



HAL
open science

Désintégration des mésons B. Méthodes d'extraction des angles décrivant la violation de CP. Théorie effective des facteurs de forme lourd à léger.

Jérôme Charles

► To cite this version:

Jérôme Charles. Désintégration des mésons B. Méthodes d'extraction des angles décrivant la violation de CP. Théorie effective des facteurs de forme lourd à léger.. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Paris Sud - Paris XI, 1999. Français. NNT: . tel-00002502

HAL Id: tel-00002502

<https://theses.hal.science/tel-00002502>

Submitted on 4 Mar 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris-Sud
U. F. R. Scientifique d'Orsay

THÈSE
présentée pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD

par

Jérôme CHARLES

Spécialité : physique théorique

Sujet :

Désintégration des mésons B

Méthodes d'extraction des angles décrivant la violation de CP
Théorie effective des facteurs de forme lourd à léger

Soutenue le **16 avril 1999** devant la Commission d'examen composée de

MM.	Pierre BINÉTRUY	(président)
	Marc KNECHT	(rapporteur)
	François LE DIBERDER	
	Guido MARTINELLI	(rapporteur)
	Olivier PÈNE	(directeur de thèse)

Pour moi tout n'est que particules, quarks et trous noirs, le reste n'est que foutaise.

Woody Allen, Harry dans tous ses états

Remerciements

Avant de se livrer aux exercices formels de la théorie quantique des champs, il convient de s'essayer d'abord à celui non moins formel des remerciements. Cependant, malgré ce côté consensuel qui peut inciter le lecteur à sauter rapidement cette page, la qualité de l'encadrement dont j'ai bénéficié devrait retenir son attention. En effet il y a ici un accord impressionnant entre théorie et expérience, entre ceux que je remercie et ce pour quoi je les remercie. Allons-y donc...

Je commence par remercier Michel Fontannaz puis Dominique Schiff pour m'avoir accueilli au Laboratoire de Physique Théorique d'Orsay, dont le prestige n'a pas été affecté par la perte de ses « Hautes Énergies » en cours de route. Même si les locaux, la photocopieuse et les imprimantes ne sont pas toujours à la hauteur de sa réputation — inconvéniement compensé par la bonne volonté des instances dirigeantes à satisfaire tout un chacun — le cadre scientifique du laboratoire dans lequel j'ai évolué a été l'une des composantes majeures du bon déroulement de cette thèse.

Je remercie toute l'équipe administrative, Jocelyne, les deux Mireille, Nicole, Odile, Patricia et les diverses personnes qui se sont succédées au courrier, avec une mention particulière à Mireille Calvet pour sa faculté hors du commun à répondre dans l'heure aux demandes d'aide les plus ingrates, et Odile Heckenhauer pour mettre un peu de fantaisie dans ce grand tout abstrait qu'est la physique théorique.

Je remercie les chercheurs et étudiants du laboratoire, notamment Luc pour son aide toujours très bien venue et Cédric pour ses capacités à me contredire sur les sujets les plus variés. Je remercie également Jihad Mourad pour m'avoir ouvert les portes du monde de l'enseignement, activité passionnante — quand il s'agit de physique bien sûr — même exercée dans des lieux à l'architecture aussi loufoque que celle de l'Université de Cergy-Pontoise.

Je remercie Pierre Binétruy d'avoir accepté d'être membre du jury de cette thèse, et Marc Knecht et Guido Martinelli d'en être les rapporteurs. Preuve que la logique est conservée, j'ai découvert le Modèle Standard au cours de l'enseignement de Pierre en DEA ; quant à Guido, il a toujours su m'apprendre beaucoup de choses au cours de nos trop rares et trop brèves rencontres. Je remercie aussi Jean Iliopoulos pour m'avoir soutenu aux moments où c'était nécessaire.

Un grand merci à François Le Diberder pour l'opportunité qu'il m'a donnée de participer activement aux ateliers de physique de l'expérience BABAR, et pour m'avoir confirmé dans l'idée que les théoriciens ne peuvent se passer des expérimentateurs et inversement. Merci aussi à Sophie pour notre collaboration, qui pourra je l'espère se poursuivre à l'avenir. Toujours dans le cadre de BABAR, Guy Wormser a fait en sorte que je puisse assister aux réunions de la collaboration, et Roy Aleksan a eu la gentillesse d'apporter ses idées au cours d'intéressantes discussions.

Enfin, et c'est le gros morceau que je ne sais comment rédiger, je remercie Olivier Pène, mon directeur de thèse, et ses collègues et « amis de trente ans » Alain le Yaouanc, Luis Oliver et Jean-Claude Raynal : je parle souvent d'eux comme de mes « quatre directeurs de thèse », et ce n'est pas une boutade. Je ne sais pas si la série de leurs connaissances est sommable — peut-être après transformation de Borel — mais en tout cas ils ont toujours été disponibles pour m'initier complètement à ce métier difficile. Avec

leurs spécialités diverses et variées, et leurs sensibilités différentes, ils m'ont fait découvrir et aimer la physique des particules. Ils ont aussi su prendre leurs responsabilités, bien au-delà de ce que la morale (i.e. la charte des thèses) exige, en s'investissant totalement à tous les niveaux, comme par exemple quand il s'est agi de soutenir ma candidature aux stages postdoctoraux.

à Caroline

Sommaire

Motivation	1
I Violation de CP	9
Introduction	11
1 Le canal $B \rightarrow \pi^+\pi^-$	19
Introduction	19
1.1 Cadre théorique	21
1.1.1 Description des amplitudes dans le Modèle Standard	21
1.1.2 Inégalités sur les amplitudes	24
1.1.3 Ordres de grandeur	25
1.1.4 Résultats exacts à un paramètre	26
1.1.5 Le plan $(P/T , 2\alpha)$	29
1.1.6 Équations polynomiales dans le plan (ρ, η)	31
1.2 Majorer l'erreur $ 2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}} $	34
1.2.1 Symétrie d'isospin et $B \rightarrow \pi^0\pi^0$	35
1.2.2 Symétrie $SU(3)$ et $B \rightarrow K^0\overline{K}^0, K^\pm\pi^\mp$	37
1.2.3 Exemple numérique	40
1.3 Déterminer l'angle α	42
1.3.1 L'analyse d'isospin	42
1.3.2 Les pingouins électrofaibles dans l'analyse d'isospin	43
1.3.3 L'analyse $SU(3)$	46
Conclusion	49
2 Le canal $B \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	51
Introduction	51
2.1 L'analyse complète	52
2.1.1 Principe: le cas idéal	52
2.1.2 Incertitudes cinématiques	56
2.1.3 Les pingouins électrofaibles	57
2.2 L'analyse sans la bande du ρ neutre	59
2.2.1 Description indépendante de modèle	60
2.2.2 Majorer l'erreur théorique sur α	62
2.3 Un exemple d'analyse complète	64

Conclusion	65
3 Les ambiguïtés discrètes	67
Introduction	67
3.1 $B^0(t) \rightarrow DPP$: analyse en masses invariantes	68
3.1.1 Le diagramme de Dalitz $B \rightarrow D^+ D^- \pi^0$	68
3.1.2 Rapport d'embranchement efficace	72
3.1.3 Les canaux $B \rightarrow D^+ D^- K_S$ et $B \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$	75
3.1.4 Le canal $B \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$	78
3.2 $B^0(t) \rightarrow$ hypéron+antihypéron: les observables de l'analyse angulaire	80
3.2.1 Préliminaire: $B \rightarrow J/\psi K^*$	81
3.2.2 $B \rightarrow \Lambda \bar{\Lambda}$	84
3.3 Violation de CP dans la désintégration du Λ	87
Conclusion	88
Conclusion	91
II Facteurs de forme lourd à léger	93
Introduction	95
1 La théorie effective LEET	103
Introduction	103
1.1 La théorie LEET	105
1.1.1 Lagrangien	106
1.1.2 Symétries	109
1.2 Les facteurs de forme universels $\zeta, \zeta_{//}, \zeta_{\perp}$	110
1.2.1 Réduction du nombre de facteurs de forme indépendants	111
1.2.2 Lois d'échelle par rapport à M et E	113
1.2.3 Résumé	114
1.3 Phénoménologie	116
1.3.1 Relations entre les facteurs de forme dans la paramétrisation standard	116
1.3.2 Brève comparaison avec les approches existantes	117
1.3.3 Un premier accord avec les données expérimentales?	118
Conclusion	119
2 Les règles de somme de QCD sur le cône de lumière	123
Introduction	123
2.1 Amplitudes de distribution sur le cône de lumière	124
2.2 Calcul du corrélateur	127
2.3 Limite de masse et d'énergie infinies	129

Conclusion	132
3 Les modèles de quarks à la Bakamjian-Thomas	133
Introduction	133
3.1 Fonctions d'onde et groupe de Poincaré	135
3.2 Application au calcul des facteurs de forme	136
3.3 Limite de masse et d'énergie infinies	138
3.4 Loi d'échelle en $1/E$	141
Conclusion	142
Conclusion	145
A Scénarios d'amplitudes non-leptoniques $B \rightarrow PP$ et $B \rightarrow VP$	147
Bibliographie	153
Publications	161

Motivation

Le Modèle Standard

La théorie électrofaible de Glashow-Weinberg-Salam [1] et la théorie de l'interaction forte [2], qui forment le Modèle que l'on qualifie depuis longtemps déjà de « standard », permettent de décrire la très grande majorité des phénomènes observés en physique des particules à l'heure actuelle. Construit sur la théorie de jauge

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

brisée spontanément en $SU(3) \times U(1)$, le Lagrangien du Modèle Standard est unique, une fois respectés les grands principes de la théorie quantique des champs (localité, causalité, unitarité, renormalisabilité) et imposés les symétries ainsi que le contenu en particules [3, 4].

On ne peut donner ici la liste, même abrégée, de tous les succès du Modèle Standard, du plus petit au plus grand. On ne peut pas non plus donner la liste de ses échecs, dans la mesure où ils sont pour ainsi dire inexistantes, sauf peut-être les problèmes divers posés par les neutrinos [115] et la baryogenèse [116], deux domaines où des ingrédients extérieurs à la physique des particules entrent en ligne de compte, qui ne sont pas toujours parfaitement maîtrisés.

Cependant sur le plan formel, nombreuses sont les critiques que l'on peut adresser au Modèle Standard : du problème de la violation forte de CP [3, section IX.5] à celui des divergences quadratiques de la masse du Higgs [3, section XV.1], le point de vue moderne considère le Modèle Standard comme la *théorie effective* d'une théorie plus fondamentale qui reste à déterminer [5]. Selon cette approche, le Modèle Standard ne peut être valable que dans un domaine d'énergie limité. Détecter des écarts au Modèle Standard, autrement dit détecter des indices de la théorie fondamentale, nécessite des tests fins dans des secteurs spécifiques.

L'un de ces secteurs concerne évidemment le boson de Higgs. En effet le Modèle Standard, théorie de jauge non abélienne spontanément brisée, n'a pas de sens sans la présence de cette particule dont la masse doit être « raisonnable » par rapport à l'échelle électrofaible. D'autre part le boson de Higgs étant une particule scalaire, la renormalisation de sa masse pose ce que l'on appelle un problème de « naturalité ».

Sans aucun doute, c'est dans le secteur de la violation de CP que l'on est susceptible de faire des découvertes aussi importantes que celle du boson de Higgs. Le Modèle Standard, par l'intermédiaire de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [6], prédit une palette particulière d'asymétries CP que l'on peut en principe mettre en défaut si le Modèle Standard n'est pas la théorie fondamentale.

La violation de CP

La violation de la symétrie CP représente un phénomène fondamental d'une extrême importance, tant pour la physique des particules que pour la cosmologie. Depuis sa découverte en 1964 dans la désintégration des kaons neutres [103], et son explication possible par la matrice CKM [6], beaucoup de mystères restent à éclaircir.

En effet si la matrice CKM fournit une source de violation de CP dans le Modèle Standard, grâce à la présence d'un paramètre CP -impair (voir ci-dessous), on ne peut

pas, à l'heure actuelle, prétendre que ce modèle ait été vraiment testé : seule l'asymétrie ϵ_K ayant été à ce jour à la fois observée et calculée en termes des paramètres du Modèle Standard¹, on ne fait qu'ajuster une observable à un paramètre.

D'autre part deux problèmes liés à la violation de CP n'ont pas reçu de solution satisfaisante : la baryogenèse, pour laquelle le Modèle Standard prédit une asymétrie matière/antimatière bien plus faible que celle observée [116], et le problème CP fort : pourquoi le couplage CP -impair de la chromodynamique quantique est-il apparemment si petit, $\bar{\theta} \lesssim 10^{-9}$ [3, section IX.5] ?

Si le modèle CKM est particulièrement élégant du fait de sa simplicité et de sa « naturalité », il y a néanmoins de fortes chances pour qu'il ne soit pas la « bonne » source de violation de CP , ou du moins pas la seule. C'est pourquoi il est important de bien connaître ses paramètres fondamentaux.

La matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

La matrice CKM [6] décrit le mélange des quarks dû à l'interaction faible : les états propres de masse des quarks ne sont pas les états propres de saveur. Il s'agit d'une matrice 3×3 unitaire complexe, qui dépend de trois angles et une phase dans le Modèle Standard à trois générations de fermions. Une propriété essentielle de la matrice CKM, bien qu'encore incomprise, est sa *hiérarchie*, hiérarchie qui supprime les transitions entre quarks qui n'appartiennent pas à la même génération. Wolfenstein [7] a proposé une paramétrisation de la matrice CKM qui fait explicitement apparaître cette hiérarchie

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Dans cette paramétrisation, $\lambda = 0.22$ est le sinus de l'angle de Cabibbo et les trois autres paramètres (A, ρ, η) sont *a priori* d'ordre 1 par rapport à λ . Cette forme de la matrice CKM permet en fait de développer systématiquement en puissances de λ [8]. C'est la présence du couplage complexe $i\eta$ qui induit la violation de CP dans le Modèle Standard.

Du fait de cette hiérarchie, la violation de CP est un effet *supprimé*, contrairement à la violation de la parité spatiale et de la conjugaison de charge qui est *maximale* (structure chirale du Modèle Standard) : typiquement, soit l'asymétrie CP est elle-même supprimée (c'est le cas de $\epsilon_K \propto \lambda^6$), soit l'asymétrie est d'ordre 1 mais c'est la largeur de la transition correspondante qui est supprimée (cas de beaucoup de modes de désintégration des mésons B).

Les propriétés d'unitarité de la matrice CKM définissent six relations triangulaires dans le plan complexe, triangles qui ont tous la même aire [9], cette surface mesurant la force de la violation de CP . Cependant, toujours à cause de la hiérarchie de la matrice CKM, quatre de ces triangles sont quasiment plats, et les deux restants sont presque dégénérés. On fait alors référence à ce dernier triangle double comme le Triangle d'Unitarité (fig. 1), défini par l'équation

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0.$$

1. Le statut de ϵ'/ϵ est beaucoup plus compliqué [114].

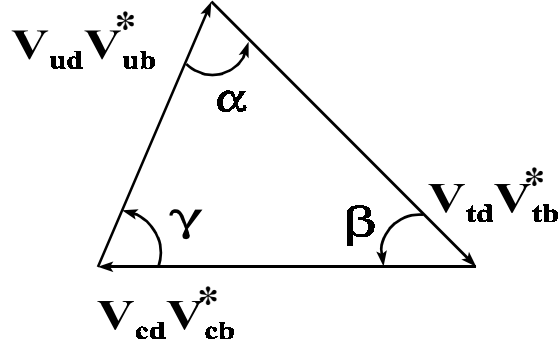


FIG. 1 – *Le Triangle d’Unitarité, défini par l’orthogonalité des première et troisième colonnes de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa.*

Le couplage $|V_{cb}|$ étant maintenant très bien connu grâce à la symétrie des quarks lourds (voir l’introduction de la partie II), il est d’usage de définir un Triangle d’Unitarité de base 1, les coordonnées du sommet du côté de l’angle α étant alors simplement (ρ, η) . Les contraintes phénoménologiques actuelles sur la position de ce sommet sont présentées par exemple dans la référence [104].

En principe, à la fois les angles et les côtés du Triangle d’Unitarité peuvent être déterminés de certains modes de désintégration des mésons B et B_s . On obtient les angles à partir des asymétries CP (partie I) et les couplages $|V_{cb}|$ et $|V_{ub}|$ à partir des transitions $b \rightarrow c$ et $b \rightarrow u$ (partie II) ; quant à $|V_{td}|$, il intervient de manière cruciale dans les processus du type $b \rightarrow t \rightarrow d$ où le quark top est virtuel, comme par exemple le mélange $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ (voir p. 11). De plus, cette détermination du Triangle d’Unitarité est largement surcontrainte, et devrait donc fournir à court et moyen terme un test absolument fondamental du Modèle Standard. C’est ce qui fait tout l’intérêt du quark b du point de vue de l’interaction faible : comme il appartient à la troisième génération de fermions, sa désintégration dépend des paramètres les plus mal connus du Modèle Standard. On ne compte plus les possibilités d’obtenir des informations sur le Triangle d’Unitarité grâce au système des mésons B : ce travail en présente quelques-unes, et plutôt que d’en faire un catalogue qui ne serait de toute manière pas exhaustif, on renvoie à la littérature [14, 10].

Quarks lourds et interaction forte

Si l’extraction des paramètres fondamentaux du Modèle Standard reste l’objectif central des futures expériences dédiées au quark b , ces dernières peuvent également nous apprendre des caractéristiques essentielles de l’interaction forte, dont la théorie est la Chromodynamique Quantique (QCD). En effet, le quark b est le seul quark vraiment lourd qui subit le confinement, dans la mesure où le top se désintègre avant l’hadronisation, et le charme possède une masse un peu intermédiaire entre le régime « léger » et le régime « lourd ».

La masse du b est déjà dans le domaine perturbatif : $\alpha_s(m_b) \sim 0.2$. De plus, la limite de masse lourde dans QCD possède des propriétés très intéressantes, notamment

de nouvelles symétries (voir p. 96) et une certaine relation avec la mécanique quantique non relativiste. Enfin, la désintégration des hadrons lourds en particules plus légères constituent une classe de processus à grand transfert d'énergie, qui sont un champ fertile d'applications de la Chromodynamique Quantique.

Du fait de la présence d'une grande échelle (la masse lourde), le système des B diffère beaucoup des mésons plus légers, les kaons et même les mésons charmés. L'outil théorique central, essentiel à l'étude de la désintégration faible des mésons portant une saveur, est pourtant le même dans les trois cas, à savoir l'hamiltonien effectif électrofaible [11, 12, 15, 16]. Celui-ci permet, en utilisant les méthodes standard de développement en produits d'opérateurs, d'«intégrer» les degrés de liberté durs de l'échelle électrofaible ~ 200 GeV jusqu'à l'échelle typique du processus considéré, $\gtrsim 1$ GeV pour les K et D et ~ 5 GeV pour les B . Le «souvenir» de ces degrés de liberté durs est contenu dans les coefficients de Wilson qui sont calculables ordre par ordre en théorie des perturbations². Ces coefficients sont universels dans le sens qu'ils ne dépendent pas du processus considéré ; il reste alors à calculer les éléments de matrice des opérateurs locaux au cas par cas, ce qui nécessite des méthodes non perturbatives.

On ne dispose pas de telles méthodes pour l'étude des désintégrations non-leptoniques, pour lesquelles on s'attend à observer de grandes violations de la symétrie CP . Certains modèles ou approximations existent, mais restent très mal contrôlés (voir l'annexe A). Pour l'extraction des angles du Triangle d'Unitarité par exemple, il convient d'adopter une approche plus modeste, qui exploite le maximum d'informations provenant de l'expérience et le minimum de la théorie. C'est le fil conducteur du travail présenté dans la première partie de ce mémoire.

Les désintégrations semileptoniques sont plus favorables : les simulations sur réseau peuvent *en principe* obtenir les éléments de matrice hadroniques avec une précision arbitraire. Mais en pratique, on ne dispose pas encore de suffisamment de puissance numérique pour pouvoir calculer tout ce que la phénoménologie nécessite. Pour avoir des informations partielles sur les éléments de matrice, on tente alors de simplifier la théorie en la considérant dans une limite particulière. L'utilisation de modèles hadroniques peut également s'avérer fructueuse. La deuxième partie de ce mémoire suit ce type d'approche.

Le contexte expérimental

Les propriétés presque « miraculeuses » des mésons B et de leurs désintégrations justifient l'activité exceptionnelle de la communauté sur ce champ de recherche. Du côté expérimental, le volume des données augmente de manière impressionnante et de nombreux projets à court, moyen et long terme sont à l'étude ou en cours de réalisation [13].

Il faut distinguer deux grandes familles d'expériences, celle qui opère à basse énergie avec des faisceaux e^+e^- calés sur une résonance $B\bar{B}$, et celle qui opère à grande énergie, les hadrons beaux étant produits de manière incohérente. Ces deux familles ont des représentants qui fournissent les données que l'on utilisera tout au long de ce travail, et d'autres qui verront le jour dans les prochaines années.

2. En pratique, les grands logarithmes qui apparaissent dans le développement perturbatif sont resommés par le groupe de renormalisation.

Les machines résonantes choisissent en pratique l' $\Upsilon(4S)$. On peut imaginer néanmoins d'utiliser une résonance plus élevée, au prix d'une perte en statistique. La collaboration CLEO (à Cornell, États-Unis) est actuellement la seule à prendre des données à l' $\Upsilon(4S)$. Cependant elle n'est pas asymétrique — le référentiel du centre de masse est confondu avec celui du laboratoire, ce qui implique que les paires $B\bar{B}$ sont produites au repos ; les mésons B se désintègrent donc à l'endroit de leur production, et on ne mesure pas le déplacement de vertex : l'observation des oscillations des mésons B neutres et des asymétries CP induites par le mélange $B^0 - \bar{B}^0$ (voir l'introduction de la partie I) n'est pas possible. De plus, le système $B\bar{B}$ étant dans l'onde P , l'intégration sur le temps des asymétries CP induites par le mélange donne zéro.

Malgré cette limitation, la collaboration CLEO a fourni un très grand nombre de données essentielles sur la désintégration des mésons B . En particulier, l'observation récente des modes rares $\propto |V_{ub}|$ et transitions pingouin ont suscité un grand nombre de travaux théoriques. Enfin le dispositif expérimental a été plusieurs fois et sera de nouveau mis à niveau, et CLEO peut éventuellement détecter la violation directe de CP .

Les deux autres représentants de la famille des expériences $\Upsilon(4S)$ sont BABAR (à SLAC, États-Unis) et BELLE (à KEK, Japon) qui doivent prendre leurs premières données en 1999. Elles utilisent des accélérateurs asymétriques, et sont donc en mesure d'analyser les asymétries CP dépendant du temps. L'identification des particules (distinguer les kaons des pions) et l'étiquetage de la saveur (distinguer un B^0 d'un \bar{B}^0) sont deux points essentiels pris en compte par BABAR et BELLE.

La deuxième famille compte plusieurs représentants, puisque l'on peut y ranger aussi bien le LEP (expériences ALEPH et DELPHI au CERN, Suisse), que le collisionneur $p\bar{p}$ à Fermilab (expériences D0 et CDF, États-Unis). Les hadrons contenant un quark b (B , B_s , Λ_b) sont produits de manière incohérente, en mouvement, et on peut observer les oscillations des mésons neutres indépendamment de la symétrie du collisionneur. D'autre part, on peut *a priori* mesurer l'asymétrie CP induite par le mélange intégrée sur le temps.

De nouvelles expériences en milieu hadronique sont prévues, des mises à jour de celles existantes jusqu'au LHC (au CERN, Suisse) en passant par HERA-B (à DESY, Allemagne) et BTeV (à Fermilab, États-Unis). L'avantage par rapport à l' $\Upsilon(4S)$, notamment en ce qui concerne les expériences du LHC (Atlas, CMS et LHCb) est la très haute statistique attendue. Cependant le nombre considérable de particules produites demandent des techniques spécifiques adaptées aux mesures de précision que sont la recherche de la violation de CP . En particulier la détection des pions neutres, qui peut fournir des informations essentielles sur les angles CKM (partie I, chapitres 1 et 2), pose des problèmes complexes ; dans ce domaine l'expérience LHCb peut se démarquer de Atlas et CMS grâce à son calorimètre. Notons enfin que l'identification des particules et l'étiquetage de la saveur sont tout aussi importants que dans le cas des machines $\Upsilon(4S)$.

Pour conclure, toutes les expériences projetées devraient apporter des informations capitales sur les observables CP -invariantes ainsi que sur la violation de CP dans les transitions dominantes ($B \rightarrow J/\psi K_S$). En revanche, l'analyse des asymétries dans les modes rares demande des conditions spécifiques qui ne seront certainement remplies que dans les expériences complètement dédiées.

Première partie

Violation de CP

Introduction

Observer la violation de CP , et la mettre en relation avec les paramètres fondamentaux du Modèle Standard, constitue l'objectif majeur des expériences dédiées à la physique du quark b . On peut distinguer trois classes d'asymétries CP dans la désintégration des mésons B [17]. La première signale la violation indirecte de CP , contenue dans le mélange $B^0 - \bar{B}^0$, la deuxième la violation directe de CP , contenue dans la désintégration, et la troisième la violation de CP qui résulte de l'interférence entre le mélange et la désintégration. Avant de discuter plus en détail ces trois types de violation de CP , rappelons quelques éléments concernant le mélange $B^0 - \bar{B}^0$.

Oscillations des mésons neutres

La description du mélange $B^0 - \bar{B}^0$ relève de la mécanique quantique standard [105, p. 555]. Les états $|B^0\rangle$ et $|\bar{B}^0\rangle$ sont définis comme états propres de saveur $b = +1$ et $b = -1$ respectivement, définition à laquelle il faut rajouter la convention de phase, par exemple $|\bar{B}^0\rangle = +CP |B^0\rangle$. L'interaction faible ne conservant pas la saveur, elle couple les états $|B^0\rangle$ et $|\bar{B}^0\rangle$ à travers notamment le diagramme en boîte (fig. 1). Cela signifie que les états propres de masse

$$|B_{L,H}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} [p |B^0\rangle \pm q |\bar{B}^0\rangle] \quad (1)$$

(H (L) pour « Heavy » (« Light ») respectivement, $\Delta m = m_{B_H^0} - m_{B_L^0} > 0$) ne sont pas identiques aux états propres de saveur. De plus, si la parité CP n'est pas conservée, alors les états propres de masse ne sont pas non plus les états propres de l'opérateur CP , c'est-à-dire que $p \neq q$.

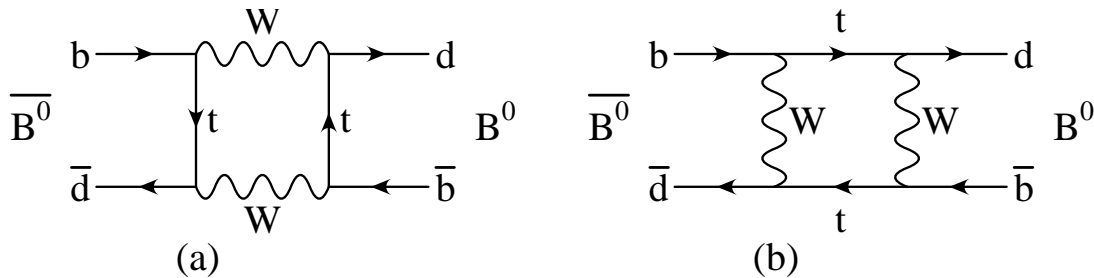


FIG. 1 – Contributions dominantes au mélange $B^0 - \bar{B}^0$ [15].

La diagonalisation de la matrice de masse des mésons B neutres dans le Modèle Standard permet en principe de calculer Δm et $\Delta\Gamma$, la différence de masse et de largeur des B_H^0 et B_L^0 . En pratique et même si, contrairement aux kaons neutres, le mélange $B^0 - \overline{B}^0$ est dominé par les contributions de courte distance (opérateurs locaux), les incertitudes hadroniques restent grandes. Cependant, une très bonne approximation consiste à prendre $\Delta\Gamma/\Gamma \ll 1$, tout au moins pour le méson B_d ³, ce qui simplifie beaucoup les analyses temporelles comme on va le voir. Quant à la différence de masse, elle est maintenant très bien connue grâce aux expériences d'oscillations, $x_d = \Delta m_d/\Gamma_d = 0.723 \pm 0.032$ [105], valeur presque « idéale » pour l'observation des asymétries CP dépendant du temps.

Le système des mésons B_s ⁴ est un peu différent bien qu'on puisse en première approximation le traiter comme celui des B_d . Ici le paramètre de mélange $x_s = \Delta m_s/\Gamma_s$ est grand, $x_s > 14$ [105] et $\Delta\Gamma_s$ peut ne pas être négligeable [117]. Néanmoins, les quelques modes de désintégration du B_s apparaissant dans le chapitre 3 sont discutés dans l'approximation $\Delta\Gamma_s \simeq 0$.

Dans la limite $\Delta\Gamma \rightarrow 0$, le rapport q/p est une phase pure, $|q/p| = 1$, et la violation indirecte de CP s'annule. L'évolution temporelle d'un méson B neutre étiqueté à $t = 0$ comme un B^0 est alors donnée simplement par [17]

$$|B^0(t)\rangle = e^{-\Gamma t/2} e^{-imt} \left[\cos \frac{\Delta m t}{2} |B^0\rangle + i \frac{q}{p} \sin \frac{\Delta m t}{2} |\overline{B}^0\rangle \right] \quad (2)$$

où m et Γ désignent la masse et la largeur moyenne $m = (m_{B_H^0} + m_{B_L^0})/2$, $\Gamma = (\Gamma_{B_H^0} + \Gamma_{B_L^0})/2$. De même

$$|\overline{B}^0(t)\rangle = e^{-\Gamma t/2} e^{-imt} \left[i \frac{p}{q} \sin \frac{\Delta m t}{2} |B^0\rangle + \cos \frac{\Delta m t}{2} |\overline{B}^0\rangle \right]. \quad (3)$$

Dans la convention de phase habituelle ($|\overline{B}^0\rangle = +CP |B^0\rangle$), le rapport q/p s'écrit en terme des éléments de matrice CKM

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{td}^*V_{tb}} = e^{-2i\beta}. \quad (4)$$

Les expressions (2)-(3) sont à la base des futures analyses des désintégrations dépendant du temps des mésons B neutres.

Dans le cas où $\Delta\Gamma$ n'est pas négligeable, les expressions (2)-(3) font apparaître des termes en $\exp(-\Delta\Gamma t)$. Cette nouvelle dépendance temporelle peut avoir des conséquences phénoménologiques intéressantes du point de vue de l'extraction des paramètres CKM [75].

3. Dans le cas des kaons, on a $\Gamma(K_L)/\Gamma(K_S) \sim 600$ à cause d'un accident d'espace des phases. Ce sont les modes de désintégration communs à B^0 et \overline{B}^0 qui contribuent à $\Delta\Gamma$: ceux-ci sont rares pour le système B_d , et un peu moins pour le système B_s où un rapport $\Delta\Gamma/\Gamma$ de l'ordre de 20 % n'est pas exclu [117].

4. Dans toute la suite de ce mémoire, on emploiera la notation B sans indice pour désigner indifféremment le méson B_d ou les mésons B_d et B_s de manière générique, sauf si une confusion est possible, auquel cas la saveur du quark spectateur est spécifiée.

Les trois classes d'asymétries CP

Comme dans le cas des kaons, on s'attend à ce que la violation indirecte de CP dans le système des B , causée par $|q/p| \neq 1$, soit très supprimée. On peut en principe l'observer dans les désintégrations semileptoniques, mais les asymétries correspondantes devraient être inférieures à 1 %. Même en présence d'une différence de largeur $\Delta\Gamma_s$ importante pour le méson B_s , q/p est toujours proche d'une phase pure à cause des éléments de matrice CKM [17].

Plus intéressante du point de vue phénoménologique, la violation directe de CP , qui est l'analogue de ϵ'/ϵ . Il s'agit d'une différence entre les largeurs — partielles ou totales — de désintégration de deux processus CP -conjugués, $\Gamma(B \rightarrow f) \neq \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})$. On peut la trouver aussi bien dans le système des B neutres que dans celui des B chargés ; ce type d'asymétries s'annule dans les modèles « superfaibles » non standard.

Une asymétrie CP directe nécessite l'existence de deux chemins vers l'état final, dont les phases CP -paire et CP -impaire diffèrent. Schématiquement, si

$$A(B \rightarrow f) = M_1 e^{i\delta_1} e^{+i\varphi_1} + M_2 e^{i\delta_2} e^{+i\varphi_2}, \quad (5)$$

$$A(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) = M_1 e^{i\delta_1} e^{-i\varphi_1} + M_2 e^{i\delta_2} e^{-i\varphi_2} \quad (6)$$

où $M_{1,2}$ sont deux nombres réels, $\delta_{1,2}$ deux phases (fortes) CP -paires et $\varphi_{1,2}$ deux phases (faibles) CP -impaires, alors

$$\Gamma(B \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f}) \propto -4M_1 M_2 \sin(\delta_2 - \delta_1) \sin(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (7)$$

Le plus souvent, ces deux chemins sont obtenus par la présence d'un diagramme « en arbre » et d'un diagramme « pingouin », comme on va le voir dans le cas de $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$ (chapitre 1).

Bien que l'observation de la violation directe de CP soit une étape fondamentale des tests du Modèle Standard, elle ne suffit pas à extraire les paramètres de la matrice CKM : il faudrait pour cela calculer complètement les éléments de matrice hadroniques, y compris les effets d'interaction dans l'état final (phases $\delta_{1,2}$). Cependant, on verra que dans le cas où l'asymétrie directe est due à l'interférence entre diagrammes en arbre et diagrammes pingouin, sa connaissance conduit à des informations très utiles sur la contribution de ces derniers.

Enfin, la troisième classe d'asymétries CP est générée par l'interférence entre l'amplitude du mélange $B^0 - \bar{B}^0$, et l'amplitude de désintégration. Plus précisément on fait interférer les deux chemins $B^0 \rightarrow f$ et $B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow f$, et on compare avec le processus CP -conjugué $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}$ et $\bar{B}^0 \rightarrow B^0 \rightarrow \bar{f}$. Bien sûr, on ne peut observer une telle asymétrie dans les désintégrations des B chargés, ni dans certains modes dits « spécifiques de saveur » comme $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ ($\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$), et il faut connaître la saveur du méson B qui se désintègre, ce qui demande un « étiquetage ». L'avantage majeur de ce type de violation de la symétrie CP est qu'il permet dans certains cas d'extraire directement des données expérimentales les angles du Triangle d'Unitarité, sans avoir à connaître les éléments de matrice hadroniques.

En effet, dans le cas où un unique couplage faible domine l'amplitude de transition non-leptonique, l'asymétrie CP prédite par le mécanisme CKM s'exprime simplement en

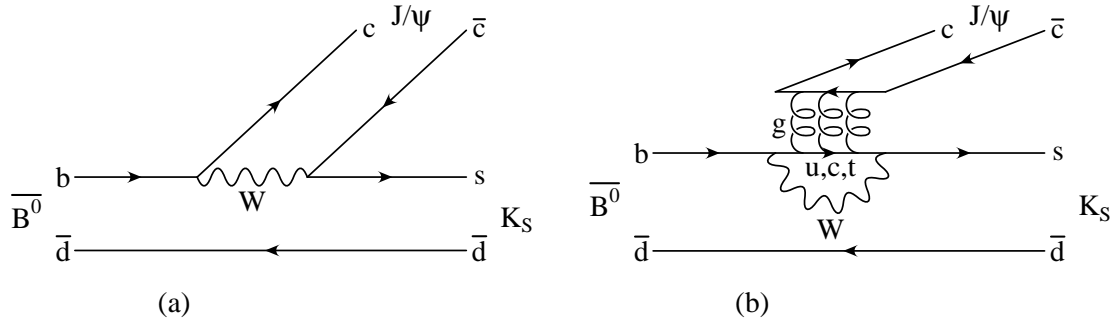


FIG. 2 – Diagrammes contribuant à la désintégration $\overline{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S$: (a) en arbre et (b) pingouin. Les diagrammes pingouin sont ici supprimés par la règle OZI; de plus, à l'ordre dominant en λ , il contribuent à l'asymétrie avec la même phase CP que le diagramme en arbre.

fonction des paramètres du Modèle Standard. L'exemple type, bien connu, est celui de $B^0(t) \rightarrow J/\psi K_S$ [17]. Le diagramme dominant dans ce canal (fig. 2.a) est proportionnel à $V_{cs}V_{cb}^*$ pour un état B^0 , et $V_{cs}^*V_{cb}$ pour un \overline{B}^0 . Dans la convention de Wolfenstein, ces couplages sont réels; le mélange $K^0 - \overline{K}^0$, nécessaire pour que l'état final soit accessible à la fois du B^0 et du \overline{B}^0 , n'introduit pas non plus de nouvelle phase CP non triviale. La seule phase CP-impair intervenant dans le problème est donc l'angle 2β du mélange $B^0 - \overline{B}^0$, éq. (4).

L'asymétrie CP dépendant du temps entre les deux canaux CP-conjugués $B^0(t) \rightarrow J/\psi K_S$ et $\overline{B}^0(t) \rightarrow J/\psi K_S$ s'obtient alors des équations (2)-(3)

$$\begin{aligned} a_{CP}(t) &\equiv \frac{\Gamma(B^0(t) \rightarrow J/\psi K_S) - \Gamma(\overline{B}^0(t) \rightarrow J/\psi K_S)}{\Gamma(B^0(t) \rightarrow J/\psi K_S) + \Gamma(\overline{B}^0(t) \rightarrow J/\psi K_S)} \\ &= -\sin 2\beta \sin \Delta m t. \end{aligned} \quad (8)$$

La mesure de cette asymétrie en fonction du temps permet donc de remonter à l'angle β du Triangle d'Unitarité et ce, *sans avoir besoin de connaître l'amplitude de transition*.

Cependant, d'autres diagrammes peuvent contribuer, qui sont proportionnels à des couplages faibles différents (fig. 2.b). Le cas du mode $J/\psi K_S$ est néanmoins exceptionnel, dans la mesure où deux effets suppriment la contribution non désirée des pingouins: d'une part la dynamique de QCD (règle de Zweig) supprime la configuration du diagramme 2.b. D'autre part, le couplage $V_{us}^*V_{ub}$ est supprimé par λ^2 par rapport à $V_{cs}^*V_{cb}$, et $V_{ts}^*V_{tb}$ a la même phase que $V_{cs}^*V_{cb}$ à des termes également d'ordre λ^2 près. On s'attend donc à ce que l'expression (8) soit valable à une précision meilleure que 1 %.

Problèmes potentiels pour la détermination des angles CP

L'extraction de l'angle α constitue un défi à la fois à la théorie et à l'expérience. Le canal standard concernant cet angle est *a priori* $B \rightarrow \pi^+\pi^-$ (fig. 3.a), mais ici les pingouins (fig. 3.b) ne sont pas vraiment supprimés dynamiquement, et sont même renforcés par les couplages CKM car $|V_{td}V_{tb}/(V_{ud}V_{ub})| \sim 3$.

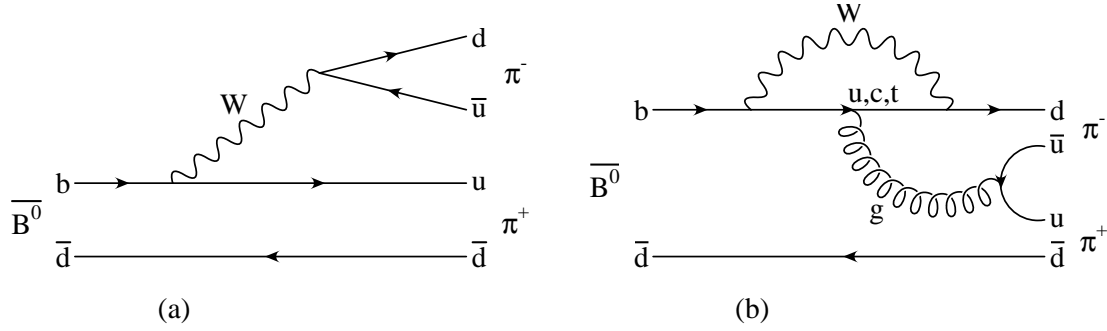


FIG. 3 – Diagrammes contribuant à la désintégration $\overline{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$: (a) en arbre et (b) pingouin. Ici les diagrammes pingouin ne sont pas supprimés par les couplages CKM, et la suppression perturbative due à la boucle et α_s n'est que de l'ordre de 5 %.

Une estimation perturbative du rapport pingouin/arbre consiste à considérer le rapport des coefficients de Wilson $c_4/c_1 \sim 0.04$ [15, 16]. Multiplié par le rapport CKM de l'ordre de 3, cela donne ~ 0.12 ce qui est déjà significatif. De plus il a été montré dans la littérature [25, 48] que les pingouins du type u et c , non perturbatifs à l'échelle du b , peuvent renforcer considérablement cette estimation naïve ; les données récentes de la collaboration CLEO fournissent une première indication expérimentale selon laquelle les contributions pingouin seraient plus importantes que prévues (cf. § 1.1.3).

Les chapitres 1 et 2 discutent le problème des pingouins dans l'extraction de α à partir des canaux $B \rightarrow \pi^+\pi^-$ et $B \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Bien qu'appliquées à ces modes spécifiques, les méthodes exposées sont en fait suffisamment générales pour être utilisées dans d'autres canaux où les contributions pingouin masquent l'extraction des paramètres CKM.

Indépendamment des pingouins, on remarque que la relation entre l'asymétrie CP et l'angle CKM est en général entachée d'ambiguïtés discrètes. Dans l'exemple de $B^0(t) \rightarrow J/\psi K_S$, la détermination de $\sin 2\beta$ conduit à quatre solutions possibles pour l'angle β lui-même. Il peut très bien arriver que parmi ces quatre solutions, une seule soit compatible avec ce que l'on sait par ailleurs du Triangle d'Unitarité. Il est alors important de savoir quelle est la bonne solution. D'autre part, deux solutions qui sont proches ont tendance à fusionner dans leur intervalle d'erreur, invalidant ainsi l'interprétation en termes de solutions distinctes. Enfin le problème des pingouins et celui des ambiguïtés discrètes se rejoignent, dans la mesure où les méthodes pour estimer et séparer ces diagrammes introduisent en général de nouvelles ambiguïtés discrètes (chapitre 1).

Les chapitres 2 et 3 montrent tout l'intérêt des processus de désintégration à plusieurs particules du B dont l'espace des phases (masses invariantes et angles) contient des informations sur d'autres fonctions trigonométriques des angles CP , ou de manière plus générale sur de nouvelles observables liées à la violation de CP . Ces analyses peuvent permettre d'affiner les tests du Modèle Standard.

Je me disais : Comment ils le savent que le dernier grand pingouin est mort, ces Irlandais de la baie de la Trinité ? Ils ont recueilli ses dernières paroles ? Il leur a vraiment dit : « Il n'en restait plus qu'un, et j'étais celui-là » ?

Il paraît qu'ils sont tout le temps soûls, les Irlandais. Qu'est-ce qui leur prouve que ce grand pingouin rejeté par la mer était le dernier ? C'était peut-être un stratagème. Les grands pingouins voyaient peut-être venir le moment où ils allaient disparaître, alors ils ont dépêché un martyr avec pour mission de se présenter comme ultime. Et maintenant, quelque part au pays de Galles, dans des cottages abandonnés du bord de mer, peut-être, les grands pingouins vivent, croissent et se multiplient en apprenant à leurs enfants le martyre de celui qui s'est laissé rejeter par la mer afin qu'eux puissent vivre et ne plus pêcher par crédulité.

Je me demande s'il est amer, le grand pingouin. Je me demande si les jeunes sont belliqueux et s'ils s'organisent en escouades pour descendre en piqué sur les petits bateaux de pêche et les envoyer par le fond, répandant ainsi des légendes aussi vieilles et aussi invraisemblables que les serpents de mer et les sirènes, dans l'attente du jour où la marine des grands pingouins aura l'hégémonie sur les ondes du globe. Chez les humains, l'Histoire, c'est comme ça que ça se passe. Est-ce que les grands pingouins survivants sont rancuniers, je me le demande.

John Irving, Liberté pour les ours !
Traduction Josée Kamoun

Chapitre 1

Le canal $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$

Introduction

Sur le plan purement théorique, l'analyse d'isospin proposée par Gronau et London [43] reste la méthode d'extraction de l'angle α présentant *a priori* le moins d'incertitudes hadroniques. En effet, elle repose sur l'hypothèse de symétrie d'isospin de l'interaction forte et néglige la contribution des pingouins électrofaibles, deux hypothèses qui paraissent très raisonnables. La mesure des rapports d'embranchement $B(\bar{B}) \rightarrow \pi^+ \pi^-, \pi^0 \pi^0, \pi^\pm \pi^0$ et de l'asymétrie CP dépendant du temps dans le canal $\pi^+ \pi^-$ permet, sous ces deux hypothèses, de déterminer la valeur de α . Cependant la plupart des modèles théoriques prédisent que le canal $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$ est très faible à cause de la suppression dite de « couleur » (voir l'annexe A), ce qui se traduit par un rapport d'embranchement de l'ordre de 10^{-7} – 10^{-6} pour ce mode. Détecter une désintégration aussi rare constitue un véritable défi pour les usines à B du type $\Upsilon(4S)$ [14, chapitre 6], d'autant plus qu'il faut compter avec l'efficacité de détection des pions neutres, et la nécessité d'étiqueter la saveur du B qui se désintègre. Les futures expériences en milieu hadronique ne donnent pas plus d'espoir, dans la mesure où la reconstruction de deux pions neutres dans un tel environnement semble illusoire.

Un autre problème de l'analyse d'isospin se pose au vu du grand nombre de solutions possibles. En effet comme on va le voir, la méthode de Gronau-London admet dans le cas général *huit* solutions pour l'angle 2α (et donc *seize* pour α lui-même). L'erreur — qu'elle soit d'origine expérimentale ou théorique — sur ces solutions étant finie, ces dernières ont très vite tendance à fusionner, invalidant ainsi l'interprétation en termes d'un ensemble de solutions discrètes. Il faudrait obtenir les observables de l'analyse d'isospin avec une très grande précision pour avoir une erreur raisonnable sur α ; une autre possibilité pour éliminer six des huit solutions serait de mesurer l'asymétrie dépendant du temps dans le canal $\pi^0 \pi^0$, possibilité peu vraisemblable pour les raisons déjà évoquées plus haut.

Même si le problème des ambiguïtés discrètes de l'analyse d'isospin semble avoir été sous-estimé dans la littérature, celui concernant la difficulté de détection du mode $\pi^0 \pi^0$ a très vite été appréhendé. De nouvelles idées ont été développées, reposant sur des hypothèses théoriques plus fortes mais bénéficiant d'un meilleur contexte expérimental. Ainsi Silva et Wolfenstein [44] ont proposé les premiers la symétrie $SU(3)$ de saveur pour

« connecter » la désintégration $B \rightarrow \pi\pi$ à la désintégration $B \rightarrow K\pi$, dans laquelle on s'attend à ce que les diagrammes du type pingouin dominant pour des raisons de couplage CKM. De nombreux auteurs [45] ont ensuite généralisé la méthode, en s'affranchissant d'hypothèses non nécessaires. Néanmoins la complexité de cette approche obscurcit son intérêt : il faut résoudre des équations non algébriques compliquées, admettant généralement un nombre important de solutions, ce qui rend difficile le problème de savoir quelle est la sensibilité du résultat final aux hypothèses théoriques qui sont inévitablement faites. À noter cependant l'existence d'une méthode plus simple, également basée sur SU(3), proposée par Fleischer et Mannel [46]. On examine plus en détail cette méthode plus bas, et propose une généralisation plus performante.

Certains auteurs ont choisi une voie orthogonale à la précédente, en utilisant un modèle hadronique contraint par la phénoménologie pour estimer la contribution des pingouins et l'erreur induite sur α comme Aleksan *et al.* [47] et Ciuchini *et al.* [48]. Marrocchesi et Paver [49] utilisent également un modèle qui permet d'exprimer α comme fonction des observables.

Ce chapitre, principalement construit sur la référence [1], poursuit plusieurs objectifs. Le fil conducteur consiste à séparer de manière parfaitement définie les observables accessibles expérimentalement, des paramètres théoriques du Modèle Standard les décrivant. Le problème se pose alors de trouver le chemin qui permet de passer des observables aux paramètres, le plus important étant l'angle α . Dans la suite, on résout ce problème grâce à une paramétrisation très simple de la « pollution pingouin » qui possède plusieurs avantages :

- elle est indépendante de modèle¹, exacte et analytique : sans faire d'hypothèse autre que le Modèle Standard, on peut exprimer α — en fait 2α , comme on va le voir — ainsi que les autres grandeurs théoriques décrivant la transition $B \rightarrow \pi^+\pi^-$, comme fonction des observables accessibles expérimentalement, et d'un unique paramètre hadronique, par exemple le rapport $|P/T|$ des contributions pingouin sur les contributions en arbre. D'autres choix sont possibles, et sont définis et décrits précisément plus bas. En particulier on montre qu'on peut s'affranchir de la connaissance de la longueur des côtés du Triangle d'Unitarité — qui interviennent souvent dans ce type de problème — en exprimant directement les équations dans le plan (ρ, η) ;
- sans faire d'hypothèse supplémentaire, on peut simplement tracer la dépendance de l'angle 2α par rapport à ce paramètre hadronique. Bien sûr, dans le cas où $|P/T|$ reste complètement indéterminé, les valeurs autorisées de 2α couvrent complètement l'intervalle $[0, 2\pi]$. Néanmoins ce diagramme dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$ fournit une interprétation exacte des futures données expérimentales en terme des paramètres du Modèle Standard. De plus il donne une définition très naturelle de l'erreur théorique induite par les diagrammes pingouins, que l'on peut écrire comme $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}$ où $2\alpha_{\text{eff}}$ représente l'angle « effectif » à extraire des données expérimentales ;

1. De manière générale, on entend par « indépendant de modèle », indépendant d'un modèle hadronique. Au contraire, on suppose toujours la validité du Modèle Standard.

- pour contraindre les valeurs possibles de l'angle α , il faut soit s'efforcer de calculer le paramètre hadronique manquant dans le cadre de la théorie, ce qui paraît difficile à l'heure actuelle, soit faire des hypothèses phénoménologiques permettant de l'estimer à partir des données expérimentales. Par exemple, avec des hypothèses relativement conservatives, on obtient plus loin des bornes supérieures sur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$, dépendant des rapports d'embranchement du méson B dans des canaux particulièrement sensibles aux contributions pingouin, comme $B \rightarrow \pi^0\pi^0$, $K^0\bar{K}^0$, $K^\pm\pi^\mp$. Suivant la valeur réelle des rapports d'embranchement de ces désintégrations qui ne sont pas encore observées, ces bornes peuvent contraindre α dans un intervalle dont la largeur peut aller de $\pm 10^\circ$ à $\pm 30^\circ$;
- des hypothèses phénoménologiques plus fortes et/ou des données expérimentales additionnelles permettent en principe d'aller plus loin, et d'extraire la valeur de l'angle α lui-même plutôt qu'un intervalle permis par une borne supérieure. En fait la paramétrisation générale que l'on propose plus bas permet de retrouver la plupart des stratégies proposées dans la littérature, d'en clarifier ou d'en améliorer un certain nombre d'aspects, et d'en étudier la sensibilité aux hypothèses sous-jacentes, souvent mal contrôlées. Comme exemples explicites, on étudie plus bas l'analyse d'isospin de Gronau-London [43] pour laquelle la description à un paramètre simplifie la discussion des solutions multiples, et l'analyse SU(3) de Fleischer-Mannel [46], que l'on améliore de manière significative.

Ce chapitre se divise en trois sections. La section 1.1 pose les équations générales et tente de les exploiter au maximum sans faire d'hypothèse autre que le Modèle Standard. Dans la section 1.2 on utilise les symétries de saveur pour dériver des bornes supérieures phénoménologiques sur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$, qui devraient permettre de contraindre l'angle α de manière relativement conservative. Dans la section 1.3 on montre comment en utilisant des hypothèses plus fortes on peut déterminer l'angle α lui-même. Enfin dans l'annexe A on estime les amplitudes de transition dans le cadre d'un modèle basé sur la factorisation, uniquement dans le but d'illustrer numériquement la méthode.

1.1 Cadre théorique

1.1.1 Description des amplitudes dans le Modèle Standard

On définit ici les notations utilisées dans la suite et on rappelle certains résultats déjà connus mais qui n'apparaissent pas toujours très clairement dans la littérature.

La largeur en $\pi^+\pi^-$ dépendant du temps d'un état oscillant $B^0(t)$ reconnu comme un B^0 au temps $t = 0$ est donné par (les facteurs $e^{-\Gamma t}$ et d'espace des phases sont sous-entendus)²

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{|A|^2 + |\bar{A}|^2}{2} + \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{2} \cos \Delta m t - \text{Im} \left(\frac{q}{p} \bar{A} A^* \right) \sin \Delta m t, \quad (1.1)$$

2. Dans la suite, on négligera les différences d'espace des phases entre les diverses désintégrations $B \rightarrow \pi\pi$, $K\bar{K}$, $K\pi$.

où

$$A \equiv A(B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-), \quad \bar{A} \equiv A(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) \quad (1.2)$$

et $q/p = \exp(-2i\beta)$ dans la paramétrisation de la matrice CKM due à Wolfenstein [7]. Avec cette convention, les éléments de matrice CKM se développent systématiquement en puissances de λ et on a

$$\beta = \arg(-V_{td}^*), \quad \gamma = \arg(-V_{ub}^*), \quad \arg(V_{ts}) = \mathcal{O}(\lambda^2), \quad (1.3)$$

et les autres éléments de matrice CKM sont réels à certains termes près, qui sont supprimés par des puissances supérieures (≥ 3) de λ [8]. L'angle α est donné par $\alpha = \pi - \beta - \gamma$. Avec la définition

$$\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-} \equiv \frac{1}{2} [\text{BR}(B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) + \text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)], \quad (1.4)$$

$$a_{\text{dir}} \equiv \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{|A|^2 + |\bar{A}|^2}, \quad (1.5)$$

$$2\alpha_{\text{eff}} \equiv \arg\left(\frac{q}{p}\bar{A}A^*\right), \quad (1.6)$$

l'expression (1.1) devient

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-) = \mathcal{B}_{\pi^+\pi^-} \left[1 + a_{\text{dir}} \cos \Delta m t - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \sin 2\alpha_{\text{eff}} \sin \Delta m t \right]. \quad (1.7)$$

L'asymétrie CP dépendant du temps s'écrit

$$\begin{aligned} a_{\text{CP}}(t) &\equiv \frac{\Gamma(B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-) - \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-) + \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-)} \\ &= a_{\text{dir}} \cos \Delta m t - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \sin 2\alpha_{\text{eff}} \sin \Delta m t. \end{aligned} \quad (1.8)$$

On peut définir un autre angle « effectif » $2\bar{\alpha}_{\text{eff}}$ par³

$$\text{signe}(\cos 2\bar{\alpha}_{\text{eff}}) \equiv \text{signe}(\cos 2\alpha), \quad \sin 2\bar{\alpha}_{\text{eff}} \equiv \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \sin 2\alpha_{\text{eff}} \quad (1.9)$$

de telle façon que

$$a_{\text{CP}}(t) = a_{\text{dir}} \cos \Delta m t - \sin 2\bar{\alpha}_{\text{eff}} \sin \Delta m t. \quad (1.10)$$

a_{dir} est l'asymétrie CP directe, alors que $\sin 2\bar{\alpha}_{\text{eff}} = \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \sin 2\alpha_{\text{eff}}$ est l'asymétrie CP induite par le mélange $B^0 - \bar{B}^0$. En l'absence de diagramme pingouin, on a $a_{\text{dir}} = 0$ et $\sin 2\bar{\alpha}_{\text{eff}} = \sin 2\alpha_{\text{eff}} = \sin 2\alpha$. La différence $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}$ s'interprète donc comme l'erreur induite par les pingouins sur l'angle CKM. Les futures expériences devraient mesurer

3. Le signe de $\cos 2\bar{\alpha}_{\text{eff}}$ n'étant pas observable, on peut le définir de manière arbitraire. Cependant, la définition exacte de ce signe est importante dans la dérivation des bornes supérieures de la section 1.2 [I, annexe B].

trois observables indépendamment d'un modèle, l'une ($\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}$) conservant CP et les deux autres (a_{dir} et $\sin 2\alpha_{\text{eff}}$, ou a_{dir} et $\sin 2\bar{\alpha}_{\text{eff}}$) violant la symétrie CP .

La littérature a souvent supposé la dominance du pingouin induit par le quark top, ce qui permet d'écrire que les contributions pingouin sont proportionnelles au couplage $V_{td}V_{tb}^*$. Cette hypothèse a été critiquée [25, 28], particulièrement au moment de l'observation par la collaboration CLEO des premiers événements $B \rightarrow K\pi$ (voir § 1.1.3) [48, 29]. En fait toutes les contributions proportionnelles à $V_{ud}V_{ub}^*$ peuvent être incluses dans la définition de l'amplitude « en arbre ». Celles qui sont proportionnelles à $V_{cd}V_{cb}^*$ — les fameux « pingouins charmants » [48, 29] — peuvent être exprimés, en utilisant l'unitarité de la matrice CKM ($V_{cd}V_{cb}^* = -V_{ud}V_{ub}^* - V_{td}V_{tb}^*$), en fonction des deux autres combinaisons. Le Modèle Standard prédit donc la décomposition suivante de l'amplitude $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

$$\begin{aligned} A &= V_{ud}V_{ub}^* M^{(u)} + V_{td}V_{tb}^* M^{(t)} \\ &\equiv e^{+i\gamma} T_{\pi^+ \pi^-} + e^{-i\beta} P_{\pi^+ \pi^-} \end{aligned} \quad (1.11)$$

et de manière similaire pour les autres canaux $B \rightarrow \pi\pi$

$$A_{\pi^0 \pi^0} \equiv A(B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{+i\gamma} T_{\pi^0 \pi^0} + e^{-i\beta} P_{\pi^0 \pi^0}), \quad (1.12)$$

$$A_{\pi^+ \pi^0} \equiv A(B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{+i\gamma} T_{\pi^+ \pi^0} + e^{-i\beta} P_{\pi^+ \pi^0}). \quad (1.13)$$

Il faut insister sur le fait qu' aucune approximation n'a été faite en écrivant (1.11)-(1.13) : $T_{\pi\pi}$ et $P_{\pi\pi}$ sont des quantités *a priori* complexes mais conservant la symétrie CP , et sont définis par la décomposition de l'amplitude sur la base des phases CP -impaires. En fait beaucoup de méthodes proposées dans la littérature pour extraire α et utilisant l'hypothèse de dominance du pingouin top ne sont pas invalidées si on abandonne cette dernière hypothèse⁴. À noter également qu'il est très simple d'exprimer les amplitudes T et P en termes des éléments de matrice des opérateurs de l'hamiltonien effectif $\Delta B = 1$ [15, 16], et que ces amplitudes sont des quantités physiques invariantes sous le groupe de renormalisation.

Les canaux CP -conjugués sont obtenus en changeant le signe des phases faibles :

$$\bar{A}_{\pi\pi} = e^{-i\gamma} T_{\pi\pi} + e^{+i\beta} P_{\pi\pi}. \quad (1.14)$$

Bien évidemment, s'il n'y a pas de diagramme pingouin ($P_{\pi\pi} = 0$) on a simplement

$$2\alpha_{\text{eff}} = \arg \left(\frac{q}{p} T_{\pi^+ \pi^-} T_{\pi^+ \pi^-}^* e^{-2i\gamma} \right) = 2\alpha. \quad (1.15)$$

Dans la suite, on utilise pour simplifier les notations suivantes

$$T_{\pi^+ \pi^-} \equiv T, \quad P_{\pi^+ \pi^-} \equiv P, \quad (1.16)$$

4. Bien sûr la valeur numérique du rapport $|P/T|$ peut être modifiée de manière considérable par les contributions des « charmants pingouins » [25, 28, 48, 29]

et *par abus de langage*, on désigne par « arbre » et « pingouin » les amplitudes T et P respectivement, bien que T reçoive également des contributions « longue-distance » du type pingouin u et c .

On considère également les désintégrations $B \rightarrow K^0 \bar{K}^0$, $B \rightarrow K^\pm \pi^\mp$ et $B^\pm \rightarrow K \pi^\pm$. Pour les premières, on adopte la paramétrisation

$$\begin{aligned} A(B^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0) &= V_{ud} V_{ub}^* M_{K\bar{K}}^{(u)} + V_{td} V_{tb}^* M_{K\bar{K}}^{(t)} \\ &\equiv e^{+i\gamma} T_{K\bar{K}} + e^{-i\beta} P_{K\bar{K}}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

alors que pour ces dernières on développe sur la base des éléments de matrice CKM ($V_{us} V_{ub}^*$, $V_{cs} V_{cb}^*$) ($V_{cs} V_{cb}^*$ est réel dans la convention de Wolfenstein) :

$$\begin{aligned} A(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-) &= V_{us} V_{ub}^* M_{K^+ \pi^-}^{(u)} + V_{cs} V_{cb}^* M_{K^+ \pi^-}^{(c)} \\ &\equiv e^{+i\gamma} T_{K^+ \pi^-} + P_{K^+ \pi^-}, \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$A(B^+ \rightarrow K^0 \pi^+) \equiv e^{+i\gamma} T_{K^0 \pi^+} + P_{K^0 \pi^+}. \quad (1.19)$$

Concernant l'amplitude $B \rightarrow K^0 \bar{K}^0$, on a utilisé la notation $T_{K\bar{K}}$ parallèlement aux autres canaux. Cependant ce canal ne reçoit que des contributions du type pingouin, et $T_{K\bar{K}}$ représente en fait les pingouins u et c [30].

Répetons que (1.11)-(1.14) et (1.17)-(1.19) sont des prédictions du Modèle Standard, sans aucune hypothèse additionnelle.

1.1.2 Inégalités sur les amplitudes

Comme dans l'équation (1.4), on utilise la notation \mathcal{B}_f pour désigner le rapport d'embranchement moyenné sur les canaux CP -conjugués

$$\mathcal{B}_f = \frac{1}{2} [\text{BR}(B \rightarrow f) + \text{BR}(\bar{B} \rightarrow \bar{f})]. \quad (1.20)$$

Par exemple,

$$\mathcal{B}_{K^0 \pi^+} = \frac{1}{2} [\text{BR}(B^+ \rightarrow K^0 \pi^+) + \text{BR}(B^- \rightarrow \bar{K}^0 \pi^-)] \quad (1.21)$$

et ainsi de suite.

De la discussion du paragraphe précédent, il apparaît clairement que le Modèle Standard prédit que l'amplitude de désintégration $B^0 \rightarrow f$ s'écrit dans le cas général comme la somme de deux termes proportionnels à deux phases CP -impaires différentes ϕ_1 , ϕ_2 :

$$A(B^0 \rightarrow f) = e^{+i\phi_1} M_1 + e^{+i\phi_2} M_2, \quad A(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}) = \eta_f (e^{-i\phi_1} M_1 + e^{-i\phi_2} M_2) \quad (1.22)$$

où M_1 et M_2 sont des amplitudes complexes conservant CP et où le signe η_f dépend de la parité CP de l'état final, par exemple $\eta_f(\pi^+ \pi^-) = +$. Le rapport d'embranchement (1.20) devient alors

$$\mathcal{B}_f = |M_1|^2 + |M_2|^2 + 2 \text{Re}(M_1 M_2^*) \cos(\phi_1 - \phi_2). \quad (1.23)$$

où on a exprimé les amplitudes carrées en unité de rapport d'embranchement, de telle sorte que $|A|^2 = \mathcal{B}$. Pour M_2 et $\phi_1 - \phi_2$ fixés, \mathcal{B}_f considéré comme fonction de M_1 devient minimal au point $M_1 = -M_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)$, auquel cas on a $\mathcal{B}_f|_{\min} = |M_2|^2 \sin^2(\phi_1 - \phi_2)$. On peut également échanger les rôles de M_1 et M_2 , et on obtient finalement les inégalités (exactes) suivantes :

$$|M_1|^2 \sin^2(\phi_1 - \phi_2) \leq \mathcal{B}_f, \quad |M_2|^2 \sin^2(\phi_1 - \phi_2) \leq \mathcal{B}_f. \quad (1.24)$$

Dans ce qui suit, on utilisera ces inégalités de manière intensive.

1.1.3 Ordres de grandeur

Les récentes analyses de la collaboration CLEO [106] donnent de précieuses informations sur les canaux de désintégration étudiés dans ce chapitre :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-} &< 0.84 \times 10^{-5} \quad [90\% \text{ C.L.}], \\ \mathcal{B}_{K^+ \pi^-} &= (1.4 \pm 0.3 \pm 0.2) \times 10^{-5}, \\ \mathcal{B}_{K^0 \pi^+} &= (1.4 \pm 0.5 \pm 0.2) \times 10^{-5}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

De ces premières données expérimentales, on peut estimer grossièrement une borne inférieure sur le rapport $|P/T|$. De (1.11) et (1.24) on déduit

$$|T|^2 \sin^2 \alpha \leq \mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}. \quad (1.26)$$

De plus, l'amplitude pingouin dans le canal $\pi\pi$ est proportionnelle à $V_{td}V_{tb}^*$ alors que dans le canal $K\pi$ elle est proportionnelle à $V_{cs}V_{cb}^*$ (cf. (1.11) et (1.18)-(1.19)). On a donc

$$|P| \sim \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}^*} \right| \times \sqrt{\mathcal{B}_s} \quad (1.27)$$

où \mathcal{B}_s représente l'échelle typique du rapport d'embranchement des différents modes $B \rightarrow K\pi$. Dans l'estimation de $|P|$ ci-dessus, on a supposé que les contributions pingouin dominant la désintégration $B \rightarrow K\pi$, et que les éléments de matrice du type pingouin sont du même ordre de grandeur dans le canal $K\pi$ et le canal $\pi\pi$, une fois factorisé le rapport CKM $|V_{td}/V_{cb}^*|$. On obtient donc

$$\left| \frac{P}{T} \right| \gtrsim \lambda |\sin \gamma| \sqrt{\frac{\mathcal{B}_s}{\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}}} \quad (1.28)$$

où l'unitarité de la matrice CKM a été utilisée pour écrire $|V_{td}/V_{cb}| = \lambda \sin \gamma / \sin \alpha$.

On a une estimation numérique très conservatrice de l'inégalité ci-dessus en prenant $|\sin \gamma| \gtrsim 0.6$ des contraintes du Modèle Standard (début 1998) sur le Triangle d'Unitarité [104], et, comme le suggèrent les données de CLEO (1.25), $\mathcal{B}_s/\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-} \gtrsim 1/0.84$ ce qui donne :

$$\left| \frac{P}{T} \right| \gtrsim 0.14. \quad (1.29)$$

En prenant les valeurs centrales, on obtient plutôt $|P/T| \gtrsim 0.25$. Le calcul théorique du rapport $|P/T|$ basée sur l'hypothèse de factorisation des éléments de matrice non-leptoniques (voir l'annexe A) conduit à une valeur typique $|P/T| \sim 0.15$ [47] et n'est plus que marginalement compatible avec l'estimation ci-dessus.

Bien que ce calcul d'ordre de grandeur soit très grossier, il met en évidence que les contributions du type pingouin, observées de manière non ambiguë par la collaboration CLEO en ce qui concerne la désintégration $B \rightarrow K\pi$, doivent jouer un rôle absolument non négligeable dans la dynamique de $B \rightarrow \pi\pi$. Des études plus complètes montrent que dans des modèles raisonnables, le rapport $|P/T|$ peut facilement atteindre 0.3–0.4 [48, 29]. Il faut donc s'efforcer de définir des procédures théoriques permettant de contrôler les incertitudes pingouin dans la détermination de l'angle α , ce qui est précisément l'objet du présent chapitre.

Ajoutons également qu'avec un rapport $|P/T|$ de l'ordre de 0.2–0.3, une phase d'interaction dans l'état final $\delta = \arg(PT^*)$ de l'ordre de 10–20° suffit à générer une asymétrie CP directe de l'ordre de 0.1 (voir l'annexe A). Bien que le calcul purement perturbatif de ce type de phases conduit en général à de très petites valeurs difficilement observables [26], on peut vraisemblablement imaginer que des effets non perturbatifs vont les renforcer considérablement⁵ [27]. On s'attend donc non seulement à ce que l'asymétrie CP directe soit observée dans les prochaines années, ce qui devrait permettre d'exclure les modèles non standards du type « superfaible », mais aussi à ce que la précision de mesure des asymétries $\sin 2\alpha_{\text{eff}}$ and a_{dir} soit comparable [14, chapitre 6].

1.1.4 Résultats exacts à un paramètre

Considérons d'abord seulement la désintégration $B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-$, (éq. (1.7)). Comme on l'a déjà remarqué, il y a trois observables : le rapport d'embranchement moyen et les asymétries CP

$$\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}, \quad a_{\text{dir}} \quad \text{et} \quad \sin 2\alpha_{\text{eff}}. \quad (1.30)$$

De $\sin 2\alpha_{\text{eff}}$, on obtient $2\alpha_{\text{eff}}$ avec une ambiguïté discrète d'ordre 2. Dans le cas général où les pingouins contribuent, impliquant $2\alpha \neq 2\alpha_{\text{eff}}$, le Modèle Standard décrit la largeur de désintégration (1.7) avec quatre paramètres (cf. (1.11) et (1.14)), dont trois conservent CP et le quatrième est l'angle CP impair α :

$$|T|, \quad |P|, \quad \delta = \arg(PT^*), \quad \text{et} \quad \alpha. \quad (1.31)$$

On a pris avantage du fait que l'origine des phases des amplitudes est non physique, et utilisé $q/p = \exp(-2i\beta)$. Conformément à ce à quoi on s'attend, il y a plus de paramètres que d'observables et on ne peut déterminer α en présence de pingouins sans information additionnelle. Cependant, *et c'est la clef de l'argumentation développée dans ce chapitre*, il est possible d'exprimer α en fonction des trois observables, et d'un seul

5. Remarquons que dans la limite $N_c \rightarrow \infty$, de telles phases entre les amplitudes T et P sont en principe $\mathcal{O}(1)$. En effet, la théorie des perturbations [25] suggère que dans cette limite, du fait de la contribution des pingouins u et c , la partie réelle et imaginaire des diagrammes pingouins sont formellement du même ordre de grandeur.

des quatre paramètres théoriques. Ce dernier peut être choisi parmi $|P/T|$, $|P|$, $|T|$ ou δ .

De (1.11) and (1.14) on déduit

$$-(2i \sin \alpha)P = e^{-i\gamma} A - e^{i\gamma} \bar{A}, \quad (1.32)$$

$$(2i \sin \alpha)T = e^{i\beta} A - e^{-i\beta} \bar{A}, \quad (1.33)$$

ce qui peut être mis sous la forme

$$(2i \sin \alpha)P = e^{i\beta} \left[e^{i\alpha} A - e^{-i\alpha} \frac{q}{p} \bar{A} \right], \quad (1.34)$$

$$(2i \sin \alpha)T = e^{i\beta} \left[A - \frac{q}{p} \bar{A} \right]. \quad (1.35)$$

Si on calcule le rapport $|P/T|^2$ à partir de (1.34)-(1.35) et qu'on utilise les définitions (1.5)-(1.6), on arrive à l'équation suivante, qui bien qu'extrêmement simple, se révèle de la première importance

$$\cos(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}) = \frac{1}{\sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2}} \left[1 - \left(1 - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}} \right) \left| \frac{P}{T} \right|^2 \right]. \quad (1.36)$$

L'équation (1.36) définit 2α comme une fonction quadrivaluée du paramètre $|P/T|$: en effet, $2\alpha_{\text{eff}}$ est connu à une ambiguïté discrète d'ordre 2 près, et le cosinus dans (1.36) induit également une ambiguïté discrète d'ordre 2 sur 2α . Ces deux ambiguïtés discrètes sont physiquement complètement différentes, et il est important de bien faire la distinction : l'ambiguïté $2\alpha_{\text{eff}} \rightarrow \pi - 2\alpha_{\text{eff}}$ est liée au type d'observables que fournit l'analyse des canaux qui sont états propres de CP , comme $\pi^+ \pi^-$, et ne peut être levée qu'en étudiant des processus plus compliqués (voir les chapitres 2 et 3). En revanche, ce sont les pingouins qui génèrent l'ambiguïté $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}} \rightarrow -(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}})$ et le problème de savoir comment la supprimer dépend de la manière dont on traite les pingouins pour remonter à l'angle α . On interprète simplement cette dernière ambiguïté discrète en constatant que la solution de (1.36) dans la limite de pingouin nul, c'est-à-dire $2\alpha = 2\alpha_{\text{eff}}$, apparaît en fait comme une racine double du cas général avec $|P/T| \neq 0$. Il y a donc une sorte de *levée de dégénérescence* par les contributions pingouin.

Une autre ambiguïté discrète du problème est $\alpha \rightarrow \alpha + \pi$. De (1.4)-(1.6), (1.11), (1.14) et (1.31), on voit que les observables $\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}$, a_{dir} et $2\alpha_{\text{eff}}$ sont invariantes sous la transformation combinée $\alpha \rightarrow \alpha + \pi$ et $\delta \rightarrow \delta + \pi$. Les observables dépendent donc uniquement de 2α et 2δ , ou de manière équivalente $\tan \alpha$ et $\tan \delta$. Sans hypothèse additionnelle sur la phase forte δ , l'ambiguïté discrète $\alpha \rightarrow \alpha + \pi$ est irréductible [71], les signes de $\sin \alpha$ et $\sin \delta$ étant reliés par l'équation

$$\text{signe}(\sin \alpha) \times \text{signe}(\sin \delta) = \text{signe}(a_{\text{dir}}). \quad (1.37)$$

Si on suppose le Modèle Standard, cette ambiguïté sur le signe de $\sin \alpha$ ne pose pas de réel problème parce que les contraintes actuelles sur le Triangle d'Unitarité sélectionnent

l'une des deux solutions — on sait déjà que $0 < \alpha < \pi$ parce que η est positif [104] — et parce que les deux solutions dégénérées α et $\alpha + \pi$ ne peuvent fusionner dans leurs erreurs puisqu'elles sont séparées par π . Par contre les ambiguïtés $2\alpha_{\text{eff}} \rightarrow \pi - 2\alpha_{\text{eff}}$ et $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}} \rightarrow -(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}})$ sont plus critiques. Pour éviter toute confusion dans la suite, on exprime les résultats en terme de 2α et 2δ , ou $\tan \alpha$ et $\tan \delta$.

Une fois exprimé 2α comme fonction du paramètre $|P/T|$ grâce à l'équation (1.36), on peut faire de même pour les trois paramètres restants, à savoir écrire $|P|$, $|T|$ et δ comme fonction de $|P/T|$, ou de manière équivalente comme fonction de 2α donné par (1.36). En effet, de (1.4)-(1.6), (1.31) et (1.34)-(1.35) on obtient⁶ :

$$|P|^2 = \frac{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}}{1 - \cos 2\alpha} \left[1 - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \cos(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}) \right], \quad (1.38)$$

$$|T|^2 = \frac{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}}{1 - \cos 2\alpha} \left[1 - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}} \right], \quad (1.39)$$

$$\tan \delta = \frac{a_{\text{dir}} \tan \alpha}{1 - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} [\cos 2\alpha_{\text{eff}} + \tan \alpha \sin 2\alpha_{\text{eff}}]}. \quad (1.40)$$

Inversement, (1.38) (resp. éq. (1.39)) définit 2α comme une fonction quadrivaluée de $|P|$ (resp. $|T|$), et (1.40) définit 2α comme une fonction bivaluée de 2δ ; cette remarque met sur le même plan les paramètres $|P/T|$, $|P|$, $|T|$ et 2δ : chacun d'entre eux peut représenter la quantité unique à estimer de la théorie pour pouvoir remonter de la mesure des observables à l'angle α .

Dans la limite de pingouin nul, $P \rightarrow 0$ (ce qui implique $a_{\text{dir}} \rightarrow 0$), (1.36) et (1.38) se réduisent simplement à $2\alpha = 2\alpha_{\text{eff}}$, comme on pouvait s'y attendre. (1.39) devient simplement $|T|^2 = \mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$ indépendamment de α . Finalement l'équation (1.40) n'est plus définie dans cette limite, car δ lui-même est indéfini. Notons également que si le rapport $|P/T|$ n'est pas trop grand, les équations (1.39)-(1.40) dépendent peu de α , ce qui signifie qu'il vaut mieux tenter d'estimer $|P/T|$ ou $|P|$ et utiliser (1.36) ou (1.38) pour avoir des contraintes sur α .

Il faut insister ici sur le fait que les équations (1.36)-(1.40) sont tout à fait équivalentes aux expressions originales (1.11) et (1.14) avec les définitions (1.4)-(1.6) et (1.31). Il s'agit de relations exactes entre les paramètres théoriques pris deux à deux, dépendant uniquement des observables. Elles fournissent une définition naturelle de l'erreur théorique induite par les pingouins sur l'angle α : en effet il suffit d'utiliser un modèle hadronique pour calculer $|P/T|$ avec une certaine erreur théorique associée. Grâce à l'équation (1.36), cet intervalle de valeurs pour le paramètre $|P/T|$ correspond à quatre intervalles de valeurs possibles pour 2α , qui bien que dépendants du modèle, sont bien définis. La même procédure peut être utilisée avec le paramètre $|P|$ et l'équation (1.38),

6. Notons que seulement l'angle α intervient dans (1.36) et (1.38)-(1.40) : le problème est indépendant de β ou γ . Cette particularité s'explique par la prédiction du Modèle Standard selon laquelle le mélange $B^0 - \overline{B}^0$ est dominé par la contribution du quark top, la phase q/p étant donc compensée exactement par celle de l'amplitude pingouin définie par (1.11). Il n'y a par contre pas d'hypothèse de dominance du top dans les processus pingouin. Pour la désintégration $B \rightarrow K_S \pi^0$ on aurait des équations dépendant à la fois de α et β .

$|T|$ et (1.39), ou 2δ et (1.40)⁷. Comme le modèle en question ne sert qu'à calculer un seul des paramètres théoriques, cette démarche est faiblement dépendante de modèle contrairement aux approches des références [47] et [48], où tous les paramètres théoriques sont calculés dans le cadre d'un modèle. On donne des exemples explicites plus bas, basés sur des hypothèses phénoménologiques plutôt que sur un modèle.

Une autre application des équations (1.36)-(1.40), qui est plus conservative mais bien sûr contient moins d'information, consiste à contraindre le paramètre $|P/T|$ ou $|P|$ grâce une grandeur accessible expérimentalement, à l'aide d'une symétrie de saveur. C'est ce qui est fait dans la section 1.2, où on majore l'erreur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$ par des quantités dépendant des taux de désintégration dans des canaux particulièrement sensibles aux contributions pingouin, comme $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$, $K^0 \overline{K}^0$ et $K^\pm \pi^\mp$. Mais avant cela, on s'intéresse à l'exploitation de ces équations sans aucune hypothèse additionnelle.

1.1.5 Le plan $(|P/T|, 2\alpha)$

Le rapport $|P/T|^2$ est contraint par (1.36) et l'inégalité $|\cos(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}})| \leq 1$:

$$\frac{1 - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2}}{1 - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}} \leq \left| \frac{P}{T} \right|^2 \leq \frac{1 + \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2}}{1 - \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}}. \quad (1.41)$$

La borne inférieure sur $|P/T|^2$ est induite par la valeur éventuellement non nulle de l'asymétrie CP directe, c'est pourquoi elle devient triviale quand $a_{\text{dir}} \rightarrow 0$. En effet, la présence d'une asymétrie directe implique la présence de deux types de contribution avec des phases CP -impaires et CP -paires différentes, ce qui dans notre cas s'écrit $|P/T| \neq 0$, $\alpha \neq 0$ et $\delta \neq 0$. De plus, comme on n'observe pas le signe de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$, (1.41) définit en fait deux intervalles différents pour $|P/T|$, l'un pour la branche correspondant à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} > 0$ et l'autre à celle correspondant à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} < 0$.

Une fois mesurées les asymétries a_{dir} et $\sin 2\alpha_{\text{eff}}$, l'équation (1.36) permet de tracer 2α en fonction de $|P/T|$ variant dans l'intervalle (1.41). C'est ce qui est représenté sur la figure 1.1, sur laquelle on peut voir deux branches distinctes, en forme de \llcorner , correspondant aux deux signes possibles pour $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$. En l'absence de données réelles, on a utilisé les observables du scénario II défini dans l'annexe A.

De plus, les trois autres équations (1.38)-(1.40) avec 2α donné par la figure 1.1 permettent de représenter $|P|/\sqrt{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}}$, $|T|/\sqrt{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}}$, et 2δ également en fonction de $|P/T|$ (fig. 1.2).

À la lumière des figures 1.1-1.2, résumons les bonnes propriétés de (1.36) et (1.38)-(1.40) :

- il s'agit de résultats absolument *exacts*, qui ne supposent que le Modèle Standard, et qui contiennent toute l'information indépendante de modèle que l'on peut extraire de l'observation de l'asymétrie CP dépendant du temps dans $B^0(t) \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Le plan $(|P/T|, 2\alpha)$ constitue un bon moyen de représenter et d'interpréter les futures données expérimentales ;

⁷. À noter que l'utilisation de l'équation (1.40) suppose de très bien connaître δ , ce qui semble invraisemblable à l'heure actuelle.

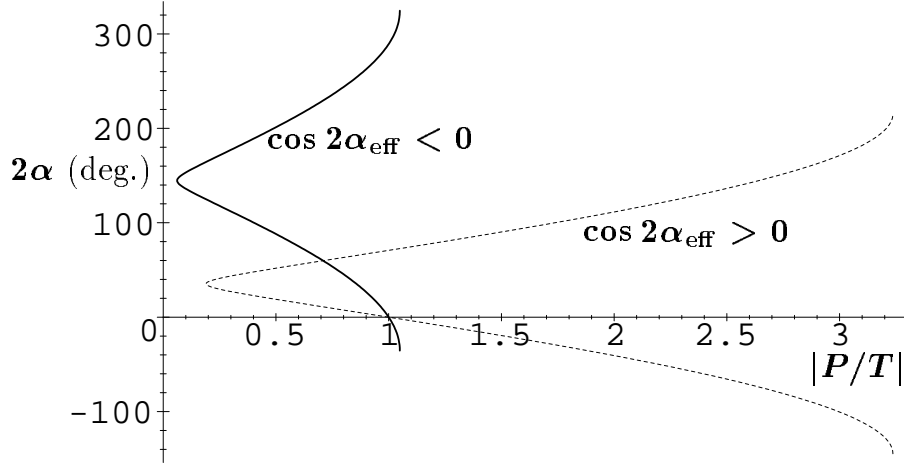


FIG. 1.1 – L'angle 2α en fonction du rapport $|P/T|$ obtenu de l'équation (1.36), dans le scénario II (voir l'annexe A). La courbe en trait plein correspond à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} < 0$ et celle en pointillés à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} > 0$. L'abscisse $|P/T|$ varie dans l'intervalle (1.41) qui dépend du signe de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$. Pour une valeur donnée de $|P/T|$, il y a en général quatre solutions pour 2α .

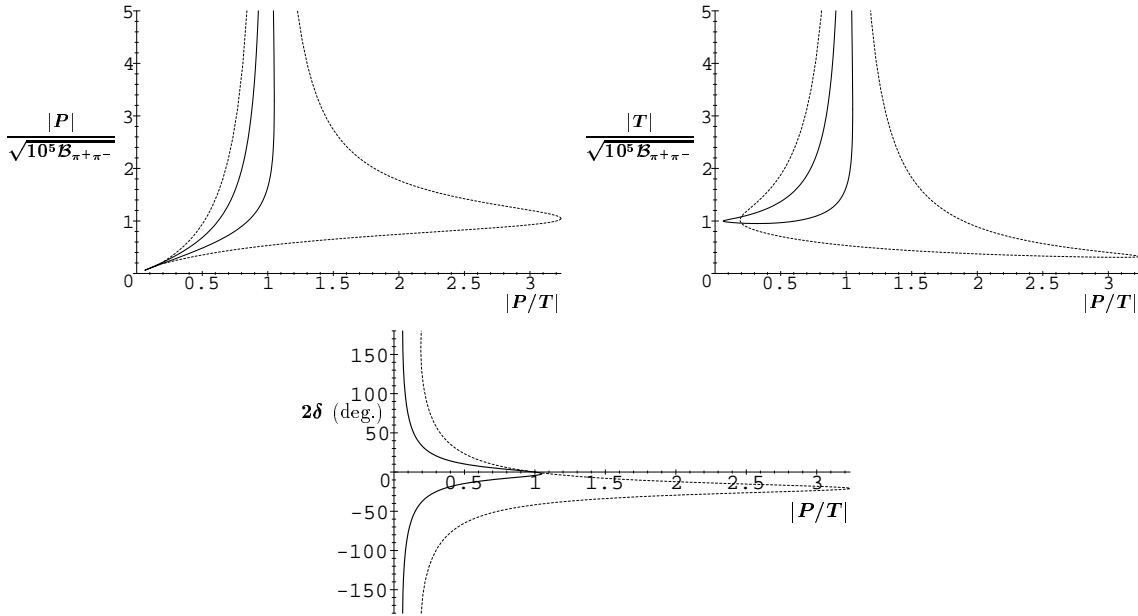


FIG. 1.2 – Les amplitudes $|P|$, $|T|$ et la phase forte δ en fonction de $|P/T|$ obtenues des équations (1.36) et (1.38)-(1.40), dans le scénario II (voir l'annexe A). Les courbes en trait plein correspondent à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} < 0$ et en pointillés à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} > 0$. $|P|$ et $|T|$ divergent quand $2\alpha \rightarrow 0$, $|P/T| \rightarrow 1$ car les asymétries CP a_{dir} et $\sin 2\alpha_{\text{eff}}$ sont fixées : il faut que $|P|$ et $|T|$ soient grands pour générer de la violation de CP si α est petit.

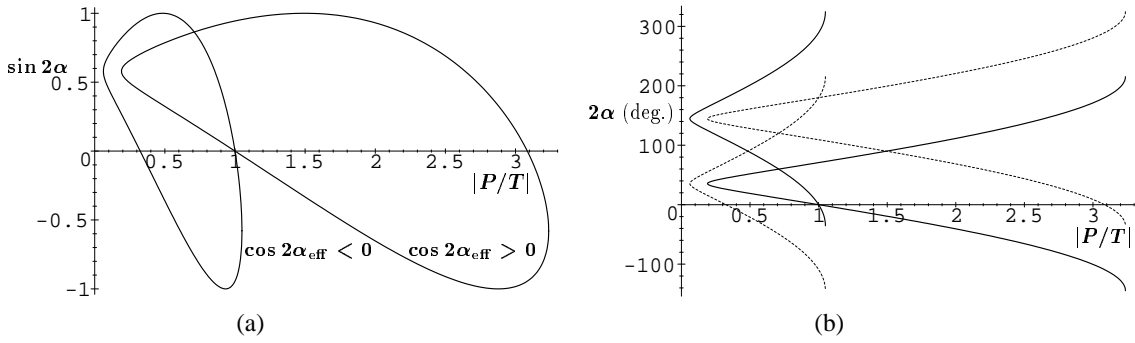


FIG. 1.3 – (a) $\sin 2\alpha$ en fonction de $|P/T|$, dans le scénario II (voir l'annexe A). Les deux branches correspondant aux deux signes possibles pour $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$ ne sont pas dégénérées. (b) 2α en fonction de $|P/T|$, obtenu en calculant $\arcsin(\sin 2\alpha)$ et $\pi - \arcsin(\sin 2\alpha)$ de la figure (a) : la comparaison avec la figure 1.1 montre que les courbes en pointillés ne sont pas des solutions.

- sur la figure 1.1, on voit que 2α varie linéairement en fonction de $|P/T|$ dans un intervalle relativement large. Cela fournit *a posteriori* une justification au développement au premier ordre en $|P/T|$ qui a parfois été considéré dans la littérature [50, 46]. Cependant les équations (1.36) et (1.38)-(1.40) développées au premier ordre en $|P/T|$ ne se simplifient pas particulièrement, et il est plus commode de garder les expressions exactes ;
- la transformation $\alpha \rightarrow \pi/2 - \alpha$ ne laisse pas invariant (1.36) et (1.38)-(1.40). Cela ne signifie pas pour autant que l'ambiguïté discrète $\alpha \rightarrow \pi/2 - \alpha$ est levée : le système se « souvient » de cette ambiguïté car le signe de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$ n'est pas observable, ce qui laisse l'ambiguïté $\alpha_{\text{eff}} \rightarrow \pi/2 - \alpha_{\text{eff}}$. Comme conséquence non triviale, on trouve que $\sin 2\alpha$ n'est pas le bon paramètre pour décrire le problème. En particulier on constate sur la figure 1.1 que la branche correspondant à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} < 0$ varie plus vite avec $|P/T|$ que celle qui correspond à $\cos 2\alpha_{\text{eff}} > 0$. Afin de clarifier complètement ce point qui a généré de nombreuses confusions dans la littérature, on trace $\sin 2\alpha$ en fonction de $|P/T|$ grâce à l'équation (1.36) sur la figure 1.3.a et on compare avec la figure 1.1. Trivialement, quatre courbes dans le plan $(|P/T|, \sin 2\alpha)$ représentent deux fois moins d'information que quatre courbes dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$: si on tente de reconstruire les courbes dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$ à partir de celles dans le plan $(|P/T|, \sin 2\alpha)$, on obtient les huit courbes de la figure 1.3.b, parmi lesquelles quatre sont des fausses solutions. On en conclut qu'il n'est ni utile ni justifié de décrire les effets des pingouins en terme de la différence $\sin 2\alpha - \sin 2\alpha_{\text{eff}}$ comme on trouve parfois dans la littérature [48, 49]. On discute plus loin l'analyse d'isospin, où des précautions similaires s'imposent.

1.1.6 Équations polynomiales dans le plan (ρ, η)

On a vu que pour remonter des observables expérimentalement accessibles à l'angle α lui-même, il faut être en mesure d'estimer le paramètre qui manque pour fermer le

système d'équations. S'il s'agit d'accomplir cette tâche dans le cadre d'un modèle hadronique, ou même en utilisant des hypothèses phénoménologiques comme on l'explique plus bas, les paramètres $|P/T|$, $|P|$ ou $|T|$ ne sont pas nécessairement les plus adaptés car ils s'écrivent comme le produit d'éléments de matrice de QCD par des couplages CKM mal connus, respectivement $|V_{td}/V_{ub}^*|$, $|V_{td}|$ et $|V_{ub}^*|$ (cf. (1.11)). À l'incertitude théorique liée au modèle utilisé pour calculer la partie purement hadronique du paramètre choisi, s'additionne donc l'erreur sur la longueur des côtés du Triangle d'Unitarité. Dans la littérature sur l'extraction de l'angle α , ce problème a été partiellement résolu en parcourant l'ensemble du domaine permis dans le plan (ρ, η) [47], en supposant simplement que les côtés du Triangle d'Unitarité seront bien connus au moment des premières observations de la violation de CP dans les désintégrations des mésons B [46], ou encore en exprimant ces couplages CKM comme fonction de α et β [49], ce dernier angle devant être déterminé de l'asymétrie CP dépendant du temps dans $B^0(t) \rightarrow J/\psi K_S$. Ces solutions ont l'inconvénient de coupler les différentes mesures, ce qui propage les erreurs théoriques et expérimentales d'un canal à l'autre d'une manière assez artificielle.

En fait, on simplifie considérablement le problème en se souvenant que les paramètres fondamentaux du Modèle Standard, ceux qu'on aimerait mesurer grâce aux expériences dédiées au quark b , sont tout simplement les coordonnées du sommet du Triangle d'Unitarité, c'est-à-dire ρ et η . Il suffit donc d'exprimer toutes les équations dans le plan (ρ, η) pour s'affranchir de la connaissance de $|V_{ub}|$ ou $|V_{td}|$. Pour cela on utilise⁸

$$\alpha = \arg \left(-\frac{1 - \rho - i\eta}{\rho + i\eta} \right), \quad (1.42)$$

$$|V_{td}| = \lambda |V_{cb}| \times |1 - \rho - i\eta|, \quad (1.43)$$

$$|V_{ub}^*| = \lambda |V_{cb}| \times |\rho + i\eta|. \quad (1.44)$$

Les relations ci-dessus, qui sont des prédictions très profondes du Modèle Standard, se reportent dans (1.36), (1.38) and (1.39) pour donner des équations dans le plan (ρ, η) qui dépendent des paramètres purement hadroniques $|M^{(t)}|/|M^{(u)}|$, $|M^{(t)}|$ et $|M^{(u)}|$ respectivement (cf. la définition (1.11)). Pour alléger la notation, on définit les combinaisons d'observables suivantes

$$D_c \equiv \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}, \quad D_s \equiv \sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2} \sin 2\alpha_{\text{eff}}, \quad (1.45)$$

et on introduit les paramètres sans dimension R_P et R_T (les amplitudes carrées sont toujours en « unité de rapport d'embranchement »)

$$\frac{R_P}{R_T} = \left| \frac{M^{(t)}}{M^{(u)}} \right|^2, \quad R_P \equiv |\lambda V_{cb}|^2 \frac{|M^{(t)}|^2}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}}, \quad R_T \equiv |\lambda V_{cb}|^2 \frac{|M^{(u)}|^2}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}}. \quad (1.46)$$

Un peu d'algèbre montre alors que les équations (1.36) et (1.38) sont respectivement équivalentes aux équations polynomiales de degré 4 suivantes, la première ne dépendant que de R_P/R_T et la seconde que de R_P :

$$(1 - D_c) \left(1 - \frac{R_P}{R_T} \right) \rho^4 + 2(1 - D_c) \left(1 - \frac{R_P}{R_T} \right) \rho^2 \eta^2 + (1 - D_c) \left(1 - \frac{R_P}{R_T} \right) \eta^4$$

8. Pour simplifier, on néglige l'incertitude sur $|V_{cb}|$, et on prend $|V_{ud}| = |V_{tb}| = 1$.

$$\begin{aligned}
& -2(1 - D_c) \left(1 - 2\frac{R_P}{R_T}\right) \rho^3 - 2D_s \rho^2 \eta - 2(1 - D_c) \left(1 - 2\frac{R_P}{R_T}\right) \rho \eta^2 - 2D_s \eta^3 \\
& + (1 - D_c) \left(1 - 6\frac{R_P}{R_T}\right) \rho^2 + 2D_s \rho \eta + \left[1 + D_c - 2(1 - D_c) \frac{R_P}{R_T}\right] \eta^2 \\
& + (1 - D_c) \frac{R_P}{R_T} (4\rho - 1) = 0, \tag{1.47}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (1 - D_c) \rho^4 + 2(1 - D_c - R_P) \rho^2 \eta^2 + (1 - D_c - 2R_P) \eta^4 \\
& - 2(1 - D_c) \rho^3 - 2D_s \rho^2 \eta - 2(1 - D_c - 2R_P) \rho \eta^2 - 2D_s \eta^3 \\
& + (1 - D_c) \rho^2 + 2D_s \rho \eta + (1 + D_c - 2R_P) \eta^2 = 0. \tag{1.48}
\end{aligned}$$

Lorsque $M^{(t)} = 0$ (le cas sans pingouin, $R_P = 0$ et donc $a_{\text{dir}} = 0$), (1.47) et (1.48) se réduisent à l'équation

$$[1 - \cos 2\alpha_{\text{eff}}] \left[\left(\rho - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\eta - \frac{\sin 2\alpha_{\text{eff}}}{2(1 - \cos 2\alpha_{\text{eff}})}\right)^2 - \frac{1}{2(1 - \cos 2\alpha_{\text{eff}})} \right]^2 = 0 \tag{1.49}$$

qui est équivalente à l'équation d'un cercle. Ce cercle est évidemment celui défini par $2\alpha = \arg[-(1 - \rho - i\eta)/(\rho + i\eta)] = 2\alpha_{\text{eff}} = c^{\text{te}}$ que l'on peut construire grâce à la géométrie élémentaire (arcs capables). Comme le signe de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$ n'est pas connu, on obtient en fait deux cercles. Lorsque $M^{(t)} \neq 0$, chacun de ces deux cercles se sépare en deux courbes solutions de (1.47) ou (1.48) — c'est le souvenir de l'ambiguïté discrète due à la fonction cosinus des équations (1.36) et (1.38) : la limite de pingouin nul apparaît comme une racine double du cas général, une caractéristique déjà discutée à propos de l'équation (1.36).

De même, l'équation (1.39) est équivalente à l'équation linéaire suivante, qui dépend de R_T uniquement :

$$\sqrt{1 - D_c} (\rho - 1) \pm \sqrt{2R_T - 1 + D_c} \eta = 0. \tag{1.50}$$

Le signe \pm correspond à l'ambiguïté $2\alpha \rightarrow -2\alpha$ de (1.39).

Contrairement aux équations précédentes, la limite de pingouin nul de (1.50) n'est pas particulièrement simple, car le paramètre R_T n'est pas très sensible aux contributions pingouins.

Le principal avantage des équations (1.47)-(1.48) et (1.50) dans le plan (ρ, η) réside dans le fait que les paramètres R_P/R_T , R_P et R_T sont des quantités purement hadroniques, indépendants des couplages CKM (mis à part le produit $\lambda|V_{cb}|$ qui est très bien connu). Il y a alors un parallèle intéressant entre l'équation (1.47) et le paramètre R_P/R_T par exemple, et l'équation hyperbolique qui permet d'exprimer ϵ_K , l'asymétrie CP dans le système des kaons, en fonction de ρ et η et du paramètre hadronique B_K [15]. Sur le plan dynamique cependant, R_P/R_T est une quantité beaucoup plus compliquée que B_K . Le paragraphe 1.3.3 donne un exemple d'utilisation de l'équation (1.48), où l'on estime R_P de manière phénoménologique.

1.2 Majorer l'erreur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$

La section précédente a permis de paramétrer simplement l'effet des pingouins sur la détermination de l'angle α dans le cadre du Modèle Standard. Cependant, tant qu'il n'y a pas de contrainte théorique additionnelle sur ces diagrammes, les valeurs possibles de l'angle α décrivent complètement l'intervalle $[0, 2\pi]$, ce qui est une autre manière de dire qu'on ne peut extraire α en présence de pingouins.

Pour aller plus loin, l'idéal serait de calculer complètement les éléments de matrice hadroniques correspondant à la désintégration dans le cadre de la théorie, c'est-à-dire QCD. Cependant cette tâche paraît extrêmement difficile par des moyens purement analytiques, et même en disposant de toute la puissance numérique nécessaire, les simulations sur réseau se heurtent à des difficultés de principe en ce qui concerne les processus non-leptoniques [36, 12]. Une approche moins ambitieuse consiste alors à utiliser des hypothèses phénoménologiques, plus ou moins justifiées par des arguments théoriques, afin de mettre en relation les quantités trop difficiles à calculer avec des observables facilement accessibles expérimentalement. Cette démarche est très courante dans la littérature sur l'extraction des angles CKM, mais les hypothèses sous-jacentes n'apparaissent pas toujours clairement. Au contraire on va s'efforcer ici de les expliciter complètement ; de plus, l'utilisation de la paramétrisation à la fois très générale et très simple décrite dans la section 1.1 permet d'une part d'éliminer les approximations non nécessaires, et d'autre part d'étudier facilement la sensibilité du résultat physique à celles qui sont inévitables.

Les hypothèses phénoménologiques que l'on va commenter et utiliser dans la suite du chapitre sont choisies au cas par cas parmi la liste suivante :

- **hypothèse 1** : symétrie SU(2) d'isospin de l'interaction forte ;
- **hypothèse 2** : symétrie SU(3) de saveur de l'interaction forte ;
- **hypothèse 3** : contribution négligeable des diagrammes pingouin supprimés par la règle Okubo-Zweig-Iizuka (Fig. 1.4) ;
- **hypothèse 4** : contribution négligeable des pingouins électrofaibles ;
- **hypothèse 5** : contribution « en arbre » négligeable dans le canal $B^\pm \rightarrow K\pi^\pm$, c'est-à-dire $T_{K^0\pi^+} = 0$ dans l'équation (1.19) (Fig. 1.8).

Pour commencer, on ne suppose dans cette section que des symétries de saveur, et on néglige éventuellement certaines classes de diagrammes que les modèles théoriques prédisent être très supprimés. Les hypothèses 1–4, relativement faibles, ne suffisent pas à déterminer complètement l'un des paramètres $|P/T|$, $|P|$, R_P/R_T ou R_P et de remonter à l'angle α , mais simplement à majorer la quantité $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$, qui peut être vue comme l'erreur sur l'angle générée par les pingouins. La seule exception concerne l'analyse d'isospin, qui bien que reposant également sur des hypothèses solides, permet en principe de déterminer l'angle α ; mais on verra dans la section suivante que cette méthode est malheureusement affectée par des problèmes techniques.

1.2.1 Symétrie d'isospin et $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$

Dans ce paragraphe, on considère les deux approximations suivantes, pour pouvoir utiliser l'information venant des modes $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$, $\pi^\pm \pi^0$:

- *symétrie $SU(2)$ d'isospin de l'interaction forte (hypothèse 1)*. Cette symétrie est généralement très bonne. Voir cependant la référence [51], où l'auteur semble trouver des corrections significatives qui sont dues au mélange π^0 , η , η' ;
- *contribution négligeable des pingouins électrofaibles (hypothèse 2)*. Ces diagrammes sont supprimés par le couplage électromagnétique α_{QED} , mais renforcés par la grande valeur de la masse du top [15]. On s'attend à ce que les pingouins électrofaibles ne jouent pas un très grand rôle dans l'extraction de α du canal $\pi\pi$ (voir les références [52, 53] et § 1.3.2), en tout cas bien moins important que celui des pingouins forts. Cependant ils peuvent contribuer de manière significative au rapport d'embranchement du mode $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$ (cf. annexe A).

L'hamiltonien effectif qui décrit la transition $b \rightarrow u$ se compose d'opérateurs qui se transforment comme $\Delta I = 1/2$ et $\Delta I = 3/2$ sous la symétrie d'isospin. On a donc les relations triangulaires suivantes [43, 54] (on rappelle la notation (1.11)-(1.13) et (1.16)) :

$$T_{\pi^+ \pi^0} = T + T_{\pi^0 \pi^0}, \quad P_{\pi^+ \pi^0} = P + P_{\pi^0 \pi^0}. \quad (1.51)$$

Par symétrie de Bose, l'isospin de l'état $\pi^+ \pi^0$ ne peut être que $I = 2$. Comme les pingouins forts (gluoniques) n'induisent que des transitions $\Delta I = 1/2$, l'amplitude $P_{\pi^+ \pi^0}$ représente la contribution $\Delta I = 3/2$ des pingouins électrofaibles. On définit alors $P_{\text{EW}} \equiv P_{\pi^+ \pi^0}$ de telle sorte que

$$A(B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) = e^{i\gamma} T + e^{-i\beta} P, \quad (1.52)$$

$$A(B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i\gamma} T_{\pi^0 \pi^0} + e^{-i\beta} (P_{\text{EW}} - P)], \quad (1.53)$$

$$A(B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i\gamma} (T + T_{\pi^0 \pi^0}) + e^{-i\beta} P_{\text{EW}}]. \quad (1.54)$$

Négliger les pingouins électrofaibles revient à poser $P_{\text{EW}} = 0$. Dans ce cas, Gronau et London [43] ont montré que la connaissance de toutes les largeurs $B(\overline{B}) \rightarrow \pi^+ \pi^-$, $\pi^0 \pi^0$, $\pi^\pm \pi^0$, et de l'asymétrie CP dépendant du temps dans le canal $\pi^+ \pi^-$, détermine l'angle α à des ambiguïtés discrètes près. Dans le paragraphe 1.3.1, on décrit cette analyse dans le cadre de la paramétrisation proposée plus haut. On verra que dans le cas général il y a huit solutions pour l'angle 2α , et qu'il faut donc connaître toutes les observables avec une très grande précision pour obtenir des résultats exploitables. Si, comme la plupart des modèles théoriques le prédisent (voir l'annexe A), le mode $\pi^0 \pi^0$ est supprimé « de couleur » (rapport d'embranchement de l'ordre de 10^{-7} - 10^{-6}), l'analyse d'isospin complète peut ne pas être faisable en pratique. Il convient alors de chercher des méthodes plus favorables du point de vue expérimental.

Dans la limite où l'amplitude de désintégration vers $\pi^0 \pi^0$ s'annule, les contributions pingouin doivent s'annuler aussi : en effet, dès qu'un diagramme existe et est non nul cela

signifie que la transition est possible. C'est en fait ce qu'expriment les inégalités (1.24). Donc dans la limite $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0} \rightarrow 0$, on doit obtenir $2\alpha \rightarrow 2\alpha_{\text{eff}}$, ce qui implique que $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$ est majoré par une quantité qui dépend de $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}$ et qui s'annule quand $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}$ s'annule. On voit tout de suite l'intérêt d'une telle borne : si le mode $\pi^0\pi^0$ est vraiment très supprimé de telle sorte qu'on ne peut utiliser l'analyse d'isospin, l'angle 2α ne doit pas être très loin de $2\alpha_{\text{eff}}$.

Une telle borne a été dérivée de manière géométrique par Grossman et Quinn [55]. Pour la retrouver algébriquement, on impose $P_{\text{EW}} = 0$ et on considère le rapport $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}/\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}$ donné par (1.52)-(1.54) comme fonction de la variable complexe $T_{\pi^+\pi^0}$. Si on minimise ce rapport par rapport à ce dernier paramètre, on trouve l'inégalité :

$$|P|^2 \sin^2 \alpha \leq \frac{\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}} \times \mathcal{B}_{\pi^+\pi^-} . \quad (1.55)$$

On exploite alors (1.38) pour contraindre 2α :

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2}} \left(1 - 2 \frac{\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}} \right) \right] \quad [\text{supposant 1 et 4}] . \quad (1.56)$$

Sous les mêmes hypothèses, on trouve facilement une autre borne supérieure. En effet, des inégalités (1.24) et de (1.53) on a

$$|P|^2 \sin^2 \alpha \leq 2\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0} , \quad (1.57)$$

où le facteur 2 est un coefficient de Clebsh-Gordan (cf. (1.53)). On utilise de nouveau (1.38) pour obtenir :

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2}} \left(1 - 4 \frac{\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}} \right) \right] \quad [\text{supposant 1 et 4}] . \quad (1.58)$$

On remarque en passant que la borne (1.56) découle de la symétrie d'isospin à la fois sur l'amplitude en arbre et l'amplitude pingouin, alors que la borne (1.58) ne suppose la symétrie d'isospin que sur l'amplitude pingouin.

Le problème de savoir laquelle des deux bornes (1.56) et (1.58) est la plus contraignante dépend de la valeur réelle de $2\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}$ comparée à $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$: en fait, si on néglige le pingouin et le diagramme supprimé de couleur, on obtient l'égalité $2\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0} = \mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$. Dans l'hypothèse de factorisation (annexe A), on prédit une interférence constructive entre le diagramme supprimé de couleur et le diagramme dominant, ce qui tend à favoriser (1.56) devant (1.58)⁹. Du point de vue expérimental, la borne (1.58) semble plus prometteuse, parce que la mesure de $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$ devrait être plus précise que celle de $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}$ du fait de la meilleure efficacité de détection des pions chargés et de la hiérarchie attendue $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0} < \mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$.

9. La référence [55] donne une troisième inégalité qui dépend à la fois de $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}/\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}$ et de $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}/\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$. Comme elle est plus compliquée et devrait donner des résultats certainement proches numériquement, on ne la reporte pas ici.

Bien sûr on vérifie facilement la compatibilité de ces deux inégalités dans le sens que la saturation de l'une implique la validité de l'autre. Enfin il est important de noter que pour mesurer le membre de droite de (1.56) et (1.58), on n'a pas besoin d'étiqueter la saveur du B à $t = 0$, un résultat bienvenu sur le plan statistique ; de plus, une limite supérieure sur $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}$ suffit car ces bornes sont fonctions croissantes de $\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}$.

Si, pour quelque raison que ce soit, la précision de la mesure de l'asymétrie CP directe dans le canal $\pi^+\pi^-$ ne permet pas d'obtenir $2\alpha_{\text{eff}}$ et a_{dir} avec une erreur raisonnable, on souhaite une inégalité sur la différence $|2\alpha - 2\overline{\alpha}_{\text{eff}}|$ plutôt que sur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$, où l'angle $2\overline{\alpha}_{\text{eff}}$, défini par (1.9), ne nécessite que la mesure du coefficient de $\sin(\Delta m t)$ dans l'expression (1.10). On peut alors montrer [55] [l, annexe B] que les inégalités (1.56) et (1.58) en impliquent de plus faibles, mais éventuellement plus avantageuses expérimentalement :

$$|2\alpha - 2\overline{\alpha}_{\text{eff}}| \leq \arccos \left(1 - 2 \frac{\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}} \right), \quad (1.59)$$

$$|2\alpha - 2\overline{\alpha}_{\text{eff}}| \leq \arccos \left(1 - 4 \frac{\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}} \right) \quad [\text{supposant 1 et 4}]. \quad (1.60)$$

Pour conclure, les inégalités (1.56), (1.58), (1.59) et (1.60) devraient permettre de borner l'erreur théorique sur l'angle α de manière conservative.

1.2.2 Symétrie $SU(3)$ et $B \rightarrow K^0\overline{K}^0, K^\pm\pi^\mp$

Dans ce paragraphe, on étend la symétrie de saveur, afin d'utiliser les désintégrations du B dans des états finals comportant des kaons.

- *Symétrie $SU(3)$ de saveur de l'interaction forte (hypothèse 2).* On peut s'attendre à ce que les effets de masse des quarks ne jouent pas un très grand rôle dans les désintégrations à grand transfert d'énergie, bien qu'une correction typique à la limite $SU(3)$ soit $|f_K - f_\pi|/f_\pi \sim 23\%$. En fait à l'heure actuelle, on n'est pas capable d'estimer quantitativement ces effets, surtout en ce qui concerne les processus de type pingouin. On espère que les connaissances dans ce domaine progresseront sensiblement avec les futurs résultats expérimentaux et théoriques.

Afin de pallier aux inconvénients de l'analyse d'isospin, Buras et Fleischer [56] ont proposé une méthode pour extraire l'angle α exploitant la désintégration $B^0(t) \rightarrow K^0\overline{K}^0$, basée sur la symétrie $SU(3)$ et négligeant les pingouins électrofaibles, et discutée plus en détail dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$ dans la référence [l]. Cependant c'est le pingouin $b \rightarrow d$ qui génère au niveau des quarks la transition $B \rightarrow K^0\overline{K}^0$. On s'attend alors à un rapport d'embranchement très petit (10^{-7} – 10^{-6}) et à une ambiguïté discrète d'ordre 8 sur l'angle 2α [l], les problèmes posés par cette méthode étant finalement similaires à ceux de l'analyse d'isospin, même si l'efficacité de détection est plus favorable¹⁰.

Néanmoins, à partir du moment où l'amplitude pingouin P dans le canal $\pi^+\pi^-$ est non nulle et reliée à sa correspondante dans le canal $K^0\overline{K}^0$, le rapport d'embranchement

10. À noter cependant que la méthode de Buras-Fleischer est envisageable dans un environnement hadronique, contrairement à l'analyse d'isospin de Gronau-London.

$\mathcal{B}_{K^0\overline{K^0}}$ ne peut s'annuler : comme dans le cas $\pi^0\pi^0$, il existe une borne supérieure sur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$ qui dépend de $\mathcal{B}_{K^0\overline{K^0}}$. En effet, des hypothèses 2 et 4 et de (1.11) et (1.17) on a l'égalité

$$|P| = |P_{K^0\overline{K^0}}|. \quad (1.61)$$

On obtient alors de (1.17), (1.24), et (1.38) l'inégalité suivante :

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2}} \left(1 - 2 \frac{\mathcal{B}_{K^0\overline{K^0}}}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}} \right) \right] \quad [\text{supposant 2 et 4}]. \quad (1.62)$$

De même on a également une inégalité qui ne fait pas intervenir la mesure de a_{dir} [I, annexe B] :

$$|2\alpha - 2\overline{\alpha}_{\text{eff}}| \leq \arccos \left(1 - 2 \frac{\mathcal{B}_{K^0\overline{K^0}}}{\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}} \right) \quad [\text{supposant 2 et 4}]. \quad (1.63)$$

On arrive donc pour le mode $K^0\overline{K^0}$ à une conclusion parallèle au cas du mode $\pi^0\pi^0$, à savoir que si la largeur de désintégration du B en $K^0\overline{K^0}$ est trop faible pour exploiter l'analyse de Buras-Fleischer, l'erreur théorique sur l'angle α reste majorée par une certaine quantité mesurable.

Malgré l'intérêt évident des inégalités (1.56), (1.58), (1.59), (1.60), (1.62) et (1.63) sur le plan du principe, il n'en reste pas moins qu'elles font intervenir des désintégrations — $B \rightarrow \pi^0\pi^0$ et $B \rightarrow K^0\overline{K^0}$ — que l'on attend très rares, donc sujettes à des difficultés de détection. Même si une limite supérieure sur les canaux concernés suffit à majorer $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$, on aimerait également une inégalité ne dépendant que d'observables plus facilement accessibles.

On connaît depuis longtemps déjà la sensibilité aux pingouins de la désintégration $B \rightarrow K\pi$ [44] : en effet dans ce canal, le rapport pingouin/arbre est renforcé par le rapport des couplages CKM $|V_{cs}V_{cb}^*/(V_{us}V_{ub}^*)| \sim 57$, et on s'attend en fait à ce que ce soient les pingouins gluoniques du type c et t qui dominent l'amplitude (cf. (1.18)). Le problème se pose d'exploiter l'information sur les pingouins contenue dans le canal $K\pi$ pour pouvoir aider à l'extraction de α du canal $\pi^+\pi^-$. Nombreux dans la littérature sont les auteurs qui se sont attelés à la tâche ; nombreuses aussi sont les approximations dynamiques mal définies, telles que l'hypothèse consistant à négliger les interactions dans l'état final, qui sont utilisées en supplément de l'inévitable symétrie SU(3) de saveur [44, 45], et qui ont été très critiquées récemment [60, 61] à propos de la borne de Fleischer-Mannel sur $\sin^2\gamma$ [62]. Bien que l'on considère ce type d'arguments dans le paragraphe 1.3.3, on se contente pour le moment d'une hypothèse très raisonnable, qui suffit à dériver une autre borne supérieure sur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$:

- *Contribution négligeable des diagrammes pingouins supprimés par la règle OZI (hypothèse 3)*. On représente la topologie de ces diagrammes sur la figure 1.4. On ne les néglige que dans l'amplitude P , c'est-à-dire quand le quark dans la boucle est un t ou un c (cf. (1.11)). Quand il s'agit du quark top (opérateurs locaux), la suppression est perturbative, due à une combinaison linéaire de coefficients de Wilson qui est $\sim \alpha_s^2(m_b)$; la même classe de diagrammes avec un quark c subit la

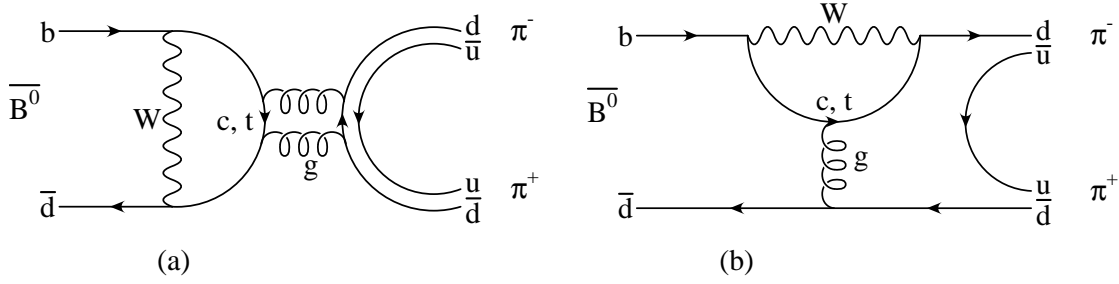


FIG. 1.4 – (a) Diagramme pingouin dans la voie d'annihilation supprimé par la règle OZI. Il contribue à $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$ mais pas à $B \rightarrow K^\pm \pi^\mp$, et est négligé dans l'hypothèse 3. (b) Diagramme pingouin dans la voie d'annihilation non supprimé par la règle OZI. Il contribue à $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$ et à $B \rightarrow K^\pm \pi^\mp$, et n'est pas négligé dans l'hypothèse 3.

suppression non perturbative de la règle OZI [48]. De plus, on s'attend à ce que la topologie du type annihilation soit également une cause de suppression.

Dans la limite des hypothèses 2 et 3, il existe une relation entre les amplitudes pingouin dans les canaux $\pi^+ \pi^-$ et $K^\pm \pi^\mp$. En effet, de (1.11), (1.16) et (1.18) on a

$$|P| = \left| \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{cs} V_{cb}^*} \right| \times |P_{K^+ \pi^-}| = \lambda \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} |P_{K^+ \pi^-}| \quad (1.64)$$

où on a exploité la géométrie du Triangle d'Unitarité pour écrire $|V_{td}/V_{cb}^*|$. De (1.18) et (1.24), on a

$$|P_{K^+ \pi^-}|^2 \sin^2 \gamma \leq \mathcal{B}_{K^+ \pi^-}. \quad (1.65)$$

Cette inégalité combinée avec les équations (1.38) et (1.64) conduit à¹¹

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 - a_{\text{dir}}^2}} \left(1 - 2\lambda^2 \frac{\mathcal{B}_{K^+ \pi^-}}{\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}} \right) \right] \quad [\text{supposant 2 et 3}]. \quad (1.66)$$

Avec les mêmes hypothèses, on a une borne sur $|2\alpha - 2\bar{\alpha}_{\text{eff}}|$, comme dans le cas $\pi^0 \pi^0$ et $K^0 \bar{K}^0$ [1, annexe B] :

$$|2\alpha - 2\bar{\alpha}_{\text{eff}}| \leq \arccos \left(1 - 2\lambda^2 \frac{\mathcal{B}_{K^+ \pi^-}}{\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}} \right) \quad [\text{supposant 2 et 3}]. \quad (1.67)$$

Il faut insister sur deux points concernant les bornes (1.66)-(1.67) : *les pingouins électrofaibles sont pris en compte*, car ils contribuent identiquement à $\pi^+ \pi^-$ et $K^\pm \pi^\mp$ dans la limite des hypothèses 2 et 3 ; *on ne suppose pas que les pingouins dominent la désintégration $B \rightarrow K^\pm \pi^\mp$* , c'est-à-dire que $T_{K^+ \pi^-}$ dans l'équation (1.18) est quelconque. De plus, bien que l'hypothèse de la symétrie SU(3) soit forte, il semble que les premières corrections à cette limite aillent dans le sens de *diminuer* la différence $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$: en effet,

11. Il y a ici un petit miracle : $\sin \gamma$ disparaît entre l'équation (1.64) et (1.65).

dans l'approximation de la factorisation (cf. annexe A), on prédit que $P_{\pi^+\pi^-} \lesssim P_{K^+\pi^-}$ à cause des facteurs f_π/f_K etc. Si on fait confiance à ces indications, cela signifie que les bornes (1.66)-(1.67) sont plutôt conservatives.

Du point de vue expérimental, les inégalités (1.66)-(1.67) ne devraient pas poser de problème : en effet, les modèles prédisent généralement $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-} \sim \mathcal{B}_{K^+\pi^-} \sim 10^{-5}$, et on mesurera le membre de droite de (1.66)-(1.67) avec une précision certainement très grande. En fait depuis les analyses de CLEO (éq. (1.25)) — observation du canal $K^\pm\pi^\mp$ et limite supérieure sur le canal $\pi^+\pi^-$, on peut d'ores et déjà calculer une limite inférieure¹² sur le membre de droite de (1.66)-(1.67). En effet de $0 \leq a_{\text{dir}} \leq 1$ on a $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq \arccos(1 - 2\lambda^2\mathcal{B}_{K^+\pi^-}/\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-})$ et de (1.25) on a $0.81 \times 10^{-5} < \mathcal{B}_{K^\pm\pi^\mp}$ et $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-} < 0.84 \times 10^{-5}$ à 90 % de niveau de confiance, ce qui donne

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq \Delta, \quad |2\alpha - 2\bar{\alpha}_{\text{eff}}| \leq \Delta, \quad \text{avec } 25^\circ < \Delta \quad [90\% \text{ C.L.}]. \quad (1.68)$$

Si, comme les modèles théoriques semblent l'indiquer, le rapport d'embranchement en $\pi^+\pi^-$ est proche de la limite supérieure donnée par la collaboration CLEO, cela signifie d'une part que les premiers événements devraient être observés bientôt, et d'autre part que les inégalités (1.66)-(1.67) devraient se stabiliser autour de $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|, |2\alpha - 2\bar{\alpha}_{\text{eff}}| \leq \mathcal{O}(30^\circ)$. Si cette valeur peut sembler grande, et donc peu contraignante, il n'en est pas moins remarquable de pouvoir majorer ainsi l'erreur théorique sur l'angle α indépendamment d'un modèle hadronique, et ce *indépendamment de l'observation de la violation de CP elle-même*, c'est-à-dire de α_{eff} et a_{dir} . Si le rapport d'embranchement en $\pi^+\pi^-$ s'avère bien plus petit que prévu, ce qui rendrait les bornes peu utiles, l'étude de la violation de CP dans ce canal sera de toute manière très difficile, indépendamment du problème des pingouins.

Ajoutons une remarque en conclusion, valable pour toutes les inégalités (1.56), (1.58), (1.62), et (1.66) : le membre de droite est une fonction décroissante de a_{dir} , ce qui implique que même si les pingouins sont très importants, il suffit que l'asymétrie CP directe soit suffisamment grande pour que l'information apportée par ces inégalités sur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$ soit non triviale. Soulignons l'importance de ce dernier point, car ce sont les interactions dans l'état final qui sont susceptibles de renforcer la contribution des pingouins, mécanisme qui peut également générer de larges asymétries CP directes.

1.2.3 Exemple numérique

En l'absence de données, les inégalités sur l'erreur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$ restent un peu abstraites et académiques. Afin d'avoir une grossière idée de ce qu'elles peuvent éventuellement apporter à la connaissance de l'angle α et, partant, des paramètres ρ et η du Modèle Standard, on considère ici les scénarios de l'annexe A pour obtenir les observables nécessaires. Les inégalités (1.56), (1.58), (1.62), et (1.66) sont illustrées numériquement dans la table 1.1.

On remarque que les bornes (1.56), (1.58), (1.62), et (1.66) sont numériquement voisines les unes des autres : il s'agit d'une caractéristique particulière aux scénarios considérés, qui n'a pas vraiment de raison de s'étendre au cas réel. Comme on l'a déjà

12. Pour avoir une limite supérieure ou la valeur centrale, il faut observer le mode $\pi^+\pi^-$.

TAB. 1.1 – Le membre de droite (en degrés) des inégalités (1.56), (1.58), (1.62), et (1.66), pour les scénarios I et II (annexe A). La « vraie » valeur du membre de gauche de ces inégalités est $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}} = -20.2^\circ$ pour le scénario I, et $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}} = +26.7^\circ$ pour le scénario II

Inégalité	Scénario I	Scénario II
(1.56)	21.7	33.4
(1.58)	26.1	40.3
(1.62)	21.7	27.1
(1.66)	31.2	29.9

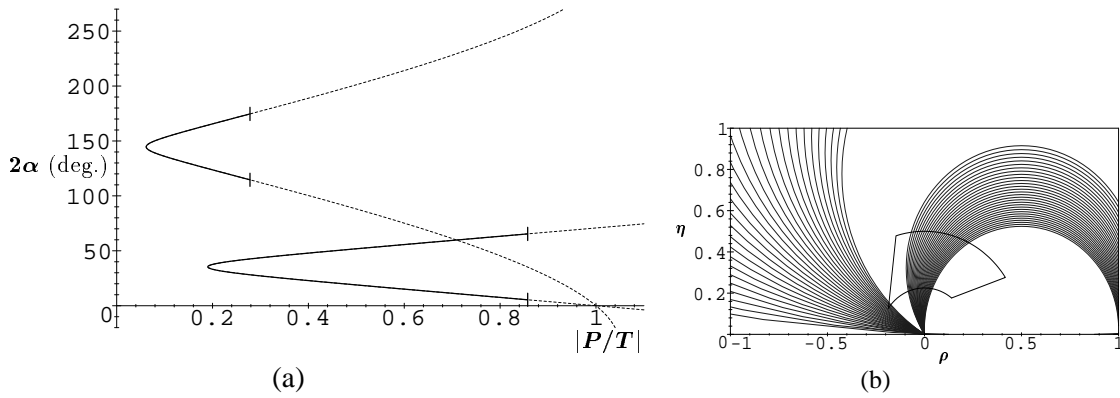


FIG. 1.5 – (a) L'inégalité $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq \Delta$ représentée dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$, pour le scénario II (voir l'annexe A) et $\Delta = 30^\circ$ (courbe en trait plein délimitée par les tirets verticaux). (b) La même inégalité dans le plan (ρ, η) , obtenue en traçant le cercle (1.69) pour 2α variant dans l'intervalle $[2\alpha_{\text{eff}} - \Delta, 2\alpha_{\text{eff}} + \Delta]$. Les deux familles de cercles correspondent aux deux signes possibles pour $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$. La couronne circulaire correspond au domaine permis par les contraintes du Modèle Standard début 1998 [107].

indiqué, il peut arriver en pratique que l'expérience ne donne qu'une limite supérieure sur les canaux $\pi^0\pi^0$ et $K^0\bar{K}^0$ qu'on attend très supprimés, auquel cas l'inégalité (1.66) sera certainement la plus contraignante.

Pour illustrer la discussion, on examine le cas $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}| \leq 30^\circ$, valeur typique des bornes reportées ci-dessus. La figure 1.5 montre le domaine permis par une telle contrainte dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$, et le plan (ρ, η) . On trouve ce dernier en traçant le cercle défini par l'équation $2\alpha = c^{\text{te}}$, donné par

$$\left(\rho - \frac{1}{2}\right)^2 + \left[\eta - \frac{\sin 2\alpha}{2(1 - \cos 2\alpha)}\right]^2 = \frac{1}{2(1 - \cos 2\alpha)}. \quad (1.69)$$

On obtient une famille de cercles en faisant varier 2α dans l'intervalle $[2\alpha_{\text{eff}} - 30^\circ, 2\alpha_{\text{eff}} + 30^\circ]$, conformément à l'inégalité.

Soulignons l'importance de l'information fournie par les inégalités (1.56), (1.58), (1.62), et (1.66). Même s'il est probable que l'erreur théorique sur l'angle α déterminée

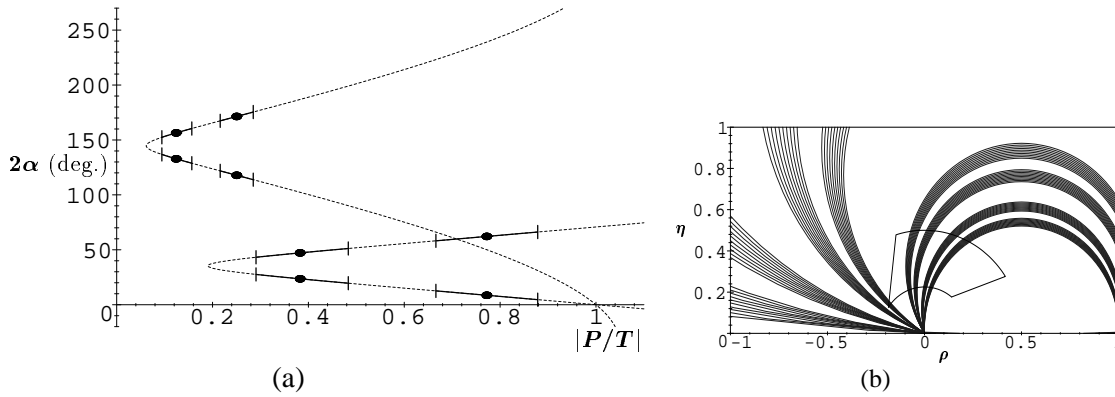


FIG. 1.6 – Les huit solutions de l’analyse d’isospin de Gronau-London, pour le scénario II (voir l’annexe A). (a) Dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$: les points représentent les valeurs centrales obtenues de (1.73)-(1.75). Quand on prend en compte une erreur théorique de $\pm 4^\circ$ autour de ces points à cause de la contribution des pingouins électrofaibles (voir § 1.3.2), 2α varie sur les courbes en trait plein délimitées par les tirets verticaux. (b) Le même domaine solution dans le plan (ρ, η) , obtenu en traçant le cercle (1.69) pour 2α variant dans les huit intervalles solution de l’analyse d’isospin. La couronne circulaire correspond au domaine permis par les contraintes du Modèle Standard début 1998 [107].

par cette méthode peut être grande, elle reste bien définie et majorée par des arguments théoriques en lesquels on a une confiance raisonnable, ce qui est déjà beaucoup compte tenu de la difficulté du problème des pingouins.

Cependant, on aimerait aller plus loin, par exemple déterminer α directement plutôt que de majorer la différence $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$. On a vu pour cela qu’il « suffit » d’estimer l’un des paramètres hadroniques $|P/T|$, $|P|$, R_P/R_T ou R_P . Du point de vue de la théorie, c’est très difficile avec les connaissances actuelles. Les méthodes phénoménologiques, qui sont l’objet de la section suivante, semblent plus prometteuses.

1.3 Déterminer l’angle α

Les diverses stratégies pour extraire l’angle α sont nombreuses (voir la référence [1] et celles qui y sont citées). Des approximations très diverses ont été employées dans la littérature pour permettre de séparer la contribution des pingouins. Dans cette section, on ne retient que l’analyse d’isospin [43], la plus solide du point de vue théorique mais affectée par des problèmes techniques, et la méthode SU(3) proposée à l’origine par Fleischer et Mannel [46] et améliorée dans [1].

1.3.1 L’analyse d’isospin

Dans la limite des hypothèses 1 et 4, c’est-à-dire symétrie d’isospin et contribution négligeable des pingouins électrofaibles, Gronau et London [43] ont montré que l’angle α peut être déterminé à partir des largeurs de désintégration $B(\bar{B}) \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0, \pi^\pm\pi^0$

et de l'asymétrie CP dépendant du temps dans le canal $\pi^+ \pi^-$. Plutôt que de répéter la démonstration géométrique contenue dans l'article original [43], on donne ici la solution algébrique de l'analyse d'isospin et sa représentation dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$ [1], ce qui permet d'attirer l'attention sur l'importance du problème des ambiguïtés discrètes.

La première étape consiste à déterminer les angles Φ et $\bar{\Phi}$ définis par

$$\Phi \equiv \arg(A_{\pi^+\pi^0} A^*), \quad (1.70)$$

$$\bar{\Phi} \equiv \arg(\bar{A}_{\pi^-\pi^0} \bar{A}^*). \quad (1.71)$$

En effet, la symétrie d'isospin permet d'écrire les équations triangulaires (cf. (1.52)-(1.54))

$$\sqrt{2} A_{\pi^+\pi^0} = A + 2 A_{\pi^0\pi^0}, \quad \sqrt{2} \bar{A}_{\pi^-\pi^0} = \bar{A} + 2 \bar{A}_{\pi^0\pi^0}, \quad (1.72)$$

ce qui implique que l'on peut extraire Φ et $\bar{\Phi}$ des rapports d'embranchement uniquement :

$$\cos \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}|A||A_{\pi^+\pi^0}|} \left[\frac{1}{2}|A|^2 + |A_{\pi^+\pi^0}|^2 - |A_{\pi^0\pi^0}|^2 \right], \quad (1.73)$$

$$\cos \bar{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{2}|\bar{A}||\bar{A}_{\pi^-\pi^0}|} \left[\frac{1}{2}|\bar{A}|^2 + |\bar{A}_{\pi^-\pi^0}|^2 - |\bar{A}_{\pi^0\pi^0}|^2 \right]. \quad (1.74)$$

La deuxième étape néglige les pingouins électrofaibles, c'est-à-dire $P_{EW} = 0$ dans (1.54) ; dans ce cas on a simplement $\arg\left(\frac{q}{p}\bar{A}_{\pi^-\pi^0} A_{\pi^+\pi^0}^*\right) = 2\alpha$ et donc

$$2\alpha = 2\alpha_{\text{eff}} + \bar{\Phi} - \Phi \quad [\text{supposant 1 et 4.}] \quad (1.75)$$

On en conclut que la mesure des six rapports d'embranchement $B \rightarrow \pi\pi$ conduit aux angles Φ et $\bar{\Phi}$ — à une ambiguïté discrète d'ordre 4 près, correspondant aux quatre orientations possibles du triangle de Gronau-London [43] — grâce aux équations (1.73)-(1.74). Comme l'asymétrie CP dépendant du temps (1.8) donne l'angle $2\alpha_{\text{eff}}$ à une ambiguïté discrète d'ordre 2 près, on obtient de (1.75) l'angle 2α à une ambiguïté discrète d'ordre 8 près, comme le montre la figure 1.6 tracée dans le cadre du scénario II.

Avant de considérer la contribution des pingouins électrofaibles, insistons de nouveau sur le fait que $\sin 2\alpha$ n'est pas la variable adaptée au problème. On peut bien sûr représenter les huit solutions de l'analyse d'isospin dans le plan $(|P/T|, \sin 2\alpha)$, comme indiqué sur la figure 1.7.a. Maintenant si on « oublie » la figure 1.6 et reconstruit les solutions dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$ à partir des solutions dans le plan $(|P/T|, \sin 2\alpha)$, on obtient les seize points représentés sur la figure 1.7.b, parmi lesquels huit ne sont évidemment pas solution. À noter donc deux points importants: premièrement, l'analyse d'isospin admet dans le cas général huit solutions pour l'angle 2α . Deuxièmement, ces solutions s'expriment de manière naturelle en termes de 2α mais pas de $\sin 2\alpha$.

1.3.2 Les pingouins électrofaibles dans l'analyse d'isospin

L'analyse d'isospin standard néglige les pingouins électrofaibles, induits par un boson γ ou Z^0 , dont la contribution a été estimée négligeable dans le cadre de modèles [52, 53].

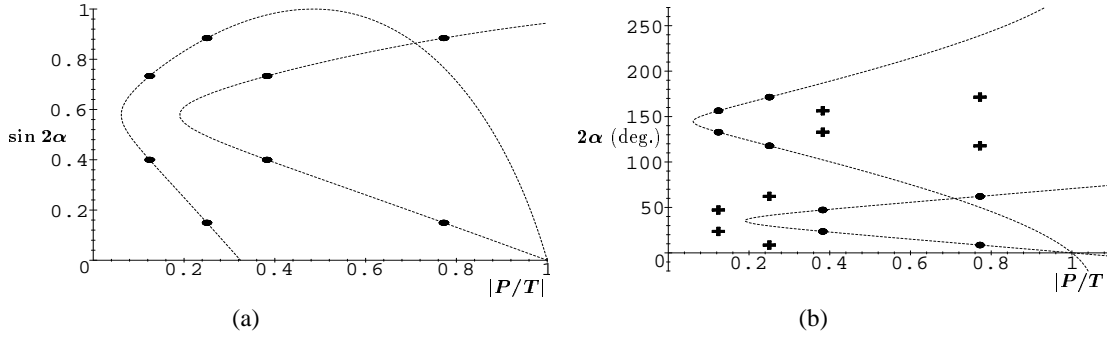


FIG. 1.7 – (a) Les huit solutions de l'analyse d'isospin dans le plan $(|P/T|, \sin 2\alpha)$, pour le scénario II. (b) Les solutions dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$ calculées par $\arcsin(\sin 2\alpha)$ et $\pi - \arcsin(\sin 2\alpha)$: la comparaison avec la figure 1.6 indique que les croix ne sont pas solution.

En fait on montre ici qu'on peut paramétrer de manière exacte ces corrections [1], et même les estimer quantitativement de manière quasi indépendante de modèle [63].

Lorsque $P_{EW} \neq 0$, il y a deux nouveaux paramètres pour décrire les amplitudes $B \rightarrow \pi\pi$, $\arg(P_{EW}T^*)$ et $|P_{EW}|$; d'un autre côté, on a accès en principe à une observable supplémentaire, l'asymétrie CP directe dans le canal $\pi^\pm\pi^0$:

$$a_{\text{dir}}^{\pi^\pm\pi^0} = \frac{\text{BR}(B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0) - \text{BR}(B^- \rightarrow \pi^-\pi^0)}{\text{BR}(B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0) + \text{BR}(B^- \rightarrow \pi^-\pi^0)} \quad (1.76)$$

qui s'annule quand $P_{EW} \rightarrow 0$. On utilise alors la technique générale de la section 1.1 pour exprimer l'angle α comme une fonction simple des observables de l'analyse d'isospin, l'asymétrie CP directe dans le canal $\pi^\pm\pi^0$ et le paramètre inconnu $|P_{EW}|$. En répétant la dérivation de (1.36), on trouve cette fois

$$\cos(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm\pi^0}) = \frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{\pi^\pm\pi^0}]^2}} \left[1 - \left(1 - \sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{\pi^\pm\pi^0}]^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm\pi^0} \right) \left| \frac{P_{EW}}{T_{\pi^+\pi^0}} \right|^2 \right] \quad (1.77)$$

où l'angle $2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm\pi^0}$, défini par $2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm\pi^0} \equiv \arg[\frac{q}{p}\bar{A}_{\pi^-\pi^0}A_{\pi^+\pi^0}^*]$, est la valeur de 2α quand $P_{EW} = 0$ (éq. (1.75)), c'est-à-dire

$$2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm\pi^0} = 2\alpha_{\text{eff}} + \bar{\Phi} - \Phi \quad [\text{supposant } 1]. \quad (1.78)$$

Les équations (1.77)-(1.78) décrivent l'écart à l'analyse d'isospin (1.75) généré par les pingouins électrofaibles. Comme cas particulier, on obtient l'inégalité

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm\pi^0}| \leq \arccos \left[1 - 2 \left| \frac{P_{EW}}{T_{\pi^+\pi^0}} \right|^2 \right] \sim 2 \left| \frac{P_{EW}}{T_{\pi^+\pi^0}} \right| \quad (1.79)$$

dérivée dans la référence [52]. Pour déterminer α de (1.77)-(1.78), il reste à estimer le rapport $|P_{EW}/T_{\pi^+\pi^0}|$. Alternativement, sans faire d'autre hypothèse que la symétrie d'isospin, on peut simplement tracer 2α en fonction du paramètre $|P_{EW}/T_{\pi^+\pi^0}|$, ce qui conduit

dans le cas général à huit branches de la forme \sphericalangle dans le plan $(|P_{EW}/T_{\pi^+\pi^0}|, 2\alpha)$, semblables à celles de la figure 1.1.

Très récemment plusieurs auteurs [63] ont remarqué une relation très simple entre les parties $\Delta I = 3/2$ de l'amplitude pingouin électrofaible et de l'amplitude en arbre, c'est-à-dire précisément entre P_{EW} et $T_{\pi^+\pi^0}$. Dans le langage de l'hamiltonien effectif $\Delta B = 1$ [15, 16], l'amplitude P_{EW} dépend des éléments de matrice des opérateurs O_7, O_8, O_9 et O_{10} , et $T_{\pi^+\pi^0}$ des éléments de matrice O_1^u et O_2^u ¹³. Il se trouve que les coefficients de Wilson c_7 et c_8 correspondant aux opérateurs O_7 et O_8 sont très petits par rapport à c_9 et c_{10} . Dans la limite où on néglige la contribution des opérateurs O_7 et O_8 ¹⁴, P_{EW} s'exprime exactement en fonction de $T_{\pi^+\pi^0}$ [63]:

$$\frac{P_{EW}}{T_{\pi^+\pi^0}} \simeq \frac{3 c_9 + c_{10}}{2 c_1 + c_2} \left| \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right| = - (1.31 \pm 0.15) \times 10^{-2} \times \left| \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right|, \quad (1.80)$$

où la valeur numérique du rapport des coefficients de Wilson et son erreur théorique a été estimée des références [15, 16], après considération de la dépendance résiduelle par rapport à l'échelle et au schéma de renormalisation et de la non prise en compte de c_7 et c_8 . À noter que la relation (1.80) prédit qu'il n'y a pas de violation directe de CP dans le canal $\pi^\pm \pi^0$, $a_{dir}^{\pi^\pm \pi^0} = 0$, parce que le rapport $P_{EW}/T_{\pi^+\pi^0}$ est réel. L'expérience peut en principe confirmer ou infirmer cette prédiction.

Revenons à l'analyse d'isospin: la construction standard de Gronau-London conduit à la détermination de l'angle $2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm \pi^0}$, à une ambiguïté d'ordre 8 près, grâce à (1.73), (1.74) et (1.78). De (1.77) et (1.80), on en déduit d'abord seize solutions possibles pour 2α . En fait, la moitié d'entre elles correspondent à un rapport $P_{EW}/T_{\pi^+\pi^-}$ de signe opposé à celui donné par (1.80). Autrement dit, la relation (1.80) prédit le signe de la différence $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{\pi^\pm \pi^0}$, et il ne reste que huit solutions possibles pour l'angle 2α .

Afin d'éviter de connaître précisément le rapport CKM $|V_{td}/V_{ub}^*|$ pour le reporter dans (1.80), on peut écrire directement une équation dans le plan (ρ, η) , à la manière de l'équation (1.47). Au vu de la petitesse du rapport (1.80), il s'agit là néanmoins d'un raffinement mineur.

Sur le plan du principe, on peut donc déterminer l'angle 2α par l'analyse d'isospin même en présence des pingouins électrofaibles, l'effet de ces derniers se résumant à décaler les solutions en 2α d'une quantité de l'ordre de 4° ¹⁵. Compte tenu des approximations faites, il vaut mieux voir l'équation (1.80) comme une estimation indépendante de modèle de l'erreur due aux pingouins électrofaibles, plutôt que comme une détermination exacte des solutions. Pour illustration, la valeur de 4° a été reportée sur la figure 1.6.

La figure 1.6 montre clairement le handicap lié au nombre élevé de solutions de l'analyse d'isospin: il suffit d'une petite erreur, qu'elle soit d'origine théorique comme celle, due aux pingouins électrofaibles, qu'on a prise en compte sur la figure, ou qu'elle soit

13. Les opérateurs O_1^c et O_2^c ne contribuent qu'à l'amplitude $\Delta I = 1/2$.

14. Il faut évidemment admettre que les éléments de matrice de $O_{7,8}$ ne sont pas anormalement grands par rapport à ceux de $O_{9,10}$, ce qui pourrait éventuellement compenser la petitesse de $c_{7,8}/c_{9,10}$. Cette hypothèse est effectivement vérifiée par l'approximation de factorisation (cf. annexe A).

15. On prend $|V_{td}/V_{ub}^*| \sim 2.7$, valeur prise par ce rapport au centre du domaine permis pour (ρ, η) en 1998 [104].

d'origine expérimentale qu'on a ici négligée, pour que les différents domaines solution aient tendance à fusionner. Ce n'est pas surprenant *a posteriori* : en effet les quatre solutions correspondant à un signe donné de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$ deviennent dégénérées dans la limite de pingouin nul, puisqu'elles forment alors la solution de $2\alpha = c^{\text{te}}$, c'est-à-dire un cercle. Dans le cas général, la séparation du quadruplet de ces solutions reste relativement faible à moins que les pingouins ne soient véritablement gigantesques. Il faut donc mesurer avec une très grande précision les différentes observables pour pouvoir obtenir une information exploitable. Ce phénomène est particulièrement critique quand on sait que, comme on l'a déjà indiqué, les modèles théoriques prédisent une suppression du mode $\pi^0\pi^0$ qui est malheureusement essentiel à l'analyse. Pour pouvoir lever ces ambiguïtés, il faudrait considérer l'asymétrie *CP* dépendant du temps dans $B \rightarrow \pi^0\pi^0$, mesure improbable pour les valeurs de rapport d'embranchement couramment admises : on montre facilement que cela ne laisserait que deux solutions pour 2α . En conclusion, et sauf si la statistique se révèle bien plus favorable que prévu, l'intérêt de l'analyse d'isospin se limite donc à son principe théorique : les inégalités (1.56) et (1.58) peuvent s'avérer plus simples et plus utiles.

1.3.3 L'analyse SU(3)

Au vu des difficultés techniques de l'analyse d'isospin, il est souhaitable de trouver des alternatives. Ici, on se propose de montrer à l'aide d'un exemple explicite que l'estimation de l'un des paramètres $|P/T|$, $|P|$, $\sqrt{R_P}$ ou $\sqrt{R_P/R_T}$ avec une précision de 30 % permet de remonter à l'angle α (plus exactement à un certain domaine dans le plan (ρ, η)) avec une erreur raisonnable. Comme on ne connaît pas de moyen d'obtenir ces paramètres directement de la théorie, on cherche à les extraire de la phénoménologie.

La méthode choisie ici généralise celle proposée par Fleischer et Mannel [46]. Sous certaines approximations, détaillées ci-dessous, cette dernière détermine en fait le rapport $|P/T|$. Cependant certaines hypothèses faites à l'origine ne sont pas nécessaires :

- Fleischer et Mannel développent au premier ordre en $|P/T|$. On a vu que les équations (1.36)-(1.40) sont exactes, on n'a donc pas besoin d'utiliser un développement limité ;
- ils déterminent $|P|$ de $\mathcal{B}_{K^0\pi^+}$ (voir ci-dessous) et $|T|$ de $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}$, ce dernier point négligeant le diagramme «supprimé de couleur», c'est-à-dire l'amplitude $T_{\pi^0\pi^0}$ dans l'équation (1.51). En fait, une fois que $|P|$ (ou R_P) est connu, on exploite (1.38) (ou (1.48)) sans avoir besoin de $|T|$;
- ils supposent connu le rapport $|V_{td}/V_{ub}^*|$. Pour éviter cette hypothèse il suffit d'exprimer le problème directement dans le plan (ρ, η) (cf. § 1.1.6).

La généralisation de l'analyse de Fleischer-Mannel proposée dans [1] et rediscutée ci-dessous a donc trois avantages. Premièrement, ne s'appuyant pas sur un développement limité, elle s'applique en principe dans le cas où les pingouins sont grands. Deuxièmement, elle ne nécessite pas la mesure de $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}$, et évite une approximation mal définie

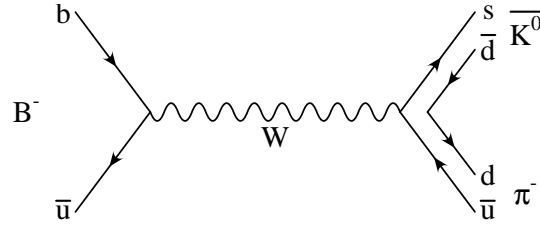


FIG. 1.8 – $B^+ \rightarrow K^0 \pi^+$: diagramme d'annihilation en arbre (\sim amplitude M_a). Il est négligé dans l'hypothèse 5, sous l'argument qu'il est proportionnel à $f_B f^{K\pi} (m_B^2)$, produit d'une constante de désintégration par un facteur de forme $K \rightarrow \pi$ à grand q^2 , dans l'approximation de factorisation ; de plus, il contribue ici avec un facteur qui s'annule dans la limite $SU(3)$ du fait de la conservation du courant. Il s'agit cependant d'une estimation « courte-distance », éventuellement mise en défaut par les interactions « longue-distance » entre le K et le π .

concernant ce canal. Troisièmement, elle n'a pas besoin de la connaissance du rapport des côtés du Triangle d'Unitarité, qui est très mal connu.

Suivant Fleischer et Mannel, en supplément de certaines des hypothèses déjà rencontrées dans les sections précédentes et que l'on va réutiliser ici, on suppose que les pingouins du type c et t dominent complètement l'amplitude $B^+ \rightarrow K^0 \pi^+$, ce qui permet de « mesurer » directement le module de l'amplitude pingouin :

- contribution « en arbre » négligeable dans le canal $B^\pm \rightarrow K \pi^\pm$, c'est-à-dire $T_{K^0 \pi^+} = 0$ dans l'équation (1.19) (hypothèse 5). En termes diagrammatiques, on peut écrire $T_{K^0 \pi^+} = |V_{us} V_{ub}^*| (M_a + M_u - M_t)$ et $P_{K^0 \pi^+} = |V_{cs} V_{cb}^*| (M_c - M_t)$, où M_a est du type annihilation (cf. figure 1.8) et M_u (resp. M_c resp. M_t) est du type pingouin u (resp. c resp. t). $T_{K^0 \pi^+}$ est supprimé par le facteur $|V_{us} V_{ub}^*| / |V_{cs} V_{cb}^*| \sim 2 \times 10^{-2}$ par rapport à l'amplitude dominante $P_{K^0 \pi^+}$. On a donc certainement $|V_{us} V_{ub}^*| |M_u - M_t| \ll |V_{cs} V_{cb}^*| |M_c - M_t|$. En ce qui concerne M_a , on admet souvent que les processus du type annihilation sont négligeables (suppression de facteur de forme dans l'approximation de factorisation) [45], ce qui permet finalement d'écrire $|P_{K^0 \pi^+}|^2 = \mathcal{B}_{K^0 \pi^+}$.

Il reste à supposer la symétrie $SU(3)$ et à négliger les pingouins électrofaibles et les pingouins supprimés par la règle OZI, pour écrire

$$|P| = \left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right| \times |P_{K^+ \pi^-}| = \left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right| \times |P_{K^0 \pi^+}| \quad [\text{supposant 2, 3 et 4}]. \quad (1.81)$$

Reportant l'équation (1.81) dans (1.11) on en déduit le paramètre R_P défini par (1.46) :

$$R_P \equiv |\lambda V_{cb}|^2 \frac{|M^{(t)}|^2}{\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}} = \lambda^2 \frac{\mathcal{B}_{K^0 \pi^+}}{\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}} \quad [\text{supposant 2, 3, 4 et 5}]. \quad (1.82)$$

Avant d'exploiter cette détermination de R_P dans l'équation (1.48), discutons brièvement les hypothèses sous-jacentes.

Il est clair que l'hypothèse 5 est beaucoup plus fragile que celles que l'on a pu faire jusqu'à présent. En particulier, elle implique une relation non triviale entre les phases d'interaction dans l'état final [64]. Autrement dit, les effets d'interaction forte au niveau hadronique entre le kaon et le pion peuvent renforcer considérablement l'amplitude M_a ou M_u [61] et invalider l'approximation 5. Ce sujet a été beaucoup étudié ces deux dernières années, notamment à propos de la borne de Fleischer-Mannel sur $\sin^2 \gamma < \mathcal{B}_{K^+\pi^-} / \mathcal{B}_{K^0\pi^+}$ [62]. Divers auteurs ont élaboré des modèles d'interaction dans l'état final pour quantifier les écarts à l'approximation ci-dessus. Pour résumer la situation, devenue très technique, disons simplement que l'équation (1.82) ne semble que peu sensible aux phénomènes de rediffusion hadronique¹⁶.

Les pingouins électrofaibles posent potentiellement un autre problème : en effet l'amplitude correspondante est ici « favorisée de couleur » ; dans le modèle de factorisation, on trouve typiquement que $|P_{K^+\pi^-}|$ peut différer de $|P_{K^0\pi^+}|$ de 20 à 30 % [60]. Cependant si la factorisation, comme c'est probable, sous-estime les pingouins gluoniques, on peut s'attendre à ce qu'elle donne le bon ordre de grandeur dans le cas des pingouins électrofaibles, essentiellement dominés par la contribution du top et donc de type « courte distance ». On s'attend donc grossièrement à ce que les effets non perturbatifs aillent dans le sens de *diminuer* la contribution des pingouins faibles par rapport aux pingouins forts.

Enfin, il y a l'hypothèse de la symétrie SU(3). Comme on l'a déjà indiqué, les corrections « factorisables » sont typiquement de l'ordre de $|f_K - f_\pi|/f_\pi \sim 23\%$, alors que les autres restent inconnues.

On ne tente pas ici d'estimer précisément l'erreur théorique liée à (1.82). D'ici à ce que la violation de CP soit observée dans les désintégrations des mésons B, l'information phénoménologique sur les modes rares sera beaucoup plus riche, et les aller-retour entre théorie et expérience devraient permettre de dégager un consensus sur les modèles hadroniques éventuellement capables de décrire un grand nombre de données¹⁷. On peut alors espérer donner un sens plus profond à l'équation (1.82).

Tout l'un dans l'autre, on considère une situation explicite, le scénario II, autorisant respectivement des corrections à l'équation (1.82) de l'ordre de 30 et 60 % au niveau des amplitudes, valeurs *a priori* très généreuses. On résout (1.48) dans le plan (ρ, η) , avec R_P déterminé de (1.82) : la figure 1.9 montre le domaine permis résultant. On constate que le cas où la précision sur le paramètre $\sqrt{R_P}$ est de l'ordre de 30 % est prometteur, dans le sens que l'information dans le plan (ρ, η) est compétitive avec ce que donnerait l'analyse d'isospin — comparer les figures 1.9.a et 1.6.b, cette dernière étant beaucoup plus difficile du point de vue expérimental. Cette conclusion est tout à fait générale, et montre toute la puissance de la description à un paramètre des pingouins proposée dans la section 1.1 : que l'on trouve une méthode, comme celle que l'on vient d'exposer, conduisant à la détermination du paramètre $\sqrt{R_P}$ — ou de manière équivalente $|P/T|$, $|P|$, $\sqrt{R_P}/R_T$ — avec une précision contrôlée de l'ordre de 30 % ou mieux, et l'information apportée par

16. au contraire de la borne de Fleischer-Mannel qui résulte d'un mécanisme fin d'interférence entre amplitudes en arbre et pingouin, et qui n'est non triviale que si $\mathcal{B}_{K^+\pi^-} / \mathcal{B}_{K^0\pi^+} < 1$.

17. Par exemple, les modes $K^0\bar{K}^0$ et K^+K^- peuvent aider à étudier le domaine de validité de l'hypothèse 5 [65, 66].

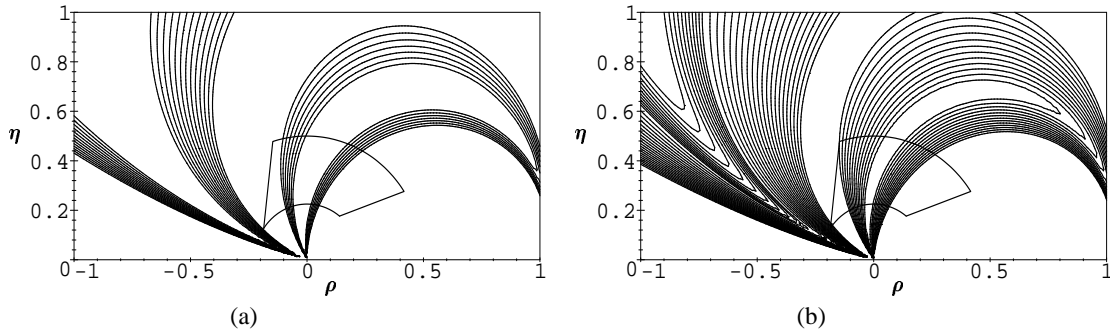


FIG. 1.9 – Les solutions de l'équation polynomiale de degré 4 (1.48) dans le plan (ρ, η) , pour le scénario II (voir l'annexe A) et $R_P = \lambda^2 \mathcal{B}_{K^0\pi^+} / \mathcal{B}_{\pi^+\pi^-} = 0.061$. De manière assez arbitraire, on a autorisé une certaine incertitude relative sur R_P dans (1.82) : respectivement 30 % (a) et 60 % (b), au niveau des amplitudes. Il y a quatre famille de contours, ce qui correspond aux deux signes possibles pour $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$, et à l'ambiguïté du cosinus dans (1.38), qui se retrouve « cachée » dans le polynôme (1.48). La couronne circulaire correspond au domaine permis par les contraintes du Modèle Standard début 1998 [107].

la violation de CP dans le canal $\pi^+\pi^-$ peut être reportée dans le plan (ρ, η) , définissant ainsi un domaine permis de taille raisonnable.

Conclusion

On a montré qu'en présence de contributions des diagrammes pingouins, l'information sur l'angle α contenue dans l'asymétrie CP dépendant du temps du canal $B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-$ peut être résumée dans un système d'équations simples, exprimant α comme une fonction multivaluée d'un unique paramètre théorique inconnu. Ces équations, libres de toute hypothèse ou approximation autre que le Modèle Standard, fournissent par elles-mêmes une interprétation exacte et indépendante de modèle des futures expériences de violation de la symétrie CP . En particulier, toutes les informations expérimentales et théoriques sur l'angle α et les pingouins peuvent être synthétisées dans le plan $(|P/T|, 2\alpha)$.

L'inconnue qui reste à déterminer de la théorie ou de la phénoménologie, peut être mise sous la forme d'une quantité purement hadronique. Dans ce cas, on exprime les équations directement dans le plan (ρ, η) , grâce à l'unitarité de la matrice CKM qui prédit des relations entre les angles violant CP et les côtés conservant CP du Triangle d'Unitarité. Quel que soit le choix de l'inconnue, comme par exemple le rapport des éléments de matrice pingouin/arbre, ce paramètre non-perturbatif inévitable constitue en quelque sorte le pendant de B_K dans le système des kaons, ce dernier permettant de reporter en termes d'un contour dans le plan (ρ, η) la mesure de l'asymétrie ϵ_K . Cependant le rapport $|P/T|$ est une quantité dynamiquement beaucoup plus compliquée que ϵ_K , qu'il est *a priori* très difficile d'obtenir par les méthodes fondamentales basées sur QCD.

Pour exploiter pleinement ces équations analytiques, on a supposé des hypothèses

raisonnables pour contraindre le paramètre libre. Des bornes supérieures sur l'erreur induite par les pingouins, qui prend la forme de la différence $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$, sont dérivées de cette manière, généralisant ainsi le résultat de Grossmann et Quinn [55]. L'une de ces inégalités dépend du rapport $\lambda^2 \mathcal{B}_{K^+\pi^-} / \mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$, que les expériences en cours devraient mesurer très bientôt.

Si l'on accepte de faire des hypothèses moins conservatives mais néanmoins plausibles, des contraintes plus fortes sur l'angle α peuvent être obtenues. Par exemple dans la limite où on néglige les diagrammes dans la voie d'annihilation et les pingouins électro-faibles, et supposant la symétrie SU(3) de saveur, la mesure du rapport d'embranchement de $B^\pm \rightarrow K\pi^\pm$ — indépendamment de toute autre mesure — suffit à déterminer l'inconnue théorique. Des corrections de l'ordre de 30 % (au niveau des amplitudes) à ces approximations n'invalident pas la méthode, qui conduit à un domaine permis dans le plan (ρ, η) relativement petit. Plus généralement, déterminer une quantité proportionnelle au module de l'amplitude pingouin avec une précision comparable constitue une alternative prometteuse à l'analyse d'isospin, car cette dernière est affectée par une ambiguïté discrète d'ordre plus élevé et est plus difficile du point de vue expérimental.

En conclusion, on s'attend à ce que l'erreur théorique sur l'angle α extrait du canal $\pi^+\pi^-$ soit importante, mais reste contrôlée par des arguments théoriques raisonnables. On peut alors songer à considérer l'ensemble des différentes stratégies pour estimer la contribution des pingouins, vérifier leur compatibilité, et en cas de succès les combiner de manière à contraindre α plus fortement. Si le problème de savoir comment accomplir cette tâche en pratique va bien au-delà de l'objectif de ce chapitre, remarquons que la description en terme d'un unique paramètre, et plus particulièrement le plan $(|P/T|, 2\alpha)$, lui fournit un cadre théorique bien défini.

Chapitre 2

Le canal $B \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

Introduction

N'importe quelle désintégration hadronique d'un méson B^0 générée au niveau des quarks par la transition $b \rightarrow u$ contient *a priori* de l'information sur l'angle α . Parmi les nombreuses possibilités, on s'intéresse généralement à celles qui font intervenir des particules dont les propriétés sont bien connues, et pour lesquelles l'efficacité de détection est bonne. Outre le canal « standard » $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$ que l'on a discuté en détail dans le chapitre 1, Aleksan *et al.* [57] ont montré qu'en l'absence de pingouin, on peut en principe extraire α de l'asymétrie CP dépendant du temps dans les désintégrations $B \rightarrow \rho\pi, \rho\rho, a_1\pi, \dots$. Mieux, l'exploitation de l'espace des phases, non trivial pour ces désintégrations « multi-pions », fournit de nouvelles observables CP -paires et CP -impaires dépendant de l'angle CKM. En ce qui concerne la désintégration $B \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi\pi\pi$, Quinn et Snyder [58] ont proposé d'utiliser la paramétrisation *à la* Breit-Wigner de l'amplitude forte de seconde étape $\rho \rightarrow \pi\pi$, pour extraire les modules et phases des amplitudes faibles de première étape $B \rightarrow \rho\pi$, grâce aux phénomènes d'interférences entre les résonances ρ de différentes charges. Pour accomplir cette tâche, il faut bien entendu mesurer point par point la distribution des événements dans le diagramme de Dalitz des trois pions de l'état final, ce qui nécessite une statistique importante, compte tenu des rapports d'embranchement attendus ($\mathcal{O}(10^{-5})$). D'autre part, pour avoir accès à la violation de CP induite par le mélange $B^0 - \bar{B}^0$, la dépendance temporelle doit également être prise en compte.

Sur le plan théorique, les avantages de cette analyse sont multiples :

- grâce aux contraintes imposées par la symétrie d'isospin, l'angle α peut être déterminé même en présence de pingouins gluoniques, dans la limite où l'on néglige la contribution des pingouins électrofaibles. De plus, contrairement au cas du canal $B \rightarrow \pi\pi$ la désintégration $B^0(t) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ suffit pour cela, sans avoir besoin des canaux chargés — même si la prise en compte de ces derniers dans l'analyse donne des informations supplémentaires [59, 118, 11] ;
- dans le cas général, l'angle 2α solution de l'analyse d'isospin n'est pas affecté par des ambiguïtés discrètes. De ce point de vue, la situation est bien plus favorable que dans le cas de $B \rightarrow \pi\pi$;

- l'analyse d'isospin détermine également sans ambiguïté les amplitudes arbre et pingouin de type T et P . Ces mesures contribuent à améliorer notre connaissance de la dynamique des désintégrations non-leptoniques, et donnent des contraintes sur les modèles hadroniques susceptibles de la décrire.

Ce chapitre vise à résumer une partie des références [14, chapitre 6] et [11], qui discutent la faisabilité de l'analyse du canal $B \rightarrow \pi\pi\pi$ dans un cadre théorique et expérimental réaliste, correspondant aux conditions attendues à BABAR. Dans la section 2.1, on décrit le principe de base de la méthode de Quinn-Snyder, et on s'intéresse plus précisément aux incertitudes théoriques sous-jacentes ; en particulier, on prend en compte les pingouins électrofaibles de manière quasi exacte, par analogie avec le cas déjà traité du canal de désintégration en deux pions. Dans la section 2.2, on considère la situation où les événements $\rho^0\pi^0$ sont trop rares pour apporter une information exploitable ; dans ce cas l'analyse d'isospin pour éliminer les pingouins ne peut être faite, et on propose de majorer leur contribution par l'étude des modes $K^*\pi$ et $K\rho$. Dans la section 2.3, un exemple concret d'analyse est donné. Enfin dans l'annexe A, les amplitudes correspondant aux désintégrations étudiées sont estimées dans le cadre de deux scénarios.

Contrairement au précédent, ce chapitre n'est pas complet, dans la mesure où l'étude sur laquelle il s'appuie se poursuit actuellement. Enfin, il faut souligner qu'on ne discute pas du tout ici de l'important travail d'analyse qui a été accompli dans le cadre de BABAR. Renvoyons aux références [14, chapitre 6] et [59, 118, 11] pour tous les détails.

2.1 L'analyse complète

2.1.1 Principe : le cas idéal

Dans ce qui suit, on suppose que la contribution résonante du $\rho(770)$ domine la désintégration $B \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Pour justifier cette hypothèse, certaines coupures doivent être faites dans le diagramme de Dalitz pour isoler la « bonne » région. De plus, on décrit la désintégration forte du ρ par une amplitude du type Breit-Wigner, ce qui constitue une bonne approximation sauf éventuellement trop loin de la position du pôle de la résonance. Les corrections à ces hypothèses sont brièvement discutées plus loin (§ 2.1.2).

Il y a donc trois « chemins » pour arriver à l'état final $\pi^+\pi^-\pi^0$, qui sont $B \rightarrow \rho^+\pi^-$, $B \rightarrow \rho^-\pi^+$ et $B \rightarrow \rho^0\pi^0$. La clef de l'argumentation qui suit repose sur l'existence d'*interférences* entre ces trois chemins, interférences qui sont dues à la largeur importante du ρ en deux pions. Ce sont ces interférences qui permettent d'accéder à la mesure de certaines *phases*, à la fois celles qui sont CP -paires et celles qui sont CP -impaires.

Pour décrire la désintégration résonante en trois corps, on la décompose en deux étapes :

$$B \rightarrow \rho\pi \quad \text{puis} \quad \rho\pi \rightarrow \pi\pi\pi. \quad (2.1)$$

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent (éq. (1.11)), les amplitudes faibles de la

première étape sont écrites de manière très générale, dans le cadre du Modèle Standard :

$$\begin{aligned}
A(B^0 \rightarrow \rho^+ \pi^-) &\equiv A^{+-} = e^{+i\gamma} T^{+-} + e^{-i\beta} P^{+-} , \\
A(B^0 \rightarrow \rho^- \pi^+) &\equiv A^{-+} = e^{+i\gamma} T^{-+} + e^{-i\beta} P^{-+} , \\
A(B^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0) &\equiv A^{00} = e^{+i\gamma} T^{00} + e^{-i\beta} P^{00} , \\
A(\overline{B}^0 \rightarrow \rho^+ \pi^-) &\equiv \overline{A}^{+-} = e^{-i\gamma} T^{-+} + e^{+i\beta} P^{-+} , \\
A(\overline{B}^0 \rightarrow \rho^- \pi^+) &\equiv \overline{A}^{-+} = e^{-i\gamma} T^{+-} + e^{+i\beta} P^{+-} , \\
A(\overline{B}^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0) &\equiv \overline{A}^{00} = e^{-i\gamma} T^{00} + e^{+i\beta} P^{00} .
\end{aligned} \tag{2.2}$$

À des rotations angulaires triviales près, l'espace des phases à trois corps est donné par deux variables indépendantes, pour lesquelles on peut choisir les coordonnées du diagramme de Dalitz :

$$s^+ = (p_{\pi^+} + p_{\pi^0})^2, \quad s^- = (p_{\pi^-} + p_{\pi^0})^2, \quad s^0 = (p_{\pi^+} + p_{\pi^-})^2, \tag{2.3}$$

où la relation

$$s^0 = m_B^2 + 3m_\pi^2 - (s^+ + s^-) \tag{2.4}$$

confirme qu'il n'y a effectivement que deux variables indépendantes, par exemple s^+ et s^- . L'amplitude forte $\rho^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ est écrite sous la forme d'une simple Breit-Wigner

$$f(s^+, s^0) = \frac{m_\rho \sqrt{8\pi} \Gamma_\rho / p^*}{s^+ - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho} \sqrt{3} \cos \theta^*(s^+, s^0), \tag{2.5}$$

où Γ_ρ est la largeur du ρ , p^* l'impulsion des pions dans le repère du centre de masse du ρ et θ^* l'angle dans le repère du ρ entre l'impulsion du π^+ et la ligne de vol du ρ , explicitement donné par

$$\begin{aligned}
\cos \theta^*(s^+, s^0) &= \frac{2E_2^* E_3^* + 2m_\pi^2 - s^0}{2\sqrt{(E_2^{*2} - m_\pi^2)(E_3^{*2} - m_\pi^2)}} \\
E_2^* &= \frac{\sqrt{s^+}}{2}, \quad E_3^* = \frac{m_B^2 - s^+ - m_\pi^2}{2\sqrt{s^+}}.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

La dépendance en $\cos \theta^*$, qui découle de l'hélicité nulle du ρ ($\propto Y_1^0(\theta^*, \varphi = 0)$) due à la conservation du moment cinétique, augmente la distribution des événements dans les coins du diagramme de Dalitz [58], une caractéristique bienvenue pour ce qui est de mesurer les effets d'interférence.

La normalisation de l'amplitude de Breit-Wigner est telle que dans la limite de largeur nulle, $\Gamma_\rho \rightarrow 0$, la largeur de désintégration en trois pions se réduise à la largeur en $\rho\pi$. Il faut noter que seul le résidu au pôle de l'amplitude de Breit-Wigner est défini de manière non ambiguë, divers choix étant possibles concernant la forme précise de cette fonction. Bien sûr il faut quantifier l'incertitude systématique due à cette ambiguïté [59, 118, II]¹.

1. Les références [14, chapitre 6] et [59, 118, II] prennent en compte une paramétrisation de l'amplitude de Breit-Wigner plus physique.

Revenons à la désintégration en trois corps. Dans le cadre des hypothèses considérées, l'amplitude $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ pour un état B^0 pur s'écrit

$$\mathcal{A}(s^+, s^-) = A^{+-}f(s^+, s^0) + A^{-+}f(s^-, s^+) + A^{00}f(s^0, s^+), \quad (2.7)$$

et pour un \overline{B}^0

$$\overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-) = \overline{A}^{+-}f(s^+, s^0) + \overline{A}^{-+}f(s^-, s^+) + \overline{A}^{00}f(s^0, s^+). \quad (2.8)$$

On en déduit l'amplitude au carré dépendant du temps d'un état oscillant $B^0(t)$ reconnu comme un B^0 au temps $t = 0$ (le facteur $e^{-\Gamma t}$ est sous-entendu) :

$$|A(s^+, s^-; t)|^2 = \frac{1}{2} \left[G_0(s^+, s^-) + G_c(s^+, s^-) \cos \Delta m t - G_s(s^+, s^-) \sin \Delta m t \right], \quad (2.9)$$

avec

$$G_0(s^+, s^-) = |\mathcal{A}(s^+, s^-)|^2 + |\overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-)|^2, \quad (2.10)$$

$$G_c(s^+, s^-) = |\mathcal{A}(s^+, s^-)|^2 - |\overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-)|^2, \quad (2.11)$$

$$G_s(s^+, s^-) = 2\text{Im} \left[\frac{q}{p} \overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-) \mathcal{A}^*(s^+, s^-) \right], \quad (2.12)$$

et $q/p = e^{-2i\beta}$ dans la convention de phase de Wolfenstein [7] que l'on utilise ici.

De l'inspection des expressions ci-dessus, il apparaît que la mesure de la distribution des événements dans le diagramme de Dalitz dépendant du temps des trois pions, c'est-à-dire de $|A(s^+, s^-; t)|^2$ comme fonction de s^+ , s^- et t , conduit à l'extraction des modules et phases relatives des six amplitudes « à deux corps » A^{+-} , A^{-+} , A^{00} , \overline{A}^{+-} , \overline{A}^{-+} et \overline{A}^{00} , sans ambiguïté discrète dans le cas général. On exploite ici le fait que la forme cinématique de la dépendance en (s^+, s^-) — que l'on a supposée être contenue entièrement dans les amplitudes de Breit-Wigner — est bien connue (éq. (2.5)), et que non seulement la partie réelle, mais aussi la partie imaginaire de ces amplitudes contribuent significativement. Cette analyse fournit donc onze observables — l'origine des phases des amplitudes étant arbitraire — dont la largeur totale de désintégration.

Pour déterminer l'angle α de ces onze observables, il faut faire une hypothèse additionnelle parce que le Modèle Standard décrit les amplitudes A^{ij} avec les douze paramètres que sont les T^{ij} , P^{ij} et α (éq. (2.2)). Cette contrainte théorique supplémentaire vient de la symétrie d'isospin de l'interaction forte, dans la limite où l'on peut également négliger la contribution des pingouins électrofaibles. En effet les pingouins gluoniques étant des processus $\Delta I = 1/2$ on a une relation supplémentaire dans les équations (2.2) [54],

$$P^{00} = -\frac{1}{2}(P^{+-} + P^{-+}), \quad (2.13)$$

qui réduit le nombre de paramètres théoriques indépendants de douze à dix. Un ajustement à neuf paramètres de la forme fonctionnelle (2.9) permet donc d'extraire l'angle α d'une part, et les amplitudes en arbre et pingouin T^{+-} , T^{-+} , T^{00} , P^{+-} et P^{-+} d'autre part, la normalisation globale étant fixée séparément par la largeur totale de désintégration. Répétons que dans le cas général — c'est-à-dire pour une statistique infinie et

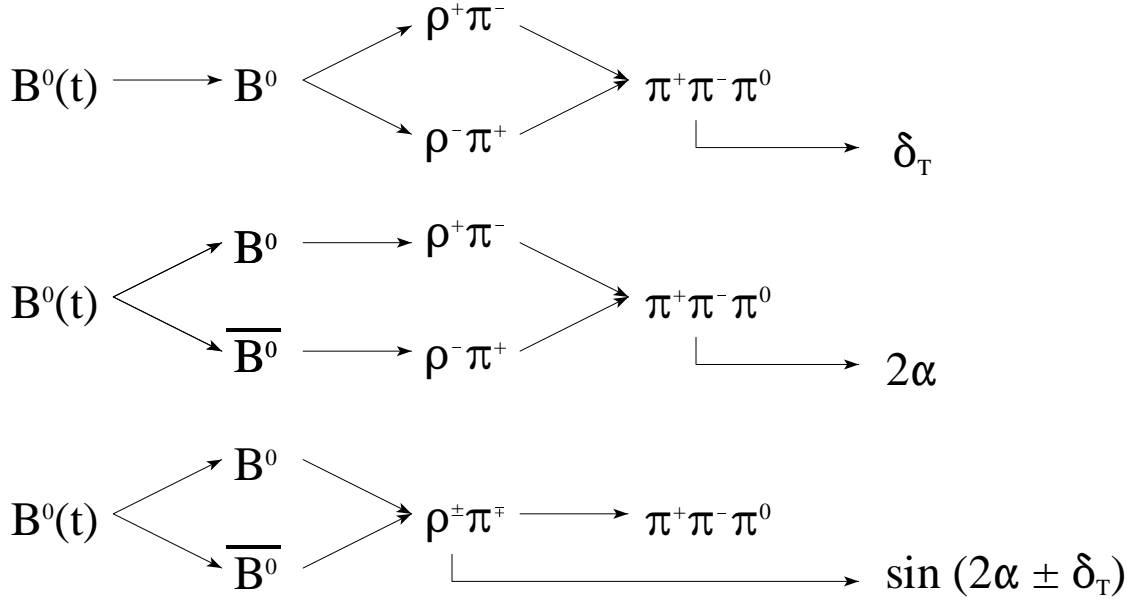


FIG. 2.1 – Représentation des termes d'interférence dans $B \rightarrow \rho^\pm \pi^\mp \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Le premier diagramme représente le terme (b), le deuxième (c) et le troisième (d). δ_T est la phase forte CP -paire entre $B^0 \rightarrow \rho^+ \pi^-$ et $B^0 \rightarrow \rho^- \pi^+$. Pour le mode $\rho^0 \pi^0$, une telle phase est bien sûr absente. Les pingouins sont ici négligés pour simplifier la discussion.

en dehors de situations éventuellement pathologiques — il ne reste pas d'ambiguïté discrète sur ces paramètres, sauf la transformation $\alpha \rightarrow \pi + \alpha$ et $T^{ij} \rightarrow -T^{ij}$ qui laisse les équations (2.2) invariantes. Concernant l'angle CKM, cela signifie que 2α , ou de manière équivalente $\tan \alpha$, peut être déterminé sans ambiguïté. On voit donc immédiatement la puissance de cette méthode par rapport à l'analyse d'isospin dans le canal deux pions, affectée par une ambiguïté discrète d'ordre 8 (§ 1.3.1).

La dépendance par rapport à α des différentes contributions à la largeur (2.9) s'explique clairement dans la limite de pingouin nul, $P^{ij} = 0$; dans ce cas, on peut identifier :

- les termes diagonaux, par exemple $|T^{+-} f(s^+, s^0)|^2$. Ils ne dépendent ni de α , ni de la phase de Breit-Wigner ;
- les termes d'interférence entre deux ρ de différentes charges provenant de la désintégration d'un état B^0 ou $\overline{B^0}$ pur. Ils ne dépendent pas de α , mais il y a des phases à la Breit-Wigner et des phases fortes constantes entre les amplitudes en arbre, du type

$$\delta_T \equiv \arg(T^{-+} T^{+-*}); \quad (2.14)$$

- l'interférence entre deux ρ de différentes charges, l'un provenant de la désintégration d'un B^0 , l'autre d'un $\overline{B^0}$. L'information sur les phases est contenue dans

$$\begin{aligned} \text{Im} [f(s^-, s^+) f^*(s^+, s^0) e^{-2i\alpha}] &= \\ \text{Im} [f(s^-, s^+) f^*(s^+, s^0)] \cos 2\alpha &+ \text{Re} [f(s^-, s^+) f^*(s^+, s^0)] \sin 2\alpha; \end{aligned} \quad (2.15)$$

- d. l'interférence entre les désintégrations d'un B^0 et d'un \overline{B}^0 vers le même ρ . Les termes correspondants ne dépendent pas de la phase de l'amplitude de Breit-Wigner (simplement $|f|^2$) et sont donc du type « deux corps ». La dépendance est bien connue,

$$\sin(2\alpha \pm \delta_T) \sin \Delta m t, \quad (2.16)$$

ou simplement $\sin 2\alpha$ pour un ρ neutre.

Ces différents termes d'interférence sont représentés sur la figure 2.1.

L'effet de ces diverses interférences est significatif, contribuant à la largeur différentielle avec des variations sur l'espace des phases de l'ordre de $\pm 10\%$, même relativement loin de la région de croisement des bandes du ρ [59]. Cependant, on ne s'attend pas à ce que la description de l'amplitude en trois corps en terme d'une résonance ρ de type Breit-Wigner reste valable trop loin de ces bandes.

En conclusion, l'interférence entre les divers états intermédiaires contribuant à la même région cinématique dans le diagramme de Dalitz est sensible aussi bien à $\cos 2\alpha$ qu'à $\sin 2\alpha$. Elle élimine donc en principe l'ambiguïté $\alpha \rightarrow \pi/2 - \alpha$ sur l'angle CKM. Dans la limite de symétrie d'isospin et de pingouins électrofaibles négligeables, l'analyse détermine à la fois les contributions en arbre et pingouin, et permet donc d'extraire l'angle 2α sans les habituelles incertitudes théoriques.

2.1.2 Incertitudes cinématiques

Décrire l'amplitude $B \rightarrow \pi\pi\pi$ en deux étapes (éq. (2.1)), via un $\rho(770)$ paramétré par l'amplitude de Breit-Wigner (éq. (2.5)) et des amplitudes $B \rightarrow \rho\pi$ constantes (éq. (2.2)), ne peut être qu'une approximation, que l'on espère suffisamment bonne. Ici on se propose de donner la liste des phénomènes qui peuvent compliquer cette image, et de tracer quelques pistes pour en estimer les effets. De manière générique, on qualifie d'*incertitudes cinématiques* les écarts aux expressions (2.7)-(2.8). Ces incertitudes cinématiques sont susceptibles d'être la principale source de l'erreur théorique sur l'angle α déterminé de l'analyse du canal trois pions. Bien sûr d'un point de vue expérimental, on les minimise en choisissant des coupures appropriées pour isoler des bandes relativement étroites autour du pôle du $\rho(770)$. Cependant, elles doivent nécessairement être prises en compte dans l'interprétation des résultats.

- Résonances plus élevées : il n'y a pas de raison *a priori* pour qu'elles ne contribuent pas de manière significative à $B \rightarrow \pi\pi\pi$. Comme le montre la table 2.1 [105] — non exhaustive, beaucoup d'autres résonances peuvent contribuer au mode trois pions. En principe, si elles sont suffisamment bien connues, on peut les inclure dans l'analyse. Cependant le nombre croissant de paramètres nécessaires pour décrire la désintégration du B en ces résonances rend la tâche insurmontable, sauf à disposer d'un très grand nombre d'événements. Afin d'estimer l'incertitude systématique liée à ce type de contributions, le plus simple consiste à simuler un jeu de données « pollué » par ces dernières, à les couper puis à faire l'analyse en tenant compte du $\rho(770)$ uniquement. On peut alors étudier leur impact par comparaison du résultat de l'analyse avec les valeurs entrées dans la simulation [59, 118, II];

TAB. 2.1 – Résonances $(\pi\pi)^*$, X , qui contribuent potentiellement dans $B \rightarrow X\pi \rightarrow \pi\pi\pi$. Seules les résonances avec une largeur en deux pions importante sont reportées. Les données sont prises de la référence [105].

Nom	$\mathcal{B}(X \rightarrow \pi\pi)$	Largeur (MeV)	$I^G(J^{PC})$	Remarques
$f_0(400 - 1200)$	dominant	600 à 1000	$0^+(0^{++})$	candidat non- $q\bar{q}$
$\rho(770)$	100%	150.7 ± 1.1	$1^+(1^{--})$	très bien connu
$f_0(980)$	$(78.1 \pm 2.4)\%$	40 à 100	$0^+(0^{++})$	
$f_2(1270)$	$(84.6^{+2.5}_{-1.3})\%$	$185.5^{+3.8}_{-2.7}$	$0^+(2^{++})$	très bien connu
$\rho_3(1690)$	$(23.6 \pm 1.3)\%$	160 ± 10	$1^+(3^{--})$	spin élevé
$f_4(2050)$	$(17.0 \pm 1.5)\%$	208 ± 13	$0^+(4^{++})$	spin élevé

- amplitude de Breit-Wigner : comme on l'a déjà souligné, celle-ci n'est pas définie de manière totalement non ambiguë. Ici encore, on peut estimer l'incertitude systématique associée en générant des corrections à l'équation (2.5), mais en analysant les données avec la forme (2.5). Par exemple, dans le cadre de l'approximation de factorisation des éléments de matrice non-leptoniques (annexe A), les amplitudes à « deux corps » A^{ij} peuvent dépendre de (s^+, s^-) à travers les facteurs de forme ;
- contributions non résonantes : dans un tel domaine cinématique, où les théorèmes de pions mous ne s'appliquent pas, on ne peut pas dire grand chose de ces effets à partir de la théorie. La manière la plus simple d'en tenir compte est de supposer qu'ils prennent la forme d'une constante uniforme sur le diagramme de Dalitz, et de la mesurer au centre de ce dernier, loin des bandes du ρ . D'autre part, l'étude des canaux chargés $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ et $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ devraient apporter des informations supplémentaires sur le fond non résonant.

Il faut comprendre que les effets divers que l'on a classé sous le nom d'« incertitudes cinématiques » ne sont pas bien définis les uns indépendamment des autres. Autrement dit, distinguer ce qui provient d'un $\rho(770)$, ou d'une résonance plus élevée, ou du fond non résonant relève d'une convention dépendant de la forme fonctionnelle en (s^+, s^-) qui a été choisie pour décrire l'amplitude en trois corps. Les incertitudes dues à la forme précise de l'amplitude de Breit-Wigner, et aux coupures utilisées pour supprimer la contribution des résonances plus élevées, se répercutent dans les variations du fond non résonant déterminé par l'analyse. Pour une illustration récente de ces idées dans les études non- CP des désintégrations du D et D_s , voir par exemple la référence [108]. Ce qui doit être vérifié, cependant, est l'insensibilité de la détermination de l'angle α vis-à-vis des détails de la paramétrisation choisie [59, 118, II].

2.1.3 Les pingouins électrofaibles

Exactement comme dans le cas du canal $B \rightarrow \pi\pi$ (§ 1.3.2), les pingouins électrofaibles générés par les bosons Z^0 et γ introduisent une composante $\Delta I = 3/2$ aux

processus de type P (proportionnelles à $|V_{td}V_{tb}^*|$) des amplitudes $B \rightarrow \rho\pi$. Ces contributions invalident la relation (2.13), au cœur de l'analyse d'isospin, qui doit être remplacée par

$$P^{00} + \frac{1}{2}(P^{+-} + P^{-+}) = P_{\text{EW}}, \quad (2.17)$$

où l'on note² P_{EW} la nouvelle amplitude $\Delta I = 3/2$ de type pingouin. Il y a donc deux nouveaux paramètres théoriques, $|P_{\text{EW}}|$ et $\arg(P_{\text{EW}})$, ce qui porte à douze le nombre de ces paramètres, alors que l'on reste avec les onze observables de l'analyse complète du canal trois pions (y compris la largeur totale de désintégration). Le nombre de paramètres excède donc d'une unité le nombre d'observables, et l'angle α ne peut plus être déterminé avec l'analyse de Quinn-Snyder.

Cependant, comme un unique paramètre « manque à l'appel », la méthode générale exposée dans le chapitre 1 peut être exploitée avec succès. Par analogie avec l'étude menée pour la désintégration en deux pions, on considère l'amplitude de désintégration vers l'état d'isospin deux, $B^0 \rightarrow \rho\pi(I=2)$ ($\bar{B}^0 \rightarrow \rho\pi(I=2)$), que l'on note $A_{(I=2)}$ ($\bar{A}_{(I=2)}$). En termes des amplitudes de l'équation (2.2), on a [54]:

$$A_{(I=2)} \equiv A^{+-} + A^{-+} + 2A^{00} \equiv e^{+i\gamma} T_{(I=2)} + e^{-i\beta} P_{\text{EW}} \quad (2.18)$$

$$\bar{A}_{(I=2)} \equiv \bar{A}^{+-} + \bar{A}^{-+} + 2\bar{A}^{00} \equiv e^{-i\gamma} T_{(I=2)} + e^{+i\beta} P_{\text{EW}}. \quad (2.19)$$

On définit dans le canal $I=2$ l'asymétrie CP directe

$$a_{\text{dir}}^{(I=2)} \equiv \frac{|A_{(I=2)}|^2 - |\bar{A}_{(I=2)}|^2}{|A_{(I=2)}|^2 + |\bar{A}_{(I=2)}|^2}, \quad (2.20)$$

et l'angle « effectif » $2\alpha_{\text{eff}}^{(I=2)}$

$$2\alpha_{\text{eff}}^{(I=2)} \equiv \arg\left(\frac{q}{p}\bar{A}_{(I=2)}A_{(I=2)}^*\right) \quad (2.21)$$

qui tend vers 2α dans la limite $P_{\text{EW}} \rightarrow 0$. On démontre alors une équation complètement analogue au cas deux pions (éq. (1.77))

$$\cos\left[2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{(I=2)}\right] = \frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{(I=2)}]^2}} \left[1 - \left(1 - \sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{(I=2)}]^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}^{(I=2)}\right) \left|\frac{P_{\text{EW}}}{T_{(I=2)}}\right|^2\right]. \quad (2.22)$$

L'analyse du diagramme de Dalitz des trois pions selon la méthode de Quinn-Snyder détermine, sans ambiguïté discrète dans le cas général, les amplitudes complexes A^{ij} et \bar{A}^{ij} ; on en déduit donc l'asymétrie CP $a_{\text{dir}}^{(I=2)}$ et l'angle $2\alpha_{\text{eff}}^{(I=2)}$ définis par (2.20)-(2.21). Sans faire d'hypothèse autre que la symétrie d'isospin, on peut tracer la dépendance de l'angle 2α en fonction du rapport $|P_{\text{EW}}/T_{(I=2)}|$, ce qui donne une branche en forme de \llcorner dans le plan $(|P_{\text{EW}}/T_{(I=2)}|, 2\alpha)$.

2. On utilise la même notation que dans le chapitre 1, bien que généralement $P_{\text{EW}}|_{\pi\pi} \neq P_{\text{EW}}|_{\rho\pi}$.

Alternativement, on peut utiliser la même approximation que dans le chapitre 1 pour calculer le rapport $|P_{\text{EW}}/T_{(I=2)}|$ indépendamment d'un modèle hadronique. Négligeant la contribution des opérateurs O_7 et O_8 de l'hamiltonien effectif $\Delta B = 1$, on trouve pour ce rapport la même valeur que dans le canal deux pions (éq. (1.80)), à savoir

$$\frac{P_{\text{EW}}}{T_{(I=2)}} \simeq \frac{3 c_9 + c_{10}}{2 c_1 + c_2} \left| \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right| = - (1.31 \pm 0.15) \times 10^{-2} \times \left| \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right|. \quad (2.23)$$

Bien sûr les remarques faites dans le chapitre 1 s'appliquent ici. Les équations (2.22)-(2.23) déterminent l'angle 2α de la distribution des événements dans le diagramme de Dalitz des trois pions *en tenant compte des pingouins électrofaibles, et sans ambiguïté discrète* (contre huit solutions pour le canal deux pions). Enfin, la relation (2.23) prédit, comme dans le cas du canal deux pions, que l'asymétrie CP directe $a_{\text{dir}}^{(I=2)}$ s'annule.

2.2 L'analyse sans la bande du ρ neutre

Les modèles théoriques incorporant la suppression dite «de couleur» (voir l'annexe A) prédisent que les modes du type $\pi^0 \pi^0$, $\rho^0 \pi^0$ sont beaucoup plus rares que ceux du type $\pi^+ \pi^-$, $\rho^\pm \pi^\mp$. Rappelons que si cette prédiction n'a été ni confirmée ni infirmée par l'expérience en ce qui concerne les transitions $b \rightarrow u$, la suppression de couleur existe pour les transitions $b \rightarrow c$ (comparaison de $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$ avec $B^0 \rightarrow D^- D_s^+$ par exemple). Il est donc probable que d'un point de vue expérimental, la méthode de Quinn-Snyder dans le canal trois pions souffre d'un problème comparable à celle de Gronau-London dans le canal deux pions, à savoir que les événements du type $\rho^0 \pi^0$ seront dans un premier temps trop rares pour apporter une information pleinement exploitable³.

D'autre part, l'analyse complète du diagramme de Dalitz dépendant du temps demande un ajustement dans un espace à neuf ou dix variables (suivant la paramétrisation choisie [59, 118, 11]), étude complexe s'il en est, et nécessite donc un jeu de données assez important. L'utilité technique d'une analyse plus simple est manifeste, et on peut se demander quelle connaissance de l'angle α on en tire.

Plusieurs stratégies simplifiées, avec un nombre réduit de paramètres à déterminer, sont proposées dans les références [14, chapitre 6] et [59, 118, 11]. Si elles ont toutes en commun de ne pouvoir déterminer complètement l'angle α en présence de contributions pingouin importantes — situation face à laquelle seule l'analyse complète ρ^+ , ρ^- , ρ^0 peut faire face — elles présentent chacune des avantages et défauts différents. Ici, on s'intéresse au cas où, dans le diagramme de Dalitz, seules les bandes des ρ chargés contiennent un nombre suffisamment d'événements pour être exploitées. L'analyse ne

3. Concernant la suppression de couleur, il y a des différences importantes entre le canal deux pions et le canal trois pions. En effet dans le premier cas c'est le rapport d'embranchement dont on a besoin, c'est-à-dire de l'amplitude *au carré*, alors que dans le second cas, les phénomènes d'interférence sont sensibles *linéairement* à l'amplitude qui est supprimée. De plus, à cause des ambiguïtés discrètes, l'analyse de Gronau-London demande une très grande précision (§ 1.3.1 et 1.3.2), ce qui n'est pas aussi crucial pour l'analyse de Quinn-Snyder. Enfin, l'analyse du canal trois pions est envisageable dans une expérience à très grande statistique en milieu hadronique, alors que la reconstruction du mode $\pi^0 \pi^0$ y semble sans espoir.

nécessite plus alors que six variables, comme on va le voir, et on se retrouve dans un contexte similaire à celui étudié dans la section 1.2.

2.2.1 Description indépendante de modèle

Si, à cause de la suppression de couleur, le mode $\rho^0\pi^0$ est beaucoup plus rare que les modes $\rho^\pm\pi^\mp$, cela implique que les amplitudes A^{00} et \bar{A}^{00} seront beaucoup moins bien déterminées que les amplitudes A^{+-} , A^{-+} , \bar{A}^{+-} et \bar{A}^{-+} (éq. (2.2)). Cependant, ces dernières restent accessibles à une analyse qui ne prend en compte que les bandes du diagramme de Dalitz correspondant au ρ^+ et au ρ^- , ce qui laisse sept quantités observables (les modules et phases relatives de ces amplitudes), dont six sont sans dimension et la septième est la normalisation globale qui peut être extraite séparément.

D'un autre côté, la description indépendante de modèle de ces amplitudes fait appel à huit paramètres — dont sept sans dimension — qui sont, d'après (2.2), l'angle α (CP -impair) et les modules et phases relatives (CP -paires) des amplitudes arbre et pingouin T^\pm , T^\mp , P^\pm et P^\mp . Une fois de plus, la technique générale développée dans le chapitre 1 conduit à exprimer les paramètres théoriques, dont l'angle α , en termes des observables et d'un unique paramètre inconnu dont le choix est arbitraire. On considère ici les paramètres

$$\left| \frac{P^{+-}}{T^{+-}} \right|, \quad \text{ou} \quad \left| \frac{P^{-+}}{T^{-+}} \right|, \quad \text{ou} \quad \left| \frac{P^{+-} + P^{-+}}{T^{+-} + T^{-+}} \right|, \quad (2.24)$$

qui sont l'analogue du $|P/T|$ introduit dans le canal deux pions, pour les canaux $\rho^+\pi^-$, $\rho^-\pi^+$ et $\rho^+\pi^- + \rho^-\pi^+$ respectivement.

Pour retrouver, en termes des paramètres ci-dessus, l'équivalent de l'équation (1.36), on définit les angles

$$2\alpha_{\text{eff}}^{+-} \equiv \arg \left(\frac{q}{p} \bar{A}^{+-} A^{-+*} \right), \quad (2.25)$$

$$2\alpha_{\text{eff}}^{-+} \equiv \arg \left(\frac{q}{p} \bar{A}^{-+} A^{+-*} \right), \quad (2.26)$$

$$2\alpha_{\text{eff}}^{\pm} \equiv \arg \left[\frac{q}{p} (\bar{A}^{+-} + \bar{A}^{-+}) (A^{+-} + A^{-+})^* \right], \quad (2.27)$$

qui sont « effectifs » dans le sens où ils tendent vers 2α dans la limite de pingouin nul, et les asymétries CP directes

$$a_{\text{dir}}^{+-} \equiv \frac{|A^{+-}|^2 - |\bar{A}^{-+}|^2}{|A^{+-}|^2 + |\bar{A}^{-+}|^2}, \quad (2.28)$$

$$a_{\text{dir}}^{-+} \equiv \frac{|A^{-+}|^2 - |\bar{A}^{+-}|^2}{|A^{-+}|^2 + |\bar{A}^{+-}|^2}, \quad (2.29)$$

$$a_{\text{dir}}^{\pm} \equiv \frac{|A^{+-} + A^{-+}|^2 - |\bar{A}^{-+} + \bar{A}^{+-}|^2}{|A^{+-} + A^{-+}|^2 + |\bar{A}^{-+} + \bar{A}^{+-}|^2}. \quad (2.30)$$

Les six quantités⁴ ci-dessus peuvent être extraites de l'analyse des bandes ρ^+ et ρ^- du diagramme de Dalitz des trois pions, sans ambiguïté discrète dans le cas général. Par analogie avec le chapitre 1 (éq. (1.36)) on obtient

$$\begin{aligned} \cos(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{+-}) &= \frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{+-}]^2}} \\ &\times \left[1 - \left(1 - \sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{+-}]^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}^{+-} \right) \left| \frac{P^{+-}}{T^{+-}} \right|^2 \right], \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \cos(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{-+}) &= \frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{-+}]^2}} \\ &\times \left[1 - \left(1 - \sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{-+}]^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}^{-+} \right) \left| \frac{P^{-+}}{T^{-+}} \right|^2 \right], \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \cos(2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{\pm}) &= \frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{\pm}]^2}} \\ &\times \left[1 - \left(1 - \sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{\pm}]^2} \cos 2\alpha_{\text{eff}}^{\pm} \right) \left| \frac{P^{+-} + P^{-+}}{T^{+-} + T^{-+}} \right|^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Notons qu'on peut également dériver des équations de la forme (1.38)-(1.40). En fait, comme on va le voir, la plupart des résultats du chapitre 1 valables pour le mode $\pi^+ \pi^-$, se généralisent de manière immédiate au cas considéré ici.

Pour résumer, quand le canal $\rho^0 \pi^0$ est trop supprimé pour être incorporé dans l'analyse complète du diagramme de Dalitz, les pingouins biaisent l'extraction de l'angle α . Néanmoins, les équations (2.31)-(2.33) fournissent

- une description exacte, à un seul paramètre, des contributions pingouin ;
- une définition indépendante de modèle de l'erreur théorique sur l'angle α .

En effet, il suffit d'estimer $|P^{+-}/T^{+-}|$ ou $|P^{-+}/T^{-+}|$ ou $|(P^{+-} + P^{-+})/(T^{+-} + T^{-+})|$ à l'aide d'un modèle hadronique ou d'hypothèses phénoménologiques pour obtenir 2α , à une ambiguïté discrète d'ordre 2 près.

Avant de chercher à contraindre les rapports $|P/T|$, on peut simplement représenter l'information que donne l'analyse des bandes ρ^+ et ρ^- du diagramme de Dalitz dans les plans $(|P^{+-}/T^{+-}|, 2\alpha)$, $(|P^{-+}/T^{-+}|, 2\alpha)$ et $(|(P^{+-} + P^{-+})/(T^{+-} + T^{-+})|, 2\alpha)$. La figure 2.2, tracée pour le scénario II (voir l'annexe A), montre que l'on obtient une unique branche en \llcorner dans chacun de ces plans, contre deux pour le mode $\pi^+ \pi^-$ (Fig. 1.1). Ainsi, cette description en termes de rapport pingouin/arbre montre claire-

4. La mesure des amplitudes A^{+-} , A^{-+} , \bar{A}^{+-} et \bar{A}^{-+} fournit deux observables CP -paires et quatre observables CP -impaires *indépendantes et sans dimension*. Les six angles et asymétries (2.25)-(2.30) ne sont donc pas indépendants les uns des autres, comme on peut le montrer explicitement.

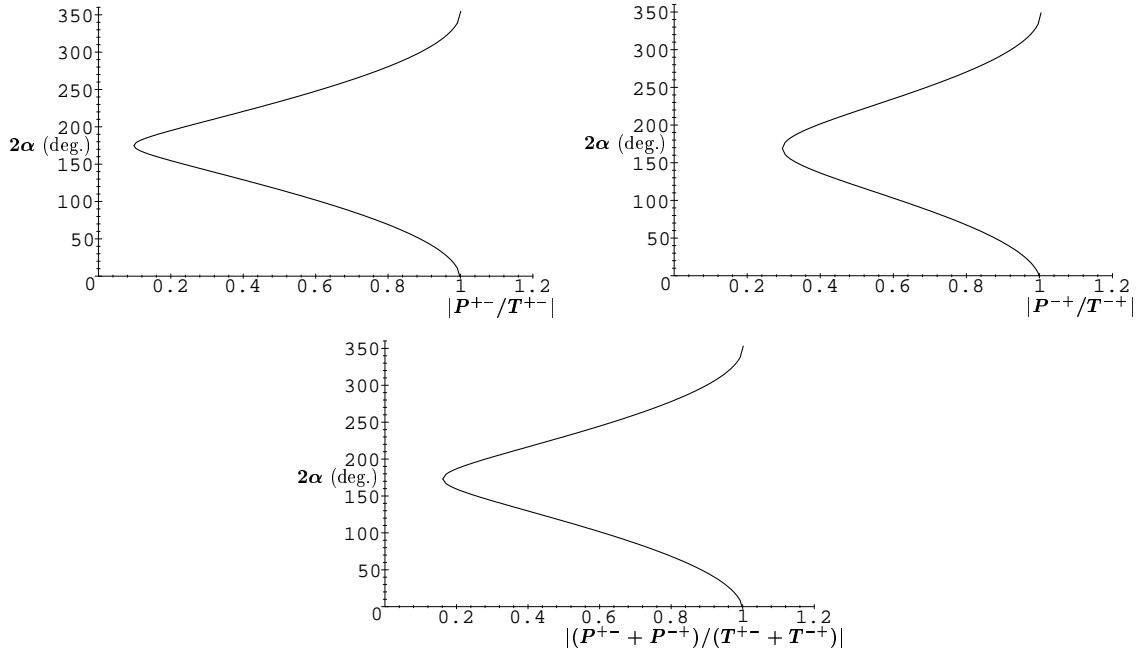


FIG. 2.2 – Même lorsque le mode $\rho^0\pi^0$ reste inaccessible à l'expérience, l'analyse des bandes correspondant au ρ^+ et au ρ^- contient des informations intéressantes. Sur la figure est représentée la dépendance de l'angle 2α par rapport aux paramètres $|P^{+-}/T^{+-}|$, $|P^{-+}/T^{-+}|$ et $|(P^{+-} + P^{-+})/(T^{+-} + T^{-+})|$, pour les observables telles que données par le scénario II (annexe A). Comparer avec la figure 1.1 sur laquelle il y a deux branches en \llcorner . Ces diagrammes sont indépendants de modèle. Cependant, sauf à faire une hypothèse sur l'un des rapports $|P/T|$, l'angle α lui-même n'est pas contraint.

ment que même dans le cas où les événements $\rho^0\pi^0$ sont trop rares pour permettre de séparer les pingouins, l'analyse de la désintégration $B^0(t) \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ contient plus d'information que $B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-$, grâce aux phénomènes d'interférence sensibles au cosinus des angles $2\alpha_{\text{eff}}^{ij}$. Le fait que les nouvelles observables CP générées par les phénomènes d'interférence peuvent être exploitées même en présence de contributions pingouin est très général, et vaut aussi pour les modes du type $B \rightarrow DPP$ et $B \rightarrow$ hypéron + antihypéron étudiés dans le chapitre 3.

2.2.2 Majorer l'erreur théorique sur α

On se propose ici de généraliser les inégalités sur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}|$ obtenues dans la section 1.2 à propos de $\pi^+\pi^-$. On exploite des hypothèses phénoménologiques afin de tirer parti de certains canaux particulièrement sensibles aux contributions pingouin comme $\rho^0\pi^0$, $K^*\pi$ et $K\rho$.

Ces inégalités font intervenir les rapports d'embranchement moyens suivant :

$$\mathcal{B}_{\rho^+\pi^-} \equiv \frac{1}{2} \left[\mathcal{B} \left(B^0 \rightarrow \rho^+\pi^- \right) + \mathcal{B} \left(\overline{B^0} \rightarrow \rho^-\pi^+ \right) \right], \quad (2.34)$$

$$\mathcal{B}_{\rho^- \pi^+} \equiv \frac{1}{2} \left[\mathcal{B} \left(B^0 \rightarrow \rho^- \pi^+ \right) + \mathcal{B} \left(\overline{B}^0 \rightarrow \rho^+ \pi^- \right) \right], \quad (2.35)$$

$$\mathcal{B}_{\rho^0 \pi^0} \equiv \frac{1}{2} \left[\mathcal{B} \left(B^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0 \right) + \mathcal{B} \left(\overline{B}^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0 \right) \right], \quad (2.36)$$

$$\mathcal{B}_{K^{*+} \pi^-} \equiv \frac{1}{2} \left[\mathcal{B} \left(B^0 \rightarrow K^{*+} \pi^- \right) + \mathcal{B} \left(\overline{B}^0 \rightarrow K^{*-} \pi^+ \right) \right], \quad (2.37)$$

$$\mathcal{B}_{\rho^- K^+} \equiv \frac{1}{2} \left[\mathcal{B} \left(B^0 \rightarrow \rho^- K^+ \right) + \mathcal{B} \left(\overline{B}^0 \rightarrow \rho^+ K^- \right) \right], \quad (2.38)$$

et on a également besoin de la quantité ainsi définie

$$\mathcal{B}_{\rho^\pm} = \frac{1}{4} \left[|A^{+-} + A^{-+}|^2 + |\overline{A}^{-+} + \overline{A}^{+-}|^2 \right]. \quad (2.39)$$

- dans la limite de symétrie d'isospin et négligeant les pingouins électrofaibles, on a l'inégalité suivante

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^\pm| \leq \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^\pm]^2}} \left(1 - 4 \frac{\mathcal{B}_{\rho^0 \pi^0}}{\mathcal{B}_{\rho^\pm}} \right) \right]; \quad (2.40)$$

- dans la limite de symétrie $SU(3)$ de saveur et négligeant les diagrammes pingouin supprimés par la règle OZI (fig. 1.4), mais pas les pingouins électrofaibles, on a les inégalités suivantes

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{+-}| \leq \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{+-}]^2}} \left(1 - 2\lambda^2 \frac{\mathcal{B}_{K^{*+} \pi^-}}{\mathcal{B}_{\rho^+ \pi^-}} \right) \right], \quad (2.41)$$

$$|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{-+}| \leq \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 - [a_{\text{dir}}^{-+}]^2}} \left(1 - 2\lambda^2 \frac{\mathcal{B}_{\rho^- K^+}}{\mathcal{B}_{\rho^- \pi^+}} \right) \right]. \quad (2.42)$$

Les trois inégalités ci-dessus imposent une limite supérieure sur l'erreur induite par les pingouins sur l'angle α , dans le cas où la bande du ρ neutre est trop dépeuplée pour être exploitable. On les démontre exactement de la même manière que dans le cas $\pi^+ \pi^-$. La borne (2.40) est intéressante si la suppression de couleur est très importante, impliquant un rapport $\mathcal{B}_{\rho^0 \pi^0} / \mathcal{B}_{\rho^\pm}$ très petit. Elle doit être mise en parallèle avec les inégalités (1.56) et (1.58). Les deux autres inégalités (2.41)-(2.42) sont d'un intérêt particulier à cause de la suppression du membre de droite par le paramètre de Wolfenstein $\lambda \simeq 0.22$. Elles doivent être comparées à l'inégalité (1.66). Il faut souligner ici un point important dans la comparaison de (1.66), (2.41) et (2.42): en effet, il n'y a pas de raison *a priori* pour que les membres de droite soient tous comparables — l'une des trois bornes doit nécessairement être meilleure que les deux autres. En fait, l'hypothèse de factorisation prédit une nette *hiérarchie* entre les rapports (voir la référence [47] ainsi que l'annexe A),

$$\frac{\mathcal{B}_{\rho^- K^+}}{\mathcal{B}_{\rho^- \pi^+}} \ll \frac{\mathcal{B}_{K^{*+} \rho^-}}{\mathcal{B}_{\rho^+ \pi^-}} \lesssim \frac{\mathcal{B}_{K^+ \pi^-}}{\mathcal{B}_{\pi^+ \pi^-}}. \quad (2.43)$$

TAB. 2.2 – Le membre de droite (en degrés) des inégalités (2.40)-(2.42), pour les scénarios I et II (annexe A). La « vraie » valeur du membre de gauche de ces inégalités est $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{+-} = -10.0^\circ$, $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{-+} = +0.3^\circ$ et $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{\pm\pm} = -5.9^\circ$ pour le scénario I, et $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{+-} = -20.1^\circ$, $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{-+} = -14.2^\circ$ et $2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{\pm\pm} = -18.4^\circ$ pour le scénario II.

Inégalité	Scénario I	Scénario II
(2.40)	10.2	21.9
(2.41)	6.9	30.0
(2.42)	20.1	34.7

À l'heure actuelle, il faut avouer que la solidité d'une telle prédiction n'est pas établie. Cependant, si elle a une certaine réalité, alors l'inégalité (2.42) peut s'avérer extrêmement utile⁵. D'un point de vue plus général, la comparaison des inégalités sur l'erreur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{ij}|$ dans les différents canaux, $\pi^+\pi^-$, $\rho^+\pi^-$, $\rho^-\pi^+$ et $\rho^+\pi^- + \rho^-\pi^+$, devrait constituer une information précieuse sur l'angle α et les pingouins.

Pour se donner une idée concrète, la valeur numérique des inégalités (2.40)-(2.42) dans les scénarios I et II (annexe A) est reportée dans la table 2.2. Comparer avec le canal deux pions, table 1.1.

Enfin, on complète cette section en attirant l'attention sur le fait que l'analyse SU(3) proposée dans la section 1.3.3 pour extraire l'angle α du mode $\pi^+\pi^-$ en déterminant l'amplitude pingouin grâce à la désintégration $B^\pm \rightarrow K\pi^\pm$ s'applique également ici. En effet, on définit les paramètres hadroniques R_P^{+-} et R_P^{-+} comme dans l'équation (1.46) en remplaçant respectivement $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$ par $\mathcal{B}_{\rho^+\pi^-}$ et $\mathcal{B}_{\rho^-\pi^+}$. On peut ensuite, dans le cadre des hypothèses de la section 1.3.3, estimer R_P^{+-} à l'aide de $\mathcal{B}_{K^*\pi^\pm}$ et R_P^{-+} à l'aide de $\mathcal{B}_{K\rho^\pm}$. La donnée de l'un de ces deux paramètres R_P conduit à résoudre une équation dans le plan (ρ, η) , qui dessine un certain domaine du type de celui de la figure 1.9, mais avec seulement deux ensembles disjoints au lieu de quatre. Cette approche va plus loin que les inégalités (2.40)-(2.42) et peut constituer une alternative à l'analyse de Quinn-Snyder, bien que les hypothèses phénoménologiques sous-jacentes soient moins bien définies.

2.3 Un exemple d'analyse complète

La faisabilité de l'analyse de Quinn-Snyder est examinée très en détail dans les références [14, chapitre 6] et [59, 118, 11], dans le cadre de la collaboration BABAR. Plusieurs situations sont étudiées dans lesquelles divers effets sont pris en compte. À titre d'exemple, on reprend ici deux figures de la référence [14, chapitre 6]. La première (fig. 2.3) montre un exemple de diagramme de Dalitz contenant 1200 événements $\rho\pi$ générés dans le cadre d'un modèle théorique basé sur la factorisation [11]. On constate nettement la concentration des événements dans les coins, ainsi que la bande du ρ^0

5. Il faut toutefois garder à l'esprit que si le membre de droite de l'inégalité (2.42) est réellement très petit, les corrections à la limite SU(3) peuvent être importantes.

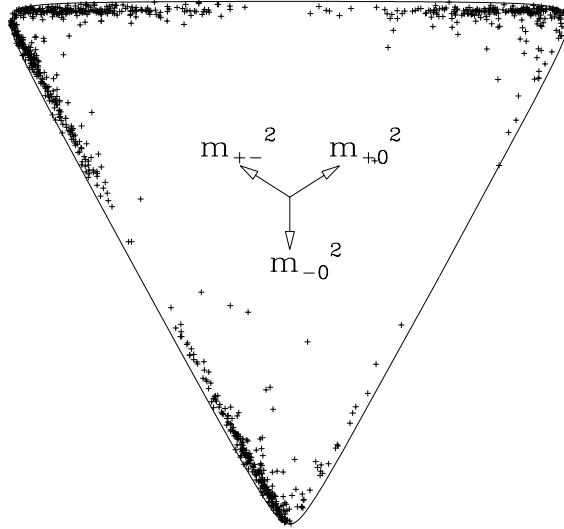


FIG. 2.3 – Un exemple de diagramme de Dalitz $B \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ avec 1200 événements $\rho\pi$, pris de la référence [14, chapitre 6]. Du fait de la polarisation longitudinale du ρ qui introduit une dépendance en $\cos\theta^*$ (éq. (2.5)), la distribution est maximale dans les coins. Remarquer la « suppression de couleur » qui dépeuple la région du ρ neutre.

beaucoup moins peuplée que les bandes du ρ^+ et du ρ^- .

La deuxième figure (Fig. 2.4) montre un exemple d'analyse complète du diagramme de Dalitz avec 1200 événements, plus exactement le χ^2 en fonction de l'angle α . On constate d'une part que les ambiguïtés discrètes, levées par les phénomènes d'interférence, laissent un « souvenir » qui se manifeste par des minima locaux de χ^2 , le minimum absolu étant la « bonne » solution ; d'autre part que l'analyse est plutôt peu sensible au bruit de fond continu, même si la bande du ρ neutre est facilement couverte par ce dernier [14, chapitre 6].

Pourvu que la statistique soit suffisante, ce qui peut demander plusieurs années de prise de données aux machines $\Upsilon(4S)$ compte tenu des largeurs prédites par les modèles théoriques couramment admis, l'analyse complète de la distribution des événements dans le diagramme de Dalitz dépendant du temps peut fournir une détermination de l'angle α bien plus précise que les analyses plus simples, et non entachée d'ambiguïtés discrètes. Renvoyons cependant aux références [14, chapitre 6] et [59, 118, 11] pour une discussion plus fine.

Conclusion

L'étude du diagramme de Dalitz dépendant du temps de la désintégration $B^0(t) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ dans la région de résonance du méson ρ constitue la méthode d'extraction de l'angle α peut-être la plus prometteuse. L'exploitation de l'espace des phases non trivial, à travers l'interférence entre les désintégrations des ρ^+ , ρ^- et ρ^0 , fournit un grand nombre d'observables, plus particulièrement une information sur les phases relatives des différentes amplitudes qui contribuent. Comme l'ont montré Quinn et Snyder, dans la

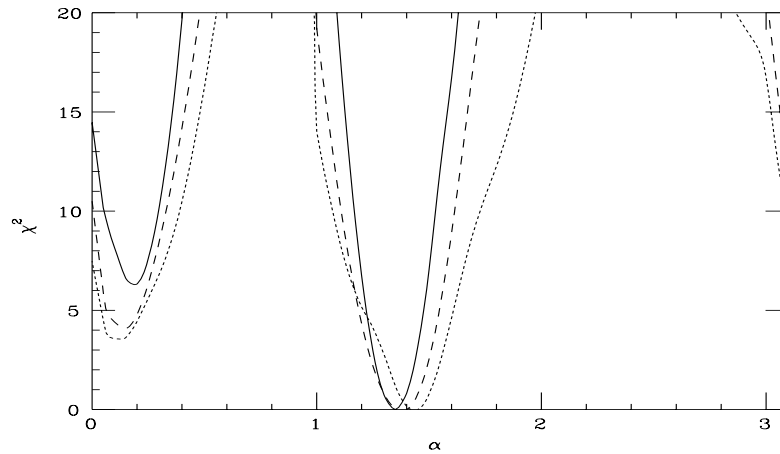


FIG. 2.4 – Un exemple d'analyse de 1200 événements $\rho\pi$ dans le diagramme de Dalitz, pris de la référence [14, chapitre 6]. La courbe en trait plein correspond à un cas « idéal », sans fond non-résonant, alors que les deux courbes en pointillés correspondent à deux cas plus réalistes avec un bruit de fond important. La valeur de l'angle α déterminée par l'analyse est proche de la « vraie » valeur $\alpha = 1.35$ (c'est-à-dire celle qui entrée dans la simulation), et relativement peu sensible à la manière de traiter le bruit de fond. Remarquer les minima locaux, correspondant au « souvenir » des solutions discrètes séparées par les phénomènes d'interférence.

limite de symétrie d'isospin et négligeant la contribution des pingouins électrofaibles, l'angle 2α peut être extrait de la distribution des événements sans ambiguïté discrète dans le cas général, et surtout sans incertitude liée aux pingouins gluoniques, ceux-ci étant également déterminés par l'analyse. Cependant, le prix à payer est une statistique élevée, afin de maîtriser et comprendre tous les paramètres qui interviennent.

Dans ce chapitre, on a étudié deux situations. La première, correspondant à une analyse « haute statistique » pose le problème des pingouins électrofaibles, quand toutes les observables de l'analyse de Quinn-Snyder sont bien connues. Si on néglige la contribution très supprimée des opérateurs O_7 et O_8 , l'angle 2α est déterminé sans ambiguïté discrète.

La deuxième situation correspond à une analyse « basse statistique », où seules les bandes des ρ chargés sont suffisamment peuplées pour pouvoir être exploitées. La « pollution pingouin » ne peut alors plus être éliminée grâce aux relations d'isospin, et on propose à la place une description exacte à un seul paramètre, similaire au cas du canal deux pions présenté dans le chapitre 1. On en déduit des bornes supérieures sur l'erreur $|2\alpha - 2\alpha_{\text{eff}}^{ij}|$, où les $2\alpha_{\text{eff}}^{ij}$ sont des angles « effectifs » définis dans les canaux $\rho^+\pi^-$ et $\rho^-\pi^+$, qui se réduisent à 2α dans la limite de pingouin nul. L'inégalité dépendant de $\mathcal{B}_{\rho^0\pi^0}$ se montre utile si la suppression de couleur est effectivement très importante, alors que celles qui font intervenir $\mathcal{B}_{K^{*+}\rho^-}$ et $\mathcal{B}_{K^+\rho^-}$ complètent le cas deux pions et sont d'autant plus intéressantes que les modèles basés sur la factorisation prédisent une forte hiérarchie entre $\mathcal{B}_{K^+\pi^-}$, $\mathcal{B}_{K^{*+}\rho^-}$ et $\mathcal{B}_{K^+\rho^-}$.

Chapitre 3

Les ambiguïtés discrètes

Introduction

Les ambiguïtés discrètes dans la détermination des angles du Triangle d'Unitarité posent deux problèmes potentiels pour les tests fins du mécanisme CKM pour décrire la violation de CP . D'une part, s'il y a plusieurs solutions discrètes pour un angle, dans le cas général certaines de ces solutions sont compatibles avec ce que l'on sait par ailleurs de la matrice CKM, alors que les autres ne sont pas compatibles. D'autre part, si deux solutions discrètes sont proches, l'interprétation expérimentale en termes de deux valeurs centrales avec une erreur gaussienne peut ne pas être assurée.

Ces ambiguïtés discrètes viennent de deux sources :

- en l'absence de pingouin, l'information sur les angles CP fournie par les observables accessibles expérimentalement n'est pas complète en général ; par exemple, l'asymétrie dans le canal $B^0(t) \rightarrow J/\psi K_S$ est donnée par $\sin 2\beta$, ce qui laisse quatre solutions pour l'angle β lui-même ;
- les pingouins compliquent la chose : on a vu par exemple que dans le cas de $B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-$ (chapitre 1), la connaissance d'un seul paramètre hadronique du type $|P/T|$ laisse en général quatre solutions pour l'angle 2α .

Après avoir abordé le problème des pingouins dans les deux premiers chapitres, on s'intéresse ici aux ambiguïtés discrètes du premier type. L'idée est d'étudier des processus plus complexes que le prototype $B^0(t) \rightarrow |\text{état propre de } CP\rangle$, contenant de nouvelles observables dépendant des angles du Triangle d'Unitarité de manière plus fine que le classique $\sin 2\phi$. Deux méthodes sont proposées ci-dessous qui font l'objet des références [III] et [IV] : l'une repose sur l'analyse du diagramme de Dalitz d'une désintégration à trois corps, l'autre sur l'analyse angulaire d'une désintégration en deux particules à spin.

La première méthode (section 3.1) n'est autre que la généralisation à d'autres canaux de la proposition de Quinn-Snyder concernant $B \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (voir le chapitre 2). On considère ici les états finals du type DPP , où PP désigne deux mésons pseudoscalaires, $PP = \overline{D}\pi, \overline{D}K_S, \pi\pi, \pi K_S$, dans la région des résonances charmées de parité positive D^{**} . La désintégration $B \rightarrow D^+D^-\pi^0$, prise comme premier exemple, permet l'extraction de $\cos 2\beta$, et lève donc l'ambiguïté $\beta \rightarrow \pi/2 - \beta$ laissée par la mesure de

$\sin 2\beta$ dans $B \rightarrow J/\psi K_S$. Cependant l'intérêt de ce canal est diminué d'une part par la présence de contributions pingouin — irréductibles car se transformant comme les opérateurs en arbre sous les rotations d'isospin — et d'autre part par la suppression due au couplage CKM $|V_{cd}V_{cb}^*| \sim \lambda^3$.

Comme alternatives, on propose alors les désintégrations $B \rightarrow D^+D^-K_S$ via D_s^{**} et $B \rightarrow D_{CP}^0\pi^+\pi^-$ via D_s^{**} et ρ qui ont l'avantage commun de ne pas être affectées par le problème des pingouins, et d'être d'ordre λ^2 du point de vue de CKM. Ces deux canaux permettent également de mesurer $\cos 2\beta$. Enfin, le mode $B \rightarrow D^\pm\pi^\mp K_S$ via D_s^{**} et K^* possède la particularité de mener à l'extraction de l'angle $2\beta + \gamma$ (cosinus et sinus). Si la faisabilité expérimentale de ces analyses n'est pas encore établie, on montre cependant que l'intensité de l'interférence entre les différentes résonances croît grossièrement comme la masse carrée de ces dernières, une caractéristique favorable pour la région des D^{**} et D_s^{**} .

La deuxième méthode discutée dans ce chapitre pour lever les ambiguïtés discrètes (section 3.2) consiste à exploiter la dépendance angulaire non triviale dans le cas de désintégration du B vers des particules à spin. Pour ce qui est de $B \rightarrow J/\psi_{(\rightarrow\ell^+\ell^-)}K_{(\rightarrow K_S\pi^0)}^*$, la présence possible de phases d'interaction dans l'état final empêche l'extraction de $\cos 2\beta$, bien que des observables supplémentaires par rapport à $B \rightarrow J/\psi K_S$ soient présentes. En revanche si la désintégration de seconde étape viole la conservation de la parité — ce qui est le cas pour des baryons se désintégrant faiblement — alors ce problème disparaît : comme exemple, l'analyse angulaire de la désintégration $B \rightarrow \Lambda_{(\rightarrow p\pi)}\bar{\Lambda}_{(\rightarrow p\pi)}$ conduit en principe à l'extraction de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$, où $2\alpha_{\text{eff}}$ est un angle « effectif » se réduisant à 2α dans la limite de pingouin nul (cf. chapitre 1).

3.1 $B^0(t) \rightarrow DPP$: analyse en masses invariantes

Dans cette section, on se propose de généraliser la méthode de Quinn-Snyder concernant l'extraction de l'angle 2α de la désintégration $B \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (chapitre 2). On s'intéresse plus spécifiquement aux transitions résonantes via les excitations orbitales D^{**} et D_s^{**} qui permettent d'obtenir des observables dépendant des angles 2β et $2\beta + \gamma$ [11].

3.1.1 Le diagramme de Dalitz $B \rightarrow D^+D^-\pi^0$

Prenons tout d'abord l'exemple de la désintégration $B \rightarrow D^+D^-\pi^0$, généralisation simple de $B \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. On néglige ici les diagrammes pingouin. La transition au niveau des quarks est $b \rightarrow c\bar{c}d$, dont l'amplitude ne contient pas de phase CP-impair dans la convention de Wolfenstein [7]; le seul angle CP du problème est donc l'angle du mélange $B^0 - \bar{B}^0$, c'est-à-dire β . On reprend les notations du chapitre 2 avec la définition des variables du diagramme de Dalitz

$$s^+ = (p_{D^+} + p_{\pi^0})^2, \quad s^- = (p_{D^-} + p_{\pi^0})^2, \quad s^0 = (p_{D^+} + p_{D^-})^2, \quad (3.1)$$

où s^+ et s^- sont choisies comme les deux variables indépendantes, s^0 étant donné par

$$s^+ + s^- + s^0 = m_B^2 + 2m_D^2 + m_\pi^2. \quad (3.2)$$

On a vu dans le chapitre 2 que le module carré de l'amplitude dépendant du temps $B^0(t) \rightarrow D^+D^-\pi^0$ s'écrit

$$|A(s^+, s^-; t)|^2 = \frac{1}{2} \left[G_0(s^+, s^-) + G_c(s^+, s^-) \cos \Delta m t - G_s(s^+, s^-) \sin \Delta m t \right], \quad (3.3)$$

où

$$G_0(s^+, s^-) = |\mathcal{A}(s^+, s^-)|^2 + |\overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-)|^2, \quad (3.4)$$

$$G_c(s^+, s^-) = |\mathcal{A}(s^+, s^-)|^2 - |\overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-)|^2, \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} G_s(s^+, s^-) &= 2\text{Im} \left(e^{-2i\beta} \overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-) \mathcal{A}^*(s^+, s^-) \right) \\ &= -2 \sin(2\beta) \text{Re} \left(\overline{\mathcal{A}} \mathcal{A}^* \right) + 2 \cos(2\beta) \text{Im} \left(\overline{\mathcal{A}} \mathcal{A}^* \right), \end{aligned} \quad (3.6)$$

et \mathcal{A} (respectivement $\overline{\mathcal{A}}$) désigne l'amplitude non oscillante $B^0 \rightarrow D^+D^-\pi^0$ (respectivement $\overline{B}^0 \rightarrow D^+D^-\pi^0$). La transformation par l'opérateur CP de l'équation (3.3) est défini par $s^+ \leftrightarrow s^-$, $\mathcal{A} \leftrightarrow \overline{\mathcal{A}}$ et $\beta \rightarrow -\beta$, ce qui donne

$$|\overline{\mathcal{A}}(s^-, s^+; t)|^2 = \frac{1}{2} \left[G_0(s^-, s^+) - G_c(s^-, s^+) \cos \Delta m t + G_s(s^-, s^+) \sin \Delta m t \right]. \quad (3.7)$$

La comparaison de (3.3) et (3.7) montre qu'il y a violation directe de CP si $G_0(s^+, s^-)$ n'est pas symétrique en (s^+, s^-) et/ou $G_c(s^+, s^-)$ n'est pas antisymétrique en (s^+, s^-) , et violation de CP induite par le mélange si $G_s(s^+, s^-)$ n'est pas antisymétrique en (s^+, s^-) . Noter que les états propres de CP sont sur la diagonale $s^+ = s^-$. Dans la limite de pingouin nul, la violation directe de CP s'annule car $\overline{\mathcal{A}}(s^+, s^-) = \mathcal{A}(s^-, s^+)$.

Comme dans le cas du canal trois pions, le terme d'interférence $\overline{\mathcal{A}} \mathcal{A}^*$, qui est *a priori* complexe, génère une dépendance en $\cos 2\beta$ (éq. (3.6)). Si $\overline{\mathcal{A}} \mathcal{A}^*$ est connu comme fonction de (s^+, s^-) , la valeur de $\cos 2\beta$ peut être extraite, ce qui permet de lever l'ambiguïté $\beta \rightarrow \pi/2 - \beta$ ¹. Afin de déterminer la dépendance de $\overline{\mathcal{A}} \mathcal{A}^*$ par rapport à (s^+, s^-) , on sélectionne une région du diagramme de Dalitz où un état intermédiaire à deux corps domine, et on utilise la phase de Breit-Wigner de la résonance correspondante. Par analogie avec l'analyse de Quinn-Snyder du canal en trois pions *via* le $\rho(770)$, on pense au premier abord à considérer le D^* . Mais cette résonance est très étroite, $\Gamma < 0.1$ MeV, ce qui supprime les effets d'interférence. On considère alors plutôt les excitations orbitales $D^{**}(L=1)$, c'est-à-dire $D_0^*(0^+)$, $D_1^*(1^+)$, $D_1(1^+)$ et $D_2^*(2^+)$ ².

Bien sûr, il y a *a priori* d'autres sources de phases d'interaction forte, par exemple celles générées par l'interaction d'un \overline{D} et d'un D^{**} . Bien que l'on ne sache pas calculer ce type de phases, elles doivent être lentement variables par rapport à celle des Breit-Wigner. Une approximation raisonnable consiste donc à les considérer comme constantes dans l'analyse. L'hypothèse fondamentale de la méthode peut donc être résumée comme

1. Il reste l'ambiguïté $\beta \rightarrow \pi + \beta$ qui ne peut être levée sans information théorique extérieure sur les phases d'interaction dans l'état final [71].

2. À noter que pour le moment, seules les résonances D_1 et D_2^* ont été observées expérimentalement [105].

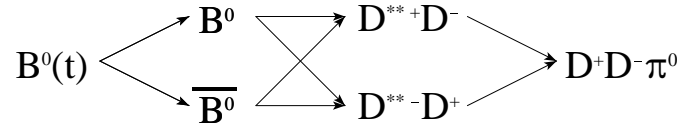


FIG. 3.1 – Quelques états intermédiaires résonants pouvant participer à la désintégration $B^0(t) \rightarrow D^+ D^- \pi^0$.

suit :

*les seules phases d'interaction forte du problème sont
soit du type Breit-Wigner, soit constantes.*

En principe, on peut tenir compte d'autant de résonances que l'on veut, sous réserve que l'on connaisse bien l'amplitude de Breit-Wigner de désintégration forte correspondante (masse, largeur, spin...). Chaque résonance introduit une dépendance caractéristique en (s^+, s^-) qui peut être détectée et servir à extraire l'amplitude faible de désintégration « quasi deux corps » du méson B . En pratique, le nombre de paramètres à prendre en compte dans l'analyse augmente avec le nombre de résonances, et on se limite à une certaine région du diagramme de Dalitz où l'on s'attend à ce qu'un nombre limité d'états intermédiaires contribue. Il faut alors vérifier que le résultat final dépend peu des coupures faites pour isoler la région souhaitée.

Dans la région des D^{**} , seuls les états $J = 0$ et $J = 2$ conduisent à $D^+ D^- \pi^0$ (fig. 3.1) puisque par conservation de la parité et du moment cinétique, les états $J = 1$ ne décroissent pas en $D\pi$. Le méson tenseur $D_2^*(2459)$ a été observé [105] et est étroit (23 ± 5 MeV) parce qu'il se désintègre en onde D ; pour les applications numériques ci-dessous on a pris $\Gamma_2 = 20$ MeV. Le méson scalaire D_0^* se désintègre en onde S , ce qui explique qu'il n'ait pas encore été détecté, sa largeur étant certainement grande; dans la suite on prend $m_{D_0^*} = 2.36$ GeV et $\Gamma_0 = 150$ MeV [120].

Afin de discuter simplement la dépendance par rapport à l'angle CKM, on considère pour commencer seulement la contribution des résonances scalaires D_0^* et $\overline{D_0^*}$:

$$f(s^+) \equiv \text{Breit-Wigner}(D_0^{*+} \rightarrow D^+ \pi^0) = \frac{m_{D_0^*} \sqrt{8\pi \mathcal{B}_0 \Gamma_0 / p_0^*}}{s^+ - m_{D_0^*}^2 + im_{D_0^*} \Gamma_0}, \quad (3.8)$$

$$A(\overline{B^0} \rightarrow D^+ D_0^{*-} \rightarrow D^+ D^- \pi^0) = T_1 f(s^-), \quad (3.9)$$

$$A(\overline{B^0} \rightarrow D_0^{*+} D^- \rightarrow D^+ D^- \pi^0) = T_2 f(s^+), \quad (3.10)$$

$$A(B^0 \rightarrow D^- D_0^{*+} \rightarrow D^+ D^- \pi^0) = T_1 f(s^+), \quad (3.11)$$

$$A(B^0 \rightarrow D_0^{*-} D^+ \rightarrow D^+ D^- \pi^0) = T_2 f(s^-), \quad (3.12)$$

où \mathcal{B}_0 est le rapport d'embranchement $D_0^{*+} \rightarrow D^+ \pi^0$, p_0^* est l'impulsion du D dans le repère du D_0^* , et où on a utilisé les égalités suivantes valables dans la convention de phase de Wolfenstein :

$$A(\overline{B^0} \rightarrow D^+ D_0^{*-}) = A(B^0 \rightarrow D^- D_0^{*+}) \equiv T_1, \quad (3.13)$$

$$A(\overline{B^0} \rightarrow D_0^{*+} D^-) = A(B^0 \rightarrow D_0^{*-} D^+) \equiv T_2. \quad (3.14)$$

Comme on l'a vu dans le cas de la désintégration en trois pions (chapitre 2), le numérateur dans l'équation (3.8) a été fixé en imposant que dans la limite de largeur nulle, $\Gamma_0 \rightarrow 0$, la largeur de désintégration totale en trois corps $\overline{B^0} \rightarrow D^+ D_0^{*-} \rightarrow D^+ D^- \pi^0$ se réduise à celle en deux corps $\overline{B^0} \rightarrow D^+ D_0^{*-}$ que multiplie \mathcal{B}_0 . Pour une résonance de spin J , il y a également en facteur l'harmonique sphérique $Y_J^0(\theta^*, \varphi^*)/\sqrt{4\pi}$, où θ^* et φ^* sont les angles repérant les produits de désintégration dans le repère de la résonance. La conservation du moment cinétique sélectionne $m = 0$, ce qui supprime la dépendance par rapport à φ^* .

On définit maintenant

$$G_{\text{tot}} \equiv |T_1|^2 + |T_2|^2, \quad (3.15)$$

$$R \equiv \frac{1}{G_{\text{tot}}} (|T_1|^2 - |T_2|^2), \quad (3.16)$$

$$D \equiv \sqrt{1 - R^2} = \frac{2}{G_{\text{tot}}} |T_1| |T_2|, \quad (3.17)$$

$$\delta_T \equiv \text{Arg}(T_1 T_2^*), \quad (3.18)$$

pour obtenir

$$G_0(s^+, s^-) = G_{\text{tot}} \left\{ |f(s^+)|^2 + |f(s^-)|^2 + 2D \cos \delta_T \text{Re} [f(s^+) f(s^-)^*] \right\}, \quad (3.19)$$

$$G_c(s^+, s^-) = G_{\text{tot}} \left\{ R [|f(s^+)|^2 - |f(s^-)|^2] - 2D \sin \delta_T \text{Im} [f(s^+) f(s^-)^*] \right\}, \quad (3.20)$$

$$G_s(s^+, s^-) = G_{\text{tot}} \left\{ -D [\sin(2\beta + \delta_T) |f(s^+)|^2 + \sin(2\beta - \delta_T) |f(s^-)|^2] \right. \\ \left. - 2 \sin 2\beta \text{Re} [f(s^+) f(s^-)^*] - 2R \cos 2\beta \text{Im} [f(s^+) f(s^-)^*] \right\}. \quad (3.21)$$

De la mesure de la dépendance cinématique et temporelle de la désintégration en trois corps, on extrait des équations (3.19)-(3.21) les paramètres hadroniques R (ou $D = \sqrt{1 - R^2}$) et δ_T ainsi que l'angle faible 2β , *sans ambiguïté discrète dans le cas général*. Répétons que la méthode est plus générale que l'exemple considéré dans le sens que l'analyse est possible avec un nombre arbitraire de résonances, sous réserve qu'elles soient bien connues et que la statistique soit suffisante.

Les amplitudes T_1 et T_2 sont *a priori* différentes. D'après (3.16), R est typiquement d'ordre 1. On peut donc utiliser le dernier terme de l'équation (3.21) pour mesurer $\cos 2\beta$. Si par hasard, R est petit, D est d'ordre 1 (en fait le plus souvent, à la fois R et D sont d'ordre 1); la dépendance en $\cos 2\beta$ vient alors des deux premiers termes du membre de droite de (3.21), générée non pas par l'interférence entre les Breit-Wigner mais par la phase forte constante δ_T . Cette phase, nulle dans l'approximation de factorisation, peut être petite, d'ordre $1/N_c$; dans tous les cas, on peut l'extraire des équations (3.19)-(3.20) grâce à l'interférence des Breit-Wigner. Cette discussion montre que la détermination de $\cos 2\beta$ est *surcontrainte*.

En ce qui concerne la contribution du D_0^* , R est certainement assez proche de 1; en effet dans l'hypothèse de factorisation, on doit comparer $(B^0 \rightarrow \overline{D_0^*} D) \sim (B^0 \rightarrow \overline{D_0^*}) \times (0 \rightarrow D)$ avec $(B^0 \rightarrow \overline{D} D_0^*) \sim (B^0 \rightarrow \overline{D}) \times (0 \rightarrow D_0^*)$: la première transition est très supprimée par rapport à la seconde, parce que les facteurs de forme $0^- \rightarrow 0^+$ sont bien plus petits que $0^- \rightarrow 0^-$ alors que les constantes de désintégration du 0^- et du 0^+

sont probablement comparables. Inversement, en ce qui concerne le D_2^* , on a $R = -1$ exactement dans l'hypothèse de factorisation car ce méson tenseur ne peut être couplé au courant faible.

On constate également que quelles que soient les valeurs de R et D , des termes proportionnels à $\sin 2\beta$ sont présents dans l'équation (3.21), qui correspondent à l'habituelle asymétrie CP induite par le mélange dans les désintégrations à deux corps. Le canal $D^+D^-\pi^0$ n'est bien sûr pas compétitif avec $J/\psi K_S$ en ce qui concerne la mesure de $\sin 2\beta$, mais, par comparaison entre les deux canaux, ce terme peut servir à établir la validité de l'analyse.

Le terme d'interférence $f(s^+)f(s^-)^*$, nécessaire à l'extraction de $\cos 2\beta$, est étudié plus en détail dans la section suivante. On verra que l'intensité des effets d'interférence croît comme la largeur que multiplie la masse carrée de la résonance. C'est pourquoi les excitations plutôt larges et plutôt lourdes sont favorables à ce type d'analyse ; cependant, elles doivent ne pas être trop larges pour pouvoir être distinguées du bruit de fond. Les mésons D^{**} devraient être plutôt bien appropriés au problème.

3.1.2 Rapport d'embranchement efficace

On se propose ici d'estimer grossièrement l'intensité des effets d'interférence en termes d'un rapport d'embranchement que l'on qualifiera d'« efficace ». L'idée est d'intégrer sur le diagramme de Dalitz le produit croisé de deux Breit-Wigner (en valeur absolue).

Considérons donc deux résonances R_1 et R_2 , de masse, largeur et spin m_i , Γ_i , J_i ($i = 1, 2$), et soit f_i les amplitudes de Breit-Wigner correspondantes. Considérons tout d'abord le cas simple $J_1 = J_2 = 0$. Le terme qui nous intéresse dans l'équation (3.21), à savoir celui qui donne la dépendance en cosinus de l'angle CKM, est $\text{Im}(f_1 f_2^*)$. Intégré sur l'espace des phases, on obtient :

$$N_{12} = \int ds^+ ds^- \left| \text{Im} [f_1(s^+) f_2(s^-)^*] \right| = 8\pi m_1 m_2 \sqrt{\mathcal{B}_1 \mathcal{B}_2 \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{p_1^* p_2^*}} \times I_{12} \quad (3.22)$$

où

$$I_{12} = \int dx dy \frac{|y - x|}{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}, \quad (3.23)$$

\mathcal{B}_i est le rapport d'embranchement de R_i dans l'état final considéré, et p_i^* est l'impulsion des particules filles dans le repère de la résonance (p_i^* est de l'ordre de 300–500 MeV dans les cas qui nous intéressent). Dans le cas de résonances à spin, il y a un facteur supplémentaire $4\pi Y_{J_1}^0(\theta_1^*, 0) Y_{J_2}^0(\theta_2^*, 0)^*$ où θ_i^* est l'angle dans le repère associé à R_i entre l'impulsion des particules filles et la ligne de vol de R_i . Cette dépendance angulaire tend à concentrer les événements dans les coins du diagramme de Dalitz [58]. On a donc $8\pi m_1 m_2 \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2 / (p_1^* p_2^*)}$ que multiplie une intégrale double sans dimension, qui dépend des masses et largeurs à travers les bornes d'intégration qui sont de la forme $(s_{\min, \max} - m_i^2) / (\Gamma_i m_i)$ [105, p. 186]. Dans la limite $m_B \rightarrow \infty$ avec tous les autres paramètres

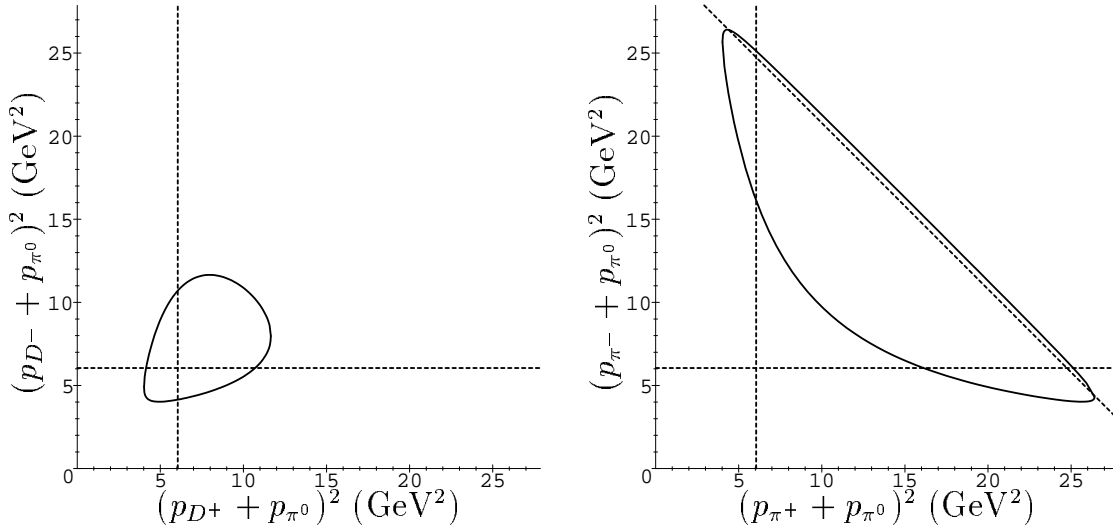


FIG. 3.2 – À gauche, l'espace des phases pour $B \rightarrow D\bar{D}\pi$ (les lignes droites localisent la position des pôles des résonances D^{**}/\bar{D}^{**}). À droite, la même chose pour $B \rightarrow D\pi\pi$ (la troisième ligne droite localise le ρ). On constate que les résonances D^{**}/\bar{D}^{**} se croisent à l'intérieur du diagramme de Dalitz de $D\bar{D}\pi$, mais à l'extérieur de celui de $D\pi\pi$.

fixés et finis, la première intégration diverge logarithmiquement. Donc grossièrement, la dépendance principale est dans le préfacteur dimensionné

$$F_{12} = 8\pi m_1 m_2 \sqrt{\mathcal{B}_1 \mathcal{B}_2 \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{p_1^* p_2^*}}. \quad (3.24)$$

On voit immédiatement l'intérêt des résonances lourdes³. Le calcul exact (numérique) de l'intégrale I_{12} est donné pour chacun des canaux étudiés dans les tables 3.1, 3.2, 3.3 et 3.4. Conformément à l'intuition, l'intégrale est beaucoup plus grande si les deux résonances se croisent dans l'espace physique que dans le cas contraire. Sur la figure 3.2 est schématisée la forme du diagramme de Dalitz pour les états finals $D\bar{D}\pi$ et $D\pi\pi$: dans le premier cas, les résonances D^{**}/\bar{D}^{**} se croisent à l'intérieur de la frontière du diagramme de Dalitz, et I_{12} est grand, de l'ordre de 5–20 ; dans le second cas, elles se croisent à l'extérieur et I_{12} est de l'ordre de 1. Notons que même dans la situation (défavorable) où les résonances ne se croisent pas dans la région physique, l'intensité de l'interférence dans le diagramme de Dalitz est significative. Cette particularité déjà constatée pour la désintégration en trois pions [59] vient du fait que la fonction de Breit-Wigner décroît relativement lentement quand elle n'est pas mise au carré. Cependant, comme on l'a fait remarquer dans le chapitre 2, la région loin des pôles des résonances considérées peut être dominée par des excitations plus élevées et/ou le fond non résonant : des précautions doivent donc être prises pour analyser ce domaine.

3. On comprend en partie ce résultat après avoir remarqué que la largeur de la bande résonante dans le diagramme de Dalitz est $m\Gamma$.

Lorsque les résonances 1 et 2 se croisent dans le domaine physique, une estimation très conservatrice de l'intégrale dans (3.22) est $I_{12} = 1$, ou

$$I_{12,\text{cons}} \simeq 4\pi Y_{J_1}^0(0,0) Y_{J_2}^0(0,0) = \sqrt{(2J_1+1)(2J_2+1)} \quad (3.25)$$

dans le cas d'excitations de spins J_1, J_2 — en effet, la région de croisement correspond à $\theta_1^* \simeq \theta_2^* \simeq 0$. Lorsque le croisement se trouve à l'extérieur du diagramme de Dalitz, cette estimation de l'intégrale se réduit à zéro.

Finalement, une définition naturelle du rapport d'embranchement efficace de l'interférence entre le D_0^* et le \overline{D}_0^* consiste à intégrer sur le diagramme de Dalitz le terme $2R \left| \text{Im} \left[f(s^+) f(s^-)^* \right] \right| G_{\text{tot}}$ (cf. éq. (3.21)) ce qui conduit à

$$\mathcal{B}_{\text{eff}} = \left[\mathcal{B}(\overline{B}^0 \rightarrow D_0^{*+} D^-) + \mathcal{B}(\overline{B}^0 \rightarrow D^+ D_0^{*-}) \right] \times R \times \frac{N_{12}}{32\pi^2 m_B \langle p \rangle}, \quad (3.26)$$

où N_{12} est donné par (3.22), les rapports d'embranchement « quasi deux corps » sont définis dans la limite de largeur nulle des résonances ($\mathcal{B}_i \propto |T_i|^2$), et $\langle p \rangle$ est défini par

$$\langle p \rangle = \frac{p_1 |T_1|^2 + p_2 |T_2|^2}{|T_1|^2 + |T_2|^2}. \quad (3.27)$$

p_1 (resp. p_2) est l'impulsion dans le repère du B de la résonance 1 (resp. 2).

En ce qui concerne l'angle CKM, il faut également s'attendre à une suppression due au mélange $B^0 - \overline{B}^0$: en effet, l'équation (3.3) montre qu'il faut attendre que les oscillations aient commencé pour mesurer la dépendance en 2β . Pour avoir une idée de cette suppression, on intègre sur le temps $\exp(-\Gamma t) \sin \Delta m t$, ce qui donne $x/(1+x^2) \simeq 0.48$ où $x \equiv \Delta m/\Gamma \simeq 0.73$. L'objectif étant simplement de donner des ordres de grandeur, on négligera ce facteur 1/2.

Les rapports d'embranchement efficaces pour les contributions du D_0^* et du D_2^* sont reportés dans la table 3.1 et comparés aux rapports d'embranchement « totaux » (c'est-à-dire correspondant à $B \rightarrow D\overline{D}_0^* + D_0^* \overline{D} \rightarrow D\overline{D}\pi$ et $B \rightarrow D\overline{D}_2^* + D_2^* \overline{D} \rightarrow D\overline{D}\pi$). La valeur inférieure pour les \mathcal{B}_{eff} correspond à l'estimation simplifiée de l'intégrale I_{12} (éq. (3.25)) et la valeur supérieure au calcul numérique exact de (3.23). Les largeurs non-leptoniques « quasi deux corps » (c'est-à-dire les amplitudes T_1 et T_2 dans (3.13)-(3.14)) ont été estimées dans l'hypothèse de factorisation, en utilisant le modèle de la référence [III] où les facteurs de forme lourd à lourd sont calculés dans le modèle de Bakamjian-Thomas [97]. La dernière ligne de la table donne la somme des contributions des résonances considérées que multiplie un facteur de suppression dû à l'efficacité de détection des particules de l'état final [109].

La table 3.1 montre que la contribution de la résonance scalaire D_0^* conditionne la possibilité de mesurer $\cos 2\beta$ dans le canal $B \rightarrow D^+ D^- \pi^0$; dans le modèle utilisé ici [III], cela s'explique par la dominance de la transition $\overline{B}^0 \rightarrow D^+ D_0^{*-}$ devant $\overline{B}^0 \rightarrow D^+ D_2^{*-}$ et $\overline{B}^0 \rightarrow D_2^{*+} (D_0^{*-}) D^-$. Si les prédictions du modèle sont vérifiées, il faudra porter l'effort sur l'étude de la désintégration forte du D_0^* , dont la description précise constitue un ingrédient essentiel à l'analyse. Cependant, la valeur très petite de \mathcal{B}_{eff} pour ce canal le rend difficilement accessible aux machines $\Upsilon(4S)$, et la présence d'un pion

TAB. 3.1 – Rapport d'embranchement efficace pour la mesure de $\cos 2\beta_{\text{eff}}$ dans le canal $B \rightarrow D^+ D^- \pi^0$. L'angle $2\beta_{\text{eff}}$ est lié à l'angle CKM 2β à travers les contributions pingouin (chapitre 1).

$B^0(t) \rightarrow D^+ D^- \pi^0$			$\Phi = 2\beta_{\text{eff}}$
Croisement	\mathcal{B}_{eff} pour $\cos \Phi$	\mathcal{B} total	Efficacité de détection
D_0^{*+}/D_0^{*-}	$(0.2-3) \times 10^{-5}$	21×10^{-5}	0.005–0.01
D_2^{*+}/D_2^{*-}	$(0.01-0.04) \times 10^{-5}$	1.9×10^{-5}	
Total	$(0.1-3) \times 10^{-7}$		

neutre compromet son étude dans un environnement hadronique. De ce point de vue, la désintégration $B \rightarrow D^{*+} D^{*-} \pi^0$ paraît plus favorable grâce à la signature caractéristique des D^* ; la méthode proposée dans cette section doit être généralisable à ce mode, en tenant compte de la dépendance angulaire non triviale.

Dans la suite, on considère des situations où les résonances qui se croisent ne sont pas nécessairement CP -conjuguées: l'expression (3.26) se généralise aisément, et seuls les résultats numériques sont discutés ci-dessous.

Rappelons enfin que les pingouins ont été négligés dans la discussion du canal $B \rightarrow D^+ D^- \pi^0$, bien qu'on ne s'attende pas particulièrement à ce qu'ils soient supprimés. L'analyse d'isospin qui permet dans le cas trois pions de séparer les pingouins (voir le chapitre 2), n'est pas d'une grande utilité ici car les diagrammes pingouins se transforment comme les diagrammes en arbre sous la symétrie d'isospin: tous les opérateurs contribuant à la transition $b \rightarrow c\bar{c}d$ sont du type $\Delta I = 1/2$ [67]. La nouvelle information apportée par les phénomènes d'interférence dans le diagramme de Dalitz est donc le signe d'une observable du type $\cos 2\beta_{\text{eff}}$, où $2\beta_{\text{eff}}$ est un angle « effectif » qui se réduit à 2β dans la limite de pingouin nul. On se retrouve alors dans une situation similaire à celle du canal $\pi^+ \pi^- \pi^0$ sans la bande du ρ neutre (section 2.2). Bien sûr, une détermination de $\cos 2\beta$ non affectée par les incertitudes pingouin serait bienvenue, et c'est l'objet de la suite.

3.1.3 Les canaux $B \rightarrow D^+ D^- K_S$ et $B \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$

L'équivalent à trois corps du canal favori pour la mesure de l'angle β , c'est-à-dire $B \rightarrow J/\psi K_S$, est $B \rightarrow D^+ D^- K_S$. Cinématiquement, cette désintégration est similaire à $B \rightarrow D^+ D^- \pi^0$. Cependant, elle a deux avantages majeurs, le premier étant que la largeur totale devrait être très favorable, puisque l'amplitude est proportionnelle à $a_1 V_{cs} V_{cb}^* \sim \lambda^2$, le deuxième que les diagrammes pingouin ont la même phase CP que les diagrammes en arbre à des termes d'ordre λ^2 près. On s'attend donc à ce que ce mode puisse fournir une bonne mesure de l'angle β . Qui plus est, l'interférence entre les divers états résonants génèrent, comme dans le cas de $D^+ D^- \pi^0$, des termes en $\cos 2\beta$.

L'analyse présentée dans la section précédente reste applicable ici, avec les résonances D^{**} remplacées par leurs correspondantes D_s^{**} . À cause de la structure en saveurs de la désintégration, les excitations D_s^{**} ne contribuent que lorsqu'elles sont connectées au propagateur du W . Les seules transitions à considérer sont donc $B^0 \rightarrow D^- D_s^{*+}$ et

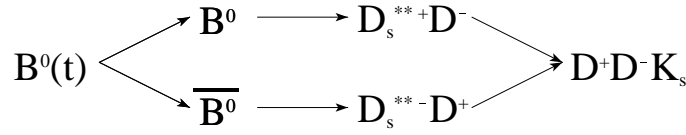


FIG. 3.3 – Quelques états intermédiaires résonants pouvant participer à la désintégration $B^0(t) \rightarrow D^+ D^- K_S$.

TAB. 3.2 – Rapport d'embranchement efficace pour la mesure de $\cos 2\beta$ dans le canal $B \rightarrow D^+ D^- K_S$.

$B^0(t) \rightarrow D^+ D^- K_S$			$\Phi = 2\beta$
Croisement $D_{s_0}^{*+}/D_{s_0}^{*-}$	\mathcal{B}_{eff} pour $\cos \Phi$ $(0.6-6) \times 10^{-4}$	\mathcal{B} total 35×10^{-4}	Efficacité de détection 0.005–0.01
Total	$(0.3-6) \times 10^{-6}$		

$B^0 \rightarrow D^- D_{s_2}^{*+}$ (et leurs CP -conjuguées, fig. 3.3).

Remarquons que la désintégration $B \rightarrow D^+ D^- K_S$ diffère de $B \rightarrow D^+ D^- \pi^0$ dans le sens que l'asymétrie CP dans les bandes chargées du diagramme de Dalitz — c'est-à-dire correspondant aux excitations de $(D^+ K_S)$ et $(D^- K_S)$ — s'annule en l'absence d'interférence entre les différentes résonances. Cela est dû à la structure en saveurs, qui interdit les transitions $B^0 \rightarrow D^+ (D^- K_S)_{\text{excitation}}$ et $\overline{B}^0 \rightarrow D^- (D^- K_S)_{\text{excitation}}$. Indépendamment de la mesure de l'angle CKM, l'analyse présentée ici fournit donc la possibilité de tester notre compréhension des désintégrations résonantes en trois corps : la violation de CP doit être très faible si l'on intègre la distribution des événements sur les masses invariantes — les termes d'interférence $f(s^+) f(s^-)^*$ changeant de signe sur tout l'espace des phases, leur intégration donne une quantité très petite ; en revanche, cette même violation de CP doit être d'ordre 1 dans le cas où elle est observée comme fonction de (s^+, s^-) . On retrouvera cette propriété dans le cas de $B \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$ et $B \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$.

On s'attend à ce que la contribution du $D_{s_2}^*$ soit supprimée par rapport à celle du $D_{s_0}^*$ — elle s'annule dans l'hypothèse de factorisation. En l'absence de données expérimentales, on prend $m_{D_{s_0}^*} = 2.5 \text{ GeV}$, $\Gamma_{s_0} = 150 \text{ MeV}$ et on suppose que le mode DK sature la désintégration forte de cette résonance scalaire. Les équations (3.19)-(3.21) s'appliquent, avec $R = 1$, $D = 0$. Le rapport d'embranchement efficace pour l'interférence du $D_{s_0}^*$ et $\overline{D_{s_0}^*}$ — et donc pour la mesure de $\cos 2\beta$ — est très encourageant ($\sim 10^{-4}$), bien qu'il faille également tenir compte de l'efficacité de détection défavorable des mésons D (table 3.2). Sous réserve que l'excitation $D_{s_0}^*$ soit ni trop étroite ni trop large et son amplitude de désintégration en DK bien déterminée, le canal $D^+ D^- K_S$ semble très prometteur et en tout cas statistiquement ~ 20 fois plus favorable que $D^+ D^- \pi^0$.

Enfin, ajoutons que dans l'état actuel des connaissances, la désintégration analogue avec un ou deux D^* dans l'état final ne paraît pas possible avec des résonances D_s^{**} (réelles) comme états intermédiaires : en effet, le scalaire $D_{s_0}^*$ ne décroît pas en $D^* K$, le

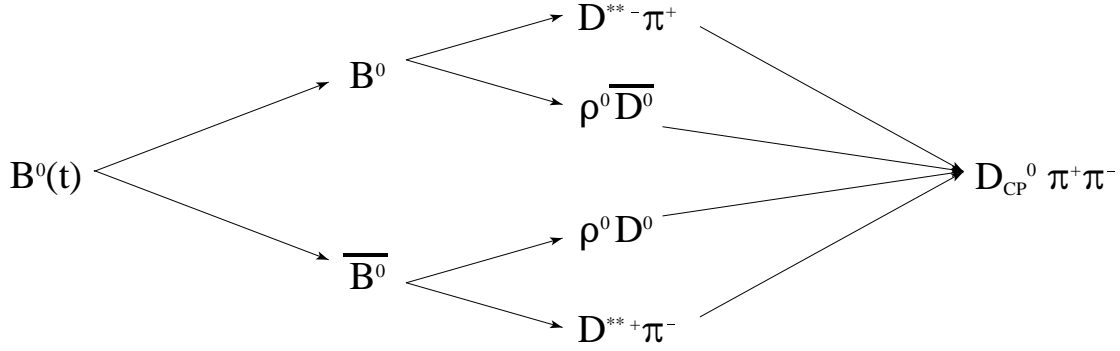


FIG. 3.4 – Quelques états intermédiaires résonants pouvant participer à la désintégration $B^0(t) \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$.

vecteur D_{s1}^* est attendu en dessous du seuil $D^* K$, le vecteur D_{s1} est trop étroit ($\Gamma < 2.3$ MeV) [105] et on a vu que la contribution du tenseur D_{s2}^* est certainement supprimée. Inversement, la détection de cette dernière résonance dans le mode $B \rightarrow D^{*+} D^{*-} K_S$ infirmerait l'hypothèse de factorisation, ce qui peut devenir en retour un avantage pour l'extraction de $\cos 2\beta$ à partir du diagramme de Dalitz.

Considérons à présent la désintégration $B \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$, où D_{CP}^0 désigne un méson D neutre détecté dans un état propre de CP , grâce aux désintégrations $D_{CP}^0 \rightarrow K_S \pi^0, \pi\pi, K\bar{K}$ etc. La perte en statistique ($\sim 1\%$) correspondant à cette contrainte est cependant comparable à l'efficacité de détection des deux mésons D dans les canaux $D^+ D^- \pi^0$ et $D^+ D^- K_S$. De plus, comme $B \rightarrow D^+ D^- K_S$, le mode $B \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$ est dominant du point de vue du couplage CKM ($\propto |V_{ud} V_{cb}| \sim \lambda^2$). Enfin, la transition au niveau des quarks étant $b \rightarrow c\bar{u}d$, il n'y a pas du tout de contributions pingouin.

Les états intermédiaires résonants utiles à l'extraction de $\cos 2\beta$ sont $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-$, $\bar{B}^0 \rightarrow \rho^0 D^0$ et les transitions CP -conjuguées (fig. 3.4). Les modes $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ D^{*-}$ et $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{D}^0 \rho^0$ sont supprimés par deux puissances de l'angle de Cabibbo et seront négligés ici⁴. Le rapport R pour le croisement D^{*+}/D^{*-} comme défini dans (3.16) est donc égal à 1. Les désintégrations $B \rightarrow D_1 \pi$ et $B \rightarrow D_2^* \pi$ ont été vues par la collaboration CLEO [110, 32], les rapports d'embranchement correspondant étant de l'ordre de 10^{-3} .

Rappelons ici que les résonances D^{**}/\bar{D}^{**} se croisent à l'extérieur du diagramme de Dalitz (fig. 3.2). Pour exploiter les phénomènes d'interférence, il vaut mieux considérer le croisement D^{**}/ρ . Le problème est alors que le rapport

$$\frac{|A(\bar{B}^0 \rightarrow \rho^0 D^0)|}{|A(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-)|}, \quad (3.28)$$

qui doit être d'ordre 1 pour générer une interférence observable, est *a priori* difficile à estimer. Dans le modèle de la référence [111], le rapport (3.28) est effectivement proche de 1 : dans l'hypothèse de factorisation, la transition $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \pi^-$ est supprimée par

4. Proportionnels à $|V_{ub} V_{cb}|$, ils introduisent une dépendance en $2\beta + \gamma$ et peuvent en principe être pris en compte dans l'analyse. Cependant, le canal $B \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$ est bien plus favorable pour la mesure de ce dernier angle.

TAB. 3.3 – Rapport d'embranchement efficace pour la mesure de $\cos 2\beta$ dans le canal $B \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$.

$B^0(t) \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$			$\Phi = 2\beta$
Croisement	\mathcal{B}_{eff} pour $\cos \Phi$	\mathcal{B} total	Efficacité de détection
D_0^{*+}/D_0^{*-}	$(0-0.4) \times 10^{-5}$	16×10^{-5}	0.005–0.01
D_2^{*+}/D_2^{*-}	$(0-0.4) \times 10^{-5}$	120×10^{-5}	
D_0^{*+}/ρ^0	$(0.1-2) \times 10^{-5}$	32×10^{-5}	
D_2^{*+}/ρ^0	$(0.2-4) \times 10^{-5}$	130×10^{-5}	
Total	$(0.05-1) \times 10^{-6}$		

les facteurs de forme $\tau_{1/2}$ ou $\tau_{3/2}$ correspondant à $0^- \rightarrow 0^+$, alors que la transition $\overline{B}^0 \rightarrow \rho^0 D^0$ est supprimée de manière similaire par le facteur de couleur $a_2 \sim 0.2$.

La table 3.3 montre le rapport d'embranchement efficace pour l'extraction de $\cos 2\beta$ à partir de ce canal, naïvement comparable ($\sim 10^{-6}$) à celui concernant $\cos 2\alpha$ dans la désintégration $B \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Malgré la relative étroitesse du méson tenseur D_2^* , le croisement de ce dernier avec le ρ neutre donne la contribution la plus importante à \mathcal{B}_{eff} , grâce aux effets de spin, à la largeur du ρ et aux rapports d'embranchement favorables. Ainsi, la désintégration $B \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$ combine plusieurs avantages : dominante du point de vue du couplage faible, absence de pingouins, et résonances intermédiaires (D_2^* et ρ) bien connues. Enfin, le nombre de particules à détecter est plus réduit que pour les modes $D^+ D^- \pi^0$ et $D^+ D^- K_S$, une caractéristique favorable pour les machines hadroniques [111].

3.1.4 Le canal $B \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$

La désintégration $B \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$ constitue un autre mode où les excitations orbitales charmées jouent un rôle important. En effet, de manière analogue aux sections précédentes, on peut considérer ici les résonances D_s^{**} , D^{**} et K^* (fig. 3.5). Le K^* contribue seulement dans les diagrammes proportionnels à $|V_{us} V_{cb}|$ ($= \mathcal{O}(\lambda^3)$) et le D_s^{**}

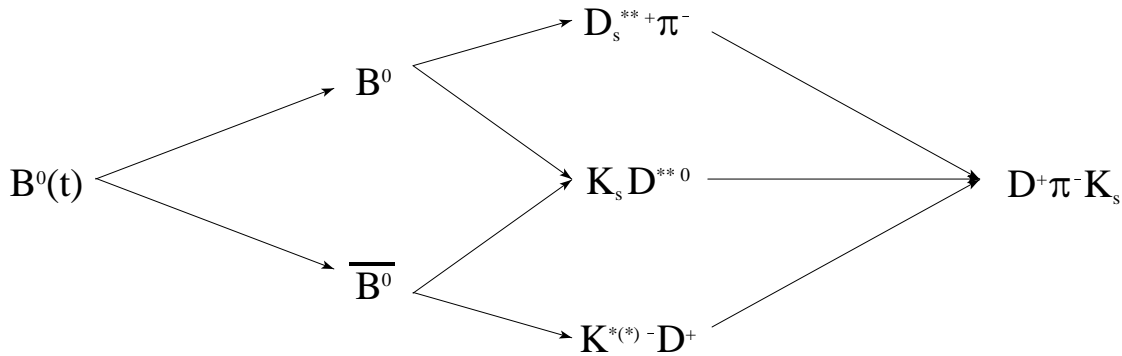


FIG. 3.5 – Quelques états intermédiaires résonants pouvant participer à la désintégration $B^0(t) \rightarrow D^+ \pi^- K_S$.

dans ceux proportionnels à $|V_{cs}V_{ub}|$ ($= \mathcal{O}(\lambda^3)$ également). Comme les transitions au niveau des quarks sont $b \rightarrow c\bar{u}s$ et $b \rightarrow u\bar{c}s$, il n'y a pas de diagrammes de type pingouin. Ce mode très intéressant est sensible à l'angle $2\beta + \gamma \equiv \pi + \beta - \alpha$. En effet, dans la paramétrisation de Wolfenstein, la phase CP de $V_{cs}V_{ub}^*$ est γ , alors que $V_{us}V_{cb}^*$ est réel et que le mélange $B^0 - \bar{B}^0$ introduit l'angle 2β . Les méthodes pour mesurer cet angle CKM inhabituel ne sont pas nombreuses et sont toutes affectées de problèmes divers :

- la mesure de l'asymétrie CP dans le canal $B \rightarrow D(\bar{D})\pi$ [68], affectée d'une ambiguïté discrète d'ordre 8. De plus, l'asymétrie attendue est très faible parce que les deux amplitudes qui interfèrent sont très différentes en valeur absolue ;
- la mesure de l'asymétrie CP dans le canal $B \rightarrow K_S D^0(\bar{D}^0)$ [69], également affectée d'une ambiguïté discrète d'ordre 8. L'asymétrie attendue dans ce mode est d'ordre 1, mais le rapport d'embranchement total est supprimé de couleur ;
- la mesure de l'asymétrie CP dans certaines désintégrations semi-inclusives $b \rightarrow c\bar{u}s + u\bar{c}s$ [70], affectée d'une ambiguïté discrète d'ordre 2.

La nouvelle stratégie présentée ici, qui permet en principe d'extraire l'angle $2\beta + \gamma$ sans ambiguïté discrète, a l'avantage de faire intervenir des rapports d'embranchement de l'ordre de 10^{-5} - 10^{-4} .

Afin d'explicitier la dépendance par rapport à l'angle CKM, réécrivons les équations (3.19)-(3.21) pour la désintégration $B^0(t) \rightarrow D^+\pi^-K_S$. On considère pour simplifier uniquement la contribution du $D_{s_0}^{*-}$ et du K^{*-} , celle du $D_{s_2}^*$ étant petite (elle s'annule dans l'hypothèse de factorisation car un méson tenseur ne peut coupler au courant faible). Quant au mode $K_S D^{*0}$, il est supprimé de couleur. On définit

$$A_{D_s^{*-}} = A(B^0 \rightarrow \pi^- D_{s_0}^{*+}) \equiv T_{D_{s_0}^*} e^{i\gamma}, \quad (3.29)$$

$$\bar{A}_{K^*} = A(\bar{B}^0 \rightarrow D^+ K^{*-}) \equiv T_{K^*}, \quad (3.30)$$

et

$$G_{\text{tot}} \equiv |T_{D_{s_0}^*}|^2 + |T_{K^*}|^2, \quad (3.31)$$

$$R \equiv \frac{1}{G_{\text{tot}}} (|T_{D_{s_0}^*}|^2 - |T_{K^*}|^2), \quad (3.32)$$

$$D \equiv \sqrt{1 - R^2} = \frac{2}{G_{\text{tot}}} |T_{D_{s_0}^*}| |T_{K^*}|, \quad (3.33)$$

$$\delta_T \equiv \text{Arg}(T_{D_{s_0}^*} T_{K^*}^*), \quad (3.34)$$

$$g_+ \equiv \text{Breit - Wigner}(D_{s_0}^{*+} \rightarrow D^+ K_S), \quad (3.35)$$

$$h_- \equiv \text{Breit - Wigner}(K^{*-} \rightarrow K_S \pi^-), \quad (3.36)$$

pour obtenir les fonctions $G(s^+, s^-)$ (éqs. (3.4)-(3.6)) :

$$G_0 = G_{\text{tot}} \left[\frac{1+R}{2} |g_+|^2 + \frac{1-R}{2} |h_-|^2 \right], \quad (3.37)$$

$$G_c = G_{\text{tot}} \left[\frac{1+R}{2} |g_+|^2 - \frac{1-R}{2} |h_-|^2 \right], \quad (3.38)$$

$$G_s = G_{\text{tot}} D \left[-\cos(\delta_T + 2\beta + \gamma) \text{Im}(g_+ h_-^*) - \sin(\delta_T + 2\beta + \gamma) \text{Re}(g_+ h_-^*) \right]. \quad (3.39)$$

TAB. 3.4 – Rapport d'embranchement efficace pour la mesure de $\cos(2\beta + \gamma)$ et $\sin(2\beta + \gamma)$ dans le canal $B \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$.

$B^0(t) \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$				$\Phi = 2\beta + \gamma$
Croisement	\mathcal{B}_{eff} pour $\cos \Phi$	\mathcal{B}_{eff} pour $\sin \Phi$	\mathcal{B} total	Eff ^{lé} de détection 0.05–0.1
$D_{s_0}^{*+}/K^{*-}$	$(0-0.2) \times 10^{-5}$	$(0.04-0.4) \times 10^{-5}$	27×10^{-5}	
$D_{s_0}^{*+}/K_0^{*-}$	$(0.1-2) \times 10^{-5}$	$(0.1-2) \times 10^{-5}$	27×10^{-5}	
Total	$0.07-2 \times 10^{-6}$	$0.07-3 \times 10^{-6}$		

Conformément à la remarque faite à propos du mode $B \rightarrow D^+ D^- K_S$, toute la dépendance en l'angle CKM (sinus et cosinus de $2\beta + \gamma$) est proportionnelle aux termes d'interférence $g_+ h_-^*$. De la distribution des événements dans le diagramme de Dalitz dépendant du temps $B^0(t) \rightarrow D^+ \pi^- K_S$, on extrait la phase $\delta_T + 2\beta + \gamma$; de manière analogue, on obtient $\delta_T - 2\beta - \gamma$ de $B^0(t) \rightarrow D^- \pi^+ K_S$, ce qui conduit *séparément* aux angles CP-pair δ_T et CP-impair $2\beta + \gamma$, sans ambiguïté discrète dans le cas général. La connaissance de ce dernier angle est une information très intéressante et indépendante sur le Triangle d'Unitarité.

La contribution de la résonance vectorielle $K^*(892)$ est pénalisée par sa masse et largeur relativement petites et par le fait que le croisement avec le $D_{s_0}^*$ a lieu à l'extérieur du diagramme de Dalitz. Il est donc plus prudent de tenir compte des excitations $K\pi$ plus élevées, comme le scalaire $K_0^*(1430)$ et le tenseur $K_2^*(1430)$ — quoique l'amplitude pour ce dernier s'annule dans l'hypothèse de factorisation. Dans le modèle considéré ici (table 3.4), c'est le croisement $D_{s_0}^*/K_0^*$ — juste à la frontière de l'espace des phases — qui domine le rapport d'embranchement efficace pour $2\beta + \gamma$, grâce notamment à l'importante largeur (287 MeV) [105] du K_0^* .

En conclusion, la désintégration $B \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$ mérite des études plus poussées : l'analyse de ce canal avec des particules chargées n'est *a priori* pas impossible pour les machines $\Upsilon(4S)$ et *a fortiori* peut également être considérée dans un environnement hadronique. Avec un rapport d'embranchement effectif de l'ordre de 10^{-7} – 10^{-6} , on peut espérer mesurer l'angle $2\beta + \gamma$ sans ambiguïté discrète et sans incertitude pingouin.

3.2 $B^0(t) \rightarrow$ hypéron + antihypéron : les observables de l'analyse angulaire

On a vu que l'exploitation appropriée de la dépendance de la désintégration d'un méson B par rapport aux variables de l'espace des phases peut fournir des informations très importantes concernant les angles CP. Dans le cas où la combinaison des spins des particules concernées est non triviale, il faut mesurer et tenir compte des angles d'émission des particules finales [IV].

3.2.1 Préliminaire : $B \rightarrow J/\psi K^*$

Au niveau des quarks, le canal $B \rightarrow J/\psi K^* \rightarrow \ell^+ \ell^- K_S \pi^0$ est tout-à-fait similaire à $B \rightarrow J/\psi K_S$: c'est l'angle CP 2β qui intervient dans le problème, et la pollution pingouin est certainement complètement négligeable parce que supprimée par deux puissances de l'angle de Cabibbo et la règle de Zweig (p. 14). Au niveau des hadrons cependant, ces deux transitions diffèrent : alors qu'il n'y a qu'une seule amplitude d'hélicité ($\lambda = 0$) dans le cas de $B \rightarrow J/\psi K_S$, il y en a trois dans le cas de $B \rightarrow J/\psi K^*$ ($\lambda = 0, \pm 1$) qui peuvent interférer en contribuant au même point de l'espace des variables angulaires.

À première vue, cette interférence peut devenir gênante, puisqu'elle « dilue » l'asymétrie CP [72, 73] : en effet, deux amplitudes de parité CP opposées contribuent avec des signes opposés à l'asymétrie. Cependant, au prix d'une analyse plus compliquée, qui consiste à mesurer la dépendance angulaire de la désintégration, les amplitudes de CP défini peuvent être isolées et les asymétries correspondantes s'écrivent alors $\pm \sin 2\beta$ [73]. Mieux comme on va le voir, certaines observables de l'analyse angulaire dépendent explicitement de $\cos 2\beta$, dont le signe peut être déterminé dans la limite où les phases fortes sont petites. Cette dernière hypothèse théorique, valide dans le cadre de la factorisation, semble supportée par les premières indications de CLEO [112].

D'après la référence [73], le taux de désintégration de $B \rightarrow J/\psi K^* \rightarrow \ell^+ \ell^- K_S \pi^0$ s'écrit sous la forme

$$|M|^2 = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^2 \sum_{\alpha=\pm 1} \left| \sum_{\lambda=0,\pm 1} A_\lambda D_1(\mathbf{R}_\psi)_{\lambda,\alpha}^* D_1(\mathbf{R}_{K^*})_{\lambda,0}^* \right|^2, \quad (3.40)$$

où les A_λ sont les amplitudes d'hélicité $\lambda = 0, \pm 1$, qui dépendent du temps à travers le mélange $B^0 - \overline{B}^0$ — les dépendances angulaire et temporelle se factorisent de la manière habituelle. Les matrices de rotation D dépendent des angles sphériques des produits de désintégration des mésons vecteurs dans leurs référentiels respectifs — on utilise ici la convention de Jackson pour laquelle $\mathbf{R} = (\theta, \varphi, 0)$.

En développant l'amplitude carrée (3.40) en somme de produits croisés et en utilisant les propriétés de sommation des matrices D en termes des coefficients de Clebsh-Gordan et des harmoniques sphériques, $|M|^2$ prend la forme [73, Annexe B]

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \left(\frac{3}{4\pi}\right)^2 \sum_{\alpha=\pm 1} \sum_{\lambda=0,\pm 1} \sum_{\lambda'=0,\pm 1} A_\lambda A_{\lambda'}^* (-1)^{2\lambda-\alpha} \sum_{J_L=0,1,2} \sum_{J_R=0,1,2} \\ &\quad \langle 1\alpha, 1-\alpha | J_L 0 \rangle \langle 1\lambda', 1-\lambda' | J_L \lambda' - \lambda \rangle D_{J_L}(\mathbf{R}_\psi)_{\lambda'-\lambda,0} \\ &\quad \times \langle 10, 10 | J_R 0 \rangle \langle 1\lambda', 1-\lambda' | J_R \lambda' - \lambda \rangle D_{J_R}(\mathbf{R}_{K^*})_{\lambda'-\lambda,0} \\ &= \left(\frac{3}{4\pi}\right)^2 \sum_{\alpha=\pm 1} \sum_{\lambda=0,\pm 1} \sum_{\lambda'=0,\pm 1} A_\lambda A_{\lambda'}^* (-1)^{2\lambda-\alpha} \sum_{J_L=0,1,2} \sum_{J_R=0,1,2} \\ &\quad \langle 1\alpha, 1-\alpha | J_L 0 \rangle \langle 1\lambda', 1-\lambda' | J_L \lambda' - \lambda \rangle \\ &\quad \times \langle 10, 10 | J_R 0 \rangle \langle 1\lambda', 1-\lambda' | J_R \lambda' - \lambda \rangle \\ &\quad \times \sqrt{\frac{4\pi}{2J_L+1}} \sqrt{\frac{4\pi}{2J_R+1}} Y_{J_L}^{\lambda'-\lambda}(\Omega_\psi)^* Y_{J_R}^{\lambda'-\lambda}(\Omega_{K^*})^*. \end{aligned} \quad (3.41)$$

L'expression ci-dessus permet d'accéder aux moments de l'analyse angulaire

$$T_{J_L J_R M} = \int |M|^2 Y_{J_L}^M(\Omega_\psi) Y_{J_R}^M(\Omega_{K^*}) d\Omega_\psi d\Omega_{K^*} \quad (3.42)$$

qui s'écrivent grâce à l'orthogonalité des harmoniques sphériques

$$\begin{aligned} T_{J_L J_R M} &= \left(\frac{3}{4\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{4\pi}{2J_L+1}} \sqrt{\frac{4\pi}{2J_R+1}} \sum_{\alpha=\pm 1} \sum_{\lambda=0,\pm 1} \sum_{\lambda'=0,\pm 1} A_\lambda A_{\lambda'}^* (-1)^{2\lambda-\alpha} \\ &\times \langle 1\alpha, 1-\alpha | J_L 0 \rangle \langle 1\lambda', 1-\lambda | J_L M \rangle \\ &\times \langle 10, 10 | J_R 0 \rangle \langle 1\lambda', 1-\lambda | J_R M \rangle. \end{aligned} \quad (3.43)$$

De plus on a la relation

$$T_{J_L J_R M}^* = T_{J_L J_R -M}. \quad (3.44)$$

Les états propres de l'opérateur CP sont également les états propres de la transversité [73], celle-ci étant définie comme la projection de la somme des spins des trois particules $J/\psi K_S \pi^0$ sur l'axe normal au plan contenant leurs impulsions dans le repère du méson B . Les amplitudes de transversité s'expriment simplement en fonction des amplitudes d'hélicité :

$$G_0 = A_0 (CP = +), \quad G_+ = \frac{A_{+1} + A_{-1}}{\sqrt{2}} (CP = +), \quad G_- = \frac{A_{+1} - A_{-1}}{\sqrt{2}} (CP = -). \quad (3.45)$$

En termes de ces amplitudes de parité CP définie, les moments angulaires non nuls sont au nombre de six, à savoir [73]

$$\begin{aligned} T_{000} &= \frac{2}{4\pi} (|G_0|^2 + |G_+|^2 + |G_-|^2), \\ T_{020} &= \frac{2}{4\sqrt{5}\pi} (2|G_0|^2 - |G_+|^2 - |G_-|^2), \\ T_{200} &= \frac{1}{4\sqrt{5}\pi} (-2|G_0|^2 + |G_+|^2 + |G_-|^2), \\ T_{220} &= -\frac{1}{5} (4|G_0|^2 + |G_+|^2 + |G_-|^2), \\ T_{22-1} &= -\frac{3\sqrt{2}}{5} [\text{Re}(G_+ G_0^*) + i \text{Im}(G_- G_0^*)], \\ T_{22-2} &= -\frac{3}{5} [|G_+|^2 - |G_-|^2 + 2i \text{Im}(G_- G_+^*)]. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Les observables de l'analyse angulaire sont donc

$$|G_0|^2, \quad |G_+|^2, \quad |G_-|^2, \quad \text{Re}(G_+ G_0^*), \quad \text{Im}(G_- G_0^*), \quad \text{Im}(G_- G_+^*), \quad (3.47)$$

dont la dépendance temporelle est discutée ci-dessous. On mesure donc la partie réelle du terme d'interférence entre les amplitudes de même parité CP et la partie imaginaire du terme d'interférence entre les amplitudes de parité opposée.

La dépendance temporelle est obtenue de manière standard, en écrivant l'état oscillant $|B^0(t)\rangle$ comme combinaison linéaire des états purs $|B^0\rangle$ et $|\overline{B^0}\rangle$ (cf. p. 12). Négligeant les contributions pingouin, une très bonne approximation pour $J/\psi K^*$ comme on l'a déjà vu, la seule phase CP du problème dans la convention de Wolfenstein est celle du mélange $q/p = e^{-2i\beta}$, et les amplitudes $G_{\pm,0}(t=0)$ ne contiennent que des phases fortes CP -paires. On obtient alors

$$\begin{aligned}
 |G_0(t)|^2 &= |G_0(0)|^2 (1 + \eta_f \sin 2\beta \sin \Delta m t) , \\
 |G_+(t)|^2 &= |G_+(0)|^2 (1 + \eta_f \sin 2\beta \sin \Delta m t) , \\
 |G_-(t)|^2 &= |G_-(0)|^2 (1 - \eta_f \sin 2\beta \sin \Delta m t) , \\
 \text{Re}[G_+(t)G_0^*(t)] &= \text{Re}[G_+(0)G_0^*(0)] (1 + \eta_f \sin 2\beta \sin \Delta m t) , \\
 \text{Im}[G_-(t)G_0^*(t)] &= -\text{Re}[G_-(0)G_0^*(0)] \eta_f \cos 2\beta \sin \Delta m t \\
 &\quad + \text{Im}[G_-(0)G_0^*(0)] \cos \Delta m t , \\
 \text{Im}[G_-(t)G_+^*(t)] &= -\text{Re}[G_-(0)G_+^*(0)] \eta_f \cos 2\beta \sin \Delta m t \\
 &\quad + \text{Im}[G_-(0)G_+^*(0)] \cos \Delta m t .
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Dans les expressions ci-dessus, la décroissance exponentielle $\propto e^{-\Gamma t}$ a été omise et le signe η_f dépend de la parité CP de la configuration dans laquelle le méson K^{*0} est détecté, en pratique $\eta(K_S \pi^0) = +$.

Dans une expérience où à la fois la dépendance angulaire et temporelle de la désintégration sont mesurées, on peut donc extraire, outre le classique $\sin 2\beta$, les produits

$$\text{Re}[G_-(0)G_0^*(0)] \cos 2\beta \quad \text{et} \quad \text{Re}[G_-(0)G_+^*(0)] \cos 2\beta , \tag{3.49}$$

de la forme $\cos \delta_G \cos 2\beta$ où δ_G est la phase forte $\arg[G_-(0)G_0^*(0)]$ ou $\arg[G_-(0)G_+^*(0)]$. De l'expression (3.48) on s'aperçoit que l'on peut également déterminer $\sin \delta_G$ grâce au terme en $\cos \Delta m t$; cependant, il reste l'ambiguïté sur le signe de $\cos \delta_G$, et donc également celle sur le signe de $\cos 2\beta$.

Pour pouvoir lever cette ambiguïté, il faut faire une hypothèse sur les phases fortes du type δ_G . En fait, il est souvent admis que ce type de phase doit être supprimé dans les désintégrations des mésons lourds; bien qu'il ne s'agisse pas d'une prédiction très solide, on a $\delta_G = 0$ dans l'hypothèse de factorisation, auquel cas $\cos \delta_G > 0$ et $\cos 2\beta$ peut être extrait de la dépendance angulaire. L'approximation de la petitesse des phases fortes entre les amplitudes de différentes parités CP est supportée par les premières mesures de CLEO [112] concernant l'analyse angulaire de la désintégration intégrée sur le temps, c'est-à-dire, pour $\Upsilon(4S)$, les observables (3.48) au temps $t = 0$:

$$\varphi(G_+) - \varphi(G_0) + \pi = 3.00 \pm 0.37 \pm 0.04 , \quad \varphi(G_-) - \varphi(G_0) = -0.11 \pm 0.46 \pm 0.03 . \tag{3.50}$$

Ces résultats sont compatibles avec des rapports G_+/G_0 et G_-/G_0 réels. À noter que l'ambiguïté discrète discutée plus haut implique qu'il y a une seconde solution pour ces phases, en plus de celle reportée par CLEO. Des observables (3.48) à $t = 0$ on peut mesurer

$$\cos[\varphi(G_+) - \varphi(G_0)] , \quad \sin[\varphi(G_-) - \varphi(G_0)] \quad \text{et} \quad \sin[\varphi(G_-) - \varphi(G_0)] , \tag{3.51}$$

lesquelles restent invariantes sous la transformation

$$\varphi(G_0) \rightarrow -\varphi(G_0), \quad \varphi(G_+) \rightarrow -\varphi(G_+), \quad \varphi(G_-) \rightarrow \pi - \varphi(G_-), \quad (3.52)$$

d'où la seconde solution pour ces phases.

Dans une analyse dépendant du temps, les termes proportionnels à $\cos 2\beta$ changent de signe sous la transformation (3.52),

$$\begin{aligned} \cos [\varphi(G_-) - \varphi(G_+)] \cos 2\beta &\rightarrow -\cos [\varphi(G_-) - \varphi(G_+)] \cos 2\beta, \\ \cos [\varphi(G_-) - \varphi(G_0)] \cos 2\beta &\rightarrow -\cos [\varphi(G_-) - \varphi(G_0)] \cos 2\beta, \end{aligned} \quad (3.53)$$

et le signe de $\cos 2\beta$ reste indéterminé.

L'une des solutions pour le signe de $\cos 2\beta$ correspond aux signes entre les amplitudes conformes à ce que prédit la factorisation des éléments de matrice non-leptoniques, l'autre aux signes exactement opposés à cause d'interactions dans l'état final très importantes. Il semble peu probable *a priori*, quoique cela n'est bien sûr pas exclu, que les phases induites par l'hadronisation soient justement proches de π . Supposant donc les interactions dans l'état final peu importantes ($\Rightarrow \cos \delta_G > 0$), il est possible d'avoir une indication sur le signe de $\cos 2\beta$. Remarquons de plus un point important, à savoir qu'il y a dans (3.48) deux termes du type $\cos \delta_G \cos 2\beta$: si ces deux termes sont du même signe, compatibles avec l'angle β contraint par le Modèle Standard et avec les amplitudes de signe donné par la factorisation, on peut sans doute conclure sur la solution du Modèle Standard pour β .

Enfin, notons que la même idée s'applique à la détermination de l'angle α dans le canal $B \rightarrow \rho\rho \rightarrow \pi\pi\pi\pi$, bien que dans ce cas on ne s'attende pas à ce que les pingouins soient négligeables: la nouvelle information concerne donc le signe de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$, où $2\alpha_{\text{eff}}$ est un angle relié à 2α par les pingouins (chapitre 1).

3.2.2 $B \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$

Comme dans le cas précédent, la dépendance angulaire des canaux du type $B \rightarrow$ hypéron + antihypéron est non triviale et contient un grand nombre d'observables. Les hypérons décroissant faiblement, la parité d'espace n'est pas conservée dans la désintégration de seconde étape. On va voir qu'il apparaît alors de nouvelles quantités observables proportionnelles aux paramètres de la violation de la parité α_H et $\alpha_{\bar{H}}$.

L'expression (3.40) pour la désintégration $B \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda} \rightarrow p\pi^-\bar{p}\pi^+$ se généralise en

$$|M|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\alpha=\pm 1/2} \sum_{\beta=\pm 1/2} \left| \sum_{\lambda=\pm 1/2} A_\lambda B_\alpha \bar{B}_\beta D_{1/2}(R_\Lambda)_{\lambda,\alpha}^* D_{1/2}(R_{\bar{\Lambda}})_{\lambda,\beta}^* \right|^2, \quad (3.54)$$

où les A_λ sont les amplitudes d'hélicité de $B \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$ dans le repère associé au B et les B_α (\bar{B}_β) sont les amplitudes d'hélicité de $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ ($\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+$) dans le repère associé au Λ ($\bar{\Lambda}$). L'équivalent de l'équation (3.41) s'écrit dans le cas présent

$$|M|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\alpha=\pm 1/2} \sum_{\beta=\pm 1/2} \sum_{\lambda=\pm 1/2} \sum_{\lambda'=\pm 1/2} A_\lambda A_{\lambda'}^* B_\alpha \bar{B}_\beta B_\alpha^* \bar{B}_\beta^*$$

$$\begin{aligned}
 & \times (-1)^{2\lambda-\alpha-\beta} \sum_{J_L=0,1} \sum_{J_R=0,1} \left\langle \frac{1}{2}\alpha, \frac{1}{2} - \alpha \mid J_L 0 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2}\lambda', \frac{1}{2} - \lambda \mid J_L \lambda' - \lambda \right\rangle \\
 & \times \left\langle \frac{1}{2}\beta, \frac{1}{2} - \beta \mid J_R 0 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2}\lambda', \frac{1}{2} - \lambda \mid J_R \lambda' - \lambda \right\rangle \\
 & \times \sqrt{\frac{4\pi}{2J_L+1}} \sqrt{\frac{4\pi}{2J_R+1}} Y_{J_L}^{\lambda'-\lambda}(\Omega_\Lambda)^* Y_{J_R}^{\lambda'-\lambda}(\Omega_{\bar{\Lambda}})^*. \tag{3.55}
 \end{aligned}$$

On en déduit les moments

$$T_{J_L J_R M} = \int |M|^2 Y_{J_L}^M(\Omega_{\Lambda_c}) Y_{J_R}^M(\Omega_{\bar{\Lambda}_c}) d\Omega_{\Lambda_c} d\Omega_{\bar{\Lambda}_c}, \tag{3.56}$$

à savoir

$$\begin{aligned}
 T_{J_L J_R M} &= \frac{1}{4\pi^2} \sqrt{\frac{4\pi}{2J_L+1}} \sqrt{\frac{4\pi}{2J_R+1}} \\
 & \times \sum_{\alpha=\pm 1/2} \sum_{\beta=\pm 1/2} \sum_{\lambda=\pm 1/2} \sum_{\lambda'=\pm 1/2} (-1)^{2\lambda-\alpha-\beta} A_\lambda A_{\lambda'}^* B_\alpha \bar{B}_\beta B_\alpha^* \bar{B}_\beta^* \\
 & \times \left\langle \frac{1}{2}\alpha, \frac{1}{2} - \alpha \mid J_L 0 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2}\lambda', \frac{1}{2} - \lambda \mid J_L M \right\rangle \\
 & \times \left\langle \frac{1}{2}\beta, \frac{1}{2} - \beta \mid J_R 0 \right\rangle \left\langle \frac{1}{2}\lambda', \frac{1}{2} - \lambda \mid J_R M \right\rangle \tag{3.57}
 \end{aligned}$$

ainsi que la relation (3.44), $T_{J_L J_R M}^* = T_{J_L J_R -M}$.

Les moments indépendants et non nuls sont au nombre de cinq, T^{000} , T^{100} , T^{010} , T^{110} , T^{11-1} . On peut les exprimer en termes des amplitudes $B \rightarrow (\Lambda \bar{\Lambda})_{CP=\pm}$

$$G_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{+1/2} \pm A_{-1/2}) \quad (CP = \pm), \tag{3.58}$$

et des amplitudes de parité spatiale définie pour $\Lambda \rightarrow p \pi^-$

$$B_{pc} = \frac{1}{\sqrt{2}} (B_{+1/2} + B_{-1/2}) \quad (P = +), \quad B_{pv} = \frac{1}{\sqrt{2}} (B_{+1/2} - B_{-1/2}) \quad (P = -). \tag{3.59}$$

On a alors

$$\begin{aligned}
 T_{000} &= \frac{1}{4\pi} [|G_+|^2 + |G_-|^2] [|B_{pc}|^2 + |B_{pv}|^2] [|\bar{B}_{pc}|^2 + |\bar{B}_{pv}|^2], \\
 T_{100} &= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} 2\text{Re}(G_+ G_-^*) 2\text{Re}(B_{pc} B_{pv}^*) [|\bar{B}_{pc}|^2 + |\bar{B}_{pv}|^2], \\
 T_{010} &= \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} 2\text{Re}(G_+ G_-^*) [|B_{pc}|^2 + |B_{pv}|^2] 2\text{Re}(\bar{B}_{pc} \bar{B}_{pv}^*), \tag{3.60} \\
 T_{110} &= \frac{1}{12\pi} [|G_+|^2 + |G_-|^2] 2\text{Re}(B_{pc} B_{pv}^*) 2\text{Re}(\bar{B}_{pc} \bar{B}_{pv}^*), \\
 T_{11-1} &= \frac{1}{12\pi} [|G_+|^2 - |G_-|^2 - 2i\text{Im}(G_+ G_-^*)] 2\text{Re}(B_{pc} B_{pv}^*) 2\text{Re}(\bar{B}_{pc} \bar{B}_{pv}^*).
 \end{aligned}$$

Si la parité était conservée dans la désintégration des baryons, la seule observable serait T^{000} ou $|G_+|^2 + |G_-|^2$ [73], mais comme la parité n'est pas conservée en général

par l'interaction faible, les termes croisés $\text{Re}(B_{pc}B_{pv}^*)$ et $\text{Re}(\overline{B}_{pc}\overline{B}_{pv}^*)$ sont non nuls. En termes des paramètres α_Λ , $\alpha_{\overline{\Lambda}}$ décrivant la violation de la parité dans la désintégration des hypérons Λ ,

$$\alpha_\Lambda = \frac{2\text{Re}(B_{pc}B_{pv}^*)}{|B_{pc}|^2 + |B_{pv}|^2}, \quad \alpha_{\overline{\Lambda}} = \frac{2\text{Re}(\overline{B}_{pc}\overline{B}_{pv}^*)}{|\overline{B}_{pc}|^2 + |\overline{B}_{pv}|^2}, \quad (3.61)$$

de nouveaux moments apparaissent, qui sont générés par la violation de la parité, T_{100} , T_{010} , T_{110} et T_{11-1} respectivement proportionnels à $\alpha_{\overline{\Lambda}}$, $\alpha_\Lambda\alpha_{\overline{\Lambda}}$ et $\alpha_\Lambda\alpha_{\overline{\Lambda}}$. Les quantités α_Λ et $\alpha_{\overline{\Lambda}}$ étant mesurables (et mesurées [105]) indépendamment, on en déduit donc les observables de la première étape de la désintégration

$$|G_+|^2, \quad |G_-|^2, \quad \text{Re}(G_+G_-^*), \quad \text{Im}(G_+G_-^*). \quad (3.62)$$

À noter que pour certains modes $B \rightarrow$ hypéron + antihypéron (table 3.5), les paramètres α_H et $\alpha_{\overline{H}}$ ne sont pas nécessairement connus; néanmoins, le Modèle Standard prédit de très faibles asymétries CP dans les désintégrations des hypérons non beaux [119], c'est-à-dire $\alpha_H + \alpha_{\overline{H}} \simeq 0$. Avec cette approximation, excellente dans le cadre du Modèle Standard, on peut également déterminer les observables (3.62) des moments angulaires (3.60), sans connaître la valeur de α_H . La violation de CP dans la désintégration des hypérons est discutée plus en détail plus bas.

Comparant les observables de $\Lambda\overline{\Lambda}$ (3.62) avec celles de $J/\psi K^*$ (3.47), on constate que la violation de la parité spatiale fournit plus d'informations, puisqu'à la fois la *partie réelle* et la *partie imaginaire* de $G_+G_-^*$ (en fonction du temps) sont mesurables. De la dépendance temporelle, il n'est pas difficile de montrer que l'on peut extraire les observables (constantes) [IV]

$$|G_\pm(0)|^2, \quad G_+(0)G_-(0)^*, \quad |\overline{G}_\pm(0)|^2, \quad \overline{G}_+(0)\overline{G}_-(0)^*, \quad (3.63)$$

et

$$\frac{q\overline{G}_\pm(0)}{pG_\pm(0)}, \quad (3.64)$$

sans ambiguïté discrète dans le cas général.

Dans la limite de pingouin nul, les observables liées à la violation de CP se mettent sous la forme standard

$$\frac{q\overline{G}_+(0)}{pG_+(0)} = -\frac{q\overline{G}_-(0)}{pG_-(0)} = e^{2i\alpha}, \quad (3.65)$$

ce qui signifie dans ce cas qu'à la fois $\sin 2\alpha$ et $\cos 2\alpha$ peuvent être déterminés, et donc que l'ambiguïté discrète $\alpha \rightarrow \pi/2 - \alpha$ est levée. Cependant la transition en arbre $B \rightarrow u\overline{u}d$ reçoit des corrections pingouin $b \rightarrow c\overline{c}d$ et $b \rightarrow t\overline{t}d$ qui peuvent être importantes, tout comme dans les modes $B \rightarrow \pi\pi$, $\rho\pi$... (chapitres 1 et 2). On définit alors des angles effectifs $(q/p)\overline{G}_+(0)/G_+(0) = \exp(-2i\alpha_{\text{eff}}^+)$ et $(q/p)\overline{G}_-(0)/G_-(0) = \exp(-2i\alpha_{\text{eff}}^-)$ avec $2\alpha_{\text{eff}}^+ \neq 2\alpha_{\text{eff}}^- \neq 2\alpha$ en général, et on peut montrer [IV] qu'il suffit de déterminer théoriquement un unique paramètre hadronique (typiquement un rapport pingouin/arbre en valeur absolue) pour remonter des observables de l'analyse angulaire à l'angle CP 2α . La nouvelle information apportée par la violation de la parité spatiale

TAB. 3.5 – Modes de désintégration des mésons B et B_s pour lesquels l'analyse angulaire permet de déterminer $\cos 2\phi_{\text{CKM}}$ et $\sin 2\phi_{\text{CKM}}$. Les modes $\Lambda\bar{\Lambda}$ et $\Lambda_c\bar{\Lambda}_c$ sont respectivement sensibles à α et β , mais des contributions pingouins sont attendues. Les trois dernières lignes reportent des canaux purement pingouin, pour lesquels le Modèle Standard prédit une asymétrie CP très faible et donc $\cos 2\phi_{\text{CKM}} \sim 1$; une asymétrie d'ordre un impliquerait des effets de Nouvelle Physique [IV]. Les rapports d'embranchement donnés ici ne sont que des ordres de grandeur très grossiers.

Mode	BR 1 ^{ère} étape	BR 2 ^{nde} étape	Angle CKM
$B \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}, \Lambda \rightarrow p\pi^-$	$10^{-6}-10^{-5}$	64%	α_{eff}
$B \rightarrow \Lambda_c^+\bar{\Lambda}_c^+, \Lambda_c^+ \rightarrow \Lambda\pi^+, p\bar{K}^0, \dots$	10^{-4}	10^{-2}	β_{eff}
$B_s \rightarrow \Sigma^-\bar{\Sigma}^-, \Sigma^- \rightarrow n\pi^-$	10^{-7}	1	~ 0
$B_s \rightarrow \Xi^-\bar{\Xi}^-, \Xi^- \rightarrow \Lambda\pi^-$	10^{-7}	1	~ 0
$B_s \rightarrow \Omega^-\bar{\Omega}^-, \Omega^- \rightarrow \Lambda K^-, \Xi^0\pi^-$	10^{-7}	1	~ 0

dans la désintégration de seconde étape s'interprète alors comme les signes de $\cos 2\alpha_{\text{eff}}^+$ et $\cos 2\alpha_{\text{eff}}^-$, information précieuse comme on l'a vu lors de l'analyse du diagramme de Dalitz $B \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ sans la bande du ρ neutre (section 2.2).

Le mode $B \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$ est particulièrement intéressant du point de vue expérimental : avec une amplitude proportionnelle à $|V_{ud}V_{ub}|$, on s'attend à un rapport d'embranchement de $10^{-6}-10^{-5}$. La détection du Λ ne pose pas de problème, avec $\text{BR}(\Lambda \rightarrow p\pi^-) = 64\%$ [105]. Cependant, la mesure de la dépendance temporelle de cette désintégration peut être pénalisée par le fait que les hyperons — qui ne laissent pas de trace chargée — se désintègrent loin du vertex primaire.

D'autres modes de désintégration du B et du B_s peuvent apporter de nouvelles informations sur les angles CKM [IV]; ils sont résumés dans la table 3.5.

3.3 Violation de CP dans la désintégration du Λ

L'expression des moments (3.60) fait apparaître explicitement les paramètres de la violation de la parité spatiale α_Λ et $\alpha_{\bar{\Lambda}}$. Si la symétrie CP est conservée dans la désintégration du Λ , il y a égalité $\alpha_\Lambda = -\alpha_{\bar{\Lambda}}$. La mesure présente de l'asymétrie CP correspondante est compatible avec zéro [105]

$$\frac{\alpha_\Lambda + \alpha_{\bar{\Lambda}}}{\alpha_\Lambda - \alpha_{\bar{\Lambda}}} = -0.03 \pm 0.06. \quad (3.66)$$

L'asymétrie prédite par le Modèle Standard étant très supprimée par la hiérarchie de la matrice CKM, on s'attend à une valeur de l'ordre de 10^{-5} [119].

D'après les équations (3.60), le rapport suivant des moments de l'analyse angulaire conduit directement à l'asymétrie CP dans la désintégration du Λ :

$$\frac{\alpha_\Lambda + \alpha_{\bar{\Lambda}}}{\alpha_\Lambda - \alpha_{\bar{\Lambda}}} = \frac{T_{100} + T_{010}}{T_{100} - T_{010}}. \quad (3.67)$$

Cette quantité, que l'on peut donc extraire de l'analyse angulaire de $B \rightarrow \Lambda \bar{\Lambda}$, est indépendante de la violation de CP dans la désintégration du méson B . De plus, la formule (3.67) reste valable pour les moments *intégrés sur le temps* [IV]. L'étiquetage de la saveur du méson B reste toutefois nécessaire, à moins que les contributions pingouin ne soient véritablement très importantes : en effet, en l'absence de pingouins la sommation sur B^0 et \bar{B}^0 tue les moments T_{100} et T_{010} [IV].

En conclusion, la désintégration d'un méson B en $\Lambda \bar{\Lambda}$ fournit l'opportunité de mesurer ou de borner l'asymétrie CP dans la désintégration du Λ et ce, indépendamment de la violation de CP dans la désintégration du B et indépendamment de la mesure du temps de désintégration, bien que l'étiquetage de la saveur soit nécessaire en pratique. Le méson B se comporte en fait comme une source cohérente de paires $\Lambda \bar{\Lambda}$. Compte tenu des rapports d'embranchement, les futures expériences haute statistique pourront éventuellement améliorer la mesure (3.66).

Conclusion

L'étude de la violation de CP dans les désintégrations des mésons B dont l'espace des phases est non trivial étend considérablement les possibilités de connaître les angles CKM.

Plusieurs désintégrations à trois corps *via* un état intermédiaire résonant à deux corps contenant une excitation orbitale $L = 1$ D^{**} , sont susceptibles d'apporter des informations sur de nouvelles fonctions trigonométriques du Triangle d'Unitarité, grâce aux phénomènes d'interférence. L'intensité de l'effet recherché croît avec la masse des résonances qui contribuent, ce qui rend ces canaux particulièrement favorables pour ce type d'analyse.

Comme premier exemple, généralisation simple du mode $B \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ décrit dans le chapitre 2, la désintégration $B \rightarrow D^{**+} \pi^- + D^{*-} \pi^+ \rightarrow D^+ D^- \pi^0$ permet en principe l'extraction de $\cos 2\beta$ et $\sin 2\beta$, dans la limite de contributions pingouins négligeables. Cependant la statistique attendue, plutôt limitée du fait du couplage faible $\propto |V_{cd} V_{cb}|$ combiné avec la détection difficile des mésons D , peut conduire à préférer $B \rightarrow D^{*+} D^{*-} \pi^0$, auquel cas une analyse angulaire est nécessaire.

Les modes $B \rightarrow D_s^{**+} \pi^- + D_s^{*-} \pi^+ \rightarrow D^+ D^- K_S$ et $B \rightarrow D^{**+} \pi^0 + D^{*-} \pi^0 \rightarrow D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$ ont deux avantages précieux, rapport d'embranchement favorable et pas de pollution pingouin. Comme $D^+ D^- \pi^0$, ces deux canaux permettent l'extraction de $\cos 2\beta$ et $\sin 2\beta$.

Enfin la désintégration $B \rightarrow D_s^{*\pm} \pi^\mp + D^\pm K^{*\mp} \rightarrow D^\pm \pi^\mp K_S$ présente la particularité de mesurer l'angle $2\beta + \gamma$, là encore sans ambiguïté discrète ni incertitude pingouin. On notera cependant que tous ces canaux contenant un ou deux mésons D dans l'état final sont pénalisés par la faible efficacité de détection. Les modes $D^+ D^- K_S$, $D_{CP}^0 \pi^+ \pi^-$ et $D^\pm \pi^\mp K_S$ peuvent éventuellement être analysés dans une machine hadronique, bien que le nombre important de particules à détecter soit problématique dans un tel environnement.

Une méthode alternative pour lever les ambiguïtés discrètes sur les angles CP exploite l'analyse angulaire des désintégrations vers des particules à spin. Dans le cas

de $B \rightarrow J/\psi_{(\rightarrow \ell^+ \ell^-)} K_{(\rightarrow K_S \pi^0)}^*$, de nouvelles observables sont accessibles, de la forme $\cos \delta_{\text{FSI}} \cos 2\beta$. Si, comme les premières mesures de CLEO semblent l'indiquer, les phases d'interaction dans l'état final δ_{FSI} sont petites, le signe de $\cos 2\beta$ peut éventuellement être déterminé.

On obtient plus d'information dans le cas où la désintégration de seconde étape ne conserve pas la parité spatiale. Alors certains moments de l'analyse angulaire, absents si la parité est conservée, contiennent des termes conduisant séparément à la mesure des phases fortes et des angles CKM. Le prototype en est $B \rightarrow \Lambda \bar{\Lambda}$, duquel on peut extraire $\cos 2\alpha$ et $\sin 2\alpha$ si les pingouins sont négligeables. Dans le cas général, c'est le signe d'un terme du type $\cos 2\alpha_{\text{eff}}$ qui est déterminé.

Les analyses en masses invariantes dans le diagramme de Dalitz et les analyses angulaires ont en commun d'exploiter toute l'information contenue dans l'espace des phases. Elles nécessitent bien sûr une statistique importante, mais peuvent en retour tester le Modèle Standard de manière essentielle.

Conclusion

On a discuté d'une part le problème des incertitudes pingouins, et d'autre part celui des ambiguïtés discrètes, qui affectent tous deux l'extraction des angles du Triangle d'Unitarité à partir de certains processus de désintégration des mésons B .

La méthode générale présentée dans le chapitre 1, qui consiste à exprimer les paramètres théoriques — faibles et forts — en fonction des observables plutôt que l'inverse, possède deux avantages : d'une part elle permet de minimiser l'information mal maîtrisée provenant de la théorie, en indiquant clairement quel est le nombre minimal d'inconnue(s) à déterminer pour extraire les paramètres. D'autre part elle simplifie la discussion des ambiguïtés discrètes.

À propos de l'angle α (chapitres 1 et 2), ce formalisme a permis de reprendre d'un œil critique la littérature existante sur le sujet, et d'en clarifier bien des points. De nombreux résultats nouveaux ont également été dérivés. Il faut retenir que *la théorie permet de contrôler l'erreur sur l'angle CKM, à défaut de la réduire.*

En ce qui concerne les ambiguïtés discrètes, on a généralisé les méthodes précédemment proposées, qui ont comme point commun d'utiliser toutes les observables liées à la richesse de l'espace des phases dans certaines désintégrations. Soulignons une fois de plus que la procédure défendue dans le premier chapitre permet d'apprécier à sa juste valeur l'information nouvelle apportée par les analyses en masses invariantes et les analyses angulaires, même en présence de contributions pingouin.

Sans doute les méthodes présentées dans cette partie peuvent être utilisées dans d'autres canaux tout aussi intéressants du point de vue phénoménologique. Par exemple il est devenu difficile de comparer objectivement les innombrables méthodes de détermination complète ou partielle de l'angle γ basées sur les modes $B \rightarrow K\pi$ [74]. Une revue complète de la littérature, à l'aide d'une approche indépendante de modèle, serait bienvenue. De même l'idée d'exprimer dès le départ les équations du problème dans le plan (ρ, η) est très générale et peut s'avérer très utile dans nombre de cas.

Jusqu'ici, on s'est principalement focalisé sur le système des mésons B_d . On n'a pas développé plus avant leurs particularités du système B_s soulignées dans l'introduction, notamment une différence de largeur $\Delta\Gamma_s$ éventuellement détectable. La littérature portant sur l'étude de la violation de CP dans les désintégrations du B_s est bien moins abondante que celle concernant les B_d , bien que déjà plusieurs propositions très intéressantes aient été faites [75]. Au vu des perspectives qui s'offrent dans les futures machines hadroniques, qui non seulement devraient permettre de résoudre les oscillations rapides du B_s mais peut-être aussi les termes en $\exp(-\Delta\Gamma_s t)$, de nombreuses études restent à faire, tant sur les incertitudes pingouin que sur les ambiguïtés discrètes.

Deuxième partie

Facteurs de forme lourd à léger

Introduction

Le Triangle d'Unitarité peut être construit à partir de ses côtés uniquement, c'est-à-dire d'observables conservant la symétrie CP . Supposant que le modèle CKM est correct, on peut donc prouver l'existence de la violation de CP (triangle non plat), sans observer d'asymétrie⁵. À noter qu'il s'agit là d'une particularité propre aux triangles : les polygones comportant quatre côtés ou plus ne sont pas définis par la seule donnée de la longueur de ces derniers.

Les couplages $|V_{cb}|$ et $|V_{ub}|$ peuvent être extraits des transitions $b \rightarrow c$ et $b \rightarrow u$, alors que $|V_{td}|$ concerne entre autres le mélange $B^0 - \bar{B}^0$. Cependant, on ne peut s'affranchir de la connaissance des éléments de matrice hadroniques, qui sont l'objet du travail présenté dans cette deuxième partie. Dans le cas des désintégrations semileptoniques, par exemple $B \rightarrow \pi(\rho)\ell\nu_\ell$ (fig. 1), ou les transitions rares du type $B \rightarrow K^*\gamma$ et $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$,

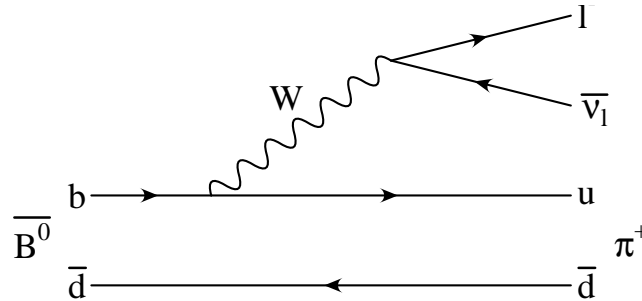


FIG. 1 – Diagramme de Feynman pour la désintégration $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell$.

il faut calculer les éléments de matrice entre deux hadrons des courants électrofaibles, c'est-à-dire des opérateurs bilinéaires de dimension 3 de la forme $q\Gamma b$, où Γ est une matrice de Dirac⁶.

Notons également que la connaissance des éléments de matrice des courants est au centre du calcul des amplitudes non-leptoniques dans le cadre de l'approximation de factorisation (voir l'annexe A). Il ne faut pas oublier que tous les tests qui ont été fait sur la validité de cette approximation ne s'appliquent qu'à un schéma particulier de facteurs de forme.

5. Bien sûr cela ne dispense pas de mesurer directement la violation de CP .

6. Les opérateurs à quatre fermions de dimension 6 contribuent également à $B \rightarrow K^*\gamma$ et $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$.

Les transitions lourd à lourd, $B \rightarrow D^{(*)}$, sont fortement contraintes par la symétrie des quarks lourds qui s'applique à la fois dans l'état initial et l'état final. En revanche, cette symétrie n'apporte que peu d'information sur les transitions lourd à léger.

La symétrie des quarks lourds

La symétrie des quarks lourds repose sur un concept très simple connu depuis longtemps en mécanique quantique, mais qui n'a trouvé des applications dans la théorie des champs que relativement récemment [18]. En physique atomique, il est bien connu que le *spin* et la *masse* d'un noyau *découplent* de la dynamique, dans la limite où ce noyau est infiniment lourd par rapport aux énergies d'excitation des orbitales électroniques : cela signifie d'une part que les niveaux d'énergie de l'atome se classent en doublets dégénérés de spin, et d'autre part qu'ils sont indépendants de la masse du noyau, ce qui définit la notion d'*isotope*.

Le même phénomène existe en chromodynamique quantique. Dans un méson lourd-léger, typiquement $B = (\bar{b}u)$, ou dans un baryon contenant un seul quark lourd de masse m_Q ⁷, typiquement $\Lambda_b = (udb)$, les échanges d'impulsion entre le quark lourd et l'environnement — quark(s) léger(s) de valence et partons de la « mer » — sont non perturbatifs, d'ordre $\Lambda_{\text{QCD}} \ll m_Q$; cette interaction molle ne peut sonder ni le spin ni la saveur du quark lourd, qui découplent donc de la dynamique de l'état lié. Dans la limite de masse infinie pour le quark lourd, on obtient une symétrie globale de spin SU(2), et une symétrie de saveur. On en déduit d'importantes propriétés du spectre des masses hadroniques, par exemple

$$m_{D^*} = m_D, \quad m_{B^*} = m_B, \quad (1)$$

$$m_{D^{**}} - m_D = m_{B^{**}} - m_B \quad (2)$$

où le superindice ** désigne l'une des excitations orbitales $L = 1$. Bien sûr la symétrie des quarks lourds n'est qu'une symétrie approximative de QCD : elle reçoit des corrections non perturbatives en $1/m_Q$ ainsi que des corrections radiatives qui sont calculables en théorie des perturbations.

Les applications de la symétrie des quarks lourds et du développement en $1/M$ à l'étude du spectre et de l'interaction forte des hadrons lourds sont très nombreuses, mais ne seront pas discutées ici.

Les relations d'Isgur-Wise dans le cas lourd à lourd

La symétrie des quarks lourds permet également de contraindre les éléments de matrice électrofaibles, et a conduit historiquement à une très bonne détermination du couplage $|V_{cb}|$, qui est maintenant le troisième élément de matrice CKM le mieux connu après $|V_{ud}|$ et $|V_{us}|$ [105]

$$|V_{cb}| = 0.0395 \pm 0.0017. \quad (3)$$

7. Dans toute la partie II, on désignera génériquement par M la masse lourde (du quark ou du hadron). Si nécessaire, on spécifiera $M = m_b$ ou $M = m_B$ par exemple.

En effet considérons les éléments de matrice

$$\langle D^{(*)} | c\Gamma b | B \rangle \quad (4)$$

qui, au couplage CKM près, déterminent l'amplitude $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu_\ell$. Ces éléments de matrice sont paramétrés en termes de *facteurs de forme*, qui sont des fonctions invariantes de Lorentz du transfert d'impulsion $q^2 = (p_B - p_{D^{(*)}})^2$ (cf. Éqs. (1.66)-(1.71)). Ce que dit la symétrie des quarks lourds, c'est que dans la limite de masse infinie, les mésons D , D^* , B et B^* sont essentiellement identiques. Les éléments de matrice (4) peuvent donc être exprimés en fonction du seul élément de matrice élastique

$$\langle B | b\gamma^\mu b | B \rangle . \quad (5)$$

Or d'après la conservation du courant électromagnétique $\partial_\mu b\gamma^\mu b = 0$, l'élément de matrice (5) ne dépend que d'un seul facteur de forme, le facteur de forme élastique du méson B . *Tous les éléments de matrice $B^{(*)} \rightarrow D^{(*)}$ sont décrits par un seul facteur de forme universel dans la limite de masse infinie.*

Ce n'est pas tout : en effet la limite de masse lourde permet de calculer la loi d'échelle par rapport à m_Q . La bonne variable cinématique étant la quadrivitesse v plutôt que l'impulsion $p = Mv$, on a la relation suivante sur les états hadroniques dans la limite de masse infinie [18] :

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{M}} |B, p_\mu\rangle = |B, v_\mu\rangle \quad (6)$$

où l'état $|B, v_\mu\rangle$ est indépendant de M , le facteur \sqrt{M} provenant simplement de la normalisation relativiste usuelle. Comme on va le voir, l'opérateur de courant reste fini dans la limite de masse lourde, ce qui permet d'écrire la dépendance des éléments de matrice de transition $B \rightarrow D^{(*)}$ vis-à-vis des masses initiale et finale :

$$\langle D^{(*)}, p_{D^{(*)}} | c\Gamma b | B, p_B \rangle = \sqrt{m_B m_{D^{(*)}}} \times \langle D^{(*)}, v_{D^{(*)}} | c\Gamma b | B, v_B \rangle . \quad (7)$$

Les facteurs de forme lourd à lourd s'expriment donc en fonction des masses des mésons et d'un *facteur de forme universel fonction du produit des quadrivites*, que l'on appelle fonction d'Isgur-Wise [76] et que l'on note généralement $\xi(v_B \cdot v_{D^{(*)}})$.

Enfin, à recul nul $v_{D^{(*)}} = v_B$, le méson fils est au repos dans le référentiel du méson parent. L'action de l'opérateur de courant se résume à changer la saveur du quark lourd, sans lui donner d'impulsion ; la dynamique des degrés de liberté légers étant invariante de saveur, il ne se passe pour ainsi dire rien, et on obtient une *condition de normalisation*

$$\xi(1) = 1 . \quad (8)$$

En résumé, la seule symétrie des quarks lourds permet de calculer exactement dans la limite de masse infinie les éléments de matrice de transition $B \rightarrow D^{(*)}$ à recul nul. Afin d'affiner la prédiction, il convient de tenir compte des corrections non perturbatives qui se trouvent être de l'ordre de $1/M^2$ grâce au théorème de Luke [77], et des corrections radiatives qui ont été calculées par les méthodes standard. Il reste alors à mesurer la largeur de désintégration près du point de recul nul, pour en arriver à la détermination de $|V_{cb}|$, éq. (3).

Limite d'Isgur-Wise dans le cas lourd à léger

Les transitions lourd à léger $B \rightarrow \pi(\rho)\ell\nu_\ell$ sont évidemment nettement moins contraintes puisque l'on perd la symétrie dans l'état final. Il n'y a en particulier pas de condition de normalisation, pas de relation entre les facteurs de forme semileptoniques, et pas de possibilité de calculer la dépendance des facteurs de forme par rapport à la masse de l'état final. Il reste des relations entre les facteurs de forme pingouin (courant tensoriel) et les facteurs de forme semileptoniques vectoriels et axiaux, et la dépendance par rapport à la masse lourde $\sim \sqrt{M}$ est calculable [76].

De plus, dans la démonstration originale de Isgur et Wise [76], la limite de masse lourde est prise avec l'énergie E du hadron final dans le repère au repos du hadron initial *fixée*. C'est gênant du point de vue phénoménologique puisque cela concerne une toute petite partie de l'espace des phases d'une transition lourd à léger. On verra qu'en l'absence de processus dur, on peut s'affranchir de cette hypothèse et prendre également la limite $E \rightarrow \infty$.

La théorie effective des quarks lourds

La théorie effective des quarks lourds (Heavy Quark Effective Theory, HQET) est un moyen d'établir formellement la symétrie des quarks lourds ordre par ordre dans le développement en $1/M$. Il s'agit en fait d'un développement en produits d'opérateurs, qui intègre les degrés de liberté $\mu \gtrsim M$ pour ne laisser explicitement que les degrés de liberté dynamiques à l'échelle du processus considéré. La théorie effective obtenue est symétrique et plus simple que QCD, quoiqu'elle reste une théorie des champs non perturbative non soluble par les méthodes actuelles, sauf éventuellement sur réseau.

Le Lagrangien de HQET est obtenu du Lagrangien complet de QCD en définissant à partir du champ de Dirac du quark lourd $Q(x)$ deux champs à deux composantes [18] :

$$h_v(x) \equiv e^{im_Q v \cdot x} \frac{1 + \not{v}}{2} Q(x), \quad H_v(x) \equiv e^{im_Q v \cdot x} \frac{1 - \not{v}}{2} Q(x). \quad (9)$$

Le terme $\exp(im_Q v \cdot x)$ est mis en facteur pour absorber la dépendance cinématique principale du champ $Q(x)$: la trajectoire du quark fluctuant peu autour de celle du hadron, la dérivée covariante agissant sur les champs réduits h_v et H_v reste finie, d'ordre Λ_{QCD} . Reportant les champs (9) dans le Lagrangien de QCD, on constate que dans la limite de masse infinie, le champ $H_v(x)$ est d'ordre $1/m_Q$ par rapport à h_v : en effet il correspond à la création d'antiquarks lourds à partir du vide, processus supprimé dans la limite considérée. Le champ h_v lui est fini dans la limite asymptotique, de même que les opérateurs électrofaibles construits avec ce champ. À l'ordre dominant, le Lagrangien s'écrit

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{HQET}} + \mathcal{O}(1/m_Q) \quad (10)$$

avec

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}} = \bar{h}_v i v \cdot D h_v \quad (11)$$

et la condition de projection

$$h_v(x) = \frac{1 + \not{v}}{2} h_v(x). \quad (12)$$

Le Lagrangien (11), qui est explicitement invariant de saveur et invariant $SU(2)$, est à la base du développement en $1/m_Q$ pour les processus exclusifs. Les termes d'ordre supérieur sont traités en théorie des perturbations lagrangienne, et les corrections radiatives par le développement de Wilson. À ce Lagrangien effectif il faut bien sûr rajouter le Lagrangien des quarks légers et des gluons, qui décrit l'interaction des degrés de liberté dans le champ statique du quark lourd. Un développement similaire est possible pour les processus inclusifs.

« Il faut que je me rase parce que dans vingt minutes je dois être plongé dans mes calculs. Huit pour me laver, cinq si je fais vite, sept pour le petit déjeuner. De vieilles saucisses au goût douteux. Le magasin de Mabel, épicerie-quincaillerie-bazar-vins et spiritueux. C'est comme la boîte de je-ne-sais-plus-qui. J'ai oublié le nom. (Le mardi, l'autobus tombe en panne et met sept minutes.) Pindore. Non. Peldore. Non, ce n'est pas ça. En tout, une demi-heure. Pas le temps. J'ai oublié le nom. Une boîte où l'on trouve de tout. Padore. Ça commence par un P. »

Gabriel García Márquez, Dialogue dans le miroir
Traduction Annie Morvan

Chapitre 1

La théorie effective LEET

Introduction

Comme on vient de le dire, la limite cinématique d'Isgur-Wise [76], quoique très importante sur le plan formel, n'est pas d'un grand secours pour les transitions lourd à léger. En effet, dans le cas où le hadron initial de masse M est très lourd par rapport au hadron final de masse m' , $m' \ll M$, la région près du point de recul nul est sous-dominante dans l'espace des phases.

Considérons alors plutôt la limite de masse infinie $M \rightarrow \infty$ pour le hadron initial, et d'énergie infinie pour le hadron final $E \rightarrow \infty$, avec le rapport E/M quelconque. Dans le cas typique de la désintégration semileptonique $B \rightarrow \pi \ell \nu_\ell$, l'énergie du pion dans le référentiel associé au méson B s'écrit en fonction du transfert de quadri-impulsion q^2

$$E = \frac{m_B}{2} \left[1 - \frac{q^2}{m_B^2} + \frac{m_\pi^2}{m_B^2} \right]. \quad (1.1)$$

Le voisinage du point de recul nul $q^2 \simeq q_{\text{max}}^2 = (m_B - m_\pi)^2$ correspond au terme entre crochets de (1.1) de l'ordre de $1/m_B$. En dehors de cette région, et dans la limite de masse lourde $m_B \rightarrow \infty$, l'énergie E est grande par rapport à l'échelle de l'interaction forte.

Il y a grossièrement deux types de contributions à l'élément de matrice d'un courant $J = \bar{u} \Gamma b$ entre le méson B et le pion dans la double limite asymptotique $m_B \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$ [84, 78]. D'une part le processus « mou » dans lequel le quark actif porte quasiment toute l'impulsion du hadron — mécanisme de Feynman — (fig. 1.1.a) ; d'autre part le processus « dur », qui fait intervenir l'échange d'un gluon dur entre le quark actif et le quark spectateur (fig. 1.1.b). Bien que la séparation entre ces deux phénomènes ne soit pas très claire, on peut raisonnablement supposer que le mécanisme de Feynman domine en pratique la transition [84, 78] : en effet on s'attend à ce qu'il ne soit pas supprimé en puissance par rapport à l'échange dur¹, alors que ce dernier est affecté d'un coefficient perturbatif $\sim \alpha_s$. *A contrario*, dans le cas du facteur de forme élastique du

1. On néglige dans la suite la suppression de Sudakov, qu'on attend peu importante à l'échelle physique du méson B .

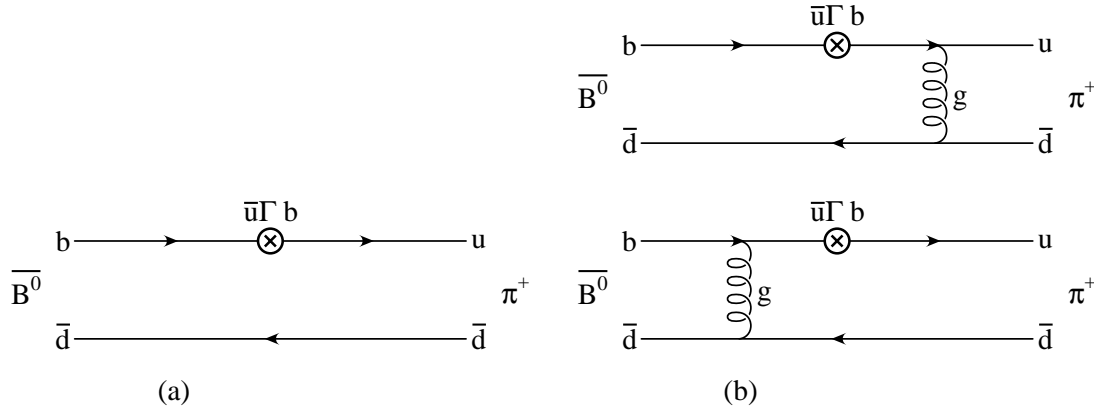


FIG. 1.1 – (a) *Le mécanisme de Feynman* et (b) *l'échange de gluon dur*: deux contributions aux facteurs de forme à grand transfert d'énergie.

pion [121], il peut y avoir compétition entre les contributions molles qui sont supprimées de puissance et les contributions dures supprimées par α_s .

Le mécanisme de Feynman étant un processus essentiellement non perturbatif, l'idée est de le décrire à l'aide d'une théorie effective après avoir intégré les degrés de liberté durs. La théorie LEET (Large Energy Effective Theory), introduite à l'origine par Dugan et Grinstein [33] dans un contexte différent, semble en fait l'outil adapté au problème : en effet comme on va le voir, le Lagrangien de LEET décrit l'interaction d'un quark dans la configuration du mécanisme de Feynman avec un environnement de partons mous. En ce qui concerne le quark lourd, on utilise la théorie effective HQET, ce qui est justifié dans la mesure où on néglige l'échange de gluon de grande virtualité. Les champs effectifs HQET et LEET ont en point commun de n'avoir que deux composantes indépendantes au lieu des quatre habituelles.

Utilisant ce formalisme de théorie effective, on montre dans ce chapitre que *trois facteurs de forme indépendants suffisent à décrire l'ensemble des éléments de matrice des courants faibles pour les transitions $P \rightarrow P(V)$* . Ce résultat implique des relations non triviales entre les facteurs de forme semileptoniques et pingouin usuels, qui ressemblent d'une certaine manière aux relations d'Isgur-Wise dans les transitions lourd à lourd.

On se pose alors la question de la dépendance de ces trois facteurs de forme universels par rapport aux grandes échelles que sont la masse lourde M et l'énergie E . Du développement habituel en puissances de $1/M$ de l'état du méson lourd, on obtient une loi de factorisation de la forme $\sim \sqrt{M} z(E)$. En ce qui concerne $z(E)$, il semble que la loi d'échelle soit contrôlée par le comportement de la fonction d'onde sur le cône de lumière du hadron final au voisinage du point $u \sim 1$. L'hypothèse communément acceptée d'un comportement linéaire en $\sim (1 - u)$ conduit à $z(E) \sim 1/E^2$, ce qui implique un comportement *dipolaire* en $\sim M^{-3/2}/(1 - q^2/M^2)^2$ pour les trois facteurs de forme universels².

Bien que les données expérimentales sur la désintégration des mésons B ne soient

2. La dépendance en q^2 des facteurs de forme dans la paramétrisation standard est discutée dans la section 1.3.

pas encore suffisantes pour donner des informations précises sur les facteurs de forme, les prédictions du formalisme HQET/LEET pour les transitions lourd à léger sont réalisées exactement par certains modèles et approximations de l'interaction forte, à savoir les règles de somme de QCD sur le cône de lumière et les modèles de quarks construits selon la prescription de Bakamjian-Thomas, comme on va le voir dans les deux prochains chapitres.

Ce chapitre reprend l'exposition de la théorie LEET dans la référence [V]. Dans la section 1.1, des arguments sont donnés en faveur de l'utilisation de LEET pour la description du mécanisme de Feynman, et la forme correcte du Lagrangien de la théorie est dérivée, une subtilité concernant les matrices de Dirac ayant été oubliée dans la littérature. Dans la section 1.2, on montre comment l'expression des courants faibles en termes des champs de quark effectifs HQET et LEET implique qu'il n'y a que trois facteurs de forme indépendants pour les transitions entre états fondamentaux. La dépendance asymptotique par rapport à M et E est également discutée, et la forme en $\sim \sqrt{M}/E^2$ est retenue comme étant la plus plausible. Finalement dans la section 1.3 on discute les relations qu'impose LEET sur les facteurs de forme dans la paramétrisation standard, et on compare cette approche avec de précédentes qui sont basées sur des arguments de quarks constituants. Une première comparaison des prédictions possibles avec la phénoménologie est également faite.

1.1 La théorie LEET

LEET a été introduite par Dugan et Grinstein [33] dans le but d'étudier la factorisation des éléments de matrice non-leptoniques dans les désintégrations du type $B \rightarrow D^{(*)}\pi, D^{(*)}\rho \dots$, où le méson léger est émis par le boson W . Dans ce cas, les deux quarks qui constituent le méson léger sont durs par rapport aux référentiels des mésons lourds. Dans la référence [34], Aglietti *et al.* ont argumenté qu'une telle configuration ne peut être décrite par LEET, car l'impulsion transverse relative entre les deux quarks durs peut être grande, alors qu'elle est supposée d'ordre Λ_{QCD} dans LEET. Ces auteurs ont proposé à la place l'utilisation de la théorie $\overline{\text{LEET}}$, une variante de LEET qui prend en compte des degrés de liberté transverses éventuellement durs. Il semble que le problème soit analogue aux systèmes de quarks lourds : HQET décrit les hadrons lourd-léger du type B_d , alors que c'est la théorie NRQCD (Non-Relativistic QCD) qui doit être utilisée pour les quarkonia du type Υ . En revanche, Aglietti *et al.* proposent d'utiliser LEET dans les désintégrations non-leptoniques semi-inclusives du type $B \rightarrow DX_u$, où l'ordre dominant semble factorisable [34].

Une autre application possible de LEET, ou plutôt du propagateur du quark dans la limite LEET, a été proposée par le groupe de Rome [122] pour extraire des simulations sur réseau la fonction de profil pour la désintégration semileptonique inclusive du B , les fonctions de structure dans les problèmes de diffusion profondément inélastique, et les amplitudes de distribution sur le cône de lumière des hadrons légers.

Curieusement, la véritable finalité de la théorie LEET, à savoir décrire l'interaction molle d'un quark dur avec l'environnement, ne semble pas avoir été explorée dans la

littérature³. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux amplitudes pour lesquelles on peut espérer que la dynamique de LEET joue un rôle important, typiquement les processus $B \rightarrow \pi(\rho)\ell\nu_\ell$, $B \rightarrow K^*\gamma$ et $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$. Dans la région de grand recul, où q^2 n'est pas proche de q_{\max}^2 (bien sûr la valeur physique de q^2 dans les désintégrations radiatives est exactement zéro), l'énergie du quark actif dans l'état final dans le repère du méson lourd est grande, et on peut s'attendre à ce que sa trajectoire fluctue peu autour de celle du hadron, qui est asymptotiquement du genre lumière. Il faudrait également tenir compte de l'échange de gluon dur avec le quark spectateur (fig. 1.1.b) : cependant le calcul perturbatif de ces diagrammes conduit à des valeurs qui sont typiquement un ordre de grandeur plus petites que le diagramme de recouvrement mou (fig. 1.1.a) [84, 78], et on négligera complètement ces contributions dans la suite, de même que les autres types de corrections radiatives.

1.1.1 Lagrangien

Définissons maintenant de manière plus précise la limite cinématique que l'on cherche à décrire. Pour une transition lourd à léger dans la région de grand transfert d'énergie, les variables adaptées au problème sont

- la quadri-impulsion p , masse M et quadrivitesse v du hadron lourd

$$p \equiv Mv ; \quad (1.2)$$

- le quadrivecteur n et le scalaire E définis par

$$p' \equiv En, \quad v \cdot n \equiv 1 \quad (1.3)$$

où p' désigne la quadri-impulsion du hadron léger, $p'^2 = m'^2$. Donc

$$E = v \cdot p' \quad (1.4)$$

représente en fait l'énergie du hadron léger dans le repère associé au hadron lourd.

On considère la limite de masse lourde pour le hadron initial et de grande énergie pour le hadron final :

$$(\Lambda_{\text{QCD}}, m') \ll (M, E), \quad \text{avec } v \text{ et } n \text{ fixés.} \quad (1.5)$$

Il est important de noter que *les rapports E/M et Λ_{QCD}/m' sont absolument quelconques*. Comme $n^2 = m'^2/E^2 \rightarrow 0$, n devient du genre lumière dans la limite ci-dessus. Dans le repère associé à v , avec la direction z prise selon p' , on a simplement

$$v = (1, 0, 0, 0), \quad n \simeq (1, 0, 0, 1). \quad (1.6)$$

3. La théorie LEET a été qualifiée d' « instable » [34, 35] : en effet Aglietti argumente dans la référence [35] que l'interaction d'un quark LEET avec un quark mou *de masse nulle* — c'est-à-dire précisément le cas qui nous intéresse — génère des divergences vers l'avant. Cependant on peut montrer que ce problème disparaît quand le quark mou n'est pas de masse nulle, ce qui est effectivement le cas en pratique car c'est plutôt la *virtualité* du quark, d'ordre Λ_{QCD} , qui joue le rôle de sa masse lorsqu'il est confiné dans un hadron.

Dans un référentiel quelconque, on a les conditions de normalisation

$$v^2 = 1, \quad v \cdot n = 1, \quad n^2 \simeq 0. \quad (1.7)$$

Dans une transition telle que $B \rightarrow \pi$, pas trop près du point de recul nul $q^2 = q_{\max}^2 = (m_B - m_\pi)^2$, le quark actif dur dans l'état final doit former avec le spectateur mou un hadron de masse finie. Négligeant comme on l'a dit les effets spectateurs perturbatifs, l'impulsion r du quark actif reste voisine de l'impulsion du hadron :

$$r = En + k, \quad \text{avec } k \text{ l'impulsion résiduelle, d'ordre } \sim \Lambda_{\text{QCD}} \ll E. \quad (1.8)$$

L'objectif est maintenant de dériver le Lagrangien de LEET à partir de QCD dans la limite (1.8). On souhaite séparer les grandes composantes du champ de quark des petites qui, correspondant aux solutions d'énergie négative, doivent être supprimées par $1/E$. Dans ce but, on suit de très près la démonstration simple donnée dans la référence [18] pour le cas de HQET. On définit les projecteurs dans l'espace de Dirac

$$P_+ = \frac{\not{n}\not{v}}{2}, \quad P_- = \frac{\not{v}\not{n}}{2} \quad (1.9)$$

qui vérifient en effet grâce à l'équation (1.7)

$$P_\pm^2 = P_\pm, \quad P_\pm P_\mp = 0, \quad P_+ + P_- = \frac{\{\not{n}, \not{v}\}}{2} = 1. \quad (1.10)$$

On décompose le champ de quark complet $q(x)$ à quatre composantes en deux champs à deux composantes $q_\pm(x)$:

$$q_\pm(x) \equiv e^{iEn \cdot x} P_\pm q(x). \quad (1.11)$$

La phase cinématique $\exp(iEn \cdot x)$ a été factorisée de manière à ce que la dérivée covariante agissant sur les champs q_\pm soit d'ordre Λ_{QCD} . Des propriétés de projection on a

$$q(x) = e^{-iEn \cdot x} [q_+(x) + q_-(x)] \quad (1.12)$$

avec

$$P_\pm q_\pm = q_\pm, \quad P_\mp q_\pm = 0 \quad (1.13)$$

et

$$\bar{q}_\pm P_\mp = \bar{q}_\pm, \quad \bar{q}_\pm P_\pm = 0. \quad (1.14)$$

Le Lagrangien de QCD pour le champ $q(x)$, $\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{q}(i\not{D} - m_q)q$, peut s'écrire en terme des champs q_\pm (il ne s'agit pour le moment que d'un changement de variables) :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{q}_+ \not{v} i n \cdot D q_+ + \bar{q}_+ (i\not{D} - m_q) q_- + \bar{q}_- (i\not{D} - m_q) q_+ + \bar{q}_- \not{v} (2E + 2iv \cdot D - in \cdot D) q_- . \quad (1.15)$$

L'équation du mouvement $(i\not{D} - m_q)q(x) = 0$, projetée par P_\pm , s'écrit

$$\begin{aligned} \not{v} i n \cdot D q_+ + [i\not{D} - m_q - \not{v} (2iv \cdot D - in \cdot D)] q_- &= 0, \\ (i\not{D} - m_q - \not{v} i n \cdot D) q_+ + \not{v} (2E + 2iv \cdot D - in \cdot D) q_- &= 0. \end{aligned} \quad (1.16)$$

La seconde équation peut être résolue formellement pour exprimer q_- en fonction de q_+

$$q_-(x) = (2E + 2iv \cdot D - in \cdot D + i\epsilon)^{-1} \not{\psi} (i\not{D} - m_q - \not{\psi} in \cdot D) q_+(x). \quad (1.17)$$

Le champ $q_-(x)$, qui correspond aux solutions d'énergie négative⁴, est donc formellement d'ordre $1/E$ par rapport au champ $q_+(x)$. Physiquement, cela signifie que la création de paires est supprimée dans la théorie effective LEET, tout comme dans HQET.

Pour résumer, on a obtenu le résultat dans la limite (1.8) :

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{LEET}} + \mathcal{O}(1/E) \quad (1.18)$$

avec

$$\mathcal{L}_{\text{LEET}} = \bar{q}_n \not{\psi} in \cdot D q_n, \quad (1.19)$$

où on a défini $q_n(x) \equiv q_+(x)$ pour marquer l'analogie avec la notation usuelle h_v du champ effectif de HQET. De plus le champ à deux composantes $q_n(x)$ vérifie la condition de projection

$$q_n(x) = \frac{\not{\psi}}{2} q_n(x) \quad (1.20)$$

ce qui implique en particulier $\not{\psi} q_n = 0$. L'équation du mouvement de LEET est simplement

$$n \cdot D q_n(x) = 0. \quad (1.21)$$

Dans la littérature [33, 34, 35], le Lagrangien de LEET a été reporté sans la facteur $\not{\psi}$: en effet ces auteurs ont trouvé le Lagrangien à partir de la limite de grande énergie du propagateur du quark dans QCD, alors que cette limite n'est pas suffisante pour définir proprement le champ effectif q_n à partir du champ complet q . On va voir que la présence de la matrice $\not{\psi}$ et la condition de projection (1.20) ont d'importantes conséquences sur les symétries de la théorie effective, ainsi que sur les contraintes sur les facteurs de forme.

Remarquons également que l'hypothèse, pour le quark dur, de masse nulle ou petite par rapport à Λ_{QCD} n'est pas nécessaire pour écrire l'équation (1.18). Le terme de masse $\bar{q}_n m_q q_n$ dans le Lagrangien de QCD disparaît naturellement dans LEET à cause de la projection (1.20). Concernant les masses, seules les hypothèses $m_q \ll E$ au niveau du quark et $m' \ll E$ au niveau du hadron sont nécessaires au caractère « lumière » du quadrivecteur n . Bien sûr en pratique, on utilisera LEET seulement pour les quarks légers u , d et s . Cependant il est intéressant de garder à l'esprit que si le quark b était beaucoup plus lourd, par exemple ~ 20 GeV, le quark lourd c dans la transition $B \rightarrow D^{(*)}$ aux alentours de $q^2 = 0$ devrait être décrit par LEET plutôt que HQET, cette dernière théorie ne s'appliquant pas si le transfert de quadrivitesse $w = E/m'$ est trop grand [18].

Enfin les règles de Feynman de LEET ressemblent beaucoup à celles de HQET [18]

$$\text{propagateur du quark LEET : } \frac{i\not{\psi}}{n \cdot k + i\epsilon} \frac{\not{\psi}}{2}, \quad (1.22)$$

$$\text{vertex quark-gluon dans LEET : } -ig \not{\psi} T_a n^\mu. \quad (1.23)$$

4. car $P_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \alpha_z)$ dans le référentiel associé à v . Dans ce référentiel, les projecteurs P_\pm coïncident avec les projecteurs $\pm \gamma_3 \gamma_0 / 2$ utilisés dans le formalisme du cône de lumière [19, annexe A]. Une autre possibilité consiste à définir $P_+ = \gamma_* \gamma_\bullet / 2$ et $P_- = \gamma_\bullet \gamma_* / 2$ avec $\gamma_* = \not{\psi} / n \cdot x$ et $\gamma_\bullet = \not{\psi}$: cela fait penser au formalisme du cône de lumière de la référence [123] et conduit au Lagrangien $\mathcal{L}_{\text{LEET}} = \bar{q}_n [\not{\psi} / n \cdot x] in \cdot D q_n$. Ce dernier exhibe l'invariance sous le groupe conforme colinéaire défini dans [123].

1.1.2 Symétries

Commençons par discuter les symétries globales. Il est manifeste que LEET est une théorie invariante de saveur, car il n'y a pas de terme de masse dans le Lagrangien (1.19). C'est naturel, dans la mesure où les effets de masse sont sous-dominants pour une particule dure.

On constate également immédiatement que le Lagrangien de LEET (1.19) ainsi que la condition de projection (1.20) sont invariants sous la transformation chirale

$$q_n(x) \rightarrow e^{i\alpha\gamma^5/2} q_n(x). \quad (1.24)$$

Comme pour les quarks de masse nulle, on montre facilement que l'opérateur d'hélicité du quark LEET est juste $\gamma^5/2$. Cette propriété, ainsi que le fait qu'il n'y a pas de matrice de Dirac dynamique (couplée au champ de jauge) dans le Lagrangien de LEET, pointe dans la direction d'une symétrie globale plus large⁵. C'est effectivement ce qui se passe. On définit⁶ dans le référentiel associé à v avec la direction z selon n

$$S^1 \equiv \frac{1}{2}\gamma^0\Sigma^1 = \frac{1}{2}\gamma^1\gamma^5, \quad S^2 \equiv \frac{1}{2}\gamma^0\Sigma^2 = \frac{1}{2}\gamma^2\gamma^5, \quad S^3 \equiv \frac{1}{2}\Sigma^3 = \frac{1}{2}\gamma^5\gamma^0\gamma^3. \quad (1.25)$$

Dans le cas général d'un référentiel quelconque, on définit deux quadrivecteurs e^1 et e^2 transverses à la fois à v et n et

$$S^1 = \frac{\gamma^5 \not{e}^1}{2}, \quad S^2 = \frac{\gamma^5 \not{e}^2}{2}, \quad S^3 = \frac{\gamma^5}{2}(1 - \not{v}\not{n}). \quad (1.26)$$

Donc $S^3 q_n = \gamma^5 q_n$ à cause du projecteur, comme on l'a dit plus haut. Comme les Σ^i génèrent le groupe SU(2), et de $[\gamma^0, \Sigma^i] = 0$ et $(\gamma^0)^2 = 1$, les opérateurs S^i vérifient également l'algèbre SU(2) :

$$[S^i, S^j] = i\epsilon_{ijk} S^k. \quad (1.27)$$

On vérifie maintenant facilement qu'à la fois le Lagrangien (1.19) et la condition de projection (1.20) sont invariants sous la transformation générée par \vec{S}

$$q_n(x) \rightarrow e^{i\vec{\alpha}\cdot\vec{S}} q_n(x). \quad (1.28)$$

La conclusion est donc qu'à l'ordre dominant, la théorie LEET a autant de symétrie que HQET, à savoir une symétrie de saveur et une symétrie SU(2), toutes deux globales⁷.

Malheureusement, contrairement au cas de HQET, l'action des générateurs (1.26) sur les états physiques n'est pas triviale à déterminer. En effet, dans le cas de HQET, la limite de masse infinie des états hadroniques est bien définie, parce que la configuration cinématique décrite par la théorie effective est dominante dans le spectre. Si l'on peut espérer qu'un hadron léger produit par la désintégration semileptonique d'un méson B

5. La symétrie SU(2) globale de LEET a déjà été remarquée dans [33], bien que les générateurs n'aient pas été donnés explicitement.

6. On utilise $\vec{\Sigma} \equiv \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}$, où $\vec{\sigma}$ sont les matrices de Pauli.

7. Noter le rôle de la matrice \not{v} dans le Lagrangien.

soit dynamiquement décrit par LEET, ce ne peut être le cas pour ce hadron léger en tant qu'état de l'espace de Fock. En particulier, la symétrie LEET n'implique pas $m_\rho = m_\pi$, alors que la symétrie HQET implique $m_{B^*} = m_B$. On se contentera donc dans la suite d'utiliser LEET pour décrire les champs de quark qui apparaissent dans les opérateurs de courant, sans chercher à faire de transformation sur les états. L'éclaircissement de la signification de cette symétrie, et de ses éventuelles conséquences physiques, est un des axes de développement de LEET.

Concernant la symétrie d'espace-temps, on peut vérifier qu'alors que le Lagrangien de HQET est invariant par le groupe des rotations (plus précisément le petit groupe de v), le Lagrangien de LEET (1.19) est invariant par le groupe des transformations conformes colinéaires⁸. De plus, il doit être possible de rendre complètement covariante la théorie en sommant sur le quadrivecteur n , de manière analogue à la procédure de Georgi [124] concernant HQET.

1.2 Les facteurs de forme universels ζ , $\zeta_{//}$, ζ_{\perp}

Cette section expose les contraintes qui peuvent être dérivées sur les facteurs de forme, en utilisant la théorie effective. Concrètement, on considère les transitions $B \rightarrow P(V)$ où $P(V)$ désigne un méson pseudoscalaire (vecteur) léger par rapport au B , bien que certains résultats peuvent éventuellement s'appliquer à la désintégration du méson D . On utilise LEET à l'ordre dominant en $1/E$ pour décrire le méson léger ; comme on l'a vu, LEET ne prend pas en compte les échanges durs avec le quark spectateur, et les degrés de liberté d'impulsion $k \gtrsim E$ sont intégrés, ce qui ne laisse que les degrés de liberté mous, non perturbatifs. La cohérence du formalisme exige donc la description du quark lourd par HQET à l'ordre dominant en $1/M$, ce qui supporte la conjecture déjà proposée que HQET s'applique également à $q^2 = 0$ [78] et n'est pas restreinte à la limite d'Isgur-Wise [76]. Insistons de nouveau sur l'hypothèse fondamentale, à savoir *la dominance des processus mous*, hypothèse raisonnable mais à laquelle il y a des corrections de courte distance en α_s et de longue distance en $1/M$ et $1/E$ qui peuvent s'avérer importantes sur le plan phénoménologique.

Le Lagrangien complet pour décrire les éléments de matrice entre B et $P(V)$ s'écrit donc

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{HQET}} + \mathcal{L}_{\text{LEET}} + \mathcal{L}_{\text{QCD, mou}} \quad (1.29)$$

où

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}} = \bar{h}_v i v \cdot D h_v, \quad (1.30)$$

$$\mathcal{L}_{\text{LEET}} = \bar{q}_n i \not{n} \cdot D q_n, \quad (1.31)$$

et $\mathcal{L}_{\text{QCD, mou}}$ désigne le Lagrangien des autres quarks légers ainsi que des gluons.

8. Elle sont définies dans la référence [123], dans le contexte de la quantification sur le cône de lumière.

1.2.1 Réduction du nombre de facteurs de forme indépendants

On s'intéresse aux éléments de matrice suivants, qui contribuent aux désintégrations semileptoniques et radiatives

$$\langle P | V^\mu | B \rangle, \quad \langle P | T^{\mu\nu} | B \rangle, \quad (1.32)$$

$$\langle V | V^\mu | B \rangle, \quad \langle V | A^\mu | B \rangle, \quad \langle V | T_5^{\mu\nu} | B \rangle \quad (1.33)$$

où $V^\mu = \bar{q}\gamma^\mu b$, $A^\mu = \bar{q}\gamma^\mu\gamma_5 b$, $T^{\mu\nu} = \bar{q}\sigma^{\mu\nu} b$ et $T_5^{\mu\nu} = \bar{q}\sigma^{\mu\nu}\gamma_5 b$ sont respectivement les courants faibles vectoriel, axial, tenseur et pseudotenseur, et q la saveur légère appropriée. Les éléments de matrice

$$\langle P | T_5^{\mu\nu} | B \rangle, \quad \langle P | T^{\mu\nu} q_\nu | B \rangle, \quad (1.34)$$

$$\langle V | T^{\mu\nu} | B \rangle, \quad \langle V | T_{(5)}^{\mu\nu} q_\nu | B \rangle \quad (1.35)$$

($q_\mu = p_\mu - p'_\mu = Mv_\mu - En_\mu$ est le transfert de quadri-impulsion) peuvent manifestement être obtenus de (1.32)-(1.33) en utilisant l'identité $\gamma_5\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\sigma_{\rho\sigma}$ et/ou en contractant avec q_ν . Rappelons la relation entre le transfert q^2 et l'énergie $E = v \cdot p'$

$$q^2 = M^2 - 2ME + m'^2 \iff E = \frac{M}{2} \left(1 - \frac{q^2}{M^2} + \frac{m'^2}{M^2} \right). \quad (1.36)$$

Le point de départ consiste à décomposer *en toute généralité* les éléments de matrice ci-dessus en terme de facteurs de forme invariants de Lorentz. Plutôt que d'utiliser la paramétrisation conventionnelle (section 1.3), on utilise les variables adaptées à l'étude de la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$, c'est-à-dire (v^μ, n^μ, E) plutôt que (p^μ, p'^μ, q^2) . Il faut traiter avec prudence le quadrivecteur polarisation ϵ^μ du méson vecteur : en effet dans la limite $E \rightarrow \infty$, on a $\epsilon_\perp^\mu = \mathcal{O}(1)$ pour un méson transverse, alors que $\epsilon_{//}^\mu = \mathcal{O}(E/m_V)$ pour un méson longitudinal. On décompose donc les éléments de matrice sur les quadrivecteurs de Lorentz

$$v^\mu, n^\mu, \epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot v)n^\mu, \frac{m_V}{E}(\epsilon^* \cdot v)n^\mu, \frac{m_V}{E}(\epsilon^* \cdot v)v^\mu \text{ et } \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}v_\nu n_\rho \epsilon_\sigma^* \quad (1.37)$$

qui sont finis dans la limite asymptotique $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$:

$$\langle P | V^\mu | B \rangle = 2E \left[\zeta^{(v)}(M, E)n^\mu + \zeta_1^{(v)}(M, E)v^\mu \right], \quad (1.38)$$

$$\langle P | T^{\mu\nu} | B \rangle = i2E \zeta^{(t)}(M, E) (n^\mu v^\nu - n^\nu v^\mu), \quad (1.39)$$

$$\langle V | V^\mu | B \rangle = i2E \zeta_\perp^{(v)}(M, E) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\nu n_\rho \epsilon_\sigma^*, \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} \langle V | A^\mu | B \rangle &= 2E \zeta_\perp^{(a)}(M, E) [\epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot v)n^\mu] \\ &\quad + 2E \frac{m_V}{E} (\epsilon^* \cdot v) \left[\zeta_{//}^{(a)}(M, E)n^\mu + \zeta_{1//}^{(a)}(M, E)v^\mu \right], \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} \langle V | T_5^{\mu\nu} | B \rangle &= -i2E \zeta_{1\perp}^{(t_5)}(M, E) \{ [\epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot v)n^\mu] v^\nu - [\epsilon^{*\nu} - (\epsilon^* \cdot v)n^\nu] v^\mu \} \\ &\quad - i2E \zeta_\perp^{(t_5)}(M, E) (\epsilon^{*\mu} n^\nu - \epsilon^{*\nu} n^\mu) \\ &\quad - i2E \zeta_{//}^{(t_5)}(M, E) \frac{m_V}{E} (\epsilon^* \cdot v) (n^\mu v^\nu - n^\nu v^\mu). \end{aligned} \quad (1.42)$$

Quelques commentaires additionnels sur les équations (1.38)-(1.42) sont de rigueur⁹ : le facteur de normalisation globale $2E$ a été choisi pour restaurer la dimension des éléments de matrice (les facteurs de forme sont sans dimension) et par commodité pour la suite (cf. Éq. (1.72)). Les superindices (v) , (a) ... font référence à la structure de Dirac des opérateurs de courant. De plus, il est clair que pour un élément de matrice vers un méson longitudinal (respectivement transverse), seuls les facteurs de forme avec un indice $//$ (respectivement \perp) contribuent dans la limite $E \rightarrow \infty$. Finalement on a explicité la dépendance des facteurs de forme en (M, E) , bien qu'*a priori* ils dépendent aussi de $m' = m_P$ ou m_V .

Dans la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$, et dans l'hypothèse de dominance des processus mous, on peut remplacer l'opérateur de courant $\bar{q}(0)\Gamma b(0)$ par l'opérateur effectif $\bar{q}_n(0)\Gamma b_v(0)$ qui reste fini dans cette limite. L'avantage est que les champs effectifs sont à deux composantes seulement, car ils vérifient $\not{p}b_v = b_v$ et $\bar{q}_n\not{p}/2 = \bar{q}_n$. Deux identités de Dirac sont très utiles pour exploiter cette dernière contrainte :

$$\frac{\not{p}\not{\eta}}{2}\gamma^\mu = \frac{\not{p}\not{\eta}}{2}[n^\mu\not{p} + i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}v_\nu n_\rho\gamma_\sigma\gamma_5], \quad (1.43)$$

$$\frac{\not{p}\not{\eta}}{2}\sigma^{\mu\nu} = \frac{\not{p}\not{\eta}}{2}[i(n^\mu v^\nu - n^\nu v^\mu) - i(n^\mu\gamma^\nu - n^\nu\gamma^\mu)\not{p} + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}v_\rho n_\sigma\gamma_5]. \quad (1.44)$$

Des équations $\not{p}b_v = b_v$, $\not{p}q_n = 0$ et (1.43)-(1.44), on trouve les relations suivantes entre les opérateurs de courant, à l'ordre dominant en $1/M$ et $1/E$:

$$\bar{q}_n b_v = v_\mu \bar{q}_n \gamma^\mu b_v, \quad (1.45)$$

$$\bar{q}_n \gamma^\mu b_v = n^\mu \bar{q}_n b_v + i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}v_\nu n_\rho \bar{q}_n \gamma_\sigma \gamma_5 b_v, \quad (1.46)$$

$$\bar{q}_n \gamma^\mu \gamma_5 b_v = -n^\mu \bar{q}_n \gamma_5 b_v + i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}v_\nu n_\rho \bar{q}_n \gamma_\sigma b_v, \quad (1.47)$$

$$\bar{q}_n \sigma^{\mu\nu} b_v = i[n^\mu v^\nu \bar{q}_n b_v - n^\mu \bar{q}_n \gamma^\nu b_v - (\mu \leftrightarrow \nu)] + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}v_\rho n_\sigma \bar{q}_n \gamma_5 b_v, \quad (1.48)$$

$$\bar{q}_n \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 b_v = i[n^\mu v^\nu \bar{q}_n \gamma_5 b_v + n^\mu \bar{q}_n \gamma^\nu \gamma_5 b_v - (\mu \leftrightarrow \nu)] + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}v_\rho n_\sigma \bar{q}_n b_v. \quad (1.49)$$

Reportant (1.45)-(1.49) dans (1.38)-(1.42) on en déduit

$$\zeta_1^{(v)} = \zeta_{1//}^{(a)} = \zeta_{1\perp}^{(t_5)} = 0, \quad (1.50)$$

$$\zeta^{(v)} = \zeta^{(t)} \equiv \zeta, \quad (1.51)$$

$$\zeta_\perp^{(v)} = \zeta_\perp^{(a)} = \zeta_\perp^{(t_5)} \equiv \zeta_\perp, \quad (1.52)$$

$$\zeta_{//}^{(a)} = \zeta_{//}^{(t_5)} \equiv \zeta_{//}. \quad (1.53)$$

Donc à l'ordre dominant en $1/M$, $1/E$ et α_s , il y a seulement trois facteurs de forme indépendants dans les transitions lourd à léger $B \rightarrow P(V)$, que l'on notera dans la suite ζ (pour $B \rightarrow P$), $\zeta_{//}$ et ζ_\perp (pour $B \rightarrow V$). Ce résultat implique des relations non triviales entre les facteurs de forme usuels f_+ , A_1 etc. (section 1.3). Notons que ces relations incluent les relations d'Isgur-Wise bien connues [76] entre les facteurs de forme

9. On utilise la normalisation relativiste usuelle des états et $\epsilon^{0123} = +1$. La convention de phase pour les mésons vecteur diffère par un facteur i de celle utilisée dans les références [86, 87, 88, 92, 126, 127]: $|V\rangle_{Ce\text{ travail}} = +i|V\rangle_{Ref. [86]}$.

pingouin et semileptoniques, qui découlent seulement de la contrainte $\not{p}h_v = h_v$. Celles qui découlent à la fois de $\not{p}h_v = h_v$ et $\bar{q}_n = \bar{q}_n \not{p} \not{\eta} / 2$ sont nouvelles (elles ressemblent à celles dérivées par Stech [79] et Soares [80] dans un contexte de quarks constituants, voir la section 1.3).

1.2.2 Lois d'échelle par rapport à M et E

Les fonctions $\zeta(M, E)$ dépendent simplement de la masse lourde M . En effet la relation suivante entre les états propres des Lagrangiens de QCD et HQET dans la limite de masse infinie est bien connue [18] :

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{M}} |B, p_\mu\rangle_{\text{QCD}} = |B, v_\mu\rangle_{\text{HQET}} \quad (1.54)$$

où $|B, v_\mu\rangle_{\text{HQET}}$ est indépendant de M , du fait de la symétrie de saveur de HQET. Les éléments de matrice (1.32)-(1.33) deviennent donc

$$\langle P(V) | \bar{q} \Gamma b | B, p_\mu\rangle_{\text{QCD}} = \sqrt{M} \langle P(V) | \bar{q}_n \Gamma b_v | B, v_\mu\rangle_{\text{HQET}} \quad (1.55)$$

où le seul scalaire de Lorentz nécessaire à la décomposition covariante de l'élément de matrice du membre de droite de (1.55) est l'énergie $E = v \cdot p'$ (et $\epsilon^* \cdot v$ dans le cas $B \rightarrow V$). De (1.55) et (1.38)-(1.42) on obtient

$$\zeta(M, E) = \sqrt{M} \left[z^{(0)}(E) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^{(k)}(E)}{M^k} \right], \quad (1.56)$$

où les $z^{(k)}(E)/M^k$, $k \geq 1$, désignent les termes d'ordre supérieur du Lagrangien de HQET et de l'opérateur courant lourd à léger. Une expression analogue vaut bien sûr pour $\zeta_{//}$ et ζ_{\perp} .

Dans la démonstration originale de Isgur et Wise [76], la limite $M \rightarrow \infty$ est prise avec E fixé, et le comportement bien connu en $\sim \sqrt{M}$ est obtenu pour $E \ll M$. En fait quel que soit le rapport E/M , on peut également envoyer E à l'infini à condition que les $z^{(k)}(E)$, $k \geq 1$, ne soient pas renforcés par des puissances de E par rapport à $z^{(0)}(E)$, condition sans doute réalisée. En effet, les $z^{(k)}(E)$ sont supprimés par une certaine puissance de la grande échelle E , suppression liée au comportement de la fonction d'onde du méson léger dans la configuration du mécanisme de Feynman. Cette suppression est *universelle*, fait partie des propriétés de l'état final, et doit donc affecter *tous les opérateurs dont les éléments de matrice contribuent au développement (1.56)*. On obtient finalement une loi d'échelle factorisée *quel que soit le rapport E/M*

$$\zeta(M, E) = \sqrt{M} z(E), \quad \zeta_{//}(M, E) = \sqrt{M} z_{//}(E), \quad \zeta_{\perp}(M, E) = \sqrt{M} z_{\perp}(E). \quad (1.57)$$

On s'attend à ce que les corrections potentiellement non factorisables à l'équation (1.57) (dépendant du rapport E/M) soient supprimées par une puissance supplémentaire de $1/M$, $1/E$ ou α_s .

Le problème de la dépendance asymptotique en E est plus compliquée, parce qu'il n'y a pas de relation pour LEET comparable à (1.54). Cependant un résultat communément

admis est que le mécanisme de Feynman pour les facteurs de forme lourd à léger doit se comporter à $q^2 = 0$ comme l'échange perturbatif d'un gluon dur, à savoir $\sim M^{-3/2}$ [84, 86, 87, 93]; il faut rappeler tout de même qu'il ne semble pas y avoir de preuve rigoureuse de ce comportement du mécanisme de Feynman. Comme $E \sim M$ au point $q^2 = 0$, cela signifie nécessairement que les fonctions $z(E)$ dans (1.57) décroissent asymptotiquement en $1/E^2$. L'argument [84] repose sur le comportement de la fonction d'onde sur le cône de lumière du méson léger au voisinage du point $u \sim 1$, u étant la variable de Feynman du quark actif: les auteurs de [20] argumentent que l'amplitude de distribution sur le cône de lumière de twist deux, renormalisée à une échelle $\mu \gtrsim 1$ GeV, s'annule linéairement comme chaque terme de son développement en série de polynômes de Gegenbauer (voir aussi la section 2.1). En intégrant sur une région dont la largeur est réduite à $\Delta u \sim 1/E$, ce qui est la signature du mécanisme de Feynman, on obtient la loi d'échelle en $1/E^2$:

$$z(E) \sim \int_{1-\Lambda/E}^1 du (1-u) \sim \frac{1}{E^2}. \quad (1.58)$$

On verra dans le chapitre 2 que la méthode des règles de somme de QCD sur le cône de lumière prédit exactement ce type de comportement, et dans le chapitre 3 que les modèles de quarks à la Bakamjian-Thomas vérifient également les prédictions de LEET, sous réserve d'une hypothèse additionnelle pour ce qui est de la décroissance en $1/E^2$.

Bien que la connaissance de la puissance en $1/E$ des facteurs de forme soit essentielle sur le plan pratique, il est important de comprendre que du point de vue de LEET, c'est le fait que cette suppression en une certaine puissance de $1/E$ fasse partie des propriétés intrinsèques de l'état final qui établit la formule de factorisation (1.57). Si le véritable comportement de la fonction d'onde au point $u \sim 1$ n'est pas celui que l'on pense, la loi de puissance en $1/E$ change en accord, sans remettre en cause les principes de LEET.

Finissons cette section par un dernier commentaire: on entend parfois dire que puisque la dépendance asymptotique en M est différente aux deux points particuliers $q^2 = 0$ et $q^2 = q_{\max}^2 = (M - m')^2$, HQET ne peut s'appliquer dans tout le domaine de variation de q^2 . Cependant la loi d'échelle HQET «étendue» (1.57) est complètement compatible avec à la fois le comportement d'Isgur-Wise $\sim \sqrt{M}$ pour $E \ll M$ et celui de Chernyak-Zhitnitsky $\sim M^{-3/2}$ à $q^2 = 0$ à condition que $z(E) \sim 1/E^2$. Notons également que le comportement dipolaire de $z(E)$ pour E grand n'empêche pas $z(E)$ d'être éventuellement polaire pour E fini, conformément à l'idée de dominance du méson B^* .

1.2.3 Résumé

On résume ici les différentes étapes des résultats dérivés dans les paragraphes précédents. Dans la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$, les éléments de matrice des courants faibles lourd à léger dépendent seulement de trois facteurs de forme indépendants, ζ , $\zeta_{//}$ et ζ_{\perp}

$$\langle P | V^\mu | B \rangle = 2E \zeta(M, E) n^\mu, \quad (1.59)$$

$$\langle P | T^{\mu\nu} | B \rangle = i2E \zeta(M, E) (n^\mu v^\nu - n^\nu v^\mu), \quad (1.60)$$

$$\langle V | V^\mu | B \rangle = i2E \zeta_{\perp}(M, E) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\nu n_\rho \epsilon_\sigma^*, \quad (1.61)$$

$$\langle V | A^\mu | B \rangle = 2E \left\{ \zeta_{\perp}(M, E) [\epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot v) n^\mu] + \zeta_{//}(M, E) \frac{m_V}{E} (\epsilon^* \cdot v) n^\mu \right\} \quad (1.62)$$

$$\begin{aligned}
 \langle V | T_5^{\mu\nu} | B \rangle &= -i2E\zeta_{\perp}(M, E) (\epsilon^{*\mu}n^{\nu} - \epsilon^{*\nu}n^{\mu}) \\
 &\quad -i2E\zeta_{//}(M, E) \frac{m_V}{E} (\epsilon^* \cdot v) (n^{\mu}v^{\nu} - n^{\nu}v^{\mu}) .
 \end{aligned} \tag{1.63}$$

Ces trois facteurs de forme sont proportionnels à \sqrt{M}

$$\zeta(M, E) = \sqrt{M} z(E), \quad \zeta_{//}(M, E) = \sqrt{M} z_{//}(E), \quad \zeta_{\perp}(M, E) = \sqrt{M} z_{\perp}(E), \tag{1.64}$$

et on a justifié une dépendance en $1/E^2$, d'où

$$\begin{aligned}
 \zeta(M, E) &= C \frac{\sqrt{M}}{E^2} = 4C \frac{M^{-3/2}}{(1 - q^2/M^2)^2}, \\
 \zeta_{//}(M, E) &= C_{//} \frac{\sqrt{M}}{E^2} = 4C_{//} \frac{M^{-3/2}}{(1 - q^2/M^2)^2}, \\
 \zeta_{\perp}(M, E) &= C_{\perp} \frac{\sqrt{M}}{E^2} = 4C_{\perp} \frac{M^{-3/2}}{(1 - q^2/M^2)^2},
 \end{aligned} \tag{1.65}$$

où C , $C_{//}$ et C_{\perp} sont des constantes dimensionnées, d'ordre $\Lambda_{\text{QCD}}^{3/2}$.

Répetons cependant que les équations (1.65) n'ont pas le même degré de solidité que (1.59)-(1.64). Si on les accepte néanmoins, toute l'information possible sur les facteurs de forme est connue sauf trois constantes de normalisation. La situation pourrait donc être encore plus favorable que dans le cas lourd à lourd, du moins d'un point de vue purement mathématique. Ironie du sort, une valeur indépendante de modèle des facteurs de forme en un point q^2 particulier aurait été plus intéressante, en ce qui concerne l'extraction de $|V_{ub}|$.

Avant de clore cette section, il est utile de clarifier le domaine dans lequel on peut s'attendre à ce que la limite de grande énergie du hadron final soit valide : de l'équation (1.36) ce domaine n'est pas restreint, du moins formellement, aux petites valeurs de q^2 . En effet, q^2 peut même être d'ordre $\mathcal{O}(M^2)$ (c'est-à-dire $q^2 = \alpha M^2$), pourvu que $1 - q^2/M^2 = \mathcal{O}(1)$ (c'est-à-dire $\alpha \neq 1$) et que la masse M soit suffisamment grande pour obtenir de l'équation (1.36) les conditions $\Lambda_{\text{QCD}} \ll E$, $m' \ll E$. C'est la région près du point de recul nul, $q^2 = M^2 - M\chi$ avec χ fini, qui ne peut être décrite par LEET. Bien sûr en pratique, pour les valeurs physiques des masses des quarks et hadrons, il n'est pas évident *a priori* que les corrections à la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$ soient petites. Pour les désintégrations des mésons B , on peut espérer que le développement HQET/LEET ait un sens pour $0 \leq q^2 \lesssim 10\text{--}15 \text{ GeV}^2$, bien qu'une réponse ferme ne puisse être donnée sans une étude précise des termes sous-dominants.

Enfin, il ne faut pas oublier que les équations (1.59)-(1.65) reçoivent *a priori* des corrections logarithmiques $\sim \ln(M)$ et $\sim \ln(E)$ [33, 125], qui viennent des corrections radiatives divergentes dans la limite asymptotique. Le calcul de ces corrections et la renormalisation de la théorie LEET est un sujet de recherche en soi et n'a pas encore été exploré.

1.3 Phénoménologie

1.3.1 Relations entre les facteurs de forme dans la paramétrisation standard

Si la forme générale des éléments de matrice (1.38)-(1.42) a l'avantage de simplifier la discussion de la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$, elle ne facilite pas la comparaison avec la littérature tant théorique qu'expérimentale, où la paramétrisation équivalente suivante, plus conventionnelle, est employée :

$$\langle P | V^\mu | B \rangle = f_+(q^2) \left[p^\mu + p'^\mu - \frac{M^2 - m_P^2}{q^2} q^\mu \right] + f_0(q^2) \frac{M^2 - m_P^2}{q^2} q^\mu, \quad (1.66)$$

$$\langle P | T^{\mu\nu} q_\nu | B \rangle = i \frac{f_T(q^2)}{M + m_P} \left[q^2 (p^\mu + p'^\mu) - (M^2 - m_P^2) q^\mu \right], \quad (1.67)$$

$$\langle V | V^\mu | B \rangle = i \frac{2V(q^2)}{M + m_V} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} p_\nu p'_\rho \epsilon_\sigma^*, \quad (1.68)$$

$$\begin{aligned} \langle V | A^\mu | B \rangle &= 2m_V A_0(q^2) \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q^\mu + (M + m_V) A_1(q^2) \left[\epsilon^{*\mu} - \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2} q^\mu \right] \\ &\quad - A_2(q^2) \frac{\epsilon^* \cdot q}{M + m_V} \left[p^\mu + p'^\mu - \frac{M^2 - m_V^2}{q^2} q^\mu \right], \end{aligned} \quad (1.69)$$

$$\langle V | T^{\mu\nu} q_\nu | B \rangle = -2T_1(q^2) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} p_\nu p'_\rho \epsilon_\sigma^*, \quad (1.70)$$

$$\begin{aligned} \langle V | T_5^{\mu\nu} q_\nu | B \rangle &= -iT_2(q^2) \left[(M^2 - m_V^2) \epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot q) (p^\mu + p'^\mu) \right] \\ &\quad - iT_3(q^2) (\epsilon^* \cdot q) \left[q^\mu - \frac{q^2}{M^2 - m_V^2} (p^\mu + p'^\mu) \right]. \end{aligned} \quad (1.71)$$

Il importe donc d'exprimer les facteurs de forme « standard » en terme des facteurs de forme ζ , $\zeta_{//}$ et ζ_{\perp} dans la limite LEET. Des problèmes se posent alors, qui sont liés au fait que traditionnellement les facteurs de forme sont définis avec des termes en m'/M qui s'annulent formellement dans la limite de masse infinie — par exemple le coefficient de V dans l'équation (1.68), mais dont la valeur physique est grande, par exemple $m_{K^*}/m_D = 0.48$ et $m_{K^*}/m_B = 0.17$. On a choisi de *garder* ces termes, ce qui revient à supposer que les éléments de matrice sont bien approchés par leur expression asymptotique (1.59)-(1.63), alors que les facteurs de forme f_+ , A_1 etc. ne le sont pas, à cause des termes de masse légère qui apparaissent dans leur définition. Cette hypothèse, qui contient un certain degré d'arbitraire, avait déjà été postulée dans la référence [81], et est plus ou moins en accord avec la référence [127] où les auteurs constatent que ce sont les corrections de masse cinématiques qui forment la principale source des termes supprimés de puissance.

Pour exprimer les facteurs de forme apparaissant dans (1.66)-(1.71) en terme des fonctions ζ , $\zeta_{//}$ et ζ_{\perp} , on considère les éléments de matrice donnés par leur expression asymptotique (1.59)-(1.63), avec (v^μ, n^μ, E) définis de manière non ambiguë par (1.2)-(1.4) ; on identifie alors dans ces équations les coefficients de n^ν , v^μ , $\epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot v) n^\mu$ etc. (éq. (1.37)) avec ce qui leur correspond dans (1.66)-(1.71). On trouve, en notant E_P

(E_V) la valeur de l'énergie E obtenue en prenant $m' = m_P$ (m_V) dans l'équation (1.36),

$$f_+(q^2) = \zeta(M, E_P), \quad (1.72)$$

$$f_0(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{M^2 - m_P^2}\right) \zeta(M, E_P), \quad (1.73)$$

$$f_T(q^2) = \left(1 + \frac{m_P}{M}\right) \zeta(M, E_P), \quad (1.74)$$

$$A_0(q^2) = \left(1 - \frac{m_V^2}{ME_V}\right) \zeta_{//}(M, E_V) + \frac{m_V}{M} \zeta_{\perp}(M, E_V), \quad (1.75)$$

$$A_1(q^2) = \frac{2E_V}{M + m_V} \zeta_{\perp}(M, E_V), \quad (1.76)$$

$$A_2(q^2) = \left(1 + \frac{m_V}{M}\right) \left[\zeta_{\perp}(M, E_V) - \frac{m_V}{E_V} \zeta_{//}(M, E_V) \right], \quad (1.77)$$

$$V(q^2) = \left(1 + \frac{m_V}{M}\right) \zeta_{\perp}(M, E_V), \quad (1.78)$$

$$T_1(q^2) = \zeta_{\perp}(M, E_V), \quad (1.79)$$

$$T_2(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{M^2 - m_V^2}\right) \zeta_{\perp}(M, E_V), \quad (1.80)$$

$$T_3(q^2) = \zeta_{\perp}(M, E_V) - \frac{m_V}{E} \left(1 - \frac{m_V^2}{M^2}\right) \zeta_{//}(M, E_V). \quad (1.81)$$

1.3.2 Brève comparaison avec les approches existantes

Les expressions (1.72)-(1.81) font apparaître explicitement le fait que les facteurs de forme f_0 , A_1 et T_2 ont un «pôle cinématique» $\sim (1 - q^2/M^2)$ en facteur par rapport aux autres, une propriété décrite dans la référence [81] comme étant essentiellement un effet relativiste. De plus, la loi d'échelle en $1/E^2$ des facteurs de forme ζ , discutée dans le paragraphe 1.2.2, implique un comportement dipolaire pour f_+ , f_T , A_0 , A_2 , V , T_1 et T_3 et polaire pour f_0 , A_1 et T_2 avec la masse lourde M au pôle. Cette description pôle/dipôle des facteurs de forme est l'une des *Ansätze* phénoménologiques proposée dans [81]. On remarque également que les auteurs de [81] ont besoin d'introduire des constantes de normalisation inconnues, que l'on peut maintenant interpréter comme les constantes C , $C_{//}$ et C_{\perp} des équations (1.65). Noter le progrès réalisé depuis la référence [81].

Enfin, on constate clairement que les prédictions HQET/LEET (1.72)-(1.81) sont très proches des relations obtenues par Stech [79] et Soares [80] dans un contexte de quarks constituants. Mis à part quelques ambiguïtés dans les termes sous-dominants $\sim m'/M$ ou m'/E , les relations générales (1.72)-(1.81) coïncident avec celles de Stech et Soares, à condition d'imposer $\zeta_{//} = \zeta_{\perp}$. LEET ne fournit pas de raison générale à cette dernière égalité, qui semble même incompatible avec les expressions explicites des règles de somme de QCD sur le cône de lumière (chapitre 2) et des modèles de quarks à la Bakamjian-Thomas (chapitre 3), où le rapport $\zeta_{\perp}/\zeta_{//}$, bien que constant, dépend non trivialement de la dynamique. Néanmoins, les ressemblances entre les relations de Stech et Soares et les prédictions de LEET sont frappantes, surtout si l'on considère que

les méthodes utilisées sont totalement différentes, bien que reposant toujours sur une même hypothèse fondamentale, *la dominance des processus mous*.

1.3.3 Un premier accord avec les données expérimentales?

La référence [82] présente une discussion phénoménologique intéressante, où des tests des relations entre les facteurs de forme obtenues par Stech et Soares sont établis ou proposés. À noter également que la référence [83] semble indiquer que le modèle de Stech est en accord avec les données des simulations sur réseau. Cependant, certaines de ces applications ne sont pas possibles dans le contexte de LEET, par exemple l'étude de la polarisation longitudinale du méson fils, parce que le rapport $\zeta_{\perp}/\zeta_{\parallel}$ n'est pas connu dans le formalisme de la théorie effective¹⁰. On ne considère donc ici que le rapport V/A_1 des facteurs de forme purement transverses. De (1.76) et (1.78) ce rapport est donné par

$$\frac{V(q^2)}{A_1(q^2)} = \frac{(M + m_V)^2}{M^2 + m_V^2 - q^2}. \quad (1.82)$$

La connaissance de ce rapport en fonction de q^2 a d'importantes conséquences : d'une part il est mesuré à $q^2 = 0$ dans les désintégrations $D \rightarrow K^*$, $D_s \rightarrow \phi \ell \nu_{\ell}$ [105]; d'autre part il fournit le rapport Γ_+/Γ_- des largeurs vers les états propres d'hélicité $\lambda = \pm 1$. Ce dernier est également mesuré dans la désintégration des mésons D [105], ainsi que dans $B \rightarrow K^* J/\psi$ [113], où on peut l'estimer théoriquement si on suppose la factorisation des éléments de matrice non-leptoniques [81, 31].

Pour la désintégration semileptonique le rapport Γ_+/Γ_- s'écrit, grâce à la relation LEET (1.82)

$$\frac{\Gamma_+}{\Gamma_-} = \left[\int_{m_V}^{E_{\max}} \left| \sqrt{1 - m_V^2/E^2} - 1 \right|^2 dE \right] / \left[\int_{m_V}^{E_{\max}} \left| \sqrt{1 - m_V^2/E^2} + 1 \right|^2 dE \right], \quad (1.83)$$

avec

$$E_{\max} = \frac{M}{2} \left(1 + \frac{m_V^2}{M^2} \right), \quad (1.84)$$

alors que pour la désintégration non-leptonique $B \rightarrow V_1 V_2$ dans l'hypothèse de factorisation et après simplification par l'équation (1.82) on a [31]

$$\frac{\Gamma_+}{\Gamma_-} = \frac{\left| 1 - \sqrt{1 - 1/x^2} + m_{V_1}/(x m_{V_2}) \right|^2}{\left| 1 + \sqrt{1 - 1/x^2} + m_{V_1}/(x m_{V_2}) \right|^2} \quad (1.85)$$

où

$$x = \frac{M^2 - m_{V_1}^2 - m_{V_2}^2}{2m_{V_1} m_{V_2}}. \quad (1.86)$$

10. Avec l'égalité $\zeta_{\perp} = \zeta_{\parallel}$, Soares trouve un bon accord entre ses prédictions et les données concernant $\Gamma_L/\Gamma_{\text{tot}}$ dans la désintégration $B \rightarrow K^* J/\psi$. Il se peut que le rapport $\zeta_{\perp}/\zeta_{\parallel}$ soit accidentellement numériquement proche de 1 (voir les chapitres 2 et 3).

On remarque que dans la limite stricte de masse M infinie (qui implique aussi $x \rightarrow \infty$), on a $\Gamma_+ = 0$ dans les deux cas, ce qu'on interprète en se souvenant qu'un quark ultra-relativiste produit par le courant $V - A$ est purement gauche [82]; la relation HQET/LEET (1.82) implique que l'image naïve au niveau des quarks se généralise au niveau hadronique.

Les prédictions (1.82), (1.83) et (1.85) sont comparées aux données expérimentales dans la table 1.1. L'accord est saisissant; concernant le rapport Γ_+/Γ_- dans $D \rightarrow K^*$, il se peut que l'accord soit accidentel, la valeur non nulle de ce rapport étant obtenue grâce aux termes cinématiques $\propto m_V$ qui bien que grands sont formellement sous-dominants, et dont la solidité n'est pas bien établie comme on l'a fait remarquer plus haut. De plus la désintégration $D \rightarrow K^*$ est *a priori* loin de la limite que décrit la théorie effective, et la relation (1.82) est supposée valable pour tout q^2 de manière arbitraire, pour pouvoir effectuer l'intégration dans l'équation (1.83). Néanmoins ces résultats sont encourageants et donnent un premier support à l'application de HQET/LEET dans les transitions lourd à léger. Soulignons que tous les facteurs de forme sont des quantités physiques mesurables comme fonctions de q^2 , et que les prédictions de la théorie effective devraient pouvoir être confrontées aux données expérimentales de la désintégration des mésons B très bientôt.

Conclusion

Bien que proposée à l'origine pour la description du pion dur dans la désintégration non-leptonique $B \rightarrow D\pi$ [33], la théorie effective LEET semble en fait très bien adaptée au calcul des transitions semileptoniques et radiatives lourd à léger, dans la région cinématique où le mécanisme de Feynman peut dominer.

Dans la limite de masse infinie pour le hadron initial, et d'énergie infinie pour le hadron final, et en négligeant les corrections radiatives (y compris les échanges durs avec le quark spectateur), les champs des quarks actifs se comportent comme des spineurs à deux composantes, ce qui implique des relations non triviales entre les facteurs de forme: dans cette limite en effet, trois facteurs de forme indépendants suffisent à décrire les transitions $B \rightarrow P(V)$. De plus, ces trois facteurs de forme obéissent à une loi de factorisation par rapport aux grandes échelles M et E , de la forme $\sim \sqrt{M} z(E)$.

La loi d'échelle en $1/E$ dépend sans doute du comportement de la fonction d'onde sur le cône de lumière de l'état final pour la variable $u \rightarrow 1$: l'hypothèse standard d'une amplitude en $(1 - u)$ conduit pour les facteurs de forme à une dépendance dipolaire $\sim \sqrt{M}/E^2$.

La théorie effective permet d'asseoir sur une base théorique les approches semi-phénoménologiques d'Aleksan *et al.* [81] et de Stech [79] et Soares [80]. Elle joue le rôle d'un fil conducteur, et on peut espérer que, tout comme la théorie effective des quarks lourds définit un développement systématique en $1/M$, la théorie HQET/LEET des facteurs de forme lourd à léger conduise à un développement systématique en $1/M$ et $1/E$.

Afin d'établir LEET en tant que véritable théorie quantique des champs, il convient d'étudier ses propriétés de renormalisation et de calculer les corrections radiatives, qu'elles

TAB. 1.1 – Prédiction de HQET/LEET pour le rapport V/A_1 et le rapport Γ_+/Γ_- des largeurs vers les états propres d'hélicité $\lambda = \pm 1$ dans diverses désintégrations lourd à léger. La seconde colonne reporte la limite stricte $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$, obtenue en prenant $m_V = 0$ dans (1.82)-(1.86) : la troisième colonne donne le résultat qui incorpore les corrections cinématiques $m_V \neq 0$, comme expliqué dans le texte. En ce qui concerne les désintégrations non-leptoniques, on suppose la factorisation « naïve » des éléments de matrice, selon les références [81, 31].

Observable	$m_V = 0$	Éq. (1.83) ou (1.85)	Expérience
$D \rightarrow \rho \ell \nu_\ell$			
V/A_1 à $q^2 = 0$	1	1.70	-
Γ_+/Γ_-	0	0.11	-
$D \rightarrow K^* \ell \nu_\ell$			
V/A_1 à $q^2 = 0$	1	1.78	1.85 ± 0.12 [105]
Γ_+/Γ_-	0	0.15	0.16 ± 0.04 [105]
$D_s \rightarrow \phi \ell \nu_\ell$			
V/A_1 à $q^2 = 0$	1	1.82	1.5 ± 0.5 [105]
Γ_+/Γ_-	0	0.18	-
$B \rightarrow \rho \ell \nu_\ell$			
V/A_1 à $q^2 = 0$	1	1.29	-
Γ_+/Γ_-	0	0.02	-
$B_s \rightarrow K^* \ell \nu_\ell$			
V/A_1 à $q^2 = 0$	1	1.32	-
Γ_+/Γ_-	0	0.02	-
$B \rightarrow K^* J/\psi$ (factorisation)			
Γ_+/Γ_-	0	0.005	0.03 ± 0.08 [106]
$B_s \rightarrow \phi J/\psi$ (factorisation)			
Γ_+/Γ_-	0	0.007	-

soient finies ou divergentes. Ce peut être un problème plus complexe que dans le cas de HQET, dans la mesure où se pose le problème des échanges durs avec le quark spectateur, qui restent *a priori* inaccessible à la théorie effective.

Les similarités de LEET avec la quantification sur le plan nul sont également un problème fondamental intéressant, qui peuvent éclaircir les aspects formels de la théorie.

Enfin les applications de LEET à la phénoménologie peuvent s'avérer très importantes du point de vue de la physique du Modèle Standard. Un premier accord avec les données de la désintégration du méson D a été obtenu, bien qu'il puisse ne s'agir que d'un cas accidentellement favorable. D'autre part, plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature [78], qui utilisent les relations d'Isgur-Wise entre les facteurs de forme semileptoniques et pingouin, pour extraire les éléments de matrice CKM, en particulier $|V_{ub}|$. Les nouvelles relations dérivées dans ce chapitre, même si elles ne prédisent pas

la normalisation des facteurs de forme, peuvent aider à contraindre plus fortement ces méthodes.

Si les données expérimentales actuelles ne permettent pas de tester vraiment les prédictions de la théorie effective, il existe des modèles ou approximations qui permettent de calculer complètement les facteurs de forme. C'est le cas des règles de somme de QCD sur le cône de lumière, et de certains modèles de quarks, qui comme on le montre dans les deux chapitres suivants, vérifient exactement les contraintes de LEET dans la limite appropriée.

Chapitre 2

Les règles de somme de QCD sur le cône de lumière

Introduction

Bien que la théorie effective des facteurs de forme lourd à léger soit plus simple que la théorie fondamentale (QCD), elle reste une théorie quantique des champs dont on ne connaît pas à l'heure actuelle de méthode de résolution dans le domaine non perturbatif. On n'est donc pas en mesure de prédire complètement les facteurs de forme. Pour tester la théorie, on doit donc pour le moment se contenter d'examiner dans quelle mesure les relations entre les facteurs de forme et leurs lois d'échelle sont vérifiées en pratique. En ce qui concerne la désintégration des mésons B , par exemple $B \rightarrow \pi(\rho)\ell\nu_\ell$, l'expérience ne donne pour l'instant que la largeur totale [105], ce qui ne permet pas de remonter aux éventuelles relations entre les facteurs de forme ni à leur dépendance en q^2 .

On s'intéresse donc à des approximations ou modèles explicites, dans lesquels le calcul complet des facteurs de forme est possible. C'est le cas des règles de somme de QCD sur le cône de lumière, présentées dans ce chapitre, et également des modèles de quarks (chapitre 3).

Les règles de somme de QCD constituent une méthode approximative de calcul des quantités hadroniques. Le concept fondamental [21], toujours le même, introduit le *développement perturbatif* dans une région (non physique) où il est justifié, et utilise la notion de *dualité quark-hadron* à travers les relations de dispersion pour extrapoler le résultat dans la région physique. Dans leur version traditionnelle [21], l'information non perturbative est contenue dans les condensats de quarks et gluons, qu'il s'agit de déterminer de la phénoménologie. Cette méthode, très générale, s'applique en particulier au calcul des facteurs de forme lourd à léger [94], auquel cas on parle de règles de somme «à trois points» (le méson parent, le méson fils et le courant). Cependant il a été montré dans la littérature [87] que la limite de masse infinie de ce type de règles de somme est mal définie dans la région de grand recul, c'est-à-dire justement celle qui nous intéresse du point de vue de LEET.

Il convient donc d'utiliser une variante des règles de somme [84], qu'on appelle règles de somme sur le cône de lumière, qui repose sur un développement sur le plan nul

TAB. 2.1 – *Amplitudes de distribution sur le cône de lumière à deux particules de twist 2 et 3 pour les mésons pseudoscalaires (P) et vecteurs (V). Elles sont définies explicitement dans la référence [127].*

Twist	P	$V_{//}$	V_{\perp}
2	ϕ	$\phi_{//}$	ϕ_{\perp}
3	ϕ_{σ}	$h_{//}^{(t)}$	$g_{\perp}^{(a)}$
3	ϕ_p	$h_{//}^{(s)}$	$g_{\perp}^{(v)}$

($x^2 \rightarrow 0$) plutôt qu'à courte distance ($x^\mu \rightarrow 0$). Il s'agit en fait d'une demi-règle de somme dans la mesure où seul le méson parent est décrit par un champ local interpolant. Les facteurs de forme s'expriment alors en fonction d'éléments de matrice d'opérateurs bilocaux entre le vide et le méson fils, c'est-à-dire les amplitudes de distribution sur le cône de lumière des mésons légers. Cette méthode présente l'inconvénient de dépendre des amplitudes de distribution, qui sont mal connues. En revanche, elle a l'avantage par rapport aux règles de somme à trois points d'être parfaitement définie dans la limite de masse lourde.

Ce chapitre reprend la partie concernant les règles de somme de la référence [V], avec quelques détails supplémentaires. La section 2.1 rappelle les résultats connus sur les amplitudes de distribution, et note que LEET peut également être utilisée pour retrouver certaines contraintes sur ces fonctions. Dans la section 2.2, on donne les grandes lignes du calcul du corrélateur qui permet d'extraire l'expression de l'élément de matrice lourd à léger ; quelques subtilités qui restent obscures dans la littérature sont résolues. Enfin la section 2.3 expose la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$ des règles de somme, et montre que les prédictions de LEET sont réalisées de manière exacte. De plus les expressions obtenues pour les trois facteurs de forme universels sont particulièrement simples.

2.1 Amplitudes de distribution sur le cône de lumière

La méthode des règles de somme sur le cône de lumière consiste à exprimer un corrélateur de courants en termes d'éléments de matrice d'opérateurs bilocaux pris entre le méson léger et le vide (section 2.2). Ces éléments de matrice définissent ce qu'on appelle les *amplitudes de distribution* — ou *fonctions d'onde* — sur le cône de lumière, qui sont des fonctions invariantes de Lorentz des fractions d'impulsion des partons. Elles sont classées suivant leur twist, et interviennent de manière *universelle* dans les processus exclusifs à grande énergie. En ce qui concerne les facteurs de forme lourd à léger des transitions $B \rightarrow P(V)$, on aura besoin des fonctions d'onde de twist 2 et 3 à deux particules des mésons légers pseudoscalaires et vecteurs, qui sont au nombre de six (table 2.1). La fonction d'onde $\phi(u)$ de twist 2 du pion est par exemple donnée par

$$\langle \pi, p' | \bar{u}(x) \mathcal{A}(x|0) \gamma_\mu \gamma_5 q(0) | 0 \rangle = ip'_\mu \int_0^1 du e^{iuq \cdot x} \phi(u), \quad x^2 = 0, \quad (2.1)$$

où l'opérateur gluonique ordonné en chemin $\mathcal{A}(x|0)$ assure l'invariance de jauge :

$$\mathcal{A}(x|0) = \text{P exp} \left\{ ig \int_0^1 dw x_\mu A^\mu(wx) \right\}. \quad (2.2)$$

N_c et N_f sont respectivement le nombre de couleurs et de saveurs, et $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$. Les autres fonctions sont définies dans la référence [127].

Les amplitudes de distribution sur le cône de lumière sont des objets essentiellement non perturbatifs, dont la connaissance à partir de la seule théorie fondamentale n'est pas possible à l'heure actuelle (voir cependant la référence [122] qui propose de calculer ces fonctions dans la théorie des champs sur réseau). La littérature utilise donc en général des *modèles* de ces fonctions, par exemple le calcul des premiers moments dans le cadre des règles de somme à la SVZ [20].

Si la dépendance en u des amplitudes de distribution reste inconnue, on est néanmoins en mesure d'écrire une *équation d'évolution* grâce aux méthodes du groupe de renormalisation. En effet les opérateurs bilocaux dans (2.1) sont pris sur le plan nul $x^2 = 0$, ce qui introduit des divergences qu'il s'agit de régulariser en introduisant un point de soustraction μ . $\phi(u)$ est donc également une fonction de μ , dont la dépendance à l'ordre dominant peut être déterminée en diagonalisant le noyau d'échange d'un gluon [19, annexe D]. Le résultat pour la fonction d'onde de twist 2 du pion est

$$\phi(u; \mu) = 6u(1-u) \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\mu) C_n^{3/2}(2u-1) \right], \quad (2.3)$$

où les $C_n^{3/2}$ sont les polynômes de Gegenbauer, et les coefficients $a_n(\mu)$ vérifient

$$a_n(\mu) = \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(\mu_0)} \right]^{\gamma_n/b} a_n(\mu_0), \quad (2.4)$$

avec

$$\gamma_n = 4C_F \left(\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k} - \frac{3}{4} \right), \quad b = \frac{11N_c - 2N_f}{3}. \quad (2.5)$$

Un développement similaire des autres fonctions de la table 2.1 est possible.

Comme les dimensions anormales γ_n sont positives, on a $\lim_{\mu \rightarrow \infty} a_n(\mu) = 0$. La fonction

$$\phi_{\text{as}}(u) \equiv \phi(u; \mu = \infty) = 6u(1-u) \quad (2.6)$$

est appelée *fonction d'onde asymptotique*.

Comme on le montre dans la section 2.3, la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$ des expressions des facteurs de forme calculés par les règles de somme dépend explicitement du comportement des amplitudes de distribution au voisinage du point frontière $u \sim 1$. C'est en accord avec le concept fondamental de LEET, à savoir que cette limite est obtenue pour le quark actif portant quasiment toute l'impulsion du méson final. Se pose alors le problème de la série (2.3) : si ce développement converge suffisamment vite,

alors la fonction ϕ renormalisée à une échelle hadronique se comporte comme la fonction asymptotique au point $u \sim 1$, c'est-à-dire en $(1 - u)$. C'est l'hypothèse qui est habituellement retenue dans la littérature, et les auteurs de [20] donnent des arguments reposant sur la dualité quark-hadron pour justifier un tel comportement. Comme ce n'est pas l'objectif ici de discuter en détail les propriétés des amplitudes de distribution, *on supposera également que les fonctions d'onde non asymptotiques se comportent quand $u \rightarrow 1$ comme les fonctions d'onde asymptotiques.*

Signalons deux points importants : s'il y a des arguments pour justifier que $\phi(u; \mu)$ se comporte comme $\phi_{\text{as}}(u)$ pour $u \rightarrow 1$, il n'a pas de raison *a priori* pour que $\phi'(1; \mu \sim 1 \text{ GeV}) = \phi'_{\text{as}}(1) = -6$. Enfin comme on l'a déjà dit dans le chapitre 1, le comportement précis des fonctions d'onde quand $u \rightarrow 1$ n'est pas essentiel au concept de LEET. C'est l'existence d'une *loi de puissance* — éventuellement corrigée par des logarithmes — qui est importante.

Afin de déterminer la limite de grande énergie des règles de somme, on va donc supposer le comportement suivant des amplitudes de distribution, à des logarithmes $\sim (1 - u) \ln(1 - u)$ proportionnels aux masses des quarks légers près [126] :

$$\phi \sim \phi_\sigma \sim \phi_{//} \sim \phi_\perp \sim h_{//}^{(s)} \sim g_\perp^{(a)} \sim (1 - u), \quad (2.7)$$

$$\phi_p \sim h_{//}^{(t)} \sim g_\perp^{(v)} \sim c^{\text{te}}. \quad (2.8)$$

Dans la suite la dépendance des amplitudes de distribution par rapport au point de soustraction μ est sous-entendue, dans la mesure où on ne tient pas compte des corrections radiatives, et que l'échelle μ reste arbitraire à l'ordre zéro.

Comme autre ingrédient important, il y a les relations exactes entre les fonctions d'onde qui découlent des équations du mouvement de QCD [123, 86, 126]. Ces équations impliquent en particulier des relations entre les fonctions d'onde à deux particules au voisinage du point $u = 1$, qui s'écrivent

$$\phi_p(1) + \frac{1}{6} \phi'_\sigma(1) = 0, \quad (2.9)$$

$$h_{//}^{(t)}(1) + \frac{1}{2} h_{//}^{(s)'}(1) = 0, \quad (2.10)$$

$$g_\perp^{(v)}(1) + \frac{1}{4} g_\perp^{(a)'}(1) = 0. \quad (2.11)$$

On utilisera ces équations dans la section 2.3.

Signalons ici que l'on retrouve très simplement ces résultats en utilisant le champ effectif de LEET. En effet les fonctions $\phi_p(u)$ et $\phi_\sigma(u)$ sont définies par (avec $\phi_\sigma(0) = \phi_\sigma(1) = 0$)

$$\frac{f_P m_P^2}{m_{q_1} + m_{q_2}} \phi_p(u) = \int \frac{E n \cdot dx}{2\pi} e^{-iu E n \cdot x} \langle P | \bar{q}_1(x) i \gamma_5 \mathcal{A}(x|0) q_2(0) | 0 \rangle, \quad (2.12)$$

$$\frac{-f_P m_P^2}{6(m_{q_1} + m_{q_2})} \phi'_\sigma(u) n_\mu = \int \frac{E n \cdot dx}{2\pi} e^{-iu E n \cdot x} \langle P | \bar{q}_1(x) \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 n^\nu \mathcal{A}(x|0) q_2(0) | 0 \rangle, \quad (2.13)$$

avec $p'_\mu = En_\mu$ l'impulsion du méson pseudoscalaire constitué des quarks $(q_1\bar{q}_2)$ de masse $m_{q_{1,2}}$, et u la fraction d'impulsion du quark q_1 . Pour $u = 1$ on peut remplacer dans (2.12)-(2.13) $q_1(x)$ par le champ effectif LEET $q_{1n}(x)$ avec $\not{n}q_{1n}(x) = 0$. En utilisant l'identité $\sigma_{\mu\nu} = i(g_{\mu\nu} - \gamma_\nu\gamma_\mu)$ on obtient immédiatement l'équation (2.9). Les équations (2.10)-(2.11) peuvent être obtenues de manière similaire. De plus on peut vérifier que les corrections en $1/E$ à LEET génèrent des corrections en $(1-u)$ aux amplitudes de distribution qui s'annulent donc pour $u = 1$.

2.2 Calcul du corrélateur

Dans cette section, on calcule explicitement le corrélateur qui permet de déterminer les éléments de matrice semileptoniques $B \rightarrow V$ en fonction des amplitudes de distribution. Malgré l'abondante littérature sur le sujet [84]-[93] il y a quelques points délicats qui méritent d'être clarifiés; en particulier il semble que seule la référence [92]¹ prend en compte la contribution des amplitudes de distribution de twist 3 $h_{//}^{(t)}$ et $h_{//}^{(s)}$, alors qu'elles ne sont pas sous-dominantes ni du point de vue du comptage de puissance, ni du point de vue purement numérique.

Pour abrégé la discussion, on ne présente pas ici le calcul des éléments de matrice pingouin ($B \rightarrow V\gamma$), ni les transitions $B \rightarrow P$ pour lesquelles on se référera aux formules explicites de [85, 93].

Le point de départ est le calcul du corrélateur

$$\Pi_\mu(p', q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle V, p' | T \bar{q}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b(x) \bar{b}(0) i \gamma_5 q(0) | 0 \rangle, \quad (2.14)$$

dans la région profondément euclidienne où la virtualité $(p+q)^2$ est grande et négative. À noter que le méson léger V est sur sa couche de masse, $p'^2 = m_V^2$. La virtualité du quark lourd dans la fonction de corrélation (2.14) est grande et on peut utiliser le propagateur libre

$$\langle 0 | T b(x) \bar{b}(0) | 0 \rangle = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot x} \frac{\not{k} + m_b}{k^2 - m_b^2}. \quad (2.15)$$

À l'ordre dominant, on obtient [88]

$$\Pi_\mu(p', q) = i \int \frac{d^4x d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{i(q-k) \cdot x}}{m_b^2 - k^2} \langle V, p' | \bar{q}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (\not{k} + m_b) \gamma_5 q(0) | 0 \rangle. \quad (2.16)$$

Sur l'expression ci-dessus, on voit donc explicitement que le corrélateur Π_μ peut être exprimé en fonction des amplitudes de distribution sur le cône de lumière (table 2.1), car c'est la région $x^2 = 0$ qui domine l'intégrale. On ne garde que les termes de twist 2 et 3 des fonctions à deux particules, celles à trois particules et/ou de twist supérieur à 4 étant supprimées en puissance. Après intégration sur x et k , on en arrive à l'expression suivante :

$$\Pi_\mu(p', q) = - m_b f_V m_V \int_0^1 \frac{du}{\Delta} \left[\epsilon_\mu^* g_\perp^{(v)} + 2(q \cdot \epsilon^*) p'_\mu \frac{1}{\Delta} (\Phi_{//} - G_\perp^{(v)}) \right]$$

1. Cet article présente aussi les termes de twist 4 et les corrections radiatives.

$$\begin{aligned}
& - i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^{*\nu}p'^{\rho}q^{\sigma} \left[\frac{m_b}{2}f_Vm_V \int_0^1 \frac{du}{\Delta^2} g_{\perp}^{(a)} + f_V^{\perp} \int_0^1 du \frac{\phi_{\perp}}{\Delta} \right] \\
& - f_V^{\perp} \int_0^1 du \frac{\phi_{\perp}}{\Delta} \left[\epsilon_{\mu}^*(p' \cdot q + p'^2u) - p_{\mu}(q \cdot \epsilon^*) \right] \quad (2.17) \\
& - f_V^{\perp}m_V^2 \int_0^1 \frac{du}{\Delta} \epsilon_{\mu}^* \left[\left(1 + 2\frac{m_b^2}{\Delta} \right) (H_{//}^{(t)} - \Phi_{\perp}) + \frac{1}{2}h_{//}^{(s)} \right] \\
& + 2f_V^{\perp}m_V^2 \int_0^1 \frac{du}{\Delta^2} (q \cdot \epsilon^*)(q_{\mu} + up'_{\mu}) \left(H_{//}^{(t)} - \Phi_{\perp} - \frac{1}{2}h_{//}^{(s)} \right),
\end{aligned}$$

où les fonctions symbolisées en majuscules sont les primitives des fonctions d'onde correspondantes symbolisées en minuscules

$$F(u) = - \int_0^u dv f(v), \quad (2.18)$$

et

$$\Delta = m_b^2 - (q + up')^2. \quad (2.19)$$

Les deux derniers termes de (2.17) qui font intervenir les fonctions $h_{//}^{(s,t)}$ ne sont pas pris en compte dans la référence [88]².

La suite du calcul est standard : insérant un ensemble complet d'états dans le corrélateur (2.14), on a

$$\Pi_{\mu}(p', q) = \frac{f_B m_B^2}{m_b [m_B^2 - (q + p)^2]} \langle V, p' | \bar{q}\gamma_{\mu}(1 - \gamma_5)q | B, p' + q \rangle + \dots \quad (2.20)$$

où « + ... » désigne la contribution des états excités et du continuum ayant les nombres quantiques appropriés. L'intégrale (2.17) sur u peut être vue comme une relation de dispersion sur la variable $(p' + q)^2$

$$\Pi_{\mu}(p', q) = \int_{m_b^2}^{\infty} ds \frac{\rho_{\mu}(s)}{s - (p' + q)^2} \quad (2.21)$$

où $s = (m_b^2 - p'^2)/u + p'^2$. Afin d'extraire de la règle de somme l'élément de matrice qui nous intéresse, on utilise l'hypothèse de *dualité quark-hadron* dans un certain *modèle du spectre*, à savoir en dessous d'un certain seuil $s < s_0^B$ le méson B et au-dessus $s > s_0^B$ les états excités et le continuum qui sont en dualité exacte avec le calcul perturbatif. On identifie donc dans l'expression (2.20) la contribution du méson B avec l'intégrale sur $s < s_0^B$ et le terme « + ... » avec l'intégrale sur $s > s_0^B$. Afin d'augmenter la contribution de l'état fondamental B , la transformation de Borel est également appliquée sur la variable $(p' + q)^2$, selon

$$\frac{1}{\Delta} \rightarrow \frac{1}{u\mathcal{M}^2} \exp \left[-\frac{m_b^2 - (1-u)q^2 + u(1-u)m'^2}{u\mathcal{M}^2} \right] \quad (2.22)$$

2. En revanche ils figurent dans la référence [92], ainsi que les contributions de twist 4 et les corrections radiatives.

où \mathcal{M}^2 est le paramètre de Borel. Il y a ici deux points techniques un peu délicats :

- les termes dipolaires en $1/\Delta^2$ dans l'équation (2.17) génèrent ce qu'on appelle des « termes de surface », comme expliqué en détail dans la référence [87, annexe A]. *Il est essentiel de garder ces termes systématiquement*, ce qui n'a pas toujours été fait dans les calculs les plus anciens [87]. En pratique une méthode simple est de transformer les termes dipolaires en termes polaires $\sim 1/\Delta$ en effectuant une intégration par parties *avant* la transformation de Borel :

$$\int_0^1 \frac{du}{\Delta^2} f(u) = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{du}{\Delta} \frac{1}{q \cdot p + um'^2} \left[\frac{m'^2}{q \cdot p + um'^2} f(u) - f'(u) \right] \quad (2.23)$$

où $f(u)$ est une fonction de u qui vérifie $f(0) = f(1) = 0$; on utilise ensuite (2.22) ;

- la procédure standard dans la littérature considère la décomposition invariante de Lorentz de Π_μ , c'est-à-dire les coefficients de ϵ_μ^* , $(q \cdot \epsilon^*)p'_\mu$ et $(q \cdot \epsilon^*)q_\mu$, et effectue la transformation de Borel sur la variable $(p' + q)^2$ avec $p'^2 = m_V^2$ et q^2 fixés à leur valeur physique. *Cela revient en particulier à prendre $q \cdot \epsilon^*$ constant*. Si c'est vrai pour la polarisation transverse, pour laquelle $q \cdot \epsilon_\perp^* = 0$, ce n'est clairement pas le cas pour la polarisation longitudinale. Pour un méson vecteur longitudinal on simplifie donc le corrélateur Π_μ en exprimant $q \cdot \epsilon_{//}^*$ comme fonction de $p' \cdot q$ et q^2 *avant* d'effectuer la transformation de Borel sur $(p' + q)^2$:

$$q \cdot \epsilon_{//}^* = \left(\frac{p' \cdot q}{m_V} + m_V \right) \sqrt{1 - \frac{m_V^2}{E^2}}. \quad (2.24)$$

Tous les éléments sont maintenant réunis pour pouvoir exprimer l'élément de matrice du courant faible en fonction des amplitudes de distribution (table 2.1), de la position du seuil s_0^B et du paramètre de Borel \mathcal{M} . La réponse physique est obtenue en minimisant la dépendance par rapport à ces deux derniers paramètres non physiques. On ne donne pas ici l'expression complète de l'élément de matrice qui n'est pas très parlante, et on ne discutera que les propriétés du résultat qui sont indépendantes de s_0^B et \mathcal{M} , dans la limite $m_b \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$.

2.3 Limite de masse et d'énergie infinies

Dans cette section, on présente la double limite asymptotique $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$ des règles de somme. D'après les références [84, 86, 87, 93], le paramètre de Borel a le comportement suivant dans la limite de masse infinie

$$\mathcal{M}^2 = m_b \mu_0 \quad (2.25)$$

et le seuil du continuum

$$s_0^B = (m_b + \omega_0)^2, \quad (2.26)$$

où les paramètres μ_0 et ω_0 sont finis quand $m_b \rightarrow \infty$.

De plus l'intervalle d'intégration sur u après la transformation de Borel et la soustraction du continuum, qui correspond à $s \in [m_b^2, s_0^B]$, est $u \in [u_{\min}, 1]$, où [85, 88, 93]

$$u_{\min} = \frac{m_b^2 - q^2}{s_0^B - q^2} \quad (\text{pour } m' \simeq 0). \quad (2.27)$$

Dans la limite $m_b \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$, on a donc le développement $u_{\min} \simeq 1 - \omega_0/E$, ce qui confirme que c'est le fait que E soit grand qui sélectionne la région $u \sim 1$, conformément au concept fondamental de LEET.

Connaissant les comportements (2.7)-(2.8) et (2.25)-(2.27), on est en mesure de déterminer la limite LEET des règles de somme sur le cône de lumière. Pour les facteurs de forme $B \rightarrow P$, il suffit de considérer les corrélateurs donnés par l'équation (17) de la référence [85] et (14) de la référence [93]; les éléments de matrice semileptoniques peuvent se mettre sous la forme (1.38) avec

$$\zeta^{(v)}(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \left[-f_P \phi'(1) I_2(\omega_0, \mu_0) - \frac{f_P m_P^2}{6(m_{q_1} + m_{q_2})} \phi'_\sigma(1) I_1(\omega_0, \mu_0) \right] \quad (2.28)$$

$$\zeta_1^{(v)}(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \frac{f_P m_P^2}{m_{q_1} + m_{q_2}} \left[\phi_p(1) + \frac{1}{6} \phi'_\sigma(1) \right] I_1(\omega_0, \mu_0). \quad (2.29)$$

$m_{q_{1,2}}$ désigne les masses des quarks constituant le méson pseudoscalaire ($q_1 \bar{q}_2$), et les intégrales $I_j(\omega_0, \mu_0)$ sont fonction des paramètres de la règle de somme (ω_0, μ_0):

$$I_j(\omega_0, \mu_0) = \int_0^{\omega_0} d\omega \omega^j \exp \left[\frac{2}{\mu_0} (\bar{\Lambda} - \omega) \right] \quad j = 1, 2 \quad (2.30)$$

où $\bar{\Lambda}$ est l'énergie de liaison du méson lourd $\bar{\Lambda} = m_B - m_b$, qui reste finie dans la limite $m_b \rightarrow \infty$. Pour le cas particulier du point $q^2 = 0$, les équations (2.28)-(2.29) coïncident avec la référence [93] dans la limite $m_b \rightarrow \infty$.

Pour les éléments de matrice semileptoniques $B \rightarrow V$, on considère le corrélateur (2.17) avec toutes les précautions signalées dans la section précédente, et on obtient la forme (1.40)-(1.41) avec

$$\zeta_{//}^{(a)}(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \left[-f_V \phi'_{//}(1) I_2(\omega_0, \mu_0) + f_V^\perp m_V h_{//}^{(t)}(1) I_1(\omega_0, \mu_0) \right], \quad (2.31)$$

$$\zeta_{1//}^{(a)}(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{f_V^\perp m_V}{2E^2} \left[h_{//}^{(t)}(1) + \frac{1}{2} h_{//}^{(s)'}(1) \right] I_1(\omega_0, \mu_0), \quad (2.32)$$

$$\zeta_{\perp}^{(a)}(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \left[-f_V^\perp \phi'_\perp(1) I_2(\omega_0, \mu_0) + f_V m_V g_\perp^{(v)}(1) I_1(\omega_0, \mu_0) \right], \quad (2.33)$$

$$\zeta_{\perp}^{(v)}(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \left[-f_V^\perp \phi'_\perp(1) I_2(\omega_0, \mu_0) - \frac{1}{4} f_V m_V g_\perp^{(a)'}(1) I_1(\omega_0, \mu_0) \right]. \quad (2.34)$$

En ce qui concerne les facteurs de forme transverses pris au point particulier $q^2 = 0$, les équations (2.33)-(2.34) coïncident avec la référence [87] dans la limite $m_b \rightarrow \infty$.

Avant de comparer ces résultats aux prédictions de LEET, il est important de constater que *les termes de twist 3 sont formellement du même ordre de grandeur que les*

termes de twist 2. En revanche on peut vérifier que les fonctions d'onde de twist supérieur à 4, ou à $n \geq 3$ particules donnent des contributions qui sont supprimées par des puissances de $1/E$ et/ou $1/M$. Cette caractéristique avait déjà été discutée dans les références [84, 86, 87, 93] où le développement de masse lourde a été étudié au point $q^2 = 0$. D'autre part, d'un point de vue purement numérique, les auteurs de [91] constatent que les termes de twist 3 contribuent pour $\sim 50\%$ du résultat. *Il n'y a donc pas de limite dans laquelle les termes de twist 2 peuvent être qualifiés de « dominants »*, contrairement à la situation bien connue de la diffusion profondément inélastique. En ce sens, le développement en twist croissant ne coïncide pas avec le développement en puissances de $1/M$ et $1/E$. Pour que ce développement sur le cône de lumière ait un sens, il faut donc qu'à un ordre donné en $1/M$ et $1/E$ un nombre fini de termes de twists différents contribuent, ce qui semble effectivement être le cas.

Discutons maintenant les résultats (2.28)-(2.29) du point de vue de LEET. Comme $f_B \sqrt{m_B} \sim c^{\text{te}}$ [76], la loi d'échelle $\sim \sqrt{M}/E^2$ est explicite. Remarquons que les fonctions ϕ_p , $g_\perp(v)$ et $h_{//}^{(t)}$ interviennent avec cette même puissance de $1/E$, alors qu'elles ne s'annulent pas linéairement pour $u \rightarrow 1$. Ce peut être un indice que cette loi d'échelle n'est pas particulière à la méthode des règles de somme, mais au contraire une propriété très générale de QCD. Comme deuxième indice, on verra dans le chapitre 3 que les modèles de quarks du type Bakamjian-Thomas vérifient également ce comportement et ce, indépendamment du potentiel, quoiqu'au prix d'une hypothèse additionnelle mal définie.

En deuxième lieu, on utilise les relations exactes entre les fonctions d'onde pour $u \rightarrow 1$ (éqs. (2.9)-(2.11)) pour réduire le nombre de facteurs de forme indépendants. En effet grâce à ces relations, on obtient que les éléments de matrice semileptoniques $B \rightarrow P(V)$ peuvent s'écrire à la manière de (1.59)-(1.63) avec les trois facteurs de forme universels donnés par

$$\zeta(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \left[-f_P \phi'(1) I_2(\omega_0, \mu_0) + \frac{f_P m_P^2}{m_{q_1} + m_{q_2}} \phi_p(1) I_1(\omega_0, \mu_0) \right], \quad (2.35)$$

$$\zeta_{//}(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \left[-f_V \phi'_{//}(1) I_2(\omega_0, \mu_0) + f_V^\perp m_V h_{//}^{(t)}(1) I_1(\omega_0, \mu_0) \right], \quad (2.36)$$

$$\zeta_\perp(M, E) = \frac{1}{f_B} \frac{1}{2E^2} \left[-f_V^\perp \phi'_\perp(1) I_2(\omega_0, \mu_0) + f_V m_V g_\perp^{(v)}(1) I_1(\omega_0, \mu_0) \right]. \quad (2.37)$$

Remarquons que contrairement au modèle de Stech [79] et Soares [80], il paraît difficile d'avoir l'égalité exacte $\zeta_\perp = \zeta_{//}$; en revanche ces deux facteurs de forme peuvent être numériquement proches, dans la mesure où les constantes de désintégration et les amplitudes de distribution ne sont pas très différentes pour les mésons transverse et longitudinal [126].

On en conclut donc que *la méthode des règles de somme de QCD sur le cône de lumière constitue une réalisation explicite des prédictions de la théorie effective HQET/LEET pour les facteurs de forme lourd à léger*, ce qui représente évidemment un argument très solide en faveur de la généralité de ces prédictions non triviales. D'autre part, il faut également insister sur l'extrême simplicité des équations (2.35)-(2.37) : la partie dépendante des détails de la règle de somme, c'est-à-dire des paramètres ω_0 et μ_0 ,

ne concerne que la normalisation globale des facteurs de forme, et il y a une ressemblance frappante entre la structure des facteurs $B \rightarrow P$, $B \rightarrow V_{//}$ et $B \rightarrow V_{\perp}$.

Conclusion

La littérature sur l'application des règles de somme de QCD sur le cône de lumière au calcul des facteurs de forme lourd à léger ne manque pas [84]-[93]. La nouveauté du travail présenté ici réside dans la détermination de la limite asymptotique $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$ à partir du formalisme des références citées, limite qui a la particularité d'être extrêmement simple. On attire de plus l'attention sur deux points subtils, à savoir le traitement de la polarisation longitudinale (éq. (2.24)), et le fait que les termes de twist 3 ne sont pas *a priori* négligeables, ce qui n'est pas toujours clair dans la littérature.

Du point de vue de la théorie effective, le formalisme des règles de somme est parfaitement cohérent : on constate explicitement que la limite $E \rightarrow \infty$ sélectionne la région de Feynman $u \rightarrow 1$, et les relations LEET entre les facteurs de forme ainsi que la loi de factorisation $\sim \sqrt{M} z(E)$ sont obtenues de manière exacte dans la limite asymptotique.

L'hypothèse standard concernant le comportement pour $u \rightarrow 1$ des amplitudes de distribution conduit à la dépendance en \sqrt{M}/E^2 des facteurs de forme, comme on l'a anticipé dans le chapitre précédent. Cette dépendance reste valable également pour les termes de twist 3, alors que les termes de twist supérieur à 4 et/ou correspondant à des contributions multi-particules sont supprimés en puissance.

Bien qu'il n'en ait pas été question ici, les règles de somme peuvent également servir à l'étude systématique des corrections non perturbatives en $1/M$ et $1/E$. Comme premier test, on a constaté en utilisant les formules de la référence [92], qui incorporent les termes de twist 4 et les corrections radiatives, que les relations entre les facteurs de forme semblent beaucoup moins affectées par les corrections que la loi d'échelle en $\sim \sqrt{M}/E^2$. La raison de ce phénomène n'a pas été éclaircie à l'heure actuelle.

Les règles de somme constituent donc un outil qui permet de comprendre une partie des propriétés de la théorie effective avec des calculs explicites qui restent relativement simples. Bien sûr, les applications phénoménologiques sont également très nombreuses, et ont été abondamment exploitées dans la littérature.

Chapitre 3

Les modèles de quarks *à la* Bakamjian-Thomas

Introduction

Dans un article resté célèbre [22], Dirac a montré qu'il existe trois formulations possibles de la quantification d'un hamiltonien relativiste : la formulation instantanée, la formulation sur le plan nul (ou cône de lumière), et la formulation hyperbolique, suivant la surface sur laquelle sont prises les coordonnées des relations de commutation canonique. À cause des problèmes de covariance de Lorentz, la physique des particules moderne fait beaucoup plus appel à la théorie des champs lagrangienne qu'aux formulations hamiltoniennes. Cependant, le problème des états liés reste plus simple, ou en tout cas plus intuitif, considéré d'un point de vue hamiltonien. En particulier, de nouvelles approches ont été développées récemment pour tenter de comprendre le confinement dans les théories de jauge à l'aide de la quantification sur le plan nul [23].

Beaucoup plus modestement, le modèle des quarks, qui projette de décrire les hadrons avec un nombre fixé de constituants, a l'avantage de souvent réussir à décrire la phénoménologie, en particulier le spectre, et l'inconvénient de ne pas être relativiste au sens strict, et de ne pas être directement relié à la théorie fondamentale. Bien qu'applicable au calcul des amplitudes de transition, et donc en particulier des facteurs de forme électrofaibles, le modèle des quarks n'est en général pas covariant, c'est-à-dire que le résultat dépend du référentiel dans lequel on le calcule. Pourquoi alors s'intéresser au modèle des quarks, notamment dans le cas qui nous intéresse, à savoir les facteurs de forme dans la région ultra-relativiste ?

On a vu que les règles de somme de QCD sur le cône de lumière permettent de calculer explicitement les facteurs de forme lourd à léger dans la limite LEET ; cependant, il faut déterminer les amplitudes de distribution sur le cône de lumière, et minimiser la dépendance par rapport aux paramètres de seuil et de Borel. Les règles de somme standard permettent de calculer les premiers moments des fonctions d'onde [20] en fonction des condensats, mais le résultat reste incertain. De plus dans la limite asymptotique de masse et d'énergie infinies, on a besoin des fonctions d'onde dans la région $u \sim 1$, ce

qui nécessite *les moments d'ordre élevé* comme le montre le petit calcul suivant :

$$a_n \equiv \int_0^1 du u^n \phi(u) \stackrel{n \rightarrow \infty}{\simeq} -\frac{\phi'(1)}{n^2}, \quad \text{si } \phi(u) \stackrel{u \rightarrow 1}{\simeq} (1-u). \quad (3.1)$$

Le modèle des quarks, ou plutôt les modèles de quarks, constituent une alternative intéressante, parce que relativement simple et intuitive. Les modèles de quarks pour le calcul des facteurs de forme sont très divers : renvoyons à la référence [14, annexe B] pour une revue détaillée. Il faut distinguer les modèles qui introduisent des ingrédients phénoménologiques, de ceux qui sont des « vrais » calculs dynamiques. En effet beaucoup font des hypothèses externes, inspirées par exemple de la dominance des mésons vectoriels, ou de diverses propriétés asymptotiques de QCD, au lieu de les dériver directement des calculs de fonctions d'onde. En revanche, les modèles de quarks « purs » construits sur des fonctions d'onde à trois dimensions, qui ont l'avantage d'être directement connectés avec les études de la spectroscopie des hadrons, ont en règle générale des problèmes pour satisfaire les propriétés fondamentales de covariance de Lorentz et de limite de masse infinie pour ce qui concerne la désintégration des hadrons lourds.

La construction de Bakamjian-Thomas (B-T) des états liés [128], à l'origine présentée dans le contexte de la physique nucléaire, définit une classe de modèles particulièrement intéressante, qui utilise des fonctions d'onde standard à trois dimensions et une interaction instantanée très générale : en effet dans le cas des transitions lourd à lourd dans la limite de masse infinie, ces modèles deviennent covariants et vérifient automatiquement les relations et lois d'échelle d'Isgur-Wise [95]. De plus, et c'est l'objet de ce chapitre, *ces modèles deviennent également covariants pour les facteurs de forme lourd à léger dans la limite de masse infinie pour le hadron parent et d'énergie infinie pour le hadron fils, et vérifient les relations HQET/LEET entre les facteurs de forme ainsi que la loi de factorisation $\sim \sqrt{M} z(E)$* . Pour ce qui est du comportement en $1/E^2$, il est aussi obtenu dans ces modèles indépendamment du potentiel, à condition de faire l'hypothèse — pas nécessairement justifiée pour des quarks constituants — d'un quark spectateur de masse nulle, et que la fonction d'onde du méson léger décroisse suffisamment vite.

Non seulement ces résultats ajoutent une qualité supplémentaire aux modèles de quarks à la Bakamjian-Thomas, mais ils donnent un nouveau support à la théorie effective des facteurs de forme, tout du moins dans l'hypothèse de dominance du mécanisme de Feynman.

À noter que dans le cas lourd à lourd, les modèles B-T possèdent de nombreuses bonnes propriétés : à la covariance et aux relations d'Isgur-Wise, il faut ajouter la dualité quark-hadron exacte (règles de somme) et la bonne description quantitative des transitions semileptoniques $B \rightarrow D, D^*, D^{**}$ [96, 97]. Les constantes de désintégration des mésons lourds calculées dans l'approche B-T sont également compatibles avec les autres méthodes disponibles [97].

Ce chapitre reprend l'exposé de la référence [VI]. Dans la section 3.1, on rappelle la construction des états liés à la Bakamjian-Thomas. La section 3.2 dérive l'amplitude de transition dans le cas général, et la limite $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$ est considérée dans la section 3.3. Enfin la section 3.4 discute le comportement en $1/E$ (cette dernière partie est nouvelle par rapport à la référence [VI]).

3.1 Fonctions d'onde et groupe de Poincaré

La construction de Bakamjian-Thomas [128] fournit une procédure parfaitement définie pour booster la fonction d'onde d'un référentiel donné à un autre, en gardant fixe le nombre de quarks constituants, ce qui est l'hypothèse fondamentale du modèle des quarks. Un état lié de n constituants d'impulsion p_i ($i = 1 \dots n$), est décrit par une fonction d'onde interne $\phi_{s_1, \dots, s_n}(\vec{k}_2, \dots, \vec{k}_n)$ où les s_i sont les spins des constituants élémentaires et les impulsions internes \vec{k}_i ($\sum \vec{k}_i = \vec{0}$) sont définies par

$$\vec{k}_i = B_{\Sigma p_j}^{-1} \vec{p}_i, \quad (3.2)$$

avec B_p le boost $(\sqrt{p^2}, \vec{0}) \rightarrow p$. Cette fonction d'onde est un état propre de l'opérateur de masse M et des opérateurs de spin total \vec{S}^2, S_z . Les constituants sont sur leur couche de masse, c'est-à-dire que $p_i^2 = k_i^2 = m_i^2$. Une fois donné l'opérateur M (typiquement un terme d'énergie cinétique relativiste ou non relativiste et un terme potentiel qui contient l'interaction), la fonction d'onde interne est déterminée en ajustant les valeurs propres de M au spectre physique des masses hadroniques. Dans la suite, on ne spécifiera pas l'opérateur M dans la mesure où l'on discute seulement les propriétés générales du modèle qui sont indépendantes du potentiel.

La fonction d'onde totale $\Psi_{s_1, \dots, s_n}^{(\vec{p})}(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n)$, qui prend en compte le mouvement du centre de masse ($\sum \vec{p}_i = \vec{p}$ est l'impulsion de l'état lié), se déduit de la fonction d'onde interne par *une transformation unitaire* [128, 95], ce qui implique que les fonctions d'onde qui sont orthonormées dans un référentiel quelconque le restent dans un autre¹ :

$$\begin{aligned} \Psi_{s_1, \dots, s_n}^{(\vec{p})}(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n) &= \sqrt{2p^0 \frac{\sum p_j^0}{M_0}} \left[\prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{k_i^0}{p_i^0}} \right] \\ &\times \sum_{s'_1, \dots, s'_n} \left[\prod_{i=1}^n D_i(R_i)_{s_i, s'_i} \right] (2\pi)^3 \delta^3(\sum \vec{p}_j - \vec{p}) \phi_{s'_1, \dots, s'_n}(\vec{k}_2, \dots, \vec{k}_n). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Dans l'expression ci-dessus, la masse invariante M_0 du système des quarks et les rotations de Wigner R_i sont fonctions des vecteurs \vec{p}_i :

$$M_0 = \sqrt{(\sum p_i)^2}, \quad R_i = B_{p_i}^{-1} B_{\Sigma p_j} B_{k_i}. \quad (3.4)$$

De plus, $D_i(R)$ désigne la matrice de la rotation R pour le spin s_i . Au repos, $\vec{p} = \vec{0}$, la fonction d'onde Ψ se réduit à

$$\Psi^{(\vec{0})} = (2\pi)^3 \sqrt{2M} \delta^3(\sum \vec{p}_j) \phi_{s'_1, \dots, s'_n}(\vec{p}_2, \dots, \vec{p}_n), \quad (3.5)$$

ce qui s'accorde avec l'interprétation de ϕ en tant que fonction d'onde interne.

L'intérêt d'une telle transformation des états au repos, qui « mime » la transformation pour un système de particules libres, réside dans le fait que l'espace des fonctions $\Psi^{(\vec{p})}$

1. Contrairement à la référence [95], on choisit la normalisation relativiste standard des états, d'où le préfacteur $\sqrt{2p^0}$ dans l'équation (3.3).

forme une *représentation exacte du groupe de Poincaré*, avec les générateurs donnés par \vec{P} pour les translations d'espace, et [128, 95]

$$\begin{aligned} H &= P^0 = \sqrt{\vec{P}^2 + M^2}, \\ \vec{J} &= -i\vec{P} \times \frac{\partial}{\partial \vec{P}} + \vec{S}, \quad \vec{S} = \sum_{i=1}^n \vec{S}_i' - i \sum_{i=2}^n \vec{k}_i \wedge \frac{\partial}{\partial \vec{k}_i}, \\ \vec{K} &= -\frac{i}{2} \left\{ P^0, \frac{\partial}{\partial \vec{P}} \right\} - \frac{\vec{P} \wedge \vec{S}}{P^0 + M} \end{aligned} \quad (3.6)$$

pour les autres générateurs. Le cas libre correspond à $M = M_0 = \sum_{i=1}^n \sqrt{\vec{k}_i^2 + m_i^2}$, et les générateurs (3.6) se réduisent alors à la somme des générateurs à une particule libre, ce qui est la principale caractéristique de la transformation (3.3).

En résumé, la construction de Bakamjian-Thomas des états liés en mouvement permet, avec un nombre fixe de constituants, d'obtenir un espace de Hilbert qui est représentation exacte du groupe de Poincaré. En revanche, on verra dans la section suivante que les éléments de matrice d'un opérateur de courant libre pris entre des états B-T ne sont pas covariants en général.

3.2 Application au calcul des facteurs de forme

Dans le formalisme B-T, l'élément de matrice du courant pour la transition $\Psi \rightarrow \Psi'$ s'écrit [95]

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}' | O | \vec{p} \rangle &= \sqrt{4p'^0 p^0} \int \left[\prod_{i=2}^n \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3} \right] \sqrt{\frac{\Sigma p_j'^0 \Sigma p_j^0}{M_0' M_0}} \left[\prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{k_i'^0 k_i^0}{p_i'^0 p_i^0}} \right] \\ &\times \sum_{s'_1, \dots, s'_n} \sum_{s_1, \dots, s_n} \phi'_{s'_1, \dots, s'_n} (\vec{k}'_2, \dots, \vec{k}'_n) \left[D_1'(R_1'^{-1}) O(\vec{p}'_1, \vec{p}_1) D_1(R_1) \right]_{s'_1, s_1} \\ &\times \left[\prod_{i=2}^n D_i(R_i'^{-1} R_i)_{s'_i, s_i} \right] \phi_{s_1, \dots, s_n} (\vec{k}_2, \dots, \vec{k}_n), \end{aligned} \quad (3.7)$$

où les quantités primées se réfèrent à l'état final. En accord avec l'hypothèse habituelle d'*additivité* du modèle des quarks, $O(\vec{p}'_1, \vec{p}_1)_{s'_1, s_1}$ désigne l'élément de matrice de l'opérateur de courant O entre les états à une particule libre :

$$O(\vec{p}', \vec{p})_{s', s} = \langle \vec{p}', s' | O | \vec{p}, s \rangle. \quad (3.8)$$

On se place maintenant dans le contexte des chapitres 1 et 2, c'est-à-dire que l'on considère les transitions lourd à léger $B \rightarrow P(V)$ ($n = 2$). En accord avec la mécanique quantique non relativiste, les états pseudoscalaires sont

$$\langle P | = \langle {}^1S_0 |, \quad |B\rangle = |{}^1S_0\rangle, \quad (3.9)$$

alors que l'état vecteur² est une combinaison linéaire de 3S_1 et 3D_1 ,

$$\langle V | = \langle {}^3S_1 | + \langle {}^3D_1 |. \quad (3.10)$$

2. Noter la normalisation des ondes S et D , éq. (3.13).

On écrit les fonctions d'onde :

$$\phi_{s_1, s_2}^{2S+1L_J}(\vec{k}_2) = \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\chi^{2S+1L_J}(\vec{k}_2) \sigma_2 \right]_{s_1, s_2} \phi^{2S+1L_J}(\vec{k}_2) \quad (3.11)$$

où

$$\chi^{1S_0}(\vec{k}_2) = 1, \quad \chi^{3S_1}(\vec{k}_2) = \vec{\sigma} \cdot \vec{e}, \quad \chi^{3D_1}(\vec{k}_2) = -\frac{3}{\sqrt{2}} \left[\frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{k}_2)(\vec{e} \cdot \vec{k}_2)}{k_2^2} - \frac{1}{3} \vec{\sigma} \cdot \vec{e} \right], \quad (3.12)$$

(\vec{e} étant le trivecteur polarisation du méson vectoriel). Les fonctions d'onde radiales $\phi^{2S+1L_J}(\vec{k}_2)$ sont invariantes par rotation (l'opérateur de masse M étant un scalaire, elles ne dépendent donc que de $|\vec{k}_2|$) et sont normalisées selon

$$\int \frac{d^3\vec{k}_2}{(2\pi)^3} |\phi^{1S_0}(\vec{k}_2)|^2 = \int \frac{d^3\vec{k}_2}{(2\pi)^3} \left[|\phi^{3S_1}(\vec{k}_2)|^2 + |\phi^{3D_1}(\vec{k}_2)|^2 \right] = 1, \quad (3.13)$$

alors que la normalisation relative de ϕ^{3S_1} et ϕ^{3D_1} est une quantité dynamique qui peut être déterminée en résolvant l'équation d'état lié pour le méson vecteur.

L'expression (3.7) est très générale, et a le mérite d'être valable quels que soient le spin et le nombre des constituants de l'état lié. Cependant dans le cas d'un méson composé de deux quarks de spin 1/2, il est plus facile pour les calculs ultérieurs d'exprimer les résultats en terme des matrices de Dirac. La procédure à suivre est détaillée dans les références [95, 96] et ne sera pas reproduite ici ; l'idée est simplement d'insérer les matrices 2×2 qui apparaissent ci-dessus dans le bloc haut gauche 2×2 d'une matrice 4×4 , qui est ensuite complétée avec des zéros. La sommation sur les indices de spin fait alors apparaître une *trace* dans l'espace de Dirac. On obtient [95] :

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}' | O | \vec{p} \rangle &= \int \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 p_2^0} F(\vec{p}_2, \vec{p}', \vec{p}) \times \phi'^* (\vec{k}'_2) \phi(\vec{k}_2) \\ &\times \frac{1}{16} \text{Tr} \left[O(m_1 + \not{p}_1)(1 + \not{\psi})(m_2 + \not{p}_2) B_{u'} \chi^\dagger B_u^{-1} (1 + \not{\psi}') (m'_1 + \not{p}'_1) \right], \end{aligned} \quad (3.14)$$

avec

$$F(\vec{p}_2, \vec{p}', \vec{p}) = 2 \frac{\sqrt{p'^0 u'^0 p^0 u^0}}{p_1^0 p_1^0} \left[\frac{p'_1 \cdot u'}{p'_1 \cdot u' + m'_1} \frac{p_1 \cdot u}{p_1 \cdot u + m_1} \frac{p'_2 \cdot u'}{p'_2 \cdot u' + m'_2} \frac{p_2 \cdot u}{p_2 \cdot u + m_2} \right]^{1/2}. \quad (3.15)$$

Dans l'équation (3.14), on a défini les vecteurs unité à quatre dimensions u et u'

$$u = \frac{p_1 + p_2}{M_0}, \quad u' = \frac{p'_1 + p_2}{M'_0}, \quad (3.16)$$

et on a utilisé la même notation O pour l'opérateur de courant et la matrice de Dirac correspondante. La fonction d'onde de spin « boostée » de l'état final $B_{u'} \chi^\dagger B_u^{-1}$ s'écrit

$$B_{u'} (\chi^{1S_0})^\dagger B_u^{-1} = 1, \quad B_{u'} (\chi^{3S_1})^\dagger B_u^{-1} = \gamma_5 \not{\epsilon}_{u'}^* \frac{1 + \not{\psi}'}{2}, \quad (3.17)$$

$$B_{u'} (\chi^{3D_1})^\dagger B_u^{-1} = -\frac{3}{\sqrt{2}} \gamma_5 \left[\frac{(p_2 \cdot u') \not{\psi}' - \not{p}_2}{(p_2 \cdot u')^2 - m_2^2} p_2 \cdot \epsilon_{u'}^* - \frac{1}{3} \not{\epsilon}_{u'}^* \right] \frac{1 + \not{\psi}'}{2}, \quad (3.18)$$

avec

$$\epsilon_{u'} = B_{u'}(0, \vec{e}) . \quad (3.19)$$

Comme annoncé dans la section précédente, l'équation (3.14) n'est pas covariante en général, à cause du préfacteur dans l'équation (3.15), et parce que les vecteurs à quatre dimensions p_1 et p'_1 , qui sont sur couche de masse (i.e. $p_1^{(i)2} = m_1^{(i)2}$), ne sont pas des quadrivecteurs de Lorentz à strictement parler, c'est-à-dire que ce ne sont pas des fonctions covariantes de la variable d'intégration p_2 et des impulsions externes p et p' . En particulier on a

$$\vec{p}_1 = \vec{p} - \vec{p}_2 \quad \text{mais} \quad p_1^0 = \sqrt{\vec{p}_1^2 + m_1^2} \neq p^0 - p_2^0 . \quad (3.20)$$

Cependant, *quand le quark actif domine la cinématique*, c'est-à-dire quand $u^{(i)}$, $p_1^{(i)}$ et $p^{(i)}$ deviennent *colinéaires*, alors le préfacteur dans (3.15) se simplifie, et l'expression (3.14) devient *covariante*. Cette situation particulière est réalisée dans les transitions lourd à lourd, comme la référence [95] le montre explicitement. Maintenant on va montrer qu'elle est également réalisée pour les éléments de matrice lourd à léger, dans la limite de masse infinie pour le méson parent et d'énergie infinie pour le méson fils.

3.3 Limite de masse et d'énergie infinies

On introduit maintenant les variables cinématiques adaptées à la limite LEET, c'est-à-dire $p \equiv Mv$ et $p' \equiv En$ (cf. p. 106), et on cherche le développement de (3.14) dans la limite

$$(\Lambda_{\text{QCD}}, m') \ll (M, E), \quad \text{avec } v \text{ et } n \text{ fixés,} \quad (3.21)$$

où Λ_{QCD} dans le modèle des quarks s'interprète comme la valeur typique de l'énergie potentielle.

En accord avec les idées sous-jacentes à la théorie effective (chapitre 1), on suppose que le quark spectateur reste *mou*, c'est-à-dire que l'on considère la limite (3.21) avec p_2 fixé. De plus, on prend $M/m_1 \rightarrow 1$. On a donc

$$\begin{aligned} p_1 &\simeq Mv, & p'_1 &\simeq En, \\ M_0 &\simeq M, & M'_0 &\simeq \sqrt{2E p_2 \cdot n}, \\ u &\simeq v, & u' &\simeq \sqrt{\frac{E}{2 p_2 \cdot n}} n, \\ p_2 \cdot u &= \sqrt{\vec{k}_2^2 + m_2^2} \simeq p_2 \cdot v, & p_2 \cdot u' &= \sqrt{\vec{k}_2'^2 + m_2^2} \simeq \sqrt{\frac{E}{2}} p_2 \cdot n. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Dans cette limite, la fonction F dans l'équation (3.15) devient un scalaire de Lorentz

$$F(\vec{p}_2, \vec{p}', \vec{p}) \simeq \frac{1}{\sqrt{EM}} \left(\frac{2E}{p_2 \cdot n} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{p_2 \cdot v}{p_2 \cdot v + m_2}} . \quad (3.23)$$

Il reste à calculer la trace dans l'équation (3.14). En ce qui concerne $B_{u'} \chi^\dagger B_{u'}^{-1}$, on a pour le méson pseudoscalaire

$$B_{u'} (\chi^{1S_0})^\dagger B_{u'}^{-1} (1 + \not{p}') (m'_1 + \not{p}'_1) \simeq E \not{p}. \quad (3.24)$$

Pour le méson vecteur il est commode d'introduire, dans le repère au repos de v avec la direction z selon \vec{p}' les vecteurs de genre lumière N et \bar{N}

$$N^\mu \equiv (1, 0, 0, 1), \quad \bar{N}^\mu \equiv (1, 0, 0, -1), \quad (3.25)$$

et de spécifier explicitement la polarisation de l'état final. En effet, si l'on note $\epsilon = B_{p'}(0, \vec{e})$ le vecteur polarisation physique, on a

$$\epsilon_{u'} = B_{u'}(0, \vec{e}_\perp) = \epsilon_\perp \quad \text{pour un méson transverse,} \quad (3.26)$$

et

$$\epsilon_{u'} = B_{u'}(0, 0, 0, 1) = u' - (u' \cdot N) \bar{N} \quad \text{pour un méson longitudinal.} \quad (3.27)$$

Remarquons que le deuxième terme dans (3.27) est sous-dominant : $u' \cdot N = \mathcal{O}(1/\sqrt{E})$. Reportant maintenant (3.26)-(3.27) dans (3.17)-(3.18) on trouve dans la limite (3.21), pour un méson transverse

$$\text{onde } S: \quad B_{u'} (\chi^{3S_1})^\dagger B_{u'}^{-1} (1 + \not{p}') (m'_1 + \not{p}'_1) \simeq E \gamma_5 \not{e}_\perp^* \not{p}, \quad (3.28)$$

$$\text{onde } D: \quad B_{u'} (\chi^{3D_1})^\dagger B_{u'}^{-1} (1 + \not{p}') (m'_1 + \not{p}'_1) \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} E \gamma_5 \not{e}_\perp^* \not{p}, \quad (3.29)$$

et pour un méson longitudinal

$$\text{onde } S: \quad B_{u'} (\chi^{3S_1})^\dagger B_{u'}^{-1} (1 + \not{p}') (m'_1 + \not{p}'_1) \simeq E \gamma_5 \not{p}, \quad (3.30)$$

$$\text{onde } D: \quad B_{u'} (\chi^{3D_1})^\dagger B_{u'}^{-1} (1 + \not{p}') (m'_1 + \not{p}'_1) \simeq -\frac{2}{\sqrt{2}} E \gamma_5 \not{p}. \quad (3.31)$$

En ce qui concerne l'argument des fonctions d'onde dans l'équation (3.14), on a grâce à (3.22)

$$\|\vec{k}_2\| \simeq \sqrt{(p_2 \cdot v)^2 - m_2^2}, \quad (3.32)$$

$$\|\vec{k}'_2\| \simeq \sqrt{\frac{E}{2} p_2 \cdot n}. \quad (3.33)$$

Les fonctions d'onde étant invariantes par rotation, ne sont fonction que des scalaires de Lorentz ci-dessus.

Finalement, l'amplitude de transition (3.14) devient dans la limite (3.21)

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}' | O | \vec{p} \rangle &= \sqrt{ME} \int \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 p_2^0} \left(\frac{2E}{p_2 \cdot n} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{p_2 \cdot v}{p_2 \cdot v + m_2}} \\ &\times \frac{1}{8} \text{Tr} [O(1 + \not{p})(m_2 + \not{p}_2) \Gamma \not{p}] \\ &\times \phi'^* \left(\sqrt{(E/2)(p_2 \cdot n)} \right) \phi \left(\sqrt{(p_2 \cdot v)^2 - m_2^2} \right), \end{aligned} \quad (3.34)$$

où la matrice de Dirac Γ dépend de l'état final :

$$\begin{aligned}\Gamma^{1S_0} &= 1, & \Gamma^{3S_{1\perp}} &= \gamma_5 \not{e}_{\perp}^*, & \Gamma^{3D_{1\perp}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_5 \not{e}_{\perp}^*, \\ \Gamma^{3S_{1\parallel}} &= \gamma_5, & \Gamma^{3D_{1\parallel}} &= -\frac{2}{\sqrt{2}} \gamma_5.\end{aligned}\quad (3.35)$$

L'équation (3.34) est *covariante*. Un tel résultat est remarquable dans un modèle des quarks.

Les propriétés de covariance permettent de simplifier (3.34). On définit les trois facteurs de forme A , B et C par

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{ME} \int \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 p_2^0} \left(\frac{2E}{p_2 \cdot n} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{p_2 \cdot v}{p_2 \cdot v + m_2}} \frac{m_2}{8} \\ &\times \phi'^* \left(\sqrt{(E/2)(p_2 \cdot n)} \right) \phi \left(\sqrt{(p_2 \cdot v)^2 - m_2^2} \right),\end{aligned}\quad (3.36)$$

$$\begin{aligned}B v^\mu + C n^\mu &= \sqrt{ME} \int \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 p_2^0} \left(\frac{2E}{p_2 \cdot n} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{p_2 \cdot v}{p_2 \cdot v + m_2}} \frac{p_2^\mu}{8} \\ &\times \phi'^* \left(\sqrt{(E/2)(p_2 \cdot n)} \right) \phi \left(\sqrt{(p_2 \cdot v)^2 - m_2^2} \right).\end{aligned}\quad (3.37)$$

B et C peuvent être écrit comme une intégrale scalaire, en contractant (3.37) avec v_μ et n_μ .

L'élément de matrice (3.34) devient

$$\begin{aligned}\langle \vec{p}' | O | \vec{p} \rangle &= \text{Tr} [O(1 + \not{\phi})(A + B\not{v} + C\not{n})\Gamma\not{\eta}] \\ &= (A + B) \times \text{Tr} [O(1 + \not{\phi})\Gamma\not{\eta}].\end{aligned}\quad (3.38)$$

En effet $(1 + \not{\phi})\not{\phi} = (1 + \not{\phi})$ et de (3.35), $\not{\eta}$ commute ou anticommute avec Γ , ce qui implique $\not{\eta}\Gamma\not{\eta} = \pm\Gamma\not{\eta}^2 \simeq 0$.

Résumons, en reprenant la notation de éléments de matrice du chapitre 1 : des équations (3.9), (3.10), (3.36), (3.37) et (3.38) on obtient

$$\langle P | O | B \rangle = 2E \zeta(M, E) \text{Tr} \left[\frac{1}{4} O(1 + \not{\phi})\not{\eta} \right], \quad (3.39)$$

$$\langle V_{\parallel} | O | B \rangle = 2E \zeta_{\parallel}(M, E) \text{Tr} \left[-\frac{1}{4} O(1 + \not{\phi})\not{\eta}\gamma_5 \right], \quad (3.40)$$

$$\langle V_{\perp} | O | B \rangle = 2E \zeta_{\perp}(M, E) \text{Tr} \left[\frac{1}{4} O(1 + \not{\phi})\not{\eta}\gamma_5 \not{e}_{\perp}^* \right], \quad (3.41)$$

où les trois facteurs de forme universels ζ , ζ_{\parallel} et ζ_{\perp} s'expriment en terme des intégrales de recouvrement ζ^{2S+1L_J}

$$\zeta(M, E) = \zeta^{1S_0}(M, E), \quad (3.42)$$

$$\zeta_{\parallel}(M, E) = \zeta^{3S_1}(M, E) - \frac{2}{\sqrt{2}} \zeta^{3D_1}(M, E), \quad (3.43)$$

$$\zeta_{\perp}(M, E) = \zeta^{3S_1}(M, E) + \frac{1}{\sqrt{2}} \zeta^{3D_1}(M, E), \quad (3.44)$$

avec

$$\begin{aligned} \zeta^{2S+1L_J}(M, E) &= \frac{\sqrt{M}}{4} \int \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 p_2^0} \left(\frac{2}{E p_2 \cdot n} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{p_2 \cdot v}{p_2 \cdot v + m_2}} (m_2 + p_2 \cdot n) \\ &\times \phi^{2S+1L_J*} \left(\sqrt{(E/2)(p_2 \cdot n)} \right) \phi_B \left(\sqrt{(p_2 \cdot v)^2 - m_2^2} \right). \end{aligned} \quad (3.45)$$

On peut calculer les traces pour les matrices $O = 1, \gamma_5, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5, \sigma^{\mu\nu}, \sigma^{\mu\nu} \gamma_5$, et on obtient alors exactement les prédictions de la théorie effective HQET/LEET du chapitre 1, notamment qu'il y a seulement trois facteurs de forme indépendants décrivant les transitions $B \rightarrow P(V)$ dans la limite de masse infinie pour le méson initial et d'énergie infinie pour le méson final :

$$\langle P | V^\mu | B \rangle = 2E \zeta(M, E) n^\mu, \quad (3.46)$$

$$\langle P | T^{\mu\nu} | B \rangle = i2E \zeta(M, E) (n^\mu v^\nu - n^\nu v^\mu), \quad (3.47)$$

$$\langle V | V^\mu | B \rangle = i2E \zeta_\perp(M, E) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} v_\nu n_\rho \epsilon_\sigma^*, \quad (3.48)$$

$$\langle V | A^\mu | B \rangle = 2E \left\{ \zeta_\perp(M, E) [\epsilon^{*\mu} - (\epsilon^* \cdot v) n^\mu] + \zeta_\parallel(M, E) \frac{m_V}{E} (\epsilon^* \cdot v) n^\mu \right\}, \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} \langle V | T_5^{\mu\nu} | B \rangle &= -i2E \zeta_\perp(M, E) (\epsilon^{*\mu} n^\nu - \epsilon^{*\nu} n^\mu) \\ &- i2E \zeta_\parallel(M, E) \frac{m_V}{E} (\epsilon^* \cdot v) (n^\mu v^\nu - n^\nu v^\mu). \end{aligned} \quad (3.50)$$

De plus, la loi de factorisation $\sim \sqrt{M} z(E)$ est également explicite dans l'équation (3.45).

Remarquons que contrairement au cas lourd à lourd [95], les facteurs de forme dépendent de l'état final à travers les fonctions d'onde ϕ^{2S+1L_J} , et qu'il n'y pas de normalisation particulière des facteurs de forme en un point q^2 particulier.

3.4 Loi d'échelle en $1/E$

On a vu dans le chapitre 2 que les règles de somme de QCD sur le cône de lumière, et l'hypothèse standard concernant le comportement des fonctions d'onde pour $u \rightarrow 1$, prédisent un comportement en $1/E^2$ des facteurs de forme. On peut se demander ce qu'il en est de ce comportement dans le modèle des quarks. Pour cela on réécrit l'équation (3.45) en coordonnées sphériques

$$\begin{aligned} \zeta^{2S+1L_J} &= \frac{\sqrt{M}}{4} \int_0^{+\infty} \frac{2\pi p^2 dp}{(2\pi)^3 p^0} \int_0^\pi \sin\theta d\theta \left[\frac{E}{2} (p^0 - p \cos\theta) \right]^{-1/4} \left(\frac{p^0}{p^0 + m_2} \right)^{1/2} \\ &\times (m_2 + p^0 - p \cos\theta) \phi^{2S+1L_J*} \left[\left(\frac{E}{2} (p^0 - p \cos\theta) \right)^{1/2} \right] \phi_B(p). \end{aligned} \quad (3.51)$$

On considère tout d'abord le cas où le spectateur est de masse nulle, $m_2 = 0$ dans l'équation (3.51). Il faut souligner néanmoins que cette hypothèse n'a pas de justification dans un modèle des quarks. En fait, pour un opérateur de masse M avec une énergie relativiste en $\sqrt{\vec{k}_2^2 + m_2^2}$ — qui est phénoménologiquement plus intéressante [97] — la

masse des quarks légers n'est pas bien déterminée par l'ajustement des valeurs propres sur le spectre hadronique, parce que l'impulsion moyenne est typiquement plus grande que la valeur de la masse constituante.

Gardons pour le moment cette hypothèse, et effectuons le changement de variable

$$s = \frac{Ep}{2}(1 - \cos \theta) \quad (3.52)$$

dans l'intégrale (3.51) sur θ . On obtient :

$$\zeta^{2S+1L_J}(M, E) = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{M}}{E^2} \int_0^{+\infty} \frac{2\pi dp}{(2\pi)^3} \phi_B(p) \int_0^{Ep} ds 2s^{3/4} \phi^{2S+1L_J*}(\sqrt{s}). \quad (3.53)$$

Si la convergence est suffisamment rapide, on peut prendre directement $Ep \rightarrow \infty$ dans (3.53). On trouve

$$\zeta^{2S+1L_J}(M, E) = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{M}}{E^2} \int_0^{+\infty} \frac{dp}{(2\pi)^2} \phi_B(p) \int_0^{+\infty} ds s^{3/4} \phi^{2S+1L_J*}(\sqrt{s}). \quad (3.54)$$

L'intégrale sur s converge si la fonction d'onde de l'état final décroît plus vite que $1/||\vec{k}||^{7/2}$, ce qui est le cas en particulier des fonctions en $1/(\vec{k}^2 + a^2)^2$ qui constituent une excellente approximation des fonctions propres du modèle spectroscopique de Godfrey-Isgur [97]. L'intégrale sur p ne pose pas de problème pour toute fonction d'onde raisonnable.

Sous réserve donc d'accepter cette hypothèse de quark spectateur de masse nulle, et que l'intégrale sur s converge, *le comportement du modèle des quarks quand $E \rightarrow \infty$ est conforme à ce qu'on attend des règles de somme et des amplitudes de distribution sur le cône de lumière et ce, indépendamment du potentiel choisi.* Il semble donc que cette loi d'échelle en $1/E^2$ soit une conséquence très générale des principes fondamentaux.

Dans le cas où le quark spectateur n'est pas de masse nulle, $m_2 \neq 0$, et/ou l'intégrale sur s ne converge pas dans (3.53), la loi d'échelle en $1/E$ dépend du comportement de la fonction d'onde à grande impulsion interne, c'est-à-dire du potentiel. Dans ce cas, la loi en $1/E^2$ n'est plus assurée, sauf cas spécifique.

Remarquons que dans les deux cas $m_2 = 0$ et $m_2 \neq 0$, il n'y a pas de raison *a priori* pour que $\zeta_{\perp} = \zeta_{\parallel}$, comme dans le modèle de Stech [79] et Soares [80] : le rapport des contributions de l'onde S et de l'onde D dépendent de la polarisation, et il ne peut y avoir égalité que si l'onde D est négligeable dans le méson vecteur, ce qui n'a pas lieu d'être. On rejoint donc la conclusion des chapitres précédents, à savoir que les facteurs de forme transverse et longitudinal sont différents, même si numériquement ils peuvent être accidentellement proches.

Conclusion

On a montré que les modèles de facteurs de forme construits sur la prescription de Bakamjian-Thomas de transformation de Lorentz des fonctions d'onde sont *covariants* dans la limite de masse infinie pour le hadron parent et d'énergie infinie pour le hadron fils.

De plus, ils vérifient de manière exacte, dans cette limite, les relations prédites par LEET (trois facteurs de forme pour $B \rightarrow P(V)$), ainsi que la loi d'échelle en $\sim \sqrt{M} z(E)$. On obtient également le comportement attendu en $1/E^2$, à condition que le quark spectateur soit de masse nulle, hypothèse qui n'a cependant pas de justification particulière dans le modèle des quarks, et que la fonction d'onde du méson léger décroisse suffisamment vite.

Tous ces résultats sont valides *indépendamment du potentiel*, qui peut être très général. On peut également s'intéresser aux applications phénoménologiques, en calculant les fonctions d'onde dans un modèle spectroscopique à la manière des références [97] pour le cas lourd à lourd.

Il est intéressant de discuter brièvement les points communs entre la formulation instantanée des modèles à la Bakamjian-Thomas et les modèles formulés sur le plan nul [98, 99]. Ces derniers existent en deux versions, non équivalentes parce que l'approche n'est pas covariante en général, la longitudinale [100] et la transverse [101], l'axe définissant le plan nul étant respectivement choisi parallèle ou perpendiculaire au transfert d'impulsion \vec{q} ; dans le cas transverse, on doit effectuer un prolongement analytique pour décrire la région physique des désintégrations semileptoniques [101]³. Il semble possible de retrouver les modèles formulés sur le plan nul en effectuant un boost infini sur la formulation instantanée. Comme la covariance est satisfaite dans la formulation instantanée dans le cas lourd à lourd [95], et également, comme on l'a discuté dans ce chapitre, dans le cas lourd à léger dans la limite de grande énergie, on peut s'attendre à ce que les approches sur le plan nul (transverse et longitudinale) et instantanée donneront les mêmes résultats dans ces limites. Il faut pour cela pouvoir interchanger l'ordre de la limite asymptotique et du boost infini. Il y a deux indications en faveur de cette intuition: dans le cas lourd à lourd, la pente ρ^2 de la fonction d'Isgur-Wise calculée pour le même opérateur de masse coïncide dans les deux approches (cf. discussion dans la référence [97] sur $B \rightarrow D, D^*, D^{**}$); dans le cas lourd à léger, l'expression pour le facteur de forme f_+ (éqs. (1.72) et (3.42)) concorde à $q^2 = 0$ avec la formule sur le plan nul de la référence [101].

3. La formulation de la référence [102] est encore différente, parce qu'elle introduit des « termes de soustraction » en plus du prolongement analytique.

Conclusion

Il apparaît clairement que la limite de masse initiale et d'énergie finale infinies pour les transitions lourd à léger, non seulement est intéressante du point de vue phénoménologique, mais aussi possède des propriétés très particulières dans la théorie. En utilisant trois méthodes complètement différentes, dont l'une est directement dérivée de QCD, on a obtenu des résultats non triviaux sur les facteurs de forme, à savoir qu'il existe des relations et des lois d'échelle entre ces fonctions.

Cependant, de nombreux aspects de ce formalisme nécessitent des études plus poussées. Comme on l'a déjà souligné, il faut aborder le problème de la renormalisation de la théorie effective LEET. La question de la signification de la symétrie du Lagrangien de LEET, non manifeste dans la théorie complète, doit être éclaircie.

Afin de mener à bien ces tâches, les outils simples et explicites que sont les règles de somme de QCD sur le cône de lumière, et le modèle des quarks, peuvent dans un premier temps donner des indices sur les propriétés de la théorie des champs. En particulier, une partie des corrections radiatives aux règles de somme a été calculée dans la littérature [90, 91] et pourrait aider à comprendre la renormalisation de LEET. D'autre part, l'application de ces règles de somme ne se résume pas à la limite asymptotique $M \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$, et la structure des premières corrections de puissance devrait apporter de la lumière sur le développement en $1/E$ dans QCD.

Dans le modèle des quarks, il n'y a bien sûr pas de corrections radiatives, et les corrections de puissance ne sont *a priori* pas covariantes. Mais la relative simplicité du formalisme facilite la démarche intuitive ; peut-être la « mystérieuse » symétrie de LEET a-t-elle un pendant dans le modèle des quarks.

Enfin les règles de somme et le modèle des quarks autorisent les calculs explicites, ce que l'on ne sait pas faire actuellement avec une théorie des champs non perturbative, sauf éventuellement à simuler LEET sur réseau. Les prédictions peuvent être comparées aux données expérimentales, qui seront très nombreuses dans un futur proche. L'accord ou le non-accord entre théorie et expérience devrait permettre également une meilleure compréhension de la théorie effective des facteurs de forme lourd à léger, et partant, de la structure hadronique dans une région cinématique très particulière.

Annexe A

Scénarios d'amplitudes non-leptoniques $B \rightarrow PP$ et $B \rightarrow VP$

Il n'y a pas à l'heure actuelle de méthode systématique de calcul des amplitudes non-leptoniques de désintégration des hadrons lourds. La théorie fondamentale ne peut être utilisée de manière analytique, et la chromodynamique quantique sur réseau se heurte à un problème de principe avec le théorème de Maiani-Testa [36], qui montre que la région physique n'est pas accessible par des calculs dans l'espace euclidien¹, à cause de l'interaction dans l'état final.

La factorisation

La plupart des prédictions que l'on trouve dans la littérature utilise des approximations semi-phénoménologiques, la plus populaire étant certainement la *factorisation*, aussi appelée *saturation du vide* ou encore *approximation de valence* [38]. L'idée, très simple, consiste à considérer que les hadrons « ne se parlent pas », ce qui permet de calculer les éléments de matrice des opérateurs à quatre fermions :

$$\begin{aligned} \langle \pi^+ \pi^- | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \overline{B^0} \rangle &= - \langle \pi^- | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u} \gamma^\mu b | \overline{B^0} \rangle \\ &- \langle \pi^+ \pi^- | \bar{u}_\beta \gamma_\mu u_\alpha | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d}_\alpha \gamma^\mu \gamma_5 b_\beta | \overline{B^0} \rangle . \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

On se ramène donc à des constantes de désintégration, qui sont bien connues en général de la phénoménologie, que multiplient des éléments de matrice d'opérateurs de courants, c'est-à-dire des facteurs de forme (partie II). Même si le problème du calcul de ces derniers reste ouvert, la factorisation permet de simplifier considérablement la discussion des processus non-leptoniques, et en particulier prédit en général des rapports entre les amplitudes qui sont relativement indépendants du détail des facteurs de forme. On ne connaît de justification théorique à la factorisation que dans la limite du grand nombre de couleurs, $N_c \rightarrow \infty$ [24]. Dans le cas qui nous intéresse, cette limite est peu utile puisque seules les amplitudes dominantes dans la limite $N_c \rightarrow \infty$ sont calculables ; en

1. Voir cependant la proposition du groupe de Rome [37], qui peut permettre de traiter l'interaction dans l'état final au prix de certaines approximations.

particulier, les contributions pingouin s'annulent et on obtient par exemple

$$A(B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) \simeq \sqrt{2} A(B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0), \quad A(B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) \simeq 0. \quad (\text{A.2})$$

Ce n'est manifestement pas suffisant pour l'étude de la violation de CP . En pratique on suppose donc la factorisation avec le nombre physique de couleurs, $N_c = 3$. Dans le cas de la désintégration des hadrons lourds, l'argument heuristique habituellement invoqué considère que les quarks dans l'état final forment des singlets de couleur avant d'avoir eu le temps d'interagir fortement, à cause du grand transfert d'énergie [39]. Cependant toutes les tentatives de justifier formellement la factorisation des amplitudes non-leptoniques exclusives dans la limite de masse lourde, par exemple à partir de la théorie LEET [33], ont apparemment échoué. En conséquence, les amplitudes factorisées pour N_c fini *dépendent explicitement de l'échelle et du schéma de renormalisation* : en effet, la dépendance en μ des coefficients de Wilson des opérateurs à quatre fermions n'est pas compensée par les éléments de matrice des courants, qui sont partiellement conservés, donc finis.

Pour pallier à cet obstacle de taille, des variantes de la factorisation ont été introduites, notamment celle qui consiste à considérer les coefficients de Wilson comme des constantes phénoménologiques à extraire des données plutôt que de la théorie des perturbations [40] ; l'hypothèse centrale consiste néanmoins à supposer que ces constantes sont universelles, indépendantes des détails des processus. Bien que raffinée plus tard de manière plus formelle [41], cette « factorisation généralisée » rencontre également des obstacles conceptuels [42].

Du point de vue de la phénoménologie, le statut de la factorisation n'est pas non plus très clair : complètement invalidée dans les désintégrations des kaons (règle $\Delta I = 1/2$ [3, section VIII.4]), et peu glorieuse pour ce qui est des mésons D (présence de phases d'interaction dans l'état final), on s'attend néanmoins à ce que cette approximation ne soit pas si mauvaise pour la désintégrations des B . Cependant il faut rappeler que les tests de la factorisation reposent nécessairement sur des modèles pour les facteurs de forme, que l'on ne sait pas non plus calculer à partir des principes fondamentaux. Une mise à jour de ces tests en tenant compte des nouvelles contraintes imposées par la théorie LEET (partie II, chapitre 1) serait très instructive à plus d'un titre. D'autre part, il semble que les contributions pingouin puissent difficilement être décrites dans le cadre de la factorisation, les données de CLEO indiquant que celles-ci sont plus grandes que les calculs naïfs ne le laissent entendre (partie I, § 1.1.3) ; cela pourrait signifier que la contribution des pingouins avec des quarks u et c internes sont importantes, bien que s'annulant dans l'hypothèse de factorisation [48, 29].

Après cette présentation de l'hypothèse de factorisation, on se préoccupe maintenant d'élaborer deux « scénarios » d'amplitudes non-leptoniques, afin d'illustrer numériquement les chapitres 1 et 2. *L'objectif n'est pas de faire des prédictions qui puissent être comparées aux données expérimentales*, mais seulement de donner un avant-goût de ce que la phénoménologie fournira à court terme, en mettant l'accent sur les différents effets qui peuvent jouer un rôle. Insistons sur le fait que les « vraies » amplitudes peuvent être très différentes des nombres donnés ci-dessous.

$B \rightarrow PP$

Les amplitudes non-leptoniques de désintégration en deux pseudoscalaires $\pi\pi$, $K\pi$, $K\bar{K}$ sont calculées dans l'hypothèse de factorisation, équation (A.1). À noter que l'on néglige les diagrammes d'annihilation (partie I, fig.1.8), qui correspondent au deuxième terme du membre de droite de (A.1). Les éléments de matrice lourd à léger des courants faibles sont pris dans la limite LEET (partie II, éqs. (1.65)-(1.81)), et les constantes de normalisation C , $C_{//}$ et C_{\perp} sont prises identiques pour simplifier :

$$C = C_{//} = C_{\perp} = 0.2392 \text{ GeV}^{3/2} \quad (\text{A.3})$$

où la valeur numérique a été mise « à la main » de façon à obtenir $\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-} = 0.75 \times 10^{-5}$, ce qui est compatible avec la borne de CLEO (partie I, éq. (1.25)).

La factorisation fait apparaître les combinaisons linéaires suivantes des coefficients de Wilson c_i :

$$a_{2i-1} = c_{2i-1} + \frac{c_{2i}}{3}, \quad a_{2i} = c_{2i} + \frac{c_{2i-1}}{3} \quad (i = 1, \dots, 5). \quad (\text{A.4})$$

Pour les valeurs numériques, on a choisi le schéma de renormalisation NDR (à deux boucles), à l'échelle $\mu = 4.5 \text{ GeV}$ [16].

On obtient alors les amplitudes $A^{ij} = A(B^{i+j} \rightarrow \pi^i \pi^j)$:

$$A^{-+} = F_{\pi\pi} [V_{ud}V_{ub}^* a_1 - V_{td}V_{tb}^* (a_4 + a_{10} + \chi_{\pi}(a_6 + a_8))], \quad (\text{A.5})$$

$$\sqrt{2} A^{00} = F_{\pi\pi} \left[V_{ud}V_{ub}^* a_2 - V_{td}V_{tb}^* \left(-a_4 - \frac{3}{2}a_7 + \frac{3}{2}a_9 + \frac{a_{10}}{2} \chi_{\pi} \left(-a_6 + \frac{a_8}{2} \right) \right) \right], \quad (\text{A.6})$$

$$\sqrt{2} A^{+0} = F_{\pi\pi} \left[V_{ud}V_{ub}^* (a_1 + a_2) - V_{td}V_{tb}^* \frac{3}{2} (-a_7 + a_9 + a_{10} + \chi_{\pi} a_8) \right], \quad (\text{A.7})$$

où on a utilisé les raccourcis

$$F_{\pi\pi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_{\pi} (m_B^2 - m_{\pi}^2) f_0(m_{\pi}^2), \quad (\text{A.8})$$

$$\chi_{\pi} = \frac{m_{\pi}^2}{\bar{m}_q(m_b + \bar{m}_q)}, \quad (\text{A.9})$$

et \bar{m}_q désigne, dans la limite de symétrie d'isospin de l'interaction forte, la masse $\bar{m}_q = m_u = m_d$. Les amplitudes $B \rightarrow K\bar{K}$ et $B \rightarrow K\pi$ s'écrivent de manière similaire.

 $B \rightarrow VP$

Pour les amplitudes $A^{ij} = A(B^{i+j} \rightarrow \rho^i \pi^j)$, on a cette fois :

$$A^{+-} = F_{\pi\rho} [V_{ud}V_{ub}^* a_1 - V_{td}V_{tb}^* (a_4 + a_{10})], \quad (\text{A.10})$$

$$A^{-+} = F_{\rho\pi} [V_{ud}V_{ub}^* a_1 - V_{td}V_{tb}^* (a_4 + a_{10} - \chi_{\pi}(a_6 + a_8))], \quad (\text{A.11})$$

$$2A^{00} = F_{\pi\rho} \left[V_{ud}V_{ub}^* a_2 - V_{td}V_{tb}^* \left(-a_4 - \frac{3}{2}a_7 + \frac{3}{2}a_9 + \frac{a_{10}}{2} \right) \right] \quad (\text{A.12})$$

$$+ F_{\rho\pi} \left[V_{ud}V_{ub}^* a_2 - V_{td}V_{tb}^* \left(-a_4 - \frac{3}{2}a_7 + \frac{3}{2}a_9 + \frac{a_{10}}{2} + \chi_{\pi} \left(a_6 - \frac{a_8}{2} \right) \right) \right],$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} A^{+0} &= F_{\pi\rho} [V_{ud}V_{ub}^* a_1 - V_{td}V_{tb}^* (a_4 + a_{10})] \\ &+ F_{\rho\pi} \left[V_{ud}V_{ub}^* a_2 - V_{td}V_{tb}^* \left(-a_4 - \frac{3}{2}a_7 + \frac{3}{2}a_9 + \frac{a_{10}}{2} + \chi_\pi \left(a_6 - \frac{a_8}{2} \right) \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} A^{0+} &= F_{\pi\rho} \left[V_{ud}V_{ub}^* a_2 - V_{td}V_{tb}^* \left(-a_4 - \frac{3}{2}a_7 + \frac{3}{2}a_9 + \frac{a_{10}}{2} \right) \right] \\ &+ F_{\rho\pi} [V_{ud}V_{ub}^* a_1 - V_{td}V_{tb}^* (a_4 + a_{10} - \chi_\pi (a_6 + a_8))] \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

avec

$$F_{\pi\rho} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} 2m_B p f_\rho f_+(m_\rho^2), \quad (\text{A.15})$$

$$F_{\rho\pi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} 2m_B p f_\pi A_0(m_\pi^2). \quad (\text{A.16})$$

Les amplitudes $B \rightarrow K^* \pi$ et $B \rightarrow \rho K$ s'écrivent de manière similaire.

Commentaires

Les termes proportionnels aux coefficients a_1 - a_2 correspondent aux diagrammes en arbre, a_3 - a_6 aux pingouins forts, et a_7 - a_{10} aux pingouins électrofaibles. Indépendamment des facteurs de forme, on peut faire plusieurs remarques :

- la *suppression de couleur* des modes $\pi^0 \pi^0$ et $\rho^0 \pi^0$ est due au facteur $a_2 \sim 0.2 \ll a_1 \sim 1$;
- il y a une *hiérarchie* entre les contributions des pingouins forts, notamment

$$P_{\rho^-\pi^+} \ll P_{\rho^+\pi^-} \lesssim P_{\pi^+\pi^-}, \quad (\text{A.17})$$

à cause d'une compensation entre les différents coefficients de Wilson dans les modes VP . Cette hiérarchie, si elle est confirmée expérimentalement, a d'intéressantes conséquences concernant les inégalités majorant l'erreur sur l'angle 2α dérivées dans les chapitres 1 et 2 de la partie I ;

- les électropingouins contribuent de manière significative aux modes $\pi^0 \pi^0$ et $\rho^0 \pi^0$. Cependant, la répercussion sur l'angle α reste petite (partie I, § 1.3.2 et 2.1.3) ;
- il n'y pas de phase d'interaction dans l'état final, et donc pas de violation directe de CP .

Scénarios numériques

Pour illustrer les chapitres 1 et 2 de la partie I, on élabore deux scénarios d'observables. Le premier est donné par les amplitudes calculées dans l'hypothèse de factorisation (éqs. (A.5)-(A.14)), avec les facteurs de forme dans la limite LEET. Dans ce scénario, les contributions pingouin sont relativement faibles, particulièrement pour les modes VP , et il n'y a pas de violation directe de CP . Afin de prendre en compte des pingouins plus

importants et des phases d'interaction dans l'état final, on considère un deuxième scénario, où ces effets sont mis «à la main»: pour $B \rightarrow PP$ il est défini dans la référence [I, annexe A], et pour $B \rightarrow VP$ dans les références [14, chapitre 6] et [II] (scénario «Large Penguins»). Dans le scénario II, la hiérarchie (A.17) n'est plus vérifiée, les contributions pingouin étant toutes du même ordre de grandeur. Les observables CP -paires et CP -impaires que l'on utilise dans la partie I sont reportées dans les tables A.1-A.4.

TAB. A.1 – *Rapports d'embranchement moyens (en unités de 10^{-5}) dans les deux scénarios d'amplitudes $B \rightarrow PP$. On a pris $\rho = 0.10$, $\eta = 0.34$, ce qui correspond à peu près au centre du domaine permis dans le plan (ρ, η) [104].*

	$\mathcal{B}_{\pi^+\pi^-}$	$\mathcal{B}_{\pi^0\pi^0}$	$\mathcal{B}_{\pi^+\pi^0}$	$\mathcal{B}_{K^0\overline{K^0}}$	$\mathcal{B}_{K^+\pi^-}$	$\mathcal{B}_{K^0\pi^+}$
Scénario I	0.75	0.0192	0.541	0.0265	1.121	0.960
Scénario II	0.75	0.0455	0.533	0.0433	1.075	0.948

TAB. A.2 – *Asymétries CP dans les deux scénarios d'amplitudes $B \rightarrow \pi\pi$. La vraie valeur de l'angle CKM est $\alpha = 85.7^\circ$.*

	a_{dir}	$\sin 2\alpha_{\text{eff}}$	$a_{\text{dir}}^{\pi^0\pi^0}$
Scénario I	0	-0.200	0
Scénario II	0.117	0.579	0.317

TAB. A.3 – *Rapports d'embranchement moyens (en unités de 10^{-5}) dans les deux scénarios d'amplitudes $B \rightarrow VP$. On a pris $\rho = 0.10$, $\eta = 0.34$ pour le scénario I, et $\rho = 0.05$, $\eta = 0.36$ pour le scénario II. À noter que l'observable \mathcal{B}_{ρ^\pm} n'est pas un rapport d'embranchement à proprement parler (cf. partie I, éq (2.39)).*

	$\mathcal{B}_{\rho^+\pi^-}$	$\mathcal{B}_{\rho^-\pi^+}$	\mathcal{B}_{ρ^\pm}	$\mathcal{B}_{\rho^0\pi^0}$	$\mathcal{B}_{K^{*+}\pi^-}$	$\mathcal{B}_{\rho^-K^+}$
Scénario I	1.756	0.788	2.444	0.0371	0.289	0.0595
Scénario II	4.151	1.110	4.564	0.252	3.853	3.092

TAB. A.4 – *Observables CP-impaires dans les deux scénarios d'amplitudes $B \rightarrow \rho\pi$. La vraie valeur de l'angle CKM est $\alpha = 85.7^\circ$ pour le scénario I, et $\alpha = 77.3^\circ$ pour le scénario II.*

	a_{dir}^{+-}	$2\alpha_{\text{eff}}^{+-}$	a_{dir}^{-+}	$2\alpha_{\text{eff}}^{-+}$	a_{dir}^{\pm}	$2\alpha_{\text{eff}}^{\pm}$
Scénario I	0	181.3°	0	171.1°	0	177.2°
Scénario II	-0.194	174.5°	-0.543	168.9°	-0.315	173.1°

Bibliographie

Références de base

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam dans *Elementary Particle Theory*, édité par N. Svartholm, Almquist et Wiksells, Stockholm (1968).
- [2] H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973); D. J. Gross and F. Wilczek Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973).
- [3] Pour une présentation moderne de la théorie du Modèle Standard, voir J. F. Donoghue, E. Golowich and B. R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press (1992).
- [4] Cours de l'École d'Été de Physique Théorique des Houches: *Probing the Standard Model of Particle Interactions* (été 1997), édité par R. Gupta, A. Morel, E. de Rafael et F. David, North-Holland, Amsterdam (1999).
- [5] S. Weinberg, hep-th/9702027, présentation donnée à la conférence *Historical and Philosophical Reflections on the Foundations of Quantum Field Theory*, mars 1996, Boston University (États-Unis).
- [6] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theo. Phys. **49**, 652 (1973).
- [7] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51**, 1945 (1983).
- [8] A. J. Buras, M. E. Lautenbacher and G. Ostermaier, Phys. Rev. **D50**, 3433 (1994).
- [9] C. Jarlskog, dans *CP Violation*, p. 3, édité par C. Jarlskog, World Scientific, Singapore (1989).
- [10] Voir par exemple A. J. Buras and R. Fleischer, hep-ph/9704376, dans *Heavy Flavours II*, édité par A. J. Buras et M. Lindner, World Scientific, Singapore (1997); R. Fleischer, Int. J. Mod. Phys. **A12**, 2459 (1997).
- [11] A. J. Buras, Réf. [4].
- [12] G. Martinelli, Réf. [4].

- [13] J. D. Richman, Réf. [4].
- [14] *The BABAR Physics Book*, édité par P. F. Harrison et H. R. Quinn, SLAC-R-504 (1998).
- [15] G. Buchalla, A. J. Buras and M. E. Lautenbacher, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1125 (1996).
- [16] M. Ciuchini *et al.*, *Z. Phys.* **C68**, 239 (1995).
- [17] I. I. Bigi, V. A. Khoze, N. G. Uraltsev and A. I. Sanda, dans *CP Violation*, p. 175, *ibid.*
- [18] Pour une revue complète sur la symétrie et la théorie effective des quarks lourds, voir par exemple M. Neubert, *Phys. Rept.* **245**, 259 (1994).
- [19] S. J. Brodsky and G. P. Lepage, *Phys. Rev.* **D22**, 2157 (1980).
- [20] V. L. Chernyak and I. R. Zhitnitsky, *Phys. Rept.* **112**, 173 (1984).
- [21] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, *Nucl. Phys.* **B147**, 385 ; 448 ; 519 (1979).
- [22] P. A. M. Dirac, *Rev. Mod. Phys.* **21**, 392 (1949).
- [23] Pour une revue de la théorie de la quantification sur le plan nul, voir par exemple S. J. Brodsky and H.-C. Pauli, *Phys. Rept.* **301**, 299 (1998).
- [24] G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B72**, 461 (1974).

Désintégrations non-leptoniques

- [25] R. Fleischer, *Z. Phys.* **C58**, 483 (1993).
- [26] M. Bander, D. Silvermann and A. Soni , *Phys. Rev. Lett.* **43**, 242 (1979) ; pour une application récente à la désintégration des mésons B , voir par exemple A. Ali, G. Kramer and C.-D. Lü, *Phys. Rev.* **D58**, 014005 (1998).
- [27] J. F. Donoghue *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2178 (1996).
- [28] A. J. Buras and R. Fleischer, *Phys. Lett.* **B341**, 379 (1995).
- [29] M. Ciuchini *et al.*, *Nucl. Phys.* **B512**, 3 et erratum **B531**, 656 (1998).
- [30] R. Fleischer, *Phys. Lett.* **B341**, 205 (1994).
- [31] G. Kramer and W. F. Palmer, *Phys. Rev.* **D45**, 193 (1992).
- [32] M. Neubert, *Phys. Lett.* **B418**, 173 (1998).

- [33] M. J. Dugan and B. Grinstein, Phys. Lett. **B255**, 583 (1991).
- [34] U. Aglietti and G. Corbò, hep-ph/9712242; Phys. Lett. **B431**, 166 (1998).
- [35] U. Aglietti, Phys. Lett. **B292**, 424 (1992).
- [36] L. Maiani and M. Testa, Phys. Lett. **B245**, 585 (1990).
- [37] M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli and L. Silvestrini, Phys. Lett. **B380**, 353 (1996).
- [38] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Zh. Eksp. Theor. Fiz. **72**, 1275 (1977); Sov. Phys. JETP **45**, 670 (1977).
- [39] J. D. Bjorken dans *New Developments in High Energy Physics*, édité par E. G. Floratos et A. Verganelakis, Nucl. Phys. **B11** (Proc. Suppl.), 325 (1989).
- [40] M. Wirbel, B. Stech and M. Bauer, Z. Phys. **C29**, 637 (1985); **C34**, 103 (1987).
- [41] M. Neubert and B. Stech, hep-ph/9705292, dans *Heavy Flavours II*, p. 294, *ibid*.
- [42] A. J. Buras and L. Silvestrini, Nucl. Phys. **B548**, 293 (1999).

Détermination des angles du Triangle d'Unitarité

- [43] M. Gronau and D. London, Phys. Rev. Lett. **65**, 3381 (1990).
- [44] J. P. Silva and L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D49**, 1151 (1994).
- [45] M. Gronau *et al.*, Phys. Lett. **B333**, 500 (1994); Phys. Rev. **D50**, 4529 (1994); **D52**, 6356 et 6374 (1995); M. Gronau and J. L. Rosner, Phys. Rev. Lett. **76**, 1200 (1996); A. S. Dighe, Phys. Rev. **D54**, 2067 (1996); A. S. Dighe, M. Gronau and J. L. Rosner, Phys. Rev. **D54**, 3309 (1996); C. S. Kim, D. London and T. Yoshikawa, Phys. Rev. **D57**, 4010 (1998); M. Gronau and D. Pirjol, Phys. Lett. **B449**, 321 (1999).
- [46] R. Fleischer and T. Mannel, Phys. Lett. **B397**, 269 (1997).
- [47] R. Aleksan *et al.*, Phys. Lett. **B356**, 95 (1995).
- [48] M. Ciuchini *et al.*, Nucl. Phys. **B501**, 271 (1997).
- [49] P. S. Marrocchesi and N. Paver, Int. J. Mod. Phys. **A13**, 251 (1998).
- [50] M. Gronau, Phys. Lett. **B300**, 163 (1993).
- [51] S. Gardner, Phys. Rev. **D59**, 077502 (1999).
- [52] M. Gronau *et al.*, Réf. [45] (quatrième article).

- [53] N. G. Deshpande and X.-G. He, Phys. Rev. Lett. **74**, 26 et erratum *ibid.* 4099 (1995); N. G. Deshpande, X.-G. He and S. Oh, Z. Phys. **C74** (1997) 359; voir aussi R. Fleischer, Réf. [10].
- [54] H. J. Lipkin *et al.*, Phys. Rev. **D44**, 1454 (1991).
- [55] Y. Grossman and H. R. Quinn, Phys. Rev. **D58**, 017504 (1998).
- [56] A. J. Buras and R. Fleischer, Phys. Lett. **B360**, 138 (1995).
- [57] R. Aleksan, I. Dunietz, B. Kayser and F. Le Diberder, Nucl. Phys. **B361**, 141 (1991).
- [58] H. R. Quinn and A. E. Snyder, Phys. Rev. **D48**, 2139 (1993).
- [59] F. Le Diberder and S. Versillé, note interne BABAR n° 429 (1999).
- [60] M. Neubert, Phys. Lett. **B424**, 152 (1998).
- [61] Voir par exemple J.-M. Gérard and J. Weyers, Eur. Phys. J. **C7**, 1 (1999); A. Falk *et al.*, Phys. Rev. **D57**, 4290 (1998); D. Atwood and A. Soni, Phys. Rev. **D58**, 036005 (1998); D. Delépine *et al.*, Phys. Lett. **B429**, 106 (1998); D.-S. Du *et al.*, Eur. Phys. J. **A4**, 91 (1999).
- [62] R. Fleischer and T. Mannel, Phys. Rev. **D57**, 2752 (1998).
- [63] M. Neubert and J. L. Rosner, Phys. Lett. **B441**, 403 (1998); Phys. Rev. Lett. **81**, 5076 (1998); A. J. Buras and R. Fleischer, hep-ph/9810260; M. Gronau, D. Pirjol and T.-M. Yan, Phys. Rev. **D60**, 034021 (1999).
- [64] L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D52**, 537 (1995); J.-M. Gérard and J. Weyers, Réf. [61].
- [65] R. Fleischer, Eur. Phys. J. **C6**, 451 (1999); Phys. Lett. **B435**, 221 (1998).
- [66] M. Gronau and J. Rosner, Phys. Rev. **D58**, 113005 (1998).
- [67] A. I. Sanda and Z. Xing, Phys. Rev. **D56**, 341 (1997).
- [68] I. Dunietz, Phys. Lett. **B427**, 179 (1998).
- [69] M. Gronau and D. London, Phys. Lett. **B253**, 483 (1991).
- [70] M. Beneke, G. Buchalla and I. Dunietz, Phys. Lett. **B393**, 132 (1997).
- [71] Y. Grossman and H. R. Quinn, Phys. Rev. **D56**, 7259 (1997).
- [72] B. Kayser, M. Kuroda, R. D. Peccei and A. I. Sanda, Phys. Lett. **B237**, 508 (1990).

- [73] I. Dunietz, H. Quinn, A. Snyder, W. Toki and H. J. Lipkin, Phys. Rev. **D43**, 2193 (1991); W. Toki, note interne BABAR n° 43 (1990).
- [74] R. Fleischer, présentation donnée à l'atelier *Standard Model Physics (and more) at the LHC*, 15 janvier 1999, CERN (Suisse).
- [75] Voir par exemple I. Dunietz, Phys. Rev. **D52**, 3048 (1995); R. Fleischer and I. Dunietz, Phys. Rev. **D55**, 259 (1997); Phys. Lett. **B387**, 361 (1996); A. S. Dighe, I. Dunietz and R. Fleischer, Eur. Phys. J. **C6**, 647 (1999).

Facteurs de forme

- [76] N. Isgur and M. B. Wise, Phys. Lett. **B232**, 113 (1989); **B237**, 527 (1990); Phys. Rev. **D42**, 2388 (1990).
- [77] M. E. Luke, Phys. Lett. **B252**, 447 (1990).
- [78] G. Burdman and J. F. Donoghue, Phys. Lett. **B270**, 55 (1991).
- [79] B. Stech, Phys. Lett. **B354**, 447 (1995); voir aussi le modèle de la référence [41].
- [80] J. M. Soares, Phys. Rev. **D54**, 6837 (1996); J. M. Soares, hep-ph/9810402.
- [81] R. Aleksan *et al.*, Phys. Rev. **D51**, 6235 (1995).
- [82] J. M. Soares, hep-ph/9810421.
- [83] The UKQCD Collaboration (L. Del Debbio *et al.*), Phys. Lett. **B416**, 392 (1998).

Calcul des facteurs de forme par les règles de somme de QCD

- [84] V. L. Chernyak and I. R. Zhitnitsky, Nucl. Phys. **B345**, 137 (1990).
- [85] V. M. Belyaev, A. Khodjamirian and R. Rückl, Z. Phys. **C60**, 349 (1993).
- [86] A. Ali, V. M. Braun and H. Simma, Z. Phys. **C63**, 437 (1994).
- [87] P. Ball and V. M. Braun, Phys. Rev. **D55**, 5561 (1997).
- [88] T. M. Aliev, A. Özpineci and M. Savci, Phys. Rev. **D56**, 4260 (1997).
- [89] T. M. Aliev, H. Koru, A. Özpineci and M. Savci, Phys. Lett. **B400**, 194 (1997).
- [90] A. Khodjamirian, R. Rückl, S. Weinzierl and O. Yakovlev, Phys. Lett. **B410**, 275 (1997).

- [91] E. Bagan, P. Ball and V. M. Braun, Phys. Lett. **B417**, 154 (1998).
- [92] P. Ball, J. High Energy Phys. **9809**, 005 (1998); P. Ball and V. M. Braun, Phys. Rev. **D58**, 094016 (1998).
- [93] A. Khodjamirian, R. Rückl and C. W. Winhart, Phys. Rev. **D58**, 054013 (1998).
- [94] C. A. Dominguez and N. Paver, Z. Phys. **C41**, 217 (1988); A. A. Ovchinnikov, Sov. J. Nucl. Phys. **50**, 519 (1989); P. Ball, V. M. Braun and H. G. Dosch, Phys. Lett. **B273**, 316 (1991).

Calcul des facteurs de forme dans le modèle des quarks

- [95] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J.-C. Raynal, Phys. Lett. **B365**, 319 (1996).
- [96] V. Morénas, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J.-C. Raynal, Phys. Lett. **B386**, 315 (1996) ($B \rightarrow D^{**}$).
- [97] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J.-C. Raynal, Phys. Lett. **B386**, 304 (1996) (règle de somme de Bjorken); V. Morénas, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J.-C. Raynal, Phys. Lett. **B408**, 357 (1997) (fonction d'Isgur-Wise); Phys. Rev. **D56**, 5668 (1997) (phénoménologie de $B \rightarrow D, D^*, D^{**}$); Phys. Rev. **D58**, 114109 (1998) (constantes de désintégration).
- [98] M. Terent'ev, Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 106 (1976).
- [99] B. D. Keister and W. N. Polyzou, Adv. Nucl. Phys. **20**, 225 (1991).
- [100] I. L. Grach, I. M. Narodetskii and S. Simula, Phys. Lett. **B385**, 317 (1996).
- [101] W. Jaus, Phys. Rev. **D41**, 3394 (1990).
- [102] D. Melikhov, Phys. Rev. **D56**, 7089 (1997).

Données expérimentales

- [103] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).
- [104] F. Parodi, P. Roudeau and A. Stocchi, hep-ph/9802289; S. Plaszczynski, hep-ph/9804330, présentation donnée aux Rencontres de Physique de la Vallée d'Aoste, mars 1998, La Thuile (Italie). Voir aussi la mise à jour 1999 dans F. Parodi, P. Roudeau and A. Stocchi, hep-ex/9903063.

- [105] Particle Data Group (C. Caso *et al.*), Eur. Phys. J. **C3**, (1998).
- [106] J. Roy, présentation donnée à la XXIX conférence ICHEP, juillet 1998, Vancouver (Canada); The CLEO Collaboration, rapport de conférence CLEO-CONF 98-20.
- [107] On a schématisé par une couronne circulaire le domaine permis début 1998 des valeurs de (ρ, η) extrait des résultats de la référence [104, Plaszczyński].
- [108] The E687 Collaboration (P. L. Frabetti *et al.*), Phys. Lett. **B407**, 79 (1997).
- [109] S. Plaszczyński et M.-H. Schune, communication privée. L'efficacité de détection reportée ici est simplement un ordre de grandeur très grossier.
- [110] The CLEO Collaboration (J. Gronberg *et al.*), rapport de conférence CLEO-CONF 96-25 (1996).
- [111] T. Nakada, communication privée.
- [112] The CLEO Collaboration (G. Godang *et al.*), Phys. Rev. Lett. **80**, 3456 (1998).
- [113] The CLEO Collaboration (C. P. Jessop *et al.*), Phys. Rev. Lett. **79**, 4533 (1997); comme dans la référence [82], les données de CLEO qui sont exprimées dans la base de transversité sont traduites dans la base d'hélicité.

Autres références

- [114] S. Bertolini, J. O. Eeg and M. Fabbrichesi, hep-ph/9802405.
- [115] F. Sciulli, Réf. [4].
- [116] Voir par exemple M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff and O. Pène, Mod. Phys. Lett. **A9**, 795 (1994).
- [117] R. Aleksan *et al.*, Phys. Lett. **B316**, 567 (1993); M. Beneke, G. Buchalla and I. Dunietz, Phys. Rev. **D54**, 4419 (1996).
- [118] S. Versillé, thèse de doctorat de l'Université de Paris-Sud, avril 1999.
- [119] J. F. Donoghue, X.-G. He and S. Pakvasa, Phys. Rev. **D34**, 833 (1986).
- [120] A. B. Kaidalov and A. V. Nogteva, Yad. Fiz. **47**, 505 (1988); Sov. J. Nucl. Phys. **47**, 321 (1988); P. Colangelo *et al.*, Phys. Rev. **D52**, 6422 (1995).
- [121] Voir par exemple G. Sterman and P. Stoler, hep-ph/9708370.
- [122] U. Aglietti *et al.*, Phys. Lett. **B432**, 411 (1998); **B441**, 371 (1998).
- [123] V. M. Braun and I. B. Filyanov, Z. Phys. **C48**, 239 (1990).

- [124] H. Georgi, Phys. Lett. **B240**, 447 (1990).
- [125] G. P. Korchemsky and G. Sterman, Phys. Lett. **B340**, 96 (1994); A. G. Grozin and G. P. Korchemsky, Phys. Rev. **D53**, 1378 (1996).
- [126] P. Ball, V. M. Braun, Y. Koike and K. Tanaka, Nucl. Phys. **B529**, 323 (1998).
- [127] P. Ball and V. M. Braun, Nucl. Phys. **B543**, 201 (1999).
- [128] B. Bakamjian and L. H. Thomas, Phys. Rev. **92**, 1300 (1953).

Publications

Le travail présenté dans ce mémoire est extrait des références suivantes.

- [I] *Taming the Penguin Contributions in the $B_d^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-$ CP-Asymmetry: Observables and Minimal Theoretical Input*, Physical Review **D59**, 054007 (1999).
- [II] *Extracting α from the Decay $B_d \rightarrow \pi\pi\pi$* , en collaboration avec S. Versillé, F. Le Diberder et R. N. Cahn, note interne BABAR n° 430, en cours de rédaction (1999).
- [III] *$B_d^0(t) \rightarrow DPP$ Time-Dependent Dalitz Plots, CP-Violating Angles 2β , $2\beta + \gamma$, and Discrete Ambiguities*, en collaboration avec A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.-C. Raynal, Physics Letters **B425**, 375 et erratum **B433**, 441 (1998).
- [IV] *New CP-Observables in $B^0(t) \rightarrow \text{Hyperon} + \text{Antihyperon}$ from Parity Violation in the Sequential Decay*, en collaboration avec A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.-C. Raynal, Physical Review **D58**, 114021 (1998).
- [V] *Heavy-to-Light Form Factors in the Final Hadron Large Energy Limit of QCD*, en collaboration avec A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.-C. Raynal, Physical Review **D60**, 014001 (1999).
- [VI] *Heavy-to-Light Form Factors in the Final Hadron Large Energy Limit: Covariant Quark Model Approach*, en collaboration avec A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.-C. Raynal, Physics Letters **B451**, 187 (1999).

Résumé

Cette thèse se compose de deux parties distinctes, qui ont pour objectif l'étude de l'interaction faible des quarks lourds. Elle s'inscrit dans le contexte de la détermination des paramètres fondamentaux de la matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, mais apporte également des éléments de compréhension de la structure hadronique.

À propos de la violation de CP , on aborde les problèmes théoriques qui peuvent se poser lors de l'extraction des angles du Triangle d'Unitarité. Un premier aspect concerne les incertitudes hadroniques générées par les diagrammes pingouin. Dans le cas classique de la désintégration $B \rightarrow \pi^+\pi^-$, on propose une description exacte très simple de ces effets, à un seul paramètre, ce qui permet de les contrôler avec des hypothèses phénoménologiques. Un deuxième aspect concerne les ambiguïtés discrètes sur les angles CP et les analyses en espace des phases qui permet de les discriminer: la distribution en masses invariantes pour les désintégrations en trois mésons pseudoscalaires, et la distribution angulaire pour les désintégrations en hypéron et antihypéron.

Dans la seconde partie de la thèse, on étudie les facteurs de forme qui décrivent les transitions lourd à léger, du type $B \rightarrow \pi(\rho)\ell\nu_\ell$, $B \rightarrow K^*\gamma$ et $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$; ceux-ci sont au cœur de la détermination de $|V_{ub}|$ et $|V_{ts}|$ par exemple. En utilisant une approche de théorie effective, dérivée de QCD dans la limite de masse lourde initiale et de grande énergie du hadron final, et négligeant les corrections radiatives, on montre que trois facteurs de forme indépendants suffisent à décrire les transitions $B \rightarrow P$ et $B \rightarrow V$, où P (V) désigne un méson pseudoscalaire (vecteur) léger par rapport au B . De plus, la dépendance de ces facteurs de forme vis-à-vis de la masse lourde M et de la grande énergie E est factorisable en $\sim \sqrt{M} z(E)$, et on s'attend plus précisément à un comportement en $\sim \sqrt{M}/E^2$. Ces prédictions, valables à l'ordre dominant en $1/M$, $1/E$ et α_s , sont vérifiées exactement dans le cadre des règles de somme de QCD sur le cône de lumière, ainsi que dans une certaine classe de modèles covariants de quarks constituants, construits selon la prescription de Bakamjian-Thomas.

Abstract

This thesis, which is divided into two parts, presents a study of the weak interaction of heavy quarks. The aim is to help determine the fundamental parameters of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa mixing matrix, but also to bring an insight into the hadronic structure.

The theoretical problems concerning CP -violation that may affect the extraction of the angles of the Unitarity Triangle are handled with. A first aspect is related to the hadronic uncertainties due to the penguin contributions. As for the decay $B \rightarrow \pi^+\pi^-$, an exact and simple description of these effects is proposed in terms of a single parameter, which may be constrained by phenomenological means. A second aspect concerns the discrete ambiguities on the CP angles and the phase space analyses which allow to lift them: the invariant mass distribution of events for the decays into three pseudoscalar mesons, and the angular distribution for the decays into hyperon and antihyperon.

In the second part of the thesis, the form factors that describe the heavy-to-light transitions such as $B \rightarrow \pi(\rho)\ell\nu_\ell$, $B \rightarrow K^*\gamma$ et $B \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$ are studied within an effective field theory framework; they are at the core of the determination of, e.g., $|V_{ub}|$ et $|V_{ts}|$. In the heavy mass and final hadron large energy limit and neglecting radiative corrections, it is shown that only three independent form factors describe the matrix elements $B \rightarrow P$ and $B \rightarrow V$, where P (V) stands for a pseudoscalar (vector) meson which should be light with respect to the B . Moreover, the dependence of these form factors with respect to the heavy mass M and large energy E may be factorized as $\sim \sqrt{M} z(E)$, and one expects more specifically a $\sim \sqrt{M}/E^2$ behaviour. These predictions, that hold to leading order in $1/M$, $1/E$ and α_s , are satisfied exactly by the QCD sum rules on the light-cone, and by a particular covariant class of constituent quark models, constructed according to the Bakamjian-Thomas formalism.