



HAL
open science

Elasticité et rhéologie d'une interface macroscopique : du piégeage au frottement solide

Lionel Bureau

► **To cite this version:**

Lionel Bureau. Elasticité et rhéologie d'une interface macroscopique : du piégeage au frottement solide. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2002. Français. NNT: . tel-00001413

HAL Id: tel-00001413

<https://theses.hal.science/tel-00001413>

Submitted on 14 Jun 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS VII – DENIS DIDEROT

THÈSE

pour l'obtention du diplôme de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS VII

Spécialité : Physique

Présentée par

Lionel BUREAU

Sujet :

**Élasticité et rhéologie d'une interface macroscopique :
du piégeage au frottement solide**

Soutenue le 2 juillet 2002 devant le jury composé de :

M.	Tristan BAUMBERGER	directeur de thèse
M.	Yves BRÉCHET	
Mme	Élisabeth CHARLAIX	rapporteur
M.	Steve GRANICK	
Mme	Liliane LÉGER	
M.	Stéphane ROUX	rapporteur

Remerciements

Mon goût pour la recherche est né d'un stage effectué au Laboratoire de Physique de la Matière Condensée de l'École Normale Supérieure, dans l'équipe de Bernard Perrin, à qui j'exprime toute ma reconnaissance.

J'ai pu acquérir au sein du laboratoire mixte Saint-Gobain/CNRS "Surfaces du Verre et Interfaces", avant que cette thèse ne débute, une culture expérimentale qui m'a été précieuse. Je remercie vivement Stéphane Roux, directeur de ce laboratoire, de m'y avoir accueilli.

Cette thèse, effectuée au Groupe de Physique des Solides, a été dirigée par Tristan Baumberger, et Christiane Caroli a pris une part active à son développement. Je leur exprime ici mon immense reconnaissance, pour la qualité de la formation scientifique qu'ils m'ont dispensée au quotidien.

Je remercie Jean-Marc Berquier, de Saint-Gobain Recherche, et Pascal Silberzan, de l'Institut Curie, de m'avoir initié à l'art difficile de la silanisation. Leurs conseils et leur disponibilité ont beaucoup contribué au bon déroulement de mon travail.

Merci à Jeanne Berréhar et Annie Fleury pour leur aide précieuse et leurs conseils au chimiste novice que je suis. Merci également à David Hautemayou et Alexandre Lantheaume, qui ont assuré la qualité et la précision de nos montages expérimentaux.

Je remercie Olivier Ronsin et Christophe Coste. Ils ont contribué à faire de cette période de thèse une expérience enrichissante.

Merci enfin à Grazia, qui m'a supporté et encouragé infailliblement tout au long de ces trois ans.

Table des matières

1	Introduction	7
2	Introduction à la physique du frottement solide	11
2.1	Les lois “académiques” du frottement solide	11
2.2	Mécanique du contact entre surfaces rugueuses	12
2.2.1	Rugosités et déformations plastiques	12
2.2.2	Contact entre surface rugueuses : le modèle de Greenwood	15
2.2.3	Raideur interfaciale en cisaillement	19
2.2.4	L’interface multicontacts : un système modèle	21
2.3	Les écarts systématiques aux lois d’Amontons-Coulomb	22
2.3.1	Vieillessement géométrique	22
2.3.2	Affaiblissement cinétique et stick-slip	24
2.3.3	Bifurcation entre glissement stationnaire et stick-slip	25
2.3.4	Hystérésis de frottement et longueur de mémoire	26
2.4	Le modèle phénoménologique de Rice et Ruina	27
2.5	Analyse physique du modèle de Rice et Ruina	29
2.5.1	Vieillessement géométrique par fluage	29
2.5.2	Rhéologie interfaciale	32
2.5.3	Le modèle des “nanoblocs” de Persson	36
3	Réponse frictionnelle à une modulation de charge normale	41
3.1	Description des expériences	42
3.1.1	Préparation des échantillons	42
3.1.2	Montage	42
3.1.3	Protocole de mesure	44
3.2	Résultats	45
3.2.1	Glissement stable	45
3.2.2	Bifurcation vers le stick-slip	47
3.2.3	Rôle de la couche d’air interfaciale	49
3.3	Modèle et discussion	50

3.3.1	Prédictions du modèle de Rice et Ruina en glissement stable	51
3.3.2	Réinterprétation du terme de rhéologie interfaciale	56
3.3.3	Étude de la bifurcation	60
3.3.4	Discussion : effets de la modulation sur le vieillissement	63
3.4	Conclusions	66
4	Cisaillement alternatif d'une interface multicontacts	69
4.1	Description des expériences	70
4.1.1	Préparation des échantillons	70
4.1.2	Principe de l'expérience : un tribomètre inertiel	71
4.1.3	Montage expérimental	72
4.1.4	Reproductibilité des résultats	75
4.2	Réponse à un cisaillement alternatif d'amplitude croissante	77
4.3	Élasticité et dissipation d'énergie avant glissement	79
4.3.1	Résultats	79
4.3.2	Discussion	83
4.4	Fluage saturant sous cisaillement	89
4.4.1	Résultats	90
4.4.2	Discussion	91
4.5	Conclusions	96
5	Vieillissement structural et rhéologie de la jonction adhésive	99
5.1	Expériences	100
5.1.1	Préparation des échantillons	100
5.1.2	Montage	101
5.1.3	Préparation d'une interface à aire de contact constante	102
5.2	Résultats	103
5.2.1	Influence de la silanisation sur le frottement dynamique	103
5.2.2	Mise en évidence du vieillissement structural	105
5.2.3	Dynamique de vieillissement structural et effet de la force tangentielle statique	107
5.2.4	Transitoires de charge	110
5.2.5	Dépendance en vitesse du coefficient de frottement dynamique	112
5.3	Discussion	115
5.4	Conclusions	118
6	Conclusions	121

A	Annexes au chapitre 2	125
A.1	Modèle de Greenwood : calcul de N , Σ_r et W dans un cas simple	125
A.2	Analyse de stabilité linéaire	126
B	Annexes au chapitre 3	131
B.1	Réalisation expérimentale de la modulation de la charge normale	131
B.2	Réponse élastohydrodynamique de la couche d'air	132
B.2.1	Réponse normale élastique des aspérités	132
B.2.2	Réponse de la couche d'air interfaciale	133
B.2.3	Estimation du rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$	135
B.3	Estimation du paramètre de Linker-Dieterich	135
C	Annexes au chapitre 4	137
C.1	Extension du modèle de Mindlin	137
C.1.1	Résultats du modèle de Mindlin pour un monocontact .	137
C.1.2	Extension du modèle	138
C.2	Analyse de la dynamique asymptotique de fluage saturant . . .	144

1

INTRODUCTION

Pour faire glisser l'un par rapport à l'autre deux solides en contact, il faut vaincre la force de *frottement* qui s'oppose à leur mouvement relatif. C'est cette force de *frottement solide* qui fait qu'une voiture stationnée dans une rue en pente reste là où son propriétaire l'a garée, mais c'est aussi le frottement qui fait que les pneus de la voiture s'usent. Cet exemple contemporain illustre un phénomène que Léonard de Vinci étudiait déjà [1], et auquel Coulomb, au 18^e siècle, a donné un statut "académique" en formulant les lois du frottement solide que nous connaissons actuellement. L'étonnante robustesse de ces lois nous fait cependant souvent oublier qu'elles sont totalement empiriques, et que c'est seulement au milieu du 20^e siècle, avec les travaux incontournables de F.P. Bowden et D. Tabor [2], que leurs bases physiques ont été établies.

Aujourd'hui, la tribologie¹, science du frottement, doit faire face à des problèmes d'une grande complexité, mettant en jeu des contacts solides sollicités à des vitesses de glissement, des températures et des pressions qui peuvent varier, pour un même système, sur plusieurs ordres de grandeur (pour reprendre l'exemple automobile, c'est le cas lors du frottement d'un patin sur un disque de frein). On peut alors se demander si, dans de telles conditions, le cadre des lois de Coulomb est encore adapté pour décrire le glissement. En particulier, le tribologue est souvent confronté à des problèmes d'instabilité du glissement — appelée "stick-slip" — à l'origine des vibrations et des grincements dans les mécanismes frottants, et dont les lois de Coulomb ne permettent pas de rendre compte. Cette même instabilité de stick-slip est invoquée en géophysique, à l'échelle des failles tectoniques, pour expliquer les tremblements de terre.

Les problèmes dans lesquels le frottement joue un rôle important mettent donc en jeu des matériaux très différents (alliages métalliques, polymères, composites, roches...), glissant à des vitesses allant du cm/an en géophysique à des dizaines de m/s en ingénierie mécanique, dans des systèmes dont l'exten-

¹Du grec *tribein* : frotter.

sion spatiale varie sur douze ordres de grandeur (depuis le nanomètre dans le contact entre un échantillon et une pointe de microscope à force atomique, jusqu’au kilomètre pour les failles tectoniques).

Devant une telle diversité, on voit que la recherche des mécanismes fondamentaux responsables du frottement solide et de la dissipation d’énergie associée doit presque nécessairement passer par le choix de *systèmes modèles*. C’est dans cet esprit que le géophysicien J. Dieterich, dans les années 70, a réalisé ses premières études du frottement des roches en laboratoire [3]. Il a montré, grâce à des expériences originales de glissement non stationnaire à basse vitesse (inférieure à 0.1 mm.s^{-1}), que la force de frottement dépend non seulement de la vitesse, mais également de *l’histoire du glissement*. Ce résultat, fondamental pour la compréhension du stick-slip, a ensuite amené J. Rice et A. Ruina [4] à proposer un modèle phénoménologique dans lequel la force de frottement dépend de la vitesse et d’une variable d’état (en anglais “State and Rate-dependent Friction” que nous désignerons par SRF), qui permet de rendre compte de nombreux comportements dynamiques observés.

Les travaux menés par F. Heslot *et al* [5] puis T. Baumberger *et al* [6–8] ont par la suite étendu la validité des résultats de Dieterich au frottement de matériaux aussi différents que du papier, des polymères vitreux ou des élastomères. Cette “universalité” de la phénoménologie du frottement basse vitesse laisse alors penser qu’une analyse fine du glissement non stationnaire, dans le cadre du modèle de Rice et Ruina, doit pouvoir renseigner sur la nature des mécanismes physiques en jeu, apparemment largement indépendants des matériaux en contact.

Lorsque ma thèse a débuté, les travaux de P. Berthoud, T. Baumberger et C. Caroli avaient déjà permis de comprendre en détail les effets d’un mécanisme essentiel dans la dynamique de glissement [6, 7]. La rugosité inévitable des solides macroscopiques conduit à la formation d’interfaces “multicontacts” constituées de multiples microcontacts entre les aspérités des surfaces. De telles interfaces *vieillissent* par croissance lente de l’aire des microcontacts, résultant du *fluage* des aspérités qui portent la charge, et le glissement les *rajeunit* en provoquant le *renouvellement* des aspérités en contact. Le détail de la dynamique de glissement apparaît alors comme le résultat de la compétition entre :

- (i) ce vieillissement/rajeunissement, et
- (ii) une “rhéologie” interfaciale, qui se traduit par une dépendance croissante en vitesse de glissement instantanée de la force de frottement.

Si le premier point est clairement identifié comme un effet géométrique lié au caractère multicontacts des interfaces, la compréhension de la rhéologie est liée à la question de la nature des événements dissipatifs élémentaires en frottement solide.

Dans ce contexte, mon travail expérimental, reprenant comme objet d'étude l'interface multicontacts entre deux solides macroscopiques, s'est déroulé en trois étapes :

(i) La première a été motivée par un problème issu de la géophysique : connaître l'influence, sur la dynamique de glissement d'une faille tectonique, des fluctuations de contraintes résultant, par exemple, de l'émission d'ondes élastiques par des séismes voisins [9,10]. Nous avons donc étudié la réponse frictionnelle d'une interface multicontacts soumise à une charge normale modulée dans le temps (Chap. 3). Cette situation se présente également en ingénierie mécanique, où les assemblages frottants sont fréquemment soumis à des vibrations extérieures. L'analyse de nos résultats expérimentaux dans la cadre du modèle SRF nous a permis de mettre en évidence le rôle crucial de la raideur tangentielle des aspérités dans la dynamique de glissement sous charge modulée. Nous avons été amenés à réinterpréter le modèle pour tenir compte de cette raideur finie, et sommes ainsi parvenus à décrire quantitativement l'ensemble des effets observés.

(ii) Si les régimes de glissement établi étaient pour l'essentiel bien compris, il n'en était pas de même de la transition entre arrêt et glissement. Nous nous sommes donc intéressés à la question suivante : comment deux solides en contact passent-ils d'une situation statique, piégée, à un régime glissant, dissipatif? Pour tenter d'éclairer cette question, nous avons étudié la réponse d'une interface multicontacts soumise à une force tangentielle alternative (Chap. 4). Nous avons ainsi obtenu des résultats quantitatifs sur l'évolution avec l'amplitude de cisaillement de l'élasticité interfaciale, et sur le développement de la dissipation dans le régime où l'interface est globalement piégée. Si l'évolution de la dissipation est interprétable qualitativement dans l'esprit du modèle mécanique de contacts partiellement glissants dû à Mindlin, elle met en évidence qu'il n'est légitime de faire appel à la notion de coefficient de frottement local qu'à des échelles spatiales nettement supérieures au nanomètre. Ceci est à mettre en relation avec l'existence d'une échelle caractéristique des événements dissipatifs élémentaires.

À grande amplitude de cisaillement, où le glissement s'amorce, nous avons mis en évidence l'existence d'un régime de fluage saturant, principalement contrôlé par la compétition dynamique entre vieillissement géométrique et rajeunissement par glissement. Cependant, ce mécanisme à lui seul ne permet pas de rendre compte de la phase initiale de la dynamique de fluage. Cela nous a amenés à soupçonner que lors de la mise en glissement de l'interface, un deuxième mécanisme de rajeunissement, concernant cette fois la structure de la jonction adhésive entre les aspérités, joue un rôle important.

(iii) Afin de tester cette hypothèse, nous avons caractérisé la réponse fric-

tionnelle d'une interface multicontacts entre une surface rugueuse et un substrat *lisse* quasi-indéformable (Chap. 5). Dans cette géométrie interfaciale, le mécanisme de renouvellement par glissement des aspérités en contact n'opère plus : les microcontacts conservent en permanence leur identité. Ceci nous a permis de réaliser des mesures à âge géométrique constant, et donc de sonder finement la rhéologie de la jonction adhésive. Nous avons ainsi mis en évidence sans ambiguïté un phénomène de vieillissement *structural* à l'œuvre au sein même de la jonction adhésive, d'épaisseur nanométrique, où se localise le cisaillement. De ce point de vue, la jonction adhésive se comporte de façon très analogue à un fluide à seuil ou à un solide vitreux "faible" cisailé : le rajeunissement par mouvement déjà mis en évidence dans ces systèmes se manifeste ici de deux façons. Il est à l'origine de l'existence d'un régime stationnaire d'affaiblissement cinétique, et donne lieu à la présence d'un pic de frottement dans les transitoires de charge. Nous avons de plus montré que la dynamique de vieillissement est accélérée par l'application d'une contrainte statique.

Nous avons ainsi obtenu, à partir d'expériences sur un système macroscopique, des informations sur la dynamique de vieillissement de la jonction, qui met en jeu des réarrangements structuraux opérant, à une échelle sans doute nanométrique, dans ce milieu bidimensionnel confiné.

Avant de présenter l'ensemble de ces résultats (Chap. 3, 4, 5), nous consacrons le chapitre 2 à un bref exposé des éléments essentiels à la compréhension du frottement à une interface multicontacts.

2

INTRODUCTION À LA PHYSIQUE DU FROTTEMENT SOLIDE

2.1 LES LOIS “ACADÉMIQUES” DU FROTTEMENT SOLIDE

Amontons, en 1699, puis Coulomb, en 1781, ont été les premiers à proposer une description empirique détaillée du frottement solide, en s'appuyant sur des expériences systématiques.

Considérons un patin posé sur une piste horizontale sous son propre poids W , et appliquons sur ce patin une force F , parallèlement à la surface de contact d'aire apparente Σ_0 (voir figure 2.1a).

Si l'on augmente la force tangentielle progressivement à partir de zéro, aucun mouvement macroscopique du patin n'a lieu tant que F est inférieure à une valeur F_s (fig. 2.1b). Lorsque la force tangentielle atteint cette valeur seuil, le patin glisse.

Une fois le patin mis en mouvement, une force F_d est nécessaire pour maintenir le glissement à vitesse constante (fig. 2.1b).

Les lois du frottement établies par Amontons et Coulomb sont les suivantes :

- les forces F_s et F_d varient *proportionnellement* à la charge normale : $F_s = \mu_s W$ et $F_d = \mu_d W$. Les rapports μ_s et μ_d sont appelés coefficients de frottement, respectivement statique et dynamique,
- les coefficients μ_s et μ_d sont indépendants de l'aire nominale de contact Σ_0 ,
- $\mu_s \gtrsim \mu_d$
- μ_d est indépendant de la vitesse de glissement.

Cette description, encore largement utilisée actuellement, est particulièrement robuste : dans des conditions courantes de frottement — c'est à dire mettant en jeu des solides macroscopiques, dont les surfaces ne sont pas atomiquement planes ou parfaitement “propres” — les coefficients de frottement statique ou dynamique varient typiquement, selon les matériaux en contact,

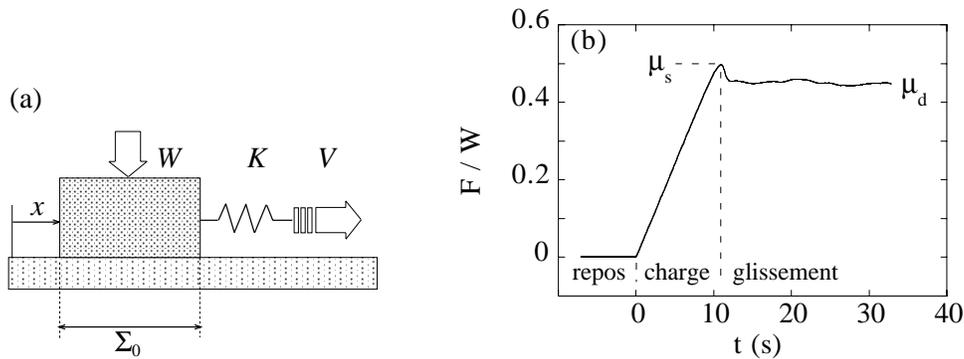


FIG. 2.1: (a) Montage expérimental schématique : le patin, posé sur la piste sous une charge W , est chargé par un ressort de raideur K dont l'extrémité libre est entraînée à vitesse V . La force tangentielle vaut $F = K(Vt - x)$, où x est la position du patin relativement à la piste. Σ_0 est l'aire apparente de contact. (b) F/W en fonction du temps, pour une interface PMMA/PMMA à température ambiante : le patin, initialement au repos sous $F = 0$, est soumis à une force tangentielle qui croît linéairement (charge) jusqu'au voisinage du seuil μ_s . Après un transitoire, le patin glisse à $V = 10 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ sous μ_d .

dans une gamme 0.1–1.

Les lois d'Amontons-Coulomb restent toutefois empiriques, et n'apportent aucun renseignement quant à la nature des mécanismes responsables du frottement solide. À chacune des lois ci-dessus est associée une question : de quoi résulte la proportionnalité entre la force de frottement et la charge normale ? Pourquoi existe-t-il un seuil statique plus élevé que le niveau de frottement dynamique, et comment se fait le passage de l'un à l'autre ? L'objet de ce chapitre est de présenter différents travaux qui ont pu apporter des éléments de réponse à ces questions.

2.2 MÉCANIQUE DU CONTACT ENTRE SURFACES RUGUEUSES

2.2.1 Rugosités et déformations plastiques

Il faudra attendre près de deux siècles après Coulomb, et les travaux de Bowden et Tabor dans les années 50 [2], pour voir apparaître une interprétation du frottement solide qui prenne en compte les propriétés physiques des matériaux en contact.

Ces auteurs insistent sur l'importance de la rugosité des surfaces dans les problèmes de frottement. Les surfaces des solides macroscopiques présentent toutes des irrégularités géométriques, dont la longueur d'onde et l'amplitude dépendent du mode de préparation (polissage, clivage, usinage...). Ainsi, lors-

que deux solides sont placés l'un contre l'autre, le contact *effectif* n'a lieu qu'aux sommets des aspérités les plus hautes (fig. 2.2).

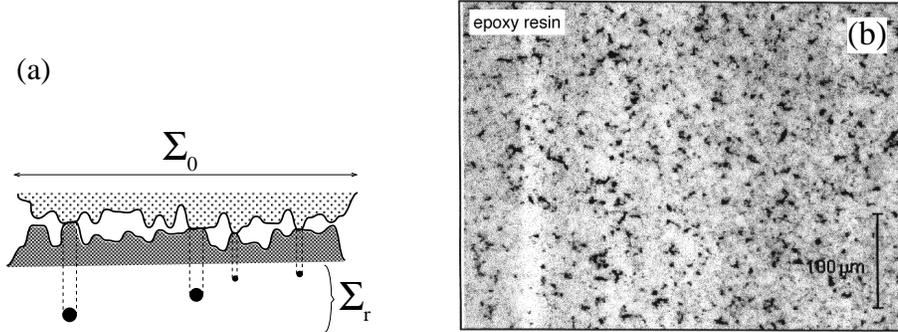


FIG. 2.2: (a) Schéma d'un contact entre deux surfaces rugueuses, de surface nominale Σ_0 et d'aire réelle Σ_r . (b) Image, en microscopie optique par transmission, d'une interface multicontacts entre deux échantillons de résine epoxy transparente : les contacts apparaissent en noir. Le champ est de $500 \times 350 \mu\text{m}^2$.

L'interface entre les solides n'est donc pas macroscopiquement étendue, mais formée de multiples "microcontacts", et l'aire réelle de contact, Σ_r , est inférieure à l'aire apparente Σ_0 (fig. 2.2b). Le rapport Σ_r/Σ_0 dépend de la charge normale appliquée sur les solides, et des propriétés mécaniques des matériaux en contact¹ : à partir de mesures de résistance électrique, Tabor évalue que pour un contact entre deux surfaces "planes" d'acier [2], Σ_r/Σ_0 vaut 10^{-5} sous une charge de 20 N, et 2.5×10^{-3} lorsque $W = 5000$ N. Plus récemment, Dieterich et Kilgore [13] ont mesuré optiquement $\Sigma_r/\Sigma_0 \simeq 10^{-2}$ pour un contact entre deux blocs de PMMA² sous 1000 N.

Dans cette dernière expérience, la charge est appliquée sur une surface d'aire apparente $16 \times 16 \text{ mm}^2$, ce qui correspond à une contrainte normale nominale $\sigma_0 \simeq 4 \text{ MPa}$. La contrainte normale moyenne sur les microcontacts vaut par contre $\sigma_0 \Sigma_0 / \Sigma_r \simeq 400 \text{ MPa}$, soit une valeur comparable à la dureté du PMMA : $H \simeq 200\text{--}400 \text{ MPa}$. Les résultats obtenus par Bowden et Tabor avec de l'acier les conduisent à estimer de cette façon une contrainte réelle de

¹Remarquons que le contact entre des matériaux "mous", tels que les élastomères ou les gels, peut par contre conduire à $\Sigma_r \sim \Sigma_0$ pour des pressions moyennes W/Σ_0 faibles (typiquement de l'ordre du kPa, soit 100 g/cm^2). Dans ce cas où l'interface est macroscopiquement étendue, la compréhension du frottement relève de l'étude de mécanismes tels que la propagation de fractures [11] ou d'ondes de décollement interfaciales [12].

²PMMA : poly(méthylméthacrylate), un polymère vitreux à température ambiante, dont la température de transition vitreuse $T_g \simeq 110^\circ\text{C}$. Les propriétés mécaniques de ce matériau sont données au chapitre 3 §3.1.2

l'ordre de 1 GPa, également comparable à la dureté³ du matériau ($H \simeq 1-2$ GPa). Ils concluent donc que lors du contact entre deux surfaces rugueuses, les aspérités portant la charge sont déformées *plastiquement*, et que la contrainte normale moyenne sur les microcontacts, $\bar{p} = W/\Sigma_r$, est de l'ordre de la dureté H . Ceci implique que l'aire réelle de contact est *proportionnelle* à la charge normale :

$$\Sigma_r = \frac{W}{H} \quad (2.1)$$

Bowden et Tabor poursuivent en faisant l'hypothèse suivante : au niveau des aspérités en contact, les deux corps forment un "solide continu". Autrement dit, les aspérités sont "soudées", et la force de frottement correspond à la force de cisaillement nécessaire pour rompre ces jonctions cohésives. Ils proposent ainsi d'écrire la force de frottement comme le produit de l'aire réelle de contact par une contrainte σ_s égale à la limite élastique en cisaillement du matériau :

$$F = \sigma_s \Sigma_r \quad (2.2)$$

À partir des expressions (2.1) et (2.2), la force de frottement s'écrit :

$$F = \frac{\sigma_s}{H} W$$

et la proportionnalité entre F et W apparaît ainsi comme résultant de la déformation plastique des aspérités en contact⁴.

Les travaux de Bowden et Tabor représentent la première avancée majeure vers une "physique du frottement solide". En particulier, la décomposition (2.2) de la force de frottement est au centre de la plupart des travaux ultérieurs. Il faut néanmoins remarquer que :

- la nature exacte de la contrainte σ_s est une question à approfondir, car l'hypothèse des aspérités "soudées" est particulièrement forte et simplificatrice,
- si l'hypothèse fondamentale de déformation plastique des aspérités sous charge normale est justifiée pour les matériaux ductiles tels que les métaux, elle l'est moins pour ceux dont le domaine de réponse élastique est

³Un test de dureté consiste à appliquer, sur la surface du matériau étudié, un indenteur rigide, sous une charge donnée W . L'aire S de l'empreinte laissée par l'indenteur permet d'évaluer la déformation plastique provoquée, et la dureté H du matériau est définie par $H = W/S$. H est reliée à la limite élastique en traction, σ_Y , par la relation semi-empirique $H \cong 3\sigma_Y$ [14, 15].

⁴Le choix d'un critère de plasticité permet de relier σ_s à d'autres propriétés mécaniques : le critère de Tresca, par exemple, donne $\sigma_s = \sigma_Y/2$. De plus, $H \cong 3\sigma_Y$, ce qui permet d'évaluer le rapport $\mu = F/W = \sigma_s/(3\sigma_Y) \simeq 0.16$. Cette estimation conduit à une valeur de μ compatible avec les valeurs typiques de coefficient de frottement, mais qui correspond à un niveau assez faible dans une situation de frottement non lubrifié.

étendu, tels que les élastomères, qui vérifient pourtant les lois d'Amontons-Coulomb [8],

- cette même hypothèse ne permet pas d'évaluer indépendamment le nombre de contacts et leur taille moyenne, mais seulement Σ_r .

2.2.2 Contact entre surface rugueuses : le modèle de Greenwood

En 1966, Greenwood propose un modèle détaillé du contact entre surfaces rugueuses [16], qui permet d'étendre la validité du résultat de Bowden et Tabor : il montre en effet que la proportionnalité entre Σ_r et W est quasi-indépendante de l'état de déformation, élastique ou plastique, des aspérités en contact.

Il pose le problème du contact entre une surface rugueuse et un plan de référence indéformable (fig. 2.3). Toutes les aspérités sont supposées avoir le même rayon de courbure R au sommet, et les hauteurs z des sommets sont distribuées aléatoirement selon une loi $\phi(z)$.

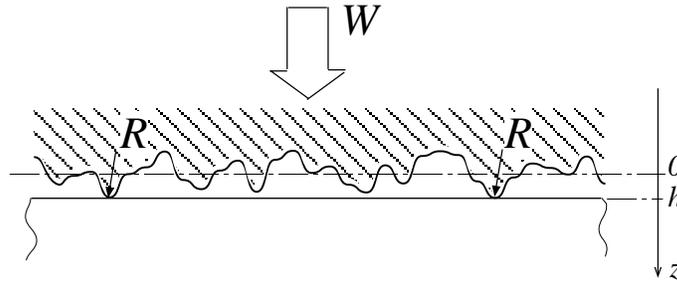


FIG. 2.3: Contact entre un plan indéformable et une surface dont les aspérités ont toutes le même rayon de courbure R au sommet. Le plan de référence de la surface rugueuse est situé en $z = 0$, et la surface du milieu indéformable en $z = h$.

2.2.2.1 Mode de déformation des aspérités

Les aspérités en contact sont supposées indépendantes, c'est à dire suffisamment éloignées les unes des autres pour que le couplage entre leurs champs de déformation soit négligeable.

Dans un premier temps, la déformation individuelle des aspérités est traitée dans le cadre de la théorie du contact élastique de Hertz [17, 18] (fig. 2.4).

La zone de contact entre un plan indéformable et une sphère élastique, de module d'Young E , de rayon R , sous une charge normale w , est circulaire ; on note son rayon a . La relation entre w et a s'obtient, en ordre de grandeur, en écrivant que la contrainte normale $\bar{p} \cong w/a^2$ et la déformation $\varepsilon \cong \delta/a$ sont

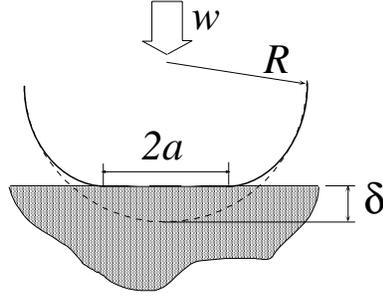


FIG. 2.4: Géométrie du contact de Hertz. En pointillés : profil de la sphère non déformée.

reliées par la loi de Hooke : $\bar{p} \cong E\varepsilon$, ce qui conduit à $w \cong E\delta a$. En notant de plus que, géométriquement, $a^2 \cong \delta R$, où δ est l'enfoncement, défini sur la figure 2.4, on obtient :

$$a \cong \left(\frac{wR}{E} \right)^{1/3}$$

Un calcul rigoureux dans le cas de deux milieux élastiques de modules d'Young E et E' , de coefficients de Poisson ν et ν' et de rayons de courbure R et R' conduit à :

$$a^2 = \delta R^* \quad (2.3)$$

et

$$a = \left(\frac{3wR^*}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (2.4)$$

où le module effectif E^* est défini par :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu'^2}{E'} \quad (2.5)$$

et

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}$$

Ces résultats sont valables jusqu'à l'apparition de la déformation plastique de la sphère, qui a lieu, d'après Tabor [15], lorsque la pression maximum de Hertz atteint une valeur de l'ordre de $H/2$ (avec H la dureté du milieu déformable), ce qui correspond à un enfoncement seuil :

$$\delta_p \cong R \left(\frac{H}{E} \right)^2$$

La zone déformée plastiquement apparaît dans le volume de l'aspérité, là où la contrainte de cisaillement est maximale [16, 18], et s'étend, lorsque la charge

augmente, jusqu'à envahir la zone de contact. Dans cette limite de plasticité étendue, les relations (2.3) et (2.4) sont remplacées par :

$$a^2 \cong 2\delta R \quad \text{et} \quad w = \pi H a^2$$

2.2.2.2 Caractérisation des surfaces

La détermination des propriétés topographiques des surfaces (ϕ et R dans le modèle de Greenwood) a donné lieu à une littérature abondante (voir par exemple [19–21] et références citées), et pose différents problèmes :

(i) les techniques de profilométrie⁵ ont une bande passante finie, et fournissent donc des informations sur la rugosité des surfaces dans une gamme donnée de longueurs d'onde,

(ii) l'identification des sommets, et la mesure des rayons de courbure des aspérités, à partir d'un profil 1D ou 2D, sont des opérations particulièrement sensibles au bruit⁶ et nécessitent de filtrer les profils.

De nombreuses surfaces présentent une rugosité à de multiples échelles (voir par exemple [21] et références citées), et la perte d'information inévitable lors de l'acquisition et du traitement des données topographiques conduit à la question suivante : quelles sont, pour un problème donné, les longueurs d'onde pertinentes pour décrire une surface rugueuse ?

En mécanique du contact, on s'attend à ce que la déformation plastique des aspérités portant la charge ait pour effet d'"écraser" la rugosité aux plus petites longueurs d'onde [18], et la rende ainsi non pertinente dans le problème. Persson [22] montre effectivement que dans le cas du contact entre un plan et une surface auto-affine (*i.e.* qui présente une rugosité multi-échelle [23]), la prise en compte de la déformation plastique aux petites échelles conduit à des résultats semblables à ceux obtenus par Greenwood, qui décrit, dans son modèle, les surfaces rugueuses à l'aide d'une distribution gaussienne des hauteurs d'aspérités.

On trouve par ailleurs que dans le cas de surfaces "sablées" [16], ou préparées par rôdage à l'aide d'une pâte abrasive⁷ [24], la distribution des hauteurs des sommets, déterminée par profilométrie mécanique ou optique, peut être raisonnablement considérée comme gaussienne. On définit la rugosité *rms* de ces surfaces comme l'écart type *s* de la distribution des hauteurs :

$$s^2 = \frac{1}{L} \int_0^L z^2 dx$$

⁵ Profilomètres mécaniques, optiques, microscope à force atomique, . . .

⁶ Il est en effet nécessaire de dériver une fois le profil pour déterminer la position des sommets, et une deuxième fois pour obtenir leur courbure.

⁷ C'est la méthode que nous utiliserons dans cette thèse.

où L est l'extension latérale du profil $z(x)$ de la surface. La distribution des hauteurs de sommets est également gaussienne, et son écart type est de l'ordre de s [18].

Greenwood suppose enfin que le rayon de courbure R du modèle correspond à la valeur moyenne des rayons mesurés à partir des profils [16, 20]. Dans le cas de leurs surfaces rôdées, Berthoud et Baumberger considèrent que R est de l'ordre de la taille des grains abrasifs [24].

Une telle description des surfaces, à l'aide d'un rayon de courbure unique et d'une échelle caractéristique de rugosité, bien qu'assez "rudimentaire", permet de rendre compte correctement des propriétés mécaniques du contact, comme nous le verrons lors de l'estimation de la raideur interfaciale en cisaillement au §2.2.3.

2.2.2.3 Résultats du modèle de Greenwood

Lorsque les plans de références des deux surfaces sont distants de h (fig. 2.3), le contact a lieu au niveau des aspérités dont le sommet était initialement à une hauteur $z > h$, avec une probabilité :

$$\mathcal{P}(z > h) = \int_h^\infty \phi(z) dz$$

L'enfoncement de chaque aspérité est donné par $\delta = z - h$.

En comparant la rugosité s à l'enfoncement seuil δ_p , Greenwood définit un "indice de plasticité" $\psi = (E/H)\sqrt{s/R}$ qui permet d'évaluer la proportion d'aspérités déformées plastiquement : pour $\psi < 0.5$, la quasi-totalité des contacts est élastique, alors que pour $\psi > 1$ tous sont déformés plastiquement⁸.

Connaissant la distribution $\phi(z)$ et la loi de déformation des aspérités, on peut calculer le nombre N de contacts, l'aire réelle Σ_r et la charge totale W . Pour une distribution des hauteurs d'aspérités $\phi(z)$ exponentielle ou gaussienne⁹ d'écart type s , il est possible d'éliminer simplement le paramètre h entre N , Σ_r et W (voir annexe A.1 page 125) et d'obtenir les deux résultats suivants.

Indépendamment du mode de déformation des aspérités, c'est à dire quelle que soit la valeur de ψ :

- (i) le nombre de contacts est proportionnel à la charge normale,

$$N \propto W \tag{2.6}$$

⁸Pour une surface de PMMA de rugosité rms $s \sim 1 \mu\text{m}$, avec $R \simeq 20 \mu\text{m}$ et $H = 400 \text{ MPa}$, $\psi \simeq 2.1$

⁹C'est la décroissance de type exponentielle de ϕ avec z , plus que la forme exacte de la distribution, qui donne ses caractéristiques au modèle.

(ii) l'aire moyenne d'un microcontact $\pi\bar{a}^2$ ne dépend pas de W ,

$$\pi\bar{a}^2 = \Sigma_r/N = \pi sR \quad (2.7)$$

Le modèle de Greenwood explique ainsi la proportionnalité entre l'aire réelle $\Sigma_r = N\pi\bar{a}^2$ et W comme une conséquence des propriétés topographiques des surfaces. Le cas limite de la déformation plastique de l'ensemble des aspérités correspond à l'hypothèse de Bowden et Tabor.

Le contact entre deux surfaces rugueuses (distributions des hauteurs de sommets ϕ et ϕ' d'écart types s et s') et des matériaux différents peut être traité en se ramenant au cas précédent du contact entre un plan indéformable et une surface rugueuse dont les caractéristiques géométriques sont [18] :

$$s^* = \sqrt{s^2 + s'^2}$$

les propriétés mécaniques étant caractérisées, en régime élastique, par le module d'Young effectif E^* défini par (2.5), ou par une dureté effective en régime plastique :

$$H^* = \min(H, H')$$

2.2.3 Raideur interfaciale en cisaillement

On peut alors utiliser le modèle de Greenwood comme un outil d'analyse des propriétés "statiques" d'une interface entre solides rugueux.

Lorsqu'on applique sur les solides une force tangentielle très inférieure au seuil statique, $F \ll F_s$, on mesure un déplacement relatif x de leurs centres de masses non nul et *réversible* [24,25], c'est à dire sans glissement à l'interface (fig. 2.5a). Cette réponse *élastique* du système n'est pas gouvernée par la raideur du volume des solides, mais par la déformation élastique sous cisaillement des aspérités en contact¹⁰ (fig. 2.5b).

Dans le régime où F et x sont proportionnels, on mesure une raideur tangentielle "interfaciale"

$$\kappa = F/x \quad (2.8)$$

et on trouve de plus qu'elle varie proportionnellement à la charge normale [24] :

$$\kappa = \frac{W}{\lambda} \quad (2.9)$$

où λ est une longueur dont l'ordre de grandeur typique est le micromètre, quasi-indépendamment de la nature des matériaux en contact [24].

¹⁰ On mesure en effet, pour du PMMA sous $W \simeq 40$ N par exemple, une raideur interfaciale de l'ordre 10^7 N.m⁻¹, alors que la raideur en cisaillement du bloc utilisé comme patin vaut environ 5×10^8 N.m⁻¹.

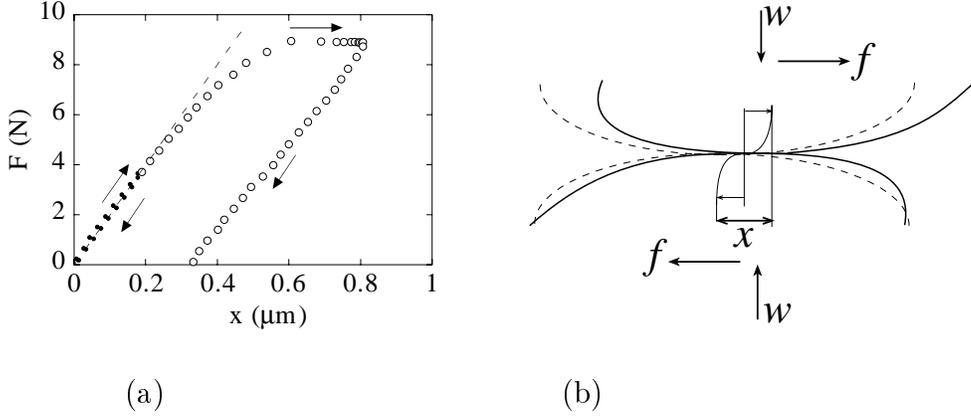


FIG. 2.5: (a) Déplacement x du patin soumis à une force tangentielle F , pour une interface PMMA/PMMA. La réponse de l'interface est élastique pour $F \lesssim 4$ N (d'après [24]). (b) Déformation des aspérités sous cisaillement. Pointillés : profils non déformés. Le déplacement relatif de deux points distants de la zone de contact est x .

Le modèle de Greenwood peut être étendu au cas d'une interface soumise à un faible cisaillement, et permet d'estimer la longueur λ .

La déformation individuelle des aspérités sous cisaillement a été calculée par Mindlin [26] dans le cas du contact élastique de deux sphères (modules d'Young E , E' et coefficients de Poisson ν , ν') soumises à une force normale w et tangentielle f . Les hypothèses du calcul de Mindlin sont les suivantes (voir chapitre 4 et annexe C.1) :

(i) le champ de contrainte normale calculé pour le contact de Hertz n'est pas modifié par la présence de la force tangentielle,

(ii) l'interface est non glissante là où la contrainte tangentielle $q < \mu p$ (avec μ un coefficient de frottement *local*, et p la contrainte normale), et glissante partout ailleurs avec $q = \mu p$.

Dans la limite des forces tangentielles f faibles, le déplacement x entre deux points distants de l'interface (fig. 2.5a) ne dépend pas de μ et vaut :

$$x = \frac{f}{8a} \left(\frac{2-\nu}{G} + \frac{2-\nu'}{G'} \right) \quad (2.10)$$

avec a le rayon de la zone de contact et $G^{(\nu)} = E^{(\nu)}/2(1+\nu^{(\nu)})$ le module de cisaillement.

La raideur tangentielle κ_i d'un microcontact de rayon a_i est donc :

$$\kappa_i = 8 \underbrace{\left(\frac{2-\nu}{G} + \frac{2-\nu'}{G'} \right)^{-1}}_{G^*} a_i \quad (2.11)$$

En supposant l'interface constituée de N contacts identiques et indépendants, de rayon moyen \bar{a} , la raideur interfaciale s'écrit :

$$\kappa = \sum_N \kappa_i = N\mathcal{G}^*\bar{a} \quad (2.12)$$

Selon le modèle de Greenwood, le nombre de contacts N est proportionnel à W , et \bar{a} est constant, ce qui conduit à $\kappa \propto W$. Le calcul de N et \bar{a} permet d'obtenir λ :

$$\lambda \cong \frac{H^*}{\mathcal{G}^*} \sqrt{sR} \quad (2.13)$$

Cette expression est obtenue dans l'hypothèse où les aspérités sont toutes déformées plastiquement. Notons qu'elle fait intervenir H^* et \mathcal{G}^* sous forme d'un rapport, qui varie beaucoup moins d'un matériau à l'autre que les propriétés mécaniques elles-mêmes [27], ce qui explique que λ dépende peu de la nature des matériaux en contact. Pour un contact entre deux surfaces de PMMA de rugosité micrométrique ($s \simeq 1 \mu\text{m}$, $R \simeq 20 \mu\text{m}$), on obtient ainsi une longueur élastique $\lambda \approx 1 \mu\text{m}$, ce qui est parfaitement compatible avec les valeurs expérimentales.

2.2.4 L'interface multicontacts : un système modèle

Comme Bowden-Tabor et Greenwood l'ont montré, le caractère “multicontacts” de l'interface joue un rôle essentiel dans la compréhension du frottement.

L'étude du frottement à une interface multicontacts ne se limite toutefois pas à la mesure de deux nombres — un seuil statique et un coefficient de frottement dynamique — mais nécessite, comme nous allons le voir dans la suite, une caractérisation détaillée de la dynamique de glissement.

Lorsque deux solides rugueux glissent l'un sur l'autre, les microcontacts qui contribuent au frottement sont en permanence détruits et reformés entre de nouvelles aspérités. Pour qu'une interface multicontacts présente une dynamique reproductible qui permette des mesures fines de la force de frottement, il faut donc s'assurer que :

- $N \gg 1$, c'est à dire que le nombre de microcontacts est grand, pour garantir que la population d'aspérités en contact est statistiquement constante au cours du glissement,
- le “réservoir” d'aspérité est suffisant pour qu'une aspérité donnée soit impliquée peu de fois dans le contact. Ceci permet d'être peu sensible aux effets cumulatifs d'usure,
- $\Sigma_r \ll \Sigma_0$, c'est à dire que les microcontacts sont “dilués” et peuvent être considérés comme élastiquement indépendants.

Une conséquence de ces trois conditions est qu'un tel système est auto-moyennant et présente un très bon rapport signal/bruit pour la force de frottement.

Les polymères vitreux ont des propriétés mécaniques qui permettent de se placer dans ces “bonnes” conditions de contact. Deux surfaces de PMMA, préparées pour obtenir une rugosité d'amplitude micrométrique (voir chapitre 3 §3.1.1), forment sous une charge de l'ordre de 10 N une interface constituée d'environ 1000 contacts d'une taille moyenne de quelques micromètres¹¹. Ces contacts, répartis sur une surface apparente d'environ 50 cm², peuvent être considérés comme indépendants [28] (leur densité est inférieure à un contact par mm²). C'est avec des interfaces multicontacts possédant ces caractéristiques que le travail expérimental présenté dans cette thèse a été réalisé.

2.3 LES ÉCARTS SYSTÉMATIQUES AUX LOIS D'AMONTONS-COULOMB

L'une des lois d'Amontons-Coulomb pose que, pour un couple donné de matériaux en contact, le coefficient de frottement dynamique ne dépend pas de la vitesse. Ceci implique que la force de frottement reste constante lorsque la vitesse tend vers zéro. Comment réconcilier cette proposition avec l'existence d'un seuil statique supérieur au niveau de frottement dynamique ?

En réalité, les coefficients de frottement statique et dynamique ne sont pas constants : on observe une dépendance de μ_d et μ_s avec, respectivement, la vitesse et le temps passé à l'arrêt. Ces variations sont de faible amplitude (typiquement quelques % par décades de vitesse ou de temps), mais ont d'énormes conséquences sur le comportement dynamique d'un système frottant, et en particulier sur la stabilité du glissement.

2.3.1 Vieillessement géométrique

Le seuil de frottement statique μ_s — défini comme la force tangentielle réduite maximum, F_s/W , appliquée au patin lors du chargement (fig. 2.1) — n'est pas une propriété intrinsèque d'une interface multicontacts. Il dépend en effet du temps t_s passé à l'arrêt avant de faire la mesure : pour des matériaux

¹¹Il est possible de se placer dans les mêmes conditions en utilisant des matériaux dont le module élastique ou la dureté sont plus élevés. Le nombre de contacts varie, d'après le modèle de Greenwood, comme W/E ou W/H , ce qui implique que pour obtenir 1000 contacts entre deux surfaces d'acier, il faut appliquer une charge normale de l'ordre de 5000 N. Ces conditions sont réalisables expérimentalement (voir les expériences de Dieterich sur du granit [3]), mais nécessite un équipement moins souple d'utilisation que celui employé dans cette thèse (raideur du système de chargement difficile à faire varier, boucles d'asservissement à temps de réponse longs...).

en contact aussi différents que des polymères vitreux [6], du papier [5], des élastomères [8], des métaux [29] ou des roches [30], le système “vieilli”, c’est à dire μ_s *augmente* avec t_s , de façon quasi-logarithmique :

$$\mu_s \simeq \mu_s^0 + \beta_s \ln\left(\frac{t_s}{t_0}\right) \quad (2.14)$$

où t_0 est un temps de référence arbitraire.

Pour la plupart des matériaux étudiés, $\beta_s \approx 10^{-2}$ à température ambiante. Ce vieillissement est illustré sur la figure 2.6.

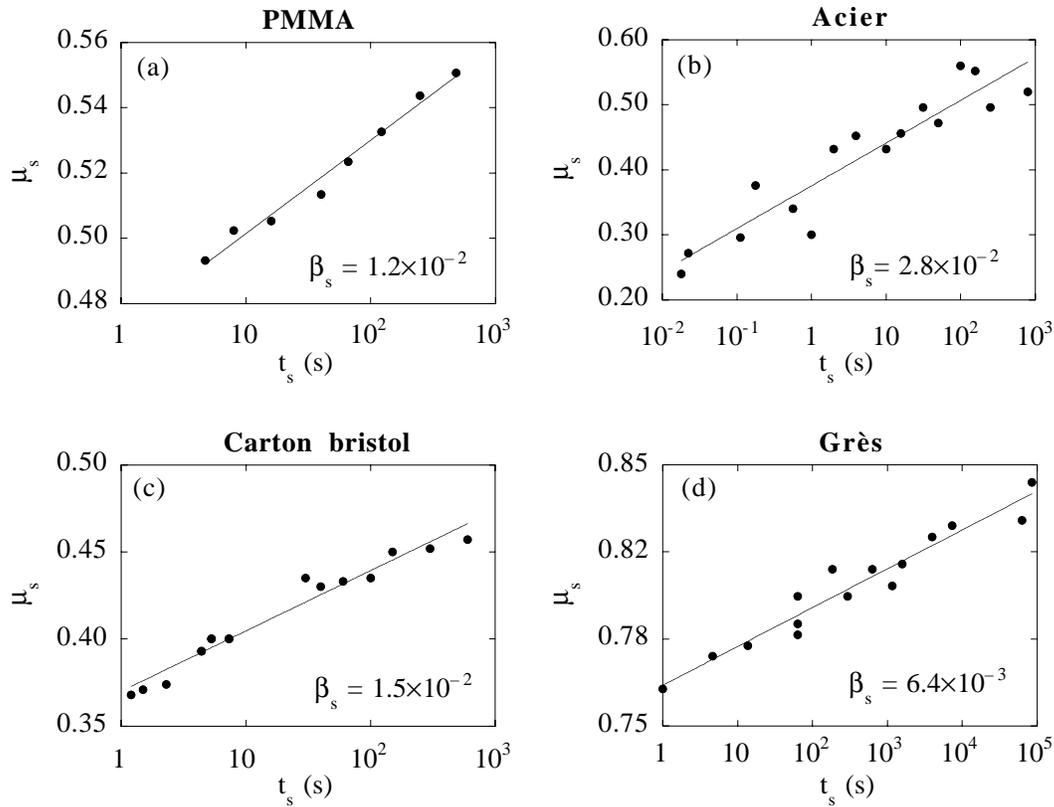


FIG. 2.6: Augmentation du coefficient de frottement statique avec le temps t_s passé à l’arrêt, pour quatre matériaux : (a) PMMA (polymère vitreux), (b) acier (d’après [29]), (c) carton bristol, (d) grès (d’après [31]).

Selon les systèmes étudiés, la croissance de μ_s avec t_s , logarithmique sur un large intervalle de temps, peut présenter un plateau aux temps d’arrêt les plus courts accessibles expérimentalement : c’est ce que l’on observe par exemple avec le PMMA lorsque la température $T \sim T_g$ [6]. Ceci suggère d’écrire le

coefficient de frottement statique :

$$\mu_s(t_s) = \mu_{s0} + \beta_s \ln \left(1 + \frac{t_s}{\tau} \right) \quad (2.15)$$

avec un temps de coupure $\tau \ll \min(t_s)$ à température ambiante.

2.3.2 Affaiblissement cinétique et stick-slip

En glissement stationnaire, le coefficient de frottement dynamique μ_d dépend de la vitesse. En particulier, pour les vitesses de glissement faibles, typiquement dans une gamme 0.1–100 $\mu\text{m.s}^{-1}$, μ_d décroît avec V , de façon quasi-logarithmique (fig. 2.7) :

$$\mu_d \cong \mu_{d0} - \beta_d \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (2.16)$$

où V_0 est une vitesse de référence arbitraire.

Pour tous les systèmes étudiés (roches [30], papier [5], élastomères [8], métaux [27], polymères vitreux [7]), la pente β_d est de l'ordre de 10^{-2} à température ambiante.

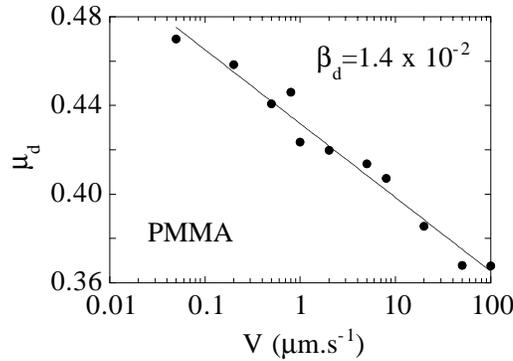


FIG. 2.7: Coefficient de frottement dynamique en fonction de la vitesse d'entraînement, en régime de glissement stationnaire, pour une interface PMMA/PMMA à température ambiante [7].

À plus hautes vitesses ($V > 100 \mu\text{m.s}^{-1}$), la force de frottement dynamique sature, et éventuellement croît avec V [5].

Dans le régime basse vitesse, la caractéristique $\mu_d(V)$ à pente négative implique que toute fluctuation de la vitesse autour de sa valeur stationnaire est amplifiée : par exemple, une décélération induit une augmentation de la force de frottement, qui résulte en une nouvelle décélération, et ainsi de suite. La

décroissance de μ_d avec la vitesse est donc le moteur du “stick-slip” (alternance de phases statiques et glissantes), instabilité fréquemment rencontrée et dont la manifestation va des grincements aux tremblements de terre.

Il est toutefois bien connu en tribologie qu'on peut supprimer les oscillations de stick-slip en utilisant une machine suffisamment raide [27]. C'est ce qui nous permet de mesurer $\mu_d(V)$ dans le régime d'affaiblissement cinétique.

2.3.3 Bifurcation entre glissement stationnaire et stick-slip

Plusieurs investigations expérimentales systématiques [5, 7, 25] de la stabilité du glissement basse vitesse montrent que celle-ci est contrôlée non seulement par la vitesse V , mais également par la raideur K du système d'entraînement et par la charge normale W (plus exactement par le rapport K/W).

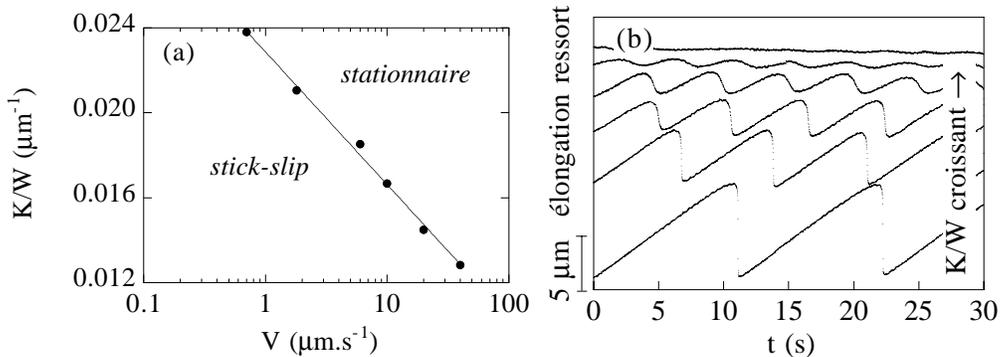


FIG. 2.8: (a) Diagramme de phase dynamique dans l'espace des paramètres (K/W , V). Les deux régimes de glissement sont séparés par la ligne de bifurcation $k = k_c(V)$. (b) Allongement du ressort de charge en fonction du temps lorsque K/W augmente, pour une interface bristol/bristol à $V = 1 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Un décalage vertical arbitraire a été effectué sur les différentes traces pour faciliter la lecture.

Le diagramme de phase dynamique (K/W , V) obtenu dans ces différentes études présente deux régions (fig. 2.8a) : pour les basses vitesses et les faibles valeurs de $k = K/W$, on observe du stick-slip périodique (fig. 2.8b), alors que pour les valeurs de V et/ou k plus élevées le glissement est stationnaire. Ces deux régions sont séparées par une ligne de bifurcation $k = k_c(V)$. La bifurcation entre les deux régimes dynamiques est *continue* et *réversible*; à partir du régime de stick-slip, si on augmente k ou V , l'amplitude des oscillations diminue et s'annule lorsque $k \geq k_c$ (fig. 2.8b) ou $V \geq V_c$.

2.3.4 Hystérésis de frottement et longueur de mémoire

Les résultats expérimentaux ci-dessus révèlent que la force de frottement n'est pas simplement une fonction décroissante de la vitesse de glissement instantanée \dot{x} . Ceci est clairement illustré par la nature hystérétique de la réponse tangentielle à un cycle accélération/décélération, présentée sur la figure 2.9.

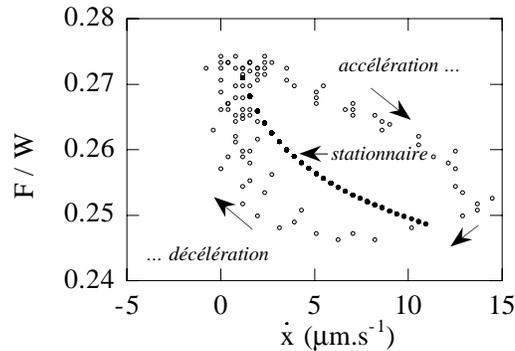


FIG. 2.9: (○) : coefficient de frottement en fonction de la vitesse instantanée lors d'un cycle accélération/décélération. (●) : coefficient de frottement dynamique mesuré en glissement stationnaire. Interface bristol/bristol à température ambiante.

Cette réponse hystérétique met en évidence le fait que le système garde la mémoire de l'histoire du glissement.

Dieterich a montré en outre que cet effet de mémoire est caractérisé par une *longueur* [3] : lors d'un saut de vitesse d'entraînement de V_1 à V_2 , le système atteint son état stationnaire final après avoir glissé sur une *distance* caractéristique D_0 , de l'ordre de quelques micromètres. Le résultat d'une telle expérience est présenté, pour une interface PMMA/PMMA, sur la figure 2.10.

Dieterich a interprété cette longueur D_0 comme la distance glissée nécessaire pour *renouveler* complètement la population des aspérités qui portent la charge [3].

Il faut enfin remarquer que lors d'un saut de V_1 à $V_2 > V_1$, la force de frottement *augmente* transitoirement¹² avant de rejoindre son niveau stationnaire $F(V_2) < F(V_1)$, comme cela est illustré sur la figure 2.10. Ce transitoire est qualifié d'«effet direct». La hauteur $\Delta\mu$ du pic de frottement dépend des vitesses initiale et finale :

$$\Delta\mu \propto \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad (2.17)$$

¹²De même, si $V_1 > V_2$, la force diminue transitoirement.

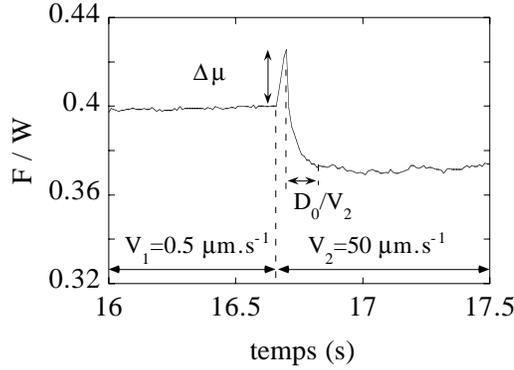


FIG. 2.10: Réponse transitoire lors d'un saut de vitesse, pour une interface PMMA/PMMA à température ambiante. $K = 0.16 \text{ N} \cdot \mu\text{m}^{-1}$, $W = 7 \text{ N}$.

2.4 LE MODÈLE PHÉNOMÉNOLOGIQUE DE RICE ET RUINA

En s'appuyant sur les résultats de Dieterich, Ruina et Rice ont proposé un modèle phénoménologique du frottement non stationnaire [4], dans lequel la force de frottement dépend de la vitesse instantanée de glissement \dot{x} et d'une variable d'état ϕ :

$$F(\dot{x}, \phi) = W \left[\mu_0 + A \ln \left(\frac{\dot{x}}{V_0} \right) + B \ln \left(\frac{\phi V_0}{D_0} \right) \right] \quad (2.18)$$

où A et B sont des constantes positives, et μ_0 est la valeur du coefficient de frottement à la vitesse de référence V_0 . La longueur D_0 correspond, comme l'a proposé Dieterich, à la distance nécessaire pour renouveler la population des microcontacts.

Les deux corrections à μ_0 ont chacune un rôle distinct :

(i) Le terme $A \ln(\dot{x})$ permet de rendre compte de "l'effet direct" : il traduit les variations instantanées de la force de frottement avec la vitesse, à ϕ constant.

(ii) Le terme $B \ln(\phi)$ décrit l'augmentation de la force de frottement avec la variable d'état ϕ , dont l'évolution temporelle est donnée par l'équation :

$$\dot{\phi} = 1 - \frac{\dot{x}\phi}{D_0} \quad (2.19)$$

Lorsque la vitesse de glissement est nulle, $\phi = t$: la variable dynamique croît comme le temps passé à l'arrêt. En glissement stationnaire à $\dot{x} = V$, ϕ s'identifie à D_0/V . Autrement dit, $\phi = D_0/V$ correspond au "temps de vie", ou à l'âge moyen de la population des microcontacts en glissement stationnaire.

En utilisant l'expression (2.18) de la force de frottement, l'équation de mouvement du centre de gravité du patin (masse M), entraîné sur une piste par un ressort de raideur K , s'écrit :

$$M\ddot{x} = K(Vt - x) - W \left[\mu_0 + A \ln \left(\frac{\dot{x}}{V_0} \right) + B \ln \left(\frac{\phi V_0}{D_0} \right) \right] \quad (2.20)$$

On peut alors étudier la stabilité du glissement stationnaire pour le système régi par les équations (2.19) et (2.20). L'analyse de stabilité linéaire, dont le détail est présenté dans l'annexe A.2, prédit une bifurcation de Hopf directe (continue et réversible), en accord avec les observations expérimentales.

Dans le régime de glissement stationnaire où $\phi = D_0/V$, la pente logarithmique de $\mu_d(V)$ vaut, d'après (2.18) :

$$\beta_d = -\frac{d\mu_d}{d \ln V} = B - A$$

L'existence d'une bifurcation exige que $d\mu_d/d \ln(V) < 0$, ce qui implique que $B - A > 0$.

La position de la bifurcation est déterminé par la valeur du paramètre critique

$$\chi_c = \left. \frac{KD_0}{W} \right|_c = -\frac{d\mu_d}{d \ln V}$$

Lorsque $\chi < \chi_c$, le glissement est instable vis-à-vis d'une perturbation de la vitesse.

Enfin, la pulsation critique des oscillations de stick-slip au seuil de l'instabilité s'écrit :

$$\Omega_c = \frac{V}{D_0} \sqrt{\frac{\chi_c}{A}}$$

Tous les paramètres du modèle peuvent donc être déterminés expérimentalement, à partir de la mesure de la pente β_d et des caractéristiques de la bifurcation¹³.

Une fois ces paramètres identifiés, le modèle peut être utilisé pour analyser différentes situations dynamiques : réponse lors d'un saut de vitesse [7], transitoire d'arrêt [32], caractéristiques non-linéaires du stick-slip au voisinage de la bifurcation [33].

L'accord quantitatif obtenu dans ces différents cas entre le modèle, désormais sans paramètre ajustable, et les expériences est très satisfaisant. Le modèle de Rice et Ruina apparaît donc comme un outil fiable pour la prédiction du comportement dynamique d'une interface multicontacts.

¹³Les valeurs des paramètres pour le PMMA sont données au chapitre 3 page 51.

2.5 ANALYSE PHYSIQUE DU MODÈLE DE RICE ET RUINA

2.5.1 Vieillessement géométrique par fluage

La conclusion de Bowden et Tabor, qui indique qu'à l'interface entre deux solides rugueux la contrainte normale sur les microcontacts¹⁴ est de l'ordre de la dureté, a une conséquence importante sur la déformation des aspérités. Sollicitées à un niveau de contrainte proche de la limite plastique du matériau, elles *fluent*, c'est à dire qu'elles se déforment lentement, et de façon irréversible, au cours du temps¹⁵. Le fluage en volume des aspérités entraîne alors une *augmentation de l'aire réelle de contact*, Σ_r , avec le temps écoulé depuis la formation des microcontacts [27].

En écrivant la force de frottement, selon la relation (2.1) de Tabor, comme le produit d'une contrainte par l'aire de contact, $F = \sigma_s \Sigma_r$, on voit que plus le temps passé à l'arrêt est long, plus l'aire de contact est grande, plus la force de frottement est élevée : l'interface "vieillit".

Reprenons alors l'expérience de la figure 2.1 :

(i) lorsqu'on charge le patin, après un temps d'arrêt t_s donné, le seuil statique correspond à $F_s \cong \sigma_s \Sigma_r(t_s)$.

(ii) Quand le patin est en mouvement, les microcontacts qui ont flué à l'arrêt sont graduellement détruits, et au delà d'une distance glissée D_0 micrométrique [3, 13], ils sont entièrement renouvelés et sont donc formés entre des aspérités *qui n'ont pas encore flué*. Dès que le temps d'arrêt $t_s > D_0/V$, l'aire réelle de contact, après avoir glissé de D_0 , est ainsi inférieure à $\Sigma_r(t_s)$, et la force de frottement dynamique est inférieure à la force statique.

En résumé, une interface multicontacts *vieillit* par fluage, par contre le glissement *rajeunit* l'interface en renouvelant les aspérités en contact. L'existence d'un pic de frottement statique est la signature expérimentale la plus claire de ce vieillissement/rajeunissement.

2.5.1.1 Augmentation du seuil statique

La croissance de l'aire de contact due au fluage des aspérités a été observée *in situ*, dans une expérience de visualisation des microcontacts entre deux surfaces rugueuses de PMMA, réalisée par Dieterich et Kilgore [13] (fig. 2.11). Ces auteurs ont observé une augmentation quasi-logarithmique de Σ_r avec le temps de contact, en accord qualitatif avec la croissance du pic de frottement statique μ_s mesuré sur le même système.

¹⁴Ou du moins sur une partie d'entre eux, d'après le modèle de Greenwood.

¹⁵C'est pour cela que les mesures de dureté sont définies à un temps de contact donné. La taille de l'empreinte laissée par un indenteur augmente en effet, par fluage, avec le temps d'indentation [27].

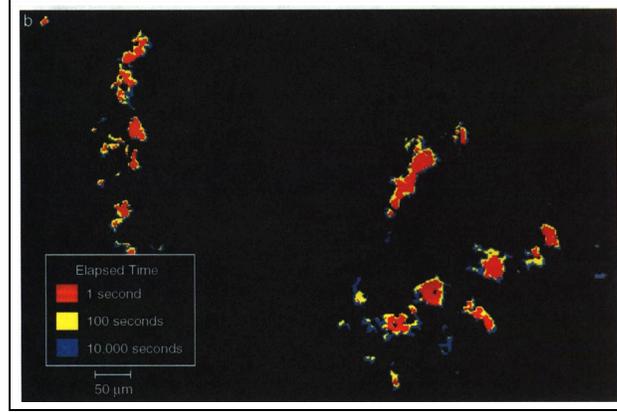


FIG. 2.11: Visualisation *in situ* des microcontacts, sous charge normale macroscopique constante [13]. En rouge est représenté l'aire de contact 1 s après la formation de l'interface. En jaune est portée son augmentation entre 1 et 100 s, et en bleu l'augmentation entre 100 et 10000 s.

Berthoud *et al.* ont montré de plus que l'augmentation de μ_s avec le temps d'arrêt t_s peut être expliquée quantitativement à partir des caractéristiques du fluage en volume des matériaux en contact [6].

Ils ont réalisé d'une part une étude expérimentale de la dépendance en température de β_s , pour des contacts PMMA/PMMA et PS/PS (polystyrène, $T_g \approx 100^\circ C$). Ils ont identifié d'autre part pour ces deux matériaux, à partir d'essais uniaxiaux, les paramètres d'une loi constitutive du fluage — activé thermiquement [34] — reliant la contrainte σ et la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ par :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 e^{m\sigma/\sigma_Y}$$

où les paramètres $\dot{\epsilon}_0$ et m dépendent de la température. La contrainte σ_Y est la limite élastique, et $m = d \ln(\sigma_Y)/d \ln(\dot{\epsilon})$ traduit sa sensibilité à la vitesse de déformation.

En supposant l'interface composée de N contacts de taille identique [34], cette loi de fluage conduit à une croissance de l'aire de contact de la forme :

$$\Sigma_r \cong \Sigma_{r0} \left[1 + m \ln \left(1 + \frac{t_s}{\tau} \right) \right] \quad (2.21)$$

où $\Sigma_{r0} \cong W/H$, et $\tau = \dot{\epsilon}_0^{-1} m \exp(-1/m)$.

À partir des relations (2.1) et (2.21), on obtient ainsi pour le coefficient de frottement statique :

$$\mu_s \cong \mu_{s0} \left[1 + m \ln \left(1 + \frac{t_s}{\tau} \right) \right] \quad (2.22)$$

Le paramètre m est facilement mesurable sur toute la gamme de température allant de l'ambiante à T_g (pour le PMMA à l'ambiante, $m \approx 0.04$). En revanche, les valeurs de τ et μ_{s0} ne sont en général pas accessibles directement, car à la plupart des températures seul le régime asymptotique de croissance logarithmique de μ_s est observé dans la gamme de temps expérimentale. Toutefois, lorsque $T \sim T_g$, τ et μ_{s0} sont mesurables : pour le PMMA à 110°C, $\tau \approx 10$ s et $\mu_{s0} \approx 0.35$ [6].

On estime ainsi, à partir des propriétés mécaniques en volume du PMMA à température ambiante¹⁶, une croissance de μ_s avec une pente logarithmique $m\mu_{s0} \approx 1.4 \times 10^{-2}$, en excellent accord avec $\beta_s = 1.7 \times 10^{-2} \pm 4 \times 10^{-3}$ [25].

Un bon accord est finalement obtenu, pour le PMMA et le PS, entre les valeurs de β_s et $m\mu_{s0}$ jusqu'à des températures proches¹⁷ de la transition vitreuse des matériaux.

2.5.1.2 Affaiblissement cinétique

Lorsque les solides sont en mouvement relatif, les aspérités fluent également, pendant le temps où elles restent en contact. L'aire de contact est alors déterminée par l'âge de l'interface, ϕ , et s'écrit, d'après l'expression (2.21) :

$$\Sigma_r = \Sigma_{r0} \left[1 + m \ln \left(1 + \frac{\phi}{\tau} \right) \right] \quad (2.23)$$

L'équation d'évolution (2.19) de la variable d'état ϕ du modèle de Rice et Ruina peut être réécrite sous forme intégrale :

$$\phi(t) = \int_{t_0}^t e^{-\frac{x(t)-x(t')}{D_0}} dt' \quad (2.24)$$

où t_0 est l'instant de formation de l'interface. Cette expression met en évidence le fait que le système garde la mémoire de l'histoire du glissement sur une distance finie : les instants t' correspondant à des positions du patin distantes de plus de D_0 sont "oubliés". La fonction de mémoire $\exp[-(x(t)-x(t'))/D_0]$ est la plus simple que l'on puisse construire sur la base d'une distance caractéristique.

En glissement stationnaire, $\phi = D_0/V$, ce qui implique que plus V est élevée, plus le temps de contact moyen est court, et plus l'aire réelle est faible. C'est ce que confirment les expériences de visualisation des contacts en cours de glissement [13]. Ceci permet d'expliquer la décroissance de $\mu_d(V)$ en régime stationnaire.

¹⁶En faisant l'hypothèse que μ_{s0} ne dépend pas de la température [6].

¹⁷Pour $T \sim T_g$, d'autres mécanismes que le fluage, tels que la reptation de chaînes d'un milieu à l'autre à travers l'interface, peuvent contribuer de façon significative au vieillissement interfaciale.

Pour une interface PMMA/PMMA, la longueur D_0 est de l'ordre du micromètre, le temps de coupure $\tau \sim 10^{-2}$ s à la température ambiante¹⁸ [7], et ainsi la vitesse de glissement au delà de laquelle les aspérités n'ont plus le temps de fluer vaut $V_{sat} = D_0/\tau \sim 100 \mu\text{m.s}^{-1}$. Dans la gamme de vitesse qui a été explorée expérimentalement, $V < V_{sat}$, c'est à dire $\phi > \tau$, et on observe donc essentiellement le régime de décroissance logarithmique de μ_d .

2.5.2 Rhéologie interfaciale

Dieterich et Kilgore ont observé que lors d'un saut de vitesse, par exemple de V_1 à $V_2 > V_1$, l'aire de contact diminue de façon monotone entre ses valeurs initiale et finale [13]. L'effet direct, c'est à dire l'augmentation transitoire de la force de frottement lors du saut, ne peut donc pas être imputé à la variation de Σ_r .

En revanche, nous avons vu au paragraphe précédent que l'affaiblissement cinétique est attribuable au mécanisme de fluage interrompu par le glissement, c'est à dire à $\Sigma_r(\phi)$. Ceci a conduit Baumberger *et al.* [7] à réécrire la loi de frottement (2.18) de Rice et Ruina sous la forme :

$$\mu = \mu_0 \left[1 + m \ln \left(1 + \frac{\phi}{\tau} \right) \right] \left[1 + \alpha \ln \left(\frac{\dot{x}}{V_0} \right) \right] \quad (2.25)$$

Cette expression est une extension de la relation (2.1) de Bowden et Tabor : $F = \sigma_s(\dot{x})\Sigma_r(\phi)$, dans laquelle l'effet direct est entièrement attribué à une dépendance en vitesse de la contrainte σ_s , de la forme :

$$\sigma_s = \sigma_{s0} \left[1 + \alpha \ln \left(\frac{\dot{x}}{V_0} \right) \right] \quad (2.26)$$

avec $V_0 = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$ et $\sigma_{s0} = \sigma_s(V_0)$. On identifie le paramètre

$$\mu_0 = \frac{\sigma_{s0}\Sigma_{r0}}{W},$$

et les constantes de l'expression de Rice et Ruina

$$A = \alpha\mu_0 \quad \text{et} \quad B = m\mu_0$$

Notons que le terme $\mu_0\alpha m \ln^2$ introduit dans l'expression (2.25) n'apparaît pas dans l'équation (2.18) de Rice et Ruina. Les valeurs typiques $\mu_0 \approx 0.3$ et $\alpha \sim m \approx 10^{-2}$ indiquent que cette correction en \ln^2 est effectivement petite ($\mu_0\alpha m \sim 10^{-4}$) en comparaison des termes en \ln . Il faut cependant considérer l'équation de Rice et Ruina comme une expression tronquée au premier ordre¹⁹ en $\ln \dot{x}$ et $\ln \phi$. Les termes d'ordre supérieur se manifestent

¹⁸Cette valeur est une estimation, à partir de la mesure de $\tau \approx 10$ s à T_g , et en supposant un processus activé thermiquement pour le fluage.

¹⁹Par exemple, le terme $\ln(1 + \phi/\tau)$ devient $\ln \phi$ dans le modèle de Rice et Ruina.

par exemple dans la pente non nulle²⁰ de la courbe de bifurcation $k_c(V)$ (fig. 2.8a) : $dk_c/d \ln V \cong d^2\mu_d/d(\ln V)^2$ [5, 33].

L'expression (2.26), qui traduit la dépendance $\sigma_s(\dot{x})$, est proposée empiriquement pour rendre compte de l'amplitude des variations de la force de frottement lors des sauts de vitesse. Comment peut-on interpréter cette relation entre la contrainte et la vitesse de glissement ?

Les travaux de Briscoe et Evans [35] sur le cisaillement de couches organiques confinées, ou encore ceux de Nakatani [36] sur le frottement de roches à hautes températures, suggèrent d'interpréter $\sigma_s(\dot{x})$ comme la *rhéologie* d'un milieu cisailé. Toutefois, les lois rhéologiques habituelles relient une contrainte d'écoulement à un *taux de déformation* $\dot{\gamma}$, et l'utilisation d'une telle variable en frottement solide soulève les questions suivantes :

- (i) Où, et sur quelle épaisseur, se localise le cisaillement lors du glissement ?
- (ii) Quel est la nature du "milieu" cisailé ?
- (iii) Quels sont les mécanismes à l'origine de cette rhéologie et de la dissipation d'énergie ?

2.5.2.1 Fluage en cisaillement

Baumberger *et al.* ont observé que le paramètre A de Rice et Ruina est sensible à la température : pour le PMMA, A augmente d'un ordre de grandeur lorsque T varie de l'ambiante à $T_g - 20^\circ\text{C}$ [7]. Ceci indique, tout comme les observations de Nakatani [36], que la dépendance logarithmique de σ_s avec la vitesse de glissement résulte probablement d'un processus de type fluage thermiquement activé, induit par le cisaillement.

Dans cette hypothèse, le fluage est le résultat de mouvements élémentaires, impliquant un faible nombre de molécules ou d'atomes, qui s'effectuent par "sauts", activés thermiquement, de barrières de potentiel dont la hauteur ΔE dépend de la contrainte de cisaillement appliquée. En supposant que les hauteurs de barrières décroissent linéairement avec σ_s : $\Delta E = \Delta E_0 - \sigma_s v_{act}$, où v_{act} est le volume d'activation associé aux événements dynamiques élémentaires, la vitesse de cisaillement a pour expression [35] :

$$\dot{x} = V^* \exp [-(\Delta E_0 - \sigma_s v_{act})/k_B T]$$

où V^* est une constante ayant la dimension d'une vitesse.

On obtient ainsi la forme suivante pour la contrainte :

$$\sigma_s = \frac{\Delta E_0}{v_{act}} + \frac{k_B T}{v_{act}} \ln \left(\frac{\dot{x}}{V^*} \right)$$

²⁰Le modèle prédit en effet que le paramètre critique $(K/W)_c = B - A$ ne dépend pas de V (voir §2.4).

Ce qui conduit, en comparant cette expression à la relation empirique (2.26), à :

$$\alpha = \frac{k_B T}{\sigma_{s0} v_{act}} \quad (2.27)$$

Enfin, à partir de la relation $A = \mu_0 \alpha$, et sachant que $\Sigma_{r0} \simeq W/H$, on obtient pour le volume d'activation :

$$v_{act} = \frac{1}{A} \frac{k_B T}{H} \quad (2.28)$$

Connaissant les variations de A et H avec la température, Baumberger *et al.* ont obtenu, pour des interfaces de PMMA et PS, un volume d'activation [6, 7] :

$$v_{act} \simeq (1 \text{ nm})^3$$

sur une gamme de température restreinte allant de l'ambiante à T_g .

Nakatani a également déterminé, à partir d'expériences de frottement de roches, et sur une gamme de températures 20–800°C, un volume comparable : $v_{act} \simeq (0.5 \text{ nm})^3$ [36].

Ceci indique que les événements dissipatifs élémentaires mis en jeu dans la rhéologie interfaciale impliquent des “unités” de taille moléculaire, ce qui est comparable au volume impliqué dans les réarrangements élémentaires mis en évidence dans les simulations d'Argon *et al.* concernant la plasticité des milieux amorphes [37].

2.5.2.2 Piégeage et localisation du cisaillement

Il est maintenant légitime de se demander dans quel volume à lieu le fluage sous cisaillement, c'est à dire sur quelle épaisseur se localise la déformation plastique en cisaillement lorsque deux aspérités glissent l'une par rapport à l'autre.

Rappelons tout d'abord que la réponse tangentielle d'une interface multicontacts passe d'un régime élastique, aux faibles forces tangentielles, à un régime glissant dissipatif au voisinage du seuil μ_s . Ceci traduit le fait que l'interface est *piégée* pour $F \ll F_s$, et que la dissipation est le résultat du dépiégeage, sous cisaillement, d'“éléments” multistables [28,38]. Quelle peut alors être l'origine de ce piégeage multistable ?

L'hypothèse “naturelle” est de supposer que celui-ci résulte de la compression élastique de deux aspérités qui se rencontrent au cours du glissement [38] (fig. 2.12).

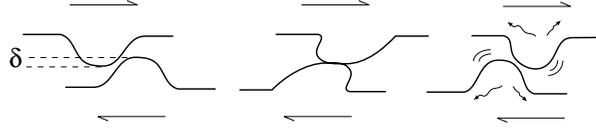


FIG. 2.12: Représentation schématique d'un microcontact multistable. Le piégeage est induit par la déformation élastique en compression des aspérités. Celles-ci se déforiment élastiquement en cisaillement jusqu'à la limite spinodale où elles "sautent". L'énergie dissipée lors du saut et évacuée par rayonnement acoustique dans le volume.

Pour un contact de Hertz entre ces deux aspérités (fig. 2.4), en notant w la charge normale, δ l'enfoncement, a le rayon de contact, R le rayon de courbure des aspérités, et E le module d'Young, l'énergie maximum de piégeage U_{max} est de l'ordre de l'énergie de déformation élastique en compression :

$$U_{max} \sim w\delta \sim Ea^5/R^2$$

La raideur tangentielle du contact vaut (voir §2.2.3) :

$$\kappa \sim Ea$$

Pour que le contact soit multistable, il faut que κ soit du même ordre ou plus faible que la courbure du potentiel U [38]. Cette courbure, pour un piège de taille a , est donnée par $U'' \sim U_{max}/a^2 \sim Ea^3/R^2$, et ainsi le rapport :

$$U''/\kappa \sim a^2/R^2$$

On voit donc, avec le profil des surfaces étudiées, pour lesquelles $a \sim 1 \mu\text{m}$ et $R \sim 100 \mu\text{m}$, que $U''/\kappa \ll 1$, et qu'un microcontact est toujours monostable.

L'origine de la multistabilité est donc certainement à rechercher à une échelle inférieure à la taille des microcontacts. De nombreuses expériences montrent qu'un film organique fortement confiné dans un monocontact d'extension latérale micrométrique peut présenter une réponse de type "frottement solide" [39–42]. Lorsqu'un tel film, formé d'une ou quelques couches moléculaires, est soumis à un cisaillement faible, il répond comme un solide élastique. Quand la force tangentielle atteint une valeur seuil, il s'écoule.

Ceci suggère qu'à une interface multicontacts, le piégeage multistable concerne une couche d'épaisseur *nanométrique*. On peut alors supposer que c'est dans cette "jonction adhésive" que se localise le cisaillement lors du glissement²¹ (fig. 2.13). Cette hypothèse s'appuie sur le fait que lors du contact entre des surfaces macroscopiques, dans des conditions courantes (*e.g.* à l'air),

²¹ Remarquons que les taux de cisaillement de cette jonction sont particulièrement élevés : une épaisseur de l'ordre de $h \sim 1 \text{ nm}$ cisailée à $\dot{x} \sim 1 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ conduit à $\dot{\gamma} = \dot{x}/h \sim 1000 \text{ s}^{-1}$.

l'interface entre deux solides, même identiques, est constituée d'un "milieu" mécaniquement plus faible que le volume, à cause de la présence éventuelle de molécules adsorbées ou de défauts de surface [43]. Pour des matériaux tels que le PMMA ou le PS, on peut supposer que cette couche adhésive est constituée de boucles et de queues de polymère confinées dans le contact, formant ainsi un joint faible *amorphe* entre le volume des aspérités.

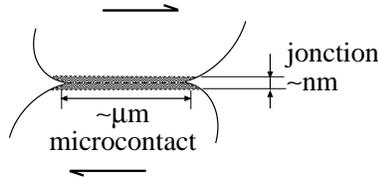


FIG. 2.13: Représentation schématique de la jonction adhésive dans un contact entre deux aspérités.

L'image qualitative que nous venons de donner consiste donc à interpréter la rhéologie interfaciale comme le résultat du piégeage/dépiégeage dissipatif d'"unités" multistables, de volume $\sim (\text{nm})^3$, dans une "bande de cisaillement" d'épaisseur nanométrique.

Ces unités multistables peuvent être considérées comme l'analogue des volumes élémentaires de déformation plastique [37], ou encore des "zones de transformation sous cisaillement" [44], mis en évidence dans les simulations numériques de plasticité des milieux amorphes.

Dans cet esprit, Persson [45] a proposé un modèle schématique de la rhéologie, qui montre qu'une approche de type champ moyen permet de décrire la dynamique de la jonction adhésive.

2.5.3 Le modèle des "nanoblocs" de Persson

Dans ce modèle, le joint adhésif entre deux aspérités qui forment un contact d'extension latérale a est représenté comme un ensemble unidimensionnel de blocs nanométriques de volume b^3 (fig. 2.14), qui jouent le rôle des "unités multistables" précédentes.

Ces blocs sont couplés élastiquement, d'une part, à leurs plus proches voisins par des ressorts de raideur $k_2 \sim E_J b$, où E_J est un module élastique du joint, et d'autre part à l'aspérité supérieure par des ressorts de raideur $k_1 \sim k_2$ ²².

²²En élasticité des milieux continus, si on applique une contrainte sur une surface b^2 , le champ de déformation pénètre sur une profondeur b . Pour que l'ensemble bloc+ressorts du modèle discret de Persson constitue une "unité élémentaire" représentative de l'élasticité de la couche, il est donc nécessaire que les raideurs k_1 et k_2 soit du même ordre.

Le volume des aspérités, représentées par le milieu supérieur entraîné à vitesse V et par la plaque inférieure immobile, est supposé indéformable. L'hypothèse la plus forte du modèle est donc de négliger les interactions élastiques à longue portée, via le volume, entre les blocs.

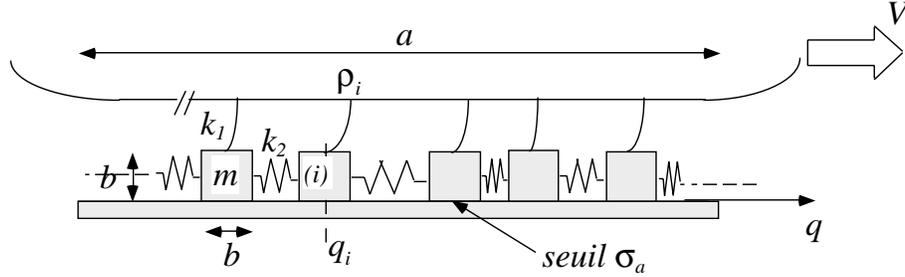


FIG. 2.14: Schéma d'une jonction entre deux aspérités, constituée de "nanoblocs" couplés élastiquement entre eux et à l'aspérité supérieure. Les blocs restent piégés sur le substrat inférieur tant que la contrainte qu'ils supportent est inférieure à la valeur seuil σ_a .

Chaque bloc (i) , d'abscisse q_i , se déplace selon les règles suivantes :

1. tant que le module de la contrainte tangentielle $|\sigma_i|$ appliquée sur le bloc est inférieur à un seuil σ_a , celui-ci est piégé sur la plaque inférieure : $\dot{q}_i = 0$,
2. lorsque $|\sigma_i| \geq \sigma_a$, le bloc se dépiège, et son mouvement obéit à :

$$m\ddot{q}_i + m\eta\dot{q}_i = k_2(q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}) + k_1(\rho_i - q_i)$$

avec m la masse du bloc, η le coefficient de viscosité interne du joint, et ρ_i la position du point d'entraînement du bloc par la plaque supérieure,

3. lorsque \dot{q}_i s'annule, le bloc, dont la dynamique est suramortie, se repiège, et le processus recommence.

2.5.3.1 Résultats du modèle de Persson à température nulle

L'étude numérique réalisée par Persson, à température nulle, sur des systèmes contenant 10^4 – 10^5 blocs, conduit aux conclusions suivantes :

- (i) en régime stationnaire, les blocs glissent de façon quasi-indépendante et non corrélée²³,

²³D'autres modèles prédisent au contraire des avalanches, *i.e.* des événements de glissement collectifs corrélés, dans lesquels un grand nombre de blocs est impliqué [46]. Persson montre que l'absence de tels événements dans le cas qu'il traite provient de l'hypothèse, physiquement raisonnable, $k_2 \sim k_1$. C'est seulement lorsqu'on suppose que $k_2/k_1 \gg 1$ que la dynamique de glissement présente de grands événements collectifs [45].

(ii) pour des vitesses d'entraînement V très inférieures à la vitesse du son dans le joint, $c_J \sim \sqrt{E_J b^3/m}$, la force de frottement stationnaire est indépendante de V ,

(iii) la distribution stationnaire des contraintes sur chaque bloc, $P(\sigma)$, est indépendante de V . $P(\sigma)$ est approximativement uniforme entre $\sigma_{min} \approx 0$ et $\sigma_{max} = \sigma_a$, avec $P(\sigma_a) \neq 0$.

Ces résultats peuvent être repris dans l'interprétation de type champ moyen suivante²⁴ : chaque bloc piégé parcourt une caractéristique contrainte/déplacement du point de charge, celle-ci étant brutalement interrompue à la limite spinodale σ_a où le bloc "saute" [7].

En régime stationnaire, la fonction de distribution des contraintes est uniforme et vaut $P(\sigma) = 1/\sigma_a$. La contrainte de frottement au niveau du microcontact est alors :

$$\bar{\sigma}_s = \int_0^{\sigma_a} \sigma P(\sigma) d\sigma = \frac{\sigma_a}{2}$$

2.5.3.2 Dépiégeage prématuré à température finie

Tous les résultats ci-dessus sont obtenus à température nulle. A température finie, la présence de bruit thermique a des conséquences sur le dépiégeage des blocs. Ces effets peuvent être décrits qualitativement comme suit :

(i) Chaque bloc piégé dans un état métastable, sous une contrainte $\sigma < \sigma_a$, peut se dépiéger, sous l'effet du bruit thermique, en franchissant une barrière d'activation $\Delta U(\sigma)$, avec une fréquence :

$$\frac{1}{\tau(\sigma)} \approx \omega_a \exp \left[-\frac{\Delta U(\sigma)}{k_B T} \right] \quad (2.29)$$

où ω_a est une fréquence d'essai. La barrière d'énergie ΔU est d'autant plus basse que σ approche σ_a , et le dépiégeage prématuré est donc d'autant plus probable que la contrainte est proche de la limite spinodale.

(ii) Lorsque la plaque supérieure est entraînée à V , la contrainte sur les blocs piégés augmente, et ceux-ci peuvent en même temps se dépiéger prématurément comme décrit ci-dessus. Plus V est grande, plus le temps que passe un bloc au voisinage de la spinodale, là où $1/\tau$ est non négligeable, est court. En glissement, la distribution $P(\sigma)$ est donc déplétée, au voisinage de σ_a , au delà d'une contrainte de coupure $\sigma_c(V)$ qui augmente avec la vitesse (fig. 2.15). En conséquence, la contrainte de frottement sur le microcontact, σ_s , augmente avec V . Pour des vitesses élevées, l'advection l'emporte sur l'activation, $P(\sigma)$ retrouve sa forme à $T = 0$, et σ_s sature à $\bar{\sigma}_s$ calculée précédemment.

²⁴ Justifiée par le fait que chaque bloc glisse indépendamment des autres.

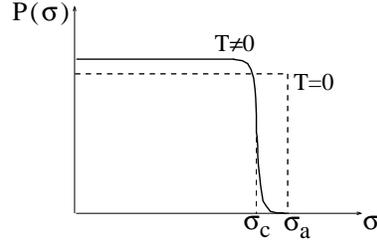


FIG. 2.15: Représentation schématique de la distribution des contraintes sur les blocs. (---) : à température nulle, (—) : à température finie.

On obtient ainsi, après avoir calculé la distribution $P(\sigma)$ stationnaire à T finie, la contrainte de frottement sur le microcontact [7], dont l'expression est de la même forme que (2.26) :

$$\sigma_s(V) = \sigma_{s0} \left[1 + \frac{k_B T}{\sigma_{s0} b^3} \frac{E_J}{8\bar{\sigma}_s} \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \right] \quad (2.30)$$

avec

$$\alpha = \frac{k_B T}{\sigma_{s0} b^3} \frac{E_J}{8\bar{\sigma}_s} \quad (2.31)$$

Baumberger *et al* [7] ont montré que ce résultat peut être étendu aux situations dynamiques non stationnaires rencontrées dans les expériences usuelles de frottement à basse vitesse, en remplaçant simplement V par la vitesse instantanée \dot{x} dans l'expression (2.30).

Ce régime dans lequel la contrainte croît comme le logarithme de la vitesse est limité :

(i) d'une part, à haute vitesse — lorsque $V \sim c_J$ — où la dissipation est contrôlée par la viscosité interne du joint ($\sigma_s \sim V$),

(ii) et d'autre part à très basse vitesse (hors de la gamme expérimentale), lorsque le repiégeage activé devient aussi probable que le dépiégeage, ce qui résulte en une caractéristique $\sigma_s(V)$ qui décroît extrêmement rapidement vers zéro lorsque $V \rightarrow 0$ [7].

Enfin, les expressions (2.31) et (2.27) permettent de relier la taille des blocs au volume d'activation estimé précédemment :

$$v_{act} = b^3 \frac{8\bar{\sigma}_s}{E_J}$$

ce qui conduit, à partir de l'ordre de grandeur de $\bar{\sigma}_s/E_J \approx 5.10^{-2}$ suggéré par les simulations de dynamique moléculaire de Thomson et Robbins [47], à une dimension nanométrique pour la taille des blocs b .

Ainsi, le modèle de Persson rend compte de la dépendance logarithmique en vitesse de la contrainte de frottement²⁵. Il apparaît de plus comme quantitativement cohérent, comme le montre l'estimation de b ci-dessus.

La rhéologie interfaciale est donc interprétable en terme de dépiégeage thermiquement activé d'“unités élémentaires” (les blocs) dans une jonction adhésive d'épaisseur nanométrique. Le régime de frottement dynamique apparaît alors comme l'analogie de l'écoulement plastique d'un milieu amorphe, confiné, et quasi-bidimensionnel.

²⁵Notons que cette forme fonctionnelle pour σ_s , indépendamment des détails du modèle, est particulièrement robuste, du fait qu'elle résulte uniquement de la sensibilité exponentielle de la fréquence de saut $1/\tau$.

RÉPONSE FRICTIONNELLE À UNE MODULATION DE CHARGE NORMALE

L'effet de "lubrification acoustique", c'est à dire la diminution apparente du frottement, observé lorsqu'un assemblage mécanique frottant est soumis à des vibrations extérieures est un phénomène bien connu en ingénierie. Des études ont été menées sur la réduction du frottement statique [48, 49] ou dynamique [50] en présence d'une modulation de charge normale de grande amplitude : Godfrey [50] a ainsi mesuré une réduction de 20% du coefficient de frottement moyen lorsque la charge est modulée de 100%. D'autres observations suggèrent par ailleurs que la présence de vibrations stabilise le glissement vis-à-vis du stick-slip [51, 52].

Cette réduction apparente du frottement est également observée en microscopie à force atomique, lorsque l'échantillon vibre, normalement à la pointe, à des fréquences ultrasonores [53].

En géophysique, l'influence des variations temporelles du chargement mécanique sur le comportement des failles tectoniques a suscité différentes études, dans le but de comprendre le couplage entre les contraintes normale et tangentielle sur une faille. Des travaux expérimentaux [9, 10] et numériques [54] ont porté sur les effets des variations de contrainte normale sur la dynamique de glissement des roches. En particulier, Linker et Dieterich ont proposé une modification du modèle de Rice et Ruina afin de rendre compte de leurs observations [9].

Toutefois, si les effets des variations de charge normale sur le frottement sont connus empiriquement, ils ne sont que très peu étudiés systématiquement (voir [10] et références citées).

Nous présentons dans ce chapitre une étude expérimentale de la réponse d'une interface multicontacts à une modulation harmonique de la charge normale. Les résultats obtenus, concernant le glissement stable [55] et la bifurcation vers le stick-slip [56], sont ensuite analysés dans le cadre du modèle de Rice

et Ruina. Pour décrire convenablement l'ensemble de effets de la modulation, nous avons été amenés à étendre ce modèle, pour tenir compte de l'élasticité des aspérités et du couplage non trivial qu'elle introduit entre la force normale et la vitesse de glissement. L'accord entre le modèle étendu et les expériences est alors remarquable.

3.1 DESCRIPTION DES EXPÉRIENCES

3.1.1 Préparation des échantillons

L'interface multicontacts étudiée est formée entre deux surfaces rugueuses de poly(méthylméthacrylate) (PMMA).

Le PMMA utilisé est commercialisé sous le nom de Paraglas par Para-Chemie (Autriche). Quelques propriétés physiques et mécaniques de ce polymère, vitreux à température ambiante, sont données dans le tableau 3.1.

Formule	Densité (g.cm ⁻³)	T_g (°C)	E (GPa)	ν	E' (GPa)	E'' (GPa)	σ_Y (MPa)	H (MPa)
$\left(\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{CH}_3 \\ \quad \\ \text{---C---C---} \\ \quad \\ \text{H} \quad \text{C=O} \\ \quad \\ \quad \text{OCH}_3 \end{array} \right)_n$	1.18	110	3	0.44	2.8	0.22	120	400

TAB. 3.1: Propriétés du PMMA. T_g : température de transition vitreuse. E : module d'Young en compression uniaxiale à $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. ν : coefficient de Poisson. E' et E'' : modules dynamiques à $f = 1 \text{ Hz}$ et $T = 30^\circ\text{C}$. σ_Y : limite élastique en compression mesurée à $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$. H : dureté mesurée en indentation bille/plan. Toutes les données sont issues de [25].

Les surfaces sont préparées selon le protocole mis au point au cours des études précédentes [25]. Deux échantillons de PMMA, d'épaisseur 10 mm, sont collés sur des supports massifs en alliage d'aluminium (Duralumin). La surface libre de chaque échantillon, nominale plane, est alors rodée, sur un plan de référence en verre flotté, à l'aide d'une suspension abrasive de SiC (diamètre moyen des particules $23 \mu\text{m}$).

Les surfaces rugueuses ainsi obtenues ont été qualifiées précédemment par profilométrie optique interférentielle [24, 25]. Leur rugosité rms est de $1.3 \mu\text{m}$.

L'aire apparente de contact entre le patin et la piste est de $70 \times 70 \text{ mm}^2$.

3.1.2 Montage

Le tribomètre utilisé dans cette étude, composé d'un patin entraîné sur une piste via un ressort de charge, est représenté en détail sur la figure 3.1.

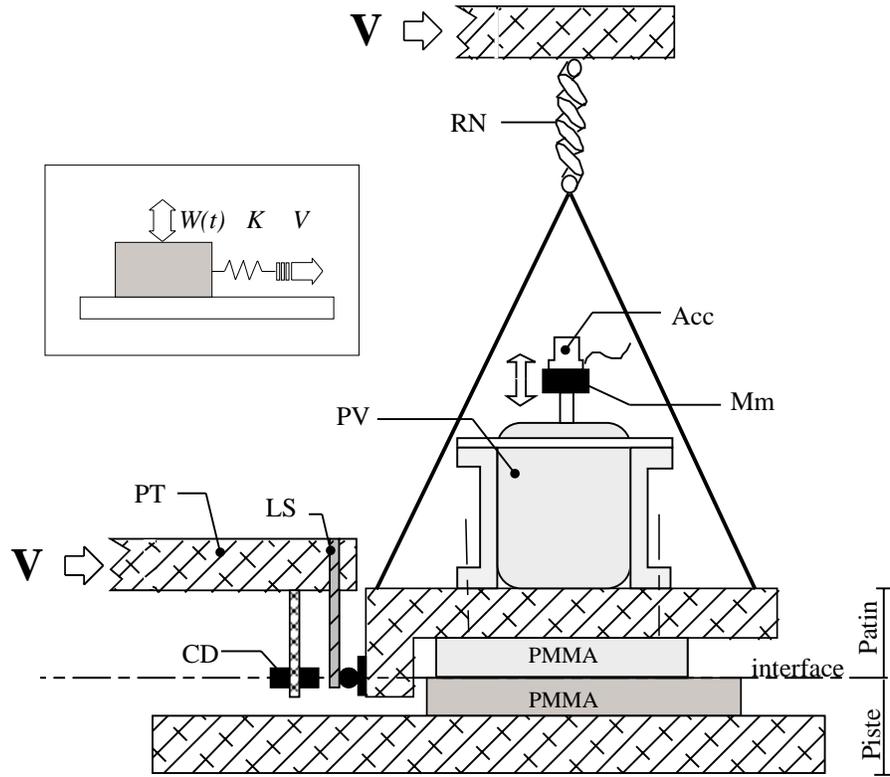


FIG. 3.1: Schéma du montage expérimental. (PT) : platine de translation motorisée, (LS) : lame souple, (CD) : capteur de déplacement inductif, (PV) : pot vibrant, (Acc) : accéléromètre, (Mm) : masse mobile, (RN) : ressort normal. Insert : schéma de principe.

Le système de chargement tangentiel est composé des éléments suivants : une lame élastique en alliage de cuivre (crysocal), de raideur $K = 0.21 \text{ N} \cdot \mu\text{m}^{-1}$, vient, à l'une de ses extrémités, en contact unilatéral avec le support du patin. Le contact s'effectue par l'intermédiaire de deux cylindres croisés en acier, et le point d'application de la force tangentielle se situe dans le plan de l'interface, de façon à éviter d'appliquer un couple au système. L'autre extrémité est entraînée, à vitesse imposée $V \in 0.1\text{--}100 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, par une platine de translation motorisée. La platine (Micro-Contrôle UT 50-20 PP) est entraînée par un moteur pas-à-pas dont la vitesse de rotation est contrôlée par la fréquence d'impulsion d'un signal TTL.

La mesure de la déflexion de la lame élastique, à l'aide d'un capteur de déplacement inductif à courant de Foucault (Electro 4937), permet de déterminer la force tangentielle F appliquée sur le patin, avec une résolution de 10^{-2} N sur une bande passante 0–1 kHz.

La modulation de charge normale est obtenue grâce à un pot vibrant (LDS

V101) fixé sur le support du patin : une tension alternative d'amplitude et de fréquence imposées en entrée induit un déplacement vertical harmonique de l'élément mobile du pot, sur lequel est fixé un accéléromètre (Brüel & Kjær 4371V). Une accélération harmonique d'amplitude Γ de l'élément mobile de masse m (accéléromètre inclus) entraîne ainsi une modulation de la force normale, à la fréquence d'excitation f , d'amplitude $m\Gamma$, comme le montre le calcul présenté en annexe B.1 page 131.

La masse M de l'ensemble patin + pot vibrant est de 2.34 kg. La valeur moyenne de la charge normale sur l'interface, W_0 , peut être ajustée, à ± 0.3 N, entre 3 N et 23 N à l'aide d'un ressort vertical, entraîné également à vitesse V afin d'éviter toute force tangentielle parasite sur le patin.

La force normale sur l'interface s'écrit donc $W(t) = W_0 [1 + \varepsilon \cos(2\pi ft)]$, et l'amplitude relative $\varepsilon = m\Gamma/W_0$ peut être variée continûment dans la gamme 0.005–0.5 (*i.e.* le contact entre les solides n'est jamais rompu). La fréquence f de la modulation est fixée dans la gamme 100–200 Hz, de façon à ne pas exciter les modes de vibration propres du montage mécanique (le premier mode est à une fréquence de l'ordre de 600 Hz).

À V , W_0 , ε et f fixées, la force tangentielle F appliquée sur le patin est caractérisée par la mesure de trois quantités :

- (i) la force moyenne \bar{F} ,
- (ii) les amplitudes F_1 et F_2 des harmoniques à f et $2f$ de la force de frottement. Cette mesure est réalisée à l'aide d'une détection synchrone (EG&G 5210), déclenchée par le signal harmonique d'excitation.

3.1.3 Protocole de mesure

Dans un premier temps, afin d'étudier l'effet de la modulation de W sur la réponse interfaciale en glissement stable, les expériences sont réalisées de la façon suivante :

- En l'absence de modulation, pour des valeurs de W_0 et V telles que le glissement soit stationnaire, on mesure le coefficient de frottement dynamique $\bar{\mu}(0) = \bar{F}(\varepsilon = 0)/W_0$.
- La modulation est ensuite fixée à une amplitude finie ε , et après avoir vérifié que la réponse ne présente pas d'oscillations de stick-slip, nous mesurons $\bar{\mu} = \bar{F}/W_0$, $\mu_1 = |F_1|/W_0$, $\mu_2 = |F_2|/W_0$.
- L'amplitude de la modulation est finalement ramenée à zéro, et $\bar{F}(\varepsilon = 0)$ est de nouveau mesurée afin de s'assurer qu'aucune dérive du niveau de frottement n'a eu lieu.

Dans une deuxième partie, nous caractérisons l'influence de la modulation de charge normale sur la position de la bifurcation vers le stick-slip. Le diagramme de phase dynamique peut-être exploré en variant K , W ou V (voir

chapitre 2) : dans toutes les expériences présentées par la suite, la raideur est constante, et nous n'avons varié que la vitesse et la charge.

- À V donnée, et en l'absence de modulation, W_0 , initialement choisie pour que le glissement soit stationnaire, est progressivement augmentée jusqu'à sa valeur critique W_0^c , qui correspond à l'apparition d'oscillations de la force tangentielle au seuil de la bifurcation (voir fig. 2.8b). Ces oscillations de stick-slip ont une période de l'ordre de D_0/V (voir §2.4), soit typiquement de l'ordre de la seconde à $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$.
- W_0 est ensuite ramenée à sa valeur initiale, l'amplitude de modulation ε fixée, et l'étape précédente répétée pour déterminer $W_0^c(\varepsilon)$. La présence de stick-slip est détectée sans ambiguïté car la période des oscillations est largement supérieure à $1/f$.

3.2 RÉSULTATS

3.2.1 Glissement stable

3.2.1.1 Frottement dynamique moyen

La présence d'une modulation de charge normale a pour effet de *diminuer systématiquement la force de frottement dynamique moyenne* : le coefficient $\bar{\mu}$ décroît lorsque ε augmente. Ceci est illustré sur la figure 3.2.

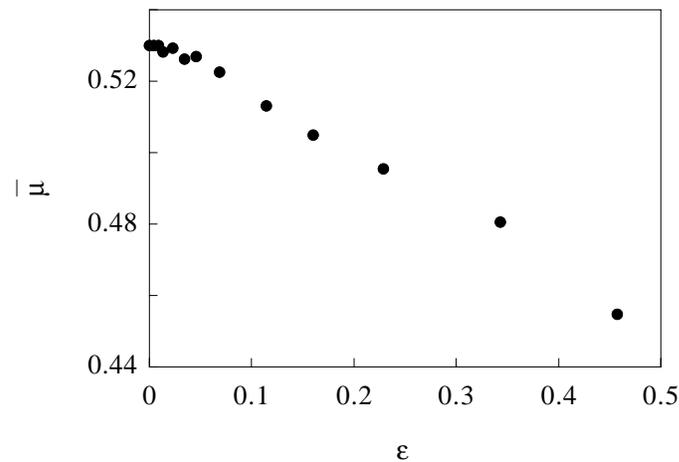


FIG. 3.2: Variations du coefficient de frottement moyen $\bar{\mu}$ avec l'amplitude de modulation ε . $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$, $f = 120 \text{ Hz}$, $W_0 = 7 \text{ N}$.

Les variations de la force de frottement moyenne deviennent supérieures à la résolution expérimentale pour $\varepsilon \gtrsim 0.025$, puis $\bar{\mu}$ décroît quasi-linéairement avec l'amplitude. À $\varepsilon = 0.5$, la chute relative de $\bar{\mu}$ est de 15%.

De plus, cet effet de la modulation d'amplitude ne dépend pas de la vitesse d'entraînement : la figure 3.3 présente des caractéristiques $\bar{\mu}(V)$ réalisées à différents ε , et on constate que le seul effet de la modulation de W est de décaler la courbe $\bar{\mu}(V)$ vers les plus faibles valeurs de $\bar{\mu}$, sans changer sa pente logarithmique $\partial\bar{\mu}/\partial\ln(V)$.

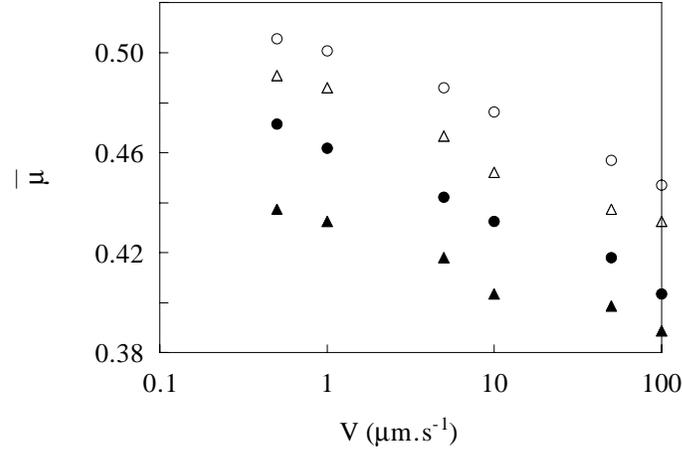


FIG. 3.3: Coefficient de frottement moyen $\bar{\mu}$ en fonction de la vitesse V , pour différentes valeurs de l'amplitude de modulation. $W_0 = 7$ N et $f = 120$ Hz. (\circ) : $\varepsilon = 0$, (\triangle) : $\varepsilon = 0.2$, (\bullet) : $\varepsilon = 0.35$, (\blacktriangle) : $\varepsilon = 0.5$

3.2.1.2 Contenu harmonique de la réponse

La réponse tangentielle oscillante est faiblement anharmonique : l'évolution, en fonction de ε , des amplitudes réduites du premier et deuxième harmonique, $\mu_1 = |F_1|/W_0$ et $\mu_2 = |F_2|/W_0$, est présentée sur les figures 3.4 et 3.5.

L'amplitude μ_1 augmente de façon monotone avec ε , et ne dépend pas significativement de la vitesse d'entraînement. Notons qu'à $\varepsilon \simeq 0.5$, l'amplitude $\mu_1 \simeq 10^{-3}$, inférieure de deux ordres de grandeur au décalage de $\bar{\mu}$ à la même amplitude.

L'amplitude du deuxième harmonique, également croissante avec ε , dépend de façon significative de la vitesse : μ_2 diminue lorsque V décroît (figure 3.5). Le rapport μ_2/μ_1 varie typiquement dans une gamme 0.1–0.2.

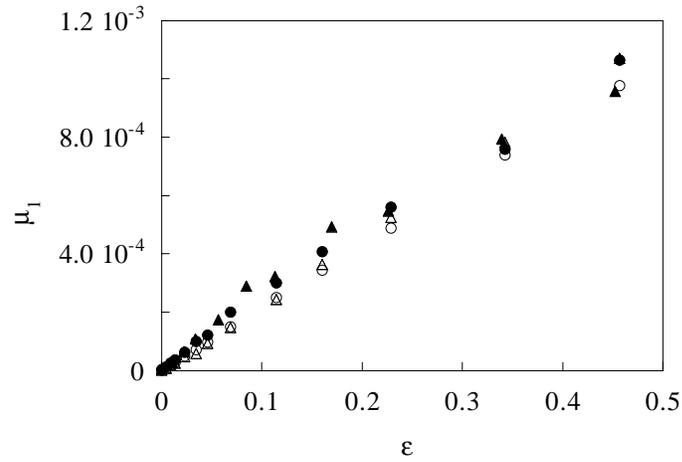


FIG. 3.4: Variations de l'amplitude du premier harmonique avec ε . $W_0 = 7 \text{ N}$ et $f = 120 \text{ Hz}$. (\circ, \triangle) : $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$, (\bullet, \blacktriangle) : $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$.

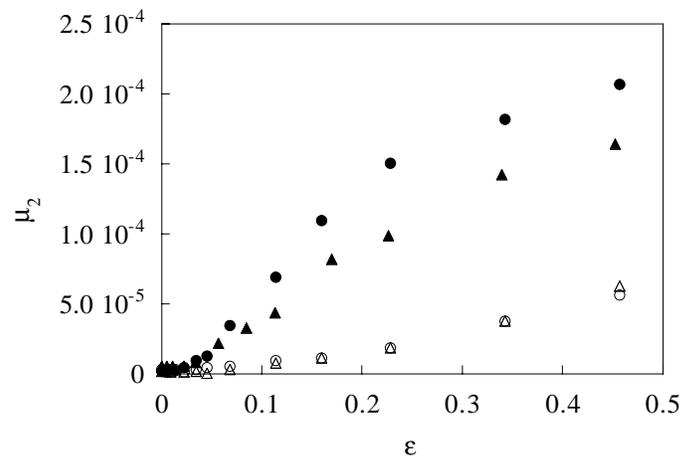


FIG. 3.5: Variations de l'amplitude du deuxième harmonique avec ε . $W_0 = 7 \text{ N}$ et $f = 120 \text{ Hz}$. (\circ, \triangle) : $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$, (\bullet, \blacktriangle) : $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$.

3.2.2 Bifurcation vers le stick-slip

La valeur critique de la charge normale moyenne, W_0^c , est plus élevée en présence de la modulation de W : $W_0^c(V, \varepsilon) > W_0^c(V, 0)$.

Cet effet est d'autant plus marqué que l'amplitude de la modulation est élevée. Ceci est illustré sur la figure 3.6, où la valeur de K/W_0^c est portée, dans le diagramme de phase ($K/W, V$), pour plusieurs valeur de ε .

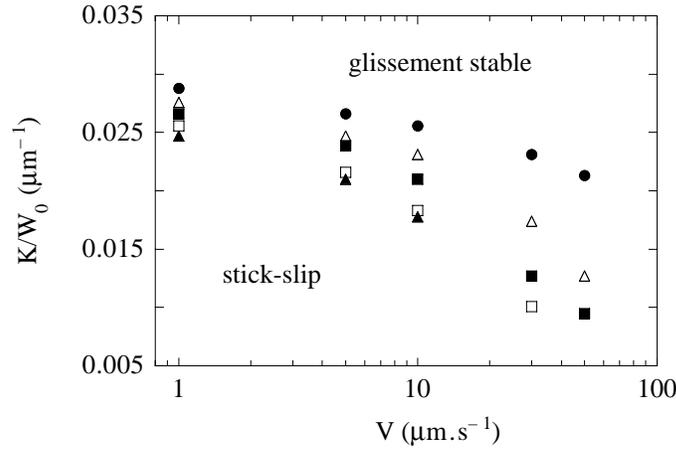


FIG. 3.6: Diagramme de phases dynamique pour différentes amplitudes de la modulation à $f = 100$ Hz. Les symboles représentent la position de la ligne de bifurcation $K/W_0^c(V, \varepsilon)$. (●) : $\varepsilon = 0$, (△) : $\varepsilon = 0.1$, (■) : $\varepsilon = 0.21$, (□) : $\varepsilon = 0.3$, (▲) : $\varepsilon = 0.42$.

Une modulation de la charge normale *stabilise* donc le glissement. C'est ce que l'on voit clairement sur la figure 3.7, où la réponse du système passe du régime de stick-slip à celui du glissement stable lorsque l'amplitude de la modulation augmente. Une fois le glissement stabilisé, la force tangentielle ne présente plus que l'oscillation qui résulte de l'excitation à la fréquence f .

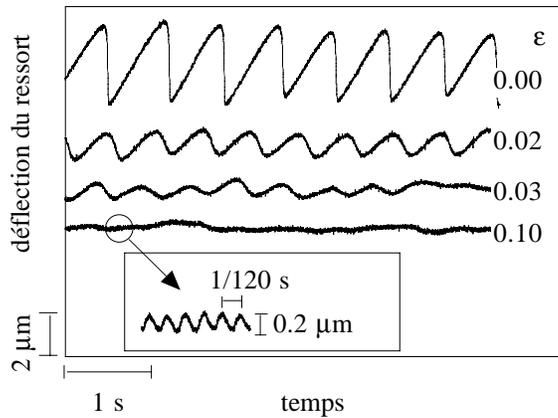


FIG. 3.7: Évolution temporelle de la déflexion du ressort de charge, à $V = 8 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, pour différentes amplitudes de modulation (les valeurs sont portées sur les courbes). Un décalage vertical arbitraire des courbes a été effectué pour faciliter la lecture. L'agrandissement montre, en glissement stable, la réponse tangentielle oscillante à $f = 120$ Hz.

3.2.3 Rôle de la couche d'air interfaciale

Les résultats qui viennent d'être présentés sont issus d'expériences réalisées à la pression atmosphérique. Lorsque l'interface est formée entre le patin et la piste, une couche d'air, dont l'épaisseur est de l'ordre du micromètre (*i.e.* comparable à la rugosité rms des surfaces), est présente entre les surfaces.

Les variations de la charge normale sont donc *a priori* supportées en parallèle par les microcontacts et la couche d'air interfaciale. Lorsque la charge augmente (resp. diminue), la surpression (resp. dépression) induit un échappement (resp. une entrée) de l'air par les bords de l'échantillon, et la vitesse de l'écoulement est limitée par la viscosité de l'air. Ceci se traduit en particulier par un "effet de ventouse" nettement sensible lorsqu'on sépare manuellement le patin de la piste. On s'attend donc à ce que cette couche d'air interfaciale joue un rôle significatif dans la réponse à une modulation de charge normale.

Afin de quantifier cet effet, nous avons procédé à une série d'expériences sous vide. Le montage décrit au paragraphe 3.1.2 a été placé dans une enceinte maintenue à la pression $P = 1$ mbar. À cette pression, le libre parcours moyen des molécules d'air est de l'ordre de $10 \mu\text{m}$, c'est à dire plus grand que l'intervalle moyen entre les surfaces, ce qui assure que les effets hydrodynamiques ci-dessus sont négligeables.

Nous avons tout d'abord, en l'absence de modulation de W , mesuré le coefficient de frottement dynamique à $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$: $\mu_d \approx 0.5$. Cette valeur est, à la résolution expérimentale près, identique à celle obtenue à la pression atmosphérique (fig. 3.3), ce qui indique que la couche d'air interfaciale ne joue aucun rôle lorsqu'elle est simplement cisailée.

Le même protocole que celui décrit au §3.1.3 a alors été suivi afin de mesurer $\bar{\mu}(\varepsilon)$, à $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$ et $f = 200 \text{ Hz}$ ¹. Les variations de $\bar{\mu}$ en fonction de ε , $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon) = \bar{\mu}(\varepsilon) - \bar{\mu}(0)$, à $P = 1$ mbar et $P = 1$ atm, sont présentées sur la figure 3.8.

On constate qu'à ε donné, la variation de $\bar{\mu}$ est plus importante sous vide qu'à la pression atmosphérique. De plus, lorsqu'on porte les données à $P = 1$ atm en fonction d'une amplitude effective de modulation $\varepsilon_{eff} = 0.4\varepsilon$, elles se rabattent sur celles obtenues sous vide.

Le calcul, dans une géométrie simplifiée, de la contribution élastohydrodynamique de la couche d'air à la réponse interfaciale (voir annexe B.2 page 132) montre que le rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$ ne dépend pas de ε . Il est donc justifié de s'affranchir des effets de l'air en portant les données expérimentales obtenues à $P = 1$ atm en fonction de ε_{eff} .

¹Nous n'avons pas pu utiliser, dans cette expérience de contrôle, la fréquence $f = 120 \text{ Hz}$ à laquelle ont été obtenus la plupart des résultats à la pression atmosphérique, à cause d'une résonance mécanique proche de 120 Hz de la chambre à vide.

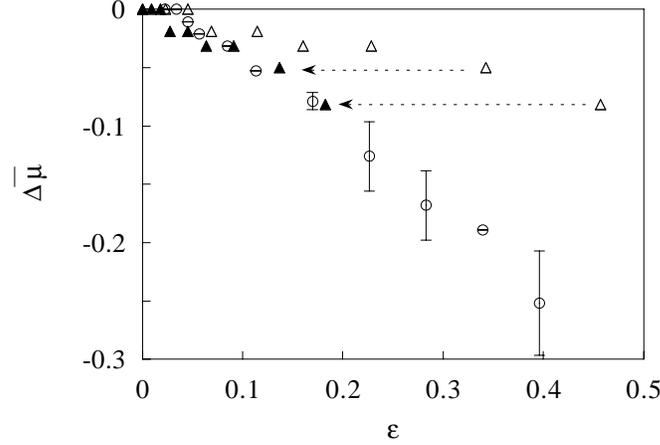


FIG. 3.8: Variation $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon) = \bar{\mu}(\varepsilon) - \bar{\mu}(0)$. $W_0 = 7 \text{ N}$, $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$ et $f = 200 \text{ Hz}$. (Δ) : $P = 1 \text{ atm}$, (\circ) : $P = 1 \text{ mbar}$. (\blacktriangle) : la même série de données obtenue à la pression atmosphérique, portée en fonction de 0.4ε . Les barres d'erreur sur les données à $P = 1 \text{ mbar}$ correspondent à la dispersion sur trois mesures.

Toutefois, l'incertitude sur la détermination du rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$ est, compte tenu de la dispersion de $\bar{\mu}$, de l'ordre de 20%. D'autre part, nous n'avons pas de données expérimentales sur l'éventuelle dépendance en fréquence de ε_{eff} . Le calcul prédit une très faible dépendance en f de $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$, mais ce résultat dépend crucialement de la valeur de la raideur normale de l'interface, qui est difficile à mesurer avec précision. Pour ces raisons, nous considérerons dans la suite le rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$ comme un paramètre libre, et nous utiliserons la valeur $\varepsilon_{eff}/\varepsilon = 0.4$ déterminée expérimentalement comme valeur d'essai.

3.3 MODÈLE ET DISCUSSION

Les résultats expérimentaux que nous venons de présenter montrent qu'une modulation de charge normale a des conséquences notables sur le glissement :

- le coefficient de frottement dynamique moyen diminue de 15% lorsque la charge est modulée de 50% (fig. 3.2),
- une modulation de 10% est suffisante pour supprimer des oscillations de stick-slip fortement anharmoniques (fig. 3.7).

Ces résultats, en accord avec les tendances observées dans les études antérieures [50–52], sont cependant obtenus pour des amplitudes de modulation bien inférieures à celles utilisées ($\varepsilon \gtrsim 100\%$) dans les travaux précédents. Les effets observés ici ne peuvent donc pas être imputés à une rupture périodique du contact entre les solides.

Notons également qu'une description du frottement dynamique en termes d'un coefficient de frottement constant ne permet pas de rendre compte de l'effet de la modulation de charge normale sur la force de frottement moyenne. Si on suppose en effet, comme dans les lois d'Amontons-Coulomb, que $F = \mu W$, avec μ constant, une modulation harmonique de W résulte alors en une modulation de F d'amplitude proportionnelle, autour d'une valeur moyenne \bar{F} inchangée.

Un couplage non linéaire entre la force de frottement et les variations de charge normale est donc nécessaire pour produire les effets observés. Nous interprétons, dans la partie suivante, nos résultats dans le cadre du modèle de Rice et Ruina, qui couple naturellement de façon non-linéaire la vitesse et l'âge à la charge normale.

3.3.1 Prédications du modèle de Rice et Ruina en glissement stable

En présence d'une modulation harmonique de la charge normale, à la fréquence $f = \omega/(2\pi)$, l'équation de mouvement du centre de gravité du patin s'écrit :

$$M\ddot{x} = K(Vt - x) - W_0 [1 + \varepsilon \cos(\omega t)] \left[\mu_0 + A \ln \left(\frac{\dot{x}}{V_0} \right) + B \ln \left(\frac{\phi V_0}{D_0} \right) \right] \quad (3.1)$$

où $x(t)$ est la position du centre de masse du patin relativement à la piste.

La variable dynamique ϕ évolue selon la loi (2.19) que nous réécrivons ici :

$$\dot{\phi} = 1 - \frac{\dot{x}\phi}{D_0} \quad (3.2)$$

Les paramètres A , B et D_0 du modèle sont déterminés expérimentalement, en suivant la procédure décrite au §2.4, à partir des données obtenues en l'absence de modulation de W : $A = 0.013 \pm 0.005$, $B = 0.026 \pm 0.01$, $D_0 = 0.4 \pm 0.04 \mu\text{m}$.

3.3.1.1 Calcul de perturbation

Considérons tout d'abord le cas où $\varepsilon \ll 1$, dans lequel nous pouvons linéariser les équations (3.1) et (3.2) et calculer les réponses à fréquences 0, f et $2f$, c'est à dire $\Delta\mu$, μ_1 et μ_2 . Nous donnons ci-dessous le calcul détaillé de la réponse à la fréquence f , qui s'obtient par un développement au premier ordre en ε .

Les équations sont linéarisées autour de l'état stationnaire à la vitesse V , sans modulation de charge normale, pour lequel :

$$\phi_{st} = D_0/V, \quad x_{st} = Vt - \mu(V)W_0/K$$

En posant

$$\begin{cases} \delta\phi = \phi - \phi_{st} = \text{Re}(\varepsilon\phi_1 \exp(i\omega t)) \\ \delta x = x - x_{st} = \text{Re}(\varepsilon X_1 \exp(i\omega t)) \end{cases}$$

les équations (3.1) et (3.2) deviennent, au premier ordre en ε :

$$\left(-M\omega^2 + K + iW_0\omega\frac{A}{V}\right) X_1 + W_0\frac{BV}{D_0}\phi_1 = -W_0\bar{\mu}(V) \quad (3.3)$$

et

$$i\frac{\omega}{V}X_1 + \left(i\omega + \frac{V}{D_0}\right)\phi_1 = 0 \quad (3.4)$$

où $\bar{\mu}(V) = \mu_0 - (B - A) \ln(V/V_0)$. Ce qui conduit à :

$$X_1 = -\frac{W_0\bar{\mu}}{\Delta} \left(i\omega + \frac{V}{D_0}\right) \quad (3.5)$$

$$\phi_1 = \frac{i\omega W_0\bar{\mu}}{V\Delta} \quad (3.6)$$

où Δ s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta = \frac{KV}{D_0} \left(\frac{\omega}{\Omega_c}\right)^2 & \left[-\frac{K_c}{K} + \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) \left(\frac{\Omega_c}{\omega}\right)^2 \right. \\ & \left. - i \left(\frac{\Omega_c}{\omega}\right) \sqrt{\frac{B-A}{A}} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - \left(1 - \frac{K_c}{K}\right) \right) \right] \end{aligned}$$

avec les expressions des paramètres critiques (voir §2.4) :

$$K_c = \frac{(B-A)W_0}{D_0}, \quad \Omega_c = \sqrt{\frac{B-A}{A}} \frac{V}{D_0}$$

La raideur du ressort de charge est telle que $K/K_c \gtrsim 1$. Nos expériences ont été réalisées à $\omega \approx 750 \text{ s}^{-1}$. La fréquence inertielle $\omega_0 = \sqrt{K/M} \approx 300 \text{ s}^{-1}$. À $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$, et avec les valeurs déterminées pour A, B, D_0 : $(B-A)/A \sim 1$ et la pulsation critique $\Omega_c \approx 25 \text{ s}^{-1}$, c'est à dire :

$$\Omega_c \ll \omega, \omega_0$$

Ceci conduit à $\Delta \approx -\omega^2 AW_0/V$. On constate donc que dans nos conditions expérimentales, compte tenu de $(\Omega_c/\omega) \ll 1$, et malgré le fait que $(\omega/\omega_0) > 1$, l'inertie du patin n'est pas pertinente dans la réponse du système.

Finalement, la correction à fréquence f s'écrit :

$$\mu_1 = \frac{K |X_1|}{W_0} \varepsilon \approx \frac{\varepsilon \bar{\mu} V}{A \omega W_0} \frac{K}{W_0} \quad (3.7)$$

On remarque que dans ce régime de perturbation, l'amplitude μ_1 dépend linéairement de la vitesse, ce qui n'est pas le cas expérimentalement.

De la même manière, un développement au deuxième ordre en ε permet d'obtenir les corrections à $2f$ et à fréquence nulle :

$$\mu_2 \approx \frac{V}{\omega} \frac{K \bar{\mu}^2}{2W_0 A^2} \varepsilon^2 \quad (3.8)$$

$$\Delta \bar{\mu} \approx -\frac{\bar{\mu} (\bar{\mu} + 2A)}{4A} \varepsilon^2 \quad (3.9)$$

3.3.1.2 Conclusions du calcul de perturbation

Ces résultats analytiques nous permettent de tirer des conclusions importantes :

- Le modèle de Rice et Ruina prédit effectivement une diminution du coefficient de frottement dynamique moyen ($\Delta \bar{\mu} < 0$ dans l'équation (3.9)) en présence d'une modulation de charge normale de faible amplitude.
- Si l'on compare les corrections relatives sur la vitesse et la variable d'âge, on obtient :

$$\left| \frac{\delta \phi / \phi_{st}}{\delta \dot{x} / V} \right| \approx \frac{\Omega_c}{\omega} \ll 1 \quad (3.10)$$

Ceci montre que dans nos conditions expérimentales, où la fréquence d'excitation est très supérieure à la fréquence des oscillations de stick-slip, *la réponse tangentielle est contrôlée par les modulations de vitesse*, et les modulations de la variable d'âge jouent un rôle négligeable.

- Le "petit paramètre" du développement en perturbation s'écrit :

$$\left| \frac{\delta \dot{x}}{V} \right| = \frac{\varepsilon \bar{\mu}}{A} \simeq 50\varepsilon \quad (3.11)$$

Le traitement en perturbation n'est donc légitime que pour $\varepsilon \ll 10^{-3}$.

Expérimentalement, des variations significatives de $\bar{\mu}$ sont observées pour $\varepsilon \gtrsim 0.025$, et la remarque ci-dessus montre que les amplitudes correspondant au régime de perturbation sont par conséquent hors de la gamme explorée.

Pour comparer nos résultats expérimentaux avec les prédictions du modèle, il est donc nécessaire d'intégrer numériquement les équations de Rice et Ruina.

3.3.1.3 Diminution du coefficient de frottement moyen

Le résultat de l'intégration numérique des équations (3.1) et (3.2) est présenté, pour $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon) = \bar{\mu}(0) - \bar{\mu}(\varepsilon)$, sur la figure 3.9.

Le modèle de Rice et Ruina prédit une très faible dépendance en vitesse de la variation du coefficient de frottement moyen, comme c'est le cas expérimentalement.

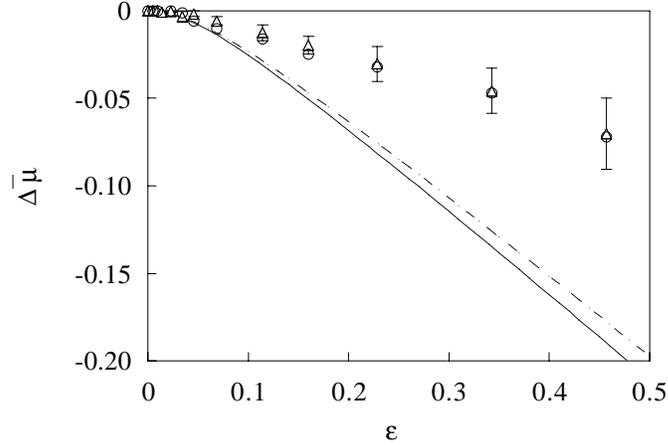


FIG. 3.9: Prédications du modèle de Rice et Ruina pour $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon)$. $W_0 = 7 \text{ N}$, $f = 120 \text{ Hz}$. (—) : prédiction à $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$, (---) : prédiction à $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$. Symboles : résultats à $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$ (o), et $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$ (Δ). Les points expérimentaux représentés sont des moyennes sur trois séries de données, les barres d'erreur correspondent à la dispersion des mesures.

Nous avons vu, au §3.2.3, qu'une partie de l'excitation est portée par la couche d'air interfaciale, et que la fraction transmise aux microcontacts peut être représentée par une amplitude effective ε_{eff} . L'amplitude de modulation qui apparaît dans l'équation (3.1) doit donc être comprise comme ε_{eff} , et c'est en fonction de cette amplitude effective qu'il faut porter les résultats expérimentaux pour les comparer à ceux du modèle.

Un très bon accord est obtenu entre les prédictions du modèle et les données expérimentales portées en fonction de $\varepsilon_{eff} = 0.48\varepsilon$ (fig. 3.10).

La valeur du rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon = 0.48$, que nous utiliserons dans le reste de la discussion sur le glissement stable, est compatible avec celle déterminée expérimentalement (voir §3.2.3).

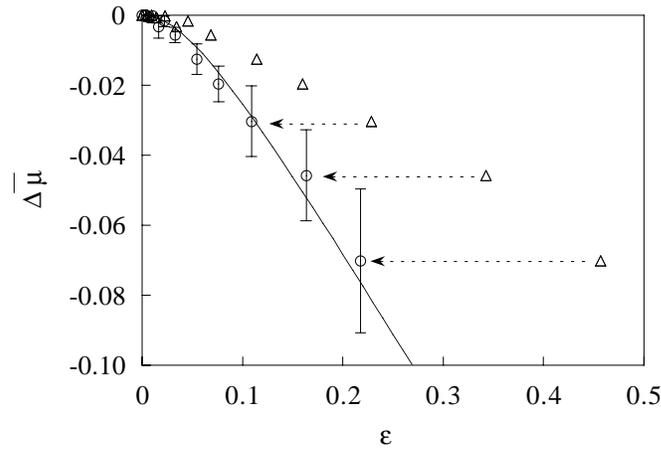


FIG. 3.10: Détermination du paramètre $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$ à partir de $\Delta\bar{\mu}$. $W_0 = 7$ N, $f = 120$ Hz, $V = 1 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. (Δ) : données expérimentales $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon)$, (\circ) : la même série de données portée en fonction de $\varepsilon_{eff} = 0.48\varepsilon$. (—) : prédiction du modèle de Rice et Ruina.

3.3.1.4 Réponse tangentielle oscillante

Les prédictions concernant les amplitudes réduites des harmoniques sont présentées sur les figures 3.11a et 3.11b.

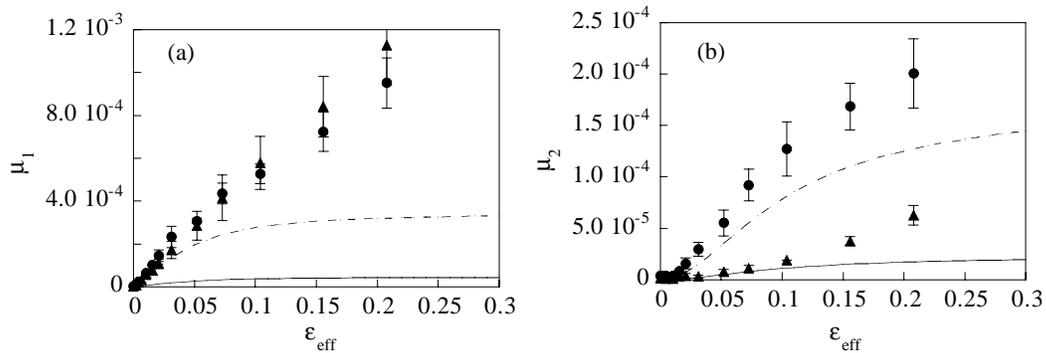


FIG. 3.11: Comparaison des prédictions du modèle de Rice et Ruina (traits) et des données expérimentales (symboles). $W_0 = 7$ N, $f = 120$ Hz. (a) : $\mu_1(\varepsilon_{eff})$, et (b) : $\mu_2(\varepsilon_{eff})$. (—) et (\blacktriangle) : $V = 1 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, (---) et (\bullet) : $V = 10 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Remarquons tout d'abord que μ_1 et μ_2 , calculés numériquement, dépendent de la vitesse de façon quasi-linéaire, comme le prédit le calcul de perturbation. De plus, le modèle prédit une saturation de μ_1 et μ_2 à amplitude de modulation

élevée. Ces deux points sont en désaccord avec les observations expérimentales.

Ainsi, malgré un bon accord avec les observations pour $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon_{eff}, V)$, le modèle de Rice et Ruina “standard” ne permet pas de rendre compte du détail de la réponse interfaciale à une modulation de charge normale.

3.3.2 Réinterprétation du terme de rhéologie interfaciale

Nous avons tacitement supposé, dans l’analyse qui précède, que la rhéologie interfaciale, *i.e.* $\sigma_s(\dot{x})$, le vieillissement géométrique, *i.e.* $\Sigma_r(\phi)$, et la loi d’évolution de l’âge ϕ n’étaient pas affectés par la modulation de charge normale. Le calcul de perturbation (voir §3.3.1.1) nous a montré que dans nos conditions expérimentales, la réponse tangentielle à la modulation de charge est dominée par les modulations de vitesse, et que les variations d’âge jouent un rôle négligeable². Ceci suggère donc de modifier essentiellement le terme décrivant la rhéologie interfaciale.

La contrainte σ_s décrit la plasticité de la jonction adhésive d’épaisseur nanométrique entre les aspérités (voir §2.5), et fait par conséquent intervenir un taux de déformation *irréversible* de cette jonction.

Nous avons vu d’autre part que lorsque $F \ll F_s$, le système présente une réponse élastique gouvernée par la déformation en volume des aspérités (voir §2.2.3).

Le glissement correspond donc à l’écoulement plastique de la jonction adhésive, entraînée par les aspérités déformées élastiquement. L’interface peut être représentée schématiquement (figure 3.12) par un élément élastique de raideur κ — la raideur de l’ensemble des aspérités en contact — en série avec un élément dissipatif frottant : la jonction.

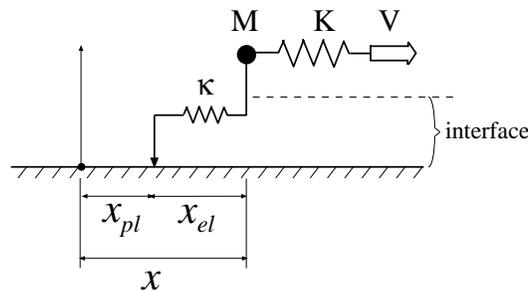


FIG. 3.12: Représentation schématique de l’interface.

²Nous discutons dans le paragraphe §3.3.4 la modification de la loi d’âge proposée par Linker et Dieterich.

Le déplacement x du centre de masse du patin se compose ainsi d'une partie irréversible x_{pl} , et d'une partie élastique réversible x_{el} . La force tangentielle $F = K(Vt - x)$ appliquée au patin est reliée à x_{el} et \dot{x}_{pl} , en négligeant l'inertie du patin, par :

$$F = \kappa x_{el} = \mathcal{F}(\dot{x}_{pl}) \quad (3.12)$$

où $\mathcal{F}(\dot{x}_{pl})$ est la loi de frottement de l'élément dissipatif.

La vitesse du centre de masse du patin s'écrit donc :

$$\dot{x} = \dot{x}_{el} + \dot{x}_{pl} = \frac{d(F/\kappa)}{dt} + \mathcal{F}^{-1}(F)$$

et l'expression de la force tangentielle F est finalement :

$$F = \mathcal{F}\left(\frac{d}{dt}(x - F/\kappa)\right) \quad (3.13)$$

Les équations (2.18) et (2.19) du modèle de Rice et Ruina doivent donc, en gardant la même forme fonctionnelle, faire intervenir la *vitesse de glissement "vraie"* \dot{x}_{pl} , et non pas \dot{x} .

Cette distinction traduit donc l'élasticité finie de l'interface³. Elle est essentielle dans le cas où la charge normale dépend du temps. En effet, nous avons vu dans l'introduction que la raideur interfaciale est proportionnelle à la charge normale : $\kappa = W/\lambda$. En présence d'une modulation de W , la raideur interfaciale est elle-même modulée, *via* le terme $d(F/\kappa)/dt$ présent dans l'équation (3.13), qui joue alors un rôle essentiel dans la dynamique⁴.

L'équation de mouvement du centre de masse du patin (3.1) devient ainsi :

$$M\ddot{x} = K(Vt - x) - W(t) \left[\mu_0 + A \ln \left[\frac{1}{V_0} \frac{d}{dt} \left(x - \frac{\lambda K}{W(t)} (Vt - x) \right) \right] + B \ln \left(\frac{V_0 \phi}{D_0} \right) \right] \quad (3.14)$$

et l'équation d'évolution de l'âge ϕ s'écrit⁵ :

$$\dot{\phi} = 1 - \frac{\dot{x}_{pl}\phi}{D_0} \quad (3.15)$$

Le paramètre λ est mesuré à partir d'expériences de charge/décharge, pour des forces tangentielles très inférieures au seuil statique, à différentes valeurs de la charge normale : $\lambda = 0.62 \pm 0.15 \mu\text{m}$. Étant donnée l'incertitude sur ce paramètre, nous avons choisi d'intégrer numériquement le système d'équations (3.14)-(3.15) pour différentes valeurs de λ .

³Si $1/\kappa = 0$, on retrouve $\dot{x}_{pl} = \dot{x}$

⁴Remarquons qu'en glissement stationnaire sous charge constante, F/κ ne dépend pas du temps, et on retrouve la dépendance usuelle en \dot{x} de la force de frottement.

⁵C'est bien \dot{x}_{pl} , la vitesse de glissement vraie, qui contrôle le renouvellement des micro-contacts en glissement.

3.3.2.1 Prédiction du modèle de Rice et Ruina étendu.

Le meilleur ajustement des données, obtenu avec $\lambda = 0.7 \mu\text{m}$ (compatible avec la valeur ci-dessus, compte tenu de la barre d'erreur), est présenté sur la figure 3.13.

L'accord entre les prédictions du modèle de Rice et Ruina étendu et les résultats expérimentaux est maintenant très satisfaisant pour *l'ensemble* des données :

- La décroissance du coefficient de frottement moyen, peu affectée par la prise en compte de la raideur interfaciale dans les équations, est en excellent accord avec les données expérimentales de $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon_{eff}, V)$.
- Les prédictions des variations de μ_1 et μ_2 avec ε_{eff} sont en bon accord avec les expériences, et ne présentent plus de saturation aux ε_{eff} élevées (figs. 3.13b et 3.13c).
- Le modèle étendu rend correctement compte des dépendances en vitesse de μ_1 et μ_2 .

La prise en compte de l'élasticité interfaciale dans le modèle de Rice et Ruina est donc *nécessaire* pour décrire en détails les effets de la modulation de charge normale sur la réponse en glissement stable.

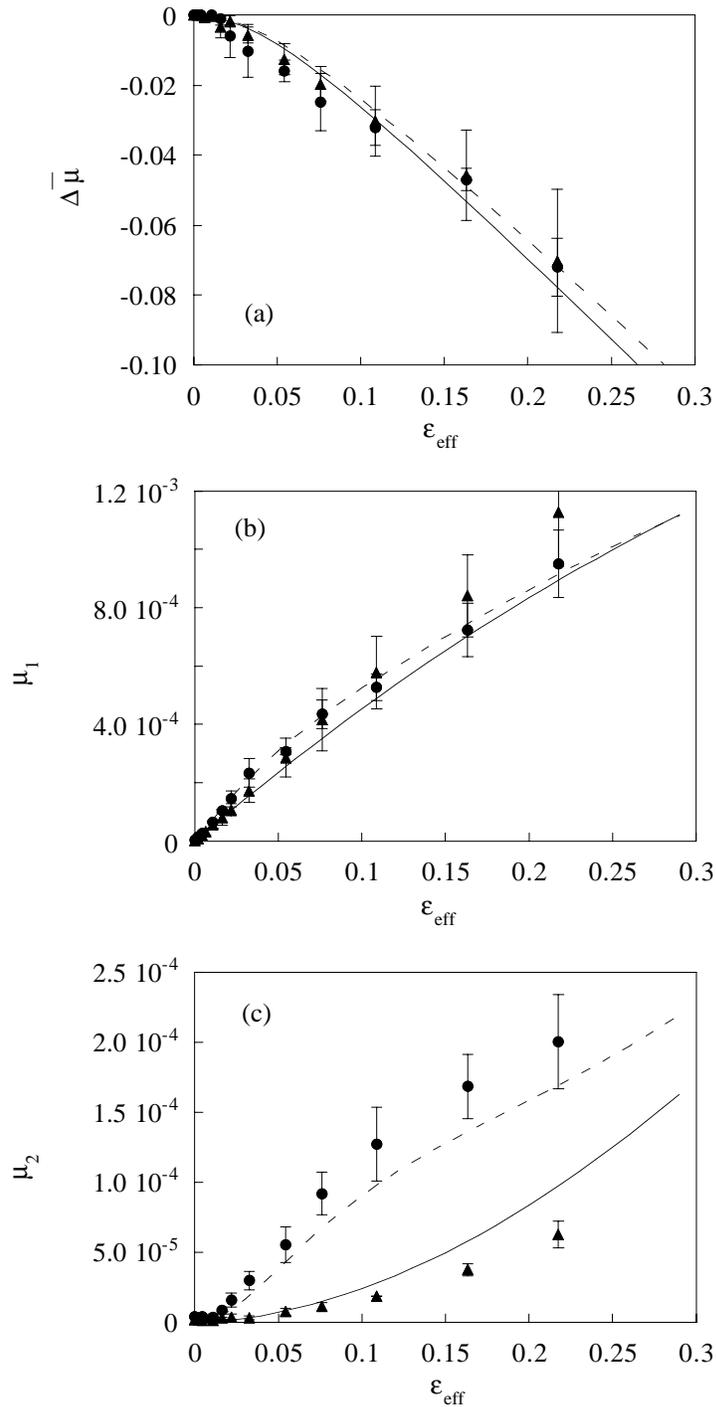


FIG. 3.13: Comparaison des résultats expérimentaux et des prédictions du modèle de Rice et Ruina *étendu*. $W_0 = 7 \text{ N}$, $f = 120 \text{ Hz}$. (a) : $\Delta\bar{\mu}(\epsilon_{eff})$, (b) : $\mu_1(\epsilon_{eff})$, (c) : $\mu_2(\epsilon_{eff})$. $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$: prédictions (—) et expériences (\blacktriangle). $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$: prédictions (---) et expériences (\bullet).

3.3.3 Étude de la bifurcation

Nous pouvons maintenant utiliser le modèle de Rice et Ruina, étendu pour tenir compte de la raideur interfaciale finie, pour étudier la bifurcation entre glissement stable et stick-slip [56].

En présence d'une modulation de W , l'étude de la transition entre les deux régimes dynamiques consiste à chercher, autour d'un état stable où ϕ et x présentent des composantes harmoniques aux fréquences multiples de la fréquence d'excitation ω , la condition d'apparition d'une réponse à une fréquence $\Omega \neq n\omega$. L'étude numérique de ce problème a été réalisée en collaboration avec A. Cochard [56], qui a utilisé le logiciel CANDYS/QA, permettant l'analyse semi-automatique de la stabilité des solutions d'équations dynamiques. Nous présentons dans la suite le système d'équations employé, et la méthode de détermination expérimentale des paramètres du modèle.

Afin de rendre compte de la dépendance en vitesse du paramètre critique $(K/W_0)_c$ observé expérimentalement (fig. 3.6), nous utilisons l'expression suivante pour le coefficient de frottement (voir §2.5.2 chapitre 2) :

$$\mu(\dot{x}_{pl}, \phi) = \mu_0 + A \ln \left(\frac{\dot{x}_{pl}}{V_0} \right) + B \ln \left(1 + \frac{V_{sat}\phi}{D_0} \right) \quad (3.16)$$

Cette expression tient compte, *via* V_{sat} , de la saturation du vieillissement géométrique à vitesse élevée (voir §2.5.1 page 32).

L'analyse de stabilité linéaire, en l'absence de modulation et en utilisant l'expression (3.16) de la force de frottement, conduit à (voir annexe A.2) :

$$\left. \frac{KD_0}{W_0} \right|_c = \frac{B}{1 + V/V_{sat}} - A$$

et

$$\Omega_c = \frac{V}{D_0} \sqrt{\frac{B - A}{A} - \frac{B}{A(1 + V_{sat}/V)}}$$

Les paramètres A , B , D_0 et V_{sat} sont alors déterminés, sous charge normale constante, de la façon suivante :

(i) En glissement stationnaire, le coefficient de frottement $\mu_d(V)$ présente une décroissance logarithmique sur toute la gamme de vitesse 0.1–100 $\mu\text{m.s}^{-1}$. La vitesse de saturation V_{sat} est donc supérieure à 100 $\mu\text{m.s}^{-1}$, et on mesure la pente $\partial\mu_d/\partial \ln V \simeq B - A$.

(ii) La valeur du paramètre critique K/W_0 , mesurée à 10 $\mu\text{m.s}^{-1}$, permet de déterminer D_0 .

(iii) À partir de la fréquence des oscillations au seuil de la bifurcation, à $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$, on obtient la valeur de A .

(iv) La vitesse V_{sat} est finalement déterminée à partir d'un ajustement de la courbe de bifurcation $(K/W_0)_c(V)$.

Les valeurs obtenues pour A , B et D_0 sont celles déjà mentionnées (§3.3.1 page 51), et $V_{sat} = 280 \pm 70 \mu\text{m.s}^{-1}$.

L'équation de mouvement du patin s'écrit, d'après la modification proposée au paragraphe précédent :

$$M\ddot{x} = K(Vt - x) - \kappa(x - x_{pl}) \quad (3.17)$$

où

$$\kappa(x - x_{pl}) = W(t) \left[\mu_0 + A \ln \left(\frac{\dot{x}_{pl}}{V_0} \right) + B \ln \left(1 + \frac{V_{sat}\phi}{D_0} \right) \right] \quad (3.18)$$

avec $\kappa = W(t)/\lambda$.

La loi d'évolution de l'âge est :

$$\dot{\phi} = 1 - \frac{\dot{x}_{pl}\phi}{D_0} \quad (3.19)$$

elle fait intervenir également la vitesse de glissement "vrai", qui contrôle le renouvellement des microcontacts.

Les équations (3.17), (3.18) et (3.19) sont utilisées pour l'étude numérique de la stabilité du glissement.

Compte tenu des incertitudes sur les valeurs des différents paramètres, nous avons choisi de laisser A , B , D_0 , λ , V_{sat} , et le rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$ libres. À partir des valeurs déterminées expérimentalement, qui servent de valeurs d'essai, les paramètres sont variés, dans la limite des barres d'erreur, afin d'obtenir le meilleur ajustement entre les prédictions du modèle et l'*ensemble* des résultats présentés sur la figure 3.6. Le résultat de cette optimisation est donné dans le tableau 3.2.

Paramètre	A	B	D_0 (μm)	V_{sat} ($\mu\text{m.s}^{-1}$)	λ (μm)	$\varepsilon_{eff}/\varepsilon$
Valeur d'essai	0.013 (± 0.005)	0.023 (± 0.01)	0.4 (± 0.04)	280 (± 70)	0.62 (± 0.15)	0.48 (± 0.1)
Valeur optimisée	0.0126	0.0241	0.402	256	0.56	0.43

TAB. 3.2: Valeurs d'essai et optimisées des paramètres du modèle. Entre parenthèses figurent les incertitudes expérimentales sur valeurs des différents paramètres.

Les prédictions de la position de la bifurcation en fonction de la vitesse et de l'amplitude de modulation de charge sont présentées sur la figure 3.14.

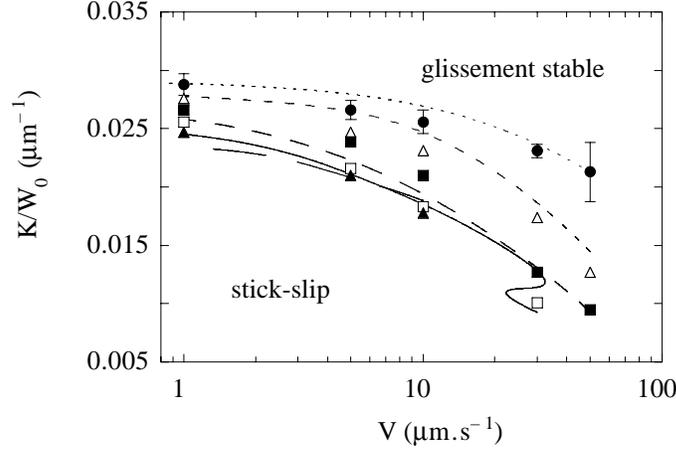


FIG. 3.14: Prédiction (traits) et détermination expérimentale (symboles) des courbes de bifurcation $K/W_0^c(V, \varepsilon_{eff})$, à $f = 100$ Hz. (●) et (.....) : $\varepsilon_{eff} = 0$. (△) et (---) : $\varepsilon_{eff} = 0.045$. (■) et (- - -) : $\varepsilon_{eff} = 0.09$. (□) et (— — —) : $\varepsilon_{eff} = 0.13$. (▲) et (——) : $\varepsilon_{eff} = 0.18$. Les barres d'erreur correspondent à l'incertitude sur la détermination de la charge critique W_0^c .

L'accord global entre les prédictions du modèle de Rice et Ruina étendu et les données expérimentales est très satisfaisant⁶ :

- Le modèle rend bien compte de l'effet de stabilisation du glissement par la modulation de charge normale, et de l'influence de ε_{eff} sur celui-ci.
- La position de la bifurcation en fonction de V et ε_{eff} est quantitativement bien décrite pour $\varepsilon_{eff} \lesssim 0.10$.

Aux amplitudes de modulation $\varepsilon_{eff} \gtrsim 0.10$, le diagramme de stabilité calculé est réentrant : par exemple, à $\varepsilon_{eff} = 0.13$ et $V = 30 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, le modèle prédit des bifurcations successives entre stick-slip, glissement stable, stick-slip, etc, lorsque K/W_0 augmente.

La modulation de charge normale pourrait ainsi avoir, pour certaines valeurs des paramètres de contrôle, un effet "déstabilisant". Nous n'avons pas observé expérimentalement ce comportement, qui résulte du couplage non-linéaire entre les oscillations de stick-slip et la modulation de charge. Il est important de noter que les prédictions du modèle à grande amplitude d'excitation sont particulièrement sensibles à la forme précise des termes non-linéaires en $\ln(\phi)$ et $\ln(\dot{x}_{pl})$, que nous connaissons mal (voir §2.5.2 page 32).

Compte tenu de cette forte sensibilité, il n'est pas légitime de comparer quantitativement les résultats du modèle et les observations expérimentales à grande amplitude de modulation.

⁶Nous avons par ailleurs fait l'étude de stabilité en utilisant le modèle de Rice et Ruina non modifié, *i.e.* en laissant \dot{x} dans la loi de frottement. Celui-ci ne prédit pas correctement l'effet combiné de V et ε_{eff} sur la bifurcation.

3.3.4 Discussion : effets de la modulation sur le vieillissement

L'extension du modèle de Rice et Ruina que nous avons proposée permet de décrire de façon très satisfaisante l'ensemble des résultats observés, dans des conditions expérimentales où la fréquence des oscillations de stick-slip du système est largement inférieure à la fréquence de modulation de la charge normale. Nous avons vu que dans ces conditions, les modulations de l'âge ϕ , induites par l'excitation, contribuent de façon négligeable à la réponse prédite par le modèle de Rice et Ruina.

La question des effets de la modulation de charge normale sur le vieillissement géométrique de l'interface n'en reste pas moins posée. Le fluage des aspérités est-il affecté par la modulation⁷ ? Doit-on modifier la loi de vieillissement $\Sigma_r(\phi)$, ou encore la loi d'évolution temporelle de ϕ ?

Linker et Dieterich ont proposé, en s'appuyant sur des expériences de sauts de charge normale, de modifier la loi d'évolution de la variable d'état [9]. À partir de l'analyse des transitoires de la force de frottement lors d'un saut de W , ils suggèrent qu'une augmentation (resp. diminution) rapide de charge normale induit une diminution (resp. augmentation) rapide de l'âge de l'interface.

Cette variation de l'âge avec la charge normale peut s'expliquer qualitativement de la façon suivante : lorsque la charge augmente, l'aire des microcontacts existants augmente élastiquement, et la zone de contact avant le saut se trouve ainsi entourée d'une couronne dans laquelle aucune déformation par fluage n'a encore eu lieu. D'autre part, de nouveaux microcontacts sont créés entre des aspérités qui n'ont pas encore flué (ou "vieilli"). L'âge moyen de l'interface après le saut devient ainsi plus faible (il y a, dans le contact, plus de surface "jeune"). Linker et Dieterich prennent ceci en compte en modifiant empiriquement l'équation (3.2) d'évolution de ϕ , qui devient :

$$\dot{\phi} = 1 - \frac{\dot{x}\phi}{D_0} - \frac{\xi \dot{W}}{B W} \phi \quad (3.20)$$

où ξ est déduit de l'analyse des transitoires, et B est le paramètre du modèle de Rice et Ruina. Dans leurs expériences avec du granite, Linker et Dieterich évaluent $\xi = 0.2$. Cette modification du modèle de Rice et Ruina leur permet de décrire qualitativement la forme des transitoires observés.

Richardson et Marone ont étudié, lors d'expériences de relaxation de force tangentielle, l'influence d'une modulation harmonique de la charge normale sur le vieillissement d'une couche granulaire fortement confinée⁸ [10]. Ils concluent

⁷Remarquons que ce type de question se pose également en mécanique, lors de l'étude de la fatigue des matériaux (solicitation cyclique).

⁸Plus précisément, leur étude est réalisée avec de la gouge, composée de grains de quartz de taille allant jusqu'à environ 100 μm , fortement compactée.

que la loi d'évolution de ϕ proposée par Linker et Dieterich ne rend pas correctement compte de leurs observations. Toutefois, pour un tel milieu granulaire confiné, la signification de ϕ est moins claire que pour une interface multi-contacts⁹, et ces expériences ne peuvent pas être considérées comme un test "définitif" de la loi (3.20) lorsque la charge normale est modulée.

Nous présentons donc ici les prédictions du modèle de Linker et Dieterich dans le cas où la charge normale $W = W_0(1 + \varepsilon \cos(\omega t))$.

Un calcul de perturbation au premier ordre en ε , en utilisant les équations (3.1) et (3.20), conduit à l'expression suivante pour l'amplitude du premier harmonique :

$$\mu_1 = \frac{\varepsilon|\bar{\mu} - \xi|}{A} \frac{V}{\omega} \frac{K}{W_0} \quad (3.21)$$

Le paramètre ξ de Linker et Dieterich apparaît, dans cette expression, comme une correction au coefficient de frottement moyen $\bar{\mu}$. La valeur $\xi = 0.2$ proposée pour le granite représente donc une fraction importante de $\bar{\mu}$ (≈ 0.7 pour le système de Linker et Dieterich), et on s'attendrait à des effets importants de cette correction sur la réponse tangentielle.

Quelle valeur de ξ choisir pour notre système PMMA/PMMA ? Le montage expérimental présenté au §3.1.2 ne permet pas de réaliser simplement des sauts de charge normale, et nous ne pouvons donc pas déduire ξ des expériences. On peut cependant estimer l'ordre de grandeur de ce paramètre en évaluant la variation d'aire de contact lors d'un saut de charge (voir annexe B.3 page 135), ce qui conduit à :

$$\xi \simeq B \ln \left(\frac{\phi}{\tau} \right)$$

En glissement à $V = 10 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, avec les valeurs des paramètres de Rice et Ruina obtenues pour le PMMA : $B = 0.023$, $D_0 = 0.4 \mu\text{m}$, et avec l'estimation du temps de coupure pour le fluage : $\tau \approx 10^{-2}$ s, nous évaluons alors $\xi \approx 0.03$.

Étant donné l'écart entre la valeur de Linker-Dieterich et l'estimation ci-dessus, nous choisissons d'intégrer numériquement les équations (3.1) et (3.20) pour plusieurs valeurs de ξ dans la gamme 0.02–0.2. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3.15.

⁹En effet, même si ces expériences de cisaillement d'une couche granulaire sont bien décrites par le modèle de Rice et Ruina lorsque la charge normale est constante, l'origine du vieillissement et de la rhéologie n'est pas clairement établie pour ce genre de système.

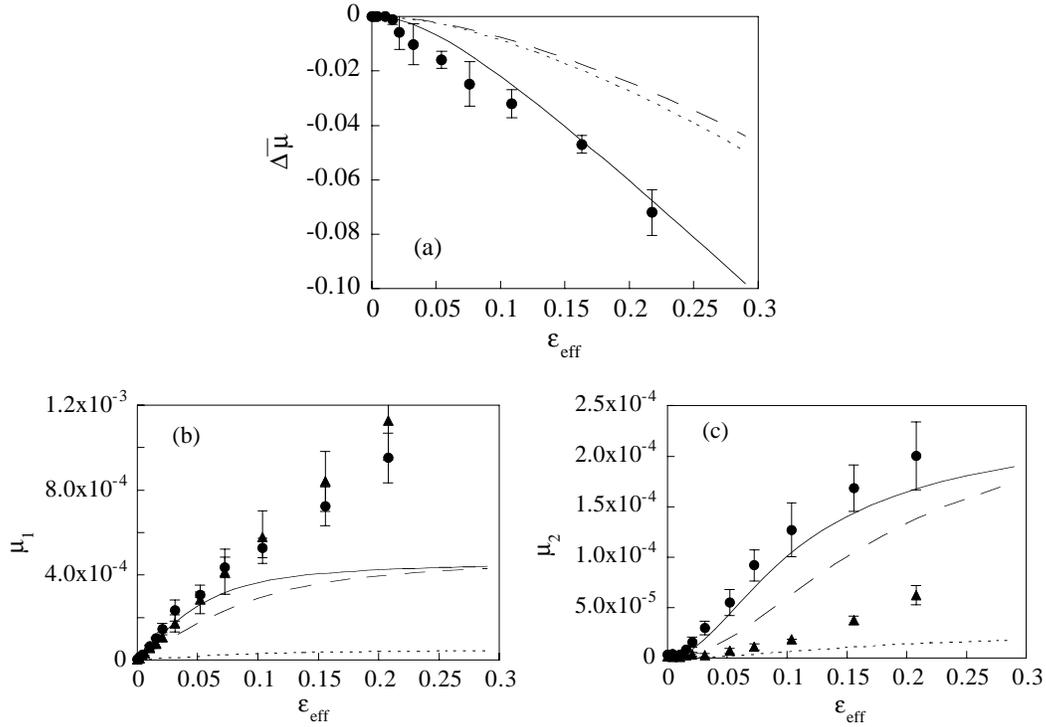


FIG. 3.15: Comparaison des résultats expérimentaux et des prédictions du modèle de Linker et Dieterich. $W_0 = 7$ N, $f = 120$ Hz. (a) : $\Delta\bar{\mu}(\varepsilon_{eff})$, (b) : $\mu_1(\varepsilon_{eff})$, (c) : $\mu_2(\varepsilon_{eff})$. Prédications du modèle pour $\xi = 0.2$ et $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$ (....), $\xi = 0.2$ et $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$ (---), $\xi = 0.02$ et $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$ (—). La prédiction pour $\xi = 0.02$ et $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$ n'est pas représentée, pour μ_1 et μ_2 elle n'est pas distinguable du trait pointillé. Données expérimentales : $V = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$ (\blacktriangle), et $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$ (\bullet).

On constate que :

(i) La variation du coefficient de frottement moyen dépend fortement de la valeur de ξ , et peu de la vitesse. Avec $\xi = 0.2$, l'effet de la modulation de charge normale sur le coefficient de frottement moyen est largement sous-estimé, comme on peut le voir sur la figure 3.15a.

(ii) Une valeur plus faible du paramètre de Linker-Dieterich, $\xi = 0.02$, permet d'obtenir un bon accord avec les données expérimentales concernant $\Delta\bar{\mu}$.

(iii) Quelle que soit la valeur de ξ , les courbes décrivant la variation de μ_1 et μ_2 avec la vitesse et l'amplitude de modulation restent très voisines de celles obtenues avec le modèle de Rice et Ruina standard (figs. 3.15b et 3.15c).

La loi de Linker et Dieterich, avec $\xi = 0.2$, ne décrit donc pas correctement les effets de la modulation de charge normale.

En utilisant une valeur plus faible de ξ , compatible avec la valeur estimée pour le PMMA à partir de B et τ , les effets des variations de ϕ sur la réponse

tangentielle deviennent négligeables (voir §3.3.1 équation (3.10)), les prédictions obtenues sont proches de celles du modèle de Rice et Ruina non modifié, et ne rendent pas compte des observations concernant $\mu_{1,2}(V, \varepsilon)$.

Nos expériences, dans lesquelles la fréquence d'excitation $\omega \gg \Omega_c$, ne permettent donc pas de tester la validité de la loi d'âge de Linker et Dieterich. Un test pertinent nécessiterait des expériences à plus basse fréquence de modulation, pour lesquelles on s'attend à une bien meilleure sensibilité de la réponse interfaciale aux variations d'âge.

3.4 CONCLUSIONS

Nous avons mis en évidence des effets importants de la modulation de charge normale sur la dynamique de frottement à une interface entre deux solides rugueux :

- La réduction significative du coefficient de frottement dynamique moyen : $\bar{\mu}$ diminue typiquement de 15% pour une amplitude relative de modulation de charge de 50%.
- L'effet stabilisant de la modulation vis-à-vis des oscillations de stick-slip.

D'autre part, l'interprétation de nos résultats dans le cadre de la description de Rice et Ruina, et en particulier l'analyse du contenu harmonique de la réponse tangentielle oscillante, a constitué un test fin du modèle :

- La distinction entre la vitesse du centre de masse du patin et la vitesse de glissement "vraie" — qui n'a pas de conséquence sur les prédictions du modèle lorsque la charge est constante — est essentielle en présence d'une modulation de W . Elle permet de mettre en évidence le rôle joué par la raideur tangentielle des aspérités dans la réponse à une modulation.
- Il est *nécessaire* de prendre en compte cette raideur interfaciale finie, $\kappa \propto W$, elle-même modulée comme la charge normale, pour décrire le détail de la réponse en glissement stable, ainsi que les effets de $W(t)$ sur la bifurcation.
- Le modèle montre que les effets de la modulation de W — qui résultent du couplage non-linéaire entre la charge normale et les variables dynamiques — sont contrôlés, lorsque la fréquence d'excitation est nettement supérieure à celle des oscillations de stick-slip, par les modulations de vitesse de glissement.

Le modèle de Rice et Ruina, étendu pour tenir compte de l'élasticité interfaciale, prédit de façon extrêmement satisfaisante *l'ensemble* des effets observés expérimentalement.

Ceci constitue la *première explication quantitative* de phénomènes, tels que la “lubrification acoustique”, pourtant connus depuis longtemps en ingénierie mécanique.

4

CISAILLEMENT ALTERNATIF D'UNE INTERFACE MULTICONTACTS : ÉLASTICITÉ, DISSIPATION ET “JAMMING”

Comment un système frottant passe-t-il de l'arrêt au glissement, et comment naît la dissipation d'énergie au voisinage du seuil de frottement statique ?

Dans les années 50, plusieurs études, menées entre autres par Mindlin *et al.* [57], ont montré que lorsqu'un contact bille/plan est soumis à une force tangentielle oscillante, d'amplitude inférieure au seuil de frottement statique, il existe, au delà d'un régime de réponse élastique, un régime de *glissement pré-curseur*, lors duquel on observe une dissipation d'énergie, d'origine interfaciale, bien avant le glissement macroscopique des solides [58–61].

Mindlin a proposé, pour décrire ce comportement, un modèle de “microglissement” qui suppose que la zone de contact entre la bille et le plan est divisée en deux régions [26] : une zone circulaire centrale “collée”, et une zone périphérique annulaire glissante dans laquelle les contraintes normale, p , et tangentielle, τ , obéissent localement à la loi de frottement de Coulomb $\tau = \mu p$.

Ce modèle rend compte quantitativement des observations, avec un coefficient μ comparable au coefficient de frottement mesuré en glissement [57, 58].

Il est important de noter cependant que ces travaux expérimentaux mettaient en jeu des contacts bille/plan d'extension macroscopique, de rayon 100–1000 μm . À l'échelle des microcontacts entre les aspérités de deux surfaces rugueuses, l'interprétation de Mindlin est-elle encore légitime ?

Nous avons vu, au chapitre 2, que la réponse d'une interface multicontacts soumise à une force tangentielle F inférieure à $F_s = \mu_s W$ présente également deux régimes limites :

- (i) Pour $F \ll F_s$, l'interface est *piégée* et répond *élastiquement*, via la

déformation réversible des aspérités en contact (voir §2.2.3).

(ii) Lorsque $F \lesssim F_s$, on observe une réponse de type fluage sous cisaillement : sous force tangentielle quasi-constante, les solides *glissent* de façon irréversible sur une distance de l'ordre d'une fraction de micromètre (fig. 2.5a page 20).

Afin d'étudier en détail le comportement d'une interface multicontacts sollicitée au dessous du seuil de frottement statique, nous avons mis au point une expérience permettant de caractériser sa réponse à une force de cisaillement alternative biaisée.

La réponse du système aux faibles amplitudes de cisaillement nous permet de réaliser des mesures très précises de la raideur tangentielle des aspérités et de la dissipation d'énergie interfaciale.

D'autre part, nous mettons en évidence, à plus grande amplitude de cisaillement alternatif, l'existence d'un régime de fluage auto-ralenti et saturant, contrôlé essentiellement par la dynamique de vieillissement/rajeunissement des microcontacts, et qui bifurque brutalement, lorsque l'amplitude augmente, vers un régime de glissement accéléré. L'analyse fine de la réponse de fluage saturant à l'aide du modèle de Rice et Ruina nous amène à soupçonner l'existence d'un autre mécanisme de vieillissement/rajeunissement à l'échelle du joint adhésif entre les aspérités.

4.1 DESCRIPTION DES EXPÉRIENCES

4.1.1 Préparation des échantillons

Nous utilisons dans cette étude, de même qu'au chapitre 3, une piste et un patin en PMMA, dont les propriétés sont données dans le tableau 3.1 page 42.

Les échantillons employés ont les dimensions suivantes : le piste est constituée d'un bloc de PMMA d'épaisseur 10 mm et de surface nominale $25 \times 30 \text{ mm}^2$, collé à l'Araldite sur un support en alliage d'aluminium (Dural). Le patin est formé d'un cube de PMMA de $20 \times 20 \times 20 \text{ mm}^3$ fixé dans un support métallique.

Nous utilisons la méthode suivante pour rôder les surfaces libres des échantillons : l'ensemble support+(piste ou patin) est fixé sur un piston ajusté dans une chambre en acier, qui constituent ce que nous appellerons un mandrin de rôdage (fig. 4.1). Celui-ci est placé sur un plan de référence en verre flotté d'épaisseur 10 mm sur lequel se trouve la suspension abrasive (SiC $23 \mu\text{m}$ dans l'eau). En déplaçant erratiquement le mandrin sur le plan, on rôde la surface libre du bloc de PMMA, sous une pression constante fixée par le poids du piston. L'ajustement du piston dans la chambre évite tout basculement de l'axe vertical du bloc de PMMA pendant le rôdage, ce qui garantit la planéité

macroscopique de l'échantillon de polymère en évitant de lui donner une forme de lentille convexe.

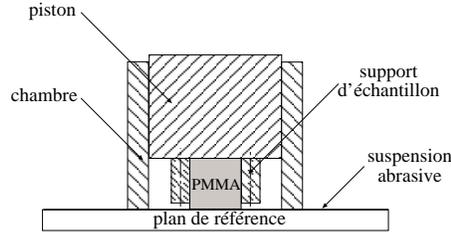


FIG. 4.1: Schéma du mandrin de rodage.

La rugosité rms des surfaces obtenues par ce mode de préparation est de $1.3 \mu\text{m}$. Après rodage, les surfaces sont rincées abondamment à l'eau distillée puis séchées sous flux d'air sec.

4.1.2 Principe de l'expérience : un tribomètre inertiel

Afin de sonder la réponse interfaciale au voisinage du seuil de frottement statique, nous avons mis au point un montage dont le principe est le suivant [62].

Le patin est posé, sous son propre poids mg , sur la piste inclinée d'un angle θ par rapport à l'horizontale. La force normale sur l'interface est donc $W = mg \cos \theta$ et la force tangentielle $F_{dc} = mg \sin \theta$. L'angle est choisi tel que $F_{dc}/W = \tan \theta \lesssim \mu_s$.

La piste est alors animée, dans son plan, d'un mouvement alternatif. Le patin est ainsi soumis à une force de cisaillement alternative, d'origine inertielle, appliquée en son centre de gravité (fig. 4.2). L'équation de mouvement du patin s'écrit, en notant x le déplacement de son centre de gravité relativement à la piste :

$$m(\ddot{x} + \Gamma) = F_{dc} - F \quad (4.1)$$

avec Γ l'accélération de la piste et F la force de résistance au cisaillement de l'interface. Dans le régime quasi-statique où le terme $m\ddot{x}$ est négligeable, la force appliquée sur le patin est $F_{dc} - m\Gamma$ (nous verrons plus loin à quelle condition l'accélération du patin est négligeable).

Une expérience typique consiste à imposer un mouvement harmonique à la piste, d'accélération $\Gamma(t) = \Gamma_{ac} \cos(\omega t)$, c'est-à-dire à appliquer au patin une force tangentielle oscillante $F_{ac} \cos(\omega t)$, avec $F_{ac} = m\Gamma_{ac}$, et à mesurer les composantes du déplacement harmonique du patin en phase et en quadrature avec l'excitation.

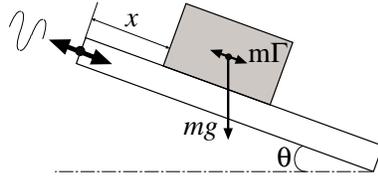


FIG. 4.2: Schéma de principe de l'expérience de cisaillement alternatif biaisé.

Nous avons ainsi accès, avant le glissement macroscopique du patin, à la réponse élastique et à la dissipation d'énergie à l'interface, lorsque celle-ci est soumise à un cisaillement alternatif non centré, tel que la force maximale ($F_{dc} + F_{ac}$) $\lesssim \mu_s W$.

4.1.3 Montage expérimental

4.1.3.1 Mécanique

Le support sur lequel est collé l'échantillon de PMMA utilisé comme piste est vissé sur une tablette en Dural d'épaisseur 30 mm et de dimensions latérales $80 \times 250 \text{ mm}^2$ (figs. 4.3 et 4.4). Cette tablette est reliée à un bâti massif par l'intermédiaire de deux ressorts de flexion (lames souples en crysocal, $80 \times 100 \text{ mm}^2$, épaisseur 1 mm).

Un pot vibrant (Brüel & Kjær 4809) dont l'axe mobile est relié à la tablette par une bride de fixation, permet d'animer la piste d'un mouvement de translation. L'alignement précis de la tablette et du pot vibrant est assuré par une platine de positionnement 3 axes sur laquelle ce dernier est monté (fig. 4.4).

Pour assurer que le patin n'est soumis à aucun couple lorsque la piste est en mouvement, son support est muni de deux contrepoids en laiton, dont la position est ajustée de sorte à placer le centre de gravité de l'ensemble support+échantillon au niveau de l'interface (voir schéma fig. 4.3).

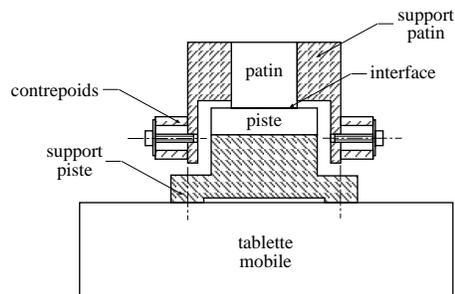


FIG. 4.3: Vue en coupe de l'ensemble patin, piste et tablette mobile. Le support du patin est muni de deux contrepoids de façon à placer son centre de gravité au niveau de l'interface.

Le bâti sur lequel est monté le pot vibrant, ainsi que celui de la tablette mobile, sont fixés à une plaque de base en Dural reliée par un pivot à une table horizontale. Cette plaque peut être inclinée d'un angle θ entre 0 et 30° par rapport à l'horizontale (fig. 4.4). Ceci permet d'imposer la force tangentielle F_{dc} sur le patin.

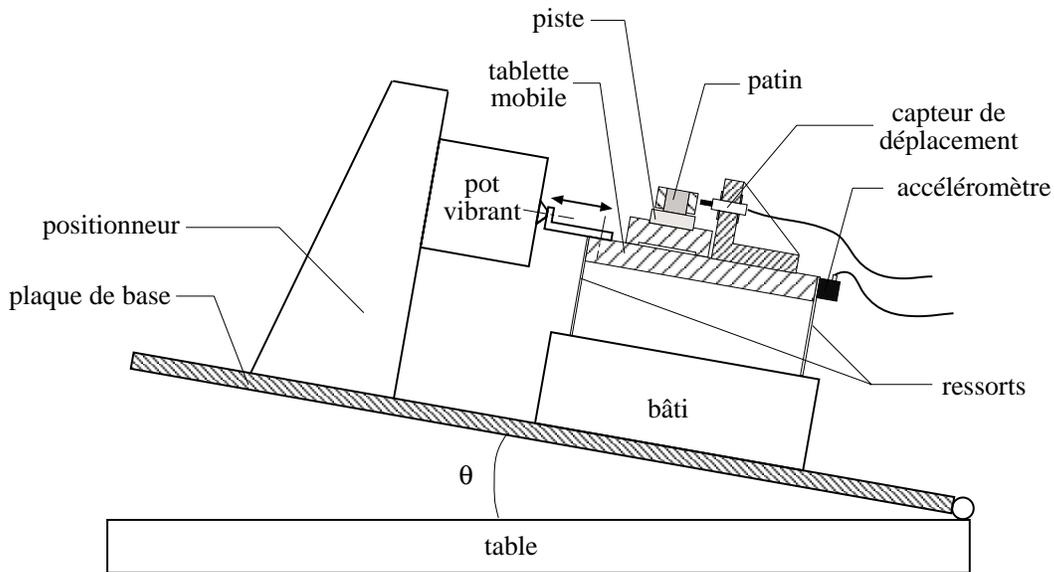


FIG. 4.4: Schéma en coupe du montage expérimental. Le pot vibrant anime la piste d'un mouvement alternatif, ce qui permet d'appliquer sur le patin une force de cisaillement oscillante, superposée à la force moyenne $F_{dc} = mgsin\theta$.

4.1.3.2 Excitation et mesures

Le pot vibrant est excité grâce à un générateur de fonction (Agilent 33250A) délivrant une tension alternative sinusoïdale d'amplitude et de fréquence réglables. Le mouvement résultant de la piste est harmonique, et son accélération est mesurée à l'aide d'un accéléromètre (Brüel & Kjær 4371V) collé sur la tablette mobile. Le signal d'accélération est fourni par un amplificateur de charge (Brüel & Kjær 2635) dont la sensibilité est de $100 \text{ mV}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$.

Le déplacement x du patin par rapport à la piste est mesuré, selon le type d'expériences réalisées, par :

- un capteur inductif à courants de Foucault (Electro 4937), qui permet des mesures sur une bande passante 0–10 kHz avec un niveau de bruit de $3 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$.

- un capteur capacitif (sonde $\mu\epsilon$ S600-0.2 et électronique DT610) dont le niveau de bruit est de 1 nm sur toute la bande passante 0–500 Hz, et dont la stabilité en température est <1 nm/C°.

Ces deux techniques permettent une mesure sans contact des déplacements du patin. La sonde, inductive ou capacitive, est maintenue dans un support en Dural solidaire de la tablette mobile (fig. 4.4).

Le signal de déplacement est envoyé sur une détection synchrone double phase qui utilise comme référence le signal d'excitation du pot vibrant. Ceci nous permet de mesurer :

- (i) x_0 , l'amplitude du déplacement harmonique *en phase* avec l'excitation, qui correspond à la *réponse élastique* du système,
- (ii) x_{90} , l'amplitude de la composante *en quadrature* de phase, qui correspond à la partie *dissipative* de la réponse.

La phase de référence est déterminée de la façon suivante : la tablette mobile est animée d'un mouvement harmonique, et on mesure son déplacement à l'aide du capteur pointant sur une cible solidaire du bâti fixe. La phase de référence de la détection synchrone est alors ajustée pour que le déphasage entre le signal d'excitation et celui fourni par le capteur soit nul.

Nous mesurons également la *position moyenne* du patin relativement à la piste, x_{dc} , à l'aide du capteur capacitif, en filtrant le signal de déplacement alternatif à l'aide d'un filtre passe-bas du premier ordre dont la fréquence de coupure est de 8 Hz (la fréquence d'excitation étant, comme on va le voir, de l'ordre de 100 Hz).

4.1.3.3 Gammes des paramètres de contrôle

Le poids du patin est $mg = 2.25$ N. La force tangentielle constante $F_{dc} = mg \sin \theta$ appliquée sur le patin peut être choisie dans la gamme 0–1.125 N. Dans la suite, nous utiliserons le rapport entre F_{dc} et la force normale W , $\gamma_{dc} = \tan \theta$, qui varie dans la gamme 0–0.58.

La limite basse en fréquence d'excitation est fixée à $f = 15$ Hz, en deçà de laquelle la course limitée du pot vibrant ne permet plus d'imposer à la piste des accélérations suffisantes pour approcher du seuil de frottement statique. La limite supérieure en fréquence est nominale déterminée par la réponse de l'accéléromètre, dont le déphasage devient non nul pour $f > 2$ kHz. Toutefois, si l'on souhaite se placer dans la limite quasi-statique pour le mouvement du patin, qui permet d'assurer que la force tangentielle oscillante appliquée est bien $m\Gamma$ (avec Γ l'accélération de la piste), il faut respecter la condition suivante. Si on suppose que l'interface répond élastiquement, avec une raideur κ , à la force tangentielle, l'équation (4.1) de mouvement du patin s'écrit, si

$F_{dc} = 0$:

$$m(\ddot{x} + \Gamma) = -\kappa x$$

soit, lorsque le mouvement du patin est harmonique, à la fréquence ω :

$$\left(\omega^2 + \frac{\kappa}{m}\right) x = \Gamma$$

L'accélération du patin s'écrit donc :

$$\omega^2 x = \frac{\Gamma}{\left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)}$$

L'inertie du patin est négligeable devant Γ si $\omega \ll \omega_0 = \sqrt{\kappa/m}$. Avec $\kappa = W/\lambda$ et $\lambda \simeq 0.6 \mu\text{m}$ (voir §3.3.2), la fréquence inertielle $\omega_0/2\pi \simeq 650$ Hz, ce qui restreint la gamme de fréquence d'excitation à $f \lesssim 100$ Hz (soit $\omega^2/\omega_0^2 \lesssim 2.4 \times 10^{-2}$).

L'amplitude de la force tangentielle alternative, F_{ac} , peut être choisie dans la gamme 0–1.5 N, avec une précision de 2×10^{-2} N déterminée par la résolution de l'accéléromètre¹.

En résumé, la force tangentielle réduite $\gamma = F/W$ appliquée sur le patin s'écrit :

$$\gamma(t) = \gamma_{dc} + \gamma_{ac} \cos(\omega t)$$

avec γ_{dc} dans la gamme 0–0.58, γ_{ac} dans la gamme 0–0.6 et $15 \text{ Hz} \leq f \leq 100$ Hz.

On peut ainsi imposer au patin une force tangentielle moyenne telle que $\gamma_{dc} = F_{dc}/W$ soit inférieure au seuil de frottement statique, qui vaut typiquement $\mu_s \simeq 0.6$, à laquelle vient se superposer une force tangentielle oscillante, d'amplitude réduite $\gamma_{ac} = F_{ac}/W$, qui permet d'approcher, au maximum de l'excitation, de la valeur du seuil.

4.1.4 Reproductibilité des résultats

La “préparation” de l'interface multicontacts a un rôle particulièrement important sur la reproductibilité des résultats obtenus. Nous avons testé les deux protocoles suivants :

Protocole (i) :

- le patin est posé sur la piste, inclinée de θ ,
- on attend un temps t_w , compté depuis la création de l'interface, durant lequel le patin “vieillit” sous W et F_{dc} seules,

¹La force maximale que l'on peut obtenir est en fait plus élevée, mais au delà de $\mu_s W \approx 1.5$ N, le patin glisse macroscopiquement.

- on effectue ensuite la mesure de x_0 et x_{90} en fonction de γ_{ac} .

Si on réalise ainsi plusieurs expériences dans des conditions identiques, en formant l'interface de la même façon entre chaque série de mesures, la dispersion relative des résultats est de l'ordre de 25%.

Protocole (ii) :

- le patin est posé sur la piste, inclinée de θ ,
- dès que le patin est posé, on applique un cisaillement alternatif de grande amplitude de manière à le faire glisser, le long de la pente, d'une distance de quelques micromètres (voir §4.2 page 77),
- on stoppe alors la sollicitation alternative, et on attend, à partir de cet instant, un temps t_w ,
- on mesure x_0 et x_{90} en fonction de γ_{ac} .

Dans ces conditions de préparation de l'interface, la dispersion relative des résultats n'est plus que de l'ordre de 10–12%. Nous utiliserons donc systématiquement ce protocole dans toute la suite de cette étude.

Cet effet notable du protocole sur la reproductibilité est illustré sur la figure 4.5.

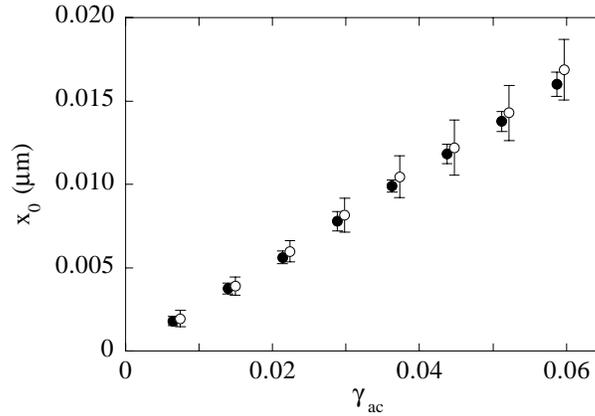


FIG. 4.5: Influence du protocole de préparation de l'interface sur la dispersion des mesures. Réponse en phase $x_0(\gamma_{ac})$, autour de $\gamma_{dc} = 0.27$, après $t_w = 300$ s. (○) : protocole (i). (●) : protocole (ii). Les symboles correspondent à la valeur moyenne et les barres d'erreur à la dispersion sur 4 mesures.

On peut comprendre qualitativement l'effet du mode de préparation de la façon suivante. Une interface multicontacts à l'équilibre statique est un système hautement multistable : il existe une infinité de configurations, aussi bien à l'échelle interne d'une jonction entre aspérités que pour la distribution des microcontacts, compatibles avec une force totale donnée [28, 63]. Chaque configuration donne lieu à une valeur différente de la raideur interfaciale et du seuil de frottement statique. Le glissement produit une distribution statis-

tique reproductible des configurations, qui se maintient lors du recul élastique consécutif à l'arrêt [28]. Par arrêt du glissement, on peut donc penser préparer un état initial raisonnablement reproductible.

Nous mettons ainsi clairement en évidence le fait que l'interface de frottement à l'arrêt étant un système multistable, le seuil statique n'est pas une propriété intrinsèque de l'interface, à la différence du coefficient de frottement dynamique [28].

4.2 RÉPONSE À UN CISAILLEMENT ALTERNATIF D'AMPLITUDE CROISSANTE

L'expérience suivante permet d'illustrer les différents régimes de réponse interfaciale en fonction de l'amplitude de cisaillement alternatif. Le patin, posé sur la piste inclinée d'un angle θ fini, tel que $F_{dc}/W < \mu_s$, est soumis à une force tangentielle alternative dont l'amplitude réduite $\gamma_{ac} = F_{ac}/W$ croît, à partir de zéro, linéairement avec le temps. On enregistre le déplacement $x(t)$ du centre de masse du patin durant cette rampe de γ_{ac} .

La réponse de l'interface à une telle sollicitation est présentée sur la figure 4.6.

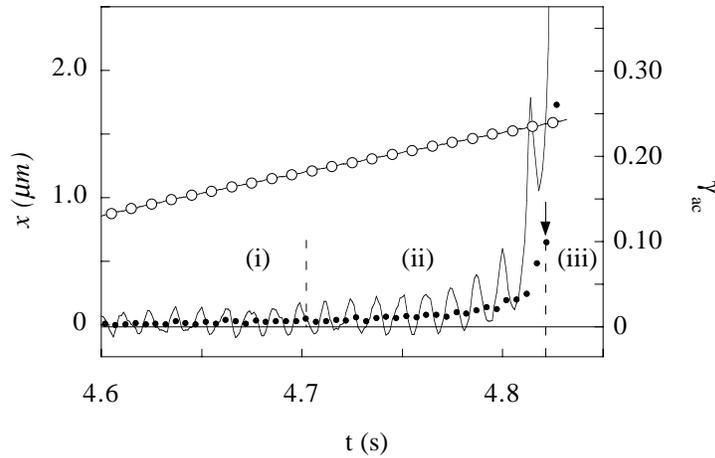


FIG. 4.6: Déplacement du patin soumis à un cisaillement d'amplitude croissante. (—) : réponse instantanée, (●) : valeur moyenne x_{dc} . (○) : amplitude réduite, γ_{ac} , de la force tangentielle oscillante. La force tangentielle moyenne appliquée est telle que $\gamma_{dc} = 0.36$. La flèche indique l'instant où la vitesse moyenne du patin atteint $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Trois régimes sont identifiés :

(i) À faible γ_{ac} , le patin oscille autour d'une position moyenne x_{dc} constante : aucun glissement irréversible n'a lieu.

(ii) Pour des amplitudes de cisaillement plus importantes, la position moyenne du patin, c'est à dire la *distance glissée*, augmente de façon monotone, en restant typiquement inférieure au micromètre.

(iii) Enfin, le patin glisse en accélérant brutalement le long de la pente.

Nous utilisons ce type d'expérience pour mesurer un seuil de frottement statique² que nous définissons comme $\mu_s = \gamma_{dc} + \gamma_{ac}$ lorsque la vitesse moyenne du patin $dx_{dc}/dt = 100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ce choix pour la vitesse moyenne de glissement est relativement arbitraire, mais nous avons vérifié qu'il n'a pas d'influence significative sur la détermination de μ_s , compte tenu de la forte accélération du patin dans ce régime³.

Nous mesurons ainsi un seuil μ_s qui augmente de façon quasi-logarithmique avec l'âge de l'interface (fig. 4.7) :

$$\mu_s \cong \mu_{s0} + \beta_s \ln(t_w/t_0) \quad (4.2)$$

avec $t_0 = 1 \text{ s}$, $\mu_{s0} = 0.50$ et $\beta_s = 1.8 \times 10^{-2}$. Cette pente logarithmique est comparable à celle obtenue dans les expériences antérieures concernant le vieillissement géométrique (voir §2.5.1.1 et références [6, 25]).

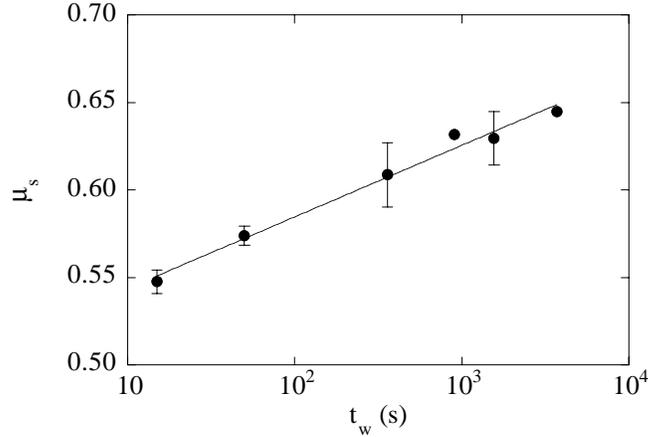


FIG. 4.7: Augmentation du seuil statique μ_s avec l'âge t_w de l'interface. $f = 80 \text{ Hz}$, $\gamma_{dc} = 0.36$.

²Ces mesures ne peuvent être effectuées que lorsque la sollicitation du patin est biaisée, *i.e.* lorsque γ_{dc} est non nulle, pour pouvoir détecter sans ambiguïté le glissement du patin.

³À partir des données de la figure 4.6, le seuil déterminé à une vitesse de référence de $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ vaut 0.595, alors qu'à $10 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ il vaut 0.592. Cet écart sur la valeur du seuil est largement inférieur à la dispersion (de l'ordre de 10%) des mesures sur différentes interfaces.

Le seuil statique ainsi déterminé ne dépend, dans la limite de la reproductibilité des expériences, ni de la fréquence du cisaillement alternatif, ni de la vitesse $d\gamma_{ac}/dt$ de la rampe d'amplitude dans la gamme $0.003\text{--}1.5\text{ s}^{-1}$, et ne varie pas significativement avec γ_{dc} .

Nous allons maintenant étudier en détail la réponse de l'interface dans les deux premiers régimes. Nous présentons tout d'abord les réponses en phase et quadrature, $x_0(\gamma_{ac})$ et $x_{90}(\gamma_{ac})$, lorsqu'aucun glissement n'est détecté. Nous nous intéresserons ensuite à la réponse $x_{dc}(t)$ lors d'un saut de γ_{ac} dans le régime de glissement précurseur.

4.3 ÉLASTICITÉ ET DISSIPATION D'ÉNERGIE AVANT GLISSEMENT

4.3.1 Résultats

Les variations des réponses élastique et dissipative en fonction de γ_{ac} , dans le régime où le patin oscille autour d'une position moyenne constante, sont illustrées sur les figures 4.8 et 4.9.

Les composantes de déplacement x_0 et x_{90} mesurées ne dépendent ni de la fréquence d'excitation, dans la gamme explorée $15\text{--}100\text{ Hz}$, ni de la force tangentielle moyenne réduite γ_{dc} .

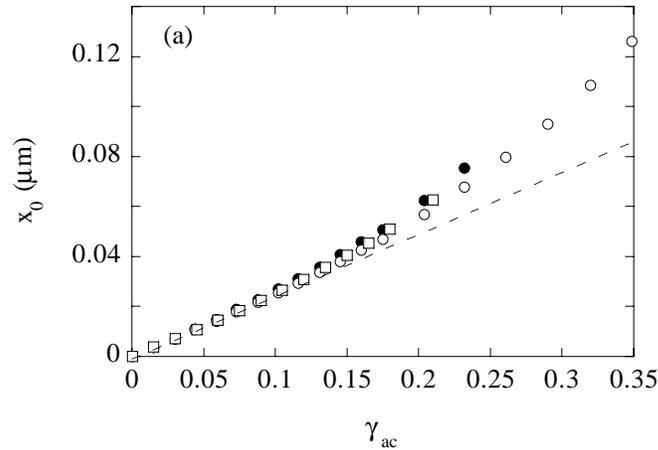


FIG. 4.8: Amplitude de la composante de déplacement en phase, x_0 , en fonction de γ_{ac} , à $f = 80\text{ Hz}$, mesurée après $t_w = 600\text{ s}$. (●) : $\gamma_{dc} = 0$, (○) : $\gamma_{dc} = 0.09$, (□) : $\gamma_{dc} = 0.27$.

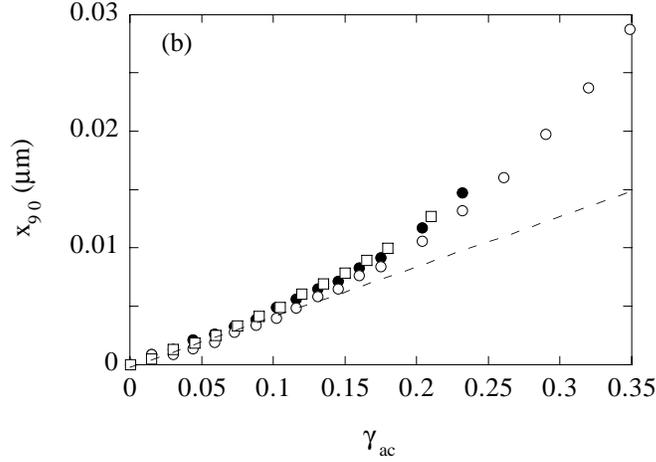


FIG. 4.9: Amplitude de la composante de déplacement en quadrature, x_{90} , en fonction de γ_{ac} , à $f = 80$ Hz, mesurée après $t_w = 600$ s. (\bullet) : $\gamma_{dc} = 0$, (\circ) : $\gamma_{dc} = 0.09$, (\square) : $\gamma_{dc} = 0.27$.

4.3.1.1 Réponse linéaire élastique

À faible amplitude de cisaillement ($\gamma_{ac} \lesssim 0.1$), x_0 et x_{90} varient linéairement avec γ_{ac} (figs. 4.8 et 4.9).

Dans ce régime, la raideur tangentielle de l'interface $\kappa = \gamma_{ac}W/x_0$. On sait d'autre part que $\kappa = W/\lambda$ (voir §2.2.3 chapitre 2) ; la pente de la courbe $x_0(\gamma_{ac})$ vaut donc $dx_0/d\gamma_{ac} = \lambda$.

La longueur élastique λ ne dépend pas, dans la limite de la reproductibilité des expériences, de la force tangentielle réduite γ_{dc} . On mesure, après un temps d'attente $t_w = 300$ s, $\lambda = 0.26 \pm 0.015 \mu\text{m}$.

La réponse du système patin+interface (de masse m et de raideur κ) présente une résonance, à $\omega_0 = \sqrt{\kappa/m} = \sqrt{g/\lambda}$, que l'on identifie clairement dans le spectre de réponse en fréquence de l'interface⁴ (fig. 4.10).

La fréquence de résonance $f_0 = \sqrt{g/\lambda}/2\pi \simeq 1000$ Hz permet de déterminer $\lambda \simeq 0.25 \mu\text{m}$, en parfait accord avec la valeur obtenue à partir de $x_0(\gamma_{ac})$.

⁴Nous utilisons en particulier la réponse en fréquence du système pour équilibrer le patin et placer son centre de gravité au niveau de l'interface : lorsque le patin n'est pas équilibré correctement, le spectre présente plusieurs pics, associés aux mouvements de basculement du patin sur la piste. Les contrepoids fixés au patin sont ajustés jusqu'à ce que la réponse en fréquence ne présente plus que la résonance associée au mode élastique tangentiel.

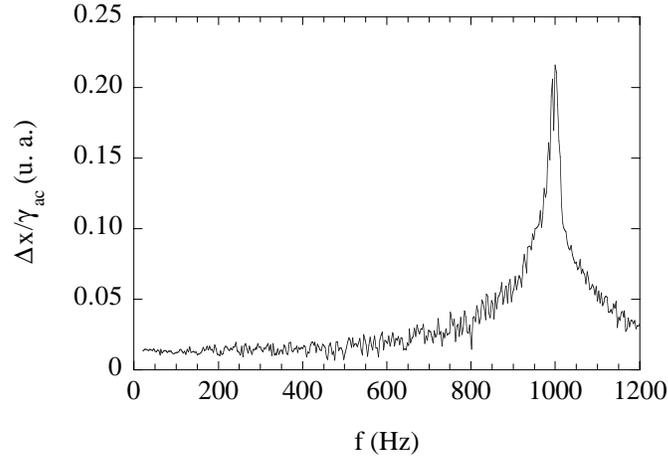


FIG. 4.10: Réponse en fréquence de l'interface, autour de $\gamma_{dc} = 0$. Le patin est soumis à une accélération d'amplitude constante et de fréquence variable. Le rapport de l'amplitude de déplacement, Δx , et de l'amplitude d'accélération est représenté, en unités arbitraires, en fonction de f .

On observe également que la raideur de l'interface augmente avec l'âge géométrique t_w , ce qui se traduit par une diminution de λ lorsque t_w augmente⁵, comme cela est présenté sur la figure 4.11.

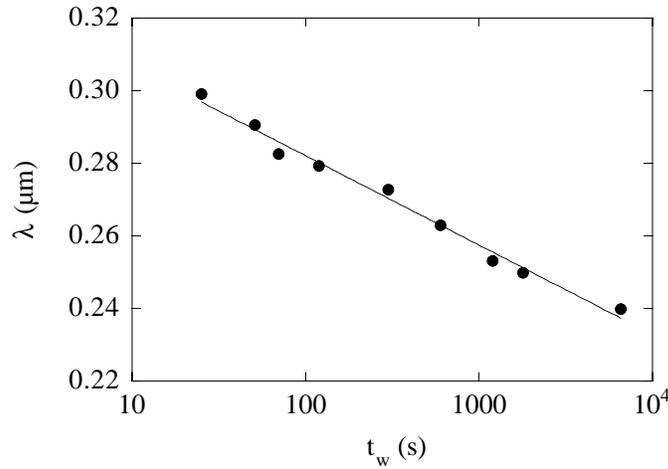


FIG. 4.11: Diminution de la longueur élastique λ avec t_w , l'âge géométrique de l'interface. $f = 80$ Hz, $\gamma_{dc} = 0.18$, $\gamma_{ac} = 0.04$.

⁵Ces expériences de vieillissement sont réalisées en mesurant, à une amplitude γ_{ac} donnée, le rapport x_0/γ_{ac} . L'évolution $\lambda(t_w)$ est la même, que le cisaillement alternatif soit appliqué en permanence ou de façon intermittente (*i.e.* seulement pendant la mesure).

La longueur λ décroît quasi-logarithmiquement avec l'âge :

$$\lambda(t_w) = \lambda_0 - \beta_\lambda \ln(t_w/t_0) \quad (4.3)$$

avec $t_0 = 1$ s, $\lambda_0 = 0.33$ et la pente $\beta_\lambda = 1.07 \times 10^{-2}$.

4.3.1.2 Réponse linéaire dissipative

La dissipation d'énergie dans le régime linéaire est gouvernée par la réponse viscoélastique dans le *volume* des aspérités en contact.

En effet, l'angle de perte δ associé à la dissipation viscoélastique en volume du PMMA est tel que $\tan \delta \simeq 0.05$ à 1 kHz et $T = 300$ K [64, p 445], ce qui est comparable à l'inverse du facteur de qualité⁶ $1/Q \simeq 0.03$ de la résonance présentée sur la figure 4.10.

De même, à partir des données issues des expériences à $f \lesssim 100$ Hz, on trouve que le rapport $x_{90}/x_0 \simeq 0.18$, ce qui est comparable à $\tan \delta = E''/E' \simeq 0.1$ pour ces fréquences (voir tableau page 42 et référence [64]).

L'écart entre les valeurs mesurées sur des échantillons massifs et le rapport x_{90}/x_0 provient probablement du fait que dans nos expériences, le volume sollicité, voisin de l'interface⁷, présente des propriétés mécaniques affectées par le rôdage, et donc différentes de celles du matériau massif. On s'attend en effet à ce que le rôdage soit un processus mécaniquement "agressif"⁸, d'autant plus qu'il est fait dans l'eau, connue pour agir comme un "plastifiant" du PMMA [65].

4.3.1.3 Régime non-linéaire

Lorsque l'amplitude de cisaillement $\gamma_{ac} > 0.1$, les réponses en phase et en quadrature⁹ dépendent non linéairement de γ_{ac} (figs. 4.8 et 4.9).

Dans ce régime, le rapport x_{90}/x_0 n'est pas constant, et la dissipation d'énergie mesurée n'est plus entièrement attribuable à la viscoélasticité du PMMA.

Sur la figure 4.12 est représentée l'évolution de la composante dissipative non viscoélastique, $x_{90} - x_0 \tan \delta$, en fonction de γ_{ac} . La valeur utilisée pour $\tan \delta$ correspond au rapport x_{90}/x_0 mesuré à petite amplitude d'excitation.

⁶Dans la limite où $\tan \delta \ll 1$ on a $Q \simeq 1/\tan \delta$, où Q est le facteur de qualité de la réponse résonante d'un solide viscoélastique linéaire [64].

⁷Au niveau de chaque microcontact de rayon micrométrique a , le volume sollicité est de l'ordre de a^3 .

⁸Dans une certaine mesure seulement, puisqu'on peut tout de même expliquer le vieillissement géométrique grâce aux propriétés de fluage en volume du PMMA.

⁹Dans le régime de réponse non linéaire, la composante x_{90} correspond effectivement à la réponse dissipative, *i.e.* l'énergie dissipée par cycle s'écrit $\pi F_{ac} x_{90}$, tant que l'excitation du système reste harmonique [62].

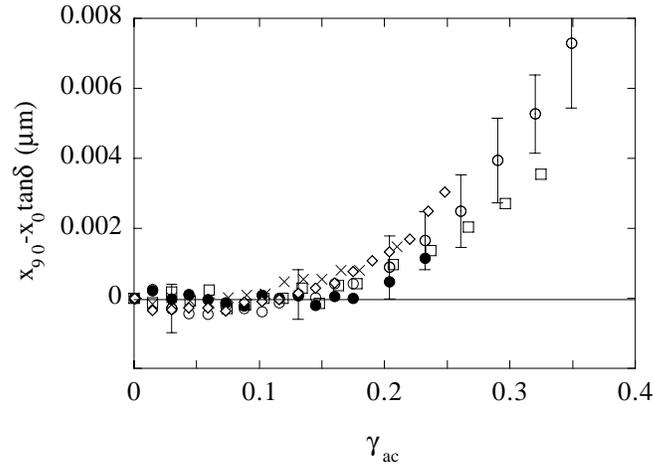


FIG. 4.12: Composante dissipative non viscoélastique $x_{90} - x_0 \tan \delta$ en fonction de γ_{ac} , à $f = 80$ Hz et $t_w = 600$ s. (●) : $\gamma_{dc} = 0$, (○) : $\gamma_{dc} = 0.09$, (□) : $\gamma_{dc} = 0.18$, (×) : $\gamma_{dc} = 0.27$, (◇) : $\gamma_{dc} = 0.36$.

4.3.2 Discussion

4.3.2.1 Élasticité

L'existence du régime de réponse élastique linéaire de l'interface nous a permis de déterminer une longueur élastique $\lambda = 0.26 \pm 0.015 \mu\text{m}$ à $t_w = 300$ s.

Il faut noter que cette valeur est significativement plus faible que celle obtenue dans les expériences antérieures, de l'ordre de $0.5\text{--}1 \mu\text{m}$ (voir chapitre 3, et références [24, 25]).

On peut attribuer à cet écart plusieurs origines :

(i) Tout d'abord, les résultats présentés dans ce chapitre nous montrent que la limite du régime linéaire de la réponse interfaciale correspond à des déplacements élastiques du patin de l'ordre de 20 nm au plus. Dans les études précédentes, la raideur de l'interface était déterminée lors d'un cycle de charge/décharge quasi-statique du patin, avec une résolution en force et en déplacement qui ne permettait pas de garantir une sollicitation limitée à ce régime linéaire. Les caractéristiques $F(x)$ obtenues dans ces études, telle celle de la figure 2.5a (page 20), conduisaient donc probablement, du fait de la présence d'effets non linéaires, à sous estimer la raideur interfaciale, et ainsi à surévaluer λ .

(ii) Remarquons d'autre part que λ varie comme l'inverse du module élastique de cisaillement G (voir l'expression 2.13 page 21). Dans les expériences de charge quasi-statique du patin, la réponse élastique du système est donc gouvernée par le module quasi-statique du PMMA, $G \simeq 1$ GPa.

Dans nos expériences, en revanche, l'interface est sollicitée à $f \simeq 100$ Hz,

et sa réponse élastique est contrôlée par $G'(100 \text{ Hz}) \simeq 2 \text{ GPa}$ [64].

Cette différence sur les valeurs des modules conduit à une longueur λ deux fois plus faible dans les expériences de cisaillement alternatif. À partir de l'expression 2.13 du modèle de Greenwood, $\lambda \cong \sqrt{sRH^*/\mathcal{G}^*}$, avec la dureté $H^* = 400 \text{ MPa}$, la rugosité rms $s = 1.3 \mu\text{m}$, la valeur du rayon de courbure moyen des aspérités $R \simeq 20 \mu\text{m}$, et en utilisant la valeur de G' ci-dessus pour calculer \mathcal{G}^* , on évalue $\lambda \simeq 0.39 \mu\text{m}$.

Les valeurs de λ que nous avons mesurées en cisaillement alternatif de faible amplitude sont donc en très bon accord avec les propriétés élastiques du PMMA aux fréquences d'excitation utilisées ici.

4.3.2.2 Effet du vieillissement géométrique sur λ

L'augmentation du seuil statique μ_s avec l'âge t_w est, comme nous l'avons vu, quasi-logarithmique, et la pente β_s est comparable à celles obtenues dans les études antérieures concernant le vieillissement géométrique interfaciale (voir §2.5.1.1 page 29). La croissance de μ_s est ainsi attribuable au fluage sous charge normale des aspérités en contact, qui n'apparaît pas être affecté de façon notable par la présence de la sollicitation tangentielle alternative.

Le vieillissement de la raideur de l'interface que nous observons, qui se traduit par une diminution de λ , est également en accord avec l'augmentation de l'aire réelle de contact par fluage.

En effet, d'après les équations (2.1 page 14), (2.12 page 21), et (2.21 page 30) le seuil et la longueur élastique s'écrivent, en fonction de l'aire de contact $\Sigma_r(t_w)$:

$$\mu_s = \underbrace{\frac{\sigma_s}{W}\Sigma_{r0}}_{\mu_{s0}} \left[1 + m \ln \left(1 + \frac{t_w}{\tau} \right) \right] \quad (4.4)$$

et

$$\lambda = \frac{W}{\mathcal{G}^* \sqrt{N\Sigma_{r0}} [1 + m \ln (1 + t_w/\tau)]} \quad (4.5)$$

Cette expression, développée au premier ordre en m , s'écrit :

$$\lambda = \underbrace{\frac{W}{\mathcal{G}^* \sqrt{N\Sigma_{r0}}}}_{\lambda_0} \left[1 - \frac{m}{2} \ln \left(1 + \frac{t_w}{\tau} \right) \right] \quad (4.6)$$

On s'attend donc à ce que la longueur λ décroisse logarithmiquement avec t_w , avec une pente égale à $m/2$.

Si on ajuste les données expérimentales présentées sur les figures 4.7 et 4.11 à l'aide des relations (4.4) et $\lambda_s = \lambda_{s0}[1 + \zeta \ln(1 + t_w/\tau)]$, on obtient

effectivement $\zeta = 0.024$ et $m = 0.047$, pour une valeur du temps $\tau \simeq 10^{-3}$ s. Ce temps de coupure, associé au fluage des aspérités sous charge normale, ne peut pas être déterminé expérimentalement à température ambiante (voir §2.5.1.1 page 29). Cependant, la valeur issue de l'ajustement ci-dessus est tout à fait compatible avec les caractéristiques du frottement stationnaire du PMMA à température ambiante¹⁰, qui suggèrent que $\tau < 5 \times 10^{-3}$ s.

Les évolutions $\mu_s(t_w)$ et $\lambda(t_w)$ observées dans nos expériences sont donc parfaitement cohérentes, et résultent du mécanisme de vieillissement par fluage des microcontacts.

4.3.2.3 Élasticité non linéaire et dissipation d'énergie : extension du modèle de Mindlin

Nous avons clairement mis en évidence, pour $\gamma_{ac} > 0.1$, l'existence d'une réponse interfaciale élastique non linéaire, accompagnée d'une dissipation d'énergie non viscoélastique, dans un régime où aucun glissement du patin sur la piste n'est détectable.

La diminution de la raideur "locale" de l'interface, $d\gamma_{ac}/dx_0$, lorsque l'amplitude de cisaillement augmente, peut être comprise qualitativement de la façon suivante. L'interface est formée de microcontacts de différentes tailles entre les aspérités. Hors du régime linéaire, les microcontacts les plus petits sont détruits lors du cisaillement. Plus l'amplitude de cisaillement augmente, plus le nombre de microcontacts contribuant à la réponse élastique interfaciale est faible, ce qui se traduit par une diminution de la raideur.

L'analyse de la réponse en quadrature du système montre qu'une fois retranchée la contribution du volume des aspérités, il existe une dissipation d'énergie finie, qui est donc associée à un phénomène interfacial. Ceci est en accord avec l'interprétation de la dissipation comme résultat de la dynamique de dépiégeage d'"unités élémentaires" nanométriques dans la jonction adhésive entre aspérités (voir chapitre 2).

Pour tenter de décrire quantitativement la réponse de l'interface dans ce régime dissipatif qui précède le glissement, nous avons étendu le modèle de Mindlin [57, 59] au cas d'une interface multicontacts.

La déformation individuelle de chaque microcontact, soumis à une charge normale w et une force de cisaillement f , est décrite à l'aide du modèle de Mindlin, dont les hypothèses sont les suivantes :

¹⁰En glissement, le fluage des aspérités sous charge normale n'a en effet pas le temps d'agir aux vitesses supérieures à $V_{sat} = D_0/\tau$ (voir expression (2.25) page 32), et on attend donc une saturation de $\mu_d(V)$ à voisinage de cette vitesse. Cette saturation n'est jamais observée dans la gamme de vitesses 0.1–100 $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ explorée expérimentalement, ce qui suggère que $V_{sat} > 100\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et donc que $\tau < 5 \times 10^{-3}$ s (avec $D_0 \simeq 0.5 \mu\text{m}$).

(i) les solides en contact, de rayon de courbure R , sont élastiques,
 (ii) le rayon a de la zone de contact, sous charge normale, est donné par la théorie de Hertz,

(iii) le champ de contrainte normale calculé dans la théorie de Hertz n'est pas modifié en présence de la force de cisaillement f .

Si on impose une condition de non glissement en tout point de la zone de contact lorsque les solides sont cisailés, le champ de contrainte de cisaillement dans cette zone s'écrit [18] : $\tau(r) = \tau_0(1 - r^2/a^2)^{-1/2}$, avec $\tau_0 = f/(2\pi a^2)$. On constate que dans cette hypothèse de non glissement, du fait de la géométrie de fracture en bord de contact, la contrainte de cisaillement diverge en $r = a$. Mindlin s'affranchit de cette singularité de la contrainte de cisaillement au bord du contact en faisant les hypothèses supplémentaires suivantes :

(iv) il existe une zone annulaire *glissante* à la périphérie du contact. Lorsque la force tangentielle augmente, cette zone se propage, à partir de $r = a$, vers l'intérieur du contact (fig. 4.13), jusqu'au glissement macroscopique,

(v) dans la zone glissante, la contrainte tangentielle est reliée à la contrainte normale par un coefficient de frottement local *constant* : $\tau = \mu p$. Lorsque $f = \mu w$, le contact est entièrement glissant.

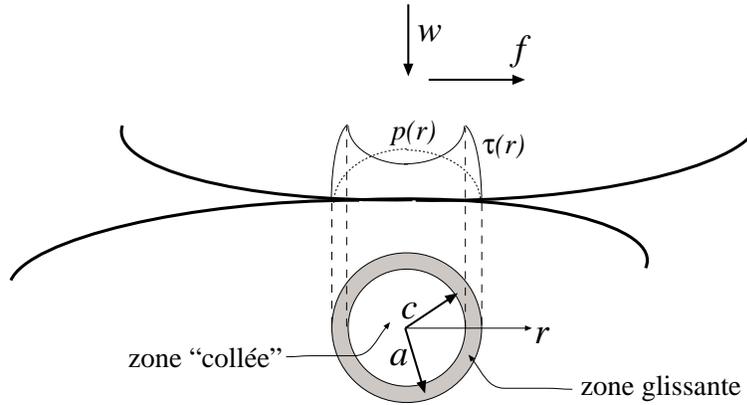


FIG. 4.13: Schéma de la zone de contact dans le modèle de Mindlin : en $r < c$ le contact est non glissant, en $c \leq r \leq a$ le contact est glissant et la contrainte tangentielle $\tau = \mu p$. Le profil des contraintes dans le contact est représenté : (- - -) contrainte normale $p(r)$, (—) contrainte tangentielle $\tau(r)$.

Mindlin obtient ainsi une relation non-linéaire entre le déplacement relatif x des centres de masse des solides et la force tangentielle f (voir équations (C.1) et (C.2) en annexe C page 137).

Nous étendons ce modèle au cas d'une interface multicontacts de la façon suivante :

- Le contact entre le patin et la piste est décrit dans le cadre du modèle

de Greenwood, en faisant l'hypothèse que les surfaces présentent une distribution exponentielle des hauteurs de sommets, et en supposant que chaque aspérité en contact se déforme élastiquement.

- Le déplacement x du centre de masse du patin étant égal au déplacement relatif au niveau de chaque aspérité en contact¹¹, nous calculons, à l'aide des résultats de Mindlin, la force tangentielle associée à un déplacement x pour chaque microcontacts¹².
- La force tangentielle totale est obtenue en sommant les contributions individuelles des microcontacts.

Les calculs sont exposés en détails dans l'annexe C page 137.

Nous calculons ainsi analytiquement la caractéristique $F(x)$ lors d'un cycle charge/décharge, correspondant à une période de l'excitation. À partir de cette caractéristique, nous obtenons les réponses en phase et en quadrature en fonction de l'amplitude du cisaillement alternatif γ_{ac} :

$$x_0 = 2\mu\lambda \left[\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} + \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^2 + \frac{5}{4} \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^3 \right] \quad (4.7)$$

et

$$x_{90} = \frac{4\mu\lambda}{\pi} \left[\left(1 - \frac{2\mu}{\gamma_{ac}} \right) \ln \left(1 - \frac{\gamma_{ac}}{\mu} \right) - 2 \right] \quad (4.8)$$

avec λ la longueur élastique et μ le coefficient de frottement local du modèle de Mindlin, que nous utiliserons comme unique paramètre d'ajustement.

Le modèle ainsi étendu décrit très bien la réponse élastique de l'interface, avec une valeur du coefficient de frottement $\mu \simeq 0.5$ comparable au seuil statique μ_s mesuré. Ceci est illustré sur la figure 4.14.

En revanche, la valeur de μ déterminée en ajustant la réponse en phase ne permet pas du tout de rendre compte de la réponse en quadrature. On voit sur la figure 4.15 que le modèle surestime largement la réponse dissipative. Un ajustement convenable de $x_{90}(\gamma_{ac})$ nécessite une valeur de $\mu = 1.3$, qui n'est absolument pas compatible avec les coefficients de frottement usuels de nos systèmes.

¹¹ Les microcontacts peuvent être vu comme des ressorts non-linéaires en parallèle.

¹² Les microcontacts les plus petits sont détruits sous cisaillement, et éventuellement remplacés par d'autres. Pour simplifier le calcul, nous ne tenons pas compte de ce renouvellement, et supposons que tous les microcontacts dont la taille est inférieure à un seuil (déterminé en annexe) glissent sous une force $f = \mu w$.

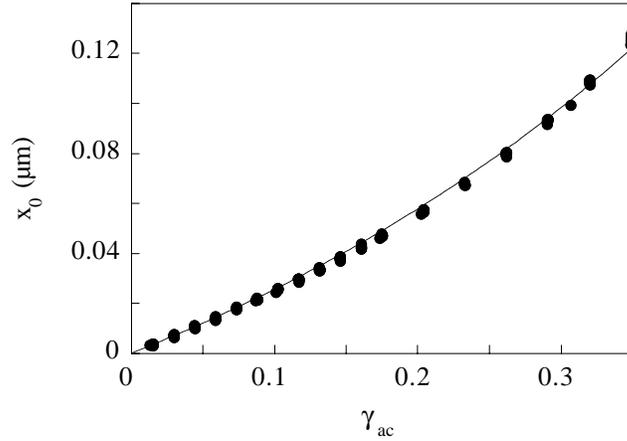


FIG. 4.14: Réponse $x_0(\gamma_{ac})$ à $f = 80$ Hz et $\gamma_{dc} = 0.09$. (●) : expériences, (—) : modèle de Mindlin étendu avec $\lambda = 0.23 \mu\text{m}$ et $\mu = 0.49$.

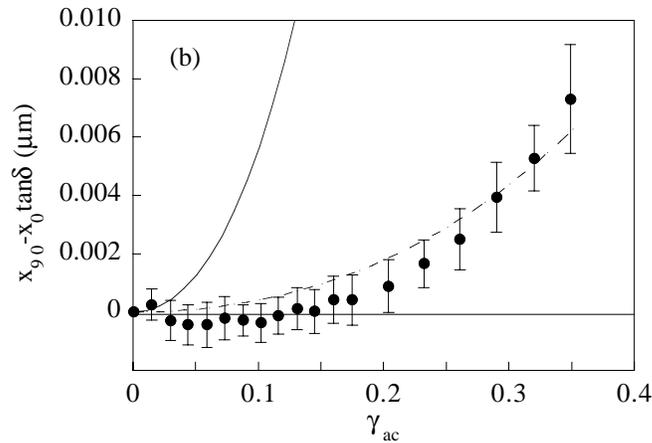


FIG. 4.15: Réponse $x_{90}(\gamma_{ac})$ à $f = 80$ Hz et $\gamma_{dc} = 0.09$. (●) : expériences. (—) : modèle de Mindlin étendu, avec $\lambda = 0.23 \mu\text{m}$ et $\mu = 0.49$. (---) : modèle étendu, avec $\lambda = 0.23 \mu\text{m}$ et $\mu = 1.3$.

Le modèle de Mindlin étendu ne permet donc pas de rendre compte, avec des valeurs réalistes du coefficient μ , de la réponse dissipative d'une interface multicontacts sollicitée sous le seuil de frottement statique.

Ceci nous amène à reconsidérer la validité des hypothèses du modèle, et en particulier celle qui consiste à supposer que le mécanisme dissipatif de base, c'est à dire le glissement dans les microcontacts, obéit *localement* à la loi de frottement de Coulomb.

Évaluons tout d'abord l'ordre de grandeur de la taille de la zone glissante dans un microcontact. Mindlin établit la relation entre le rayon intérieur c de

la zone glissante (fig. 4.13) et la force tangentielle : $c/a = [1 - f/(\mu w)]^{1/3}$. Pour un microcontact dont le rayon de Hertz est $a = 1 \mu\text{m}$, en supposant le rapport f/w égal au rapport macroscopique¹³ γ_{ac} , on trouve, avec $\gamma_{ac} = 0.2$ et $\mu = 0.5$, un rayon intérieur $c \approx 0.85a$, soit $c - a \approx 150 \text{ nm}$.

Sur cette distance de 150 nm, la contrainte de cisaillement passe de sa valeur maximale, fixée par μ , à zéro au bord du contact, en $r = a$ (fig. 4.13). Nous avons donc supposé implicitement dans nos calculs que la loi de Coulomb, qui permet de s'affranchir de la divergence de contrainte tangentielle, est valable à une échelle très inférieure à cette taille typique de zone glissante. Or, si on considère la dissipation dans les microcontacts comme la conséquence d'événements discrets de dépiégeage, impliquant des volumes élémentaires de taille nanométrique (voir chapitre 2), on ne peut pas, à l'échelle d'une dizaine de ces "nanoblocs" [45], définir de moyenne statistique. *Il n'est donc certainement pas légitime d'utiliser une loi constitutive du frottement, résultant d'une moyenne sur un ensemble d'événements dissipatifs élémentaires, à une échelle de l'ordre de la taille de ces événements.*

Le désaccord entre le modèle de Mindlin étendu et nos résultats expérimentaux nous renvoie donc à la question importante des échelles spatiales dans les problèmes de fracture [66].

Dans un contact bille/plan dont le rayon de Hertz $a \approx 500 \mu\text{m}$, soumis à un cisaillement d'amplitude réduite $f/w = 0.2$, on estime la taille de la zone glissante périphérique $a - c \approx 100 \mu\text{m}$, avec $\mu = 0.5$. Il est beaucoup plus raisonnable de penser qu'on peut légitimement utiliser une loi de Coulomb locale à cette échelle, ce qui, pensons-nous, explique l'accord satisfaisant entre les résultats expérimentaux des études antérieures, obtenus sur des contacts macroscopiques, et le modèle de Mindlin [57, 58].

Par contre, pour un microcontact, la taille des événements dissipatifs élémentaires devient non négligeable devant l'échelle spatiale typique des variations de contrainte, et on ne peut plus s'attendre à décrire quantitativement la propagation du glissement à partir des bords du contact à l'aide d'une loi constitutive locale.

4.4 FLUAGE SATURANT SOUS CISAILLEMENT [67]

Afin de caractériser la réponse de l'interface dans le régime où le patin glisse lentement le long de la piste (fig. 4.6), nous avons réalisé l'expérience suivante : après un temps d'attente t_w sous une force F_{dc} finie, le patin est

¹³Ceci revient à raisonner avec N contacts moyens identiques, qui portent tous la même fraction de force normale et tangentielle. Notons également ici que les résultats de Mindlin sont indépendants de la force tangentielle moyenne F_{dc} sur laquelle est superposée la force alternative (voir annexe C.1).

soumis à un cisaillement alternatif d'amplitude constante, choisie dans le régime de glissement lent. On applique donc au patin une marche de γ_{ac} , dont le temps de montée est inférieur à 0.1 s, et on enregistre sa position moyenne, x_{dc} , au cours du temps.

4.4.1 Résultats

La réponse interfaciale à une marche de γ_{ac} est illustrée sur la figure 4.16.

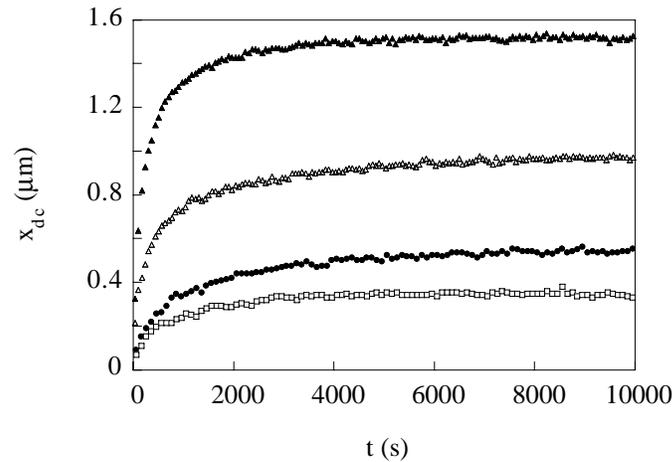


FIG. 4.16: Distance glissée x_{dc} en fonction du temps, pour quatre expériences réalisées dans des conditions identiques : $f = 80$ Hz, $\gamma_{dc} = 0.36$, $\gamma_{ac} = 0.18$, et $t_w = 300$ s.

On constate que les résultats obtenus dans des conditions de sollicitation identiques sont particulièrement dispersés.

Après un glissement très rapide sur une distance de 10-100 nm durant le temps de montée de γ_{ac} (0.1 s), le patin décélère lentement sur la piste, jusqu'à une situation où, pour des temps de l'ordre de 10^4 s, la vitesse de glissement devient non mesurable. La distance totale glissée, jusqu'au régime quasi-arrêté, varie typiquement entre 100 et 1500 nm.

On observe également une très forte sensibilité de la réponse interfaciale au niveau de force tangentielle appliquée : un saut de quelques pourcents de $\gamma_{max} = \gamma_{dc} + \gamma_{ac}$ suffit à faire bifurquer le système du régime saturant au régime de glissement accéléré, comme cela est illustré sur la figure 4.17.

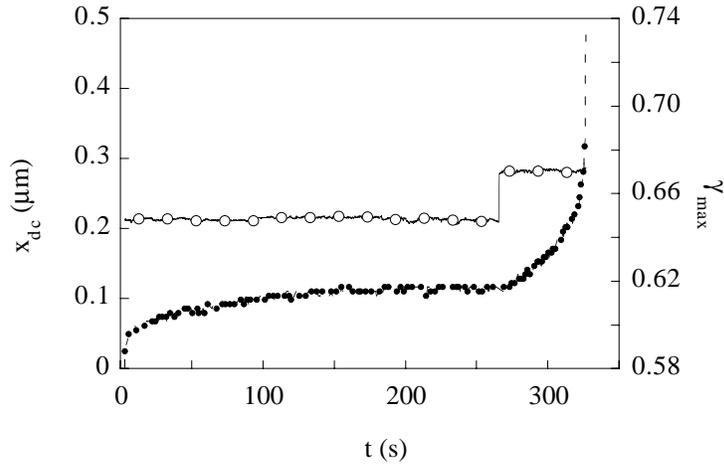


FIG. 4.17: Bifurcation entre le régime de fluage saturant et le glissement accéléré, déclenchée par un saut de 3% de γ_{max} . (●) : déplacement du patin en fonction du temps, $x_{dc}(t)$. (○) : force tangentielle réduite $\gamma_{max} = \gamma_{dc} + \gamma_{ac}$. $\gamma_{dc} = 0.36$, $t_w = 600$ s, $f = 80$ Hz

4.4.2 Discussion

4.4.2.1 Sensibilité de la réponse à l'écart au seuil

Comment peut-on interpréter la dispersion importante des caractéristiques $x_{dc}(t)$ présentées sur la figure 4.16 ?

Toutes ces courbes, de type fluage saturant sous cisaillement, ont été obtenues avec des valeurs identiques des paramètres de contrôle, et les écarts observés d'une expérience à l'autre ne peuvent être que le résultat des variations de *l'état initial* de l'interface.

Nous avons vu, au §4.1.4 page 75, que la dispersion sur les mesures de raideur interfaciale ou du seuil de frottement statique sont de l'ordre de 10-12%, soit typiquement $\mu_s(300\text{ s}) = 0.6 \pm 0.03$. Une telle dispersion est tout à fait compatible avec le bruit statistique $1/\sqrt{N}$ qui provient du nombre fini de microcontacts à l'interface, que nous estimons dans nos expériences¹⁴ à $N \approx 100$. Or, comme nous l'avons présenté dans le chapitre 2, la dynamique de piégeage/dépiégeage dans la jonction adhésive entre les aspérités conduit à une dépendance en vitesse de glissement *logarithmique* de la force de frottement. Dans nos expériences à force de cisaillement imposée, on s'attend donc à une sensibilité *exponentielle* de la réponse en glissement à *l'écart au seuil de frot-*

¹⁴La charge normale dans ces expériences de cisaillement alternatif est de l'ordre de 2 N, soit 5 à 10 fois plus faible que dans les expériences du chapitre 3, ce qui explique le plus faible nombre de microcontacts.

tement $\mu_s - \gamma_{max}$, où γ_{max} est la force tangentielle réduite maximale appliquée au patin.

La dispersion des résultats dans le régime de fluage saturant traduit donc l'amplification, par la dynamique de dépiégeage, des fluctuations du seuil de frottement statique d'une expérience à l'autre. On peut valider quantitativement cet argument de la façon suivante.

Considérons que les variations de l'âge géométrique de l'interface, et donc celle de l'aire de contact Σ_r , n'affectent pas significativement le glissement, ce qu'il est raisonnable de supposer au début de l'expérience, lorsque les distances glissées sont faibles et le temps d'expérience t est tel que $t \lesssim t_w$. On s'attend alors à ce que le temps caractéristique du fluage tangential soit celui du dépiégeage, thermiquement activé, des unités élémentaires dans la jonction entre aspérités. Ce temps caractéristique, t_c , s'écrit, d'après l'expression (2.29) page 38, $\ln(t_c) = C^{te} + \Delta U/kT$, où ΔU est la barrière d'énergie que doit franchir une unité élémentaire soumise à une force tangentielle réduite γ_{max} , et C^{te} est une constante indépendante de la force tangentielle.

Au voisinage du seuil de dépiégeage [45], la barrière d'énergie s'écrit : $\Delta U/kT \cong (\mu_s - \gamma_{max})/A$, où $A = \alpha\sigma_{s0}/H$ est le paramètre du modèle de Rice et Ruina (α et σ_{s0} sont définis dans l'expression (2.26) page 32, H est la dureté du matériau). Les caractéristiques $x_{dc}^{(i)}(t)$, correspondant à différentes expériences (i), doivent donc se rabattre sur une courbe maîtresse lorsqu'on les porte en fonction de $t/C^{(i)}$, avec $\ln(C^{(i)}) \cong (\mu_s^{(i)} - \gamma_{max})/A$. Le résultat d'une telle remise à l'échelle est présenté sur la figure 4.18.

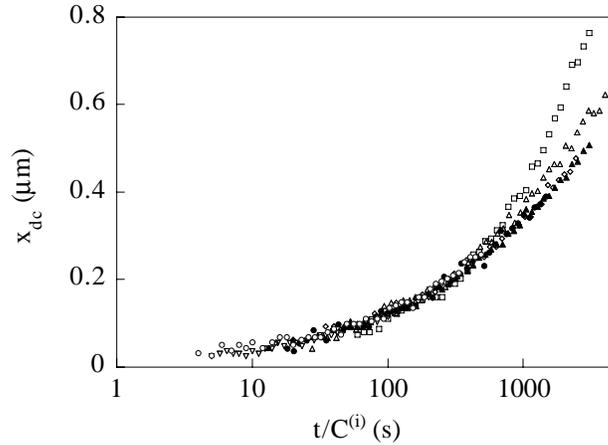


FIG. 4.18: Courbe maîtresse $x_{dc}(t/C^{(i)})$, en échelle semi-logarithmique. Les caractéristiques issues de sept expériences, réalisées à $t_w = 300$ s, $f = 80$ Hz, $\gamma_{dc} = 0.36$ et $\gamma_{ac} = 0.18$, sont représentées.

La partie à temps courts (typiquement $t < 300$ s) des différentes carac-

téristiques se rabat effectivement de façon très satisfaisante sur une courbe maîtresse. On trouve de plus que la dispersion des facteurs $C^{(i)}$ est telle que $\max_{i,j} |\ln(C^{(i)}/C^{(j)})| \simeq 4.4$, ce qui est en parfait accord avec la dispersion sur le seuil de frottement statique, $\Delta\mu_s \simeq 0.06$, qui conduit à $\Delta\mu_s/A \simeq 4.6$, avec $A = 0.013$ la valeur déterminée expérimentalement au chapitre 3.

Ceci confirme le fait que, tant que le glissement ne modifie pas de façon significative l'âge géométrique de l'interface, la dynamique de fluage tangentielle est gouvernée par le temps caractéristique de dépiégeage dans la jonction adhésive entre les aspérités. La sensibilité en $\exp(\mu_s - \gamma_{max})$ de cette dynamique de dépiégeage explique la dispersion des courbes $x_{dc}(t)$.

4.4.2.2 Analyse de la dynamique de fluage saturant

Pour tenter de comprendre l'origine du régime de fluage saturant observé, nous analysons maintenant nos résultats expérimentaux dans le cadre du modèle de Rice et Ruina, tel que nous l'avons étendu au chapitre 3.

Rappelons tout d'abord que la force tangentielle réduite appliquée au patin, $\gamma(t) = \gamma_{dc} + \gamma_{ac} \cos(\omega t)$, est telle que $\gamma_{dc} \ll \mu_s$, et que son maximum, $\gamma_{max} = \gamma_{dc} + \gamma_{ac}$, est de l'ordre du seuil statique μ_s . On s'attend donc à ce que la réponse de l'interface, sur une période de la force tangentielle alternative, présente les deux phases suivantes :

- Tant que $\gamma(t) < \gamma_{max}$, la sensibilité exponentielle de la dynamique de glissement à l'écart au seuil statique fait que le patin est quasiment arrêté. Durant cette phase, l'interface *vieillit* par fluage des microcontacts, ce qui se traduit par une augmentation de l'âge géométrique ϕ : $\Delta\phi_{stick} > 0$.
- Lorsque $\gamma(t)$ est proche de son maximum γ_{max} , lui-même voisin du seuil statique, le fluage devient suffisant pour entraîner un renouvellement partiel de la population de microcontacts, c'est à dire un *rajeunissement* de l'interface. L'âge géométrique du système varie alors de $\Delta\phi_{slip} < 0$.

La dynamique de fluage est ainsi gouvernée par la compétition entre vieillissement et rajeunissement : en moyenne, sur une période de l'oscillation, si la variation d'âge $\Delta\phi_{stick} + \Delta\phi_{slip} > 0$, l'interface vieillit, et par conséquent le seuil de frottement statique augmente. Ceci implique que sur la période d'oscillation suivante l'écart $\mu_s - \gamma_{max}$ est plus grand, la vitesse de glissement, ainsi que la distance glissée, est plus faible, et le rajeunissement est moins important. Le vieillissement géométrique l'emporte donc sur le rajeunissement, et le patin ralentit de plus en plus sur la piste. Au contraire, si $\Delta\phi_{stick} + \Delta\phi_{slip} < 0$, le patin accélère.

La figure 4.17, qui montre la bifurcation du régime de fluage saturant au glissement accéléré, illustre bien le passage d'une situation où le mécanisme de vieillissement domine à un régime où le rajeunissement par glissement provoque

l'amplification du mouvement.

Nous avons intégré numériquement les équations (4.9) et (4.10) afin de comparer quantitativement les résultats du modèle et les observations expérimentales. L'équation de mouvement quasi-statique du patin s'écrit :

$$\gamma_{dc} + \gamma_{ac} \cos(\omega t) = \mu_0 + A \ln \left(\frac{\dot{x}_{pl}}{V_0} \right) + B \ln \left(\frac{\phi V_0}{D_0} \right) \quad (4.9)$$

et nous rappelons la loi d'évolution de la variable dynamique :

$$\dot{\phi} = 1 - \frac{\phi \dot{x}_{pl}}{D_0} \quad (4.10)$$

où \dot{x}_{pl} est la vitesse de glissement vraie (voir chapitre 3). La vitesse $V_0 = 1 \mu\text{m.s}^{-1}$, et nous utilisons les valeurs des paramètres $A = 0.013$, $B = 0.026$ et $D_0 = 0.4 \mu\text{m}$ déterminées au chapitre 3 page 51. Les conditions initiales sont $x_{dc}(0) = 0$ et $\phi(0) = t_w$. Compte tenu de la forte sensibilité de la dynamique aux faibles variations de μ , nous avons utilisé le coefficient $\mu_0 = \mu(V_0)$ comme paramètre d'ajustement.

Rappelons que les caractéristiques de fluage saturant observées expérimentalement présentent trois régimes : un "saut" d'amplitude 10–100 nm durant le temps d'établissement (0.1 s) de la force oscillante γ_{ac} , un régime de glissement "rapide" pour des temps typiquement inférieurs à 1000 s, durant lequel le patin parcourt environ 80% de la distance glissée totale, et enfin un régime "lent" d'approche de la saturation.

Il n'est pas possible de rendre compte de l'ensemble de ces régimes à l'aide du modèle de Rice et Ruina. Si l'on tente d'ajuster le saut initial, le modèle prédit systématiquement une dynamique de glissement auto-accélérée. Lorsqu'on cherche à décrire le régime "rapide", l'ajustement de cette partie est peu satisfaisant, et la distance totale glissée est surestimée.

Le meilleur accord global entre le modèle et les expériences est finalement obtenu pour les valeurs de μ_0 qui permettent d'ajuster le niveau final de x_{dc} , c'est-à-dire la distance glissée totale.

Ceci est illustré sur la figure 4.19, qui correspond à $\mu_0 = 0.42865$. Cette valeur de μ_0 est en parfait accord avec les mesures du coefficient de frottement dynamique à $1 \mu\text{m.s}^{-1}$ réalisées précédemment [7]. Il faut noter que les cinq décimales sont significatives pour l'ajustement numérique, et permettent d'ajuster avec un précision de 1% le régime final de fluage.

On voit sur la figure 4.19 que le modèle décrit alors de façon très satisfaisante la réponse interfaciale aux temps longs, pour $t \gtrsim 1000$ s, dans le régime de glissement quasi-saturé. Le calcul analytique, exposé en annexe C.2, de ce régime asymptotique de la dynamique de fluage, prédit une saturation de

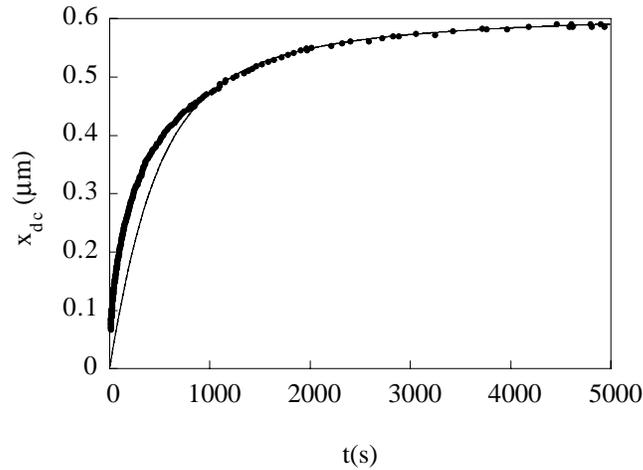


FIG. 4.19: Courbe de fluage expérimentale (\bullet), ajustée à l'aide du modèle de Rice et Ruina (—). $f = 80$ Hz, $\gamma_{dc} = 0.36$, $\gamma_{ac} = 0.18$, $t_w = 300$ s.

la distance glissée en $1/t$. On constate sur la figure 4.20 que cette dynamique asymptotique est effectivement observée expérimentalement. Ceci justifie notre choix d'ajustement du paramètre μ_0 .

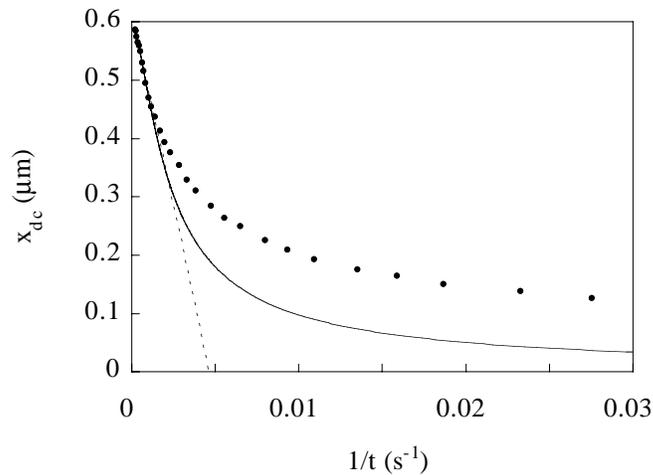


FIG. 4.20: Données expérimentales et ajustement identiques à ceux de la figure 4.19, portés en fonction de $1/t$. La ligne (---) indique la limite asymptotique.

L'analyse de nos résultats dans le cadre du modèle de Rice et Ruina nous permet donc de comprendre le fluage saturant observé comme étant essentiellement le résultat de la compétition entre vieillissement géométrique et rajeunissement par glissement.

Toutefois, la représentation, sur la figure 4.20, de x_{dc} en fonction de $1/t$ met en évidence le point suivant : si le modèle rend bien compte du régime quasi-saturé, on constate en revanche qu'il ne prédit pas du tout quantitativement la réponse interfaciale à temps courts ($t \lesssim 1000$ s). Dans cette gamme de temps, le modèle de Rice et Ruina *sous-estime* largement la distance glissée ; en particulier, il ne rend pas compte du glissement rapide initial qui a lieu durant la fraction de seconde nécessaire pour établir la sollicitation harmonique.

Autrement dit, le modèle *sous-estime l'efficacité du rajeunissement* lors de la mise en glissement du patin. Ceci nous laisse penser qu'il existe un mécanisme de *rajeunissement* par glissement qui agit dans la *jonction adhésive* entre les aspérités. En effet, cette jonction confinée, d'épaisseur nanométrique, se comporte comme un solide amorphe, quasi-bidimensionnel, qui se déforme plastiquement au delà d'une contrainte seuil (voir chapitre 2). À ce titre, on s'attend à ce que, à l'instar des solides vitreux mous [68, 69] ou des verres colloïdaux [70], un phénomène de vieillissement structural, et l'effet associé de rajeunissement sous cisaillement, soient à l'œuvre au sein de cette jonction adhésive.

4.5 CONCLUSIONS

Le travail expérimental que nous venons de présenter dans ce chapitre constitue la première étude systématique des différents régimes de réponse d'une interface frictionnelle, entre deux solides macroscopiques, sollicitée au dessous et au voisinage immédiat du seuil statique de frottement.

La méthode de cisaillement alternatif non centré que nous avons mise au point permet, à faible amplitude d'excitation, de caractériser très précisément les réponses élastique et viscoélastique de l'interface multicontacts piégée. Les valeurs de raideur et d'angle de perte que nous obtenons sont parfaitement compatibles avec les propriétés mécaniques en volume du matériau.

Nous avons pu par ailleurs mettre clairement en évidence l'existence d'une *dissipation d'énergie interfaciale* avant glissement des solides. L'analyse de cette réponse dissipative, dans le cadre du modèle de Mindlin, conduit à une remarque importante : l'existence d'une échelle caractéristique nanométrique des événements dissipatifs élémentaires implique que l'utilisation d'une loi constitutive locale du frottement ne devient légitime qu'à des échelles spatiales nettement supérieures à cette taille caractéristique.

Enfin, l'étude de la réponse de fluage tangentielle au voisinage du seuil statique de frottement nous amène aux deux conclusions suivantes :

(i) La compétition entre le vieillissement géométrique et le renouvellement des aspérités à une interface multicontacts est à l'origine d'une dynamique de fluage qui peut bifurquer entre un régime de "jamming" [71] et une réponse

auto-accélérée. Le fluage sous cisaillement à une interface frictionnelle entre deux solides rugueux apparaît de ce point de vue comme tout à fait analogue à la dynamique d'écoulement et d'avalanche observée dans certains fluides à seuil [72].

(ii) Le désaccord observé sur la dynamique à temps courts entre le modèle de Rice et Ruina et les expériences nous fait soupçonner l'existence d'un *vieillessement structural de la jonction adhésive* entre les aspérités. Ceci confirmerait la description qualitative de cette jonction comme un verre bidimensionnel confiné. Nous allons revenir en détail sur ce point dans le chapitre suivant.

VIEILLISSEMENT STRUCTURAL ET RHÉOLOGIE DE LA JONCTION ADHÉSIVE

La question de l'origine physique de la dissipation par frottement lors du glissement à une interface multicontacts nous a amenés à interpréter le frottement dynamique en termes de plasticité de la jonction adhésive, d'épaisseur nanométrique, entre aspérités, où se localise le cisaillement, que nous décrivons comme un solide amorphe quasi-bidimensionnel (voir [7] et §2.5.2 page 32). De ce point de vue, la dépendance en vitesse de la contrainte de cisaillement¹, $\sigma_s(\dot{x}_{pl})$, traduit la rhéologie de ce solide désordonné sollicité au delà de son seuil de plasticité, c'est-à-dire au delà du seuil de frottement statique.

Des travaux théoriques [68, 69, 73, 74] et expérimentaux [70, 75–77] récents, concernant le comportement mécanique des fluides à seuil ou des solides vitreux “faibles”², montrent que leur rhéologie peut être interprétée comme le résultat de la compétition entre :

(i) vieillissement de type “vitreux”, qui donne lieu à un renforcement du milieu amorphe par relaxations structurales lentes,

(ii) rajeunissement sous cisaillement : la contrainte appliquée au système, qui biaise le paysage d'énergie exploré lors des relaxations, induit un repeuplement des états d'énergie peu profonds vidés par le vieillissement. Le système “rajeunit” ainsi sous l'effet du cisaillement.

Si notre interprétation du frottement est fondée, on s'attend donc à ce qu'un tel mécanisme de vieillissement structural/rajeunissement sous cisaille-

¹Rappelons que cette contrainte est définie par $F = \sigma_s \Sigma_r$, où F est la force de frottement et Σ_r l'aire de contact entre les solides.

²Ce qualificatif de “faible” s'applique, par exemple, aux verres colloïdaux, qui s'écoulent pour des contraintes de quelques dizaines de Pa, par opposition aux matériaux amorphes tels que le PMMA, dont la limite élastique est de l'ordre de 100 MPa.

ment soit aussi à l'œuvre dans la rhéologie de la jonction adhésive entre aspérités. La contrainte σ_s devrait alors dépendre non seulement de la vitesse, mais également de l'histoire du glissement. Pour valider cette hypothèse, il est nécessaire d'accéder expérimentalement aux variations fines de σ_s , ce qui en pratique est difficile à une interface entre *deux solides rugueux*, car seule l'analyse indirecte des transitoires en glissement non stationnaire donne accès à ces variations (voir §2.3.4 page 26), qui sinon sont masquées par la dynamique de renouvellement des microcontacts.

Nous présentons dans ce chapitre l'étude de la réponse frictionnelle d'une interface entre une surface rugueuse et un substrat lisse [78]. Cette géométrie, dans laquelle l'individualité des microcontacts est préservée au cours du glissement, permet de réaliser des expériences à aire de contact constante, et de caractériser en détail la rhéologie de la jonction adhésive.

Nous mettons ainsi clairement en évidence un effet dont nous n'avions pu jusqu'alors que soupçonner l'existence : un phénomène de vieillissement structural est effectivement à l'œuvre au sein de la jonction adhésive, qui se renforce à l'arrêt et s'affaiblit en glissement.

De plus, nous observons une forte sensibilité de ce vieillissement au niveau de contrainte appliqué à l'interface, qui se traduit par une accélération notable du renforcement statique sous contrainte.

5.1 EXPÉRIENCES

5.1.1 Préparation des échantillons

Les interfaces multicontacts que nous étudions dans ce chapitre sont formées entre un patin, dont la surface est rugueuse, et une piste lisse.

Le patin est constitué d'un bloc de PMMA, d'épaisseur 10 mm et de surface nominale $20 \times 70 \text{ mm}^2$, collé sur un support métallique. La surface libre de l'échantillon de polymère est rôdée selon la technique exposée au chapitre 3.

La piste est une plaque de verre flotté silico-sodocalcique de $120 \times 120 \text{ mm}^2$, d'épaisseur 10 mm, dont la rugosité rms est typiquement inférieure au nanomètre. Chaque plaque utilisée est nettoyée de la façon suivante :

- (i) dégraissages successifs à l'acétone, éthanol, méthanol,
- (ii) nettoyage 15 minutes, en cuve à ultrasons, dans une solution aqueuse contenant 2% de détergent (RBS 35), à 50°C ,
- (iii) rinçage 15 minutes en cuve à ultrasons, à l'eau milli-Q ultrapure, à 50°C ,
- (iv) séchage sous flux d'azote sec,
- (v) exposition de chaque face pendant une heure à un rayonnement UV de longueur d'onde 185 nm, sous un flux d'oxygène de débit 0.5 l/mn (nettoyage

UV/Ozone).

Les substrats de verre ainsi obtenus présentent des surfaces “propres”, particulièrement sensibles à la pollution par des molécules organiques éventuellement présentes dans l’air du laboratoire. Les expériences sur verre “nu” sont donc réalisées en transférant les plaques, immédiatement après nettoyage, dans une boîte à gants maintenue sous surpression d’Argon sec, dans laquelle est placé le montage expérimental.

Nous avons également préparé une série de pistes dont les surfaces ont subi un traitement de silanisation en phase vapeur :

(i) les plaques de verre, nettoyées selon le protocole que nous venons de décrire, sont tout d’abord placées dans un réacteur basse pression et exposées pendant 12 heures à une atmosphère saturée en vapeur d’eau, dans le but de maximiser le nombre de sites réactifs Si-OH (silanols) en surface,

(ii) le réacteur est ensuite purgé de la vapeur d’eau et placé dans une étuve à $T = 90^\circ\text{C}$,

(iii) on expose alors les surfaces de l’échantillon à un triméthylsilane [(1,1,1,3,3,3) hexamethyldisilazane] en phase vapeur à $T = 90^\circ\text{C}$ et $p \simeq 10$ mbar,

(iv) la réaction de silanisation du verre est conduite durant 24 ou 120 heures. Nous appellerons, dans toute la suite de ce chapitre, pistes J1 et J5 les substrats traités respectivement 24 et 120 heures.

Nous obtenons ainsi des pistes à la surface desquelles les atomes d’hydrogène des silanols sont remplacés par des groupements $-\text{Si}-(\text{CH}_3)_3$, dans une proportion variant avec le temps de réaction. Notons que le silane monofonctionnel que nous employons permet d’obtenir sur les surfaces une couche d’épaisseur constante de l’ordre de quelques angströms, qui n’affecte pas significativement la rugosité initiale du substrat [79].

La présence des groupes méthyl en surface rend les échantillons hydrophobes : nous mesurons un angle de contact statique de l’eau sur ces surfaces de $80^\circ \pm 5^\circ$, la résolution de la mesure ne nous permettant pas de distinguer entre les plaques J1 et J5.

5.1.2 Montage

Le montage utilisé dans ces expériences est identique à celui présenté au chapitre 3, exception faite du système de modulation de charge normale ici absent. Le patin, dont le poids est $W = 7.7$ N, est entraîné sur la piste par l’intermédiaire d’un ressort de charge de raideur $K = 8 \times 10^{-2}$ N. μm^{-1} , dont on impose la vitesse V de l’extrémité libre dans la gamme 0.1–100 $\mu\text{m}.\text{s}^{-1}$ (fig. 5.1).

Tout le système expérimental est placé, comme nous l’avons mentionné,

dans une boîte à gants maintenue en surpression d'argon. Les expériences sont réalisées à $T = 20^\circ\text{C}$ et à un niveau d'humidité relative de 8–10%.

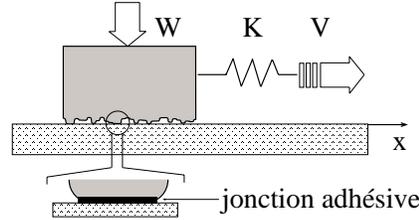


FIG. 5.1: Représentation schématique du montage expérimental en géométrie rugueux/lisse.

5.1.3 Préparation d'une interface à aire de contact constante

Nous avons réalisé en premier lieu la série d'expériences suivantes :

- (i) à $t = 0$, on forme l'interface entre le patin et la piste,
- (ii) on mesure alors le coefficient de frottement dynamique μ_d , en glissement stationnaire à vitesse V_0 , à des instants t_i successifs, entre 10 et 10^5 s. Entre chaque mesure le système d'entraînement est stoppé et le patin est à l'arrêt.

Comme on le voit sur la figure 5.2, $\mu_d(V_0)$ augmente logarithmiquement avec le temps t écoulé depuis la création de l'interface.

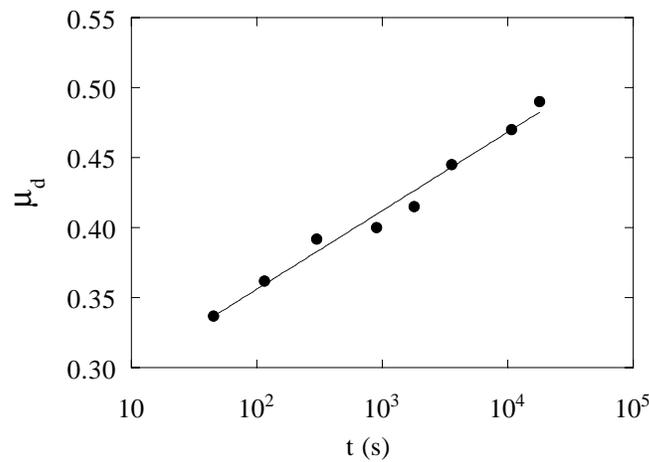


FIG. 5.2: Évolution du coefficient de frottement dynamique μ_d à $V_0 = 50 \mu\text{m.s}^{-1}$, en fonction du temps t écoulé depuis la formation de l'interface. Piste en verre nu.

On mesure une pente logarithmique $d\mu_d/d\ln t = 2.3 \times 10^{-2}$. L'évolution temporelle du coefficient de frottement dynamique que nous observons est donc tout à fait comparable à l'augmentation du seuil statique en géométrie rugueux/rugueux, pour laquelle $d\mu_s/d\ln t = 1.7 \times 10^{-2} \pm 4 \times 10^{-3}$ [25].

L'augmentation de μ_d avec le temps écoulé depuis la mise en contact du patin et de la piste est par conséquent attribuable au *vieillessement géométrique* de l'interface. L'évolution monotone de la force de frottement dynamique montre que *la population des microcontacts qui portent la charge n'est pas renouvelée par le glissement*, contrairement à ce qui se passe à une interface entre deux surfaces rugueuses. Ceci est en accord avec les observations *in situ* des microcontacts en cours de glissement réalisées par Baumberger *et al* sur le même système [80]. L'âge géométrique d'un système rugueux/lisse s'écrit ainsi simplement $\phi \equiv t$, et ne joue plus le rôle d'une variable dynamique.

Il faut cependant noter que l'insensibilité aux effets cumulatifs d'usure dont nous bénéficions pour les systèmes rugueux/rugueux, du fait du renouvellement des microcontacts, est perdue dans la configuration rugueux/lisse. Ceci se traduit, lorsqu'on utilise un patin dont la surface vient d'être rôdée, par une dérive de la force de frottement, qui diminue avec la distance glissée. Toutefois, ce régime est transitoire, et la force de frottement, après avoir diminué typiquement de 15% sur une distance glissée cumulée de l'ordre de 10 cm, atteint finalement un niveau stationnaire³.

Nous allons par conséquent utiliser le protocole suivant dans toutes les expériences ultérieures : le patin, après avoir glissé sur une distance totale de plus de 10 cm, reste au repos sur la piste jusqu'à atteindre un âge géométrique ϕ de l'ordre de 10^4 – 10^5 s, à partir duquel nous effectuons toutes les séries de mesures dans un intervalle de temps $\Delta t \ll \phi$. La variation d'aire de contact, logarithmique, entre ϕ et $\phi + \Delta t$ est donc négligeable, et nous pouvons ainsi réaliser des mesures à aire de contact quasi-constante, qui nous donnent accès aux variations fines de la contrainte σ_s .

5.2 RÉSULTATS

5.2.1 Influence de la silanisation sur le frottement dynamique

La mesure du coefficient de frottement dynamique à une vitesse de référence donnée fournit une première indication importante sur l'effet de la silanisation des substrats.

Les résultats obtenus sur des pistes en verre nu sont particulièrement dispersés : on observe en général des oscillations de stick-slip jusqu'à des vitesses variant entre 10 et 100 $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (nous y reviendrons au §5.2.5), et les coefficients

³Ce transitoire se superpose au fluage des microcontacts. Cependant, l'effet du vieillissement géométrique présenté sur la figure 5.2 a été mis en évidence sans que la distance glissée totale dépasse quelques millimètres, et il se sépare donc nettement de cette dérive de la force, qui devient significative pour des distances glissées de l'ordre du centimètre.

de frottement dynamique en régime stationnaire varie de 0.4 à 0.7 selon les échantillons.

La silanisation des plaques de verre a pour effet, d'une part, de *diminuer le niveau de frottement dynamique*, et d'autre part d'en *réduire la dispersion* : le coefficient μ_d , mesuré à $10 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, varie ainsi entre 0.25 et 0.36 avec les pistes J1, et entre 0.13 et 0.2 avec les substrats J5.

Nous interprétons cet effet de la silanisation du substrat sur le niveau de frottement dynamique de la façon suivante : dans le système que nous utilisons, les molécules de PMMA, qui présentent un groupement carbonyle C=O sur chaque monomère, peuvent être fortement piégées sur le substrat par formation de liaisons hydrogène entre ces carbonyles et les hydroxyles présents à la surface du verre, sur les sites Si-OH [81]. La force de frottement comprend donc une contribution qui provient du dépiégeage des molécules adsorbées sur ces sites [82]. La silanisation du substrat, qui a pour effet de "passiver" les silanols, diminue donc le nombre de sites de piégeage fort. Autrement dit, le potentiel de confinement de la jonction adhésive, dû à la présence du substrat de verre, est d'autant moins corrugué, c'est à dire présente d'autant moins de sites de piégeage fort, que le taux de silanisation est élevé. On comprend ainsi qualitativement pourquoi la force de frottement sur une piste J5, sur laquelle il reste peu de sites forts "actifs", est plus faible que sur une piste J1 ou, plus encore, une piste "nue".

On peut noter ici que les expériences de frottement constituent un test fin de la qualité des couches de silane, puisqu'elles révèlent non seulement des différences entre les plaques traitées 24 ou 120h que nous n'avions pas décelées en mouillage, mais également des écarts sur des échantillons traités dans les mêmes conditions nominales. Ceci traduit très probablement le fait que la couverture en silane présente des inhomogénéités à petite échelle qui influencent de façon notable la dynamique de piégeage/dépiégeage des molécules sur les hydroxyles, mais auxquelles une mesure d'angle de contact statique⁴ de l'eau n'est pas sensible.

Enfin, la dispersion importante des résultats sur les pistes "nues" provient certainement du fait que, malgré nos précautions expérimentales, les surfaces des échantillons de verre, propres à l'issue du nettoyage UV/Ozone, se contaminent de façon incontrôlée lors des expériences⁵. Les pistes silanisées, de plus basse énergie, semblent bien moins sensibles à une éventuelle pollution.

⁴Des expériences plus fines d'hystérésis de mouillage nous auraient probablement permis de déceler des écarts entre les plaques J1 et J5.

⁵Seules des expériences faites sous vide pourraient nous garantir des substrats de verre propres.

5.2.2 Mise en évidence du vieillissement structural

Avec une interface d'âge géométrique ϕ_0 , préparée selon le protocole décrit au §5.1.3, nous réalisons l'expérience suivante, dite de "stop-and-go" : à partir d'une situation de glissement stationnaire à vitesse V_0 , où la force de frottement dynamique vaut $\mu_d(V_0, \phi_0)W$, on arrête l'entraînement de l'extrémité libre du ressort (*i.e.* la vitesse d'entraînement passe brutalement de V_0 à 0). La force tangentielle appliquée au patin relaxe alors en quelques secondes jusqu'à la valeur F_{stop} , qui correspond au niveau auquel le patin s'arrête. Après avoir attendu un temps t_w , on rétablit la vitesse de l'entraînement à V_0 pour charger et remettre le patin en glissement. Un enregistrement de la force tangentielle au cours d'une telle séquence est présentée sur la figure 5.3.

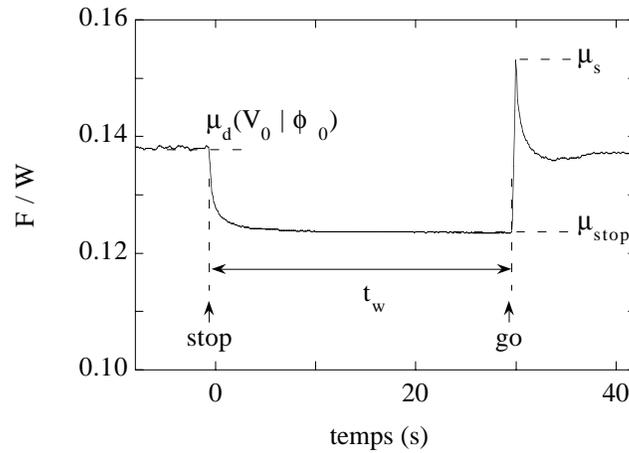


FIG. 5.3: Force tangentielle réduite F/W en fonction du temps dans une expérience de stop-and-go sur une piste silanisée 120h. $V_0 = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$, $\phi_0 = 55000$ s. Le niveau μ_{stop} indique la force sous laquelle le patin s'arrête, et μ_s mesure la valeur du pic de frottement statique.

Le résultat remarquable de ces expériences de stop-and-go est que, quelle que soit la nature du substrat, silanisé ou non, la réponse interfaciale lors de la mise en glissement présente systématiquement un *pic de frottement statique* :

(i) lorsque le système d'entraînement est mis en mouvement, après t_w , la force tangentielle croît tout d'abord linéairement, avec une pente dF/dt correspondant au chargement élastique de l'interface non glissante,

(ii) le régime élastique se termine lorsque la force tangentielle atteint, à son maximum, le seuil statique de frottement $F_s = \mu_s W$,

(iii) au delà de ce seuil, la force décroît rapidement jusqu'au niveau de glissement stationnaire $\mu_d(V_0, \phi_0)W$.

Il faut ainsi appliquer au patin, pour le remettre en mouvement, une force

tangentielle supérieure à celle qui était nécessaire pour le faire glisser avant l'arrêt. L'existence de ce *maximum de force tangentielle* lors du chargement signifie que pendant t_w , *l'interface à l'arrêt s'est renforcée*. Or, durant $t_w \ll \phi_0$, l'aire de contact n'a pas évolué. Nous sommes donc amenés à une première conclusion importante : le renforcement observé n'est pas l'effet du vieillissement géométrique des microcontacts, mais celui du *vieillissement structural de la jonction adhésive*.

Nous avons de plus établi que ce *vieillissement structural est indépendant du mécanisme de renforcement géométrique* grâce à l'expérience suivante : en cours de vieillissement géométrique, alors que μ_d augmente avec ϕ (voir figure 5.2), on effectue des séquences de stop-and-go, à différents $\phi > 300$ s, avec le même temps d'attente $t_w = 60$ s. Nous obtenons ainsi les caractéristiques $\mu_d(V_0, \phi)$ et $\mu_s(\phi, t_w = 60\text{s})$. On constate alors que le seuil statique μ_s augmente avec ϕ tout comme μ_d , mais que la différence $\mu_s - \mu_d$, qui traduit le renforcement dû au vieillissement structural puisque $t_w \ll \phi$, est indépendante de ϕ (voir figure 5.4).

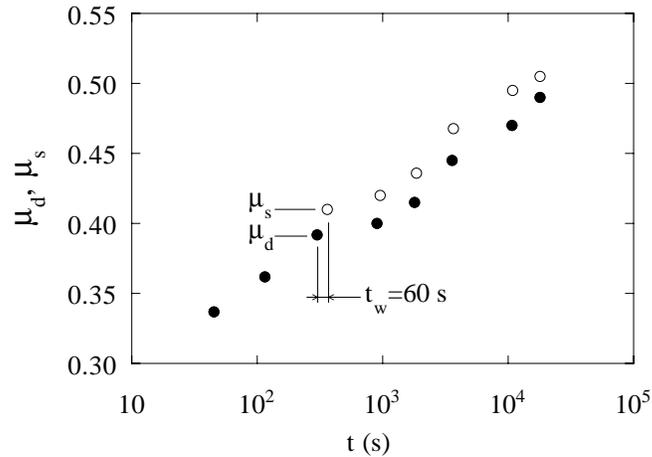


FIG. 5.4: Évolutions du coefficient de frottement dynamique $\mu_d(V_0 = 50 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ (\bullet), et du coefficient de frottement statique $\mu_s(t_w = 60\text{s})$ (\circ), en fonction de l'âge géométrique de l'interface $\phi \equiv t$. Piste en verre nu.

Enfin, nous pouvons tirer une dernière conclusion fondamentale de la réponse illustrée figure 5.3 : la diminution rapide de la force tangentielle après le maximum, et le retour, en glissement stationnaire, à $F_d = \mu_d(V_0, \phi_0)W$ montre que l'effet du vieillissement structural durant la phase d'arrêt du patin est "remis à zéro" par le mouvement. La jonction adhésive est donc *rajeunie par glissement*.

5.2.3 Dynamique de vieillissement structural et effet de la force tangentielle statique

Lorsqu'on réalise des expériences de stop-and-go à différents temps d'attente, on observe *une augmentation quasi-logarithmique du seuil statique de frottement μ_s avec le temps d'attente t_w* , comme on le voit sur la figure 5.5.

La pente $d\mu_s/d\ln(t_w)$ varie entre 1.5×10^{-3} et 6.5×10^{-3} selon les échantillons, mais ne présente pas de variation systématique avec le type de piste utilisé, et n'est donc pas corrélée au niveau de frottement moyen.

Remarquons alors qu'en géométrie rugueux/rugueux, l'évolution de μ_s avec le temps passé à l'arrêt est le résultat de deux contributions : le vieillissement structural de la jonction adhésive et le vieillissement géométrique. Toutefois, la pente logarithmique $d\mu_s/d\ln(t)$ mesurée dans cette géométrie est trois à dix fois plus grande que celle qui caractérise le vieillissement structural. Ainsi, à l'interface entre deux solides rugueux, les variations de μ_s sont effectivement gouvernées, comme nous l'avons dit dans les chapitres précédents, par les effets de fluage des aspérités.

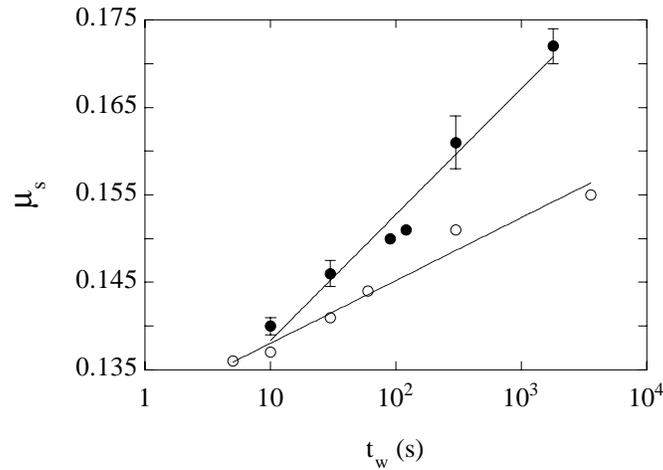


FIG. 5.5: Augmentation du seuil statique de frottement avec le temps d'attente t_w , sur une piste silanisée 120h. Interface d'âge géométrique initial $\phi_0 = 55000$ s. (●) : vieillissement à l'arrêt sous μ_{stop} , $d\mu_s/d\ln(t_w) = 6.2 \times 10^{-3}$. (○) : vieillissement sous contrainte nulle, $d\mu_s/d\ln(t_w) = 3.7 \times 10^{-3}$.

Toutes les expériences de vieillissement structural présentées jusqu'ici ont été réalisées alors que l'interface vieillit sous une force tangentielle réduite finie μ_{stop} , inférieure d'environ 10% au niveau de glissement stationnaire (fig. 5.3). Nous nous sommes également intéressés à l'influence de la force tangentielle statique sur le vieillissement de la jonction adhésive. Pour étudier cet effet, nous avons modifié l'expérience de stop-and-go : au lieu de laisser le patin s'arrêter de lui-même sous μ_{stop} , on inverse le sens de l'entraînement, de façon à décharger l'interface jusqu'à un niveau de force tangentielle statique $F_w = \mu_w W$, avec $0 \leq \mu_w < \mu_{stop}$ (fig. 5.6). On mesure, après t_w , la hauteur du pic statique $\mu_s(t_w, \mu_w)$.

On constate alors que *la dynamique de vieillissement est nettement accélérée en présence d'une force tangentielle finie*. Cet effet est illustré sur la figure 5.5, où l'on voit que la pente $d\mu_s/d\ln(t_w)$ est clairement plus élevée lorsque l'interface vieillit sous $\mu_w = \mu_{stop}$ que lorsqu'elle vieillit sous $\mu_w = 0$.

Plus précisément, à t_w donné, on observe que la hauteur du pic de frottement statique *diminue* lorsque μ_w diminue (fig. 5.6).

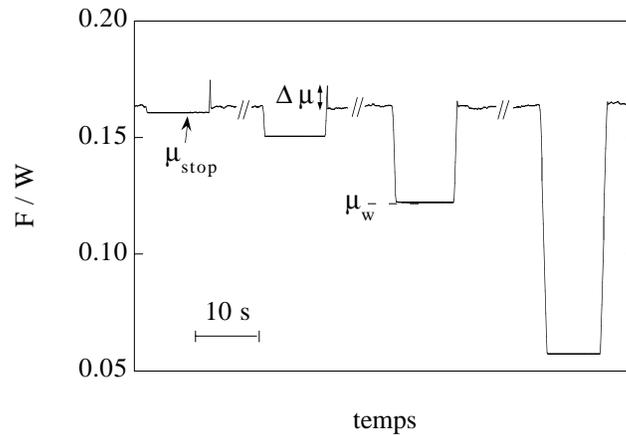


FIG. 5.6: Force tangentielle réduite F/W en fonction du temps, lors de séquences successives d'arrêt, pendant $t_w = 10$ s, sous différents μ_w . Piste silanisée 120h, $V_0 = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$.

Si l'on rassemble les résultats obtenus sur différentes pistes (fig. 5.7) en portant, pour s'affranchir des variations du niveau de frottement moyen d'un échantillon à l'autre, la chute de force réduite $\Delta\mu = \mu_s - \mu_d$ en fonction de $\mu_{stop} - \mu_w$, à t_w fixé, on constate que toutes les données se placent sur une même courbe maîtresse. Ceci indique de nouveau que la dynamique de vieillissement structural, quelle que soit la force tangentielle statique, ne dépend pas significativement du niveau de frottement moyen.

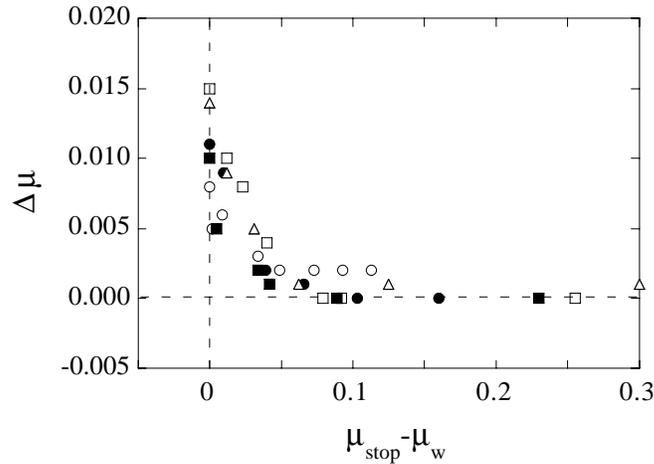


FIG. 5.7: Chute de force réduite $\Delta\mu = \mu_s - \mu_d$ en fonction de $\mu_{stop} - \mu_w$, à $t_w = 10$ s, pour trois pistes silanisées 24h (\blacksquare , \square , \triangle), et deux pistes silanisées 120h (\bullet , \circ).

De plus, on note sur les figures 5.6 et 5.7 qu’aux niveaux de μ_w les plus bas il est possible de n’observer, dans la limite de la résolution expérimentale, *aucun pic statique* ($\Delta\mu = 0$). Dans ce cas, la mise en glissement du patin lors du chargement se traduit par une rupture de pente nette de la courbe $F(t)$, comme cela est illustré figure 5.8.

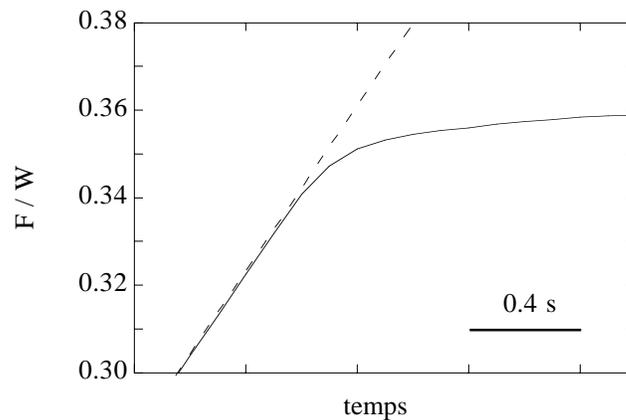


FIG. 5.8: Réponse interfaciale ne présentant pas de pic statique lors de la mise en glissement du patin, obtenue avec une piste J5 après un arrêt sous $\mu_w = 0$ durant $t_w = 10$ s. La droite en trait pointillé correspond au régime de chargement élastique linéaire.

Pour tous les échantillons qui présentent cette caractéristique, le pic statique finit cependant par se développer, à μ_w donné, si on attend des temps t_w suffisamment grands (fig. 5.9). Nous avons observé que ce “temps de latence”, ou ce “retard” du vieillissement, en deçà duquel nous ne détectons pas

d'évolution de "l'âge structural" de la jonction adhésive, dépend énormément des échantillons : on mesure par exemple, sous $\mu_w = 0$, des temps de latence variant entre moins de 6 s et 30 s avec les pistes J5, et entre 8 s et plus de 2000 s avec les pistes J1.

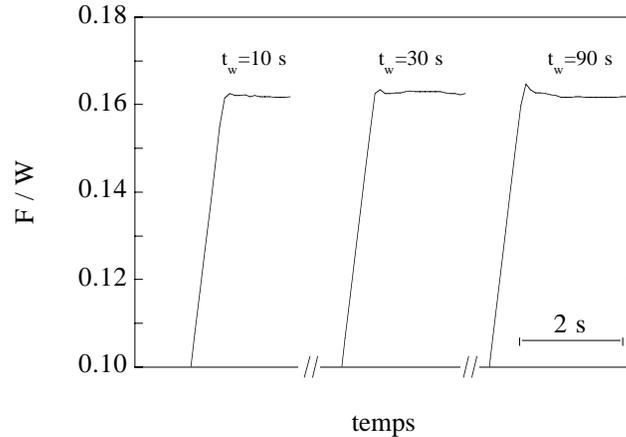


FIG. 5.9: Illustration du "retard" du vieillissement structural, sur une plaque J5. Les trois courbes $F(t)/W$ montrent la réponse de l'interface après vieillissement sous force nulle pendant 10, 30 et 90 s. Le temps de latence est ici de l'ordre de 30 s.

Nous discutons l'ensemble des résultats concernant le vieillissement structural au §5.3

5.2.4 Transitoires de charge

Tous les résultats obtenus avec les pistes silanisées 120h montrent que la réponse de l'interface après arrêt présente uniquement un pic statique, tel celui de la figure 5.3, au delà duquel la force de frottement dynamique est stationnaire.

En revanche, les expériences réalisées avec les pistes nues ou silanisées 24h mettent en évidence l'existence d'une dynamique plus complexe lors de la mise en glissement de l'interface. En effet, comme on le voit sur la figure 5.10, la réponse de l'interface après vieillissement présente, à la suite du pic statique, un long transitoire durant lequel la force de frottement passe de nouveau par un maximum avant de rejoindre son niveau stationnaire. La comparaison de résultats obtenus à différentes vitesses d'entraînement nous montre par ailleurs que cette réponse transitoire n'est pas gouvernée par un temps, mais plutôt par une longueur caractéristique, de l'ordre de 100–300 μm . Cette distance est de deux ordres de grandeur supérieure à la distance glissée lors de la chute de force associée au pic statique initial, typiquement inférieure au micromètre.

Ceci nous laisse penser que le pic statique et le transitoire qui suit relèvent chacun de mécanismes de nature différente.

D'autre part, on constate que l'amplitude du transitoire augmente d'autant plus que le niveau de force tangentielle à l'arrêt est faible (fig. 5.10).

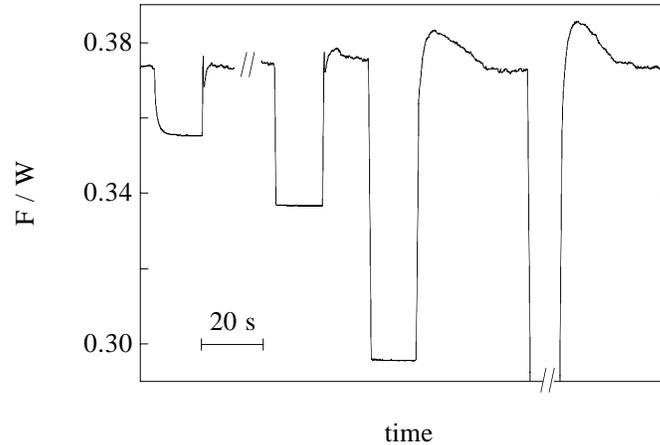


FIG. 5.10: Transitoires de charge après des arrêts de 20 s sous différents μ_w , sur une piste silanisée 24h. $V_0 = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$.

Pour tenter d'interpréter ces transitoires, rappelons tout d'abord que le nombre de sites de piégeage fort des molécules de PMMA sur le substrat dépend du taux de couverture en silane (voir §5.2.1). Nous pensons que dans le cas des pistes nues ou silanisées 24h, les sites de piégeage fort sont en nombre suffisant pour que les molécules de PMMA dans la jonction adoptent, en glissement stationnaire, une configuration fortement étirée : en effet, piégées sur les hydroxyles à la surface de la piste, elles sont par ailleurs entraînées, en haut de la jonction, par le volume des aspérités. Ceci peut donner lieu à un alignement global des molécules à la surface du patin, comme cela a été mis en évidence dans le frottement du PTFE [83, 84].

Ceci nous amène à proposer l'interprétation qualitative suivante : lorsqu'on décharge l'interface à l'arrêt, les molécules de la jonction, étirées par le glissement, peuvent récupérer viscoélastiquement une partie de leur déformation, et cela d'autant plus que la diminution de la contrainte par rapport à sa valeur en glissement est grande. Les transitoires observés lors de la remise en charge correspondraient alors à la distance glissée nécessaire pour atteindre de nouveau un "état stationnaire d'étirement" dans la jonction.

5.2.5 Dépendance en vitesse du coefficient de frottement dynamique

Enfin, dans le but de caractériser la rhéologie en glissement stationnaire de la jonction adhésive, $\sigma_s(V)$, nous avons étudié la dépendance en vitesse du coefficient de frottement dynamique, à une interface rugueux/lisse dont l'aire de contact est constante. Un résultat typique est présenté sur la figure 5.11.

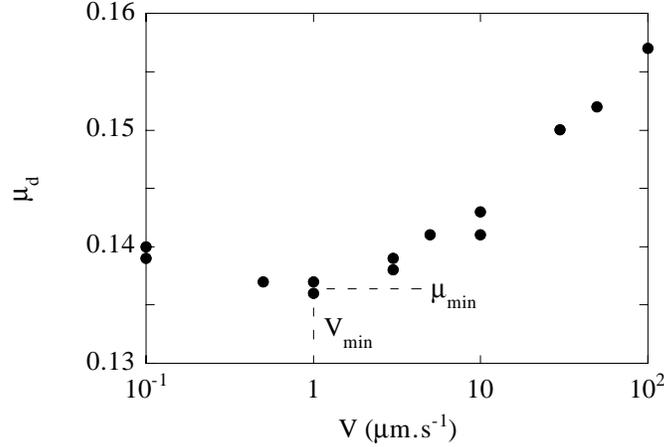


FIG. 5.11: Coefficient de frottement dynamique en fonction de la vitesse. Piste silanisée 120h, interface d'âge géométrique $\phi_0 = 85000$ s.

Les caractéristiques $\mu_d(V)$ obtenues présentent deux régimes :

(i) A basse vitesse, un *régime d'affaiblissement cinétique*, dans lequel μ_d décroît quand la vitesse de glissement augmente. Cette décroissance résulte nécessairement d'un affaiblissement du piégeage, correspondant à une décroissance de l'âge structural $\varphi(V)$ de la jonction. Comme le prévoient les théories des verres cisailés [85], le glissement interrompt le vieillissement, d'autant plus efficacement que le taux de cisaillement de la jonction est plus grand.

Ce régime s'étend jusqu'à une vitesse V_{min} (fig. 5.11). Pour les pistes J1 et J5, nous avons mesuré (voir insert fig. 5.13) des valeurs de V_{min} qui s'échelonnent entre 0.1 et 30 $\mu\text{m.s}^{-1}$. Pour les valeurs de raideur et de charge normale utilisées dans nos expériences, nous n'avons observé, avec ces pistes, de stick-slip que dans la dynamique très basse vitesse ($V \sim 0.1 \mu\text{m.s}^{-1}$) sur quelques-uns des substrats J1.

Sur verre nu, la dynamique de glissement présente en revanche dans la plupart des cas un régime de stick-slip qui s'étend jusqu'à des vitesses de l'ordre de 10 à 100 $\mu\text{m.s}^{-1}$. Dans quelques cas seulement, nous avons pu observer du glissement stable sur toute la gamme de vitesse accessible $V \in [0.1; 100 \mu\text{m.s}^{-1}]$. Les caractéristiques $\mu_d(V)$ obtenues, telle celle de la figure 5.12, présentent

alors un régime d'affaiblissement cinétique jusqu'à des vitesses V_{min} proches de $10 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

L'ensemble de ces résultats suggère que le stick-slip à une interface rugueux/lisse est favorisée par la présence d'un plus grand nombre de sites de piégeage fort des molécules de la jonction, c'est-à-dire par une force de piégeage élevée.

Enfin, une pente négative des caractéristiques stationnaires $\mu_d(V)$ est le moteur nécessaire de l'instabilité de stick-slip. Cependant, comme nous l'avons vu au chapitre 2, dès lors que la variable d'âge ne s'adapte pas instantanément aux variations de vitesses de glissement, il est possible d'observer du glissement stationnaire dans le régime d'affaiblissement cinétique — la position de la bifurcation dépendant alors de la charge normale et de la raideur d'entraînement⁶. Le fait que nous observons dans de nombreux cas un régime stationnaire affaiblissant est une preuve de plus de l'existence d'une dynamique sous-jacente qui est ici celle de l'âge structural.

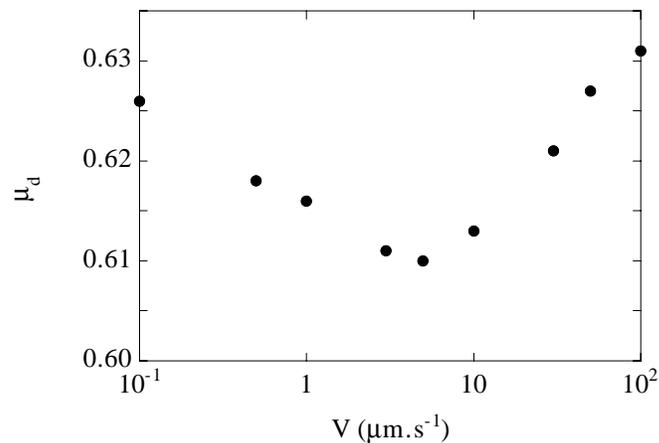


FIG. 5.12: Coefficient de frottement dynamique en fonction de la vitesse. Piste en verre nu.

(ii) Pour $V > V_{min}$ on observe un *une régime de renforcement cinétique* dans lequel le coefficient de frottement dynamique augmente logarithmiquement avec la vitesse de glissement. Pour comparer les résultats obtenus sur

⁶Dans l'esprit des études précédentes en géométrie rugueux/rugueux (voir chapitre 2), nous avons essayé de stabiliser le glissement en variant la raideur et la charge normale. Cependant, en géométrie rugueux/lisse, varier la charge W influence directement le fluage des aspérités, et donc l'âge géométrique de l'interface, ce qui complique l'interprétation des résultats. À charge normale donnée, des expériences réalisées en utilisant la raideur maximale de notre montage ne nous ont toutefois pas permis, avec la majorité des échantillons, d'étendre le domaine de glissement stable de façon notable.

différentes pistes, en s'affranchissant autant que possible des variations du niveau de frottement moyen, on porte le rapport μ_d/μ_{min} en fonction de la vitesse adimensionnée V/V_{min} (fig. 5.13).

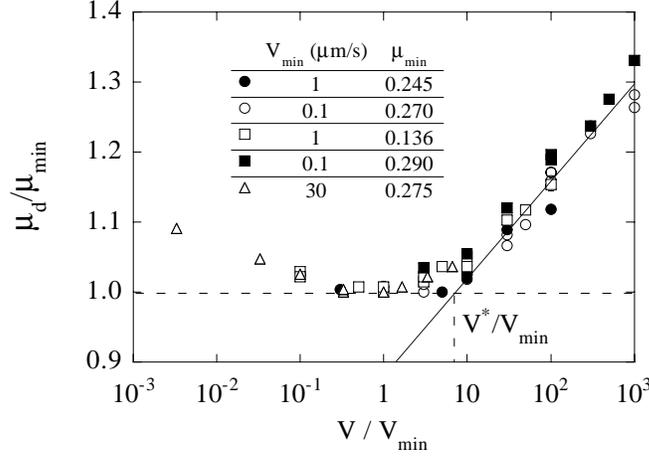


FIG. 5.13: Coefficient de frottement dynamique réduit μ_d/μ_{min} en fonction de la vitesse réduite V/V_{min} . Pistes silanisées 24h (●, ○, ■, △) et 120h (□).

On constate que toutes les caractéristiques réduites se superposent dans le régime croissant. Un ajustement des données de la forme :

$$\mu_d = \mu_{min}[1 + \zeta \ln(V/V^*)] \quad (5.1)$$

où V^* est définie sur la figure 5.13, conduit à une pente logarithmique commune $\zeta = 5 \times 10^{-2} \pm 6 \times 10^{-3}$.

Cette valeur de ζ est parfaitement compatible avec la pente $\alpha \in [4 \times 10^{-2}; 5 \times 10^{-2}]$ qui apparaît dans l'expression ((2.26) page 32) de la contrainte de glissement σ_s pour les interfaces rugueux/rugueux :

$$\sigma_s = \sigma_{s0}[1 + \alpha \ln(V/V_0)] \quad (5.2)$$

qui s'interprète en termes de dépiégeage prématuré, activé thermiquement, d'"unités" structurales de volume nanométrique.

Il faut enfin noter (fig. 5.13) que l'ajustement (5.1) est valable à partir de vitesses peu supérieures à V_{min} . Puisque la forme (5.2) correspond à une rhéologie à âge constant, nous sommes donc conduits à penser que, dans le régime croissant de $\mu_d(V)$, l'effet de rajeunissement structural induit par le glissement est quasi-saturé. Cette situation semble être l'analogie dynamique du régime statique de latence.

5.3 DISCUSSION

Afin d'interpréter qualitativement les résultats que nous venons de présenter concernant le vieillissement structural et la rhéologie de la jonction adhésive, nous proposons le scénario suivant.

La jonction adhésive est un milieu vitreux quasi-bidimensionnel, confiné par des potentiels provenant, d'une part, de la présence du substrat de verre, et d'autre part des "massifs" de PMMA constitués par le volumes des aspérités. Le potentiel dû au verre est d'autant plus corrugué que la piste est peu silanisée (voir §5.2.1),

On peut associer à ce système, dans l'espace de configuration, un paysage d'énergie libre de type vitreux, c'est-à-dire qui présente de très nombreux minima locaux, correspondant aux différentes configurations métastables, séparés par des barrières. On s'attend à ce que les détails de ce paysage soit influencés par le niveau de corrugation du potentiel dû au substrat de verre.

La contrainte tangentielle σ appliquée à la jonction adhésive biaise ce paysage, jusqu'à effacer graduellement les barrières d'énergie qui séparent les minima. À température nulle, le seuil statique est atteint lorsque, sous l'action de la contrainte, la configuration métastable dans laquelle se trouvait le système devient instable. À température non nulle, l'activation lui permet de sauter des barrières de hauteur finie, c'est-à-dire à dire de glisser avant leur effacement complet par la contrainte.

Par ailleurs, nos résultats concernant le régime croissant de $\mu_d(V)$ en glissement stationnaire indiquent, comme nous l'avons vu au chapitre 2, que cette rhéologie est bien interprétable en terme de réarrangements de configuration très *locaux*, impliquant des volumes d'activation de l'ordre du nm^3 , en accord avec les résultats des simulations d'Argon *et al.* sur les verres polymériques [37]. Ceci revient à dire que les barrières les plus basses — celles que le système cisailé franchit préférentiellement — ont des hauteurs d'ordre Hv_{act} , où v_{act} est le volume d'activation typique et H est la contrainte normale moyenne sur les microcontacts (voir chapitre 2).

Lorsque le système vieillit à l'arrêt sous une contrainte tangentielle $\mu_w H$, où $\mu_w < \mu_s$, il évolue par sauts activés vers des configurations correspondant à des minima plus "profonds" du paysage d'énergie. La fréquence de saut, pour une barrière de hauteur $\mu_b H v_{act}$ sous $\sigma = 0$ (avec $\mu_b \sim 1$) est donc grossièrement d'ordre :

$$\nu \sim \nu_0 \exp\left(-(\mu_b - \mu_w) \frac{Hv_{act}}{kT}\right) \quad (5.3)$$

Nos résultats expérimentaux mettent en évidence, au delà d'un temps de latence t_L , une dynamique de vieillissement logarithmique. En deçà de t_L , aucun

vieillessement n'est mesurable, dans la limite de la résolution de nos expériences. La forme la plus simple compatible avec ces observations est :

$$\Delta\mu(t_w) = \mu_s(t_w) - \mu_d(V_0) \approx \beta_s \ln \left(1 + \frac{t_w}{t_L} \right) \quad (5.4)$$

Ceci suggère, dans l'esprit du modèle de pièges de Bouchaud [86], une répartition assez large des hauteurs de barrière, que nous ne sommes pas en mesure de caractériser précisément.

On peut toutefois noter que l'effet d'une contrainte tangentielle $\mu_w H$ inférieure au seuil statique est de multiplier la fréquence d'activation associée à chaque barrière par un facteur d'échelle $\exp(\mu_w H v_{act}/kT)$ unique (pourvu que v_{act} soit raisonnablement constant) (voir expression (5.3)). On s'attend donc à ce que, à μ_w fixé, (5.4) devienne :

$$\Delta\mu(t_w, \mu_w) \approx \beta_s \ln \left(1 + \frac{t_w e^{\mu_w H v_{act}/kT}}{t_L^0} \right) \quad (5.5)$$

t_L^0 étant de l'ordre du temps de latence sous charge tangentielle nulle.

L'expression (5.5) prévoit donc, pour $\Delta\mu(\mu_w)$ à t_w fixé, deux régimes séparés par un crossover correspondant à $\mu_w^c = \ln(t_L^0/t_w)kT/(Hv_{act})$:

(i) pour $0 < \mu_w^c \lesssim \mu_w$, le système à t_w est en voie de vieillissement, et

$$\left. \frac{d\Delta\mu}{d\mu_w} \right|_{t_w} = \beta_s \frac{Hv_{act}}{kT} \quad (5.6)$$

(ii) pour $\mu_w \lesssim \mu_w^c$, le système est encore en "phase de latence", et $\Delta\mu \simeq 0$.

De plus, nous avons vu, au chapitre 2, que dans le modèle des nanoblocs de Persson, qui décrit bien la partie croissante des courbes $\mu_d(V)$, on a (voir §5.2.5) :

$$\frac{d\mu_d}{d \ln V} = \zeta \mu_{min} \simeq \frac{kT}{Hv_{act}} \text{ pour } \mu_d > \mu_{min}$$

Pour les données reproduites sur la figure 5.14, correspondant à une des plaques silanisées 24 heures (symboles \square) sur la figure 5.9), on mesure $\zeta \mu_{min} = 0.0054$, et la pente du vieillissement statique⁷ $\beta_s = 0.0035$. L'équation (5.6) prévoit donc, à t_w fixé, $d\Delta\mu/d\mu_w = \beta_s/(\zeta \mu_{min}) \simeq 0.65$. Si on ajuste les données de la figure 5.14 à l'aide de l'expression (5.5), on mesure, dans le régime croissant de $\Delta\mu$, une pente $d\Delta\mu/d\mu_w \simeq 0.35$ qui est bien du même ordre de grandeur que celle calculée à partir de $\beta_s/(\zeta \mu_{min})$.

⁷Nous prenons pour β_s la pente issue des résultats obtenus en vieillissement sous $\mu_w = \mu_{stop}$. Ce choix est justifié par le fait que c'est pour μ_w proche de μ_{stop} que le vieillissement de la jonction à $t_w = 10$ s devient mesurable.

Le même dépouillement concernant la pente de $\Delta\mu(\mu_w)$, fait pour l'ensemble des données présentées sur la figure 5.9, conduit à des valeurs du rapport entre $\beta_s/(\zeta\mu_{min})$ et $d\Delta\mu/d\mu_w$ mesuré qui varient entre 0.5 et 2.5. Étant donné le caractère extrêmement schématique de notre argument d'échelle, cet accord est très raisonnable.

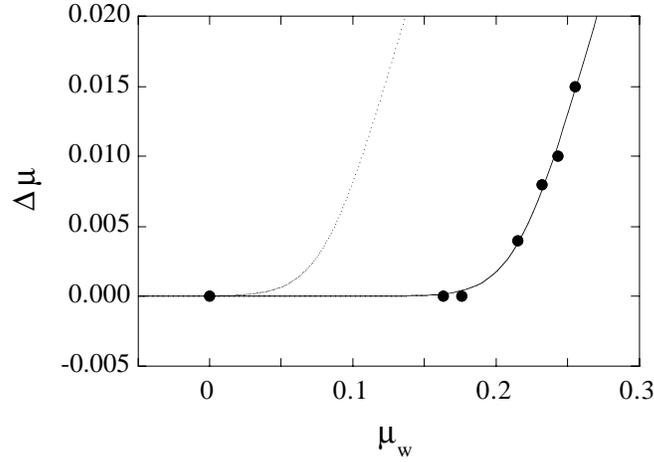


FIG. 5.14: (●) : évolution de $\Delta\mu = \mu_s - \mu_d$ en fonction de μ_w , à $t_w = 10$ s, pour une piste J1. (—) : ajustement des données à l'aide de l'expression (5.5) ; la pente dans le régime linéaire croissant vaut $d\Delta\mu/d\mu_w = 0.35$. (· · ·) : $\Delta\mu(\mu_w)$ prédit par (5.5), à partir du temps de latence mesuré.

En revanche, si l'on utilise, dans l'expression (5.5), les temps de latence t_L^0 mesurés expérimentalement, on ne peut en aucun cas rendre compte de la position du crossover μ_w^c : les temps de latence sous charge nulle estimés à partir du dépouillement de la pente de $\Delta\mu(\mu_w)$, pour des μ_w voisins de μ_{stop} , sont énormément plus grands que ceux que nous mesurons.

Nous ne pouvons qu'indiquer une piste possible pour expliquer ce désaccord. La diminution de charge tangentielle entre la phase “go” et la phase “stop” agit comme une “trempe mécanique” du système d'âge, avant trempe, $\varphi(V_0)$. L'arrêt du glissement n'est pas instantané, d'une part (pour μ_w peu inférieur à μ_{stop}) à cause de la raideur finie du ressort de charge (fig. 5.3), et d'autre part, pour μ_w faible, à cause de la relaxation viscoélastique de la jonction, mise en évidence par les transitoires longs à la recharge. Au cours de la phase de ralentissement graduel (fig. 5.3), la jonction vieillit. Comme nous ne pouvons pas contrôler en détail la trempe, nous ne pouvons pas assurer la reproductibilité des configurations initiales de la jonction, auxquelles t_L^0 est extrêmement sensible. De plus, pour les systèmes qui présentent des transitoires longs, une fois la décharge complète, le vieillissement de type vitreux se produit dans un

paysage d'énergie qui est constamment reconfiguré par la relaxation viscoélastique. Nous touchons là aux limites des possibilités qu'offre une expérience essentiellement macroscopique, de donner des informations quantitatives sur des phénomènes microscopiques.

5.4 CONCLUSIONS

Nous avons pu, grâce à des mesures fines de la réponse en frottement d'une interface entre une surface rugueuse et un plan, caractériser en détail la rhéologie de la jonction adhésive, d'épaisseur nanométrique, dans laquelle se localise le cisaillement lors du glissement entre deux solides macroscopiques.

Nous avons ainsi montré que la jonction adhésive présente des caractéristiques très analogues à celles d'un fluide à seuil ou d'un solide vitreux "faible", et peut à ce titre être considérée comme un "verre bidimensionnel" :

- (i) au dessous d'un seuil statique, elle est piégée et répond élastiquement,
- (ii) ce seuil statique, équivalent bidimensionnel d'une limite de plasticité, augmente avec le temps : la jonction vieillit,
- (iii) le glissement provoque, au delà du seuil, une chute de la contrainte de frottement jusqu'à sa valeur stationnaire : la jonction rajeunit sous cisaillement,
- (iv) le rajeunissement par mouvement est à l'origine de la décroissance de la caractéristique $\mu_d(V)$ dans le régime basse vitesse.

De plus, nous avons mis en évidence que le vieillissement structural de la jonction adhésive en régime statique est accéléré en présence d'une contrainte de cisaillement. Ceci est qualitativement comparable aux résultats de Viasnoff *et al* [77], qui montrent qu'un verre colloïdal peut être "survieilli", c'est-à-dire que sa dynamique de vieillissement peut être accélérée, par l'application d'un cisaillement alternatif de faible amplitude.

Dans nos expériences de stop-and-go, la décharge de l'interface à l'arrêt agit comme une "trempe mécanique", qui ralentit la dynamique de vieillissement de la jonction. Cette trempe peut être assez rapide pour que, sur des temps inférieurs à un temps de latence, l'âge structural de la jonction évolue négligeablement et conserve sa valeur en glissement stationnaire, ce qui se traduit par l'absence de pic statique lors de la remise en mouvement du patin. À l'inverse, l'accélération du vieillissement sous force tangentielle finie est attribuable au fait que dans cette situation, le système relaxe en explorant un paysage d'énergie dont les hauteurs de barrière sont abaissées par la contrainte appliquée [68, 69].

Il est important de remarquer que cette dynamique de vieillissement, non corrélée au niveau de frottement moyen, ne semble pas sensible au nombre

de sites de piégeage fort présents sur le substrat. Ceci pose alors la question, pour l’instant ouverte, de l’influence du potentiel de confinement de la jonction adhésive sur sa dynamique de relaxation.

Enfin, l’analyse de la réponse interfaciale $\mu_d(V)$ en glissement stationnaire nous permet de confirmer, comme nous l’avions jusqu’alors supposé, que la rhéologie de la jonction adhésive — gouvernée à basse vitesse par la compétition entre vieillissement structural et rajeunissement — est le résultat, dans le régime croissant avec V , d’une dynamique de dépiégeage activée thermiquement, impliquant des réarrangements élémentaires de taille nanométrique [7, 45].

Les travaux théoriques concernant le comportement des milieux vitreux sous cisaillement [68, 69, 74] ou la plasticité des amorphes [37, 44] suggèrent que la dynamique de ces systèmes résulte

- (i) à faible taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, de l’activation par le bruit thermique,
- (ii) à $\dot{\gamma}$ élevé, de l’activation par le bruit dynamique, c’est-à-dire les fluctuations locales de contraintes induites par les événements de dépiégeage.

Toutefois, aucune prédiction du taux de cisaillement associé à ce changement de régime n’existe pour le moment. Dans nos expériences, le régime thermique s’étend apparemment sur toute la gamme de vitesse de glissement explorée, qui correspond à $\dot{\gamma} \in [10^3; 10^5 \text{ s}^{-1}]$ pour la jonction adhésive d’épaisseur nanométrique. Ceci indiquerait que le changement de régime a lieu, en frottement solide, pour des taux de cisaillement supérieurs à 10^5 s^{-1} , étonnamment plus élevés que les $\dot{\gamma}$ usuels en rhéologie des fluides complexes [87]. Ce point reste à éclaircir.

6

CONCLUSIONS

Les résultats que nous avons exposés ici nous permettent de tirer les conclusions suivantes.

- L'essentiel de la dynamique de glissement à l'interface entre deux solides rugueux peut être compris, dans le cadre du modèle de Rice et Ruina, en termes de la compétition entre :

- le vieillissement géométrique, dû au fluage du volume des aspérités, interrompu par le glissement,

- la rhéologie de la jonction adhésive, d'épaisseur nanométrique, formant le contact entre aspérités.

Nous avons vu au chapitre 3 que cette description permet de rendre compte avec succès d'une situation dynamique complexe : le modèle, correctement étendu pour inclure les effets de la modulation de raideur interfaciale, décrit quantitativement la réponse d'une interface multicontacts soumise à une charge normale modulée. Le frottement "state- and rate-dependent" apparaît donc comme un cadre adapté pour décrire la dynamique de glissement basse vitesse dans des problèmes mettant en jeu des interfaces entre solides macroscopiques.

Le modèle de Rice et Ruina, en tant que loi constitutive du frottement, présente toutefois des limitations qu'il est important de souligner :

- tout d'abord, la forme fonctionnelle tronquée au premier ordre en $\ln(\dot{x})$ et $\ln(\phi)$, donc nécessairement approchée, de la force de frottement ne permet pas de décrire quantitativement des régimes violemment non-linéaires, comme nous l'a montré l'analyse de la bifurcation en présence d'une modulation de charge normale de grande amplitude (Chap. 3).

- d'autre part, la dépendance en vitesse instantanée de la contrainte de glissement σ_s , qui traduit la rhéologie de la jonction adhésive dans laquelle se localise le cisaillement, est interprétable en termes d'événements de dépiégeage, activés thermiquement, impliquant des volumes élémentaires de taille nanométrique. L'utilisation d'une loi constitutive de frottement locale ne devient donc

légitime qu'à des échelles nettement supérieures à cette échelle caractéristique des événements dissipatifs élémentaires. De ce fait, l'apparition de la dissipation d'énergie à une interface piégée, qui peut s'interpréter qualitativement, dans l'esprit du modèle de Mindlin, comme l'apparition d'un glissement partiel dans les microcontacts, ne peut cependant pas être décrite quantitativement en faisant appel à un coefficient de frottement local sur une zone glissante dont l'extension est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres seulement (Chap. 4).

Cette remarque est importante dans la perspective des questions de "régularisation" que pose l'utilisation de lois constitutives locales en mécanique des fractures interfaciales.

- Les expériences de sollicitation alternative tangentielle non centrée d'une interface multicontacts nous ont permis, grâce à des mesures de résolution quasi-nanométrique, d'étudier en détail le régime de fluage interfacial sous cisaillement (Chap. 4).

Dans ce régime, la dynamique de glissement n'est pas entièrement attribuable aux variations d'aire de contact issues du mécanisme de vieillissement géométrique/rajeunissement par glissement. Nous avons été amenés, au terme de ces expériences, à soupçonner l'existence d'un deuxième mécanisme de vieillissement/rajeunissement, à l'œuvre cette fois au sein de la jonction adhésive.

L'étude de la réponse frictionnelle d'une interface rugueux/lisse nous a alors permis de mettre en évidence sans ambiguïté ce second mécanisme. À âge géométrique constant, l'accès aux variations fines de la contrainte de cisaillement nous montre qu'à l'arrêt, la jonction adhésive vieillit, et que, par contre, le glissement la rajeunit. Nous avons ainsi apporté la preuve que la contrainte de cisaillement σ_s dépend non seulement de la vitesse instantanée, mais également de l'histoire du glissement. Ce résultat, obtenu pour la première fois sur un système macroscopique, est la signature claire du fait que la jonction adhésive est le siège d'une *dynamique lente de relaxation structurale*.

Le mécanisme de vieillissement structural/rajeunissement sous cisaillement que nous avons observé est très analogue à celui invoqué en rhéologie des solides vitreux "faibles" [68, 70, 77]. De ce point de vue, la jonction adhésive peut être considérée comme un verre quasi-bidimensionnel confiné. Notons qu'en frottement solide le cisaillement se localise "naturellement" dans cette jonction confinée, et le problème de l'établissement d'une bande de cisaillement dans le système, qui se pose en rhéologie, n'existe pas dans notre cas.

- L'analogie de comportement entre la jonction adhésive et les solides vitreux faibles suggère différentes expériences complémentaires que, par manque

de temps, nous n'avons pas pu réaliser :

– Afin de caractériser le temps (ou la longueur) caractéristique d'ajustement de l'âge structural, il serait utile d'étudier la rhéologie non-stationnaire de la jonction adhésive. Une première approche consisterait à chercher à mettre en évidence une hystérésis dynamique lors de cycles d'accélération/décélération. Dans un deuxième temps, l'étude de la réponse à un cisaillement alternatif non centré donnerait certainement des informations plus détaillées.

– Nous avons montré que la dynamique de vieillissement structural à l'arrêt est particulièrement sensible à la contrainte appliquée au système. Ce résultat, qualitativement comparable à ce qu'observent Viasnoff *et al.* dans un verre colloïdal [77], appelle d'autres tests expérimentaux, plus systématiques, de caractérisation du vieillissement en fonction du temps passé à l'arrêt, à différents niveaux de contrainte de cisaillement.

Nous avons mis en évidence l'existence d'un temps de latence du vieillissement dont les variations avec le niveau de contrainte et la forte dispersion restent obscures. Ce point nécessiterait également des expériences plus systématiques.

Par ailleurs, il serait intéressant de comparer, à temps d'arrêt fixé, le vieillissement de la jonction pour différentes histoires de contrainte statique appliquée, à l'instar des expériences d'histoire thermique pratiquées en vieillissement des verres.

– Les résultats obtenus avec des substrats plus ou moins silanisés montrent clairement que le niveau de frottement dynamique est sensible au nombre de sites de piégeage fort. Cependant, la question des effets précis de la corrugation du potentiel de confinement de la jonction sur sa dynamique de vieillissement reste ouverte. Des simulations numériques seraient très utiles pour éclairer ce point.

Nous avons donc pu, grâce à des expériences de frottement macroscopiques, mettre à jour un mécanisme de vieillissement à l'œuvre au sein de la jonction, confinée dans le contact entre les aspérités, où se localise le cisaillement lors du glissement à une interface multicontacts. Un rapprochement fructueux de nos résultats avec ceux issus de la rhéologie des fluides à seuil nous a permis de conforter la description de cette jonction en tant que verre confiné bidimensionnel. Toutefois, la compréhension quantitative des détails de la dynamique de vieillissement structural observée se heurte aux limitations inhérentes à notre système macroscopique, en particulier celles dues aux problèmes d'homogénéité des traitements de surface.

Compte tenu des progrès que nous avons déjà réalisés dans la maîtrise de la silanisation de surfaces étendues, il n'est pas exclu d'envisager l'optimisation du processus de traitement de façon à améliorer la reproductibilité des résultats et

de faire de l'état physico-chimique des surfaces un réel paramètre de contrôle.

Il serait également très utile de réaliser, à l'échelle cette fois d'un seul contact de taille micrométrique, des expériences à l'aide d'une machine à force de surface. Ce type de dispositif permet en effet de confiner, dans un mono-contact d'extension latérale de l'ordre de quelques micromètres, une couche, d'épaisseur nanométrique, de molécules chimiquement bien définies. De tels systèmes confinés présentent, lorsqu'ils sont cisailés, certains comportements qualitatifs analogues à ceux que nous avons mis en évidence dans nos expériences macroscopiques (voir par exemple [39, 42, 88] et références citées). Des expériences systématiques avec ce genre de systèmes, où l'on peut contrôler d'une part la nature des molécules confinées et d'autre part leur interaction avec les parois de confinement, permettraient certainement d'obtenir des informations complémentaires très précieuses sur la dynamique structurale.

A

ANNEXES AU CHAPITRE 2

A.1 MODÈLE DE GREENWOOD : CALCUL DE N , Σ_R ET W DANS UN CAS SIMPLE

Nous traitons dans cette partie le cas du contact entre une surface rugueuse, dont les hauteurs d'aspérités sont distribuées selon une loi $\phi(z)$, et un plan de référence indéformable, dans l'hypothèse où les aspérités en contact se déforment élastiquement (modules élastiques E et ν , rayon de courbure au sommet R).

Lorsque les plans de références des deux surfaces sont distants de h (voir figure 2.3), le contact effectif a lieu au niveau de chaque sommet dont la hauteur $z > h$, avec une probabilité :

$$\mathcal{P}(z > h) = \int_h^{+\infty} \phi(z) dz \quad (\text{A.1})$$

En notant $N_0 = \eta \Sigma_0$ le nombre *total* de sommets, où η est le nombre de sommets par unité d'aire et Σ_0 l'aire nominale, le nombre d'entre eux en contact est :

$$N = N_0 \int_h^{+\infty} \phi(z) dz \quad (\text{A.2})$$

L'enfoncement de chaque aspérité en contact est $\delta = z - h$, et l'aire individuelle est donnée, d'après la théorie de Hertz, par $\pi a^2 = \pi R(z - h)$. L'aire réelle de contact vaut donc :

$$\Sigma_r = N_0 \pi R \int_h^{+\infty} (z - h) \phi(z) dz \quad (\text{A.3})$$

Enfin, la charge portée par une aspérité est $w = 4E^* a^3 / (3R)$, avec $E^* = E / (1 - \nu^2)$, et l'expression de la charge normale *totale* W est donc :

$$W = \int_h^{+\infty} w N_0 \phi(z) dz = \frac{4}{3} N_0 E^* \sqrt{R} \int_h^{+\infty} (z - h)^{3/2} \phi(z) dz \quad (\text{A.4})$$

Supposons que la distribution des hauteurs de sommets soit exponentielle :

$$\phi(z) = \frac{1}{s} \exp\left(-\frac{z}{s}\right) \quad (\text{A.5})$$

avec s l'écart type de la distribution.

En remplaçant ϕ par son expression ci-dessus dans les équations (A.2), (A.3) et (A.4), et en effectuant le changement de variable $l = (z - h)/s$ dans les différentes intégrales, on obtient :

$$N = N_0 e^{-h/s} \quad (\text{A.6})$$

$$\Sigma_r = \pi N_0 R s e^{-h/s} \Gamma(2) \quad (\text{A.7})$$

$$W = \frac{4}{3} N_0 E^* s \sqrt{R s} e^{-h/s} \Gamma(5/2) \quad (\text{A.8})$$

où $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$.

L'aire réelle de contact est donc *proportionnelle* à la charge normale W :

$$\Sigma_r = \frac{\sqrt{\pi R s}}{E^* s} W \quad (\text{A.9})$$

de même que le nombre de microcontacts :

$$N = \frac{W}{\sqrt{\pi R s} E^* s} \quad (\text{A.10})$$

Dans le cas d'une distribution gaussienne des hauteurs de sommets, l'aire de contact et le nombre de microcontacts ne sont pas strictement proportionnels à la charge normale, mais varient quasi-linéairement avec W sur plusieurs décades [16, 18].

A.2 MODÈLE DE FROTTEMENT DE RICE ET RUINA : ANALYSE DE STABILITÉ LINÉAIRE

Nous étudions ici le problème de la stabilité linéaire du glissement d'un patin, entraîné sur une piste par l'intermédiaire d'un ressort, lorsque la force de frottement entre le patin et la piste dépend de la vitesse de glissement instantanée et de la variable d'état dynamique ϕ du modèle de Rice et Ruina.

Considérons l'expression générale de la force de frottement :

$$F = W_0 \mu(v, \phi) \quad (\text{A.11})$$

La vitesse v est la vitesse de glissement, qui s'identifie, en régime stationnaire, à la vitesse \dot{x} du centre de masse du patin lorsque le charge normale est constante (voir §3.3.2).

La variable d'âge ϕ évolue selon la loi :

$$\dot{\phi} = 1 - \frac{v\phi}{D_0} \quad (\text{A.12})$$

où $\dot{\phi}$ désigne la dérivée temporelle de ϕ .

Lorsque le patin est entraîné à vitesse constante V , les valeurs stationnaires des variables dynamiques sont $v = V$ et $\phi = D_0/V$. Nous définissons :

$$\mu_v = \frac{\partial \mu}{\partial \ln V}(V, D_0/V) > 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\mu_\phi = \frac{\partial \mu}{\partial \ln \phi}(V, D_0/V) > 0 \quad (\text{A.14})$$

La vitesse de glissement et la vitesse du centre de masse du patin sont reliées par (voir figure 3.12) :

$$v = \dot{x} + \frac{d}{dt} \left(\frac{M\ddot{x} - K(Vt - x)}{\kappa} \right) \quad (\text{A.15})$$

où K est la raideur du ressort de charge, κ est la raideur tangentielle des aspérités et M est la masse du patin.

L'équation de mouvement du patin s'écrit :

$$M\ddot{x} = K(Vt - x) - W_0\mu(v, \phi) \quad (\text{A.16})$$

On linéarise le système d'équations (A.12) et (A.16) autour de l'état stationnaire à vitesse V en posant :

$$x = Vt - \frac{F(V, D_0/V)}{K} + \delta x, \quad |\delta x| \ll \frac{F(V, D_0/V)}{K} \quad (\text{A.17})$$

et

$$\phi = D_0/V + \delta\phi, \quad |\delta\phi| \ll D_0/V \quad (\text{A.18})$$

Le système linéarisé devient :

$$M\delta\ddot{x} = -K\delta x - W_0 \left[\frac{\mu_v}{V} \left(\eta\delta\dot{x} + \frac{M}{\kappa}\delta\ddot{x} \right) + \frac{\mu_\phi V}{D_0}\delta\phi \right] \quad (\text{A.19})$$

$$\delta\dot{\phi} = -\eta\frac{\delta\dot{x}}{V} - \frac{M}{\kappa}\frac{\delta\ddot{x}}{V} - \frac{V\delta\phi}{D_0} \quad (\text{A.20})$$

où nous notons η le rapport :

$$\eta = \frac{K + \kappa}{\kappa}$$

Les solutions du système linéarisé sont les parties réelles des quantités complexes $\widetilde{\delta x} = \widetilde{\delta x}_0 \exp(i\Omega t)$ et $\widetilde{\delta \phi} = \widetilde{\delta \phi}_0 \exp(i\Omega t)$, où Ω est complexe. En remplaçant δx et $\delta \phi$ par ces expressions dans les équations (A.19) et (A.20), et en écrivant la condition d'existence de solutions $\widetilde{\delta x}_0$ et $\widetilde{\delta \phi}_0$ non triviales (*i.e.* l'annulation du déterminant de la matrice du système), on obtient la relation de dispersion pour Ω :

$$C_4 \Omega^4 + C_3 \Omega^3 + C_2 \Omega^2 + C_1 \Omega + C_0 = 0 \quad (\text{A.21})$$

avec les termes :

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{KV}{D_0} \\ C_1 &= i \frac{W_0}{D_0} \left[\frac{KD_0}{W_0} - \eta(\mu_\phi - \mu_v) \right] \\ C_2 &= - \left(\frac{MV}{D_0} + \frac{\eta \mu_v W_0}{V} \right) \\ C_3 &= -iM \frac{W_0}{\kappa D_0} \left[\frac{\kappa D_0}{W_0} + (\mu_v - \mu_\phi) \right] \\ C_4 &= M \mu_v \frac{W_0}{\kappa V} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Avec $\Omega = r + is$, $\widetilde{\delta x} = \widetilde{\delta x}_0 \exp(-st) \exp(irt)$. Le glissement est stable tant que $s > 0$, et la bifurcation a lieu pour $s = 0$, c'est à dire lorsqu'une au moins des solutions Ω est réelle ou nulle.

Considérons tout d'abord le cas où la raideur interfaciale est infinie : $\kappa \rightarrow \infty$ et $\eta = 1$. Le terme C_4 s'annule, et en résolvant (A.21) pour $s = 0$ on obtient l'expression des paramètres critiques W_0^c et Ω_c :

$$\frac{KD_0}{W_0^c} = (\mu_\phi - \mu_v) \left(1 + \frac{MV^2}{W_0^c D_0 \mu_v} \right) \quad (\text{A.23})$$

et

$$\frac{\Omega_c D_0}{V} = \sqrt{\frac{\mu_\phi - \mu_v}{\mu_v}} \quad (\text{A.24})$$

Ces expressions n'ont de sens que pour $\mu_\phi - \mu_v > 0$, c'est à dire lorsque le coefficient de frottement en régime stationnaire décroît avec la vitesse.

Si on utilise pour $\mu(v, \phi)$ l'expression (2.18) donnée dans l'introduction, alors $\mu_v = A$, $\mu_\phi = B$, et on obtient :

$$\frac{KD_0}{W_0^c} = (B - A) \left(1 + \frac{MV^2}{W_0^c D_0 A} \right), \quad \Omega_c = \frac{V}{D_0} \sqrt{\frac{B - A}{A}} \quad (\text{A.25})$$

Avec les valeurs des paramètres dans nos expériences : $M = 2.3$ kg, $W_0^c \approx 10$ N et $V = 50 \mu\text{m.s}^{-1}$ au maximum (voir étude de la bifurcation au chapitre 3), $D_0 = 0.4 \mu\text{m.s}^{-1}$, $A = 0.013$, on estime que le terme inertiel intervenant dans l'expression de KD_0/W_0^c est de l'ordre de 0.1. On peut donc, dans nos conditions expérimentales, négliger l'inertie, et on retrouve les expressions des paramètres critiques données au §2.4.

Dans le chapitre 3, nous avons choisi l'expression (3.16) de la force de frottement, qui tient compte de la saturation du vieillissement à haute vitesse. Seule l'expression de μ_ϕ change par rapport à ce qui précède :

$$\mu_\phi = \frac{B}{1 + V/V_{sat}}$$

et on retrouve les expressions données au §3.3.3 pour W_0^c et Ω_c .

Évaluons maintenant la contribution de la raideur interfaciale finie dans l'équation (A.21), en estimant tout d'abord l'ordre de grandeur de $|C_4 \Omega_c^4 / C_0|$, où Ω_c est calculée pour $\eta = 1$. Avec la pulsation critique des oscillations de stick-slip $\Omega_c \cong V/D_0$, et la raideur $\kappa = W/\lambda$ où $\lambda \sim D_0$, on obtient :

$$\left| \frac{C_4 \Omega_c^4}{C_0} \right| \simeq \mu_v \frac{MV^2}{KD_0^2}$$

que l'on estime, dans nos conditions expérimentales, être de l'ordre de 10^{-2} – 10^{-3} pour $V \leq 100 \mu\text{m.s}^{-1}$. Le terme en Ω^4 peut donc être négligé dans l'équation (A.21).

Enfin, la raideur interfaciale finie introduit dans le terme C_3 des corrections de l'ordre de μ_v , $\mu_\phi \simeq 10^{-2}$, négligeables devant $\kappa D_0 / W_0 \sim 1$.

Nous pouvons donc, pour déterminer les valeurs des paramètres critiques, utiliser les expressions (A.23) et (A.24).

B

ANNEXES AU CHAPITRE 3

B.1 RÉALISATION EXPÉRIMENTALE DE LA MODULATION DE LA CHARGE NORMALE

Étudions le mouvement vertical du patin lorsque le pot vibrant est excité. On représente l'interface (*i.e.* la population d'aspérités en contact) par un élément élastique de raideur K_{int} en parallèle avec un élément dissipatif de coefficient d'amortissement η_{int} , sur lesquels repose le patin (voir figure B.1).

Le bâti du pot vibrant et le patin sont solidaires, et on note M la masse de l'ensemble. L'élément mobile du pot, de masse m , est relié au bâti par une armature flexible de raideur K_a .

Lorsque le pot vibrant est excité, l'aimant, solidaire du patin, exerce sur l'élément mobile une force électromagnétique F_{mag} (figure B.1).

L'équation de mouvement de l'élément mobile s'écrit, si on note z la coordonnée de son centre de masse et Z celle du centre de masse du patin :

$$m\ddot{z} = -F_{mag} - K_a(z - z_0 - Z) - mg \quad (\text{B.1})$$

où z_0 est la position de l'élément mobile telle que la force de rappel de l'armature soit nulle.

L'équation de mouvement du patin s'écrit :

$$M\ddot{Z} = F_{mag} + K_a(z - z_0 - Z) - K_{int}(Z - Z_0) - \eta_{int}\dot{Z} - Mg \quad (\text{B.2})$$

où Z_0 est la position du patin telle que la force de rappel de l'interface soit nulle.

En sommant (B.1) et (B.2), on obtient :

$$M\ddot{Z} + m\ddot{z} = -K_{int}(Z - Z_0) - \eta_{int}\dot{Z} - \underbrace{(M + m)g}_{W_0} \quad (\text{B.3})$$

soit

$$M\ddot{Z} = -K_{int}(Z - Z_0) - \eta_{int}\dot{Z} - (W_0 + m\ddot{z}) \quad (\text{B.4})$$

On voit ainsi que le terme $m\ddot{z}$, avec \ddot{z} l'accélération de l'élément mobile du pot, apparaît comme une correction à W_0 dans l'équation de mouvement vertical du patin. Un mouvement harmonique de l'élément mobile produit donc une modulation harmonique de la charge normale appliquée à l'interface.

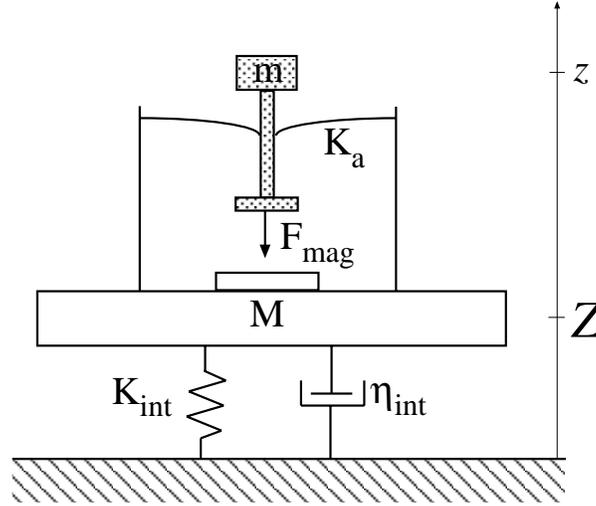


FIG. B.1: Représentation schématique de l'ensemble interface/patin/pot vibrant. Voir le texte pour les notations.

B.2 RÉPONSE ÉLASTOHYDRODYNAMIQUE DE LA COUCHE D'AIR INTERFACIALE

Nous justifions ici l'utilisation d'une amplitude de modulation effective pour rendre compte de la fraction de l'excitation portée par la couche d'air interfaciale.

Le mouvement du patin selon l'axe z , normal à l'interface, est supposé découplé du mouvement de glissement selon x .

On note h la séparation entre les plans moyens des surfaces rugueuses (voir figure 2.3). En l'absence de modulation, sous charge normale constante W_0 , l'espacement vaut h_0 et est fixé par la déformation des aspérités en contact.

B.2.1 Réponse normale élastique des aspérités

Dans le cadre du modèle de contact de Greenwood, on trouve que la raideur normale κ_z d'une interface multicontacts est liée à la raideur tangentielle κ par la relation [89] :

$$\frac{\kappa_z}{\kappa} = \frac{2 - \nu}{2(1 - \nu)}$$

où ν est le coefficient de Poisson du matériau.

Avec $\nu = 0.44$ pour le PMMA, on estime ainsi $\kappa_z \simeq 1.4\kappa$, soit, avec $\kappa = W_0/\lambda$, $W_0 \simeq 10$ N et $\lambda \simeq 0.6 \mu\text{m}$, une raideur normale $\kappa_z \simeq 2.3 \times 10^7$ N/m.

B.2.2 Réponse de la couche d'air interfaciale

Lorsque l'intervalle h est, par exemple, réduit, la couche d'air présente entre les surfaces est comprimée et chassée de la zone interfaciale. La réaction de la couche sur le patin est notée F_p .

Pour évaluer F_p , nous simplifions la géométrie du problème en considérant que l'air — de viscosité η , et de densité ρ_0 à la pression atmosphérique P_0 — est piégé entre deux disques parfaitement lisses de rayon R , parallèles et distants de h . On suppose que la vitesse d'écoulement s'annule aux parois, en $z = 0$ et $z = h$. Cette hypothèse d'écoulement de Poiseuille dans un intervalle à parois lisses est légitime si la rugosité des surfaces est petite devant l'intervalle. Dans nos conditions expérimentales, on estime $h \approx 5s$ [55]. Le rapport h/s n'est clairement pas assez petit pour que le modèle à parois lisses nous fournisse une évaluation précise des forces hydrodynamiques, mais nous pouvons raisonnablement l'utiliser pour estimer leur ordre de grandeur.

Une borne supérieure de la surpression moyenne qui résulte du mouvement vertical du patin est donnée par $\Delta P = \varepsilon W_0/\Sigma_0$, où ε est l'amplitude de modulation de charge normale, et $\Sigma_0 = \pi R^2$. La pression due au chargement macroscopique, W_0/Σ_0 , est de l'ordre de 10 mbar dans nos expériences, et $\varepsilon < 1$, ce qui implique que ΔP est largement inférieure à la pression atmosphérique P_0 . Afin d'estimer le rôle de la compressibilité de l'air, supposons tout d'abord que les "fuites" par les bords des plaques sont négligeables. La couche d'air, piégée à la pression P_0 , répond alors élastiquement, avec une raideur :

$$\kappa_{air} = P_0 \Sigma_0 / h_0$$

Avec $P_0 = 10^5$ Pa, $\Sigma_0 = 49 \text{ cm}^2$, et $h_0 = 5s = 6.5 \mu\text{m}$, on estime $\kappa_{air} = 7.5 \times 10^7 \text{ N.m}^{-1}$, soit une raideur normale supérieure à celle des microcontacts. Si l'air a la possibilité de s'échapper par les bords des plaques, comme c'est le cas expérimentalement, il est nécessaire, pour calculer F_p , de tenir compte de l'écoulement de Poiseuille radial résultant du gradient de pression.

L'équation de continuité pour cet écoulement radial s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \bar{v} \rho h) = 0 \quad (\text{B.5})$$

avec $\bar{v}(r)$ la vitesse radiale moyenne, intégrée sur la hauteur de l'intervalle.

Le champ de pression est obtenu à partir de l'équation d'état de l'air aux pressions proches de P_0 :

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} \quad (\text{B.6})$$

Enfin, la forme du champ de vitesse radial de l'écoulement de Poiseuille, parabolique selon l'axe z , conduit à l'expression suivante pour la vitesse moyenne, dans l'hypothèse de lubrification où on néglige la composante $v_z = \dot{h}$:

$$\bar{v} = -\frac{h^2}{12\eta} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (\text{B.7})$$

Les modulations de pression sont faibles devant P_0 , de même que les modulations d'épaisseur devant h_0 , et nous pouvons linéariser le système d'équations (B.5)–(B.7). On pose $P = P_0 + \delta P$, $\rho = \rho_0 + \delta\rho$, $h = h_0 + \delta h$, avec $\delta P \ll P_0$, $\delta\rho \ll \rho_0$ et $\delta h \ll h_0$. En éliminant $\delta\rho$, on obtient l'équation suivante pour le champ de pression :

$$\frac{h^2}{12\eta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial(\delta P)}{\partial r} \right) - \frac{\delta \dot{P}}{P_0} = \frac{\delta \dot{h}}{h_0} \quad (\text{B.8})$$

En supposant que la raideur normale κ_z des aspérités est linéaire, la modulation d'épaisseur de l'intervalle résultant d'une modulation harmonique de charge normale est elle-même harmonique, et nous cherchons alors des solutions à l'équation (B.8) de la forme $\delta P = \widetilde{\delta P} \exp(i\omega t)$ et $\delta h = \widetilde{\delta h} \exp(i\omega t)$. Avec la condition aux limites $\delta P = 0$ en $r = R$, et, par symétrie, $\bar{v} = 0$, soit $\partial P / \partial r = 0$, en $r = 0$, on obtient :

$$\widetilde{\delta P} = -P_0 \frac{\widetilde{\delta h}}{h_0} \left[1 - \frac{J_0(\gamma r)}{J_0(\gamma R)} \right] \quad (\text{B.9})$$

avec J_0 la fonction de Bessel d'ordre zéro, et γ une constante complexe :

$$\gamma = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{12\eta\omega}{P_0 h_0^2}} \quad (\text{B.10})$$

En intégrant le champ de pression sur la surface, on obtient l'amplitude complexe de la force :

$$\widetilde{\delta F_p} = P_0 \pi R^2 \frac{\widetilde{\delta h}}{h_0} \frac{J_2(\gamma R)}{J_0(\gamma R)} \quad (\text{B.11})$$

où J_2 est la fonction de Bessel d'ordre deux.

Dans la limite des hautes fréquences de modulation, $\gamma \rightarrow \infty$ et $J_2/J_0 \rightarrow -1$, $\widetilde{\delta F_p}$ est réelle et on retrouve la réponse purement élastique correspondant au cas

où l'air ne peut pas s'échapper de l'intervalle. Pour $\omega \rightarrow 0$, $J_2/J_0 \rightarrow (\gamma R)^2/8 = -i\omega(3\eta R^2)/(2P_0 h_0^2)$, $\widetilde{\delta F_p}$ est imaginaire pur et correspond à un amortissement visqueux. Pour les valeurs intermédiaires de γR , la force hydrodynamique a une composante élastique et une composante dissipative, et la réponse est viscoélastique.

B.2.3 Estimation du rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$

L'amplitude complexe $\widetilde{\delta h}$ de modulation de l'intervalle entre les surfaces, lorsque le patin de masse M oscille selon z sous l'effet d'une modulation harmonique de la charge normale, est donnée par :

$$(-M\omega^2 + \kappa_z) \widetilde{\delta h} - \widetilde{\delta F_p} = \varepsilon W_0 \quad (\text{B.12})$$

La fraction de l'excitation portée par les microcontacts correspond à $\varepsilon_{eff}/\varepsilon = |\kappa_z \widetilde{\delta h}/(\varepsilon W_0)|$, qui s'écrit, d'après (B.11) et (B.12) :

$$\frac{\varepsilon_{eff}}{\varepsilon} = \left| 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\pi R^2 P_0}{W_0} \frac{1}{\kappa_z h_0} \frac{J_2(\gamma R)}{J_0(\gamma R)} \right|^{-1} \quad (\text{B.13})$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\kappa_z/M}$.

Le fait que le rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon$ soit indépendant de l'amplitude de modulation repose sur l'hypothèse que l'élasticité des microcontacts et la viscosité de l'air sont linéaires, ce qui est légitime tant que $\delta h \ll s, h_0$. Cette condition est vérifiée pour $\varepsilon_{eff} \ll 1$, ce qui est toujours le cas dans nos expériences.

À une fréquence de modulation $\omega/(2\pi) = 120$ Hz, et avec $M = 2.3$ kg, $\kappa_z \simeq 2.3 \times 10^7$ N/m, $h_0 \simeq 5s \simeq 6.5 \mu\text{m}$, $\eta = 10^{-5}$ Pa.s et $R = 3.9$ cm on obtient $\omega/(2\pi) \simeq 500$ Hz, $\gamma R \simeq 4(1 - i)$, et on évalue le rapport $\varepsilon_{eff}/\varepsilon \simeq 0.24$. À $\omega/(2\pi) = 200$ Hz, on obtient $\varepsilon_{eff}/\varepsilon \simeq 0.23$.

Ces valeurs calculées sont comparables en ordre de grandeur à celle déterminée à partir de l'ajustement des données expérimentales sur $\bar{\mu}$: $\varepsilon_{eff}/\varepsilon \simeq 0.48$.

B.3 ESTIMATION DU PARAMÈTRE DE LINKER-DIETERICH

On peut évaluer le paramètre de Linker et Dieterich de la façon suivante :

La force de frottement, en glissement stationnaire à vitesse V et sous une charge normale W_0 , s'écrit $F = \sigma_s \Sigma_r(\phi, W_0)$. L'aire réelle de contact vaut :

$$\Sigma_r(\phi, W_0) \simeq \Sigma_{r0} \left[1 + m \ln \left(\frac{\phi}{\tau} \right) \right]$$

avec $\phi = D_0/V \gg \tau$ et $\Sigma_{r0} \simeq W_0/H$.

À partir de cette situation de glissement stationnaire, on effectue, à $t=0$, un saut de charge normale (voir figure B.2), qui passe de W_0 à $W_0 + \delta W$. D'après Linker et Dieterich, lors du saut de charge, l'âge, et donc l'aire, varie. La variation de Σ_r immédiatement après le saut, à $t = 0^+$, est élastique :

$$\Sigma_r(0^+) \simeq \Sigma_r(\phi, W_0) + \delta\Sigma_r$$

avec, d'après le modèle de Greenwood, $\delta\Sigma_r = \Sigma_{r0}\delta W/W_0$.

L'expression asymptotique de l'aire, en régime stationnaire après le saut, est :

$$\Sigma_r(\phi, W_0 + \delta W) \simeq \Sigma_{r0} \left(1 + \frac{\delta W}{W_0}\right) \left[1 + m \ln\left(\frac{\phi}{\tau}\right)\right]$$

La variation de force entre $t = 0^+$ et $t = \infty$ est donc :

$$\delta F = \sigma_s (\Sigma_r(\phi, W_0 + \delta W) - \Sigma_r(0^+)) \simeq B\delta W \ln\left(\frac{\phi}{\tau}\right)$$

avec le paramètre de Rice et Ruina $B = m\sigma_{s0}\Sigma_{r0}/W_0$.

La relation empirique de Linker et Dieterich entre la variation de force tangentielle et l'amplitude du saut δW est :

$$\delta F = \xi (W_0 + \delta W) \ln\left(1 + \frac{\delta W}{W_0}\right)$$

qui s'écrit, au premier ordre en $\delta W/W_0$, $\delta F = \xi\delta W$. On obtient ainsi l'expression du paramètre ξ :

$$\xi \simeq B \ln\left(\frac{\phi}{\tau}\right)$$

et on peut estimer ξ à partir des valeurs de B et τ pour le PMMA.

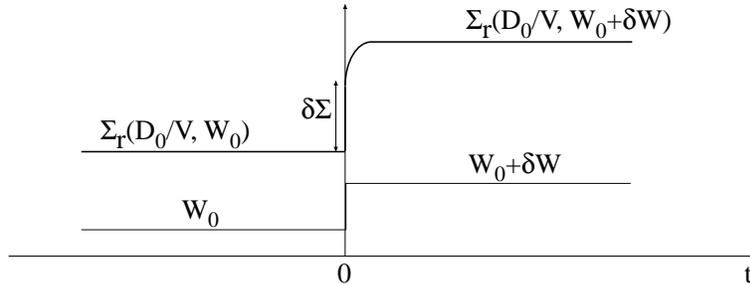


FIG. B.2: Évolution schématique de l'aire réelle de contact lors d'un saut de charge normale.

C

ANNEXES AU CHAPITRE 4

C.1 EXTENSION DU MODÈLE DE MINDLIN AU CAS D'UNE INTERFACE MULTICONTACTS

C.1.1 Résultats du modèle de Mindlin pour un monocontact

Dans le cas du contact entre deux sphères élastiques cisailées (voir figure C.1), Mindlin établit les relations suivantes entre la force tangentielle et le déplacement relatif du centre de masse des solides [18, 26, 57].

Lorsque la force tangentielle f croît à partir de zéro :

$$x = \frac{3(2 - \nu)\mu w}{8Ga} \left[1 - \left(1 - \frac{f}{\mu w} \right)^{2/3} \right] \quad (\text{C.1})$$

avec G le module de cisaillement, ν le coefficient de Poisson, a le rayon de contact de Hertz, w la charge normale, et μ le coefficient de frottement local.

Si après avoir atteint une valeur f_{max} , pour laquelle la zone glissante a un rayon intérieur c (voir figure C.1), la force tangentielle diminue, Mindlin fait le raisonnement suivant pour déterminer la relation entre x et f . La diminution de la force correspond à un incrément *négatif* de f . Si aucun glissement n'avait lieu à l'interface, l'incrément négatif de contrainte de cisaillement divergerait au bord de la zone de contact. Par conséquent, un glissement de *sens opposé* à celui produit par la charge entre 0 et f_{max} doit nécessairement avoir lieu dès que la force tangentielle diminue. De même que lors de la charge, la zone de glissement "négatif" est annulaire et se propage à partir du bord en $r = a$. Son rayon intérieur $c' \leq c$ vaut c lorsque $f = -f_{max}$. La relation entre le déplacement et la force décroissante s'écrit alors :

$$x_{\searrow} = \frac{3(2 - \nu)\mu w}{8Ga} \left[2 \left(1 - \frac{f_{max} - f}{2\mu w} \right)^{2/3} - \left(1 - \frac{f_{max}}{\mu w} \right)^{2/3} - 1 \right] \quad (\text{C.2})$$

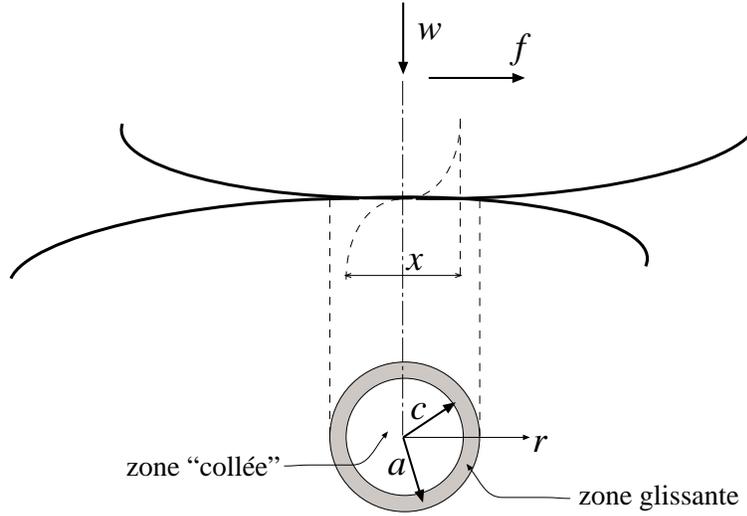


FIG. C.1: Schéma de la zone de contact dans le modèle de Mindlin : en $r < c$ le contact est non glissant, en $c \leq r \leq a$ le contact est glissant et la contrainte tangentielle $\tau = \mu p$. x est le déplacement relatif des centres de masse des solides.

Par symétrie, si la force augmente de nouveau à partir de $-f_{max}$, $x \nearrow(f) = -x \searrow(-f)$.

C.1.2 Extension du modèle

Dans le cas d'une interface multicontacts, le déplacement du centre de masse du patin est égal au déplacement du haut de chaque aspérité. Nous allons donc calculer, à l'aide du modèle de Mindlin, la force tangentielle sur chaque microcontact, pour un déplacement x donné.

On décrit le contact entre les surfaces rugueuses dans le cadre du modèle de Greenwood, en supposant que la distribution des hauteurs de sommets des surfaces est exponentielle, $\phi(z) = s^{-1} \exp(-z/s)$, et que les aspérités en contact se déforment élastiquement.

C.1.2.1 Raideur tangentielle interfaciale

Calculons tout d'abord, dans le cas où aucun microglissement n'a lieu, la raideur tangentielle de l'interface multicontacts. D'après l'expression (2.11) page 20, la raideur tangentielle d'un microcontact s'écrit :

$$\kappa_i = \mathcal{G}^* \sqrt{R^*(z-h)}$$

avec $\mathcal{G}^* = 4G/(2-\nu)$ et $R^* = R/2$ pour un contact entre deux solides de propriétés élastiques et de rayon de courbure identiques.

D'après le modèle de Greenwood (voir §A.1), la raideur interfaciale en cisaillement s'écrit :

$$\kappa = \mathcal{G}^* \left[N_0 \sqrt{R^*} \int_h^{+\infty} (z-h)^{1/2} \frac{e^{-z/s}}{s} dz \right] \quad (\text{C.3})$$

soit,

$$\kappa = \frac{2\sqrt{\pi}G}{(2-\nu)} N_0 \sqrt{R^* s} e^{-h/s} \quad (\text{C.4})$$

or, d'après l'expression (A.8), la charge normale s'écrit :

$$W = \frac{\sqrt{\pi}E}{2(1-\nu^2)} N_0 s \sqrt{R^* s} e^{-h/s} \quad (\text{C.5})$$

ce qui conduit à $\kappa = W/\lambda$, la longueur élastique λ ayant pour expression :

$$\lambda = \frac{2-\nu}{2(1-\nu)} s \quad (\text{C.6})$$

C.1.2.2 Première charge

Nous calculons maintenant la réponse de l'interface lorsque le déplacement croît de zéro à x_{max} .

Pour chaque microcontact, le rayon de Hertz a et la charge normale w dépendent de l'enfoncement $(z-h)$ (voir chapitre 2) :

$$a = \sqrt{R^* (z-h)}$$

$$w = \frac{4}{3} \frac{E^*}{R^*} a^3 = \frac{2}{3} \frac{E}{(1-\nu^2)} \sqrt{R^*} (z-h)^{3/2}$$

À partir de (C.1), et avec $G = E/(2(1+\nu))$, on obtient

$$\left(1 - \frac{f}{\mu w}\right)^{2/3} = 1 - \frac{xs}{\mu\lambda(z-h)} \quad (\text{C.7})$$

défini pour les contacts d'enfoncement

$$z-h \geq \frac{xs}{\mu\lambda} \quad (\text{C.8})$$

où λ est la longueur élastique dont l'expression est donnée par (C.6). L'expression (C.7) s'écrit finalement :

$$\frac{f}{\mu} = \frac{2E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{R^*} (z-h)^{3/2} \left[1 - \left(1 - \frac{xs}{\mu\lambda(z-h)}\right)^{3/2} \right] \quad (\text{C.9})$$

Nous supposons, en accord avec l'esprit du modèle de Mindlin, que les contacts tels que $z - h < xs/(\mu\lambda)$ sont totalement glissants, avec $f = \mu w$.

La force tangentielle totale s'obtient en intégrant sur la distribution des hauteurs de sommets :

$$\frac{F}{\mu} = \frac{2E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{R^*} N_0 \left\{ \int_{h_0}^{+\infty} \left[(z-h)^{3/2} - \left(z-h - \frac{xs}{\mu\lambda} \right)^{3/2} \right] \frac{1}{s} e^{-z/s} dz + \int_h^{h_0} (z-h)^{3/2} \frac{1}{s} e^{-z/s} dz \right\} \quad (\text{C.10})$$

où h_0 est donné par la condition (C.8). La première intégrale correspond à la contribution des microcontacts dont la réponse en force est décrite par (C.9), et la deuxième intégrale correspond à celle des microcontacts entièrement glissants¹.

En faisant le changement de variable $\xi = (z-h)/s$ on obtient :

$$\frac{F}{\mu} = \underbrace{\frac{2E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{R^*} N_0 s^{3/2} e^{-h/s}}_{W_0} \left\{ \int_0^{+\infty} \xi^{3/2} e^{-\xi} d\xi - \int_{\frac{x}{\mu\lambda}}^{+\infty} \left(\xi - \frac{x}{\mu\lambda} \right)^{3/2} e^{-\xi} d\xi \right\} \quad (\text{C.11})$$

Ce qui donne finalement :

$$\frac{F}{\mu W} = 1 - e^{-\frac{x}{\mu\lambda}} \quad (\text{C.12})$$

ou en inversant

$$x = -\mu\lambda \ln \left(1 - \frac{F}{\mu W} \right) \quad (\text{C.13})$$

C.1.2.3 Décharge à partir de (F_{max}, x_{max})

Si, après avoir atteint une valeur x_{max} , correspondant à une force tangentielle macroscopique F_{max} , le déplacement du patin décroît, deux familles de microcontacts doivent être considérées :

Microcontacts tels que $(z-h) < x_{max}s/(\mu\lambda)$

À la fin de la première charge, les contacts dont l'enfoncement $(z-h) < x_{max}s/(\mu\lambda)$ sont entièrement glissants.

¹Nous ne tenons pas compte du fait que les petits contacts sont en réalité détruits et remplacés par des nouveaux, mais nous avons vérifié que le résultat final concernant la relation entre F et x est très peu sensible à cette hypothèse, la réponse de l'interface étant dominée par la contribution des microcontacts qui ne sont pas totalement glissants.

La force sur ces contacts est $f_{max} = \mu w$ et leur réponse quand f diminue est donnée par [18, 57, 58] :

$$x_{\setminus} = x_{max} - \frac{3(2-\nu)\mu w}{4Ga} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)$$

avec b le rayon intérieur de l'anneau de glissement lorsque f diminue à partir de μw [57] : $b = a[1/2 + f/(2\mu w)]^{1/3}$. On obtient alors :

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{f}{2\mu w}\right)^{2/3} = 1 - \frac{(x_{max} - x_{\setminus})s}{2\mu\lambda(z-h)}$$

défini pour les contacts d'enfoncement

$$z - h \geq \frac{(x_{max} - x_{\setminus})s}{2\mu\lambda} \quad (C.14)$$

soit, à cette condition,

$$\frac{f}{\mu} = \frac{2E}{3(1-\nu^2)}\sqrt{R^*} \left\{ 2 \left[z - h - \frac{(x_{max} - x_{\setminus})s}{2\mu\lambda} \right]^{3/2} - (z-h)^{3/2} \right\} \quad (C.15)$$

Pendant la décharge, les contacts dont l'enfoncement $z - h < \frac{(x_{max} - x_{\setminus})s}{2\mu\lambda}$ sont totalement glissants sous une force tangentielle $-\mu w$.

Microcontacts tels que $(z - h) \geq x_{max}s/(\mu\lambda)$

Ces contacts, qui n'étaient pas entièrement glissants au maximum de déplacement, ont une réponse donnée par [18, 57, 58] :

$$x_{\setminus} = \frac{3(2-\nu)\mu w}{8Ga} \left[2 \left(1 - \frac{f_{max} - f}{2\mu w}\right)^{2/3} - \left(1 - \frac{f_{max}}{\mu w}\right)^{2/3} - 1 \right]$$

avec, d'après (C.1) :

$$\left(1 - \frac{f_{max}}{\mu w}\right)^{2/3} = 1 - \frac{x_{max}s}{\mu\lambda(z-h)}$$

soit

$$\frac{f}{\mu w} = 2 \left[1 - \frac{(x_{max} - x_{\setminus})s}{2\mu\lambda(z-h)} \right]^{3/2} - \left[1 - \frac{x_{max}s}{\mu\lambda(z-h)} \right]^{3/2} - 1$$

d'où, en remplaçant w par son expression page 139 :

$$\frac{f}{\mu} = \frac{2E}{3(1-\nu^2)}\sqrt{R^*} \left\{ 2 \left[z - h - \frac{(x_{max} - x_{\setminus})s}{2\mu\lambda} \right]^{3/2} - \left[z - h - \frac{x_{max}s}{\mu\lambda} \right]^{3/2} - (z-h)^{3/2} \right\} \quad (C.16)$$

Force tangentielle totale

La force tangentielle totale pendant la décharge est la somme des contributions (C.15), (C.16) et de la force qui provient des contacts totalement glissants, ce qui s'écrit, après le même changement de variable que dans (C.10) :

$$\begin{aligned} \frac{F}{\mu} = W_0 \left\{ \int_{\frac{x_{max}}{\mu\lambda}}^{+\infty} \left[2 \left(\xi - \frac{x_{max} - x_{\searrow}}{2\mu\lambda} \right)^{3/2} - \left(\xi - \frac{x_{max}}{\mu\lambda} \right)^{3/2} - \xi^{3/2} \right] e^{-\xi} d\xi \right. \\ + \int_{\frac{x_{max}}{\mu\lambda}}^{\frac{x_{max} - x_{\searrow}}{2\mu\lambda}} \left[2 \left(\xi - \frac{x_{max} - x_{\searrow}}{2\mu\lambda} \right)^{3/2} - \xi^{3/2} \right] e^{-\xi} d\xi \\ \left. + \int_0^{\frac{x_{max} - x_{\searrow}}{2\mu\lambda}} -\xi^{3/2} e^{-\xi} d\xi \right\} \end{aligned} \quad (C.17)$$

soit

$$\frac{\gamma}{\mu} = \frac{F}{\mu W} = 2e^{-\frac{x_{max} - x_{\searrow}}{2\mu\lambda}} - e^{-\frac{x_{max}}{\mu\lambda}} - 1$$

et en inversant :

$$x_{\searrow} = x_{max} + 2\mu\lambda \ln \left(1 + \frac{\gamma - \gamma_{max}}{2\mu} \right)$$

avec x_{max} donné par (C.13) :

$$x_{max} = -\mu\lambda \ln \left(1 - \frac{\gamma_{max}}{\mu} \right)$$

Enfin, par symétrie, la réponse $x(F)$ quand F passe de F_{min} à F_{max} est donné par :

$$x_{\nearrow} = x_{min} - 2\mu\lambda \ln \left(1 - \frac{\gamma - \gamma_{min}}{2\mu} \right)$$

avec

$$x_{min} = x_{max} + 2\mu\lambda \ln \left(1 - \frac{\gamma_{max} - \gamma_{min}}{\mu} \right)$$

Avec une sollicitation de la forme $F(t)/W = \gamma(t) = \gamma_{dc} + \gamma_{ac} \cos(\omega t)$, on obtient la réponse en déplacement suivante :

$$\boxed{x_{\searrow} = -\mu\lambda \ln \left(1 - \frac{\gamma_{max}}{\mu} \right) + 2\mu\lambda \ln \left[1 + \frac{\gamma_{ac} (\cos(\omega t) - 1)}{2\mu} \right]} \quad (C.18)$$

et

$$\boxed{x_{\nearrow} = -\mu\lambda \ln \left(1 - \frac{\gamma_{max}}{\mu} \right) + 2\mu\lambda \ln \left(1 - \frac{\gamma_{ac}}{\mu} \right) - 2\mu\lambda \ln \left[1 - \frac{\gamma_{ac} (\cos(\omega t) + 1)}{2\mu} \right]} \quad (C.19)$$

C.1.2.4 Réponses en phase et quadrature

Les réponses en phase et en quadrature à la fréquence d'excitation correspondent à :

$$X_0 = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} x \cos(\omega t) dt = \frac{\omega}{\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} x_{\searrow} \cos(\omega t) dt + \int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{2\pi}{\omega}} x_{\nearrow} \cos(\omega t) dt \right\}$$

$$X_{90} = \frac{\omega}{\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} x_{\searrow} \sin(\omega t) dt + \int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{2\pi}{\omega}} x_{\nearrow} \sin(\omega t) dt \right\}$$

On développe les termes logarithmiques qui dépendent du temps dans x_{\searrow} et x_{\nearrow} , en supposant a priori $\gamma_{ac} \ll 2\mu$ (cette hypothèse est justifiée a posteriori car la valeur du coefficient de frottement local qui permet d'ajuster les données est $\mu \approx 0.5$, alors que dans nos expériences $\gamma_{ac} \lesssim 0.3$) :

$$\ln \left[1 + \frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) - 1)}{2\mu} \right] = \frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) - 1)}{2\mu} - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^2 (\cos(\omega t) - 1)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^3 (\cos(\omega t) - 1)^3 \dots$$

et

$$\ln \left[1 - \frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) + 1)}{2\mu} \right] = -\frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) + 1)}{2\mu} - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^2 (\cos(\omega t) + 1)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^3 (\cos(\omega t) + 1)^3 \dots$$

ce qui conduit pour la réponse en phase, en intégrant sur les deux demi-périodes (les termes en \cos et \cos^3 donnent 0, ceux en \cos^2 donnent $\pi/(2\omega)$ et ceux en \cos^4 donnent $3\pi/(8\omega)$), à :

$$\boxed{X_0 = 2\mu\lambda \left[\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} + \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^2 + \frac{5}{4} \left(\frac{\gamma_{ac}}{2\mu} \right)^3 \right]} \quad (\text{C.20})$$

La réponse en quadrature a pour expression (les termes en sin donnent $\pm 2/\omega$) :

$$X_{90} = \frac{\omega}{\pi} \left\{ -\frac{4\mu\lambda}{\omega} \ln \left(1 - \frac{\gamma_{ac}}{\mu} \right) + 2\mu\lambda \underbrace{\int_0^{\pi/\omega} \ln \left[1 + \frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) - 1)}{2\mu} \right] \sin(\omega t) dt}_{I_1} - 2\mu\lambda \underbrace{\int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \ln \left[1 - \frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) + 1)}{2\mu} \right] \sin(\omega t) dt}_{I_2} \right\}$$

on calcule I_1 et I_2 en faisant le changement de variable $y = 1 \pm \frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) \mp 1)}{2\mu}$, qui donne

$$I_1 = -I_2 = -\frac{2\mu}{\omega\gamma_{ac}} \left[\left(1 - \frac{\gamma_{ac}}{\mu} \right) \ln \left(1 - \frac{\gamma_{ac}}{\mu} \right) + \frac{\gamma_{ac}}{\mu} \right]$$

d'où finalement :

$$\boxed{X_{90} = \frac{4\mu\lambda}{\pi} \left[\left(1 - \frac{2\mu}{\gamma_{ac}} \right) \ln \left(1 - \frac{\gamma_{ac}}{\mu} \right) - 2 \right]} \quad (C.21)$$

Nous utilisons les expressions (C.20) et (C.21) pour ajuster les résultats expérimentaux.

C.2 MODÈLE DE RICE ET RUINA : ANALYSE DE LA DYNAMIQUE ASYMPTOTIQUE DE FLUAGE SATURANT

À partir de l'équation de mouvement (4.9), on obtient :

$$\frac{\dot{x}_{pl}}{V_0} = \left(\frac{D_0}{V_0\phi} \right)^\beta \exp \left[\frac{\gamma_{max} - \mu_0}{A} \right] \exp \left[\frac{\gamma_{ac}(\cos(\omega t) - 1)}{A} \right] \quad (C.22)$$

avec $\beta = B/A$.

Considérons la période d'oscillation centrée en t_1 , avec $\gamma(t_1) = \gamma_{max}$. La vitesse de glissement \dot{x}_{pl} prend des valeurs significatives pour $\gamma \sim \gamma_{max}$, c'est à dire sur une durée $|\Theta| = |t - t_1| \ll T$, où T est la période de la force tangentielle alternative. On peut donc écrire $\cos(\omega t) - 1 \simeq -\omega^2\Theta^2/2$ dans l'équation (C.22), et on obtient :

$$\frac{\dot{x}_{pl}}{V_0} \simeq \left(\frac{\phi_c}{\phi} \right)^\beta \exp \left[-\frac{\Theta^2}{\Theta_c^2} \right] \quad (C.23)$$

avec la constante $\phi_c^\beta = (D_0/V_0)^\beta \exp[(\gamma_{max} - \mu_0)/A]$ et $\omega\Theta_c = (2A/\gamma_{ac})^{1/2}$.

À l'ordre le plus bas en Θ , la variation de ϕ induite par glissement peut être négligée, et on obtient à partir de l'équation (4.10) :

$$\phi \simeq t + \Phi_i \quad (\text{C.24})$$

où la constante d'intégration Φ_i est l'âge géométrique à un état initial dans le régime de fluage quasi-saturé.

On calcule l'incrément de glissement sur la période d'oscillation à partir de (C.23) et (C.24) :

$$\Delta x \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\phi_c^\beta V_0}{(t_1 + \Theta + \Phi_i)^\beta} \exp\left[-\frac{\Theta^2}{\Theta_c^2}\right] d\Theta \quad (\text{C.25})$$

où la décroissance gaussienne de \dot{x}_{pl} permet d'étendre l'intégration à $\pm\infty$. Pour $t_1 \gg \Phi_i$:

$$\Delta x \simeq \frac{V_0 \phi_c^\beta \sqrt{\pi} \Theta_c}{t_1^\beta} + O\left(\frac{1}{t_1^{\beta+1}}\right) \quad (\text{C.26})$$

On obtient alors la vitesse moyenne de glissement sur une période T :

$$\dot{x}_{dc}(t) \simeq \frac{\Delta x}{T} \simeq V_0 \sqrt{\frac{A}{2\pi\gamma_{ac}}} \frac{\phi_c^\beta}{t^\beta} \quad (\text{C.27})$$

Et l'expression de la distance glissée en fonction de t est finalement :

$$x_{dc}(t) \simeq Cst - \frac{V_0}{\beta - 1} \sqrt{\frac{A}{2\pi\gamma_{ac}}} \frac{\phi_c^\beta}{t^{\beta-1}} \quad (\text{C.28})$$

Les valeurs des paramètres A et B sont telles que $\beta \simeq 2$, et on s'attend donc à ce que la distance glissée x_{dc} approche de son niveau de saturation comme $1/t$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. Dowson, *History of Tribology*, Longman, New York (1979).
- [2] F. P. Bowden and D. Tabor, *The Friction and Lubrication of Solids I*, Clarendon Press, Oxford (1950).
- [3] J. H. Dieterich, *Modeling of rock friction. I. Experimental results and constitutive equations*, J. Geophys. Res., **84**, p 2161 (1979).
- [4] J. R. Rice and A. L. Ruina, *Stability of steady frictional slipping*, J. Appl. Mech., **50**, p 343 (1983).
- [5] F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli and C. Caroli, *Creep, stick-slip, and dry-friction dynamics : Experiments and a heuristic model*, Phys. Rev. E, **49**(6) (1994).
- [6] P. Berthoud, T. Baumberger, C. G'Sell and J.-M. Hiver, *Physical analysis of the state- and rate-dependent friction law : Static friction*, Phys. Rev. B, **59**(22), p 14313 (1999).
- [7] T. Baumberger, P. Berthoud and C. Caroli, *Physical analysis of the state- and rate-dependent friction law. II. Dynamic friction*, Phys. Rev. B, **60**(6), p 3928 (1999).
- [8] O. Ronsin and K. Labastie-Coeyrehourcq, *State, rate and temperature-dependent sliding friction of elastomers*, Proc. R. Soc. Lond. A, **457**, p 1277 (2001).
- [9] M. F. Linker and J. H. Dieterich, *Effects of variable normal stress on rock friction : observations and constitutive equations*, J. Geophys. Res., **97**, p 4923 (1992).
- [10] E. Richardson and C. Marone, *Effects of normal stress vibrations on frictional healing*, J. Geophys. Res., **104**, p 28859 (1999).
- [11] T. Baumberger, C. Caroli and O. Ronsin, *Self-healing slip pulses along a gel/glass interface*, Phys. Rev. Lett., **88**, p 075509 (2002).

-
- [12] A. Schallamach, *How does rubber slide ?*, Wear, **17**, p 301 (1971).
- [13] J. Dieterich and B. Kilgore, *Direct observation of frictional contacts : New insights for state-dependent properties*, Pure Appl. Geophys., **143**, p 283 (1994).
- [14] M. F. Ashby and D. R. H. Jones, *Matériaux 1. propriétés et applications*, Dunod, Paris (1991).
- [15] D. Tabor, *The Hardness of Metals*, Clarendon Press, Oxford (1951).
- [16] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson, *Contact of nominally flat surfaces*, Proc. R. Soc. Lond. A, **295**, p 300 (1966).
- [17] L. Landau and E. Lifchitz, *Théorie de l'Élasticité*, MIR, Moscou (1967).
- [18] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge (1985).
- [19] P. R. Nayak, *Random process model of rough surfaces*, ASME J. Lub. Tech., **93**, p 398 (1971).
- [20] J. A. Greenwood, in *Problems with surface roughness*, edited by I. L. Singer and H. M. Pollock, vol. 220 of *series E : Applied Sciences*. NATO Advanced Study Institute, Kluwer, Dordrecht (1992).
- [21] D. J. Whitehouse, *Fractal or fiction*, Wear, **249**, p 345 (2001).
- [22] B. N. J. Persson, *Theory of rubber friction and contact mechanics*, J. Chem. Phys., **115**, p 3840 (2001).
- [23] S. Roux, J. Schmittbuhl, J. P. Vilotte and A. Hansen, *Some physical properties of self-affine rough surfaces*, Europhys. Lett., **23**, p 277 (1993).
- [24] P. Berthoud and T. Baumberger, *Shear stiffness of a solid-solid multicontact interface*, Proc. R. Soc. Lond. A, **454**, p 1615 (1998).
- [25] P. Berthoud, *Propriétés tribophysiques d'une interface multicontacts*, Ph.D. thesis, Université Paris VII (1998).
- [26] R. D. Mindlin, *Compliance of elastic bodies in contact*, J. Appl. Mech., **16**, p 259 (1949).
- [27] E. Rabinowicz, *Friction and Wear of Materials*, Wiley (1965).
- [28] C. Caroli and P. Nozières, in *Physics of sliding friction*, edited by B. N. J. Persson and E. Tosatti, vol. 311 of *series E : Applied Sciences*. NATO Advanced Study Institute, Kluwer, Dordrecht (1996).
- [29] S. J. Dokos, *Sliding friction under extreme pressures*, J. Appl. Mech., **13**, p 148 (1946).
- [30] C. H. Scholtz, *The Mechanics of Earthquakes and Faultings*, Cambridge University Press, Cambridge (1990).

-
- [31] J. H. Dieterich, *Time-dependent friction in rocks*, J. Geophys. Res., **77**, p 3691 (1972).
- [32] T. Baumberger and L. Gauthier, *Creeplike relaxation at the interface between rough solids under shear*, J. Phys I, **6**, p 1021 (1996).
- [33] T. Baumberger, C. Caroli, B. Perrin and O. Ronsin, *Nonlinear analysis of the stick-slip bifurcation in the creep-controlled regime of dry friction*, Phys. Rev. E, **51**, p 4005 (1995).
- [34] Y. Bréchet and Y. Estrin, *The effect of strain rate sensitivity on dynamic friction of metals*, Scripta Met. Mat., **30** (1994).
- [35] B. J. Briscoe and D. C. B. Evans, *The shear properties of Langmuir-Blodgett layers*, Proc. R. Soc. Lond. A, **380**, p 389 (1982).
- [36] M. Nakatani, *Conceptual and physical clarification of rate and state friction : frictional sliding as a thermally activated rheology*, J. Geophys. Res, **106**, p 13347 (2001).
- [37] A. S. Argon, V. V. Bulatov, P. H. Mott and U. W. Suter, *Plastic deformation in glassy polymers by atomistic and mesoscopic simulations*, J. Rheol., **39**, p 377 (1995).
- [38] C. Caroli and P. Nozières, *Hysteresis and elastic interactions of microasperities in dry friction*, Eur. Phys. J. B, **4**, p 233 (1998).
- [39] J. van Alsten and S. Granick, *The origin of static friction in ultrathin liquid films*, Langmuir, **6**, p 876 (1990).
- [40] G. Reiter, A. Levent Demirel, J. Peanasky, L. L. Cai and S. Granick, *Stick to slip transition and adhesion of lubricated surfaces in moving contact*, J. Chem. Phys., **101**, p 2606 (1994).
- [41] H. Yoshizawa, Y. L. Chen and J. Israelachvili, *Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction*, J. Chem. Phys., **97**, p 4128 (1993).
- [42] H. Yoshizawa and J. Israelachvili, *Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules*, J. Chem. Phys., **97**, p 11300 (1993).
- [43] G. He and M. O. Robbins, *Simulations of the static friction due to adsorbed molecules*, Phys. Rev. B, **64**, p 035413 (2001).
- [44] M. Falk and J. Langer, *Dynamics of viscoplastic deformation in amorphous solids*, Phys. Rev. E, **57**, p 7192 (1998).
- [45] B. N. J. Persson, *Sliding Friction*, Nanoscience and Technology Series, Springer, Heidelberg (1998).

- [46] J. Carlson and J. Langer, *Properties of earthquakes generated by fault dynamics*, Phys. Rev. Lett., **62**, p 2632 (1989).
- [47] P. A. Thomson and M. O. Robbins, *Origin of stick-slip motion in boundary lubrication*, Science, **250**, p 792 (1990).
- [48] H. D. Fridman and P. Levesque, *Reduction of static friction by sonic vibrations*, J. Appl. Phys., **30**, p 1572 (1959).
- [49] S. R. Grigorova and D. M. Tolstoi, *Resonance drop in frictional forces*, Sov. Phys.-Dokl., **11**, p 262 (1966).
- [50] D. Godfrey, *Vibration reduces metal to metal contact and causes an apparent reduction in friction*, ASLE trans., **10**, p 183 (1967).
- [51] S. R. Grigorova, D. M. Tolstoi and A. V. Chichinadze, *Eliminating self-induced vibrations due to friction*, Sov. Phys.-Dokl., **17**, p 60 (1972).
- [52] T. Skåre and J. E. Ståhl, *Static and dynamic friction process under the influence of external vibrations*, Wear, **154**, p 177 (1992).
- [53] F. Dinelli, S. K. Biswas, G. A. D. Briggs and O. V. Kolosov, *Ultrasound induced lubricity in microscopic contact*, Appl. Phys. Lett., **71**, p 1177 (1997).
- [54] H. Perfettini, J. Schmittbuhl, J. R. Rice and M. Cocco, *Frictional response induced by time-dependent fluctuations of the normal loading*, J. Geophys. Res., **106**, p 13455 (2001).
- [55] L. Bureau, T. Baumberger and C. Caroli, *Shear response of a frictional interface to a normal load modulation*, Phys. Rev. E, **62**, p 6810 (2000).
- [56] A. Cochard, L. Bureau and T. Baumberger, *Stabilization of frictional sliding by normal load modulation : A bifurcation analysis*, cond-mat/0111369, accepted in Trans. ASME : J. Appl. Mech (2001).
- [57] R. D. Mindlin, W. P. Mason, T. F. Osmer and H. Deresiewicz, *Effects of an oscillating force on the contact surfaces of elastic spheres*, Proceedings of the first U.S. national congress of applied mechanics., pp. 203–208 (1951).
- [58] L. E. Goodman and C. B. Brown, *Energy dissipation in contact friction : constant normal and cyclic tangential loading*, J. Appl. Mech. (1962).
- [59] K. L. Johnson, *Surface interaction between elastically loaded bodies under tangential forces*, Proc. R. Soc. Lond. A, **230**, p 531 (1955).
- [60] J. J. O'Connor and K. L. Johnson, *The role of asperities in transmitting tangential forces between metals*, Wear, **6**, p 118 (1963).
- [61] J. S. Courtney-Pratt and E. Eisner, *The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies*, Proc. R. Soc. Lond. A, **238**, p 529 (1956).

- [62] T. Baumberger, L. Bureau, M. Busson, E. Falcon and B. Perrin, *An inertial tribometer for measuring microslip dissipation at a solid-solid multi-contact interface*, Rev. Sci. Instrum., **69**, p 2416 (1998).
- [63] P.-G. De Gennes, *Friction forces on a solid experiencing more than one contact*, C. R. Acad. Sci. Paris, Serie II b, **325**, p 7 (1997).
- [64] J. D. Ferry, *Viscoelastic properties of polymers*, Wiley, New York (1980).
- [65] J. P. Trotignon, M. Piperaud, J. Verdu and A. Dobraczynski, *Précis de matières plastiques*, AFNOR, Paris (1982).
- [66] A. Cochard and J. Rice, *Fault rupture between dissimilar materials : ill-posedness, regularization, and slip-pulse response*, J. Geophys. Res., **105**, p 25891 (2000).
- [67] L. Bureau, T. Baumberger and C. Caroli, *Jamming creep of a frictional interface*, Phys. Rev. E, **64**, p 031502/1 (2001).
- [68] P. Sollich, *Rheological constitutive equation for a model of soft glassy materials*, Phys. Rev. E, **58**, p 738 (1998).
- [69] S. M. Fielding, P. Sollich and M. E. Cates, *Aging and rheology in soft materials*, J. Rheol., **44**, p 323 (2000).
- [70] B. Abou, D. Bonn and J. Meunier, *Aging dynamics in a colloidal glass*, Phys. Rev. E, **64**, p 021510/1 (2001).
- [71] A. J. Liu and S. R. Nagel, *Jamming is not just cool any more*, Nature, **396**, p 21 (1998).
- [72] P. Coussot, Q. D. Nguyen, H. T. Huynh and D. Bonn, *Avalanche behaviour in yield stress fluid*, Phys. Rev. Lett., **88**, p 175501 (2002).
- [73] C. Derec, A. Ajdari and F. Lequeux, *Rheology and aging : A simple approach*, Eur. Phys. J. E, **4**, p 355 (2001).
- [74] L. Berthier, J. L. Barrat and J. Kurchan, *A two-time-scale, two-temperature scenario for nonlinear rheology*, Phys. Rev. E, **61**, p 5464 (2000).
- [75] M. Cloitre, R. Borrega and L. Leibler, *Rheological aging and rejuvenation in microgel pastes*, Phys. Rev. Lett., **85**, p 4819 (2000).
- [76] C. Derec, *Étude théorique et expérimentale de la rhéologie et du vieillissement dans les suspensions concentrées en phase pâteuse*, Ph.D. thesis, Université Paris VII (2001).
- [77] V. Viasnoff and F. Lequeux, *Rejuvenation and overaging in a colloidal glass under shear*, preprint, **cond-mat/0203328** (2002).
- [78] L. Bureau, T. Baumberger and C. Caroli, *Rheological aging and rejuvenation in solid friction contacts*, preprint, **cond-mat/0202245**, soumis à Eur. Phys. J. E (2002).

-
- [79] J. M. Berquier, *Communication privée* (2000).
- [80] T. Baumberger, B. Kilgore and J. Dieterich, *Unpublished* (1994).
- [81] J. M. Berquier and H. Arribart, *Attenuated total reflection fourier transform infrared spectroscopy study of PMMA adsorption on a silica thin film : polymer/surface interactions*, *Langmuir*, **14**, p 3716 (1998).
- [82] T. Charitat and J. F. Joanny, *Solid-like friction of a polymer chain*, *Eur. Phys. J. E*, **3**, p 369 (2000).
- [83] C. M. Pooley and D. Tabor, *Friction and molecular structure : the behaviour of some thermoplastics*, *Proc. R. Soc. Lond. A*, **329**, p 251 (1972).
- [84] P. Bodö and M. Schott, *Highly oriented polytetrafluoroethylene films : a force microscopy study*, *Thin Solid Films*, **286**, p 98 (1996).
- [85] J. Kurchan, *Recent theories of glasses as out of equilibrium systems*, *C.R. Acad. Sci., Ser. IV*, p. 239 (2001).
- [86] J. P. Bouchaud, *Weak ergodicity breaking and aging in disordered systems*, *J. Phys. I*, **2**, p 1705 (1992).
- [87] F. Pignon, A. Magnin and J. M. Piau, *Thixotropic colloidal suspensions and flow curves with minimum : Identification of flow regimes and rheometric consequences*, *J. Rheol.*, **40**, p 573 (1996).
- [88] C. Drummond and J. Israelachvili, *Dynamic phase transitions in confined lubricant fluids under shear*, *Phys. Rev. E*, **63**, p 041506/1 (2001).
- [89] H. A. Sheriff and A. S. Bassioni, *Non-linear identification of mechanical systems with dynamic dry friction*, *J. Sound and Vib.*, **178**, p 513 (1993).