



HAL
open science

Convection thermique turbulente en cellule de Rayleigh-Bénard cryogénique

Philippe-Emmanuel Roche

► **To cite this version:**

Philippe-Emmanuel Roche. Convection thermique turbulente en cellule de Rayleigh-Bénard cryogénique. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2001. Français. NNT: . tel-00001894

HAL Id: tel-00001894

<https://theses.hal.science/tel-00001894v1>

Submitted on 30 Oct 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée par :

Philippe-Emmanuel Roche

pour l'obtention du titre de Docteur de l'Université Grenoble I - Joseph Fourier
Spécialité Physique

Convection thermique turbulente en cellule de Rayleigh-Bénard cryogénique

Soutenue le 22 janvier 2001, devant le jury composé de :

Bernard CASTAING	Directeur de thèse
Thierry DOMBRE	Président
Stéphan FAUVE	Examineur
Philippe LEBRUN	Rapporteur
Joseph NIEMELA	Examineur
Joël SOMMERIA	Rapporteur
Roberto VERZICCO	Examineur

Thèse préparée au
Centre de Recherche sur les Très Basses Températures
Laboratoire CNRS associé à l'Université Grenoble-1, 25 avenue des Martyrs, 38000 Grenoble

à mes parents,

Remerciements

Ce travail de thèse, mené au Centre de Recherche sur les Très Basses Températures, n'aurait pu aboutir sans l'aide de nombreuses personnes.

Je dois énormément aux conseils et à l'enseignement de mon directeur de thèse Bernard Castaing. Ses réactions -souvent passionnées- aux stimuli de nouveaux résultats, ont été une formidable école de rigueur. Malgré ses nombreuses obligations, je lui dois aussi de longs moments passés à partager sa perception profonde, large et personnelle de la physique, bien au delà de la thématique de cette thèse.

Je veux ensuite remercier Bernard Hébral, en tant que directeur de ce laboratoire et membre de l'équipe Hydrodynamique, pour m'avoir accueilli au CRTBT et avoir toujours répondu présent à mes sollicitations scientifiques et associatives, notamment par des relectures attentives de mes écrits, comme ce manuscrit.

J'exprime ma gratitude à Thierry Dombre pour avoir accepté de présider le jury et aux rapporteurs Philippe Lebrun et Joël Sommeria, qui ont composé avec des délais assez courts incluant Noël et le Nouvel an. Thank you Joe Niemela and Roberto Verzicco for the long trip you made to be part of my defense committee. Je suis également reconnaissant à Stéphan Fauve d'être venu compléter ce jury. Indépendamment, je suis aussi redevable à Joël Sommeria, Joe Niemela et Roberto Verzicco pour nos conversations durant le déroulement de ma thèse.

Outre le témoignage de ma sincère amitié et de ma profonde estime, je veux exprimer à Benoît Chabaud mes remerciements pour ses conseils pertinents, la dynamique qu'il insuffle à l'équipe et son soutien de tous les jours. J'espère que nous aurons l'occasion de collaborer un jour, sous une forme ou une autre.

Merci aux post-doc, thésards et stagiaires de l'équipe pour cette bonne ambiance continue, pour les «restos» et les matchs de tennis de dernière minute, les pots... sans prétexte, les casses-croûtes autour des cryostats avant de longues veillées au labo,... Merci à la sympathique tornade vivante, Sylvain Pietropinto pour avoir distillé tant de surprises tout au long de ma thèse et jusqu'à ma soutenance (où étais-tu ?), ainsi qu'à Olivier Chagnol, Yves Ladam, et Thomas Didelot pour avoir exercé tout à tour un non moins sympathique contre-poids.

Un grand merci aux autres chercheurs du CRTBT pour leurs coups de pouce et aides plus stratégiques, par exemple lors de la recherche éprouvante d'une micro-fuite ou la conception d'instruments de mesure. Il faut aussi savoir que les expériences réalisées durant

cette thèse ont été menées avec du matériel souvent coûteux et fragile, emprunté pour plus de 75%. Un certain nombre de chercheurs m'ont particulièrement aidé ou prêté, aux premiers rangs desquels Gérard Vermeulen, Pierre-Etienne Wolf, Jean-Pascal Brison, Claude Gabay, Olivier Buisson, Jacques Richard, sans oublier C. Bauerle, H. Courtois, J. Gilchrist, K. Hasselbach, L. Puech, P. Thibault, P. Tixador et S. Triquenaux, et quelques autres qui ont préféré garder l'anonymat...

Plusieurs expériences ont été menées durant cette thèse et leur succès est dû entre autres aux idées et à l'habileté de nombreux techniciens et ingénieurs du laboratoire, en particulier dans les services de Chaudronnerie et de micromécanique (C. Gianèse, M. Blein, B. Gautier mais aussi G. Battuz, A. Boulbes, P. Chanthib, G. Garde, A. Gerardin, L. Germani, Y. Launay, H. Rodenas, G. Simiand). Je tiens vivement à tous les remercier, avec une attention particulière à Pierre Brosse Maron et à Jean-Louis Bret, magicien de l'électronique bas bruit.

Le CRTBT a des secrétaires et une comptable formidables. Merci à toutes et en particulier à Danièle Devillers pour la frappe et les nombreux services.

D'autres personnes ont permis que je garde un excellent souvenir du temps passé au CRTBT et -comme moniteur- à l'Université Joseph Fourier. Je veux ici remercier spécialement Bernard Waksman et André Sulpice pour la confiance qu'il m'ont témoigné en me donnant les «clés» du serveur du CRTBT, ainsi que Daniel Gueniche et Laurent Neiger pour leur accueil et leurs aides. Mes premiers vrais contacts avec l'enseignement universitaire ont été accompagnés par mes tuteurs et collègues Benoît Chabaud, Hervé Courtois, Christophe Rambaud, Philippe Brulard, Jean-Bernard Robert et Roger Casalegno. Je les remercie sincèrement pour leur disponibilité, leur confiance et l'exemple d'enthousiasme et de sérieux qu'ils m'ont montré.

Avant même la fin de la rédaction de ce manuscrit, l'Ecole Normale Supérieure m'a proposé un poste d'ATER, rattaché au Laboratoire de Physique de la Matière Condensée. Je suis très reconnaissant à toutes les personnes de l'ENS et du LPMC m'ayant offert cette opportunité, pour leur confiance et pour les très bonnes conditions de travail dont j'ai bénéficié durant ma fin de thèse. Ces remerciements sont en particulier adressés à Claude Delalande, Benoît Douçot et Nicole Perrin.

Je remercie enfin mon père pour la relecture attentive de ce manuscrit, et plus généralement mes parents et Bénédicte pour leur présence et leur soutien.

Table des matières

Liste des Symboles	9
Introduction	11
CHAPITRE 1 La convection turbulente	13
1.1 Formalisme et nombres sans dimension	14
1.2 Phénoménologie	16
1.3 Une prédiction : le régime ultime de convection	17
1.4 Les dépendances du Nombre de Nusselt	18
1.4.1 Nombre de Nusselt et Nombre de Rayleigh	18
1.4.2 Nombre de Nusselt et Nombre de Prandtl	19
1.5 Mise en perspective du travail	21
CHAPITRE 2 Environnement Cryogénique et Cellules de Rayleigh-Bénard ..	23
2.1 Convection et Point critique	24
2.1.1 Nombre de Rayleigh et point critique	24
2.1.2 Nombre de Prandtl et point critique	25
2.1.3 Sensibilité aux incertitudes de température et densité	26
2.2 Mise en oeuvre de environnement cryogénique	28
2.2.1 Organigramme thermique	28
2.2.2 Remplissage des cellules	29
2.3 Thermométrie absolue à 100 ppm, et différentielle à 10 ppm	30
2.3.1 Echelles de température	30
2.3.2 Thermistances en carbone et en germanium dopé	30
2.3.3 Mesure de la différence de température entre flasques	32
2.3.4 Les détecteurs «fils froids»	34
2.4 Densimétrie : du % au ‰	34
2.4.1 Détermination de la densité	34
2.4.2 Réalisation d'une densimétrie in-situ par sonde capacitive	34
2.5 Etude critique et amélioration de la connaissance des propriétés de l'hélium	40
2.5.1 Quelques mesures de propriétés in-situ	40
2.5.2 L'hélium, un gaz bien connu ?	47
CHAPITRE 3 Description des Cellules et Méthodologie	51
3.1 Les cellules à Nombres de Rayleigh élevés	52
3.1.1 Les caractéristiques communes	52
3.1.2 Réalisation, propriétés spécifiques et grandeurs thermiques	52
3.2 Protocole expérimental pour les cellules à paroi épaisse et à surface rainurée	57
3.2.1 Automatisation de l'expérience	57
3.2.2 Le protocole expérimental	57
3.3 La mini-cellule	60
3.3.1 Introduction	60

3.3.2	Caractéristique de la mini-cellule	61
3.3.3	La cellule capacitive	63
3.4	Le protocole expérimental pour la mini-cellule.....	64
CHAPITRE 4 Le régime ultime : observation de la loi en puissance 1/2.....		67
4.1	Résultats expérimentaux sur la cellule rainurée	68
4.2	Observation du régime ultime de convection	72
4.3	Conclusion sur l'effet d'une rugosité contrôlée.....	76
CHAPITRE 5 La paroi latérale : un effet surprenant		77
5.1	Mise en évidence d'un effet de paroi	78
5.1.1	La mini-cellule : analyse préliminaire des résultats.....	78
5.1.2	Une expérience de confirmation	80
5.1.3	Conclusions préliminaires	82
5.2	Modélisation de l'effet de paroi.....	83
5.2.1	Description phénoménologique	83
5.2.2	Définition du «Nombre de paroi»	84
5.2.3	Les modèles physiques	84
5.2.3.1	L'effet de coin (effet #1).....	84
5.2.3.2	L'aspiration de la couche limite (effet #2).....	85
5.2.3.3	L'augmentation de la surface d'échange (effet #3).....	85
5.2.4	Comparaison des deux corrections	89
5.3	Conséquences de cette interprétation.....	91
5.3.1	Exposant et loi de puissance $Nu(Ra)$	91
5.3.2	Paroi isolante et extrapolation des résultats.....	92
5.4	Conduction de paroi et expériences antérieures	93
5.4.1	Les systèmes sans effet de paroi	93
5.4.2	Les expériences cryogéniques	95
5.4.3	Les expériences de l'équipe de Santa Barbara dans l'acétone.....	96
5.4.4	Les expériences avec l'eau.....	97
5.5	Conclusion sur l'effet de paroi.....	99
CHAPITRE 6 Transfert thermique et Nombre de Prandtl.....		101
6.1	Une excursion de Nombre de Prandtl sur 1,5 décade	102
6.2	Comparaison avec les expériences antérieures	104
6.3	Une confrontation avec les théories.....	107
6.4	Conclusion sur l'influence de Pr	109
Conclusion générale		111
Bibliographie.....		113
ANNEXE A Correspondances entre échelles de température		119
ANNEXE B Mesure du coefficient de dilatation isobare		121
ANNEXE C Une corrélation de la viscosité		123

ANNEXE D Le gradient de température dans les flasques125

D.1 Détermination expérimentale de la conductivité thermique du cuivre 125
D.1.1 La conductivité du cuivre : deux minorants 125
D.1.2 Détermination expérimentale de la conductivité thermique du cuivre 127
D.2 Détermination numérique du gradient de température dans les flasques 127
D.2.1 Modélisation et hypothèses 127
D.2.2 Eléments finis 128
D.2.2.1 Le maillage 128
D.2.3 Résultats des simulations numériques 132
D.3 Conséquence éventuelle sur l'écoulement d'un gradient de température dans les flasques . . . 134
D.3.1 Mode non-axisymétrique 134
D.3.2 Mode axisymétrique 134

ANNEXE E Mesure de la conductivité des flasques de cuivre135

E.1 Principe de la mesure 135
E.2 Démonstration 136
E.3 Résultats expérimentaux 137
E.3.1 Interprétation 137
E.3.2 Conséquences 139
E.4 Conclusion 139

Liste des Symboles

Pour un accès plus facile, cette liste est reproduite sur le troisième de couverture.

Cellule

h	hauteur de la cellule
Φ	diamètre de la cellule
Γ	rapport d'aspect de la cellule = Φ/h . Pour toutes nos cellules $\Gamma = 0,5$
g	accélération de la pesanteur ($9,81 \text{ m.s}^{-2}$)
\dot{Q}	puissance de chauffage appliquée à la plaque du bas
ΔT	différence de température entre les flasques inférieure et supérieure
ΔT_{adiab}	différence de température correspondant au gradient adiabatique

Matériaux / Fluide

T	température (échelle E.I.T. 90)
ρ	masse volumique
P	pression
α	coefficient de dilatation thermique isobare = $1/\rho \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$
c_p	capacité calorifique massique à pression constante
c_v	capacité calorifique massique à volume constant
k	conductivité thermique
κ	diffusivité thermique = $k/\rho \cdot c_p$
ν	viscosité cinématique

Nombres sans dimension

Pr	Nombre de Prandtl = ν/κ
Ra	Nombre de Rayleigh = $gh^3 \cdot \Delta T \cdot \alpha/(\kappa\nu)$
Nu	Nombre de Nusselt = $\dot{Q}/\dot{Q}_{\text{He}}$ avec $\dot{Q}_{\text{diff}} = \frac{\pi\Phi^2}{4h} \cdot k \cdot \Delta T$
Re	Nombre de Reynolds = $v \cdot l/\nu$ où v et l sont une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement.

Point critique de l'hélium-4 (d'après [Kierstead 1971])

T_c	température critique de l'hélium (échelle ITS 90)	5,1954 K
ρ_c	masse volumique critique de l'hélium	69,58 kg.m^{-3}
P_c	pression critique de l'hélium	2,27465 bar

Introduction

L'équilibre statique d'un fluide dans le champ de pesanteur est une situation bien moins anodine qu'il n'y paraît. Pour que cet état soit possible, les forces volumiques telles que le poids, doivent être compensées exactement par les gradients de pression, lesquels sont eux-même contraints par la condition de conservation de la masse.

Il suffit de modifier localement la densité du fluide, par exemple par dissolution d'un sel ou encore en provoquant sa dilatation thermique, pour briser ce fragile équilibre. Le mouvement qui résulte de cette variation de densité est appelé «convection naturelle» ou «convection libre» ou tout simplement «la convection» par opposition aux convections forcées mécaniquement.

Ces phénomènes de rupture d'équilibre sont tellement présents dans la nature que trouver un fluide en équilibre statique est en fait une véritable gageure. Il faut pourtant attendre le début du XX^{ème} siècle pour que la convection soit conceptualisée et étudiée [Bénard 1901][Rayleigh 1916].

Un système s'est vite imposé en tant que modèle d'étude : la cellule de Rayleigh-Bénard. Il a servi de référence à de nombreux travaux expérimentaux, théoriques et depuis peu numériques. Une telle cellule consiste en une couche de fluide prise en sandwich entre deux plans horizontaux. La convection du fluide est entretenue par une différence de température constante entre les deux plans.

Pour une différence de température suffisamment importante, l'écoulement du fluide devient turbulent : on parle alors de «turbulence thermique». Dans la famille des écoulements turbulents, cette turbulence se distingue par le rôle «actif» que joue la température. Cette thèse est consacrée à l'étude expérimentale de ce régime particulier d'écoulement.

Le mémoire est divisé en six parties. Le premier chapitre, situe plus précisément le sujet dans son ensemble et pose la problématique de nos travaux. La seconde partie se propose de montrer pourquoi l'environnement cryogénique est idéalement adapté à des mesures calorimétriques sur les cellules de Rayleigh-Bénard. L'instrumentation spécifique que nous avons développée y est présentée. La troisième partie détaille les quatre cellules utilisées ainsi que les protocoles expérimentaux adoptés. Suivent trois chapitres de résultats avec discussion. Dans le chapitre quatre, nous rapportons la première observation de la loi d'échange thermique propre au régime ultime de convection. Dans le chapitre suivant, nous mettons en évidence l'importance d'un effet de bord négligé dans les travaux publiés. Nous le modélisons, le confirmons par des mesures expérimentales et expliquons les anomalies constatées dans des travaux de référence. Dans le chapitre six, nous présentons des mesures calorimétriques obtenues en faisant varier indépendamment les deux uniques paramètres de contrôle du problème : les Nombres de Rayleigh et de Prandtl. Les résultats sont comparés aux principales théories.

1 La convection turbulente

La cellule de Rayleigh-Bénard est certainement le système le plus simple que l'on puisse imaginer pour produire de la turbulence thermique dans des conditions bien contrôlées. L'état de convection d'une cellule peut en effet être décrit avec un unique paramètre de contrôle : la différence de température entre surfaces inférieure et supérieure.

A l'instar de la force de traînée turbulente sur un obstacle placé dans un écoulement, une quantité macroscopique «externe» peut offrir une information sur le degré de turbulence à l'intérieur d'une cellule. Il s'agit de la puissance thermique transportée par le fluide d'une surface vers l'autre, variable conjuguée de la différence de température.

Ce mémoire s'intéresse tout particulièrement à la dépendance entre ces deux quantités.

plan du chapitre

- *Formalisme et nombres sans dimension*
- *Phénoménologie*
- *Une prédiction : le régime ultime de convection*
- *Les dépendances du Nombre de Nusselt*
- *Mise en perspective du travail*

1.1 Formalisme et nombres sans dimension

Pour formaliser la convection, il faut décrire le couplage des champs de température, de pression et de vitesse à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie.

En 1903, à l'époque même où Bénard et Rayleigh s'intéressent à la convection, Boussinesq propose une simplification de ces équations de conservation de façon à ne conserver que les ingrédients nécessaires et suffisants à la convection thermique.

Les hypothèses de Boussinesq consistent à supposer que les différentes propriétés thermodynamiques et de transport du fluide sont indépendantes de la température et de la pression. Boussinesq suppose aussi le fluide incompressible mais il conserve bien entendu le terme de poussée d'Archimède - le «moteur de la convection»- directement lié à la dilatation ou à la contraction thermique du fluide. Pour davantage de détails, le lecteur pourra se reporter à l'ouvrage de référence [Tritton 1988]. Dans ce paragraphe, nous poserons que les hypothèses de Boussinesq sont satisfaites.

Considérons le cas d'une cellule de Rayleigh-Bénard cylindrique de hauteur h , de diamètre Φ , et dont les températures des plans supérieur et inférieur sont $T-\Delta T/2$ et $T+\Delta T/2$ (Figure 1-1). En adimensionnant les équations du système par la hauteur h et l'écart de température ΔT , on montre que le système ne dépend que de trois paramètres : les Nombres de Prandtl (Pr) et de Rayleigh (Ra) et le Rapport d'aspect Γ de la cellule. Ces quantités sont définies par :

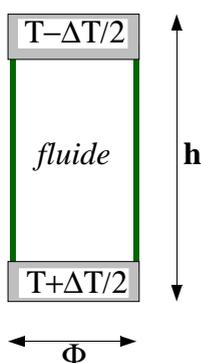


Figure 1-1.
Cellule modèle

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$$

$$Ra = \frac{g \cdot h^3 \cdot \alpha \cdot \Delta T}{\kappa \cdot \nu}$$

$$\Gamma = \frac{\Phi}{h}$$

où g , ν , κ et α désignent respectivement l'accélération de la pesanteur, la viscosité cinématique du fluide, sa diffusivité thermique et son coefficient de dilatation isobare.

Le **Nombre de Prandtl (Pr)** caractérise l'importance relative des deux mécanismes qui freinent la convection du fluide : la diffusion de quantité de mouvement et la diffusion de chaleur. Les Nombres de Prandtl des fluides courants varient sur plusieurs ordres de grandeurs. Les métaux liquides tels que le mercure réalisent des Pr inférieurs à 0,1 tandis que les Pr des huiles peuvent atteindre plusieurs milliers. Le gaz parfait et l'eau présentent un Pr de valeurs intermédiaires respectives égales à 0,7 et quelques unités.

Le **Nombre de Rayleigh (Ra)** est le paramètre de contrôle de la convection. Il peut être vu comme une forme sans dimension de la différence de température ΔT . Il représente le terme moteur de poussée d'Archimède rapporté au produit des deux termes diffusifs.

La donnée de Pr et Ra définit le point de fonctionnement d'une cellule. Toutes les quantités macroscopiques - sans dimension et moyennées dans le temps- sont donc des fonctions de ces seuls paramètres. Une de ces quantités, le **Nombre de Nusselt (Nu)** joue un rôle particulier. Ce nombre

représente la puissance thermique \dot{Q} qu'il faut fournir à la surface inférieure pour maintenir la différence de température ΔT . Cette puissance est rapportée à la puissance \dot{Q}_{He} qu'il suffirait de fournir pour maintenir ΔT si le fluide restait immobile. Nu représente donc l'efficacité du transport thermique par la convection du fluide par rapport au transport diffusif.

$$\text{Nu} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{He}}} \quad \text{avec} \quad \dot{Q}_{\text{He}} = \frac{\pi \cdot \Phi^2 \cdot k \cdot \Delta T}{4 \cdot h}$$

où k représente la conductivité du fluide.

En fait, Ra et Pr ne sont les uniques paramètres de contrôle d'une cellule qu'à condition de corriger légèrement la température. La nouvelle température correspond à l'ancienne diminuée d'un terme linéaire avec l'ordonnée verticale z. Le facteur de proportionnalité est désigné comme le «**gradient adiabatique**». La définition des Nombres de Rayleigh et de Nusselt est modifiée par cette nouvelle température selon [Tritton 1988][Chavanne 1997] :

$$\text{Ra} = \frac{g \cdot h^3 \cdot \alpha \cdot (\Delta T - \Delta T_{\text{adiab}})}{\kappa \cdot \nu} \quad \text{et} \quad \text{Nu} = \frac{\dot{Q} - \dot{Q}_{\text{adiab}}}{\dot{Q}_{\text{He}} \cdot \left(\frac{\Delta T - \Delta T_{\text{adiab}}}{\Delta T} \right)}$$

où l'on a posé :

$$\Delta T_{\text{adiab}} = \frac{h \cdot g \cdot T \cdot \alpha}{c_p} \quad \text{et} \quad \dot{Q}_{\text{adiab}} = \frac{\pi \cdot \Phi^2 \cdot k \cdot \Delta T_{\text{adiab}}}{4 \cdot h}$$

et où c_p est la capacité calorifique à pression constante.

Dans la suite, seuls seront utilisés les Nombres de Rayleigh et de Nusselt modifiés, basés sur l'écart de température corrigé du gradient adiabatique.

1.2 Phénoménologie

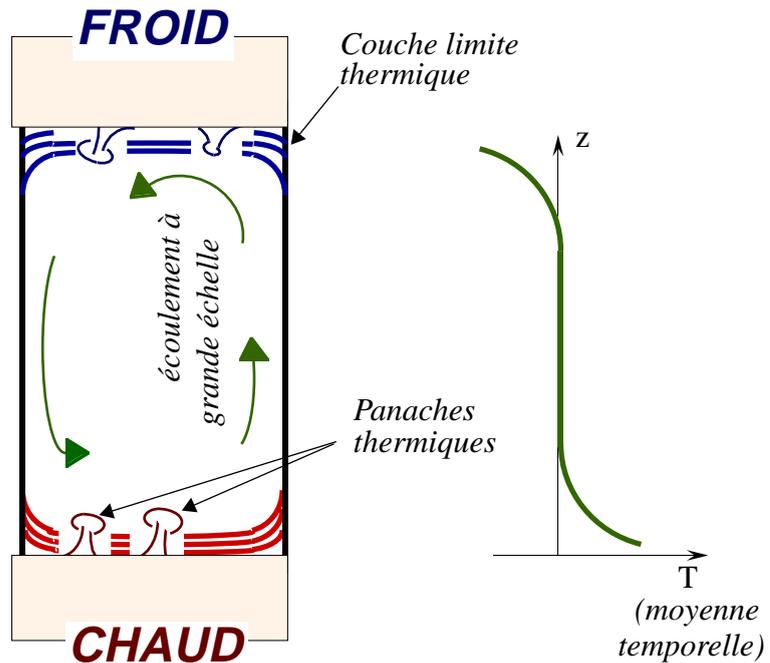
Figure 1-2.

Dessin de gauche:

Différents ingrédients de la convection turbulente.

Dessin de droite:

Profil de la température moyenne suivant la verticale



Une des questions centrales relatives aux cellules de Rayleigh-Bénard est «Comment la chaleur est-elle transportée d'une surface à l'autre par l'écoulement turbulent ?»

Il n'existe aujourd'hui aucune réponse à cette question mais un certain nombre de faits rapportés ci-dessous apportent des éléments de réponse.

- Des expériences et des simulations numériques montrent que le champ de température moyenne du fluide est quasiment uniforme dans tout le volume à l'exception de deux couches limites, sur les surfaces inférieure et supérieure (Figure 1-2). Ces **couches limites thermiques** présentent chacune une chute de température d'environ $\Delta T/2$. Si l'on suppose que le transfert thermique dans chaque couche limite est essentiellement diffusif, on en déduit leur épaisseur caractéristique $\lambda_{th} = h/2Nu$.
Un des premiers modèles de la convection consistait à supposer les deux couches limites indépendantes (théorie de la longueur de mélange). Leur épaisseur ne doit donc pas dépendre de la hauteur de la cellule h ce qui implique que Nu est proportionnel à h . La seule loi de puissance de puissance entre Nu et Ra qui réalise cette contrainte est $Nu \sim Ra^{1/3}$.
- Un écoulement à l'échelle macroscopique s'établit dans la cellule, du moins pour des régimes suffisamment turbulents (Figure 1-2). Nous noterons Re son **Nombre de Reynolds** $v \cdot h/\nu$. Il est avéré que le Nombre de Reynolds augmente avec le Nombre de Rayleigh. Cet écoulement dit «à grande échelle», entretient sur les surfaces de la cellule des **couches limites de vitesse**.
Un autre modèle de convection suppose que la chaleur soit transportée par cet écoulement [Shraiman 1990]. Ce modèle conduit à une loi de puissance différente de la précédente : $Nu = Ra^{2/7} \cdot Pr^{-1/7}$.
- Des visualisations ont permis d'identifier des structures thermiques cohérentes se détachant des surfaces (Figure 1-2). Ces structures dont la forme rappelle celle des champignons, sont appelées «plumes» ou «**panaches**» thermiques.

Un modèle de la convection postule que ces panaches sont le vecteur de la chaleur (théorie de la couche de mélange). Ce modèle aboutit à la même loi de dépendance de Nu que le précédent [Castaing 1989].

Pour un exposé plus complet des différentes théories, on pourra se référer aux deux articles suivant [Goldstein 1990] [Siggia 1994].

Nous avons cité trois théories particulièrement étudiées. Cet aperçu serait incomplet si on ne mentionnait pas la récente théorie de Grossmann et Lohse [Grossmann 2000]. Ces auteurs proposent de distinguer les deux taux de dissipation d'énergie dans le fluide : thermique et d'énergie cinétique. Pour chacun d'eux, les contributions des couches limites et de la région centrale sont distinguées. En considérant que chaque taux de dissipation n'est dominé que par une seule de ces contributions, on trouve une loi de puissance pour Nu en fonction de Pr et Ra. Cette loi ne sera valable que dans un domaine restreint du plan (Ra, Pr). Cette théorie aboutit donc à une division du plan (Ra, Pr) en une multitude de domaines, chacun étant caractérisé par une loi de puissance pour Nu et Re. Grossmann et Lohse admettent un large recouvrement entre domaines, donc que des régimes en loi de puissance ne peuvent jamais être mesurés sur plusieurs décades.

1.3 Une prédiction : le régime ultime de convection

Deux caractéristiques de la convection turbulente largement admises viennent d'être présentées :

- un écoulement à grande échelle dont le Nombre de Reynolds croît avec le Nombre de Rayleigh,
- une chute de température dans le fluide concentrée près des surfaces, sur une hauteur diminuant typiquement comme l'inverse du Nombre de Nusselt.

Avec l'augmentation du Nombre de Rayleigh, donc aussi des Nombres de Reynolds et de Nusselt, on s'attend à rencontrer une transition vers un nouveau régime turbulent. En effet, soit la couche limite de vitesse, qui est de plus en plus cisailée par l'écoulement à grande échelle, devient turbulente, soit la couche limite thermique devient instable lorsque son Nombre de Rayleigh propre atteint une valeur critique.

Dans ces deux scénarios, le transport de chaleur dans la couche limite thermique devient alors advectif et pour des Nombres de Rayleigh élevés, il évolue asymptotiquement vers un régime complètement turbulent. Cet état de turbulence totale est appelé le régime ultime de la convection [Kraichnan 1962].

Dans la limite des Nombres de Rayleigh élevés, la dépendance $Nu(Ra, Pr)$ de ce régime peut être déduite de façon simple. Il suffit d'écrire que dans un écoulement *très* turbulent, les termes de diffusion thermique et visqueuse jouent un rôle négligeable dans le transfert thermique, autrement dit qu'à ΔT donné, la puissance \dot{Q} transportée par le fluide est indépendante de κ et ν . On trouve alors : $Nu \sim Ra^{1/2} \cdot Pr^{1/2}$.

Malheureusement la prédiction du Nombre de Rayleigh de cette transition est un exercice très difficile et des valeurs très disparates ont été proposés. Une des raisons de cette complexité est que deux éléments clés échappent à la compréhension : d'une part l'interaction subtile entre les couches limites de vitesse et de température et d'autre part les mécanismes de transfert de quantité de mouvement à l'écoulement à grande échelle et de transfert de chaleur dans les couches limites.

1.4 Les dépendances du Nombre de Nusselt

1.4.1 Nombre de Nusselt et Nombre de Rayleigh

Dans le problème de la convection thermique, la dépendance du Nombre de Nusselt Nu avec le Nombre de Rayleigh Ra joue un rôle central pour des raisons pratiques et aussi pour des considérations plus fondamentales.

La gamme des Nombres de Rayleigh rencontrés dans certaines situations industrielles et géophysiques s'étend sur 5 à 10 décades de plus que celle réalisable en laboratoire. L'évaluation des transferts thermiques dans ces situations nécessite donc une extrapolation importante de la loi de dépendance $Nu(Ra)$ telle que mesurée en laboratoire, ce qui n'est possible qu'à partir d'une loi bien établie.

La motivation première de la majorité de la communauté est plus fondamentale que pratique : il s'agit de comprendre le mécanisme du transfert thermique. Les modèles théoriques prédisent des lois de type $Nu \sim f(Ra, Pr)$ souvent incompatibles entre elles et qui peuvent être testées directement par des mesures calorimétriques de Nu dans une cellule de convection. Rappelons ici que l'on trouvera dans [Goldstein 1990] les références aux principales théories antérieures à 1989. Depuis cette date, nous avons vu que trois nouvelles théories ont eu un fort écho dans la communauté [Castaing 1989][Shraiman 1990][Grossmann 2000].

Dans les régimes de convection turbulente, ces lois théoriques prennent souvent la forme de loi de puissance $Nu \sim Ra^\gamma \cdot Pr^\delta$ et leur validation expérimentale est délicate car elle suppose de travailler d'une part avec des Ra suffisamment élevés pour être en régime turbulent, et d'autre part sur une plage de Ra suffisamment importante pour déterminer l'exposant γ avec précision. La comparaison des expériences est de surcroît compliquée par la dépendance avec la géométrie de la cellule du préfacteur de cette loi de puissance.

Un certain nombre d'expériences a initialement conforté les modèles qui prédisaient un exposant $\gamma=1/3$, aussi bien dans le mercure ($Pr \sim 0,02$) [Globe 1959] que dans l'air ($Pr \sim 0,7$) [Mull 1930], l'eau ($Pr \sim 4$ à 8) [Goldstein 1980] et les huiles ($Pr > 15$) [Schmidt 1959][Dropkin 1965](Globe cité dans [Goldstein 1990]). Mentionnons aussi une expérience de convection par gradient de soluté, formellement équivalente à de la convection thermique pour $Pr=2750$, qui conduit à un exposant de $0,33$ [Goldstein 1990].

Mais à l'exception des mesures de Goldstein dans l'eau et dans le soluté, la plage de Nombres de Rayleigh servant à déterminer l'exposant prenait en compte des valeurs inférieures à 10^7 . Or selon Heslot pour des Ra aussi faibles l'écoulement est dans un régime de turbulence particulier ne présentant pas les caractéristiques d'universalité que l'on trouve pour des Ra plus élevés [Heslot 1987]. Une distinction entre deux régimes de turbulence dite «douce» et «dure» est proposée. La valeur du Nombre de Rayleigh de transition entre ces deux régimes dépend de la géométrie de la cellule : pour $Pr \sim 1$ et pour une cellule cylindrique de rapport d'aspect $\Gamma=1$, Heslot propose $4 \cdot 10^7$ et pour $\Gamma=0,5$, Wu propose 10^8 à $4 \cdot 10^8$ [Wu 1991].

Le consensus autour de la valeur d'exposant de $1/3$ a été remis en cause par les premières mesures obtenues dans une même cellule sur une grande plage étendue aux Ra élevés, donc dans les conditions du régime de turbulence dure. Ces mesures qui tiraient parti de l'environnement cryogénique conduisaient à des exposants significativement plus faibles de l'ordre de $0,28$ ($Pr \sim 1$) [Threlfall 1975][Heslot 1987]. Deux théories sont venues a-posteriori justifier un exposant $2/7 \approx 0,286$ qui fut ensuite reconnu dans de nombreuses expériences menées dans des fluides de Pr compris entre $0,7$ et 18 . Citons seulement les quelques résultats précurseurs dans l'huile ($Pr=5,5$ et 18) [Sommerscales

1968] et l'eau [Tanaka 1980][Garon 1973]. Notons que dans le mercure, Glazier propose aussi une interpolation de l'ensemble de leurs expériences avec une loi d'exposant $2/7$ [Glazier 1999].

Il existe pourtant plusieurs ombres à ce tableau d'un exposant universel $2/7$ pour les fluides de Pr inférieurs à 20. Citons en particulier :

- Des mesures dans le mercure qui conduisent à des exposants d'environ 0,26 pour des Ra supérieurs à 10^7 [Cioni 1997].
- L'expérience dans la cellule d'hélium cryogénique de 1 m de haut de l'équipe de J. Niemela de l'Université de l'Oregon. Sur une plage de Ra de 10^6 à 10^{17} , les auteurs trouvent un exposant de 0,309 [Niemela 2000].
- Une autre expérience menée à l'Université de Santa-Barbara par Xu et al. suggère à partir de points de mesures très peu bruités que l'exposant de la dépendance $Nu(Ra)$ est une fonction de Ra et qu'il varie entre 0,275 et 0,30 pour des Ra compris entre 10^7 et $3 \cdot 10^{10}$.

Transitions aux Nombres de Rayleigh élevés

Le tableau de la dépendance $Nu(Ra)$ décrit précédemment, est compliqué encore davantage par la mise en évidence, par certains groupes, d'une transition pour des Nombres de Rayleigh supérieurs à 10^9 . Ces transitions sont souvent interprétées comme une transition vers le régime ultime.

- Dans le domaine des faibles Pr , Cioni et al. ont mis en évidence une double transition dans le mercure pour des Nombres de Rayleigh de $4,5 \cdot 10^8$ et $2,1 \cdot 10^9$ [Cioni 1997]. Ces mesures sont en apparent désaccord avec celles données par [Glazier 1999] qui ne présentent aucune transition. Notons toutefois que la seconde transition de Cioni suggère un basculement vers le régime mesuré par Glazier, ce qui indiquerait que pour un Pr donné, deux régimes peuvent être stabilisés dans la région de turbulence dure.
- Ciliberto a rapporté en mars à l'ITP¹ de Santa-Barbara l'observation dans une cellule d'eau d'une amélioration soudaine du transfert thermique pour $Ra=4 \cdot 10^{10}$. Notons que l'augmentation du transfert thermique pour des Ra inférieurs d'une décade avait déjà été rapportée par [Goldstein 1980], dans une expérience là encore apparemment contredite par d'autres [Lui 1998][Xin 1997].
- La transition mesurée pour des Nombres de Rayleigh supérieurs à $2 \cdot 10^{11}$ par mon prédécesseur X. Chavanne conduit à une loi de puissance $Nu(Ra)$ d'exposant d'environ 0,39 sur plus de deux décades. Ces mesures semblent en contradiction avec celles de Wu et de Niemela [Wu 1992][Niemela 2000].

1.4.2 Nombre de Nusselt et Nombre de Prandtl

Pour des raisons expérimentales évidentes, les vérifications des théories de la convection ont fait la part belle à la dépendance du Nombre de Nusselt avec le Nombre de Rayleigh. Néanmoins, face aux difficultés et contradictions rencontrées avec ce critère de validation, la communauté s'est progressivement intéressée à d'autres approches.

On peut mentionner par exemple des études portant sur les couches limites, sur l'écoulement à grande échelle et sur les fluctuations des grandeurs micro et macroscopiques. Un autre type d'approche consiste à tester directement les prévisions qualitatives des modèles en étudiant la

1. Institute of Theoretical Physics, Université de Santa-Barbara

réponse du système à des sollicitations particulières : cisaillement des couches limites, obstacles à l'écoulement, rugosité des couches limites, inclinaison de la cellule,...

Il existe pourtant un autre critère de vérification direct et sélectif des différentes théories : la dépendance du Nombre de Nusselt avec le Nombre de Prandtl. Ce critère est toutefois difficile à mettre en oeuvre expérimentalement et il n'existe que quelques études systématiques que nous rappelons ci-dessous.

Suivant l'habitude, on distinguera trois gammes de Nombre de Prandtl. Les nombres de Prandtl élevés ($Pr \gg 1$), intermédiaires ($Pr \sim 1$) et faibles ($Pr \ll 1$).

La gamme des Nombres de Prandtl élevés a été explorée avec des huiles de silicones comme fluide de convection. Citons les études systématiques pour diverses huiles menées par [Dropkin 1965](Globe cité dans [Goldstein 1990]). Pour des Nombres de Prandtl Pr compris entre 15 et 8000, des lois de puissance du type $Nu \sim Pr^\delta$ avec δ voisin de 0,08, ont été proposées par les auteurs. Il faut toutefois noter que plus les Nombres de Prandtl sont élevés, plus il est difficile de réaliser des Nombres de Rayleigh élevés. Au dessus de $Pr=100$ par exemple, les Nombres de Rayleigh sont inférieurs à 10^6 et la «turbulence» de l'écoulement n'est pas vraiment réalisée. L'expérience de convection par gradient de soluté mentionnée précédemment, réalise des Nombres de Prandtl «équivalents» de 2750 [Goldstein 1990] pour des Nombres de Rayleigh supérieurs à $3 \cdot 10^9$. Les valeurs de Nu mesurées dans cette expérience confortent le constat -réalisé avec les huiles- d'une faible dépendance de Nu avec Pr .

La gamme de Nombre de Prandtl entre 1 et 100 a été explorée par Liu et Ecke ($3,75 \leq Pr \leq 6,75$) [Liu 1997], Ashkenazi et Steinberg ($1 \leq Pr \leq 93$) [Ashkenazi 1999] et Ahlers ($4 \leq Pr \leq 34$) [Ahlers soumis]. Ces trois groupes ont mis en oeuvre des techniques différentes de variation du Nombre de Prandtl. Liu a exploité la dépendance en température du Pr de l'eau, Ashkenazi a profité de la divergence de Pr au point critique de SF_6 [Assenheimer 1993] et Ahlers a eu recours à quatre fluides différents. Les dépendances $Nu(Pr)$ trouvées correspondent à des lois de puissances, incompatibles entre elles, d'exposants respectifs -0,06 ; -0,2 et -0,01.

La gamme des faibles Nombre de Prandtl ($Pr < 0,1$) est difficile à explorer expérimentalement pour différents Pr . Pour des raisons de coûts, de toxicité et de lourdeurs expérimentales, seuls deux fluides ont été utilisés à ce jour¹: le mercure ($Pr=0,022$) et le sodium ($Pr=0,005$) [Globe 1959][Rosby 1969][Kek 1993][Takeshita 1996][Cioni 1997][Glazier 1999][Horanyi 1997]. Il ressort de ces expériences que les Nombres de Nusselt mesurés sont systématiquement plus faibles que ceux observés dans des cellules de Prandtl intermédiaire. Pour un Nombre de Rayleigh de 10^9 par exemple, Cioni trouvent que le Nombre de Nusselt mesuré dans le mercure ($Pr \sim 0,02$) est deux fois plus faible que celui mesuré dans l'eau ($Pr \sim 5$).

Des approches numériques des équations de l'hydrodynamique permettent depuis quelques années de simuler une variation continue du Nombre de Prandtl entre 0,022 et 15 [Tilgner 1996][Verzicco 1999][Kerr 2000]. Pour des Nombres de Rayleigh inférieurs ou égaux à 10^7 (régime de turbulence douce), ces trois simulations mettent en évidence l'existence d'un régime de faibles Pr et un autre pour les Pr intermédiaires. Pour des Nombres de Prandtl inférieurs à 0,35, Verzicco propose une dépendance d'environ $Nu \sim Pr^{0,14}$ tandis qu'aucune dépendance avec Pr n'est mise en évidence au dessus de $Pr=0,35$.

1. A partir de mélanges des isotopes 3 et 4 de l'hélium, on peut obtenir des variations du Nombre de Prandtl entre 0,02 et 1 typiquement. A notre connaissance, aucune expérience de convection turbulente n'a mis à profit ces propriétés.

Il ressort de cet examen que le Nombre de Nusselt augmente avec le Nombre de Prandtl Pr dans le régime des faibles Pr . Pour les Nombres de Prandtl intermédiaires, les expériences de Ashkenazi sont en contradiction avec celles de Liu et celles de Ahlers. Pour des Nombres de Prandtl élevés, la dépendance semble faible (et pourrait correspondre à une loi de puissance d'exposant inférieur à 0,1). Ces faibles valeurs de δ pose, bien sûr, la question de l'incertitude sur δ . Nous reviendrons sur ce point ultérieurement.

1.5 Mise en perspective du travail

L'objectif initial de cette thèse était double.

Tout d'abord nous voulions confirmer l'observation du régime ultime par X. Chavanne [Chavanne 1997]. Dans cette expérience la loi $Nu(Ra)$ du nouveau régime est approchée par un loi de puissance d'exposant 0,39, alors qu'un exposant 0,5 est prédit pour le régime ultime, du moins dans la limite asymptotique des Ra élevés. Notre confirmation consiste à réaliser les conditions du régime asymptotique pour des nombres de Rayleigh modérés. Une prédiction théorique indique que ceci est possible en rendant rugueuses les parois d'une cellule de 20 cm de hauteur.

Le second objectif de cette thèse était de déterminer à partir d'une unique expérience la double dépendance du Nombre de Nusselt avec les Nombres de Rayleigh et de Prandtl, sur une large plage de variation de ces deux paramètres et pour des Nombres de Rayleigh dans le régime de turbulence dure. Une «mini» cellule de 2 cm de hauteur a été réalisée à cet effet. Une conséquence immédiate est l'invalidation de certaines théories de la convection turbulente.

En menant cette expérience, nous avons mis en évidence un effet de bord d'une amplitude inattendue que nous avons pu confirmer à l'aide d'une nouvelle cellule de 20 cm de hauteur. Son incidence sur quelques résultats publiés sera analysée.

Les deux chapitres suivants précisent les conditions de nos expériences. Les pages de garde de ces chapitre résumant les informations nécessaires à la lecture des trois chapitres de résultats.

2 Environnement Cryogénique et Cellules de Rayleigh-Bénard

L'hélium cryogénique offre des opportunités uniques pour l'étude de la convection thermique grâce à la conjonction de quatre conditions expérimentales :

- Une pression du point critique relativement basse (2,27 bar) permet de profiter d'une plage de variation *optimale* des propriétés du fluide, sans avoir recours à un appareillage «haute pression».
- De nombreuses études expérimentales, numériques et théoriques font de l'hélium un des éléments les mieux connus.
- Des propriétés thermodynamiques et de transport favorables conduisent à des temps caractéristiques rapides et permettent d'atteindre des nombres de Rayleigh élevés (10^{14}) dans des cellules de 20 cm et pour des chauffages inférieurs au Watt.
- L'environnement cryogénique est propice aux mesures de précision : rayonnement thermique et bruit Johnson faibles, blindage de l'expérience par différents niveaux de cryostats, disponibilité d'un fluide très pur, possibilité d'utilisation de fils de mesure supraconducteurs mauvais conducteurs thermiques, faibles temps de diffusion thermique dans les métaux ce qui permet une régulation en température très efficace,...

Mais l'hélium cryogénique turbulent ne livre ses secrets qu'au prix d'une mise en oeuvre expérimentale délicate. Outre les difficultés inhérentes à la cryogénie, comme les longues phases de refroidissement et de réchauffement, les expériences «près» d'un point critique apportent comme exigences : une détermination et un contrôle précis des températures et densités ainsi qu'une bonne connaissance des propriétés thermodynamiques et de transport intervenant dans le calcul des Nombres de Rayleigh, Nusselt et Prandtl.

Avant de décrire en détail chaque cellule (chapitre suivant), il est utile d'analyser ces différentes contraintes cryogéniques. Nous présenterons, en particulier, les réponses spécifiques développées au cours de cette thèse : mise au point d'une mesure originale de différence de température à 50 μ K près, d'une mesure in-situ de densité à 1 ‰ et amélioration de la connaissance des propriétés de l'hélium.

plan du chapitre

- *Convection et Point critique*
- *Mise en oeuvre de environnement cryogénique*
- *Thermométrie absolue à 100 ppm, et différentielle à 10 ppm*
- *Densimétrie : du ‰ au ‰*
- *Etude critique et amélioration de la connaissance des propriétés de l'hélium*

2.1 Convection et Point critique

2.1.1 Nombre de Rayleigh et point critique

La possibilité de faire varier le Nombre de Rayleigh Ra est souvent essentielle dans les expériences de convection thermique.

$$Ra = g \cdot h^3 \cdot \alpha \Delta T \cdot \frac{1}{\kappa \nu} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\kappa \nu} = \frac{c_p \cdot \rho^2}{\eta \cdot k}$$

La factorisation du Ra présentée ci-dessus met en évidence les différentes manières d'atteindre un tel objectif. L'excursion souhaitée peut-être recherchée par une modification de la hauteur h de la cellule, mais aussi par une variation de l'écart de température ΔT ou encore la variation du produit des diffusivités thermique et cinématique ($\kappa \cdot \nu$).¹

Variation de la longueur h

Cette option suppose la réalisation d'un jeu de cellules rigoureusement homothétiques. Des contraintes expérimentales «raisonnables» limitent généralement à une décade l'excursion de h, c'est-à-dire à 3 décades la variation du Ra. A notre connaissance, la littérature ne fait aucunement mention d'une telle étude.

Variation de la différence de température

Dans la littérature, l'excursion de ΔT atteint rarement deux décades. Grâce à une thermométrie adaptée à chaque hauteur de cellule, nous avons pu mettre au point des excursions en ΔT d'environ trois décades, les autres paramètres demeurant quasiment constants. A notre connaissance, les excursions supérieures à trois décades obtenues avec la cellule de 2 cm de hauteur, constituent un record inégalé². Dans notre cas, ces performances réalisent la limite physique ultime des expériences de convection puisque nous atteignons les effets de gradient adiabatique d'une part et le critère que nous avons retenu pour l'approximation de Boussinesq d'autre part ($\alpha \cdot \Delta T \leq 20\%$)³. A elles seules, ces possibilités justifieraient le recours à l'environnement cryogénique ; elles n'en sont pourtant (presque) que la cerise sur la gâteau...

Variation de $\kappa \nu$

L'intérêt des expériences dans la région critique réside dans la dépendance de ce produit avec la température et la densité. Pour fixer les idées, les figures 2-1 représentent des isobares (traits pointillés) et quelques courbes de niveau du Nombre de Rayleigh Ra maximum accessible dans une cellule d'hélium de 20 cm de hauteur (traits continus).

Théoriquement, la divergence de $1/\kappa \nu$ au point critique permet d'obtenir des Nombres de Rayleigh Ra très importants⁴. Toutefois, pour diverses raisons pratiques, cette divergence, ne nous

1. La variation du champ d'accélération g est techniquement possible - l'aide d'une centrifugeuse- mais particulièrement lourde expérimentalement.

2. Notons que le critère adopté pour les conditions de Boussinesq est pourtant plus sévère que celui, choisi par d'autres, qui consiste à considérer l'écart entre la température au centre de la cellule et la température moyenne des flasques [Wu 1991].

3. Le choix de ce critère pour l'approximation de Boussinesq est discuté dans la thèse de X. Chavanne [Chavanne 1997].

permet de gagner que la dernière décade des Ra, soit $Ra \in [10^{13}, 10^{14}]$ pour les cellules de 20 cm et $Ra \in [10^{10}, 10^{11}]$ pour la cellule de 2 cm. Notons que le facteur c_p intervenant dans κv , est à lui seul responsable de l'essentiel de l'effet dont nous profitons, la divergence de cette quantité au point critique, tout comme celle de α , étant de plus longue portée que celle des autres quantités.

Cette divergence ne représente pourtant qu'un bonus. L'intérêt essentiel de cette «région critique» est de permettre de décrire entièrement la plage de variation $\kappa.v$ du fluide en jouant exclusivement sur le remplissage de la cellule ($0 < \rho < \rho_c$, $0 < P < P_c$, $T \approx T_c$). Les cellules que nous utilisons supportant des pressions de quelques P_c , il nous est de surcroît possible de travailler en sécurité, avec une cellule pleine de liquide (jusqu'à $\rho = 2\rho_c$). Ceci nous permet de réaliser des mesures à faibles κv et Nombre de Prandtl et à des valeurs de conductivité thermique plus élevées que pour les phases moins denses du fluide.

2.1.2 Nombre de Prandtl et point critique

Le nombre de Prandtl $Pr = \nu / \kappa = c_p \eta / \rho \kappa$ présente une dépendance en température et densité. Ce sont ces propriétés que nous allons exploiter dans l'étude de l'influence du Nombre de Prandtl sur le régime de turbulence dure. Tout comme celle du nombre de Rayleigh, sa divergence au point critique est sensible «loin» de la température critique T_c et de la pression critique P_c , du fait

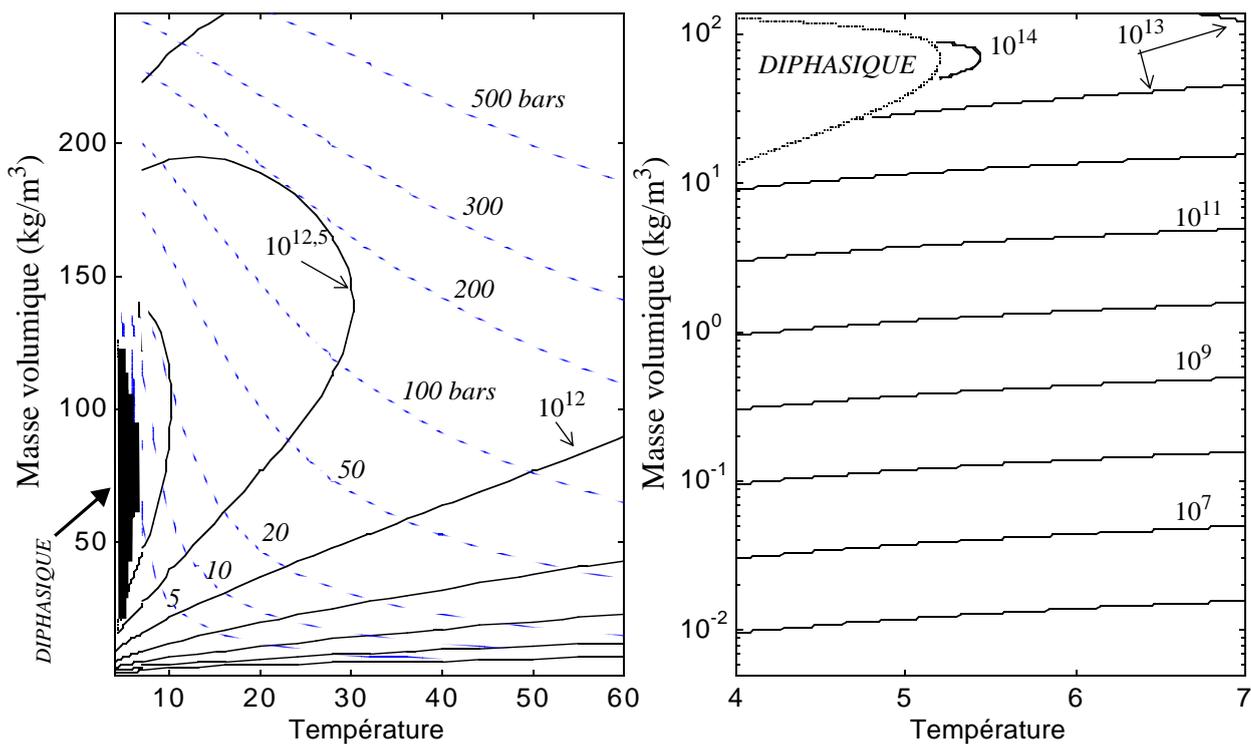


Figure 2-1. *Traits continus* : Courbes de niveau du Ra maximum accessible dans une cellule d'hélium de 20 cm, avec comme critère pour les conditions de Boussinesq : $\alpha \Delta T < 20\%$. Sur la figure de gauche (resp. de droite), les iso-Rayleigh sont espacées d'une demi décade (resp. d'une décade). Jusqu'à des masses volumiques d'environ 2 kg/m^3 , on peut rendre compte des plateaux présents sur la figure de droite par un modèle de gaz quasi-parfait (selon : $Ra \approx 5 \cdot 10^6 \cdot P^2 / T^4 \cdot \Delta T \cdot h^3$). *Traits pointillés/grisés* : Isobares à 5, 10, 20, 50, 100, 200, 300, 500 bars.

4. Une des limitations théoriques à l'obtention de nombres de Rayleigh infinis est l'approximation de Boussinesq, mise en défaut par le gradient adiabatique près du point critique.

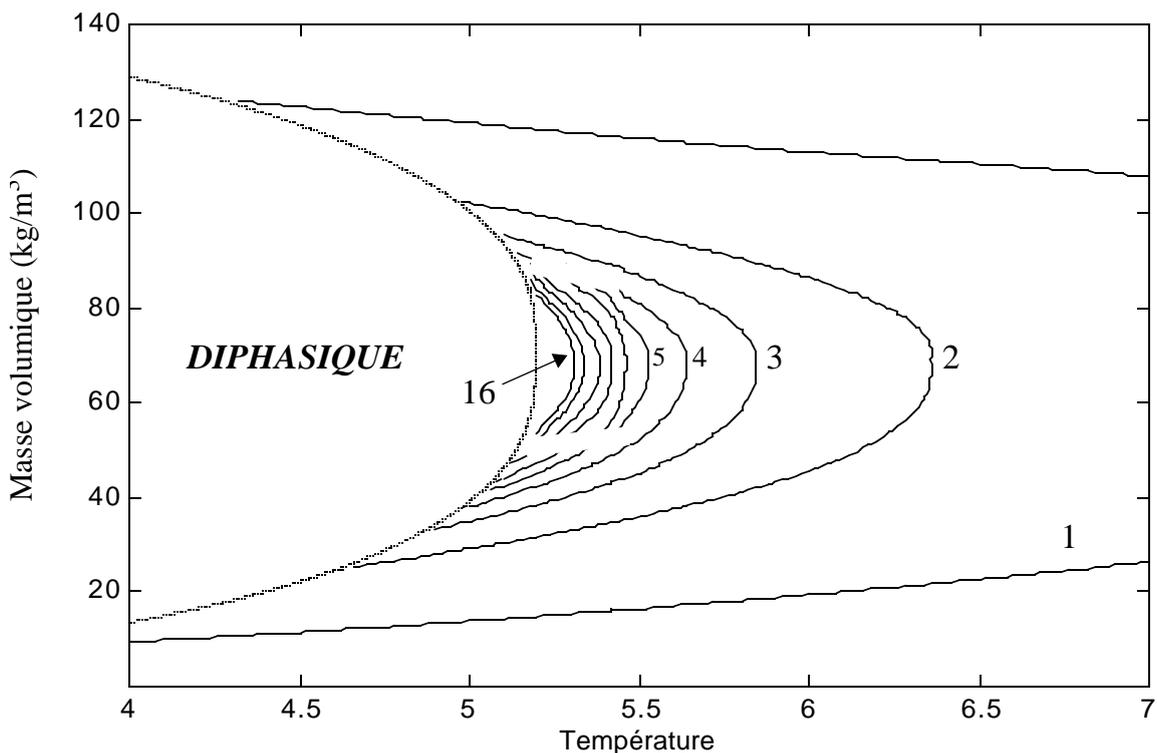


Figure 2-2. Courbes iso-Prandtl : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 13 et 16.

de la longue portée de la divergence de c_p . Les courbes de niveau du Nombre de Prandtl sont présentées en Figure 2-2.

2.1.3 Sensibilité aux incertitudes de température et densité

Avec quelle précision faut-il pouvoir contrôler et mesurer les températures et densités pour tirer partie de la variabilité des quantités thermodynamiques ? La figure suivante (Figure 2-3) présente la sensibilité du nombre de Rayleigh à des variations de densité et de température respectives de 1% et 0,5%, typiques des expériences avec les cellules de 20 cm de hauteur. L'incertitude correspondante sur le Nombre de Nusselt est négligeable. Par un choix judicieux des points de mesures dans le plan température-densité, grâce à des mesures in-situ des propriétés de l'hélium ainsi qu'une densimétrie à 0,1 %, une précision en Ra de quelques pourcents sera atteinte pour la plupart des points avec la cellule de 2 cm de hauteur.

On peut faire un certain parallèle avec l'incertitude liée à notre connaissance non parfaite des propriétés de l'hélium, en fonction de la température et de la densité. L'incidence sur les résultats à venir de ces incertitudes est en effet de même nature. Dans l'hypothèse d'une dépendance de Nu en loi de puissance de Ra, on définit un préfacteur et un exposant. Lorsque la variation de Ra est obtenue en faisant varier ΔT à densité et température moyennes constantes, l'incertitude sur les propriétés de l'hélium affecte exclusivement la valeur du préfacteur.

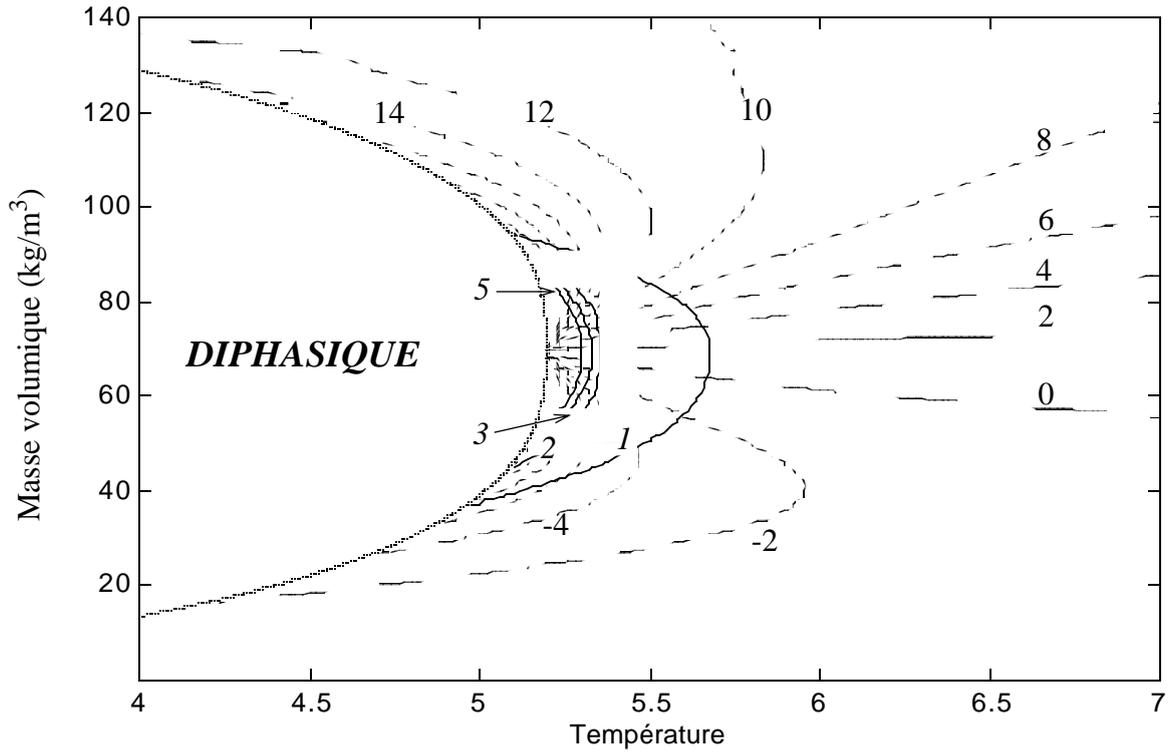


Figure 2-3. Erreur en % sur le Ra (sous-estimation) pour une surestimation de 1% de la densité (traits pointillés/grisés) et de 0,5% de la température (traits noirs), soit 700 g/m³ et 2,5 mK au point critique. Ces incertitudes sont typiques des cellules de 20 cm. La cellule de 2 cm présente une incertitude en densité environ dix fois meilleure. Aucune évaluation ne peut-être faite dans la bande de température et de densité entre les domaines des interpolations thermodynamiques de Kierstead et McCarty.

2.2 Mise en oeuvre de environnement cryogénique

2.2.1 Organigramme thermique

La cellule de 2 cm de haut et sa configuration de montage dans le calorimètre sont schématisées sur la vue de droite. Ce dernier est immergé dans le bain d'hélium liquide du cryostat (vue de gauche). On trouvera de même une représentation de la configuration de montage des cellules de 20 cm sur la Figure 3-1, page 53.

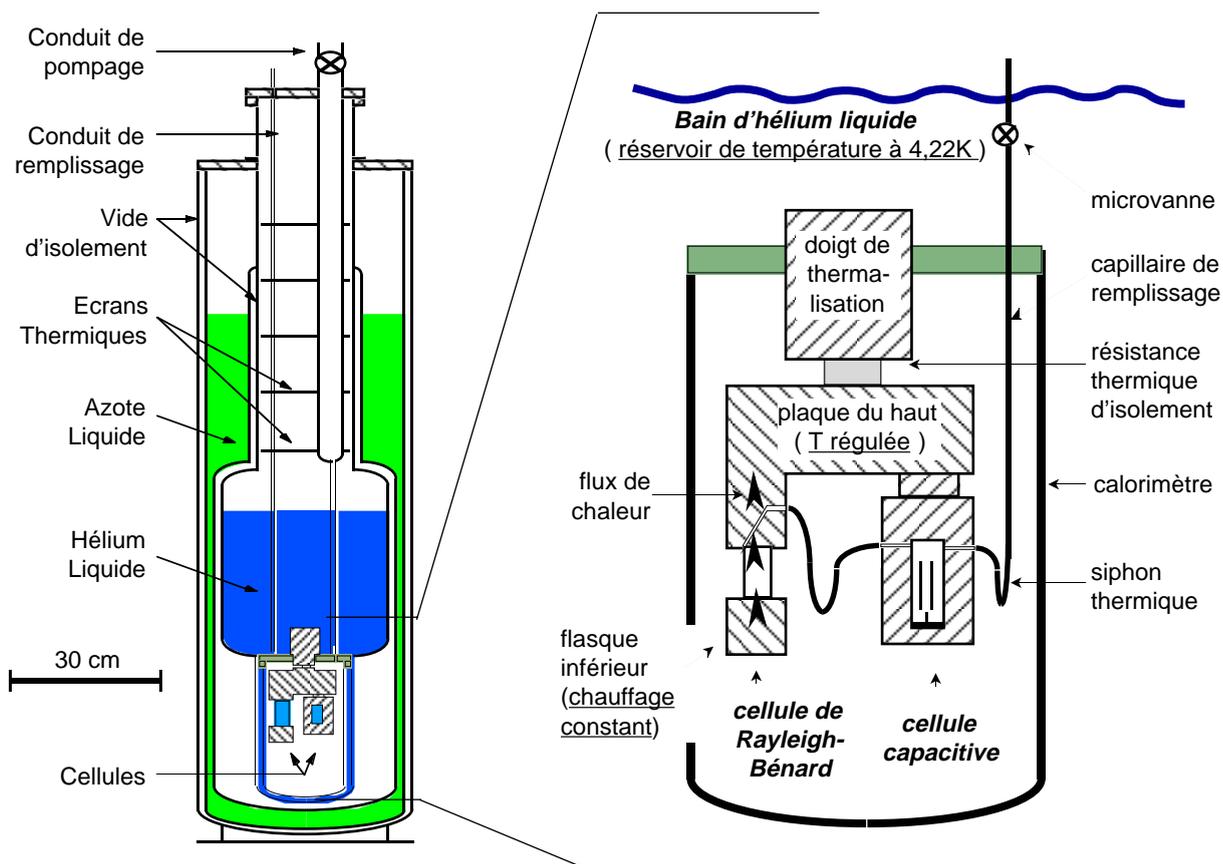


Figure 2-4. Vue en coupe du cryostat, avec une représentation schématique de la cellule de 2 cm de hauteur, dite la «mini-cellule».

D'un point de vue thermique, toutes nos cellules sont conçues sur le même principe : le flasque inférieur est suspendu par la paroi latérale au flasque supérieur, lequel est en contact thermique avec le bain d'hélium (le réservoir de température) par l'intermédiaire d'une résistance thermique d'isolation en laiton. Pour les différentes expériences, les isolements obtenus, résumés dans le tableau ci-dessous, réalisent des compromis entre le découplage des fluctuations thermiques du bain et la possibilité d'obtenir de grandes différences de température entre flasques.

L'ensemble est contenu dans un calorimètre, où règne un vide d'isolement cryogénique, obtenu après 5 à 6 jours de pompage à l'ambiante et à l'azote au moyen d'une pompe turbomoléculaire dédiée. La fuite thermique prépondérante entre le flasque inférieur et le cryostat est due au rayonnement thermique (la technique de mise en évidence expérimentale est présentée dans [Cha-

vanne 1997]). Elle reste très largement négligeable devant les puissances de chauffage mises en jeu dans les régimes turbulents.

Le flasque supérieur est régulé en température, à quelques dizaines de μK près, au moyen d'un régulateur analogique à PID¹. Un standard de tension à 4 fils² délivre une puissance de chauffage constante sur le flasque inférieur³ et la différence de température qui en résulte entre les flasques est mesurée⁴. La capacité calorifique des flasques inférieurs des cellules de 20 cm, environ 1 J/K (voir Section 3.1.2, page 52) devient vite faible devant celle de l'hélium⁵. Ainsi le flasque inférieur s'apparente davantage à une source de chaleur qu'à un réservoir de température. Cette situation, propre aux expériences cryogéniques, permet d'avoir accès dans de très bonnes conditions aux fluctuations des grandeurs caractéristiques de la convection. Une telle étude sort néanmoins du cadre de cette thèse.

Notons ici que la cellule de 2 cm de haut est doublée d'une cellule, dite «cellule capacitive» (Figure 2-4), isotherme et très bien couplée thermiquement au flasque supérieur.

Table 2-1. Résistance thermique d'isolation entre le bain d'hélium et le flasque supérieur.

Cellule	Caractéristiques principales	Résistance d'isolation entre le flasque supérieur et le bain d'hélium (valeurs mesurées)
à Paroi épaisse	surf. lisse / paroi épaisse	3,0 K/W à 5,0 K
à Surfaces rainurées avant inclinaison du cryostat	surf.rainurée / paroi fine	6,2 K/W à 5,2 K
à Surfaces rainurées, cryostat incliné	surf.rainurée / paroi fine	14 K/W à 4,9 K
à Surfaces rainurées après inclinaison du cryostat	surf.rainurée / paroi fine	15 K/W à 5,0 K
Chillà-Chavanne	surf. lisse / paroi fine	2,3 K/W à 4 K
Mini-cellule	cellule de 2 cm de hauteur	53 K/W à 4,3 K

2.2.2 Remplissage des cellules

Le remplissage des cellules s'effectue par l'intermédiaire d'un capillaire, fermé par une microvanne au niveau du bain d'hélium (Figure 2-4). Les procédures de remplissage sont détaillées dans les sections «Protocoles Expérimentaux» (page 57 et page 64).

Au niveau du calorimètre, le capillaire de remplissage en cuivre, thermalisé d'une part par le flasque supérieur de la cellule et d'autre part par le bain d'hélium, constitue lui-même une cellule de Rayleigh-Bénard, certes très allongée, mais pas moins source potentielle de bruit. Le recours à un siphon thermique permet de stabiliser le fluide contenu dans le capillaire en concentrant sur typiquement 1-2 cm de tube inox l'essentiel du gradient de température. Ce siphon a une autre fonction. Pour

1. Régulateur multicapteurs, A.B.B. Barras Provence, 04100 Manosque. La fréquence de coupure de la chaîne de régulation est d'environ 15 Hz.

2. Electronics Development Corporation

3. En un sens, notre paramètre de contrôle n'est pas le nombre de Rayleigh mais plutôt la puissance de chauffage adimensionnée : $Ra.Nu$.

4. Quelques points ont été réalisés sans régulation en température du flasque supérieur, sans que cela n'ait d'incidence claire sur la différence de température moyenne (cellule à paroi épaisse dans le régime de turbulence dure).

5. Dans une large gamme de température et de densité, l'hélium vérifie $c_v=3 \text{ J/g/K}$. D'autre part c_p diverge plus vite que Nu au point critique, donc plus vite que le volume de la couche limite thermique.

des remplissages de la cellule avec des masses volumiques comprises entre 17 kg/m^3 et ρ_c , la section du capillaire qui est à $4,2 \text{ K}$ est pleine de liquide. Par conséquent l'interface gaz-liquide est nécessairement localisée dans la partie de tube en inox. Les variations de densité dans la cellule associées au déplacement de cette interface sont donc très limitées.

2.3 Thermométrie absolue à 100 ppm, et différentielle à 10 ppm

2.3.1 Echelles de température

L'étude de sensibilité en température nous impose de connaître les températures avec une incertitude inférieure à quelques mK pour les mesures proches du point critique. Une attention particulière a donc tout d'abord été portée à la conversion sur l'échelle internationale de température en vigueur (ITS-90) de toutes les propriétés de l'hélium. Un point sur les conversions de température utilisées est présenté en Annexe A, page 119.

2.3.2 Thermistances en carbone et en germanium dopé

Des résistances de carbone¹ et de germanium dopé² ont été utilisées pour chaque flasque de cuivre ainsi qu'en divers points névralgiques de l'expérience. Ces résistances sont logées dans des trous (débouchants), soit dans les flasques eux-mêmes, soit dans de petits supports en cuivre doré qui sont vissés sur les surfaces propres et dorées des flasques à mesurer. Le contact entre le support et les capsules de l'élément sensible est assuré par de la graisse Apiezon. Les fils de mesure (phosphore-bronze) sont enroulés puis vernis sur des plots de cuivre vissés sur le flasque à mesurer. Entre ces plots et le couvercle du calorimètre, la mesure est assurée par des multibrins supraconducteurs NbTi dans une matrice de CuNi, tenus soigneusement à l'écart des chauffages et de leur fils d'alimentation. Des filtres passe-bas coupent les HF au niveau de la tête du cryostat.

Ces résistances ont tout d'abord été étalonnées à l'aide d'une résistance étalon en germanium. Une température critique en accord à $1,5 \text{ mK}$ près avec la valeur couramment acceptée a été mesurée.

En pompant et en respectant des paliers de pression (rigoureusement décroissants afin de minimiser les effets de stratification en température) sur le bain d'hélium, un étalonnage in-situ de nos résistances a été réalisé en dessous de $4,2 \text{ K}$. Cette procédure est délicate et manque de précision du fait de l'importance du volume d'hélium en jeu mais elle permet une première confirmation grossière (à mieux que 10 mK) de nos étalonnages.

1. Allen-Bradley, 68Ω et $1/8\text{W}$ à l'ambiante (560Ω à 4 K)

2. Lakeshore, modèle GR-200B et TRI Research (ex. Cryocal) CR1500-PB

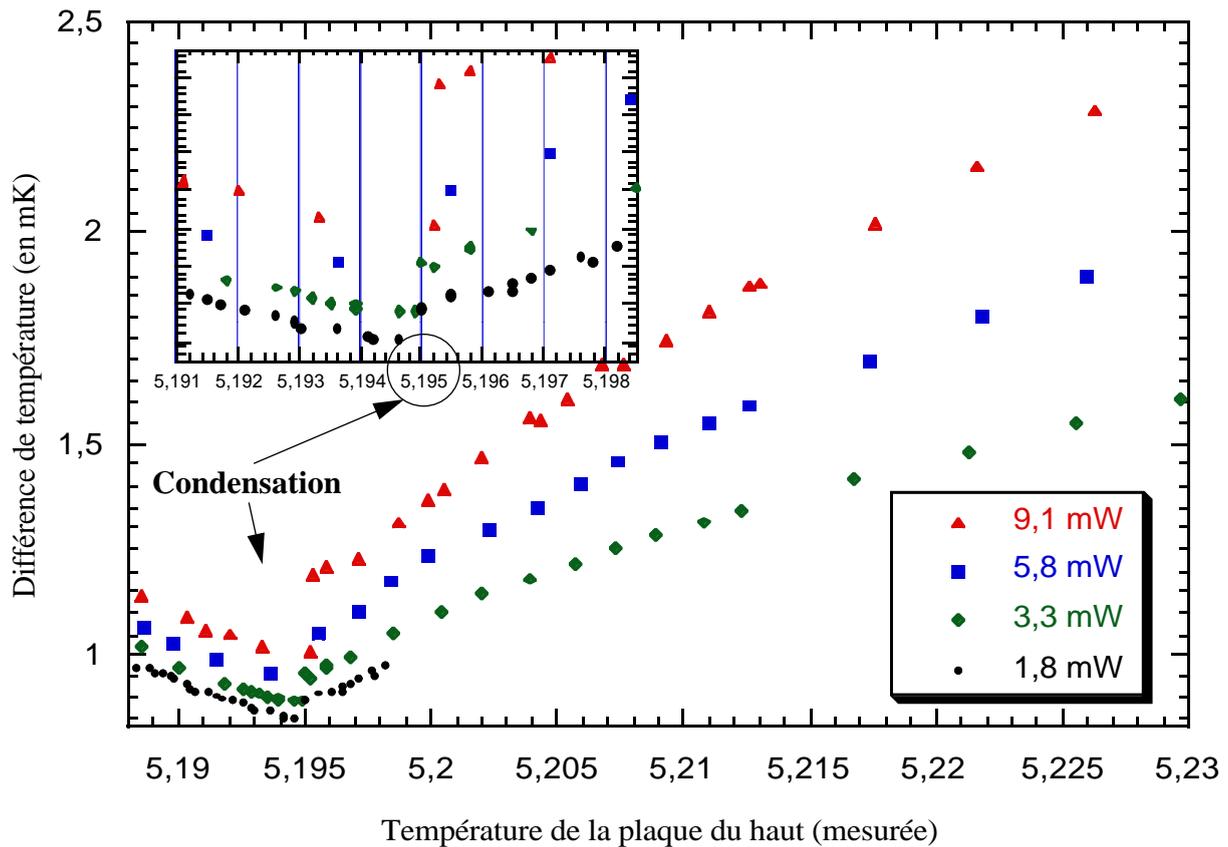


Figure 2-5. Repérage du point de condensation dans une cellule remplie à la densité de $66,3 \text{ kg/m}^3$. Chacune des quatre séries de points a été obtenue en abaissant la température de régulation du flasque supérieur et en maintenant un chauffage constant sur le flasque inférieur. Le début de condensation du fluide sur le flasque supérieur pour $T = T_c - 0,4 \text{ mK} = 5,1950 \text{ K}$ provoque une augmentation brutale du transfert thermique entre flasques, ce qui se traduit par une discontinuité de la différence de température entre les flasques. Cette méthode permet de recalibrer les thermomètres à quelques dixièmes de mK près dans la région voisine de la température critique.

Afin de pouvoir prétendre à une précision absolue de l'ordre de 1 mK au voisinage de la température critique T_c , il est nécessaire de recalibrer de façon absolue les étalonnages sur cette température¹. Pour ce faire, on exploite le fait que le transfert thermique entre les deux flasques de la cellule de Rayleigh-Bénard est fortement amélioré dès que le fluide devient biphasique. En effet, si on suppose la masse volumique initiale inférieure à ρ_c , les gouttes de liquide qui se forment sur le flasque supérieur, tombent directement vers l'autre flasque. Ce mode de transfert thermique intervient dès lors que la température du flasque supérieur atteint la température de condensation du fluide. Or si la densité dans la cellule est suffisamment proche de la densité critique ρ_c , la température de condensation est très proche de T_c et est peu sensible à la précision sur la mesure de densité. Les points de la Figure 2-5 ont été obtenus en diminuant progressivement la température régulée du flasque supérieur tout en appliquant un chauffage constant sur le flasque inférieur. Pour une masse volumique dans la cellule de $66,3 \text{ kg/m}^3$, la condensation est attendue pour la valeur $T_c - 0,4 \text{ mK}$. Ceci a permis de recalibrer les étalonnages de quelques mK avec une précision de 2 à 3 dixièmes de mK.

1. La température critique adoptée dans l'ensemble de cette thèse est $T_c = 5,1954 \text{ K}$. Elle est obtenue par conversion dans l'échelle de température ITS-90 de la température critique mesurée par Kierstead [Kierstead 1971]. Notons que le choix, arbitraire, de cette température critique n'a pas d'incidence sur les résultats présentés puisque à la fois l'étalonnage de température et le calcul des propriétés de l'hélium sont faits avec cette référence commune.

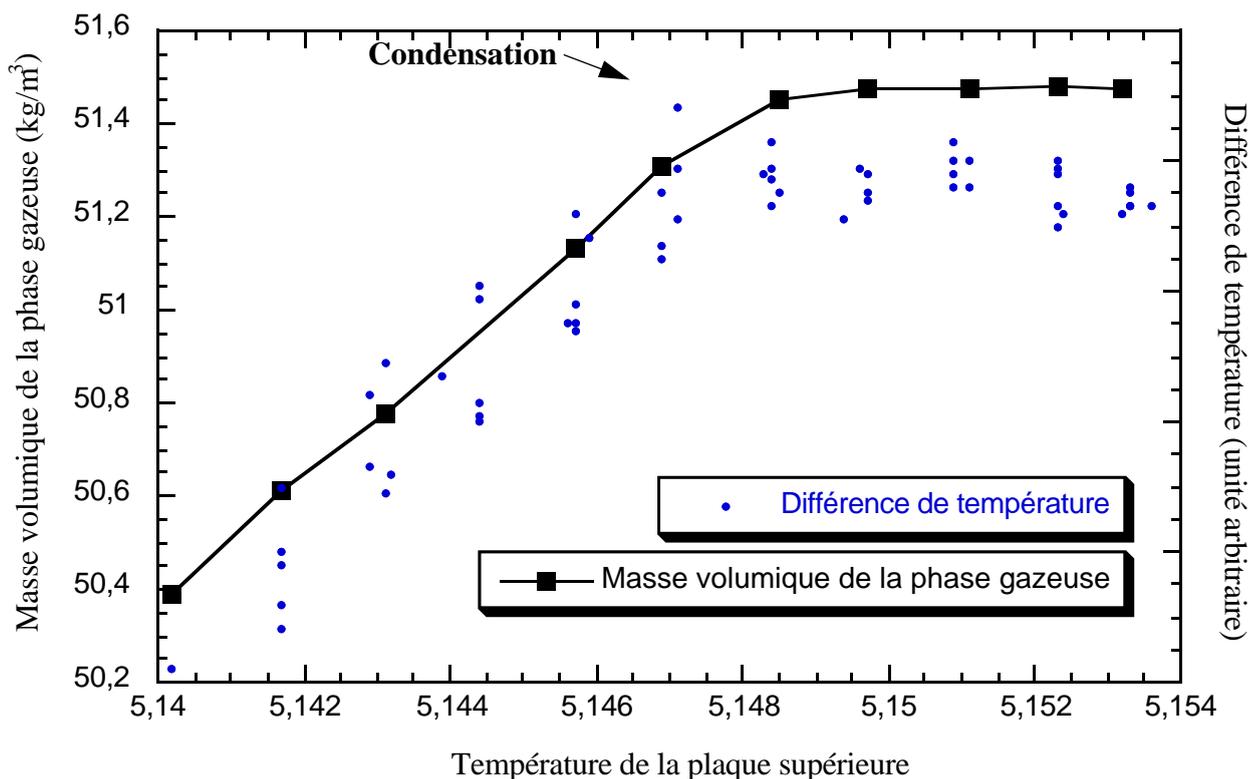


Figure 2-6. Repérage du point de condensation dans la cellule de 2 cm de hauteur par mesure de la masse volumique de la phase gazeuse. La différence de température permet un repérage moins précis. Un chauffage de seulement 125 μ W est appliqué sur le flasque inférieur

Cette méthode de repérage absolu de la température a été adaptée à la cellule de 2 cm. Cependant, il est impossible dans ce cas d'approcher autant la densité critique du fait de l'importance, au voisinage du point critique, des temps de diffusion dans le volume mort que constitue la cellule capacitive. Nous nous sommes donc placés à la masse volumique de 51,5 kg/m^3 , pour laquelle la condensation est attendue pour $T=T_c-47,4$ mK. La dépendance de la température de condensation avec la densité est alors de 6,6 mK/(kg/m^3). En supposant une précision de 0,1% sur la mesure de densité, un repérage absolu en température de 0,3 - 0,4 mK est théoriquement possible. Notons que pour cette petite cellule, le début de la condensation est repérable non seulement par la mesure de différence de température entre flasques mais aussi grâce à la mesure précise de densité de l'hélium gazeux. Or cette deuxième mesure est extrêmement sensible (Figure 2-6), ce qui permet de travailler en appliquant un très faible chauffage de 125 μ W au flasque inférieur donc dans des conditions optimales d'homogénéité thermique des flasques en cuivre.

2.3.3 Mesure de la différence de température entre flasques

Bien que la gamme des différences de température n'évolue que faiblement d'une cellule à l'autre (typiquement 100 μ K à 2K), la technique de mesure répond à des exigences différentes selon la taille de cellule considérée. Nous avons ainsi été amenés à mettre en oeuvre une nouvelle technique de mesures pour la cellule de 2 cm de hauteur.

Mesure par thermocouple pour les cellules de 20 cm de hauteur.

Dans les cellules de 20 cm de hauteur, il est impossible d'étalonner in-situ à 10^{-5} de précision deux résistances de Germanium se trouvant chacune sur un flasque de cuivre différent, le temps de

mise à l'équilibre des flasques étant rédhibitoire. Or une telle précision est nécessaire pour pouvoir mesurer sans erreur de zéro des ΔT proches de la limite imposée par le gradient adiabatique (0,4 à 0,8 mK).

L'utilisation d'un thermocouple s'est ainsi imposée, et grâce à sa résolution absolue meilleure que $\pm 3 \mu\text{K}$, cet instrument s'est avéré un puissant moyen de détecter d'infimes (et négligeables) chauffages parasites [Chavanne 1997]: à titre d'exemples, le rayonnement échangé entre le flasque inférieur et le calorimètre ou encore un chauffage parasite d'une centaine de nW (voir note 1, page 53). On trouvera dans [Chavanne 1996] une description de ce thermocouple, de sa mise en oeuvre et la validation de son fonctionnement sous une différence de température nulle (court-circuit thermique par superfluide). Lors la préparation de la dernière expérience de cette thèse (cellule à paroi épaisse), le nombre de jonctions utiles a été ramené de 20 à 16 et un nouvel étalonnage en fonction de la température a bien conduit à une sensibilité 16/20 fois plus faible de $91,5 + 2,69 \times T \mu\text{V}/\text{K}$ entre 4,5 et 6,5K. Notons que les fils AuFe (300 ppm de Fe) font $80 \mu\text{m}$ de diamètre et présentent une conductivité thermique de $0,097.T + 0,0045.T^2 \text{ W/cm/K}$ [Berman 1964].

Une nouvelle technique pour la cellule de 2 cm de hauteur : mesure de rapport de résistance

La chaîne de mesure du thermocouple ne présente pas un aussi bon signal/bruit que les mesures de zéro que l'on peut réaliser avec des ponts de résistances (à froid). Or travailler avec une cellule de 2 cm permet d'avoir recours à de tels ponts. En effet, après moins d'une heure, une différence de température quasi-nulle (chiffrée ci-dessous) s'établit entre les flasques, ce qui permet d'étalonner in-situ les thermomètres et de réaliser le zéro de ΔT .

Une nouvelle façon de mesurer la différence de température a ainsi été préférée pour la cellule de 2 cm de hauteur. Concrètement, deux résistances en Germanium (une sur chaque flasque de cuivre) sont montées en opposition dans un pont de mesure¹, et seul leur rapport est mesuré. L'écart observé entre les rapports avec et sans différence de température donne une information qui est convertie par ordinateur en différence de température à l'aide des étalonnages initiaux et de la connaissance, par ailleurs, de la température d'un des flasques. Cette conversion s'effectue sans approximation du type «petit signal» et reste valable pour des différences de température supérieures au Kelvin (ce que l'on a pu vérifier avec des mesures absolues de température).

La mesure sous différence de température nulle, le «zéro du rapport», a été réalisée avant chaque mesure, à l'exception des points les plus proches du point critique. Pour ceux-ci, le temps d'attente devient excessif et il faut avoir recours à un étalonnage préalable du «zéro du rapport» (voir aussi la discussion en Paragraphe 3.4, page 64).

Le choix de deux résistances Ge issues du même lot et de valeurs de résistance proches, ainsi que le choix de mesurer leur rapport permet de limiter l'influence de la température moyenne. Les performances de cette mesure de rapport sont limitées par l'appareillage de mesure à une sensibilité à 5 K de $25 \mu\text{K}$ par cent-millième du rapport, une stabilité de $30 \mu\text{K}$ sur 12 h et une résolution meilleure que $10 \mu\text{K}$. La mesure de zéro présente une incertitude intrinsèque liée aux pertes et chauffages parasites : une estimation à 10 nW des pertes par rayonnement entretiendrait une différence de température de $50 \mu\text{K}$. Notons que ces performances sont de l'ordre de l'effet du gradient adiabatique (40 à $80 \mu\text{K}$ sur 2 cm), effet qui borne les plus faibles ΔT réalisables dans les expériences de Rayleigh-Bénard.

1. Pont Barras Provence modifié. Courant de mesure de $1 \mu\text{A}$ et porteuse à 30 Hz.

2.3.4 Les détecteurs «fils froids»

Deux thermomètres cubiques de 200 μm de côté sont placés à mi-hauteur à l'intérieur des cellules de 20 cm (leur positionnement dans la cellule apparaît symboliquement sur la Figure D-11, page 134). Les mesures de fluctuation de température ne seront toutefois pas présentées dans cette thèse, l'analyse des résultats étant à peine ébauchée à la date de rédaction de ce manuscrit.

2.4 Densimétrie : du % au ‰

2.4.1 Détermination de la densité

Nous avons vu qu'une précision en densité de l'ordre du pour cent, voire mieux, est nécessaire à la détermination du nombre de Rayleigh à quelques pour cent près sur une large plage de température et de densité.

Une précision de cet ordre (1%) est atteinte lors du remplissage des cellules de 20 cm de hauteur, grâce à l'utilisation d'un réservoir tampon de 173,6 litres (nouvelle estimation). La procédure est décrite en détail dans la thèse de X. Chavanne (Section II-B-4). Pour des raisons de confort et de précision, une jauge de pression à quartz¹ a été substituée au manomètre à mercure et au cathétomètre utilisés antérieurement.

Mais la détermination de la densité d'hélium présente dans la cellule de 2 cm de hauteur ne peut pas être effectuée grâce à un remplissage contrôlé depuis l'ambiante à cause de l'importance relative du volume mort du capillaire de remplissage. Nous avons donc opté pour une mesure à froid de la densité, dans une seconde cellule en série avec la cellule de Rayleigh-Bénard.

La réalisation très minutieuse de cette cellule, décrite dans le paragraphe suivant, nous a permis d'atteindre une stabilité et une sensibilité respectivement 10 et 1000 fois meilleure que la résolution nécessaire de 1 % en densité. Ces performances nous ont ouvert de nouvelles portes, en permettant la mesure in-situ d'une propriété thermodynamique de l'hélium centrale pour la convection cryogénique critique : le coefficient de dilatation α .

2.4.2 Réalisation d'une densimétrie in-situ par sonde capacitive

Principe de la mesure de densité

La mesure est basée sur la variation de la permittivité ϵ de l'hélium avec la densité. Selon la formule de Clausius-Mossoti on a :

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{4\pi\zeta}{3M} \cdot \rho = 1,2903 \times 10^{-4} \cdot \rho$$

où ρ , M , ζ représentent respectivement la masse volumique, la masse molaire et la polarisabilité² de l'hélium (on notera que la température n'intervient pas dans cette formule). Deux condensateurs sont montés en opposition : l'hélium occupe l'espace entre les armatures de l'un tandis que l'autre sert de référence. Une mesure de déséquilibre, à l'aide d'un pont de rapport, détermine le rapport des deux capacités. Si toutes les lignes de champs entre les électrodes du condensateur de

1. Modèle Digiquartz, Paroscientific, Redmond, Washington, USA

2. La valeur de polarisabilité $\zeta = 0.123296 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$, proposée par Harris-Lowe et Smee et rapportée dans [Donnelly 1998] a été utilisée.

mesure traversent exclusivement de l'hélium, le rapport des capacités est proportionnel à la permittivité de l'hélium. La constante de proportionnalité est déterminée par un étalonnage in-situ.

Caractéristiques des condensateurs et de la chaîne de mesure

- *Capacités* : Les capacités de mesure et de référence sont respectivement de l'ordre de 17,5 pF et 9 pF. Le rapport des capacités à froid est de 1,87.
- *Gamme de fonctionnement* : La cellule capacitive est capable de mesurer des densités de 0 à $2\rho_c$ ($=140 \text{ kg/m}^3$) sous des pressions variant de 0 à 7 bars, indépendamment de la température (4,5-6,5 K).
- *Stabilité* : Une stabilité relative du signal de 10^{-5} (soit $\pm 40 \text{ g/m}^3$) a été constatée sur 10 jours d'observation, sans qu'aucune dérive moyenne ne soit décelable. Deux étalonnages de la chaîne de mesure ont par ailleurs été effectués en début et en fin d'expérience et les résultats étaient cohérents à 30 g/m^3 près. Pour tous les nombres de Rayleigh au delà de $2 \cdot 10^6$, une incertitude de 40 g/m^3 représente moins de 0,1 % en densité. Les fluctuations du signal de 10^{-5} sont fortement corrélées à la température de la salle d'expérience, via l'électronique de mesure.
- *Résolution* : Le signal moyenné sur 30 s présente une résolution de 10^{-7} (équivalente à moins de 1 g/m^3). En se plaçant dans des conditions appropriées (stabilité en température de la pièce), le signal présente une stabilité du même niveau pendant quelques heures.

Réalisation du condensateur

La phase de conception de cette pièce a profité des conseils de nombreuses personnes du CRTBT, dont en particulier Claude Gabay, Pierre Thibaut et Jean-Louis Bret. Le condensateur est réalisé à l'aide de deux plaques de circuit imprimés double face de 2 mm d'épaisseur maintenues en regard à 100 μm de distance (Figures 2-7 et 2-8) et plongées entièrement dans l'hélium. Le choix d'un tel matériau poreux et d'une capacité baignant dans l'hélium minimise la sensibilité mécanique du système aux variations de pression de l'hélium. Deux électrodes circulaires de 1,6 cm de diamètre, cerclées d'un anneau de garde, sont gravées sur les faces intérieures du dispositif tandis que les faces extérieures sont reliées électriquement entre elles, aux anneaux de garde et à la masse de la cellule. Les deux plaques sont maintenues ensemble par 4 boulons et écrous en laiton qui enserrant fermement des espaceurs de Kapton au niveau de l'anneau de garde, afin de rattraper la contraction différentielle. L'ensemble est maintenu par un unique «pied» vissé à l'une des plaques et à la cellule (Figure 2-8) afin de limiter les déformations transmises à la capacité par le support. Les électrodes sont alimentées via des pistes puis des fils de cuivre (non vernis) disposés de part et d'autre du pied de maintien. Ces pistes d'alimentation ne se «voient» pas et les fils sont aussi écrantés l'un par rapport à l'autre. Toute la conception minimise le passage de lignes de champs «utiles» (celles qui relient les électrodes) via le Kapton des espaceurs, le Téflon et le Stycast 2850GT utilisés pour réaliser les passages étanches coaxiaux. Cette précaution permet d'éviter l'introduction de capacités parasites, qui de surcroît dépendraient de la température. Dans le même esprit, un soin particulier a été apporté pour maintenir l'ensemble propre (dissolution et nettoyage des graisses et vernis, chasse aux poussières,...). La contribution parasite principale à la capacité pourrait provenir des lignes de champ traversant la résine époxy (ou polyester + fibre de verre) du circuit imprimé (Figure 2-9), mais cet effet parasite n'a pu être décelé. Le coefficient d'influence a donc bien été minimisé.

Le circuit de mesure et l'appareillage.

Un condensateur de référence de 9,4 pF en mica est placé dans le vide du calorimètre et thermalisé au bain d'hélium. La température de 4,2 K, la proximité avec le condensateur de mesure et le choix de sa capacité (un peu inférieure à celle du condensateur de mesure) favorise le niveau du

signal, tandis que le type de condensateur, la stabilité de son environnement et un blindage continu optimisent le niveau de bruit.

On utilise des câbles coaxiaux basse capacité immobilisés pour la réduction de l'effet triboélectrique et torsadés pour la réduction du couplage inductif dans les câbles d'alimentation et l'amélioration de la tenue mécanique. Les cinq passages étanches à froid nécessaires au passage dans le calorimètre et puis dans la cellule capacitive ont été réalisés en assurant un blindage continu.

Conçu au CRTBT, le pont utilisé¹ pour la mesure, travaille à 3 kHz et délivre un signal de 800 mV. Par construction, il est insensible à la capacité entre la masse et chaque électrode des condensateurs.

Figure 2-7.
à gauche : Calque destiné à la gravure des électrodes (échelle 1:1)
au milieu (photo) : le circuit imprimé après gravure
à droite :... et après découpe.

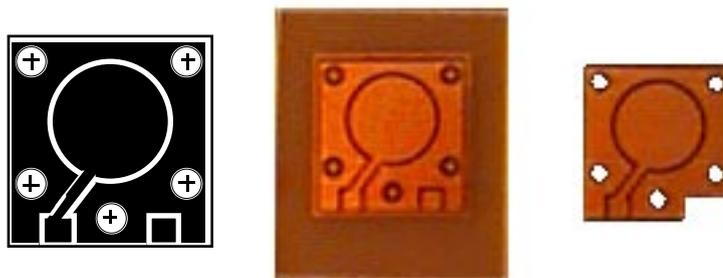
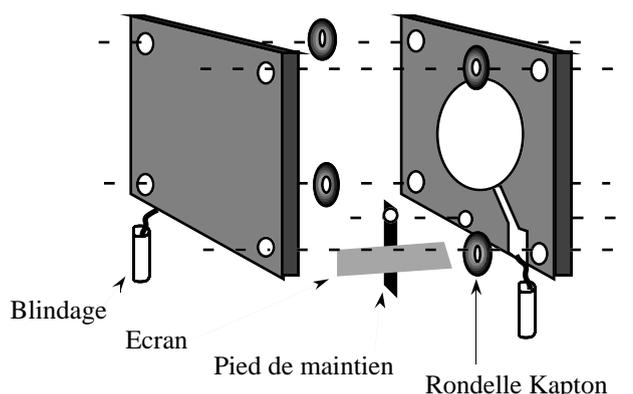


Figure 2-8. Vue schématique éclatée de l'assemblage de la capacité



Etalonnage à 0,1 %

Idéalement, le rapport de la capacité de mesure à la capacité de référence est proportionnel à la permittivité de l'hélium. La détermination de la constante expérimentale de proportionnalité, dénommée ultérieurement «coefficient d'étalonnage», nécessite une mesure indépendante de la densité. Cette mesure a été effectuée pour les conditions extrêmes de faible et de haute densité, c'est ce que nous détaillons ci-après.

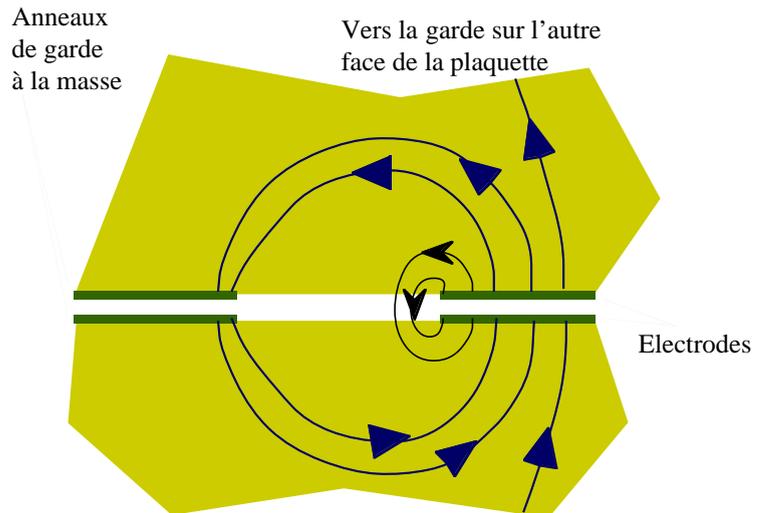
La température de la cellule capacitive est régulée à 5,432 K en la maintenant en communication avec un volume tampon de quelques litres à l'ambiante («réservoir de pression»). Tant que la pression de l'hélium ne dépasse pas 1000 mbar en principe, aucune condensation n'intervient et une mesure précise de pression à l'ambiante doit permettre de déterminer la densité dans la cellule capacitive. Cette mesure est délicate et l'observation d'un signal stable ne présentant aucune dérive n'est possible qu'en deçà de 300-350 mbar. Curieusement cette dérive intervient nettement au-delà d'un

1. A.B.B. Barras Provence, 04100 Manosque

Figure 2-9. Vue en coupe de la périphérie des électrodes. Echelle 40:1

Les flèches à arêtes triangulaires représentent les lignes de champs entre les électrodes et la masse.

Les flèches à arêtes vives représentent les lignes de champs qui traversent la résine époxy et contribuent à la capacité. Cet effet de bord est susceptible d'introduire une légère dépendance qui n'a pu être mise en évidence expérimentalement.



certain seuil de pression, indépendant du sens de remplissage/vidage de la cellule¹. Notons que dans les conditions des mesure des Nombres de Rayleigh et Nusselt, la microvanne est fermée et le signal capacitif n'est plus sujet à cette dérive. Cet étalonnage sera effectué au début de la campagne de mesure puis répété et confirmé en fin d'expérience.

On réalise la mesure d'une masse volumique élevée ($112,5 \text{ kg/m}^3$) selon la méthode déjà mise en oeuvre (Chapitre 2.3.2, page 30) d'une discontinuité de la conductance entre les flasques de la cellule de Rayleigh-Bénard lorsque le fluide devient biphasique. Désormais, on se place dans des conditions où l'incertitude sur la température n'a que peu d'incidence sur la détermination de la densité. En effet 3 mK correspondent dans ce cas à 0,1 % d'incertitude en densité. Concrètement, une puissance de chauffage de $31 \text{ } \mu\text{W}$ est appliquée au flasque inférieur tandis que la température du flasque supérieur est progressivement diminuée. Quand le flasque inférieur atteint la température d'ébullition de l'hélium, des bulles se forment sur ce flasque et s'en détachent, ce qui favorise le transfert thermique entre flasques. On peut ainsi déduire de la température d'ébullition mesurée ($4,7088 \text{ K}$ avec $\Delta T=6,5 \text{ mK}$), une densité de $112,73 \text{ kg/m}^3$.

1. Reprises dans différentes conditions, les mesures ont permis d'écarter l'hypothèse d'une dérive des appareils de mesures (pont de capacité et jauge de pression), d'un niveau trop bas du bain d'hélium, d'un effet de mémoire (test par remplissage puis vidage progressif de la cellule) et d'un rôle que jouerait le réservoir tampon utilisé à l'ambiante.

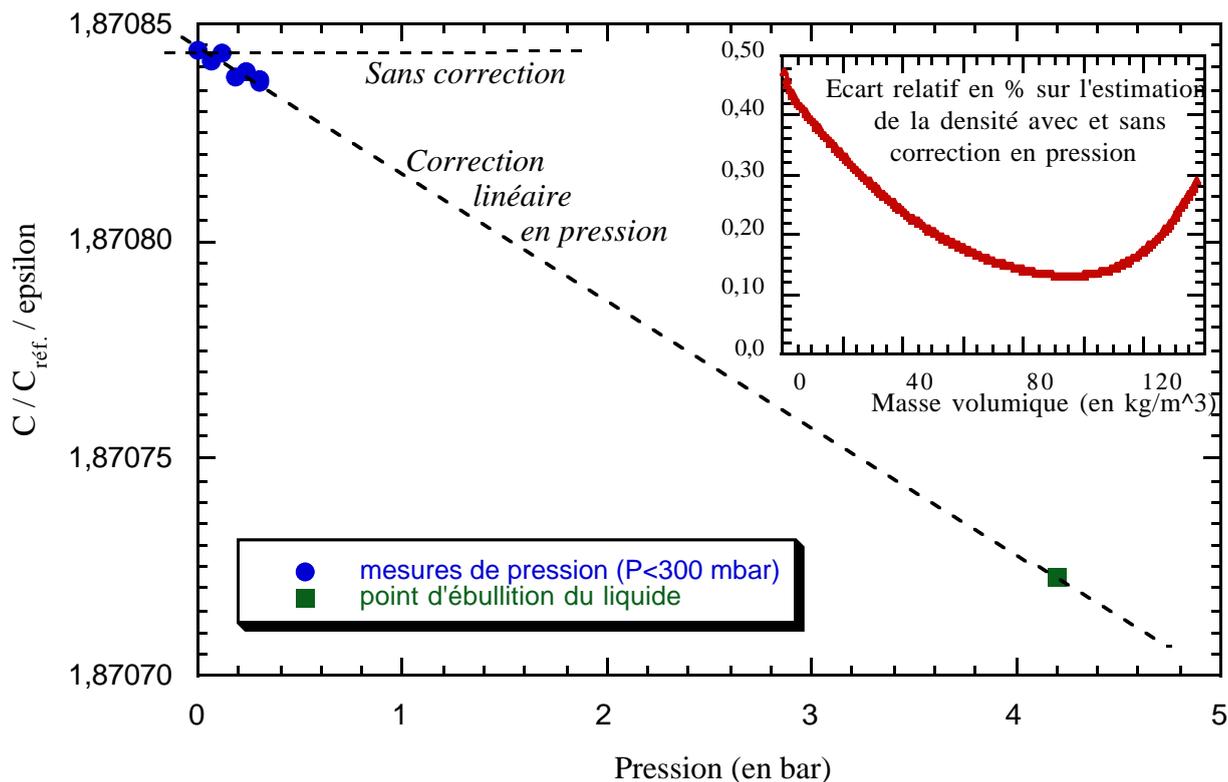


Figure 2-10. Etalonnage de la capacité : détermination du coefficient de la capacité. L'encart montre l'influence de la correction en pression. Noter que la différence de densité, avec et sans correction présente une limite non nulle en zéro (alors que les deux facteurs ne sont jamais aussi proches) et que fortuitement, la différence tend vers zéro dans la zone de densité qui nous intéresse le plus !

Les résultats de ces mesures sont résumés sur la Figure 2-10. Le facteur d'étalonnage représenté en ordonnée varie d'environ $6 \cdot 10^{-5}$ entre les deux extrémités de la gamme de pression/densité explorée et une représentation linéaire en fonction de la pression approche mieux les points significatifs qu'une telle représentation en fonction de la densité ou de l'inverse de la permittivité. Cette observation suggérerait que l'effet parasite responsable de la variation du facteur d'étalonnage serait d'origine mécanique (déformation) plutôt qu'électrique (capacité parasite). L'encart de la figure montre que supposer le facteur d'étalonnage constant, plutôt que linéaire en pression, conduit à des écarts de densité estimée inférieurs à 0,5 % et qui passent par un minimum dans la région de densité qui nous intéresse le plus. Nous avons retenu dans notre programme de traitement une interpolation linéaire en pression et nous accorderons une confiance de typiquement 0,1 % à la mesure absolue de densité. Le paragraphe qui suit apporte une validation à cette estimation

Un test de sensibilité inattendu : l'effet du capillaire de remplissage entre la microvanne et la cellule capacitive

Une fois les cellules de Rayleigh-Bénard et capacitive remplies et la microvanne fermée, nous n'attendons plus de dépendance du signal capacitif avec la température. Pourtant nous observons une telle dépendance, faible (0,3% par degré K) mais reproductible à l'échelle d'un mois (Figure 2-11). Cette dérive peut aisément s'expliquer par une variation de pression dans les cellules, s'accompagnant d'une compression de l'hélium contenu dans la partie à 4,22 K du capillaire de remplissage situé entre la microvanne et le siphon thermique (Figure 3-6, page 60). En représentant la

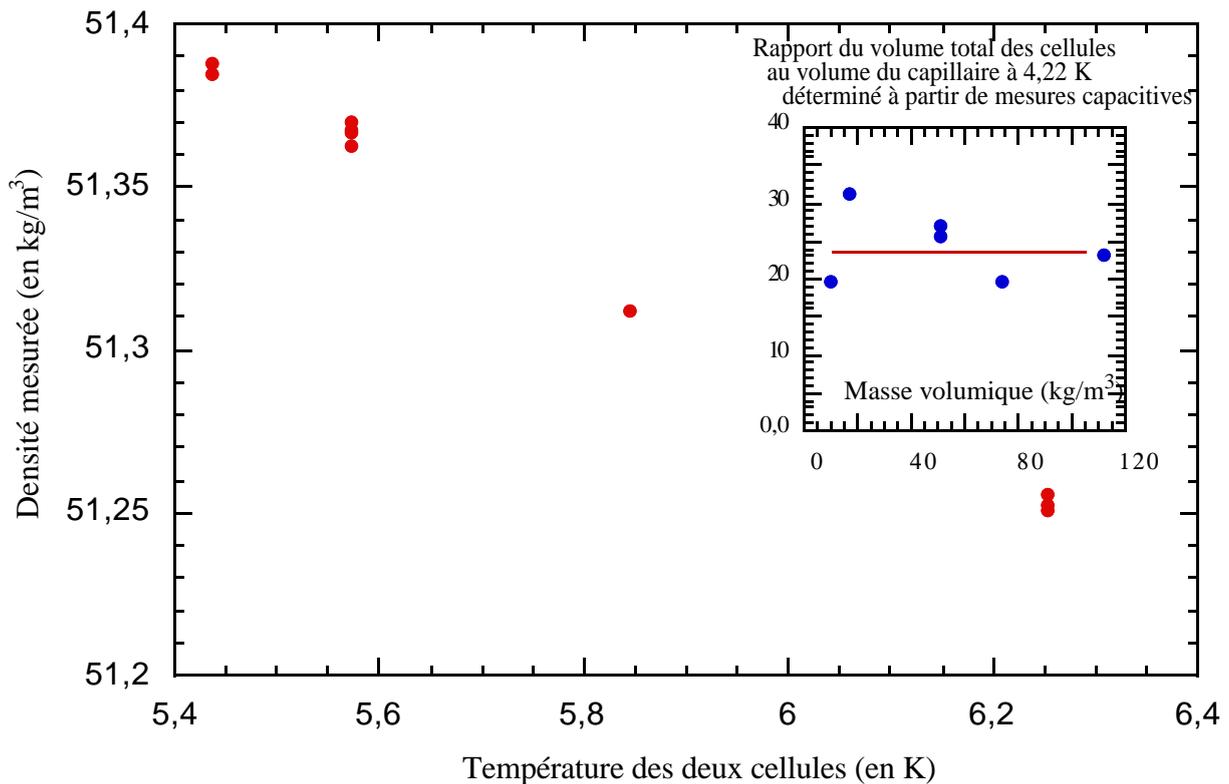


Figure 2-11. Variation de la densité due à la compressibilité de l'hélium contenu dans le capillaire de remplissage à 4,22 K. L'effet est illustré pour un remplissage à 51,3 kg/m³. A partir de la pente de la densité mesurée en fonction de la densité calculée dans le capillaire, on déduit le rapport du volume total des cellules sur le volume du capillaire à 4,22 K (encart). La dispersion des points correspond à une incertitude de 0,06 % sur la détermination de la densité par la mesure capacitive.

densité mesurée en fonction de la densité, calculée, de l'hélium contenu dans le capillaire, on trouve une corrélation linéaire, dont la pente représente le rapport du volume total des cellules à celui du capillaire à 4,22 K. Cette pente a été déterminée pour les différents remplissage des cellules et sa valeur est reportée sur encart de la figure 2-11. Nous trouvons comme rapport des volumes environ 23 ± 4 , compatible avec l'estimation moins précise que l'on peut faire à partir de la mesure des dimensions des capillaires. Notons que la présence de cet effet de volume mort ne nuit aucunement à la mesure de densité mais nous a conduit à ne réaliser aucune mesure quand le niveau du bain passait en dessous de la microvanne, afin d'éviter un réchauffement du capillaire. Il est intéressant de constater que l'incertitude sur cette pente, évaluée sur toute la plage de densités et à différentes températures, correspond à une incertitude sur la densité inférieure à 0,06 %, ce qui apporte une confirmation inattendue à l'estimation de l'incertitude absolue de la mesure de densité.

2.5 Etude critique et amélioration de la connaissance des propriétés de l'hélium

Une bonne connaissance des propriétés de l'hélium est une condition sine-qua-non à nos expériences. En dehors de la région critique, l'état de l'art sur les propriétés de cet élément, est réuni dans le travail de R. McCarty et V. Arp, sous la forme de publication de tables et corrélations de propriétés et sous la forme d'un programme commercial : «Hepak». Plus près de la région critique, il faut avoir recours à différents travaux pour réunir l'ensemble des propriétés dont nous avons besoin, en particulier au travail de Kierstead sur les propriétés thermodynamiques. Les références à ces travaux seront données ultérieurement.

Nous avons travaillé à partir de mesures réalisées in-situ et des diverses études, publiées ou non, que nous avons comparé aux travaux de référence. Ce travail nous a permis de corriger sensiblement les corrélations thermodynamique de McCarty (jusqu'à 20 % sur le coefficient de dilatation par exemple) et de détecter une erreur du même ordre sur la corrélation de viscosité faisant référence.

2.5.1 Quelques mesures de propriétés in-situ

Le gradient adiabatique $g\alpha T/c_p$ et la capacité calorifique c_v peuvent être déterminés in-situ¹ dans les cellules de 20 cm de hauteur. Cependant l'incertitude de la détermination est telle (5 à 20%) que ces mesures ne permettent pas d'améliorer notre connaissance de ces quantités, qui varient lentement avec la densité et la température.

Les quantités α et c_p varient sensiblement avec la température et la densité, leur pic de divergence critique étant beaucoup plus large que celui de toute autre quantité. Il est donc essentiel de bien connaître cette dépendance puisque α et c_p interviennent par leur produit dans le Nombre de Rayleigh. Pourtant ces grandeurs sont les moins bien connues. En effet, leur détermination s'effectue par dérivation des corrélations analytiques de la pression, or cette opération mathématique est connue pour dégrader de façon indéterminée l'exactitude du résultat. La détermination in-situ de α et c_p est donc particulièrement intéressante.

La capacité calorifique c_p pouvant s'exprimer en fonction de α et de quelques quantités non divergentes (donc mieux connues), la détermination de α , de c_p ou d'une combinaison appropriée de ces quantités nous a mobilisés².

1. La détermination du gradient adiabatique est rendue possible par la correction qu'il introduit dans le Nu et le Ra (voir Paragraphe 1.1, page 14) : cette correction est en effet très importante dans la limite des faibles différences de température.

2. A défaut de pouvoir connaître avec une infinie précision l'ensemble des propriétés intervenant dans le calcul des Ra, Nu et Pr, la situation idéale consisterait à connaître précisément le comportement combiné des différentes quantités intervenant dans le calcul du Ra et du Nu, à savoir $\alpha/\kappa\nu$ et k en fonction de la température et de la densité (la détermination du Pr n'a pas les mêmes exigences de précision que celle du Ra et du Nu).

L'utilisation d'une cellule de Raleigh-Bénard de grand rapport d'aspect avec une faible distance entre flasques (typiquement 0,7 mm) permettrait de mesurer directement ces deux grandeurs par des mesures de conductivité et des mesures au seuil de convection. La conception et réalisation d'une telle cellule a fait l'objet de mon stage de DEA mais n'a jamais été vraiment exploitée, par manque de temps. Les faibles dimensions d'une telle cellule autoriseraient même une utilisation «en parallèle» avec une autre cellule de convection turbulente, et élimineraient ainsi les incertitudes sur la détermination de la température et de la densité, ainsi que sur les interpolations à partir de tables.

Mesure par effet piston

Considérons une des cellules de 20 cm isotherme à l'instant $t=0$. On impose en $t=0^+$ une augmentation soudaine d'amplitude ΔT_0 à la température du flasque supérieur. Un front de température, stable dans le champ de pesanteur, diffuse alors dans l'hélium. La couche diffusante, en se dilatant, provoque une compression instantanée du reste du fluide, qui se réchauffe ainsi par compression adiabatique. Cet effet, dénommé effet piston, est particulièrement marqué dans la région critique des fluides du fait de la divergence des quantités α et c_p (pour les références, voir par exemple [Garrabos 1998]).

Nous avons réalisé une série de mesures basées sur cet effet et réalisé les simulations numériques correspondantes afin de tester quelques effets secondaires (échelon de température du flasque supérieur non parfait, sensibilité au gradient adiabatique et à l'état initial du système,...). Les simulations 1D ont pu être validées sur des cas limites pour lesquels des solutions analytiques existent¹. Le système physique présentait un rapport signal/bruit très satisfaisant et une bonne immunité à la qualité de préparation du système pour $t=0$. Seul l'effet de second ordre des parois et des micro-convections qu'elle peuvent provoquer n'a pas pu être chiffré. Malheureusement, en raison d'une microfuite sur la microvanne fermant la cellule, pendant la série des mesures de l'effet piston la cellule subissait un remplissage (compression) ou un vidage (détente) selon le niveau d'hélium dans le bain. La quantité d'hélium en jeu était faible (au plus quelques pour cent du contenu de la cellule) mais

1. Merci à Pierre Carlès pour nous avoir mis au fait des solutions analytiques connues.

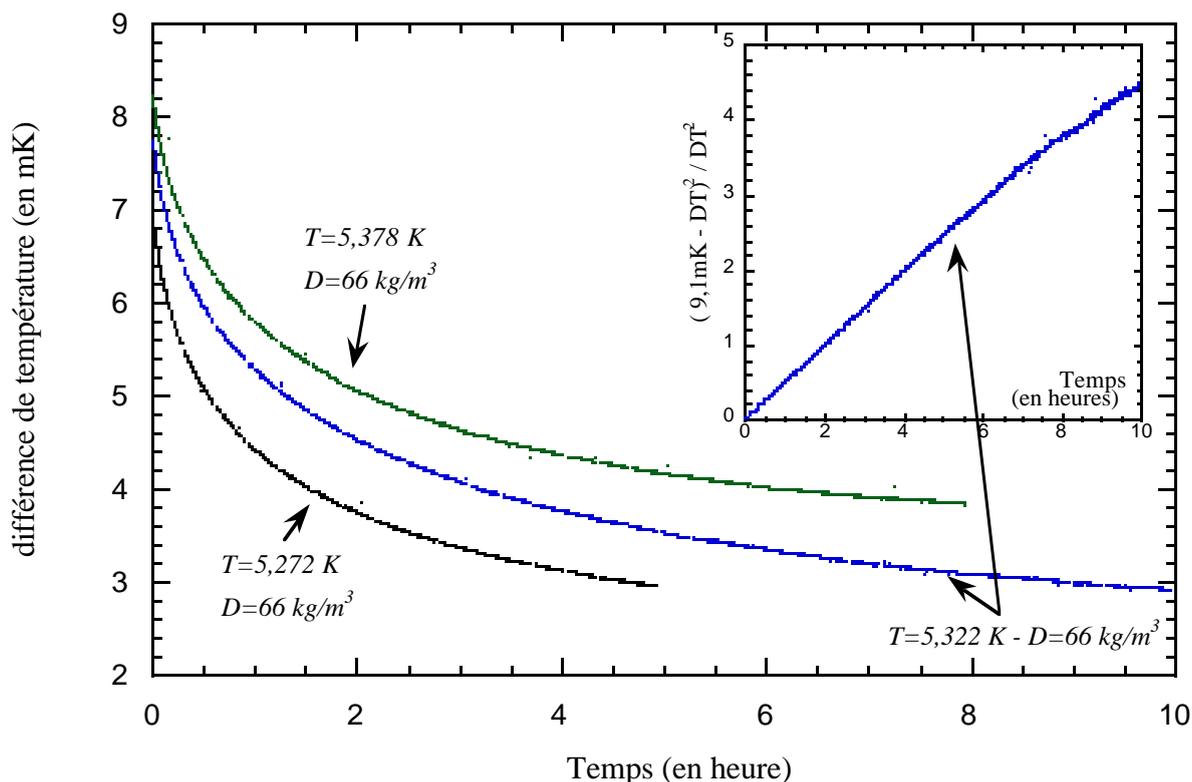


Figure 2-12. Effet piston. Evolution en fonction du temps de la température du fluide comprimé par la couche de diffusion, pour des échelons de température de 8 à 9 mK. Trois températures moyennes différentes sont présentées. L'encart présente l'une de ces courbes renormalisées à l'aide du paramètre ajusté $\Delta T_0 = 9,1$ mK (représentant l'amplitude effective de l'échelon de température). Dans cette représentation, les points doivent s'aligner sur une droite, ce qui est vérifié pendant plusieurs heures. La pente de cette droite est liée aux coefficients α et c_p .

les effets thermiques suffisaient à entacher d'incertitude les résultats. Par manque de temps, ces mesures n'ont pas été reprises.

Nous avons montré que par rapport aux expériences traditionnelles d'effet piston, ce type de dispositif expérimental présente plusieurs points d'intérêt. Il permet :

- un excellent rapport signal/bruit pendant 5 à 10 heures pour des différences de température de quelques mK (Figure 2-12).
- un temps de diffusion élevé dans le flasque de cuivre supérieur (environ 2 ms) par rapport à la durée de l'expérience, ce qui permet d'obtenir un échelon de température franc à l'instant initial.
- une capacité calorifique du flasque inférieur négligeable devant celle de la masse d'hélium considérée (typiquement équivalente à une tranche d'hélium inférieure à 1 mm). Le flasque inférieur suit donc la température de la partie du fluide comprimé, et la grande diffusivité du cuivre permet de réaliser sur ce flasque une mesure de température non invasive.

Détermination du coefficient de dilatation isobare α par mesure capacitive

Dans la cellule considérée, la grande sensibilité de la mesure capacitive permet d'accéder au coefficient de dilatation α dans les conditions réelles d'expérience. Lors des mesures de Ra et Nu, chaque incrémentation thermique sur le flasque inférieur s'accompagne d'une élévation de la température moyenne de l'hélium. L'augmentation de pression correspondante provoque un refoulement d'hélium depuis la cellule de Rayleigh-Bénard vers la cellule capacitive, laquelle mesure très

précisément l'augmentation de masse volumique $\Delta\rho$ résultante. Dans la limite des petites différences de température ΔT , cette augmentation de masse volumique s'exprime :

$$\Delta\rho = \frac{\Delta T}{2} \cdot \frac{\rho\alpha\left(\frac{v_2}{v_1 + v_2}\right)}{1 + \left(\frac{v_3}{v_1 + v_2}\right) \cdot \frac{(\partial P/\partial\rho)_{T,\rho}}{(\partial P/\partial\rho)_{4,22\text{K},\rho_{\text{capillaire}}}}} \quad \text{Equation 2-1.}$$

où v_1 , v_2 et v_3 désignent respectivement le volume de la cellule capacitive, de la cellule de Rayleigh-Bénard et du capillaire à 4,22 K, et $\rho_{\text{capillaire}}$ la masse volumique de l'hélium dans ce capillaire¹.

Le dénominateur traduit l'effet parasite du capillaire de remplissage. Il représente une correction calculable s'élevant à quelques pour cent en basse et haute densité et inférieure à 0,5 % entre 40 et 80 kg/m³. Cette correction effectuée, la pente à l'origine de la fonction $\Delta\rho/\rho$ (ΔT) est proportionnelle à α , à un facteur géométrique près.

La Figure 2-13 représente l'augmentation de masse volumique mesurée dans la cellule capacitive en fonction de ΔT dans différentes conditions de température et de densité.

Compte-tenu des grandes plages de différence de température décrites en ordonnées, ces courbes ne sont pas rigoureusement des droites. Selon le degré de rectitude de chaque courbe, la limite de $\Delta\rho/\Delta T$ pour $\Delta T \rightarrow 0$ a été estimée en portant en ordonnée tantôt $\Delta\rho$, tantôt $\Delta\rho/\Delta T$. Dans ce dernier cas, la limite correspond à l'ordonnée à l'origine et s'obtient par extrapolation. Pour guider les yeux dans ces interpolations et extrapolations, on s'est aidé des courbes attendues à partir d'un développement de l'équation 2-1 limité à l'ordre deux en ΔT et $\Delta\rho$, d'une estimation de v_2/v_1+v_2 , et d'une évaluation d'après la littérature du α de l'hélium.

1. Notons que le volume des capillaires non concernés est inclus dans v_1 .

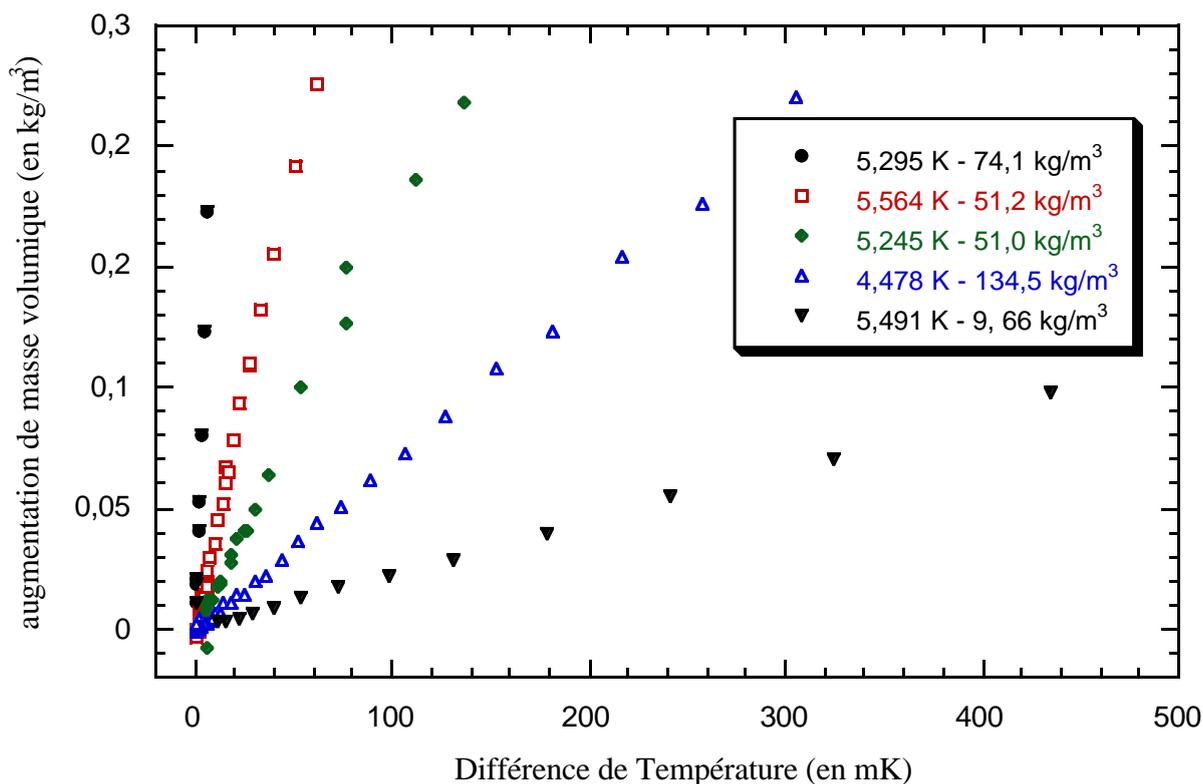


Figure 2-13. Mesures capacitive de la variation de masse volumique par refoulement d'hélium de la cellule de Rayleigh-Bénard vers la cellule capacitive, en fonction de la différence de température sur cette première cellule. A une correction (calculable) près, la pente à l'origine de ces courbes est proportionnelle à $\rho \cdot \alpha$.

Chaque pente est estimée avec une certaine barre d'erreur. Insistons ici sur le fait que ces barres d'erreur, qui sont à la base de notre incertitude sur le Nombre de Rayleigh, ne représentent pas un écart type représentatif d'une dispersion des résultats, mais véritablement un encadrement de la «vraie» valeur. On note que suivant les conditions de température et de densité, cette barre d'erreur évolue entre $\pm 1,5$ et $4,5$ %, ce qui se traduit par une incertitude typique sur le Nombre de Rayleigh de $\pm 2,5$ à 9 %

Pour déterminer le facteur géométrique $(v_1+v_2)/v_2$, il faut se calibrer sur une estimation fiable de α . On a représenté sur la Figure 2-14 la quantité $\alpha_{\text{estimé}} / [(v_1+v_2)/\alpha v_2]$, où le dénominateur représente la quantité mesurée $(2 \cdot \Delta\rho / \rho \cdot \Delta T)$ corrigée des effets de volumes capillaires et $\alpha_{\text{estimé}}$ est une estimation de α . Une abscisse un peu particulière est portée afin de dé-grouper les points obtenus pour le même remplissage. Notre confiance dans les estimations de la littérature étant supérieure en basse densité (ici 16 kg/m^3) et dans la région du point critique ($T=5,305 \text{ K}$ et $\rho=74,31 \text{ kg/m}^3$), la valeur de $11,15 \pm 0,25$ a été retenue. On constate qu'elle est compatible avec la majorité des mesures, à l'exception de quelques cas pour lesquels une correction des propriétés de l'hélium devra être élaborée.

Le calcul des valeurs de α déduites de ces mesures est résumé en Annexe B, page 121. On constate que la corrélation de R. McCarty de 1973 [McCarty 1973] est surclassée par celle de 1990 [McCarty 1990]. Cela n'allait pas de soi car Arp et McCarty n'ont utilisé aucune donnée supplémentaire en 1990 et ils se sont imposés de rendre compte avec une unique équation dans une très large gamme de température et pression (de 2 K jusqu'à 1500 K et jusqu'à 1500 GPa), alors qu'ils avaient

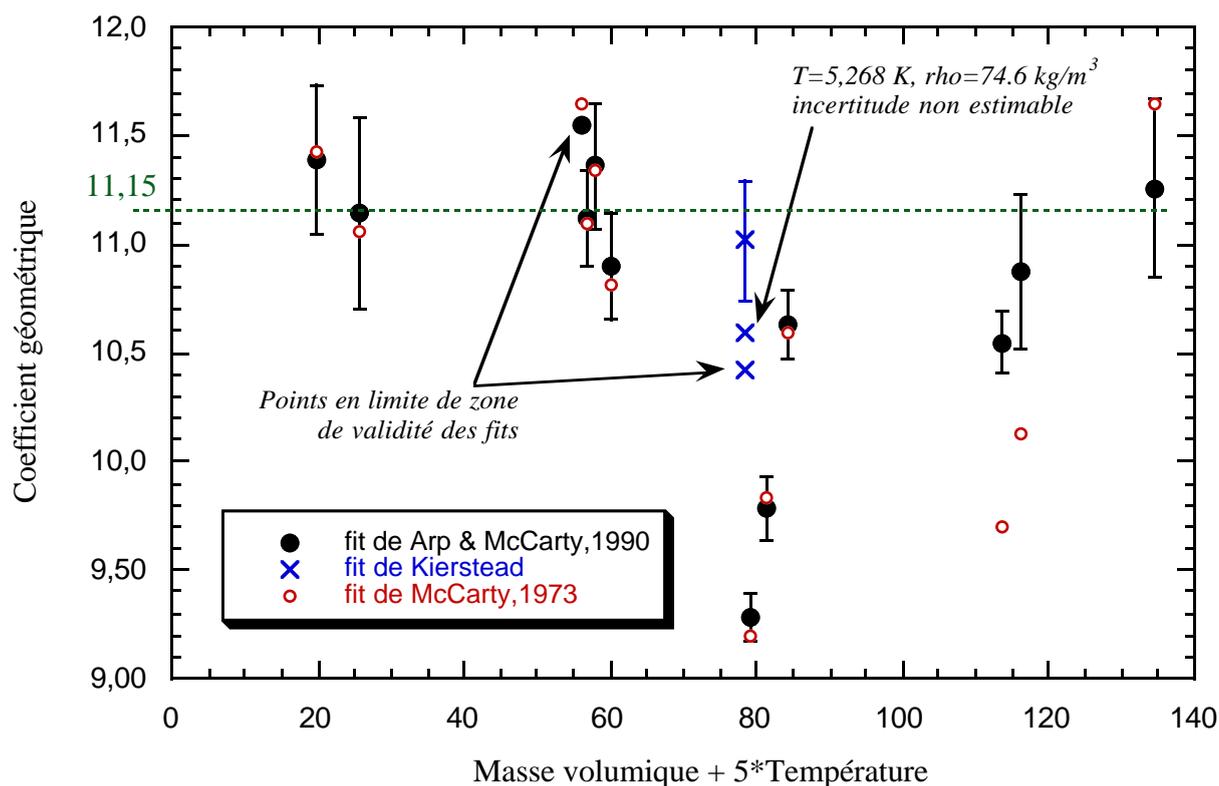


Figure 2-14. Détermination du coefficient géométrique d'étalonnage des mesures de la dilatation isobare α . Le terme $5 \text{ kg/m}^3 \text{K} * T$ de l'abscisse a pour fonction de lever la dégénérescence pour chaque remplissage. Les points à pression inférieure à une atmosphère ont été éliminés, du fait de l'incertitude sur le contenu du capillaire à 4,22 K. Les barres d'erreurs représentent l'incertitude sur le coefficient mesuré, et non pas sur celui calculé.

recours à différentes équations précédemment. On constate par ailleurs que ces fits sous-estiment α jusqu'à 18 % pour $T=5,503 \text{ K}$ et $\rho=74,06 \text{ kg/m}^3$.

Correction sur l'estimation des propriétés thermodynamiques

Les mesures décrites dans le paragraphe précédent ont mis en défaut la prédiction du coefficient de dilatation isobare α par la corrélation de McCarty. Il est donc important de déterminer quelle correction appliquer à cette représentation en fonction de la température et de la densité. Nous distinguons dans ce qui suit les corrections à apporter en fonction de la masse volumique de l'hélium.

Les déterminations effectuées à la masse volumique de 74 kg/m^3 montrent que α est sous-estimé de 18 % à 5,5 K, 13 % à 6 K et 5 % à 6,6 K. Une correction linéaire en température interpole bien ces corrections et sera donc retenue, pour cette masse volumique.

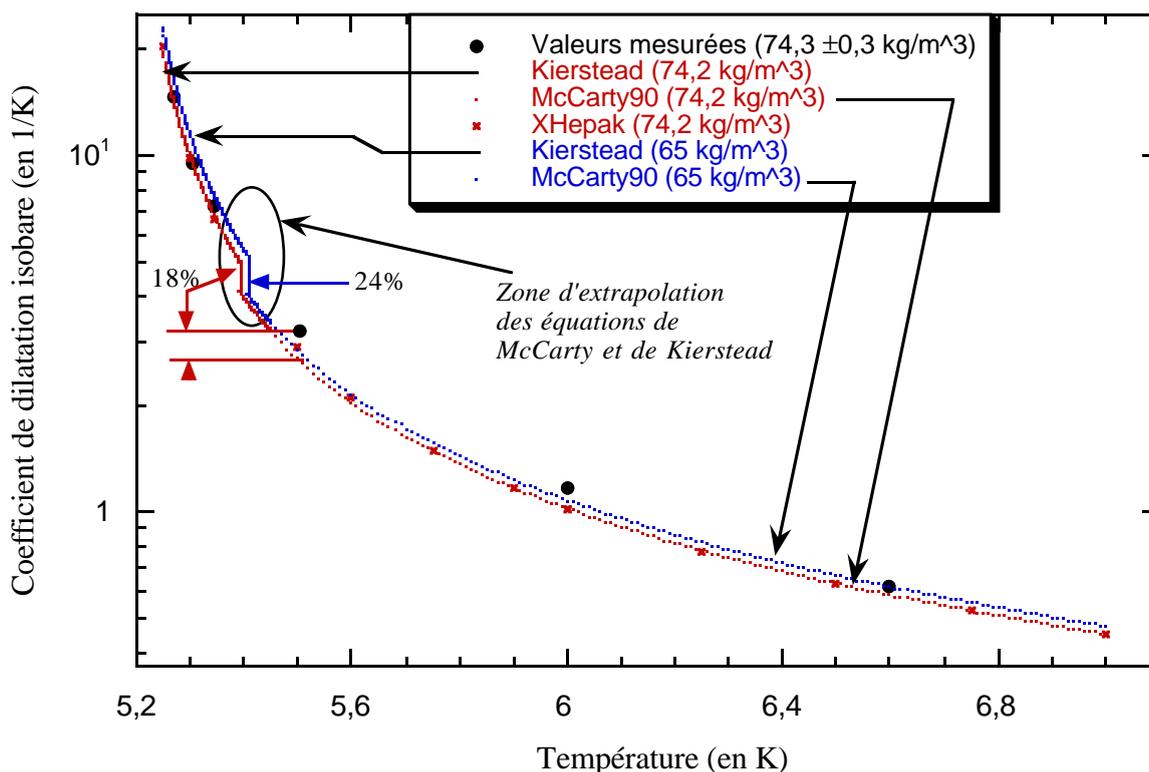
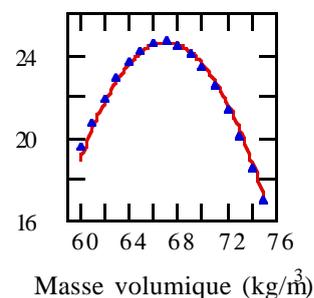


Figure 2-15.

Figure du haut : comparaison des mesures et de diverses corrélations du coefficient de dilatation α .

Figure de droite : chaque point représente l'écart entre les extrapolations à 5,42 K des corrélations de Kierstead et de McCarty. La ligne continue représente une interpolation quadratique des points. Cette interpolation est utilisée pour introduire la dépendance avec la masse volumique de la correction appliquée à l'interpolation de McCarty.

Ecart en % entre les deux extrapolations (à 5,42 K)



Sur la Figure 2-15, on constate qu'au voisinage du point critique, et toujours pour la masse volumique de 74 kg/m³, les prédictions de Kierstead sur le coefficient α sont plus compatibles avec nos mesures. On remarque par ailleurs que les extrapolations des représentations de Kierstead et de McCarty diffèrent de 18 % dans la zone intermédiaire entre les domaines de validité annoncées de ces représentations. Ce résultat suggère qu'il faille «rattraper» la représentation de McCarty par la différence entre ces extrapolations. La dépendance avec la masse volumique du désaccord des extrapolations (représenté sur la figure 2-15 de droite) a donc été choisi pour pondérer la correction en fonction de la masse volumique entre 60 et 80 kg/m³.

Dans nos programmes, le coefficient α est déterminé à partir des dérivées partielles de la pression, en fonction de la température et de la masse volumique. Seule la seconde de ces deux dérivées diverge au point critique. Il est donc vraisemblable qu'elle soit moins bien restituée que l'autre dérivée par la corrélation de pression de McCarty, laquelle n'a pas été élaborée pour rendre compte avec précision des divergences près du point critique. Nous avons ainsi corrigé le coefficient α en introduisant un facteur correctif sur la dérivée partielle $(\partial P / \partial \rho)_T$. Le choix de cette correction

permet de corriger a priori plus justement le calcul de la capacité calorifique c_p , qui comme α diverge au point critique.

Les points tels que $60 < \rho < 80 \text{ kg/m}^3$ et $T < 7 \text{ K}$, sont ainsi sujets à la correction :

$$(\partial P / \partial \rho)_T = (\partial P / \partial \rho)_T \cdot \left\{ 1 + \frac{(4,62 - 0,658T) \cdot [24,6 - 0,117(\rho - 67)^2]}{100} \right\}$$

Dans la phase gazeuse, les résultats expérimentaux et les prédictions de McCarty ne présentent aucun écart systématique. Aucune correction ne sera donc appliquée à l'ensemble de nos mesures.

Considérons désormais la phase liquide.

A la masse volumique d'environ 135 kg/m^3 et pour $T=4,5 \text{ K}$, les déterminations expérimentales et numérique (McCarty) du coefficient α concordent. Aucune correction n'est donc nécessaire. Des mesures dans ces conditions ont été réalisées avec la mini-cellule et avec l'une des cellules de 20 cm de hauteur.

Seule la mini-cellule a été mise en oeuvre avec un remplissage entre 80 et 135 kg/m^3 . Deux séries de mesures ont été réalisées dans cette région : pour $\rho \sim 112 \text{ kg/m}^3$, $T \sim 4,7 \text{ K}$ et $T \sim 5,26 \text{ K}$. De même que précédemment des corrections de 5,5 % et 2,5 % sont appliquées à $(\partial P / \partial \rho)_T$ pour chaque série de mesures.

Notons enfin que les différentes courbes de niveaux représentées au début de ce chapitre ont été établies avant l'ajout de ces corrections (Figures 2-1 à 2-3).

2.5.2 L'hélium, un gaz bien connu ?

L'hélium présente un tel intérêt pratique (inertie chimique, caractéristiques cryogéniques, grand volume massique et coefficient de diffusion,...) et théorique (simplicité de l'élément) que de nombreuses études ont porté sur ses propriétés thermodynamiques et de transport. En comparant les travaux, publiés ou non, dont nous avons eu connaissance, des corrélations de toutes les propriétés ont été écrites. Les principales différences de méthode avec un travail antérieur réalisé au laboratoire sont rapportées ci-dessous (choix des points de mesures dans le plan T- ρ , dérivation analytique des équations par ordinateur, calcul de c_v). Outre la correction sur $\partial P / \partial \rho$ présentée au paragraphe précédent, deux différences de fond entre nos programmes sont l'utilisation de corrélations différentes pour les équations de McCarty et d'une nouvelle méthode d'évaluation de la viscosité, qui permet une amélioration de $\pm 10\%$.

Les propriétés thermodynamiques

Un travail important de compilation des propriétés thermodynamiques de l'hélium a été réalisé par McCarty [McCarty 1973]. Actualisé par V. Arp et lui-même en 1990 ([Arp 1989],[McCarty 1990]), cette étude couvre la gamme des températures et densités qui nous intéresse, à l'exception de la région critique définie par $50 < \rho < 90 \text{ kg/m}^3$ et $T_{\text{coexist}} < T < 5,45 \text{ K}$, pour laquelle leur corrélation de la pression est donnée comme «hautement incertaine». T_{coexist} désigne ici la température de coexistence des phases liquide et gazeuse. Nous avons eu aussi recours au travail de Kierstead [Kierstead 1971][Kierstead 1973], valable pour $55,7 < \rho < 83,5 \text{ kg/m}^3$ et $T_{\text{coexist}} < T < 5,36 \text{ K}$. Aucune mesure de convection n'a été effectuée dans la bande intermédiaire entre ces domaines (voir

par exemple Figure 2-3, page 27) et un raccordement linéaire a été utilisé pour permettre le calcul de la capacité calorifique c_v (voir ci-dessous).

L'implémentation des algorithmes de calcul relatifs aux modèles est particulièrement lourde. Si le modèle de 1990 consiste en une équation unique donnant la pression en fonction de la densité et de la température, il n'en fait pas moins intervenir 34 paramètres, que l'auteur donne avec 13 chiffres significatifs (...). En effet, les propriétés thermodynamiques, telles que les coefficients α , c_p ,... doit être dérivé analytiquement à partir de l'équation d'état pour la pression. La corrélation de Kierstead recourt par ailleurs à des changements de variables dans la région critique ce qui alourdit encore les dérivations analytiques. Afin de réduire au minimum les risques d'erreur de calcul, toutes les dérivations des propriétés ont été effectuées avec le logiciel de calcul analytique Mathematica.

Le cas de la capacité calorifique c_v est particulier puisque c'est la seule quantité thermodynamique qui ne s'obtient pas à 100% à partir des corrélations de Kierstead et de Arp & McCarty. M. Moldover a proposé une corrélation valable dans la région critique $62,6 < \rho < 80 \text{ kg/m}^3$ et $T_{\text{coexist}} < T < 5,26 \text{ K}$ [Moldover 1969]. Par ailleurs, c_v est connu dans la limite gaz parfait $\rho \rightarrow 0 \text{ kg/m}^3$. Pour les densités intermédiaires, nous utiliserons les formules thermodynamiques exactes (en unités molaires) :

$$c_v(T_0, \rho_0) = 3R/2 - M \int_{\rho=0}^{\rho_0} \frac{T_0}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \cdot d\rho \quad \text{-ou-} \quad c_v(T_0, \rho_0) = c_v(T_0, \rho_M) - M \int_{\rho=\rho_M}^{\rho_0} \frac{T_0}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \cdot d\rho$$

où R , M et ρ_M représentent respectivement la constante des gaz parfaits, la masse molaire de l'hélium, et une masse volumique du domaine de validité de la corrélation proposé par Moldover.

Le travail antérieur de X.Chavanne faisait appel à la corrélation de 1973 qui aurait l'avantage sur celle de 1990 d'engendrer moins de dispersion sur ses points expérimentaux. Cependant, sur la base des résultats détaillés précédemment (page 42 et suivantes) nous avons opté pour la corrélation de 1990, bien que celle ci entraîne *a priori* un problème de continuité. En effet, la capacité calorifique $c_v(5,25 \text{ K} ; 45 \text{ kg/m}^3)$ calculée par intégration depuis la région de Moldover et celle calculée depuis la région $\rho \rightarrow 0$ présentent un désaccord de 6 % ou 14 %, selon que l'on utilise la corrélation de 1973 ou celle de 1990. Il faut toutefois relativiser cette discontinuité puisque d'une part 10 % de discontinuité n'affectent qu'à hauteur de 1 % les Nombres de Rayleigh et de Nusselt et que d'autre part, le calcul de l'intégrale de la dérivée seconde d'une corrélation met à très dure épreuve cette corrélation. Notons qu'à l'exception de c_v qui intervient dans le calcul de c_p , le calcul des divers nombres adimensionnés (Ra , Nu , Pr ,...) ne fait appel qu'à des dérivées d'ordre 1 de la corrélation de pression. N'avoir que 10 % d'écart sur une grandeur telle que c_v représente finalement une bonne validation de la cohérence des différentes corrélations.

Rappelons ici, qu'une correction à la corrélation de McCarty de 1990 est proposée plus haut afin de rendre compte des mesures de α réalisées durant cette thèse (Voir "Correction sur l'estimation des propriétés thermodynamiques", page 45.).

La viscosité : une mise en défaut de la corrélation de référence.

L'incidence des phénomènes critiques sur la viscosité de cisaillement est de très courte portée, l'anomalie très piquée sur le point critique (voir par exemple [Agosta 1987]) ne nous concerne donc pas. A mon arrivée en thèse, la corrélation de Steward et Wallace était utilisée. Publié dans un rapport interne au NBS [Steward 1971], ce travail est rapporté dans la littérature par V. Arp et R. McCarty [McCarty 1973] qui l'utilisent dans leur programme commercial Hepak¹ ainsi que pour établir la table des propriétés de l'hélium publiée par le NIST².

En comparant la viscosité prédite par Steward et Wallace avec les mesures à la densité critique de Kogan et C.Agosta [Agosta 1987], nous avons observé qu'elles différaient de 7% à 5,2K et encore de 7%, mais dans l'autre sens à 7K. Par contre, les prédictions à 6,0 K étaient très voisines. Après un échange de correspondance avec H. Meyer, V. Arp et W. Steward (par l'intermédiaire de Arp), Steward, depuis sa retraite montagnaise a «déterré» (selon ses termes) son rapport original et m'en a fait parvenir une copie par l'intermédiaire de V. Arp. Ce dernier l'a complété de cette remarque : "We were always concerned about the accuracy of his data. We think now that his helium samples may have been contaminated, i.e., that his purifier may have been defective". Après examen du rapport, il s'avère que les points expérimentaux utilisés furent mesurés aux températures de 4, 5, 6 et 10 K. Les mesures aux trois premières températures se comparent à quelques pour cent près avec la littérature (réf. plus bas), mais les données à 10 K sont entachées d'une lourde erreur qui pèse sur l'ensemble de la corrélation.

D'autres sources plus récentes ont été considérées :

- des points expérimentaux et une corrélation à la densité critique valable jusqu'à 7,6 K (H. Meyer, communication privée).
- des calculs ab-initio dans la limite de densité nulle. Différentes publications ont été comparées. Les prédictions diffèrent de quelques pour cent (jusqu'à 7 %). Nous avons retenu parmi ceux-ci les calculs récents de Slaman et R. Aziz [Slaman 1991]. Ils donnent typiquement des résultats 6% plus petits que Steward.
- une compilation fournie de points expérimentaux dans le liquide jusqu'à 4,0 K a été établie par Barenghi et Donnelly [Donnelly 1998] et nous a été communiquée par J. Niemela.

Nous avons effectué la synthèse de ces travaux en donnant une représentation raccordant les divers résultats ci-dessus (Figure 2-16). Une priorité a été de ne pas introduire de trop brusque (1%) discontinuité entre les différentes zones d'influence des résultats. Cela s'est fait au prix d'une seule petite compromission sur un point expérimental de Steward et Wallace qui a été «gonflé» de 3% ($T=5\text{ K}$, $\rho=100\text{ kg/m}^3$). Après de nombreux essais et comparaisons, une procédure d'interpolation, présentée en Annexe C, page 123, a été retenue. La différence avec la corrélation originale de Steward est présentée en Annexe C, page 123 dans un diagramme masse volumique-densité.

La conductivité thermique

La conductivité thermique de l'hélium s'améliore sensiblement dans la région critique. Pour les isothermes $T=5,4\text{ K}$ et $5,25\text{ K}$ par exemple, l'augmentation «critique» constatée est de 25% et 50% respectivement. Notre courbe d'ajustement de la conductivité est basée sur les mesures de Acton et Kellner³[Acton 1977][Acton 1981]. Nous avons recalculé les densités présentées dans l'article à partir des pressions et des températures afin d'améliorer la précision dans la région critique. En effet Acton et Kellner utilisaient exclusivement le travail de McCarty de 1973. En 1981,

1. CryoData Inc, Niwot, Colorado, USA

2. NIST-12 standard reference data

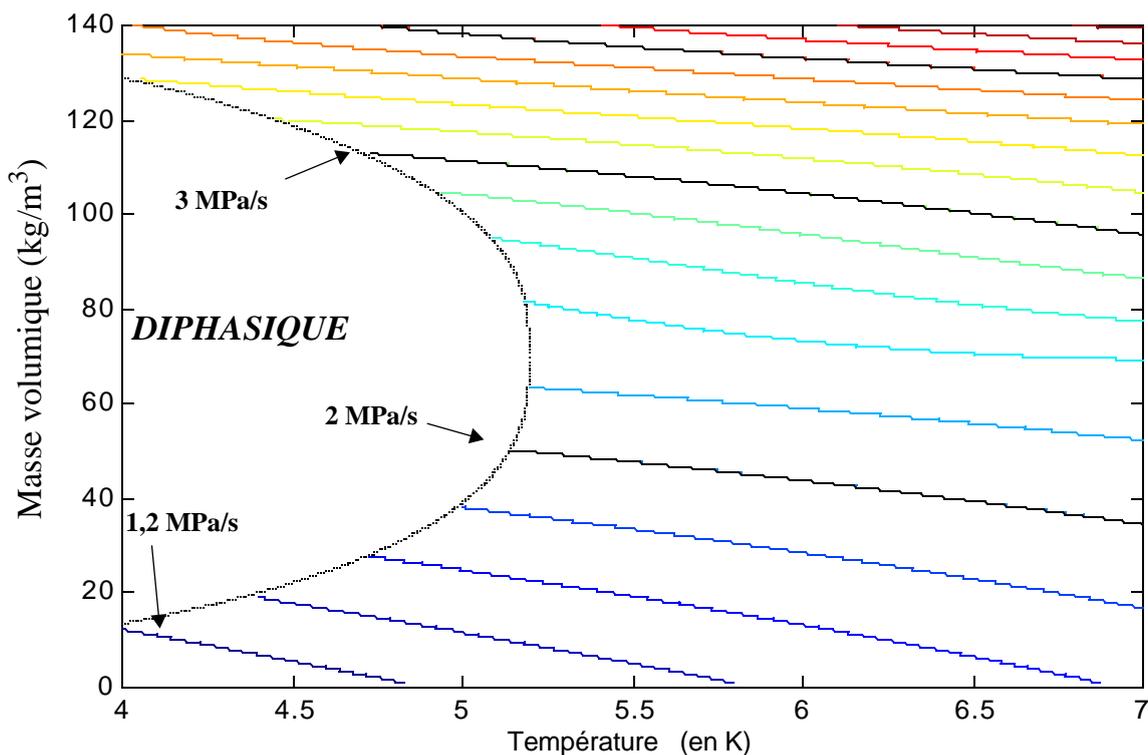


Figure 2-16. Courbes d'iso-viscosité obtenues avec l'interpolation proposée.

Hands et Arp ont proposé une représentation de ces données en distinguant une contribution idéale (indépendante de la densité), une contribution additionnelle, et une contribution critique [Hands 1981]. L'expression de cette dernière contribution repose sur un modèle théorique de conductivité près du point critique et fait intervenir des paramètres thermodynamiques divergents. Malheureusement ces paramètres sont évalués avec le travail de McCarty de 1973, bien qu'on sache qu'il n'est pas valable dans la région critique. Malgré quelques paramètres ajustables, cette dernière contribution reste en relativement mauvaise adéquation avec les points expérimentaux et cela nous a conduit à élaborer une interpolation de la contribution critique dans la zone considérée. Celle-ci donne des résultats en accord à $\pm 2\%$ avec les points publiés, et d'autres non publiés, de Acton et Kellner et diffère de 4% avec les mesures de conductivité réalisées par Kogan et Meyer à la densité critique.

Par ailleurs, quand cela ne présentait pas d'inconvénient, la température de consigne pour la régulation du flasque supérieur est accordée sur les températures utilisées par Acton et Kellner, de sorte que l'incertitude d'interpolation soit minimale.

3. Les mesures ont été réalisées aux températures de 3,3 ; 4,0 ; 5,25 ; 5,30 ; 5,40 ; 5,60 ; 6 et 7 K et le domaine de masse volumique et température caractérisé par $62 < \rho < 77 \text{ kg/m}^3$ et $T_{\text{coexist}} < T < 5,25 \text{ K}$ n'a pas été exploré. T_{coexist} désigne ici la température de coexistence des phases liquide et gazeuse.

3 Description des Cellules et Méthodologie

Des expériences de convection menées dans l'hélium, dans l'eau et dans le mercure ont conduit à des résultats contradictoires (Paragraphe 1.4, page 18) et dans plusieurs cas les désaccords sont trop importants pour être dus à une erreur expérimentale. L'explication de ces contradictions apparentes est donc cachée dans un ou plusieurs effets de conditions aux limites, et à défaut de l'avoir identifiée, il est important de bien préciser les dispositifs expérimentaux. Dans ce chapitre, nous présentons une caractérisation thermique complète de nos cellules.

Trois cellules cylindriques de hauteur 20 cm et de rapport d'aspect 0,5 ont été utilisées dans ce travail.

La première réalisée selon le modèle de F. Chillà (Figure 3-1, dessin de gauche) a été mise en œuvre par X. Chavanne [Chavanne 1997]. Nous la désignerons dans la suite par *cellule de Chillà-Chavanne* ou plus simplement *cellule de type 1*. Sa paroi cylindrique latérale mince en inox est terminée par deux flasques, plaques circulaires inférieure et supérieure réalisées en cuivre (Figure 3-1, dessin de gauche). Elle se caractérise par des surfaces intérieures lisses.

Le deuxième modèle, conçu par nos soins, est de facture similaire. Il comporte cependant des améliorations sur le plan du contrôle de la thermalisation du flasque supérieur mais présente toujours au fluide des surfaces lisses; sa paroi latérale inox est plus épaisse que celle de la cellule 1. Nous la désignerons par *cellule à paroi latérale épaisse* ou *cellule de type 2*.

Une troisième cellule conçue également par nos soins, reprend les mêmes améliorations que le modèle précédent sur le plan du contrôle de la thermalisation du flasque supérieur; en revanche sa paroi latérale est réalisée en inox mince rainuré et toutes les surfaces intérieures en regard avec le fluide sont régulièrement rainurées de façon à présenter une rugosité bien contrôlée à l'écoulement (Figure 3-1, dessin de droite). Elle sera identifiée comme la *cellule à surfaces rainurées* ou *cellule de type 3*.

Enfin une quatrième cellule a été spécialement conçue pour réaliser des variations du Nombre de Prandtl dans le régime de turbulence dure. Cette cellule est de même géométrie que les précédentes mais sa hauteur est 10 fois plus faible. Nous la désignerons comme la *mini-cellule*.

plan du chapitre

- *Les cellules à Nombres de Rayleigh élevés*
- *Protocole expérimental pour les cellules à paroi épaisse et à surface rainurée*
- *La mini-cellule*
- *Le protocole expérimental pour la mini-cellule*

Les propriétés essentielles des quatre cellules de grande taille sont résumées dans le tableau 3-1.

Tableau 3-1. Résumé des propriétés des différentes cellules utilisées dans cette thèse.

dénomination des cellules	cellule de TYPE 1 dite «Chillà-Chavanne»	cellule de TYPE 2 dite «à paroi latérale épaisse»	cellule de TYPE 3 dite «à surfaces rainurées»	MINI-CELLULE
caractéristiques principales	Paroi latérale fine Surfaces lisses	Paroi latérale épaisse Surfaces lisses	Paroi latérale fine Surfaces rainurées	Paroi intermédiaire Surfaces lisses
hauteur entre flasques	20 cm			2 cm
épaisseur de la paroi latérale	0,5 mm	2,19 mm	0,55 mm (moyenne) rugosité de 110 μm	0,25 mm
flasques (la capacité calorifique c_p est donnée pour le flasque inférieur; bride incluse)	même flasques $k=1090 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$ $c_p=1\text{JK}^{-1}$ vers 5K		$k=880 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$ $c_p=1,4 \text{ JK}^{-1}$ à 4,5K	$k\sim 400 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$ $c_p=73 \text{ mJK}^{-1}$ à 5,3K

3.1 Les cellules à Nombres de Rayleigh élevés

3.1.1 Les caractéristiques communes

Ces trois cellules présentent en commun un certain nombre de propriétés. Tout d'abord leur aspect dimensionnel: une hauteur utile de 20 cm et un rapport d'aspect de 0,5. Les deux flasques de même que les brides inox les liant à la paroi latérale ont mêmes cotes. Une même répartition des chauffages est retenue pour les trois modèles. Enfin toutes les mesures de température sont effectuées au moyen de capteurs identiques: thermocouple Au-Fe et thermistances en germanium et en carbone.

3.1.2 Réalisation, propriétés spécifiques et grandeurs thermiques

La thermalisation avec le bain est développée au Paragraphe 2.2.1, page 28.

Les cellules de type 1 et 2 partagent les mêmes flasques supérieur et inférieur réalisées en cuivre OFHC, tandis que la cellule de type 3 réalisée postérieurement possède des flasques rainurés usinés dans un cuivre «commercial».

L'utilisation d'une tel cuivre a été motivée par la mise en évidence expérimentale d'un chauffage parasite de 70 nW sur le flasque inférieur en Cu OFHC (Oxygen Free High Conductivity). Une des hypothèses pour tenter d'expliquer cet apport calorifique toujours incompris¹ pourrait être une lente relaxation de l'hydrogène emprisonné à l'intérieur du cuivre OFHC sous forme ortho, majoritaire à 300 K, vers une forme para prédominante à 4 K. La constance de l'intensité du chauffage sur plusieurs mois nous a cependant permis d'écarter cette hypothèse et d'incorporer ce chauffage parasite au calcul du Nombre de Nusselt. Cependant un point doit être mentionné. Cette correction ne devient significative que pour des Nombre de Rayleigh en dessous du seuil de convection. Autre-

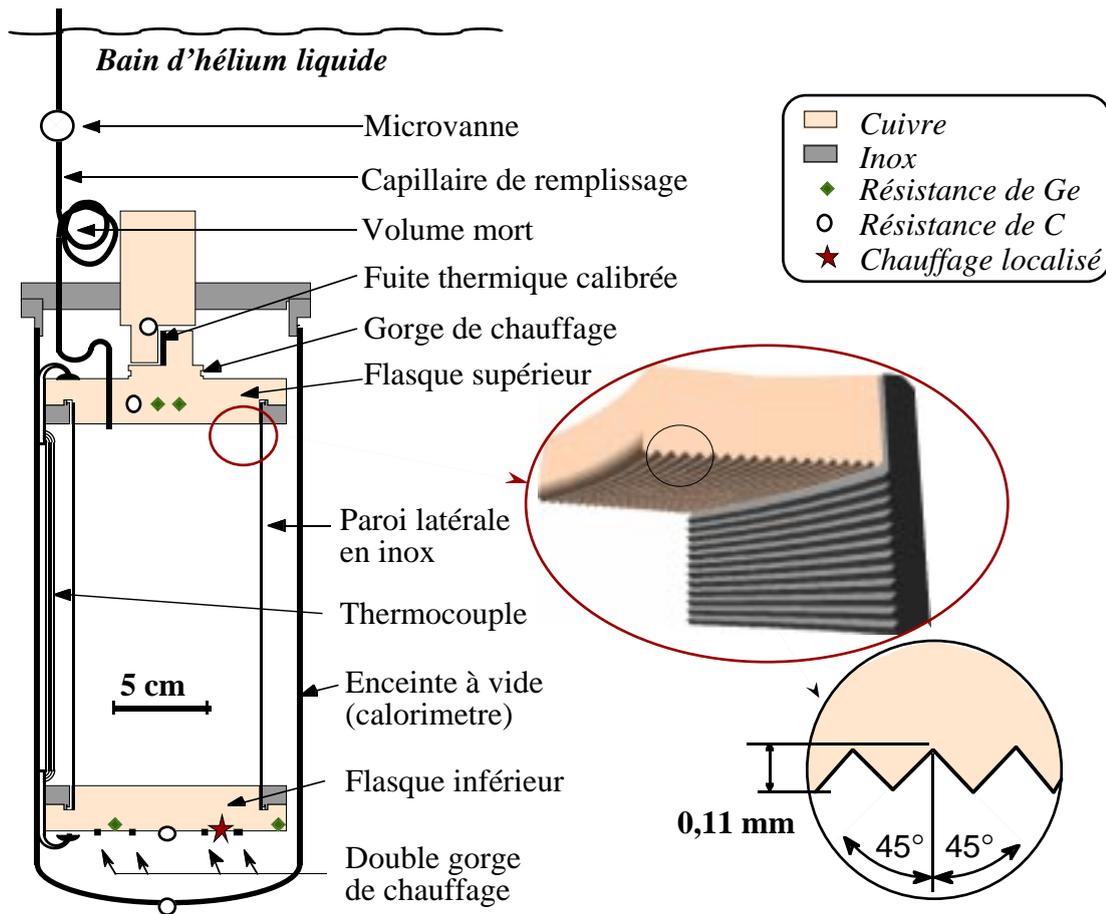


Figure 3-1. Vue d'ensemble d'une cellule de 20 cm de hauteur, suspendue dans le calorimètre, lui-même plongé dans le bain d'hélium liquide. Le détail de la surface intérieure (dessin de droite), le nombre et la répartition des thermomètres sont spécifiques à la cellule à surface rainurée.

ment dit, en régime turbulent, les chauffages appliqués au flasque inférieur sont typiquement 10^5 à 10^6 fois supérieurs à cette puissance parasite; et en conséquence l'effet est largement négligeable dans ce dernier cas.

Le choix d'un cuivre commercial de pureté inconnu plutôt que OFHC se traduit par une dégradation de la conductivité thermique à froid. Ici toutes les pièces en cuivre ont subi un recuit thermique à typiquement 600°C pendant une dizaine de minutes lors des opérations de brasage sur le flasque supérieur du capillaire d'arrivée d'hélium et, sur le flasque inférieur, des 4 capillaires assurant le passage étanche de fils de mesure à l'intérieur de la cellule. Nous avons alors observé par des

1. De nombreuses hypothèses ont été avancées pour expliquer ce chauffage parasite sur le flasque inférieur : une dissipation par vibrations mécaniques, un rayonnement depuis le chauffage du court-circuit du thermocouple ou depuis l'ambiante par le tube de pompage du calorimètre, une mauvaise thermalisation de fils de mesure et un défaut de fonctionnement du nanovoltmètre. Chacune de ces hypothèses a pu être tour à tour invalidée, respectivement à l'aide d'amortisseur et en fixant les éléments susceptibles de vibrer, en jouant sur la température du chauffage du court-circuit du thermocouple, en plaçant un écran au rayonnement en bas du tube de pompage du calorimètre, en thermalisant bien les fils de mesures et de chauffage et en s'assurant que le signal fourni par le thermocouple était bien nul quand l'hélium contenu dans la cellule était superfluide (donc infiniment conducteur). La présence d'éléments radioactifs dont le temps de vie serait d'au moins plusieurs années pourrait être une explication.

mesures directes (Annexe E, page 135) que ce recuit limité a été suffisant pour augmenter de façon significative les conductivités des flasques. Ainsi en adoptant la méthode développée en Annexe E, page 135, nous avons mesuré à 4,2 K les **conductivités** de 880 W/K/m et de 1090 W/K/m pour respectivement les cuivres commerciaux et OFHC.

La capacité calorifique des flasques inférieurs, bride inox incluse, a été déterminée par relaxation thermique. Elle s'établit à 1 J/K pour la plaque lisse de la cellule de type 1 (et 2) [Chavanne 1997], tandis que l'on trouve 1,4 J/K à 4,5 K pour la cellule de type 3 à flasque rainuré. Notons qu'en présence d'une paroi latérale épaisse (cellule de type 2), le temps de relaxation du phénomène est affecté par le temps de diffusion dans l'inox de la paroi, ce qui rend la détermination non directe. La cellule de type 2 partageant les mêmes flasques que celle de type 1, la détermination précédente de 1 J/K sera donc retenue.

En mécanique des fluides, il est connu que l'état de surface des "conditions limites" peut affecter l'écoulement. Pour les flasques lisses, la **rugosité de surface** intérieure peut être estimée à seulement 1-2 μm . Toutefois il faut noter la présence de 5 feuilles de kapton, collées sur le flasque inférieur. Métallisées suivant des bandes et étamées sur une hauteur typique de 200 à 600 μm , elles servent de relais aux fils de mesure traversant le flasque en cuivre. Leur localisation apparaît sur la photo de la Figure 3-2. Ce flasque qui avait fait l'objet d'une utilisation antérieure comporte aussi des aspérités éparses de taille 5-20 μm , probablement causées par les projections du décapant intégré au produit de soudure en Pb-Sn.

En ce qui concerne la **cellule rainurée**, une simple gravure en spirale à pas de faible valeur, recouvre entièrement la surface utile de chacun des flasques à la manière de celle d'un disque vinyle, tandis que la paroi latérale en inox présente sur sa face interne une gravure hélicoïdale de même nature. En coupe ces sillons présentent un profil en dents de scie d'angle au sommet 45° environ (Figure 3-1).

La profondeur des sillons, mesurée sur chacun des flasques à l'aide d'un microscope à courte profondeur de champ et d'un élévateur gradué en microns se situe entre 110 et 125 μm pour le flasque supérieur et entre 101 et 115 μm pour le flasque inférieur. Dans la suite, on retiendra comme profondeur typique 110 μm .

Les parois cylindriques latérales en inox, ont des épaisseurs respectives $e = 0,5$ mm pour la cellule de type 1, $e = 2,19$ mm à 0,08 mm près pour la cellule de type 2 (Figure 3-3) et $e = 0,6$ mm pour la cellule de type 3 rainurée sachant que pour cette dernière l'épaisseur se réduit à 0,5 mm au fond de la rainure. Toutes les parois latérales sont réalisées à partir d'une ébauche usinée; aucune ne présente donc la sur-épaisseur caractéristique des tubes roulés. Deux brides en Inox assurent la liaison avec les flasques en cuivre; leur hauteur est telle que la surfaces des premières est au même niveau que la surface de ces derniers (voir par exemple Figure 3-3). Cette disposition est commune à toutes les cellules afin de garantir une définition franche des conditions thermiques aux limites.

La conductance thermique totale entre flasques est dominée, à plus de 80%, par la conductance de la paroi latérale. La contribution résiduelle est due aux fils du thermocouple ainsi qu'aux deux fils d'alimentation du chauffage de la plaque inférieure. L'importance de ces deux conceptions parallèles est chiffrées dans le Tableau 3-2 à partir de valeurs tabulées.

La conductance thermique totale est déterminée par une mesure in-situ à l'aide de la cellule de Rayleigh-Bénard. Lors de la mise en froid, un très bon vide cryogénique se développe en général à l'intérieur de la cellule (pour les conditions de ce pompage Voir "Le protocole expérimental", page 57.).

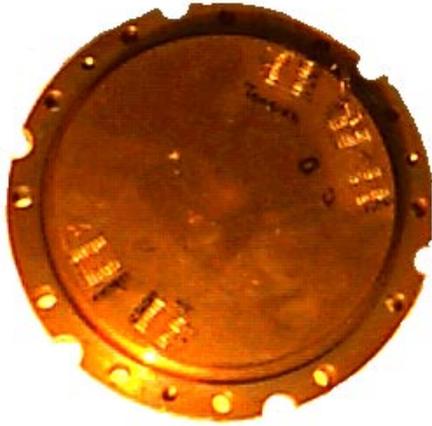


Figure 3-2. Surface en contact avec l'hélium de la plaque inférieure lisse. On remarque les 5 feuilles de Kapton métallisées utilisées comme relais pour les fils de mesure. Cette plaque est utilisée dans l'expérience Chillà-Chavanne et dans celle de la cellule à paroi épaisse.

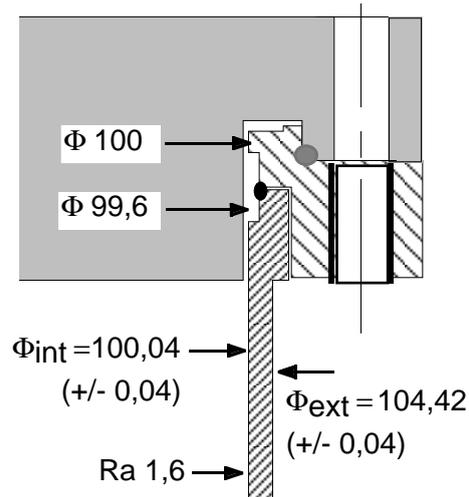


Figure 3-3. Détail du raccord entre la paroi latérale épaisse de 2,2 mm et la plaque supérieure en cuivre. Le point noir représente la soudure à l'arc et le point gris le joint d'étanchéité en indium avant écrasement.

A partir de mesures d'écart de température entre flasques pour différents conditions de chauffage à plusieurs températures moyennes, on effectue une détermination directe de la conductance entre flasques. Ces observations ont permis de mettre en évidence un apport thermique résiduel en l'absence de tout chauffage. Cet apport peut s'expliquer par la présence d'un chauffage parasite de 70 nW et celle d'un rayonnement thermique entre le calorimètre et le flasque inférieur. C'est ce que nous avons vérifié.

De fait il existe un risque que le vide dans la cellule ne soit pas aussi bon que souhaité, par exemple à cause d'un dégazage d'Hélium par le capillaire de remplissage. Pour cela nous avons doublé les mesures dans le vide par des mesures en gaz dilué. En effet la conductivité de l'hélium présente l'avantage d'être très bien connue dans la limite des basses densités; il suffit alors de soustraire à la conductance thermique totale, la contribution conductive de l'hélium. Les conductances mesurées dans la gamme de température 4,4 K-6 K, ont été reportées dans la deuxième colonne du Tableau 3-2.

Le chauffage est réalisé à partir de fils résistifs en Constantan d'environ 100 Ω à froid¹ entièrement logés aux fond de gorges creusées sur la face externe de chacun des flasques. Leur thermalisation est assurée par de la colle silicone Rhodorsil. Nous avons par la suite utilisé un vernis GE. Chaque fil est monté en boucle torsadée sur lui-même afin d'annuler le champ d'induction magnétique créé. La distribution spatiale des différents éléments chauffants est identique sur chacune des cellules (Figure 3-1, page 53 et Figure 3-4). Les paires de fil de cuivre de diamètre 150-170 μm qui alimentent ces résistances chauffantes sont elles aussi, particulièrement bien thermalisées avec le flasque inférieur dans des gorges et avec le flasque supérieur par bobinage sur un plot de cuivre suivi d'une opération de vernissage.

1. Fils de constantan verni de diamètre $\Phi = 100\text{-}120 \mu\text{m}$, pour 63 Ω/m à l'ambiante. A froid, les résistance de chauffage des flasques inférieurs sont de 110,1 Ω et 91,2 Ω pour les cellules lisse et rainurée respectivement

Tableau 3-2. Expression de la conductance thermique entre flasques mesurée dans la gamme 4,4 K - 6 K pour une cellule sous vide. La contribution secondaire induite par les fils de chauffage et ceux du thermocouple, en parallèle avec la paroi cylindrique latérale, est estimée séparément à partir de [Berman 1964][Conte 1970].

Cellule	épaisseur de la paroi latérale (mesurée)	Conductance totale (mesurée) paroi latérale // fils du chauffage // thermocouple (en $\mu\text{W} / \text{K}$)	Conductance «en parallèle» (valeurs tabulées, réf. ci-dessus) fils du chauffage // thermocouple (en $\mu\text{W}/\text{K}$)
de type 1 Chilla-Chavanne	500 μm	$-30,5 + 64,05.T$	35 + 16 (maxi) $\pm 35\%$ à 4,5 K
de type 2 à paroi latérale épaisse	2190 ± 80 μm	$-226,3 + 308,75.T$	35 + 13 (maxi) $\pm 35\%$ à 4,5 K
de type 3 à surfaces rainurées	600 μm (dont 100 μm de rainures)	$-38 + 78.T$	40 + 16 (maxi) $\pm 35\%$ à 4,5 K

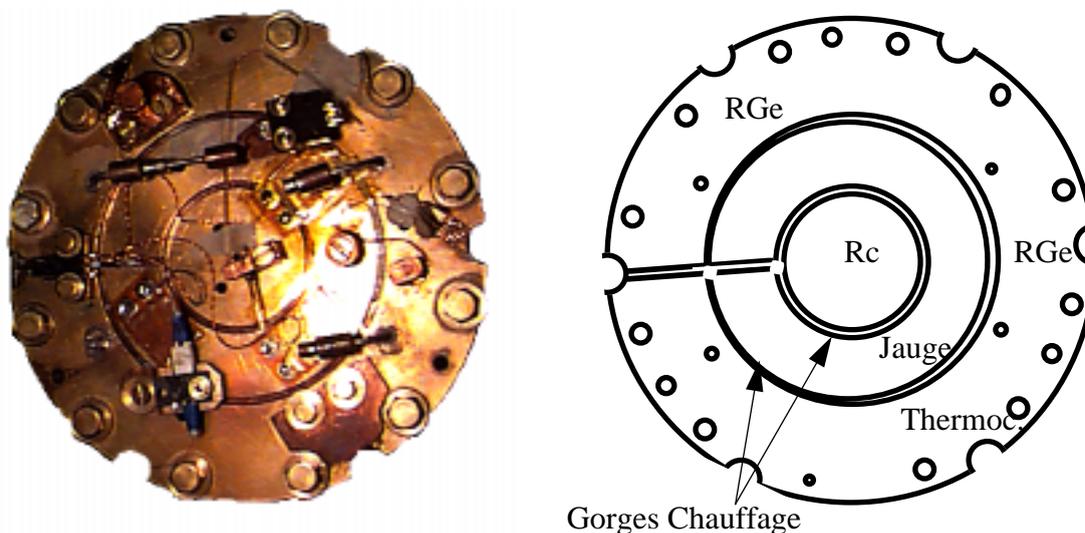


Figure 3-4. Photographie et vue schématique du flasque inférieur de la cellule rainurée (type 3). (*RGe*) et (*Rc*) désignent les résistances de germanium et de carbone, (*Thermoc.*) la prise de température du thermocouple et (*Jauge*) la résistance d'appoint. La résistance chauffante principale est formée d'un fil de constantan de 2 mètres thermalisé au fond des gorges (*Gorges Chauffage*). Deux jauges supplémentaires figurant sur la photo n'étaient plus présentes lors de la mise en froid.

Nous avons aussi étudié l'incidence d'une dissymétrie du point de chauffage. A cet effet une jauge de contrainte en constantan (Vishay Micromesures) de 320 Ω à froid et d'environ 1 cm^2 de surface utile est collée au verni GE sur la face extérieure du flasque inférieur de la cellule rainurée (Figure 3-4). L'alimentation de ce chauffage annexe est assurée par des fils supraconducteurs NbTi noyés dans une matrice peu conductrice (CuNi). Ces fils supraconducteurs n'ont pas été utilisés pour réaliser le gradient principal de chauffage en raison de leur courant critique trop faible.

La régulation du chauffage sur le flasque inférieur est contrôlée à partir d'un dispositif de mesure à 4 fils. Des filtres passe-bas sont installés en sortie de cryostat pour filtrer les HF parasites.

L'instrumentation de thermométrie ainsi que leurs conditions d'utilisation sont décrites à partir de la page 30. **La thermométrie** est assurée par deux thermistances germanium par flasques, dont la thermistance de régulation du flasque supérieur, logée dans la masse du cuivre sous le doigt de thermalisation. Pour la cellule rainurée (type 3) les mêmes emplacements de thermistances et de thermocouple ont été retenus que pour les autres cellules (Figure 3-1, page 53, Photo 3-4).

Afin de faciliter la lecture de ce chapitre, une étude du gradient de température dans les flasques a été reportée en Annexe D. Cette étude est basée sur une simulation numérique par éléments finis des flux de chaleur dans le flasque supérieur pour différentes conditions limites sur l'écoulement. Cette étude permet aussi de chiffrer les gradients instantanés produits par le détachement de panaches. On déduit une estimation du gradient parasite dans le cuivre et l'on montre que sa contribution sur l'écoulement est négligeable.

3.2 Protocole expérimental pour les cellules à paroi épaisse et à surface rainurée

3.2.1 Automatisation de l'expérience

Environ un millier de points de mesure ont été réalisés durant cette thèse et sont présentés dans ce mémoire. Ce nombre de points, bien supérieur aux standards actuels des travaux sur la convection, a été possible grâce à la mise en oeuvre d'une acquisition, d'un contrôle et d'un traitement automatique de l'ensemble des données des expériences. Outre un gain de temps sensible, cette interfacement avec l'informatique a permis de systématiser le relevé de nombreux paramètres de l'environnement et d'améliorer tout particulièrement le rapport signal sur bruit de la mesure de différence de température.

3.2.2 Le protocole expérimental

Les campagnes de mesures sur la cellule à paroi latérale épaisse ont duré 3 semaines tandis que celles sur la cellule à surface rainurée ont nécessité plus de 6 mois. Les opérations se déroulent selon la chronologie bien établie suivante :

- A l'ambiante. La mise sous vide secondaire du montage dure plusieurs jours. Elle est effectuée au moyen d'une pompe turbomoléculaire pour le calorimètre et d'une pompe à diffusion pour la cellule. Ces deux volumes soit n'auront jamais été préalablement exposés à une atmosphère d'hélium (nouvelles cellules), soit auront été exposés à l'atmosphère terrestre pendant plusieurs mois. Ces précautions permettent la réalisation du lent dégazage des pièces.
- Avant d'entreprendre le refroidissement à l'azote, la microvanne est fermée pour confiner la cellule, et l'isoler ainsi du dégazage du capillaire d'entrée d'hélium. Avant de refroidir à l'hélium, l'opération de pompage sur le calorimètre est interrompue afin de cryopomper les gaz résiduels lourds.
- La cellule étant maintenant en froid et sous vide, la conduction thermique de la paroi latérale et de la capacité calorifique du flasque inférieur peuvent être mesurées à différentes températures. On répète les mesures après admission dans la cellule d'une faible quantité d'hélium bien calibrée.
- Remplissage de la cellule à l'une des masses volumique déjà réalisée dans la cellule lisse et fermeture de la microvanne (voir [Chavanne 1997] pour les détails de cette procédure).

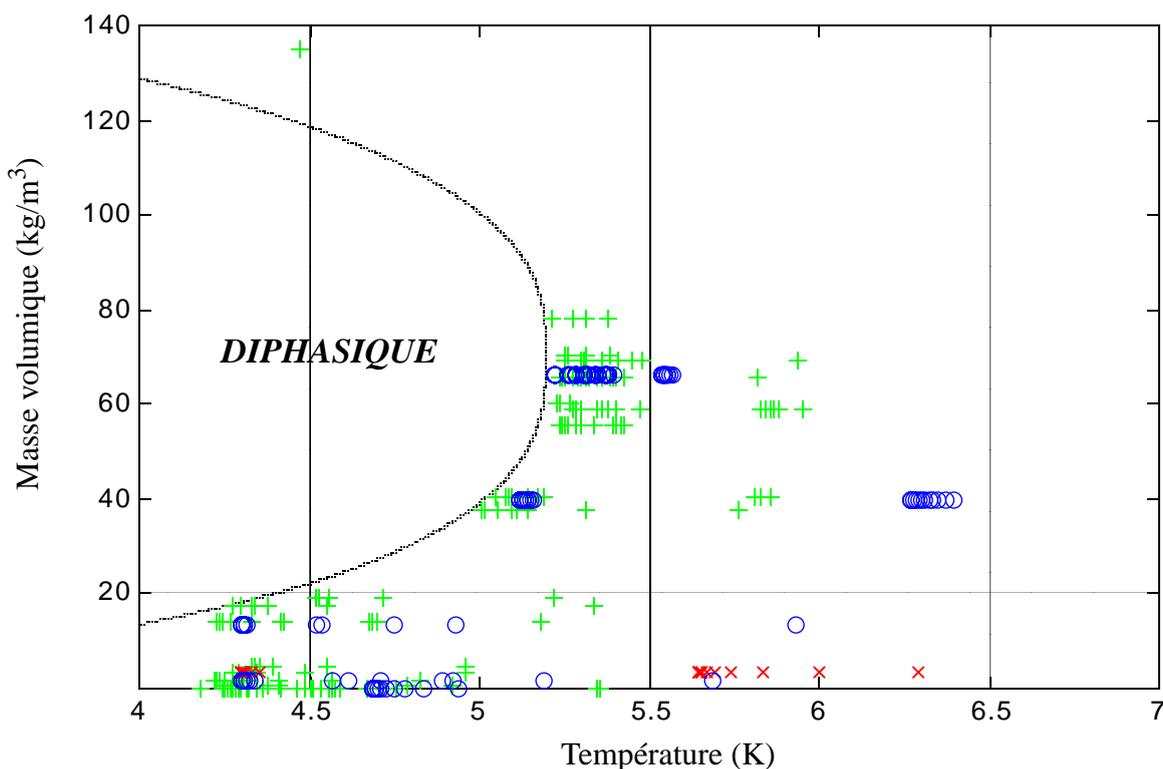


Figure 3-5. Répartition dans le plan masse volumique-température des différents points de mesure effectués dans les trois cellules de Rayleigh-Bénard de 20 cm de hauteur. (+) : cellule de type 1 (Chillà-Chavanne) (x) : cellule de type 2 (à paroi latérale épaisse) et (o) : cellule de type 3 (à surfaces rainurées)

- Aucune mesure n'est effectuée dans la zone de température et de densité non couverte par les corrélations de propriétés de l'hélium.

Les points explorés au cours de ces expériences sont représentés dans la diagramme Masses volumique-Température de la figure 3-5. Selon les valeurs du nombre de Prandtl nous distinguerons deux domaines de conditions expérimentales:

- **Points à Nombre de Prandtl < 6**

Chaque fois qu'une nouvelle puissance de chauffage est appliquée au flasque inférieur, la différence de température ΔT entre flasques de même que la valeur de référence «zéro» du thermocouple sont mesurées après attente du régime permanent.

En pratique dans les régimes turbulents, la prise de mesure du signal thermocouple dure plusieurs dizaines de minutes ; c'est pourquoi la dérive temporelle du «zéro» du thermocouple est aussi prise en compte.

Remarquons ici que le bruit observé sur Ra et Nu est principalement causé par les fluctuations de ΔT . Le niveau de bruit dans les mesures a pu être amélioré par rapport aux expériences antérieures grâce à l'amélioration de l'intégration des fluctuations par un effet «moyenne».

- **Points à Nombre de Prandtl > 6**

Toute variation du chauffage appliqué se traduit par une variation de la température moyenne de la cellule, donc aussi des propriétés de l'hélium. Cet effet est d'autant plus sensible que l'on s'approche du point critique. Pour les valeurs : 5,54 K et 66,3 kg/m³ (Pr=5,7) par exemple, il conduit

à 15 % de variation sur le rapport $Ra/\Delta T$ (qui, pour une cellule donnée, ne dépend que des propriétés du fluide) et à 6% de variation du Nombre de Prandtl.

Pour tous les Pr supérieurs à 6, nous avons pu annuler cette dérive de température moyenne, contrôlée au moyen des 2 thermomètres plongés *au milieu de la cellule*, en jouant sur la température de consigne du flasque supérieur

Cette compensation est très fastidieuse ; cependant elle permet, à partir d'une série de puissances de chauffage, de s'affranchir totalement de la connaissance des propriétés du fluide dans la détermination de l'exposant liant Ra et Nu en fonction du Nombre de Prandtl.

- Les diverses quantités adimensionnées (Ra , Nu , Pr ,...) sont déterminées à partir de la densité, de la température du flasque supérieur et de la différence de température entre flasques.

3.3 La mini-cellule

3.3.1 Introduction

Dans les cellules de 20 cm de hauteur, la fenêtre de température et de densité dans laquelle le Pr varie significativement, est associée à des Ra supérieurs à 10^{11} . En travaillant avec une cellule dix fois moins haute, on devrait donc bénéficier de cette variation du Pr dans le domaine de turbulence dure à partir de $Ra=10^8$. C'est cette propriété intéressante que nous avons voulu mettre à profit en réalisant une cellule miniature de 2 cm de hauteur. Le rapport d'aspect 1/2 a été conservé de manière à faciliter la comparaison des résultats avec les précédentes expériences

Dans le même calorimètre nous avons également placé une cellule capacitive de mesure de densité.

Les éléments constituant cette mini-cellule et la cellule capacitive sont détaillés dans le schéma de la Figure 3-6, tandis que la Figure 3-7 représente une photo de la réalisation avant la mise en place des thermistances.

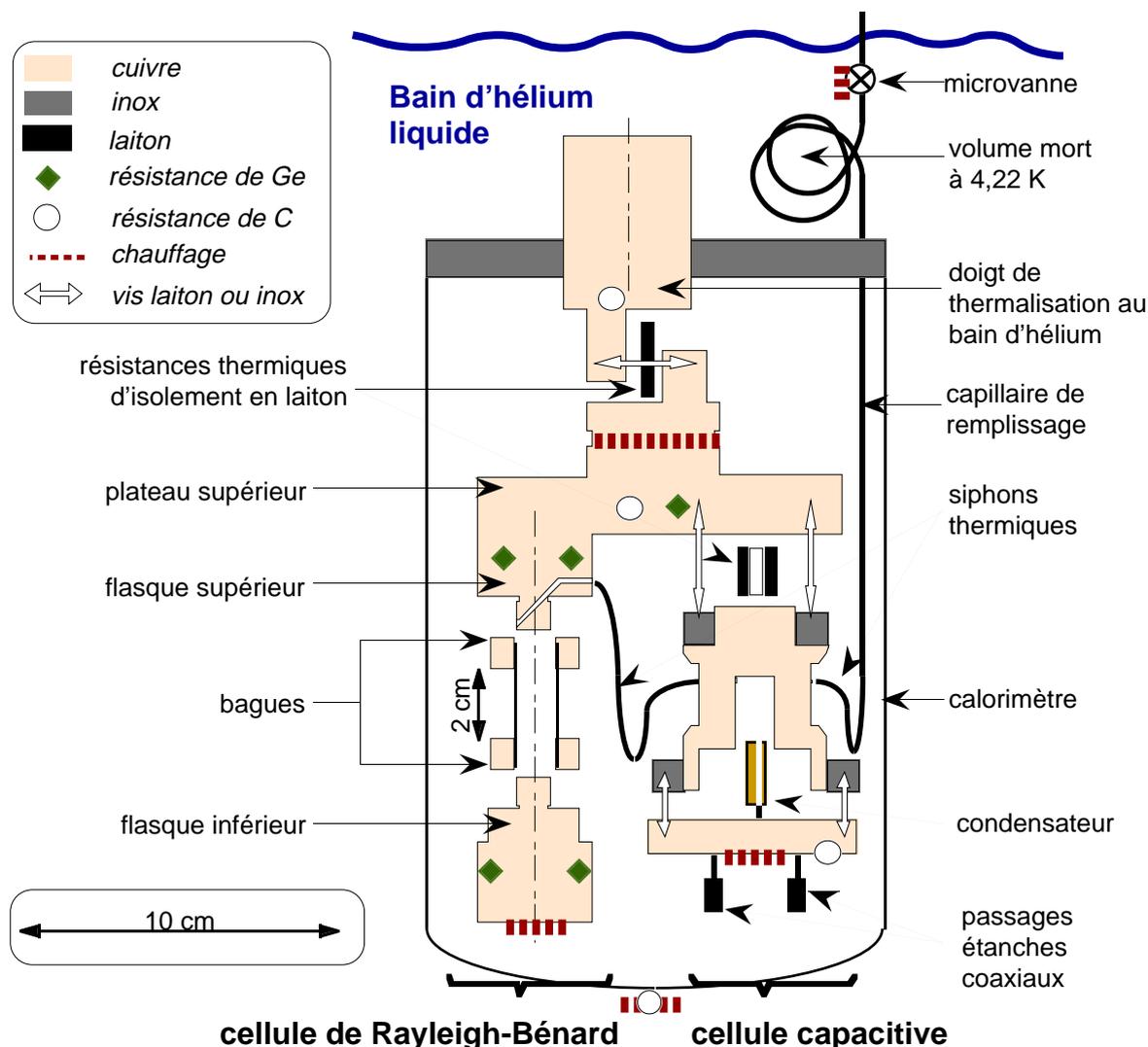


Figure 3-6. Vue en coupe dans le plan des deux cellules.

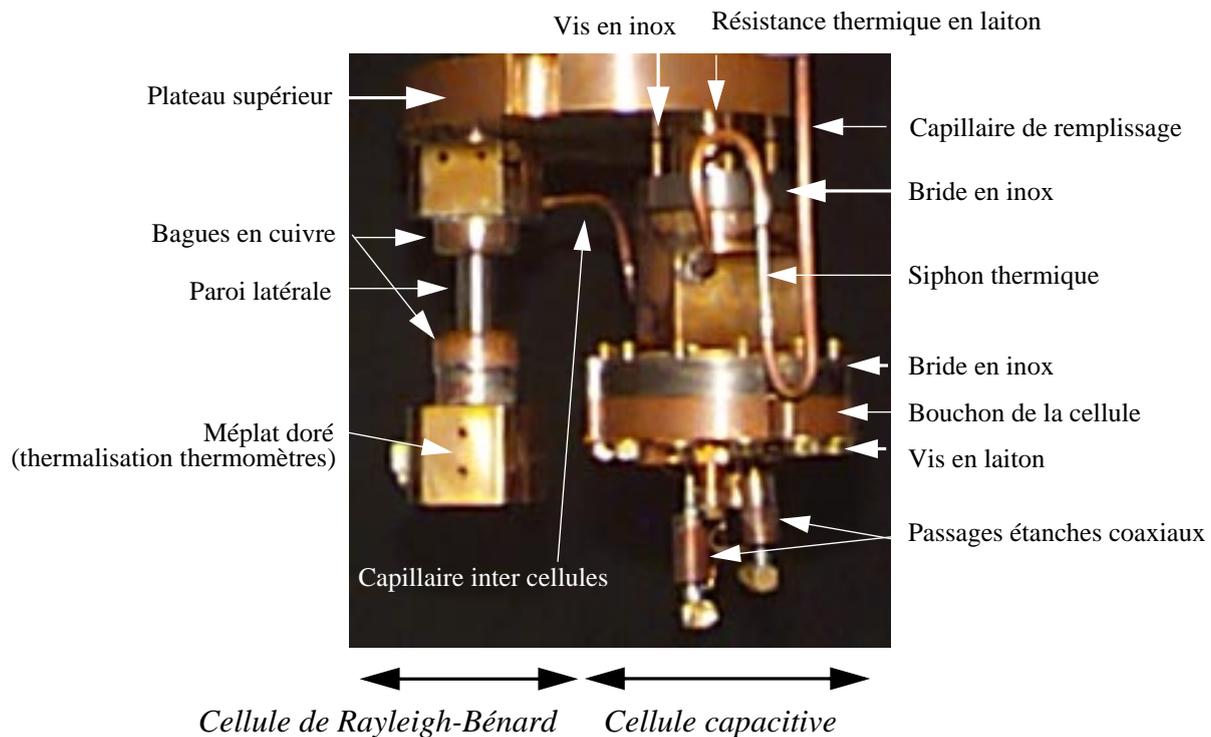


Figure 3-7. Photo des cellules de Rayleigh-Bénard et capacitive, avant la mise en place des thermomètres et des chauffages.

3.3.2 Caractéristique de la mini-cellule

Le **flasque supérieur** de la mini-cellule est maintenant décentré. Il est toujours prolongé à sa partie supérieure par le plateau cylindrique qui contrôle l'échange thermique avec le bain d'hélium liquide. La méthode de thermalisation avec ce bain d'hélium a été décrite au chapitre précédent (Paragraphe 2.2.1, page 28).

Les défauts d'état de surface et la planéité de la face en contact avec le fluide étudié sont de l'ordre de 1 à 2 μm . Du point de vue du transfert thermique, aucun effet sur l'écoulement n'est attendu de rares défauts localisés. Leur surface est en effet largement négligeable devant la surface totale utile.

La **paroi latérale** de la cellule est constituée d'un tube mince cylindrique en inox de 10 mm de diamètre et 250 μm d'épaisseur qui peut supporter des pressions de plusieurs dizaines de bars. Deux mini-bagues sont brasées à l'argent aux extrémités, à une distance calibrée par un espaceur. Chaque flasque possède une petite excroissance cylindrique qui une fois la cellule montée, pénètre à l'intérieur du tube en inox sur une profondeur légèrement supérieure (c'est délibéré) à la hauteur des bagues (Figure 3-8). Le montage est réalisé selon un ajustement serré à l'aide d'une technique spécialement mise au point pour assurer le parallélisme entre flasques à quelques microns. Après la brasure à l'argent, le diamètre des deux bagues est ramené à la cote des flasques puis les deux faces extérieures de la paroi latérale sont rectifiées. Les pièces sont ensuite soudées à l'étain (PbSn). On

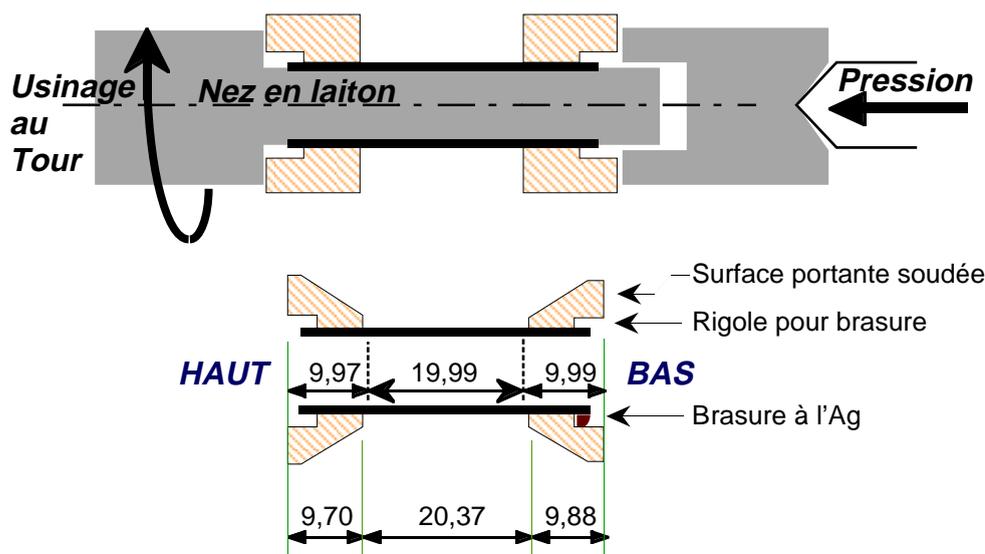


Figure 3-8. Paroi latérale. Principe de l'usinage, emplacement des soudures et brasures, et cotes définitives (cotes à l'ambiante, compter typiquement 0,3 % de contraction à froid)

profite de cette opération pour souder le capillaire de remplissage. Toutes les surfaces assurant un contact thermique amovible sont dorées.

La distance utile entre flasques est de $19,93 \pm 0,02$ mm à froid, compte tenu de la contraction thermique. Pour toutes les parties à grande conductivité, le matériau utilisé est un cuivre commercial non recuit de conductivité thermique 400 ± 100 W/m/K (à l'exception des zones brasées).

A 5,3 K, **la capacité calorifique** du flasque inférieur nu (270 g) est d'environ 50 mJ/K. Elle s'établit à 73 mJ/K si on inclut les supports des résistances de germanium et la bague en cuivre inférieure (mesure in-situ par relaxation thermique).

La conductance thermique de la paroi latérale -en parallèle avec les deux fils de cuivre de diamètre 100 μm et de longueur 15 cm,- est mesurée entre 4,5 et 6 K dans une cellule vide puis remplie à $\rho=80,5$ g/m³. En retranchant la contribution diffusive de l'hélium, on s'attend à trouver deux fois le même résultat. Les conductances mesurées diffèrent en fait de 2,5 % sur toute la gamme de température.

L'amélioration du transfert sous hélium s'explique quantitativement par le rôle que joue le fin intervalle situé entre la bague en cuivre et l'excroissance de chaque flasque. Lors de la mesure sous vide, cet intervalle est un isolant thermique et la chaleur diffuse d'un flasque à l'autre via la bague en cuivre. Dès qu'un peu de gaz est admis dans la cellule, cet intervalle devient un véritable court-circuit thermique. Or les deux excroissances en cuivre sont légèrement plus haute que les bagues donc le court-circuit thermique s'applique aussi sur une certaine longueur du tube en inox, ce qui explique l'amélioration de conductivité constatée¹. L'intérêt de cette remarque est de mettre en évidence que les limites sur la paroi cylindrique de *toutes* nos cellules de Rayleigh-Bénard sont bien définies, puisque grâce au court-circuit thermique créé par cette fine couche d'hélium, la température de paroi au niveau de la surface cuivre-hélium est très proche de celle du cuivre.

1. A partir des cotes des pièces (Figure 3-8), on pourrait penser que l'on ne rend compte que de 2% des 2,5% attendus. Il faut en fait comparer la hauteur des excroissances de cuivre avec celle de *la brasure* entre la bague et le tube. La petite différence semble rendre compte des 0,5% manquant.

Tableau 3-3. Expression de la conductance thermique entre flasques mesurée dans la gamme 4,5 K - 6 K pour une cellule sous vide. La contribution secondaire induite par les fils de chauffage du flasque inférieur, en parallèle avec la paroi cylindrique latérale, est estimée séparément à partir de [Berman 1964][Conte 1970].

Cellule	épaisseur de la paroi latérale (donnée fabricant)	Conductance totale (mesurée) paroi latérale // fils du chauffage du flasque inférieur	Conductance parallèle (valeurs tabulées, réf. ci-dessus) fils du chauffage du flasque inférieur
mini-cellule (2 cm de hauteur)	250 μm	(-40,1 + 44,75.T) $\mu\text{W/K}$ (160 $\mu\text{W/K}$ à 4,5 K)	33 $\mu\text{W/K}$ $\pm 20\%$ à 4,5 K

3.3.3 La cellule capacitive

La description et le principe de la cellule capacitive ont été donnés précédemment (voir page 34). Le volume intérieur de la cellule considérée ici est environ 17 cm³. Elle accueille un condensateur identique à celui du Paragraphe 2.4.2, page 34. Cette cellule est thermalisée au plateau par l'intermédiaire d'une résistance cylindrique en laiton, dorée sur ses faces.

Deux modes opératoires peuvent être choisis.

En chauffant la cellule capacitive, la pression de l'hélium s'élève et celui-ci refoule donc vers la cellule de Rayleigh-Bénard. A l'aide d'un tel chauffage et du signal capacitif, on peut vraisemblablement réaliser une régulation active de la densité dans la cellule capacitive et par conséquence dans la mini-cellule.

Nous avons en fait opéré selon un autre protocole dans lequel aucun chauffage n'est *jamais* appliqué à la cellule capacitive. Le refoulement d'hélium entre les deux cellules est mesuré ce qui offre une mesure in-situ du coefficient d'expansion thermique. Ce second mode opératoire permet d'obtenir une plus grande exactitude sur le calcul des nombres de Rayleigh.

Chauffage

Le chauffage de régulation du plateau supérieur est assuré par une boucle torsadée de constantan de 99,7 Ω thermalisée au vernis GE. Celui de la plaque inférieure est assuré par une jauge de contrainte Vishay Micromesures en constantan caractérisée par une résistance de 322 Ω à froid et une surface d'échange 1 cm² thermalisée au vernis GE. Sa variation de résistance de 0,2 % entre 4,3 K et 6,8 K a été étalonnée et prise en compte.

Thermométrie

Les thermomètres et leurs conditions d'utilisation ont été décrits par ailleurs (Paragraphe 2.3, page 30). La régulation du plateau est assurée par une thermistance germanium située à l'aplomb du doigt de thermalisation avec le bain d'hélium. Le dispositif est complété par quatre thermistances germanium de mesure: deux pour la différence de température ΔT entre flasques, une destinée à la mesure de température absolue et située sur le flasque supérieur (cette position étant la moins bruitée au niveau signal) et enfin une quatrième de «contrôle» de température du flasque inférieur permettant de vérifier la cohérence des valeurs mesurées. Afin d'éviter tout échauffement parasite cette dernière reste en circuit ouvert hormis durant la brève phase de contrôle. En pratique, les mesures de température ne sont pas rigoureusement réalisées à la surface des flasques mais à quelques cm en retrait. Les mesures doivent donc être corrigées d'une quantité proportionnelle au flux de chaleur et à la conductivité du cuivre (400 W/Km). Cette correction, précise à 30% représente au plus 3% de ΔT .

3.4 Le protocole expérimental pour la mini-cellule

Dans ses grandes lignes, la séquence expérimentale adoptée est semblable à celle retenue pour les trois autres cellules (Paragraphe 3.2.2, page 57). Certains détails ne sont donc pas développés ci-dessous.

Protocole

- Remplissage de la cellule. En imposant dans la cellule une pression d'hélium entre 0 et 1 atmosphère on réalise des remplissages bien contrôlés jusqu'à environ 16 kg/m³. Au delà de cette valeur, l'hélium se condense sur les parois intérieures à la température 4,2 K, ce qui rend le remplissage difficile à contrôler. On préfère alors opérer par des vidages successifs de la cellule, depuis le remplissage maximal de 134 kg/m³. En jouant sur l'ouverture de la microvanne, la surpression dans la cellule et la mesure capacitive, on peut ainsi ajuster la densité désirée à 1 % près.
- La température de consigne imposée au plateau supérieur est soit une des températures d'étalonnage des thermistances soit une des températures pour lesquelles la conductivité thermique est tabulée.
- Différentes conditions de chauffage sont appliquées sur le flasque inférieur de la mini-cellule de Rayleigh-Bénard. La durée de la phase transitoire précédant le régime d'équilibre est contrôlée en observant la relaxation des signaux de différence de température et de densité sur les deux cellules. Pour les conditions les plus proches du point critique, ce temps correspond au temps de diffusion thermique dans l'hélium sur quelques millimètres -probablement dans la cellule capacitive-. Ceci conduit à des transitoires plus long qu'avec les cellules de 20 cm de hauteur, dans lesquelles tout l'hélium est brassé et le ralentissement critique est moins sensible.
- Les mesures capacitives et de différence de température ΔT sont moyennées pendant typiquement 1 heure afin d'obtenir des signaux très peu bruités. Les «zéros» des signaux capacitifs et de différence de température en l'absence de chauffage sont réalisés sur douze heures avant et après chaque cycle de mesure, à l'exception des points proches des conditions critiques. Pour ces points le temps de diffusion thermique devient rédhibitoire; il faut alors avoir recours à un étalonnage du zéro de ΔT , réalisé à densité plus faible. Cet étalonnage est effectué directement pour les températures du plateau supérieur utilisées près du point critique, de sorte qu'aucune interpolation ne soit nécessaire. Cet étalonnage présente une reproductibilité de 30 μ K, inférieure à notre incertitude de méthode (voir Paragraphe 2.3.3, page 32).
- Il est nécessaire de connaître la température et la densité moyenne dans la cellule de Rayleigh-Bénard pour déterminer les diverses quantités adimensionnées (Ra , Nu , Pr ...). La température est déduite simplement à partir des valeurs mesurées auxquelles on applique les corrections vues antérieurement. La densité est déterminée en écrivant l'égalité des pressions entre les deux cellules. Dans la cellule capacitive, la pression peut être déduite à partir des mesures de température et de densité.

Gamme explorée

Les couples températures-masses volumiques explorés avec la mini-cellule de Rayleigh-Bénard sont illustrés sur le diagramme de la Figure 3-9.

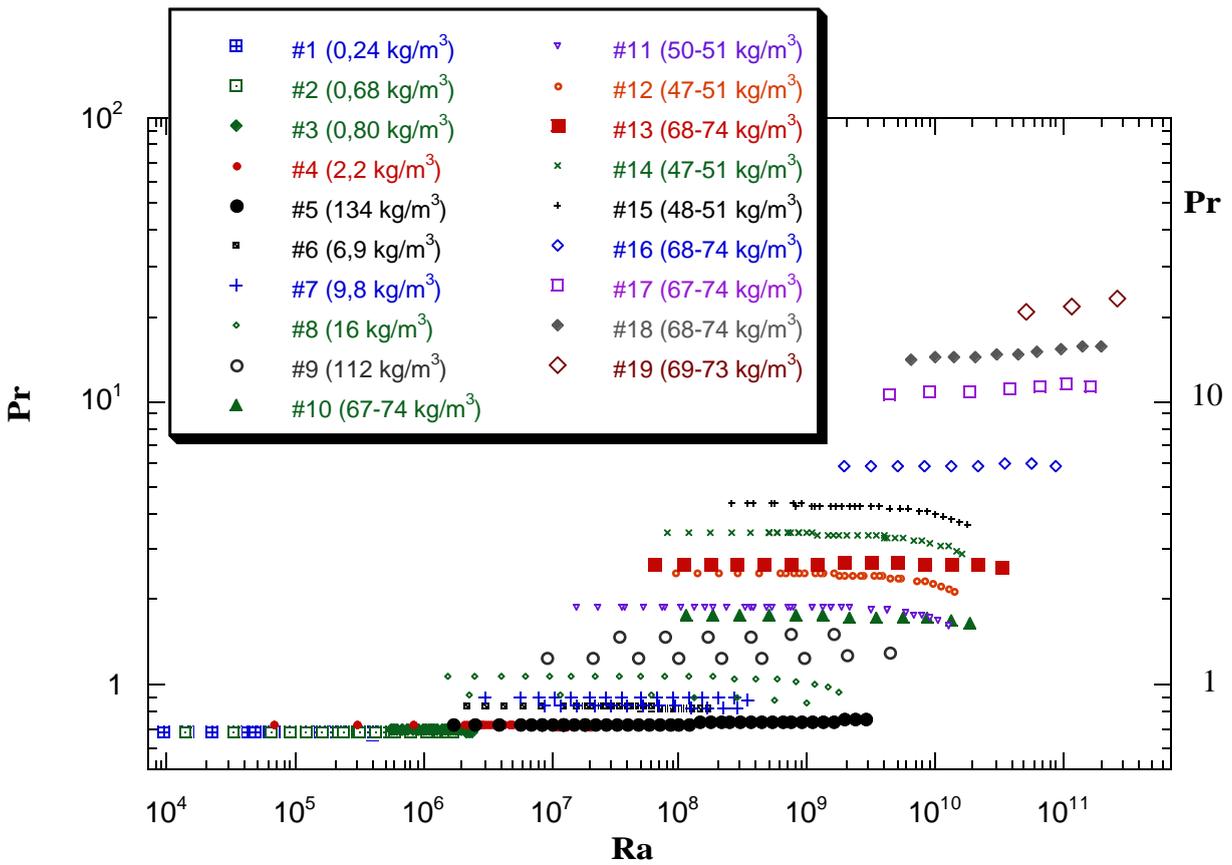
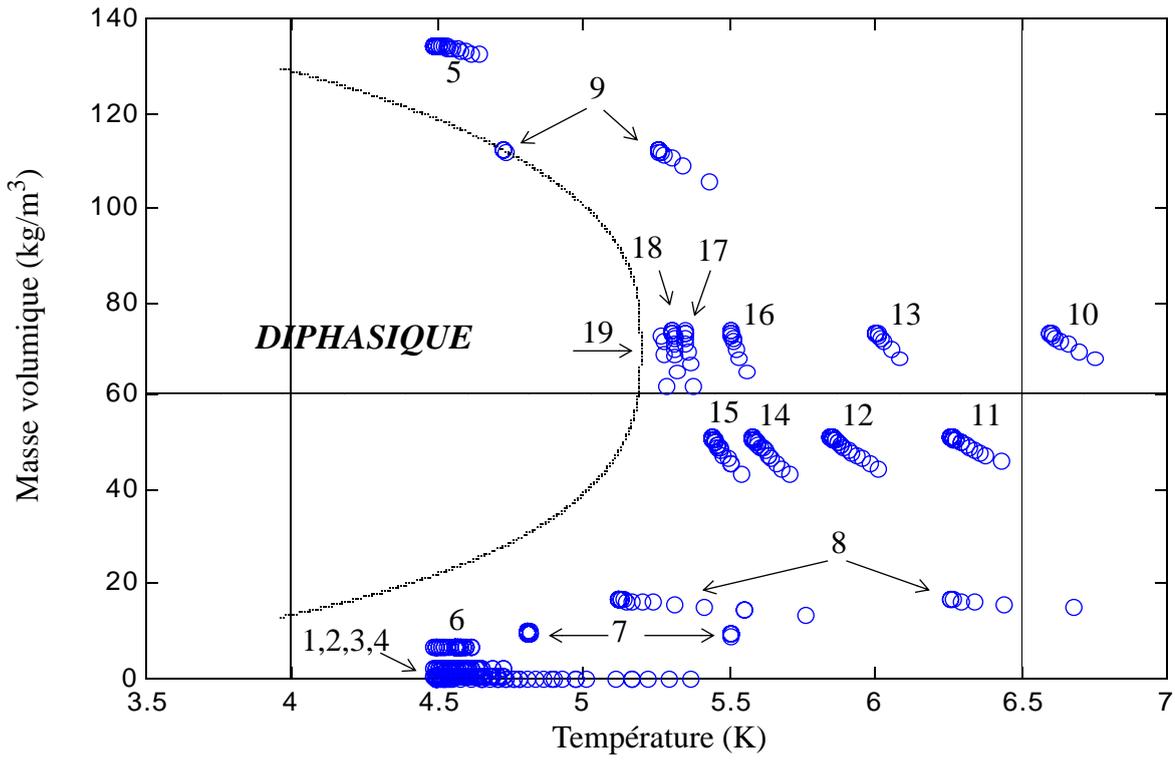


Figure 3-9. *Figure du haut* : répartition dans le plan masse volumique-température des différents points de mesure effectués dans la mini-cellule de Rayleigh-Bénard. Les numéros renvoient à la figure du bas. *Figure du bas* : Nombre de Prandtl (Pr) réalisés pour chaque série de mesures.

4 **Le régime ultime : observation de la loi en puissance 1/2**

plan du chapitre

- *Résultats expérimentaux sur la cellule rainurée*
- *Observation du régime ultime de convection*
- *Conclusion sur l'effet d'une rugosité contrôlée*

4.1 Résultats expérimentaux sur la cellule rainurée

L'expérience que nous avons menée avec la cellule à surfaces rainurées couvre 11 décades de Nombres de Rayleigh, depuis le régime purement diffusif ($Nu=1$), jusqu'à $Ra \approx 2 \times 10^{11}$. La figure 4-1 représente les Nombres de Nusselt en fonction du Nombre de Rayleigh pour des Nombres de Prandtl inférieurs à 6. Nous avons aussi représenté sur cette figure, la variation des Nombres de Prandtl par rapport aux Nombres de Rayleigh. On remarque que les variations du Nombre de Rayleigh sont effectués à Nombre de Prandtl quasiment constant.

La variation du Nombre de Nusselt présente quatre domaines bien distinct.

- **En dessous de $Ra=10^6$** , le seuil de convection est utilisé comme «régime test» de la sensibilité de l'ensemble expérimental. En effet, pour des puissances de chauffage très faibles (quelques centaines de nanowatts) appliquées sur le flasque du bas, on observe entre flasques des différences de température inférieures à $700 \mu K$. Au seuil de convection, le Nombre de Rayleigh critique de 4.10^4 est en accord avec les mesures réalisées sur nos autres cellules de même rapport d'aspect $\Gamma=0,5$.

Si on compare les Nombres de Nusselt Nu rapportés à $Ra^{2/7}$ obtenus avec les cellules à surfaces rainurées et à surface lisse, on constate la bonne coïncidence des résultats (Figure 4-2) sur toute la gamme des Nombres de Rayleigh.

- **Pour des Ra entre 3.10^7 et 2.10^{11}** , l'expérience montre que les Nombres de Prandtl restent proches de $0,90 \pm 0,25$ et à la dispersion de mesures près les résultats sont indifférentiables. La couche limite thermique étant définie par son épaisseur $\lambda_{th} = h/2Nu$, où h est la hauteur de la cellule, on vérifie que dans cette gamme de Ra , λ_{th} est au moins 1,5 fois plus épaisse que la rugosité.

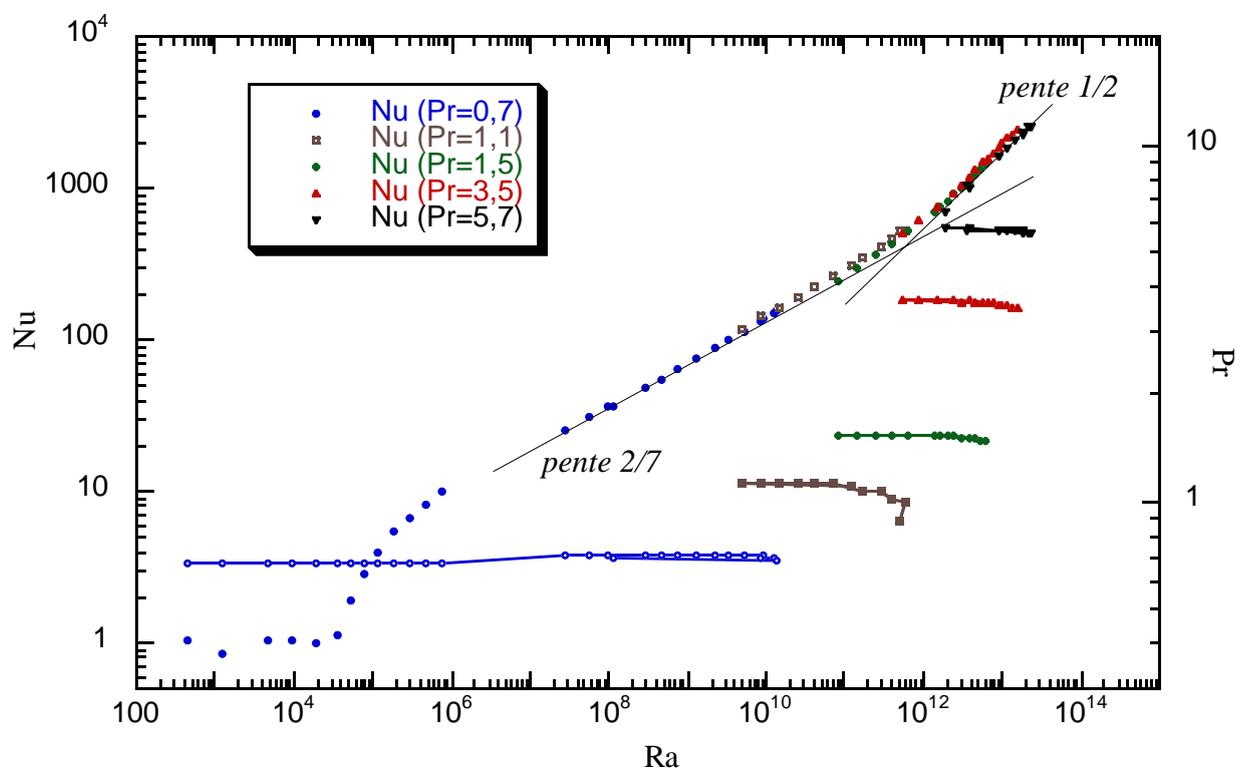


Figure 4-1. Résultats obtenus dans la cellule à surfaces intérieures rugueuses. Nombres de Nusselt Nu , en fonction du Nombre de Rayleigh Ra , pour différentes valeurs du Nombre de Prandtl. On note en particulier l'obtention d'un régime en loi de puissance 1/2, caractéristique du régime ultime de la convection.

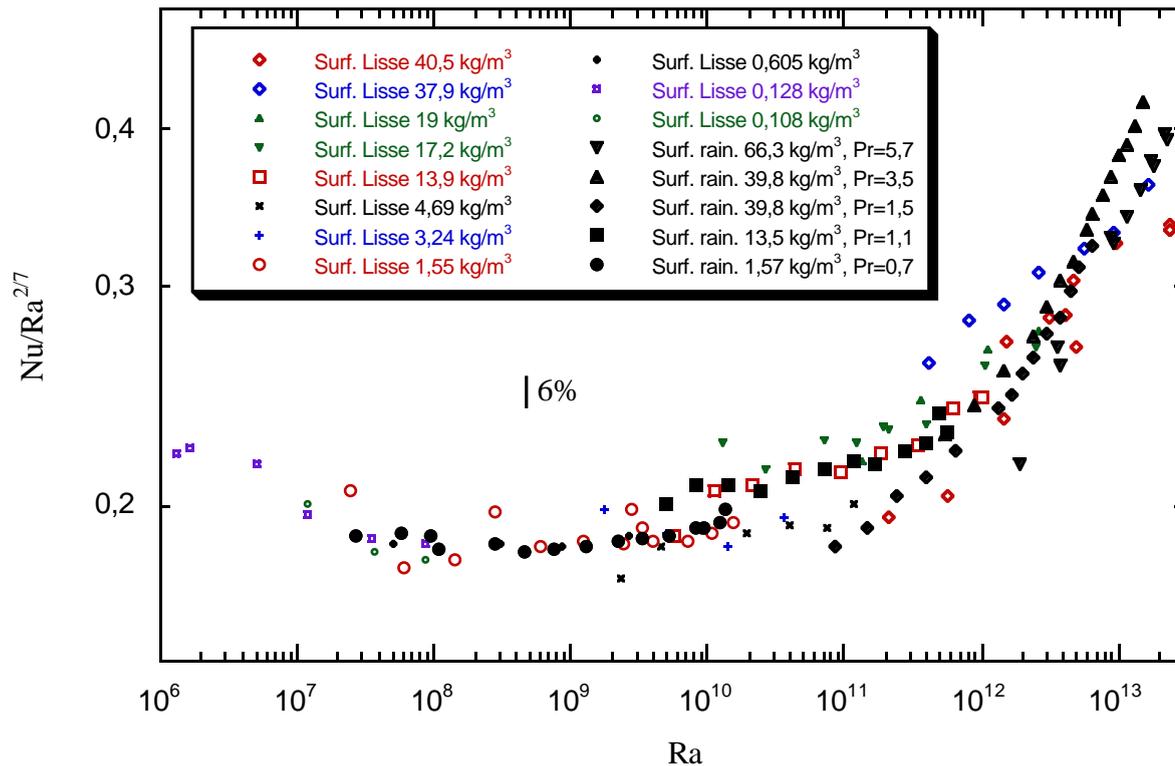


Figure 4-2. Nu rapportés à $Ra^{2/7}$ pour les cellules à surfaces lisses (Chillà-Chavanne) et rainurées. Les symboles pleins correspondent à cette seconde cellule.

Dans ces conditions, il a déjà été montré [Shen 1996] sur une gamme de Ra bien plus étroite ($10^9 < Ra < 10^{11}$) que le transfert thermique n'est pas affecté par une rugosité noyée dans la couche limite thermique (Figure 4-6). Nos résultats confirment ce point et le valident sur une gamme bien plus étendue de Nombres de Rayleigh.

- **Pour des Nombres de Rayleigh de $2 \cdot 10^{11}$ à environ $2 \cdot 10^{12}$** , la présence de rugosité ne semble pas affecter le transfert thermique puisque à densité donnée, les mesures dans les deux cellules sont comparables. On a alors $275 > \lambda_{th} > 110 \mu m$. On note qu'une partie de ces points s'écartent significativement de la tendance $Nu(Ra)$ constatée pour des Ra inférieurs.

Si l'on considère pour acquis le fait que la rugosité n'affecte pas ces résultats, il est alors possible d'envisager une comparaison directe entre les mesures obtenues avec la cellule rainurée et celle de l'équipe de Santa Barbara [Xu 2000] et de l'équipe de l'Université de l'Oregon [Niemela 2000] (Figure 4-3). Trois observations s'imposent alors dans la gamme 10^7 à $6 \cdot 10^{12}$ des Nombres de Rayleigh.

- Sur deux décades de Ra , nos mesures à $Pr=0,7$ et $Pr=1,1$ se superposent à $\pm 2\%$ près à celle de Xu et de Niemela respectivement. L'écart en ordonnée entre ces deux séries de mesures est de 6 %. La masse volumique de l'hélium de la cellule étant relativement faible (inférieure à 14 kg/m^3) une incertitude de détermination des propriétés de l'hélium peut difficilement expliquer un tel écart.
- Le Nu mesuré au Ra le plus élevé $1,4 \cdot 10^{10}$ pour $Pr=0,7$ s'écarte nettement d'une des séries précédentes pour se rapprocher de l'autre série. Compte tenu des faibles différences de température, un effet non-Boussinesq ne peut pas expliquer cet effet.

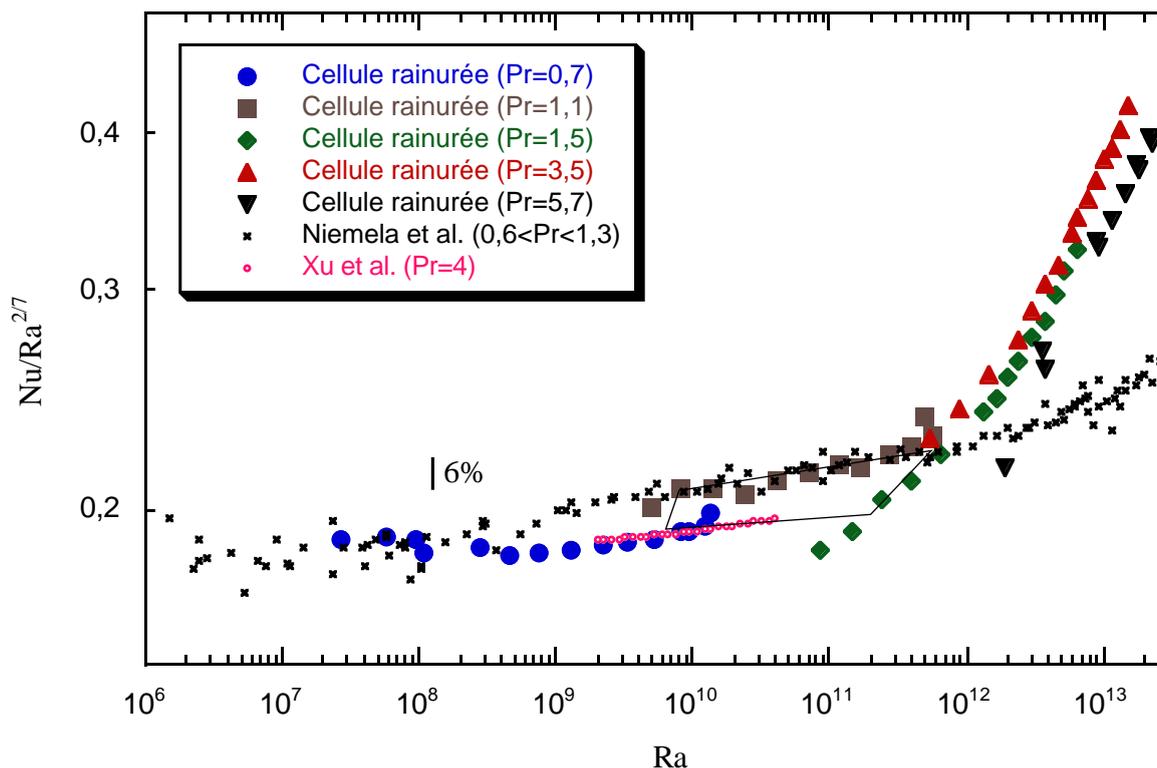


Figure 4-3. Nu rapporté à $Ra^{2/7}$ en fonction de Ra pour différentes expériences. Les points d'Oregon [Niemela 2000] sont tels que $Pr < 1$ pour $Ra < 10^{12}$, et ceux de Santa Barbara [Xu 2000] vérifient $Pr=4,0$. Toutes les cellules présentent un rapport d'aspect de $\Gamma=0,5$.

- Les mesures réalisées à $Pr=1,5$ pour $Ra < 10^{12}$ ne se superposent ni aux mesures pour $Pr=0,7$, ni à celles réalisées pour $Pr=1,1$. Les trois séries de mesures pour les Nombres de Prandtl de 0,7, de 1,1 et de 1,5 semblent plutôt former une structure triangulaire ou parallépipédique représentée sur la figure. A posteriori, on peut noter que ce caractère «parallépipédique» de la distribution des points entre $Ra=10^8$ et 10^{12} est aussi présent sur les mesures de la cellule à surface lisse, bien que légèrement brouillé par une plus grande dispersion expérimentale (Figure 4-2).

L'explication la plus vraisemblable de ces observations est la présence d'une instabilité de l'écoulement dans cette fenêtre de Ra . Notons que le Pr ne peut expliquer le basculement d'un régime d'écoulement à un autre.

La transition laminaire-turbulente d'une couche limite est connue pour être un phénomène très sensible à l'environnement. L'observation de ces sauts de Nu pourrait ainsi être la signature de l'amorce d'une telle transition.

Ces observations peuvent être mises en parallèle avec celles de Belmonte et al. [Belmonte 1994]. Pour un Nombre de Prandtl de 0,7 et un Nombre de Rayleigh de $2 \cdot 10^9$, ces auteurs ont mis en évidence un changement de régime à partir de mesures locales de fluctuations de température. L'interprétation mise en avant par les auteurs est aussi une transition laminaire-turbulente de couche limite.

- **Au dessus de $Ra=2 \cdot 10^{12}$** , la dépendance $Nu(Ra)$ est mesurée pour trois Nombres de Prandtl différents : $Pr=1,5$, $3,5$ et $5,7$. Ces séries à Nombre de Prandtl constant sont obtenues avec les den-

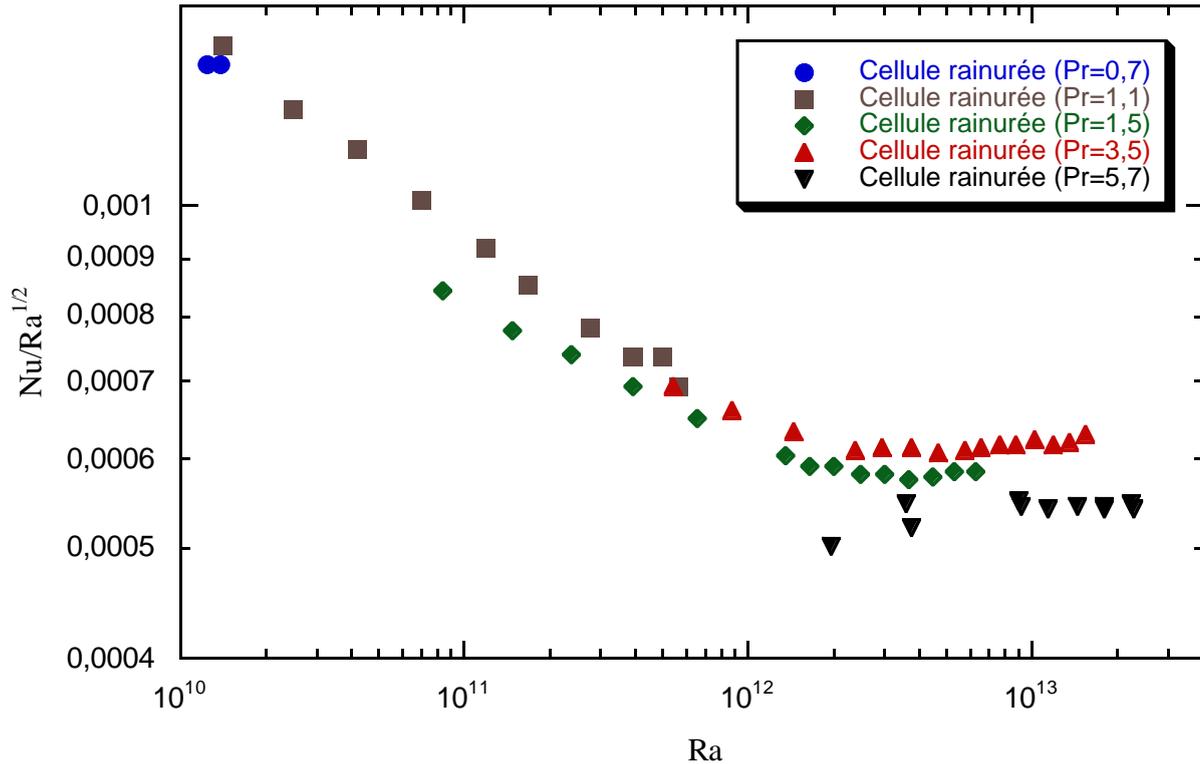


Figure 4-4. *Nu rapporté à $Ra^{1/2}$ en fonction de Ra pour la cellule à surfaces rainurées.*

sités de $39,8 \text{ kg/m}^3$ ($Pr= 1,5$ et $3,5$) et $66,3 \text{ kg/m}^3$ ($Pr= 5,7$) et dans une région de température et de densité loin du point critique¹. Les données peuvent être interpolées par une loi de puissance $Nu= \sigma \cdot Ra^\gamma$ avec $\gamma=0,505\pm 0,010$. Dans une représentation de $Nu \cdot Ra^{-0,5}$ en fonction du Nombre de Rayleigh (Figure 4-4), la dépendance de $Nu(Pr)$ est faible (environ 13 % de variation pour 280% d'augmentation de Pr)². Des mesures à Pr plus élevés (10,4 et 12,5) confirment que l'éventuelle dépendance en Pr est très limitée (Figure 4-7).

1. Le point le plus proche du point critique est tel que $T=5,54 \text{ K}$ et $\rho=66,3 \text{ kg/m}^3$

2. Dans nos communications de ces résultats ([Roche 2000] [Chabaud 2000]), les Nombres de Rayleigh, de Nusselt et de Prandtl étaient calculés sans faire appel à notre révision des équations de McCarty, mise en oeuvre après nos expériences sur la mini-cellule. Il faut toutefois noter que l'incidence de cette correction n'est pas sensible sur la détermination de l'exposant γ .

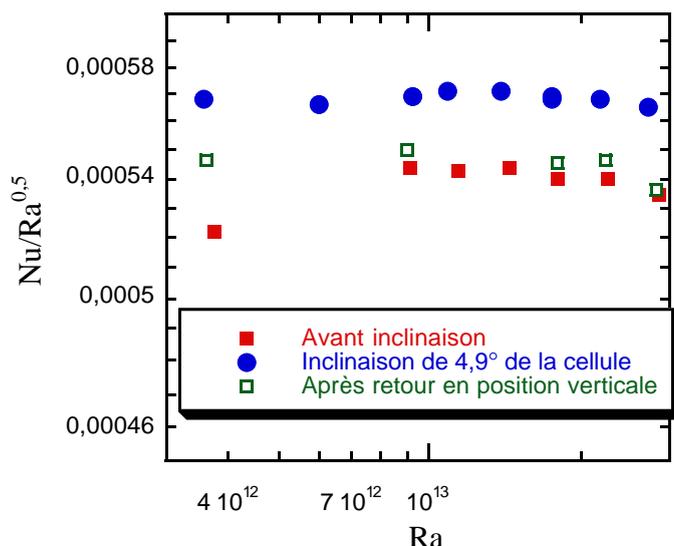


Figure 4-5. Effet d'une inclinaison de 4,9° de la cellule sur le transfert thermique ($Pr=5,7$ et $\rho=66,3 \text{ kg/m}^3$).

L'exposant $\gamma=0,505$ trouvé est robuste à une inclinaison de la cellule de 4,9° et à l'application, sur le flasque inférieur, d'un chauffage ponctuel et dissymétrique. Il est intéressant de noter que l'inclinaison améliore le Nombre de Nusselt de 4,5% $\pm 0,5$ (Figure 4-5). Cette observation est à comparer avec l'observation différente, rapportée dans le régime de turbulence dure et pour un Nombre de Prandtl comparable (approximativement 3) [Ciliberto 1996]. Dans ces conditions, une inclinaison de 10° est ainsi sans conséquence sur le transfert thermique total.

4.2 Observation du régime ultime de convection

Afin de donner notre interprétation de l'observation d'une loi en puissance 1/2 pour $Ra > 2 \times 10^{12}$, il est utile de présenter au préalable deux modèles du régime ultime de la convection.

Ces deux théories, comme la plupart des autres ([Siggia 1994]), supposent que la couche limite obéit aux équations décrivant la turbulence des couches limites de vitesse. La chaleur est alors traitée comme un scalaire passif, advecté par les structures turbulentes. Ces modèles se distinguent par la façon dont le champ de vitesse est lié aux paramètres Ra et/ou Nu .

Les équations décrivant une couche limite de vitesse turbulente, servent donc de base commune à ces modèles. Ces équations sont bien vérifiées expérimentalement (voir par exemple [Tennekes 1972] et [Hinze 1975]). Pour les discuter, donnons en une représentation adimensionnée. Posons égales à 1 la hauteur de la cellule h , la diffusivité thermique κ et la différence de température entre flasques ΔT . En notant $\rho \cdot u^{*2}$ l'effort par unité de surface sur le flasque (définition de u^*), et en définissant $z^* = Pr/u^*$, le profil de la vitesse tangentielle à la surface s'écrit [Landau 1989] :

$$v_x(z) = \begin{cases} u^* \cdot z/z^* & \text{pour } 0 < z \leq z_v \\ u^* \cdot [2,5 \cdot \ln(z/z^*) + 5] & \text{pour } z_v \leq z \ll 1 \end{cases} \quad \text{Equation 4-1.}$$

où l'épaisseur z_v de la sous-couche visqueuse est telle que le profil visqueux ($z \leq z_v$) se raccorde continûment au profil logarithmique ($z_v \leq z$).

La vitesse u^* dépend du Nombre de Reynolds Re de l'écoulement à grande échelle selon :

$$u^* = \frac{Pr \cdot Re}{2,5 \cdot \ln\left(\frac{u^*}{Pr}\right) + 6,0} \quad \text{Equation 4-2.}$$

Considérons maintenant les spécificités des deux modèles :

- Modèle de Kraichnan [Kraichnan 1962]

A partir d'une description par «couche de mélange», la vitesse de l'écoulement à grande échelle, donc Re , est estimée en fonction de Ra et de Pr . L'équation 4-2 permet d'en déduire la vitesse u^* en fonction de Ra et Pr . En supposant que l'égalité des flux de chaleur diffusée et advectée est réalisée au niveau de la couche limite thermique ($z = 1/2Nu$) on définit une vitesse d'advection caractéristique v^* telle que : $2Nu \sim v^*$. En identifiant cette vitesse v^* à u^* , on en déduit :

$$\begin{aligned} Nu &\sim Ra^{1/2} Pr^{1/2} / (\ln Ra)^{3/2} && \text{pour } Pr \leq 1 \\ Nu &\sim Ra^{1/2} Pr^{-3/4} / (\ln Ra)^{3/2} && \text{pour } Pr \geq 1 \end{aligned}$$

- Modèle de Shraiman & Siggia [Shraiman 1990]

Une relation exacte lie les nombres de Nusselt, de Rayleigh et la puissance totale P_{visq} dissipée par friction dans la cellule : $(Nu - 1) \cdot Ra = P_{visq}$. En supposant que l'essentiel de la dissipation visqueuse intervient dans la couche limite, on peut l'estimer à $P_{visq} \approx 100 \cdot u^{*3} / Pr$. En négligeant 1 devant Nu , on en déduit une expression de u^* en fonction de Ra , Nu et Pr . Une estimation du transport d'un scalaire passif (ici la chaleur) dans la couche limite s'écrit : $Nu \sim u^* / |\ln z^*|$. On en déduit :

$$Nu \sim Ra^{1/2} Pr^{1/2} / \left(\ln \frac{Nu Ra}{Pr^2} \right)^{3/2}$$

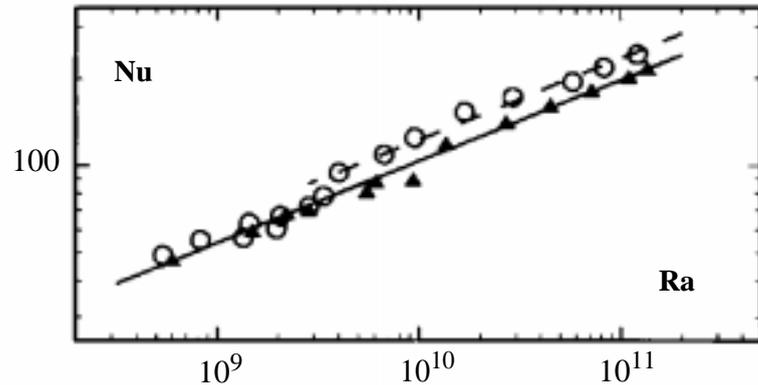
Par deux cheminements différents, ces deux modèles prédisent une loi de la forme $Nu \sim Ra^{1/2} / (\ln Ra)^{3/2}$, où l'on a omis la dépendance de Pr . Le point sur lequel nous voudrions insister, c'est qu'indépendamment du modèle retenu, le facteur logarithmique de cette relation résulte de la variation avec Ra , de l'épaisseur z_v de la sous couche visqueuse. A cause de cette correction logarithmique apportée au dénominateur, le régime en loi de puissance ne sera mesurable que dans la limite asymptotique.

Dans notre expérience, la rugosité impose une nouvelle échelle de longueur aux couches limites, dès que la couche limite thermique devient plus petite que typiquement $110 \mu m$, c'est-à-dire dès que $Ra \approx 2 \times 10^{12}$. Or pour $Ra > 2 \times 10^{12}$, l'épaisseur de la sous couche est alors imposée par la rugosité et la correction logarithmique n'est plus pertinente. En conséquence, pour des Nombres de Rayleigh aussi faibles que $Ra \approx 2 \times 10^{12}$, la dépendance asymptotique $Nu(Ra)$ peut-être observée.

Ce résultat sur le transport thermique peut-être conçu comme l'analogie d'un résultat fameux [Schlichting, 1968 #45] sur le transport de quantité de mouvement par une couche limite turbulente. Conformément aux équations 4-1, le profil de vitesse logarithmique induit par une paroi lisse se prolonge jusqu'à la surface par la sous couche visqueuse dont l'épaisseur z_v varie avec le logarithme du Nombre de Reynolds Re . Il en résulte une dépendance logarithmique du coefficient de frottement en fonction de Re . Sur une plaque rugueuse, le profil logarithmique se prolonge jusqu'à l'échelle rugueuse, ce qui rend le coefficient de frottement indépendant de Re .

Une autre interprétation de nos mesures doit toutefois être examinée. Si la couche limite restait laminaire jusqu'aux plus hauts Ra , la surface effective «vue» par le fluide augmenterait lorsque la couche limite thermique devient plus petite que l'échelle rugueuse. Ceci résulterait en une augmentation de 40 % du Nombre de Nusselt, compatible avec nos données. Cette interprétation doit pourtant être écartée pour les raisons suivantes: la transition associée à une augmentation de surface a été testée par Shen et al. [Shen 1996] dans le régime de turbulence dure avec une rugosité de même forme que la nôtre (sillons en V, d'angle au sommet 90°). Quand l'épaisseur de la couche limite ther-

Figure 4-6. Comparaison de Shen et al. [Shen 1996] entre une cellule à surface lisse (*triangle*) et une cellule à surfaces rainurées (*cercles*) de même rapport d'aspect $\Gamma=0,5$. L'augmentation de la surface effective d'échange se manifeste pour une couche limite thermique $h/2Nu$ égale à 80 % de la profondeur de rainures.



mique $h/2Nu$ égale 80 % de la hauteur des sillons, le nombre de Nusselt augmente de façon abrupte, sur moins de 0,2 décades (Figure 4-6). De plus, il a été montré que l'exposant γ de la loi de puissance entre Nu et Ra est identique avant et après l'augmentation de surface effective (voir aussi [Du 2000]). Ces deux observations sont incompatibles avec notre exposant 0,5 mesuré sur plus d'une décade. Il faut encore noter qu'une rugosité aux échelles de longueur distribuées induit une transition plus progressive [Ciliberto 1999], ce qui peut faussement apparaître comme un changement d'exposant. C'est pourquoi nous avons choisi une rugosité monodisperse.

Une observation incomprise

Aux valeurs les plus élevées du Nombre de Rayleigh atteintes avec la cellule rainurée, nous avons observé une saturation des Nombres de Nusselt expérimentaux (Figure 4-7). Nous proposons ci-dessous une analyse critique et une tentative d'interprétation de cette observation.

Notons tout d'abord qu'un effet non-Boussinesq ne peut expliquer cette saturation. En effet, si l'on applique sur la différence de température ΔT maximale un critère deux fois plus sévère entre $Ra=2 \cdot 10^{13}$ et $2 \cdot 10^{14}$ qu'entre $2 \cdot 10^{12}$ et $2 \cdot 10^{13}$, on observe toujours le même régime d'exposant 1/2 suivi de la saturation¹. Notons que dans ce régime de saturation, aucune des quantités thermodynamiques α , c_p , k et ν ne varie alors de plus de 30% entre les deux extrémités de la cellule.

Pour expliquer cette saturation, une première hypothèse avancée est l'entrée en jeu d'une résistance thermique en série avec la résistance thermique que constitue l'hélium turbulent. Dans ce cas la résistance du fluide décroissant en $1/Nu$, la résistance parasite deviendrait prépondérante pour des Nombres de Nusselt suffisamment importants. Cette hypothèse a toutefois été écartée pour deux raisons.

- D'une part, en faisant l'hypothèse que cette résistance parasite est indépendante de Ra et Nu , on peut calculer la largeur de la transition entre les zones de prépondérance de chacune de ces résistances. On trouve que la zone de transition est beaucoup trop large pour satisfaire à nos observations expérimentales.
- D'autre part, aux Nombres de Nusselt en présence, aucune des résistances parasites que nous avons envisagées² ne saurait être suffisamment élevée pour devenir prépondérante par rapport à l'écoulement.

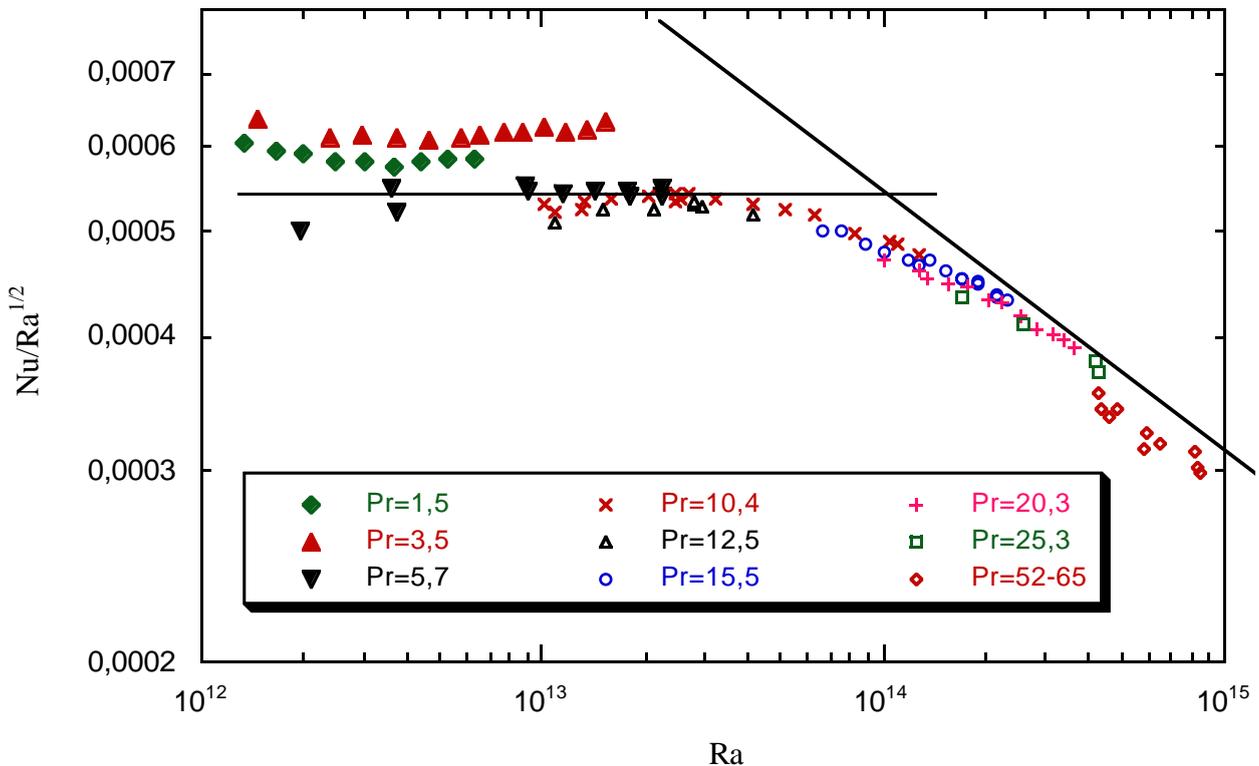


Figure 4-7. Saturation des points dans la limite des plus hauts Nombres de Rayleigh.

1. On prendra par exemple comme critère respectif : $\alpha \cdot \Delta T < 24\%$ et $\alpha \cdot \Delta T < 12\%$.

Une autre hypothèse est la présence d'effets liés à un point critique. Cette hypothèse peut être écartée, en arguant du fait qu'ils auraient été observés dans d'autres expériences (cellule à surfaces lisses et expérience de l'Université de l'Oregon).

Une autre tentative d'explication raisonnable de cette saturation apparente peut être avancée. Elle serait provoquée par des micro-écoulements à l'échelle d'une rainure. De petits tourbillons ou rouleaux pourraient par exemple être piégés dans chaque rainure et gêner l'écoulement de chaleur. Suivant une suggestion de J. Sommeria, cette hypothèse pourrait être testée à l'aide d'une nouvelle cellule, dont les surfaces seraient rendues rugueuses à l'aide de plots de hauteur calibrée, disposés de façon éparsée sur les surfaces intérieures de la cellule.

Enfin une seconde explication tout aussi plausible peut-être envisagée. On sait que l'échange thermique entre les flasques et l'hélium s'effectue, au moins en partie, par des éruptions de panaches thermiques. Lors de son développement cinétique, à la surface d'un flasque, un panache pompe continûment de la chaleur (ou «du froid») au métal. Pour des Nombres de Rayleigh suffisamment importants, la chaleur transportée par ces panaches et/ou leur dynamique devient telle que le cuivre n'est plus à même d'alimenter thermiquement ces structures. Leur développement est alors freiné, ce qui conduit à une limitation du transport global de chaleur, donc du Nombre de Nusselt.

Il serait intéressant de tester si un tel mécanisme pourrait par ailleurs expliquer l'effet de saturation mesuré pour des Nombres de Rayleigh supérieurs à 10^{14} dans la cellule à surface lisse (Chilla-Chavanne) ainsi que l'apparente absence de transition dans l'expérience de l'Oregon.

4.3 Conclusion sur l'effet d'une rugosité contrôlée

Nous avons rapporté des observations menées dans une cellule à surface rainurée pour des Nombres de Rayleigh compris entre 500 et 2.10^{13} .

- Nous vérifions, sur 4 à 5 décades de Ra, que le transfert thermique entre flasques n'est pas affecté par une rugosité de surface noyée dans la couche limite thermique.
- Nous mettons en évidence une fenêtre de Nombres de Rayleigh turbulents dans laquelle deux régimes d'écoulement sont stables ($Ra=4.10^9$ à 7.10^{11}). Le Nombre de Prandtl n'est pas le paramètre de contrôle de la transition entre ces régimes.
- Le résultat essentiel de cette étude est la première observation de la loi $Nu \sim Ra^{1/2}$. Cette dépendance est la loi prédite par Kraichnan pour le régime ultime de convection, dans la limite des Nombres de Rayleigh élevés. Une analogie avec la convection non thermique montre comment la rugosité rend possible l'observation de la loi de puissance asymptotique pour des Nombres de Rayleigh aussi faibles que 2.10^{12} . Ces résultats sont cohérents avec l'observation antérieure d'une transition vers le régime ultime dans la cellule lisse.

2. Nous avons envisagé l'éventualité de la condensation d'un film de liquide sur les surfaces de cuivre, ainsi qu'une résistance de Kapitza à l'interface cuivre-hélium et la conductivité finie du cuivre des flasques. Aucun de ces effets ne semblent suffire à expliquer l'effet de saturation.

5 La paroi latérale : un effet surprenant

plan du chapitre

- *Mise en évidence d'un effet de paroi*
- *Modélisation de l'effet de paroi*
- *Conséquences de cette interprétation*
- *Conclusion sur l'effet de paroi*

5.1 Mise en évidence d'un effet de paroi

5.1.1 La mini-cellule : analyse préliminaire des résultats

Les mesures de (Ra, Nu, Pr) réalisées avec la mini-cellule sont regroupées sur la Figure 5-1. Le Nombre de Nusselt (Nu-W) représenté en ordonné est un nombre de Nusselt modifié. A la puissance totale \dot{Q} appliquée au flasque inférieur, nous avons soustrait la puissance \dot{Q}_{paroi} qui transite par la paroi latérale supposée isolée thermiquement de l'hélium. On porte ainsi en ordonnés :

$$\frac{\dot{Q} - \dot{Q}_{\text{paroi}}}{\dot{Q}_{\text{He}}} = \text{Nu} - W \quad \text{où l'on a posé} \quad W = \frac{\dot{Q}_{\text{paroi}}}{\dot{Q}_{\text{He}}} \quad \text{Equation 5-1.}$$

La quantité W ainsi définie sera appelée le «Nombre de Paroi».

On reconnaît les différents régimes d'écoulement et on identifie bien le seuil de convection correspondant à un Rayleigh critique de $4 \cdot 10^4$, caractéristique des cellules ayant ce rapport d'aspect.

Notre étude se focalise sur les régimes de turbulence douce ($1 \times 10^7 < \text{Ra} < 2 \times 10^8$) et dure ($\text{Ra} > 2 \times 10^8$) avec un intérêt particulier pour ce second régime. Celui-ci est en effet caractérisé par une propriété d'auto-similarité qui atteste d'un caractère plus universel.

Dans les régimes de turbulence, les mesures de (Nu, Ra) sont réalisées pour des paliers de Nombre de Prandtl compris entre $\text{Pr}=0,72$ et 21, les valeurs de Nu et Ra se recouvrant. Mesurée selon l'ordonnée Nu, la dispersion des séries de mesures est toujours inférieure à 15% sur 1,5 décade de

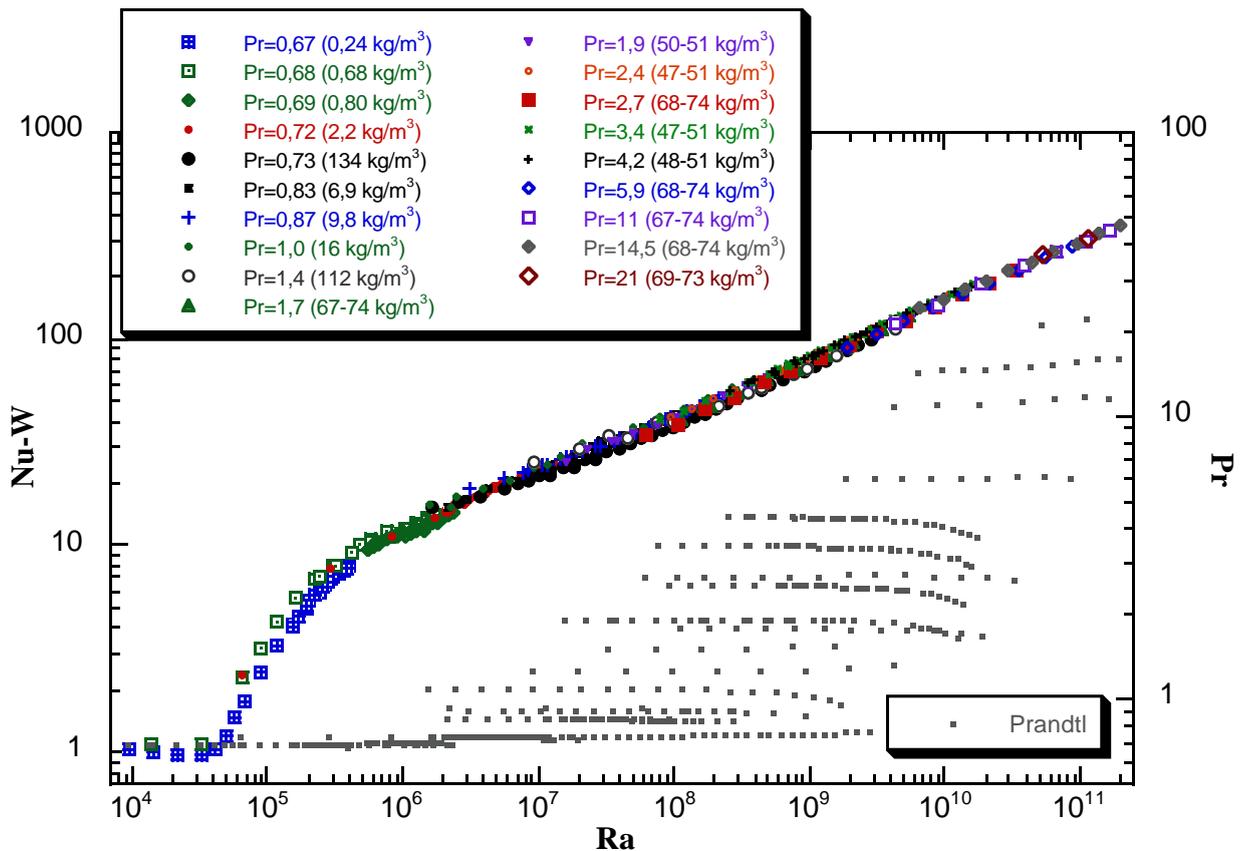


Figure 5-1. Mini-cellule. Les Nombres de Nusselt modifiés (Nu-W) présentés en ordonnées sont calculés en tenant compte de la puissance qui traverse la paroi latérale en l'absence de tout échange de chaleur avec le fluide. Les paliers expérimentaux réalisés pour le Nombre de Prandtl sont représentés sur la même figure.

Pr. Une loi du type $Nu \sim Pr^\delta \cdot Ra^\gamma$, permet de déduire un *premier* encadrement de l'exposant du Nombre de Prandtl : $|\delta| < 0,04$ ou encore $|\delta| < 1/24$. Cette inégalité est incompatible avec l'ensemble des théories majeures du régime de turbulence dure. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre suivant.

Toutefois, nos incertitudes ne permettent pas d'expliquer la dispersion des points. On observe deux faits allant dans ce sens :

- Tout d'abord, les mesures réalisées à $Pr \approx 0,7$ dans la mini-cellule avec de l'hélium gazeux sont incompatibles avec celles réalisées en phase liquide (Figure 5-2). Elles sont également toutes deux en désaccord avec celles réalisées en phase gazeuse dans les cellule de grande taille, dites «Chillà-Chavanne» et «à surfaces rainurées».
- En outre, à $Pr \approx 4$, les mesures dans la mini-cellule ne sont pas compatibles par exemple avec celles de Xu et al. [Xu 2000] pourtant réalisées dans une cellule de même rapport d'aspect.

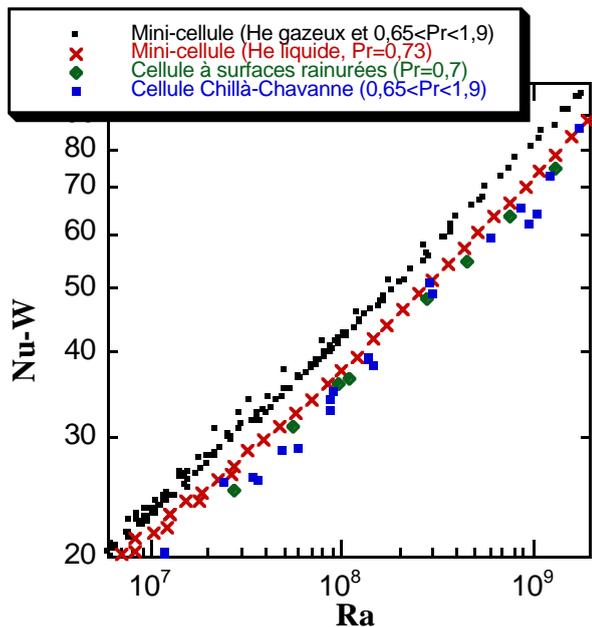


Figure 5-2. Pour $Pr=0,65-1,9$, incompatibilité des mesures réalisées dans la mini-cellule en phase gazeuse avec celles réalisées en phase liquide et avec celles réalisées dans d'autres cellules.

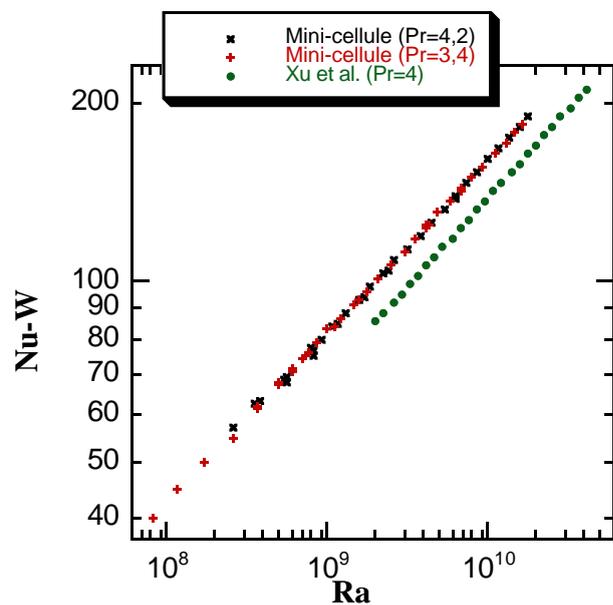


Figure 5-3. Incompatibilité pour $Pr=4$ des mesures de la mini-cellule et de celles réalisées par Xu et al. dans une cellule de même rapport d'aspect.

Ces deux observations suggèrent cependant qu'à Nombre de Rayleigh donné, la dispersion systématique des Nombres de Nusselt soit corrélée à un paramètre caché. Lorsque l'on analyse les conditions expérimentales, la conduction de la paroi latérale est un candidat sérieux puisque le tube en inox utilisé dans la mini-cellule est relativement cinq fois plus épais que ceux employés dans les cellules Chillà-Chavanne et à surfaces rainurées.

Afin de tester cet effet systématique de conduction latérale, considérons la conduction thermique de la paroi rapportée à celle de l'hélium en suivant la définition du Nombre de Paroi W (Equation 5-1). Cette normalisation sera justifiée ultérieurement. Notons encore que compte tenu de la variation des conductivités de l'hélium et de l'inox avec les conditions d'expérience, le Nombre de Paroi peut varier jusqu'à 150% entre des séries de mesures extrêmes.

Sur la Figure 5-4, les Nombres de Nusselt rapportés à $Ra^{2/7}$ ont été reportés sur une décade de Ra. Ce rapport ayant l'avantage de masquer la dépendance moyenne avec Ra, les points sont alors représentés en fonction du Nombre de Prandtl (Figure 5-5) et du Nombre de Paroi (Figure 5-6). Les mesures correspondantes pour la cellule de Chillà-Chavanne et celle à surfaces rainurées complètent les figures. On constate sur ces deux nuages de points qu'aucune tendance ne se dessine en fonction du Nombre de Prandtl alors que l'influence de la paroi est manifeste. Elle n'a jamais été mise en évidence auparavant. Une expérience de confirmation a donc été menée. C'est ce que nous allons décrire maintenant.

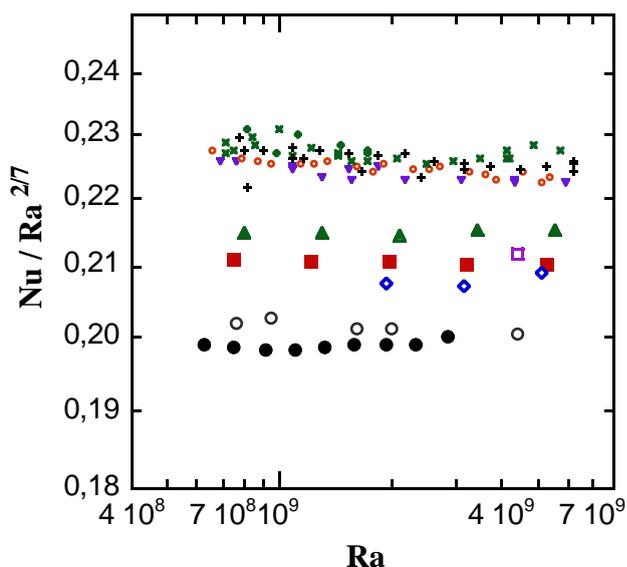


Figure 5-4. Nu rapportés à $Ra^{2/7}$ en fonction de Ra. Mise en évidence de la dispersion des points entre $Ra=6.10^8$ à 6.10^9 .

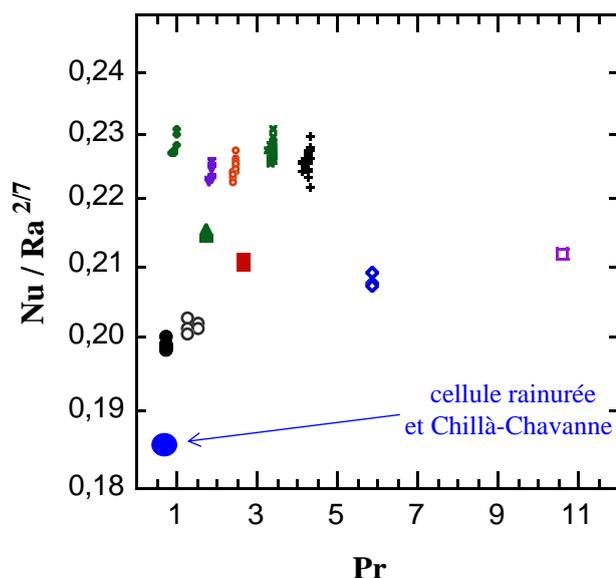


Figure 5-5. Nu rapportés à $Ra^{2/7}$ en fonction de Pr pour $6 \times 10^8 \leq Ra \leq 6 \times 10^9$.

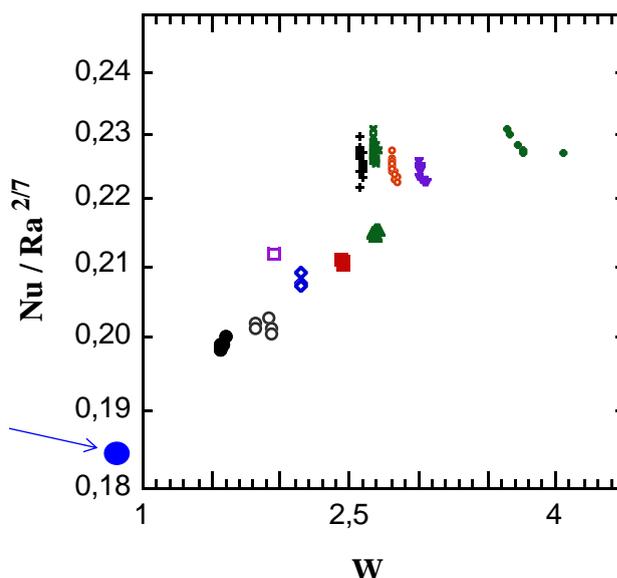


Figure 5-6. Nu rapportés à $Ra^{2/7}$ en fonction de W pour $6 \times 10^8 \leq Ra \leq 6 \times 10^9$.

5.1.2 Une expérience de confirmation

Nous allons mener cette vérification sur deux cellules de grande taille ne différant que par l'épaisseur de leur paroi latérale : la cellule dite «Chillà-Chavanne» et celle «à paroi latérale épaisse».

Afin de rendre les résultats des deux expériences directement comparables, des conditions de remplissage similaires ont été respectées ($3,24$ et $3,28 \text{ kg/m}^3$). Dans ces conditions, les Nombres de Paroi réalisés sont respectivement de $W=0,6$ et de $W=3,2$ ou $3,5$ -suivant la température. Toutefois, afin de préciser un peu mieux la dépendance $Nu(Ra)$ pour les faibles W , nous avons également étendu la gamme des mesures présentées à des remplissages voisins de $1,57 \text{ kg/m}^3$ (cellule rainurée) et de $1,55$ et $4,69 \text{ kg/m}^3$ (cellule Chillà-Chavanne). Le Nombre de Prandtl est proche de $0,7$.

Le résultats des observations est présenté sur la Figure 5-7 et 5-8. La Figure 5-8 fait apparaître des points supplémentaires par rapport à la Figure 5-6.

Analyse des résultats

Ces résultats confirment l'influence notable de la paroi latérale (+20 % sur Nu), en particulier son empreinte jusqu'aux Nombres de Rayleigh élevés (Figure 5-7). Ils confirment aussi le W comme paramètre de contrôle de la dépendance (Figure 5-8).

Deux droites parallèles sont tracées sur la Figure 5-7. Au premier ordre ces deux droite passent bien par les deux séries de points, ce qui indique que l'effet de paroi peut-être restitué par un facteur constant sur l'expression de Nu . Toutefois le désaccord que l'on constate pour des Nombres de Rayleigh inférieurs à $4 \cdot 10^9$ n'est pas compatible avec notre incertitude expérimentale, qui est de l'ordre de la taille des points. Pour rendre compte de l'écart au faibles Ra , il faut donc admettre que le facteur mentionné précédemment est une fonction de Ra .

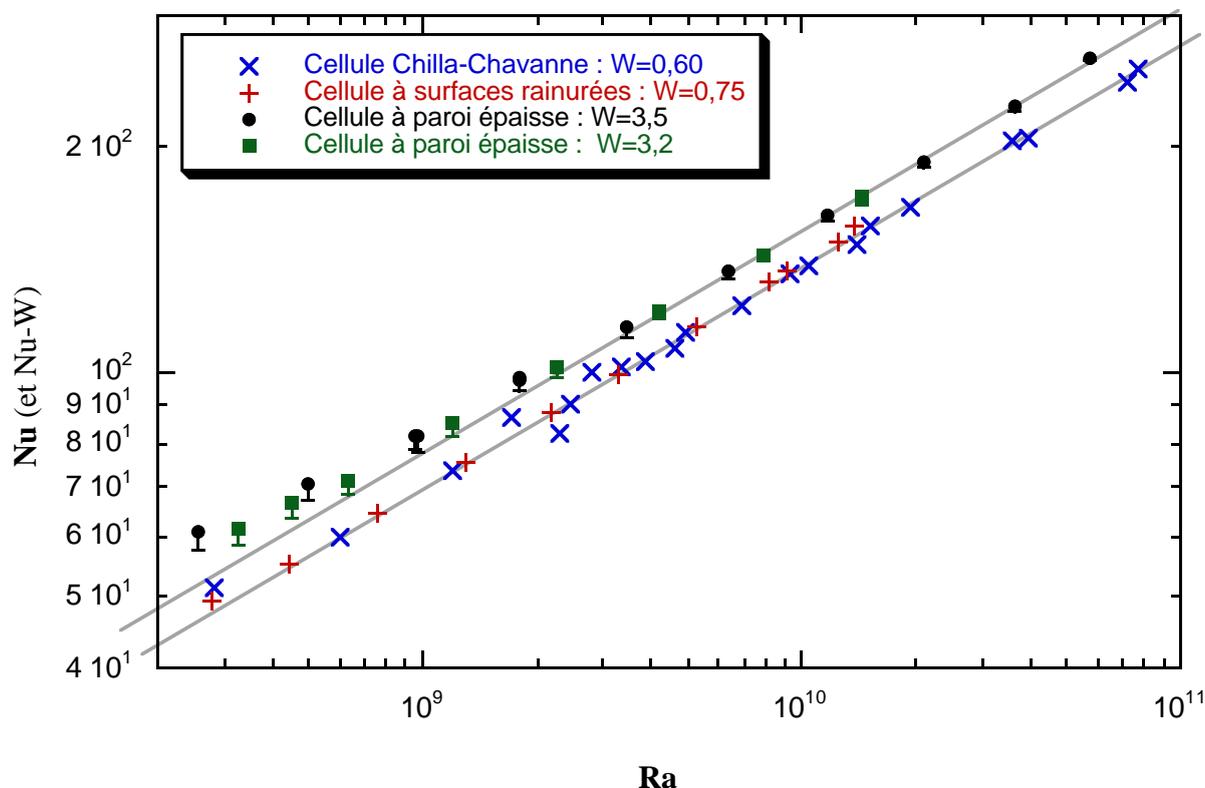


Figure 5-7. Nu en fonction de Ra pour différents rapports de paroi W ($Pr \approx 0,7$). Les segments verticaux attachés à certains points représentent la correction du Nombre de Nusselt selon $(Nu-W)$. Les Ra et Nu sont évalués avec le même programme et pour des densités en hélium proches afin de s'affranchir des conséquences de l'incertitude sur les propriétés de l'hélium. Les deux lignes parallèles soulignent la non proportionnalité des séries de points.

Supposons maintenant l'hypothèse d'un profil vertical de température le long de la paroi, linéaire au premier ordre, ce qui revient à supposer que l'essentiel de la chaleur pénétrant dans la paroi ne passe pas dans le fluide. L'augmentation de W n'affecterait pas ce profil¹, ni par conséquent les conditions limites vues par l'écoulement. A Nombre de Rayleigh constant, la quantité $Nu-W$, qui représente le Nu corrigé rigoureusement du flux thermique dans la paroi, ne présenterait alors aucune dépendance avec W . Or ceci est en contradiction avec les résultats expérimentaux. Ce raisonnement par l'absurde montre la nécessaire dépendance $Nu(W)$ mise en évidence expérimentalement (Figure 5-8) qui résulte d'un échange de chaleur *significatif* entre la paroi et l'hélium.

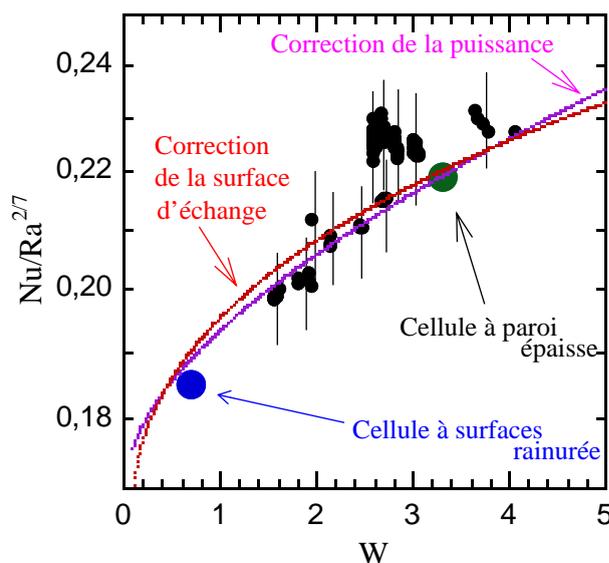


Figure 5-8. Nu rapportés à $Ra^{2/7}$, en fonction de W pour $6 \times 10^8 < Ra < 6 \times 10^9$. En petits symboles, les mesures réalisées dans la mini-cellule. Les barres d'erreurs prennent en compte l'incertitude sur les propriétés de l'hélium. Les courbes continues représentent deux modèles discutés page 85 et suivantes.

5.1.3 Conclusions préliminaires

Jusqu'à très récemment², la communauté de la «convection turbulente de Rayleigh-Bénard», n'a porté aucune attention particulière à la perturbation générée par la conductivité de la paroi latérale. Le flux de chaleur associé est soit négligé devant celui transporté par le fluide soit simplement retranché en faisant l'hypothèse d'une interaction nulle entre la paroi et le fluide. Cette dernière solution, mise en oeuvre sur la Figure 5-1, n'est rigoureuse qu'en dessous du seuil de convection.

Les résultats précédents montrent la nécessité d'un traitement spécifique de cet effet complexe de paroi, par une modélisation physique. Cette approche va nous permettre de nous interroger sur différents points :

- Comment définir un Nombre de Nusselt corrigé de l'effet de la paroi ?
- Dans quelle limite une paroi peut-elle être considérée comme peu conductrice ? Et son corollaire : quels sont les résultats de la littérature affectés par cette correction ?
- Quel est l'effet de cette correction sur la dépendance $Nu(Ra)$? Comment extrapoler des résultats à la limite d'une paroi isolante ?

1. Cette affirmation suppose qu'hormis W , aucun autre nombre adimensionné ne rende compte de l'effet de paroi. Ce point sera justifié au Paragraphe 5.2.2.

2. Communication privée avec G. Ahlers

5.2 Modélisation de l'effet de paroi

5.2.1 Description phénoménologique

La conductivité de l'inox est typiquement 40 fois meilleure que celle de l'hélium. En conséquence la paroi latérale prolonge l'effet thermique des flasques sur une certaine longueur. Par rapport à la situation idéale, envisagée pour une paroi totalement isolante, on peut prédire trois conséquences :

- une déformation de la couche limite thermique selon la Figure 5-9 (dessin de gauche). L'élargissement de cette couche à la périphérie des flasques de cuivre traduit une diminution de l'échange thermique entre l'hélium et le cuivre. Sur le schéma, cet effet est désigné comme l'*effet #1*.
- Le réchauffement (ou refroidissement) de l'hélium au contact de la paroi latérale induit un certain écoulement parallèle à cette paroi (*effet #2*, Figure 5-9, schéma de droite). Cet écoulement à grande échelle crée une aspiration des couches limites des flasques de cuivre, favorisant par là même le transfert de chaleur à l'interface cuivre-hélium.
- *effet #3* : on observe aussi une augmentation de la surface d'échange avec l'hélium puisque ce fluide subit également un réchauffement (ou refroidissement) de la part de la paroi latérale en inox. Notons que la diffusivité de l'inox est 85000 fois plus faible que celle du cuivre. La surface d'échange étant disposée verticalement, la dynamique de l'échange inox-hélium diffère a priori de celle à la surface des flasques.

Nous désignerons par \dot{Q}_{inox} le flux de chaleur canalisé dans la paroi latérale au niveau de ses extrémités.

Dans les paragraphes suivants, nous discuterons ces trois mécanismes. Pour en simplifier l'exposé, nous raisonnerons sur la moitié inférieure de la cellule. L'origine de l'axe vertical z est pris sur la surface du flasque inférieur.

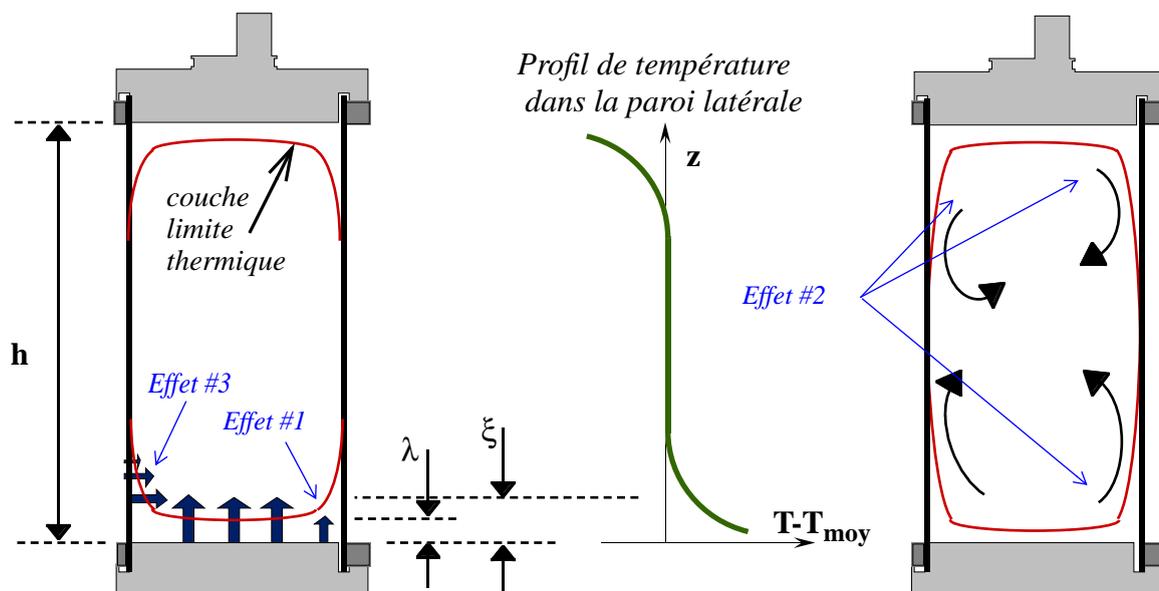


Figure 5-9. Conduction par la paroi latérale. Principe des trois effets attendus : l'effet de coin (#1), l'effet d'augmentation de la surface d'échange (#2) et l'effet d'aspiration de la couche limite thermique des flasques (#3).

5.2.2 Définition du «Nombre de paroi»

La description de l'effet de paroi nécessite la prise en compte de trois paramètres indépendants supplémentaires : une épaisseur e , une conductivité thermique k_{inox} et une capacité calorifique volumique C .

Dans ce qui suit, nous négligerons les effets du second ordre, par exemple l'inhomogénéité thermique éventuelle d'épaisseur de paroi (cas limite $e \rightarrow 0$, $k_{\text{inox}} \cdot e$ fini). Ceci ramène à deux le nombre de paramètres indépendants : une conductivité à une dimension ($k_{\text{inox}} \cdot e$) et une capacité calorifique linéique ($C \cdot e$).

L'utilisation du coefficient de diffusion $k_{\text{inox}}/C = (k_{\text{inox}} \cdot e)/(C \cdot e)$ à la place de $(C \cdot e)$ permet de s'affranchir de la variation du second paramètre dans la comparaison de nos expériences - toutes les parois sont réalisées avec même matériau. Nous ferons aussi l'hypothèse que ce paramètre est suffisamment extrême pour que la dynamique de l'échange inox-hélium n'en dépende pas¹. Exprimons $(k_{\text{inox}} \cdot e)$ sous une forme sans dimension en le rapportant à une grandeur standard.

Les corrections à apporter sont dues à l'effet de bord. On peut donc considérer qu'elles sont proportionnelles à la longueur de contact donc à la circonférence de la cellule, c'est-à-dire à $(k_{\text{inox}} \cdot e \cdot \Phi)$, où Φ représente le diamètre de la cellule. Dans ce problème de convection, la quantité qui correspond le mieux est le flux de chaleur traversant l'hélium ($k_{\text{He}} \cdot \text{Surface d'échange}$) soit $(k_{\text{He}} \cdot \Phi^2)$. Nous l'emploierons pour la normalisation.

Le «Nombre de Paroi» défini précédemment apparaît donc comme le rapport de la résistance thermique de l'hélium diffusif dans la cellule R_{He} à celle de la paroi R_{paroi} :

$$W = \frac{4 \cdot k_{\text{inox}} \cdot e}{k_{\text{He}} \cdot \Phi} = \frac{\pi \cdot k_{\text{inox}} \cdot e \cdot \Phi}{h} \cdot \frac{4 \cdot h}{\pi \cdot k_{\text{He}} \cdot \Phi^2} = \frac{R_{\text{He}}}{R_{\text{paroi}}}$$

5.2.3 Les modèles physiques

5.2.3.1 L'effet de coin (effet #1).

Envisageons la situation extrême dans laquelle la paroi latérale présenterait une conductivité suffisante pour que sa couche limite thermique soit de même épaisseur λ que celle présente à l'interface cuivre-hélium.

Au niveau de l'arrête flasque-paroi latérale, cette couche limite thermique aurait pour épaisseur la dimension caractéristique² $\lambda/2$. En écrivant que le flux local de chaleur à l'interface métal-hélium varie comme l'inverse de l'épaisseur de la couche thermique, on trouve une correction de puissance relative à l'effet de coin :

$$\dot{Q}_{\text{coin}} \approx \dot{Q} \cdot \frac{2}{\Gamma \cdot \text{Nu}} \quad \text{où } \Gamma \text{ est le rapport d'aspect de la cellule}$$

1. La même hypothèse est faite implicitement avec les flasques de cuivre.

2. En utilisant une cellule présentant un W *a priori* faible (paroi de plexiglas pour une cellule contenant de l'eau), Lui et Xia ont montré que la couche limite thermique présentait «intrinsèquement» un épaissement qui croît avec le rayon [Lui 1998]. En valeur relative, l'amplitude de cet accroissement est de 50 % pour $\text{Ra}=6,5 \cdot 10^9$ et de 20 % pour $\text{Ra}=1,4 \cdot 10^{10}$. Dans notre raisonnement, nous considérons bien entendu un épaissement local de la couche limite thermique par rapport à la situation de référence $W=0$.

Cette estimation de l'effet de coin conduit à des corrections de puissance représentant 5 % de la puissance totale \dot{Q} pour $Ra=10^9$, donc à une *diminution* du même ordre du Nombre de Nusselt mesuré.

Même en envisageant cette estimation de conduction latérale extrême, la correction à laquelle on aboutit est loin d'atteindre l'amplitude des effets observés dans nos expériences. Cette estimation suggère donc que l'effet de coin ne peut pas contribuer de façon significative à l'effet de paroi latérale, du moins dans nos régimes turbulents.

5.2.3.2 L'aspiration de la couche limite (effet #2).

Ce phénomène est difficile à prendre en compte quantitativement puisqu'il concentre un certain nombre des problèmes que l'on cherche précisément à comprendre à l'aide des cellules de Rayleigh-Bénard.

Aucune discontinuité de la dépendance $Nu(W)$ n'a pu être décelée. Ceci suggère que l'incidence de l'aspiration sur l'écoulement à grande échelle ne conduit pas à des instabilités d'écoulement aux conséquences sensibles sur l'échange global de chaleur. On peut dès lors espérer rendre compte de l'effet d'aspiration à partir des lois d'échange mises en oeuvre dans le modèle que nous allons développer maintenant.

5.2.3.3 L'augmentation de la surface d'échange (effet #3).

La détermination du profil de température le long de la paroi est un préalable à une modélisation de ce troisième effet.

Le profil de température dans la paroi

Le système peut être modélisé par une paroi latérale plongée dans un fluide isotherme de température T_{moy} . On suppose que la paroi latérale est entièrement thermalisée avec le fluide à mi-hauteur : $T\left(z = \frac{h}{2}\right) \approx T(\infty) = T_{moy}$.

La résolution du bilan thermique sur une tranche $[z, z + dz]$ de la paroi nécessite la connaissance de la loi d'échange à l'interface inox-hélium. Cette loi décrit le flux de chaleur \dot{q}_{local} (par unité de longueur suivant z) en fonction de la différence entre T_{moy} et la température locale T de paroi. Le calcul est réalisé intégralement pour la loi d'échange générique définie par le second membre de l'égalité :

$$\pi \cdot \Phi \cdot e \cdot k_{inox} \cdot \frac{d^2 T}{dz^2} = \dot{q}_{local} = \left(\frac{\pi}{4} \cdot \Gamma^2 \cdot k_{He} \right) \cdot \Theta \cdot (T - T_{moy})^\varphi$$

Remarques :

- la loi d'échange est paramétrée par deux variables Θ et φ . L'introduction du rapport d'aspect Γ et du facteur $\pi/4$ dans cette loi est arbitraire.
- une loi d'échange locale du type $nu \sim ra^\gamma$ - où ra et nu représentent des Nombres de Rayleigh et Nusselt locaux - conduit à $\varphi=1+\gamma$. Les exposants prédits par différents modèles et corrélations¹ traditionnels sont² :
 - $\varphi=1+2/7$ à $1+1/3$ (convection libre Rayleigh-Bénard pour différents modèles)
 - $\varphi=1+1/4$ (convection libre entre 2 plaques verticales, couche limite laminaire)
 - $\varphi=1+2/5$ (convection libre entre 2 plaques verticales, couche limite turbulente)

1. voir par exemple [Welty 1976].

2. Nous sommes redevable à J. Sommeria de nous avoir lancés sur ce type de modélisation.

$\varphi=1$ (convection forcée par l'écoulement moyen à grande échelle, dans ce cas le préfacteur de la loi d'échange local est une fonction du Nombre de Reynolds de l'écoulement à grande échelle)

- le cas d'un transport 100% diffusif depuis la paroi vers le fluide correspondent à $\varphi=1$.

Le bilan local de chaleur peut s'écrire : $\frac{d^2 \delta t}{d\chi^2} = \delta t^\varphi$ avec $\begin{cases} \delta t = T - T_{\text{moy}} \\ \chi = z/\Lambda \\ \Lambda = h \cdot \sqrt{\frac{W}{\Theta}} \end{cases}$

On note que le Nombre de Paroi intervient exclusivement *par sa racine carrée* dans la définition de l'échelle de longueur du système, et ceci indépendamment du choix de la loi locale d'échange thermique.

Il est pratique de définir une «longueur de thermalisation» ξ de la paroi latérale à partir de :

$$\frac{\Delta T}{2 \cdot \xi} = \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0}$$

A partir du bilan thermique, on peut aisément¹ déterminer le profil de température et en déduire la longueur de thermalisation :

$$\xi = h \cdot \sqrt{\frac{W}{\Theta}} \cdot \sqrt{\frac{1+\varphi}{2} \cdot \left(\frac{2}{\Delta T}\right)^{\varphi-1}} \quad (\text{formule valable pour } \varphi > -14)$$

et avec les notations précédentes, on en déduit \dot{Q}_{inox} selon :

$$\dot{Q}_{\text{inox}} = \pi \Phi \cdot e \cdot k_{\text{inox}} \cdot \frac{\Delta T}{2 \cdot \xi} = \frac{\dot{Q} \cdot W \cdot h}{2 \cdot \text{Nu} \cdot \xi}$$

Convection naturelle

Examinons le cas particulier d'un échange à l'interface inox-hélium, du type $\text{nu} \sim \text{Pr}^\varepsilon \cdot \text{ra}^\gamma$, où ra et nu sont les nombres de Rayleigh et Nusselt locaux.

A un facteur multiplicatif près sur Θ , on a $\varphi = 1 + \gamma$ et $\Theta \sim \text{Pr}^\varepsilon \cdot (\alpha g h^3 / \kappa \nu)^\gamma$. La longueur de thermalisation s'écrit alors en fonction du Nombre de Rayleigh de la cellule :

$$\xi \sim h \cdot \sqrt{\frac{W}{\text{Pr}^\varepsilon \cdot \text{Ra}^\gamma}}$$

En supposant par ailleurs que la loi de l'échange inox-hélium est de même nature que celle sur les flasques supérieur et inférieur, on en déduit ξ et \dot{Q}_{inox} :

$$\xi \approx \frac{h}{2A} \cdot \sqrt{\frac{W}{\text{Nu}}} \quad \text{et} \quad \dot{Q}_{\text{inox}} \approx A \cdot \dot{Q} \cdot \sqrt{\frac{W}{\text{Nu}}} \quad \text{Equation 5-2.}$$

1. On trouve pour $\varphi=1$, $\delta t = \frac{\Delta T}{2} \cdot e^{-z/\Lambda}$ et pour $\varphi > 1$, $\delta t = A \cdot \left[\frac{z}{\Lambda} + \frac{(2A)}{(\Delta T)} \right]^{\frac{\varphi-1}{2}} \cdot \frac{2}{1-\varphi}$ avec $A = \left[\frac{2 \cdot (\varphi+1)}{(\varphi-1)^2} \right]^{\frac{1}{\varphi-1}}$

où Nu représente le Nombre de Nusselt du système idéal à paroi isolante et où A est un paramètre ajustable dépendant du rapport d'aspect et de la nature de l'interface paroi-fluide.

Convection forcée

Supposons désormais que l'évacuation de la chaleur à l'interface inox-hélium soit forcée par l'écoulement macroscopique dans la cellule.

Divers modèles prédissent des nombres de Nusselt locaux en puissance du nombre de Reynolds Re de l'écoulement à grande échelle. Les expériences de convection forcée confirment la gamme d'exposants prédits : de 1/3 à 0,8 suivant que la couche limite est laminaire ou turbulente [Welty 1976].

Sachant que le nombre de Re à grande échelle dans les cellules de Rayleigh-Bénard vérifie $Re \sim \sqrt{Ra}$, on en déduit la longueur de thermalisation :

$$\xi = h \cdot \sqrt{\frac{W}{\Theta}} \sim h \cdot \frac{\sqrt{W}}{Ra^{0,08 \text{ à } 0,2}}$$

Il est intéressant de noter que les convections naturelle et forcée conduisent à des longueurs de thermalisation ξ ayant à peu près la même dépendance en Ra et en W, à savoir :

$$\xi \sim h \cdot W^{0,5} \cdot Ra^{-0,14 \pm 0,06}$$

Nous retiendrons dans notre discussion une loi moyenne de puissance 1/7 soit environ 0,14.

Il s'avère en fait que la loi déduite pour la convection naturelle produit un tel exposant (Equation 5-2) et qu'elle présente en outre l'avantage d'inclure implicitement la dépendance avec Pr. On peut espérer que cette loi rende mieux compte que les autres de l'effet d'aspiration, puisqu'elle suppose un échange thermique d'une nature similaire à celui présent sur les flasques. Un autre argument en faveur de cette loi est la grande robustesse expérimentale de l'exposant γ mesuré entre Nu et Ra. Celle-ci est avérée dans de nombreuses situations de convection de Rayleigh-Bénard, comme après l'obstruction de l'écoulement à grande échelle à l'aide d'écrans [Ciliberto 1996][Xia 1999], l'inclinaison de 10° et 90° de la cellule [Ciliberto 1996][Belmonte 1995], le cisaillement des couches limites [Solomon 1990], la rotation de la cellule sur elle-même [Liu 1997].

Conditions de validité du modèle et Nombre de Paroi seuil

Dans la pratique, les conditions de validité de ce modèle sont satisfaites par tous nos points obtenus en régime turbulent, puisqu'on peut vérifier que $\lambda < \xi < h/2$.

On doit néanmoins s'assurer du bon comportement asymptotique du modèle. Or dans la limite des W de faible valeur, les conditions de validité précédentes sont prises en défaut dès lors que ξ est comparable à l'épaisseur de la couche limite thermique λ , c'est-à-dire typiquement pour :

$$\frac{h}{2Nu} \approx \lambda = \xi \approx \frac{h}{2A} \cdot \sqrt{\frac{W}{Nu}}$$

On en déduit un Nombre de Paroi seuil $W_0 = A^2/Nu$, en dessous duquel aucun effet de paroi n'est attendu. Pour prendre en compte cet effet seuil, une correction de \dot{Q}_{inox} et de ξ consiste à remplacer \sqrt{W} par $\sqrt{W - W_0}$. Compte tenu des valeurs de W réalisées avec la mini-cellule, cet aménagement n'aura qu'un faible effet sur les résultats de notre étude. D'autres aménagements de cette condition limite ont été essayés sans que cela affecte significativement le traitement de nos mesures.

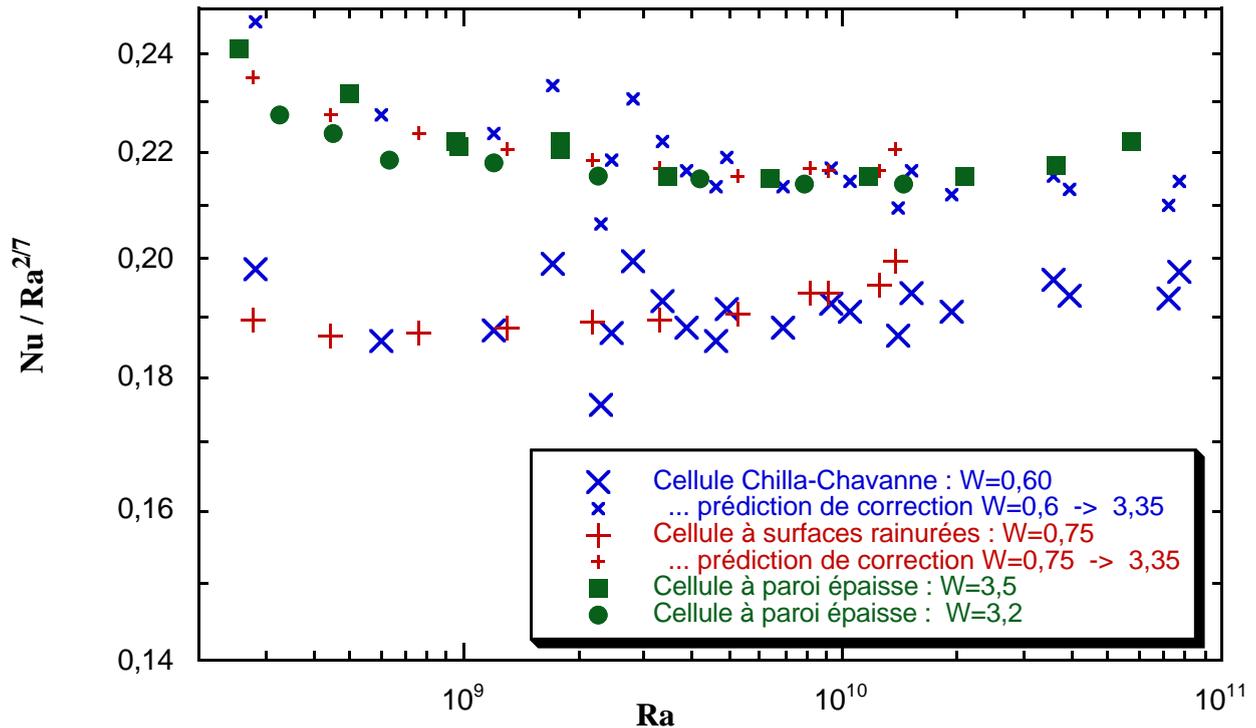


Figure 5-10. Nu rapporté par $Ra^{2/7}$ pour différents Nombres de Paroi W . A partir de la première correction proposée, on peut prédire l'effet sur Nu d'une variation de W .

Correction du terme de puissance

Après l'introduction des ces différentes grandeurs, reprenons le problème de la définition d'un Nombre de Nusselt corrigé de l'effet de paroi.

Reconduisons l'hypothèse d'une correction de puissance transmise au fluide pour rendre compte de l'effet de paroi latérale. Cette hypothèse était implicite dans le modèle de l'effet de coin.

Dans ces conditions, le Nombre de Nusselt corrigé s'écrit :

$$Nu_{\text{corr}} = \frac{\dot{Q} - \dot{Q}_{\text{inox}}}{\dot{Q}_{\text{He}}} = Nu \cdot \left(1 - \frac{\dot{Q}_{\text{inox}}}{\dot{Q}}\right) = Nu \cdot \left(1 - A \sqrt{\frac{W}{Nu_{W=0}}}\right) \quad \text{Equation 5-3.}$$

Dans cette interprétation, deux prédictions indépendantes qui découlent de cette loi empirique peuvent être confrontées aux expériences. Il s'agit des dépendances $Nu(Ra)$ et $Nu(W)$. L'unique paramètre ajustable A sera déterminé à partir de la première dépendance.

Dans cette interprétation, les équations 5-2 et 5-3 permettent de prédire la valeur des Nu correspondant à un Nombre de Paroi $W=3,35$ connaissant celle ci pour des Nombres de Paroi $W=0,60$ et $W=0,75$. Notons que le Nombre de Nusselt de l'équation 5-2 correspond à une paroi idéale telle que $W=0$.

Pour que cette prédiction devienne compatible avec un deuxième ensemble de mesures ($W=3,2-3,5$), le paramètre A est fixé à $1,1 \pm 0,1$ (Figure 5-10).

Compte tenu de la présence d'un paramètre ajustable, ce résultat indique seulement que l'exposant $-0,5$ de Nu dans l'équation 5-2 représente bien nos mesures.

Une seconde validation du modèle peut-être effectuée sur les mesures de la Figure 5-8. Le modèle prédit une dépendance en $\sqrt{W - W_0}$. La courbe théorique est reportée sur cette figure. Les barres d'erreur sont estimées en prenant en particulier en compte les incertitudes sur les propriétés de l'hélium : α , c_p , k et ν . A nouveau, le modèle est en bon accord avec les données expérimentales.

La correction appliquée au Nombre de Nusselt présente néanmoins l'inconvénient d'ignorer l'effet de la chaleur communiquée au fluide via la paroi latérale, sur l'écoulement. Il convient donc de définir un Nombre de Nusselt corrigé a priori mieux adapté.

Correction de la surface d'échange

Les extrémités de la paroi peuvent être considérées comme un prolongement des flasques, supportant un échange thermique avec l'hélium sur la longueur de thermalisation ξ . Cette longueur est supposée bien inférieure à la mi-hauteur de la cellule (hypothèse vérifiée).

Dans cette nouvelle méthode de correction de l'effet de paroi, toute la puissance de chauffage appliquée sur le flasque inférieur est prise en compte dans le calcul du Nombre de Nusselt, y compris celle transitant par la paroi latérale. Mais il faut alors considérer une augmentation ΔS de la surface d'échange métal-hélium, selon $\Delta S \sim \pi \Phi \xi / 2$. On en déduit une loi alternative de correction du Nombre de Nusselt :

$$\text{Nu}_{\text{corr}} = \text{Nu} \cdot \frac{1}{1 + 2\xi/\Phi}$$

Cette correction conduit à :

$$\text{Nu}_{\text{corr}} = \text{Nu} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{A \cdot \Gamma} \cdot \sqrt{\frac{W - W_0}{\text{Nu}}}} \quad \text{avec} \quad W_0 = A^2 / \text{Nu} \quad \text{Equation 5-4.}$$

où A est le paramètre ajustable, qui dépend du rapport d'aspect Γ de la cellule.

Dans l'équation 5-4, la dépendance de Nu_{corr} avec Γ et A diffère nettement de celle de l'équation 5-3. En revanche, au premier ordre en $\sqrt{(W - W_0)/\text{Nu}}$, la dépendance en $\sqrt{(W - W_0)/\text{Nu}}$ est commune aux deux équations.

Le coefficient A est ajusté suivant la méthode précédente et l'on trouve $A=1,30 \pm 0,05$. Une validation de la dépendance en W est représentée sur la Figure 5-8.

5.2.4 Comparaison des deux corrections

Pour comparer les deux types de correction du Nombre de Nusselt- par facteur de puissance et par surface d'échange - nous pouvons évaluer la pertinence de leur extrapolation sur les points de la mini-cellule en régime de turbulence douce (pour typiquement $Ra < 4 \times 10^8$).

Tous ces points sont obtenus pour différents Nombres de Paroi W et les deux types de corrections permettent de les traiter de façon à les ramener à un Nombre de Paroi fictif unique $W=0,60$. Nous ramenons tous les points à ce nombre de paroi particulier, plutôt qu'à $W=0$ par exemple, afin d'éviter toute extrapolation du modèle dans un domaine où il n'a aucun support expérimental. La correction la plus pertinente doit d'une part minimiser la dispersion en Nu , et d'autre part ramener ces points au niveau de ceux de la cellule de Chillà-Chavanne ($W \approx 0,60$). Afin de ne faire aucune hypothèse particulière sur la dépendance avec le Nombre de Prandtl dans le régime de turbulence douce, nous n'avons retenu que ceux à Nombre de Prandtl compris entre 0,65 et 2.

Les résultats apparaissent sur la Figure 5-11. La correction sur le terme de surface s'extrapole bien en dessous du régime de turbulence dure puisque celle-ci est effective pour des Nombre de Rayleigh aussi faibles que $3 \cdot 10^6$, soit deux décades plus bas que la correction sur le facteur de puissance.

Nous retiendrons donc la correction de surface d'échange comme la plus efficace :

$$Nu_{\text{corr}} = Nu(W) \cdot \frac{1}{1 + 1,54 \cdot \sqrt{\frac{W - 1,7 / Nu_{\text{corr}}}{Nu_{\text{corr}}}}} \quad \text{pour } \Gamma=1/2 \quad \text{Equation 5-5.}$$

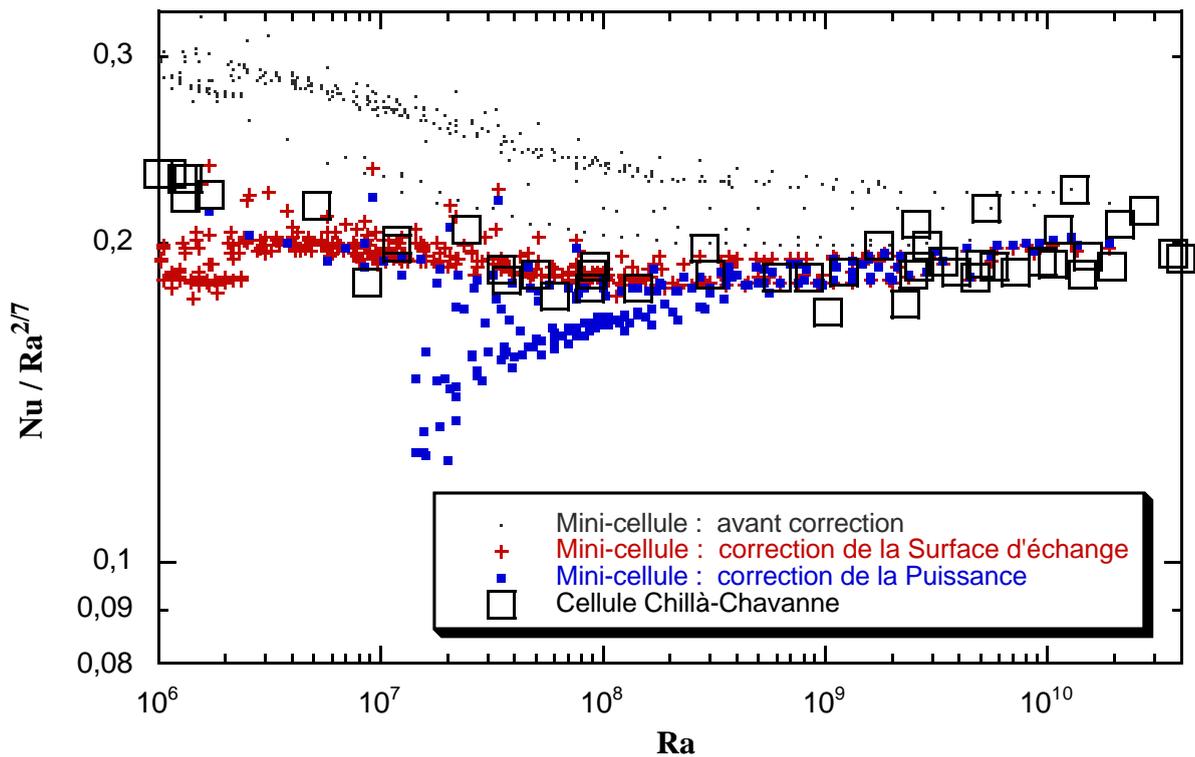


Figure 5-11. Comparaison des deux méthodes de correction du Nombre de Nusselt, à partir des points obtenus pour $0,65 < Pr < 2$. Les points de la mini-cellule sont corrigés afin de correspondre à un Nombre de Paroi de $W=0,60$ qui les rendent directement comparables aux points réalisés dans la cellule de Chillà-Chavanne.

5.3 Conséquences de cette interprétation

5.3.1 Exposant et loi de puissance Nu(Ra)

L'exposant γ liant les Nombres de Rayleigh et de Nusselt selon $Nu \sim Ra^\gamma$ est souvent utilisé comme test pour les théories de la convection, mais cela suppose une certaine résolution expérimentale. La différence entre une loi en puissance $2/7$ et une autre en puissance $0,3$ revient par exemple à 5% de différence sur le Nombre de Nusselt sur 1,5 décade de Ra.

Or les résultats précédents montrent que la conduction latérale peut affecter de plusieurs pourcents le Nombre de Nusselt, et cela même pour des Nombres de Paroi W petits devant l'unité, du fait de la dépendance en $\sqrt{W - W_0}$. Il est donc important d'analyser de façon plus systématique l'incidence de la conduction latérale sur l'exposant apparent.

Notre modèle a été validé par des mesures pour des Nombres de Paroi $W > 0,5$. Son extrapolation à une paroi isolante indique que l'effet de paroi a une influence non négligeable sur Nu mais l'amplitude de la correction prédite est sensible à la condition limite choisie pour les faibles W . Notre but ici est d'identifier la tendance et de donner un ordre de grandeur de la correction de l'exposant en fonction de Ra pour différents paramètres. Nous considérons donc deux conditions limites particulières : celle présentée dans le modèle et qui conduit à la définition de W_0 , et une autre qui impose que dans la limite des faibles W , la longueur de thermalisation tende vers l'épaisseur de la couche limite thermique. Ces deux conditions limites seront désignées respectivement comme «condition limite #1» et «#2».

Posons comme point de départ, que la convection d'un système à la paroi latérale isolante suit une loi de puissance $Nu(Ra, W=0) \sim Ra^\gamma$, et calculons alors que devient la forme de la loi apparente $Nu(Ra, W) \sim Ra^{\gamma(Ra, W)}$ pour un système réel, en appliquant le modèle de correction de surface d'échange. Dans les applications numériques, nous choisissons le paramètre «A» ajusté pour l'interface inox-hélium dans une cellule de rapport d'aspect 0,5. Les exposants apparents $\gamma(W, Ra)$ sont représentés sur les Figures 5-12 et 5-13 pour les conditions limites #2 et #1 et pour deux exposants $\gamma(W=0)$ différents (0,310 et 0,315 respectivement). Ces exposants accommodent au mieux nos mesures pour des W intermédiaires.

Il est intéressant de noter que l'effet de paroi se traduit en fonction de Ra par une variation non monotone de l'exposant apparent, avec passage par un minimum éventuel.

Une telle variation sur l'exposant peut constituer un artefact important dans la validation expérimentale de la théorie de Grossmann et Lohse [Grossmann 2000]. En effet, cette théorie prédit que la majorité des situations expérimentales de Ra et Pr réalisées en laboratoire correspondent à des zones de recouvrement de deux ou trois régimes de loi de puissance différentes. Un corollaire de cette théorie est donc que l'exposant de la relation Nu(Ra) dépend de Ra.

La croissance de l'exposant apparent pour les faibles Nombres de Rayleigh peut être rapproché de l'observation expérimentale d'exposants plus élevés dans le régime de turbulence douce que dans celui de turbulence dure. Heslot par exemple propose un exposant 0,333 pour des Nombres de Rayleigh entre $2,5 \cdot 10^5$ à $4 \cdot 10^7$ et un exposant de 0,282 pour des Nombres de Rayleigh supérieurs [Heslot 1987].

On peut vérifier sur ces courbes que l'exposant apparent sous-estime d'autant moins l'exposant «idéal» que le Nombre de Paroi est faible et que le Nombre de Rayleigh est élevé. Cette observation est à rapprocher d'une surestimation du Nombre de Nusselt mesuré, qui croit avec le Nombre de Paroi.

On retiendra qu'un Nombre de Paroi de une unité aura pour effet de diminuer de quelques centièmes l'exposant apparent.

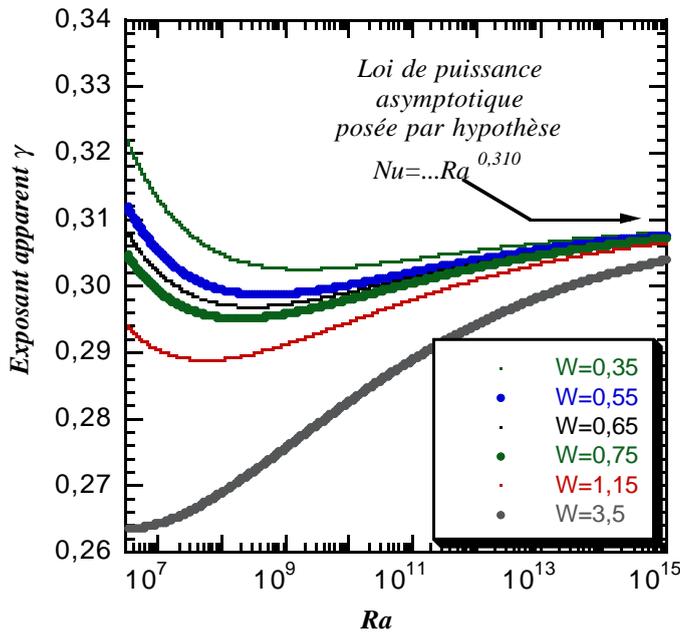


Figure 5-12. Condition limite #2. Exposants apparents calculés de la relation $Nu(Ra)$ en fonction de Ra et pour différents W . On fait l'hypothèse que la relation $Nu(Ra)$ est donnée dans la limite $W=0$ par une loi de puissance d'exposant 0,310.

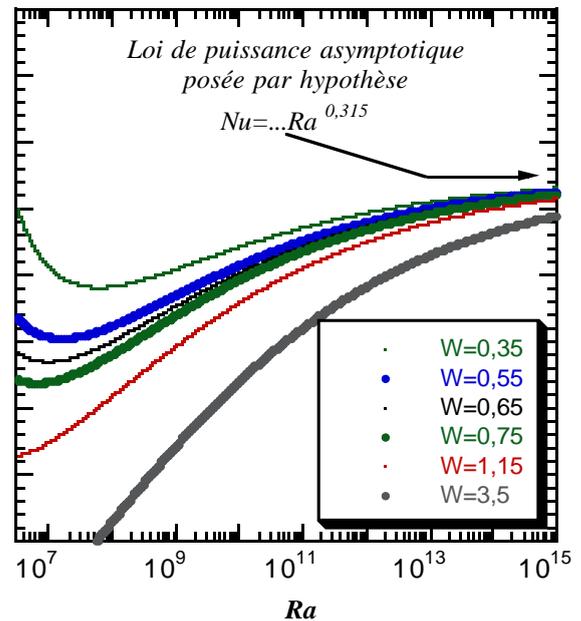


Figure 5-13. Condition limite #1. Exposants apparents calculés de la relation $Nu(Ra)$ en fonction de Ra et pour différents W . On fait l'hypothèse que la relation $Nu(Ra)$ est donnée dans la limite $W=0$ par une loi de puissance d'exposant 0,315.

5.3.2 Paroi isolante et extrapolation des résultats

Si maintenant nous extrapolons l'ensemble de nos mesures au cas limite d'une paroi isolante, les Nombres de Nusselt obtenus avec la mini-cellule, rapportés à $Ra^{2/7}$ présentent une dépendance en puissance d'exposant 0,315 pour la condition limite #1 (Figure 5-14). Pour la condition limite #2, on trouve un exposant de 0,310.

Indépendamment de la condition limite choisie, cet exposant s'écarte suffisamment des prédictions des théories de l'exposant $2/7$ pour que nous considérons l'hypothèse d'un exposant supérieur dans le régime de turbulence dure.

Analysons maintenant l'incidence de la conduction latérale sur quelques expériences majeures, publiées dans la littérature. Quelques une des prédictions du modèle de correction précédent sont testées sur Nu ainsi que la compatibilité des mesures publiées avec un exposant sensiblement supérieur à $2/7$.

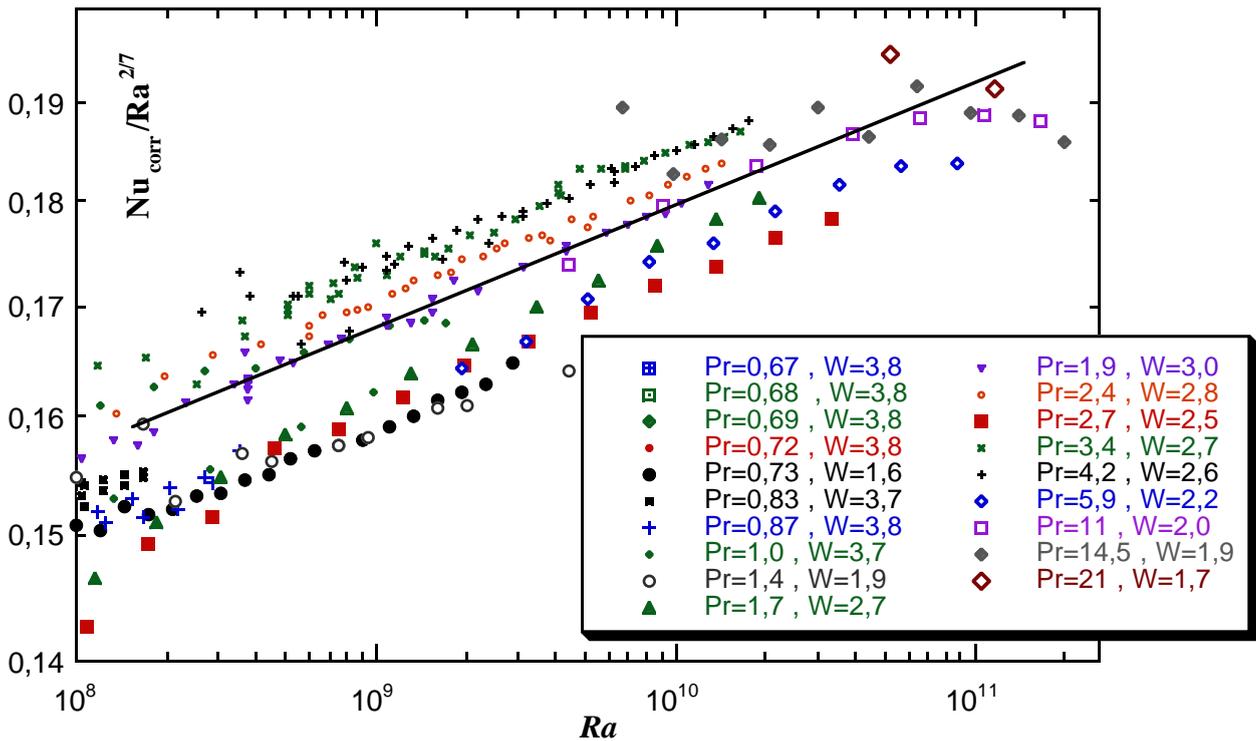


Figure 5-14. Mini-cellule dans le régime de turbulence dure. Les Nombres de Nusselt présentés sont corrigés de l'effet de paroi par extrapolation du modèle dans la limite d'une paroi latérale isolante. La valeur absolue de la pente est donc sujette à une certaine incertitude. La droite représentée est de pente 0,029 ce qui correspond, compte tenu de la compensation par $Ra^{2/7}$ ($2/7=0.286\dots$), à une dépendance du type $Ra^{0,315}$.

5.4 Conduction de paroi et expériences antérieures

Très peu d'articles expérimentaux sur la convection de Rayleigh-Bénard fournissent suffisamment d'informations sur les parois latérales pour permettre le calcul du Nombre de Paroi. Par ailleurs, les conditions aux limites entre flasques et paroi latérale sont souvent compliquées et sous-documentées (joint, bride,...) ce qui rend difficile la mise en oeuvre de la correction proposée.

De surcroît, la correction que nous avons déterminée est fonction d'un paramètre «A», qui dépend du rapport d'aspect mais aussi, dans une certaine mesure, de la nature de l'interface. Dans ces cas là, il sera difficile d'estimer le Nombre de Paroi seuil W_0 , en dessous duquel aucun effet de paroi n'est attendu.

Nous analysons au cas par cas différentes classes d'expériences.

5.4.1 Les systèmes sans effet de paroi

Trois types d'approche remplissent les conditions d'un effet de paroi nul sur les Nombres de Nusselt mesurés : les simulations numériques, la convection par gradient de concentration de soluté et les expériences dans lesquelles le Nombre de Nusselt est déterminé indirectement par des mesures dans la couche limite thermique.

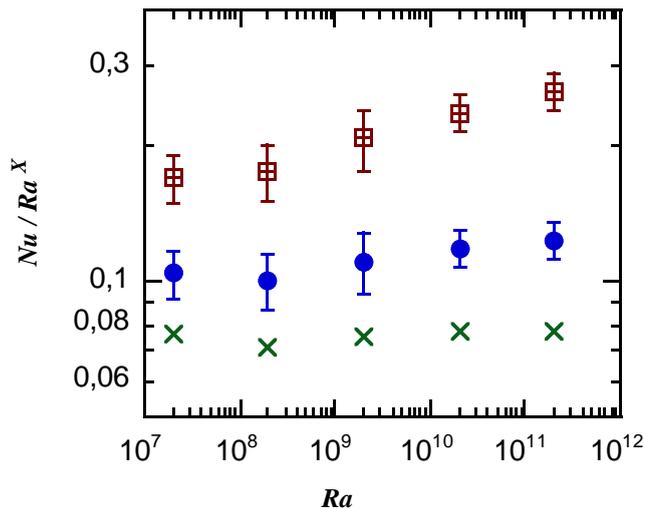


Figure 5-15. Simulations numériques de Verzicco dans une cellule de rapport d'aspect 0,5 et pour $Pr=0,7$. Nu rapporté à Ra^X avec croix: $X=1/3$ cercle: $X=0,315$ carré: $X=2/7$.

1990]. Ces expériences, idéales du point de vue de l'effet de la paroi latérale, conduisent à un exposant de 0,33 (pour Ra compris entre $3 \cdot 10^9$ et $5,4 \cdot 10^{12}$) significativement supérieur à $2/7$. Toutefois le Nombre de Prandtl équivalent de ce système (le Nombre de Schmidt) est de 2750 ce qui appelle à une certaine réserve dans la comparaison avec nos résultats, même si à Nombre de Rayleigh donné, l'analogie du Nombre de Nusselt (le Nombre de Sherwood) est d'une valeur comparable au Nombre de Nusselt de systèmes à Nombre de Prandtl intermédiaire.

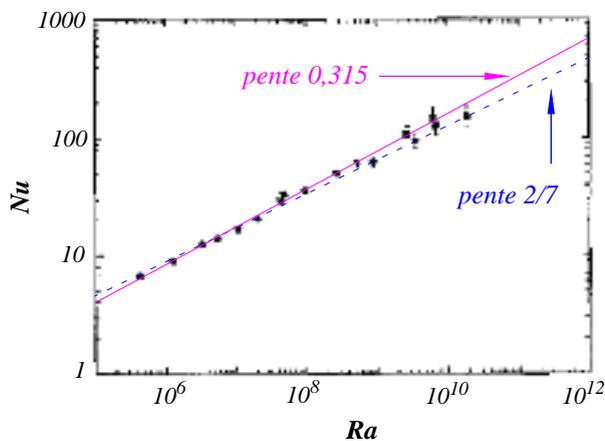


Figure 5-16. Figure extraite de [Belmonte 1994]. Mesures de Ra et Nu dans une cellule cubique remplie de gaz à différentes densités ($Pr=0,7$). En ordonnés, Nombres de Nusselt locaux déterminés à partir de mesures du profil de température dans la couche limite.

A ce jour, les simulations (DNS) qui couvrent la plus grande plage de Nombres de Rayleigh sont dues à R. Verzicco [Verzicco 2000]. Pour un Nombre de Prandtl de 0,7 et pour des Nombres de Rayleigh compris entre $2 \cdot 10^8$ et $2 \cdot 10^{11}$, elles conduisent à un exposant ouvertement supérieure à $2/7$ et compatible avec un exposant de 0,315 voire supérieur (Figure 5-15). Ces résultats sont donc en très bon accord avec notre modèle. Suite à une discussion à la conférence ETC-8¹ à Barcelone, R. Verzicco a entrepris d'adapter son code de calcul pour prendre en compte la paroi latérale. Ces résultats sont attendus avec intérêt.

A notre connaissance, les seules expériences de convection turbulente par gradient de concentration dans une géométrie de type Rayleigh-Bénard sont dues à Goldstein et al. [Goldstein

1990]. Un troisième type de mesure permet d'extraire un Nombre de Nusselt sans «trop» d'effets de paroi. Belmonte et al. ont mesuré à l'aide d'une sonde locale le profil de température dans les couches limites en fonction du Nombre de Rayleigh [Belmonte 1994]. Ils en ont déduit une estimation du flux local de chaleur et donc un Nusselt local. Ces mesures sont reprises sur la Figure 5-16. Deux lois de puissance d'exposant $2/7$ et 0,315 sont représentées et compte tenu de l'incertitude des mesures aucune ne peut vraiment être rejetée.

Ces trois situations idéales entrent donc pleinement dans le cadre de notre modèle.

1. 8th European Turbulence Conference, Juin 2000

5.4.2 Les expériences cryogéniques

A ce jour, quatre groupes à Cambridge, Chicago, Grenoble et Eugene (Oregon) ont réalisé des expériences de convection thermique turbulente dans l'hélium cryogénique (Tableau 5-1). Dans le régime de turbulence dure, les exposants mesurés se situent entre 0,280 et 0,309 et les Nombres de Paroi entre 0,6 et 4.

Table 5-1. Caractéristiques des parois latérales de différentes cellules cryogéniques.

Expériences	Fluide	Matériau Paroi (épaisseur)	Rapport d'aspect (Φ =diamètre)	Nombre de Paroi
Cellule à surface lisse	He gaz	inox (0,5 mm)	0,5 (Φ 10cm)	0,60
	He dens+liqu.	inox (0,5 mm)	0,5 (Φ 10cm)	0,22
Cellule rainurée	He gaz	inox (0,55 mm)	0,5 (Φ 10cm)	0,75
	He dense	inox (0,55 mm)	0,5 (Φ 10cm)	0,44-0,64
Mini-cellule	He gaz+dense+liqu.	inox (0,25 mm)	0,5 (Φ 1cm)	1,5-4,0
Threlfall, Cambridge	He gaz	Cu-Ni	2,4 (parral.)	0,74
Groupe de Chicago	He gaz	inox (2 mm)	1 (Φ 8,7cm)	3,5 + bride inox
	He gaz	inox (1,5 mm)	6,7 & 0,5(Φ 20cm)	1,1 + bride inox
Groupe d'Eugene (Oregon)	He gaz	inox (2,5 mm)	0,5 (Φ 50cm)	0,60
	He dense	inox (2,5 mm)	0,5 (Φ 50cm)	0,22

Dans un premier temps, considérons la gamme réduite de Nombre de paroi 0,60 à 0,75. Pour des Nombres de Rayleigh inférieurs à $2 \cdot 10^9$, Threlfall interpole ses résultats par une loi de puissance d'exposant 0,28 [Threlfall 1975]. Nos propres résultats suggèrent une évolution croissante de l'exposant avec Ra (Figures 4-2 et 4-3). Au début du régime de turbulence dure ($Ra \sim 4 \cdot 10^8$) l'exposant semble inférieur à $2/7 \approx 0,286$ et pour des Nombres de Rayleigh 100 à 1000 fois plus élevés, il approche 0,30. Les résultats de Niemela sur l'expérience d'Eugene peuvent être interpolés par une loi de puissance d'exposant $0,305 \pm 0,004$ entre $Ra = 4 \cdot 10^8$ et $4 \cdot 10^{12}$ [Niemela 2000].

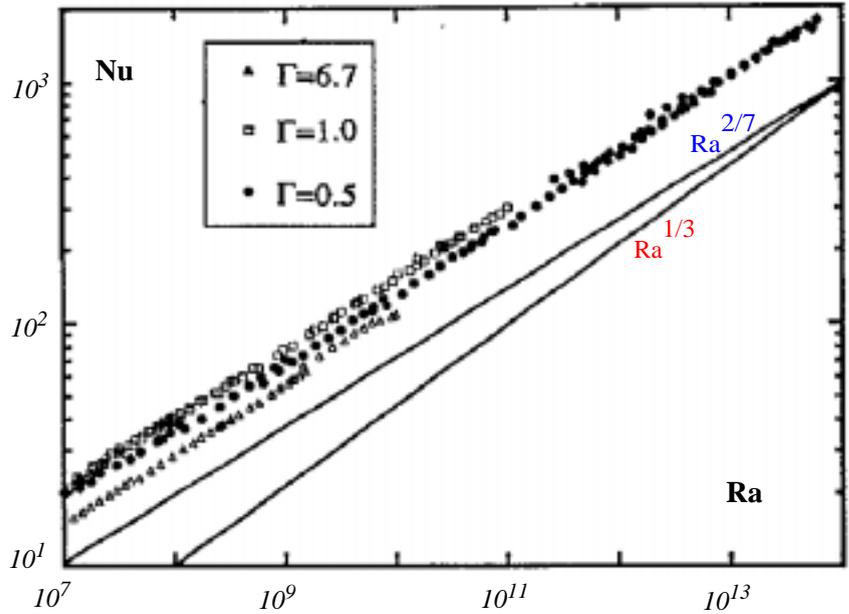
Pour un Nombre de Paroi un peu plus élevé ($W=1,1$), l'équipe de Chicago mesure des exposants plus faibles qui présentent aussi une dépendance croissante avec le Nombre de Rayleigh [Wu 1992]. Ainsi pour $2 \times 10^7 \leq Ra \leq 1 \times 10^{10}$ et $\Gamma=6,7$, l'exposant mesuré est de $2/7$ tandis que dans la gamme plus élevée de $1 \times 10^8 \leq Ra \leq 1 \times 10^{14}$ ($\Gamma=0,5$), il est de 0,291. Par ailleurs, à rapport d'aspect donné, les Nombres de Nusselt de Chicago sont supérieurs de 9% à ceux mesurés à Grenoble¹. Toutes ces observations sont en bon accord avec un effet de conduction latérale.

La cellule de rapport d'aspect 1 mise en oeuvre à Chicago [Heslot 1987][Castaing 1989][Sano 1989][Wu 1992] présente un Nombre de Paroi d'environ 3,5 [Wu 1991]. Entre $Ra=4 \cdot 10^7$ et 10^{11} , les Nombres de Nusselt mesurés dans cette expérience sont significativement supérieurs à ceux mesurés dans toutes les cellules citées précédemment (Figure 5-17) tandis que l'exposant est légèrement plus faible² (Heslot propose $\gamma=0,282$ et Wu $\gamma=0,285$). Ces deux observa-

1. Les points de Chicago ont été calculés en prenant en compte l'amélioration des connaissances des propriétés de l'hélium.

2. Notons que dans la limite des faibles Nombres de Rayleigh turbulents ($3 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^7$), Heslot constate une croissance de l'exposant à une valeur de 0,333, ce qui reste compatible avec un effet de conduction latérale.

Figure 5-17. Figure extraite de [Wu 1992]. Mesures de Ra et Nu sur trois cellules d'hélium cryogénique de rapport d'aspect 6,7, 1 et 0,5 ($Pr=0,6$ à $2,3$). A Nombre de Rayleigh donné, le Nusselt apparent présente une dépendance non monotone avec le rapport d'aspect, et qui s'explique par l'effet de paroi latérale.



tions sont quantitativement en accord avec les prédictions de notre modèle, ce qui permet d'éviter l'interprétation difficile à justifier d'une dépendance non monotone de Nu avec Γ .

En fait, l'expérience d'Eugene permet d'explorer les Nombres de Rayleigh jusqu'à 10^{17} et sur toute la gamme de mesures, les Nombres de Nusselt et de Rayleigh peuvent être interpolés par une loi d'exposant 0,309. Il n'est pas clair aujourd'hui pourquoi aucune transition vers le régime ultime n'apparaît nettement sur ces points. Dans l'immédiat, on peut noter que dans cette gamme de très hauts Ra , l'exposant est lui aussi significativement supérieur à $2/7$ et que l'on s'attend précisément à ce que la correction de Nu devienne négligeable dans la limite des Ra élevés.

5.4.3 Les expériences de l'équipe de Santa Barbara dans l'acétone

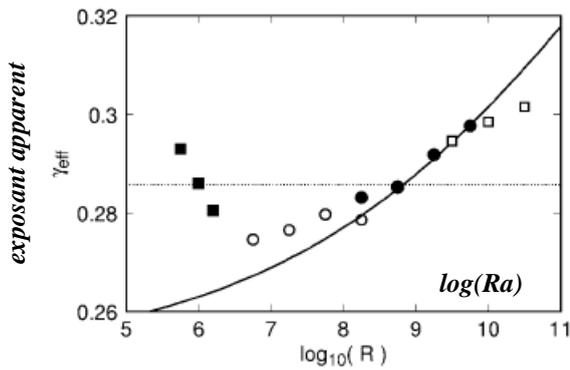


FIG. 3. The effective exponent as a function of R . Solid squares: $\Gamma = 12.8$. Open circles: $\Gamma = 3.0$. Solid circles: $\Gamma = 1.0$. Open squares: $\Gamma = 0.5$. Solid line: logarithmic derivative of Eq. (2) with $a = 0.326$ and $b = 2.36 \times 10^{-3}$. Dotted line: $\gamma = 2/7$.

Figure 5-18. Figure extraite de [Xu 2000]. Mesures de l'exposant γ de la loi de puissance entre Nu et Ra sur différentes cellules d'acétone ($Pr=4,0$) de rapport d'aspect 12,8, 3,0, 1 et 0,5. La ligne continue correspond à une théorie ([Grossmann 2000]) testée par l'auteur.

Il est intéressant d'examiner les récentes mesures de Xu et al., menées à l'université de Santa Barbara dans des cellules d'acétone [Xu 2000]. Ces expériences présentent la particularité d'être très peu bruitées, ce qui ouvre la porte à la détermination fine de l'exposant γ en fonction du Nombre de Rayleigh.

A partir d'un jeu de cellules de rapport d'aspect $\Gamma=12,8, 3,0, 1$ et $0,5$, les auteurs trouvent une dépendance non monotone de l'exposant qui présente un minimum vers $0,272-0,275$ pour $Ra=3.10^6$ ($\Gamma=12,8-3,0$) et une valeur supérieure à $0,30$ pour environ $Ra=4.10^{10}$ et $\Gamma=0,5$ (Figure 5-18). Dans la limite des grands Nombres de Rayleigh, l'exposant semble vouloir converger vers une valeur comprise entre $0,30$ et $0,31$.

Bien que les auteurs en proposent une interprétation différente, ce comportement est qualitativement compatible avec un effet de paroi latérale. Le Nombre de Paroi des deux cellules de grand rapport d'aspect est d'environ 0,7 donc comparable avec les expériences dans l'hélium mais l'incidence sur le Nombre de Nusselt est difficilement quantifiable par notre modèle du fait de la variété des rapports d'aspect utilisés, de la complexité géométrique des parois latérales pour $\Gamma=1$ et $0,5^1$ et de la nécessité de déterminer le paramètre «A» pour cette interface paroi-fluide particulière.

Une anomalie non expliquée dans la dépendance du Nombre de Nusselt en fonction du rapport d'aspect qui fut présentée à l'ITP de Santa Barbara a attiré notre attention. Les différentes séries de Nombre de Nusselt mesuré pour chaque cellule sont décalées les unes par rapport aux autres d'un certain facteur. En considérant une cellule comme référence et en portant ce facteur en fonction du rapport d'aspect de chaque cellule on obtient une courbe qui présente une rupture de continuité. G. Ahlers nous a confirmé¹ que cette rupture de continuité était corrélée à un changement de nature des parois latérales. Il a pu nous confirmer que les données publiées étaient significativement affectées par cet effet et une nouvelle campagne d'expérience avec une nouvelle conception de cellule est actuellement engagée.

5.4.4 Les expériences avec l'eau

On s'attend à ce que les expériences de convection dans l'eau menées dans des cellules à paroi de plexiglas puissent être les plus favorables. Si l'on considère par exemple une cellule de diamètre 20 cm et d'épaisseur de paroi 5 mm, on trouve $W=0,03$. Il faut toutefois noter que la dynamique des échanges thermiques paroi-fluide peut différer grandement de la situation inox-hélium puisque les rapports des conductivités $k_{\text{paroi}}/k_{\text{fluide}}$ et de capacité calorifique $C_{\text{paroi}}/C_{\text{fluide}}$ deviennent inférieurs à 1.

Nous analysons ci-dessous les différentes expériences de convection menée avec de l'eau en régime de turbulence dure. Seuls les exposants obtenus pour des Nombres de Rayleigh supérieurs à 4.10^8 sont retenus. Signalons que dans ces expériences, les Nombres de Prandtl peuvent varier de 3 à 9 entre les parties supérieure et inférieure du fluide.

Les exposants les plus faibles sont rapportés par deux équipes sur des expériences récentes menées au Laboratoire de Los Alamos [Liu 1997] et à l'Université Chinoise de Hong-Kong sur une cellule cylindrique de rapport d'aspect 1 et de faible Nombre de Paroi $W=0,03$ [Qiu 1998][Xin 1996]. Les deux équipes trouvent des exposants de $0,286\pm 0,004$ et de $0,290\pm 0,004$ sur une et deux décades de Ra respectivement 4.10^7 - 5.10^8 et 2.10^8 - 2.10^{10} . La seconde présente aussi des résultats obtenus dans une cellule de rapport d'aspect 0,5 et qui sont compatibles avec un exposant de 0,26 à 0,285 entre $Ra=4.10^9$ et 10^{11} (interpolation personnelle à partir des données de [Xin 1997]). A Ra constant, les Nombres de Nusselt mesurés dans cette dernière cellule sont supérieurs de plus de 20% à ceux mesurés dans la première cellule et les auteurs attribuent cet écart à l'influence du rapport d'aspect².

Des exposants légèrement supérieurs - entre 0,290 et 0,30 - sont présentés par [Tanaka 1980] et [Garon 1973] pour $W=0,008$, $\Gamma > 2$ et pour des Nombres de Rayleigh inférieurs à 4.10^9 . Notons que dans une cellule présentant une conduction latérale plus grande par la paroi cylindrique en inox ($W=0,8$ et $\Gamma=1$), Cioni et al. [Cioni 1997] ont récemment mesuré un exposant du même ordre de grandeur (0,292) entre $Ra=3,7.10^8$ et 7.10^9 . Il semble donc que dans les conditions expérimentales de convection dans l'eau, la paroi latérale ne joue pas de rôle mesurable.

1. Communication privée avec G. Ahlers.

2. Notons qu'une influence aussi conséquente du rapport d'aspect n'a jamais été mise en évidence.

Des exposants supérieurs à 0,3 ont pourtant été mesurés mais seulement pour des gammes de Nombres de Rayleigh plus élevées (entre $5 \cdot 10^9$ et $2 \cdot 10^{11}$). Goldstein et al. trouvent en particulier un exposant $1/3$ [Goldstein 1980] et à partir des mesures de Ciliberto et al. présentées dans [Ciliberto 1996] il est possible d'interpoler un exposant compris entre 0,31 et 0,34 dans une cellule aux parois latérales de plexiglas.

Compte tenu des Nombres de Rayleigh élevés correspondants à ces deux dernières expériences, on ne peut pas exclure complètement qu'une amorce de la transition vers le régime ultime ne soit la cause de l'augmentation de l'exposant apparent. Toutefois, la corrélation (négative) entre l'exposant apparent et la valeur de Nu suggère un effet de paroi latérale. En effet, les Nombres de Nusselt mesurés par Goldstein peuvent être directement comparés à ceux mesurés par Cioni et al. [Cioni 1997] dans la même géométrie de cellule. On trouve que les premiers Nu de Goldstein sont environ 5% plus faibles que ceux de Cioni, ce qui est compatible avec la manifestation d'un effet de paroi et non d'une transition.

En résumé, l'analyse des mesures réalisées dans l'eau donne des résultats mitigés et des expériences de confirmation seraient nécessaires.

Une raison possible à cette complexité pourrait être l'existence de deux régimes distincts de convection dans la région de turbulence dure : un premier qui obéirait à une loi de puissance proche de $2/7$ et un autre d'exposant supérieur. Cette hypothèse peut-être mise en parallèle avec la mise en évidence -dans le mercure- de deux régimes d'écoulement qui suivent des lois de puissance d'exposants différents¹ (Figure 5-19) [Cioni 1997][Glazier 1999].

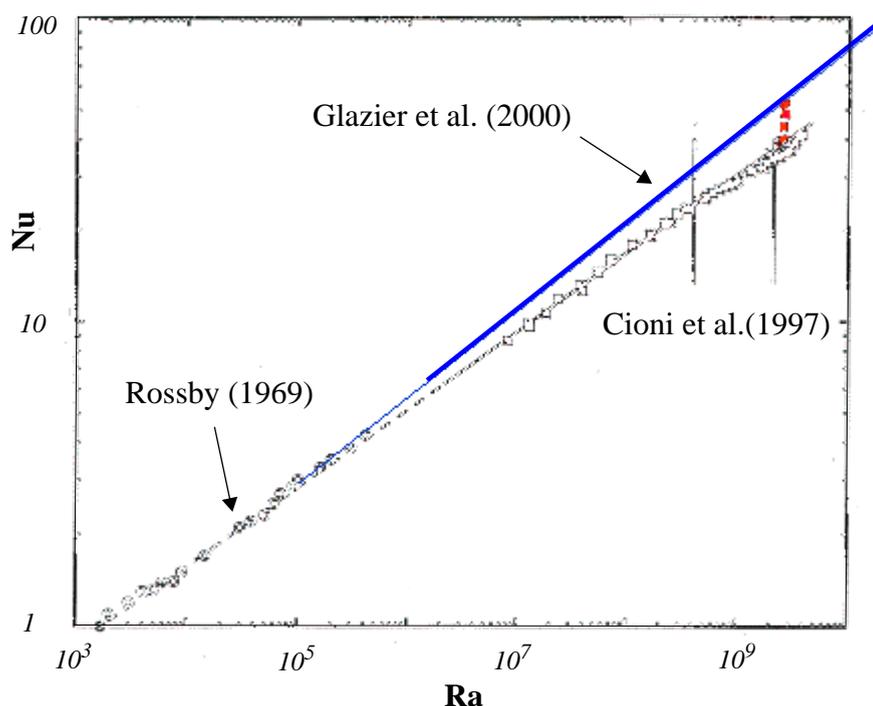


Figure 5-19. Nu en fonction de Ra pour différentes expériences menées dans le mercure. Figure extraite de [Cioni 1997] et complétée par une interpolation des résultats de [Glazier 1999]. On note la transition que suivent les mesures de Cioni pour les Ra les plus élevés. Cette transition semble la manifestation d'un basculement vers le régime mesuré par Glazier et al. Les deux droites représentées sont de pente 0,26 et $2/7=0,286$.

5.5 Conclusion sur l'effet de paroi

Cette étude laisse quelques points incompris pour les résultats obtenus avec l'eau mais permet de remettre en accords plusieurs résultats expérimentaux.

Nous avons tout d'abord mis en évidence un effet significatif (typiquement 10% d'augmentation de Nu pour Ra jusqu'à plus de 10^{10}) négligé jusqu'à présent et qui permet de comprendre quelques anomalies présentes dans les résultats d'expériences antérieures posées souvent comme référence.

Le modèle proposé introduit un paramètre de contrôle -le Nombre de Paroi - et montre que l'on peut rendre compte de nos observations expérimentales sur une large plage de Nombres de Rayleigh et de Paroi, grâce à la modification du terme de surface d'échange dans le Nombre de Nusselt.

Des relevés qualitatifs et quantitatifs montrent que cet effet de paroi est sensible dans un certain nombre de travaux publiés, en particulier dans les systèmes de convection gazeuse et dans les systèmes de mesures à haute précision. Un effet de paroi peut tout à fait être responsable de certains résultats attribués à l'influence du rapport d'aspect ou encore à une dépendance avec «Rayleigh» de l'exposant γ .

Une extrapolation de notre modèle à la paroi isolante a été mise en oeuvre. Elle suggère que l'exposant γ du régime de turbulence dure soit incompatible avec une loi en $2/7$ sur une large plage de Nombre de Rayleigh. L'exposant apparent mesuré dans les expériences serait systématiquement sous-estimé de quelques centièmes. A titre indicatif, des exposants γ de 0,310 et 0,315 sont proposés.

Compte tenu de la correction apportée par la conduction latérale, nous montrons qu'un grand nombre de résultats publiés sont compatibles avec un exposant compris entre 0,3 et $1/3$.

1. Notons que les expériences dans le mercure ne sont pas sujettes à l'effet de paroi latérale du fait de la grande conductivité du mercure.

6 Transfert thermique et Nombre de Prandtl

plan du chapitre

- *Une excursion de Nombre de Prandtl sur 1,5 décade*
- *Comparaison avec les expériences antérieures*
- *Une confrontation avec les théories*
- *Conclusion sur l'influence de Pr*

6.1 Une excursion de Nombre de Prandtl sur 1,5 décade

Les figures 6-1 et 6-2 représentent le Nombre de Nusselt -rapporté ou non à $Ra^{2/7}$ - en fonction de Ra , pour les mesures effectuées dans la mini-cellule. Ces Nombres sont tous corrigés de l'effet de paroi latérale comme vu précédemment, de sorte qu'ils correspondent tous à une même paroi fictive de caractéristique $W=0,6$. Le choix de ce Nombre de Paroi particulier permet de ne pas avoir à extrapoler le modèle dans une gamme de W faible, pour lequel il n'aurait pas été validé. A Ra constant, cette correction conduit à réduire de 26% la dispersion des Nombres de Nusselt par rapport à la situation d'un W variable. Cette correction rend la dispersion compatible avec deux fois la valeur la demi-barre d'incertitude de Nu , déterminée indépendamment.

Dans la gamme des Nombres de Prandtl compris entre 0,72 et 21, la dispersion des Nu pour un Ra fixé se réduit à seulement 11%. Si l'on rend compte de cette dépendance en Pr par une loi de puissance de type $Nu \sim Pr^\delta \cdot Ra^\gamma$, on obtient un encadrement de l'exposant δ tel que $|\delta| < 0,03$ c'est-à-dire $|\delta| < 1/33$.

Un échantillon des points a été repris sur la Figure 6-3.

Notons aussi qu'à Pr fixé, l'erreur systématique sur une série de mesures de Nombre de Nusselt est constante. Cet écart donné par la barre d'erreur est lié à la variation des propriétés de l'hélium (Figure 6-2). Ainsi à Pr constant, l'incertitude sur la détermination des exposants γ est minime. Dans le régime de turbulence dure $4 \times 10^8 \leq Ra \leq 4 \times 10^{10}$, pour un Pr variant sur presque une décade (de 0,73 à 5,9), la dispersion de l'exposant γ s'établit à environ 1%.

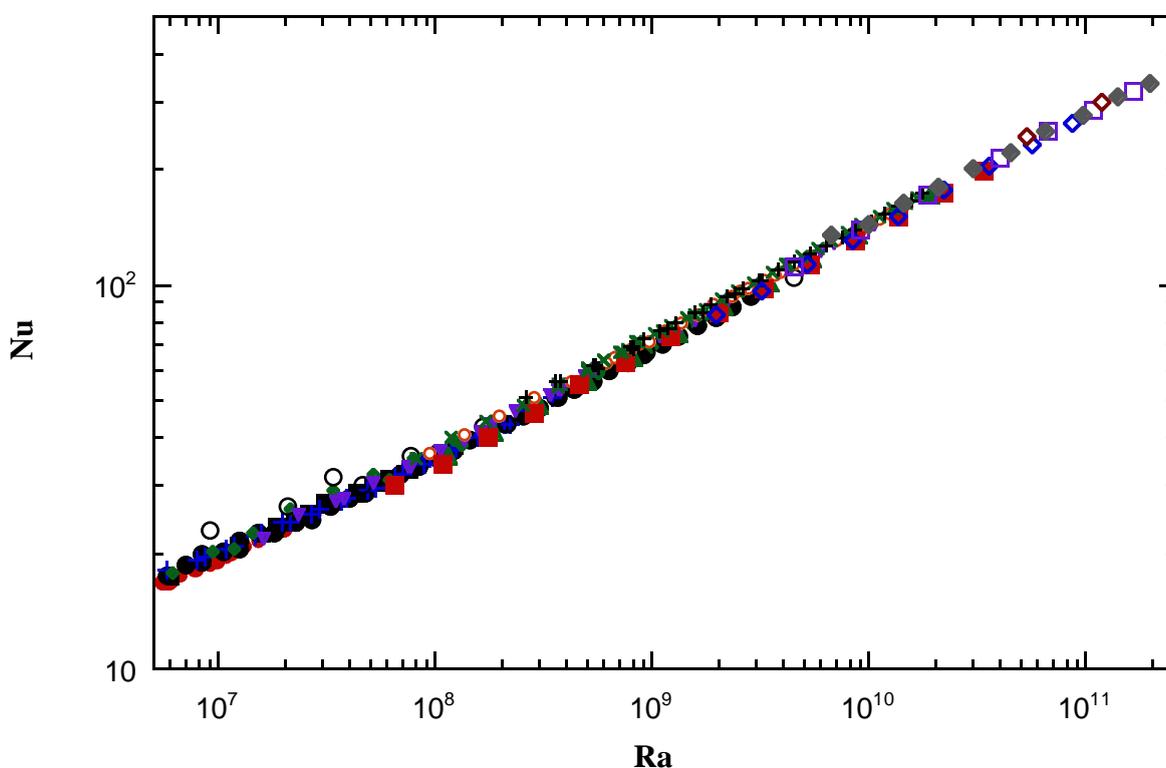


Figure 6-1. Mini-cellule, pour $0,72 \leq Pr \leq 21$. Nu en fonction de Ra après compensation de Nu à $W=0,6$ de l'effet de paroi. En adoptant une compensation à cette valeur, la comparaison de tous les points expérimentaux est possible sans le recours à une extrapolation à $W=0$. La légende des symboles apparaît sur la figure suivante.

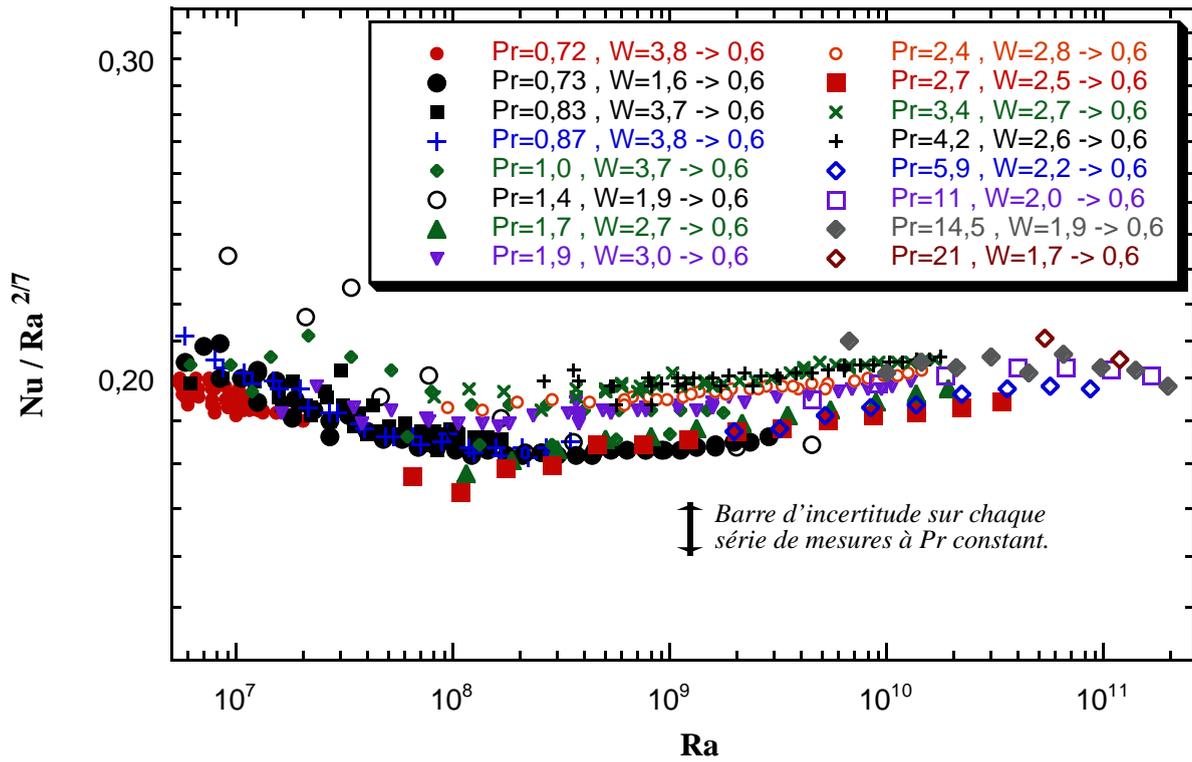


Figure 6-2. Mini-cellule. Nu rapportés à $Ra^{2/7}$ après compensation à $W=0,6$ de l'effet de paroi. En adoptant une compensation à cette valeur, la comparaison de tous les points expérimentaux est possible sans le recours à une extrapolation à $W=0$.

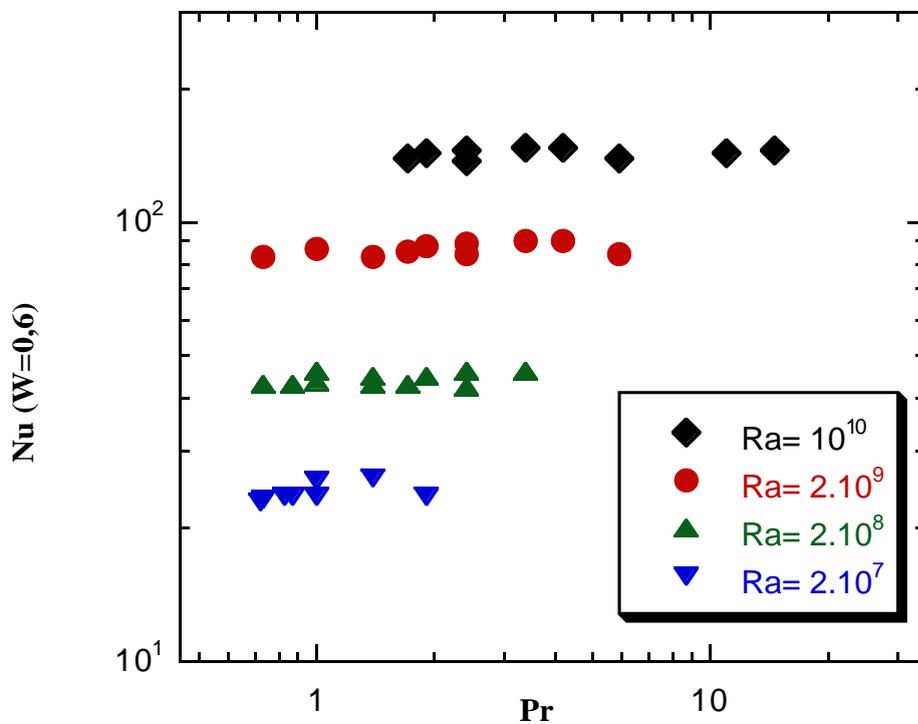


Figure 6-3. Nu en fonction de Pr pour quatre Ra turbulents. Les Nu sont compensés à $W=0,6$. Les barres d'incertitude verticales correspondent à la hauteur des symboles.

6.2 Comparaison avec les expériences antérieures

La figure 6-4 est une compilation des diverses valeurs $Nu(Pr)$ publiées dans la littérature pour quatre nombres de Rayleigh «turbulents». Notons que les géométries et les rapports d'aspect des cellules sont très divers ce qui a pour conséquence une certaine dispersion des points autour d'un Nombre de Nusselt moyen. Une partie de cette dispersion est due aux incertitudes expérimentales et aux effets de conduction de la paroi latérale. Cette représentation permet d'illustrer que globalement le Nombre de Prandtl a une incidence faible sur l'efficacité du transfert thermique. En effet, pour plus de 6 décades de variation de Pr , Nu varie de moins d'une décade pour un Ra donné.

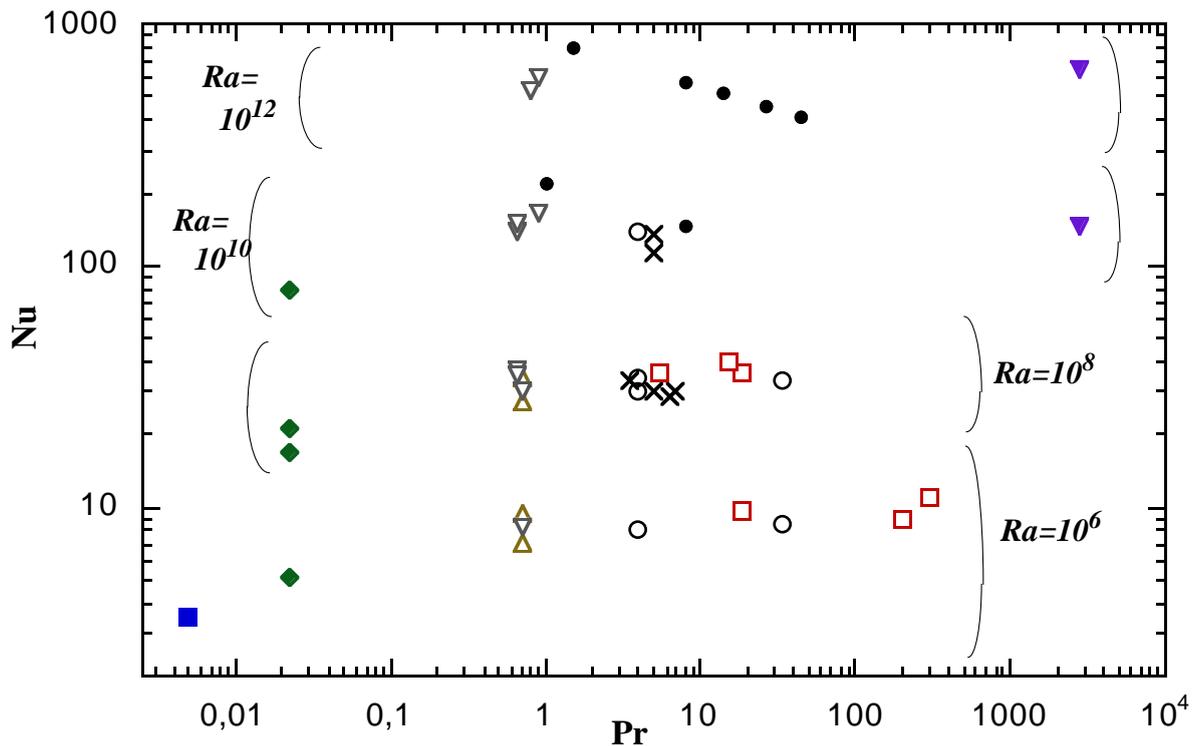


Figure 6-4. Compilation de Nombres de Nusselt en fonction du Nombre de Prandtl pour divers fluides. Les Nombres de Rayleigh retenus sont $Ra=10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}$.

Le cartouche ci-contre précise le nom du premier auteur des publications rapportant ces travaux, à l'exception des travaux de Globe qui sont rapportés dans [Goldstein 1990] et de ceux de Ahlers qui furent présentés aux séminaires de l'ITP de Santa Barbara (2000). Les références sont données dans la section bibliographique de cette thèse.

●	SF6 (Ashkenazi)
■	Na (Horanyi)
◆	Hg (Cioni, Globe, Takehiko, Glazier)
△	Air (Goldstein, Fitzjarrald)
▽	Hélium (Wu, Threlfall, Niemela)
○	Acétone et 2-propanol (Xu, Ahlers)
×	Eau (Cioni, Chilla, Ciliberto, Baron, Tanaka, Xin)
□	Huile (Somerscales, Rossby, Globe)
▼	Soluté (Goldstein)

Dans cette représentation, la dispersion des points interdit une comparaison fine avec nos mesures. Nous restreindrons donc la comparaison de nos résultats aux expériences de variation de Pr réalisées dans des conditions homogènes.

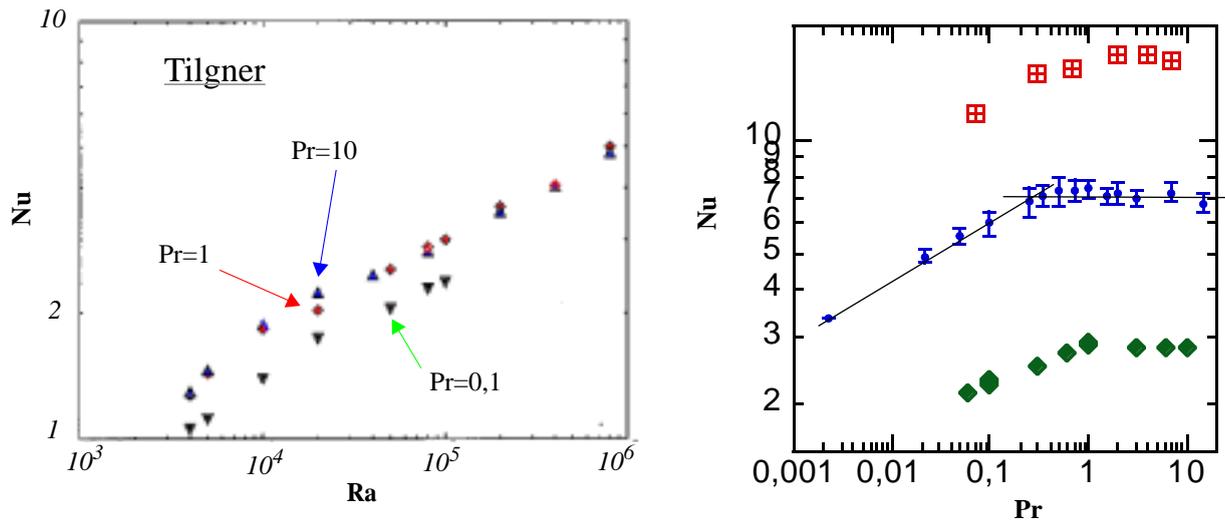


Figure 6-5. Etudes numériques de convection thermique. *Tilgner* : entre deux sphères concentriques (rapport des diamètres 0,4) et pour un champ de « pesanteur » linéaire avec le rayon [Tilgner 1996]. *Kerr* : cellule de Rayleigh-Bénard avec des conditions aux limites périodiques et pour $Ra=10^7$ [Kerr 1996]. *Verzicco* : cellule de Rayleigh-Bénard de rapport d'aspect 1 [Verzicco 1999].

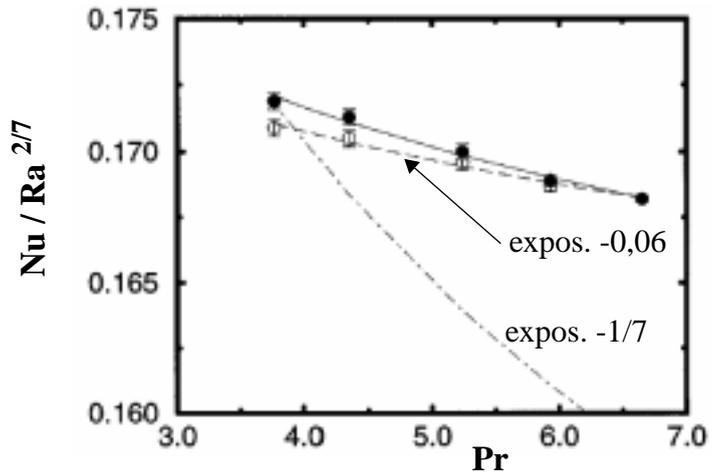


- Les « expériences » numériques de Tilgner, Verzicco et Kerr réalisent des Nombres de Rayleigh de 8.10^4 , 6.10^5 , 10^7 respectivement [Tilgner 1996][Verzicco 1999][Kerr 2000]. Ces Nombres de Rayleigh sont trop faibles pour permettre une comparaison directe avec nos résultats¹. Ils constituent par contre un intéressant prolongement de nos conclusions dans la région de turbulence douce puisque les simulations de Kerr et de Verzicco ne montrent pratiquement aucune dépendance de Nu avec Pr dès que $Pr > 0,5$ (Figure 6-5, figure de droite).

Il est intéressant de mettre en parallèle ces 3 simulations, les mesures dans le mercure pour des Ra élevés (Figure 6-4) et nos résultats (Figure 6-3). On constate alors que la dépendance $Nu(Pr)$ présente toujours le même coude et le même plateau pour des Nombres de Prandtl supérieurs à 0,35-1. En d'autres termes, on retrouve le même type de dépendance de Nu avec Pr dans des écoulements très turbulents (Nu de quelques centaines) et dans l'écoulement à faible Ra réalisé par Tilgner (Nu inférieur à 3). Si ce résultat est confirmé par une simulation numérique à faible Ra, il suggère que la sélection entre les deux régimes de Pr joue de la même façon indépendamment de la nature de l'écoulement.

1. Notons que l'étude de Tilgner n'est pas menée dans une géométrie de type Rayleigh-Bénard, mais pour un fluide contenu entre deux sphères concentriques et pour un champ de « pesanteur » variant linéairement avec le rayon.

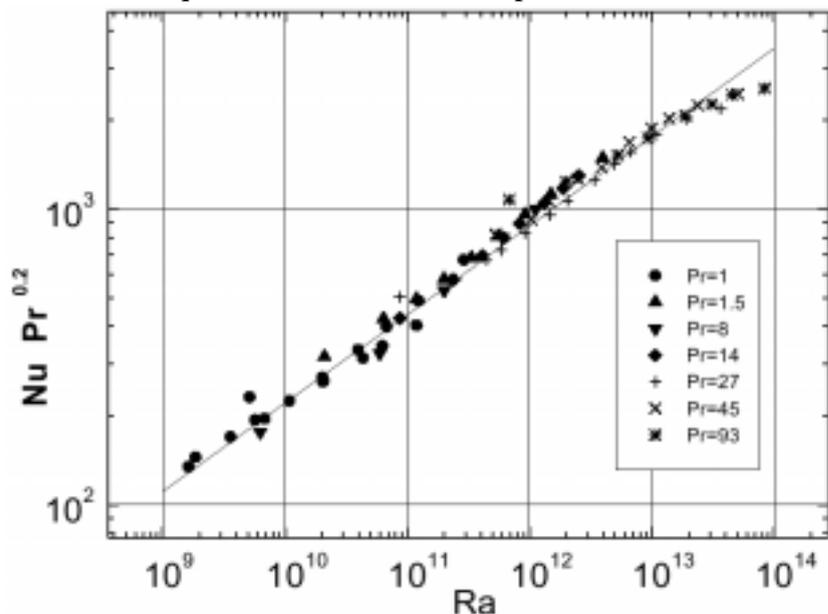
Figure 6-6. Nu rapporté à $Ra^{2/7}$ en fonction de Pr [Liu 1997]. Expérience de convection dans l'eau pour un nombre de Ra non précisé par les auteurs et probablement compris entre $Ra=10^7$ et 10^8 .
Symboles pleins: avant correction de chaleur parasite,
symboles vides: après correction,
ligne alternée: dépendance en $Pr^{-1/7}$ prédite par les deux modèles de la loi de puissance «2/7».



- Liu et Ecke présentent des résultats dont la dépendance $Nu(Pr)$ est proche d'un exposant $-0,06$ pour des Nombre de Prandtl compris entre 3,75 et 6,75 (Figure 6-6) [Liu 1997]. On peut constater que cet exposant est deux fois plus grand que notre majorant, cependant on notera qu'il est extrait sur une fraction de décade, pour des points dont les barres d'erreur ne sont pas précisées. On ne peut donc pas considérer qu'il y ait vraiment incompatibilité des résultats.
- Les mesures de Ahlers dans quatre fluides pour des Nombres de Prandtl de 4 - 6,5 - 14 - 34 et pour $Ra=2,5 \cdot 10^7$ permettent de déterminer une loi de puissance d'exposant $-0,01$ pour $Nu(Pr)$ [Ahlers, soumis]. En échelle logarithmique, nos mesures couvrent plus de 75% de la gamme de Nombre de Prandtl décrite dans cette expérience et descendent un facteur 5 plus bas. Ces résultats sont en bon accord avec les nôtres.
- La dernière série de mesures avec laquelle nous pouvons comparer de nos résultats est obtenue dans la région critique de SF_6 pour des Nombres de Prandtl compris entre 1 et 93 [Ashkenazi 1999]. Ashkenazi et Steinberg déterminent une loi de puissance d'exposant $-0,2$ pour $Nu(Pr)$. Nos mesures couvrent 67 % de leur gamme de Nombre de Prandtl et sur cette zone commune les résultats de ces expériences ne se recouvrent pas. Nous n'avons pas d'explication sur cette divergence si ce n'est que les valeurs de Nombre de Nusselt trouvés par Ashkenazi sont supérieures de plus de 30 % à celles obtenues dans la quasi-totalité des autres expériences de convection.

Figure 6-7. Etude à proximité du point critique de SF_6 [Ashkenazi 1999]. La ligne est une interpolation selon la loi empirique:

$$Nu/Pr^{-0,2} = 0,22 \cdot Ra^{0,3}$$



6.3 Une confrontation avec les théories

Mis à part la théorie du régime ultime, quelques théories de la convection turbulente ont acquis un statut privilégié.

- Les premières théories de la convection («stabilité marginale» [Malkus 1954][Howard 1963], «longueur de mélange» [Priestley 1959][Kraichnan 1962]) prédisaient une indépendance de Nu avec Pr, du moins pour des $Pr > 0,1$. Sur ce point, ces théories sont donc en bon accord avec nos mesures. Par contre, la dépendance prédite par ces auteurs en racine cubique de Ra paraît plus difficile à concilier avec nos résultats, sauf en arguant d'un effet de paroi particulièrement important.
- La théorie de la couche de mélange [Castaing 1989] et celle de l'écoulement moyen à grande échelle [Siggia 1994] reposent sur des mécanismes de transport de la chaleur radicalement différents. Néanmoins, ces deux théories prédisent la même loi de dépendance du Nombre de Nusselt : $Nu = Ra^{2/7} \cdot Pr^{-1/7}$. La dépendance en Pr est ouvertement incompatible avec notre majoration d'exposant à 0,03. Même sur une gammes de Ra plus restreinte, la Figure 6-8 montre que la dépendance selon ces lois est totalement incompatible avec nos résultats.

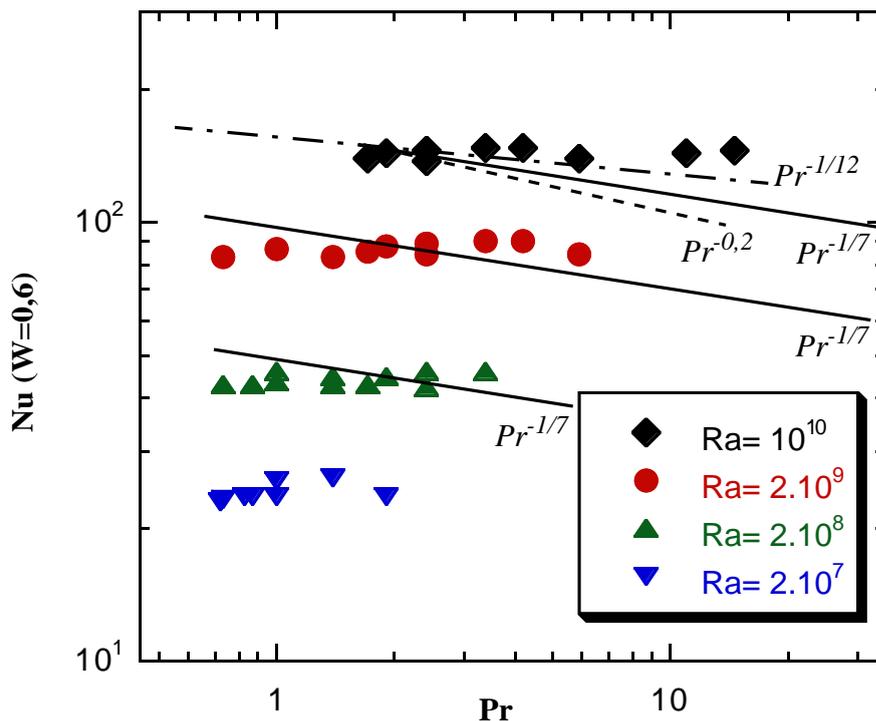
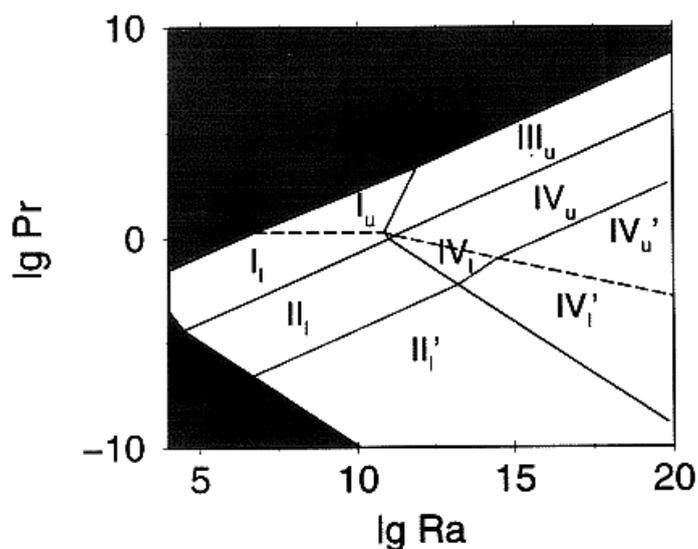


Figure 6-8. Nu en fonction de Pr pour quatre Ra turbulents. Les Nu sont compensés à $W=0,6$. Les barres d'incertitude verticales correspondent à la hauteur des symboles. La droite continue correspond à la dépendance en loi de puissance $-1/7$ prévue par les deux théories prédisant $Nu \sim Ra^{2/7}$ [Castaing 1989][Shraiman 1990]. La droite en pointillés correspond à l'exposant mesuré par Ashkenazi et Steinberg [Ashkenazi 1999] et la droite alternée à l'exposant prédit par Grossmann et Lohse [Grossmann 2000].



regime	dominance		$Nu \sim$	$Re \sim$
I	$\epsilon_{u,BL}, \epsilon_{\theta,BL}$	I_l	$Ra^{1/4} Pr^{1/8}$	$Ra^{1/2} Pr^{-3/4}$
		I_u	$Ra^{1/4} Pr^{-1/12}$	$Ra^{1/2} Pr^{-5/6}$
II	$\epsilon_{u,bulk}, \epsilon_{\theta,BL}$	II_l	$Ra^{1/5} Pr^{1/5}$	$Ra^{2/5} Pr^{-3/5}$
III	$\epsilon_{u,BL}, \epsilon_{\theta,bulk}$	III_l	$Ra^{2/3} Pr^{1/3}$	$Ra^{2/3} Pr^{-2/3}$
		III_u	$Ra^{3/7} Pr^{-1/7}$	$Ra^{4/7} Pr^{-5/7}$
IV	$\epsilon_{u,bulk}, \epsilon_{\theta,bulk}$	IV_l	$Ra^{1/2} Pr^{1/2}$	$Ra^{1/2} Pr^{-1/2}$
		IV_u	$Ra^{1/3}$	$Ra^{4/9} Pr^{-2/3}$

Figure 6-9. Diagramme de phase dans le plan (Ra, Pr) d'après [Grossmann 2000]. Dans chaque domaine, Nu et le Nombre de Reynolds Re de l'écoulement à grande échelle suivent une loi de puissance spécifique donnée dans le tableau.

• La théorie de Grossmann et Lohse propose de diviser le plan (Ra, Pr) en une multitude de domaines (Figure 6-9) [Grossmann 2000]. Dans chacun d'eux, $Nu(Ra, Pr)$ suit une loi de puissance caractéristique. Compte tenu de la gamme de Pr et de Ra de notre expérience, nous devrions obtenir un exposant δ pour Pr ayant pour valeur $-1/12 \approx -0,083$. Cet exposant est incompatible avec la barre d'incertitude de nos mesures.

Toutefois, les auteurs admettent un large recouvrement des domaines aux frontières. La conséquence directe est une latitude de valeurs des exposants δ et γ . Le recouvrement des deux domaines I_u et I_l qui nous concernent le plus ne permet pas d'expliquer nos valeurs, car ils produisent tous deux une exposant γ d'une valeur 0,25. On peut penser qu'une contribution d'un troisième domaine III_u doit être prise en compte. Or ce domaine engendre pour le Pr un exposant de $-1/7$ qui rendra δ encore plus faible que l'exposant attendu.

Sous sa forme actuelle, cette théorie est également mise en défaut par nos mesures.¹

En conclusion, on constate que ces théories ne rendent pas compte de nos résultats pris dans leur globalité, c'est à dire à la fois sur la dépendance en Pr et Ra .

1. Notons que si nous avons pu trouver la bonne combinaison de loi de puissance qui produise les exposants mesurés, un second test sévère devait être appliqué à cette théorie. L'exposant γ prédit aurait en effet été une fonction de Pr , or nous avons vu que pour des Pr compris entre 0,73 et 5,9 l'exposant γ mesuré est constant à 1% près sur deux décades de Ra .

6.4 Conclusion sur l'influence de Pr

Les mesures du Nombre Nusselt que nous avons effectué sur près d'une décade et demie de Nombre de Prandtl en régimes de turbulence, nous amène à proposer une majoration de la dépendance de Nu en fonction de Pr. L'hypothèse d'une loi de puissance de type $Nu \sim Pr^\delta$, nous conduit à un majorant de 0,03 pour $|\delta|$.

Ces résultats expérimentaux s'avèrent comparables aux résultats de différents auteurs, mais obtenus à des Nombres de Rayleigh bien plus faibles ou pour des Nombres de Rayleigh identiques mais sur des gammes plus restreintes de Nombre de Prandtl.

Nous sommes par contre en total désaccord avec les résultats d'Ashkenazi et Steinberg qui trouvent un exposant du Pr égale à six fois notre borne supérieure.

D'une façon plus générale, cette majoration que nous obtenons sur la dépendance avec le Nombre de Prandtl impose comme on l'a vu une contrainte très restrictive à toute théorie.

Nos résultats sont ainsi en nette contradiction avec les deux théories qui prédisent une dépendance de Nu linéaire avec $Ra^{2/7}$: la théorie de la couche de mélange et celle de l'écoulement moyen à grande échelle.

Nos observations expérimentales sont aussi incompatibles avec la théorie de Grossmann-Lohse sous sa forme actuelle.

Conclusion générale

L'objectif de cette thèse était l'étude de la convection thermique en régime d'écoulement turbulent dans des cellules de Rayleigh-Bénard.

Si de nombreux travaux ont été menés antérieurement pour préciser ce régime, aucun à notre connaissance n'a analysé, de façon aussi exhaustive les conditions d'expérience. Nos résultats s'appuient sur des mesures de Nombres de Rayleigh (Ra), de Prandtl (Pr) et de Nusselt (Nu) réalisées dans quatre cellules distinctes de Rayleigh-Bénard de géométrie cylindrique et de rapport d'aspect 0,5.

Nos expériences ont pour spécificité d'avoir été menées autour de 5 K, ce qui permet d'optimiser la précision des mesures calorimétriques et de réaliser une variation de Ra de 11 décades dans une même cellule.

Ce travail apporte trois contributions essentielles à la connaissance de la convection thermique turbulente.

Nous rapportons la première observation de la loi de puissance $Nu \sim Ra^{1/2}$. Cette loi prédite il y a près de 40 ans par Kraichnan, caractérise le régime ultime de convection. Cette observation est rendue possible par la réalisation d'une surface de cellule à rugosité contrôlée (rainures). Par une analogie avec la force de traînée sur une surface lisse et rugueuse, nous montrons que la rugosité peut annuler la correction logarithmique décrite dans les théories du régime ultime, ce qui rend possible l'observation de la limite asymptotique de la loi de dépendance $Nu(Ra)$. Ce résultat confirme une observation antérieure par Chavanne du régime ultime dans une cellule lisse.

Nous montrons qu'un certain nombre de travaux de référence sur le Nombre de Nusselt sont affectés significativement par un effet de conduction de la paroi latérale induisant plus de 10% d'erreur. Nous proposons un modèle analytique validé par des mesures expérimentales, après introduction d'une nouvelle grandeur sans dimension appelée «Nombre de Paroi». Ce modèle permet d'expliquer les incohérences de différents résultats publiés et montre par ailleurs que l'exposant de la loi de puissance $Nu(Ra)$ est sous-estimé dans de nombreux travaux, en particulier pour l'hélium et l'acétone.

Dans une cellule miniature conçue à cet effet, nous réalisons une variation indépendante de Pr et Ra sur des plages de valeurs respective de 1,5 et 5 décades. Cette plage de Ra correspond exclusivement à des écoulements turbulents. L'étude montre que la dépendance de Nu avec Pr est soit nulle soit très faible. L'hypothèse d'une loi de puissance $Nu(Pr)$ conduit à un encadrement de l'exposant par $\pm 0,03$. Ces résultats remettent en question les trois théories les plus étudiées actuellement [Castaing 1989][Shraiman 1990][Grossmann 2000]. Plus généralement, ils imposent donc une condition très restrictive dont il faut tenir compte dans les modèles.

Ce travail souligne entre autres la nécessité d'une théorie générale de la convection.

Bibliographie

Acton, A. et K. Kellner (1977). *The low temperature thermal conductivity of ^4He* . Physica B **90**: 192-204.

Acton, A. et K. Kellner (1981). *The low temperature thermal conductivity of ^4He II - Measurements in the critical region*. Physica B **103**: 212-25.

Agosta, C., S. Wang, L. H. Cohen et H. Meyer (1987). Journ.Low Temp. Phys. **67**: 237.

Ahlers, G. et X. Xu (soumis). *Prandtl-number Dependence of Heat Transport in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection*. .

Arp, V. P. et R. D. McCarty Thermophysical properties of ^4He from 0.8 K to 1500 K with pressures up to 2000 MPa. (1989). Technical Note, NIST

Ashkenazi, S. et V. Steinberg (1999). *High Rayleigh Number Turbulent Convection in a Gas near the Gas-Liquid Critical Point*. Phys. Rev. Lett **83**(18): 3641-4.

Assenheimer, M. et V. Steinberg (1993). *Rayleigh-Bénard Convection near the Gas-Liquid Critical Point*. Phys. Rev. Lett. **70**(25): 3888-91.

Belmonte, A., A. Tilgner et A. Libchaber (1994). *Temperature and velocity boundary layers in turbulent convection*. Phys. Rev. E **50**(1): 269.

Belmonte, A., A. Tilgner et A. Libchaber (1995). *Turbulence and internal waves in side-heated convection*. Phys. Rev. E **51**(6): 5681.

Bénard, H. (1901). *Les Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent*. Ann. Chim. Phys. **7**(Ser. 23): 62.

Berman, R., J. C. S. Brock et D. J. Huntley (1964). cryogenics **4**: 233.

BIPM Supplementary information for the international temperature scale of 1990. (1990). , Bureau International des Poids et Mesures, Sèvres, France

Castaing, B., G. Gunaratne, F. Heslot, L. Kadanoff, A. Libchaber, S. Thomae, X. Z. Wu, S. Zaleski, et al. (1989). *Scaling of hard thermal turbulence in Rayleigh-Bénard Convection*. J. Fluid Mech. **24**: 137-67.

Chabaud, B., B. Hébral, S. Pietropinto, P. Roche, B. Castaing et Y. Ladam (2000). Very high Reynolds and Rayleigh numbers experiments in low temperature gaseous helium. 20th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM 2000), Chicago, 27 aug - 2 sept.

- Chavanne, X. Etude du régime turbulent en convection de Rayleigh-Bénard dans l'hélium liquide ou gazeux autour de 5 K. (1997). PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, France (C.R.T.B.T., C.N.R.S.). 189 pages
- Chavanne, X., F. Chilla, B. Castaing, B. Hébral, B. Chabaud et J. Chaussy (1997). *Observation of the ultimate regime in Rayleigh-Bénard convection.* Phys. Rev. Lett. **79**(19): 3648-51.
- Chavanne, X., F. Chilla, B. Chabaud, B. Castaing, J. Chaussy et B. Hébral (1996). *High Rayleigh number convection with gaseous helium at low temperature.* Journal of Low Temperature Physics **104**(1/2): 109-29.
- Ciliberto, S., S. Cioni et C. Laroche (1996). *Large-scale flow properties of turbulent convection.* Phys. Rev. E **54**(6): 5901.
- Ciliberto, S. et C. Laroche (1999). *Random roughness of boundary increases the turbulent scaling exponent.* Phys. Rev. Lett. **82**: 3998-4001.
- Cioni, S., S. Ciliberto et J. Sommeria (1997). *Strongly turbulent Rayleigh-Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl numbers.* J. Fluid Mech. **335**: 111-40.
- Conte, R. R. Eléments de cryogénie. (1970). Paris, Masson.
- Donnelly, R. J. et C. F. Barenghi The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure. (1998). , Dep. of Physics, University of Oregon, Eugene, Oregon, USA
- Dropkin, D. et E. Sommerscales (1965). *Heat transfert by natural convection in liquids confined by two parallel plates which are inclined at various angles with respect to the horizontal.* Trans. ASME C: J. Heat Transfert **87**: 77-84.
- Du, Y.-B. et P. Tong (2000). *Turbulent Thermal Convection in a Cell with Ordered Rough Boundaries.* J. Fluid Mech. **407**: 57-84.
- Garon, A. M. et R. J. Goldstein (1973). *Velocity and heat transfer measurements in thermal convection.* Phys. fluids **16**(11): 1818-25.
- Garrabos, Y., M. Bonetti, D. Beysens, F. Perrot, T. Frohlich, P. Carlès et B. Zappoli (1998). *Relaxation of a supercritical fluid after a heat pulse in the absence of gravity effects : Theory and experiments.* Phys.Rev. E **57**(5): 5665-81.
- Glazier, J. A., T. Segawa, A. Naert et M. Sano (1999). *Evidence against 'ultrahard' thermal turbulence at very high Rayleigh numbers.* Nature **398**: 307-10.
- Globe, S. et D. Dropkin (1959). *Natural-convection heat transfert in liquids confined by two horizontal plates and heated from below.* J. Heat Transfer **31**: 24-8.
- Goldstein, R. J., H. Chiang et D. See (1990). *High-Rayleigh-number convection in a horizontal enclosure.* J. Fluid Mech. **213**: 111-26.
- Goldstein, R. J. et S. Tokuda (1980). *Heat transfer by thermal convection at high Rayleigh numbers.* Int. J. Heat Transfer **23**: 738-40.

- Grossmann, S. et D. Lohse (2000). *Scaling in thermal convection: A unifying theory*. J. Fluid Mech. **407**: 27-56.
- Hands, B. A. et V. D. Arp (1981). *A correlation of thermal conductivity data for helium*. Cryogenics **21**: 697-703.
- Heslot, F., B. Castaing et A. Libchaber (1987). *Transitions to turbulence in helium gas*. Phys. Rev. A **36**(12): 5870-73.
- Hinze, J. O. Turbulence. (1975). New-York, McGraw Hill.
- Horanyi, S., L. Krebs et U. Müller (1997). *Turbulent Rayleigh-Bénard convection in low Prandtl-number fluids*. Intl J. Heat Transfer (submitted???)
- Howard, L. N. (1963). J. Fluid Mech. **17**: 405.
- Kek, V. et U. Muller (1993). *Low Prandtl number convection in layers heated from below*. Intl J. Heat Mass Transfer **36**: 2795-804.
- Kerr, R. M. (1996). *Rayleigh number scaling in numerical convection*. J. Fluid Mech. **310**: 139-79.
- Kerr, R. M. et J. R. Herring (2000). *Prandtl number dependence of Nusselt number in DNS*. J. Fluid Mech. **419**.
- Kierstead, H. A. (1971). *Pressures on the critical isochore of ^4He* . Physical Review A **3**(1): 329.
- Kierstead, H. A. (1973). *PVT surface of ^4He near its critical point*. Physical Review A **7**(242).
- Kraichnan, R. H. (1962). *Turbulent thermal convection at arbitrary Prandtl number*. Phys. Fluids **5**: 1374-89.
- Landau, L. et E. Lifchitz Mécanique des fluides. (1989). , Edition Mir (éd. librairie du globe).
- Liu, Y. et R. E. Ecke (1997). *Heat Transport Scaling in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection : Effects of Rotation and Prandtl Number*. Phys. Rev. Lett. **79**(12): 2257.
- Lui, S.-L. et K.-Q. Xia (1998). *Spatial structure of the thermal boundary layer in turbulent convection*. Phys. Rev. E **57**(5): 5494-503.
- Malkus, W. V. R. (1954). Proc. Roy. Soc (London) **A225**: 185-96.
- McCarty, R. D. (1973). *Thermodynamic properties of helium-4 from 2 to 1500 K at pressures to 10 Pa*. J. Phys. Chem. Ref. Data **2**(4): 923.
- McCarty, R. D. et V. D. Arp A new wide range equation of state for helium. Advances in cryogenic engineering. (1990). R. W. Fast. New York, Plenum Press. **35**: 1465-75.
- Moldover, M. R. (1969). *Scaling of the specific-heat singularity of ^4He near its critical point*. Physical Review **182**(1): 342-52.

- Mull, W. et H. Reiher (1930). *Der Wärmeschutz van Luftschichten*. Beihefte zum Gesundlthe Inge-nieur (Munich & Berlin) **1**: 28.
- Niemela, J. J., L. Skrbek, K. R. Sreenivasan et R. J. Donnelly (2000). *Turbulent convection at very high Rayleigh numbers*. Nature **404**: 837-40.
- Priestley, C. H. B. Turbulent Transfer in the Lower Atmosphere. (1959). Chicago, University of Chi-cago Press.
- Qiu, X.-l. Experimental Study of Viscous Boundary Layer Properties in Thermal Turbulence. (1998). The Chinese University of HongKong, HongKong (Physics). 102 pages
- Rayleigh, L. (1916). *On convection currents in a horizontal layer of fluid, when he higher tempera-ture is on the underside*. Phil. Mag. **32**: 529.
- Roche, P.-E., B. Castaing, B. Chabaud et B. Hébral (2000). From Hard Turbulence to the Ultimate Regime in a Rough Rayleigh-Bénard cell. 8th European Turbulence Conference (ETC 8), Barcelona, 27-30 june, CIMNE.
- Rosby, H. T. (1969). *A study of Bénard convection with and without convection*. J. Fluid Mech. **36**: 309-35.
- Sano, M., X. Z. Wu et A. Libchaber (1989). *Turbulence in helium-gas free convection*. Phys. Rev. A **40**: 6421-30.
- Schlichting, H. Boundary-Layer Theory. (1979) 7th Edition, McGraw-Hill, New York
- Schmidt, E. et P. L. Silveston (1959). *Natural convection in a horinzontal liquid layer*. Chm. En. Prog. Symp. **55**: 163-9.
- Shen, Y. et P. Tong (1996). *Turbulent Convection over Rough Surfaces*. Phys. Rev. Lett. **76**(6): 908-11.
- Shraiman, B. I. et E. D. Siggia (1990). *Heat transport in high-Rayleigh-number convection*. Phys. Rev. A **42**: 3650-53.
- Siggia, E. (1994). *High Rayleigh number convection*. Annual Review of Fluid Mechanics **26**: 137,58.
- Slaman, M. J. et R. A. Aziz (1991). *Accurate transport properties and second virial coefficient for helium based on a state-of-the-art interatomic potential*. International Journal of Thermophysics **12**(5): 837-54.
- Solomon, T. H. et J. P. Gollub (1990). *Sheared boundary layers in turbulent Rayleigh-Bénard con-vection*. Phs. Rev. Lett. **64**(20): 2382-85.
- Sommeria, J. (1999). *The elusive ultimate state of thermal convection*. dans "News and Views" Natu-ret. **398**: 294-295.

- Sommerscales, E. F. C. et I. W. Gazda Thermal convection in high Prandtl number liquid at high Rayleigh numbers. (1968). , Rensselaer Polytechnic Inst.
- Steward, W. G. et G. H. Wallace Helium-4 viscosity measurements 4 to 20K, 0 to 10 MN/m². (1971). report, NBS, Boulder, Colorado, USA
- Takeshita, T., T. Segawa et M. Glazier (1996). *Thermal Turbulence in Mercury*. Phys. Rev. Lett. **76**(9): 1465-8.
- Tanaka, H. et H. Miyata (1980). *Turbulent natural convection in a horizontal water layer heated from below*. Int. J. Heat Transfert **23**: 1273-81.
- Tennekes, H. et J. L. Lumley A first course in turbulence. (1972). Cambridge/London, MIT press.
- Threlfall, D. C. (1975). *Free convection in low-temperature gaseous helium*. J. Fluid. Mech. **67** (part 1): 17-28.
- Tilgner, A. (1996). *High-Rayleigh-number convection in spherical shells*. Phys. Rev. E **53**(5): 4847-51.
- Tritton, D. J. Physical Fluid Dynamics. (1988). , Oxford University Press.
- Verzicco, R. et R. Camussi (1999). *Prandtl number effects in convective turbulence*. J. Fluid Mech. **383**: 55.
- Verzicco, R. et R. Camussi (2000). Convective turbulence of gaseous helium in a closed domain: a look inside the cell. 8th European Turbulence Conference (ETC 8), Barcelona, 27-30 june, CIMNE.
- Welty, J. R., R. R. Wilson et C. E. Wicks Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer. (1976). New York, John Wiley & Sons, Inc.
- Wu, X.-Z. et A. Libchaber (1991). *Non-Boussinesq effects in free thermal convection*. Phys. Rev. A **43**(6): 2833.
- Wu, X.-Z. et A. Libchaber (1992). *Scaling relations in thermal turbulence: The aspect-ratio dependence*. Phys. Rev. A **45**(2): 842.
- Wu, X. Z. Along a road to developed turbulence : free thermal convection in low temperature helium gaz. (1991). Chicago University, Chicago pages
- Xia, K.-Q. et X.-L. Qiu (1999). *Turbulent Convection with "Disconnected" Top and Bottom Boundary Layers*. Europhysics Letters.
- Xin, Y.-B. et K.-Q. Xia (1997). *Boundary layer length scales in convective turbulence*. Phys. Rev. E **56**(3): 3010-5.
- Xin, Y.-B., K.-Q. Xia et P. Tong (1996). *Measured Velocity Boundary Layers in Turbulent Convection*. Phys. Rev. Lett. **77**(7): 1266-9.
- Xu, X., K. M. S. Bajaj et G. Ahlers (2000). *Heat Transport in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection*. Phys. Rev. Lett. **84**(19): 4357-60.

A Correspondances entre échelles de température

La définition d'une échelle de température pratique en dessous du point triple de l'hydrogène (environ 14 K) n'est pas chose aisée. En 1958, une première échelle basée sur la pression de vapeur saturante de l'hélium-4 était proposée puis recommandée, dix ans plus tard, par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) dans le cadre de l'échelle officielle IPTS-68 (International Practical Temperature Scale). Cependant, hormis cette recommandation, l'IPTS-68 ne proposait aucune échelle en dessous de 13,81 K (point triple de l'hydrogène) ce qui explique le succès d'échelles nationales, comme celle de 1965 du NBS (National Bureau of Standard). En 1975, le Bureau International des Poids et Mesures revient même sur sa recommandation d'utilisation de l'échelle de pression de vapeur saturante, un an avant de proposer une nouvelle Echelle Provisoire de Température : l'EPT-76. Cette échelle corrige l'échelle de pression de vapeur saturante entre 0,5 K et la température critique de l'hélium-4 (environ 5,2 K) et approuve différentes interpolations entre 5,2 K et 14 K, basées sur certaines échelles nationales ou sur l'utilisation d'instruments thermodynamiques calibrés sur des points de référence. Les différentes corrections se chiffrent en mK et des courbes de conversion entre échelles sont présentées sur les figures ci-dessous A-1 et A-2.

En 1990, l'échelle de température ITS-90 (International Temperature Scale) actuellement en vigueur est adoptée [BIPM 1990] : l'ITS-90 reprend en particulier l'échelle de pression de vapeur saturante entre 0,65 K et 5 K¹ et préconise l'utilisation d'un thermomètre à gaz entre 3 K et 24 K (point triple de l'azote). Du fait de nombreux recouvrements entre les zones de définition de la température, celle-ci n'est définie de façon unique qu'entre 0,65K et 1,25K. Toutefois, la non unicité de la définition de la température dans cette gamme tout comme les ajustements par rapport à l'échelle de 1976 restent inférieurs au mK (Figure A-2).

1. Ayant tiré les leçons de l'amendement de 1975, la commission du BIPM écrit prudemment pour la nouvelle échelle de 1990 : «the helium vapour-pressure scales are not merely recommended but are integral part of the scale». Les Poids et Mesures font non seulement la loi mais aussi la morale. Fallait-il attendre deux poids, deux mesures ?

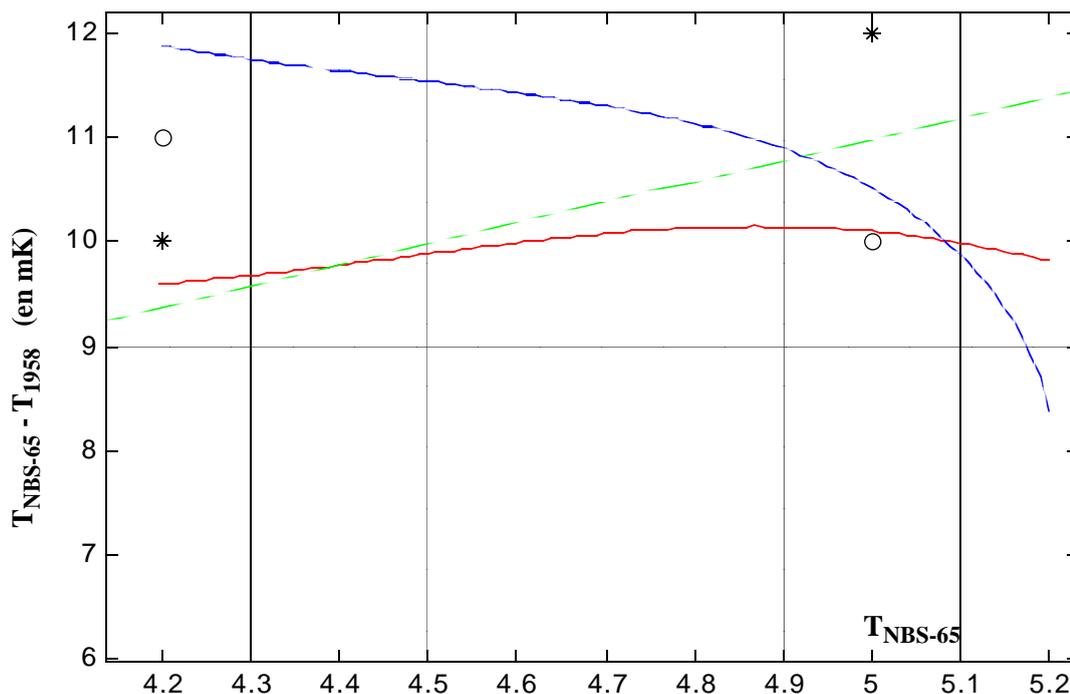


Figure A-1. Différence entre l'échelle de température NBS de 1965 et l'échelle de 1958 d'après différents auteurs. Trait plein d'après les recommandation du BIPMs. La conversion a été effectuée en utilisant l'échelle intermédiaire EPT-76. C'est la conversion utilisée dans nos programmes. Traits pointillés d'après [Kierstead 1971]. Traits alternés d'après [Hands 1981]. Conversion utilisée par X. Chavanne. Astérisques d'après Cataland et Plumb (cité dans [Kierstead 1971]). Ronds d'après Cetas et Swenson (cité dans [Kierstead 1971]).

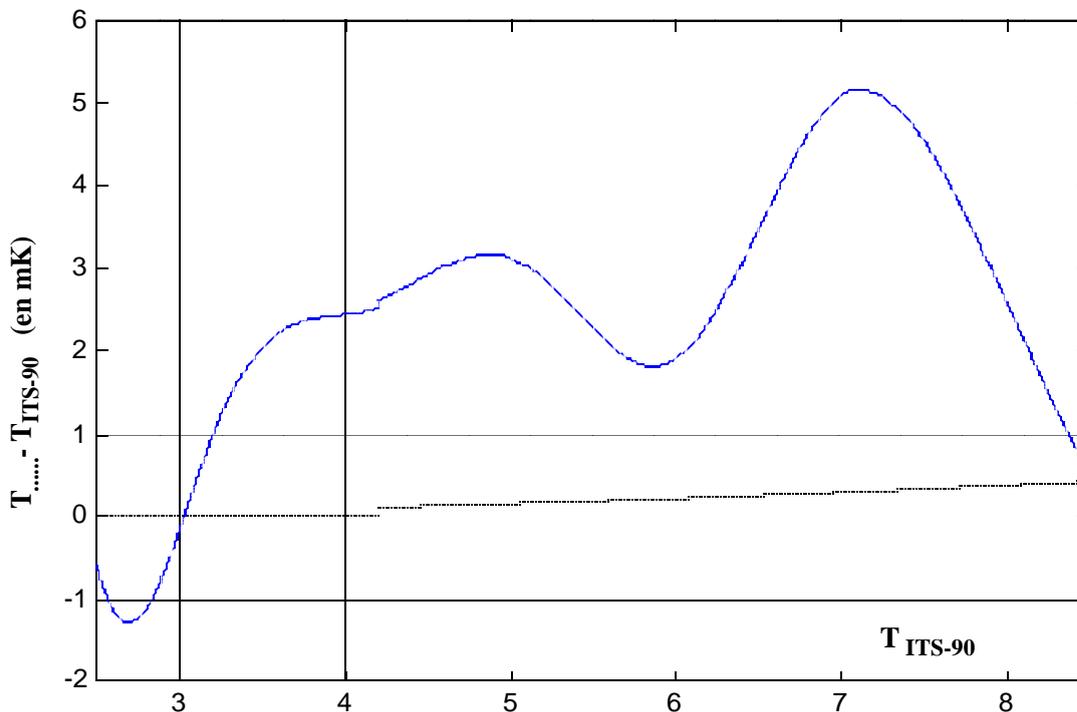


Figure A-2. Différence entre l'échelle de température NBS-65 ou EPT-76 et l'échelle de température ITS-90. D'après BIPM [BIPM 1990]. Courbe du haut : $T_{NBS-65} - T_{ITS-90}$. Courbe du bas : $T_{EPT-76} - T_{ITS-90}$

B Mesure du coefficient de dilatation isobare

Le tableau ci-dessous compare les mesures du coefficient de dilatation isobare α avec les prédictions de Arp & McCarty [McCarty 1990] et de Kierstead [Kierstead 1973].

L'incertitude totale présentée sur le coefficient $\alpha_{\text{mesuré}}$ prend en compte celle sur la détermination de la pente (voir Equation 2-1, page 43) ainsi que celle sur le facteur géométrique faisant intervenir les rapports des volumes (voir Figure 2-14, page 45).

La dernière colonne présente la différence entre le coefficient mesuré et le coefficient calculé. Quand cette différence est incompatible avec la barre d'erreur expérimentale, le nombre est mis en caractères gras. La fonction d'erreur présentée dans cette thèse permet de ramener cette différence en dessous de 1%.

Table B-1.

Densité (kg/m ³)	Température (K)	$\alpha_{\text{mesuré}}$ (K ⁻¹)	Incertitude totale maxi. sur $\alpha_{\text{mesuré}}$ en %	$\alpha_{\text{calculé}}$ (Arp&McC 90) (K ⁻¹)	$\alpha_{\text{calculé}}$ (Kierstead) (K ⁻¹)	Erreur des fits en %
16.76	5.114	0.387	5	0.395		-2
16.70	6.270	0.266	6	0.266		0.1
51.4	5.438	2.23	3	2.311		-3.5
51.4	5.573	1.72	4	1.716		0.3
51.3	5.844	1.11	4.5	1.128		-2
51.25	6.252	0.762	4.5	0.745		2.5
74.60	5.268	14.7			14.001	5
74.31	5.305	9.48	4.5		9.3682	1
74.21	5.346	7.18	2.5		6.7188	6.5
74.06	5.503	3.21	3	2.671		18
73.87	5.999	1.170	3.5	1.027		13
73.73	6.600	0.616	3.5	0.587		5
112.3	5.260	0.349	5.5	0.340		2.5
112.6	4.725	0.478	3.5	0.453		5.5
134.6	4.490	0.1104	5.5	0.1115		-1

C Une corrélation de la viscosité

Pour des densités inférieures à la densité critique, une interpolation linéaire en densité raccorde l'ajustement à densité nulle de Slaman et Aziz et l'ajustement de la "Background viscosity" de l'équipe d'Horst Meyer. Le choix d'une interpolation linéaire est motivé par l'examen de diverses données expérimentales de viscosité de différents gaz en dessous de leur densité critique. L'ajustement de la "Background viscosity" est ainsi utilisé entre 4 et T_c , alors qu'il n'a aucun sens physique dans cette zone. Cela n'est pas gênant car cet ajustement, un polynôme d'ordre deux est essentiellement linéaire entre 4 et 7,6 K.

Pour les densités supérieures à la densité critique, un ajustement linéaire en température s'appuie d'une part sur l'ajustement de Steward à 6K, et d'autre part sur une estimation de la viscosité à la température de coexistence.

Cette dernière viscosité est estimée à l'aide d'un ajustement du type "spline" à partir d'une compilation de points sur la courbe de coexistence. Ces points sont issus du rapport de Donnelly et Barenghi (pour $T < 4,4K$), de l'extrapolation sur la courbe de coexistence des points à 5 K de Steward, et de la viscosité au point critique prédite par l'ajustement de H. Meyer. Comme mentionné précédemment, le point expérimental de Steward à 5 K a été majoré de 3%, ceci afin d'obtenir une courbe croissante pour la viscosité en fonction de la densité légèrement au dessus de T_c . Pour l'interpolation de la viscosité à une densité quelconque sur la courbe de coexistence, une fonction "spline" en fonction de la température a été utilisée en-dessous de 4,4 K et une spline en fonction de la densité a été utilisée entre 4,4 K et T_c (la viscosité varie principalement avec la densité dans cette zone).

```
function v=VISCOSITE_backgnd(T,D)
%
% VISCOSITE_backgnd(T,D)
%
% Temperature en Kelvin
% Densite en kg/m^3
% Viscosite en 10 g/cm/s=Pa/s
%

if D<=69.64,
    % fit de Slaman & Aziz
    P1=[.028683689 -.5155373 1.5014701 -.43415847 -1.0329894];
    P2=[-.0044539146 .070062105 -.40931299 1.7019257 -1.7374891];
    y0=1e-6*((T<=5).*exp(polyval(P1,log(T)))+(T>5).*exp(polyval(P2,log(T))));
    % C.Agosta, S. Wang, L.H. Cohen and H. Meyer, JLTLP 67, 237 (1987)
    y1=1E-6*(19.14+0.828*T-0.02*T.^2)/10;
    v=y0+D/69.64*(y1-y0);
else
    Tliq=KTEMPERATURE_COEX(D); % c'est pas tres precis mais bon ...
    if D>120,
        % Rapport Donnelly Barenghi1998 + Point critique
        % il n'est pas pertinent de s'appuyer sur un spline en
        % temperature dans la region critique car la viscosite
        % varie essentiellement avec la densite
        T0=[ 5.1953 4.407 4.2071 4.007 3.8071 3.6 3.4 3.2 3 2.8 2.6 2.4 2.1768];
        V0=[ 2.290 3.16 3.26 3.34 3.41 3.487 3.524 3.534 3.517 3.459 3.346 3.135 2.515]/1E6;
        y0=spline(T0,V0,Tliq);
```

```

else
    % Les données pour le spline sont celles de
    % Donnelly + Tc + Steward at 5K sur courbe coex
    D0= [ 69.64 99.8 119.23];
    V0=[ 2.290 2.61*1.03 3.16]/1E6;
    y0=spline(D0,V0,D);
end

% Steward a 6K
y1=SVISCOSITE(6,D);

% interpolation lineaire entre Donnelly (liq. Tcoexistence)
% et steawrd a 6K
v=y0+(T-Tliq).*(y1-y0)/(6-Tliq);
end
    
```

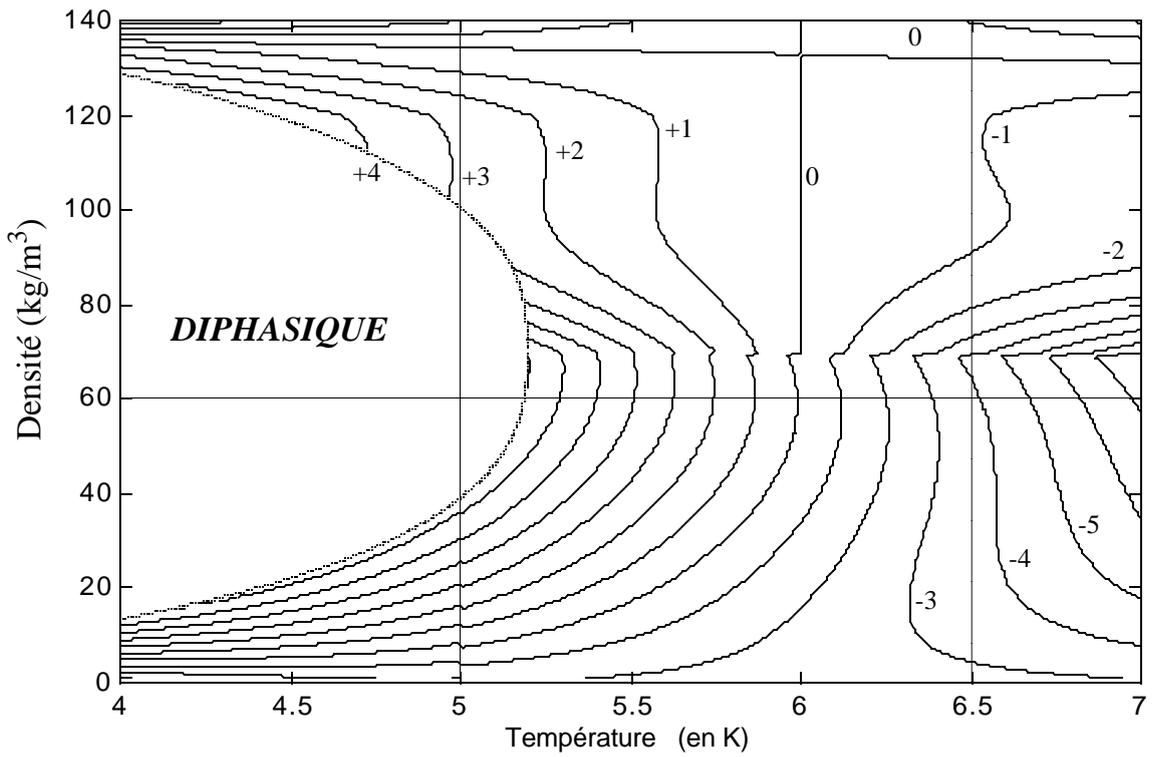


Figure C-1. Courbes de niveau de la sous-estimation (en %) de la viscosité par l'interpolation de Steward par rapport à celle proposée.

D Le gradient de température dans les flasques

Pour étudier une cellule de Rayleigh-Bénard, les théoriciens et numériciens considèrent des conditions limites isothermes ou isoflux. En pratique, des gradients de température se développent dans les flasques et ceci, proportionnellement au flux moyen de chaleur. En retour ces gradients peuvent affecter la dynamique de formation des panaches thermiques, la précision des mesures, ou encore forcer un écoulement moyen à grande échelle...

Il convient donc de maîtriser la connaissance des grandeurs qui conditionnent l'amplitude de ces gradients. Dans tout ce qui suit, nous considérons des gradients exclusivement la moyenne temporelle du gradient de température. Il faut toutefois noter que la capacité calorifique du cuivre à basse température est si faible que le temps de réponse d'un flasque est rapide (plus de 500 Hz) par rapport aux temps caractéristiques de la dynamique des panaches. Il en résulte que les gradients thermiques instantanés provoqués par les panaches peuvent être décrits par un modèle quasistatique.

D.1 Détermination expérimentale de la conductivité thermique du cuivre

La capacité calorifique d'un métal est peu dépendante de sa pureté ou de son écrouissage. En revanche, ce n'est pas le cas de la conductivité thermique à froid¹ qui constitue la grandeur clé du transfert thermique et doit être déterminée expérimentalement.

Nous présentons ci-après deux minorants de la conductivité des cuivres que nous avons utilisés, puis par une méthode indirecte nous en donnons une détermination plus précise.

D.1.1 La conductivité du cuivre : deux minorants

Une première mesure in situ permet de donner une valeur minorée de la conductivité des flasques de la cellule lisse. En effet, la répartition spatiale du chauffage du flasque inférieur et des prises de température du thermocouple est telle que le signal du thermocouple contient une contribution due au gradient de température dans le cuivre (Figure D-1). Dans nos conditions de mesure, l'erreur systématique de mesure ainsi introduite reste négligeable. Nous aurons l'occasion de revenir quantitativement sur cet aspect (page 132). En revanche, lors du passage de l'hélium à l'état superfluide, les parois latérales de la cellule sont tapissées d'un film superfluide qui court-circuite thermiquement la paroi latérale. Le signal mesuré par le thermocouple est alors entièrement dû au gradient de température longitudinal dans le cuivre. Pour un chauffage de 0,9 mW, aucune différence de température n'a pu être mesurée par le thermocouple de résolution $\pm 0,015$ mK. Un modèle simple permet d'en

1. En effet la conductivité thermique du cuivre à basse température est limitée par la diffusion des électrons sur les impuretés et dislocations. Par exemple, en dessous de 10 à 20 K, un cuivre recuit particulièrement pur (RRR de 1000) est plus de 10 fois meilleur conducteur qu'un cuivre recuit médiocre (RRR de 70 à 100).

déduire une conductivité minimale de valeur typique 200 W/Km vers T_λ , soit 400 W/Km à 4,2 K, pour le cuivre de la cellule lisse.

Une autre méthode pour déterminer la conductivité consiste à comparer les différences de température entre les deux flasques, mesurées d'une part à l'aide du thermocouple (ΔT_{th}) et d'autre part avec les résistances de germanium (ΔT_{Ge}). La localisation des points de mesure est donnée sur la Figure D-1. Le résultat des observations effectuées en fonction de la puissance de chauffage est reporté sur la Figure D-2 pour la cellule rainurée. Dans cette représentation, la pente moyenne s'interprète directement comme une résistance thermique moyenne, essentiellement localisée dans le cuivre du flasque supérieur. On constate que cette pente moyenne est noyée dans le bruit¹. En majorant la valeur de cette résistance thermique (10 mK / 250 mW c'est à dire 40 mK/W), on en déduit à l'aide des résultats vus au Paragraphe D.2, page 127, une conductivité *minimale* de 150 W/Km dans la gamme de température de 4 à 6 K pour le cuivre de la cellule rainurée.

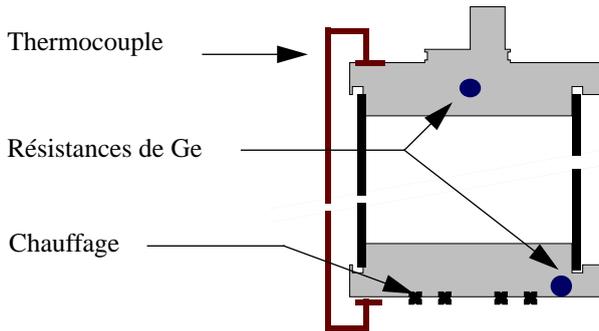


Figure D-1. Disposition relative des résistances de germanium, des prises de température du thermocouple et du chauffage sur les deux plaques de cuivre (cellule rainurée)

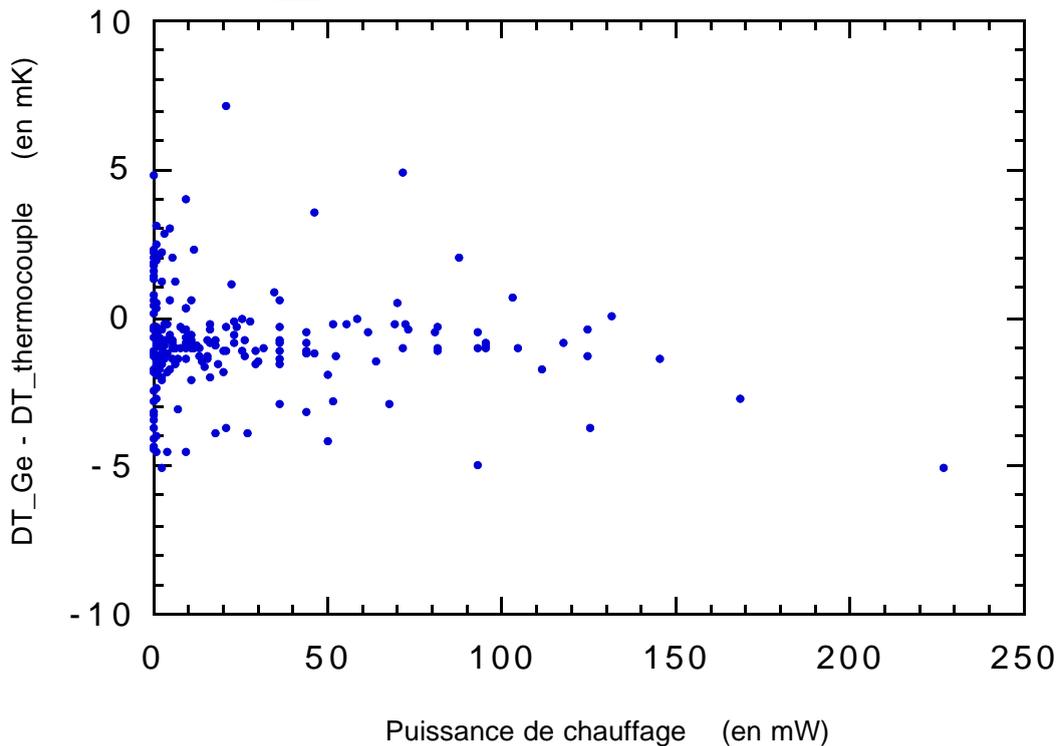


Figure D-2. Ecart $\Delta T_{Ge} - \Delta T_{th}$ entre les différences de température ΔT évaluées avec le thermocouple et avec les résistances de germanium.

1. Grâce à la figure D-2, l'incertitude sur la mesure et l'étalonnage des résistances de germanium peut être évaluée à \pm quelques mK. On pourrait par ailleurs réajuster l'étalonnage d'une des résistances de germanium de sorte que les deux résistances indiquent exactement la même température quand la puissance de chauffage est nulle. Cette procédure annule les défauts d'étalonnage mais il s'avère que cela n'améliore pas notre estimation.

D.1.2 Détermination expérimentale de la conductivité thermique du cuivre

La connaissance de la conductivité électrique σ du cuivre à la température ambiante et à 4,2 K permet de déduire la conductivité thermique k du cuivre à cette dernière température en utilisant la relation de Wiedemann-Franz : $k/\sigma T = 2,44 \times 10^{-8} \text{ W}\Omega/\text{K}^2$.

Une mesure du rapport de résistivité résiduelle (RRR) a été effectuée à 4,2 K. La description de cette expérience est reportée en Annexe E afin de ne pas surcharger ce chapitre. Les résultats obtenus pour les différentes cellules sont regroupés dans le Tableau D-1 suivant.

Tableau D-1. Conductivités électriques et thermiques des cuivres des cellules à 4,2 K

Cellule	conductivité électrique tabulée à 293 K (MS/m)	RRR mesuré à 4,2 K	conductivité électrique déduite à 4,2 K (MS/m)	conductivité thermique déduite à 4,2K (W/Km)
<i>type 1 et 2</i> (<i>cuivre OFHC</i>)	59	180	10600	1090
<i>type 3</i> (<i>Cu «commercial»</i>)	59	145	8550	880

La différence de pureté entre les deux cuivres se traduit pour nos flasques par une différence de conductivité à 4,2 K d'environ 20 %.

D.2 Détermination numérique du gradient de température dans les flasques

Nous nous proposons maintenant de modéliser le comportement en température des cellules de Rayleigh-Bénard idéales et réelles pour en évaluer les écarts. Ces écarts se matérialisent par un gradient de température statique (i.e. moyenné dans le temps) qui se développe dans les flasques dont la conductivité n'est pas infinie. Nous allons déterminer ce gradient pour différentes configurations de chauffage/refroidissement, représentatives de situations expérimentales extrêmes. Pour évaluer ce gradient nous procéderons à une simulation numérique par éléments finis. Dans la suite, seul le flasque supérieur à géométrie plus propice à des gradients horizontaux est étudié.

D.2.1 Modélisation et hypothèses

Géométrie du dispositif

Pour décrire le flasque supérieur on adopte un modèle axisymétrique (symétrie de révolution) afin de réduire le temps de calcul. Le doigt assurant le transfert de chaleur vers le bain d'hélium liquide, est en particulier modélisé par un appendice cylindrique de hauteur 1 cm. La résistance thermique destinée à isoler le doigt cylindrique du bain d'hélium est assurée par un disque d'isolation de diamètre identique (voir par exemple les figures D-3). Dans cette description on néglige les détails géométriques inférieurs au millimètre.

La valeur de conductivité thermique retenue pour le cuivre est de 1000 W/Km. Les premiers calculs sont conduits avec un disque d'isolation de résistance thermique 2,5 K/W proche de la configuration associée à la cellule lisse. Le flasque est entouré d'un vide parfait et le rayonnement est négligé, ces deux hypothèses étant justifiées par la caractérisation de nos dispositifs expérimentaux.

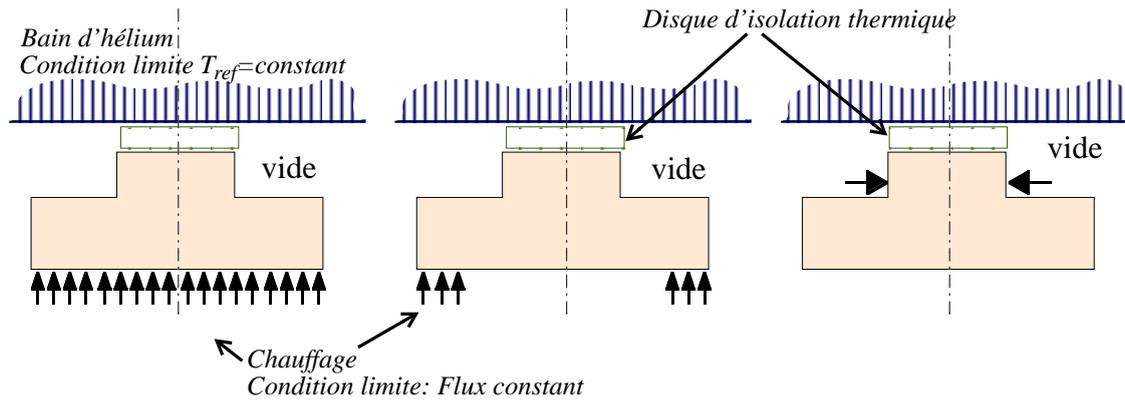


Figure D-3. Les trois conditions aux limites successivement appliquées. La température est maintenue constante à la surface supérieure du disque d'isolation tandis qu'un chauffage à flux de chaleur constant est appliqué sur les emplacements pointés par les flèches.

Conditions aux limites

Les équations thermiques mises en oeuvre sont linéaires puisque nous pouvons négliger la dépendance en température des conductivités thermiques en raison des faibles écarts de température mis en jeu. Pour la simulation, cette linéarité permet de mener les calculs d'isothermes à une constante près. Nous prendrons $T_{\text{réf}}=0$ K comme température de référence du bain d'hélium liquide et donc comme condition à la limite sur la face supérieure du disque d'isolation - au lieu de 4,2 K-.

Nous utilisons successivement trois configurations différentes pour le chauffage total de 1W. (Figure D-3)

1. Un chauffage uniformément réparti sur la totalité de la face inférieure du flasque. Ce chauffage reproduit une situation standard et réaliste d'un échange thermique uniforme entre l'hélium monophasique de la cellule de Rayleigh-Bénard et le flasque.
2. Un chauffage uniformément réparti sur seulement une fraction de la base du flasque, selon un anneau représentant 51% de la surface totale. Cette répartition correspond au cas le plus défavorable d'un transfert thermique par l'hélium essentiellement localisé vers la périphérie de la surface de transfert.
3. Un chauffage sur le pourtour du doigt cylindrique localisé à l'emplacement de la source thermique qui assure la régulation.

D.2.2 Eléments finis

D.2.2.1 Le maillage

Pour effectuer la résolution numérique nous utilisons le programme ANSYS version 5.5¹. Le maillage tient compte de la répartition et de l'intensité des flux de chaleur attendus pour chacune des configurations de chauffage. La validation des calculs est effectuée d'une part en affinant par itérations successives le maillage dans les zones de forts gradients, et d'autre part en réduisant par quatre

1. Merci à Philippe Marin du HMG qui a obtenu auprès de la société ANSYS l'autorisation exceptionnelle de travailler sous une licence logiciel «Enseignement». Merci aussi à Laurent Remondini du HMG pour la validation a posteriori des choix techniques (maillage et éléments finis).

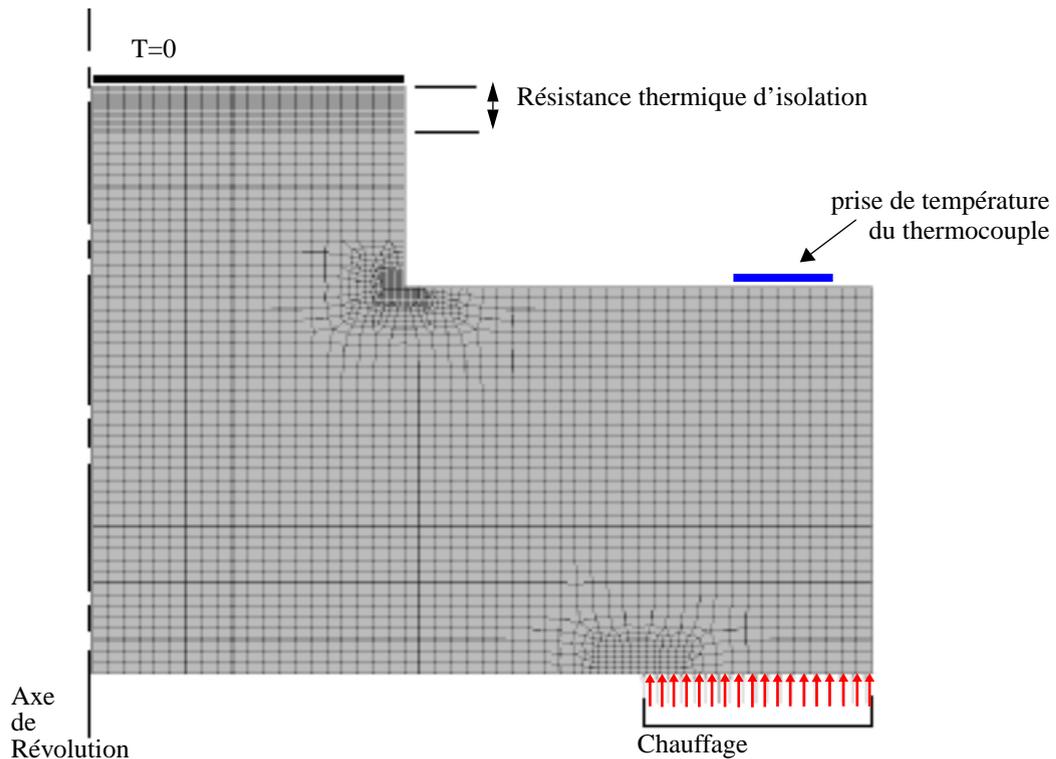


Figure D-4. Maillage retenu pour la configuration de chauffage 2. L'emplacement de la prise de température d'une des deux extrémités du thermocouple est représenté.

la surface de chaque maille. Par ces deux méthodes, on vérifie que le maillage a convergé. Les maillages retenus se révèlent être des maillages fins et permettent d'obtenir une précision proche du pour cent sur le profil de température de la face inférieure du flasque. Le maillage retenu pour une des configurations de chauffage est présenté Figure D-4.

Validation des résultats.

Envisageons tout d'abord le cas limite idéal d'un cuivre de conductivité infinie. Le flasque serait alors isotherme à la température T_{Cu} et la différence de température entre les deux faces du disque isolant s'exprime : $T_{Cu} = T_{Cu} - T_{ref} = \dot{Q} \cdot R_{isol}$, où \dot{Q} représente la puissance totale de 1 Watt et R_{isol} la résistance thermique du disque d'isolation.

Dans le cas d'une conductivité finie du cuivre, on observe bien que l'essentiel du gradient de température se développe dans le disque d'isolation et que la variation relative de température dans le cuivre est faible (inférieure à 1 pour cent). La situation est donc proche du cas idéal et ceci permet d'extraire une température moyenne T_{Cu} du flasque.

Indépendamment de la configuration de chauffage, on remarque à partir des simulations que le flasque en cuivre atteint une température moyenne T_{Cu} qui ne dépend que de la résistance d'isolation R_{isol} , tout au moins tant que celle-ci reste bien supérieure à la résistance du bloc de cuivre. Plus précisément, la température moyenne est en bon accord avec la valeur attendue de $T_{ref} + \dot{Q} \cdot R_{isol}$. Elle le reste quand la valeur de la résistance thermique d'isolation varie d'une décade dans un sens ou dans l'autre. Par ailleurs les écarts à cette température moyenne dans le cuivre, en particulier sur la face inférieure, restent quasiment inchangés (à mieux que quelques pour cent en valeur relative

dans le cas d'un chauffage uniforme sur la face inférieure) lorsque la résistance thermique est modifiée.

Ces résultats permettent de vérifier que d'une part les flux thermiques appliqués pour chaque configuration de chauffage sont correctement normalisés et que d'autre part, la simulation donne un résultat en accord avec la théorie dans le cas limite d'un cuivre de conduction infinie.

Ces calculs sont motivés par la détermination des variations de température sur la surface inférieure du flasque. Or, au premier ordre, l'amplitude de ces variations est indépendante de R_{isol} , tandis que la température moyenne T_{Cu} en dépend linéairement. Afin que l'amplitude des variations de température se détache significativement du bruit numérique, on impose que leur amplitude relative ne soit pas inférieure à 2% de la température moyenne. Dans ce but, une valeur de résistance d'isolation 10 fois inférieure à la valeur originale a été choisie, soit 0,25 K/W. Ce choix rend plus précis le calcul des variations de température de la face inférieure. Cette amélioration se fait au détriment de la région voisine du disque isolant, qui ne nous intéresse pas de toute façon.

Figure D-5.

Fronts de température tous les 3 mK pour un chauffage de 1W appliqué uniformément sur la surface en contact avec l'hélium (configuration 1).

Conductivité du cuivre $k=1000$ W/K/m.

On remarque que l'essentiel du gradient se développe dans le disque isolant supérieur, en contact avec l'hélium liquide du bain.

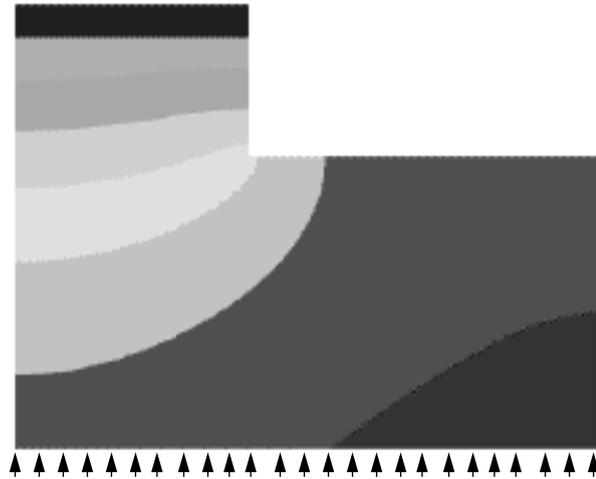


Figure D-6.

Fronts de température tous les 3 mK pour un chauffage de 1W appliqué sur l'extérieur de la surface inférieure (configuration 2).

Conductivité du cuivre $k=1000$ W/K/m.

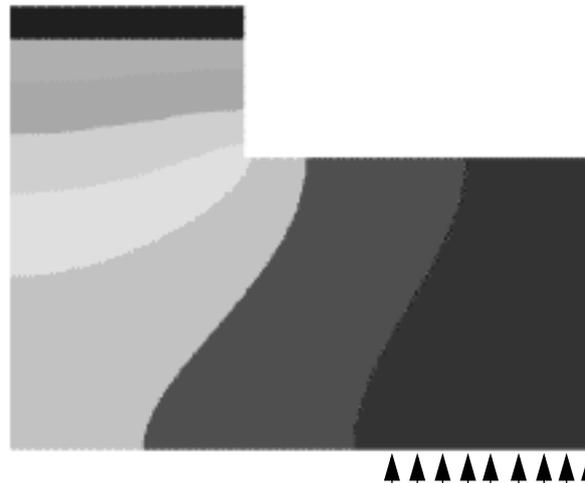
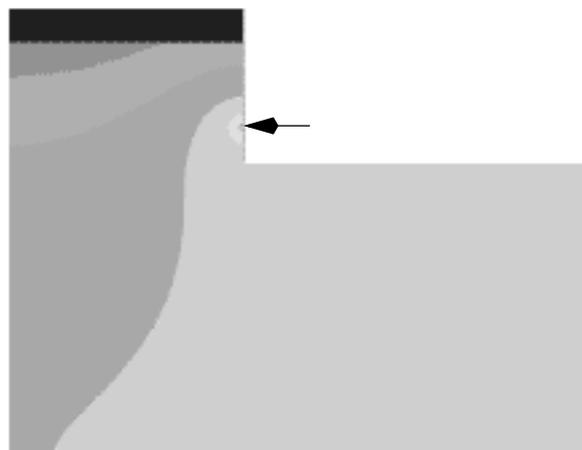


Figure D-7.

Fronts de température tous les 3 mK pour un chauffage de 1W appliqué sur le pourtour du doigt (configuration 3). Les isothermes très près du point du chauffage ne sont pas représentés.

Conductivité du cuivre $k=1000$ W/K/m.



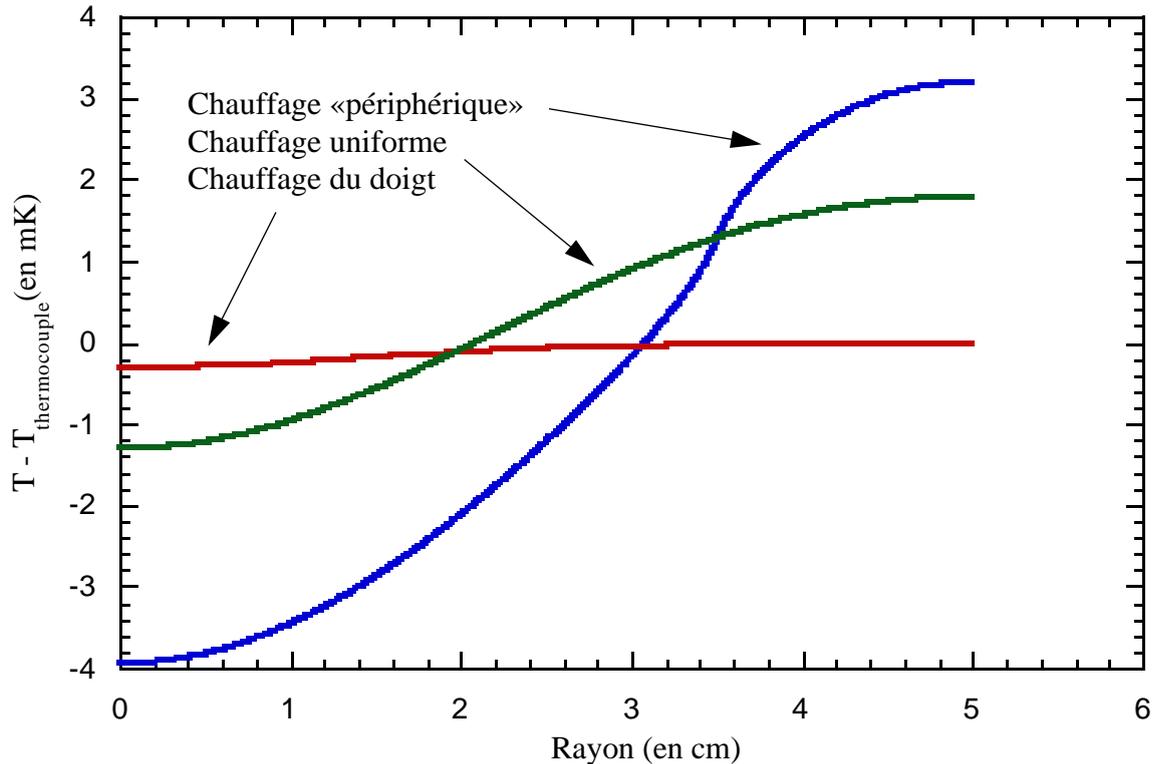


Figure D-8. Simulation des écarts de température entre la face en contact avec l'hélium et le point de relevé de température du montage réel (thermocouple) pour des chauffages différents. Pour leur localisation voir Figure D-4. (Chauffage 1 Watt et une conductivité du cuivre 1000 W/K/m.)

D.2.3 Résultats des simulations numériques

Les figures D-5 à D-7 présentent le réseau d'isotherme dans le cuivre pour une conductivité de 1000 W/Km et pour les trois configurations de chauffage de puissance 1 watt. Les écarts simulés de température entre la face inférieure en contact avec l'hélium et le point où s'effectue le relevé au thermocouple sont reportés sur la figure D-8. Pour chaque profil, la température du cuivre à l'endroit où est thermalisé le thermocouple sert donc de référence¹. Le système thermique étant linéaire, une combinaison linéaire de ces trois profils permet de décrire un large ensemble de réalisations de chauffage axisymétrique et d'en déduire l'amplitude des variations de températures² pour différentes conditions de chauffage et de conductivité du cuivre.

Dans le chapitre suivant, nous discuterons de l'incidence de ces gradients sur l'écoulement. Une autre conséquence est l'apparition d'une erreur systématique sur les mesures due à la présence d'une trop forte différence de température δT au sein du cuivre. Ceci peut remettre en cause la pré-

1. On note que la localisation de la thermalisation du thermocouple, qui apparaît sur la figure D-4, est plutôt heureuse puisque ces profils sont globalement centrés sur zéro. Ceci se conçoit bien grâce aux figures D-6 à D-7.

2. Pour effectuer cette combinaison linéaire, il est nécessaire de rétablir (provisoirement) la température absolue au centre du flasque. Pour ce faire, on utilisera les trois températures de 255,4 mK (chauffage uniforme), 244,3 mK (chauffage périphérique) et 256,3 mK (chauffage du doigt).

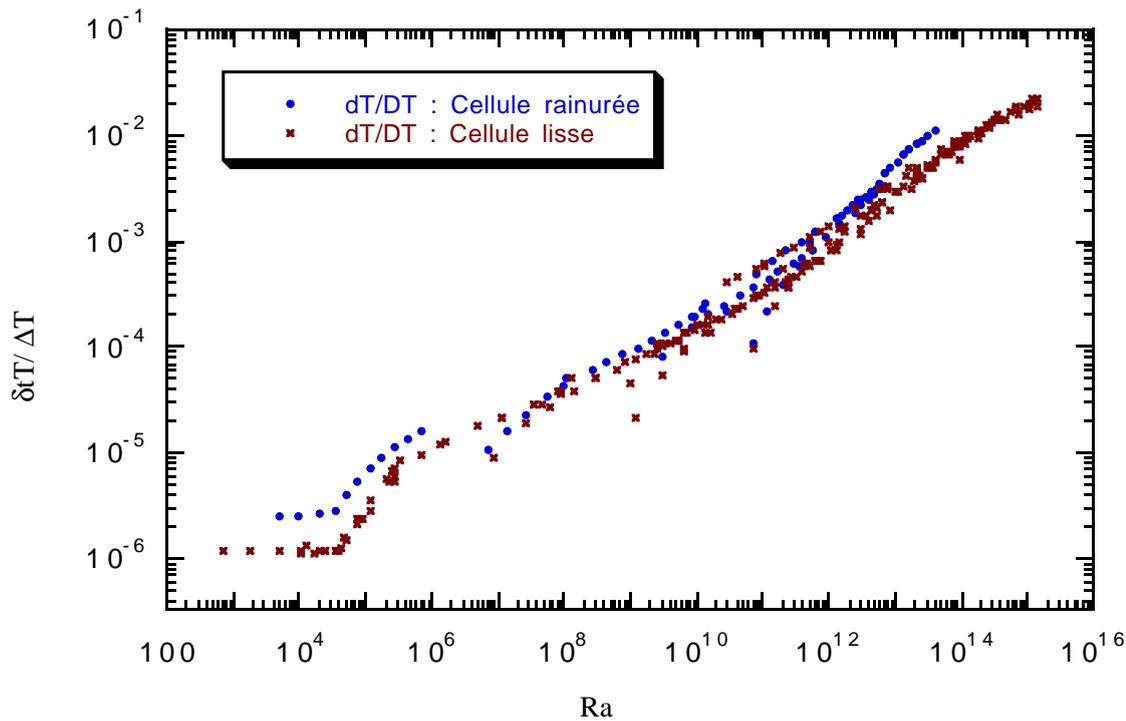


Figure D-9. Rapport de la différence de température au sein du cuivre (flasque supérieure) et de la différence de température entre les deux flasques de cuivre.

cision de l'évaluation de la différence de température entre flasques ΔT à l'aide du thermocouple. Dans ce cas, l'erreur relative sur la différence de température s'exprime :

$$\frac{\delta T}{\Delta T} = \frac{\delta T}{\dot{Q}} \cdot \frac{\dot{Q}}{\Delta T} = \frac{R_{\text{plaque}}}{R_{\text{He}}} \cdot \text{Nu} \quad \text{Equation D-1.}$$

où R_{plaque} et R_{He} représentent respectivement la résistance thermique typique du flasque de cuivre supérieur (qui concentre les plus forts gradients) et celle diffusive de l'hélium de la cellule

A partir des conductivités thermiques mesurées (Tableau D-1, page 127) et des écarts de température simulés (figure D-8) on peut estimer les résistances thermiques typiques du flasque supérieur. Pour 4,2 K on trouve 3,3 mK/W pour la cellule lisse et 4,0 mK/W pour celle rainurée. On s'est placé dans la situation où l'échange de chaleur entre l'hélium de la cellule de Rayleigh-Bénard et la face inférieure du flasque de cuivre est uniforme. On en déduit les rapports $\delta T/\Delta T$ présentés sur la figure D-9 pour différentes valeurs du Nombre de Rayleigh. Compte-tenu de la note de bas de page 1, page 132, l'erreur sur l'estimation de ΔT reste ainsi toujours inférieure à $\pm 1\%$, ce qui est dans nos barres d'incertitude.

D.3 Conséquence éventuelle sur l'écoulement d'un gradient de température dans les flasques

Nous devons maintenant analyser les conditions du forçage de l'écoulement par le gradient de température moyen présent dans les flasques. On note δT l'amplitude de la variation de température typique dans le cuivre, à l'interface entre le cuivre et l'hélium.

D.3.1 Mode non-axisymétrique

Dans les régimes de turbulence de Rayleigh-Bénard, un écoulement en rouleau s'établit à l'échelle de la cellule (voir Figure D-10 et page 16). Dans nos cellules, on a pu vérifier que cet écoulement à grande échelle change d'orientation au cours du temps¹. Cela signifie qu'aucun gradient non-axisymétrique ne bloque l'écoulement, en particulier celui stabilisateur induit par l'écoulement macroscopique lui-même.

Figure D-10. *Écoulement à grande échelle du type «rouleau». Un tel écoulement est constaté dans les régimes de turbulence de Rayleigh-Bénard. L'axe de rotation du rouleau est libre de tourner dans le plan horizontal.*

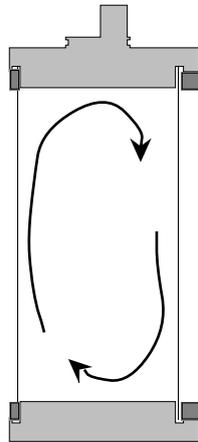
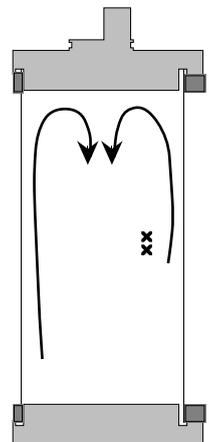


Figure D-11. *Écoulement axisymétrique envisagé dans l'énoncé. Les deux croix représentent la position des thermomètres à partir desquels une mesure de la vitesse moyenne est effectuée. La distance entre ces détecteurs a été exagérée. Leur positionnement horizontal est au quart du diamètre.*



D.3.2 Mode axisymétrique

En présence d'un gradient de température possédant une symétrie de révolution, on peut remarquer qu'un effet de rétroaction tend à diminuer le flux de chaleur horizontal donc le gradient de température correspondant. En effet, l'accroissement relatif (resp. la réduction) de la température en bord du flasque supérieur (resp. inférieur) conduit à une couche limite localement plus épaisse qu'au centre. Ceci diminue d'autant le flux de chaleur. Une modélisation élémentaire de cet effet à partir de deux cellules de Rayleigh-Bénard disposées en parallèle et chauffées par la même source, montre toutefois que cette rétroaction n'affecte pas $\delta T/\Delta T$ au premier ordre.

Le forçage de l'écoulement par un gradient de température axisymétrique, sur le flasque supérieur, s'effectue selon un mode axisymétrique tel que représenté figure D-11. Si cet écoulement contribuait de façon significative à l'écoulement grande échelle, la vitesse de cet écoulement mesurée à mi-hauteur dans la cellule, serait de moyenne non nulle. Ceci est contraire aux observations réalisées dans les cellules de type 1 et 3, à partir des deux détecteurs utilisés comme anémomètres.

Conclusion. Aucun indice ne suggère donc une incidence sur l'écoulement du gradient de température moyen dans les flasques.

1. L'inversion du sens du rouleau est un résultat obtenu dans la cellule Chillà-Chavanne [Chavanne 1997] et dans celle à surfaces rainurées à partir de mesures locales de vitesse, déduite de la corrélation des deux signaux de température mesurés au milieu de la cellule, dans le fluide.

E Mesure de la conductivité des flasques de cuivre

E.1 Principe de la mesure

Une mesure ni invasive, ni destructive, de la conductivité thermique de nos flasques est peu aisée. Une façon de contourner la difficulté consiste à mesurer la conductivité électrique et à utiliser la relation de Wiedemann-Franz qui lie ces deux conductivités. Dans la pratique, on effectue une mesure du rapport de résistivité électrique entre l'ambiante et 4,2 K (mesure de RRR¹) et l'on utilise la valeur tabulée de conductivité électrique du cuivre à l'ambiante² pour en déduire la valeur à froid.

La mesure de conductivité électrique repose sur les courants de Foucault et les tensions qu'ils induisent ou écrantent. Deux bobines de 1000 tours sont plaquées de part et d'autre du flasque de cuivre supérieur. La figure E-1 reprend les caractéristiques des bobines. Leur positionnement sur l'axe de révolution est assuré par deux gorges creusées dans les deux plaques de téflon assurant le maintien mécanique des bobines.

Un blindage et une mise à la masse soignés de l'ensemble permettent aux câblages des circuits inducteur (bobine du haut) et induit (bobine du bas) de ne pas se voir. Le courant dans le circuit inducteur est mesuré à l'aide d'une résistance de 40,6 Ω (cette valeur est un compromis entre le niveau de réjection de mode commun du «voltmètre» (détection synchrone) et la tension fournie par l'alimentation de l'inducteur).

Caractéristiques des bobines :

matériau : cuivre
résistance : 153 Ω (à 20° C)
inductance : 82 mH
nombre de tours : 1000
fréq. résonance circuit ouvert : 30 kHz env.

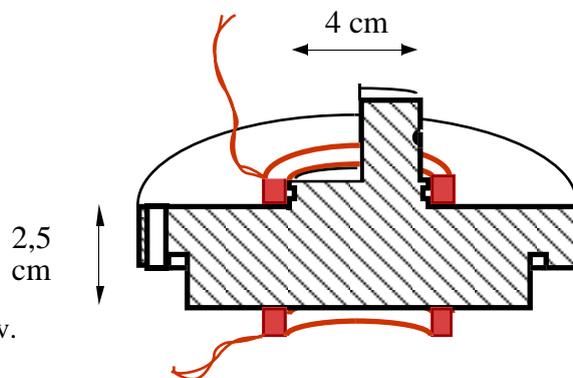


Figure E-1. Caractéristiques et disposition relative des bobines de mesure de conductivité. Vue en coupe du flasque supérieur.

1. RRR = Rapport de Résistivité Résiduelle

2. Contrairement à la situation à froid, la résistivité à l'ambiante, essentiellement déterminée par les collisions électrons-phonons, est largement indépendante des densités en impuretés et dislocations dans le métal.

Une première idée pour mesurer la conductivité électrique consiste à imposer un échelon de courant dans l'inducteur (en ouvrant brusquement le circuit) puis à mesurer la tension induite dans l'autre bobine par les courants de Foucault engendrés. On s'attend à ce que ces courants, maximum après la discontinuité de courant, relaxent avec des constantes de temps proportionnelles à la conductivité électrique. Cependant, la distribution spatiale des courants évolue au cours du temps de telle sorte que le champ magnétique créé par ces courants diffuse. Or la constante de diffusion $D_B = 1/\mu_0\sigma$ dépend de la conductivité électrique σ , ce qui complique l'exploitation de la tension mesurée par la seconde bobine. Nous avons donc renoncé à cette méthode de détermination de la conductivité¹.

La méthode retenue pour déterminer le RRR consiste à examiner la fonction de transfert :

$$H(\omega) = \frac{\phi}{I}$$

où I est le courant dans l'inducteur et ϕ le flux induit dans la seconde bobine.

On montre ci dessous que H n'est qu'une fonction de $(L^2\omega\mu_0\sigma)$ et des rapports d'aspect (l_k/L) du système.

E.2 Démonstration

A partir des équations de Maxwell, de la loi d'Ohm et en négligeant le terme propagatif qui n'intervient qu'aux hautes fréquences, on établit aisément l'équation de diffusion du champ magnétique \vec{B} dans l'espace:

$$\Delta \vec{B} = \mu_0\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \text{rot}(\vec{j}_{\text{ext}})$$

où \vec{j}_{ext} est la densité de courant dans l'inducteur et σ la conductivité électrique.

En adimensionnant les longueurs par L , on trouve que le champ \vec{B} est linéaire² en « $L\mu_0\vec{j}_{\text{ext}}$ » donc en $(\mu_0 I/L)$ et qu'il ne dépend que des quantités $(L^2\omega\mu_0\sigma)$ et \vec{r}/L .

On en déduit que le flux induit $\phi = \iint \vec{B} d\vec{s}$ est proportionnel à $(L\mu_0 I)$ et qu'il n'est fonction que de $(L^2\omega\mu_0\sigma)$ et des rapports d'aspect (l_k/L) qui définissent la géométrie du système. Autrement dit, il existe une fonction g telle que :

1. On trouve comme temps caractéristiques de relaxation 14 ms, 100 ms et 3,8 s respectivement à l'ambiante, à l'azote et à l'hélium.

2. On a utilisé implicitement le fait que $\vec{B} = 0$ est l'unique solution si $I=0$.

$$\phi = L\mu_0 I \cdot g\left(\frac{l_k}{L}, L^2 \omega \mu_0 \sigma\right)$$

Il s'ensuit que les fonctions de transfert $H(\omega) = \phi/I$ à deux températures différentes ne diffèrent que par l'intermédiaire de la variable $(L^2 \omega \mu_0 \sigma)$. Ainsi, ces fonctions se déduisent l'une de l'autre par une homothétie des fréquences (ou pulsations) dans le rapport RRR des conductivités électriques.

Dans ce qui suit, les fonctions de transfert seront renormalisées par leur valeur commune¹ dans la limite des fréquences nulles :

$$h(\omega) = H(\omega)/H(0)$$

E.3 Résultats expérimentaux

Les figures Figure E-2 présentent les fonctions de transfert $h(\omega)$ (ou plutôt $h(f)$) pour la cellule lisse, à l'ambiante (20° C), à l'azote et à l'hélium. La seule différence entre les deux représentations est l'échelle des fréquences.

E.3.1 Interprétation

Le plateau aux basses fréquences (bien visible sur la première Figure E-2) correspond à des épaisseurs de peau δ (et longueurs de diffusion du champ) plus grandes que les dimensions du système. A l'ambiante par exemple², $\delta = \sqrt{2/\omega\sigma\mu_0} = 2,5$ cm pour $f = 7$ Hz. Le cuivre est alors transparent³ et la mesure de H se ramène à une mesure de mutuelle inductance dans le vide. Dans le système de coordonnées de la seconde figure E-2, la coupure aux plus hautes fréquences s'accorde au premier ordre avec la dépendance en $\exp(-\dots\sqrt{\omega\sigma})$ caractéristique de l'effet de peau. On note une légère courbure au second ordre, qui respecte l'homothétie entre courbes. Il s'agit vraisemblablement d'un effet de taille fini (dépendances en l_k/L de h).

1. Cette valeur limite $H(0)$ sera identifiée au coefficient de mutuelle inductance des deux bobines dans le vide car le cuivre devient transparent aux basses fréquences. Une conséquence de cette identification avec la mutuelle est que $H(0) = L\mu_0 \cdot g(l_k/L, 0)$ dépend exclusivement des dimensions l_k propres au système des deux bobines. C'est pour cela qu'il est plus élégant de prendre comme dimension caractéristique L une dimension qui n'est pas propre au bloc de cuivre, de sorte que les dimensions du bloc de cuivre ne donnent pas l'impression d'intervenir dans l'expression de $H(0, l_k/L)$.

2. On prend pour conductivité $\sigma = 5,9 \cdot 10^7$ S, d'où une constante de diffusion $D_B = 13 \cdot 10^{-3}$ m²/s.

3. En cryogénie, ce régime est bien connu car il détermine la limite du pouvoir de «blindage» - par les cryostats - des expériences à froid.

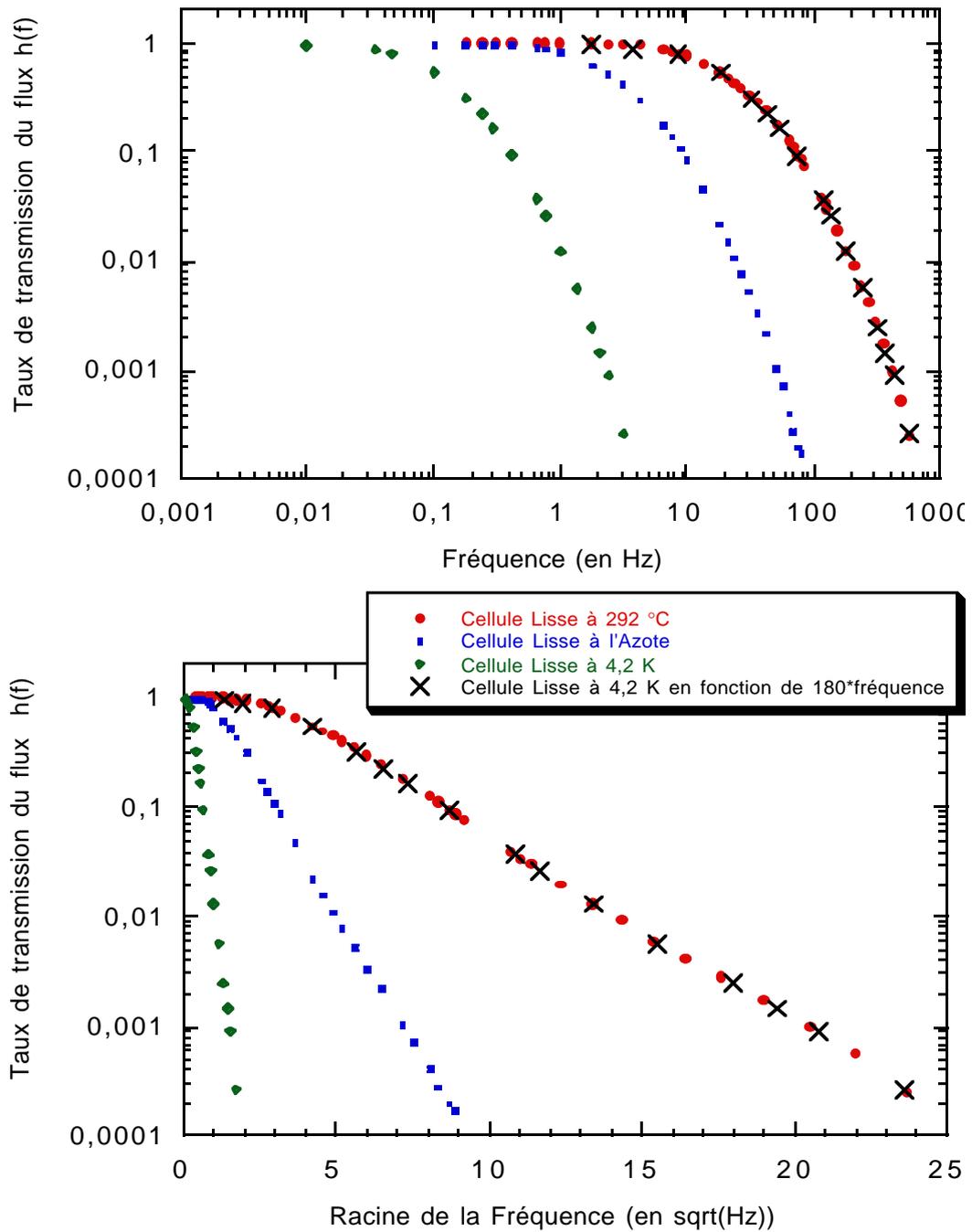


Figure E-2. Fonction de transfert renormalisée du champ magnétique à travers le flasque de cuivre lisse (flasque supérieur). Echelle de fréquence logarithmique puis en racine carrée.

E.3.2 Conséquences

Les facteurs qui permettent de superposer la courbe à l'hélium avec la courbe à l'ambiante sont, pour les cellules lisse et rainurée respectivement, RRR=180 et 145. On a constaté que la barre d'erreur de quelques pourcents n'est pas améliorée en travaillant à l'aide de la phase de la fonction de transfert¹.

E.4 Conclusion

A partir :

- d'une conductivité à 293 K de $\sigma = 5,9 \times 10^7$ S (valeur tabulée)
- de la relation de Wiedemann-Franz : $k/\sigma T = 2,44 \times 10^{-8} \text{ W}\Omega/\text{K}^2$
- des valeurs mesurées de RRR de 180 et 145 pour, respectivement, le cuivre OFHC de la cellule lisse et celui de la cellule rainurée.

On trouve les conductivités électriques et thermiques suivantes :

Table E-1. Conductivités électriques et thermiques des cuivres des cellules à 4,2 K

Cellule	conductivité électrique tabulée à 293 K (en MS/m)	conductivité électrique à 4,2 K (en MS/m)	conductivité thermique à 4,2 K (en W/K/m)
<i>type 1 et 2</i> (<i>cuivre OFHC</i>)	59	10600 (RRR=180)	1090
<i>type 3</i> (<i>cuivre «commercial»</i>)	59	8550 (RRR=145)	880

Il est intéressant de noter que le cuivre standard de la cellule rainurée n'est que 21% moins conducteur que celui OFHC de la cellule lisse, pour nos conditions de recuit des pièces.

1. Il s'est avéré que le signal d'amplitude et de phase en courant et tension sur la bobine inductrice permet à lui seul de déterminer le RRR. La détermination est moins précise mais ne nécessite pas un accès aux deux faces de la pièce à mesurer.

Liste des Symboles

Cellule

h	hauteur de la cellule
Φ	diamètre de la cellule
Γ	rapport d'aspect de la cellule = Φ/h . Pour toutes nos cellules $\Gamma = 0,5$
g	accélération de la pesanteur ($9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)
\dot{Q}	puissance de chauffage appliquée à la plaque du bas
ΔT	différence de température entre les flasques inférieure et supérieure
ΔT_{adiab}	différence de température correspondant au gradient adiabatique

Matériaux / Fluide

T	température (échelle E.I.T. 90)
ρ	masse volumique
P	pression
α	coefficient de dilatation thermique isobare = $1/\rho \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$
c_p	capacité calorifique massique à pression constante
c_v	capacité calorifique massique à volume constant
k	conductivité thermique
κ	diffusivité thermique = $k/\rho \cdot c_p$
ν	viscosité cinématique

Nombres sans dimension

Pr	Nombre de Prandtl = ν/κ
Ra	Nombre de Rayleigh = $gh^3 \cdot \Delta T \cdot \alpha/(\kappa\nu)$
Nu	Nombre de Nusselt = $\dot{Q}/\dot{Q}_{\text{He}}$ avec $\dot{Q}_{\text{diff}} = \frac{\pi\Phi^2}{4h} \cdot k \cdot \Delta T$
Re	Nombre de Reynolds = $v \cdot l/\nu$ où v et l sont une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement.

Point critique de l'hélium-4 (d'après [Kierstead 1971])

T_c	température critique de l'hélium (échelle ITS 90)	5,1954 K
ρ_c	masse volumique critique de l'hélium	69,58 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
P_c	pression critique de l'hélium	2,27465 bar

Résumé

Ce mémoire analyse le phénomène de convection turbulente dans diverses cellules de Rayleigh-Bénard remplies d'hélium gazeux et liquide. Une des spécificités de cette étude est sa mise en oeuvre en environnement cryogénique, afin de bénéficier de conditions expérimentales optimales, tant en terme de contrôle thermique qu'en terme de plage de variation des paramètres de contrôle : les Nombres de Prandtl (Pr) et de Rayleigh. Ce dernier est en particulier exploré sur plus de 11 décades.

Trois contributions principales se dégagent de cette étude. Tout d'abord, la mise en évidence d'un effet de conduction déterminant dû à la paroi latérale. Négligé dans les travaux antérieurs, cet effet est étudié expérimentalement puis modélisé. Il permet de lever certaines incohérences apparues dans des publications de références. En outre, le ré-examen de publications antérieures conforte l'idée que le Nombre de Nusselt (Nu) dépend du Nombre de Rayleigh suivant une loi de puissance d'exposant supérieur à 0,3, plutôt que $2/7$ par exemple. La deuxième contribution porte sur l'influence du Nombre de Prandtl, analysée sur une décade et demie ($0,7 < Pr < 21$). On trouve une dépendance très faible de Nu avec Pr, en accord avec certains travaux expérimentaux réalisés sur des plages de paramètres plus restreintes, et incompatible avec les trois théories les plus étudiées. Enfin, nous rapportons la première observation du régime ultime de convection dans sa limite asymptotique, en accord avec une prédiction de Kraichnan vieille de 40 ans.

Mots clés : convection naturelle, transfert thermique, convection thermique, turbulence douce et dure, régime ultime, effet de paroi latérale, Nombre de Prandtl, Nombre de Nusselt, cellule de Rayleigh-Bénard, cryogénie, point critique, hélium

Abstract

This dissertation examines turbulent thermal convection in various Rayleigh-Bénard cells, using gaseous and liquid helium. One of the specificities of this work is a cryogenics implementation, in order to benefit from an optimal experimental environment in terms of thermal control as well as in terms of range of variation of the control parameters : the Prandtl and Rayleigh numbers. Particularly, the latest is explored over more than 11 decades.

Three main contributions emerge from this study. Firstly, we evidence a meaningful effect of side wall conduction. Neglected in previous studies, this effect is explored experimentally and a model is derived. Incoherences which appeared in reference publications are explained. In addition, a new analysis of the literature -through this modeling- points out that the Nusselt (Nu) number depends on the Rayleigh number according to a power law which exponent is higher than 0,3, rather than $2/7$ for exemple. The second contribution pertains to Prandtl number influence over one decade and an half ($0,7 < Pr < 21$). We find a very weak, if any, dependence of Nu with Pr, in agreement with experimental studies over a narrower range of parameters, and in disagreement with the three most studied theories. Finally, we report the first observation of the ultimate regime of convection in its asymptotic limit, in agreement with a 40-years-old prediction by Kraichnan.

Key words : natural convection, heat transfer, thermal convection, soft and hard turbulence, ultimate regime, sidewall effect, Prandtl number, Nusselt Number, Rayleigh-Bénard cell, cryogeny, critical point, helium