveau $(F = 3, m_F = -2)$.

Pour être plus quantitatif, supposons que seul le processus (i) intervienne. Dans ce cas et dans l'hypothèse où le nuage reste essentiellement polarisé, on peut négliger les

collisions des atomes ($F = 3, m_F = -3$) avec ceux dans l'état ($F = 3, m_F = -2$). L'évolution de la température suit alors une loi du type :

$$\frac{dT}{dt} = G\bar{n}(t)T_0 \quad (5.8)$$

avec $3k_B T_0 = \mu B_0/8$, énergie reçue en moyenne par un atome après une collision du type (i). En utilisant l'ajustement exponentiel pour le nombre d'atomes $N(t)$ (fig. 5.11), on peut résoudre l'équation 5.8 d'évolution de la température ¹² $T(t)$. L'ajustement par cette loi conduit à $G = 1.0 \times 10^{-12} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$. Bien sûr, si on suppose maintenant que seul le mécanisme (ii) intervient, on trouve pour G une valeur deux fois plus petite. Comme nous ignorons les probabilités respectives de ces deux mécanismes, il est difficile d'établir une analyse quantitative de cette seconde classe d'expériences. L'analyse devient encore plus complexe si l'on prend en compte les atomes dans l'état ($F = 3, m_F = -2$). Il faut dans ce cas inclure les pertes liées aux collisions d'échange :

$$(F = 3, m_F = -2) + (F = 3, m_F = -2) \longrightarrow (F = 3, m_F = -1) + (F = 3, m_F = -3)$$

En effet, de telles collisions doivent intervenir avec une probabilité plus grande que les collisions liées au basculement de spin (processus (i),(ii),(iii)). Le nombre d'atomes dans l'état ($F = 3, m_F = -2$) doit donc être limité à une faible fraction du nombre d'atomes dans ($F = 3, m_F = -3$).

Nous avons essayé de déterminer expérimentalement le nombre d'atomes dans ($F = 3, m_F = -2$). Après un temps de relaxation variable, nous avons réduit le gradient de champ magnétique à une valeur où les atomes dans cet état ne peuvent plus être piégés ($b' = 47 \text{ Gauss/cm}$), puis nous l'avons remis à sa valeur initiale. En comparant le nombre d'atomes après cette opération, avec celui en l'absence de modification du gradient pour la même durée, nous pouvons remonter à la fraction d'atomes dans $m_F = -2$. Pour les conditions de la figure 5.11 et après un temps de relaxation de 20 secondes, nous avons estimés ce pourcentage à $20\% \pm 7\%$. Notons toutefois que ces mesures sont difficiles à faire et nécessitent une très grande reproductibilité de l'expérience. Il ne s'agit pas d'une méthode quantitative fiable pour mesurer la proportion d'atomes dans $m_F = -2$.

Pour tester l'accord entre les deux types d'expériences de relaxation, nous avons indiqué par des étoiles sur la figure 5.10.a les coefficients G déduits de la démarche précédente dans l'hypothèse où seul le processus (i) intervient. Sur cette figure, G est tracé en fonction de la température initiale des nuages étudiés. L'accord entre les deux méthodes est satisfaisant. On retrouve les mêmes valeur des coefficients G à 20% près, sur les régions de recouvrement.

¹²Rappelons que $\bar{n} \propto NT^{-3/2}$ dans un piège harmonique. Notons de plus que dans ce modèle, G est supposé pour simplifier indépendant de la température. Ce n'est pas strictement vrai, comme le montre les données sur les expériences de relaxation en présence d'un bouclier radiofréquence.

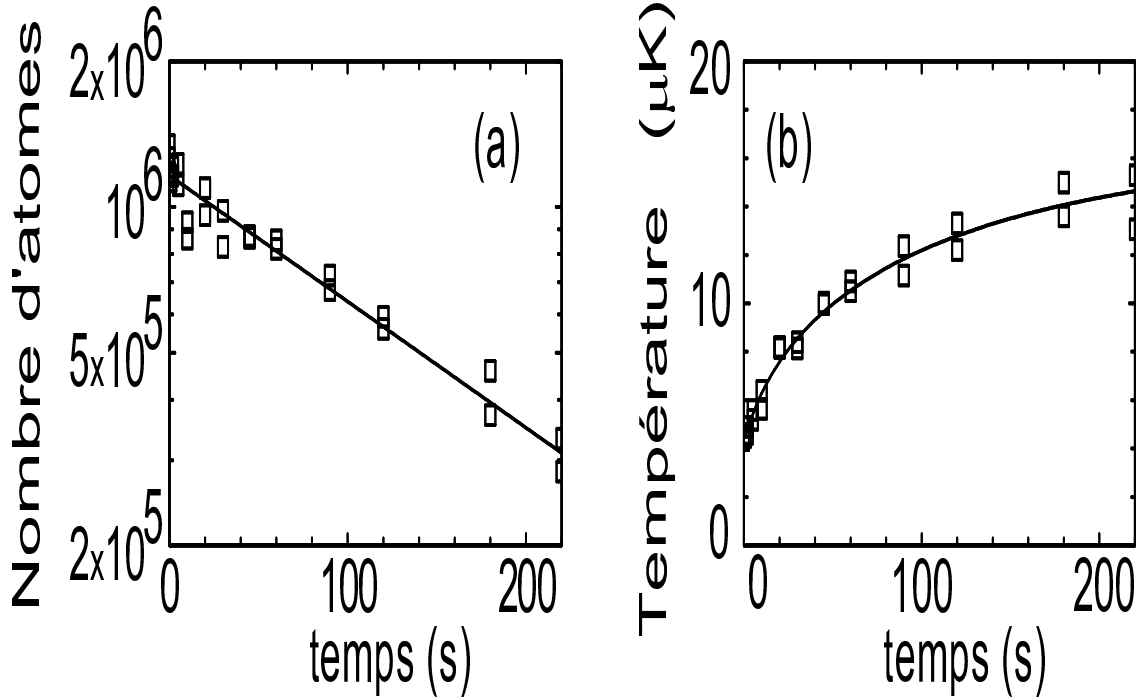


FIG. 5.11 – Evolution (a) du nombre d'atomes $N(t)$ et (b) de la température $T(t)$ pour les expériences de relaxation sans bouclier. $N(t)$ est ajusté par une loi exponentielle, qui est ensuite réinjectée dans la loi d'évolution de $T(t)$ (voir texte) pour en déduire le taux de pertes à deux corps.

5.7 Discussion et conclusion

Les taux inélastiques mesurés ($\sim 10^{13} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) sont plus grands par au moins deux ordres de grandeur que les taux pour des alcalins plus légers comme le ^{87}Rb ou ^{23}Na . De même que pour le Cs dans $F = 4$, l'origine de ces grandes valeurs est sûrement liée aux grandes longueurs de diffusion dans l'onde s . Une analyse quantitative de l'évaporation, nous a conduit à une longueur de diffusion de l'ordre de 30 nm. A titre de comparaison, la longueur de diffusion pour le ^{87}Rb est de 5 nm et celle du ^{23}Na est de 3 nm. Les grandes longueurs de diffusion augmentent la probabilité d'occupation à faible distance, et accroissent par là-même la probabilité d'effectuer des collisions inélastiques.

La dépendance quadratique en champ magnétique (5.7) peut *a priori* être mise à profit pour réduire le taux de dépolarisation en utilisant des champs B_0 très faibles. Nous avons essayé de travailler dans cette voie. Malheureusement, pour des champs longitudinaux inférieur à 0.5 Gauss, la durée de vie des atomes dans le piège dimi-

nue. A 0.2 Gauss, des durées de vie de 7 secondes seulement ont été observées ! La reproductibilité de l'expérience se détériore aussi très rapidement dans cette gamme de champ magnétique. La raison est sans doute d'ordre technique. Il s'agit probablement de champs magnétiques fluctuant à haute fréquence, et qui par conséquent ne sont pas facilement décelables. Des observations similaires ont été faites dans d'autres équipes utilisant des pièges magnétiques. Même pour ces petits champs, les pertes par transition Majorana sont négligeables. En effet, la probabilité de retournement du spin d'un atome qui passe par $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ est $e^{-\xi}$ où $\xi \propto B_0^{3/2}$. Elle vaut 1 pour $B_0 = 10^{-3}$ Gauss. Les pertes par transitions non-adiabatiques conduisent à une durée de vie de 10 secondes pour un champ $B_0 = 10^{-2}$ Gauss, soit un champ plus petit par plus d'un ordre de grandeur que celui que nous avons utilisé. Les transitions Majorana ne peuvent donc expliquer la faible durée de vie observée.

Le seul terme dipolaire conduit à une variation du taux de dépolarisation avec le champ magnétique en $B^{1/2}$ (voir chapitre 2, relation (2.30)). On sait néanmoins qu'il faut prendre en compte un autre terme dans le potentiel spin-spin : une contribution au deuxième ordre du terme spin-orbite. Un tel potentiel décroît exponentiellement avec la distance interatomique r [91] :

$$V_{ss}^{(2)} \propto e^{-r/\lambda} \quad (5.9)$$

où $\lambda \sim a_0$ ($a_0 = 0.53 \text{ \AA}$ est le rayon de Bohr). La courte portée de ce potentiel modifie la variation de l'élément de matrice du taux de pertes à deux corps (voir chapitre 2 relation (2.29)). Cet élément de matrice ne dépendait pas du vecteur d'onde dans l'état final k_f , pour un potentiel à longue portée comme le potentiel dipolaire. La dépendance en champ magnétique du taux de pertes à deux corps ne venait dans ce cas que de la densité dans l'espace des phases dans l'état final [43]. Si on reporte la relation (5.9), le développement pour $k_f r \ll 1$ de $\Psi_d(r) \propto j_2(k_f r) \simeq (k_f r)^2$ fait sortir une dépendance en k_f^2 de l'élément de matrice intervenant dans l'expression du taux de pertes à deux corps (chapitre 2). Le taux de pertes par dépolarisation varie alors avec le champ magnétique selon :

$$G_d \propto B^{5/2}$$

La dépendance quadratique observée est proche de cette loi attendue à température nulle pour les processus inélastiques liés au terme spin-orbite pris au deuxième ordre.

Une autre explication possible est celle d'une résonance de Feshbach aux alentours de 10 Gauss [48].

Au vue de ces résultats, le piège magnétique ne semble pas le meilleur choix pour réaliser la condensation de Bose-Einstein sur des atomes de césium. Pour contourner les processus inélastiques, une possibilité consiste à piéger les atomes dans l'état Zeeman le plus bas $F = m_F = 3$ avec un potentiel optique. Un piège mixte optique et magnétique [97] peut également être envisagé pour ce niveau. Une simple bobine d'axe z crée localement en son centre un maximum de champ magnétique. Elle permet de plus de compenser la gravité et constitue pour les atomes dans $F = m_F = 3$ un piège

unidimensionnel. Un faisceau dipolaire très désaccordé peut alors assurer le confinement transverse. Sur l'axe de confinement magnétique, il est possible d'évaporer grâce à une onde radiofréquence. Néanmoins, deux mécanismes rendent cette expérience difficile : le chauffage lié au laser du faisceau dipolaire et le taux de recombinaison à trois corps. A l'heure actuelle, ce taux est inconnu pour le césium. Enfin, le signe de la longueur de diffusion déterminera ultimement la stabilité de l'état condensé.

En réunissant les différentes mesures effectuées sur le césium 133 (section efficace, mesures de pertes inélastiques, déplacement de fréquence dans les horloges atomiques en fonction de la densité...), Kokkelmans *et al.* [48] ont pu caractériser avec plus de précision les paramètres collisionnels du ^{133}Cs . Ils aboutissent finalement aux longueurs de diffusion triplet et singulet suivantes :

$$a_T \equiv a_{4,4} = -350^{+30}_{-35} a_0 \quad a_S = -208 \pm 17 a_0$$

La précision sur ces longueurs de diffusion est insuffisante pour pouvoir déterminer $a_{3,-3}$. Par ailleurs, la bonne connaissance de ces quantités leur ont permis de rendre compte de l'ordre de grandeur des taux de relaxation dipolaire exposé dans ce chapitre. Enfin, ces auteurs confirment le rôle d'un terme du second ordre spin-orbite pour expliquer les taux exceptionnellement grands observés sur les atomes de ^{133}Cs dans l'état triplet [91].

Chapitre 6

Condensation d'atomes de ^{87}Rb

Introduction

Au début du mois de janvier 98, la table d'optique ayant servi aux expériences sur le Cs ne comportait que le système à double cellule ... Le 31 mars, nous avons observé la condensation de Bose-Einstein sur les atomes de ^{87}Rb . Ce court délai ne doit pas faire penser qu'une telle expérience se monte rapidement. Les sources laser avaient été préparées au dernier trimestre de 97 et au mois de janvier ; de plus, toute la programmation de l'expérience ne nécessitait qu'une simple adaptation. Enfin la maîtrise des pièges magnétiques s'était faite progressivement les deux années précédentes.

Ce chapitre expose dans un premier temps le dispositif expérimental. Nous insistons plus particulièrement sur les modifications par rapport à l'expérience Cs : alimentation du piège magnéto-optique inférieur par un chargement multiple, utilisation de bobines tronconiques pour le piège magnétique ... Nous discutons ensuite l'évaporation, et notamment l'influence de la forme de la rampe d'évaporation. La présence d'un chauffage résiduel est abordé, et permet une comparaison avec les ordres de grandeur trouvés préalablement dans les chapitres 4 et 5 . Enfin, la condensation proprement dite est exposée. Nous verrons l'intérêt d'une automatisation complète de l'expérience pour effectuer des mesures quantitatives : fraction d'atomes condensés en fonction de la température et étude de la durée de vie des condensats.

6.1 Piège magnéto-optique

Le montage à double cellule utilisé dans ces expériences est semblable à celui des expériences menées sur le césium. Pour assurer une vapeur suffisante de Rb dans la cellule du haut, nous maintenons les parois qui séparent la cellule de piégeage du queusot à Rb, à une température de l'ordre de 40 °C. La température des parois est ajustée de telle sorte que le temps de chargement du piège magnéto-optique soit de

l'ordre de 200 ms. De même toutes les cellules de Rb utilisées pour les absorptions saturées sont stabilisées en température aux alentours de 60 °C.

Le piège magnéto-optique inférieur est alimenté par celui du haut grâce à un chargement multiple [18, 19]. Pour ce faire, il faut disposer de lasers différents pour les deux pièges. Un laser maître affiné et stabilisé par une cavité externe est asservi grâce à un montage d'absorption saturée sur le croisement des niveaux ($F_g = 2 \longrightarrow F_e = 3$) et ($F_g = 2 \longrightarrow F_e = 1$). Il est ensuite divisé en deux bras. Chaque bras est décalé en fréquence grâce à un modulateur acousto-optique, et injecte un laser esclave. Les modulateurs acousto-optiques sont utilisés en double passage ; ils permettent ainsi de modifier la fréquence du laser esclave sans altérer la qualité de l'injection. Toute la puissance des esclaves (~ 40 mW) est ainsi disponible pour les pièges magnéto-optiques. Chaque esclave est destiné à un piège magnéto-optique. Le laser repompeur est le même pour les deux pièges. Il est identique en tout point au laser maître, mais est accordé sur la transition $F_g = 1 \longrightarrow F_e = 2$.

La séquence de chargement est la suivante : on charge dans le piège supérieur $\sim 3 \times 10^7$ atomes de ^{87}Rb en 50 ms, ils sont refroidis par une phase de mélasse de 10 ms, et on les pousse ensuite grâce à une impulsion de 20 ms d'un faisceau accordé¹ sur la transition $|5S_{1/2}, F_g = 2\rangle \longrightarrow |5P_{3/2}, F_e = 3\rangle$. Ce faisceau pousseur est convergent : sa section recouvre le piège magnéto-optique supérieur, et son foyer est décalé transversalement de ~ 5 mm du centre du piège magnéto-optique inférieur. Il est indispensable de ne pas le focaliser sur le piège magnéto-optique inférieur car il en éjecterait les atomes. La puissance de ce faisceau est de l'ordre de quelques mW, sa polarisation ainsi que la durée de l'impulsion ont été optimisées empiriquement. Les atomes parviennent ainsi en 50 ms dans le piège du bas, et l'efficacité du transfert est de l'ordre de 70 %.

6.1.1 Chargement multiple

Après cinquante chargements, le piège inférieur compte plus de 5×10^8 atomes. La figure 6.1 montre le signal d'une photodiode récoltant une partie de la lumière de fluorescence du piège magnéto-optique bas. On voit très nettement la structure en marche d'escalier du signal. Chaque marche correspond à l'arrivée d'approximativement 2×10^7 atomes supplémentaires². Le signal de photodiode sature après quelques centaines de chargements, le piège est alors visible à l'œil nu, bien que la lumière de fluorescence à 0.785 nm ne soit pas dans le domaine standard des longueurs d'ondes visibles. Sa taille de l'ordre de 1 cm est proche celle des faisceaux. Le nombre d'atomes est limité par

¹Les atomes qui absorbent les photons du faisceau pousseur, sont accélérés vers le bas et sortent de résonnance par effet Doppler en un temps de l'ordre de quelques dizaines de microsecondes. La durée de l'impulsion a été optimisée à cette valeur empiriquement.

²La première marche est plus importante car le piège supérieur était chargé depuis longtemps, et contenait par conséquent plus d'atomes.

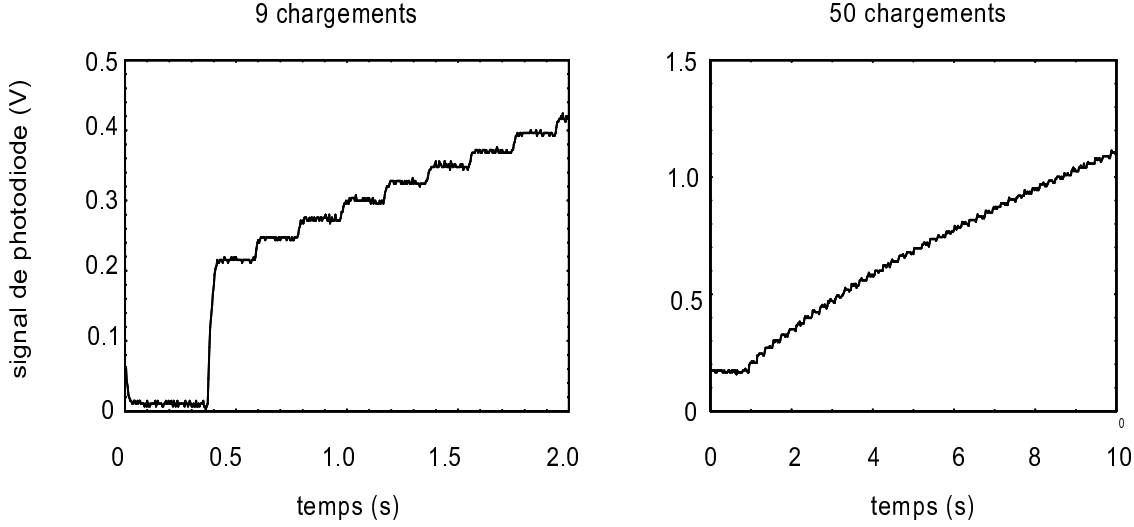


FIG. 6.1 – *Signal de la photodiode qui récolte une partie de la lumière de fluorescence du piège magnéto-optique inférieur, pour 9 et 50 chargements. 1 Volt correspond à 8.5×10^8 atomes*

la taille des faisceaux, leur intensité, l'absorption et la diffusion multiple de photons dans le nuage, le faisceau pousseur ... Après des réglages minutieux, il est possible de charger 1.5×10^9 atomes en cent chargements.

Il est crucial d'avoir six faisceaux indépendants pour le piège magnéto-optique inférieur. Il y a en effet tellement d'atomes que l'intensité des faisceaux est en grande partie absorbée, après passage dans le nuage d'atomes. Au contraire, cette précaution n'est pas utile pour le piège du haut, aussi avons-nous utilisé des faisceaux rétroréfléchis par souci de simplicité.

6.2 Piège magnétique

La figure 6.2 montre les différentes bobines du piège magnétique. On reconnaît sur la vue de face (b) les trois bobines du piège de Ioffe. Ces bobines sont tronconiques pour laisser passer obliquement deux paires de faisceaux du piège magnéto-optique dans le plan (xy) . La troisième paire est alignée suivant l'axe y . Le support de ces bobines ont été faites en PVC, elles contiennent 80 tours de fils de cuivre de diamètre 1 mm. Les différentes couches sont séparées par des intercales en bakélite qui permettent une meilleur efficacité du refroidissement à eau. Une coupe d'une bobine est reproduite sur la figure 6.3, elle montre l'espace disponible et ne donne qu'une pâle idée de la prouesse que constitue le bobinage dans un tel volume ! L'eau circule entre les différentes couches lors de l'utilisation, et permet de dissiper près de 2 kW par bobine (à 90 Ampères)

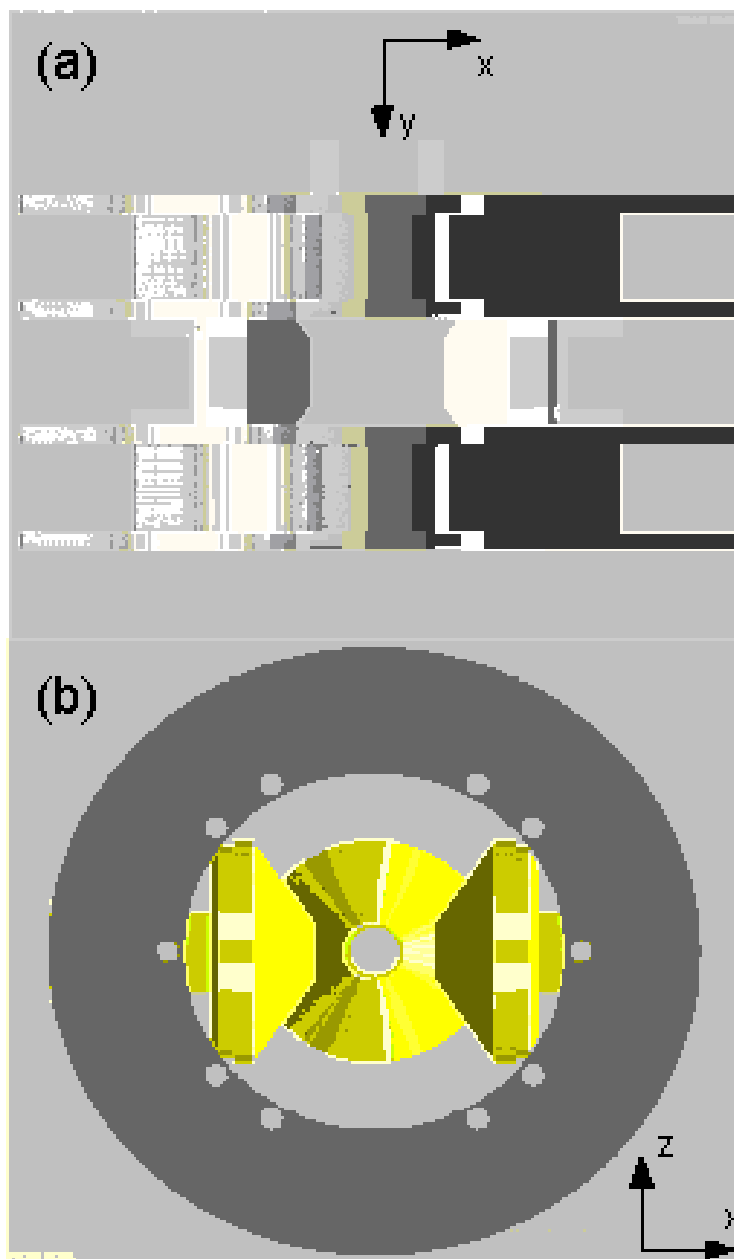


FIG. 6.2 – (a) vue de dessus du piège magnétique. (b) vue de face.

pour un échauffement total de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, pour un débit de 5 l/min .

Sur la figure 6.2.a on distingue le support qui sert aux bobines de piège magnéto-optique et aux bobines Helmholtz. Le fil de cuivre des bobines du piège magnéto-optique est enroulé sur ce support à partir du fond. 96 tours par bobine d'un fil de diamètre 2 mm permettent de réaliser un gradient de 10 Gauss/cm pour un courant

de 5 Ampères. On enroule par-dessus une vingtaine de tours d'un tuyau de cuivre de diamètre intérieur 3 mm et d'épaisseur 0.5 mm pour réaliser les bobines Helmholtz. L'eau circule à l'intérieur pour assurer un bon refroidissement avec un faible débit (1.5 l/min).



FIG. 6.3 – Coupe d'une bobine tronconique utilisée pour le piège magnétique de type Ioffe-Pritchard.

Le chargement du piège magnétique est en tout point identique à celui réalisé sur les atomes de Cs. Après chargement du piège magnéto-optique inférieur, les atomes sont pompés optiquement dans le niveau $|5S_{1/2}, F = m = 2\rangle$ en présence d'un faible champ magnétique directeur, grâce à une impulsion de $200 \mu\text{s}$ d'un faisceau laser accordé sur la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \longrightarrow |5P_{3/2}, F = 2\rangle$, et polarisé circulairement suivant l'axe du champ magnétique. L'efficacité du pompage est de 70 %. Il n'a pas été possible de l'améliorer malgré de nombreuses tentatives. Pour le chargement, les fréquences du piège magnétique sont adaptées au rapport $\Delta v/\Delta x$ à la fin de la mélasse (voir chapitre 3, § 3.3.2), le piège correspondant est quasi-isotrope avec une fréquence de l'ordre de 12 Hz. La compression adiabatique du piège s'effectue ensuite en deux étapes : le courant dans les trois bobines du piège magnétique est rampé à sa valeur maximale en 0.5 seconde, puis le courant dans les bobines Helmholtz est passé en 2 secondes de 0 à la valeur maximale (voir Annexe C).

6.3 Mesures des fréquences du piège

Pour évaluer les performances de ce système, nous avons mesuré la fréquence transverse du piège $\omega_{\perp}/(2\pi)$ et la fréquence longitudinale $\omega_{\parallel}/(2\pi)$. La méthode utilisée

repose sur des excitations périodiques du piège. Nous avons ajouté une bobine d'axe y . Elle comporte dix tours de fil de cuivre de diamètre 1 mm, et est à ~ 5 cm du centre de la cellule. Un courant alternatif de quelques dizaines de mA et de fréquence $\omega/(2\pi)$ parcourt cette bobine. Elle crée un champ oscillant $\mathbf{B}_{\text{sup}}$ qui s'ajoute au champ du piège de Ioffe $\mathbf{B}_{\text{Ioffe}}$. Le champ Ioffe se développe au voisinage du minimum du module du champ magnétique sous la forme :

$$\mathbf{B}_{\text{Ioffe}} = \begin{pmatrix} b'x - b''xy/2 \\ B_0 + b''y^2/2 - b''(x^2 + z^2)/4 \\ -b'z - b''yz/2 \end{pmatrix}$$

Il conduit au voisinage de 0 à l'expression suivante pour les fréquences longitudinale $\nu_{\parallel}/(2\pi)$ et transverse $\nu_{\perp}/(2\pi)$:

$$\nu_{\parallel} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu b''}{m}} \quad \text{et} \quad \nu_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{m} \left(\frac{b'^2}{B_0} - \frac{b''}{2} \right)} \quad (6.1)$$

La bobine supplémentaire d'axe y crée un champ oscillant :

$$\mathbf{B}_{\text{sup}} = \cos(\omega t) \times \begin{pmatrix} -\delta b'x \\ \delta B_0 + 2\delta b'y \\ -\delta b'z \end{pmatrix}$$

Les composantes en x et z de $\mathbf{B}_{\text{sup}}$ contribuent à moduler la raideur transverse du piège. Elles provoquent une excitation paramétrique du piège lorsque $\omega = 2\omega_{\perp}$, qui se traduit par un chauffage du nuage. Selon l'axe y , l'excitation se résume à un mouvement oscillant du zéro du piège, et provoque de même un chauffage linéaire du nuage pour $\omega = \omega_{\parallel}$. Une seule bobine suffit donc pour extraire toutes les fréquences d'oscillations ! Pour mesurer précisément ces chauffages, nous préparons un nuage froid, grâce à une rampe radiofréquence (rf) linéaire de fréquence finale ν_f . Nous maintenons ensuite un plateau rf à ν_f pendant 2.5 secondes ; le courant oscillant dans la bobine supplémentaire est appliqué sur toute cette durée, puis une image du nuage d'atomes est prise et analysée. De par la présence du plateau rf, les excitations résonantes ne se traduisent pas uniquement par un chauffage, mais également par une perte d'atomes. La figure 6.4 représente les variations de température en fonction de la fréquence d'excitation. L'excitation longitudinale donne directement accès à la fréquence le long de l'axe faible y : $\omega_{\parallel}/(2\pi) = 15.01 \pm 0.04$ Hz. La modulation de la raideur conduit à une résonance au double de la fréquence transverse : $2\omega_{\perp}/(2\pi) = 492 \pm 3$ Hz, soit $\omega_{\perp}/(2\pi) = 246 \pm 1.5$ Hz. Cette méthode permet de déterminer les fréquences avec une précision relative meilleure que 1% ! La fréquence longitudinale donne directement accès à la courbure :

$$b'' = 149.3 \pm 0.7 \text{ Gauss/cm}^2 \quad \text{pour} \quad I = 100 \text{ A}$$

Les fréquences transverses font de plus intervenir le rapport entre le gradient transverse b' et le champ longitudinal B_0 . Il faut une relation supplémentaire pour établir

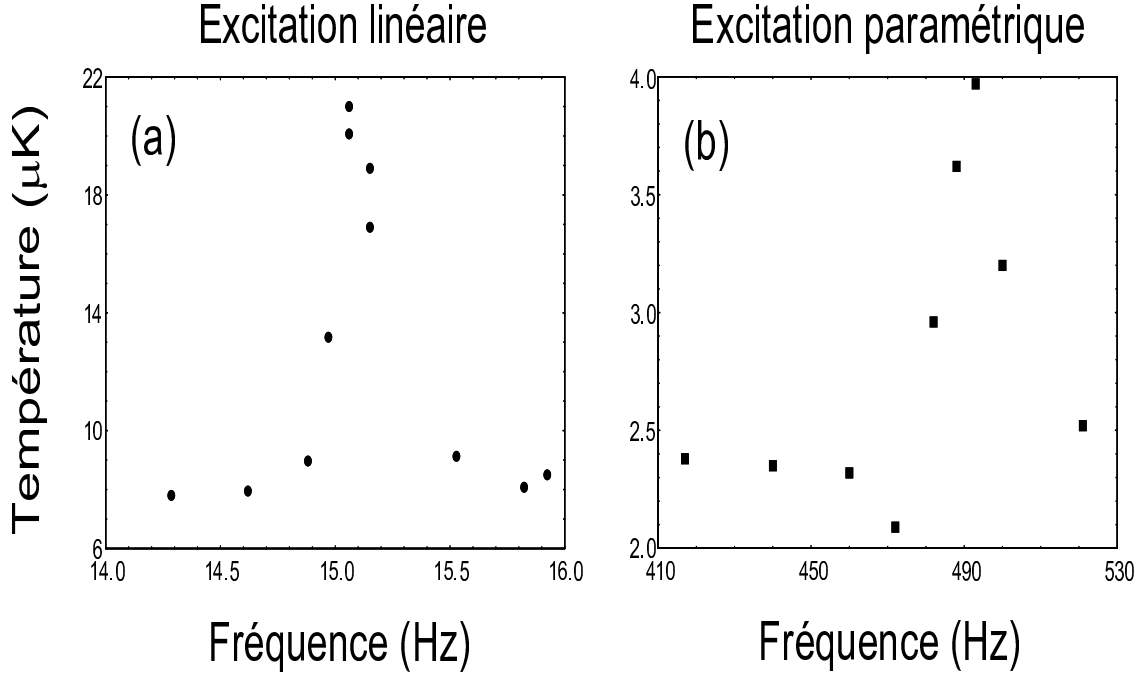


FIG. 6.4 – *Evolution de la température lors du balayage de la fréquence d'excitation. (a) Excitation linéaire par déplacement du fond du puits de potentiel selon l'axe longitudinal. (b) Excitation paramétrique par modulation de la raideur transverse du piège.*

les valeurs de b' et B_0 . Nous avons donc effectué des rampes radiofréquences jusqu'à disparition des atomes. La fréquence ν_0 qui vide le piège dépend également de ces deux quantités (voir chapitre 5, relation (5.2) adaptée au ^{87}Rb). On obtient finalement :

$$b' = 274.00 \pm 0.02 \text{ Gauss/cm} \quad \text{pour} \quad I = 100 \text{ A}$$

Dans le chapitre 3, nous avons suggéré une méthode supplémentaire pour mesurer la fréquence lente du piège. Il suffit de déplacer le centre de masse de sa position d'équilibre, il effectue alors un mouvement oscillant non amorti, à partir duquel on peut extraire facilement la fréquence lente du piège en très bon accord avec la détermination précédente. Cette méthode permet en principe de déterminer toutes les fréquences. Néanmoins, on ne peut déclencher la prise d'image qu'avec une précision d'une milliseconde, ce qui n'est pas suffisant pour extraire de manière fiable les fréquences transverses $\omega_{\perp}/(2\pi) \sim 250 \text{ Hz}$.

6.4 Dimension de l'évaporation

Contrairement au cas du césium, l'évaporation est essentiellement tridimensionnelle. Les gradients et la courbure du champ magnétique sont plus importants, et la masse

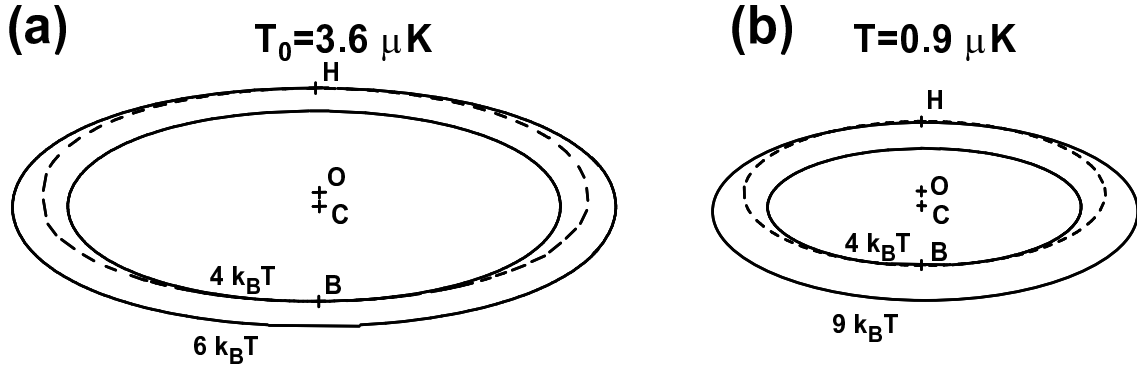


FIG. 6.5 – *Modification de la dimensionnalité de l'évaporation (a) $T = T_0$ (b) $T = T_0/4.5$. La petite ellipse en trait plein correspond à une coupe dans le plan yz de la surface isoénergétique à $4k_B T$. La plus grande correspond à $6k_B T$ pour la figure (a) et à $9 k_B T$ pour (b). La courbe en pointillé est la surface d'évaporation tangente à la surface isoénergétique $4k_B T$. Le point O correspond au minimum du module du champ magnétique, et C au centre du nuage.*

est plus petite. Ces deux effets jouent dans le même sens pour diminuer relativement le rôle de la gravité. Le facteur $\epsilon = mb/\mu b'$ est ainsi beaucoup plus petit : $\epsilon \simeq 0.06$. Le critère que nous avons adopté au chapitre 5, qui consiste à voir si une surface d'évaporation à $4k_B T$ au point le plus bas permet une évaporation en son point le plus haut à une température inférieure à $6k_B T$, est dans ce cas vérifié pour une température de l'échantillon atomique supérieure à T_0 . Avec nos paramètres (pour $B_0 = 1.2$ Gauss), l'évaporation devient unidimensionnelle pour $T < T_0 = 3.6 \mu\text{K}$. Sur la figure (6.5.a), nous avons représenté en trait plein les surfaces isoénergétiques à $4k_B T$ et à $6k_B T$, pour $T = T_0$. La surface d'évaporation est représentée en trait pointillé. Sur la figure (6.5.b), nous avons de même représenté la surface d'évaporation et la surface isoénergétique à $4k_B T$, pour $T = T_0/4.5$. La surface d'évaporation tangente au bas B du nuage à la surface isoénergétique à $4k_B T$ évaporerait en son point le plus haut H à $9k_B T$. Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, l'énergie des atomes évaporés est au plus de $k_B T$ au-dessus de la hauteur de la barrière de potentiel. Dans ce cas, l'évaporation des atomes ne s'effectue donc qu'au voisinage de B. Dans notre piège, l'évaporation ne devient donc unidimensionnelle qu'en toute fin de rampe, pour des températures $T \leq T_0 = 3.6 \mu\text{K}$.

6.5 Chauffage

Pour comparer les résultats avec les expériences que nous avons faites sur les atomes de Cs, nous avons mesuré le chauffage résiduel de l'expérience. Nous préparons grâce à une rampe radiofréquence un nuage froid $T \simeq 0.8 \mu\text{K}$, puis nous le laissons relaxer

dans le piège magnétique en présence d'un bouclier radiofréquence placé à 200 kHz ($h\nu/k_B = 10 \mu\text{K}$) au dessus du fond du puits. La figure 6.6 représente l'évolution de la température pour un nuage dont la température initiale est de $0.8 \mu\text{K}$. Ce chauffage

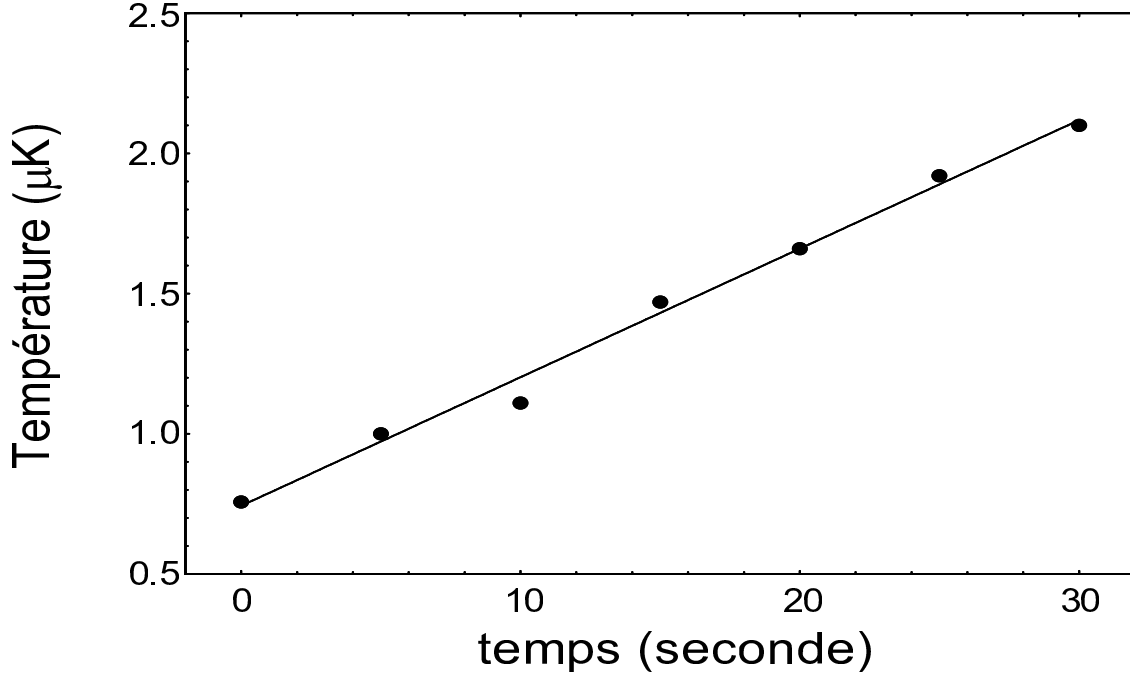


FIG. 6.6 – *Expérience de chauffage : évolution de la température en fonction du temps.*

évolue linéairement dans le temps. Il ne dépend donc pas de la densité : en effet, cette dernière décroît sur les 20 premières secondes par un facteur 6. Ce chauffage indépendant de la densité est sans doute d'origine technique comme nous l'avons exposé au chapitre 4. Il peut être imputé en partie aux fluctuations de courant de l'alimentation de courant utilisée. A ce propos, il est important de noter (voir Annexe C) que le courant qui circule à travers les trois bobines Ioffe et les bobines Helmholtz est issu de la même alimentation de courant. Dans la mesure où les bobines Helmholtz compensent le champ constant B_0 créé par les bobines Ioffe, on évite ainsi d'ajouter les bruits des alimentations. Pour l'expérience de la figure 6.6, il est de 45 nK/s. La présence du bouclier rf permet d'éviter qu'un atome très énergétique ne soit piégé et ne redistribue son énergie en effectuant plusieurs collisions avec les atomes du nuage froid. De plus, des collisions à incidence rasante d'atomes du gaz résiduel peuvent transférer de l'énergie au nuage. En résumé, pour diminuer le chauffage, il faut avoir le meilleur vide possible, et un courant très bien stabilisé. Une question vient naturellement : à partir de quel chauffage n'est-il plus possible de condenser ? Nous n'avons pas étudié le problème de manière exhaustive expérimentalement. En effet, par définition, le chauffage technique ne se contrôle pas facilement. Néanmoins, nous avons été capable de condenser le ^{87}Rb

en présence d'un chauffage de 300 nK/s ! Un tel chauffage a été obtenu involontairement grâce à un contact électrique défectueux. Bien sûr une telle situation n'est nullement souhaitable à terme, mais elle a le mérite de montrer que nous avons une maîtrise suffisante du chauffage pour les expériences de condensation.

6.6 Rampe d'évaporation

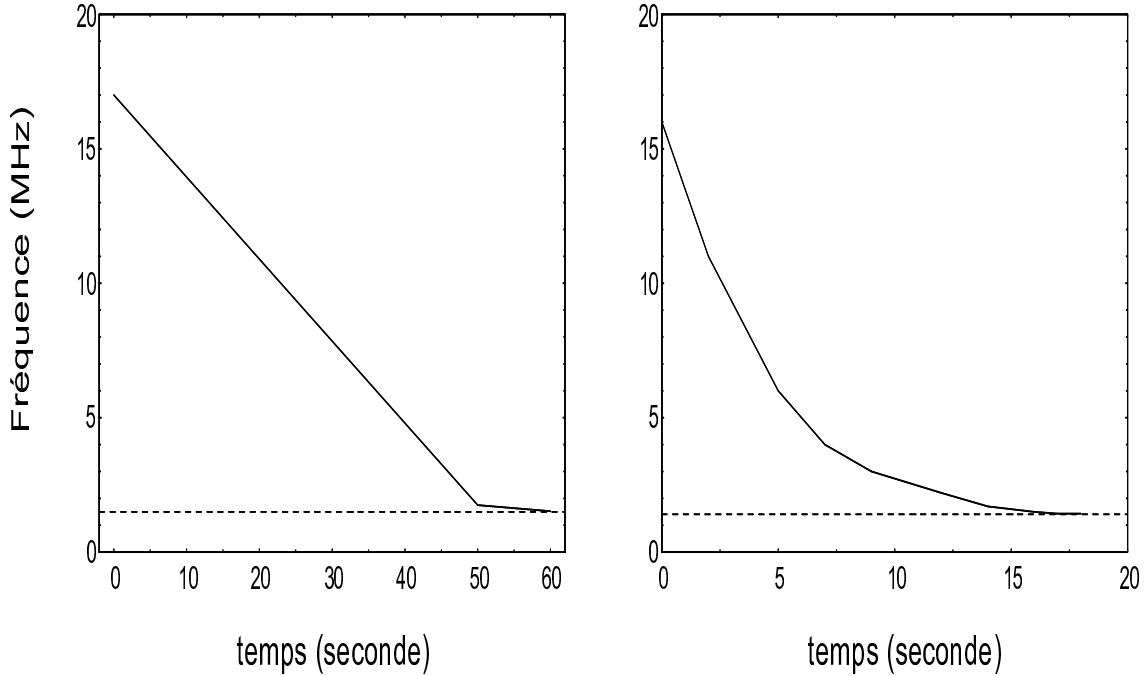


FIG. 6.7 – *Forme des rampes radiofréquence utilisées (a) celle qui a conduit à notre première observation de la condensation (b) Exemple de rampe optimisée. La droite en pointillés représente la fréquence ν_0 qui vide le piège.*

La forme de la rampe rf est *a priori* importante. Néanmoins dès que le taux de collision est suffisant devant la durée de vie, cette forme ne joue pas un rôle essentiel. Sur la figure 6.7.a nous avons reporté la rampe radiofréquence qui nous a permis d'observer la condensation pour la première fois. Il s'agit simplement d'une rampe linéaire en deux morceaux. Le premier morceau conduit à un gaz de température $2.7 \mu\text{K}$, pour 2.3×10^6 atomes, soit une densité dans l'espace des phases de 3.3×10^{-3} . A ce stade le taux de collisions élastiques est de 70 s^{-1} . La deuxième section permet d'atteindre le seuil de condensation en perdant seulement un facteur dix sur le nombre d'atomes. Notons qu'une rampe linéaire en un morceau permet également de condenser !

Par la suite, nous avons optimisé cette rampe. Un exemple de rampe optimisée est tracé sur la figure 6.7.b ; sa forme est proche de celle d'une exponentielle. Elle permet

de maximiser le nombre d'atomes condensés et de réduire la durée de la rampe. La stratégie adoptée consiste à diviser en plusieurs morceaux linéaires la rampe rf, et à varier la durée de chaque morceau pour obtenir le plus d'atomes possibles pour une température donnée. Nous atteignons désormais couramment le seuil de condensation avec plus de 3×10^6 atomes. Ajoutons que la phase de transfert du piège magnéto-optique au piège magnétique dont les fréquences sont adaptées aux caractéristiques du nuage est essentielle. En passant directement du piège magnéto-optique au piège magnétique comprimé, il n'a pas été possible d'atteindre plus de 10^{-1} dans l'espace des phases. La phase de compression adiabatique est donc essentielle, elle permet de garder un taux élevé de collisions élastiques (voir Annexe A).

En conclusion, la forme de la rampe ne semble pas essentielle pour l'observation de la condensation. Le taux de collision élastique s'adapte en quelque sorte à la vitesse de troncature qu'on impose de l'extérieur. Son optimisation permet néanmoins d'avoir le plus rapidement possible un grand nombre d'atomes condensés.

6.7 Quelle est la signature de la condensation ?

Considérons un gaz parfait d'atomes dans un piège harmonique pris isotrope pour simplifier. On montre alors que la température de transition T_c est reliée à la pulsation du piège ω , et au nombre d'atomes N par la relation [98] :

$$N = 1.202 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \omega} \right)^3 \quad (6.2)$$

Les particules condensées dans l'état fondamental ont toutes la même fonction d'onde, d'extension spatiale Δx_0 :

$$\Delta x_0 \sim \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

Les particules non condensées forment un nuage thermique dont l'extension Δx_T peut être estimée par l'équation :

$$\frac{1}{2} m \omega^2 \Delta x_T^2 \sim \frac{1}{2} k_B T$$

soit

$$\Delta x_T \sim \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \frac{1}{\omega}$$

En utilisant la relation (6.2), on déduit pour une température proche de la température de transition :

$$\frac{\Delta x_0}{\Delta x_T} \simeq N^{-1/6}$$

A la limite $N \rightarrow \infty$, le pic des particules condensées est donc beaucoup plus étroit que le fond thermique de particules non condensées. La condensation de Bose-Einstein

apparaît alors sous la forme d'une condensation spatiale très nette, par une distribution en position bimodale. Par exemple pour $N = 10^6$, Δx_0 est environ 10 fois plus petit que Δx_T .

Pour des raisons liées à l'imagerie (voir Annexe B), l'analyse des données se fait par temps de vol. Dans cette méthode, on coupe le piège, et on réalise après un temps ajustable une image par absorption. La figure 6.8 montre sur de telles images l'apparition du condensat (voir Annexe B). Elles ont été prises après 25 ms de chute. On sonde ainsi la distribution en vitesse; cette dernière présente la même structure bimodale que la distribution en position. Les coupes de ces images mettent en évidence une structure clairement bimodale : le nuage thermique, et un pic central correspondant au condensat. La première image pour une fréquence finale de la rampe radiofréquence $\nu_f = 1440$ kHz montre un nuage thermique après expansion balistique. On sonde alors la distribution de vitesse qui est quasiment isotrope, d'où la sphéricité du nuage. Sur les images suivantes, un pic au centre se développe, et la partie thermique diminue d'autant plus que ν_f s'approche du fond du puits (pour $\nu = 1380$ kHz dans ce cas). La forme elliptique de la partie condensée est justifiée dans les paragraphes suivants.

6.8 Equation de Gross-Pitaevskii

Le raisonnement précédent donne une bonne intuition de la signature de la transition. Pour le rendre plus quantitatif, il faut prendre en compte les interactions et établir une équation d'évolution de la fonction d'onde $|\Psi\rangle$ de l'état condensé.

Les relations établies dans ce paragraphe supposent que l'on puisse négliger la fraction non-condensée, elles sont par conséquent bien adaptées au cas $T \ll T_c$. Les interactions sont modélisées par le pseudopotentiel³ régularisé [6] :

$$V_{\text{pseudo}} \equiv g\delta(\mathbf{r})\frac{\partial}{\partial r}(r.) \quad \text{avec} \quad g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$$

où a est la longueur de diffusion. Le potentiel de piégeage est noté $U(\mathbf{r})$, il correspond en pratique à un potentiel harmonique anisotrope. La fonction d'onde du condensat $|\Psi\rangle$ est prise sous la forme (ansatz de type Hartree-Fock) :

$$|\Psi\rangle = |\Phi\rangle \otimes \dots \otimes |\Phi\rangle$$

où $|\Phi\rangle$ est la fonction d'onde d'un atome. Cette hypothèse, qui revient à négliger toute corrélation entre particules, est valable à température nulle dans le régime de « gaz dilué », $na^3 \ll 1$. La minimisation de l'énergie moyenne conduit à l'équation de Gross-Pitaevskii indépendante du temps pour $|\Phi\rangle$ [99] :

$$\mu\Phi(\mathbf{r}) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(\mathbf{r}) + N_c g |\Phi(\mathbf{r})|^2 \right] \Phi(\mathbf{r}) \quad (6.3)$$

³voir chapitre 2.

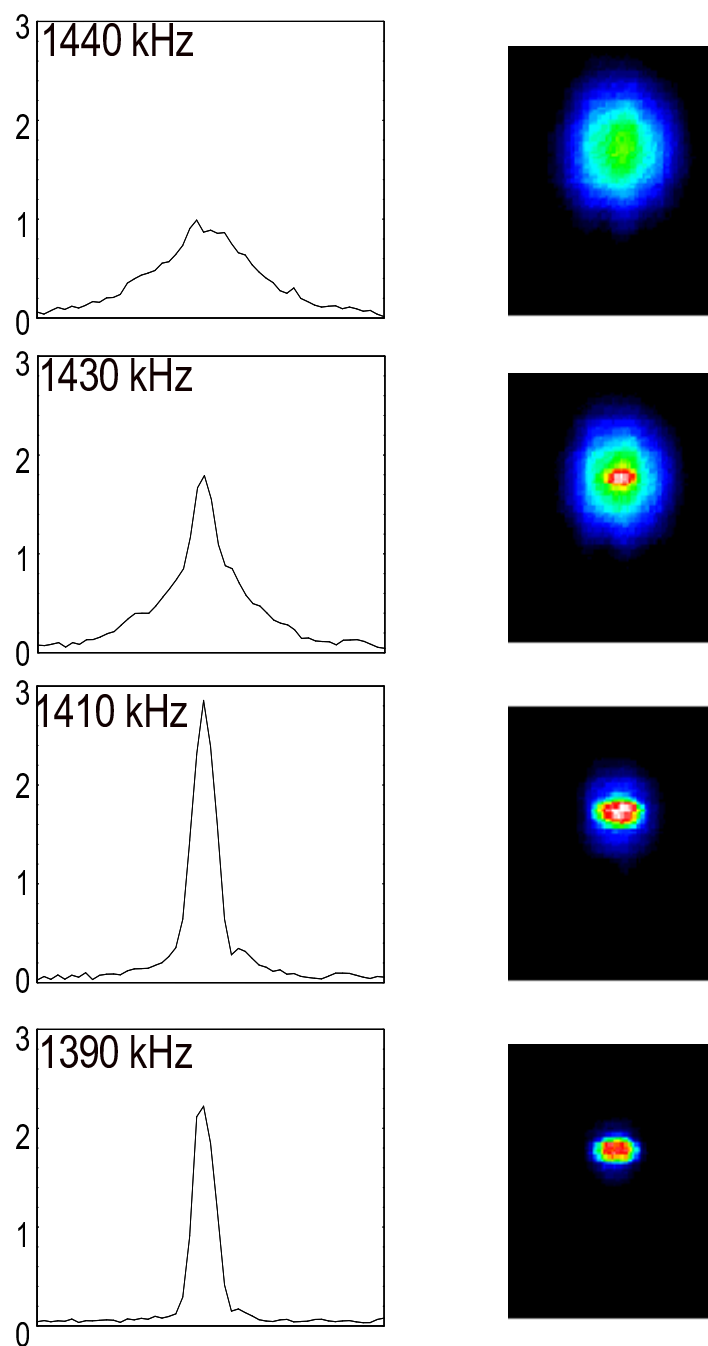


FIG. 6.8 – Apparition du condensat lorsque la radiofréquence approche le fond du puits. Les images sont prises après expansion balistique de 25 ms. Le fond du puits est à 1380 kHz.

où μ est le potentiel chimique, et N_c le nombre d'atomes du condensat. On reconnaît le terme d'énergie cinétique, puis le potentiel de piégeage. Le rôle des interactions dans cette approximation de champ moyen apparaît sous la forme d'un terme non-linéaire.

Pour dégager simplement les différents comportements de cette équation, nous proposons d'indiquer le résultat d'un calcul variationnel [100] dans le cas d'un potentiel harmonique isotrope de fréquence $\omega/(2\pi)$. L'énergie moyenne par particule peut s'exprimer comme une fonctionnelle de la fonction d'onde Φ par :

$$E[\Phi] = \int d^3r \left[\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \Phi|^2 + U(\mathbf{r}) |\Phi|^2 + \frac{N_c^2 g}{2} |\Phi(\mathbf{r})|^4 \right]$$

Les fonctions d'essai dans ce calcul sont les gaussiennes :

$$\Phi(\mathbf{r}) \propto \exp \left(-\frac{r^2}{2a_{\text{oh}}^2 l^2} \right)$$

où $a_{\text{oh}} = \sqrt{\hbar/m\omega}$ est la taille de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique. La minimisation de l'énergie moyenne permet de relier la largeur l de la gaussienne à la longueur de diffusion a et la taille de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique :

$$\frac{E(l)}{N_c \hbar \omega} = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{l^2} + l^2 \right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{N_c a}{a_{\text{oh}}} \frac{1}{l^3}$$

Cette relation appelle plusieurs commentaires :

- Dans le régime $N_c a / a_{\text{oh}} \ll 1$, les interactions apportent une faible correction au cas du gaz parfait.
- Si a est négatif, deux cas sont possibles. Si le nombre d'atomes du condensat N_c est inférieur à $N_c^{\text{crit}} \simeq 0.671 a_{\text{oh}} / |a|$, il existe une solution métastable. Dans le cas contraire il n'existe pas de solution stable. Il a effectivement été observé sur le ^7Li dont la longueur de diffusion est négative $a = -27 a_0$ qu'un nombre fini d'atomes de l'ordre de 1000 peut être condensé. Notons qu'à la limite thermodynamique, il est impossible d'obtenir un condensat pour une longueur de diffusion négative.
- Si $a > 0$ et $N_c a / a_{\text{oh}} \gg 1$, les interactions jouent un rôle clé. L'extension de la fonction d'onde est alors grande devant la taille caractéristique de l'oscillateur harmonique a_{oh} . Le calcul variationnel permet d'évaluer l'énergie moyenne par particule :

$$\min \left(\frac{E(l)}{N_c} \right) = 1.14 \hbar \omega \left(\frac{N_c a}{a_{\text{oh}}} \right)^{2/5} \quad (6.4)$$

6.9 Approximation de Thomas-Fermi

Ce dernier cas où les interactions sont prépondérantes correspond à celui de notre expérience. En effet, la longueur de diffusion du ^{87}Rb est de $a = 109 a_0$, le nombre typique d'atomes condensés est de 500 000 et la fréquence d'oscillations moyenne $\bar{\omega}/(2\pi) \sim 90$ Hz. Dans ces conditions, $N_c a / a_{\text{oh}} \sim 2500$.

Comparons l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle U :

$$E_c \sim \frac{\hbar^2}{ml^2} \quad \text{et} \quad U \sim \frac{1}{2}m\omega^2 l^2$$

d'où le rapport :

$$\frac{E_c}{U} = \left(\frac{a_{\text{oh}}}{l}\right)^4 \ll 1$$

On peut alors négliger la contribution de l'énergie cinétique dans l'équation (6.3). Cette approximation est connue sous le nom d'approximation de Thomas-Fermi. On obtient donc :

$$\Phi(\mathbf{r}) = \left(\frac{\mu - U(\mathbf{r})}{Ng}\right)^{1/2}$$

dans la région de l'espace telle que $\mu \geq U(\mathbf{r})$, et $\Phi(\mathbf{r}) = 0$ ailleurs. Le calcul du potentiel chimique résulte de la normalisation de la fonction d'onde :

$$\int |\Phi(\mathbf{r})|^2 d^3r = 1 \implies \mu = \frac{1}{2}\hbar\omega \left(15 \frac{N_c a}{a_{\text{oh}}}\right)^{2/5}$$

Notons que le potentiel chimique est différent de l'énergie par particule E/N . En effet :

$$\mu = \frac{\partial E}{\partial N} \implies \frac{E}{N} = \frac{5}{7}\mu \simeq 1.05\hbar\omega \left(\frac{N_c a}{a_{\text{oh}}}\right)^{2/5}$$

Ce résultat est naturellement à comparer avec (6.4). La solution variationnelle avec pour fonction d'essai les gaussiennes surestime donc l'énergie par particule par seulement 8 % !

Dans le cas d'un potentiel harmonique anisotrope et cylindrique comme le piège de Ioffe-Pritchard, il suffit de remplacer ω par $\bar{\omega} = (\omega_{\perp}^2 \omega_{\parallel})^{1/3}$. Notons que la densité moyenne d'atomes condensés $\langle n_c \rangle$ dans le condensat varie de façon non triviale avec le nombre d'atomes :

$$\langle n_c \rangle = N_c \langle |\Phi|^4 \rangle \propto \mu \propto N_c^{2/5}$$

La forme du condensat est donnée par $|\Phi(\mathbf{r})|^2$, il s'agit donc d'une parabololoïde.

Pour $N = 500\,000$, $\nu_{\parallel} = 15$ Hz et $\nu_{\perp} = 246$ Hz, on trouve une longueur totale du condensat de $115 \mu\text{m}$ et un diamètre de $7 \mu\text{m}$. A titre de comparaison, la taille moyenne du fondamental vaut $a_{\text{oh}} = 1.06 \mu\text{m}$. La densité centrale est $n_0 = 4.7 \times 10^{14}$ atomes par cm^3 , le potentiel chimique μ vaut 170 nK, ce qui est grand devant le quantum moyen de vibration $\hbar\bar{\omega}/k_B = 4.4$ nK.

6.10 Temps de vol

Les caractéristiques du condensat sont extraites des images par absorption (voir Annexe B). Ces images sont réalisées grâce à un laser accordé sur la transition $|5S_{1/2}, F =$

$2\rangle \longrightarrow |5P_{3/2}, F = 3\rangle$. Ce faisceau est filtré spatialement avant d'être envoyé sur les atomes, par une fibre optique monomode et qui conserve la polarisation. Le condensat ayant des dimensions transverses de l'ordre de la résolution optique de notre imagerie ($\sim 7\ \mu\text{m}$), nous avons préféré prendre les images après expansion balistique. Après 25 ms, le condensat a chuté de 3 mm et sa taille typique est de $100 \times 200 \times 200\ \mu\text{m}^3$. Cette méthode permet de sonder la distribution en impulsion du nuage d'atomes.

Une extension de l'approximation de Thomas-Fermi à l'équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps a permis à Y. Castin et R. Dum [99] de montrer que la densité du condensat conservait sa forme parabolique après coupure du piège. Cette propriété est utilisée lors de l'analyse quantitative. Lorsqu'une partie thermique est présente, le profil bimodal de la densité colonne (voir figure 6.8) est ajustée par une loi comprenant la paraboloïde intégré selon l'axe de propagation du faisceau imageur et une gaussienne pour la partie thermique. On suppose par là-même que le condensat est bien décrit par l'équation de Gross-Pitaevskii (6.3) dans toute la gamme de température T en-dessous de la température de transition T_c . La température est extraite des ailes de la gaussienne (voir Annexe B).

Nous présentons dans la suite du chapitre quelques expériences simples réalisées avec des condensats qui visent à améliorer la calibration de l'expérience, et à cerner les caractéristiques du condensat.

6.11 Rapport d'anisotropie

Dans le travail de [99], une analyse par changement d'échelle de l'équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps a permis aux auteurs d'établir l'évolution à chaque instant de la forme du condensat.

Juste avant la coupure du piège le nuage a une forme paraboloidale de révolution. L'axe long de symétrie correspond à l'axe « faible » caractérisé par la plus petite fréquence d'oscillation $\omega_{\parallel}/(2\pi)$. Les axes transverses ont une raideur plus importante (fréquence $\omega_{\perp}/(2\pi)$) et a donc une forme de cigare.

La figure 6.9 représente des images par absorption prises 2, 5, 10, 15, 20, 25 ms après coupure du piège magnétique. Le graphe montre l'évolution de l'ellipticité du nuage $e = \Delta z/\Delta y$ pour ces différents temps. Le temps $\hat{t}$ sur ce graphe est normalisé à la pulsation transverse $\hat{t} = \omega_{\perp}t$. Pour l'expérience de la figure 6.9 les fréquences du piège étaient : $\omega_{\perp} = 1724.5\ \text{s}^{-1}$ et $\omega_{\parallel} = 103.05\ \text{s}^{-1}$. Introduisons $\epsilon = \omega_{\parallel}/\omega_{\perp} = 0.059$. On observe une inversion du sens de l'ellipticité. Nous avons tracé en trait plein la loi analytique issue de [99] :

$$e = \epsilon \frac{\sqrt{1 + \hat{t}^2}}{1 + \epsilon^2(\hat{t}\text{Arctan}(\hat{t}) - \ln \sqrt{1 + \hat{t}^2})}$$

Il n'y a donc aucun paramètre ajustable. L'accord est remarquable et constitue un test

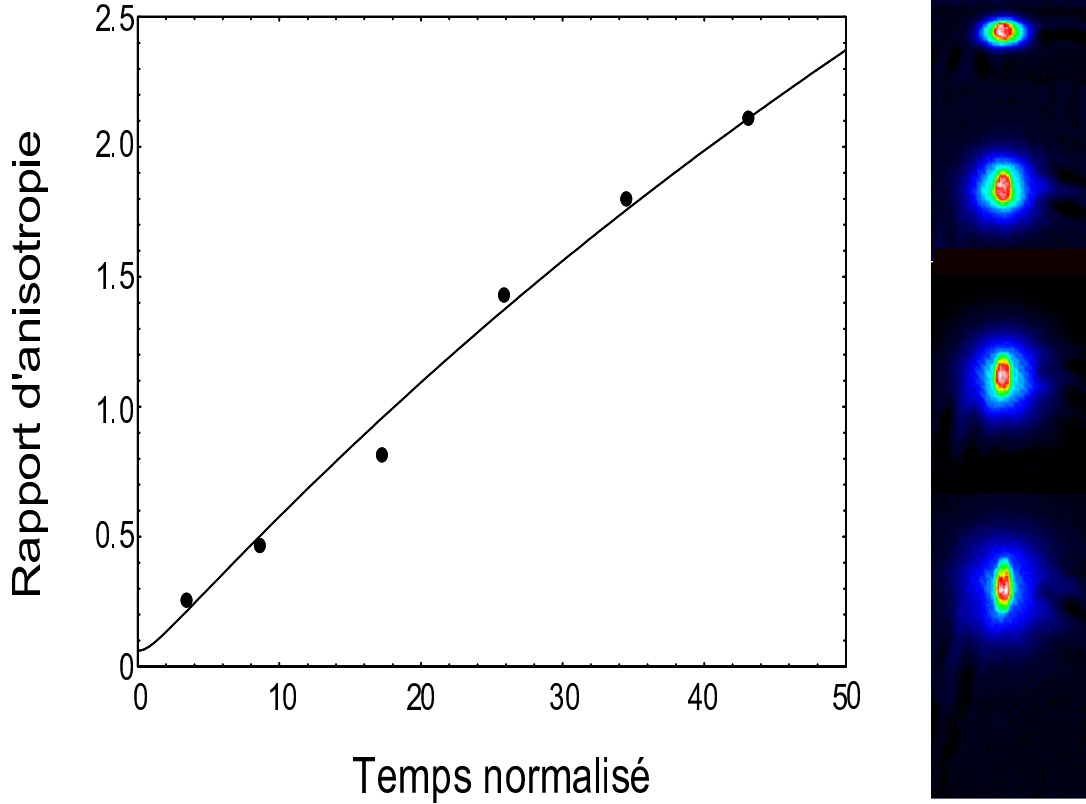


FIG. 6.9 – Cette figure représente l'évolution de l'ellipticité du nuage en fonction du temps après coupure brutale du potentiel piégeant. Les images sur le côtés mettent en évidence l'inversion d'ellipticité.

fiable de la présence du condensat et de la calibration des fréquences de l'expérience. L'évolution anisotropique du condensat peut se comprendre simplement. A l'équilibre, la force qui s'exerce en moyenne sur un atome est nulle :

$$m\langle\ddot{r}_i\rangle = -\langle\nabla_i(U(\mathbf{r}) + Ng|\Phi(\mathbf{r})|^2)\rangle = 0 \quad (6.5)$$

où $U(\mathbf{r})$ est le potentiel harmonique anisotrope de piégeage :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m \sum_i \omega_i^2 r_i^2$$

Lorsqu'on coupe brutalement ce potentiel de piégeage, il ne reste que le terme de champ moyen répulsif :

$$m\langle\ddot{r}_i\rangle_{t=0} = -\langle\nabla(Ng|\Phi(\mathbf{r})|^2)\rangle$$

Soit d'après (6.5) :

$$m\langle\ddot{r}_i\rangle_{t=0} = +\langle\nabla U(\mathbf{r})\rangle = m\omega_i^2\langle r_i\rangle$$

d'où une évolution anisotrope après coupure du piège.

6.12 Automatisation

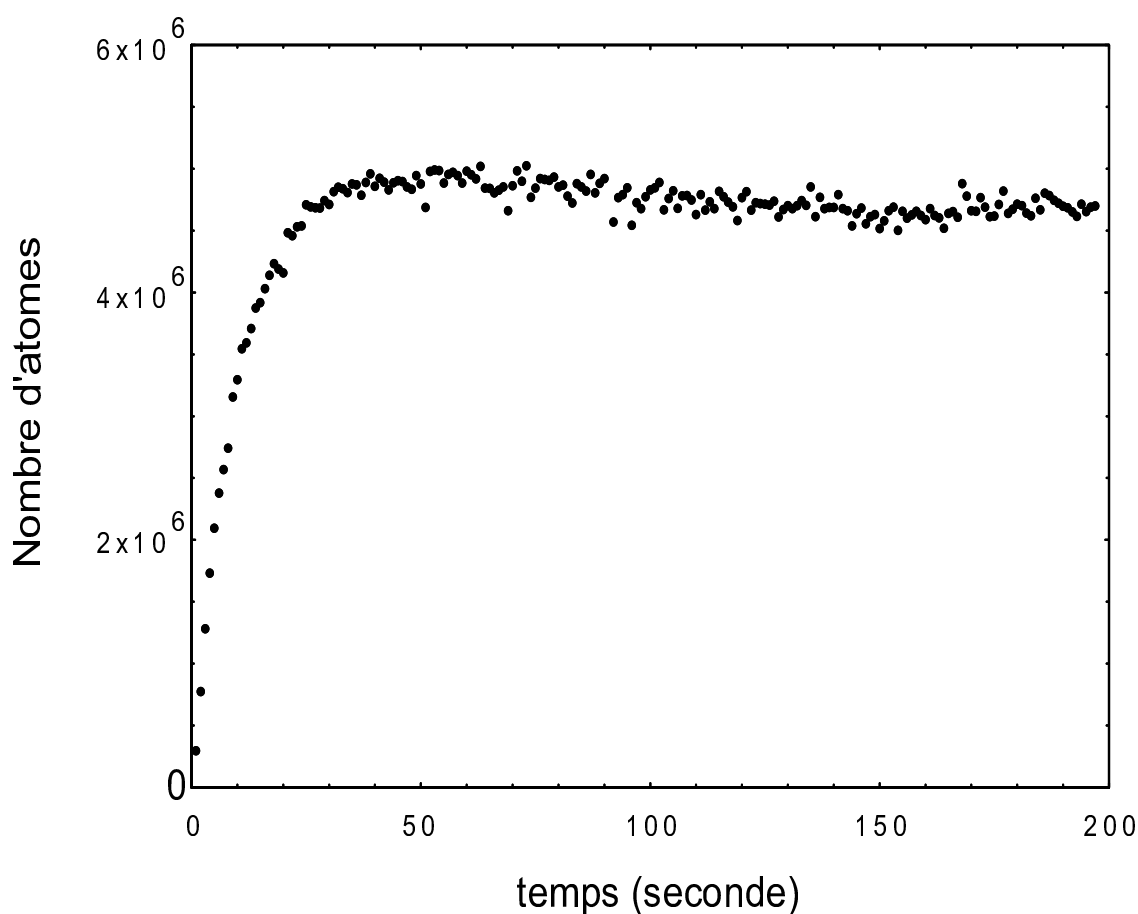


FIG. 6.10 – Chaque $\bullet$ représente le nombre d'atomes d'un nuage thermique à $2\ \mu\text{K}$. Cette dernière est répétée toutes les 30 secondes. La figure correspond à 190 réalisations identiques successives, soit à 2 heures d'acquisition.

L'optimisation de la rampe radiofréquence a été la première étape vers l'automatisation de l'expérience. Elle permet en effet d'atteindre le seuil de condensation en une quinzaine de secondes. Comme le chargement du piège magnéto-optique prend également de l'ordre de 15 secondes, la cadence des expériences est donc de 2 par minute. Le dépouillement des données a également été automatisé, il permet d'analyser 200 images en un quart d'heure, c'est-à-dire d'extraire $N, N_c, T, \dots$

La figure 6.10 représente une succession de 190 fois la même réalisation. Chaque point représente le nombre d'atomes pour un nuage thermique juste au dessus du seuil de condensation à une température de $2 \mu\text{K}$. La constante de temps pour atteindre le régime stationnaire, de l'ordre de 15 minutes, est sans doute liée à l'établissement d'un équilibre thermique dans l'expérience. Dans la mesure où les bobines du piège magnétique sont refroidis à l'eau, elles ne peuvent pas être responsables de cette lente dérive. Il s'agit plus probablement des bobines de piège magnéto-optique. En effet, elles sont placées sous les bobines Helmholtz et peuvent difficilement évacuer la chaleur dégagée par effet Joule. Ces bobines dissipent près de 90 Watts. Cette chaleur contribue sans doute à dilater le support en PVC. La distance entre les bobines se modifie alors lentement jusqu'à atteindre un régime stationnaire. C'est l'explication que nous retenons pour expliquer cette lente convergence vers l'état stationnaire. En effet, en diminuant le courant des bobines du piège magnéto-optique, on atteint plus rapidement ce régime stationnaire. Une fois le régime atteint, les fluctuations d'un coup sur l'autre sont inférieures à 2 %. En pratique, nous n'analysons pas les données du premier quart d'heure lorsque nous lançons une série. Pendant toute la durée d'une série, il est préférable de quitter la salle d'expériences, pour minimiser le plus possibles toutes les perturbations extérieures, sonores ou lumineuses.

6.13 Proportion d'atomes condensée

Une première application de l'automatisation a consisté à étudier le seuil de transition. Dans cette série, le programme modifie lui-même la fréquence finale de l'évaporation. Il balaye la fréquence finale à plus ou moins 50 kHz de la transition avec un pas de 5 kHz. Les points sont ensuite analysés par la méthode exposée en Annexe B. Nous avons tracé sur la figure 6.11.a la fraction d'atomes condensés en fonction de la température normalisée à la température de transition pour le gaz parfait T_c^0 . Cette dernière s'obtient immédiatement à partir de (6.2) :

$$T_c^0 = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{1.202} \right)^{1/3}$$

La transition a clairement lieu à une température inférieure à celle prévue pour le gaz parfait, plus précisément : $T_c \simeq 0.86(\pm 0.10)T_c^0$. Deux effets peuvent être invoqués pour justifier le sens de ce décalage [101] : un effet de taille finie de l'échantillon atomique et le rôle des interactions.

- la correction à la température critique liée aux effets de taille finie peut être calculée en employant une description semi-classique des états excités [102] :

$$\frac{\delta T_c^{\text{finie}}}{T_c^0} \simeq -0.73 \frac{\langle \omega \rangle}{\bar{\omega}} N^{-1/3} \quad (6.6)$$

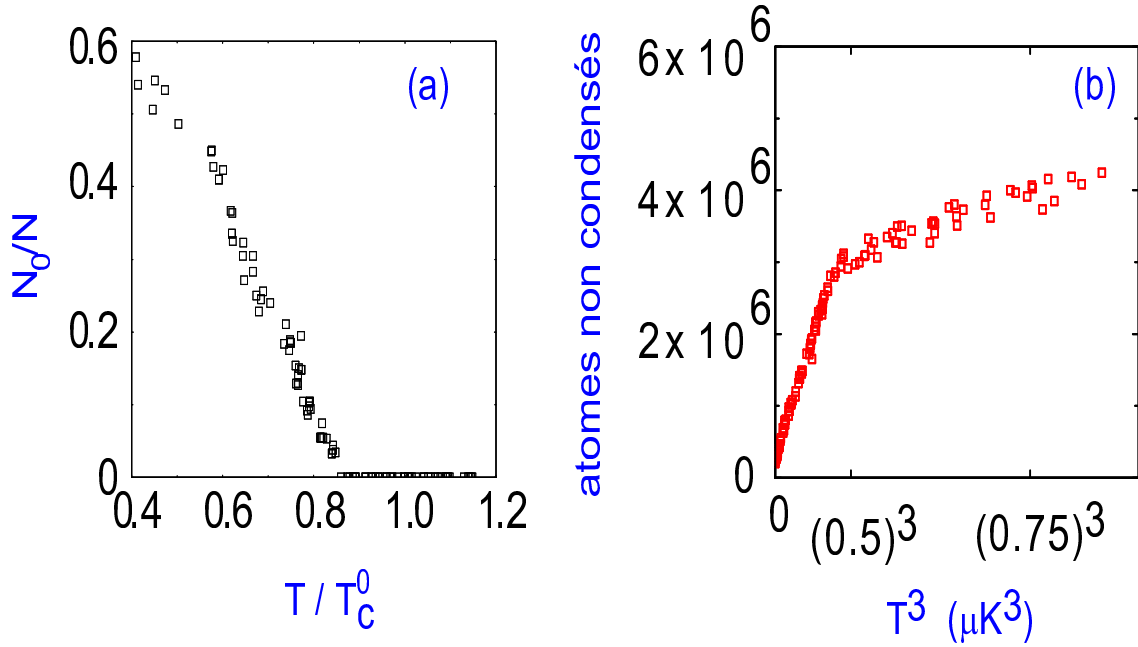


FIG. 6.11 – (a) Fraction d'atomes condensés en fonction de la température normalisée à la température critique du gaz parfait T_c^0 . (b) Nombre d'atomes non condensés N' en fonction du cube de la température.

où $\langle \omega \rangle = (\omega_x + \omega_y + \omega_z)/3$. Cet effet est d'autant plus faible que le nombre d'atomes est grand, et contribue toujours à abaisser la température de transition.

- Grâce à une généralisation à température finie de l'équation de Gross-Pitaevskii dans l'approximation de Popov, les auteurs de [101] ont pu établir la correction au premier ordre en a de la température de transition :

$$\frac{\delta T_c^{\text{int}}}{T_c^0} \simeq -1.33 \frac{a}{a_{\text{oh}}} N^{1/6} \quad a_{\text{oh}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\bar{\omega}}} \quad (6.7)$$

Contrairement aux effets de taille finie, le signe de δT_c^{int} dépend du signe de la longueur de diffusion. Dans le cas du ^{87}Rb , il contribue donc également à abaisser la température critique. L'interprétation physique est claire : les interactions répulsives pour $a > 0$ diminuent la densité pour une température donnée, aussi le recouvrement des fonctions d'ondes atomiques nécessaire pour atteindre le régime de dégénérescence quantique intervient à une température plus basse que celle d'un gaz parfait.

Dans l'expérience de la figure 6.11.a le nombre d'atomes au seuil de condensation est de $\sim 3 \times 10^6$. On en déduit

$$\delta T_c^{\text{finie}} = -1.0 \% T_c^0 \quad \text{et} \quad \delta T_c^{\text{int}} = -8.4 \% T_c^0$$

Le déplacement de la température critique est donc, dans ce cas, essentiellement lié aux interactions, il est en accord avec notre courbe expérimentale. Notons qu'il est difficile de calibrer l'expérience avec une précision supérieure à 10%. En effet, il faut s'assurer que la polarisation et la fréquence du faisceau imageur sont très bien connues ; les effets de saturation de l'absorption peuvent introduire des erreurs systématiques, et le grandissement doit être connu avec précision. Nous avons naturellement essayé de soigner tous ces points, mais nous restons néanmoins prudents. La mesure de la température par temps de vol peut en effet être biaisée par le fait que, au seuil de condensation, la contribution du champ moyen à l'énergie totale du gaz non condensé est de 15 % dans le cas particulier de la figure 6.11.

Notons que la statistique de Bose-Einstein impose une limite supérieure sur le nombre d'atomes N' dans les états excités. Pour un gaz parfait, cette borne est atteinte à partir du seuil de condensation :

$$N' \leq 1.202 \left(\frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 \quad (6.8)$$

Nous avons représenté sur la figure 6.11.b le nombre d'atomes en fonction du cube de la température. Le nombre d'atomes diminue de droite à gauche correspondant à l'effet de l'évaporation. Lorsque le seuil de condensation est atteint, l'égalité dans (6.8) impose le nombre d'atomes dans les états excités. La loi de puissance de N' avec la température T est remarquablement vérifiée comme le montre l'accumulation de points sur la droite limite définie par 6.8.

6.14 Durée de vie

L'objet du paragraphe suivant est de dégager les processus inélastiques à l'origine de la durée de vie finie des condensats de ^{87}Rb pour des atomes préparés dans l'état $|F = m = 2\rangle$. Pour effectuer ces mesures de durée de vie, la reproductibilité de l'expérience a également été cruciale. Aussi a-t-on utilisé la version automatisée du programme qui gère l'expérience, où le temps t pendant lequel on laisse le condensat relaxer dans le piège magnétique est modifié automatiquement. La rampe radiofréquence utilisée dans ces expériences est reproduite sur la figure 6.12. La première partie permet de former le condensat en 15 secondes, la fin de cette rampe étant située à 15 kHz au-dessus du fond du puits. Le condensat est ensuite conservé dans le piège magnétique pour une durée t , en présence d'un bouclier radiofréquence placé à 30 kHz au-dessus du fond du puits.

Pour analyser la décroissance du nombre d'atomes condensés N_c en fonction du temps (voir figure 6.13), nous avons développé plusieurs méthodes d'ajustement. La première méthode consiste à chercher une solution dont la forme générale est

$$\frac{1}{N_c} \frac{dN_c}{dt} = -\frac{1}{\tau} - G\langle n_c \rangle - K\langle n_c^2 \rangle \quad (6.9)$$

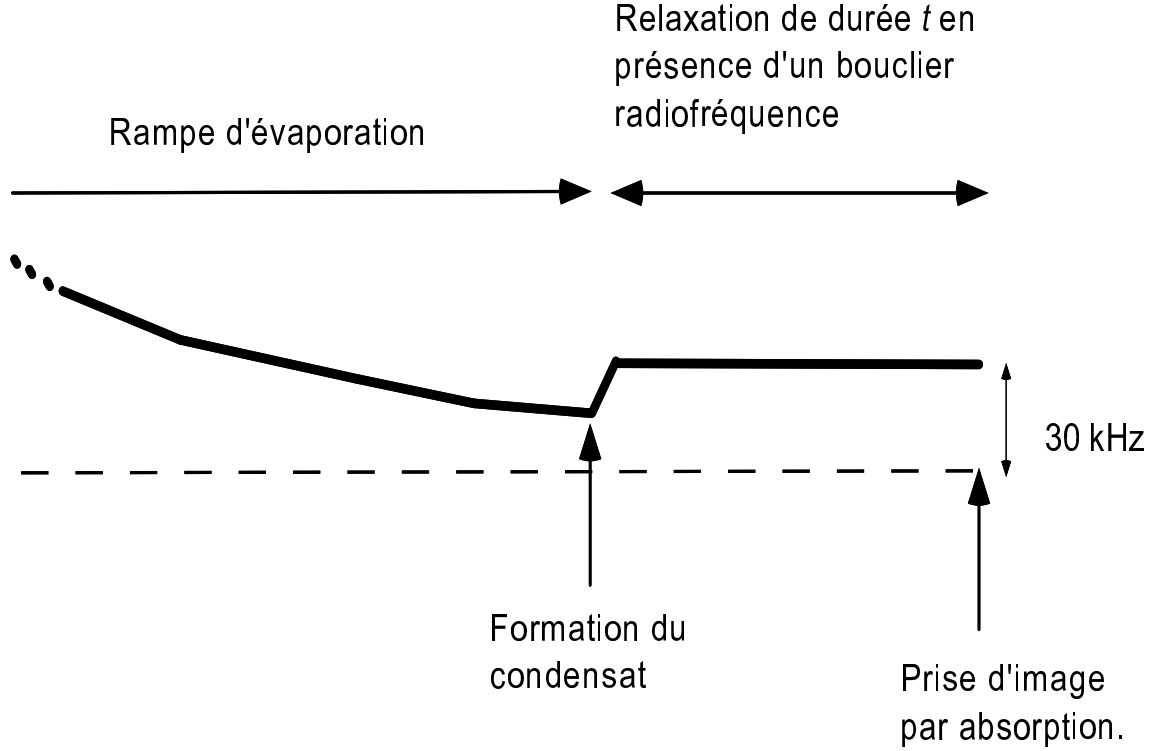


FIG. 6.12 – *Rampe radiofréquence utilisée pour les études de durée de vie des condensats. La durée t pendant laquelle le condensat est piégé se fait en présence d'un bouclier radiofréquence. Le fond du puits est schématisé par le trait horizontal en pointillés.*

Commentons les différents termes du membre de droite de 6.9 :

- le premier terme en $1/\tau$ traduit les pertes inhomogènes liées au gaz résiduel, et plus généralement à toutes les collisions susceptibles de transférer suffisamment d'énergie aux atomes du condensat pour les en exclure. Ce temps varie suivant les expériences entre 7 secondes et 15 secondes. Il est plus court que la durée de vie d'un nuage thermique d'atomes de Rb piégés magnétiquement sans bouclier radiofréquence, qui est plutôt de l'ordre de 70 secondes. En effet, les collisions à incidence rasante avec un atome du gaz résiduel peuvent suffire à éjecter un atome du condensat, alors que cette collision n'éjecterait pas un atome du piège magnétique.
- Le deuxième terme en $G\langle n_c \rangle$ prend en compte les collisions inélastiques à deux corps entre atomes du condensat induites par exemple par le couplage dipolaire magnétique. En utilisant l'équation de Gross-Pitaevskii, on peut relier $\langle n_c \rangle$ au nombre d'atomes N_c et à la pulsation moyenne $\bar{\omega}$ du piège :

$$\langle n_c \rangle = \frac{1}{N_c} \int n_c^2(\mathbf{r}) d^3r = c_2 N_c^{2/5} \quad \text{avec} \quad c_2 \equiv \frac{15^{2/5}}{14\pi} \left(\frac{m\bar{\omega}}{\hbar\sqrt{a}} \right)^{6/5}$$

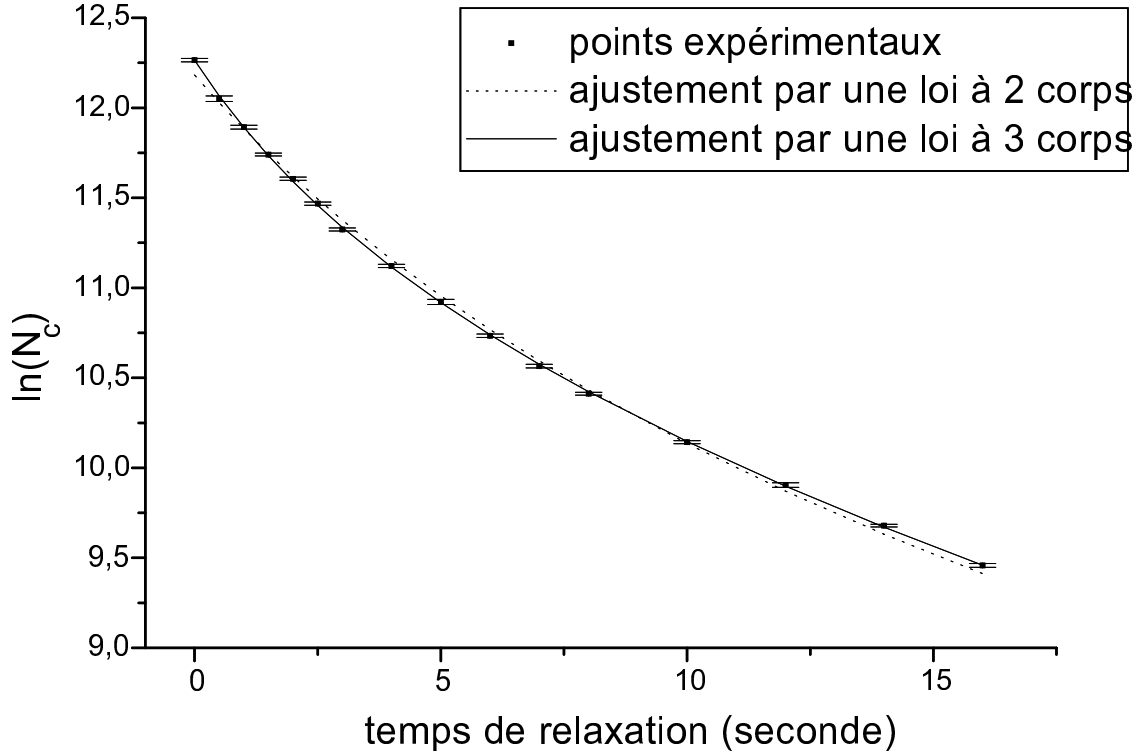


FIG. 6.13 – Décroissance du nombre d'atomes condensés N_c en fonction du temps. Les points expérimentaux sont représentés par des carrés. L'ajustement par la loi à trois corps uniquement est en trait plein sur la figure. La courbe en trait pointillé représente l'ajustement par une loi à deux corps uniquement.

où a est la longueur de diffusion du potentiel triplet du ^{87}Rb : $a \simeq 109 \pm 10 a_0$ [71].

- le dernier terme prend en compte les pertes à trois corps conduisant à la formation d'un dimère de Rb_2 . On établit de même que précédemment la relation :

$$\langle n_c^2 \rangle = \frac{1}{N_c} \int n_c^3(\mathbf{r}) d^3r = c_3 N_c^{4/5} \quad \text{avec} \quad c_3 \equiv \frac{7}{6} c_2^2$$

Pour ne pas avoir trop de paramètres variables, nous avons dans un premier temps effectué des ajustements de toutes nos séries de points par la solution analytique de (6.9) dans le cas $K = 0$, puis dans le cas $G = 0$. Il n'a pas été possible de rendre compte de tous nos résultats en supposant uniquement une loi de pertes à deux corps ; la loi à trois corps uniquement est par contre en très bon accord avec toutes nos mesures. Un exemple d'un tel ajustement est représenté sur la figure 6.13.

Pour confirmation, nous avons adopté une deuxième méthode pour le dépouillement de nos données. Nous calculons $d \ln N_c / dt$ à partir de la courbe expérimentale $N_c(t)$. Pour ce faire, nous groupons nos données expérimentales par triplets consécutifs et

nous effectuons un ajustement parabolique de ces points, la tangente à cette parabole pour le point central donnant accès à la pente moyenne. Sur la figure 6.14, nous avons

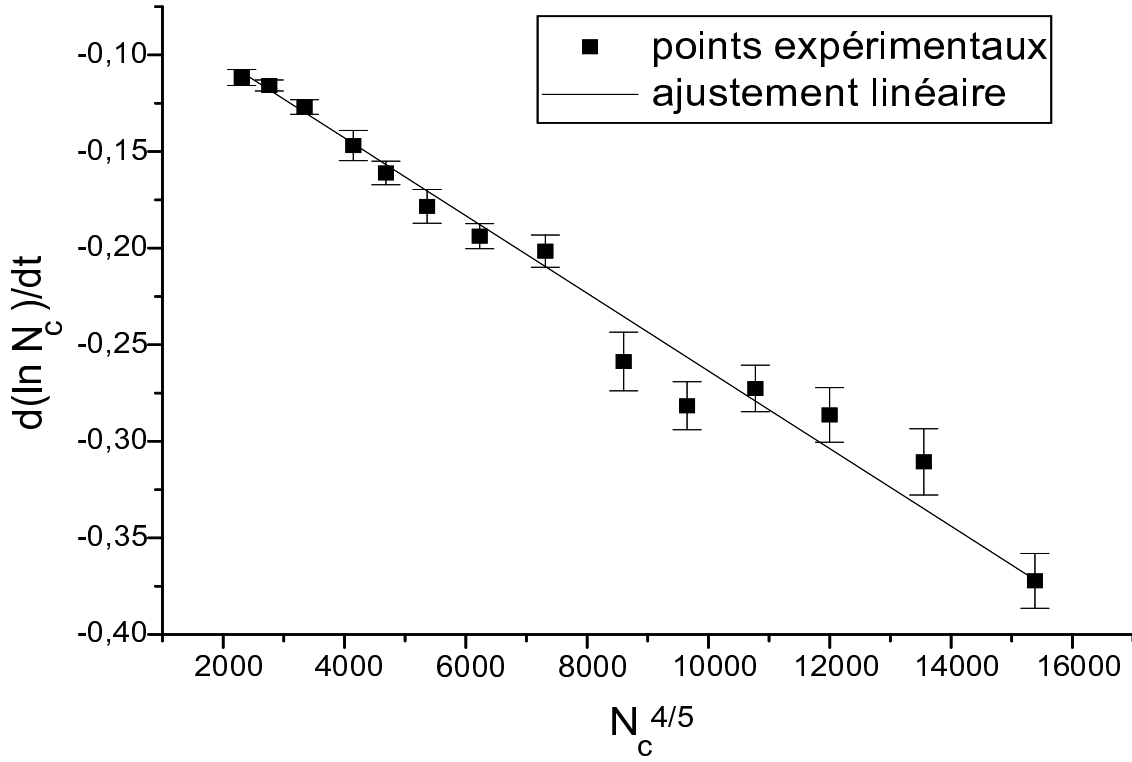


FIG. 6.14 – $d \ln(N_c)/dt$ en fonction de $N_c^{4/5}$. Les points s'alignent bien suivant une droite confirmant un processus à trois corps.

représenté $d \ln(N_c)/dt$ en fonction de $N_c^{4/5}$. Les points s'alignent suivant une droite, confirmant un processus à trois corps.

Pour affiner l'estimation précédente, il faut prendre en compte les collisions à trois corps impliquant un ou deux atomes de la fraction non condensée. Il faut donc faire intervenir la contribution de trois termes[52] :

- les collisions entre trois atomes du condensat s'effectuent avec un taux $K \langle n_c^2 \rangle N_c/3$, et se traduisent par une pertes de trois atomes pour le condensat.
- les collisions entre deux atomes condensés et un atome du fond thermique se font avec un taux $9 \times K \langle n_c \rangle n_{\text{th}} N_c/3$, se traduisent par une perte de deux atomes du condensat. La densité thermique n_{th} est prise égale à la densité centrale du nuage thermique, car la région de recouvrement du condensat et du fond thermique se fait essentiellement au centre de ce dernier.
- les collisions entre un atome du condensat et deux atomes du fond thermique se font avec un taux $18 \times K n_{\text{th}}^2 N_c/3$, et correspond à la perte d'un atome pour le condensat.

En effet, les collisions à trois corps faisant intervenir des atomes du fond thermique ne sont pas nécessairement négligeables, même si la densité de ce dernier est plus faible que celle du condensat, à cause des effets de statistiques quantiques [52]. Finalement, nous devons résoudre une équation différentielle du type :

$$\frac{1}{N_c} \frac{dN_c}{dt} = -\frac{1}{\tau} - K \langle n_c^2 \rangle - 6K \langle n_c \rangle n_{\text{th}} - 6K n_{\text{th}}^2$$

où n_{th} correspond à la densité centrale du fond thermique. Les facteurs numériques devant K font intervenir le facteur de réduction lié à l'indiscernabilité et le nombre d'atomes du condensat perdus par le processus en question. Nous avons réalisé un ajustement de $d \ln(N_c)/dt$ selon cette équation d'évolution qui conduit à⁴

$$K = 1.81(\pm 0.06 \pm 0.4) \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}$$

La première barre d'erreur est d'origine statistique alors que la seconde est liée à des erreurs systématiques de l'ordre de 20 % essentiellement dues à la calibration du nombre d'atomes. Cette dernière méthode permet de réviser à la baisse le taux à trois corps du fait de la présence d'un fond thermique par 10 à 30 aux deux méthodes précédentes. La fraction d'atomes condensés est initialement supérieure à 70 % et ne descend jamais en-dessous de 50 %. Les mesures des taux K ont été effectuées pour $B_0 = 1.26$ Gauss. En incluant de plus le terme de pertes à deux corps, il est possible d'extraire une limite supérieure pour le taux de perte dipolaire $G < 10^{-15} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Ce taux exceptionnellement faible est sans doute lié à la coïncidence des longueurs de diffusion élastique entre les états $F = m_F = 2$ et $F = -m_F = 1$ [103]. Rappelons que les valeurs de K données précédemment correspondent aux pertes dans le condensat, pour un gaz thermique, ces pertes sont six fois supérieures à densité égale du fait des contraintes liées à la symétrisation des fonctions d'ondes (voir chapitre 2).

Des mesures avaient d'ores et déjà été faites sur le ^{87}Rb , mais dans l'état $|5S_{1/2}, F = -m = 1\rangle$ [53], elles conduisent à un taux de pertes pour le condensat $K_{F=1} = 7 \times 10^{-30} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}$. Nous trouvons une valeur trois fois plus importante dans le niveau $|5S_{1/2}, F = m = 2\rangle$. Les prédictions théoriques sont pour [51] de $1.8 \times 10^{-31} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}$, et pour [50] de $6.7 \times 10^{-31} \text{ cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}$. Ces prédictions semblent sous-estimer les taux de recombinaison à trois corps pour les deux niveaux $|5S_{1/2}, F = -m = 1\rangle$ et $|5S_{1/2}, F = m = 2\rangle$ du ^{87}Rb . Par ailleurs, le fait que nous observions pas de pertes à deux corps peut sans doute s'expliquer grâce au terme spin-orbite du deuxième ordre qui compense fortement dans le cas du ^{87}Rb le terme de relaxation dipolaire magnétique [91].

⁴Les deux premières méthodes, qui ne font pas intervenir le fond thermique, sont en très bon accord mais sur-estime K par 10 à 30 % selon l'importance relative du fond thermique.

6.15 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons détaillé l'expérience réalisée à la fin de ma thèse sur les atomes de ^{87}Rb . Elle est issue de l'expérience portant sur le césium qui a été partiellement transformée : de nouvelles sources lasers ont été mises au point pour les transitions du ^{87}Rb , une nouvelle version du piège magnétique de type Ioffe-Pritchard a été installée, ... La réalisation de la condensation sur les atomes de Rb par les mêmes méthodes que celles appliquées préalablement sur les atomes de Cs nous a confirmé dans l'idée que la non-condensation du gaz de césium ne résultait pas d'un vice de forme de l'expérience. Nous avons montré que la forme de la rampe radiofréquence assurant le refroidissement évaporatif n'était pas critique pour atteindre le seuil de condensation, dès que le taux de collision initial est suffisamment important. Nous avons orienté tous nos efforts pour fiabiliser le plus possible l'expérience : il est désormais possible de réaliser un condensat de $\sim 5 \times 10^5$ atomes de ^{87}Rb , après moins d'une demi-heure de mise en route de l'expérience. Par ailleurs, l'automatisation de l'expérience s'est révélée un outil puissant pour les études quantitatives sur les condensats. Nous en avons fourni deux exemples en fin de chapitre : la variation de la fraction condensée en fonction de la température, et l'étude de la durée de vie des condensats.

Conclusion

Nous avons présenté dans les cinq premiers chapitres du mémoire l'application du refroidissement évaporatif (chapitre 1) au césium. Ce refroidissement repose sur les collisions élastiques entre les atomes. Afin de connaître la section efficace de collision élastique, nous avons étudié les retours à l'équilibre de nuage d'atomes froids préparés dans des états initiaux hors d'équilibre. Le comportement collisionnel de cet atome s'est rapidement avéré riche et inattendu. En effet, une résonance à énergie quasi-nulle a été observée sur la section efficace de collision élastique [60](chapitres 2 et 3), conduisant à des valeurs particulièrement grandes pour cette dernière. La plus grande valeur mesurée est

$$\sigma(5\mu\text{K}) = 5 \times 10^{-11} \quad \text{cm}^2$$

ce qui permet de déduire une borne inférieure sur la longueur de diffusion du potentiel triplet :

$$|a_T| \geq 140\text{\AA}$$

Ces valeurs constituaient en soi une indication favorable pour l'utilisation du refroidissement évaporatif.

En fait, la propension de l'atome de césium à effectuer des collisions inélastiques est tout à fait exceptionnelle en regard de celle des alcalins plus légers. Nous avons évalué les taux de pertes correspondants dans des pièges magnétiques statiques, et mesuré empiriquement leur variation avec la température. Pour des atomes doublement polarisés (électron+noyau), le taux de relaxation dipolaire mesuré est [93] :

$$G(T) = 2.4 \times 10^{-11} T^{-0.63} \quad \text{cm}^3.\text{s}^{-1}$$

où la température T est exprimée en μK . Les prévisions théoriques faites au début des années 90 [40, 41] prévoyaient un taux de relaxation dipolaire du même ordre de grandeur que ceux des autres alcalins plus légers, et inférieur par un facteur 1000 à la valeur observée expérimentalement. Cette situation particulière s'explique par la présence d'un couplage additionnel entre les moments magnétiques, résultant d'un terme spin-orbite intervenant au deuxième ordre dans l'interaction césium-césium [91] ; ce terme joue pour les alcalins un rôle d'autant plus important que l'alcalin est plus lourd. La résonance à énergie nulle observée sur le potentiel triplet contribue également à amplifier les processus inélastiques. Le processus dominant semble correspondre au

basculement d'au moins un des atomes sur le niveau hyperfin inférieur $F = 3$ du niveau fondamental du césium 133.

Pour un gaz de césium préparé dans l'état $|6P_{3/2}, F = -m_F = 3\rangle$, nous avons pu observer un emballement du refroidissement évaporatif. Il a ainsi été possible de gagner plus de 5 ordres de grandeur sur la densité dans l'espace des phases [94]. L'analyse des données d'évaporation a permis d'extraire une borne inférieure pour la longueur de diffusion :

$$|a_{3,-3}| > 300\text{\AA}$$

Il manquait néanmoins encore un facteur 20 pour atteindre le seuil de condensation. Nous avons identifié la raison de cette limite, il s'agit de collisions dépolarisantes. Une forte dépendance en champ magnétique du taux de dépolarisation $G(B, T)$ de l'échantillon atomique a été mise en évidence ; nos données expérimentales sont en effet bien reproduites par un taux de dépolarisation de la forme [104] :

$$G(B, T) = (3.8 \pm 1.2) \times 10^{-13} B^2 T^{-0.78} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$$

où B est en Gauss et T en μK . La forte variation de ce taux avec le champ magnétique peut être due à la présence d'une résonance de Feshbach [48], elle peut également intervenir pour une longueur de diffusion négative et grande [43].

En conclusion de ces chapitres concernant le césium, il nous semble très difficile de pouvoir atteindre la condensation de Bose-Einstein pour des atomes de césium 133 piégés magnétiquement. Il semble plus approprié d'utiliser un piège optique ou un piège mixte optique et magnétique. Cette dernière proposition offrant de plus la possibilité d'un refroidissement évaporatif par radiofréquence[97].

Dans le dernier chapitre du mémoire, j'ai présenté les résultats que nous avons obtenu avec un gaz d'atomes froids de ^{87}Rb . La condensation dxe Bose-Einstein a été observée sur cet atome, permettant le contrôle du degré de dégénérescence du gaz sans effets annexes problématiques, comme les collisions inélastiques. Le condensat lui-même a été caractérisé par son expansion ballistique après coupure du piège, et nous avons mesuré la fraction d'atomes condensés en fonction de la température. De plus, une étude préliminaire, nous a permis d'évaluer le taux de pertes à trois corps pour les atomes condensés :

$$K = 1.81(\pm 0.06 \pm 0.4) \times 10^{-29} \text{cm}^6 \cdot \text{s}^{-1}$$

Les prolongements du travail que j'ai présenté sont nombreux. Les condensats de Bose-Einstein gazeux constituent tout d'abord des sources d'une cohérence imcomparable pour des expériences atomiques. Ils peuvent conduire à une plus grande sensibilité des interféromètres, voire à une nouvelle génération d'horloge atomique,...Les expériences d'optique ondulatoire temporelle que j'ai réalisé en début de thèse (voir annexe E) seraient nettement plus faciles grâce à l'utilisation des condensats.

Les études des condensats « pour eux mêmes » sont loin d'être terminées. Ainsi, la recherche de tourbillons (vortex) susceptibles d'apparaître si on met en rotation le piège

confinant les atomes est un domaine très actif. Par ailleurs, l'observation d'un effet de type Josephson entre deux condensats couplés est également un but très attrayant.

Enfin, les atomes froids piégés constituent un système modèle remarquable même en l'absence de condensat. Leurs propriétés dynamiques peuvent être étudiées avec une grande précision, et cela dans une vaste gamme de paramètres allant du régime hydrodynamique (libre parcours moyen petit devant la taille du nuage) au régime « sans collisions ». On peut espérer dans un avenir proche, tester les prédictions de l'équation de Boltzmann concernant les aspects dissipatifs et réactifs des modes d'excitations de ces systèmes, aussi bien dans le régime classique que dans des situations où la dégénérescence quantique joue un rôle essentiel.

Annexe A

Compression adiabatique

A.1 Préliminaire

On considère une assemblée d'atomes piégés dans un potentiel à symétrie sphérique de la forme $U(\gamma, r)$ où γ est un paramètre variable, par exemple la raideur d'un potentiel harmonique isotrope, à un facteur de masse près. La profondeur du potentiel est supposée suffisamment grande devant la température pour qu'il n'y ait pas d'évaporation naturelle. Les collisions entre atomes permettent d'assurer l'équilibre thermique. Par ailleurs, le nombre d'atomes est supposé suffisamment grand pour permettre une description thermodynamique. Imaginons que l'on modifie infinitésimalement le paramètre γ d'une quantité $\delta\gamma$. On laisse ensuite le gaz se thermaliser à nouveau dans le potentiel $U(\gamma + \delta\gamma, r)$. Si la modification du potentiel est lente devant le temps de thermalisation, cette opération peut être considérée d'un point de vue thermodynamique comme réversible. Par ailleurs, comme il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur, l'entropie S du gaz est constante. Par cette modification, on apporte de l'énergie potentielle au système : $\delta E = \langle \partial_\gamma U \rangle \delta\gamma$. Après rethermalisation, l'énergie E du système est augmentée de δE , soit $E' = E + \delta E$. Ce supplément d'énergie est redistribué sous forme d'énergie cinétique δE_c et potentielle $\delta \langle U \rangle$. L'énergie potentielle moyenne ne dépend *a priori* que de la température T et du paramètre¹ $\gamma : \langle U \rangle(T, \gamma)$. Le bilan énergétique peut alors se mettre sous la forme :

$$\delta E = \langle \partial_\gamma U \rangle \delta\gamma = \frac{3}{2} k_B \delta T + \partial_T \langle U \rangle \delta T + \partial_\omega \langle U \rangle \delta\omega \quad (\text{A.1})$$

Ce bilan d'énergie permet de relier la modification du paramètre γ à la variation de température qui en résulte², δT . Dans le cas particulier de l'oscillateur harmonique

¹Si γ représente la raideur d'un potentiel en loi de puissance, $\langle U \rangle$ ne dépend que de la température T . Par exemple, pour le potentiel harmonique, $\langle U \rangle = 3k_B T/2$. Si par contre γ , correspond à l'exposant d'un potentiel en loi de puissance $U(r) \propto r^\gamma$, $\langle U \rangle$ dépend explicitement de γ : $\langle U \rangle = 3k_B T/\gamma$.

²Une autre démonstration peut être trouvée dans [20]

isotrope [105] où $\gamma \equiv \omega$ correspond à la raideur du piège, on retrouve l'expression variationnelle de l'invariant adiabatique reliant l'énergie et la raideur :

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta \omega}{\omega} \quad (\text{A.2})$$

L'interprétation de cette relation est transparente en mécanique quantique, elle correspond à une modification des niveaux du système sans affecter les populations de ces niveaux. Pour des potentiels en loi de puissance $U(r, \omega) \propto (\omega r)^\alpha$, on généralise ainsi cette notion d'invariant adiabatique :

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta \omega}{\omega} \frac{2\alpha}{\alpha + 2}$$

Une autre question se pose : comment modifie-t-on la densité dans l'espace des phases au cours d'une telle opération ? Une réponse un peu trop naïve est qu'il n'y a pas de variation de cette densité, dans la mesure où la modification est infinitésimale. Les lignes qui suivent visent à éclaircir cette idée.

La variation de densité dans l'espace des phases $\delta \rho$ est :

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = -\frac{3}{2} \frac{\delta T}{T} + \frac{\delta \bar{n}}{\bar{n}}$$

où la densité moyenne $\bar{n}$ est définie par :

$$\bar{n} = \frac{N}{\int d^3r e^{-U(\gamma, r)/k_B T}}$$

Cette densité moyenne est donc une fonction du paramètre γ et de la température T . On vérifie aisément que pour un potentiel en loi de puissance, il n'y a effectivement pas de modification de la densité dans l'espace des phases. Par contre, si le paramètre variable est l'exposant de la loi de puissance, alors il y a modification [106]. Nous reviendrons un peu plus loin sur ce point. L'idée à retenir est que la densité dans l'espace des phases n'est pas modifiée si la « forme » du potentiel ne l'est pas. Dans le paragraphe suivant, nous comparons l'effet d'une compression brutale avec celui d'une compression adiabatique sur les deux quantités intéressantes pour le refroidissement évaporatif : le taux de collision élastique et la densité dans l'espace des phases.

A.2 Potentiel harmonique isotrope

On considère dans ce paragraphe des modifications adiabatiques de la raideur d'un piège harmonique isotrope. Le paramètre γ peut donc être identifié à la pulsation ω du piège. Le but de cette partie est de comparer les gains en taux de collisions et en

densité dans l'espace des phases pour une compression adiabatique et une compression brutale.

Initialement, le gaz d'atomes est à l'équilibre thermique dans un puits de potentiel harmonique isotrope à trois dimensions. L'énergie totale moyenne par atome $\langle E \rangle$, l'énergie potentielle moyenne $\langle U \rangle$, et l'énergie cinétique moyenne $\langle E_c \rangle$ sont reliées par :

$$\langle E \rangle = \langle E_c \rangle + \langle U \rangle \quad \text{et} \quad \langle E_c \rangle = \langle U \rangle = \frac{\langle E \rangle}{2}$$

Une fois l'équilibre thermique établi, les relations entre la taille r du nuage d'atomes, la vitesse moyenne v des atomes, l'énergie totale moyenne $\langle E \rangle$ et la pulsation ω sont :

$$r \propto \frac{\langle E \rangle^{1/2}}{\omega} \quad \text{et} \quad v \propto \langle E \rangle^{1/2}$$

Le taux de collision Γ varie avec l'énergie $\langle E \rangle$ et la pulsation ω suivant une loi de la forme :

$$\Gamma = \bar{n} \sigma v \propto r^{-3} v \propto \frac{\omega^3}{\langle E \rangle}$$

où on a supposé la section efficace de collision σ indépendante de la vitesse. Comme la relation (A.2) d'invariance adiabatique impose $\langle E \rangle \propto \omega$, le gain en taux de collision, pour une compression adiabatique au cours de laquelle la pulsation ω passe de ω à ω' , est donné par :

$$\Gamma_i^c \equiv \left(\frac{\Gamma_{\text{ad}}^{\text{final}}}{\Gamma_{\text{ad}}^{\text{init}}} \right) = \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2$$

Pour donner une idée du gain, si on applique cette dernière relation à la pulsation moyenne des pièges de Ioffe-Pritchard utilisés dans la thèse, on gagne au moins un facteur 20 sur le taux de collision. Notons toutefois que les pièges utilisés étaient fortement anisotropes, nous discutons plus en détail la compression pour de tels pièges dans le paragraphe suivant.

Pour une compression brutale du potentiel, conduisant également à la pulsation ω' , l'apport en énergie potentielle est ΔU :

$$\Delta U = \langle U(\omega') - U(\omega) \rangle = \frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega^2} \langle U \rangle$$

Juste après la compression, l'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont :

$$\langle U \rangle = \frac{\omega'^2}{\omega^2} \langle E_p \rangle \quad \text{et} \quad \langle E'_c \rangle = \langle E_c \rangle$$

L'énergie totale est alors :

$$\langle E' \rangle = \frac{\langle E \rangle}{2} \left(1 + \frac{\omega'^2}{\omega^2} \right)$$

On en déduit le rapport entre le gain en taux de collision pour une compression adiabatique, avec celui correspondant à une compression brutale, avec des notations évidentes :

$$\gamma_i \equiv \frac{\Gamma_{\text{brut}}^{\text{final}}/\Gamma_{\text{brut}}^{\text{init}}}{\Gamma_{\text{ad}}^{\text{final}}/\Gamma_{\text{ad}}^{\text{init}}} = 2 \left(\frac{\omega'}{\omega} \right) \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2}$$

De même, si on applique ces résultats aux cas des pièges de Ioffe-Pritchard utilisés dans la thèse, le gain en taux de collision est *grosso modo* plus grand d'un facteur 2 lors d'une compression adiabatique par rapport à une compression brutale. La différence entre les deux types de compression est plus dramatique sur la densité dans l'espace des phases. En effet, on établit immédiatement :

$$\rho_i \equiv \frac{\rho_{\text{brut}}^{\text{final}}/\rho_{\text{brut}}^{\text{init}}}{\rho_{\text{ad}}^{\text{final}}/\rho_{\text{ad}}^{\text{init}}} = \left(\frac{\Gamma_{\text{brut}}^{\text{final}}/\Gamma_{\text{brut}}^{\text{init}}}{\Gamma_{\text{ad}}^{\text{final}}/\Gamma_{\text{ad}}^{\text{init}}} \right)^3$$

On perd alors plus d'un ordre de grandeur sur la densité dans l'espace des phases !

A.3 Potentiel harmonique anisotrope

Le potentiel créé par la configuration Ioffe est fortement anisotrope. Nous nous proposons dans cette section de faire le point sur l'effet d'une compression bidimensionnelle afin de mieux rendre compte de la situation expérimentale. Le potentiel considéré est donc de la forme :

$$U(r_{\perp}, z, \omega_{\perp}, \omega_z) = \frac{1}{2} m \omega_{\perp}^2 r_{\perp}^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2$$

En utilisant le raisonnement du préliminaire, on établit, pour une variation infinitésimale $\delta\omega_{\perp}$ de la pulsation transverse $\omega_{\perp}$:

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{2}{3} \frac{\delta\omega_{\perp}}{\omega_{\perp}}$$

Le rapport entre la température initiale T_i et la température finale T_f est donc, pour une compression adiabatique :

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{\omega'_{\perp}}{\omega_{\perp}} \right)^{2/3}$$

Ce rapport, pour une compression brutale, devient :

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{1}{3} \left(1 + 2 \frac{\omega'_{\perp}}{\omega_{\perp}} \right)$$

Le rapport entre les taux de collision est donc :

$$\gamma_{\text{ai}} \equiv \frac{\Gamma_{\text{brut}}^{\text{final}}/\Gamma_{\text{brut}}^{\text{init}}}{\Gamma_{\text{ad}}^{\text{final}}/\Gamma_{\text{ad}}^{\text{init}}} = \frac{3 \left(\frac{\omega'_{\perp}}{\omega_{\perp}} \right)^{2/3}}{\left(1 + 2 \frac{\omega'_{\perp}}{\omega_{\perp}} \right)}$$

Le gain sur le taux de collision (~ 0.6 avec non paramètres) est donc mineur quand on passe d'une compression brutale à une compression adiabatique. Par contre, on perd au moins un ordre de grandeur sur la densité dans l'espace des phases.

A.4 Changement de forme du potentiel

Comme nous l'avons mentionné dans le préliminaire, la modification infinitésimale du potentiel de piégeage est une opération isentropique. Dans la mesure où la densité dans l'espace des phases ρ est petite, et où les interactions n'influencent pas les propriétés thermodynamiques³, la fonction de partition canonique du gaz Z s'exprime en termes de la fonction de partition d'un seul atome z :

$$Z = \frac{z^N}{N!} \quad \text{avec} \quad z = \int \frac{d^3r d^3p}{h^3} e^{-\beta H(\mathbf{r}, \mathbf{p})}$$

où $H(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ est le hamiltonien à un atome. Cette fonction de partition à un corps peut être réécrite comme le produit de la fonction de partition à un corps d'un gaz parfait dans un espace libre z_{libre} par l'intégrale de configuration z_{conf} :

$$z = z_{\text{libre}} \cdot z_{\text{conf}} \quad \text{où} \quad z_{\text{conf}} = \frac{1}{V} \int d^3r e^{-\beta U(\mathbf{r})}$$

Notons que la densité dans l'espace des phases est simplement reliée à la fonction de partition à un corps : $\rho = N/z$. Les identités thermodynamiques permettent alors de

³Ce qui suppose que l'énergie de champ moyen soit toujours très petite devant la température T . Pour un gaz d'alcalins non dégénérés dans le régime de collisions ultrafroides, c'est toujours le cas. En effet, l'énergie de champ moyen est plus petite que la température si :

$$\frac{8\pi\hbar^2 a n}{m} \ll k_B T \tag{A.3}$$

En introduisant, $\lambda_{\text{deBroglie}} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$, (A.3) se réécrit sous la forme

$$4n\lambda_{\text{deBroglie}}^3 \left(\frac{a}{\lambda_{\text{deBroglie}}} \right) \ll 1$$

Ainsi, pour un gaz non dégénéré le premier terme est petit devant 1, et dans le régime de collision ultrafroide le deuxième l'est également.

mettre l'entropie canonique sous la forme générale suivante :

$$\frac{S}{Nk_B} = -\ln(\rho) + \frac{5}{2} + \frac{\partial \ln(z_{\text{conf}})}{\partial \ln(T)} \quad (\text{A.4})$$

Considérons le cas des potentiels en loi de puissance, $U(r) \propto (\omega r)^\alpha$. La relation précédente (A.4) s'écrit :

$$\frac{S}{Nk_B} = -\ln(\rho) + \frac{5}{2} + \frac{3}{\alpha} \quad (\text{A.5})$$

Si on modifie adiabatiquement la raideur du potentiel *via* ω à α constant, la transformation isentropique associée est une transformation qui conserve la densité dans l'espace des phases. On vérifie simplement que la relation (3.8) permet de rétablir tous les résultats du préliminaire, obtenues par un bilan d'énergie. Si, par contre, on passe d'un potentiel harmonique isotrope à un potentiel linéaire isotrope, la densité dans l'espace des phases est modifiée. Pour cet exemple, la relation (A.5) conduit à

$$\frac{\rho_{\text{lin}}}{\rho_{\text{harm}}} = e^{3/2} \simeq 4.5$$

De même le passage d'un potentiel carré à un potentiel linéaire s'accompagne d'une augmentation dans l'espace des phases de $e^3 \simeq 20$. Notons que le piège de Ioffe avant compression est à une bonne approximation, un piège harmonique selon les trois directions de l'espace. Par contre, à la fin de la compression, ce piège est linéaire transversalement et harmonique dans la direction de faible confinement. La densité dans l'espace des phases est augmentée dans ce cas d'un facteur $e \simeq 2.72$. En résumé, la compression adiabatique permet de gagner à la fois sur la densité dans l'espace des phases et sur le taux de collision par modification de la dimensionnalité du piège !

Récemment, l'effet d'accroissement de la densité dans l'espace des phases par modification de la forme du potentiel a pu être observé sur un gaz classique [106]. Par ailleurs la modification adiabatique du potentiel de piégeage magnétique par superposition progressive d'un potentiel optique a permis à l'équipe du M.I.T [107] de traverser le seuil de condensation de manière réversible. Dans ces expériences, le nuage était initialement préparé dans des conditions proches du seuil. Une augmentation de la densité dans l'espace des phases d'un facteur 50 a été observée.

A.5 Conclusion

Dans cette appendice, nous avons voulu faire le point sur la compression adiabatique. Les résultats sont établis pour une section efficace de collision élastique constante. Ils permettent de montrer qu'il n'y a pas de modification de la densité dans l'espace des phases lorsqu'on ne change pas la forme du potentiel de piégeage. Dans ce cas, la compression adiabatique permet d'augmenter sensiblement le taux de collision. Une

compression brutale conduirait également à une augmentation du taux de collision, mais elle s'accompagnerait d'une perte importante pour la densité dans l'espace des phases. Par ailleurs, pour une compression adiabatique s'accompagnant d'un changement de dimensionnalité du piège⁴, on gagne non seulement sur le taux de collision mais aussi sur la densité dans l'espace des phases.

En estimant les lois d'échelle pour le taux de collision, nous avons supposé implicitement que la section efficace de collision élastique est constante. Cette hypothèse est raisonnable pour le ^{87}Rb , elle l'est moins pour le Cs. En effet, à la fin de la rampe de compression, la température est de l'ordre de plusieurs centaines de μK . Pour de telles températures, les collisions n'ont pas uniquement lieu dans l'onde s , l'onde d intervient également. La démarche précédente peut-être adaptée dans le domaine où l'onde s seulement intervient en prenant une section efficace dépendant de la vitesse relative des atomes entrant en collision.

⁴C'est par exemple le cas du potentiel de Ioffe.

Annexe B

Imagerie

B.1 Préliminaire

Pour toutes les expériences présentées dans ce mémoire, nous avons eu recours à l'utilisation de l'imagerie par absorption pour caractériser les nuages d'atomes. Cette méthode est destructive, elle consiste en effet à envoyer un faisceau parallèle résonnant sur le nuage d'atomes. Ce dernier est imagé sur le réseau CCD d'une caméra (voir figure B.1).

De manière générale, un milieu atomique a un indice de réfraction complexe. Dans l'imagerie par absorption on ne prend en compte que l'atténuation de l'intensité correspondant à la partie imaginaire de cet indice. L'indice de réfraction est purement imaginaire à résonance, soit pour un désaccord δ du faisceau image nul par rapport à la transition. Pour les prises d'images avec des faisceaux hors-résonance, nous avons pris en compte le désaccord dans la section efficace de collision entre les photons du faisceau image et les atomes. Cette atténuation de l'intensité du faisceau imageur correspond à l'absorption des photons incidents suivie par une émission spontanée. Les méthodes non destructives exploitent au contraire la partie réelle de l'indice.

B.1.1 Optique de collection

Pour faire l'image des atomes, nous utilisons un doublet achromatique de lentilles ¹. Ces doublets sont pratiquement sans aberrations sphériques et sans coma. Récemment, la qualité des images a encore été améliorée par l'ajout d'un ménisque qui supprime complètement les aberrations sphériques. La résolution optique est alors limitée par la diffraction, et a été estimée inférieure à $7 \mu\text{m}$.

La caméra utilisée est une Princeton Instruments (modèle 512 EFT). Le réseau CCD de cette caméra est constitué de 512×512 pixels carrés de côté $p = 15 \mu\text{m}$. Le

¹Voir catalogue Melles Griot (section *Doublets and Triplets*, page 52).

PRINCIPE DE L'IMAGERIE PAR ABSORPTION

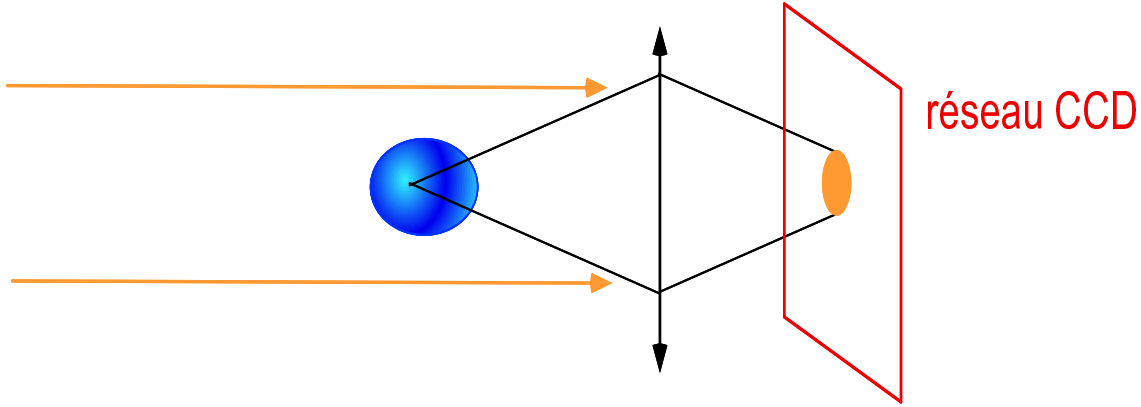


FIG. B.1 – Schéma de principe de l'imagerie par absorption.

système optique qui image les atomes a un grossissement g_{opt} . Il varie suivant les séries d'expériences entre 1.5 et 2.5. Par ailleurs, l'image peut être prise en mode « binné », auquel cas les pixels sont regroupés. Par exemple, un « binning » de 2 conduit à une image 256×256 avec des pixels de taille effective $30 \mu\text{m} \times 30 \mu\text{m}$. Soit b le nombre de pixels regroupés par ce procédé, la taille effective p_{eff} d'un pixel au niveau de la source est finalement :

$$p_{\text{eff}} = pb/g_{\text{opt}}$$

B.1.2 Le laser imageur

Pour prendre l'image, nous coupons le champ du piège magnétique en 200 à 300 μs . Pour réaliser cette coupure efficacement nous utilisons, pour les études faites sur les pièges de Ioffe, un circuit de Mosfets ².

Pour les atomes de ^{133}Cs initialement piégés dans l'état $|6S_{1/2}, F = m_F = 4\rangle$ (chapitre 3 et 4), le faisceau laser est accordé sur la transition $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F = 5\rangle$. Notons que l'asservissement du laser est réalisé grâce à un champ magnétique oscillant appliqué à la cellule d'absorption saturée. Cette méthode évite de moduler le courant de la diode et d'introduire par là-même sur le faisceau sonde des écarts de fréquence trop important lié à l'asservissement. Lorsque les atomes sont piégés dans l'état $|6S_{1/2}, F = -m_F = 3\rangle$ (chapitre 5), on les repompe optiquement dans l'autre état hyperfin, et on applique la procédure précédente.

Pour les atomes de ^{87}Rb piégés magnétiquement dans l'état (Chapitre 6) $|5S_{1/2}, F =$

²voir Annexe C

$m_F = 2\rangle$, le faisceau laser est accordé sur la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F = 3\rangle$. D'un point de vue pratique, le laser imageur est asservi sur le croisement de niveau des deux derniers états hyperfins du niveau $P_{3/2}$. Le laser est asservi par un montage d'absorption saturée où la modulation est effectuée grâce à une bobine entourant la cellule de Rb. On évite ainsi une modulation du courant de la diode qui pourrait modifier la fréquence de la lumière émise. La fréquence est ensuite finement ajustée grâce à un modulateur acousto-optique en double passage. L'utilisation en double passage permet de déplacer la fréquence du laser, sans entraîner de désalignement du faisceau. De plus, le modulateur permet d'allumer et d'éteindre le faisceau image en moins d'une microseconde.

Le faisceau est filtré spatialement avant d'être envoyé sur les atomes. Nous avons fait appel à plusieurs techniques. Pour les expériences sur le césium nous avons utilisé un « pin-hole ». Il s'agit d'un trou de petite dimension (quelques dizaines de micromètres), placé au foyer d'un télescope (voir figure B.2). Une autre méthode a été par la suite

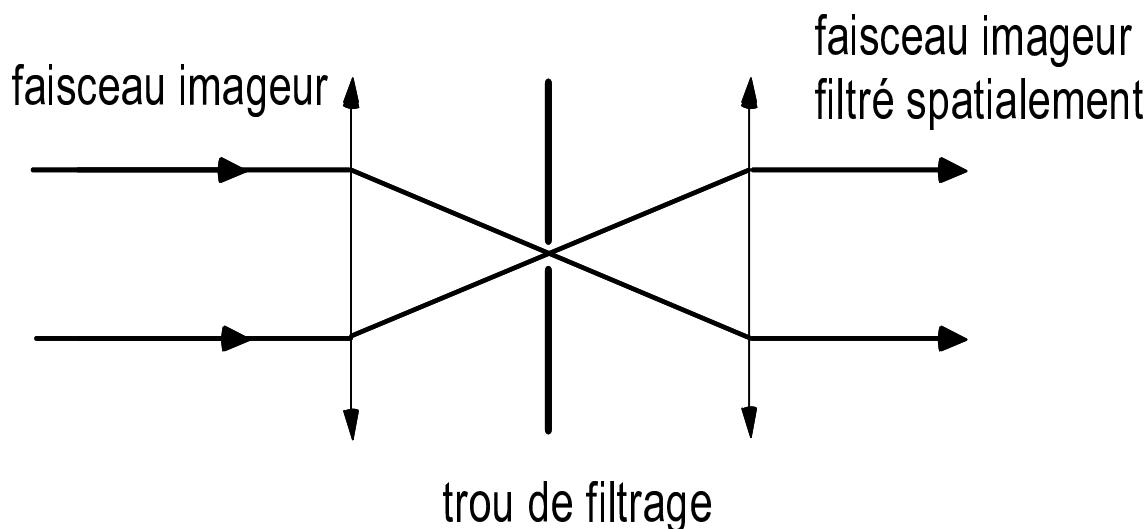


FIG. B.2 – *Exemple de filtrage spatial.*

utilisée : le faisceau est simplement filtré par passage dans une fibre optique mono-mode qui préserve la polarisation. La qualité du profil est encore meilleure ainsi.

B.1.3 Choix de l'intensité et de la durée

Pour le choix de l'intensité du faisceau sonde, il faut connaître les caractéristiques du réseau CCD. Chaque photon est transformé en photoélectrons avec une efficacité quantique³ η_Q . Le nombre total de photoélectrons que peut emmagasiner un pixel est

³ $\eta_Q=0.37$ à 852 nm (Cs), et 0.42 à 780 nm (Rb).

2^{14} (mémoire de 14 bits). Les atomes sont irradiés par une impulsion résonnante de durée τ , de l'ordre de quelques dizaines de μs .

L'intensité I est choisie petite devant l'intensité de saturation I_{sat} de l'atome :

$$I \ll I_{\text{sat}}$$

En pratique, on utilise une intensité de quelques centaines de μWatts par cm^2 , soit plus d'un ordre de grandeur en dessous des intensités typiques de saturation pour le ^{87}Rb et le ^{133}Cs .

Par ailleurs, le nombre de photons incidents N_{inc} par pixel est choisi inférieur au nombre maximum de photons détectables N_{max} :

$$N_{\text{inc}} = \frac{I}{h\nu} \tau p_{\text{eff}}^2 < N_{\text{max}} = 2^{14}/\eta_Q$$

Enfin, les phénomènes d'émission spontanée qui sont provoqués par le faisceau sonde, entraînent une marche aléatoire de l'atome dans l'espace des vitesses avec un pas de longueur v_{rec} . Il s'en suit une diffusion spatiale de l'ordre de $\sqrt{N_{\text{abs}}} v_{\text{rec}} \tau$, où $N_{\text{abs}} = \Gamma I \tau / (2 I_{\text{sat}})$ représente le nombre de photons absorbés pendant la durée du pulse, et Γ la largeur naturelle du niveau excité. Pour avoir une image interprétable sans ambiguïtés, il faut qu'un atome participe au plus à un pixel :

$$\frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} v_{\text{rec}} \tau^3 \leq p_{\text{eff}}^2$$

B.1.4 La prise d'images

L'image soumise à analyse résulte de la prise de trois images. La première se fait en présence d'atomes, elle donne accès à une matrice d'intensité $I_{\text{at}}(i, j)$. Une centaine de millisecondes après, nous prenons une deuxième image en tout point identique à la première, mais cette fois-ci il n'y plus d'atomes. Elle se traduit par une matrice d'intensité $I_{\text{sansat}}(i, j)$. Enfin, quelques secondes plus tard, on prend une image obturateur fermé, donc en l'absence totale de lumière. Soit $I_{\text{bruit}}(i, j)$ la répartition en intensité de cette image. Elle correspond au bruit électronique. Il s'agit d'un fond qu'il faut enlever sur les deux premières images. Définissons $I_a \equiv I_{\text{at}} - I_{\text{bruit}}$ et $I_0 \equiv I_{\text{sansat}} - I_{\text{bruit}}$.

B.1.5 Section efficace et absorption

La section efficace d'absorption σ est sous l'hypothèse d'une faible saturation ($I \ll I_{\text{sat}}$) :

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$$

où δ est le désaccord image par rapport à la transition atomique, et Γ la largeur de la transition. La section efficace à résonance pour un atome à deux niveaux est [86] :

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$$

L'absorption du faisceau image est alors reliée à la section efficace par la relation :

$$I_a(i, j) = I_0(i, j) \exp \left(\sigma \int n(i, y, j) dy \right)$$

Le signal qui nous intéresse est donc $S(i, j)$:

$$S(i, j) = \frac{\ln(I(i, j))}{\ln(I_0(i, j))} = \sigma \int n(i, y, j) dy$$

B.1.6 Modélisation de S pour un nuage thermique

Ce signal S est ensuite ajusté par une loi mathématique. Nous considérons dans ce paragraphe le cas d'un nuage thermique sans condensat.

Lorsque le nuage est thermalisé dans le potentiel de piégeage $U(\mathbf{r})$, la densité est de la forme :

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \exp \left(-\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T} \right)$$

Dans ce cas, nous utilisons toujours l'approximation harmonique du potentiel. En effet, nous sommes ultimement intéressés par les nuages très froids, et par suite de petites dimensions. Pour de tels nuages, cette approximation est toujours vérifiée. S est ajustée par une gaussienne bidimensionnelle S_g :

$$S_g(x, y) = f_0 + S_0 \exp \left(-\frac{(x - x_c)^2}{2a^2} - \frac{(y - y_c)^2}{2b^2} \right) \quad (\text{B.1})$$

Cet ajustement est donc réalisé avec 6 paramètres variables adimensionnés f_0, S_0, x_c, a, y_c, b , par un algorithme de Levenberg-Marquardt généralisé [77]. f_0 prend en compte un fond non-nul éventuel. Le nombre d'atomes N se déduit de l'intégration de S :

$$\sum_{i,j} S(i, j) p_{\text{eff}}^2 = p_{\text{eff}}^2 \int S_g(x, z) dx dz = 2\pi S_0 a b p_{\text{eff}}^2 = N \sigma$$

Les pièges étudiés ont toujours par construction une symétrie cylindrique, soit x l'axe du cylindre. Les dimensions typiques du nuage sont $a \times b \times b$, la densité centrale $n(\mathbf{0})$ est alors ($a > b$ pour un piège de type Ioffe-Pritchard) :

$$n(\mathbf{0}) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} b^2 a p_{\text{eff}}^3} = \frac{S_0}{b \sigma p_{\text{eff}} \sqrt{2\pi}}$$

La température T est extraite de l'axe long du cylindre. En effet, la résolution finie de l'imagerie rend la détermination de la taille de l'axe court peu précise pour des nuages très froids :

$$T = \sqrt{\frac{m(\omega_a a p_{\text{eff}})^2}{k_B}}$$

La densité dans l'espace des phases ρ s'obtient immédiatement :

$$\rho = \frac{N}{b^4 a^2 p_{\text{eff}}^6} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{h^3}{m^3 \omega^3}$$

B.1.7 Imagerie en présence d'un condensat

Le seuil de condensation était en pratique atteint en présence de plusieurs millions d'atomes. Les densités correspondantes de l'ordre de quelques 10^{14} cm^{-3} , les nuages associés ont des dimensions typiques $20\mu\text{m} \times 5\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$. L'épaisseur optique au centre d'un tel nuage est grande (≥ 4).

Temps de vol

On pourrait *a priori* imager les atomes *in situ*, juste après coupure du potentiel magnétique, avec un faisceau désaccordé pour réduire la section efficace d'absorption des atomes. Mais, la résolution optique ($\sim 7\mu\text{m}$) constitue une limite difficilement contournable. La diffraction des rayons du faisceau image déforme l'image et la rend difficilement interprétable quantitativement. Nous avons donc choisi de laisser tomber le nuage d'atomes pendant $t_{\text{tdv}} = 25 \text{ ms}$ (hauteur de 3 mm) avant de prendre une image du nuage. On sonde alors la distribution en impulsion du nuage. Les dimensions du condensat sont typiquement de $100 \times 200 \times 200 \mu\text{m}^3$.

Pendant la prise de l'image, on ne veut pas qu'un atome se déplace par plus d'un pixel. Pour un temps de vol cette condition est assez contraignante :

$$\tau < \frac{p_{\text{eff}}}{g t_{\text{tdv}}}$$

On ne peut donc pas prendre un grossissement trop important, car il faudrait alors des durées τ de prise d'image très courtes ... C'est la raison pour laquelle on ne dépasse pas des grossissements de l'ordre de 2.

Condensat pur

La forme du condensat se déduit simplement de celle qu'il a dans le piège par changement d'échelle [99]. Dans le régime de Thomas-Fermi⁴, le condensat a la forme d'un

⁴Pour le ^{87}Rb , ce régime est atteint dès que le nombre d'atomes dans le condensat N_c vérifie $N_c a / (\sqrt{2\pi} a_{\text{oh}}) \geq 10$, soit $N_c \geq 5000$.

paraboloïde inversé. Il conserve donc cette forme au cours de l'expansion ballistique. La densité n est donc de la forme :

$$n(x, y, z) = n_0 [1 - \alpha_x(x - x_c)^2 - \alpha_y(y - y_c)^2 - \alpha_z(z - z_c)^2]$$

pour $\alpha_x(x - x_c)^2 + \alpha_y(y - y_c)^2 + \alpha_z(z - z_c)^2 \geq 1$ et $n(x, y, z) = 0$ sinon. La caméra permet l'accès à la densité intégrée n_I le long de l'axe de propagation du faisceau imageur y :

$$n_I = n_I^0 [1 - \alpha_x(x - x_c)^2 - \alpha_z(z - z_c)^2]^{3/2} \quad \text{avec} \quad n_I^0 = \frac{4n_0}{3\sqrt{\alpha_z}} \quad (\text{B.2})$$

On ajuste donc la forme du condensat par cette loi B.2. Le nombre d'atomes se déduit simplement par intégration :

$$N = \frac{2\pi}{5\sigma} \frac{n_I^0 p_{\text{eff}}^2}{\sqrt{\alpha_z \alpha_y}}$$

Condensat en présence d'une partie thermique

Dans la plupart des cas, le condensat est en présence d'un fond thermique. La distribution de densité est alors bimodale : un pic paraboïdal au centre pour la partie condensée, et un nuage thermique sphérique autour. Dans ce cas, les ajustements sont effectués en trois étapes :

- on ajuste la distribution bimodale par une fonction qui est la somme de B.2 et de B.1. Il y a alors 9 paramètres variables : f_0 , S_0 , x_c , y_c , a , b , n_I^0 , α_x , α_z . Cette première étape conduit à une bonne estimation des différents coefficients.
- pour déduire la température, on effectue un ajustement par un loi gaussienne sur les ailes de la distribution de densité (en excluant la partie correspondant au condensat).
- l'ajustement est ensuite réitéré sur la parabole uniquement, avec les paramètres de la première étape pour la gaussienne.

Un exemple est reporté sur la figure B.3. Sur cette figure on a représenté deux coupes suivant les axes y et z de l'image par absorption. Les points expérimentaux correspondent aux $\bullet$. La loi bimodale d'ajustement est en trait plein.

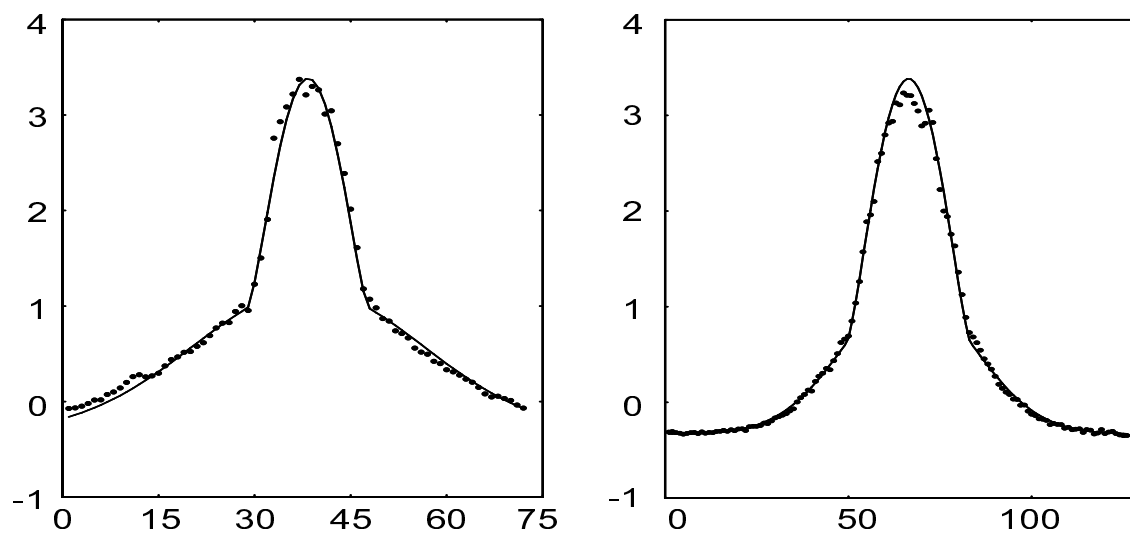


FIG. B.3 – L'ajustement par une loi bimodale est faite à deux dimensions, deux coupes suivant les axes y et z sont représentées sur la figure. Les points expérimentaux sont représentés par des points $\bullet$, la courbe ajustée est en trait plein. Sur ces figures l'axe vertical correspond à l'épaisseur optique, l'axe horizontal est gradué en pixel, chaque pixel a une taille de $9\ \mu\text{m}$.

Annexe C

Coupure des champs magnétiques

C.1 Préliminaire

Le problème qui se pose en pratique est :

Comment couper le courant le plus rapidement possible, et sans oscillations résiduelles qui pourraient perturber les atomes ?

Une première solution consiste à commander les alimentations de courant et à leur donner l'ordre de passer au courant nul. Cette méthode est trop longue en pratique (plusieurs millisecondes). Pour contourner ce problème nous avons mis au point un circuit composé d'interrupteurs (MOSFET) et de diodes Zener¹.

Sur la figure C.1 nous avons reporté le principe de coupure. Le circuit considéré sur

¹Chaque MOSFET est en fait constitué de deux MOSFET(STE90N25 de Farnell) mis en parallèle.

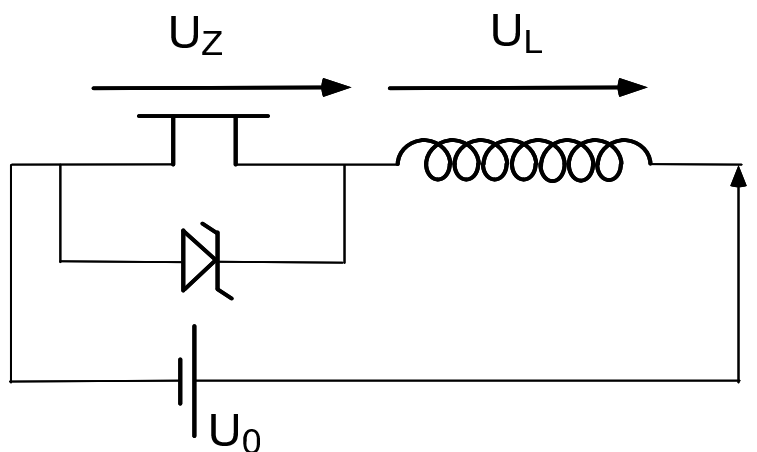


FIG. C.1 – Schéma de principe de la coupure de courant dans les bobines de champ magnétique.

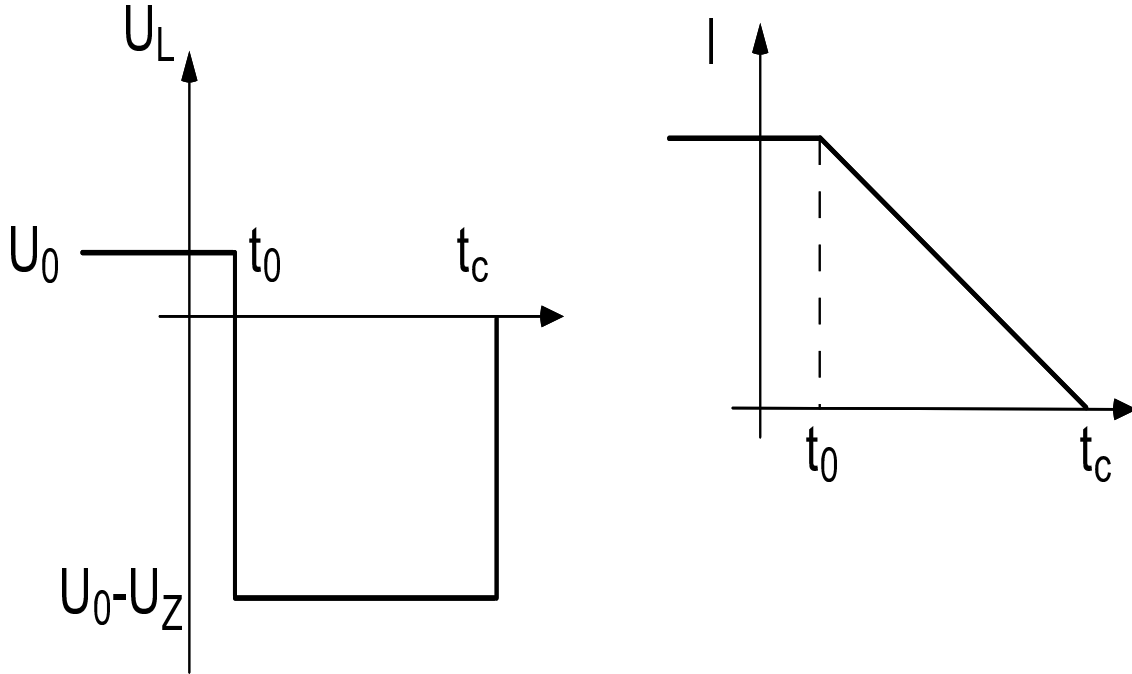


FIG. C.2 – U_L et I en fonction du temps. L'ouverture du MOSFET a lieu au temps t_0 .

cette figure est simplement constitué d'un MOSFET, d'une diode Zener, d'une bobine et d'une alimentation de courant. Lorsque le MOSFET est fermé, l'alimentation de courant est commandée par l'extérieur. En pratique, nous utilisons un signal analogique délivré par une carte de l'ordinateur. Ce signal est isolé par l'intermédiaire d'un optocoupleur² ; le circuit est donc entièrement flottant.

Une diode Zener est mise en parallèle du MOSFET. Son rôle est double : elle protège le MOSFET des surtensions liées à l'ouverture du circuit, et elle impose la tension Zener constante U_Z pendant la coupure. Avant t_0 le circuit est fermé et le courant passe simplement par la bobine (voir figure C.2). Par exemple, pour le piège magnétique de type Ioffe-Pritchard comprimé, le courant est de 90 Ampères pour une tension de $U_0 = 70$ Volts. La résistance de l'ensemble des bobines qui constituent le piège magnétique est donc $r_0 = 70/90 = 0.77 \Omega$.

Imaginons qu'à cet instant t_0 , on ouvre le circuit grâce au MOSFET. Comme la bobine de champ magnétique impose la continuité du courant dans le circuit, le courant passe par la diode Zener qui impose alors à ses bornes la tension Zener $U_Z \sim 200$ Volts. Les temps de commutation sont très rapides, lorsqu'on ouvre un MOSFET, l'alimentation de courant peut être considérée comme étant à tension constante U_0 . Elle n'a pas le temps de se rendre compte de la coupure. La tension aux bornes de la

²Amplificateur d'isolement analogique HCPL 7840 Hewlett Packard.

bobine est donc constante :

$$U_L = U_0 - U_Z = \text{constante} < 0$$

Le courant décroît par suite linéairement dans le temps :

$$L \frac{dI}{dt} + r_0 I = U_L < 0 \quad (\text{C.1})$$

En effet, l'inductance de l'ensemble de toutes les bobines de champ magnétique est de l'ordre du mH et les temps de coupure de l'ordre de 200 μ secondes de telle sorte que le terme inductif dans C.1 est largement dominant. Les diodes Zener dissipent donc l'énergie magnétique. Nous avons donc choisi des diodes Zener de puissance³.

C.2 Schéma global

La figure C.3 représente le circuit utilisé en pratique. L'ensemble des MOSFET est monté sur une plaque de cuivre refroidie à l'eau pour une dissipation plus efficace, et pour assurer une température la plus constante possible des différents composants électroniques. On reconnaît les éléments présentés dans le paragraphe précédent. Il est à noter que tous les MOSFET ont en parallèle une diode ; ils sont en effet polarisés, la diode les protège en cas de fausse manœuvre. Les autres diodes du circuit sont des sécurités qui visent à éviter les surtensions, les contre-courants ... Le circuit des bobines du piège magnéto-optique est géré indépendamment du circuit du piège magnétique. Les diodes qui figurent dans cette partie évitent des courants de retour lors de la coupure du piège magnétique. Le piège magnétique est constitué de trois petits bobines (voir Ioffe sur la figure). La compression du piège magnétique est assurée par une paire de bobines Helmholtz (voir Helmholtz). Pour le chargement du piège magnétique, ces bobines sont court-circuitées ; le MOSFET M_3 est fermé alors que le MOSFET M_4 est ouvert. Pour la phase de compression, on ferme le MOSFET M_4 , et on modifie la résistance r_3 du MOSFET M_3 en rampant une tension entre le gap et le drain. r_3 passe alors progressivement (en quelques secondes) de 0 à l'infini (M_3 ouvert). Cette tension de commande est obtenue par une sortie analogique d'une carte de l'ordinateur qui gère l'expérience, elle est isolée de la masse par un opto-coupleur avant d'être connectée aux circuits de MOSFET.

³Les diodes Zener sont du modèle BZY91-C36 75W de Farnell, elles sont mises en série par 5.

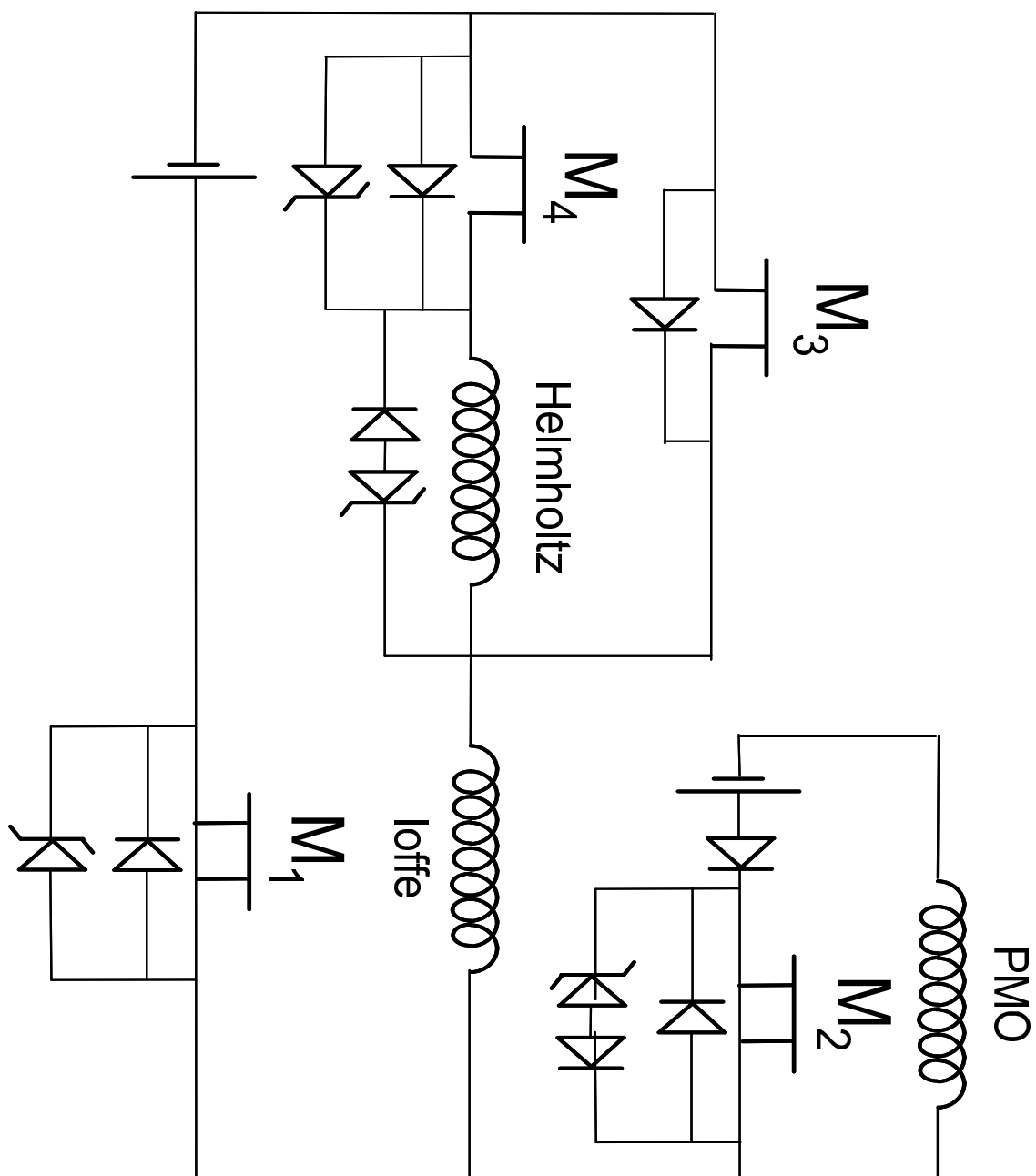


FIG. C.3 – Schéma général du circuit de coupure des champs magnétiques.

Annexe D

Longueur de diffusion

TAB. D.1 – Ce tableau fait l'état des lieux fin 1998 sur nos connaissances des longueurs de diffusion de différents alcalins. Les longueurs sont exprimées en $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$.

Isotope	Triplet	Singulet	Etat F inférieur
^6Li	-2160 ± 250 [108]	45 ± 2.5 [108]	
^7Li	$-27.8 < a_T < -7.1$ [64]	35 ± 3 [109]	> 0 ($B < 0.1 \text{ T}$) [109]
^7Li	-17.2 [110]	36.9 [110]	
^7Li	-27.3 ± 0.8 [66]	34 ± 5 [111]	
^{23}Na	$45 < a_T < 185$ [109]	49 ± 2	$37 < a_{1,-1} < 152$ [109]
^{23}Na	85 ± 3 [112]		52 ± 5 [112]
^{23}Na	69 ± 2		54.7 ± 2
^{23}Na			92 ± 25 [59]
^{85}Rb	-400 ± 100 [113]	$ a_S > 1200$	-450 ± 140 [46]
^{85}Rb	-400 ± 100 [113]		-450 ± 140 [46]
^{85}Rb	-440 ± 140 [114]	$ a_S > 1200$ [114]	
^{87}Rb	102 ± 6 [46]	93 ± 5 [46]	106 ± 6 [46]
^{87}Rb	109 ± 10 [71]		87 ± 21 [58]
^{87}Rb	100 ± 7 [115]	88 ± 14 [115]	
^{87}Rb	103 ± 5 [103]		103 ± 5 [103]
^{133}Cs	-350 ± 30 [48]	-208 ± 17 [48]	
^{133}Cs	$ a_T > 260$ [60]		< 0 [63]
^{133}Cs	$ a_T > 470$ [72]		
^{133}Cs	$ a_T > 470$ [91]		

Annexe E

Atomic Wave Diffraction and Interference Using Temporal Slits

P. SZRIFTGISER, D. GUÉRY-ODELIN, M. ARNDT AND J. DALIBARD
Physical Review Letters,
Volume **77**, Numéro 1, pages 4-7, Juillet 1996.

Annexe F

Obervation of a Zero-energy Resonance in Cs-Cs Collisions

M. ARNDT, M. BEN DAHAN, D. GUÉRY-ODELIN,
M.W. REYNOLDS AND J. DALIBARD
Physical Review Letters,
Volume **79**, Numéro 4, pages 625-628, Juillet 1997.

Annexe G

Giant Spin Relaxation of an Ultracold Cesium Gas

J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, P. DESBIOLLES

G. FERRARI, AND J. DALIBARD

Physical Review Letters,

Volume **80**, Numéro 9, pages 1869-1872, Mars 1998.

Annexe H

Strong Evaporative Cooling of a Trapped Cesium Gas

D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLLES AND J. DALIBARD
Optics Express,
Volume **2**, Numéro 8, pages 323-329, Avril 1998.

Annexe I

Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible?

D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLLES, AND J. DALIBARD
Europhysics Letters,
Volume **44**, pages 25-30, Octobre 1998.

Bibliographie

- [1] A. EINSTEIN. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. *Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, , 261, (1924).
- [2] A. EINSTEIN. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung. *Sitzungsberg. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, , 3, (1925).
- [3] S.N. BOSE. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. Phys.*, **26**, 178, (1924).
- [4] E. FERMI. Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico. *Rend. Lincei*, **3**, 145, (1926).
- [5] E. FERMI. Zur Quantelung des idealen einatomigen Gases. *Z. Phys.*, **36**, 902, (1926).
- [6] K. HUANG. *Statistical Mechanics*. Wiley, London, (1966).
- [7] A. GRIFFIN, D.W. SNOKE, ET S. STRINGARI. *Bose-einstein Condensation*. Cambridge University Press, (1995).
- [8] M.H. ANDERSON, J.R. ENSHER, M.R. MATTHEWS, C.E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, **269**, 198, (1995).
- [9] K.B. DAVIS, M.-O. MEWES, M.R. ANDREWS, N.J. VAN DRUTEN, D.S. DUFFEE, D.M. KURN, ET W. KETTERLE. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 3969, (1995).
- [10] C.C. BRADLEY, C.A. SACKETT, ET R.G. HULET. Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1687, (1995).
- [11] C.C. BRADLEY, C.A. SACKETT, ET R.G. HULET. Bose-Einstein Condensation of Lithium : Observation of Limited Condensate Number. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 985, (1997).
- [12] D.G. FRIED, T.C. KILLIAN, L. WILLMANN, D. LANDHUIS, S.C. MOSS, D.KLEPPNER, ET T.J. GREYTAK. Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 3811, (1998).
- [13] T.C. KILLIAN, D.G. FRIED, L. WILLMANN, D. LANDHUIS, S.C. MOSS, T.J. GREYTAK, ET D.KLEPPNER. Cold Collision Frequency Shift of the 1S-2S Transition in Hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 3807, (1998).

- [14] S. CHU. The manipulation of neutral particules. *Reviews of Modern Physics*, **70**, 685, (1998).
- [15] C. COHEN-TANNOUDJI. Manipulating atoms with photons. *Reviews of Modern Physics*, **70**, 707, (1998).
- [16] W.D. PHILLIPS. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Reviews of Modern Physics*, **70**, 721, (1998).
- [17] PASCAL SZRIFTGISER. *Cavité gravitationnelle et optique atomique temporelle*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI, juillet 1996.
- [18] C.J. MYATT, N.R. NEWBURY, R.W. GHRIST, S. LOUTZENHISER, ET C.E. WIEMAN. Multiply loaded magneto-optical trap. *Opt. Lett.*, **21**, 290, (1996).
- [19] Z.T. LU, K.L. CORWIN, M.J. RENN, M.H. ANDERSON, E.A. CORNELL, ET C.E. CORNELL. A low-Velocity Intense Source of Atoms from a Magneto-Optical Trap. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 3331, (1997).
- [20] C. COHEN-TANNOUDJI. *Atomes ultrafroids — Piégeage non dissipatif et refroidissement évaporatif*. Cours de Physique atomique et moléculaire, Collège de France, (1996).
- [21] E.A. CORNELL, C. MONRØ, ET C.E. WIEMAN. Multiply Loaded, ac Magnetic Trap for Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 2439, (1991).
- [22] T.BERGEMAN, G. EREZ, ET H.J. METCALF. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, **35**, 1535, (1987).
- [23] W. PETRICH, M. ANDERSON, J. ENSHER, ET E. CORNELL. Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 3352, (1995).
- [24] Y. GOTT, M. IOFFE, ET V. TEL'KOVSKI. *Nucl. Fusion. Suppl.*, **3**, 1045, (1962).
- [25] D. PRITCHARD. Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, **51**, 1336, (1983).
- [26] V. BAGNATO, G. LAFYATIS, A. MARTIN, E. RAAB, R. AHMAD-BITAR, ET D. PRITCHARD. Continuous Stopping and Trapping of Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2194, (1987).
- [27] B. DESRUELLE, V. BOYER, P. BOUYER, G. BIRKL, M. LÉCRIVAIN, F. ALVES, C.I. WESTBROOK, ET A. ASPECT. Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet. *Eur. Phys. D*, **1**, 255, (1998).
- [28] O.J. LUITEN, M.W. REYNOLDS, ET J.T.M. WALRAVEN. Kinetic theory of evaporative cooling of a trapped gas. *Phys. Rev. A*, **53**, 381, (1996).
- [29] J.T.M. WALRAVEN. *Proceedings of the 44 th Scottish Universities Summer School in Physics, Stirling*, , 1, (1996).
- [30] M. HOLLAND, J. WILLIAMS, ET J. COOPER. Bose-Einstein condensation : Kinetic evolution obtained from simulated trajectories. *Phys. Rev. A*, **55**, 3670, (1997).

- [31] G. E. UHLENBECK ET G.W.FORD. *Lectures in Statistical Mechanics*. American Mathematical Society, Providence Rhode Island, (1965).
- [32] L.D. LANDAU ET E.M. LIFSHITZ. *Quantum Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, (1977).
- [33] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU, ET F. LALOË. *Mécanique Quantique*. Hermann, (1973).
- [34] C. J. JOACHAIN. *Quantum Collision Theory*. North Holland, Amsterdam, (1983).
- [35] A. MESSIAH. *Quantum Mechanics*. North Holland, Amsterdam, (1965).
- [36] G.F. GRIBAKIN ET V.V. FLAMBAUM. calculation of the scattering length in atomic collisions using the semi-classical approximation. *Phys. Rev. Lett.*, **48**, 546, (1993).
- [37] M. KRAUSS ET W.J. STEVENS. Effective core potentials and accurate energy curves for Cs₂ and other alkali diatomics. *J. Chem. Phys.*, **93**, 4236, (1990).
- [38] W. WEICKENMEIER, U. DIEMER, M. WAHL, M.RAAB, W. DEMTRODER, ET W. MULLER. Accurate ground state potential of Cs₂ up to the dissociation limit. *J. Chem. Phys.*, **82**, 5354, (1985).
- [39] H.T.C. STOOF, J.M.V.A. KOELMAN, ET B.J. VERHAAR. Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen : rigorous and simplified calculations. *Phys. Rev. B*, **38**, 4688, (1988).
- [40] E. TIESINGA, A.J. MOERDIJK, B.J. VERHAAR, ET H.T.C. STOOF. Conditions for Bose-Einstein condensation in magnetically trapped atomic cesium. *Phys. Rev. A*, **46**, 1167, (1992).
- [41] E. TIESINGA, B.J. VERHAAR, ET H.T.C. STOOF. Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions. *Phys. Rev. A*, **47**, 4114, (1993).
- [42] H.M.J.M. BOESTEN, A.J. MOERDIJK, ET B.J. VERHAAR. Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments. *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **54**, 29, (1996).
- [43] P.O. FEDICHEV, M.W. REYNOLDS, U.M. RAHMANOV, ET G.V. SHLYAPNIKOV. Inelastic decay processes in a gas of spin-polarized triplet helium. *Phys. Rev. A*, **53**, 1447, (1996).
- [44] H. FESHBACH. A unified theory of nuclear reactions. *Ann. Phys.*, **19**, 287, (1962).
- [45] A.J. MOERDIJK, B.J. VERHAAR, ET A. AXELSSON. Resonances in ultracold collisions of ⁶Li, ⁷Li, and ²³Na. *Phys. Rev. A*, **51**, 4852, (1995).
- [46] J.M. VOGELS, C.C. TSAI, R.S. FREELAND, S.J.J.M.F. KOKKELMANS, B.J. VERHAAR, ET D.J. HEINZEN. Prediction of Feshbach resonances in collisions of ultracold rubidium atoms. *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **56**, 1067, (1997).

- [47] S. INOUE, M.R. ANDREWS, J. STENGER, H.-J. MIESNER, D.M. STAMPER-KURN, ET W. KETTERLE. Observation of Feshbach Resonances in a Bose-Einstein Condensate. *Nature*, **392**, 151, (1998).
- [48] S.J.J.M.F KOKKELMANS, B.J. VERHAAR, ET K. GIBBLE. Prospects for Bose-Einstein condensation in cesium. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 951, (1998).
- [49] B.D. ESRY, C.H. GREENE, Y. ZHOU, ET C.D. LIN. Role of the scattering length in three-boson dynamics and Bose-Einstein condensation. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.(Lett)*, **29**, 51, (1996).
- [50] A.J. MOERDIJK, H.M.J.M. BOESTEN, ET B.J. VERHAAR. Decay of trapped ultracold alkali atoms by recombination. *Phys. Rev. A*, **53**, 916, (1996).
- [51] P.O. FEDICHEV, M.W. REYNOLDS, ET G.V. SHLYAPNIKOV. Three-Body recombination of ultracold atoms to a weakly bound s level. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 2921, (1996).
- [52] Y. KAGAN, B.V. SVISTUNOV, ET G.V. SHLYAPNIKOV. Effect of Bose condensation on inelastic processes in gases. *JETP Letters*, **42**, 209, (1985).
- [53] E.A. BURT, R.W. GHRIST, C.J. MYATT, M.J. HOLLAND, E.A. CORNELL, ET C.E. WIEMAN. Coherence, Correlations, and Collisions : What one Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 357, (1997).
- [54] P.A. RUPRECHT, M.J. HOLLAND, K. BURNETT, ET M. EDWARDS. Time-dependent solution of the non-linear Schrödinger equation for Bose-condensed trapped neutral atoms. *Phys. Rev. A*, **51**, 4704, (1995).
- [55] F. DALFOVO ET S. STRINGARI. Bosons in anisotropic traps : ground state and vortices. *Phys. Rev. A*, **53**, 2477, (1996).
- [56] C.A. SACKETT, H.T.C. STOOF, ET R. HULET. Growth and collapse of a Bose-Einstein condensate with attractive interactions. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2031, (1998).
- [57] C.R. MONROE, E.A. CORNELL, C.A. SACKETT, C.J. MYATT, ET C.E. WIEMAN. Measurement of Cs-Cs elastic scattering at $T=30 \mu$ K. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 414, (1993).
- [58] N.R. NEWBURY, C.J. MYATT, ET C.E. WIEMAN. s -level elastic collisions between cold ground-state ^{87}Rb atoms. *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **51**, 2680, (1995).
- [59] K.B. DAVIS, M.-O. MEWES, M.A. JOFFE, M.R. ANDREWS, ET W. KETTERLE. Evaporative Cooling of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 5202, (1995).
- [60] M. ARNDT, M. BEN-DAHAN, D. GUÉRY-ODELIN, M.W. REYNOLDS, ET J. DALIBARD. Observation of a Zero-Energy Resonance in Cs-Cs Collisions. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 625, (1997).

- [61] E. TIESINGA, B.J. VERHAAR, , H.T.C. STOOF, ET D. VAN BRAGT. Spin-exchange frequency shift in a cesium atomic fountain. *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **45**, 2671, (1992).
- [62] K. GIBBLE ET S. CHU. Laser-cooled frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultracold collisions. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1771, (1993).
- [63] B.J. VERHAAR, K. GIBBLE, ET S. CHU. Laser-cooled frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultracold collisions. *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **48**, 3429, (1993).
- [64] A.J. MOERDIJK, W.C. STWALLEY, R.G. HULET, ET B.J. VERHAAR. Negative Scattering Length of Ultracold ^7Li Gas. *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 40, (1994).
- [65] A.J. MOERDIJK ET B.J. VERHAAR. *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 518, (1994).
- [66] E.R.I. ABRAHAM, W.I. McALEXANDER, C.A. SACKETT, ET R.G. HULET. Spectroscopic Determination of the *s*-wave Scattering Length of Lithium. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 1315, (1995).
- [67] J.D. MILLER, R.A. CLINE, ET D.J. HEINZEN. Photoassociation Spectrum of Ultracold Rb Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 2204, (1994).
- [68] R.A. CLINE, J.D. MILLER, ET D.J. HEINZEN. Study of Rb_2 Long-Range States by High-Resolution Photoassociation Spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 632, (1994).
- [69] R. CÔTÉ, A. DALGARNO, ET Y. SUN. Photoabsorption by ultra cold atoms and the scattering length. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 3581, (1995).
- [70] J.R. GARDNER, R.A. CLINE, J.D. MILLER, H.M.J.M. BOESTEN D.J. HEINZEN, ET B.J. VERHAAR. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 3764, (1995).
- [71] H.M.J.M. BOESTEN, C.C. TSAI, J.R. GARDNER, D.J. HEINZEN, ET B.J. VERHAAR. Observation of a shape resonance in the collision of two cold ^{87}Rb atoms. *Phys. Rev. A*, **55**, 636, (1997).
- [72] A. FIORETTI, D. COMPARAT, A. CRUBELLIER, O. DULIEU, F. MASNOU-SEEUWS, ET P. PILLET. Formation of Cold Cs_2 Molecules through Photoassociation. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 4402, (1998).
- [73] L. BOLTZMANN. *Wissebschaftliche Abhandlungen Vol II*. Hasenorl, Leipzig, (1909).
- [74] C. CERCIGNANI. *The Boltzmann equation and its applications*. Springer Verlag, New-York, (1988).
- [75] MAXIME BEN DAHAN. *Transport et relaxation d'atomes de césium : oscillations de Bloch et résonance de diffusion*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI, octobre 1997.
- [76] H. WU ET FOOT. Direct simulation of evaporative cooling. *J. Phys. B :At. Mol. Opt. Phys. (Lett.)*, **29**, 321, (1996).

- [77] W.H. PRESS, B.P. FLANNERY, S.A. TEUKOLSKY, ET W.T. VETTERLING. *Numerical recipes in Fortran : the art of scientific computing*. Cambridge University, Cambridge England, (1988).
- [78] H. WU, E. ARIMONDO, ET C.J. FOOT. Dynamics of evaporative cooling for Bose-Einstein condensation. *Phys. Rev. A*, **56**, 560, (1997).
- [79] H. WU ET E. ARIMONDO. Expansion of the non-condensed trapped Bose gas in Bose-Einstein condensation. *Europhys. Lett.*, **43**, 141, (1998).
- [80] M.HOLLAND, J.WILLIAMS, K. COAEKLEY, ET J. COOPER. Quantum semi-classic. *Opt.*, **8**, 571, (199-).
- [81] C.G. TOWNSEND, N.H. EDWARDS, C.J. COOPER, K.P. ZETIE, C.J. FOOT, A.M. STEANE, P. SZRIFTGISER, H. PERRIN, ET J. DALIBARD. Phase-space density in the magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, **52**, 1423, (1995).
- [82] A.G. MARTIN, K. HELMERSON, V.S. BAGNATO, G.P. LAFYATIS, ET D.E. PRITCHARD. rf Spectroscopy of trapped neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **21**, 2431, (1988).
- [83] H.F. HESS. *Bull. Am. Phys. Soc.*, **30**, 854, (1985).
- [84] H.F. HESS. Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. *Phys. Rev. B*, **34**, 3476, (1986).
- [85] W. KETTERLE ET N.J. VAN DRUTEN. Evaporative cooling of trapped atoms. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, **37**, 181, (1996).
- [86] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC, ET G. GRYNBERG. *Atom-Photon Interactions*. Wiley, New-York, (1992).
- [87] T.A. SAVARD, K.M. O'HARA, ET J.E. THOMAS. Laser Noise Induced Heating in Far Off Resonance Optical Trap. *Phys. Rev. A*, **56**, 1095, (1997).
- [88] P. LEMONDE, O. MORICE, E. PEIK, J. REICHEL, H. PERRIN, WÄNSEL, ET C. SALOMON. An opto-electric trap for cold atoms. *Europhys. Lett.*, **32**, 555, (1995).
- [89] J. ARLT, P. BANCE, S. HOPKINS, J. MARTIN, S. WEBSTER, A. WILSON, K. ZETIE, ET C.J. FOOT. Suppression of collisionnal loss from a magnetic trap. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. (Lett)*, **31**, 321, (1998).
- [90] P. JULIENNE. Predissociation of the Schumann-Runge Bands of O₂. *J. Mol. Spectrosc.*, **56**, 270, (1975).
- [91] P.J. LEO, E. TIESINGA, P.S. JULIENNE, D.K. WALTER, S. KADLECEK, ET T.G. WALKER. Elastic and Inelastic Collisions of Cold Spin-Polarized ¹³³Cs Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 1389, (1998).
- [92] N.D. BHASKAR, J. PIESTRAS, J. CAMPARO, ET W. HAPPER. Spin destruction in collisions between cesium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **44**, 930, (1980).

- [93] J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, P. DESBIOLLES, G. FERRARI, ET J. DALIBARD. Giant spin relaxation of an ultra cold Cesium Gas. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 1869, (1998).
- [94] D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLLES, ET J. DALIBARD. Strong evaporative cooling of a trapped cesium gas. *Optics Express*, **2**, 323, (1998).
- [95] A.KASTBERG, W.D. PHILLIPS, S.L. ROLSTON, ET R.J.C. SPREEUW. Adiabatic Cooling of Cesium to 700 nK in an Opical Lattice. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 1542, (1995).
- [96] D. BOIRON, A. MICHAUD, P. LEMONDE, Y. CASTIN, C. SALOMON, S. WEYERS, K. SZYMANIEC, L. COGNET, ET A. CLAIRON. *Phys. Rev. A*, **53**, 3734, (1996).
- [97] HÉLÈNE PERRIN. *Refroidissement d'atomes de césium confinés dans un piège dipolaire très désaccordé*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI, juin 1998.
- [98] C. COHEN-TANNOUDJI. *Atomes ultrafroids — Condensation dans un piège harmonique*. Cours de Physique atomique et moléculaire, Collège de France, (1997).
- [99] Y. CASTIN ET R. DUM. Bose-Einstein Condensates in Time Dependant Traps. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 5315, (1996).
- [100] BAYM ET PETHICK. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 6, (1996).
- [101] S. GIORGINI, L.P. PITAEVSKII, ET STRINGARI. Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas. *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **54**, 4634, (1996).
- [102] S. GROSSMANN ET M. HOLTHAUS. On Bose-Einstein condensation in harmonic traps. *Phys. Lett. A*, **208**, 188, (1995).
- [103] P. JULIENNE, F.H. MIES, E. TIESINGA, ET C.J. WILLIAMS. Collisional Stability of Double Bose condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 1880, (1997).
- [104] D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLLES, ET J. DALIBARD. Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible. *Europhys. Lett.*, **44**, 25, (1998).
- [105] W. KETTERLE ET D.E. PRITCHARD. Atom cooling by time-dependent potentials. *Phys. Rev. A*, **46**, 4051, (1992).
- [106] P.W.H. PINKSE, A. MOSK, M. WEIDMÜLLER, M.W. REYNOLDS, T.W. HJIMANS, ET J.T.M. WALRAVEN. Adiabatically Changing the Phase-Space Density of a Trapped Bose Gas. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 990, (1997).
- [107] D.M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, A.P. CHIKKATUR, S. INOUE, J. STENGER, ET W. KETTERLE. Reversible Formation of a Bose-Einstein Condensate. *Submitted to Phys. Rev. Lett.*, page 1, (1998).
- [108] E.R.I. ABRAHAM, C.A. SACKETT, ET R.G. HULET. Triplet *s*-wave resonance in ^6Li collisions and scattering lengths of 6Li and ^7Li . *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **55**, 3299, (1997).

- [109] A.J. MOERDIJK ET B.J. VERHAAR. Prospects for Bose-Einstein Condensation in Atomic ^7Li and ^{23}Na . *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 518, (1994).
- [110] R. CÔTÉ, A. DALGARNO, ET M.J. JAMIESON. Elastic Scattering of two ^7Li Atoms. *Phys. Rev. A*, **50**, 399, (1994).
- [111] E.R.I. ABRAHAM, W.I. McALEXANDER, J.M. GERTON, R.G. HULET, R. CÔTÉ, ET A. DALGARNO. Single s -wave scattering lengths of ^6Li and ^7Li . *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **53**, 3713, (1996).
- [112] E. TIESINGA, C.J. WILLIAMS, P.S. JULIENNE, K.M. JONES, P.D. LETT, ET W.D. PHILLIPS. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, **101**, 505, (1996).
- [113] H.M.J.M. BOESTEN, C.C. TSAI, B.J. VERHAAR, ET D.J. HEINZEN. Observation of a Shape Resonance in Cold-Atom Scattering by Pulsed Photoassociation. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 5194, (1996).
- [114] C.C. TSAI, R.S. FREELAND, J.M. VOGELS, H.M.J.M. BOESTEN, B.J. VERHAAR, ET D.J. HEINZEN. soumis. , 1, (1998).
- [115] J.P. BURKE, J.L. BOHN, B.D. ESRY, ET C.H. GREENE. *Phys. Rev. A (Rapid. Comm.)*, **55**, 2511, (1997).