



HAL
open science

Statique et rhéologie d'un milieu granulaire confiné

Guillaume Ovarlez

► **To cite this version:**

Guillaume Ovarlez. Statique et rhéologie d'un milieu granulaire confiné. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris Sud - Paris XI, 2002. Français. NNT: . tel-00001963

HAL Id: tel-00001963

<https://theses.hal.science/tel-00001963v1>

Submitted on 13 Nov 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS XI
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THESE

Présentée

Pour obtenir

Le **GRADE** de **DOCTEUR EN SCIENCES**
DE L'UNIVERSITE PARIS XI ORSAY

PAR

Guillaume OVARLEZ

Statique et rhéologie d'un milieu granulaire confiné

Soutenue le 24 juin 2002 devant la commission d'examen :

Mme	Elisabeth CHARLAIX	<i>rapporteur</i>
M.	Eric CLEMENT	<i>directeur de thèse</i>
M.	Philippe COUSSOT	<i>rapporteur</i>
M.	Patrice FLAUD	<i>président</i>
M.	Christian GAUTHIER	<i>examineur</i>
M.	Marc RABAUD	<i>examineur</i>
M.	Farhang RADJAI	<i>examineur</i>

Préparée au Laboratoire des Milieux Désordonnés et Hétérogènes (LMDH) de l'Université Pierre et Marie Curie.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude à l'ensemble des membres du jury. Je remercie tout spécialement Patrice Flaud d'avoir accepté de présider le jury, et Elisabeth Charlaix et Philippe Coussot d'avoir rapporté mon travail. Merci en particulier à Philippe pour ses encouragements. Je suis particulièrement reconnaissant à Marc Rabaud d'avoir porté toute son attention à mon travail malgré le délai court qui lui était imparti.

Cette thèse a été effectuée dans le groupe granulaire du Laboratoire des Milieux Désordonnés et Hétérogènes de l'Université Pierre et Marie Curie sous la direction d'Eric Clément. Merci à Eric de m'avoir fait confiance (malgré mon lourd passé de théoricien) et d'avoir su me lancer dans une carrière d'expérimentateur. Je le remercie également pour ses constants encouragements dans les moments difficiles.

J'ai eu le grand plaisir d'effectuer ces 3 années dans le sous-sol parallèlement à Guillaume Reydellet. Je le remercie pour ses critiques toujours justes et constructives et pour son intransigeance qui m'a aidé à regarder en face les difficultés et les échecs. Je lui dois également l'ensemble des dessins qui égalaient cette thèse. Merci enfin d'avoir assuré l'animation musicale du sous-sol et pour les (très) longs déjeuners à discuter avec René.

Durant ces trois années j'ai également côtoyé Philippe, Adrian, Evelyne et de nombreux stagiaires. Merci à eux pour la constante bonne humeur qu'ils ont apportée. Je les remercie particulièrement pour les soirées raclette-Brassens.

Les deux montages présentés dans cette thèse ont été initiés par Loïc Vanel, Evelyne Kolb, Patrick Lepert, et José Lanuza. Je les en remercie.

Les différentes réalisations et améliorations effectuées durant ces 3 ans ont bénéficié de l'ingéniosité de José Lanuza ainsi que de la dextérité et la patience de Patrick Lepert. Un grand merci à eux. Je tiens à remercier spécialement José pour sa légendaire sérénité qui permet d'affronter aussi bien les tumultes du travail quotidien que les grands coups droits liftés.

Merci à Claudine Heneaux (Clauclau) d'avoir toujours facilité mon travail en allégeant au maximum les tâches administratives, le tout dans la bonne humeur.

Merci enfin à Thierry Darnige pour sa grande disponibilité et ses réponses rapides et efficaces à tous les problèmes informatiques.

Au cours de cette thèse, j'ai été accueilli par Christian Gauthier à l'Institut Charles Sadron (ICS) à Strasbourg, où j'ai pu effectuer certaines expériences présentées dans ce manuscrit. Il m'a apporté le regard de tribologue mécanicien qui manquait à mes recherches. Je lui suis tout particulièrement reconnaissant d'avoir accepté de faire partie de mon jury et pour sa lecture approfondie et son regard critique. Un grand merci également à Christophe Fond de l'ICS qui m'a initié à CASTEM et a programmé l'essentiel du code CASTEM utilisé dans cette thèse.

J'ai été également accueilli par Farhang Radjai à Montpellier. Je le remercie vivement pour son accueil, pour ses explications patientes de Contact Dynamics, et pour

avoir fait partie de mon jury.

Enfin, merci à Bob Behringer (et Sue) de m'avoir accueilli à Duke (et chez eux). Ce fut un plaisir de découvrir ces belles expériences de biréfringence et le talent de pianiste de Bob.

Un grand merci à tous ceux dont les discussions et articles m'ont éclairé, tout particulièrement Christiane Caroli et Tristan Baumberger.

De nombreuses autres personnes ont été à mes côtés durant cette thèse : communauté scientifique, amis, famille. Chacun sait ce que je lui dois. Je suis particulièrement reconnaissant à ceux qui ont accompagné le trajet des cordes au sable. Un merci particulier aux patientes relectrices de cette volumineuse thèse.

Table des matières

Introduction générale		9
I Statique		13
1 Introduction à la statique		15
1.1 Tas de sable et questions de statique		15
1.1.1 Tas de sable à la rupture : l'angle d'avalanche.		16
1.1.2 Tas de sable et répartition des forces		18
1.2 Différentes approches		20
1.2.1 Un milieu discret		20
1.2.2 Une échelle intermédiaire : les voûtes		21
1.2.3 Un milieu continu		22
1.2.4 Un test expérimental		26
1.3 Expérience de Janssen : vers un test des théories mécaniques.		27
1.3.1 Expériences de Janssen		27
1.3.2 Cadre théorique du modèle		28
2 Discours de la méthode		33
2.1 Dispositif		33
2.2 Méthode		36
2.2.1 Contrôle de la densité		36
2.2.2 Contrôle de la friction aux parois		38
3 Résultats expérimentaux		47
3.1 Expériences sans surpoids		48
3.2 Expériences avec surpoids		50
4 Modèle de Janssen		55
4.1 Modèle		55
4.2 Discussion des résultats expérimentaux		58
5 OSL		61
5.1 Modèle		61

5.2	Discussion des résultats expérimentaux	63
6	Elasticité homogène isotrope	65
6.1	Présentation	65
6.2	Redirection des contraintes	66
6.3	Présentation des simulations	69
6.3.1	Simulation d'un milieu élastique bidimensionnel	69
6.3.2	Simulations 3D	72
6.4	Résultats des simulations	74
6.4.1	Simulations sans surpoids	74
6.4.2	Simulations avec surpoids	83
6.4.3	Récapitulatif	87
6.5	Discussion des résultats expérimentaux	87
7	Conclusion	91
II	Rhéologie	95
1	Introduction à la rhéologie	97
2	Tribologie	101
2.1	Contact entre deux solides	101
2.1.1	Contact de Hertz	101
2.1.2	Interface multicontacts	102
2.2	Frottement d'un monocontact	103
2.3	Friction des interfaces multicontacts	104
2.3.1	Vieillessement des interfaces multicontacts	105
2.3.2	Influence de l'humidité sur le vieillissement	107
2.3.3	Ponts capillaires	108
2.3.4	Propriétés dynamiques d'une interface multicontacts	110
2.3.5	Modèle de Dieterich-Ruina	112
2.4	Résultats expérimentaux dans les milieux granulaires	114
2.4.1	Angle d'avalanche	114
2.4.2	Cisaillement de milieux granulaires	114
2.4.3	Gouge granulaire	116
3	Dispositif	119
3.1	Dispositif de poussée	120
3.1.1	Matériaux employés	120
3.1.2	Platine de translation	120
3.1.3	Système de mesure	120
3.1.4	Conditions atmosphériques	121
3.2	Contrôle de l'humidité	122

3.2.1	Dispositif	122
3.2.2	Procédure	123
4	Caractéristiques tribologiques des matériaux employés	127
4.1	Topographies	128
4.2	Nature des contacts	133
4.3	Dispositif de mesure de friction solide	136
4.4	Résultats de friction solide/solide	138
4.4.1	Dynamique	138
4.4.2	Vieillessement	140
5	Etude d'un système monodisperse peu frottant	141
5.1	Obtention d'un régime stationnaire : contrôle de la densité	141
5.2	Caractérisation du régime stationnaire	144
5.2.1	Régime de stick-slip	144
5.2.2	Régime de glissement continu	147
5.3	Comportement mécanique	148
5.3.1	Procédure expérimentale	148
5.3.2	Résultats expérimentaux	148
5.3.3	Régime de glissement continu	150
5.3.4	Régime de stick-slip	154
5.3.5	Limite du modèle	156
5.4	Caractérisation rhéologique	158
5.4.1	Régime de stick-slip	158
5.4.2	Glissement continu	165
5.4.3	L'humidité : un problème ouvert	173
6	Instabilité de stick-slip	177
6.1	Résultats expérimentaux	177
6.1.1	Friction solide/solide	177
6.1.2	Géophysique	179
6.1.3	Milieux granulaires	181
6.2	Mécanismes de transition	183
6.2.1	Cas de l'affaiblissement cinétique ("velocity weakening")	184
6.2.2	Cas du renforcement cinétique ("velocity strengthening")	185
6.3	Analyse de la transition	187
7	Etude d'un système polydisperse	191
7.1	Caractérisation du stick-slip	191
7.2	Analyse	194
8	Conclusion	197

Conclusion générale et perspectives	203
Annexes	209
Annexe 1 : Notations	209
Annexe 2 : Milieux continus	211
Annexe 3 : Résultats de friction obtenus à l’Institut Charles Sadron	213
1. Dispositif	214
2. Friction statique	214
3. Dynamique	216
Annexe 4 : Etude du stick-slip pour un solide à deux coefficients de frottement constants	219
Bibliographie	223

Introduction générale

Jusqu'aux années 1970, les milieux granulaires, qui désignent les assemblées de grains indépendants, ont avant tout été étudiés pour des questions pratiques. Les observations de Coulomb au XVIII^e siècle sur l'angle des talus ont permis par exemple de donner des règles de stabilité des sols et édifices granulaires qui sont encore utilisées de nos jours (sous le nom de critère de Mohr-Coulomb [14, 74]).

En 1884, Roberts [85] remarque que, alors que la pression à la base d'une colonne d'eau est proportionnelle à la hauteur d'eau dans la colonne, la pression à la base d'un silo atteint une valeur de saturation à partir d'une hauteur de grains dans le silo supérieure au double du diamètre de celui-ci : on peut alors continuer à ajouter du blé, la pression à la base du silo ne varie plus. Si ce résultat surprenant a donné suite à de nombreux modèles (lire Nedderman [74] pour une revue) et expériences (dont certaines sont recensées par Sundaram et al. [95]), c'est avant tout pour des enjeux industriels : il faut être capable de prédire les efforts que va subir un silo, afin de choisir le plus efficacement la forme et le matériau de construction de celui-ci. Les silos posent en outre le problème de l'écoulement des milieux granulaires : s'ils servent à entreposer des grains, il faut aussi pouvoir récupérer ceux-ci en vidant le silo par une ouverture située à sa base. Plusieurs phénomènes peuvent alors se produire lorsqu'on ouvre la trémie, en fonction en particulier de la taille de celle-ci [99] : les grains peuvent rester bloqués [99], s'écouler par intermittences [60, 99], ou alors s'écouler comme le ferait un fluide.

Ces problèmes pratiques de silos indiquent que les milieux granulaires possèdent de nombreuses propriétés qui méritent une étude fondamentale. De fait, depuis une trentaine d'années, une communauté se consacre à l'étude des matériaux granulaires dans tous leurs états : solide, liquide, gaz¹.

Ainsi, les milieux granulaires au repos ont l'apparence de solides traditionnels, mais certains résultats expérimentaux étranges semblent résister à une description en termes de mécanique des sols : c'est le cas de la saturation de pression dans un silo que nous venons de présenter, et également de l'observation d'un minimum de pression sous un tas conique [102, 104] : la pression est minimale au centre, à l'endroit qui est sous le plus grand nombre de grains.

En écoulement, par exemple lors d'avalanches, dans un sablier, un matériau granu-

1. et granulaire!

laire se comporte comme un fluide mais sablier et clepsydre ont tout de même une différence : le débit de l'eau dépend de la quantité d'eau qui reste dans la clepsydre tandis que le débit du sablier est constant [60, 108].

Enfin lorsqu'on agite un milieu granulaire (avec une accélération supérieure à la gravité) il se comporte comme un gaz, son comportement peut être décrit par la théorie cinétique, mais il faut y redéfinir une température [52, 58].

En plus de ces différences d'état, les milieux granulaires ont des propriétés différentes suivant qu'ils sont secs, soumis à une atmosphère humide, ou mouillés. Il a été découvert récemment que la présence de ponts capillaires entre les contacts, en atmosphère humide, crée une force de cohésion qui modifie les propriétés de frottement, ce qui influe sur la statique du milieu, comme par exemple l'angle de déclenchement d'avalanches [11, 36, 82]; cet effet a également été observé pour la friction solide seule [21]. En revanche, les effets de l'humidité sur la dynamique n'ont été que peu étudiés à notre connaissance en friction solide [27], et pas du tout pour la rhéologie des milieux granulaires.

La géophysique a apporté de nombreux sujets d'étude à la communauté des milieux granulaires avec les problèmes qu'elle pose : transport de sédiments, avalanches de débris, tremblements de terre...

L'étude de la rhéologie des milieux granulaires a été stimulée en particulier par l'analogie avec la gouge [64] présente entre deux plaques tectoniques. En effet, lorsque deux plaques tectoniques sont en mouvement relatif, elles frottent l'une contre l'autre par l'intermédiaire de l'assemblée des débris formés par leur abrasion, qu'on appelle gouge granulaire. Cette rhéologie révèle des propriétés qui semblent propres aux assemblées granulaires [64, 71] et qui restent à comprendre.

Certaines propriétés des matériaux granulaires ont reçu récemment une explication phénoménologique [31]. Tout part de l'observation de grains par biréfringence [23, 40], qui révèle une propriété particulière des milieux granulaires statiques : on constate dans ces expériences que dans une assemblée granulaire au repos sous son propre poids, ou sollicitée par des contraintes extérieures, la répartition des forces est très hétérogène. La mesure de distribution de ces forces [61, 69] révèle ainsi que de l'ordre de 10% des grains supportent 40% des forces.

On remarque sur la figure 1 qu'il semble y avoir des chemins de "propagation" des forces, qu'on appellera "chaînes de forces". On y retrouve une propriété des voûtes architecturales : en supportant l'essentiel des forces, les grains situés sur les chaînes de forces protègent les grains situés en dessous. Une manifestation de ce phénomène est par exemple le blocage de l'écoulement des grains à la sortie d'un silo : l'ensemble du matériau est alors retenu par l'équivalent granulaire d'une voûte architecturale [99] à l'embouchure de la trémie.

Cette constatation a amené Edwards et al. [31, 32, 33, 34] à suggérer que ces chaînes de forces qu'on observe à l'échelle des grains (qui est l'échelle microscopique du milieu granulaire) ont des conséquences sur les propriétés mécaniques macroscopiques des matériaux granulaires : ce sont par exemple elles qui reportent le poids des grains

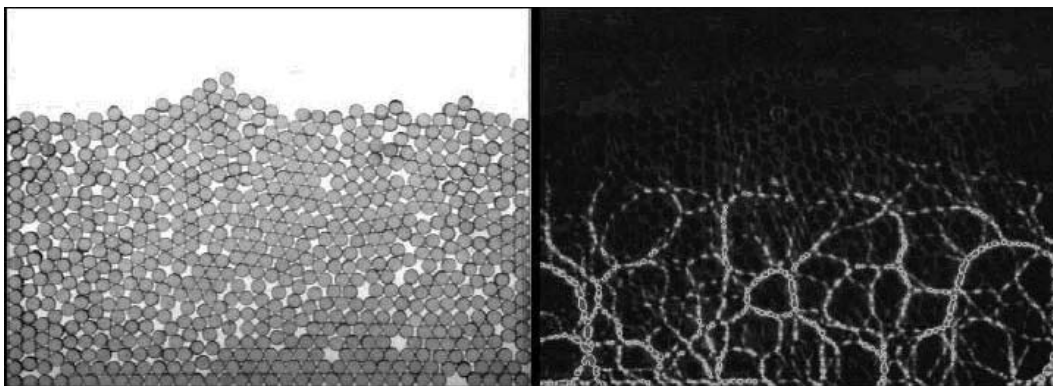
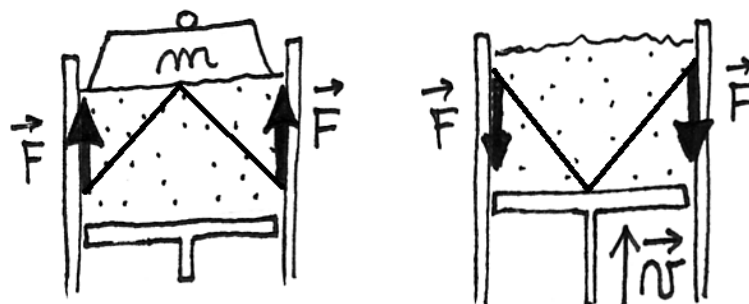


FIG. 1 – Tas bidimensionnel de disques biréfringents. A droite, le tas est placé entre polariseurs circulaires. Image extraite de [46].

vers les côtés d'un tas de sable, créant ainsi un minimum de pression au centre. Cette idée simple est séduisante, et a donné lieu en particulier à une théorie de milieu continu : c'est le modèle OSL (pour Oriented Stress Linearity) [18, 107]. Nous présenterons plus précisément les différentes approches destinées à décrire la statique des milieux granulaires dans la première partie de cet exposé.

La géométrie du silo, à laquelle nous consacrerons nos études expérimentales, est particulièrement adaptée pour observer d'éventuels effets macroscopiques des chaînes de forces : on s'attend à ce que le milieu granulaire s'arc-boute sur les parois pour résister à la gravitation en statique, expliquant ainsi le phénomène d'écrantage observé dans les silos, ou pour résister à la poussée en dynamique.



Dans une première partie, nous nous proposons d'étudier la statique d'un milieu granulaire confiné. Nous mesurerons la masse pesée au fond d'une colonne granulaire dans deux conditions : surface supérieure libre et surface supérieure soumise à une surcharge. Cette expérience n'est pas nouvelle [102], mais nous clarifierons les conditions expérimentales permettant de faire de cette expérience un test des théories mécaniques de la statique des milieux granulaires. Cela nous amènera à définir un

nouveau protocole expérimental pour obtenir des états bien contrôlés et reproductibles. Nous comparerons ensuite nos résultats aux prédictions, toutes différentes, de plusieurs modèles : le modèle de Janssen, le modèle OSL, qui suggère que les chaînes de forces ont une manifestation macroscopique, et l'élasticité homogène isotrope, le plus simple des modèles mécaniques.

Dans une deuxième partie, nous nous intéresserons à la rhéologie d'une assemblée granulaire confinée. Nous étudierons tout d'abord un système constitué de billes monodisperses et peu frottantes. Nous en caractériserons le comportement mécanique. Nous tenterons alors de dissocier l'influence des propriétés mécaniques et de friction aux parois sur le comportement rhéologique. Nous serons également amenés à prendre en compte l'influence d'une variation du taux d'humidité sur la rhéologie. Enfin, nous ébaucherons une étude d'un système constitué de billes polydisperses.

Première partie

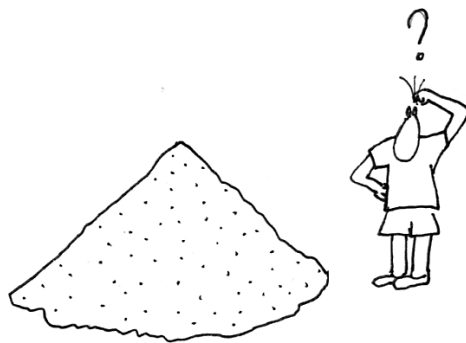
Statique

Chapitre 1

Introduction à la statique

Les deux questions fondamentales en rapport avec la statique des assemblées granulaires concernent la répartition des forces lorsque cette assemblée est à l'équilibre et les conditions de stabilité de cet équilibre.

Nous présenterons dans ce chapitre des observations expérimentales problématiques en rapport avec ces questions. Nous introduirons ensuite diverses approches théoriques pour décrire la répartition des forces dans un milieu granulaire. Enfin, nous nous intéresserons en détail au problème posé par la répartition des forces dans un silo, et nous montrerons comment utiliser cette géométrie pour tester expérimentalement les théories mécaniques.



1.1 Tas de sable et questions de statique

Un simple tas de sable porte en lui ces questions de répartition des forces à l'équilibre et de conditions de stabilité à travers le problème de l'angle du tas et de la chute de pression sous un tas. Ce système étant l'un des plus simples qu'on puisse imaginer, on est en droit d'en attendre une description claire.

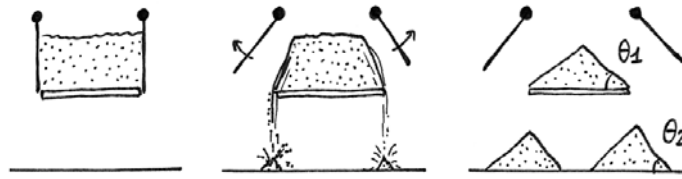


FIG. 1.1 – Tas formé par affaissement et tas formés par versement à partir d'un point source.

1.1.1 Tas de sable à la rupture : l'angle d'avalanche.

Les tas de sable cubiques ne sont pas stables (du moins pour le sable sec) : ils s'écroulent pour former des tas coniques. La forme du tas ainsi obtenu dépend de tout le processus de formation ; un tas obtenu par versement à partir d'un point source n'aura pas exactement la même forme que celui obtenu par affaissement d'un tas initialement cubique [14] (figure 1.1). Mais il existe un angle maximal avec l'horizontale qu'un tel tas ne peut dépasser : cet angle nous renseigne sur la condition de stabilité d'une assemblée.

Une façon classique de mesurer cet angle consiste à effectuer une expérience en tambour tournant [11, 14, 36, 82] : on mesure l'angle pour lequel se déclenche une avalanche lorsqu'on incline progressivement un milieu granulaire. Notons que ces expériences sont majoritairement effectuées sur des milieux modèles, constitués le plus souvent de billes de verre. On constate alors généralement que cet angle d'avalanche est proche de l'angle de friction statique ϕ entre deux grains (tel que $\mu_s = \tan \phi$, où μ_s est le coefficient de friction statique entre 2 grains), mais nous n'avons connaissance d'aucune étude systématique de la variation de l'angle d'avalanche avec la friction entre grains. Cette observation rejoint celle effectuée par Coulomb sur l'angle des talus de fortifications (à une nuance près : il s'agit dans ce cas d'un angle après avalanche et non d'un angle de déclenchement d'avalanche). En pratique cet angle de déclenchement d'avalanche se situe souvent aux alentours de 35° .

Une interprétation de ce résultat consiste à dire que les grains de la surface supérieure se mettent en mouvement lorsque la force de friction statique n'est plus suffisante pour les maintenir en place sur le reste du tas (voir figure 1.2) : la couche supérieure est équivalente à un patin disposé sur un plan incliné. Dans ce cas, le patin glisse lorsque l'angle de pente θ est tel que $\mu_s = \tan \theta$, où μ_s est le coefficient de friction statique entre le patin et le plan incliné, c'est à dire lorsque la force de frottement n'est plus suffisante pour s'opposer au poids.

De plus, cet angle d'avalanche augmente sous l'effet de l'humidité [11, 36, 82]. Fraysse et al. [36] observent ainsi un angle de déclenchement d'avalanche d'un milieu

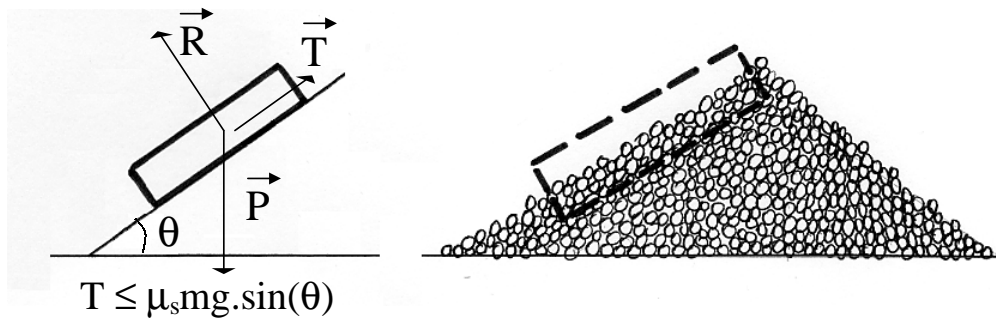


FIG. 1.2 – *Equivalence entre l'angle de pente d'un patin sur un plan incliné et l'angle d'avalanche de la couche supérieure d'un tas de sable.*

constitué de billes de verre qui évolue entre 28° en atmosphère sèche et 70° pour 90% d'humidité. Cet effet est expliqué par l'existence d'une force de cohésion entre grains, due à la formation de ponts capillaires au niveau des contacts, qui s'ajoute à la friction statique pour stabiliser le tas. L'analogie avec le patin de la figure 1.2 reste valable : si une force de cohésion F_0 s'ajoute à la force de contact due au poids, le patin glissera cette fois pour un angle θ' tel que $\tan \theta' > \mu_s$.

Un effet pratique de cette force de cohésion est la stabilité des châteaux de sable : des édifices construits en sable mouillé peuvent avoir des murs verticaux.

En réalité, les propriétés de contact entre grains (frottement et cohésion) ne suffisent pas à déterminer l'angle d'avalanche : d'autres paramètres jouent un rôle pour déterminer cet angle, comme par exemple la forme des grains [76]. On conçoit par exemple que même avec des grains ayant une friction et une cohésion nulle, et pour peu que la base soit maintenue fixe, un tas construit comme un empilement d'oranges (figure 1.3) puisse être stable : c'est ici l'énergie potentielle de gravitation, dont l'énergie de ce tas est un minimum local, qui assure la stabilité.

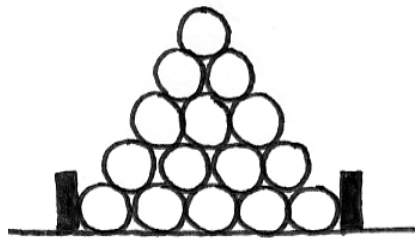


FIG. 1.3 – *Tas dont la stabilité est assurée par l'énergie potentielle de gravitation des grains.*

1.1.2 Tas de sable et répartition des forces

Deux phénomènes ont particulièrement contribué à faire des milieux granulaires des matériaux à part : le “trou du tas”, et le phénomène de Janssen.

Le “trou du tas”

Le comportement mécanique au repos d’un tas de sable est troublant : lorsqu’on fabrique un tas conique sur une base sur laquelle sont disposés des capteurs de pression, on observe que la pression peut être minimale au centre. On s’attendrait pourtant intuitivement à observer un maximum de pression à l’endroit qui est sous la plus grande quantité de sable, autrement dit au centre.

Ce phénomène a été observé pour la première fois en 1920 ; depuis, l’existence de ce minimum de pression a été sujette à controverse (lire Savage [89] pour une revue expérimentale et théorique). Il a été principalement objecté qu’il s’agit là d’un effet dû à la déformation du fond [89], et nullement d’une propriété spécifique aux milieux granulaires.

Il a finalement été observé par Vanel et al. [102, 104], sur une base suffisamment rigide pour s’affranchir d’un effet de déformation du fond, que si un tas de sable a été préparé par avalanches successives, par versement à partir d’un point source, il possède effectivement un minimum de pression en son centre. En revanche, s’il a été préparé par versement en pluie, ce minimum disparaît (figure 1.4). Cette observation montre en outre l’importance de la préparation d’un tas pour en déterminer le comportement mécanique. Deux tas en apparence semblables présentent une répartition des forces différente.

Problème de silo

Un autre résultat surprenant des milieux granulaires statiques concerne des mesures effectuées dans un silo rempli de grains. Il s’agit du phénomène observé par Roberts en 1884 [85] et dont Janssen a donné une explication en 1895 [53] : la pression mesurée à la base du silo tend vers une valeur limite lorsqu’on augmente la masse du milieu granulaire (voir figure 1.5). Dans une colonne d’eau, la pression à la base est proportionnelle à la hauteur d’eau, autrement dit le poids mesuré en bas est égal au poids d’eau dans la colonne.

Lorsque la valeur de saturation est atteinte en bas de la colonne de grains, on peut ajouter indéfiniment du sable, poser un objet sur la surface supérieure, la masse pesée par le fond ne variera plus. Il s’agit d’un phénomène d’écrantage : le poids des grains est écranté par les parois.

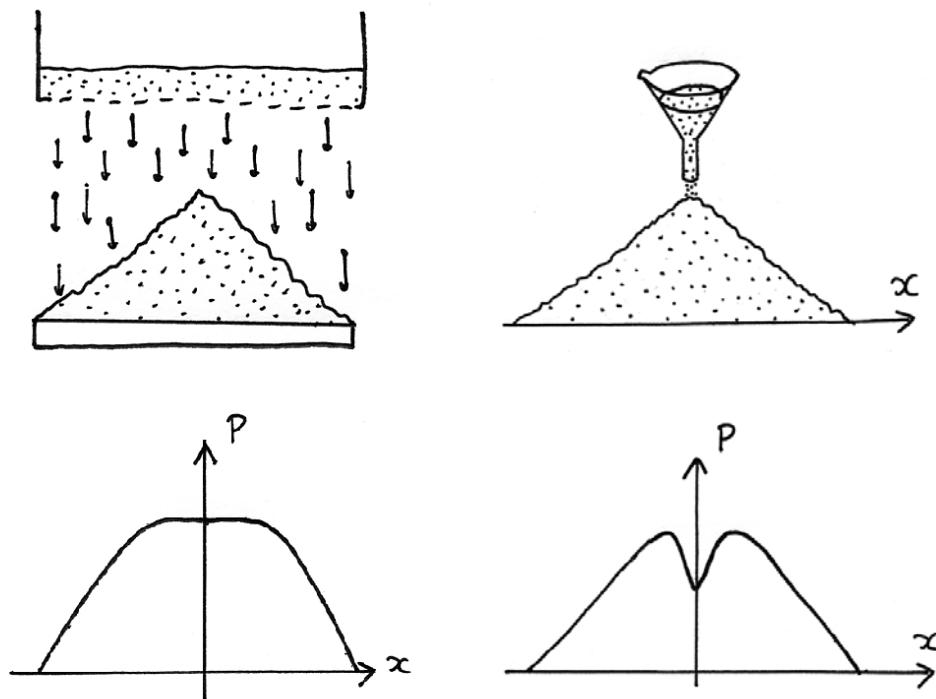


FIG. 1.4 – Profil de pression sous un tas de sable en fonction de la position ($x=0$ est le centre du tas). A gauche: tas obtenu par versement en pluie. A droite: tas créé par versement à partir d'un point source.

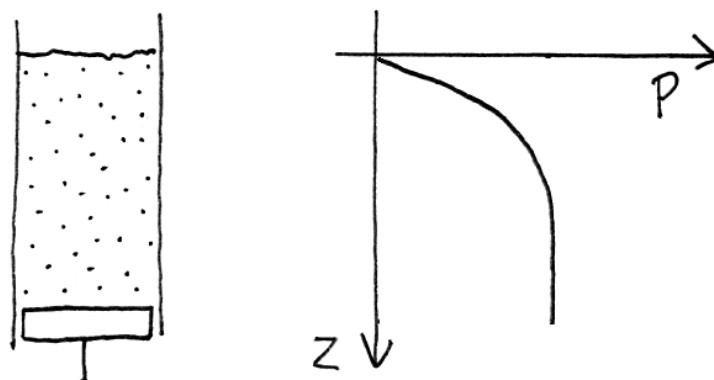


FIG. 1.5 – Allure générale du profil de pression en fonction de la profondeur dans une colonne granulaire.

1.2 Différentes approches

Les observations expérimentales effectuées sur des systèmes simples montrent que les milieux granulaires ont des comportements qui leur sont propres. Pour comprendre ces phénomènes, différentes approches sont possibles : on peut considérer chaque grain individuellement ou décrire l'assemblée granulaire comme un milieu continu.

1.2.1 Un milieu discret

Pour comprendre le comportement d'un milieu granulaire à l'équilibre, une approche microscopique consiste à le considérer comme une assemblée de grains rigides. Chaque grain est soumis à son propre poids ainsi qu'aux forces de contact exercées par les grains voisins.

Pour un empilement donné, soumis à certaines forces extérieures, on résout les équations de l'équilibre du tas, qui résultent de l'ensemble des équations d'équilibre individuelles, pour obtenir les forces s'exerçant sur chaque grain à l'équilibre. Plusieurs cas sont possibles : s'il n'y a pas de solution, on parle d'un problème hypostatique [87] et le tas s'écroule ; s'il y a une solution unique on parle d'un problème isostatique [87] ; s'il y a un grand nombre de solutions, on parle d'un problème hyperstatique [87]. Dans la réalité, les problèmes physiques sont isostatiques : la solution dépend de la façon dont on a formé l'empilement. L'hyperstaticité vient ici du fait qu'on pose la structure de l'empilement sans donner l'histoire de sa formation.

Certains exemples simples permettent de comprendre ces notions. L'équilibre d'un patin sur un plan incliné est un problème isostatique tant que le frottement peut s'opposer au poids ; lorsque cela n'est plus le cas, le problème devient hypostatique et le patin glisse. Un problème hyperstatique est celui d'une poutre en équilibre sur trois points d'appui.

On change la nature de l'équilibre d'une assemblée en modifiant les forces extérieures. Par exemple, incliner progressivement un tas revient à changer graduellement la direction des forces de gravitation ; on passe d'un équilibre hyperstatique à un équilibre hypostatique lorsqu'on dépasse l'angle d'avalanche ; un éboulement se déclenche alors.

L'existence ou non d'une ou plusieurs solutions pour l'équilibre d'un tas dépend du nombre moyen de contacts entre grains dans l'assemblée et de l'existence de friction entre les grains [87].

Les empilements naturellement isostatiques ont été étudiés par Roux [87]. Des procédures qui prennent en compte la dynamique de formation permettent a priori de traiter tous les problèmes (dynamique des contacts [68, 80], dynamique moléculaire [78]) : les forces à l'équilibre sont dans ce cas déterminées par l'histoire de la formation du tas.

L'approche discrète est limitée aux petites assemblées de grains (carré de 100 grains de côtés à 2 dimensions) par la puissance de calcul des ordinateurs. Son intérêt est

donc avant tout de comprendre le comportement microscopique, mais l'extrapolation de résultats pour des assemblées macroscopiques reste délicate.

1.2.2 Une échelle intermédiaire : les voûtes

L'observation d'un tas bidimensionnel par biréfringence [23, 40] révèle une forte hétérogénéité des forces : il existe des chemins préférentiels de "propagation"¹ des forces dans un milieu granulaire : ce sont les voûtes ou chaînes de forces ; une image des forces observées par biréfringence a été présentée sur la figure 1 de l'introduction générale.

Les voûtes permettent de comprendre qualitativement l'existence du "trou du tas" et le phénomène de Janssen, ainsi que remarqué par Edwards et al. [31, 32, 33, 34] : elles reportent le poids des grains vers les côtés du tas, soulageant ainsi le centre et créant un minimum de pression au centre ; ce sont elles également qui permettent au tas de s'appuyer sur les parois d'un silo, écrantant ainsi la masse supportée par le fond.

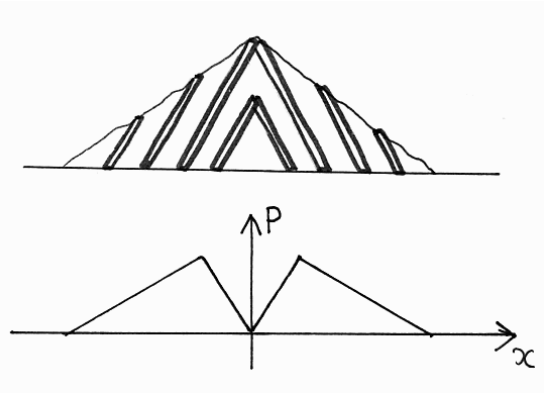


FIG. 1.6 – Chute de pression sous un tas dans un modèle de voûtes.

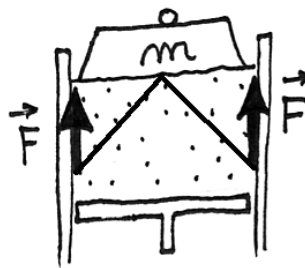


FIG. 1.7 – Les voûtes redirigent les contraintes vers les murs et écrantent le poids ressenti par le piston.

1. Nous verrons plus loin que le terme "propagation" est délicat : si du point de vue du modèle OSL il y a réellement propagation dans une direction donnée, les théories elliptiques comme l'élasticité n'ont pas de caractère propagatif : la contrainte en un point y dépend de la contrainte en tout point.

On obtient ainsi avec les voûtes une description physique qualitative satisfaisante de la statique des assemblées granulaires.

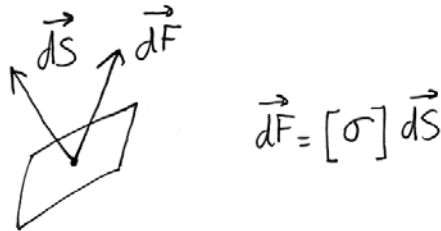
L'explication de l'existence du "trou du tas" et du phénomène de Janssen en termes de voûtes semble indiquer que ce sont ces chaînes de forces qui rendent les milieux granulaires différents des solides traditionnels, et que ces caractéristiques microscopiques des milieux granulaires influent sur leur comportement macroscopique. Mais le problème de la mise en équation formelle, permettant de déterminer les forces en tout point, se pose encore.

1.2.3 Un milieu continu

Pour modéliser un tas de sable, l'approche traditionnelle est celle de la mécanique des milieux continus, à l'instar de la mécanique des fluides et de l'élasticité où il est impossible et inutile de raisonner sur les molécules ou atomes individuellement.

Il faudra bien distinguer par la suite les expériences portant sur de petits systèmes² qui testent le comportement microscopique des milieux granulaires, de celles qui testent réellement les théories mécaniques.

Des rappels élémentaires de mécanique des milieux continus sont effectués en annexe 2. Rappelons simplement que dans ce cadre, les forces sont remplacées par le tenseur des contraintes $\sigma_{ij}(x_k)$ défini en chaque point x_k : la force F_i subie par une surface élémentaire dS dans le milieu est : $F_i = \sigma_{ij}dS_j$; en l'absence de contrainte de cisaillement, il s'agit tout simplement de la pression.



De même, lorsqu'on considère que le milieu se déforme, on introduit une version locale des déplacements sous la forme du tenseur des déformations ; la définition et la prise en compte de ces dernières est l'une des différences entre la mécanique des sols et les modèles phénoménologiques.

La condition d'équilibre interne du milieu continu, $\partial_i \sigma_{ij} = \rho g_j$, donne certaines restrictions au tenseur des contraintes mais ne suffit pas à le déterminer entièrement. C'est ce qui rend nécessaire l'introduction de relations entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations (comme par exemple la théorie élastique [59] qui en

2. Reste le problème délicat de ce que signifie "petit". Plutôt qu'un critère en nombre de grains, on peut penser à un critère en nombre de "chaînes de forces".

déduit des relations entre contraintes), ou directement entre les composantes du tenseur des contraintes (par exemple OSL [18, 107]) sans considérer de déformations.

Les approches que nous allons présenter supposent donc qu'un milieu granulaire est un milieu continu et qu'on peut y définir des contraintes. Les différentes théories tentent de décrire la distribution de ces contraintes au repos, ainsi que le comportement à la rupture par un critère de plasticité.

Les lois de comportement statique doivent pouvoir reproduire les résultats en apparence étranges du "trou du tas" et du phénomène de Janssen,

Une approche pragmatique

L'approche traditionnelle face à ces problèmes, essentiellement empirique, est celle de la mécanique des sols [65, 74].

Dans ce cadre, pour compléter les équations d'équilibre, on considère qu'il manque une relation entre contraintes et déformations. On procède à des tests expérimentaux en vue de déterminer cette loi. Les tests sont effectués sur des échantillons du matériau, par exemple un sol, suffisamment grand pour constituer un milieu continu. On observe l'évolution des contraintes en fonction du taux de déformation appliqué au matériau. On déduit des résultats une loi entre contraintes et déformations reproduisant le plus fidèlement possible tous les comportements observés (qui incluent la rupture et la loi d'écoulement qui en résulte). Peu importe alors le nombre de paramètres, l'enjeu est trop important pour risquer une simplification : on s'interroge par exemple sur la stabilité d'un sol sur lequel on veut établir une construction.

Pour en déduire le comportement de l'ensemble du matériau étudié, on maille l'espace en cellules élémentaires qui se comportent chacune comme l'échantillon étudié [65].

Notons que dans ces tests, même pour de très faibles déformations, on observe systématiquement un comportement hystérétique non élastique : un milieu granulaire déformé ne revient jamais dans son état initial.

Le critère de Mohr-Coulomb [14, 74] est souvent employé pour décrire les milieux granulaires à la rupture. Selon celui-ci un matériau cède lorsque le cisaillement τ sur une facette atteint la valeur critique $\tau = \tan \phi \sigma + c$ où σ est la contrainte normale sur cette même facette, c est une contrainte de cohésion, et ϕ est appelé angle de friction interne. Il semble adapté pour décrire la dépendance de l'angle d'avalanche avec le coefficient de friction des grains et l'humidité, si on identifie l'angle interne à l'angle de friction grain/grain, et si on attribue la contrainte de cohésion aux ponts capillaires.

Cependant, ce critère n'explique pas l'influence de la géométrie que nous avons évoquée plus haut ; de plus, il n'apparaît pas clairement dans tous les tests biaxiaux [74].

Les théories de type mécanique des sols peinent à fournir une explication simple au "trou du tas". Il faut par exemple considérer la coexistence de zones élastiques

et plastiques dans le milieu granulaire [24, 89] ; Savage [89] a montré qu'un matériau rigide plastique ou un matériau élastique anisotrope peuvent également produire un tel phénomène.

Notons que depuis une vingtaine d'années un effort a été fait pour dériver des lois de comportement à partir de la géométrie de contact au niveau des grains [75] ; on peut s'attendre par exemple à ce que cela puisse prédire la stabilité du tas de la figure 1.3.

Une approche phénoménologique

Face à la complexité et la multiplicité des lois de la mécanique, devant l'incapacité de ces théories à fournir des réponses claires et simples à ces phénomènes, diverses tentatives ont été faites pour obtenir une vision unifiée et simple des comportements des milieux granulaires. Il s'agit d'introduire des lois parfois dites "constitutives" par leurs auteurs (ce sont en fait des relations de fermeture³) qui relient les contraintes [18, 55, 92, 107] sans utiliser le concept de déformations pour compléter les équations d'équilibre, ou des lois de type statistique comme le q-model [20].

L'un des succès de ces théories est en outre de décrire le comportement macroscopique d'un tas de sable tout en retrouvant une distribution hétérogène des forces à l'échelle de quelques grains telle que mesurée expérimentalement [61, 69] et en dynamique des contacts [80], et qui se traduit sous la forme des chaînes de forces visualisées par biréfringence.

Le modèle OSL (pour Oriented Stress Linearity) postule une relation entre contraintes dans un matériau granulaire qui peut être vue comme une prise en compte locale de l'existence de voûtes. Il s'agit d'une relation de proportionnalité entre contraintes, qui exprime d'une part la redirection des forces due à la présence de voûtes (pour une voûte faisant un angle ϕ avec la verticale, $\sigma_{xx} = \tan \phi \sigma_{zz}$), et laisse d'autre part la possibilité aux voûtes de frotter entre elles (pour une voûte orientée suivant une direction i de normale j , $\sigma_{ij} = \mu \sigma_{ii}$, où μ est le coefficient de friction entre voûtes). Selon une hypothèse forte, on retrouve ainsi des équations sur les contraintes, c'est-à-dire dans la limite continue, qui sont fortement empreintes de la structure microscopique (en voûtes) du milieu.

Dans le cadre de ce modèle, une sollicitation localisée à la surface d'un milieu granulaire se propage dans le milieu suivant des lignes caractéristiques (figure 1.8), solutions d'une équation d'onde : on retrouve donc ce qui semble être des chaînes de forces.

La force de ce modèle simple est qu'il semble capable de reproduire le comportement ambivalent des tas coniques ainsi que l'évolution de la pression dans un silo [18, 102].

3. Ce sont des lois qui complètent les équations d'équilibre statique, qui ne suffisent pas à déterminer complètement les contraintes en tout point. Pour une discussion approfondie, on consultera Savage [89].

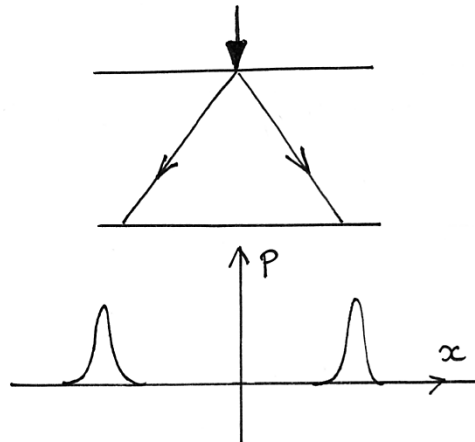


FIG. 1.8 – Réaction d’un milieu OSL à une surcharge localisée en sa surface.

Cette description physique d’un tas de sable permet de comprendre qualitativement les phénomènes à partir d’un objet simple, les voûtes, et de calculer quantitativement les contraintes avec les équations d’OSL.

Notons cependant que Goldenberg et Goldhirsch [41, 42] ont étudié un système discret de ressorts (similaire à celui étudié dans le chapitre 6, mais pour un réseau désordonné), qui n’est pas un modèle de milieu granulaire, dont la limite continue est élastique et qui semble posséder des hétérogénéités de contraintes à l’échelle discrète de type chaînes de forces. Voûtes et mécanique des sols ne semblent donc pas contradictoires.

Hyperbolique ou elliptique?

Un désaccord essentiel entre les théories du type élastique et les théories du type OSL tient aux conditions aux limites. Dans les théories dites “elliptiques”, comme l’élasticité, la contrainte qui s’exerce en un point dépend de la contrainte en tout point. Dans les théories hyperboliques, comme OSL, il existe des directions caractéristiques de “propagation” des contraintes. Le terme “propagation” n’a pas ici un sens temporel mais spatial : la contrainte en un point sur cette direction caractéristique, ne dépend que de la contrainte aux points situés avant elle sur cette direction. Nous illustrerons une conséquence de cette différence dans le chapitre 6 : la pression mesurée dans une colonne à une certaine profondeur dépend de la proximité de la base rigide au fond de la colonne en élasticité, ce qui n’est pas le cas dans une théorie hyperbolique.

L’origine de cette différence n’est pas uniquement mathématique, elle tient à la supposition que la structure en voûtes du milieu granulaire est rigide : on néglige les déformations. Dans ce cas, la réponse d’un milieu à une contrainte localisée à sa sur-

face (figure 1.8) ne dépend pas de la présence d'une base rigide plus bas. La réponse d'un milieu élastique semi-infini à cette même surcharge est en revanche différente de celle d'un milieu disposé sur une base rigide, elle-même différente de celle d'un milieu sur une base molle : la répartition des contraintes dépend des déformations, qui sont contraintes par les conditions aux limites en tout point.

1.2.4 Un test expérimental

Pour tester la loi de comportement d'un milieu granulaire avant toute déformation irréversible, l'expérience la plus probante a été réalisée parallèlement à cette thèse dans l'équipe granulaire du Laboratoire des Milieux Désordonnés et Hétérogènes par Guillaume Reydellet [83]. Il s'agit d'une expérience de fonction de réponse qui étudie la répartition des contraintes sous une couche de sable face à une sollicitation localisée sur sa surface supérieure, dans un régime d'étude réversible. Reydellet a observé une réponse sous la forme d'un pic qui s'élargit proportionnellement à la profondeur. Ce pic est d'autant plus large que le tas est dense ; il est centré sous la sollicitation pour un tas obtenu par versement en pluie, mais décalé pour un tas soumis à un cisaillement plan.

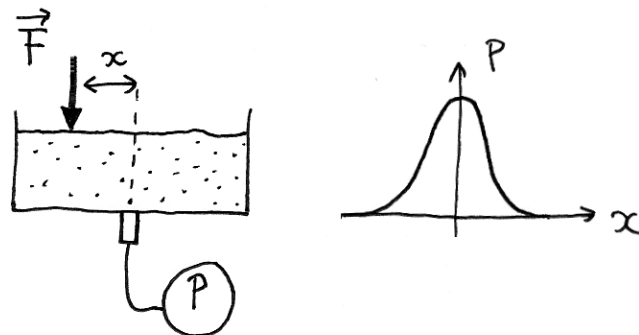


FIG. 1.9 – Allure de la fonction de réponse d'un milieu granulaire à une surcharge localisée.

Ces résultats ont été comparés au comportement expérimental d'un gel ainsi qu'à des calculs d'élasticité isotrope et orthotrope. Les résultats obtenus par Reydellet [83] semblent compatibles avec l'élasticité, et incompatibles avec le modèle OSL (qui prédit deux pics de réponse dans les directions des "voûtes" à partir du point de sollicitation, voir figure 1.8). Le comportement du tas cisailé semble s'expliquer en termes d'anisotropie induite.

1.3 Expérience de Janssen : vers un test des théories mécaniques.

Le modèle proposé par Janssen en 1895 pour expliquer l'écrantage de la masse pesée au fond d'un silo, que nous étudierons plus en détail dans le chapitre suivant, suppose qu'à une altitude donnée les contraintes sont homogènes et proportionnelles entre elles : $\sigma_{rr}(z) = K\sigma_{zz}(z)$, où K est une constante caractéristique du matériau granulaire, et que le milieu granulaire est au seuil de glissement aux parois : $\sigma_{rz} = \mu_s \sigma_{rr}$. Ce modèle peut s'interpréter en termes de voûtes : pour des voûtes faisant un angle ϕ avec la verticale, $K = \tan \phi$. La friction aux parois permet au milieu granulaire de s'appuyer sur celles-ci et de diminuer ainsi le poids subi par le fond.

La différence principale avec le modèle OSL évoqué plus haut, est que le modèle de Janssen est un modèle en couches, qui raisonne sur une contrainte moyenne, tandis que la relation entre contraintes proposée par OSL est locale.

De nombreuses expériences ont été effectuées depuis pour tester la validité de ce modèle, ainsi que de multiples tentatives d'améliorations théoriques. On trouvera une revue de ces expériences par Sundaram et al. [95] et des détails sur les théories par Nedderman [74].

1.3.1 Expériences de Janssen

L'approche expérimentale de la communauté des mécaniciens face à ce phénomène est pragmatique : le problème intéressant en pratique est celui de la répartition des contraintes aux parois après remplissage et lors du vidage. L'enjeu est la construction de silos qui résisteront aux contraintes : il s'agit d'optimiser le choix du matériau ainsi que sa forme.

Cependant les résultats bruts ainsi obtenus ont souvent été comparés tels quels au modèle de Janssen ce qui amène Sundaram et al. [95] à en refaire l'analyse. Le modèle de Janssen suppose en effet que le matériau est partout au seuil de glissement aux parois. Or, après versement, le matériau granulaire n'a aucune raison d'être en tout point au seuil de glissement aux parois ; les forces de friction aux parois sont donc moins importantes dans ce cas, et le poids est moins écranté. De même, lors de l'écoulement lorsqu'on vide le silo, la friction aux parois est dynamique, donc moins importante que la friction statique. Ces données impliquent que l'expression analytique obtenue par Janssen est dans le cas général une borne inférieure de la mesure effectuée. Sundaram et al. [95] analysent ainsi de nouveau des données expérimentales censées être en désaccord avec le modèle de Janssen et montrent qu'en fait l'accord est correct.

Un exemple récent d'utilisation erronée du modèle de Janssen figure dans le travail de Tardos et al. [96]. Les auteurs mesurent la pression en bas d'un milieu granulaire cisailé à vitesse angulaire constante dans une cellule de Couette, et trouvent

que celle-ci est hydrostatique. Ils concluent à l'échec de l'analyse de Janssen dans le cas où le milieu granulaire est cisailé en régime dynamique. Rappelons que la pression n'est écartée que lorsque la friction s'oppose au poids. Dans cette expérience, la friction s'oppose au glissement aux parois, qui est orthoradial en cellule de Couette ; la pression doit donc bien être hydrostatique.

1.3.2 Cadre théorique du modèle

Le modèle de Janssen, s'il donne une description simple et satisfaisante du phénomène d'écrantage dans les silos, manque de fondements théoriques.

L'explication la plus utilisée du modèle de Janssen est fondée sur le critère de rupture du milieu granulaire, supposé être de Mohr-Coulomb : c'est l'approche de Rankine [74]. Il s'agit d'étudier les valeurs limites des contraintes pour lesquelles on atteint le seuil de rupture du matériau, pour un matériau de Mohr-Coulomb non cohésif d'angle interne ϕ . On distingue la limite active, pour laquelle $\sigma_{rr} < \sigma_{zz}$, et la limite passive, pour laquelle $\sigma_{rr} > \sigma_{zz}$. On peut alors calculer le rapport des contraintes radiales et verticales K_a à la limite active et K_p à la limite passive. Ces valeurs encadrent la valeur réelle du coefficient de Janssen K du matériau, mais en pratique les ingénieurs utilisant cette approche supposent qu'après remplissage du silo le matériau est proche de la limite active [74]. L'intérêt d'une telle approche est de pouvoir prédire le coefficient de Janssen d'un matériau si on mesure l'angle interne ϕ dans un test biaxial. Si l'idée de départ est simple, cette approche nécessite en fait de nombreuses corrections techniques [74], et elle n'est pas satisfaisante expérimentalement [74], peut-être parce que les milieux granulaires ne sont pas en pratique des matériaux de Mohr-Coulomb.

Une étude récente, effectuée par de Gennes et Evesque [35], se révèle particulièrement intéressante et adaptée au cas de la mesure après versement : de Gennes et Evesque considèrent un milieu élastique qu'on saupoudre doucement dans un silo. Dans ce cas, les couches inférieures se tassent au fur et à mesure du remplissage du silo ; ce faisant, elles glissent aux parois et se retrouvent donc, selon les auteurs, au seuil de glissement (on peut penser plutôt que la friction est inférieure à la friction au seuil puisqu'elle résulte d'un processus dynamique). Cette procédure permet de reproduire un silo dans lequel la friction aux parois est différente suivant la hauteur : si elle est maximale pour les couches inférieures, elle n'est pas entièrement mobilisée pour les couches supérieures. Le résultat a néanmoins la forme de l'équation de Janssen. Cette étude est la seule à notre connaissance qui considère le milieu granulaire comme un milieu élastique ; elle a en outre le mérite de modéliser le cas concret de l'état du silo après remplissage.

Une étude par éléments finis et par éléments discrets d'un silo après remplissage a été réalisée par plusieurs auteurs, et est recensée par Rotter et al. [86] ; du fait de la complexité de la prise en compte du remplissage, les différents auteurs aboutissent à des résultats qui peuvent varier d'un facteur 2. Dans ces simulations, là encore, la friction aux parois n'est pas bien définie.

L'apport théorique le plus récent provient du modèle OSL, qui sera détaillé plus loin, et qui peut être considéré comme une version locale de Janssen : les contraintes ne sont plus supposées homogènes, mais la proportionnalité entre contraintes horizontales et verticales est conservée. Ce modèle permet de retrouver le même phénomène de saturation et une courbe qui peut être, pour certaines valeurs des paramètres, indifférenciable de celle prédite par Janssen [18].

Obtention de résultats reproductibles

Jusqu'à récemment les expériences effectuées dans la géométrie du silo fournissaient des résultats dispersés (figure 1.10).

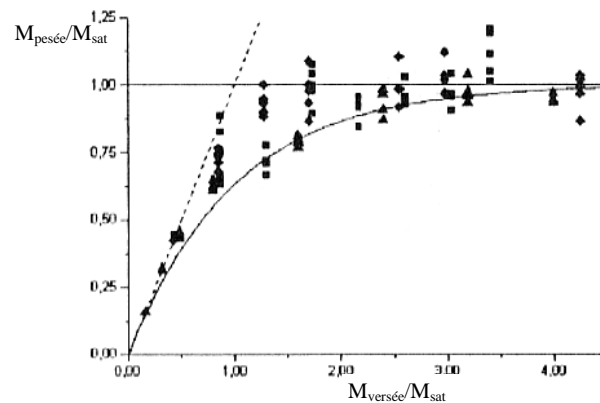


FIG. 1.10 – Masse pesée dans une colonne en fonction de la masse versée ; les données sont remises à l'échelle par la masse de saturation. Courbe extraite de [19].

Williams et al. [106] ont trouvé par hasard que la masse de saturation M_{sat} observée par la base du silo diminue lorsqu'ils font descendre cette base ; ce résultat les amène à étudier l'influence de la rigidité du fond : M_{sat} est plus faible lorsqu'on ajoute une plaque en caoutchouc sur la base du silo. Les auteurs interprètent cet effet comme un effet de dilatation sous cisaillement du milieu granulaire lors de la descente ou la déformation du fond.

Il s'agit en fait d'un des éléments essentiels qui permet de se retrouver dans les conditions du modèle de Janssen, ainsi que remarqué par Vanel [102] : lorsqu'on descend la base du silo on mobilise la friction aux parois (nous débattons plus loin de la valeur atteinte) en forçant le milieu granulaire à s'appuyer sur les parois ; et lorsque le fond est mou, un ajout de grains fait descendre l'ensemble du tas et la friction est également mobilisée. Le poids des grains est alors mieux écranté par les parois ; le fond subit donc une force moins importante.

Des expériences dans une telle géométrie confinée ont été récemment effectuées par Vanel [102, 103], et ont montré qu'on retrouve des résultats reproductibles pour

peu qu'on amène les grains au seuil de glissement aux parois (c'est l'une des hypothèses de Janssen) en descendant la base comme dans [106], et à condition de travailler pour un tas de densité fixée (ceci avait été observé par Savage [89]) ; ainsi les résultats dispersés de la figure 1.10 ont été obtenus après descente du milieu granulaire, mais à densité non contrôlée.

Cette étude a été essentiellement menée pour des billes de verre de 2 mm de diamètre dans un tube en acier de 38 mm de diamètre ; le résultat principal est ici celui de la variation des propriétés mécaniques avec la densité. Les résultats ont été comparés au modèle de Janssen et au modèle OSL avec un accord meilleur pour OSL. Une étude du silo contraint en sa surface supérieure a été esquissée, et les résultats ont été comparés au modèle OSL, avec un accord qualitatif. Aucune comparaison à la théorie élastique n'a été ébauchée.

Objectifs

Le but de notre travail n'est pas de décrire la mécanique des silos. Nous souhaitons trouver les plus simples conditions expérimentales pour tester les théories mécaniques.

Ce qui motive l'utilisation du silo comme test des théories mécaniques est une prédiction du modèle de Janssen. Lorsqu'on mesure la masse $M_{pesée}$ observée par le fond d'un silo, celle-ci tend vers une valeur limite M_{sat} . Si on contraint un milieu granulaire en imposant à sa surface supérieure une surcharge égale à cette masse de saturation M_{sat} , le modèle de Janssen prédit que la masse $M_{pesée}$ observée par le fond vaut $M_{pesée} = M_{sat}$ quelle que soit la masse $M_{versée}$ de grains dans la colonne (figure 1.11). On peut s'attendre dans ce cas à ce que le comportement réel s'éloigne singulièrement de cette prédiction. Ainsi le modèle OSL prédit [18] pour $M_{pesée}$ des oscillations amorties en fonction de $M_{versée}$ (figure 1.11). Nous montrerons que le comportement de l'élasticité homogène isotrope est encore différent.

Pour faire de cette expérience un test crucial des théories mécaniques, il nous faudra en outre étudier en détail le comportement jusqu'ici inconnu du plus simple des modèles mécaniques, l'élasticité homogène isotrope, dans la géométrie du silo.

Suivant les résultats de Vanel [102], nous travaillerons à densité constante et à frottement contrôlé aux parois. Nous allons cependant montrer que la méthode de mesure utilisée par Vanel [102] était imparfaite, ce qui nous conduira à redéfinir une procédure où on peut penser que les grains sont effectivement au seuil de glissement aux parois.

Nous allons étudier avec cette nouvelle méthode la colonne non contrainte dans le cas d'un milieu constitué de billes de verre pour 3 diamètres de colonne différents et pour trois frictions aux parois différentes. Les résultats obtenus seront ajustés par le modèle de Janssen, le modèle OSL, et l'élasticité homogène isotrope.

Nous nous intéresserons ensuite à la colonne contrainte pour les trois diamètres et pour les trois frictions. Nous comparerons nos résultats aux prédictions, toutes différentes, du modèle de Janssen, du modèle OSL, et de l'élasticité homogène isotrope.

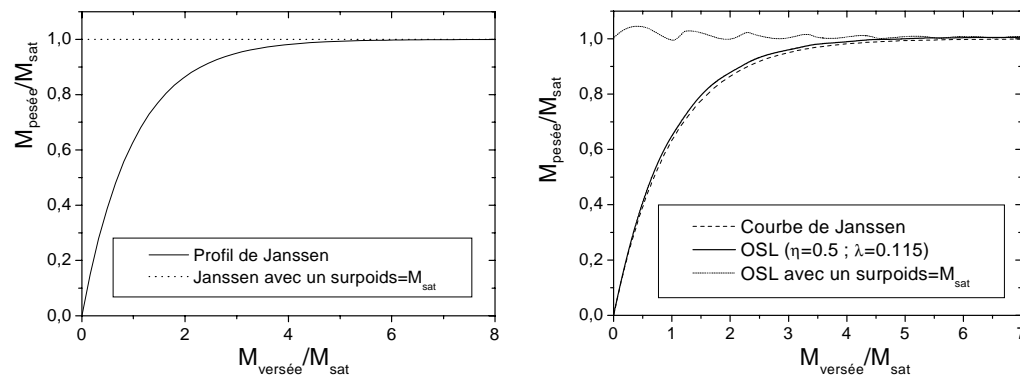


FIG. 1.11 – Masse pesée dans une colonne en fonction de la masse versée pour le modèle de Janssen (à gauche) et OSL (à droite) dans deux situations : surface libre, et surface contrainte avec une masse égale à M_{sat} ; les données sont remises à l'échelle par la masse de saturation.

Chapitre 2

Discours de la méthode

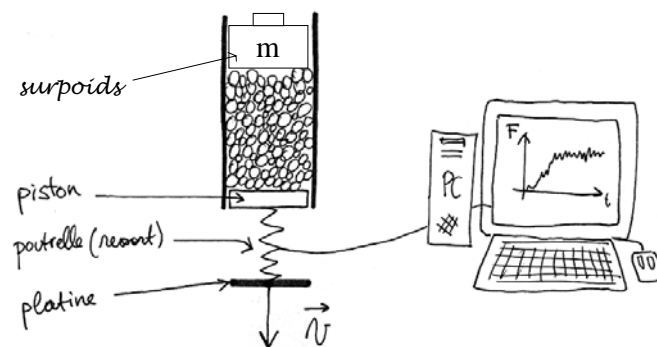


FIG. 2.1 – Schéma du dispositif expérimental.

2.1 Dispositif

Le matériau granulaire est versé dans un cylindre vertical clos à son extrémité inférieure par un piston amovible (en acier). Le piston est couplé à une platine de translation verticale par une poutre dont la déformation nous donne la force qu'exerce le milieu granulaire sur le piston.

Fonctionnement schématique du capteur de force

Le capteur de force est une poutre qui va se déformer à une de ses extrémités (figure 2.2). Ce faisant, sa surface supérieure s'allonge (et se contracte dans la largeur), tandis que sa surface inférieure se contracte (et se dilate dans la largeur). Ces variations de longueur dépendent linéairement de la force pour de petites déformations.

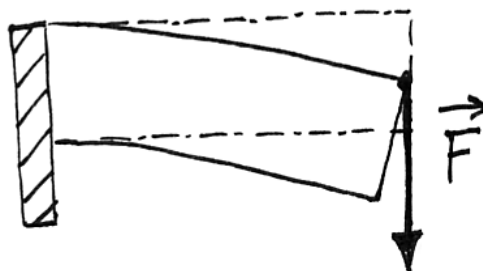


FIG. 2.2 – Déformation d'une poutre encastrée.

Considérons un conducteur cylindrique de longueur l , de rayon r et de résistivité ρ ; sa résistance vaut $R = \rho l / (\pi r^2)$. Si on le dispose dans le sens de la longueur sur la surface supérieure de la poutre, et qu'on soumet l'extrémité de celle-ci à une force, la longueur l de la résistance va augmenter, et son rayon r diminuer, ce qui a pour effet d'augmenter sa résistance (il faut également considérer la variation de la résistivité avec la variation de volume du conducteur).

On place désormais 4 conducteurs identiques de résistance R sur la poutre ; R_1 et R_3 sont disposés sur la surface supérieure, R_2 et R_4 sur la surface inférieure. Sous l'action d'une contrainte, chaque résistance R_i subit une variation dR_i , positive en traction ($i=1,3$), négative en compression ($i=2,4$). Pour mesurer cet effet, on place les résistances sur un pont de Wheatstone (figure 2.3).

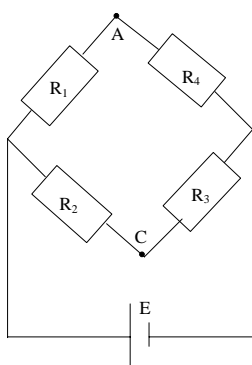


FIG. 2.3 – Pont de Wheatstone.

Ce pont est équilibré lorsque la poutre n'est soumise à aucun effort. Une variation des résistances a un effet sur la tension $V_A - V_C$:

$$d(V_A - V_C) = \frac{E}{4R} (dR_1 + dR_3 - dR_2 - dR_4) \quad (2.1)$$

qui varie linéairement avec la force appliquée à l'extrémité de la poutre. L'avantage de ce dispositif est en outre de limiter les effets de la température : une variation de

température a le même effet de variation de résistance dR sur tous les conducteurs, donc ne fait pas varier la tension $V_A - V_C$.

En pratique, les variations de résistance sont faibles. Pour mesurer $V_A - V_C$ en limitant le bruit électronique, une tension sinusoïdale est donc appliquée aux bornes du pont, et une détection synchrone de $V_A - V_C$ est effectuée. Ce signal est ensuite amplifié. C'est celui-ci que nous mesurons. Le dispositif de mesure assure sa linéarité avec la force exercée sur la poutre.

Nous avons utilisé une poutrelle SCAIME EP-2, et un conditionneur de signal SCAIME CMJ-LE. Nous avons vérifié la linéarité entre force et tension et calibré le capteur à l'aide de masses calibrées. Le calibre d'amplification du signal est adapté à l'intervalle de masses qui nous intéresse ; nous avons trouvé $M_{pesée} = (40.38 \pm 0.02) * U$, où U est la tension mesurée, pour la mesure de masses inférieures à 400 g, et $M_{pesée} = (136.9 \pm 0.05) * U$ pour des masses inférieures à 1300 g. Ce calibrage est vérifié avant chaque série d'expériences.

Platine

Le déplacement de la platine de translation verticale MELLES GRIOT est assuré par un vérin motorisé par un moteur pas à pas (NANOMOVER MELLES GRIOT), alimenté par un contrôleur NEWPORT ESP100, qui permet d'effectuer des pas entiers de $1.25 \mu\text{m}$ et, en théorie, des micropas de 10 nm. En pratique, nous n'avons pas de réponse mécanique à 10 nm et pour une vitesse de $1 \mu\text{m.s}^{-1}$ nous obtenons en moyenne des micropas de 100 nm.

La poutre a une raideur de 40000 N.m^{-1} . Donc chaque micropas de 100 nm correspond à un déchargement élastique de la poutre de force 0.004 N soit 0.4 g. C'est ce qui justifie le choix du vérin motorisé : nous verrons en effet plus loin que pour les expériences avec surpoids dans la petite colonne on veut observer des différences sur la masse pesée dans un intervalle de 10 g de variation. Dans un précédent montage, l'incrément minimal était de $1 \mu\text{m}$, correspondant à un incrément (ou décrétement) de force de 4 g au minimum ; il ne convenait donc pas à l'expérience que nous souhaitons réaliser.

Matériaux employés

Pour cette expérience, nous avons utilisé des billes de verre PROLABO légèrement polydisperses (10% sur le diamètre) de 1.5 mm de diamètre et de masse volumique $\rho = 2.6 \text{ g.cm}^{-3}$, et des cylindres en acier bruts de 3 diamètres différents : 38 mm, 56 mm, 80 mm. Nous avons également effectué une expérience dans un tube en acier de diamètre 38 mm usiné de façon à présenter une rugosité macroscopique, et dans un tube de diamètre 38 mm abrasé par sablage. Ce dernier avait été prévu pour être plus frottant que les tubes bruts, et présente un aspect plus rugueux. Nous avons cependant observé qu'il est moins frottant (table 2.1).

La surface supérieure du milieu granulaire peut être laissée libre ou bien soumise à une contrainte homogène. Cette contrainte est imposée à l'aide de surpoids cylindriques en laiton de diamètre légèrement inférieur (1 mm) à celui de la colonne de façon à ce qu'ils ne frottent pas sur celle-ci.

La friction verre/dural est mesurée indépendamment par une expérience de patin sur plan incliné : on colle trois billes sous un patin qu'on dispose dans le cylindre. On incline ensuite progressivement celui-ci depuis la position horizontale ; l'angle θ de glissement du patin nous donne le coefficient de frottement statique μ_s : $\mu_s = \tan(\theta)$. Les résultats sont présentés dans le tableau 2.1.

type de colonne	diamètre (mm)	μ_s
sablée	38	0.22 ± 0.02
brute	38	0.25 ± 0.02
brute	56	0.25 ± 0.02
brute	80	0.25 ± 0.02
travaillée au tour	38	0.285 ± 0.02

TAB. 2.1 – Coefficient de friction statique verre/acier mesuré dans les différentes colonnes.

2.2 Méthode

Pour obtenir des états expérimentaux reproductibles, deux conditions sont nécessaires : avoir un tas de structure donnée et une friction aux parois bien définie.

2.2.1 Contrôle de la densité

Pour contrôler la structure, nous avons travaillé à densité constante, suivant les résultats de Savage [89] et Vanel [102].

Nous avons mené nos expériences sur des tas de deux densités différentes (voir figure 2.4). Un tas lâche (densité $59 \pm 0.3\%$) est obtenu par décompaction : un cylindre muni à son extrémité inférieure d'une grille dont les trous font 5 mm de diamètre est introduit dans la colonne ; on verse les billes dans ce cylindre, puis on le retire lentement. Ce procédé a pour effet d'aérer la structure. Un tas dense (de densité $64.5 \pm 0.3\%$) est obtenu par versement en pluie. Ces méthodes nous ont permis d'obtenir de façon reproductible des tas de densité fixée, indépendamment de la hauteur du tas, du diamètre et de la rugosité de la colonne.

Nous avons également tenté d'effectuer des expériences sur des tas de densité intermédiaire (62%) obtenus par "tapping" (secousses) à partir du tas lâche : en vibrant le milieu granulaire, on lui donne la possibilité d'explorer des états d'énergie potentielle plus basse, ce qui permet de le compacter. Nous avons pu ainsi mesurer

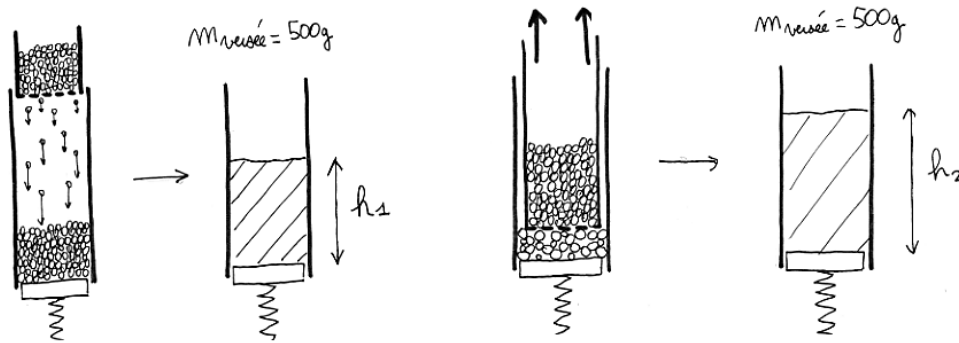


FIG. 2.4 – Méthodes de préparation: à gauche, tas dense obtenu par versement en pluie; à droite, tas lâche obtenu par décompaction.

la masse de saturation de ces tas pour les expériences sans surpoids.

Cependant, nous n'avons pas réussi à obtenir des résultats reproductibles pour les expériences avec surpoids. En effet, la densité intermédiaire n'est pas obtenue directement par une méthode reproductible, mais par tâtonnements à partir du tas lâche: on observe l'évolution de la densité du tas au cours du "tapping" jusqu'à ce que la densité souhaitée soit atteinte. Cette mesure de densité s'effectue en mesurant la hauteur du tas dans la colonne. L'incertitude sur cette mesure de hauteur, due à la non-planéité du tas, est de 1 mm, indépendamment de la masse de billes dans la colonne. Or, on cherche à observer un effet pour de faibles hauteurs de colonne comme on le verra dans le chapitre 3; par exemple, pour un tas de hauteur 2.5 cm dans la colonne de 38 mm de diamètre, l'incertitude absolue sur la mesure de densité est de 4%. Les tas ainsi réalisés, dont l'obtention est liée à la mesure de densité, auront donc en fait une densité comprise entre 60% et 64% ce qui correspond à des tas mécaniquement très différents (caractérisés comme nous le verrons par des masses de saturation pouvant différer de 20%).

Ainsi, pour les faibles hauteurs de colonne (masse versée inférieure à la masse de saturation) l'incertitude sur la mesure de densité du tas est élevée. Il faut cependant réaliser que ce facteur n'influe pas sur les tas lâches et denses, dont la méthode d'obtention est indépendante de la mesure de densité, alors que l'obtention d'un tas par "tapping" est liée à cette mesure. Les résultats reproductibles obtenus pour les tas lâches et denses sont donc le fruit de la reproductibilité de leur préparation, indépendamment de la hauteur du tas.

On sait en réalité que des tas de même densité peuvent avoir des propriétés physiques et mécaniques différentes du fait de leur différence de texture: ainsi Vanel [102] obtient un profil de pression différent sous un tas conique selon que le tas a été préparé par avalanches successives ou en couches, et Reydelle [83] montre que la réponse d'un tas cisailé à une perturbation de pression est différente de celle d'un tas non cisailé. La densité n'est donc pas a priori le seul paramètre. Ici, pour obtenir

un tas de densité donnée, nous avons toujours procédé de façon identique, assurant ainsi une structure reproductible.

2.2.2 Contrôle de la friction aux parois

Pour obtenir un cisaillement σ_{rz} bien défini aux parois, le plus simple est de se placer sur le bord du cône de Coulomb en tout point des parois, c'est-à-dire $\sigma_{rz}(R,z) = \mu_s \sigma_{rr}(R,z)$ où μ_s est le coefficient de friction bille/paroi.

Nous avons tout d'abord employé la méthode définie par Vanel [102]; nous n'avons alors pas obtenu de résultats reproductibles dans le cas des expériences avec surpoids. Nous allons donc tout d'abord décrire cette méthode, en souligner les défauts, puis définir une nouvelle procédure.

Etat des lieux

Vanel [102] faisait descendre le milieu granulaire jusqu'à ce que la masse pesée atteigne un état stationnaire. Il procédait par descentes successives du milieu granulaire de $20 \mu\text{m}$ à une vitesse de $20 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (figure 2.5) et prenait une dizaine de points de mesure au repos entre deux descentes (voir figure 2.5).

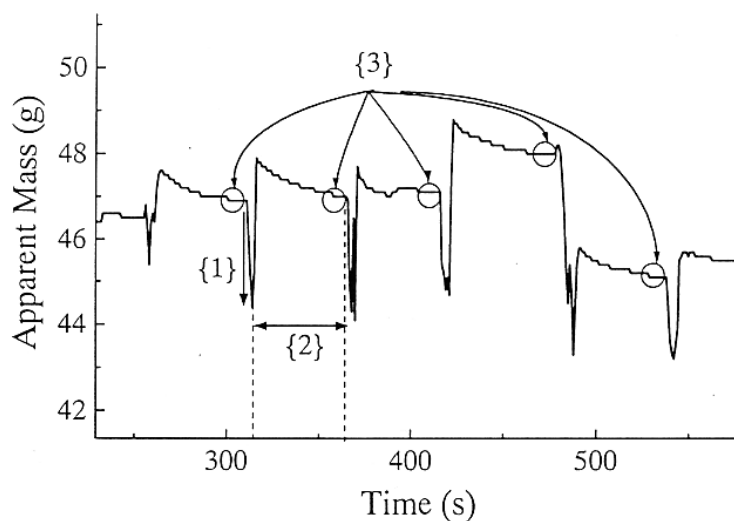


FIG. 2.5 – Méthode de mesure employée par Vanel [102]. {1} correspond à la descente de la platine; {2} correspond au temps de repos; {3} est le point de mesure.

Une friction aux parois mal définie

Défaut principal de cette méthode : la friction aux parois pour les points de mesure n'est en fait pas au seuil de Coulomb. Ce défaut serait sans grande importance

si on avait néanmoins un état de friction bien défini, mais tel n'est pas le cas avec cette méthode.

Nous commençons par décrire la phase {1} de la figure 2.5: il s'agit de la phase de descente de la platine. Lors de la mise en mouvement de la platine, on observe que la force commence par décroître. Pour comprendre ce phénomène, il faut bien garder à l'esprit que mouvement de platine ne signifie pas mouvement du piston donc du milieu granulaire. Ainsi, avant tout mouvement, la poutre commence par être détendue: le signal de force décroît donc linéairement avec la descente de la platine jusqu'à la mise en mouvement. Lorsque le milieu granulaire est au seuil de Coulomb aux parois, il se met à descendre avec la platine et le frottement aux parois est alors caractérisé par un coefficient de frottement dynamique à $20 \mu\text{m.s}^{-1}$ tel que $\mu_d < \mu_s$.

Ensuite, lors de l'arrêt du mouvement, la masse pesée par la poutre monte brusquement, puis relaxe lentement (phase {2}) vers une valeur stationnaire supérieure de plus de 5% à la valeur observée pendant le mouvement. On peut donc penser que la friction moyenne aux parois dans ce cas est plus élevée que la friction dynamique.

Finalement, on peut conclure que le frottement aux parois est mal défini; il n'y a aucune raison en tous cas pour qu'on se situe au bord du cône de Coulomb. Pour obtenir une friction bien définie, il semble nécessaire d'identifier clairement le seuil de Coulomb (lorsque le milieu granulaire se met en mouvement), ou de se placer en glissement à vitesse constante.

De plus, cet état de friction aux parois n'est probablement pas homogène. Le choc créé par l'arrêt brusque du mouvement est susceptible d'avoir davantage d'effet sur les grains des couches supérieures. En outre, ce choc n'aura pas nécessairement les mêmes répercussions sur des tas de faibles et grandes hauteurs.

Deux structures différentes

Autre problème: la méthode utilisée par Vanel [102] implique un processus dynamique (phase {1}) qui modifie a priori la structure. Ceci n'est pas gênant si on travaille toujours dans les mêmes conditions (surface libre par exemple): on comparera des tas de densités différentes soumis à cette même préparation. Cependant, deux tas préparés de la même manière (même densité) mais dans des conditions différentes (surface supérieure libre ou contrainte par un surpoids), comme nous allons le faire par la suite, n'ont aucune raison d'évoluer de la même manière lors du processus dynamique et de posséder des mêmes propriétés de redirection des contraintes, surtout à proximité de la surface.

Une nouvelle procédure: identification du seuil de Coulomb

Pour effectuer les mesures, nous avons procédé de la façon suivante (voir figure 2.6): le tas est préparé à la densité souhaitée dans la colonne. A cet instant, le piston supporte une contrainte que nous allons relaxer lentement en faisant des-

centrer la platine de translation ; cette action a pour effet, tant que le piston reste immobile, de diminuer linéairement dans le temps la force élastique supportée par la poutre, donc la force supportée par le piston (figure 2.6). Pendant cette période, la diminution de la force au niveau du piston est compensée par une augmentation de la friction aux parois (les parois encaissent une part plus importante de la masse de billes) ; ce comportement est possible jusqu'à ce qu'on atteigne le bord du cône de Coulomb pour le frottement bille/paroi, autrement dit le seuil de glissement aux parois : les parois ne peuvent alors plus supporter une force de cisaillement supplémentaire, et le piston se met à coulisser avec le milieu granulaire de façon à suivre le mouvement imposé par la platine de translation et à imposer sur la poutre un effort constant (figure 2.6). Nous prendrons comme point de mesure ce seuil de glissement qui nous assure une structure bien définie et non modifiée par un processus dynamique, ainsi qu'une friction aux parois qui est réellement au bord du cône de Coulomb¹. La valeur de la force mesurée est donc la force minimale qu'il faut appliquer pour maintenir le milieu granulaire dans un état statique, pour une structure donnée. On choisit de descendre lentement la platine (vitesse : $1.5 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) de façon à ne pas casser des contacts par des à-coups violents.

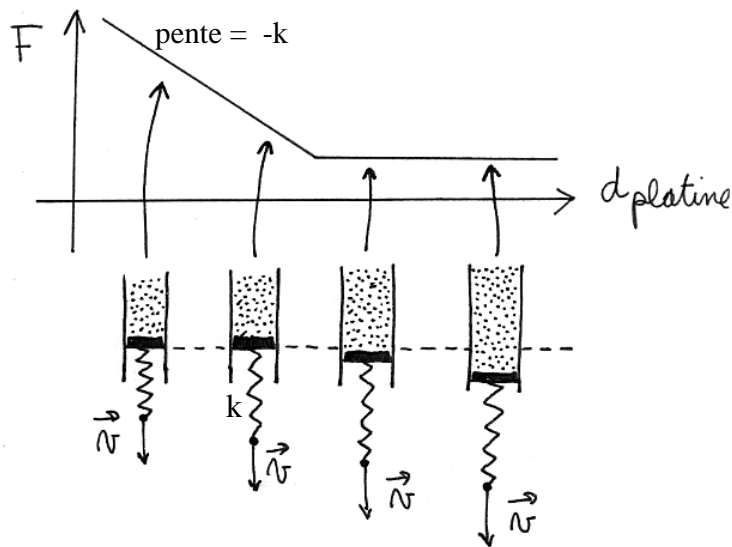


FIG. 2.6 – Schéma de la méthode de mesure.

Par la suite, nous étudierons la masse apparente M_{app} du milieu granulaire observée par le piston en fonction de la distance $d_{platine}$ parcourue par la platine de translation.

Avant tout mouvement du milieu granulaire, $M_{app}g = k(l_0 - d_{platine})$, où k est la constante de raideur de la poutre. Lorsqu'on a atteint le seuil de glissement on

1. Ce dernier point n'est en fait pas évident : il se peut que le milieu ne se mette pas en mouvement d'un bloc. Nous y reviendrons plus loin.

obtient

$$M_{app} g = k (d_{granulaire} - d_{platine} + l_0) \quad (2.2)$$

d'où on peut déduire la distance $d_{granulaire}$ parcourue par le milieu granulaire.

Mesure avant glissement

La figure 2.7 montre l'évolution de la masse supportée par le piston en fonction de la distance parcourue par la platine, qui suit le schéma de la figure 2.6. Il n'y a pas d'ambiguïté quant à la détermination du point de glissement. On observe que le signal de force pendant le glissement qui suit décroît puis atteint une valeur stationnaire : le fait que cette force ne soit pas tout de suite stationnaire suggère qu'il y a une modification de la structure du tas (voir partie sur la rhéologie)². Sur la figure 2.7, on remarque que la masse pesée au point de glissement est de 98 g tandis qu'elle est de 93 g en glissement stationnaire. Pourtant le frottement statique est plus important que le frottement dynamique : on devrait donc observer une masse en glissement plus importante (moins écrantée par les parois) qu'à la mise en glissement. Ce phénomène signifie donc que le tas s'appuie plus efficacement sur les parois lorsqu'il a été cisailé ; il se structure pour s'opposer à la descente.

Avant la mise en glissement, un fluage amorçant le mouvement est parfois observable (comme observé par Heslot et al. [47] en friction solide et Nasuno et al. [72] dans les milieux granulaires) ; la figure 2.8 montre un exemple de ce phénomène. Ce fluage, évalué avec la formule (2.2), n'excède jamais 5 μm . Il peut avoir lieu indépendamment du rayon de la colonne et de la densité. Nous n'avons pas identifié de cause évidente à ce phénomène, mais nous n'avons pas mené d'étude systématique de ce fluage en fonction des divers paramètres. Le point de mesure est pris à la fin du mouvement de fluage, indiqué par une flèche sur la figure 2.8, où on observe une nette rupture dans le signal de force.

Mesure en régime de stick-slip

Pour les colonnes de 56 mm et de 80 mm, à partir d'une certaine quantité de billes dans la colonne, le mouvement qui suit le premier glissement est un mouvement de "stick-slip", par à-coups (voir figures 2.9, 2.10) ; nous allons décrire dans ce cas le comportement de la colonne. Pour comprendre ce phénomène de transition, le lecteur se référera à la partie suivante, qui traite de la rhéologie d'un milieu granulaire confiné. A une vitesse d'entraînement donnée, on verra en effet qu'une transition du régime de glissement continu vers le régime de stick-slip a lieu lorsqu'on augmente la pression aux parois : c'est pourquoi on observe ce phénomène pour une grande masse de billes dans les grandes colonnes.

La figure 2.9 montre l'évolution de la masse supportée par le piston en fonction de la distance parcourue par la platine (ici pour un tas lâche dans la colonne de 80 mm).

2. Nous étudierons dans la partie 3.6 l'évolution de la force de résistance à la poussée depuis la préparation du tas jusqu'à l'état stationnaire.

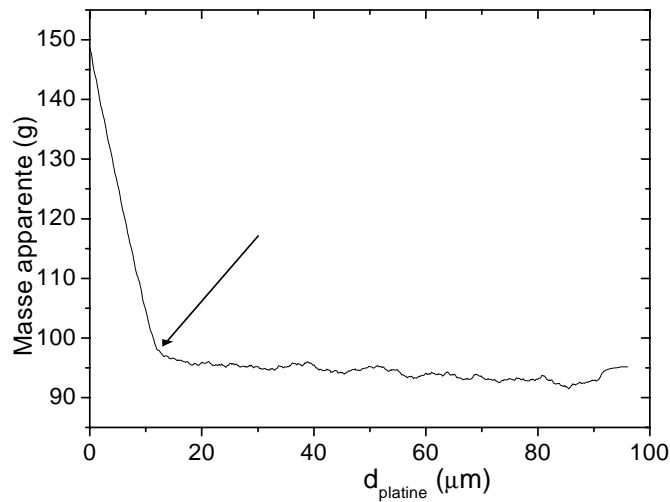


FIG. 2.7 – Evolution de la masse pesée par le piston en fonction de la distance d_{platine} parcourue par la platine, pour un tas lâche dans la colonne lisse de 38 mm de diamètre. La flèche indique le point de mesure.

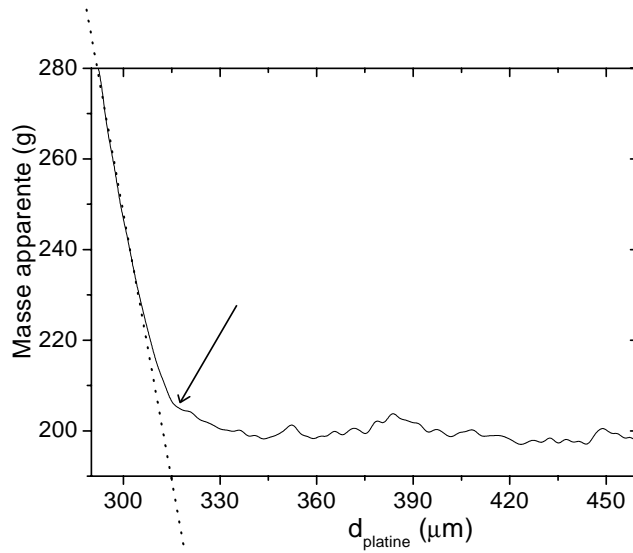


FIG. 2.8 – Evolution de la masse pesée par le piston en fonction de la distance d_{platine} parcourue par la platine, pour un tas lâche dans la colonne de 56 mm de diamètre. La flèche indique le point de mesure. La droite en pointillés correspond à une décompression de la poutre sans mouvement du piston : pente $-k/g$.

Ce signal est un signal de stick-slip : la poutre est comprimée entre la platine et le piston ; lorsque la platine se déplace, et tant que le piston reste immobile, la force élastique exercée par la poutre relaxe linéairement avec la distance parcourue par la platine. Le glissement soudain du milieu granulaire (à une vitesse élevée par rapport à celle de la platine) comprime la poutre et se traduit par une brusque augmentation de la force exercée par celle-ci. Puis, le granulaire se bloque de nouveau, et la force élastique se remet à décroître linéairement avec la distance parcourue par la platine jusqu'au glissement suivant.

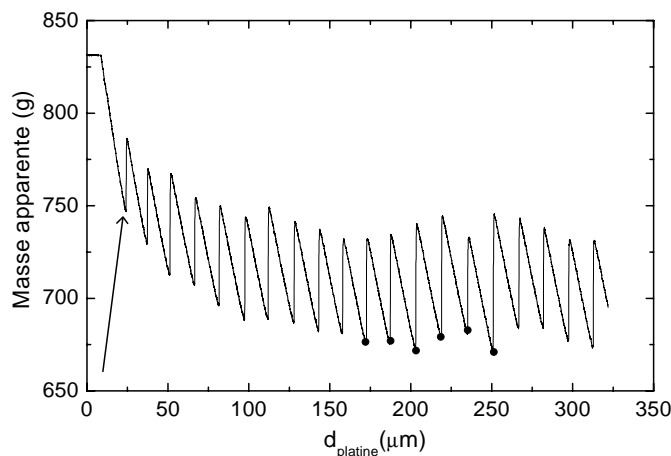


FIG. 2.9 – Evolution de la masse pesée par le piston en fonction de la distance d_{platine} parcourue par la platine, pour un tas lâche dans la colonne de 80 mm de diamètre. La flèche indique le premier point de glissement. Les points noirs sont des points de glissement en régime stationnaire.

Notre point de mesure sera dans ce cas la masse correspondant au premier point de glissement (indiqué par une flèche sur la figure 2.9) ; on remarque sur la figure 2.9 que les points de glissement suivants correspondent à une masse mesurée qui diminue et semble atteindre un plateau après une distance de 200 μm (dans le cas de cette colonne ; pour une colonne plus petite, cette distance est moins grande : de l'ordre de 30 μm pour la colonne de 38 mm de diamètre).

Pour le tas dense, le graphique est sensiblement identique (voir figure 2.10a) : on observe un mouvement de stick-slip, la masse correspondant aux points de glissement diminue et atteint un plateau (continue en fait à décroître très légèrement) au bout de 200 μm . Sur l'agrandissement de ce graphique (figure 2.10b), on remarque cependant une différence : les premiers glissements (indiqués par des flèches) sont moins nets ; ils correspondent à une distance de glissement, évaluée avec la formule (2.2), de 2 μm pour le premier, de 4 μm pour le deuxième tandis que le premier glissement pour le tas lâche correspond à une distance de glissement de 10 μm . Nous choisissons néanmoins comme point de mesure le premier point de glissement. Nous n'avons

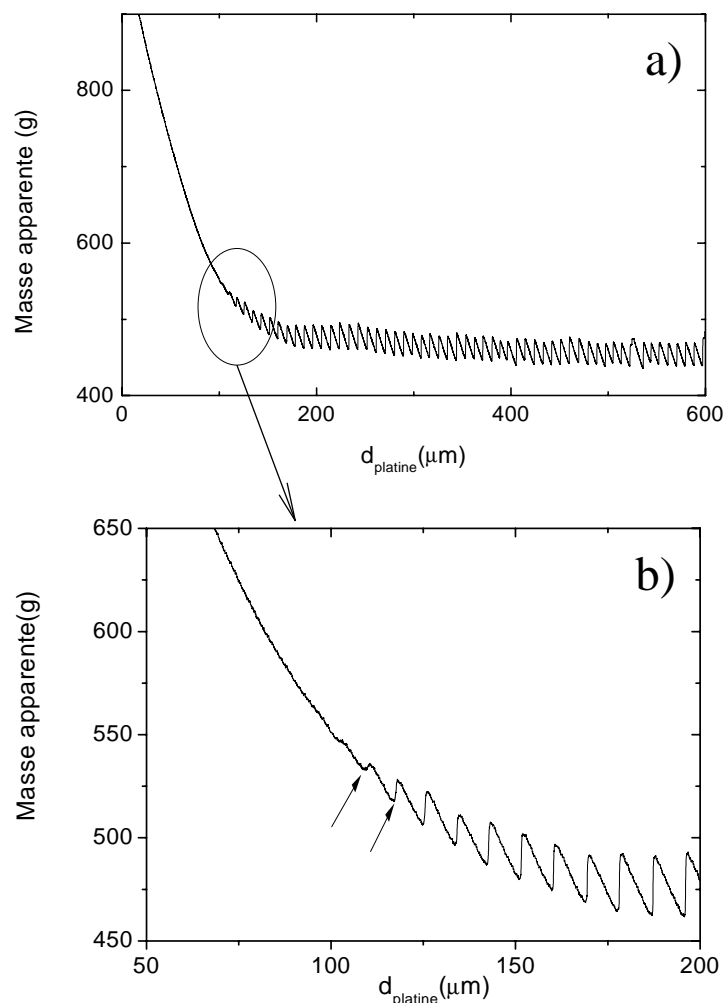


FIG. 2.10 – a) Evolution de la masse pesée par le piston en fonction de la distance d_{platine} parcourue par la platine, pour un tas dense dans la colonne de 80 mm. b) Agrandissement de ce graphique représentant les premiers points de glissement. Les flèches pointent les deux premiers points de glissement.

pas d'explication à cette différence de comportement entre les tas lâches et denses, mais il s'agit bien d'un comportement générique observé sur les trois colonnes.

Pour ce qui est du comportement asymptotique (pour une distance de cisaillement supérieure au mm), nous n'avons pas noté de variation de la compacité des différents tas : chaque tas conserve sensiblement la densité de préparation et la masse pesée converge vers des valeurs différentes pour les différents tas. Ce phénomène est différent de celui observé en poussée (voir partie II, chapitre 5) où, en régime stationnaire, la compacité et la force de poussée sont indépendantes de la préparation.

Discussion

Nous n'avons pas ici d'observation indépendante qui nous permette d'affirmer qu'il y a bien glissement en bloc du milieu granulaire lorsque apparaît le premier signal de stick-slip en termes de force. Il nous a été suggéré en outre que l'augmentation brusque de la force pourrait être due à un effondrement interne du tas [90]; cependant on s'attendrait dans ce cas à ce qu'un tel événement ne dépende que du niveau de contrainte dans le tas et non pas de la friction aux parois. Nous verrons plus loin que nos résultats dépendent de la friction aux parois, ce qui réfute cet argument.

L'état asymptotique qui était utilisé pour les mesures de Vanel [102] correspond par exemple sur la figure 2.9 aux points indiqués par les cercles noirs, ce qui donne une masse apparente de 675 g, tandis que notre méthode, qui prend le premier point de glissement indiqué par la flèche, donne 745 g. Ces résultats indiquent que les tas sont différents mécaniquement : s'ils ont le même état de friction de parois, le tas stationnaire s'appuie plus efficacement sur celles-ci que le tas initial pour écranter la masse pesée par le fond. On peut craindre, comme mentionné précédemment, que les états mécaniques stationnaires d'un tas avec surpoids et d'un tas sans surpoids soient différents. Faire une mesure avant tout glissement nous assure donc d'avoir une information sur le tas initial qui, lui, est toujours obtenu dans les mêmes conditions.

En fait, on a vu que le milieu granulaire n'est pas au seuil de glissement dans les expériences de Vanel [102]; les points de mesure de Vanel [102] se situent donc en réalité au-dessus des points indiqués par les cercles noirs sur la figure 2.9. Il se peut donc que les valeurs mesurées soient sensiblement les mêmes que dans nos expériences, mais les conditions de friction et mécaniques sont très différentes.

Nous avons mené des expériences de deux types ; nous avons tout d'abord effectué des profils de Janssen qui consistent à étudier la variation du poids supporté par le piston au seuil de glissement en fonction du poids (ou de la hauteur) de billes dans la colonne. Ces expériences ont été étudiées par Vanel [102], mais nous avons utilisé ici une méthode plus rigoureuse, comme expliqué précédemment. De plus, nous avons étudié la mise à l'échelle avec le diamètre de la colonne ainsi qu'avec le coefficient de friction, puis nous avons comparé les résultats aux prédictions de l'élasticité homogène isotrope.

Dans un deuxième type d'expérience, nous avons également effectué des profils de poids supporté par le piston en fonction de la hauteur de billes mais en confinant cette fois le milieu granulaire à l'aide d'une contrainte exercée sur la surface supérieure au moyen d'un surpoids. Ces expériences nous ont permis de tester différents modèles qui, s'ils prédisent le même comportement dans le cas des expériences de Janssen, prédisent des résultats très différents pour les milieux granulaires confinés par un surpoids.

Chapitre 3

Résultats expérimentaux

Le résultat générique est le suivant : dans les expériences sans surpoids, la masse $M_{pesée}$ supportée par le piston au seuil de glissement sature exponentiellement avec la masse de billes $M_{versée}$ dans la colonne vers une valeur de saturation M_{sat} . Dans les expériences avec un surpoids égal à M_{sat} on observe une croissance forte, quasi hydrostatique de la masse pesée qui passe par un maximum M_{max} avant de décroître lentement vers M_{sat} lorsqu'on augmente la hauteur de billes dans la colonne.

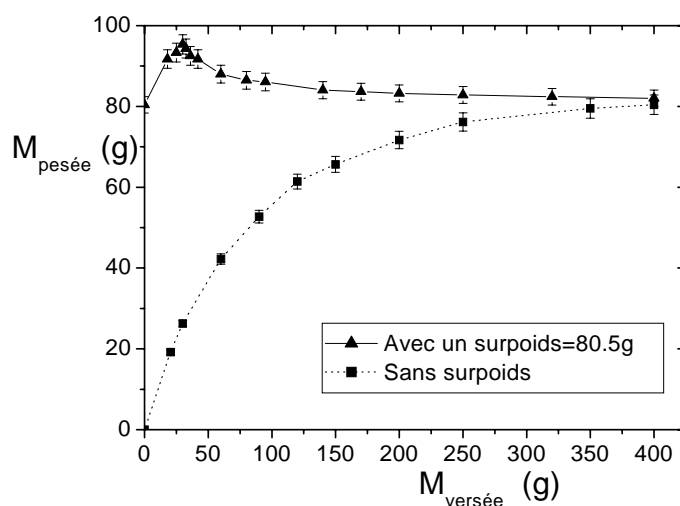


FIG. 3.1 – Masse pesée par le piston en fonction de la masse versée dans la colonne de rayon $R=1.9$ cm pour un tas lâche (59%). Deux expériences sont réalisées : l'une sans surpoids, l'autre avec un surpoids de 80.5 g.

3.1 Expériences sans surpoids

Pour des expériences effectuées sur des colonnes de même coefficient de friction aux parois, mais de rayons R différents, nous avons constaté que les profils de la masse pesée $M_{pesée}$ en fonction de la masse versée $M_{versée}$ se remettent à l'échelle par R^3 (voir figure 3.3).

Pour toutes les expériences effectuées, nous avons mesuré la masse de saturation M_{sat} atteinte par la masse pesée par le piston. Nous avons retrouvé le phénomène de dépendance de la masse de saturation avec la densité pour les trois densités de travail, et pour les trois colonnes (voir figure 3.2) : la masse de saturation est d'autant plus faible que la densité est élevée.

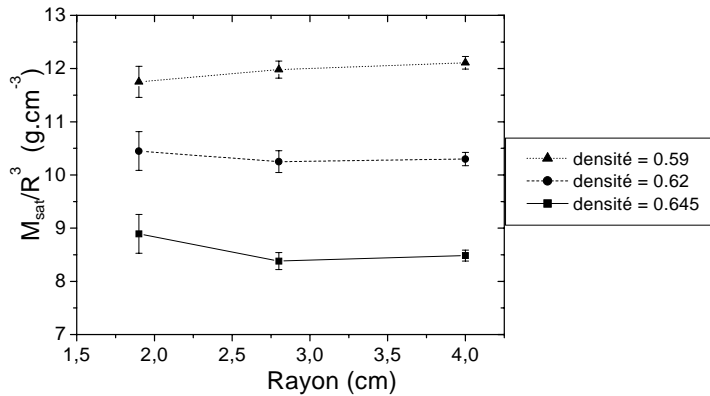


FIG. 3.2 – Masses de saturation remises à l'échelle par R^3 mesurées sans surpoids pour les 3 colonnes ($R=1.9$ cm, 2.8 cm, 4 cm) et pour 3 densités différentes (59%, 62%, 64.5%).

Pour des colonnes de même diamètre, il n'y a pas de différence observable expérimentalement sur les profils de $M_{pesée}$ remis à l'échelle par la masse de saturation M_{sat} pour différentes frictions aux parois ou différentes densités (figure 3.4).

Conformément à ce qui est attendu M_{sat} diminue lorsque le coefficient de friction aux parois augmente. La masse ressentie par le piston est d'autant mieux écrantée que le coefficient de friction est élevé.

Les masses de saturations obtenues dans toutes les colonnes pour toutes les densités d'étude sont récapitulées dans la table 3.1.

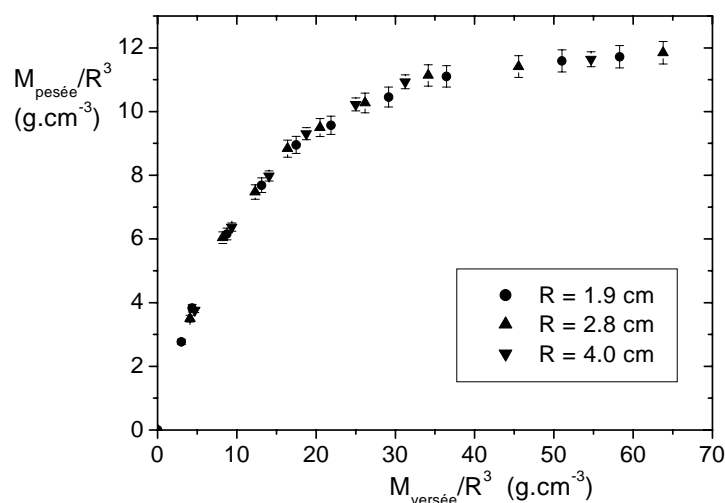


FIG. 3.3 – Masse pesée par le piston dans une expérience sans surpoids en fonction de la masse versée dans la colonne pour un tas dense (64.5%). Les résultats sont remis à l'échelle par R^3 pour les 3 colonnes étudiées, de rayon $R=1.9$ cm, 2.8 cm et 4 cm.

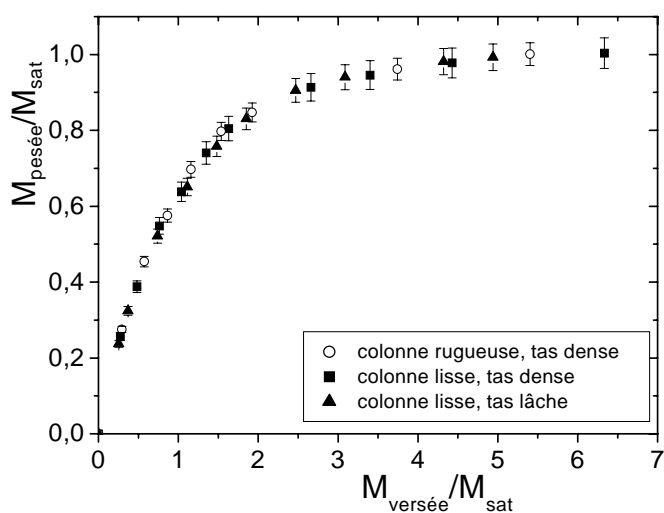


FIG. 3.4 – Masse pesée par le piston dans une expérience sans surpoids en fonction de la masse versée dans la colonne rugueuse pour un tas dense (64.5%), et dans la colonne lisse pour un tas dense et un tas lâche (59%). Les résultats sont remis à l'échelle par M_{sat} .

d (mm)	μ	M_{sat} (59%)	M_{sat} (62%)	M_{sat} (64.5%)
38	0.22 ± 0.02	87.5 ± 2.5	77 ± 3	66 ± 2
38	0.25 ± 0.02	80.5 ± 2	72 ± 2.5	60.5 ± 2.5
38	0.285 ± 0.02	71 ± 2	62 ± 2.5	53 ± 1.5
56	0.25	263 ± 3.5	225 ± 4.5	184 ± 3
80	0.25	775 ± 7.5	657 ± 8	543 ± 6.5

TAB. 3.1 – *Masses de saturation M_{sat} mesurées pour différents diamètres d de colonnes et différents coefficients de friction μ aux parois.*

3.2 Expériences avec surpoids

Les expériences présentées dans cette section ont été effectuées sur des milieux granulaires contraints en leur surface supérieure par un surpoids de masse M_{sat} mesurée dans la section précédente (surface supérieure libre).

Si on superpose pour une même densité les profils de la masse pesée $M_{pesée}$ remis à l'échelle par la masse de saturation M_{sat} pour les trois colonnes (figures 3.5, 3.6), on constate que le comportement ne dépend pas du diamètre de la colonne.

Nous avons observé en section 3.1 que $M_{sat} \propto R^3$; les résultats obtenus dans les expériences avec surpoids se remettent donc également à l'échelle par R^3 .

On observe cependant que, contrairement aux expériences sans surpoids, les résultats obtenus pour différentes densités ne se remettent pas à l'échelle par la masse de saturation M_{sat} . En effet, le pic M_{max} de masse pesée, relativement à la masse de saturation, est d'autant plus élevé que le tas est dense (table 3.2).

μ	M_{max}/M_{sat} (59%)	M_{max}/M_{sat} (64.5%)
0.22 ± 0.02	1.14 ± 0.03	1.19 ± 0.03
0.25 ± 0.02	1.185 ± 0.03	1.23 ± 0.03
0.285 ± 0.02	1.23 ± 0.03	1.31 ± 0.03

TAB. 3.2 – *Hauteur du maximum M_{max} pesé relatif à la masse de saturation M_{sat} , pour différents coefficients de friction μ aux parois.*

On constate de plus sur la figure 3.7 que la masse maximale M_{max} pesée, relativement à la masse de saturation, est plus élevée lorsque le coefficient de frottement aux parois est plus grand (table 3.2).

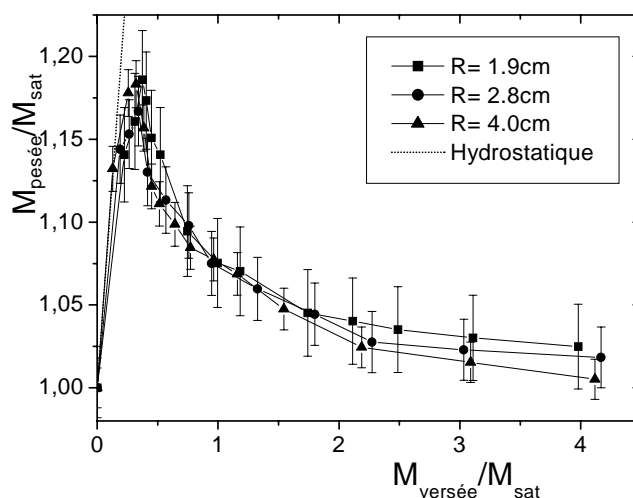


FIG. 3.5 – Masse pesée par le piston dans une expérience avec surpoids en fonction de la masse versée dans la colonne pour un tas lâche (59%). La masse du surpoids est la masse de saturation M_{sat} mesurée dans une expérience sans surpoids. Les résultats sont remis à l'échelle par M_{sat} pour les 3 colonnes étudiées, de rayon $R=1.9\text{ cm}$, 2.8 cm et 4 cm .

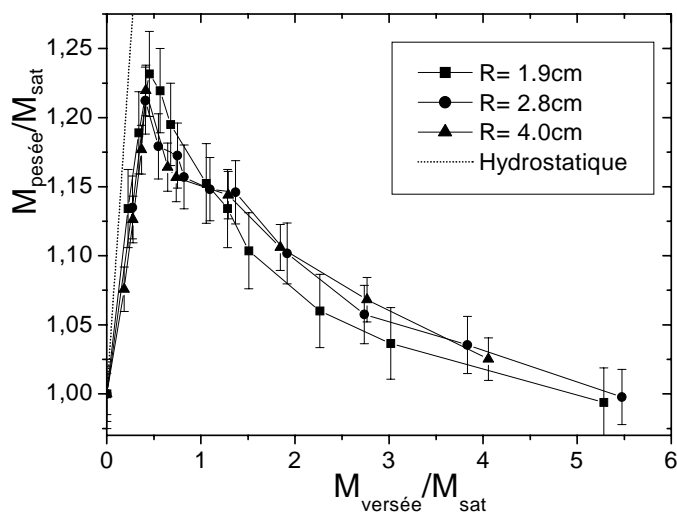


FIG. 3.6 – Masse pesée par le piston dans une expérience avec surpoids en fonction de la masse versée dans la colonne pour un tas dense (64.5%). La masse du surpoids est la masse de saturation M_{sat} mesurée dans une expérience sans surpoids. Les résultats sont remis à l'échelle par M_{sat} pour les 3 colonnes étudiées, de rayon $R=1.9\text{ cm}$, 2.8 cm et 4 cm .

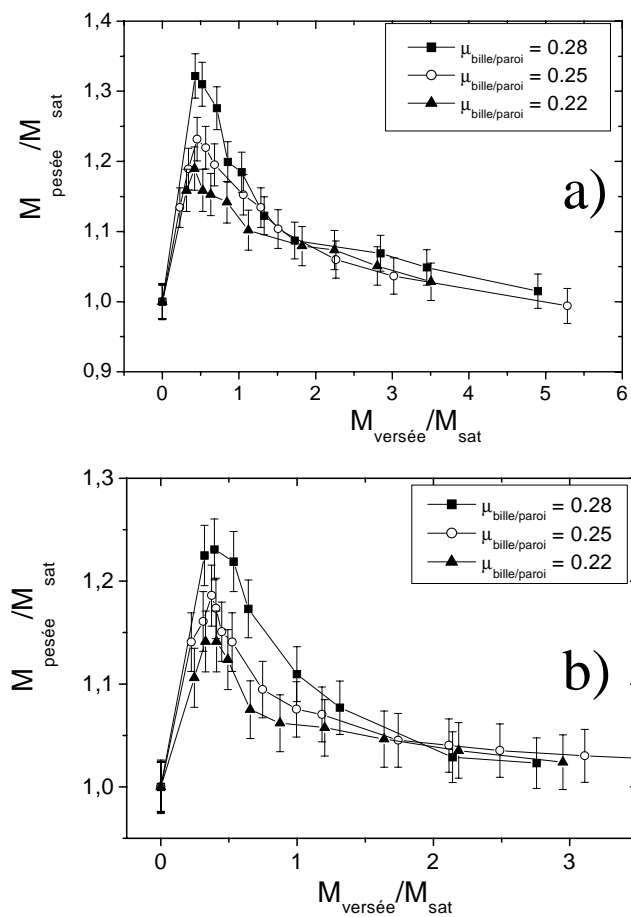


FIG. 3.7 – Masse pesée par le piston dans une expérience avec surpoids en fonction de la masse versée dans la colonne de rayon $R=1.9$ cm. La masse du surpoids est la masse de saturation M_{sat} mesurée dans une expérience sans surpoids. Les résultats sont remis à l'échelle par M_{sat} pour les 3 colonnes étudiées de coefficients de frottement bille/paroi 0.22, 0.25 et 0.285. a) pour un tas lâche (59%); b) pour un tas dense (64.5%).

Un paradoxe expérimental?

Dans la première série d'expériences (section 3.1), effectuées sans surpoids, nous avons observé que la masse de saturation M_{sat} est d'autant plus faible que la densité et la friction aux parois sont élevées ; cette première constatation semble naturelle : des parois frottantes doivent pouvoir supporter une plus grande partie du poids des grains et écranter ainsi d'autant mieux le poids observé au fond.

Dans la deuxième série d'expériences, effectuées avec un surpoids égal à M_{sat} , nous observons que le maximum M_{max} de masse pesée est d'autant plus important que la densité et la friction aux parois sont élevées.

Ceci nous amène à formuler un paradoxe : plus le poids des grains observé par le fond est écranter de façon efficace par les parois, moins le surpoids est écranter. Ce paradoxe devra pouvoir être expliqué par toute théorie mécanique des milieux granulaires.

Chapitre 4

Modèle de Janssen

Nous commençons notre étude des modèles en exposant celui introduit par Janssen en 1895 pour expliquer le phénomène d'écrantage. Ce modèle est le plus simple, et nous fournit une expression analytique de la pression au fond d'un silo. Nous verrons qu'une hypothèse de ce modèle peut trouver sa justification dans un cadre plus rigoureux comme l'élasticité ou le modèle OSL.

4.1 Modèle

Le modèle de Janssen est un modèle en couches : à une hauteur z , on travaille sur des contraintes moyennes $\sigma_{rr}(z)$ et $\sigma_{zz}(z)$. La symétrie cylindrique du problème nous donne $\sigma_{r\theta}(z) = 0$.

La première hypothèse de Janssen est que les contraintes radiales sont proportionnelles aux contraintes verticales, avec un coefficient de proportionnalité constant pour l'ensemble du matériau :

$$\sigma_{rr}(z) = K\sigma_{zz}(z) \quad (4.1)$$

Toute l'information sur la mécanique du matériau est ici encodée dans K , appelé constante de Janssen. Une telle relation peut-être comprise en termes de voûtes dans les milieux granulaires ; en effet, des chaînes de force faisant un angle ϕ avec la verticale redirigent en partie horizontalement les efforts verticaux : dans ce cas, $K = \tan \phi$.

Aux parois, le matériau est supposé être en tout point au seuil de glissement :

$$\sigma_{rz} = \mu_s \sigma_{rr} = K\mu_s \sigma_{zz} \quad (4.2)$$

où μ_s est le coefficient de frottement statique entre le milieu granulaire et les parois.

Il est possible de calculer le profil de pression dans le cadre du modèle de Janssen : on considère une couche cylindrique de rayon R comprise entre les hauteurs z et $z + dz$; les forces qui s'exercent sur cette couche sont le poids $-\rho g \pi R^2 dz$, les

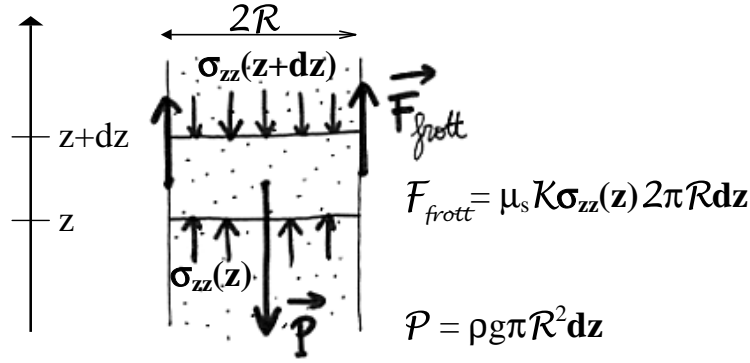


FIG. 4.1 – Bilan des forces du modèle de Janssen.

forces de pression $\pi R^2 \sigma_{zz}(z)$ et $-\pi R^2 \sigma_{zz}(z+dz)$, les forces de frottement aux parois $\sigma_{rz} 2\pi R dz = K \mu_s \sigma_{zz} 2\pi R dz$. Le bilan des forces (figure 4.1) nous donne finalement une équation différentielle sur σ_{zz} :

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \frac{2K\mu_s}{R} \sigma_{zz} = -\rho g \quad (4.3)$$

Pour un fond en $z = 0$ et une surface libre située à une hauteur $z = h$, on obtient ainsi :

$$\sigma_{zz}(z) = \frac{\rho g R}{2K\mu_s} \left(1 - \exp\left(-\frac{(z-h)2K\mu_s}{R}\right) \right) \quad (4.4)$$

soit une masse pesée par le fond :

$$M_{pesée} = M_{sat} \left(1 - \exp\left(-\frac{M_{versée}}{M_{sat}}\right) \right) \quad (4.5)$$

où

$$M_{sat} = \frac{\rho \pi R^3}{2K\mu_s} \quad (4.6)$$

est la masse maximum supportée par le fond.

Si maintenant on contraint la surface supérieure avec $\sigma_{zz}(h) = M_{sat}/(\pi R^2)$ alors ce modèle prédit que $M_{pesée}(z) = M_{sat}$ quelle que soit la hauteur de billes dans la colonne.

Il est souvent reproché [74] au modèle de Janssen de supposer $\sigma_{rz}(r=R) = \mu_s \sigma_{rr}$ alors que pour des raisons de symétrie, $\sigma_{rz}(r=0) = 0$, ce qui est incompatible avec l'hypothèse de dépendance des contraintes avec la hauteur seule. Il est en fait abusif de parler de contraintes dans ce cadre puisqu'il s'agit d'un modèle en couche.

Dans un milieu continu, dans lequel on définit effectivement des contraintes en tout point, l'hypothèse de redirection des contraintes $\sigma_{rr}(r,\theta,z) = K \sigma_{zz}(r,\theta,z)$ est en fait compatible avec un cisaillement σ_{rz} nul en $r = 0$ et valant $\mu_s \sigma_{rr}$ en $r = R$. Nous ferons le calcul explicitement en élasticité dans le chapitre 6 où on retrouvera la masse de saturation prédite par le modèle de Janssen.

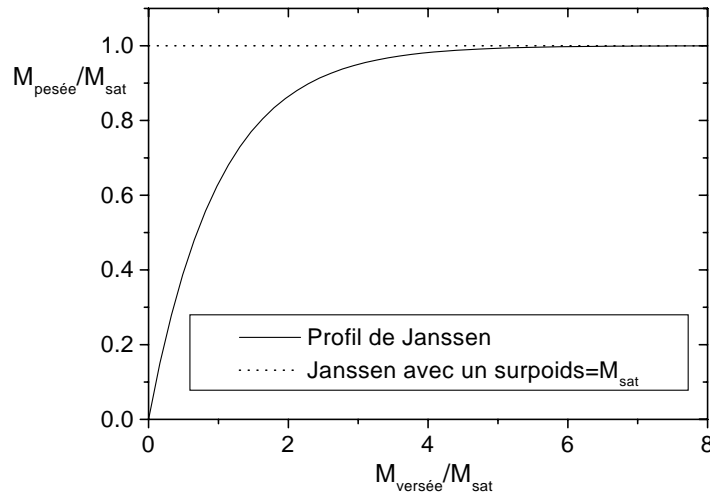


FIG. 4.2 – Masse pesée $M_{\text{pesée}}$ calculée en fonction de la masse versée $M_{\text{versée}}$ dans le modèle de Janssen pour une expérience sans surpoids, et une expérience avec un surpoids égal à la masse de saturation M_{sat} prédite par le modèle de Janssen. Les résultats des calculs sont remis à l'échelle par rapport à M_{sat} .

Modèle de Janssen et conditions expérimentales

Pour tester le modèle de Janssen, il faut se placer dans des conditions expérimentales telles que ses hypothèses puissent être valables. Nous avons vu dans le chapitre 1 que de nombreuses expérimentations ont été comparées à la prédiction de Janssen sans que les conditions expérimentales soient adaptées à la description de Janssen.

Ce modèle suppose que K est constant dans l'ensemble du matériau ; pour reproduire expérimentalement cette hypothèse, il est donc nécessaire de fabriquer un tas homogène, et de comparer des tas obtenus dans les mêmes conditions.

L'hypothèse d'un matériau au seuil de glissement aux parois est étrange si l'on se place du point de vue pratique. Le modèle de Janssen est en effet censé décrire les cas réels où l'étude du silo est menée après remplissage, alors que la friction aux parois est mal définie et dépend a priori du processus de remplissage. C'est pourtant cette hypothèse que nous tentons de reproduire expérimentalement afin d'obtenir les conditions d'études les plus simples possibles. Tout autre condition de friction identique en tout point des parois est également acceptable ; par exemple, lors d'un glissement à vitesse constante, le cisaillement aux parois est désormais $\sigma_{rz} = \mu_d \sigma_{rr}$, où μ_d est le coefficient de frottement dynamique entre le milieu granulaire et les parois. Les prédictions du modèle de Janssen restent alors valables en remplaçant μ_s , coefficient de frottement statique, par μ_d .

4.2 Discussion des résultats expérimentaux

On constate que la courbe du modèle de Janssen est suffisante pour ajuster tous les résultats sans surpoids (figures 4.3, 4.4). Les données remises à l'échelle par la masse de saturation semblent en fait obéir à une loi universelle sans paramètre ajustable. On obtient en effet $M_{pesée}/M_{sat} = f(M_{versée}/M_{sat})$ où $f(x) = 1 - \exp(-x)$. Ceci est en contradiction avec l'un des résultats principaux de Vanel [102] qui constatait que le modèle de Janssen avait une tendance systématique à sous-estimer la masse pesée pour les faibles masses versées; ce résultat avait été obtenu avec des billes de verre de 2 mm de diamètre dans la même colonne de 38 mm de diamètre, de coefficient de frottement 0.25, que celle que nous avons utilisée. Il s'agit vraisemblablement d'une différence due à nos méthodes. Nous avons en effet montré dans le chapitre 2 que dans [102] le frottement était mal défini; il est probable que ce frottement soit plus petit pour les faibles masses de grains, soumises à une forte secousse lors de l'arrêt du mouvement, que pour les grandes masses de grains. L'écrantage est alors moins efficace pour les faibles hauteurs de grains, aboutissant à une courbe systématiquement au-dessus de la courbe de Janssen.

Nous présentons en figure 4.5 l'analyse des résultats expérimentaux en termes de constante de Janssen K pour les trois colonnes et pour les trois densités de travail.

Dans le cas où les propriétés mécaniques ne dépendent que de la nature du milieu granulaire, on s'attend à ce que le produit de la masse de saturation M_{sat} et

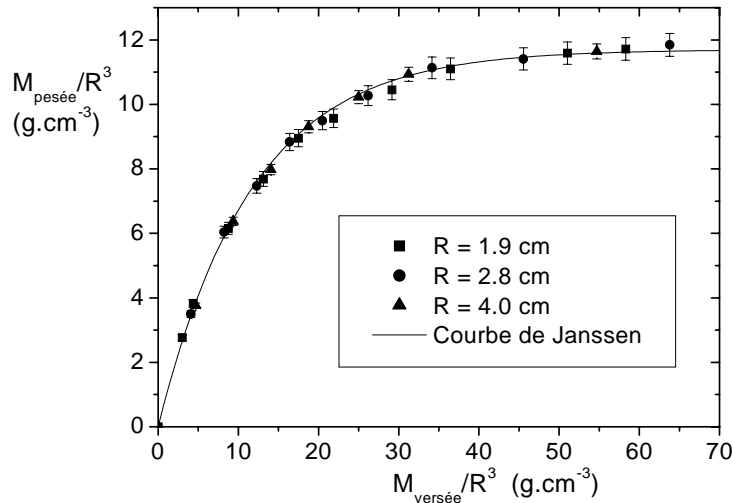


FIG. 4.3 – Masse pesée par le piston dans une expérience sans surpoids en fonction de la masse versée dans la colonne pour un tas dense (64.5%). Les résultats sont remis à l'échelle par R^3 pour les 3 colonnes étudiées, de rayon $R=1.9$ cm, 2.8 cm, et 4 cm. On ajuste ces résultats expérimentaux par une courbe de Janssen.

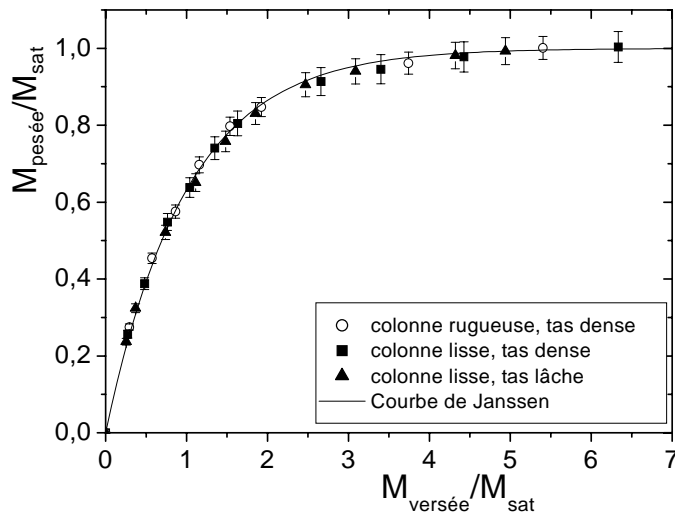


FIG. 4.4 – Masse pesée par le piston dans une expérience sans surpoids en fonction de la masse versée dans la colonne rugueuse pour un tas dense (64.5%), et dans la colonne lisse pour un tas dense et un tas lâche. Les résultats sont remis à l'échelle par M_{sat} et comparés à la courbe de Janssen.

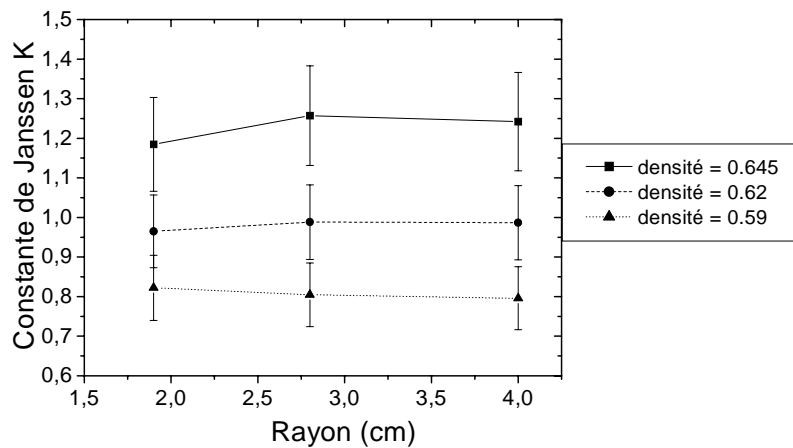


FIG. 4.5 – Constantes de Janssen K déduites d'un ajustement des courbes sans surpoids pour les 3 colonnes ($R=1.9$ cm, 2.8 cm, 4 cm) et pour 3 densités différentes (59%, 62%, 64.5%).

du coefficient de friction aux parois μ_s soit le même pour des tas de même densité. Nous présentons dans le tableau 4.1 la remise à l'échelle des masses de saturation avec le coefficient de friction aux parois.

μ_s	$\mu_s M_{sat}$ (g) (59%)	$\mu_s M_{sat}$ (g) (62%)	$\mu_s M_{sat}$ (g) (64.5%)
0.22 ± 0.02	19 ± 2	17 ± 2	14.5 ± 1.5
0.25 ± 0.02	20 ± 2	18 ± 2	15 ± 1.5
0.285 ± 0.02	20 ± 2	17.5 ± 2	15 ± 1.5

TAB. 4.1 – Valeur du produit $M_{sat} \times \mu_s$ en fonction du coefficient de friction aux parois dans la colonne pour différentes densités du milieu granulaire.

On constate que la mise à l'échelle prédite par le modèle de Janssen est correcte pour les coefficients de friction étudiés. Il serait intéressant de faire varier le coefficient de frottement aux parois sur un intervalle plus grand.

Le modèle de Janssen est incapable de reproduire les résultats observés avec surpoids. Cependant l'accord avec l'expérience sans surpoids est un beau résultat. Ainsi il faut considérer ce modèle non pas comme un modèle mécanique d'un tas de sable, mais comme un modèle adapté à une situation unique : celle du silo non contraint en sa surface supérieure. Ce modèle nous en donne une explication qualitative intéressante, et une expression analytique dont on peut tirer une information quantitative assez fidèle sur le phénomène de redirection des forces permettant de différencier les tas, ici en fonction de la densité, mais on peut imaginer d'autres différenciations.

Pour les cas industriels, on comprend que ce modèle puisse être utilisé pour évaluer les contraintes subies par les parois dans la mesure où les grains d'un silo ne subissent pas de surcharge, et bien que la friction aux parois y soit mal définie. Ce qui importe est d'obtenir un ordre de grandeur, et celui fourni par le modèle de Janssen est plus que suffisant.

Nous allons voir par la suite que le phénomène de redirection est au cœur des autres modèles pour expliquer le phénomène de saturation de la masse pesée.

Chapitre 5

OSL

Dans le cas de milieux granulaires, l'utilisation d'équations de type élastique pose plusieurs problèmes. Ainsi, les milieux granulaires ne supportent aucune traction. De plus, il n'existe actuellement aucune justification microscopique de l'élasticité pour ces milieux.

Autre problème : pour rendre compte de tous les phénomènes, les lois comportementales de la mécanique des sols sont complexes. Certains physiciens cherchent donc à introduire des lois simples, fondées sur une compréhension phénoménologique du comportement microscopique des milieux granulaires, qui prennent en compte les fortes inhomogénéités de contraintes à petite échelle (les voûtes ou chaînes de forces).

C'est ce qui motive en partie l'introduction de modèles supposant l'existence de relations entre les composantes du tenseur des contraintes "sans passer par la case déformations", comme le modèle OSL [18, 107] que nous allons introduire et tester.

5.1 Modèle

Le modèle OSL, qui possède deux paramètres λ et η , pose que

$$\sigma_{xx} = \eta\sigma_{zz} + \lambda\sigma_{xz} \quad (5.1)$$

$$\sigma_{yy} = \eta\sigma_{zz} + \lambda\sigma_{yz} \quad (5.2)$$

$$\sigma_{xy} = 0 \quad (5.3)$$

où η est un paramètre de redirection des contraintes.

Si $\lambda = 0$, OSL apparaît comme une version locale du modèle de Janssen, et σ_{zz} vérifie l'équation de propagation :

$$\partial_z \sigma_{zz} = \eta(\partial_x \partial_x \sigma_{zz} + \partial_y \partial_y \sigma_{zz}) \quad (5.4)$$

autrement dit la contrainte verticale se propage vers le bas en suivant une direction d'angle α avec la verticale ($\tan \alpha = \sqrt{\eta}$). OSL semble donc être une description en termes de chaînes de forces (ou voûtes), le coefficient λ représentant le frottement

entre ces voûtes, ce qui justifie a posteriori la tentative d'utilisation de ce modèle pour représenter les contraintes dans les milieux granulaires.

Pour un milieu OSL dans un cylindre, avec la surface supérieure libre, on obtient une masse supportée par le fond qui sature exponentiellement avec la profondeur ; la valeur asymptotique de la contrainte verticale est :

$$\sigma_{zz}(r) = \frac{\rho g R}{2\eta\mu_s} - \frac{\rho g \lambda r}{2\eta} \quad (5.5)$$

Lorsque $\lambda = 0$, on reconnaît ici la même expression que pour le milieu élastique et le modèle de Janssen, en identifiant η , K et K_{el} . La forme d'une courbe OSL peut cependant être fortement différente de la courbe de Janssen.

Si on ajoute une surcharge sur la surface supérieure, OSL prédit que la masse supportée commence par augmenter, puis oscille en fonction de la hauteur de grains pour atteindre finalement la valeur de saturation. Il faut noter que pour des paramètres η et λ permettant d'ajuster les données expérimentales sans surpoids, il y a génériquement plusieurs oscillations, les 2 ou 3 premières étant d'amplitude suffisante pour être observées expérimentalement (figure 5.1). L'amplitude et la position de la première oscillation peuvent être quantitativement semblables à ce qu'on obtient en élasticité mais cette première oscillation décroît systématiquement rapidement pour être suivie d'autres oscillations, ce qui différencie les deux théories.

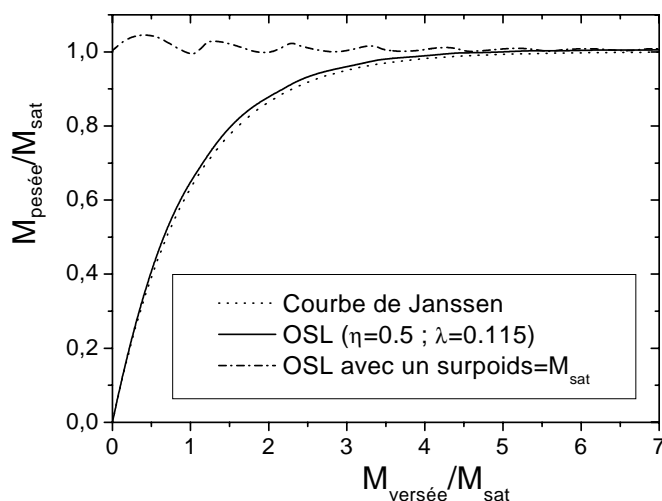


FIG. 5.1 – Masse pesée $M_{\text{pesée}}$ en fonction de la masse versée $M_{\text{versée}}$ pour une expérience sans surpoids, et une expérience avec un surpoids égal à la masse de saturation M_{sat} mesurée sans surpoids pour un milieu OSL de paramètres $\eta = 0.5$ et $\lambda = 0.115$. Les résultats sont remis à l'échelle par M_{sat} .

5.2 Discussion des résultats expérimentaux

Les expériences sans surpoids peuvent être ajustées par le modèle OSL (on voit sur la figure 5.1 que pour des paramètres bien choisis, la courbe du modèle de Janssen est indiscernable de la prédiction d'OSL); elles ne constituent donc pas un test discriminant.

Rappelons que Vanel [102] observait un meilleur ajustement des données avec OSL qu'avec Janssen, ayant remarqué que Janssen tend à sous-estimer la masse supportée par le fond. Nous n'avons jamais observé ce phénomène, probablement du fait de la différence entre nos méthodes (voir chapitre 2): on peut penser que la méthode employée dans [102] donne un frottement moyen aux parois plus faible pour de faibles hauteurs de billes, soumises à un choc plus important lors de l'arrêt du mouvement. Avec nos expériences sans surpoids, il est impossible de distinguer l'ajustement des données par le modèle de Janssen de celui d'OSL.

Les figures 5.1 et 5.2 indiquent clairement que le modèle OSL ne peut prédire les résultats expérimentaux avec surpoids.

Si on ajuste les données des expériences sans surpoids (figure 5.1) avec le modèle OSL, on prédit pour l'expérience avec surpoids que l'amplitude de la première oscillation ($M_{pesée} = 1.05M_{sat}$) s'élève à 25% de l'amplitude du maximum observée ($M_{max} = (1.23 \pm 0.03)M_{sat}$). De plus, nous n'avons jamais observé de deuxième oscillation alors que celle-ci est générique avec OSL, et d'amplitude observable. En revanche, la valeur de $M_{pesée}$ pour laquelle on obtient le premier maximum est proche de celle obtenue expérimentalement.

Si on recherche le meilleur ajustement du profil obtenu pour l'expérience avec surpoids, on prédit dans le cas de l'expérience sans surpoids un profil fortement oscillant (figure 5.2) qui est incompatible avec les données expérimentales.

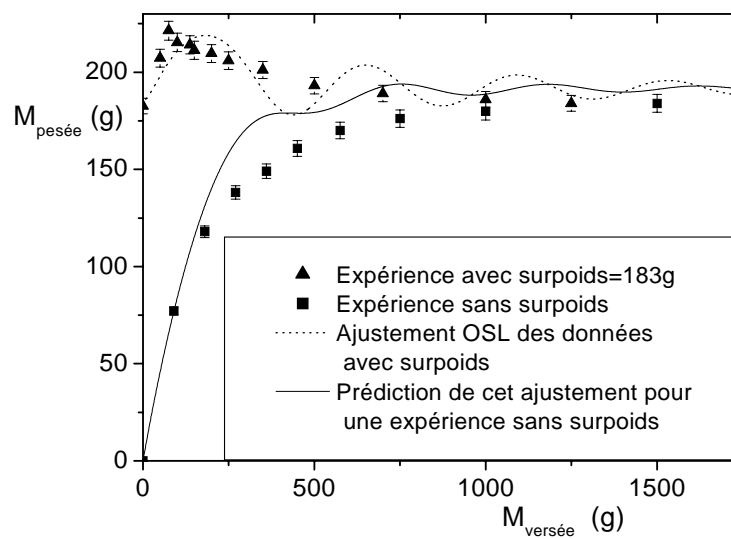


FIG. 5.2 – Masse pesée $M_{\text{pesée}}$ en fonction de la masse versée $M_{\text{versée}}$ pour une expérience sans surpoids, et une expérience avec un surpoids égal à la masse de saturation $M_{\text{sat}} = 183$ g mesurée sans surpoids, pour un tas dense dans la colonne de 56 mm de diamètre. Les données de l'expérience avec surpoids sont ajustées par le modèle OSL ; les paramètres obtenus permettent de tracer la prédiction pour l'expérience sans surpoids.

Chapitre 6

Elasticité homogène isotrope

S'il n'existe pas, contrairement au cas des solides, de justification théorique de l'utilisation des lois élastiques pour décrire les milieux granulaires, on conçoit bien qu'une assemblée de grains élastiques puisse être elle-même élastique. A titre d'exemple simpliste, le réseau de ressorts étudié plus loin (sans la force de rappel angulaire) peut représenter un réseau hexagonal de grains élastiques tous identiques sans frottement, pour peu que la solution du problème étudié implique que tous les ressorts sont en compression ; dans un tel cas, cette assemblée granulaire se comportera comme un milieu élastique homogène isotrope de coefficient de Poisson 0.3.

De plus les travaux récents de Goldenberg et Goldhirsch [41, 42] montrent qu'on peut trouver des inhomogénéités de forces à petite échelle dans un système désordonné de ressorts qui présente des similitudes avec celui que nous allons étudier par la suite et qui est élastique dans la limite continue. On retrouve alors l'analogie de chaînes de forces à l'échelle discrète, et un milieu élastique à la limite continue.

Nous allons donc étudier en profondeur les prédictions de la théorie élastique la plus simple : l'élasticité homogène isotrope. Un accord qualitatif serait un encouragement à étudier des théories élastiques plus réalistes et plus complexes.

6.1 Présentation

En l'absence de forces extérieures appliquées à la surface d'un solide élastique, celui-ci recherche la forme qui lui permet de réaliser son équilibre interne et d'avoir une contrainte nulle à sa surface. Si maintenant on impose la forme du solide, celui-ci réagit en imposant les forces qu'il faut appliquer à sa surface pour le maintenir dans cet état. La théorie élastique nous donne la correspondance entre contraintes et déformations.

Nous retraçons ici rapidement les étapes qui conduisent à l'élaboration de la relation entre le tenseur des contraintes σ_{ij} et le tenseurs des déformations u_{ij} (ces tenseurs sont présentés en annexe 2). Pour un exposé détaillé de la théorie élastique, on se référera par exemple à l'ouvrage de Landau et Lifshitz [59].

Lors d'une transformation où le vecteur déplacement u_i varie de δu_i , on peut calculer le travail par unité de volume δW exercé par les contraintes en multipliant la force $F_i = \partial_j \sigma_{ij}$ par le déplacement δu_i ; on peut montrer qu'il s'exprime finalement en termes de déformations sous la forme :

$$\delta W = -\sigma_{ij} \delta u_{ij} \quad (6.1)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{\partial F}{\partial u_{ij}} \right)_T \quad (6.2)$$

où F est l'énergie libre par unité de volume. En se plaçant dans l'hypothèse des petites déformations, on peut écrire F à l'ordre le plus bas en u_{ij} pour un corps isotrope :

$$F = F_0 + \frac{1}{2} \lambda (u_{ii})^2 + \mu u_{ij} u_{ij} \quad (6.3)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé, constants pour un corps homogène.

On aboutit finalement à une relation entre σ_{ij} et u_{ij} qui peut s'écrire :

$$E u_{ij} = (1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (6.4)$$

E est appelé module d'Young et est homogène à une pression. ν , appelé coefficient de Poisson, est un paramètre adimensionné restreint théoriquement à varier entre -1 et $1/2$ à trois dimensions (ceci est nécessaire pour que l'énergie libre soit minimale pour $u_{ij} = 0$). E et ν sont des combinaisons des coefficients de Lamé.

Ces deux paramètres ont une signification clairement compréhensible lorsqu'on fait une expérience de compression uniaxiale homogène (voir figure 6.1) : on impose $\sigma_{zz} = -p$, les autres composantes étant nulles ; on obtient alors en tout point

$$u_{zz} = -p/E \quad (6.5)$$

qui est analogue à $(x - x_0) = F/k$ pour un ressort, et

$$u_{xx} = u_{yy} = -\nu u_{zz} \quad (6.6)$$

qui signifie que le solide se dilate dans les directions transverses à la compression. Ainsi E est caractéristique de la raideur du matériau ; un solide de longueur l et de section S possède une raideur $k = ES/l$ dans le sens longitudinal. Le coefficient de Poisson est relié à la compressibilité du matériau : l'accroissement relatif de volume vaut : $\delta V/V = -(1 - 2\nu)p/E$. Un matériau incompressible possède donc un coefficient de Poisson qui vaut $1/2$ à trois dimensions (1 à deux dimensions).

6.2 Redirection des contraintes

Le calcul des contraintes en géométrie confinée est nécessaire pour décrire notre expérience : on place un milieu élastique homogène isotrope dans un cylindre infiniment rigide d'axe (Oz) et de rayon R . La rigidité du cylindre impose $u_r = 0$ en

$r = R$; selon une hypothèse raisonnable, le confinement impose donc $u_{rr} = 0$ en tout point¹. On en déduit dans ce cas :

$$\sigma_{rr} = K_{el}\sigma_{zz} = -K_{el}p \tag{6.7}$$

où

$$K_{el} = \nu/(1 - \nu) \tag{6.8}$$

à 3 dimensions et $K_{el} = \nu$ à 2 dimensions ; K_{el} est la “constante de redirection des contraintes”, analogue à la constante de Janssen.

Ainsi, pour un milieu élastique libre, l’effet du coefficient de Poisson est de dilater le matériau dans le sens transverse à la contrainte imposée ; pour un matériau confiné, l’effet du coefficient de Poisson est de rediriger transversalement la contrainte appliquée (figure 6.1).

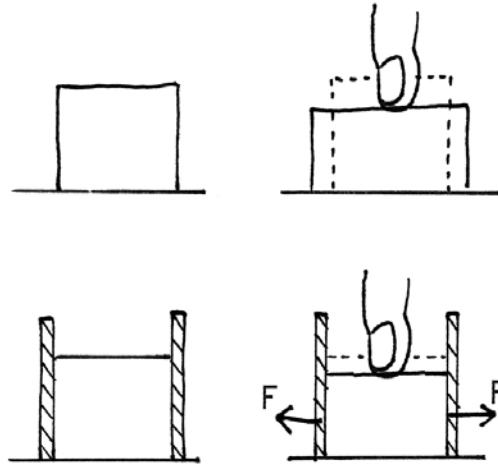


FIG. 6.1 – Dessin de compression d’un matériau élastique libre et d’un matériau élastique confiné.

Dans la suite on utilisera la notation K_{el} pour désigner la constante élastique de redirection des contraintes, et K sera réservé à la constante de Janssen.

Etat asymptotique : contraintes

Pour un cylindre infiniment profond, sous gravité, avec des forces de friction aux parois s’opposant au poids et au bord du cône de Coulomb, et des parois infiniment rigides, on peut calculer la valeur asymptotique de σ_{zz} lorsqu’on s’éloigne de la surface supérieure. On oriente l’axe z vers le bas, $z=0$ représente la surface supérieure.

1. Cette intuition doit être vérifiée. Elle est fautive dans un cas général, mais nous étudierons par la suite un cas où elle est juste.

On peut calculer la valeur asymptotique de la pression dans cette hypothèse : on suppose qu'il y a invariance suivant z des contraintes pour les grandes profondeurs. La symétrie cylindrique impose $\sigma_{r\theta} = 0$.

Aux parois, l'hypothèse d'un matériau au bord du cône de Coulomb aux parois s'écrit :

$$\sigma_{rz} = \mu_s \sigma_{rr} \quad (6.9)$$

Pour un milieu élastique homogène isotrope, on peut montrer que $u_{rr} = 0$ (en écrivant les équations de compatibilités qui expriment le fait que le tenseur des déformations est la dérivée d'un vecteur) ; on en déduit $u_r = 0$ en tout point. On obtient alors de même $u_{\theta\theta} = u_r/r + (1/r)\partial_\theta u_\theta = 0$.

En utilisant la formule (6.4), on aboutit à

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = K_{el} \sigma_{zz} \quad (6.10)$$

Les équations sur l'équilibre interne s'écrivent $\partial_r(r\sigma_{rr})/r - \sigma_{\theta\theta}/r = \partial_r\sigma_{rr} = 0$ et $\partial_r\sigma_{rz} + \sigma_{rz}/r = -\rho g$. Ceci donne $\sigma_{rz}(r) = -\rho g r/2$ et $\sigma_{rr}(r) = \sigma_{rr}(R)$.

En appliquant l'hypothèse (6.9) de frottement aux parois, nous obtenons

$$\sigma_{rr}(r) = -\frac{\rho g R}{2\mu_s} \quad (6.11)$$

On en déduit la valeur de la pression verticale:

$$\sigma_{zz}(r) = -\frac{\rho g R}{2K_{el}\mu_s} \quad (6.12)$$

Ceci donne donc une masse pesée $M_{pesée}$:

$$M_{pesée} = M_{sat} = \frac{\rho\pi R^3}{2K_{el}\mu_s} \quad (6.13)$$

On reconnaît ici la même valeur asymptotique que dans le modèle de Janssen en identifiant la constante de Janssen K et la constante élastique de redirection des contraintes K_{el} .

Nous avons donc obtenu la valeur asymptotique exacte. Mais en pratique, toute mesure expérimentale s'effectue en présence d'un fond qui modifie la solution à sa proximité. On mesurera donc une valeur différente, qui devra toutefois posséder dans une bonne approximation la même dépendance en R , ρ , μ_s , et K_{el} que la solution sans fond. Nous étudierons en profondeur cet effet du fond dans les simulations numériques.

Etat asymptotique : déplacements

On peut également calculer le profil asymptotique, pour les grandes profondeurs, des déplacements du milieu granulaire. Nous avons déjà obtenu $u_r = 0$ et $u_\theta = 0$;

pour obtenir les déplacements verticaux, nous utilisons les relations entre contraintes et déformations

$$u_{zz} = \partial_z u_z = \frac{1}{E} \left((1 + \nu) \sigma_{zz} - \nu (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right) \quad (6.14)$$

$$u_{rz} = \frac{1}{2} (\partial_r u_z + \partial_z u_r) = \frac{1}{E} (1 + \nu) \sigma_{rz} \quad (6.15)$$

et on obtient finalement

$$u_z(r, z) = -\frac{1 + \nu}{2E} \rho g r^2 - \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{2\mu_s \nu E} \rho g R z + u_0 \quad (6.16)$$

6.3 Présentation des simulations

Nous avons été confronté à des problèmes techniques dans la recherche de la solution analytique du profil de pression dans toute la colonne, même sans fond, du fait de la difficulté à imposer des conditions aux limites dans deux directions différentes ; c'est pourquoi nous avons effectué des calculs numériques.

Nous avons souhaité effectuer une résolution numérique par la méthode des éléments finis, ce qui nécessitait l'aide d'un mécanicien utilisant cet outil au quotidien. Dans un premier temps, cette résolution nous a semblé hors de notre portée, en partie parce que les conditions aux limites de frottement ne sont pas usuelles en mécanique.

C'est pourquoi nous avons développé un simulateur de milieu élastique homogène isotrope bidimensionnel que nous avons placé en géométrie confinée. La méthode que nous avons utilisée ne pouvait être appliquée à 3 dimensions, mais les résultats obtenus peuvent néanmoins être comparés qualitativement à nos résultats expérimentaux.

6.3.1 Simulation d'un milieu élastique bidimensionnel

Avant toute chose, rappelons que nous ne cherchons pas ici à modéliser un milieu granulaire mais à obtenir un système discret qui se comporte dans la limite continue comme un matériau élastique ; nous l'utilisons pour la simplicité des calculs numériques qu'il autorise.

De tels systèmes sont cependant étudiés [41] à titre de comparaison avec les milieux granulaires car ils semblent pouvoir posséder des hétérogénéités de contraintes (de type chaînes de forces) à l'échelle discrète tout en ayant un comportement de matériau élastique à grande échelle (limite continue). De plus, ce système décrit le plus simple des milieux granulaires bidimensionnels : un empilement hexagonal de disques sans frottement.

Pour éviter un malentendu, rappelons que les mécaniciens parlent de problème 2D lorsqu'il y a invariance par rapport à la troisième dimension. Dans notre cas, la

troisième dimension n'existe pas. Notons que les équations à 2D et à 3D peuvent avoir pour solution des fonctions différentes ; nos résultats à 2D ne constituent donc nullement une preuve irréfutable, mais une indication.

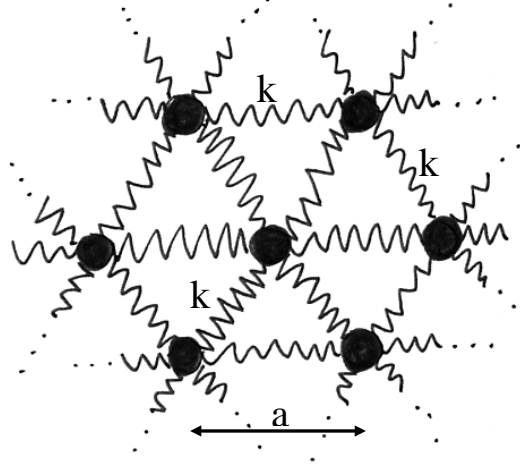


FIG. 6.2 – Schéma du milieu élastique bidimensionnel.

Pour simuler un milieu élastique bidimensionnel nous avons placé des masses sur un réseau hexagonal de maille a (figure 6.2). Notons que c'est cette symétrie qui permet l'isotropie ; il n'existe pas de réseau possédant cette symétrie à 3 dimensions : c'est pourquoi nous ne pouvons utiliser cette méthode qu'à 2D. Chaque particule est reliée à ses 6 plus proches voisins par des ressorts tous identiques de raideur k et de longueur a au repos. Il existe alors une énergie potentielle d'interaction entre des particules situées en 0 et x_i au repos (tel que $x_i x_i = a^2$) et subissant des déplacements infinitésimaux u_i et v_i , qui peut s'écrire au second ordre en u_i et v_i :

$$E_p = \frac{1}{2}k \left((x_i + v_i - u_i)(x_i + v_i - u_i) - a \right)^2 = \frac{1}{2}k \left(\frac{(x_i)(v_i - u_i)}{a} \right)^2 \quad (6.17)$$

On ajoute au potentiel élastique un potentiel de torsion entre les ressorts reliant les points d'un même triangle et faisant entre eux un angle θ (figure 6.3) :

$$E_p = \frac{1}{2}k_b \cos^2 \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) \quad (6.18)$$

Ce potentiel cherche à maintenir entre deux ressorts voisins un angle de $\pi/3$, et se développe également aisément au second ordre en fonction des déplacements infinitésimaux des particules par rapport à leur position d'équilibre.

On peut associer à chaque particule du réseau une maille d'aire élémentaire $S = a^2\sqrt{3}/2$. L'énergie potentielle d'un ressort est partagée entre deux mailles. L'énergie surfacique ω associée à une maille s'écrit donc :

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{3}a^2} \left(\frac{1}{2} \sum E_p(\text{ressorts}) + \sum E_p(\text{angles}) \right) \quad (6.19)$$

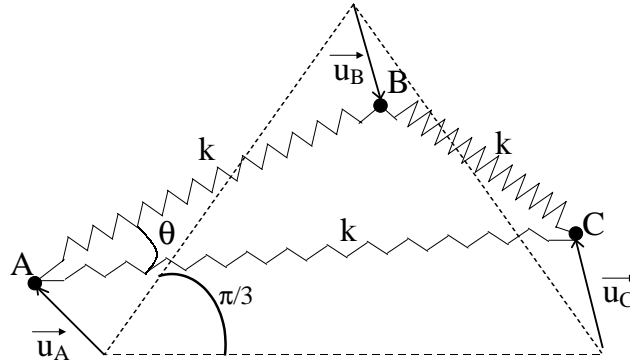


FIG. 6.3 – Déplacements des sommets d'une cellule élémentaire du milieu élastique bidimensionnel.

A grande échelle, le milieu discret est assimilable à un milieu continu. Le déplacement d'un point situé en x_i s'écrit alors :

$$u_i = (\partial_j u_i) x_j \quad (6.20)$$

On écrit alors l'énergie potentielle surfacique au deuxième ordre en $\partial_j u_i$. On réécrit finalement le résultat en fonction du tenseur des déformations défini par $u_{ij} = (1/2)(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$, et on obtient :

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{4} (k + 2k_b) (u_{xx}^2 + u_{yy}^2) + \frac{1}{2} (k - 6k_b) u_{xx} u_{yy} + (k + 6k_b) u_{xy}^2 \right) \quad (6.21)$$

Pour un milieu élastique, la linéarité entre déformations et contraintes s'exprime sous la forme

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} u_{kl} \quad (6.22)$$

C_{ijkl} comprend a priori 9 paramètres indépendants (mais s'exprime simplement en fonction de deux paramètres s'il s'agit d'un milieu homogène isotrope). L'énergie par unité de surface s'écrit

$$\omega = \frac{1}{2} \sigma_{ij} u_{ij} = \frac{1}{2} u_{ij} C_{ijkl} u_{kl} \quad (6.23)$$

En identifiant cette énergie à l'énergie de notre système, on s'aperçoit qu'il s'agit en fait d'un milieu élastique homogène isotrope, de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν :

$$\nu = \frac{1}{3} \frac{k - 6k_b}{k + 2k_b} \quad (6.24)$$

$$E = \frac{2\sqrt{3}}{3} k \frac{k + 6k_b}{k + 2k_b} \quad (6.25)$$

De l'expression de l'énergie potentielle (6.23) on peut déduire les forces internes qui s'exercent en un point : aux forces élastiques dues à la compression (ou à l'étirement des ressorts) s'ajoutent des forces moins usuelles qui s'exercent de façon à ramener les angles des triangles à leur valeur d'équilibre. La force s'exerçant en A, due aux angles du triangle ABC (figure 6.3) s'exprime sous la forme suivante :

$$F_{A_i} = -\frac{3}{2}k_b(u_{A_i} + R_{-\pi/3_{ij}}u_{B_j} + R_{\pi/3_{ij}}u_{C_j}) \quad (6.26)$$

où $R_{\theta_{ij}}$ est la matrice rotation d'angle θ .

Pour la résolution numérique, nous imposons l'équilibre des forces (gravité, forces élastiques, forces de torsion) dans le matériau. Au fond, nous imposons un déplacement vertical nul (fond rigide), et soit un déplacement horizontal nul (fond rugueux) soit la nullité des forces projetées sur l'axe horizontal (fond lisse). Aux parois, nous imposons un déplacement horizontal nul (paroi rigide), et nous forçons le matériau à être au seuil de glissement en tout point : les forces aux parois projetées sur l'axe vertical sont proportionnelles à celles qui sont projetées sur l'axe horizontal avec un facteur de proportionnalité μ_s . Sur la surface supérieure, les forces projetées sur l'axe horizontal sont nulles (surpoids lisse), et le surpoids est simulé en imposant soit une force verticale identique en chaque point en assurant l'équilibre des forces, soit un déplacement identique en chaque point (produisant la force totale désirée à la surface) ce qui est plus proche de ce qui est effectué expérimentalement. Nous obtenons ainsi un système linéaire sur les déplacements des points. Nous faisons varier les raideurs k et k_b pour simuler des milieux élastiques homogènes isotropes de modules d'Young et de coefficients de Poisson différents ; un autre paramètre ajustable est le coefficient de friction aux parois μ_s . Après la résolution, les déplacements nous permettent de remonter aux contraintes en tout point.

6.3.2 Simulations 3D

Nous avons finalement été initié au logiciel de calculs par éléments finis CASTEM [17], par Christophe Fond, de l'Institut Charles Sadron à Strasbourg, qui a programmé l'essentiel du code en surmontant tous les problèmes numériques. Ceci a contribué à démystifier la complexité de la mécanique pour nous.

Ce logiciel s'est révélé simple d'utilisation : il suffit de spécifier la taille du système et un maillage, de définir le modèle souhaité (les milieux élastiques homogènes isotropes constituent une bibliothèque de CASTEM), de donner les paramètres correspondants (module d'Young, coefficient de Poisson, masse volumique), et enfin de préciser les conditions aux limites.

Nous avons défini un fond infiniment rigide et lisse, qui se traduit en un déplacement vertical nul et un déplacement horizontal libre fixé par l'équilibre interne. Pour les expériences sans surpoids, la surface supérieure du granulaire est supposée libre (soumise à aucune contrainte) ; le surpoids est défini comme un matériau élastique

avec les paramètres mécaniques du laiton, le contact granulaire/surpoids est supposé lisse (déplacement horizontal libre fixé par l'équilibre interne), tandis que le déplacement vertical est donné par l'équilibre entre le milieu granulaire et le surpoids. Les parois ont également été définies comme un matériau élastique (avec les paramètres mécaniques de l'acier) ; le déplacement radial est donc fixé par l'équilibre entre milieu granulaire et cylindre en acier.

Pour imposer la condition de frottement aux parois, nous avons imposé la force verticale F_z à une valeur nulle en tout point du maillage aux parois ; nous en avons déduit dans ces conditions la force normale F_r qu'exerce le milieu granulaire sur les parois. Nous avons ensuite procédé par itérations pour aboutir à $F_z = \mu_s F_r$ où μ_s est le coefficient de friction granulaire/paroi : la force verticale imposée à l'étape (i+1) est :

$$F_z(i+1) = (1 - \epsilon) \times F_z(i) + \epsilon \times \mu_s F_r(i) \quad (6.27)$$

Nous avons choisi $\epsilon = 0.2$. Cette procédure permet la convergence vers la condition de frottement souhaitée.

6.4 Résultats des simulations

Nous discutons ici les résultats obtenus par l'analyse numérique à 2 et 3 dimensions.

Les calculs à deux dimensions, plus rapides, nous ont permis de faire varier les différents paramètres (coefficient de frottement, coefficient de Poisson...) dans une large gamme. Nous avons ainsi obtenu l'ensemble des effets prédits par l'élasticité homogène isotrope, que nous avons ensuite vérifiés et quantifiés à 3 dimensions.

Toutes les simulations à 3 dimensions qui suivent, sauf mention du contraire, sont effectuées sur un milieu élastique de masse volumique $\rho = 1.6 \text{ g.cm}^{-3}$ et de module d'Young 100 MPa, dans un tube en acier de rayon intérieur $R = 4 \text{ cm}$, de module d'Young 210 GPa, et d'épaisseur 3 mm. Ces données ne seront pas spécifiées de nouveau par la suite. Deux simulations seront effectuées pour identifier l'effet de la variation du rayon du cylindre et du module d'Young du milieu élastique.

6.4.1 Simulations sans surpoids

La première série de simulations a été menée pour l'expérience originale de Janssen : nous calculons la force s'exerçant sur le fond en fonction de la masse de milieu élastique dans le cylindre (figure 6.4).

On constate sur la figure 6.4 que cette masse totale sature exponentiellement avec la masse dans le cylindre et suit une loi qui, pour les paramètres de la figure 6.4,

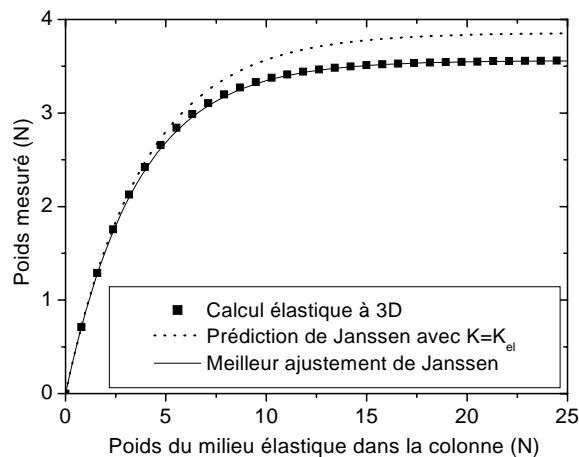


FIG. 6.4 – Simulation d'une expérience de Janssen pour un milieu élastique de coefficient de Poisson $\nu = 0.45$; le coefficient de frottement aux parois est de 0.5. On ajuste les données avec une courbe de Janssen de coefficient $K = 0.89$. La courbe de Janssen correspondant à la constante élastique de redirection des contraintes $K_{el} = \nu/(1 - \nu) = 0.82$ est également tracée.

est indiscernable de celle de Janssen, mais avec un coefficient de Janssen correspondant qui est supérieur de 9% au coefficient élastique de redirection des contraintes $K_{el} = \nu/(1-\nu)$. Rien n'oblige la courbe élastique à ressembler à la courbe de Janssen, mais nous avons vu que les deux doivent avoir la même limite asymptotique avec $K = K_{el}$.

Effet du fond

Pour comprendre cette différence, nous avons étudié le profil de la résultante des forces de pression en fonction de la profondeur dans une colonne élastique ayant les mêmes caractéristiques (figure 6.5).

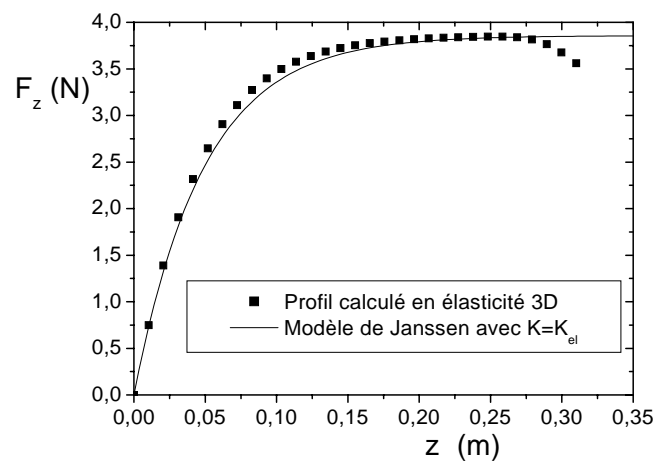


FIG. 6.5 – Profil de pression dans un milieu élastique simulé de hauteur 31 cm et de coefficient de Poisson $\nu = 0.45$; le coefficient de frottement aux parois est de 0.5. La profondeur $z = 0$ cm correspond au sommet de la colonne (surface libre). La profondeur $z = 31$ cm correspond au fond. On trace l'intégrale des contraintes verticales F_z s'exerçant dans la colonne à une hauteur donnée z . On compare les données avec une courbe de Janssen de coefficient $K = K_{el} = 0.82$.

On constate qu'on retrouve bien la valeur asymptotique attendue, et que la courbe de Janssen offre un ajustement raisonnable mais imparfait du profil de pression. La pression sature pour les grandes profondeurs et chute brutalement à proximité du fond, expliquant la valeur plus faible que prévue de la masse de saturation observée sur la figure 6.4.

Il faut donc bien comprendre que nos mesures expérimentales, qui donnent un point de mesure pour un tas d'une hauteur donnée, ne constituent nullement dans ce cadre une mesure du profil de pression. Pour plus de clarté, nous illustrons cette différence sur la figure 6.6.

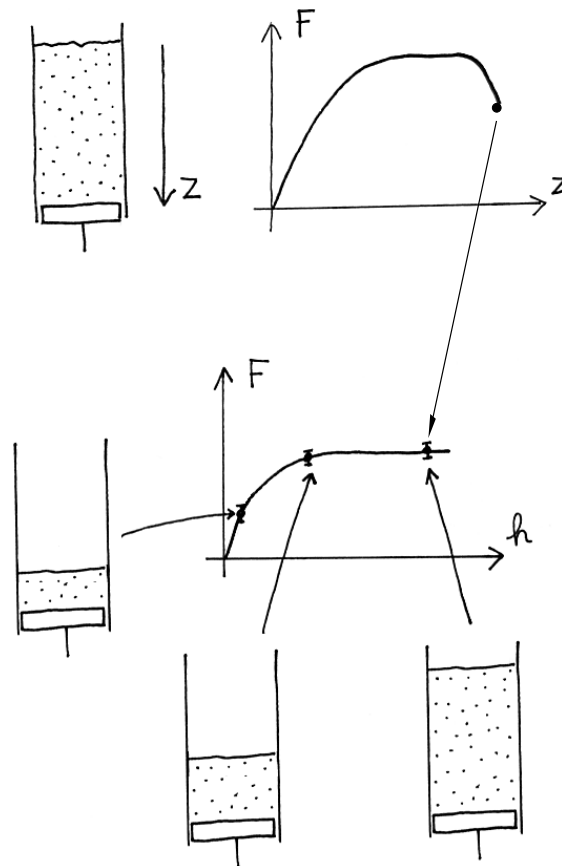


FIG. 6.6 – Différence entre profil de pression et mesures expérimentales pour un milieu élastique.

On peut maintenant s'intéresser à la mise à l'échelle des courbes de simulations d'expériences de Janssen avec le frottement aux parois et le coefficient de redirection des contraintes. La comparaison avec les prédictions du modèle de Janssen s'effectue en traçant la courbe $M_{pesée} \times \mu_s \times \nu / (1 - \nu) = f(M_{versée} \times \mu_s \times \nu / (1 - \nu))$ pour différentes valeurs du coefficient de friction aux parois μ_s et du coefficient de Poisson ν .

Effet du coefficient de Poisson

La figure 6.7 représente la mise à l'échelle des courbes de simulations d'expériences de Janssen pour différents coefficients de Poisson à trois dimensions. La mise à l'échelle est presque parfaite, les différences sont hors d'atteinte expérimentalement. La figure 6.8 récapitule les résultats obtenus numériquement à 2 et 3 dimensions

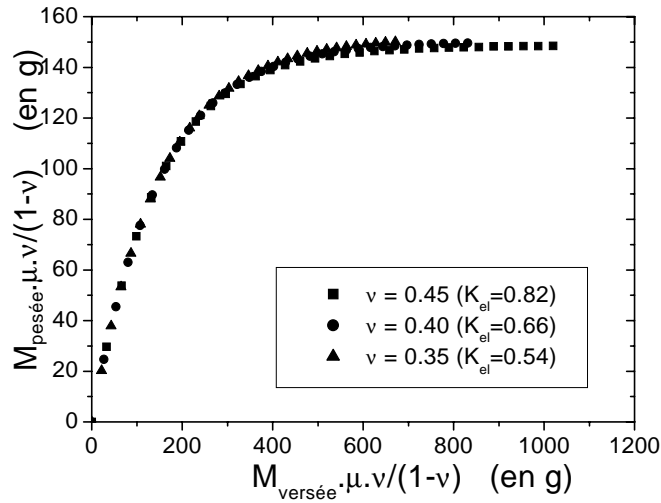


FIG. 6.7 – Etude de la mise à l'échelle avec le coefficient de Poisson du milieu élastique des courbes de simulations d'expériences de Janssen à 3 dimensions. On trace $M_{\text{pesée}} \times \mu\nu/(1-\nu)$ en fonction de $M_{\text{versée}} \times \mu\nu/(1-\nu)$ pour $\nu = 0.35$, $\nu = 0.4$ et $\nu = 0.45$, pour un milieu élastique de coefficient de frottement aux parois $\mu = 0.5$.

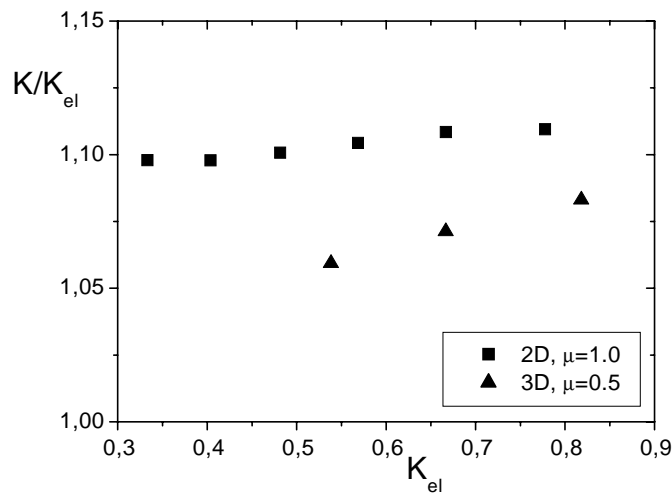


FIG. 6.8 – Constantes de Janssen déduites des simulations à deux et trois dimensions pour divers coefficients de Poisson. Dans les simulations à 2 dimensions, le coefficient de frottement aux parois est de 1.0 ; à 3 dimensions, il est de 0.5. Les constantes de Janssen sont comparées aux constantes élastiques de redirection des contraintes $K_{el} = \nu$ à 2 dimensions, $K_{el} = \nu/(1-\nu)$ à 3 dimensions.

sur la valeur du coefficient de Janssen K déduit de la masse de saturation M_{sat} qu'on peut mesurer à partir de ces courbes en fonction du coefficient élastique de redirection des contraintes K_{el} (ν à 2 dimensions, $\nu/(1-\nu)$ à 3 dimensions).

On vérifie sur cette courbe que, pour un coefficient de frottement aux parois donné, la masse de saturation, donc K , dépend peu du coefficient de Poisson. K varie de 1% pour K_{el} variant entre 0.33 et 0.77 à 2 dimensions, et de 2% pour K_{el} variant entre 0.54 et 0.82 à 3 dimensions. On retrouve aussi que K est supérieur à K_{el} du fait de la présence d'un fond.

Effet du coefficient de friction aux parois

Les figures 6.9 et 6.10 représentent respectivement à 2 et 3 dimensions la mise à l'échelle des courbes de simulations d'expériences de Janssen avec le coefficient de frottement aux parois pour différentes valeurs de celui-ci. On constate cette fois que la mise à l'échelle est inexacte, et que la saturation intervient d'autant plus brusquement que le coefficient de friction est élevé. La figure 6.11 récapitule les résultats obtenus numériquement à 2 et 3 dimensions sur la valeur du coefficient de Janssen K déduit de la masse de saturation M_{sat} qu'on peut mesurer à partir de ces courbes en fonction du coefficient de frottement.

On constate ici que la masse de saturation, donc la constante de Janssen, dépend fortement du coefficient de frottement aux parois (12% de variation à 2 dimensions pour μ_s variant entre 0.1 et 1.0, 20% de variation à 3 dimensions pour μ_s variant entre 0.25 et 0.8). De plus, la constante de Janssen semble tendre vers une valeur égale à la constante élastique de redirection des contraintes K_{el} lorsque le coefficient de friction aux parois tend vers la valeur nulle.

Pour comprendre cet effet, nous avons étudié le profil de la résultante verticale des contraintes F_z en fonction de la profondeur et sa remise à l'échelle en fonction du coefficient de frottement. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 6.12.

On constate que la mise à l'échelle de la saturation est correcte, mais que les profils ont une forme différente : pour un faible coefficient de friction aux parois, le profil est indiscernable de la courbe de Janssen tandis que pour un fort coefficient de friction, le profil est plus raide et sature plus brusquement.

La différence entre les courbes de simulations d'expériences de Janssen observée sur la figure 6.10 est identifiée maintenant comme un effet de la présence du fond : on constate en effet sur la courbe 6.12 que la chute de la résultante verticale des forces de pression par rapport à la valeur de saturation à proximité du fond est d'autant plus importante que le coefficient de friction est élevé.

Ainsi, cette prédiction de la théorie élastique, qui est observable expérimentalement, est étroitement liée à la nature elliptique de celle-ci : la contrainte en un point dépend de toutes les conditions aux limites (qu'elles soient de contrainte ou de déplacement). Une telle observation serait un signe fort en faveur de cette théorie et contre des théories hyperboliques comme OSL pour lesquelles, dans le cas du silo, la donnée de la contrainte à la surface supérieure suffit à déterminer totalement la

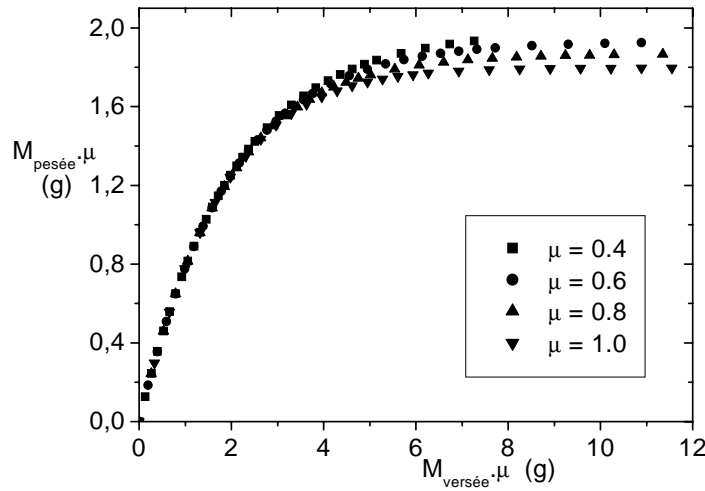


FIG. 6.9 – Etude de la mise à l'échelle avec le coefficient de frottement aux parois μ du milieu élastique des courbes de simulations d'expériences de Janssen à 2 dimensions. On trace $M_{\text{pesée}} \times \mu$ en fonction de $M_{\text{versée}} \times \mu$ pour $\mu = 0.4$, $\mu = 0.6$, $\mu = 0.8$ et $\mu = 1.0$, pour un milieu élastique de coefficient de Poisson $\nu = 0.77$.

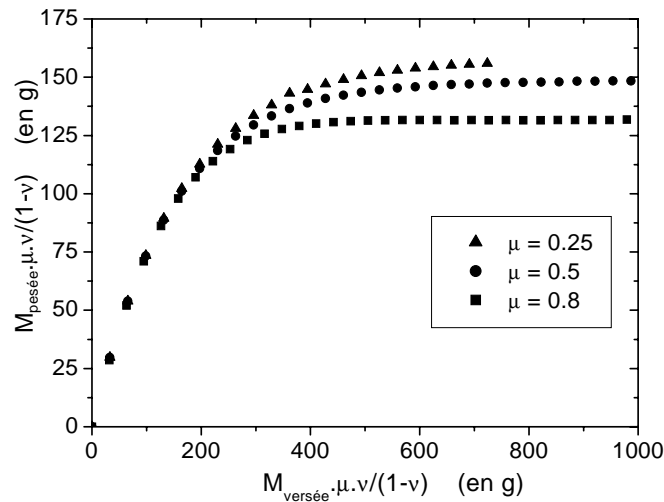


FIG. 6.10 – Etude de la mise à l'échelle avec le coefficient de frottement aux parois μ du milieu élastique des courbes de simulations d'expériences de Janssen à 3 dimensions. On trace $M_{\text{pesée}} \times \mu \nu / (1 - \nu)$ en fonction de $M_{\text{versée}} \times \mu \nu / (1 - \nu)$ pour $\mu = 0.25$, $\mu = 0.5$ et $\mu = 0.8$, pour un milieu élastique de coefficient de Poisson $\nu = 0.45$.

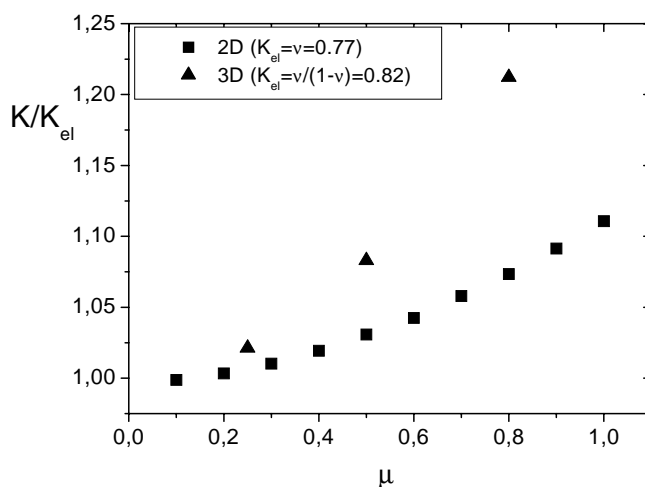


FIG. 6.11 – Constantes de Janssen déduites des simulations à deux et trois dimensions pour divers coefficients de frottement aux parois μ . Dans les simulations à 2 dimensions, le coefficient de Poisson est de 0.77 ; à 3 dimensions, il est de 0.45. Les constantes de Janssen sont comparées à la constante élastique de redirection des contraintes $K_{el} = 0.77$ à 2 dimensions, $K_{el} = 0.82$ à 3 dimensions.

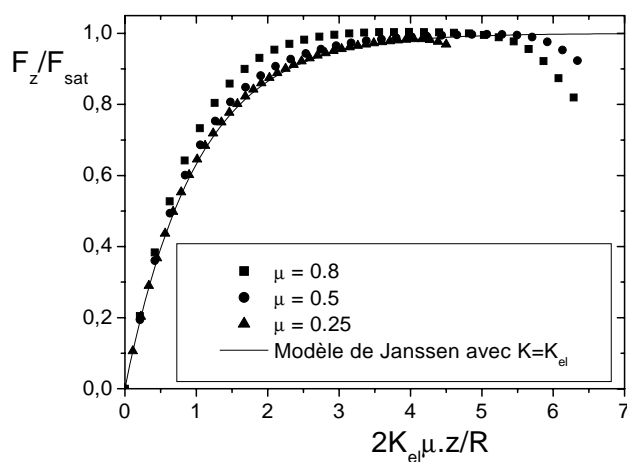


FIG. 6.12 – Résultante des contraintes verticales F_z en fonction de la profondeur z , dans des colonnes élastiques de coefficient de Poisson $\nu = 0.45$, et de coefficients de frottement aux parois $\mu = 0.25$, $\mu = 0.5$, et $\mu = 0.8$. On trace F_z/F_{sat} en fonction de $2K_{el}\mu z/R$ où $F_{sat} = \rho g \pi R^3 / (2K_{el}\mu)$ est la valeur de saturation théorique atteinte par F_z . $z/R = 0$ correspond à la surface supérieure, libre de contraintes. On compare les données simulées à la prédiction du modèle de Janssen avec $K = K_{el} = \nu/(1-\nu)$.

contrainte en chaque point. A une profondeur donnée, la contrainte ne dépend donc pas pour ces théories de la présence ou non d'un fond.

Effet de l'élasticité des parois

Le dernier paramètre que nous pouvons faire varier est le module d'Young du matériau élastique. Cette variation est illustrée sur la figure 6.13.

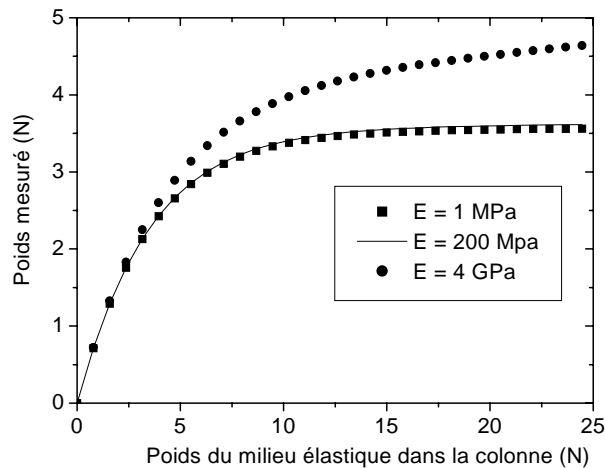


FIG. 6.13 – Simulation d'une expérience de Janssen pour des milieux élastiques de modules d'Young $E = 1 \text{ MPa}$, $E = 200 \text{ MPa}$ et $E = 4 \text{ GPa}$, de coefficient de Poisson $\nu = 0.45$, placés dans un tube en acier de 4 cm de rayon ; le coefficient de frottement aux parois est de 0.5.

On constate que les résultats obtenus sont indépendants du module d'Young tant que celui-ci est plus petit que 500 MPa ; sur la figure 6.13, on remarque ainsi que les courbes de simulations d'expériences de Janssen obtenues pour $E = 1 \text{ MPa}$ et $E = 200 \text{ MPa}$ se superposent parfaitement. Au-delà, la masse pesée est plus importante et ne semble plus saturer ; par exemple la courbe obtenue pour $E = 4 \text{ GPa}$ sur la figure 6.13 semble croître indéfiniment. Ainsi, si notre milieu granulaire constitué de billes de verre était un milieu élastique homogène isotrope ayant pour module d'Young celui du verre, soit 60 GPa, un tel effet serait observable expérimentalement.

Notons que cet effet du module d'Young n'est présent que parce qu'on a considéré l'élasticité des parois ; pour des parois et un fond infiniment rigides, les résultats sont indépendants de la valeur du module d'Young. Les valeurs obtenues ici, n'ont pas de sens dans l'absolu, mais dépendent des paramètres du tube (module d'Young et épaisseur).

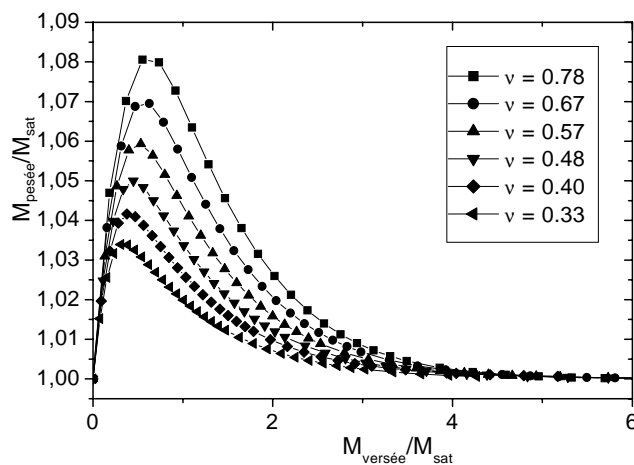


FIG. 6.14 – Simulation à 2 dimensions de la masse pesée par le fond lorsque la surface supérieure du milieu élastique est soumise à un surpoids égal à la masse de saturation, pour divers coefficients de Poisson compris entre 0.33 et 0.78. Le coefficient de frottement aux parois est $\mu = 1.0$. On remet les données à l'échelle par rapport à la masse de saturation obtenue dans une simulation sans surpoids.

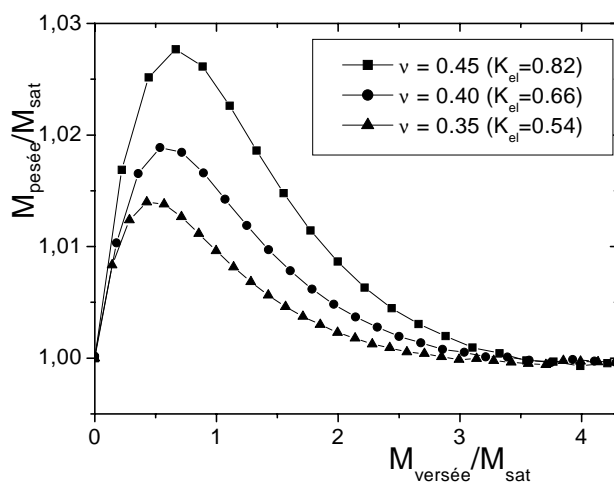


FIG. 6.15 – Simulation à 3 dimensions de la masse pesée par le fond lorsque la surface supérieure du milieu élastique est soumise à un surpoids égal à la masse de saturation, pour des coefficients de Poisson $\nu = 0.35$, $\nu = 0.4$ et $\nu = 0.45$. Le coefficient de frottement aux parois est $\mu = 0.5$. On remet les données à l'échelle par rapport à la masse de saturation obtenue dans une simulation sans surpoids.

6.4.2 Simulations avec surpoids

Dans une deuxième série de simulations, nous avons imposé une pression homogène à la surface supérieure correspondant à la masse de saturation supportée par le fond, mesurée dans les simulations précédentes.

Effet du coefficient de Poisson

Sur les figures 6.14 et 6.15, nous représentons les résultats obtenus respectivement à 2 et 3 dimensions, lorsqu'on remet la masse versée et la masse pesée à l'échelle par la masse de saturation pour différents coefficients de Poisson.

On constate que contrairement aux courbes de simulations d'expériences de Janssen, les résultats dépendent ici fortement du coefficient de Poisson, autrement dit du coefficient élastique de redirection des contraintes K_{el} . Les courbes présentent toutes la même forme, avec une croissance forte, quasi hydrostatique, puis une décroissance lente de la masse pesée. La hauteur relative du maximum de la masse pesée $M_{pesée}$ est d'autant plus importante que le coefficient de Poisson est élevé ; de même la masse versée $M_{versée}$ pour laquelle il intervient est d'autant plus grande que le coefficient de Poisson est élevé.

La mise à l'échelle proposée ici, similaire à celle des courbes de Janssen, n'est pas correcte. Nous n'avons pas trouvé quelle mise à l'échelle est adaptée aux simulations avec surpoids ; nous conserverons cependant par la suite notre représentation graphique comme une représentation pratique permettant d'identifier des effets systématiques.

Effet du coefficient de friction aux parois

Sur les figures 6.16 et 6.17, nous représentons les résultats obtenus respectivement à 2 et 3 dimensions, lorsqu'on remet la masse versée et la masse pesée à l'échelle par la masse de saturation, pour différents coefficients de frottement aux parois.

On observe la même forme systématique que précédemment. La hauteur relative du maximum de $M_{pesée}$ est d'autant plus importante que le coefficient de frottement aux parois est grand ; de même la masse $M_{versée}$ pour laquelle il intervient est d'autant plus grande que le coefficient de frottement est élevé.

Ces résultats peuvent paraître paradoxaux ; en effet, dans le schéma de Janssen, plus K (donc K_{el}) est élevé, plus les contraintes verticales sont redirigées vers les parois et écrantées par celles-ci ; de même pour de plus fortes valeurs de μ_s l'écrantage semble devoir être plus important. On s'attendait donc à ce que l'amplitude de $M_{pesée}$ soit d'autant plus faible que K_{el} et μ_s sont élevés.

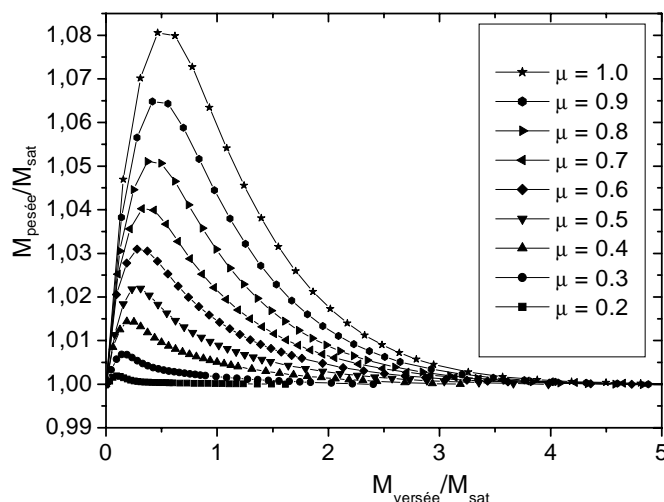


FIG. 6.16 – Simulation à 2 dimensions de la masse pesée par le fond lorsque la surface supérieure du milieu élastique est soumise à un surpoids égal à la masse de saturation, pour divers coefficients de frottement aux parois compris entre 0.2 et 1.0. Le coefficient de Poisson est $\nu = 0.78$. On remet les données à l'échelle par rapport à la masse de saturation obtenue dans une simulation sans surpoids.

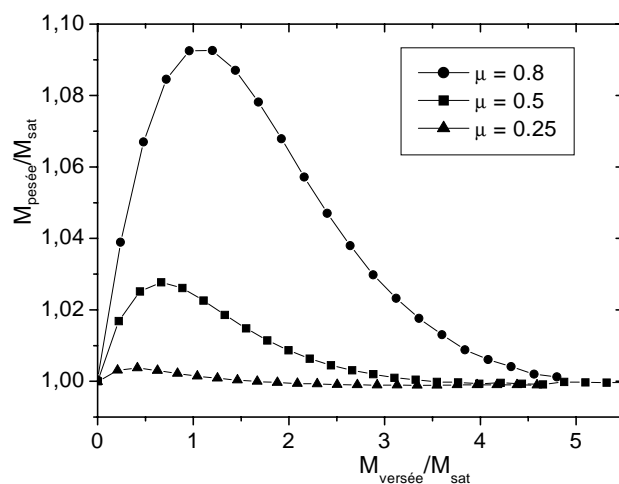


FIG. 6.17 – Simulation à 3 dimensions de la masse pesée par le fond lorsque la surface supérieure du milieu élastique est soumise à un surpoids égal à la masse de saturation, pour des coefficients de frottement aux parois $\mu = 0.25$, $\mu = 0.5$ et $\mu = 0.8$. Le coefficient de Poisson est $\nu = 0.45$. On remet les données à l'échelle par rapport à la masse de saturation obtenue dans une simulation sans surpoids.

Etude du profil de pression

On peut se demander si la forme observée, et sa dépendance avec le coefficient de Poisson, alors que les courbes de simulations d'expériences de Janssen en dépendent peu, n'est pas uniquement un effet de la présence du fond. Pour répondre à cette question nous avons calculé le profil de la résultante des forces de pression en fonction de la profondeur dans une colonne soumise à un surpoids égal à la masse de saturation, représenté sur la figure 6.18.

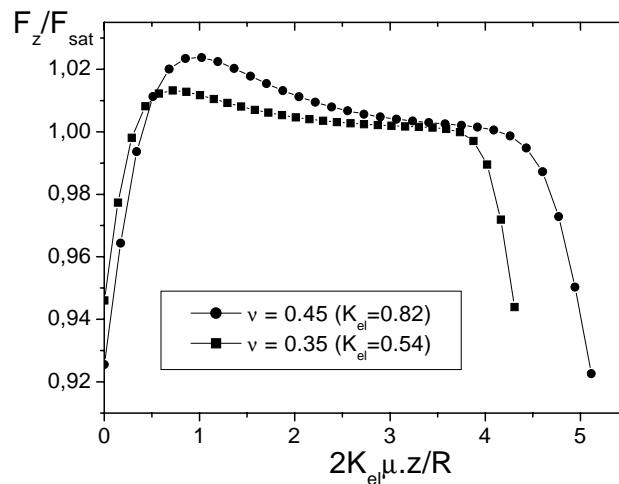


FIG. 6.18 – Résultante des contraintes verticales F_z en fonction de la profondeur z , dans des colonnes élastiques de coefficient de frottement aux parois $\mu = 0.5$, de coefficients de Poisson $\nu = 0.35$ et $\nu = 0.45$, lorsque la surface supérieure du milieu élastique est soumise à un surpoids égal à la masse de saturation M_{sat} observée dans une simulation sans surpoids. On trace F_z/F_{sat} en fonction de $K_{el}\mu z/R$ où $F_{sat} = \rho g \pi R^3 / (2K_{el}\mu)$ est la valeur de saturation théorique atteinte par F_z . $z/R = 0$ correspond à la surface supérieure, libre de contraintes.

Cette courbe ne répond pas à la question puisqu'on observe que la surcharge imposée n'est en fait pas la saturation F_{sat} de la résultante F_z des forces de pression mais la saturation de la masse pesée par le fond. C'est pourquoi nous avons tracé en figure 6.19 le même profil mais pour un milieu élastique soumis à une surcharge égale à F_{sat} .

On constate que l'effet est toujours présent sur le profil, et que la mise à l'échelle par la saturation n'est toujours pas correcte; l'effet est d'autant plus important que le coefficient de Poisson est grand. On remarque en outre que la hauteur du maximum est plus importante sur le profil que pour la masse pesée : ainsi, pour un coefficient de friction $\mu = 0.5$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0.45$, on trouve que la force maximale du profil est 1.06 fois la force de saturation F_{sat} , tandis que la masse pesée maximale est 1.03 fois la masse de saturation M_{sat} .

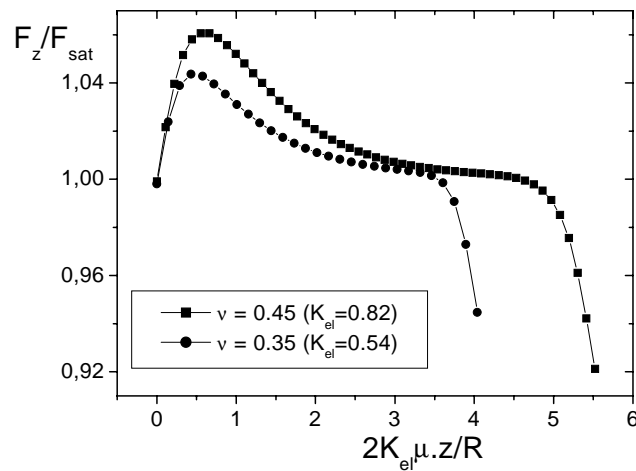


FIG. 6.19 – Résultante des contraintes verticales F_z en fonction de la profondeur z , dans des colonnes élastiques de coefficient de frottement aux parois $\mu = 0.5$, de coefficients de Poisson $\nu = 0.35$ et $\nu = 0.45$, lorsque la surface supérieure du milieu élastique est soumise à un surpoids égal à la saturation F_{sat} de la force F_z . On trace F_z/F_{sat} en fonction de $K_{el}\mu z/R$ où $F_{sat} = \rho g \pi R^3 / (2K_{el}\mu)$ est la valeur de saturation théorique atteinte par F_z . $z/R = 0$ correspond à la surface supérieure, libre de contraintes.

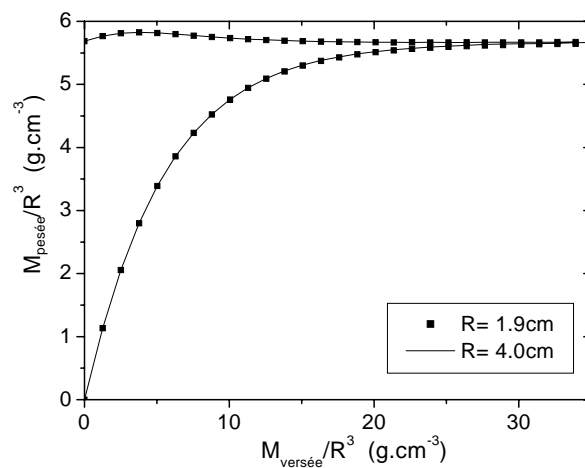


FIG. 6.20 – Etude de la mise à l'échelle avec le rayon de la colonne des simulations effectuées avec et sans surpoids. On trace $M_{pesée}/R^3$ en fonction de $M_{versée}/R^3$ pour $R = 1.9$ cm et $R = 4$ cm, pour un milieu élastique de coefficient de Poisson $\nu = 0.45$ et de coefficient de frottement aux parois $\mu = 0.5$.

Mise à l'échelle avec le rayon

Dernier élément vérifiable: la mise à l'échelle des résultats avec et sans surpoids avec le rayon. Celle-ci est parfaite pour les deux types de simulations, comme l'illustre la figure 6.20 pour les deux rayons extrêmes que nous utiliserons dans nos expériences ($R = 1.9$ cm et $R = 4$ cm).

6.4.3 Récapitulatif

Plusieurs prédictions de la théorie élastique sont observables expérimentalement.

Pour l'expérience sans surpoids, en faisant varier la friction aux parois, on doit observer, pour un même milieu, une constante de Janssen (déduite de la masse de saturation mesurée expérimentalement) plus forte pour un coefficient de friction plus grand.

Pour les expériences avec surpoids, on doit observer une croissance forte, quasi hydrostatique, de la masse pesée, suivie d'une décroissance lente vers la masse de saturation. Le maximum doit être d'autant plus haut que le coefficient de friction aux parois et le coefficient de Janssen mesuré sans surpoids sont élevés.

Le caractère élastique, donc elliptique, du milieu granulaire doit pouvoir être observé expérimentalement en comparant le profil de pression et la masse pesée au fond. Pour cela il faudrait disposer des capteurs de forces tout le long de la surface interne du cylindre. On songe également à des expériences à 2 dimensions dans lesquelles les forces internes sont visualisées par biréfringence et peuvent être comparées à la masse pesée par le fond; il faut cependant dans ce cas pouvoir disposer d'un système suffisamment grand pour qu'il se comporte éventuellement comme un milieu continu.

On attend alors une chute de pression à proximité du fond. De plus, le maximum des courbes avec surpoids sera plus important sur le profil lorsqu'on impose un surpoids égal à la force de saturation F_{sat} .

6.5 Discussion des résultats expérimentaux

Les résultats obtenus dans l'expérience sans surpoids, étant ajustables par le modèle de Janssen, le sont également par l'élasticité homogène isotrope: nous avons en effet montré que pour un coefficient de friction faible aux parois (0.25 comme dans l'expérience) les courbes de Janssen et d'élasticité sont indiscernables.

Nous avons montré de plus que lorsque le coefficient de friction aux parois augmente, l'élasticité prédit une courbe initialement plus raide et saturant plus brusquement. Cet effet est cependant indécélable expérimentalement pour les coefficients de frottement que nous avons utilisés (de 0.22 à 0.28). La superposition des trois courbes remises à l'échelle par M_{sat} obtenues pour des frictions différentes aux parois n'est donc pas discriminante. Pour faire de cet effet un test de l'élasticité, il faudrait travailler sur un tas ayant un coefficient de friction aux parois plus élevé (au moins 0.5).

Nous avons obtenu des coefficients de Janssen supérieurs à 1 ($K = 1.2 \pm 0.1$) pour les tas denses : ce résultat met en défaut l'élasticité homogène isotrope qui prédit que $K_{el} = \nu/(1 - \nu) \leq 1$. Nous avons certes vu que la constante élastique de redirection des forces, à cause de la présence d'un fond, est légèrement inférieure à la constante de Janssen déduite de la mesure de pression au fond. Mais pour un faible coefficient de friction aux parois, cet effet n'est pas suffisant pour expliquer la valeur observée pour le tas dense.

Nous avons commencé à étudier l'élasticité orthotrope. Dans ce cadre, il n'y a plus de limitation à la valeur de K_{el} . Nos recherches ne sont cependant pas suffisamment avancées pour nous permettre de conclure et faire des prédictions pour les expériences avec surpoids.

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus dans le cas de l'expérience avec surpoids ressemblent au premier abord aux prédictions élastiques : on observe une croissance quasi hydrostatique jusqu'à un maximum M_{max} suivie d'une décroissance lente de la masse pesée lorsqu'on augmente la hauteur de billes dans la colonne.

En outre, on retrouve expérimentalement toutes les caractéristiques prédites par l'élasticité. On constate que le comportement ne dépend pas du diamètre : les courbes se remettent à l'échelle par R^3 , conformément aux prédictions élastiques. De plus, on observe dans les simulations et dans l'expérience que la masse maximale pesée, relativement à la masse de saturation, est d'autant plus élevée que le tas est dense (donc que la constante de redirection des contraintes est élevée) et que le coefficient de friction aux parois est élevé.

En ce qui concerne l'accord quantitatif la figure 6.21 compare les résultats expérimentaux et la prédiction élastique ; les échelles verticales sont différentes, il s'agit donc d'une comparaison qualitative. On observe que l'évolution de $M_{pesée}$ en fonction de $M_{versée}$ est similaire dans les deux cas ; la masse $M_{versée}/M_{sat}$ pour laquelle on obtient le maximum de $M_{pesée}/M_{sat}$ est la même théoriquement qu'expérimentalement. Cependant, pour pouvoir comparer la forme des courbes, nous avons dû dilater l'échelle de la courbe élastique d'un facteur 30 par rapport aux résultats expérimentaux. L'élasticité homogène isotrope est donc inapte à prédire l'importance de M_{max} .

En résumé, l'élasticité homogène isotrope présente toutes les caractéristiques de dépendance avec le diamètre, la densité et la friction aux parois observées dans les expériences sans surpoids et prédit la valeur de la masse versée pour laquelle on observe le maximum de masse. L'élasticité semble donc un bon candidat pour décrire la mécanique des milieux granulaires. Cependant, pour obtenir un accord quantitatif sur le maximum de masse pesée il est nécessaire d'aller au-delà de ce premier modèle simple en étudiant en particulier les prédictions de modèles d'élasticité anisotrope.

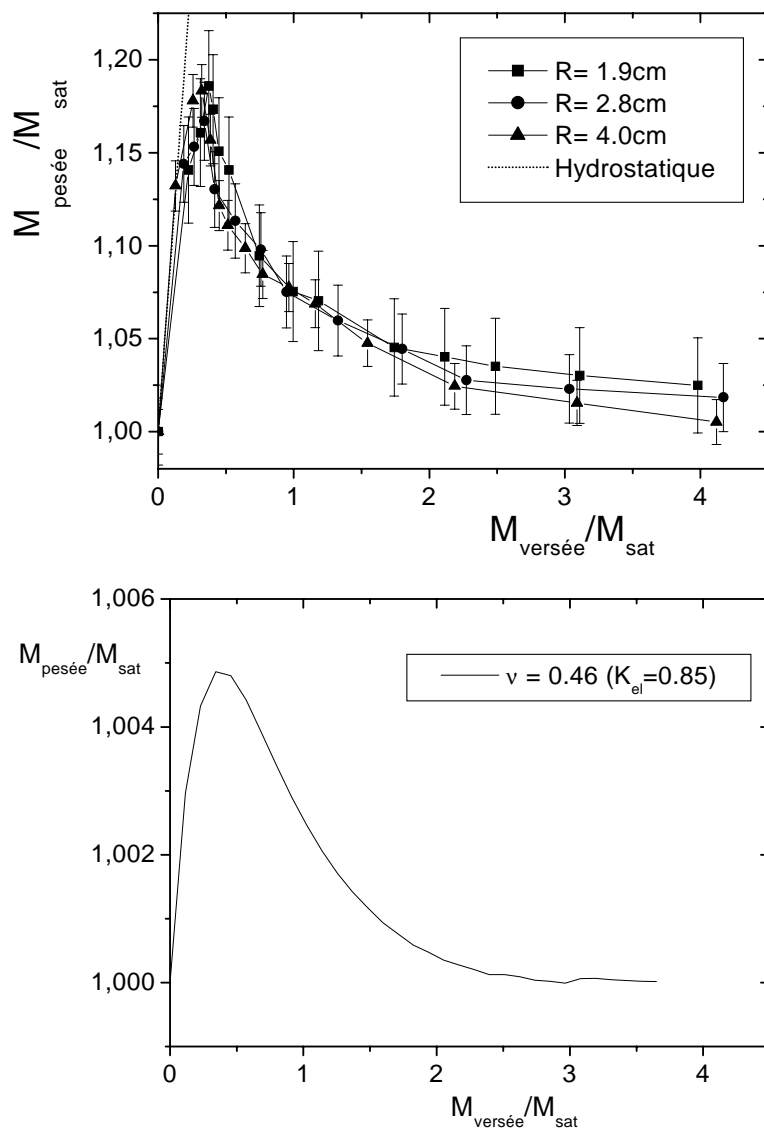


FIG. 6.21 – Masse pesée en fonction de la masse versée, remises à l'échelle par la masse de saturation, dans une expérience avec surpoids: comparaison avec l'élasticité. a) Courbe expérimentale, pour un tas lâche dans la colonne de friction moyenne. b) Simulation d'un milieu élastique ayant la même friction aux parois et caractérisé par la même masse de saturation. L'échelle verticale de la courbe b) est dilatée d'un facteur 30 par rapport à la courbe a); les échelles horizontales sont identiques.

Retour sur un paradoxe

Nous revenons sur le paradoxe expérimental énoncé en section 3.2, et qu'on retrouve dans les simulations élastiques : plus le poids du matériau observé par le fond est écranté de façon efficace par les parois, moins le surpoids est écranté.

Pour comprendre ce paradoxe, nous raisonnerons par souci de simplicité sur le profil de pression afin de s'affranchir des effets dus à la présence du fond.

La première chose à comprendre est la présence d'une bosse dans le profil de pression : pourquoi la pression n'est-elle pas égale à toute profondeur à la pression de saturation $p_{sat} = M_{sat}g/(\pi R^2)$?

Nous avons montré en section 6.2 que dans une colonne sans surpoids, on obtient pour les fortes profondeurs une valeur stationnaire de la contrainte verticale : $\sigma_{zz}(r,z) = -p_{sat}$ et du profil de déplacement :

$$u_z(r,z) = u_0 - \rho g(1 + \nu)/(2E)r^2 - z\rho gR(1 - \nu - 2\nu^2)/(2\mu_s\nu E) \quad (6.28)$$

Pour obtenir $\sigma_{zz}(r,z) = -p_{sat}$ pour tout z , il faudrait imposer en $z = 0$ les conditions aux limites stationnaires, soit : $u_z(r,z=0) = u_0 - \rho g(1 + \nu)/(2E)r^2$. Or, nous avons employé expérimentalement et dans nos simulations un surpoids beaucoup plus rigide que le matériau, ce qui impose un déplacement : $u_z(r,z=0) = cste$ qui est différent du profil parabolique stationnaire. L'existence d'une bosse dans le profil de pression est donc caractéristique d'un "régime transitoire" pour atteindre l'état stationnaire.

On peut néanmoins trouver deux limites pour lesquelles condition aux limites en $z=0$ et état stationnaire coïncident : lorsque ν et μ_s tendent vers 0, la composante parabolique du profil stationnaire devient négligeable. Dans ces deux cas, le profil de déplacement est essentiellement plat, on obtient donc $\sigma_{zz}(r,z) = -p_{sat}$ pour tout z , et la bosse disparaît du profil de pression.

La théorie élastique offre ainsi une explication au paradoxe expérimental qui nécessite la prise en compte des déformations dans le milieu granulaire. Il sera intéressant d'imposer une surcharge de même masse mais de module d'Young plus faible (si possible de l'ordre de celui du milieu granulaire) afin de confirmer ou d'infirmer cette proposition ; on s'attend alors, dans le cadre de l'élasticité, à une diminution du maximum M_{max} de la masse pesée $M_{pesée}$.

Chapitre 7

Conclusion

Le phénomène de saturation de la masse pesée en bas d'une colonne de grains est connu depuis 1884 [85]. Les expériences réalisées depuis révèlent des résultats dispersés [95] et n'ont pas permis de tester réellement le modèle proposé par Janssen en 1895 [53].

La méthode de mesure employée par Vanel [102] avait permis de définir les conditions d'obtention de résultats reproductibles : elles consistent à travailler sur un tas de densité contrôlée qui est au seuil de glissement aux parois. Nous avons cependant montré que cette méthode est imparfaite et nous avons redéfini une méthode plus rigoureuse. Le point essentiel est le contrôle de la friction aux parois : alors que dans [102] la friction aux parois après descente du piston, qui résultait d'un processus dynamique, était mal définie, nous identifions le point de mise en mouvement du piston comme notre point de mesure ; à cet instant le milieu granulaire se met en mouvement, on peut donc penser qu'on a atteint le seuil de Coulomb aux parois.

Notre méthode montre en outre que des mesures effectuées à la mise en mouvement après remplissage ou après descente courte (de 100 μm) sont différentes : le comportement mécanique du tas a été modifié par son mouvement. Ce résultat implique en particulier que s'il est possible de comparer les premiers points de glissement d'un tas avec et sans surpoids (les tas sont alors identiques), tel n'est pas forcément le cas après une descente du milieu : la structuration induite par le cisaillement pourra être différente dans les deux cas. Ce phénomène constitue un autre défaut de la méthode employée par Vanel [102]. Notre méthode assure une même structure pour tous nos tas lors de la mesure, qui est effectuée au premier point de glissement.

Reste un point délicat : nous ne disposons pas de preuve permettant d'affirmer que le tas bouge en bloc lors de la mise en mouvement du piston : la friction est-elle bien au bord du cône de Coulomb en tout point aux parois ? Ce point pourra être éclairci par une mesure du mouvement de la surface supérieure du milieu granulaire. De plus, nous avons observé des différences inexplicables de comportement à la mise en mouvement : certains tas fluent avant de se mettre en mouvement et le mouvement de stick-slip initial est différent pour un tas lâche et un tas dense. Peut-être ces

différences sont-elles caractéristiques d'états de friction différents aux parois ?

Les expériences menées sans surpoids nous ont permis de confirmer le résultat principal de Vanel [102] : la masse de saturation M_{sat} mesurée par le piston est d'autant plus faible que la densité est élevée. Dans les expériences avec et sans surpoids, nous avons remarqué que les résultats exprimant la masse pesée $M_{pesée}$ en fonction de la masse versée $M_{versée}$ se mettent à l'échelle par R^3 où R est le rayon du cylindre, ce qui constitue un premier test pour les théories de la statique des milieux granulaires (test en réalité peu discriminant).

Les expériences avec surpoids offrent un autre test crucial : on observe une croissance forte, quasi hydrostatique, suivie d'une décroissance lente de la masse pesée lorsqu'on augmente la hauteur de billes dans la colonne. Le maximum de $M_{pesée}$ se situe pour $M_{versée}/M_{sat} = 0.5 \pm 0.1$. La hauteur de ce maximum augmente lorsqu'on accroît la densité et le coefficient de friction ; on n'observe pas de variation de la position de ce maximum en termes de $M_{versée}/M_{sat}$, mais l'incertitude sur cette position est de 20%.

Nous avons constaté que l'élasticité, le modèle OSL, et le modèle de Janssen sont tous trois de bons candidats pour reproduire les résultats expérimentaux obtenus dans l'expérience de Janssen avec surface libre. Cela tient au fait qu'ils contiennent tous trois la notion de redirection des contraintes vers les parois, qui est l'élément mécanique essentiel pour permettre l'écrantage de la masse du milieu granulaire par les parois.

L'observation d'une constante de Janssen supérieure à 1 pour les tas denses indique que l'élasticité homogène isotrope ne peut décrire ces tas. Pour obtenir une constante élastique de redirection des contraintes supérieure à 1, il faut par exemple introduire une anisotropie.

Une différence entre résultats expérimentaux et courbe de Janssen avait été observée dans [102] : Vanel observait expérimentalement une dépendance hydrostatique initiale plus marquée de $M_{pesée}$ avec la hauteur de grains, qu'OSL pouvait ajuster ; ceci constituait un argument en faveur d'OSL. Cependant, ce phénomène est vraisemblablement dû à la méthode employée (friction aux parois mal définie), car notre méthode ne nous a jamais permis d'observer, dans la limite expérimentale, cette différence (nous verrons même dans la partie suivante qu'on peut observer une variation systématique du coefficient de Janssen avec la hauteur de billes qui a le comportement inverse).

Notre expérience réfute donc les résultats précédemment obtenus, et montre que les observations de l'expérience sans surpoids sont parfaitement ajustables par le modèle de Janssen et ne permettent pas de distinguer l'une ou l'autre des théories. Notons cependant que le q-model [20], qui prédit une mise à l'échelle en R^4 [77], est mis en défaut.

En revanche, on constate que la modification des conditions aux limites, en ajoutant un surpoids à la surface égal à la masse maximale M_{sat} supportée par le fond, induit de fortes différences de comportement entre les trois modèles. L'expérience

que nous avons effectuée constitue ainsi un test crucial pour permettre d'invalider ou non ces modèles.

Le modèle de Janssen, qui ne prédit aucune variation de la masse pesée $M_{pesée}$ avec $M_{versée}$ est mis en échec par cette expérience. Il convient peut-être de n'exiger de ce modèle qu'une description du silo sans surpoids. Il permet en effet un ajustement d'une qualité surprenante avec un seul paramètre qui semble encoder toute la physique du phénomène : la redirection des contraintes, qu'elle soit élastique, due à des voûtes, ou autre, est l'élément essentiel de l'écrantage des forces.

Nous avons constaté que le modèle OSL est inapte à reproduire les résultats observés : il existe génériquement plusieurs extremums de la masse pesée, et pour des paramètres permettant d'ajuster les expériences sans surpoids, la hauteur prédite du maximum de $M_{pesée}$ est insuffisante.

La théorie élastique prédit qualitativement tous les comportements étudiés : la dépendance de $M_{pesée}$ avec $M_{versée}$ a la même forme, le maximum de $M_{pesée}$ est d'autant plus important que la friction aux parois et le coefficient de Poisson (identifié de façon monotone à la densité) augmentent. Mais l'accord quantitatif est imparfait : si la position du maximum de $M_{pesée}$, en termes de $M_{versée}/M_{sat}$ est la même, la hauteur du maximum est en revanche bien moins importante qu'expérimentalement. Cette imperfection peut être imputable à la comparaison que nous avons faite avec l'élasticité homogène isotrope, alors que les milieux granulaires ont manifestement un comportement anisotrope [83] : dans les expériences de fonction de réponse effectuées par Reydellet [83], l'élasticité homogène isotrope ne pouvait rendre compte des résultats obtenus sur un tas dense ; une élasticité orthotrope semble en revanche en mesure d'ajuster les données expérimentales.

En outre, nous avons montré que, pour un milieu élastique, la pression décroît à proximité du piston : le profil de pression en fonction de la hauteur pour une colonne donnée ne sera donc pas équivalent à la courbe de masse pesée en fonction de la hauteur. Ainsi la saturation du profil de pression est celle que prédit Janssen avec $K = K_{el}$, tandis que la saturation M_{sat} de la masse pesée est plus basse ; cette différence est d'autant plus importante que le coefficient de friction aux parois est grand. Cet effet, lié à la nature elliptique de cette théorie, n'existe pas dans des théories hyperboliques comme OSL. Si notre milieu granulaire se comporte comme un milieu élastique en statique, comme semble l'indiquer notre expérience et celle de Reydellet [83], on doit pouvoir observer cet effet, ce qui est possible par exemple dans les expériences bidimensionnelles effectuées sur des disques biréfringents. Dans ce cas, on visualise le profil de pression et on doit être capable d'observer cette chute de pression à proximité du piston. Une autre possibilité consiste à observer la fonction de réponse dans l'expérience de Reydellet [83] avec un capteur (par exemple piézoélectrique) à l'intérieur du tas et un capteur au niveau du fond ; on attend en élasticité un profil de pression sous la surcharge plus large, pour un capteur à une même profondeur, si la pression est mesurée à l'intérieur du tas.

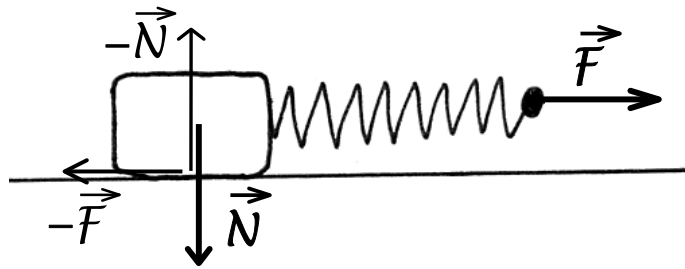
Deuxième partie

Rhéologie

Chapitre 1

Introduction à la rhéologie

Les expériences de friction solide sont toutes effectuées suivant le même principe [12, 79] : une force normale de contact N est imposée entre deux solides et ceux-ci sont mis en mouvement relatif. On mesure alors la force qu'il faut imposer pour permettre le mouvement.



La force maximale F_{max} qu'on doit imposer pour qu'un solide initialement au repos se mette à glisser permet de définir un coefficient de friction statique $\mu_s = F_{max}/N$. La force F qu'il faut exercer sur le solide pour le maintenir en mouvement permet de définir un coefficient de friction dynamique $\mu_d = F/N$. Les propriétés de ces coefficients de friction seront exposées dans le chapitre 2.

S'il n'y a pas de problème théorique à emmener un solide en glissement à vitesse constante en imposant la force souhaitée, qui compense la force de frottement dynamique, cette force est imposée expérimentalement par l'intermédiaire d'un dispositif de raideur finie, et le couplage entre le système étudié et le dispositif expérimental peut conduire à l'instabilité du glissement : c'est le mouvement de stick-slip, mouvement par à-coups qui est étudié dans le chapitre 6 et dont un exemple est donné en annexe 4.

Ce phénomène constitue l'explication des tremblements de terre : le mouvement relatif des plaques tectoniques est un mouvement de stick-slip, chaque glissement correspond à un tremblement de terre [64, 91, 100].

En pratique le cisaillement entre deux plaques tectoniques s'effectue par l'intermédiaire de la gouge, composée des produits d'abrasion de ces plaques. Ceci motive

des études en laboratoire de friction entre deux roches entre lesquelles on insère un milieu granulaire [64]. On observe des propriétés de friction différentes suivant qu'on cisaille les deux roches par l'intermédiaire d'un milieu granulaire ou non. Certains résultats de géophysique seront exposés dans les chapitres 2 et 6.

De fait, les milieux granulaires ont un comportement rhéologique plus riche que de simples solides : il y a à la fois friction entre grains [2, 3, 4, 5, 22] et friction aux parois [57], glissement et roulement des grains [56], et le milieu a tendance à se dilater sous cisaillement [16, 39, 62, 63, 73, 97]. Il peut donc y avoir une forte interaction entre les propriétés mécaniques et les propriétés de friction.

Une question fondamentale concernant les écoulements lents des milieux granulaires est l'interaction entre propriétés locales (friction interne, chaînes de force) et propriétés rhéologiques macroscopiques du milieu.

Différentes géométries sont employées pour étudier cette rhéologie : cisaillement plan [39, 62, 72, 73] (et par exemple [97] pour une étude numérique), cisaillement plan en géométrie annulaire [16, 63], cellule de Couette [50, 66, 70, 96]. Les résultats de certaines de ces études seront détaillés en chapitres 2 et 6 ; mentionnons cependant qu'un lien entre propriétés rhéologiques et dilatance du milieu granulaire a été observé [39, 62, 63, 96, 97]. Des tentatives de sondes locales du cisaillement, à l'instar de la mécanique des fluides, ont été effectuées [2, 3, 4, 5, 22] : il s'agit d'étudier la rhéologie d'un bâton dans un milieu granulaire. Albert et al. [4] ont vérifié que les propriétés mesurées sont indépendantes de la friction entre les billes et le bâton : la rhéologie du bâton dépend uniquement des propriétés mécaniques et de friction du milieu granulaire. Un changement de comportement est observé lorsque le bâton est proche des parois [4] : cet effet est expliqué par les auteurs par l'interaction entre le bâton et les parois par l'intermédiaire de chaînes de forces.

En utilisant la même géométrie de confinement que dans la première partie, on doit pouvoir observer l'effet sur la rhéologie d'un milieu granulaire de ces chaînes de forces, dont on attend qu'elles s'appuient sur les parois pour s'opposer à la poussée. Une motivation de notre étude est d'étudier l'interaction entre propriétés mécaniques et propriétés de friction aux parois, et notre objectif est de dissocier leurs effets sur la rhéologie du milieu granulaire.

Kolb et al. [57] ont étudié la dynamique d'un milieu granulaire dans la même géométrie confinée que nous mais à deux dimensions. Le résultat principal de cette étude est que les propriétés de rhéologie sont radicalement différentes suivant la friction des billes : si le mouvement de stick-slip est régulier avec des billes d'acier monodisperses, le mouvement de stick-slip observé dans le cas de billes d'aluminium monodisperses mais fortement frottantes est très irrégulier avec de temps en temps de grands événements de glissement caractérisés par une large réorganisation du tas (mouvements convectifs aux parois).

Après un chapitre introductif à la tribologie, nous nous intéresserons au système le plus simple possible, constitué de billes d'acier monodisperses peu frottantes. Pour pouvoir distinguer propriétés mécaniques et friction aux parois, nous étudierons

le coefficient de friction de nos matériaux (chapitre 4). Nous caractériserons les propriétés mécaniques de notre système, puis nous étudierons l'évolution de la force de résistance à la poussée avec la vitesse (chapitre 5). L'influence de l'humidité sur la statique commence à être comprise (chapitre 2), nous verrons qu'il est nécessaire d'étudier également cet effet sur la dynamique de notre système. Nous analyserons ensuite la transition de notre système du régime de glissement vers l'instabilité de stick-slip (chapitre 6). Ce n'est qu'une fois ce système bien caractérisé que nous ébaucherons une étude de l'influence de la friction et de la polydispersité sur les propriétés rhéologiques (chapitre 7).

Avant toute étude, nous allons retracer les résultats classiques de tribologie pour mieux comprendre la phénoménologie que nous observerons par la suite.

Chapitre 2

Tribologie

Nous allons tout d'abord caractériser la nature des contacts entre deux solides. Puis nous retracerons les résultats expérimentaux principaux concernant la friction des solides et des milieux granulaires. Nous verrons que certaines propriétés sont à peu près générales, comme le vieillissement logarithmique de la friction statique, mais qu'il est délicat d'en déduire des prédictions sur le comportement de notre système car de nombreux comportements particuliers sont également observés.

2.1 Contact entre deux solides

Il sera utile pour notre étude d'évaluer les déformations et l'aire de contact pour un contact sphère/sphère (bille/bille) ou sphère/plan (bille/paroi). Pour une étude détaillée on consultera l'ouvrage de Johnson [54].

2.1.1 Contact de Hertz

Pour des surfaces en contact parfaitement lisses, le calcul a été effectué par Hertz dans le cadre de l'élasticité homogène isotrope, dans l'approximation des petites déformations.

On trouve les expressions suivantes pour le rayon de contact a , l'enfoncement relatif δ (voir figure 2.1), et la pression de contact maximale p_0 en fonction de la force normale N , du rayon de courbure relatif R et du module d'Young réduit E^* :

$$a = \left(\frac{3NR}{4E^*}\right)^{1/3} \quad (2.1)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \left(\frac{9N^2}{16RE^{*2}}\right)^{1/3} \quad (2.2)$$

$$p_0 = \left(\frac{6NE^{*2}}{\pi^3R^2}\right)^{1/3} \quad (2.3)$$

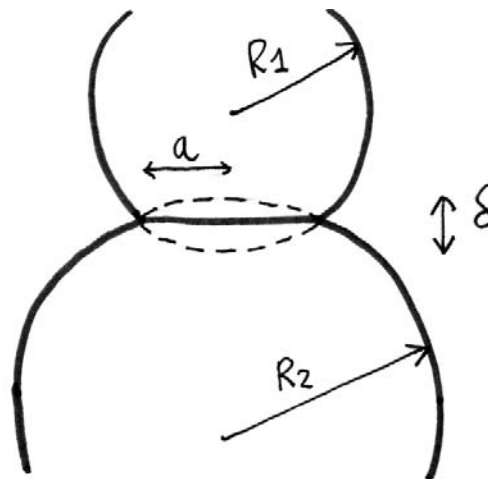


FIG. 2.1 – Schéma d'un enfoncement de Hertz

où E^* est défini par

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2.4)$$

où E_1 , E_2 et ν_1 , ν_2 sont les modules d'Young et coefficients de Poisson des deux matériaux en contact.

La pression de contact à une distance r du centre du contact s'écrit :

$$p = p_0 \left(1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right)^{1/2} \quad (2.5)$$

Nous observons que pour un contact de Hertz l'aire de contact est proportionnelle à $N^{2/3}$.

2.1.2 Interface multicontacts

Si maintenant une surface est rugueuse, il n'y a plus un seul contact continu pour une faible charge de contact mais de nombreux petits contacts séparés : on obtient alors une interface multicontacts.

Aire réelle de contact

En pratique, Greenwood et Williamson [43, 44] ont considéré le contact entre des surfaces rugueuses ayant une distribution de hauteurs de sommets gaussienne d'écart-type σ ; ils ont fait l'hypothèse que chaque aspérité possède une courbure κ , et que deux aspérités en contact forment un contact de Hertz. Lorsqu'on incrémente la force, l'enfoncement de Hertz des aspérités en contact augmente, les surfaces se rapprochent, et de nouveaux contacts entre aspérités se créent. On trouve finalement que l'aire de contact réelle $A_{réelle}$ entre les deux surfaces rugueuses en contact

est proportionnelle à la charge normale de contact N . Greenwood et Williamson trouvent :

$$A_{réelle} = \pi^{1/2} (\sigma \kappa)^{-1/2} \left(\frac{N}{E^*} \right) \quad (2.6)$$

Pour aboutir à ce résultat, le caractère statistique de la surface est essentiel ; avec deux surfaces sinusoïdales en contact on obtiendrait $A_{réelle} \propto N^{2/3}$. Ici, chaque contact a une aire $\propto N^{2/3}$, mais de nouveaux contacts apparaissent en plus quand on augmente la force, ce qui accroît plus fortement l'aire totale de contact.

S'il y a peu de contacts, ceux-ci vont subir une pression importante et se plastifier : c'est l'interprétation de Bowden et Tabor de la loi $A_{réelle} \propto N$. Ainsi, en incrémentant progressivement la force normale entre les deux surfaces en contact, des aspérités entrent en contact, forment un contact de Hertz, puis atteignent le seuil plastique : les aspérités s'écrasent alors, les surfaces se rapprochent et forment de nouveaux contacts, et ainsi de suite.

Dans ce cas, la proportionnalité entre aire réelle de contact et force normale découle en réalité du fait que la plupart des aspérités en contact sont plastifiées avec une pression de contact égale à la dureté H [54, 79] : ainsi l'aire réelle de contact peut s'écrire $A_{réelle} = N/H$, quelle que soit la distribution des contacts¹.

Coefficient de frottement

Conséquence de cette dépendance : la force de résistance au frottement solide est proportionnelle à la force normale. En effet, si on suppose qu'il y a glissement entre les deux solides lorsque le cisaillement τ aux contacts atteint le seuil de rupture τ_0 constant [12, 79], alors la force de frottement solide pour la mise en mouvement est

$$F = \tau_0 A = (\tau_0/H) N \quad (2.7)$$

Un seuil de rupture τ_0 constant peut s'interpréter comme une contrainte due à l'adhésion entre aspérités [12] ; il ne peut excéder le seuil de rupture du matériau le moins résistant [79]. Cette proportionnalité entre force tangentielle et force normale est largement vérifiée expérimentalement [12, 79] ; pour la friction entre deux solides, $\mu = \tau_0/H$ est une constante qui ne dépend que des propriétés mécaniques des matériaux.

2.2 Frottement d'un monocontact

Nous n'avons pas de référence générale sur le frottement d'un monocontact. Si en pratique deux solides en contact forment généralement une interface multicontacts, l'étude des propriétés de friction d'un contact unique est cependant importante pour comprendre localement les propriétés de friction.

1. Indépendamment du modèle, l'inégalité $A_{réelle} \geq N/H$ est toujours vérifiée.

Pour des expériences récentes, on consultera par exemple [37, 38]. Les expériences effectuées par Gauthier et al. [37, 38] montrent que le coefficient de frottement apparent entre une pointe en diamant et une surface en PMMA, mesuré expérimentalement comme le rapport entre force tangentielle et force normale, est supérieur au coefficient de frottement local (défini comme le rapport entre cisaillement et pression de contact) lorsqu'on quitte le régime élastique. Cet effet est identifié comme un effet géométrique : dans le régime élastique, le contact est symétrique, et on mesure le coefficient de friction local. Lorsqu'on quitte le régime élastique, l'asymétrie de la géométrie du contact induit une force de résistance supplémentaire due à la composante tangentielle de la résultante de la pression de contact (voir figure 2.2).

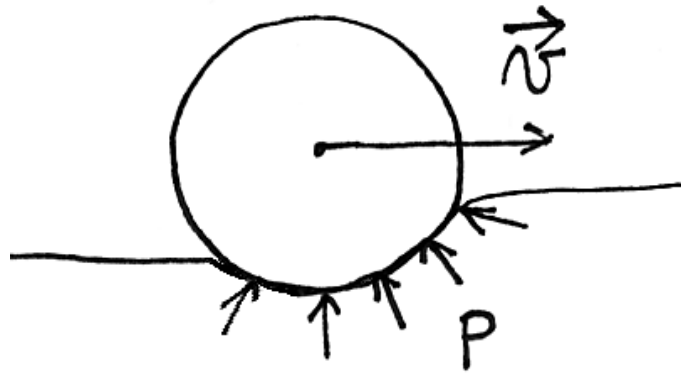


FIG. 2.2 – *Asymétrie de contact en régime élastoplastique.*

Une décomposition du frottement en un terme de “frottement vrai” (local) et un terme de frottement d’obstacle en régime plastique (il y a alors un front de matière à creuser) avait déjà été proposée [67]. Gauthier et al. montrent que dans le régime élastoplastique, il faut considérer toute la géométrie de contact : alors qu’en régime plastique, on considèrerait uniquement un écoulement frontal de matière, dans le régime élastoplastique, pour les polymères, les auteurs montrent que la rayure est accompagnée d’un relâchement élastique dans la partie dorsale du contact. On voit cet effet sur la figure 2.2. Il est nécessaire de prendre en compte la contribution de cette partie dorsale du contact au frottement d’obstacle afin d’extraire du coefficient de friction mesuré expérimentalement le coefficient de friction local.

2.3 Friction des interfaces multicontacts

La littérature scientifique abonde en études des interfaces multicontacts. Nous en exposons dans cette section les comportements génériques.

Comme nous l'avons vu précédemment, la propriété la plus remarquable que possède une interface multicontacts est que la force de friction qu'elle subit ne dépend pas de la surface apparente de contact mais seulement de la charge normale qu'elle subit. La force de mise en glissement s'écrit :

$$F = \mu_s N \quad (2.8)$$

où μ_s est le coefficient de frottement statique entre les deux surfaces en contact, caractéristique de l'interaction des matériaux, indépendant de la charge et de la surface apparente de contact. Cette loi, énoncée pour la première fois au XVI^e siècle par de Vinci, se vérifie pour un grand nombre de matériaux, et peu s'en éloignent [12, 79]; cependant il existe un contre-exemple notoire : le téflon qui vérifie plutôt $F = \mu_s N^{0.85}$ (ce résultat a été observé sur 10 décades de charge normale [79]).

Lorsqu'on maintient deux interfaces en glissement l'une par rapport à l'autre, elles opposent une force de friction qui est toujours proportionnelle à la charge normale :

$$F = \mu_d N \quad (2.9)$$

où μ_d est appelé coefficient de friction dynamique. Pour tous les matériaux, à basse vitesse, $\mu_d < \mu_s$; il faut fournir une force plus importante pour mettre un objet en mouvement que pour le maintenir en mouvement.

Nous allons maintenant décrire les principales propriétés de ces deux coefficients μ_s et μ_d .

2.3.1 Vieillessement des interfaces multicontacts

Le coefficient de frottement statique dépend du temps durant lequel le solide est resté immobile : plus un solide est resté longtemps immobile à un endroit, plus il est difficile de le mettre en mouvement. Ce phénomène a été largement observé [9, 12, 79]. La dépendance généralement admise avec le temps d'attente est logarithmique (figure 2.3) :

$$\mu_s = \mu_s^0 + \alpha \ln\left(1 + \frac{t_{attente}}{\tau}\right) \quad (2.10)$$

Dieterich [26] a observé les contacts entre deux surfaces de plastique acrylique, et entre deux surfaces de verre (la lumière transmise à travers les échantillons est réfractée à l'interface entre les surfaces sauf aux contacts). Il a ainsi montré que l'aire des contacts croît au cours du temps et que de nouveaux contacts se forment également (figure 2.4). L'augmentation relative d'aire mesurée au seuil de Coulomb est logarithmique avec le temps de contact, et est quantitativement identique à l'augmentation relative de la friction statique.

Les conditions expérimentales propres d'obtention d'une telle loi sont délicates. Il a été remarqué par Berthoud et al. [9] que pour obtenir de façon reproductible un vieillissement logarithmique, il est important de se placer au repos à cisaillement constant ; le coefficient de vieillissement α de l'équation (2.10) est d'autant plus élevé

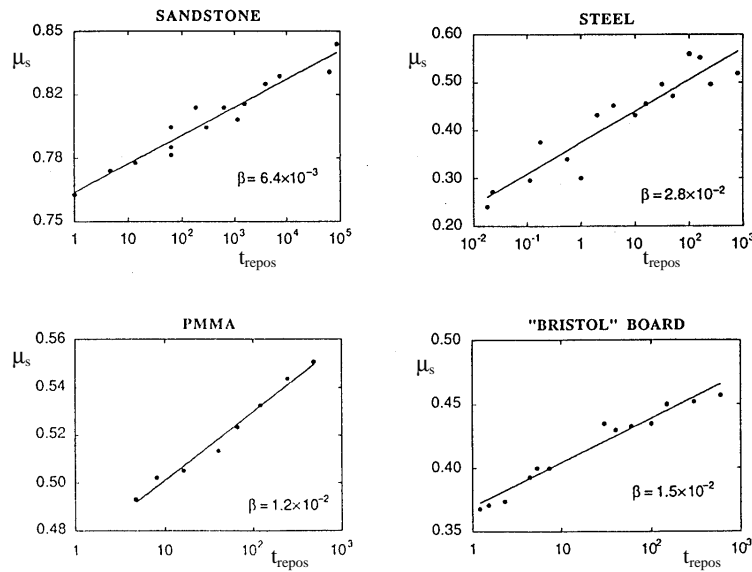


FIG. 2.3 – Coefficient de friction statique μ_s en fonction du temps de repos t_{repos} avant la mise en mouvement pour divers matériaux (courbe extraite de [8]) : grès (résultats de [28]), acier (résultats de [29]), PMMA, et bristol. Les coefficients β et les droites viennent d'un ajustement des données par une loi $\mu_s = \mu_0 + \beta \ln t_{\text{repos}}$.

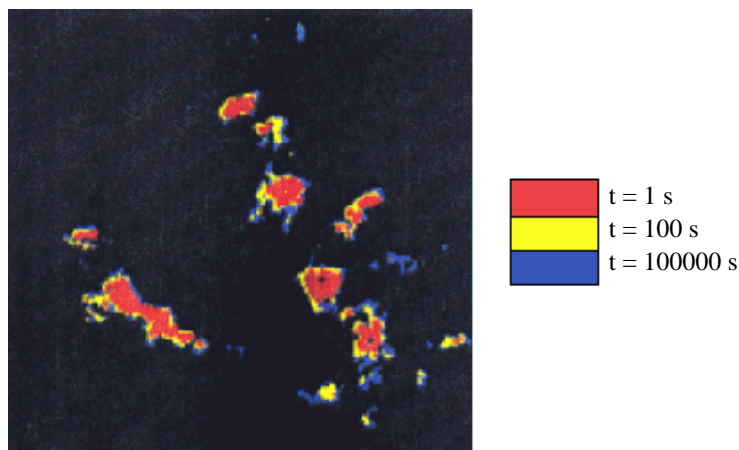


FIG. 2.4 – Aire de contact entre deux surfaces de plastique acrylique en fonction du temps de contact pour 1 s, 100 s, et 10000 s. Image extraite de [26].

que le cisaillement au repos est fort. De plus, comme nous allons le voir maintenant, il peut être important, même si les avis divergent encore sur ce point, de se placer à humidité contrôlée.

2.3.2 Influence de l'humidité sur le vieillissement

Coulomb, au XVIII^e siècle, avait remarqué que le vieillissement dépendait de l'humidité. Ce n'est que depuis quelques années que cette dépendance est étudiée de façon approfondie.

Dieterich et Conrad [27] ont observé la disparition du phénomène de vieillissement dans le frottement roche/roche à humidité nulle (sous atmosphère d'argon), mais ils obtiennent un niveau de friction plus élevé en atmosphère sèche qu'humide.

L'influence de l'humidité sur le vieillissement de différentes interfaces multicontacts a été étudiée par Crassous et al. [21]; il a été observé que l'importance du vieillissement (quantifiée par le paramètre α de l'équation (2.10)) peut dépendre fortement de l'humidité: α croît avec le taux d'humidité pour certains matériaux (bristol, verre). Cependant, l'humidité ne semble pas être le seul facteur à intervenir dans le vieillissement puisque le téflon vieillit de la même façon quel que soit le taux d'humidité. (Notons cependant que ces expériences n'ont pas été menées en atmosphère sèche pour étudier si le vieillissement y persiste.)

Deux explications du phénomène de vieillissement coexistent. La première explication fait intervenir le fluage [9]: en effet, on a vu que dans le modèle communément admis d'interface multicontacts, les aspérités en contact sont au seuil de plasticité. Elles fluent donc, et en s'appuyant sur les lois de fluage observées dans les tests de compression uniaxiale (loi d'Eyring²), Berthoud et al. [9] trouvent que l'aire de contact des aspérités, donc le coefficient de frottement statique, croît logarithmiquement avec le temps de fluage (notons que ce calcul n'inclut pas l'apparition de nouveaux contacts). Cette hypothèse est testée dans [9] par l'observation d'une corrélation entre la variation du coefficient de friction du PMMA sur PMMA, et du polystyrène sur polystyrène, avec la profondeur d'indentation dans ces matériaux lorsque le temps de contact augmente; on observe que l'augmentation logarithmique du coefficient de friction et celle de la profondeur d'indentation (donc de l'aire d'indentation) sont les mêmes à température ambiante.

Ce modèle n'explique pas la dépendance avec l'humidité, mais rien n'empêche les caractéristiques mécaniques (donc le comportement de fluage) de dépendre de l'humidité. En particulier, Westbrook et Jorgensen [105] ont montré que la dureté mesurée lors de tests d'indentation, sur des minéraux cristallins, diminue avec l'humidité: le fluage sera donc dans ce cas d'autant plus important en atmosphère humide. Cette observation, couplée au modèle de vieillissement assisté par fluage,

2. La loi d'Eyring exprime le taux de déformation $\dot{\epsilon}$ en fonction de la charge normale σ : $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \exp(\sigma/\sigma_0)$.

offre une explication purement mécanique du phénomène de vieillissement et de sa dépendance avec l'humidité. Il faut rester prudent quant à la généralisation de cette observation à tous les matériaux : il est probable que les minéraux cristallins étudiés dans [105] soient poreux et présentent ainsi une plus forte dépendance des propriétés mécaniques avec l'humidité que les métaux ou le verre pour lesquels le vieillissement peut néanmoins dépendre fortement de l'humidité.

Une deuxième explication fait intervenir l'humidité seule [1, 11, 81]. De l'eau peut se condenser entre deux aspérités lorsque celles-ci sont suffisamment proches, d'une distance h inférieure à une distance critique H_c , pour que cette condensation soit favorable énergétiquement, créant ainsi une force d'adhésion qu'il faut vaincre pour séparer les aspérités et mettre les solides en mouvement relatif. La condensation capillaire est un processus activé thermodynamiquement : il faut franchir une barrière énergétique correspondant au coût de la condensation lorsque la pression de vapeur est inférieure à la pression de vapeur saturante [11]. Ce phénomène induit une quantité d'eau condensée, donc une force d'adhésion, qui augmente avec le temps, et d'autant plus rapidement que l'humidité relative est élevée (barrière énergétique plus petite), ainsi qu'observé expérimentalement.

Une variante de ce modèle fait intervenir la cinétique de propagation des ponts capillaires [81, 82]. La condensation s'effectue instantanément au niveau des aspérités en contact ; les ponts capillaires ainsi formés se propagent pour mouiller les aspérités qui sont éloignées d'une distance $h < H_c$ (la condensation y représente un gain énergétique). Les endroits où les aspérités sont éloignées de $h > H_c$ temporisent cette propagation, et la temporisent d'autant plus que h est élevé. Le franchissement de ces "défauts" est un processus activé, suivant le même principe que dans le modèle de Bocquet et al. [11].

Restagno [81] trouve ainsi une force d'adhésion :

$$F_{adh} = F_{adh}^0 \left(1 + \frac{\alpha_0}{\ln(ps_{at}/p_{vap})} \log \frac{t_{attente}}{\tau} \right) \quad (2.11)$$

La dépendance du coefficient de vieillissement $\alpha \propto 1/\ln(ps_{at}/p_{vap})$ est en accord correct avec les résultats de Crassous et al. [21], évoqués précédemment. Mais ceci n'explique pas le résultat de Dieterich et Conrad [27] qui observent une disparition du vieillissement mais une augmentation du niveau de friction lorsqu'ils se placent en atmosphère sèche ; cette expérience a cependant été faite sur une roche, qui était probablement poreuse donc sensible à d'autres phénomènes liés à l'humidité.

2.3.3 Ponts capillaires

Il est utile d'introduire les ordres de grandeur associés aux ponts capillaires afin que cette explication éclaire réellement le rôle de l'humidité sur la friction statique.

La condensation de liquide entre deux surfaces se traduit par un gain d'énergie de surface et une perte d'énergie volumique. La compétition entre ce gain et cette

perte implique l'existence d'une distance minimale d'approche d_{min} entre les deux surfaces pour qu'il y ait effectivement gain d'énergie donc condensation :

$$d_{min} = -2r_K \frac{\gamma_{SV} - \gamma_{SL}}{\gamma_{LV}} \tag{2.12}$$

où γ_{SV} , γ_{SL} , γ_{LV} sont les tensions de surface solide-vapeur, solide-liquide, et liquide vapeur. r_K est le rayon de Kelvin, autrement dit le rayon du ménisque du pont capillaire pour que les équilibres chimique et mécanique soient réalisés entre la phase liquide et la phase vapeur. r_K s'écrit :

$$r_K = \frac{\gamma_{LV}}{(\rho_L - \rho_V)(\mu - \mu_{sat})} \tag{2.13}$$

où ρ_L , ρ_V sont les masses volumiques du liquide et de la vapeur, et μ , μ_{sat} les potentiels chimiques de l'état métastable et de l'état saturé en vapeur. Dans le cas de l'eau, on obtient la figure 2.5.

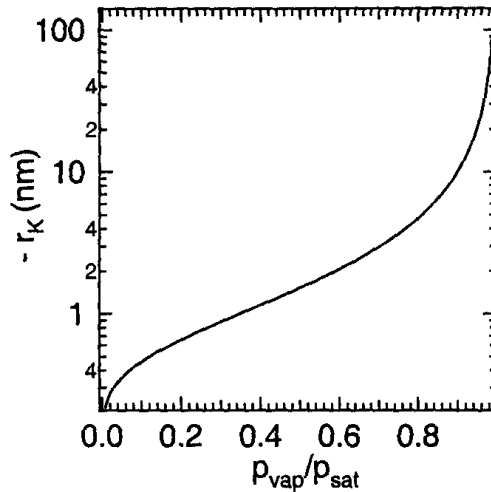


FIG. 2.5 – Rayon de Kelvin en fonction de l'humidité relative pour l'eau à 298 K. Courbe théorique extraite de [82].

Pour les humidités ambiantes (40%), r_K est de l'ordre de 1 nm. Par la suite nous travaillerons également en atmosphère sèche (< 3%) où r_K vaut quelques Å, et humide (90% d'humidité) où r_K vaut 10 nm.

Le calcul de la force d'adhésion entre deux sphères lisses de rayon R donne

$$F_{adh} = 2\pi R\gamma_{SV} \tag{2.14}$$

On peut en calculer l'ordre de grandeur pour les billes d'acier de 1.5 mm de diamètre : $F_{adh} = 0.3$ mN qu'on peut comparer au poids d'une bille $P = 0.16$ mN. Dans ce cadre, une bille d'acier devrait pouvoir supporter le poids de deux autres billes par la

seule force d'adhésion. Il faut remarquer également que cette force est indépendante de l'humidité relative et de la quantité de liquide. Enfin, l'énergie de surface solide-air est plus élevée du fait de l'adsorption de molécules d'eau, ce qui devrait conduire à une adhésion plus forte en atmosphère sèche. Tous ces éléments contredisent de nombreux résultats expérimentaux [11, 21, 45, 82].

Il faut en réalité faire intervenir la rugosité des surfaces pour comprendre ce phénomène : seules les aspérités en contact, ou proches d'une distance inférieure à la distance d_{min} de l'équation (2.12), de l'ordre du nm , vont être mouillées et contribuer à l'adhésion entre les surfaces. L'augmentation de l'humidité relative conduit à l'augmentation du rayon de Kelvin donc à l'accroissement de la distance minimale d'approche entre aspérités pour qu'il y ait mouillage ; il y a alors davantage d'aspérités en contact par ponts capillaires donc une force d'adhésion plus importante. On retrouve alors pour la force d'adhésion la formule (2.11). On peut donc s'attendre à un comportement différent entre une interface multicontacts et un monocontact.

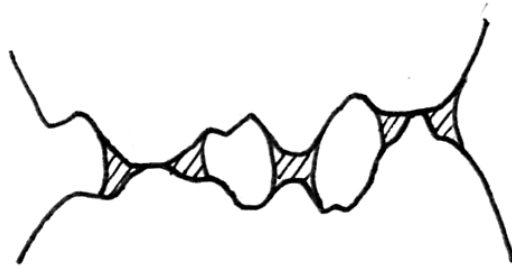


FIG. 2.6 – Condensation d'eau dans une interface multicontacts.

Le rapport avec la friction n'est pas direct. Si on applique une force de contact N :

$$F = \mu(N + F_{adh}) = \mu_{eff}N \quad (2.15)$$

où $\mu_{eff} = \mu(1 + (F_{adh}/N))$ sera le coefficient qu'on mesure réellement expérimentalement. Il est en fait indépendant de la charge normale N puisque pour une interface multicontacts la surface réelle de contact, donc la surface mouillée, est proportionnelle à N ; donc F_{adh} , qui est proportionnelle à l'aire mouillée, est proportionnelle à N .

2.3.4 Propriétés dynamiques d'une interface multicontacts

Lorsqu'un solide est mis en mouvement et entraîné à vitesse constante, on constate qu'après une certaine distance de glissement qui dépend des matériaux (de l'ordre de quelques μm) le frottement atteint une valeur stationnaire qui permet de définir

un coefficient de frottement dynamique μ_d à la vitesse considérée [7]. La valeur de μ_d dépend de la vitesse d'entraînement. A basses vitesses, on constate la plupart du temps que cette dépendance est logarithmique avec la vitesse; dans ce régime μ_d peut croître ou décroître lorsque la vitesse augmente; mais, pour les plus basses vitesses, μ_d croît lorsque la vitesse décroît pour tendre vers μ_s à vitesse nulle. A de plus hautes vitesses (au-delà du mm.s^{-1}), on observe généralement une augmentation linéaire de μ_d avec la vitesse; on obtient alors un frottement analogue à un frottement visqueux.

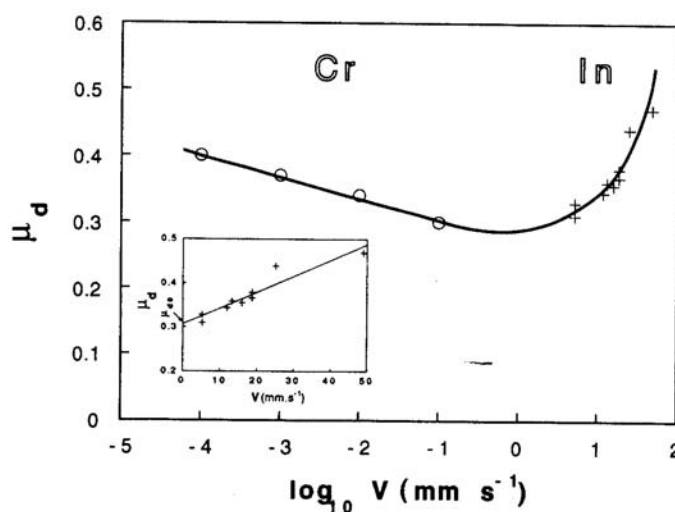


FIG. 2.7 – Coefficient de friction dynamique μ_d en fonction de la vitesse d'entraînement V en régime de glissement stationnaire, pour la friction bristol-bristol. Courbe extraite de [47].

Nous n'avons pas connaissance d'étude systématique de la variation du coefficient de frottement dynamique avec l'humidité. Dieterich et Conrad [27] ont observé cependant que ce coefficient est plus élevé en atmosphère sèche pour la roche étudiée (Eureka Quartzite), et que la dépendance avec la vitesse peut être différente selon l'humidité: ils observent un coefficient de frottement dynamique qui décroît avec la vitesse en atmosphère ambiante, alors qu'il croît avec la vitesse en atmosphère sèche. En revanche l'effet d'une variation brusque de la vitesse (voir ci-après) est inchangé. Il faut cependant une fois de plus être prudent quant à la généralisation pour des matériaux plus traditionnels (métaux, verre, PMMA) de résultats obtenus par des géophysiciens sur des roches: celle-ci sont probablement poreuses, et on a vu plus haut que Westbrook et Jorgensen [105] ont trouvé des propriétés mécaniques différentes suivant le taux d'humidité pour des minéraux cristallins.

2.3.5 Modèle de Dieterich-Ruina

On peut toujours définir un coefficient de frottement μ dans des conditions non stationnaires (par exemple lors de la mise en mouvement ou d'un changement de vitesse). Pour caractériser μ , on peut étudier son évolution de sa valeur $\mu_d(V_1)$ à $\mu_d(V_2)$ lorsqu'on passe brusquement d'une vitesse de glissement V_1 à une vitesse V_2 . Le comportement générique de ce régime transitoire est le suivant (figure 2.8), pour un solide dont le coefficient de frottement en régime dynamique stationnaire diminue avec la vitesse : à $t = 0$, $\mu = \mu_d(V_1)$; au moment du saut de vitesse, μ croît brusquement puis décroît sur quelques μm pour atteindre sa nouvelle valeur stationnaire $\mu_d(V_2)$; les autres cas sont représentés sur la figure 2.8.

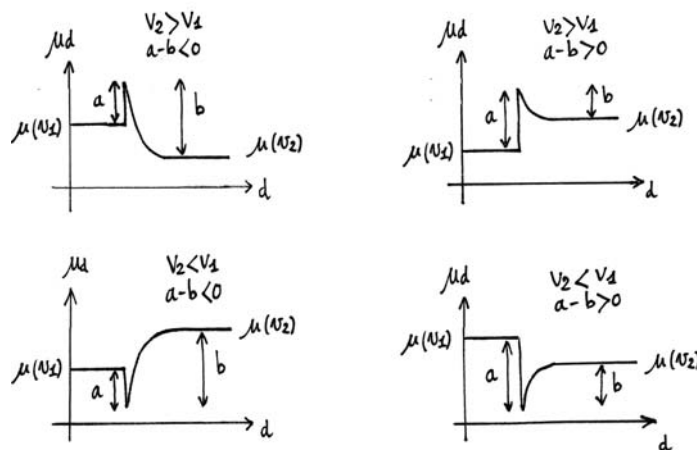


FIG. 2.8 – Evolution du coefficient de friction avec la distance de glissement lorsqu'on passe brusquement d'une vitesse d'entraînement V_1 à une vitesse V_2 . Quatre cas sont étudiés suivant la valeur respective des vitesses, et la valeur respective des coefficients de frottement en glissement stationnaire. Les coefficients a et b correspondant au modèle de Dieterich-Ruina sont indiqués.

On peut faire une tentative de modèle d'un coefficient de friction unique qui vérifie ces trois propriétés : vieillissement logarithmique en statique, variation logarithmique avec la vitesse en dynamique stationnaire, et réponse à un incrément de vitesse. C'est ce que propose le modèle de Dieterich-Ruina (issu des travaux de Dieterich [25] et Ruina [88]), qui exprime le coefficient de friction sous la forme :

$$\mu = \mu_0 + a \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + b \ln \frac{V_0 \theta}{D} \quad (2.16)$$

où θ vérifie³

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{\theta V}{D} \quad (2.17)$$

μ_0 , a , b , et D sont des constantes caractéristiques des matériaux en contact. D s'interprète comme une distance caractéristique de renouvellement des contacts et est de l'ordre de grandeur de la distance de fluage en statique avant la mise en mouvement [47]. En régime dynamique stationnaire $\theta = V/D$ et s'interprète comme un temps caractéristique de renouvellement des contacts. Pour une discussion approfondie, on consultera [7, 9].

Cette expression vérifie

$$d\mu_s/d \ln(t) = b \quad (2.18)$$

$$d\mu_d/d \ln(V) = a - b \quad (2.19)$$

L'étude de la statique et de la dynamique nous donne donc les paramètres a et b du modèle de Dieterich-Ruina ; pour vérifier qu'un coefficient de friction suit bien ce modèle, on peut effectuer une troisième expérience indépendante en étudiant le régime transitoire lorsqu'on change brusquement la vitesse d'entraînement du patin de V_1 à V_2 .

On passe alors dans ce cadre d'un coefficient de friction $\mu_d(V_1) = \mu_0 + (a-b) \ln(V_1/V_0)$ à $\mu_d(V_2) = \mu_0 + (a-b) \ln(V_2/V_0)$ en régime stationnaire.

Juste avant le changement de vitesse, à $t = 0_-$, $\mu_d = \mu_d(V_1)$, et $\theta = V_1/D$. Donc juste après le changement de vitesse, à $t = 0_+$, θ ne change pas de valeur et on a :

$$\mu_d = \mu_0 + a \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right) + b \ln\left(\frac{V_0\theta}{D}\right) = \mu_0 + a \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right) + b \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right) \quad (2.20)$$

μ_d passe donc brusquement de $\mu_d(V_1)$ à $\mu_d(V_1) + a \ln(V_2/V_1)$. On peut donc lire directement la valeur de a ou b sur la courbe de variation du coefficient de friction avec la vitesse (voir figure 2.8).

La valeur de θ après l'instant $t = 0$ est quant à elle :

$$\theta(t) = \frac{D}{V_2} + \left(\frac{D}{V_1} - \frac{D}{V_2}\right) \exp\left(-\frac{V_2 t}{D}\right) \quad (2.21)$$

On remarquera ainsi que le temps caractéristique τ du régime transitoire pour atteindre le régime stationnaire $\mu_d = \mu_d(V_2)$, tel que $\theta = D/V_2$, est $\tau = D/V_2$. Il faudra donc que le système de mesure ait un temps de réponse plus faible pour effectivement observer cet effet de changement brusque de la vitesse sur le coefficient de friction.

3. Il existe d'autres modèles d'équations pour θ , dont certains sont exposés par Ruina [88].

2.4 Résultats expérimentaux dans les milieux granulaires

En ce qui concerne les milieux granulaires, plusieurs types d'études de friction sont possibles : on peut étudier l'influence de l'évolution du coefficient de friction entre billes sur le comportement d'un tas de sable (par exemple l'angle d'avalanche) [11, 82] ; on peut également tenter de définir une sonde locale de cisaillement [2, 3, 4, 5, 22], à l'instar de ce qui se fait en mécanique des fluides ; enfin, on peut mesurer un coefficient de friction macroscopique, rapport F/N de la force F s'opposant au cisaillement et de la force normale N lors du cisaillement plan [39, 62, 72, 73] ou annulaire [16, 63] d'un milieu granulaire. Les géophysiciens [64, 71] s'interrogent quant à eux sur la modification des propriétés de frottement entre deux solides quand on les sépare par un milieu granulaire ; la friction est là encore toujours définie comme rapport de la force de cisaillement et de la force de contact, bien que les solides ne soient pas réellement en contact.

2.4.1 Angle d'avalanche

Les expériences de Bocquet et al. [11] et Restagno [82], en tambour tournant, avec des billes de verre de $200 \mu\text{m}$, étudient l'angle de départ d'avalanche en fonction du temps de vieillissement entre 2 avalanches et de l'humidité. Ils constatent que cet angle augmente avec le temps de repos t_{repos} :

$$\tan \theta = \tan \theta_0 + \alpha \ln(t_{\text{repos}}) \quad (2.22)$$

Expérimentalement, on remarque que l'angle d'avalanche θ est souvent proche de l'angle de frottement ϕ des constituants élémentaires du matériau granulaire (voir première partie, section 1.2), défini par $\tan \phi = \mu_s$ où μ_s est le coefficient de frottement statique entre constituants. Ce vieillissement de l'angle d'avalanche est donc interprété en termes de vieillissement du coefficient de friction statique. De plus, Restagno [82] observe que le vieillissement est d'autant plus important que l'humidité est forte. Le coefficient de vieillissement α (de l'équation (2.10)) extrait des données expérimentales présente une variation avec l'humidité qui est en bon accord avec la théorie [82] exposée plus haut (section 2.3.2, équation (2.11)).

Notons que le vieillissement n'a lieu que si le tas était au repos à un angle non nul ; pour un repos à angle nul, autrement dit pour un cisaillement moyen nul, il n'y a pas de vieillissement ce qui rejoint le résultat de Berthoud et al. [9] pour la friction solide.

2.4.2 Cisaillement de milieux granulaires

Le cisaillement plan de matériaux granulaires a été étudié par Nasuno et al. [72, 73], Géminard et al. [39] et Losert et al. [62], pour un milieu constitué de

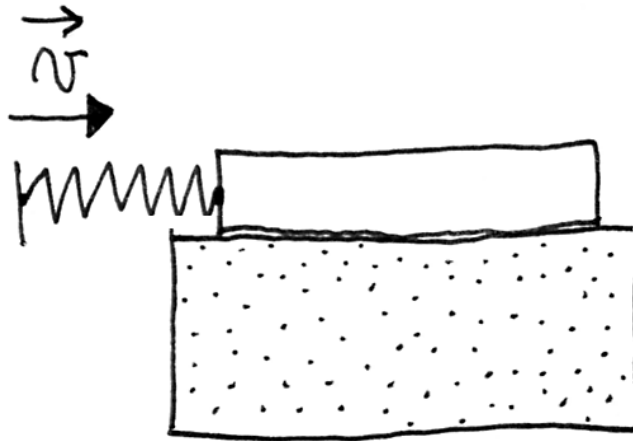


FIG. 2.9 – Schéma d'un cisaillement plan de milieu granulaire.

billes de verre de $100\ \mu\text{m}$ de diamètre. Un patin est emmené en mouvement sur la surface supérieure du milieu granulaire (figure 2.9) ; une couche de billes est collée à la surface du patin afin d'éviter que le mouvement se fasse par simple glissement du patin. La grandeur mesurée est la force de résistance au cisaillement F , ce qui permet de définir, en fonction de la charge normale N appliquée, un coefficient de friction du milieu granulaire $\mu = F/N$.

La phénoménologie est proche de celle obtenue pour la friction solide/solide. On observe un mouvement de stick-slip à basse vitesse, et au-delà d'une vitesse de l'ordre du $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ un régime de glissement continu caractérisé par un coefficient de friction dynamique μ_d qui semble indépendant de la vitesse d'entraînement. Lors de la mise en mouvement du tas, on observe un fluage [72, 73]. Il s'agit cependant ici d'un fluage à l'échelle des grains (des mouvements de grains sont observables), tandis que le fluage obtenu dans les expériences de friction solide [47] est de l'ordre de la taille d'un contact.

On observe également un vieillissement du coefficient de friction statique. Ce phénomène n'est obtenu que si le matériau vieillit sous cisaillement [62], rejoignant ainsi les résultats obtenus en tambour tournant [9, 82]. Le coefficient de frottement vieillit de façon inhabituelle : relativement lent jusqu'à environ 3000 s, le vieillissement devient plus rapide au-delà (figure 2.10).

Certaines observations ont été effectuées pour un milieu granulaire immergé [39, 62] afin de faire disparaître les ponts capillaires. Ce procédé n'a pas éliminé le vieillissement de la friction statique [62], ce qui montre que, dans les milieux granulaires du moins, la formation de ponts capillaires n'est pas suffisante pour expliquer le phénomène de vieillissement.

Notons qu'aucune étude de la friction des grains seuls n'a été menée dans ces

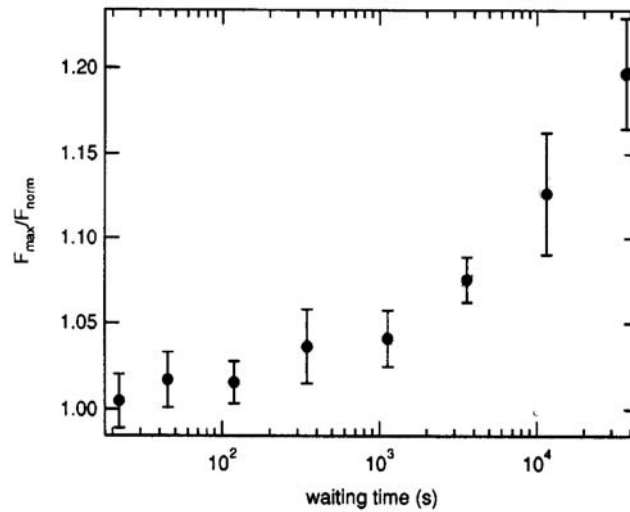


FIG. 2.10 – Force maximale F_{max} atteinte avant la mise en mouvement en fonction du temps d'attente pour le cisaillement plan d'un milieu granulaire constitué de billes de verre de $100 \mu m$. Courbe extraite de [62].

expériences ; il est donc difficile de savoir dans quelle mesure ces observations sur la dynamique et le vieillissement sont liées à la nature granulaire du système.

2.4.3 Gouge granulaire

Lorsque deux plaques tectoniques sont en mouvement l'une par rapport à l'autre, il y a abrasion et un matériau granulaire constitué de débris de roche, la gouge, apparaît entre les deux plaques.

Afin de comprendre la dynamique des plaques tectoniques, les géophysiciens effectuent donc des expériences de deux types en laboratoire : soit ils simulent une gouge en insérant un milieu granulaire entre deux roches [64, 71] ; soit ils laissent l'abrasion lors de la friction roche/roche générer la gouge [64, 71]. Les différences principales entre ces deux méthodes concernent les propriétés de surface des roches (rugosité) et les débris (distribution de tailles) : dans le premier cas, ces paramètres sont contrôlés par l'expérimentateur, dans le second par le processus d'abrasion. Le point délicat pour extrapoler ensuite ces résultats expérimentaux aux phénomènes observés pour les plaques tectoniques est la différence d'échelle entre le système en laboratoire et le système réel.

Marone [64] effectue des expériences de frottement roche/roche, et des expériences de frottement roche/gouge/roche ; c'est cette comparaison qui fait la force des résultats obtenus. Le coefficient de friction a un comportement compatible avec des lois de type Dieterich-Ruina dans les deux cas. Marone constate cependant que les propriétés de frottement peuvent changer radicalement (voir figure 2.11) : ainsi pour

tous les matériaux étudiés, le coefficient de friction roche/roche décroît avec la vitesse tandis qu'il croît pour le coefficient de friction roche/gouge/roche quelle que soit l'épaisseur de cette gouge.

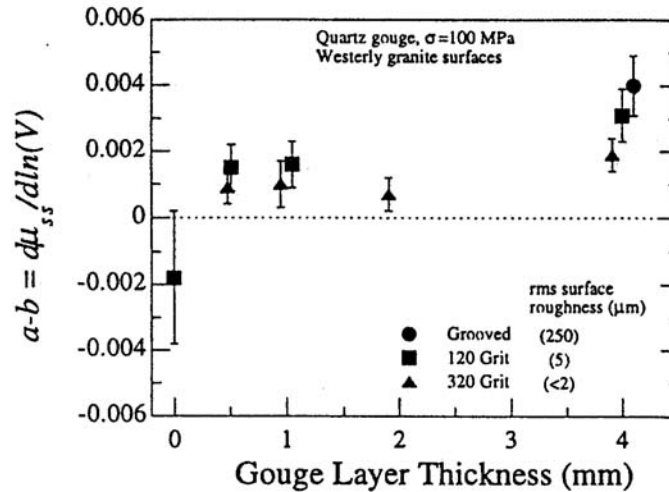


FIG. 2.11 – Paramètre $(a-b) = d\mu_d/d(\ln V)$ de dépendance du coefficient de friction dynamique en régime stationnaire avec la vitesse, en fonction de l'épaisseur de la gouge de quartz entre deux blocs de granite. La notation $(a-b)$ réfère aux paramètres du modèle de Dieterich-Ruina. Courbe extraite de [64].

Nakatani [71] observe un phénomène étrange pour la friction granite/gouge/granite, avec une gouge simulée constituée de particules de 1 à 150 microns, d'épaisseur 200 à 500 microns : il n'y a quasiment pas de vieillissement de la friction statique, mais il y a en revanche une augmentation de celle-ci lorsqu'on diminue la contrainte de cisaillement pendant le temps d'attente. Ce phénomène d'augmentation de la friction statique quand le cisaillement au repos diminue est contradictoire avec les observations de [9, 62, 82].

De plus, lorsque la gouge a été générée par l'abrasion des roches, le coefficient de frottement dynamique dépend de l'histoire statique précédente : le coefficient de friction dynamique μ_d en glissement stationnaire est d'autant plus élevé que le cisaillement appliqué pendant le temps de repos avant mise en mouvement était faible.

Ces résultats montrent que les milieux granulaires présentent des comportements de friction étranges qu'il est tentant d'attribuer à la nature granulaire du système. Cependant ces résultats sont rarement comparés aux résultats de friction solide des constituants élémentaires du matériau granulaire, ce qui rend toute conclusion délicate.

Chapitre 3

Dispositif

Le dispositif expérimental est similaire à celui utilisé en statique.

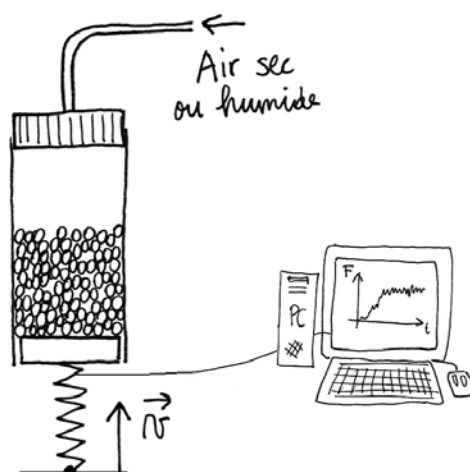


FIG. 3.1 – Schéma du dispositif expérimental de rhéologie.

Le matériau granulaire est versé dans un cylindre vertical clos à son extrémité inférieure par un piston amovible qui ne frotte pas sur les parois. Le piston est couplé à une platine de translation verticale par une poutre dont la déformation nous donne la force qu'exerce le milieu granulaire sur le piston. La platine de translation est motorisée pour emmener l'ensemble en mouvement à vitesse contrôlée. La colonne est laissée à l'air libre ou soumise à un léger flux d'air d'humidité contrôlée.

3.1 Dispositif de poussée

3.1.1 Matériaux employés

Nous avons utilisé trois types de cylindres : un cylindre en duralumin (AU4G) brut de fonderie, un cylindre en laiton usiné au tour, et un cylindre en plexiglas abrasé intérieurement par un brassage de billes de roulement. Ces cylindres ont un diamètre $d = 36 \pm 0.05$ mm, et une hauteur de 40 cm.

Nous avons employé deux types de billes : des billes de roulement monodisperses en acier chromé NEGOTEC, de diamètre $d = 1.588 \pm 0.001$ mm, et de masse volumique $\rho = 7.8 \text{ g.cm}^{-3}$; des billes de verre PROLABO légèrement polydisperses (10% sur le diamètre) de trois diamètres différents : 1.5 mm, 2 mm et 3 mm. Il y a donc 24 billes d'acier dans un diamètre de colonne.

Les caractéristiques mécaniques de ces matériaux seront détaillées dans le chapitre 4.

3.1.2 Platine de translation

Nous avons utilisé une platine de translation MICRO-CONTROL UT100, de 15 cm d'excursion, dont le déplacement est assuré par un moteur pas à pas qui effectue des pas de 100 nm. Nous employons ce moteur pour entraîner le système à des vitesses variant entre 5 nm.s^{-1} et $100 \mu\text{m.s}^{-1}$. On voit bien ici cependant qu'il peut être délicat de parler de vitesse constante : lorsqu'on dit par exemple qu'on impose une vitesse de 100 nm.s^{-1} , le moteur avance en réalité de 100 nm pendant un temps court (à une vitesse supérieure à $100 \mu\text{m.s}^{-1}$) puis s'arrête une seconde avant de repartir. Nous verrons que pour des faibles valeurs, la vitesse jouera le rôle de paramètre de contrôle d'un temps d'attente.

Nous avons cependant obtenu des résultats surprenants en friction solide (voir chapitre 4) : quand on impose une vitesse moyenne de 10 nm.s^{-1} à la platine de translation, le patin semble se comporter comme s'il avançait à cette vitesse de 10 nm.s^{-1} . Ce phénomène reste pour l'heure inexpliqué. Ce dispositif est par ailleurs couramment employé en friction solide (par exemple Heslot et al. [47] utilisent une platine ayant les mêmes caractéristiques pour emmener un patin en glissement jusqu'à des vitesses de 10 nm.s^{-1}).

3.1.3 Système de mesure

Nous employons une poutre SCAIME EP-2 limitée à une charge de 2 kg, et un conditionneur de signal SCAIME CMJ-LE. La poutre est identique à celle employée dans le dispositif de statique ; son principe de fonctionnement est expliqué dans la première partie.

On étalonne la poutre en tension avec des masses calibrées ; la force F mesurée par la poutre s'exprime en fonction de la tension mesurée u : $F = 1.958 \pm 0.001 u$.

On peut ensuite étalonner la poutre en déplacement. On bloque l'extrémité du

piston ; on impose ensuite plusieurs déplacements successifs de $\Delta x = 50 \mu\text{m}$ en montée puis en descente. On observe la variation de force ΔF mesurée par la poutre pour chaque déplacement. On en déduit la raideur $k = \Delta F / \Delta x$. On trouve $k = 37050 \pm 150 \text{ N.m}^{-1}$. Ainsi chaque pas de 100 nm correspond à un incrément de force de 3.7 mN.

Le temps de réponse du conditionneur de signal est de 1 ms ; l'acquisition des mesures s'effectue donc à une fréquence maximale de 1 kHz, ce qui limite l'utilisation de ce dispositif pour mesurer la vitesse d'un pas de moteur. La gamme de mesure est de 10 V en tension, soit 20 N en force, avec un bruit électronique d'acquisition de 5 mV soit 10 mN en force. La fréquence d'acquisition sera bien entendu adaptée en fonction de la vitesse de poussée, en particulier pour l'observation de phénomènes périodiques.

Le diamètre du piston est inférieur à celui de la colonne pour éviter la friction, mais l'interstice doit être inférieur à un quart de diamètre de bille pour prévenir tout blocage. Ces conditions limitent la gamme des raideurs de poutres utilisables dans notre dispositif : en effet, la longueur de la poutre est de 10 cm, celle du piston également, et on souhaite que le mouvement horizontal du piston soit inférieur à 0.4 mm ; pour une poutre soumise à un effort de 10 N, qui est l'ordre de grandeur des forces qu'on veut observer, la composante horizontale de la déflexion sera inférieure à 0.4 mm si la raideur est supérieure à 25000 N.m^{-1} . Pour éviter le frottement du piston, il faut en outre que le déplacement de la platine ne le dévie pas de l'axe du cylindre. On effectue donc un centrage à l'aide de deux platines de translation horizontale micrométriques, et on règle la verticalité à l'aide d'une platine de rotation.

3.1.4 Conditions atmosphériques

La mesure de température s'effectue à l'aide d'une sonde de platine. L'expérience a été menée dans une pièce de température stable autour de 20°C tout au long de l'année : la variation constatée sur l'année est de 2°C , et de 0.5°C sur une journée. Cette variation n'est en fait pas complètement négligeable car, à cette température, une variation de 1°C correspond à une variation de la pression de vapeur saturante de l'ordre de 7%. On pourra donc distinguer les corrélations éventuelles entre les résultats expérimentaux et l'humidité relative de celles entre ces mêmes résultats et la température.

La mesure du taux d'humidité ambiant, à l'extérieur de la colonne, est effectuée à l'aide d'un hygromètre ELCOWA, constitué d'un élément poreux dont l'impédance varie avec le taux d'humidité. Il y a d'autant plus d'eau condensée dans les pores que le taux d'humidité est élevé. Chaque pore peut-être représenté par une capacité et une résistance en parallèle ; la condensation d'eau favorise la conduction et diminue la résistance du pore, tandis que la présence d'eau augmente la perméabilité donc la capacité du pore. La mesure d'impédance est traduite en une tension qui varie linéairement avec l'humidité. L'incertitude absolue sur la mesure d'humidité est de 3%.

3.2 Contrôle de l'humidité

Devant la non-reproductibilité de nos premiers résultats, nous avons été obligé par la force des choses de prendre en compte l'humidité.

Nous avons donc réalisé un dispositif permettant de contrôler le taux d'humidité dans notre expérience.

3.2.1 Dispositif

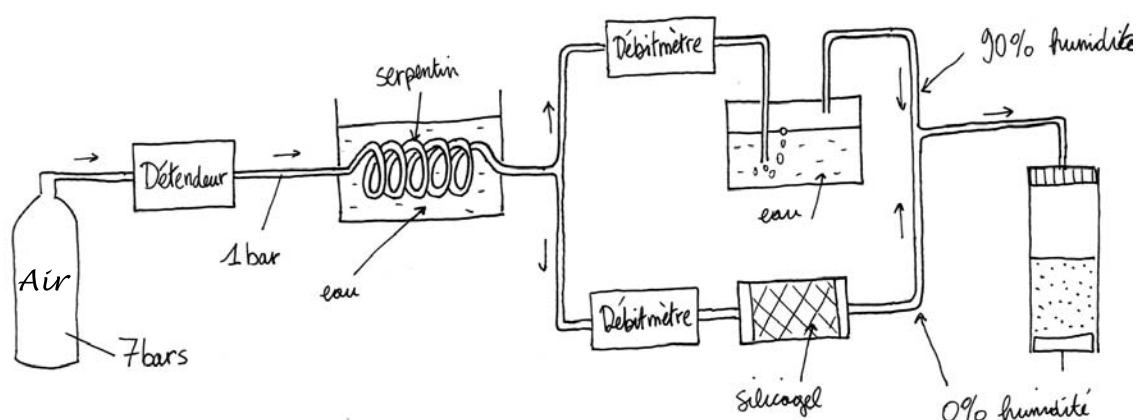


FIG. 3.2 – Dispositif de contrôle d'humidité.

L'air comprimé à 7 bars est décompressé à 1 bar. Lors de la détente il se refroidit, c'est pourquoi on le fait circuler dans un serpentin en cuivre immergé dans de l'eau à température ambiante. Il est ensuite envoyé dans deux circuits distincts dans lesquels le débit est contrôlé par des débitmètres à vanne pointeau permettant de contrôler des débits de 2 à $250 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$. Dans le premier circuit, l'air est asséché par du gel de silice et se retrouve ainsi à une humidité $< 3\%$ (limite de l'hygromètre). Dans le deuxième circuit, on fait barboter l'air dans de l'eau pour l'humidifier ; on atteint ainsi un taux d'humidité de 90% (un deuxième barbotage serait nécessaire pour approcher les 100%). Ensuite, on peut mélanger l'air provenant de ces deux circuits pour obtenir le taux d'humidité souhaité en choisissant les débits relatifs entre les deux circuits. On injecte enfin cet air d'humidité contrôlée en haut de la colonne.

Par la suite, dans les expériences de poussée, il n'y a plus de mesure de contrôle effectuée dans la colonne, l'hygromètre étant disposé à l'extérieur du dispositif. Il nous faut donc vérifier la reproductibilité et la stabilité de notre procédure de production d'air à humidité contrôlée.

3.2.2 Procédure

La plupart des expériences ont été faites à humidité ambiante, et les résultats ont été classés en fonction du taux d'humidité.

En pratique nous n'avons utilisé le dispositif de contrôle d'humidité que pour imposer les deux taux d'humidité extrêmes et comparer les résultats en atmosphère sèche, ambiante, et humide (90%).

Les mesures d'humidité pour contrôler le dispositif sont effectuées dans la colonne.

Nous avons constaté que le temps de mise à l'équilibre du système à un taux d'humidité $< 3\%$ ou de 90% à partir de l'humidité ambiante est de 10 minutes lorsqu'on impose un fort flux (5 l.min^{-1}). Il est difficile de dire si ce temps de mise à l'équilibre est le temps de réponse de l'hygromètre (temps d'assèchement ou de condensation dans les pores); il faut aussi prendre en compte les phénomènes d'absorption ou de désorption dans tout le système (tuyauterie, colonne) lors de l'imposition d'un nouveau taux d'humidité à l'équilibre. Pour préparer les systèmes, nous avons donc d'abord imposé un fort flux (5 l.min^{-1}) pendant 15 minutes, afin d'atteindre le taux d'humidité souhaité, puis les expériences sont effectuées à faible flux de façon à imposer une légère surpression pour maintenir le taux d'humidité souhaité: 250 ml.min^{-1} ce qui correspond à une vitesse de l'air du haut vers le bas du cylindre de 3 mm.s^{-1} . Nous avons ensuite vérifié la stabilité à 1% en valeur absolue des valeurs imposées ($< 3\%$ et 90%) sur 5 jours, lorsque le flux de 250 ml.min^{-1} est conservé.

Cette valeur de 250 ml.min^{-1} n'est pas choisie au hasard: si on impose un flux moindre, le taux d'humidité en régime stationnaire n'a pas la même valeur. Par exemple, lorsqu'on a imposé un taux d'humidité $< 3\%$ à l'aide d'un fort flux, celui-ci remonte à 7% à l'équilibre lorsqu'on diminue le débit à 150 ml.min^{-1} .

Ce flux est soumis à une autre limitation: il ne doit pas perturber la rhéologie du milieu granulaire. Nous avons vérifié qu'à cette pression, le comportement du granulaire n'est pas perturbé par le flux d'air, en arrêtant ce flux et en étudiant le comportement sur le temps pour lequel le taux d'humidité reste inchangé (une minute si on bouche l'extrémité supérieure de la colonne). Pour des débits de l'ordre du l.min^{-1} on constate que le flux d'air induit un changement sur le signal de force observé. Ces phénomènes sont étudiés sur la figure 3.3.

Atmosphère sèche

La mise en atmosphère sèche a toujours été assimilée instantanément par le milieu granulaire: le signal de force est immédiatement modifié (figure 3.3).

La figure 3.3 nous montre en outre que si un débit de 5 l.min^{-1} modifie le signal de force, le signal de force pour un débit de 250 ml.min^{-1} est le même qu'après arrêt du flux. Dans cette expérience, effectuée en glissement à $16 \mu\text{m.s}^{-1}$, la force de résistance à cette vitesse en atmosphère ambiante (40%) est $10.1 \pm 0.1 \text{ N}$; elle passe

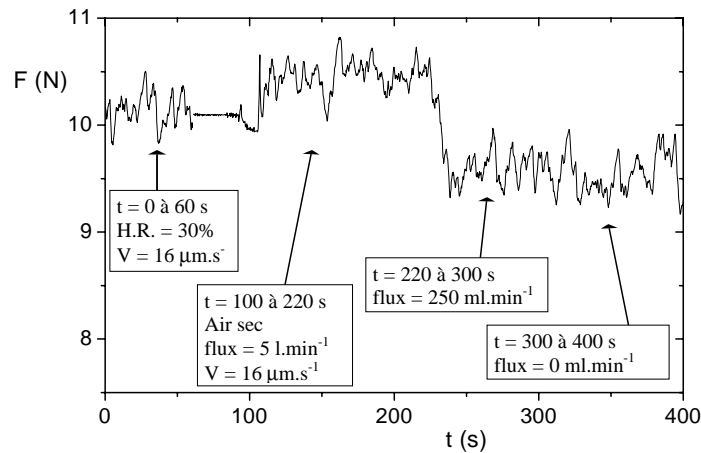


FIG. 3.3 – Evolution de la force de résistance à la poussée d'une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans un tube en laiton lorsqu'on établit un flux d'air sec. La vitesse de poussée est de $16 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. A $t=100 \text{ s}$, on établit un flux d'air sec de débit $5 \text{ l}\cdot\text{min}^{-1}$; à $t=220 \text{ s}$ on diminue le débit à $250 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$; à $t=300 \text{ s}$ on coupe le flux d'air sec en gardant le haut de la colonne clos.

à $10.5 \pm 0.1 \text{ N}$ lorsqu'on impose un flux d'air sec de $5 \text{ l}\cdot\text{min}^{-1}$. Lorsqu'on diminue le débit d'air sec à $250 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$, la force passe à $9.5 \pm 0.1 \text{ N}$; cette force n'est pas changée lorsqu'on coupe le flux. Un débit de $5 \text{ l}\cdot\text{min}^{-1}$ augmente donc dans ce cas la force exercée sur le piston de 1 N.

Nous avons observé que la force reste stationnaire sur des longs temps (jusqu'à 5 jours), indépendamment de la vitesse d'entraînement imposée au milieu granulaire.

Atmosphère humide

La mise en atmosphère humide n'a pas révélé de phénoménologie unique : sur certaines expériences, le signal a été instantanément modifié pour rester à sa valeur stationnaire sur de longs temps (jusqu'à 5 jours) ; pour d'autres expériences, on a vu le signal de force évoluer sur trois heures au maximum avant d'atteindre un état stationnaire. Un exemple est montré sur la figure 3.4 ; on y observe une augmentation de 20% de la force de résistance à la poussée (de 11 N à 13 N) à une vitesse de $16 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en une heure et demie. Nous avons fait varier la vitesse sur cette courbe pour montrer que cette augmentation est progressive, indépendamment du fait que le granulaire soit en glissement ou en régime de stick-slip.

Au bout de trois heures de glissement au maximum après l'établissement du flux, nous avons toujours observé que la force était stationnaire ; de même, si le milieu granulaire est au repos lorsqu'on établit le flux, et qu'on attend au minimum

3 heures avant de le mettre en mouvement, la force de résistance à la poussée est instantanément stationnaire. Cette stationnarité de la force a été vérifiée jusqu'à 5 jours, indépendamment de la vitesse d'entraînement.

Ainsi, pour assurer la mise en atmosphère contrôlée de nos tas et obtenir un état stationnaire, nous avons toujours attendu un minimum de 5 heures après l'établissement du flux avant d'effectuer nos expériences.

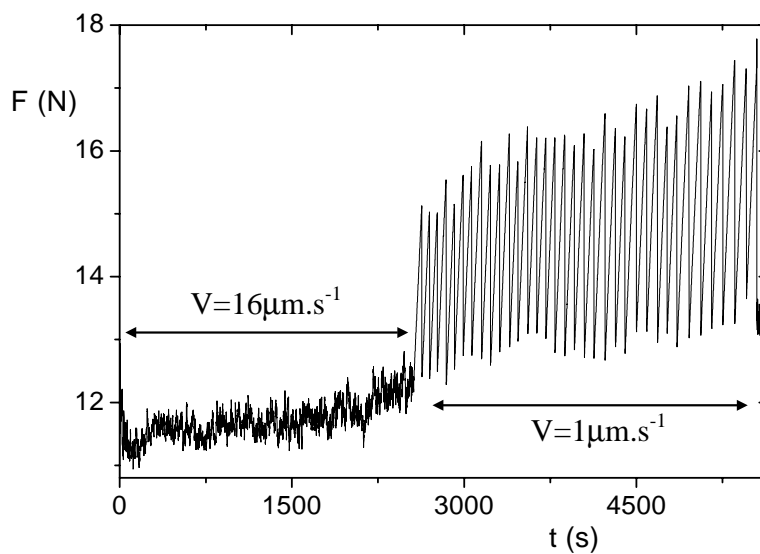


FIG. 3.4 – Evolution de la force de résistance à la poussée au cours du temps pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans un tube en dural, à 90% d'humidité, pour deux vitesses d'entraînement: $16\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $1\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Chapitre 4

Caractéristiques tribologiques des matériaux employés

Nous présentons en détail dans ce chapitre les caractéristiques des matériaux que nous avons utilisés. Nous montrerons tout d'abord une topographie de chacun de ces matériaux. Puis nous caractériserons les contacts entre ceux-ci en fonction de la force normale de contact.

Nous avons employé principalement des billes de roulement en acier dopé au chrome monodisperses de 1.588 mm de diamètre. Pour d'autres expériences, des billes de verre de 1.5, 2, 3, et 4 mm ont été utilisées ; elles présentent une légère polydispersité (10% sur le diamètre).

Trois types de cylindres, de 36 mm de diamètre, ont été employés : un cylindre en duralumin (AU4G) brut de fonderie, un en laiton usiné au tour, et un en plexiglas (PMMA) abrasé intérieurement par un brassage de billes de roulement.

Pour les expériences présentées en annexe 3, une bille de roulement en acier chromé de diamètre 10 mm a été utilisée.

Pour les calculs d'ordres de grandeurs qui suivent, nous prendrons les paramètres mécaniques suivants :

	Module d'Young (Gpa)	Coefficient de Poisson
acier	215	0.3
verre	60	0.24
dural	75	0.33
laiton	92	0.33
PMMA	2.9	0.4

TAB. 4.1 – *Caractéristiques mécaniques des matériaux employés.*

4.1 Topographies

Les surfaces de tous les matériaux employés ont été observées à l'aide d'un microscope mécanique à l'Institut Charles Sadron à Strasbourg sur des surfaces de $800\ \mu\text{m}$ par $800\ \mu\text{m}$ en effectuant un balayage des surfaces par pas de $2\ \mu\text{m}$. Une pointe est amenée en contact avec la surface étudiée, et les déplacements verticaux de cette pointe sont mesurés lors du balayage ; la résolution verticale est de $100\ \text{nm}$.

Les billes d'acier de $1.588\ \text{mm}$ de diamètre sont parfaitement sphériques (figure 4.1) et ont une rugosité inférieure à la résolution du microscope mécanique, ce qui est conforme à la rugosité maximale annoncée par le fabricant : $10\ \text{nm}$.

Nous avons observé une bille de verre de $4\ \text{mm}$ de diamètre (figure 4.2). On constate un défaut de sphéricité. La rugosité de la bille est de $0.39\ \mu\text{m}$.

Le cylindre en dural (figure 4.3) a une rugosité de $0.4\ \mu\text{m}$ (rayure non comprise dans le calcul) ; on remarque sur cette figure la courbure du cylindre ainsi qu'une rayure.

Le cylindre en laiton (figure 4.4) a une rugosité de $7.1\ \mu\text{m}$. Cette rugosité est celle de la structure régulière créée par le tour qu'on voit ici clairement apparaître avec une longueur d'onde de $100\ \mu\text{m}$ et une profondeur de sillon de $20\ \mu\text{m}$.

Le cylindre en PMMA (figure 4.5) possède une rugosité de $1.9\ \mu\text{m}$. On voit que le passage des billes de roulement a créé une structuration dans le sens de la courbure, mais moins régulière que pour le laiton ; de plus, des rainures transverses sont également présentes.

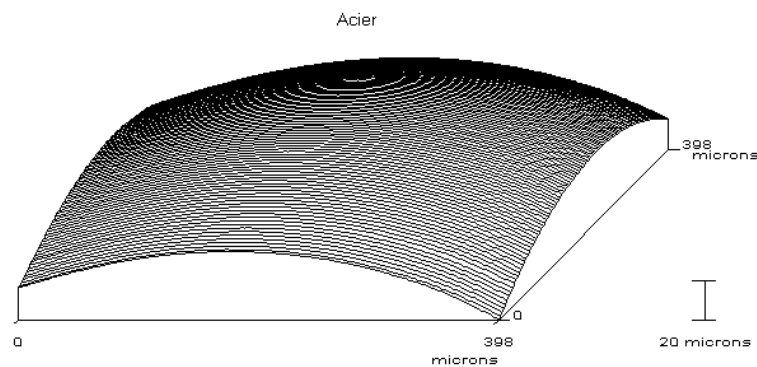


FIG. 4.1 – Topographie d'une bille d'acier de $1.588\ \text{mm}$ de diamètre. La surface balayée par incréments de $2\ \mu\text{m}$ est de $400\ \mu\text{m}$ par $400\ \mu\text{m}$.

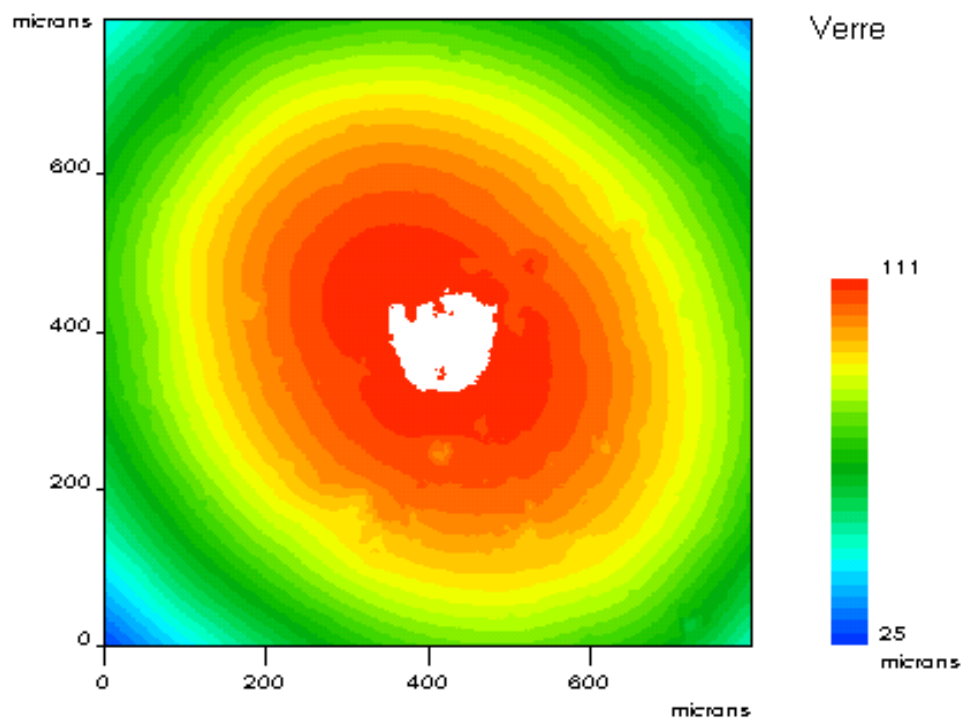
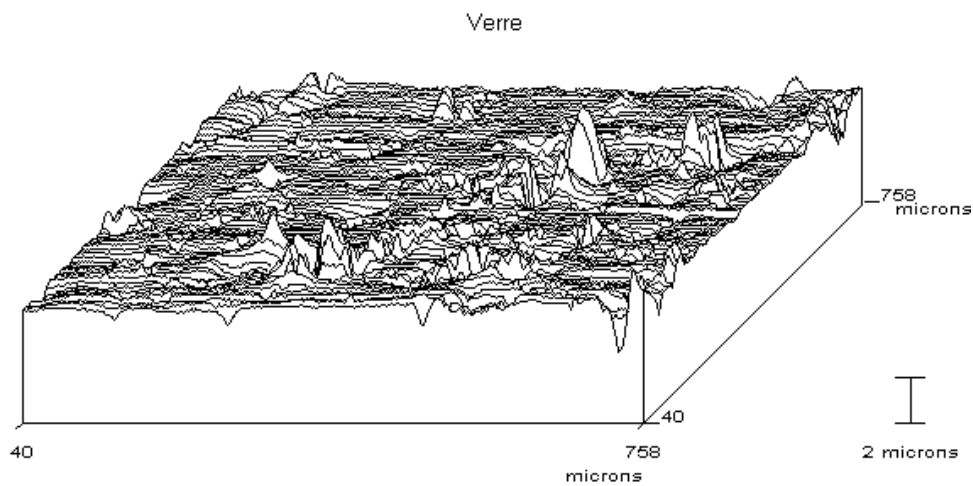


FIG. 4.2 – Topographie d'une bille de verre de 4 mm de diamètre. La surface balayée par incréments de 2 μm est de 800 μm par 800 μm . Sur le graphique du haut, la courbure a été filtrée. Le graphique du bas est une représentation en lignes de niveau.

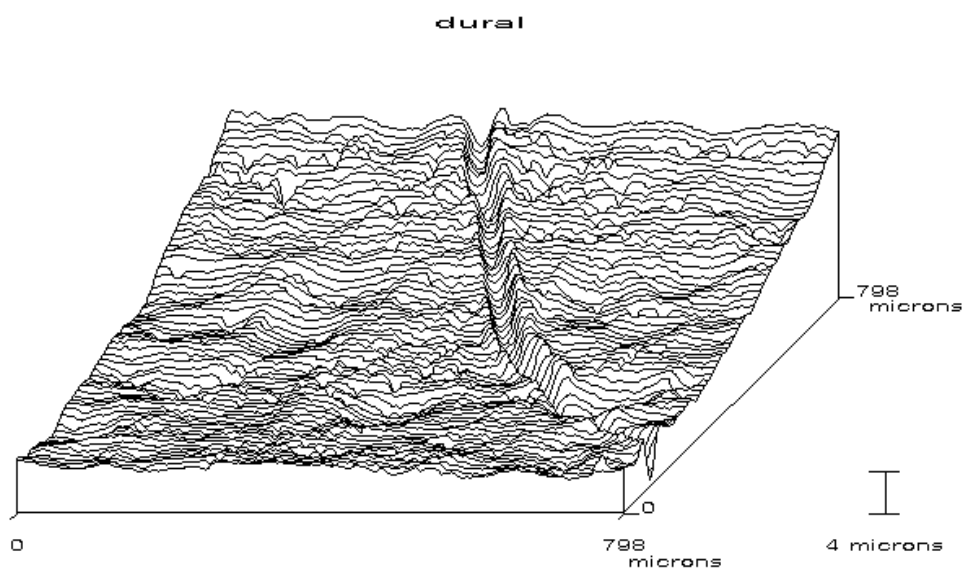


FIG. 4.3 – Topographie d'un échantillon du tube en dural de 36 mm de diamètre. La surface balayée par incréments de $2\ \mu\text{m}$ est de $800\ \mu\text{m}$ par $800\ \mu\text{m}$. L'axe horizontal est parallèle à l'axe de symétrie du cylindre.

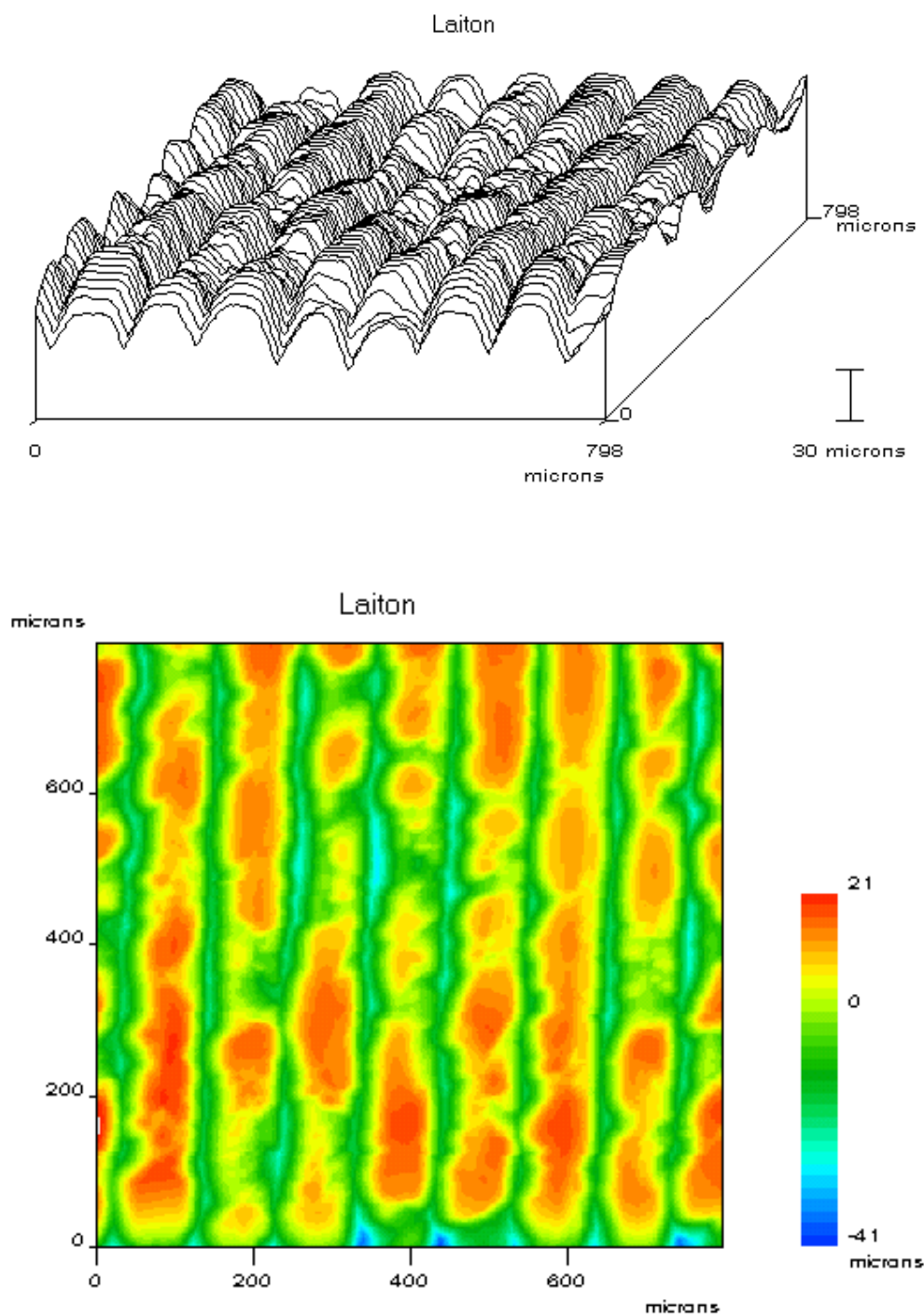


FIG. 4.4 – Topographie d'un échantillon du tube en laiton de 36 mm de diamètre. La surface balayée par incréments de 2 μm est de 800 μm par 800 μm . L'axe horizontal est parallèle à l'axe de symétrie du cylindre. La courbure du cylindre a été filtrée. Le graphique du bas est une représentation en lignes de niveau.

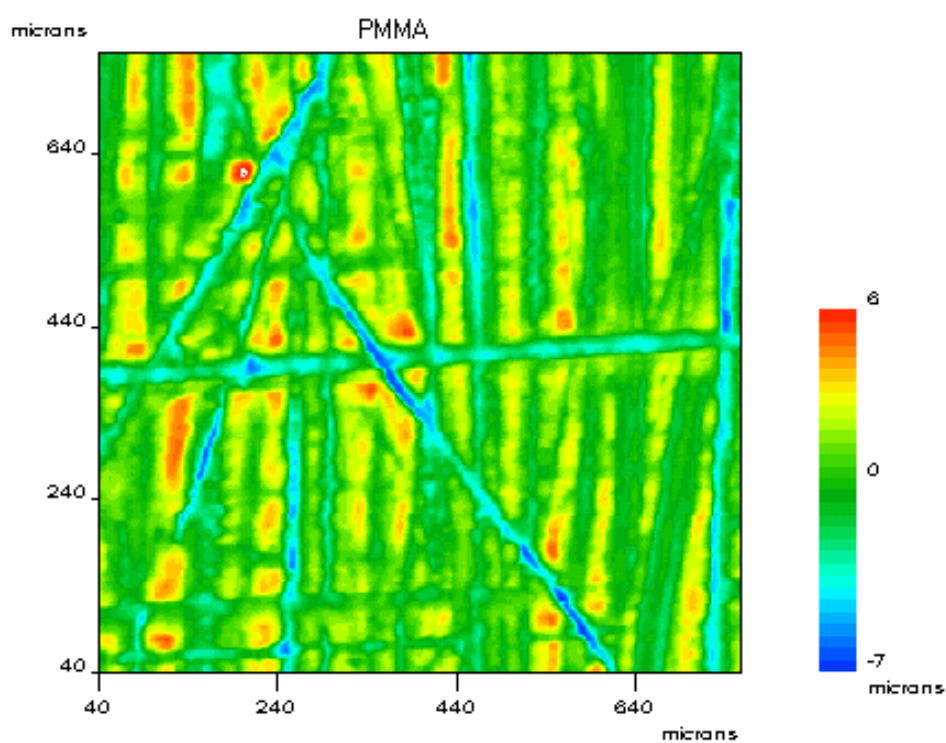
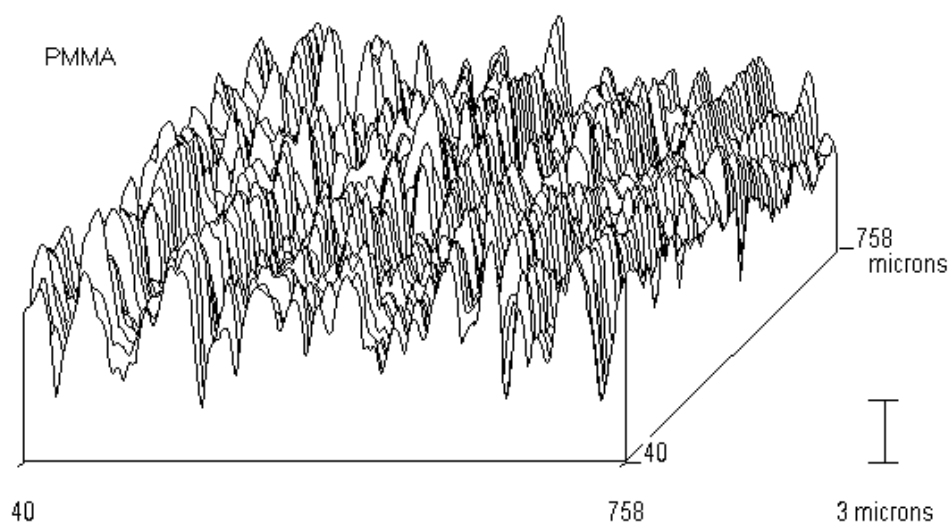


FIG. 4.5 – Topographie d'un échantillon du tube en PMMA de 36 mm de diamètre. La surface balayée par incréments de $2\ \mu\text{m}$ est de $800\ \mu\text{m}$ par $800\ \mu\text{m}$. L'axe horizontal est parallèle à l'axe de symétrie du cylindre. La courbure du cylindre a été filtrée. Le graphique du bas est une représentation en lignes de niveau.

4.2 Nature des contacts

La connaissance de la nature des contacts est nécessaire pour pouvoir faire des comparaisons entre des résultats obtenus dans la colonne granulaire, où les forces de contact sont faibles, et des résultats obtenus en friction solide, pour de plus fortes pressions de contact.

Nous chercherons à distinguer les moncontacts et interfaces multicontacts, et à identifier les contacts au seuil de plasticité.

Forces de contact

Le poids d'une bille d'acier est de 0.16 mN ; ceci donne la valeur minimale des forces de contact dans notre expérience. Le poids d'une bille de verre de 1.5 mm est de 0.05 mN.

L'ordre de grandeur des forces imposées par le piston sur les billes est de 10 N. Ceci donne une force moyenne de l'ordre de 20 mN par bille au niveau du piston. Les forces de contact varient donc en première approximation de 20 mN en bas de la colonne à environ 0.2 mN en haut de la colonne. On sait en fait que les chaînes de forces dans un milieu granulaire conduisent à une forte inhomogénéité de la distribution des forces [61, 69, 80] ; ainsi avec une distribution exponentielle des forces $P(f) = \exp(-f/\langle f \rangle)$, de valeur moyenne $\langle f \rangle$, 13% des forces de contact sont supérieures à $2 \times \langle f \rangle$ et contribuent à 40% de la somme des forces.

L'autre ordre de grandeur des forces de contact employé est celui de notre système de mesure du coefficient de friction dynamique qui impose sur les billes une force de 2.6 N.

Critère sur la nature des contacts

Dans les tableaux qui suivent, nous présentons, dans le cas de contacts de Hertz (figure 4.6), pour différentes forces normales F_N , les enfoncements δ des matériaux en contact, ainsi que les rayons a et pressions maximales p_{max} de contact. Ces résultats sont présentés pour nos matériaux avec les ordres de grandeur des forces de contact dans notre expérience, ainsi que pour les billes utilisées dans les expériences de frottement d'une bille seule menées à l'Institut Charles Sadron (voir annexe 3), où nous avons utilisé une bille d'acier de 10 mm de diamètre afin de pouvoir imposer une force de contact de l'ordre du Newton tout en nous plaçant dans les mêmes conditions d'enfoncement et de pression de contact que dans notre expérience.

Avec ces données, il est possible de connaître la nature des contacts. Un critère pour savoir si nous sommes en présence d'un monocontact de Hertz ou d'une interface multicontacts est de comparer enfoncement de Hertz δ et rugosité σ ; intuitivement, on comprend en effet que le rapport δ/σ limite la frontière entre ces deux types d'interfaces. Une étude rigoureuse, qui montre que ce critère est valable, a été effectuée par Johnson [54] dans le cas d'aspérités en contact de Hertz.

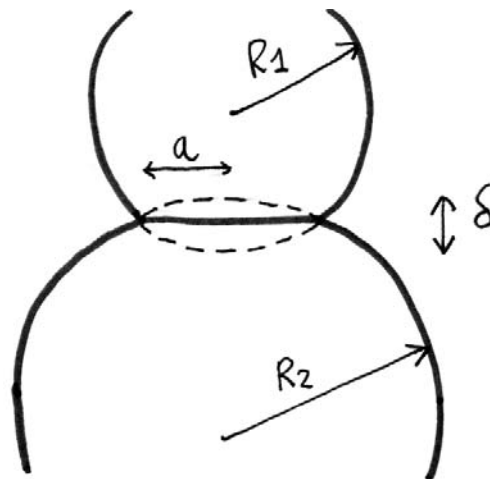


FIG. 4.6 – Schéma d'un enfoncement de Hertz.

Si la rugosité est inférieure à l'enfoncement calculé pour un contact de Hertz, alors nous sommes en présence d'un monocontact, qui est de Hertz si la pression de contact est inférieure au seuil de plasticité. Si l'écrasement est maintenant inférieur à la rugosité, il faut encore que le rayon de contact de Hertz calculé soit supérieur à la rugosité pour obtenir une interface multicontacts.

Etude des différents contacts

Nous étudions maintenant les différents contacts au cas par cas :

- bille d'acier sur bille d'acier : pour les plus faibles pressions de contact, nous sommes en présence d'interfaces multicontacts. En bas de la colonne les billes d'acier sont en contact de Hertz.

F_N (N)	δ (nm)	a (μm)	p_{max} (MPa)
$2 \cdot 10^{-4}$	0.8	0.8	150
$2 \cdot 10^{-2}$	17	3.7	700

TAB. 4.2 – Caractéristiques d'un contact de Hertz bille/bille ; billes d'acier de 1.5 mm de diamètre.

- bille d'acier sur dural : les contacts aux parois dans la colonne granulaire sont des multicontacts. Avec notre système de mesure du frottement solide ($F_N = 2$ N), nous étudions des monocontacts proches du seuil de plasticité. Avec le dispositif de l'ICS, nous obtenons pour de faibles forces (0.5 N) une interface multicontacts, pour de plus fortes forces (5 N) un monocontact loin du seuil de plasticité.

F_N (N)	δ_{acier} (nm)	δ_{dural} (nm)	a (μm)	p_{max} (MPa)
$2 \cdot 10^{-4}$	0.5	1.4	1.25	62
$2 \cdot 10^{-2}$	11	30	5.8	286
2	240	670	27	1330

TAB. 4.3 – *Caractéristiques d'un contact de Hertz entre une bille d'acier de 1.5 mm de diamètre et une surface en dural.*

F_N (N)	δ_{acier} (nm)	δ_{dural} (nm)	a (μm)	p_{max} (MPa)
0.5	50	140	32	247
5	240	670	68	530

TAB. 4.4 – *Caractéristiques d'un contact de Hertz entre une bille d'acier de 10 mm de diamètre et une surface en dural.*

- bille d'acier sur laiton : les contacts aux parois dans la colonne granulaire sont des multicontacts. Avec notre système de mesure du frottement solide ($F_N = 2$ N), nous étudions vraisemblablement des monocontacts proches du seuil de plasticité, mais le comportement dans les sillons creusés par le tour est difficile à prévoir. Avec le dispositif de l'ICS nous obtenons pour de faibles forces (0.5 N) une interface multicontacts, pour de plus fortes forces (5 N) un monocontact loin du seuil de plasticité mais une différence notable avec la colonne granulaire est que le diamètre de contact est dans ce cas de l'ordre de la longueur d'onde des sillons : on peut s'attendre alors à observer un comportement différent.

F_N (N)	δ_{acier} (nm)	δ_{laiton} (nm)	a (μm)	p_{max} (MPa)
$2 \cdot 10^{-4}$	0.53	1.2	1.2	68
$2 \cdot 10^{-2}$	11.5	26.5	5.5	316
2	250	570	25	1500

TAB. 4.5 – *Caractéristiques d'un contact de Hertz entre une bille d'acier de 1.5 mm de diamètre et une surface en laiton.*

F_N (N)	δ_{acier} (nm)	δ_{laiton} (nm)	a (μm)	p_{max} (MPa)
0.5	53	122	30	270
5	250	570	64	580

TAB. 4.6 – *Caractéristiques d'un contact de Hertz entre une bille d'acier de 10 mm de diamètre et une surface en laiton.*

- bille de verre sur bille de verre : nous sommes en présence d'interfaces multi-contacts.

F_N (N)	δ_{verre} (nm)	a (μm)	p_{max} (MPa)
$2 \cdot 10^{-4}$	2	1.2	65
$2 \cdot 10^{-2}$	42	5.6	300

TAB. 4.7 – *Caractéristiques d'un contact de Hertz bille/bille; billes de verre de 1.5 mm de diamètre.*

- bille de verre sur PMMA : les contacts aux parois dans la colonne granulaire sont des multicontacts.

F_N (N)	δ_{verre} (nm)	δ_{PMMA} (nm)	a (μm)	p_{max} (MPa)
$2 \cdot 10^{-4}$	0.7	13	3.3	9
$2 \cdot 10^{-2}$	15	287	15	42

TAB. 4.8 – *Caractéristiques d'un contact de Hertz entre une bille de verre de 1.5 mm de diamètre et une surface en PMMA.*

4.3 Dispositif de mesure de friction solide

Afin de pouvoir dissocier les effets mécaniques des effets de friction sur la rhéologie de la colonne granulaire, nous avons cherché à mesurer les coefficients de frottement de nos matériaux seuls.

Pour mesurer les coefficients de frottement statique, nous avons tout d'abord fait des mesures d'angle d'avalanche (figure 4.7) d'un patin de 100 g sous lequel sont fixées trois billes (soit 0.3 N par bille) qui sont mises en contact avec l'intérieur des cylindres utilisés. Nous avons effectué des expériences de vieillissement sous cisaillement en laissant le patin au repos pendant le temps souhaité (de 10 secondes à 300000 secondes) à un angle de 5° .

Pour effectuer la mesure du coefficient de friction dynamique, nous avons fabriqué un petit objet pouvant être utilisé dans notre dispositif expérimental (figure 4.8). Il s'agit d'un cylindre en laiton de 26 mm de diamètre sur lequel sont fixées trois lames flexibles en chrysocale. A l'extrémité de chacune de ces lames, on fixe une bille en acier, et l'élasticité de la lame est utilisée pour appliquer une force de 2.6 ± 0.1 N par bille au contact de la paroi du tube. L'entraînement à vitesse constante et la mesure de force de résistance à la poussée se font ensuite comme pour le milieu granulaire par l'intermédiaire du piston. Pour obtenir la valeur de la force exercée en moyenne par bille, nous avons mesuré la raideur des lames en observant la variation de force générée par des déplacements successifs de $10 \mu\text{m}$.

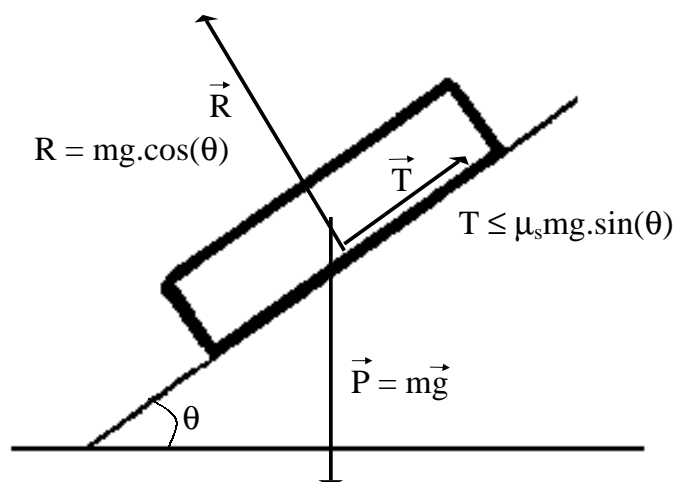


FIG. 4.7 – Bilan des forces s'exerçant sur un patin disposé sur un plan incliné.

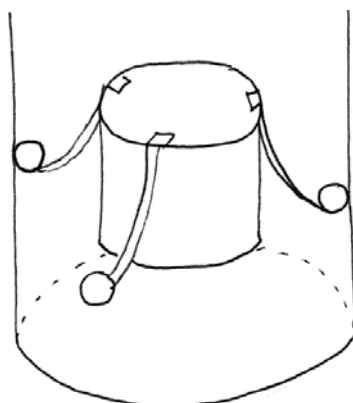


FIG. 4.8 – Dispositif de mesure de friction solide.

On voit tout de suite la limite d'un tel dispositif : pour une force normale aussi élevée, le contact bille en acier sur dural est un monocontact, tandis que ça n'est pas le cas pour les forces de contact en jeu dans la colonne (voir section 4.2) ; il se peut donc que les propriétés de frottement mesurées avec ce dispositif soient différentes de celles en jeu dans la colonne. De plus, dans la colonne en laiton, il est probable qu'on soit au seuil de plasticité du matériau. Il était cependant nécessaire d'appliquer une force suffisante pour avoir d'une part un signal de force mesurable par notre dispositif, et d'autre part pour assurer la stabilité du patin. Quoiqu'il en soit, ce dispositif rudimentaire ne nous permettait pas d'avoir un contrôle subtil sur

la force appliquée.

Face à ces limites nous sommes allé effectuer des expériences de friction d'une bille d'acier de 10 mm de diamètre à l'Institut Charles Sadron (Strasbourg) avec Christian Gauthier ; l'utilisation de cette bille nous permet de nous placer dans des conditions d'enfoncement et de pression plus proches de celles des contacts dans la colonne granulaire. Ces résultats sont présentés en annexe 3.

4.4 Résultats de friction solide/solide

4.4.1 Dynamique

Nous présentons dans cette section les résultats obtenus en régime de glissement continu avec le dispositif de la figure 4.8.

Acier/dural

Pour le frottement acier/dural nous avons obtenu les résultats suivants (figure 4.9) : pour une humidité de 40%, le coefficient de frottement augmente logarithmiquement avec la vitesse d'entraînement pour des vitesses variant entre 10 nm.s^{-1} et $100 \text{ }\mu\text{m.s}^{-1}$.

Lorsqu'on ajuste les données avec $\mu_d = \mu_0 + (a-b) \ln(V/V_0)$, où la notation $(a-b)$ renvoie au modèle de Dieterich-Ruina ; on obtient $\mu_0 = 0.130 \pm 0.0008$, pour $V_0 = 1 \text{ }\mu\text{m.s}^{-1}$, et $a-b = 0.011 \pm 0.0004$. L'ordre de grandeur de $a-b$ est compatible avec les valeurs trouvées pour d'autres matériaux [7].

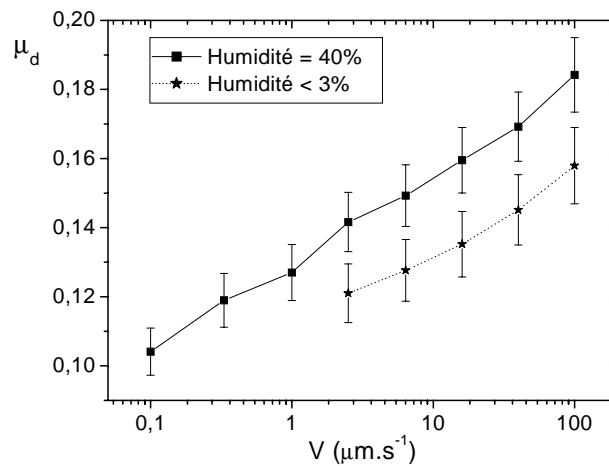


FIG. 4.9 – Coefficient de friction dynamique μ_d des billes d'acier sur le dural mesuré dans notre dispositif en fonction de la vitesse d'entraînement V .

Un résultat surprenant, et inexpliqué, est qu'on obtient un signal de force de glissement continu pour les basses vitesses d'entraînement. Nous pensions mesurer le coefficient de friction statique en entraînant le dispositif à 10 nm.s^{-1} , vitesse pour laquelle la platine reste arrêtée 10 secondes entre deux pas de moteur ; nous aurions donc dû mesurer un coefficient de friction plus élevé que pour les vitesses de glissement.

Si maintenant on fait l'expérience en atmosphère sèche (taux d'humidité $< 3\%$), on trouve un coefficient de friction plus bas de 15% qui croît également logarithmiquement avec la vitesse. En ajustant les données avec $\mu_d = \mu_0 + (a-b) \ln(V/V_0)$, on trouve $\mu_0 = 0.011 \pm 0.002$, pour $V_0 = 1 \text{ }\mu\text{m.s}^{-1}$, et $a-b = 0.0097 \pm 0.0008$. Le coefficient de friction est donc globalement plus faible en atmosphère sèche, mais la variation avec la vitesse reste à peu près la même.

Acier/laiton

Pour le frottement acier sur laiton, nous avons trouvé le même type de comportement, mais avec une dépendance plus faible avec la vitesse ; si on écrit $\mu_d = \mu_0 + (a-b) \ln V/V_0$ avec $V_0 = 1 \text{ }\mu\text{m.s}^{-1}$, alors : à 40% d'humidité $\mu_0 = 0.13 \pm 0.002$ et $a-b = 0.0063 \pm 0.0008$.

Nous n'avons pas poursuivi cette étude car nous avons observé la formation d'une fine rayure sur la surface intérieure du tube : ceci suggère que la nature des contacts est différente entre notre dispositif de mesure de friction solide et la colonne granulaire, ainsi que nous l'avons analysé dans la section 4.2. Nous avons alors prévu que la pression de contact serait proche du seuil de plasticité.

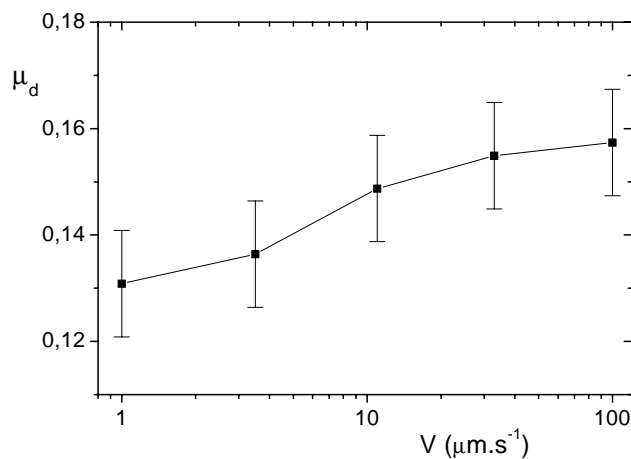


FIG. 4.10 – Coefficient de friction dynamique μ_d des billes d'acier sur le laiton mesuré dans notre dispositif, en fonction de la vitesse d'entraînement V .

4.4.2 Vieillissement

Les expériences de vieillissement par angle d'avalanche n'ont pas permis d'obtenir de résultats convaincants ; nous avons ainsi pu trouver les mêmes angles d'avalanche pour un vieillissement de 30 secondes que pour un vieillissement de 3000 et 300000 secondes : les angles d'avalanche mesurés varient entre 9° et 14° dans les trois cas. Pour les temps courts, on peut faire un grand nombre d'expériences, et on trouve $\mu_s(30 \text{ s}) = 0.18 \pm 0.01$; mais il nous a manqué ici une bonne statistique pour pouvoir conclure sur la valeur du coefficient de frottement pour les longs temps d'attente.

Les mêmes expériences effectuées en atmosphère sèche et humide ne présentent pas de différence de résultat ; par exemple une expérience effectuée après vieillissement de 3 jours en atmosphère humide donne un angle d'avalanche de 11° .

Nous n'avons pas approfondi cette étude. Nous pensions pouvoir effectuer des expériences plus rigoureuses avec le dispositif de l'ICS. Les résultats obtenus sont présentés en annexe 3, et restent problématiques.

Chapitre 5

Etude d'un système monodisperse peu frottant

Nous allons présenter dans ce chapitre les résultats expérimentaux obtenus pour le système le plus simple, constitué de billes monodisperses et peu frottantes d'acier chromé, dont nous caractériserons le comportement mécanique et rhéologique dans une colonne en dural et une colonne en laiton.

L'utilisation de deux colonnes différentes nous aidera à séparer les effets de structure des effets de parois.

5.1 Obtention d'un régime stationnaire : contrôle de la densité

Alors que dans l'expérience de pesée (partie I, chapitre 2), nous observions différents régimes stationnaires lors de la descente du milieu granulaire en fonction de la densité, nous avons constaté que la préparation initiale n'influe pas sur le comportement en régime stationnaire du milieu granulaire poussé.

En effet, pour un tas initialement dense (compacité $65 \pm 0.5\%$) préparé en pluie (figure 5.1), la force de résistance passe par un maximum avant de décroître vers une valeur stationnaire au bout d'environ 2 mm de glissement (figure 5.2); il possède alors une compacité de $62.5 \pm 0.5\%$. La force maximale est 20% plus élevée que la force en régime stationnaire.

Un tas initialement lâche (compacité $59.5 \pm 0.5\%$), préparé par décompaction (figure 5.1) voit sa force de résistance croître lentement avec la distance parcourue jusqu'à atteindre, pour une même vitesse d'entraînement et une même masse de billes dans la colonne, la même valeur stationnaire et la même compacité ($62.5 \pm 0.5\%$) que le tas initialement dense après environ 2 mm de trajet également (figure 5.2).

Si on change la vitesse d'entraînement, on observe la même phénoménologie, avec cependant un niveau de force en régime stationnaire différent (figure 5.2); nous étudierons ce phénomène par la suite.

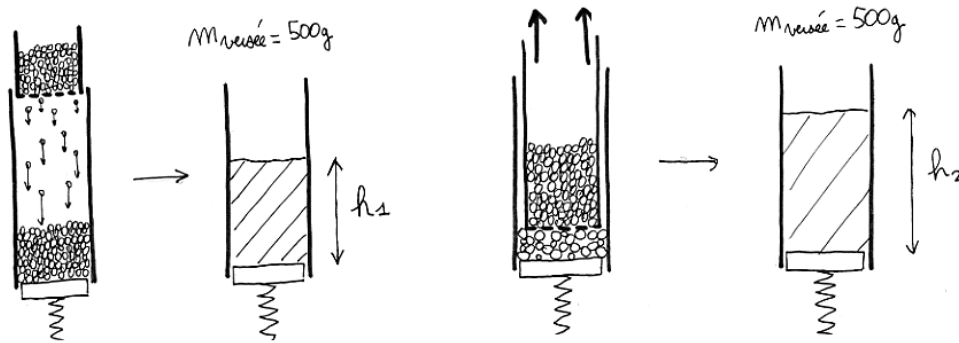


FIG. 5.1 – Méthodes de préparation: à gauche, tas dense obtenu par versement en pluie; à droite, tas lâche obtenu par décompaction.

L'existence d'une compacité de 62.5% en régime stationnaire a été observée pour toutes les préparations étudiées et semble indépendante de la vitesse de poussée et de la masse de billes dans la colonne.

Procédure expérimentale

Pour obtenir un régime stationnaire, nous ne nous sommes donc pas soucié de la préparation initiale du tas, mais nous avons emmené tous les tas en glissement sur 5 mm à une vitesse de $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ avant de prendre des mesures.

Analyse

La différence de comportement initial entre le tas dense et le tas lâche s'explique par le fait que la redirection des contraintes vers les parois est d'autant plus importante que le tas est dense, ainsi que nous l'avons observé dans la première partie. Il est donc attendu que la force de résistance à la poussée soit plus élevée pour le tas de densité 65% que celle du tas de densité 62.5%, elle-même plus élevée que celle du tas de densité 59.5%. Lorsque le tas lâche se densifie, la force de résistance à la poussée augmente donc; de même, lorsque le tas dense se dilate, la force de résistance diminue.

L'existence d'une densité de 62.5% en régime stationnaire est probablement due à la compétition entre compaction par vibration et dilatance sous cisaillement.

Nous allons par la suite nous intéresser de plus près aux propriétés mécaniques de notre assemblée granulaire après avoir caractérisé le régime stationnaire.

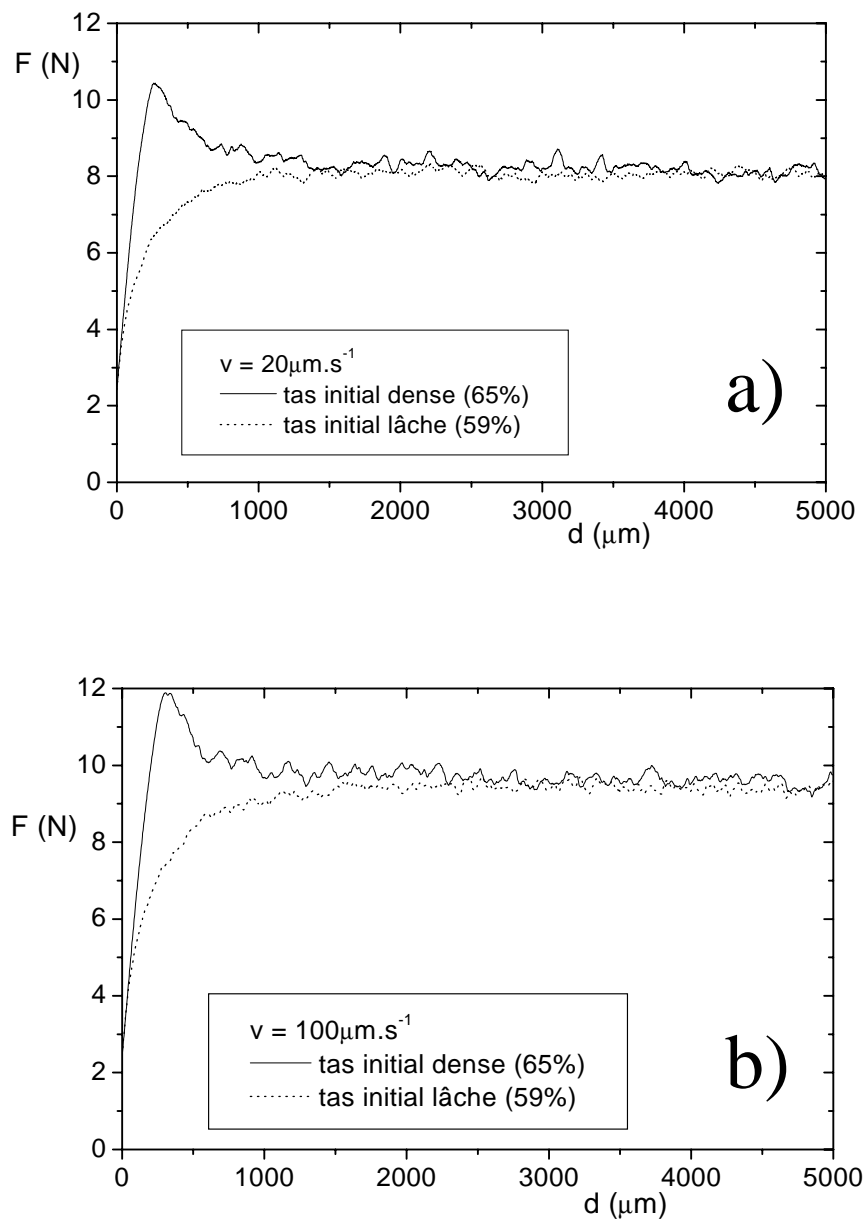


FIG. 5.2 – Evolution de la force de résistance à la poussée en fonction de la distance parcourue par la platine, de 380 g de billes d'acier dans un tube en laiton préparées à deux densités initiales différentes: 59% et 65%. a) $V = 20 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; b) $V = 100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

5.2 Caractérisation du régime stationnaire

Nous allons caractériser rapidement le comportement générique du milieu granulaire. Deux régimes stationnaires différents peuvent être identifiés. Pour chaque régime, nous définirons les forces dont nous présenterons l'évolution avec la vitesse et le taux d'humidité par la suite.

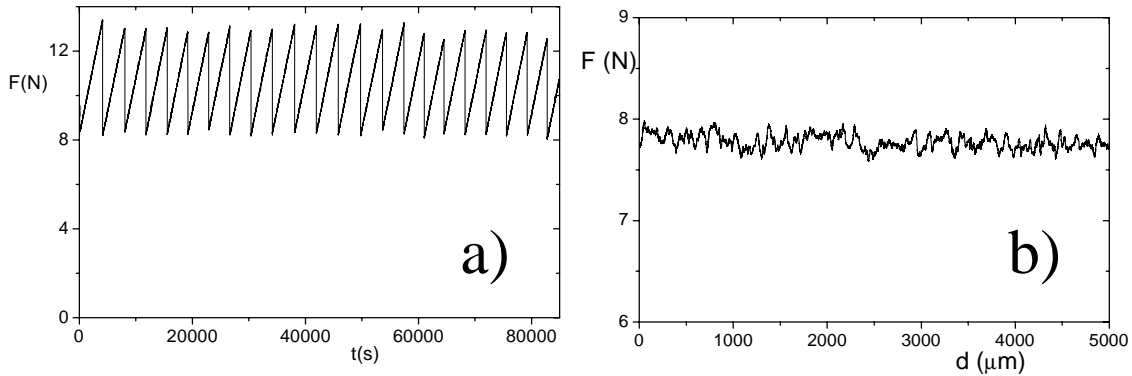


FIG. 5.3 – Force de résistance à la poussée d'une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans un tube en dural : a) dans le régime de stick-slip ($V = 30 \text{ nm.s}^{-1}$) ; b) dans le régime de glissement continu ($V = 10 \text{ } \mu\text{m.s}^{-1}$).

5.2.1 Régime de stick-slip

A basse vitesse ($< 1 \text{ } \mu\text{m.s}^{-1}$), on observe un mouvement de stick-slip régulier (figure 5.3a), caractérisé par un signal de force triangulaire asymétrique.

Pour comprendre l'évolution de la force F de résistance à la poussée, rappelons que pendant un temps dt une variation dF de cette force est causée par le mouvement de la platine de translation à une vitesse constante V_0 , qui tend à comprimer la poutre, et par le mouvement à une vitesse $V(t)$ du milieu granulaire qui tend à détendre la poutre :

$$dF = k(V_0 - V(t))dt \quad (5.1)$$

où k est la raideur de la poutre.

Lors du mouvement de stick-slip, le matériau granulaire est tout d'abord bloqué ($V = 0$) ; la poutre est comprimée à vitesse constante V_0 jusqu'à ce que la force qu'elle imprime au milieu granulaire atteigne une force maximale F_{max} telle que le milieu se met en mouvement ; il glisse alors et se bloque de nouveau lorsque la force imprimée par la poutre atteint une force minimale F_{min} . Les forces F_{min} et F_{max}

sont définies sur la figure 5.4. Un autre paramètre important par la suite sera le temps de blocage (“stick”) t_{stick} avant glissement, défini sur la figure 5.4 :

$$t_{stick} = \frac{F_{max} - F_{min}}{kV_0} \tag{5.2}$$

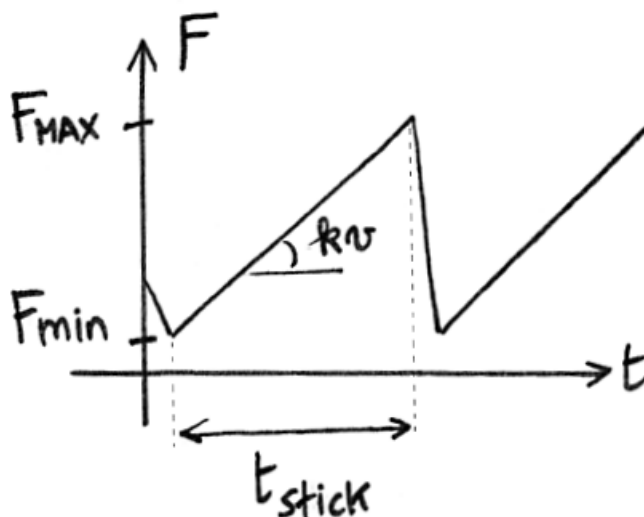


FIG. 5.4 – Force minimale F_{min} et maximale F_{max} lors d’un événement de stick-slip.

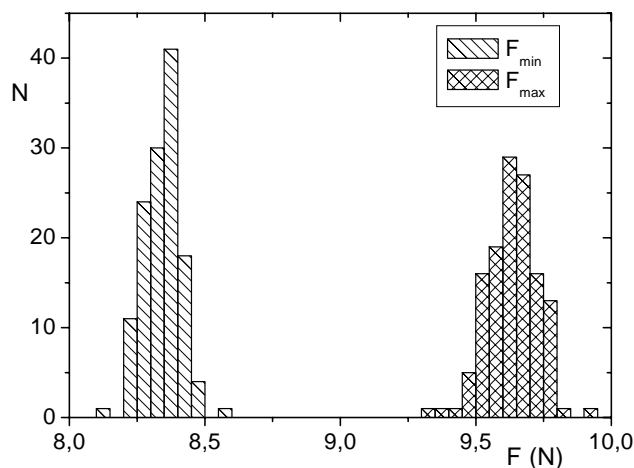


FIG. 5.5 – Distribution des forces maximale F_{max} et minimale F_{min} lors du stick-slip d’une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d’acier dans le tube en dural à une humidité de 42%, pour une vitesse d’entraînement de 700 nm.s^{-1} .

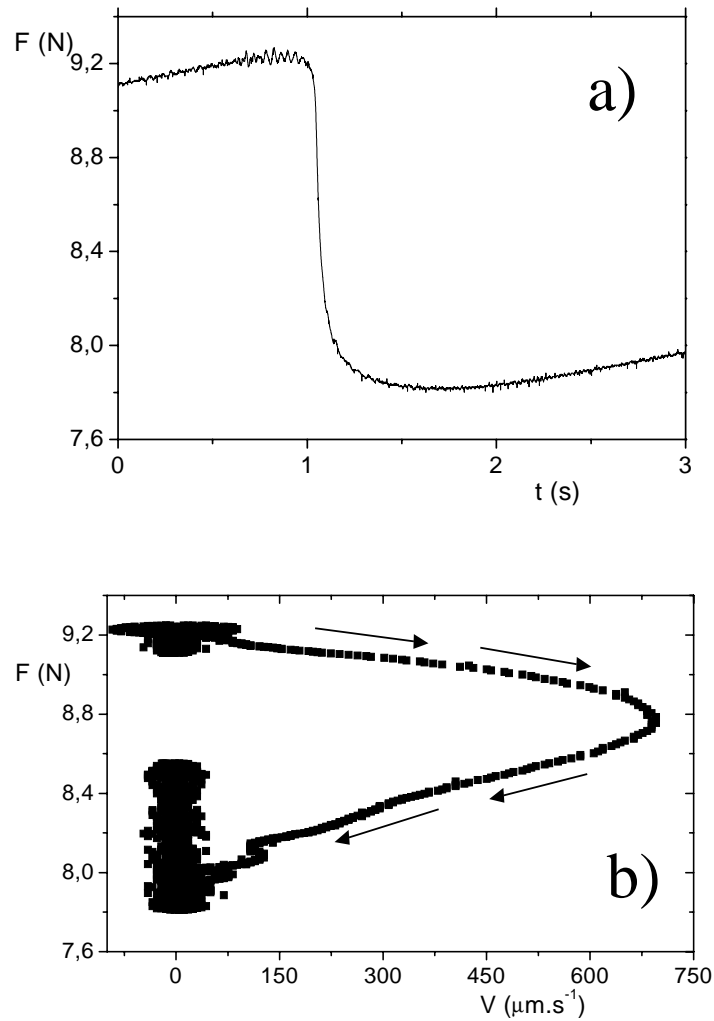


FIG. 5.6 – Force instantanée en fonction de la vitesse lors d'un événement de stick-slip d'une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural, pour une vitesse d'entraînement de $1 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Le régime de stick-slip est régulier : on observe sur la figure 5.5 que les forces F_{min} et F_{max} sont distribuées suivant des distributions piquées et de faible écart-type (2% sur la figure 5.5).

Tous les résultats obtenus dans le régime de stick-slip seront représentés par la suite par les valeurs moyennes de F_{max} et F_{min} .

Pour mesurer la vitesse instantanée $V(t)$ lors du glissement du milieu granulaire en régime de stick-slip, on sépare la contribution à la variation de force due au mouvement du milieu granulaire de celle due au mouvement de la platine en utilisant la formule (5.1).

Lors d'un mouvement de glissement l'allure de la force observée en fonction de la vitesse (figure 5.6) est semblable à ce qu'on observe en friction solide et diffère du signal observé par Nasuno et al. [72] pour le cisaillement plan d'un milieu granulaire. On observe une phase d'accélération jusqu'à une vitesse de $700 \mu\text{m.s}^{-1}$ suivi d'une phase de décélération qui lui est à peu près symétrique ; Nasuno et al. [72] observaient une phase de décélération en deux temps, une phase rapide suivie d'une phase lente. La différence majeure est que dans [72] le mouvement lors du glissement se faisait à l'échelle du grain, tandis que le glissement étudié sur la figure 5.6 est de $30 \mu\text{m}$.

5.2.2 Régime de glissement continu

Au-delà d'une vitesse de transition (qui est de $1 \mu\text{m.s}^{-1}$ pour une hauteur $H = 2.15D$ de billes d'acier dans un tube en dural à 40% d'humidité) le milieu granulaire glisse à la vitesse d'entraînement de la platine (figure 5.3b), en opposant une force de résistance à la poussée constante à 2% près. Les fluctuations de force correspondent à des fluctuations de vitesse du milieu granulaire inférieures à 10%. La distribution de la force de glissement à $10 \mu\text{m.s}^{-1}$ de la figure 5.3b est représentée sur la figure 5.7. Il s'agit d'une distribution piquée de faible écart-type (2% sur la figure 5.7). Les résultats obtenus en régime de glissement seront représentés par la suite par la force moyenne \bar{F} .

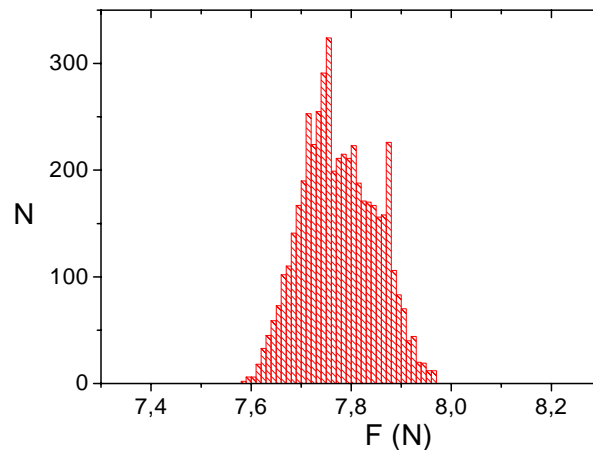


FIG. 5.7 – Distribution la force de résistance à la poussée en régime de glissement continu à une vitesse $V = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$, pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural à une humidité de 40%. Echantillonnage réalisé à partir de la valeur de la force à chaque μm sur 5 mm de glissement.

5.3 Comportement mécanique

Pour caractériser le comportement mécanique en régime dynamique de notre milieu granulaire, nous avons effectué l'équivalent en poussée de l'expérience de Janssen : on se place dans le régime stationnaire de glissement continu à une vitesse fixée, et on étudie la variation de la force moyenne de résistance à la poussée avec la hauteur de billes dans la colonne. Les résultats présentés ici sont obtenus pour les billes en acier dans le tube en dural ; la phénoménologie est la même pour les billes en acier dans le tube en laiton.

5.3.1 Procédure expérimentale

On se fixe une masse de billes. Conformément à la procédure établie précédemment, nous avons emmené tous les tas en glissement sur 5 mm à une vitesse de $100 \mu\text{m.s}^{-1}$ avant de prendre des mesures, afin d'obtenir un état stationnaire. Ensuite, nous avons imposé la vitesse d'entraînement souhaitée sur 5 mm. Cette procédure est répétée pour chaque hauteur de billes et pour chaque vitesse d'entraînement. Les résultats présentés ont été obtenus pour un taux d'humidité de $42 \pm 2\%$.

Nous avons effectué cette expérience en régime de glissement continu (à $16 \mu\text{m.s}^{-1}$ et $100 \mu\text{m.s}^{-1}$ sur la figure 5.8), et nous avons tracé la force moyenne \bar{F} obtenue sur les 5 mm de glissement en fonction de la hauteur de billes dans la colonne.

Nous avons effectué la même expérience en régime de stick-slip, mais cette fois nous n'avons pas travaillé à vitesse constante, mais à temps de blocage constant : nous avons choisi $t_{stick} = 40$ s. En anticipant sur les résultats à venir, on peut en effet affirmer que si c'est la vitesse qui importe en glissement, celle-ci joue en fait essentiellement le rôle de paramètre de contrôle du temps de blocage avant glissement en régime de stick-slip ; par analogie avec les résultats de vieillissement de friction solide, on peut s'attendre à ce que la force F_{max} qu'il faut imposer au tas pour le mettre en mouvement dépende de t_{stick} . Il est de plus impossible de travailler à vitesse constante puisque pour les plus faibles masses de billes dans la colonne, on n'observe pas de stick-slip. Dans le régime de stick-slip, nous avons étudié la force maximale F_{max} avant glissement et la force minimale F_{min} après glissement en fonction de la hauteur de billes dans la colonne.

5.3.2 Résultats expérimentaux

On constate que \bar{F} (figure 5.8) en régime de glissement continu, et F_{max} et F_{min} (figure 5.9) en régime de stick-slip croissent exponentiellement avec la hauteur de billes dans la colonne.

La croissance de \bar{F} est d'autant plus forte que la vitesse est importante ; nous étudierons ce phénomène par la suite. La différence entre $\bar{F}(100 \mu\text{m.s}^{-1})$ et $\bar{F}(16 \mu\text{m.s}^{-1})$ augmente avec la hauteur de billes. Ce phénomène est essentiel :

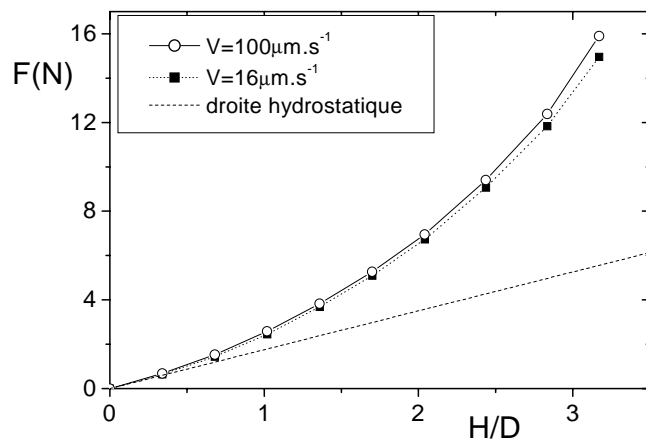


FIG. 5.8 – Force de résistance à la poussée des billes d’acier dans le tube en dural en fonction de la hauteur H de billes rapportée au diamètre de la colonne. Cette expérience est effectuée en glissement à $16 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

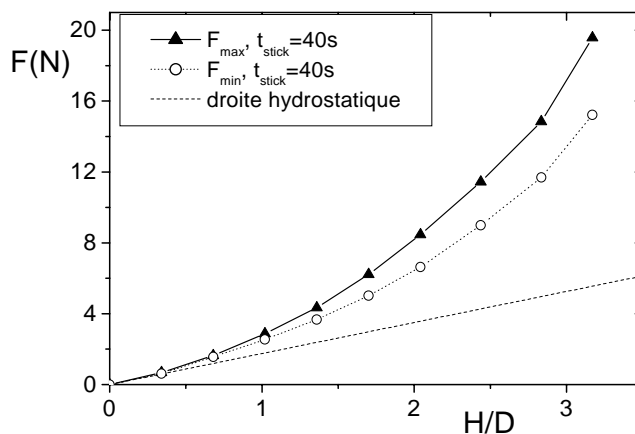


FIG. 5.9 – Forces maximale F_{\max} et minimale F_{\min} en régime de stick-slip des billes d’acier dans le tube en dural en fonction de la hauteur H de billes rapportée au diamètre de la colonne. Cette expérience est effectuée pour un temps de blocage t_{stick} toujours égal à 40 s.

c'est lui qui nous permet d'observer des différences fines de comportement avec la vitesse ou l'humidité ; des différences indiscernables pour de faibles hauteurs seront amplifiées et observables pour de grandes hauteurs.

De même, l'écart entre F_{max} et F_{min} croît lorsque la hauteur de billes augmente.

Interprétation phénoménologique

Ce phénomène d'écrantage (la force de poussée est supérieure à la masse de billes) se comprend qualitativement en disant que le milieu granulaire a le même comportement mécanique en poussée qu'en pesée : les contraintes sont redirigées vers les parois et une force de friction proportionnelle à la pression de contact aux parois s'oppose au mouvement, écrantant ainsi les contraintes auxquelles sont soumises les couches supérieures.

On peut exprimer ce phénomène en termes de voûtes : celles-ci s'opposaient à la gravité en s'appuyant sur les parois dans l'expérience de la première partie, elles s'opposent à la poussée dans cette expérience, toujours en s'appuyant sur les parois.

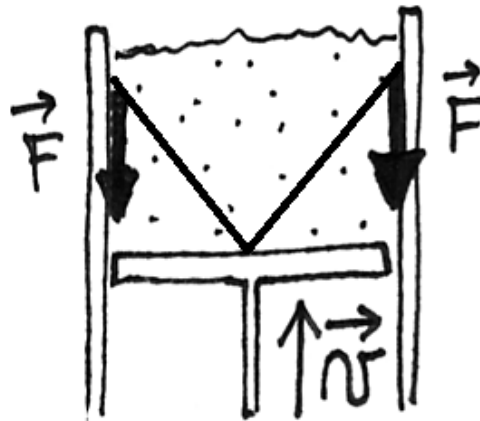


FIG. 5.10 – Les voûtes s'opposent au mouvement.

5.3.3 Régime de glissement continu

Modèle mécanique

Pour donner une expression analytique à ce phénomène, nous reprenons le modèle de Janssen avec cette fois des forces de friction qui s'opposent au mouvement au lieu de s'opposer à la gravité. Dans le cas où le milieu granulaire glisse le long des parois à vitesse constante, la contrainte de cisaillement aux parois s'écrit :

$$\sigma_{rz} = \mu_d(V)\sigma_{rr} = K\mu_d(V)\sigma_{zz} \quad (5.3)$$

où $\mu_d(V)$ est le coefficient de friction dynamique bille/paroi à la vitesse d'entraînement V .

Donc la force qu'il faut imposer au milieu granulaire pour le maintenir en mouvement à la vitesse V est :

$$F = \frac{\rho g \pi R^3}{2K\mu_d(V)} \left(\exp\left(2K\mu_d(V)\frac{H}{R}\right) - 1 \right) \quad (5.4)$$

où H est la hauteur de grains dans la colonne de rayon R .

Les prédictions de l'élasticité homogène isotrope obtenues par un calcul par éléments finis à 3 dimensions (voir figure 5.11) sont, comme en pesée, semblables à celles du modèle de Janssen adapté à la poussée. Dans ce cas, comme on le constate sur la figure 5.11, l'accord quantitatif est de plus assez bon avec $K = K_{el}$; pour cette simulation $K_{el} = 0.82$, et le meilleur ajustement par la formule (5.4) donne $K = 0.829 \pm 0.001$.

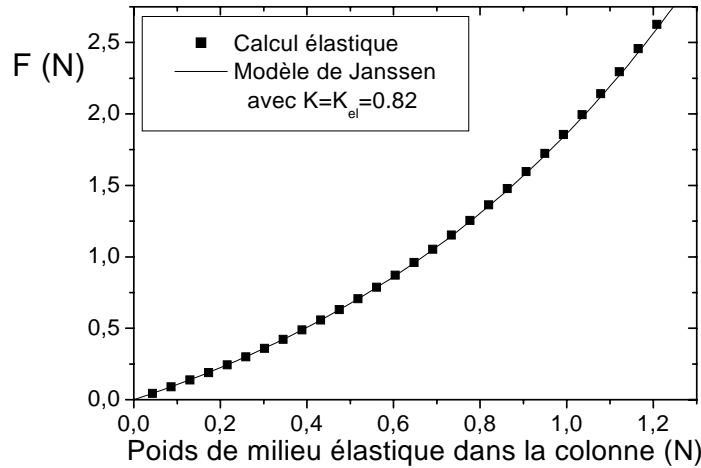


FIG. 5.11 – Simulation de la poussée d'un milieu élastique de coefficient de Poisson $\nu = 0.45$ et de friction aux parois $\mu = 0.2$ dans une colonne de 1.8 cm de rayon. Les résultats sont comparés à la courbe de Janssen de paramètre $K = K_{el} = 0.82$.

Dans toute l'analyse qui suit, on utilisera le modèle de Janssen qui comporte un seul paramètre K dans lequel est encodé toute l'information sur le comportement mécanique du système ; on pourra réinterpréter ensuite si on le souhaite les résultats suivant le modèle en associant par exemple K au coefficient de Poisson en élasticité.

Analyse

On peut maintenant ajuster les données expérimentales avec l'équation (5.4) : ce qu'on en extrait est le paramètre $K\mu_d(V)$. Mécanique et friction sont ici intimement liées et indissociables. Dans la suite, on extraira $K\mu_d(V)$ pour diverses vitesses ; il

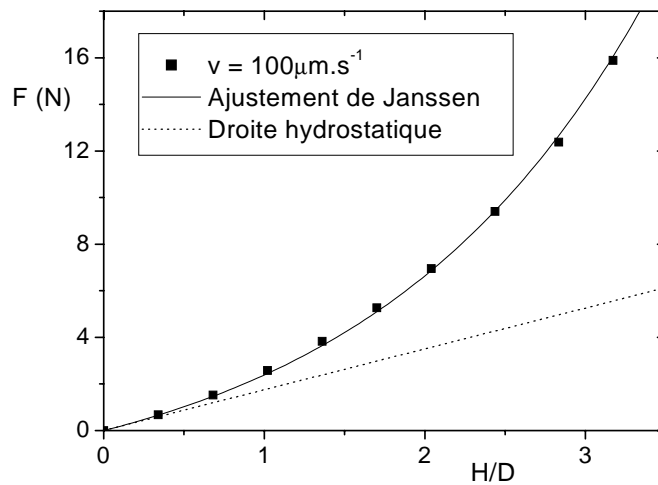


FIG. 5.12 – Force de résistance à la poussée à $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ des billes d'acier dans le tube en dural en fonction de la hauteur H de billes rapportée au diamètre de la colonne. On ajuste les données expérimentales avec le modèle de Janssen adapté à la poussée.

faudra mesurer les coefficients de friction bille/paroi pour remonter à K et voir si la dynamique a un effet sur la redirection des contraintes.

L'expression analytique (5.4) est en bon accord expérimental avec les données (voir figures 5.12, 5.13) : on en déduit $K\mu_d(16 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) = 0.140 \pm 0.001$ et $K\mu_d(100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) = 0.146 \pm 0.001$; il est impossible à ce stade d'attribuer cette augmentation de $K\mu_d$ avec la vitesse au coefficient de friction ou aux propriétés mécaniques (K).

On peut comparer le paramètre obtenu en poussée avec le paramètre obtenu en descente en glissement continu à la même vitesse (figure 5.13) : en descente, on ajuste les données avec la formule de Janssen dans laquelle $\mu_d(V)$ remplace μ_s . On obtient $K\mu_d(16 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) = 0.156 \pm 0.002$.

Pour voir si cette différence de 10% entre les paramètres d'ajustement en pesée et en poussée est significative, on compare en pesée et en poussée sur la figure 5.13 les données expérimentales, le meilleur ajustement des données, et la prédiction effectuée par le modèle de Janssen dans lequel on injecte le paramètre $K\mu_d(16 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ déduit de l'autre expérience.

On constate effectivement que le paramètre déduit de l'expérience en poussée sous-estime significativement l'écrantage en pesée ; inversement, le paramètre déduit en poussée surestime l'écrantage observé en pesée.

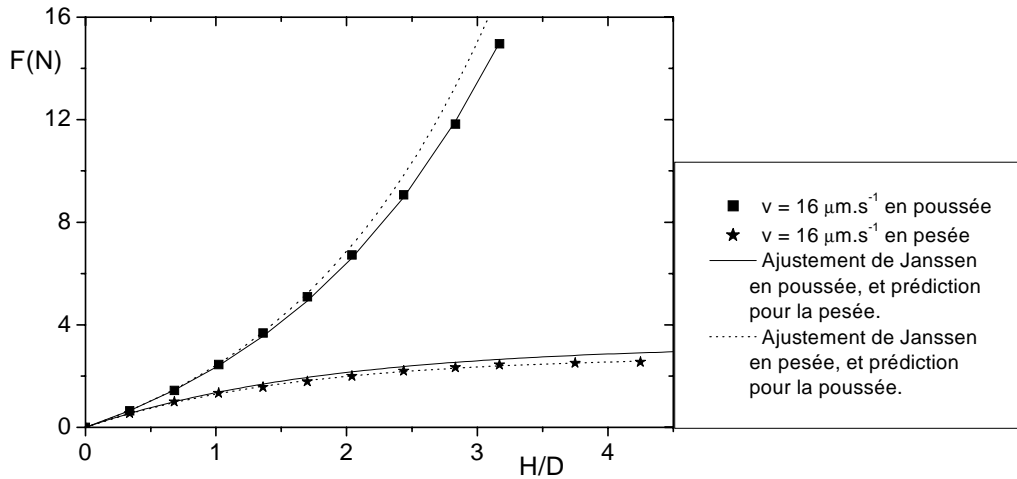


FIG. 5.13 – Force de résistance à la poussée des billes d’acier dans le tube en dural à $16 \mu\text{m.s}^{-1}$ et force pesée par le piston quand on le descend à $16 \mu\text{m.s}^{-1}$, en fonction de la hauteur H de billes rapportée au diamètre de la colonne. Les données expérimentales sont ajustées par le modèle de Janssen. La prédiction pour la pesée du modèle de Janssen avec la constante $K\mu_d$ mesurée en poussée, ainsi que la prédiction pour la poussée de la constante $K\mu_d$ mesurée en pesée sont également tracées.

Un effet elliptique?

Cet effet est explicable qualitativement par la théorie élastique : en effet, on a vu que la formule de Janssen ajuste raisonnablement le calcul élastique en poussée avec $K = K_{el}$ tandis qu’en pesée la présence du fond (voir partie I, chapitre 6) implique que la constante de Janssen K extraite des données expérimentales est plus élevée que K_{el} . En revanche, le modèle de Janssen et OSL ne prédisent aucune différence. C’est le caractère elliptique de la théorie élastique qui intervient pour expliquer ce phénomène. Quantitativement, l’effet prédit est en revanche trop faible : si on fait l’hypothèse que le coefficient de frottement à $16 \mu\text{m.s}^{-1}$ est le même dans les deux cas, on en déduit une différence de 10% entre la valeur de K en pesée et en poussée, tandis que l’élasticité homogène isotrope prédit une différence de 3%. Peut-être faut-il considérer une élasticité anisotrope pour obtenir un accord quantitatif (ainsi que pour expliquer les résultats de la première partie).

Une explication plus simple est celle d’une légère variation de densité entre les deux tas ; dans cette hypothèse, le tas pesé doit être plus dense que le tas poussé pour rediriger plus efficacement les contraintes vers les parois.

5.3.4 Régime de stick-slip

Modèle mécanique

Il est également possible d'appliquer le modèle à la poussée en statique. Lors du mouvement de stick-slip, la force de poussée augmente (en comprimant la poutre à vitesse constante) jusqu'à ce que le système se mette en mouvement. A la mise en mouvement la force de friction aux parois est au bord du cône de Coulomb.

On peut donc écrire la prédiction du modèle de Janssen dans ce cas en remplaçant μ_d par le coefficient de friction statique μ_s dans l'expression (5.4). Il faut désormais prendre en compte la possibilité d'un vieillissement sur μ_s : en effet lors du mouvement de stick-slip, le milieu granulaire reste bloqué à la même position pendant le temps t_{stick} que dure le blocage ("stick"); lorsque la force atteint la force maximale F_{max} , le coefficient de friction aux parois vaut $\mu_s(t_{stick})$, le glissement commence, les contacts aux parois se cassent, et le granulaire s'arrête de nouveau lorsque la force vaut F_{min} , en créant de nouveaux contacts qui peuvent à leur tour vieillir pendant un temps t_{stick} .

La formule de Janssen adaptée à la poussée devient donc dans ce cas :

$$F_{max} = \frac{\rho g \pi R^3}{2K\mu_s(t_{stick})} \left(\exp\left(2K\mu_s(t_{stick})\frac{H}{R}\right) - 1 \right) \quad (5.5)$$

et ce qu'on extrait de l'ajustement de la force maximale lors du mouvement de stick-slip est $K\mu_s(t_{stick})$.

Nous commenterons l'origine et la valeur de F_{min} dans le chapitre 6.

Analyse

Les résultats expérimentaux obtenus pour un temps de vieillissement de 40 s sont ajustés par la formule (5.5) (figure 5.14) : nous obtenons $K\mu_s(40 \text{ s}) = 0.184 \pm 0.002$. Une expérience de Janssen en pesée effectuée dans les mêmes conditions (régime de stick-slip, cisaillement du milieu granulaire par une descente de 5mm, et temps de vieillissement de 40 s entre deux glissements) est présentée sur la figure 5.14 et l'ajustement des données donne $K\mu_s(40 \text{ s}) = 0.23 \pm 0.004$.

L'analyse est délicate car les coefficients de frottement statique obtenus pour des cisaillements différents pendant le temps d'attente ne sont pas forcément égaux comme on l'a vu dans le chapitre 2 ; des résultats obtenus pour la friction acier/dural et acier/laiton sont présentés en annexe 3 et montrent ce phénomène pour nos matériaux. Nous observons cependant le même phénomène qu'en régime de glissement continu : l'analyse de Janssen appliquée à la poussée sous-estime l'écrantage des forces en pesée ; cet effet est ici encore plus marqué (le paramètre d'ajustement $K\mu_s(t_{stick})$ obtenu en pesée est supérieur de 20% à celui obtenu en poussée).

Quoi qu'il en soit il est délicat d'en déduire une différence de propriétés mécaniques entre la pesée et la poussée (ou fonction du niveau de contraintes). Ce phénomène peut par exemple s'expliquer qualitativement par l'ellipticité de l'élasticité, comme

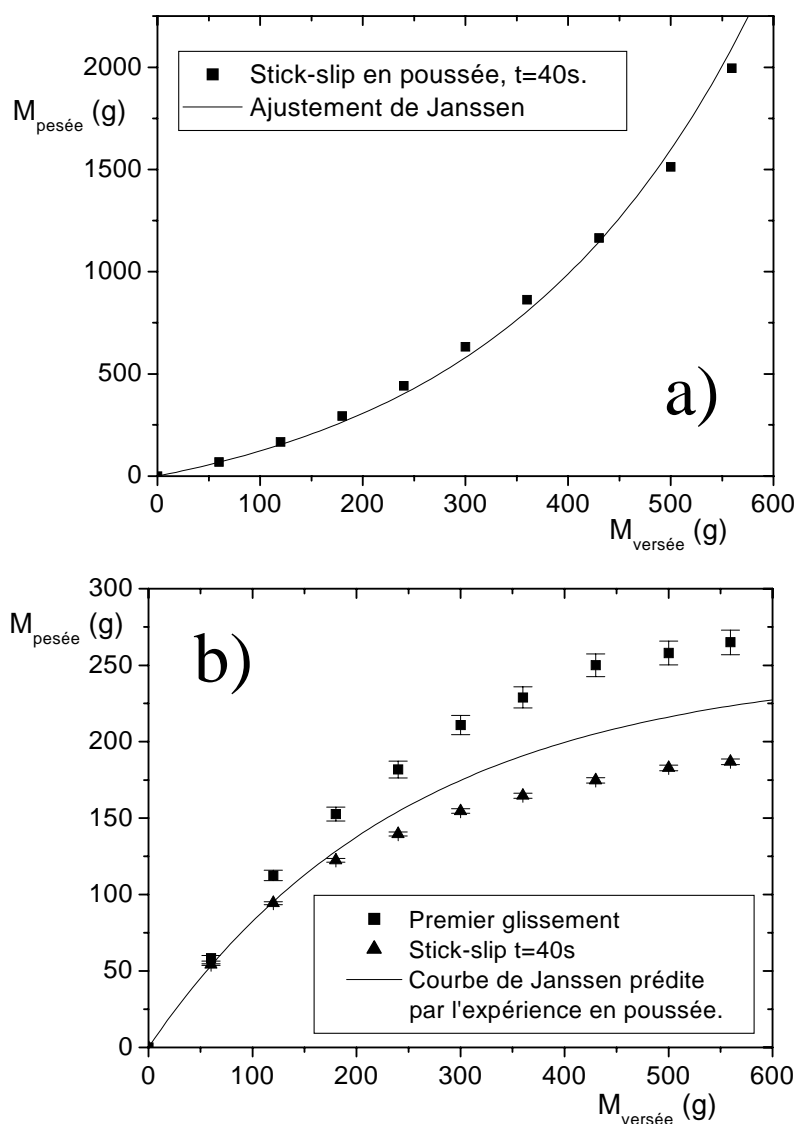


FIG. 5.14 – a) Force maximale moyenne de résistance à la poussée dans le régime de stick-slip stationnaire, exprimée en masse $M_{\text{pesée}}$, pour un temps moyen de blocage $t_{\text{stick}} = 40$ s, en fonction de la masse de billes $M_{\text{versée}}$ dans la colonne. b) $M_{\text{pesée}}$ en fonction de $M_{\text{versée}}$ en pesée pour deux méthodes: la première méthode consiste à prendre le premier point de glissement, comme dans la partie I, chapitre 2; la deuxième méthode consiste à prendre la force minimale moyenne dans un régime de stick-slip stationnaire en descente avec $t_{\text{stick}} = 40$ s. On compare les données expérimentales avec une courbe de Janssen ayant pour coefficient K le coefficient mesuré sur la courbe a).

nous l'avons expliqué en régime de glissement. Cette fois, une explication fondée sur une différence de densité semble exclue : une variation de 20% de la constante de Janssen signifie une variation de 2 à 3% (en valeur absolue) de la densité du tas d'après les résultats de la partie I, chapitre 4. Une telle variation aurait été observée expérimentalement.

Une autre expérience de pesée que nous avons effectuée consiste à obtenir un état stationnaire en cisillant le tas en poussée sur 5 mm à $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, puis à identifier le premier point glissement (comme dans la méthode détaillée en partie I, chapitre 2) lors de la descente du piston après 40s de vieillissement. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 5.14 ; un ajustement par la formule (5.5) nous donne $K\mu_s(40 \text{ s}) = 0.16 \pm 0.015$.

On constate que le coefficient obtenu dans ce cas est inférieur à celui obtenu en poussée. On peut proposer deux interprétations de ce phénomène. Dans cette nouvelle expérience, le vieillissement s'est fait pour un cisaillement dans le sens de la poussée ; il est donc probable que le coefficient de friction mesuré en pesée soit différent de celui mesuré en poussée (voir chapitre 2, et annexe 3). Une autre interprétation est mécanique : on travaille sur deux structures différentes. Le tas a été structuré en poussée ; il s'est structuré de façon à résister à cette poussée, pas à la pesée, ce qui se traduit par un coefficient de Janssen plus faible en pesée qu'en poussée. Lorsqu'on descend suffisamment le tas, il se structure pour s'opposer à la pesée et le coefficient de Janssen augmente.

5.3.5 Limite du modèle

Pour une expérience effectuée dans des conditions données, on peut ajuster chaque point par l'expression (5.4) ; ceci nous donne l'évolution de $K\mu$ avec la masse de grains (figure 5.15). On trouve ici un résultat générique à toutes les expériences : $K\mu$ diminue avec la masse de grains dans la colonne.

Nous observons une limite du modèle de Janssen qui n'ajuste pas parfaitement les résultats expérimentaux. Les théories que nous avons étudiées (OSL, élasticité) ont la propriété inverse pour tous les paramètres que nous avons testés : le paramètre de Janssen K ajustant les données des simulations augmente légèrement avec la hauteur de milieu OSL ou élastique. On peut imaginer que les tas obtenus pour différentes hauteurs de billes n'aient pas strictement la même densité mais soient d'autant moins denses qu'il y a de billes, expliquant ainsi la légère décroissance du paramètre de Janssen avec la hauteur de billes (on a observé dans la partie I, chapitre 4 que K augmente avec la densité). Mais il est difficile de conclure.

Il faudra présenter par la suite séparément les paramètres obtenus pour des masses de billes différentes.

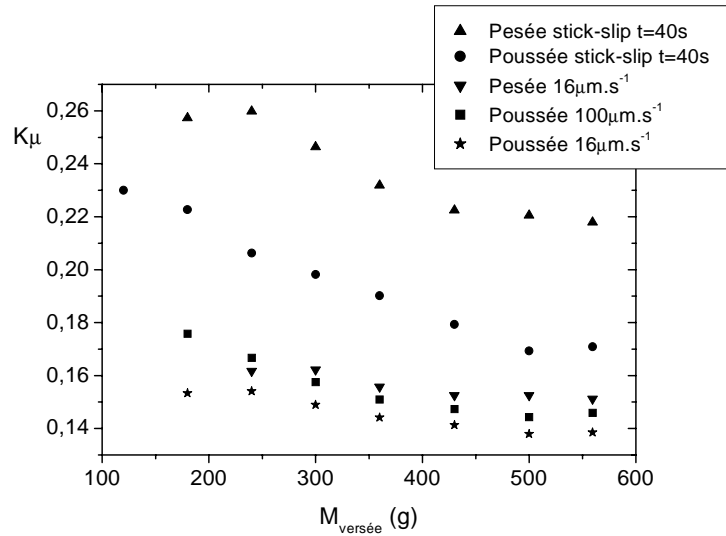


FIG. 5.15 – Evolution du coefficient de Janssen K avec la masse de billes. Chaque point de mesure des figures 5.12, 5.13, 5.14 est ajusté par la formule de Janssen.

Conclusion

Nous avons observé que la force de résistance à la poussée, que ce soit en régime de stick-slip ou en régime de glissement continu, augmente exponentiellement avec la hauteur de billes dans la colonne.

Ce phénomène a été interprété à l'aide du modèle de Janssen adapté à la poussée. Nous avons comparé les résultats du modèle en poussée et en pesée et montré que le tas semble mieux écranter les contraintes en pesée qu'en poussée ; un tel effet est qualitativement prédit par l'ellipticité de l'élasticité.

Un résultat important est qu'on retrouve dans l'expression (5.4) le coefficient de friction μ_d ou μ_s à l'intérieur d'une exponentielle : toute variation de μ_d ou de μ_s aura ainsi un effet amplifié sur la force de résistance à la poussée, et on sera très sensible à l'influence d'un changement d'humidité, de vitesse de glissement, et de temps de vieillissement sur μ_d et μ_s . (En revanche ces effets deviennent négligeables sur les expériences de Janssen en pesée.)

Le paramètre d'ajustement que nous extrairons de nos données est $K\mu$, produit de la constante de Janssen et du coefficient de friction aux parois. Pour distinguer les effets de parois des effets mécaniques, il est nécessaire de faire une mesure indépendante de la friction aux parois. Une autre information sera donnée par des expériences effectuées sur un même tas dans des colonnes différentes.

5.4 Caractérisation rhéologique

Le résultat générique pour les expériences effectuées avec des billes d'acier sur les cylindres en dural et en laiton est le suivant (figure 5.16) : on observe à basse vitesse un régime de stick-slip régulier caractérisé par une force minimale F_{min} au début d'un blocage ("stick") qui semble indépendante de la vitesse d'entraînement, et par une force maximale avant glissement F_{max} qui croît fortement lorsque la vitesse décroît (et semble diverger comme une loi de puissance avec la vitesse). Au-delà d'une vitesse critique de l'ordre de $1 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, on passe brusquement, alors que l'amplitude du stick-slip juste avant la transition est non nulle, à un régime de glissement continu, caractérisé par une force moyenne \bar{F} qui croît lorsque la vitesse augmente.

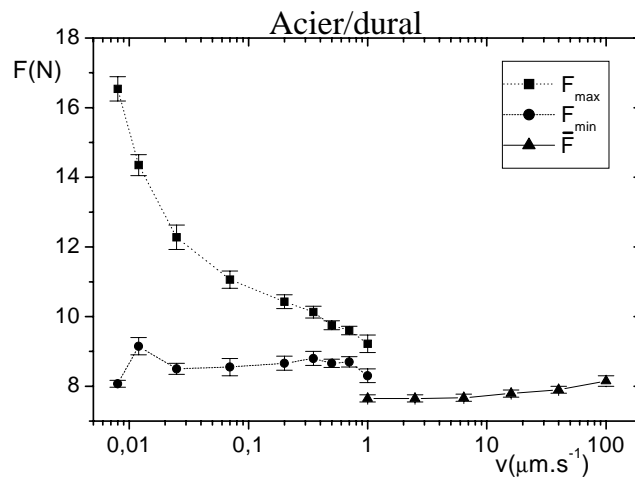


FIG. 5.16 – Forces minimale F_{min} et maximale F_{max} dans le régime de stick-slip, et force moyenne \bar{F} en régime de glissement continu, en fonction de la vitesse d'entraînement pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural. Le taux d'humidité est de 45% en régime de stick-slip et de 40% en régime de glissement continu.

Nous allons caractériser ces deux régimes et analyser la dépendance de la force de résistance à la poussée avec la vitesse et le taux d'humidité.

5.4.1 Régime de stick-slip

Observations

Nous présentons sur la figure 5.17 les forces F_{min} et F_{max} en régime de stick-slip en fonction de la vitesse d'entraînement pour trois taux d'humidité différents (< 3%, 45%, 90%), pour les billes d'acier dans le tube en dural. Sur la figure 5.18, nous

études F_{min} et F_{max} pour les billes en acier dans le tube en laiton en atmosphère sèche ($< 3\%$) et humide (90%). Nous observons la même phénoménologie dans les deux colonnes pour les trois taux d'humidité: la force F_{min} est indépendante de la vitesse d'entraînement, tandis que la force F_{max} semble diverger lorsque la vitesse diminue. Le niveau de force de F_{min} et F_{max} et la divergence de F_{max} sont d'autant plus importants que le taux d'humidité est élevé.

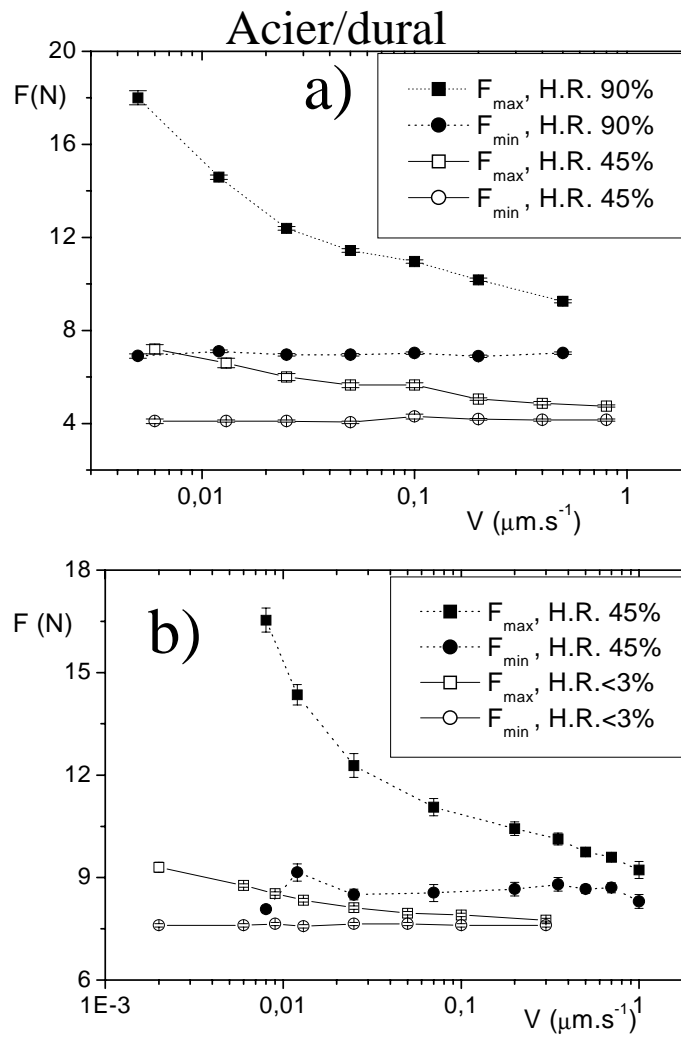


FIG. 5.17 – Forces minimale F_{min} et maximale F_{max} en fonction de la vitesse pour des billes d'acier dans le tube en dural: a) pour une hauteur $H = 1.4D$ (250 g) de billes à 45% d'humidité et en atmosphère humide (90%); b) pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes à 45% d'humidité et en atmosphère sèche ($< 3\%$).

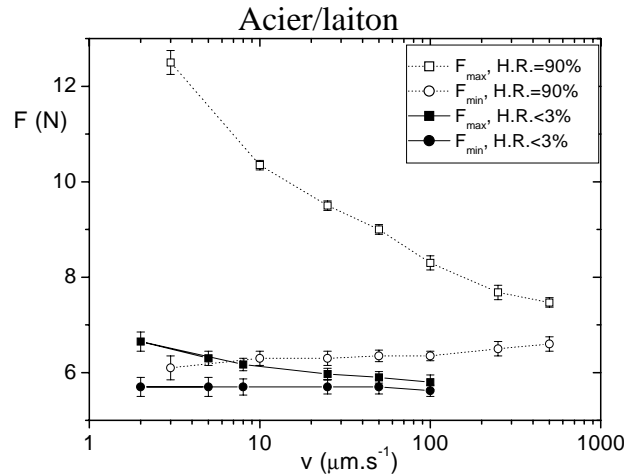


FIG. 5.18 – Forces minimale F_{min} et maximale F_{max} en fonction de la vitesse pour une hauteur $H = 1.7D$ (300 g) de billes d'acier dans le tube en laiton en atmosphère humide (90%) et en atmosphère sèche (< 3%).

Analyse

Pour chaque expérience, on mesure pour tout mouvement de stick-slip un temps de vieillissement lors du blocage $t_{stick} = (F_{max} - F_{min}) / (kV)$; ce temps est associé à un paramètre $K\mu_s(t_{stick})$ extrait de l'ajustement de la force F_{max} atteinte lors de ce mouvement de stick-slip par l'équation (5.5), qui exprime F_{max} en fonction de la hauteur de billes, du coefficient de Janssen K et du coefficient de frottement aux parois μ_s .

Cette analyse est effectuée pour la colonne en dural puis pour la colonne en laiton. Les résultats obtenus dans ces deux colonnes sont ensuite comparés et commentés.

Acier/dural

Pour les expériences effectuées dans le tube en dural, on extrait un paramètre $K\mu_s$ (figure 5.19) qui augmente à peu près logarithmiquement avec le temps de vieillissement, et croît fortement avec l'humidité: $K\mu_s$ double de valeur lorsqu'on passe de 3% à 45%, et double encore lorsqu'on passe de 45% à 90%.

En outre, la variation de $K\mu_s$ avec le temps de blocage t_{stick} dépend fortement du taux d'humidité. Les paramètres Kb issus d'un ajustement logarithmique de $K\mu_s(t)$ par $\mu_s(t) = \mu_0 + b \ln(t/\tau_0)$ sont donnés dans la table 5.1. Rappelons que la différence de résultats pour deux masses de billes différentes est imputable en partie au modèle de Janssen (voir section 5.3).

On observe ainsi que le vieillissement est 5 fois plus important en atmosphère humide qu'en atmosphère sèche.

L'évolution logarithmique n'est cependant pas parfaite: au-delà de 3000 s environ, on observe que $K\mu_s$ se met à augmenter plus brusquement avec le temps de

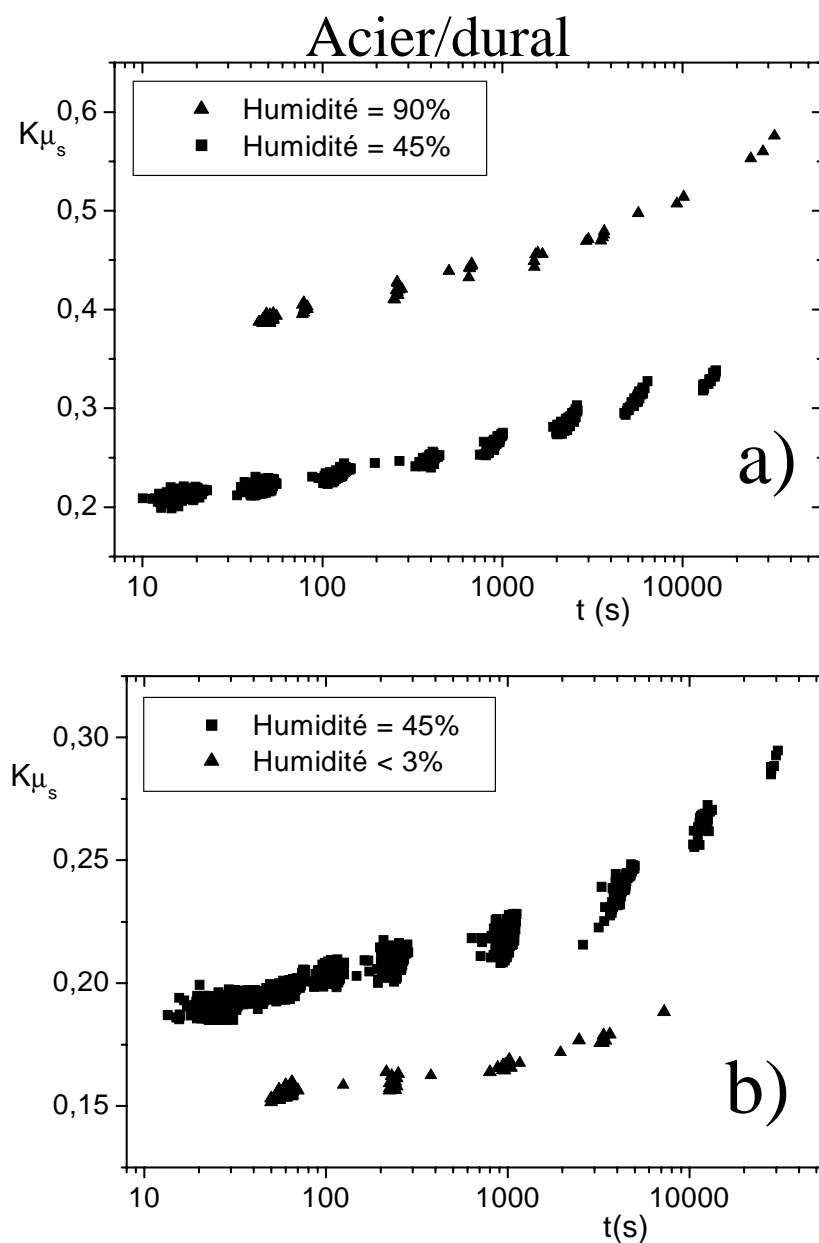


FIG. 5.19 – Coefficient $K\mu_s$ en fonction du temps de blocage t_{stick} dans le régime de stick-slip. Chaque point expérimental correspond à un événement de stick-slip, pour lequel on a extrait $K\mu_s$ par un ajustement de la valeur de la force maximale F_{max} avec la formule de Janssen. a) pour une hauteur $H = 1.4D$ (250 g) de billes à 45% d'humidité et en atmosphère humide (90%); b) pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes à 45% d'humidité et en atmosphère sèche (< 3%).

Humidité	masse de billes	Kb
< 3%	m=380 g	0.005 ± 0.0005
45%	m=380 g	0.010 ± 0.0005
45%	m=250 g	0.015 ± 0.0005
90%	m=250 g	0.023 ± 0.001

TAB. 5.1 – Paramètre Kb issu d'un ajustement de $K\mu_s(t)$ par $\mu_s(t) = \mu_0 + b \ln(t/\tau_0)$ pour différents taux d'humidité, pour une hauteur $H = 1.4D$ (250 g) et une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans la colonne en dural.

vieillessement ; ce résultat est observable pour les trois taux d'humidité, et est semblable à celui obtenu par Losert et al. [62], présenté sur la figure 2.10. Il explique que les ajustements des données obtenus à 45% d'humidité pour 2 masses de billes différentes sont très différents : le plus grand nombre de valeurs de $K\mu_s$ pour des temps de vieillissement supérieurs à 3000 s dans les expériences effectuées sur 300 g de billes en augmente singulièrement le paramètre d'ajustement.

Il est tentant de lier cet effet à la structure du milieu granulaire : on peut penser qu'il y a un vieillissement de la structure du tas qui se traduit par une meilleure redirection des contraintes. Par exemple, une analyse de Rankine [74] prédit une augmentation de la constante de Janssen K avec la friction interne : dans ce cas, le couplage entre vieillissement de la friction aux parois et vieillissement de la friction bille/bille peut conduire à un vieillissement accéléré de $K\mu_s$.

Mais à ce stade, il est impossible de différencier effets de parois des effets de structure. La comparaison avec les résultats obtenus dans la colonne en laiton va nous donner des éléments de réponse.

Acier/laiton

Pour les expériences effectuées dans le tube laiton, le paramètre $K\mu_s$ extrait des données expérimentales (figure 5.19) augmente également logarithmiquement avec le temps de vieillissement.

Cependant, la dépendance avec l'humidité est moins importante dans le cas du laiton : pour un temps de vieillissement de 100 s, $K\mu_s$ n'augmente que de 50% quand on passe d'une atmosphère sèche à 90% d'humidité, alors qu'il augmentait de 150% dans la colonne en dural.

De plus, on constate ici que $K\mu_s$ augmente logarithmiquement avec le temps de vieillissement sur quatre décades, sans dévier de cette loi aux temps longs contrairement au cas du dural.

La variation de $K\mu_s$ avec le temps de blocage t_{stick} dans le tube en laiton dépend également du taux d'humidité. Les paramètres Kb issus d'un ajustement de $K\mu_s(t)$ par $\mu_s(t) = \mu_0 + b \ln(t/\tau_0)$ sont donnés dans la table 5.2. Le coefficient de vieillissement augmente cette fois d'un facteur 2.5 entre l'atmosphère sèche et l'atmosphère humide.

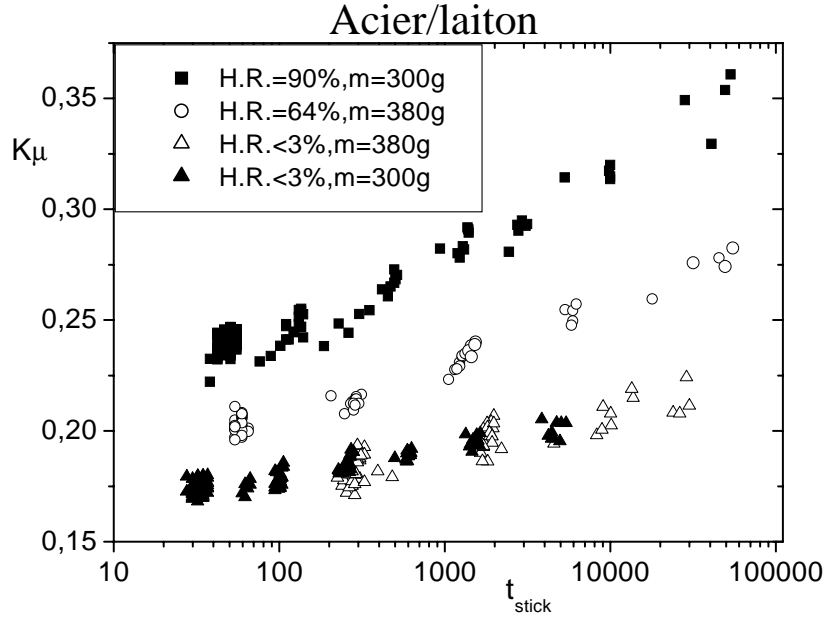


FIG. 5.20 – Coefficient $K\mu_s$ en fonction du temps de blocage t_{stick} dans le régime de stick-slip pour une hauteur $H = 1.7D$ (300 g) de billes en atmosphère humide (90%) et en atmosphère sèche (< 3%), et pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes à 64% d'humidité et en atmosphère sèche (< 3%), dans le tube en laiton. Chaque point correspond à un événement de stick-slip, pour lequel on a extrait $K\mu_s$ par un ajustement de la valeur de la force maximale F_{max} avec la formule de Janssen.

Humidité	masse de billes	Kb
< 3%	300 g	0.0055 ± 0.0005
< 3%	380 g	0.007 ± 0.0005
64%	380 g	0.011 ± 0.0005
90%	300 g	0.014 ± 0.0003

TAB. 5.2 – Paramètre Kb issu d'un ajustement de $K\mu_s(t)$ par $\mu_s(t) = \mu_0 + b \ln(t/\tau_0)$ pour différents taux d'humidité dans la colonne en laiton.

Commentaires

Les seules différences entre les deux systèmes étudiés sont les contacts aux parois. Les différences de comportement observées, tant sur la forme du vieillissement que sur la dépendance avec l'humidité, suggère donc que le vieillissement de $K\mu_s$ est principalement un vieillissement du coefficient de friction μ_s aux parois et que l'humidité influe en majeure partie sur les contacts aux parois.

L'effet de l'humidité semble être double dans la colonne en dural : d'une part la dépendance du coefficient de frottement avec l'humidité est d'autant plus forte que le taux d'humidité est élevé, d'autre part le niveau de friction pour les temps courts est d'autant plus important que le taux d'humidité est grand.

Dans la colonne en laiton, il ne semble y avoir d'effet de l'humidité que sur le coefficient de vieillissement : les courbes de $K\mu_s(t_{stick})$ se rejoignent en $t = 0.1$ ms.

Si le coefficient de vieillissement est comparable dans les deux colonnes en atmosphère sèche, il est plus élevé dans la colonne en dural ($Kb = 0.023$) en atmosphère humide que dans la colonne en laiton ($Kb = 0.014$).

Le fait que le coefficient de vieillissement soit non nul en atmosphère sèche indique que le phénomène de condensation capillaire n'est pas suffisant pour expliquer le phénomène de vieillissement.

Le vieillissement étant parfaitement logarithmique dans la colonne en laiton, nous sommes amené à analyser de nouveau le vieillissement dans la colonne en dural. Si on suppose que les propriétés de K ne dépendent que de la nature du milieu granulaire, il nous faut donc considérer que l'augmentation du vieillissement dans la colonne en dural n'est pas liée au vieillissement des contacts bille/bille. On peut émettre comme hypothèse que c'est un effet du cisaillement sur le vieillissement ; en effet, dans nos expériences, lors d'un "stick" dans le mouvement de stick-slip, la force de poussée augmente linéairement avec le temps, ce qui augmente donc le cisaillement aux parois (ainsi que la pression de contact). Ainsi le vieillissement s'effectue sous un cisaillement qui n'est pas constant au cours du temps, et qui est d'autant plus important en moyenne que le temps de vieillissement est grand. On a vu dans le chapitre 2 que le coefficient de vieillissement en friction solide/solide dépend fortement du cisaillement appliqué (un résultat pour la friction acier/dural est exposé en annexe 3). On comprend donc que pour un cisaillement moyen plus grand, donc un temps d'attente plus grand dans notre expérience, le coefficient de vieillissement soit plus important.

Retour sur F_{max} et F_{min}

On peut analyser les résultats dans le cadre du modèle de Janssen adapté à la poussée pour comprendre la divergence forte de F_{max} avec la vitesse. En effet, on constate expérimentalement que $F_{min} = F_0$ est à peu près indépendante de la

vitesse; le temps de vieillissement s'écrit donc :

$$t_{stick} = (F_{max} - F_0)/(kV) \quad (5.6)$$

Le coefficient de friction statique acier/dural et acier/laiton suit une loi de vieillissement logarithmique :

$$\mu_s(t) = \mu_0 + b \ln(t/\tau) \quad (5.7)$$

En utilisant la valeur de $\mu_s(t)$ pour un temps de vieillissement t_{stick} dans la formule (5.5) exprimant F_{max} en fonction de la hauteur de billes, on obtient alors

$$F_{max} \propto V^{-1/\gamma} \quad (5.8)$$

avec $\gamma = R/(2KbH) - 1$.

La divergence de F_{max} est donc, comme observé expérimentalement, d'autant plus importante que la hauteur de billes est grande et que le coefficient de vieillissement (donc l'humidité comme nous l'avons constaté) est élevé.

L'indépendance de F_{min} avec la vitesse peut paraître un peu paradoxale : en effet, à basse vitesse la force F_{max} atteinte lors du mouvement de stick-slip croît fortement : on pourrait donc s'attendre à ce que F_{min} soit d'autant plus petite que F_{max} est grande, comme pour le mouvement de stick-slip étudié en annexe 4. Nous reviendrons sur la valeur de F_{min} dans le chapitre 6.

5.4.2 Glissement continu

Observations

La force \bar{F} en régime de glissement continu augmente fortement lorsque la vitesse augmente (plus fortement qu'un logarithme) et augmente également fortement avec le taux d'humidité. Ce dernier phénomène a posé de forts problèmes de reproductibilité lors de premières expériences avant que nous n'ayons l'idée de séparer les résultats en fonction du taux d'humidité, même pour des différences en apparence faibles.

Dans la colonne en dural, la force de résistance à la poussée pour une vitesse de $100 \mu\text{m.s}^{-1}$ est 60% plus élevée pour un taux d'humidité de 73% que pour un taux de 40%; en revanche, à proximité de la transition vers le stick-slip ($1 \mu\text{m.s}^{-1}$), la dépendance avec l'humidité est moins forte (inexistante en atmosphère ambiante). L'augmentation de la force avec la vitesse est d'autant plus forte que le taux d'humidité est élevé.

Dans la colonne en laiton, la force \bar{F} est plus forte lorsque le taux d'humidité est plus élevé, mais sa croissance avec la vitesse ne semble pas dépendre du taux d'humidité. A $100 \mu\text{m.s}^{-1}$, \bar{F} n'augmente que de 15% entre l'atmosphère sèche et l'atmosphère humide.

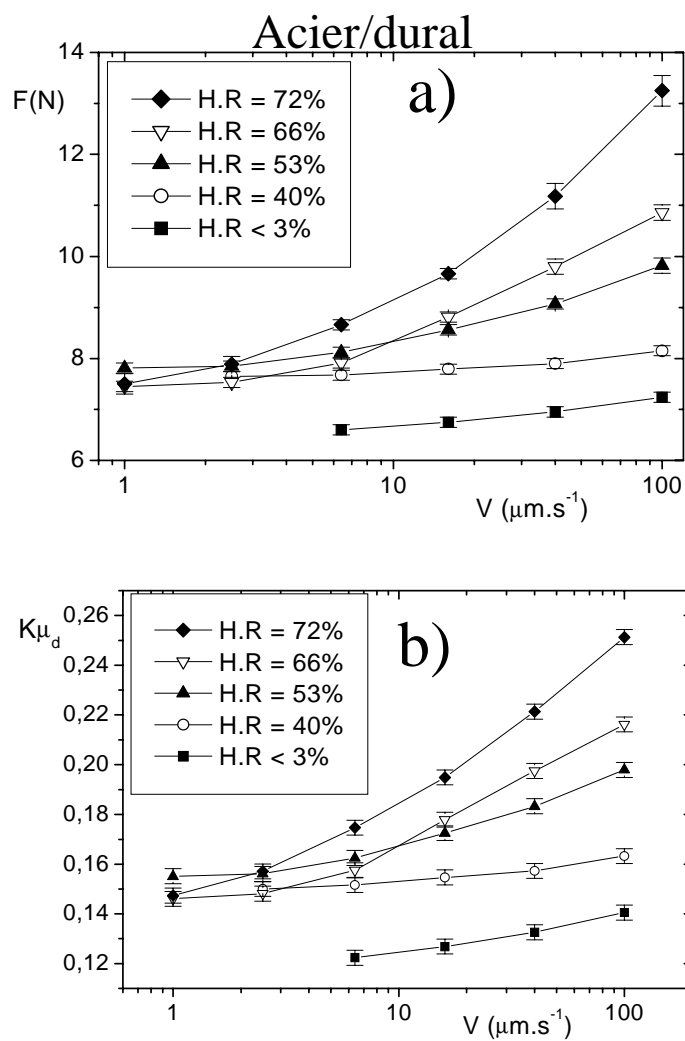


FIG. 5.21 – a) Force moyenne \bar{F} dans le régime de glissement continu pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans un tube en dural, à diverses humidités relatives (H.R.). b) Coefficient $K\mu_d$ extrait d'un ajustement de \bar{F} par la formule de Janssen.

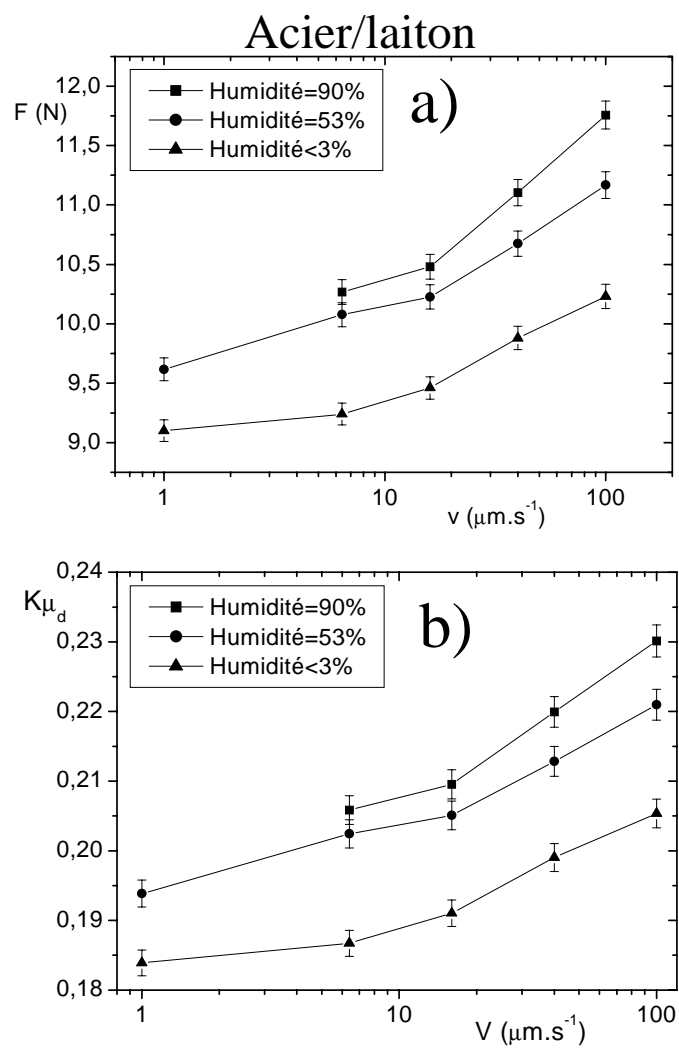


FIG. 5.22 – a) Force moyenne \bar{F} dans le régime de glissement continu pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans un tube en laiton, à divers taux d'humidité. b) Coefficient $K\mu_d$ extrait d'un ajustement de \bar{F} par la formule de Jansen.

Analyse

L'ajustement de \bar{F} par la formule de Janssen adaptée à la poussée (équation (5.4)) permet d'extraire un coefficient $K\mu_d(V)$ pour les différents taux d'humidité. La grande différence de comportement en régime de glissement continu entre la colonne en dural et la colonne en laiton, à l'instar du régime de stick-slip, suggère que les variations d'humidité et de vitesse influent essentiellement sur le coefficient de friction aux parois, et peu sur les propriétés mécaniques (autrement dit sur K).

Acier/dural

La figure 5.21 indique qu'en atmosphère sèche le niveau de friction est globalement plus bas qu'en atmosphère ambiante. En atmosphère ambiante, la variation du taux d'humidité semble affecter uniquement la dépendance en la vitesse : la friction augmente d'autant plus fortement avec la vitesse que le taux d'humidité est élevé. Ce phénomène peut s'interpréter comme une contribution visqueuse de l'eau condensée à l'interface bille/paroi. Le tableau 5.3 récapitule les résultats d'un ajustement logarithmique grossier des données par $\mu_d(V) = \mu_0 + (a-b) \ln(V/V_0)$. Nous utilisons $(a-b)$ comme paramètre par référence au modèle de Dieterich-Ruina exposé dans le chapitre 2.

Humidité	$K(a-b)$
< 3%	0.0065 ± 0.0006
40%	0.004 ± 0.0005
53%	0.013 ± 0.001
66%	0.021 ± 0.0005
72%	0.028 ± 0.0015

TAB. 5.3 – Paramètre $K(a-b)$ issu d'un ajustement de $K\mu_d$ par la formule $\mu_d(V) = \mu_0 + (a-b) \ln(V/V_0)$ pour différents taux d'humidité dans la colonne en dural.

On constate ici que le coefficient de dépendance logarithmique avec la vitesse augmente d'un facteur 7 quand on passe de 40% d'humidité à 72% d'humidité.

Aucune étude de l'influence de l'humidité sur la friction en régime dynamique n'a été effectuée à notre connaissance ; nous avons pourtant observé ici un effet particulièrement important sur le coefficient de dépendance avec la vitesse. Rappelons cependant que Dieterich et Conrad [27], lors de l'étude d'une roche (Eureka Quartzite), ont observé un coefficient de frottement plus élevé en atmosphère sèche qu'ambiante, qui croît avec la vitesse en atmosphère sèche tandis qu'il diminue lorsque la vitesse augmente en atmosphère ambiante.

On peut comparer ces résultats avec ceux obtenus en friction solide. Pour ce faire, il nous faut évaluer la constante de Janssen puisque l'analyse du signal dynamique

ne nous donne que $K\mu_d$. On extrait K des résultats obtenus en statique, exposés en section 5.3. Nous avons obtenu $K\mu_s = 0.184 \pm 0.002$ pour un temps de blocage de 40 secondes ; de la mesure du frottement statique par angle de pente $\mu_s = 0.18 \pm 0.01$, on déduit $K = 1.02 \pm 0.07$.

Le coefficient de friction dynamique obtenu en friction solide est ainsi comparé sur la figure 5.23 à celui obtenu lorsqu'on analyse la force de résistance du milieu granulaire avec la formule de Janssen adaptée à la poussée. Notons que l'incertitude sur le coefficient μ_d extrait de la friction de la colonne est essentiellement systématique (due à l'incertitude sur K , elle-même due à l'incertitude sur la friction statique).

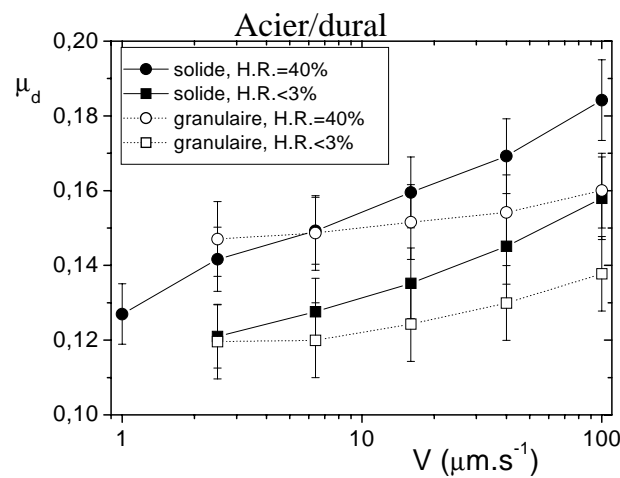


FIG. 5.23 – Coefficient de friction μ_d extrait d'un ajustement de \bar{F} par la formule de Janssen pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans la colonne en dural et μ_d mesuré en friction solide, pour deux humidités relatives (H.R.) : 40% et < 3%.

On constate que le coefficient de friction mesuré en friction solide évolue plus rapidement avec la vitesse que le coefficient de friction déduit d'un ajustement de la force de résistance à la poussée, que ce soit en atmosphère sèche ou ambiante. En revanche la variation de ces deux coefficients avec le taux d'humidité est la même. Dans cette analyse, nous avons supposé que le coefficient de Janssen K est constant. Il est possible d'imaginer une diminution de K avec la vitesse pour que l'évolution du coefficient de friction solide avec la vitesse soit cohérente avec celle de la force de poussée du milieu granulaire. Nous resterons cependant prudent car les observations du chapitre 4 ont montré que les contacts frottants étudiés dans les deux dispositifs sont différents et peuvent donc avoir des propriétés de friction différentes ; nous avons par ailleurs constaté la formation d'une fine rayure dans la colonne en laiton.

Acier/laiton

Dans la colonne en laiton, on obtient la même phénoménologie que dans la colonne en dural : $K\mu_d$ augmente avec la vitesse et le taux d'humidité. L'effet de variation avec l'humidité, de même qu'en statique, est cependant moins important que dans la colonne en dural. Le coefficient $K\mu_d$ à $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ augmente de 15% lorsqu'on passe de 0% d'humidité à 90% d'humidité. Cette variation est plus faible qu'en statique ($K\mu_s$ augmentait de 50%). Une différence avec la colonne en dural est que l'humidité semble influencer ici essentiellement sur le niveau global de la friction et pas, ou peu, sur la variation de la friction avec la vitesse. Le tableau 5.4 récapitule les résultats d'un ajustement logarithmique grossier des données avec $\mu_d(V) = \mu_0 + (a-b) \ln(V/V_0)$. Le coefficient de dépendance avec la vitesse ne varie pas avec le taux d'humidité, et est plus faible que dans la colonne en dural.

Humidité	$K(a-b)$
< 3%	0.007 ± 0.001
53%	0.007 ± 0.001
90%	0.0085 ± 0.0015

TAB. 5.4 - Paramètre $K(a-b)$ issu d'un ajustement de $K\mu_d$ par la formule $\mu_d(V) = \mu_0 + (a-b) \ln(V/V_0)$ pour différents taux d'humidité dans la colonne en laiton.

Fluctuations

Les fluctuations du signal de force en régime dynamique semblent indépendantes de la vitesse de poussée lorsqu'on observe la force en fonction de la distance parcourue (figure 5.24). La friction des billes seules révèle les mêmes caractéristiques. Il semble donc que les fluctuations de la force de poussée du milieu granulaire soient dominées par la friction bille/paroi.

Cette observation qualitative peut être approfondie par une étude du spectre des fluctuations. Dans le cas du milieu granulaire dans le tube en dural, le spectre possède une fréquence qui se met à l'échelle avec l'inverse de la vitesse de poussée, donnant lieu à une distance caractéristique de fluctuations de $9 \mu\text{m}$. Cette distance est absente du spectre des fluctuations lorsqu'on fait avancer le piston à vide. L'observation de cette même distance caractéristique dans le spectre du signal de friction solide dans le tube en dural nous a tout d'abord amené à conclure qu'il s'agit d'une caractéristique des propriétés de surface. Mais nous avons obtenu cette même distance pour le milieu granulaire dans le tube en laiton, et pour la friction solide sur le laiton. Ces observations nous permettent de conclure qu'il ne s'agit ni d'une caractéristique granulaire, ni d'une caractéristique de la friction bille/paroi.

Il est probable que cette distance caractéristique issue du spectre des fluctuations soit générée par le moteur, même si nous ne l'avons pas observée lors de la poussée du

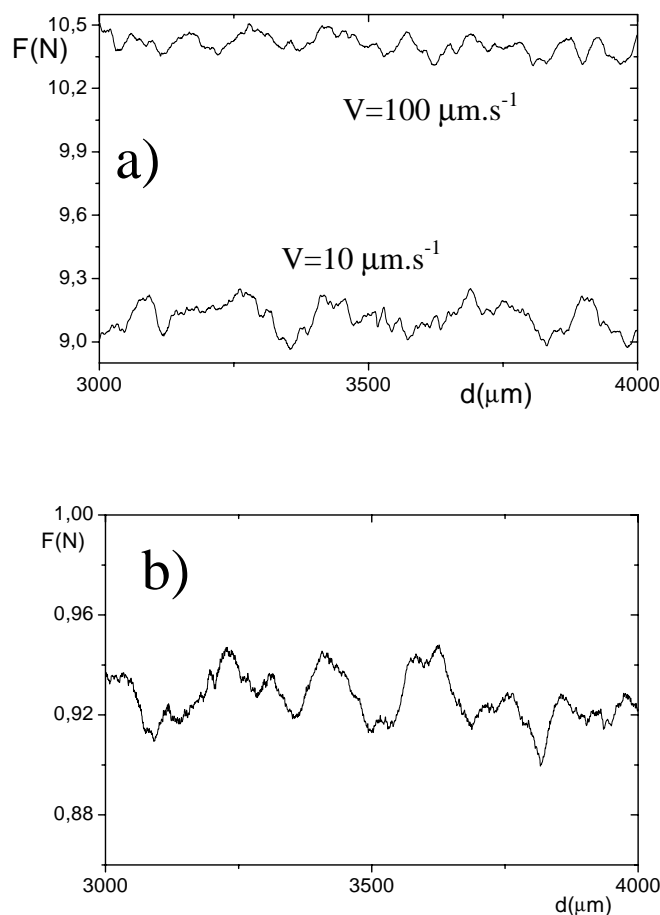


FIG. 5.24 – Force de résistance à la poussée en régime de glissement continu en fonction de la distance parcourue par la platine $d_{platine}$: a) pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural, à $10 \mu m.s^{-1}$ et $100 \mu m.s^{-1}$; b) pour le frottement de 3 billes d'acier dans le tube en dural, avec notre dispositif, pour $V = 50 \mu m.s^{-1}$.

piston à vide. Nous ne pouvons donc pas faire d'observation autre que la description qualitative effectuée sur la figure 5.24.

Analyse en termes du modèle de Dieterich-Ruina

Il est tentant d'identifier les paramètres d'augmentation du coefficient de friction en fonction de la vitesse et du temps d'attente avec les paramètres du modèle de Dieterich-Ruina. Pour vérifier l'adéquation entre notre système et ce modèle, il nous faut réaliser une nouvelle mesure, indépendante des deux précédentes, de ces deux paramètres.

L'idée est de faire une expérience de variation brusque de la vitesse : on attend alors un saut de valeur du coefficient de friction suivi d'une relaxation vers sa nouvelle valeur stationnaire, ainsi qu'exposé dans la section 2.3, figure 2.8.

En pratique, nous n'avons jamais observé un tel phénomène. Cela signifie-t-il pour autant que le modèle de Dieterich-Ruina n'est pas adapté à décrire notre système?

Rappelons tout d'abord que la différence entre le coefficient de friction juste après le changement de vitesse et le coefficient de friction dans le nouveau régime stationnaire est égal au paramètre b . Ce paramètre est celui que nous avons déduit du vieillissement en régime de stick-slip. En atmosphère ambiante, nous avons obtenu $Kb = 0.010$ pour la friction acier/dural, tandis que $Kb = 0.011$ pour la friction acier/laiton. Ceci constitue une variation de 5% de la valeur de $K\mu_d$ en régime stationnaire, qui devrait donner lieu à une variation de force de 0.5 N. Les fluctuations de force étant localement de 0.1 N, il est donc légitime d'attendre une observation liée à la variation instantanée de la friction aux parois.

Considérons une variation brusque de $10 \mu\text{m.s}^{-1}$ à $100 \mu\text{m.s}^{-1}$ dans les conditions expérimentales précédentes (par exemple une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural); dans ce cas la force de résistance à la poussée en régime stationnaire augmente de 1 N. On s'attend donc lors du changement de vitesse à observer une croissance instantanée de la force de résistance supérieure à 1 N. Mais la force ne peut augmenter instantanément dans notre dispositif (à moins de supposer que le milieu granulaire descend); une augmentation de force ΔF à une vitesse d'entraînement V se fait en un temps minimal $t = \Delta F/(kV)$. Donc une augmentation de 1 N à $100 \mu\text{m.s}^{-1}$ se fait en un temps $t=0.25$ s. Il faut comparer ce temps au temps τ d'atteinte du régime stationnaire dans le modèle de Dieterich-Ruina : $\tau = D_0/V$; τ sera inférieur au temps de variation de la force pour $D_0 < 25 \mu\text{m}$. Même si nous n'avons pas de mesure de D_0 , on peut considérer que cette hypothèse est plausible : les valeurs expérimentales constatées [7, 47, 63] sont toutes autour de $1 \mu\text{m}$; de plus, l'interprétation de D_0 en termes de distance de renouvellement des contacts nous amène à lui donner une valeur plus proche de 10 nm pour les contacts bille/paroi dans la colonne granulaire (d'après la caractérisation des contacts du chapitre 4). Il est donc normal de ne pas observer de saut suivi d'une relaxation de la force lors d'une augmentation brusque de la vitesse.

Si on considère maintenant une variation brusque de $100 \mu\text{m.s}^{-1}$ à $10 \mu\text{m.s}^{-1}$, la force de résistance à la poussée doit décroître cette fois instantanément de 1 N. La réponse du système est dans ce cas donnée par le temps de réponse inertiel $t_{in} = 2\pi\sqrt{m/k}$; pour une force de résistance de 10 N, on obtient $t_{in} = 30$ ms. Si $D_0 = 1 \mu\text{m}$, alors $\tau = 100$ ms et une variation de force pourrait être observée. On peut donc conclure que $D_0 < 1 \mu\text{m}$.

La même observation pour un saut de vitesse de $100 \mu\text{m.s}^{-1}$ à $1 \mu\text{m.s}^{-1}$ permet de conclure que si le modèle de Dieterich-Ruina est adapté pour décrire le frottement acier/dural et acier/laiton, alors $D_0 < 200$ nm, ce qui est cohérent avec une

interprétation en termes de distance de renouvellement des contacts, étant donné que nos contacts sont vraisemblablement nanométriques.

5.4.3 L'humidité : un problème ouvert

Nous avons obtenu le résultat étonnant suivant : lors d'un mouvement de stick-slip en atmosphère ambiante, nous avons observé un signal de force indépendant du taux d'humidité sur 30 heures devenir soudainement corrélé fortement à ce même taux d'humidité (figures 5.25, 5.26).

On remarque que pendant les 30 premières heures, le taux d'humidité varie entre 52% et 62%, tandis que force maximale et force minimale ne varient quasiment pas : $F_{max} = 11.6$ N, $F_{min} = 8.2$ N. Puis le taux d'humidité passe rapidement (en une heure) de 62% à 68%; à partir de cet événement, et sur les 80 heures qui suivent, F_{min} et F_{max} évoluent de façon corrélée à l'humidité. Ainsi F_{max} varie entre 12 N et 10 N, et F_{min} entre 8N et 7.5 N, pour un taux d'humidité évoluant de façon non monotone entre 68% et 58%.

Ce phénomène nous laisse d'autant plus perplexe que nous n'avons jamais observé ce phénomène avec notre dispositif de contrôle d'humidité : comme indiqué dans la section 3.2, lorsqu'une atmosphère sèche était imposée, le signal de force diminuait toujours instantanément et gardait ensuite une valeur stationnaire (jusqu'à 5 jours); lorsqu'une atmosphère humide était imposée, la force augmentait progressivement sur un maximum de 3 heures avant d'atteindre une valeur stationnaire.

Ce résultat incite à la prudence quant à l'interprétation de résultats obtenus en atmosphère ambiante : par exemple on constate sur la figure 5.26 que pour un taux d'humidité de 60%, on observe une valeur de F_{max} qui vaut 11.5 ± 0.2 N lorsque force et humidité ne sont pas corrélées, et 10.3 ± 0.2 N lorsqu'elles sont corrélées. Cela rend d'autant plus délicate toute comparaison de résultats obtenus pour un même taux d'humidité, comme les résultats de friction solide avec les résultats obtenus dans la colonne granulaire.

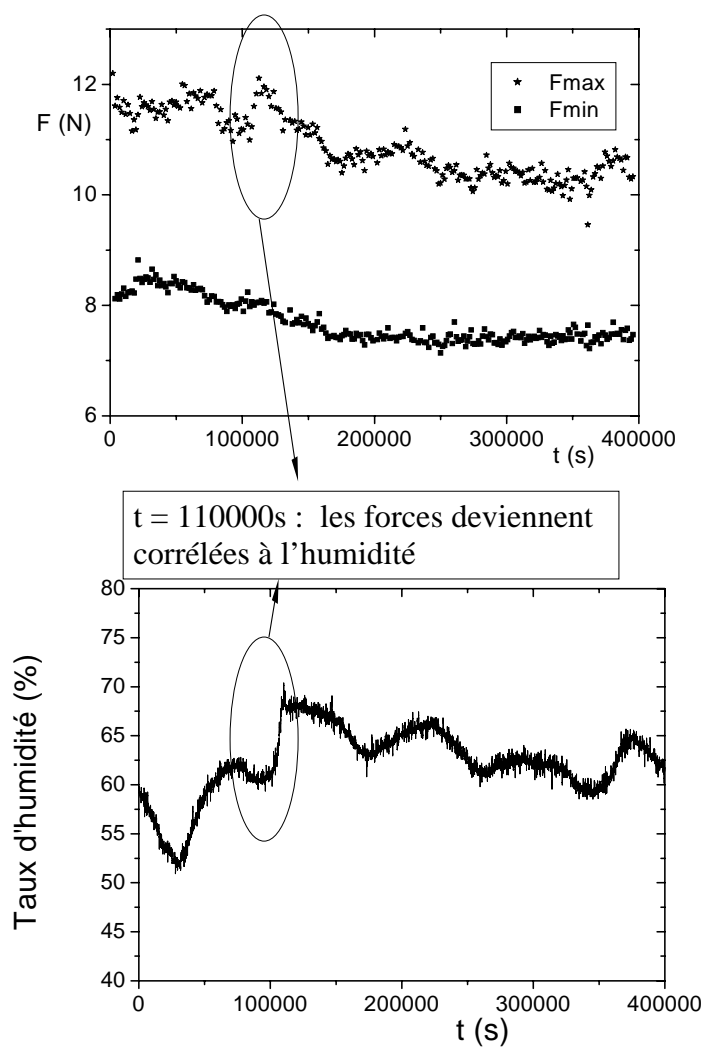


FIG. 5.25 – a) Evolution des forces minimale F_{min} et maximale F_{max} lors d'un mouvement de stick-slip à $V = 50 \text{ nm.s}^{-1}$ d'une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural. b) Evolution du taux d'humidité pendant cette même expérience.

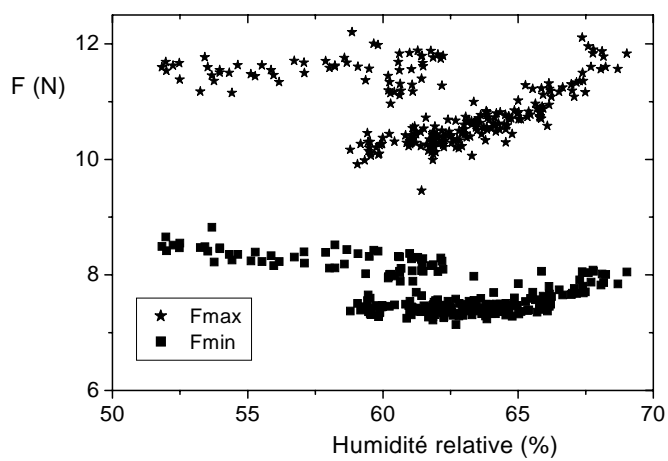
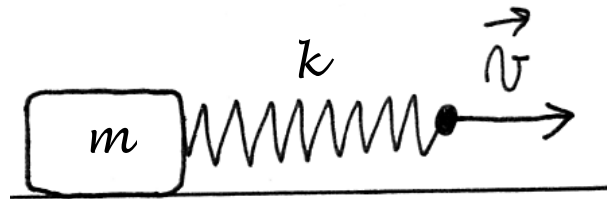


FIG. 5.26 – Forces maximale F_{max} et minimale F_{min} lors du mouvement de stick-slip de l'expérience de la figure 5.25 en fonction de l'humidité relative.

Chapitre 6

Instabilité de stick-slip

Il n'y a pas de problème théorique à emmener un solide en glissement à vitesse constante lorsqu'on est capable d'imposer instantanément la force qui compense la force de frottement dynamique ; cependant, expérimentalement, cette force est imposée par l'intermédiaire d'un ressort de raideur finie, et le couplage entre le système étudié et le dispositif expérimental peut conduire à l'instabilité du glissement : c'est le mouvement de stick-slip.



Nous allons tout d'abord présenter les résultats expérimentaux trouvés à ce sujet par les tribologues, les géophysiciens, et les physiciens qui étudient les milieux granulaires ; nous nous attacherons particulièrement à décrire des expériences qui semblent trouver une spécificité granulaire dans les propriétés de stick-slip. Puis nous exposerons les théories expliquant la transition du glissement continu vers le stick-slip, avant d'analyser nos résultats expérimentaux à partir de ces théories.

6.1 Résultats expérimentaux

6.1.1 Friction solide/solide

Brockley et al. [13] ont été les premiers à notre connaissance à observer du stick-slip pour un matériau dont le coefficient de frottement dynamique augmente avec la vitesse, et ils en ont donné l'explication exposée en section 6.2.2.

L'étude la plus exhaustive des différents régimes de stick-slip a été effectuée par Heslot et al. [47], pour le frottement bristol/bristol (figure 6.1).

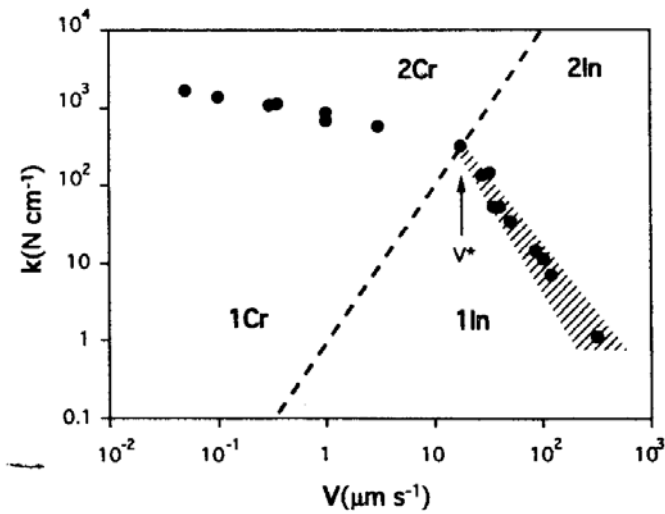


FIG. 6.1 – Représentation des différents régimes dynamiques dans un diagramme k - V , où k est la constante de raideur du système de poussée, et V la vitesse d'entraînement, pour la friction bristol/bristol, pour une force de contact de 12 N. Les points indiquent la transition entre stick-slip (sous les points) et glissement continu (au-dessus des points). La courbe en tirets indique la séparation entre la zone dite de fluage (à gauche), et la zone dite inertielle. Courbe extraite de [47].

A basse vitesse (inférieure à $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), le coefficient de friction dynamique bristol/bristol diminue logarithmiquement avec la vitesse. Dans ce régime, la transition vers le stick-slip s'effectue à k/m à peu près constant (k est la raideur du système d'entraînement, m la charge normale de contact), avec cependant une très légère dépendance logarithmique avec la vitesse. La transition vers le stick-slip est continue et est de type bifurcation de Hopf surcritique. Ceci est cohérent avec la théorie que nous exposerons en section 6.2.1. Ce régime est appelé régime de fluage par les auteurs.

Au-delà d'une vitesse critique (de l'ordre de $100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), Heslot et al. observent un autre régime caractérisé par une transition à amplitude finie, hystérétique, qui suggère une bifurcation fourche sous-critique. Dans ce régime, la raideur de transition diminue lorsque la vitesse de transition augmente. Ce changement de régime de stick-slip est aussi caractérisé par un changement de la dépendance du coefficient de friction dynamique μ_d avec la vitesse : μ_d augmente désormais avec la vitesse, et croît linéairement avec celle-ci. Le comportement est cette fois semblable à celui décrit par Brockley et al. [13], que nous étudierons en section 6.2.2. Ce régime est appelé régime inertielle par les auteurs.

Le passage du régime de fluage au régime inertielle a lieu lorsque le temps de réponse inertielle du système $\tau_{in} = 2\pi\sqrt{(M/k)}$ devient supérieur au temps de fluage du système $\tau_{fl} = D/V$ où D est la distance de fluage au repos avant la mise en mouvement, de l'ordre de $1 \mu\text{m}$, et semble s'identifier avec la distance D qui intervient

dans l'équation de Dieterich-Ruina (voir section 2.3.5).

6.1.2 Géophysique

Instabilité de stick-slip et tremblements de terre

L'explication généralement admise pour les tremblements de terre est qu'il s'agit d'un mouvement de stick-slip dû à l'instabilité du mouvement de glissement : il est admis que la friction dynamique entre plaques tectoniques doit décroître avec la vitesse pour que les tremblements de terre soient possibles. Cette hypothèse, fondée sur le modèle de Dieterich-Ruina (voir section 6.2.1), constitue un cadre d'étude des plaques tectoniques [64, 91, 100].

Ainsi, les géophysiciens étudient la friction roche/roche en laboratoire [64, 91, 100], analysent la friction en fonction du modèle de Dieterich-Ruina, et espèrent déduire du comportement observé des prédictions sur le futur des zones de séismes même si la remise à l'échelle du laboratoire aux failles n'est pas évidente [64].

Seules des conditions particulières de température et de pression ont permis à Scholz [91] d'obtenir une augmentation du coefficient de friction dynamique granite/granite avec la vitesse (figure 6.2b). Cette propriété de dépendance avec la température et la pression, associée à l'existence d'un seuil d'instabilité dépendant de la pression de contact dans le modèle de Dieterich-Ruina (voir section 6.2.1), est employée par l'auteur pour déterminer en particulier la profondeur de nucléation des tremblements de terre à l'intérieur des failles, et différencier les failles terrestres des failles sous-marines.

La friction de deux plaques tectoniques générant des produits d'abrasion, la gouge, il semble plus réaliste de simuler cette gouge en laboratoire en insérant entre les deux roches étudiées un milieu granulaire constitué de débris de ces mêmes roches. Toutes les gouges expérimentées par Marone [64] ont un coefficient de frottement dynamique qui croît avec la vitesse (figure 6.2b) : il s'intéresse donc aux conditions de transition vers un coefficient de friction diminuant lorsque la vitesse augmente, en particulier avec la distance de cisaillement, afin de comprendre dans quel cas un tel système devient instable (en supposant que le glissement ne peut être instable que si le coefficient de friction décroît avec la vitesse).

À notre connaissance, tous les modèles supposent qu'il n'y a pas de tremblements de terre dans les conditions où le coefficient de frottement augmente avec la vitesse. Cette hypothèse est fondée sur un résultat du modèle de Dieterich-Ruina, que nous étudions en section 6.2.1. Si la friction des roches étudiées par Marone [64] et Scholz [91] semble être décrite par ce modèle, c'est aussi le cas de la friction bristol/bristol étudiée par Heslot et al. [47] ; Heslot et al. observent cependant pour des vitesses supérieures à $10 \mu\text{m.s}^{-1}$ une augmentation du coefficient de friction avec la vitesse qui n'empêche pas le système d'être instable. On peut donc rester prudent face à certaines conclusions de Marone [64] et Scholz [91].

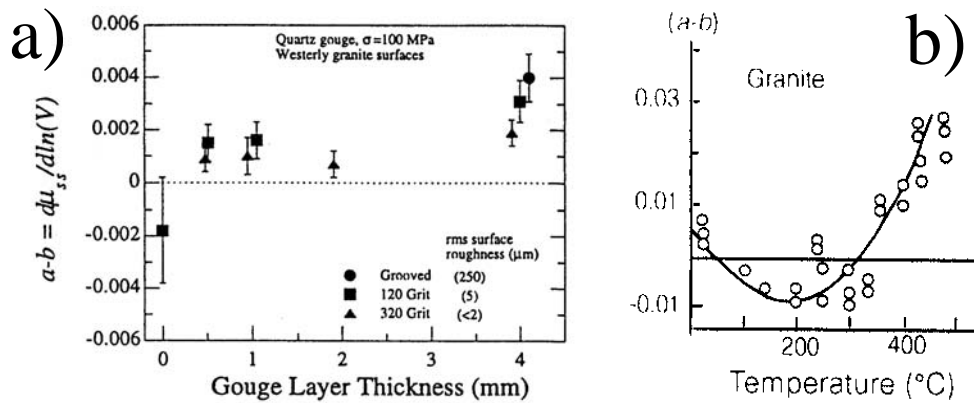


FIG. 6.2 – a) Coefficient $(a-b) = d\mu_d/d(\ln V)$ en fonction de l'épaisseur de la gouge, pour une gouge de quartz cisailée entre deux surfaces de granite (courbe extraite de [64]). b) Coefficient $(a-b)$ en fonction de la température pour la friction granite/granite (courbe extraite de [91]). Le coefficient $(a-b) = d\mu_d/d(\ln V)$ est extrait d'un ajustement logarithmique des courbes de coefficient de friction dynamique en fonction de la vitesse ; la notation $(a-b)$ réfère aux coefficients a et b du modèle de Dieterich-Ruina.

Loi de Gutenberg-Richter

Le stick-slip des plaques tectoniques possède une propriété particulière : alors que la plupart des systèmes expérimentaux de friction solide [47] ou granulaire [62, 72, 73] génèrent un stick-slip régulier, conformément aux prédictions des modèles que nous allons étudier, le stick-slip de ces plaques est caractérisé par une large distribution d'événements de glissement, de type exponentielle. Cette distribution semble obéir, suivant les failles, à la loi de Gutenberg-Richter ou à ses variantes [101] (figure 6.3). La loi de Gutenberg-Richter exprime la distribution $n(M > m)$ des magnitudes M supérieures à m :

$$\log n(M > m) = a - bm \quad (6.1)$$

où la magnitude est définie par rapport à l'énergie E d'un séisme par $\log E = 1.5M + \text{constante}$; autrement dit, la distribution des énergies des séismes suit une loi de puissance. Le coefficient a prend une valeur qui vaut généralement 1 tandis que b est caractéristique de l'activité de la zone.

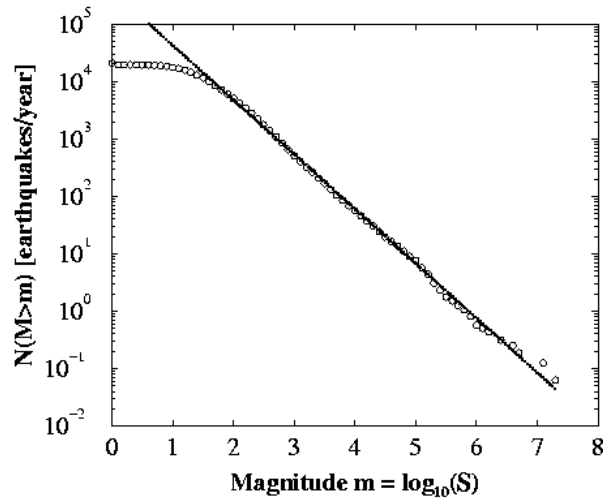
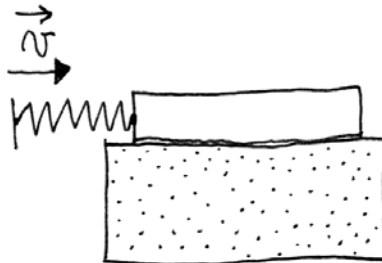


FIG. 6.3 – *Distribution annuelle des magnitudes de tremblements de terre en Californie entre 20° et 45° de latitude nord, et entre 100° et 125° de longitude ouest. Le manque de petits événements est significatif de la difficulté à les observer. La droite est la loi de Gutenberg-Richter. Courbe extraite de [6].*

6.1.3 Milieux granulaires



Le cisaillement plan de billes de verre de $100\ \mu\text{m}$ a été étudié par Nasuno et al. [72, 73], Géminard et al. [39], et Losert et al. [62]. Nous avons recensé certains résultats dans le chapitre 2 ; nous nous concentrons ici sur le régime de stick-slip. Dans ces travaux, les vitesses de poussée varient de $1\ \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $10\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$. La force en régime de glissement continu semble indépendante de la vitesse. Les auteurs observent pour les plus basses vitesses un régime de stick-slip avec une amplitude de force indépendante de la vitesse¹ [73] ; lorsque la vitesse augmente, le mouvement de stick-slip est peu à peu remplacé par des oscillations inertielles dont l'amplitude croît légèrement avec la vitesse avant de transiter continûment vers un régime de

1. Pour les vitesses d'étude, la période du stick-slip est inférieure à 10 s : ce résultat signifie donc qu'il n'y a pas de vieillissement observable en dessous de 10 s dans ce système.

glissement continu (sauf pour de faibles valeurs de k inférieures à 5000 N.m^{-1} où cette transition est discontinue).

Les événements de glissement sont précédés d'un fluage à l'échelle du grain : des grains bougent durant cette période de fluage avant que l'ensemble du milieu granulaire ne se mette en mouvement ; on retrouve une analogie avec ce qui est observé par Heslot et al. [47] à l'échelle des contacts. Autre spécificité granulaire, outre un fluage macroscopique : les glissements sont corrélés à la dilatation du milieu [73], comme l'ont observé Thompson et Grest [97]. Ce phénomène conduit les auteurs, à l'instar de [97], à conclure que le stick-slip est associé à la dilatance du matériau granulaire plutôt qu'aux propriétés de friction [39, 73] : le milieu oscille entre un état "gelé", cristallin, lors du blocage, et un état fluide lors du glissement.

Notons que l'argument principal de Thompson et Grest [97], dans une étude numérique du cisaillement plan d'un milieu granulaire, est qu'il faut trouver une nouvelle explication à l'origine du stick-slip puisque le coefficient de friction augmente avec la vitesse. Les résultats de Brockley et al. [13], Heslot et al. [47] et notre étude montrent qu'il est possible d'obtenir ce stick-slip sans faire intervenir la dilatance dans ces conditions.

Une étude expérimentale plus poussée de la corrélation entre force, déplacement, et dilatance amène Géminard et al. [39] à proposer une équivalence entre une variable d'état d'un modèle de type Dieterich-Ruina [88] et dilatance pour modéliser le coefficient de friction macroscopique des milieux granulaires. Ceci peut permettre de rejoindre les interprétations en termes de dilatance et d'instabilité de friction.

Lubert et de Ryck [63] ont effectué une expérience de cisaillement plan en géométrie annulaire. Le milieu granulaire est un gel de silice dont les particules ont un diamètre moyen de 50 microns ; les vitesses d'entraînement sont de l'ordre du $\mu\text{m.s}^{-1}$ (moins de 2 décades de variation). Les auteurs ont étudié l'évolution du comportement dynamique lorsque la charge normale varie. Ils observent 4 régimes différents lorsque la charge normale augmente : un régime de glissement continu ; un régime d'oscillations ; un régime dans lequel un blocage est suivi d'un glissement continu instable : des oscillations apparaissent et sont suivies d'un grand événement de glissement avant un nouveau blocage ; enfin, un régime de stick-slip régulier.

Les événements de glissement sont corrélés avec la dilatation du matériau, comme observé par Nasuno et al. [73]. Cependant, les auteurs observent que le comportement frictionnel est compatible avec un coefficient de friction du type Dieterich-Ruina, avec un paramètre $D_0 = 1 \mu\text{m}$ qui indique que la rugosité en jeu n'est pas le grain mais la surface du grain ; de plus l'analyse de stabilité du modèle de Dieterich-Ruina est compatible avec les résultats expérimentaux. Ce sont donc bien les propriétés de friction des grains qui semblent à l'origine du comportement dynamique de ce système. Cependant, le régime intermédiaire entre oscillations et stick-slip reste une spécificité de ce système et est pour l'heure inexpliquée.

Kolb et al. [57] ont étudié la dynamique d'un milieu granulaire en géométrie

confinée semblable à celle de notre étude mais à deux dimensions. Ils ont observé un stick-slip régulier avec des billes d'acier monodisperses et des parois en plexiglas ; la transition vers le glissement continu s'effectue en passant par un régime intermittent.

La poussée de billes d'aluminium monodisperses révèle une phénoménologie très différente et inusuelle : on observe un mouvement de stick-slip très irrégulier, mais néanmoins structuré. Le niveau de force augmente globalement au cours des stick-slips successifs, puis est fortement diminué par de rares grands événements de glissement. Ces grands événements se caractérisent par une large réorganisation du tas sous la forme de mouvements convectifs aux parois. Cette phénoménologie semble donc être une spécificité granulaire, liée à la forte friction entre grains. Les énergies relâchées lors des glissements semblent être distribuées suivant une loi de puissance tandis qu'elles présentaient une distribution piquée lors du stick-slip des billes d'acier.

6.2 Mécanismes de transition

Pour étudier la transition vers le stick-slip, nous considérons le dispositif de la figure 6.4.

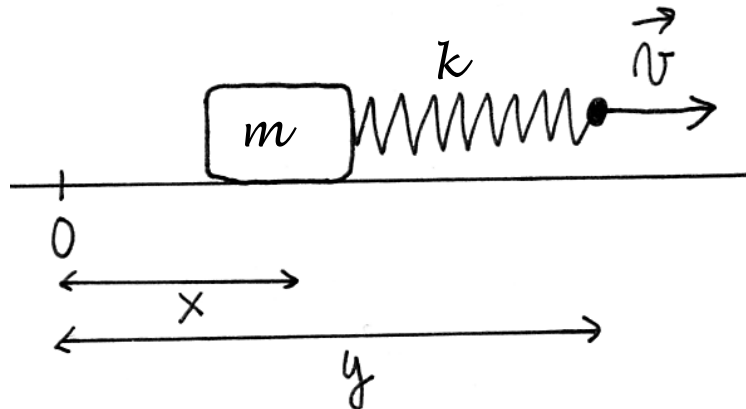


FIG. 6.4 – Schéma d'un dispositif patin-ressort

L'équilibre des forces s'écrit :

$$k \times (y - x - l_0) - \mu \left[\frac{dx}{dt} \right] \times mg = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (6.2)$$

Le cas d'un solide à deux coefficients de frottement (statique et dynamique) différents mais constants est étudié en annexe 4. Nous allons étudier ici des cas plus réalistes prenant en compte la variation du coefficient de friction μ avec la vitesse.

Le mécanisme de transition va dépendre alors de la variation de μ avec la vitesse instantanée du patin dx/dt .

6.2.1 Cas de l'affaiblissement cinétique (“velocity weakening”)

Nous reprenons dans cette section l'analyse proposée par Ruina [88].

On suppose que le coefficient de frottement obéit à une loi de type Dieterich-Ruina. Dans ce cas un seul coefficient décrit statique, dynamique stationnaire, et dynamique non stationnaire :

$$\mu = \mu_0 + a \ln \frac{dx/dt}{V_c} + b \ln \frac{V_c \theta}{D} \quad (6.3)$$

Les équations du mouvement s'écrivent :

$$k(y - x - l_0) - \mu_0 mg - mga \ln \frac{dx/dt}{V_c} - mgb \ln \frac{V_c \theta}{D} = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (6.4)$$

$$1 - \frac{\theta(dx/dt)}{D} = \frac{d\theta}{dt} \quad (6.5)$$

Le glissement continu est caractérisé par :

$$y = L + V_0 t \quad (6.6)$$

$$x = V_0 t \quad (6.7)$$

$$\theta = \frac{D}{V_0} \quad (6.8)$$

où $L = l_0 + (\mu_0(a - b) \ln(V_0/V_c))mg/k$.

On peut désormais introduire une perturbation dans le système et effectuer une analyse de stabilité linéaire. On suppose que $x = V_0 t + \epsilon$ et $\theta = D/V_0 + \theta_\epsilon$.

Les équations du mouvement deviennent :

$$\frac{d^2 \epsilon}{dt^2} + \frac{ga}{V_0} \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{k}{m} \epsilon = -\frac{gbV_0 \theta_\epsilon}{D} \quad (6.9)$$

$$\frac{d\theta_\epsilon}{dt} + \theta_\epsilon \frac{V_0}{D} = -\frac{d\epsilon}{dt} \frac{1}{V_0} \quad (6.10)$$

En écrivant $\epsilon = A_1 \exp(\alpha t)$ et $\theta_\epsilon = A_2 \exp(\alpha t)$, on obtient une équation sur α :

$$D\alpha^3 + \left(V_0 + \frac{gaD}{V_0}\right)\alpha^2 + \left(g(a - b) + \frac{k}{m}D\right)\alpha + \frac{k}{m}V_0 = 0 \quad (6.11)$$

Le système est alors instable face à une perturbation s'il existe une solution α positive à cette équation, autrement dit, puisque $D > 0$ et $V_0 + (gaD)/V_0 > 0$, si $g(a - b) + Dk/m < 0$.

La déstabilisation du glissement par une perturbation infinitésimale ne peut donc avoir lieu que si le coefficient de friction dynamique diminue avec la vitesse ($a-b < 0$) lorsque le coefficient de friction est décrit par le modèle de Dieterich-Ruina. Alors, le glissement est stable tant que :

$$g \frac{m}{k} < -\frac{D}{a-b} \quad (6.12)$$

Dans ce cas les deux régimes coexistent de façon métastable et on peut passer de l'un à l'autre par une perturbation d'amplitude finie.

Deux facteurs sont essentiels pour obtenir ce résultat : il faut que μ_d décroisse avec la vitesse (sinon le glissement continu est toujours stable), mais aussi qu'il y ait une dynamique de μ pour changer de valeur (cf. θ du modèle de Dieterich-Ruina). On remarque en outre que le seuil de stabilité est indépendant de la vitesse. En augmentant la constante de raideur k , on peut toujours obtenir un glissement stationnaire stable. Lorsqu'on fait varier k , on passe continûment de glissement continu à mouvement de stick-slip. Ruina [88] a montré qu'il s'agit d'une bifurcation de Hopf surcritique ; Heslot et al. [47] également, avec modèle un peu différent.

Nous allons maintenant étudier le cas où la friction croît avec la vitesse.

6.2.2 Cas du renforcement cinétique (“velocity strengthening”)

Nous reprenons dans cette section l'analyse proposée par Brockley et al. [13]. On suppose dans cette étude que le frottement est essentiellement visqueux :

$$\mu_d = \mu_{d_0} + \eta V \quad (6.13)$$

sauf à très basse vitesse où μ_d croît lorsque V décroît pour tendre vers μ_s lorsque $v \rightarrow 0$. On suppose ici qu'un changement de valeur de μ_d quand on fait varier la vitesse du patin se fait instantanément (il n'y a pas de dynamique comme dans le modèle de Dieterich-Ruina).

Nous nous intéressons à la stabilité du régime de stick-slip. En partant du seuil de glissement, les équations du mouvement s'écrivent :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \eta g \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = (\mu_s - \mu_{d_0})g + \frac{k}{m}V_0 t \quad (6.14)$$

On note $\alpha = \eta g$, $\omega_0^2 = k/m$, $\omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2/4$, $\gamma = (\mu_s - \mu_{d_0})g$. Pour simplifier l'étude, on se place dans le cas $\omega^2 > 0$.

Pour étudier la stabilité du mouvement de stick-slip, nous étudions le glissement après blocage pour observer si le patin passe par la vitesse nulle et se bloque de nouveau.

La résolution des équations du mouvement s'effectue avec les conditions initiales suivantes: $x(0) = 0$, $dx/dt(0) = 0$; on obtient alors :

$$x = \frac{\gamma}{\omega_0^2} - \alpha V_0 + V_0 t + (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))e^{-\alpha t/2} \quad (6.15)$$

$$A = \alpha V_0 \frac{\gamma}{\omega_0^2} \quad (6.16)$$

$$B = \frac{\alpha}{2\omega} \left(\frac{\alpha V_0}{\omega_0^2} - \frac{\gamma}{\omega_0^2} \right) - \frac{V_0}{\omega} \quad (6.17)$$

$$(6.18)$$

Pour savoir si le stick-slip perdure, il faut étudier l'annulation de la vitesse lors du glissement. La condition est qu'il y a un instant t_0 tel que $dx/dt(t_0) = 0$, autrement dit :

$$\exp \frac{\alpha t_0}{2} = \cos(\omega t_0) + \lambda \sin(\omega t_0) \quad (6.19)$$

où $\lambda = \left(\frac{\alpha \omega_0^2}{2\omega} - \frac{\gamma}{\omega V_0} \right)$.

Il existe une solution à cette équation jusqu'à ce que λ , qui dépend de la vitesse d'entraînement, soit tel que $\exp \frac{\alpha t_0}{2}$ est tangente à $\cos(\omega t_0) + \lambda \sin(\omega t_0)$. On obtient alors une deuxième équation

$$\frac{\alpha}{2} \exp \frac{\alpha t_0}{2} = -\omega \sin(\omega t_0) + \lambda \omega \cos(\omega t_0) \quad (6.20)$$

et on en déduit les valeurs de t_0 et de λ donc V_0 pour lesquels le stick-slip devient instable.

Il est facile de calculer la valeur de la force minimale F_{min} atteinte lors du régime de stick-slip pour la vitesse pour laquelle le stick-slip devient instable : en effet, en ce point, au temps t_0 la vitesse est $dx/dt(t_0) = 0$ mais on a aussi $d^2x/dt^2(t_0) = 0$ puisque la transition définit la limite pour laquelle il existe une vitesse nulle ; on en déduit $k(x(t_0) - V_0 t_0) = (\mu_s - \mu_{d_0})mg$ soit

$$F_{min} = \mu_{d_0} mg \quad (6.21)$$

Ce résultat contraste avec les résultats de l'annexe 4 où $F_{min} = (2\mu_d - \mu_s)mg$.

Finalement, on constate que cette transition du stick-slip vers le régime de glissement continu s'effectue à amplitude de stick-slip finie, et la valeur de la force minimale dans ce régime juste avant la transition est égale à la force de friction dynamique à basse vitesse $F_{min} = \mu_{d_0} mg$. Pour des vitesses inférieures à la vitesse critique, le régime de glissement continu est toujours stable : une petite perturbation de vitesse est contrecarrée par le frottement qui croît avec la vitesse. Les deux régimes sont alors métastables, et il faut une perturbation d'amplitude finie pour passer de l'un à l'autre.

6.3 Analyse de la transition

Notons tout d'abord que dans notre expérience un mécanisme à base de dilatance dans la direction perpendiculaire au cisaillement (comme proposé par Géminard et al. [39]) semble exclu par la géométrie de confinement.

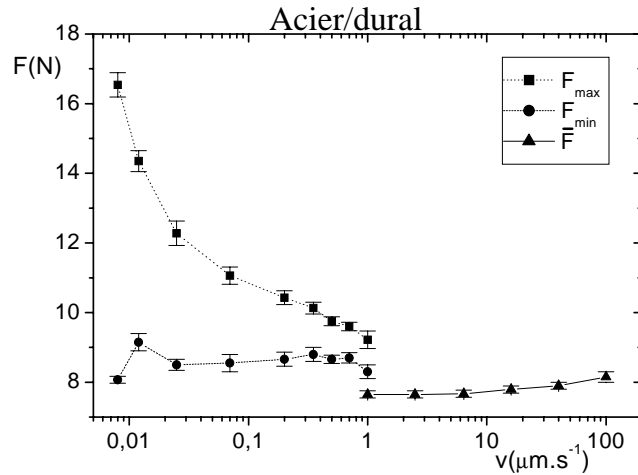


FIG. 6.5 – Forces minimale F_{\min} et maximale F_{\max} dans le régime de stick-slip, et force moyenne \bar{F} en régime de glissement continu, en fonction de la vitesse d'entraînement pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural. Le taux d'humidité est de 45% en régime de stick-slip et de 40% en régime de glissement continu.

La figure 6.5 indique que la transition du régime de stick-slip vers le régime de glissement continu se fait à amplitude de stick-slip finie. De plus, la force de résistance \bar{F} en glissement continu augmente avec la vitesse d'entraînement. Ces éléments sont caractéristiques de la transition étudiée dans la section 6.2.2 et observée par Heslot et al. [47].

La force minimale F_{\min} atteinte dans le régime de stick-slip (8.2 N) est cependant ici supérieure à la force moyenne \bar{F} de résistance à la poussée à la transition (7.6 N), alors que le modèle étudié dans la section 6.2.2 prédit que $F_{\min} \leq \bar{F}$ à la transition.

Pour vérifier la nature de la transition, nous avons cherché à observer son caractère hystérétique prédit par Brockley et al. [13] et observé par Heslot et al. [47]. Notons tout d'abord que nous n'avons jamais réussi à obtenir de transition d'un régime vers l'autre à une vitesse d'entraînement donnée par une simple perturbation extérieure.

La vitesse a été augmentée doucement depuis le régime de stick-slip ; nous avons alors comparé la vitesse de transition vers le régime de glissement continu observée dans ce cas à celle obtenue lorsqu'on diminue doucement la vitesse depuis le régime de glissement continu. Ces expériences ne sont pas reproductibles ; il nous a semblé plus facile d'observer une hystérèse lors d'expériences nocturnes que lors d'expériences

diurnes, ce qui est caractéristique d'une forte sensibilité au bruit.

Nous avons observé des vitesses de transition à partir du stick-slip pouvant être deux à trois fois plus élevées que les vitesses de transition à partir du glissement. Ce résultat révèle le caractère hystérétique de la transition. La figure 6.6 illustre ce phénomène : dans cette expérience, la vitesse de transition observée quand on impose directement la vitesse d'entraînement souhaitée est de $1 \mu\text{m.s}^{-1}$. On compare le signal de force obtenu à une vitesse de 700 nm.s^{-1} lorsqu'on impose une vitesse initiale de $1.4 \mu\text{m.s}^{-1}$ et qu'on la diminue progressivement par décrets de 1% sur 15000 s vers 700 nm.s^{-1} , au signal de force obtenu lorsque la vitesse d'entraînement au départ était de 700 nm.s^{-1} et n'a pas été changée. Dans le premier cas, on obtient une force caractéristique d'un glissement continu caractérisé par une force moyenne $\bar{F} = 7.7 \pm 0.1 \text{ N}$ tandis que dans le second cas on observe un mouvement de stick-slip caractérisé par une force maximale $F_{max} = 9.6 \pm 0.1 \text{ N}$ et une force minimale $F_{min} = 8.4 \pm 0.1 \text{ N}$; on retrouve en outre que $\bar{F} < F_{min}$.

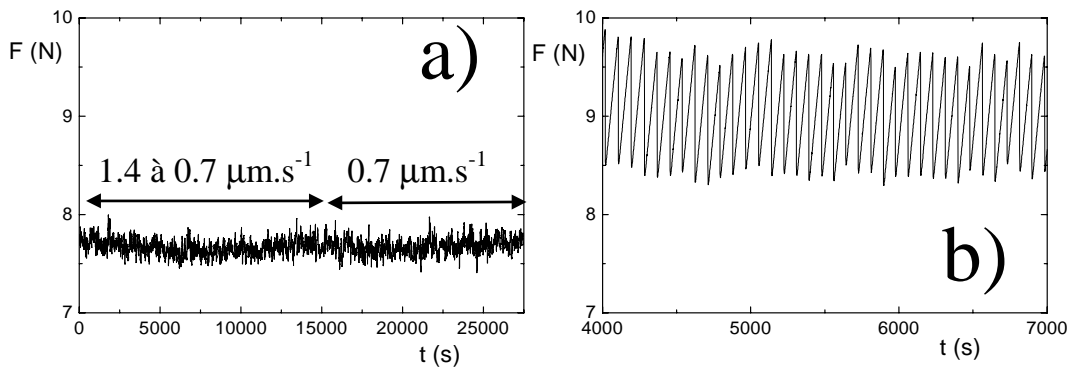


FIG. 6.6 – Force F de résistance à la poussée en fonction du temps de trajet pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural. a) La vitesse d'entraînement au départ était de $1.4 \mu\text{m.s}^{-1}$ et a été diminuée progressivement par décrets de 1% sur 15000 s vers 700 nm.s^{-1} ; la vitesse est ensuite restée de 700 nm.s^{-1} sur 15000 s . b) La vitesse d'entraînement au départ était de 700 nm.s^{-1} et n'a pas été modifiée.

Pour achever de caractériser cette transition, nous avons également étudié (figure 6.7) l'évolution de la vitesse de transition vers le stick-slip lorsqu'on augmente la masse m de billes dans la colonne. Cette expérience s'effectue en imposant directement la vitesse désirée et en arrêtant le mouvement entre deux vitesses différentes (le résultat serait a priori différent si on faisait évoluer la vitesse au cours du mouvement comme observé sur la figure 6.6). Le régime de stick-slip et le régime de glissement continu sont séparés dans un diagramme k/m en fonction de V par une courbe décroissante, comme observé par Heslot et al. [47] qui mentionnent cependant n'avoir pas identifié de façon certaine le paramètre pertinent (autrement dit : faut-il considérer k et m séparément ou dans leur rapport k/m ?); sur la figure 6.1,

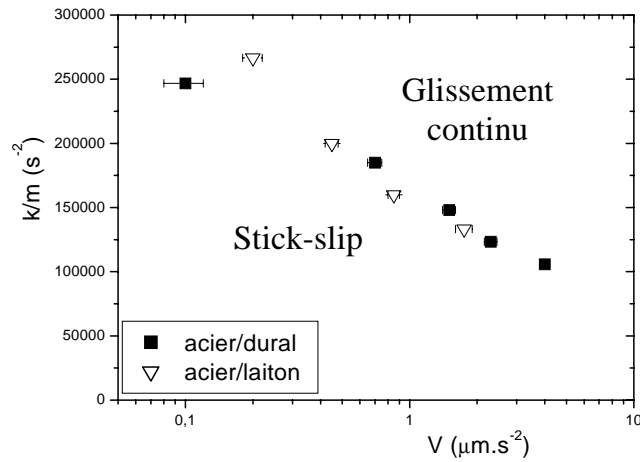


FIG. 6.7 – Diagramme indiquant le régime de stick-slip et le régime de glissement continu en fonction de la vitesse V et du rapport k/m de la constante de raideur k et de la masse m de billes d'acier dans les tubes en dural et en laiton, à 65% d'humidité. Les points indiquent la vitesse de transition d'un régime à l'autre.

Heslot et al. faisaient varier k .

Il serait intéressant de faire évoluer la constante de raideur, ainsi que le taux d'humidité. Si nous n'avons pas fait d'étude systématique, nous pouvons néanmoins mentionner que la vitesse de transition augmente avec le taux d'humidité, ce qui est naturel puisqu'à une humidité plus forte correspond une force de résistance plus forte : l'augmentation du taux d'humidité équivaut donc à un accroissement de la masse de billes. A titre d'exemple, la vitesse de transition constatée pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural à 45% d'humidité est de $1 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, tandis qu'elle est de $300 \text{ nm}\cdot\text{s}^{-1}$ en atmosphère sèche.

Le problème des valeurs relatives de F_{min} et \bar{F} à la transition n'est pas résolu. Nous avons obtenu $F_{min} > \bar{F}$ sur la figure 6.5 pour une hauteur $H = 2.15D$ (380 g) de billes d'acier dans le tube en dural à 45% d'humidité. En revanche dans le tube en laiton, on observe $F_{min} = 9 \pm 0.1 \text{ N}$ et $\bar{F} = 9.1 \pm 0.1 \text{ N}$ à la transition en atmosphère sèche, ce qui semble cette fois compatible avec le modèle exposé dans la section 6.2.2. Il nous manque une étude systématique pour conclure.

Chapitre 7

Etude d'un système polydisperse

Après avoir bien caractérisé le comportement de billes monodisperses et peu frottantes en milieu confiné, nous avons voulu étudier l'effet de la friction sur la rhéologie. Le but avoué est de retrouver le comportement observé par Kolb et al. [57] à 2 dimensions : si des billes d'acier présentent dans ce dispositif un mouvement de stick-slip régulier similaire à celui que nous avons observé, le stick-slip de billes d'aluminium, fortement frottantes, se caractérise par une large distribution d'événements de glissement qui rappelle la phénoménologie des tremblements de terre.

Nous avons donc commencé par étudier un système constitué de billes de verre dans un tube en plexiglas abrasé. Mais pour des billes de verre de 1.5 mm, 2 mm, ou 3 mm, nous n'avons pas observé de stick-slip dans les conditions expérimentales étudiées ($H/D < 3$ pour ne pas saturer le capteur de force).

La deuxième idée que nous avons eue pour nous éloigner des conditions idéales de notre système précédent est d'étudier un système polydisperse. C'est pourquoi nous avons préparé un mélange de trois tailles de billes de verre (1.5 mm, 2 mm et 3 mm), avec un volume équivalent de chaque taille de bille. Ce système révèle un mouvement de stick-slip possédant des caractéristiques différentes de celles observées pour le frottement de billes d'acier.

7.1 Caractérisation du stick-slip

A basse vitesse, le mouvement de stick-slip possède les mêmes propriétés que celles étudiées précédemment : il s'agit d'un stick-slip régulier caractérisé par une force F_{max} qui augmente fortement lorsque la vitesse diminue et une force F_{min} qui semble ne pas dépendre de la vitesse d'entraînement (figure 7.1a). On peut en extraire un coefficient $K\mu_s(t_{stick})$ qui est caractéristique d'un vieillissement logarithmique de la friction aux parois (figure 7.1b).

Le comportement change pour des vitesses intermédiaires avant la transition vers le glissement continu. Le mouvement de stick-slip devient de moins en moins régulier lorsqu'on augmente la vitesse, mais possède tout de même une structure (figure 7.2) :

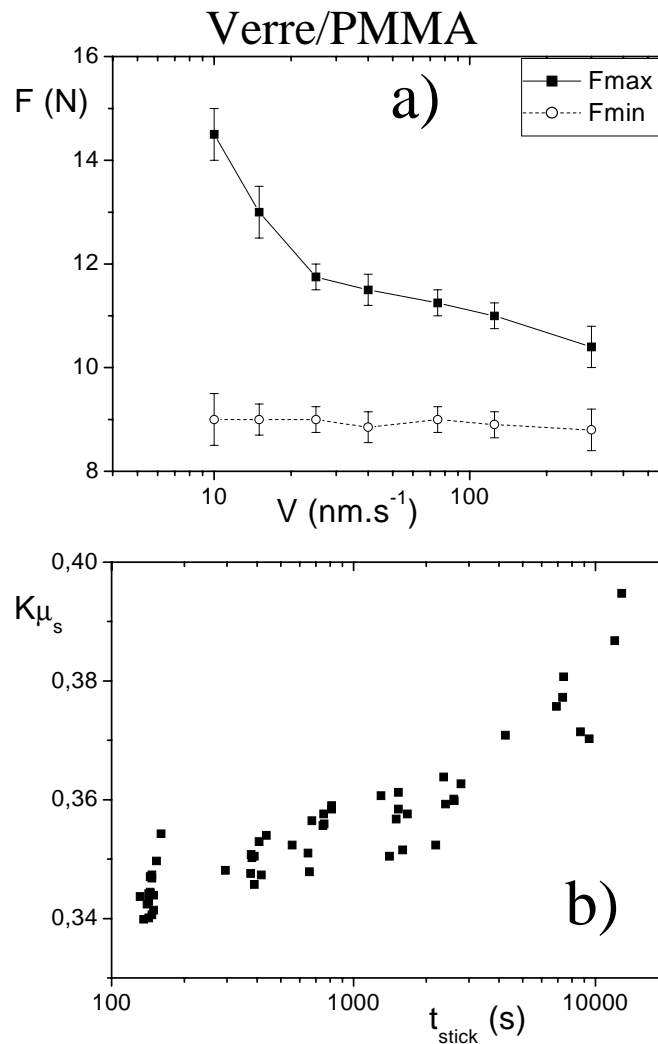


FIG. 7.1 – a) Forces maximale F_{max} et minimale F_{min} lors du mouvement de stick-slip de 132 g d'un mélange de billes de verre de 1.5 mm, 2 mm, et 3 mm de diamètre dans un tube en plexiglas de diamètre 36 mm. b) Coefficient $K\mu_s$ extrait de F_{max} avec la formule de Janssen adaptée à la poussée (formule (5.5)) en fonction du temps de blocage t_{stick} .

la force croît globalement sur plusieurs mouvements de stick-slip, l'amplitude de la force relâchée lors des glissements étant moins importante que l'amplitude de force fournie lors du blocage pour mettre le granulaire en mouvement. Au bout de quelques événements dissymétriques de ce type, il y a un grand événement de glissement qui ramène le niveau de force dans l'état initial, et un nouveau cycle commence. Ce phénomène est similaire au mouvement observé par Albert et al. [4] pour la poussée d'un bâton dans un milieu granulaire, ainsi qu'à celui observé dans le dispositif à

2 dimensions par Kolb et al. [57] pour des billes d'aluminium ; il était cependant beaucoup plus marqué dans cette dernière étude : la force F_{max} pouvait croître de 2 N après un grand événement à 20 N juste avant le grand événement suivant.

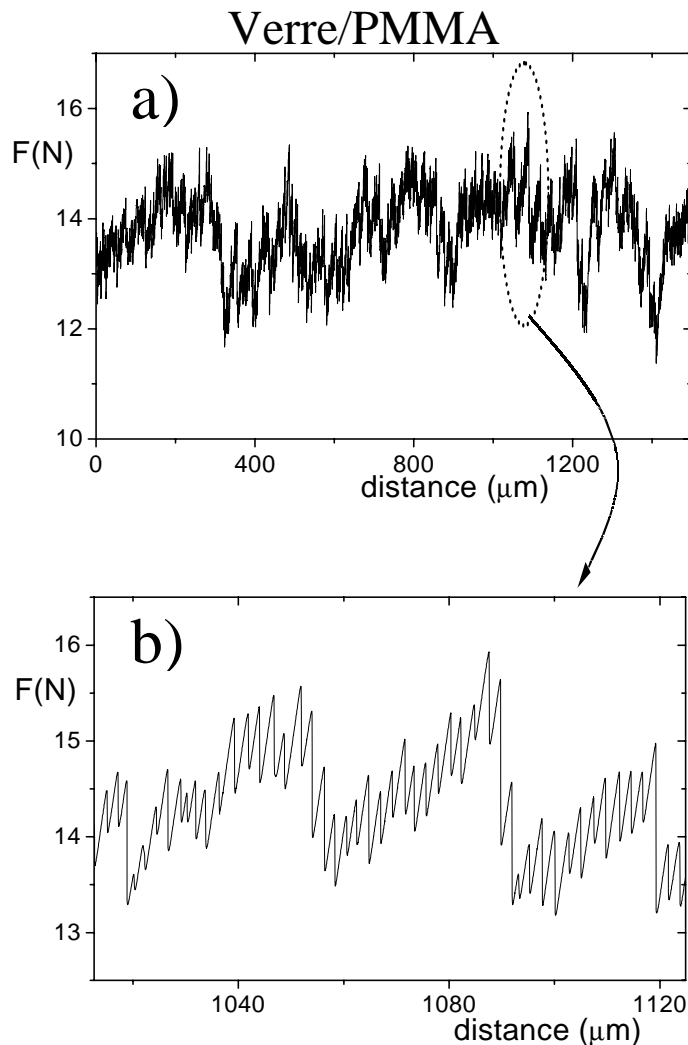


FIG. 7.2 – a) Force en fonction de la distance parcourue pour un mouvement de stick-slip à une vitesse $V = 1500 \text{ nm.s}^{-1}$ de 126 g d'un mélange de billes de verre de 1.5 mm, 2 mm, et 3 mm de diamètre dans un tube en plexiglas de diamètre 36 mm. b) Agrandissement de la figure 7.2a.

Une façon d'étudier ce phénomène est de tracer la distribution de l'amplitude des forces $\Delta F_{stick} = F_{max}(i) - F_{min}(i)$ lors du i^{eme} blocage et la distribution de l'amplitude des forces $\Delta F_{slip} = F_{max}(i) - F_{min}(i+1)$ lors du glissement (figure 7.3).

On observe ici l'évolution de ces distributions avec la vitesse: ΔF_{stick} conserve une distribution piquée autour d'une valeur moyenne ; on remarque cependant que

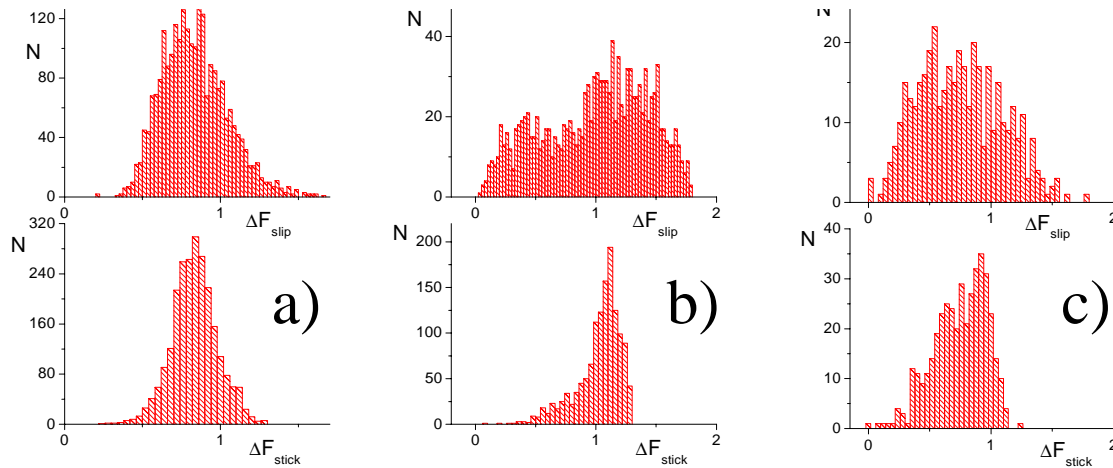


FIG. 7.3 – Distribution de l'amplitude des forces $\Delta F_{stick} = F_{max}(i) - F_{min}(i)$ lors du blocage et $\Delta F_{slip} = F_{max}(i) - F_{min}(i + 1)$ lors du glissement de 126 g d'un mélange de billes de verre de 1.5 mm, 2 mm, et 3 mm de diamètre dans un tube en PMMA de diamètre 36 mm pour trois vitesses d'entraînement: a) $V = 150 \text{ nm.s}^{-1}$; b) $V = 750 \text{ nm.s}^{-1}$; c) $V = 1500 \text{ nm.s}^{-1}$.

la distribution s'élargit un peu vers les petites valeurs.

A basse vitesse (150 nm.s^{-1} sur la figure 7.3a), le stick-slip est régulier, et ΔF_{slip} est distribué régulièrement autour de la même valeur que ΔF_{stick} (avec cependant une distribution plus large). Lorsque la vitesse augmente, on voit d'abord toujours prédominer une distribution autour de la même valeur que ΔF_{stick} mais de nombreuses petites valeurs apparaissent ($V = 750 \text{ nm.s}^{-1}$ sur la figure 7.3b) et deviennent majoritaires pour les plus grandes vitesses ($V = 1500 \text{ nm.s}^{-1}$ sur la figure 7.3c). De plus, la distribution s'élargit vers les grandes valeurs (correspondant aux grands événements de glissement).

La transition vers le régime de glissement continu s'effectuait dans ces expériences à une vitesse $V = 2000 \text{ nm.s}^{-1}$; nous n'avons pas étudié cette transition.

7.2 Analyse

On peut proposer plusieurs explications à ce phénomène. L'ingrédient essentiel d'une explication semble être la structuration progressive du tas entre deux grands événements de glissement correspondant à une réactualisation du tas. Dans le cadre du modèle de Janssen, cela consiste à faire partir la constante de redirection des contraintes K d'une valeur initiale, à la faire augmenter régulièrement jusqu'au grand événement de glissement suivant où elle reprend sa valeur.

Une explication consiste à partir d'un tas de densité donnée ; chaque petit événement de glissement densifie légèrement le tas, conduisant ainsi à un niveau de force plus élevé (ceci est dû à l'augmentation du coefficient K de redirection des contraintes avec la densité, comme nous l'avons vu dans le chapitre 5, ainsi que dans la première partie). Ainsi la force F_{min} atteinte à la fin du glissement est plus élevée que la force atteinte lors du glissement précédent ; de même la force F_{max} atteinte à la fin du blocage est plus élevée qu'à la fin du blocage précédent. De temps en temps ont lieu de grands événements, correspondant vraisemblablement à des mouvements convectifs aux parois, ainsi qu'observé à 2 dimensions dans [57], qui ramène le tas à la densité initiale du cycle. Le pourquoi de ce grand événement peut être expliqué par exemple par le niveau de contrainte élevé ou la densité élevée (problème de dilatance). Les événements de blocage ont une durée qui reste à peu près la même au cours du mouvement (la vitesse d'entraînement contrôle le temps de vieillissement), conduisant à une distribution de ΔF_{stick} qui reste piquée autour d'une valeur, contrairement à ΔF_{slip} .

On peut imaginer la même phénoménologie en disant que si les contacts aux parois sont renouvelés entre deux glissements quels qu'ils soient, K vieillit entre deux grands événements sans être affecté par les petits événements de glissement. Ceci s'explique si par exemple K dépend de la friction bille/bille (c'est le cas dans l'analyse de Rankine [74]) et augmente avec celle-ci (qui vieillit au cours du temps) et si la structure (c'est-à-dire les contacts bille/bille) n'est pas modifiée par les petits glissements : dans ce cas les contacts bille/bille peuvent continuer à vieillir malgré les événements de stick-slip et K augmente. Les grands événements doivent alors correspondre à une réorganisation du tas, par exemple par des mouvements convectifs aux parois comme dans [57], qui se traduit par des contacts neufs entre billes et un coefficient K qui reprend sa valeur initiale.

Il faut également comprendre pourquoi le stick-slip devient régulier à basse vitesse. Le stick-slip est alors caractérisé par un haut niveau de force, dû à un temps de vieillissement important pour la friction aux parois : il semble donc plausible d'associer ce haut niveau de contrainte, comme on l'a fait pour différencier petits et grands événements précédemment, à une réorganisation du tas, éventuellement par mouvements convectifs. Tous les événements de glissement à basse vitesse sont alors de grands événements.

Chapitre 8

Conclusion

Nous nous sommes intéressé dans cette partie à la rhéologie d'un milieu granulaire confiné afin d'étudier l'interaction entre propriétés mécaniques et contacts aux parois.

Nous avons tout d'abord examiné en profondeur les cas de billes monodisperses et peu frottantes.

Ce système atteint un état stationnaire, caractérisé par une densité de 62.5%, indépendamment de la préparation, après un déplacement de 3 mm (chapitre 5.1). Lorsqu'on pousse ce système à vitesse constante, on observe deux régimes stationnaires : un régime de stick-slip à basse vitesse, et un régime de glissement continu au-delà d'une vitesse critique.

La force de résistance à la poussée croît exponentiellement avec la hauteur de billes quel que soit le régime de glissement (chapitre 5.3) : nous identifions cet effet à un phénomène de redirection des forces vers les parois, et à un écrantage par la friction aux parois. Les données expérimentales sont ajustables par le modèle de Janssen adapté à la poussée, et également par un calcul d'élasticité homogène isotrope. L'écrantage des forces semble plus efficace en pesée qu'en poussée ; nous avons montré que cet effet est qualitativement prédit par l'ellipticité de l'élasticité : dans ce cadre, il est dû à la présence du fond.

Les différences de comportement entre les billes d'acier dans le tube en dural et dans le tube en laiton nous permettent de conclure que les phénomènes observés peuvent être attribués principalement aux parois (et non à une variation des propriétés mécaniques).

La force maximale F_{max} avant glissement en régime de stick-slip semble diverger lorsque la vitesse diminue (chapitre 5.4). Nous interprétons cet effet comme un effet de vieillissement aux parois assisté par la formation de ponts capillaires ; ce vieillissement est d'autant plus important que le taux d'humidité est élevé.

La force moyenne en régime stationnaire \bar{F} augmente avec la vitesse et avec le taux d'humidité (chapitre 5.4). Ces effets sont également observés pour la friction solide acier/dural, mais une comparaison quantitative est délicate : dans les colonnes

granulaires, la pression de contact et la taille des contacts sont différentes de celles du dispositif de friction solide (chapitre 4).

La transition du stick-slip au glissement continu a été analysée (chapitre 6) : il s'agit d'une transition hystérétique à amplitude finie, telle que prédite par Brockley et al. [13] et observée par Heslot et al. [47].

Toutes nos observations concluent donc que les caractéristiques rhéologiques de la colonne sont dominées par les propriétés de friction aux parois : vieillissement assisté par humidité ; croissance du coefficient de friction dynamique conduisant à une transition hystérétique entre stick-slip et glissement continu.

L'effet de l'humidité sur la rhéologie est différent entre le tube en dural et le tube en laiton.

En statique, le taux de vieillissement du coefficient de friction dépend plus fortement du taux d'humidité dans le tube en dural ; de plus, l'humidité semble avoir pour effet non seulement d'augmenter le vieillissement, mais aussi d'accroître globalement le niveau de friction dans le tube en dural, ce qui n'est pas observé dans le tube en laiton.

En dynamique, l'humidité augmente le niveau de friction dans les deux tubes, mais dans le tube en dural elle accroît également le coefficient de dépendance avec la vitesse ; il semble ainsi y avoir des effets visqueux.

On peut attribuer ces différences de propriétés à des différences de surfaces plutôt que de propriétés mécaniques : le tube en dural est brut de fonderie, possède un aspect lisse et une rugosité de 400 nm (chapitre 4). Le tube en laiton a été usiné au tour, et présente une rugosité macroscopique due à des sillons de 20 μm de profondeur et de 100 μm de longueur d'onde.

Aucune étude systématique n'a été menée à notre connaissance sur l'influence de l'humidité sur le coefficient de friction dynamique. Les phénomènes que nous avons observés sont d'ampleur surprenante et restent à expliquer. Au vu des résultats obtenus dans le tube en dural, il paraît étonnant que de telles observations n'aient jamais été effectuées. Il s'agit peut-être d'une spécificité de notre dispositif, dans lequel les pressions de contacts sont faibles, et les contacts entre grains et parois nanométriques.

L'étude d'un système de billes polydisperses frottantes a été esquissée (chapitre 7).

A basse vitesse, on observe un régime de stick-slip régulier, dont la force F_{max} avant glissement diverge lorsque la vitesse décroît. Ce régime peut être analysé en termes de vieillissement aux parois.

Lorsque la vitesse augmente et que l'amplitude du stick-slip décroît, on observe un régime de stick-slip irrégulier mais structuré : le niveau de force croît sur plusieurs événements de stick-slip avant de décroître fortement lors d'un grand événement de glissement et d'entamer un nouveau cycle. Les événements de blocage restent caractérisés par un temps de blocage à peu près constant, tandis que la distribution

des événements de glissement s'élargit (particulièrement vers les petits événements). Si les caractéristiques rhéologiques du système constitué de billes d'acier semblaient dominées par la friction aux parois, nous avons obtenu ici un phénomène probablement dû à l'évolution permanente de la structure du milieu. Une étude approfondie reste cependant à effectuer pour comprendre ce régime et son origine.

Conclusion générale et perspectives

Nous nous sommes intéressé dans cette thèse aux propriétés d'un milieu granulaire en géométrie confinée.

Dans une première partie, nous avons utilisé cette géométrie pour tester les théories mécaniques de répartition des contraintes dans un milieu granulaire statique.

Nous avons commencé par définir une méthode de mesure la plus rigoureuse possible afin d'effectuer des expériences sur des tas de structure reproductible et ayant un état de friction aux parois bien défini en tout point (au seuil de glissement).

Des expériences de pesée nous ont permis de montrer que le modèle de Janssen ajuste remarquablement bien les données, contredisant ainsi des résultats précédents [102]. Nous avons vérifié que la masse pesée à la base est d'autant plus écrantée que le tas est dense.

Des expériences effectuées sur un tas contraint par un surpoids en sa surface supérieure nous ont permis de différencier les tas denses et lâches, ainsi que les tas présentant différents coefficients de friction aux parois. Ces expériences fournissent un test drastique qui exclut le modèle OSL. L'élasticité homogène isotrope prédit qualitativement les résultats mais un accord quantitatif reste à trouver. Par ailleurs, dans le cas des tas denses, la constante K de redirection des forces mesurée expérimentalement est supérieure à la limite que peut atteindre cette constante en élasticité homogène isotrope. Cette dernière théorie est donc mise en défaut également par cette expérience. Cette assertion doit cependant être modérée : en effet, les résultats obtenus dans la deuxième partie montrent que la mesure de friction solide est délicate, et que le coefficient de frottement statique bille/paroi mesuré par angle de pente peut être différent de celui obtenu dans la colonne, en particulier à cause de la différence de pression de contact qui change la nature des contacts. Si les conclusions qualitatives sur la constante de Janssen restent valables, il faut être prudent quant à l'interprétation des valeurs obtenues.

Dans une deuxième partie, nous nous sommes intéressé à la rhéologie de notre milieu granulaire.

Nous avons observé le même phénomène d'écrantage des forces qu'en pesée. Alors qu'en pesée, le poids des grains ressenti par la base était écranté par les parois, en poussée c'est la force de poussée ressenti par les grains qui est écrantée par les parois.

L'étude d'un système monodisperse peu frottant dans deux tubes différents nous a permis de montrer que les propriétés rhéologiques sont dominées par la friction aux parois.

Nous avons observé une transition hystérétique entre un régime de stick-slip et un régime de glissement continu.

En régime de stick-slip, la croissance de la force maximale F_{max} avant glissement lorsque la vitesse décroît est attribuée au vieillissement de la friction statique aux parois. Ce vieillissement est d'autant plus important que le taux d'humidité est

élevé.

En régime de glissement continu, la force croît avec la vitesse et avec l'humidité conformément à nos observations en friction solide. Un coefficient de friction dynamique aux parois est extrait des données expérimentales. Il augmente globalement avec le taux d'humidité dans le tube en laiton, mais sa dépendance avec la vitesse reste inchangée. Dans le tube en dural, la croissance du coefficient de frottement avec la vitesse est d'autant plus élevée que le taux d'humidité est important.

Nous avons entamé l'étude d'un système de billes polydisperses frottantes. A basse vitesse, le régime de stick-slip est caractérisé par le vieillissement des contacts aux parois. Lorsqu'on augmente la vitesse, le régime de stick-slip devient irrégulier et révèle une structuration progressive du tas. Dans ce cas, la nature granulaire du système semble fondamentale.

Certains points restent à éclaircir pour compléter ce travail.

Dans l'expérience de statique, la maîtrise des conditions expérimentales n'est pas encore parfaite. Il faudra observer le comportement du tas lorsqu'on descend le piston : le milieu granulaire bouge-t-il alors en bloc ? Si tel est le cas, on pourra affirmer que le milieu granulaire est au seuil de glissement en tout point aux parois. Sinon, il faudra améliorer cette méthode afin de maîtriser parfaitement l'état de friction aux parois.

Si la théorie élastique homogène isotrope est mise en défaut par cette expérience, elle prédit qualitativement tous les phénomènes observés de même que la forme du profil de masse pesée. Ces résultats nous encouragent à complexifier peu à peu notre analyse en considérant par exemple une élasticité anisotrope. Nous avons ainsi constaté qu'il n'y a pas de limitation dans le cadre de l'élasticité orthotrope sur la constante de redirection des contraintes, ce qui permettrait d'ajuster les résultats obtenus sans surcharge. L'élasticité orthotrope semble être une direction d'étude intéressante, et encore relativement simple, ainsi que constaté par Reydellet [83] pour ajuster les résultats obtenus sur la fonction de réponse d'un milieu granulaire. Par ailleurs, l'échec du modèle OSL pour reproduire nos résultats expérimentaux et ceux de Reydellet [83] semble indiquer qu'il n'y a pas de manifestation macroscopique des chaînes de forces. Si elles ne sont pas à l'origine d'une mécanique particulière, on pourra néanmoins continuer à les utiliser pour effectuer des analyses qualitatives qui restent satisfaisantes.

Il faut comprendre l'origine de la forte évolution des propriétés mécaniques avec de faibles variations de densité. Suivant les modèles, la constante de redirection des contraintes peut dépendre de l'angle de friction interne (approche de Rankine), du coefficient de Poisson (élasticité homogène isotrope), ou des modules d'Young (élasticité anisotrope). De nouvelles expériences restent à imaginer pour étudier indépendamment la variation de ces paramètres mécaniques avec la densité et éclairer ainsi le rôle de celle-ci sur la redirection des contraintes.

Dans l'expérience de rhéologie, il reste à effectuer un travail expérimental de mesure de coefficient de friction solide/solide à faible pression de contact. Il faut

dra observer le vieillissement du coefficient de friction statique pour divers taux d'humidités ainsi que l'évolution du coefficient de friction dynamique avec la vitesse et le taux d'humidité. Plus généralement, il sera intéressant de faire une étude de l'évolution des propriétés tribologiques avec le taux d'humidité en fonction de la pression de contact, et de prendre éventuellement celle-ci en compte dans les modèles de condensation capillaire. Aucune étude systématique de la variation des propriétés de friction dynamique avec le taux d'humidité n'a été effectuée à notre connaissance. La forte dépendance de notre coefficient de friction dynamique avec le taux d'humidité semble constituer une nouveauté qui reste à explorer de façon systématique et à expliquer.

Cette étude a montré l'importance fondamentale que peuvent avoir les propriétés de friction aux parois. Peut-être conviendra-t-il d'en tenir compte de façon plus approfondie dans d'autres dispositifs expérimentaux comme les cellules de Couette (notons cependant que des grains du type étudié sont souvent collés aux parois [39, 62, 72, 73]).

L'étude rhéologique d'un système de billes polydisperses n'a été qu'esquissée : le rôle que joue la polydispersité du système pour obtenir une structuration progressive reste à comprendre. Il sera intéressant de voir si on peut obtenir une loi de distribution des énergies relâchées lors des glissements similaire à celle observée dans les tremblements de terre (loi de Gutenberg-Richter). Notre dispositif n'est peut-être pas le plus adapté pour effectuer cette étude car une mesure de compacité y est délicate, et nous avons vu qu'une explication possible de la structuration est une densification du tas.

Annexes

Annexe 1 : Notations

Nous utiliserons dans cette thèse les notations suivantes : v_i est un vecteur ; l'indice i indique la composante et prend toutes les valeurs possibles (x, y, z, à 3 dimensions). Ainsi, une égalité écrite avec v_i est une égalité vectorielle et comporte, à 3 dimensions, trois équations scalaires qui s'écrivent en identifiant i successivement avec x, y, et z.

Le vecteur ∂_i est le vecteur dérivée par rapport à la variable d'espace x_i :

$$\partial_i f = \frac{\partial f}{\partial x_i} = (\vec{\text{grad}} f)_i \quad (1.1)$$

où x_i est successivement x, y et z.

De même, A_{ij} est un tenseur à 2 indices (autrement dit une matrice) ; toute équation matricielle écrite avec A_{ij} est constituée d'équations scalaires qu'on obtient en identifiant i et j avec toutes les dimensions d'espace successivement.

Lorsqu'un indice i apparaît 2 fois dans un produit, on dit qu'il est contracté ; il faut alors sommer sur l'ensemble des valeurs que peut prendre i . Par exemple :

$$\partial_i v_i = \sum_{i=x,y,z} \partial_i v_i = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \text{div} \vec{v} \quad (1.2)$$

Annexe 2 : Milieux continus

En mécanique du point, l'équilibre mécanique d'un objet conditionne sa position dans l'espace; il faut connaître pour cela la dépendance de la force en la position. Par exemple, un point matériel relié à un ressort fixe en O est soumis à une force

$$\vec{F} = -k(x - x_0)\vec{u}_x \quad (2.1)$$

Sa position d'équilibre, en $x = x_0$, est donnée par la résolution de l'équilibre mécanique $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$.

Si on s'intéresse à un objet étendu, l'équilibre mécanique impose cette fois la position et la forme du matériau (autrement dit la position relative de l'ensemble de ses éléments). Il est alors nécessaire d'introduire une version locale non infinitésimale des forces et des déplacements. On définit le tenseur des déformations u_{ij} par

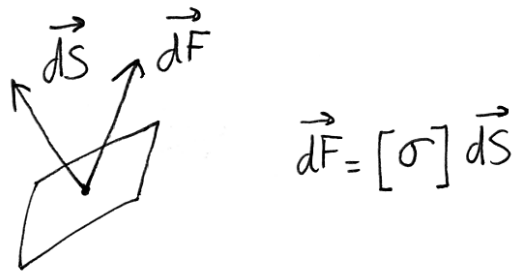
$$u_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (2.2)$$

où u_i est le vecteur déplacement d'un élément de solide situé en x_i .

De même, on définit le tenseur des contraintes tel que la force par unité de volume qui s'exerce sur un élément de volume infinitésimal est :

$$F_i = \partial_j \sigma_{ij} \quad (2.3)$$

σ_{ij} est la contrainte (force par unité de surface) qui s'exerce dans la direction i sur un élément de surface de normale n_j .



L'équilibre interne du solide exige que chaque élément de volume de ce solide soit à l'équilibre, autrement dit que :

$$F_i = \partial_j \sigma_{ij} = 0 \quad (2.4)$$

en l'absence de tout champ de force extérieur ; en présence par exemple de gravité cela devient :

$$\partial_j \sigma_{ij} = -\rho g_i \quad (2.5)$$

où ρ est la masse volumique du solide, et g_i le vecteur champ gravitationnel. L'équilibre des moments nous dit que σ_{ij} est symétrique, soit

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (2.6)$$

Il nous reste finalement 3 composantes indépendantes de σ_{ij} . Il va donc falloir supposer qu'il existe des relations entre certaines composantes du tenseur des contraintes et du tenseur des déformations. C'est par exemple l'hypothèse élastique ; dans ce cas, on obtiendra forme et état de contrainte de l'objet en imposant des conditions aux limites de contrainte ou de déplacement. De façon plus générale, on appelle cette relation loi de comportement ; l'état d'un matériau peut dépendre alors de toute l'histoire du chargement.

On peut également supposer qu'il existe des relations entre certaines des composantes du tenseur des contraintes qui sont caractéristiques du matériau : c'est par exemple l'hypothèse du modèle OSL.

Annexe 3 : Résultats de friction obtenus à l'Institut Charles Sadron

Nous exposons dans cette annexe des résultats obtenus à l'Institut Charles Sadron (ICS) à Strasbourg, avec Christian Gauthier.

Notre but était d'utiliser le dispositif de l'ICS pour effectuer des expériences de friction d'une bille sur un échantillon de notre colonne. Nous avons employé une bille d'acier chromé, possédant les mêmes caractéristiques mécaniques et de rugosité que les billes de 1.5 mm, mais de 10 mm de diamètre afin de pouvoir nous placer dans des conditions d'enfoncement et de pression de contact proches de celles que nous obtenons dans notre colonne granulaire (voir partie II, chapitre 4).

Nous allons montrer que ces résultats apportent plus de questions que de réponses.

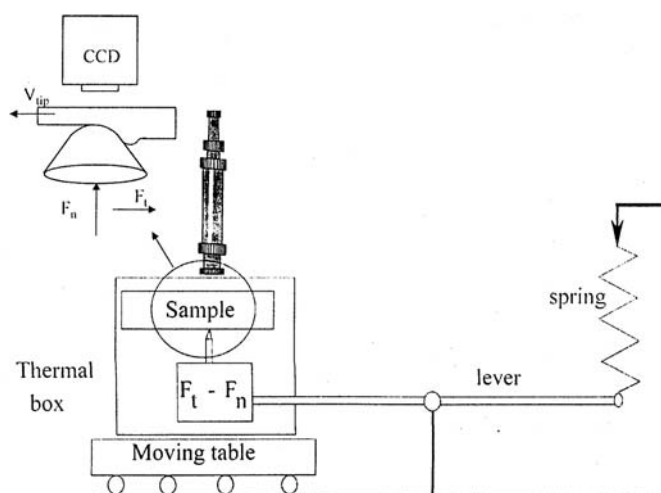


FIG. 3.1 – Dispositif de mesure de friction solide de l'Institut Charles Sadron. Schéma extrait de [38].

1. Dispositif

Le dispositif expérimental (figure 3.1) est exposé en détail par Gauthier et Schirrer [37]. Ce dispositif nous permet d'appliquer une force normale constante (de 0.1 N à 5 N) sur une bille, de l'emmener en glissement à des vitesses variant entre $1 \mu\text{m.s}^{-1}$ et 10mm.s^{-1} , et de mesurer la force de résistance à la poussée. Nous avons effectué ces glissements sur des tronçons de nos cylindres.

En pratique, pour obtenir une incertitude liée à la mesure de la force de friction inférieure à 5% nous avons appliqué une force normale minimale de 0.5 N.

2. Friction statique

Les résultats obtenus dans cette section sont le fruit d'expériences uniques : il nous a en effet manqué le temps de faire une étude plus approfondie.

Ces résultats sont donc à prendre avec prudence.

La figure 3.2 représente le coefficient de frottement statique obtenu pour un temps de vieillissement de 600 s, en fonction du taux de cisaillement au repos $\mu_{\text{repos}} = T/N$, lorsqu'on soumet une bille d'acier de 10 mm en contact avec un échantillon en dural à une charge normale N de 3 N et à des forces de cisaillement T différentes pendant le temps de contact.

Les résultats obtenus indiquent que le coefficient de friction statique est d'autant plus important que le cisaillement, dans le sens du mouvement ultérieur, auquel a été

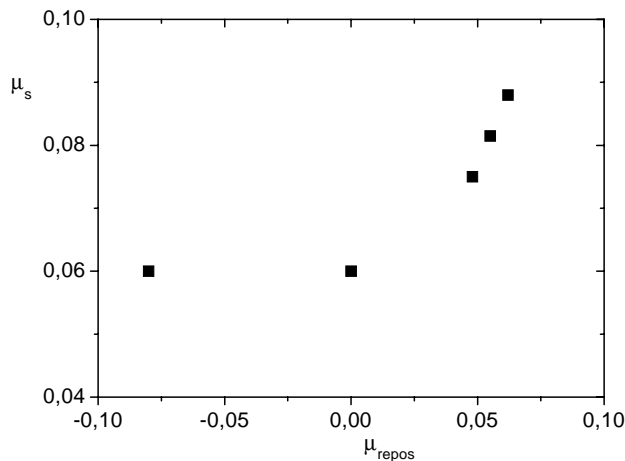


FIG. 3.2 – Coefficient de friction statique μ_s d'une bille d'acier de 10 mm sur le dural mesuré dans le dispositif de l'ICS, en fonction du taux de cisaillement μ_{repos} auquel la bille a été soumise au repos. Le temps de contact était de 600 s. La bille était soumise à une charge normale de 3 N.

soumise la bille d'acier pendant le temps de contact était important. On remarque qu'on obtient la même valeur pour un cisaillement nul ou pour un cisaillement appliqué dans le sens inverse du mouvement ultérieur. Avec nos résultats, sans étude systématique de cet effet en fonction du temps de contact, nous ne pouvons pas dire si l'effet du cisaillement est seulement d'augmenter le coefficient de friction, ou s'il y a une accélération du vieillissement.

Ces résultats sont à rapprocher des phénomènes observés par Berthoud et al. [9], Loresert et al. [62] et Restagno [82], mentionnés dans la partie II, chapitre 2. Cependant, aucune étude systématique de cet effet n'a encore été effectuée à notre connaissance.

Pour tester l'évolution avec le temps de contact du coefficient de friction statique μ_s , nous avons donc effectué toutes nos expériences pour un même taux de cisaillement $\mu_{repos} = 0.04 \pm 0.002$. Les résultats de ces expériences sont représentés en figure 3.3.

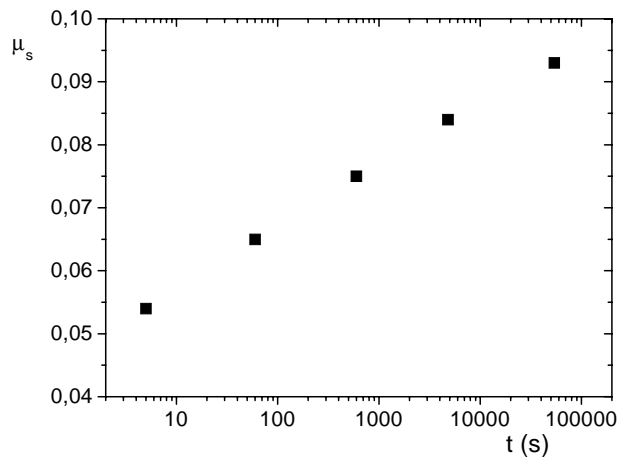


FIG. 3.3 – Coefficient de friction statique μ_s d'une bille d'acier de 10 mm sur le dural mesuré avec le dispositif de l'ICS, en fonction du temps de contact au repos t . Durant le contact, la bille était soumise à une charge normale de 3 N et à un taux de cisaillement $\mu_{repos} = 0.04 \pm 0.002$.

On constate que le coefficient de friction statique augmente avec le temps et qu'il semble augmenter de façon logarithmique sur l'intervalle de temps étudié (5 s à 100000 s), conformément à la phénoménologie généralement observée en friction solide/solide (voir partie II, chapitre 2).

Nous avons observé le même phénomène de dépendance du coefficient de friction statique avec le taux de cisaillement au repos μ_{repos} pour la friction acier/laiton (figure 3.4) mais nous n'avons pas eu le temps d'étudier l'évolution de μ_s avec le temps de repos.

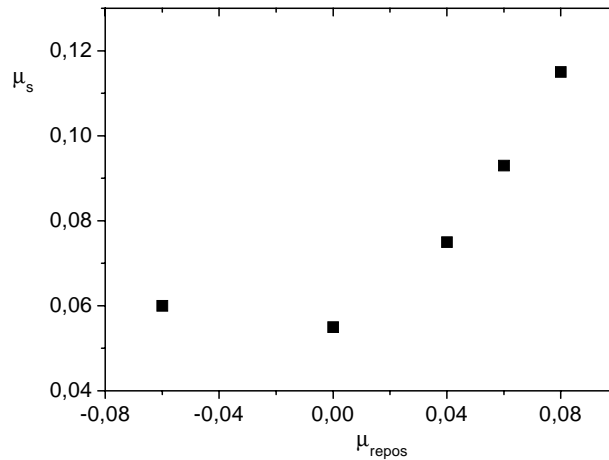


FIG. 3.4 – Coefficient de friction statique μ_s d'une bille d'acier de 10 mm sur le laiton mesuré dans le dispositif de l'ICS, en fonction du taux de cisaillement μ_{repos} auquel la bille a été soumise au repos. Le temps de contact était de 180 s. Durant le contact, la bille était soumise à une charge normale de 0.7 N.

3. Dynamique

Lors d'une expérience de dynamique, la bille d'acier de 10 mm de diamètre a été emmenée en glissement sur une distance de 1 mm pour 9 vitesses d'entraînement réparties entre $1 \mu\text{m.s}^{-1}$ et 10mm.s^{-1} . Nous présentons sur la figure 3.5 le coefficient de friction mesuré dans 8 expériences de ce type.

Les résultats obtenus en régime dynamique appellent plusieurs commentaires. Tout d'abord, on constate que le coefficient de friction augmente avec la vitesse d'entraînement, ce qui est cohérent avec les résultats que nous avons obtenus à l'aide de notre dispositif de friction solide et dans la colonne granulaire.

Mais on remarque que les mesures effectuées sur 2 échantillons différents diffèrent singulièrement. Nous n'avons malheureusement pas pu comprendre ce phénomène. Sur le premier échantillon, nous avons fait varier la force normale entre 0.5 N et 4.5 N pour vérifier l'indépendance du coefficient de friction avec la charge normale, ce qui n'était pas évident a priori si on considère que pour la plus faible charge il s'agit probablement d'une interface multicontacts tandis que pour la plus forte charge il s'agit d'un contact de Hertz (voir partie II, chapitre 4).

Sur le deuxième échantillon, nous n'avons pas remarqué d'évolution notable du coefficient de friction avec le taux d'humidité. Il faut cependant noter que l'atmosphère ambiante était relativement sèche (autour de 25%). L'effet attendu d'après les résultats que nous avons obtenus avec notre dispositif de friction solide se situe dans la limite expérimentale.

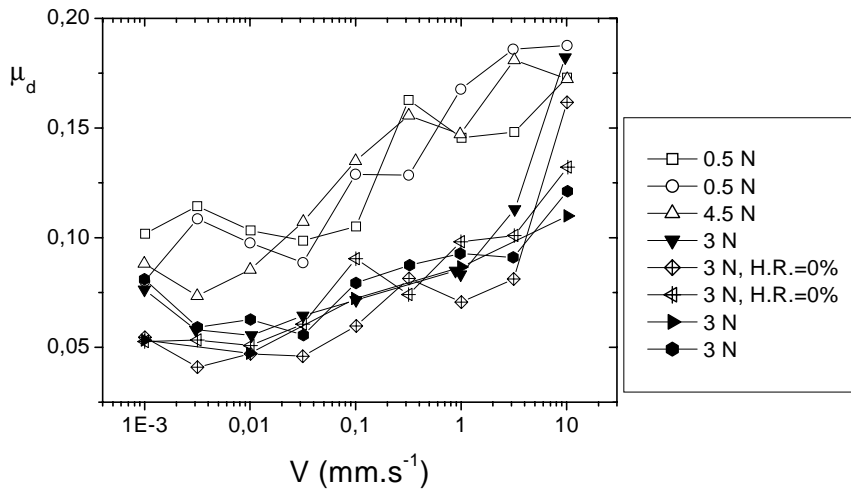


FIG. 3.5 – Coefficient de friction dynamique μ_d d'une bille d'acier de 10 mm sur le dural mesuré dans le dispositif de l'ICS, en fonction de la vitesse d'entraînement. Différentes charges normales ont été appliquées (0,55 N, 3 N, 4,5 N). Les symboles vides représentent des expériences effectuées sur un premier échantillon de colonne ; les expériences suivantes ont été effectuées sur un deuxième échantillon. Les symboles traversés d'une croix représentent des expériences effectuées en atmosphère sèche ; les autres expériences ont été effectuées pour un taux d'humidité compris entre 22% et 28%.

Commentaire

Nous sommes sceptique face à ces résultats : la valeur des coefficients de friction statique mesurés aux temps courts nous amène à prévoir un angle de pente inférieur à 4° alors que nous n'avons jamais observé, que ce soit pour des billes de 1,5 ou 10 mm de diamètre fixées sous un patin, d'angle de pente inférieur à 9° . Le coefficient de friction que nous mesurons est trois fois plus élevé avec le dispositif d'angle de pente qu'à l'ICS ; de même, le coefficient de friction dynamique que nous mesurons avec notre système est deux à trois fois plus élevé que celui mesuré à l'ICS.

Face à ces constatations, nous avons été amené à mettre en doute les résultats obtenus à l'ICS. Le dispositif de mesure de force a cependant été vérifié et l'étalonnage confirmé.

Une voie qu'on peut explorer est celle d'un bruit mécanique important qui déstabiliserait le système ; il a été montré par exemple dans [15] qu'une force normale oscillant autour d'une valeur moyenne diminue le coefficient de frottement en régime dynamique.

Autre possibilité : une contamination du deuxième échantillon de colonne (voir figure 3.5) par un corps gras. Cette éventualité permettrait de comprendre la différence entre les coefficients de friction mesurés sur les 2 échantillons. On pourrait en particulier expliquer les faibles valeurs du coefficient de friction statique, qui ont toutes été obtenues sur le deuxième échantillon. Malheureusement, cette hypothèse ne peut plus être vérifiée.

Annexe 4 : Etude du stick-slip pour un solide à deux coefficients de frottement constants

Le dispositif étudié est le suivant :

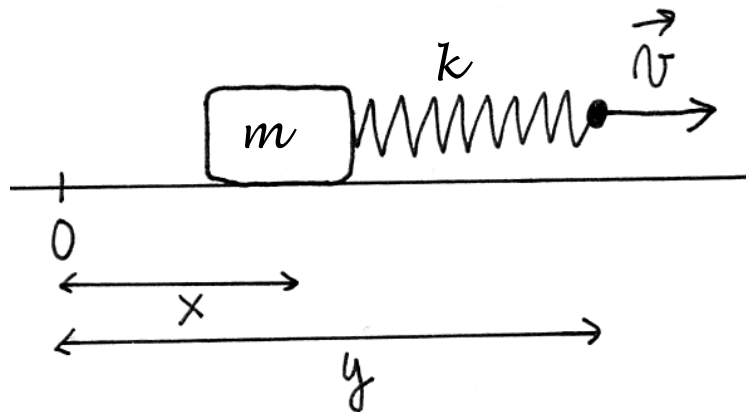


FIG. 4.1 – Schéma d'un dispositif patin-ressort.

On suppose que le solide reste au repos tant que la force F qu'il subit vérifie $F \leq \mu_s mg$. Lorsqu'il est en glissement, le solide offre une force de résistance $f = \mu_d mg$, avec $\mu_d < \mu_s$.

L'équilibre des forces lorsque le patin est en glissement s'écrit :

$$k(y - x - l_0) - \mu_d mg = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (4.1)$$

En régime de glissement permanent à une vitesse V_0 :

$$y = L + V_0 t \quad (4.2)$$

$$x = V_0 t \quad (4.3)$$

où $L = l_0 + \mu_d mg/k$. On supposera par la suite que le système d'entraînement impose une vitesse V_0 toujours constante à l'extrémité du ressort.

Etude de stabilité

Si on impose au système une perturbation de position ϵ telle que $x = v_0 t + \epsilon$, alors on obtient :

$$m \frac{d^2 \epsilon}{dt^2} + k \epsilon = 0 \quad (4.4)$$

autrement dit une oscillation du patin autour de la position stationnaire. Si la perturbation est suffisamment importante, le solide va passer par un point où sa vitesse est nulle ; dans ce cas il s'arrête et on passe dans le régime de stick-slip que nous allons étudier après. La condition sur ϵ pour qu'il y ait arrêt du patin est que $\epsilon \geq V_0 \sqrt{m/k}$. Ce résultat, qui prédit une plus grande stabilité à faible raideur, est contredit par les expériences dans lesquelles on s'aperçoit qu'il est d'autant plus difficile d'obtenir un mouvement de stick-slip que le système est raide ; cette contradiction apparente trouve sa résolution en tenant compte de la variation de μ_d avec la vitesse (voir partie II, chapitre 6).

Etude du mouvement de stick-slip

On s'intéresse ici à la mise en mouvement du solide. On prend comme point de départ le seuil de glissement : $k(y - x - l_0) = \mu_s mg$. L'état initial du patin est caractérisé par $x = 0$ et $dx/dt = 0$. La position de l'extrémité du ressort à un instant t est : $y = \mu_s mg/k + l_0 + V_0 t$. L'équation sur la position x du patin s'écrit donc :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = (\mu_s - \mu_d)mg + kV_0 t \quad (4.5)$$

dont la solution est

$$x = (\mu_s - \mu_d) \frac{mg}{k} + V_0 t + A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \phi\right) \quad (4.6)$$

$$\tan \phi = -\frac{k V_0}{m (\mu_s - \mu_d) g} \quad (4.7)$$

$$A = \sqrt{\frac{m}{k} V_0^2 + \left((\mu_s - \mu_d) \frac{mg}{k}\right)^2} \quad (4.8)$$

Le solide s'arrête de nouveau au bout d'un temps de glissement :

$$t_{slip} = \sqrt{\frac{m}{k}} (\pi - 2\phi) \quad (4.9)$$

A cet instant : $y - x = (2\mu_d - \mu_s)mg/k$, ce qui est conditionné par $2\mu_d > \mu_s$. Le solide est ainsi au repos et soumis à une force $F = (2\mu_d - \mu_s)mg < \mu_s mg$; il repartira

lorsque $F = \mu_s mg$ c'est-à-dire au bout d'un temps $t = 2(\mu_s - \mu_d)mg/(kV_0)$, et le mouvement sera indéfiniment identique à celui que nous venons d'étudier.

Pour conclure, nous avons montré qu'il existe deux types de mouvements qui sont métastables : un régime de glissement continu, et un régime de stick-slip ; il est possible de passer de l'un à l'autre par une perturbation d'amplitude finie. Ces deux régimes coexistent ici quelles que soient les conditions expérimentales. Le régime de stick-slip peut être caractérisé par F_{max} et F_{min} qui sont respectivement la force au seuil de glissement et la force à la fin du glissement, ainsi que par le temps de glissement t_{slip} et le temps de blocage t_{stick} :

$$F_{min} = (2\mu_d - \mu_s)mg \quad (4.10)$$

$$F_{max} = \mu_s mg \quad (4.11)$$

$$t_{stick} = 2(\mu_s - \mu_d) \frac{mg}{kV_0} \quad (4.12)$$

$$t_{slip} = \sqrt{\frac{m}{k}}(\pi - 2\phi) \quad (4.13)$$

On peut exprimer simplement t_{slip} dans des cas extrêmes : lorsque la vitesse tend vers les valeurs nulles, $\phi = 0$ et $t_{slip} = \pi\sqrt{m/k}$ soit une demi-période d'oscillation libre. Lorsque la vitesse est très grande, $\phi = -\pi/2$ et $t_{slip} = 2\pi\sqrt{m/k}$: le mobile se met en mouvement lentement et la longueur du ressort, donc la force de rappel, continue à croître jusqu'à un temps $t = \pi\sqrt{m/k}$; le mouvement du mobile a donc une forte amplitude, ce qui lui permet de repasser par une vitesse nulle quelle que soit la vitesse d'entraînement, ce qui pouvait paraître a priori paradoxal.

Bibliographie

- [1] R. Albert, I. Albert, D. Hornbaker, P. Schiffer, A.-L. Barbási,
Maximum angle of stability in wet and dry spherical granular media,
Phys. Rev. E 56, 6271 (1997).
- [2] R. Albert, M. A. Pfeifer, A.-L. Barabási, P. Schiffer,
Slow drag in a granular medium,
Phys. Rev. Lett. 82, 205 (1999).
- [3] I. Albert, P. Tegzes, B. Kahng, R. Albert, J.-G. Sample, M. A. Pfeifer, A.-L.
Barabási, T. Vicsek, P. Schiffer,
Jamming and fluctuations in granular drag,
Phys. Rev. Lett. 84, 5122 (2000).
- [4] I. Albert, P. Tegzes, R. Albert, J.-G. Sample, A.-L. Barabási, T. Vicsek, P.
Schiffer,
Stick-slip fluctuations in granular drag,
Phys. Rev. E 64, 031307 (2001).
- [5] I. Albert, J.-G. Sample, A. J. Morss, S. Rajagopalan, A.-L. Barabási, P. Schiffer,
Granular drag on a discrete object: shape effect on jamming,
Phys. Rev. E 64, 061303 (2001).
- [6] P. Bak, K. Christensen, L. Danon, T. Scanlon,
Unified scaling law for earthquakes,
Phys. Rev. Lett. 88, 178501 (2002).
- [7] T. Baumberger, P. Berthoud, C. Caroli,
Physical analysis of the state- and rate-dependant friction law. II. Dynamic
friction,
Phys. Rev. B 60, 3928 (1999).

- [8] T. Baumberger,
Contact dynamics and friction at a solid-solid interface : material versus statistical aspects,
Solid State Commun. 102, 175 (1997).
- [9] P. Berthoud, T. Baumberger, C. G'Sell, J.-M. Hiver,
Physical analysis of the state- and rate-dependant friction law: Static friction,
Phys. Rev. B 59, 14313 (1999).
- [10] J.-P. Bouchaud, M. E. Cates, P. Claudin,
Stress distribution in granular media and nonlinear wave equation,
J. Phys. I 5, 639 (1995).
- [11] L. Bocquet, E. Charlaix, S. Ciliberto, J. Crassous,
Moisture-induced ageing in granular media and the kinetics of capillary condensation,
Nature 396, 735 (1998).
- [12] F. P. Bowden, D. Tabor,
The friction and lubrication of solids,
Clarendon Press, Oxford (1950).
- [13] C. A. Brockley, R. Cameron, A. F. Potter,
Friction-induced vibration,
Journal of Lubrication Technology, 101 (1967).
- [14] R. L. Brown, J. C. Richards,
Principle of powder mechanics,
Pergamon Press, Oxford (1970).
- [15] L. Bureau, T. Baumberger, C. Caroli,
Shear response of a frictional interface to a normal load modulation,
Phys. Rev. E 62, 6810 (2000).
- [16] R.G. Cain, N.W. Page, S. Biggs,
Microscopic and macroscopic aspects of stick-slip motion in granular shear,
Phys. Rev. E 64, 016413 (2001).
- [17] CASTEM, logiciel développé par le CEA,
<http://www.castem.org:8001>

- [18] P. Claudin,
La physique des tas de sable : Description phénoménologique de la propagation des contraintes dans les matériaux granulaires,
Thèse de l'Université Paris XI (1999).

- [19] E. Clément, Y. Serero, J. Lanuza, J. Rajchenbach, J. Duran,
Fluctuating aspects of the pressure in a granular column,
in Powder and grains 97, Edited by R. P. Behringer and J. T. Jenkins, A. A. Balkema, Rotterdam (1997).

- [20] S. N. Coppersmith, C.-H. Liu, S. Majumdar, O. Narayan, T. A. Witten,
Model for forces fluctuations in bead packs,
Phys. Rev. E 53, 4673 (1996).

- [21] J. Crassous, L. Bocquet, S. Ciliberto, C. Laroche,
Humidity effect on static aging of dry friction,
Europhys. Lett. 47, 562 (1999).

- [22] G. D'Anna,
Dissipative dynamics of granular media investigated by forced torsion pendulum,
Europhys. Lett. 51, 293 (2000).

- [23] P. Dantu,
Etude statistique des forces intergranulaires dans un milieu pulvérulent,
Géotechnique 18, 50-55 (1968).

- [24] A.K. Didwania, F. Cantelaube, J.D. Goddard,
Static multiplicity of stress states in granular heaps,
Proc. R. Soc. Lond. A 456, 2569 (2000).

- [25] J. H. Dieterich,
Modeling of rock friction 1. Experimental results and constitutive equations,
J. Geophys. Res. 84, 2161 (1979).

- [26] J. H. Dieterich, B. D. Kilgore,
Direct observation of frictional contacts: new insights for state-dependent properties,
Pageoph. 143, 283 (1994).

- [27] J. H. Dieterich, G. Conrad,
Effects of humidity on time- and velocity-dependent friction in rocks,
J. Geophys. Res., 89, 4196 (1984).
- [28] J. H. Dieterich,
Time-dependant friction in rocks,
J. Geophys. Res. 77, 3691-3697 (1972).
- [29] S. J. Dokos,
Sliding friction under extreme pressures,
J. Appl. Mech. 13, 148-156 (1946).
- [30] J. Duran,
Sables, poudres et grains,
Eyrolles Sciences, Paris (1996).
- [31] S. F. Edwards, R. B. S. Oakeshott,
The transmission of stress in an aggregate,
Physica D 38, 88-92 (1989).
- [32] S. F. Edwards, C. C. Mounfield,
A theoretical model for the stress distribution in granular matter I: basic equations,
Physica A 226, 1-11 (1996).
- [33] S. F. Edwards, C. C. Mounfield,
A theoretical model for the stress distribution in granular matter II: forces in pipes,
Physica A 226, 1-11 (1996).
- [34] S. F. Edwards, C. C. Mounfield,
A theoretical model for the stress distribution in granular matter III: forces in sandpiles.
Physica A 226, 1-11 (1996).
- [35] P. Evesque, P.-G. de Gennes,
Sur la statique des silos,
C. R. Acad. Sci. Paris, 326 Iib, 761-766 (1998).

- [36] N. Fraysse, H. Thomé, L. Petit,
Humidity effects on the stability of a sandpile,
Eur. Phys. J. B 11, 615 (1999).
- [37] C. Gauthier, R. Schirrer,
Time and temperature dependance of the scratch properties of
poly(methylmethacrylate) surfaces,
J. Mater. Sci. 35, 2121 (2000).
- [38] C. Gauthier, S. Lafaye, R. Schirrer,
Elastic recovery of a scratch in a polymeric surface : experiments and analysis,
Tribology International 34, 469 (2001).
- [39] J.-C. Géminard, W. Losert, J.P. Gollub,
Frictional mechanics of wet granular material,
Phys.Rev. E 59, 5881-5890 (1999).
- [40] J. Geng, D. Howell, E. Longhi, R. P. Behringer, G. Reydellet, L. Vanel, E.
Clément, S. Luding,
Footprints in sand : the response of a granular material to local perturbations,
Phys. Rev. Lett. 87, 035506 (2001).
- [41] C. Goldenberg, I. Goldhirsch,
Force chains, microelasticity and macroelasticity,
Phys. Rev. Lett. 89, 084302 (2002).
- [42] C. Goldenberg, I. Goldhirsch,
Granular and nano-elasticity,
preprint cond-mat/0201081.
- [43] J. A. Greenwood, J. B. P. Williamson,
Contact of nominally flat surfaces,
Proc. Roy. Soc. A 295, 300 (1966).
- [44] J. A. Greenwood,
The area of contact between rough surfaces and flat,
J. Lubr. Tech. Trans ASME 1, 81 (1967).

- [45] T.C. Halsey, A.J. Levine,
How sandcastles fall,
Phys. Rev. Lett 80, 3141 (1998).
- [46] R. R. Hartley, R. P. Behringer, E. Kolb, G. Ovarlez, E. Clément,
Force chains in a granular piston,
Bulletin of the APS, 45 (2000).
- [47] F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli, C. Caroli,
Creep, Stick-slip, and dry-friction dynamics: experiments and a heuristic model,
Phys. Rev. E 49, 4973 (1994).
- [48] D.J. Hornbaker, R. Albert, I. Albert, A.-L. Barabasi, P. Schiffer,
What keeps sandcastles standing,
Nature 387, 765 (1997).
- [49] V. K. Horváth, I. M. Jánosi, P. J. Vella,
Anomalous density dependance of static friction in sand,
Phys. Rev. E 54, 2005 (1996).
- [50] D. Howell, R. P. Behringer, C. Veje,
Stress fluctuations in a 2D granular Couette experiment: a continuous transition,
Phys. Rev. Lett 82, 5241-5244 (1999).
- [51] D.W. Howell, I.S. Aranson, G.W. Crabtree,
Dynamics of electrostatically-driven granular media. Effect of humidity,
preprint cond-mat/0011068.
- [52] I. Ippolito, C. Annic, J. Lemaître, L. Oger, D. Bideau,
Granular temperature: Experimental analysis,
Phys. Rev. E 52, 2072-2075 (1995).
- [53] H. A. Janssen,
Versuche über Getreidedruck in Silozellen,
Zeitschr. D. Vereines deutscher Ingenieure 39 (1895), no. 35, 1045-1049.
- [54] K. L. Johnson,
Contact Mechanics,
Cambridge University Press, Cambridge (1985).

- [55] V. M. Kenkre, J. E. Scott, E. A. Pease, A. J. Hurd,
Nonlocal approach to the analysis of the stress distribution in granular systems.
I. Theoretical framework,
Phys. Rev. E 57, 5841 (1998).
- [56] Y. Khidas, G. Schliecker, M. Ammi, J.-C. Messenger, R. Delannay,
Rotational modes in a 1d array of cylinders under shear stress,
Europhys. Lett. 50, 587-553 (2000).
- [57] E. Kolb, T. Mazozi, E. Clément, J. Duran,
Force fluctuations in a vertically pushed granular column,
Eur. Phys. J. B 8, 483 (1999).
- [58] V. Kumaran,
Temperature of a granular material “fluidized” by external vibrations,
Phys. Rev. E 57, 5660-5664 (1998).
- [59] L. Landau, E. Lifshitz,
Théorie de l'élasticité,
Editions Mir, Moscou (1967).
- [60] T. Le Penec, K. J. Maloy, A. Hansen, M. Ammi, D. Bideau, X. Wu,
Ticking hour glasses: Experimental analysis of intermittent flow,
Phys. Rev. E 53, 2257-2264 (1996).
- [61] C.-H. Liu, S. R. Nagel, D. A. Schecter, S. N. Coppersmith, S. Majumdar, O.
Narayan, T. A. Witten,
Force fluctuations in bead packs,
Science, 269, 513 (1995).
- [62] W. Losert, J.-C. Géminard, S. Nasuno, J.P. Gollub,
Mechanisms for slow strengthening in granular materials,
Phys.Rev. E 61, 4060-4068 (2000).
- [63] M. Lubert, A. de Ryck,
Slip events and dilatancy in a sheared fine noncohesive powder,
Phys. Rev. E 63, 021502 (2001).

- [64] C. Marone,
Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting,
Annu. Rev. Earth. Planet. Sci. 26, 643 (1998).
- [65] P. Mestat,
Modélisation d'ouvrages en vraie grandeur réalisés dans les sites sableux,
Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Tome1, Actes des
journées scientifiques du LCPC (2000).
- [66] B. Miller, C. O'Hern, R. P. Behringer,
Stress fluctuations for continuously sheared granular materials,
Phys. Rev. Lett. 77, 3110 (1996).
- [67] D. F. Moore,
The friction and lubrication of elastomers,
Pergamon Press, Oxford (1972).
- [68] J.-J. Moreau, M. Jean,
Numerical treatment of contact and friction: the Contact Dynamics method,
Proc. Engineering systems design and analysis conference 1996, Lagarde and
Raous eds, vol. 4, 201-208, ASME, New York (1996).
- [69] D. M. Mueth, H. M. Jaeger, S. R. Nagel,
Force distribution in a granular medium,
Phys. Rev. E 57, 3164 (1998).
- [70] D. M. Mueth, G. F. Debregeas, G. S. Karczmar, P. J. Eng, S. R. Nagel, H. M.
Jaeger,
Signatures of granular microstructure in dense shear flows,
Nature 406, 385-389 (2000).
- [71] M. Nakatani,
A new mechanism of slip weakening and strength recovery of friction associated
with the mechanical consolidation of gouge,
J. Geophys. Res. 103, 27239 (1998).
- [72] S. Nasuno, A. Kudrolli, J. P. Gollub,
Friction in granular layers: hysteresis and precursors,
Phys. Rev. Lett. 79, 949-952 (1997).

- [73] S. Nasuno, A. Kudrolli, A. Bak, J. P. Gollub,
Time-resolved studies of stick-slip friction in sheared granular layers,
Phys.Rev. E 58, 2161-2171 (1998).
- [74] R. M. Nedderman,
Statics and Kinematics of Granular Materials,
Cambridge University Press, Cambridge (1992).
- [75] M. Oda, T. Sudoo,
Fabric tensor anisotropy of granular soils and its application to soil plasticity,
Powders and grains, Biarez and Gourvès eds, Balkema, Rotterdam (1989).
- [76] C. J. Olson, C. Reichhardt, M. McCloskey, R. J. Zieve,
Effect of grain geometry on angle of repose and dynamics,
preprint cond-mat/0011508 (2000).
- [77] R. Peralta-Fabi, C. Malaga, R. Rechtman,
Arching in confined dry granular materials,
Europhys. Lett, 45, 76-82 (1999).
- [78] L. Pournin, Th. M. Liebling, A. Mocellin,
Molecular-dynamics force models for better control of energy dissipation in
numerical simulations of dense granular media,
Phys. Rev. E 65, 011302 (2002).
- [79] R. Rabinowicz,
Friction and wear of materials,
John Wiley and Sons, New York (1995).
- [80] F. Radjai, M. Jean, J.-J. Moreau, S. Roux,
Force distribution in dense two dimensional granular systems,
Phys. Rev. Lett. 77, 274-277 (1996).
- [81] F. Restagno, L. Bocquet, T. Biben, E. Charlaix,
Thermally activated dynamics of capillary condensation,
J. Phys. :Condens.Matter 12, A419-A424 (2000)

- [82] F. Restagno,
Interactions entre contacts solides et cinétique de la condensation capillaire.
Aspects macroscopiques et aspects microscopiques,
Thèse de l'école Normale Supérieure de Lyon (2000).
- [83] G. Reydellet,
Mesure expérimentale de la fonction de réponse d'un matériau granulaire,
Thèse de doctorat de l'Université Paris VII (2002).
- [84] G. Reydellet, E. Clément,
Green's function probe of a static granular piling,
Phys. Rev. Lett. 86, 3308 (2001).
- [85] I. Roberts,
Determination of pressures of granular substances,
Proc. Royal Soc. 36, 225-240 (1884).
- [86] J. M. Rotter, J. M. F. G. Holst, J. Y. Ooi, A. M. Sanad,
Silo pressure predictions using discrete-element and finite-element analyses,
Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 356, 2685 (1998).
- [87] J.-N. Roux,
Geometric origin of mechanical properties of granular materials,
Phys. Rev. E 61, 6802-6836 (2000).
- [88] A. Ruina,
Slip instability and state variable friction laws,
J. Geophys. Res. 88, 10359 (1983).
- [89] S. B. Savage,
Modeling and granular material boundary problems,
in *Physics of Dry Granular Media*, 25, Edited by H. J. Herrmann et al., Kluwer
Academic Publishers, The Netherlands (1998).
- [90] R. Schirrer, communication privée.
- [91] C. H. Scholz,
Earthquakes and friction laws,
Nature 391, 37 (1998).

- [92] J. E. Scott, V. M. Kenkre, A. J. Hurd,
Nonlocal approach to the analysis of the stress distribution in granular systems.
II. Application to experiment,
Phys. Rev. E. 57, 5850 (1998).
- [93] J. E. Socolar, D. G. Schaeffer, P. Claudin,
Directed force chain networks and stress response in static granular materials,
Preprint cond-mat/0201242.
- [94] D. Serero, G. Reydellet, P. Claudin, E. Clément, D. Levine,
Stress response function of a granular layer : quantitative comparison between
experiments and isotropic elasticity.
Eur. Phys. J. E, 6, 169 (2001).
- [95] V. Sundaram, S. C. Cowin,
A reassessment of static bin pressure experiments,
Powder Technology, 22 (1979), 23-32.
- [96] G. I. Tardos, M. I. Khan, D. G. Schaeffer,
Forces on a slowly rotating, rough cylinder in a Couette device containing a
dry, frictional powder,
Phys. Fluids 10, 335 (1998).
- [97] P. A. Thompson, G. S. Grest,
Granular flow : friction and the dilatancy transition,
Phys. Rev. Lett. 67, 1751 (1991).
- [98] P. A. Thompson, M. O. Robbins,
Origin of stick-slip in boundary lubrication,
Science 250, 792 (1990).
- [99] K. To, P.-Y. Lai, H. K. Pak,
Jamming of Granular Flow in a Two-Dimensional Hopper
Phys. Rev. Lett. 86, 71-74 (2001).
- [100] T. E. Tullis,
Rock friction constitutive behavior from laboratory experiments and its impli-
cations for an earthquake prediction field monitoring program,
Pageoph. 126, 555 (1988).

- [101] T. Utsu,
Representation and Analysis of the earthquake size distribution: a historical review and some new approaches,
Pure appl. Geophys. 155, 509 (1999).
- [102] L. Vanel,
Etude expérimentale de l'équilibre mécanique d'un milieu granulaire : exemples du silo et du tas de sable,
Thèse de l'Université Paris VI (1999).
- [103] L. Vanel, E. Clément,
Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column,
Eur. Phys. J. B 11, 525 (1999).
- [104] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer, E. Clément,
Memories in sand: experimental test of construction history on stress distributions under sandpiles,
Phys. Rev. E 60, R5040 (1999).
- [105] J. H. Westbrook, P. J. Jorgensen,
Effects of water desorption on indentation microhardness anisotropy in minerals,
The American Mineralogist 53, 1899 (1968).
- [106] J. C. Williams, D. Al-Salman, A. H. Birks,
Measurement of static stresses on the wall of a cylindrical container for particulate solids,
Powder Technology, 50 (1987), 163-175.
- [107] J. P. Wittmer, M. E. Cates, P. Claudin,
Stress propagation and arching in static sandpiles,
J. Phys. I 7, 39 (1997).
- [108] X-l. Wu, K. J. Maloy, A. Hansen, M. Ammi, D. Bideau,
Why hour glasses tick,
Phys. Rev. Lett. 71, 1363-1366 (1993).