



**HAL**  
open science

# Réalisation d'états intriqués dans une collision atomique assistée par une cavité

Stefano Osnaghi

► **To cite this version:**

Stefano Osnaghi. Réalisation d'états intriqués dans une collision atomique assistée par une cavité. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2002. Français. NNT: . tel-00002072

**HAL Id: tel-00002072**

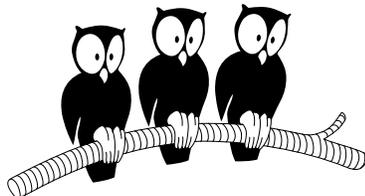
**<https://theses.hal.science/tel-00002072>**

Submitted on 3 Dec 2002

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE  
LABORATOIRE KASTLER BROSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI  
spécialité : Physique Quantique

présentée par  
Stefano OSNAGHI

pour obtenir le titre de Docteur  
de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :  
RÉALISATION D'ÉTATS INTRIQUÉS DANS UNE  
COLLISION ATOMIQUE ASSISTÉE PAR UNE CAVITÉ

Soutenue le 1 juillet 2002 devant le jury composé de :

Pr. S.	HAROCHE	Directeur de thèse
Pr. Ph.	JACQUIER	Président
Pr. L.	MOI	
M. P.	PILLET	Rapporteur
M. Ph.	VERKERK	Rapporteur
Pr. D.	VITALI	



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des Figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>ix</b>
<b>Remerciements</b>	<b>x</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Préliminaires théoriques</b>	<b>15</b>
1.1 Atomes à deux niveaux dans un résonateur de grande finesse . . . . .	15
1.1.1 Modèle de Jaynes-Cummings . . . . .	15
1.1.1.a Régime résonnant : oscillation de Rabi . . . . .	19
1.1.1.b Régime dispersif : déduction de l'hamiltonien effectif . . . . .	23
1.1.2 Généralisation à N atomes et deux modes du champ (régime non-résonnant) . . . . .	26
1.1.3 Effets du couplage à l'environnement. . . . .	29
1.2 Méthodes d'interférométrie . . . . .	32
1.2.1 Interaction d'un atome avec un champ classique. Analyse de la cohérence atomique . . . . .	32
1.2.1.a Spin fictif associé à un atome à deux niveaux . . . . .	32
1.2.1.b Rotations de l'état atomique par nutation de Rabi. . . . .	35
1.2.1.c Interférométrie de Ramsey . . . . .	37
1.2.2 Couplage de la cavité à une source classique. Homodynage du champ . . . . .	37
<b>2 Outils et techniques expérimentaux</b>	<b>41</b>
2.1 Les outils expérimentaux . . . . .	43
2.1.1 Vue d'ensemble du dispositif expérimental . . . . .	43
2.1.2 Les atomes de Rydberg circulaires . . . . .	45
2.1.2.a Propriétés . . . . .	46
2.1.2.b Préparation des états de Rydberg circulaires . . . . .	50

2.1.2.c	Détection . . . . .	52
2.1.2.d	Sélection de la vitesse . . . . .	54
2.1.2.e	Préparation et sélection des «paquets» d'atomes . . . . .	56
2.1.3	Le champ de la cavité . . . . .	59
2.1.3.a	Géométrie du mode . . . . .	59
2.1.3.b	Système d'accord de la cavité . . . . .	61
2.1.3.c	Couplage aux sources externes . . . . .	62
2.1.3.d	Isolation de l'environnement . . . . .	62
2.2	Quelques techniques expérimentales . . . . .	65
2.2.1	Accord de la cavité par effet maser . . . . .	65
2.2.2	Contrôle de la fréquence atomique par effet Stark . . . . .	67
2.2.3	Préparation du champ dans l'état vide . . . . .	68
2.2.4	Interférométrie de Ramsey dans une cavité quasi-fermée . . . . .	69
2.2.4.a	Principe et contraintes expérimentales . . . . .	69
2.2.4.b	Mesure de la cohérence atomique . . . . .	70
2.2.5	Mesure de l'intensité du champ . . . . .	76
2.2.5.a	Méthode résonnante . . . . .	76
2.2.5.b	Méthode dispersive . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Intrication de deux atomes dans une collision contrôlée</b>	<b>81</b>
3.1	L'interaction dipôle-dipôle entre atomes de Rydberg dans l'espace libre	81
3.2	Collisions assistées par une cavité non-résonnante . . . . .	84
3.2.1	Dynamique d'une collision assistée . . . . .	84
3.2.2	Insensibilité à l'état du champ de la cavité . . . . .	87
3.2.2.a	Relaxation . . . . .	87
3.2.2.b	Champ thermique . . . . .	88
3.3	Oscillation de Rabi entre deux atomes . . . . .	92
3.3.1	Déduction de l'hamiltonien effectif en présence de deux modes . . . . .	92
3.3.2	Réalisation expérimentale . . . . .	96
3.3.3	Analyse des données et des imperfections expérimentales . . . . .	98
3.4	Une paire EPR d'atomes : test de la cohérence . . . . .	103
3.4.1	Méthode de détection de la cohérence d'une paire d'atomes . . . . .	103
3.4.1.a	Cas d'un état maximalelement intriqué . . . . .	103
3.4.1.b	Cas d'un état quelconque . . . . .	106
3.4.2	Réalisation expérimentale . . . . .	108
3.4.3	Caractérisation de l'état créé. Fidélité et signal de Bell . . . . .	114
3.5	Discussion et perspectives. . . . .	117
3.5.1	Intrication d'un plus grand nombre d'atomes . . . . .	117
3.5.2	Comparaison aux expériences d'intrication antérieures . . . . .	120
3.5.2.a	Intrication d'atomes par interactions successives et résonnantes avec la cavité (rappel) . . . . .	120

3.5.2.b	Une sensibilité différente à la relaxation et au champ thermique . . . . .	123
3.5.3	Perspectives . . . . .	124
<b>4</b>	<b>Une nouvelle cavité pour l'étude de l'intrication à l'échelle mésoscopique</b>	<b>127</b>
4.1	L'étude des états non-classiques du champ confiné : déduction des contraintes expérimentales . . . . .	128
4.1.1	Chats de Schrödinger en cavité : méthodes de préparation . . .	128
4.1.2	Superpositions «instables» et décohérence . . . . .	132
4.1.3	Caractérisation des états créés : mesure de la fonction de Wigner	135
4.1.4	Bilan . . . . .	138
4.2	La cavité actuelle et ses limites . . . . .	141
4.2.1	Analyse des causes de dissipation . . . . .	141
4.2.1.a	Pertes dues à la géométrie : la taille finie des miroirs .	141
4.2.1.b	Pertes dues à l'absorption : l'effet Joule résiduel . . . .	142
4.2.1.c	Pertes dues à la diffraction : les défauts de la surface .	143
4.2.2	Ancienne méthode de fabrication. . . . .	145
4.2.3	Résultats . . . . .	146
4.2.4	Le dilemme de l'anneau . . . . .	146
4.3	La nouvelle méthode de fabrication des miroirs . . . . .	150
4.3.1	Les étapes de la fabrication . . . . .	150
4.3.1.a	Polissage des ébauches en cuivre . . . . .	151
4.3.1.b	Perçage . . . . .	152
4.3.1.c	Dépôt d'une couche de niobium par pulvérisation . . . .	156
4.3.2	Mesure micro-onde du facteur de qualité des cavités . . . . .	160
4.4	La nouvelle cavité. Perspectives . . . . .	165
4.4.1	Discussion des résultats . . . . .	165
4.4.2	Une cavité sans trous de couplage . . . . .	165
4.4.2.a	Accord de la cavité et mesure de son facteur de qualité au moyen des atomes . . . . .	167
4.4.2.b	Injection d'un champ classique . . . . .	169
4.4.2.c	Bilan . . . . .	170
4.4.3	Perspectives . . . . .	172
4.4.3.a	Intrication et décohérence dans deux cavités . . . . .	172
	<b>Conclusion</b>	<b>175</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>177</b>



# Table des figures

1.1	<i>Atome habillé : diagramme des énergies . . . . .</i>	18
1.2	<i>Oscillation de Rabi quantique atome-champ . . . . .</i>	21
1.3	<i>Diagramme de la transition qui couple deux atomes . . . . .</i>	27
1.4	<i>Diagramme de la transition Raman qui couple un atome et deux modes du champ . . . . .</i>	28
1.5	<i>Sphère de Bloch . . . . .</i>	35
1.6	<i>Séquence temporelle d'une expérience d'interférométrie de Ramsey. . .</i>	37
1.7	<i>Homodynage d'un champ . . . . .</i>	38
2.1	<i>Schéma du dispositif expérimental . . . . .</i>	44
2.2	<i>Schéma des niveaux de Rydberg circulaires . . . . .</i>	46
2.3	<i>Diagramme d'énergie Stark des niveaux de Rydberg <math>n=50</math> et <math>n=51</math> . .</i>	49
2.4	<i>Circularisation des états de Rydberg . . . . .</i>	51
2.5	<i>Zone de détection des atomes . . . . .</i>	53
2.6	<i>Signal d'ionisation des atomes . . . . .</i>	53
2.7	<i>Disposition des lasers de sélection de vitesse . . . . .</i>	54
2.8	<i>Distribution de vitesse des atomes avec sélection de vitesse Doppler . .</i>	56
2.9	<i>Résultat de la sélection en temps de vol . . . . .</i>	57
2.10	<i>Sélection en temps de vols de deux paquets atomiques. . . . .</i>	58
2.11	<i>Géométrie de la cavité . . . . .</i>	60
2.12	<i>Système d'accord de fréquence de la cavité . . . . .</i>	61
2.13	<i>Montage de la cavité dans le dispositif expérimental . . . . .</i>	63
2.14	<i>Mesure du temps de vie de la cavité . . . . .</i>	63
2.15	<i>Résonances de la cavité mesurés par effet maser . . . . .</i>	66
2.16	<i>Processus d'absorption adiabatique du champ résiduel. . . . .</i>	68
2.17	<i>Principe de fonctionnement de l'interféromètre de Ramsey . . . . .</i>	71
2.18	<i>Intensité du champ Ramsey en fonction de la position dans la structure cavité+anneau . . . . .</i>	73
2.19	<i>Indication précise de l'intensité du champ Ramsey . . . . .</i>	74
2.20	<i>Franges de Ramsey <math>g \leftrightarrow i</math>, avec des atomes à 500 m/s . . . . .</i>	75
2.21	<i>Effet du champ thermique sur les franges . . . . .</i>	80
3.1	<i>Collision de deux atomes de Rydberg . . . . .</i>	85

3.2	<i>Le ralentissement de l'oscillation de Rabi entre les deux atomes en fonction du temps de vie de la cavité . . . . .</i>	89
3.3	<i>L'amortissement de l'oscillation de Rabi entre les deux atomes en fonction du temps de vie de la cavité . . . . .</i>	90
3.4	<i>Diagrammes de Feynman associés à la transition <math> e_1, g_2, n\rangle \leftrightarrow  g_1, e_2, n\rangle</math></i>	91
3.5	<i>Les désaccords entre les atomes et les deux modes de la cavité . . . . .</i>	92
3.6	<i>Séquence temporelle de l'expérience d'observation de l'oscillation de Rabi entre deux atomes . . . . .</i>	97
3.7	<i>Oscillation de Rabi entre deux atomes (signal expérimental) . . . . .</i>	99
3.8	<i>Les populations parasites . . . . .</i>	101
3.9	<i>Illustration de l'état EPR à l'aide de deux sphères de Bloch. . . . .</i>	104
3.10	<i>Les «chemins» de Feynman qui interfèrent dans la mesure des corrélations «transverses» d'une paire EPR d'atomes . . . . .</i>	105
3.11	<i>Corrélations «directes» entre les deux atomes . . . . .</i>	109
3.12	<i>Carte bidimensionnelle du champ . . . . .</i>	110
3.13	<i>Séquence temporelle du test de la cohérence . . . . .</i>	111
3.14	<i>Corrélations «transverses» entre les deux atomes . . . . .</i>	113
3.15	<i>Coefficient de corrélation de Bell . . . . .</i>	115
3.16	<i>Schémas pour la création d'un triplet d'atomes intriqués (1) . . . . .</i>	118
3.17	<i>Schéma pour la création d'un triplet d'atomes intriqués (2) . . . . .</i>	121
4.1	<i>Représentation dans l'espace de phase de deux états cohérents du champ</i>	128
4.2	<i>L'amortissement des cohérences «mésoscopiques» par effet de la décohérence . . . . .</i>	134
4.3	<i>Les fonctions de Wigner d'une superposition et d'un mélange statistique d'états cohérents . . . . .</i>	137
4.4	<i>Géométrie des miroirs en niobium de la cavité actuelle . . . . .</i>	141
4.5	<i>L'anneau qui entoure les miroirs . . . . .</i>	147
4.6	<i>Interférogramme d'un miroir déformé pendant l'usinage . . . . .</i>	151
4.7	<i>Interférogramme d'un miroir après polissage . . . . .</i>	152
4.8	<i>Différentes géométries pour les trous de couplage. . . . .</i>	153
4.9	<i>La surface du miroir après perçage et finition du polissage . . . . .</i>	155
4.10	<i>Interférogramme d'un miroir après perçage et finition du polissage . . . . .</i>	155
4.11	<i>Schéma de principe de la pulvérisation . . . . .</i>	157
4.12	<i>Possibles défauts de la couche de niobium . . . . .</i>	158
4.13	<i>La couche de niobium pulvérisé au voisinage du trou . . . . .</i>	159
4.14	<i>Géométrie du résonateur fermé qui permet le test des propriétés supraconductrices intrinsèques des miroirs . . . . .</i>	160
4.15	<i>Mesure du temps de vie en configuration fermée . . . . .</i>	162
4.16	<i>Schéma des étapes principales de la démarche de mise au point du nouveau procédé de fabrication des miroirs . . . . .</i>	164
4.17	<i>La nouvelle géométrie des miroirs . . . . .</i>	166

4.18 *Mesure du temps de vie par le biais des atomes* . . . . . 168



# Liste des tableaux

2.1	<i>Probabilité <math>P(N)</math> d'avoir <math>N</math> atomes dans un paquet en fonction du nombre moyen d'atomes préparés <math>\bar{N}</math></i>	57
2.2	<i>Probabilité d'avoir <math>n</math> photons dans la cavité en fonction du nombre moyen de photons thermiques</i>	77
4.1	<i>Rugosité de surface maximale tolérée pour un facteur de qualité donné</i>	144



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire Kastler Brossel, au sein du département de Physique de L'École Normale Supérieure de Paris. Je remercie Élisabeth Giacobino, directrice en 1999-2000, pour m'y avoir accueilli, ainsi que Franck Laloë qui l'a ensuite remplacée dans la charge de direction.

L'équipe d'"Électrodynamique quantique des systèmes simples", dont j'ai fait partie, est dirigée par Serge Haroche. Je remercie ce dernier pour m'avoir donné la possibilité de participer à un programme de recherche aussi riche et intéressant, qui profite d'un trésor d'expériences et d'idées accumulées pendant des lustres. J'espère pouvoir garder une empreinte de l'approche claire et rigoureuse à la physique qui est celle de Serge et de son groupe.

Jean-Michel Raimond et Michel Brune ont suivi au jour le jour mon travail. Quand je suis arrivé à Paris, je n'avais jamais mis les pieds dans un laboratoire ; ils ont donc dû faire preuve d'une grande patience avant que je ne devienne plus familier avec le dispositif expérimental. Étant donné la complexité de celui-ci, aucun thésard ne saurait par ailleurs s'en sortir sans l'intervention constante et décisive de Michel, véritable *deus ex machina* dans d'innombrables occasions. Personne comme Michel n'a su me montrer ce que c'est que d'avoir une approche efficace face à un problème aussi bien pratique que théorique. De même, Jean-Michel m'a impressionné pour sa connaissance et sa maîtrise de tous les aspects de la physique. Par ailleurs, j'ai aussi beaucoup profité de son savoir-faire dans les domaines les plus divers, de l'informatique, à l'administration, à la communication dans toutes ses formes.

Notre dispositif requiert le travail à plein temps d'au moins deux étudiants en thèse. Gilles Nogues et Arno Rauschenbeutel, qui m'ont précédé sur l'expérience, ont dû se faire charge directement de mon introduction à la vie de laboratoire. J'ai beaucoup profité de leurs qualités d'expérimentateurs tout à fait remarquables : une bonne partie de ce que j'ai appris pendant ma thèse je la dois à leurs explications. Gilles et Arno m'ont aussi aidé dans un grand nombre d'occasions, et je tiens à les remercier pour leur disponibilité et leur sens pédagogique. C'est enfin avec eux que j'ai partagé les premières nuits de manips, dont je garderai un fort souvenir.

Mon travail direct sur l'expérience s'est par ailleurs déroulé en collaboration étroite avec Patrice Bertet, qui est arrivé au laboratoire en même temps que moi. Avec Patrice nous avons eu la chance de travailler sur un dispositif fonctionnant déjà, ce qui nous a permis de réaliser ensemble un certain nombre d'expériences. Nous avons partagé aussi

bien le travail que les soucis, les difficultés et les satisfactions de nos thèses, et cela a constitué pour moi une expérience humaine assez intense.

J'ai également eu l'occasion de travailler avec Alexia Auffèves et Paolo Maioli. Je suis reconnaissant à Alexia, entre autre, pour avoir patiemment veillé à limiter les dégâts orthographiques dans mon usage du français. Avec Paolo j'ai travaillé coude à coude notamment pour les tests sur les nouvelles cavités. J'ai donc pu apprécier pleinement la précision et la constance avec lesquelles il s'attaque aux problèmes les plus divers, des qualités dont j'ai sans doute quelques fois abusé. Je remercie aussi Tristan Meunier et Philippe Hyafil, qui ont entamé leur thèse cette année, pour tous les bons moments passés ensemble.

De nombreux stagiaires, parmi lesquels je tiens notamment à citer Mathieu Perrin, ont donné leur contribution au travail de notre équipe pendant ma thèse. Valerie Lefèvre-Seguin, Jean Hare, Pierre Desbiolles, Maxime Dahan, Sébastien Steiner, Romain Long ne font pas directement partie de l'équipe qui travaille sur les atomes de Rydberg et les cavités supraconductrices. Ils ont cependant contribué d'une manière ou d'une autre, par un conseil ou par l'emprunt de matériel, à la réussite de nos expériences. Je remercie tout particulièrement Michel Gross et Philippe Goy, anciens membres du groupe, pour leur support essentiel dans l'utilisation du système micro-onde.

Notre groupe bénéficie d'une collaboration constante avec les théoriciens de l'équipe carioca de Nicim Zagury et Luiz Davidovich. Je remercie Luiz pour ses explications toujours éclairantes, ainsi que son ex-étudiante Perola Milman, actuellement post-doc dans notre groupe. C'est à notre rencontre, à Rio en 1998, que remonte mon intérêt pour les chats de Schrödinger. Ce rencontre s'est réalisé grâce au professeur Rodolfo Bonifacio, à qui je dois mon introduction à la physique quantique.

Le travail sur les nouvelles cavités a comporté la collaboration avec un certain nombre de laboratoires. Je tiens tout particulièrement à remercier Pierre Bosland et Eric Jacques du DAPNIA (CEA), qui se sont occupés avec une disponibilité et une abnégation remarquables des essais de pulvérisation de niobium sur des miroirs en cuivre. Nous avons beaucoup travaillé ensemble et j'espère que l'équipe bénéficiera bientôt des résultats que nous avons obtenu.

Pierre Pillet et Philippe Verkerk ont gentiment accepté de relire attentivement ce mémoire au titre de rapporteur. Je les remercie d'avoir mené à bien cette tâche ingrate. Ma reconnaissance va également aux professeurs Luigi Moi et David Vitali qui ont accepté de faire partie de mon jury, ainsi qu'au professeur Philippe Jacquier qui l'a présidé.

J'ai constamment eu recours, et même quelquefois abusé des services techniques du laboratoire et du département de physique. Cela est particulièrement vrai pour les gens des ateliers de mécanique, que je remercie pour leur sympathie, leur patience et les choses importantes et utiles qu'ils m'ont apprises. Merci à Jean-Claude Painsorge, Rémi Fert, Michel Quidu, Stéphanou Lun Kwong, Yvan Cabirou, Benoît Lemaire, Jack Olejnik, Franck, Monsieur Point, Didier Courtiade et Bruno. Merci aussi à Lionel (Yo)

Pérennes, ainsi qu'à Patrick Giron, pour l'électronique. Notre expérience a bénéficié constamment de l'attention des responsables du service cryogénie, Samir Ben Youssef, Sébastien Chavin et Olivier Andrieu. Je remercie également Régine André, ainsi que Geneviève Piard, Zohra Ouyassoun, Corinne Palessandolo, Linda Krikorian, Christelle Sansa pour leur énorme travail au secrétariat du Laboratoire.

Pendant ma thèse, j'ai eu la chance de pouvoir compter, aussi bien en France qu'en Italie, sur un grand nombre de personnes, sans lesquelles je n'aurais pas su concilier un travail de laboratoire très intense avec la vie dans une ville qui m'était au début complètement étrangère. À toutes ces gens va aujourd'hui ma reconnaissance.

# Introduction

## L'intrication quantique

L'idée selon laquelle, en physique atomique, on serait confronté à un lien inextricable entre le système étudié et le *contexte* de sa mesure<sup>1</sup> a marqué la mécanique quantique depuis son origine, notamment sous l'influence de Bohr [19, 17, 18]. Ce n'est que vers la moitié des années 30 que cette attitude holistique, partagée - avec des nuances diverses - par la plupart des fondateurs de la mécanique quantique [18, 69, 142] à la notable exception d'Einstein, se précise autour d'un concept qui découle directement du formalisme : *l'intrication (entanglement)*. Ce concept exprime le fait qu'à deux systèmes isolés, initialement décrits chacun par un état pur, on ne peut en général plus assigner des états purs *individuels* après qu'ils ont interagi. D'après Schrödinger, cela n'est pas «*un des traits caractéristiques, mais le trait caractéristique de la mécanique quantique, celui qui nous force à l'abandon complet des lignes de pensée classiques*» [141]. Dans leur fameux article de 1935, Einstein, Podolski et Rosen (EPR) identifièrent en effet dans les prédictions associées aux états intriqués de deux systèmes le point d'achoppement essentiel entre leur conception «réaliste» du monde physique et la mécanique quantique [50]. Leur argument, fondé sur l'analyse des corrélations existant entre deux systèmes intriqués, constituera le moment le plus fort du débat d'Einstein avec Bohr sur les implications de la nouvelle théorie. Et ce n'est pas par hasard que, dans sa réponse [17] à l'article d'EPR, Bohr sera poussé à se pencher clairement sur l'épistémologie pour préciser et tirer toutes les conséquences - y comprises les plus déroutantes - de son concept de *complémentarité*<sup>2</sup>. D'après Bohr, ce n'est qu'en adoptant une vision «complémentaire» à l'égard des phénomènes que nous pouvons concilier les expériences de physique atomique avec un cadre descriptif et prescriptif nécessairement classique. Toujours en relation avec les réflexions suscitées par l'argument d'EPR, Schrödinger publia en 1935 son célèbre article sur les conséquences paradoxales de l'intrication entre un objet microscopique et un objet macroscopique [140]. Ces conséquences se heurtent apparemment à notre conception «naturellement réaliste» du monde qui nous entoure, une conception qui nous pousse en particulier à attribuer aux objets «macroscopiques» des propriétés dont la valeur est bien déterminée dans *tout* contexte d'observation.

---

<sup>1</sup>«...the very conditions which define the possible types of predictions regarding the future behavior of the system» [17].

<sup>2</sup>Nous avons donné une illustration expérimentale de l'argument bohrien dans [13].

Avant d'en venir aux aspects expérimentaux, nous essayerons d'élucider brièvement ces implications fondamentales de l'intrication.

### Intrication de deux systèmes. Argument EPR, théorème de Bell et «réalisme microscopique»

Pour illustrer l'argument EPR et ses implications, considérons d'abord une collision élastique entre deux boules classiques. Si  $\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_i$  ( $i = 1, 2$ ) sont les variables dynamiques des deux boules, après la collision elles sont décrites par une distribution  $f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t)$  dans l'espace de phase global. La conservation du moment et de l'énergie impose qu'à tout instant la position et l'impulsion des deux particules soient parfaitement corrélées. En mesurant  $\mathbf{x}_2$  et  $\mathbf{p}_2$ , nous pouvons connaître la valeur de  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{p}_1$  (avec une incertitude qui découle seulement de l'incertitude sur les valeurs initiales) *sans perturber en aucune manière la particule 1*. Cette condition permet, selon EPR, d'associer des «éléments de réalité» aux variables  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{p}_1$ .

Une situation similaire peut être imaginée pour deux systèmes microscopiques. Pour rendre la discussion concrète, imaginons - suivant la formulation de D. Bohm - une collision entre deux particules de spins  $1/2$ . Supposons que l'interaction couple les degrés de liberté de spin de façon à produire l'état *maximalement intriqué* suivant :

$$|\Psi_{\text{EPR}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_z^{(1)} \downarrow_z^{(2)}\rangle - |\downarrow_z^{(1)} \uparrow_z^{(2)}\rangle) \quad (1)$$

où  $|\uparrow_z\rangle$  et  $|\downarrow_z\rangle$  sont les états propres de l'observable de spin  $\sigma_z$ . Cet état présente des anti-corrélations parfaites tout à fait analogues à celles que l'on trouve dans la collision des boules classiques. La mesure de  $\sigma_z^{(2)}$  permet de prédire avec certitude la valeur de  $\sigma_z^{(1)}$  sans en aucune manière perturber la particule 1. Sur la base de la définition einsteinienne, nous pouvons alors associer un «élément de réalité» à la valeur de  $\sigma_z^{(2)}$  pour la particule 2.

Observons maintenant que l'état  $|\Psi_{\text{EPR}}\rangle$  a la propriété d'être invariant par changement de base. Il peut donc être réécrit de la manière suivante :

$$|\Psi_{\text{EPR}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_x^{(1)} \downarrow_x^{(2)}\rangle - |\downarrow_x^{(1)} \uparrow_x^{(2)}\rangle) \quad (2)$$

où  $|\uparrow_x\rangle$  et  $|\downarrow_x\rangle$  sont les états propres de l'observables de spin  $\sigma_x$ . Nous pouvons par conséquent associer un «élément de réalité» aussi à la valeur de  $\sigma_x^{(1)}$ .

Or, les observables  $\sigma_z$  et  $\sigma_x$  étant incompatibles, la mécanique quantique affirme l'impossibilité de leur attribuer *simultanément* une valeur précise. Si l'on accepte la définition d'«élément de réalité» d'Einstein, ainsi que l'hypothèse de localité selon laquelle, si les particules se trouvent suffisamment lointaines, la mesure sur la particule 1 n'influence pas la particule 2, alors on est amené à la conclusion que la mécanique quantique ne donne pas accès à tous les aspects de la réalité physique. Si nous ne voulons pas mettre en cause l'hypothèse de localité, nous sommes par conséquent confrontés aux alternatives suivantes :

- La mécanique quantique est une théorie incomplète. Une autre théorie, plus fondamentale, doit être envisagée, qui possède un «élément correspondant à chaque élément de réalité» [50]. Ces «éléments» ont par la suite été appelés «variables cachées».
- La conception réaliste est inadéquate à rendre compte de l'expérience.

Ce dilemme, apparemment confiné au domaine de l'interprétation, peut être amené sur le terrain empirique en poussant plus loin l'analyse des corrélations impliquées par l'état (1). Ce travail fut accompli par J. S. Bell en 1964 [7]. Bell découvrit qu'il existe des *ensembles* de mesures dont les résultats *statistiques* prédits par la mécanique quantique sont, dans toute «théorie à variables cachées» locale, incompatibles entre eux. Définissons, à partir de l'observable jointe  $\sigma_x^{(1)} \sigma_\phi^{(2)}$ , le «coefficient de corrélation» entre les deux particules :

$$E(\phi) = \langle \sigma_x^{(1)} \sigma_\phi^{(2)} \rangle \quad (3)$$

Le théorème de Bell (dans la formulation de Clauser, Horne, Shimony et Holt [38]) affirme que, étant donné quatre directions  $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}'$  dans l'espace de Hilbert, la fonction :

$$S(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}') = E(\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}' \cdot \hat{\mathbf{b}}) + E(\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{b}}') + E(\hat{\mathbf{a}}' \cdot \hat{\mathbf{b}}') \quad (4)$$

est, dans toute théorie à variables cachées locale, bornée par les inégalités :

$$-2 \leq S(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}') \leq 2 \quad (5)$$

La mécanique quantique, par contre, prédit la violation des inégalités (5). Ce résultat est une conséquence du fait que, en mécanique quantique,  $E(\phi)$  oscille sinusoidalement entre -1 et +1. Au niveau expérimental le contraste de ce signal est forcément réduit du fait des imperfections. Cependant, on peut montrer [38] qu'un signal sinusoidal de contraste  $|E(\phi)| > 1/\sqrt{2}$  est suffisant à entraîner la violation des inégalités (5).

Des nombreux tests expérimentaux ont été effectués, dans des conditions de plus en plus strictes<sup>3</sup>, avec des photons [53, 79, 37, 54, 158, 87, 33, 5, 6, 4, 121, 85, 20] et plus récemment avec des ions piégés [137]. Ils ont tous confirmé les prédictions de la mécanique quantique, montrant que le cadre de pensée réaliste est trop restrictif pour saisir toute la richesse des corrélations mesurées.

Le théorème de Bell constitue un résultat remarquable, qui a été développé et étendu par un grand nombre d'études [82, 38, 39, 70, 27, 65, 66]. Greenberg, Horne et Zeilinger ont réalisé une généralisation particulièrement élégante du théorème de Bell en utilisant l'état à *trois* particules :

$$|\Psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_z^{(1)} \uparrow_z^{(2)} \uparrow_z^{(3)}\rangle - |\downarrow_z^{(1)} \downarrow_z^{(2)} \downarrow_z^{(3)}\rangle) \quad (6)$$

---

<sup>3</sup>Ces conditions sont censées d'une part exclure toute interaction locale entre les particules au moment de la mesure (élimination du *locality loop-hole*). D'autre part, elles doivent assurer que l'échantillon statistique pris en compte par la mesure ne puisse pas être biaisé (élimination du *detection loop-hole*).

On peut montrer que, dans cette situation, *une seule* mesure du type «oui-non» est en principe suffisante à trancher entre mécanique quantique et théories à variables cachées. L'argument peut être généralisé à  $n$  particules [100].

### **Intrication avec l'environnement. Décohérence et «réalisme macroscopique».**

Les expériences de violation des inégalités de Bell entraînent l'abandon (ou du moins la modification profonde) de l'attitude réaliste qui caractérisait la physique classique. Cette conclusion se heurte par ailleurs au constat quotidien de l'efficacité de cette attitude dans le monde «macroscopique» qui nous entoure. Bien avant qu'elle ne soit sanctionnée par le théorème de Bell, cette fracture s'était déjà manifestée sous la forme du «problème de la mesure», formalisé par von Neumann en 1932 [112].

En effet, si on croit à l'universalité de la mécanique quantique, ses aspects non-classiques devraient, à travers l'intrication, se «propager» du niveau microscopique au niveau macroscopique. Cette difficulté conceptuelle fut illustrée par Schrödinger dans son fameux *gedankenexperiment* du chat [140], où il imagina de préparer - dans une boîte bien fermée - un état intriqué entre un atome (excité ou désexcité) et un chat (vivant ou mort). Puisque la mécanique quantique n'interdit pas - en principe - de tels états, reste à comprendre pourquoi les manifestations empiriques qu'y sont associées ne sont habituellement pas observées.

L'intrication, qui se trouve à la base de ce problème, fournit aussi la clé pour sa «solution». Les systèmes complexes, ayant un grand nombre de degrés de liberté, sont en général mal isolés (et difficilement isolables) de leur environnement<sup>4</sup>. L'interaction continue avec l'environnement, produit un état intriqué système-environnement, de telle sorte que, si l'on s'intéresse au *seul système*, celui-ci est en général décrit par un *mélange statistique* d'états. Le problème qui se pose est alors celui de déterminer quels états composent ce mélange statistique. Plus précisément il s'agit de déterminer la «base préférée» des états qui restent stables vis-à-vis du couplage avec l'environnement. Dans le cas d'un système macroscopique, cette base est celle des «états classiques» du système [167, 171]. Ce sont les états pour lesquels il existe une correspondance (préservée par la dynamique) entre la valeur moyenne de certaines observables et les grandeurs classiques associées au système. Le choix de la base préférée s'accomplit, selon les théories de la *décohérence* [168, 123, 57], à travers l'interaction continue et inévitable avec l'environnement, qui efface très efficacement toute trace éventuelle de cohérence entre les états «classiques» distincts du système. Les systèmes macroscopiques sont ainsi à tout instant préparés dans un mélange d'états sélectionnés par la *forme* de l'interaction avec l'environnement.

C'est donc à la dynamique typiquement quantique de l'intrication (dans ce cas l'intrication entre système et environnement) que l'on doit l'émergence d'un ensemble restreint d'états «stables». Et c'est grâce à ce sous-ensemble d'états stables qu'il devient possible

---

<sup>4</sup>La définition de ce qui est le «système» et ce qui est l'«environnement» présente des aspects délicats sur lesquels nous n'insisterons pas ici.

de formuler la physique classique en termes d'objets dotés de propriétés individuelles bien définies au sens réaliste.

La décohérence joue un rôle crucial dans la compréhension de la frontière entre univers quantique et univers classique [169], bien que ses implications à l'égard du problème de la mesure aient parfois été mises en cause. En effet, si l'on adopte le schéma de von Neumann [112], la décohérence peut expliquer le premier pas du processus de mesure (choix de la base préférée dans le mélange qui constitue l'état réduit du système), mais pas le deuxième (réduction du mélange d'états à *un seul* état propre de l'observable mesurée). Ce dernier passage est en fait non unitaire ; sa justification requiert par conséquent de sortir du cadre de l'évolution régie par l'équation de Schrödinger, dans lequel, par contre, la décohérence se situe entièrement.

La nécessité d'une explication qui ramène la réduction du paquet à un véritable processus *physique* ne se manifeste par ailleurs que dans un cadre interprétatif particulier. C'est le point de vue qui prétend, plus ou moins explicitement, d'attribuer au vecteur d'état une connotation *descriptive*, en l'identifiant avec l'«état physique» du système. Cela revient par exemple, dans l'expérience de pensée de Schrödinger, à identifier un *vecteur* avec l'*état biologique* du chat. Si l'on se tient à une interprétation purement *prédictive* qui voit dans le vecteur d'état un simple outil formel permettant de formuler des prédictions statistiques sur les résultats de n'importe quelle mesure effectuée sur un système [55], alors le problème de la réduction du paquet devient caduque. L'évolution unitaire, compte tenu de la décohérence, suffit (en principe) à rendre raison de toute corrélation *observée* [170].

Au-delà de ses implications dans des spéculations de nature fondamentale, le phénomène de la décohérence joue un rôle critique dans toutes les recherches expérimentales qui visent à exploiter la richesse des corrélations quantiques à une échelle plus proche du monde classique [169, 88, 153]. Le but de ces recherches est pour l'instant d'arriver à *isoler* des systèmes quantiques élémentaires de sorte à pouvoir *manipuler* leur état. Contrôler la dynamique de l'intrication de plusieurs systèmes, et celle de l'intrication entre ces systèmes et l'environnement, constitue une tâche difficile. Le fossé entre les premières démonstrations expérimentales et les attentes suscitées par le développement de la théorie de l'*information quantique* [10] n'est sans doute pas sur le point d'être comblé. Cependant, la réalisation expérimentale de protocoles élémentaires de communication et de calcul quantique, constitue - à court terme - un objectif intéressant et un défi stimulant.

### **L'information quantique : manipulation cohérente de qubits intriqués**

La possibilité d'intriquer des systèmes à deux niveaux a permis le développement d'un domaine de recherche théorique consacré à la manipulation et à la transmission de l'information quantique [10, 22]. Dans le traitement conventionnel des données, l'information est codée par des *bits* classiques, c'est-à-dire dans des unités physiques auxquelles on peut attribuer à tout instant un des deux états booléens 0 et 1. Si les unités physiques porteuses de l'information sont remplacées par des systèmes quantiques

à deux niveaux (des «qubits»), les *deux* états booléens classiques - représentés par les états orthogonaux du qubit  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  - sont remplacés par un *continuum* d'états : les superpositions cohérentes de  $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  avec  $\alpha, \beta \in \mathcal{C}$ ,  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . En outre, deux ou plusieurs qubits se trouvent en général décrits par un état intriqué. Dans ce cas, les qubits individuels ne possèdent alors plus une valeur logique bien définie.

Le traitement quantique de l'information ouvre des possibilités nouvelles dans les domaines de la communication et du calcul. Ces applications font à présent l'objet d'études théoriques intenses, mais quelques schémas de base ont été aussi démontrés expérimentalement, tels la *téléportation quantique*, la distribution quantique des clés cryptographiques, ou des simples portes logiques quantiques.

La téléportation quantique est un schéma qui exploite les corrélations EPR pour «transférer» l'état quantique (inconnu) d'un qubit (situé à un endroit  $A$ ) à un autre qubit (situé à un endroit  $B$ ), sans qu'aucune interaction physique n'ait lieu entre les deux [8].

Une deuxième application est la distribution quantique des clés cryptographiques [9, 130]. Ce schéma repose sur l'impossibilité (garantie par le postulats de la mécanique quantique) de dupliquer un état quantique inconnu (théorème de non-clonage [161]) ou de le mesurer sans - en général - le perturber. En s'appuyant sur ces idées, et en exploitant les corrélations EPR, on peut générer et distribuer des clés cryptographiques en sécurité quasi totale.

Un certain nombre d'expériences de téléportation et de cryptographie quantique ont été réalisées en utilisant des paires de photons de polarisations intriquées [23, 21, 77, 111, 150]. Pour produire des paires - et même des quadruplets - de photons intriqués, on peut exploiter des processus spontanés tels des cascades radiatives [53, 79, 37, 54, 158, 87, 33, 5, 6, 4] ou la conversion paramétrique dans des cristaux non-linéaires [121, 85, 20, 122]. Chaque paire est constituée de deux photons se propageant dans des directions différentes, décrits par des états EPR (éq. (1),  $\uparrow$  et  $\downarrow$  se référant à deux polarisations orthogonales). La transmission des qubits est dans ce cas très efficace, car les photons peuvent se propager dans l'espace libre ou dans des fibres optiques sans que la pureté de leur état ne soit affectée (le couplage à l'environnement étant très faible). Leur polarisation peut être manipulée avec une grande précision en utilisant des éléments d'optique réfractive, et la détection est aussi assez efficace. Ces caractéristiques rendent les photons intriqués des systèmes particulièrement indiqués pour la préparation d'états fortement intriqués à quelques qubits.

Un autre domaine d'application de la théorie de l'information quantique est celui du calcul [91, 51, 22]. L'idée de base consiste à remplacer les opérations booléennes du calcul classique par des «portes logiques quantiques», c'est-à-dire par des transformations unitaires qui agissent sur les états des qubits. Il en découle la possibilité d'évaluer une fonction non pas pour une seule valeur d'entrée à la fois (comme c'est le cas pour le calcul classique), mais pour une *superposition cohérente* d'états booléens classiques. Les algorithmes d'évaluation se composent de transformations unitaires qui respectent le caractère cohérent de la superposition initiale. L'état de sortie est donc

une superposition cohérente des valeurs de la fonction à calculer.

Des algorithmes permettant d'exploiter les propriétés de ce calcul «en parallèle» ont été proposés. Le plus important est l'algorithme de Shor pour la factorisation des entiers [145]. Il utilise l'interférence quantique entre les différents «chemins» parallèles du calcul, pour amplifier la probabilité d'extraire une information pertinente de l'état final. L'algorithme de Shor permet la factorisation d'un entier en un temps qui augmente de manière *polynômiale* avec sa taille (en bits). Il est donc exponentiellement plus rapide que les algorithmes classiques connus. L'importance de ce résultat découle du fait que la factorisation est la clé de la plus part des algorithmes de décriptage. L'application de l'algorithme de Shor rendrait alors les schémas actuels de cryptographie très vulnérables et donc obsolètes.

A ce jour, seulement deux autres algorithmes quantiques offrent en principe une solution plus efficace de leur correspondant classique. Les problèmes concernés sont l'évaluation du logarithme discret (trouver  $x$  tel que  $b^x \bmod m = y$ , où  $b$ ,  $m$  et  $y$  sont des nombres entiers) - qui est essentiellement équivalent au problème de la factorisation des nombres entiers, et la recherche d'un élément parmi les  $N$  éléments d'une liste désordonnée (algorithme de Grover [62]).

La réalisation pratique des schémas que nous avons évoqués requiert tout d'abord l'intrication contrôlée de plusieurs qubits. Pour que les états créés soient «exploitables» en termes d'information quantique, il faut aussi qu'ils possèdent un «degré de cohérence» très élevé. Pour quantifier l'efficacité d'un protocole de préparation d'un certain état  $|\Psi\rangle$ , on définit sa *fidélité* :

$$\mathcal{F} \equiv \langle \Psi | \rho | \Psi \rangle \quad (7)$$

où  $\rho$  l'opérateur densité de l'état effectivement créé par le procédé. L'évaluation de  $\mathcal{F}$  requiert la mesure, ou du moins l'estimation, de *tous* les éléments de la matrice densité de l'état obtenu.  $\mathcal{F}$  est positive et inférieure ou égale à 1 :  $\mathcal{F} = 1$  correspond au cas où l'état visé est parfaitement préparé. À noter que, pour les cas «intermédiaires», les indications fournies par le paramètre  $\mathcal{F}$  sur la forme et sur la cohérence de l'état final ne sont pas univoques.

Pour des états à deux qubits, tels ceux qui seront considérés dans ce mémoire, l'évaluation de l'intrication est un problème bien défini. La principale difficulté qui se pose sur le plan expérimental est dans ce cas celle de distinguer les imperfections dues à la préparation et celles liées à la mesure.

Le problème devient nettement plus compliqué lors qu'il s'agit d'évaluer un état à trois ou plus composantes [47]. La classification des états «partiellement intriqués» à plusieurs qubits constitue un problème théorique ouvert. D'une part, on cherche à identifier les potentialités de ces états en termes d'information [48]; d'autre part, on essaie de mettre au point des stratégies visant à en tirer le plus grand profit (procédures de *distillation*, codes de corrections des erreurs) ou à les protéger de l'action de l'environnement (identification des sous-espaces de l'espace de Hilbert «libres de la décohérence», recherche des états moins sensibles à la perte d'un qubit, *etc.*) [22].

Venons-en donc au niveau expérimental. La réalisation de protocoles élémentaires

de calcul quantique présente essentiellement deux aspects délicats. Le premier est l'intrication contrôlée d'un grand nombre de qubits. Le deuxième est la protection de l'état intriqué des effets de la décohérence. La technologie actuelle ne laisse pour l'instant pas entrevoir une solution à *grande échelle*. En revanche, des simples démonstrations concernant quelques qubits, ont été produites.

Pour réaliser de telles expériences, les photons intriqués générés dans des cascades radiatives ou par conversion paramétrique apparaissent inadéquats. La raison même qui les rend insensibles aux effets de l'environnement fait en effet des photons de mauvais candidats à la réalisation de portes logiques. Celle-ci requiert avant tout l'interaction *contrôlée et réversible* entre deux qubits. On a donc besoin d'un couplage *fort* entre les qubits (pour que leur interaction puisse les faire «commuter» entre deux états orthogonaux) et *faible* par rapport à l'environnement (de manière à ce que les effets dissipatifs ne jouent qu'un rôle négligeable).

A l'heure actuelle, ces conditions ne sont réunies que dans un nombre très restreint de systèmes. Ce sont :

- des atomes neutres très excités en interaction avec des modes quantiques du champ (électrodynamique quantique en cavité)
- des ions piégés dans un piège radio-fréquence de Paul, décrits par des modes d'oscillation collectifs et dont les sous-niveaux électroniques hyperfins peuvent être manipulés par laser [89, 159]
- des échantillons macroscopiques de noyaux atomiques, dont l'état de spin est manipulé par résonance magnétique nucléaire (RMN) [56, 43, 78, 44]

Ces systèmes physiques sont assez différents entre eux. Leur dynamique présente cependant des traits communs qu'il est facile de mettre en évidence en utilisant le formalisme de l'information quantique. Grâce à ces analogies, les solutions mises au point dans un de ces domaines peuvent souvent être exportées dans les autres, et un même résultat théorique peut trouver application dans des multiples contextes.

Avant d'en venir à l'électrodynamique quantique en cavité, qui nous concerne plus directement, il est intéressant de rappeler brièvement quelques résultats obtenus avec les ions piégés, un système qui présente beaucoup d'analogies avec le nôtre.

Une porte logique a été réalisée en utilisant comme qubits les états vibrationnels et électroniques d'un seul ion piégé [106]. Les états intriqués à deux ions ont par la suite atteint un degré de pureté remarquable, déployant des corrélations qui violent formellement les inégalités de Bell [137]. Cependant, la distance micrométrique qui sépare les ions dans le piège est incompatible avec la clause sur la séparation des systèmes qui permet d'exclure toute explication réaliste *et locale* des corrélations observées.

Plus généralement, en raison de la courte distance qui sépare les ions piégés, il est difficile de les manipuler *individuellement* par des faisceaux laser. Cela constitue un obstacle à la fabrication, à la manipulation et à l'analyse complète d'états intriqués *d'une forme quelconque*. Ce problème s'est par exemple manifesté lors de l'analyse d'un état intriqué à quatre ions [138] (des progrès en ce sens ont été récemment accomplis [110]).

En revanche, la grande efficacité du système de détection des niveaux hyperfins des ions a permis de clore pour la première fois le «detection loop-hole» dans des expériences de violation des inégalités de Bell [137], et constitue un atout important pour l'analyse des états créés.

L'autre domaine qui a produit les premières démonstrations expérimentales d'opérations élémentaires de logique quantique est l'électrodynamique quantique en cavité. Cette discipline étudie, de manière générale, l'interaction entre la matière et un ou quelques modes du champ électromagnétique isolés et définis par les conditions aux limites d'un résonateur. Par cette approche on a exploré des régions diverses du spectre électromagnétique, telles le domaine optique [148, 152, 151, 71, 125] et micro-onde [102, 30, 29, 32, 28, 64, 97, 115, 133, 114, 134]. L'interaction est possible avec des états de la matière bien différents : particules élémentaires [124], ions [36], atomes neutres, molécules [116], excitons dans des semi-conducteurs [149].

Notre dispositif est basé sur l'interaction des atomes d'un jet atomique avec les modes gaussiens d'un résonateur de type Fabry-Pérot qu'ils traversent. Les atomes sont préparés dans des états de Rydberg dits *circulaires*<sup>5</sup>. Les principales propriétés de ces états sont les suivantes :

- un moment dipolaire très grand sur la transition entre deux niveaux circulaires proches en énergie ( $\sim 1300a_0 \cdot |q|$ ,  $|q|$  étant la charge de l'électron), et négligeable sur toutes les autres transitions
- une durée de vie très longue ( $\sim 30$  ms).

Ces atomes possèdent donc toutes les caractéristiques du bon qubit : ils sont en bonne approximation des systèmes à deux niveaux, bien isolés de l'environnement et fortement couplés entre eux (par interaction dipôle-dipôle) ou avec des photons quasi résonants avec la transition circulaire-circulaire.

Le résonateur Fabry-Pérot a deux modes gaussiens quasi-dégénérés à 50 GHz (dans le spectre millimétrique), quasi-résonants avec la transition atomique entre les états circulaires  $n = 51$  et  $n = 50$  (que nous appelons  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ ). Les principales caractéristiques du champ confiné dans le résonateur sont :

- un grand champ électrique par photon (1,5 mV/m), dû au confinement dans un volume comparable au cube de la longueur d'onde
- un long temps de vie (1 ms)

Grâce à ces caractéristiques, les conditions du régime de *couplage fort* entre atomes et champ sont, à un bon degré d'approximation, remplies.

Dans ce contexte, l'étude d'états intriqués complexes peut être entreprise par deux approches différentes et complémentaires. La première consiste à assembler un nombre de plus en plus grand de qubits «atomiques». En partant de systèmes élémentaires, on s'approche ainsi à un système «mésoscopique», tout en maintenant le contrôle cohérent des qubits individuels et de leur interaction. La deuxième consiste à partir d'un champ classique et à réduire sa «taille» (donc son intensité) jusqu'au point où nous devenons

---

<sup>5</sup>Ce nom découle du fait que le moment angulaire de ces états est maximal, et l'électron de valence se trouve sur une orbite quasi-classique circulaire.

capables de manipuler son état quantique.

Les expériences de logique quantique fondées sur la stratégie d'«assemblage» des qubits atomiques ont - jusqu'à présent - exploitée l'interaction *résonante* entre atomes et champ. À résonance, l'atome et le champ échangent un quantum d'énergie de manière cohérente et réversible (oscillation de Rabi [32, 96]). L'état final du système global dépend de la durée de l'interaction, que nous contrôlons expérimentalement. Cette méthode a permis d'intriquer un ou deux atomes au champ de la cavité [97, 134], de produire et de tester une paire EPR d'atomes (par intrication successive avec le champ) [64, 98] et une paire EPR des deux modes du champ (par interaction successive avec le même atome) [132], de réaliser et de vérifier le fonctionnement cohérent d'une porte logique *CNOT* [133].

Cette méthode d'intrication par interactions séquentielles et résonantes entre un atome et la cavité a donc permis d'obtenir des résultats remarquables. Elle a cependant des limitations importantes, qui pèsent sur son efficacité et qui rendent difficile son extension à un nombre de qubits plus important. En effet, l'intrication entre atomes se fait dans ces schémas par l'intermédiaire du champ de la cavité, qui exerce le rôle d'un «catalyseur», en emmagasinant l'information qui est transférée d'un atome à l'autre. La qualité de l'état final dépend de la préservation de l'état du champ pendant toute l'opération. Il en découle une grande sensibilité aux éventuels photons thermiques et surtout à la relaxation du champ, c'est-à-dire au facteur de qualité du résonateur. Dans notre expérience, celui-ci constitue le point faible de l'isolation par rapport à l'environnement. Pour obtenir un facteur de qualité suffisant, il a fallu modifier la géométrie de la cavité afin de réduire les pertes par diffraction en créant une structure «quasi-fermée» [113]. Dans ces conditions, toute opération *cohérente* sur les atomes doit être effectuée *à l'intérieur* de la cavité. Les possibilités d'exploitation et de manipulation des états intriqués produits sont donc très restreintes. La simple *analyse* d'un état intriqué à trois atomes y devient par exemple impossible.

### En quête d'une plus grande fidélité : intrication directe atome-atome

Nous explorerons dans ce mémoire une méthode d'intrication complètement différente, qui exploite l'interaction dipôle-dipôle entre atomes de Rydberg. En raison de leur dipôle électrique exceptionnellement large, les atomes de Rydberg sont en effet très sensibles à ce type de couplage.

Supposons que deux atomes soient préparés dans les états de Rydberg circulaires  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ . L'état initial est donc  $|e_1, g_2\rangle$ . Si les deux atomes entrent en collision, le potentiel d'interaction dipôle-dipôle provoque l'échange réversible et cohérent d'un quantum d'énergie entre eux. Ce phénomène est tout à fait analogue à l'oscillation de Rabi provoquée par l'interaction résonnante entre un atome et un mode du champ de la cavité. Dans le cas de l'interaction directe entre deux atomes, la situation de résonance est provoquée par la dégénérescence des deux états  $|e_1, g_2\rangle$  et  $|g_1, e_2\rangle$ . Suite à la collision,

l'état initial évolue de la manière suivante :

$$|e_1, g_2\rangle \rightarrow \cos \theta |e_1, g_2\rangle + e^{i\varphi} \sin \theta |g_1, e_2\rangle \quad (8)$$

où  $\theta$  est l'*angle de collision* et  $\varphi$  une phase qui dépend des paramètres de la collision. Il est clair que, pour des angles de collision assez importants, l'interaction dipôle-dipôle peut produire des états maximalelement intriqués de type (1). Avec les temps d'interaction typiques pour des atomes issus d'un jet thermique, le paramètre d'impact qui permet d'obtenir  $\theta = \pi/4$  est de l'ordre de la dizaine de micromètres, une distance énorme sur l'échelle atomique. Ce résultat remarquable explique pourquoi des effets liés à l'interaction dipôle-dipôle ont déjà pu être détectés dans des expériences avec des atomes de Rydberg [129, 3, 108, 52].

Les conditions sont par ailleurs réunies dans notre expérience pour que l'on puisse aller bien plus loin. Supposons de réaliser la collision à l'intérieur d'un résonateur de grande finesse, vide et non-résonant avec les atomes. Aucun échange d'énergie ne peut se produire entre atomes et cavité. En revanche, les atomes sont maintenant couplés à travers le mode de la cavité par un processus du deuxième ordre (échange d'un photon *virtuel* avec la cavité). Le paramètre d'impact *effectif* est dans ce cas de l'ordre de la longueur d'onde du mode (millimétrique dans notre expérience) [164].

Dans des collisions atomiques assistées par la cavité non-résonnante nous avons ainsi pu observer une oscillation de Rabi complète entre les deux atomes [119]. Les vitesses des deux atomes sont réglées de manière à ce qu'ils se croisent au centre de la cavité. Comme nous le verrons, l'angle de collision qui apparaît dans l'éq. (8) est inversement proportionnel au désaccord  $\delta$  entre la cavité et la transition atomique  $g \leftrightarrow e$  et peut donc être facilement varié en balayant  $\delta$ .

Pour tester que l'échange d'énergie a bien la nature cohérente prédite par l'équation (8), nous avons fixé les paramètres de telle sorte que la collision prépare une paire EPR de type (1). A l'aide d'un interféromètre de Ramsey nous avons testé la cohérence de la paire et évalué sa pureté. Celle-ci a été limitée essentiellement à cause de l'efficacité réduite du détecteur. Avec des nouveaux détecteurs - déjà en place dans l'expérience - la violation formelle des inégalités de Bell devrait devenir possible.

La démonstration expérimentale de cette méthode d'intrication ouvre la voie à des développements intéressants. En principe, le schéma que nous avons démontré pour deux atomes peut être facilement étendu à la fabrication d'états intriqués complexes comprenant un nombre arbitraire d'atomes. Ces généralisations ne se heurtent pas à des limitations *intrinsèques* de notre expérience, la méthode étant en particulier insensible à l'état du champ de la cavité (et donc au facteur de qualité de celle-ci).

Cette technique pourrait aussi se révéler utile aussi dans des contextes différents de celui de notre expérience (tels des collisions contrôlées avec des atomes froids).

**Une nouvelle cavité pour la manipulation cohérente de champs «macroscopiques»**

Dans la deuxième partie de ce mémoire nous aborderons le problème de l'amélioration substantielle de la cavité supraconductrice. Les miroirs des anciennes cavités, en niobium massif, n'avaient pas une qualité de surface suffisante pour empêcher les pertes par diffraction. Nous avons mis au point une nouvelle méthode reproductible pour la fabrication de miroirs supraconducteurs de qualité optique. L'idée de base a été dérivée des techniques utilisées au C.E.A. pour la fabrication des cavités des accélérateurs de particules<sup>6</sup>. Elle consiste à réaliser des miroirs en cuivre - matériau qui se prête bien au polissage traditionnel - et à les recouvrir d'une couche mince de niobium supraconducteur.

La réduction importante de la diffraction aurait comme conséquences :

- un temps de vie du résonateur de quelques millisecondes
- une structure géométrique «ouverte», compatible avec l'entrée et la sortie de la cohérence atomique et son analyse à l'extérieur de la cavité.

Ces caractéristiques ouvrent la voie à un nouveau cycle d'études sur l'intrication à l'échelle mésoscopique. Dans notre expérience, le rôle de «système mésoscopique» est joué par le champ de la cavité. Ses états classiques, préparés en couplant la cavité à une source micro-onde, sont les états cohérents  $|\alpha\rangle$ . À noter qu'un champ décrit par un état cohérent avec 1-2 photons *en moyenne* possède déjà des propriétés essentiellement classiques, comme nous l'avons vérifié dans une expérience qui sera illustrée dans la thèse de Patrice Bertet<sup>7</sup>.

En 1996 [28] notre équipe a montré la possibilité d'intriquer, par interaction dispersive [31], un atome et un petit champ cohérent, en réalisant l'état :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \otimes |\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle + e^{i\varphi_0}|e\rangle \otimes |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle) \quad (9)$$

Si  $|\alpha| \gtrsim 1$  et  $\varphi_0$  est assez grand, cette superposition correspond à un état EPR ayant une composante «mésoscopique» ou, en d'autres termes, une porte logique où la valeur d'une propriété classique du champ (sa phase) est contrôlée par l'état d'un qubit<sup>8</sup>. Cette expérience se situe dans le contexte plus vaste de la manipulation d'états non-classiques du champ. Avec la cavité actuelle, nous avons réalisé un état de Fock à 1 photon (en mesurant la valeur négative de sa *fonction de Wigner*<sup>9</sup> dans l'origine [114]), un état de Fock à 2 photons [12], un état intriqué des deux modes gaussiens de la cavité

---

<sup>6</sup>Les cavités des accélérateurs ont des caractéristiques assez différentes des nôtres. Les fréquences des modes utilisés dans ce contexte (1 GHz) sont par exemple plus basses de la plage que nous avons testé (50-85 GHz)

<sup>7</sup>La «classicité» du champ a été déterminée en mesurant, en fonction de l'atténuation de la source classique, son efficacité tant qu'oscillateur local dans une expérience d'interférométrie de Ramsey sur les atomes [162, 13].

<sup>8</sup>Le seul autre domaine expérimental où il est actuellement possible d'intriquer de manière contrôlée un qubit à un degré de liberté mésoscopique, est celui des ions piégés. Des intéressantes expériences d'étude de la décohérence ont été menées dans ce contexte [109].

<sup>9</sup>La connaissance de la fonction de Wigner dans un point de l'espace des phases équivaut à la connaissance de sa matrice densité complète [157].

[132].

La nouvelle cavité devrait permettre d'aller bien plus loin. Puisque le facteur de qualité élevé limitera les effets de la décohérence et, corrélativement, la structure «ouverte» simplifiera les procédures de mesure, nous pouvons envisager la création et la caractérisation d'états fortement instables vis-à-vis du couplage à l'environnement. Parmi les défis expérimentaux importants qui pourront alors être relevés, il y a la mesure de la fonction de Wigner complète d'états non-classiques du champ [93] ou l'intrication des champs de *deux* cavités séparées dans l'espace.

\*\*\*

Dans le premier chapitre, nous introduisons les quelques notions formelles qui sont nécessaires pour la suite. Il est question notamment d'analyser l'interaction atome-cavité, l'interaction atome-champ classique et les effets de l'interaction du système atome-cavité avec l'environnement. Ces notions servent pour comprendre les mécanismes qui se trouvent à la base de la réalisation, la préservation et l'analyse d'états intriqués. Dans ce chapitre nous traiterons en détail le cas d'*un* atome et *un* mode du champ. Ce simple modèle fournit la base pour les extensions présentées dans les chapitres suivants, dans le cadre concret des expériences.

Le chapitre 2 est consacré aux outils expérimentaux. Nous nous limitons à rappeler les (nombreux) traits essentiels du montage, dont les détails de réalisation et de fonctionnement se trouvent décrits ailleurs [113, 131]. La deuxième partie de ce chapitre présente les techniques expérimentales utilisées pour les expériences décrites par la suite.

Au chapitre 3, nous présentons l'expérience de collision de deux atomes assistée par la cavité non-résonnante. Nous décrivons l'observation expérimentale de l'oscillation de Rabi entre deux atomes ainsi que le test d'une paire EPR d'atomes préparée par cette méthode. La discussion est complétée par l'analyse des données, qui s'appuie sur un modèle analytique et sur un calcul numérique. L'évaluation de la pureté de l'état obtenu, compte tenu des sources d'erreurs identifiées, nous mènera à la discussion des perspectives intéressantes ouvertes par cette expérience.

Le chapitre 4 est consacré aux efforts accomplis pour mettre au point une nouvelle cavité, compatible avec les expériences d'intrication à l'échelle mésoscopique de nouvelle génération. Après avoir analysé brièvement les contraintes que ces expériences imposent à la nouvelle cavité, nous rappellerons les caractéristiques principales de l'ancienne cavité, en insistant notamment sur les aspects qui la rendent inutilisable pour les développements envisagés. Finalement, nous présentons la nouvelle méthode de fabrication des miroirs, les résultats obtenus et les perspectives ouvertes par ces résultats.



# Chapitre 1

## Préliminaires théoriques

Ce chapitre est organisé en deux parties. La première fournit les rudiments pour l'étude de l'interaction entre atomes et champ de la cavité. Dans notre expérience, toute intrication entre atomes ou entre les atomes et le champ passe par cette interaction, que nous contrôlons de manière précise. Nous considérons d'abord la situation idéale d'un atome et d'un mode du champ parfaitement isolés. Ce modèle sert de base pour l'extension à des situations plus complexes (*deux* modes du champ en interaction avec *plusieurs* atomes), qui seront traitées en détail dans le cadre concret des expériences discutées au chapitre 3. Enfin, nous considérons brièvement les principaux effets de l'inévitable couplage système-environnement sur la qualité des états préparés.

Dans la deuxième partie nous introduisons, d'un point de vue théorique, les techniques interférométriques qui permettent l'analyse des états créés. Ce sont la méthode de Ramsey, qui exploite l'interaction de l'atome avec un champ *classique*, et l'homodynage du champ de la cavité, qui exploite le couplage de celle-ci avec une source classique externe.

### 1.1 Atomes à deux niveaux dans un résonateur de grande finesse

#### 1.1.1 Modèle de Jaynes-Cummings

Nous considérons dans cette sous-partie un atome à deux niveaux ( $g$  et  $e$ ) et un mode du champ confiné dans un résonateur, et nous supposons, pour l'instant, que leur isolation par rapport à l'environnement est parfaite. Introduisons l'opérateur dipôle atomique :

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_{eg}|e\rangle\langle g| + \mathbf{d}_{eg}^*|g\rangle\langle e|, \quad (1.1)$$

Dans cet expression  $\mathbf{d}_{eg} \equiv \langle e|\mathbf{q}\mathbf{r}|g\rangle$  est l'élément de matrice dipolaire ( $q$  représente la charge électrique de l'électron et  $\mathbf{r}$  est l'opérateur position).

Introduisons aussi l'opérateur champ électrique associé à un mode de la cavité :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 [\mathbf{f}(\mathbf{r}) a + \mathbf{f}^*(\mathbf{r}) a^\dagger] , \quad (1.2)$$

Ici  $a$  et  $a^\dagger$  sont les opérateurs d'annihilation et de création du champ, et :

$$E_0 = \sqrt{\hbar\omega_c / (2\epsilon_0 V_{\text{mode}})} \quad (1.3)$$

est le champ électrique associé à un photon. Dans (1.3),  $\omega_c$  est la fréquence du mode,  $V_{\text{mode}} = \int |\mathbf{f}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}$  est le volume du mode et  $\mathbf{f}(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\epsilon}$  est une fonction vectorielle qui traduit la structure spatiale  $f(\mathbf{r})$  (avec  $f(\mathbf{r}) \leq 1$ ) et la polarisation  $\boldsymbol{\epsilon}$  du mode.  $\boldsymbol{\epsilon}$  est en général une quantité complexe, tandis que  $f(\mathbf{r})$  peut être prise réelle et positive.  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  doit satisfaire aux équations de Maxwell avec les conditions aux limites imposées par la cavité. Dans notre expérience, le mode soutenu par le résonateur est, dans l'approximation paraxiale, un mode gaussien. Les atomes le traversent au centre, avec une vitesse perpendiculaire à son axe de symétrie cylindrique, de module constant  $v$ . Le couplage atome-champ varie donc dans le temps selon une loi simple. Si  $\mathbf{r}(t)$  est la trajectoire de l'atome, et que l'on considère un mode gaussien<sup>1</sup> ayant col  $w$ , on obtient :

$$f(\mathbf{r}(t)) = f(vt) = \exp\left(-\frac{(vt)^2}{w^2}\right) \quad (1.4)$$

en ayant choisi comme origine des temps l'instant auquel l'atome se trouve au centre du mode. Cette expression, explicitement dépendant du temps, nous sera utile dans la suite.

Nous pouvons maintenant écrire l'hamiltonien libre du système atome-champ :

$$H_0 = \frac{\hbar\omega_{eg}}{2} (|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) + \hbar\omega_c \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \quad (1.5)$$

$\omega_{eg}$  est la fréquence de la transition atomique  $e \leftrightarrow g$ . L'origine de l'énergie atomique a été prise à mi-chemin entre les niveaux  $e$  et  $g$ .

Pour dériver l'hamiltonien d'interaction nous faisons l'hypothèse, bien vérifiée dans notre expérience, que la longueur d'onde est grande devant l'extension spatiale de la fonction d'onde atomique. Si l'élément de matrice dipolaire est non-nul,  $|\mathbf{d}_{eg}| \neq 0$ , le terme prédominant dans l'interaction entre l'atome et le champ est le couplage dipolaire électrique. Ce couplage est décrit par l'hamiltonien d'interaction :

$$\begin{aligned} V &\approx -E_0 f(\mathbf{r}) [(\mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon} |e\rangle\langle g| a + \mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}^* |g\rangle\langle e| a^\dagger)] \\ &\approx -\hbar g f(\mathbf{r}) (|e\rangle\langle g| a + |g\rangle\langle e| a^\dagger) \end{aligned} \quad (1.6)$$

avec :

$$g \equiv \frac{E_0 \mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}}{\hbar} \quad (1.7)$$

---

<sup>1</sup>La structure du mode sera analysée en détail au § 2.1.3.a.

L'équation (1.6) est valable dans le cadre de l'approximation de l'onde tournante, consistant à négliger les termes anti-résonnants [42, p. 342].

Le paramètre  $g$ , que nous avons introduit ici, caractérise la force de l'interaction entre atome et champ. Il est pris réel et positif (ce choix est toujours possible en redéfinissant de façon opportune la phase des états atomiques  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ ).

Écrivons donc le hamiltonien total du système :

$$H = H_0 + V = \frac{\hbar\omega_{eg}}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) + \hbar\omega_c \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \hbar g f(\mathbf{r}) (|e\rangle\langle g| a + |g\rangle\langle e| a^\dagger) \quad (1.8)$$

Cet hamiltonien est couramment appelé hamiltonien de Jaynes-Cummings [76] et la dynamique qui en découle décrit l'évolution de nombreux systèmes physiques.

L'hamiltonien d'interaction  $V$  couple les états stationnaires du système libre deux à deux, de sorte que les sous-espaces  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$  sont fermés par rapport à l'évolution. Seul le niveau fondamental  $|g, 0\rangle$  n'est couplé à aucun autre état.

La restriction de l'hamiltonien (1.8) à la  $n$ -ième multiplicité  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ , s'écrit en forme matricielle :

$$H_n = \hbar \begin{pmatrix} \omega_c(n+1) + \delta/2 & -gf(\mathbf{r})\sqrt{n+1} \\ -gf(\mathbf{r})\sqrt{n+1} & \omega_c(n+1) - \delta/2 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

où :

$$\delta \equiv \omega_{eg} - \omega_c \quad (1.10)$$

est le désaccord entre l'atome et le champ.

Pour une position de l'atome  $\mathbf{r}$  donnée, la diagonalisation de cette matrice permet de résoudre l'équation de Schrödinger, en l'occurrence un système linéaire de deux équations différentielles. Introduisons l'angle  $\theta_n$ , défini par la relation :

$$\tan 2\theta_n = \frac{-2gf(\mathbf{r})\sqrt{n+1}}{\delta}, \quad (1.11)$$

les vecteurs propres de  $H_n$  (que l'on appelle «états habillés») s'écrivent :

$$|+, n\rangle = \cos \theta_n |e, n\rangle - \sin \theta_n |g, n+1\rangle \quad (1.12)$$

associé à la valeur propre  $E_+ = \hbar\omega_c(n+1) + \hbar\sqrt{g^2 f^2(\mathbf{r})(n+1) + \delta^2/4}$ , et :

$$|-, n\rangle = \sin \theta_n |e, n\rangle + \cos \theta_n |g, n+1\rangle \quad (1.13)$$

associé à la valeur propre  $E_- = \hbar\omega_c(n+1) - \hbar\sqrt{g^2 f^2(\mathbf{r})(n+1) + \delta^2/4}$ .

L'évolution de ces états propres, après une interaction de durée  $t$ , est tout simplement :

$$|\pm, n\rangle \rightarrow e^{-\frac{i}{\hbar}E_\pm t} |\pm, n\rangle \quad (1.14)$$

Le diagramme des énergies des états habillés en fonction du désaccord atome-champ est représenté en figure 1.1. Pour déterminer la dynamique de n'importe quel état

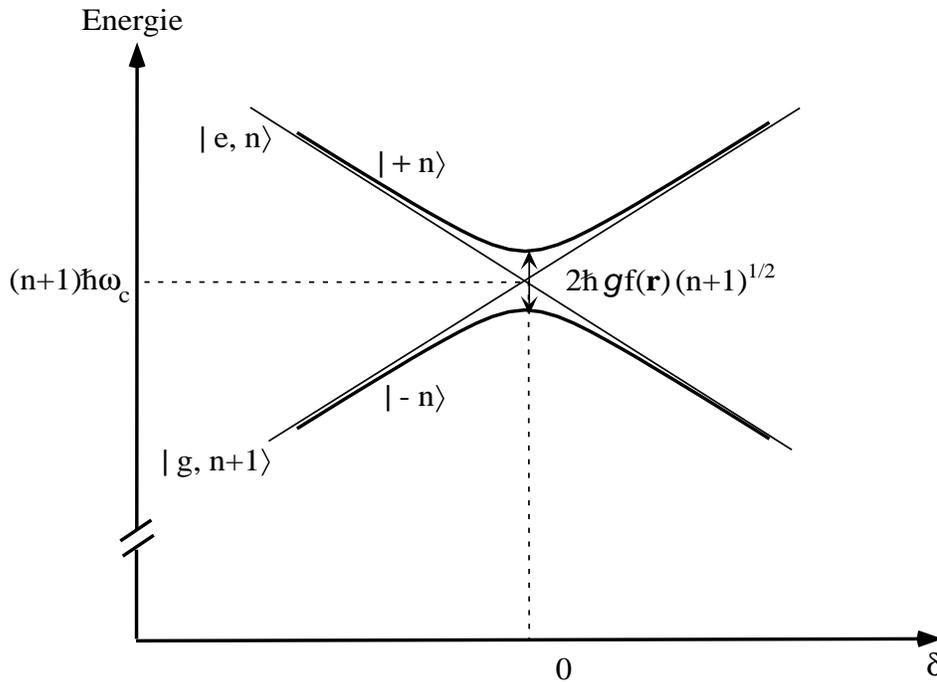


FIG. 1.1 – Diagramme des énergies pour l'atome habillé en fonction du désaccord atome-champ  $\delta$ .

de la multiplicité  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ , il suffit donc de l'exprimer en fonction de  $|+, n\rangle$  et  $|- , n\rangle$ . Toute cette démarche est cependant en quelque mesure formelle, car nous avons jusqu'ici considéré un couplage constant. En réalité, la position  $\mathbf{r}$  de l'atome, et donc le couplage, varient dans le temps (cf. éq. (1.4)). En régime non-résonant ( $\delta \neq 0$ ), l'approche suivie n'est donc valable que dans l'hypothèse où le couplage varie *lentement* par rapport à tout processus d'échange d'énergie. Dans ce cas, les états propres du système suivent adiabatiquement les états habillés. Comme nous le verrons explicitement, cette hypothèse fondamentale est en effet satisfaite dans notre expérience. Nous pouvons donc déduire de l'éq. (1.14) deux résultats remarquables. Le premier est l'oscillation de Rabi pour le régime résonnant ( $\delta = 0$ ) [32, 96]. Le deuxième est le déphasage causé par le déplacement lumineux en régime dispersif ( $\delta \gg g\sqrt{n+1}$ ) [117, 31].

Nous allons dans la suite établir ces deux résultats par une approche plus générale. Cela nous permettra d'une part d'explicitier la condition d'adiabaticité du couplage à laquelle nous venons de faire référence; d'autre part d'introduire les outils formels qui nous seront indispensables dans la suite pour généraliser les résultats établis ici et décrire des expériences impliquant plusieurs atomes.

Pour étudier formellement la dynamique qui découle de l'éq. (1.9), il est utile de se placer en représentation d'interaction. L'hamiltonien en représentation d'interaction

est :

$$\tilde{V}(t) = e^{iH_0 t} V e^{-iH_0 t} \quad (1.15)$$

et sa restriction à la multiplicité  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$  a la forme :

$$\tilde{V}_n(t) = -\hbar g \sqrt{n+1} f(vt) \begin{pmatrix} 0 & e^{i\delta t} \\ e^{-i\delta t} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

Ici nous avons explicité la dépendance temporelle du couplage à travers  $f(vt)$ . Étant donné un vecteur d'état  $|\psi_n(t)\rangle$ , en représentation d'interaction il devient :

$$|\widetilde{\psi}_n(t)\rangle = e^{iH_0 t} |\psi_n(t)\rangle \quad (1.17)$$

Il évolue selon la loi :

$$|\widetilde{\psi}_n(t_f)\rangle = \tilde{U}(t_i, t_f) |\widetilde{\psi}_n(t_i)\rangle, \quad (1.18)$$

où l'opérateur unitaire  $\tilde{U}$  obéit à l'équation suivante :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \tilde{U}(t_i, t_f) = \tilde{V}_n(t_i) \tilde{U}(t_i, t_f) \quad (1.19)$$

Le changement de représentation peut être vu comme un changement de référentiel dans l'espace de Hilbert. La nouvelle représentation correspond au référentiel qui tourne à la fréquence de Bohr du système non-couplé. L'avantage de ce choix est que, si cette fréquence est grande par rapport au couplage, dans le référentiel tournant l'état évolue à une échelle temporelle plus lente, qui est celle où se passent les processus physiques significatifs. À noter que, si  $V = 0$  (absence de couplage), les états propres du système libre restent dans ce référentiel stationnaires.

La solution de l'équation (1.19) dans le cas général n'est pas triviale. Dans les deux prochaines sous-parties nous analyserons deux régimes particuliers, qui admettent une solution analytique simple.

### 1.1.1.a Régime résonnant : oscillation de Rabi

Dans le cas où  $\delta = 0$  (résonance exacte), le potentiel  $\tilde{V}(t)$  satisfait la condition :  $[\tilde{V}(t), \tilde{V}(t')] = 0 \forall t, t'$ , si bien que l'équation (1.19) peut être intégrée comme une équation scalaire [40, p.174]. Pour la restriction  $\tilde{U}_n(t_i, t_f)$  de  $\tilde{U}(t_i, t_f)$  à la multiplicité  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ , on trouve alors :

$$\begin{aligned} \tilde{U}_n(t_i, t_f) &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} \tilde{V}_n(t) dt\right) \\ &= \begin{pmatrix} \cos(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^R) & -i \sin(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^R) \\ -i \sin(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^R) & \cos(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^R) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.20)$$

où :

$$t_{\text{eff}}^{\text{R}} \equiv \int_{t_i}^{t_f} f(vu) du = \int_{t_i}^{t_f} e^{-\frac{(vu)^2}{w^2}} du \quad (1.21)$$

est le «temps effectif d'interaction» entre l'atome et le mode de la cavité (nous avons utilisé l'éq. (1.4)).  $t_{\text{eff}}^{\text{R}}$  coïncide avec la durée du couplage atome–champ si la force de ce dernier était constante, égale à  $g$ .

Dans le cas où l'atome traverse le mode entièrement ( $t_f \rightarrow -\infty$  et  $t_i \rightarrow +\infty$ ), le temps effectif d'interaction vaut :

$$t_{\text{eff}}^{\text{R}} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(vu)^2}{w^2}} du = \sqrt{\pi} \frac{w}{v} \quad (1.22)$$

Supposons maintenant que l'atome soit préparé dans l'état  $|e\rangle$  et la cavité dans l'état de Fock  $|n\rangle$ . Les équations (1.18) et (1.20) permettent d'écrire explicitement son état à l'issue de l'interaction résonante avec le mode<sup>2</sup> :

$$|e, n\rangle \rightarrow \cos(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^{\text{R}}) |e, n\rangle - i \sin(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^{\text{R}}) |g, n+1\rangle \quad (1.23)$$

De cette évolution on tire les probabilités de détecter l'atome dans  $e$  ou dans  $g$  en fonction du temps effectif d'interaction :

$$\begin{aligned} P_e(t_{\text{eff}}^{\text{R}}) &= \cos^2\left(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^{\text{R}}\right) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(2g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^{\text{R}}\right)\right] \\ P_g(t_{\text{eff}}^{\text{R}}) &= \sin^2\left(g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^{\text{R}}\right) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(2g\sqrt{n+1} t_{\text{eff}}^{\text{R}}\right)\right] \end{aligned} \quad (1.24)$$

Ces probabilités oscillent en fonction de  $t_{\text{eff}}^{\text{R}}$  à la fréquence  $2g\sqrt{n+1}$ . Il s'agit de l'oscillation de Rabi quantique [32, 96] (cf. figure 1.2). Pour un système initialement préparé dans  $|g, n+1\rangle$ , l'évolution est similaire et conduit à une oscillation de Rabi *de phase opposée*.

Pour un atome préparé dans  $|e\rangle$ , l'oscillation de Rabi peut en particulier être induite par les fluctuations du vide ( $n=0$ ), et sa fréquence vaut dans ce cas :

$$\Omega_0 = 2g \quad (1.25)$$

Le contrôle de l'oscillation de Rabi nous fournit une technique très puissante pour manipuler l'état de l'atome par le biais du champ (ou l'inverse). Dans notre expérience, le temps d'interaction effectif peut être réglé soit en choisissant la vitesse de l'atome, soit en coupant l'interaction par *Stark switching* (technique qui sera illustrée au § 2.2.2). À partir d'un état initial donné, nous pouvons donc obtenir l'état final souhaité à l'intérieur de la multiplicité  $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ . Nous rappelons ici quelques résultats remarquables, auxquels nous aurons souvent occasion de faire référence dans la suite. Ce sont les interactions typiques d'un atome avec un champ de 0 ou 1 photon.

---

<sup>2</sup>Les vecteurs d'état seront dorénavant, et sauf avis contraire, pris en représentation d'interaction.

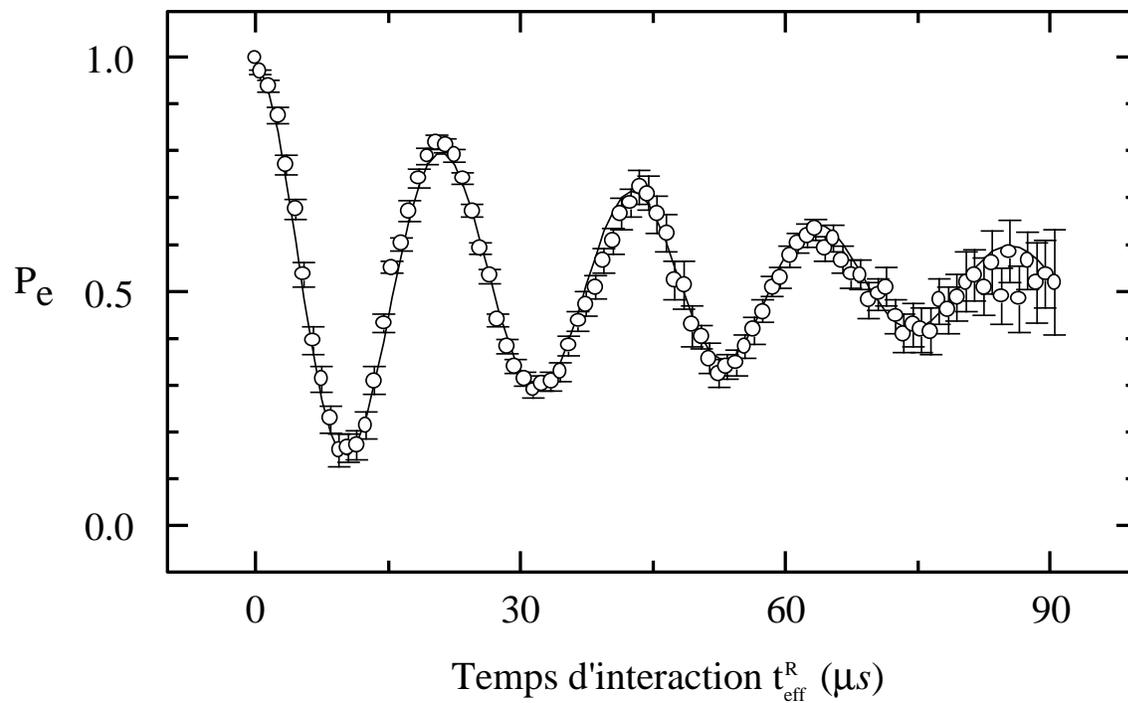


FIG. 1.2 – Oscillation de Rabi quantique atome-champ. Le signal est expérimental : on prépare l'atome dans  $|e\rangle$  et le champ dans le vide et on mesure la probabilité  $P_e$  en fonction du temps d'interaction effectif  $t_{\text{eff}}^R$ .

- $\Omega_0 t_{\text{eff}}^{\text{R}} = \pi/2$  (**impulsion  $\pi/2$** )<sup>3</sup> : **intrication atome-champ.**

$$|e, 0\rangle \xrightarrow{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, 0\rangle - i|g, 1\rangle) \quad (1.26)$$

Cette impulsion crée un état maximalement intriqué (cf. introduction) entre atome et champ de la cavité. Elle est aussi la première étape des protocoles d'intrication de plusieurs atomes basés sur l'interaction successive et résonnante des atomes avec la cavité [64, 131].

- $\Omega_0 t_{\text{eff}}^{\text{R}} = \pi$  (**impulsion  $\pi$** ) : **échange cohérent d'un quantum d'énergie.**

$$\begin{aligned} |e, 0\rangle &\xrightarrow{\pi} -i|g, 1\rangle \\ |g, 1\rangle &\xrightarrow{\pi} -i|e, 0\rangle \end{aligned} \quad (1.27)$$

Selon l'état initial, l'atome absorbe le photon présent dans la cavité ou émet un photon dans la cavité vide. Ce processus est unitaire et respecte la cohérence des éventuelles superpositions d'états. En ce sens, l'excitation passe d'un système à l'autre «de manière cohérente» [97]. Si par exemple l'atome est préparé dans une superposition ( $c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$ ) et le champ dans le vide, l'impulsion  $\pi$  produit l'évolution :  $(c_g|g\rangle + c_e|e\rangle) \otimes |0\rangle \rightarrow |g\rangle \otimes (c_g|0\rangle - ic_e|1\rangle)$

- $\Omega_0 t_{\text{eff}}^{\text{R}} = 2\pi$  (**impulsion  $2\pi$** ) : **déphasage de l'état atomique.**

$$\begin{aligned} |g, 0\rangle &\xrightarrow{2\pi} |g, 0\rangle \\ |g, 1\rangle &\xrightarrow{2\pi} e^{-i\pi}|g, 1\rangle = -|g, 1\rangle \end{aligned} \quad (1.28)$$

L'état final du système est dans ce cas le même que l'état initial à *une phase globale près*. Dans un schéma opportunément conçu, cette phase peut être corrigée à la présence de 1 photon dans la cavité. Elle peut ensuite être détectée par interférométrie de Ramsey (cf. § 1.2.1). Cela fournit une méthode pour la mesure non destructive d'un seul photon [114].

Ces impulsions ont constitué l'outil fondamental des expériences d'intrication réalisées par notre groupe au cours des dernières années. L'analyse de leurs effets ne sera pas développée ultérieurement ici, mais nous verrons bien, dans la suite, le rôle qu'elles jouent dans nombre d'applications concrètes.

Il est important de souligner que les résultats établis dans cette sous-partie ont une portée très générale. Au chapitre 3, en étudiant l'interaction dipôle-dipôle de deux

---

<sup>3</sup>Les noms des impulsions se réfèrent traditionnellement à l'oscillation des *probabilités*, éq. (1.24). En réalité nous sommes ici surtout intéressés à l'évolution de l'*état*, éq. (1.23). Celle-ci est caractérisée par la fréquence  $g = \Omega_0/2$ .

atomes dans une cavité non-résonnante, nous rencontrerons un hamiltonien effectif ayant la forme (1.16) avec  $\delta = 0$ , si bien qu'une simple adaptation nous permettra d'utiliser les résultats établis ici.

### 1.1.1.b Régime dispersif : déduction de l'hamiltonien effectif

Nous considérons à présent le cas où le désaccord entre fréquence atomique et fréquence du champ est grand devant le couplage :

$$\frac{g\sqrt{n+1}}{\delta} \ll 1 \quad (1.29)$$

Dans ce cas, si le couplage varie lentement par rapport à  $\delta$ , le développement perturbatif de l'opérateur d'évolution  $\tilde{U}(t_i, t_f)$  permet d'écrire un hamiltonien effectif. Nous allons voir que cet hamiltonien effectif est interprétable simplement en termes de déplacement lumineux des niveaux atomiques. Ce résultat peut être plus facilement obtenu, dans les mêmes hypothèses, par l'approche des états habillés. Cependant, la méthode illustrée ici est beaucoup plus générale et nous permettra par la suite d'aborder des cas plus complexes.

Considérons le développement perturbatif de  $\tilde{U}_n(t_i, t_f)$ , obtenu par itération de l'équation de Schrödinger (1.19) [42, p. 24] :

$$\tilde{U}_n(t_i, t_f) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{U}_n^{(k)}(t_i, t_f) \quad (1.30)$$

où :

$$\tilde{U}_n^{(k)}(t_i, t_f) = \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^k \int_{t_f \geq t_k \geq \dots \geq t_1 \geq t_i} dt_1 \dots dt_k \tilde{V}(t_1) \dots \tilde{V}(t_k) \quad (1.31)$$

En supposant que l'interaction se déroule de part à autre du mode, nous pouvons prendre :

$$t_i \rightarrow -\infty, t_f \rightarrow +\infty \quad (1.32)$$

Dans la suite nous utiliserons la notation simplifiée :  $\tilde{U}_n^{(k)} \equiv \tilde{U}_n^{(k)}(t_i \rightarrow -\infty, t_f \rightarrow +\infty) \forall k$ .

Le terme du premier ordre dans (1.30) est :

$$\tilde{U}_n^{(1)} = -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}_n(t) dt \quad (1.33)$$

Compte tenu de la forme explicite (1.16) de  $\tilde{V}(t)$ , l'intégration de (1.33) produit des termes du type  $g\sqrt{n+1}I_0$ , avec :

$$I_0 \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(vt)e^{\pm i\delta t} dt \quad (1.34)$$

En considérant l'expression explicite (1.4) de  $f(vt)$  on peut calculer l'intégrale et l'on obtient :

$$I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{v^2}{w^2}t^2 \pm i\delta t} dt = \sqrt{\pi} \frac{w}{v} e^{-\frac{\delta^2}{4(v/w)^2}} \quad (1.35)$$

On constate alors immédiatement que  $(g\sqrt{n+1}I_0) \rightarrow 0$  si :

$$\frac{v}{w} \ll \delta \quad \text{ou} \quad g\sqrt{n+1} \ll \frac{v}{w} \quad (1.36)$$

L'une au moins de ces hypothèses est certainement satisfaite dans le régime non-résonnant défini par la condition (1.29).

La forme gaussienne du couplage, et le fait de considérer des temps d'interaction suffisamment longs, permettent donc de négliger les échanges d'énergie nets impliqués par  $\tilde{U}_n^{(1)}$ .

Considérons le terme du deuxième ordre :

$$\tilde{U}_n^{(2)} = -\frac{1}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{t_1}^{+\infty} dt_2 \tilde{V}(t_1) \tilde{V}(t_2) = -g^2(n+1) \begin{pmatrix} I_+ & 0 \\ 0 & I_- \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

où :

$$I_{\pm} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 f(vt_1) e^{\pm i\delta t_1} \int_{t_1}^{+\infty} dt_2 f(vt_2) e^{\mp i\delta t_2} \quad (1.38)$$

Ces intégrales ne se calculent pas analytiquement. Nous pouvons cependant les évaluer en exploitant l'hypothèse (1.29) que le couplage varie lentement par rapport à  $\delta$ . Pour effectuer l'intégration en  $t_2$  dans ce cas, nous allons considérer des petits intervalles de  $2\pi/\delta$  sur lesquels  $f(vt_2)$  reste essentiellement constante et l'intégrale de  $e^{\pm i\delta t_2}$  vaut zéro. Si nous appelons  $n_1$  le plus petit entier tel que :

$$n_1 \frac{2\pi}{\delta} > t_1 \quad (1.39)$$

nous pouvons donc écrire :

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{+\infty} dt_2 f(vt_2) e^{\mp i\delta t_2} &= \int_{t_1}^{n_1 \frac{2\pi}{\delta}} dt_2 f(vt_2) e^{\mp i\delta t_2} + \sum_{k=n_1}^{\infty} \int_{k \frac{2\pi}{\delta}}^{(k+1) \frac{2\pi}{\delta}} dt_2 f(vt_2) e^{\mp i\delta t_2} \\ &\simeq f(vt_1) \int_{t_1}^{n_1 \frac{2\pi}{\delta}} dt_2 e^{\mp i\delta t_2} \\ &\simeq f(vt_1) \frac{1 - e^{\mp i\delta t_1}}{\mp i\delta} \end{aligned} \quad (1.40)$$

En injectant ce résultat dans (1.38), nous obtenons :

$$I_{\pm} = \pm \frac{i}{\delta} (I'_0 - t_{\text{eff}}^D) \quad (1.41)$$

où :

$$I'_0 \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(vt) e^{\pm i\delta t} dt \quad (1.42)$$

et :

$$t_{\text{eff}}^{\text{D}} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(vt) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\frac{(vt)^2}{w^2}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{w}{v} \quad (1.43)$$

Nous verrons, dans un instant, que  $t_{\text{eff}}^{\text{D}}$  joue en effet le rôle d'un temps d'interaction effectif (à noter qu'il ne coïncide pas avec le temps d'interaction effectif qui découle de l'interaction résonante (1.22) :  $t_{\text{eff}}^{\text{D}} = t_{\text{eff}}^{\text{R}}/\sqrt{2}$ ).

Dans nos hypothèses  $I'_0/t_{\text{eff}}^{\text{D}} \rightarrow 0$ , et nous avons finalement :

$$I_{\pm} \simeq \mp \frac{i}{\delta} t_{\text{eff}}^{\text{D}} \quad (1.44)$$

Nous avons ainsi déduit les contributions du premier et du deuxième ordre au développement perturbatif (1.30) :

$$\begin{aligned} \tilde{U}_n^{(1)} &\simeq 0 \\ \tilde{U}_n^{(2)} &\simeq \begin{pmatrix} i\frac{g^2}{\delta}(n+1)t_{\text{eff}}^{\text{D}} & 0 \\ 0 & -i\frac{g^2}{\delta}(n+1)t_{\text{eff}}^{\text{D}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.45)$$

Dans les mêmes hypothèses, en procédant par itération on peut calculer les termes d'ordre supérieur. On trouve<sup>4</sup> ainsi que le développement (1.30) peut être remplacé par la série effective suivante :

$$\tilde{U}_n \simeq 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} [\tilde{U}_n^{(2)}]^k \quad (1.47)$$

Les aspects essentiels de la dynamique sont donc saisis par l'opérateur d'évolution «effectif» :

$$\tilde{U}_n^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \exp\left(i\frac{g^2}{\delta}(n+1)t_{\text{eff}}^{\text{D}}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-i\frac{g^2}{\delta}(n+1)t_{\text{eff}}^{\text{D}}\right) \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

Cet opérateur d'évolution est évidemment associé à l'«hamiltonien effectif» :

$$\tilde{V}_n^{\text{eff}}(t) = -\hbar \frac{g^2}{\delta} (n+1) f^2(vt) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

---

<sup>4</sup>Il faut en particulier utiliser l'identité :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(vt_1) dt_1 \int_{t_1}^{+\infty} f^2(vt_2) dt_2 \dots \int_{t_{k-1}}^{+\infty} f^2(vt_k) dt_k = \frac{1}{k!} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(vt) dt \right]^k \quad (1.46)$$

Par le biais de l'opérateur d'évolution  $\tilde{U}_n^{\text{eff}}$ , nous obtenons immédiatement, à travers l'éq. (1.18), l'expression de l'état du système après l'interaction dispersive. En conséquence de sa forme diagonale, cette évolution se traduit par le déphasage des états  $|e, n\rangle$  et  $|g, n+1\rangle$  :

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &\rightarrow \exp\left(i\frac{g^2}{\delta}(n+1)t_{\text{eff}}^{\text{D}}\right) |e, n\rangle \\ |g, n+1\rangle &\rightarrow \exp\left(-i\frac{g^2}{\delta}(n+1)t_{\text{eff}}^{\text{D}}\right) |g, n+1\rangle \end{aligned} \quad (1.50)$$

En raison de sa dépendance linéaire vis-à-vis du nombre de photons, cet effet est riche d'implications pour la manipulation et la mesure des états du champ [31]. Ces implications seront explorées au chapitre 4.

Revenons enfin sur les conditions de validité du calcul accompli. Pour pouvoir observer le déphasage (1.50), il faut évidemment que :

$$\frac{g^2(n+1)}{\delta} \cdot t_{\text{eff}}^{\text{D}} \sim 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{g^2(n+1)}{\delta} \cdot \frac{w}{v} \sim 1 \quad (1.51)$$

Pour une vitesse atomique qui vérifie (1.51) et un nombre de photons de l'ordre de 1, les conditions de validité du calcul perturbatif que nous avons mené sont satisfaites déjà pour  $\delta \sim 3g$  (cf. éq. (1.35)).

Les conditions que nous avons trouvées peuvent être interprétées de la façon suivante. En régime dispersif, les deux états propres  $|g, n+1\rangle$  et  $|e, n\rangle$  de l'hamiltonien libre ont un écart en énergie de  $\hbar\delta$ . Si la durée de l'interaction est beaucoup plus longue que l'échelle de temps fixée par le principe d'Heisenberg pour des transitions entre ces deux niveaux ( $2\pi/\delta$ ), la forme adiabatique du couplage empêche l'échange net d'énergie entre atome et cavité.

Le modèle de Jaynes-Cummings décrit très bien l'interaction d'un atome avec 1 mode du champ confiné *en régime de couplage fort*. Si  $\tau_{\text{cav}}$  est le temps de vie de la cavité et  $\tau_{\text{at}}$  la durée de vie radiative des atomes, le régime de couplage fort est défini par la condition que le couplage atome-cavité domine les effets dissipatifs :

$$g/2\pi \gg \tau_{\text{cav}}^{-1}, \tau_{\text{at}}^{-1} \quad (1.52)$$

Comme nous allons le voir au prochain paragraphe, le simple modèle de Jaynes-Cummings n'est par ailleurs pas suffisant pour décrire tous les phénomènes qui peuvent être étudiés dans nos expériences.

### 1.1.2 Généralisation à N atomes et deux modes du champ (régime non-résonnant)

Notre dispositif permet de faire interagir de manière contrôlée *plusieurs* atomes à la fois avec la cavité. Celle-ci soutient par ailleurs *deux* modes gaussiens quasi-résonants

avec les atomes. En raison de la sphéricité imparfaite des miroirs, ces deux modes, de polarisation orthogonale, ne sont pas dégénérés. L'hamiltonien qui décrit la situation la plus générale que nous pouvons réaliser dans notre expérience ( $N$  atomes et deux modes du champ  $a$  et  $b$ ) est donc le suivant :

$$\begin{aligned}
 H = & \hbar\omega_a \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_b \left( b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) + \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{\hbar\omega_{eg}}{2} (|e_k\rangle\langle e_k| - |g_k\rangle\langle g_k|) \right. \\
 & \left. - \hbar g_a f(\mathbf{r}_k) [ |e_k\rangle\langle g_k| a + |g_k\rangle\langle e_k| a^\dagger ] - \hbar g_b f(\mathbf{r}_k) [ |e_k\rangle\langle g_k| b + |g_k\rangle\langle e_k| b^\dagger ] \right\}
 \end{aligned} \tag{1.53}$$

$g_a$  et  $g_b$  sont les couplages respectives avec les modes  $a$  et  $b$  (cf. éq. (1.7)). Comme dans le cas plus simple du § 1.1.1.b, le régime *non-résonnant* ( $\delta_a = \omega_{eg} - \omega_a \gg g_a \sqrt{n_a + 1}, \delta_b = \omega_{eg} - \omega_b \gg g_b \sqrt{n_b + 1}$ ) peut être étudié par développement perturbatif de l'opérateur d'évolution  $\tilde{U}(t_i, t_f)$ . Ce calcul, que nous ne développons pas explicitement ici, montre que l'interaction non-résonnante peut produire dans ce cas des véritables échanges d'énergie entre les sous-systèmes. Deux processus émergent en particulier de cette analyse.

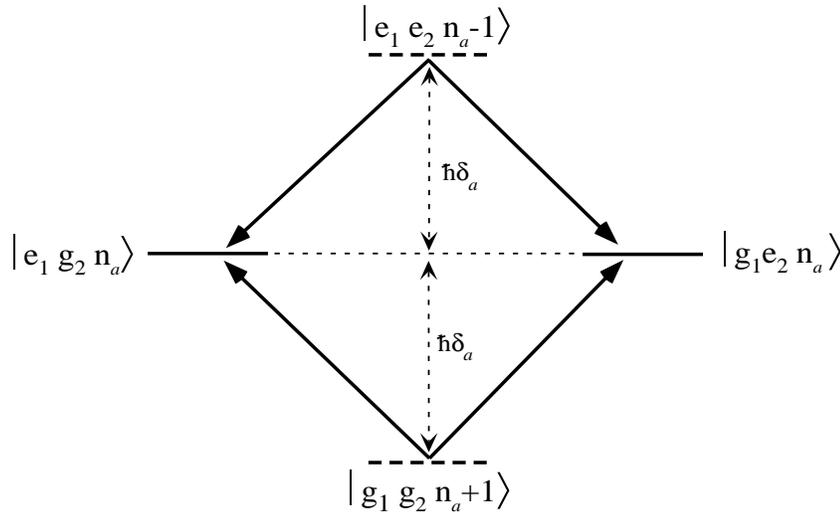


FIG. 1.3 – Diagramme de la transition du deuxième ordre qui couple les atomes par échange d'un photon «virtuel» avec la cavité.

### Échange d'énergie entre les atomes par l'intermédiaire d'un mode

Dans ce processus du deuxième ordre, les atomes sont couplés entre eux par l'intermédiaire d'un des modes. Pour illustrer ce phénomène, considérons le cas de deux atomes et d'un seul mode  $a$  ayant  $n_a$  photons. Les deux états  $|e_1 g_2 n_a\rangle$  et  $|g_1 e_2 n_a\rangle$  sont couplés par les processus représentés dans le diagramme 1.3. L'échange d'énergie se fait par émission d'un photon «virtuel» dans la cavité de la part de l'atome excité

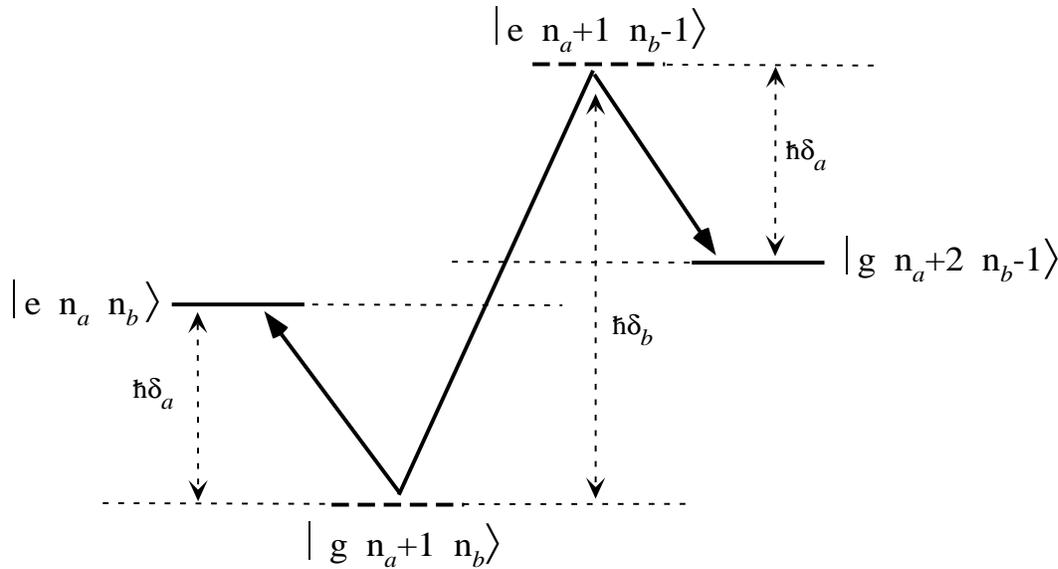


FIG. 1.4 – Diagramme de la transition du troisième ordre qui découle de l'interaction non-résonnante d'un atome avec les deux modes du champ excités.

et absorption d'un photon «virtuel» de la part de l'autre atome. La période caractéristique de cet échange est de l'ordre de  $\pi\delta_a/g_a^2$ .

Les expériences décrites dans ce mémoire se fondent sur l'exploitation de ce processus. Au chapitre 3 nous analyserons en détail le cas de l'interaction non-résonnante de deux atomes avec un ou deux modes de la cavité et de trois atomes avec un mode.

### Échange d'énergie entre les deux modes par l'intermédiaire d'un atome

Dans ce processus du troisième ordre, les modes sont indirectement couplés entre eux par l'intermédiaire d'un atome. Considérons pour simplifier un seul atome en interaction avec deux modes contenant respectivement  $n_a$  et  $n_b$  photons. Si les désaccords sont choisis de façon à satisfaire la condition :

$$\delta_b \simeq 2\delta_a \quad (1.54)$$

les deux états  $|e, n_a, n_b\rangle$  et  $|g, (n_a+2), (n_b-1)\rangle$  ont la même énergie. Ils sont alors couplés par un processus Raman, représenté dans le diagramme 1.4. L'échelle temporelle à laquelle ses effets sont observables est donnée par  $\pi\delta_a\delta_b(\sqrt{n_b(n_a+1)(n_a+2)}g_a^2g_b)^{-1}$  [103]. Il s'agit de temps relativement longs sur l'échelle de nos expériences.

Dans une expérience récente nous avons utilisé ce processus pour préparer, au moyen d'un seul atome suffisamment lent, un état de Fock à deux photons [12].

La prise en compte de ce processus est par ailleurs importante aussi si l'on est intéressé à étudier l'interaction dispersive des atomes avec *un seul* mode. Dans ce cas, il faut

s'assurer que, dans les conditions expérimentales souhaitées, le couplage indirect des deux modes par le biais des atomes peut être négligé.

### 1.1.3 Effets du couplage à l'environnement.

La manipulation des états d'un système ne peut se faire que s'il est suffisamment bien isolé. Dès que le couplage avec l'environnement devient significatif, l'état initialement pur du système se réduit en général à un mélange statistique. Si  $|\psi_s^i\rangle$  sont les états du système et  $|\Psi_e^i\rangle$  les états de l'environnement, l'évolution globale est :

$$|\psi_s^0\rangle \otimes |\Psi_e^0\rangle \rightarrow \sum_i c_i |\psi_s^i\rangle |\Psi_e^i\rangle \quad (1.55)$$

L'état réduit du système, auquel nous avons accès, se transforme alors de la manière suivante :

$$|\psi_s^0\rangle \rightarrow \rho_s = Tr_e \left( \sum_{i,j} c_i c_j^* |\psi_s^i\rangle |\Psi_e^i\rangle \langle \psi_s^j| \langle \Psi_e^j| \right) \quad (1.56)$$

Les «cohérences» qui font toute la richesse d'un état pur, se diluent ainsi dans des corrélations avec l'environnement qui ne peuvent pas être exploitées.

Les caractéristiques de notre système expérimental permettent en principe d'atteindre un degré d'isolation remarquable. Dans ces conditions, l'étude même des effets de l'intrication avec l'environnement devient possible. Le dernier chapitre est consacré aux efforts que nous avons fait pour rendre le temps caractéristique de l'interaction système-environnement compatible avec une observation quantitative de ces effets.

Il est important de souligner que les effets du couplage à l'environnement peuvent affecter l'état d'un *ensemble* de qubits intriqués même si les conditions de couplage fort - qui garantissent la validité du modèle de Jaynes-Cummings pour l'interaction d'*un seul* atome avec la cavité - sont bien vérifiées.

Le couplage des atomes et du champ à l'environnement est dissipatif [67] et produit une relaxation vers leurs réservoirs respectifs. Même si, en raison de la présence de photons thermiques parasites dans le dispositif, la durée de vie des atomes observée dans nos expériences est inférieure à la valeur prédite pour le vide (cf. § 2.1.2.a), elle reste suffisamment longue pour que les effets de l'émission spontanée en dehors de la cavité puissent être négligés. La relaxation du champ de la cavité, plus rapide, doit par contre être prise en compte. Cette évolution incohérente est décrite par une équation pilote portant sur l'opérateur densité du système atome-champ, qui a la forme suivante [67]<sup>5</sup> :

$$\dot{\rho} = -\frac{1}{\hbar}[H, \rho] - \frac{(\bar{n}_{th} + 1)}{2\tau_{cav}} [a^\dagger a, \rho]_+ + \frac{(\bar{n}_{th} + 1)}{\tau_{cav}} a \rho a^\dagger - \frac{\bar{n}_{th}}{2\tau_{cav}} [a a^\dagger, \rho]_+ + \frac{\bar{n}_{th}}{\tau_{cav}} a^\dagger \rho a \quad (1.57)$$

<sup>5</sup>Nous considérons ici un seul mode du champ. La généralisation au cas de deux modes est formellement immédiate.

où  $\tau_{cav}$  est le temps de vie de la cavité et  $\bar{n}_{th}$  le nombre moyen de photons thermiques présents dans le mode. Il ne nous intéresse pas ici d'analyser la solution générale de cette équation. Dans ce mémoire, nous serons confrontés principalement à trois effets provoqués par l'environnement, dans des contextes bien précis.

### Relaxation du champ de la cavité et intrication d'atomes

La relaxation de l'énergie stockée dans la cavité, décrite par l'équation (1.57), peut avoir des effets très négatifs sur la fidélité des opérations réalisées sur les atomes. C'est par exemple le cas si l'on cherche à intriquer plusieurs atomes en les faisant interagir successivement et de manière résonante avec la cavité. L'information qui permet de corrélérer les atomes entre eux, est dans ce cas stockée dans le résonateur sous la forme d'états à 0 ou à 1 photon [64, 98, 134, 131]. Tout processus de relaxation, entraînant la transition incohérente  $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$ , affecte donc lourdement la qualité de l'état final. De plus, l'échelle qui détermine l'importance de cet effet n'est pas fixée par le temps d'interaction d'un atome avec la cavité, mais par la durée d'une *série* d'interactions successives de la part de différents atomes.

La méthode d'intrication d'atomes qui sera illustrée dans ce mémoire (chapitre 3) est tout à fait différente et, du fait de ne pas requérir le stockage d'information dans la cavité, beaucoup moins sensible à la relaxation du champ. Comme nous le verrons au § 3.2.2, dans ce cas le facteur de qualité du résonateur pèse essentiellement sur l'efficacité du procédé, en fixant son échelle temporelle, mais la pureté de l'état final n'est pas directement affectée par la relaxation.

### Décohérence et superpositions d'états classiques du champ

L'autre phénomène important lié à la dissipation, et qui découle de l'équation (1.57), est la *décohérence*. Si le champ de la cavité est préparé dans une superposition *cohérente* d'états *instable* par rapport à l'environnement, la dissipation provoque l'amortissement rapide des éléments de la matrice densité qui expriment la cohérence de cette superposition. Au § 4.1.2 nous discuterons brièvement ce mécanisme et les informations quantitatives relatives à ce phénomène qui peuvent être tirées de l'équation (1.57).

L'échelle temporelle caractéristique de la décohérence est, en général, plus petite que celle de la relaxation. Elle diminue très rapidement avec le «degré de classicité» du système (en général fixé par un paramètre d'échelle opportun). Déjà pour des champs de quelques dizaines de photons, et même si le couplage à l'environnement est très faible, l'effacement des éventuelles cohérences «instables» est à tel point efficace que leur observation devient pratiquement impossible. Dans le contexte de la manipulation cohérente des états classiques du champ, c'est donc la décohérence, et non pas la relaxation, qui fixe l'échelle temporelle des expériences. Cela impose des contraintes très dures au facteur de qualité du résonateur, qui seront analysées en détail au chapitre 4.

### Déphasage incohérent des atomes

Cet effet est lié surtout à des imperfections de nature «contingente», qui provoquent

des petites fluctuations de l'énergie des niveaux atomiques. Les populations atomiques ne sont pas modifiées mais la cohérence est par contre affectée, car elle dépend directement de la fréquence de Bohr des atomes. En régime non-résonnant, les principales causes de ces fluctuations sont le champ thermique résiduel dans les modes de la cavité (qui est pris en compte dans l'équation (1.57)) et les éventuels champs statiques parasites, électriques et magnétiques. Ces effets peuvent être pris en compte de façon phénoménologique, en remplaçant la fonction d'onde atomique par un opérateur densité correspondant à un ensemble d'atomes de fréquence de Bohr variable. La distribution des fréquence de Bohr dépend :

- de la distribution des photons thermiques (la modification de la fréquence atomique induite par un état de Fock à  $n$  photons étant donné par l'éq. (1.50))
- du gradient des champs parasites à l'échelle de la taille du faisceau atomique (la fréquence atomique étant déterminée par la trajectoire exacte de l'atome  $\mathbf{r}(t)$ )

Ces effets de déphasage sont d'autant plus importants que l'intervalle temporel entre la préparation et la détection des états atomiques est long (comme la fréquence de Bohr, cet intervalle entre en fait directement dans l'expression de la cohérence atomique).

Au § 2.2.4, nous verrons comment des effets de ce type peuvent être mis en évidence dans une expérience d'interférométrie. Nous y reviendrons au chapitre 4. La sensibilité de la cohérence atomique aux champs parasites a joué en fait un rôle important dans la définition des contraintes qui ont guidé notre travail pour la mise au point de la nouvelle cavité.

## 1.2 Méthodes d'interférométrie

### 1.2.1 Interaction d'un atome avec un champ classique. Analyse de la cohérence atomique

En général, pour vérifier la cohérence d'une superposition d'états quantiques il faut pouvoir varier et mesurer la phase de cette superposition. Cette phase doit être détectée en mesurant une observable complémentaire de celle dont les états superposés sont des états propres. Pour des atomes de Rydberg dans des expériences d'électrodynamique quantique en cavité, cette opération n'est pas triviale car la seule observable atomique à laquelle nous avons directement accès est l'énergie d'ionisation, c'est-à-dire le niveau électronique  $e$  ou  $g$ . En s'appuyant sur l'analogie formelle avec un spin 1/2 plongé dans un champ magnétique, il est cependant facile de voir comment d'autres observables peuvent être mesurées. D'un point de vue formel, cela se fait en combinant des rotations de l'état atomique avec la détection. Ces rotations sont réalisées selon la méthode de Ramsey, par interactions successives avec un champ classique quasi-résonant avec les atomes.

Dans les paragraphes suivants, nous allons décrire les aspects théoriques de cette méthode. Dans la dernière sous-partie nous verrons comment l'application de ces principes élémentaires permet l'analyse et la manipulation cohérente d'états quantiques complexes, des atomes et du champ. Ces applications seront discutées aux chapitres 3 et 4.

#### 1.2.1.a Spin fictif associé à un atome à deux niveaux

La dynamique d'un atome à deux niveaux dans un champ électromagnétique classique quasi-résonnant ( $\delta/\omega_{eg} \ll 1$ ), est équivalente à celle d'un spin 1/2 dans un champ magnétique. Le problème peut donc être étudié en s'appuyant sur le même formalisme. Associons les vecteurs  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  aux vecteurs propres d'un opérateur que nous appelons de manière conventionnelle  $\sigma_z$  :

$$\sigma_z = \{|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|\} \quad (1.58)$$

La forme matricielle de cet opérateur dans la base  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$  est :

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

Nous introduisons aussi les deux autres opérateurs de Pauli :

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

Les relations de commutation entre ces opérateurs sont bien connues :

$$[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z \quad [\sigma_y, \sigma_z] = 2i\sigma_x \quad [\sigma_z, \sigma_x] = 2i\sigma_y \quad (1.61)$$

Associons à l'espace de Hilbert engendré par  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  un espace fictif engendré par trois axes orthogonaux de vecteur unitaire  $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$ . Les matrices de Pauli permettent alors d'exprimer toute rotation dans cet espace.

Étant donné un axe générique  $\vec{u} = \sin\theta \cos\phi \vec{u}_x + \sin\theta \sin\phi \vec{u}_y + \cos\theta \vec{u}_z$ , l'opérateur unitaire associé à la rotation d'angle  $\vartheta$  autour de cet axe s'écrit en effet :

$$R_{\vec{u}}(\vartheta) = e^{-i\vartheta \vec{\sigma} \cdot \vec{u}} \quad (1.62)$$

où :

$$\vec{\sigma} \equiv \sigma_x \vec{u}_x + \sigma_y \vec{u}_y + \sigma_z \vec{u}_z \quad (1.63)$$

Considérons maintenant une superposition quelconque d'états  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|e\rangle + e^{i\varphi}|g\rangle\} \quad (1.64)$$

Pour démontrer la nature cohérente de cette superposition, il est nécessaire de mesurer une observable complémentaire de  $\sigma_z$ . Une telle observable a en général la forme suivante :

$$\sigma_\phi \equiv \vec{\sigma} \cdot \vec{u}_\phi \quad (1.65)$$

avec :

$$\vec{u}_\phi \equiv -\sin\phi \vec{u}_x + \cos\phi \vec{u}_y \perp \vec{u}_z \quad (1.66)$$

(le choix des signes se révélera utile par la suite). Mesurer  $\sigma_\phi$  revient, sur le plan formel, à projeter l'état atomique sur ses vecteurs propres, que nous appellerons  $|+\phi\rangle$  et  $|-\phi\rangle$  :

$$|\pm\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle \pm e^{i\phi}|g\rangle) \quad (1.67)$$

Une mesure de  $\sigma_\phi$  sur  $|\psi\rangle$  donne par conséquent la distribution suivante :

$$P(\sigma_\phi = \pm 1) = |\langle \pm\phi | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \cos(\phi - \varphi) \quad (1.68)$$

$P(\sigma_\phi = +1)$  et  $P(\sigma_\phi = -1)$  sont donc des fonctions oscillantes (à contraste unité) de  $(\phi - \varphi)$ . Notons que, si le signe de la superposition (1.64) est inversé ou en d'autres termes si  $\varphi$  est déplacé de  $\pi$ , le signal (1.68) oscille en opposition de phase.

Considérons à présent l'état le plus général de l'atome, exprimé - dans la base  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$  - par la matrice densité :

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & |\rho_{eg}| e^{i\varphi} \\ |\rho_{eg}| e^{-i\varphi} & \rho_{gg} \end{pmatrix} \quad (1.69)$$

avec  $\rho_{ee} + \rho_{gg} = 1$ .

Pour  $|\rho_{eg}| = \rho_{ee} = \rho_{gg} = 1/2$  nous avons la matrice densité relative à l'état pur (1.64). À l'autre extrême se situe le cas d'un mélange statistique d'états atomiques pour lequel les «cohérences» (éléments hors diagonaux) sont nulles.

Si l'on part de l'état général (1.69), une mesure de  $\sigma_\phi$  produit les résultats statistiques suivants :

$$P(\sigma_\phi = \pm 1) = Tr(|\pm_\phi\rangle\langle\pm_\phi|\rho) = \frac{1}{2} \pm |\rho_{eg}| \cos(\phi - \varphi) \quad (1.70)$$

$P(\sigma_\phi = +1)$  et  $P(\sigma_\phi = -1)$  sont donc encore des fonctions oscillantes de  $(\phi - \varphi)$ , mais le contraste de cette oscillation est maintenant en général inférieur à 1. Plus précisément, il coïncide, à un facteur 2 près, avec le module des cohérences de l'état atomique.

Nous avons ainsi montré comment la cohérence d'un atome peut être détectée en principe. Il reste à voir comment la mesure de  $\sigma_\phi$  est réalisée en pratique. À cette fin, nous notons que les vecteurs  $|+\phi\rangle$  et  $|-\phi\rangle$  sont obtenus à partir de  $|+z\rangle$  et  $| -z\rangle$  en leur appliquant une rotation de  $\pi/2$  autour de l'axe  $\vec{u}_\phi$ . En utilisant la notation simplifiée  $R_\phi \equiv R_{\vec{u}_\phi}(\frac{\pi}{2})$ , les relations (1.67) peuvent être ainsi réécrites :

$$\begin{aligned} |+\phi\rangle &= R_\phi | +z\rangle \\ |-\phi\rangle &= -e^{i\phi} R_\phi | -z\rangle \end{aligned} \quad (1.71)$$

En exploitant ces expressions, la formule (1.68) peut être réécrite de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P(\sigma_\phi = +1) &= Tr\{|+\phi\rangle\langle+\phi|\rho\} \\ &= Tr\{R_\phi | +z\rangle\langle +z| R_\phi^{-1} \rho\} \\ &= Tr\{|e\rangle\langle e|(R_{\phi+\pi} \rho R_{\phi+\pi}^{-1})\} \end{aligned} \quad (1.72)$$

Nous avons ici utilisé l'invariance de la trace par permutation cyclique de ses arguments, ainsi que l'identité  $R_\phi^{-1} = R_{\phi+\pi}$ .

De façon analogue on vérifie que :

$$P(\sigma_\phi = -1) = Tr\{|g\rangle\langle g|(R_{\phi+\pi} \rho R_{\phi+\pi}^{-1})\} \quad (1.73)$$

Les expressions (1.72) et (1.73) montrent clairement que mesurer  $\sigma_\phi$  revient à détecter le niveau énergétique de l'atome *après* avoir «tourné» sa matrice densité, en la soumettant à l'action de l'opérateur  $R_{\phi+\pi}$ .

Par la suite, en nous appuyant sur cette équivalence formelle, nous ferons souvent référence à «la mesure de l'observable  $\sigma_\phi$ ».

Une dernière remarque reste à faire concernant la définition de la phase  $\phi$ . La direction des axes  $u_x$  et  $u_y$ , n'ayant aucune signification physique, est fixée de manière arbitraire. La phase  $\phi$  qui apparaît explicitement dans les vecteurs propres de  $\sigma_\phi$  (éq. (1.67)), peut en effet être réabsorbée dans la définition du ket  $|g\rangle$ , ce qui revient à identifier  $\sigma_\phi$  avec  $\sigma_x$ . En général, quand une série de rotations  $R_\phi$  est appliquée aux

états atomiques, l'axe  $u_x$  sera fixé par la phase de la première de ces rotations, que l'on choisira par convention égale à zéro.

### 1.2.1.b Rotations de l'état atomique par nutation de Rabi.

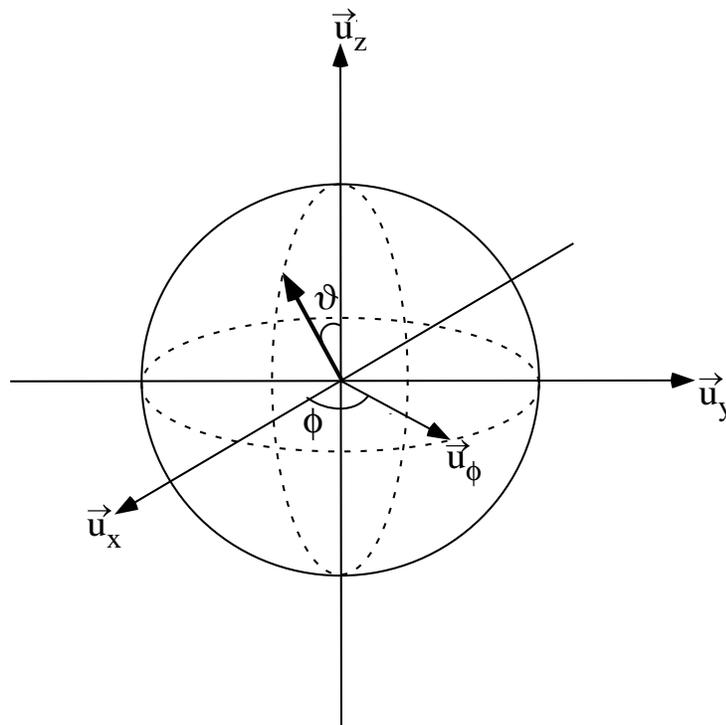


FIG. 1.5 – Rotation du vecteur atomique (en gras) sur la sphère de Bloch, suite à l'interaction de l'atome - initialement dans  $|e\rangle$  - avec un champ classique.

Considérons l'évolution de l'état atomique sous l'action d'un champ classique quasi-résonnant. Pour traiter ce cas nous utilisons l'approche semi-classique consistant à remplacer les opérateurs du champ par des grandeurs scalaires :

$$\mathbf{E}_R(\vec{r}, t) = E_R \boldsymbol{\epsilon}_R \sin(\omega_R t + \varphi_0) \quad (1.74)$$

avec  $(\omega_R - \omega_{eg})/\omega_{eg} \ll 1$ .

Pour les applications qui nous intéressent ici, il est utile de choisir la représentation d'interaction, dans laquelle les vecteurs d'état atomiques restent stationnaires si l'évolution est libre. Nous négligeons, en outre, les termes non résonnants (approximation du champ tournant). En utilisant l'opérateur  $\sigma_\phi$  introduit au paragraphe précédent, l'hamiltonien d'interaction dipolaire s'écrit :

$$\tilde{V}(t) = \frac{\hbar \Omega_R}{2} \sigma_\phi(t) \quad (1.75)$$

où :

$$\phi(t) = |\omega_R - \omega_{eg}| \cdot t + \varphi_0 \quad (1.76)$$

et :

$$\Omega_R \equiv \frac{E_R \mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_R}{\hbar} \quad (1.77)$$

$\mathbf{d}_{eg}$  étant l'élément de matrice dipolaire de l'atome (supposé réel, cf. § 1.1.1).

Plaçons-nous dans les conditions typiques de l'interférométrie de Ramsey, où des impulsions de courte durée  $t_{int}$  et forte intensité sont appliquées aux atomes. Dans l'hypothèse :

$$|\omega_R - \omega_{eg}| \cdot t_{int} \ll 1 \quad (1.78)$$

nous pouvons négliger l'évolution de  $\phi$  pendant l'interaction et l'opérateur d'évolution associé à l'hamiltonien (1.75) prend alors la forme :

$$e^{-\frac{i}{\hbar} \tilde{V} t_{int}} \simeq e^{-i\vartheta \sigma_\phi} = R_{\vec{u}_\phi}(\vartheta) \quad (1.79)$$

avec :

$$\vartheta = \Omega_R \cdot t_{int} \quad (1.80)$$

L'effet formel de l'interaction est donc de tourner le vecteur atomique d'un angle  $\vartheta$  autour de l'axe  $\vec{u}_\phi$  (nutaton de Rabi). La figure 1.5 donne une représentation géométrique de cet évolution sur la sphère de Bloch.

L'échelle temporelle à laquelle se déploie la dynamique de ces rotations est fixée par  $\Omega_R$ . L'hypothèse (1.78) est alors certainement satisfaite si :

$$(\omega_R - \omega_{eg})/\Omega_R \ll 1 \quad (1.81)$$

Celle-ci est donc la condition qui caractérise le régime d'interaction quasi-résonante avec un champ intense<sup>6</sup>.

Venons en enfin au niveau expérimental, qui sera discuté en détail au § 2.2.4. Les paramètres dont  $\vartheta$  dépend (amplitude du champ et durée de l'interaction) peuvent facilement être réglés à l'aide d'un atténuateur et d'une diode PIN qui fonctionne en interrupteur (cf. § 2.2.4). Ces paramètres sont choisis pour réaliser des impulsions  $\vartheta = \pi/2$ , correspondant à des rotations  $R_\phi$ .

Finalement, la variation de  $\phi$  entre deux impulsions est obtenue en modulant la fréquence de la source micro-onde  $\omega_R$  autour de la résonance  $\omega_{eg}$  (la plage de ce balayage restant petite par rapport à la fréquence atomique)<sup>7</sup>.

Nous avons donc à disposition tous les outils nécessaires pour réaliser des mesures des observables  $\sigma_\phi$ .

---

<sup>6</sup>Pour une exposition plus générale et valable en dehors de ce régime voir par exemple [42, p. 337]. Il est intéressant aussi de citer le cas où l'intensité du champ est très réduite (de l'ordre de 1 photon) et l'atome s'intrique partiellement ou complètement au champ [94]. Nous avons exploré expérimentalement ces régimes [120, 13]

<sup>7</sup>Une méthode alternative pour balayer  $\phi$  consiste à varier  $\omega_{eg}$  par effet Stark (cf. § 2.2.2)

### 1.2.1.c Interférométrie de Ramsey

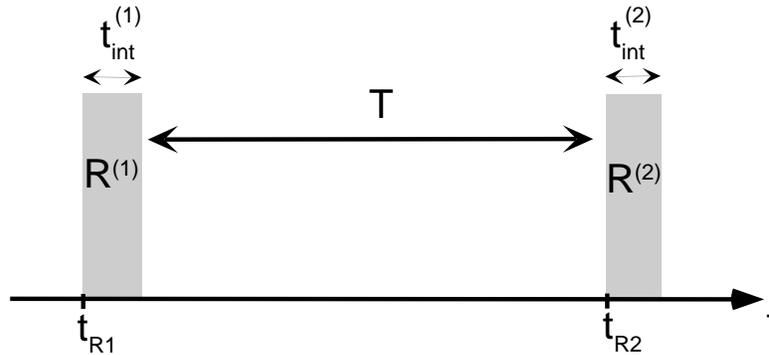


FIG. 1.6 – Séquence temporelle d'une expérience d'interférométrie de Ramsey.

La mesure de la cohérence atomique permet de caractériser l'état quantique des atomes et du champ. La technique qu'on utilise à cette fin est l'interférométrie de Ramsey. Supposons qu'un atome, préparé dans l'état  $|g\rangle$ , soit soumis à deux impulsions  $\pi/2$  successives, séparées par un intervalle de temps  $T$  (figure 1.6). La première impulsion  $R^{(1)}$  prépare, à l'instant  $t_{R1}$ , une superposition cohérente  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$  (comme nous l'avons vu au § 1.2.1.a, p. 35, la phase de cette superposition peut toujours être prise égale à 0). Pendant l'intervalle  $T$ , cet état pur évolue sous l'effet de l'interaction avec le mode de la cavité et, éventuellement, du couplage avec l'environnement. Au moment de la deuxième impulsion  $\pi/2$ ,  $R^{(2)}$ , l'atome est donc en général décrit par un opérateur densité  $\rho(t_{R2})$ . La deuxième impulsion  $\pi/2$  mesure alors l'observable  $\sigma_\phi$  sur  $\rho(t_{R2})$ . Compte tenu de (1.68) et de (1.76), le signal de détection oscille sinusoidalement en fonction de la fréquence du champ classique  $\omega_R$ . Le contraste  $|\rho_{eg}(t_{R2})|$  et la phase  $\varphi(t_{R2})$  de ce signal fournissent une indication précise sur l'évolution de la cohérence atomique dans l'intervalle  $T$ .

Ces informations peuvent, par exemple, être exploitées pour obtenir des renseignements précis sur l'intensité d'un champ présent dans la cavité (§ 2.2.5.b). Plus généralement, comme nous le verrons au chapitre 4, la manipulation de la cohérence atomique, mélangée à l'interaction dispersive atome-cavité, permet d'effectuer des mesures complètes de l'état du champ.

La méthode de Ramsey peut être étendue à la mesure de la cohérence d'états relatifs à plusieurs atomes. Au § 3.4 nous verrons comment analyser la pureté d'une paire EPR d'atomes, par le biais de rotations appliquées séparément à chaque atome.

## 1.2.2 Couplage de la cavité à une source classique. Homody-nage du champ

La réalisation, la manipulation et la mesure d'états non classiques du champ peut requérir le couplage de la cavité à une source externe. C'est par exemple le cas si on

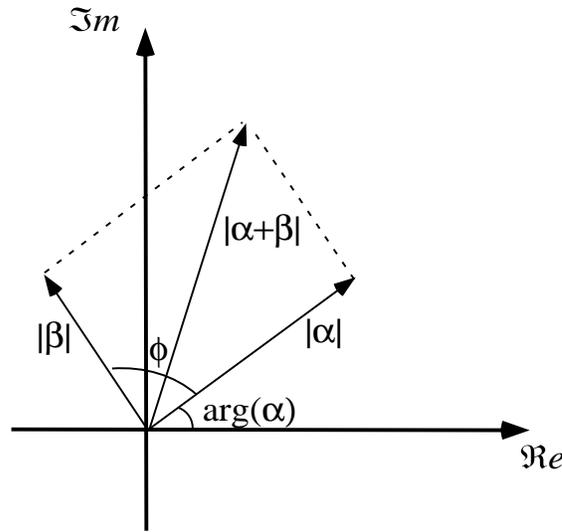


FIG. 1.7 – Homodynage d'un champ. Un champ d'intensité  $|\beta|^2$  déphasé de  $\phi$  est superposé au champ initial. L'état final est représenté par le résultant des deux vecteurs dans l'espace de phase.

cherche à réaliser des états du type « chat de Schrödinger » (cf. éq. (9) de l'introduction) ou à mesurer la fonction de Wigner d'un champ quelconque.

Rappelons que les états quantiques qui permettent d'associer au champ des propriétés (quasi) classiques, sont les états *cohérents* [58], états propres de l'opérateur d'annihilation  $a$  :

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad (1.82)$$

Nous renvoyons par exemple à [58] pour une discussion des nombreuses propriétés de ces états. Il nous suffit d'observer ici que  $|\alpha|^2$  représente le nombre moyen de photons et  $\arg(\alpha)$  la phase de la valeur moyenne de l'opérateur champ. Pour la suite il sera utile de donner explicitement la décomposition des états cohérents en termes d'états de Fock :

$$|\alpha\rangle = \sum_n c_n |n\rangle \quad (1.83)$$

où :

$$c_n = e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \quad (1.84)$$

L'état  $|\alpha\rangle$  peut être obtenu à partir du vide par la transformation unitaire suivante :

$$D(\alpha)|0\rangle = |\alpha\rangle \quad (1.85)$$

où :

$$D(\alpha) \equiv e^{\alpha a^\dagger - \alpha^* a} \quad (1.86)$$

est l'opérateur de «déplacement du champ». Cet opérateur unitaire correspond exactement à l'opérateur d'évolution qui découle du couplage du champ à un courant classique. Cela peut être facilement démontré [41, p. 219] en remarquant compte que l'hamiltonien qui décrit ce couplage est :

$$V(t) = \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \vec{A}(\mathbf{r}) \quad (1.87)$$

où  $\vec{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}_0 \cos \omega_s t$  est le courant et  $\vec{A}(\mathbf{r}) = \frac{-iE_0}{\omega_c} (a\mathbf{f}(\mathbf{r}) - a^\dagger\mathbf{f}(\mathbf{r}))$  le potentiel vecteur du champ de la cavité (cf. § 1.2).

La préparation d'un champ décrit par un état cohérent dans la cavité se fait donc en couplant celle-ci à une source classique. Dans certaines situations qui seront illustrées au § 4.1, après l'interaction du champ avec un atome, il peut être utile de lui superposer un autre champ classique, de phase bien déterminée par rapport au champ initial. Cette procédure d'homodynage est réalisée simplement en couplant de nouveau la cavité à la source, après un intervalle  $T$  de la première injection. L'effet de ce couplage est de «déplacer le champ» dans l'espace de phase (cf. figure 1.7). Le déphasage par rapport au champ injecté au début est  $(\omega_s - \omega_c) \cdot T$ .



# Chapitre 2

## Outils et techniques expérimentaux

Le dispositif expérimental qui a servi à la réalisation des expériences décrites dans cette thèse est développé depuis 1991. Il est donc le résultat d'un travail long et complexe, dont les détails se trouvent expliqués dans des nombreuses thèses et articles [11, 117, 96, 49, 98, 118]. Nous nous contenterons donc ici de donner un bref aperçu des caractéristiques du montage, en soulignant les points essentiels.

Une partie importante de mon travail a par ailleurs été consacrée à la mise au point d'une nouvelle cavité plus performante de celle utilisée jusqu'à présent. L'utilisation de la nouvelle cavité impliquera des modifications du montage, que nous discuterons au dernier chapitre.

L'intérêt des expériences d'électrodynamique quantique en cavité réside dans le fait de pouvoir atteindre le régime de couplage fort (éq. (1.52)), qui constitue le contexte idéal pour étudier la dynamique de l'intrication quantique. Ces conditions sont réalisées dans nos expériences en couplant des atomes préparés dans des états de Rydberg *circulaires* à une cavité micro-onde supraconductrice.

Les états de Rydberg circulaires correspondent à des niveaux atomiques très excités, proches de la limite d'ionisation, pour lesquels le moment angulaire de l'électron de valence est maximum. Les techniques de préparation, de contrôle et de détection des atomes seront détaillées au § 2.1.2.

La cavité utilisée pour les expériences présentées dans ce mémoire se compose de deux miroirs sphériques en niobium massif juxtaposés. Grâce à ses propriétés supraconductrices, elle conserve le champ sans l'absorber pendant un temps beaucoup plus long que la période de Rabi d'un atome dans le vide  $\Omega_0$  (cf. § 1.1.1.a). Ses caractéristiques générales seront illustrées au § 2.1.3. Au chapitre 4 nous analyserons beaucoup plus en détail ses performances et ses limites.

Notre dispositif expérimental, présenté de façon schématique au § 2.1.1, est conçu pour permettre la manipulation de l'état quantique du système atomes-champ.

Une condition préalable est le contrôle précis de l'état initial de chaque sous-système. L'initialisation de la fonction d'onde atomique est faite lors du processus d'excitation de l'état de Rydberg circulaire choisi. La pureté de l'état préparé est de l'ordre de 98 %,

suffisante pour nos expériences.

En ce qui concerne l'état initial du champ, on vise en général à préparer le vide  $|0\rangle$ . À la fin de chaque séquence expérimentale, les modes de la cavité peuvent contenir des photons d'origine diverse (émission par les atomes ou par des sources classiques au cours de l'expérience, émission thermique parasite). Nous avons donc développé une procédure d'initialisation qui absorbe le champ résiduel au moyen des atomes, en réduisant le nombre moyen de photons dans l'état initial à moins de 0,1 (§ 2.2.3).

L'état initial de chaque sous-système étant connu, nous pouvons, en les faisant interagir de manière contrôlée, réaliser des états quantiques plus complexes.

Au § 2.1.2 nous verrons comment des paquets d'atomes de vitesse sélectionnée sont préparés de manière à ce que leur position en fonction du temps soit connue avec précision tout au long de l'expérience.

Un paramètre crucial de l'interaction atomes-cavité est le désaccord entre leurs fréquences respectives. Ce paramètre peut être varié par deux méthodes. La première consiste à accorder la cavité au début de l'expérience sur une fréquence de résonance donnée (§ 2.2.1). La deuxième consiste à modifier la fréquence atomique par effet Stark, en appliquant un petit champ électrique entre les miroirs de la cavité (§ 2.2.2). Cette dernière technique permet, en particulier, de modifier le désaccord *pendant* que les atomes traversent le mode.

Il faut enfin pouvoir analyser l'état quantique du système. Comme nous l'avons dit au § 1.2.1.c, en combinant des rotations dans l'espace d'Hilbert associé à l'atome avec la détection du niveau atomique, il est possible de caractériser l'état d'un ou de plusieurs atomes. Les opérations expérimentales associées à des telles rotations s'effectuent au moyen d'un interféromètre atomique de Ramsey. Cet interféromètre couple les atomes à un champ micro-onde classique quasi-résonnant avec la transition entre deux états de Rydberg circulaires proches. Les impulsions  $\pi/2$  de Rabi sont réalisées de part et d'autre du mode de la cavité. Le montage actuel n'étant pas compatible avec des zones de Ramsey externes à la cavité, il a fallu mettre en oeuvre un dispositif capable d'illuminer les atomes avec de la micro-onde classique *à l'intérieur* de celle-ci. Les contraintes qui nous ont forcé à cette solution et les résultats obtenus seront discutés au § 2.2.4.

L'état du champ n'est pas mesurable directement. Il existe cependant des nombreux schémas qui permettent d'exploiter l'interaction avec les atomes pour créer des corrélations entre atomes et champ. Grâce à ces corrélations, l'analyse de l'état des atomes peut fournir une mesure des observables relatives au champ. Des méthodes simples pour déterminer l'intensité de petits champs seront décrites au § 2.2.5.

## 2.1 Les outils expérimentaux

### 2.1.1 Vue d'ensemble du dispositif expérimental

Le schéma d'ensemble du dispositif expérimental est représenté sur la figure 2.1. Les atomes forment un jet thermique horizontal. L'axe de la cavité (passant par le centre des deux miroirs) est vertical. Les atomes (rubidium,  $^{85}\text{Rb}$ ) sont chauffés dans un four à  $190\text{ }^\circ\text{C}$  placé dans une enceinte à vide séparée de l'enceinte principale de l'expérience. Des diaphragmes limitent la divergence angulaire du jet atomique : on estime que, au niveau de la cavité, les atomes sont répartis transversalement dans un cercle de diamètre  $1\text{ mm}$  autour de l'axe du jet.

La préparation des atomes dans les états de Rydberg circulaires se fait de manière pulsée, dans une fenêtre temporelle de moins de  $2\ \mu\text{s}$  autour d'un instant précis (défini à  $100\text{ ns}$  près). L'endroit où cette préparation a lieu est également très bien défini. Il est fixée par la largeur des faisceaux laser qui excitent les atomes. Nous combinons cette préparation à un système de sélection de vitesse, dont le fonctionnement sera résumé au § 2.1.2.d. Ce système utilise en particulier un pompage optique sélectif en vitesse, et nécessite par conséquent l'utilisation d'un ensemble de lasers avant la zone de préparation des états de Rydberg circulaires.

Nous savons donc où, quand et avec quelle vitesse les atomes sont préparés dans l'état de Rydberg circulaire. Selon l'expérience que nous souhaitons réaliser, nous envoyons une succession de paquets atomiques à travers le dispositif expérimental. À tout instant, la position de chaque paquet est connue à  $1\text{ mm}$  près, en particulier lorsqu'il traverse le mode de la cavité et commence à interagir avec le champ.

Le temps d'allumage du laser d'excitation permet en outre de régler le nombre moyen d'atomes par paquet à des valeurs extrêmement faibles (comprises entre 0,2 et 0,6). Ceci assure que, si l'on détecte un atome en fin d'expérience, la probabilité qu'il y en ait eu un second dans le même paquet est très petite. On se rapproche ainsi expérimentalement de la situation idéale décrite au chapitre 1, où un nombre bien déterminé d'atomes interagissent dans le régime de couplage fort avec un (ou deux) modes du champ électromagnétique.

Les paquets atomiques ainsi préparés traversent ensuite la cavité. Celle-ci est thermalisée à environ  $1\text{ K}$  pour assurer des bonnes propriétés supraconductrices. Une céramique piézoélectrique permet de régler finement sa fréquence de résonance, en variant la distance entre les miroirs (cf. § 2.1.3).

Un guide d'onde couple une source classique au mode de la cavité à travers des petits trous au centre des miroirs. Cela permet l'injection d'un champ classique dans la cavité, indispensable pour les manipulations cohérentes du champ qui seront discutées au chapitre 4.

Un autre guide, situé latéralement, permet d'exciter des modes de faible facteur de qualité. De cette manière nous pouvons créer, dans la cavité, une structure d'ondes stationnaires qui peut être exploitée pour réaliser un interféromètre de Ramsey pour

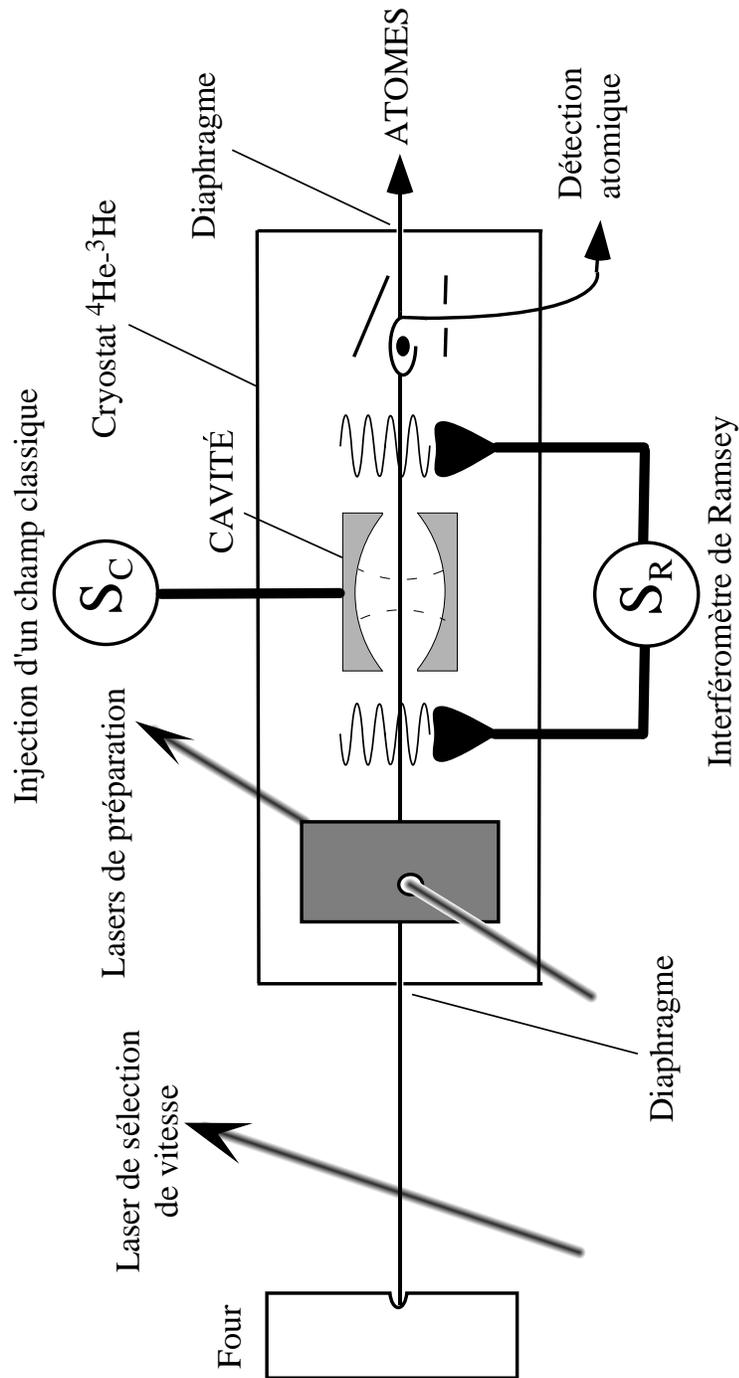


FIG. 2.1 – Schéma du dispositif expérimental dans son ensemble.

les atomes (cf. § 2.2.4).

Après avoir interagi avec la cavité et (éventuellement) avec l'interféromètre, les atomes arrivent aux détecteurs, situés à environ un mètre de distance du four. Ici le niveau atomique est détecté par ionisation, et la séquence expérimentale se termine.

Toute la zone d'expérience comprise entre l'excitation des atomes et leur détection, longue d'environ 30 cm et pesant environ 15 kg, est refroidie dans un cryostat. En plus de garantir les propriétés supraconductrices de la cavité, cela est indispensable pour limiter le rayonnement du corps noir résonnant avec la transition atomique à 51,1 GHz. Nous utilisons un système cryogénique à deux étages  $^4\text{He}$ - $^3\text{He}$ . Le réfrigérateur à  $^3\text{He}$  est pompé et permet d'atteindre la température limite de 0,6 K (une panne du circuit à  $^3\text{He}$  nous a obligé au cours des dernières expériences, à travailler à une température de 1,2 K). Les détails du système cryogénique peuvent être trouvés dans [96, 49].

La gestion cohérente des différents éléments du dispositif expérimental requiert un système de contrôle électronique relativement développé. Ce système se trouve décrit dans le mémoire de Gilles Nogues [113], qui y a consacré une partie de son travail de thèse. En particulier, un logiciel spécifiquement conçu fait l'interface entre l'utilisateur et l'expérience, rendant possible la programmation des séquences expérimentales souhaitées. Il permet en outre le traitement et l'affichage des informations provenant de la détection, ainsi que la sauvegarde des données sous plusieurs formats.

Cette structure de gestion a été paraffinée par la mise en oeuvre d'un système de surveillance des asservissements («*watchdog*»), élaboré par Patrice Bertet.

### 2.1.2 Les atomes de Rydberg circulaires

Un état de Rydberg «circulaire» est défini par :

- un nombre quantique principal  $n$  élevé (l'atome, très excité, est dit «de Rydberg»)
- des nombres quantiques orbital et magnétique  $l$  et  $|m|$  maximaux, égaux à  $n-1$  (le moment angulaire de l'électron est maximum, définissant le caractère «circulaire» de l'état)

Il s'agit d'un état hydrogénoïde où l'électron de valence évolue sur une orbite circulaire de rayon très grand autour du cœur ionique qu'il voit comme une charge ponctuelle. Les structures fine et hyperfine de ces états sont négligeables comparées aux fréquences caractéristiques de l'expérience [11]. Nous avons, en principe, la possibilité de travailler avec les états de Rydberg circulaires de n'importe quel atome à un seul électron de valence (hydrogène où alcalin). L'existence de diodes lasers, commodes pour exciter les atomes du niveau fondamental vers les niveaux de Rydberg, justifie l'utilisation du rubidium 85.

Les propriétés des états de Rydberg circulaires ainsi que le montage expérimental qui permet de les préparer ont fait l'objet du travail de thèse de Paulo Nussenzweig [118, 117]. Ils sont décrits en détail dans les thèses d'Abdelhamid Maali [96], Jochen Dreyer [49], Xavier Maître [98], Gilles Nogues [113] et Arno Rauschenbeutel [131]. Dans ce paragraphe, nous résumons les caractéristiques essentielles des atomes et des

techniques qui permettent d'en contrôler les degrés de liberté internes et externes.

### 2.1.2.a Propriétés

**Les états utilisés et les fréquences de transition** Les expériences présentées dans ce mémoire utilisent deux états atomiques différents avec les nombres quantiques principaux  $n = 51, 50$  (voir figure 2.2). Par la suite nous appellerons ces états respectivement  $|e\rangle, |g\rangle$ . C'est sur la transition  $g \leftrightarrow e$  que le résonateur est accordé.

Comme nous le verrons, il peut aussi être utile de disposer d'un niveau circulaire *non couplé* à la cavité. À cette fin, les atomes peuvent être préparés dans l'état circulaire de nombre quantique principal  $n = 49$ , dénommé  $|i\rangle$ .

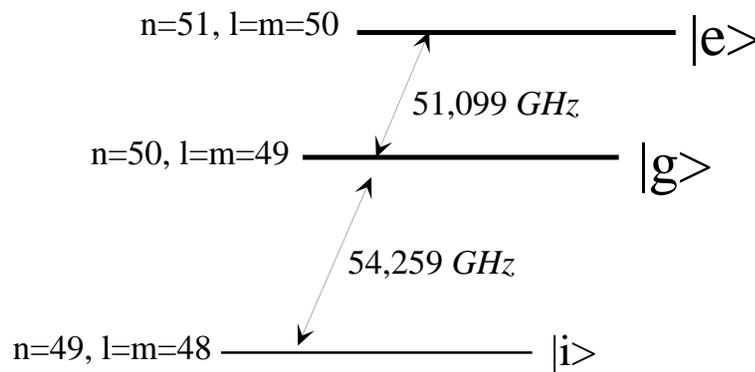


FIG. 2.2 – Schéma des niveaux de Rydberg circulaires utilisés pour nos expériences.

Les énergies des niveaux peuvent être données en considérant l'approximation d'un atome hydrogénoïde (atome d'hydrogène où la masse du proton est remplacée par la masse du cœur atomique). Elle varie en  $n^{-2}$ . La fréquence de transition  $\omega_n$  entre deux niveaux  $n$  et  $n - 1$  varie donc en  $n^{-3}$ . Elle se trouve dans le domaine micro-onde [101], autour de  $50 \text{ GHz}$  dans notre cas, et peut être facilement créée par des sources semiconductrices usuelles. Plus précisément nous utilisons des oscillateurs à YIG (fréquence comprise entre  $8$  et  $18 \text{ GHz}$ ) et nous multiplions leur fréquence à l'aide de diodes Schottky.

Le choix des nombres quantiques principaux autour de  $n = 50$ , résulte d'un compromis. Lorsque  $n$  augmente, le temps de vie des atomes augmente ainsi que leur dipôle. Il semble donc préférable de s'approcher de la limite d'ionisation. Cependant, la longueur d'onde de la transition atomique augmente, ce qui imposerait de travailler avec des dimensions de résonateur micro-onde trop grandes par rapport à l'encombrement tolérable dans notre cryostat. En revanche, si  $n$  diminue, le nombre de photons thermiques dans le mode de la cavité diminue et la sensibilité aux inhomogénéités de champ électrique également.

### Un grand dipôle électrique

Dans le cadre de l'approximation de l'atome hydrogénoïde, le rayon de l'orbite de l'électron de valence varie comme  $n^2 a_0$ , où  $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-10} m$  représente le rayon de Bohr. Plus précisément le dipôle électrique de l'atome sur la transition entre deux niveaux  $n$  et  $n - 1$  peut être exprimé [15, 60] par :

$$|\mathbf{d}_n| \simeq n^2 \frac{|q| a_0}{\sqrt{2}} \quad \text{si } n \gg 1, \quad (2.1)$$

où  $q$  représente la charge électrique de l'électron. Pour  $n=51$ ,  $|\mathbf{d}_{51}| \simeq 1776 \cdot |q| a_0$  et pour  $n=50$ ,  $|\mathbf{d}_{50}| \simeq 1680 \cdot |q| a_0$ . Ces valeurs de dipôle sont particulièrement grandes à l'échelle atomique. Elles reflètent la taille de l'atome de Rydberg et permettent un couplage fort avec le champ et entre atomes. Nous pouvons voir l'atome de Rydberg comme une antenne atomique de dimensions exceptionnelles, comme une sonde de champ électrique très sensible.

### Une longue durée de vie

En dépit de leur couplage important au rayonnement, la durée de vie des états de Rydberg circulaires est assez longue. Dans l'approximation dipolaire électrique, l'état circulaire moins excité le plus proche est la seule voie de désexcitation possible. Ainsi l'atome, dans l'état  $|e\rangle$ , se désexcite vers l'état  $|g\rangle$ . Dans l'espace libre, le taux d'émission spontanée d'un état circulaire à l'autre est [2] :

$$\gamma = \frac{\omega_n^3 |\mathbf{d}_n|^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}. \quad (2.2)$$

Cette équation, combinée aux dépendances en  $n$  de  $\omega_n$  et  $|\mathbf{d}|$ , permet facilement de voir que  $\gamma^{-1} \propto n^5$ . Typiquement  $\gamma^{-1} = 30 ms$  pour  $n = 50$ . Ce résultat peut apparaître paradoxal étant donné le dipôle atomique des états circulaires. Il s'explique par la diminution en  $n^{-9}$  de  $\omega_n^3$ , qui domine l'augmentation en  $n$  de  $|\mathbf{d}|^2$ . On peut également interpréter ce résultat en revenant à l'image classique des états de Rydberg circulaires. En effet, plus  $n$  est grand plus l'électron de valence évolue sur une orbite circulaire loin du cœur. Le module de l'accélération qu'il subit est donc d'autant moins important. En conséquence le rayonnement qu'il émet par *Bremsstrahlung*, correspondant classique de l'émission spontanée, est aussi moins important.

### Stabilité des états de Rydberg circulaires dans un champ électrique ou magnétique externe

Un état de Rydberg circulaire n'est stable que si on lève sa dégénérescence avec tous les états de la multiplicité associée au nombre quantique principal  $n$ . Si cela n'est pas fait, la moindre perturbation (un champ électrique parasite par exemple) mélange cet état avec les quelques 5000 autres. Comme nous souhaitons en outre conserver le nombre quantique magnétique  $m$ , nous devons fixer un axe de quantification pour le

système, qui brise la symétrie sphérique. Dans l'expérience, nous annulons  $\mathbf{B}$  et maintenons un champ électrique  $\mathbf{F}$  vertical grâce à un ensemble d'électrodes réparties entre la zone de préparation des atomes et la détection. Une différence de potentiel doit en particulier être maintenue entre les deux miroirs de la cavité.

En présence de cet axe de quantification, la symétrie par rotation du système est brisée et  $l$  n'est plus un bon nombre quantique. En revanche  $m$  le demeure, car le système est invariant par rotation autour de l'axe défini par le champ directeur. Pour une valeur de  $m$  donnée, les états de  $l$  différents se couplent [166]. Les bons nombres quantiques sont  $n$ ,  $m$  et  $n_1$  où  $n_1$  est le nombre quantique parabolique. Il prend ses valeurs entre 0 et  $n - |m| - 1$ . Les états propres du système sont appelés états paraboliques. Pour les états circulaires,  $n_1=0$  et  $|m| = n - 1$ . Les énergies propres associées aux états paraboliques sont, en unités atomiques et jusqu'au second ordre du champ électrique  $F$  [117, page 74] :

$$\begin{aligned} E^{(0)} &= -\frac{1}{2n^2} \\ E^{(1)} &= -\frac{3}{2} (n - 2n_1 - |m| - 1) nF \\ E^{(2)} &= -\frac{1}{8} \left[ 7n^2 - 6(|m| + n_1)^2 + 6n_1(|m| - 1) + 6n(|m| + 1) - \frac{3}{2}|m| + 8 \right] n^4 F^2 . \end{aligned} \tag{2.3}$$

Les équations 2.3 permettent de calculer le déplacement en fréquence de la transition entre deux niveaux circulaires. Il est assez peu sensible au champ car, pour les états circulaires, on a  $n=2n_1+|m|+1$  et  $E^{(1)}=0$ . Ceci veut dire que les niveaux *circulaires* n'ont pas de dipôle statique permanent. La transition  $n \leftrightarrow n-1$  n'est donc déplacée qu'à l'ordre 2 (effet Stark quadratique différentiel). Ce déplacement vaut  $-255 \text{ kHz} \cdot \text{V}^{-2} \cdot \text{cm}^2$  pour la transition  $e \leftrightarrow g$ . Les énergies propres (2.3) permettent également d'établir le diagramme Stark des multiplicités hydrogénoïdes  $n=50$  et  $n=51$  de la figure 2.3.

### Un système à deux niveaux

Selon les règles de sélection pour l'interaction dipolaire électrique, le niveau circulaire  $g$  ( $n = 50$ ) n'est couplé de façon résonante qu'à deux sous-niveaux de la multiplicité  $n = 51$  : le niveau  $e$  d'une part et le niveau ( $n = 51, n_1 = 1, m = 48$ ) d'autre part. Ce dernier est un état *elliptique*, de plus faible moment angulaire. Ces transitions, de polarisation  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  opposées, sont représentées sur la figure 2.3. Un calcul du dipôle atomique sur chacune d'entre elles met cependant en évidence que le couplage au sous-niveau elliptique est 70 fois moindre que le couplage entre états circulaires. Ces deux derniers représentent donc, dans une très bonne approximation, un système à deux niveaux.

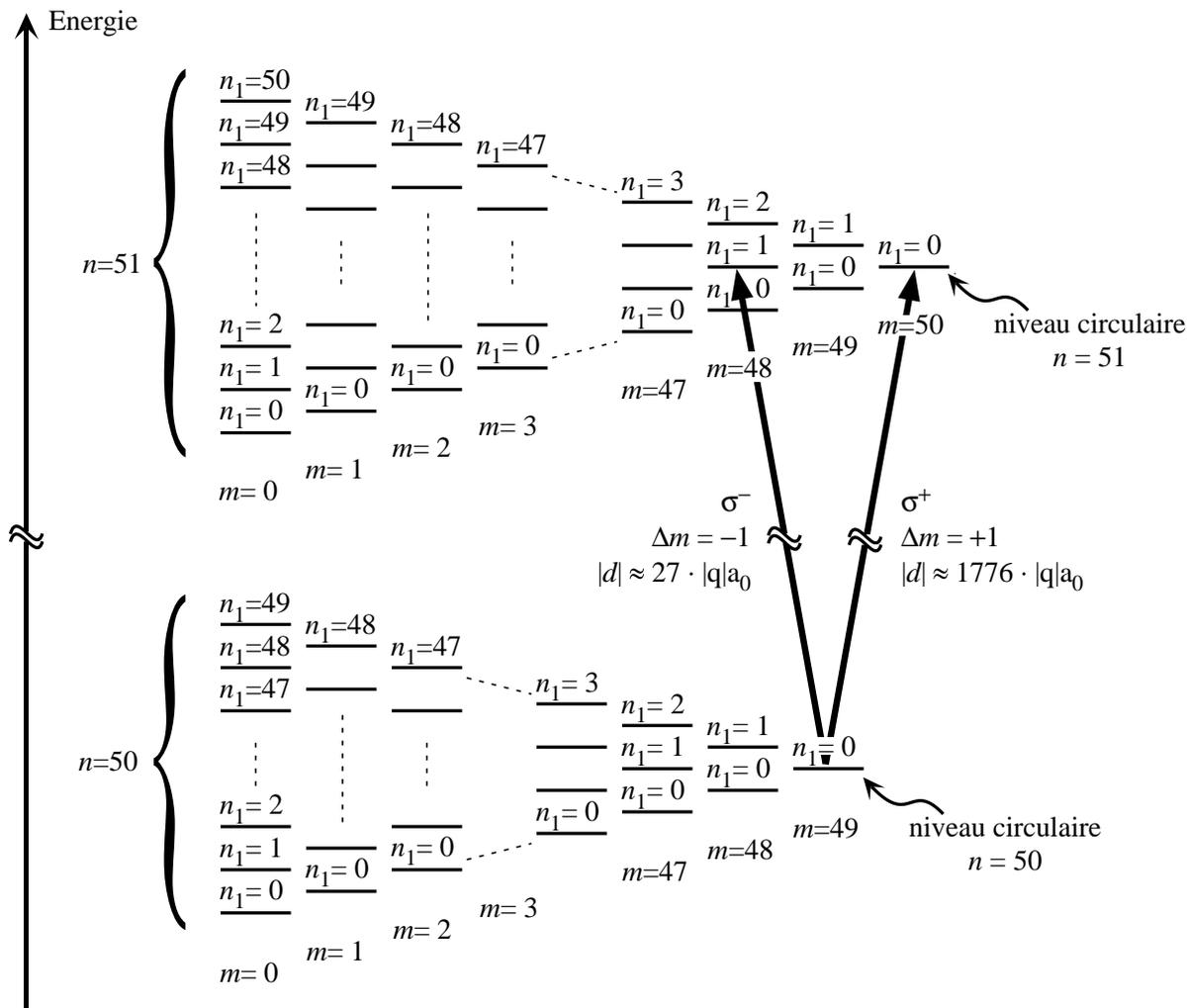


FIG. 2.3 – Diagramme d'énergie Stark des deux niveaux de Rydberg  $n=50$  et  $n=51$  de l'atome de rubidium pour  $m > 0$ . Les sous-niveaux Stark de chaque multiplicité  $n$  sont classés par valeurs croissantes de  $m$  et de  $n_1$ . Pour chaque valeur de  $|m|$  comprise entre 0 et  $n - 1$ ,  $n_1$  varie de 0 à  $n - |m| - 1$ . L'énergie des sous-niveaux croît avec  $|m|$  et  $n_1$ . Les niveaux circulaires sont les niveaux paraboliques qui se situent à l'extrémité de chaque multiplicité ( $|m|=n - 1$  et  $n_1=0$ ). Les deux transitions dégénérées  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  à partir du niveau circulaire  $n=50$  sont indiquées, ainsi que la valeur du dipôle calculé sur ces transitions.

### 2.1.2.b Préparation des états de Rydberg circulaires

La préparation des états de Rydberg circulaires est un point difficile de l'expérience. Il faut en effet fournir à l'atome à la fois beaucoup d'énergie et beaucoup de moment angulaire. L'utilisation de trois transitions en échelon induites par lasers permet de réaliser aisément le premier point. Chaque photon ne peut en revanche apporter qu'un seul quantum  $\hbar$  de moment angulaire. Il reste donc à réaliser de manière efficace l'absorption d'une cinquantaine de photons au moins pour réussir à préparer  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ . La procédure de préparation, mise au point il y a quelques années [118], est devenue maintenant une opération quasiment routinière. Les différents étapes du processus sont ici résumées (cf. figure 2.4).

1. L'excitation vers les niveaux de Rydberg utilise 3 transitions optiques, successivement à 780, 776 et 1258 nm. Elles transfèrent les atomes du sous-niveau hyperfin  $F = 3$  de l'état fondamental du  $^{85}\text{Rb}$  vers l'état  $52f$ ,  $m = 2$ . Les longueurs d'ondes requises peuvent être obtenues avec des diodes laser à cavité étendue. Tous les lasers sont résonnants, la puissance de chaque laser est de l'ordre du mW, ce qui sature fortement les deux premières transitions. Le paramètre de saturation de la dernière transition vers  $52f$ ,  $m = 2$  est mal connu, mais vraisemblablement de l'ordre de 0,01–0,1. Les polarisations des photons absorbés sont respectivement  $\sigma^+$ ,  $\sigma^+$  et  $\pi$ . Les lasers n'ont donc fourni que deux *quanta* de moment angulaire.
2. On augmente ensuite le champ électrique  $\mathbf{F}$  de manière à transférer adiabatiquement l'atome de l'état  $|n = 52, m = 2\rangle$  vers  $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$  (processus de *Stark switching*).
3. La structure hydrogénoïde de la multiplicité Stark, où l'état circulaire est non dégénéré avec les autres sous-niveaux de la multiplicité  $n = 52$ , fait ensuite que l'on peut passer directement de l'état  $|n = 52, n_1 = 1, m = 2\rangle$  vers l'état circulaire  $|n = 52, n_1 = 0, m = 51\rangle$  en absorbant une succession de photons radiofréquence ayant tous la même fréquence (260 MHz).
  - La dégénérescence entre cette transition  $\sigma^+$  et la transition  $\sigma^-$  (flèches fines pointant vers la gauche sur la figure 2.4) est levée de 50 MHz en soumettant les atomes à un champ magnétique statique  $\mathbf{B}$  d'environ 18 Gauss.
  - L'absorption efficace des photons radiofréquence est assurée par passage adiabatique rapide. La fréquence de la transition entre deux sous-niveaux atomiques successifs de la figure 2.4 dépend de la valeur du champ électrique. On la varie lentement au voisinage de la fréquence des photons radiofréquence. On obtient ainsi un «anticroisement» géant entre tous les états avec différents  $m$  habillés par les photons. Si la variation de  $F$  est lente on peut transférer tous les atomes avec une efficacité proche de 1. Expérimentalement, l'atome se retrouve dans l'état circulaire à la fin de ce processus avec une probabilité de 80 %, les 20 % restant se répartissent entre les sous-niveaux de moment angulaire inférieur.

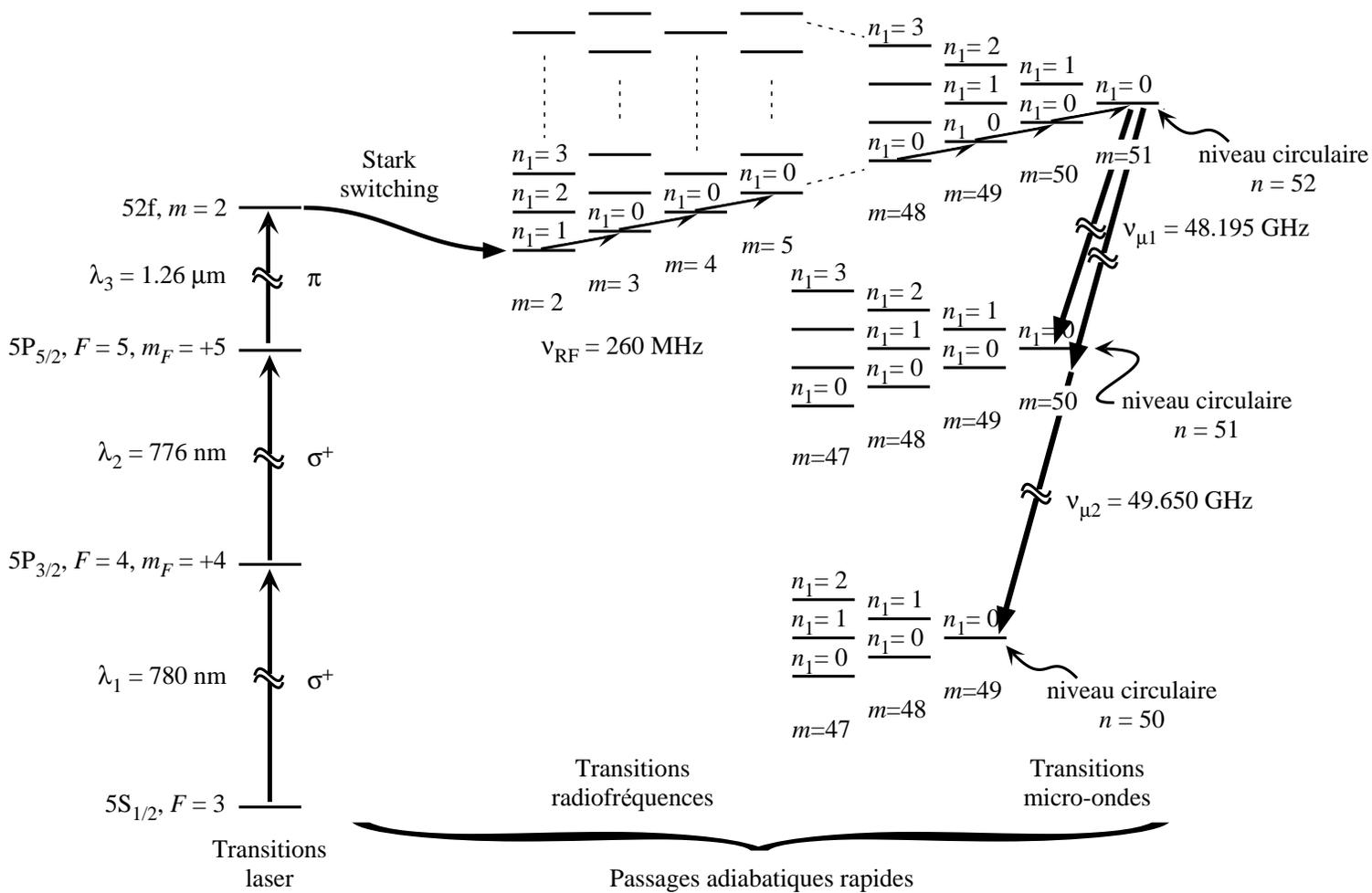


FIG. 2.4 - Circularisation des états de Rydberg aboutissant aux états  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ . Le défaut quantique du Rb, qui apporte quelques corrections à la théorie de l'atome hydrogénéoïde, fait que la transition  $|n=52, n_1=1, m=2\rangle \rightarrow |n=52, n_1=0, m=3\rangle$  est dégénérée avec toutes les transitions  $|n=52, n_1=0, m\rangle \rightarrow |n=52, n_1=0, m+1\rangle$ ,  $m \geq 3$ , pour un champ électrique de  $2,4 \text{ V/cm}$

4. Les trois premières étapes permettraient de préparer directement l'état de Rydberg circulaire  $|e\rangle$  avec une pureté de 80 %. Pour obtenir une plus grande pureté nous préparons, par le procédé que nous venons de décrire, l'état circulaire  $n = 52$  et nous transférons ensuite ce dernier sélectivement vers l'état  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ . Ceci est possible grâce à une transition micro-onde rendue sélective pour l'état atomique par la présence d'un fort champ électrique qui lève la dégénérescence entre les niveaux circulaire et elliptiques. La préparation de  $|e\rangle$  nécessite une transition à un photon à 48,190 GHz. Le transfert vers  $|g\rangle$  se fait par l'émission de deux photons de fréquence 49,650 GHz. Cette dernière étape est communément appelée «purification». La pureté de l'état circulaire obtenu a été évaluée à 98 %. Un dispositif électronique permet en outre de choisir à volonté, la fréquence que l'on utilise pour la purification. Chaque paquet peut donc être préparé dans  $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$  suivant les besoins de l'expérience.

L'excitation des atomes dans les états circulaires est un processus pulsé. Le premier laser provient de l'ordre 1 de diffraction d'un modulateur acousto-optique (MAO). L'allumage ou l'extinction de l'onde acoustique fournit donc un moyen d'allumer ou d'éteindre le laser. Ceci est fait avec une résolution temporelle de 100 ns. La fenêtre temporelle d'allumage est typiquement comprise entre 0,2 et 2  $\mu s$ ; son ajustement permet de régler la probabilité d'excitation vers l'état de Rydberg circulaire et donc le flux atomique à travers l'expérience.

### 2.1.2.c Détection

Les niveaux de Rydberg circulaires sont très proches de la limite d'ionisation. Autrement dit, l'électron de valence est très peu lié au cœur atomique. Un champ électrique statique relativement faible suffit à arracher cet électron. La détection des niveaux atomiques à la fin de l'expérience repose sur ce principe.

La zone de détection est présentée figure 2.5. Lorsqu'un atome pénètre dans le condensateur de détection, la géométrie en forme de toit des électrodes fait que le champ électrique statique vu par l'atome augmente jusqu'à atteindre la valeur limite au delà de laquelle l'électron de valence est arraché. Ce seuil d'ionisation dépend de l'état atomique et vaut 136 et 148  $V \cdot cm^{-1}$  respectivement pour  $e$  et  $g$ . On choisit le potentiel sur la cathode du détecteur de manière à ioniser un seul de ces niveaux en face du trou de diamètre 2 mm percé dans l'anode. L'électron collecté est ensuite focalisé par un dispositif de lentille électrostatique sur l'entrée d'un multiplicateur d'électrons (non représenté sur la figure 2.5). À la sortie du multiplicateur on récupère une impulsion de courant électrique qui peut être détectée par une électronique usuelle. Si on balaye la tension de la cathode, on enregistre un signal d'ionisation représenté figure 2.6. On distingue très clairement les différents pics d'ionisation, correspondant à différents états de Rydberg circulaires avec  $n$  variant de 52 à 49.

Pour une valeur de tension seuil fixée, la probabilité d'ioniser l'électron de valence de l'état correspondant est très proche de 1. Des mesures expérimentales nous font

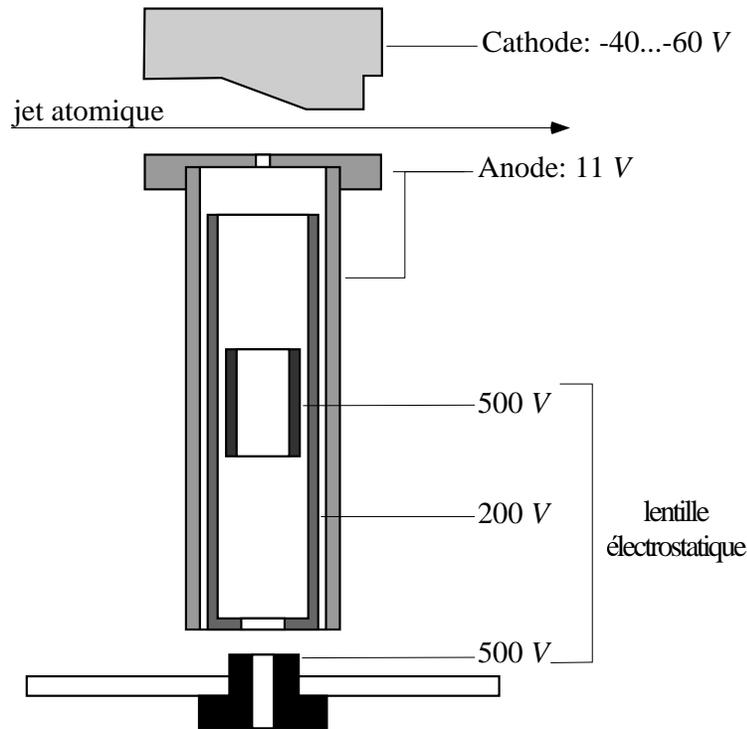


FIG. 2.5 – Zone de détection des atomes

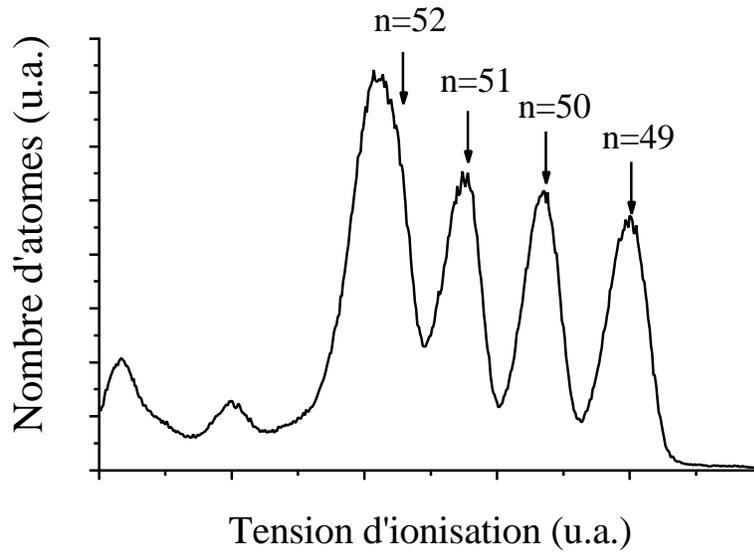


FIG. 2.6 – Signal d'ionisation des atomes en fonction de la tension appliquée sur la cathode du détecteur. Les conditions expérimentales sont ajustées de manière à observer les différent états de Rydberg circulaires pour  $n$  variant de 49 à 52. La largeur du pic  $n = 52$  est plus grande du fait des 20 % d'atomes restant dans des états de plus faible moment angulaire (voir page 50)

évaluer l'efficacité quantique de notre chaîne de détection (probabilité d'obtenir une impulsion de courant détectable par atome envoyé à l'entrée du détecteur) à environ 40 %. Cette efficacité est vraisemblablement limitée par la focalisation imparfaite de l'électron sur le multiplicateur d'électrons. Des nouveaux détecteurs plus performants seront bientôt installés dans le montage.

Une autre caractéristique importante du détecteur est sa résolution temporelle, qui est d'environ 200 ns. Si deux atomes arrivent au détecteur avec un délai inférieur à cette résolution, ils sont enregistrés comme un seul événement.

#### 2.1.2.d Sélection de la vitesse

Tous les détails concernant le système de sélection de vitesse peuvent être trouvés dans la thèse de Xavier Maître [98]. Il combine à la fois une méthode de pompage optique sensible à la vitesse et une sélection en temps de vol.

La mesure de la vitesse atomique se fait de manière indirecte en déterminant le temps que les atomes mettent à parcourir la distance entre la zone d'excitation des états circulaires et le détecteur.

#### Les lasers de pompage optique

Ils interagissent avec le jet atomique environ 15 cm après la sortie du four (voir figure 2.7). La sélection de vitesse par pompage optique profite du fait que seuls les atomes dans le sous-niveau hyperfin  $F = 3$  peuvent être excités vers l'état circulaire. Le but est donc de transférer uniquement les atomes avec la vitesse désirée dans ce sous-niveau.

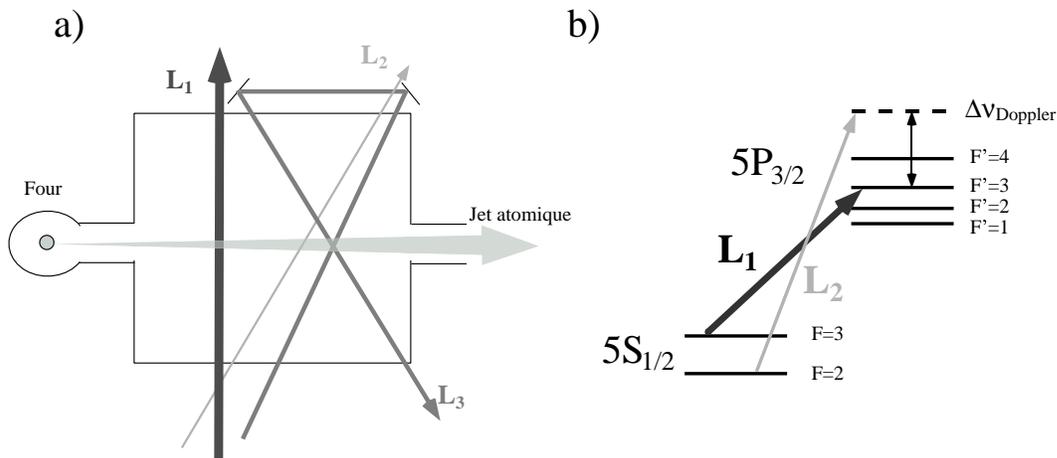


FIG. 2.7 – a) Disposition des lasers de sélection de vitesse, à la sortie du four atomique. b) Structure hyperfine de l'état fondamental  $5S_{1/2}$  et du premier état excité  $5P_{3/2}$  du  $^{85}\text{Rb}$

Le laser  $L_1$  est accordé en fréquence sur la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 3$ . Il transfère par pompage optique les atomes dans le sous-niveau  $F = 2$  du niveau fondamental.

La direction du faisceau est perpendiculaire au jet. Il n'y a donc pas d'effet Doppler longitudinal et toutes les classes de vitesse sont pompées optiquement. Nous avons déterminé expérimentalement qu'au maximum 1 atome sur 2000 reste dans le sous-niveau  $F = 3$ .

Un deuxième laser  $L_2$  est désaccordé de  $\Delta\nu$  par rapport à la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Il fait un angle  $\theta = 54^\circ$  avec le jet atomique. La fréquence du laser vue par les atomes dépend donc de leur vitesse (effet Doppler) :

$$\nu_{\text{Doppler}} = \nu_{\text{laser}} - \frac{1}{2\pi} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = \nu_{F=2 \rightarrow F'=3} + \Delta\nu - \frac{v \cos \theta}{\lambda} \quad (2.4)$$

Une seule classe de vitesse est en résonance avec la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , elle vérifie  $\nu_{\text{Doppler}} = \nu_{F=2 \rightarrow F'=3}$ . La valeur de la vitesse sélectionnée est donc :

$$v = \frac{\lambda \cdot \Delta\nu}{\cos \theta} \quad (2.5)$$

Les atomes de cette classe de vitesse sont répomés optiquement vers le sous niveau  $F = 3$ , puis excités vers les états de Rydberg circulaires. Le choix de  $\Delta\nu$ , réalisé expérimentalement au moyen de modulateurs acousto-optiques, permet de sélectionner n'importe quelle vitesse entre 100 et 700  $m/s$  au sein de la distribution maxwellienne de vitesse du jet. Notons également que la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$  permet aussi le pompage optique des atomes dans  $F = 3$ . Il lui correspond une autre classe de vitesse sélectionnée. Étant donné  $\theta$  et la structure hyperfine de  $5P_{3/2}$ , cette vitesse « parasite » vaut  $v + 100 m/s$ .

La dispersion en vitesse des atomes sélectionnés est proportionnelle à la largeur de la transition atomique excitée par le laser. Cette largeur, ainsi que l'efficacité du transfert, dépend fortement de l'intensité du faisceau. La dispersion ultime, atteinte pour de très faibles intensités, est de l'ordre de 10  $m/s$ , quelle que soit la classe de vitesse centrale. L'efficacité d'excitation des atomes est alors réduite à environ 10 % de la valeur maximale. Si on souhaite conserver une efficacité de pompage vers le niveau hyperfin  $F = 3$  proche de 1, la dispersion en vitesse des atomes dans  $F = 3$  est alors proche de 20  $m/s$  (voir figure 2.8).

Un troisième laser  $L_3$ , accordé près de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  et formant également un angle avec le jet, permet de « dépomper » certaines classes de vitesses parasites (classe de vitesse à  $v + 100 m/s$ , atomes transférés de  $F = 2$  vers  $F = 3$  par de la lumière diffusée par exemple).

### Sélection en temps de vol

Les dispersions en vitesse obtenues par la technique de pompage optique peuvent être trop importantes pour certaines expériences. Elles ont pour conséquence une dispersion des temps d'interaction des atomes avec le champ qui brouille les signaux expérimentaux. Pour améliorer les résultats, on ajoute un système de sélection en temps de vol. Le laser  $L_2$  ainsi que la préparation des états de Rydberg circulaires sont pulsés et

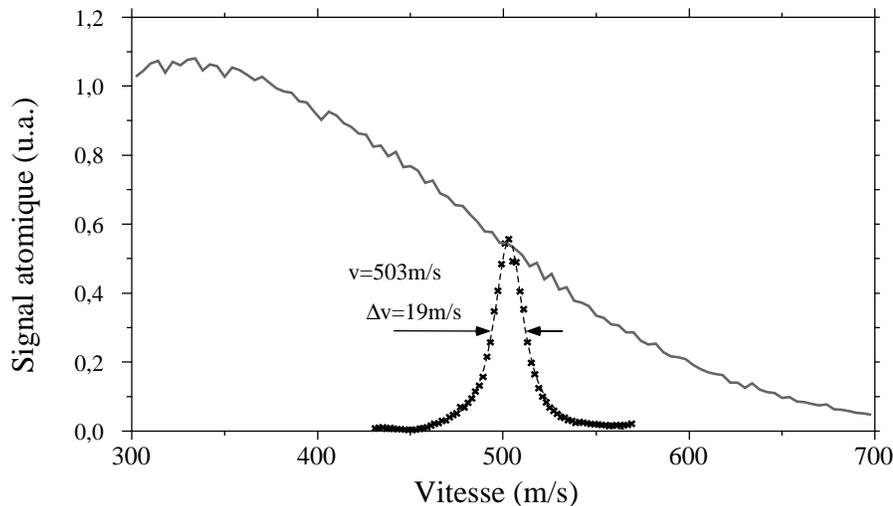


FIG. 2.8 – Mesure de la distribution de vitesse des atomes avant (trait continu gris) et après (croix noires) sélection de vitesse par pompage optique. L’instant d’excitation étant connu, la vitesse des atomes est déduite de l’instant de détection. L’ajustement d’une Lorentzienne sur le pic de vitesse sélectionné donne une dispersion de vitesse  $19 \text{ ms}^{-1}$ .

contrôlés par l’électronique de gestion de l’expérience. À un instant  $t_{rep}$  on prépare un paquet d’atomes dans l’état  $F = 3$  avec une vitesse  $v \pm \Delta v$ . À cause de cette dispersion, le paquet atomique va s’étaler et se répartir dans la zone d’excitation des états circulaires. On allume alors la préparation des états circulaires à un instant  $t_{circ}$ . Seuls les atomes qui se trouvent dans les faisceaux laser peuvent être excités. Ils correspondent à une classe de vitesse très étroite au sein du paquet d’atomes préparés dans  $F = 3$ , déterminée par la durée de l’intervalle  $t_{circ} - t_{rep}$ . La dispersion en vitesse dépend des durées d’allumage des lasers et de leurs largeurs de faisceau. Dans nos expériences, la dispersion relative  $\Delta v/v$  est d’environ 1 %. Par exemple, la figure 2.9 montre l’amélioration de la sélection en temps de vol par rapport au pompage optique pour des atomes à  $503 \text{ m/s}$ . La dispersion minimale à cette vitesse est de  $4 \text{ m/s}$ .

### 2.1.2.e Préparation et sélection des «paquets» d’atomes

Les techniques présentées aux paragraphes précédents fournissent tous les outils qui permettent de sélectionner, parmi les atomes du jet thermique, un ensemble de paquets d’atomes qui interagissent avec la cavité. On peut choisir comme on le souhaite la vitesse des atomes (parmi les classes représentées dans la distribution maxwellienne du jet thermique), leur état initial ( $|e\rangle$  ou  $|g\rangle$ ) ainsi que l’instant de préparation. La probabilité d’excitation peut être réglée de manière à avoir entre 0,2 et 10 atomes par paquet. Il est important de pouvoir atteindre des flux atomiques très faibles. Cela constitue en fait notre seul moyen d’empêcher que plus d’un atome soit préparé et

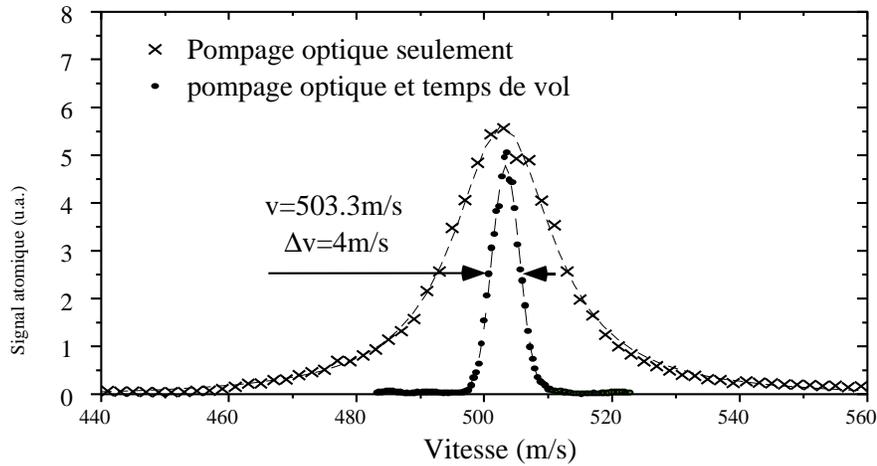


FIG. 2.9 – Résultat de la sélection en temps de vol.

sélectionné en vitesse dans un *même* paquet (voir tableau 2.1).

$\bar{N}$	$P(0)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	1 clic	2 clics	$\bar{P}(1)$	$\bar{P}(2)$	$\bar{P}(3)$
0,2	0,82	0,16	0,02	<0,01	0,08	<0,01	0,85	0,14	0,01
0,3	0,75	0,22	0,03	<0,01	0,10	0,01	0,78	0,20	0,02
0,4	0,67	0,27	0,05	0,01	0,16	0,01	0,73	0,23	0,04
0,6	0,55	0,33	0,10	0,02	0,23	0,03	0,63	0,30	0,07
1,0	0,37	0,37	0,18	0,06	0,37	0,06	0,48	0,38	0,14

TAB. 2.1 – Probabilité  $P(N)$  d’avoir  $N$  atomes dans un paquet en fonction du nombre moyen d’atomes préparés  $\bar{N}$ . Les probabilités d’observer un « clic » ou deux en sortie de la chaîne de détection sont aussi indiquées. Elle dépendent de l’efficacité quantique limitée de notre détecteur. Nous ne conservons que les événements pour lesquels un et un seul « clic » est obtenu. Dans cet ensemble post-sélectionné par la détection, la probabilité estimée que  $N$  atomes fussent effectivement présents dans le paquet est  $\bar{P}(N)$ .

Évidemment, dans le cas de flux atomiques faibles, la probabilité d’avoir 1 atome est également faible. Cela veut dire que, si on veut réaliser des expériences avec *plusieurs* paquets monoatomiques, le temps d’accumulation des données nécessaire pour obtenir une incertitude statistique fixe augmente de manière exponentielle.

Lors des expériences présentées dans ce mémoire, nous ne disposons que d’un détecteur fonctionnant. Au cours de chaque séquence expérimentale, la tension de cathode peut être modifiée de manière à détecter des niveaux *différents* pour *différents* paquets atomiques (censés arriver au détecteur à des instants différents). Cela rend possible la mesure des corrélations entre deux ou trois atomes. Par ailleurs, à chaque séquence expérimentale, une seule combinaison de niveaux peut être détectée. Pour obtenir *toutes*

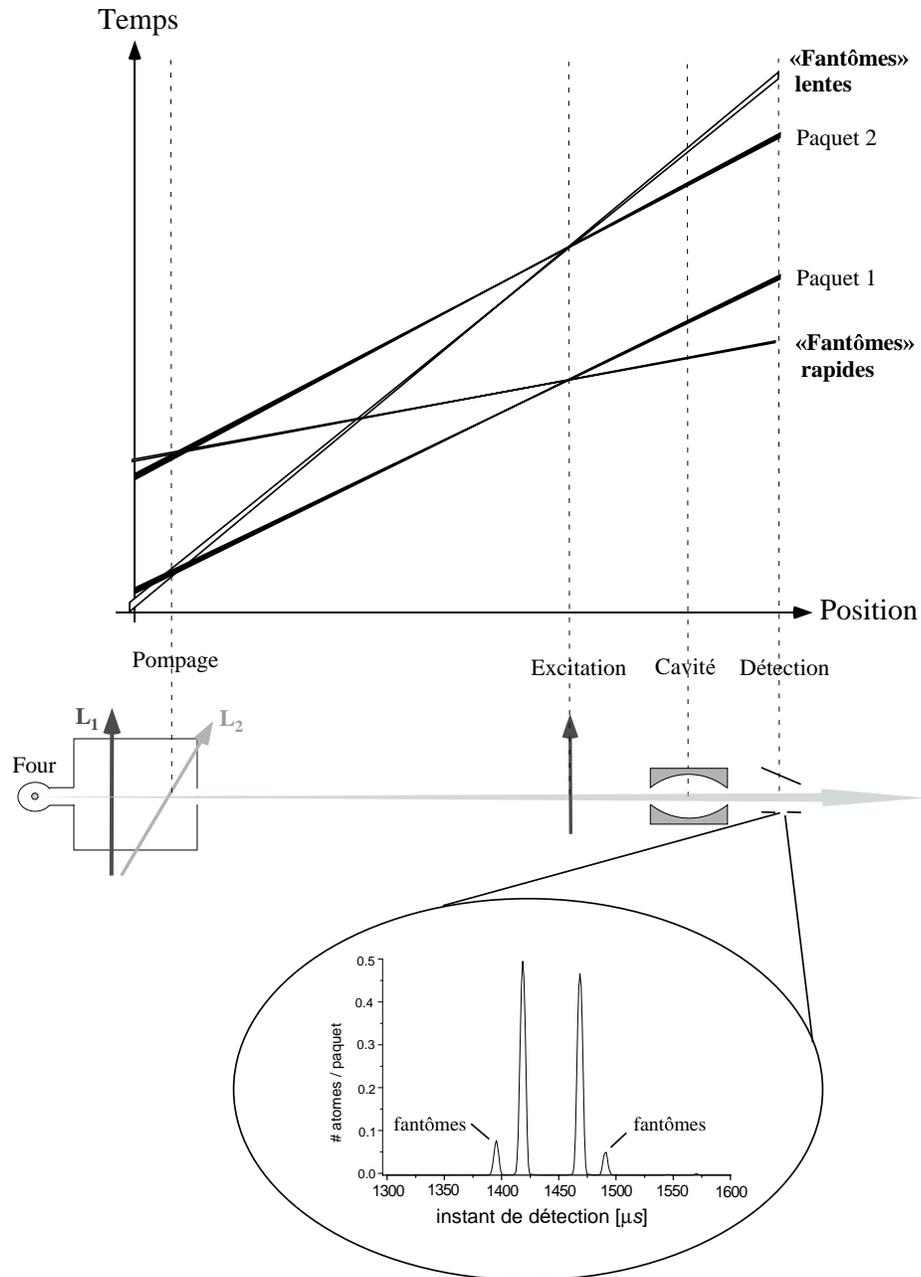


FIG. 2.10 – Sélection en temps de vols de deux paquets atomiques. Une première classe d'atomes parasites est celle des atomes «répompés» avec le paquet 2 et excités avec le paquet 1. Ce sont évidemment des atomes rapides (car ils «rattrapent» les atomes du paquet 1). Inversement, des atomes parasites lents sont «répompés» avec le paquet 1 et excités avec le paquet 2. Le signal de détection en fonction du temps permet de visualiser les deux paquets et les «fantômes», dans l'ordre dans lequel ils arrivent au détecteur.

les probabilités jointes, on doit par conséquent faire une moyenne sur un grand nombre de séquences expérimentales avec différentes séquences temporelles de tension de détection.

Nous connaissons l'instant où chaque paquet atomique arrive dans le détecteur. Les «clics» ne sont alors retenus que s'ils se sont produits à l'intérieur d'une fenêtre temporelle de quelques microsecondes autour de l'instant d'arrivée calculé. Cela réduit le nombre de «clics» provoqués par des atomes parasites échappés à la sélection en temps de vol.

Au cas où plusieurs paquets d'atomes sont en jeu dans la même séquence expérimentale, le système de sélection en temps de vol peut toutefois présenter des défaillances. Dans cette situation des atomes parasites peuvent survivre à la sélection en temps de vol en traversant les fenêtres temporelles relatives à des paquets différents. La figure 2.10 montre par exemple le cas où on prépare deux paquets d'atomes ; les atomes parasites sont «répompés» par la sélection de vitesse avec un paquet et excités dans l'état circulaire avec l'autre paquet. Dans ces situations il faut toujours s'assurer que les paquets «fantômes» ne se trouvent dans la cavité ou dans le détecteur en même temps que les atomes utilisés pour l'expérience. Si cela est le cas, il est nécessaire d'éliminer les atomes parasites par dépompage laser.

### 2.1.3 Le champ de la cavité

#### 2.1.3.a Géométrie du mode

Le système atomique impose de travailler avec une cavité dans laquelle on peut maintenir un petit champ électrostatique  $\mathbf{F}$  (cf. § 2.1.2.a). Elle doit donc être constituée d'au moins deux parties isolées électriquement. Nous utilisons un montage de type Fabry-Pérot avec deux miroirs en niobium sphériques, de rayon de courbure  $R_0 = 40 \text{ mm}$  et de diamètre  $D_0 = 50 \text{ mm}$ , face à face (figure 2.11). Les deux miroirs sont percés en leur centre afin de permettre le couplage avec l'extérieur.

La distance  $d$  entre les miroirs est fixée à  $27,57 \text{ mm}$ . Le mode  $\text{TEM}_{9,0,0}$  est alors quasi-résonnant avec la transition atomique entre les niveaux  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  à  $51,1 \text{ GHz}$ . Dans une cavité avec miroirs parfaitement sphériques, la fréquence du mode est donnée par [83] :

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{2d} \left( q + \frac{2}{\pi} \arccos \sqrt{1 - \frac{d}{2R_0}} \right) \simeq 51,1 \text{ GHz} \quad (2.6)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $q=9$  est le nombre de ventres de l'onde stationnaire entre les deux miroirs. Dans cette approximation paraxiale, la structure spatiale du champ électrique est gaussienne. En considérant que l'axe de symétrie est porté par l'axe vertical ( $O, z$ ) et en prenant l'origine  $O$  au centre de la cavité, la structure du champ est la suivante :

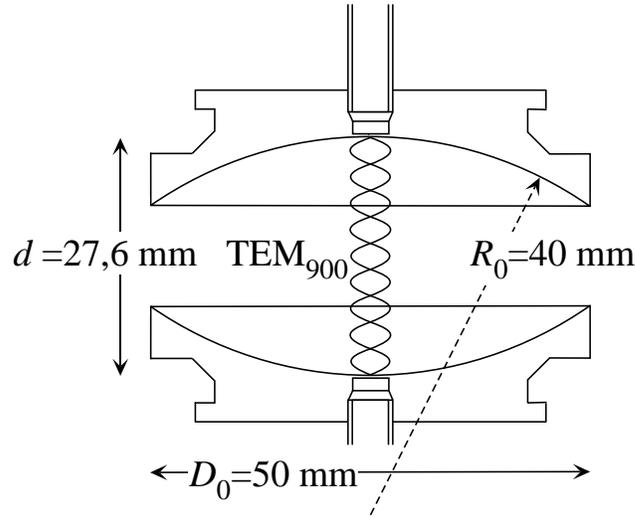


FIG. 2.11 – Géométrie de la cavité

$$f(r, z) = \frac{w}{W(z)} \cos \left( 2\pi \frac{z}{\lambda} - \arctan \frac{\lambda z}{\pi w^2} + \frac{\pi}{r^2} \lambda R(z) + (q-1) \frac{\pi}{2} \right) e^{-\frac{r^2}{W^2(z)}} \quad (2.7)$$

où  $\lambda=c/\nu$  est la longueur d'onde du mode et  $w$  son col, qui vaut :

$$w = \left[ \frac{\lambda d}{2\pi} \sqrt{\frac{2R_0}{d} - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \simeq 5,96 \text{ mm} \quad (2.8)$$

Les fonctions  $W(z)$  et  $R(z)$  décrivent respectivement la variation de l'extension du mode autour de l'axe  $(O, z)$  et celle du rayon de courbure des fronts d'onde. Elles sont données par les relations [83, 86] :

$$\begin{aligned} W(z) &= w \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w^2} \right)^2} \\ R(z) &= z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

De l'expression de  $f(\mathbf{r})$ , nous déduisons le volume du mode :

$$V_{\text{mode}} = \int_{\text{cavité}} |f(\mathbf{r})|^2 d^3r = \frac{\pi w^2 d}{4} \simeq 769 \text{ mm}^3 \quad (2.10)$$

C'est ce volume de mode qui permet de définir la valeur du champ électrique par photon  $E_0$ . Un petit volume, comme c'est le cas dans notre géométrie, assure le confinement du champ dans la cavité et une forte amplitude de  $E_0$  :

$$E_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V_{\text{mode}}}} \quad (2.11)$$

$$E_0 \simeq 1,58 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}.$$

Une telle valeur du champ électrique est nécessaire pour assurer un bon couplage avec le dipôle atomique même en l'absence de photons (fluctuations du vide).

Dans nos cavités, la symétrie cylindrique n'est pas parfaite. Au lieu d'un seul mode gaussien nous avons donc deux modes non-dégénéré de polarisations orthogonales. L'écart entre les deux modes (appelés dans la suite «mode haute fréquence», HF, et «mode basse fréquence», BF) est de 128 kHz pour le dernier résonateur utilisé. Cette différence est supérieure à la fréquence caractéristique de couplage atome–champ ( $\Omega_0 = 50 \text{ kHz}$ ). On peut donc considérer que les deux modes sont indépendants. Ceci veut dire que l'atome n'est pas à résonance avec les deux modes à la fois. Dans la prochaine partie nous verrons comment la présence de deux résonances peut être mise en évidence par effet maser (figure 2.15 du § 2.2.1).

### 2.1.3.b Système d'accord de la cavité

L'équation 2.6 montre que la distance  $d$  doit être fixée avec une très grande précision pour mettre la cavité à résonance avec les atomes. Un ordre de grandeur de la précision requise sur  $d$  peut être tiré de la formule :  $\Delta d/d = \delta\omega_c/\omega_c \sim g/\omega_c$ , où  $g$  est le couplage entre l'atome et le champ. Dans nos conditions  $g/2\pi = 25 \text{ kHz}$ , on en déduit  $\Delta d \simeq 10^{-8} \text{ m}$ . Cette précision est obtenue en trois étapes (voir figure 2.12).

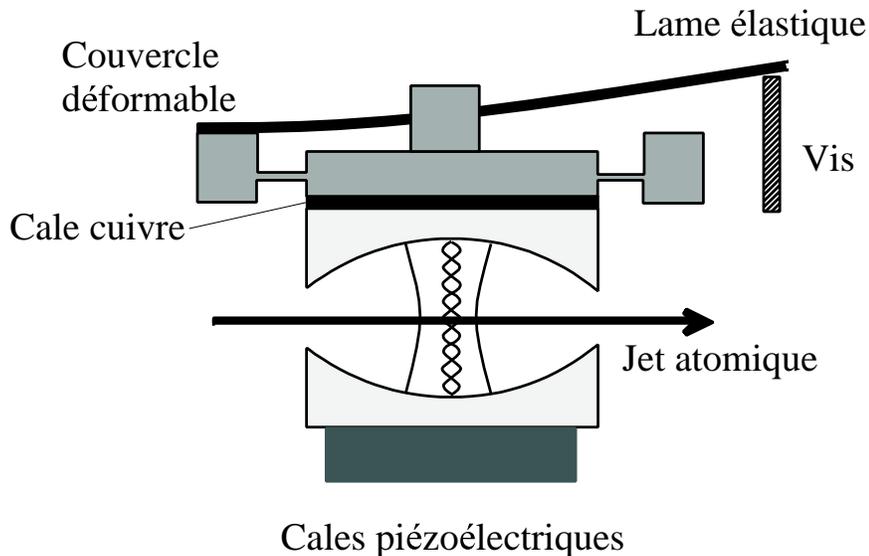


FIG. 2.12 – Système d'accord de fréquence de la cavité

Un accord préliminaire est effectué au montage par l'ajustement de l'épaisseur d'une

cale en cuivre placée sous un des miroirs. La procédure par laquelle on parvient à cet ajustement est décrite dans [113]. Elle permet d'atteindre la fréquence atomique à 15 MHz près.

Un accord manuel sur un domaine de 15 MHz est ensuite assuré par déformation mécanique. Le couvercle monolithique, sur lequel est fixé un des miroirs, comprend une couronne massive qui le fixe sur le support cylindrique et un disque central reliés par une couronne dont la faible épaisseur, 0,5 mm, supporte la déformation mécanique produite par une lame élastique en bronze et réglée par une vis.

Un accord fin et continu sur un domaine de 700 kHz est enfin réalisé par l'application d'une tension de 0 à 3000 V sur des cales piézo-électriques situées sous un des miroirs (figure 2.12). La précision finale de cet accord est de quelques Hertz et sa dérive est inférieure à une centaine de Hertz sur une journée.

### 2.1.3.c Couplage aux sources externes

Le couplage des deux modes gaussiens à une source externe se fait à travers les deux trous percés au centre des miroirs (dont la petite taille est censée ne pas limiter le facteur de qualité du résonateur). Grâce aux trous de couplage, on peut injecter un champ micro-onde et observer sa transmission à travers le résonateur.

Cela permet en particulier de mesurer directement le temps de vie du champ de la cavité (cette technique sera décrite au § 4.3.2).

### 2.1.3.d Isolation de l'environnement

#### La relaxation

Les différentes causes de dissipation du champ de la cavité seront analysées au § 4.2.1. Les tests préliminaires ont montré que le facteur de qualité de cette cavité était très affecté par la diffraction. La solution adoptée pour récupérer une partie de l'énergie diffractée et pour limiter ainsi les pertes, a consisté à entourer les miroirs par un anneau réfléchissant (cf. figure 2.13) [113]. Cet anneau est réalisé en aluminium. Il est doté de deux trous (diamètre 3 mm, longueur 1 mm) pour laisser passer les atomes. Les dimensions des trous sont déterminées d'une part par la nécessité d'éviter une fuite excessive de micro-onde, d'autre part par l'exigence de ne pas perturber les atomes pendant leur passage. Les avantages et les défauts de cette solution seront discutés lors de l'analyse approfondie du chapitre 4 (§ 4.2.4). Elle permet en tout cas d'atteindre des temps de vie remarquables (figure 2.14) :  $\tau_{HF}=1,1$  ms pour le mode HF et  $\tau_{BF}=0,97$  ms pour le mode BF (le facteur de qualité correspondant est  $Q = 3,1 \cdot 10^8$ ). La condition de couplage fort (1.52) est donc bien vérifiée (le temps de vie est d'environ 50 fois plus grand de la période de Rabi d'un atome dans le vide).

#### Le champ thermique

Le champ thermique résiduel dans les deux modes de la cavité peut être mesuré par

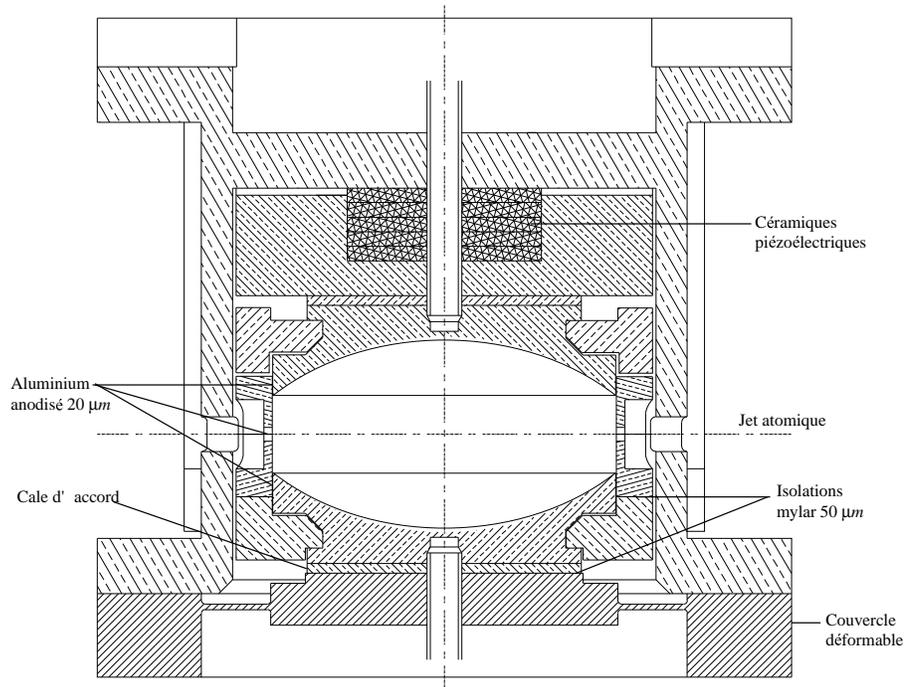


FIG. 2.13 – Montage de la cavité dans le dispositif expérimental. On voit en particulier l’anneau en aluminium qui entoure les miroirs.

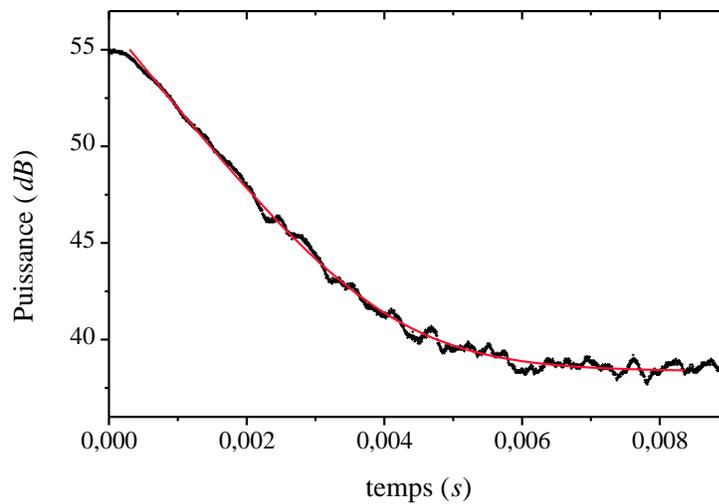


FIG. 2.14 – Mesure du temps de vie du mode BF de la cavité ( $\omega_{BF}/2\pi = 51,098869 \text{ GHz}$ ). Après avoir excité le mode, on coupe la source et on mesure la puissance en transmission (cette technique sera décrite en détail au § 4.3.2). L’ajustement théorique des données est représenté par le trait continu. Résultats :  $\tau_{BF} = 0,97 \text{ ms}$ ,  $Q = 3,1 \cdot 10^8$ .

les méthodes présentées au § 2.2.5. On trouve un nombre moyen de photons d'environ 1 pour les deux modes. Des telles valeurs, incompatibles avec la température des miroirs (1,2 K), doivent être attribuées au couplage parasite du mode à des parties du dispositif plus chaudes. Au cours de notre exposé, nous n'insisterons pas beaucoup sur ce champ thermique résiduel. Il s'agit en fait d'un effet contingent, dû à une erreur de montage, et qui d'ailleurs ne joue pas un rôle critique dans les expériences présentées dans la suite. Avec le système cryogénique fonctionnant à 0,6 K, et une thermalisation correcte, le champ thermique résiduel reste borné à 0,02 photons. Finalement, lors de la thèse de Gilles Nogues, nous avons mis au point une méthode de «remise à zéro» du champ par le biais des atomes. Une version de cette méthode, utilisée pour les expériences du chapitre 3, est présentée au § 2.2.3.

## 2.2 Quelques techniques expérimentales

### 2.2.1 Accord de la cavité par effet maser

Le désaccord entre la fréquence atomique  $\omega_{eg}$  et les fréquences des deux modes de la cavité  $\omega_{\text{HF}}$  et  $\omega_{\text{BF}}$ , dépend de deux paramètres réglables. Le premier est la tension  $V_{\text{cav}}$  appliquée aux miroirs, qui modifie la fréquence atomique  $\omega_{eg}$  par effet Stark. Sa manipulation sera discutée dans la prochaine section. L'autre paramètre dont dépend le désaccord atome-cavité est la distance entre les miroirs, qui détermine  $\omega_{\text{HF}}$  et  $\omega_{\text{BF}}$ . Cette dernière peut être variée en changeant la tension  $V_{\text{piezo}}$  appliquée à la cale piézoélectrique d'accord de la cavité.  $V_{\text{piezo}}$  est reliée à  $\omega_{\text{HF}}$  et  $\omega_{\text{BF}}$  par une loi linéaire. La calibration est faite par comparaison avec les valeurs absolues des fréquences de résonance obtenues par des mesure de transmission de la micro-onde à travers la cavité.

La condition de résonance atomes-cavité en fonction de  $V_{\text{piezo}}$  est déterminée dans une expérience de maser [102, 30]. Pour réaliser cette expérience, nous préparons des atomes dans l'état  $|e\rangle$  sans sélectionner leur vitesse. Lorsqu'ils traversent la cavité ils émettent, avec une certaine probabilité  $P_g$ , un photon dans la cavité en se désexcitant dans le niveau  $g$ . Cette probabilité dépend de l'état du champ, du temps d'interaction effectif et du désaccord atome-cavité. Les paramètres expérimentaux sont choisis de manière à ce que seulement un ou quelques atomes interagissent avec le champ pendant le temps de relaxation du champ.

Cette procédure revient à placer un milieu amplificateur (les atomes, dont l'inversion est maximale par rapport à la transition considérée) dans un résonateur. Comme dans un maser, en régime stationnaire, un champ non-nul s'établit alors dans la cavité : les pertes sont exactement compensées par le «pompage» effectué par les atomes. L'efficacité de ce pompage dépend du désaccord en fréquence entre la transition atomique et les modes de la cavité. La probabilité de transition  $P_g$  présente donc un maximum à résonance et tend vers 0 si le désaccord devient grand par rapport à la fréquence de Rabi dans le vide  $\Omega_0$ .

La figure 2.15 représente la variation de  $P_g$  en fonction de la tension  $V_{\text{piezo}}$ , qui contrôle la fréquence de la cavité et donc le désaccord. Les pics de transfert correspondent aux résonances avec les deux modes.

L'ajustement de deux courbes lorentziennes sur les raies du maser donne un écart entre les raies de 128 kHz et une largeur pour chaque raie de l'ordre de 45 kHz. La largeur minimale des raies maser pour des faibles flux atomiques (c'est-à-dire pour des petits champs maser) est en fait limitée par le couplage entre les atomes et la cavité. Il n'est donc pas étonnant de trouver une largeur du même ordre de grandeur que la fréquence de Rabi  $\Omega_0/2\pi$ .

Un autre fait est apparent dans la figure 2.15 : étant donné que l'écartement entre les deux pics est plus grand que leur largeur, nous pouvons, quand un atome est à résonance avec un des deux modes, négliger en bonne approximation l'échange d'énergie de cet atome avec l'autre mode.

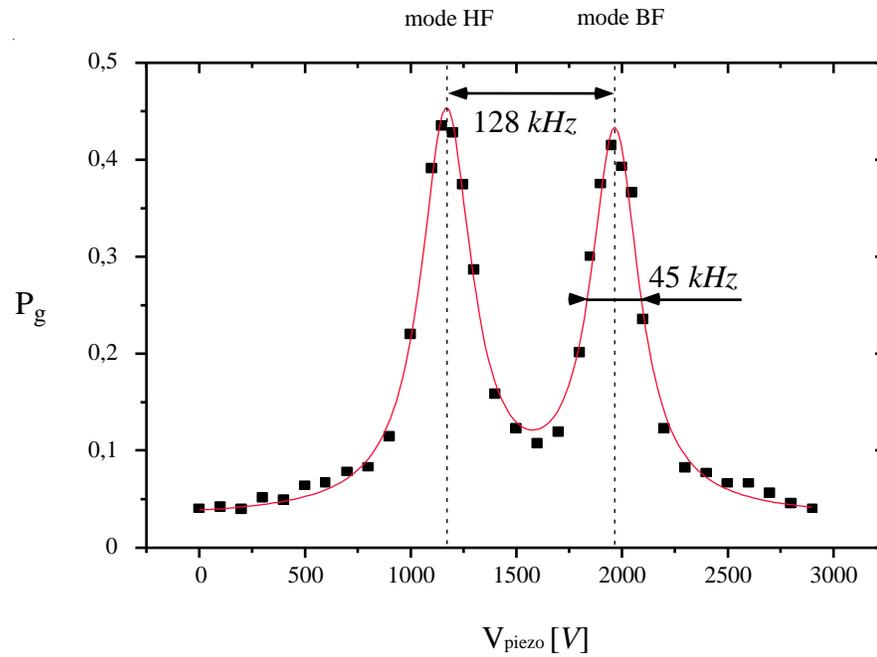


FIG. 2.15 – Probabilité  $P_g$  pour qu'un atome subisse une transition du niveau  $e$  vers le niveau  $g$  en fonction de la tension  $V_{piezo}$  appliquée à la cale piézoélectrique qui contrôle la fréquence de la cavité. Le trait continu est un ajustement numérique qui correspond à la somme de deux courbes lorentziennes.

Une fois déterminées les conditions de résonance atome-cavité, nous pouvons, en réglant  $V_{\text{piezo}}$  et  $V_{\text{cav}}$ , choisir le désaccord atome-cavité souhaité (avec une incertitude de l'ordre de 10 kHz).

### 2.2.2 Contrôle de la fréquence atomique par effet Stark

Notre dispositif permet de varier la fréquence atomique par une technique de *Stark switching* mise au point au cours de la thèse de Xavier Maitre [98]. Elle consiste à changer la tension des miroirs de la cavité *pendant* le transit de l'atome, en modifiant quasi-instantanément la fréquence atomique par effet Stark. Une condition préliminaire à l'exploitation de cette méthode est évidemment la connaissance précise de la position de l'atome à chaque instant. Cette condition est bien satisfaite dans notre expérience (la position des atomes est connue à moins de 1 mm près). Les applications de cette technique sont multiples. Premièrement, elle permet d'agir sur le temps d'interaction atome-cavité. La manière la plus directe pour fixer le temps d'interaction est par le biais de la sélection de vitesse. En choisissant une vitesse  $v$  au sein de la distribution maxwellienne qui caractérise le jet thermique des atomes, on fixe le temps d'interaction effectif pour des interactions qui impliquent l'intégralité du mode (ce temps effectif d'interaction est en général inversement proportionnel à  $v$  - cf. par exemple éqs. (1.22) et (1.43)). Cette méthode est limitée par la forme de la maxwellienne : les interactions courtes demanderaient des classes d'atomes très rapides, peu représentées aux températures de travail de notre four. Cet obstacle est surmonté grâce au *Stark switching*, qui permet de couper l'interaction à un instant choisi, en désaccordant soudainement l'atome par rapport à la cavité.

Les applications de cette méthode, utile notamment dans le contrôle de l'interaction résonante atome-cavité, sont décrites en détails dans les thèses de Xavier Maitre [98], Gilles Nogues [113] et Arno Rauschenbeutel [131].

Le *Stark switching* est par ailleurs un instrument très puissant et très souple, qui se prête à bien d'autres applications que celle de «couper» l'interaction. En modifiant la fréquence de l'atome le long son parcours, on peut par exemple :

- déphaser le dipôle atomique [134]
- faire interagir l'atome de façon résonante d'abord avec un mode et puis avec l'autre, de telle manière que les deux modes de la cavité restent intriqués [132]
- «débrancher» et «rebrancher» l'interaction résonnant entre l'atome et un mode de la cavité pendant qu'il traverse la cavité. Par cette méthode nous avons réalisé un interféromètre atomique entièrement quantique, où les zones de Ramsey classiques sont remplacées par les «ailes spatiales» du mode vide de la cavité [120, 13]. Nous avons aussi, par le biais d'un seul atome, préparé et mesuré par interférométrie des états de Fock à 1 et à 2 photons [12].

Le *Stark switching* est cependant un outil à manier avec soin. Le changement brusque de la fréquence atomique brise la forme adiabatique du couplage atome-champ et cause un élargissement de la raie atomique. Par conséquent, il est possible que le

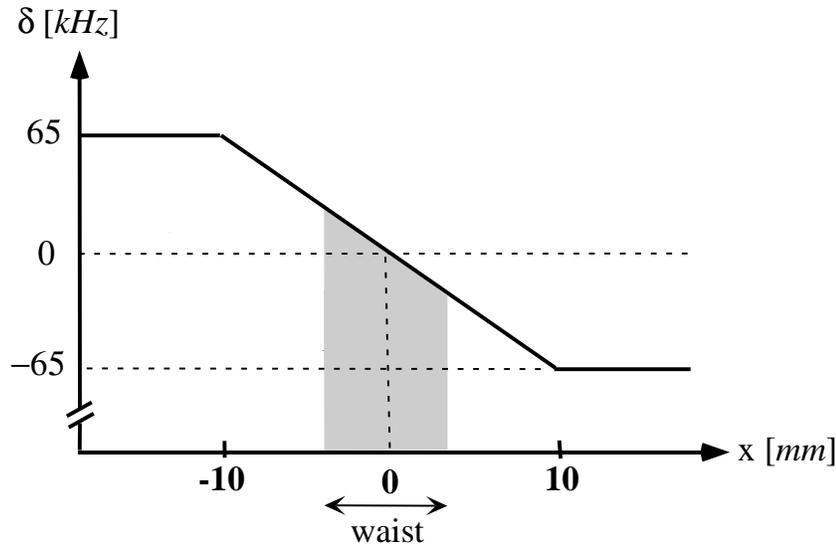


FIG. 2.16 – Schéma de la variation de la fréquence atomique dans le processus d’absorption adiabatique du champ résiduel. Le désaccord  $\delta$  est varié en fonction du temps en balayant la tension  $V_{\text{cav}}$  appliquée aux miroirs de la cavité pendant que les atomes traversent le mode. Le centre de la cavité est pris à  $x = 0$ .

*Stark switching* s’accompagne d’échanges d’énergie parasites entre l’atome et les deux modes, notamment si ceux-ci contiennent quelques photons.

### 2.2.3 Préparation du champ dans l’état vide

Au § 2.1.3.d nous avons vu que, à l’équilibre, un champ thermique d’environ un photon est présent dans les deux modes du résonateur. Nous présentons ici une technique expérimentale qui permet, au début de chaque séquence, d’absorber ces photons thermiques et de préparer le champ dans un état initial proche du vide.

L’idée de base est de faire interagir chaque mode avec un paquet de 5-7 atomes<sup>1</sup> préparés dans l’état  $|g\rangle$ . D’un point de vue thermodynamique, on peut considérer que cet ensemble d’atomes dans l’état fondamental de la transition  $g \leftrightarrow e$  constitue un réservoir à la température de 0 K. L’envoi des atomes à travers le résonateur correspond à la mise en contact du champ avec ce réservoir. La thermalisation des deux sous-systèmes a pour conséquence la diminution de la température du champ.

Pour obtenir la plus grande efficacité, l’interaction de chaque paquet atomique avec le mode visé est réalisée de façon à favoriser le transfert *adiabatique* de l’énergie du champ aux atomes. En utilisant le *Stark switching*, le désaccord  $\delta$  entre les atomes et le mode visé, initialement positif, est ramené lentement à des valeurs négatives durant la traversée du mode (cf. figure 2.16). Si la variation de  $\delta$  est assez lente, le système

<sup>1</sup>2,5-3,5 atomes détectés en moyenne.

«suit» l'état habillé et est amené adiabatiquement dans un état où les photons ont été absorbés. Le cas d'un paquet avec un seul atome est représenté dans la figure 1.1 du chapitre 1. L'efficacité de l'opération est évaluée en envoyant un atome sonde, qui mesure le champ par absorption<sup>2</sup> 100  $\mu s$  après le passage des atomes absorbants. On trouve qu'elle commence à diminuer pour un nombre d'atomes par paquet inférieur à 5. La vitesse des atomes absorbants peut aussi être variée pour mieux s'adapter aux exigences de chaque expérience particulière. Il est alors nécessaire d'ajuster la variation temporelle de  $\delta$  pour optimiser le processus adiabatique.

Juste après le passage du dernier paquet absorbant, la situation dans le résonateur est évidemment hors d'équilibre du point de vue thermodynamique. Le champ va donc relaxer vers l'équilibre, correspondant à un nombre moyen de photons d'environ 1 dans chaque mode. La dynamique du retour à l'équilibre a été étudiée expérimentalement [113]. En connaissant le temps caractéristique de la relaxation nous pouvons calculer l'intensité du champ thermique à chaque instant. Compte tenu aussi des imperfections connues du processus de mesure, nous estimons qu'à un instant immédiatement successif à la procédure de refroidissement, le nombre moyen de photons est inférieur à 0,05.

La procédure d'initialisation de l'état du champ a un intérêt qui va au de-là du refroidissement du champ thermique résiduel. Elle est notamment très utile dans toutes les expériences où un champ classique est injecté dans la cavité au cours de chaque séquence expérimentale. C'est par exemple le cas pour l'analyse de la paire EPR d'atomes qui fera l'objet du chapitre 3 ou des expériences de manipulation de l'état du champ envisagées au chapitre 4. Dans tous ces cas, si l'on devait attendre que la cavité se vide par dissipation à la fin de chaque séquence expérimentale, le temps d'acquisition deviendrait très long. D'autant plus que, dans la nouvelle cavité, nous espérons accroître ultérieurement la durée de vie du champ.

## 2.2.4 Interférométrie de Ramsey dans une cavité quasi-fermée

### 2.2.4.a Principe et contraintes expérimentales

Comme nous l'avons vu au § 1.2.1, l'analyse de la cohérence atomique requiert un interféromètre de Ramsey. Celui-ci est réalisé en couplant les atomes avec une onde classique à deux instants différents. À la différence d'autres expériences de physique atomique, les effets du couplage avec le champ sur les degrés de liberté *externes* des atomes, sont négligeables dans notre cas. Dans le plan original de notre montage, les zones d'interaction où s'effectuent les impulsions  $\pi/2$  classiques, sont constituées par deux résonateurs micro-onde de faible facteur de qualité, situés de part et d'autre de l'ensemble cavité+anneau. Dans cette situation, la superposition cohérente d'états circulaires se propage sur une dizaine de centimètres et doit en particulier traverser

---

<sup>2</sup>La technique pour mesurer l'intensité d'un petit champ par le biais d'un atome sera discutée au § 2.2.5.

l'anneau qui entoure les miroirs de la cavité. Comme nous l'avons dit au § 2.1.3.d, les trous de passage des atomes dans l'anneau ont été réduits, par rapport aux anciens montages, afin de limiter les effets de la diffusion des miroirs sur le facteur de qualité du résonateur. Le transit des atomes à travers ces orifices ne saurait se faire sans que leur cohérence ne soit irrémédiablement affectée par les champs électriques existant à proximité des parois (cf. discussion du § 1.1.3; ce problème sera analysé en détail au § 4.2.4).

Dans ces conditions, la seule solution envisageable pour manipuler et mesurer la cohérence atomique, est d'illuminer les atomes par la micro-onde pendant qu'ils se trouvent à l'intérieur de la cavité. Le dispositif apte à réaliser cette solution a été mis en place pendant le travail de thèse de Gilles Nogues et Arno Rauschenbeutel. L'idée consiste à exploiter l'ensemble quasiment fermé cavité+anneau pour créer une structure d'ondes stationnaires (cf. figure 2.17). La micro-onde est amenée à la cavité à travers un guide d'onde latéral (un trou de dimensions suffisantes est à cette fin percé dans l'anneau, le long d'un axe perpendiculaire au jet atomique). Nous savons à tout instant où se trouvent les atomes dans cette onde stationnaire. Il suffit alors d'allumer la micro-onde lorsque l'atome visé se trouve sur un ventre du champ, pour réaliser l'impulsion  $\pi/2$ . L'onde est produite par quadruplage dans une diode non-linéaire de la fréquence d'un signal à 12,774 GHz (transition atomique  $g \leftrightarrow e$ ) ou à 13,565 GHz (transition atomique  $i \leftrightarrow g$ ). Le signal émis par la source est verrouillé en phase sur la 128ème harmonique d'un quartz à 100 MHz, lui même asservi en phase sur une quartz ultrastable à 10 MHz. Ceci nous permet de disposer d'une source micro-onde de spectre très étroit et dont la dérive de phase est inférieure au degré par jour [49].

Le contrôle de la durée de l'allumage est fait à l'aide d'une diode PIN, contrôlée par ordinateur. La durée des impulsions est généralement 1-2  $\mu s$ ; la puissance injectée est réglée par le biais de deux atténuateurs indépendants, ce qui permet de compenser le différent couplage des atomes à la source dans les deux zones de Ramsey situées respectivement avant et après le mode (cf. figure 2.17).

### 2.2.4.b Mesure de la cohérence atomique

Selon le but visé, l'interféromètre peut fonctionner sur les transitions atomiques  $g \leftrightarrow e$  ou  $g \leftrightarrow i$ . Un exemple du premier cas sera fourni par l'analyse d'une paire EPR d'atomes, développée au § 3.4.2. Ici, nous allons considérer l'analyse de la cohérence d'un seul atome sur la transition  $g \leftrightarrow i$ , dont seulement un des niveaux (le niveau  $g$ ) est couplé à la cavité. Cette option est particulièrement utile si l'on cherche à mesurer les effets dispersifs du champ de la cavité sur l'atome. Il est alors impératif d'éviter toute interférence entre le champ d'analyse et le champ à mesurer (qui est quasi-résonnant avec la transition  $g \leftrightarrow e$ ). En utilisant des superpositions atomiques du type  $1/\sqrt{2}(|g\rangle + e^{i\varphi}|i\rangle)$ , on perd un facteur 2 sur l'effet du couplage dispersif avec le mode (car seulement le niveau  $g$  est couplé à la cavité). En revanche, on peut analyser le dipôle sans craindre des effets d'interférence avec le champ que l'on entend mesurer.

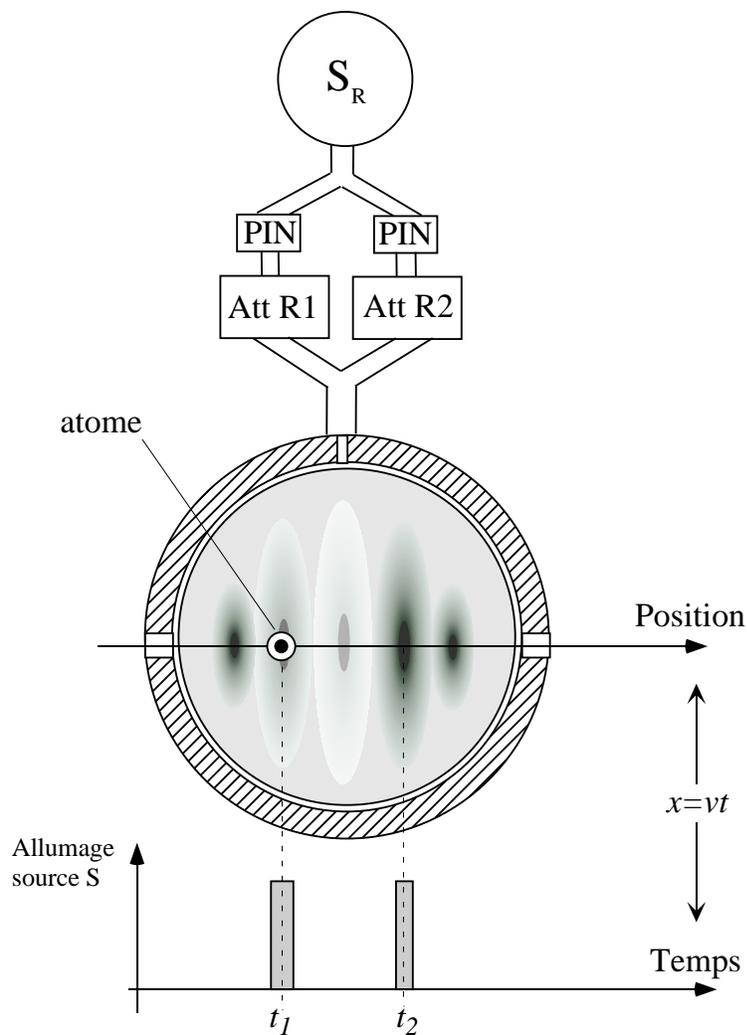


FIG. 2.17 – Principe de fonctionnement de l'interféromètre de Ramsey avec impulsions réalisées à l'intérieur de la cavité. Le dessin représente une coupe parallèle aux miroirs de la cavité.

## Réglages

La méthode prévoit une impulsion  $\pi/2$  avant l'interaction avec le mode et une impulsion  $\pi/2$  après. Il faut donc exploiter deux ventres de l'onde stationnaire situés de part et d'autre du mode. Un certain nombre de mesures préliminaires sont nécessaires pour établir la structure exacte de cette onde, afin de pouvoir déterminer les paramètres des impulsions (instant d'allumage, durée, intensité). Nous nous limiterons ici à rappeler les étapes principales de cette procédure. Tous les détails du réglage de l'interféromètre pour des atomes à 500  $m/s$  se trouvent dans la thèse de Gilles Nogues [113].

La première étape consiste à réaliser une carte des noeuds et des ventres de l'onde stationnaire excitée par la source classique. On prépare un ensemble d'atomes dans l'état  $|g\rangle$ , sans sélection de vitesse. La vitesse de chaque atome est connue par la mesure de son temps de vol entre la préparation dans l'état circulaire et la détection. À un instant ultérieur (234  $\mu s$  après la préparation de l'état circulaire), ces atomes sont donc répartis dans le résonateur sur plus de 40  $mm$ . Leur position le long du jet est une fonction linéaire de leur vitesse. On allume alors la source micro-onde  $S$  pendant 2  $\mu s$ . Sa fréquence est quasi-résonante avec la transition  $g \leftrightarrow i$ . On atténue sa puissance de manière à éviter de saturer la transition. Dans ces conditions la probabilité d'effectuer la transition vers  $|i\rangle$  croît avec l'intensité du champ. La mesure de la probabilité de transfert  $P_i$ , en fonction de la vitesse donne par conséquent l'information sur l'intensité de l'onde stationnaire là où se trouvait l'atome au moment de l'allumage.

Le graphique de la figure 2.18 représente les noeuds et ventres de l'onde stationnaire. On constate en particulier que l'onde n'est pas parfaitement symétrique : son intensité avant le centre de la cavité est environ 2 fois moins grande qu'après.

Les zones de Ramsey sont constituées par les deux ventres marqués par un trait pointillé sur la figure 2.18, situés symétriquement par rapport au centre de la cavité. La distance qui les sépare est d'environ 20  $mm$ . Étant donnée l'extension spatiale du mode de la cavité, l'interaction atome-cavité se déroule donc complètement entre les deux impulsions de Ramsey.

La détermination «fine» de la position des ventres se fait à l'aide d'atomes sélectionnés en vitesse. La vitesse sélectionnée est celle qui sera utilisée dans l'expérience. Nous réduisons de plus la durée d'allumage de la micro-onde à 1  $\mu s$  et balayons son instant d'allumage. À chaque instant correspond donc une position différente des atomes dans la structure de l'onde stationnaire. La figure 2.19 montre la probabilité  $P_i$  de transfert de  $|g\rangle$  vers  $|i\rangle$  en fonction de l'instant d'allumage. Cette méthode fournit une précision de 0,2  $\mu s$  sur le moment d'allumage correspondant au maximum du champ (ce qui correspond à un déplacement de 0,1  $mm$  pour des atomes à 500  $m/s$ ). Après avoir déterminé l'instant exact d'allumage et après avoir fixé la durée de l'impulsion (généralement 1  $\mu s$ ), nous réglons l'atténuation de manière à obtenir un transfert de population de 50 % (qui correspond à une impulsion  $\pi/2$ ). Cela peut être fait de façon indépendant pour les deux impulsions, grâce au petit circuit de guides d'onde représenté en figure 2.17.

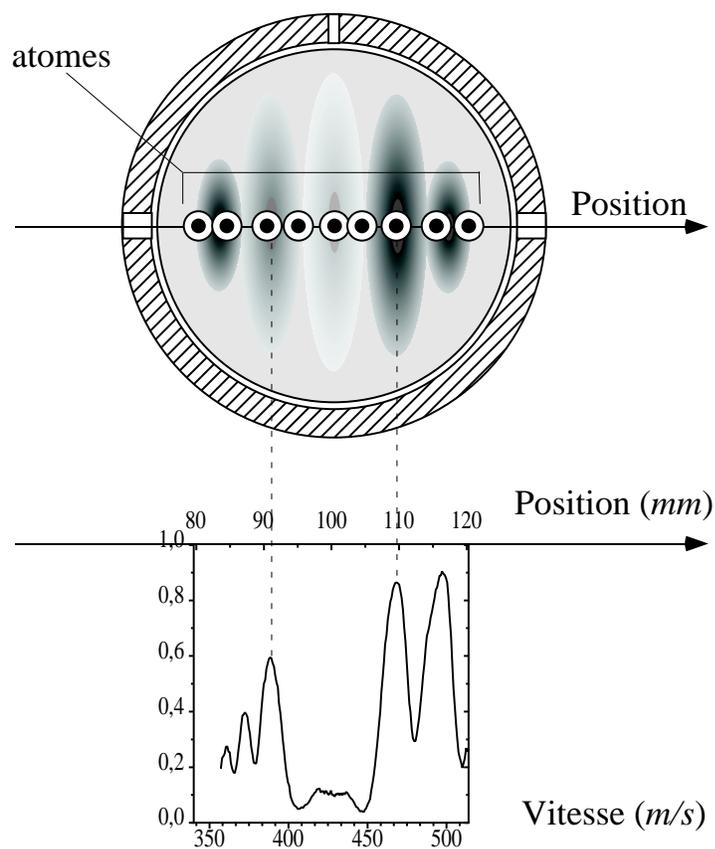


FIG. 2.18 – Mesure du transfert de  $g$  vers  $i$  en fonction de la vitesse des atomes. Cette mesure donne le renseignement sur l'intensité du champ Ramsey en fonction de la position dans la structure cavité+anneau. On atténue la puissance de la micro-onde de manière à obtenir un transfert de  $|g\rangle$  vers  $|i\rangle$  d'environ 85 % là où le champ est le plus intense.

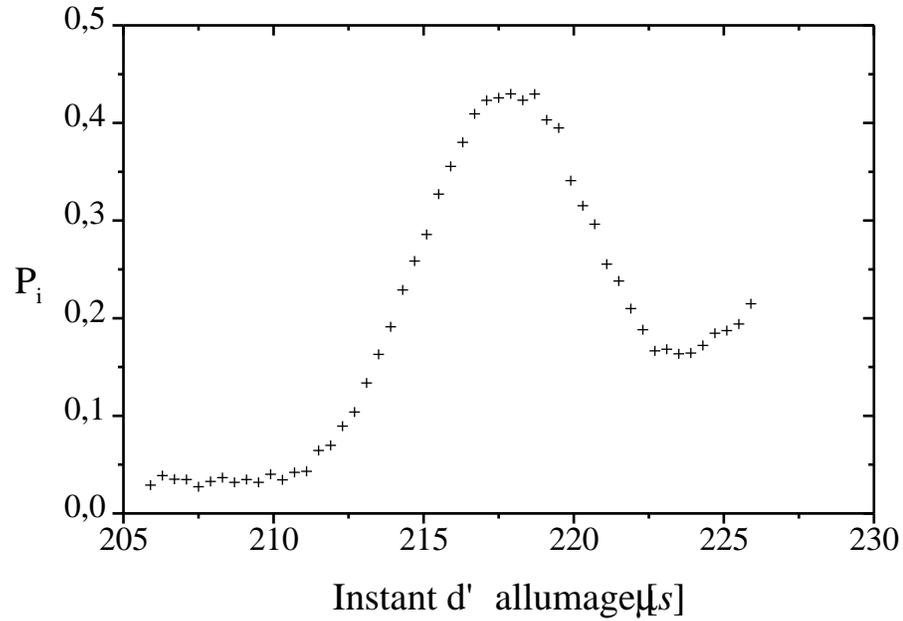


FIG. 2.19 – Probabilité de transfert de  $g$  vers  $i$  en fonction de l'instant d'allumage de la source micro-onde extérieure (compté à partir de l'instant de préparation du paquet atomique dans l'état  $|g\rangle$ ). Cette mesure donne une indication précise de l'intensité du champ là où se trouve le paquet au moment de l'allumage. L'atténuation de la source est réglée de manière à avoir un taux d'absorption maximum de 0,45, c'est-à-dire environ deux fois moins que pour l'expérience de la figure 2.18.

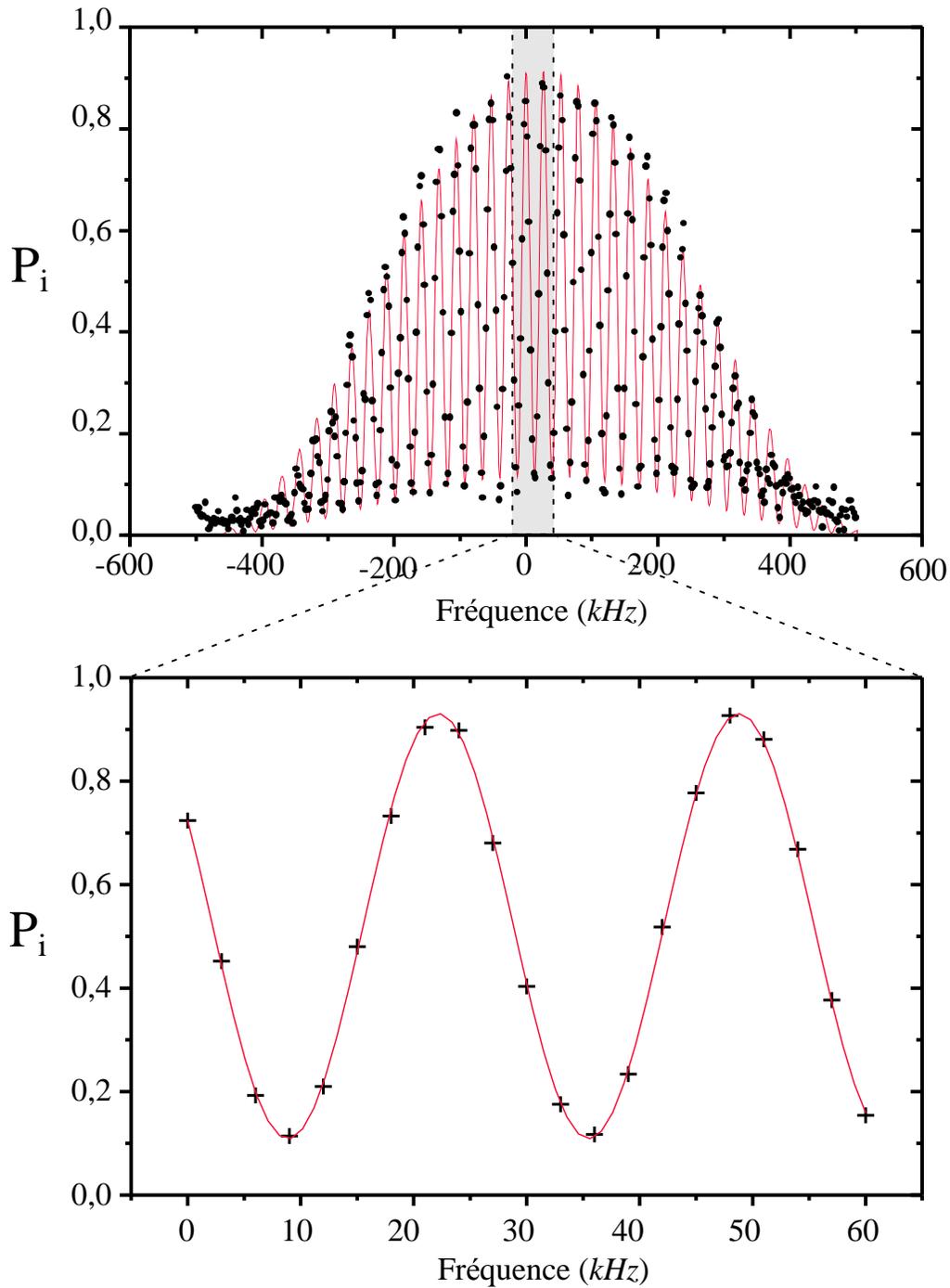


FIG. 2.20 – Franges de Ramsey sur la transition  $g \leftrightarrow i$ , avec des atomes à 500 m/s. En abscisse la variation de la fréquence de la source classique  $\omega_R$ , balayée sur une plage de 60 kHz en proximité de la fréquence atomique.

## Signal

Comme nous l'avons vu au § 1.2.1.c, dans une expérience d'interférométrie de Ramsey le signal de détection oscille sinusoidalement en fonction de  $\omega_R - \omega_{ig}$  (le paramètre balayé est la fréquence de la source classique  $\omega_R$ ).

Le signal expérimental pour des atomes à 500 m/s est présenté dans la figure 2.20.

L'analyse du signal doit d'abord prendre en compte le contraste intrinsèque de l'interféromètre, directement lié aux éventuelles imperfections des impulsions  $\pi/2$ . Ces imperfections découlent de la dispersion de  $\Omega_R \cdot t_{int}$  dans l'équation (1.79), essentiellement provoquée par la dispersion sur la vitesse et la position atomique. Une indication à ce propos peut être tirée d'une simple expérience dans laquelle l'atome préparé dans  $|g\rangle$  est soumis à une impulsion  $\pi$ , réalisée en réglant l'intensité de l'onde classique pour que  $\Omega_R \cdot t_{int} = \pi$ . On trouve un transfert  $g \rightarrow i$  de 95 % pour des atomes à 500 m/s, ce qui témoigne de la faible dispersion dans  $\Omega_R \cdot t_{int}$ .

La principale cause de dégradation du signal est le déphasage incohérent subi par les atomes entre les deux impulsions  $\pi/2$ . Ce déphasage affecte la cohérence atomique et provoque une baisse du contraste des franges. Ce contraste est proportionnel à  $|\rho_{ig}(t_{R2})|$ ,  $\rho(t_{R2})$  étant l'opérateur densité de l'atome au moment de la deuxième impulsion  $\pi/2$  (cf. § 1.2.1.c).

Comme nous l'avons dit au § 1.1.3, le déphasage est lié aux fluctuations de la fréquence atomique et il est d'autant plus important que l'on augmente l'intervalle  $T$  entre les deux impulsions  $\pi/2$ . Par conséquent, le contraste des franges est en général inférieur pour des atomes plus lents (cf. figure 2.21).

Une partie du déphasage est due au champ thermique résiduel des deux modes<sup>3</sup>. Ce déphasage peut être pris en compte dans des calculs numériques, et cela permet de séparer cet effet des autres imperfections.

Nous avons aussi effectué deux mesures qui confirment, de manière qualitative, la présence de champs parasites dans la cavité. Elles ont notamment mis en évidence la dépendance de la fréquence atomique de la direction du dipôle magnétique des atomes (qui peut être changée en inversant le champ  $\mathbf{B}$  lors de la préparation des états circulaires).

## 2.2.5 Mesure de l'intensité du champ

### 2.2.5.a Méthode résonnante

Cette méthode est communément employée lors qu'il s'agit de mesurer des champs de très faible nombre de photons moyen ( $\langle n \rangle < 0,5$ ). C'est notamment le cas quand on veut mesurer l'efficacité de la procédure de refroidissement par des paquets d'atomes

---

<sup>3</sup>Après la préparation du vide par les atomes absorbants (§ 2.2.3), le champ thermique tend à repousser vers l'équilibre. Au moment de l'expérience d'interférométrie, un petit champ thermique est donc toujours présent, surtout si les atomes sont assez lents.

	$\tilde{n} = 0, 1$	$\tilde{n} = 0, 3$	$\tilde{n} = 0, 7$
$P_0$	0,91	0,77	0,59
$P_1$	0,08	0,18	0,24
$P_2$	0,01	0,04	0,10
$P_3$	0,00	0,01	0,04

TAB. 2.2 – Probabilité d’avoir  $n$  photons dans la cavité en fonction du nombre moyen de photons thermiques

absorbants (§ 2.2.3).

Un atome «sonde», préparé dans  $|g\rangle$ , est envoyé à résonance avec le mode. Le temps d’interaction est réglé de manière à ce qu’il absorbe le champ avec une efficacité proche de 1 s’il y a un photon dans la cavité (impulsion  $\pi$  de Rabi, cf. § 1.1.1.a). S’il y a plus de 1 photon, le couplage atome–champ augmente et le temps d’interaction n’est plus réglé correctement pour avoir une probabilité d’absorption égale à 1. Le tableau montre la distribution du nombre de photons  $P(n)$  pour un champ thermique en fonction du nombre moyen de photons  $\langle n \rangle$ . Si on se borne à des champs pour lesquels  $P(n > 1)$  est négligeable, la probabilité de détecter l’atome dans  $e$  coïncide essentiellement avec le nombre de photons moyen :  $\langle n \rangle \simeq P(1) \simeq P(e)$ . Une fois prises en compte les imperfections systématiques de l’interaction résonnante entre atome et cavité, le transfert mesuré pour l’atome sonde permet de caractériser de manière satisfaisante la «température» du mode.

### 2.2.5.b Méthode dispersive

Cette méthode se fonde sur la mesure du déplacement lumineux de la transition  $g \leftrightarrow i$  causé par le couplage dispersif avec les modes de la cavité. L’énergie du niveau  $|g\rangle$  est en effet déplacée en raison du couplage entre la transition atomique  $e \leftrightarrow g$  et la cavité. Considérons pour simplifier un seul mode et supposons qu’il se trouve dans un état de Fock à  $n$  photons. L’interaction dispersive produit alors un déphasage  $e^{i\varphi_n}$  sur l’état  $|g\rangle$  (éq. (1.50)). La phase  $\varphi_n$ , proportionnelle à  $n$  et inversement proportionnelle au désaccord  $\delta = \omega_{eg} - \omega_c$ , apparaît explicitement dans l’expression des cohérences atomiques  $\rho_{ig}(t_{R2})$  au moment de la deuxième impulsion  $\pi/2$  de l’interféromètre. Comme nous l’avons vu au § 1.2.1.c, les franges d’interférence sont alors globalement déphasées de  $\varphi_n$ . Le nombre de photons  $n$  peut être obtenu en comparant ce signal à celui que l’on obtient si le mode est vide.

Des signaux expérimentaux de ce type peuvent être trouvés dans [12].

Si l’on mesure des champs cohérents ou des champs thermiques de petite intensité, le déphasage des franges est proportionnel au nombre *moyen* de photons. Par ailleurs, dans ce cas, la dispersion du nombre de photons provoque une dispersion du déphasage et, par conséquent, une réduction du contraste  $|\rho_{ig}(t_{R2})|$ . Comme le déphasage, cette baisse de contraste est d’autant plus importante que le nombre moyen de photons est

élevé.

Une petite expérience permet de bien mettre en évidence ce mécanisme. L'expérience concerne l'interaction de l'atome avec le mode HF (le mode BF, toujours refroidi au début de la séquence, joue un rôle négligeable). Dans un premier cas, le mode HF est préparé dans le vide. L'atome interagit de manière dispersive avec ce mode entre les deux impulsions  $\pi/2$  de l'interféromètre. La vitesse atomique est de 200 m/s et le désaccord  $\delta_{HF}/2\pi = (\omega_{eg} - \omega_{HF})/2\pi$  vaut +70kHz. Le contraste des franges, pour ces atomes lents est de 58 % (figure 2.21A)<sup>4</sup>

L'expérience est ensuite répétée en laissant le mode HF à l'équilibre thermique. Le champ du mode HF est alors décrit par un mélange statistique d'états de Fock, dont les coefficients suivent la statistique du corps noir, centrée autour de la valeur moyenne 1. Avec un désaccord  $\delta_{HF}=70$  kHz, les conditions pour une interaction non-résonnante sont assez bien vérifiées (cf. § 1.1.1.b)<sup>5</sup>. Deux faits sont apparents sur les franges obtenues dans ces conditions (figure 2.21B). Le premier est le déphasage par rapport au cas où le mode HF est vide. Comme nous l'avons vu au § 1.1.1.b, l'interaction dispersive avec  $n$  photons, produit un déphasage de l'état  $|g\rangle$  (éq. (1.50)). Dans l'intervalle  $T$  entre les deux impulsions  $\pi/2$ , la superposition  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |g\rangle)$  cumule donc une phase  $\varphi_{\bar{n}}$  proportionnelle au nombre moyen  $\bar{n}$  de photons présents dans le mode HF. Cette phase se traduit par un déphasage global du signal de l'interféromètre.

L'autre effet qui émerge de la figure 2.21B est la baisse de contraste qui découle de la dispersion du nombre de photons (et dépend donc encore une fois de leur nombre moyen). Chaque état de Fock de la distribution déphase le dipôle atomique de manière différente; le résultat est alors la «superposition» de systèmes de franges de phases différentes, ce qui brouille le signal.

Répetons enfin l'expérience en introduisant la modification suivante : le signe du désaccord  $\delta_{HF}$  est inversé quand l'atome se trouve au centre du mode. Ceci est facilement réalisé par *Stark switching*. Dans ce cas, la deuxième moitié de l'interaction dispersive produit un déphasage égal mais de signe opposé à celui accumulé dans la première moitié. Par conséquent on s'attend à retrouver le contraste des franges obtenu en l'absence de champ thermique. C'est effectivement le cas, comme le montre la figure 2.21C. Ce signal a été optimisé en fonction de l'instant exact de commutation  $t_{\text{com}}$  du signe de  $\delta_{HF}$ . Cet ajustement compense des éventuelles inhomogénéités et notamment l'action non symétrique du mode BF. Le meilleur résultat est obtenu en décalant  $t_{\text{com}}$  de 2  $\mu\text{s}$  par rapport à l'instant où l'atome se trouve au centre de la cavité.

Cette expérience rappelle le mécanisme d'interférence dans les expériences d'«écho de

---

<sup>4</sup>Cette valeur est inférieure à celle trouvée - dans des conditions analogues - pour des atomes plus rapides (cf. figure 2.20). Comme nous l'avons dit à p. 76, le déphasage incohérent des atomes est d'autant plus important que les atomes sont lents.

<sup>5</sup>Par ailleurs, la partie de fonction d'onde «polluée» par l'éventuelle absorption d'un photon, ne joue aucun rôle dans le résultat final. Si un photon du mode est absorbé, l'atome est en fait transféré dans le niveau  $e$ . Or, seulement les atomes dans  $g$  ou dans  $i$  sont détectés. Par conséquent on post-sélectionne bien les cas correspondants à une interaction purement dispersive.

photon» [84]. Elle montre que sur un intervalle temporel petit par rapport au temps d'autocorrélation du champ thermique, le déphasage induit sur un dipôle atomique peut être effacé de manière à récupérer la cohérence initiale.

Quand il s'agit de déterminer précisément l'intensité d'un champ, nous enregistrons plusieurs systèmes de franges à désaccord constant. Toutes les données sont ajustées ensemble et partagent comme paramètres communs :

- le contraste intrinsèque et la phase des franges (c'est-à-dire le système de frange obtenu en enlevant l'effet des déplacement lumineux, si l'atome est à désaccord infini),
- la période des franges,
- l'amplitude des franges (idéalement égale à 0,5),
- le nombre moyen de photons dans le mode basse fréquence,
- le nombre moyen de photons dans le mode haute fréquence,

Le traitement numérique de ces données [113] permet d'obtenir les valeurs des paramètres communs.

Par cette méthode nous avons par exemple déterminé le nombre de photons thermiques présents à l'équilibre dans les deux modes.

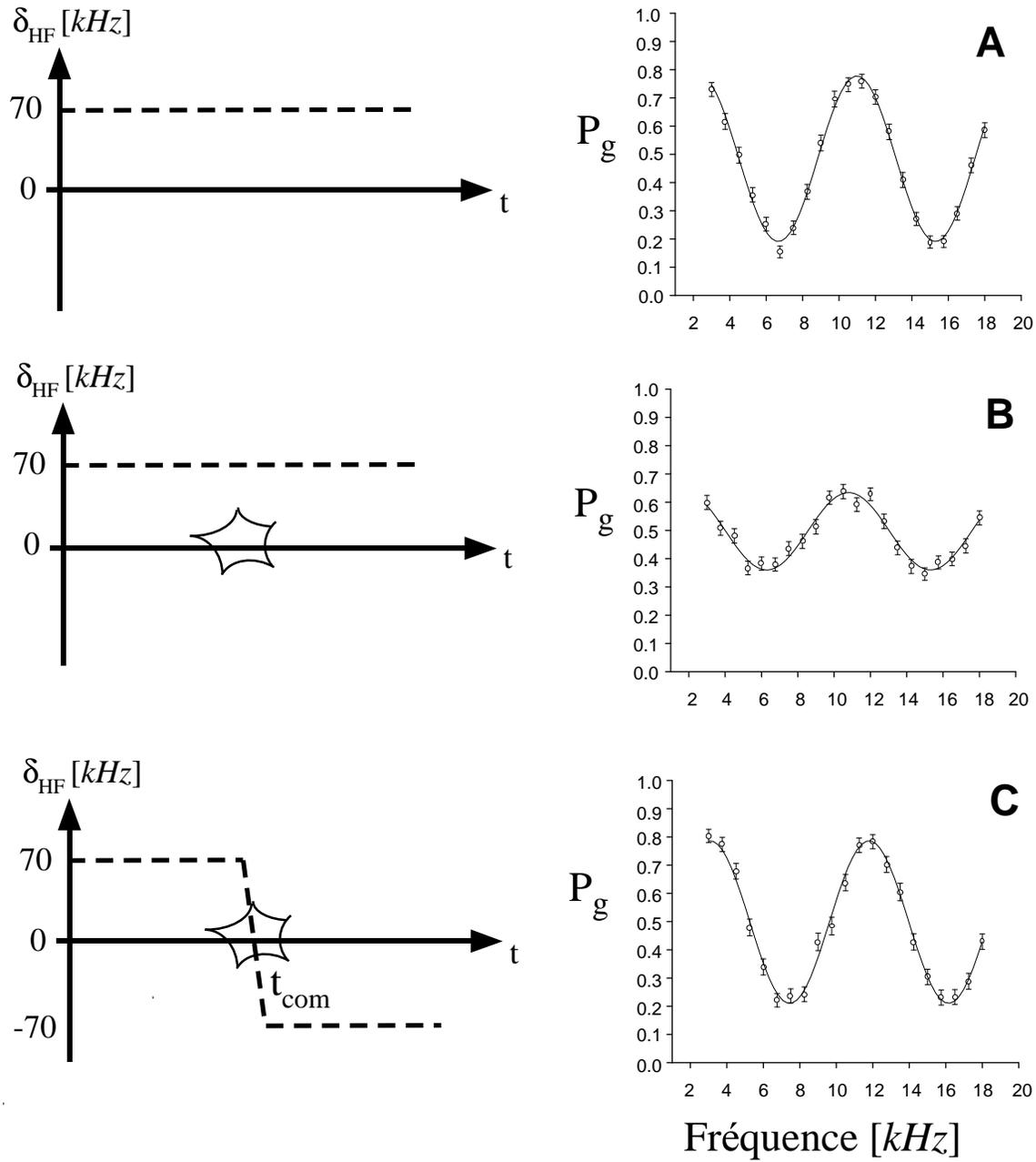


FIG. 2.21 – Franges de Ramsey sur la transition  $g \leftrightarrow i$ , avec des atomes à 200 m/s. Cas A : le désaccord atome-champ est constant (70 kHz) et le mode HF est vide. Cas B : le désaccord reste constant mais le mode HF contient un champ thermique de 1 photon en moyenne. Cas C : toujours avec champ thermique mais le signe du désaccord est inversé à mi-parcours.

# Chapitre 3

## Intrication de deux atomes dans une collision contrôlée

Dans ce chapitre, nous décrirons une expérience où deux atomes s'intriquent par l'intermédiaire d'un photon échangé *virtuellement* avec la cavité. Après avoir brièvement discuté, au § 3.1, l'interaction dipôle-dipôle dans l'espace libre, nous verrons au § 3.2 comment est-il possible, au moyen de la cavité, de stimuler et de contrôler une collision atomique *avec paramètre d'impact millimétrique* afin d'obtenir l'état final souhaité. L'échange d'énergie entre les deux atomes décrit une oscillation de Rabi en fonction de paramètres réglables ; l'observation expérimentale de cette oscillation fait l'objet du § 3.3. Au § 3.4 nous décrivons la détection de la cohérence d'un état EPR préparé par une collision assistée. Les données expérimentales sont analysées sur la base d'un modèle analytique simple et d'un calcul numérique plus général. La pureté de l'état EPR préparé est discutée à la lumière du «signal de Bell» obtenu expérimentalement. Les imperfections expérimentales, qui limitent le contraste de ce signal, sont analysées en détail. En conclusion (§ 3.5), nous comparons la méthode d'intrication présentée ici à une méthode alternative qui comporte l'échange d'un photon *réel* avec la cavité. Finalement, nous discutons les perspectives envisageables compte tenu des améliorations en cours sur notre montage (en particulier la création et l'analyse d'états intriqués à  $n$  atomes)

### 3.1 L'interaction dipôle-dipôle entre atomes de Rydberg dans l'espace libre

Les forces de van der Waals sont connues depuis plus d'un siècle [154]. Elles jouent un rôle essentiel en chimie physique, étant par exemple en partie responsables de la différence entre le comportement d'un gaz réel et celui d'un gaz parfait, ainsi que des propriétés de stabilité des colloïdes ou de la tension de surface des liquides. D'autres effets importants liés à la force de van der Waals sont le déplacement et l'élargissement

des raies spectrales dans les vapeurs ou encore l'effet Lennard-Jones [90], à savoir l'attraction entre un dipôle et son image dans un conducteur plan [139], responsable de processus physicochimiques divers, tels l'adsorption.

Les effets électrostatiques de surface qui découlent de la force de van der Waals se prêtent aussi à des applications importantes, dont le microscope à force atomique est un exemple significatif [16].

En raison de leur grand dipôle électrique, les atomes de Rydberg sont des candidats idéaux pour des expériences où l'on cherche à mettre en évidence l'interaction dipôle-dipôle au niveau d'atomes *individuels*. Considérons l'interaction électrostatique entre les dipôles de deux atomes de Rydberg à deux niveaux ( $e$  et  $g$ ) dans l'espace libre. Supposons que les atomes sont bien séparés (pas de recouvrement entre leurs fonctions d'onde respectives) et définissons  $\mathbf{u} \equiv \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|}$  et  $R \equiv |\mathbf{R}|$ , où  $\mathbf{R}$  est la distance entre les deux noyaux atomiques. Dans le cas  $R \ll 2\pi c/\omega_{eg}$  ( $\omega_{eg}$  étant la fréquence de la transition atomique  $g \leftrightarrow e$ ), l'hamiltonien d'interaction dipôle-dipôle est facilement obtenu des lois de l'électrostatique [92][40, p. 1120] :

$$W(R, \mathbf{u}) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} [\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 - 3(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{u})(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{u})] \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{r}_i$  ( $i = 1, 2$ ) est l'opérateur position de l'électron de valence de l'atome  $i$  par rapport au noyau de cet atome. Le potentiel de van der Waals (3.1) peut être associé, d'un point de vue quantique, à l'échange d'un photon virtuel entre les deux atomes, intégré sur tous les modes du champ électromagnétique dans l'espace libre [35].

Considérons deux atomes initialement dans l'état initial  $|e_1, g_2\rangle$ . En négligeant l'émission spontanée pendant la collision (ce qui est justifié pour des atomes de Rydberg), la dynamique est celle de deux systèmes à deux niveaux couplés. Le potentiel (3.1) couple les niveaux dégénérés  $e_1 g_2$  et  $g_1 e_2$  au premier ordre, tandis que tous les autres éléments de matrice sont au premier ordre nuls. La matrice de l'hamiltonien d'interaction a une forme identique à celle de l'interaction résonnante atome-cavité (éq. (1.16) avec  $\delta = 0$ ). Une simple adaptation des résultats obtenus au § 1.1.1.a, montre alors que l'évolution est la suivante :

$$|e_1, g_2\rangle \rightarrow \cos \theta_L |e_1, g_2\rangle + e^{i\varphi} \sin \theta_L |g_1, e_2\rangle \quad (3.2)$$

où :

$$\theta_L = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt |\langle g_1, e_2 | W(R(t), \mathbf{u}(t)) | e_1, g_2 \rangle| \quad (3.3)$$

L'angle de collision  $\theta_L$  et la phase  $\varphi$  dépendent de la forme des fonctions  $R(t)$  et  $\mathbf{u}(t)$ . Sans développer en détail le calcul, nous nous limitons ici à estimer l'ordre de grandeur de  $\theta_L$  en fonction des paramètres caractérisant la collision. À cette fin nous remplaçons les éléments de matrice  $\langle g_i | \mathbf{r}_i | e_i \rangle$  ( $i = 1, 2$ ) par le rayon de l'orbite de l'électron de

valence, qui est de l'ordre de  $n^2 a_0$ , où  $n \gg 1$  est son nombre quantique principal. Nous déduisons alors de l'éq. (3.3) :

$$\theta_L \sim n^4 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v} \frac{a_0^2}{b^2} = \alpha \frac{c}{v} \left( \frac{a_0 n^2}{b} \right)^2 \quad (3.4)$$

où  $b$  est le paramètre d'impact de la collision,  $v$  la vitesse relative des atomes et  $\alpha = q^2/(4\pi\epsilon_0 \hbar c) = 1/137$  la constante de structure fine. En prenant  $n = 50$  et en considérant des vitesses atomiques de l'ordre de  $10^2 - 10^3$  m/s (typiques d'un jet thermique),  $v/c \sim 10^{-6}$  et la condition  $\theta_L = \pi/4$  qui réalise l'intrication maximale est satisfaite pour  $b \sim 10$   $\mu\text{m}$ .

Il s'agit évidemment d'une distance énorme sur l'échelle atomique. Par ailleurs, elle ne peut pas être atteinte de façon contrôlée avec des atomes se propageant librement. C'est pourquoi l'échange cohérent et réversible d'énergie entre deux atomes couplés par l'interaction de van der Waals n'a jamais été directement observé.

Des expériences passées ont toutefois permis de mettre en évidence la signature de l'interaction dipôle-dipôle entre des atomes très excités. En 1981, J. M. Raimond *et al.* ont observé, dans un «gaz de Rydberg dense» obtenu en couplant un jet intense d'atomes de césium à deux lasers YAG très focalisés, un élargissement des raies de leur spectre optique. Cet élargissement a pu être attribué aux collisions interatomiques [129].

Plus récemment, l'interaction dipôle-dipôle entre atomes de Rydberg a été étudiée dans le contexte des gaz d'atomes froids. La réalisation de gaz «gelés» d'atomes neutres, déployant des propriétés similaires à celles d'un solide métallique amorphe, apparaît en général une tâche difficile à cause de la portée assez courte de l'interaction dipôle-dipôle (comparée par exemple à l'interaction de Coulomb dans des pièges à ions). Grâce à leur moment dipolaire exceptionnellement grand, les atomes de Rydberg sont par ailleurs des candidats idéaux pour ce type d'expérience. En étudiant un gaz de rubidium refroidi à 300  $\mu\text{K}$  dans un piège magnéto-optique, W. R. Anderson *et al.* ont pu mettre en évidence la distortion des processus résonnants de transfert d'énergie par interaction dipôle-dipôle [3]. Puisque dans un gaz de Rydberg froid le potentiel d'interaction dipôle-dipôle est du même ordre que l'énergie thermique des atomes, ces effets ne peuvent être expliqués en termes de collisions binaires entre les atomes, et doivent être interprétés comme un phénomène collectif. Des effets similaires ont été observés au Laboratoire Aime Cotton d'Orsay sur des échantillons de césium froid [108, 52].

## 3.2 Collisions assistées par une cavité non-résonnante

Nous venons de voir que l'interaction dipôle-dipôle entre atomes de Rydberg produit des angles de collision très importants. Cependant, faute de pouvoir contrôler la position des atomes au niveau micrométrique, si on vise à les intriquer de façon contrôlée il faut amplifier ultérieurement le couplage. La solution, proposée par S. B. Zheng et G. C. Guo [164] consiste à assister la collision par une cavité non-résonnante.

Les effets des conditions aux limites imposées par un résonateur à la radiation du dipôle atomique ont été étudiés depuis longtemps. On a notamment prédit et observé des phénomènes liés à l'inhibition ou à la stimulation de l'émission spontanée [127], en particulier pour des atomes de Rydberg [68]. L'influence du résonateur sur l'interaction dipôle-dipôle et la possibilité de stimuler l'échange d'énergie entre deux atomes ont été considérées plus récemment [81, 59, 1]. Des effets de stimulation de l'interaction dipôle-dipôle par une cavité ont été démontrés expérimentalement dans une microcavité polymérique [72] et dans un ensemble d'atomes de rubidium ultrafroids couplés au mode d'une cavité optique [105].

### 3.2.1 Dynamique d'une collision assistée

Le cas d'une collision d'atomes de Rydberg dans une cavité micro-onde non-résonnante est illustré dans la figure 3.1. Pour présenter les aspects principaux de la dynamique de la collision assistée, nous considérons deux atomes et un seul mode du champ confiné, initialement vide. Le couplage atome-champ étant largement augmenté par le confinement du mode dans un résonateur, le calcul de l'angle de collision peut se limiter à ce seul mode du champ électromagnétique. En outre, nous ne considérons pas explicitement la dépendance temporelle du couplage atomes-cavité<sup>1</sup>. Cela nous permet de résoudre le problème par une approche très simple et analogue à celle de l'atome habillé (cf. § 1.1.1). Dans la partie suivante nous développerons un calcul plus réaliste et complet, qui prendra en compte les deux modes de notre cavité et la forme gaussienne du couplage.

L'hamiltonien du problème, déduit de l'hamiltonien général (1.53), est le suivant :

$$H = H_0 + V \tag{3.5}$$

avec :

---

<sup>1</sup>Cette omission peut être compensée en fin de parcours en introduisant, à l'instar de ce que nous avons fait au § 1.1.1, un «temps d'interaction effectif» qui reproduit la forme spatiale du couplage

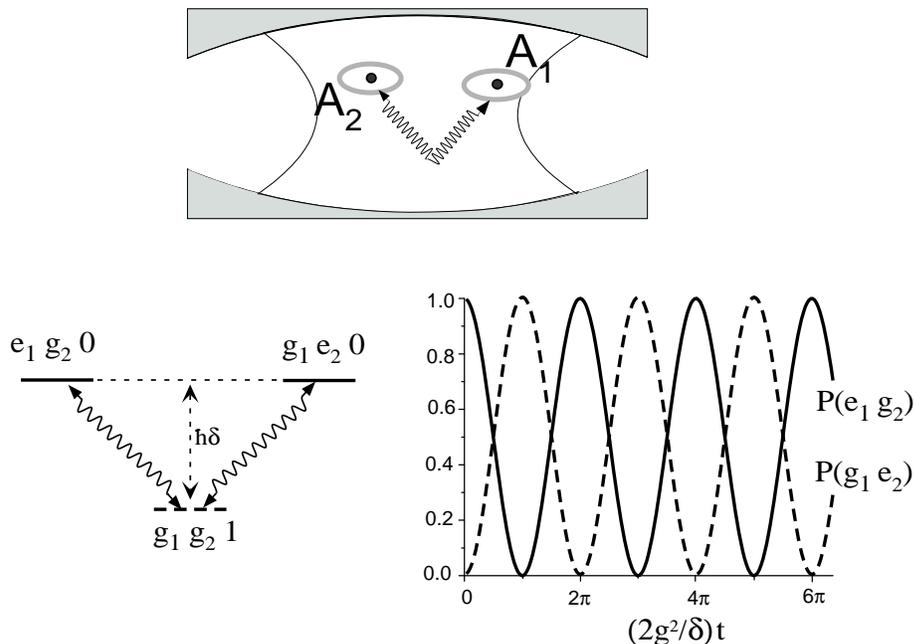


FIG. 3.1 – Collision de deux atomes de Rydberg assisté par une cavité vide désaccordée de  $\delta$  par rapport à la transition atomique. Les atomes entament une oscillation de Rabi à travers l'échange d'un photon «virtuel» avec la cavité.

$$\begin{aligned}
 H_0 &= \hbar\omega_c \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar\omega_{eg}}{2} \sum_{k=1,2} ( |e_k\rangle\langle e_k| - |g_k\rangle\langle g_k| ) \\
 V &= -\hbar g \sum_{k=1,2} ( |e_k\rangle\langle g_k| a + |g_k\rangle\langle e_k| a^\dagger )
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Les notations sont celles du § 1.1.1, les index 1 et 2 se référant aux deux atomes. On voit facilement que les deux niveaux dégénérés  $(e_1 g_2 0)$  et  $(g_1 e_2 0)$  sont couplés *au deuxième ordre* via le niveau  $(g_1 g_2 1)$ . Le sous-espace engendré par les trois vecteurs  $\{|e_1, g_2, 0\rangle, |g_1, g_2, 1\rangle, |g_1, e_2, 0\rangle\}$  est clos par rapport à l'évolution régie par l'hamiltonien (3.5). La restriction de celui-ci à ce sous-espace a la forme matricielle :

$$H = -\hbar \begin{pmatrix} 0 & g & 0 \\ g & \delta & g \\ 0 & g & 0 \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

$\delta$  étant le désaccord atomes-cavité. L'origine des énergies a ici été prise sur les niveaux  $(g_1 e_2 0)$  et  $(e_1 g_2 0)$ .

La matrice (3.7) se diagonalise facilement et, dans la limite dispersive où nous gardons seulement les termes du premier ordre en  $g/\delta$ , ses vecteurs propres ont une forme particulièrement simple :

$$|v_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|e_1, g_2, 0\rangle - |g_1, e_2, 0\rangle] \quad (3.8)$$

relatif à la valeur propre  $E_0 = 0$ ,

$$|v_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |e_1, g_2, 0\rangle - \frac{2g}{\delta} |g_1, g_2, 1\rangle + |g_1, e_2, 0\rangle \right] \quad (3.9)$$

relatif à la valeur propre  $E_- = -\hbar \frac{2g^2}{\delta}$ ,

$$|v_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ -\frac{g}{\delta} |e_1, g_2, 0\rangle - |g_1, g_2, 1\rangle - \frac{g}{\delta} |g_1, e_2, 0\rangle \right] \quad (3.10)$$

relatif à la valeur propre  $E_+ = \hbar(\delta + \frac{2g^2}{\delta})$ .

En termes de ces vecteurs propres et au premier ordre en  $g/\delta$ , l'état initial  $|e_1, g_2, 0\rangle$  s'écrit :

$$|e_1, g_2, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( [|v_0\rangle + |v_-\rangle - \frac{2g}{\delta} |v_+\rangle] \right) \quad (3.11)$$

Nous pouvons immédiatement en déduire l'état du système à l'instant  $t$ . Dans la limite  $g/\delta \rightarrow 0$ , nous obtenons :

$$|e_1, g_2, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{2} [(1 + e^{-\frac{i}{\hbar}E_-t})|e_1, g_2, 0\rangle - (1 - e^{-\frac{i}{\hbar}E_-t})|g_1, e_2, 0\rangle] \quad (3.12)$$

L'interaction produit donc un échange d'énergie réversible et cohérent entre les deux atomes (oscillation de Rabi) de période  $2\pi\hbar/|E_-| = \pi\delta/g^2$  (cf. figure 3.1).

Ce résultat montre que, grâce à la stimulation du mode d'un résonateur, vide et quasi-résonnant avec les atomes, il est possible d'obtenir des angles de collision très grands. En utilisant l'expression (1.7) pour le couplage  $g$ , on vérifie immédiatement que l'angle de collision peut être exprimé dans une forme analogue à celle obtenue pour la collision dans l'espace libre :

$$\theta_c = \frac{\omega_c}{\delta} \alpha \frac{c}{v} \left( \frac{a_0 n^2}{b_c} \right)^2 \quad (3.13)$$

Le paramètre  $b_c$ , qui joue ici le rôle d'un paramètre d'impact «effectif», ne dépend pas de la distance réel entre les atomes, mais est déterminé uniquement par les caractéristiques géométriques du mode de la cavité. Dans le cas d'un résonateur micro-onde tel celui qui est utilisé dans notre expérience, il est par conséquent énorme ( $10^{-3}$  m). La largeur du paramètre d'impact effectif est compensée par le paramètre sans dimensions  $\frac{\omega_c}{\delta}$ , qui exprime l'effet d'amplification de la cavité.

Comme nous l'avons vu au § 1.1.2, l'oscillation de Rabi entre les deux atomes peut être interprétée comme l'échange «virtuel» d'un photon avec la cavité (figure 3.1). Dans

le contexte des pièges à ions un schéma similaire, proposé par K. Mølmer et A. Sørensen [104], a été utilisé pour réaliser des états intriqués à deux et à quatre ions [138].

Pour conclure ce paragraphe nous allons calculer la probabilité pour que, pendant la collision, un photon soit émis dans la cavité. Idéalement, l'émission d'un photon *réel* constitue la seule limitation intrinsèque à la fidélité de la collision comme méthode d'intrication d'atomes. En partant de l'éq. (3.11), nous pouvons facilement évaluer  $P(g_1 g_2 1)$  en réexprimant les vecteurs  $|v_0\rangle, |v_+\rangle, |v_-\rangle$  dans la base  $\{|e_1, g_2, 0\rangle, |g_1, g_2, 1\rangle, |g_1, e_2, 0\rangle\}$  et en calculant le coefficient de  $|g_1, g_2, 1\rangle$  à l'instant  $t$ . Nous obtenons :

$$P(g_1 g_2 1, t) = \frac{4g^2}{\delta^2} \sin^2 \left( \frac{4g^2 + \delta^2}{2\delta} t \right) \quad (3.14)$$

Avec un désaccord  $\delta = 10g$  (compatible, dans notre expérience, avec l'intrication des atomes), l'émission parasite reste, selon ce calcul, bornée en dessous de 4 %. Nous avons par ailleurs jusqu'à présent négligé la forme gaussienne du couplage. Or, c'est justement dans le cas d'interaction non-résonnante que l'amplitude de transition du processus d'émission d'un photon dans la cavité oscille rapidement et que, par conséquent, la forme adiabatique du couplage joue un rôle important. En développant la théorie perturbative dépendant du temps, on trouve en effet que la probabilité d'émission parasite pendant la collision est complètement négligeable (cf. § 3.3.1).

## 3.2.2 Insensibilité à l'état du champ de la cavité

### 3.2.2.a Relaxation

Une caractéristique très importante de la méthode d'intrication d'atomes par collision assistée, est sa relative insensibilité à la finesse de la cavité. L'information qui permet d'intriquer les deux atomes n'est à aucun instant stockée dans la cavité sous la forme d'un état particulier du champ. Comme nous l'avons vu dans l'introduction, c'est là une différence fondamentale avec la méthode d'intrication fondée sur des interactions successives et résonnantes des atomes avec la cavité.

Bien que la finesse de la cavité soit dans le cas de la collision moins critique, elle influence toutefois l'efficacité du processus. Si le facteur de qualité de la cavité tend vers zéro, on se rapproche évidemment du cas de la collision dans l'espace libre.

Pour donner une estimation quantitative du rôle joué par la largeur spectrale de la cavité, nous adoptons une approche plus général [59] que le modèle de Jaynes-Cummings. Cette approche consiste à inclure explicitement dans l'hamiltonien initial les degrés de liberté relatifs à l'environnement (un bain d'oscillateurs harmoniques à température zéro, qui représentent le *continuum* du champ en l'absence de photons thermiques). Ces degrés de liberté sont ensuite éliminés en faisant l'approximation de Markov-Born (cette élimination entraîne en particulière la prise en compte du décalage de fréquence que le couplage au réservoir induit sur la cavité). En ordonnant les modes du réservoir par l'index généralisé  $\mu$  et en représentant leur état par le ket  $|\dots\rangle_E$ , l'état du système

global à l'instant  $t$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
|\psi(t)\rangle = & (c_{eg0}(t)|e_1, g_2, 0_c\rangle + c_{ge0}(t)|g_1, e_2, 0_c\rangle + c_{gg1}(t)|g_1, g_2, 1_c\rangle) \otimes |\dots 0_\mu \dots\rangle_E \\
& + |g_1, g_2, 0_c\rangle \otimes \sum_{\mu} c_{\mu}(t) |\dots 0_{\mu-1}, 1_{\mu}, 0_{\mu+1} \dots\rangle_E
\end{aligned} \tag{3.15}$$

où les coefficients  $c_{eg0}, c_{ge0}, c_{gg1}$  obéissent au système d'équations suivant [59] :

$$\begin{aligned}
\dot{c}_{eg0} &= g c_{gg1} \\
\dot{c}_{ge0} &= g c_{gg1} \\
\dot{c}_{gg1} &= -(i\delta + \Upsilon/2)c_{gg1} - g(c_{ge0} + c_{eg0})
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$\Upsilon = 2\pi/\tau_{cav}$  étant la largeur spectrale de la cavité. La dynamique décrite par ce système est celle d'un oscillateur harmonique amorti. L'oscillation de Rabi de  $P(e_1g_2)$  s'amortit d'autant plus rapidement que la largeur spectrale de la cavité augmente. Si cette largeur domine sur le couplage atomes-cavité, l'énergie atomique est dissipée avant même que l'oscillation n'ait entamé. Pour un angle de collision donné, l'effet de l'amortissement peut être compensé en augmentant le désaccord  $\delta$  et la durée de l'interaction. Dans la figure 3.2 nous comparons l'oscillation de Rabi dans trois différents régimes. Nous fixons  $g = 2\pi \cdot 25$  kHz et nous considérons les temps de vie de la cavité :  $\tau = 10$  ms,  $\tau = 40$   $\mu$ s et  $\tau = 10$   $\mu$ s. Dans chaque cas le désaccord est ajusté pour que l'effet de l'amortissement sur la pureté de l'état reste inférieur à 5 %. Les courbes représentent les solutions analytiques du système (3.16). Nous voyons que la réduction du temps de vie d'un facteur 1000 n'affecte la vitesse de l'oscillation de Rabi que par un facteur 6.

Dans notre expérience le temps d'interaction maximal est borné par la distribution maxwellienne des vitesses du jet atomique. Il est donc utile de comparer l'amortissement de l'oscillation de Rabi que l'on obtient, pour de différents  $Q$  de la cavité, si on maintient fixé le désaccord (et donc, en première approximation, la fréquence de l'oscillation). Dans la figure 3.3 on compare les cas  $\tau = 1$  ms,  $\tau = 40$   $\mu$ s et  $\tau = 10$   $\mu$ s.

À noter que le calcul général que nous avons illustré suppose un couplage constant. Les simulations relatives à des cas plus concrets et réalistes devraient prendre en compte la forme temporelle du couplage.

Nous ne développerons pas ultérieurement l'analyse de ce paragraphe. Dans les conditions où nous avons accompli nos expériences de collision, la largeur spectrale finie de la cavité joue en fait un rôle négligeable.

### 3.2.2.b Champ thermique

Considérons à présent le cas où le mode de la cavité se trouve non pas dans le vide mais dans un état de Fock à  $n$  photons. En régime non-resonnant  $n$  est conservé pendant la collision. La probabilité d'un échange d'énergie entre les deux atomes est alors déduite de l'amplitude de transition  $\langle g_1, e_2, n | V | e_1, g_2, n \rangle$ . La contribution du

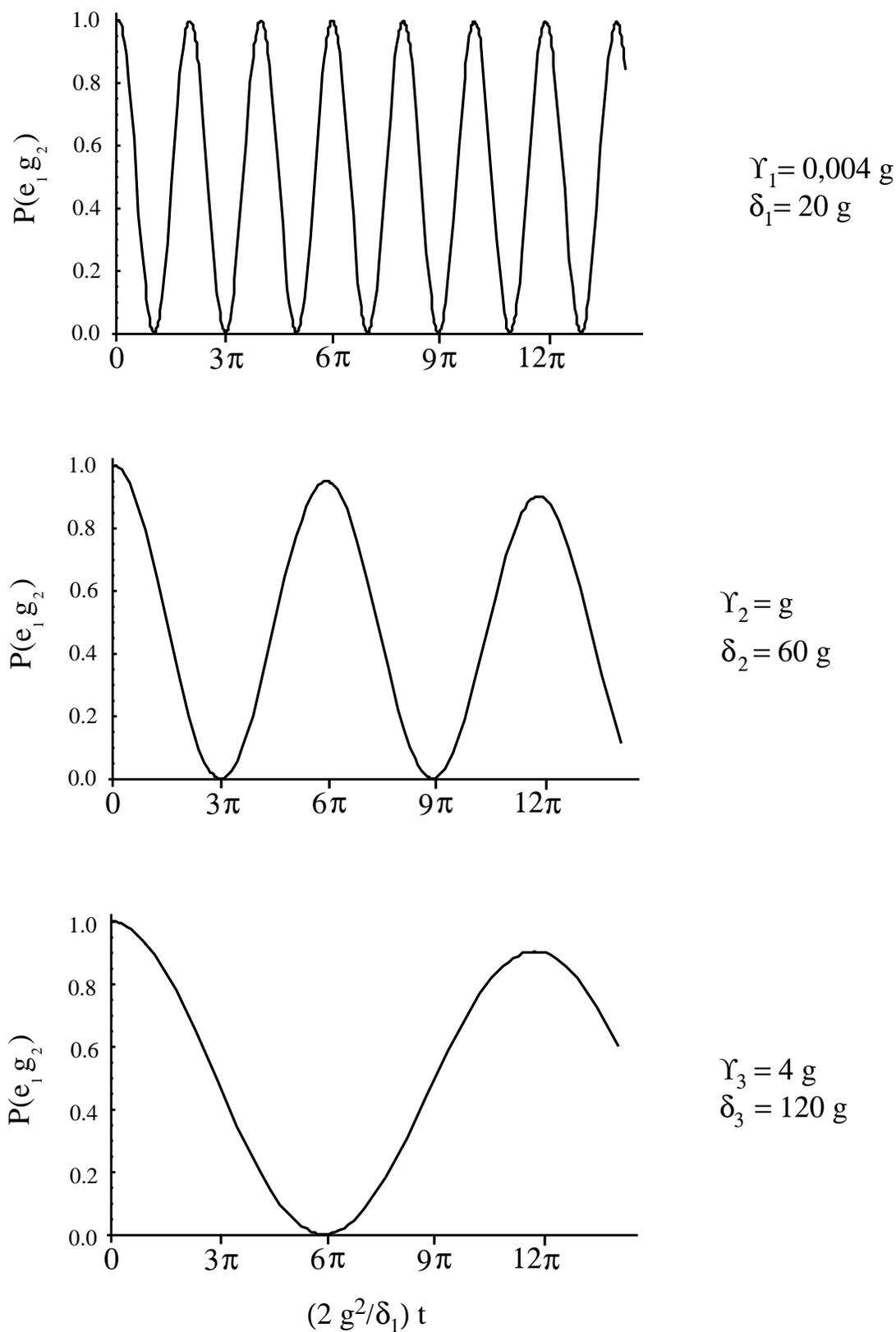


FIG. 3.2 – Oscillation de Rabi entre les deux atomes.  $P(e_1g_2)$  est représentée en fonction de la durée de la collision  $t$  en unités  $\delta_1/2g^2$ . Dans chaque cas le désaccord est ajusté pour que l'effet de l'amortissement sur la pureté de l'état maximalement intriqué (impulsion  $\pi/2$ ) reste inférieur à 5 %. La période de l'oscillation est en première approximation inversement proportionnelle au désaccord  $\delta$ , et diminue au fur et à mesure que le facteur de qualité de la cavité s'affaiblit.

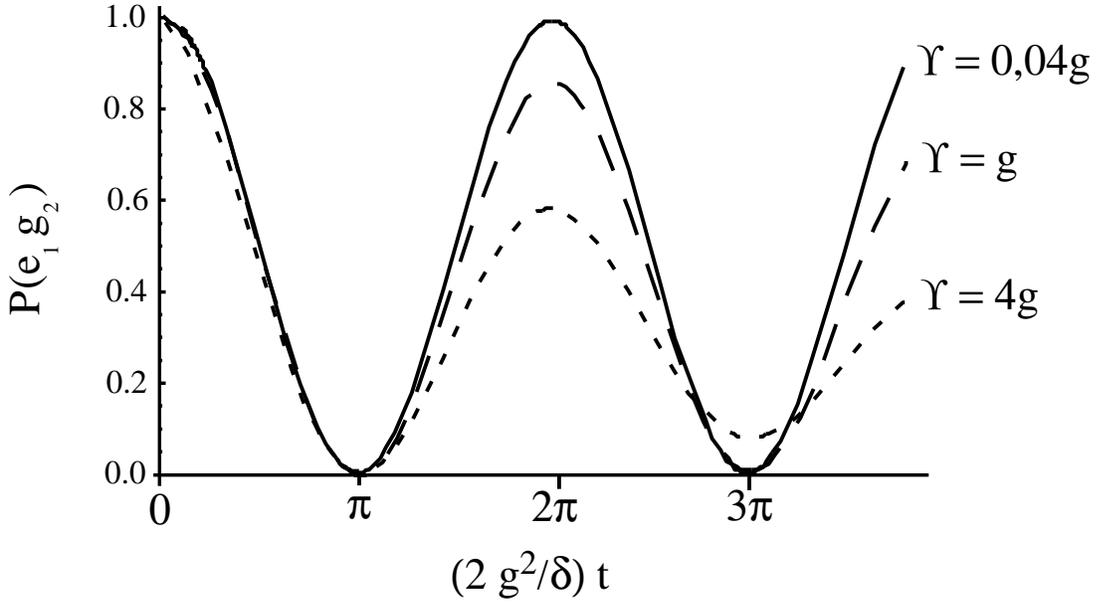


FIG. 3.3 – L'amortissement de l'oscillation de Rabi en fonction du temps de vie de la cavité.  $P(e_1g_2)$  est représentée en fonction de la durée de la collision. Le désaccord atomes-cavité est dans les trois cas le même.

premier ordre du développement perturbatif à cette amplitude est nulle (comme dans le cas  $n = 0$ ). Considérons les diagrammes de Feynman du deuxième ordre. Deux «chemins» sont possibles pour aboutir à l'état final  $|g_1, e_2, n\rangle$ . Le premier passe par le niveau  $(g_1, g_2, n + 1)$  (un photon est virtuellement émis par l'atome 1 et ensuite absorbé par l'atome 2). Le deuxième passe par le niveau  $(e_1, e_2, n - 1)$  (un photon est virtuellement absorbé par l'atome 2 et ensuite émis par l'atome 1). La contribution de ces deux chemins à l'amplitude de transition globale, se calcule facilement [42, p. 28]. Si  $t$  est la durée de la collision et  $V$  l'hamiltonien d'interaction qui apparaît dans l'éq. (3.5), le calcul perturbatif au deuxième ordre donne les deux termes suivants :

$$\begin{aligned}
 A_{\downarrow} &= -it \frac{\{ \langle g_1, e_2, n | V | g_1, g_2, n + 1 \rangle \langle g_1, g_2, (n + 1) | V | e_1, g_2, n \rangle \}}{-\hbar\delta} \\
 &= it \frac{(g\sqrt{n+1}) \cdot (g\sqrt{n+1})}{\delta} \\
 &= i \frac{g^2(n+1)}{\delta} t
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

et :

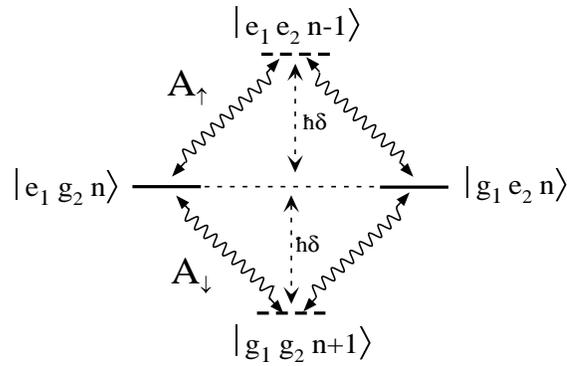


FIG. 3.4 – Diagrammes de Feynman associés à la transition  $|e_1, g_2, n\rangle \leftrightarrow |g_1, e_2, n\rangle$  : un photon «virtuel» est d'abord émis par l'atome 1 et ensuite absorbé par l'atome 2 ( $A_\downarrow$ ) ou d'abord absorbé par l'atome 2 et ensuite émis par l'atome 1 ( $A_\uparrow$ ).

$$\begin{aligned}
 A_\uparrow &= -it \frac{\langle g_1, e_2, n | V | e_1, e_2, (n-1) \rangle \langle e_1, e_2, (n-1) | V | e_1, g_2, n \rangle}{\hbar\delta} \\
 &= -it \frac{(g\sqrt{n}) \cdot (g\sqrt{n})}{\delta} \\
 &= -i \frac{g^2 n}{\delta} t
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

(cf. diagramme 3.4).

En additionnant ces deux termes on obtient :

$$\langle g_1, e_2, n | V | e_1, g_2, n \rangle \simeq A_\uparrow + A_\downarrow = i \frac{g^2}{\delta} t \tag{3.19}$$

qui est exactement le résultat du développement perturbatif au deuxième ordre dans le cas  $n=0$ .

Ce calcul peut être développé aux ordres supérieurs par la méthode que nous avons introduite au § 1.1.1.b. Cette méthode sera utilisée au prochain paragraphe, où nous discuterons l'expérience de collision assistée réalisée dans notre dispositif.

### 3.3 Oscillation de Rabi entre deux atomes

Dans cette partie nous allons décrire l'observation de l'oscillation de Rabi entre deux atomes de Rydberg circulaires dans des collisions assistées par notre cavité. Comme nous l'avons plusieurs fois souligné, la dégénérescence des deux modes gaussiens de polarisation orthogonale est levée dans notre résonateur. Les deux modes doivent, par conséquent, être pris en compte séparément. Avant d'en venir à la réalisation pratique et aux résultats, nous présentons donc une généralisation du calcul illustratif développé dans la partie précédente, qui permet de modéliser de façon précise la collision réelle qui se produit dans notre expérience.

#### 3.3.1 Dédution de l'hamiltonien effectif en présence de deux modes

Nous avons vu que deux atomes initialement préparés dans l'état  $|e_1g_2\rangle$  entament, lorsqu'ils entrent en collision dans une cavité non-résonnante, une nutation de Rabi. Pour décrire ce phénomène dans notre expérience, il est utile d'adopter une approche analogue à celle du § 1.1.1.b, où nous avons étudié l'interaction dispersive atome-cavité. Nous chercherons à identifier un hamiltonien effectif qui ne garde que les termes relatifs aux processus dont l'amplitude de probabilité est significative *en régime non-résonnant*. Commençons par considérer l'hamiltonien exact de deux atomes en interaction avec les deux modes HF ( $a$ ) et BF ( $b$ ) de la cavité. Les modes sont quasi-dégénérés :  $\delta_b - \delta_a \ll \omega_a, \omega_b$ , où  $\omega_a, \omega_b$  sont les fréquences des modes et  $\delta_a, \delta_b$  leurs désaccords respectifs par rapport à la transition atomique (cf. figure 3.5).

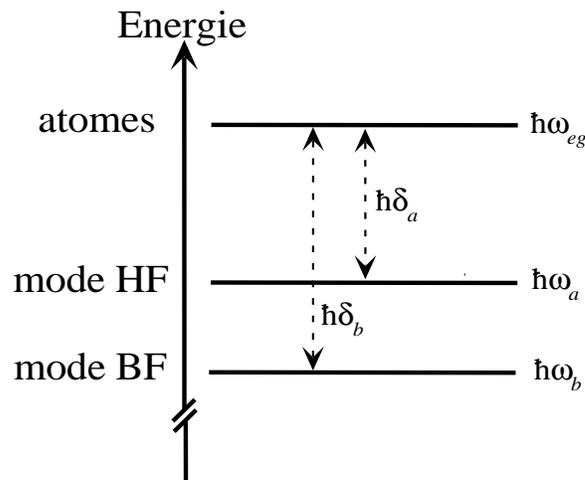


FIG. 3.5 – Diagramme des énergies.

L'hamiltonien *en représentation d'interaction* est immédiatement déduit de l'hamiltonien général (1.53) :

$$\begin{aligned}\tilde{V}(t) = & -\hbar\tilde{A}(t)(f(v_1t)|e_1\rangle\langle g_1| + f(v_2t)|e_2\rangle\langle g_2|) \\ & -\hbar\tilde{A}^\dagger(t)(f(v_1t)|g_1\rangle\langle e_1| + f(v_2t)|g_2\rangle\langle e_2|)\end{aligned}\quad (3.20)$$

avec :

$$\tilde{A}(t) \equiv (g_a a e^{-i\delta_a t} + g_b b e^{-i\delta_b t}) \quad (3.21)$$

Dans le but de trouver un hamiltonien effectif, nous allons considérer, comme au § 1.1.1.b, le développement perturbatif de l'opérateur d'évolution  $\tilde{U}(t_i, t_f)$  associé à  $\tilde{V}(t)$ . Nous nous intéressons à un état initial préparé bien avant l'interaction des atomes avec le mode, et à un état final détecté bien après. Nous pouvons alors prendre  $t_i \rightarrow -\infty$  et  $t_f \rightarrow +\infty$ .

Pour le terme du premier ordre du développement perturbatif, nous avons :

$$\begin{aligned}\tilde{U}^{(1)} = & i \int_{-\infty}^{+\infty} [\tilde{A}(t)(f(v_1t)|e_1\rangle\langle g_1| + f(v_2t)|e_2\rangle\langle g_2|) \\ & - \tilde{A}^\dagger(t)(f(v_1t)|g_1\rangle\langle e_1| + f(v_2t)|g_2\rangle\langle e_2|)] dt\end{aligned}\quad (3.22)$$

Compte tenu de (3.21), tous les termes de la somme (3.22) sont multipliés par une intégrale de type  $I_0$  (cf. (1.34)). Ces intégrales tendent vers zéro si  $\delta_k \cdot 2w/v_i \gg 1$  ( $k = a, b; i = 1, 2$ ). Dans le régime dispersif où cette condition est satisfaite, nous pouvons donc négliger  $\tilde{U}^{(1)}$ , qui exprime les échanges d'énergie directs entre les atomes et la cavité.

Venons-en au terme du second ordre :

$$\begin{aligned}\tilde{U}^{(2)} = & - \sum_{k=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \{ \tilde{A}(t_1)\tilde{A}^\dagger(t_2)[j_k(t_1, t_2)|e_k\rangle\langle e_k| + h_k(t_1, t_2)S_k] \\ & + \tilde{A}^\dagger(t_1)\tilde{A}(t_2)[j_k(t_1, t_2)|g_k\rangle\langle g_k| + h_k(t_2, t_1)S_k] \\ & + \tilde{A}(t_1)\tilde{A}(t_2)h_k(t_1, t_2)T_k \\ & + \tilde{A}^\dagger(t_1)\tilde{A}^\dagger(t_2)h_k(t_2, t_1)T_k\}\end{aligned}\quad (3.23)$$

où nous avons introduit les opérateurs atomiques :

$$S_1 = |e_1\rangle|g_2\rangle\langle g_1|\langle e_2|, \quad S_2 = |g_1\rangle|e_2\rangle\langle e_1|\langle g_2| \quad (3.24)$$

$$T_1 = |e_1\rangle|e_2\rangle\langle g_1|\langle g_2|, \quad T_2 = |g_1\rangle|g_2\rangle\langle e_1|\langle e_2| \quad (3.25)$$

et les fonctions temporelles (qui découlent de la forme spatiale du couplage atome-cavité) :

$$\begin{aligned}j_k(t_1, t_2) &= f(v_k t_1)f(v_k t_2) \\ h_k(t_1, t_2) &= f(v_k t_1)f(v_{[3-k]} t_2) \quad k = 1, 2\end{aligned}\quad (3.26)$$

L'intégration en  $t_2$  dans l'éq. (3.23) peut être effectuée comme dans l'éq. (1.40). Il reste alors :

$$\begin{aligned} \tilde{U}^{(2)} = & i \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left( \frac{g_a^2}{\delta_a} aa^\dagger + \frac{g_b^2}{\delta_b} bb^\dagger \right) \sum_{k=1,2} (f^2(v_k t) |e_k\rangle \langle e_k| + f(v_1 t) f(v_2 t) S_k) \right. \\ & - \left( \frac{g_a^2}{\delta_a} a^\dagger a + \frac{g_b^2}{\delta_b} b^\dagger b \right) \sum_{k=1,2} (f^2(v_k t) |g_k\rangle \langle g_k| + f(v_1 t) f(v_2 t) S_k) \\ & \left. + F(t) \right\} dt \end{aligned} \quad (3.27)$$

où nous avons recueilli dans l'opérateur  $F(t)$  tous les termes oscillants du type :  $e^{\pm i 2\delta_k t_1}$  ou  $e^{\pm i(\delta_a + \delta_b)t_1}$  ( $k = a, b; i = 1, 2$ ). Dans les hypothèses qui ont permis de négliger les termes oscillants dans  $\tilde{U}^{(1)}$ , nous avons aussi  $\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) dt \approx 0$ . En utilisant les règles de commutation  $[a, a^\dagger] = [b, b^\dagger] = 1$  dans l'éq. (3.27), nous avons finalement :

$$\begin{aligned} \tilde{U}^{(2)} = & i \sum_{k=1,2} \left\{ \left( \frac{g_a^2}{\delta_a} aa^\dagger + \frac{g_b^2}{\delta_b} bb^\dagger \right) |e_k\rangle \langle e_k| - \left( \frac{g_a^2}{\delta_a} a^\dagger a + \frac{g_b^2}{\delta_b} b^\dagger b \right) |g_k\rangle \langle g_k| \right\} t_{k,\text{eff}}^{\text{D}} \\ & + i \left( \frac{g_a^2}{\delta_a} + \frac{g_b^2}{\delta_b} \right) (|e_1\rangle |g_2\rangle \langle g_1| \langle e_2| + |g_1\rangle |e_2\rangle \langle e_1| \langle g_2|) t_{\text{eff}}^{\text{C}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

où  $t_{k,\text{eff}}^{\text{D}}$  est le temps effectif défini au chapitre 1 pour l'interaction dispersive entre l'atome  $k$  et la cavité (éq. (1.43)) et :

$$t_{\text{eff}}^{\text{C}} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(v_1 t) f(v_2 t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -\frac{(v_1^2 + v_2^2)t^2}{2w^2} \right] dt = \frac{\sqrt{\pi} w}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \quad (3.29)$$

représente la durée effective de la collision entre les deux atomes.

Nous avons ainsi déduit le développement perturbatif de l'opérateur d'évolution jusqu'au deuxième ordre. Nous avons négligé la contribution des termes oscillant rapidement, correspondant à des processus non-résonnants qui ont, dans la situation étudiée, une amplitude de probabilité très petite.

Dans l'éq. (3.28) on remarque la présence d'opérateurs qui couplent directement les deux atomes. Ces opérateurs décrivent l'échange d'énergie direct entre les atomes. Le développement perturbatif des amplitudes de transition montre que cette interaction atome-atome s'effectue par le biais d'un photon «virtuellement» échangé avec la cavité (cf. diagramme 3.4). Soulignons le fait remarquable que la partie du potentiel qui couple les atomes ne dépend pas des opérateurs du champ, ce qui explique, sur le plan formel, l'insensibilité de la collision à l'état du champ dans la cavité.

Aux ordres supérieurs du développement de  $\tilde{U}$ , d'autres processus «lents» apparaissent. Le système (deux atomes à deux niveaux couplés à deux modes du champ) présente en

fait, en dépit de sa simplicité, une certaine richesse spectrale. Au § 1.1.2, nous avons en particulier fait référence au processus Raman du troisième ordre qui couple les deux modes par le biais d'un atome. L'amplitude de transition associée à ce processus devient significative si la condition de résonance  $\delta_b = 2\delta_a$  est remplie. Cependant, le temps caractéristique de cette transition est grand par rapport à  $\pi\delta_a/g^2$ . Par conséquent ses effets ne sont pas très importants à l'échelle de temps adoptée pour étudier la collision atomique. Le processus Raman est par ailleurs inhibé si les modes de la cavité sont initialement vides. Par la suite nous nous intéressons alors au cas :  $n_a = n_b = 0$ . En itérant le raisonnement qui nous a permis de trouver les termes du premier et du deuxième ordre dans le développement perturbatif, nous obtenons l'hamiltonien effectif suivant (cf. § 1.1.1.b) :

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{\text{eff}}(t) = -\hbar \left( \frac{g_a^2}{\delta_a} + \frac{g_b^2}{\delta_b} \right) \{ & f^2(v_1 t) |e_1\rangle \langle e_1| + f^2(v_2 t) |e_2\rangle \langle e_2| \\ & + f(v_1 t) f(v_2 t) ( |e_1\rangle |g_2\rangle \langle g_1| \langle e_2| + |g_1\rangle |e_2\rangle \langle e_1| \langle g_2| ) \} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Les premier terme de ce potentiel d'interaction effectif exprime le déplacement Lamb du niveau  $e$  ; le deuxième, qui contient les opérateurs atomiques «croisés», exprime l'interaction dipôle-dipôle entre les deux atomes.

Il est immédiatement évident que, sous l'action de l'hamiltonien  $\tilde{V}_{\text{eff}}(t)$ , le sous-espace  $\{|e_1, g_2, 0_a, 0_b\rangle, |g_1, e_2, 0_a, 0_b\rangle\}$  est clos. La restriction de  $\tilde{V}_{\text{eff}}(t)$  à ce sous-espace a une forme identique à l'hamiltonien de couplage atome-champ (1.16) dans le cas résonant. La dynamique du système est alors celle typique des systèmes à deux niveaux couplés à résonance. Une adaptation immédiate des résultats obtenus au § 1.1.2, conduit à l'oscillation de Rabi entre les deux niveaux. Si les atomes sont initialement préparés dans l'état  $|e_1, g_2\rangle$ , la probabilité de les détecter dans les niveaux initiaux oscille de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P(e_1 g_2) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left[ 2 \left( \frac{g_a^2}{\delta_a} + \frac{g_b^2}{\delta_b} \right) t_{\text{eff}}^{\text{C}} \right] \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos [2 \eta \cdot \tilde{g}^2 t_{\text{eff}}^{\text{C}}] \end{aligned} \quad (3.31)$$

où nous avons défini  $\tilde{g} \equiv g_a/\sqrt{\omega_a} = g_b/\sqrt{\omega_b}$  (cf. éq. (1.7)) et nous avons introduit le paramètre sans dimension :

$$\eta \equiv \left( \frac{\omega_a}{\delta_a} + \frac{\omega_b}{\delta_b} \right) \quad (3.32)$$

Le paramètre  $\eta$  fixe le rapport entre l'angle de collision dans l'espace libre et celui de la collision assistée dans notre expérience. En utilisant l'expression (1.7) pour le couplage atome-cavité, nous avons en fait :

$$\theta_c = \eta \cdot \tilde{g}^2 t_{\text{eff}}^{\text{C}} = \eta \cdot \alpha \frac{c}{v} \left( \frac{a_0 n^2}{b_c} \right)^2 \quad (3.33)$$

où :

$$b_c \equiv (wd/\sqrt{2\pi})^{\frac{1}{2}} \quad (3.34)$$

$d$  étant la distance entre les miroirs de la cavité et ayant défini  $v \equiv \sqrt{(v_1^2 + v_2^2)}/2$ . Dans (3.33) nous avons introduit le paramètre d'impact «effectif»  $b_c$ , qui rend immédiate la comparaison avec l'expression de l'angle de collision dans l'espace libre  $\theta_L$  (cf. éq. (3.4)). À noter que  $b_c$  ne dépend que du volume et de la longueur d'onde du mode confiné. Il ne dépend pas directement de la distance entre les deux atomes. Dans notre expérience,  $b_c = 0,81 \text{ cm}$ . Cette valeur du paramètre d'impact est d'environ trois ordres de grandeur plus grande que celle nécessaire pour réaliser l'intrication maximale dans l'espace libre ( $b \simeq 10^{-3} \text{ cm}$ ). Pour la collision assistée, cette condition est donc satisfaite pour des valeurs de  $\eta$  de l'ordre de  $10^6$ , correspondant dans notre cas à des désaccords atomes-cavité de l'ordre de la centaine de  $\text{kHz}$ .

Nous pouvons enfin calculer perturbativement l'amplitude de transition associée au processus d'émission d'un photon dans le mode le moins désaccordé par rapport aux atomes. Supposant la cavité initialement vide, au premier ordre nous obtenons immédiatement :

$$\begin{aligned} P(g_1 g_2 1_a 0_b) &\simeq |\langle g_1, g_2, 1_a, 0_b | \left( \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}(t) dt \right) | e_1, g_2, 0_a, 0_b \rangle|^2 \\ &= \pi g^2 \frac{w^2}{v_1^2} e^{-\delta^2 \frac{w^2}{4v_1^2}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Pour un désaccord  $\delta_a \sim 10g$  et un temps d'interaction  $(w/v_1) \sim \delta_a/g^2$  (compatible avec la condition d'intrication maximale  $\theta_c = \pi/4$ ), la probabilité pour qu'un photon ait été émis dans la cavité à la fin de la collision est complètement négligeable. Ce résultat remarquable montre bien l'importance que la forme adiabatique du couplage joue dans notre expérience.

Lorsque l'on sort du régime dispersif et que le désaccord atomes-cavité ne permet plus d'utiliser l'hypothèse perturbative (1.29), des échanges d'énergie avec les modes peuvent se produire. Le calcul des amplitudes de transitions dévient alors plus laborieux et une simulation numérique se rend nécessaire.

### 3.3.2 Réalisation expérimentale

Venons-en à l'observation expérimentale du phénomène que nous avons décrit. À l'issue de la collision, la probabilité jointe  $P(e_1 g_2)$  de détecter l'atome 1 dans le niveau  $e$  et l'atome 2 dans le niveau  $g$  est censée osciller comme prédit par l'éq. (3.31) en fonction du paramètre  $\eta$  (c'est à dire du désaccord atomes-cavité) et de la durée effective de la collision  $t_{\text{eff}}^C$ , déterminée par les vitesses atomiques (cf. éq. (3.29)). Le choix des vitesses atomiques permettant d'observer une oscillation de Rabi complète en fonction de  $\eta$  est alors déterminé par la force du couplage atomes-champs ( $g = 2\pi \cdot 25 \text{ kHz}$ ) et par la taille

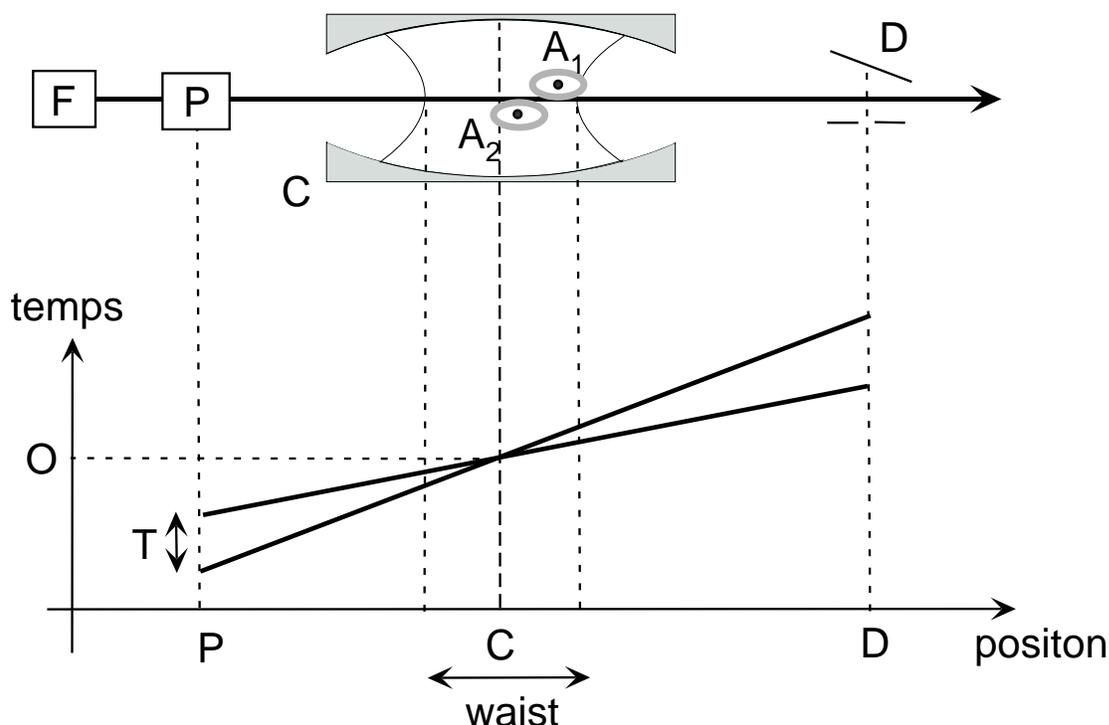


FIG. 3.6 – Séquence temporelle de l'expérience de collision assistée.

du *waist* (6 mm). Chaque séquence expérimentale est précédée par une procédure de refroidissement des deux modes de la cavité à l'aide de paquets d'atomes absorbants (cf. § 2.2.3). Un premier paquet, dans lequel on détecte en moyenne 3,5 atomes, est préparé dans  $|g\rangle$ , et traverse adiabaticquement le mode HF à une vitesse de  $243 \pm 10$  m/s. La même opération est répétée sur le mode BF, de manière à ce que le deuxième paquet absorbant ressorte de la cavité  $15 \mu\text{s}$  avant l'entrée du premier atome. Comme nous l'avons vu au § 2.2.5, le champ thermique résiduel peut être mesuré directement ; nous estimons que, à l'instant de la collision, les modes de la cavité contiennent chacun  $0,25 \pm 0,05$  photons en moyenne. Suite au refroidissement des modes, on envoie les deux atomes qui réalisent la collision. La vitesse sélectionnée pour le premier atome, préparé dans l'état  $|e\rangle$ , est  $v_1 = 300 \pm 1$  m/s ; celle du deuxième atome, préparé dans l'état  $|g\rangle$  ( $78 \mu\text{s}$  après le premier), est  $v_2 = 243 \pm 1$  m/s. Nous rappelons que la taille du faisceau atomique, qui donne une mesure du paramètre d'impact de la collision, est 1 mm. La séquence temporelle est choisie pour que le croisement des atomes ait lieu au centre de la cavité (cf. figure 3.6). Nous nous assurons en outre que les atomes «fantômes» dont nous avons parlé au § 2.1.2.e ne sont pas gênants pour l'expérience.

Afin de réduire la probabilité d'avoir plus d'un atome par paquet, les puissances des lasers d'excitation et de sélection des atomes sont réglées pour que le nombre moyen d'atomes détectés par paquet soit 0,11. Du fait que la collision concerne *deux* atomes, et que nous disposons d'*un seul* détecteur, les temps d'acquisition sont en général de

quelques heures.

Le système de contrôle du désaccord cavité-atomes a été décrit au § 2.1.3.b. Afin de réduire les inhomogénéités, le champ électrique directeur appliqué aux miroirs de la cavité est très petit ( $V_{cav}=0,62$  V). Cela fixe la fréquence atomique. Nous accordons ensuite la cavité de manière à ce que  $\omega_{eg} > \omega_{HF} > \omega_{BF}$ . La valeur de  $\eta$  peut être balayée à l'aide de la cale piezoélectrique qui permet de déplacer un des miroirs (§ 2.1.3.b). Le point correspondant à  $\eta \rightarrow 0$  (angle de collision égal à 0) est obtenu en désaccordant au maximum la cavité ( $\delta_{HF}/2\pi=470$  kHz) et en retardant la préparation de l'atome 2 de 40  $\mu s$ , ce qui déplace la collision en dehors de la cavité (37 mm au de là du centre de celle-ci). Ce point expérimental permet d'estimer l'efficacité de la préparation de l'état atomique initial.

Ainsi fixé le «zéro», l'expérience de collision assistée par la cavité est répétée pour différentes valeurs du paramètre  $\eta$ ; pour chacune de ces valeurs, 1200 paires d'atomes sont détectées. Nous en déduisons les probabilités jointes de détecter l'atome 1 dans  $e$  et l'atome 2 dans  $g$  ou l'inverse. La figure 3.7 montre les résultats expérimentaux :  $P(e_1g_2)$  et  $P(g_1e_2)$  y sont représentées en fonction de  $\eta$ . Dans la figure, un cycle complet d'oscillation de Rabi est bien visible, malgré l'amortissement évident au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la condition de non-résonance. En trait plein, la prédiction du calcul perturbatif analytique de la section précédente, éq. (3.33). En pointillé, la simulation numérique qui intègre l'équation d'évolution du système global. Cette simulation permet d'analyser le régime non-perturbatif ( $\delta_a < 6g$ ) en tenant compte aussi des photons thermiques présents dans les deux modes de la cavité. Ce petit champ thermique devient significatif justement quand les conditions d'interaction non-résonnante ne sont remplies davantage et un échange d'énergie direct entre les atomes et la cavité devient possible.

Les courbes théoriques ont été normalisées sur le point expérimental  $\eta \rightarrow 0$  (désaccord infini), de façon à intégrer les imperfections indépendantes de la collision.

Tant qu'on reste dans le régime dispersif ( $\eta < 5 \cdot 10^5$ ,  $\delta_{HF} > 6g$ ), les données suivent bien les courbes théoriques; ceci est vrai notamment pour la valeur qui correspond à l'impulsion  $\pi/2$ , c'est-à-dire à la condition d'intrication maximale.

La somme des probabilités  $P(e_1g_2)$  et  $P(e_1e_2)$  reste à peu près constante et vaut 0,8. La partie restante des coïncidences détectées peuple les canaux parasites  $e_1e_2$  et  $g_1g_2$ , idéalement vides

### 3.3.3 Analyse des données et des imperfections expérimentales

La figure 3.8 montre que les populations parasites ( $e_1e_2$ ) et ( $g_1g_2$ ) sont d'environ 10 %. Une petite fraction des populations est due à un «fond» qui découle des imperfections du dispositif et qui est indépendant de l'expérience de collision. Il s'agit principalement des «comptes noirs», de la largeur finie des pics d'ionisation et de l'émission spontanée des atomes.

Le poids des «comptes noirs» provoqués par le bruit électronique dans la chaîne de dé-

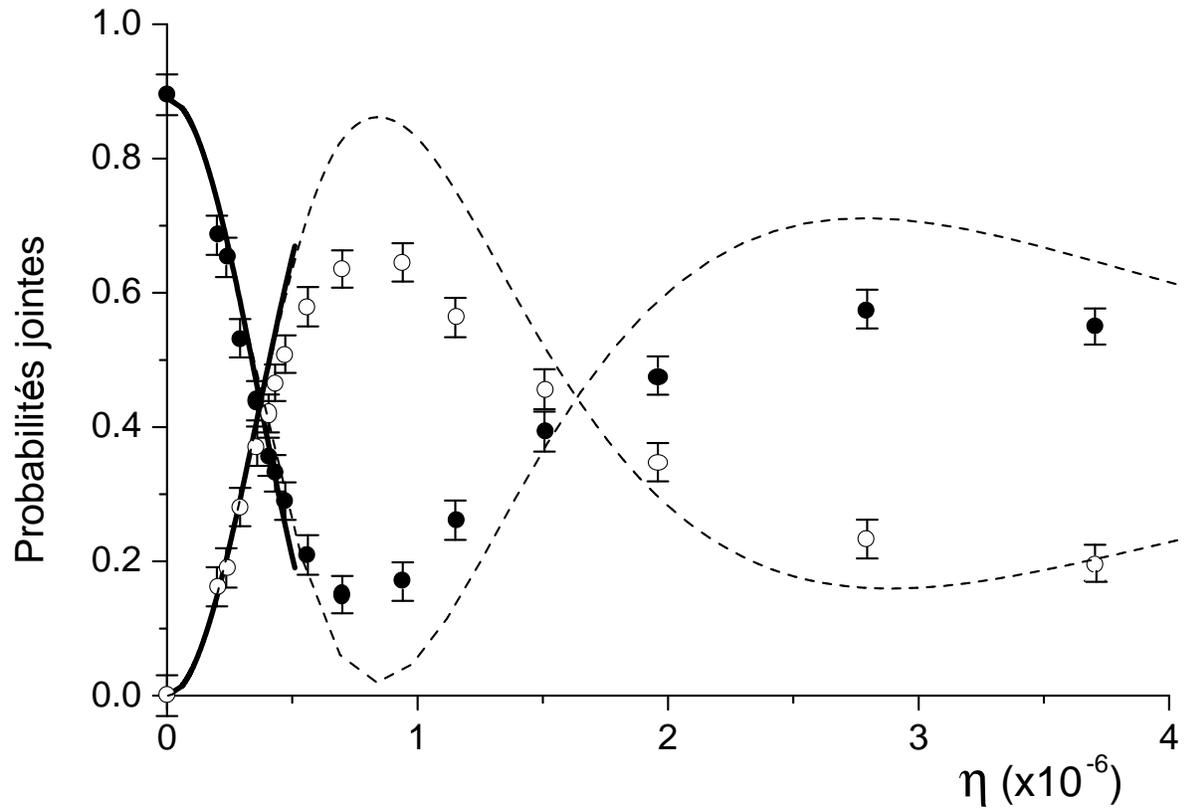


FIG. 3.7 – Probabilités jointes  $P(e_1g_2)$  (cercles pleins) et  $P(g_1e_2)$  (cercles vides) à l'issue de la collision, en fonction du paramètre  $\eta$  (inversement proportionnel au désaccord atome-cavité). La courbe continue est la prédiction théorique qui découle du calcul analytique du § 3.3.1, valable en régime dispersif. La courbe en pointillé découle de l'intégration numérique de l'évolution du système. Les deux courbes théoriques sont normalisées compte tenu du contraste «intrinsèque» déterminé par le point  $\eta \rightarrow 0$ .

tection, est facilement mesuré : on trouve qu'ils représentent moins d'1 % des « clics ». Quant à la superposition des pics d'ionisation relatifs aux différents niveaux circulaires (§ 2.1.2.c), nous estimons que, dans environ 2 % des cas, le détecteur se trompe, en indiquant la détection d'un atome dans un niveau alors qu'il se trouvait plutôt dans l'autre.

Enfin il faut rappeler que le temps de vie radiatif des niveaux circulaires, bien que long, n'est pas infini. Comme nous l'avons déjà dit, la durée de vie observée expérimentalement dans notre dispositif est environ la moitié de la valeur théorique. Pour les vitesses avec lesquels nous travaillons, le taux d'émission spontanée mesuré est compris entre 2,5 % et 5 %. Les effets gênants liés à l'émission spontanée ne se réduisent pas à la désexcitation des atomes préparés dans le niveau  $e$  vers le niveau  $g$ . Il faut aussi tenir compte des atomes préparés dans le niveau circulaire  $n=52$ , qui ont échappé au processus de « purification » (§ 2.1.2.b), et qui peuvent retomber à tout moment dans le niveau circulaire  $n=51$  (le niveau  $e$ ) en modifiant le processus de collision ou bien en faussant les résultats de la détection.

Cette estimation des principales sources d'erreur indépendantes de la collision s'accorde assez bien avec la donnée expérimentale relative au cas  $\eta \rightarrow 0$  (désaccord infini) : 4 % des coïncidences sont détectées dans le canal ( $e_1e_2$ ) et 6,5 % dans le canal ( $g_1g_2$ ).

Les courbes théoriques de la figure 3.8 prennent en compte ces erreurs. Manifestement, un écart demeure par rapport aux données de l'expérience. Nous pensons que la principale raison de cet écart sont les événements « à trois atomes », c'est à dire les séquences expérimentales au cours desquelles la détection d'une « coïncidence » (un « clic » pour le paquet 1 et un « clic » pour l'atome 2), correspond, en réalité, une collision à 3 atomes (deux atomes dans un paquet et un dans l'autre). Dans chacun des deux paquets nous détectons 0,10 atomes en moyenne. Dans la plupart des cas, par conséquent, aucun événement intéressant n'est enregistré. Par ailleurs, dans environ 25 % des cas où une coïncidence est effectivement détectée, un des deux paquets contenait en réalité *plus* d'un atome. Ce fait est une conséquence de l'efficacité et de la résolution temporelle finies du détecteur. Le résultat final est donc partiellement faussé par des événements parasites qui se confondent avec les collisions à deux atomes. Notre connaissance assez détaillée des imperfections du montage nous permet d'avancer une estimation quantitative de cet effet.

La détection de 0,10 atomes en moyenne par paquet correspond à une statistique de préparation centrée autour de la valeur moyenne  $\bar{N}=0,30$  (cf. tableau 2.1). Comme nous l'avons vu au § 2.1.2.e, à une probabilité  $P(1)=0,22$  d'exciter un atome correspond une probabilité  $P(i > 1)=0,03$  d'en exciter plusieurs. La probabilité d'avoir un atome préparé dans chacun des deux paquets est donc  $P(1, 1) = (0,22)^2 = 0,05$ , à comparer avec la probabilité d'avoir au moins un atome dans un paquet et *plus* qu'un atome dans l'autre :  $2 \cdot P(i > 1, k \geq 1) = 2 \cdot [1 - P(0) - P(1)] \cdot [1 - P(0)] = 0,02$ .

Il faut maintenant prendre en compte l'efficacité de détection  $\epsilon=0,4$ . Supposons, pour simplifier, que la probabilité de détection *par atome* soit indépendante du nombre d'atomes présents dans le paquet. La probabilité d'obtenir un et un seul « clic » si

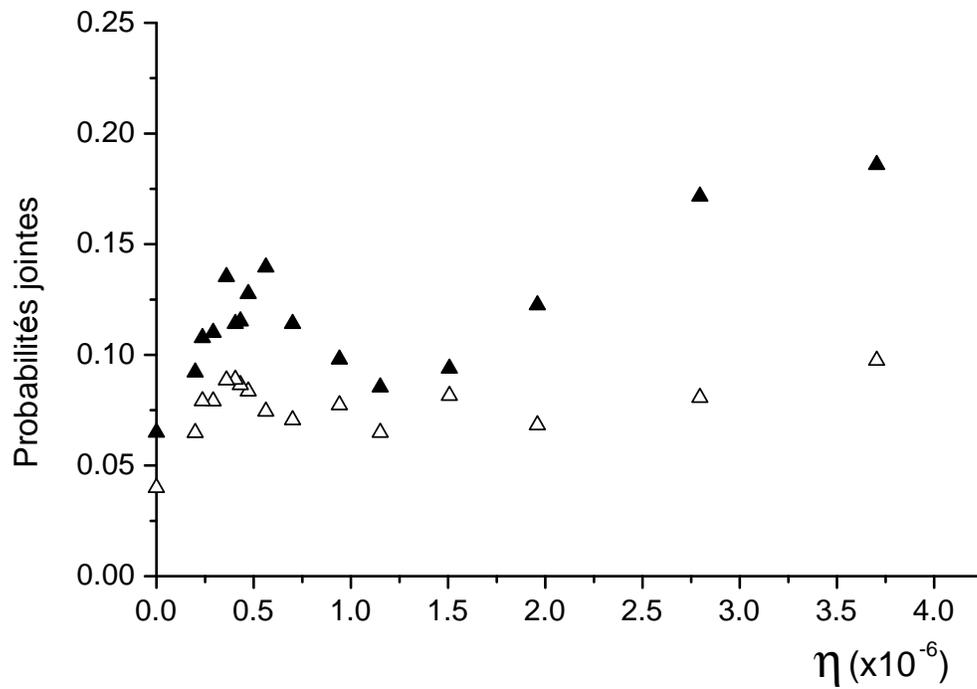


FIG. 3.8 – Les «canaux parasites»  $P(g_1g_2)$  (triangles pleins) et  $P(e_1e_2)$  (triangles vides). Nous estimons que la source principale d'événements parasites sont des collisions à trois atomes détectées comme des coïncidences à deux atomes.

$n$  atomes sont présents dans le même paquet est égal à  $\epsilon_n = n \cdot [\epsilon \cdot (1 - \epsilon)^{n-1}]$ .

Si  $N_d$  est le nombre de coïncidences détectées et  $N_p$  celui des séquences de préparation jouées, la fraction d'événements parasites sur le total des données recueillies est donc égal à :

$$\frac{N_d - N_p \cdot P(1, 1) \cdot \epsilon_1^2}{N_d} = 1 - \frac{N_p}{N_d} \cdot P(1, 1) \cdot \epsilon_1^2 = 0, 26 \quad (3.36)$$

où nous avons utilisé :

$$N_d/N_p = \sum_{n,m} \left\{ \frac{e^{-\bar{N}} \bar{N}^n}{n!} \cdot \frac{e^{-\bar{N}} \bar{N}^m}{m!} \cdot [n \cdot \epsilon \cdot (1 - \epsilon)^{n-1}] \cdot [m \cdot \epsilon \cdot (1 - \epsilon)^{m-1}] \right\} \quad (3.37)$$

Nous pouvons enfin noter que l'hypothèse que les atomes d'un même paquet sont détectés de manière indépendante n'est pas complètement réaliste, ne serait-ce qu'en raison de la résolution temporelle finie de notre détecteur (200 ns). La prise en compte de cet aspect - difficile à quantifier exactement - ne change pas significativement notre estimation.

Dans l'hypothèse grossière, mais raisonnable, où les événements parasites se répartissent dans les quatre canaux de détections disponibles de manière à peu près équiprobable, le résultat que nous venons d'établir rend compte d'une bonne partie du fond d'environ 10 % que l'on observe dans les canaux parasites ( $e_1 e_2$ ) et ( $g_1 g_2$ ).

En conclusion, les sources d'erreurs que nous avons prises en compte, et notamment les limitations dans la préparation de paquets mono-atomiques, expliquent très bien les déviations des données expérimentales par rapport au simple modèle théorique de la collision à deux atomes<sup>2</sup>. Ces imperfections constituent actuellement une limitation importante de la qualité de nos résultats expérimentaux. Par ailleurs, la compréhension de leur origine permet d'envisager les améliorations nécessaires pour s'en affranchir. Nous y reviendrons dans la conclusion de ce chapitre.

---

<sup>2</sup>Un autre facteur de limitation du contraste de l'oscillation de Rabi est la dispersion sur la vitesse atomique et donc sur la durée effective de la collision. Dans nos conditions, cet effet ne joue par ailleurs qu'un rôle secondaire.

## 3.4 Une paire EPR d'atomes : test de la cohérence

Du moment où l'on dispose d'une méthode pour stimuler et contrôler l'oscillation de Rabi entre les états<sup>3</sup>  $|g_1, e_2\rangle$  et  $|e_1, g_2\rangle$ , la réalisation d'une paire EPR d'atomes devient possible. Il suffit pour cela d'ajuster les paramètres réglables de manière à réaliser exactement une impulsion  $\pi/2$ . Idéalement, l'évolution est dans ce cas la suivante :

$$|e_1, g_2\rangle \xrightarrow{\pi/2} |\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1, g_2\rangle - i |g_1, e_2\rangle) \quad (3.38)$$

La vérification de la nature cohérente de cette superposition est un bon test du caractère cohérent de la collision assistée. En nous appuyant sur le procédé décrit au § 1.2.1 pour l'analyse de la cohérence d'un seul atome, nous allons maintenant voir comment analyser une paire d'atomes. Les sections suivantes seront consacrées à la réalisation expérimentale et à l'analyse des données.

### 3.4.1 Méthode de détection de la cohérence d'une paire d'atomes

#### 3.4.1.a Cas d'un état maximalelement intriqué

Supposons que l'on veuille tester la cohérence d'une superposition du type :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1, g_2\rangle + e^{i\varphi} |g_1, e_2\rangle) \quad (3.39)$$

À cette fin il est utile, en exploitant les propriétés de transformation de cet état par rotation, de le réécrire de la manière suivante :

$$|\Psi\rangle = \frac{e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} [ |+_x,1\rangle \otimes (|e_2\rangle + e^{-i\varphi} |g_2\rangle) - |-_x,1\rangle \otimes (|e_2\rangle - e^{-i\varphi} |g_2\rangle) ] \quad (3.40)$$

Cette expression a l'intérêt de faire apparaître la phase  $\varphi$  dans l'état réduit du deuxième atome. Celui-ci est un état de type (1.64), où le signe de la superposition est parfaitement corrélé au résultat d'une éventuelle mesure de  $\sigma_x$  sur le premier atome. Compte tenu de l'éq. (1.68), cela signifie qu'une mesure de  $\sigma_\phi$  sur le deuxième atome donne un signal oscillant en fonction de  $(\phi + \varphi)$ , avec une phase *globale* conditionnée au résultat de la mesure de  $\sigma_x$  sur le premier atome.

Pour accomplir ces mesures nous devons appliquer des rotations successives aux atomes avant de les détecter. Une impulsion  $\pi/2$  est d'abord appliquée à l'atome 1 en le couplant à un champ classique. Son état subit alors une rotation  $R_x^{(1)} \equiv R_{\phi=0}^{(1)}$  (l'axe  $u_x$  de la sphère de Bloch est arbitrairement fixé par cette rotation, cf. § 1.2.1.a). Après un intervalle de temps  $T$ , l'atome 2 interagit avec la même source classique en effectuant lui aussi une impulsion  $\pi/2$ . Son état subit par conséquent une rotation  $R_{\phi'}^{(2)}$  avec

---

<sup>3</sup>Par la suite nous omettons la partie photonique de la fonction d'onde, qui se factorise, l'interaction atomes-cavité pendant la collision étant non-résonante.

$$\phi' = (\omega_R - \omega_{eg}) \cdot T.$$

Suite à ces deux rotations les atomes sont détectés. La projection sur les états atomiques  $|e_1, g_2\rangle$ ,  $|g_1, e_2\rangle$ ,  $|g_1, g_2\rangle$  et  $|e_1, e_2\rangle$  fournit directement les probabilités jointes  $P(\sigma_x^{(1)} = \pm 1, \sigma_\phi^{(2)} = \pm 1)$ , où  $\phi = \phi' - \pi$  (cf. éq. (1.68)). Dans le cas d'un état EPR idéal, celles-ci sont immédiatement déduites de l'éq. (3.40) à travers l'éq. (1.68) et valent :

$$\begin{aligned} P(\sigma_x^{(1)} = +1, \sigma_\phi^{(2)} = \pm 1) &= \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \cos(\phi + \varphi) \\ P(\sigma_x^{(1)} = -1, \sigma_\phi^{(2)} = \pm 1) &= \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \cos(\phi + \varphi) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Le contraste unité de ces signaux est directement lié à une caractéristique fondamentale des états EPR. Comme il est évident d'après l'expression (3.40), les résultats d'une mesure de  $\sigma_x$  sur l'atome 1 et de  $\sigma_{\phi=\varphi}$  sur l'atome 2, sont *parfaitement corrélés*. Si on balaye  $\phi$ , ces corrélations parfaites se reproduisent chaque fois que  $\phi = \varphi + n\pi$ , où  $n$  est un entier.

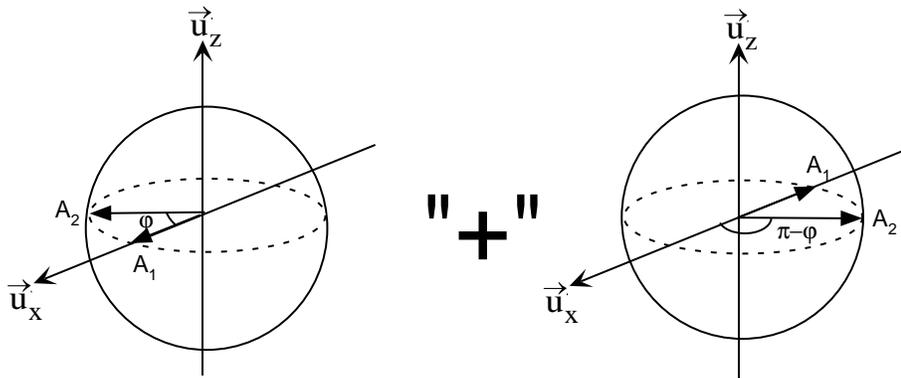


FIG. 3.9 – Illustration de l'état (3.40) à l'aide de deux sphères de Bloch. Les deux atomes gardent la même relation de phase entre eux sur les deux sphères, mais ils sont tous les deux déphasés de  $\pi$  selon que l'on considère une sphère ou l'autre.

Nous pouvons visualiser les opérations effectuées à l'aide d'une «superposition» de sphères de Bloch (figure 3.9), où les vecteurs atomiques se trouvent initialement sur le plan équatorial et forment un angle  $\varphi$ . Pendant l'intervalle de temps compris entre les deux impulsions, le vecteur du champ décrit des cercles sur le plan équatorial à une vitesse angulaire  $(\omega_R - \omega_{eg})$ . Le déphasage de chaque atome par rapport au vecteur du champ est opposé selon que l'on regarde une sphère ou l'autre. La mesure de  $\sigma_x$  sur l'atome 1 sélectionne l'une des deux sphères, déterminant ainsi la phase *actuelle* du dipôle associé à l'atome 2. C'est sur ce dipôle que s'effectue la mesure de  $\sigma_\phi$ .

Il faut souligner que la formulation en termes de sphère de Bloch n'a, dans le cas en question, qu'un caractère illustratif; l'espace de Hilbert associé à deux atomes a dimension 4 et une représentation géométrique de la matrice densité complète demanderait l'utilisation d'outils formels plus élaborés [107].

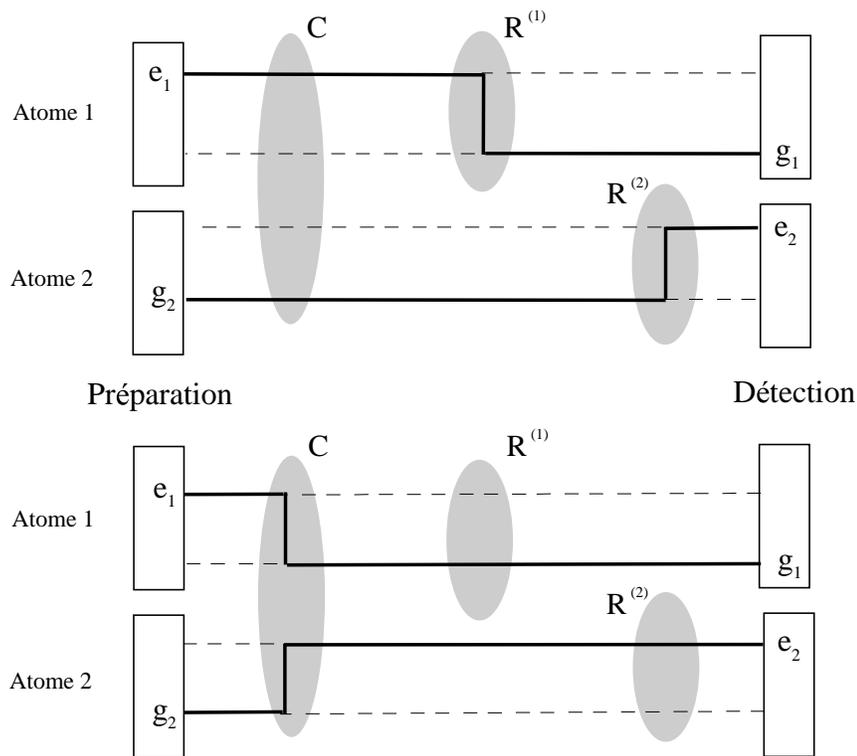


FIG. 3.10 – Les «chemins» de Feynman qui interfèrent dans la mesure des corrélations «transverses» d'une paire EPR d'atomes, pour un état initial et un résultat de détection donnés. Le diagramme illustre le cas où les atomes, préparés dans l'état  $|e_1, g_2\rangle$ , sont détectés dans les niveaux inversés  $g_1, e_2$ . D'un point de vue «classique», la transition des atomes se produit soit au moment de la collision  $C$ , soit au moment des impulsions  $\pi/2 R^{(1)}$  et  $R^{(2)}$  : ces deux possibilités, étant «indiscernables», interfèrent en mécanique quantique.

La procédure que nous venons de décrire est analogue à une expérience d'interférométrie de Ramsey standard, à ceci près : que les deux impulsions  $\pi/2$  sont appliquées physiquement à deux atomes différents. L'observation de franges dans ces conditions témoigne des corrélations étroites existantes entre les phases des deux dipôles atomiques «virtuels» qui apparaissent dans l'éq. (3.40), ou - en termes géométriques - des corrélations existantes entre les deux atomes dans des bases «transverses» (la base «longitudinale» étant  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ ). Les franges décrites par l'éq. (3.41) sont des franges de Ramsey sur le deuxième atome *conditionnées* au résultat de la mesure sur le premier atome. Une fois que celui-ci a subi la rotation  $R_x^{(1)}$  et qu'il a été détecté dans le niveau  $e$  ou  $g$ , pour l'atome 2 tout se passe comme s'il avait *directement* subi une impulsion  $R_{-\varphi}^{(1)}$  ou  $R_{-\varphi+\pi}^{(1)}$ .

Comme c'est le cas pour toutes les expériences d'interférométrie, nous pouvons en donner une interprétation simple en termes de chemins de Feynman. Elle est illustrée dans le schéma de la figure 3.10, qui montre que chacune des deux impulsions mélange les niveaux atomiques de telle sorte qu'il y a toujours deux chemins indiscernables qui contribuent à un résultat donné.

### 3.4.1.b Cas d'un état quelconque

Nous avons jusque là illustré le cas idéal d'une paire EPR d'atomes. Venons-en à présent au cas plus général où les atomes sont décrits par un opérateur densité qui ne fait que s'approcher de l'état (3.39).

Une situation simple, mais non irréaliste, est celle où toutes les populations sont différentes de zéro, mais toutes les cohérences, en dehors de  $\rho_{eg|ge}$  et  $\rho_{ge|eg}$ , sont nulles (ou en tout cas négligeables devant  $|\rho_{eg|ge}|$ ). Cet état correspond au cas où des processus de nature *incohérente*, découlant des imperfections expérimentales, peuplent les canaux parasites  $e_1e_2$  et  $g_1g_2$  *sans* pour autant faire augmenter le module des éléments hors diagonale. Dans la base  $\{|e_1, e_2\rangle, |g_1, e_2\rangle, |e_1, g_2\rangle, |g_1, g_2\rangle\}$ , la matrice densité des atomes a alors la forme suivante :

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{ee|ee} & \epsilon_1 & \epsilon_2 & \epsilon_3 \\ \epsilon_1^* & \rho_{ge|ge} & |\rho_{ge|eg}|e^{i\varphi} & \epsilon_4 \\ \epsilon_2^* & |\rho_{eg|ge}|e^{-i\varphi} & \rho_{eg|eg} & \epsilon_5 \\ \epsilon_3^* & \epsilon_4^* & \epsilon_5^* & \rho_{gg|gg} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

avec  $\rho_{ee|ee} + \rho_{ge|ge} + \rho_{eg|eg} + \rho_{gg|gg} = 1$  et :

$$|\epsilon_i| \ll |\rho_{eg|ge}| \quad i=1, \dots, 5. \quad (3.43)$$

Dans l'espace produit des deux atomes, les matrices associées aux opérateurs  $R_x^{(1)}$  et  $R_\phi^{(2)}$  sont :

$$R_x^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad R_\phi^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & e^{i\phi} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -e^{-i\phi} \\ e^{i\phi} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -e^{-i\phi} & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

La procédure de mesure décrite au paragraphe précédent, donne alors comme résultats statistiques :

$$\begin{aligned} P(\sigma_x^{(1)} = +1, \sigma_\phi^{(2)} = +1) &\simeq \text{Tr}\{|e_1, e_2\rangle\langle e_1, e_2| (R_\phi^{(2)} R_x^{(1)} \rho [R_x^{(1)}]^{-1} [R_\phi^{(2)}]^{-1})\} \\ &\simeq \frac{1}{4} + \frac{1}{2} |\rho_{ge|eg}| \cos(\phi + \varphi) \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} P(\sigma_x^{(1)} = -1, \sigma_\phi^{(2)} = +1) &\simeq \text{Tr}\{|g_1, e_2\rangle\langle g_1, e_2| (R_\phi^{(2)} R_x^{(1)} \rho [R_x^{(1)}]^{-1} [R_\phi^{(2)}]^{-1})\} \\ &\simeq \frac{1}{4} - \frac{1}{2} |\rho_{ge|eg}| \cos(\phi + \varphi) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Les deux autres probabilités jointes  $P(\sigma_x^{(1)} = \pm 1, \sigma_\phi^{(2)} = -1)$  ont une forme analogue, obtenue en projetant la matrice densité «tournée» sur  $|g_1, e_2\rangle\langle g_1, e_2|$  et  $|g_1, g_2\rangle\langle g_1, g_2|$ . Ces expressions montrent que, en détectant les atomes après leur avoir appliqué des rotations individuelles déphasées de  $\phi$ , on obtient des fonctions de corrélation  $P(e_2g_1, \phi)$ ,  $P(g_2g_1, \phi)$ ,  $P(e_2e_1, \phi)$  et  $P(g_2e_1, \phi)$  oscillants en fonction de  $\phi$ . Le contraste de ces signaux est proportionnel à  $|\rho_{ge|eg}|$ . Cette donnée, avec celle relative aux populations  $|\rho_{eg|eg}|$  et  $|\rho_{ge|ge}|$ , permet, dans l'hypothèse (3.43), d'évaluer la fidélité de notre méthode d'intrication (cf. introduction, éq. (7)).

Si l'on relâche l'hypothèse (3.43), et que l'on considère l'état le plus général des deux atomes, l'expression des probabilités jointes  $P(\sigma_x^{(1)} = \pm 1, \sigma_\phi^{(2)} = \pm 1)$  ne dépend plus seulement de  $\rho_{ge|eg}$ , mais de tous les éléments non-diagonaux de la matrice densité.

Étant donné que les populations atomiques peuvent être mesurées directement, il reste à résoudre un système de 12 inconnues (parties réelle et imaginaire des éléments hors diagonale). Les quatre mesures accomplies par la procédure que nous avons décrite ne suffisent pas. Cependant, il n'est pas difficile, en principe, de mettre au point un protocole qui, en combinant opportunément rotations et détection, permet une reconstruction tomographique de la matrice densité complète. Des expériences de ce type ont été réalisées avec des photons jumeaux [156], qui sont un système analogue aux atomes à deux niveaux.

Il faut par ailleurs souligner que la séquence de mesure illustrée au paragraphe précédent reste d'importance fondamentale même dans le cas d'un opérateur densité de

forme inconnue, car elle fournit la valeur de  $\langle \sigma_x^{(1)} \sigma_\phi^{(2)} \rangle$ , ce qui permet de tracer un signal directement comparable aux prédictions des inégalités de Bell (cf. introduction, éq. (3)).

### 3.4.2 Réalisation expérimentale

Pour tester l'état maximalement intriqué produit par la collision nous avons réglé les paramètres de manière réaliser une impulsion  $\pi/2$ . Comme nous le verrons dans un instant, des contraintes rigides sont imposées aux vitesses des atomes pour que ce test puisse être accompli. Le choix des vitesses qui en découle est  $v_1=500$  m/s pour l'atome 1 (préparé dans l'état  $|e\rangle$ ) et  $v_2=319$  m/s pour l'atome 2 (préparé dans l'état  $|g\rangle$  115  $\mu$ s après le premier). Ici aussi, la séquence temporelle est choisie pour que le croisement des atomes ait lieu au centre de la cavité.

La procédure d'initialisation de l'état du champ est, dans cette expérience, particulièrement importante. La méthode d'analyse de la cohérence requiert en fait l'injection d'un champ quasi-résonnant avec la cavité et une partie de cette énergie finit en effet dans les modes. Le risque d'une accumulation de photons est évité grâce aux paquets absorbants (de vitesse  $500 \pm 20$  m/s) qui précèdent les atomes à chaque séquence expérimentale. Le champ résiduel dans chaque mode au moment où la collision commence, est d'environ  $0,20 \pm 0,05$  photons en moyenne.

Les vitesses atomiques étant fixées, il reste à régler le désaccord de la cavité pour que la collision produise une intrication maximale. Nous ajustons pour cela  $\eta$  sur la valeur correspondant à l'égalisation des populations atomiques  $e_1g_2$  et  $g_1e_2$ . Expérimentalement, nous trouvons que cette condition est vérifiée pour  $\delta_{HF}/2\pi=140$  kHz.

Dans la première partie de l'expérience nous nous limitons à enregistrer les corrélations en énergie des paires d'atomes détectées. Cela revient à mesurer  $\sigma_z$  sur les deux atomes. L'histogramme 3.11 montre les populations relatives de chaque canal. Ces valeurs statistiques, qui expriment les corrélations «directes» entre les deux atomes, ont été tirées de 1000 coïncidences détectées. Dans le cas idéal, les niveaux des deux atomes détectés seraient parfaitement anti-corrélés et les canaux parasites  $e_1e_2$  et  $g_1g_2$  vides.

Dans la deuxième partie de l'expérience nous mesurons la cohérence de la paire EPR ainsi préparée. Cette mesure est effectuée au moyen d'un champ micro-onde quasi-résonnant avec la transition atomique, injecté par le côté de la cavité. Comme nous l'avons vu au § 2.2.4, cette injection excite des modes de la structure cavité-anneau de facteur de qualité très bas, en créant une structure d'ondes stationnaires qui peut être exploitée pour mettre en place un interféromètre de Ramsey. Notre but étant de réaliser une rotation sur chaque atome séparément, la séquence temporelle et les vitesses atomiques sont choisies pour que, lors de la première injection, l'atome 1 se trouve dans un ventre de la structure d'onde stationnaire et l'atome 2 dans un noeud.

La première étape du réglage consiste à réaliser une carte *bidimensionnelle* du champ pour des fréquences proches de la transition atomique  $g \leftrightarrow e$ . Cette carte est obtenue par la procédure décrite au § 2.2.4.b. La mesure est répétée pour différentes

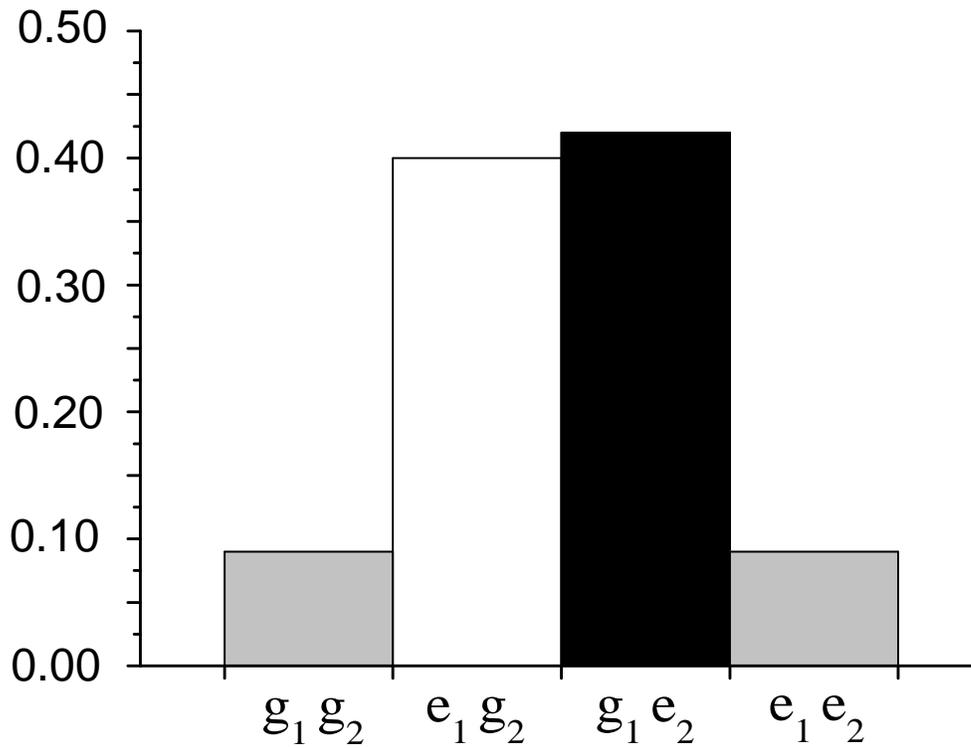


FIG. 3.11 – Corrélations «directes» entre les deux atomes mesurées dans l'expérience de préparation d'un état maximalelement intriqué. En blanc la probabilité de détecter les atomes dans les niveaux où ils ont été préparés (0,40). En noir la probabilité de détecter les niveaux inversés par l'échange d'un quantum d'énergie pendant la collision (0,42). En gris les canaux parasites, relatifs à des processus inélastiques (chacun représente une fraction égale à 9 % du total des coïncidences détectées).

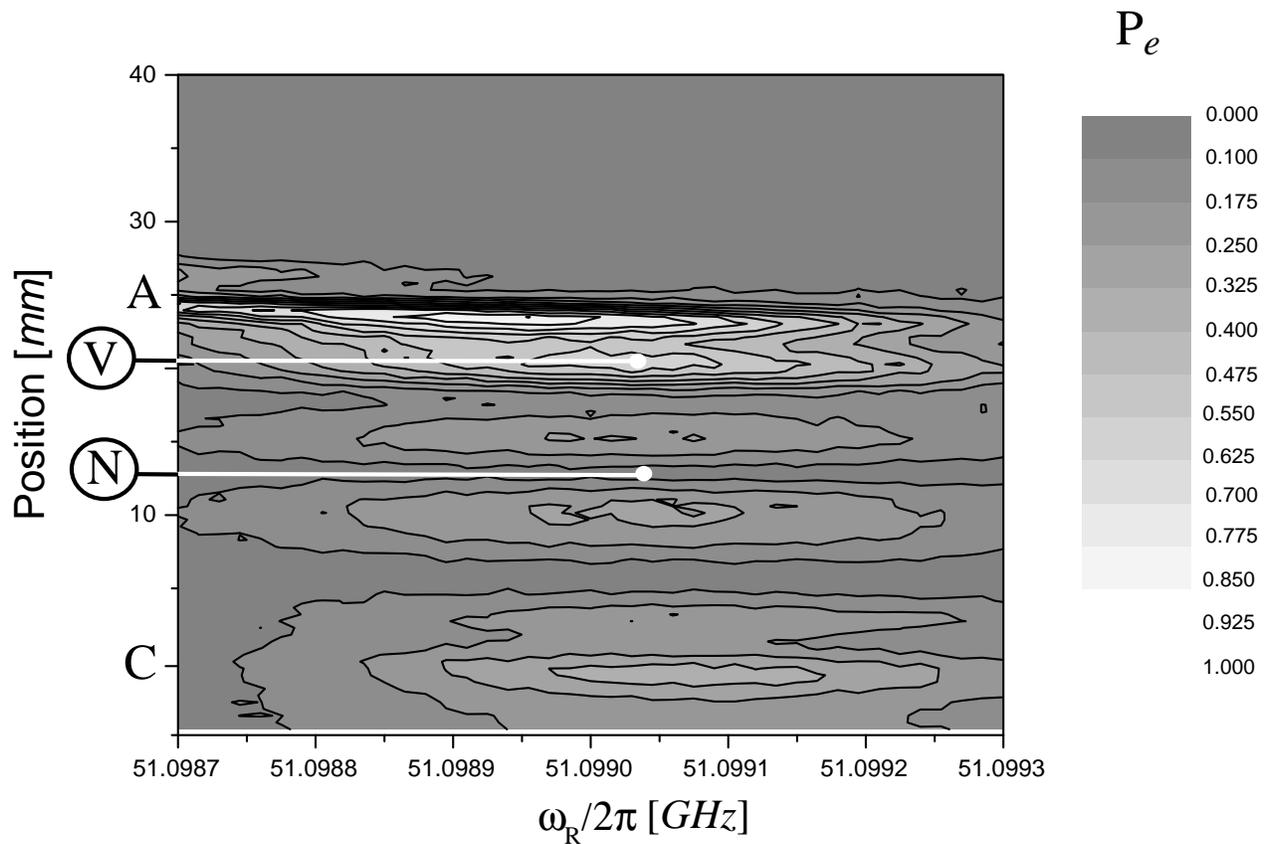


FIG. 3.12 – Carte bidimensionnelle du champ. On allume la micro-*onde* pendant  $1 \mu\text{s}$  et on mesure la probabilité que l'atome, initialement dans  $|g\rangle$  soit transféré dans le niveau  $e$ , en fonction de sa position à l'instant d'allumage et de la fréquence du champ injecté.  $N$  et  $V$  indiquent le noeud et le ventre de l'onde stationnaire utilisés dans l'expérience.  $C$  indique la position du centre de la cavité et  $A$  l'anneau qui entoure les miroirs et que les atomes traversent en sortant de la cavité.

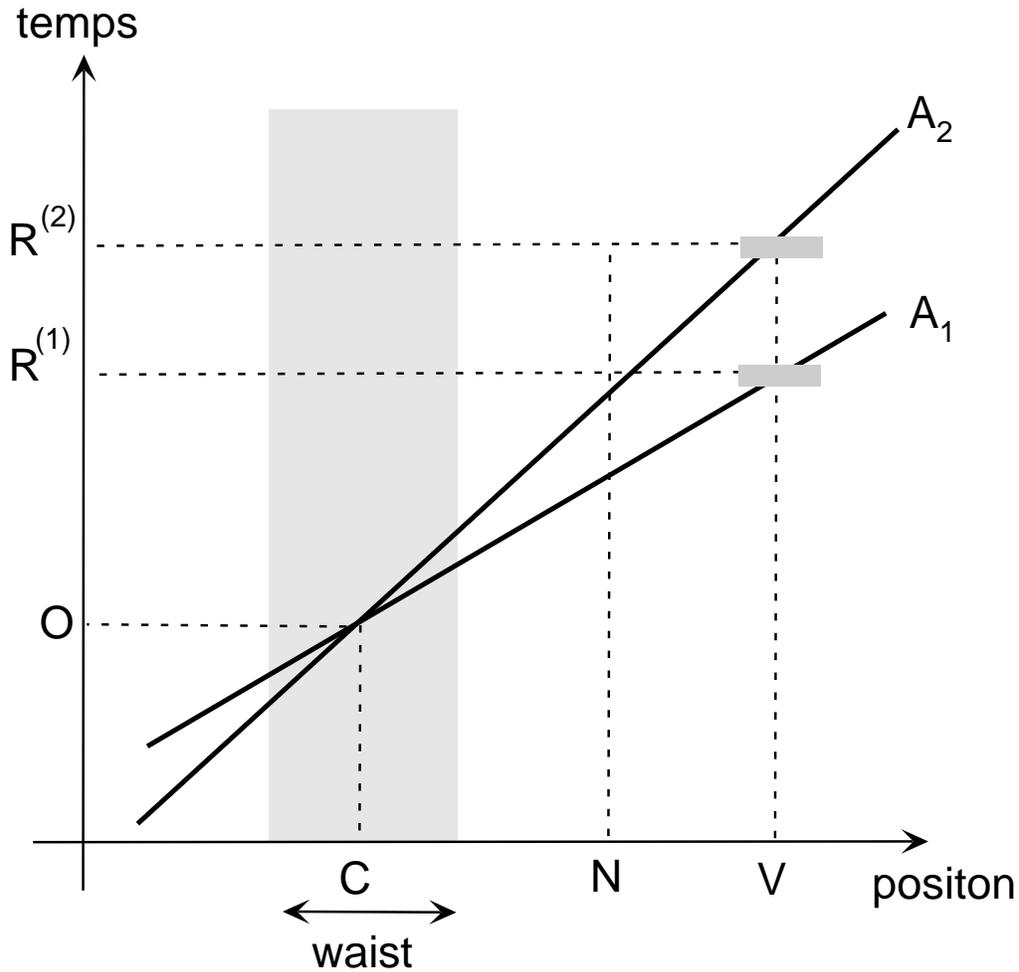


FIG. 3.13 – Séquence temporelle du test de la cohérence de la paire EPR d'atomes générée par la collision. La partie de l'expérience représentée dans la figure est celle qui se déroule à l'intérieur de la cavité. En gris, le waist du mode et le ventre de l'onde stationnaire classique utilisée pour effectuer les rotations de l'état atomique.

valeurs de la fréquence  $\omega_R$  du champ injecté. On obtient ainsi le transfert de population atomique en fonction de la position de l'atome dans la cavité *et* de la fréquence de la source (figure 3.12).

La carte permet d'identifier le ventre où effectuer les impulsions  $\pi/2$ . Ce ventre est assez proche du bord de la cavité et de l'anneau qui entoure les miroirs. À cet endroit les inhomogénéités du champ électrique directeur sont particulièrement importantes (rappelons que les orifices pour le passage des atomes à travers l'anneau ont un diamètre de 3 mm). Comme nous l'avons dit au § 2.2.4, ces inhomogénéités peuvent affecter la cohérence atomique. Il est donc nécessaire d'optimiser les tensions appliquées aux deux parties de l'anneau afin de trouver un minimum du champ, moins sensible aux fluctuations. L'intensité du champ électrique en fonction de la position peut être lue directement sur la carte. Le maximum de transfert de chaque ventre correspond en fait à la valeur de la fréquence atomique à cet endroit. Là où le champ est plus intense, la fréquence est plus petite à cause de l'effet Stark quadratique négatif (§ 2.1.2.a). En modifiant les tensions des deux parties de l'anneau on cherche par conséquent à «aligner» les différents ventres sur la même fréquence.

Une fois cette optimisation accomplie, nous réglons les vitesses des atomes. La première injection est effectuée quand l'atome 1 (plus rapide) se trouve dans le ventre  $V$  (figure 3.12) ; l'atome 2 (plus lent) doit alors se trouver dans le noeud  $N$ . La deuxième impulsion a lieu quand l'atome 1 est sorti de la cavité et l'atome 2 se trouve dans  $V$ . La durée des impulsions est 1  $\mu s$  et leur atténuation est ajustée pour qu'elles produisent exactement une impulsion  $\pi/2$  (§ 2.2.4.b).

Un point délicat de cette procédure est l'isolation de l'atome 2 lors de la première impulsion. Idéalement, il ne devrait pas interagir avec le champ classique, mais en pratique il «voit» une petite fraction de la micro-onde injectée et, déjà lors de la première impulsion, son état subit une petite rotation. Nous reviendrons sur ce point dans le prochain paragraphe, lors de l'analyse des imperfections.

La figure 3.13 montre le schéma et la séquence temporelle de cette expérience. L'intervalle entre les deux impulsions micro-onde est  $T=22 \mu s$ . La fréquence de la source  $\omega_R$  est balayée sur une plage de 80 kHz autour de la résonance atomique  $\omega_{eg}$ . Comme nous venons de le voir au paragraphe précédent, le signal de détection auquel on doit s'attendre pour l'atome 2 est une oscillation modulée en fonction de  $\phi = (\omega_R - \omega_{eg}) \cdot T$ , dont la phase *globale* est conditionné au niveau dans lequel a été trouvé l'atome 1. La figure 3.14 montre les probabilités *conditionnelles*  $P(e_2|e_1, \phi)$  et  $P(e_2|g_1, \phi)$ , déduites de nos données (700 coïncidences détectées par canal). L'expression théorique de ces probabilités est immédiatement déduite des formules (3.45) et (3.46) (avec  $\varphi = 3\pi/2$ , cf. éq. (3.38)) :

$$P(e_2|e_1, \phi) = P(\sigma_x^{(1)} = +1 | \sigma_\phi^{(2)} = +1) \simeq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} |\rho_{ge|eg}| \sin \phi \quad (3.47)$$

$$P(e_2|g_1, \phi) = P(\sigma_x^{(1)} = -1 | \sigma_\phi^{(2)} = +1) \simeq \frac{1}{2} - \frac{1}{2} |\rho_{ge|eg}| \sin \phi \quad (3.48)$$

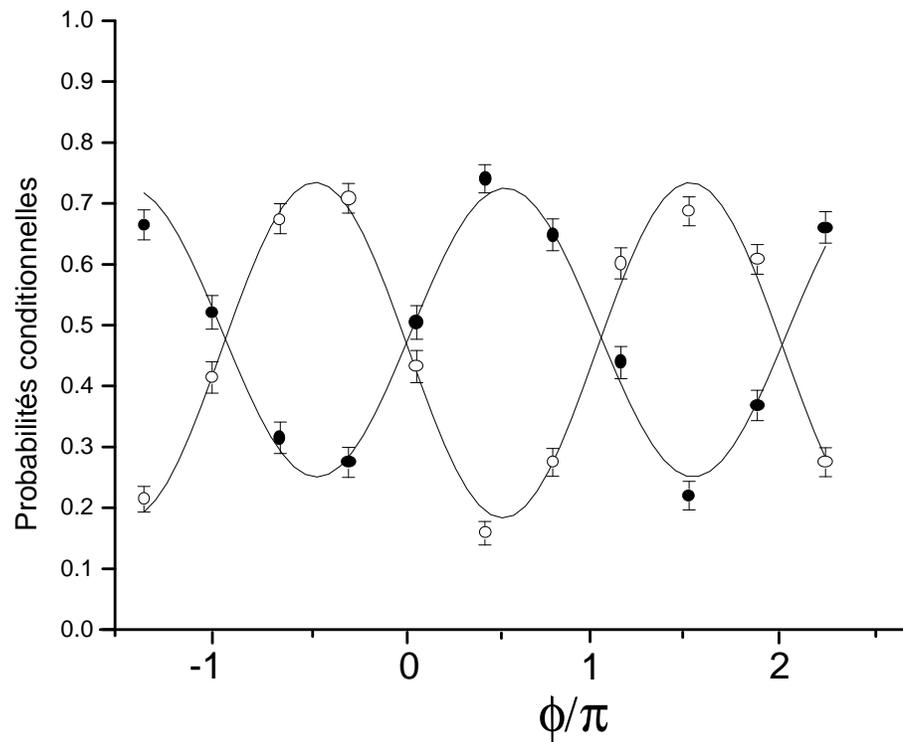


FIG. 3.14 – Corrélations «transverses» entre les deux atomes. Les atomes sont détectés après l'application des deux impulsions  $\pi/2$  déphasées de  $\phi$ . Les signaux représentent les probabilités conditionnelles  $P(e_2|g_1, \phi)$  (cercles vides) et  $P(e_2|e_1, \phi)$  (cercles pleines) en fonction de  $\phi$ . La phase  $\phi$  est variée en balayant la fréquence de la source classique  $\omega_R/2\pi$  sur une plage de 80 kHz. Les courbes continues sont des ajustements sinusoidaux sur les données expérimentales.

Les probabilités  $P(g_2|g_1)$  et  $P(g_2|e_1)$  ont une forme analogue et les signal expérimental correspondant est le complémentaire de celui de la figure 3.14.

Ces fonctions de corrélation oscillent donc avec un contraste qui vaut 1 dans le cas d'un état EPR idéal. Expérimentalement nous trouvons un contraste compris entre 0,47 et 0,55.

### 3.4.3 Caractérisation de l'état créé. Fidélité et signal de Bell

Les corrélations «directes», représentées dans l'histogramme 3.11, sont sujettes aux erreurs déjà discutées en relation avec l'oscillation de Rabi. La seule différence est que les atomes en jeu sont ici plus rapides, ce qui réduit légèrement l'incidence de l'émission spontanée. Dans chacun des canaux parasites  $g_1g_2$  et  $e_1e_2$ , nous retrouvons 9 % des événements. Les considérations déjà faites, notamment sur les «événements à trois atomes», s'appliquent à l'analyse de ces données sur les populations.

En ce qui concerne la cohérence de l'état atomique global, nous allons analyser les franges de la figure 3.14 qui en constituent la signature. Pour un état EPR idéal ces franges auraient un contraste de 1, tandis que, pour un mélange statistique des états  $|e_1, g_2\rangle$  et  $|g_1, e_2\rangle$ , le signal serait constant et indépendant de  $\phi$ . Compte tenu des formules (3.41), nous pouvons immédiatement tirer de ces données le «signal de Bell» relatif à notre paire d'atomes intriqués (cf. introduction, éq. (3)). Le «coefficient de corrélation» vaut :

$$\begin{aligned} E(\phi) &= \langle \sigma_x^{(1)} \sigma_\phi^{(2)} \rangle \\ &= P(\sigma_x^{(1)} = +1, \sigma_\phi^{(2)} = +1) + P(\sigma_x^{(1)} = -1, \sigma_\phi^{(2)} = -1) \\ &\quad - P(\sigma_x^{(1)} = +1, \sigma_\phi^{(2)} = -1) - P(\sigma_x^{(1)} = -1, \sigma_\phi^{(2)} = +1) \end{aligned} \quad (3.49)$$

Expérimentalement nous trouvons (figure 3.15) que  $E(\phi)$  oscille avec un contraste de  $0,51 \pm 0,02$  (la violation formelle des inégalités de Bell requiert un contraste  $|E(\phi)| > 1/\sqrt{2}=0,71$ ).

Venons-en à l'analyse des principales causes d'erreurs, en commençant par les imperfections qui affectent le processus de préparation et que nous avons déjà considérées lors de l'analyse des données relatives aux populations atomiques. Nous avons vu à ce propos que le pourcentage d'événements parasites dans chaque canal est d'environ 9 %. En faisant l'hypothèse - en première approximation légitime - que les impulsions  $\pi/2$  de l'interféromètre redistribuent les événements parasites de façon équiprobable dans les différents canaux, nous déduisons de l'éq. (3.49) que  $E(\phi)$  est, déjà par ce seul fait, borné entre  $(+0,73+0,09-0,09-0,09)=+0,64$  et  $(0,09+0,09-0,09-0,73)=-0,64$ .

Une conséquence importante de cette observation est que les déphasages incohérents de nature diverse, ainsi que les limitations intrinsèques de l'interféromètre, ne rajoutent que 10 % de perte de contraste.

Les limitations intrinsèques de l'interféromètre, ainsi que le déphasage incohérent des atomes, ont été analysés au § 2.2.4.

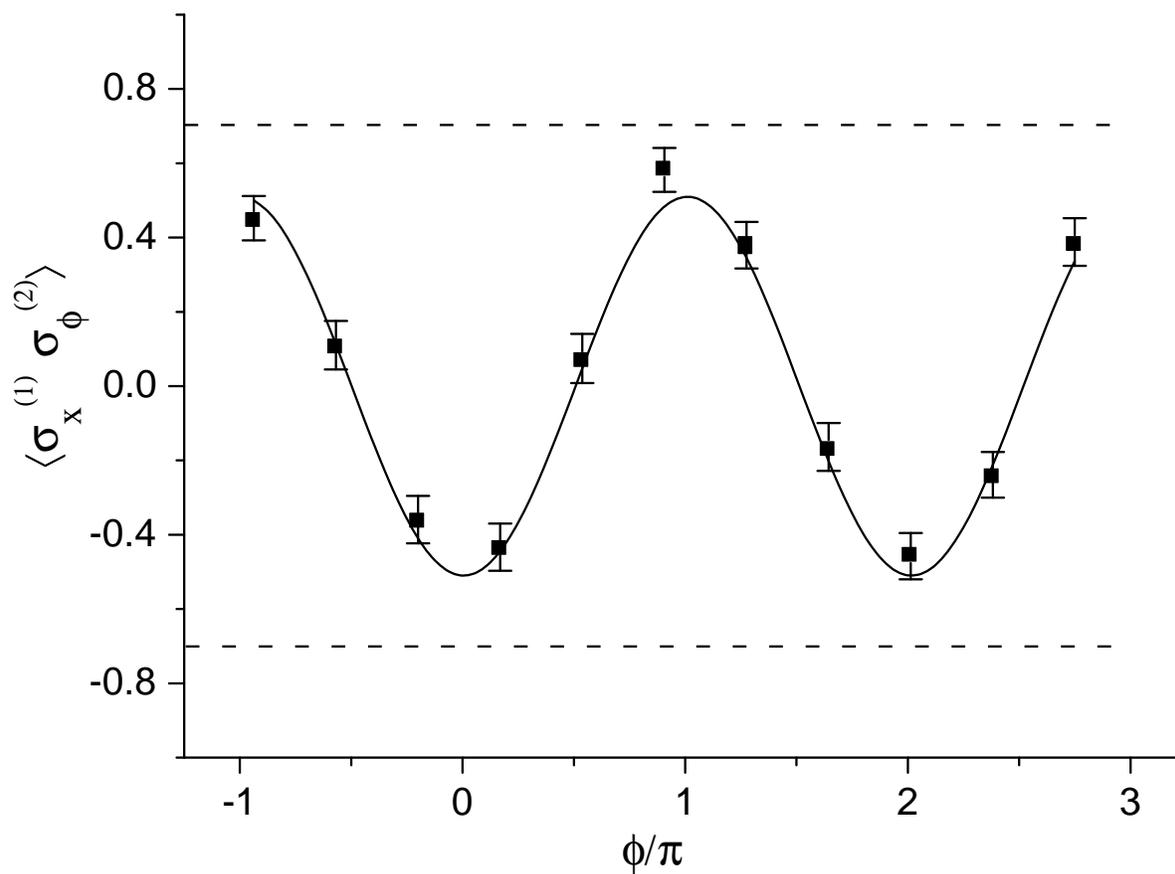


FIG. 3.15 – Coefficient de corrélation de Bell tiré des données de la figure 3.14. En pointillé les bornes du contraste compatible avec les inégalités de Bell.

Reste à considérer le problème de la contamination de l'état de l'atome 2 par la première impulsion  $\pi/2$ , censée en principe n'avoir d'effet que sur l'atome 1. Une première indication peut être tirée du transfert de population observé pour l'atome 2 dans des expériences où l'atome 1 est supprimé et *seulement* l'impulsion  $R^{(1)}$  est effectuée. Nous trouvons un transfert très petit, de l'ordre de 3-4 %. Une méthode plus sensible pour obtenir le même renseignement consiste à vérifier si, quand les *deux* impulsions sont effectuées, et que l'on balaye la fréquence de la micro-onde, un signal d'interférence est observé dans le signal de détection de l'atome 2. Il s'agit, en d'autres termes, de tester si la première impulsion crée une cohérence (parasite) dans la matrice densité de l'atome 2. En faisant ainsi, nous avons en effet vérifié que le signal de détection de l'atome 2 était modulé en fonction  $\phi$ .

Il est important d'insister sur le fait que, en dépit de son caractère «cohérent», cette imperfection ne peut que provoquer une *baisse* du contraste des franges conditionnelles  $P(e_2|e_1, \phi)$ ,  $P(g_2|e_1, \phi)$ ,  $P(e_2|g_1, \phi)$  et  $P(g_2|g_1, \phi)$ . Pour s'en convaincre il suffit de considérer l'état EPR dans la forme (3.40). Idéalement, l'effet de la rotation et de la détection de l'atome 1 est de projeter l'atome 2 dans un état décrit par un vecteur appartenant au plan équatorial de la sphère de Bloch. En réalité, à cause de l'effet parasite, le vecteur de l'atome 2 après la première impulsion a une composante verticale non nulle. Dans ces conditions, l'impulsion  $\pi/2$  que lui est appliquée avec  $R^{(2)}$  ne pourra jamais le ramener sur l'axe vertical : l'atome ne pourra alors pas être trouvé dans le niveau  $e$  ou  $g$  avec probabilité 1, d'où la baisse du contraste.

La compensation de l'imperfection que nous venons de discuter n'est pas triviale, car son effet varie avec la phase balayée  $\phi$ . Nous pouvons cependant la mesurer avec précision, si bien qu'une analyse détaillée permettrait, en principe, de séparer cet effet des autres imperfections et de tracer un signal «purifié» des erreurs d'analyse. Par ailleurs, nous savons *a priori* que les événements à trois atomes qui affectent la préparation suffisent déjà à borner le signal de Bell en dessous des inégalités (5) (cf. introduction). Nous n'avons donc pas développé ultérieurement cette analyse.

À ce propos il faut souligner que la méthode d'intrication par collision est parfaitement compatible avec une configuration expérimentale où les zones de Ramsey sont situées *à l'extérieur* de la cavité. C'est dans une telle configuration, où le problème de la contamination de l'atome 2 ne se pose pas, que nous envisageons de développer les expériences présentées ici.

Nous pouvons enfin donner une estimation de la fidélité de notre procédure d'intrication. Dans l'hypothèse que les cohérences parasites sont négligeables (cf. § 3.4.1.b), l'expression de la fidélité est la suivante :

$$\mathcal{F} = \langle \Psi | \rho | \Psi \rangle \simeq \frac{1}{2}(\rho_{ge|ge} + \rho_{eg|eg} + 2|\rho_{ge|eg}|) \quad (3.50)$$

$|\Psi\rangle$  étant l'état EPR. Nous avons mesuré :  $\rho_{eg|eg} = 0,40$ ,  $\rho_{ge|ge} = 0,42$ ,  $\rho_{ge|eg} = 0,25$ . Nous avons donc  $\mathcal{F} = 0,66$ . Cette estimation fixe une borne inférieure à la pureté de l'état *préparé*, car elle englobe les erreurs rajoutées par la procédure d'analyse.

## 3.5 Discussion et perspectives.

### 3.5.1 Intrication d'un plus grand nombre d'atomes

La création d'une paire EPR d'atomes par collision se généralise de manière naturelle à l'intrication d'un nombre d'atomes plus important. Des schémas simples permettent d'intriquer d'emblée  $n$  atomes dans une collisions collective assistée par la cavité. Considérons le cas de trois atomes et d'un seul mode de la cavité, désaccordé de  $\delta$  par rapport à la transition atomique. Si nous prenons comme état initial  $|e_1, g_2, g_3\rangle$ , un calcul analogue à celui que nous avons mené au § 3.2.1, permet de déduire l'état du système à l'instant  $t$  :

$$|e_1, g_2, g_3\rangle \rightarrow \frac{e^{-i\lambda t} + 2}{3}|e_1, g_2, g_3\rangle + \frac{e^{-i\lambda t} - 1}{3}(|g_1, e_2, g_3\rangle + |g_1, g_2, e_3\rangle) \quad (3.51)$$

avec :

$$\lambda = 3\frac{g^2}{\delta} \quad (3.52)$$

En choisissant le désaccord et le temps d'interaction de manière à ce que  $\lambda t = 2\pi/3$ , nous obtenons :

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(e^{i(2\pi/3)}|e_1, g_2, g_3\rangle + |g_1, e_2, g_3\rangle + |g_1, g_2, e_3\rangle) \quad (3.53)$$

Cet état appartient à une classe d'états intriqués dénommés états de Werner (W) qui ne peuvent pas être réduits à des états GHZ par des opérations locales stochastiques et de communication classique [63]. Une caractéristique intéressante de ces états, du point de vue de la théorie de l'information, est leur insensibilité à la perte ou à la dégradation d'un des qubits. Alors que, dans un triplet GHZ, l'état réduit de deux qubits est séparable, dans un triplet W l'état réduit de deux qubits est toujours un état intriqué [22].

La réalisation de cette expérience ne pose aucun problème particulier. Le temps d'interaction nécessaire pour fabriquer l'état (3.53) est plus court que celui dont on a besoin pour l'intrication maximale dans une collision à deux atomes. Pour compenser le fait que les atomes ont des vitesses différentes, et s'assurer que la collision est effectivement à trois atomes du début à la fin, on «branche» et on «débranche» de manière opportune l'interaction avec la cavité par le biais du *Stark switching*.

Des états W plus généraux peuvent être réalisés par des collisions à  $N$  atomes.

Le cas  $N = 4$  est intéressant aussi parce que, pour  $g^2/\delta \cdot t = \pi/3$ , la dynamique conduit à un état appartenant à la classe des états GHZ [63] :

$$|e_1, e_2, g_3, g_4\rangle \rightarrow \frac{e^{-i(\pi/3)}}{2}(|e_1, e_2, g_3, g_4\rangle + \sqrt{3}|g_1, g_2, e_3, e_4\rangle) \quad (3.54)$$

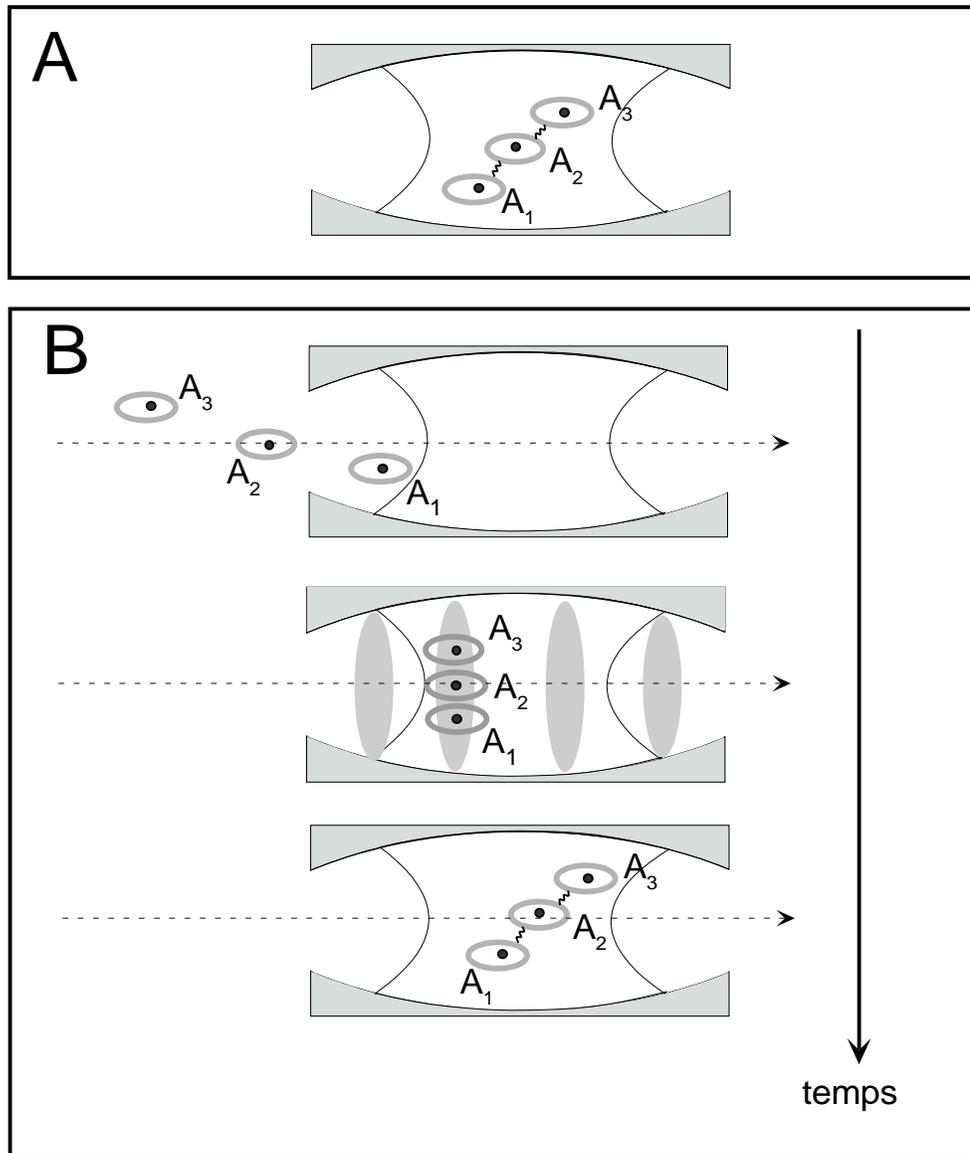


FIG. 3.16 – Schémas pour la création d'un triplet W d'atomes (A) et d'un triplet GHZ (B) Dans le cas B, la collision est précédée par une impulsion  $\pi/2$  classique qui prépare les atomes dans l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$ .

Une petite modification de la procédure expérimentale permet d'obtenir, à travers une collision multiatomique, des états GHZ à un nombre arbitraire d'atomes. Il suffit pour cela de soumettre les atomes à une impulsion  $\pi/2$  classique qui les prépare dans l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$  avant la collision (cf. figure 3.16). En choisissant les paramètres de la collision de manière à ce que  $g^2/\delta \cdot t = \pi/2$ , on obtient alors [163] :

$$|\Psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{e^{\pi/4}}{\sqrt{2}} (|+_{x,1} +_{x,2} +_{x,3}\rangle + |-_{x,1} -_{x,2} -_{x,3}\rangle) \quad (3.55)$$

où les états  $|\pm_x\rangle$  sont les états propres de l'opérateur atomique  $\sigma_x$  introduit au § 1.2.1.a. Cet état est équivalent à l'état GHZ évoqué dans l'introduction (éq. (3.55)).

La méthode se généralise et permet, avec la même durée d'interaction, de créer des états GHZ à  $N$  atomes (parfois appelés «états de Mermin» [99]). Ces états ont la propriété remarquable de mener à des inégalités de Bell pour lesquelles l'écart entre les prédictions de la mécanique quantique et celles des théories locales à variables cachées augmente exponentiellement avec  $N$  [99].

La réalisation expérimentale de ce schéma, pour trois et quatre atomes, est tout à fait possible dans le montage actuel. Le plus simple serait de soumettre les atomes à l'impulsion  $\pi/2$  de préparation tous en même temps. Pour cela il faut que les atomes se croisent bien avant le centre de la cavité, en correspondance avec un ventre de l'onde stationnaire excitée par la source de l'interféromètre. L'impulsion classique est quasi-résonnante avec la transition atomique. Pour éviter qu'un nombre important de photons ne finisse dans les modes de la cavité, les atomes doivent donc être suffisamment désaccordés par rapport à la cavité au moment de l'impulsion (on peut utiliser à cette fin le *Stark switching*). Nous pouvons en outre remarquer que le spectre de l'impulsion classique est, en bonne approximation, un sinus cardinal. La durée et la fréquence de l'impulsion peuvent alors être choisies de manière à ce que les fréquences des deux modes de la cavité correspondent à des noeuds de la distribution spectrale de l'énergie injectée. Nous avons vérifié expérimentalement que, dans ce conditions, la quantité d'énergie absorbée par les modes est inférieur à 0,1 photon en moyenne. Par ailleurs, comme la collision à deux atomes, la collision à  $N$  atomes est insensible à l'état du champ (à condition de rester en régime dispersif) [165].

Il faut d'ailleurs insister sur le fait que la technique d'intrication proposée n'exige pas une cavité de facteur de qualité très élevé. Il est donc possible d'utiliser une cavité «ouverte», avec des zones de Ramsey situées à l'extérieur (de part et d'autre de la cavité)<sup>4</sup>. Dans ces conditions, la rotation des états atomiques peut être effectuée sur chaque atome séparément sans craindre la contamination des modes de la cavité.

Cette remarque est d'importance fondamentale quand on considère l'analyse des corrélations «transverses» entre les atomes intriqués. Cette analyse s'effectue par interféro-

---

<sup>4</sup>Comme nous l'avons vu au chapitre 2, le facteur de qualité élevé de la cavité actuelle est obtenu par le biais d'un anneau qui entoure les miroirs et qui réduit les effets de la diffraction. En revanche, la cohérence atomique ne survie pas à la traversée de cet anneau (cf. 2.2.4.a), et elle doit être manipulée à l'intérieur de la cavité.

métrie de Ramsey. Or, l'utilisation de cette technique à l'intérieur de la cavité présente toutes les difficultés et les limitations auxquelles nous avons déjà fait référence. Bien que des méthodes *ad hoc* puissent être mises au point dans chaque expérience en exploitant les nombreux degrés de liberté que nous contrôlons, il serait beaucoup plus simple d'analyser les atomes dans des zones de Ramsey externes. En outre de réduire les sources d'erreurs, cela permettrait de tester des états intriqué à trois atomes ou plus, qui, comme nous venons de le voir, peuvent être facilement préparés par la méthode de collision.

Nous concluons ce paragraphe en proposant une possibilité alternative pour produire des états GHZ à  $n$  atomes. L'idée consiste à exploiter une série de collisions binaires (cf. figure 3.17). L'atome 1, très lent, est préparé, à l'aide d'une impulsion  $\pi/2$  classique, dans l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |g\rangle)$ , où  $i$  est un niveau auxiliaire, non couplé à la cavité (cf. § 2.1.2.a). L'atome 2, plus rapide, est préparé dans *kete*. Les paramètres de la collision (vitesses atomiques et désaccord de la cavité) sont choisis pour qu'une impulsion  $\pi$  de Rabi se produise entre les deux atomes. Suite à la collision, l'état global évolue de la manière suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1\rangle + |g_1\rangle) \otimes |e_2\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1, e_2\rangle - |e_1, g_2\rangle) \quad (3.56)$$

Lorsque l'atome 2 ressort du mode, l'atome 1, commence l'interaction avec l'atome 3, préparé dans  $|g\rangle$ . Ils accomplissent une impulsion  $\pi$ . Le système global subit donc l'évolution suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1, e_2\rangle - |e_1, g_2\rangle) \otimes |g_3\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1, e_2, g_3\rangle - |g_1, g_2, e_3\rangle) \quad (3.57)$$

Un état GHZ a été ainsi réalisé. Si l'atome 1 est suffisamment lent, le procédé peut être itéré pour intriquer un nombre d'atomes plus important. Ce dernier schéma n'est pas le mieux adapté à notre expérience, qui utilise des atomes libres. Pour réaliser un triplet GHZ dans notre montage, il faudrait que l'atome 1 ait une vitesse de 50 m/s environ.

## 3.5.2 Comparaison aux expériences d'intrication antérieures

### 3.5.2.a Intrication d'atomes par interactions successives et résonnantes avec la cavité (rappel)

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, l'intrication d'une paire d'atomes peut être réalisée dans notre expérience par une technique complètement différente de celle que nous avons illustrée dans ce chapitre. Cette autre méthode se fonde sur l'interaction *successive* et *résonante* des atomes avec le champ de la cavité. Un premier atome, préparé dans l'état  $|e\rangle$ , traverse la cavité vide. L'atome est mis à résonance le temps nécessaire pour effectuer une nutation de Rabi d'angle  $\pi/2$  (cf. § 1.1.1.a). L'évolution du système atome-cavité est la suivante :

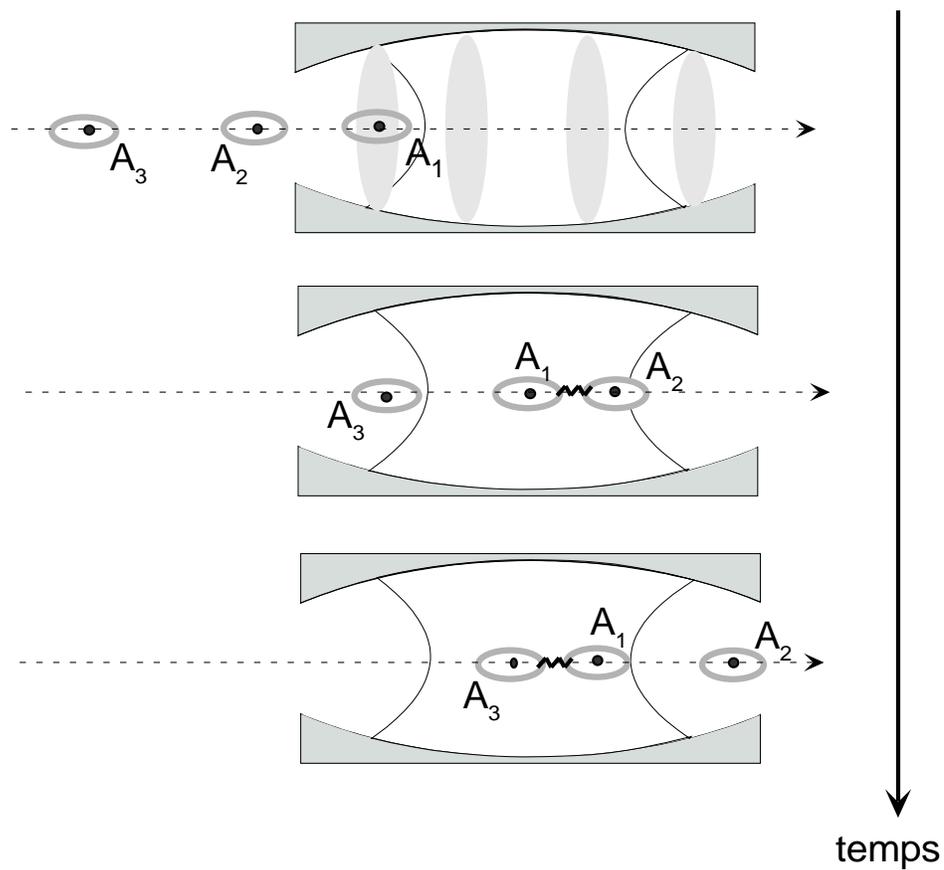


FIG. 3.17 – Schéma pour la création d'un triplet GHZ d'atomes par une série de collisions binaires.

$$|e_1 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1 0\rangle - i|g_1 1\rangle) \quad (3.58)$$

Après avoir ainsi intriqué le premier atome avec la cavité, un deuxième atome préparé dans  $|g\rangle$  «lit» l'information emmagasinée par le champ (sous forme du nombre de photons) en effectuant une impulsion  $\pi$  (cf. éq. (1.27)). L'état final global est donc le suivant :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1, g_2\rangle + |g_1, e_2\rangle) \otimes |0\rangle \quad (3.59)$$

La cavité, après avoir servi de «catalyseur» pour l'intrication des deux atomes, est finalement vide et son état se factorise. L'information stockée dans l'état du champ suite à l'interaction avec le premier atome, est transférée de manière cohérente au deuxième atome par un processus d'absorption. Cette méthode d'intrication a été expérimentalement démontrée et se trouve décrite dans la thèse de Xavier Maître [98].

Le schéma peut être étendu à un nombre d'atomes plus grand, en exploitant des processus où l'atome s'intrique au champ *sans l'absorber* (mesure *non-destructive* d'un photon). Ces processus exploitent en général le déphasage induit sur la fonction d'onde atomique par le champ.

Considérons un atome préparé dans  $|g\rangle$ , qui soit mis à résonance avec le champ de façon à accomplir une nutation de Rabi d'angle  $2\pi$  dans un champ de 1 photon<sup>5</sup>. Comme le montre l'éq. (1.28), si un photon est effectivement présent, l'état  $|g\rangle$  est déphasé de  $\pi$ . Si maintenant l'atome est préparé dans la superposition  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |g\rangle)$  ( $i$  est le niveau atomique auxiliaire non couplé à la cavité), la dynamique, conditionnée à l'état du champ, est la suivante :

$$\begin{aligned} |0\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |g\rangle) &\rightarrow |0\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |g\rangle) \\ |1\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |g\rangle) &\rightarrow |1\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle - |g\rangle) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Les deux états de l'atome qui découlent de cette interaction sont orthogonaux. L'atome se corrèle donc parfaitement au champ sans pour autant modifier le nombre de photons. La détection non-destructive (3.60) a été testée expérimentalement à l'aide d'un interféromètre de Ramsey, qui permet d'accéder à la phase de la superposition  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + e^{i\varphi}|g\rangle)$  (cette mesure a fait l'objet de la thèse de Gilles Nogues [113])<sup>6</sup>. Nous avons aussi démontré la nature cohérente du processus, ce qui a permis de réaliser une porte logique quantique universelle [133].

<sup>5</sup>Le temps d'interaction effectif nécessaire pour réaliser une impulsion  $2\pi$  est obtenu dans notre expérience avec une vitesse atomique de 500 m/s.

<sup>6</sup>Cette technique de mesure non destructive permet de discriminer seulement entre 0 et 1 photon. Au chapitre 4 nous rencontrerons une méthode alternative qui, exploitant l'interaction *dispersive*, permet de mesurer des nombres de photons de l'ordre de 10-20.

Voyons comment la mesure non destructive d'un photon peut être utilisée pour intriquer plusieurs atomes. Un premier atome préparé dans  $|e\rangle$  effectue une impulsion  $\pi/2$  dans la cavité vide (éq. (3.58)). Il est suivi par un deuxième atome, préparé dans  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |g\rangle)$ , qui effectue une impulsion  $2\pi$ . Compte tenu de (3.60), l'état global après cette interaction est :

$$\frac{1}{2} [ |e_1\rangle \otimes (|i_2\rangle + |g_2\rangle) \otimes |0\rangle - i |g_1\rangle \otimes (|i_2\rangle - |g_2\rangle) \otimes |1\rangle ] \quad (3.61)$$

Finalement, un troisième atome préparé dans  $|g\rangle$ , vient «lire» le champ, à travers une impulsion  $\pi$  d'absorption. Comme dans (3.59), la cavité reste vide, son état se factorise et l'état atomique final est :

$$\frac{1}{2} [ |e_1\rangle \otimes (|i_2\rangle + |g_2\rangle) \otimes |g_3\rangle - |g_1\rangle \otimes (|i_2\rangle - |g_2\rangle) \otimes |e_3\rangle ] \quad (3.62)$$

En adoptant les conventions opportunes dans la définition du qubit associé à chaque atome, l'état (3.62) prend la forme d'un état GHZ. Le travail relatif à la réalisation expérimentale de ces idées a fait l'objet de la thèse d'Arno Rauschenbeutel [131]. Les limitations de notre montage ne nous ont pas permis de fabriquer un triplet *d'atomes* intriqués, mais nous avons toutefois fabriqué et testé la nature cohérente de l'état GHZ (3.61), où deux atomes et un mode du champ sont intriqués [134].

### 3.5.2.b Une sensibilité différente à la relaxation et au champ thermique

La méthode d'intrication d'atomes par interaction résonante avec la cavité s'est avérée utile pour réaliser des opérations élémentaires de manipulation de l'information quantique. De plus, elle est, en principe, extensible à un nombre arbitraire d'atomes : il suffit, pour cela, de remplacer l'atome 2 du triplet par une *série* d'atomes, chacun effectuant une mesure non destructive du champ. En pratique, cependant, la méthode d'intrication résonante est très sensible aux limitations expérimentales. Tout au long de l'expérience, l'information reste stockée dans la cavité, qui est la partie la plus exposée au couplage avec l'environnement. Or, l'interaction avec l'environnement est précisément la cause fondamentale de dégradation des propriétés «quantiques» d'un état.

Considérons, par exemple, la paire EPR d'atomes. On voit immédiatement que, pour pouvoir aboutir à l'état final (3.59), il est indispensable que les états photoniques dans (3.58) ne subissent pas d'autres modifications que celles dues à l'interaction cohérente avec les atomes. La probabilité de transition  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  due à l'émission thermique doit rester négligeable, ainsi que la probabilité de transition  $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$  due à la relaxation. La présence d'un champ thermique, ainsi qu'un mauvais facteur de qualité du résonateur, ont par conséquent un effet catastrophique sur la fidélité de la procédure. Un simple raisonnement montre que, à température nulle, la probabilité de produire le mauvais état atomique coïncide avec la probabilité de relaxation de 1 photon dans la cavité :

$$P(g_1 g_2 0) = e^{-t/\tau_{cav}} \quad (3.63)$$

où  $t$  la durée de la séquence expérimentale.

Si nous considérons, par exemple, une séquence expérimentale de durée  $t = 5\pi/g$  (ce qui correspond dans notre expérience à  $t = 100 \mu s$ ) nous obtenons que pour que le taux d'erreur soit inférieure à 5%, il est nécessaire que le temps de vie de la cavité soit supérieur à 2 ms. Même en l'absence de champ thermique, la sensibilité de cette méthode d'intrication à la finesse de la cavité est donc 100 fois plus grande que dans le cas de la collision. Le temps de vie demandé par la méthode d'intrication résonnante pour garantir une bonne fidélité se situe au-delà des performances de la cavité actuelle. À court terme nous espérons de disposer de cavités de facteur de qualité légèrement meilleur (chapitre 4), mais les conditions expérimentales requise par l'extension de la méthode d'intrication résonnante restent très proches des frontières technologiques actuelles. Ceci est d'autant plus vrai si on considère que pour aller au-delà des simples démonstrations (et déjà pour *tester* les états préparés) il est indispensable que la cavité soit «ouverte» au transit de la cohérence atomique, et cela constitue une limitation ultérieure du facteur de qualité (cf. chapitre 4).

Le bilan devient encore plus net si l'on prend en compte les effets d'un éventuel champ thermique. Celui-ci affecte lourdement la fidélité de la méthode résonnante alors que, comme nous l'avons vu au § 3.2.2.b, la dynamique de la collision n'est pas modifiée de façon significative.

En conclusion, si l'on vise à augmenter la fidélité des états préparés, soit pour envisager des expériences de violation des inégalités de Bell, soit pour augmenter la complexité des opérations réalisables de manière cohérente, la méthode d'intrication par collision apparaît plus prometteuse. Ceci est d'autant plus vrai si l'on pense à «exporter» les techniques d'intrication que nous avons étudié dans des contextes expérimentaux légèrement différents (nous y reviendrons dans la conclusion).

### 3.5.3 Perspectives

Les expériences illustrées dans ce chapitre démontrent la possibilité de réaliser et de tester l'intrication contrôlée de deux atomes dans une collision assistée par une cavité non-résonnante. Nous avons insisté sur la souplesse et l'efficacité de cette technique et sur sa relative insensibilité à des sources d'erreur potentiellement importantes telles le facteur de qualité limité de la cavité ou le champ thermique. Ces caractéristiques rendent la méthode présentée assez attractive si l'on vise à augmenter la pureté de l'état préparé et à simplifier son analyse et son exploitation.

La fidélité de la procédure est à présent limitée par la difficulté de réaliser de manière parfaitement contrôlée des paquets monoatomiques. Une amélioration fondamentale consisterait donc à réduire la dispersion du nombre d'atomes préparés par paquet. À moyen terme, des perspectives intéressantes seront probablement ouvertes en ce sens par les techniques de refroidissement et de piégeage des atomes.

Une alternative directement applicable à notre montage consisterait à réaliser une pré-sélection des paquets atomiques par des techniques de fluorescence (on excite une

transition cyclante et on collecte les photons émis spontanément, en essayant de discriminer par ce signal le nombre d'atomes présents dans le paquet).

À défaut d'une plus grande sélectivité dans la préparation des paquets atomiques, une meilleure efficacité de détection offrira quand même la possibilité de post-sélectionner les séquences expérimentales où seulement deux atomes ont interagi dans la cavité. Compte tenu des autres imperfections, il serait en fait suffisant de réduire le poids des «événements à trois atomes» de 26 % à 12 % des données, pour atteindre le contraste nécessaire à la violation des inégalités de Bell. La simple augmentation de l'efficacité de détection de 0,4 à 0,6 permettrait en principe d'obtenir ce résultat. L'efficacité des nouveaux détecteurs actuellement installés dans le montage devrait réduire sensiblement le poids des «événements à trois atomes». La violation formelle des inégalités de Bell apparaît donc d'ores et déjà à la portée de notre expérience. Ce résultat remarquable a récemment été obtenu pour des ions piégés [138]. En s'appuyant sur la grande efficacité de détection des niveaux hyperfins des ions de berillium, il a notamment été possible de clore le «détection loop-hole» (cf. introduction, p. 3), ce qui était hors de portée pour les expériences précédentes faisant usage de photons. En revanche, les conditions pour tester les théories à variables cachées locales étaient dans cette expérience loin d'être remplies. Aussi spectaculaire que puisse apparaître un test avec des atomes séparés de quelques *centimètres*, notre expérience ne se prête pas non plus à des mesures capables de clore le «light cone loop-hole».

D'autres applications intéressantes peuvent être envisagées. La possibilité d'intriquer plusieurs atomes et d'utiliser des cavité de facteur de qualité moyen, permet en principe de démontrer expérimentalement de nombreux protocoles de manipulation quantique de l'information (portes logiques de type *C-NOT* [164], téléportation d'un état atomique [164, 165]). Comme nous l'avons vu, le principal écueil à la manipulation d'états intriqués à 3 ou 4 atomes, découle du fait que - dans le montage actuel - l'analyse de la cohérence atomique doit être accomplie à l'intérieur de la cavité. Nous avons insisté sur le fait que cette limitation n'est nullement fondamentale. À la différence de la méthode d'intrication fondée sur des interactions successives et résonantes avec la cavité, la méthode d'intrication par collision est parfaitement compatible avec une cavité «ouverte» et un interféromètre avec zones de Ramsey externes.

À moyen terme, la technique d'intrication que nous avons testé pourrait enfin être profitablement mélangée avec des interactions directes atome-champ, afin de réaliser des manipulations cohérentes plus ambitieuses.



# Chapitre 4

## Une nouvelle cavité pour l'étude de l'intrication à l'échelle mésoscopique

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, un objectif fondamental des études expérimentales sur l'intrication est celui d'arriver à contrôler l'état quantique de systèmes mésoscopiques. Il est en particulier intéressant de «forcer» ces systèmes dans des états instables vis-à-vis du couplage avec l'environnement pour étudier la dynamique de leur retour au régime classique (*décohérence*). Ce type d'expériences est réalisé en électrodynamique quantique en cavité en utilisant des petits champs cohérents.

Nous avons rappelé en introduction (p. 12) les résultats principaux que nous avons obtenu ces dernières années concernant la manipulation de l'état du champ. Ces résultats ont été rendus possibles par le contrôle relativement efficace de la dissipation. Mais si on vise des états encore plus instables et fortement sujets à la décohérence, comme par exemple des superpositions de petits champs cohérents avec des propriétés classiques bien distinctes, la cavité actuelle ne suffit pas.

Un aspect particulièrement délicat est la manière dont l'état du champ est manipulé et mesuré. L'analyse de la cohérence atomique par interférométrie de Ramsey est un élément essentiel de ces manipulations. Elle doit être accomplie sans qu'il y ait la moindre interférence entre le champ d'analyse et le champ stocké dans la cavité. Ceci n'est en général possible qu'en utilisant un interféromètre avec zones de Ramsey *externes* à la cavité. Celle-ci doit par conséquent être «ouverte», au sens de permettre que les atomes la traversent sans que leur cohérence ne soit affectée.

Cette dernière condition est d'ailleurs manifestement nécessaire si l'on vise à intriquer les modes gaussiens de *deux* cavités séparées dans l'espace. L'intrication est en fait réalisée par le biais d'un atome qui «transporte» la cohérence d'une cavité à l'autre. L'état de l'atome ne doit donc pas subir de perturbations à l'entrée et à la sortie de la cavité.

La mise au point d'un protocole de fabrication de résonateurs «ouverts» de grande finesse fait l'objet de ce chapitre. Au § 4.1 nous analysons de manière précise et quantitative les contraintes expérimentales imposées à la cavité par des expériences où l'on

cherche à manipuler l'état quantique de petits champs cohérents. Ces contraintes sont ensuite comparées aux performances et aux limites de la cavité actuelle (§ 4.2). Au § 4.3 nous présentons la nouvelle méthode de fabrication des miroirs, mise au point au cours de ma thèse. Les résultats obtenus sont résumés au § 4.4, où les perspectives ouvertes par la nouvelle cavité sont enfin discutées.

## 4.1 L'étude des états non-classiques du champ confiné : déduction des contraintes expérimentales

Cette partie est consacrée à l'évaluation des contraintes expérimentales imposées par la préparation et la mesure d'états non classiques du champ à partir d'états cohérents de faible intensité.

### 4.1.1 Chats de Schrödinger en cavité : méthodes de préparation

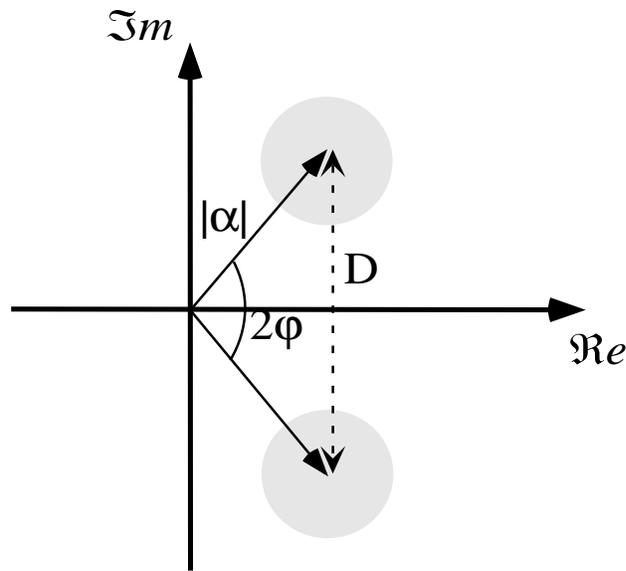


FIG. 4.1 – Représentation dans l'espace de phase d'une superposition de deux états cohérents correspondant à des champs d'intensité  $|\alpha|^2$  qui oscillent avec un déphasage relatif de  $2\varphi$  (état (4.1)). Les cercles gris (de rayon unitaire) représentent l'incertitude sur la phase et sur le nombre de photons.

#### Superposition d'états cohérents de phase ou amplitude différente

Considérons une superposition d'états cohérents correspondant à des champs d'égale amplitude mais de phase différente (figure 4.1) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha e^{-i\varphi}\rangle + |\alpha e^{i\varphi}\rangle) \quad (4.1)$$

Si les deux états de la superposition sont quasi-orthogonaux :

$$|\langle \alpha e^{i\varphi} | \alpha e^{-i\varphi} \rangle| = e^{-D^2/2} \ll 1 \quad (4.2)$$

cela signifie que les champs qu'y sont associés ont des propriétés classiques bien distinctes. Dans l'éq. (4.4),  $D$  représente la «distance» des deux états dans l'espace de phase (cf. figure 4.1)<sup>1</sup> :

$$D \equiv |\alpha e^{i\varphi} - \alpha e^{-i\varphi}| = 2|\alpha| \sin \varphi \quad (4.4)$$

Pour mettre en évidence les propriétés non ordinaires de l'état (4.1), considérons par exemple le cas  $\varphi = \pi/2$ . En redéfinissant  $\alpha$  de manière à englober le facteur  $i$  qui découle de ce choix, (4.1) devient :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) \quad (4.5)$$

Il n'est pas difficile (en considérant la décomposition des états cohérents en termes d'états de Fock, éq. (1.83)) de vérifier qu'une mesure du nombre de photons sur cet état donne toujours comme résultat un nombre pair !

Une méthode pour préparer des états du type (4.1) a été proposée en 1992 [31] et démontrée expérimentalement en 1996 [28]. Cette méthode est discutée en détail dans la thèse de Jochen Dreyer [49]. Considérons d'abord l'interaction *dispersive* d'un atome préparé dans l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle)$  avec un champ préparé dans un état de Fock  $|n\rangle$ . Comme nous l'avons vu au § 1.1.1.b (éq. (1.50)), le déplacement lumineux des niveaux atomiques produit, en représentation d'interaction, un déphasage entre les deux composantes de l'état global :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle) \otimes |n\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle e^{-in\varphi_0} |n\rangle + e^{i\varphi_0} |e\rangle e^{in\varphi_0} |n\rangle) \quad (4.6)$$

où :

$$\varphi_0 = \frac{g^2}{\delta} t_{\text{eff}}^{\text{D}} \quad (4.7)$$

$g$  et  $\delta$  étant respectivement le couplage et le désaccord atome-cavité, et  $t_{\text{eff}}^{\text{D}}$  la durée effective de l'interaction (cf. éq. (1.43)).

---

<sup>1</sup>Rappelons que :

$$\langle \beta | \gamma \rangle = e^{-(|\beta|^2 + |\gamma|^2)/2} e^{\gamma \beta^*}. \quad (4.3)$$

Considérons maintenant le cas où le champ est préparé dans un état cohérent  $|\alpha\rangle$ . Compte tenu des eqs. (1.83) et (4.6), l'interaction dispersive donne par linéarité :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle) \otimes |\alpha\rangle &\rightarrow |\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n (|g\rangle \otimes c_n e^{-i\varphi_n} |n\rangle + e^{i\varphi_0} |e\rangle \otimes c_n e^{i\varphi_n} |n\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle \otimes |\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle + e^{i\varphi_0} |e\rangle \otimes |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Si  $D \gg 1$ , les deux composantes «mésoscopiques» de la superposition sont essentiellement orthogonales. Nous sommes donc dans une situation analogue à celle préconisée par Schrödinger dans son article célèbre de 1935 : la fonction d'onde du système global contient «(...) des parties égales de chat vivant et de chat mort», l'«indétermination» quantique étant «(...) transférée du niveau atomique au niveau macroscopique tout cru» [140].

D'un point de vue physique, le déphasage du champ peut être attribué au retard de phase accumulé par un champ qui se propage dans un milieu transparent, sans qu'il y ait échange de photons avec les atomes qui forment le milieu. La force du couplage entre le champ confiné et les atomes circulaires est telle que les effets d'un diélectrique composé d'*un seul* atome deviennent mesurables.

Une fois réalisée l'intrication atome-champ, nous pouvons forcer le champ dans l'état (4.1). À cette fin nous détectons l'atome après lui avoir appliqué une impulsion  $\pi/2$  classique de phase opportune (cf. § 1.2.1.b). La rotation de l'état atomique produit l'effet suivant :

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle \rightarrow |\Psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle) \otimes |\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle + \frac{e^{i\varphi_0}}{\sqrt{2}}(|e\rangle - |g\rangle) \otimes |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle \\ &= \frac{1}{2} [|g\rangle \otimes (|\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle - e^{i\varphi_0} |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle) + |e\rangle \otimes (|\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle + e^{i\varphi_0} |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle)] \end{aligned} \quad (4.9)$$

La détection de l'atome projette donc le champ dans un état du type (4.1) (la phase de la superposition mésoscopique est conditionnée au niveau où a été trouvé de l'atome).

Notons que, à partir de cet état et si  $\varphi_0$  est suffisamment grand, il est aussi possible de produire des superpositions du type :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |\alpha'\rangle) \quad (4.10)$$

Il suffit, pour cela, d'appliquer une procédure d'homodynage consistante à injecter dans la cavité un champ classique d'amplitude égale et de phase opposée par rapport au champ représenté par  $|\alpha e^{-i\varphi}\rangle$ . Le champ injecté interfère alors destructivement avec cette composante de la superposition, et constructivement avec l'autre : l'état qui en découle a la forme (4.10).

Pour résumer, les traits essentiels des schémas expérimentaux que nous avons illustrés sont les suivants :

- La préparation d'un champ cohérent dans la cavité, ainsi que son homodynage éventuel, se font par couplage direct à une source classique.
- La préparation et l'analyse du dipôle atomique, avant et après l'interaction dispersive avec le champ, est réalisée par interférométrie de Ramsey sur la transition  $e \leftrightarrow g$ . Le champ utilisé pour effectuer les rotations sur les atomes ne doit pas interférer avec le champ stocké dans la cavité, qui est lui aussi quasi-résonnant avec la transition  $e \leftrightarrow g$ .
- Le déphasage par photon  $\varphi_0$  induit par l'interaction dispersive doit être suffisamment grand. Pour cela,  $\delta$  doit être petit mais tel que tout processus résonant soit exclu, et  $t_{\text{eff}}^D$  doit être grand mais pas excessivement, pour éviter la décohérence de l'état du champ.

### Intrication des champs de deux cavités

La réalisation d'un montage avec deux cavités ouvrirait la voie à tout un éventail d'expériences nouvelles et très intéressantes.

La plus simple consisterait à créer l'état intriqué élémentaire  $|1_1, 0_2\rangle + |0_1, 1_2\rangle$  (les index 1 et 2 se réfèrent aux cavités). Pour réaliser cet état, les cavités sont préparées dans l'état du vide et l'atome est préparé dans l'état  $|e\rangle$ . En traversant la cavité 1, l'atome est mis à résonance le temps nécessaire pour effectuer une impulsion  $\pi/2$  de Rabi :

$$|e, 0_1\rangle \otimes |0_2\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, 0_1\rangle - |g, 1_1\rangle) \otimes |0_2\rangle \quad (4.11)$$

L'atome rentre ensuite dans la cavité 2, où il effectue une impulsion  $\pi$  de Rabi :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|e, 0_1, 0_2\rangle - |g, 1_1, 0_2\rangle) \rightarrow |g\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_1, 1_2\rangle - |1_1, 0_2\rangle) \quad (4.12)$$

Celui-ci est bien l'état visé. Ce simple schéma peut servir de base pour la réalisation d'expériences de «téléportation», où l'état du champ de la cavité 1 est «transféré» au champ de la cavité 2 [46]. Rappelons que, en utilisant un schéma similaire, nous avons déjà réalisé et testé un état du type (4.11) avec deux modes appartenant à la *même* cavité [132].

Le schéma d'intrication de deux champs cohérents n'est pas beaucoup plus compliquée en principe. On peut par exemple produire l'état :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha_1\rangle |-\alpha_2\rangle - |-\alpha_1\rangle |\alpha_2\rangle) \quad (4.13)$$

Les cavités sont initialement préparées dans l'état  $|\alpha\rangle$  et l'atome dans l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle)$ . Une première interaction dispersive dans la cavité 1 (avec  $\varphi_0 = \pi/2$ ) produit, selon (4.8) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle) \otimes |\alpha_1\rangle \otimes |\alpha_2\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \otimes |-i\alpha_1\rangle + i|e\rangle \otimes |i\alpha_1\rangle) \otimes |\alpha_2\rangle \quad (4.14)$$

Dans la cavité 2 a lieu une deuxième interaction dispersive avec le même désaccord. L'état final est le suivant :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \otimes |-i\alpha_1\rangle + i|e\rangle \otimes |i\alpha_1\rangle) \otimes |\alpha_2\rangle \rightarrow \\ & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \otimes |-i\alpha_1\rangle - i\alpha_2\rangle - |e\rangle \otimes |i\alpha_1\rangle - i\alpha_2\rangle) \end{aligned} \quad (4.15)$$

À partir de (4.15), en rémélangeant les états atomiques par une impulsion  $\pi/2$  classique et en détectant l'atome, on projette les champs dans un état intriqué qui a la forme (4.13). Une fois obtenu l'état (4.15), les champs des deux cavités peuvent être éventuellement homodynés indépendamment pour obtenir :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha'_1\rangle|0_2\rangle - |0_1\rangle|\alpha'_2\rangle) \quad (4.16)$$

Évidemment, une condition préalable à la réalisation de ces schémas à deux cavités est que la cohérence atomique puisse rentrer et sortir dans la cavité sans être affectée.

### 4.1.2 Superpositions «instables» et décohérence

Comme nous l'avons plusieurs fois souligné, la préparation des états «exotiques» présentés dans la section précédente se heurte à un problème de nature fondamentale : la décohérence. Dans cette section, nous allons analyser plus en détail le mécanisme à travers lequel la décohérence affecte des superpositions d'états cohérents du champ en les réduisant, dans un délai très court, à des mélanges statistiques.

Considérons d'abord un environnement idéal constitué d'une seule mode du champ  $E$ , résonant avec la cavité  $c$  ( $\omega_E = \omega_c$ ) et à température nulle [128]. Supposons que le couplage de la cavité avec cet environnement soit linéaire et constant, et soit  $G$  la constante de couplage. Dans ces conditions, un échange d'énergie cohérent et réversible se produit entre cavité et environnement.

Supposons que le champ de la cavité soit préparé dans l'état cohérent  $|\alpha\rangle_c$ . Après un intervalle  $t$ , l'évolution produit l'état suivant :

$$|\alpha\rangle_c \otimes |0\rangle_E \rightarrow |\alpha \cos(Gt)\rangle_c \otimes |\alpha \sin(Gt)\rangle_E \quad (4.17)$$

Prenons maintenant comme état initial une superposition de type (4.1). Par linéarité nous obtenons l'évolution suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha e^{-i\varphi}\rangle_c + |\alpha e^{i\varphi}\rangle_c) \otimes |0\rangle_E \rightarrow \\ & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha \cos(Gt)e^{-i\varphi}\rangle_c \otimes |\alpha \sin(Gt)e^{-i\varphi}\rangle_E + |\alpha \cos(Gt)e^{i\varphi}\rangle_c \otimes |(\alpha \sin(Gt)e^{-i\varphi})\rangle_E) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Soient  $\rho$  l'opérateur densité associé à l'état (4.18) et  $\rho_c = Tr_E \rho$  l'opérateur densité réduit de la cavité. Il est immédiat de vérifier que, dans la «base» des états cohérents<sup>2</sup>, les cohérences non nulles de  $\rho_c$  (c'est à dire les coefficients de l'opérateur  $|\alpha e^{-i\varphi}\rangle_{cc}\langle \alpha e^{i\varphi}|$  et de son hermitien conjugué) valent :

$$\rho_c^{coh}(t) = \frac{1}{2} {}_E \langle \alpha \sin(Gt)e^{-i\varphi} | \alpha \sin(Gt)e^{i\varphi} \rangle_E = \frac{1}{2} \exp(-2|\alpha|^2 \sin(Gt) \sin^2 \varphi) \quad (4.19)$$

en ayant utilisé l'identité (4.3).

Notons que, dans ce modèle idéal, l'échange d'énergie avec l'environnement est cyclique. Cela n'est évidemment pas le cas lorsque l'on considère un réservoir plus réaliste. En se bornant, dans notre modèle simpliste, au régime  $t \ll \frac{2\pi}{G}$  où l'énergie est transférée de  $c$  à  $E$ , on obtient :

$$\rho_c^{coh}(t) = \frac{1}{2} \exp(-\bar{n}_E(t) \sin^2 \varphi) \quad (4.20)$$

où :

$$\bar{n}_E(t) = |\alpha|^2 2G^2 t^2 \quad (4.21)$$

est l'énergie (en nombre moyen de photons) qui s'est échappée de la cavité à cause de la dissipation après un temps  $t$ . On voit immédiatement que, si  $\varphi$  est assez grande (c'est à dire si les deux composantes de la superposition (??) sont assez écartées dans l'espace de phase), des pertes de l'ordre de 1-2 photons suffisent à provoquer un amortissement sensible de  $\rho_c^{coh}$ .

Ce processus peut s'interpréter facilement en termes de complémentarité. Au fur et à mesure que l'énergie fuit de la cavité, un champ se bâtit dans le mode «environnement». La phase de ce champ étant corrélée à celle du champ de la cavité, l'environnement porte une information qui permet, en principe, de distinguer les deux composantes de la superposition (??). Le mode environnement fonctionne autrement dit comme une «étiquette» : pourvu que les étiquettes attachées aux deux composantes de la superposition initiale soient suffisamment différentes entre elles (c'est à dire que les états respectifs soient essentiellement orthogonaux, cf. éq. (4.19)), les deux «alternatives» représentées par les états cohérents initialement superposés dans la cavité deviennent en principe

---

<sup>2</sup>En réalité, les états cohérents ne sont pas normalisés et l'opérateur densité  $\rho$ , dans le cas en question, la forme d'une distribution dans l'espace de phase. Le discours développé ici peut être facilement formalisé en tenant compte de ces aspects.

*discernables*. Dans ces conditions, aucune mesure *limitée à la cavité* ne pourra plus révéler d'interférence entre les deux composantes de la superposition initiale.

Il faut bien souligner que, si  $|\alpha|^2 \gg 1$ , la petite fuite d'énergie suffisante pour provoquer l'amortissement de  $\rho_c^{coh}$  n'a que des effets négligeables sur les propriétés individuelles des deux états cohérents qui composent la superposition initiale : bien avant que les valeurs des observables classiques (telles l'intensité du champ) soient affectés par la relaxation, toute trace de cohérence mésoscopique a déjà disparu. L'expression (4.20) montre en effet que le temps caractéristique de la décohérence est inférieur au temps de relaxation  $\tau_{cav} = 2\pi/G$  et il est en particulier inversement proportionnel à l'amplitude  $|\alpha|$  du champ.

L'exemple que nous venons de montrer met bien en évidence tous les aspects fon-

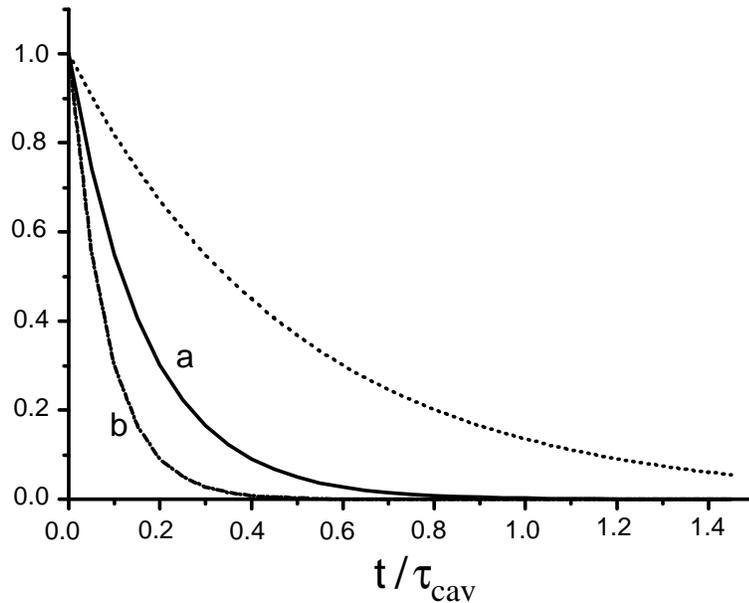


FIG. 4.2 – L'amortissement des cohérences pour des supépositions «instables». La courbe *a*' montre la décroissance exponentielle de  $\rho_c^{coh}(t)/\rho_c^{coh}(0)$  pour l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |0\rangle)$  avec  $|\alpha|^2 = 3$ . La courbe *b*' celle relative à l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_1\rangle|0_2\rangle + |0_1\rangle|\alpha_2\rangle)$  (avec  $|\alpha|^2 = 3$ ) En pointillé, la relaxation de l'énergie du champ.

damentaux du phénomène de la décohérence dans le contexte qui nous intéresse ici. Il est d'ailleurs possible de généraliser le modèle de l'environnement mono-mode à un bain d'oscillateurs harmoniques à température nulle, où la relaxation devient de fait irréversible. Ce modèle représente de façon bien plus réaliste le *continuum* des modes du champs qui constitue le véritable environnement de la cavité. Cette généralisation conduit à un cas particulier de l'équation (1.57), qui peut être résolue exactement [45, 49]. Pour un champ initialement dans l'état :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |\beta\rangle) \quad (4.22)$$

on trouve le temps de décohérence suivant :

$$\tau_{dec} = \frac{2\tau_{cav}}{D^2} \quad (4.23)$$

où  $D = |\alpha - \beta|$  est la distance des états  $|\alpha\rangle$  et  $|\beta\rangle$  dans l'espace de phase (cf. (4.4)) et  $\tau_{cav}$  le temps de vie de la cavité. Cette formule vaut en particulier dans le cas des superpositions (4.1) et (4.10). Pour un état intriqué du type (4.13), où deux cavités sont concernées,  $\tau_{dec}$  est diminué encore d'un facteur 2.

À la différence du simple modèle d'environnement mono-mode illustrée plus haut, nous voyons que dans le cas d'une superposition de type (4.1), le temps de décohérence est inversement proportionnel non pas à l'amplitude du champ mais à son intensité. Il est clair que, pour un champ réellement macroscopique<sup>3</sup>, le temps de décohérence est infiniment petit. Mais même dans le cas d'un champ de quelques photons, la limitation des effets de la décohérence constitue évidemment une tâche très difficile (cf. figure 4.2).

### 4.1.3 Caractérisation des états créés : mesure de la fonction de Wigner

Tout au long de notre exposé, nous avons eu l'occasion de faire référence à différentes méthodes de mesure d'observables particulières, relatives aux atomes ou au champ. Au chapitre 3 nous avons vu par exemple comment détecter les corrélations en énergie d'une paire d'atomes (simplement par ionisation) et comment mesurer les cohérences d'un état EPR (en utilisant l'interférométrie de Ramsey). Quant au champ, nous avons vu au § 2.2.5 une méthode résonnante et une méthode dispersive pour mesurer des petits nombres *moyens* de photons, ainsi qu'une technique permettant la détection non destructive d'un seul photon par interaction résonnante atome-champ (§ 3.5.2.a). Ces mesures donnent accès aux valeurs de certaines observables particulières. Il existe cependant des protocoles de mesure qui permettent de déterminer *complètement* l'état quantique d'un système, ce qui donne accès à la distribution statistique des valeurs mesurables pour une observable *quelconque*.

La caractérisation directe de la matrice densité apparaît d'autant plus utile que l'on est intéressé à mesurer les propriétés exotiques d'une superpositions d'états instable. La «non-existence en nature» de ces superpositions s'accompagne en fait de la non-existence d'observables «classiques» capables de mettre directement en évidence leur cohérence.

Dans le cas du champ, il existe un outil formel particulièrement bien adapté à cette

---

<sup>3</sup>Pour des photons à 51 GHz, 1 Joule d'énergie correspond à un nombre moyen de photons de  $3 \cdot 10^{22}$ .

fin : c'est la fonction de Wigner, une distribution de quasi-probabilité dans l'espace de phase, obtenue par transformation de la matrice densité.

En général, pour un système décrit par une matrice densité  $\rho$  dans l'espace de phase engendré par les variables canoniques  $q$  et  $p$ , la fonction de Wigner est ainsi définie [157] :

$$W(q, p) = \frac{1}{2\pi} \int e^{ipx} \langle q - \frac{x}{2} | \rho | q + \frac{x}{2} \rangle dx \quad (4.24)$$

Pour décrire le champ il est utile de réécrire (4.24) en fonction des opérateurs de création et annihilation  $a$  et  $a^\dagger$ . Sachant que, pour l'oscillateur harmonique :

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + a^\dagger) \quad p = \frac{1}{\sqrt{2}}(a^\dagger - a) \quad (4.25)$$

on obtient :

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int d^2\lambda e^{\alpha\lambda^* - \alpha^*\lambda} Tr \left( \rho e^{-i\lambda^* a - i\lambda a^\dagger} \right) \quad (4.26)$$

$\alpha, \lambda \in \mathcal{C}$ . Notons que l'inégalité de Schwarz entraîne  $|W(\alpha)| \leq 2$ . Comme la matrice densité, la fonction de Wigner associée à un état contient toutes les informations physiques sur un système et permet de calculer les valeurs des toutes ses observables<sup>4</sup>.

Pour des états «classiques», la fonction de Wigner est positive ou nulle dans tout l'espace de phase et peut être vue comme une véritable distribution statistique. Au contraire, pour des états non-classiques, la fonction de Wigner peut prendre aussi des valeurs négatives. La figure 4.3 compare par exemple le cas d'une superposition de deux états cohérents de phase différente à celui d'un mélange statistique des mêmes états : la signature du caractère cohérent de la superposition est donnée par les franges qui apparaissent autour de l'origine. Il existe plusieurs façons de reconstruire la fonction de Wigner d'un état du champ. La méthode traditionnelle, qui relève de la tomographie, a permis de caractériser des états cohérents et des états comprimés dans le domaine optique [146, 24], et plus récemment un état à 1 photon du champ libre [95].

En 1998, L.-G. Lutterbach et L. Davidovich ont proposé un protocole d'électrodynamique quantique en cavité pour la mesure directe (non tomographique) de la fonction de Wigner du champ en un point quelconque de l'espace de phase [93]. Cette méthode astucieuse, qui se généralise aussi à plusieurs modes du champ, et en particulier aux champs de deux cavités, repose sur l'égalité mathématique suivante [34] :

$$W(\alpha) = 2 Tr [D(\alpha)\rho D^{-1}(\alpha) P] \quad (4.28)$$

---

<sup>4</sup>En particulier, si  $F_{sym}(a, a^\dagger)$  est un opérateur symétrique par rapport à  $a$  et  $a^\dagger$ , sa valeur moyenne peut se calculer comme un intégrale classique dans l'espace de phase, en utilisant  $W(\alpha)$  comme une distribution de probabilité :

$$Tr[\rho F_{sym}(a, a^\dagger)] = \int d^2\alpha F_{sym}(\alpha) W(\alpha) \quad (4.27)$$

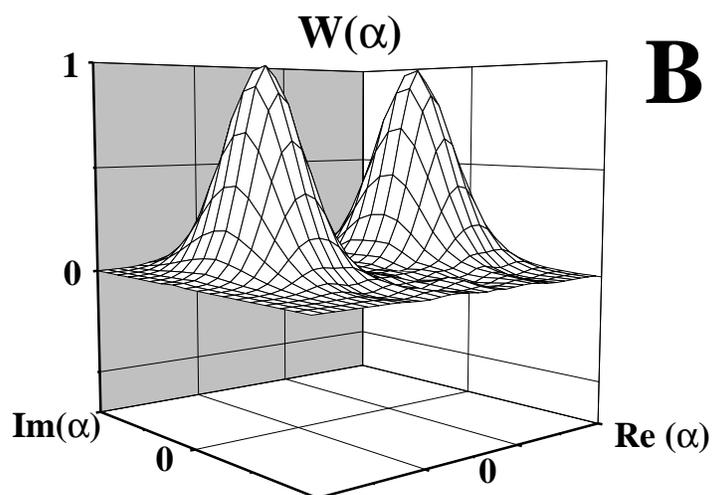
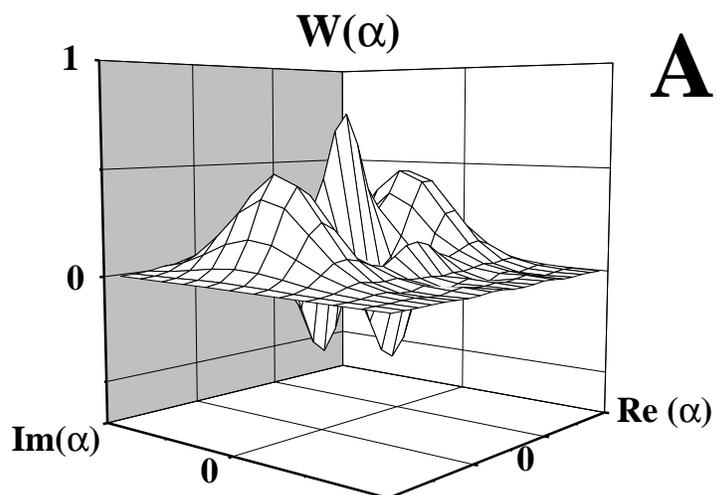


FIG. 4.3 – Les fonctions de Wigner de (A) une superposition d'états cohérents  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$ , avec  $|\alpha|^2 = 3$ , et (B) un mélange statistique des états  $|\alpha\rangle$  et  $|-\alpha\rangle$ .

où :

$$P \equiv e^{i\pi a^\dagger a} \quad (4.29)$$

est l'opérateur parité du champ, qui vaut 1 si le nombre de photons est pair et -1 si le nombre de photons est impair<sup>5</sup>.  $D(\alpha)$  est l'opérateur de déplacement du champ, déjà rencontré au § 1.2.2.

L'expression (4.28) montre que la valeur de la fonction de Wigner au point  $\alpha$  est obtenue en mesurant la parité du champ après l'avoir «déplacé» de  $\alpha$  dans l'espace des phases par homodynage. La mesure de la parité peut être accomplie par une méthode qui exploite le déplacement lumineux des niveaux atomiques  $e$  et  $g$  dans l'interaction dispersive atome-champ [31]. Pour un nombre de photons  $n$  pas trop grand ( $n \lesssim 10-20$ ) ce déplacement est, d'après (1.50), proportionnel à  $n$ . En réécrivant (4.6), nous voyons que :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|n\rangle \otimes (|g\rangle + |e\rangle) \rightarrow \frac{e^{-in\varphi_0}}{\sqrt{2}}|n\rangle \otimes (|g\rangle + e^{i(2n+1)\varphi_0}|e\rangle) \quad (4.30)$$

Si sa durée est fixée de manière à ce que  $\varphi_0 = \pi/2$ , l'interaction produit deux états atomiques orthogonaux (respectivement :  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$  et  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle - |g\rangle)$ ) selon que  $n$  est pair ou impair. Comme dans le schéma pour la détection non-destructive d'un photon illustré au § 3.5.2.a, le déphasage induit sur le dipôle atomique par l'interaction avec la cavité peut être détecté à l'aide d'un interféromètre de Ramsey.

D'un point de vue expérimentale, la condition  $\varphi_0 = \pi/2$  requiert l'utilisation d'atomes lents. De plus, il n'est pas possible d'utiliser la transition atomique  $g \leftrightarrow i$ , comme c'était le cas pour la mesure non-destructive d'un photon. Puisque nous cherchons à obtenir un déphasage  $\varphi_0$  important, il est en fait exclu de renoncer au facteur 2 qui découle du fait de travailler avec le dipôle  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$ , dont chacun des niveaux est couplé à la cavité<sup>6</sup>. Finalement, entre la préparation de l'état et sa «lecture» par l'atome, il faut compter le temps nécessaire à l'injection du champ d'homodynage.

#### 4.1.4 Bilan

La discussion des sections précédentes permet d'estimer le temps de vie du champ compatible avec des expériences de manipulation quantique de petits champs cohérents. Les schémas expérimentaux que nous avons illustrés sont tous fondés sur l'interaction dispersive du champ avec un ou plusieurs atomes. C'est donc la durée de ces interactions qui fixe l'échelle temporelle de ces expériences. Nous pouvons prendre comme référence

<sup>5</sup>Dans la section précédente nous avons rencontré l'état propre (4.5) de cet opérateur.

<sup>6</sup>Si l'on disposait d'atomes très lents, on pourrait compenser ce facteur 2 par un temps d'interaction plus long. La perspective de travailler sur la transition  $g \rightarrow i$  deviendrait alors possible pour ce type d'expériences. Il ne faut cependant pas oublier que la qualité de la mesure dépend de sa durée par rapport au temps de décohérence du champ mesuré.

le temps d'interaction correspondant au déphasage par photon :

$$\varphi_0 = \frac{g^2 \sqrt{\pi} w}{\delta \sqrt{2} v} = \frac{\pi}{2} \quad (4.31)$$

où  $v$  est la vitesse de l'atome et  $w$  la *waist* du mode (nous avons utilisé (1.43) pour le temps d'interaction effectif). Celle-ci est notamment la condition nécessaire pour mesurer la parité du champ, et donc sa fonction de Wigner.

L'expression (4.31) contient deux paramètres réglables, le désaccord  $\delta$  et la vitesse atomique  $v$ . C'est évidemment cette dernière qui détermine la durée de la séquence expérimentale, mais elle ne peut être fixée que compte tenu de la valeur du désaccord. Commençons donc par analyser les contraintes auxquelles se trouve soumis ce dernier. En principe, les hypothèses du régime dispersif ne sont vérifiées que si  $g|\alpha|/\delta \ll 1$ . Toutefois, grâce à l'adiabaticité du couplage gaussiens, si l'interaction se déroule sur la totalité du mode, l'échange d'énergie entre atome et cavité reste négligeable<sup>7</sup> même pour des désaccords aussi petits que  $80 \text{ kHz}$  ( $\delta \sim 3 \cdot g$ ). Comme nous l'avons vu au § 1.1.2, il existe par ailleurs un autre processus qui peut causer un échange d'énergie entre atome et cavité. Il s'agit d'un processus Raman du troisième ordre, qui couple l'atome aux *deux* modes gaussiens de la cavité. La condition de résonance de ce phénomène est remplie quand le désaccord  $\delta$  entre l'atome et le mode principal s'approche du désaccord existant entre les deux modes. Si l'atome est suffisamment lent et le champ stocké dans le mode principal suffisamment intense, le transfert  $g \rightarrow e$  causé par le processus Raman peut atteindre 30 %. Par ailleurs, à l'augmentation du taux de transfert avec l'intensité du champ, correspond un déplacement de la fréquence du maximum vers des  $\delta$  de plus en plus petits [103]. L'écart entre les deux modes varie d'une cavité à l'autre et il est normalement de l'ordre de quelques dizaines de  $\text{kHz}$  (nous reviendrons sur ce point délicat au § 4.4). Dans la dernière cavité utilisée, il était de  $128 \text{ kHz}$  et, pour des champs de l'ordre de 5-10 photons dans le mode principal, c'était la condition de résonance relative au processus Raman, et non pas la condition de résonance entre l'atome et le mode principal, qui fixait la borne inférieure du désaccord  $\delta$  compatible avec une interaction purement dispersive. Pour que le transfert d'énergie parasite reste négligeable, il fallait que  $\delta/2\pi \gtrsim 105 \text{ kHz}$  ( $\delta \sim 4 \cdot g$ ) [12].

Ces arguments fixent l'ordre de grandeur du désaccord  $\delta$ . Nous pouvons maintenant calculer la vitesse atomique qui remplit la condition (4.31) et nous trouvons :  $v \sim 170 \text{ m/s}$ .

Toujours dans la perspective de mesurer la fonction de Wigner d'un champ, il faut enfin prévoir un délai de  $\sim 20 \mu\text{s}$  pour l'homodynage<sup>8</sup>, entre la préparation effectuée

---

<sup>7</sup>Nous avons eu plusieurs occasions de vérifier cela dans les calculs perturbatifs menés au chapitre 2. Les simulations numériques confirment que, si on considère un seul mode gaussien, un désaccord de  $60 \text{ kHz}$  suffit pour empêcher tout échange d'énergie entre l'atome et un champ de 10 photons.

<sup>8</sup>La durée de l'impulsion doit prendre en compte la nécessité que le sinus cardinal de son spectre possède un noeud en correspondance du deuxième mode. Celui-ci doit rester vide pour ne pas altérer le déphasage de la fonction d'onde atomique.

par un premier atome et la mesure réalisée par un deuxième.

Compte tenu de tout cela, pour que l'état du champ ne se dégrade pas trop à cause de la décohérence avant que la mesure ne soit accomplie, il faut que le temps de vie de la cavité remplisse la condition  $\tau_{cav} > D^2 \cdot 200 \mu s$  ( $D$  étant la «distance» dans l'espace de phase des deux états de la superposition, cf. (4.23)). Selon cette estimation, pour mesurer la fonction de Wigner relative à l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$  avec  $|\alpha|^2 = 3$ , le temps de vie de la cavité ne doit pas être inférieur à  $2 ms$ .

Cette condition sur le facteur de qualité du résonateur doit être remplie tout en tenant compte de la nécessité d'injecter un champ classique dans le mode et de celle d'analyser le dipôle atomique  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)$  par interférométrie de Ramsey.

## 4.2 La cavité actuelle et ses limites

Dans cette partie nous analysons les caractéristiques du résonateur utilisé dans nos expériences. En principe, la géométrie et les propriétés supraconductrices de la cavité sont compatibles avec des facteurs de qualité aussi élevés que  $10^{10}$ . Cependant, en pratique, l'ancienne méthode de fabrication des miroirs - brièvement rappelée ici - n'a pas permis d'atteindre des telles valeurs. Nous discuterons les solutions adoptées à cette fin dans l'ancien montage, en montrant l'incompatibilité de ces solutions avec les développements envisagés dans la section précédente.

### 4.2.1 Analyse des causes de dissipation

Dans ce paragraphe nous rappelons les causes des pertes qui limitent le facteur de qualité de la cavité (pour plus de détails, voir [113]).

#### 4.2.1.a Pertes dues à la géométrie : la taille finie des miroirs

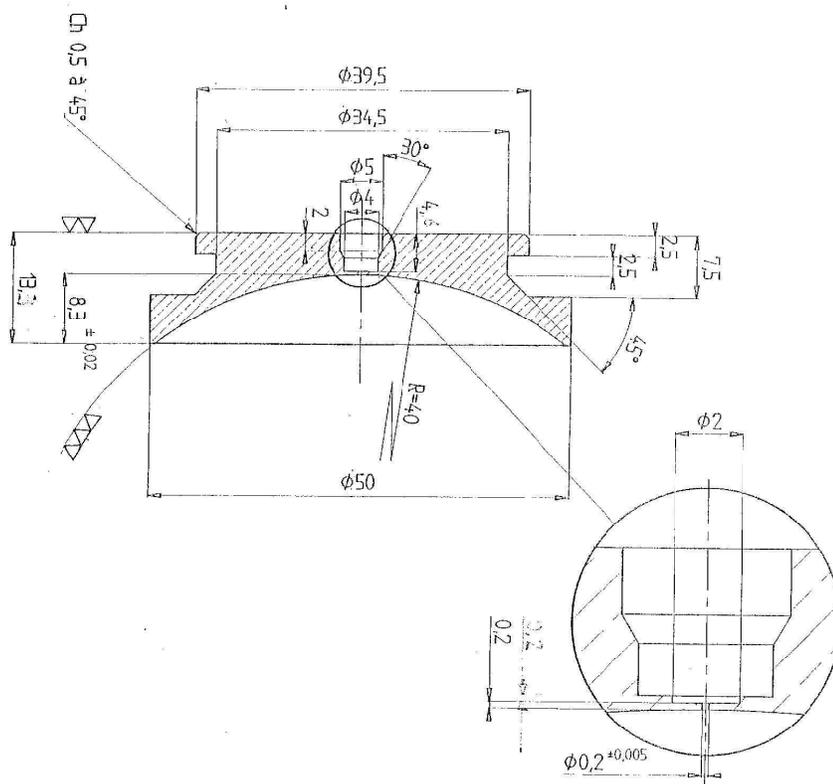


FIG. 4.4 – Géométrie des miroirs en niobium de la cavité actuelle.

D'un point de vue général, le premier facteur intrinsèque de pertes, c'est la taille finie des miroirs. Toute l'énergie du mode située au delà du diamètre externe  $D_0$  des miroirs n'est pas réfléchiée dans la cavité. Si on fait l'approximation d'un mode gaussien, on peut alors calculer le rapport  $\alpha$  entre les pertes et l'énergie incidente à chaque réflexion sur un miroir :

$$\alpha = \frac{\int_{D_0/2}^{\infty} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) r dr}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) r dr} = e^{-\frac{D_0^2}{2w^2}} \quad (4.32)$$

La variation relative d'énergie par seconde est alors  $\tau_{geo}^{-1} = c\alpha/l$ , où  $l$  est la longueur de la cavité. D'où l'expression du facteur de qualité limite :

$$Q_{geo} = \omega\tau_{geo} = kl \exp\left(\frac{D_0^2}{2w^2}\right), \quad (4.33)$$

où  $k = 2\pi/\lambda$  est le vecteur d'onde du champ. Dans notre géométrie ( $\omega_c/2\pi = 51$  GHz,  $l = 27$  mm,  $w = 5,96$  mm,  $D_0 = 50$  mm), on trouve un  $Q$  limite de  $3 \cdot 10^{11}$ . Ce calcul n'est valable qu'à titre indicatif, car la forme gaussienne du mode est une idéalisation. Nous nous trouvons en effet à la limite de validité de l'approximation paraxiale, qui n'est vérifiée que par des modes d'extension transverse grande devant la longueur d'onde. Nous sommes en tout cas bien loin de nous approcher des limites au facteur de qualité qui peuvent découler de la taille finie des miroirs.

Nous pouvons aussi estimer l'énergie qui s'échappe par transmission à travers les trous de couplage situés au centre des deux miroirs, représentés dans la figure 4.4. Le diamètre du trou (0,2 mm) étant très petit devant la longueur d'onde du mode, la transmission (sur une profondeur de 0,2 mm) se fait par effet tunnel. En calculant l'énergie transmise par seconde on trouve un  $Q$  limite supérieur à  $10^{10}$ .

#### 4.2.1.b Pertes dues à l'absorption : l'effet Joule résiduel

La supraconductivité est souvent associée à l'absence de pertes par effet Joule (résistance nulle). Ceci n'est vrai que pour des signaux continus. Dans le domaine des micro-ondes, les miroirs ne sont jamais parfaitement réfléchissants et dissipent de l'énergie. La résistance de surface de la phase supraconductrice (sur une épaisseur de l'ordre de la longueur de London) vaut :

$$R = R_{BCS} + R_0 \quad (4.34)$$

$$\text{avec } R_{BCS} = A \exp\left(-\frac{\Delta_0}{k_B T}\right) \quad (4.35)$$

où  $R_{BCS}$  correspond à la résistance prévue par la théorie BCS et  $R_0$  est une résistance résiduelle, due aux imperfections de la phase supraconductrice. Nous travaillons avec des

miroirs en niobium (Nb :  $T_c = 9,2K$ ,  $\Delta_0/k_B T_c = 1,854$ ). La relation entre le facteur de qualité  $Q_R$  et la résistance est [80] :

$$Q_R = \frac{G}{R} \quad (4.36)$$

où  $G$  est un facteur géométrique qui vaut  $2500 \Omega$  pour notre cavité. L'équation (4.35) montre que la résistance des miroirs n'est jamais complètement nulle à  $51 \text{ GHz}$ . Elle varie exponentiellement avec la température  $T$ . Les pertes liées à  $R_{BCS}$  constituent le facteur limitant jusqu'à environ  $2 \text{ K}$ . En dessous de cette température, le terme  $R_0$  de l'équation (4.34) l'emporte et le facteur de qualité reste constant. Ce terme de résistance résiduelle rend compte phénoménologiquement des imperfections de la phase supraconductrice des miroirs (défaut cristallins, impuretés, vortex de champ magnétique). Il est donc strictement relié à la procédure de fabrication des miroirs. Nous reviendrons sur ce point au moment d'illustrer la nouvelle technique consistant à vaporiser une couche de Niobium sur des miroirs en cuivre. Ici nous nous limitons à rappeler l'effet chimique le plus important qui risque d'affecter les propriétés supraconductrices de la surface du matériau : c'est la formation très rapide d'hydrure  $\text{HNb}$  à une température de l'ordre de  $100 \text{ K}$  [73]. Pour empêcher cette réaction il est nécessaire - durant le refroidissement de la cavité - de passer très rapidement les  $100 \text{ K}$  (à une vitesse supérieure au  $K/min$ ).

#### 4.2.1.c Pertes dues à la diffraction : les défauts de la surface

##### Les trous de couplage

Nous avons vu que les pertes par transmission dans les trous de couplage sont négligeables. Ce n'est pas forcément le cas pour l'énergie que ces trous diffractent [80]. Dans le régime de fonctionnement où les dimensions des trous sont petites devant la longueur d'onde du mode, on peut représenter le trou par un dipôle magnétique en phase avec le champ magnétique incident [14] (il n'y a pas de champ électrique car  $\mathbf{E}=\mathbf{0}$  sur le miroir et les termes multipolaires d'ordre supérieurs sont négligeables puisque  $R/\lambda \ll 1$ ). Le dipôle magnétique effectif et la section efficace de diffraction associée valent (en unités CGS) :

$$\vec{m}_{eff} = \frac{2R^3}{3\pi} \vec{B} \quad (4.37)$$

$$\sigma = k^4 \frac{8R^6}{27\pi} \quad (4.38)$$

L'énergie diffusée par le dipôle est proportionnelle au flux incident multiplié par la section efficace. À chaque réflexion, la perte en énergie est donc  $\Delta P = \sigma P / (\pi w^2 / 4)$ . On en déduit [113] le facteur de qualité associé :

$$Q_{trou} = kl \frac{\pi w^2}{4\sigma} \quad (4.39)$$

Cette formule suppose que toute l'énergie diffractée par le trou est perdue pour la cavité. L'équation (4.39) fournit donc une limite inférieure à  $Q_{trou}$ . Avec la géométrie de notre problème on calcule  $Q_{trou} > 7 \cdot 10^9$ .

### Rugosité de la surface

La surface des miroirs présente une certaine rugosité, découlant des imperfections d'usinage et de polissage, aussi bien que des défauts introduits par les traitements successifs. Cette rugosité provoque des pertes par diffraction qui, dans la limite où l'échelle des défauts est petite devant la longueur d'onde, peuvent être quantifiée à travers différentes approches. La première consiste à modéliser une imperfection par une demi sphère de rayon  $h_{rms}$ , où  $h_{rms}$  est l'écart moyen à la surface d'onde sphérique idéale et à calculer la puissance rayonnée par cette sphère à chaque réflexion [143]. La deuxième approche consiste à évaluer le couplage que les imperfections induisent entre le mode gaussien fondamental et les modes transverses d'ordre supérieur [160]. Ces deux approches conduisent à une variation relative de l'énergie à chaque réflexion :

$$\frac{\Delta P}{P} = \left(4\pi \frac{h_{rms}}{\lambda}\right)^2 \quad (4.40)$$

Le facteur de qualité associé est :

$$Q_{surf} = kl \left(4\pi \frac{h_{rms}}{\lambda}\right)^{-2} \quad (4.41)$$

$Q$	$h_{rms} (nm)$
$10^5$	8000
$10^6$	2500
$10^8$	250
$10^9$	80
$10^{10}$	25

TAB. 4.1 – *Rugosité de surface maximale tolérée pour un facteur de qualité donné*

Le tableau 4.1, présente quelques ordres de grandeurs sur la rugosité de surface tolérable pour obtenir des facteurs de qualité typiques de nos expériences. Elles imposent clairement d'avoir des miroirs de qualité optique. Un facteur de qualité  $Q = 10^9$  par exemple nécessite une surface à  $\lambda_{optique}/10$ , soit  $\lambda_{micro-onde}/75000$ . Il s'agit d'une condition difficile à réaliser lorsqu'on travaille sur du niobium massif, car les techniques de polissage habituelles ne sont pas applicables.

### Déformation de la surface à grande échelle

Outre les défauts petits devant la longueur d'onde du mode, la surface des miroirs peut aussi présenter des écarts par rapport à une surface idéale sur des échelles de

taille plus grandes. Dans le cadre de l'approximation gaussienne la surface idéale est une calotte sphérique de rayon  $R_0 = 40 \text{ mm}$ . Des erreurs dans l'usinage ou dans le polissage des miroirs peuvent changer la surface sur des zones de quelques  $\text{mm}^2$ . Cette différence entre fronts d'onde réel et idéal conduit également à la diffraction du champ incident et donc à des pertes.

Enfin, comme nous l'avons déjà dit, la structure gaussienne du mode n'est qu'une approximation et la surface sphérique des miroirs n'est pas forcément la mieux adaptée aux surfaces d'onde réelles du mode.

### 4.2.2 Ancienne méthode de fabrication.

La fabrication de miroirs en niobium massif avec une surface parfaitement sphérique et polie au niveau optique est une tâche difficile. La cavité utilisée dans les dernières expériences est le fruit d'une procédure compliquée, parachevée durant des années de travail. Cette procédure se trouve décrite en détail dans [113], si bien qu'ici nous nous limiterons à en rappeler les étapes fondamentales.

Après l'usinage mécanique des miroirs (fait dans un barreau recuit de niobium, pur à 99,99 %), les miroirs sont soumis à une attaque chimique dans un mélange d'acide fluorhydrique (HF à 40 %), d'acide nitrique ( $\text{HNO}_3$  à 85 %) et d'acide phosphorique ( $\text{H}_3\text{PO}_4$ ). Cette attaque enlève une centaine de micromètres de matériau sur la surface, de manière à éliminer impuretés et défauts produits par l'usinage. À ce stade, la qualité supraconductrice intrinsèque du miroir est bonne, mais la rugosité de la surface est importante.

L'étape suivante est le polissage mécanique avec une pâte diamantée. Le polissage permet d'obtenir une qualité optique pour la surface, mais détériore encore une fois les propriétés supraconductrices du métal par écrouissage et par inclusion d'impuretés. À ce stade, l'essentiel de la matière a cependant été enlevé et le miroir peut être aminci au centre, en vue du perçage du trou de couplage qui aura lieu à la fin 4.4. L'amincissement se fait par électroérosion (technique sur laquelle nous reviendrons au § 4.3.1.b).

Le miroir est ensuite soumis à un polissage électrochimique, censé enlever la couche de niobium détériorée par le polissage mécanique (une vingtaine de micromètres environ). Dans l'électropolissage l'attaque chimique se concentre sur les excroissances et les parties pointues, de sorte qu'à l'issue du processus la rugosité de la surface n'est pas excessive.

L'utilisation des attaques chimiques lors des opérations précédentes a favorisé la dissolution d'hydrogène au sein du niobium. La formation d'hydrures est donc possible au voisinage de 100 K (voir § 4.2.1.b page 143). Afin de dégazer l'hydrogène présent dans le matériau, et aussi pour favoriser la recristallisation du niobium, on effectue un recuit à 800° C dans un four à ultravide. À l'issue de ce traitement, une oxydation en surface peut apparaître et il faut alors effectuer un nouvel électropolissage (de quelques micromètres).

Le miroir est finalement prêt pour le perçage des trous de couplage, effectué par

électroérosion. Si les tests de transmission de la microonde le requièrent, le trou peut être légèrement agrandi encore par électropolissage. Les tests en configuration ouverte et à froid concluent le cycle de fabrication des miroirs.

### 4.2.3 Résultats

Les performances de la cavité sont évaluées à l'aide de mesures de différente nature, qui permettent en particulier de relier les résultats à chacun des facteurs limitant discutés au § 4.2.1.

Un premier groupe de tests permet d'évaluer la qualité supraconductrice de la surface des miroirs. Ces tests sont basés sur la mesure directe du temps de vie d'une cavité obtenue en accolant le miroir à tester à un miroir de référence<sup>9</sup>. Dans cette configuration, les photons diffractés sont en bonne partie récupérés, si bien que le facteur de qualité n'est limité que par la qualité supraconductrice de la surface. Pour des miroirs fabriqués par la procédure précédemment décrite et pas encore percés, on trouve  $Q = 1,1 \cdot 10^9$ .

Sur la base des résultats obtenus pour les propriétés supraconductrices des deux miroirs, on pourrait s'attendre à un temps de vie de l'ordre 10 ms lorsqu'ils sont assemblés pour former une cavité ouverte. Il n'en est rien. En configuration ouverte, la diffraction joue son rôle, et on s'aperçoit que la procédure de fabrication est loin de produire une surface bien sphérique et non rugueuse. La mesure directe du temps de vie donne, dans ces conditions,  $Q < 10^7$  !

Pour confirmer et approfondir les hypothèses sur l'état de surface des miroirs, des observations au microscope et des mesures interférométriques ont été accomplies [113]. On en déduit que :

- à toute petite échelle ( $\varnothing 3 \mu m$ ), la rugosité moyenne est  $h_{rms} < 10 nm$ .
- à une échelle intermédiaire ( $(\varnothing 0,1-1 mm)$ ), la rugosité moyenne est  $h_{rms} \sim 10 nm$ . Cette valeur est encore compatible avec des facteurs de qualité de  $10^9$ .
- à une échelle de l'ordre de la longueur d'onde du mode (quelques millimètres), les écarts entre la surface du miroir et une sphère idéale dépassent 1000 nm.

D'après ces mesures, les pertes importantes par diffraction sont donc essentiellement dues aux défauts de surface à grande échelle. La méthode de fabrication illustrée plus haut ne permet pas de mieux maîtriser cet aspect. Une autre solution a dû par conséquent être envisagée : celle d'entourer la cavité par un anneau réfléchissant, afin de récupérer une partie de l'énergie diffractée par les miroirs.

### 4.2.4 Le dilemme de l'anneau

Dans une cavité fermée [135], les photons diffractés hors du mode sont réfléchis par une autre partie supraconductrice de la cavité et restent donc dans le résonateur.

---

<sup>9</sup>Nous illustrerons cette méthode dans la prochaine partie, à propos des tests effectués sur les nouvelles cavités (§ 4.3.2).

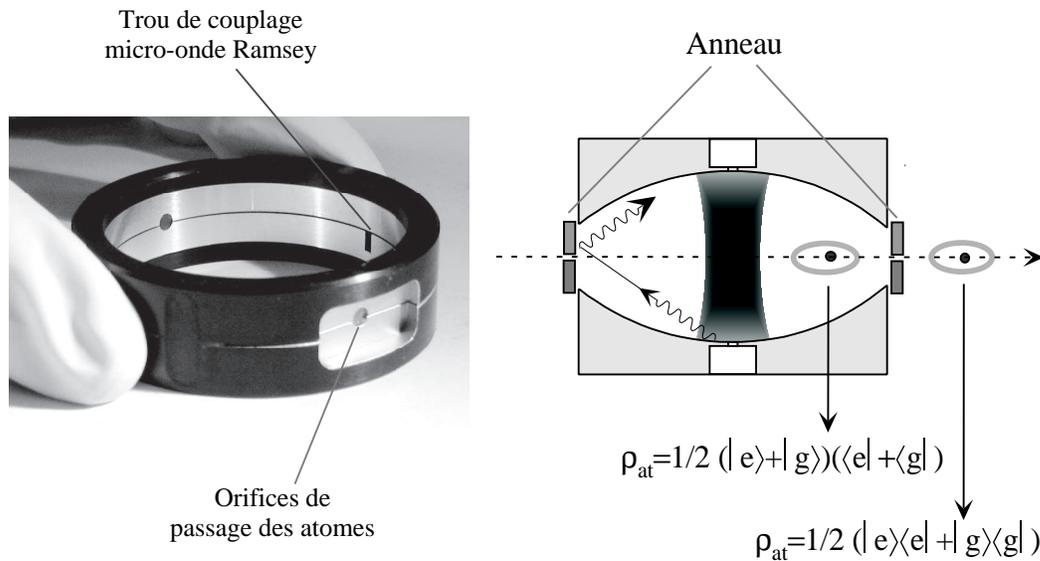


FIG. 4.5 – L’anneau qui entoure les miroirs. Grâce à cet anneau, une partie des photons diffractés sont récupérés. En revanche les trous de passage sont trop petits pour que les atomes puissent les traverser sans que leur cohérence ne soit affectée.

En termes de modes de cavité, on peut dire que la véritable géométrie du champ est légèrement différente de celle prévue dans le cas de miroirs ayant des surfaces parfaites, avec un peu plus d’énergie en dehors du volume du mode théorique. Mais toute l’énergie reste dans le volume délimité par les surfaces du résonateur. C’est donc dans le but de s’approcher le plus possible de cette configuration, que les miroirs sont entourés par un anneau (cf. figure 4.5). La mise au point de cet anneau doit toutefois se faire en respectant les contraintes imposées par l’utilisation d’atomes de Rydberg circulaires. Elle a fait l’objet d’un travail important de la part mes prédécesseurs, et les solutions adoptées se trouvent décrites en détail dans la thèse de Gilles Nogues [113]. L’anneau, en aluminium, se compose de deux parties isolées par une couche d’aluminium anodisée. Les trous pour le passage des atomes ont une longueur de 1 mm et un diamètre de 3 mm. Avec ce montage, des mesures du temps de vie ont permis de vérifier que le facteur de qualité de la cavité augmente significativement au fur et à mesure que l’on réduit le diamètre des trous de passage. En dessous de 3 mm, aucune variation ultérieure n’est observée. Le temps de vie mesuré dans ces conditions est, pour les deux modes gaussiens à 51,1 GHz,  $\tau_{HF}=1,1$  ms et  $\tau_{BF}=0,97$  ms. Une fois vérifié que les états de Rydberg circulaires «survivaient» au passage à travers les trous, la cavité a donc pu servir pour une série remarquable d’expériences. Elle est restée à froid, avec tout le reste du montage, pendant deux ans et demi, sans que son facteur de qualité se soit dégradé, malgré quelques accidents qui ont provoqué une remontée à la température ambiante et le dégazage du montage.

Cependant, comme nous l’avons plusieurs fois évoqué au cours de notre exposé,

la structure cavité+anneau présente une limitation importante. Car, s'il est vrai que les états circulaires survivent aux passages à travers les orifices percés dans l'anneau, il n'en est pas de même pour des *superpositions cohérentes* de ces états. En effet, en traversant les orifices, les atomes passent à une distance de l'ordre de 1 mm des parois. La surface métallique des parois est composée d'un grand nombre de cristaux avec différentes orientations cristallographiques. À chaque orientation correspond un potentiel électrique légèrement différent. Alors qu'à grande distance l'effet de cette structure complexe est complètement moyenné, au voisinage de la surface le champ électrique en dépend de manière sensible. Sachant que la position radiale des atomes, par rapport à l'axe de l'expérience, est dispersée sur 1 mm, chaque atome «voit», dans son parcours, un champ électrique un peu différent. Par effet Stark, ceci se traduit en une dispersion dans la fréquence atomique, dont la cohérence des superpositions d'états atomiques dépend directement.

Comme nous l'avons déjà anticipé au chapitre 2, les tentatives pour observer des franges de Ramsey au moyen d'un dispositif où les impulsions  $\pi/2$  s'effectuent de part et d'autre de la cavité, se sont révélées infructueuses, le déphasage induit par les trous étant évidemment trop important.

Pour être sûrs que la cohérence atomique ne soit affectée, le diamètre des orifices de passage dans l'anneau devrait être de l'ordre de 10 mm. Cette estimation est tirée du contraste des franges de Ramsey observées dans des anciens montages, où les trous dans l'anneau étaient des carrés de 10 mm de côté<sup>10</sup>.

Nous savons déjà qu'il est possible de réaliser des rotations dans l'espace  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$  par des impulsions micro-onde agissant à l'intérieur de la cavité, en exploitant la structure d'ondes stationnaires excitées par le guide d'onde latéral (cf. § 3.4.2 et § 2.2.4). Dans le contexte des manipulations du champ, cette méthode est cependant inutilisable car lors de l'injection un grand nombre de photons sont diffractés dans le mode en modifiant complètement son état<sup>11</sup>.

L'analyse que nous avons développée dans cette partie et dans la partie précédente nous amène ainsi à une conclusion qui paraît inéluctable. La réalisation des expériences envisagées au § 4.1 requiert des zones de Ramsey externes et donc une cavité réellement ouverte, où les atomes puissent rentrer et sortir sans que leur cohérence ne soit affectée. Mais, pour que le temps de vie ne soit pas trop réduit pour cause de la diffraction, il faut des miroirs de qualité supérieure, qui ne peuvent pas être réalisés par les techniques

---

<sup>10</sup>Le facteur de qualité du résonateur était dans ce cas limité par la diffraction à  $10^8$ .

<sup>11</sup>Des précautions particulières concernant la durée et la fréquence des impulsions permettent d'obtenir un spectre qui s'annule aux fréquences des deux modes de la cavité. Dans ces conditions la contamination des modes est très limitée.

Une possibilité alternative consiste à effectuer en succession les transitions suivantes [131] :  $e \rightarrow i \rightarrow g$ . Ces méthodes sont efficaces dans des situations particulières, mais elles ne s'adaptent pas à un usage général. En particulier, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, l'exploitation des ondes stationnaires créées en injectant un champ par le côté de la cavité est très problématique lorsqu'on a affaire à *plusieurs* atomes.

utilisées jusqu'à présent.

## 4.3 La nouvelle méthode de fabrication des miroirs

La mise au point d'une nouvelle méthode de fabrication des miroirs nous a occupés pendant toute la durée de ma thèse. En utilisant un petit cryostat annexe, de nombreux tests ont été conduits en parallèle avec les expériences qui se déroulaient dans le «grand cryostat». Ce travail, marqué par la collaboration étroite avec d'autres laboratoires et avec des entreprises spécialisées, a conduit aux résultats présentés par la suite.

Nous avons vu, dans la partie précédente, que les techniques disponibles pour le polissage du niobium, ne permettent pas d'atteindre la qualité de surface visée. Un matériau qui offre de ce point de vue une alternative intéressante est le cuivre.

Le polissage des surfaces en cuivre à  $\lambda_{optique}/10$  se fait par des procédés standard, réalisés par des entreprises spécialisées. Cependant, le cuivre ne possède pas les caractéristiques supraconductrices nécessaires à en faire un candidat utile pour les miroirs de notre cavité. La solution que nous avons adoptée consiste donc à préparer des miroirs en cuivre avec une surface de qualité optique et à la revêtir ensuite d'une couche supraconductrice en niobium de quelques microns d'épaisseur. Le dépôt de la couche se fait par pulvérisation cathodique, en exploitant une technique mise au point pour les cavités des accélérateurs de particules.

Apparemment, cette idée simple ne nous éloigne pas trop de l'ancien procédé de fabrication. En pratique, le fait de travailler avec du cuivre d'une part, les contraintes imposées par la procédure de dépôt du niobium d'autre part, nous ont confronté à des problèmes que n'avaient pas été envisagés *a priori*. La mise au point de la nouvelle méthode de fabrication des miroirs est par conséquent le fruit de nombreux essais et d'un parcours non dépourvu de faux pas.

Le but de notre démarche étant de parvenir à une méthode de fabrication des cavités reproductible, un aspect crucial a été le contrôle le plus précis possible de chaque opération et l'évaluation quantitative des résultats.

Les mesures que nous avons effectuées sont essentiellement de trois types : observations au microscope, interférogrammes de la surface des miroirs, mesure de transmission de la micro-onde à travers des cavités «ouvertes» ou «fermées».

### 4.3.1 Les étapes de la fabrication

Dans cette section nous avons cherché à ressembler de manière la plus rationnelle et schématique possible, toutes les informations utiles que nous avons tirées de nos expériences. Elles se trouvent regroupées dans trois phases distinctes du procédé de fabrication. Cette classification fait abstraction de l'ordre chronologique des opérations ; elle ne suit non plus la succession historique de nos démarches ; enfin, nous ferons mention aussi des techniques que nous avons par la suite décidé d'abandonner.

Le bilan sera tracé dans la prochaine partie, où nous présenterons la cavité de nouvelle conception, tout en considérant les perspectives qu'elle ouvre et les problèmes nouveaux qu'elle soulève.

#### 4.3.1.a Polissage des ébauches en cuivre

Les ébauches des miroirs sont usinés dans des cylindres de cuivre CUC2, purs à 99,99 %. La calotte sphérique après usinage présente un écart de plusieurs microns par rapport à la surface idéale. Le cuivre est un matériau très mou et facilement sujet aux déformations plastiques. Pendant l'usinage, il est donc important de s'assurer que le serrage de la pièce n'exerce pas des contraintes localisées. La figure 4.6 montre l'interférogramme d'un miroir où, après des longues séances de polissage, les traces laissées par un mandrin triangulaire restent encore visibles.

Pour réduire ces effets nous avons modifié légèrement la forme des miroirs, dont le plan originel est représenté dans la figure 4.4 de la section précédente. La gorge latérale, visible dans la figure, est censée accueillir un anneau en inox qui peut être fixé à un support par huit vis disposées en cercle. Les nouveaux miroirs, qui seront présentés dans la prochaine section (figure 4.17), sont plus compacts et la gorge pour l'anneau de fixation a été éliminé.

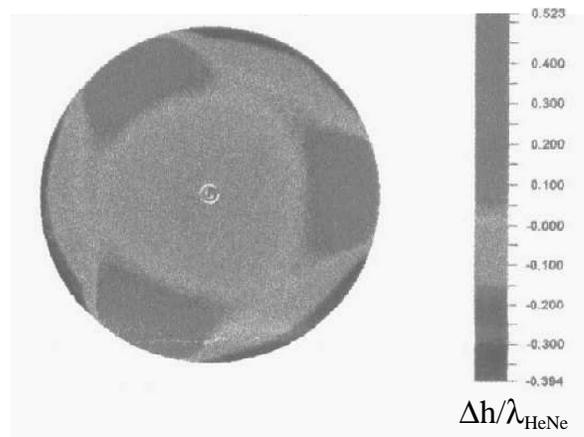


FIG. 4.6 – Interférogramme d'un miroir en cuivre après usinage et polissage préliminaire. Les traces laissées par le mandrin qui bloquait la pièce pendant l'usinage restent bien visibles.

La première étape après l'usinage est le rodage de la face arrière de la pièce. Grâce au rodage on évite que des contraintes irrégulières soient exercés au moment de fixer le miroir à un support. On garantit également un bon contact thermique miroir-support et un bon parallélisme des deux miroirs de la cavité.

On passe ensuite au polissage de la surface sphérique. Pendant toute la première phase de test, nous avons réalisé le polissage au tour, au moyen d'une demi-sphère de rayon adaptée en verre et d'une pâte diamantée. Le miroir était poli par friction au cours de nombreux cycles faisant usage de pâtes à grains de plus en plus fins (jusqu'à  $0,1 \mu\text{m}$ ). L'état de surface pouvait être analysé à chaque pas par l'observation directe au micro-

scope. Les défauts de sphéricité étaient mesurés à l'aide d'un interféromètre de Michelson réalisé par nos soins. Par ce procédé nous avons obtenu des miroirs très brillants ; en revanche la sphéricité - qui comme nous l'avons vu dans la partie précédente joue un rôle crucial - n'était pas suffisamment maîtrisée.

Au moment de réaliser des miroirs destinés à une vraie cavité ouverte, le polissage a par conséquent été confié à une entreprise spécialisée, qui utilise - avec beaucoup plus de précision - un procédé traditionnel tout à fait similaire au notre : le miroir est tourné sur une calotte sphérique et poli par frottement avec une pâte diamantée. Ce procédé de polissage permet d'atteindre de façon reproductible une qualité de surface remarquable : l'amplitude rms de la rugosité sur tout diamètre  $\varnothing=2\text{ mm}$  est  $\Delta h < 10\text{ nm}$  et les déformations sur toute la surface ne dépassent pas les  $25\text{ nm}$  par rapport à une sphère idéale. La figure 4.7 montre l'interférogramme d'un miroir à ce stade. L'interférogramme est réalisé au moyen de l'appareil commercial Veeco - Wyko RTI, qui compare par interférométrie le miroir à une surface sphérique de référence. Les données recueillies sont traitées par ordinateur, ce qui permet en principe d'effectuer des comparaisons quantitatives très précises et établir les effets de chaque opération individuelle sur la surface d'un même miroir.

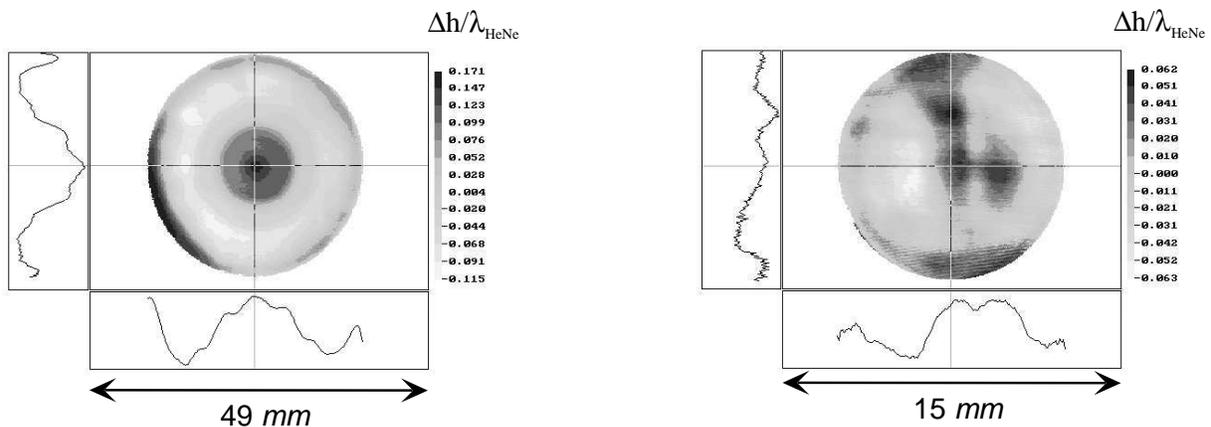


FIG. 4.7 – Interférogramme d'un miroir en cuivre après le polissage et avant perçage. Sur le diamètre entier du miroir (50 mm) la distance pic-vallée maximale est 180 nm, l'amplitude rms de la rugosité est  $\Delta h=40\text{ nm}$ . Dans la partie centrale du miroir (diamètre 15 mm) la distance pic-vallée maximale vaut 70 nm, l'amplitude rms  $\Delta h=15\text{ nm}$ . En continuant ultérieurement le polissage on peut atteindre des valeurs encore meilleures.

#### 4.3.1.b Perçage

Le trou de couplage au centre des miroirs a constitué la principale source de difficultés dans notre démarche. La géométrie du trou de couplage dans les anciens miroirs

en niobium est représentée en figure 4.8A. Elle est le compromis entre l'exigence d'assurer le couplage à une source micro-onde externe et celle de réduire au minimum les fuites du résonateur, par transmission et diffraction (cf. § 4.2.1). Pour éviter que le polissage, en enlevant une quantité importante de matière, ne réduise de façon significative la longueur du trou, le perçage doit être effectué en dernier, sur une surface où la grande partie du procédé de polissage a déjà été accomplie. Les trous dans les miroirs en niobium étaient percés par électroérosion. L'utilisation de cette technique présentait cependant des inconvénients. Premièrement, le miroir (qui au moment du perçage est déjà poli) est soumis à un traitement «à haut risque» pour la surface. Le cuivre étant un matériau très mou, tout impact avec des particules métalliques peut être fatal. Deuxièmement, des traces noires, résidus des combustion qui ont lieu pendant l'électroérosion, restent parfois collés au parois du trous. Elles peuvent s'évaporer ensuite au moment du dépôt de niobium, en affectant la qualité de la couche (ou même en provoquant son détachement, cf. figure 4.13).

Dans l'espoir de contourner ces problèmes, nous avons initialement conduit des es-

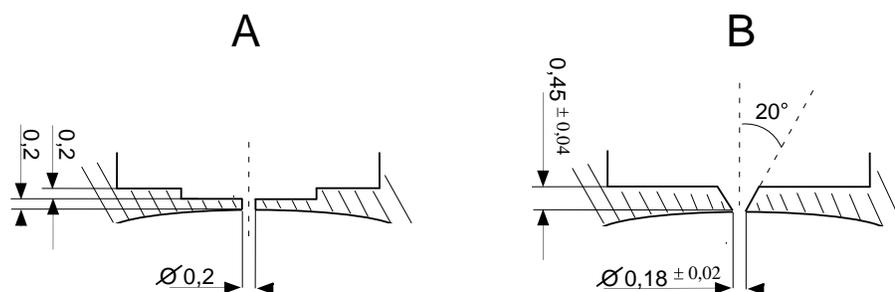


FIG. 4.8 – L'ancien trou de couplage cylindrique et la nouvelle géométrie conique que nous avons testé.

sais de perçage laser. Ces tests ont été réalisés parallèlement au PALA (Plateforme d'Application Laser en aquitaine) de Bordeaux, avec un laser femtoseconde, et chez Oxford Lasers LTD., avec un laser nanoseconde traditionnel. Les résultats ont été très satisfaisants en ce qui concerne la qualité et le contrôle des dimensions trou ; beaucoup moins convaincants en ce qui concerne l'amincissement à 0,2 mm (cf. figure 4.8A). Le laser femtoseconde a l'avantage de ne laisser aucune trace de matière aux alentours du point de débouchage ; le laser nanoseconde garantit en revanche un meilleur contrôle et une meilleure reproductibilité des opérations.

L'ancienne géométrie du trou s'est par ailleurs révélée impropre pour les miroirs en cuivre. La partie centrale, amincie à une épaisseur de 0,2 mm, ne supporte en fait pas les contraintes thermiques auxquelles le miroir est soumis tantôt dans la phase de perçage tantôt dans la phase d'évaporation du niobium. Nous avons par conséquent cherché une géométrie qui, tout en gardant les mêmes caractéristiques vis-à-vis de la transmission de la micro-onde, offre une meilleure stabilité du point de vue mécanique. Une longue et laborieuse série de tests nous a permis de mettre au point une procédure

reproductible pour le perçage de trous coniques sur une épaisseur de 0,4-0,5 mm (cf. figure 4.8B).

Voici brièvement les aspects principaux du procédé :

- Le perçage est effectué par électroérosion, la technique laser ne s'adaptant pas facilement à la géométrie conique. Nous utilisons des électrodes coniques en cuivre<sup>12</sup>, usinées pour que la pointe soit la plus fine possible ( $\varnothing \sim 0,05$  mm). L'épaisseur à perforer est de 0,45 mm environ (cette épaisseur est connue avec une incertitude relative importante, de  $\pm 0,02$  mm). Le perçage se fait à petits pas de quelques microns ; après avoir creusé 200-250  $\mu\text{m}$ , suite à la fusion de la pointe, l'électrode s'élargie et perd efficacité : il va donc falloir la changer (opération très délicate, car il faut savoir se recentrer parfaitement un fois montée la nouvelle électrode). Ceci évite d'une part que les résidus de la combustion deviennent trop importants, et d'autre part que le diamètre au débauchage soit trop grand. En changeant deux ou trois fois l'électrode, nous obtenons des trous propres de diamètre 150  $\mu\text{m}$  (côté surface sphérique). Le diamètre du trou est ensuite ajusté<sup>13</sup> sur la base de sa longueur (mesurée pendant le perçage à 15  $\mu\text{m}$  près), le but étant d'assurer une transmission correcte.
- Le perçage du trou selon la procédure décrite ci-dessus, peut avoir trois effets négatifs : une légère déformation au centre (due probablement à des effets de dilatation thermique, car le perçage à l'électroérosion se fait sans contact mécanique) ; une pellicule aux alentours du trou (créée par la matière repliée au moment du débauchage de l'électrode) ; enfin, des résidus de la combustion sur le parois du trou.

Pour corriger ces défauts éventuels, le miroir est soumis à une petite attaque chimique à l'acide nitrique ( $\text{HNO}_3$  à 69 %) dilué dans l'eau (1/3 d'acide, 2/3 d'eau). L'attaque enlève 1-2  $\mu\text{m}$  de matière maximum. La surface est maintenant dépolie, et le miroir est renvoyé au polissage pour la finition (qui enlève 1-2  $\mu\text{m}$  à son tour). La figure 4.9 montre une photo du trou (côté surface) après toutes ces opérations. L'observation directe de la surface des miroirs est faite par les bords de microscopes optiques à réflexion. Ces genres d'observations nous ont été précieuses pour évaluer les dimensions du trou, identifier des éventuelles taches, analyser l'état de surface aux alentours du trou avant et après les attaques chimiques. L'observation au microscope permet en outre d'obtenir une indication importante concernant la profondeur du trou. Celle-ci peut être mesurée (avec une incertitude de quelques dizaines de microns) en exploitant la mise à point dans des conditions où la profondeur du champ est opportunément réduite.

Dans la figure 4.10, on voit un interférogramme de la surface après la finition du polissage. La rugosité est légèrement supérieure qu'avant le perçage, mais reste de l'ordre de  $\lambda_{\text{optique}}/10$ .

- Les dimensions idéales du trou ont été déterminées à travers une série de tests

---

<sup>12</sup>Les essais avec des électrodes en graphite EDM n'ont pas donné des résultats satisfaisants.

<sup>13</sup>Vue la forme conique de l'électrode, il suffit pour cela de la descendre ultérieurement dans le trou.

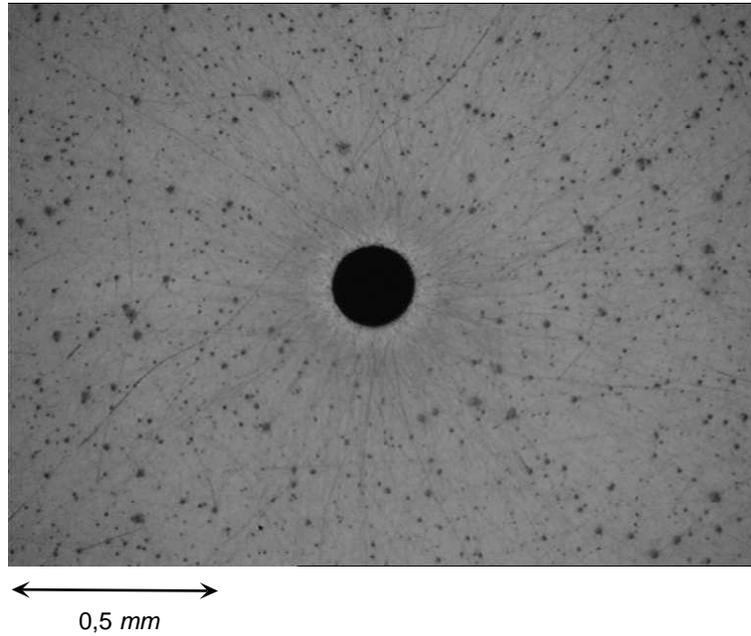


FIG. 4.9 – La surface du miroir à côté du trou après le polissage final.

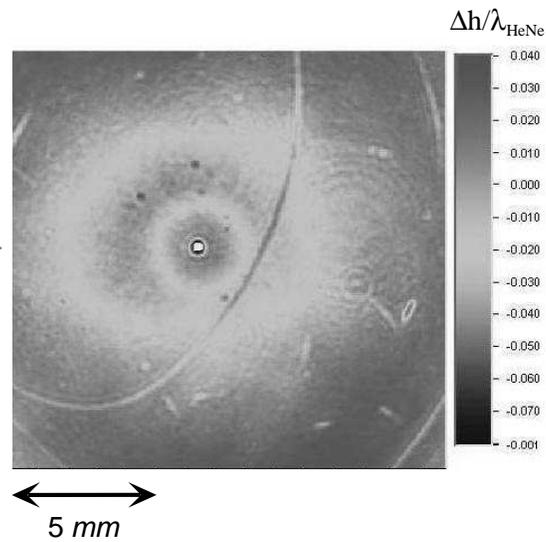


FIG. 4.10 – Interférogramme d'un miroir percé et répoli. Dans la partie centrale, les déformations sont à ce stade de l'ordre de 60 nm.

de transmission de la micro-onde. Le but est que l'énergie transmise à travers les trous des deux miroirs soit à peine suffisante pour que l'analyseur puisse détecter les résonances. Le seuil de transmission dépend donc des performances de la chaîne d'analyse et du facteur de qualité du résonateur. Les tests de transmission sont assez délicats, en raison de leur sensibilité à toute fluctuation de puissance de la source et surtout au taux d'ondes stationnaires qui caractérise l'ensemble miroirs+guides d'ondes+composantes électroniques (isolateurs, diodes, ...). La plage utile pour l'amplitude du signal est bornée, d'une part, par les conditions minimales de détection ; d'autre part, par les limitations imposées par le facteur de qualité, qui serait affecté en cas de transmission excessive. Cette plage utile est d'environ 15 *dB*, valeur qui n'est pas loin de l'incertitude de ces mesures.

Notre méthode de travail s'est surtout basée sur la comparaison avec des trous de référence. Plusieurs tests ont été conduits, à chaud et à froid, en configuration fermée et ouverte. Nous avons ainsi déduit, pour le trou conique, les dimensions standard suivantes (cf. figure 4.8B) : longueur : 450  $\mu\text{m}$ , diamètre au débouchage : 180  $\mu\text{m}$ , angle du cône : 20°. Des variations de l'ordre de 20  $\mu\text{m}$  et 2° (compatibles avec la reproductibilité du procédé de perçage) sont tolérées. Ces valeurs permettent la détection de résonances avec un facteur de qualité supérieur à  $10^7$ .

- Il y a enfin le problème du dépôt de la couche de niobium sur les bords du trou, qui présente quelques aspects délicats sur lesquels nous reviendrons au prochain paragraphe. Sur le plan purement géométrique, le diamètre du trou au niveau de la surface se réduit suite au dépôt de 5-10  $\mu\text{m}$ .

#### 4.3.1.c Dépôt d'une couche de niobium par pulvérisation

Le dépôt de la couche de niobium par pulvérisation cathodique, est réalisée au Laboratoire DAPNIA du CEA, par les soins de Pierre Bosland, Bernard Visentin et Eric Jacques. La technique utilisée est celle dont on se sert pour préparer les cavité des accélérateurs de particules [136]. Cependant, pour les accélérateurs, l'on n'a pas affaire à des miroirs polis au niveau optique. Il faut en outre souligner que tous les tests accomplis jusqu'à présent dans des cavités avec couche en niobium vaporisé, avaient concerné des champs de fréquence n'allant pas au delà de 1,5 *GHz* (30 fois inférieure à celles que nous utilisons). Avant le dépôt, le miroir doit avoir été nettoyé à l'alcool dans un bain à ultrasons. Ceci est indispensable pour assurer une bonne adhésion de la couche de niobium. Les vibrations causent en outre le départ des particules restées éventuellement collées à la surface de cuivre pendant le polissage. Ces particules pourraient autrement être expulsées lors d'un nettoyage ultérieur, en endommageant la couche. La durée du nettoyage doit quand même être limitée, pour éviter d'abîmer la surface.

Une fois nettoyé, le miroir est prêt pour la vaporisation. Monté dans un enceinte où le vide atteint les  $10^{-9}$  *mbar*, il est d'abord soumis à un décapage ionique. Il s'agit d'un bombardement d'ions d'argon  $\text{Ar}^+$  à la pression de  $5 \cdot 10^{-2}$  *mbar*. La durée du décapage est très courte (30 s) pour éviter d'augmenter la rugosité du miroir.

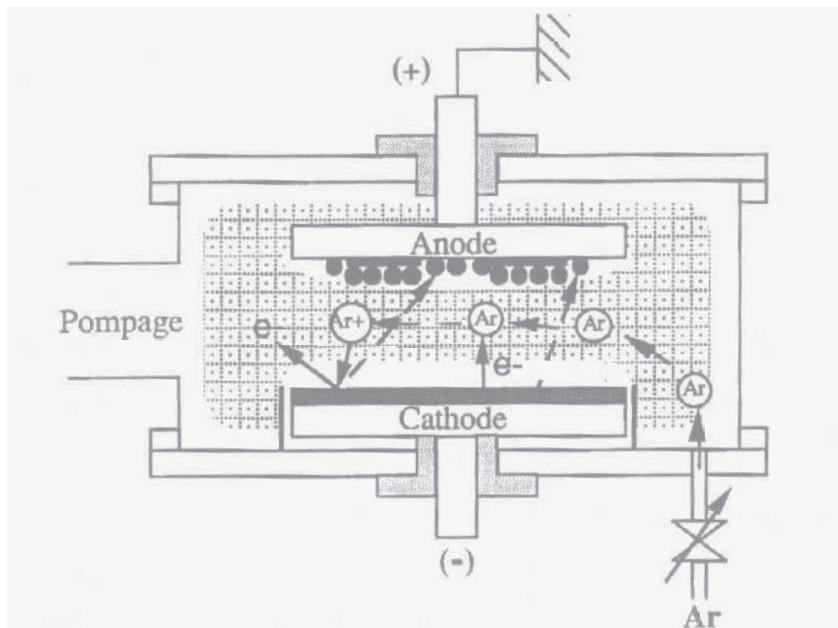


FIG. 4.11 – Schéma de principe de la pulvérisation de niobium. Le miroir est en contact avec la cathode.

Suite au décapage le processus de pulvérisation cathodique commence. Un cylindre de niobium est fixé à la cathode, à laquelle on applique une tension  $V_{cat} = -1000 \text{ V}$  (cf. figure 4.11). Tout le reste de l'enceinte, y compris le miroir, se trouve à la masse. Sous l'effet des collisions avec les électrons émis par la cathode et fortement accélérés par le gradient du champ électrique, les atomes d'Argon qui forment l'atmosphère de l'enceinte (à une pression de  $5 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}^{14}$ ), sont ionisés. On arrive ainsi à la création d'un plasma traversé par un courant électronique de  $2,2 \text{ A}$ . Du fait de la différence de potentiel, le cylindre de niobium fixé à la cathode subit un bombardement de la part des ions d'Argon. Les atomes neutres de niobium sont alors diffusés par effet billard et vont se déposer sur le miroir (fixé à quelques centimètres de la cathode). Il faut souligner que, dans ce processus mécanique, l'énergie moyenne des atomes de niobium ( $\sim 10 \text{ eV}$ ) est 10 fois plus grande que celle que l'on obtient par des méthodes de vaporisation classiques, basées sur l'évaporation thermique. Cela favorise significativement l'uniformité de la couche [136].

Venons-en à présent aux paramètres qui déterminent la qualité du résultat. La température du miroir monte à  $400 \text{ }^\circ\text{C}$  environ (elle est de  $1300 \text{ }^\circ\text{C}$  à proximité de la cathode). Comme nous l'avons vu, cela peut provoquer des dilatations qui ont des effets non ré-

<sup>14</sup>Deux circuits indépendants règlent la pression de l'argon pendant la phase de décapage et celle de pulvérisation.

versibles. Quant à la pureté de la couche de niobium, elle est déterminée par la qualité

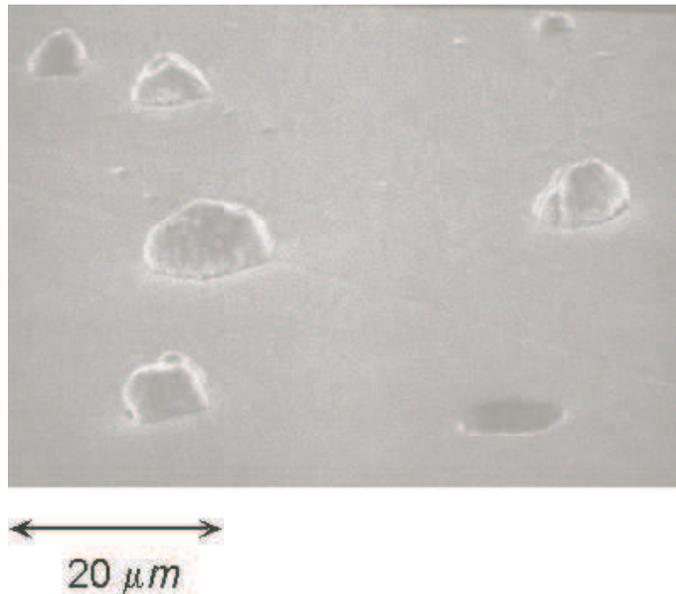


FIG. 4.12 – Les défauts qui apparaissent sur la couche du miroir si la pulvérisation du niobium n'est pas faite dans des conditions de propreté idéales. L'image est obtenue au microscope électronique à balayage.

du vide résiduel. Toutes les impuretés ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\dots$ ) ont en effet tendance à se coller au niobium<sup>15</sup>, ce qui peut dégrader ses caractéristiques supraconductrices, notamment lors du refroidissement<sup>16</sup>. Une longue procédure de nettoyage de l'enceinte doit donc précéder chaque dépôt, sans laquelle la qualité du miroir est affectée. L'image 4.12, réalisée au microscope électronique à balayage, montre l'aspect d'une couche pulvérisée dans des conditions douteuses. Grâce à des observations de ce type, nous avons relié la dimension et la densité des défauts de la couche à ses qualités supraconductrices mesurées par des test micro-onde (cf. prochaine section). Nous avons aussi tenté, toujours par le biais du microscope électronique, une analyse chimique de la couche. Les résultats n'ont pas été, pourtant, très convaincants. Les trous de couplage constituent évidemment un point critique pour le dépôt. Si le trou a été nettoyé par la petite attaque chimique décrite plus haut, le niobium adhère bien et forme une couche continue de la surface à l'intérieur du trou (cf. figure 4.13). La pénétration à l'intérieur du trou dépend évidemment de sa géométrie (elle est de 10-20  $\mu\text{m}$  dans un trou cylindrique (figure 4.8A), nettement inférieure dans un trou conique). Les mesures du temps de vie ont par ailleurs montré que cet aspect n'est pas très important : des miroirs où la

<sup>15</sup>Pour une pression résiduelle de  $10^{-6}$  mbar on trouve environ une monocouche d'impuretés sur sept.

<sup>16</sup>Cf. l'«effet 100 K» discuté au § 4.2.2

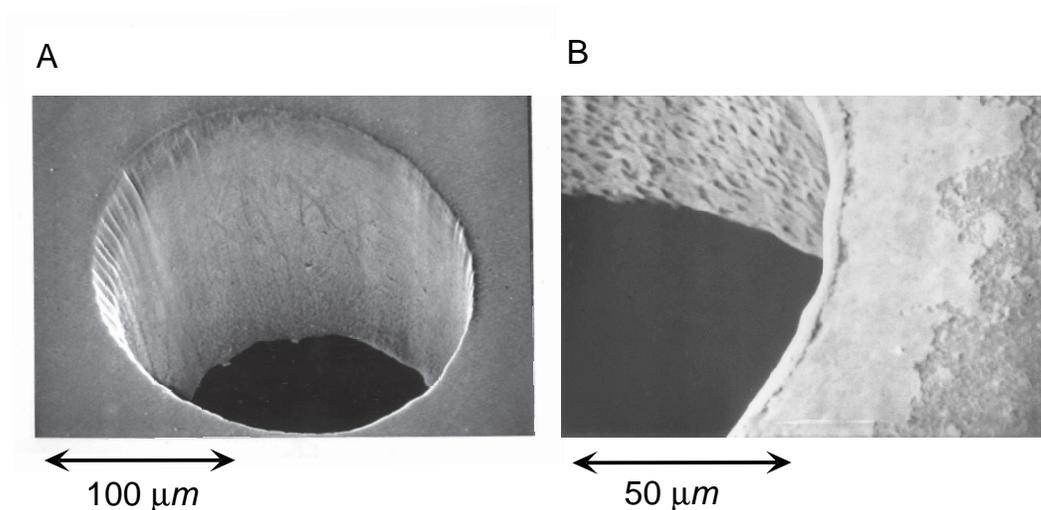


FIG. 4.13 – La couche de niobium pulvérisé en proximité du trou de couplage cylindrique. L'image A montre une couche propre et uniforme, qui recouvre aussi bien les bords que les parois du trou. L'image B montre le cas où les impuretés laissées par le processus de perçage empêchent l'adhésion de la couche. Les images sont obtenues au microscope électronique à balayage.

couche de niobium avait été déposé aussi par l'arrière, de façon à recouvrir entièrement les parois du trou, n'ont pas donné des résultats significativement différents.

Il y a enfin la durée du dépôt. Le taux d'épaississement de la couche est  $0,7 \text{ nm/s}$ , ce qui correspond à quelques monocouches par seconde. La structure et la pureté des couches obtenues par vaporisation sont telles que nous avons observé une amélioration en augmentant l'épaisseur de la couche jusqu'à environ  $4 \mu\text{m}$  (la durée du dépôt correspondante est 1h30'), voire même en déposant successivement deux couches de  $2 \mu\text{m}$ . Il faut par ailleurs considérer qu'une plus longue durée du dépôt ne va pas à profit de l'uniformité de la surface et que les risques augmentent aussi de voir des particules ou des impuretés importantes se mélanger à la couche, en créant des véritables défauts de surface.

Le polissage optique de la surface en cuivre n'aurait guère de sens si la couche en niobium n'y adhérerait pas ensuite de façon parfaitement homogène. La technique de pulvérisation cathodique offre de ce point de vue de bonnes garanties. Compte tenu de l'isotropie de la diffusion du niobium, des considérations géométriques élémentaires font soupçonner un épaisseur légèrement plus important au centre du miroir. Mais, puisque la couche n'est que de quelques microns, aucune raison ne fait craindre des gradients d'épaisseur de l'ordre de la centaine de nanomètres sur des surfaces de quelques millimètres. Il serait sans doute utile de comparer les interférogrammes de la surface du miroir avant et après le dépôt. À présent nous n'avons pas encore réalisé cette mesure. Une fois que la couche a été déposée, il est en fait impératif de tester le miroir à froid

avant toute autre manipulation (qui pourrait risquer de l'abîmer). Par ailleurs, suite aux tests à froid des miroirs percés, nous avons toujours observé des déformations importantes d'origine thermique, qui rendaient impropre la comparaison avec la surface d'avant le dépôt. Nous avons cependant pu tirer quelques indications de ces miroirs d'essai. La surface garde après le dépôt la même rugosité ; en revanche, elle perd sa symétrie cylindrique et devient légèrement éллиpsoidale. Ce défaut, lui aussi certainement lié à des effets thermiques, ne devrait pas trop nous inquiéter en ce qui concerne la diffraction (il pourrait même se révéler utile pour lever la dégénérescence entre les deux modes gaussiens à 51,1 GHz, sur laquelle nous aurons occasion de revenir au § 4.4.2).

Dans la prochaine section nous discuterons le résultats des mesures que nous avons réalisées pour caractériser la qualité supraconductrice des couches de niobium pulvérisé.

### 4.3.2 Mesure micro-onde du facteur de qualité des cavités

Toute mesure de transmission de la micro-onde est effectuée par le biais de l'analyseur vectoriel développé pour la société *ABmm* par Philippe Goy et Michel Gross [61, 49]. La géométrie de la cavité varie selon le type de mesure envisagée. Il y a en tout cas un trou d'entrée, par lequel le champ est injecté, et un trou de sortie, à travers lequel l'amplitude et la phase du champ transmis sont analysées par hétérodynage. Le test d'une cavité en configuration ouverte ne peut se faire que lorsque les deux miroirs sont percés, et à condition que la surface supraconductrice ne présente pas de défauts trop importants. Le contrôle des étapes intermédiaires de la fabrication demande une autre méthode de mesure du facteur de qualité. Le montage utilisé est représenté figure 4.14. Le miroir à tester est accolé à un miroir de référence plan en

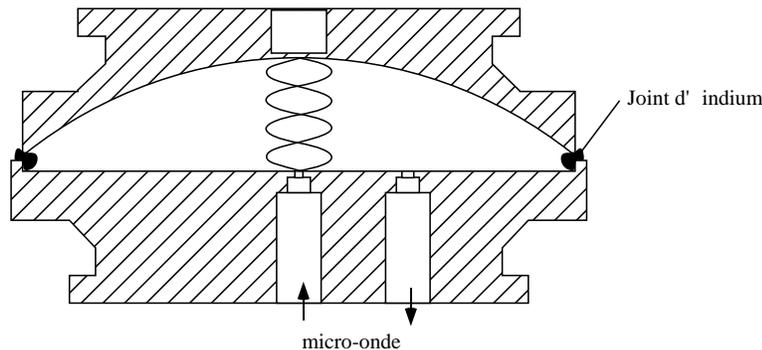


FIG. 4.14 – Géométrie du résonateur fermé qui permet le test des propriétés supraconductrices intrinsèques des miroirs

niobium. La géométrie de la cavité supporte un mode  $TEM_{400}$  autour de 50 GHz. La surface qu'il couvre au niveau du miroir testé est à peu près la même que la surface couverte par le mode  $TEM_{900}$  dans une géométrie de cavité ouverte. La fabrication du

miroir plan de référence est décrite dans [113]. La seule intervention qui s'est rendue nécessaire durant le nouveau cycle de test, est une attaque chimique de quelques secondes à l'acide fluorhydrique (HF à 40 %). Après plusieurs mois de mesure, nous nous étions en fait rendus compte que le facteur de qualité commençait à être limité par le miroir plan. L'attaque chimique, en enlevant quelques microns de matière de la surface, a restauré la qualité du miroir.

Le résonateur est complètement fermé par un joint d'indium (supraconducteur en dessous de 3,4 K). Le miroir de référence est doté de deux trous de couplage, un dans l'axe de la cavité, l'autre excentré de 10 mm. Les diamètres de perçage sont respectivement 0,2 et 0,5 mm. Puisque le champ électrique au niveau du trou excentré est moins grand que sur l'axe, il faut en fait augmenter le diamètre si on souhaite conserver la même transmission que dans le cas ouvert.

Les mesures sont effectuées dans un petit cryostat à  $^4\text{He}$  pompé, pouvant atteindre une température limite de 1,45 K. À cause des vibrations du cryostat, le mode du résonateur est élargi en fréquence. Une mesure spectrale de sa largeur ne rend donc pas compte du véritable facteur de qualité de la cavité fermée. Pour obtenir ce renseignement, on effectue une mesure temporelle. On couple pendant un intervalle de temps la cavité à la source micro-onde extérieure : un champ se construit à l'intérieur du résonateur. On coupe rapidement la source externe à l'aide d'une diode PIN : le champ dans la cavité relaxe sous l'effet des pertes avec un temps caractéristique  $\tau_{cav}$ . Le détecteur placé derrière le résonateur mesure donc une intensité qui décroît avec ce temps caractéristique (figure 4.15).

L'échelle verticale de la figure 4.15 est logarithmique, ce qui explique la décroissance linéaire sur le graphique. Une mesure de la pente de cette droite donne directement le temps de relaxation de la cavité  $\tau_{cav}$ . Afin de tenir compte du bruit de fond qui limite la sensibilité ultime du détecteur nous ajustons les données par la somme d'une constante et d'une exponentielle de temps caractéristique  $\tau_{cav}$ .

Naturellement la même mesure du temps de vie peut être effectuée dans une cavité composée de deux miroirs sphériques percés.

Les tests micro-onde que nous avons conduits sur des différents miroirs ont donné les résultats suivants :

– **Miroirs non percés :**

Pour les facteurs de qualité mesurés en configuration fermée (figure 4.15) nous trouvons des  $Q$  compris entre  $0,9 \cdot 10^9$  et  $1,5 \cdot 10^9$  (à des fréquences de 52 GHz). Une simple règle du trois (cf. formule (2.6)) permet d'extrapoler de cette valeur le temps de vie «intrinsèque» du mode TEM<sub>900</sub> dans la géométrie correspondante à la «vraie» cavité (figure 2.11). Nous trouvons une valeur comprise entre 10 et 16 ms. Cette valeur peut être comparée avec celle déduite des mesures analogues effectuées sur des miroirs en niobium massif avant qu'ils ne soient percés (p. 146). Pour les miroirs en niobium, le temps de vie «intrinsèque» extrapolé était de 11 ms.

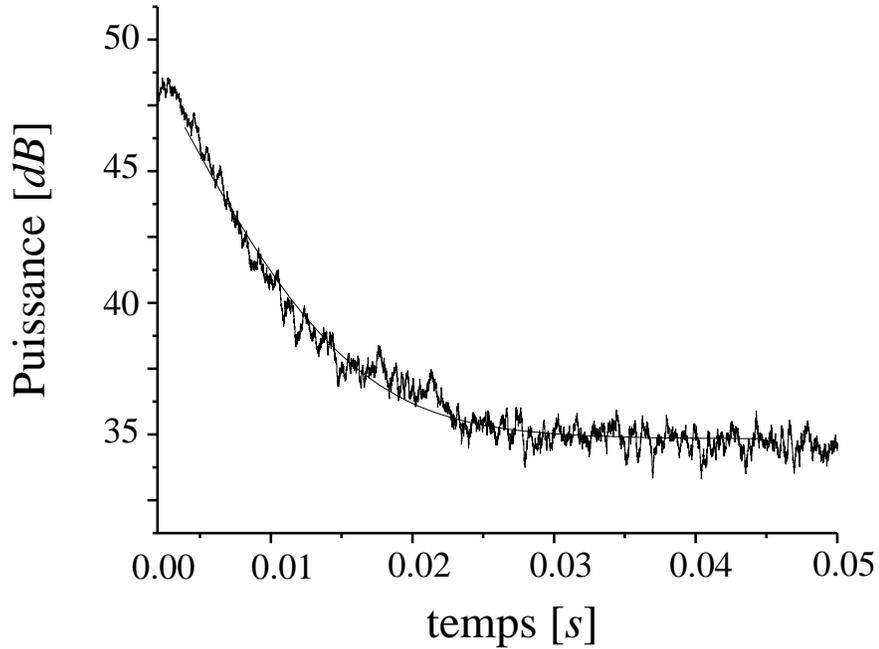


FIG. 4.15 – Mesure du temps de vie du champ dans une cavité fermée miroir plan + miroir sphérique non percé (cf. figure 4.15). À l’instant  $t = 0$  la source externe est coupée et on observe la décroissance de l’intensité du champ. Les données expérimentales sont la moyenne d’une centaine de séquences injection–relaxation. L’ajustement théorique des données est représenté par le trait continu. Résultats :  $\omega_c/2\pi = 52,251$  GHz,  $\tau_{cav} = 4,7$  ms,  $Q = 1,54 \cdot 10^9$ .

La procédure de pulvérisation permet donc d'obtenir, de manière reproductible, des couches de niobium dont les qualités supraconductrices sont comparables sinon meilleures que celles des miroirs massifs. Grâce à notre analyseur de spectre, nous avons pu aussi mesurer le facteur de qualité des résonances jusqu'à 85 GHz, en trouvant qu'il se réduit d'un facteur 2,5 par rapport à la résonance à 51 GHz.

– **Miroirs avec trou de couplage conique (configuration fermée) :**

Les tests conduits *en configuration fermée* ont permis d'extrapoler pour une cavité ouverte des temps de vie «intrinsèques» compris entre 5 et 6,7 ms. Ces résultats sont très satisfaisants, comparés à ceux obtenus avec des miroirs en niobium massif *percés*. La couche déposée par pulvérisation s'adapte donc bien aux trous de couplage. Il faut cependant souligner que la meilleure valeur de temps de vie intrinsèque trouvée pour des miroirs percés est inférieure d'un facteur 2,5 par rapport aux valeurs relatives aux miroirs non percés.

– **Miroirs avec trou de couplage conique (configuration ouverte) :**

La présence des trous permet d'effectuer des test avec deux miroirs sphériques en configuration ouverte (figure 2.13). Les facteurs de qualité que nous avons trouvés dans ces conditions sont décevants ( $Q < 10^7$ ). Comme nous avons pu l'observer directement *a posteriori*, lorsque les miroirs sont mis à froid, la partie centrale se déforme<sup>17</sup>. Il est probable que les différents coefficients de dilatation thermique du cuivre et du niobium soient à l'origine des contraintes qui provoquent des tels effets. Cette déformation, de l'ordre de quelque micron, cause une diffraction très importante, qui limite de manière drastique le facteur de qualité de la cavité en configuration ouverte.

Le schéma de la figure 4.16 résume les étapes principales de notre démarche et les résultats obtenus. Il est important de souligner explicitement que les délais temporels impliqués par le procédé de fabrication complet sont très importants. Il suffira à ce propos de rappeler par exemple que - dans le meilleur des cas - il faut compter deux aller-retours du miroir chez le polisseur (avant et après perçage) et une aller-retour chez le laboratoire qui effectue la pulvérisation de niobium. Dans ces conditions le test d'une nouvelle solution ou même d'une petite modification, demande au moins six mois.

---

<sup>17</sup> Si l'épaisseur au centre est inférieure à 400  $\mu\text{m}$ , une déformation apparaît déjà à l'issue de processus de pulvérisation.

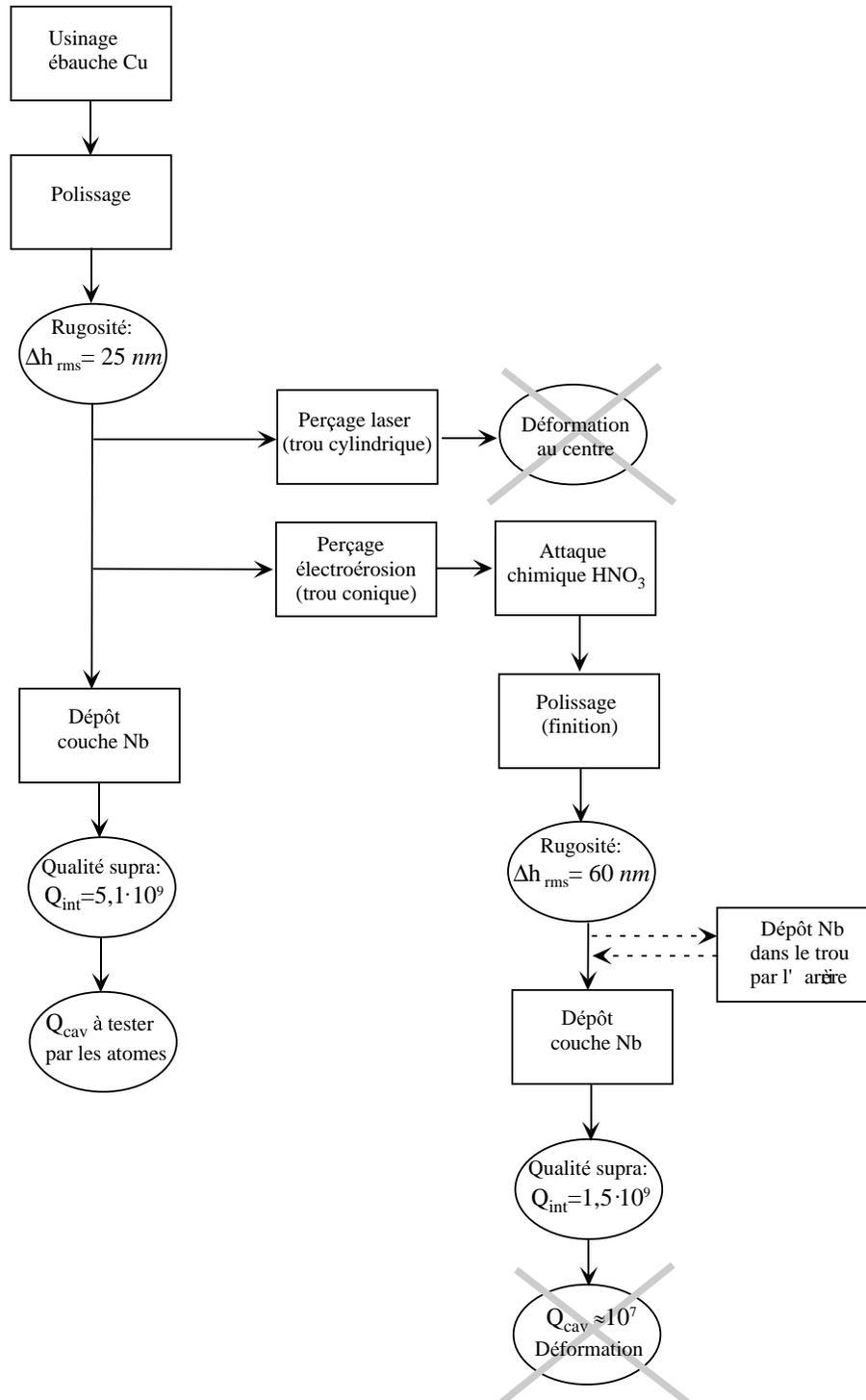


FIG. 4.16 – Schéma des étapes principales de la démarche de mise au point du nouveau procédé de fabrication des miroirs.

## 4.4 La nouvelle cavité. Perspectives

Dans cette partie, les résultats des démarches décrites dans la partie précédente seront analysés vis-à-vis des objectifs qui avaient été définis au § 4.1. Nous verrons que la solution qui émerge de cette analyse ouvre la voie à des possibilités très intéressantes, tout en lançant des défis techniques ultérieurs.

### 4.4.1 Discussion des résultats

Dans la partie précédente nous avons vu que la procédure de pulvérisation permet d'obtenir, de manière reproductible, des couches de niobium de très bonne qualité. La procédure de perçage est aussi bien maîtrisée. Nous arrivons à fabriquer des miroirs dotés d'un trou de couplage conique et d'une couche de niobium correcte. Grâce à la nouvelle géométrie du trou, l'amincissement au centre du miroir est moins important d'un facteur 2 par rapport aux miroirs en niobium : l'épaisseur résiduelle dépasse les  $400\ \mu\text{m}$ . Cependant, la dilatation thermique lors de la pulvérisation et des tests à froid, provoque des déformations au centre qui rendent les miroirs complètement inutilisables en configuration ouverte.

Deux possibilités sont envisageables face à ces résultats.

La première consiste à chercher une géométrie plus favorable pour les trous de couplage. Grâce aux nombreux tests effectués, nous maîtrisons désormais assez bien les techniques de perçage. Nous pourrions alors envisager un trou qui soit à la fois mieux adapté en impédance à la micro-onde et moins susceptible de provoquer des déformations. Cette solution demanderait encore des années de travail, avec des perspectives de succès douteuses. Il est fort probable qu'un éventuel résultat positif serait tout de même limité par les trous. À la lumière des nombreux tests que nous avons réalisés, il ne nous paraît pas raisonnable de s'attendre par cette solution à un véritable saut qualitatif, permettant non seulement d'«ouvrir» la cavité, mais aussi d'accroître considérablement son temps de vie.

La deuxième option qui découle naturellement du bilan de nos expériences, est celle qui envisage une cavité *sans* trous de couplage. Il s'agit d'une solution ambitieuse et non dépourvue de difficultés techniques, mais qui pourrait réellement ouvrir la voie à une nouvelle génération d'expériences. C'est en définitive à cette solution que nous avons été amenés par nos tests, et c'est à elle que la partie finale de cet exposé est consacrée.

### 4.4.2 Une cavité sans trous de couplage

*A priori*, les possibilités d'exploitation d'une cavité sans trous de couplage apparaissent très limitées. Comment peut-on, en l'absence des trous de couplage, déterminer la fréquence de résonance de la cavité et mesurer son facteur de qualité ? Et comment peut-on injecter ce champ classique qui est l'acteur principal de toutes les expériences envisagées dans ce chapitre ? Dans les sections suivantes nous allons répondre à ces

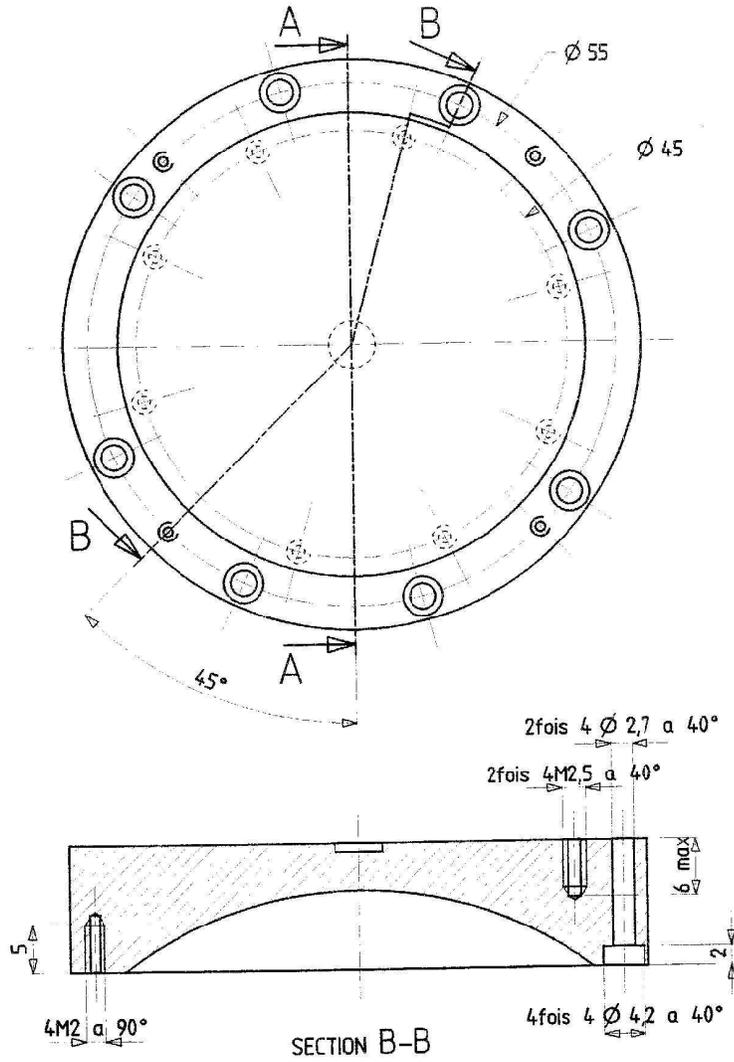


FIG. 4.17 – La nouvelle géométrie des miroirs

questions.

#### 4.4.2.a Accord de la cavité et mesure de son facteur de qualité au moyen des atomes

Normalement, pour accorder le résonateur à la fréquence souhaitée, on se sert de mesures de transmission de la micro-onde qui permettent d'identifier et de suivre les pics correspondants aux résonances. En l'absence de trous de couplage, cette démarche dévient clairement impossible. La seule manière de repérer la fréquence de résonance, dans ces conditions, consiste à exploiter les atomes. Comme nous l'avons vu au § 2.2.1, si un faisceau d'atomes dans l'état excité  $e$  traverse la cavité, et que l'on balaye à l'aide de la cale piézoélectrique la distance entre les deux miroirs, le transfert  $e \rightarrow g$  a un maximum lorsque la fréquence de la cavité est exactement à résonance avec la transition atomique. La cale piézoélectrique actuelle permet d'explorer une plage de 700 kHz environ. La fréquence atomique peut, par ailleurs, elle aussi être déplacée par effet Stark. Nous avons vérifié que les atomes circulaires dans la cavité supportent des champs électriques relativement importants ( $V_{cav}=13$  V) ; cela nous a permis, dans une série d'expériences, de détecter la résonance de la cavité sur une plage de 9 MHz. Il y a enfin la vis qui permet de modifier mécaniquement la distance entre les miroirs. Cette vis, qui a une sensibilité nettement inférieure à celle de la cale piézoélectrique, permet en principe de balayer la fréquence de la cavité sur une plage d'une trentaine de MHz. La recherche de la résonance par le biais des atomes est donc possible. Pour déterminer *a priori*, avec une incertitude de l'ordre de 3 MHz, la fréquence de résonance d'une cavité aveugle dans un montage donné, il est suffisant de réaliser un certain nombre de mesures croisées, à l'aide de miroirs de référence percés. En comparant les fréquences de résonance obtenues pour deux miroirs différents accolés au *même* miroir de référence, on déduit les écarts géométriques entre l'un et l'autre. Ces mesures sont complétées par des tests à froid, qui prennent en compte l'effet des dilatations thermiques. Vu l'importance - en termes de variation de fréquence - de la moindre imperfection mécanique<sup>18</sup>, le montage de support des miroirs dans l'expérience doit alors être conçu pour assurer la plus grande reproductibilité.

Venons-en à la mesure du temps de vie de la cavité. En l'absence des trous de couplage, ce paramètre fondamental ne peut pas être déterminé par les méthodes classiques, à savoir la mesure de la largeur spectrale de la résonance ou bien la mesure en transmission de l'amortissement de l'énergie stockée dans la cavité (cf. § 4.3.2). Nous pouvons cependant nous servir des atomes pour réaliser des mesures du temps de vie de la cavité tout à fait analogues. Ces manipulations ont un caractère complètement quantique : on excite le mode avec *un seul* photon, et on mesure - en fonction du temps - la probabilité que le photon ait disparu. Pour réaliser cette expérience, un premier atome, préparé dans l'état excité  $e$ , accomplit une impulsion  $\pi$  de Rabi dans la cavité

---

<sup>18</sup>Une variation de 10  $\mu m$  dans la distance entre les miroirs conduit, d'après (2.6), à un déplacement de 18,5 MHz.

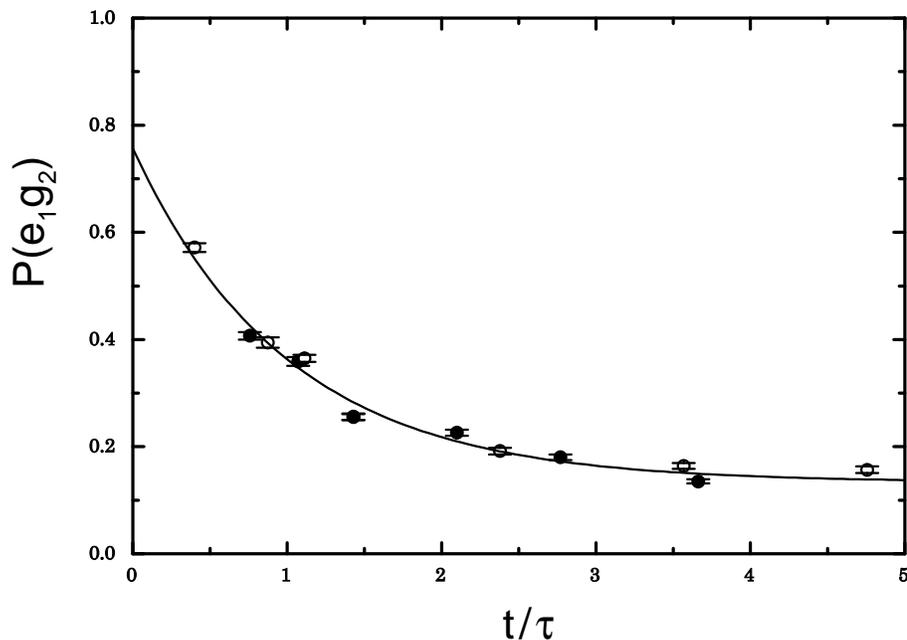


FIG. 4.18 – Mesure du temps de vie d'un photon dans la cavité par le biais des atomes. La probabilité que l'atome 2 absorbe un photon, conditionnée à l'émission d'un photon par l'atome 1, est représentée en fonction du délai entre les deux atomes.

initialement vide. Pour confirmer qu'un photon a été émis dans la cavité, l'atome est détecté dans  $g$ . Après un intervalle  $t$ , un deuxième atome, préparé dans  $g$ , est mis à résonance avec la cavité, pour un temps correspondant à une impulsion  $\pi$  dans un champ de 1 photon. La probabilité que ce deuxième atome soit détecté dans  $e$  (conditionnellement à la détection de l'atome 1 dans  $g$ ), donne directement la probabilité de trouver le photon encore dans la cavité un temps  $t$  après son émission. En variant  $t$ , on obtient une courbe qui décrit la relaxation du champ dans la cavité. Cette courbe fournit - littéralement ! - le temps de vie d'un photon dans la cavité. La figure 4.18 montre le résultat d'une telle mesure effectué sur une ancienne cavité : l'accord avec les mesures réalisées par transmission de la micro-onde est excellent<sup>19</sup>.

Naturellement, cette mesure peut être accomplie seulement une fois que toute l'expérience est opérationnelle. Il ne faut d'ailleurs pas oublier que des méthodes de contrôle très précises nous permettent de vérifier au préalable la qualité des miroirs : ce sont les mesures des qualités supraconductrices de la couche par les tests en configuration fermée (§ 4.3.2) et les mesures de l'état de surface par interférogramme.

En conclusion, nous avons dans ce paragraphe démontré deux résultats très importants. La détermination de la fréquence de résonance de la cavité, ainsi que la mesure

<sup>19</sup>Nous avons répété la même mesure sur la cavité utilisée dans le dernier montage. Compte tenu de la présence d'un champ thermique d'environ 1 photon en moyenne à l'équilibre, l'accord des données avec la simulation numérique était lui aussi excellent.

de son temps de vie, sont réalisables expérimentalement au moyen des atomes et sans aucun recours aux mesures de transmission de la micro-onde.

#### 4.4.2.b Injection d'un champ classique

Une autre fonction des trous de couplage est de permettre la préparation d'un état cohérent du champ dans la cavité ainsi que, éventuellement, l'homodyne de ce champ.

Nous avons vu qu'un guide d'onde latéral peut être utilisé pour exciter des modes de faible facteur de qualité de l'ensemble cavité + anneau. Or, comme nous l'avons vérifié au cours de nos expériences, ce guide d'onde permet aussi d'exciter le mode gaussien de la cavité, qui - théoriquement - devrait être mal couplé à une source placée sur le côté du résonateur, où la densité d'énergie du mode est censée être négligeable. Il est probable que la diffraction ait joué un rôle significatif, en augmentant le couplage en dehors des contraintes spatiales valables pour un mode gaussien idéal. En principe, il est donc possible que, dans une cavité où la surface des miroirs sera plus régulière, le couplage avec un guide d'onde latéral soit moins efficace.

Naturellement, un paramètre fondamental est la puissance de la source micro-onde<sup>20</sup>. Dans l'ancienne cavité nous avons vérifié qu'il était possible de détecter, à travers un des trous de couplage, la micro-onde injectée par le côté. Compte tenu de l'impédance du trou de couplage, cela indique que nous disposons d'une marge en puissance largement suffisante pour coupler le mode au guide latéral même avec des cavités de très grande finesse.

Nous pouvons par ailleurs envisager des schémas où ce sont les atomes qui préparent le champ dans la cavité, sans besoin d'injection directe. Ces schémas - tout en étant différents de ceux que nous avons présenté au § 4.1.1 - ne sont pas pour autant moins intéressants. Nous nous limiterons ici à rappeler une proposition récente [147] qui permet de fabriquer des chats de Schrödinger du type (4.5)<sup>21</sup>. La méthode est basée sur la simple interaction des atomes à la fois avec le mode de la cavité *et* avec une source externe (le mode de la cavité et la source ne doivent évidemment pas être couplés directement). En faisant un choix astucieux du désaccord atome-cavité, du désaccord atome-champ classique, et de l'intensité de ce dernier, l'interaction produit, à partir de l'état  $|g\rangle|\alpha\rangle$ , un état intriqué qui a pour composantes des chats de type (4.5) :

$$|g\rangle|\alpha\rangle \rightarrow \frac{1}{2}[|g\rangle \otimes (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) + |e\rangle \otimes (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle)] \quad (4.42)$$

Nous soulignons que - à la différence du schéma présenté au § 4.1 - on arrive ici à créer une superposition mésoscopique sans avoir besoin d'appliquer à l'atome des rotations de Ramsey avant et après l'interaction avec le mode. Ceci constitue un avantage

---

<sup>20</sup>L'élément électronique qui limite la puissance de notre source à 51,1 GHz est la diode qui fabrique la quatrième harmonique à partir du signal de 12,5 GHz qui ressort du quartz [49]. Nous disposons de présent d'une nouvelle diode active comme quoi la puissance à 51,1 GHz est augmentée de 20 dB

<sup>21</sup>Bien d'autres états peuvent être fabriqués par cette méthode [147].

remarquable. La réalisation de l'interaction assistée constitue par ailleurs un tâche non évidente. Il faut en effet que la source classique, tout en n'étant pas couplée au mode de la cavité, arrive cependant à illuminer l'atome durant toute sa traversée du mode. C'est seulement sur la base des premiers résultats expérimentaux obtenus avec une cavité aveugle, que l'on pourra sérieusement réfléchir à la réalisation pratique de ces schémas.

#### 4.4.2.c Bilan

Du point de vue du facteur de qualité, la cavité sans trous de couplage devrait permettre d'atteindre les meilleurs résultats envisageables en principe avec les technologies actuelles. En particulier, même si d'un point de vue théorique les trous de couplage ne devraient pas limiter le facteur de qualité du résonateur, en pratique nous avons vu que déjà en configuration fermée (où la diffraction ne joue qu'un rôle très marginal), un miroir non percé marche nettement mieux.

Comme nous l'avons vu au § 4.3.2, si la diffraction ne jouait aucun rôle, on pourrait - sur la base des tests en configuration fermée - s'attendre à des temps de vie compris entre 10 et 16 *ms*. Naturellement, cette estimation constitue une borne supérieure : il est fort probable que les limitations du facteur de qualité découleront encore des défauts de surface des miroirs et des pertes par diffraction. Il faut dire par ailleurs que l'absence du trou de couplage facilite les opérations de polissage des miroirs et permet d'obtenir des surfaces de très grande qualité.

Un autre avantage est la rapidité du procédé de fabrication, très simplifié par rapport à celui qui comprend le perçage du trou. Ce procédé est désormais standard et, ce qui compte le plus, reproductible.

Il y a enfin un dernier aspect qu'il vaut la peine de citer. Les mesures accomplies au moyen des atomes indiquent la présence d'un champ magnétique à l'intérieur de la cavité. Les inhomogénéités de ce champ sont probablement une cause de déphasage pour les dipôles atomiques et contribuent donc à limiter le contraste intrinsèque des signaux de Ramsey. Il est possible que les trous de couplage jouent un rôle dans le piégeage des lignes du champ magnétique lors du refroidissement des miroirs et de la transition à la phase supraconductrice. Par conséquent, leur suppression pourrait avoir des répercussions positives aussi sur le contraste des franges de Ramsey, qui constitue un paramètre crucial de nos expériences.

Le projet de la nouvelle cavité sans trous de couplage est désormais suivi par Paolo Maioli, qui a aussi participé à toute la phase conclusive des tests illustrés dans la partie précédente. La figure 4.17 montre le plan des nouveaux miroirs, dont le design a été adapté à des pièces en cuivre. Il s'agit d'une géométrie la plus massive possible, visant à empêcher tout risque de déformation. Les vis de fixation se vissent directement sur la pièce, le long un diamètre externe à la calotte sphérique. La qualité de la surface obtenue pour ces miroirs est remarquable :

- amplitude rms de la rugosité : 10 *nm* dans la partie centrale ( $\varnothing = 10$  *mm*) et

25 *nm* sur toute la surface

– pente maximale : 10  $\mu\text{rad}$

La grande qualité de la surface risque d'ailleurs de soulever un nouveau problème. Pendant le dernier cycle d'expériences nous avons pu apprécier pleinement les effets liés au deuxième mode gaussien à 51,1 *GHz*, particulièrement ennuyeux s'il est excité. Ces effets parasites dépendent de manière critique de l'écart entre les deux modes. Si les miroirs de la cavité étaient parfaitement sphériques, les deux modes gaussiens correspondants à deux polarisations orthogonales, seraient dégénérés. Ce sont les imperfections des miroirs qui brisent la symétrie cylindrique et résolvent les deux modes. Au cours de nos expériences nous avons observé des écarts allant de 20 *kHz* à 130 *kHz*. Les principales sources d'imperfections de la surface (les trous et les déformations à grande échelle) seront réduites dans la nouvelle cavité, d'où le risque d'une quasi-dégénérescence des deux modes. Nous ne disposons pas à présent d'une technique fiable permettant de modifier l'écart «naturel» entre les deux modes. Toute tentative pour exercer des contraintes mécaniques sur les miroirs afin d'augmenter cet écart serait en fait très hasardeuse pour des miroirs en cuivre (sur les miroirs en niobium des tels essais ont parfois produit des déformations irréversibles). Dans une cavité aveugle, aucun moyen ne permet, non plus, d'estimer l'écart entre les modes par des mesures préliminaires.

Nous nous limiterons ici à considérer de façon très générale des différentes situations qui peuvent se présenter lorsque la cavité sera en place dans l'expérience.

Qu'il se produise une véritable dégénérescence des deux modes paraît peu probable, compte tenu de leur largeur spectrale, qui, pour des  $Q$  de l'ordre de  $10^9$ , est de quelques centaines de *Hz*. Cette éventualité serait pourtant la plus favorable : non seulement le modèle de Janes-Cummings serait alors parfaitement réalisé, et tous les effets parasites dus à la présence d'un deuxième mode disparaîtraient, mais la force du couplage serait de surcroît augmentée d'un facteur  $\sqrt{2}$ . Il en découlerait de nombreux effets positifs pour nos expériences : compte tenu aussi du fait que le désaccord pour l'interaction dispersive pourrait être réduit sans crainte du processus Raman qui couple l'atome aux deux modes (§ 1.1.2 et § 4.1.4), la vitesse des atomes pourrait être doublée en améliorant de manière considérable la qualité de nos mesures.

L'autre éventualité positive est que l'écart entre les deux modes soit plus grand de la fréquence de Rabi atome-cavité, de l'ordre de 80-100 *kHz*. Dans ce cas on retomberait dans le régime qui a caractérisé les expériences des dernières années, avec les inconvénients et les solutions que nous avons déjà décrits.

Le régime intermédiaire (écart entre les modes compris entre 1 et 50 *kHz*), risque d'être le plus problématique. Par ailleurs, les solutions techniques à adopter devront s'adapter à la situation expérimentale réelle et ne seront pas discutées plus en détail ici.

### 4.4.3 Perspectives

Même si la mise en marche définitive de la nouvelle cavité pourra demander encore du travail, les écueils fondamentaux sont désormais dépassés. Nous pouvons être raisonnablement optimistes sur les deux points cruciaux qui constituaient notre objectif initial : une cavité de grand facteur de qualité et un anneau «transparent» à la cohérence atomique.

Sur la base des résultats déjà acquis, différents scénarios peuvent être envisagés. L'hypothèse la plus pessimiste est que, pour des raisons inconnues, le temps de vie ne soit pas à la hauteur des attentes. Même dans ce cas négatif, la cavité aveugle aura toutefois donné un renseignement fondamental pour la poursuite du programme de recherche. Car, en réduisant au minimum les pertes par absorption et diffraction, elle constituerait une référence fiable et un point de départ essentiel pour identifier et corriger les causes de réduction du facteur de qualité.

L'autre cas extrême est que la finesse de la cavité soit telle que le couplage avec le guide d'onde latéral s'annule. Nous avons vu que, dans ce cas, il existe des schémas qui devraient permettre d'exciter le mode par les biais des atomes. Même dans l'hypothèse malheureuse où ces méthodes s'avèrent inefficaces et que l'on soit obligé à renoncer à l'injection d'un champ classique dans la cavité, le fait de disposer d'une cavité ouverte avec des temps de vie supérieurs à 10 *ms* rendrait possibles des expériences extrêmement intéressantes, à une et à deux cavités. On pourrait fabriquer des états de Fock à 0,1,2 ou 3 photons et des superpositions de ces états, créer les états intriqués correspondants dans deux cavités, réaliser des expériences de téléportation, *etc.*

La perspective la plus probable et la plus réaliste reste cependant celle d'obtenir un temps de vie de quelques millisecondes et un couplage à l'extérieur suffisant pour permettre l'injection d'un champ. Dans ce cas, de nombreuses expériences d'étude de l'intrication à l'échelle mésoscopique deviendraient d'emblée réalisables (en une mesure qui dépendra bien évidemment du temps de vie effectivement trouvé).

#### 4.4.3.a Intrication et décohérence dans deux cavités

Parmi les développements les plus intéressants que nous pouvons envisager, il y a des nouvelles mesures du phénomène de la décohérence, qui reste peu étudié d'un point de vue expérimental [28, 109]. Nous allons présenter, en guise de conclusion, un schéma élégant qui permet d'effectuer des mesures sur la décohérence d'un champ par le biais d'une paire EPR d'atomes. Ce schéma (qui généralise celui qui a été utilisé pour la première expérience d'observation de la décohérence en 1996 [28]) requiert deux résonateurs «ouverts», l'un pour le champ et l'autre (de facteur de qualité non nécessairement très élevé) pour intriquer les deux atomes par collision.

Considérons tout d'abord une simple expérience d'interférométrie de Ramsey avec un seul atome. Supposons qu'après la première impulsion  $\pi/2$ , l'atome interagisse de façon dispersive avec le champ stocké dans la cavité, de sorte à produire l'état (cf. éq. (4.8)) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \otimes |\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle + e^{i\varphi_0}|e\rangle \otimes |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle) \quad (4.43)$$

Pourvu que  $|\alpha|$  et  $\varphi_0$  soient assez grands, les deux états  $|\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle$  et  $|\alpha e^{i\varphi_0}\rangle$  sont essentiellement orthogonaux et fonctionnent comme des étiquettes (cf. § 4.1.1) permettant de distinguer en principe les deux «chemins» atomiques dans l'interféromètre. Par conséquent, si l'on détecte l'atome après une deuxième impulsion  $\pi/2$ , aucun signal d'interférence en fonction de la fréquence de la source micro-onde pourra être observé [28]. En partant de (4.43), il est en effet immédiat de vérifier que le contraste des franges est proportionnelle à<sup>22</sup>  $|\langle \alpha e^{i\varphi_0} | \alpha e^{-i\varphi_0} \rangle|^2$ .

Imaginons maintenant que l'on effectue une expérience similaire avec deux atomes de vitesses différentes préalablement intriqués dans une collision. Supposons que l'interaction dispersive de l'atome 1 avec la cavité se déroule complètement *avant* l'arrivée dans la cavité de l'atome 2. Suite à l'interaction atome 1-cavité, l'état global devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_1 e_2\rangle + |e_1 g_2\rangle) \otimes |\alpha\rangle &\rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_2\rangle \otimes |g_1\rangle |\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle + |g_2\rangle \otimes e^{i\varphi_0}|e_1\rangle |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle) \end{aligned} \quad (4.44)$$

Si on néglige la décohérence, le passage de l'atome 2 produit une interaction dispersive de signe opposé<sup>23</sup> qui efface l'information stockée dans le champ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_2\rangle \otimes |g_1\rangle |\alpha e^{-i\varphi_0}\rangle + |g_2\rangle \otimes e^{i\varphi_0}|e_1\rangle |\alpha e^{i\varphi_0}\rangle) &\rightarrow \\ &\rightarrow \frac{e^{i\varphi_0}}{\sqrt{2}}(|g_1\rangle |e_2\rangle |\alpha e^{-i\varphi_0} e^{i\varphi_0}\rangle + |e_1\rangle |g_2\rangle |\alpha e^{i\varphi_0} e^{-i\varphi_0}\rangle) \quad (4.45) \\ &\rightarrow \frac{e^{i\varphi_0}}{\sqrt{2}}(|g_1, e_2\rangle + |e_1, g_2\rangle) \otimes |\alpha\rangle \end{aligned}$$

L'analyse de la cohérence de la paire EPR, devrait donc donner un signal de contraste unitaire (cf. § 3.4). En réalité, à cause du couplage de la cavité avec l'environnement, l'information emmagasinée par le champ est en partie dissipée dans l'environnement avant que le deuxième atome n'arrive à l'effacer de façon cohérente. Comme il est facile de le voir formellement en généralisant la discussion des § 3.4.1.b et § 3.4.1.a, le contraste du signal  $\langle \sigma_x^{(1)} \sigma_\varphi^{(2)} \rangle$  fournit dans ce cas une mesure directe des cohérences

<sup>22</sup>Pour le voir il suffit de considérer explicitement la matrice densité associée à l'état (4.43) et tracer sur les degrés de liberté relatifs au champ. Ce résultat est valable dans l'hypothèse où les états du champ de la superposition sont essentiellement orthogonaux.

<sup>23</sup>Pourvu que le désaccord soit ajusté pour compenser la différence de vitesse - et donc de temps d'interaction - entre les deux atomes.

mésoscopiques de la superposition. On s'attend alors à un contraste décroissant en fonction du délai<sup>24</sup> entre les deux atomes, en accord avec la loi de décohérence dérivée au § 4.1.2.

Le schéma de cette expérience est analogue à celui de la «gomme quantique» [144]. La différence fondamentale avec les expériences d'effacement quantique standard est qu'ici l'information se trouve stockée dans un appareil de mesure véritablement mésoscopique (le champ, dont la phase joue le rôle d'«aiguille d'affichage»), en tant que tel sujet aux effets de la décohérence.

Un défaut de la méthode de mesure des cohérences mésoscopiques que nous venons de présenter est qu'elle s'appuie sur des hypothèses préliminaires concernant la forme de la matrice densité (cf. la discussion sur l'analyse de la paire EPR d'atomes, § 3.4.1.b). Bien que ces hypothèses soient le plus souvent très raisonnables, il semble important d'étendre la portée de ces mesures au cas général.

Au § 4.1.3, nous avons décrit la méthode la plus complète pour caractériser un champ, consistant à déterminer sa fonction de Wigner. Il est clair que l'expérience reine dans ce contexte consisterait à mesurer la fonction de Wigner du champ en fonction du temps écoulé depuis la fabrication de la superposition mésoscopique initiale. Le résultat auquel l'on s'attend est une transition graduelle de la superposition cohérente au mélange statistique. La dynamique de cette transition devrait suivre une loi exponentielle, déterminée par la «distance»  $D$  des deux états dans l'espace de phase, qui mesure la différence entre les propriétés classiques des deux composantes de la superposition.

Si le temps de vie de la cavité est suffisant, la mesure de la décohérence ne présente pas des difficultés techniques supérieures à celles de la simple mesure «statique» d'une superposition d'états cohérents. Il suffit en effet d'éloigner progressivement l'atome d'analyse par rapport à l'atome de préparation.

Grâce aux caractéristiques des nouveaux résonateurs, il devrait enfin être possible d'étendre ces études à des états où les champs classiques de deux cavité séparées dans l'espace sont intriquées.

---

<sup>24</sup>Ce délai peut être changé simplement en réglant les vitesses.

# Conclusion

Le principal résultat que nous avons présenté dans ce mémoire est la production contrôlée d'états intriqués dans une collision à deux atomes assistée par une cavité non-résonnante. Grâce au grand dipôle électrique des atomes de Rydberg et à l'effet d'amplification du résonateur, le paramètre d'impact effectif de la collision est de l'ordre du centimètre.

En variant le désaccord atomes-cavité, nous avons pu observer directement, pour la première fois, l'échange d'énergie cohérent et réversible entre les deux atomes provoqué par l'interaction dipôle-dipôle.

Un choix opportune des paramètres réglables nous a permis de fabriquer et de tester une paire EPR d'atomes. Le signal de Bell associé à cette paire a un contraste de 51 %. L'analyse des données montre que la pureté de la paire préparée est limitée essentiellement par l'incertitude sur le nombre d'atomes effectivement présents dans chaque «paquet atomique». Grâce à des nouveaux détecteurs nous serons bientôt en mesure de mieux discriminer les séquences faussées par la présence d'un troisième atome parasite. Le contraste requis pour la violation des inégalités de Bell (avec des atomes séparés de plusieurs *centimètres*) pourrait alors être atteint.

Un des aspects les plus intéressants de la méthode d'intrication par collision est sa relative insensibilité à l'état du champ du résonateur (et donc à son facteur de qualité, ainsi qu'un éventuel champ thermique). C'est cet aspect qui permet d'envisager l'extension du schéma à un nombre d'atomes plus important : la création d'un triplet GHZ d'atomes, par exemple, ne pose pas des problèmes particuliers. Indépendamment de son facteur de qualité, on peut en fait utiliser - pour ces expériences - un résonateur «ouvert», compatible avec la manipulation de la cohérence atomique dans des zones de Ramsey *externes*. Cela permet notamment l'analyse d'états intriqués à un nombre arbitraire d'atomes et constitue une avancée importante par rapport à la méthode d'intrication basée sur les interactions successives et résonnantes des atomes avec le champ d'une cavité «quasi-fermée», avec interféromètre interne.

Ces aspects rendent la méthode d'intrication par collision assez souple et éventuellement exportable dans des contextes différents de celui de notre expérience. Dans le cadre des recherches visant la réalisation de *réseaux* de portes logique quantiques, des propositions récentes ont avancé l'idée d'exploiter l'interaction dipôle-dipôle dans un réseau optique d'atomes froids [74, 75] ou dans des micropièges dipolaires indépendants [126]. L'interaction dipôle-dipôle entre les atomes peut être dans ces conditions stimulée

par le biais d'un laser, en excitant les atomes temporairement (et même *virtuellement*) dans des niveaux de Rydberg [25, 26, 126].

Dans le dernier chapitre de ce mémoire nous avons décrit le travail qui a mené à l'élaboration d'un nouveau protocole pour la fabrication reproductible de cavités de grand facteur de qualité. L'idée fondamentale de ce nouveau procédé est de remplacer les miroirs en niobium massif par des miroirs en cuivre sur lesquels on dépose un film de niobium pulvérisé.

Nous avons réussi à obtenir, pour la couche en niobium, des propriétés supraconductrices équivalentes à celles des miroirs massifs. Par ailleurs, le polissage du support en cuivre permet d'atteindre une qualité de surface nettement meilleure (l'amplitude rms de la rugosité est de 25 nm, environ 40 fois inférieure à celle des anciens miroirs). Les pertes dues à la diffraction, qui limitaient le facteur de qualité des anciennes cavités, sont ainsi significativement réduites. Cela permet en particulier d'«ouvrir» la structure géométrique du résonateur, en la rendant compatible avec la manipulation de la cohérence atomique dans des zones de Ramsey *externes*.

Cette amélioration du montage est d'importance fondamentale. Non seulement parce que, comme nous l'avons déjà dit, elle permet d'analyser les états intriqués multiatomiques; mais, aussi, parce qu'elle ouvre la voie à tout un éventail d'expériences nouvelles de manipulation cohérente de l'état du champ. Parmi les principaux objectifs qui sont désormais à la portée de notre dispositif, il y a la caractérisation complète d'états non-classiques du champ à travers la mesure de leur distribution de Wigner et la création d'états intriqués relatifs à des systèmes mésoscopiques tels des champs d'une dizaine de photons en moyenne. Nous envisageons en particulier de mesurer de manière complète les effets de la décohérence sur ces états instables. Et, à moyen terme, d'étendre ces études à l'intrication des champs de deux cavités séparées dans l'espace.

# Bibliographie

- [1] AGARWAL, G. S. et GUPTA, S. D., “Microcavity-induced modification of the dipole-dipole interaction”, *Phys. Rev. A*, 57, p. 667 (1998).
- [2] ALLEN, L. et EBERLY, J. H., *Optical resonance and two level atoms* (Wiley, New York, 1975).
- [3] ANDERSON, W. R., VEALE, J. R. et GALLAGHER, T. F., “Resonant dipole-dipole transfer in a nearly frozen Rydberg gas”, *Phys. Rev. Lett.*, 80, p. 249 (1998).
- [4] ASPECT, A., DALIBARD, J. et ROGER, G., “Experimental test of Bell’s inequalities using time-varying analysers”, *Phys. Rev. Lett.*, 49, p. 1804 (1982).
- [5] ASPECT, A., GRANGIER, P. et ROGER, G., “Experimental tests of realistic local theories via Bell’s theorem”, *Phys. Rev. Lett.*, 47, p. 460 (1981).
- [6] ASPECT, A., GRANGIER, P. et ROGER, G., “Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedankenexperiment : A new violation of Bell’s inequalities”, *Phys. Rev. Lett.*, 49, p. 91 (1982).
- [7] BELL, J. S., “On the Einstein Podolsky Rosen paradox”, *Phys. (N.Y.)*, 1, p. 195 (1964).
- [8] BENNETT, C. H., BRASSARD, G., CRÉPEAU, C., JOZSA, R., PERES, A. et WOOTTERS, W. K., “Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels”, *Phys. Rev. Lett.*, 70, p. 1895 (1993).
- [9] BENNETT, C. H., BRASSARD, G. et EKERT, A., “Quantum cryptography”, *Sci. Am.*, p. 50 (Octobre 1992).
- [10] BENNETT, C. H. et DI VINCENZO, D. P., “Quantum information and computation”, *Nature*, 404, p. 247 (2000).
- [11] BERNARDOT, F., *Électrodynamique en cavité : expériences résonnantes en régime de couplage fort*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1994).
- [12] BERTET, P., OSNAGHI, S., MILMAN, P., AUFFEVES, A., MAIOLI, P., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Generating and probing a two-photon Fock state with a single atom in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.*, 88, p. 143601 (2002).
- [13] BERTET, P., OSNAGHI, S., RAUSCHENBEUTEL, A., NOGUES, G., AUFFEVES, A., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “A complementarity experiment at the quantum-classical boundary”, *Nature*, 411, p. 166 (2001).

- [14] BETHE, H. A., “Theory of diffraction by small holes”, *Phys. Rev.*, 66, p. 163 (1944).
- [15] BETHE, H. A. et SALPETER, E. E., *Quantum mechanics of one- and two- electron atoms* (Plenum, New York, 1977).
- [16] BINNIG, G., QUATE, C. F. et GERBER, C., “Atomic force microscope”, *Phys. Rev. Lett.*, 56, p. 930 (1986).
- [17] BOHR, N., “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Phys. Rev.*, 48, p. 696 (1935).
- [18] BOHR, N., “Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics”, dans P. A. Schilpp, (rédacteur) *Albert Einstein : Philosophers-Scientist*, p. 200 (The Library of Living Philosophers, 1949).
- [19] BOHR, N., *La théorie atomique et la description des phénomènes (1929)* (J. Gabay, Paris, 1993).
- [20] BOSCHI, D., BRANCA, S., DE MARTINI, F. et HARDY, L., “Ladder proof of nonlocality without inequalities : Theoretical and experimental results”, *Phys. Rev. Lett.*, 79, p. 2755 (1997).
- [21] BOSCHI, D., BRANCA, S., DE MARTINI, F., HARDY, L. et POPESCU, S., “Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels”, *Phys. Rev. Lett.*, 80, p. 1121 (1998).
- [22] BOUWMEESTER, D., EKERT, A. et ZEILINGER, A., (rédacteurs) *The physics of quantum information* (Springer, 2000).
- [23] BOUWMEESTER, D., PAN, J.-W., MATTLE, K., EIBL, M., WEINFURTER, H. et ZEILINGER, A., “Experimental quantum teleportation”, *Nature*, 390, p. 575 (1997).
- [24] BREITENBACH, G., MÜLLER, T., PEREIRA, S. F., POIZAT, J.-P., SCHILLER, S. et MLYNEK, J., *J. Opt. Soc. B*, 12, p. 2304 (1995).
- [25] BRENNEN, G. K., CAVES, C. M., JESSEN, P. S. et DEUTSCH, I. H., “Quantum logic gates in optical lattices”, *Phys. Rev. Lett.*, 82, p. 1060 (1999).
- [26] BRENNEN, G. K., DEUTSCH, I. H. et JESSEN, P. S., “Entangling dipole-dipole interactions for quantum logic with neutral atoms”, *Phys. Rev. A*, 61, p. 062309 (2000).
- [27] BROWN, H. R. et SVETLICHNY, G., “Nonlocality and Gleason’s lemma. Part I. Deterministic theories”, *Found. Phys.*, 20, p. 1379 (1990).
- [28] BRUNE, M., HAGLEY, E., DREYER, J., MAÎTRE, X., MAALI, A., WUNDERLICH, C., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Observing the progressive decoherence of the meter in a quantum measurement”, *Phys. Rev. Lett.*, 77, p. 4887 (1996).

- [29] BRUNE, M., NUSSENZVEIG, P., SCHMIDT-KALLER, F., BERNARDOT, F., MAALI, A., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., "From Lamb shift to light shift : vacuum and subphoton cavity field measured by atomic phase sensitive detection", *Phys. Rev. Lett.*, 72, p. 3339 (1994).
- [30] BRUNE, M., RAIMOND, J. M., GOY, P., DAVIDOVICH, L. et HAROCHE, S., "Realization of a two-photon maser oscillator", *Phys. Rev. Lett.*, 59, p. 1899 (1987).
- [31] BRUNE, M., RAIMOND, J. M., HAROCHE, S., DAVIDOVICH, L. et ZAGURY, N., "Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling : Quantum non demolition measurements and generation of Schrödinger cat states", *Phys. Rev. A*, 45, p. 5193 (1992).
- [32] BRUNE, M., SCHMIDT-KALER, F., MAALI, A., DREYER, J., HAGLEY, E., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., "Quantum Rabi oscillation : a direct test of field quantization in a cavity", *Phys. Rev. Lett.*, 76, p. 1800 (1996).
- [33] BRUNO, M., D'AGOSTINO, M. et MARONI, C., "Measurement of linear polarization of positron annihilation photons", *Nuovo Cimento B*, 40B, p. 143 (1977).
- [34] CAHILL, K. E. et GLAUBER, R. J., "Ordered expansions in boson amplitude operators", *Phys. Rev.*, 177, p. 1857 (1969).
- [35] CASIMIR, H. B. G. et POLDER, D., "The influence of retardation on the London-van der Waals forces", *Phys. Rev.*, 73, p. 360 (1948).
- [36] CIRAC, J. I. et ZOLLER, P., "Quantum computations with cold trapped ions", *Phys. Rev. Lett.*, 74, p. 4091 (1995).
- [37] CLAUSER, J. F., "Experimental investigation of a polarization correlation anomaly", *Phys. Rev. Lett.*, 36, p. 1223 (1976).
- [38] CLAUSER, J. F., HORNE, M. A., SHIMONY, A. et HOLT, R. A., "Proposed experiment to test local hidden-variable theories", *Phys. Rev. Lett.*, 23, p. 880 (1969).
- [39] CLAUSER, J. F. et SHIMONY, A., "Bell's theorem. Experimental tests and implications", *Rep. Prog. Phys.*, 41, p. 1881 (1978).
- [40] COHEN-TANNOUJJI, C., DIU, B. et LALOË, F., *Mécanique quantique (2 vol.)* (Hermann, 1973).
- [41] COHEN-TANNOUJJI, C., DUPONT-ROC, J. et GRYNBERG, G., *Photons et atomes, introduction à l'électrodynamique quantique* (InterEditions, 1988).
- [42] COHEN-TANNOUJJI, C., DUPONT-ROC, J. et GRYNBERG, G., *Processus d'interaction entre photons et atomes* (InterEditions, 1988).
- [43] CORY, D. G., FAHMY, A. F. et HAVEL, T. F., *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, 94, p. 1634 (1997).

- [44] CORY, D. G., PRICE, M. D., MAAS, W., KNILL, E., LAFLAMME, R., ZUREK, W. H., HAVEL, T. F. et SOMAROO, S. S., “Experimental quantum error correction”, *Phys. Rev. Lett.*, 81, p. 2152 (1998).
- [45] DAVIDOVICH, L., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Mesoscopic quantum coherences in cavity QED : Preparation and decoherence monitoring scheme”, *Phys. Rev. A*, 53, p. 1295 (1996).
- [46] DAVIDOVICH, L., ZAGURY, N., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Teleportation of an atomic state between two cavities using non-local microwave fields”, *Phys. Rev. A*, 50, p. R895 (1994).
- [47] DÜR, W. et CIRAC, J. I., “Activating bound entanglement in multiparticle systems”, *Phys. Rev. A*, 62, p. 022302 (2000).
- [48] DÜR, W. et CIRAC, J. I., “Classification of multiqubit mixed states : Separability and distillability properties”, *Phys. Rev. A*, 61, p. 042314 (2000).
- [49] DREYER, J., *Atomes de Rydberg et cavités : observation de la décohérence dans une mesure quantique*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1997).
- [50] EINSTEIN, A., PODOLSKY, B. et ROSEN, N., “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Phys. Rev.*, 47, p. 777 (1935).
- [51] EKERT, A. et JOZSA, R., “Quantum computation and Shor’s factoring algorithm”, *Rev. Mod. Phys.*, 68, p. 733 (1996).
- [52] FIORETTI, A., COMPARAT, D., DRAG, C., GALLAGHER, T. F. et PILLET, P., “Long-range forces between cold atoms”, *Phys. Rev. Lett.*, 82, p. 1839 (1999).
- [53] FREEDMAN, S. J. et CLAUSER, J. F., “Experimental test of local hidden-variable theories”, *Phys. Rev. Lett.*, 28, p. 938 (1972).
- [54] FRY, E. S. et THOMPSON, R. C., “Experimental test of local hidden-variable theories”, *Phys. Rev. Lett.*, 37, p. 465 (1976).
- [55] FUCHS, C. A. et PERES, A., “Quantum theory needs no ‘interpretation’”, *Phys. Today*, 53, p. 70 (Mars 2000).
- [56] GERSHENFELD, N. A. et CHUANG, I. L., “Bulk spin-resonance quantum computation”, *Science*, 275, p. 350 (1997).
- [57] GIULINI, D., JOOS, E., KIEFER, C., KUPSCH, J., STAMATESCU, I.-O. et ZEH, H. D., *Decoherence and the appearance of a classical world in quantum theory* (Springer, 1996).
- [58] GLAUBER, R. J., “Coherent and incoherent states of the radiation field”, *Phys. Rev.*, 131, p. 2766 (1963).
- [59] GOLDSTEIN, E. V. et MEYSTRE, P., “Resonant dipole-dipole interaction in optical cavities”, *Phys. Rev. A*, 56, p. 5135 (1997).
- [60] GORDON, W., *Ann. Phys.*, 2, p. 1031 (1929).
- [61] GOY, P., *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, 3, p. 221 (1982).

- [62] GROVER, L. K., “Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack”, *Phys. Rev. Lett.*, 79, p. 325 (1997).
- [63] GUO, G.-P., LI, C.-F. et GUO, G.-C., “Scheme for the preparation of multiparticle entanglement in cavity QED”, *Phys. Rev. A* (2002).
- [64] HAGLEY, E., MAÎTRE, X., NOGUES, G., WUNDERLICH, C., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Generation of Einstein-Podolsky-Rosen pairs of atoms”, *Phys. Rev. Lett.*, 79, p. 1 (1997).
- [65] HARDY, L., “Quantum mechanics, local realistic theories, and Lorentz-invariant realistic theories”, *Phys. Rev. Lett.*, 68, p. 2981 (1992).
- [66] HARDY, L., “Nonlocality for two particles without inequalities for almost all entangled states”, *Phys. Rev. Lett.*, 71, p. 1665 (1993).
- [67] HAROCHE, S., “Rydberg atoms and radiation in a resonant cavity : A simple system to test basic quantum optics effects”, dans G. Grynberg et R. Stora, (rédacteurs) *New Trends in Atomic Physics*, les Houches session XXXVIII (North Holland, 1982).
- [68] HAROCHE, S., “Cavity Quantum Electrodynamics”, dans J. Dalibard, J. M. Raimond et J. Zinn-Justin, (rédacteurs) *Systèmes fondamentaux en optique quantique*, les Houches session LIII (Elsevier Science Publishers, 1992).
- [69] HEISEMBERG, W., *La partie et le tout* (Albin Michel, 1969).
- [70] HEYWOOD, P. et REDHEAD, M. L. G., “Nonlocality and the Kochen-Specker paradox”, *Found. Phys.*, 13, p. 481 (1983).
- [71] HOOD, C. J., LYNN, T. W., DOHERTY, A. C., PAPKINS, A. S. et KIMBLE, H. J., “The atom-cavity microscope : single atoms bound in orbit by single photons”, *Science*, 287, p. 1447 (2000).
- [72] HOPMEIER, M., GUSS, W., DEUSSEN, M., GÖBEL, E. O. et MAHRT, R. F., “Enhanced dipole-dipole interaction in a polymer microcavity”, *Phys. Rev. Lett.*, 82, p. 4118 (1998).
- [73] ISAGAWA, S., “Hydrogen absorption and its effect on low-temperature electric properties of niobium”, *J. Appl. Phys.*, 51, p. 4460 (1980).
- [74] JAKSCH, D., BRIEGEL, H.-J., CIRAC, J. I., GARDINER, C. W. et ZOLLER, P., “Entanglement of atoms via cold controlled collisions”, *Phys. Rev. Lett.*, 82, p. 1975 (1999).
- [75] JAKSCH, D., CIRAC, J. I., ZOLLER, P., ROLSTON, S. L., CÔTÉ, R. et LUKIN, M. D., “Fast quantum gates for neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.*, 85, p. 2208 (2000).
- [76] JAYNES, E. T. et CUMMINGS, F. W., “Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser”, *Proc. IEEE*, p. 89 (1963).

- [77] JENNEWEIN, T., SIMON, C., WEIHS, G., WEINFURTER, H. et ZEILINGER, A., "Quantum cryptography with entangled photons", *Phys. Rev. Lett.*, 84, p. 4729 (2000).
- [78] JONES, J. A., MOSCA, M. et HANSEN, R. H., "Implementation of a quantum search algorithm on a quantum computer", *Nature*, 393, p. 344 (1998).
- [79] KASDAY, L. R., ULLMAN, J. D. et WU, C. S., "Angular correlation of Compton-scattered annihilation photons and hidden variables", *Nuovo Cimento*, 25B, p. 633 (1975).
- [80] KLEIN, N., Thèse de doctorat, Bergische Universität Gesamthochschule Wuppertal (1989).
- [81] KOBAYASHI, T., ZHENG, Q. et SEKIGUCHI, T., "Resonant dipole-dipole interaction in a cavity", *Phys. Rev. A*, 52, p. 2835 (1995).
- [82] KOCHEN, K. et SPECKER, E., "The problem of hidden variables in quantum mechanics", *J. Math. Mech.*, 17, p. 59 (1967).
- [83] KOGELNIK, H. et LI, T., "Laser beams and resonators", *Proc. IEEE*, 54, p. 1312 (1966).
- [84] KURNIT, N. A., ABELLA, I. D. et HARTMANN, S. R., "Observation of a photon echo", *Phys. Rev. Lett.*, 13, p. 567 (1964).
- [85] KWIAT, P. G., MATTLE, K., WEINFURTER, H. et ZEILINGER, A., "New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs", *Phys. Rev. Lett.*, 75, p. 4337 (1995).
- [86] LALANNE, J. R., DUCASSE, A. et KIELICH, S., *Interaction laser molecule* (Polytechnica, 1994).
- [87] LAMEHI-RACHTI, M. et MITTIG, W., "Quantum mechanics and hidden variables : A test of Bell's inequality by the measurement of the spin correlation in low-energy proton-proton scattering", *Phys. Rev. D*, 14, p. 2543 (1976).
- [88] LANDAUER, R., "Is quantum mechanics useful?", *Philos. Trans. R. Soc. London*, 353, p. 367 (1995).
- [89] LEIBFRIED, D., MEEKHOF, D. M., KING, B. E., MONROE, C., ITANO, W. M. et WINELAND, D. J., "Experimental preparation and measurement of the state of motion of a trapped atom", *Journal of Modern Optics*, 44, p. 2485 (1997).
- [90] LENNARD-JONES, J. E., *Trans. Faraday. Soc.*, 28, p. 333 (1932).
- [91] LLOYD, S., "Almost any quantum logic gate is universal", *Phys. Rev. Lett.*, 75, p. 346 (1995).
- [92] LONDON, F., *Trans. Faraday. Soc.*, 33N, p. 8 (1937).
- [93] LUTTERBACH, L. G. et DAVIDOVICH, L., "Method for direct measurement of the Wigner function in cavity QED and ion traps", *Phys. Rev. Lett.*, 78, p. 2547 (1997).

- [94] LUTTERBACH, L. G. et DAVIDOVICH, L., “Non-classical states of the electromagnetic field in cavity QED”, *Optics Express*, 3, p. 147 (1998).
- [95] LVOVSKY, A. I., HANSEN, H., AICHELE, T., BENSON, O., MLYNEK, J. et SCHILLER, S., “Fast quantum gates for neutral atoms”, *Phys. Rev. Lett.*, 87, p. 050402 (2001).
- [96] MAALI, A., *Oscillations de Rabi quantiques : test direct de la quantification du champ*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1996).
- [97] MAÎTRE, X., HAGLEY, E., NOGUES, G., WUNDERLICH, C., GOY, P., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Quantum memory with a single photon in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.*, 79, p. 769 (1997).
- [98] MAÎTRE, X., *Une paire d’atomes intriqués : Expériences d’électrodynamique quantique en cavité*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1998).
- [99] MERMIN, N. D., “Extreme quantum entanglement in a superposition of macroscopically distinct states”, *Phys. Rev. Lett.*, 65, p. 1838 (1990).
- [100] MERMIN, N. D., “What’s wrong with these elements of reality?”, *Phys. Today*, p. 9 (Juin 1990).
- [101] MESCHEDE, D., “Centimeter-wave spectroscopy of highly excited rubidium atoms”, *J. opt. Soc. Am.*, B 4, p. 413 (1987).
- [102] MESCHEDE, D., WALTHER, H. et MULLER, G., “One-atom maser”, *Phys. Rev. Lett.*, 54, p. 551 (1985).
- [103] MILMAN, P., DAVIDOVICH, L., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Theory of a Raman micromaser”, à paraître dans *Phys. Rev. A*.
- [104] MØLMER, K. et SØRENSEN, A., “Multiparticle entanglement of hot trapped ions”, *Phys. Rev. Lett.*, 82, p. 1835 (1999).
- [105] MÜNSTERMANN, P., FISHER, T., MAUNZ, P., PINKSE, P. W. H. et REMPE, G., “Observation of cavity-mediated long-range forces between strongly coupled atoms”, *Phys. Rev. Lett.*, 84, p. 4068 (2000).
- [106] MONROE, C., MEEKHOF, D. M., KING, B. E., ITANO, W. M. et WINELAND, D. J., “Demonstration of a fundamental quantum logic gate”, *Phys. Rev. Lett.*, 75, p. 4714 (1995).
- [107] MOSSERI, R. et DANDOLOFF, D., “Geometry of entangled states, Bloch spheres and Hopf fibration”, *quant-ph/0108137v1* (août 2001).
- [108] MOURACHKO, I., COMPARAT, D., DE TOMASI, F., FIORETTI, A., NOSBAUM, P., AKULIN, V. M. et PILLET, P., “Many-body effects in a frozen Rydberg gas”, *Phys. Rev. Lett.*, 80, p. 253 (1998).
- [109] MYATT, C. J., KING, B. E., TURCHETTE, Q. A., SACKETT, C. A., KIELPINSKI, D., ITANO, W. M., MONROE, C. et WINELAND, D. J., “Decoherence of quantum superpositions through coupling to engineered reservoirs”, *Nature*, 403, p. 269 (2000).

- [110] NÄGERL, H. C., ROOS, C., ROHDE, H., LEIBFRIED, D., ESCHNER, J., SCHMIDT-KALER, F. et BLATT, R., “Addressing and cooling of single ions in Paul trap”, *Fortschr. Phys.*, 48(5–7), p. 623 (2000).
- [111] NAIK, D. S., PETERSON, C. G., WHITE, A. G., BERGLUND, A. J. et KWIAT, P. G., “Entangled state quantum cryptography : Eavesdropping on the Ekert protocol”, *Phys. Rev. Lett.*, 84, p. 4733 (2000).
- [112] VON NEUMANN, J., *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Verlag Julius-Springer, Berlin, 1932), traduction anglaise : Princeton University Press (1955) ou [155].
- [113] NOGUES, G., *Détection sans destruction d'un seul photon. Une expérience d'électrodynamique quantique en cavité*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1999).
- [114] NOGUES, G., RAUSCHENBEUTEL, A., OSNAGHI, S., BERTET, P., BRUNE, M., RAIMOND, J. M., HAROCHE, S., LUTTERBACH, L. G. et DAVIDOVICH, L., “Measurement of a negative value for the Wigner function of radiation”, *Phys. Rev. A*, 62, p. 054101 (2000).
- [115] NOGUES, G., RAUSCHENBEUTEL, A., OSNAGHI, S., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Seeing a single photon without destroying it”, *Nature*, 400, p. 239 (1999).
- [116] NORRIS, D. J., KUWATA-GONOKAMI, M. et MOERNER, W. E., “Excitation of a single molecule on the surface of a spherical microcavity”, *Appl. Phys. Lett.*, 71, p. 297 (1997).
- [117] NUSSENZVEIG, P., *Mesures de champs au niveau du photon par interférométrie atomique*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1994).
- [118] NUSSENZVEIG, P., BERNARDOT, F., BRUNE, M., HARE, J., RAIMOND, J. M., HAROCHE, S. et GAWLIK, W., “Preparation of high principal quantum numbers circular states of rubidium”, *Phys. Rev. A*, 48, p. 3991 (1993).
- [119] OSNAGHI, S., BERTET, P., AUFFEVE, A., BERTET, P., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Coherent control of an atomic collision in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.*, 87, p. 037902 (2001).
- [120] OSNAGHI, S., RAUSCHENBEUTEL, A., BERTET, P., NOGUES, G., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Ramsey interferometry with a single photon field in cavity QED”, dans O. Hirota et P. Tombesi, (rédacteurs) *Quantum Communication, Measurement and Computing 3*, p. 427 (Kluwer Academic / Plenum Publisher, 2001).
- [121] OU, Z. Y. et MANDEL, L., “Violation of Bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment”, *Phys. Rev. Lett.*, 61, p. 50 (1988).
- [122] PAN, J.-W., BOUWMEESTER, D., DANIELL, M., WEINFURTER, H. et ZEILINGER, A., “Experimental test of quantum nonlocality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement”, *Nature*, 403, p. 515 (2000).

- [123] PAZ, J. P. et ZUREK, W. H., “Environment-induced decoherence and the transition from quantum to classical”, dans R. Kaiser, C. Westbrook et F. David, (rédacteurs) *Ondes de matière cohérentes*, Les Houches session LXXII (Springer, 2000).
- [124] PEIL, S. et GABRIELSE, G., “Observing the quantum limit of an electron cyclotron : QND measurements of quantum jumps between Fock states”, *Phys. Rev. Lett.*, 83, p. 1287 (1999).
- [125] PINKSE, P. H. W., FISCHER, T., MAUNZ, P. et REMPE, G., “Trapping an atom with single photons”, *Nature*, 404, p. 365 (2000).
- [126] PROTSENKO, I. E., REYMOND, G., SCHLOSSER, N. et GRANGIER, P., “Operation of quantum phase gate using neutral atoms in microscopic dipole traps”, (2002), soumis à *Phys. Rev. A*.
- [127] PURCELL, E. M., TORREY, H. C. et POUND, R. V., “Resonance absorption by nuclear magnetic moments in a solid”, *Phys. Rev.*, 69, p. 37 (1946).
- [128] RAIMOND, J. M., BRUNE, M. et HAROCHE, S., “Reversible decoherence of a mesoscopic superposition of field states”, *Phys. Rev. Lett.*, 79, p. 1964 (1997).
- [129] RAIMOND, J. M., VITRANT, G. et HAROCHE, S., “Spectral line broadening due to the interaction between very excited atoms : the dense Rydberg gaz”, *J. Phys. B Lett.*, 14, p. L655 (1981).
- [130] RARITY, J. G., OWENS, P. C. M. et TAPSTER, P. R., “Quantum random-number generation and key sharing”, *J. Mod. Opt.*, 41, p. 2435 (1994).
- [131] RAUSCHENBEUTEL, A., *Atomes et cavité : préparation et manipulation d'états intriqués complexes*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2001).
- [132] RAUSCHENBEUTEL, A., BERTET, P., OSNAGHI, S., NOGUES, G., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Controlled entanglement of two field modes in a cavity QED experiment”, *Phys. Rev. A*, 64, p. 050301(R) (2001).
- [133] RAUSCHENBEUTEL, A., NOGUES, G., OSNAGHI, S., BERTET, P., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Coherent operation of a tunable quantum phase gate in cavity QED”, *Phys. Rev. Lett.*, 83, p. 5166 (1999).
- [134] RAUSCHENBEUTEL, A., NOGUES, G., OSNAGHI, S., BERTET, P., BRUNE, M., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Step-by-step engineered multiparticle entanglement”, *Science*, 288, p. 2024 (2000).
- [135] REMPE, G., SCHMIDT-KALER, F. et WALTHER, H., “Observation of subpoissonian photon statistics in a micromaser”, *Phys. Rev. Lett.*, 64, p. 2783 (1990).
- [136] RIBEAUDEAU, M., *Elaboration et caractérisation de films de niobium déposés sur cuivre. Détermination de la résistance de surface de supraconducteurs par thermométrie sous vide*, Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2000).
- [137] ROWE, M. A., KIELPINSKI, D., MEYER, V., SACKETT, C. A., ITANO, W. M., MONROE, C. et WINELAND, D. J., “Experimental violation of a Bell’s inequality with efficient detection”, *Nature*, 409, p. 791 (2001).

- [138] SACKETT, C. A., KIELPINSKI, D., KING, B. E., LANGER, C., MEYER, V., MYATT, C. J., ROWE, M., TURCHETTE, Q. A., ITANO, W. M., WINELAND, D. J. et MONROE, C., “Experimental entanglement of four particles”, *Nature*, 404, p. 256 (2000).
- [139] SANDOGHDAR, V., SUKENIK, C. I., HINDS, E. A. et HAROCHE, S., “Direct measurement of the van der waals interaction between an atom and its images in a micron-sized cavity”, *Phys. Rev. Lett.*, 68, p. 3432 (1992).
- [140] SCHRÖDINGER, E., “Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik”, *Naturwissenschaften*, 23, pp. 807, 823, 844 (1935), traduction anglaise dans [155].
- [141] SCHRÖDINGER, E., “Discussion of probability relations between separated systems”, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 31, p. 555 (1935).
- [142] SCHRÖDINGER, E., *Physique quantique et représentation du monde* (Seuil, Paris, 1992).
- [143] SCHURR, J., Thèse de doctorat, Bergische Universität Gesamthochschule Wuppertal (1992).
- [144] SCULLY, M.-O., ENGLERT, B.-G. et WALTHER, H., “Quantum optical tests of complementarity”, *Nature*, 351, p. 111 (1991).
- [145] SHOR, P. W., “Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science”, p. 124 (IEEE Comput. Soc. Press, New York, 1994).
- [146] SMITHEY, D. T., BECK, M., RAYMER, M. G. et FARIDANI, A., *Phys. Rev. Lett.*, 70, p. 1244 (1993).
- [147] SOLANO, E., ARGAWAL, G. A. et WALTHER, H., “Strong driving assisted multipartite entanglement in cavity QED”, à paraître.
- [148] THOMPSON, R. J., REMPE, G. et KIMBLE, H. J., “Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity”, *Phys. Rev. Lett.*, 68, p. 1132 (1992).
- [149] TIGNON, J., VOISIN, P., DELALANDE, C., VOOS, M., HOUDRÉ, R., OESTERLE, U. et STANLEY, R. P., “From Fermi’s golden rule to the vacuum Rabi splitting : Magnetopolaritons in a semiconductor optical microcavity”, *Phys. Rev. Lett.*, 74, p. 3967 (1995).
- [150] TITTEL, W., BRENDL, J., ZBINDEN, H. et GISIN, N., “Quantum cryptography using entangled photons in energy-time Bell states”, *Phys. Rev. Lett.*, 84, p. 4737 (2000).
- [151] TREUSSART, F., SANDOGHDAR, V., HARE, J., LEFEVRE, V., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S., “Very low threshold whispering-gallery mode microsphere laser”, *Phys. Rev. A*, 54, p. R1777 (1996).
- [152] TURCHETTE, Q. A., HOOD, C. J., LANGE, W., MABUCHI, H. et KIMBLE, H. J., “Measurement of conditional phase shifts for quantum logic”, *Phys. Rev. Lett.*, 75, p. 4710 (1995).

- [153] UNRUH, W. G., "Maintaining coherence in quantum computers", *Phys. Rev. A*, 51, p. 992 (1995).
- [154] VAN DER WAALS, J. D., "The equation of state for gases and liquids", *Nobel Lecture* (Décembre 1910).
- [155] WHEELER, J. A. et ZUREK, W. H., *Theory of measurement* (Princeton University Press, 1983).
- [156] WHITE, A. G., JAMES, D. F. V., EBERHARD, P. H. et KWIAT, P. G., "Non-maximally entangled states : production, characterization, and utilization", *Phys. Rev. Lett.*, 83, p. 3103 (1999).
- [157] WIGNER, E. P., "On the quantum correction for thermodynamic equilibrium", *Phys. Rev.*, 40, p. 749 (1932).
- [158] WILSON, A. R., LOWE, J. et BUTT, D. K., "Measurement of the relative planes of polarization of annihilation quanta as a function of separation distance", *J. Phys. G*, 2, p. 613 (1976).
- [159] WINELAND, D. J., MONROE, C., MEEKHOF, D. M., KING, B. E., LEIBFRIED, D., ITANO, W. M., BERGQUIST, J. C., BERKELAND, D. J., BOLLINGER, J. J. et MILLER, J. D., "Coherent quantum state manipulation of trapped atomic ions", *Advances in Quantum Chemistry*, 30, p. 41 (1998).
- [160] WINKLER, W., SCHILLING, R., DANZMANN, K., MIZUNO, J. et STRAIN, K. A., "Light scattering described in the mode picture", *Appl. Opt.* (1984).
- [161] WOOTTERS, W. K. et ZUREK, W. H., "A single quantum cannot be cloned", *Nature*, 299, p. 802 (1982).
- [162] ZHENG, S. B., "A simplified scheme for testing complementarity and realising quantum eraser", *Opt. Comm.*, 173, p. 265 (2000).
- [163] ZHENG, S.-B., "One-step synthesis of multiatom Greenberger-Horne-Zeilinger states", *Phys. Rev. Lett.*, 87, p. 230404 (2001).
- [164] ZHENG, S.-B. et GUO, G.-C., "Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED", *Phys. Rev. Lett.*, 85, p. 2392 (2000).
- [165] ZHENG, S. B. et GUO, G.-C., "Teleportation of atomic states within cavities in thermal states", *Phys. Rev. A*, 63, p. 044302 (2001).
- [166] ZIMMERMAN, M., LITTMAN, M., KASH, M. et KLEPPNER, D., "Stark structure of the Rydberg states of alkali-metal atoms", *Phys. Rev. A*, 20, p. 2251 (1979).
- [167] ZUREK, W. H., "Pointer basis of quantum apparatus : Into what mixture does the wave packet collapse?", *Phys. Rev. D*, 24, p. 1516 (1981).
- [168] ZUREK, W. H., "Environment-induced superselection rules", *Phys. Rev. D*, 26, p. 1862 (1982).

- [169] ZUREK, W. H., "Decoherence and the transition from quantum to classical", *Phys. Today*, 44, p. 36 (Octobre 1991).
- [170] ZUREK, W. H., "Decoherence, einselection and the existential interpretation", *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 356, p. 1793 (1998).
- [171] ZUREK, W. H., HABIB, S. et PAZ, J. P., "Coherent states via decoherence", *Phys. Rev. Lett.*, 70, p. 1187 (1993).

**Résumé :** La fonction d’onde de deux particules après une interaction mutuelle ne peut pas, en général, être exprimée comme le produit d’états individuels des particules. Pour qu’une collision atomique puisse produire une *intrication maximale*, il faut cependant des conditions exceptionnelles. Ces conditions sont réunies dans notre dispositif, où l’interaction dipôle-dipôle entre atomes de Rydberg “à deux niveaux” peut être stimulée par une cavité supraconductrice non-résonnante. En exploitant cet effet, nous avons réalisé des états fortement intriqués dans des collisions binaires avec des paramètres d’impact de l’ordre du millimètre. L’angle de collision peut être varié en modifiant le désaccord atomes-cavité, ce qui nous a permis d’observer l’échange d’énergie réversible et cohérent (oscillation de Rabi) entre deux atomes. Par un choix opportun des valeurs des paramètres, nous avons en particulier réalisé et testé une paire ‘EPR’ d’atomes. La relative insensibilité de cette méthode d’intrication au facteur de qualité du résonateur rend sa fidélité compatible avec des expériences de violation des inégalités de Bell ainsi qu’avec la manipulation cohérente d’un nombre plus important d’atomes. Nous présentons en outre une nouvelle procédure de fabrication des cavités micro-ondes. Les nouvelles cavités devraient en particulier permettre l’extension des études sur l’intrication aux champs confinés dans deux résonateurs séparés.

**Mots-clés :** intrication, interaction dipôle-dipôle, collision atomique, atomes de Rydberg, oscillation de Rabi, EPR, porte logique quantique, électrodynamique quantique en cavité, cavité supraconductrice.

**Abstract :** Generally, the wave-function of two isolated particles after a mutual interaction cannot be expressed as a product of the particles’ individual states. However, *maximal entanglement* is produced in an atomic collision only under exceptional conditions. These conditions are met in our set-up, where the dipole-dipole interaction between ‘two level’ Rydberg atoms can be stimulated by a non-resonant superconducting cavity. By exploiting this effect, we have realised strongly entangled states in a collision with an impact parameter in the millimeter range. The collision mixing angle can be modified by changing the atoms-cavity detuning. We have thus observed reversible and coherent energy exchange (Rabi oscillation) between two atoms. By properly choosing the collision parameters’ values, we have, in particular, created and tested an EPR pair of atoms. Due to the relative insensitivity to the cavity quality factor, the fidelity of this entanglement generation method is compatible with Bell’s inequalities violation experiments and with the coherent manipulation of a larger number of atoms. Furthermore, we present a new procedure for manufacturing microwave cavities. With these cavities, it should in particular become possible to study the entanglement of the fields confined in two separate resonators.

**Key words :** entanglement, dipole-dipole interaction, atomic collision, Rydberg atoms, Rabi oscillation, EPR, quantum logic gate, cavity quantum electrodynamics, superconducting cavity.