



**HAL**  
open science

# Mesure de la fonction de structure polarisée $g_1^n$ du neutron par l'expérience E154 au SLAC

Sébastien Incerti

► **To cite this version:**

Sébastien Incerti. Mesure de la fonction de structure polarisée  $g_1^n$  du neutron par l'expérience E154 au SLAC. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 1998. Français. NNT: . tel-00002876

**HAL Id: tel-00002876**

**<https://theses.hal.science/tel-00002876>**

Submitted on 23 May 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre : DU988  
EDSF : 173

PCCF T 9801

**UNIVERSITE BLAISE PASCAL**  
(U.F.R. de Recherche Scientifique et Technique)

**ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES FONDAMENTALES**

# **THESE**

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITE  
(SPECIALITE : PHYSIQUE CORPUSCULAIRE)

par

**Sébastien INCERTI**

Maître ès-Sciences, Diplômé d'Etudes Approfondies

**Mesure de la fonction de structure polarisée  $g_1^n$  du  
neutron par l'expérience E154 au SLAC**

Thèse soutenue le mercredi 21 janvier 1998, devant la commission d'examen :

Président :	M. Bernard MICHEL
Examineurs :	M. Hervé BOREL M. Vincent BRETON M. Serge KOX M. Zein-Eddine MEZIANI M. Enrico PREDAZZI M. Guy ROCHE



A mes grands-parents paternels,  
A ma grand-mère maternelle,  
A mes parents,



# REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier tous les membres du jury pour la gentillesse avec laquelle ils ont accepté de participer à la commission d'examen, pour le temps qu'ils ont consacré à la lecture du manuscrit et pour tous les conseils qu'ils m'ont apportés pour la rédaction finale de ce document :

- Hervé Borel, SPhN Saclay, représentant du groupe français au SLAC.
- Vincent Breton, LPC Clermont, qui a encadré ce travail de thèse.
- Serge Kox, ISN Grenoble.
- Zein-Eddine Meziani, Temple University, Philadelphia, rapporteur.
- Bernard Michel, directeur du LPC Clermont, président du jury.
- Enrico Predazzi, directeur de l'INFN, Turin et rapporteur.
- Guy Roche, LPC Clermont, directeur du département de Physique.

Je suis très reconnaissant à Pierre Bertin, directeur de l'équipe sonde électromagnétique, de m'avoir accueilli au sein de son équipe. Sans l'appui de M<sup>lle</sup> Hélène Fonvieille, de Vincent Breton, de Jean-Claude Montret, ancien directeur du LPC et de Bernard Michel, je n'aurais jamais eu la chance de préparer cette thèse sur une expérience du SLAC. C'est donc à vous que j'adresse mes sincères remerciements pour ces trois années.

Vincent, je te remercie pour ton encadrement hors du commun. Non seulement pour l'aide que tu m'as apportée pour développer notre propre analyse de l'expérience E154 à Clermont, de la reconstruction des agrégats dans les calorimètres jusqu'à l'extraction de  $g_1$ , mais aussi pour toute la bonté et toute la sincérité avec lesquelles toi et Marie Jo m'avez ouvert votre cœur. J'ai l'honneur d'avoir été ton premier thésard et j'espère que nombreux seront les autres étudiants qui pourront partager avec toi les moments que nous avons partagés.

Hélène, merci d'avoir été ma directrice de thèse avant que Vincent ne soit habilité, merci pour avoir toujours répondu avec tant de gentillesse, de disponibilité et de rigueur à toutes mes interrogations.

A vous deux, je joins tous les collaborateurs du Service de Physique Nucléaire du CEA à Saclay : Roselyne Lombard, Hervé Borel, Jacques Marroncle, Franck Sabatié (thésard sur E154 et E155), Florent Staley et Yves Terrien, sans oublier Michel Buenerd, de l'ISN à Grenoble. A Stanford ou à Saclay, travailler avec vous sur nos calorimètres fut toujours un plaisir. Hervé, encore une fois merci pour m'avoir permis de passer du temps avec vous à Saclay.

Franck, ce fut un privilège de travailler avec toi, que ce soit au SLAC, à Saclay, à Clermont ou à Turin. Tu as été mon correspondant privilégié au SLAC lorsque j'étais retenu par mon enseignement à Clermont. Je n'imagine pas comment cette thèse aurait pu aboutir sans ton aide si précieuse. On aura fait un bout de chemin ensemble, pas vrai ? Que de souvenirs. Merci pour tout le temps que tu m'as

consacré, merci pour tout ce que nous avons vécu ensemble. Ma reconnaissance éternelle.

Au SLAC, Emlyn Hughes, porte parole de E154 m'a accueilli dans sa collaboration. Un grand merci à Charlie Young pour son aide dans notre travail d'analyse et à David Leith, ayant financé mes premiers mois au SLAC. Tous les camarades thésards américains se sont tant investis dans leur travail pour mener à bien E154 : Steve Churchwell, Yury Kolomensky, Greg Mitchell, Michael Olson, David Reyna, Mike Romalis, Jason Wang et Piotr Zyla, mais aussi Todd Averett, Lee Sorrell et Linda Stuart. Merci à Ray Arnold, Henry Band, Peter Bosted, Richard Prepost et Steve Rock pour les précisions qu'ils m'ont apportées dans l'extraction de  $g_1$ . J'ajouterai une pensée amicale pour Dolores Stadler, ma logeuse à Palo Alto, pour toute son affection.

Un grand merci à Jean-Jacques Dugne ayant financé notre séjour à l'INFN de Turin au mois de Juillet 1997, pour rencontrer Mauro Anselmino et Stefano Forte, dans le cadre de notre étude de l'évolution en  $Q^2$  des fonctions de structure polarisées. De même, Werner Vogelsang a eu la gentillesse et la patience de répondre à toutes nos questions lors de cette étude. Encore une fois : merci ! Je suis également très reconnaissant à Jean-Francois Mathiot d'avoir financé ma participation à la conférence de Varenna et pour son aide précieuse lors de la répétition de la soutenance de thèse.

Je remercie à Michèle Chadelas pour toute l'aide quelle m'a apportée lors de mes recherches bibliographiques. Sylvie Duhr, Dominique Bonnet, Thierry Mallet et Pierre-Louis Reichstadt du Service Informatique ont toujours répondu avec beaucoup de sympathie et d'efficacité à toutes nos demandes. Qu'ils en soient encore remerciés. J'associe à ces remerciements le personnel du Centre de Calcul de l'IN2P3 pour leur aide lorsque nous avons installé le code permettant de relire les bandes de E154 sur CCARS.

Je n'oublierai pas Alexandre Deur qui a eu la gentillesse et la patience de lire ce manuscrit ; je le remercie pour toutes ses remarques pertinentes.

Quel chemin nous avons parcouru, Isabelle (Chevrot), depuis Octobre 1990 à l'Université ! Tu auras toujours été là pendant ces huit années, nous en aurons vu de toutes les couleurs toi et moi. J'espère que nous resterons aussi proches encore de nombreuses années.

Enfin, et avant tout, je remercie du fond du coeur toutes celles et ceux qui m'ont donné la chance d'être moniteur à l'Université Blaise Pascal pendant ces trois années, en particulier Nicole Bastid, Jean Gardès, Alain Pauly, Guy Roche, Philippe Valériano et le personnel du CIES de Lyon. Que de moments inoubliables passés en face des étudiants, essayant de leur transmettre ce que quelques années auparavant j'avais appris à leur place !

# TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1: LE SPIN DU NUCLEON .....	9
1 La diffusion profondément inélastique polarisée.....	10
1.1 Cinématique de la diffusion inclusive.....	10
1.2 Section efficace du processus .....	11
1.2.1 Expression du tenseur leptonique .....	13
1.2.2 Expression du tenseur hadronique.....	14
1.2.3 Contraction des tenseurs .....	15
1.2.4 Expression de la section efficace.....	15
1.3 Asymétries de sections efficaces .....	17
1.3.1 Asymétries de sections efficaces lepton/nucléon .....	17
1.3.2 Asymétries de sections efficaces photon/ nucléon .....	18
1.4 Fonctions de structure polarisées .....	23
2 Le modèle des partons .....	25
2.1 L'invariance d'échelle .....	25
2.2 Les règles de somme dans le modèle des partons.....	31
2.3 La règle de somme de Bjorken .....	33
2.4 Les règles de somme d'Ellis et Jaffe .....	34
3 La chromodynamique quantique.....	35
3.1 L'expansion en produits d'opérateurs en QCD .....	36
3.1.1 Eléments de matrices sur des états de quarks libres .....	36
3.1.2 Eléments de matrices sur des états hadroniques.....	38
3.1.3 Moments des fonctions de structure polarisées .....	39
3.1.4 Règles de somme .....	41
3.2 L'évolution en QCD perturbative.....	45
3.2.1 L'évolution en $Q^2$ des distributions de partons non polarisées .....	45
3.2.2 L'évolution en $Q^2$ des distributions de partons polarisées .....	49
3.2.3 L'évolution en $Q^2$ de la fonction de structure polarisée $g_1$ .....	51
3.2.4 Contribution des gluons au premier moment de $g_1$ .....	51
3.2.5 Contributions du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon .....	53
CHAPITRE 2: DISPOSITIF EXPERIMENTAL .....	57
1 Le faisceau d'électrons polarisé .....	58
1.1 Polarisation des électrons .....	58
1.2 Le canon à électrons .....	64
1.3 Choix du sens de polarisation des électrons .....	65
1.4 Transport des électrons vers le hall expérimental ESA.....	65
2 Le polarimètre Moeller .....	69
2.1 La diffusion élastique Moeller polarisée.....	70
2.2 Description du détecteur Moeller.....	72
2.3 Analyse des données Moeller .....	77
2.4 Polarisation du faisceau.....	78



3	La cible polarisée d'Hélium 3 .....	81
3.1	Une cible de neutrons polarisés .....	81
3.2	Polarisation des noyaux d'Hélium 3 .....	82
3.3	Description des cibles .....	86
3.4	Description du dispositif de polarisation .....	88
3.5	Mesure de la polarisation des cibles .....	89
4	Les deux spectromètres .....	96
4.1	Les éléments magnétiques .....	98
4.2	Les détecteurs .....	100
4.2.1	Les détecteurs Cherenkov .....	101
4.2.2	Les plans d'hodoscopes .....	104
4.2.3	Les calorimètres électromagnétiques .....	106
CHAPITRE 3: ANALYSE DES DONNEES DE E154 .....		109
1	Principe de l'analyse .....	110
1.1	Les différents types de prises de données .....	110
1.2	Bandes brutes et bandes d'analyse .....	110
2	Sélection des événements .....	111
2.1	Sélection des électrons du faisceau .....	111
2.1.1	Caractéristiques de chaque paquet .....	111
2.1.2	Hélicité du faisceau .....	112
2.1.3	Asymétrie de charge et asymétrie de position .....	112
2.2	Sélection de la polarisation de la cible .....	113
2.3	Sélection des électrons diffusés .....	113
2.3.1	Reconstruction des traces des particules chargées .....	113
2.3.2	Reconstruction des variables cinématiques .....	114
2.3.3	Coupures standard électron .....	114
3	Asymétries physiques parallèle et perpendiculaire .....	115
3.1	Asymétries brutes parallèle et perpendiculaire .....	115
3.2	Asymétries physiques parallèle et perpendiculaire .....	116
3.2.1	Polarisation du faisceau, de la cible et facteur de dilution .....	116
3.2.2	Bruit de fond symétrique et hadronique .....	120
3.2.3	Correction électrofaible .....	131
3.2.4	Calcul des asymétries physiques finales .....	133
3.2.5	Corrections radiatives électromagnétiques .....	133
3.2.6	Erreurs systématiques sur les asymétries .....	139
3.2.7	Table des asymétries parallèles et perpendiculaires .....	143
4	Asymétries physiques virtuelles $A_1$ et $A_2$ .....	145
4.1	Extraction des asymétries virtuelles $A_1$ et $A_2$ .....	145
4.1.1	Asymétries du noyau d'Hélium 3 .....	145
4.1.2	Asymétries du neutron .....	145
4.1.3	Erreurs statistiques et systématiques .....	146
4.2	Table des asymétries virtuelles $A_1$ et $A_2$ .....	147
4.2.1	Asymétries du noyau d'Hélium 3 .....	147
4.2.2	Asymétries du neutron .....	149
5	Fonctions de structure polarisées $g_1$ et $g_2$ .....	151
5.1	Extraction des fonctions de structure $g_1$ et $g_2$ .....	151
5.2	Erreurs statistiques et systématiques .....	151

5.3	Table des fonctions de structure $g_1$ et $g_2$ .....	152
5.3.1	Fonctions de structure du noyau d'Hélium 3 .....	152
5.3.2	Fonctions de structure du neutron .....	154
CHAPITRE 4 : RESULTATS .....		159
1.	La fonction de structure $g_1$ du neutron.....	160
1.1	Evolution traditionnelle .....	160
1.1.1	Combinaison des deux spectromètres .....	160
1.1.2	Intégrale de $g_1$ .....	165
1.1.3	Règles de somme .....	170
1.1.4	Fraction de spin portée par les quarks.....	175
1.2	Evolution DGLAP à l'ordre sous-dominant .....	178
1.2.1	Principe de l'évolution en $Q^2$ .....	178
1.2.2	Contrainte des paramètres par les données expérimentales.....	183
1.2.3	Calcul d'erreurs.....	188
1.2.4	Extraire $\Delta\Sigma$ et $\Delta G$ .....	189
1.2.5	Résultats .....	190
1.2.6	Evolution de la fonction de structure $g_1^n$ à $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .....	196
1.2.7	Intégrale de $g_1^n$ à $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .....	197
1.2.8	Test de la règle de somme de Bjorken .....	198
2.	La fonction de structure $g_2$ du neutron.....	212
2.1	Asymétrie $A_2$ du neutron.....	212
2.2	Fonction de structure $g_2$ du neutron .....	213
2.3	Terme de twist supérieur $d_2$ du neutron.....	214
CONCLUSION.....		215
ANNEXE 1.....		221
SECTION EFFICACE DIFFERENTIELLE DE DIFFUSION PROFONDEMENT INELASTIQUE POLARISEE INCLUSIVE		
1.1	Contraction du tenseur leptonique et du tenseur hadronique .....	222
1.2	Application au cas longitudinal et au cas transverse.....	224
1.2.1	Section efficace différentielle longitudinale .....	225
1.2.2	Section efficace différentielle transverse.....	225
ANNEXE 2.....		227
CINEMATIQUE DE LA DIFFUSION MOELLER		
1	Premier cas : électron atomique au repos .....	228
2	Second cas : électron atomique en mouvement.....	229
ANNEXE 3.....		231
LES CALORIMETRES ELECTROMAGNETIQUES		
1.	Description des deux calorimètres .....	232
1.1	Principe de la calorimétrie électromagnétique.....	232
1.2	Constitution.....	233

1.3	Description de l'électronique .....	235
1.4	Mise en œuvre du calorimètre .....	237
1.4.1	Calibration des blocs.....	237
1.4.2	Mise en temps des TDC .....	238
2.	Simulation GEANT.....	240
2.1	Reproduction des événements cosmiques d'ASP .....	240
2.2	Comparaison avec les données.....	242
3.	Reconstruction des agrégats.....	243
3.1	Principe d'un automate cellulaire .....	243
3.2	L'automate cellulaire à deux dimensions de E142/E143.....	244
3.3	L'automate cellulaire à trois dimensions de E154/E155 .....	245
3.3.1	Trois dimensions .....	245
3.3.2	Regroupement des couples de temps en cellules.....	247
3.3.3	Partage d'énergie entre cellules .....	248
3.3.4	Règles de contamination.....	252
3.3.5	Caractéristiques des agrégats .....	254
3.3.6	Dépendance temporelle de l'énergie des cellules .....	256
3.3.7	Validation de l'algorithme .....	257
4.	Identification des agrégats .....	258
4.1	Principe d'un réseau de neurones .....	258
4.2	Le réseau de neurones de E142, E143 et E154.....	260
4.2.1	Architecture du réseau .....	260
4.2.2	La fonction de transition $f$ .....	260
4.2.3	Méthode de rétropropagation du gradient d'erreur .....	261
4.3	Performances du réseau de l'expérience E154.....	261
4.3.1	Efficacité de la coupure réseau de neurones .....	263
4.3.2	Pureté de la coupure réseau de neurones.....	264
4.3.3	Comparaison de l'efficacité et de la pureté.....	265
4.4	Discrimination des électrons et des hadrons .....	265
5.	Performances des calorimètres.....	269
5.1	Résolution sur le rapport E/P des électrons diffusés.....	269
5.2	Résolution énergétique.....	269
5.3	Résolution spatiale .....	270
5.4	Résolution temporelle.....	270

ANNEXE 4.....	273
---------------	-----

#### FORMALISME MATHEMATIQUE DE L'EVOLUTION A L'ORDRE SOUS DOMINANT

1	Expressions des dimensions anormales polarisées .....	274
1.1	Ordre dominant.....	274
1.2	Ordre sous-dominant.....	275
2	Evolution de la constante de couplage de QCD.....	277
3	Fixer les valeurs de $\Delta q_3$ et de $\Delta q_8$ .....	278
4	Changement de schéma de renormalisation.....	280
5	Inclusion des saveurs lourdes.....	281

#### REFERENCES

# INTRODUCTION

Comprendre la structure du nucléon : tel est l'un des objectifs ambitieux que s'est fixée la physique des hautes énergies. D'un côté, le proton apparaît comme un objet très simple, de masse ( $m = 938.272 \text{ MeV}$ ) et de spin ( $S = 1/2$ ) bien connus. Avec le neutron, il participe à la constitution de tous les noyaux atomiques et sa durée de vie ( $t \geq 1.6 \cdot 10^{25}$  années) dépasse largement l'âge de l'Univers (environ  $1.5 \cdot 10^{10}$  années). D'un autre côté, sa structure interne est extrêmement complexe ; il est composé de quarks et de gluons, les médiateurs de l'interaction forte, dont la dynamique est décrite par une théorie de jauge non abélienne : la chromodynamique quantique. Leur confinement à l'intérieur du nucléon reste une énigme à résoudre.

Pour étudier la structure du nucléon, les expérimentateurs utilisent des accélérateurs de particules délivrant des leptons de haute énergie, qu'ils envoient sur des cibles fixes de protons et de neutrons. Le boson échangé entre le lepton et le nucléon, le photon virtuel, se comporte alors comme une sonde électromagnétique qui se couple aux constituants élémentaires chargés du nucléon, les quarks, par interaction électromagnétique. Les informations recueillies en détectant le lepton diffusé renseignent sur la dynamique interne du nucléon. Lorsque le lepton incident de haute énergie et le nucléon cible au repos ont leur spin aligné dans une direction préférentielle, l'information recueillie permet de mesurer les fonctions de structure polarisées  $g_1$  et  $g_2$  du nucléon cible, apparaissant dans l'expression de la section efficace du processus de diffusion. Ces deux fonctions contiennent toute l'information sur la structure en spin du nucléon. Dans le domaine de diffusion profondément inélastique, les fonctions de structure dépendent de deux invariants relativistes :

- la variable  $Q^2$ , égale à l'opposé du carré du quadrivecteur impulsion du photon virtuel échangé ; plus la valeur de  $Q^2$  est élevée, plus la longueur d'onde associée au photon virtuel est petite.
- la variable de Bjorken  $x = Q^2 / 2M\nu$ , comprise entre 0 et 1, où  $M$  est la masse du proton sondé et  $\nu$  l'énergie du photon virtuel. Cette variable représente la fraction de l'impulsion du nucléon portée par le quark auquel le photon virtuel se couple, dans le référentiel de moment infini.

La valeur de l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  extrapolée sur tout le domaine en  $x$  compris entre 0 et 1 permet de déterminer la contribution des quarks au spin du nucléon, notée  $\Delta\Sigma$ .

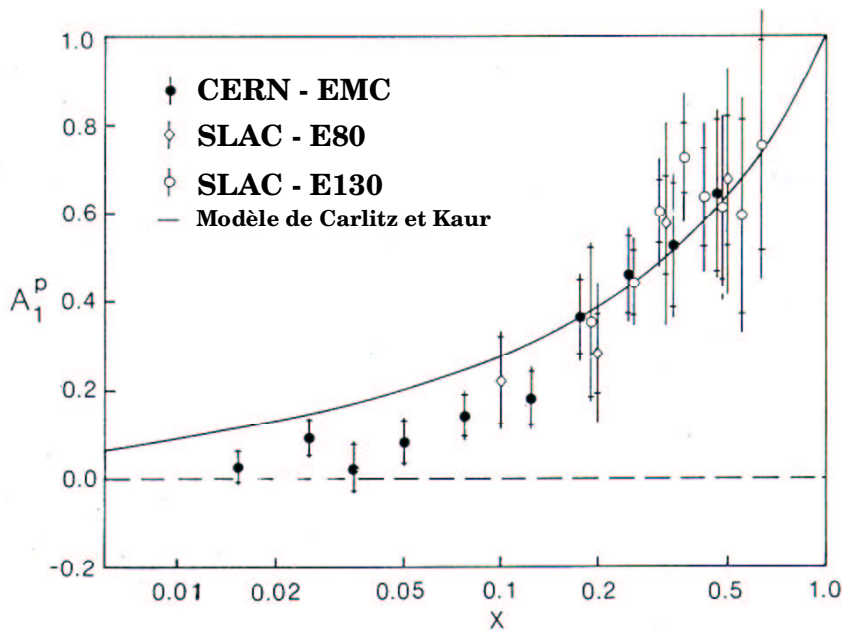
La première expérience de diffusion profondément inélastique polarisée fut l'expérience **E80** menée auprès de l'accélérateur linéaire de l'Université de Stanford (SLAC) aux Etats-Unis en **1976** [**ALGUARD1..3**]. Cette expérience consistait à faire diffuser un faisceau d'électrons polarisé à 51% délivrés par la source PEGGY à une fréquence de 120 Hz, d'énergies 9.7 GeV et 12.9 GeV, sur une cible de butanol polarisée par polarisation dynamique nucléaire, contenant des protons cibles polarisés jusqu'à 40%. Les électrons diffusés étaient détectés dans un spectromètre magnétique placé à  $9^\circ$  de la ligne de faisceau, permettant de couvrir le domaine cinématique relativement restreint :  $0.2 < x < 0.3$  et  $1.4 < Q^2 < 2.7 \text{ GeV}^2$ .

Quelques années plus tard, en **1980**, l'expérience fut renouvelée sous le nom d'expérience **E130** avec des énergies de faisceau plus élevées, atteignant 16.2 GeV et 22.7 GeV [**BAUM**]. Le spectromètre de détection était cette fois-ci orienté à  $10^\circ$  par rapport à l'axe du faisceau incident. De cette façon, le domaine cinématique de l'expérience a pu être étendu à la région :  $0.180 < x < 0.700$  et  $3.5 < Q^2 < 10.0 \text{ GeV}^2$ . La polarisation du faisceau atteinte était proche de 81% et celle de la cible voisine de 58%.

## INTRODUCTION

Ces deux expériences ont montré que le nombre d'électrons diffusés était plus grand lorsque le spin des électrons incidents est de sens opposé à celui du nucléon cible, que lorsqu'il est de même sens (cf. **Figure 1**). Ce résultat expérimental était en très bon accord avec les modèles de quarks, en particulier avec le modèle de quarks de Carlitz et Kaur [**CARLITZ1**], [**KAUR**], dans lequel les quarks de valence transfèrent une fraction de leur spin aux quarks de la mer. Le premier programme d'étude du spin du nucléon au SLAC s'acheva après la publication des résultats de l'expérience E130.

Cette étude s'est ensuite poursuivie au CERN dans les années 1980, avec l'expérience **EMC** [**ASHMAN1..2**], dont les premiers résultats ont été publiés en **1988**. Cette expérience consistait à envoyer des muons chargés positivement, d'énergies égales à 100, 120 GeV et 200 GeV et polarisés à environ 82% sur une cible fixe d'ammoniaque polarisée jusqu'à 80%. Ces muons polarisés étaient produits par désintégration de pions et de kaons positifs, obtenus en bombardant des protons sur une cible fixe de béryllium. L'énergie de faisceau élevée a permis d'étendre les mesures des fonctions de structure polarisées sur une région cinématique beaucoup plus large, en particulier dans la région des hauts transferts d'énergie et dans la région des petits  $x$ ; le domaine cinématique a ainsi été étendu à la région :  $0.010 < x < 0.700$  et  $3.5 < Q^2 < 29.5 \text{ GeV}^2$ . Les nouvelles données de l'expérience EMC étaient clairement compatibles avec celles de E80, de E130 et avec la prédiction du modèle des partons de Carlitz et Kaur dans la région  $x > 0.1$ , mais bien inférieures à cette prédiction théorique dans la région  $x < 0.1$ , comme le montre la **Figure 1**.



**Figure 1 :** asymétrie de section efficace de diffusion profondément inélastique polarisée de leptons polarisés longitudinalement sur des protons polarisés longitudinalement, mesurée par les expériences E80, E130 et EMC, lorsque le spin des leptons incidents est renversé. L'asymétrie est positive, traduisant que le nombre d'électrons diffusés est plus grand lorsque le spin des électrons incidents est de sens opposé à celui du nucléon cible, que lorsqu'il est de même sens. Figure tirée de [**ASHMAN2**].

Le modèle des quarks ne décrivait donc pas correctement la structure interne du proton. A l'aide de l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  sur tout l'intervalle en  $x$ , les théoriciens prédirent la valeur de la contribution du spin des quarks au spin du nucléon ; elle était compatible avec zéro [**ASHMAN2**] :

$$\Delta\Sigma = 0.12 \pm 0.17$$

## INTRODUCTION

---

Ils prédirent également que les quarks étranges de la mer sont polarisés et estimèrent leur contribution  $\Delta s$  au spin du nucléon à :

$$\Delta s = -0.12 \pm 0.05$$

Ainsi, EMC montra que les quarks ne portaient pas le spin du nucléon. D'où pouvait donc provenir le spin du nucléon ? Comment expliquer que le nucléon possède un spin puisque ses quarks n'y contribuent pas ? C'était la "crise du spin", à l'origine de plusieurs centaines de publications théoriques visant à expliquer ce déficit. Depuis cette époque, la physique du spin n'a cessé de passionner les physiciens, cherchant à expliquer aujourd'hui encore l'origine du spin du nucléon.

En 1989, SLAC revint sur la scène et proposa de s'intéresser à la structure du neutron ; les modèles de quarks ne permettaient pas d'expliquer la valeur mesurée par EMC pour le proton. Qu'en était-il pour le neutron ?

Le proton contient deux quarks de valence  $u$  (de charge fractionnaire  $2/3$ ) et un quark de valence  $d$  (de charge fractionnaire  $-1/3$ ), ainsi qu'une infinité de quarks de la mer et de gluons, dont la charge globale est nulle. La charge totale du proton vaut donc  $e$ . Par symétrie d'isospin, le neutron est identique au proton à l'échange près des quarks de valence  $u$  et  $d$ . Sa charge totale est nulle. L'expérience **E142** mesura en **1992** pour la première fois au monde la fonction de structure polarisée  $g_1$  du neutron [**ANTHONY2..3**]. Le faisceau d'électrons était polarisé jusqu'à 36 % en éclairant une photocathode de AlGaAs, développée pour le collisionneur SLC. Les mesures ont été prises à trois énergies de faisceau différentes : 19, 23 et 26 GeV, en envoyant le faisceau d'électrons sur une cible fixe d'Hélium 3. Il est impossible de construire à l'heure actuelle une cible de neutrons polarisée de densité suffisamment élevée pour des expériences de diffusion à haute énergie. Les neutrons libres ont une durée de vie d'une dizaine de minutes et sont difficiles à contenir. La seule solution envisageable est d'utiliser une cible nucléaire à partir de laquelle il est possible d'extraire la contribution des neutrons. Un noyau d'Hélium 3 polarisé est équivalent en première approximation à un neutron polarisé. Il contient deux protons et un neutron. Lorsqu'il est polarisé, le spin du neutron s'aligne dans le sens de celui du noyau, mais les spins des deux protons se compensent pour satisfaire le principe d'exclusion de Pauli. Ainsi, la diffusion d'électrons polarisés sur des noyaux d'Hélium 3 est équivalente à la diffusion d'électrons polarisés sur des neutrons polarisés. La polarisation de la cible atteint 33%, par pompage optique d'atomes de Rubidium et par transfert de spin aux noyaux d'Hélium 3. Plusieurs dizaines de millions d'électrons diffusés ont été détectés dans deux bras de spectromètres localisés respectivement à  $4.5^\circ$  et  $7^\circ$  de la ligne de faisceau, permettant d'étendre la couverture cinématique de l'expérience à la région :  $0.030 < x < 0.600$  et  $1.1 < Q^2 < 5.5 \text{ GeV}^2$ . E142 mesura également pour la première fois l'asymétrie d'électrons diffusés observée lorsque le spin de la cible est perpendiculaire à celui de l'électron incident. En parallèle, les théoriciens calculèrent de nouvelles corrections théoriques sur l'interaction forte. La combinaison des mesures de E142 et de ces nouvelles corrections conduisit à une nouvelle estimation de la fraction de spin portée par les quarks [**ANTHONY2**] :

$$\Delta \Sigma = 0.39 \pm 0.11$$

La mesure de l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  du neutron permet de tester la fondamentale règle de somme de Bjorken, reliant la différence entre les intégrales de la fonction  $g_1$  du proton et du neutron sur tout l'intervalle en  $x$  à la constante de désintégration faible du neutron [**BJORKEN1**]. L'expérience E142 vérifia la règle de somme de Bjorken à environ 10% près.

Un an plus tard en **1993**, l'expérience SLAC-**E143** [**ABE1..4**], [**ABE8..9**], mesura avec précision les fonctions de structure polarisées du proton et du deutéron, bénéficiant de la nouvelle polarisation du faisceau, 80%, obtenue à l'aide d'une photocathode de GaAs contraint. L'énergie du faisceau fut fixée aux trois valeurs 9, 16 et 29 GeV afin d'étudier la dépendance en  $Q^2$  des fonctions de structure et les spectromètres de E142 ont été à nouveau utilisés pour détecter les

## INTRODUCTION

électrons diffusés, dans la région :  $0.029 < x < 0.800$  et  $1.3 < Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$ . Les expérimentateurs utilisèrent une cible d'ammoniaque  $^{15}\text{NH}_3$  polarisée à 70 % environ pour mesurer la fonction de structure polarisée du proton et une cible d'ammoniaque deutéré  $^{15}\text{ND}_3$  polarisée jusqu'à 42 % pour les mesures de la fonction de structure du deutéron. Les mesures obtenues sur le proton confirmèrent celle de l'expérience EMC. Le deutéron contient un proton polarisé et un neutron polarisé. En mesurant la fonction de structure du deutéron puis en soustrayant la contribution de la fonction de structure du proton, il est possible de déterminer la fonction de structure du neutron. Les estimations obtenues de la fonction de structure  $g_1$  du neutron étaient compatibles avec les mesures de E142.

En parallèle, une nouvelle expérience se déroulait au CERN de **1992 à 1996** : l'expérience **SMC**, mise à jour de l'expérience EMC [ADAMS1.4], [ADEVA1.4]. A l'aide d'un faisceau de muons positifs de haute énergie, proche de 190 GeV, et polarisé à 80%, les expériences du CERN ont permis de mesurer la fonction de structure  $g_1$  du proton et du deutéron dans le domaine  $0.0008 < x < 0.700$  et  $0.2 < Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ . Plusieurs nouvelles cibles ont été mises au point : des cibles d'ammoniaque et de butanol atteignant 89 % de polarisation pour les mesures sur le proton et des cibles de butanol deutéré atteignant une polarisation de 43 % pour mesurer la fonction de structure polarisée du deutéron. Cependant, l'intensité du faisceau de muons reste faible et limite la précision statistique sur leur mesures, par comparaison à celles du SLAC.

Une nouvelle expérience a vu le jour en **1995** : l'expérience **HERMES** à DESY [ACKERSTAFF]. Cette nouvelle expérience prend place sur l'anneau de stockage HERA où sont accélérés des positrons de 27 GeV polarisés à 55%. Au lieu d'utiliser une cible en verre contenant les nucléons polarisés, cette expérience injecte les noyaux d'Hélium 3 polarisés à 46 % directement à l'intérieur de l'anneau de stockage, s'affranchissant ainsi de parois en verre contenant l'Hélium 3 et qui introduiraient une contamination en positrons n'ayant pas diffusé sur les noyaux d'Hélium 3 mais sur les nucléons non polarisés présents dans le verre. Le domaine cinématique couvert est comparable à celui de l'expérience E142. Il s'étend sur la région  $0.023 < x < 0.600$  et  $1 < Q^2 < 15 \text{ GeV}^2$ . En outre, il est possible de détecter les positrons diffusés simultanément avec les états hadroniques finaux : la diffusion est qualifiée de diffusion semi-inclusive et permet d'accéder aux distributions polarisées des quarks de valence et des quarks de la mer.

Les différentes valeurs de la contribution du spin des quarks au spin du nucléon déterminées par chaque expérience sont présentées dans la **Table 1**. Les domaines cinématiques couverts sont schématisés sur la

**Figure 2.**

Expérience	Nucléon	Intégrale de $g_1$	$\langle Q^2 \rangle$	$\Delta\Sigma ( Q^2 \rightarrow \infty )$
E130	p	$0.17 \pm 0.05$	$4 \text{ GeV}^2$	$0.59 \pm 0.45^*$
EMC	p	$0.126 \pm 0.018$	10.7	$0.12 \pm 0.17$
E142	n	$-0.031 \pm 0.011$	2	$0.39 \pm 0.11$
E143	p	$0.129 \pm 0.010$	3	$0.29 \pm 0.10$
E143	d	$0.042 \pm 0.005$	3	$0.30 \pm 0.06$
SMC	p	$0.142 \pm 0.012$	10	$0.30 \pm 0.12^*$
SMC	d	$0.0414 \pm 0.0076$	10	$0.27 \pm 0.15^*$
HERMES	n	$-0.037 \pm 0.015$	2.5	$0.33 \pm 0.17^*$

**Table 1 :** contributions du spin des quarks au spin du nucléon publiées par les expériences. L'astérisque représente une estimation de la contribution non publiée et obtenue par nos soins, à partir de la valeur de l'intégrale de  $g_1$ .

Les développements théoriques incessants et la quantité de données accumulées au cours de ces expériences conduisent à une valeur de la contribution du spin des quarks au spin du nucléon proche de 30%.

Les mesures expérimentales accumulées par ces expériences ont soulevé de nombreuses questions :

- L'extraction de l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  sur tout l'intervalle en  $x$  Bjorken pour tester la règle de somme de Bjorken et extraire la contribution du spin des quarks au spin du nucléon, nécessite d'extrapoler les mesures expérimentales dans la région à grand  $x$  ( $x \rightarrow 1$ ) et dans la région à bas  $x$  ( $x \rightarrow 0$ ). L'extrapolation à grand  $x$  est relativement bien connue et prédite par les règles de comptage. Au contraire, l'extrapolation à bas  $x$  est très mal connue. Traditionnellement, les expérimentateurs utilisent la prédiction de Regge, compatible avec un comportement de type constante à bas  $x$  dans le cas du neutron, pour extraire le premier moment de la fonction  $g_1$ . Seules de nouvelles mesures à bas  $x$  permettraient de déterminer plus précisément le comportement de la fonction  $g_1$  et de tester sa compatibilité avec la prédiction de Regge.
- Pour comparer les mesures de la fonction de structure  $g_1(x)$  effectuées par deux expériences différentes et pour obtenir l'intégrale de  $g_1$ , il faut faire évoluer les mesures expérimentales vers une valeur commune de  $Q^2$ , notée  $Q_0^2$ . Traditionnellement, les expérimentateurs font évoluer  $g_1$  en supposant que le rapport de la fonction de structure polarisée  $g_1$  et de la fonction de structure non polarisée  $F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$  :

$$g_1(Q_0^2) = \frac{g_1(Q^2)}{F_1(Q^2)} F_1(Q_0^2)$$

Cette approximation est compatible avec la précision des mesures expérimentales des collaborations SMC et E143. De nouvelles mesures expérimentales encore plus précises aux basses valeurs de  $x$ , et à différentes échelles en  $Q^2$  pour une même valeur de  $x$  permettraient d'étudier la validité de cette approximation et d'étudier l'évolution en  $Q^2$  des fonctions de structure polarisées du nucléon. Le formalisme décrivant cette évolution est bien connu depuis 1993 jusqu'à l'ordre sous-dominant [ZIJLSTRA], [BALL]. Il offre la possibilité de contraindre les distributions de partons polarisées du nucléon et permet d'estimer la contribution du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon, directement à partir des mesures mondiales de la fonction de structure  $g_1$ .

- Les corrections radiatives de QCD et les corrections de twists supérieurs, apparaissant dans l'expression de la règle de somme de Bjorken et dans l'extraction de la contribution du spin des quarks au spin du nucléon, dominant aux basses valeurs de  $Q^2$  et ne sont pas encore complètement connues. Les mesures de la fonction de structure du neutron de l'expérience E142 ont été effectuées à une valeur moyenne de  $Q^2$  relativement basse, voisine de 2 GeV<sup>2</sup>. De nouvelles mesures à un  $Q^2$  moyen plus élevé permettraient de minimiser l'impact des corrections de QCD sur le premier moment de  $g_1$ .

En réponse à ces questions, deux nouvelles expériences, **E154** et **E155**, ont été proposées au SLAC, bénéficiant de l'augmentation de l'énergie des électrons délivrés par l'accélérateur, atteignant 50 GeV.

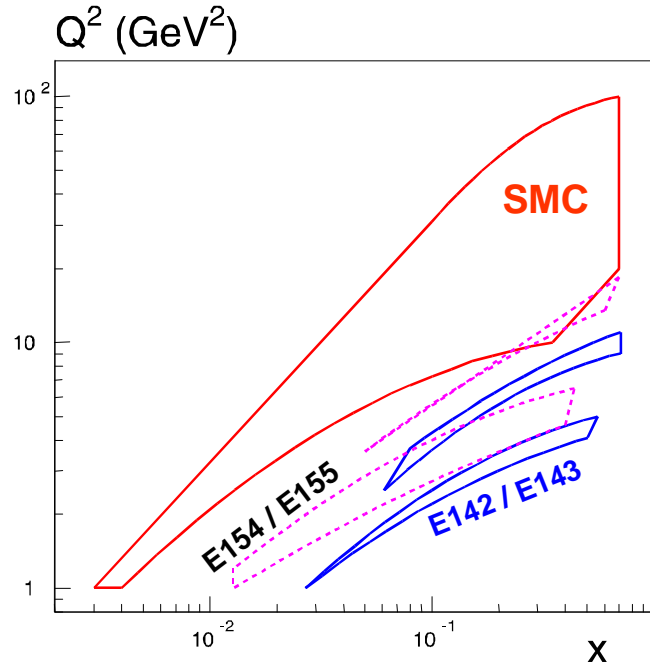
E154 a mesuré le plus précisément au monde la fonction de structure  $g_1$  et la fonction de structure  $g_2$  du neutron au cours de l'automne 1995. L'expérience E155 a mesuré au printemps 1996 les fonctions de structure  $g_1$  et  $g_2$  du proton et du deutéron sur le même domaine en  $x$  que E154. Une couverture élargie en  $Q^2$  a été obtenue grâce à l'ajout d'un troisième spectromètre situé à 10.5° de la ligne du faisceau. Ses données sont actuellement en cours d'analyse. Les caractéristiques de chaque expérience sont rassemblées dans la **Table 2**.

Ce manuscrit de thèse est consacré à l'expérience E154. Il se compose de quatre chapitres :



## INTRODUCTION

- Le premier chapitre est consacré à l'étude du formalisme de la diffusion profondément inélastique inclusive de leptons polarisés sur des nucléons polarisés, où seront d'abord introduites les asymétries en spin de section efficace de diffusion profondément inélastique polarisée et les fonctions de structures polarisées du nucléon  $g_1$  et  $g_2$ . Nous montrerons comment ces fonctions de structure peuvent s'interpréter simplement à partir des asymétries de sections efficaces d'absorption de photons virtuels polarisés par des nucléons polarisés, et ensuite comment les interpréter simplement dans le cadre du modèle des partons, en fonction des distributions de quarks dans le nucléon.



**Figure 2 :** domaines cinématiques des expériences SMC, E142-E143 (deux spectromètres) et E154-E155 (deux spectromètres). Le domaine cinématique couvert par l'expérience HERMES est comparable à celui de E142.

Nous introduirons alors les règles de somme des fonctions de structure polarisées prédisant la valeur de leur intégrale sur tout le domaine en  $x$  puis montrerons comment elles sont reliées aux constantes  $F$  et  $D$  mesurées lors des désintégrations semi-leptoniques des baryons de l'octet de saveur SU(3), et comment elles permettent d'accéder à la fraction de spin portée par les quarks. Dans le cadre de la chromodynamique quantique, nous établirons les expressions de ces règles de somme en fonction des éléments de matrice hadroniques à l'aide de la technique mathématique d'expansion en produits d'opérateurs développée par Wilson et applicable aux théories de jauge. Nous étudierons enfin comment la chromodynamique quantique permet de prédire l'évolution en  $Q^2$  des fonctions de structure du nucléon, à l'aide des équations d'évolution de Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli et Parisi (DGLAP). Nous montrerons alors comment la contribution du spin des quarks au spin du nucléon mesurée est contaminée par une contribution gluonique et par quels moyens il est possible de déterminer la contribution pure du spin des quarks au spin du nucléon.

- Le second chapitre nous présentera le dispositif expérimental de l'expérience E154 : quelles sont les caractéristiques du faisceau d'électrons délivré par l'accélérateur linéaire, comment il est transporté jusqu'au hall expérimental ; nous nous attarderons sur la cible polarisée d'Hélium 3, sur les mécanismes complexes techniquement bien maîtrisés permettant de polariser les neutrons, et finalement nous présenterons les différents éléments magnétiques

et détecteurs composant les deux bras de spectromètres : détecteurs Cherenkov, plans d'hodoscopes et calorimètres électromagnétiques.

- Le troisième chapitre nous exposera comment, à partir d'un simple comptage des nombres d'électrons diffusés dans les deux spectromètres, E154 nous permet d'extraire avec une précision jamais atteinte jusqu'ici la fonction de structure  $g_1$  du neutron, mais aussi la fonction de structure  $g_2$ . Nous montrerons comment nous avons mené notre propre analyse à Clermont-Ferrand, en détaillant particulièrement toutes les étapes conduisant aux deux fonctions de structure.
- Enfin, le quatrième et dernier chapitre décrira l'interprétation des mesures de E154. Nous présenterons deux méthodes d'évolution en  $Q^2$ . La première méthode, basée sur l'invariance du rapport  $g_1/F_1$  en fonction de  $Q^2$  observée expérimentalement, est traditionnellement utilisée par les expérimentateurs pour faire évoluer la fonction de structure  $g_1$  à une valeur moyenne en  $Q^2$  et comparer leurs mesures avec celles d'autres expériences ayant mesuré la fonction de structure  $g_1$  du neutron directement (E142, HERMES) ou indirectement, à partir des mesures sur le proton et le deutéron (E143, SMC). En détaillant l'extrapolation à bas  $x$  de  $g_1$ , nous testerons la règle de somme de Bjorken et la règle de somme d'Ellis et Jaffe, puis extrairons la fraction de spin portée par les quarks. La seconde méthode est basée sur le formalisme des équations DGLAP à l'ordre sous-dominant. Cette seconde méthode nous permettra d'estimer la contribution du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon.

Nous étudierons en annexe les deux calorimètres électromagnétiques, éléments essentiels des spectromètres. Ces deux calorimètres ont été construits et pris en charge par deux groupes français, l'un du Service de Physique Nucléaire de Saclay, l'autre du Laboratoire de Physique Corpusculaire de Clermont-Ferrand, pendant sept ans, depuis l'expérience E142 jusqu'à l'expérience E155. Nous présenterons les algorithmes originaux basés sur des techniques d'intelligence artificielle, développés par ces deux groupes pour analyser les données des calorimètres, et montrerons comment les calorimètres ont joué un rôle majeur dans le programme d'étude du spin du nucléon au SLAC.

Expérience	Lieu	Date	Faisceau	Energie (GeV)	Polarisation
E80	SLAC	1976	électrons	9.7 – 12.9	51 %
E130	SLAC	1980	électrons	16.2 – 22.7	81 %
EMC	CERN	1988	muons +	100 – 200	82 %
E142	SLAC	1992	électrons	19 – 26	36 %
E143	SLAC	1993	électrons	9 – 29	80 %
SMC	CERN	1992-96	muons +	190	80 %
HERMES	DESY	1995	positrons	27	55 %
E154	SLAC	1995	électrons	48	82 %
E155	SLAC	1997	électrons	48	82 %*

Expérience	Cible	Nucléon cible	Polarisation	Dilution
E80	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> OH	p	40 %	11 %
E130	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> OH	p	58 %	15 %
EMC	<sup>14</sup> NH <sub>3</sub>	p	80 %	16 %
E142	<sup>3</sup> He	n	33 %	33 % / 3
E143	<sup>15</sup> NH <sub>3</sub>	p	70 %	13 % – 17 %
E143	<sup>15</sup> ND <sub>3</sub>	d	42 %	22 % – 25 %
SMC	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> OH - <sup>14</sup> NH <sub>3</sub>	p	89 %	7 % – 8 %
SMC	C <sub>4</sub> D <sub>9</sub> OD	d	43 %	20 %
HERMES	<sup>3</sup> He	n	46 %	100 % / 3
E154	<sup>3</sup> He	n	38 %	55 % / 3
E155	<sup>15</sup> NH <sub>3</sub>	p	84 %*	15 %*
E155	<sup>6</sup> LiD	d	24 %*	40 %*

Expérience	Domaine en $x$	$Q^2$ moyen
E80	0.200 – 0.333	2.0 GeV <sup>2</sup>
E130	0.180 – 0.700	4.0
EMC	0.010 – 0.700	10.7
E142	0.030 – 0.600	3.0
E143	0.029 – 0.800	3.0
SMC	0.0008 – 0.700	10.0
HERMES	0.023 – 0.600	2.5
E154	0.0135 – 0.700	4.4
E155	0.0135 – 0.700*	5.0*

**Table 2 :** caractéristiques des expériences de diffusion profondément inélastique polarisée inclusive. L'astérisque désigne les données préliminaires de l'expérience E155.

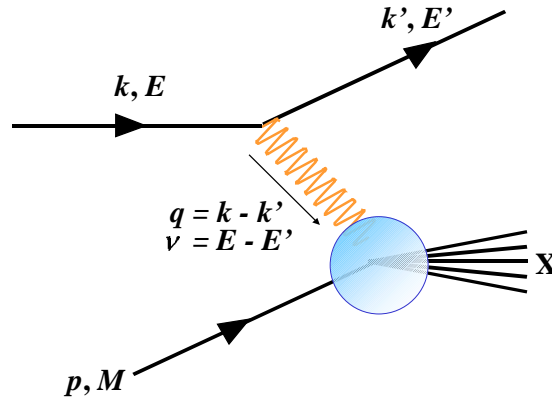
# CHAPITRE 1 : LE SPIN DU NUCLEON

CHAPITRE 1: LE SPIN DU NUCLEON.....	9
1 La diffusion profondément inélastique polarisée .....	10
1.1 Cinématique de la diffusion inclusive .....	10
1.2 Section efficace du processus.....	11
1.2.1 Expression du tenseur leptonique.....	13
1.2.2 Expression du tenseur hadronique .....	14
1.2.3 Contraction des tenseurs.....	15
1.2.4 Expression de la section efficace .....	15
1.3 Asymétries de sections efficaces .....	17
1.3.1 Asymétries de sections efficaces lepton/nucléon.....	17
1.3.2 Asymétries de sections efficaces photon/ nucléon.....	18
1.4 Fonctions de structure polarisées.....	23
2 Le modèle des partons.....	25
2.1 L'invariance d'échelle .....	25
2.2 Les règles de somme dans le modèle des partons .....	31
2.3 La règle de somme de Bjorken .....	33
2.4 Les règles de somme d'Ellis et Jaffe.....	34
3 La chromodynamique quantique .....	35
3.1 L'expansion en produits d'opérateurs en QCD .....	36
3.1.1 Eléments de matrices sur des états de quarks libres.....	36
3.1.2 Eléments de matrices sur des états hadroniques.....	38
3.1.3 Moments des fonctions de structure polarisées .....	39
3.1.4 Règles de somme .....	41
3.2 L'évolution en QCD perturbative .....	45
3.2.1 L'évolution en $Q^2$ des distributions de partons non polarisées.....	45
3.2.2 L'évolution en $Q^2$ des distributions de partons polarisées.....	49
3.2.3 L'évolution en $Q^2$ de la fonction de structure polarisée $g_1$ .....	51
3.2.4 Contribution des gluons au premier moment de $g_1$ .....	51
3.2.5 Contributions du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon.....	53

# 1 La diffusion profondément inélastique polarisée

## 1.1 Cinématique de la diffusion inclusive

Au cours du processus de diffusion profondément inélastique polarisée inclusive, un lepton incident de haute énergie et de quadrimoment  $k$ , d'hélicité fixée, diffuse sur un nucléon au repos dans le laboratoire de quadrimoment  $p$ , lui aussi polarisé. Dans l'approximation de Born, le lepton incident échange avec le nucléon sondé un seul photon virtuel de quadrimoment  $q$ . Au cours d'une réaction inclusive, seules l'impulsion du lepton diffusé de quadrimoment  $k'$  et sa direction de propagation sont mesurées. Se reporter à la **Figure 1.1**.



**Figure 1.1 :** diagramme de diffusion profondément inélastique inclusive dans l'approximation de Born.

Les variables cinématiques utilisées pour décrire le processus dans le laboratoire sont :

- $E$  : l'énergie du lepton incident, se déplaçant suivant l'axe Oz du faisceau
- $k$  : son quadrimoment incident  $k = (E, 0, 0, E)$
- $E'$  : l'énergie du lepton diffusé détecté
- $\theta$  : son angle de diffusion polaire
- $\phi$  : son angle azimutal
- $k'$  : son quadrimoment diffusé  $k' = (E', E' \sin \theta \cos \phi, E' \sin \theta \sin \phi, E' \cos \theta)$
- $M$  : la masse du nucléon cible, prise par convention égale à celle du proton
- $p$  : le quadrimoment du nucléon cible  $p = (M, 0, 0, 0)$
- $q$  : le quadrimoment du photon virtuel échangé  $q = k - k'$

Des invariants calculés à partir de ces quantités sont couramment utilisés pour décrire la diffusion : le quadritransfert carré du photon virtuel  $Q^2 = -q^2 = 4EE' \sin^2 \theta / 2$ , l'invariant  $\nu = pq/M$ , égal à l'énergie  $E - E'$  perdue par le lepton incident dans le repère du laboratoire, et l'invariant  $x = Q^2 / 2pq$ , appelé variable de Bjorken.

La fraction d'énergie  $y$  perdue par le lepton incident dans le laboratoire est aussi couramment utilisée :  $y = pq/pk = \nu/E$ , ainsi que la masse invariante  $M_X$  du système hadronique final  $X$  non détecté :

$$(M_X)^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2pq - Q^2$$

Dans la cinématique élastique,  $(M_X)^2 = M^2$  et  $x = 1$ . Pour les processus inélastiques,  $x$  est inférieur à 1. La région de diffusion profondément inélastique est définie comme le domaine où  $Q^2$  et  $\nu$  tendent vers l'infini, la valeur de  $x$  étant fixée.

## 1.2 Section efficace du processus

La section efficace élémentaire  $d\sigma$  du processus de diffusion  $a + b \rightarrow 1 + 2 \dots + N$  s'écrit :

$$d\sigma(a + b \rightarrow 1 + 2 + \dots + N) = \phi \prod_{j=1}^N \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3 2p_j^0} (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b - \sum_{j=1}^N p_j) |A|^2 \quad (1.1)$$

où  $p_j$  représente les quadrimoments des particules mises en jeu.  $\phi$  est le facteur de flux, invariant relativiste, défini par la relation :

$$\phi = \frac{1}{4\sqrt{(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}} \quad (1.2)$$

et  $|A|^2$  représente le carré du module de l'amplitude de diffusion. Dans l'étude de la diffusion profondément inélastique polarisée, le facteur de flux  $\phi$  s'écrit :

$$\phi = 1/(4EM) \quad (1.3)$$

Dans le cas d'une diffusion inclusive :

- seul le lepton diffusé est détecté et les fragments hadroniques, notés  $X$ , ne sont pas détectés ;
- le spin  $s_l'$  du lepton diffusé et celui  $s_X'$  des états hadroniques finals ne sont pas mesurés.

Alors, la section efficace élémentaire  $d\sigma$  s'obtient en intégrant sur les trois composantes spatiales de l'impulsion du lepton diffusé et en sommant sur les états finals de spin du lepton diffusé et sur tous les états hadroniques finals  $X$  de spin  $s_X'$  et :

$$d\sigma = \sum_{s_l'} \sum_{X, s_X'} \int \frac{(2\pi)^4}{(2E)(2M)} \delta^4(k + p - k' - p_X) |A|^2 \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 (2E')} \quad (1.4)$$

L'amplitude  $A$  du processus s'écrit comme le produit de deux courants : le courant leptonique et le courant hadronique multipliés par le propagateur du photon virtuel les couplant :

$$iA = (-ie)^2 \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \langle k', s_l' | j_l^\mu(0) | k, s_l \rangle \langle X, s_X' | j_h^\nu(0) | p, s_h \rangle \quad (1.5)$$

où  $g_{\mu\nu}$  est le tenseur métrique de Minkowski,  $s_l$  le quadrivecteur polarisation du lepton incident et  $s_h$  celui du hadron cible dans son état initial. En utilisant la propriété d'hermiticité de l'opérateur de courant  $j$  :

$$\langle \alpha | j^\mu | \beta \rangle^* = \langle \beta | j^\mu | \alpha \rangle \quad (1.6)$$

le carré du module de l'amplitude s'écrit :

$$|A|^2 = AA^* = \frac{e^4}{Q^4} \langle k, s_l | j_l^\mu(0) | k', s_l' \rangle \langle k', s_l' | j_l^\nu(0) | k, s_l \rangle \langle p, s_h | j_{h\mu}(0) | X, s_X' \rangle \langle X, s_X' | j_{h\nu}(0) | p, s_h \rangle \quad (1.7)$$

et la section efficace élémentaire devient :

$$d\sigma = \sum_{s_l'} \sum_{X, s_X'} \int \frac{(2\pi)^4}{(2E)(2M)} \delta^4(k + p - k' - p_X) \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 (2E')} \times \frac{e^4}{Q^4} \langle k, s_l | j_l^\mu(0) | k', s_l' \rangle \langle k', s_l' | j_l^\nu(0) | k, s_l \rangle \langle p, s_h | j_{h\mu}(0) | X, s_X' \rangle \langle X, s_X' | j_{h\nu}(0) | p, s_h \rangle \quad (1.8)$$

- Le tenseur leptonique  $L^{\mu\nu}$  est défini par la relation :

$$L^{\mu\nu} = \sum_{s_l'} \langle k, s_l | j_l^\mu(0) | k', s_l' \rangle \langle k', s_l' | j_l^\nu(0) | k, s_l \rangle \quad (1.9)$$

- Le tenseur hadronique  $W_{\mu\nu}$  par la relation intégrale :

$$W_{\mu\nu}(p, q)_{s_h, s_h'} = \frac{1}{4\pi} \int \langle p, s_h' | [j_{h\mu}(z), j_{h\nu}(0)] | p, s_h \rangle e^{iqz} d^4z \quad (1.10)$$

où  $s_h$  et  $s_h'$  représentent respectivement le spin initial et le spin final du hadron,  $p$  son quadrivecteur impulsion et  $z$  le quadrivecteur espace-temps. En introduisant la relation de fermeture sur les états hadroniques finals,

$$\sum_{X, s_X'} |X, s_X'\rangle \langle X, s_X'| = Id \quad (1.11)$$

où  $Id$  représente la matrice identité, puis les équations d'évolution dans le temps et dans l'espace des éléments de matrice des opérateurs de courant :

$$\langle p, s_h' | j_{h\mu}(z) | X, s_X' \rangle = \langle p, s_h' | j_{h\mu}(0) | X, s_X' \rangle e^{i(p-p_X)z} \quad (1.12)$$

$$\langle X, s_X' | j_{h\mu}(z) | p, s_h \rangle = \langle X, s_X' | j_{h\mu}(0) | p, s_h \rangle e^{i(p_X-p)z} \quad (1.13)$$

et l'intégrale :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(a-b)u} du = 2\pi\delta(a-b) \quad (1.14)$$

l'expression du tenseur hadronique se simplifie et s'écrit [MUELLER] :

$$W_{\mu\nu}(p, q)_{s_h, s_h'} = \frac{(2\pi)^4}{4\pi} \sum_{X, s_X'} \delta(k - k' + p - p_X) \langle p, s_h' | j_{h\mu}(0) | X, s_X' \rangle \langle X, s_X' | j_{h\nu}(0) | p, s_h \rangle \quad (1.15)$$

Alors, la section efficace élémentaire de diffusion profondément inélastique inclusive s'écrit simplement comme le produit des tenseurs leptonique et hadronique :

$$d\sigma = \frac{e^4}{Q^4} \int \frac{(4\pi)}{(2E)(2M)} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}(p, q)_{s_h, s_h'} \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 (2E')} \quad (1.16)$$

L'élément différentiel  $d^3k'$  peut s'écrire sous la forme :

$$d^3k' = k'^2 dk' d\Omega \quad (1.17)$$

où  $d\Omega$  représente l'angle solide élémentaire autour du vecteur  $\mathbf{k}'$  dans le laboratoire. La section efficace doublement différentielle s'écrit donc :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{e^4}{16\pi^2 Q^4} \frac{E'}{ME} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}(p, q)_{s_h, s_h'} \quad (1.18)$$

Elle s'exprime également en fonction des éléments différentiels  $dx$ ,  $dy$  et  $d\phi$  :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{1}{\partial(x, y) / \partial(E', \cos\theta)} \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \quad (1.19)$$

où le Jacobien vaut :

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(E', \cos\theta)} = \begin{vmatrix} \partial x / \partial E' & \partial x / \partial \cos\theta \\ \partial y / \partial E' & \partial y / \partial \cos\theta \end{vmatrix} = \frac{E'}{Mv} \quad (1.20)$$

puisque

$$x = Q^2 / 2Mv = 2EE'(1 - \cos\theta) / 2Mv \quad (1.21)$$

$$y = (E - E') / E \quad (1.22)$$

d'où l'expression couramment rencontrée :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 y}{16\pi^2 Q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}(p, q)_{s_h, s_h} \quad (1.23)$$

## 1.2.1 Expression du tenseur leptonique

A cause du caractère ponctuel des leptons, le tenseur leptonique est entièrement connu et calculable en suivant les lois de l'électrodynamique quantique ; il s'écrit :

$$L^{\mu\nu} = \sum_{s_l'} \bar{u}(k', s_l') \gamma^\nu u(k, s_l) \bar{u}(k, s_l) \gamma^\mu u(k', s_l') \quad (1.24)$$

où les quantités  $u$  désignent les spineurs de Dirac (4×1) et les quantités  $\gamma$  les matrices gamma (4×4) [GRIFFITHS1]. Les spineurs du lepton polarisé incident de masse  $m$  vérifient la relation :

$$u(k, s_l) \bar{u}(k, s_l) = \frac{1}{2} (\not{k} + m) (1 + \gamma^5 \frac{\not{s}_l}{m}) \quad (1.25)$$

où :

$$\not{k} = \gamma_\nu k^\nu \quad (1.26)$$

$$\not{s}_l = \gamma_\nu s_l^\nu \quad (1.27)$$

et le quadrivecteur polarisation du lepton est défini dans un référentiel de Lorentz quelconque par la relation :

$$2s_l^\mu = \bar{u}(k, s_l) \gamma^\mu \gamma^5 u(k, s_l) \quad (1.28)$$

où les spineurs sont normalisés à  $2m$  dans le référentiel propre du lepton. Pour ne pas faire apparaître la masse  $m$  du lepton dans la section efficace de diffusion, le vecteur  $s_l$  a la dimension d'une masse et le quadrivecteur  $s_l$  correspondant s'écrit dans le référentiel propre du lepton :

$$s_l = (0, \vec{s}_l = m\hat{z}) \quad (1.29)$$

en supposant que le spin du lepton dans ce référentiel est orienté dans la direction Oz. La matrice  $\gamma^5$  est donnée par la relation :

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (1.30)$$

L'opérateur matriciel  $(1 \pm \gamma^5)/2$  projette le lepton incident dans ses deux états d'hélicité. Les spineurs de l'état final, quant à eux, vérifient la relation :

$$\sum_{s_l'} u(k', s_l') \bar{u}(k', s_l') = (\not{k}' + m) \quad (1.31)$$

En introduisant les indices de sommation muets  $a, b, c$  et  $d$ , apparaissant dans les produits matriciels de l'expression du tenseur leptonique :

$$L^{\mu\nu} = \sum_{s_l'} \bar{u}_a(k', s_l') \gamma_{ab}^\nu u_b(k, s_l) \bar{u}_c(k, s_l) \gamma_{cd}^\mu u_d(k', s_l') \quad (1.32)$$

et en réorganisant les différentes composantes des spineurs et des matrices, il vient :

$$L^{\mu\nu} = \sum_{s_l'} u_d(k', s_l') \bar{u}_a(k', s_l') \gamma_{ab}^\nu u_b(k, s_l) \bar{u}_c(k, s_l) \gamma_{cd}^\mu \quad (1.33)$$

s'écrivant alors :



$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (k'+m)_{da} \gamma^{\nu}_{ab} [(k+m)(1 + \gamma^5 \not{s}_l / m)]_{bc} \gamma^{\mu}_{cd} \quad (1.34)$$

c'est-à-dire comme la trace d'un produit matriciel :

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} Tr \{ (k'+m) \gamma^{\nu} (k+m) (1 + \gamma^5 \not{s}_l / m) \gamma^{\mu} \} \quad (1.35)$$

En développant cette expression et en utilisant les propriétés des matrices gamma [GRIFFITHS1], [HALZEN], [PICARD], en particulier :

$$Tr(k' \gamma^{\nu} k \gamma^{\mu}) = 4(k^{\nu} k^{\mu} + k^{\nu} k'^{\mu} - k k' g^{\nu\mu}) \quad (1.36)$$

$$Tr(\gamma^{\nu} \gamma^{\mu}) = 4g^{\nu\mu} \quad (1.37)$$

$$Tr(\gamma^5 \not{s}_l \gamma^{\mu} k' \gamma^{\nu}) = 4i \varepsilon^{\beta\mu\alpha\nu} s_{l\beta} k'_{\alpha} \quad (1.38)$$

où  $\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$  est le tenseur complètement antisymétrique de Levy-Civita, et sachant que la trace d'un nombre impair de matrices  $\gamma$  est nulle, l'expression du tenseur leptonique s'écrit finalement :

$$L^{\mu\nu} = 2(k^{\mu} k^{\nu} + k^{\nu} k'^{\mu} - g^{\mu\nu} k k' - i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{\alpha} s_{l\beta}) \quad (1.39)$$

Ce tenseur comporte une partie non polarisée symétrique sous l'échange des indices tensoriels  $\mu$  et  $\nu$  et une partie antisymétrique sous cet échange, dépendant de la polarisation du lepton.

## 1.2.2 Expression du tenseur hadronique

Le tenseur hadronique contient toute l'information sur la structure interne du nucléon qu'il est possible d'extraire par diffusion profondément inélastique inclusive. Son expression n'est pas calculable à l'aide de la chromodynamique quantique à l'heure actuelle ; cependant, sa forme générale doit satisfaire plusieurs principes de symétrie [MANOHAR] :

- Invariance sous parité de l'interaction forte
- Invariance sous renversement du temps
- Hermiticité des courants hadroniques et de la matrice densité contenant l'information sur les états de spin initial et final de la cible
- Antisymétrie du commutateur dans l'expression du tenseur hadronique et invariance en translation
- Conservation du courant hadronique au vertex photon virtuel/nucléon sondé

La forme générale du tenseur hadronique pour des cibles nucléaires de spin 1/2 s'écrit alors, après une algèbre fastidieuse, en fonction des quadrivecteurs impulsion  $p$  de la cible,  $q$  du photon virtuel, du quadrivecteur polarisation  $s_h$  de la cible hadronique, et des tenseurs de Minkowski et de Levy-Civita :

$$W_{\mu\nu} = (-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{q^2}) F_1 + \frac{1}{pq} (p_{\mu} - \frac{pq q_{\mu}}{q^2}) (p_{\nu} - \frac{pq q_{\nu}}{q^2}) F_2 \quad (1.40)$$

$$+ \frac{i}{pq} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^{\lambda} s_h^{\sigma} g_1 + \frac{i}{(pq)^2} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^{\lambda} (pq s_h^{\sigma} - s_h q p^{\sigma}) g_2$$

Les termes sans dimension  $F_1, F_2$  sont les fonctions de structure non polarisées du nucléon et apparaissent dans la partie symétrique du tenseur sous l'échange des indices tensoriels  $\mu$  et  $\nu$ . Les termes  $g_1$  et  $g_2$  sont les fonctions de structure polarisées du nucléon et apparaissent dans sa partie antisymétrique. Ces quatre fonctions contiennent toute l'information accessible sur la structure non polarisée et polarisée du nucléon et ne dépendent que des invariants  $p^2 = M^2, pq$  et  $q^2$ . Par convention, elles sont écrites en fonction de deux variables, soit du couple  $(\nu, Q^2)$ , soit du

couple  $(x, Q^2)$ . Dans la littérature, les fonctions non polarisées  $W_1$ ,  $W_2$  et les fonctions polarisées  $G_1$  et  $G_2$  sont parfois utilisées :

$$F_1(x, Q^2) = MW_1(x, Q^2) \quad (1.41)$$

$$F_2(x, Q^2) = \nu W_2(x, Q^2) \quad (1.42)$$

$$g_1(x, Q^2) = M^2 \nu G_1(x, Q^2) \quad (1.43)$$

$$g_2(x, Q^2) = M \nu^2 G_2(x, Q^2) \quad (1.44)$$

### 1.2.3 Contraction des tenseurs

L'expression de la section efficace différentielle de diffusion profondément inélastique s'obtient par contraction des tenseurs leptonique et hadronique :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 y}{16\pi^2 Q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (1.45)$$

Avant contraction, l'expression du tenseur hadronique peut être simplifiée en tenant compte de la conservation du courant leptonique au vertex lepton/photon virtuel :

$$q_\mu L^{\mu\nu} = q_\nu L^{\mu\nu} = 0 \quad (1.46)$$

alors tous les termes en  $q_\mu$  et  $q_\nu$  contenus dans l'expression de  $W_{\mu\nu}$  peuvent être omis :

$$W_{\mu\nu} = (-g_{\mu\nu})F_1 + \frac{1}{pq}(p_\mu p_\nu)F_2 + \frac{i}{pq}\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^\lambda s_h^\sigma g_1 + \frac{i}{(pq)^2}\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^\lambda (pqs_h^\sigma - s_h qp^\sigma)g_2 \quad (1.47)$$

et :

$$L^{\mu\nu} = 2(k^\mu k^\nu + k^\nu k^\mu - g^{\mu\nu}kk' - i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}q_\alpha s_{l\beta}) \quad (1.48)$$

Le détail des calculs est présenté dans l'**Annexe 1** de ce manuscrit. En introduisant le terme  $\gamma$  dont le carré est défini par :

$$\gamma^2 = Q^2 / \nu^2 = 2Mx/\nu \quad (1.49)$$

la section efficace différentielle s'écrit finalement :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 ME}{4\pi^2 Q^4} \left\{ (xy^2)F_1 + (1-y-\gamma^2 y^2/4)F_2 + \left[ 2xy^2 \frac{s_h s_l}{pq} + y^2 \frac{qs_l}{pq} \frac{qs_h}{pq} \right] g_1 + \left[ 2xy^2 \frac{s_h s_l}{pq} - 2xy^2 \frac{(qs_h)(ps_l)}{(pq)(pq)} \right] g_2 \right\} \quad (1.50)$$

### 1.2.4 Expression de la section efficace

- **Section efficace de diffusion lorsque le spin de la cible a la même direction que le spin du lepton incident**

Nous considérons le cas où le lepton incident est polarisé longitudinalement le long de l'axe  $z$ , axe du faisceau, et où le nucléon cible est lui aussi polarisé longitudinalement le long de cet axe ; nous définissons leur quadrivecteur polarisation par :

$$s_l = H_l k \quad (1.51)$$

$$s_h = (0, 0, 0, MH_h) \quad (1.52)$$

où  $H_l$  et  $H_h$  représentent respectivement l'hélicité du lepton incident et celle du nucléon cible, pouvant prendre les valeurs  $\pm 1$ . Après simplification, la section efficace différentielle s'écrit :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 ME}{4\pi^2 Q^4} \left\{ (xy^2)F_1 + (1-y-\gamma^2 y^2/4)F_2 \right. \\ \left. + [xyH_l H_h (-2+y+\gamma^2 y^2/2)]g_1 + [xy^2\gamma^2 H_l H_h]g_2 \right\} \quad (1.53)$$

- **Section efficace de diffusion lorsque la direction du spin de la cible est perpendiculaire à la direction du spin du lepton incident**

Le lepton incident est toujours polarisé longitudinalement suivant l'axe du faisceau, mais cette fois-ci le spin du nucléon cible est orienté, par exemple, suivant l'axe  $Ox$ , perpendiculaire à l'axe du faisceau :

$$s_h = (0, MH_h, 0, 0) \quad (1.54)$$

Après simplification, la section efficace différentielle s'écrit :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 ME}{4\pi^2 Q^4} \left\{ (xy^2)F_1 + (1-y-\gamma^2 y^2/4)F_2 \right. \\ \left. + [2x^2 y H_l H_h (M/Q)\sqrt{1-y-\gamma^2 y^2/4} \cos\phi][yg_1 + 2g_2] \right\} \quad (1.55)$$

- **Cas général**

Dans le cas général où le spin du lepton incident et le spin du nucléon cible ont des orientations quelconques, l'expression de la section efficace différentielle s'écrit [WINDMOLDERS] :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 ME}{4\pi^2 Q^4} \left\{ (xy^2)F_1 + (1-y-\gamma^2 y^2/4)F_2 \right. \\ \left. + [xyH_l H_h (-2+y+\gamma^2 y^2/2)\cos\alpha]g_1 + [xy^2\gamma^2 H_l H_h \cos\alpha]g_2 \right. \\ \left. + 2x^2 y H_l H_h (M/Q)\sqrt{1-y-\gamma^2 y^2/4} \sin\alpha \cos\phi [yg_1 + 2g_2] \right\} \quad (1.56)$$

où les quadrivecteurs polarisation sont définis par :

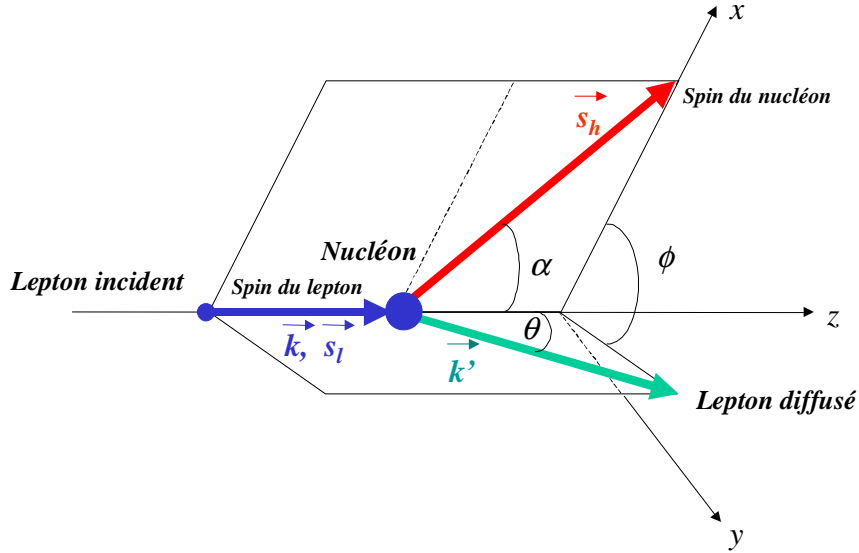
$$s_l = H_l (E, 0, 0, E) \quad (1.57)$$

$$s_h = MH_h (0, \sin\alpha, 0, \cos\alpha) \quad (1.58)$$

Les différents angles mis en jeu sont représentés sur la **Figure 1.2**.

Ainsi, l'expression de la section efficace nous montre qu'il est nécessaire d'utiliser simultanément un faisceau de leptons polarisé et une cible polarisée pour mesurer les fonctions de structure polarisées  $g_1$  et  $g_2$ .

Ces fonctions de structure peuvent être obtenues à partir des mesures de la section efficace absolue de la réaction, en soustrayant la contribution des termes contenant les fonctions de structure non polarisées  $F_1$  et  $F_2$ . Des mesures de sections efficaces absolues requièrent une parfaite connaissance de l'appareillage utilisé, en particulier de toutes les efficacités de détection et de tous les facteurs d'acceptance reliant les nombres de leptons diffusés à la section efficace du processus. Les expérimentateurs préfèrent accéder aux fonctions de structure polarisées par des mesures d'asymétries de section efficace, dans lesquelles la plupart des facteurs d'efficacité et d'acceptance s'éliminent.



**Figure 1.2 :** définition des différents angles mis en jeu dans l'expression de la section efficace différentielle généralisée à des orientations de spin quelconques.

## 1.3 Asymétries de sections efficaces

### 1.3.1 Asymétries de sections efficaces lepton/nucléon

Les asymétries en spin longitudinale et transverse donnent accès aux fonctions de structure polarisées  $g_1$  et  $g_2$  du nucléon.

- l'asymétrie longitudinale, encore appelée asymétrie parallèle  $A_{PAR}$ , est définie comme l'asymétrie de section efficace obtenue lorsque le spin du lepton incident est orienté antiparallèlement et parallèlement au sens de propagation du faisceau, l'orientation du spin de la cible étant maintenue dans le sens et dans la direction de propagation du faisceau.
- l'asymétrie transverse, encore appelée asymétrie perpendiculaire  $A_{PERP}$ , est définie comme l'asymétrie de section efficace obtenue lorsque le spin du lepton incident est orienté antiparallèlement et parallèlement au sens de propagation du faisceau et lorsque le spin de la cible est maintenu dans une direction perpendiculaire à l'axe de propagation du faisceau.

Elles s'écrivent par convention :

$$A_{PAR} = \frac{\frac{d^3\sigma^{\downarrow\uparrow}}{dx dy d\phi} - \frac{d^3\sigma^{\uparrow\uparrow}}{dx dy d\phi}}{\frac{d^3\sigma^{\downarrow\uparrow}}{dx dy d\phi} + \frac{d^3\sigma^{\uparrow\uparrow}}{dx dy d\phi}} \quad \text{et} \quad A_{PERP} = \frac{\frac{d^3\sigma^{\downarrow\Rightarrow}}{dx dy d\phi} - \frac{d^3\sigma^{\uparrow\Rightarrow}}{dx dy d\phi}}{\frac{d^3\sigma^{\downarrow\Rightarrow}}{dx dy d\phi} + \frac{d^3\sigma^{\uparrow\Rightarrow}}{dx dy d\phi}} \quad (1.59)$$

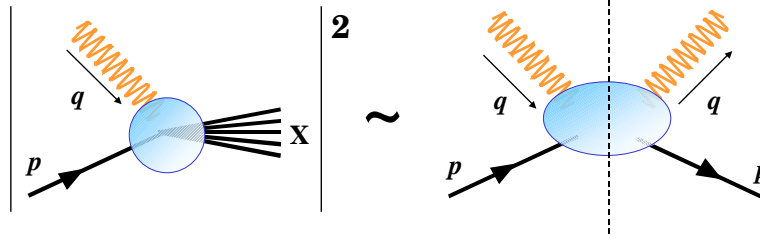
où les symboles  $\downarrow\uparrow$  représentent les deux orientations longitudinales du lepton incident et les symboles  $\uparrow\Rightarrow$  représentent respectivement l'orientation longitudinale et l'orientation transverse du spin du nucléon. Ces asymétries s'écrivent alors à partir des fonctions de structure sous la forme :

$$A_{PAR} = xy \frac{(2-y-\gamma^2 y^2/2)g_1 - (y\gamma^2)g_2}{(xy^2)F_1 + (1-y-\gamma^2 y^2/4)F_2} \quad (1.60)$$

$$A_{PERP} = -\frac{2x^2 y(M/Q)\sqrt{1-y-\gamma^2 y^2/4} \cos\phi(yg_1 + 2g_2)}{(xy^2)F_1 + (1-y-\gamma^2 y^2/4)F_2} \quad (1.61)$$

### 1.3.2 Asymétries de sections efficaces photon/ nucléon

Le lepton incident n'est là que pour créer la sonde permettant de sonder le nucléon : le photon virtuel, ensuite absorbé par le nucléon. La section efficace d'absorption de photons virtuels par le nucléon en diffusion profondément inélastique est liée par le théorème optique à la section efficace de diffusion Compton virtuelle vers l'avant :



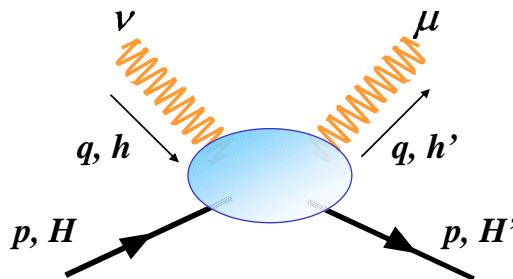
**Figure 1.3 :** illustration du théorème optique : la section efficace d'absorption  $\gamma^* + p \rightarrow X$  est proportionnelle à la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion Compton virtuelle vers l'avant, où le photon virtuel incident conserve son quadrivecteur impulsion  $q$  au cours de la diffusion. La variable de Mandelstam du processus  $t = (q - q)^2$  est nulle.

Les fonctions de structure  $g_1$  et  $g_2$  peuvent alors s'interpréter simplement à partir des asymétries en spin de diffusion Compton virtuelle vers l'avant.

L'amplitude de diffusion Compton virtuelle vers l'avant (cf. **Figure 1.4**) se calcule à partir du produit tensoriel du quadrivecteur polarisation  $\varepsilon_h$  du photon virtuel incident, du quadrivecteur polarisation  $\varepsilon_{h'}$  du photon virtuel diffusé et du tenseur hadronique  $T_{\mu\nu}$  :

$$A(h, H; h', H') = \varepsilon_h^{\mu*} \varepsilon_{h'}^\nu T_{\mu\nu} \quad (1.62)$$

où  $h$  et  $h'$  représentent la composante suivant l'axe de propagation du photon virtuel du spin initial et du spin final du photon virtuel pouvant prendre les valeurs 1, 0 et  $-1$ , et  $H$  et  $H'$  les composantes du spin du nucléon suivant ce même axe, pouvant prendre les valeurs  $+1/2$  et  $-1/2$ .



**Figure 1.4 :** diagramme de diffusion Compton virtuelle vers l'avant.

Le tenseur hadronique  $T_{\mu\nu}$  possède les mêmes propriétés de symétrie que le tenseur  $W_{\mu\nu}$  et peut s'écrire de la même façon :

$$T_{\mu\nu} = (-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) \tilde{F}_1 + \frac{1}{pq} (p_\mu - \frac{pq q_\mu}{q^2}) (p_\nu - \frac{pq q_\nu}{q^2}) \tilde{F}_2 + \frac{i}{pq} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda s_h^\sigma \tilde{g}_1 + \frac{i}{(pq)^2} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (p q s_h^\sigma - s_h q p^\sigma) \tilde{g}_2 \quad (1.63)$$

où la notation  $\sim$  permet de distinguer les fonctions de structure de  $T_{\mu\nu}$  de celles de  $W_{\mu\nu}$ . Le formalisme utilisé pour calculer les composantes des quadrivecteurs de polarisation du photon virtuel est celui de la référence [BUDNEV] :

$$\varepsilon_{+1}^\mu = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,i,0) \quad (\text{photon de polarisation dite "transverse"}) \quad (1.64)$$

$$\varepsilon_{-1}^\mu = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,-i,0) \quad (\text{photon de polarisation dite "transverse"}) \quad (1.65)$$

$$\varepsilon_0^\mu = -\frac{1}{Q}(q^3,0,0,q^0) \quad (\text{photon de polarisation dite "longitudinale"}) \quad (1.66)$$

où le quadrimoment du photon virtuel s'écrit :

$$q = (v,0,0,\sqrt{v^2 - q^2}) \quad (1.67)$$

La **Table 1.1** montre les dix amplitudes du processus vérifiant la conservation du moment angulaire total suivant l'axe Oz.

$h$	$H$	$J_z$	$h'$	$H'$	$A$
1	1/2	3/2	1	1/2	$A(1,1/2; 1,1/2)$
1	-1/2	1/2	1	-1/2	$A(1,-1/2; 1,-1/2)$
1	-1/2	1/2	0	1/2	$A(1,-1/2; 0,1/2)$
0	1/2	1/2	1	-1/2	$A(0,1/2; 1,-1/2)$
0	1/2	1/2	0	1/2	$A(0,1/2; 0,1/2)$
0	-1/2	-1/2	0	-1/2	$A(0,-1/2; 0,-1/2)$
0	-1/2	-1/2	-1	1/2	$A(0,-1/2; -1,1/2)$
-1	1/2	-1/2	0	-1/2	$A(-1,1/2; 0,-1/2)$
-1	1/2	-1/2	-1	1/2	$A(-1,1/2; -1,1/2)$
-1	-1/2	-3/2	-1	-1/2	$A(-1,-1/2; -1,-1/2)$

**Table 1.1** : liste des dix amplitudes vérifiant la conservation du moment angulaire total.

En tenant compte de l'invariance sous parité :

$$A(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = A(-\alpha, -\beta, -\gamma, -\delta) \quad (1.68)$$

et de l'invariance sous renversement du temps :

$$A(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = A(\gamma, \delta, \alpha, \beta) \quad (1.69)$$

seules quatre amplitudes suffisent pour décrire complètement le processus, par exemple :

$$A(1,1/2; 1,1/2), A(1,-1/2; 1,-1/2), A(0,1/2; 0,1/2) \text{ et } A(1,-1/2; 0,1/2)$$

Le tenseur hadronique  $T_{\mu\nu}$  dépend du quadrivecteur polarisation de la cible, défini par :

$$s = (0, \vec{s}) = (0, M \vec{u}_H, \vec{p} u_H) \quad (1.70)$$

avec :

$$u_{+1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } u_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.71)$$

et où les matrices de Pauli ont pour expression :

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

Une algèbre triviale mais fastidieuse conduit au résultat :

$$A(1,1/2;1,1/2) = \tilde{F}_1 - \tilde{g}_1 + \gamma^2 \tilde{g}_2 \quad (1.73)$$

$$A(1,-1/2;1,-1/2) = \tilde{F}_1 + \tilde{g}_1 - \gamma^2 \tilde{g}_2 \quad (1.74)$$

$$A(0,1/2;0,1/2) = -\tilde{F}_1 + (1 + \gamma^2) \tilde{F}_2 / 2x \quad (1.75)$$

$$A(1,-1/2;0,1/2) = \sqrt{2} \gamma (\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2) \quad (1.76)$$

Les sections efficaces d'absorption  $\gamma^* + p \rightarrow X$  correspondantes, notées par la lettre  $\sigma$ , sont proportionnelles à chaque amplitude [HALZEN] :

$$\sigma_{3/2}^T = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} A(1,1/2;1,1/2) = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} (\tilde{F}_1 - \tilde{g}_1 + \gamma^2 \tilde{g}_2) \quad (1.77)$$

$$\sigma_{1/2}^T = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} A(1,-1/2;1,-1/2) = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} (\tilde{F}_1 + \tilde{g}_1 - \gamma^2 \tilde{g}_2) \quad (1.78)$$

$$\sigma_{1/2}^L = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} A(0,1/2;0,1/2) = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} (-\tilde{F}_1 + (1 + \gamma^2) \tilde{F}_2 / 2x) \quad (1.79)$$

$$\sigma_{3/2}^{TL} = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} A(1,-1/2;0,1/2) = \frac{4\pi^2 \alpha}{MK} (\sqrt{2} \gamma (\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2)) \quad (1.80)$$

où les exposants  $T$  et  $L$  représentent des sections efficaces respectivement transverse et longitudinale [LEADER] et où l'indice fractionnaire représente la composante suivant l'axe Oz du moment angulaire total.  $\alpha$  désigne la constante de structure fine et le facteur  $1/K$  représente le flux incident de photons virtuels défini arbitrairement suivant la convention de Hand :

$$K = \nu - \frac{Q^2}{2M} \quad (1.81)$$

de telle sorte que :

$$W^2 = M^2 + 2MK \quad (1.82)$$

comme dans le cas d'un flux de photons réels où  $K = \nu$  et  $Q^2 = 0$ . Trois sections efficaces sont couramment utilisées :

- la section efficace de photoabsorption transverse  $\sigma^T$  :

$$\sigma^T = (\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T) / 2 \quad (1.83)$$

- la section efficace de photoabsorption longitudinale  $\sigma^L$  :

$$\sigma^L = \sigma_{1/2}^L \quad (1.84)$$

- la section efficace d'interférence transverse longitudinale  $\sigma^{TL}$  :

$$\sigma^{TL} = \sigma_{3/2}^{TL} \quad (1.85)$$

et permettent de définir les asymétries  $A_1$  et  $A_2$  de diffusion vers l'avant du photon virtuel sur le nucléon :

- l'asymétrie en spin  $A_1$  d'absorption d'un photon polarisé transversalement sur une cible hadronique de spin 1/2 polarisée longitudinalement :

$$A_1 = \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{2\sigma^T} = \frac{\tilde{g}_1 - \gamma^2 \tilde{g}_2}{\tilde{F}_1} \quad (1.86)$$

- l'asymétrie  $A_2$ , rapport de la section efficace d'interférence transverse-longitudinale sur la section efficace transverse :

$$A_2 = \frac{\sigma^{TL}}{\sqrt{2}\sigma^T} = \gamma \frac{(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2)}{\tilde{F}_1} \quad (1.87)$$

ainsi que le rapport  $R$  des sections efficaces longitudinale et transverse :

$$R = \frac{\sigma^L}{\sigma^T} = \frac{(1+\gamma^2)}{2x} \frac{\tilde{F}_2}{\tilde{F}_1} - 1 \quad (1.88)$$

permettant de relier entre elles les fonctions de structure non polarisées :

$$\tilde{F}_1 = \frac{(1+\gamma^2)}{2x(1+R)} \tilde{F}_2 \quad (1.89)$$

$A_1$  vérifie l'inégalité :

$$|A_1| \leq 1 \quad (1.90)$$

et d'après l'inégalité de Schwarz [COHEN], [LEADER] :

$$|A_2| \leq \sqrt{R} \quad (1.91)$$

Le tenseur hadronique de la diffusion Compton virtuelle vers l'avant est défini par la relation intégrale :

$$T_{\mu\nu}(p, q) = i \int \langle p, s_h | \tau(j_\mu(z) j_\nu(0)) | p, s_h \rangle e^{iqz} d^4 z \quad (1.92)$$

où  $\tau$  représente le produit ordonné en temps défini par :

$$\tau(j_\mu(z) j_\nu(0)) = j_\mu(z) j_\nu(0) \theta(z_0) + j_\nu(0) j_\mu(z) \theta(-z_0) \quad (1.93)$$

$\theta$  étant la fonction échelon, dépendant de la coordonnée temporelle réelle  $z_0$  du quadrivecteur  $z$ , prenant la valeur 0 pour  $z_0 < 0$  et la valeur 1 dans le cas contraire.

L'expression de  $T_{\mu\nu}$  peut être comparée à celle du tenseur hadronique  $W_{\mu\nu}$  :

$$W_{\mu\nu}(p, q) = \frac{1}{4\pi} \int \langle p, s_h | [j_\mu(z), j_\nu(0)] | p, s_h \rangle e^{iqz} d^4 z \quad (1.94)$$

Il est possible de relier la partie imaginaire du tenseur  $T_{\mu\nu}$  au tenseur  $W_{\mu\nu}$ . Pour cela, calculons l'expression de  $W_{\mu\nu}$  en introduisant la relation de fermeture sur les états hadroniques finals non détectés,

$$\sum_{X, s_X} |X, s_X\rangle \langle X, s_X| = Id \quad (1.95)$$

puis la relation d'invariance en translation du courant  $j$ , en intégrant sur l'espace  $d^3x$  puis sur le temps, où la convergence des intégrales divergentes est assurée à l'aide des relations :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_0^{+\infty} e^{i(q_0 + p_0 - p_{X0} + i\varepsilon)z_0} dz_0 = \frac{i}{q_0 + p_0 - p_{X0} + i\varepsilon} \quad (1.96)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{-\infty}^0 e^{i(q_0 - p_0 + p_{X0} - i\varepsilon)z_0} dz_0 = \frac{-i}{q_0 - p_0 + p_{X0} - i\varepsilon} \quad (1.97)$$



Alors, sachant que pour un réel  $r$  [MUTA] :

$$\text{Im}_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{r + i\varepsilon} = -i\pi\delta(r) \quad (1.98)$$

la partie imaginaire de  $T_{\mu\nu}$  s'exprime en fonction de  $W_{\mu\nu}$  :

$$\text{Im}(T_{\mu\nu}) = 2\pi W_{\mu\nu} \quad (1.99)$$

C'est le théorème optique.

Alors, nous pouvons relier les fonctions de structure du tenseur  $T_{\mu\nu}$  à celles du tenseur  $W_{\mu\nu}$  :

$$F_1 = \text{Im} \tilde{F}_1 / 2\pi \quad (1.100)$$

$$F_2 = \text{Im} \tilde{F}_2 / 2\pi \quad (1.101)$$

$$g_1 = \text{Im} \tilde{g}_1 / 2\pi \quad (1.102)$$

$$g_2 = \text{Im} \tilde{g}_2 / 2\pi \quad (1.103)$$

Les fonctions de structure  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $g_1$  et  $g_2$  s'interprètent ainsi à partir des asymétries photon virtuel / nucléon :

$$F_1 = \frac{(1 + \gamma^2)F_2}{2x(1 + R)} \quad (1.104)$$

$$g_1 = \frac{F_1}{1 + \gamma^2} (A_1 + \gamma A_2) = \frac{F_2}{2x(1 + R)} (A_1 + \gamma A_2) \quad (1.105)$$

$$g_2 = \frac{F_1}{1 + \gamma^2} \left( \frac{A_2}{\gamma} - A_1 \right) = \frac{F_2}{2x(1 + R)} \left( \frac{A_2}{\gamma} - A_1 \right) \quad (1.106)$$

Nous avons établi les expressions des asymétries parallèle et perpendiculaire sous la forme :

$$A_{PAR} = xy \frac{(2 - y - \gamma^2 y^2 / 2)g_1 - (y\gamma^2)g_2}{(xy^2)F_1 + (1 - y - \gamma^2 y^2 / 4)F_2} \quad (1.107)$$

$$A_{PERP} = - \frac{2x^2 y (M / Q) \sqrt{1 - y - \gamma^2 y^2 / 4} \cos \phi (y g_1 + 2 g_2)}{(xy^2)F_1 + (1 - y - \gamma^2 y^2 / 4)F_2} \quad (1.108)$$

Ces asymétries peuvent donc s'exprimer en fonction des asymétries  $A_1$  et  $A_2$ . Il vient :

$$A_{PAR} = D(A_1 + \eta A_2) \quad (1.109)$$

$$A_{PERP} = d(A_2 - \zeta A_1) \quad (1.110)$$

et réciproquement, la mesure expérimentale des asymétries  $A_{PAR}$  et  $A_{PERP}$  permet d'estimer  $A_1$  et  $A_2$  :

$$A_1 = \frac{1}{D(1 + \eta\zeta)} A_{PAR} - \frac{\eta}{d(1 + \eta\zeta)} A_{PERP} \quad (1.111)$$

$$A_2 = \frac{\zeta}{D(1 + \eta\zeta)} A_{PAR} + \frac{1}{d(1 + \eta\zeta)} A_{PERP} \quad (1.112)$$

où les facteurs cinématiques sont définis par les relations :

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + 2(1 + v^2 / Q^2) \tan^2(\theta / 2)} \quad (1.113)$$

$$D = \frac{y(2 - y)(1 + y\gamma^2 / 2)}{(1 + \gamma^2)[y^2 + (1 + R)(2 - 2y - y^2\gamma^2 / 2) / (1 + \gamma^2)]} = \frac{1 - \varepsilon E' / E}{1 + \varepsilon R} \quad (1.114)$$

$$d = D \frac{\sqrt{1-y-y^2\gamma^2/4}}{1-y/2} = D \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}} \quad (1.115)$$

$$\eta = \frac{2\gamma(1-y-y^2\gamma^2/4)}{(2-y)(1+y\gamma^2/2)} = \frac{\varepsilon\sqrt{Q^2}}{E-\varepsilon E'} \quad (1.116)$$

$$\zeta = \eta \frac{(1-y/2)^2}{1-y-y^2\gamma^2/4} = \eta \frac{1+\varepsilon}{2\varepsilon} \quad (1.117)$$

$$\gamma^2 = Q^2/v^2 = 2Mx/v \quad (1.118)$$

Le facteur  $\varepsilon$  représente le taux de polarisation linéaire du photon virtuel dans le plan transverse [FONVIEILLE]. Le facteur  $D$  porte le nom de facteur de dépolarisation ; il traduit le fait que l'orientation du spin des photons virtuels n'est pas nécessairement la même que celle du spin des leptons incidents et du nucléon cible.

Dans la limite où  $v$  tend vers l'infini,  $x$  étant fixée, le facteur  $\gamma$  tend vers 0 ; alors :

$$A_1 \approx \frac{1}{D} A_{PAR} \quad (1.119)$$

$$A_2 \approx \frac{1}{d} A_{PERP} \quad (1.120)$$

$$F_1 \approx \frac{F_2}{2x(1+R)} \quad (1.121)$$

$$g_1 \approx F_1 A_1 \approx \frac{F_2}{2x(1+R)} A_1 \quad (1.122)$$

$$g_2 \approx F_1 \frac{A_2}{\gamma} \approx \frac{F_2}{2x(1+R)} \frac{A_2}{\gamma} \quad (1.123)$$

## 1.4 Fonctions de structure polarisées

En introduisant le rapport  $R$ , les expressions des asymétries parallèle et perpendiculaire deviennent :

$$A_{PAR} = \frac{1-\varepsilon}{v(1+\varepsilon R)F_1} \left[ (E+E'\cos\theta)g_1 - \frac{Q^2}{v}g_2 \right] \quad (1.124)$$

$$A_{PERP} = \frac{1-\varepsilon}{v(1+\varepsilon R)F_1} E'\sin\theta \cos\phi \left[ g_1 + \frac{2E}{v}g_2 \right] \quad (1.125)$$

Ces deux relations permettent d'établir les relations utilisées par les expérimentateurs pour mesurer les fonctions de structure polarisées  $g_1$  et  $g_2$  directement à partir de la mesure des asymétries parallèle et perpendiculaire, en supposant la fonction de structure non polarisée  $F_1$  connue :

$$g_1 = \frac{F_1}{D'} (A_{PAR} + A_{PERP} \tan \frac{\theta}{2}) \quad (1.126)$$

$$g_2 = \frac{yF_1}{2D'\sin\theta} \left( \frac{E+E'\cos\theta}{E'} A_{PERP} - A_{PAR} \sin\theta \right) \quad (1.127)$$

où le facteur cinématique  $D'$  est défini par :

$$D' = \frac{(1-\varepsilon)(2-y)}{y(1+\varepsilon R)} \quad (1.128)$$

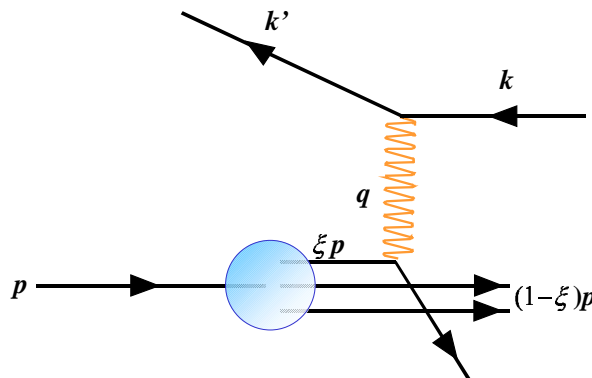
En nous basant sur l'algèbre des courants, nous venons donc d'introduire le formalisme de la diffusion profondément inélastique polarisée inclusive, permettant de définir les quatre fonctions de structure  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $g_1$  et  $g_2$ , qui renferment toute l'information sur la structure interne du nucléon. Ces fonctions de structure ne sont pas calculables à l'heure actuelle car la dynamique interne du nucléon est mal connue. Cependant, en choisissant un modèle suffisamment simple pour décrire la structure interne du nucléon, il est possible de les interpréter. Le premier modèle du nucléon a été proposé par Feynman.

## 2 Le modèle des partons

### 2.1 L'invariance d'échelle

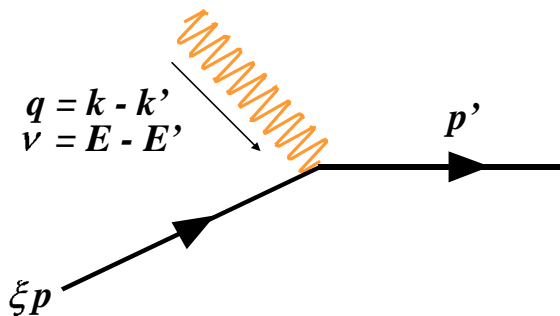
Le modèle des partons a été introduit par Feynman en 1969 [FEYNMAN]. Dans la limite de Bjorken où  $Q^2$  et  $\nu$  tendent vers l'infini,  $x$  étant fixé, il décrit le nucléon comme l'assemblage d'un petit nombre de constituants ponctuels faiblement liés les uns aux autres, portant le nom de partons, et permet de donner une interprétation physique simple aux fonctions de structure de diffusion profondément inélastique. Ces partons sont assimilés à l'heure actuelle aux quarks, aux antiquarks et aux autres particules neutres véhiculant l'interaction entre quarks et antiquarks. Par hypothèse, dans ce modèle, les partons n'interagissent pas entre eux par interaction forte. Un photon virtuel diffusant sur le nucléon peut éjecter un parton chargé hors du nucléon par interaction électromagnétique. Le quark éjecté échange alors de l'énergie et de l'impulsion avec le reste du nucléon et s'hadronise, si bien que les débris du nucléon se matérialisent en un jet hadronique. En termes de partons, la diffusion profondément inélastique lepton/nucléon s'interprète alors comme la somme incohérente de diffusions élastiques de photons virtuels sur des partons chargés libres (cf. **Figure 1.5**) :

$$|A(\gamma^* + N \rightarrow X)|^2 = \sum_{\text{partons}} |A(\gamma^* + \text{parton} \rightarrow X)|^2 \tag{1.129}$$



**Figure 1.5 :** illustration de la diffusion d'un lepton sur un parton portant la fraction  $\xi$  d'impulsion du nucléon. La section efficace du processus s'écrit comme la somme incohérente de diffusions élémentaires du lepton incident sur chaque parton chargé contenu dans le nucléon.

Le diagramme élémentaire de diffusion d'un photon virtuel de quadrivecteur impulsion  $q$  sur un parton chargé de quadrivecteur  $\xi p$ , où  $\xi$  représente la fraction d'impulsion du nucléon portée par le parton frappé par le photon virtuel est schématisé sur la **Figure 1.6**.



**Figure 1.6 :** diagramme de diffusion d'un photon virtuel sur un parton chargé.

L'expression du tenseur partonique  $W^{\mu\nu}$  peut s'obtenir à partir de celle du tenseur leptonique  $L^{\mu\nu}$  de diffusion profondément inélastique polarisée :

$$L^{\mu\nu} = 2(k^\mu k^\nu + k^\nu k^\mu - g^{\mu\nu} k k' - i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_\beta) \quad (1.130)$$

à condition de :

- remplacer le quadrivecteur impulsion  $k$  du lepton incident par celui du parton incident, noté  $\xi p$ .
- remplacer le quadrivecteur impulsion  $k'$  du lepton diffusé par celui du parton après diffusion, noté  $p'$ .
- remplacer le quadrivecteur polarisation  $s_i$  du lepton incident par celui du parton incident, noté  $s$ .
- changer le signe du quadrivecteur impulsion  $q$  du photon virtuel puisqu'il diffuse sur le parton.
- intégrer sur les trois composantes spatiales de l'impulsion du parton.
- introduire la carré de la charge fractionnaire  $e_i$  du parton de saveur  $i$ , intervenant dans l'expression de la section efficace.
- enfin, multiplier l'expression obtenue par  $1/\xi$  intervenant maintenant dans l'expression du flux de la diffusion (cf. **Formule (1.3)** ).

Alors :

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} e_i^2 \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E' \xi} (2\pi)^4 (\xi p^\mu p'^\nu + \xi p^\nu p'^\mu - g^{\mu\nu} \xi p p' + i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_\beta) \delta^4(\xi p + q - p') \quad (1.131)$$

L'intégration est effectuée à l'aide de la fonction échelon [HALZEN] :

$$\int \frac{d^3 p'}{2E'} \delta^4(\xi p + q - p') = \frac{1}{2pq} \delta(\xi + \frac{q^2}{2pq}) \quad (1.132)$$

ainsi :

$$W^{\mu\nu} = \frac{e_i^2}{2\xi pq} (\xi p^\mu p'^\nu + \xi p^\nu p'^\mu - g^{\mu\nu} \xi p p' + i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_\beta) \delta(\xi - x) \quad (1.133)$$

En choisissant le quadrivecteur polarisation du parton incident d'hélicité  $h$  :

$$s = h \xi p \quad (1.134)$$

en écrivant la loi de conservation de l'énergie-impulsion au vertex :

$$p' = \xi p + q \quad (1.135)$$

et en omettant tous les termes en  $q^\mu$  et  $q^\nu$  à cause de la conservation du courant partonique au vertex, il vient :

$$W^{\mu\nu} = \frac{e_i^2}{2\xi pq} (2\xi^2 p^\mu p^\nu - g^{\mu\nu} \xi p q + ih\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \xi q_\alpha p_\beta) \delta(\xi - x) \quad (1.136)$$

à comparer à l'expression du tenseur hadronique :

$$W_{\mu\nu} = (-g_{\mu\nu})F_1 + \frac{1}{pq} (p_\mu p_\nu)F_2 + \frac{i}{pq} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda s_h^\sigma g_1 + \frac{i}{(pq)^2} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h q p^\sigma) g_2 \quad (1.137)$$

Par identification des coordonnées covariantes et contravariantes, il vient pour un parton de saveur  $i$  :

$$F_1^i(\xi) = (e_i^2 / 2) \delta(\xi - x) = (e_i^2 / 2\xi) \delta(1 - x/\xi) \quad (1.138)$$

$$F_2^i(\xi) = e_i^2 \xi \delta(\xi - x) = e_i^2 \delta(1 - x/\xi) \quad (1.139)$$

$$g_1^i(\xi) = hH(e_i^2 / 2) \delta(\xi - x) = hH(e_i^2 / 2\xi) \delta(1 - x/\xi) \quad (1.140)$$

$$g_2^i = 0 \quad (1.141)$$

où nous avons choisi le quadrivecteur polarisation de la cible hadronique  $s_h$  égal à  $Hp$ ,  $H$  étant son hélicité.

En tenant compte de toutes les saveurs  $i$  de quarks et d'antiquarks présents dans le nucléon, ces quatre fonctions de structure s'écrivent :

$$F_1(x) = \sum_i \int_{\xi=0}^1 F_1^i(\xi) [q_{i,+}(\xi) + q_{i,-}(\xi) + \bar{q}_{i,+}(\xi) + \bar{q}_{i,-}(\xi)] d\xi \quad (1.142)$$

$$F_2(x) = \sum_i \int_{\xi=0}^1 F_2^i(\xi) [q_{i,+}(\xi) + q_{i,-}(\xi) + \bar{q}_{i,+}(\xi) + \bar{q}_{i,-}(\xi)] d\xi \quad (1.143)$$

$$g_1(x) = \sum_i \int_{\xi=0}^1 F_1^i(\xi) [q_{i,+}(\xi) - q_{i,-}(\xi) + \bar{q}_{i,+}(\xi) - \bar{q}_{i,-}(\xi)] d\xi \quad (1.144)$$

$$g_2(x) = 0 \quad (1.145)$$

où  $q_{i,+}(\xi)$  représente la densité de probabilité qu'un quark de saveur  $i$  dont l'hélicité est la même que celle du nucléon, porte la fraction  $\xi$  de l'impulsion du nucléon qui le contient et  $q_{i,-}(\xi)$  représente la densité de probabilité qu'un quark de saveur  $i$  dont l'hélicité est opposée à celle du nucléon, porte la fraction  $\xi$  de l'impulsion du nucléon. Les densités de probabilité surmontées d'un trait horizontal sont relatives aux antiquarks. Les densités de probabilité de gluons n'apparaissent pas car ces derniers sont électriquement neutres. Il vient donc :

$$F_1(x) = \sum_i \frac{e_i^2}{2} [q_{i,+}(x) + q_{i,-}(x) + \bar{q}_{i,+}(x) + \bar{q}_{i,-}(x)] \quad (1.146)$$

$$F_2(x) = \sum_i e_i^2 x [q_{i,+}(x) + q_{i,-}(x) + \bar{q}_{i,+}(x) + \bar{q}_{i,-}(x)] \quad (1.147)$$

$$g_1(x) = \sum_i \frac{e_i^2}{2} [q_{i,+}(x) - q_{i,-}(x) + \bar{q}_{i,+}(x) - \bar{q}_{i,-}(x)] \quad (1.148)$$

$$g_2(x) = 0 \quad (1.149)$$

Ainsi, les fonctions de structure  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $g_1$  et  $g_2$  ne dépendent que de la variable sans dimension  $x$ , portant le nom de variable de Bjorken, qui représente la fraction d'impulsion du nucléon portée par le parton sur lequel diffuse le photon virtuel. Elles ne dépendent pas du quadransfert carré  $Q^2$  : c'est l'invariance d'échelle du modèle des partons.

La notation généralement adoptée est la suivante :

$$q_i(x) = q_{i,+}(x) + q_{i,-}(x) \quad (1.150)$$

$$\delta q_i(x) = q_{i,+}(x) - q_{i,-}(x) \quad (1.151)$$

où :

$$|\delta q_i(x)| \leq q_i(x) \quad (1.152)$$

La fonction  $q_i(x)$  est la densité de probabilité non polarisée des quarks de saveurs  $i$  et  $\delta q_i(x)$  est la densité de probabilité polarisée des quarks de saveurs  $i$ . Précisons qu'en sommant sur tous les partons contenus dans le nucléon, il vient :

$$\sum_{i=1}^{n \text{ partons}} \int_{x=0}^1 x f_i(x) dx = 1 \quad (1.153)$$

où nous avons introduit les densités de probabilité  $f_i$  de chaque parton  $i$ , qu'il s'agisse de quarks ou d'antiquark  $u, d, s, \dots$  ou de gluons. Ces densités sont encore appelées distributions partoniques polarisées et non polarisées. Alors :

$$F_1(x) = \sum_i \frac{e_i^2}{2} [q_i(x) + \bar{q}_i(x)] \quad (1.154)$$

$$F_2(x) = \sum_i e_i^2 x [q_i(x) + \bar{q}_i(x)] \quad (1.155)$$

$$g_1(x) = \sum_i \frac{e_i^2}{2} [\delta q_i(x) + \delta \bar{q}_i(x)] \quad (1.156)$$

$$g_2(x) = 0 \quad (1.157)$$

La fonction de structure  $g_2$  est nulle dans le modèle des partons, car les masses des quarks et leur impulsion transverse sont négligées.

Les fonctions  $F_1$  et  $F_2$  satisfont la relation de Callan-Gross :

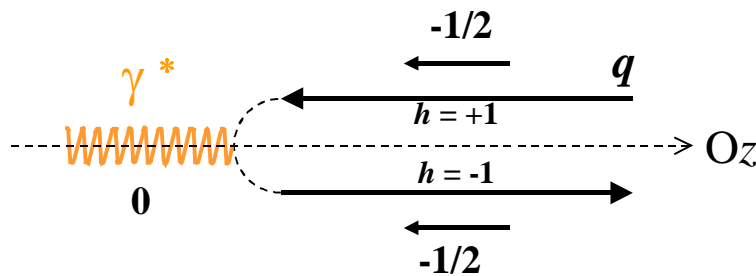
$$F_2(x) = 2xF_1(x) \quad (1.158)$$

ou encore, d'après (1.104) :

$$R(x) = \frac{\sigma^L}{\sigma^T} = 0 \quad (1.159)$$

Cette valeur du rapport  $R$  est reliée à la nature fermionique des partons chargés sensibles au photon virtuel :

- si les partons chargés étaient des bosons, de spin 0, ils ne pourraient pas absorber de photons de polarisation transverse, de projection de spin  $\pm 1$ , à cause de la conservation du moment angulaire de spin total au vertex photon virtuel-parton ; dans ce cas, la section efficace d'absorption transverse  $\sigma_T$  serait nulle et le rapport  $R$  divergerait. Ce résultat est incompatible avec les mesures expérimentales qui donne une valeur finie à  $R$  (par exemple, expérience SLAC-E140 [WHITLOW]).
- si les partons chargés sont des fermions, de spin 1/2, leur hélicité étant conservée par interaction électromagnétique à haute énergie, ils ne peuvent absorber de photons de polarisation longitudinale. Dans ce cas, la section efficace d'absorption longitudinale  $\sigma_L$  doit être nulle, entraînant  $R = 0$  (cf. Figure 1.7).



**Figure 1.7 :** l'absorption de photons de polarisation longitudinale par des fermions en tenant compte de la conservation de la projection totale de spin au vertex viole le principe de conservation de l'hélicité à haute énergie. La figure est représentée dans le repère de Breit [GREINER1].

Pour les trois saveurs légères de quarks  $u, d$  et  $s$ , il faut distinguer dans le proton les quarks de valence (indice  $v$ ) et les quarks de la mer (indice  $m$ ) ; alors :

$$u(x) = u_v(x) + u_m(x) = u_v(x) + \bar{u}_m(x) = u_v(x) + \bar{u}(x) \quad (1.160)$$

$$d(x) = d_v(x) + d_m(x) = d_v(x) + \bar{d}_m(x) = d_v(x) + \bar{d}(x) \quad (1.161)$$

$$s(x) = s_m(x) = \bar{s}_m(x) = \bar{s}(x) \quad (1.162)$$

Les densités polarisées  $\delta q_i(x)$  vérifient les mêmes relations.

En nous limitant aux trois saveurs légères, pour le proton :

$$F_1^p(x) = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(s(x) + \bar{s}(x)) \right] \quad (1.163)$$

$$F_2^p(x) = x \left[ \frac{4}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(s(x) + \bar{s}(x)) \right] \quad (1.164)$$

$$g_1^p(x) = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9}(\delta u(x) + \delta \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(\delta d(x) + \delta \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(\delta s(x) + \delta \bar{s}(x)) \right] \quad (1.165)$$

et pour le neutron :

$$F_1^n(x) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(s(x) + \bar{s}(x)) \right] \quad (1.166)$$

$$F_2^n(x) = x \left[ \frac{1}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(s(x) + \bar{s}(x)) \right] \quad (1.167)$$

$$g_1^n(x) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{9}(\delta u(x) + \delta \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(\delta d(x) + \delta \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(\delta s(x) + \delta \bar{s}(x)) \right]$$

Le passage du proton au neutron se fait simplement par symétrie d'isospin SU(2) ( $u \leftrightarrow d$ ). La fonction de structure  $g_1$  du deutéron, aussi mesurée expérimentalement, est liée aux fonctions de structure  $g_1$  du proton et du neutron par la relation [ADEVA4], [BAUER] :

$$g_1^d = \frac{1}{2}(g_1^p + g_1^n)(1 - \frac{3}{2}\omega_D) \quad (1.168)$$

où  $\omega_D = 0.05 \pm 0.01$  représente la probabilité du deutéron d'être dans un état  $D$  [DESPLANQUES].

La fonction de structure  $g_1$ , tout comme l'asymétrie  $A_1$ , qui s'écrit dans le modèle des partons :

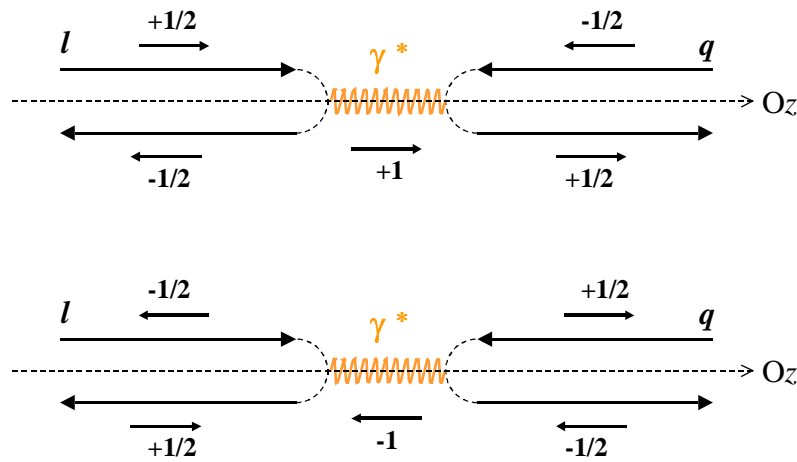
$$A_1(x) = g_1(x) / F_1(x) \quad (1.169)$$

permettent donc d'accéder à la différence entre les distributions de partons ayant leur spin aligné et leur spin antialigné avec celui du nucléon. En effet, un photon virtuel transverse de projection de spin +1 sur l'axe de quantification Oz ne peut être absorbé que par un quark de projection de spin -1/2 pour que la projection de spin totale égale à +1/2 soit conservée au vertex photon virtuel / quark. Autrement dit, un photon virtuel transverse de projection de spin +1 absorbé par un nucléon de projection de spin égale à +1/2 ou -1/2 ne se couplera qu'aux quarks de projection de spin -1/2. Réciproquement pour un photon virtuel de projection de spin -1, comme le résume la **Figure 1.8**.

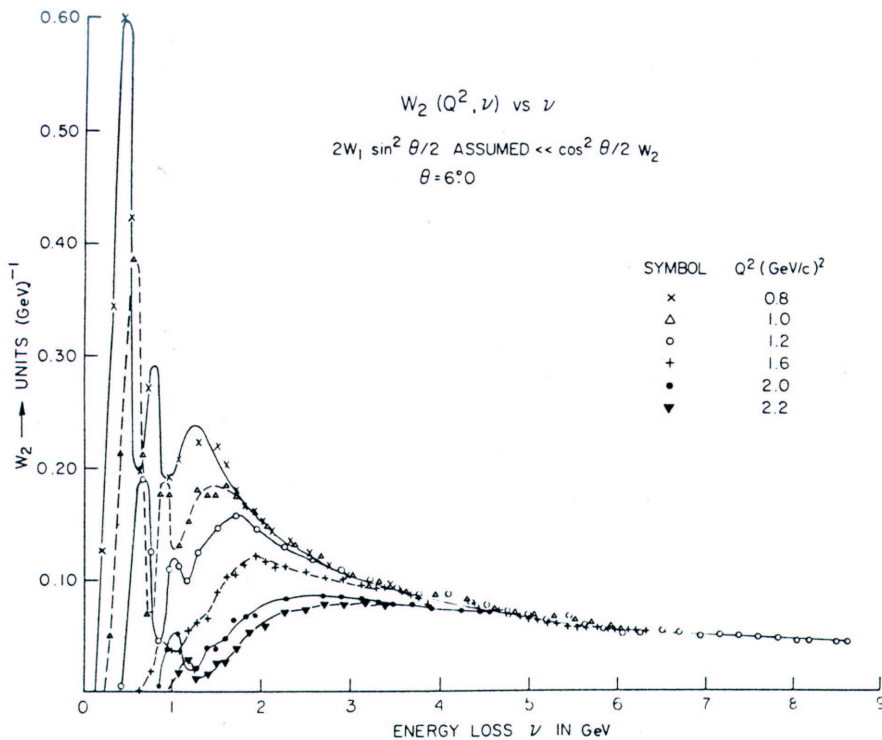
Feynman proposa son modèle des partons, en 1969. A la même époque, Friedman, Kendall et Taylor mirent en évidence expérimentalement au SLAC par diffusion très inélastique d'électrons de 20 GeV sur des protons l'invariance d'échelle prédite par ce modèle, autrement dit que les fonctions de structure de diffusion profondément inélastique  $F_1$  et  $F_2$  ne dépendent que de la variable sans dimension  $x$ , comme le montre la **Figure 1.9**. C'était la première fois qu'était mise en évidence l'existence d'une sous structure ponctuelle à l'intérieur du nucléon. Ces particules ponctuelles, les partons, furent plus tard identifiés aux quarks introduits par Gell-Mann et Zweig en 1964, pour expliquer la spectroscopie des baryons. Ils ont montré que la classification



des baryons et des mésons en octets et en décuplets pouvait s'expliquer en considérant que les hadrons sont composés de particules élémentaires appelées quarks, pouvant porter trois saveurs : u, d et s et se répartissant sur un triangle dans le plan (étrangeté, charge), encore appelé "Eightfold way pattern". Cet arrangement géométrique n'est rien d'autre qu'une représentation irréductible du groupe de symétrie de saveur SU(3) [GRIFFITHS1].



**Figure 1.8 :** principe de sélection des quarks par le photon virtuel, basé sur la conservation de la projection totale de spin à chaque vertex. Les petites flèches indiquent le sens de la projection de spin le long de l'axe de quantification Oz. Dans les deux cas, l'hélicité du quark est conservée.



**Figure 1.9 :** évolution de la fonction de structure non polarisée  $W_2$  en fonction du transfert d'énergie  $\nu$  (en abscisse) et de  $Q^2$  (formes géométriques des points). Dans la limite de Bjorken où  $\nu \rightarrow \infty$ , la fonction  $W_2$  suit une loi d'échelle. "Theoretical speculations are focused on the possibility that these data might give evidence on the behaviour of point-like, charged structures within the nucleon" [PANOFSKY].

## 2.2 Les règles de somme dans le modèle des partons

Dans le modèle des partons, il est possible de calculer la valeur des intégrales des fonctions de structure du proton et du neutron sur tout le domaine en  $x$ , depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 1$ , encore appelées premiers moments des fonctions de structure. La contribution polarisée  $\Delta q_i$  des quarks et antiquarks de saveur  $i$  au spin du nucléon est définie par la relation intégrale :

$$\Delta q_i = \int_{x=0}^1 [q_{i,+}(x) - q_{i,-}(x) + \bar{q}_{i,+}(x) - \bar{q}_{i,-}(x)] dx = \int_{x=0}^1 [\delta q_i(x) + \delta \bar{q}_i(x)] dx \quad (1.170)$$

En nous limitant aux trois saveurs du modèle des quarks, il vient immédiatement :

$$\int_{x=0}^1 g_1^p(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9} \Delta u + \frac{1}{9} \Delta d + \frac{1}{9} \Delta s \right] \quad (1.171)$$

$$\int_{x=0}^1 g_1^n(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{9} \Delta u + \frac{4}{9} \Delta d + \frac{1}{9} \Delta s \right] \quad (1.172)$$

Les contributions polarisées  $\Delta u$ ,  $\Delta d$  et  $\Delta s$  sont directement reliées aux éléments de matrices  $\alpha_j$  sur le nucléon des huit courants axiaux-vecteurs  $J_\mu^j$  associés aux huit générateurs du groupe de symétrie SU(3), et aussi à l'élément de matrice  $\alpha_0$  du courant axial-vecteur de type singulet de saveur  $J_\mu^0$  [GREINER1]. Les huit opérateurs courants axiaux-vecteurs, médiateurs des transitions électrofaibles de Gamow-Teller de l'octet des baryons, sont définis par la relation :

$$J_\mu^j = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_j}{2} \psi \quad (j=1, \dots, 8) \quad (1.173)$$

où les matrices  $\gamma$  sont les matrices gamma (4×4), et l'opérateur courant axial-vecteur de type singulet est défini par la relation :

$$J_\mu^0 = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_0}{2} \psi \quad (1.174)$$

Les fonctions  $\psi$  représentent le triplet (3×1) de champs de quarks de SU(3) :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \\ \psi_s \end{pmatrix} \quad (1.175)$$

sur lesquelles agissent les huit matrices (3×3)  $\lambda_j$  de Gell-Mann, générateurs de SU(3), [CHANFRAY] et la matrice  $\lambda_0$ , définie par  $\lambda_0 = 2 Id$ .

En sommant sur les indices de saveurs  $k$  et  $l$ , ces opérateurs se généralisent à :

$$J_\mu^j = \sum_{k,l=1}^3 \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_j}{2} \Big|_{kl} \psi \quad (j=0, \dots, 8) \quad (1.176)$$

Les opérateurs les plus utilisés sont l'opérateur courant de type singulet et les deux opérateurs courant de type non singulet définis par :

$$J_\mu^0 = \bar{\psi}_u \gamma_\mu \gamma_5 \psi_u + \bar{\psi}_d \gamma_\mu \gamma_5 \psi_d + \bar{\psi}_s \gamma_\mu \gamma_5 \psi_s \quad (1.177)$$

$$J_\mu^3 = \frac{1}{2} (\bar{\psi}_u \gamma_\mu \gamma_5 \psi_u - \bar{\psi}_d \gamma_\mu \gamma_5 \psi_d) \quad (1.178)$$

$$J_\mu^8 = \frac{1}{2\sqrt{3}} (\bar{\psi}_u \gamma_\mu \gamma_5 \psi_u + \bar{\psi}_d \gamma_\mu \gamma_5 \psi_d - 2\bar{\psi}_s \gamma_\mu \gamma_5 \psi_s) \quad (1.179)$$

Les éléments de matrice de type non singulet  $a_3$  et  $a_8$  correspondants s'écrivent, pour un nucléon de quadrivecteur impulsion  $p$  et de quadrivecteur polarisation  $s$  :

$$a_3 s_\mu = \langle p, s | J_\mu^3 | p, s \rangle = (a_u - a_d) s_\mu \quad (1.180)$$

$$a_8 s_\mu = \sqrt{3} \langle p, s | J_\mu^8 | p, s \rangle = (a_u + a_d - 2a_s) s_\mu \quad (1.181)$$

et l'élément de matrice de type singulet  $a_0$  :

$$2a_0 s_\mu = \langle p, s | J_\mu^0 | p, s \rangle = 2(a_u + a_d + a_s) s_\mu \quad (1.182)$$

où nous avons introduit l'élément de matrice  $a_q$  pour la saveur  $q = u, d$ , ou  $s$ , défini par [BAILIN]:

$$2a_q s_\mu = \langle p, s | \bar{\psi}_q \gamma_5 \gamma_\mu \psi_q | p, s \rangle \quad (1.183)$$

la fonction  $\psi_q$  représentant le champ de quark de saveur  $q$ .

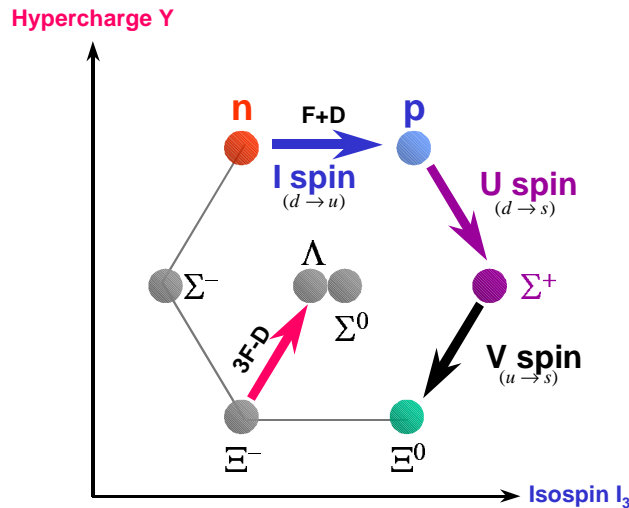
Les éléments de matrice  $a_j$ ,  $j = 1$  à 8 sont déterminées à partir des désintégrations faibles des hyperons [BOURQUIN] :

$$B \rightarrow B^+ l + \bar{\nu}_l \quad (1.184)$$

Dans l'hypothèse où :

- les huit hyperons de spin 1/2 forment un octet de la symétrie de saveur SU(3)
- les huit courants axiaux-vecteurs se transforment comme un octet de SU(3) et sont conservés dans la limite chirale (où les trois quarks  $u, d$  et  $s$  ont une masse nulle)
- les transferts d'impulsion et les différences de masse sont négligeables dans ces transitions hadroniques

alors toutes les désintégrations des hyperons sont décrites à l'aide des deux constantes  $F$  et  $D$  à partir desquelles sont évalués les éléments de matrice des courants de l'octet. Se reporter à la **Figure 1.10**.



**Figure 1.10** : octet des baryons dans le modèle des quarks de Gell-Mann et Zweig.

La constante  $a_3$  est mesurée à partir de la désintégration faible du neutron en proton [ELLIS2], [GRIFFITHS1] :

$$a_3 s_\mu = (a_u - a_d) s_\mu = g_A s_\mu = (F + D) s_\mu \quad (1.185)$$

où  $g_A$  est la constante de couplage axiale de la désintégration faible du neutron ; alors :

$$a_3 = F + D \quad (1.186)$$

et la constante  $a_8$  est mesurée à partir de la désintégration faible des hypérons [BOURQUIN] :

$$a_8 s_\mu = (a_u + a_d - 2a_s) s_\mu = (3F - D) s_\mu \quad (1.187)$$

d'où :

$$a_8 = 3F - D = (F + D) \frac{3F/D - 1}{F/D + 1} \quad (1.188)$$

dont la valeur est déterminée à partir de celles de  $F+D$  [ELLIS1] et de  $F/D$  [CLOSE1] :

$$F + D = 1.2573 \pm 0.0028 \quad (1.189)$$

$$F / D = 0.575 \pm 0.016 \quad (1.190)$$

Dans le modèle des partons, les éléments de matrices  $a_j$ ,  $j = 1$  à  $8$ , des opérateurs courants axiaux-vecteurs sur le nucléon sont strictement identiques aux quantités intégrales  $\Delta q_j$  ; il en est de même pour les éléments de matrice  $a_q$  relatifs aux saveurs  $q = u, d, s, \dots$  [ANSELMINO2] :

$$a_{i=1,\dots,8} = \Delta q_i \text{ ou encore } a_{q=u,d,s,\dots} = \Delta q_q \quad (1.191)$$

alors il vient :

$$a_0 = \Delta q_0 = \Delta u + \Delta d + \Delta s = \Delta \Sigma \quad (1.192)$$

$$a_3 = \Delta q_3 = \Delta u - \Delta d = F + D \quad (1.193)$$

$$a_8 = \Delta q_8 = \Delta u + \Delta d - 2\Delta s = 3F - D \quad (1.194)$$

La quantité  $a_0 = \Delta \Sigma$  représente la contribution du spin des quarks au spin du nucléon. Sa valeur est très peu sensible à la violation de SU(3) [LICHTENSTADT].

## 2.3 La règle de somme de Bjorken

La règle de somme de Bjorken a été dérivée en 1966 par Bjorken en utilisant uniquement l'algèbre des courants et la symétrie d'isospin [BJORKEN1], [BJORKEN2]. Elle relie la différence des premiers moments de la fonction de structure polarisée  $g_1$  du proton et du neutron dans la limite où le quadransfert carré du photon virtuel  $Q^2$  tend vers l'infini, à la constante de couplage axiale  $g_A$  de la désintégration faible du neutron :

$$\int_{x=0}^1 [g_1^p - g_1^n](x) dx = \frac{1}{6} g_A = \frac{1}{6} (F + D) = 0.2096 \pm 0.0005 \quad (1.195)$$

et de façon équivalente dans le modèle des partons :

$$\int_{x=0}^1 [g_1^p - g_1^n](x) dx = \frac{1}{6} (\Delta u - \Delta d) = 0.2096 \pm 0.0005 \quad (1.196)$$

Cette règle de somme est fondamentale dans le sens où elle relie la structure hadronique polarisée du nucléon à haute énergie à un processus de désintégration faible de basse énergie. La mesure des fonctions de structure polarisées du proton et du neutron permet donc de tester cette règle de somme. Son infirmation remettrait en cause notre connaissance de l'interaction forte :

« Its verification or failure will have the most decisive effect on the future of high energy Physics. » [FEYNMAN]

## 2.4 Les règles de somme d'Ellis et Jaffe

Les règles de somme d'Ellis et Jaffe [ELLIS2] prédisent la valeur de l'intégrale de la fonction de structure polarisée  $g_1$  du proton et du neutron en supposant que la symétrie SU(3) est exacte (masse des trois quarks  $u$ ,  $d$  et  $s$  égales) et que les quarks étranges de la mer ne sont pas polarisés :  $\Delta s = 0$ , hypothèse raisonnable dans le modèle des partons dans la mesure où des quarks et des antiquarks sans masse créés à partir de gluons durs ont des hélicités opposées, à cause de la conservation d'hélicité au vertex. Dans le modèle des partons, elles s'écrivent :

$$\int_{x=0}^1 g_1^p(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9} \Delta u + \frac{1}{9} \Delta d \right] = \frac{1}{12} (F + D) \left[ 1 + \frac{5}{3} \frac{3F/D - 1}{F/D + 1} \right] = 0.185 \pm 0.005 \quad (1.197)$$

$$\int_{x=0}^1 g_1^n(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{9} \Delta u + \frac{4}{9} \Delta d \right] = \frac{1}{12} (F + D) \left[ -1 + \frac{5}{3} \frac{3F/D - 1}{F/D + 1} \right] = -0.024 \pm 0.005 \quad (1.198)$$

« Never a rigorous prediction ; just a qualitative indication » [ELLIS4]

La violation des prédictions d'Ellis et Jaffe ne remettrait pas en cause notre connaissance fondamentale de la structure du nucléon mais plutôt les hypothèses utilisées pour leur formulation.

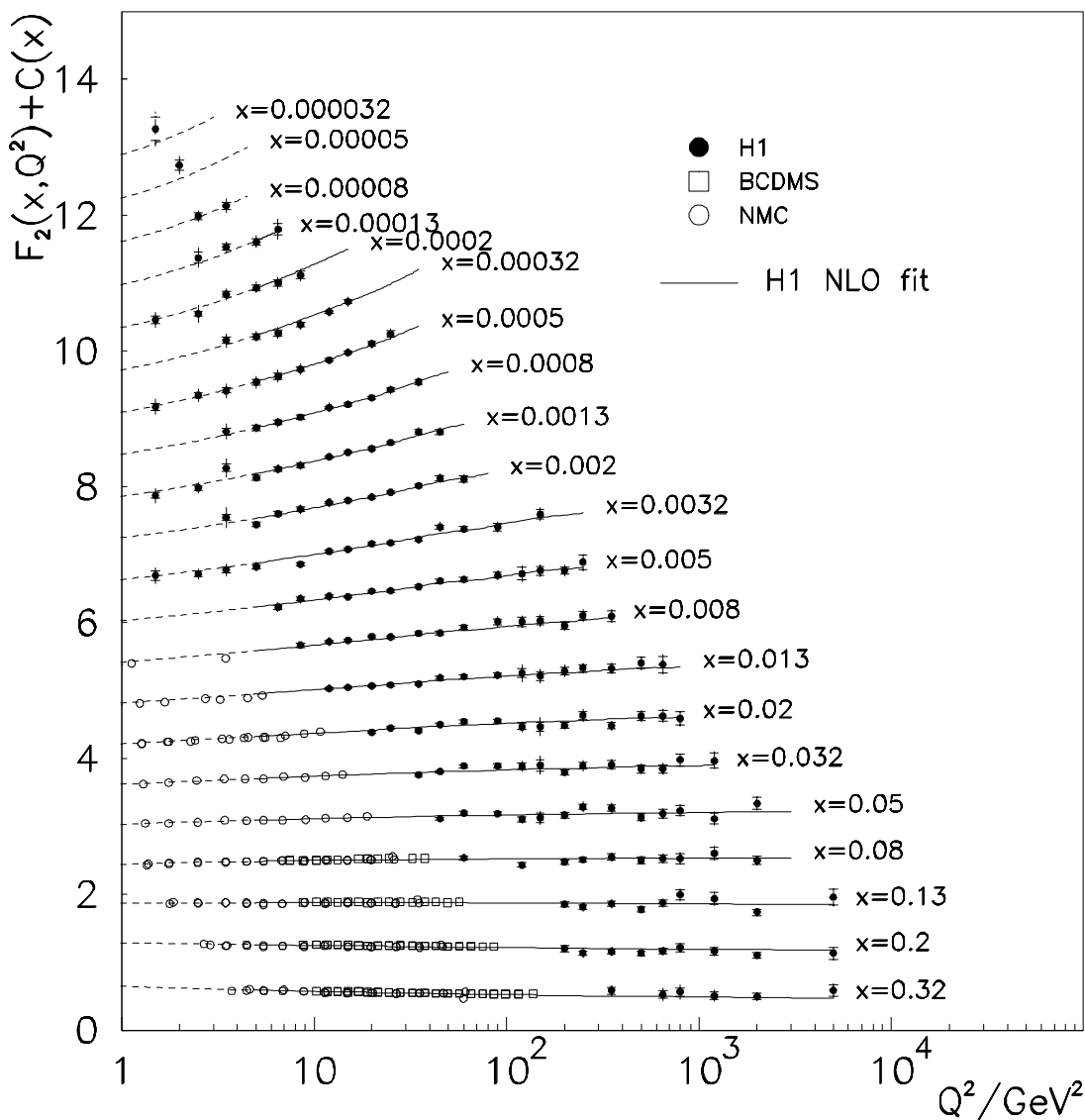
Supposer que les quarks étranges ne contribuent pas au spin du nucléon permet d'estimer la contribution du spin des quarks au spin du nucléon directement à partir des mesures des constantes de désintégration semi-leptonique des baryons :

$$a_0 = a_8 = 3F - D = \Delta u + \Delta d = \Delta \Sigma = 0.58 \pm 0.12 \quad (1.199)$$

### 3 La chromodynamique quantique

En première approximation, la diffusion profondément inélastique est décrite par le modèle des partons dans lequel le lepton incident diffuse sur les quarks et les antiquarks, portant une fraction  $x$  de l'impulsion du nucléon qui les contient et considérés comme libres et ponctuels. Dans ce modèle, les fonctions de distribution de partons et les fonctions de structure du nucléon ne dépendent que de la variable  $x$  : elles suivent la loi d'échelle. Lorsque le quadrivecteur carré  $q^2 = -Q^2$  du photon virtuel augmente, le photon sonde des distances de plus en plus petites sans mettre en évidence une structure plus élémentaire.

La violation de cette loi d'échelle a été mise en évidence expérimentalement pour la première fois en 1973 [FOX] par les expériences de diffusion profondément inélastique non polarisée, montrant que les fonctions de distribution de partons dépendent non seulement de la variable  $x$  mais aussi du transfert carré  $Q^2$  porté par le photon virtuel, comme l'illustre la **Figure 1.11**. Le photon virtuel révèle ainsi les mécanismes d'interaction des quarks dans le nucléon, décrits par la chromodynamique quantique [GREINER1].



**Figure 1.11 :** évolution de la fonction de structure non polarisée  $F_2$  en fonction de la variable de Bjorken  $x$  et de  $Q^2$ . La loi d'échelle est clairement violée aux petites valeurs de  $x$  [AID].

Les calculs visant à expliquer la structure du nucléon mettent en jeu des échelles d'énergie où la constante d'interaction forte  $\alpha_s$  est grande ( $\alpha_s > 0.4$  en dessous de  $Q^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$ ) [PESKIN]. Dans ce domaine non perturbatif, la chromodynamique quantique ne nous permet pas de prédire les expressions des fonctions de structure  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $g_1$  et  $g_2$ . Cependant, il est possible de calculer en QCD les moments d'ordre  $n$  des fonctions de structure à l'aide d'une technique très générale utilisée en théorie des champs, appelée expansion en produits d'opérateurs (ou encore **Operator Product Expansion**).

### 3.1 L'expansion en produits d'opérateurs en QCD

La technique d'expansion en produits d'opérateurs [WILSON], [ROBERTS], [BAILIN] permet d'établir les expressions des règles de somme sur les fonctions de structure polarisées du nucléon, en séparant l'information perturbative de l'information non perturbative, séparation encore connue sous le nom de factorisation du comportement perturbatif et du comportement non perturbatif du nucléon. Cette technique consiste à remplacer un produit d'opérateurs locaux sur le nucléon intervenant dans l'expression du tenseur hadronique de la diffusion Compton virtuelle vers l'avant, par une somme d'opérateurs locaux.

Ce tenseur hadronique est défini par la relation :

$$T_{\mu\nu}(p, q) = i \int \langle p, s_h | \tau(j_\mu(z) j_\nu(0)) | p, s_h \rangle e^{iqz} d^4z \quad (1.200)$$

où  $\tau$  représente le produit ordonné en temps. Il s'écrit donc comme l'élément de matrice sur le nucléon de l'opérateur  $t_{\mu\nu}$  défini par :

$$t_{\mu\nu} = i \int \tau(j_\mu(z) j_\nu(0)) e^{iqz} d^4z \quad (1.201)$$

Dans la limite à courte distance où le quadrivecteur  $z$  tend vers zéro 0, l'expansion en produits d'opérateurs permet de calculer l'opérateur  $t_{\mu\nu}$  en remplaçant le produit des deux opérateurs de courant locaux  $j_\mu$  et  $j_\nu$ , notés plus généralement  $O_a$  et  $O_b$ , par une combinaison linéaire d'opérateurs locaux  $O_k$  :

$$\lim_{z \rightarrow 0} O_a(z) O_b(0) = \sum_k C_{ab}^k(z) O_k(0) \quad (1.202)$$

ou encore, dans l'espace des moments :

$$\lim_{q \rightarrow +\infty} \int d^4z e^{iqz} O_a(z) O_b(0) = \sum_k C_{ab}^k(q) O_k(0) \quad (1.203)$$

Les coefficients  $C$  sont appelés coefficients de Wilson et sont calculés en théorie des perturbations lorsque  $q \rightarrow +\infty$ . Ils contiennent toute l'information perturbative sur le nucléon, alors que les éléments de matrice des opérateurs  $O_k$  contiennent l'information non perturbative, non calculable.

L'élément de matrice  $T_{\mu\nu}$  calculé à l'aide de l'expansion en produits d'opérateurs permet alors d'exprimer les règles de somme des fonctions de structure polarisées  $g_1$  et  $g_2$  en fonction des éléments de matrice hadroniques mesurés dans les désintégrations semi-leptoniques des hyperons. Nous présentons les quatre étapes du calcul conduisant aux règles de somme.

#### 3.1.1 Eléments de matrices sur des états de quarks libres

L'élément de matrice  $M_{\mu\nu}$  de la diffusion Compton virtuelle vers l'avant sur un quark libre de quadrivecteur impulsion  $p$  et de quadrivecteur polarisation  $s$  peut être calculé directement à l'aide des règles de Feynman appliquées aux deux graphes de la **Figure 1.12** :

$$iA \equiv M_{\mu\nu} = i\bar{u}(p, s)\gamma_\mu i \frac{p+q}{(p+q)^2} \gamma_\nu u(p, s) + i\bar{u}(p, s)\gamma_\nu i \frac{p-q}{(p-q)^2} \gamma_\mu u(p, s) \quad (1.204)$$

où :

- le terme traditionnel (-ie) n'est pas pris en compte puisqu'il n'intervient pas dans l'expression de  $t_{\mu\nu}$
- le facteur  $i$  est celui apparaissant dans l'expression de  $t_{\mu\nu}$
- le second graphe est obtenu en échangeant  $\mu$  et  $\nu$  et en remplaçant  $q$  par  $-q$

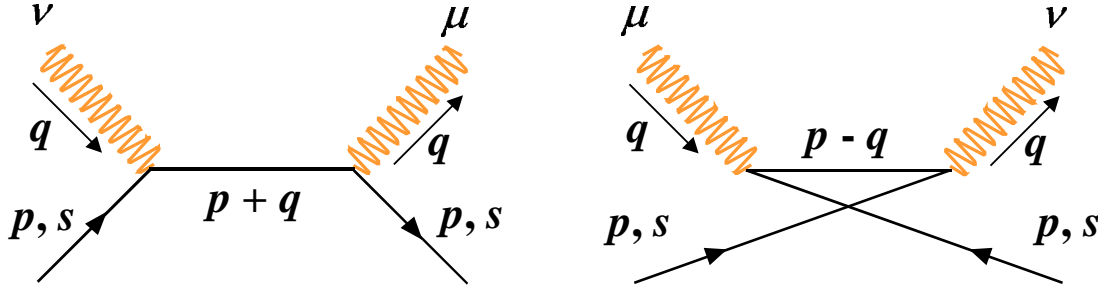


Figure 1.12 : diagrammes de diffusion Compton virtuelle vers l'avant.

En introduisant [GREINER1] :

$$\omega = 2pq/Q^2 = 1/x \quad (1.205)$$

$$\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\nu = g_{\mu\alpha} \gamma_\nu + g_{\nu\alpha} \gamma_\mu - g_{\mu\nu} \gamma_\alpha + i\epsilon_{\mu\nu\alpha\lambda} \gamma^\lambda \gamma^5 \quad (1.206)$$

sachant que pour un quark sans masse d'hélicité  $h$  [HALZEN] :

$$pu(p, s) = 0 \quad (1.207)$$

$$\bar{u}(p, s)\gamma_\lambda u(p, s) = 2p_\lambda \quad (1.208)$$

$$\bar{u}(p, s)\gamma_\lambda \gamma_5 u(p, s) = 2hp_\lambda \quad (1.209)$$

et à l'aide du développement en série :

$$(1-\omega)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \omega^n \text{ pour } 0 < |\omega| < 1 \quad (1.210)$$

la partie polarisée de l'élément de matrice  $M_{\mu\nu}$  s'écrit sous la forme :

$$M_{\mu\nu} = -\frac{2}{q^2} \sum_{n=0}^{\infty} \omega^n ih\epsilon_{\mu\nu\alpha\lambda} q^\alpha p^\lambda + (\mu \leftrightarrow \nu, q \rightarrow -q, \omega \rightarrow -\omega) \quad (1.211)$$

Après simplification et réorganisation des indices tensoriels, il vient :

$$M_{\mu\nu} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 2 \frac{q^{\mu_2} \dots q^{\mu_n}}{(-q^2)^n} ih\epsilon_{\mu\nu\alpha\mu_1} q^\alpha p^{\mu_1} \dots p^{\mu_n} \quad (1.212)$$

Les éléments de matrice des opérateurs courants axiaux-vecteurs de quarks libres sans masse, symétriques sur les indices  $\mu_1, \dots, \mu_n$  et de trace nulle sur toutes les paires d'indices, de dimension  $D = n+2$  en énergie et de spin  $S = n$ , sont définis par les dérivées covariantes [MUTA] :

$$\langle p, s | O_A^{\mu_1 \dots \mu_n} | p, s \rangle = hp^{\mu_1} \dots p^{\mu_n} \quad (1.213)$$

et ne dépendent que de  $p$ . Le twist  $T$  d'un opérateur de dimension  $D$  et de spin  $S$  est défini par :

$$T = D - S \quad (1.214)$$

Un tel opérateur contribue à la section efficace par le facteur [MANOHAR] :



$$\omega^n \left( \frac{M}{Q} \right)^{T-2} \quad (1.215)$$

$M$  désignant la masse du nucléon. Les opérateurs utilisés en EPO sont invariants de jauge et doivent contenir au moins deux champs de quarks (de twist 1) ou de gluons (de twist 1) et un certain nombre de dérivées covariantes (de twist 0) ; par exemple l'opérateur de twist 2 du Lagrangien :

$$O^\mu = \bar{\Psi} D^\mu \Psi \quad (1.216)$$

Leur twist est donc au moins égal à 2, appelé dans ce cas « twist dominant ». Les twist plus élevés ont une contribution à la section efficace réduite du facteur  $(M/Q)^{T-2}$ .

Champ	Dimension $D$	Spin $S$	Twist $T$
Champ de quark $\psi$	3/2	1/2	1
Tenseur champ de gluons $G_{\mu\nu}$	2	1	1
Dérivée covariante $D^\mu = p^\mu$	1	1	0

**Table 1.2 :** dimension, spin et twist des objets courants.

Les opérateurs axiaux-vecteurs de quarks libres choisis ont un twist égal à 2, et contribuent le plus à la section efficace par le facteur  $\omega^n$ .

Alors :

$$M_{\mu\nu} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 2 \frac{2^n q_{\mu_2} \dots q_{\mu_n}}{(-q^2)^n} i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\mu_1} q^\alpha \langle p, s | O_A^{\mu_1 \dots \mu_n} | p, s \rangle \quad (1.217)$$

L'opérateur  $t_{\mu\nu}$  s'écrit donc :

$$t_{\mu\nu} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 2 \frac{2^n q_{\mu_2} \dots q_{\mu_n}}{(-q^2)^n} i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\mu_1} q^\alpha O_A^{\mu_1 \dots \mu_n} \quad (1.218)$$

L'expansion en produits d'opérateurs a donc permis d'isoler la partie dépendant de  $q$  de celle dépendant de  $p$ . L'expression obtenue se généralise aux opérateurs de quarks et de gluons de twist 2 :

$$t_{\mu\nu} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 2 \frac{2^n q_{\mu_2} \dots q_{\mu_n}}{(-q^2)^n} i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\mu_1} q^\alpha \sum_j C_{j,n} O_{A,j}^{\mu_1 \dots \mu_n} \quad (1.219)$$

où, à l'ordre dominant, les coefficients de Wilson  $C_{j,n}$  sont égaux au carré de la charge des quarks de saveur  $j$  en unité de  $e$  pour les opérateurs de quarks et sont nuls pour les opérateurs de gluons.

### 3.1.2 Éléments de matrices sur des états hadroniques

Pour calculer l'élément de matrice  $T_{\mu\nu}$  sur le nucléon de quadrivecteur impulsion  $p$  et de quadrivecteur polarisation  $s$ , il est nécessaire de déterminer les éléments de matrice des opérateurs de quark de twist 2 dans la cible. Ces éléments de matrice décrivent le comportement non perturbatif du nucléon et ne sont pas calculables aujourd'hui en QCD. Alors, ils sont paramétrisés par une structure tensorielle générale connue et par un coefficient de normalisation inconnu  $A_n$ , par analogie aux opérateurs des quarks libres :

$$\langle p, s | O_A^{\mu_1 \dots \mu_n} | p, s \rangle = A_n S(s^{\mu_1} \dots p^{\mu_n}) \quad (1.220)$$

où la fonction  $S$  extrait l'expression symétrique et de trace nulle du tenseur [PESKIN], [MANOHAR] :

$$S(s^{\mu_1} \dots p^{\mu_n}) = \frac{1}{n} (s^{\mu_1} p^{\mu_2} \dots p^{\mu_n} + p^{\mu_1} s^{\mu_2} \dots p^{\mu_n} + \dots + p^{\mu_1} p^{\mu_2} \dots s^{\mu_n}) \quad (1.221)$$

Choisissant :

$$S(s^{\mu_1} \dots p^{\mu_n}) = s^{\mu_1} \dots p^{\mu_n} + [S(s^{\mu_1} \dots p^{\mu_n}) - s^{\mu_1} \dots p^{\mu_n}] \quad (1.222)$$

- l'expression de l'élément de matrice  $T_{\mu\nu}$  correspondant au premier terme du deuxième membre de  $S$  s'écrit :

$$T_{\mu\nu} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} -\frac{4}{q^2} C_n i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\mu_1} q^\alpha s^{\mu_1} A_n \omega^{n-1} \quad (1.223)$$

à identifier à l'expression déjà rencontrée :

$$T_{\mu\nu} = \tilde{g}_1 \frac{i}{pq} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda s_h^\sigma \quad (1.224)$$

- l'expression de l'élément de matrice  $T_{\mu\nu}$  correspondant au second terme du deuxième membre de  $S$  s'écrit :

$$T_{\mu\nu} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} -\frac{(n-1)}{n} \left[ s^{\mu_1} \frac{2\omega^{n-1}}{q^2} - p^{\mu_1} \frac{4\omega^{n-2}qs}{q^4} \right] 2C_n i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\mu_1} q^\alpha A_n \quad (1.225)$$

à identifier à l'expression déjà rencontrée :

$$T_{\mu\nu} = \tilde{g}_2 \frac{i}{(pq)^2} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h q p^\sigma) \quad (1.226)$$

Nous en déduisons les expressions des fonctions de structure polarisées :

$$\tilde{g}_1(\omega) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 2C_n A_n \omega^n \quad (1.227)$$

$$\tilde{g}_2(\omega) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 2C_n A_n (-1+1/n) \omega^n = -\tilde{g}_1 + \int_0^\omega \tilde{g}_1(\omega') \frac{d\omega'}{\omega} \quad (1.228)$$

L'expansion en produit d'opérateurs permet donc d'exprimer les fonctions de structure polarisées du nucléon sous la forme de séries de Laurent en puissances de  $\omega$ , autour de  $\omega = 0$ . Cette région est la région des courtes distances, non physique. La région physique correspond au contraire à la zone où  $\omega = 1/x$  appartient à l'intervalle  $1 < \omega < +\infty$  ; les fonctions de structure n'y sont pas calculables. Dans la limite profondément inélastique où  $Q^2$ ,  $\nu \rightarrow \infty$  et  $x$  est fixée, la diffusion profondément inélastique ne sonde pas les événements à courte distance mais le long du cône de lumière, tels que  $z^2 \approx 0$ ,  $z$  étant le quadrivecteur espace-temps intervenant dans la définition du tenseur hadronique. C'est la région de dominance du cône de lumière [MUTA].

### 3.1.3 Moments des fonctions de structure polarisées

Le produit  $C_n A_n$  peut être estimé à l'aide d'une intégrale de Cauchy [AZOULAY] :

$$2C_n A_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|\omega|<1} \tilde{g}_1(\omega) \frac{d\omega}{\omega^{n+1}} \quad (1.229)$$

$$2C_n A_n(-1+1/n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|\omega|<1} \tilde{g}_2(\omega) \frac{d\omega}{\omega^{n+1}} \quad (1.230)$$

sur un parcours fermé autour de l'origine. En élargissant ce parcours au parcours C à l'infini, en contournant la région physique comme le montre la **Figure 1.13**,

$$2C_n A_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \tilde{g}_1(\omega) \frac{d\omega}{\omega^{n+1}} \quad (1.231)$$

$$2C_n A_n(-1+1/n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \tilde{g}_2(\omega) \frac{d\omega}{\omega^{n+1}} \quad (1.232)$$

Nous avons déjà démontré que :

$$g_1 = \text{Im } \tilde{g}_1 / 2\pi \quad (1.233)$$

$$g_2 = \text{Im } \tilde{g}_2 / 2\pi \quad (1.234)$$

Les fonctions de structure du nucléon contenues dans l'expression de  $T_{\mu\nu}$  sont définies dans le plan complexe  $\omega$  et présentent la propriété d'anycité réelle [MUELLER] :

$$F^*(\omega) = F(\omega^*) \quad (1.235)$$

La partie réelle de  $\omega$  est notée  $r$  et sa partie imaginaire  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$  étant infiniment petit et strictement positif ; alors les fonctions de structure s'écrivent :

$$\tilde{g}_1(r+i\varepsilon) - \tilde{g}_1(r-i\varepsilon) = 4\pi i g_1(r) \quad (1.236)$$

$$\tilde{g}_2(r+i\varepsilon) - \tilde{g}_2(r-i\varepsilon) = 4\pi i g_2(r) \quad (1.237)$$

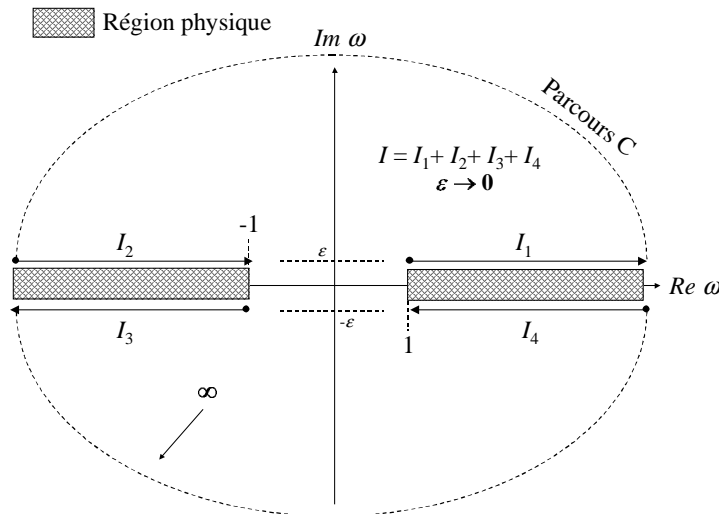
Le produit ordonné en temps intervenant dans la définition du tenseur  $T_{\mu\nu}$  ne change pas de signe lors de l'échange des courants  $j_\mu$  et  $j_\nu$  au contraire du tenseur  $W_{\mu\nu}$  ; alors :

$$T_{\mu\nu}(p, q, s_h) = T_{\nu\mu}(p, -q, s_h) \quad (1.238)$$

ainsi :

$$\tilde{g}_1(-\omega) = -g_1(\omega) \quad (1.239)$$

$$\tilde{g}_2(-\omega) = -g_2(\omega) \quad (1.240)$$



**Figure 1.13 :** représentation du parcours C. Par hypothèse, la zone à l'infini représentée en pointillés ne contribue pas à l'intégrale. Cette hypothèse est justifiée dans la mesure où aucune divergence des règles de somme n'a été observée expérimentalement lorsque  $x \rightarrow 0$ .

En négligeant la contribution de la région du parcours C située à l'infini et en intégrant les équations (1.236) et (1.237) prises sur les quatre branches du parcours C, il vient :

$$2C_n A_n = 2[1 - (-1)^n] \int_1^{+\infty} g_1(r) \frac{dr}{r^{n+1}} \quad (1.241)$$

$$2C_n A_n (-1 + 1/n) = 2[1 - (-1)^n] \int_1^{+\infty} g_2(r) \frac{dr}{r^{n+1}} \quad (1.242)$$

En introduisant le moment d'ordre  $n$  noté  $M_n$  et sachant que  $r = 1/x$ , les seuls moments non nuls sont ceux pour lesquels  $n$  est impair ; ils valent :

$$M_n(g_1) = \int_0^1 x^{n-1} g_1(x) dx = \frac{1}{2} C_n A_n \quad (1.243)$$

$$M_n(g_2) = \int_0^1 x^{n-1} g_2(x) dx = \frac{1}{2} (-1 + 1/n) C_n A_n \quad (1.244)$$

où les termes de twist supérieur à 2 n'ont pas été inclus. La fonction  $g_2$  s'écrit alors :

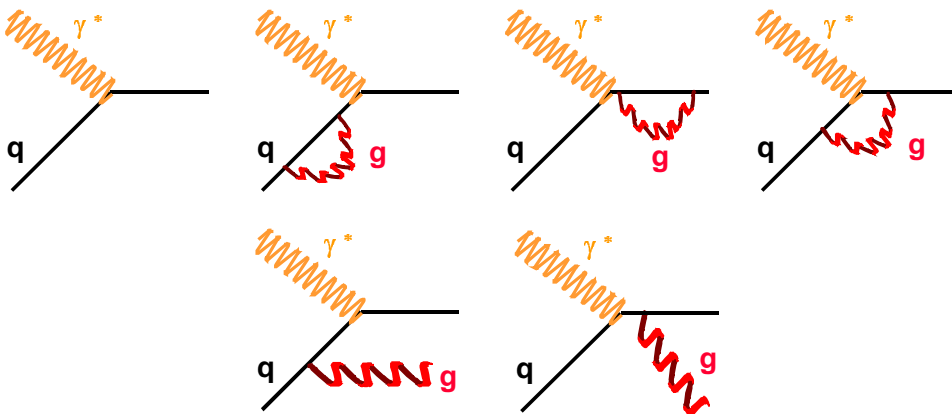
$$g_2^{WW}(x) = -g_1(x) + \int_x^1 g_1(x') \frac{dx'}{x'} \quad (1.245)$$

Cette expression a été établie par Wandzura et Wilczek [WANDZURA].

### 3.1.4 Règles de somme

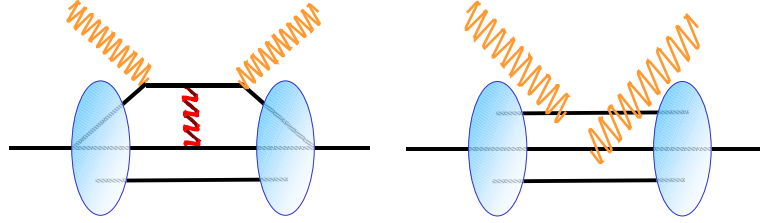
L'expansion en produits d'opérateurs nous a donc permis d'exprimer les moments des fonctions de structure  $g_1$  et  $g_2$ , en séparant l'information perturbative sur le nucléon, contenue dans les coefficients de Wilson  $C_n$ , et l'information non perturbative, contenue dans les éléments de matrice  $A_n$ .

Les coefficients de Wilson contiennent les corrections radiatives de QCD, calculées dans le domaine perturbatif pour tenir compte des diagrammes d'émission de gluons au niveau de l'interaction entre le photon virtuel et le quark sondé, et dépendent du schéma de renormalisation choisi. Ils s'écrivent comme une série de puissances de  $\alpha_s$ . La **Figure 1.14** montre les diagrammes d'ordre  $\alpha_s$  d'absorption d'un photon virtuel par un quark intervenant dans le calcul des corrections.



**Figure 1.14 :** diagrammes de diffusion d'un photon virtuel sur un quark tenant compte à l'ordre  $\alpha_s$  de l'émission de gluons. Ils sont utilisés pour calculer les coefficients de Wilson dans le domaine perturbatif.

Nous nous sommes limités dans notre étude à des opérateurs locaux de quarks et de gluons de twist 2. Dans l'expression des règles de somme, il faut aussi tenir compte des corrections de twists supérieurs  $T > 2$ . Ces twists supérieurs traduisent le fait que le quark sondé appartient à un milieu avec lequel il peut interagir. La **Figure 1.15** montre une interaction gluonique entre le quark sondé et un autre quark de valence appartenant au nucléon sondé, et montre un terme d'interférence où le quark absorbant le photon virtuel n'est pas le même que le quark sur lequel diffuse le photon virtuel.



**Figure 1.15** : diagrammes de twist supérieurs  $T > 2$ .

Les corrections radiatives et les corrections de twists supérieurs sont d'autant plus faibles que le  $Q^2$  expérimental est élevé. Pour limiter leur contribution aux mesures expérimentales des fonctions de structure, toute expérience de diffusion profondément inélastique polarisée doit travailler à une valeur de  $Q^2$  suffisamment élevée ( $Q^2 \geq 2 \text{ GeV}^2$ ).

• **Règles de somme sur la fonction de structure  $g_1$  :**

1. Le moment d'ordre  $n=1$  de la fonction de structure  $g_1$  s'écrit :

$$\int_0^1 g_1^{p,n}(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} C_1^{NS}(Q^2) A_1^{NS,p(n)} + \frac{1}{2} C_1^S(Q^2) A_1^S \tag{1.246}$$

où apparaissent un terme de type non singulet de saveur (NS) et un terme de type singulet de saveur (S). Cette décomposition en saveur est introduite au niveau des opérateurs de quarks dans l'expansion en produits d'opérateurs. Les coefficients de Wilson  $C_1$  sont calculés jusqu'à l'ordre 3 en puissances de  $\alpha_s$  pour le terme de type singulet (S) et pour le terme de type non singulet (NS) dans le schéma de renormalisation  $\overline{MS}$  [LARIN1] :

$$C_1^{NS}(Q^2) = 1 + d_1^{NS} \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + d_2^{NS} \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{\pi^2} + d_3^{NS} \frac{\alpha_s^3(Q^2)}{\pi^3} + d_4^{NS} \frac{\alpha_s^4(Q^2)}{\pi^4} \tag{1.247}$$

$$C_1^S(Q^2) = 1 + d_1^S \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + d_2^S \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{\pi^2} + d_3^S \frac{\alpha_s^3(Q^2)}{\pi^3} + d_4^S \frac{\alpha_s^4(Q^2)}{\pi^4} \tag{1.248}$$

où les constantes  $d$  dépendent du nombre de saveurs actives à l'échelle considérée : la saveur  $f$  doit être comptabilisée si  $Q^2 > (2m_f)^2$ , valeur minimale du quadritransfert carré pour créer une paire quark-antiquark de saveur  $f$  de masse  $m_f$ . Ces coefficients de Wilson ne dépendent pas de la nature du nucléon sondé. Ils permettent de comparer la valeur de l'intégrale de  $g_1$  mesurée à une valeur de  $Q^2$  finie à la prédiction attendue dans la limite profondément inélastique lorsque le transfert  $Q^2$  est infini et dont l'expression est obtenue en prenant les coefficients de Wilson égaux à 1.

Les coefficients  $A_1$  représentent une combinaison linéaire des éléments de matrice des courants axiaux-vecteurs sur le nucléon. Ces quantités non perturbatives sont déterminées expérimentalement par les désintégrations semi-leptoniques des baryons, en supposant que la symétrie SU(3) est respectée :

- pour le proton :

$$A_1^{NS,p} = \left[ \frac{1}{6}(F + D) + \frac{1}{18}(3F - D) \right] \quad (1.249)$$

$$A_1^S = \frac{2}{9} \Delta \Sigma_{INV} \quad (1.250)$$

Les combinaisons  $F+D$  et  $3F-D$  contiennent toute l'information non perturbative sur le nucléon. Elles ne dépendent pas de l'échelle de renormalisation, notée  $\mu$ , car les opérateurs de courants de quarks correspondants, de type non singulet de saveur, sont conservés. Ces combinaisons sont respectivement égales aux combinaisons de type non singulet  $\Delta u - \Delta d$  et  $\Delta u + \Delta d - 2\Delta s$ , indépendantes de l'échelle de renormalisation. Par contre, prise une par une, chacune de ces trois contributions  $\Delta u$ ,  $\Delta d$  et  $\Delta s$  suit la même évolution en  $Q^2$  et leur somme, notée  $\Delta \Sigma$ , dépend de l'échelle de renormalisation, le courant de type singulet correspondant n'étant pas conservé. Ici,  $\Delta \Sigma_{INV}$  représente la contribution totale invariante du spin des quarks au spin du nucléon, indépendante de l'échelle de renormalisation, dans la limite où  $Q^2 \rightarrow \infty$ . Elle est reliée à  $\Delta \Sigma$  par l'équation d'évolution :

$$\Delta \Sigma_{INV} = \exp \left[ - \int_{\alpha_s(+\infty)=0}^{\alpha_s(\mu^2)} d\alpha_s \frac{\gamma^S(\alpha_s)}{\beta(\alpha_s)} \right] \Delta \Sigma(\mu^2) \quad (1.251)$$

où  $\gamma^S$  est la dimension anormale du courant axial singulet et  $\beta$  le paramètre de Callan-Symanzik de l'équation de renormalisation de groupe [PESKIN], [ROBERTS].

- pour le neutron :

$$A_1^{NS,n} = \left[ -\frac{1}{6}(F + D) + \frac{1}{18}(3F - D) \right] \quad (1.252)$$

$$A_1^S = \frac{2}{9} \Delta \Sigma_{INV} \quad (1.253)$$

C'est à partir de ces deux expressions du premier moment de la fonction de structure  $g_1$  du proton et du neutron et de leurs mesures expérimentales que les expérimentateurs ont l'habitude d'estimer le contribution invariante  $\Delta \Sigma_{INV}$  du spin des quarks au spin du nucléon.

En tenant compte des corrections de twists supérieurs, le premier moment de la fonction de structure  $g_1$  s'écrit [EHRNSPERGER] :

$$\int_0^1 g_1(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} a^{(0)} + \frac{M^2}{9Q^2} (a^{(2)} + 4d^{(2)} + 4f^{(2)}) + \frac{2M^2}{9Q^2} \int_0^1 x^2 g_1 dx + \mathcal{O}(M^4 / Q^4) \quad (1.254)$$

Pour le moment d'ordre  $n=3$ ,

$$\int_0^1 x^2 g_1(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} a^{(2)} + \mathcal{O}(M^2 / Q^2) \quad (1.255)$$

Les coefficients  $a$ ,  $d$  et  $f$  représentent respectivement des termes de twist 2, 3 et 4.

2. En supposant que les quarks étranges du nucléon ne contribuent pas à son spin,  $\Delta s = 0$ , nous retrouvons l'expression de la règle de somme d'Ellis et Jaffe :

$$\int_0^1 g_1^{p,n}(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} C_1^{NS}(Q^2) A_1^{NS,p(n)} + \frac{1}{2} C_1^S(Q^2) A_1^S \quad (1.256)$$

- pour le proton :

$$A_1^{NS,p} = \left[ \frac{1}{6}(F + D) + \frac{1}{18}(3F - D) \right] \quad (1.257)$$

$$A_1^S = \frac{2}{9}(3F - D) \quad (1.258)$$

- pour le neutron :

$$A_1^{NS,n} = \left[ -\frac{1}{6}(F + D) + \frac{1}{18}(3F - D) \right] \quad (1.259)$$

$$A_1^S = \frac{2}{9}(3F - D) \quad (1.260)$$

3. La règle de somme de **Bjorken** est obtenue par la différence des intégrales sur le proton et sur le neutron ; elle est donc uniquement de type non singulet. Les coefficients de Wilson perturbatifs ont été calculés jusqu'à l'ordre 5 en  $\alpha_s$  [**KATAEV**] dans le schéma  $\overline{MS}$  :

$$\int_0^1 (g_1^p - g_1^n)(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} C_1^{NS}(Q^2) (A_1^{NS,p} - A_1^{NS,n}) \quad (1.261)$$

où :

$$C_1^{NS}(Q^2) = 1 + d_1^{NS} \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + d_2^{NS} \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{\pi^2} + d_3^{NS} \frac{\alpha_s^3(Q^2)}{\pi^3} + d_4^{NS} \frac{\alpha_s^4(Q^2)}{\pi^4} + d_5^{NS} \frac{\alpha_s^5(Q^2)}{\pi^5} \quad (1.262)$$

et :

$$A_1^{NS,p} - A_1^{NS,n} = \frac{1}{3}(F + D) \quad (1.263)$$

Il n'existe à l'heure actuelle pas de prédiction unanime de la valeur du terme correctifs dus aux twists supérieurs venant corriger la prédiction de la règle de somme de Bjorken. Sa dernière estimation  $c_{HT}$  est [**ELLIS3**] :

$$c_{HT} = \frac{-0.02 \pm 0.01 \text{ GeV}^2}{Q^2} \quad (1.264)$$

## • Règle de somme sur la fonction de structure $g_2$ :

La fonction de structure  $g_2$  s'écrit généralement comme la somme du terme de twist 2 et d'un terme de twist 3 :

$$g_2(x) = g_2^{WW(2)}(x) + g_2^{(3)}(x) \quad (1.265)$$

où l'expression du terme de twist 3 s'écrit [**CORTES**] :

$$g_2^{(3)}(x) = - \int_x^1 \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{m}{M} h_T(y, Q^2) + \xi(y, Q^2) \right] \frac{dy}{y} \quad (1.266)$$

$m$  et  $M$  désignant respectivement la masse du quark et la masse du nucléon.  $h_T$  décrit la distribution de polarisation transverse du quark (terme de twist 2) et  $\xi$  les interactions de type quark-gluon (terme de twist 3).

Une règle de somme sur la fonction de structure  $g_2$  a été dérivée par Burkhardt et Cottingham [**BURKHARDT**], en accord avec l'expression du moment d'ordre 1 de la fonction de structure  $g_2$  précédemment calculé :

$$\int_0^1 g_2(x, Q^2) dx = 0 \quad (1.267)$$

Le comportement à bas  $x$  de la fonction de structure  $g_2$  n'étant pas connu, cette règle de somme ne peut être testée. Il est cependant possible de tester la valeur du moment d'ordre 3 de  $g_2$  en négligeant la contribution du produit  $x^2 g_2$  dans la région à bas  $x$  inaccessible à l'expérience.

En tenant compte des corrections de twists supérieurs, le premier moment de la fonction de structure  $g_2$  s'écrit [EHRNSPERGER] :

$$\int_0^1 g_2(x, Q^2) dx = 0 + \mathcal{O}(M^4 / Q^4) \quad (1.268)$$

et le moment d'ordre  $n=3$ ,

$$\int_0^1 x^2 g_2(x, Q^2) dx = -\frac{1}{3} a^{(2)} + \frac{1}{3} d^{(2)} + \mathcal{O}(M^2 / Q^2) \quad (1.269)$$

## 3.2 L'évolution en QCD perturbative

Grâce à l'expansion en produits d'opérateurs, nous venons d'établir les expressions des règles de somme des fonctions de structure polarisées du nucléon. Même s'il n'est pas possible de calculer explicitement l'expression de chaque fonction de structure ni les expressions des distributions de partons, la chromodynamique quantique nous permet de prédire leur évolution en  $Q^2$  à l'aide du formalisme développé par Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli et Parisi (DGLAP) [ALTARELLI2].

### 3.2.1 L'évolution en $Q^2$ des distributions de partons non polarisées

Dans le modèle des partons, nous avons établi l'expression de la fonction de structure  $F_1$  :

$$F_1(x) = \frac{F_2(x)}{2x} = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 q_i(x) \quad (1.270)$$

où  $q_i$  désigne maintenant indifféremment les fonctions de distribution non polarisées des quarks et des antiquarks, et  $i$  prend les valeurs 1 à  $2f$ ,  $f$  étant le nombre de saveurs actives. Supposons maintenant que le quark absorbant le photon virtuel émette un gluon avant d'absorber le photon virtuel. Nous notons  $y$  la fraction d'impulsion  $p$  du nucléon qu'il porte avant d'émettre le gluon et  $x = zy$  la fraction qu'il porte après émission, avant d'absorber le photon virtuel comme le montre la **Figure 1.16**. Les fractions  $y$  et  $z$  peuvent varier entre 0 et 1, en imposant la contrainte que la valeur du produit  $zy$  soit fixée et égale à  $x$  ; alors :

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i \int_0^1 dy q_i(y) \int_0^1 dz F_{1,i}(z) \delta(x - yz) \quad (1.271)$$

soit, en tenant compte de la fonction delta :

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i \int_x^1 \frac{dy}{y} q_i(y) F_{1,i}(x/y) \quad (1.272)$$

où pour un parton libre de saveur  $i$  dans le modèle des partons :

$$F_{1,i}(x/y) = e_i^2 \delta(1 - x/y) \quad (1.273)$$



Le calcul de  $F_{1,i}$  doit maintenant prendre en compte les processus d'émission de gluons. Les calculs des diagrammes de Feynman associés à ces processus font apparaître des divergences infrarouges (basse énergie) et ultraviolettes (haute énergie). Toutes les intégrales divergentes rencontrées dans les calculs de sections efficaces doivent être régularisées en utilisant un schéma de renormalisation.

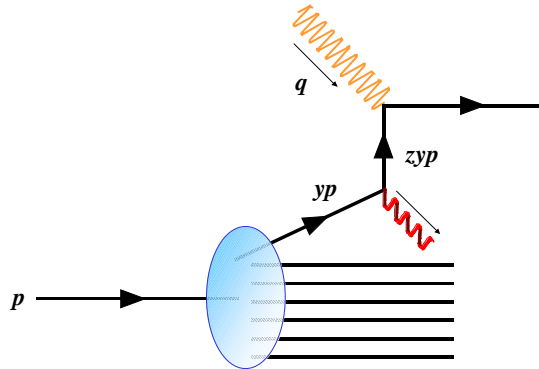


Figure 1.16 : émission d'un gluon avant absorption du photon virtuel.

Le schéma le plus utilisé est le schéma de soustraction minimale  $\overline{MS}$  [BARDEEN], basé sur la régularisation dimensionnelle [HOOFT]. Dans ce schéma, les intégrales divergentes sont calculées dans un espace de dimension  $n = 4 - \epsilon$  pour  $\epsilon \rightarrow 0$  ; dans cet espace, les intégrales s'expriment alors en fonction de termes en  $1/\epsilon$  présentant un pôle en  $\epsilon$ , et en fonction de la constante d'Euler  $\gamma_E$ . Par l'apport de termes spécifiques à ce schéma de renormalisation, les pôles en  $\epsilon$  et la constante d'Euler sont supprimés. Alors que la constante de couplage de QCD est sans dimension dans l'espace de dimension  $n = 4$ , elle acquiert une dimension dans ce nouvel espace. L'introduction de l'échelle de renormalisation  $\mu$  permet de conserver une constante de couplage sans dimension. Ce schéma est largement utilisé car la procédure utilisée est invariante de Jauge et se généralise facilement à des graphes complexes.

Le choix d'un schéma particulier détermine alors l'évolution en  $Q^2$  de la constante de couplage  $\alpha_s$ , via l'équation de renormalisation de groupe. Ici, nous nous limiterons aux diagrammes d'ordre  $\alpha_s$ . Dans ce cas,  $F_1$  reçoit trois contributions :

- **Diagramme à l'ordre  $(\alpha_s)^0$ , diagrammes à une boucle de gluons et diagrammes de rayonnement de freinage de gluons :**

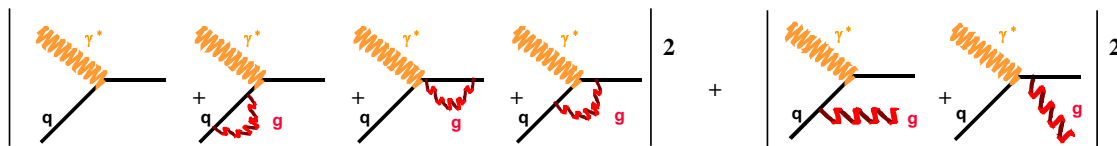
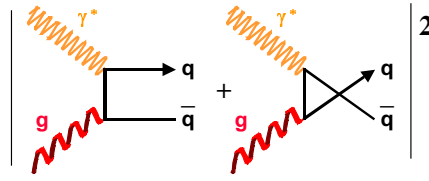


Figure 1.17 : diagramme sans émission de gluons, avec boucle et avec émission de rayonnement de freinage de gluons.

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} q_i(y) \left[ \delta(1-x/y) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}(x/y) \ln(Q^2/\mu^2) \right] \tag{1.274}$$

Les trois diagrammes à une boucle de gluons de la Figure 1.17 permettent de régulariser la divergence infrarouge de la fonction  $P_{qq}$  en  $z = 1$  [GREINER1].

• Diagrammes de production de paires quark-antiquark :



**Figure 1.18 :** diagrammes de diffusion sur un quark produit par matérialisation d'un gluon, encore appelés diagrammes de fusion photon-gluon.

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} g(y) \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qg}(x/y) \ln(Q^2 / \mu^2) \quad (1.275)$$

Ainsi, la fonction de structure  $F_1$  s'écrit sous la forme générale :

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ q_i(y) \delta(1-x/y) + q_i(y) \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}(x/y) \ln(Q^2 / \mu^2) + g(y) \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qg}(x/y) \ln(Q^2 / \mu^2) \right] \quad (1.276)$$

$\alpha_s$  représente la constante de couplage de QCD. Le paramètre  $\mu$  représente la valeur minimale de l'impulsion transverse  $p_T$  du quark après diffusion dans le processus  $\gamma^* + q \rightarrow q + g$ . Cette échelle de renormalisation permet de régulariser la divergence de la section efficace totale du processus lorsque  $p_T \rightarrow 0$ , et dépend du schéma de renormalisation choisi [HALZEN].

Les fonctions  $P(z)$  sont appelées fonctions de partition non polarisées ; elles ne dépendent pas de la saveur des quarks mis en jeu, ni de leur nature quark ou antiquark :

- $P_{qq}$  : probabilité qu'un quark ayant émis un gluon se retrouve avec la fraction  $z = x/y$  de son impulsion initiale
- $P_{qg}$  : probabilité qu'un gluon se matérialise en une paire quark-antiquark telle que le quark produit ait une fraction  $z$  de son impulsion initiale

Elles s'écrivent sous la forme d'une série en puissances de  $\alpha_s$  :

$$P = P^{(0)} + \frac{\alpha_s}{2\pi} P^{(1)} + \dots \quad (1.277)$$

A l'ordre dominant (Leading Order), repéré par l'exposant <sup>(0)</sup>, leurs expressions ne dépendent pas du schéma de renormalisation choisi (ce n'est plus vrai aux ordres supérieurs) et s'écrivent [PESKIN] :

$$P_{qq}^{(0)}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(z-1) \quad (1.278)$$

$$P_{qg}^{(0)}(z) = \frac{1}{2} (z^2 + (1-z)^2) \quad (1.279)$$

où :

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z} \quad (1.280)$$

La présence du terme d'indice + indique que la divergence infrarouge quand  $z \rightarrow 1$  de la fonction de partition  $P_{qq}$  a été exactement compensée par celle des trois diagrammes à une boucle de gluons.

Les distributions de partons dépendent donc de  $Q^2$  et sont redéfinies à l'aide des fonctions de partition par la relation [ALTARELLI3] :

$$q_i(x, Q^2) = q_{i,0}(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln(Q^2 / \mu^2) \int_x^1 \frac{dy}{y} [q_i(y) P_{qq}(x/y) + g(y) P_{qg}(x/y)] \quad (1.281)$$

de façon à paramétrer leur dépendance en  $Q^2$  ; alors l'expression de  $F_1$  s'écrit sous la forme :

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} [q_i(y, Q^2) \delta(1-x/y)] \quad (1.282)$$

ou encore :

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 [C_q \otimes q_i] \quad (1.283)$$

où le produit de convolution, noté  $\otimes$ , est défini par :

$$(f \otimes g)(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} f(y, Q^2) g(x/y, Q^2) \quad (1.284)$$

Le coefficient  $C_q$  est un coefficient de Wilson :

$$C_q = \delta(1-x/y) \quad (1.285)$$

Il représente ici la section efficace de diffusion élémentaire d'un photon virtuel sur le parton, sans émission de gluon. Le calcul perturbatif aux ordres en  $\alpha_s$  plus élevés montre qu'il s'écrit comme une série en puissances de  $\alpha_s$ .

L'expression de  $F_1$  obtenue s'écrit donc comme une "factorisation" des termes perturbatifs (les coefficients de Wilson) calculables en QCD et décrivant l'interaction entre le photon virtuel et le quark et des termes non perturbatifs (les distributions de partons), contenant toute l'information sur la structure interne du nucléon, décrite par sa fonction d'onde. Cette factorisation est caractérisée par une "échelle de factorisation"  $\mu_f$  permettant de distinguer les processus non perturbatifs tels que  $Q^2 < \mu_f^2$ , des processus perturbatifs tels que  $Q^2 > \mu_f^2$  [STERMAN]. En pratique en diffusion profondément inélastique, cette échelle arbitraire est fixée au  $Q^2$  expérimental. Cette factorisation des termes perturbatifs et non perturbatifs n'est pas unique ; il existe un "schéma de factorisation" permettant de renormaliser les coefficients perturbatifs de Wilson, adapté à chaque schéma de renormalisation, utilisé pour renormaliser la constante de couplage de QCD et caractérisé par une constante de renormalisation  $\mu$ . Généralement, le schéma de factorisation et le schéma de renormalisation sont les mêmes, par exemple  $\overline{MS}$ , et  $\mu_f = \mu$ . Nous les supposons identiques dans toute notre étude.

En introduisant le paramètre  $t$  défini par :

$$t = \ln(Q^2 / \mu^2) \quad (1.286)$$

l'équation d'évolution en  $Q^2$  des distributions  $q_i$  est gouvernée par les fonctions de partition et s'écrit :

$$\frac{dq_i(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} [q_i(y, t) P_{qq}(x/y) + g(y, t) P_{qg}(x/y)] \quad (1.287)$$

où nous avons indiqué explicitement la dépendance en  $t$  de  $\alpha_s$ . Cette dépendance n'introduit que des termes correctifs d'ordre  $(\alpha_s)^2$  lors du calcul de la dérivée de l'équation (1.281) par rapport à  $t$ . L'équation intégrale-différentielle (1.287) est l'équation d'évolution non polarisée DGLAP [ALTARELLI2].

Une combinaison de saveurs de quarks de type non singulet de saveur évolue indépendamment de la distribution gluonique :

$$\frac{dq_i(x, Q^2) - dq_j(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} [q_i(y, t) - q_j(y, t)] P_{qq}(x/y) \quad (1.288)$$

au contraire de la distribution de type singulet de saveur obtenue en sommant sur toutes les saveurs de quarks :

$$\sum_{i=1}^{2f} \frac{dq_i(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_{i=1}^{2f} q_i(y, t) P_{qq}(x/y) + 2fg(y, t) P_{qg}(x/y) \right] \quad (1.289)$$

De la même façon, la densité gluonique du nucléon suit l'équation générale d'évolution :

$$\frac{dg(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_{i=1}^{2f} q_i(y, t) P_{gq}(x/y) + g(y, t) P_{gg}(x/y) \right] \quad (1.290)$$

où nous avons introduit les deux fonctions de partition supplémentaires :

- $P_{gq}$  : probabilité qu'un quark émette un gluon avec la fraction  $z$  de son impulsion initiale
- $P_{qg}$  : probabilité qu'un gluon émette un autre gluon avec la fraction  $z$  de l'impulsion initiale du gluon

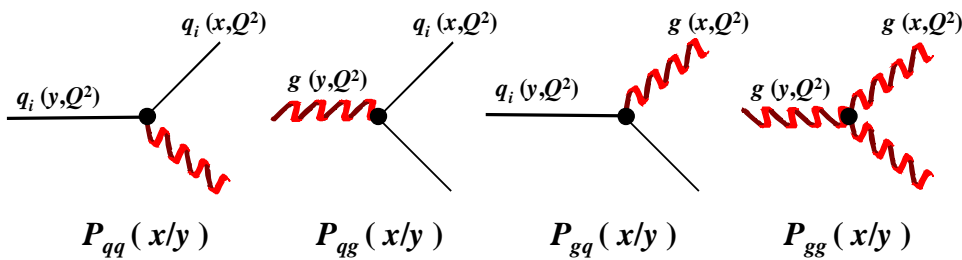
A l'ordre dominant (LO), leurs expressions ne dépendent pas du schéma de renormalisation et s'écrivent [PESKIN] :

$$P_{gq}^{(0)} = \frac{4}{3} \frac{1 + (1-z)^2}{z} \quad (1.291)$$

$$P_{gg}^{(0)} = 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) \right] + \left[ \frac{11}{2} - \frac{f}{3} \right] \delta(1-z) \quad (1.292)$$

où  $f$  représente le nombre de saveurs actives à l'échelle considérée.

Les quatre fonctions de partitions  $P_{qq}$ ,  $P_{qg}$ ,  $P_{gq}$  et  $P_{gg}$  sont schématisées sur la **Figure 1.19**.



**Figure 1.19** : schématisation des couplages associés à chaque fonction de partition.

Les équations intégral-différentielles d'évolution en  $Q^2$  ne peuvent pas être résolues analytiquement. Seules des méthodes d'intégration numériques peuvent être utilisées pour les résoudre.

### 3.2.2 L'évolution en $Q^2$ des distributions de partons polarisées

Les équations d'évolution des distributions de quarks et de gluons polarisées, représentées par le préfixe  $\delta$ , s'écrivent simplement par analogie aux équations non polarisées :

$$\frac{d\delta q_i(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} [\delta q_i(y, t) \delta P_{qq}(x/y) + \delta g(y, t) \delta P_{qf}(x/y)] \quad (1.293)$$

$$(1.294)$$

$$\frac{d\delta g(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_{i=1}^{2f} \delta q_i(y, t) \delta P_{gq}(x/y) + \delta g(y, t) \delta P_{gg}(x/y) \right] \quad (1.295)$$

où les fonctions de partitions polarisées, pour  $i, j = q$  ou  $g$ , sont définies à n'importe quel ordre, par :

$$\delta P_{ij} = P_{i^+j^+} - P_{i^-j^+} \quad (1.296)$$

l'exposant + désignant un quark ou un gluon de même hélicité que celle du nucléon, et l'exposant - un quark ou un gluon d'hélicité opposée, et les fonctions non polarisées déjà rencontrées vérifient :

$$P_{ij} = P_{i^+j^+} + P_{i^-j^+} \quad (1.297)$$

Les fonctions de partition polarisées s'écrivent sous la forme d'une série en puissances de  $\alpha_s$  :

$$\delta P = \delta P^{(0)} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta P^{(1)} + \dots \quad (1.298)$$

A l'ordre dominant, elles ne dépendent pas du schéma de renormalisation et ont pour expression [ALTARELLI2] :

$$\delta P_{qq}^{(0)}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(z-1) \quad (1.299)$$

$$\delta P_{qg}^{(0)}(z) = \frac{1}{2} (z^2 - (1-z)^2) \quad (1.300)$$

$$\delta P_{gq}^{(0)} = \frac{4}{3} \frac{1-(1-z)^2}{z} \quad (1.301)$$

$$\delta P_{gg}^{(0)} = 3 \left[ (1+z^4) \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{(1-z)_+} \right) - \frac{(1-z)^3}{z} \right] + \left[ \frac{11}{2} - \frac{f}{3} \right] \delta(1-z) \quad (1.302)$$

A l'aide du produit de convolution, les équations d'évolution polarisées s'écrivent sous la forme :

$$\frac{d\delta q_i(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [\delta q_i \otimes \delta P_{qq} + \delta g \otimes \delta P_{qf}] \quad (1.303)$$

$$\frac{d\delta g(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \left[ \sum_{i=1}^{2f} \delta q_i \otimes \delta P_{gq} + \delta g \otimes \delta P_{gg} \right] \quad (1.304)$$

Remarquons que les fonctions de partition  $\delta P_{qq}$  et  $P_{qq}$  à l'ordre dominant sont égales ; dans la mesure où la contribution gluonique est faible devant la contribution des quarks, approximation vérifiée aux grandes valeurs de la variable  $x$  de Bjorken, les fonctions de structure polarisées et non polarisées évoluent de la même façon. Alors le rapport  $g_1/F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ . Cette approximation, valable uniquement aux grandes valeurs de  $x$ , est couramment employée par les expérimentateurs pour faire évoluer les mesures expérimentales de la fonction de structure  $g_1$  sur tout le domaine en  $x$  Bjorken vers une valeur fixée commune de  $Q^2$ . En toute rigueur, et en particulier si les mesures à bas  $x$  sont de plus en plus précises, il ne faudra pas utiliser cette approximation pour faire évoluer les données expérimentales mais résoudre numériquement les équations d'évolutions complètes.

### 3.2.3 L'évolution en $Q^2$ de la fonction de structure polarisée $g_1$

Dans le modèle des partons, la fonction de structure  $g_1$  ne dépend que de  $x$  et s'écrit :

$$g_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \delta q_i(x) \quad (1.305)$$

où  $\delta q$  désigne indifféremment les fonctions de distribution polarisées des quarks et des antiquarks et où  $i$  prend les valeurs 1 à  $2f$ ,  $f$  étant le nombre de saveurs actives.

En chromodynamique quantique, son expression devient [GLÜCK3], [VOGELSANG] :

$$g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \left[ \delta C_q \otimes \delta q_i + \frac{1}{f} \delta C_g \otimes \delta g \right] \quad (1.306)$$

où les coefficients de Wilson polarisés  $\delta C$  contiennent les corrections radiatives de QCD et s'écrivent sous la forme d'une série en puissances de  $\alpha_s$  :

$$\delta C_{q,g} = \delta C_{q,g}^{(0)} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_{q,g}^{(1)} + \dots \quad (1.307)$$

L'expression de la fonction de structure  $g_1$  s'écrit donc sous la forme d'un produit de convolution de termes perturbatifs (les coefficients de Wilson polarisés) décrivant l'interaction entre le photon virtuel et le quark (ou le gluon) et tenant compte des émissions radiatives de gluons, et de termes non perturbatifs (les distributions de partons polarisées) contenant toute l'information sur la structure du nucléon polarisé.

La fonction  $g_1$  peut donc être reconstruite à n'importe quelle valeur de  $Q^2$  à partir de l'évolution des distributions polarisées de quarks et de gluons, même si QCD n'est pas capable de les calculer.

A l'ordre dominant, symbolisé par l'exposant <sup>(0)</sup>, les expressions des coefficients de Wilson ne dépendent pas du schéma de factorisation choisi :

$$\delta C_q^{(0)} = \delta(1-x) \quad (1.308)$$

$$\delta C_g^{(0)} = 0 \quad (1.309)$$

et l'expression de  $g_1$  s'écrit simplement :

$$g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \delta q_i(x, Q^2) \quad (1.310)$$

Le coefficient de Wilson gluonique polarisé étant nul, les gluons ne contribuent pas à l'évolution de  $g_1$ . Au contraire, à l'ordre sous-dominant (**Next-to-Leading Order**), symbolisé par l'exposant <sup>(1)</sup>, les distributions polarisées de quarks et de gluons contribuent toutes les deux à l'évolution de  $g_1$ . Ainsi, à partir de l'étude de l'évolution en  $Q^2$  des mesures expérimentales de  $g_1$  à l'ordre sous dominant, il est possible d'obtenir des informations sur les distributions de partons et de gluons polarisées pour en extraire la contribution du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon.

### 3.2.4 Contribution des gluons au premier moment de $g_1$

Le premier moment de la fonction de structure  $g_1$  s'écrit sous la forme :

$$\int_{x=0}^1 g_1(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \left[ \Delta C_q \Delta q_i + \frac{1}{f} \Delta C_g \Delta G \right] \quad (1.311)$$

où les quantités portant le préfixe  $\Delta$  sont calculées en intégrant de  $x = 0$  à  $x = 1$  les quantités correspondantes portant le préfixe  $\delta$ ; elles ne dépendent plus de  $x$ . Le premier moment de  $\delta g(x, Q^2)$  représente la fraction  $\Delta G$  du spin du nucléon portée par les gluons à l'échelle  $Q^2$  :

$$\Delta G(Q^2) = \int_0^1 \delta g(x, Q^2) dx \quad (1.312)$$

Le premier moment de la fonction de structure  $g_1$  reçoit donc une contribution gluonique, si l'intégrale sur  $x$  du coefficient de Wilson  $\delta C_g$  n'est pas nulle. A l'ordre dominant, cette intégrale est nulle car  $\delta C_g^{(0)} = 0$  quelque soit le schéma de factorisation choisi ; au contraire, à l'ordre sous-dominant, la valeur de l'intégrale du coefficient dépend du schéma de factorisation utilisé pour calculer les coefficients de Wilson [GLÜCK3] :

- dans le schéma  $\overline{MS}$  :

$$\Delta C_q = \int_{x=0}^1 \delta C_q dx = \int_{x=0}^1 \left[ \delta C_q^{(0)} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right] dx = 1 - \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{3C_F}{2} = 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} \quad (1.313)$$

$$\Delta C_g = \int_{x=0}^1 \delta C_g dx = \int_{x=0}^1 \left[ \delta C_g^{(0)} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \right] dx = 0 \quad (1.314)$$

Le premier moment de la fonction de structure  $g_1$  à l'ordre dominant s'écrit alors sous la forme :

$$\int_{x=0}^1 g_1(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \left[ 1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right] \Delta q_i(Q^2) \quad (1.315)$$

Le premier moment d'ordre 1 ne contient *pas de contribution gluonique*. L'expression du coefficient de Wilson  $\delta C_g$  à l'ordre sous dominant dans ce schéma de factorisation contient un terme d'origine largement non perturbative, à l'origine de la relation  $\Delta C_g = 0$ . Après de nombreux débats entre théoriciens [GLÜCK3], il semble clair aujourd'hui que ce terme non perturbatif doit être extrait du coefficient de Wilson et introduit dans les expressions définissant les distributions de partons polarisées, quantités purement non perturbatives. Cette redéfinition des coefficients de Wilson en extrayant le terme non perturbatif équivaut à redéfinir un nouveau schéma de factorisation : le schéma d'Aber-Bardeen [BALL], noté **AB**. Dans ce schéma, la symétrie chirale est respectée (masses des quarks nulles) alors qu'elle ne l'est pas dans  $\overline{MS}$ .

- dans le schéma **AB** :

Le schéma **AB** est construit directement à partir du schéma de factorisation  $\overline{MS}$  ; ces schémas ne diffèrent que par les expressions des moments d'ordre 1 des fonctions de partition polarisées (appelés dimensions anomales polarisées) et des coefficients de Wilson. Alors, dans le schéma **AB** :

$$\Delta C_q = \int_{x=0}^1 \delta C_q dx = \int_{x=0}^1 \left[ \delta C_q^{(0)} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right] dx = 1 - \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{3C_F}{2} = 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} \quad (1.316)$$

$$\Delta C_g = \int_{x=0}^1 \delta C_g dx = \int_{x=0}^1 \left[ \delta C_g^{(0)} + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \right] dx = -\frac{\alpha_s}{2\pi} 2T_f = -\frac{\alpha_s}{2\pi} f = -\frac{3\alpha_s}{2\pi} \quad (1.317)$$

$f$  étant le nombre de saveurs actives, fixé à 3 ici. Le premier moment de la fonction de structure  $g_1$  à l'ordre dominant s'écrit alors sous la forme :

$$\int_{x=0}^1 g_1(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \left[ \left( 1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right) \Delta q_i(Q^2) - \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta G(Q^2) \right] \quad (1.318)$$

Dans ce schéma,  $\Delta G$  contribue au moment d'ordre 1 de la fonction de structure  $g_1$ .

### 3.2.5 Contributions du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon

Les équations d'évolution des distributions polarisées de type *non singulet de saveur*  $\delta q_{NS}$  s'écrivent sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \delta q_{NS}(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \delta q_{NS} \otimes \delta P_{qq} \quad (1.319)$$

Les équations d'évolution des distributions polarisées de type *singulet de saveur*,  $\delta q_s$  pour les quarks et  $\delta g$  pour les gluons sont couplées et s'expriment sous la forme matricielle :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta q_s(x, Q^2) \\ \delta g(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \begin{pmatrix} \delta P_{qq} & \delta P_{qg} \\ \delta P_{gq} & \delta P_{gg} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \delta q_s \\ \delta g \end{pmatrix} \quad (1.320)$$

Considérons la distribution polarisée de type singulet  $\delta \Sigma(x, Q^2)$  définie par :

$$\delta \Sigma(x, Q^2) = \sum_{i=1}^{2f} \delta q_i(x, Q^2) \quad (1.321)$$

Son moment d'ordre  $n = 1$  représente la fraction  $\Delta \Sigma$  du spin du nucléon portée par les quarks :

$$\Delta \Sigma(Q^2) = \int_0^1 \delta \Sigma(x, Q^2) dx \quad (1.322)$$

L'évolution en  $Q^2$  de la contribution des quarks  $\Delta \Sigma$  et de la contribution des gluons  $\Delta G$ , toutes deux de type singulet, est donnée par l'équation matricielle :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta \Sigma(Q^2) \\ \Delta G(Q^2) \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta \gamma_{qq}(n=1) & \delta \gamma_{qg}^1(n=1) \\ \delta \gamma_{gq}(n=1) & \delta \gamma_{gg}(n=1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \Sigma \\ \Delta G \end{pmatrix} \quad (1.323)$$

où le produit de convolution devient un simple produit matriciel, et l'évolution du premier moment de type non singulet défini par :

$$\Delta q_{NS}(Q^2) = \int_0^1 \delta q_{NS}(x, Q^2) dx \quad (1.324)$$

est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \Delta q_{NS}(x, Q^2) = -\frac{1}{2} \Delta q_{NS} \delta \gamma_{qq}(n=1) \quad (1.325)$$

Les fonctions  $\delta \gamma$  portent le nom de dimensions anormales polarisées ; elles gouvernent l'évolution des moments d'ordre  $n$  des distributions de quarks et de gluons. Elles s'écrivent comme une série en puissances de  $\alpha_s$  :



$$\delta\gamma_{q,g} = \frac{\alpha_s}{4\pi} \delta\gamma_{q,g}^{(0)} + \frac{\alpha_s^2}{16\pi^2} \delta\gamma_{q,g}^{(1)} + \dots \quad (1.326)$$

et sont définies par la relation :

$$\delta\gamma_{ij}^{(0)}(n) = -4 \int_0^1 x^{n-1} \delta P_{ij}^{(0)}(x, Q^2) dx \quad (1.327)$$

$$\delta\gamma_{ij}^{(1)}(n) = -8 \int_0^1 x^{n-1} \delta P_{ij}^{(1)}(x, Q^2) dx \quad (1.328)$$

Leur expression dépend du schéma de factorisation choisi, donc l'évolution en  $Q^2$  de la contribution  $\Delta\Sigma$  diffère d'un schéma à l'autre. En introduisant la notation :

$$\Delta G' = \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta G \quad (1.329)$$

à l'ordre sous dominant  $(\alpha_s)^2$ , il vient :

- dans le schéma  $\overline{MS}$  [ALTARELLI1], [CHENG] :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta\Sigma_{\overline{MS}} \\ \Delta G' \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s^2}{4\pi^2} \begin{pmatrix} -2f & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\Sigma_{\overline{MS}} \\ \Delta G' \end{pmatrix} \quad (1.330)$$

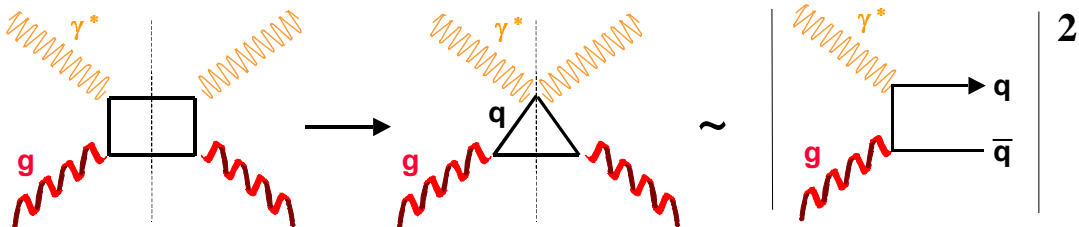
Ainsi, dans le schéma de factorisation  $\overline{MS}$ , la fraction  $\Delta\Sigma$  du spin du nucléon portée par les quarks *dépend* de  $Q^2$ . Son équation d'évolution ne dépend pas de la contribution gluonique et cette dépendance en  $Q^2$  traduit que le courant axial de type singulet défini par :

$$J_\mu^0 = \sum_{j=1}^f \bar{\psi}_j \gamma_\mu \gamma_5 \psi_j \quad (1.331)$$

n'est pas conservé dans ce schéma de factorisation, autrement dit que sa divergence n'est pas nulle [ANSELMINO2] :

$$\partial^\mu J_\mu^0 = \frac{\alpha_s f}{2\pi} \text{Tr}[G_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu}] \quad (1.332)$$

où  $G_{\mu\nu}$  est le tenseur interaction gluonique. Cette violation de la conservation du courant porte le nom d'anomalie du courant axial-vecteur, ou plus simplement d'anomalie axiale (ou triangulaire), et apparaît lors du calcul de la section efficace  $\delta\mathcal{C}_g$  apparaissant dans l'expression de  $g_1$ . Le calcul de cette section efficace fait intervenir le diagramme en boîte de diffusion photon gluon représenté sur la **Figure 1.20**.



**Figure 1.20 :** la section efficace du processus photon virtuel + gluon  $\rightarrow$  quark + antiquark est proportionnelle à la partie imaginaire du diagramme en boîte représenté à gauche, dont le calcul se ramène à celui du diagramme triangulaire [CHENG], [CARLITZ2], [PESKIN].

Rappelant la définition de l'élément de matrice  $a_0$  :

$$\langle p, s | J_\mu^0 | p, s \rangle = 2a_0 s_\mu \quad (1.333)$$

où  $p$  et  $s$  représentent les quadrivecteurs impulsion et polarisation du nucléon, il vient :

$$\Delta\Sigma_{MS}(Q^2) = a_0(Q^2) \quad (1.334)$$

• dans le schéma  $AB$  [ALTARELLI1] :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta\Sigma_{AB} \\ \Delta G' \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s^2}{4\pi^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -2f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\Sigma_{AB} \\ \Delta G' \end{pmatrix} \quad (1.335)$$

Dans le schéma de factorisation  $AB$ , la fraction  $\Delta\Sigma$  du spin du nucléon portée par les quarks ne dépend pas de  $Q^2$ , à n'importe quel ordre en  $\alpha_s$ . Ici, le courant axial est conservé et prend la forme :

$$\tilde{J}_\mu^0 = J_\mu^0 - \frac{\alpha_s f}{2\pi} J_\mu^{AB} = \sum_{j=1}^f \bar{\psi}_j \gamma_\mu \gamma_5 \psi_j - \frac{\alpha_s f}{2\pi} J_\mu^{AB} \quad (1.336)$$

telle que sa divergence soit nulle :

$$\partial^\mu \tilde{J}_\mu^0 = 0 \quad (1.337)$$

Le courant  $J_\mu^{AB}$  porte le nom de courant axial gluonique [ANSELMINO2]. La divergence du courant axial gluonique est strictement identique à celle du courant axial de type singulet au facteur  $(\alpha_s f/2\pi)$  près :

$$\partial^\mu J_\mu^{AB} = Tr[G_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu}] \quad (1.338)$$

Rappelant la définition de l'élément de matrice  $a_0$  et introduisant l'élément de matrice  $\tilde{a}_0$  et la contribution  $\Delta G$  défini par :

$$\langle p, s | J_\mu^0 | p, s \rangle = 2a_0 s_\mu \quad (1.339)$$

$$\langle p, s | \tilde{J}_\mu^0 | p, s \rangle = 2\tilde{a}_0 s_\mu \quad (1.340)$$

$$\langle p, s | J_\mu^{AB} | p, s \rangle = -2\Delta G s_\mu \quad (1.341)$$

où  $p$  et  $s$  représentent les quadrivecteurs impulsion et polarisation du nucléon, il vient :

$$\tilde{a}_0 = a_0(Q^2) + \frac{f\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta G(Q^2) \quad (1.342)$$

ou, de façon équivalente :

$$\Delta\Sigma_{AB} = \Delta\Sigma_{MS}(Q^2) + \frac{f\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta G(Q^2) \quad (1.343)$$

De même pour une contribution  $\Delta q_i$ , où  $q_i = u, d, s, \dots$  :

$$\Delta q_{i,AB} = \Delta q_{i,MS}(Q^2) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta G(Q^2) \quad (1.344)$$

Il n'est pas possible de réconcilier la valeur de  $\Delta\Sigma$  prédite dans ces deux schémas de factorisation, même dans la limite où  $Q^2 \rightarrow \infty$ , car le produit  $\alpha_s(Q^2)\Delta G(Q^2)$  garde une valeur finie [ALTARELLI4], [JI1]. Cette ambiguïté dans la définition de la contribution du spin des quarks au spin du nucléon résulte directement de la séparation des termes perturbatifs et des termes non perturbatifs apparaissant dans l'expression "factorisée" de la fonction de structure  $g_1$  [GLÜCK3].



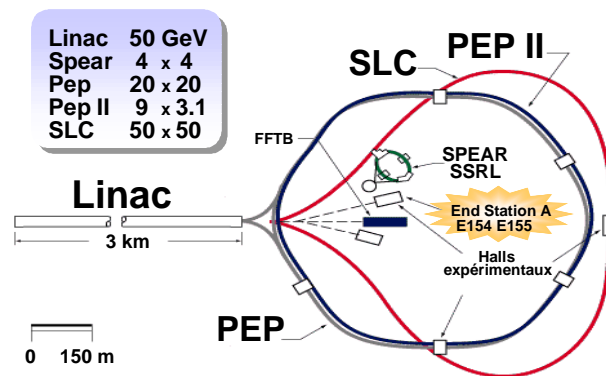
## CHAPITRE 2 : DISPOSITIF EXPERIMENTAL

CHAPITRE 2: DISPOSITIF EXPERIMENTAL .....	57
1 Le faisceau d'électrons polarisé .....	58
1.1 Polarisation des électrons .....	58
1.2 Le canon à électrons .....	64
1.3 Choix du sens de polarisation des électrons .....	65
1.4 Transport des électrons vers le hall expérimental ESA.....	65
2 Le polarimètre Moeller .....	69
2.1 La diffusion élastique Moeller polarisée.....	70
2.2 Description du détecteur Moeller .....	72
2.3 Analyse des données Moeller .....	77
2.4 Polarisation du faisceau.....	78
3 La cible polarisée d'Hélium 3 .....	81
3.1 Une cible de neutrons polarisés .....	81
3.2 Polarisation des noyaux d'Hélium 3 .....	82
3.3 Description des cibles .....	86
3.4 Description du dispositif de polarisation .....	88
3.5 Mesure de la polarisation des cibles .....	89
4 Les deux spectromètres .....	96
4.1 Les éléments magnétiques.....	98
4.2 Les détecteurs .....	100
4.2.1 Les détecteurs Cherenkov .....	101
4.2.2 Les plans d'hodoscopes .....	104
4.2.3 Les calorimètres électromagnétiques.....	106

L'expérience E154 s'est déroulée du 18 Septembre au 1<sup>er</sup> Décembre 1995 auprès de l'accélérateur linéaire du SLAC de l'Université de Stanford en Californie, aux Etats-Unis. L'accélérateur délivrait des électrons d'hélicité  $h = \pm 1$  et d'énergie voisine de 50 GeV. La polarisation du faisceau a été mesurée à l'aide d'un polarimètre Moeller placé dans le hall expérimental "End Station A". Ces électrons ont été envoyés sur une cible fixe polarisée d'Hélium 3 jouant le rôle de cible de neutrons polarisée, puis les électrons diffusés ont été détectés à l'aide de deux bras de spectromètres indépendants, afin de mesurer les asymétries de comptage d'électrons diffusés d'où sont extraites les fonctions de structure polarisées du neutron  $g_1$  et  $g_2$ .

# 1 Le faisceau d'électrons polarisé

La diffusion d'un faisceau d'électrons polarisé sur une cible nucléaire polarisée permet d'accéder aux fonctions de structure polarisées du nucléon. Ces électrons polarisés sont délivrés par l'accélérateur linéaire du SLAC (cf. **Figure 2.1**).

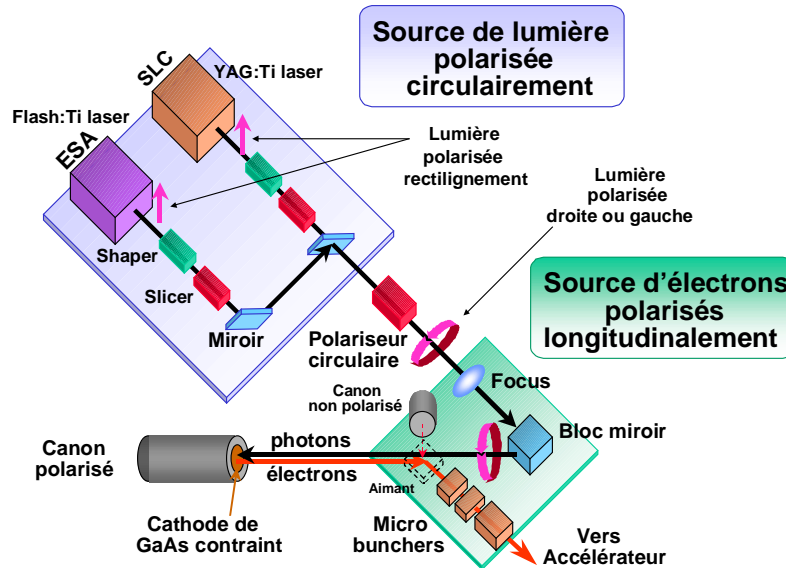


**Figure 2.1 :** le SLAC : vue générale de l'accélérateur linéaire d'électrons (le LINAC), des trois collisionneurs  $e^+e^-$  PEP, PEPII et SLC, de l'anneau de stockage SPEAR utilisé comme source de radiation synchrotron, du hall expérimental ESA et du hall FFTB d'étude de la dynamique des faisceaux.

## 1.1 Polarisation des électrons

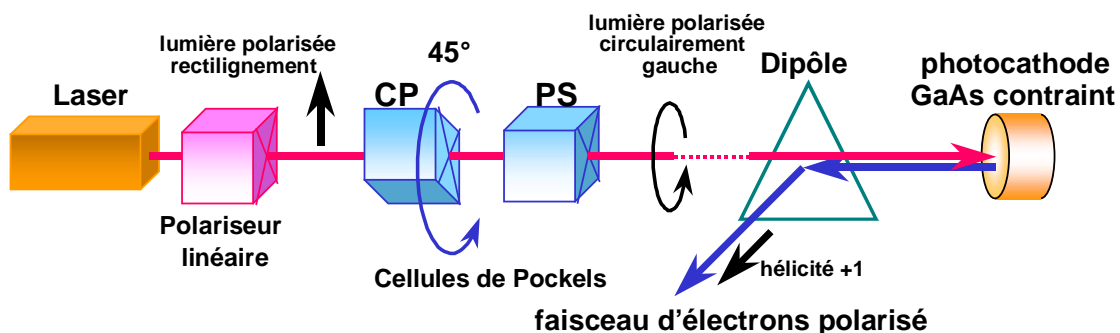
Les électrons délivrés par l'accélérateur sont polarisés longitudinalement par rapport à la direction de propagation du faisceau. Ils sont produits au niveau de la source de l'accélérateur, en éclairant une photocathode d'Arséniure de Gallium contraint, par des photons polarisés circulairement. La **Figure 2.2** représente une vue schématique de la source d'électrons polarisés, montrant la source de lumière polarisée circulairement et le canon à électrons polarisés.

La source de photons utilisée lors de l'expérience E154 est un laser de type Ti-saphir pompé par une lampe flash [WITTE], [OMFTE] pouvant délivrer des photons dans le domaine de longueur d'onde 750 – 870 nm à une fréquence élevée : un pulse de 10 ms et d'énergie 83  $\mu$ J, 120 fois par seconde [PESLOM]. La longueur d'onde utilisée pour E154 était de  $850.0 \pm 0.7$  nm. Deux systèmes optiques, appelés Pulse Shaper et Pulse Slicer, permettent de contrôler l'intensité du faisceau laser et de le modeler de façon à donner une forme régulière et une durée voisine de 240 ns aux paquets d'électrons délivrés par l'accélérateur à leur arrivée dans le hall expérimental ESA.



**Figure 2.2 :** représentation schématique de la source d'électrons polarisés, montrant la source de lumière polarisée circulairement et la source d'électrons polarisés longitudinalement. Les photons produits par le laser sont polarisés rectilignement puis traversent un polariseur circulaire. Ils vont ensuite éclairer la photocathode de GaAs contraint qui délivre en retour des électrons polarisés longitudinalement.

Initialement polarisé rectilignement, le faisceau laser est polarisé circulairement [WOODS2] en traversant deux cellules de Pockels, cristaux de Cleveland biréfringents sur lesquels l'application d'une haute tension dite quart d'onde (environ 2600 V) permet de convertir la polarisation linéaire du faisceau lumineux qui les traverse en une polarisation circulaire (effet Kerr : un diélectrique devient biréfringent lorsqu'il est soumis à un champ électrique). Se reporter à la **Figure 2.3**. La première cellule de Pockels (CP) est orientée à  $45^\circ$  par rapport à la seconde cellule de Pockels (PS) [WOODS3], une telle configuration permettant de générer des polarisations elliptiques arbitraires et de compenser les déphasages optiques apparaissant lors du transport du faisceau laser. Le choix du sens de polarisation circulaire du faisceau laser, droite ou gauche, permet de fixer la direction de l'orientation du spin des électrons émis par la source : parallèle ou antiparallèle à leur sens de déplacement. C'est le signe de la haute tension appliquée à la première cellule de Pockels (CP) qui permet de choisir ce sens de polarisation : une haute tension positive permettra de fixer le spin des électrons émis dans une direction privilégiée, alors que la même haute tension de signe opposé permettra de changer le sens d'orientation du spin des électrons. La seconde cellule de Pockels (PS), quant à elle, est utilisée pour contrôler l'asymétrie de charge du faisceau. En pratique, on applique la tension quart d'onde à la cellule (CP) avec le signe adéquat et une haute tension nulle à la cellule (PS) pour obtenir une polarisation circulaire. La polarisation circulaire atteinte au cours de l'expérience dépasse 99%. Le signe de la tension quart d'onde appliquée à la cellule (CP) est déterminé par un générateur de nombres pseudo-aléatoire, mis à jour pour chaque nouveau paquet d'électrons délivré par le faisceau.

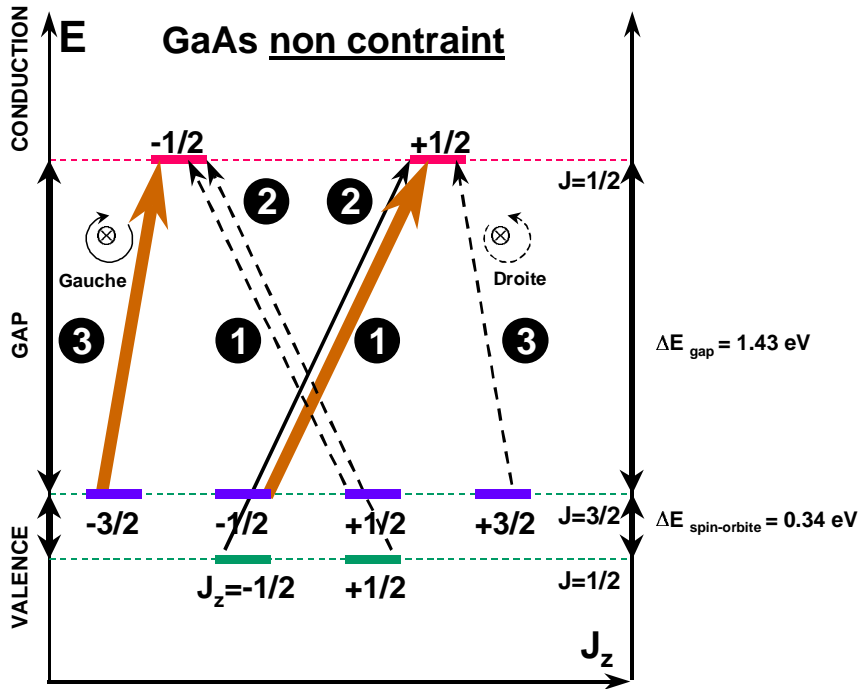


**Figure 2.3 :** principe du polariseur circulaire représenté sur la **Figure 2.2**. La polarisation d'un photon est dite "gauche" lorsque son hélicité est positive ou encore lorsqu'un observateur qui reçoit le faisceau lumineux voit le vecteur de Fresnel  $E$  tourner dans le sens inverse des aiguilles d'une montre [JACKSON4], [YUAN2].

Comme pour l'expérience E154, le faisceau d'électrons de l'expérience E143 était polarisé à l'aide d'une photocathode d'Arséniure de Gallium contraint. L'utilisation d'un cristal contraint permet en effet d'atteindre des polarisations proches de 100%, alors qu'un cristal non contraint conduisait pour l'expérience E142 à une polarisation de l'ordre de 50%.

□ Cristal de GaAs non contraint

La **Figure 2.4** décrit la structure en bandes de l'Arséniure de Gallium non contraint [WOODS1].  $J_z$  représente la projection du moment angulaire total  $J$  des électrons du cristal sur l'axe de quantification donné par l'axe de propagation des photons. A cause de la conservation du moment angulaire de spin, seule une lumière polarisée droite ou gauche peut induire des transitions depuis la bande de valence vers la bande de conduction telles que  $\Delta J_z = \pm 1$ . Les électrons émis par le cristal auront une polarisation longitudinale et une hélicité  $+1$  ou  $-1$ , suivant le sens de la polarisation circulaire des photons [YUAN1].



**Figure 2.4 :** structure en bandes du GaAs non contraint. Les fonctions d'onde de la bande de valence sont de type P (moment orbital égal à 1) et correspondent aux deux niveaux  $^2P_{3/2}$  et  $^2P_{1/2}$ , (notation spectroscopique  $^{2S+1}L_J$ ) séparés de  $\Delta E_{\text{spin-orbite}} = 0.34 \text{ eV}$  à 300 K par interaction spin-orbite. La fonction d'onde de la bande de conduction est de type S (moment orbital nul) et correspond au niveau atomique  $^2S_{1/2}$ . Le gap énergétique entre la bande de valence et la bande de conduction vaut  $\Delta E_{\text{gap}} = 1.43 \text{ eV}$  à 300K.

Les flèches en traits pleins représentent les transitions induites par des photons de polarisation circulaire gauche, et celles en traits pointillés, les transitions induites par des photons de polarisation circulaire droite. Les disques noirs indiquent la probabilité relative de chaque transition. En éclairant le cristal avec des photons d'énergie adéquate  $h\nu$  :

$$\Delta E_{\text{gap}} = 1.43 \text{ eV} < h\nu < \Delta E_{\text{gap}} + \Delta E_{\text{spin-orbite}} = 1.77 \text{ eV} \text{ à } 300 \text{ K} \quad (2.1)$$

il est possible de supprimer les transitions depuis les états  $J_z = \pm 1/2$  ( $J = 1/2$ ) de la bande de valence. La probabilité de transition depuis un état  $J_z = \pm 3/2$  ( $J = 3/2$ ) vers la bande de conduction étant trois fois plus élevée [PIERCE] que celle depuis un état  $J_z = \pm 1/2$  ( $J = 3/2$ ), si le cristal est éclairé avec des photons de polarisation circulaire gauche (transitions représentées par les deux flèches épaisses), alors il y aura trois fois plus d'électrons polarisés émis de projection de spin  $-1/2$  que d'électrons de projection de spin  $+1/2$ . Et inversement pour une polarisation circulaire droite. Dans les deux cas, la polarisation  $P$  des électrons obtenue est de 50% :

$$P = \frac{3-1}{3+1} = 50\% \quad (2.2)$$

Par exemple, la probabilité relative de la transition depuis l'état  $J_z = -3/2$  ( $J = 3/2$ ) de la bande de valence vers l'état  $J_z = -1/2$  ( $J = 1/2$ ) de la bande de conduction, par rapport à la transition depuis  $J_z = -1/2$  ( $J = 3/2$ ) vers  $J_z = 1/2$  ( $J = 1/2$ ), vaut 3. En effet, le photon de polarisation circulaire gauche et de moment angulaire total de projection + 1 se couple dans les deux transitions avec la même probabilité à l'électron de moment angulaire total 3/2 ; la table des coefficients de Clebsch-Gordan [BOOKLET] nous donne la composition  $3/2 \otimes 1$  :

- (1) Transition  $|3/2, -3/2\rangle \rightarrow |1/2, -1/2\rangle$   
 $|3/2, -3/2\rangle \otimes |1, 1\rangle = 1/\sqrt{10} |5/2, -1/2\rangle - \sqrt{2}/\sqrt{5} |3/2, -1/2\rangle + 1/\sqrt{2} |1/2, -1/2\rangle$
- (2) Transition  $|3/2, -1/2\rangle \rightarrow |1/2, 1/2\rangle$   
 $|3/2, -1/2\rangle \otimes |1, 1\rangle = \sqrt{3}/\sqrt{10} |5/2, 1/2\rangle - \sqrt{8}/\sqrt{15} |3/2, 1/2\rangle + 1/\sqrt{6} |1/2, 1/2\rangle$

Le photon incident ayant la même probabilité de rencontrer un électron dans l'état  $|3/2, -3/2\rangle$  qu'un électron dans l'état  $|3/2, -1/2\rangle$ , nous en déduisons la probabilité relative  $P_r$  de la transition (1) par rapport à la transition (2) :

$$P_r = ( \langle 1/2, -1/2 | |3/2, -3/2\rangle \otimes |1, 1\rangle )^2 / ( \langle 1/2, 1/2 | |3/2, -1/2\rangle \otimes |1, 1\rangle )^2 = 3$$

□ **Cristal de GaAs contraint**

Un cristal de GaAs contraint permet d'atteindre une polarisation théorique de 100%. La contrainte est exercée par un substrat de  $\text{GaAs}_{1-28\%}\text{P}_{28\%}$  contenant une concentration de 28% en phosphore. Ce substrat est fabriqué à partir d'un cristal de  $\text{GaAs}_{1-y}\text{P}_y$ , où y représente une fraction variable de phosphore présente dans le cristal (y variant de 0% à 28%) implanté sur une couche de GaAs, elle-même fixée sur un substrat de GaAs de type p, comme l'indique la Figure 2.5.

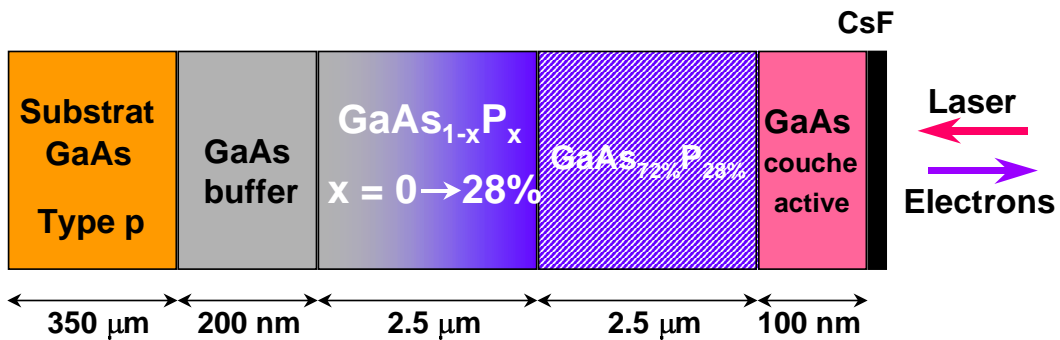
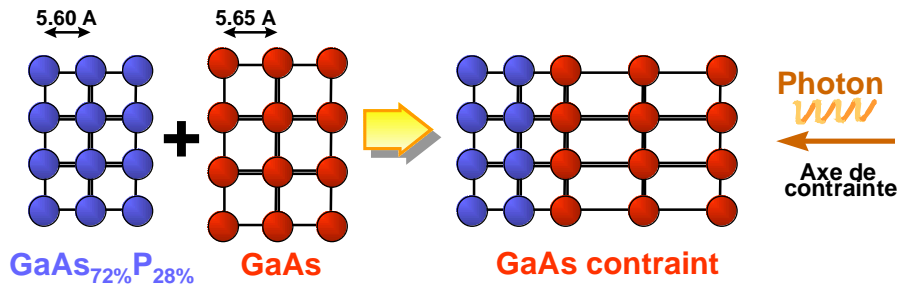


Figure 2.5 : principe de la contrainte du cristal de GaAs.

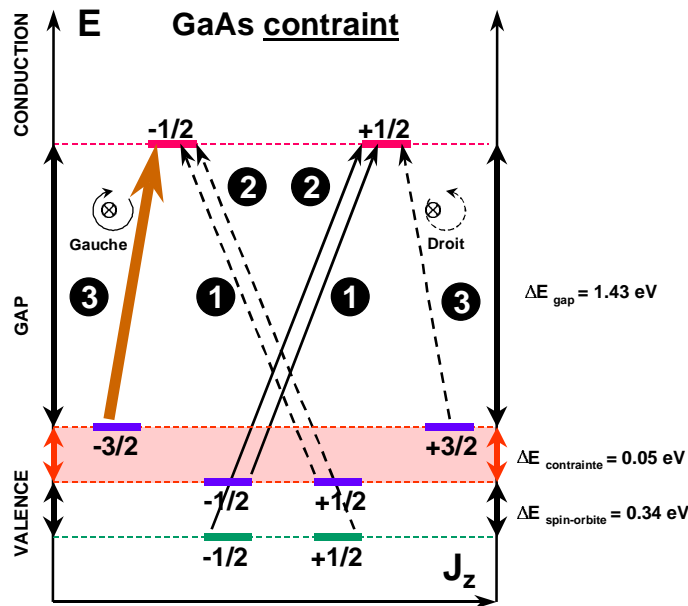
Le cristal de GaAs à contraindre, d'épaisseur suffisamment faible : 100 nm, et de diamètre 22.5 mm, est implanté sur le substrat  $\text{GaAs}_{1-28\%}\text{P}_{28\%}$  [ALLEY]. Ce substrat se présente sous la forme d'un réseau cubique de pas  $5,60 \cdot 10^{-10}$  m. Le cristal de GaAs quant à lui possède une maille cubique de pas légèrement plus grand :  $5,65 \cdot 10^{-10}$  m. L'implantation du cristal de GaAs sur le substrat  $\text{GaAs}_{1-28\%}\text{P}_{28\%}$  entraîne une déformation uniaxiale du réseau du cristal de GaAs, perpendiculaire à la surface de contrainte. Le cristal contraint est d'épaisseur suffisamment faible pour que la contrainte ne soit pas relâchée. Il se présente alors sous la forme d'un réseau rectangulaire. Se reporter à la Figure 2.6.





**Figure 2.6 :** représentation de la maille des réseaux de  $\text{GaAs}_{72\%}\text{P}_{28\%}$ , de  $\text{GaAs}$  et de  $\text{GaAs}$  contraint. La direction des photons incidents polarisés circulairement est représentée par la flèche pointant vers la gauche.

La **Figure 2.7** décrit la structure en bandes de l'Arséniure de Gallium contraint [WOODS1]. La contrainte a levé la dégénérescence du niveau  $J = 3/2$  de la bande de valence en introduisant une bande d'énergie supplémentaire de largeur  $\Delta E_{\text{contrainte}} = 0.05 \text{ eV}$  à 300K. De cette façon, il est possible de supprimer les transitions depuis les états  $J_z = \pm 1/2$  ( $J = 3/2$ ) de la bande de valence, vers la bande de conduction. Par exemple, si le cristal est éclairé avec des photons de polarisation circulaire gauche (transition représentée par la flèche épaisse) dans la direction de l'axe de contrainte, avec une énergie supérieure à 1.43 eV, mais inférieure à 1.48 eV, seule la transition depuis le niveau  $J_z = -3/2$  de la bande de valence vers le niveau  $J_z = -1/2$  de la bande de conduction est autorisée. La polarisation des électrons théoriquement attendue est de 100%. Mesurée par notre détecteur Moeller situé dans l'ESA, elle atteint 83%.

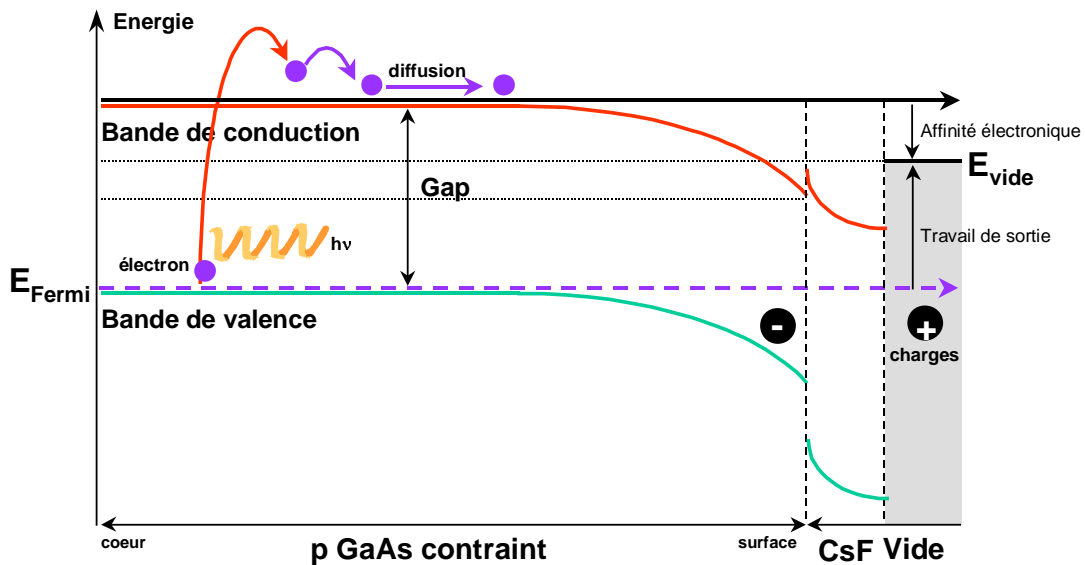


**Figure 2.7 :** structure en bandes du  $\text{GaAs}$  contraint. La contrainte a introduit un gap énergétique supplémentaire  $\Delta E_{\text{contrainte}} = 0.05 \text{ eV}$  à 300K entre les états  $J_z = \pm 1/2$  ( $J = 3/2$ ) et les états  $J_z = \pm 3/2$  ( $J = 3/2$ ) de la couche de valence  $\text{P}_{3/2}$ .

Les électrons excités (électrons "chauds") se refroidissent rapidement (électrons "froids") vers les couches les moins énergétiques de la bande de conduction puis diffusent vers la surface du cristal. Cette dernière est caractérisée par son affinité électronique, définie comme la différence entre l'énergie correspondant à la barrière de potentiel du vide et l'énergie de la bande de conduction au cœur du cristal. Un cristal de  $\text{GaAs}$  possède une affinité électronique positive voisine de 4 eV à 300K. Pour extraire les électrons du cristal, il faut la rendre nulle ou négative. Il existe pour cela deux méthodes [PREPOST]. La première consiste à doper le cristal de  $\text{GaAs}$  de façon à ce que les atomes accepteurs d'électrons dominent : dopage de type p par des atomes de  $\text{Zn}$  à une concentration de  $5.10^{18} \text{ atomes/cm}^3$ . Il en résulte une courbure des bandes du cristal au voisinage de la surface, où apparaît une accumulation de charges positives. La seconde méthode consiste à déposer une très fine couche de métal alcalin, le Césium, sur la surface du cristal, sous la forme de fluorure de Césium. Les atomes de  $\text{Cs}$  transfèrent partiellement leur électron de valence au cœur du cristal ; il en résulte une diminution de la barrière de surface vue par les électrons [DROUHIN]. Alors l'affinité électronique du cristal atteint  $-0.4 \text{ eV}$  à 300K. De cette façon, les électrons s'échappent du cristal depuis des profondeurs pouvant

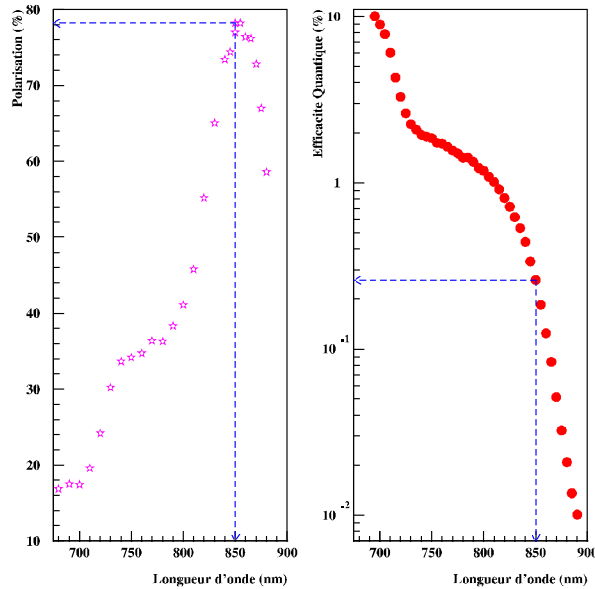
atteindre jusqu'à  $50000 \cdot 10^{-10}$  m puis migrent dans le vide. La **Figure 2.8** montre l'évolution de l'énergie de la bande de valence et celle de la bande de conduction depuis le coeur du cristal de GaAs dopé jusqu'au vide.

Les électrons émis ( $J_z = -1/2$ ) ont la même hélicité que les photons ( $J_z = 1$ ) qui éclairent la photocathode, car ils quittent le cristal dans la direction opposée à celle du faisceau laser. Se reporter à la **Figure 2.3**. En pratique, la polarisation atteinte est proche de 83%. Elle est d'une part limitée par l'épaisseur de la photocathode de GaAs contraint : plus l'épaisseur est grande, moins la contrainte appliquée au cristal de GaAs est importante, moins la polarisation atteinte est élevée. D'autre part, la polarisation des électrons augmente lorsque l'efficacité quantique de la photocathode décroît, l'efficacité quantique étant définie comme le rapport du nombre d'électrons émis au nombre de photons incidents éclairant la photocathode. En effet, lorsque l'efficacité quantique est grande, de nombreux électrons sont émis par la photocathode et un grand nombre d'entre eux ont diffusé à travers le cristal et ont perdu une grande partie de leur énergie avant de s'échapper dans le vide, alors que la plupart des électrons émis lorsque cette efficacité quantique est faible n'ont pas diffusé dans le cristal avant leur émission [MULHOLLAN]. Plus un électron diffuse à l'intérieur du cristal avant d'être éjecté, plus il a de chances de perdre de l'énergie et d'être dépolarisé. La **Figure 2.9** montre l'évolution de la polarisation des électrons et de l'efficacité quantique de la photocathode en fonction de la longueur d'onde des photons incidents éclairant un cristal de GaAs contraint.



**Figure 2.8** : migration des électrons dans le vide depuis le coeur du cristal dopé. L'affinité électronique atteinte est négative et vaut  $-0.4$  eV à 300K [PIERCE].

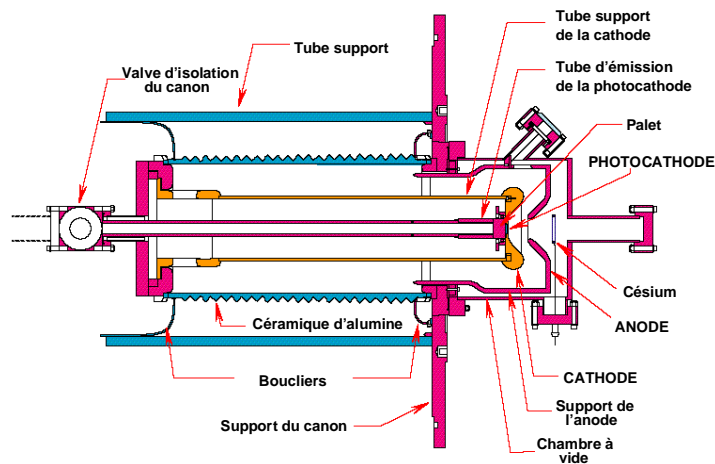
La polarisation des électrons émis par la photocathode est directement proportionnelle à la polarisation circulaire de la lumière laser éclairant la photocathode. Même si la polarisation circulaire est élevée, il arrive malgré tout qu'une composante linéaire demeure après la traversée du système de polarisation circulaire. L'efficacité quantique de la photocathode dépend de cette contamination résiduelle, qui peut conduire à une asymétrie de charge entre les paquets d'électrons d'hélicité  $+1$  et ceux d'hélicité  $-1$ . Pour l'éliminer, un système de contrôle rétroactif ajuste la haute tension appliquée à la cellule de Pockels PS de façon à maintenir cette asymétrie de charge inférieure à  $10^{-4}$ . La limite de charge de la photocathode est due à une chute de l'efficacité quantique lorsque le flux de photons devient trop élevé. Elle n'a pas affecté notre photocathode pendant l'expérience car E154 a pris ses données à faible courant. Nous cherchions à obtenir une polarisation maximale et pour cette raison l'efficacité quantique a été réduite à sa valeur minimale, de l'ordre de 0.2%. Cette efficacité quantique a été estimée à l'aide d'un laser de basse puissance émettant un faisceau lumineux continu d'une longueur d'onde de 833nm, produisant un nombre de photons beaucoup plus stable que le laser utilisé pour éclairer la photocathode. La valeur de l'efficacité quantique à 833nm est environ 2 à 3 fois plus grande qu'à 850nm [MULHOLLAN]. Une fois délivrés par la source, les paquets d'électrons sont accélérés le long du linac jusqu'au hall expérimental sans subir de dépoliarisation, puis ils sont finalement stoppés dans le "beam dump", situé à l'extérieur du hall expérimental.



**Figure 2.9 :** évolution de la polarisation des électrons émis et de l'efficacité quantique d'une photocathode de GaAs contraint de 100 nm d'épaisseur, dopée au Zn à une concentration de  $4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ , sur un substrat de  $\text{GaAs}_{0.69}\text{P}_{0.31}$ , en fonction de la longueur d'onde du faisceau laser. La polarisation maximale atteint 78% et l'efficacité quantique 0.2% pour une longueur d'onde de 850 nm (longueur d'onde de E154).

## 1.2 Le canon à électrons

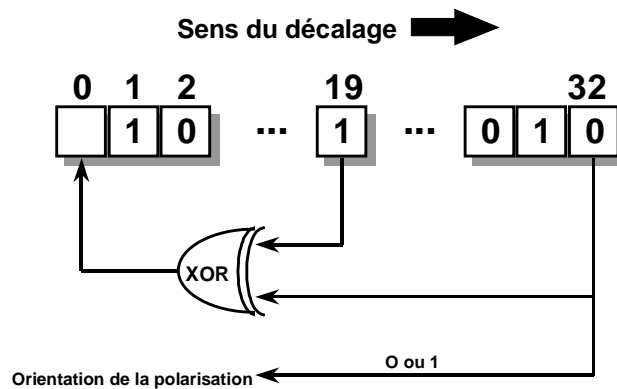
La **Figure 2.10** nous montre une vue schématique du canon à électrons. La photocathode est maintenue à un potentiel négatif de l'ordre de  $-60$  à  $-120$  kV, de façon à atteindre un gradient de l'ordre de 40 kV/cm entre l'anode et la cathode. Elle est éclairée par la lumière polarisée circulairement issue du laser Ti-saphir. L'ensemble est maintenu sous vide à une pression voisine de  $1.3^{-9}$  Pa ( $10^{-11}$  torr) et à une température de  $0$  °C. Le courant de fuite ne dépasse pas 10 nA . Notons enfin qu'il est nécessaire de remplacer la lampe flash toutes les deux semaines d'utilisation environ et que le film de CsF déposé à la surface de la photocathode a été renouvelé (processus de césiation) trois fois pendant E154, à cause d'une lente disparition du Cs due à la présence de gaz dans l'enceinte à vide, entraînant une chute de l'efficacité quantique. Se reporter aux références [ALLEY], [SCHULTZ1] et [SCHULTZ2] pour une description détaillée du canon à électrons.



**Figure 2.10 :** le canon à électrons du SLAC.

### 1.3 Choix du sens de polarisation des électrons

E154 mesure des asymétries de sections efficaces de diffusion inclusive d'électrons polarisés longitudinalement sur une cible nucléaire polarisée longitudinalement et transversalement par rapport à la direction du faisceau d'électrons. Ces asymétries sont directement calculées à partir de la différence des nombres d'électrons diffusés pour les deux orientations opposées du spin des électrons incidents, ces nombres étant normalisés à la charge incidente de chaque paquet d'électrons. Cette méthode de calcul des asymétries requière non seulement un fréquent renversement du sens de polarisation des électrons pour s'affranchir des lentes variations des facteurs d'acceptance des spectromètres, d'efficacité des détecteurs, etc... mais aussi un renversement aléatoire du sens de polarisation pour minimiser les fausses asymétries dues à d'éventuelles dépendances des caractéristiques du faisceau d'électrons avec leur sens de polarisation. La polarisation des électrons est fixée de façon pseudo-aléatoire à chaque nouveau paquet d'électrons délivré par l'accélérateur, 120 fois par seconde. L'orientation de leur spin, parallèle ou antiparallèle à leur sens de déplacement, est déterminée par un générateur de nombres pseudo-aléatoire qui impose le signe de la différence de potentiel appliquée à la cellule de Pockels CP. Ce générateur pseudo-aléatoire fonctionne sur le principe d'un registre à décalage à 33 bits, représenté sur la **Figure 2.11**.



**Figure 2.11 :** principe du générateur de nombres pseudo-aléatoire déterminant l'hélicité des paquets d'électrons délivrés par l'accélérateur.

Le cycle commence par le choix au hasard d'un mot de 32 bits. Le cycle est cadencé à 120 Hz et le signe de la haute tension appliquée à la cellule CP est déterminé à chaque nouveau paquet d'électrons par le bit contenu dans la case 32. Pour déterminer l'orientation du spin des électrons contenus dans le pulse suivant, le bit de la case 19 et celui de la case 32 sont dirigés vers un opérateur XOR qui envoie un bit de sortie dans la case 0. Puis l'ensemble des 33 bits est décalé d'une case vers la droite. Et le processus se poursuit pour chaque nouveau paquet d'électrons.

La longueur de la séquence est de  $2^{33}-1$  combinaisons différentes avant que le cycle ne recommence, ce qui représente environ 2 ans de faisceau à 120 Hz. Chaque combinaison de 33 bits n'apparaîtra qu'une seule fois, ce qui élimine toute périodicité dans le choix du sens de polarisation. Le mécanisme est qualifié de pseudo-aléatoire, car il est possible de prédire exactement le sens de la polarisation des électrons au cours du cycle si l'on connaît le mot de 32 bits choisi initialement au début du cycle. Il est donc aisé de vérifier que le signe de la polarisation mesuré est le même que celui attendu.

### 1.4 Transport des électrons vers le hall expérimental ESA

Les électrons produits par le canon sont envoyés à l'intérieur de l'accélérateur. Ils sont accélérés jusqu'à une énergie proche de 48 GeV par 240 klystrons fonctionnant à une fréquence de 2856 MHz, dite bande S, et correspondant à une longueur d'onde d'environ 10.5 cm. Ces klystrons sont regroupés en 30 secteurs de 8 chacun, sur une longueur de 3.2 km. Une technique de compression de pulse, appelée **SLac Energy Doubler (SLED)** a été mise au point pour doubler l'énergie des électrons délivrés [**FARKAS**], initialement accélérés jusqu'à 29 GeV. Cette technique consiste à ajouter un système de cavités RF résonantes à la sortie de chaque klystron. Ces cavités stockent la première partie du pulse klystron, puis concentrent l'énergie emmagasinée sur la deuxième moitié du pulse. Il en résulte une diminution de la durée du pulse

qui chute à ~200-300 ns, au lieu de ~2 μs en mode classique. Cette technique permet de doubler l'énergie du faisceau à faible coût, plutôt que d'acheter de nouveaux klystrons. Les paquets d'électrons sont émis 120 fois par seconde. Le 120<sup>ème</sup> paquet est un pulse "témoin" environ dix fois plus long - ~3μs - et contenant environ 5.10<sup>9</sup> électrons, utilisé par le Main Control Center pour le réglage et le contrôle du bon fonctionnement de l'accélérateur.

Le Beam Switch Yard et la ligne de faisceau "A-line" conduisent les électrons depuis leur sortie de l'accélérateur linéaire vers le hall expérimental ESA. La ligne A, d'une longueur de 300 m, a été modifiée après l'expérience E143 de façon à accueillir des électrons d'énergie 50 GeV, tout en maintenant une déviation angulaire de 24.5°. Deux nouveaux dipôles "kicker" ont été rajoutés au cinq déjà en place pour assurer la déviation initiale de 0.5° et quatre dipôles supplémentaires, identiques aux huit déjà utilisés sur cette ligne, ont été rajoutés dans le bras principal à 24°, tous montés en série. Chacun possède une longueur de 3 m et dévie le faisceau d'électrons de 2° environ. Ces dipôles fonctionnent sous un courant total de 1200 A pour une intégrale de champ de 6 T.m. Une série de douze quadrupôles répartis sur la ligne assure le contrôle de la taille du faisceau et de sa divergence à son arrivée dans l'ESA, et un quadrupôle supplémentaire (Q41) a été placé à l'intérieur de l'ESA pour ajuster la convergence du faisceau d'électrons sur la cible [PITTHAN]. Se reporter à la Figure 2.12.

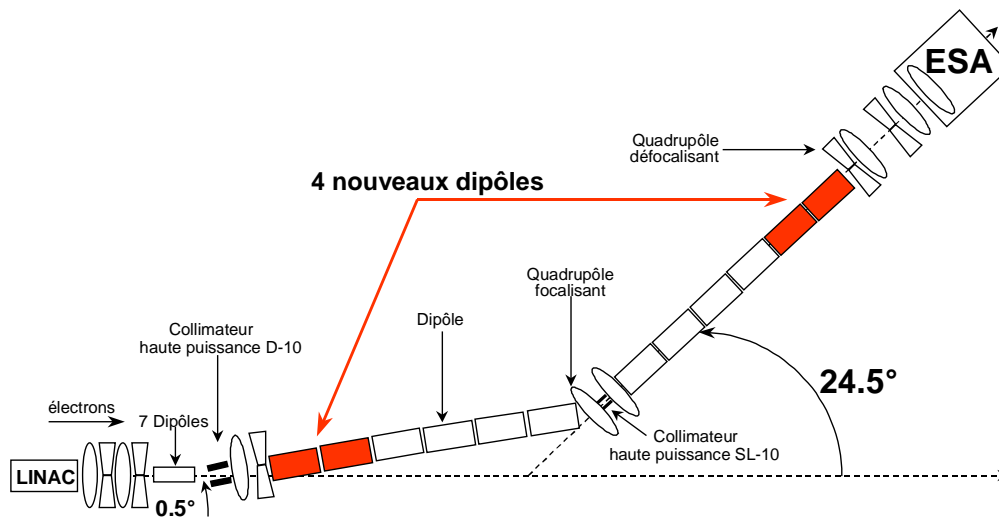


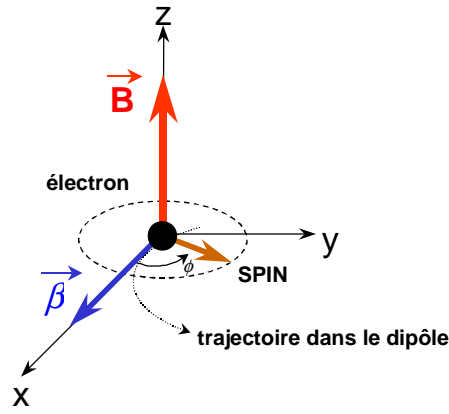
Figure 2.12 : représentation schématique de la "A line" d'après [ERICKSON1].

Le faisceau d'électrons est dévié de 24.5° entre sa sortie de l'accélérateur linéaire et son entrée dans l'ESA. Cette déviation est à l'origine de la précession du spin des électrons au cours de leur traversée de la "A-line". [JACKSON1] nous donne l'équation d'évolution dans le temps du vecteur de spin des électrons dans le référentiel du laboratoire, obtenue à partir de l'équation du mouvement de spin de Bergman, Telegdi et Michel (BMT), lorsque les électrons sont plongés dans un champ purement magnétique :

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{e}{mc} \vec{\beta} \times \left[ \left( \frac{g}{2} - 1 + \frac{1}{\gamma} \right) \vec{B} - \left( \frac{g}{2} - 1 \right) \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) \vec{\beta} \right] \quad (2.3)$$

où :

- |       |   |            |  |
|-------|---|------------|--|
| • $s$ | Spin de l'électron (référentiel électron) | • $g$      | Facteur de Landé de l'électron               |
| • $t$ | Temps (dans le laboratoire)               | • $\gamma$ | Facteur $E/mc^2$ (dans le laboratoire)       |
| • $e$ | Charge électrique élémentaire             | • $B$      | Champ magnétique (dans le laboratoire)       |
| • $m$ | Masse de l'électron au repos              | • $\beta$  | Vitesse relative $v/c$ (dans le laboratoire) |
| • $c$ | Célérité de la lumière dans le vide       |            |  |



**Figure 2.13 :** précession du spin des électrons. Le repère (type repère de Fresnet) est centré sur l'électron, l'axe des  $x$  étant tangent à sa trajectoire.

Projetée suivant les trois axes du référentiel représenté sur la **Figure 2.13**, l'équation (2.3) permet d'établir que le spin des électrons relativistes décrit dans le référentiel centré sur l'électron un cercle à vitesse angulaire  $\omega$  constante d'expression :

$$\omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{eB}{mc} \left( \frac{g}{2} - 1 \right) \quad (2.4)$$

D'où l'expression de l'angle de précession  $\phi$  du spin dans le référentiel du laboratoire à la traversée de la "A line" pour une déviation totale  $\theta$  de  $24.5^\circ$  :

$$\phi = \frac{d\phi}{dt} \frac{E}{ecB} \theta = \gamma \frac{g-2}{2} \theta \quad (2.5)$$

Le rapport  $(g-2)/2$  porte le nom de moment magnétique anomal de l'électron. C'est lui qui est à l'origine du mouvement de précession du spin de l'électron. Numériquement, l'angle de précession s'écrit :

$$\phi(\text{radians}) = 2.26938 E(\text{GeV}) \theta(\text{radians}) \quad (2.6)$$

où la valeur du facteur de Landé de l'électron est  $g = 2.0023193134$  [HANDBOOK].

Au cours de leur déviation dans le parcours de la "A line", les électrons perdent une partie de leur énergie par radiation synchrotron, dont il faut tenir compte pour déterminer les énergies optimales du faisceau d'électrons correspondant à un nombre entier de précessions de spin d'angle  $\pi$  à leur arrivée dans l'ESA. Dans ce cas, leur hélicité vaut  $\pm 1$ . La puissance synchrotron  $P$  rayonnée par une particule non relativiste de charge  $e$  soumise à une accélération centripète  $a$  est donnée par la formule de Larmor d'après [GRIFFITHS2] :

$$P = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 a^2}{c^3} \quad (2.7)$$

où  $\epsilon_0$  représente la permittivité absolue du vide. Dans le cas relativiste, lorsque la particule traverse un dipôle, son accélération est perpendiculaire à la direction du mouvement et la puissance rayonnée vaut, d'après [EDWARDS1] :

$$P = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 a^2}{c^3} \gamma^4 = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 c}{\rho^2} \beta^4 \gamma^4 \quad (2.8)$$

avec  $a = \beta^2 c^2 / \rho$ ,  $\rho$  étant le rayon de courbure de la trajectoire.

L'expression de la perte d'énergie  $\Delta E$  par radiation synchrotron pour une déviation infinitésimale  $\theta$  à la traversée de la "A line" sur un arc de longueur  $L$  s'écrit :

$$\Delta E = \int P dt = \int_0^L P \frac{ds}{\beta c} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 \beta^3 \gamma^4}{\rho} \theta \quad (2.9)$$

où

$$\int_0^L ds = \rho \theta \quad (2.10)$$

Avec la valeur du rayon de courbure de la "A line",  $\rho = 85.927$  m [ERICKSON2], numériquement il vient :

$$\Delta E(\text{GeV}) = 1.6385 \cdot 10^{-7} E^4 (\text{GeV}^4) \theta(\text{radians}) \quad (2.11)$$

Les équations (2.6) et (2.11) nous donnent l'angle de précession de spin après la traversée de la ligne A en fonction de l'énergie du faisceau à sa sortie de l'accélérateur linéaire :

$$\phi = \int_0^{\theta=24.5^\circ} 2.26938(E - \Delta E) d\theta = 0.9704E - 3.4 \cdot 10^{-8} E^4 \quad (2.12)$$

Pour obtenir des électrons polarisés longitudinalement dans l'ESA, l'angle  $\phi$  doit être égal à un nombre entier de fois l'angle  $\pi$ . L'énergie du linac la plus élevée correspond à une précession de  $\phi = 15\pi$  et vaut  $E = 48.759$  GeV. A leur arrivée dans l'ESA, les électrons ont une énergie de  $E - \Delta E = 48.362$  GeV, après une perte d'environ  $\Delta E = 397$  MeV par rayonnement synchrotron.

• **Mesure de l'énergie du faisceau**

L'énergie du faisceau a été déterminée par deux méthodes différentes. La première consiste à placer une bobine tournante, dite "flip coil", sur la zone traversée par le faisceau d'électrons à l'intérieur d'un dipôle identique aux douze dipôles de la ligne A et alimenté en série avec eux. Le courant induit dans la bobine tournante permet de mesurer le flux magnétique à l'intérieur de l'aimant et donc de mesurer l'énergie du faisceau d'électrons. La mesure de l'énergie du faisceau dans le hall expérimental est obtenue en corrigeant la valeur de l'énergie mesurée à l'aide de cette bobine. Des sondes basées sur le phénomène de résonance magnétique nucléaire (RMN) sont également disposées à l'intérieur de cet aimant là où ne passe pas le faisceau pour mesurer le champ magnétique local et s'assurer de sa stabilité. La deuxième méthode de mesure de l'énergie du faisceau consiste à mesurer sa polarisation à son arrivée dans l'ESA. Nous la décrirons lors de l'étude du polarimètre Moeller.

L'énergie des électrons du faisceau à son arrivée dans le hall expérimental a été mesurée par [ERICKSON3] lors de l'expérience E154 et estimée à  $E = 48.33 \pm 0.05$  GeV. La dispersion relative en énergie a été ajustée à 1% en modifiant la largeur de la fente du collimateur SL-10 et a été estimée à environ  $\Delta E/E < 0.5\%$  à l'aide d'une caméra vidéo détectant la radiation synchrotron, placée à l'intérieur de l'un des douze dipôles.

• **Mesure de la charge du faisceau**

La charge du faisceau est mesurée à l'aide de deux toroïdes ferromagnétiques indépendants placés à l'entrée de l'ESA à 38 mètres en amont de la cible. Lorsqu'un paquet d'électrons du faisceau traverse le cœur du toroïde, dont le plan est perpendiculaire à l'axe du faisceau, un champ magnétique apparaît à l'intérieur du toroïde et induit un courant dans des conducteurs électriques enroulés autour du toroïde. Ce bobinage est placé en parallèle avec une capacité pour constituer un circuit résonant RLC. L'amplitude du signal résonant est proportionnelle à la charge totale contenue dans le pulse faisceau. Le signal est ensuite amplifié puis digitalisé par un Analog to Digital Converter (ADC) puis enregistré sur bande pour chaque paquet d'électrons et converti en unité de Giga électrons par paquet. L'ensemble est calibré plusieurs fois par jour pendant E154 en déchargeant des capacités étalonnées dans une boucle enroulée autour du toroïde. Pour de plus amples détails sur le fonctionnement des toroïdes du SLAC, se reporter à [LARSEN].

Le courant total mesuré pendant E154 a varié entre 0.5 et 2  $\mu\text{A}$  avec une incertitude relative sur la charge du paquet d'électrons délivré par le faisceau de l'ordre de 0.5 %.

• **Contrôle de la position du faisceau**

De nombreux dispositifs ont été utilisés pour que le Main Control Center puisse contrôler et ajuster la position du faisceau :

- ◆ deux rouleaux de mylar, dits "roller screens" recouverts de ZnS, fluorescent sous le bombardement du faisceau, pouvaient être déroulés dans le faisceau, placés respectivement après le quadropôle focalisant Q41 à 29 m en amont de la cible et à 4 m devant la cible ; deux caméras vidéo permettaient d'observer la tâche fluorescente depuis l'ESA et le MCC pour régler grossièrement le centrage et le profil du faisceau ; ils ont été utilisés avec le faisceau d'électrons réglé à 10 Hz après chaque changement de cible et avant chaque retour du faisceau à 120 Hz dans l'ESA. Aucune donnée n'a été prise lorsque les rouleaux étaient placés dans le faisceau.
- ◆ deux scintillateurs plastique munis d'un photomultiplicateur. Le premier, appelé compteur "bad spill" et situé 9 m après l'entrée du faisceau dans l'ESA tout près de la ligne, était sensible au halo du faisceau. De larges signaux indiquaient que le faisceau était mal centré dans son tube ou qu'il avait un important halo. Le second, appelé compteur "good spill", placé juste derrière la cible sur le sol de l'ESA, était sensible aux particules créées au niveau de la cible et permettait de contrôler la structure en temps du pulse faisceau. Les signaux délivrés par ces deux scintillateurs étaient contrôlés visuellement en temps réel pendant la prise de données sur deux oscilloscopes puis digitalisés par un ADC et enregistrés sur bande.
- ◆ un contrôleur d'émission secondaire, "Secondary Emission Monitor", constitué d'une fine feuille d'aluminium percée d'une ouverture de 2 cm de diamètre correspondant au diamètre de la cible et permettant le passage

du faisceau, placé juste devant la cible. Les électrons d'émission secondaire sont produits lors du passage du paquet d'électrons. De larges signaux indiquaient un mauvais positionnement du faisceau sur la cible pouvant endommager ses parois, et entraînaient automatiquement l'arrêt du faisceau. Ici encore, les signaux ont été digitalisés par un ADC puis enregistrés sur bande.

- ◆ deux chambres à fils, composées chacune de 24 fils indépendants en CuBe de 0.127 mm de diamètre, espacés de 1.1 mm pour déterminer la position du faisceau en  $x$  et en  $y$  dans un plan vertical situé à 10.5 m en aval de la cible. Une différence de potentiel est appliquée entre les fils et une plaque collectrice commune. Les électrons du faisceau rencontrant les fils génèrent une gerbe électromagnétique dont les électrons de plus faible énergie se dirigent vers la plaque collectrice. Le courant ainsi créé dans les fils est digitalisé par un ADC (un par fil). Il est donc possible de déterminer la position du centroïde de la tache faisceau ainsi que sa taille pour chaque paquet d'électrons. Les signaux ont été enregistrés sur bande.
- ◆ finalement, deux cavités micro-ondes, dites "Travelling Wave Beam Position Monitors", placées devant la cible. La première cavité produit une onde RF proportionnelle à la déviation entre la position du faisceau au coeur de la cavité et le centre de la cavité dans le plan horizontal. La seconde, quant à elle, mesure la déviation dans le plan vertical. Les signaux émis sont digitalisés par un ADC puis sauvegardés sur bande.

La **Table 2.1** résume les principales caractéristiques du faisceau utilisé pendant E154, d'après [ERICKSON4].

Grandeur	Valeur
Charge	$3.10^{10}$ à $5.10^{10}$ électrons par paquet
Polarisation	80 à 82 % longitudinale
Energie	48.362 GeV
Intensité	0.5 à 2 $\mu$ A
Fréquence des pulses	119 Hz
Durée du pulse	210 à 240 ns
Cycle utile	$3.10^{-5}$
Emittance horizontale normalisée	$6.10^{-3}$ m.rad
Emittance verticale normalisée	$2.10^{-4}$ m.rad
Taille du spot à la cible	0.7 mm
Nombre d'heures dédiées à E154	1017 h (69%)
Luminosité pour E154	$\sim 4.10^{34}$ $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$

**Table 2.1** : principales caractéristiques du faisceau utilisé pour E154

Le cycle utile de l'accélérateur est calculé par le produit de la fréquence des pulses et de leur durée. L'émittance du faisceau représente la surface de l'espace de phase ( $x, dx/dz$  ou  $y, dy/dz$ ) contenant les particules en un point  $z$  de la trajectoire du faisceau. L'émittance normalisée est indépendante de la cinématique et reste constante durant tout le processus d'accélération [EDWARDS2].

## 2 Le polarimètre Moeller



L'expérience E154 utilise son propre polarimètre situé dans l'ESA pour mesurer la polarisation des électrons du faisceau. Ce détecteur est basé sur le processus de diffusion élastique Moeller polarisée, qui consiste à envoyer les électrons du faisceau polarisé sur des électrons atomiques polarisés. Le premier polarimètre de ce type a été construit en 1976 pour l'expérience E80. Les expériences E122(1978), E130(1982), E142(1992) et E143(1993) ont elles aussi mesuré la polarisation de leur faisceau d'électrons avec ce type de détecteur.

## 2.1 La diffusion élastique Moeller polarisée

La section efficace de diffusion polarisée  $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$  a été étudiée en 1931 par Moeller. Elle dépend de la polarisation des électrons du faisceau et de celle des électrons de la cible. Il est donc possible de calculer théoriquement une asymétrie de diffusion en renversant le spin des électrons du faisceau, et de mesurer expérimentalement cette asymétrie pour en déduire la polarisation du faisceau, connaissant la polarisation des électrons de la cible. La section efficace différentielle de diffusion élastique Moeller d'électrons incidents polarisés sur une cible d'électrons atomiques polarisée s'écrit sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \left[ 1 + \sum_{i,j} P_i^f P_j^c A_{ij} \right] \quad (2.13)$$

où la sommation a lieu sur les 9 asymétries  $A_{ij}$  correspondant aux trois composantes  $P_i^f$  ( $i = 1$  à  $3$ ) de la polarisation du faisceau et à celles  $P_j^c$  de la polarisation des électrons atomiques de la cible. A l'ordre le plus bas en QED et dans la limite ultra-relativiste, la section efficace différentielle non polarisée s'écrit dans le centre de masse de la réaction [ARRINGTON] :

$$\left. \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \right|_{\text{cm}} = \left[ \frac{\alpha(1 + \cos \theta_{\text{cm}})(3 + \cos^2 \theta_{\text{cm}})}{2m \sin^2 \theta_{\text{cm}}} \right]^2 \quad (2.14)$$

où  $\theta_{\text{cm}}$  représente l'angle de diffusion des électrons du faisceau dans le centre de masse,  $\alpha$  la constante de structure fine ( $\alpha \sim 1/137$ ) et  $m$  la masse de l'électron au repos ( $m \sim 0.511$  MeV). Lorsque les électrons incidents et les électrons atomiques de la cible sont polarisés longitudinalement le long de l'axe  $z$  du faisceau, le seul terme d'asymétrie apparaissant dans la formule est l'asymétrie longitudinale  $A_{zz}$  d'expression [MOELLER], [COOPER] :

$$A_{zz}(\theta_{\text{cm}}) = \frac{\sigma^{\uparrow\downarrow} - \sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\uparrow\downarrow} + \sigma^{\uparrow\uparrow}} = - \frac{(7 + \cos^2 \theta_{\text{cm}}) \sin^2 \theta_{\text{cm}}}{(3 + \cos^2 \theta_{\text{cm}})^2} \quad (2.15)$$

où  $\sigma^{\uparrow\downarrow}$  représente le nombre d'électrons diffusés détectés lorsque la polarisation de la cible Moeller est orientée parallèlement au faisceau (première flèche en exposant vers le haut) dans le sens opposé à celle du faisceau (deuxième flèche en exposant vers le bas), et  $\sigma^{\uparrow\uparrow}$  représente le nombre d'électrons diffusés détectés lorsque la polarisation du faisceau est de même sens (la deuxième flèche en exposant est dirigée cette fois-ci vers le haut). Cette asymétrie est maximale et négative pour  $\theta_{\text{cm}} = 90^\circ$  et vaut  $A_{zz} = -7/9$ . Elle tend vers zéro pour des diffusions vers l'avant et vers l'arrière dans le centre de masse. La section efficace non polarisée correspondante exprimée dans le centre de masse à  $\theta_{\text{cm}} = 90^\circ$  vaut :

$$\left. \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \right|_{\text{cm}} = 0.179 \text{ b.sr}^{-1} \quad (2.16)$$

avec la relation :  $1 \text{ MeV}^2 \sim 389 \text{ b}$ .

A partir de la mesure expérimentale de cette asymétrie, de son expression théorique  $A_{zz}$  et de la polarisation longitudinale  $P_z^c$  des électrons atomiques de la cible, il est possible d'extraire la polarisation longitudinale  $P_z^f$  des électrons du faisceau :

$$A_{\text{mesurée}} = P_z^c P_z^f A_{zz}(\theta_{\text{cm}}) \quad (2.17)$$

En tenant compte de l'impulsion  $p_i$  des électrons atomiques de la cible, le carré de l'énergie totale dans le centre de masse de la diffusion vaut :

$$s = 2p_f m \left( 1 - \frac{1}{m} \vec{p}_i \cdot \hat{n} \right) \quad (2.18)$$

où  $p_f$  représente l'impulsion des électrons du faisceau dans le laboratoire et  $\hat{n}$  un vecteur unitaire pointant dans la direction du faisceau. La relation entre l'angle de diffusion dans le centre de masse et l'impulsion de l'électron diffusé dans le laboratoire  $p'$  est :

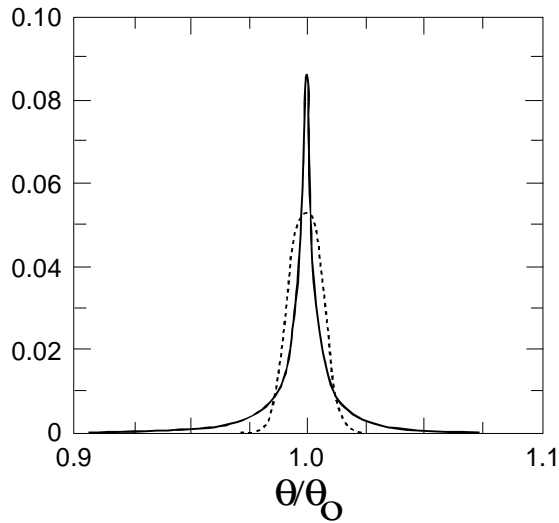
$$p' = \frac{p_b}{2} (1 + \cos \theta_{cm}) \quad (2.19)$$

et le carré de l'angle de diffusion dans le laboratoire  $\theta$  vaut :

$$\theta^2 = \frac{1}{p_b p'} \frac{s}{2} (1 - \cos \theta_{cm}) = 2m \left( \frac{1}{p'} - \frac{1}{p_b} \right) \left( 1 - \frac{1}{m} \vec{p}_i \cdot \hat{n} \right) \quad (2.20)$$

Le détail des calculs est présenté dans l'**Annexe 2** de ce manuscrit. Cette dernière formule de cinématique nous explique comment l'angle de diffusion de l'électron dans le laboratoire et son impulsion sont corrélés ; c'est cette corrélation qui permet d'identifier les électrons Moeller.

L'impulsion de l'électron diffusé dans le laboratoire  $p'$  ne dépend pas du mouvement de l'électron atomique cible, alors que l'angle de diffusion dans le laboratoire  $\theta$  varie comme la racine carrée du terme correctif dû à  $p_i$ .



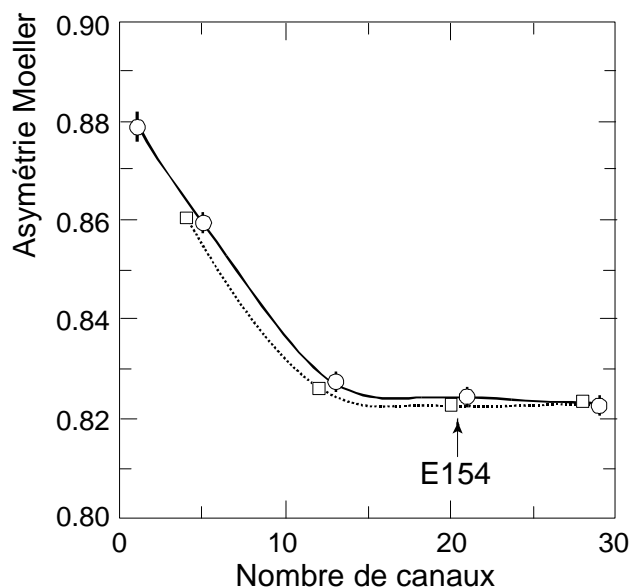
**Figure 2.14 :** distribution du rapport de l'angle de diffusion dans le laboratoire  $\theta$  calculé en tenant compte de l'effet Levchuk à l'angle de diffusion dans le laboratoire  $\theta_0$  calculé sans en tenir compte, à des valeurs de  $\theta_{cm}$  et de  $p_b$  fixées. La distribution en trait plein est celle obtenue lorsque les électrons cibles appartiennent uniquement à la couche polarisée M. La distribution en traits pointillés est obtenue lorsque l'électron appartient indifféremment à toutes les couches atomiques. D'après [BAND3].

Dans un alliage ferromagnétique comme celui constituant les cibles Moeller (de composition massique : 49% de Fer, 49% de Cobalt et 2% de Vanadium), les électrons des couches les plus basses K et L ne sont pas polarisés et ont une impulsion  $p_i$  respective d'environ 90keV/c et 30keV/c. Les électrons polarisés sont localisés dans la couche périphérique M et ont une impulsion plus faible d'environ 10keV/c. Ainsi, l'angle de diffusion dans le laboratoire peut différer jusqu'à 20% de celui calculé lorsque l'électron atomique cible est supposé au repos ; sa distribution est plus large lorsque l'électron atomique cible appartient aux couches profondes non polarisées que lorsqu'il appartient aux couches périphériques polarisées. Cet effet

[LEVCHUK] est décrit sur la **Figure 2.14**. [SWARTZ] a estimé que la polarisation du faisceau extraite sans tenir compte de ce mouvement atomique pouvait dévier de 10 à 15% de la véritable polarisation.

Expérimentalement, deux cas peuvent se présenter :

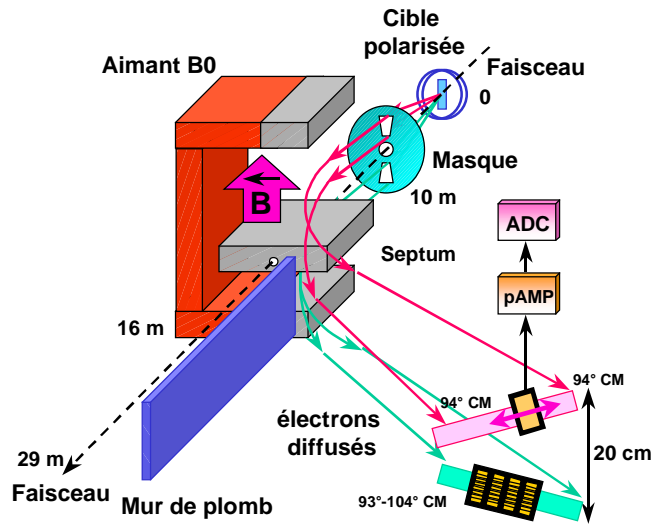
- si la résolution du détecteur est précise et si les électrons diffusés sont détectés sur une zone angulaire très étroite autour du pic élastique, alors les électrons détectés appartiennent à la couche périphérique M la plus polarisée et la polarisation moyenne des électrons cibles vue par les électrons incidents est plus élevée que la polarisation moyenne de l'alliage. Si aucune correction n'est apportée, l'asymétrie Moeller mesurée est surestimée.
- au contraire, si le détecteur possède une faible résolution angulaire, ou si les électrons diffusés sont détectés sur un domaine suffisamment large autour de l'angle  $\theta$  comme c'est le cas pour le polarimètre de E154, alors les électrons diffusés appartiennent à toutes les couches atomiques. Leur polarisation moyenne est celle de l'alliage mesurée expérimentalement, l'asymétrie Moeller mesurée correspond à la véritable asymétrie Moeller. Se reporter à la **Figure 2.15**.



**Figure 2.15 :** valeur de l'asymétrie Moeller mesurée en fonction du nombre de canaux de détecteur utilisés. Dans E154, une large zone de détection de 21 canaux a été utilisée pour ne pas avoir à corriger l'asymétrie mesurée de l'effet Levchuk. L'asymétrie en traits pointillés a été mesurée avec les détecteurs 5,6,7 et 8, et celle en trait plein avec le détecteur 1, représentés sur la **Figure 2.19**.

## 2.2 Description du détecteur Moeller

Le polarimètre Moeller est constitué de feuilles métalliques polarisées jouant le rôle de cibles Moeller sur lesquelles diffusent les électrons du faisceau polarisé délivré par l'accélérateur. Les électrons diffusés traversent ensuite un masque fixant l'angle solide sous lequel ils sont émis, puis ils sont déviés par un aimant. Finalement, cinq détecteurs au silicium sont utilisés pour mesurer les taux d'électrons diffusés, conduisant à l'asymétrie Moeller mesurée expérimentalement. La **Figure 2.16** montre une vue schématique du polarimètre Moeller.



**Figure 2.16 :** schéma de principe du polarimètre Moeller "simple bras", montrant la cible polarisée entourée des deux bobines de Helmholtz, le masque, l'aimant muni d'un septum et les deux ensembles de détecteurs répartis sur la zone balayée par les électrons diffusés.

◆ **Les cibles Moeller**

Les six cibles Moeller sont constituées d'un feuillet d'alliage ferromagnétique, le Vacoflux, d'une composition massique de 49% de Fer, 49% de Cobalt et 2% de Vanadium, d'une longueur de 35 cm, d'une largeur de 3 cm et d'une épaisseur de quelques dizaines de microns. Elles sont aimantées (ou magnétisées) jusqu'à saturation à l'aide de deux bobines de Helmholtz produisant un champ magnétique extérieur homogène  $H$  d'environ  $10^{-2}$  T au centre de la cible. Le vecteur aimantation (ou magnétisation) de la cible est proportionnel à son vecteur polarisation. Pour mesurer l'asymétrie  $A_{zz}$ , le vecteur aimantation de la cible doit avoir la même direction que le vecteur polarisation des électrons du faisceau. Or, il n'est pas possible d'envoyer le faisceau d'électrons de direction horizontale sur une cible elle-même horizontale et d'épaisseur de quelques dizaines de microns, sous peine de détériorer la cible. Pour cette raison, les six cibles sont étendues sur un cadre orienté à  $20.7^\circ$  par rapport à la direction de la ligne du faisceau (**Figure 2.17**). Le feuillet cible étant très fin, le vecteur aimantation est porté par le plan de la cible, dans le sens du champ magnétique extérieur  $H$ . En effet, dans le système d'unités gaussiennes, l'induction magnétique totale dans l'air s'écrit  $B = H$ , et à l'intérieur de la cible Moeller, elle devient  $B = H + 4\pi M$ ,  $M$  désignant le vecteur aimantation de la cible. La composante normale de  $B$  est continue au passage des deux milieux (de l'air vers la cible) alors que sa composante tangentielle dans la cible au voisinage de la surface est égale au produit de la composante tangentielle dans l'air et du rapport de la perméabilité de l'alliage ferromagnétique à celle du milieu extérieur [**JACKSON3**], rapport très supérieur à 1. Tenant compte de l'inclinaison du support des cibles, l'asymétrie Moeller mesurée dans le laboratoire a pour expression :

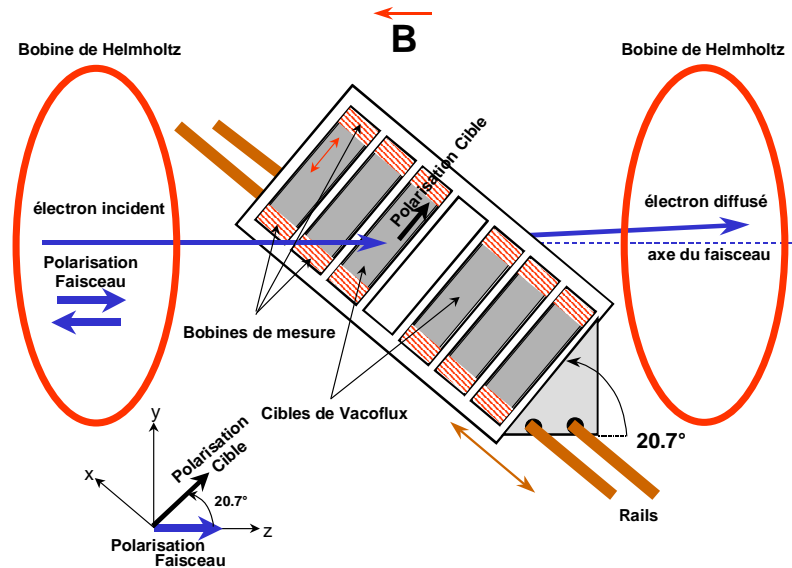
$$A_{\text{mesurée}} = \frac{\sigma^{\uparrow\downarrow} - \sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\uparrow\downarrow} + \sigma^{\uparrow\uparrow}} = P^f P^c \cos(20.7^\circ) A_{zz}(\theta_{CM}) \tag{2.21}$$

La polarisation des électrons atomiques vue par les électrons du faisceau diminue donc de  $\cos \theta = 0.935$  et l'épaisseur de la cible vue par la cible augmente de  $\cos^{-1} \theta = 1.069$ . L'asymétrie mesurée est indépendante de l'angle azimutal. Elle est obtenue à partir des taux de comptage d'électrons diffusés. Le cadre portant les six cibles est monté sur des rails perpendiculaires au faisceau et peut être déplacé à l'aide d'un moteur pas-à-pas, afin de positionner le centre de la cible choisie dans le faisceau incident. Pendant les prises de données de E154, le faisceau d'électrons traverse la fenêtre vide placée entre la troisième et la quatrième cible. La **Table 2.2** donne l'épaisseur de chaque cible.

Cible	Epaisseur ( $\mu\text{m}$ )
L4	154
H12	30
K4	40
G17	20
G14	20
K14	40

**Table 2.2 :** épaisseur des six cibles Moeller.

La moitié des données Moeller ont été prises avec la cible K4 et les autres données avec les cinq autres cibles. L'utilisation de cibles d'épaisseurs différentes et le renversement du champ magnétique extérieur d'une prise de données Moeller à l'autre pour changer le sens de la polarisation des cibles, permettent de minimiser d'éventuelles sources d'erreurs systématiques supplémentaires à la mesure de la polarisation du faisceau.



**Figure 2.17 :** disposition des six cibles Moeller. Noter que l'induction  $B$  et la polarisation de la cible ont des sens opposés ; en effet, cette induction oriente le moment magnétique des électrons dans son sens et dans sa direction. Le spin de l'électron est porté par un vecteur de même direction mais de sens opposé à son vecteur moment magnétique [OPPENHEIM], [AMES].

La polarisation des cibles  $P^c$  représente la fraction d'électrons dont le spin est aligné avec le champ magnétique appliqué ; cette fraction est déterminée à partir de l'aimantation de spin  $M_s$  des cibles, définie comme la densité de moment magnétique de spin par unité de volume de la cible, suivant l'expression :

$$P^c = \frac{M_s}{n_e \mu_B} \quad (2.22)$$

avec :

- $M_s$  Aimantation de spin de la cible
- $\mu_B$  Magnéton de Bohr
- $n_e$  Nombre d'électrons par unité de volume

L'aimantation de spin de la cible peut s'exprimer à partir de l'aimantation totale  $M$  de la cible, du facteur de Landé  $g$  de l'électron, de masse  $m$ , et du facteur magnéto-mécanique  $g'$  de l'alliage. Le rapport gyromagnétique de l'alliage est le rapport de son moment magnétique total par unité de volume  $M$  à son moment cinétique total par unité de volume  $J$  ; il s'exprime en fonction du facteur magnéto-mécanique  $g'$  dans le système d'unités MKSA [PLUVINAGE], [LEVY1] :

$$\frac{M}{J} = g' \frac{e}{4\pi m} \quad (2.23)$$

$M$  et  $J$  ont une composante orbitale et une composante de spin. Les composantes orbitales  $M_o$  et  $J_o$  sont reliées par :

$$\frac{M_o}{J_o} = \frac{e}{4\pi m} \quad (2.24)$$

et les composantes de spin  $M_s$  et  $J_s$  par :

$$\frac{M_s}{J_s} = g' \frac{e}{4\pi m} \quad (2.25)$$

avec  $J = J_o + J_s$  et  $M = M_o + M_s$ . Exprimons  $M_s$  à partir de  $M$  en écrivant :

$$M_s = \frac{M_s}{M_s - \frac{e}{4\pi m} J_s} \times \frac{M - \frac{e}{4\pi m} J}{M} \times M \quad (2.26)$$

ou de façon équivalente :

$$M_s = \frac{g}{g-1} \times \frac{g'-1}{g'} \times M \quad (2.27)$$

Seule l'aimantation totale  $M$  d'une cible est mesurée expérimentalement. Elle doit être corrigée à l'aide des facteurs  $g$  et  $g'$  pour éliminer la composante orbitale et extraire l'aimantation  $M_s$  de la cible due uniquement au spin des électrons [ARRINGTON]. Le facteur magnéto-mécanique  $g' = 1.916 \pm 0.020$  a été mesuré par Scott et Sturmer

[SCOTT] pour un alliage de 50% de Fe et de 50% de Co par une expérience de Barnett. Cette valeur est retenue pour le Vacoflux, en supposant que le présence de Vanadium n'affecte pas la valeur de  $g'$ .

L'aimantation totale  $M$  d'une feuille est mesurée à partir de la force électromotrice  $V$  induite dans une bobine de mesure constituée de 500 tours de fils, enroulée autour de la feuille lorsque le champ magnétique extérieur  $H$  créé par les bobines de Helmholtz est renversé de  $-10^{-2}$  T à  $+10^{-2}$  T. Le flux total  $\phi$  traversant une bobine de mesure s'écrit :

$$\phi = N_{\text{tours}} [ \vec{H} \cdot ( \vec{S}_{\text{bobine}} - \vec{S}_{\text{feuille}} ) + \vec{B}_{\text{feuille}} \cdot \vec{S}_{\text{feuille}} ] \quad (2.28)$$

avec :

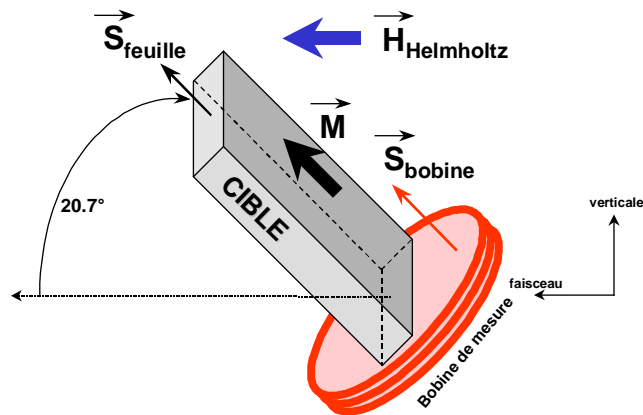
- $N_{\text{tours}}$  Nombre de boucles de la bobine de mesure
- $H$  Champ magnétique extérieur (Helmholtz)
- $S_{\text{bobine}}$  Section de la bobine de mesure
- $S_{\text{feuille}}$  Section de la feuille sur le plan de la bobine
- $B_{\text{feuille}}$  Induction magnétique totale dans la feuille cible

L'induction magnétique totale  $B_{\text{feuille}}$  à l'intérieur de la cible s'écrit couramment dans le système d'unité gaussien d'après [JACKSON2] :

$$\vec{B}_{\text{feuille}} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \quad (2.29)$$

Se reporter à la **Figure 2.18**. L'expression du flux total à travers la bobine de mesure s'écrit alors :

$$\phi = N_{\text{tours}} [ 4\pi\vec{M} \cdot \vec{S}_{\text{feuille}} + \vec{H} \cdot \vec{S}_{\text{bobine}} ] \quad (2.30)$$



**Figure 2.18** : principe de la mesure de l'aimantation d'une cible Moeller.

Il est alors possible d'exprimer l'aimantation  $M$  de la cible à partir des intégrales sur le temps de la différence de potentiel apparue dans la bobine en renversant le champ extérieur appliqué ( $H$  et  $M$  changent de sens tous les deux simultanément), lorsque la cible est présente à l'intérieur de la bobine et lorsqu'elle n'y est pas : d'après la loi de Lenz,

$$\int V dt = \phi_{\text{Final}} - \phi_{\text{Initial}} \quad (2.31)$$

par conséquent,

$$M = \frac{1}{8\pi N_{\text{tours}} S_{\text{feuille}}} \left[ \int_{\text{cible}}^{\text{AVEC}} V dt - \int_{\text{cible}}^{\text{SANS}} V dt \right] \quad (2.32)$$

La mesure de ces intégrales, de l'ordre de 1.7 mV.s sans cible et 4-6 mV.s avec cible, permet alors de remonter à la polarisation  $P^e$  des cibles, dont la valeur est indiquée dans la **Table 2.3**. Elle est de l'ordre de 8.2%. Dans un matériau ferromagnétique magnétisé au voisinage de la saturation, en moyenne deux électrons de la couche de valence 3d sur les 26 que contient l'atome de Fer, ont leur spin aligné avec le champ magnétique appliqué, alors que les douze autres paires d'électrons ne sont pas polarisées ; la polarisation attendue est donc d'environ  $2 / 26 = 7.7\%$ , proche de la valeur mesurée. Une erreur systématique totale relative de 1.7% est attribuée à la valeur de la polarisation mesurée. Elle résulte des incertitudes sur  $g'$ , sur la composition de la cible, sur la calibration du voltmètre, sur la longueur et la masse de la cible, et résulte aussi de la dispersion des mesures de la polarisation moyenne pour des feuilles identiques, de l'effet de la présence des cibles voisines et de la stabilité de la polarisation dans le temps [BAND2].

Cible	Polarisation (%)
L4	8.283 ± 0.141 (syst.)
H12	8.192 ± 0.139 (syst.)
K4	8.204 ± 0.139 (syst.)
G17	8.116 ± 0.138 (syst.)
G14	8.109 ± 0.138 (syst.)
K14	8.223 ± 0.140 (syst.)

Table 2.3 : valeur de la polarisation des six cibles Moeller.

♦ Le transport des électrons diffusés

Les électrons du faisceau diffusent élastiquement sur les électrons atomiques des cibles, comme le montre la **Figure 2.16**. Les électrons diffusés traversent d'abord un collimateur placé à 10 m de la cible Moeller, suivi d'un disque de tungstène de 25 longueurs de radiation. Celui-ci est percé d'un trou central de 46 mm de diamètre permettant le passage du faisceau issu du linac et de deux fenêtres de part et d'autre du trou central sur la verticale, pour fixer l'acceptance angulaire des électrons diffusés : 0.20 rad (haut) et 0.22 rad (bas) pour l'angle azimutal et un angle de diffusion Moeller dans le laboratoire  $3.59 < \theta < 8.96$  mrad . Après la traversée d'un feuillet d'aluminium de 0.12 mm, les électrons diffusés se dirigent vers l'aimant muni d'un collimateur en plomb, en traversant des sacs à Hélium pour minimiser les diffusions coulombiennes multiples que les électrons subirait dans l'air. En effet, la largeur de la distribution angulaire de l'angle de diffusion coulombienne est inversement proportionnelle à la longueur de radiation du matériau traversé, plus élevée pour l'hélium que pour l'air [RPP5]. Un mur en plomb de 5 à 10 cm d'épaisseur et de quelques 12 m de long isole la ligne de faisceau de l'aimant. Des masques secondaires et des écrans de protection supplémentaires permettent d'éliminer les photons produits au niveau de la source et se dirigeant vers les détecteurs.

♦ L'aimant

L'aimant, noté B0 sur la **Figure 2.16**, dévie les électrons diffusés vers les détecteurs en Silicium ; il permet non seulement de déterminer l'impulsion  $p'$  des électrons diffusés mais aussi de faciliter leur détection en les éloignant de la ligne de faisceau. L'aimant a été placé à 12.4 m en aval des cibles Moeller. Un bloc de fer doux parallélépipédique dit "septum" de dimensions 500×30×8 cm et muni d'une ouverture circulaire renforcée par un tube d'acier doux, a été placé à l'intérieur de l'aimant pour laisser passer la ligne du faisceau tout en l'isolant du champ magnétique de l'aimant. L'aimant a une longueur de 3 m, fonctionne sous 900 A et son intégrale de champ a été mesurée avec une sonde à effet Hall et vaut 33 kG.m.

♦ Les détecteurs au Silicium

Ayant préalablement traversé le dipôle B0, les électrons Moeller ayant diffusé élastiquement se répartissent sur une parabole au niveau des détecteurs, dont les deux branches sont situées de part et d'autre du plan horizontal contenant la ligne du faisceau, dans le plan vertical contenant les détecteurs, comme le montre la **Figure 2.19**.

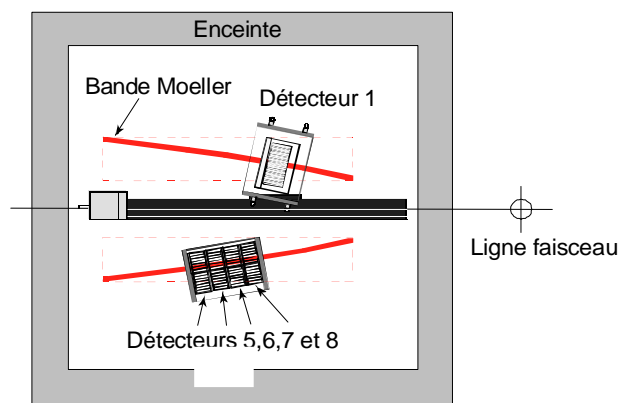


Figure 2.19 : disposition des cinq détecteurs le long de la zone balayée par les électrons diffusés, à l'intérieur de leur enceinte en plomb.

Cinq détecteurs au Silicium sont utilisés pour compter les électrons diffusés et en déduire l'asymétrie Moeller. Ils sont placés à 28.9 m en aval des cibles Moeller. Quatre d'entre eux, numérotés 5,6,7 et 8, sont placés en-dessous du plan horizontal contenant la ligne faisceau sur la branche inférieure de la parabole décrite par les électrons diffusés, et le cinquième détecteur, numéroté 1, est placé au-dessus de ce plan, sur la branche supérieure de la parabole. L'ensemble est placé dans une caisse de protection en Plomb. L'épaisseur de Plomb placée devant le détecteur n°1 atteint 19.1 mm et celle placée devant les quatre autres détecteurs atteint 12.7 mm. Cette mesure de protection permet de réduire le bruit de fond de gammas mous (d'énergie de l'ordre du MeV).

Chaque détecteur est constitué de deux petits pavés en Silicium de dimensions 6×4 cm<sup>2</sup> et de 300 μm d'épaisseur. Le détecteur n°1 a une segmentation de 48 canaux ; il est incliné dans le plan vertical de 12.5° de façon à aligner les canaux avec la branche supérieure de la parabole. Les quatre autres ont une segmentation de 12 canaux et sont inclinés de 10.2° sur la branche inférieure.

Le détecteur du haut peut être déplacé si nécessaire automatiquement à distance sur toute la bande Moeller. Il détecte des diffusions Moeller à  $94^\circ$  dans le centre de masse. Les quatre détecteurs du bas sont fixés ensemble et ne peuvent être déplacés que simultanément, une fois par prise de données Moeller. Ils couvrent la gamme d'angle de diffusion  $93 - 104^\circ$  dans le centre de masse. Rappelons que l'asymétrie à mesurer est maximale à  $90^\circ$  CM. Cependant, les deux ensembles de détecteurs ne sont pas parfaitement localisés à  $90^\circ$  : chaque diffusion Moeller produit deux électrons, l'un à  $90^\circ + \alpha$  ( $\alpha$  étant un petit angle), l'autre à  $90^\circ - \alpha$  dans le centre de masse des deux électrons ; si le détecteur du haut avait été placé à  $90^\circ + \alpha$ , et les détecteurs du bas à  $90^\circ - \alpha$ , alors les événements Moeller auraient été comptés deux fois. Pour cette raison, tous les détecteurs ont été placés à un angle supérieur à  $90^\circ$ . La **Figure 2.19** montre la disposition des détecteurs dans leur enceinte.

Chacun des 96 canaux est connecté à un préamplificateur de charge dont le rôle est d'intégrer le courant reçu sur la durée de chaque paquet d'électrons du faisceau, environ 250 ns . Le signal est ensuite transporté vers la salle de comptage, Counting House A, puis digitalisé par un ADC.

## 2.3 Analyse des données Moeller

Les prises de données Moeller nécessitent un réglage spécifique de l'optique des spectromètres : suppression de l'alimentation du quadrupôle Q41 placé entre les cibles Moeller et le masque, ajustement des autres quadrupôles en amont pour donner au faisceau une taille suffisante, positionnement des cibles Moeller et mise sous tension du dipôle B0. Chaque prise de données ne dure pas plus de 10 minutes, soit environ le temps de déverser 70000 paquets d'électrons sur la cible Moeller. La prise de données est toujours renouvelée en changeant le sens de la polarisation de la cible.

L'analyse se déroule en deux étapes. Chaque ADC nous donne la charge totale accumulée par canal par paquet d'électrons diffusés. Cette charge est proportionnelle au nombre d'électrons ayant frappé le canal considéré. La première étape de l'analyse consiste à calculer la moyenne du nombre d'événements  $N_{D,G}$  comptés par les ADC dans chaque canal et son erreur, pour les paquets d'électrons du faisceau polarisés dans un sens (indice D pour droit) et pour ceux polarisés dans l'autre (indice G pour gauche). Ce calcul tient compte des corrélations entre canaux et du comportement non linéaire des ADC lorsque la charge déposée est faible. Cette dernière correction a été étudiée lors de prises de données dédiées à bas courant. Le calcul des moyennes et de leur erreur est effectué pour l'ensemble des prises de données Moeller. Toutes ces informations sont sauvegardées dans un fichier. Ce fichier est relu au cours de la seconde étape pour calculer les valeurs moyennes des sommes  $N_D + N_G$  et des différences  $N_D - N_G$  ainsi que leur erreur, pour chaque canal. Se reporter à la **Figure 2.20** montrant les valeurs moyennes de  $N_D + N_G$  et  $N_D - N_G$  pour le détecteur n°1 en fonction du canal, lors de la prise de données Moller n°3349.

Le bruit de fond de la distribution non polarisée  $N_D + N_G$  a été déterminé en ajustant la distribution  $N_D + N_G$  par un polynôme du second degré additionné à la distribution Moeller non polarisée  $N_D + N_G$  attendue. Cette dernière a été estimée à partir de la distribution polarisée  $N_D - N_G$  mesurée, en tenant compte du mouvement initial des électrons atomiques de la cible. Cette estimation était en excellent accord avec une prédiction par simulation Monte Carlo écrite pour l'expérience E142, prenant en compte non seulement le mouvement atomique de l'électron cible mais aussi les diffusions multiples et le rayonnement de freinage à l'intérieur des cibles.

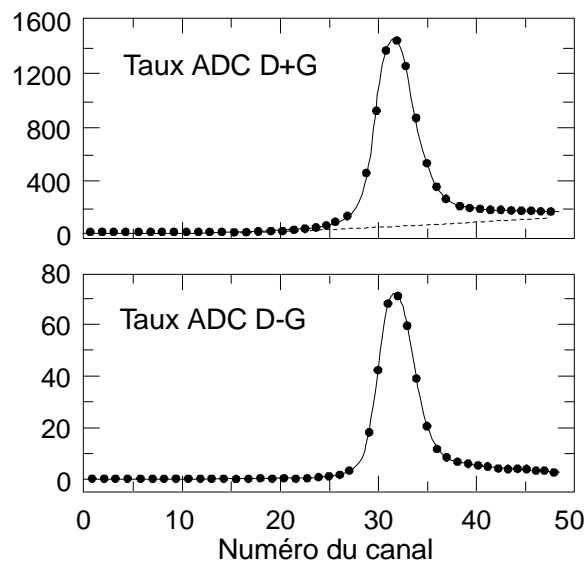
L'asymétrie Moeller est calculée directement à partir des valeurs moyennes de la somme  $N_D + N_G$  et de la différence  $N_D - N_G$  :

$$A_{mesurée} = \frac{\sum_{i=1}^{nbe\ de\ canaux} (N_D - N_G)_i}{\sum_{i=1}^{nbe\ de\ canaux} (N_D + N_G)_i - \sum_{i=1}^{nbe\ de\ canaux} (bruit\ de\ fond\ non\ polarisé)_i} \quad (2.33)$$

La sommation a lieu sur un nombre suffisamment grand de canaux, 21 pour le détecteur n°1 et un nombre équivalent pour les détecteurs du bas, pour ne pas avoir à apporter de correction



supplémentaire due au mouvement atomique des électrons cibles. La soustraction du bruit de fond augmente la valeur de l'asymétrie Moeller de 20% environ.



**Figure 2.20 :** distributions des comptages non polarisés  $N_D+N_G$  (courbe du haut où le bruit de fond quadratique est représenté en traits pointillés) et polarisés  $N_D-N_G$  (courbe du bas) délivrés par les ADC du détecteur 1, lorsque la polarisation de la cible pointe dans le sens de propagation des électrons du faisceau. Noter la queue radiative du côté droit, correspondant à de petits angles de diffusion dans le laboratoire, lorsque les électrons incidents ont perdu une fraction de leur énergie par rayonnement de freinage dans les matériaux de la cible.

## 2.4 Polarisation du faisceau

Chaque mesure de la polarisation du faisceau possède une erreur statistique et une erreur systématique. L'erreur systématique relative totale a été estimée à 2.7%. Les différentes sources d'erreurs systématiques ainsi que leur contribution respective sont indiquées dans la **Table 2.4**. La principale source d'erreurs systématiques est due à la correction de bruit de fond. Sa contribution a été estimée en changeant la forme de l'ajustement : polynôme du second ou du quatrième ordre, entraînant une variation de 1% sur la polarisation.

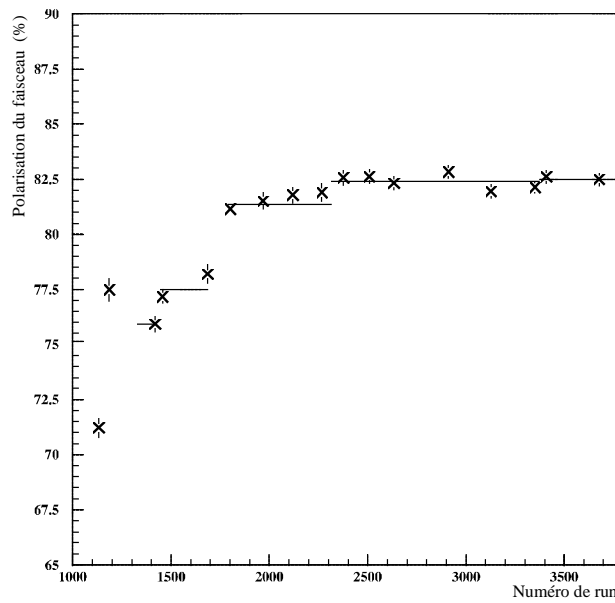
Au début de l'expérience E154, le polarimètre Moeller a été utilisé pour étudier les variations de la polarisation du faisceau en fonction de celles de la longueur d'onde du faisceau laser éclairant la photocathode. Cette longueur d'onde a été ainsi augmentée depuis 845nm à 850nm afin de maximiser d'environ 2% la polarisation du faisceau. Les valeurs finales de la polarisation du faisceau de E154 sont indiquées dans la **Table 2.5** et sont représentées graphiquement sur la **Figure 2.21**.

Contribution	Valeur
Correction de bruit de fond (doublée)	2.0%
Aimantation des cibles	1.7%
Acceptance du détecteur Moeller	0.3%
Choix du nombre de canaux couvrant le pic (21)	0.3%
<b>Total</b> (sommation quadratique)	<b>2.7%</b>

**Table 2.4 :** sources d'erreurs contribuant à l'erreur systématique totale sur la polarisation du faisceau.

Prises de données	Caractéristiques	Polarisation du faisceau $P_f$
1329-1411	Avant optimisation (laser, ligne A)	$0.759 \pm 0.004$ (stat.) $\pm 0.020$ (syst.)
1456-1684	Après optimisation	$0.775 \pm 0.005$ (stat.) $\pm 0.021$ (syst.)
1691-2311	$9.2 \cdot 10^{10}$ e-/paquet (haut courant)	$0.814 \pm 0.002$ (stat.) $\pm 0.022$ (syst.)
2316-3371	$4.9 \cdot 10^{10}$ e-/paquet (moyen courant)	$0.824 \pm 0.001$ (stat.) $\pm 0.022$ (syst.)
3377-3788	$3.0 \cdot 10^{10}$ e-/paquet (bas courant)	$0.826 \pm 0.002$ (stat.) $\pm 0.022$ (syst.)

**Table 2.5 :** valeurs de la polarisation moyenne du faisceau de E154 pour les cinq ensembles de prises de données Moeller réparties sur la durée de l'expérience.



**Figure 2.21 :** variation de la polarisation du faisceau en fonction du numéro de la prise de données de E154. Chaque croix représente un ensemble de prises de données Moeller, réparties en cinq groupes comme l'indique la **Table 2.5**. L'erreur totale sur chaque mesure est représentée.

Comme nous l'avons précédemment indiqué, une deuxième méthode a été développée pour mesurer l'énergie du faisceau lorsqu'il arrive dans le hall expérimental. Le spin des électrons à leur arrivée dans l'ESA a précessé d'un angle :

$$\phi = 0.9704E - 3.4 \cdot 10^{-8} E^4 \tag{2.34}$$

où  $E$  représente l'énergie des électrons à leur sortie du linac. En négligeant les pertes de polarisation au cours de la traversée de la ligne A, la polarisation longitudinale des électrons du faisceau dans l'ESA s'écrit :

$$P_z = P_0 \cos \phi = P_0 \cos(0.9704E - 3.4 \cdot 10^{-8} E^4) \tag{2.35}$$

De la même façon, il est possible d'étudier la variation de la polarisation  $P_z$  en fonction de l'énergie moyenne du faisceau à mi-parcours de la ligne A, donnée par la "flip coil", en faisant varier l'énergie  $E$  du linac. Nous avons calculé que l'énergie moyenne de la ligne A diffère de l'énergie des électrons délivrés par le linac de  $0.397/2 \approx 0.199$  GeV. La comparaison de la courbe obtenue, avec l'équation de la variation de polarisation établie par le calcul a permis de

déterminer l'existence d'un décalage d'environ 0.07 GeV [**BAND1**] entre la valeur de l'énergie du faisceau indiquée par la bobine "flip coil" et sa valeur dans le hall expérimental.

## 3 La cible polarisée d'Hélium 3

E154 utilise un gaz rare polarisé, l'Hélium 3, comme cible de neutrons polarisés. Les cibles utilisées sont très semblables à celles employées lors de l'expérience E142 [MIDDLETON], qui a mesuré pour la première fois la fonction de structure polarisée  $g_1$  du neutron. Elles permettent de polariser jusqu'à 50% les noyaux d'Hélium 3, pour des concentrations volumiques élevées et sur un large volume.

### 3.1 Une cible de neutrons polarisés

Un noyau d'Hélium 3 polarisé peut être considéré en première approximation comme un neutron polarisé. Les trois nucléons, deux protons et un neutron, sont faiblement liés. Chaque paire de nucléons peut être décrite par une onde à symétrie spatiale  $S$ . La paire constituée des deux protons est dans un état symétrique d'isospin. Pour satisfaire le principe de Pauli, ces deux protons doivent avoir des spins de sens opposés. La paire de protons se retrouve donc dans un état de spin de type singulet, et le spin du noyau est porté par le neutron. Cette image naïve n'est pas complètement fautive puisque le moment magnétique du noyau d'Hélium 3 égal à  $-2.12$ , en unités de magnéton nucléaire, est proche de celui du neutron libre égal à  $-1.91$ .

Plus précisément, le noyau peut être décrit par une fonction d'onde à trois corps possédant trois composantes principales  $S(90\%)$ ,  $S'(1.5\%)$  et  $D(8\%)$  [FRIAR]. Dans les composantes  $S'$  et  $D$ , les protons contribuent à la polarisation du noyau. La proportion  $\rho_n$  de spin du noyau portée par le neutron est définie comme le rapport :

$$\rho_n = \frac{P_n^+ - P_n^-}{P_n^+ + P_n^-} \quad (2.36)$$

où  $P_n^{+(\cdot)}$  représente la probabilité d'avoir un neutron dont le spin est aligné (antialigné) avec le spin du noyau et s'écrit sous la forme :

$$P_n^+ = 1 - \Delta \quad (2.37)$$

$$P_n^- = \Delta \quad (2.38)$$

De la même façon, la proportion  $\rho_p$  de spin du noyau portée par un proton est définie comme le rapport :

$$\rho_p = \frac{P_p^+ - P_p^-}{P_p^+ + P_p^-} \quad (2.39)$$

où  $P_p^{+(\cdot)}$  représente la probabilité d'avoir un proton dont le spin est aligné (antialigné) avec le spin du noyau et s'écrit :

$$P_p^+ = 1/2 - \Delta' \quad (2.40)$$

$$P_p^- = 1/2 + \Delta' \quad (2.41)$$

D'où :

$$\rho_n = 1 - 2\Delta \quad (2.42)$$

$$\rho_p = -2\Delta' \quad (2.43)$$

Numériquement, les lissages de plusieurs modèles nucléaires conduisent à :

$$\Delta = 0.07 \pm 0.01$$

$$\Delta' = 0.014 \pm 0.002$$

d'où les valeurs :

$$\rho_n = 0.87 \pm 0.02 \quad (2.44)$$

$$\rho_p = -0.027 \pm 0.004 \quad (2.45)$$

La fonction de structure  $g_1^3$  de l'Hélium 3 s'écrit alors sous la forme :

$$g_1^3 = \rho_n g_1^n + 2\rho_p g_1^p \quad (2.46)$$

où  $g_1^n$  et  $g_1^p$  représentent respectivement les fonctions de structure  $g_1$  du neutron et du proton.

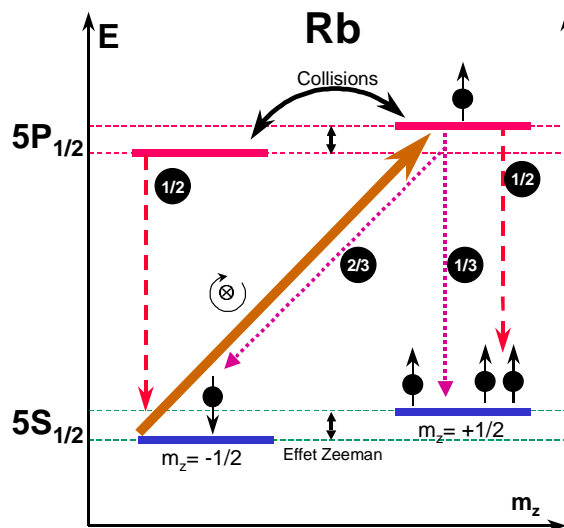
Nous avons jusqu'ici négligé le mouvement de Fermi des nucléons et tout effet de liaison. Pour en tenir compte, une erreur systématique relative supplémentaire de 5% sera affectée aux valeurs de l'asymétrie  $A_1$  ou de la fonction de structure  $g_1$  du neutron mesurées par E154 [CIOFI].

### 3.2 Polarisation des noyaux d'Hélium 3

La polarisation des noyaux d'Hélium 3 se déroule en deux étapes : la première consiste à polariser des atomes de métal alcalin, le Rubidium, à l'état de vapeur, par pompage optique à l'aide de photons polarisés circulairement. Cette polarisation atomique est ensuite transférée aux noyaux d'Hélium 3 par un processus de transfert de spin au cours de la deuxième étape. Nous décrivons successivement ces deux mécanismes.

#### ◆ Première étape : polarisation des atomes de Rubidium

Le pompage optique des atomes d'un métal alcalin consiste à dépeupler l'état électronique fondamental  $nS_{1/2}$  de l'atome vers le premier état excité  $nP_{1/2}$ . Son principe est schématisé dans le cas du Rubidium sur la **Figure 2.22**.



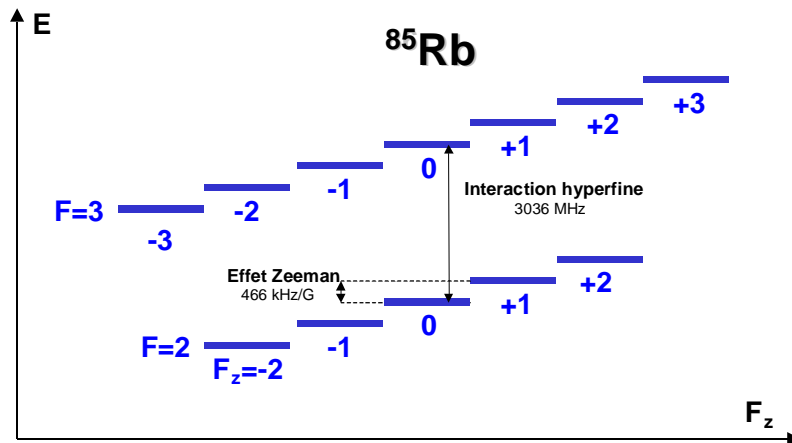
**Figure 2.22 :** diagramme énergétique de l'atome de Rb illustrant le principe du pompage optique par une lumière polarisée circulairement gauche de longueur d'onde 795 nm correspondant à la raie  $D_1$  depuis le niveau  $5S_{1/2}$   $m_z = -1/2$  vers le niveau  $5P_{1/2}$   $m_z = +1/2$ . Les petites flèches en pointillés portant les notations  $1/3$  et  $2/3$  représentent les transitions vers l'état fondamental et leur probabilité relative en l'absence de  $N_2$ . Les flèches en tirets portant les notations  $1/2$  représentent ces mêmes transitions en présence de  $N_2$ . Noter l'écart énergétique entre les deux états  $m_z = \pm 1/2$  de chaque niveau causé par l'effet Zeeman.

Le métal alcalin choisi est le Rubidium, plus facile à manipuler que les métaux alcalins plus légers. Dans le cas du Rubidium (numéro atomique  $Z = 37$ ), le nombre quantique principal  $n$  vaut 5. La ligne d'absorption photonique correspondant à cette transition porte le nom de raie  $D_1$  de longueur d'onde 795 nm. Si les atomes du métal sont éclairés avec des photons polarisés circulairement (polarisation droite ou gauche) et de longueur d'onde 795 nm, l'électron du niveau  $5S_{1/2}$  est transféré sur le niveau  $5P_{1/2}$ . Lorsque les photons incidents ont une polarisation circulaire

gauche, seule la transition  $\Delta m_z = +1$  est autorisée et seul l'électron dans l'état  $m_z = -1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$  est transféré dans l'état  $m_z = +1/2$  du niveau  $5P_{1/2}$ , et inversement pour des photons de polarisation circulaire droite pour lesquels  $\Delta m_z = -1$ . En pratique, la vapeur de Rubidium est plongée dans un champ magnétique extérieur d'alignement de 20 G environ, parallèle à la direction de propagation de la lumière. En conséquence, les deux états  $m_z = +1/2$  et  $m_z = -1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$  se séparent par effet Zeeman dans le diagramme représenté sur la **Figure 2.22**. Une fois dans l'état  $m_z = +1/2$  du niveau  $5P_{1/2}$ , les électrons retournent vers les états fondamentaux  $5S_{1/2}$ ,  $m_z = \pm 1/2$ . La probabilité relative est deux fois plus élevée pour la transition depuis l'état  $m_z = +1/2$  du niveau  $5P_{1/2}$ , vers l'état  $m_z = -1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$ . Les électrons accumulés dans l'état  $m_z = +1/2$  ne peuvent plus subir de pompage optique. Ainsi, en supposant que les processus de relaxation sont lents, l'état  $m_z = +1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$  se peuple au détriment de l'état  $m_z = -1/2$  du même niveau, entraînant l'apparition d'une polarisation de l'atome de métal alcalin, portée par son électron de valence dans l'état  $m_z = +1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$ .

Cependant, les électrons retournent dans leur état fondamental en émettant des photons de fluorescence de polarisation de sens et de direction variés et généralement différents de ceux des photons de pompage. Ces photons émis sont réabsorbés par les atomes de Rubidium, ce qui limite l'efficacité du processus de polarisation. Pour éviter ce phénomène de réabsorption photonique, 60 torr de  $N_2$  gazeux ont été introduits dans la cible. La valeur de la pression de  $N_2$  choisie résulte d'un compromis entre l'efficacité de la suppression des photons de désexcitation et sa contribution au facteur de dilution de la cible. Il a été calculé qu'en moyenne 1.3 ns sont nécessaires pour absorber les photons de désexcitation par la molécule de diazote et que le processus de désexcitation seul se déroule en 28 ns ; ainsi, en présence de  $N_2$ , seulement 5% des atomes de Rb se désexcitent en émettant un photon. En outre, les collisions entre atomes de Rubidium et molécules de diazote, et les collisions entre atomes de Rubidium et noyaux d'Hélium 3 sont non seulement responsables du mélange des deux états  $m_z = \pm 1/2$  du niveau excité  $5P_{1/2}$  mais aussi du passage au niveau supérieur  $5P_{3/2}$ . Alors, le retour vers les deux états fondamentaux  $m_z = \pm 1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$  se fait avec la même probabilité. La transition vers l'état fondamental depuis un état du niveau  $5P_{1/2}$  est accompagnée de l'émission de photons de fluorescence de longueur d'onde  $D_1 = 795$  nm et la transition depuis un état du niveau  $5P_{3/2}$  s'accompagne de l'émission de photons de fluorescence de longueur d'onde  $D_2 = 780$  nm. Finalement, deux photons incidents suffisent pour augmenter d'un individu supplémentaire la population de l'état  $m_z = +1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$ .

Nous avons jusqu'ici négligé les effets du spin nucléaire des atomes de Rubidium sur la répartition des niveaux d'énergie des atomes. En fait, le spin de l'électron se couple au spin du noyau par interaction hyperfine. Le noyau de Rubidium 85 (nombre de masse  $A = 85$ ), le plus abondant dans la nature et utilisé dans E154, possède un spin  $I$  égal à  $5/2$  et le Rubidium 87 (nombre de masse  $A = 87$ ), possède un spin  $I$  égal à  $3/2$ . Le spin total  $F = I \pm 1/2$  des atomes de  $^{85}\text{Rb}$  vaut donc 2 ou 3. La **Figure 2.23** montre la répartition des niveaux d'énergie de l'atome de  $^{85}\text{Rb}$  dans l'état fondamental. Alors le pompage optique à l'aide de photons de polarisation circulaire gauche accumule les atomes dans l'état  $F_z = +3$ , du niveau  $F = 3$  au lieu de l'état  $m_z = +1/2$  du niveau  $5S_{1/2}$  précédemment cité, et nécessite un nombre de cycles d'excitation plus élevé.



**Figure 2.23:** représentation des niveaux énergétiques de l'atome  $^{85}\text{Rb}$  dans l'état fondamental. L'effet Zeeman introduit un petit écart en fréquence proportionnel au champ d'alignement, environ 9 MHz pour un champ magnétique appliqué de 20G, alors que l'interaction hyperfine sépare les deux niveaux  $F = 2$  et  $F = 3$  de 3036 MHz [ROMALIS1].

La polarisation  $P_{Rb}$  des atomes de Rubidium est calculée à partir du rapport :

$$P_{Rb} = \frac{R}{R + \Gamma_{DS}} \quad (2.47)$$

où  $R$  représente le taux de pompage optique par unité de temps défini par la relation :

$$R = \int_0^{\nu_{\max}} \phi(\nu)\sigma(\nu)d\nu \quad (2.48)$$

avec :

- $\nu$  Fréquence des photons incidents
- $\phi$  Flux de photons incidents par unité de  $\nu$
- $\sigma$  Section efficace d'absorption

La dépolarisation des atomes de Rubidium résulte des collisions entre les atomes de Rb et les autres atomes présents dans le milieu, au cours desquelles le spin de l'atome se couple avec le moment angulaire orbital de la paire constituée par les deux atomes qui entrent en collision. Le taux de destruction de spin par unité de temps  $\Gamma_{DS}$  pour chaque atome de Rubidium est proportionnel à la concentration volumique  $[X]$  de chaque espèce X et s'écrit :

$$\Gamma_{DS} = k_{Rb-{}^3He} [{}^3He] + k_{Rb-N_2} [N_2] + k_{Rb-Rb} [Rb] \quad (2.49)$$

où les coefficients  $k_{Rb-X}$  représentent les constantes de destruction de spin par unité de temps, pour chaque collision de type Rb-X, et sont données par la valeur moyenne du produit de la vitesse  $u_{Rb-X}$  relative des deux atomes de Rb et X, et de la section efficace de collision  $\sigma_{Rb-X}$  [WAGSHUL] :

$$k_{Rb-{}^3He} = \langle u_{Rb-{}^3He} \sigma_{Rb-{}^3He} \rangle = 2.10^{-18} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (2.50)$$

$$k_{Rb-N_2} = \langle u_{Rb-N_2} \sigma_{Rb-N_2} \rangle = 8.10^{-18} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (2.51)$$

$$k_{Rb-Rb} = \langle u_{Rb-Rb} \sigma_{Rb-Rb} \rangle = 8.10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (2.52)$$

Les concentrations volumiques moyennes dans la région de pompage optique de la cible sont données dans la **Table 2.6**. Ainsi, le taux de destruction de spin par unité de temps  $\Gamma_{DS}$  vaut :

$$\Gamma_{DS} = 400_{Rb-He} + 14_{Rb-N_2} + 320_{Rb-Rb} = 734 \text{ s}^{-1}$$

Ce sont les collisions avec le Rubidium et l'Hélium qui causent l'essentiel de la destruction du spin du rubidium.

Espèce	Concentration volumique
${}^3He$	$[{}^3He] = 2.10^{20} \text{ cm}^{-3}$
$N_2$	$[N_2] = 1.8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
Rb	$[Rb] = 4.10^{14} \text{ cm}^{-3}$

**Table 2.6 :** valeurs des concentrations volumiques de chaque espèce présente dans zone de pompage.

Le terme  $(R+\Gamma_{DS})^{-1}$  représente la constante de temps de la loi d'évolution dans le temps de la polarisation des atomes de Rubidium. En toute rigueur, il faut tenir compte de l'effet du spin nucléaire, qui augmente cette constante de temps d'un facteur 5 sans changer la valeur de la polarisation à l'équilibre, égale à  $R/(R+\Gamma_{DS})$ . La constante de temps de E154 est de l'ordre de quelques millisecondes et la polarisation  $P_{Rb}$  du Rubidium atteint environ 70 à 80%.

### ♦ Seconde étape : polarisation des noyaux d'Hélium 3

La polarisation des atomes de Rubidium est ensuite transférée aux noyaux d'Hélium 3 par un processus d'échange de spin, dû à l'interaction hyperfine entre le spin des électrons du Rubidium et celui du noyau d'Hélium 3 [WALKER]. La constante d'échange de spin, noté  $k_{ES}$ , a été évaluée par [COULTER] :

$$k_{ES} = \langle u_{ES} \sigma_{ES} \rangle = 1.2.10^{-19} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (2.53)$$

conduisant à un taux d'échange de spin par unité de temps pour chaque atome de Rubidium  $\Gamma_{ES} = k_{ES} [{}^3He] = 24 \text{ s}^{-1}$ . Comparant la valeur de  $\Gamma_{ES}$  et celle de  $\Gamma_{DS}$ , nous en déduisons qu'environ 3% des atomes de Rb transfèrent leur spin aux noyaux d'Hélium 3, les autres perdant leur spin par les processus décrits précédemment. La **Figure 2.24** illustre le mécanisme de transfert de spin.

Pendant un court intervalle de temps  $dt$ , la polarisation  $P_{He}$  de l'Hélium 3 varie de  $dP_{He}$  telle que :

$$dP_{He} = \gamma_{ES} (\langle Rb \rangle - P_{He}) dt - \Gamma_D P_{He} dt \quad (2.54)$$

où  $\gamma_{ES} = k_{ES} [Rb] = 4.8.10^{-5} \text{ s}^{-1}$  représente le taux d'échange de spin par unité de temps pour chaque noyau d'Hélium 3,  $\langle Rb \rangle \approx 80\%$  représente la polarisation moyenne des atomes de Rubidium et  $\Gamma_D$  représente le taux de dépolarisation des noyaux d'Hélium 3 par unité de temps.  $dP_{He}$  contient deux contributions : la première,  $\gamma_{ES} (\langle Rb \rangle - P_{He}) dt$ , positive, correspond à la polarisation gagnée à la date  $t$  lors des échanges avec les atomes de Rubidium, la seconde,  $\Gamma_D P_{He} dt$ , perdue à la date  $t$  au cours des processus de dépolarisation.

L'équation (2.54) est une équation différentielle du premier ordre en  $t$ , à deuxième membre  $\gamma_{ES} \langle Rb \rangle$  constant :

$$\frac{dP_{He}}{dt} + (\gamma_{ES} + \Gamma_D) P_{He} = \gamma_{ES} \langle Rb \rangle \quad (2.55)$$

La polarisation  $P_{He}$  admet la solution asymptotique :

$$P_{He}(t \rightarrow \infty) = \langle Rb \rangle \frac{\gamma_{ES}}{\gamma_{ES} + \Gamma_D} \quad (2.56)$$

et s'annule pour  $t=0$ .

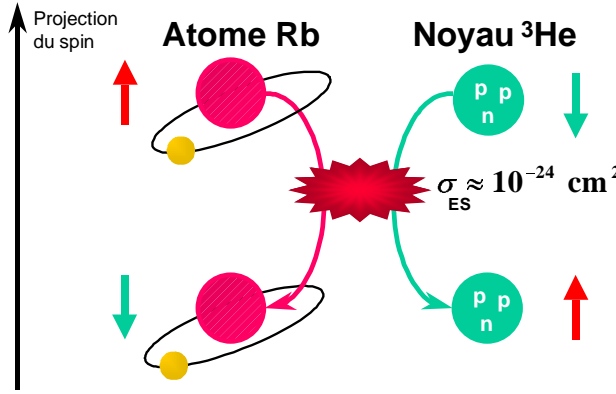
La solution de l'équation (2.55) s'écrit alors :

$$P_{He}(t) = \langle Rb \rangle \frac{\gamma_{ES}}{\gamma_{ES} + \Gamma_D} [1 - e^{-(\gamma_{ES} + \Gamma_D)t}] \quad (2.57)$$

Notre cible est constituée de deux chambres, l'une placée au-dessus de l'autre. La chambre supérieure porte le nom de chambre de pompage et contient les atomes de Rubidium. La chambre inférieure est la chambre cible contenant les noyaux d'Hélium 3, aussi présents en plus faible quantité dans la chambre supérieure. Cette géométrie modifie la valeur de  $\gamma_{ES}$  qu'il faut remplacer dans l'équation (2.57) par [MIDDLETON] :

$$\bar{\gamma}_{ES} = \gamma_{ES} \frac{N_{\text{pompage}}}{N_{\text{pompage}} + N_{\text{cible}}} \quad (2.58)$$

où  $N_{\text{pompage}}$  représente le nombre de noyaux d'Hélium 3 présents dans la chambre de pompage et  $N_{\text{cible}}$  le nombre d'atomes présents dans la chambre cible.



**Figure 2.24:** principe du mécanisme d'échange de spin entre les atomes de Rb et les noyaux d'<sup>3</sup>He. La section efficace est de l'ordre de 10<sup>-24</sup> cm<sup>2</sup> [GAMBLIN] ; le processus est donc beaucoup plus lent que le pompage optique.

### ◆ Mécanismes de dépolarisation des noyaux d'Hélium 3

Une fois polarisés, trois mécanismes différents contribuent à la dépolarisation des noyaux d'Hélium 3 :

$$\Gamma_D = \Gamma_{\text{dipôle-dipôle}} + \Gamma_{\text{gradient}} + \Gamma_{\text{faisceau}} \quad (2.59)$$

- D'abord, les collisions entre atomes d'Hélium 3 engendrent un couplage dipolaire entre le spin nucléaire et le moment orbital angulaire de la paire constituée par les deux atomes. Les calculs de [NEWBURY] permettent d'estimer le taux de dépolarisation par unité de temps  $\Gamma_{\text{dipôle-dipôle}}$  dû à ces collisions, en fonction de la concentration d'Hélium 3 à 23°C :

$$\Gamma_{\text{dipôle-dipôle}} = \frac{[{}^3\text{He}]}{744} \text{ (en hr}^{-1}\text{)} \quad (2.60)$$

[<sup>3</sup>He] étant exprimée en Amagats. L'Amagat est une unité de concentration correspondant à 1 atm à 0°C : 1 Amagat = 2.6868 10<sup>19</sup> atomes.cm<sup>-3</sup>. Pour E154, 1/ $\Gamma_{\text{dipôle-dipôle}}$  = 84 h.

- Ensuite, lorsque les noyaux d'Hélium 3 traversent des zones dans lesquelles le champ magnétique local n'est pas uniforme, leur spin précesse et sa direction devient aléatoire. [CATES] a calculé le taux de dépolarisation par unité de temps  $\Gamma_{\text{gradient}}$  correspondant :

$$\Gamma_{\text{gradient}} = D_{He} \frac{|\nabla B_x|^2 + |\nabla B_y|^2}{B_z^2} \quad (2.61)$$

$D_{He}$  représente la constante de diffusion de l'Hélium 3 dans la cible et vaut  $D_{He} = 0.28 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ . Elle représente le produit de la vitesse moyenne par le libre parcours moyen des atomes, multiplié par le facteur 1/3. Expérimentalement, le champ magnétique  $B_z \approx 20 \text{ G}$  est produit par deux bobines de Helmholtz de diamètre (150 cm) suffisamment large devant celui de la cible (30cm) pour maintenir le rapport  $|\nabla B_x|/B_z$  inférieur à 10<sup>-3</sup> cm<sup>-1</sup> et par conséquent maximiser le temps de dépolarisation 1/ $\Gamma_{\text{gradient}}$ , de l'ordre de 1/ $\Gamma_{\text{gradient}}$  = 1000 h.



- Enfin, lorsqu'il pénètre à l'intérieur de la cible, le faisceau d'électrons peut ioniser les atomes d'Hélium 3. Alors l'interaction hyperfine couple le spin nucléaire de l'Hélium 3 avec le spin de l'électron restant, causant une dépolarisation du noyau. Un autre atome d'Hélium 3 peut ensuite partager un électron avec l'ion créé pour constituer une molécule de  $^3\text{He}_2^+$ , à l'intérieur de laquelle le spin nucléaire disparaît par couplage hyperfin avec le moment angulaire de la paire ainsi créée. Le taux de dépolarisation par unité de temps  $\Gamma_{\text{faisceau}}$  correspondant s'écrit [BONIN] :

$$\Gamma_{\text{faisceau}} = (n_{\text{ions}} + n_{\text{molécules}}) \Gamma_{\text{ionisation}} \quad (2.62)$$

où  $\Gamma_{\text{ionisation}}$  est le taux de production d'ions par le faisceau d'électrons, par unité de temps.  $n_{\text{ions}}$  et  $n_{\text{molécules}}$ , nombres sans dimension, représentent respectivement la contribution des atomes d'Hélium 3 ionisés isolés et la contribution des molécules de  $^3\text{He}_2^+$ . Pour E154,  $n_{\text{ions}} \approx 1$  [MIDDLETON] et  $n_{\text{molécules}} \ll 1$  car les molécules sont rapidement cassées par les collisions avec les atomes d'Hélium 3 et redeviennent neutres lors des chocs avec les molécules de diazote. Pour E154,  $1/\Gamma_{\text{faisceau}}$  varie de 400 à 1100 h, selon l'intensité du faisceau d'électrons.

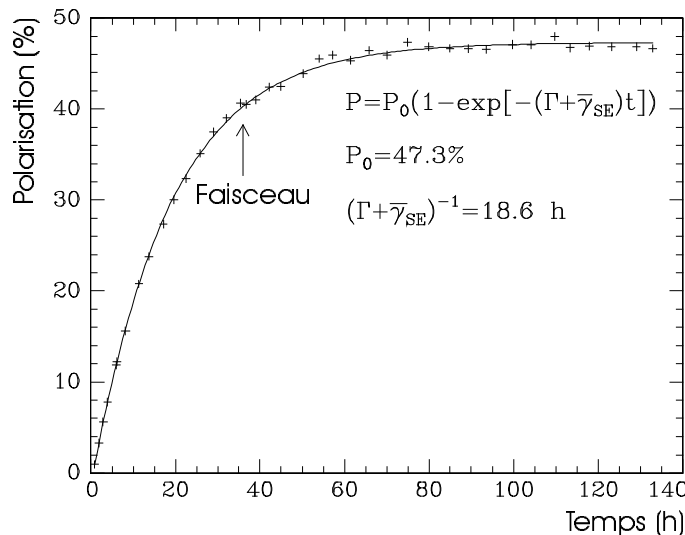
Ainsi, pour E154,  $\Gamma_D \approx \Gamma_{\text{dipôle-dipôle}}$  et  $1/\Gamma_D$  varie de 30 à 84 ± 5h, cette dernière valeur ayant été estimée pour la cible dénommée Picard, cible ayant permis d'atteindre la polarisation la plus élevée.

La valeur asymptotique de la polarisation donnée par l'équation (2.56) s'écrit encore :

$$P_{\text{He}}(t \rightarrow \infty) = \frac{\gamma_{ES}}{\gamma_{ES} + \Gamma_D} \frac{R}{R + \Gamma_{DS}} \quad (2.63)$$

Pour la maximiser, il est nécessaire que le taux d'échange de spin  $\gamma_{ES}$  soit très supérieur au taux de dépolarisation  $\Gamma_D$  et que le taux de pompage optique  $R$  soit très supérieur au taux de destruction de spin  $\Gamma_{DS}$ . La première condition est satisfaite en augmentant la concentration volumique de Rubidium puis en construisant des cellules de qualité suffisante pour ne pas introduire d'impuretés paramagnétiques dans la phase gazeuse et dans le verre de la cible, susceptibles d'augmenter le terme  $\Gamma_D$ .  $\Gamma_{DS}$  dépend des concentrations de Rubidium et d'Hélium et ne peut pas être minimisé ; alors la deuxième condition est satisfaite en éclairant les atomes de Rubidium à l'aide d'un faisceau laser intense pour augmenter le taux de pompage optique  $R$  par unité de temps.

La **Figure 2.25** montre l'évolution de la polarisation dans le temps des noyaux d'Hélium 3 contenus dans la cible Picard.



**Figure 2.25:** évolution dans le temps de la polarisation des noyaux d'Hélium 3 contenus dans la cible Picard. La flèche verticale indique la date de mise en faisceau de la chambre cible.

### 3.3 Description des cibles

La géométrie des cibles a été étudiée pour satisfaire deux objectifs :

- minimiser le taux de dépolarisation  $I_D$  des noyaux d'Hélium 3.
- maximiser le facteur de dilution des cibles. Le facteur de dilution de la cible représente le rapport du nombre d'électrons diffusés uniquement par les noyaux d'Hélium 3 au nombre total d'électrons diffusés par les noyaux d'Hélium 3, par les molécules de diazote et par les divers composants du verre constituant la cible. Le nombre d'électrons diffusés par l'Hélium 3 est proportionnel à la concentration volumique d'atomes d'Hélium 3, et le nombre d'électrons diffusés par le verre est proportionnel à l'épaisseur de verre traversée. Pour maximiser le facteur de dilution, il faut donc augmenter la concentration volumique d'Hélium, tout en diminuant l'épaisseur du verre traversée par les électrons. Le verre ne doit pas être trop fin pour ne pas céder sous la pression exercée par les atomes d'Hélium, de l'ordre de 13 atm.

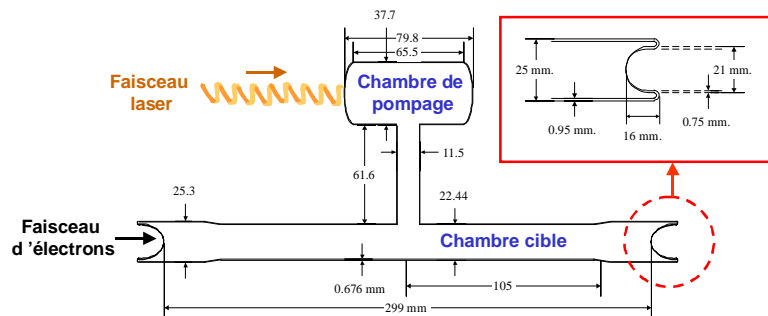
La géométrie choisie est semblable à celle des cibles de l'expérience E142 : elles sont constituées de deux chambres, la chambre supérieure de pompage optique et la chambre inférieure jouant le rôle de cible. La chambre de pompage reçoit le faisceau de photons polarisés circulairement et contient la vapeur de Rb, l'azote et les atomes d'Hélium 3. Elle est placée dans un four produisant une température d'environ 180°C permettant de maintenir une concentration de Rb suffisamment élevée pour le pompage optique [MIDDLETON]. C'est dans cette chambre que se produit le transfert de spin entre le Rubidium et l'Hélium 3. La chambre cible contient les atomes d'Hélium 3, et une quantité négligeable d'atomes de Rb ( $\sim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ) devant celle d'Hélium 3.

Le verre utilisé est référencé sous le nom 1720 Corning. Il a été choisi pour trois raisons :

- d'abord, il est beaucoup moins perméable à l'Hélium 3 que le Pyrex,
- il est ensuite très résistant aux métaux alcalins et ne réagit pas avec eux, même à haute température,
- enfin, ses propriétés de surface permettent d'atteindre des taux de dépolarisation  $I_D$  très bas.

Cependant, à la différence de E142, les fenêtres d'entrée et de sortie du faisceau, situées à chaque extrémité de la chambre cible, ont une géométrie concave. Cette géométrie particulière permet de résister à des pressions internes d'Hélium plus élevées que dans le cas d'une géométrie convexe. Ainsi, le facteur de dilution de la cible augmente considérablement d'environ 0.33 pour E142 à 0.56-0.65 pour E154. Se reporter à la

Figure 2.26 montrant une schématisation de la cible Picard.



**Figure 2.26:** schématisation de la cible Picard, montrant la chambre de pompage éclairée par le faisceau de photons polarisés circulairement puis la chambre cible frappée par le faisceau d'électrons, reliée à la chambre de pompage par un canal de transfert. Le cadre en haut à droite montre une vue agrandie de l'extrémité de la chambre cible, de forme concave. Cette géométrie est obtenue en soufflant une forme convexe dans un tube de verre, ensuite retournée et scellée aux extrémités de la chambre cible, de diamètre légèrement plus large.

La température de la cible est contrôlée par sept sondes de température RTD, cinq régulièrement réparties sur la chambre cible et deux à l'intérieur du four entourant la chambre de pompage. La température de la chambre cible varie entre 60°C et 80°C, et celle de la chambre de pompage est voisine de 200°C lors des prises de données. Les deux extrémités de la chambre cible placées dans le faisceau d'électrons sont refroidies par un jet d'Hélium 4. Une fois les cibles construites, il est nécessaire de déterminer leurs dimensions, indispensables aux mesures expérimentales de la polarisation des noyaux d'Hélium 3 :

- Le diamètre de la chambre cible est mesuré en plusieurs points à l'aide d'un micromètre.
- L'épaisseur des parois latérales est mesurée par deux méthodes : d'abord par un micromètre, puis par une méthode optique d'interférométrie. Cette méthode consiste à éclairer les parois à l'aide d'un faisceau laser. Le coefficient de réflexion du verre est proportionnel au sinus du produit de l'épaisseur du verre et de la fréquence du faisceau laser, à un coefficient multiplicatif près. Ainsi, en balayant la fréquence du faisceau laser et en mesurant l'oscillation du coefficient de réflexion en détectant la lumière réfléchie, il est possible de mesurer l'épaisseur du verre. Les deux méthodes donnent une incertitude relative de 3%.
- L'épaisseur des fenêtres d'entrée et des fenêtres de sortie est mesurée par trois méthodes différentes : la méthode micrométrique, la méthode interférométrique et par une méthode d'absorption de rayons X par effet photoélectrique. Cette dernière utilise une source de  $^{55}\text{Fe}$ , émetteur X d'environ 6 keV par capture K. La longueur d'absorption des rayons X dans le verre est de 0.03 mm. L'intensité émise par la source et celle transmise à travers le verre sont mesurées à l'aide d'un détecteur au germanium, et leur rapport permet d'évaluer la profondeur de verre traversée. C'est la méthode interférométrique la plus précise, donnant une incertitude relative de 3%.
- Le volume total de chaque cible est mesuré soit à partir de mesures sous vide, soit à partir d'une mesure basée sur le principe d'Archimède. La première consiste à mesurer la variation de volume d'une enceinte flexible préalablement sous vide, lorsqu'un volume étalon de gaz à une pression donnée y est introduit, en présence puis en l'absence de la cible. La variation de volume, mesurée à partir des pressions finales atteintes dans les deux configurations, est égale au volume de la cible. La deuxième méthode consiste à peser la cible, puis à l'attacher à une masse étalon et à plonger le tout dans de l'eau, l'ensemble étant toujours suspendu à la balance. La poussée d'Archimède s'exerçant sur la cible donne un poids apparent plus faible à la masse étalon ; elle est proportionnelle au volume extérieur de la cible. Le volume intérieur est obtenu à partir de la différence de poids de la masse étalon lorsqu'elle est plongée seule dans l'eau et lorsqu'elle y est plongée avec la cible, à partir de la masse de la cible et de la masse d'Hélium 3, puis des masses volumiques de l'eau et du verre. Les deux méthodes donnent une incertitude relative de 0.4%.

Finalement, les volumes des deux chambres et du canal ne peuvent être obtenus à partir du volume de la cible que par le calcul. La quantité d'Hélium 3 introduite dans chaque cible a été mesurée par deux méthodes différentes. La première consiste à mesurer la quantité introduite lors du remplissage de la cible et la seconde méthode est basée sur l'élargissement de la distribution des fréquences d'absorption photonique  $D_1$  et  $D_2$  du Rb, sous l'effet des chocs avec les atomes d'Hélium 3. Cet élargissement est proportionnel à la pression d'Hélium 3 présent dans la cible [ROMALIS2]. L'erreur relative sur la concentration est voisine de 2%. Les caractéristiques des chambres cibles de l'expérience E154 sont résumées dans la **Table 2.7**.

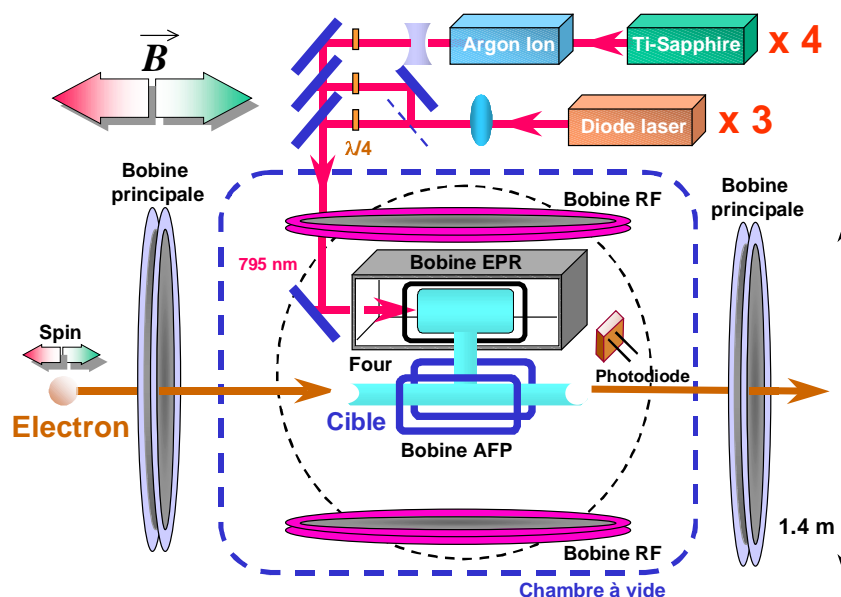
Nom	Prises de données	Longueur (mm)	Epaisseur ( $\mu\text{m}$ )	$[^3\text{He}]$ ( $10^{20} \text{ cm}^{-3}$ )	$[\text{N}_2]$ ( $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ )	Sort
Dave	1201-1388	291	45.0-53.5	2.70	2.3	A explosé
Riker	1412-1757	300	66.5-60.0 (?)	2.68	1.4	A explosé
Bob	1777-2043	299	70.1-69.7	2.68	2.3	A explosé
SMC	2050-2311	302	68.8-64.2 (?)	2.68	2.4	A survécu
Generals	2316-2594	297	52.5-54.4	2.63	2.4	A explosé
Hermès	2597-2902	295	46.9-56.6	2.64	2.4	A explosé
Prelims	2903-3100	300	45.5-42.4	2.68	2.3	A explosé
Chance	3101-3371	299	83.0-83.0	2.68	2.3	A survécu
Picard	3377-3788	299	69.3-61.6	2.64	2.3	A survécu
Référence 1	733-1757	304	58.4-46.5			A explosé
Référence 2	1777-2047	297	73.5-46.3			A survécu
Référence 3	2050-2596	304	50.9-48.5			A survécu
Référence 4	2597-3788	302	70.8-64.0			A survécu

**Table 2.7 :** caractéristiques des chambres cibles de E154. La colonne intitulée Epaisseur donne l'épaisseur de la fenêtre d'entrée puis celle de la fenêtre de sortie rencontrées par le faisceau. Le symbole (?) désigne les cibles pour lesquelles les fenêtres d'entrée et de sortie n'ont pu être identifiées. La concentration volumique de Rb est négligeable devant celle d'Hélium 3 et celle de  $\text{N}_2$  : elle est de l'ordre de  $10^{11} \text{ atomes.cm}^{-3}$ . Les quatre cibles de référence sont des cibles pouvant être remplies à distance avec des quantités variables d'Hélium 3, utilisées pour le calcul du facteur de dilution.

### 3.4 Description du dispositif de polarisation

L'ensemble est composé de deux paires de bobines de Helmholtz, d'un système optique produisant un faisceau laser polarisé circulairement, d'un support permettant de maintenir la

cible en place dans le faisceau et de plusieurs détecteurs utilisés pour la mesure de la polarisation de la cible. Se reporter à la **Figure 2.27**.



**Figure 2.27 :** schématisation du dispositif de polarisation de la cible. Les deux paires de bobines principales – bobines de Helmholtz – produisent le champ magnétique  $B$  représenté au-dessus de la première bobine principale. Le cercle en pointillés représente l'autre paire de bobines principales dont l'axe est perpendiculaire à la chambre cible. Les autres bobines mentionnées ainsi que la photodiode sont utilisées lors de la mesure de la polarisation de la cible.

Les bobines de Helmholtz d'un diamètre de 1.4 m produisent un champ magnétique de 10 à 30 G. Ce champ permet d'aligner le spin des noyaux d'Hélium 3. La première paire a son axe confondu avec celui de la chambre cible et permet d'orienter le spin des noyaux dans la direction du faisceau d'électrons. L'autre paire a son axe perpendiculaire à la chambre cible, permettant de prendre des données avec une polarisation de cible transverse à celle du faisceau.

La cible est placée à l'intérieur d'une enceinte à vide pompée mécaniquement. Elle est maintenue en position dans le faisceau par un support mobile muni de trois emplacements disposés les uns au-dessus des autres. Le premier contient la cible, une cible de référence est placée en-dessous au niveau du deuxième emplacement et le troisième est vide, il laisse passer le faisceau d'électrons. Ce dernier emplacement est utilisé pour contrôler le halo du faisceau.

La chambre de pompage est placée dans un four produisant une température d'environ 180°C. Le faisceau laser éclairant la chambre de pompage est produit par quatre lasers de type Ti-Sapphire de 5W chacun, pompés par des lasers de type Argon-ion, ainsi que par trois diodes laser d'une puissance de 15W chacune. Deux des trois diodes appartiennent au LPC. La puissance totale délivrée atteint 80W. Les diodes laser ont une durée de vie beaucoup plus élevée que les quatre lasers et ne nécessitent pas d'entretien. Disposer de sources de photons intenses à 795 nm a été l'une des motivations du choix du Rubidium comme métal alcalin. Le faisceau délivré par les diodes laser n'est pas polarisé. Pour le polariser circulairement, le faisceau laser est d'abord séparé en deux faisceaux polarisés linéairement à l'aide d'un cube polariseur (deux prismes à 45° accolés et incidence de Brewster), puis chaque faisceau polarisé rectilignement traverse une lame quart d'onde pour obtenir une polarisation circulaire. Le faisceau délivré par les quatre lasers est polarisé rectilignement et doit lui aussi traverser une lame quart d'onde pour obtenir une polarisation circulaire.

### 3.5 Mesure de la polarisation des cibles

La polarisation de la cible a été mesurée par Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) [ABRAGAM] dans des conditions de passage rapide adiabatique (Adiabatic Fast Passage), au cours des prises de données de E154. Cette consiste à superposer un champ magnétique oscillant

$\mathbf{H}_1$ , de direction perpendiculaire au champ magnétique externe  $\mathbf{H}$  et orienté verticalement, à l'aide de deux bobines placées au-dessus et au-dessous de la cible, bobines intitulées RF sur la **Figure 2.27**.

Plongé dans ce champ oscillant, le moment magnétique  $\mu$  des noyaux précesse à une vitesse angulaire  $\omega$  constante autour du champ magnétique effectif  $\mathbf{H}_{eff}$  auquel sont sensibles les noyaux d'Hélium 3 [GRIVET]. En effet, le théorème du moment cinétique permet d'écrire :

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mu \wedge \mathbf{H}_{eff} \quad (2.64)$$

où  $\mathbf{L}$  est le moment cinétique du noyau considéré, de norme constante. La dérivée de  $\mathbf{L}$  par rapport au temps s'écrit en fonction de  $\mathbf{L}$  :

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \omega \wedge \mathbf{L} \quad (2.65)$$

où le vecteur  $\omega$  a la direction du vecteur  $\mathbf{H}_{eff}$ . De l'égalité de la norme des deux équations précédentes,

$$\mu H_{eff} \sin \theta = \omega L \sin \theta \quad (2.66)$$

nous déduisons la valeur de la vitesse angulaire de précession, encore appelée pulsation de Larmor :

$$\omega = \frac{\mu}{L} H_{eff} = \gamma H_{eff} \quad (2.67)$$

où nous avons introduit le facteur gyromagnétique  $\gamma$  du noyau (unité dans le système de Gauss :  $G^{-1}.s^{-1}$ ).

Le champ magnétique oscillant  $\mathbf{H}_1$  peut être décomposé en deux composantes  $\mathbf{H}_1^+$  et  $\mathbf{H}_1^-$  de norme  $H_1/2$ , tournant dans des sens opposés dans le plan contenant le champ  $\mathbf{H}_1$  et perpendiculaires à  $\mathbf{H}$ , à la même vitesse angulaire  $\omega$ , comme le montre la **Figure 2.28**. Une seule de ces deux composantes tourne en même temps que le moment magnétique du noyau, l'autre ne jouant pas de rôle appréciable [BLOCH], [SMITH]. Supposons dans notre calcul qu'il s'agisse de la composante  $\mathbf{H}_1^+$ . Pour déterminer le comportement du spin des noyaux d'Hélium, il est commode de se placer dans un repère tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  autour de l'axe Oz. Dans ce nouveau système de référence, le champ effectif  $\mathbf{H}_{eff}$  vu par les noyaux d'Hélium 3 vaut :

$$\mathbf{H}_{eff} = (H - \frac{1}{\gamma}\omega)\hat{z} + H_1^+\hat{x} \quad (2.68)$$

Alors le vecteur aimantation  $\mathbf{M}$  des noyaux reste aligné avec  $\mathbf{H}_{eff}$  et tourne avec la vitesse angulaire  $\omega$  autour de l'axe Oz. Deux bobines de détection de forme rectangulaire (76.2 mm×25.4mm), intitulées bobines AFP sur la **Figure 2.27**, sont placées de part et d'autre de la chambre cible, dans le plan vertical, de telle façon que leur axe soit perpendiculaire à  $\mathbf{H}$ . Ces deux bobines permettent de mesurer la composante  $M_T$  du vecteur aimantation  $\mathbf{M}$  des noyaux d'Hélium 3 transverse à  $\mathbf{H}$  et parallèle à  $\mathbf{H}_1^+$  :

$$M_T = M \cos \alpha = M \frac{H_1^+}{H_{tot}} \quad (2.69)$$

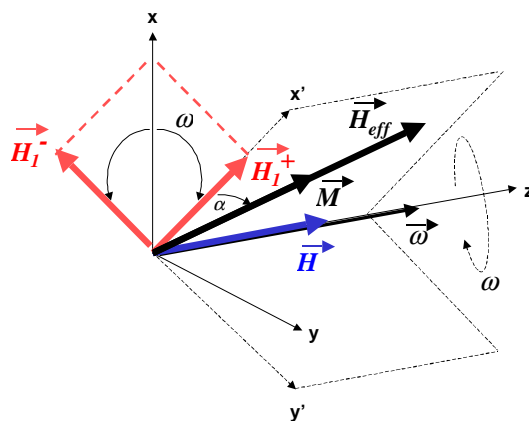
$\alpha$  étant l'angle entre la composante  $\mathbf{H}_1^+$  avec le vecteur  $\mathbf{H}_{eff}$ . Ainsi, l'expression de  $M_T(t)$  suit une loi Lorentzienne en fonction de  $H(t)$  :

$$M_T(t) = P\mu[{}^3He] \frac{H_1^+}{\sqrt{(H(t) - \omega/\gamma)^2 + H_1^{+2}}} \quad (2.70)$$

où  $P$  représente la polarisation des noyaux d'Hélium 3 et  $[{}^3He]$  leur concentration volumique. La composante  $M_T$  est proportionnelle à la force électromotrice apparue dans les bobines de détection, lorsque l'on fait varier la norme du champ  $\mathbf{H}$  suffisamment lentement dans le temps – balayage dit "adiabatique"  $dM_T/dt = 0$  -. D'après la loi de Lenz et dans l'hypothèse d'un balayage adiabatique, cette force électromotrice  $fem$  s'écrit :

$$fem = -\frac{d\phi}{dt} = -M_T(t) \frac{d}{dt} \int_{AFP} \hat{u}(\hat{r}, t) \cdot d\mathbf{S} \quad (2.71)$$

où  $\hat{u}$  représente un vecteur unitaire de même sens et direction que  $\mathbf{M}_T$ , et  $d\mathbf{S}$  représente un élément de surface de la bobine de détection. Ainsi, la mesure de la force électromotrice induite conduit à la valeur de  $M_T$  et donc à celle de la polarisation  $P$  des noyaux d'Hélium 3.



**Figure 2.28 :** représentation des différents champs magnétiques mis en jeu. Les normes des différents vecteurs ne sont pas significatives.

Dans E154, le champ  $H_i$  créé par les deux bobines RF a une valeur de 72 mG et une fréquence de 92kHz, correspondant à la pulsation  $\omega$ . Le champ  $H$ , produit par les deux bobines principales, est balayé depuis 18 G jusqu'à 36 G, à une vitesse suffisamment faible de  $1.2 \text{ G.s}^{-1}$  pour que les spins puissent suivre le champ effectif. Cette vitesse ne doit cependant pas être trop faible pour éviter de dépolariiser les noyaux au passage de la résonance où le champ effectif est minimal. D'où la dénomination anglo-saxonne de "Adiabatic Fast Passage".

La valeur du champ  $H$  à la résonance est donnée par le rapport  $\omega/\gamma = 28.4 \text{ G}$ . A la résonance, la valeur absolue de la force électromotrice induite devient maximale ; d'où le phénomène de résonance magnétique. Le champ  $H$  étant beaucoup plus élevé que le champ  $H_i$ , la traversée de la résonance provoque un renversement du moment magnétique des noyaux proche de  $180^\circ$ . A la résonance, la composante de  $H_{eff}$  suivant l'axe Oz s'annule ; alors l'aimantation des noyaux d'Hélium 3 est transverse, portée par l'axe Ox' en rotation autour de l'axe Oz. Le terme  $\cos \alpha$  de l'équation (2.69) vaut 1 ; par conséquent, la valeur de l'aimantation des noyaux d'Hélium à la résonance est égale au produit  $P\mu [^3\text{He}]$ . La valeur de la force électromotrice à la résonance est proportionnelle à la polarisation des noyaux d'Hélium 3 et ne dépend pas des champs appliqués. Le signal de résonance est amplifié à l'aide d'un condensateur et des bobines de mesure pour former un circuit LC résonant. Le signal est ensuite préamplifié et débarrassé de sa composante  $H_i$  à 92 kHz. Le signal obtenu est proportionnel à la polarisation  $P$  des noyaux d'Hélium 3.

La constante de proportionnalité permettant de relier la hauteur du signal de résonance à la polarisation de la cible et exprimée en  $\%.\text{mV}^{-1}$ , est déterminée en utilisant deux méthodes indépendantes que nous décrivons.

♦ **Première méthode : mesure de la polarisation des protons de l'eau par Résonance Magnétique Nucléaire (RMN)**

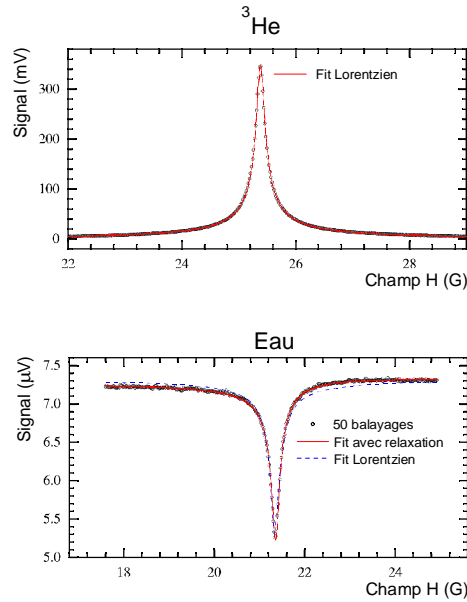
Cette première méthode consiste à mesurer par RMN la polarisation moyenne des protons à l'équilibre thermique contenus dans une cible identique, remplie d'eau, plongée dans un champ magnétique  $B$ .

Cette polarisation est donnée par [KITTEL] :

$$P_{av} = \tanh\left(\frac{\mu_p \cdot B}{k_B T}\right) \quad (2.72)$$

où  $\mu_p$  représente le moment magnétique du proton et  $k_b$  la constante de Boltzman. La polarisation des protons est de l'ordre de  $7.5.10^{-9}$  à la température  $T$  et à la valeur du champ  $B$  de l'expérience. Le signal détecté est environ  $10^5$  fois plus petit que le signal obtenu avec l'Hélium 3. La **Figure 2.29** montre les signaux RMN obtenus avec l'Hélium 3 et avec les protons de l'eau.

L'erreur systématique totale sur la valeur de la constante de calibration atteint 3.4%. Les différentes sources d'erreurs sont détaillées dans [ROMALIS1] ; la contribution principale provient de la mesure du signal obtenu avec l'eau et atteint 1.8%.



**Figure 2.29 :** signal détecté par les bobines AFP dans le cas de la mesure de la polarisation des noyaux d'Hélium 3 (Figure du haut) et dans le cas de la mesure de la polarisation des protons de l'eau (Figure du bas). Les deux pics observés sont la signature du phénomène de résonance magnétique nucléaire. Leur hauteur est proportionnelle à la polarisation. Le pic du signal eau est orienté vers le bas, indiquant simplement que le champ  $B$  a changé de sens, par rapport au signal du haut.

♦ **Deuxième méthode : mesure de la polarisation des noyaux d'Helium 3 par Résonance Paramagnétique Electronique (RPE)**

Cette deuxième méthode est basée sur une technique qui consiste à mesurer l'élargissement de l'écart énergétique (ou, de façon équivalente, l'élargissement en fréquence) entre les états atomiques du Rubidium dû à l'effet Zeeman, sous l'influence des noyaux d'Hélium 3 polarisés [SMITH].

Cet élargissement a deux origines distinctes :

- le processus d'échange de spin entre les atomes de Rubidium et les noyaux d'Hélium 3
- le champ magnétique créé par les noyaux d'Hélium 3 polarisés

L'hamiltonien  $H$  d'un atome de Rb plongé dans un champ magnétique  $\mathbf{B}$  et dans un milieu contenant des noyaux d'Hélium s'écrit dans le système d'unité MKSA :

$$H = h\nu_{Rb} \mathbf{I} \cdot \mathbf{S} + h\alpha K \mathbf{S} + \frac{1}{2\pi} (g\mu_B \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} + g_I \mu_N \mathbf{B} \cdot \mathbf{I}) \quad (2.73)$$

- |                |                              |           |  |
|----------------|------------------------------|-----------|--|
| • $h$          | Constante de Planck          | • $K$     | Spin nucléaire de $^3\text{He}$          |
| • $\nu_{Rb}$   | Fréquence hyperfine du Rb    | • $g$     | Facteur de Landé de l'électron           |
| • $\mathbf{I}$ | Spin nucléaire du Rb         | • $\mu_B$ | Magnéton de Bohr                         |
| • $\mathbf{S}$ | Spin électronique du Rb      | • $g_I$   | Facteur magnéto-mécanique du noyau de Rb |
| • $\alpha$     | Décalage en fréquence Zeeman | • $\mu_N$ | Magnéton nucléaire ( $1/1836 \mu_B$ )    |
| • $\mathbf{S}$ | Spin électronique du Rb      | • $g_I$   | Facteur magnéto-mécanique du noyau de Rb |

Le premier terme du second membre est un terme d'interaction hyperfine entre le spin nucléaire du Rb et son spin électronique. Le second terme décrit le processus d'échange de spin entre le spin atomique du Rb et le spin nucléaire de  $^3\text{He}$ , et les deux derniers termes décrivent l'interaction entre le champ magnétique total  $\mathbf{B}$ , résultant du champ extérieur d'alignement et du champ créé par les noyaux d'Hélium 3 polarisés, et les spins électronique et nucléaire du Rb. Le terme dominant est le terme  $h\nu_{Rb} \mathbf{I} \cdot \mathbf{S}$ , pour lequel  $\nu_{Rb} = 1012 \text{ MHz} \gg g\mu_B B / 2\pi\hbar \sim 8 \text{ MHz}$  pour  $B \sim 18 \text{ G}$ . Alors les états atomiques du Rb sont les états propres du produit scalaire  $\mathbf{I} \cdot \mathbf{S}$ , eux-mêmes états propres du moment angulaire total de spin  $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{S}$ , de projection  $M$ . Leur énergie  $E_{F,M}$  est donnée par la formule de Breit-Rabi [WOODGATE] :

$$E_{F=I\pm 1/2, M} = -\frac{h\nu_{HF}}{2(2I+1)} - \frac{1}{2\pi} g_I \mu_N B M \pm \frac{h\nu_{HF}}{2} \sqrt{1 + \frac{4M}{2I+1} x + x^2} \quad (2.74)$$

où  $\nu_{HF} = \nu_{Rb}(I+1/2)$  est la fréquence hyperfine séparant les états atomiques (cf. **Figure 2.23**) du Rb ( $I=5/2$  pour le Rb 85) et :

$$x = [g\mu_B B / 2\pi + g_I \mu_N B / 2\pi - (h\alpha) \langle K \rangle] / h\nu_{HF} \quad (2.75)$$

$\langle K \rangle$  représente la valeur moyenne du spin nucléaire de l'Hélium 3. Numériquement,  $x \ll 1$ . Calculons la fréquence Zeeman  $\nu_z$  séparant deux états consécutifs  $M$  et  $M-1$ , en négligeant le terme en  $x^2$  devant 1 :

$$h\nu_z = E_{F,M} - E_{F,M-1} = \frac{1}{2I+1} [g\mu_B B / 2\pi - 2I g_I \mu_N B / 2\pi - (h\alpha) \langle K \rangle] \quad (2.76)$$

Le champ  $\mathbf{B}$  s'écrit comme la somme du champ extérieur appliqué  $\mathbf{B}_H$  créé par les bobines de Helmholtz, et du champ  $\mathbf{B}_3$  créé par les noyaux d'Hélium 3 polarisés :  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_H + \mathbf{B}_3$ . Alors :

$$h\nu_z = E_{F,M} - E_{F,M-1} = \frac{1}{2I+1} [g\mu_B (B_H + B_3) / 2\pi - 2I g_I \mu_N (B_H + B_3) / 2\pi - (h\alpha) \langle K \rangle] \quad (2.77)$$

Renversons le champ magnétique  $\mathbf{B}_3$  créé par l'Hélium 3, sans modifier le vecteur  $\mathbf{B}_H$ . Calculons la nouvelle fréquence Zeeman  $\nu'_z$  obtenue une fois le champ créé par les noyaux d'Hélium renversé :

$$h\nu'_z = E'_{F,M} - E'_{F,M-1} = \frac{1}{2I+1} [g\mu_B (B_H - B_3) / 2\pi - 2I g_I \mu_N (B_H - B_3) / 2\pi + (h\alpha) \langle K \rangle] \quad (2.78)$$

La différence  $\Delta\nu_z$  entre ces deux fréquences  $\nu_z$  et  $\nu'_z$  s'écrit donc :

$$\Delta\nu_z = \frac{1}{2} (\nu_z - \nu'_z) = \frac{1}{h(2I+1)} [g\mu_B B_3 / 2\pi - 2I g_I \mu_N B_3 / 2\pi - h\alpha \langle K \rangle] \quad (2.79)$$

Elle permet d'accéder au champ  $B_3$ , proportionnel à la polarisation des noyaux d'Hélium 3 :

$$B_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} C n_{He} \mu_{He} P_{He} \quad (2.80)$$

avec :

- $\mu_0$     Perméabilité du vide
- $C$     Constante géométrique
- $n_{He}$     Nombre de noyaux d' $^3\text{He}$  par u. de volume
- $\mu_{He}$     Moment magnétique de l'Hélium 3
- $P_{He}$     Polarisation de l'Hélium 3

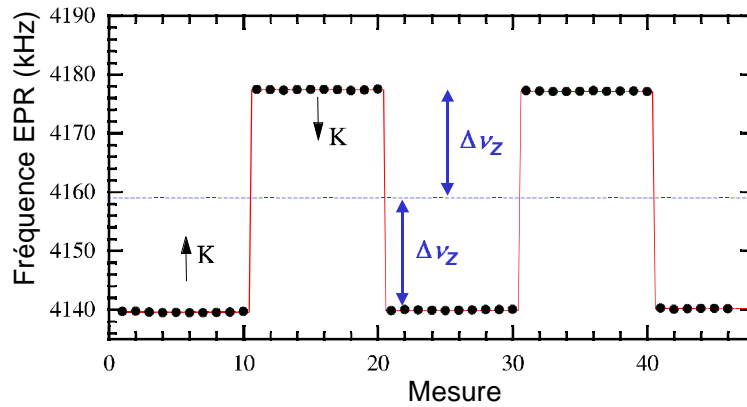
où  $P_{He}$  est définie comme le rapport  $\langle K \rangle / K$ . Le facteur géométrique  $C$  décrit la géométrie de la chambre de pompage. Il vaut  $8\pi/3$  dans le cas d'une chambre sphérique [JACKSON5]. La différence  $\Delta\nu_z$  s'écrit généralement sous la forme :

$$\Delta\nu_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{g\mu_B \mu_{He}}{h(2I+1)} \left( \frac{8\pi}{3} \kappa_0 + G \right) n_{He} P_{He} \quad (2.81)$$

où a été introduit la constante  $\kappa_0$  contenant le décalage en fréquence  $\alpha$  dû au transfert de spin entre les atomes de Rb et les noyaux d'Hélium 3. Cette constante doit être évaluée expérimentalement à partir de la mesure des décalages de fréquence Zeeman observés dans le cas d'une cible cylindrique placée dans deux positions, à  $90^\circ$  l'une de l'autre sans changer la direction du champ d'alignement. Sa mesure est décrite dans [ROMALIS1]. La constante  $G$ , obtenue par le calcul, tient de la différence géométrique entre une chambre de pompage totalement sphérique et la chambre utilisée dans les cibles E154. Lorsque le champ  $B$  est suffisamment large comme c'est le cas dans E154, la différence  $\Delta\nu_z$  reçoit un terme correctif du second ordre provenant du développement limité de  $E_{F,M}$ , qui dépend de la valeur de  $M$  [SMITH].

La polarisation des atomes de Rb atteint 80% et les atomes sont dans l'état  $F=3, M=3$ . En appliquant un champ magnétique oscillant produit par une bobine plaquée contre la paroi de la chambre de pompage, il est possible de dépeupler l'état  $F=3, M=3$  vers l'état  $F=3, M=2$  par effet MASER (amplificateur de rayonnement d'hyperfréquence par émission stimulée), à condition que la fréquence du champ soit égale à la fréquence Zeeman séparant les deux niveaux  $M=2$  et  $M=3$ , d'environ 8.6 MHz lorsque le champ extérieur d'alignement vaut 18 G. En retombant sur l'état  $M=2$ , les atomes produisent une onde électromagnétique de même fréquence que celle du champ oscillant. Une fois dans l'état  $M=2$ , ces atomes peuvent à nouveau être pompés optiquement à l'aide de la raie  $D_1$ . Une fois excités, une faible fraction (3% à 5%) se désexcitent en émettant un photon de fluorescence de longueur d'onde  $D_1$  (795 nm) ou  $D_2$  (780 nm). Une photodiode munie d'un filtre de longueur d'onde  $D_2$  permet de détecter les photons de fluorescence émis avec la longueur d'onde  $D_2$  et d'éliminer les photons de pompage optique de longueur d'onde  $D_1$ . Ainsi le pic de fluorescence détecté en observant le nombre de photons de fluorescence produits par désexcitation en fonction de la fréquence du champ oscillant, correspond à la fréquence Zeeman  $\nu_z$  séparant les deux niveaux  $M=2$  et  $M=3$ . En répétant l'observation après avoir changé le sens du spin des noyaux d'Hélium 3, il est possible de mesurer  $\nu'_z$ . Le renversement des spins est effectué par RMN comme décrit précédemment, en balayant la pulsation  $\omega$  du champ  $H_1$  au lieu de balayer la valeur du champ créé par les bobines de Helmholtz, de façon à maintenir ce dernier constant. La différence entre ces deux fréquences, égale à  $2\Delta\nu_z$  et représentée sur la **Figure 2.30**, est proportionnelle à la polarisation des noyaux d'Hélium 3.





**Figure 2.30 :** principe de la mesure de la polarisation des noyaux d’Hélium 3 par la méthode EPR. Le plateau à 4,177 MHz représente la fréquence Zeeman mesurée par effet MASER lorsque le spin des noyaux est orienté parallèlement au champ magnétique extérieur d’alignement, fixé à 9 G pour ces mesures. Le plateau à 4,140 MHz représente la même fréquence mesurée lorsque le spin des noyaux est antiparallèle au champ d’alignement. La demie différence  $\Delta\nu_z$  de l’ordre 18.5 kHz entre les deux plateaux représente le décalage de la fréquence Zeeman dû à la présence des noyaux d’Hélium polarisés. Elle est proportionnelle à leur polarisation.

La plupart des mesures EPR ont été prises avec la dernière cible Picard une fois les prises de données E154 terminées, sous des conditions très variées : puissance laser, température, champ magnétique d’alignement, etc... L’erreur systématique totale sur la mesure EPR pour la cible Picard est de 3% : 1.5% d’erreur sur la valeur du gradient de polarisation entre la chambre de pompage et la chambre cible, 1.5% d’erreur sur la concentration volumique de gaz, 1.3% d’erreur sur la contribution du champ magnétique créé par les noyaux d’Hélium 3, et 1% d’erreur sur la mesure du coefficient  $\kappa_0$ .

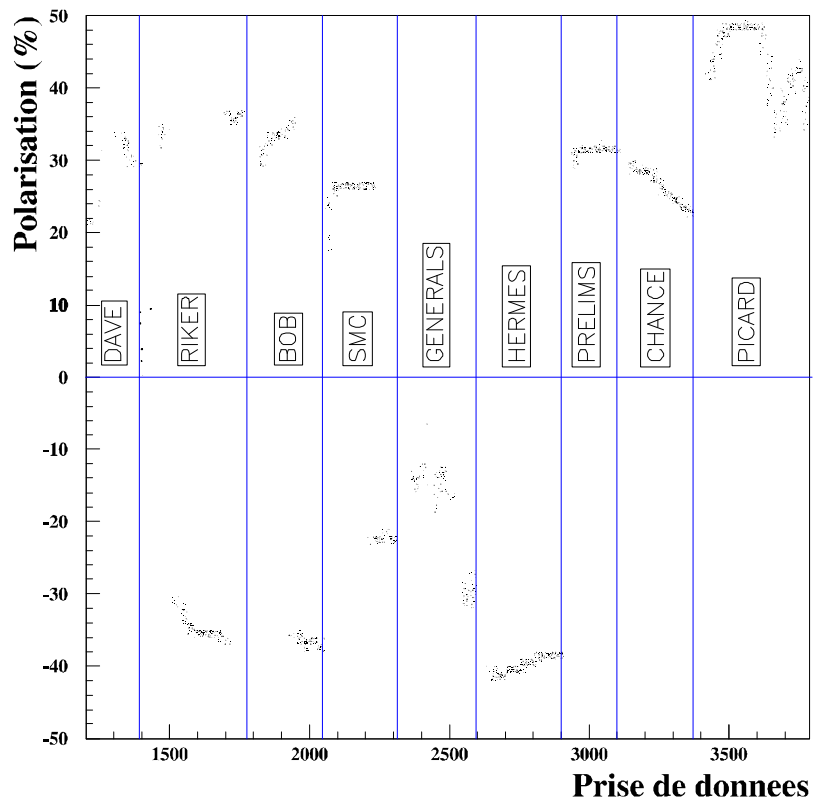
♦ **Comparaison des deux méthodes de calibration**

Ces deux méthodes de calibration diffèrent de 5.5% et l’erreur finale sur la valeur de la constante de calibration est de 4.5%. Cette valeur a été calculée de façon à ce que si la moitié des mesures de la constante de calibration avaient été prises avec la technique RMN de mesure de la polarisation des protons de l’eau et l’autre moitié avec la technique EPR, alors 68% des mesures obtenues se situeraient à moins d’un écart type de part et d’autre de la valeur moyenne de la constante.

La **Figure 2.31** représente les variations de la polarisation des cibles au cours de l’expérience E154.

Les performances des cibles de E154 ont été limitées par deux effets :

- six des neuf cibles utilisées pour les prises de données ont explosé en faisceau après une semaine d’utilisation environ, comme l’indique la **Table 2.7**. La cause exacte de l’explosion est inconnue. Elle pourrait être due à l’échauffement brusque des fenêtres à l’arrivée du faisceau, à l’onde de choc créée par le passage des paquets d’électrons ou encore à la trop faible épaisseur du verre des faces d’entrée et de sortie.
- la polarisation des noyaux d’Hélium 3 mesurée est plus faible (pour la cible “Generals”) que celle attendue et chute lorsque le champ magnétique d’alignement est renversé (pour la cible “SMC”). L’effet “masing” pourrait en être responsable : lorsque le spin des noyaux d’Hélium 3 précesse autour du champ magnétique d’alignement  $H$ , cette précession induit une force électromotrice à l’intérieur des bobines AFP et y crée un courant . Ce courant peut générer un champ magnétique transverse au champ  $H$  capable de changer la direction du spin des noyaux, entraînant une diminution de la polarisation longitudinale des noyaux.



**Figure 2.31 :** mesure de la polarisation de la cible en fonction du numéro de la prise de données. La polarisation moyenne de l'expérience E154 a été estimée à  $38 \% \pm 2 \%$ .

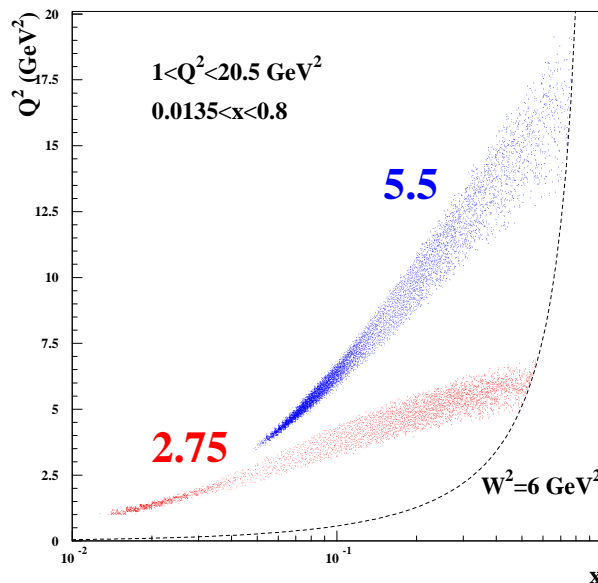
## 4 Les deux spectromètres

E154 a mesuré les fonctions de structure polarisées du neutron aux petites valeurs de  $x$  et sur un domaine en  $Q^2$  plus étendu que ne l'a permis l'expérience précédente E142 menée au SLAC, en utilisant un faisceau d'électrons de 50 GeV.

Deux bras de spectromètres [ARNOLD1], [PETRATOS] permettent de détecter les électrons de diffusion profondément inélastique polarisée. Ils ont été conçus de façon à :

- étendre le domaine cinématique de l'expérience en  $x$  et  $Q^2$  par rapport à celui de E142.
- détecter le plus grand nombre d'électrons en présence d'un bruit de fond de hadrons et de particules neutres de basse énergie, 10 à 20 fois plus grand que lors de l'expérience E142, puisque la ligne de faisceau fonctionne en mode SLED (cf. **Paragraphe 1.4**).

Ces deux bras sont localisés respectivement à  $2.75^\circ$  et  $5.5^\circ$  de part et d'autre de la ligne du faisceau. Le choix des angles permet d'atteindre le domaine cinématique  $0.0135 < x < 0.8$  et  $1 < Q^2 < 20.5 \text{ GeV}^2$  représenté sur la **Figure 2.32**.

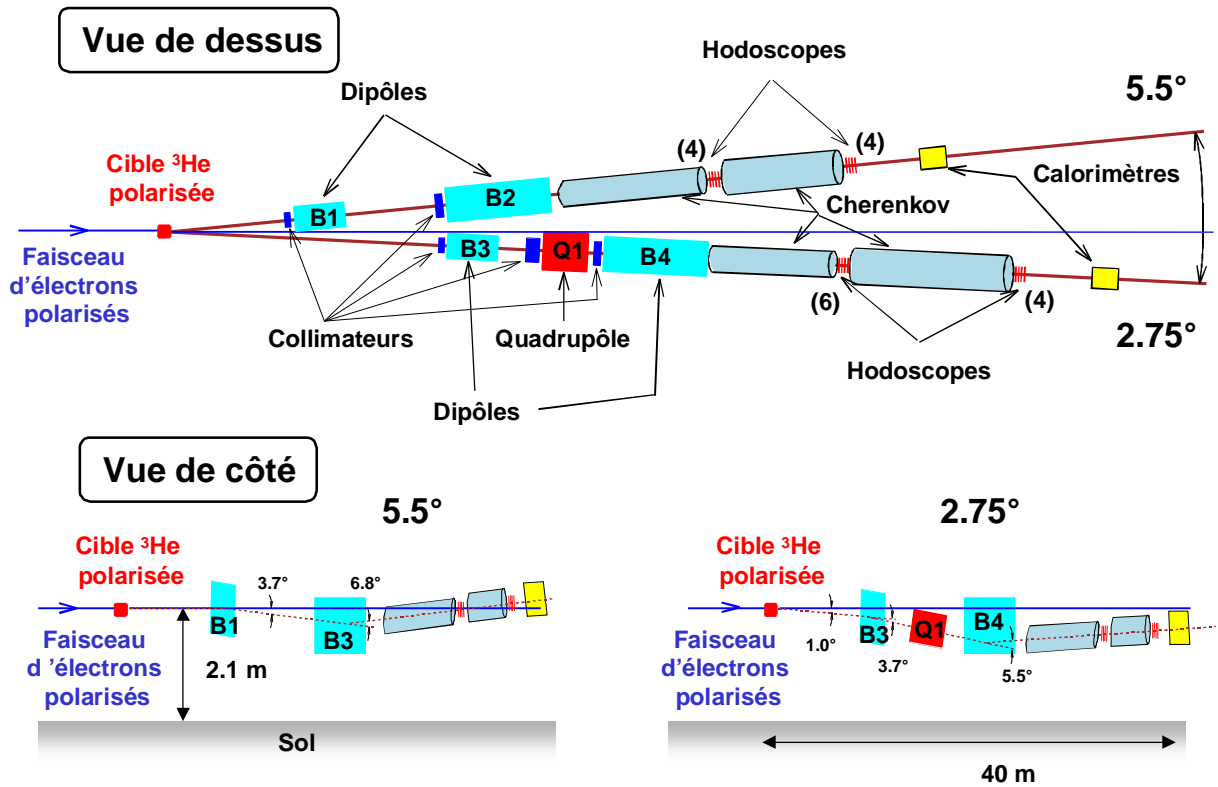


**Figure 2.32 :** domaine cinématique  $x$  en fonction de  $Q^2$  de l'expérience E154. La coupure  $W^2 = 6 \text{ GeV}^2$  correspond à la limite du domaine d'excitation des résonances du nucléon.

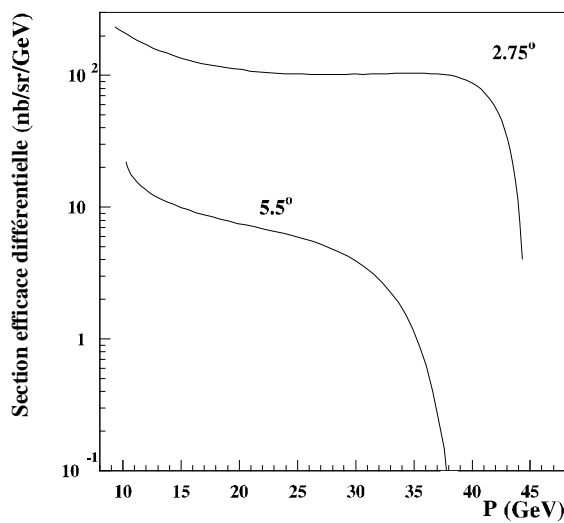
Les deux bras de spectromètres sont représentés sur la **Figure 2.33**. Le spectromètre à  $2.75^\circ$  détecte les électrons d'impulsion comprise entre 10 GeV et 46 GeV et celui à  $5.5^\circ$  les électrons d'impulsion comprise entre 10 GeV et 39 GeV.

La **Figure 2.34** montre une prédiction de la valeur de la section efficace différentielle de diffusion profondément inélastique polarisée pour les deux spectromètres en fonction de l'impulsion des électrons diffusés. Sa faible valeur pour le spectromètre à  $5.5^\circ$  nécessite d'augmenter au maximum l'angle solide du spectromètre pour accumuler la plus grande statistique possible. L'angle solide du spectromètre à  $2.75^\circ$  a été ajusté de façon à donner les

mesures statistiques les plus précises à bas  $x$  tout en maintenant les taux d'électrons détectés à un niveau tolérable.



**Figure 2.33 :** la figure du haut montre les deux spectromètres à 2.75° et 5.5°, vus depuis le haut de l'ESA. Les deux figures du dessous montrent une vue latérale de chaque bras. Chaque bras contient deux dipôles, un quadrupôle pour le bras à 2.75°, deux détecteurs Cherenkov, plusieurs plans d'hodoscopes et un calorimètre électromagnétique.



**Figure 2.34 :** section efficace différentielle de diffusion profondément inélastique polarisée, exprimée en nb par sr et par GeV en fonction de l'impulsion des électrons diffusés, pour chaque bras [KOLOMENSKY1].

## 4.1 Les éléments magnétiques

Chaque spectromètre contient deux dipôles de courbure placés l'un derrière l'autre, munis chacun d'un collimateur en tungstène (mobile) ou en plomb (fixe) sur leur face d'entrée. Les deux dipôles sont dans une configuration dite "de courbure inversée" : ils sont orientés et alimentés de façon à dévier deux fois de suite dans des sens opposés les particules chargées diffusées, d'abord vers le bas puis vers le haut, avant qu'elles n'atteignent les détecteurs. Cette configuration présente deux intérêts :

- elle permet d'abord d'éliminer une grande proportion des particules neutres produites au niveau de la cible, essentiellement des photons de rayonnement de freinage et des photons émis par désintégration des pions neutres. Ainsi, seules des particules neutres ayant rebondi deux fois de suite sur les surfaces internes des collimateurs ou des dipôles peuvent atteindre les détecteurs.
- elle permet ensuite de maintenir un angle solide plus large sur tout le domaine en impulsion que dans le cas où un seul dipôle est utilisé. L'angle solide des deux bras est représenté sur la **Figure 2.36** : il varie entre 0.05 et 0.1 msr sur l'intervalle d'impulsion 9-40 GeV du bras à 2.75° et varie de 0.3 à 0.5 msr sur l'intervalle 10-40 GeV du bras à 5.5°. Il peut être ajusté à l'aide des collimateurs.

Un quadrupôle, muni lui aussi d'un collimateur de tungstène, est intercalé entre les deux dipôles du bras à 2.75°, là où la position verticale des électrons est indépendante de leur impulsion. Ce quadrupôle assure trois fonctions :

- défocaliser les trajectoires des particules diffusées dans le plan horizontal pour réduire le nombre d'événements frappant les détecteurs à chaque paquet d'électrons.
- focaliser les particules dans le plan vertical au niveau du calorimètre permettant donc de corrélérer l'énergie des électrons diffusés avec leur position verticale dans le calorimètre.
- ajuster l'angle solide du bras à moins de 0.1 msr à l'aide de son collimateur, indépendamment de l'impulsion des électrons. L'ouverture du collimateur est modifiée à chaque changement de cible pour compenser les différences d'épaisseur entre les cibles et obtenir un nombre d'électrons par paquet diffusé voisin de 0.5.

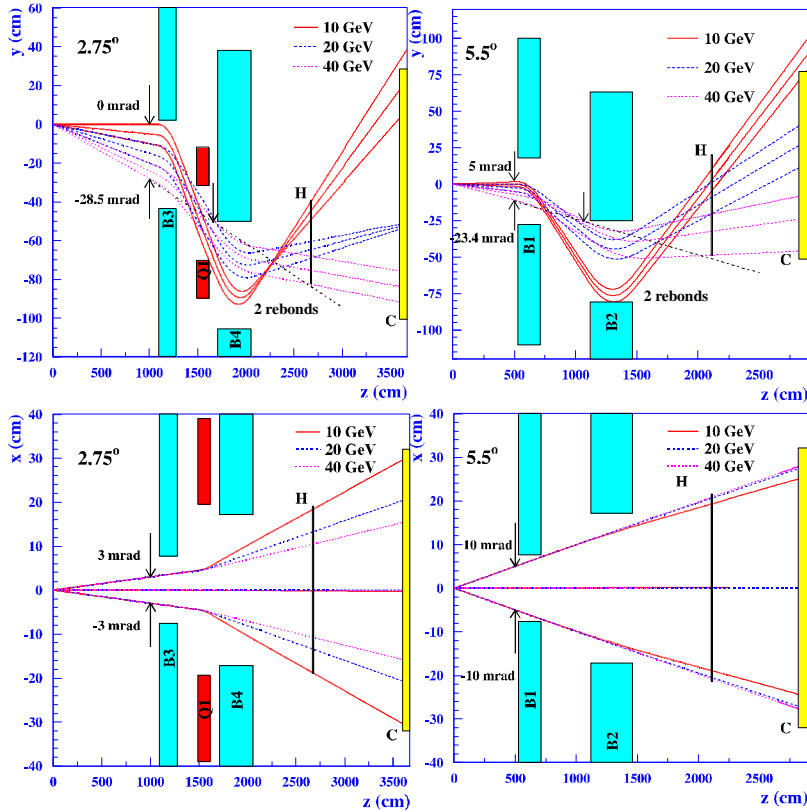
Les caractéristiques principales des éléments magnétiques sont résumées dans la **Table 2.8**. Ils sont tous refroidis par eau. La valeur des courants et la valeur du champ (sonde NMR pour le dipôle et sonde à effet Hall pour le quadrupôle) ont été enregistrées plusieurs fois par prise de données, à chaque point de contrôle ("checkpoint").

Nom Type	2.75°			5.5°	
	B3	Q1	B4	B1	B2
Dipôle	Dipôle	Quadrupôle	Dipôle	Dipôle	Dipôle
Longueur (cm)	182.88	130.18	345.44	182.88	345.44
Ouverture x (cm)	15.24	-	34.29	15.24	34.29
Ouverture y (cm)	45.72	-	55.56	45.72	55.56
$\Sigma B.l$ (kG.m)	43.105	13.682 / 9.874*	64.183	43.105	79.486
Courbure (°)	-3.7	-	5.5	-3.7	6.8
Courant (A)	2684.3	2190.4 / 1580.8*	1960.8	2658.8	2538.9

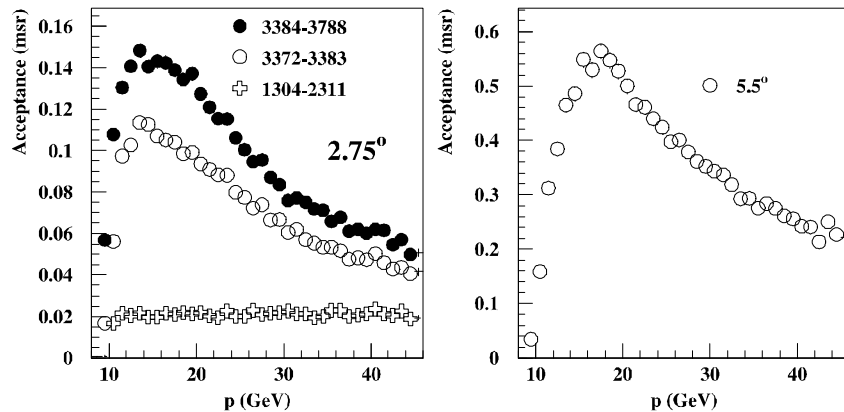
**Table 2.8 :** caractéristiques des éléments magnétiques. L'astérisque dénote la nouvelle configuration de Q1 pour les prises de données sur la cible Picard à bas courant ( $3.10^{10}$  e/paquet). L'intégrale de champ du quadrupôle est calculée à 19.36 cm de son axe (cf. [KOLOMENSKY1]).

L'optique des deux bras est représentée sur la **Figure 2.35**. Dans le plan vertical (y), le bord inférieur du premier collimateur et le bord supérieur du second sont fixes et déterminent la ligne de part et d'autre de laquelle se font les deux rebonds. Le bord supérieur du premier collimateur est mobile ; il détermine l'acceptance à basse impulsion, et celui du second, fixe, détermine l'acceptance à haute impulsion. Les électrons de plus basse énergie et de petites valeurs de x sont localisés dans la partie supérieure du calorimètre, ceux de haute énergie dans la partie inférieure.

La trajectoire "centrale" de chaque élément est celle autour de laquelle l'optique de l'élément est symétrique. En configuration normale, elle correspond à une impulsion de 20 GeV.



**Figure 2.35 :** optique des deux spectromètres. Les deux figures du haut représentent une coupe des deux bras dans le plan vertical, les deux figures du bas une coupe dans le plan horizontal. Les petites flèches verticales représentent les collimateurs placés devant les éléments magnétiques. Le symbole H désigne le premier plan d'hodoscopes et C celui du calorimètre. Ils sont tous deux situés au-dessus de la ligne de double rebond.



**Figure 2.36 :** acceptance des deux bras de spectromètre, évaluée par GEANT, en fonction de l'impulsion des électrons diffusés. Celle du bras à 2.75° a été ajustée plusieurs fois au cours de E154 pour maintenir le nombre d'électrons détectés constant, lorsque variaient le courant délivré par le faisceau et l'épaisseur de la cible. Les prises de données 1304–2311 correspondent à un courant de faisceau de  $9 \cdot 10^{10}$  e/paquet, 3372–3383 à  $5 \cdot 10^{10}$  e/paquet et 3384–3788 à  $3 \cdot 10^{10}$  e/paquet.

La **Figure 2.36** montre l'acceptance des deux bras pour différentes configurations du quadrupôle Q1, estimée à l'aide d'une simulation GEANT de chaque bras, en générant des événements

d'impulsion comprise entre 8 et 48 GeV uniformément distribués sur l'angle solide du premier collimateur rencontré. L'angle solide du spectromètre est obtenu par le produit de l'angle solide du collimateur et du rapport du nombre d'événements détectés dans le bras au nombre d'événements générés [KOLOMENSKY1].

Chaque particule diffusée est caractérisée par son impulsion  $p$ , par son angle polaire  $\theta$  et par son angle azimutal  $\phi$ , au niveau de la cible à la position  $z_0$  sur l'axe Oz du faisceau. Ces quatre grandeurs  $p$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  et  $z_0$  permettent de déterminer les variables cinématiques de la particule et doivent être reconstruites à partir des traces des particules traversant les détecteurs d'un spectromètre. Ces traces sont rectilignes et repérées par deux angles :  $\Theta = dx/dz$  et  $\Phi = dy/dz$  et par leur intersection  $(X_0, Y_0)$  avec le plan  $z=0$ , mesurés dans chaque bras. Un formalisme matriciel permet de reconstruire le vecteur  $(p, \theta, \phi, z_0)$  à partir du vecteur mesuré  $(X_0, \Theta, Y_0, \Phi)$ . Les éléments de matrice sont calculés par une simulation Monte Carlo, utilisant les mesures magnétiques des champs dans les éléments magnétiques et les mesures d'alignement des aimants et des détecteurs. Deux méthodes sont utilisées pour tester la reconstruction :

- la première méthode consiste à placer une plaque en tungstène (stoppe les électrons diffusés) devant l'entrée du spectromètre. Cette plaque est percée de petits trous, dont la position est connue précisément, fixant l'angle de diffusion des électrons. Utilisant les traces des électrons diffusés, le code de reconstruction permet de calculer la position angulaire des trous. La comparaison de la position reconstruite et de la position réelle des trous a mis en évidence un faible écart angulaire en  $\theta$  ou  $\phi$  atteignant au maximum 0.4 mr.
- la seconde méthode consiste à envoyer des électrons d'énergie proche de 8 GeV sur une cible de référence remplie d'hydrogène, de façon à détecter le pic de diffusion élastique (en ayant réduit la valeur de l'impulsion centrale des éléments magnétiques), tel que  $x = 1$  ou encore  $Q^2 = 2M\nu$ , pour lequel la valeur de l'impulsion des électrons diffusés ne dépend que de l'énergie du faisceau d'électrons incidents, à  $\theta$  fixé. Cette méthode permet de contrôler la reconstruction de l'impulsion  $p$ .

## 4.2 Les détecteurs

Chaque bras de spectromètre comporte trois types de détecteurs :

- deux détecteurs Cherenkov permettant de détecter les électrons diffusés et de rejeter les pions chargés de basse énergie.
- deux ensembles de plans de scintillateurs plastiques utilisés pour reconstruire les traces des particules chargées diffusées et déterminer leur impulsion et leur angle de diffusion.
- un calorimètre électromagnétique chargé de détecter et de mesurer l'énergie des électrons diffusés, puis de séparer les électrons des pions.

La **Figure 2.37** résume le rôle joué par chaque détecteur. Nous les décrivons successivement.

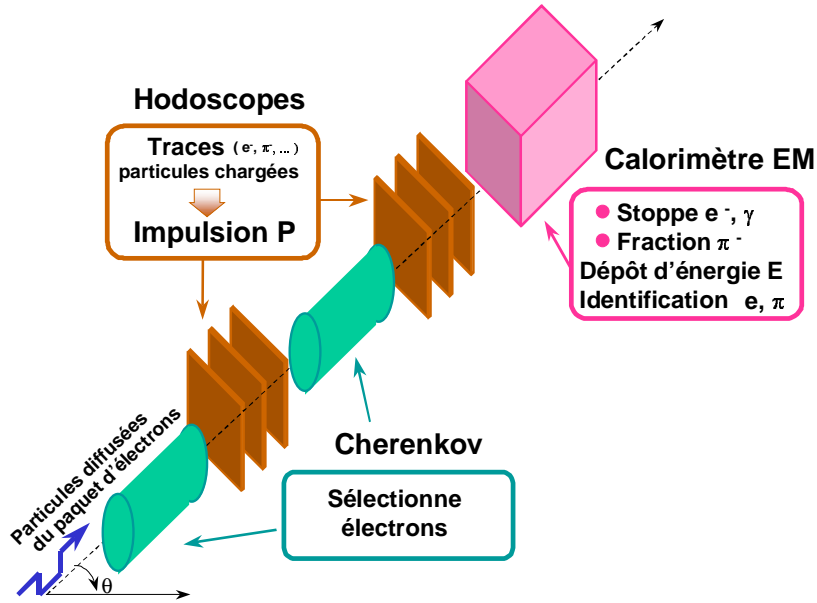


Figure 2.37 : description des fonctions principales de chaque détecteur.

### 4.2.1 Les détecteurs Cherenkov

Chaque bras de spectromètre possède deux détecteurs Cherenkov. Ces détecteurs ont été construits pour les expériences E142 et E143 et ont été rallongés pour E154 et E155. La plupart des éléments qui les constituaient ont été réutilisés.

Ces deux détecteurs à seuil, basés sur l'émission Cherenkov, sont utilisés pour rejeter les pions de basse énergie produits au niveau de la cible (d'impulsion inférieure à 19 GeV dans le bras 2.75° et inférieure à 16 GeV dans le bras à 5.5°), tout en maintenant une efficacité de détection d'électrons maximale. Les détecteurs utilisés sont ceux des expériences E142/E143 et ont été modifiés pour E154/E155, où l'énergie du faisceau d'électrons a été doublée et où les taux de production de pions comparés à ceux d'électrons sont beaucoup plus élevés.

Considérons par exemple le cas d'un pion traversant le radiateur ; il émet de la lumière Cherenkov si sa vitesse relative  $\beta = p/E$  est supérieure à  $1/n$ ,  $n$  étant l'indice optique du radiateur utilisé, l'azote  $N_2$  gazeux dans notre cas. Alors, la radiation est émise dans un cône d'angle  $\theta$  par rapport à la trajectoire de la particule donné par :

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta n} \tag{2.82}$$

et en fonction de l'impulsion  $p$  de la particule :

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{1 + (m_\pi / p)^2}}{n} \tag{2.83}$$

où  $m_\pi$  est sa masse. Au seuil d'émission Cherenkov,  $\beta_s = 1/n$  et l'impulsion  $p_s$  des pions vaut :

$$p_s = \frac{m_\pi}{\sqrt{n^2 - 1}} \tag{2.84}$$

Elle ne dépend que de l'indice optique du radiateur  $n$  qui varie en fonction de la longueur d'onde Cherenkov  $\lambda$  et en fonction de la masse volumique  $\rho$  du radiateur, comme l'indique la formule de Lorentz-Lorentz [LEVY2] :

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = K(\lambda)\rho \tag{2.85}$$

La valeur de l'impulsion  $p_s$  s'obtient donc en fixant le domaine de longueur d'onde de la radiation Cherenkov, la température et la pression du radiateur.

Au delà du seuil :



$$\cos \theta = \sqrt{\frac{1 + (m_\pi / p)^2}{1 + (m_\pi / p_s)^2}} \quad (2.86)$$

où  $p_s$  est le seuil Cherenkov en impulsion de la particule. Le nombre de photons Cherenkov  $d^2N_c$  produits de longueur d'onde comprise entre  $\lambda$  et  $\lambda + d\lambda$  et sur un parcours  $dL$  s'écrit alors [SEGUINOT] :

$$\frac{dN_c}{dLd\lambda} = 2\pi\alpha \frac{1}{\lambda^2} \frac{(m_\pi / p_s)^2 - (m_\pi / p)^2}{1 + (m_\pi / p_s)^2} \quad (2.87)$$

où  $\alpha \approx 1/137$  est la constante de structure fine. Pour des électrons ultrarelativistes,  $\beta \approx 1$  et cette relation devient :

$$\frac{dN_c}{dLd\lambda} = 2\pi\alpha \frac{1}{\lambda^2} \frac{(m_\pi / p_s)^2}{1 + (m_\pi / p_s)^2} \quad (2.88)$$

Dans notre détecteur, les photons Cherenkov sont réfléchis par trois miroirs sphériques en aluminium vers un photomultiplicateur (PM) Hamamatsu R1508-4, dont le spectre de sensibilité est dans le domaine UV : 200 à 640 nm. Pour détecter les photons Cherenkov dans ce domaine, un dépôt organique recouvre la surface d'entrée du photomultiplicateur ; il absorbe les photons Cherenkov dans la zone  $\lambda = 115\text{--}310$  nm et émet avec une très grande efficacité quantique des photons de fluorescence de longueur d'onde UV  $\lambda' = 370$ nm [GARWIN]. Le nombre d'électrons émis par la photocathode du PM, dit "photoélectrons", lorsque la particule a traversé la longueur  $L$  de radiateur, vaut alors :

$$N_{pe} = \varepsilon 2\pi\alpha L \iint \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2} Q(\lambda') R(\lambda) C(\lambda, \lambda') \exp(-\sigma(\lambda) \frac{\rho L_\gamma N}{A}) d\lambda d\lambda' \quad (2.89)$$

où :

- $\varepsilon$  Coefficient d'efficacité
- $Q$  Efficacité quantique de la photocathode
- $R$  Coefficient de réflexion du miroir
- $C$  Coefficient de conversion UV
- $\sigma$  Section efficace d'absorption par le  $N_2$
- $\rho$  Masse volumique du  $N_2$
- $L_\gamma$  Parcours moyen des photons
- $N$  Nombre d'Avogadro
- $A$  Masse molaire du  $N_2$

Le coefficient d'efficacité tient compte de l'absorption des photons dans le photomultiplicateur et des pertes de photoélectrons au cours de leur transfert entre les dynodes. L'efficacité quantique  $Q$  des PM est élevée jusqu'à 15 à 20% sur le domaine 200–640 nm. Le coefficient de réflexion  $R$  du miroir a été estimé à 75%, constant sur tout le domaine de longueur d'onde. Le coefficient de conversion UV est spécifié par le constructeur ; représenté en fonction de  $\lambda$ , il a l'allure d'une gaussienne centrée sur la valeur  $\lambda'$ . Les caractéristiques de cette gaussienne sont spécifiées par son constructeur. Finalement, l'étude du coefficient de transmission des photons dans le radiateur montre que l'absorption des photons par le  $N_2$  est négligeable au delà de 160 nm. Pour de plus amples détails, se reporter à [KAWALL], [ZYLA1]. En tenant compte de tous ces effets, le nombre moyen de photoélectrons dans le premier détecteur du bras à  $2.75^\circ$  a été estimé à 6-7, très proche de celui mesuré, donné dans la **Table 2.9**.

Détecteur	Seuil Pion (GeV)	Longueur (m)	Courbure (m)	Pression (psia)	Diamètre (m)	Photoélectrons Détectés
2C1	19	5.3	1.2 (2)	1.4	1.1	5.7
2C2	19	6.1	1.6 (3)	1.4	1.6	5.1
5C1	16	5.6	1.2 (2)	2.0	1.1	6.2
5C2	16	4.0	1.6 (3)	2.0	1.6	5.0

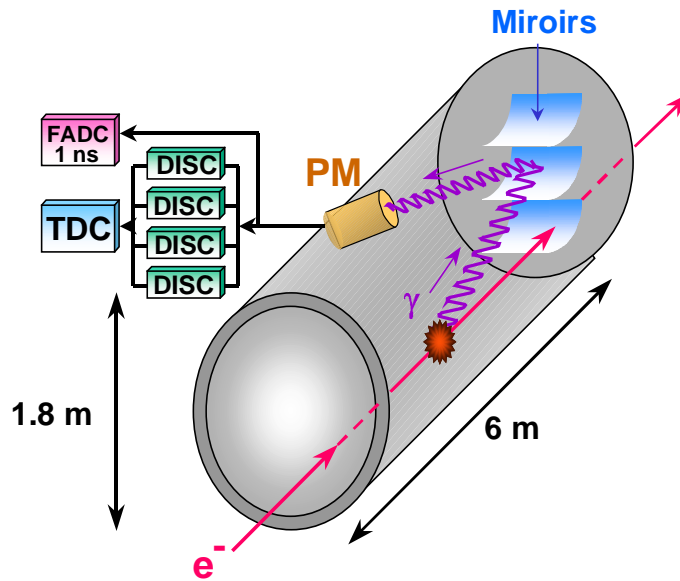
**Table 2.9 :** Caractéristiques des quatre détecteurs Cherenkov. La colonne courbure indique le rayon de courbure des miroirs sphériques (leur nombre entre parenthèses). L'unité de pression de  $N_2$  est le psia : 1 psia  $\approx 6.9 \cdot 10^3$  Pa.

Le radiateur  $N_2$  gazeux a été choisi pour plusieurs raisons :

- pour son excellente transmission des photons Cherenkov
- pour la valeur de son indice optique  $n$  ( $n-1 \approx 3 \cdot 10^{-4}$ ), compatible avec des seuils en pion élevés
- pour sa faible production d'électrons secondaires
- pour sa faible scintillation : lorsqu'un pion traverse le radiateur, il émet des photons par scintillation, qui peuvent atteindre le photomultiplicateur après réflexion. Le nombre de photoélectrons que produit une particule chargée traversant le radiateur par scintillation a été estimé à 0.1 ; il est faible devant le nombre moyen de photoélectrons produit par effet Cherenkov, voisin de 5 [BUENERD].

Chaque détecteur se présente sous la forme d'un cylindre en aluminium dont les parois ont une épaisseur d'environ 1.3 cm et dont les faces d'entrée et de sortie ont une épaisseur de 1 mm. Cette dernière valeur permet de limiter la diffusion coulombienne multiple et la production d'électrons secondaires à l'entrée et à la sortie du détecteur. La longueur de chaque cylindre a été augmentée par rapport à E142 et E143 de façon à détecter le plus grand nombre possible de photoélectrons, proportionnel à la longueur de radiateur traversé. Les parois intérieures sont

soigneusement purifiées et chaque cylindre est rempli de  $N_2$  gazeux. Deux ou trois miroirs sphériques d'inclinaisons légèrement différentes sont utilisés pour couvrir le cône Cherenkov et renvoyer la lumière vers le photomultiplicateur. La **Figure 2.38** montre une vue schématisée du second détecteur Cherenkov du bras à  $2.75^\circ$ .

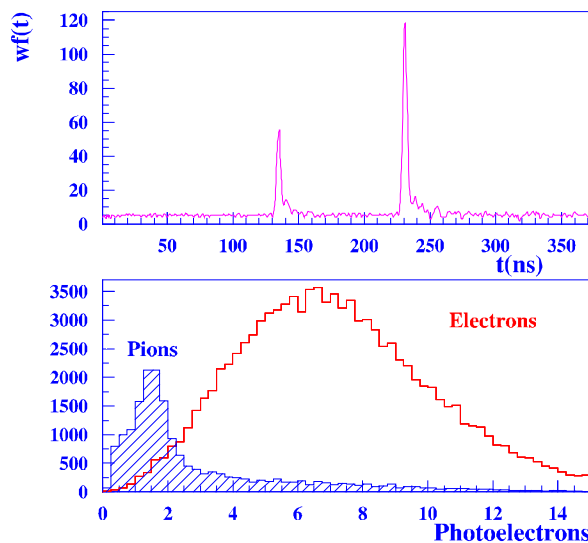


**Figure 2.38** : schématisation du second détecteur Cherenkov du bras à  $2.75^\circ$ .

Chaque photomultiplicateur est connecté à :

- un Flash ADC (Struck DL515), permettant de digitaliser les signaux reçus sur des intervalles de temps de largeur 1 ns sur toute la durée du paquet d'électrons du faisceau (250 ns).
- quatre discriminateurs (LeCroy 623B) puis un TDC (Time to Digital Converter LeCroy 2277) permettant de déterminer le temps du signal sur quatre niveaux d'amplitude différents.

Ces informations ont été enregistrées sur bande à chaque paquet de particules diffusées. La **Figure 2.39** montre deux signaux digitalisés par le FADC et la distribution du nombre de photoélectrons détectés lorsque des électrons ou des pions traversent les détecteurs. Le nombre moyen de photoélectrons est estimé en examinant la distribution de la hauteur des signaux digitalisés par le FADC ou encore leur surface, proportionnelle à la charge totale intégrée. Cette distribution est une gaussienne, image après amplification par les dynodes de la distribution poissonnienne du nombre de photoélectrons produits au niveau de la photocathode. Alors le carré du rapport de la valeur moyenne de cette gaussienne à son écart type est égal à la valeur moyenne du nombre de photoélectrons.



**Figure 2.39** : la figure du haut montre deux signaux délivrés digitalisés par le FADC en fonction du temps et celle du bas, la distribution du nombre de photoélectrons.

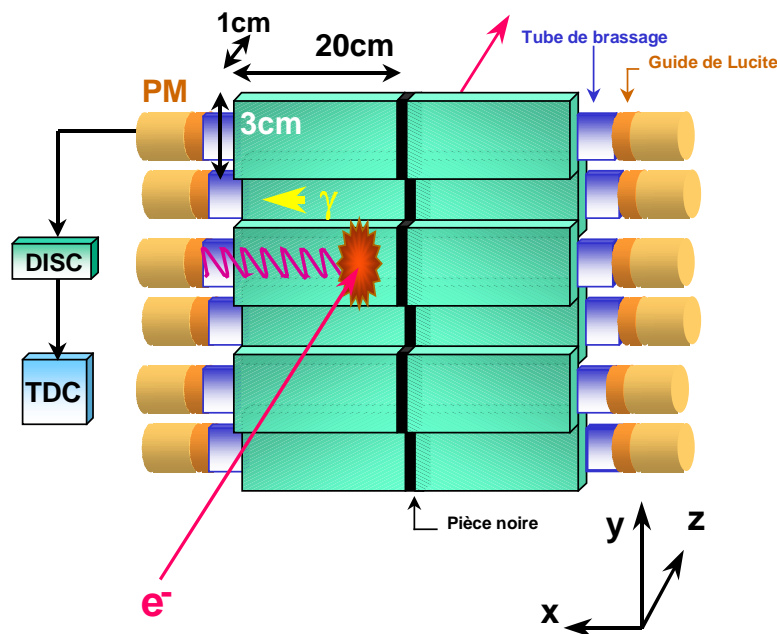
Le bruit de fond venant polluer les signaux délivrés par les photomultiplicateurs a deux origines [BUENERD] :

- la scintillation des particules chargées traversant le radiateur (60%).
- les particules chargées frappant la photocathode du PM, ses dynodes, ou produisant du rayonnement Cherenkov à la traversée du verre du PM (40%).

Il est produit par les particules chargées envoyées essentiellement par la ligne faisceau (40 à 60%), mais aussi par les éléments des spectromètres (quelques %). Le bruit de fond est très élevé ; il a été évalué à 74%, 70%, 91% et 81% des signaux détectés pour les cylindres 2C1, 2C2, 5C1 et 5C2. Pour le réduire, les détecteurs Cherenkov de l'expérience E155 ont été davantage isolés de la ligne de faisceau et les cylindres ont été munis d'écrans internes de protection.

## 4.2.2 Les plans d'hodoscopes

Chaque bras comporte deux ensembles de plans de scintillateurs plastiques [SOUDER]. Ces scintillateurs sont utilisés pour reconstruire les traces des particules traversant les spectromètres. Une fois les traces reconstruites, les cartes de champ des éléments magnétiques permettent de déterminer l'impulsion et l'angle de diffusion de chaque particule. La **Figure 2.40** schématise un plan d'hodoscopes permettant de mesurer la coordonnée verticale d'une particule ayant traversé ce plan.

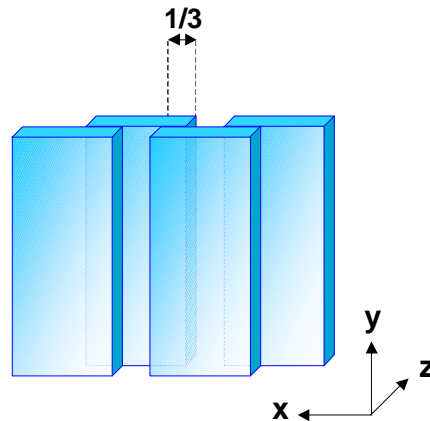


**Figure 2.40 :** exemple de plan de type Y permettant de mesurer la coordonnée verticale  $y$  de la particule.

Chaque plan de scintillateur est composé de lattes fines en scintillateur plastique, le polyvinyltoluène, d'indice optique  $n = 1.58$  et de masse volumique  $\rho = 1.032 \text{ g.cm}^{-3}$  [WANG], choisi pour son faible coup et son temps de réponse rapide. En traversant le scintillateur, les particules chargées excitent les électrons atomiques directement, par des électrons secondaires, par recombinaison d'ions ou par des rayons X ou photons UV émis lors de la recombinaison des ions [SUFFERT]. Alors, les atomes reviennent à leur état fondamental par émission de photons UV. En ajoutant un composé organique au plastique, la longueur d'onde des photons émis est ramenée dans le domaine du visible et vaut 408 nm. Le milieu leur est totalement transparent. Ces photons subissent plusieurs réflexions internes totales sur les parois internes de la latte et sur le papier d'aluminium dans lequel elle est enroulée, avant d'atteindre son extrémité. Du ruban adhésif plastique noir enveloppe la latte pour l'isoler des photons du milieu extérieur. Une fois arrivés à l'extrémité de la latte, les photons sont collectés par un guide de lumière couvrant l'extrémité de la latte, puis traversent un guide cylindrique en lucite. Ces deux guides sont eux aussi recouverts de ruban adhésif. Finalement, les photons arrivent sur un photomultiplicateur Hamamatsu 4014, choisi pour sa rapidité. Ce critère est essentiel pour améliorer la résolution en temps des hodoscopes et lever les ambiguïtés de reconstruction de traces en environnement bruyant. La sortie du photomultiplicateur est connectée à un discriminateur (Le Croy 3412 pour le  $2.75^\circ$  ou 4413 pour le  $5.5^\circ$ ) puis à un TDC (Le Croy 3377 pour le  $2.75^\circ$  ou 2277 pour le  $5.5^\circ$ ) permettant de mesurer le temps de passage de chaque particule lorsqu'elle frappe la latte correspondante.

Pour reconstruire les traces, il est nécessaire de disposer de deux ensembles de plans X-Y par spectromètre, un à l'avant, l'autre à l'arrière. Un plan X dont les lattes sont orientées verticalement permet de reconstruire la coordonnée

X de la particule. De même, les lattes d'un plan Y sont orientées horizontalement et permettent de reconstruire sa coordonnée Y ; se reporter à la **Figure 2.40**. Pour augmenter la résolution spatiale des plans d'hodoscope, chaque latte est recouverte sur 2/3 de sa largeur par ses deux lattes voisines (**Figure 2.41**).



**Figure 2.41 :** illustration du recouvrement des lattes de scintillateur. L'axe z désigne l'axe du spectromètre orienté à 2.75° ou 5.5° par rapport à la ligne du faisceau. x est l'axe horizontal et y l'axe vertical.

Alors, dans cette configuration, chaque latte possède deux canaux de détection : celui correspondant à la zone sans recouvrement, où seule la latte considérée est touchée, et une des deux zones de recouvrement avec sa voisine, où les deux lattes sont touchées. La résolution spatiale  $\Delta X(Y)$  d'un plan de lattes X (axe horizontal, lattes verticales) ou Y (axe vertical, lattes horizontales) vaut :

$$\Delta X(Y) = \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{l(L)}{2N} \quad (2.90)$$

$N$  désignant le nombre de lattes contenues dans le plan,  $l$  leur largeur et  $L$  leur longueur. Pour deux plans d'hodosopes notés 1 et 2 éloignés de la distance  $Z$ , la résolution angulaire  $\Delta\theta$  dans le plan horizontal et la résolution angulaire  $\Delta\varphi$  dans le plan vertical s'écrivent comme la somme en quadrature de la résolution angulaire de chaque plan :

$$\Delta\theta(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{1}{Z} \sqrt{\left(\frac{l_1(L_1)}{N_1}\right)^2 + \left(\frac{l_2(L_2)}{N_2}\right)^2} \quad (2.91)$$

E154 a utilisé en tout 784 lattes, et plusieurs plans U et V orientés respectivement à  $\pm 45^\circ$  et à  $\pm 15^\circ$  par rapport à l'axe horizontal. Leurs caractéristiques sont résumées dans la **Table 2.10**. Les douze plans d'hodosopes de E142 et E143 ont été réutilisés dans les deux bras et six nouveaux plans ont été construits. Les lattes de quatre d'entre eux ont été séparées à l'aide d'une pièce de plastique isolante noire, comme le montre la **Figure 2.40**, pour réduire le nombre de coup par latte. Chaque plan est orienté perpendiculairement à l'axe du spectromètre auquel il appartient. Ainsi, les plans d'hodosopes du bras 2.75° sont inclinés de 15° et ceux du bras 5.5° sont verticaux.

Nom	Angle (°)	Largeur (mm)	Hauteur (mm)	Nombre lattes	Larg. lat. (mm)	Recouv. (mm)	Epaiss. (mm)	Spectro
2H1U <sup>N</sup>	+15	360	370	44	15	5	6	2.75 Av.
2H2V <sup>N</sup>	-15	360	370	44	15	5	6	2.75 Av.
2H3X <sup>N</sup>	90	363	412	64	13	1	13	2.75 Av.
2H4Y <sup>N</sup>	0	362	413	72	13	1	13	2.75 Av.
2H5Y	0	430	589	31	30	10	6	2.75 Av.
2H6X	90	430	589	34	20	7	6	2.75 Av.
2H7X <sup>N</sup>	90	513	992	90	13	1	13	2.75 Ar.
2H8Y <sup>N</sup>	0	512	993	90	13	1	13	2.75 Ar.
2H9Y	0	510	1070	55	30	10	6	2.75 Ar.
2H10X	90	510	1070	27	30	10	6	2.75 Ar.
<b>Total</b>				<b>551</b>				

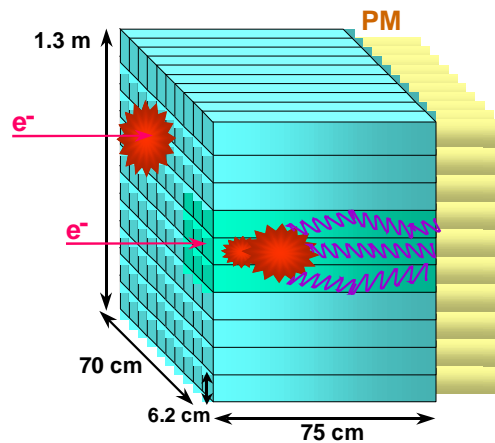
5H1U <sup>+</sup>	-45	430	690	25	45	15	6	5.5 Av.
5H2X	90	430	690	23	30	10	6	5.5 Av.

5H3Y	0	430	690	36	30	10	6	5.5 Av.
5H4V*	+45	430	690	25	45	15	6	5.5 Av.
5H5U*	-45	527	1064	21	75	25	10	5.5 Ar.
5H6X	90	510	1070	27	30	10	6	5.5 Ar.
5H7Y	0	510	1070	55	30	10	6	5.5 Ar.
5H8U*	+45	527	1064	21	75	25	10	5.5 Ar.
<b>Total</b>				<b>233</b>				

**Table 2.10 :** caractéristiques des plans d'hodoscopes et des lattes, d'après [WANG]. Les noms portant un astérisque désignent les plans construits par le LPC Clermont pour les expériences E142/E143. L'exposant N désigne les nouveaux plans construits pour E154/E155.

### 4.2.3 Les calorimètres électromagnétiques

Chacun des deux bras est muni d'un calorimètre électromagnétique à absorption totale, constitué d'un empilement de blocs de verre au Plomb, utilisé pour mesurer l'énergie des électrons diffusés et identifier le bruit de fond hadronique. Ils ont été pris en charge depuis E142 par le Laboratoire de Physique Corpusculaire de Clermont-Ferrand et par le Service de Physique Nucléaire du DAPNIA (CEA) à Saclay.



**Figure 2.42 :** représentation de l'un des deux calorimètres électromagnétiques.

La longueur des blocs de verre au Plomb a été choisie de manière à absorber la gerbe électromagnétique générée par les électrons qui traversent le calorimètre. Chaque bloc de verre au Plomb est muni d'un photomultiplicateur permettant de détecter les photons Cherenkov émis par les particules de la gerbe. Le nombre de photons Cherenkov détecté est proportionnel à l'énergie de l'électron incident déposée dans le bloc considéré. Chaque photomultiplicateur est relié à un ADC et à un ou plusieurs TDC. Les ADC nous permettent de quantifier l'énergie de l'électron déposée dans le bloc et les TDC nous indiquent les différentes dates auxquelles les électrons et autres particules diffusées ont touché ce bloc. Deux codes originaux d'intelligence artificielle ont été développés : un automate cellulaire et un réseau de neurones. L'automate cellulaire permet de reconstruire les gerbes déposées par les particules ayant traversé le calorimètre. Le réseau de neurones, quant à lui, est utilisé pour identifier les particules ayant initié la gerbe, électron ou hadron.

Les calorimètres électromagnétiques sont largement décrits dans l'**Annexe 3** de ce manuscrit. Leur étude constitue une part importante du travail mené au cours de ces trois années.

## 4.3 Le système d'acquisition de données

La plupart des modules utilisés pendant E154/E155 appartiennent au standard CAMAC. Les autres, au standard VME, étaient déjà utilisés pour les expériences E142 et E143. Tous les modules des spectromètres permettant de mesurer les temps et les amplitudes des signaux délivrés par les détecteurs (TDC, ADC) sont localisés à l'intérieur de la hutte du spectromètre 2.75° dans le hall expérimental, pour limiter les longueurs de câbles entre les détecteurs et les modules. Au contraire, dans E142 et E143, les modules étaient placés directement dans la salle de comptage. Seuls les discriminateurs des hodoscopes sont placés à proximité de chaque plan.

L'électronique d'acquisition permettant de lire les modules TDC et ADC est déclenchée pour chaque paquet d'électrons délivré par le faisceau, par un signal nommé A2N cadencé à 120 Hz. La durée de la porte d'acquisition est suffisamment longue, environ 400 ns, pour intégrer la totalité des signaux délivrés par les photomultiplicateurs. Cette fréquence élevée ne permet pas d'utiliser de déclencheur principal comme dans E142 et E143, où l'acquisition était déclenchée lors d'une coïncidence entre les deux détecteurs Cherenkov et le calorimètre électromagnétique de chaque bras.

Le système informatique d'acquisition de données (**Data Acquisition system**) est largement décrit dans [ANTHONY1]. Les taux d'événements détectés dans E154/E155 étant beaucoup plus élevés que dans E142/E143, le nouveau système est complètement différent de celui utilisé pendant E142/E143 qui consistait simplement à lire les branches CAMAC du faisceau puis celles des spectromètres à chaque déclenchement, à une vitesse d'acquisition de  $300 \text{ Kb.s}^{-1}$ , le tout géré par un VAX 4000-200.

Ce nouveau système d'acquisition utilise trois châssis VME. Il est représenté sur la **Figure 2.43**. Ces trois châssis sont connectés ensemble par un réseau de type "reflective memory", permettant d'échanger en permanence les données entre eux.

- Deux châssis VME utilisent un processeur Motorola MVME166 pour lire les données acquises en temps réel et les stockent dans la mémoire du réseau :
  - le châssis "local" placé dans la salle de comptage lit la branche CAMAC du faisceau
  - le châssis "remote", localisé directement dans le local du bras 2.75°, lit la branche CAMAC de chaque spectromètre et les FADC de standard VME des détecteurs Cherenkov.Les données CAMAC sont lues par une interface VME, dite "VME Subsystem Bus extension".
- Le troisième châssis "UNIX" contient deux processeurs Motorola MVME167, le premier étant utilisé pour développer le programme d'acquisition en temps réel et contrôler les deux autres châssis, et le second est chargé du transfert des données :
  - soit par réseau vers le centre de calcul (SLAC Computer Center) à une vitesse de  $2 \text{ Mb.s}^{-1}$  où une station de travail de type IBM RS6000 stocke les données sur un disque temporaire et attend la fin de chaque prise de données pour la stocker sur une bande magnétique de 1 Gb, conservée dans un silo, et utilisée ultérieurement pour l'analyse de l'expérience,
  - soit vers un lecteur de cassettes 8 mm lorsque le silo n'est pas disponible. Il n'a jamais été utilisé pendant E154.

Ce dernier châssis envoie également une fraction des données sur un réseau auquel sont connectées plusieurs stations de travail. Parmi celles-ci, deux de type IBM RS6000 sont dédiées au contrôle en temps réel par histogrammes des données délivrées par les détecteurs de chaque bras, pour diagnostiquer en ligne toute avarie.

Le vitesse d'acquisition du système atteint  $0.7$  à  $0.8 \text{ Mb.s}^{-1}$ , légèrement inférieure aux  $1 \text{ Mb.s}^{-1}$  attendus, limitée par la lecture des branches CAMAC.

L'ensemble de l'expérience est géré et contrôlé par un VAX 4000-200, qui vérifie entre autres, la position de la cible, les hautes tensions des PM, le type de prise de données, les alimentations des châssis NIM et CAMAC et les pressions des détecteurs Cherenkov. Il est lui aussi relié au système d'acquisition de données par un réseau de type TCP/IP et permet de démarrer les prises de données, de les stopper, de choisir le type de prise de données (Moeller, cible polarisée d'Hélium 3, tests, ...), de choisir le type de stockage des données, mais aussi d'ajuster les hautes tensions des détecteurs, les courants dans les aimants, etc... Toutes les informations importantes relatives au faisceau (polarisation, charge, ...), à la cible (polarisation, ...) aux aimants (courants, ...) et aux détecteurs (hautes tensions des PM, température et pression dans les Cherenkov, ...) sont enregistrées périodiquement sur les bandes, environ toutes les cinq minutes, lors de points de contrôle "checkpoints".

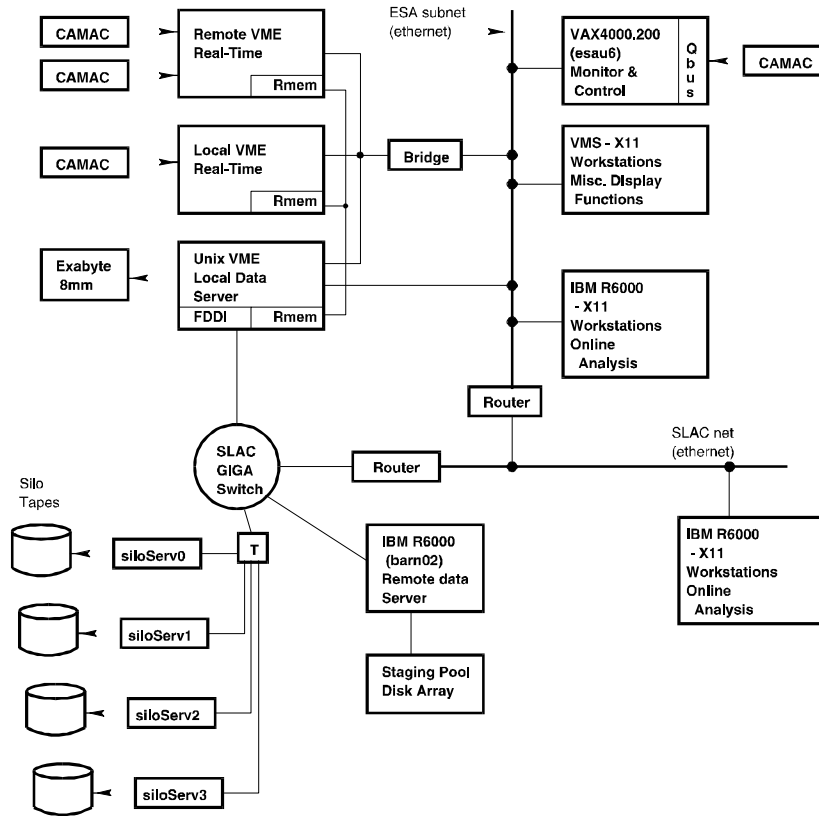


Figure 2.43 : représentation schématique du système d'acquisition de données.

Plusieurs types de prises de données spécifiques ont été effectuées plusieurs fois par jour pour vérifier le bon fonctionnement des détecteurs et de leur électronique :

- calibration des toroïdes
- mesure des piédestaux des ADC
- test des voies de TDC en générant un signal électronique

ainsi que des prises de données permettant de tester l'électronique des lattes de scintillateurs et l'électronique des blocs de verre au Plomb des calorimètres, plusieurs fois pendant l'expérience :

- vérification du fonctionnement des lattes d'hodoscope en éclairant les lattes par une diode électroluminescente pulsée
- vérification des blocs des calorimètres en éclairant chaque bloc à l'aide d'une fibre optique reliée à une lampe au Xénon pulsée

La cible d'Hélium 3 était contrôlée indépendamment [ROMALIS1] en permanence par plusieurs ordinateurs de type Macintosh.

# CHAPITRE 3 : ANALYSE DES DONNEES DE E154

CHAPITRE 3: ANALYSE DES DONNEES DE E154 .....	109
1 Principe de l'analyse .....	110
1.1 Les différents types de prises de données.....	110
1.2 Bandes brutes et bandes d'analyse.....	110
2 Sélection des événements .....	111
2.1 Sélection des électrons du faisceau .....	111
2.1.1 Caractéristiques de chaque paquet .....	111
2.1.2 Hélicité du faisceau.....	112
2.1.3 Asymétrie de charge et asymétrie de position .....	112
2.2 Sélection de la polarisation de la cible.....	113
2.3 Sélection des électrons diffusés.....	113
2.3.1 Reconstruction des traces des particules chargées .....	113
2.3.2 Reconstruction des variables cinématiques .....	114
2.3.3 Coupures standard électron .....	114
3 Asymétries physiques parallèle et perpendiculaire.....	115
3.1 Asymétries brutes parallèle et perpendiculaire .....	115
3.2 Asymétries physiques parallèle et perpendiculaire .....	116
3.2.1 Polarisation du faisceau, de la cible et facteur de dilution .....	116
3.2.2 Bruit de fond symétrique et hadronique .....	120
3.2.3 Correction électrofaible.....	131
3.2.4 Calcul des asymétries physiques finales .....	133
3.2.5 Corrections radiatives électromagnétiques.....	133
3.2.6 Erreurs systématiques sur les asymétries .....	139
3.2.7 Table des asymétries parallèles et perpendiculaires .....	143
4 Asymétries physiques virtuelles $A_1$ et $A_2$ .....	145
4.1 Extraction des asymétries virtuelles $A_1$ et $A_2$ .....	145
4.1.1 Asymétries du noyau d'Hélium 3 .....	145
4.1.2 Asymétries du neutron .....	145
4.1.3 Erreurs statistiques et systématiques .....	146
4.2 Table des asymétries virtuelles $A_1$ et $A_2$ .....	147
4.2.1 Asymétries du noyau d'Hélium 3 .....	147
4.2.2 Asymétries du neutron .....	149
5 Fonctions de structure polarisées $g_1$ et $g_2$ .....	151
5.1 Extraction des fonctions de structure $g_1$ et $g_2$ .....	151
5.2 Erreurs statistiques et systématiques.....	151
5.3 Table des fonctions de structure $g_1$ et $g_2$ .....	152
5.3.1 Fonctions de structure du noyau d'Hélium 3 .....	152
5.3.2 Fonctions de structure du neutron.....	154



# 1 Principe de l'analyse

## 1.1 Les différents types de prises de données

E154 a effectué trois types de prises de données pour mesurer les asymétries de diffusion profondément inélastique polarisée :

- détection des électrons diffusés par la cible lorsque le spin de la cible est orienté parallèlement et antiparallèlement à la direction du faisceau d'électrons incidents, pour mesurer l'asymétrie parallèle de section efficace de diffusion profondément inélastique polarisée.
- détection des électrons diffusés lorsque le spin de la cible est orienté perpendiculairement à la direction du faisceau d'électrons incidents, pour mesurer l'asymétrie perpendiculaire de section efficace de diffusion profondément inélastique polarisée.
- enfin, estimation de la contamination des lots d'électrons diffusés par les électrons produits au cours de processus symétriques  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ , en renversant le sens du champ magnétique dans les dipôles de chaque bras, le spin de la cible étant maintenu aligné le long de l'axe du faisceau incident. Cette étude a permis de mesurer une asymétrie parallèle de positrons.

La **Table 3.1** indique le nombre de prises de données effectuées dans chacune des trois configurations.

Prises de données	Nombre	Cible	Statistique
<b>Asymétrie Electrons PARALLELE</b>			
1329 – 1387	35	Dave	2 %
1465 – 1756	158	Riker	11 %
1825 – 2042	145	Bob	10 %
2070 – 2309	155	SMC	12 %
2372 – 2593	104	Generals	8 %
2649 – 2900	198	Hermès	19 %
2936 – 3099	123	Prelims	11 %
3146 – 3176	155	Chance	14 %
3460 – 3616	127	Picard	13 %
<b>Asymétrie Electrons PERPENDICULAIRE</b>			
3425 – 3747	75	Picard	100 %
<b>Asymétrie Positrons PARALLELE</b>			
3620 – 3785	68	Picard	100 %

**Table 3.1 :** détail des trois types de prises de données. La colonne "Statistique" indique le pourcentage du nombre total d'électrons diffusés détectés avec chaque cible.

Les asymétries sont calculées à partir des comptages détectés dans ces prises de données.

## 1.2 Bandes brutes et bandes d'analyse

Toutes les informations brutes sur les paquets délivrés par le faisceau et sur les détecteurs ont été sauvegardées sur des bandes magnétiques, dites brutes, pour chaque paquet d'électrons diffusés par la cible pendant chaque prise de données. Chaque prise de données contenait environ 200000 paquets diffusés. En même temps, environ toutes les cinq minutes, cette sauvegarde était suspendue pour enregistrer les informations relatives au fonctionnement de la

cible (polarisation, température,... ), au fonctionnement des détecteurs (hautes tensions des photomultiplicateurs, température et pression dans les détecteurs Cherenkov, échelles de comptage, ...) et des éléments magnétiques, lors des points de contrôle.

Les prises de données présentant de graves anomalies ont été systématiquement rejetées : mauvais fonctionnement du système d'acquisition de données, mauvais fonctionnement des détecteurs, .... Le code général d'analyse de l'expérience E154, contenant tous les codes nécessaires à l'exploitation des données fournies par chaque détecteur (code de reconstruction de traces, code des détecteurs Cherenkov, code de reconstruction des agrégats dans les calorimètres, ...) a été utilisé pour analyser toutes ces informations brutes et reconstruire les caractéristiques de tous les événements détectés par les spectromètres pour chaque paquet d'électrons diffusés : trace, impulsion, énergie déposée dans le calorimètre, etc...

Ces nouvelles informations pré-analysées ont été à leur tour sauvegardées sur des bandes d'analyse, en même temps que les caractéristiques du faisceau d'électrons pour chaque paquet délivré (charge, hélicité des électrons du paquet, positions sur la chambre à fils...). La taille d'un fichier contenant les informations brutes de chaque paquet diffusé au cours d'une prise de données atteint environ 1 Gb alors que celle d'un fichier d'une bande d'analyse contenant uniquement ces informations pré-analysées n'est plus que de 130 Mb. L'utilisation de bandes d'analyse, appelées "Data Summary Tapes", permet de réduire considérablement le temps CPU nécessaire à l'obtention des comptages d'électrons diffusés et des asymétries de diffusion profondément inélastique polarisée, et permet d'étudier avec une grande souplesse d'utilisation toutes sortes d'effets systématiques sur les détecteurs.

Chaque bande d'analyse est ensuite relue paquet par paquet par un code dédié, permettant d'appliquer différentes coupures sur les caractéristiques de chaque paquet d'électrons délivré par l'accélérateur et sur les caractéristiques des événements détectés dans les deux spectromètres. Les événements sélectionnés peuvent alors être stockés dans des micro-fichiers, un par prise de données, ne contenant que l'information nécessaire pour calculer les asymétries parallèle et perpendiculaire : nombre d'événements détectés pour chaque hélicité du faisceau, charge totale accumulée pendant la prise de données pour chaque hélicité, valeur de leur  $x$  Bjorken et de leur quadransfert carré  $Q^2$ .

## 2 Sélection des événements

Après avoir choisi les prises de données exploitables, les électrons de diffusion profondément inélastique polarisée sont sélectionnés à l'aide de coupures appliquées paquet par paquet sur les caractéristiques du faisceau d'électrons, sur celles de la cible et finalement sur les événements détectés dans les deux spectromètres.

### 2.1 Sélection des électrons du faisceau

#### 2.1.1 Caractéristiques de chaque paquet

La structure en temps de chaque paquet délivré par l'accélérateur est contrôlée à l'aide des compteurs "bon paquet" et "mauvais paquet" (cf. **Chapitre 1**), sa charge par les toroïdes 2 et 3, sa localisation et son étalement spatial à l'aide de la chambre à fils. Les coupures choisies sont très larges et permettent d'éliminer les paquets présentant de graves anomalies par rapport à leurs caractéristiques moyennes. Aucune dépendance significative n'a été observée avec l'hélicité du faisceau [**CHURCHWELL**]. Elles sont présentées dans la **Table 3.2**.

Le paquet témoin, délivré une fois par seconde par l'accélérateur ne parcourt pas la ligne A du faisceau et n'atteint pas l'ESA ; il est donc éliminé par la coupure sur les valeurs des ADC des toroïdes. Les coupures rejetant le plus grand nombre de paquets sont celles sur les valeurs

maximales des ADC des compteurs "bon" et "mauvais" paquet et sur la position en  $x$  et  $y$  du faisceau. Certaines prises de données pour lesquelles le nombre de mauvais paquets était trop élevé ont été rejetées.

	Valeur minimale	Valeur maximale
ADC du compteur "bon paquet"	5 c	2000 c
ADC du compteur "mauvais paquet"	0 c	2000 c
ADC du toroïde 2	1 c	-
ADC du toroïde 3	1 c	-
Abcisse $x$ du faisceau sur chambre à fils	0.0 mm	4.0 mm
Etalement en $x$	0.5 mm	3.0 mm
Ordonnée $y$ du faisceau sur chambre à fils	- 5.0 mm	0.0 mm
Etalement en $y$	0.3 mm	3.0 mm

**Table 3.2 :** liste des coupures moyennes appliquées aux paquets d'électrons délivrés par l'accélérateur dans l'ESA (c : nombre de canaux ADC).

### 2.1.2 Hélicité du faisceau

L'hélicité droite ou gauche des électrons contenus dans un paquet délivré par le faisceau est fixée par le générateur de nombres pseudo-aléatoire localisé au niveau de la source de l'accélérateur. Connaissant la séquence initiale de 32 bits, il est possible de déterminer mathématiquement l'hélicité de chaque paquet. Cette détermination mathématique délivrée par la voie PMON est envoyée au système d'acquisition de données de E154 par le réseau en fibres optiques PNET. Trois autres voies supplémentaires sont utilisées pour confirmer l'hélicité de chaque paquet :

- la voie MACH, conduisant l'information sur l'hélicité à travers des câbles électriques disposés le long de l'accélérateur.
- la voie KVM (Klystron Veto Module) délivrant elle aussi cette information, à travers le système de contrôle du bon fonctionnement des klystrons au passage d'un paquet dans l'accélérateur.
- la voie HV (High Voltage) permettant de contrôler le signe de la haute tension appliquée aux cellules de Pockels.

Ces quatre méthodes sont en accord à  $10^{-5}$  près. Elles ne peuvent être testées pour une prise de données que jusqu'à qu'à  $5.10^{-6}$  près, lorsque l'un des paquets parmi les 200000 délivrés en moyenne au cours de cette prise de données, présente un désaccord entre les quatre méthodes. 18 prises de données de type électrons ont été supprimées car le désaccord entre ces quatre voies dépassait  $10^{-4}$ . 36 autres prises de données ont été analysées sans tenir compte de la voie KVM qui délivrait des informations erronées [YOUNG2].

### 2.1.3 Asymétrie de charge et asymétrie de position

L'asymétrie de charge  $A_Q$  du faisceau est définie par la relation :

$$|A_Q| = |(Q_G - Q_D)/(Q_G + Q_D)| \tag{3.1}$$

$Q_{G(D)}$  étant la charge totale accumulée sur les paquets d'hélicité gauche (droite) au cours de la prise de données. Pour limiter la dépendance des efficacités de détection en électron, de l'ordre de 10%, seules des prises de données dont l'asymétrie de charge ne dépassait pas  $5.10^{-4}$  ont été considérées dans l'analyse [KOLOMENSKY1].

Si la position moyenne en  $x$  ou en  $y$  des paquets d'électrons du faisceau mesurée au niveau de la chambre à fils varie d'une hélicité à l'autre, l'épaisseur de verre de la fenêtre de la cible traversée par le faisceau varie d'une hélicité à l'autre et entraîne une variation du nombre d'électrons détectés dans les deux bras en fonction de l'hélicité du faisceau. L'asymétrie introduite est minimisée à moins de  $5.10^{-5}$  en ne conservant que des prises de données dont la différence de position en  $x$  entre les deux hélicités ne dépasse pas  $4.10^{-3}$  mm et  $5.10^{-3}$  mm en  $y$  [KOLOMENSKY2].

## 2.2 Sélection de la polarisation de la cible

Toutes les prises de données pour lesquelles la polarisation de la cible était inférieure à 25% ont été rejetées. Dans la plupart des cas, ces prises de données ont été effectuées pendant les phases de polarisation de la cible, au cours desquelles la polarisation était instable, ou pendant des phases de test.

## 2.3 Sélection des électrons diffusés

### 2.3.1 Reconstruction des traces des particules chargées

Les informations délivrées par les plans d'hodoscopes, par les détecteurs Cherenkov et par les calorimètres sont utilisées pour reconstruire les traces des particules chargées dans les spectromètres. Des coupures appliquées sur leurs caractéristiques permettent ensuite de sélectionner les électrons diffusés et de construire les asymétries à partir des comptages.

Quatre classes de traces pour chaque spectromètre ont été définies :

- **Classe 1** : chaque trace est l'association dans le temps des signaux délivrés par les hodoscopes, d'au moins un signal Cherenkov (deux au maximum dans le cas où les deux détecteurs de chaque bras ont été déclenchés) et d'un agrégat au niveau du calorimètre.
- **Classe 2** : association des signaux d'hodoscopes et d'un agrégat ; les détecteurs Cherenkov n'ont pas été déclenchés.
- **Classe 3** : association des signaux d'hodoscopes et d'au moins un signal Cherenkov ; aucun agrégat n'a été détecté.
- **Classe 4** : association des signaux d'hodoscopes uniquement.

La première classe regroupe les traces d'électrons, et la deuxième essentiellement des pions. Les classes 3 et 4 ont été utilisées pour la mise au point de l'algorithme de reconstruction de traces. Le principe de l'algorithme de reconstruction de traces est détaillé dans [KOLOMENSKY3]. Pour chaque paquet d'électrons diffusés, chaque agrégat détecté dans le calorimètre du bras étudié est associé avec le signal délivré par chaque détecteur Cherenkov dont les temps ramenés au niveau de la cible sont les plus proches. Les signaux délivrés par les hodoscopes qui se chevauchent sont regroupés en agrégats, chaque agrégat signant le passage d'une particule à travers le plan d'hodoscope considéré. Ces agrégats de signaux d'hodoscopes sont finalement regroupés avec l'agrégat détecté dans le calorimètre et les deux signaux Cherenkov. Les événements ainsi regroupés permettent de reconstituer le passage d'une particule dans le bras considéré. Après avoir traversé les éléments magnétiques de chaque bras, les particules décrivent des trajectoires rectilignes jusqu'à leur arrivée dans le calorimètre. Les traces des particules sont donc des droites. Les éléments de matrice inverse permettent alors de reconstruire le vecteur impulsion  $\mathbf{P}$  de la particule diffusée.

### 2.3.2 Reconstruction des variables cinématiques

L'angle de diffusion  $\theta$ , le quadransfert carré  $Q^2$  et la variable cinématique  $x$  Bjorken de chaque électron diffusé est reconstruit à l'aide des relations :

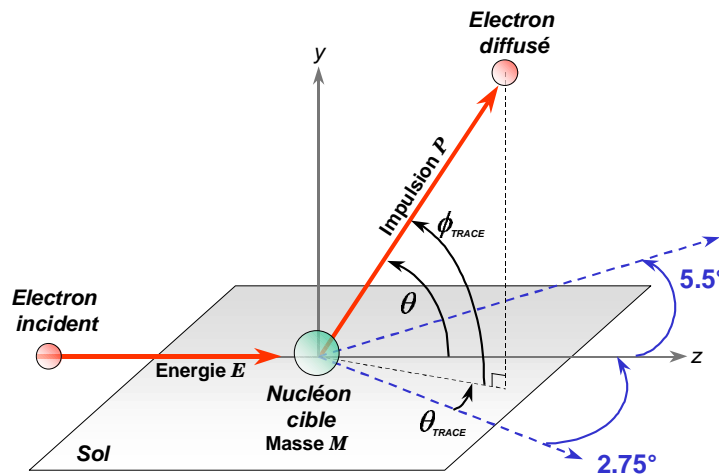
$$\cos \theta = \cos(-2.75^\circ + \theta_{TRACE}) \cos \phi_{TRACE} \quad \text{pour le bras à } 2.75^\circ \quad (3.2)$$

$$\cos \theta = \cos(5.5^\circ + \theta_{TRACE}) \cos \phi_{TRACE} \quad \text{pour le bras à } 5.5^\circ \quad (3.3)$$

$$Q^2 = 4EP \sin^2(\theta/2) \quad (3.4)$$

$$x = Q^2 / 2M(E - P) \quad (3.5)$$

où les angles  $\theta_{TRACE}$  et  $\phi_{TRACE}$  sont définis sur la **Figure 3.1**.  $M$  est par définition la masse du proton et l'énergie  $E$  des électrons incidents est donnée par l'énergie du faisceau d'électrons à son arrivée dans le hall expérimental.



**Figure 3.1** : représentation schématique des angles  $\theta$ ,  $\theta_{TRACE}$  et  $\phi_{TRACE}$ . Echelle non respectée.

Les électrons détectés sont classés dans onze intervalles en  $x$  Bjorken, en fonction de la valeur de leur variable  $x$  Bjorken, comme l'indique la **Table 3.3**.

Intervalle	Largeur en $x$	Intervalle	Largeur en $x$
1	0.014 - 0.020	7	0.150 - 0.200
2	0.020 - 0.030	8	0.200 - 0.300
3	0.030 - 0.040	9	0.300 - 0.400
4	0.040 - 0.060	10	0.400 - 0.500
5	0.060 - 0.100	11	0.500 - 0.800
6	0.100 - 0.150		

**Table 3.3** : les onze intervalles en  $x$  Bjorken de E154.

### 2.3.3 Coupures standard électron

La **Table 3.4** montre les coupures appliquées pour sélectionner les électrons (ou positrons en prise de données dédiée).

Coupe	Valeur (2.75°)	Valeur (5.5°)
Classes des traces	Classe 1	Classe 1
Nombre minimum de détecteurs Cherenkov touchés	2	2
Valeur minimale de $W^2$	6 GeV <sup>2</sup>	6 GeV <sup>2</sup>
Intervalle en $E/P$	0.8 - 1.2	0.8 - 1.2
Valeur minimale de la sortie du réseau de neurones	- 0.98	- 0.98

Intervalle en amplitude du signal Cherenkov (1 <sup>er</sup> détecteur)	25 – 500 (ua)	25 – 500 (ua)
Intervalle en amplitude du signal Cherenkov (2 <sup>ème</sup> détecteur)	25 – 500 (ua)	25 – 500 (ua)

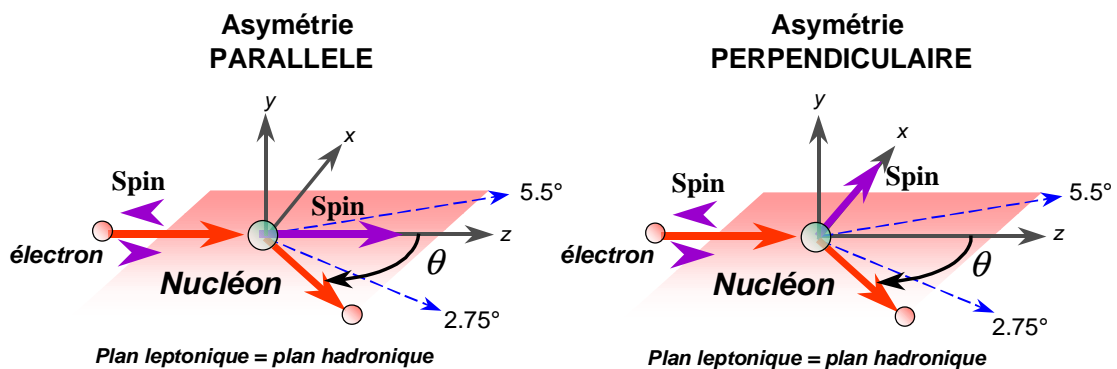
**Table 3.4 :** liste des coupures de type électron (ou positron) pour les deux bras. (ua : unité arbitraire).

Les électrons de quelques dizaines de GeV traversant un bras déclenchent les deux détecteurs Cherenkov. La coupure peu sévère  $W^2 > 6 \text{ GeV}^2$  permet de s'affranchir du domaine des résonances du nucléon et n'élimine que les événements aux grandes valeurs de  $x$  (cf. **Chapitre 2**). Les coupure basse en  $E/P$  permet d'éliminer une grande partie des pions ayant frappé le calorimètre et la coupure haute permet de rejeter les empilements d'agrégats, mal séparés les uns des autres par l'algorithme de reconstruction d'agrégats. La valeur minimale de sortie du réseau de neurones a été optimisée pour sélectionner (cf. **Annexe 3**) des agrégats d'électrons. Finalement, la limite basse de l'amplitude des signaux délivrés par les détecteurs Cherenkov a été fixée pour éliminer les signaux de faible amplitude produits par scintillation au passage des pions de haute énergie.

### 3 Asymétries physiques parallèle et perpendiculaire

#### 3.1 Asymétries brutes parallèle et perpendiculaire

L'asymétrie physique parallèle  $A_{\text{PAR}}$  mesurée dans E154, est définie comme le rapport de la différence des sections efficaces de diffusion profondément inélastique polarisée électron-nucléon lorsque le spin des électrons incidents est antialigné ( $\sigma^{\downarrow\uparrow}$ ) et aligné ( $\sigma^{\uparrow\uparrow}$ ) avec le spin du nucléon cible, et de leur somme. L'asymétrie perpendiculaire  $A_{\text{PERP}}$  est mesurée lorsque le spin des électrons incidents est orienté perpendiculairement à celui de la cible, dans un sens ( $\sigma^{\downarrow\rightarrow}$ ), ou dans l'autre ( $\sigma^{\uparrow\rightarrow}$ ). Le spin du nucléon conserve toujours la même direction, alors que le spin des électrons est renversé aléatoirement d'un paquet à l'autre, 120 fois par seconde. Les orientations des spins sont représentées sur la **Figure 3.2**.



**Figure 3.2 :** représentation des orientations du spin des électrons incidents et du spin du nucléon cible pour la mesure des asymétries parallèle et perpendiculaire.

Ces asymétries s'écrivent :

$$A_{PAR} = \frac{\sigma^{\downarrow\uparrow} - \sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\downarrow\uparrow} + \sigma^{\uparrow\uparrow}} \quad A_{PERP} = \frac{\sigma^{\downarrow\rightarrow} - \sigma^{\uparrow\rightarrow}}{\sigma^{\downarrow\rightarrow} + \sigma^{\uparrow\rightarrow}} \quad (3.6)$$

Elles sont mesurées à partir des asymétries brutes des nombres d'électrons diffusés, normalisés à la charge incidente de chaque paquet d'hélicité donnée :

$$A_{PAR,PERP}^{BRUTE} = \frac{(\tilde{N}_G / Q_G) - (\tilde{N}_D / Q_D)}{(\tilde{N}_G / Q_G) + (\tilde{N}_D / Q_D)} \quad (3.7)$$

avec les définitions :

- $\tilde{N}_{G(D)}$  : nombre de vrais électrons de diffusion profondément inélastique polarisée pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite)
- $Q_{G(D)}$  : charge totale du paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite)

Les divers facteurs multiplicatifs (angle solide, nombre de nucléons cibles, efficacités des détecteurs, etc... ) permettant de passer d'un nombre d'événements diffusés à une section efficace, ne dépendent pas de l'hélicité du faisceau. Ils se simplifient entre eux et n'apparaissent pas dans l'expression de l'asymétrie brute.

Cependant, les asymétries brutes (3.7) mesurées à partir des nombres d'électrons diffusés doivent être corrigées de façon à obtenir les asymétries physiques (3.6) de diffusion profondément inélastique polarisée.

## 3.2 Asymétries physiques parallèle et perpendiculaire

### 3.2.1 Polarisation du faisceau, de la cible et facteur de dilution

Le nombre de vrais électrons diffusés  $\tilde{N}_G$  lorsque leur spin est antialigné avec le spin de la cible, s'écrit sous la forme :

$$\tilde{N}_G / Q_G = k(\sigma_{np} + fP_f P_c \sigma_p) \quad (3.8)$$

et le nombre de vrais électrons diffusés  $\tilde{N}_D$  lorsque leur spin est aligné avec celui de la cible, s'écrit sous la forme :

$$\tilde{N}_D / Q_D = k(\sigma_{np} - fP_f P_c \sigma_p) \quad (3.9)$$

où :

- $k$  Facteur contenant l'angle solide des spectromètres, le nombre de nucléons cibles, etc...
- $\sigma_{np}$  Composante non polarisée de la section efficace totale  $\sigma^{\downarrow\uparrow}(\sigma^{\uparrow\uparrow}) = \sigma_{np} + (-) \sigma_p$ , contenant  $F_1$  et  $F_2$
- $f$  Facteur de dilution de la cible de neutrons polarisée
- $P_f$  Polarisation du faisceau d'électrons incidents (positive)
- $P_c$  Polarisation de la cible (positive ou négative)
- $\sigma_p$  Composante polarisée de la section efficace totale  $\sigma^{\downarrow\uparrow}(\sigma^{\uparrow\uparrow}) = \sigma_{np} + (-) \sigma_p$ , contenant  $g_1$  et  $g_2$

$\sigma_{np}$  et  $\sigma_p$  représentent les sections efficaces théoriques de diffusion profondément inélastique polarisée dans l'approximation de Born, en considérant qu'un seul photon virtuel est échangé au cours du processus de diffusion. Dans le cas d'une asymétrie perpendiculaire, de la même façon,  $\sigma_{np}$  et  $\sigma_p$  sont définies par la relation  $\sigma^{\downarrow\rightarrow}(\sigma^{\uparrow\rightarrow}) = \sigma_{np} + (-) \sigma_p$ .

L'asymétrie physique s'écrit alors en fonction de l'asymétrie brute :

$$A_{PAR,PERP} = \frac{\sigma_p}{\sigma_{np}} = \frac{1}{fP_f P_c} \frac{(\tilde{N}_G / Q_G) - (\tilde{N}_D / Q_D)}{(\tilde{N}_G / Q_G) + (\tilde{N}_D / Q_D)} = \frac{1}{fP_f P_c} A_{PAR,PERP}^{BRUTE} \quad (3.10)$$

Il faut donc corriger l'asymétrie brute par la polarisation du faisceau, la polarisation de la cible et le facteur de dilution de la cible pour obtenir l'asymétrie physique.

### 3.2.1.1 Polarisation du faisceau et polarisation de la cible

La valeur absolue de la polarisation du faisceau et la valeur absolue de la polarisation de la cible sont deux facteurs inférieurs à 1, traduisant le fait que le spin des électrons contenus dans les paquets délivrés par l'accélérateur et que le spin des neutrons contenus dans la cible d'Hélium 3 polarisée ne sont pas tous orientés dans le même sens. Ces deux polarisations ont été mesurées expérimentalement (cf. **Chapitre 2**).

### 3.2.1.2 Facteur de dilution de la cible

Les électrons détectés dans les spectromètres n'ont pas tous diffusé sur un noyau d'Hélium 3 de la cible ; certains ont diffusé sur les molécules de diazote, d'autres sur les parois en verre. Le facteur de dilution de la cible représente la fraction d'électrons détectés dans les spectromètres ayant diffusé uniquement sur les noyaux d'Hélium 3 :

$$f = \frac{\text{nombre d'électrons diffusés par l'Hélium 3}}{\text{nombre total d'électrons diffusés par la cible}} \quad (3.11)$$

Ce facteur de dilution doit être estimé pour chaque cible et pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken. Dans E154, il a été modélisé puis mesuré expérimentalement à l'aide de cibles dites "de référence".

#### ◆ Modélisation du facteur de dilution

La cible est constituée principalement de trois composants : l'Hélium 3, le diazote et le verre. En notant  $N_i(x, Q^2)$  le nombre d'électrons diffusés par le composant  $i$ , dans un intervalle en  $x$  Bjorken et pour un transfert moyen  $Q^2$ , le facteur de dilution  $f$  s'écrit :

$$f(x, Q^2) = \frac{N_{^3\text{He}}(x, Q^2)}{N_{^3\text{He}}(x, Q^2) + N_{\text{N}_2}(x, Q^2) + N_{\text{verre}}(x, Q^2)} \quad (3.12)$$

L'acceptance des spectromètres et le flux d'électrons incidents étant constants à l'intérieur de chaque intervalle en  $x$ , le facteur de dilution s'écrit directement comme le rapport des sections efficaces  $\sigma_i(x, Q^2)$  de diffusion non polarisée, sur l'Hélium 3, le diazote et le verre :

$$f(x, Q^2) = \frac{L_{^3\text{He}} n_{^3\text{He}} \sigma_{^3\text{He}}(x, Q^2)}{L_{^3\text{He}} n_{^3\text{He}} \sigma_{^3\text{He}}(x, Q^2) + L_{\text{N}_2} n_{\text{N}_2} \sigma_{\text{N}_2}(x, Q^2) + L_{\text{verre}} n_{\text{verre}} \sigma_{\text{verre}}(x, Q^2)} \quad (3.13)$$

où  $L_i$  représente la longueur de matériau traversé et  $n_i$  le nombre de noyaux de matériau cible par unité de volume. La section efficace non polarisée  $\sigma_i(x, Q^2)$  peut s'écrire en fonction du facteur de forme  $F_2$  non polarisé du nucléon, à un coefficient cinématique  $K(x, Q^2)$  près :

$$\sigma_i(x, Q^2) = K(x, Q^2) \times EMC(A_i, x) \times [Z_i F_2^p(x, Q^2) + (A_i - Z_i) F_2^n(x, Q^2)] \quad (3.14)$$

où  $Z_i$  représente le nombre de protons dans le noyau cible et  $A_i - Z_i$  le nombre de neutrons. Le facteur  $EMC(A_i, x)$  tient compte des effets nucléaires entre les nucléons, shadowing, anti-shadowing, effet EMC et mouvement de Fermi, mis en évidence par l'expérience EMC [AUBERT], [BAUER]. La section efficace  $\sigma_i(x, Q^2)$  représente la section efficace non polarisée de diffusion profondément inélastique dans l'approximation de Born. Dans la réalité, d'autres processus d'ordres plus élevés interviennent :



- des processus internes au nucléon sondé : rayonnement de freinage dans le champ du noyau sondé, corrections de vertex, de polarisation du vide, contribution élastique, contribution quasi-élastique, etc ...
- des processus externes au nucléon sondé, lorsque l'électron perd de l'énergie essentiellement par rayonnement de freinage avant ou après la diffusion, à la traversée de la cible.

Ainsi, il faut appliquer à chaque section efficace non polarisée  $\sigma_i(x, Q^2)$  une correction radiative  $cr_i(x, Q^2)$  non polarisée de type électromagnétique pour que le facteur de dilution prenne en compte tous les processus de diffusion d'ordres supérieurs. Ce terme correctif s'écrit comme une convolution des corrections radiatives externes et des corrections radiatives internes. En introduisant la notation  $R_i$  définie par :

$$R_i(x, Q^2) = EMC(A_i, x) \times [Z_i F_2^p(x, Q^2) + (A_i - Z_i) F_2^n(x, Q^2)] \times L_i n_i \quad (3.15)$$

le facteur de dilution  $f$  s'écrit :

$$f(x, Q^2) = \frac{R_{3He}(x, Q^2) cr_{3He}(x, Q^2)}{R_{3He}(x, Q^2) cr_{3He}(x, Q^2) + R_{N_2}(x, Q^2) cr_{N_2}(x, Q^2) + R_{verre}(x, Q^2) cr_{verre}(x, Q^2)} \quad (3.16)$$

La contribution du verre  $R_{verre} cr_{verre}$  peut se décomposer en deux termes : le premier dû à la fenêtre d'entrée et le second à la fenêtre de sortie :

$$R_{verre} cr_{verre} = R_{verre}^{entrée} cr_{verre}^{entrée} + R_{verre}^{sortie} cr_{verre}^{sortie} \quad (3.17)$$

Un électron diffusant sur la fenêtre de sortie très fine (environ 60  $\mu m$ ) de la cible ne traverse aucun autre matériau avant d'atteindre les spectromètres et la probabilité qu'il émette un photon de rayonnement de freinage externe avant ou après la diffusion est très faible. Ce n'est pas le cas des électrons frappant la fenêtre d'entrée de la cible ou la cible elle-même qui doivent traverser ses parois pour atteindre les spectromètres. Alors, Le terme  $cr_{verre}^{sortie}$  est purement interne.

La longueur de matériau traversé est donnée par la longueur de la cible pour l'Hélium 3 et le diazote, et par l'épaisseur des fenêtres d'entrée et de sortie pour le verre. Les concentrations volumiques de noyaux sont estimées à partir des concentrations gazeuses et de la composition massique du verre en chacun de ses éléments, essentiellement l'oxygène, l'aluminium et le silicium [ZYLA2]. Les facteurs de forme  $F_2^p$  du proton et  $F_2^d$  du deutéron ont été mesurés par l'expérience NMC [ARNEODO1] et celui du neutron est obtenu à partir de la relation :

$$F_2^n = 2F_2^d - F_2^p \quad (3.18)$$

Le coefficient  $EMC(A_i, x)$  a été paramétrisé par une fonction de la forme [SMIRNOV]:

$$EMC(A_i, x) = F_2^A(x) / F_2^D(x) = x^{m_1} (1 + m_2)(1 - m_3 x) \quad (3.19)$$

où  $F_2^A$  représente le facteur de forme par nucléon dans un noyau de nombre de masse A, et  $F_2^D$  le même facteur mesuré pour le deutérium, lorsque les nucléons sont considérés comme libres. Enfin, les corrections radiatives ont été calculées à l'aide du code POLRAD 1.5 [AKUSHEVICH1].

Les erreurs sur le modèle du facteur de dilution sont classées en deux catégories et sont décrites dans [ZYLA2] :

- **les erreurs indépendantes de la valeur de  $x$  Bjorken** : erreur sur les longueurs des matériaux traversés, sur les nombres de noyaux par unité de volume de chaque composé et de leurs isotopes et sur le halo du faisceau. Cette dernière domine et atteint 1% ; elle a été estimée à partir du rapport *écart-type/moyenne* des distributions des nombres d'électrons diffusés au niveau de la cible. L'erreur sur la concentration volumique en Hélium et sur les

épaisseurs des faces d'entrée et de sortie sont les trois autres sources d'erreur dominantes et atteignent respectivement 0.66%, 0.60% et 0.57%.

- **les erreurs dépendant de la valeur de  $x$  Bjorken** : erreurs sur les facteurs de forme  $F_2$  du proton et du deutéron, sur le terme correctif d'effet EMC et sur les corrections radiatives. L'erreur sur les corrections radiatives a été estimée par la différence entre les valeurs du facteur de dilution, lorsqu'il est corrigé et lorsqu'il ne l'est pas. L'erreur dominante est celle due aux corrections radiatives atteignant 5.1 % à bas  $x$ , puis l'erreur sur le facteur de forme  $F_2$  du proton et celui du deutéron, atteignant respectivement 2.6% et 2.1% à bas  $x$ .

La principale contribution à l'erreur sur le facteur de dilution vient des corrections radiatives, sauf aux valeurs intermédiaires de  $x$  Bjorken, où les erreurs sur l'épaisseur des fenêtres, le facteur de forme  $F_2$  et le halo du faisceau sont du même ordre de grandeur.

#### ◆ Mesure expérimentale du facteur de dilution

Le facteur de dilution a aussi été mesuré expérimentalement, à l'aide de cibles de référence, pouvant recevoir des pressions variables d'Hélium 3, lorsqu'elles sont placées en faisceau. Notons  $L_{ref}$  la longueur d'une cible de référence donnée. Le nombre d'électrons diffusés varie linéairement avec la pression d'Hélium 3 introduite dans cette cible. La pente  $a$  de la droite s'écrit :

$$a = \frac{\Delta N}{\Delta P} \quad (3.20)$$

où  $\Delta N$  représente la variation du nombre d'électrons diffusés pour une variation  $\Delta P$  de la pression à l'intérieur de la cible de référence. Pour une cible de prises de données, de longueur  $L_{cible}$  et contenant une pression  $P_{cible}$  d'Hélium 3, le facteur de dilution peut être mesuré en utilisant la relation :

$$f = a \frac{P_{cible}}{N_{total}} \frac{L_{cible}}{L_{ref}} \quad (3.21)$$

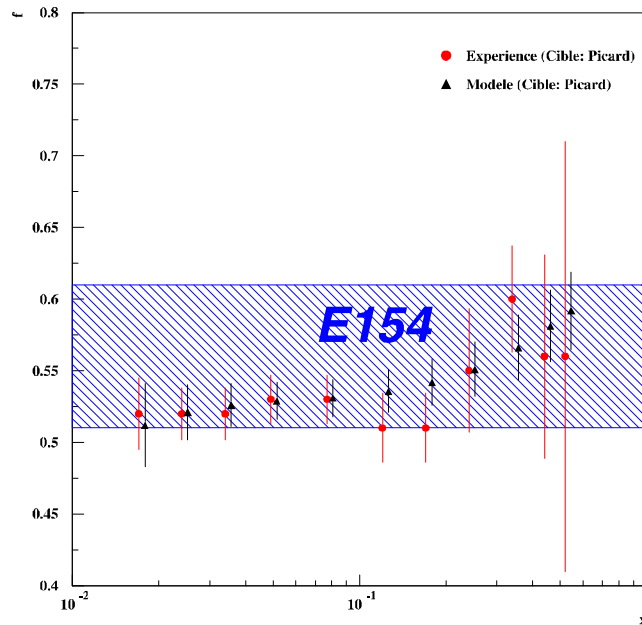
où  $N_{total}$  représente le nombre d'électrons diffusés par tous les constituants de la cible. Ce nombre d'électrons diffusés ainsi que les nombres d'électrons diffusés utilisés lors du calcul de la pente  $a$  doivent être corrigés pour tenir compte de la contamination en électrons produits par les processus symétriques  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma \rightarrow e^+e^- + e^-e^+$  et de la contamination en pions. Le calcul de la pente se déduit d'un ajustement de la distribution du nombre d'électrons diffusés en fonction de la pression à l'intérieur de la cible de référence, pour l'ensemble des données accumulées lors des prises de données à l'aide des cibles de référence de l'expérience.

Les erreurs sur la mesure du facteur  $f$  peuvent être classées comme précédemment en deux catégories :

- **les erreurs indépendantes de la valeur de  $x$  Bjorken** : erreur sur la longueur des cibles, sur leur pression et sur la température de la cellule de référence (utilisée pour la conversion de sa pression en amagats). La contribution dominante est celle de la pression d'Hélium 3 dans la cible de prises de données et atteint 1.5%.
- **les erreurs dépendant de la valeur de  $x$  Bjorken** : erreurs sur les nombres d'électrons diffusés et sur la contamination. Les contributions dominantes à bas  $x$  Bjorken viennent de l'erreur sur la contamination (2.9%) et des erreurs sur les nombres d'électrons diffusés lors du calcul de la pente des cellules de référence (2.8%). C'est cette dernière valeur qui domine aux valeurs intermédiaires et hautes de  $x$  Bjorken.

◆ **Résultat final**

La mesure expérimental du facteur de dilution est en bon accord avec le modèle. La valeur retenue est celle donnée par le modèle. La **Figure 3.3** montre une comparaison entre le facteur de dilution calculé par le modèle et sa mesure expérimentale, pour la cible Picard dans le bras à 2.75°. Une erreur systématique supplémentaire est additionnée en quadrature aux erreurs systématiques du modèle pour tenir compte de la différence entre les valeurs du facteur de dilution données par le modèle et celles données par la méthode expérimentale. La **Table 3.5** résume les valeurs moyennes du facteur de dilution de chaque cible.



**Figure 3.3 :** facteur de dilution  $f$  de la cible Picard dans le bras à 2.75°, en fonction de l'intervalle en  $x$  Bjorken. Les triangles représentent les résultats du modèle et les disques les mesures expérimentales du facteur de dilution. Les barres d'erreur représentent l'erreur totale sur  $f$ . La zone hachurée montre la valeur moyenne du facteur de dilution de l'expérience E154.

Cible	Dave	Riker	Bob	SMC	Generals	Hermes	Prelims	Chance	Picard
$f$	0.60	0.55	0.52	0.53	0.56	0.57	0.62	0.48	0.53
$\Delta f$	0.05	0.04	0.06	0.04	0.04	0.05	0.06	0.05	0.04

**Table 3.5 :** valeurs moyennes du facteur de dilution  $f$  et de son erreur  $\Delta f$  pour chaque cible de E154.

Le facteur de dilution moyen de l'expérience a été estimé à  $f = 0.56 \pm 0.05$ . Parmi les autres électrons diffusés par la cible, 4% sont diffusés par les molécules de diazote, 19% par la fenêtre d'entrée de la cible et 20% par la fenêtre de sortie.

### 3.2.2 Bruit de fond symétrique et hadronique

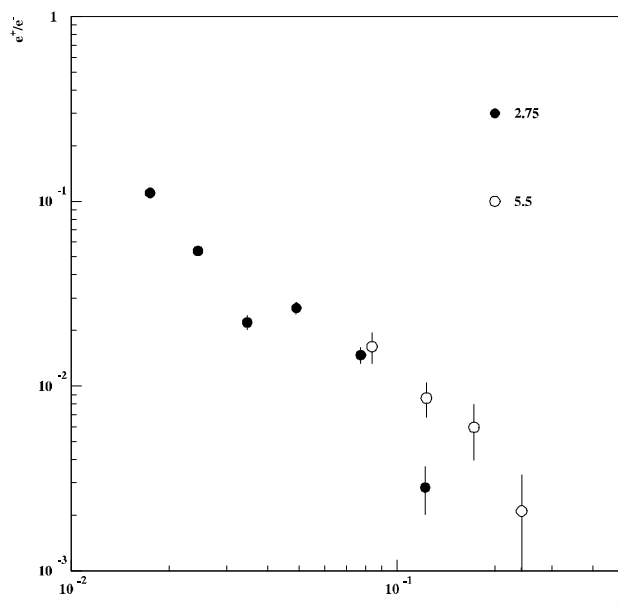
Les lots d'électrons diffusés par la cible et détectés dans les deux bras de spectromètres sont contaminés par deux types d'événements :

- des électrons autres que ceux de diffusion profondément inélastique polarisée, produits par les processus symétriques de création de paires et de désintégration des pions neutres :  $\pi_0 \rightarrow 2\gamma \rightarrow e^+e^- + e^+e^-$ . Ces pions sont formés essentiellement au cours de la diffusion de photons quasi réels sur des nucléons :  $\gamma + p(n) \rightarrow \pi^0 + p(n)$ .

- des hadrons chargés négativement, essentiellement des pions et quelques kaons produits de photoproduction.

### 3.2.2.1 Le bruit de fond symétrique

Le nombre d'électrons produits par le processus symétrique  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  est exactement égal au nombre de positrons produits par le même processus. Alors, pour estimer la contamination en électrons symétriques des lots d'électrons détectés dans les deux bras, il suffit de détecter les positrons symétriques en changeant le sens du champ magnétique des dipôles, tout en maintenant les autres conditions expérimentales identiques. Ces positrons ont été détectés au cours de 75 prises de données dédiées, réalisées uniquement avec la cible Picard, polarisée longitudinalement par rapport au faisceau. La **Figure 3.4** montre le rapport du nombre de positrons détectés au cours d'une prise de données dédiée avec la cible Picard et du nombre d'électrons détectés au cours d'une prise de données de type électron avec la même cible, normalisés à la charge incidente. Cette contamination atteint environ 10% dans le premier intervalle en  $x$  du bras à  $2.75^\circ$ .



**Figure 3.4 :** rapport  $e^+/e^-$  des comptages d'une prise de données de type "positron" à une prise de données de type "électron" effectuées avec la cible Picard pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken.

### 3.2.2.2 Le bruit de fond hadronique

Les paquets d'électrons diffusés par la cible et détectés par les spectromètres en conditions normales et les paquets de positrons lors des prises de données dédiées sont tous les deux contaminés en hadrons chargés respectivement négativement ou positivement : essentiellement des pions, mais aussi des kaons, ... La méthode utilisée pour estimer cette contamination hadronique est détaillée dans [INCERTI6], et peut être appliquée à toutes les cibles de l'expérience.

Les hadrons sont classées en deux catégories :

- les hadrons de basse énergie n'ayant pas déclenché les détecteurs Cherenkov, d'impulsion inférieure à 19 GeV/c dans le bras  $2.75^\circ$  et inférieure à 16 GeV/c dans le bras  $5.5^\circ$  ; ces hadrons ont traversé les détecteurs en même temps que les électrons. Le seuil à 19 GeV/c dans le bras  $2.75^\circ$  correspond au troisième intervalle en  $x$  Bjorken et le seuil à 16 GeV/c au sixième intervalle.

- les hadrons de haute énergie ayant déclenché au moins l'un des deux détecteurs Cherenkov de chaque bras.

→ **Contamination hadronique des prises de données de type "positrons"**

La méthode utilisée pour déterminer cette contamination consiste à estimer le nombre de pions contaminant le pic autour de 1 de la distribution du rapport  $E/P$  des positrons,  $E$  étant l'énergie qu'ils déposent dans les deux calorimètres électromagnétiques et  $P$  leur impulsion. Cette méthode se déroule en trois étapes successives :

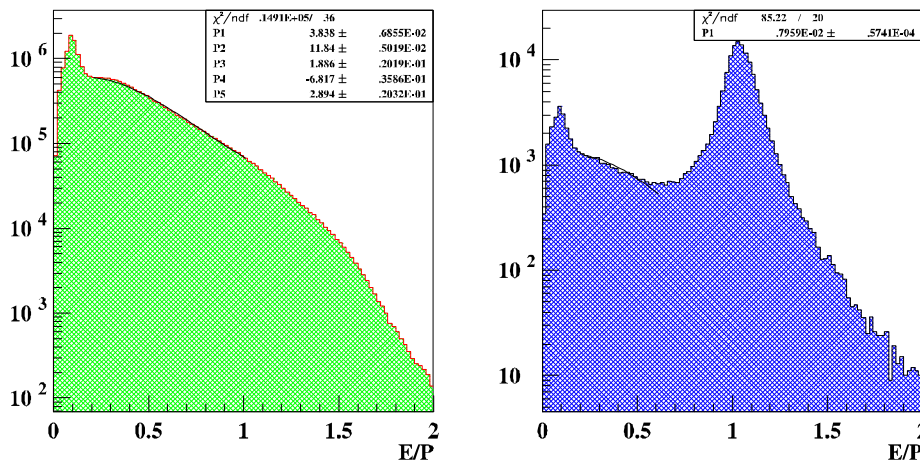
- a) Pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken de chaque spectromètre, la distribution en  $E/P$  d'un lot pur de pions est ajustée sur l'intervalle le plus large possible en  $E/P$ , tout en évitant le pic Cherenkov autour de  $E/P=0.1$ , à l'aide d'une fonction exponentielle de la forme :

$$a_1 e^{(a_2 + a_3 x + a_4 x^2 + a_5 x^3)} \tag{3.22}$$

où  $x = E/P$ . Les cinq paramètres  $a_{i,i=1 \text{ à } 5}$  sont déterminés en utilisant une distribution de pions de basse énergie pour les trois (six) premiers intervalles en  $x$  Bjorken et une distribution de pions de haute énergie pour les autres intervalles.

b) - **Intervalles en  $x$  Bjorken situés en-dessous du seuil des détecteurs Cherenkov :**

l'ajustement (3.22) est normalisé à la distribution en  $E/P$  des positrons entre  $E/P=0.2$  et  $E/P=0.6$ . Seule la constante  $a_1$  change de valeur. La contamination du pic de positrons en pions est estimée en extrapolant et en intégrant l'ajustement normalisé sous le pic de positrons, entre  $E/P=0.8$  et  $E/P=1.2$ . Se reporter à la **Figure 3.5**.



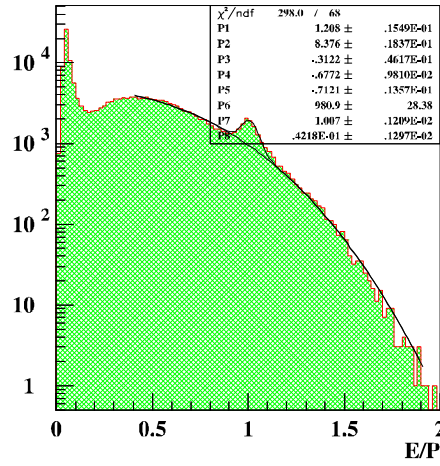
**Figure 3.5 :** ajustement de la distribution en  $E/P$  des pions de basse énergie (à gauche) et normalisation de l'ajustement à l'aide de la distribution d'électrons (à droite), pour le premier intervalle en  $x$  Bjorken du bras  $2.75^\circ$ , pour l'ensemble des données prises avec la cible Picard. Les encadrés donnent les valeurs des paramètres des ajustements. L'échelle verticale est logarithmique.

- **Intervalles en  $x$  Bjorken situés au-dessus du seuil des détecteurs Cherenkov :**

Au delà des seuils Cherenkov, il devient difficile de normaliser l'ajustement (3.22). Dans ce cas, la distribution en  $E/P$  des positrons est ajustée par une fonction gaussienne et par une fonction exponentielle, de la forme :

$$a_1 e^{(a_2 + a_3 x + a_4 x^2 + a_5 x^3)} + a_6 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - a_7}{a_8} \right)^2} \tag{3.23}$$

où le premier terme représente la contamination hadronique du pic de positrons et le deuxième terme le pic gaussien de positrons, comme le montre la **Figure 3.6**. La contamination est estimée en intégrant le premier terme entre  $E/P=0.8$  et  $E/P=1.2$ .

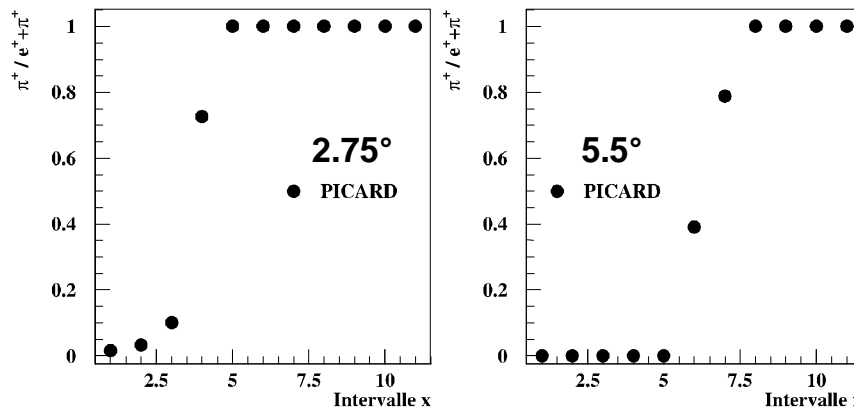


**Figure 3.6 :** distribution du rapport  $E/P$  des positrons pour le quatrième intervalle en  $x$  Bjorken du bras à  $2.75^\circ$ . L'encadré montre la valeur des huit paramètres utilisés pour ajuster la distribution.

- c) La contamination hadronique de chaque intervalle en  $x$  peut être réduite en éliminant les pions contaminant le pic de positrons à l'aide du réseau de neurones. La valeur finale de la contamination doit alors tenir compte de l'efficacité  $\epsilon_{RN}^\pi$  du réseau à rejeter les pions sous le pic, mais aussi de son efficacité  $\epsilon_{RN}^e$  à reconnaître les électrons. Ces deux efficacités ont été étudiées dans l'Annexe 3, pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken. La contamination  $c_{\pi^+}$ , rapport du nombre de pions  $N_{pic}^\pi$  contaminant le pic de positrons, au nombre total de positrons  $N_{pic}^e$  et de pions présents dans le pic, s'écrit alors :

$$c_{\pi^+} = \frac{N_{pic}^\pi \times (1 - \epsilon_{RN}^\pi)}{(N_{pic}^e - N_{pic}^\pi) \times \epsilon_{RN}^e + N_{pic}^\pi \times (1 - \epsilon_{RN}^\pi)} \quad (3.24)$$

Elle est représentée sur la **Figure 3.7**.



**Figure 3.7 :** valeur de la contamination hadronique  $c_{\pi^+}$  des prises de données de type "positrons", pour les deux bras, en fonction de l'intervalle en  $x$  Bjorken.

→ **Contamination hadronique des prises de données de type "électrons"**

L'estimation de la contamination des prises de données de type "électrons" se déroule de la même façon en trois étapes.

- a) Pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken de chaque spectromètre, la distribution en  $E/P$  d'un lot pur de pions est ajustée sur l'intervalle le plus large possible en  $E/P$ , tout en évitant le pic Cherenkov autour de  $E/P=0.1$ , à l'aide d'une fonction de la forme :

$$a_1 [e^{(a_5 + a_6 x + a_7 x^2 + a_8 x^3)} + a_9 e^{\frac{1}{2} \left( \frac{x - a_{10}}{a_{11}} \right)^2}] \quad (3.25)$$

où  $x = E/P$ . Le terme gaussien permet de tenir compte de la légère contamination du lot de pions de haute énergie par quelques électrons, autour de la valeur  $E/P = 1$ . Comme précédemment, les huit paramètres  $a_i$  sont déterminés en utilisant une distribution de pions de basse énergie pour les trois (six) premiers intervalles en  $x$  Bjorken et une distribution de pions de haute énergie pour les autres intervalles.

- b) Ensuite, la distribution en  $E/P$  des électrons est lissée par une courbe gaussienne sur l'intervalle [0.8-1.2] de la forme :

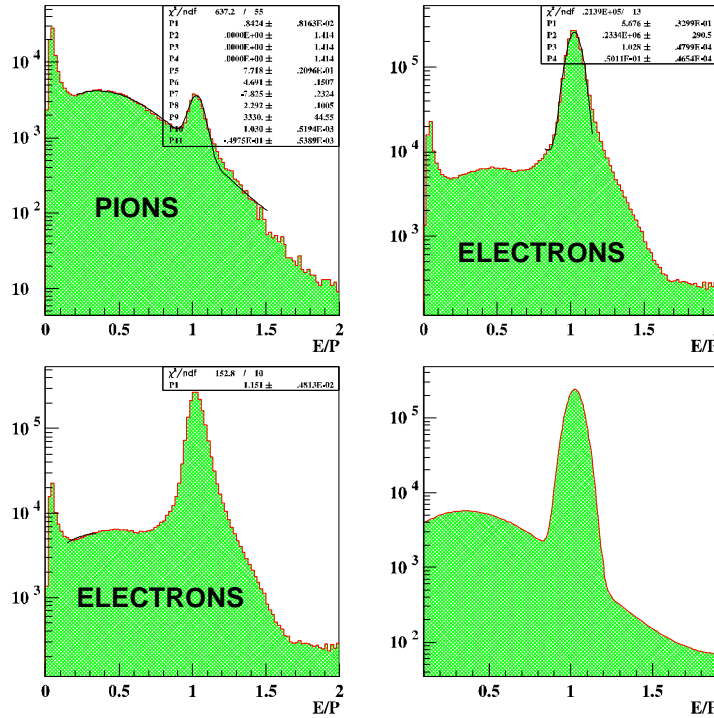
$$a_2 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-a_3}{a_4} \right)^2} \tag{3.26}$$

c) Finalement, l'ajustement total :

$$a_1 [e^{(a_5+a_6x+a_7x^2+a_8x^3)} + a_9 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-a_{10}}{a_{11}} \right)^2}] + a_2 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-a_3}{a_4} \right)^2} \tag{3.27}$$

est normalisé à la distribution d'électrons dans l'intervalle [0.3-0.4] (seule la constante  $a_1$  change de valeur). De là se déduit la contamination en pions du pic électron.

Ces trois étapes sont représentées sur la **Figure 3.8**.



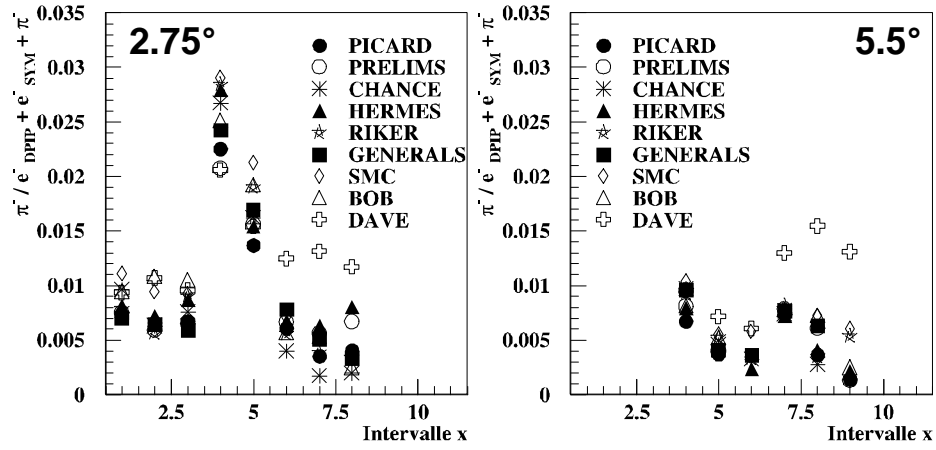
**Figure 3.8 :** les trois premières figures illustrent les trois étapes de l'évaluation de la contamination. La dernière figure est une représentation de l'ajustement total donné par la formule (3.27). Ces figures ont été tracées pour le cinquième intervalle en  $x$  du bras 2.75°, pour l'ensemble des prises de données "électrons" avec la cible Picard en configuration parallèle.

La contamination  $c_{\pi^-}$  en pions est définie comme le rapport du nombre de pions  $N_{pic}^{\pi}$  contaminant le pic d'électrons, au nombre total d'électrons  $N_{pic}^e$  de diffusion profondément inélastique polarisée et d'électrons produits lors des processus symétriques, et de pions présents dans le pic. Le réseau de neurones permet de réduire sa valeur ; avec les définitions précédentes, elles s'écrit :

$$c_{\pi^-} = \frac{N_{pic}^{\pi} \times (1 - \epsilon_{RN}^{\pi})}{(N_{pic}^e - N_{pic}^{\pi}) \times \epsilon_{RN}^e + N_{pic}^{\pi} \times (1 - \epsilon_{RN}^{\pi})} \tag{3.28}$$

Elle atteint au maximum 3% comme le montre la **Figure 3.9**.

Les valeurs ainsi déterminées de la contamination des prises de données de type "positron" et de celles de type "électron" sont compatibles avec celles décrites dans [SABATIE2], estimées pour la cible Picard. Une erreur relative totale de 50% a été affectée à la valeur de la contamination pour tenir compte de la grande sensibilité des ajustements.



**Figure 3.9 :** contamination en pion des prises de données de type "électron" pour les deux bras, en fonction de l'intervalle en  $x$  Bjorken, pour chacune des cibles de l'expérience. La contamination maximale atteint 3% dans le quatrième intervalle en  $x$  du bras 2.75°.

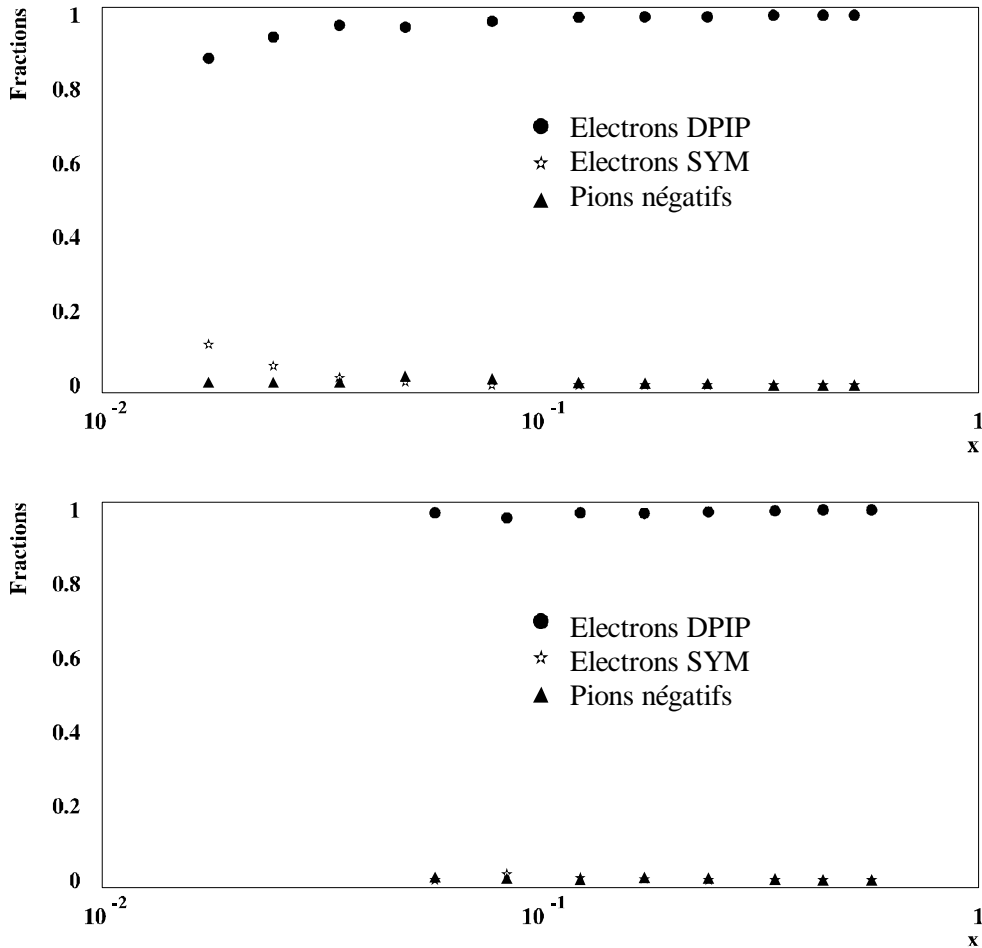
La **Table 3.6** résume les valeurs de la contamination hadronique dans E154.

Intervalle en $x$	Bornes en $x$	$\pi^-$ (2.75°)	$\pi^-$ (5.5°)	$\pi^+$ (2.75°)	$\pi^+$ (5.5°)
1	0.014 - 0.020	0.008	-	0.016	-
2	0.020 - 0.030	0.007	-	0.032	-
3	0.030 - 0.040	0.008	-	0.101	-
4	0.040 - 0.060	0.025	0.008	0.727	-
5	0.060 - 0.100	0.017	0.004	1.000	-
6	0.100 - 0.150	0.006	0.002	1.000	0.391
7	0.150 - 0.200	0.005	0.007	1.000	0.788
8	0.200 - 0.300	0.004	0.005	1.000	1.000
9	0.300 - 0.400	Négligeable	0.003	1.000	1.000
10	0.400 - 0.500	Négligeable	Négligeable	1.000	1.000
11	0.500 - 0.700	Négligeable	Négligeable	1.000	1.000

**Table 3.6 :** valeurs de la contamination hadronique  $c$  pour chaque intervalle en  $x$  et chaque bras de spectromètre. La contamination finale en pions négatifs a été pondérée sur la statistique de l'expérience E154, pour l'ensemble des cibles. A grand  $x$ , la contamination à grand  $x$  des données de type "positron" atteint 100%.

La **Figure 3.10** montre les différentes fractions d'électrons de diffusion profondément inélastique polarisée, d'électrons produits par processus symétriques et de pions constituant l'ensemble des particules diffusées détectées.





**Figure 3.10 :** fractions d'électrons de diffusion profondément inélastique polarisée (DPIP), d'électrons produits par processus symétriques (SYM) et de pions négatifs constituant les lots de particules détectées dans les calorimètres, pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken.

### 3.2.2.3 Expression des asymétries brutes corrigées de la contamination

Une méthode originale d'extraction des asymétries a été développée à Clermont-Ferrand. Le nombre  $\tilde{N}_{G(D)}$  de vrais électrons de diffusion profondément inélastique polarisée pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite) à partir duquel est calculée l'asymétrie brute, s'écrit :

$$\tilde{N}_{G(D)} = N_{G(D)} - m_{G(D)} - k_{G(D)}(n_{G(D)} - p_{G(D)}) \quad (3.29)$$

avec les définitions :

- $N_{G(D)}$  : nombre total d'événements détectés satisfaisant les coupures standard de type électron, pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite)
- $m_{G(D)}$  : nombre de pions négatifs contaminant  $\tilde{N}_{G(D)}$
- $k_{G(D)}$  : facteur de normalisation des conditions expérimentales
- $n_{G(D)}$  : nombre total d'événements détectés satisfaisant les coupures standard de type électron au cours d'une prise de données de type positron, contenant les positrons produits par processus symétriques et une contamination en pions positifs, pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite)
- $p_{G(D)}$  : nombre de pions positifs contaminant le nombre de positrons  $n_{G(D)}$  issus de processus symétriques, pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite)

Les nombres de pions  $m_{G(D)}$  et  $p_{G(D)}$  sont respectivement calculés à partir des valeurs de la contamination  $c_\pi$  des prises de données de type électron et de type positron. Le nombre de positrons  $n_{G(D)} - p_{G(D)}$  produits par processus symétrique est exactement égal au nombre d'électrons produits par le même processus venant contaminer les prises de données de type électron. Il n'est pas possible de soustraire directement ce nombre au nombre total  $N_{G(D)}$  d'événements détectés lors d'une prise de données de type électron, car les conditions expérimentales diffèrent d'une prise de données de type positron à une prise de données de type électron. Le facteur  $k$  permet de ramener les conditions expérimentales d'une prise de données de type positron à celles d'une prise de données de type électron. Il s'écrit comme un produit de trois coefficients de normalisation :

$$k_{G(D)} = k_{G(D),Q} k_{G(D),f} k_{G(D),A} \quad (3.30)$$

- **Facteur de normalisation de charge  $k_{G(D),Q}$**

Il permet de comparer la charge d'une prise de données de type électron à celle d'une prise de données de type positron et s'écrit :

$$k_{G(D),Q} = \frac{Q_{G(D)}}{q_{G(D)}} \quad (3.31)$$

$Q_{G(D)}$  : charge totale d'une prise de données électron pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite)

$q_{G(D)}$  : charge totale d'une prise de données positron pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche (droite)

- **Facteur de normalisation des conditions de dilution  $k_{G(D),f}$**

Ce facteur tient compte de la différence entre les valeurs de la polarisation du faisceau, de la polarisation de la cible et du facteur de dilution d'une prise de données de type électron et d'une prise de données de type positron. Notons  $P_f^+$  la polarisation du faisceau,  $P_c^+$  la polarisation de la cible et  $f^+$  le facteur de dilution de la cible utilisée. Alors, le nombre de positrons symétriques détectés pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité gauche, corrigé du nombre de pions contaminants, s'écrit :

$$n_G - p_G = \sigma_{np}^{e+} + f^+ P_f^+ P_c^+ \sigma_p^{e+} \quad (3.32)$$

où  $\sigma_{np(p)}^{e+}$  représente la section efficace non polarisée (polarisée) du processus symétrique. En introduisant l'asymétrie physique parallèle de positrons  $A_{PAR}^{e+}$ , mesurée dans E154 lors des prises de données de type positron en reversant le spin des électrons incidents et en maintenant le spin de la cible Picard le long de l'axe du faisceau, il vient :

$$n_G - p_G = \sigma_{np}^{e+} (1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}) \quad (3.33)$$

et pour un paquet d'électrons incidents d'hélicité droite :

$$n_D - p_D = \sigma_{np}^{e+} (1 - f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}) \quad (3.34)$$

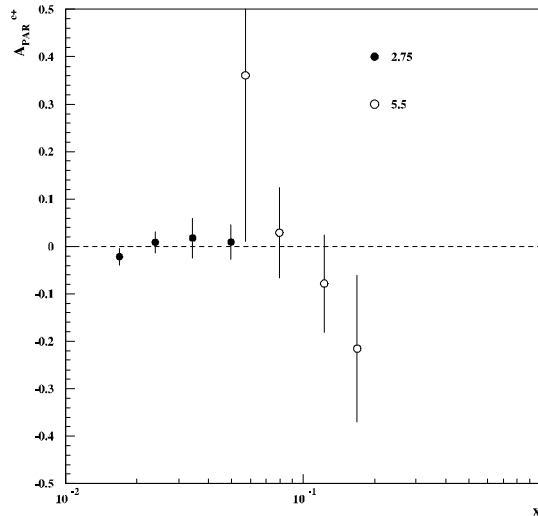
Si la prise de données de type positron avait eu lieu dans les mêmes conditions que la prise de données de type électron, alors le nombre de positrons détectés aurait été :

$$n'_G - p'_G = \sigma_{np}^{e+} (1 + f^- P_f^- P_c^- A_{PAR}^{e+}) \quad (3.35)$$

Ainsi, pour tenir compte des différences entre la polarisation du faisceau, la polarisation de la cible et la facteur de dilution de la cible pour une prise de donnée de type électron et une prise de données de type positron, le coefficient  $k_{G(D),f}$  s'écrit :

$$k_{G(D),f} = \frac{1 + (-) f^- P_f^- P_c^- A_{PAR}^{e+}}{1 + (-) f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}} \quad (3.36)$$

La **Figure 3.11** montre l'asymétrie physique parallèle de positrons  $A_{PAR}^{e+}$  estimée à l'aide des 75 prises de données de type positron sur la cible Picard. Ses valeurs sont données dans la **Table 3.7**.



**Figure 3.11 :** asymétrie physique parallèle  $A_{PAR}^{e+}$  de positrons obtenue avec les 75 prises de données de type positron sur la cible Picard, en fonction de la valeur moyenne de chaque intervalle en  $x$  Bjorken et du bras de spectromètre. Les barres d'erreur sont d'origine statistique.

$x$	$2.75^\circ$		$5.5^\circ$	
	$A_{PAR}^{e+}$	$\sigma_{STAT}$	$A_{PAR}^{e+}$	$\sigma_{STAT}$
0.014-0.020	-0.022	0.018	-	-
0.020-0.030	0.009	0.022	-	-
0.030-0.040	0.018	0.042	-	-
0.040-0.060	0.009	0.037	0.361	0.350
0.060-0.100	-	-	0.029	0.095
0.100-0.150	-	-	-0.078	0.102
0.150-0.200	-	-	-0.215	0.154

**Table 3.7 :** valeurs de l'asymétrie physique parallèle de positrons et de son erreur statistique, pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken de chaque spectromètre.

• **Facteur de normalisation d'acceptance  $k_{G(D),A}$**

Il permet de tenir compte des changements d'acceptance des spectromètres entre les prises de données de type positron réalisées à l'aide de la cible Picard et les prises de données de type électron effectuées avec une cible quelconque parmi les neuf de l'expérience :

♦ Pour les prises de données type électron effectuées avec la cible Picard :

$$k_{G(D),A} = 1 \tag{3.37}$$

♦ Pour les prises de données type électron effectuées avec les autres cibles :

$$k_{G(D),A} = \frac{N_{G(D)}/Q_{G(D)}}{\langle N_{G(D)}/Q_{G(D)} \rangle_{\text{électron Picard}}^{PAR}} \tag{3.38}$$

où  $\langle N_{G(D)}/Q_{G(D)} \rangle$  représente la valeur moyenne du rapport  $N_{G(D)}/Q_{G(D)}$ , calculée sur toutes les prises de données de type électron de la cible Picard.

L'asymétrie physique parallèle ou perpendiculaire est calculée pour chaque prise de données de type électron et pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken de chaque spectromètre, à partir des nombres totaux d'événements diffusés  $N_{G(D)}$  satisfaisant la coupure électron accumulés au cours de la prise de données dans chaque intervalle  $x$  et dans chaque spectromètre, normalisés à la charge totale accumulée  $Q_{G(D)}$ . Alors, l'asymétrie physique parallèle ou perpendiculaire  $A_{PAR,PERP}^i$  de la prise de donnée de type électron  $i$  s'écrit :

$$A_{PAR,PERP}^i = \frac{1}{f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^-} \frac{(\tilde{N}_{G,i} / Q_{G,i}) - (\tilde{N}_{D,i} / Q_{D,i})}{(\tilde{N}_{G,i} / Q_{G,i}) + (\tilde{N}_{D,i} / Q_{D,i})} \quad (3.39)$$

et son erreur statistique  $\sigma_{STAT}$  a pour expression :

$$\sigma_{STAT}(A_{PAR,PERP}^i) = \frac{1}{f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^-} \times \frac{2\sqrt{\tilde{N}_{G,i}^2 \sigma_{STAT}^2 (\tilde{N}_{D,i}) + \tilde{N}_{D,i}^2 \sigma_{STAT}^2 (\tilde{N}_{G,i})}}{Q_{G,i} Q_{D,i} [(\tilde{N}_{G,i} / Q_{G,i}) + (\tilde{N}_{D,i} / Q_{D,i})]^2} \quad (3.40)$$

L'ordre de grandeur de cette erreur statistique peut être estimé en supposant que  $\tilde{N}_{G,i} \approx \tilde{N}_{D,i} \approx \tilde{N}$  et sachant que l'erreur statistique sur  $\tilde{N}$  vaut  $\sqrt{\tilde{N}}$ . Dans ce cas :

$$\sigma_{STAT}(A_{PAR,PERP}^i) \approx \frac{1}{f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^-} \frac{1}{\sqrt{2\tilde{N}}} \quad (3.41)$$

Les erreurs sur la polarisation du faisceau, de la cible et sur le facteur de dilution de la cible contribuent à l'erreur systématique totale sur l'asymétrie physique. L'erreur sur la charge totale accumulée est négligeable devant ces trois sources d'erreur. Précisons que l'asymétrie physique parallèle de positrons  $A_{PAR}^{e+}$  a été calculée de la même façon, sur chaque prise de données de type positron.

### → Asymétrie parallèle

Les nombres d'électrons de diffusion profondément inélastique polarisée pour les deux hélicités du faisceau incident, s'écrivent pour une cible quelconque et pour chaque intervalle en  $x$  de chaque spectromètre :

$$\frac{\tilde{N}_{G,i}}{Q_{G,i}} = \frac{N_{G,i}}{Q_{G,i}} (1 - c_{\pi^-}) - \frac{N_{G,i} / Q_{G,i}}{\langle N_G / Q_G \rangle_{\text{électron}}^{\text{Picard}}} \times (1 + f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PAR}^{e+}) \times \left\langle \frac{n_G / q_G}{1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}} \right\rangle_{\text{positron}}^{\text{Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \quad (3.42)$$

$$\frac{\tilde{N}_{D,i}}{Q_{D,i}} = \frac{N_{D,i}}{Q_{D,i}} (1 - c_{\pi^-}) - \frac{N_{D,i} / Q_{D,i}}{\langle N_D / Q_D \rangle_{\text{électron}}^{\text{Picard}}} \times (1 - f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PAR}^{e+}) \times \left\langle \frac{n_D / q_D}{1 - f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}} \right\rangle_{\text{positron}}^{\text{Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \quad (3.43)$$

Le symbole  $\langle \rangle$  représente des quantités moyennes calculées sur l'ensemble des prises de données avec la cible Picard en configuration parallèle. Dans le cas de la cible Picard, le facteur de normalisation d'acceptance apparaissant en tête du deuxième terme du second membre de ces deux égalités vaut 1. L'asymétrie physique parallèle de positrons  $A_{PAR}^{e+}$  est celle mesurée par E154.

Pour toutes les cibles autres que Picard, l'erreur statistique sur le nombre de coups  $\tilde{N}_{G,i}$  s'écrit alors :

$$\sigma_{STAT}(\tilde{N}_{G,i}) = \left[ (1 - c_{\pi^-}) - \frac{1}{\langle N_G / Q_G \rangle_{\text{électron}}^{\text{Picard}}} \times (1 + f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PAR}^{e+}) \times \left\langle \frac{n_G / q_G}{1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}} \right\rangle_{\text{positron}}^{\text{Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \right] \sqrt{N_{G,i}} \quad (3.44)$$

et l'erreur statistique sur  $\tilde{N}_{D,i}$  :

$$\sigma_{STAT}(\tilde{N}_{D,i}) = \left[ (1 - c_{\pi^-}) - \frac{1}{\langle N_D / Q_D \rangle_{\text{PAR}}^{\text{électron Picard}}} \times (1 - f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PAR}^{e+}) \times \left\langle \frac{n_D / q_D}{1 - f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}} \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{positron Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \right] \sqrt{N_{D,i}} \quad (3.45)$$

Pour la cible Picard, le facteur de normalisation d'acceptance disparaît ; alors :

$$\sigma_{STAT}(\tilde{N}_{G,i}) = \left[ (1 - c_{\pi^-}) - (1 + f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PAR}^{e+}) \times \left\langle \frac{n_G / q_G}{1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}} \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{positron Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \right] \sqrt{N_{G,i}} \quad (3.46)$$

$$\sigma_{STAT}(\tilde{N}_{D,i}) = \left[ (1 - c_{\pi^-}) - (1 - f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PAR}^{e+}) \times \left\langle \frac{n_D / q_D}{1 - f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{e+}} \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{positron Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \right] \sqrt{N_{D,i}} \quad (3.47)$$

### → Asymétrie perpendiculaire

L'asymétrie physique perpendiculaire a été mesurée à l'aide de la cible Picard, dont le spin était orienté perpendiculairement à l'axe du faisceau d'électrons, dans le plan horizontal du côté du bras 5.5°. De la même façon :

$$\frac{\tilde{N}_{G,i}}{Q_{G,i}} = \frac{N_{G,i}}{Q_{G,i}} (1 - c_{\pi^-}) - \frac{\left\langle \frac{1}{2} \left( \frac{N_G}{Q_G} + \frac{N_D}{Q_D} \right) \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{électron Picard}}}{\left\langle \frac{1}{2} \left( \frac{N_G}{Q_G} + \frac{N_D}{Q_D} \right) \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{électron Picard}}} \times \frac{1 + f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PERP}^{e+}}{1 + \langle f^- P_f^- P_c^- \rangle_{\text{PAR}}^{\text{électron Picard}} A_{PERP}^{e+}} \times \left\langle \frac{1}{2} \left( \frac{n_G}{q_G} + \frac{n_D}{q_D} \right) \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{positron Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \quad (3.48)$$

$$\frac{\tilde{N}_{D,i}}{Q_{D,i}} = \frac{N_{D,i}}{Q_{D,i}} (1 - c_{\pi^-}) - \frac{\left\langle \frac{1}{2} \left( \frac{N_G}{Q_G} + \frac{N_D}{Q_D} \right) \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{électron Picard}}}{\left\langle \frac{1}{2} \left( \frac{N_G}{Q_G} + \frac{N_D}{Q_D} \right) \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{électron Picard}}} \times \frac{1 - f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^- A_{PERP}^{e+}}{1 - \langle f^- P_f^- P_c^- \rangle_{\text{PAR}}^{\text{électron Picard}} A_{PERP}^{e+}} \times \left\langle \frac{1}{2} \left( \frac{n_G}{q_G} + \frac{n_D}{q_D} \right) \right\rangle_{\text{PAR}}^{\text{positron Picard}} (1 - c_{\pi^+}) \quad (3.49)$$

E154 n'a pas mesuré d'asymétrie physique perpendiculaire de positrons  $A_{PAR}^{e+}$ . Cette asymétrie est supposée nulle, hypothèse introduisant une erreur systématique supplémentaire sur la mesure de l'asymétrie physique perpendiculaire. Pour ne pas introduire d'asymétrie de positrons perpendiculaire, le coefficient de normalisation d'acceptance a été moyenné sur les deux hélicités du faisceau d'électrons, sur l'ensemble des prises de données type électron en configuration perpendiculaire, et sur l'ensemble des prises de données type électron en configuration parallèle avec Picard, comme le montrent les deux formules (3.48) et (3.49). De la même façon, le nombre de positrons issus de processus symétriques a été moyenné sur les deux hélicités du faisceau incidents. La différence entre les deux termes  $\tilde{N}_{G,i}/Q_{G,i}$  et  $\tilde{N}_{D,i}/Q_{D,i}$  se réduit alors à la différence entre les termes  $N_{G,i}/Q_{G,i}$  et  $N_{D,i}/Q_{D,i}$  corrigés de la contamination en pions ; cependant, les équations complètes (3.48) et (3.49) ont été utilisées pour calculer l'erreur systématique introduite par chacun des termes qu'elles contiennent sur l'asymétrie physique perpendiculaire d'électrons.

L'erreur statistique sur le nombre de coups  $\tilde{N}_{G,i}$  s'écrit alors :

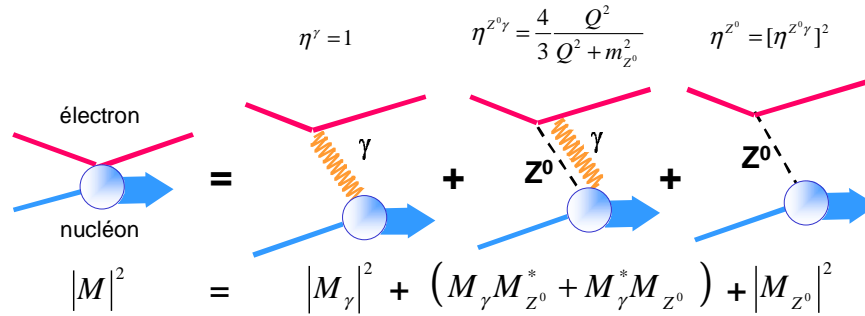
$$\sigma_{STAT}(\tilde{N}_{G,i}) = (1 - c_{\pi^-}) \sqrt{N_{G,i}} \quad (3.50)$$

et l'erreur statistique sur  $\tilde{N}_{D,i}$  :

$$\sigma_{STAT}(\tilde{N}_{D,i}) = (1 - c_{\pi^-}) \sqrt{N_{D,i}} \quad (3.51)$$

### 3.2.3 Correction électrofaible

L'asymétrie parallèle ou perpendiculaire calculée pour chaque prise de données doit être corrigée de l'asymétrie physique électrofaible  $A_{EF}$ , due au terme d'interférence apparaissant dans la section efficace de diffusion entre le photon virtuel et le boson  $Z^0$ , pouvant lui aussi être échangé au cours du processus [ANSELMINO1], comme le montre la **Figure 3.12**.



**Figure 3.12 :** représentation des trois diagrammes de Feynman à courant neutre décrivant la diffusion électron-nucléon à l'ordre le plus bas. Chaque diagramme est surmonté de son poids. Ces diagrammes sont classés suivant les poids décroissants.  $m_{Z^0}$  désigne la masse du boson  $Z^0$ . Le diagramme central représente le terme d'interférence photon virtuel- $Z^0$ .

Cette asymétrie électrofaible  $A_{EF}$  a été mesurée lors de la diffusion d'électrons d'hélicité négative et positive par une cible nucléaire non polarisée [PRESCOTT], [RPP1] et [BECK].

Alors, l'asymétrie  $A_{PAR,PERP}^i$  physique de la prise de données de type électron  $i$  corrigée de cette asymétrie électrofaible s'écrit :

$$A_{PAR,PERP}^i = \frac{1}{f_i^- P_{f,i}^- P_{c,i}^-} \left[ \frac{(\tilde{N}_{G,i} / Q_{G,i}) - (\tilde{N}_{D,i} / Q_{D,i})}{(\tilde{N}_{G,i} / Q_{G,i}) + (\tilde{N}_{D,i} / Q_{D,i})} - P_{f,i}^- A_{EF} \right] \quad (3.52)$$

Le terme  $P_{f,i}^- A_{EF}$  représente l'asymétrie brute correspondant au terme d'interférence, obtenue en renversant le spin de l'électron incident envoyé sur une cible non polarisée. L'asymétrie physique  $A_{EF}$  ne dépend donc pas du spin de la cible et s'écrit [ARNOLD2] pour une cible isoscalaire (contenant autant de quarks u que de quarks d) :

$$A_{EF} \approx -10^{-4} Q^2 [0.77(1 + 0.44r(x) + 0.11Y)] \quad (3.53)$$

où  $Q^2$  représente la valeur moyenne du carré du moment transféré de l'intervalle en  $x$  Bjorken considéré. Le coefficient  $r(x)$  est défini comme le rapport des distributions de partons non polarisés légers :

$$r(x) = \frac{2s(x)}{u(x) + d(x)} \quad (3.54)$$

Il a été fixé à zéro dans la région de valence où  $x > 0.2$  et à 0.5 dans la région de la mer [BOSTED]. Enfin, le coefficient  $Y$  s'écrit :

$$Y = \frac{1 - (1 - y)^2}{1 + (1 - y)^2 - y^2 R / (1 + R)} \quad (3.55)$$

$R$  étant le rapport des sections efficaces longitudinale et transverse, dont les valeurs sont données par l'ajustement R1990 des mesures de l'expérience SLAC-E140 [WHITLOW]. La

Figure 3.13 montre la valeur de l'asymétrie physique électrofaible  $A_{EF}$  estimée pour chaque intervalle en  $x$  de chaque spectromètre de E154.

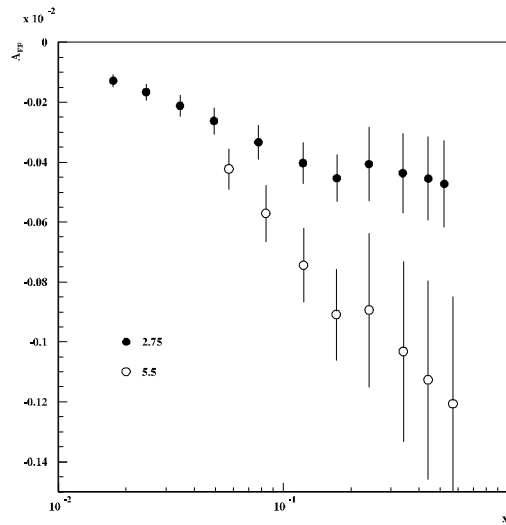


Figure 3.13 : asymétrie physique électrofaible  $A_{EF}$  en fonction de  $x$  Bjorken pour chaque bras. La barre d'erreur sur chaque valeur est estimée à partir des erreurs sur  $R$ , données par R1990, et sur  $r$ , variant de 0 à 1. Cette dernière contribution est largement dominante.

2.75°			
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_{EF}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	-0.128 $10^{-3}$	0.021 $10^{-3}$
0.025	1.591	-0.166 $10^{-3}$	0.027 $10^{-3}$
0.035	2.050	-0.212 $10^{-3}$	0.035 $10^{-3}$
0.049	2.571	-0.263 $10^{-3}$	0.044 $10^{-3}$
0.078	3.320	-0.333 $10^{-3}$	0.056 $10^{-3}$
0.122	4.085	-0.403 $10^{-3}$	0.069 $10^{-3}$
0.173	4.646	-0.454 $10^{-3}$	0.079 $10^{-3}$
0.240	5.087	-0.406 $10^{-3}$	0.122 $10^{-3}$
0.340	5.523	-0.437 $10^{-3}$	0.132 $10^{-3}$
0.442	5.783	-0.455 $10^{-3}$	0.139 $10^{-3}$
0.519	6.020	-0.473 $10^{-3}$	0.144 $10^{-3}$

Table 3.8 : asymétrie électrofaible pour le bras à 2.75°.

5.5°			
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_{EF}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	-0.424 $10^{-3}$	0.068 $10^{-3}$
0.084	5.483	-0.572 $10^{-3}$	0.093 $10^{-3}$
0.123	7.230	-0.744 $10^{-3}$	0.122 $10^{-3}$
0.173	8.940	-0.910 $10^{-3}$	0.151 $10^{-3}$
0.242	10.704	-0.894 $10^{-3}$	0.256 $10^{-3}$
0.342	12.548	-0.103 $10^{-2}$	0.301 $10^{-3}$
0.442	13.841	-0.113 $10^{-2}$	0.332 $10^{-3}$
0.568	14.970	-0.121 $10^{-2}$	0.359 $10^{-3}$

Table 3.9 : asymétrie électrofaible pour le bras à 5.5°.

### 3.2.4 Calcul des asymétries physiques finales

Une fois l'asymétrie physique parallèle ou perpendiculaire calculée individuellement pour chaque prise de données, l'asymétrie physique finale parallèle ou perpendiculaire de l'expérience E154 est estimée en cumulant ces asymétries individuelles, suivant les relations [LYONS] :

$$A_{PAR,PERP} = \frac{\sum_{i=1}^{\text{prises de données}} A_{PAR,PERP}^i / \sigma_{STAT}^2 (A_{PAR,PERP}^i)}{\sum_{i=1}^{\text{prises de données}} 1 / \sigma_{STAT}^2 (A_{PAR,PERP}^i)} \quad (3.56)$$

et l'erreur statistique  $\sigma_{STAT}$  est déterminée par :

$$1 / \sigma_{STAT} (A_{PAR,PERP}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{\text{prises de données}} 1 / \sigma_{STAT}^2 (A_{PAR,PERP}^i)} \quad (3.57)$$

C'est de la même manière qu'a été calculée l'asymétrie physique parallèle de positrons et son erreur statistique associée, sur l'ensemble des prises de données de type positron  $A_{PAR}^{e^+}$ .

L'asymétrie est calculée sur onze intervalles en  $x$  Bjorken ; la valeur moyenne de  $x$  et de  $Q^2$  dans chaque intervalle est donnée par la moyenne arithmétique des valeurs de  $x$  et de  $Q^2$  des électrons détectés dans chaque intervalle. Se reporter à la **Table 3.10**.

$x$	2.75°		5.5°	
	$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$
0.014 - 0.020	0.017	1.218	-	-
0.020 - 0.030	0.025	1.591	-	-
0.030 - 0.040	0.035	2.050	-	-
0.040 - 0.060	0.049	2.571	0.057	4.026
0.060 - 0.100	0.078	3.320	0.084	5.483
0.100 - 0.150	0.122	4.085	0.123	7.230
0.150 - 0.200	0.173	4.646	0.173	8.940
0.200 - 0.300	0.240	5.087	0.242	10.704
0.300 - 0.400	0.340	5.523	0.342	12.548
0.400 - 0.500	0.442	5.783	0.442	13.841
0.500 - 0.700	0.519	6.020	0.568	14.970

**Table 3.10** : valeurs moyennes de  $x$  et de  $Q^2$  pour chaque intervalle en  $x$  de chaque bras.

### 3.2.5 Corrections radiatives électromagnétiques

Il faut appliquer des corrections radiatives de QED à l'asymétrie physique mesurée pour extraire l'asymétrie physique dans l'approximation de Born. Ces corrections sont classées en deux catégories :

- les corrections radiatives dites internes, concernant le noyau cible qui participe à la diffusion.
- les corrections radiatives externes, lorsque que l'électron interagit également avec un autre nucléon lors de la traversée de la cible, sous forme de rayonnement de freinage.

L'asymétrie physique en spin de Born  $A_{BORN}$ , parallèle ou perpendiculaire, s'écrit alors :

$$A_{PAR,PERP}^{BORN} = A_{PAR,PERP} + \Delta A_{PAR,PERP}^{CR} \quad (3.58)$$



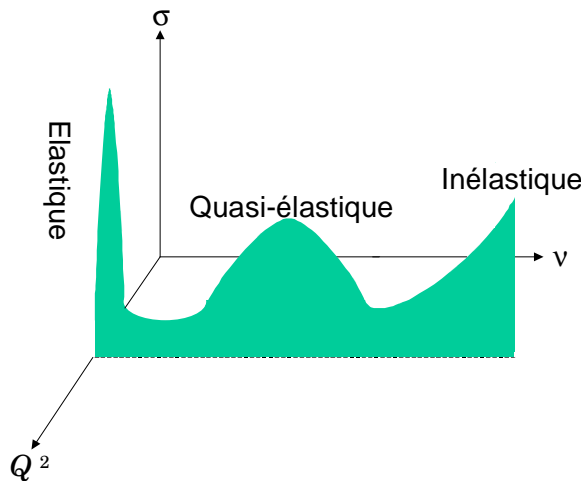
où  $\Delta A^{CR}$  est la correction radiative totale, parallèle ou perpendiculaire.

→ **Corrections radiatives électromagnétiques internes**

Les corrections internes ne concernent que l'électron incident ou diffusé et le nucléon sondé. Elles sont dues à des émissions de photons réels avant et après le processus de diffusion et à des diagrammes en boucle. Le code FORTRAN POLRAD 1.5 permet de calculer ces corrections à l'ordre  $\alpha$  en électrodynamique quantique [AKUSHEVICH2]. Un code similaire, RCSLACINT, a été mis au point pour E154 par [STUART1] basé sur les calculs de [AKUSHEVICH1], donnant des résultats identiques.

L'étude de la section efficace de diffusion électron-noyau en fonction de l'énergie  $\nu$  perdue par l'électron incident montre trois régions principales distinctes (cf. **Figure 3.14**) :

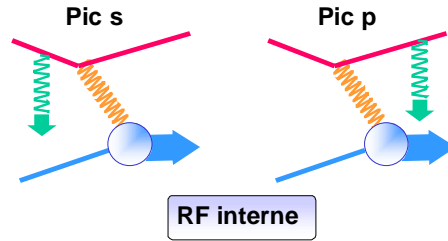
- le pic de diffusion élastique sur le noyau, où  $\nu = Q^2/2M$ ,  $M$  étant sa masse (autrement dit,  $x = 1$ ) ; le noyau acquiert une énergie de recul ;
- la région de diffusion quasi-élastique, où l'électron expulse un nucléon du noyau, et dont l'étendue reflète le mouvement des nucléons dans le noyau ;
- le domaine de diffusion inélastique, depuis la région des résonances jusqu'à la région de diffusion profondément inélastique, où lorsque l'énergie transférée est suffisamment grande, le photon virtuel se couple aux quarks ; c'est la zone du continuum.



**Figure 3.14** : représentation schématique de la section efficace différentielle  $d^2\sigma/dxdy$  de diffusion électron-noyau en fonction des variables  $Q^2$  et  $\nu$ .

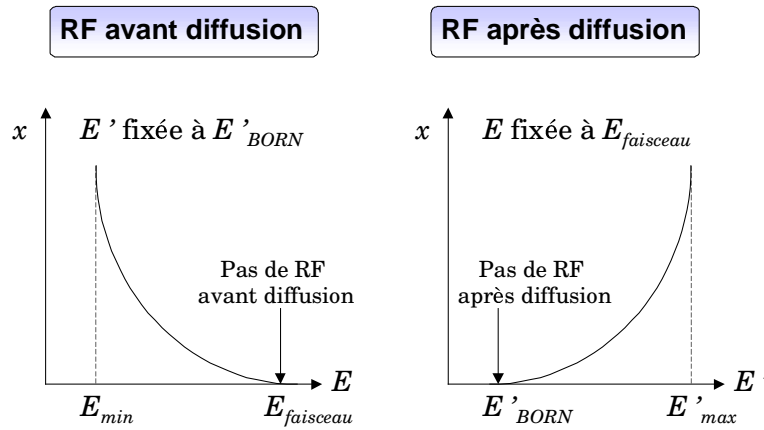
Dans l'approximation de Born en diffusion inclusive, les valeurs de  $Q^2$  et de  $\nu$  sont fixées par la mesure de l'impulsion et de l'angle de diffusion de l'électron. En réalité, l'électron incident ou l'électron diffusé peuvent perdre une partie de leur énergie en émettant un photon réel de rayonnement de freinage dans le champ électromagnétique du noyau sondé (cf. **Figure 3.15**). L'impulsion du photon réel émis varie aléatoirement, si bien que les valeurs de  $Q^2$  et de  $\nu$  ne sont plus fixées. Les trois régions contribuent donc aux sections efficaces et aux asymétries mesurées expérimentalement.

Dans le domaine cinématique donné de l'un des deux spectromètres, les variables  $x_{BORN}$  et  $Q^2_{BORN}$  et l'énergie des électrons diffusés sont fixées par la diffusion profondément inélastique dans l'approximation de Born. Ces deux valeurs  $x_{BORN}$  et  $Q^2_{BORN}$  sont affectées à tous les électrons détectés dans ce domaine cinématique, qu'ils aient émis ou non des photons de rayonnement de freinage interne.



**Figure 3.15 :** les deux diagrammes de rayonnement de freinage interne dans le champ créé par le nucléon sondé par le photon virtuel

Si l'électron a émis un photon de rayonnement de freinage avant sa diffusion, alors son énergie incidente et son  $Q^2$  sont surestimés, sa valeur de  $x$  est sous-estimée, par les valeurs de  $Q^2_{BORN}$  et  $x_{BORN}$ . Si l'électron émet un photon de rayonnement de freinage après sa diffusion, alors son énergie diffusée et son  $Q^2$  sont sous-estimés, sa valeur de  $x$  est là encore sous-estimée, par les valeurs de  $Q^2_{BORN}$  et  $x_{BORN}$ . Alors, les électrons diffusés n'ont pas tous la même valeur de  $x$  Bjorken : elle peut être sous-estimée. L'asymétrie d'électrons mesurée en  $x_{BORN}$  et  $Q^2_{BORN}$  est donc contaminée par des électrons de plus basses valeurs de  $x$  et de  $Q^2$  différents. Se reporter à la **Figure 3.16**.



**Figure 3.16 :** évolution de la valeur de  $x$  Bjorken lorsque l'électron incident émet un photon de RF interne ou externe en fonction de son énergie  $E$  avant la diffusion (figure de gauche) et lorsque l'électron diffusé émet un photon de RF interne ou externe en fonction de son énergie  $E'$  après diffusion (figure de droite).  $E_{faisceau}$  représente l'énergie maximale de l'électron incident en l'absence de rayonnement RF et  $E'_{BORN}$  l'énergie maximale de l'électron diffusé en l'absence de rayonnement RF.

La section efficace différentielle  $\sigma_{RF}$  de diffusion électron-noyau tenant compte de l'émission de photons réels par rayonnement de freinage s'écrit comme la somme de quatre contributions :

$$\sigma_{RF} = \sigma_{el} + \sigma_q + \sigma_{in} + \sigma_v \tag{3.59}$$

définis par :

- $\sigma_{el}$  Section efficace différentielle de diffusion élastique sur le noyau (avec RF)
- $\sigma_q$  Section efficace différentielle de diffusion quasi-élastique sur le noyau (avec RF)
- $\sigma_{in}$  Section efficace différentielle de diffusion inélastique sur le noyau (avec RF)
- $\sigma_v$  Contribution des photons virtuels

Les sections efficaces élastique, quasi-élastique et inélastique sont calculées en intégrant sur l'espace de phase du photon réel émis par rayonnement de freinage. Dans la région *inélastique*, les fonctions de structure dépendent des deux variables  $\tau$  et  $R$ , définies par :

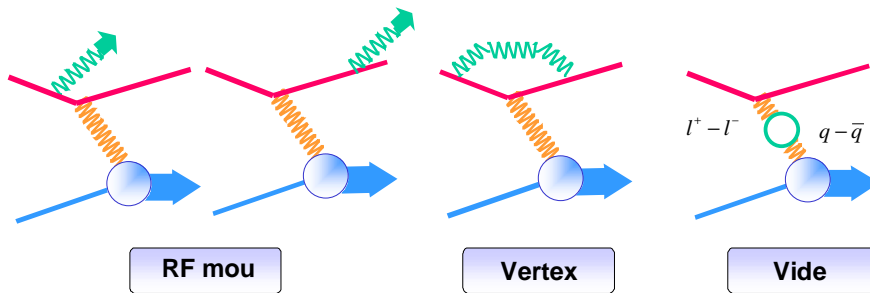
$$\tau = \frac{k(k_1 - k_2)}{pk} \quad R = 2pk \tag{3.60}$$

$k_1$  et  $k_2$  désignant respectivement le quadrivecteur impulsion de l'électron incident et le quadrivecteur impulsion de l'électron diffusé,  $k$  celui du photon réel de rayonnement de freinage et  $p$  celui du nucléon sondé (cf. Schéma de droite sur la **Figure 3.15**). Lors de l'intégration sur la variable  $R$ , il apparaît une divergence infrarouge (IR) lorsque  $R$  et donc l'impulsion du photon réel tendent vers zéro. Cette divergence infrarouge peut être extraite de  $\sigma_{in}$  sous la forme d'une correction  $\delta_{in}^{IR}$  d'émission de photons mous divergente IR, dont la divergence est compensée par celle du terme  $\sigma_v$ . Alors la somme  $\sigma_{in} + \sigma_v$  est débarrassée de toute divergence infrarouge et s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{in} + \sigma_v = \sigma_{in}^F + \frac{\alpha}{\pi} (\delta_{in}^{IR} + \delta_{vertex} + \delta_{vide}) \sigma_{BORN} \tag{3.61}$$

où :

- $\sigma_{in}^F$  Section efficace de diffusion inélastique débarrassée de sa divergence IR
- $\alpha$  Constante de couplage de QED
- $\delta_{in}^{IR}$  Correction d'émission de photons mous
- $\delta_{vertex}$  Correction de vertex de l'électron
- $\delta_{vide}$  Correction de polarisation du vide de QED ( $l^+l^-$ ), (quark-antiquark)
- $\sigma_{BORN}$  Section efficace de diffusion inélastique dans l'approximation de Born



**Figure 3.17 :** corrections radiatives à l'ordre  $\alpha$  calculées à l'aide du code POLRAD 1.5.

Les diagrammes de rayonnement de freinage interne du nucléon et de correction de vertex du nucléon ont été négligés devant les autres diagrammes car la masse du nucléon, apparaissant dans l'expression du propagateur, est très supérieure à celle de l'électron. Les corrections de "self energy" de l'électron ne participent qu'à la renormalisation de sa charge et de sa masse [GREINER2], [HALZEN], [PESKIN].

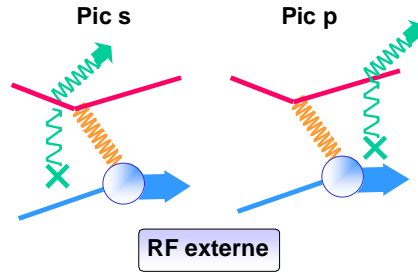
La section efficace élastique est calculée à partir de la section efficace inélastique où  $R$  est fixé par la cinématique, et la section efficace quasi-élastique s'obtient à partir de la section efficace élastique. Les expressions mathématiques des sections efficaces et des termes correctifs ont été établies par [AKUSHEVICH1]. Pour E154, la contribution dominante est celle du terme inélastique  $\sigma_{in}$  [REYNA1] puis celle du terme quasi-élastique. La **Table 3.11** donne la liste des facteurs de forme et fonctions de structure utilisés dans les trois régions.

Région	Non polarisée	Polarisée
Elastique	$G_E$ et $G_M$ pour $^3\text{He}$	$G_E$ et $G_M$ pour $^3\text{He}$
Quasi-élastique	$G_E$ et $G_M$ pour p et n et $^3\text{He} = 2p+n$ Suppression de Pauli	$G_E$ et $G_M$ pour p et n et $^3\text{He} = n$ Suppression de Pauli
Inélastique	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résonances</li> <li>• Inélastique profonde</li> </ul> $F_1, F_2$ pour $^3\text{He}$ à partir de d et p, $R$ $F_2$ pour $^3\text{He}$ à partir de d et p, et $R$	$g_1$ pour $^3\text{He}$ à partir de n (E154) et p $g_1$ de $A_1^n$ E154 et $g_2$ pour n

**Table 3.11 :** liste des facteurs de forme et des fonctions de structure utilisés dans le calcul des corrections radiatives internes.

→ **Corrections radiatives électromagnétiques externes**

Les corrections radiatives électromagnétiques externes tiennent compte de la perte d'énergie des électrons traversant la cible par rayonnement de freinage dans le champ créé par un noyau autre que le noyau sondé (cf. **Figure 3.18**).



**Figure 3.18 :** diagrammes de rayonnement de freinage externe dans le champ électromagnétique créé par un noyau différent de celui sondé par le photon virtuel.

Le formalisme utilisé pour le calcul des corrections radiatives externes a été développé par Mo et Tsai [MO]. La section efficace totale différentielle de diffusion polarisée et non polarisée s'écrit alors comme une convolution entre la section efficace de diffusion tenant compte des processus radiatifs internes  $\sigma_{int}$  et la probabilité de rayonnement de freinage externe :

$$\sigma_{tot}^{p(np)}(E_i, E_f) = \int_{E_i^{min}}^{E_i} \int_{E_f}^{E_f^{max}} P_{RF}(E_i, E'_i, l_{AV}) \times P_D(E_i, E'_i) \times \sigma_{int}^{p(np)}(E'_i, E'_f) \times P_{RF}(E'_f, E_f, l_{AP}) \times dE'_f dE'_i \quad (3.62)$$

avec les définitions :

- $E_i$  Energie de l'électron incident à l'entrée de la cible
- $E_i^{min}$  Energie minimale de l'électron après émission RF externe avant la diffusion
- $E_f$  Energie finale de l'électron détecté
- $E_f^{max}$  Energie maximale de l'électron après diffusion avant émission RF externe
- $E'_i$  Energie de l'électron avant la diffusion (comprise entre  $E_i^{min}$  et  $E_i$ )
- $l_{AV}$  Longueur de matériau traversée avant la diffusion (exprimée en longueurs de radiation)
- $E'_f$  Energie de l'électron après la diffusion (comprise entre  $E_f$  et  $E_f^{max}$ )
- $l_{AP}$  Longueur de matériau traversée après la diffusion (exprimée en longueurs de radiation)
- $P_{RF}(E_A, E_B, l)$  Probabilité d'un électron d'énergie  $E_A$  d'avoir une énergie  $E_B$  après émission de photons de RF externe au cours de la traversée d'une longueur  $l$  de matériau
- $P_D(E_A, E_B)$  Dépolarisation de l'électron due à l'émission d'un photon de RF externe d'énergie  $E_A - E_B$  (ne concerne que le cas polarisé  $\sigma_{tot}^p$ ) [OLSEN]

L'énergie minimale  $E_i^{min}$  et l'énergie maximale  $E_f^{max}$  de l'électron correspondent aux limites cinématiques de la diffusion élastique. Après leur diffusion, les électrons traversent quatre zones de cible de compositions différentes, de part et d'autre de la ligne de faisceau : quatre zones du côté du bras à 2.75° et quatre zones du côté du bras à 5.5°. Ces huit zones sont chacune caractérisées par leurs longueurs  $l_{AV}$  et  $l_{AP}$ , déterminées à partir des mesures des épaisseurs du verre de la cible Picard traversées par les électrons diffusés à 2.75° et à 5.5°. Ce sont les corrections internes qui dominent largement la correction radiative totale.

→ **Correction radiative totale**

La correction radiative totale  $\Delta A^{CR}$ , parallèle ou perpendiculaire, s'écrit :

$$\Delta A_{PAR,PERP}^{CR} = A_{PAR,PERP}^{BORN} - A_{PAR,PERP} = \left. \frac{\sigma_{BORN}^p}{\sigma_{BORN}^{np}} \right|_{PAR,PERP} - \left. \frac{\sigma_{tot}^p}{\sigma_{tot}^{np}} \right|_{PAR,PERP} \quad (3.63)$$

Pour la calculer, il faut connaître l'asymétrie physique de Born  $A_{BORN}$ . Or, cette asymétrie dépend de la fonction de structure polarisée  $g_1$  du noyau d'Hélium 3, inconnue dans le domaine cinématique considéré et que l'expérience E154 cherche à mesurer. La paramétrisation de  $g_1$  utilisée est obtenue à partir d'un lissage des mesures de l'asymétrie  $A_1$  de E154. Cette paramétrisation est optimisée par une procédure itérative jusqu'à ce que l'asymétrie physique de Born obtenue à l'aide de cette paramétrisation soit égale à l'asymétrie mesurée par E154 corrigée radiativement :

$$A_{\substack{BORN \\ PAR,PERP}} = A_{PAR,PERP} + \Delta A_{PAR,PERP}^{RC} \tag{3.64}$$

→ **Erreurs systématiques**

L'erreur systématique sur la correction parallèle ou perpendiculaire résulte des erreurs sur les modèles utilisés pour paramétriser les facteurs de forme et les fonctions de structure du noyau d'Hélium 3. Plusieurs modèles peuvent être choisis pour paramétriser un facteur de forme ou une fonction de structure donnée. L'erreur systématique associée à ce facteur ou à cette fonction est calculée comme le plus grand écart à la correction radiative nominale, obtenu en changeant le modèle. L'erreur systématique totale est obtenue en sommant en quadrature les erreurs systématiques associées à chaque facteur de forme ou fonction de structure. En outre, une erreur systématique de 5% sur les longueurs  $l_{AV}$  et  $l_{AP}$  du modèle de la cible a été rajoutée pour tenir compte des différences entre les caractéristiques des différentes cibles utilisées, ainsi qu'une erreur sur le choix de certains paramètres utilisés dans le code de calcul des corrections radiatives (bornes d'intégration par exemple).

Les résultats sont présentés dans la **Table 3.12**.

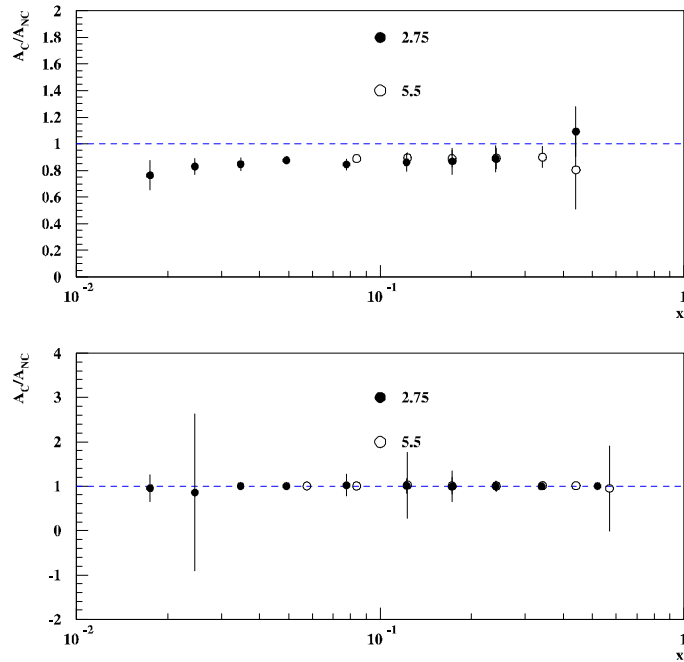
	2.75°			
$\langle x \rangle$	$\Delta A_{PAR}^{RC}$	$\sigma_{SYST}$	$\Delta A_{PERP}^{RC}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	-0.341	0.132	0.024	0.151
0.025	-0.285	0.088	0.014	0.118
0.035	-0.233	0.055	0.004	0.089
0.049	-0.192	0.034	-0.004	0.101
0.078	-0.151	0.021	-0.009	0.111
0.122	-0.122	0.042	-0.008	0.197
0.173	-0.099	0.058	-0.004	0.220
0.240	-0.081	0.062	0.002	0.181
0.340	-0.061	0.048	0.008	0.074
0.442	-0.051	0.034	0.012	0.024

	5.5°			
$\langle x \rangle$	$\Delta A_{PAR}^{RC}$	$\sigma_{SYST}$	$\Delta A_{PERP}^{RC}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	-0.290	0.093	0.018	0.065
0.084	-0.251	0.050	0.001	0.108
0.123	-0.227	0.078	-0.007	0.236
0.173	-0.210	0.109	-0.006	0.315
0.242	-0.185	0.122	0.001	0.312
0.342	-0.152	0.106	0.011	0.168
0.442	-0.124	0.095	0.019	0.053
0.568	-0.102	0.116	0.025	0.323

**Table 3.12 :** corrections radiatives parallèles et perpendiculaires pour les deux bras (en unités de  $10^3$ ).

L'erreur totale attribuée à chaque valeur de la correction radiative est la somme quadratique de son erreur statistique et de son erreur systématique. La **Figure 3.19** montre l'effet de la

correction radiative sur l'asymétrie parallèle ou perpendiculaire. Elle atteint 25% dans le premier intervalle en  $x$  du bras à  $2.75^\circ$ .



**Figure 3.19 :** rapport de l'asymétrie parallèle corrigée radiativement  $A_C$  à l'asymétrie parallèle non corrigée  $A_{NC}$  (figure du haut) et rapport de l'asymétrie perpendiculaire corrigée radiativement à l'asymétrie perpendiculaire non corrigée (figure du bas) pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken.

L'erreur statistique sur l'asymétrie physique parallèle mesurée dans E154 a été corrigée de façon à ce qu'elle ne tienne compte que du nombre d'électrons ayant subi une diffusion profondément inélastique polarisée de Born ; se reporter à la **Table 3.13**.

$2.75^\circ$		$5.5^\circ$	
$\langle x \rangle$	$r$	$\langle x \rangle$	$r$
0.017	1.686	-	-
0.025	1.500	-	-
0.035	1.334	-	-
0.049	1.216	0.057	1.319
0.078	1.154	0.084	1.202
0.122	1.113	0.123	1.123
0.173	1.068	0.173	1.066
0.240	1.049	0.242	1.039
0.340	1.048	0.342	1.022
0.442	1.102	0.442	1.009
-	-	0.568	1.028

**Table 3.13 :** coefficient  $r$  par lequel l'erreur statistique sur l'asymétrie physique parallèle est multipliée, pour ne tenir compte que des électrons de diffusion profondément inélastique polarisée de Born [REYNA2].

### 3.2.6 Erreurs systématiques sur les asymétries

Les erreurs systématiques sur les asymétries physiques mesurées pour chaque intervalle en  $x$  de chaque spectromètre sont classées en deux catégories :

- les erreurs qui affectent simultanément les deux spectromètres ; leur origine est purement systématique.
- les erreurs affectant indépendamment les deux bras ; leur origine est purement statistique.

La complexité des formules utilisées pour déterminer les comptages  $\tilde{N}_{(GD)}$  ne permet pas de calculer analytiquement la contribution de chaque source d'erreur à l'erreur systématique totale sur les asymétries. Alors chaque contribution est déterminée numériquement en faisant varier la valeur de chaque source d'erreur dans sa barre d'erreur : pour estimer l'erreur systématique  $\sigma_{SYST,X}$  sur l'asymétrie physique parallèle  $A_{PAR}$  due à l'erreur  $\sigma_X$  sur la grandeur  $X$  de valeur moyenne  $\langle X \rangle$ , très supérieure à  $\sigma_X$ , la valeur de  $X$  est fixée successivement à  $\langle X \rangle + \sigma_X$  et à  $\langle X \rangle - \sigma_X$  ; alors au premier ordre du développement en  $\sigma_X$  :

$$A_{PAR}(\langle X \rangle + \sigma_X) \approx A_{PAR}(\langle X \rangle) + \sigma_{SYST,X} \tag{3.65}$$

$$A_{PAR}(\langle X \rangle - \sigma_X) \approx A_{PAR}(\langle X \rangle) - \sigma_{SYST,X} \tag{3.66}$$

d'où l'estimation :

$$\sigma_{SYST,X} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{|A_{PAR}(\langle X \rangle) - A_{PAR}(\langle X \rangle + \sigma_X)|^2 + |A_{PAR}(\langle X \rangle) - A_{PAR}(\langle X \rangle - \sigma_X)|^2} \tag{3.67}$$

L'erreur systématique totale  $\sigma_{SYST}$  sur l'asymétrie  $A_{PAR}$  est obtenue en sommant en quadrature chacune des contributions  $\sigma_{SYST,X}$  supposées entièrement indépendantes les unes des autres :

$$\sigma_{SYST} = \sqrt{\sum_X \sigma_{SYST,X}^2} \tag{3.68}$$

La même méthode est utilisée pour déterminer l'erreur systématique totale sur l'asymétrie perpendiculaire.

→ **Erreurs systématiques affectant simultanément les deux spectromètres**

La **Table 3.14** indique les huit sources d'erreurs systématiques affectant simultanément les deux spectromètres.

Numéro	Source	Asymétrie	Valeur relative	
1	$f_i^-$ et $f_i^+$	$A_{PAR}$ et $A_{PERP}$	Code	[ZYLA2]
2	$P_{f_i}^-$ et $P_{f_i}^+$	$A_{PAR}$ et $A_{PERP}$	2.7%	[BAND1]
3	$P_{c_i}^-$ et $P_{c_i}^+$	$A_{PAR}$ et $A_{PERP}$	4.5%	[ROMALIS1]
4	$c_\pi$	$A_{PAR}$ et $A_{PERP}$	50%	[INCERTI6]
5	$c_{\pi^*}$	$A_{PAR}$ et $A_{PERP}$	50%	[INCERTI6]
6	$A_{RC}^{EF}$	$A_{PAR}$ et $A_{PERP}$	Erreur sur $r$	[BOSTED]
7	$\Delta A_{PAR}^{RC}$	$A_{PAR}$	<b>Table 3.12</b>	[REYNA1]
8	$\Delta A_{PERP}^{RC}$	$A_{PERP}$	<b>Table 3.12</b>	[REYNA1]

**Table 3.14 :** sources d'erreurs systématiques sur les asymétries parallèle et perpendiculaire, affectant simultanément les deux spectromètres. La troisième colonne indique l'asymétrie concernée par la source d'erreur considérée.

Les erreurs sur la valeur du facteur de dilution de la cible  $f$ , sur la valeur de la polarisation du faisceau  $P_f$  et sur la valeur la polarisation de la cible  $P_c$  affectent de la même façon les prises de données de type positron et les prises de données de type électron. Leur contribution à l'erreur systématique totale sur les asymétries physiques doit donc être estimée en fixant successivement  $f$  ou  $P_f$  ou  $P_c$  à  $\langle X \rangle + \sigma_X$  et à  $\langle X \rangle - \sigma_X$  simultanément pour les prises de données de type électron et celles de type positron,  $\langle X \rangle$  désignant la valeur moyenne de  $f$  ou  $P_f$  ou  $P_c$  et  $\sigma_X$  l'erreur associée.

L'erreur sur la contamination en pions  $c_\pi$  des prises de données de type électron et celle sur la contamination  $c_\pi$  des prises de données de type positron doivent être prises en compte indépendamment l'une de l'autre, car la méthode utilisée pour déterminer la contamination des prises de données "électron" est indépendante de celle utilisée pour les prises de données "positron".

→ **Erreurs systématiques affectant indépendamment les deux spectromètres**

La **Table 3.15** indique les quatorze sources d'erreurs systématiques affectant indépendamment les deux spectromètres.

Numéro	Source	Asymétrie	Valeur
9	$\langle N_G / Q_G \rangle$ PAR électrons Picard (2.75°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $N_G$
	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PAR électrons Picard (2.75°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_G$
10	$\langle N_G / Q_G \rangle$ PAR électrons Picard (5.5°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $N_G$
	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PAR électrons Picard (5.5°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_G$
11	$\langle N_D / Q_D \rangle$ PAR électrons Picard (2.75°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $N_D$
	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PAR électrons Picard (2.75°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_D$
12	$\langle N_D / Q_D \rangle$ PAR électrons Picard (5.5°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $N_D$
	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PAR électrons Picard (5.5°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_D$
13	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PERP positrons Picard (2.75°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_G$
14	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PERP positrons Picard (2.75°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_D$
15	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PERP positrons Picard (5.5°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_G$
16	$\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$ PERP positrons Picard (5.5°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $N_G$
17	$\langle n_G / q_G (1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{et}) \rangle$ PAR positrons Picard (2.75°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $n_G$
	$\langle (n_G / q_G + n_D / q_D) / 2 \rangle$ PAR positrons Picard (2.75°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $n_G$
18	$\langle n_G / q_G (1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{et}) \rangle$ PAR positrons Picard (5.5°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $n_G$
	$\langle (n_G / q_G + n_D / q_D) / 2 \rangle$ PAR positrons Picard (5.5°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $n_G$
19	$\langle n_D / q_D (1 - f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{et}) \rangle$ PAR positrons Picard (2.75°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $n_D$
	$\langle (n_G / q_G + n_D / q_D) / 2 \rangle$ PAR positrons Picard (2.75°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $n_D$
20	$\langle n_D / q_D (1 - f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{et}) \rangle$ PAR positrons Picard (5.5°)	$A_{PAR}$	Erreur sur $n_D$
	$\langle (n_G / q_G + n_D / q_D) / 2 \rangle$ PAR positrons Picard (5.5°)	$A_{PERP}$	Erreur sur $n_D$
23	$A_{PERP}^{et}$ (2.75°)	$A_{PERP}$	1
24	$A_{PERP}^{et}$ (5.5°)	$A_{PERP}$	1

**Table 3.15 :** sources d'erreurs systématiques sur les asymétries parallèle et perpendiculaire, affectant indépendamment les deux spectromètres. La dernière colonne indique l'origine de l'erreur statistique de chaque source.

Par exemple, la source 9 donnée par la **Table 3.15** contient deux termes, chacun dépendant du comptage  $N_G$ , dont l'erreur statistique vaut  $\sqrt{N_G}$ . Lorsque le terme  $\langle N_G / Q_G \rangle$  est fixé à sa valeur moyenne augmentée de son erreur statistique due à l'erreur sur  $N_G$ , il faut simultanément fixer le terme  $\langle (N_G / Q_G + N_D / Q_D) / 2 \rangle$  à sa valeur moyenne augmentée de son erreur statistique calculée en tenant compte uniquement de l'erreur statistique sur  $N_G$ , égale à la moitié de l'erreur statistique sur le terme  $\langle N_G / Q_G \rangle$ . Les sources 10 à 20 sont traitées de la même façon.

L'asymétrie parallèle de positrons  $A_{PAR}^{et}$  a été calculée à l'aide des comptages de positrons  $n_G$  et  $n_D$ . L'erreur statistique sur les termes de la forme  $\langle n_G / q_G (1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{et}) \rangle$  contribuant aux sources 17 à 20 a été calculée en tenant compte de l'erreur statistique sur le terme  $n_G$  apparaissant explicitement dans l'expression  $\langle n_G / q_G (1 + f^+ P_f^+ P_c^+ A_{PAR}^{et}) \rangle$  et de l'erreur sur le terme  $n_G$  contenu dans l'expression mathématique de  $A_{PAR}^{et}$ . De même pour les termes  $n_D$ .

L'erreur sur l'asymétrie perpendiculaire de positrons non mesurée dans E154 a été fixée arbitrairement à 1 quelques soient le spectromètre et l'intervalle en  $x$  Bjorken considérés, pour maximiser sa contribution à l'erreur systématique sur les asymétries parallèle et



perpendiculaire et pour couvrir un domaine de valeurs semblable à celui de l'asymétrie parallèle de positrons.

### 3.2.7 Table des asymétries parallèles et perpendiculaires

Les asymétries physiques parallèles  $A_{PAR}$  et perpendiculaires  $A_{PERP}$  de diffusion profondément inélastique polarisée de Born sur le noyau d'Hélium 3 sont données dans la **Table 3.16**.

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_{PAR}$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	-0.0144	0.0037	0.0024
0.025	1.591	-0.0167	0.0029	0.0017
0.035	2.050	-0.0153	0.0030	0.0013
0.049	2.571	-0.0156	0.0024	0.0012
0.078	3.320	-0.0097	0.0023	0.0006
0.122	4.085	-0.0087	0.0027	0.0007
0.173	4.646	-0.0075	0.0034	0.0008
0.240	5.087	-0.0073	0.0034	0.0009
0.340	5.523	-0.0008	0.0060	0.0005
0.442	5.783	0.0055	0.0108	0.0009
0.519	6.020	-0.0241	0.0222	0.0022
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_{PAR}$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.0169	0.0253	0.0189
0.084	5.483	-0.0223	0.0035	0.0019
0.123	7.230	-0.0212	0.0027	0.0018
0.173	8.940	-0.0187	0.0034	0.0019
0.242	10.704	-0.0169	0.0034	0.0018
0.342	12.548	-0.0151	0.0053	0.0017
0.442	13.841	-0.0063	0.0083	0.0011
0.568	14.970	0.0020	0.0117	0.0014

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_{PERP}$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	0.0052	0.0120	0.0020
0.025	1.591	0.0010	0.0089	0.0013
0.035	2.050	-0.0151	0.0098	0.0013
0.049	2.571	0.0132	0.0079	0.0013
0.078	3.320	0.0045	0.0074	0.0012
0.122	4.085	0.0119	0.0094	0.0022
0.173	4.646	-0.0063	0.0125	0.0023
0.240	5.087	-0.0164	0.0126	0.0023
0.340	5.523	0.0112	0.0209	0.0015
0.442	5.783	0.0005	0.0363	0.0007
0.519	6.020	-0.0347	0.0748	0.0044
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_{PERP}$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.1550	0.1195	0.0094
0.084	5.483	0.0283	0.0163	0.0021
0.123	7.230	0.0032	0.0125	0.0024
0.173	8.940	0.0167	0.0156	0.0034
0.242	10.704	0.0269	0.0157	0.0040
0.342	12.548	-0.0183	0.0244	0.0029
0.442	13.841	-0.0337	0.0378	0.0042
0.568	14.970	0.0046	0.0537	0.0037

**Table 3.16** : asymétries physiques parallèle et perpendiculaire.

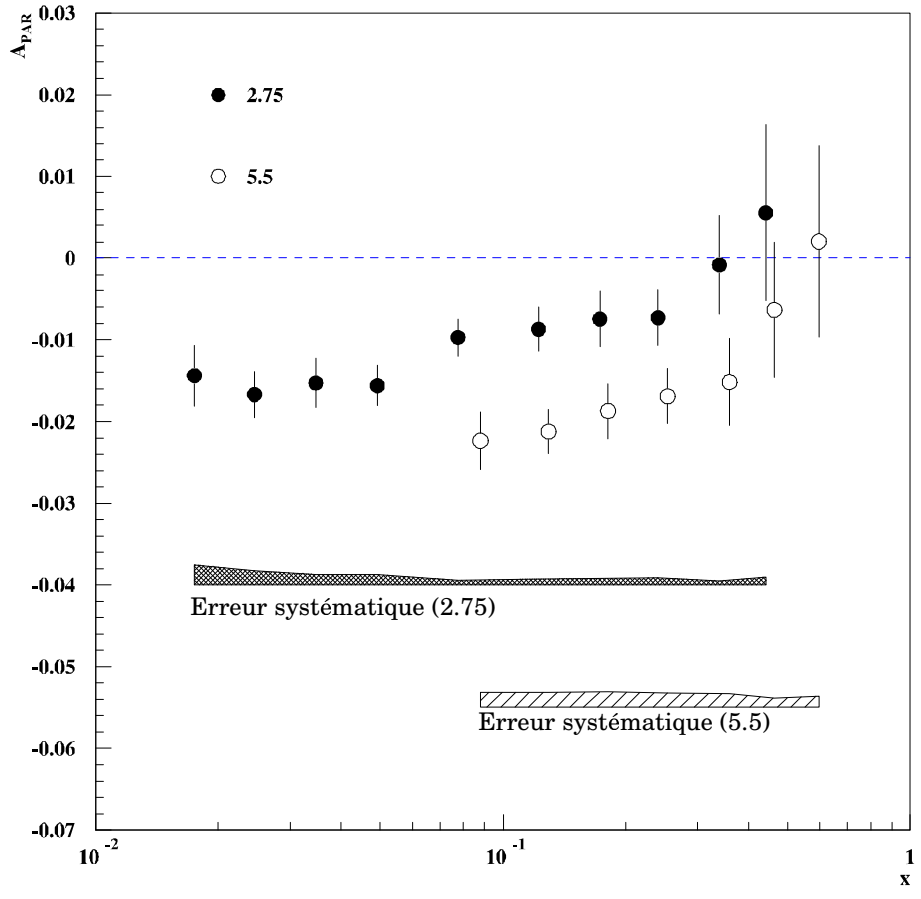


Figure 3.20 : asymétrie physique parallèle  $A_{PAR}$ .

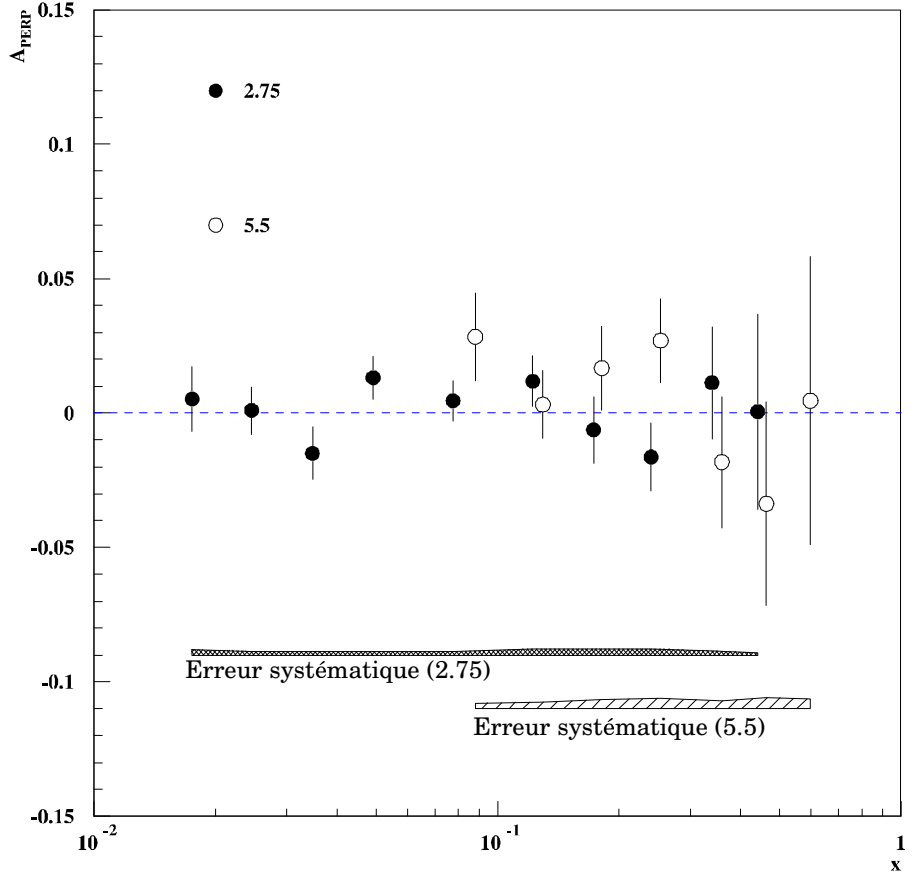


Figure 3.21 : asymétrie physique perpendiculaire  $A_{PERP}$ .

## 4 Asymétries physiques virtuelles $A_1$ et $A_2$

### 4.1 Extraction des asymétries virtuelles $A_1$ et $A_2$

#### 4.1.1 Asymétries du noyau d'Hélium 3

Les asymétries physiques de photon virtuel  $A_1^{He}$  et  $A_2^{He}$  sur l'Hélium 3 sont calculées pour chaque intervalle en  $x$  Bjorken de chaque spectromètre, à partir des asymétries physiques parallèles  $A_{PAR}$  et perpendiculaires  $A_{PERP}$  mesurées par E154 et de coefficients cinématiques :

$$A_1^{He} = \frac{1}{D(1+\eta\zeta)} A_{PAR} - \frac{\eta}{d(1+\eta\zeta)} A_{PERP} \quad (3.69)$$

$$A_2^{He} = \frac{\zeta}{D(1+\eta\zeta)} A_{PAR} + \frac{1}{d(1+\eta\zeta)} A_{PERP} \quad (3.70)$$

avec les définitions suivantes, introduites au cours du premier chapitre :

$$D = (1 - \varepsilon E' / E) / (1 + \varepsilon R) \quad (3.71)$$

$$\varepsilon^{-1} = 1 + 2(1 + \nu^2 / Q^2) \tan^2(\theta / 2) \quad (3.72)$$

$$\eta = \varepsilon \sqrt{Q^2} / (E - \varepsilon E') \quad (3.73)$$

$$\zeta = \eta(1 + \varepsilon) / 2\varepsilon \quad (3.74)$$

$$d = D \sqrt{2\varepsilon / (1 + \varepsilon)} \quad (3.75)$$

Ces termes cinématiques dépendent de l'énergie incidente des électrons  $E$ , de leur énergie après diffusion  $E'$  et de leur angle de diffusion  $\theta$ , mesurés dans le laboratoire et du rapport  $R$  des sections efficaces longitudinale sur transverse [WHITLOW].

#### 4.1.2 Asymétries du neutron

Les asymétries physiques  $A_1^n$  et  $A_2^n$  sur le neutron sont déterminées à partir des asymétries  $A_1^{He}$  et  $A_2^{He}$  sur l'Hélium 3 [CIOFI] :

$$A_1^n = \frac{1}{\rho^n F_2^n} (A_1^{He} F_2^{He} - 2\rho^p A_1^p F_2^p) \quad (3.76)$$

$$A_2^n = \frac{1}{\rho^n F_2^n} A_2^{He} F_2^{He} \quad (3.77)$$

Les polarisations du proton et du neutron  $\rho^p$  et  $\rho^n$  dans le noyau d'Hélium 3 valent respectivement [FRIAR] :

$$\rho^p = -0.027 \pm 0.004 \quad (3.78)$$

$$\rho^n = 0.87 \pm 0.02 \quad (3.79)$$

Le manque de précision statistique sur nos mesures de  $A_2^n$  nous autorise à négliger la contribution du produit de l'asymétrie physique  $A_2^p$  du proton et de la polarisation  $\rho^p$  [ABE9]. La fonction de structure non polarisée du proton  $F_2^p$  et du deuteron  $F_2^d$  ont été mesurées et ajustées par l'expérience NMC [ARNEODO1] et sont données par le code FORTRAN F2NMC [STUART2]. Pour le neutron,  $F_2^n$  est donnée par :

$$F_2^n = 2F_2^d - F_2^p \quad (3.80)$$

et pour l'Hélium 3 :

$$F_2^{He} = EMC \times (2F_2^d + F_2^p) \tag{3.81}$$

où le coefficient *EMC* tient compte de l'effet EMC pour l'intervalle en *x* Bjorken considéré [ROCK1]. Enfin, l'asymétrie physique  $A_1^p$  a été ajustée en fonction de *x* Bjorken d'après les mesures de l'expérience SMC [ADAMS2] par la fonction :

$$A_1^p = 0.777x^{0.63}(1+0.21x) \tag{3.82}$$

### 4.1.3 Erreurs statistiques et systématiques

#### → Erreurs statistiques

Les erreurs statistiques sur les asymétries  $A_1$  et  $A_2$  de l'Hélium 3 s'écrivent à partir des erreurs statistiques sur  $A_{PAR}$  et  $A_{PERP}$  :

$$\sigma_{STAT}(A_1^{He}) = \sqrt{\frac{1}{D^2(1+\eta\zeta)^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PAR}) + \frac{\eta^2}{d^2(1+\eta\zeta)^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PERP})} \tag{3.83}$$

$$\sigma_{STAT}(A_2^{He}) = \sqrt{\frac{\zeta^2}{D^2(1+\eta\zeta)^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PAR}) + \frac{1}{d^2(1+\eta\zeta)^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PERP})} \tag{3.84}$$

Et de la même manière pour les asymétries  $A_1$  et  $A_2$  du neutron :

$$\sigma_{STAT}(A_1^n) = \frac{1}{\rho^n F_2^n} F_2^{He} \sigma_{STAT}(A_1^{He}) \tag{3.85}$$

$$\sigma_{STAT}(A_2^n) = \frac{1}{\rho^n F_2^n} F_2^{He} \sigma_{STAT}(A_2^{He}) \tag{3.86}$$

#### → Erreurs systématiques

##### ◆ Erreurs systématiques affectant simultanément les deux spectromètres

Numéro	Source	Valeur	
27	$E$	0.004 GeV	[ERICKSON5]
28	$\rho_p$	0.004	[FRIAR]
29	$\rho_n$	0.02	[FRIAR]
30	<i>EMC</i>	1% (relative)	[ROCK2]
31	$A_1^p$	Erreur d'ajustement	[ADAMS2]
32	$R$	R1990 ( $\sqrt{D_2^2 + D_3^2}$ )	[WHITLOW]
33	$F_2^p$	NMC	[ARNEODO1]
34	$F_2^d$	NMC	[ARNEODO1]
35	Effets nucléaires	5% (relative)	[CIOFI]

Table 3.17 : sources d'erreurs systématiques affectant simultanément les deux spectromètres.

##### ◆ Erreurs systématiques affectant indépendamment les deux spectromètres

Numéro	Source		Valeur	
36	$E'$	(2.75°)	Résolution sur l'impulsion	[KOLOMENSKY1]
37	$E'$	(5.5°)	Résolution sur l'impulsion	[KOLOMENSKY1]
38	$\theta$	(2.75°)	Résolution angulaire	[KOLOMENSKY1]
39	$\theta$	(5.5°)	Résolution angulaire	[KOLOMENSKY1]
40	<i>EMC</i>	(2.75°)	1% (relative)	[ROCK2]
41	<i>EMC</i>	(5.5°)	1% (relative)	[ROCK2]
42	$R$	(2.75°)	R1990 ( $D_1$ )	[WHITLOW]
43	$R$	(5.5°)	R1990 ( $D_1$ )	[WHITLOW]

Table 3.18 : sources d'erreurs systématiques affectant indépendamment les deux spectromètres.

## 4.2 Table des asymétries virtuelles $A_1$ et $A_2$

### 4.2.1 Asymétries du noyau d'Hélium 3

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	-0.0185	0.0048	0.0032
0.025	1.591	-0.0231	0.0039	0.0025
0.035	2.050	-0.0227	0.0047	0.0021
0.049	2.571	-0.0281	0.0043	0.0024
0.078	3.320	-0.0217	0.0050	0.0018
0.122	4.085	-0.0270	0.0078	0.0025
0.173	4.646	-0.0226	0.0128	0.0029
0.240	5.087	-0.0187	0.0173	0.0035
0.340	5.523	-0.0192	0.0423	0.0036
0.442	5.783	0.0346	0.1013	0.0063
0.519	6.020	-0.0802	0.2492	0.0063
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.0161	0.0316	0.0233
0.084	5.483	-0.0303	0.0046	0.0027
0.123	7.230	-0.0300	0.0039	0.0027
0.173	8.940	-0.0310	0.0055	0.0032
0.242	10.704	-0.0353	0.0067	0.0037
0.342	12.548	-0.0273	0.0136	0.0034
0.442	13.841	-0.0008	0.0270	0.0024
0.568	14.970	0.0030	0.0506	0.0045

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	0.0082	0.0197	0.0033
0.025	1.591	0.0011	0.0148	0.0022
0.035	2.050	-0.0271	0.0171	0.0025
0.049	2.571	0.0242	0.0151	0.0026
0.078	3.320	0.0090	0.0170	0.0027
0.122	4.085	0.0315	0.0267	0.0062
0.173	4.646	-0.0249	0.0430	0.0079
0.240	5.087	-0.0754	0.0540	0.0105
0.340	5.523	0.0596	0.1129	0.0082
0.442	5.783	0.0148	0.2355	0.0049
0.519	6.020	-0.3081	0.5323	0.0384
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.2489	0.1913	0.0174
0.084	5.483	0.0433	0.0256	0.0035
0.123	7.230	0.0034	0.0200	0.0039
0.173	8.940	0.0261	0.0265	0.0058
0.242	10.704	0.0482	0.0299	0.0076
0.342	12.548	-0.0457	0.0547	0.0069
0.442	13.841	-0.0902	0.0980	0.0118
0.568	14.970	0.0152	0.1628	0.0114

**Table 3.19** : asymétries virtuelles  $A_1$  et  $A_2$  du noyau d'Hélium 3.

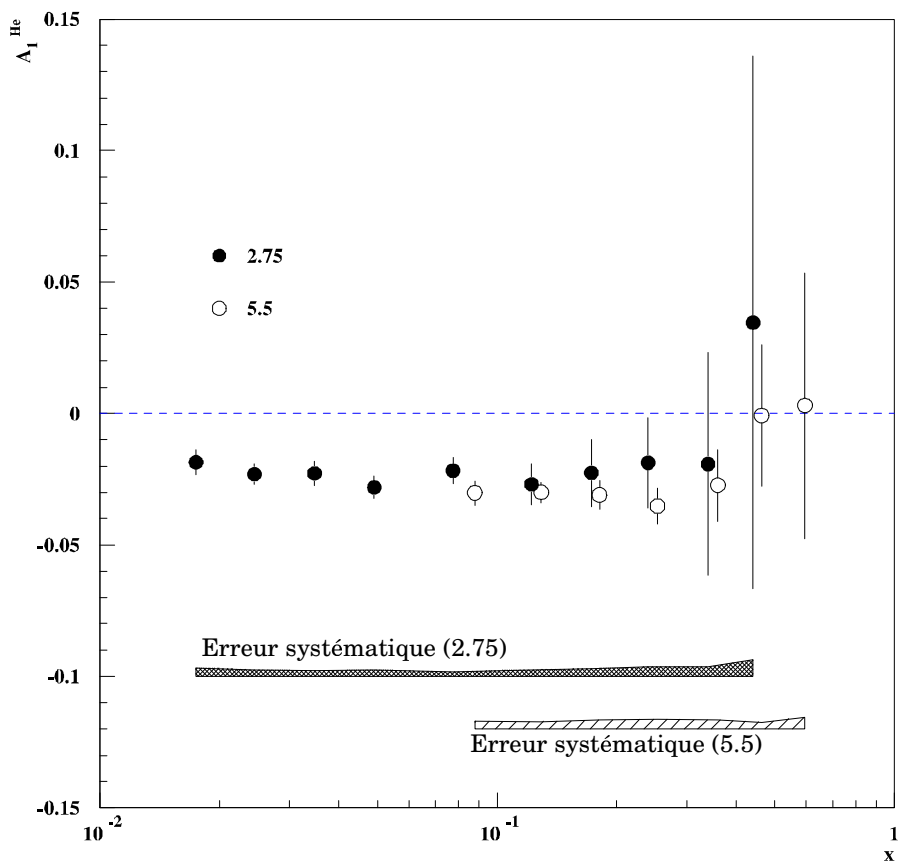


Figure 3.22 : asymétrie virtuelle  $A_1$  du noyau d'Hélium 3.

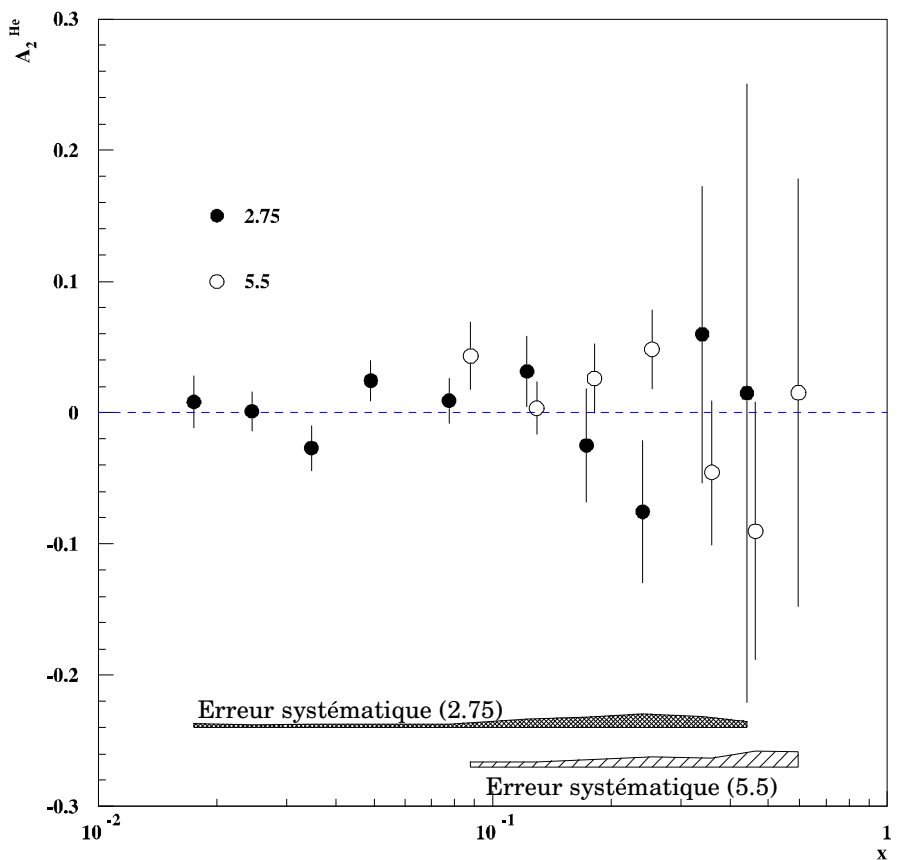


Figure 3.23 : asymétrie virtuelle  $A_2$  du noyau d'Hélium 3.

### 4.2.2 Asymétries du neutron

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	-0.0621	0.0171	0.0122
0.025	1.591	-0.0784	0.0143	0.0104
0.035	2.050	-0.0766	0.0171	0.0091
0.049	2.571	-0.0960	0.0159	0.0108
0.078	3.320	-0.0711	0.0190	0.0085
0.122	4.085	-0.0906	0.0308	0.0120
0.173	4.646	-0.0722	0.0528	0.0136
0.240	5.087	-0.0535	0.0763	0.0173
0.340	5.523	0.0506	0.2041	0.0206
0.442	5.783	0.2361	0.5259	0.0387
0.519	6.020	-0.3713	1.3670	0.0459

		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.0688	0.1175	0.0868
0.084	5.483	-0.1039	0.0175	0.0124
0.123	7.230	-0.1032	0.0154	0.0129
0.173	8.940	-0.1082	0.0231	0.0158
0.242	10.704	-0.1287	0.0304	0.0195
0.342	12.548	-0.0916	0.0674	0.0209
0.442	13.841	0.0541	0.1444	0.0215
0.568	14.970	0.0962	0.2935	0.0374

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	0.0295	0.0708	0.0119
0.025	1.591	0.0040	0.0535	0.0079
0.035	2.050	-0.0988	0.0624	0.0106
0.049	2.571	0.0895	0.0560	0.0110
0.078	3.320	0.0340	0.0644	0.0105
0.122	4.085	0.1243	0.1054	0.0256
0.173	4.646	-0.1028	0.1780	0.0333
0.240	5.087	-0.3334	0.2388	0.0501
0.340	5.523	0.2875	0.5445	0.0426
0.442	5.783	0.0767	1.2227	0.0258
0.519	6.020	-1.6901	2.9199	0.2315

		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.9263	0.7121	0.0835
0.084	5.483	0.1654	0.0980	0.0164
0.123	7.230	0.0134	0.0796	0.0156
0.173	8.940	0.1094	0.1112	0.0252
0.242	10.704	0.2173	0.1348	0.0365
0.342	12.548	-0.2261	0.2708	0.0365
0.442	13.841	-0.4824	0.5239	0.0685
0.568	14.970	0.0883	0.9449	0.0663

**Table 3.20 :** asymétries virtuelles  $A_1$  et  $A_2$  du neutron.



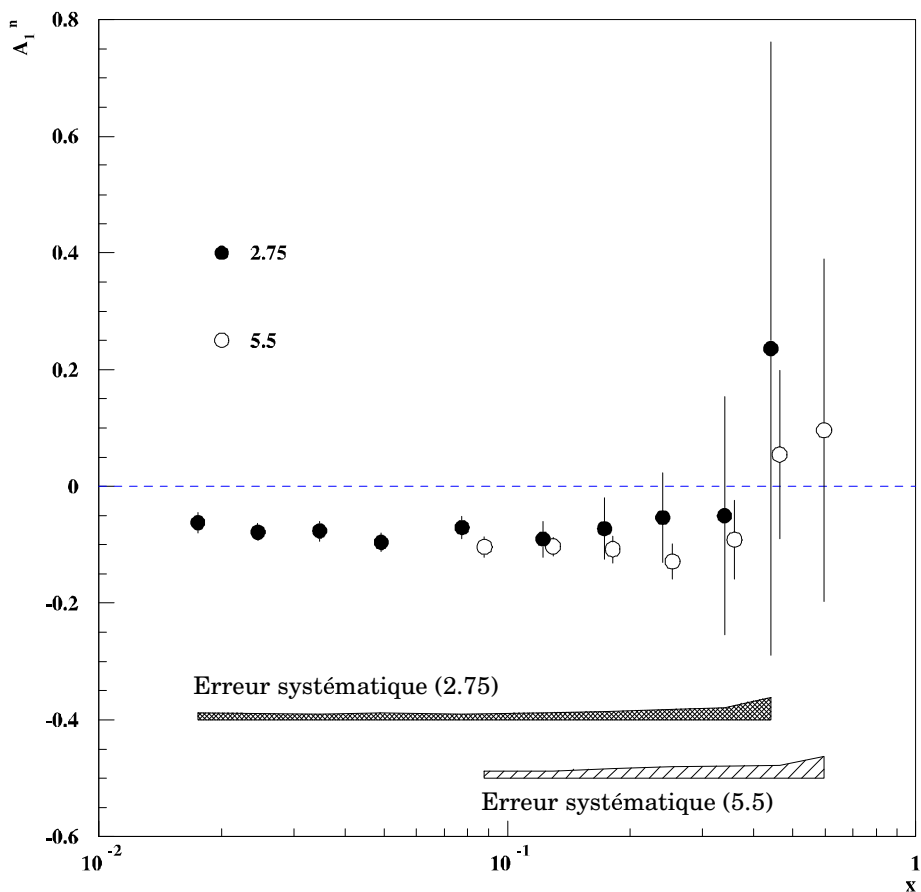


Figure 3.24 : asymétrie virtuelle  $A_1$  du neutron.

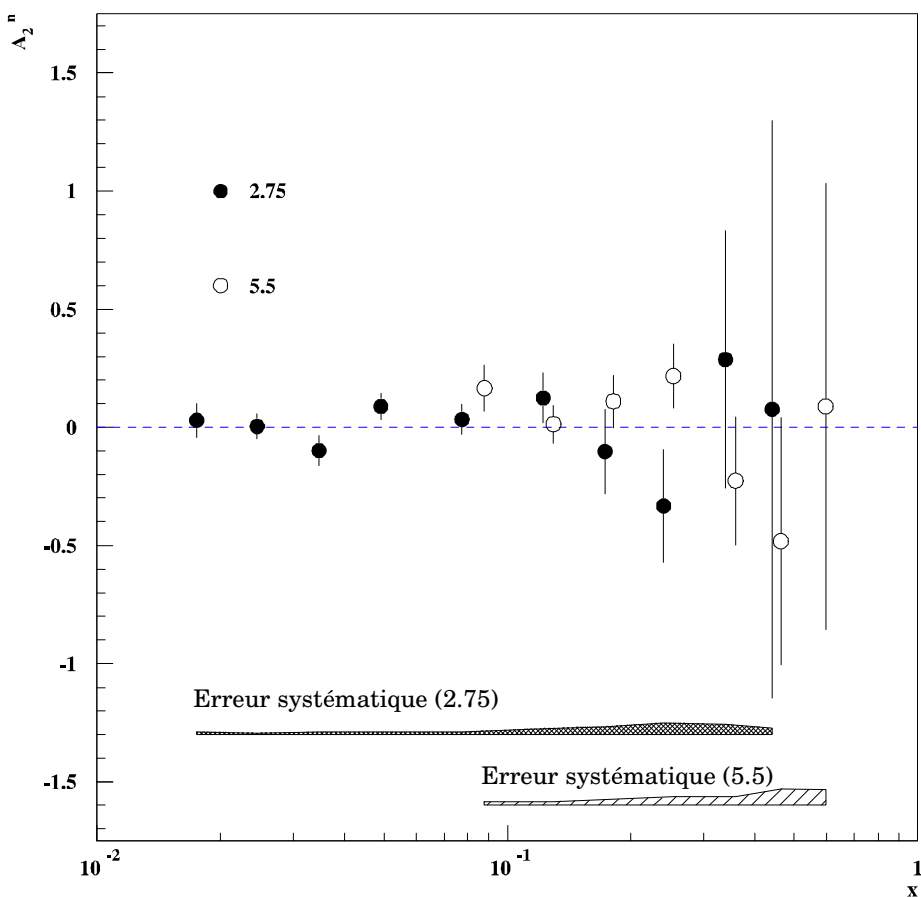


Figure 3.25 : asymétrie virtuelle  $A_2$  du neutron.

## 5 Fonctions de structure polarisées $g_1$ et $g_2$

### 5.1 Extraction des fonctions de structure $g_1$ et $g_2$

Les fonctions de structure polarisées  $g_1$  et  $g_2$  du noyau d'Hélium 3 sont obtenues directement à partir des asymétries physiques  $A_{PAR}$  et  $A_{PERP}$  par l'intermédiaire des relations :

$$g_1^{He} = \frac{F_2^{He}}{2x(1+R)} \frac{1}{1+\eta\zeta} \left[ \frac{1+\gamma\zeta}{D} A_{PAR} + \frac{\gamma-\eta}{d} A_{PERP} \right] \quad (3.87)$$

$$g_2^{He} = \frac{F_2^{He}}{2x(1+R)} \frac{1}{1+\eta\zeta} \left[ \frac{\zeta-\gamma}{\gamma D} A_{PAR} + \frac{\eta+1/\gamma}{d} A_{PERP} \right] \quad (3.88)$$

où  $\gamma = \sqrt{Q^2}/v$ . Les fonctions de structure polarisées  $g_1$  et  $g_2$  du neutron s'écrivent :

$$g_1^n = \frac{1}{\rho^n} (g_1^{He} - 2\rho^p g_1^p) \quad (3.89)$$

$$g_2^n = \frac{1}{\rho^n} g_2^{He} \quad (3.90)$$

La fonction de structure  $g_1^p$  du proton est obtenue à partir de l'ajustement de l'asymétrie  $A_1^p$  mesurée par l'expérience SMC :

$$g_1^p = \frac{F_2^p (1+\gamma^2)}{2x(1+R)} A_1^p \quad (3.91)$$

Dans l'expression de  $g_2^n$ , nous avons négligé la contribution du produit de la fonction de structure  $g_2^p$  du proton et sa polarisation  $\rho^p$ , compatible avec zéro [ABE9].

### 5.2 Erreurs statistiques et systématiques

Les erreurs statistiques sur les fonctions de structure  $g_1$  et  $g_2$  de l'Hélium 3 s'écrivent à partir des erreurs statistiques sur  $A_{PAR}$  et  $A_{PERP}$  :

$$\sigma_{STAT}(g_1^{He}) = \sqrt{\frac{(F_2^{He})^2}{4x^2(1+R)^2} \frac{1}{(1+\eta\zeta)^2} \left[ \frac{(1+\gamma\zeta)^2}{D^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PAR}) + \frac{(\gamma-\eta)^2}{d^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PERP}) \right]} \quad (3.92)$$

$$\sigma_{STAT}(g_2^{He}) = \sqrt{\frac{(F_2^{He})^2}{4x^2(1+R)^2} \frac{1}{(1+\eta\zeta)^2} \left[ \frac{(\zeta-\gamma)^2}{\gamma^2 D^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PAR}) + \frac{(\eta+1/\gamma)^2}{d^2} \sigma_{STAT}^2(A_{PERP}) \right]} \quad (3.93)$$

Et de la même manière pour les asymétries  $g_1$  et  $g_2$  du neutron :

$$\sigma_{STAT}(g_1^n) = \frac{1}{\rho^n} \sigma_{STAT}(g_1^{He}) \quad (3.94)$$

$$\sigma_{STAT}(g_2^n) = \frac{1}{\rho^n} \sigma_{STAT}(g_2^{He}) \quad (3.95)$$

Les sources d'erreurs systématiques sur les mesures de  $g_1$  et  $g_2$  pour le noyau d'Hélium 3 et pour le neutron ont été décrites dans l'extraction des asymétries  $A_1$  et  $A_2$ .

## 5.3 Table des fonctions de structure $g_1$ et $g_2$

### 5.3.1 Fonctions de structure du noyau d'Hélium 3

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	-0.3475	0.0911	0.0610
0.025	1.591	-0.3386	0.0581	0.0360
0.035	2.050	-0.2655	0.0518	0.0227
0.049	2.571	-0.2194	0.0352	0.0178
0.078	3.320	-0.1130	0.0267	0.0070
0.122	4.085	-0.0813	0.0263	0.0069
0.173	4.646	-0.0634	0.0286	0.0067
0.240	5.087	-0.0541	0.0242	0.0064
0.340	5.523	-0.0027	0.0313	0.0025
0.442	5.783	0.0195	0.0380	0.0033
0.519	6.020	-0.0602	0.0536	0.0057
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.2218	0.2416	0.1772
0.084	5.483	-0.1479	0.0250	0.0135
0.123	7.230	-0.1101	0.0143	0.0096
0.173	8.940	-0.0714	0.0137	0.0076
0.242	10.704	-0.0461	0.0103	0.0051
0.342	12.548	-0.0309	0.0105	0.0034
0.442	13.841	-0.0094	0.0100	0.0015
0.568	14.970	0.0012	0.0066	0.0008

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	5.6319	12.6721	2.1081
0.025	1.591	0.7793	5.9628	0.8756
0.035	2.050	-6.3348	4.1652	0.5648
0.049	2.571	3.6807	2.1624	0.3677
0.078	3.320	0.7220	1.1510	0.1838
0.122	4.085	1.0590	0.8264	0.1901
0.173	4.646	-0.3425	0.6997	0.1274
0.240	5.087	-0.5745	0.4474	0.0822
0.340	5.523	0.2162	0.4005	0.0286
0.442	5.783	0.0040	0.3708	0.0070
0.519	6.020	-0.2065	0.4532	0.0267
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	34.8539	26.9150	2.4929
0.084	5.483	3.6458	2.0669	0.2867
0.123	7.230	0.2571	0.8666	0.1698
0.173	8.940	0.6905	0.6259	0.1387
0.242	10.704	0.6176	0.3524	0.0901
0.342	12.548	-0.1948	0.2679	0.0312
0.442	13.841	-0.1819	0.2055	0.0230
0.568	14.970	0.0091	0.1094	0.0075

**Table 3.21** : fonctions de structure  $g_1$  et  $g_2$  du noyau d'Hélium 3.

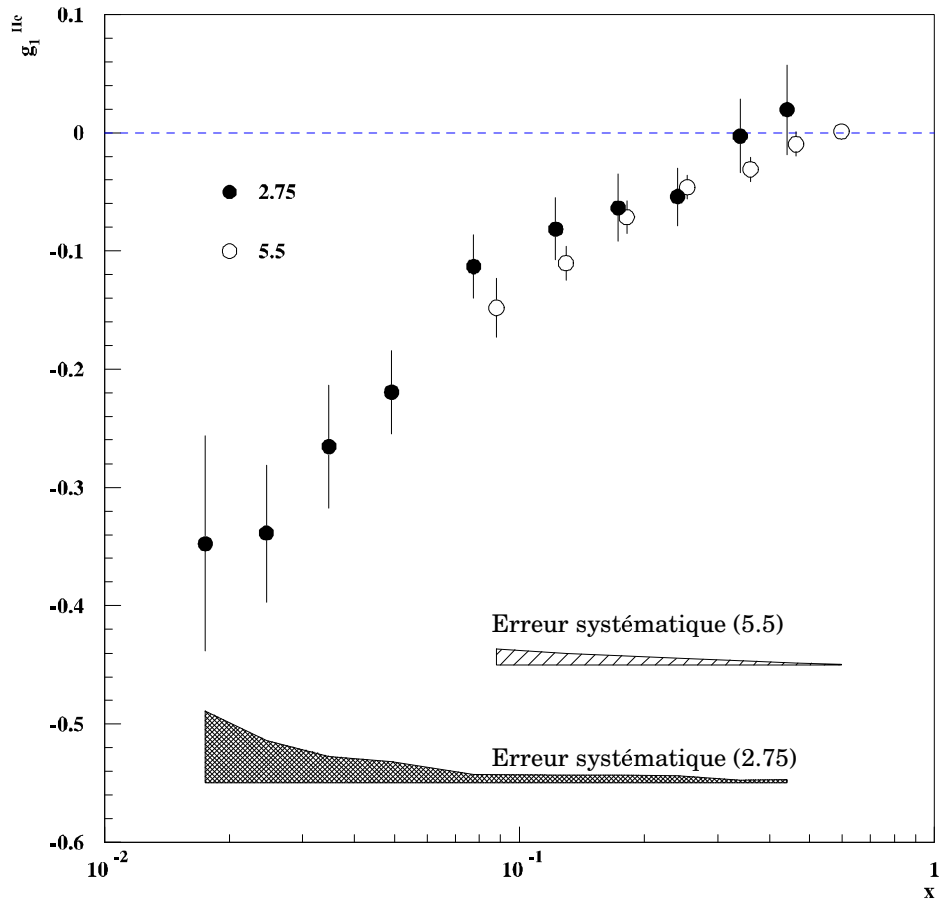


Figure 3.26 : fonction de structure  $g_1$  du noyau d'Hélium 3.

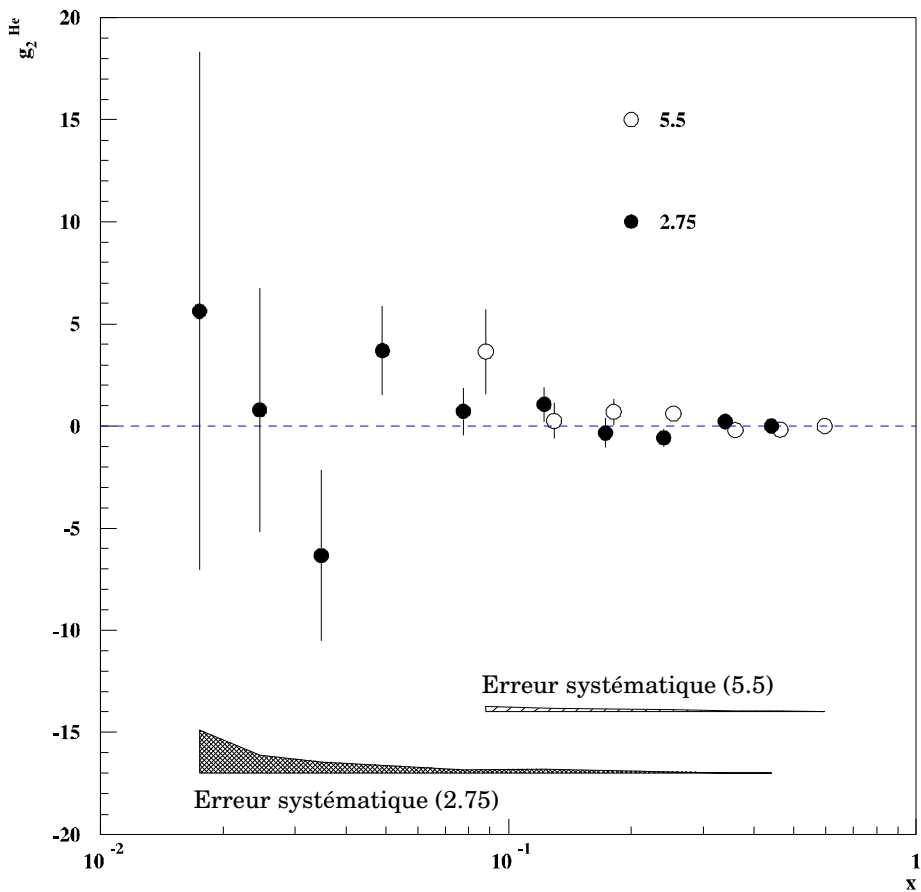


Figure 3.27 : fonction de structure  $g_2$  du noyau d'Hélium 3.

### 5.3.2 Fonctions de structure du neutron

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	-0.3744	0.1047	0.0715
0.025	1.591	-0.3652	0.0667	0.0433
0.035	2.050	-0.2827	0.0595	0.0282
0.049	2.571	-0.2315	0.0405	0.0223
0.078	3.320	-0.1116	0.0307	0.0101
0.122	4.085	-0.0773	0.0302	0.0093
0.173	4.646	-0.0583	0.0328	0.0086
0.240	5.087	-0.0496	0.0278	0.0080
0.340	5.523	0.0066	0.0360	0.0039
0.442	5.783	0.0293	0.0437	0.0043
0.519	6.020	-0.0642	0.0616	0.0069
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	0.2759	0.2777	0.2040
0.084	5.483	-0.1507	0.0288	0.0166
0.123	7.230	-0.1092	0.0165	0.0122
0.173	8.940	-0.0668	0.0158	0.0096
0.242	10.704	-0.0403	0.0118	0.0067
0.342	12.548	-0.0264	0.0120	0.0046
0.442	13.841	-0.0049	0.0115	0.0024
0.568	14.970	0.0044	0.0076	0.0013

		2.75°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.218	6.4735	14.5656	2.4277
0.025	1.591	0.8957	6.8538	1.0067
0.035	2.050	-7.2814	4.7876	0.6705
0.049	2.571	4.2307	2.4855	0.4337
0.078	3.320	0.8298	1.3230	0.2121
0.122	4.085	1.2173	0.9499	0.2203
0.173	4.646	-0.3937	0.8043	0.1468
0.240	5.087	-0.6603	0.5143	0.0957
0.340	5.523	0.2485	0.4603	0.0334
0.442	5.783	0.0046	0.4262	0.0081
0.519	6.020	-0.2374	0.5209	0.0312
		5.5°		
$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.057	4.026	40.0619	30.9367	3.0100
0.084	5.483	4.1906	2.3758	0.3434
0.123	7.230	0.2955	0.9961	0.1953
0.173	8.940	0.7936	0.7194	0.1604
0.242	10.704	0.7099	0.4051	0.1048
0.342	12.548	-0.2239	0.3079	0.0363
0.442	13.841	-0.2091	0.2362	0.0268
0.568	14.970	0.0105	0.1258	0.0086

**Table 3.22** : fonctions de structure  $g_1$  et  $g_2$  du neutron.

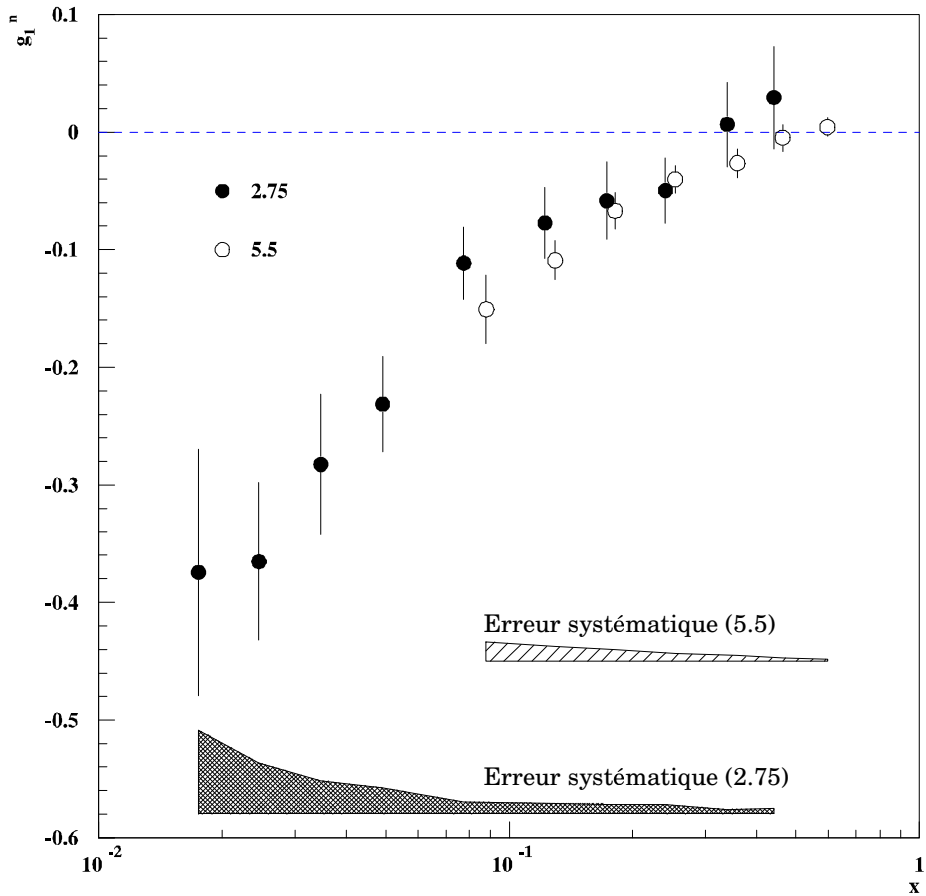


Figure 3.28 : fonction de structure  $g_1$  du neutron.

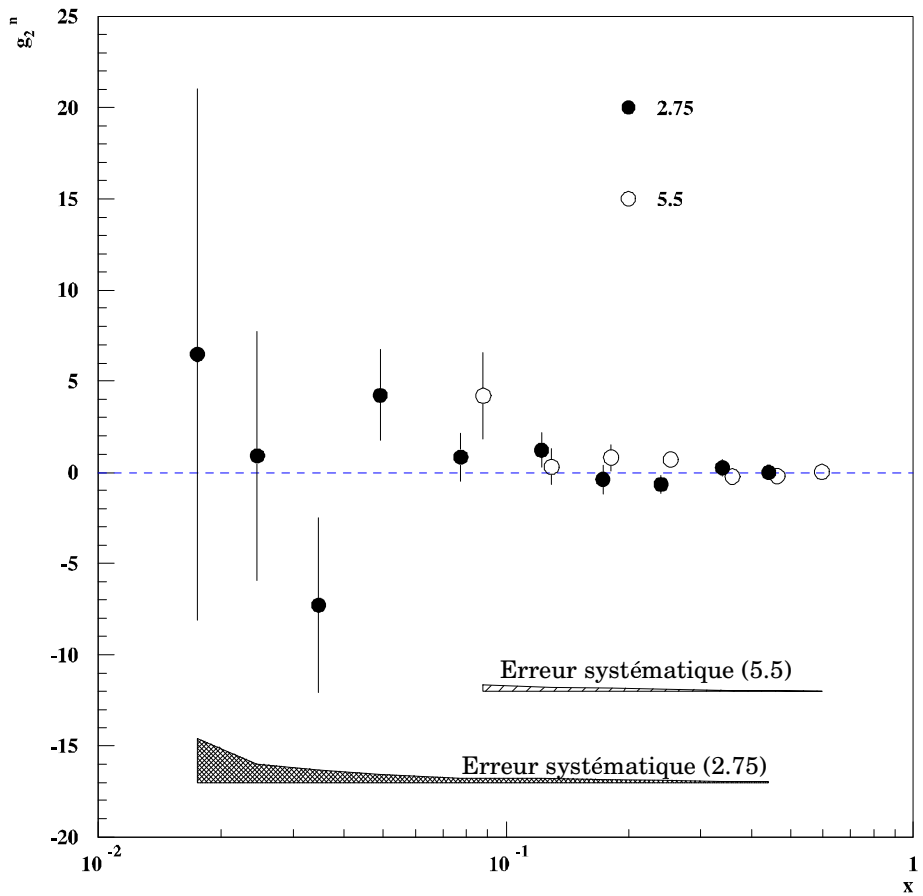
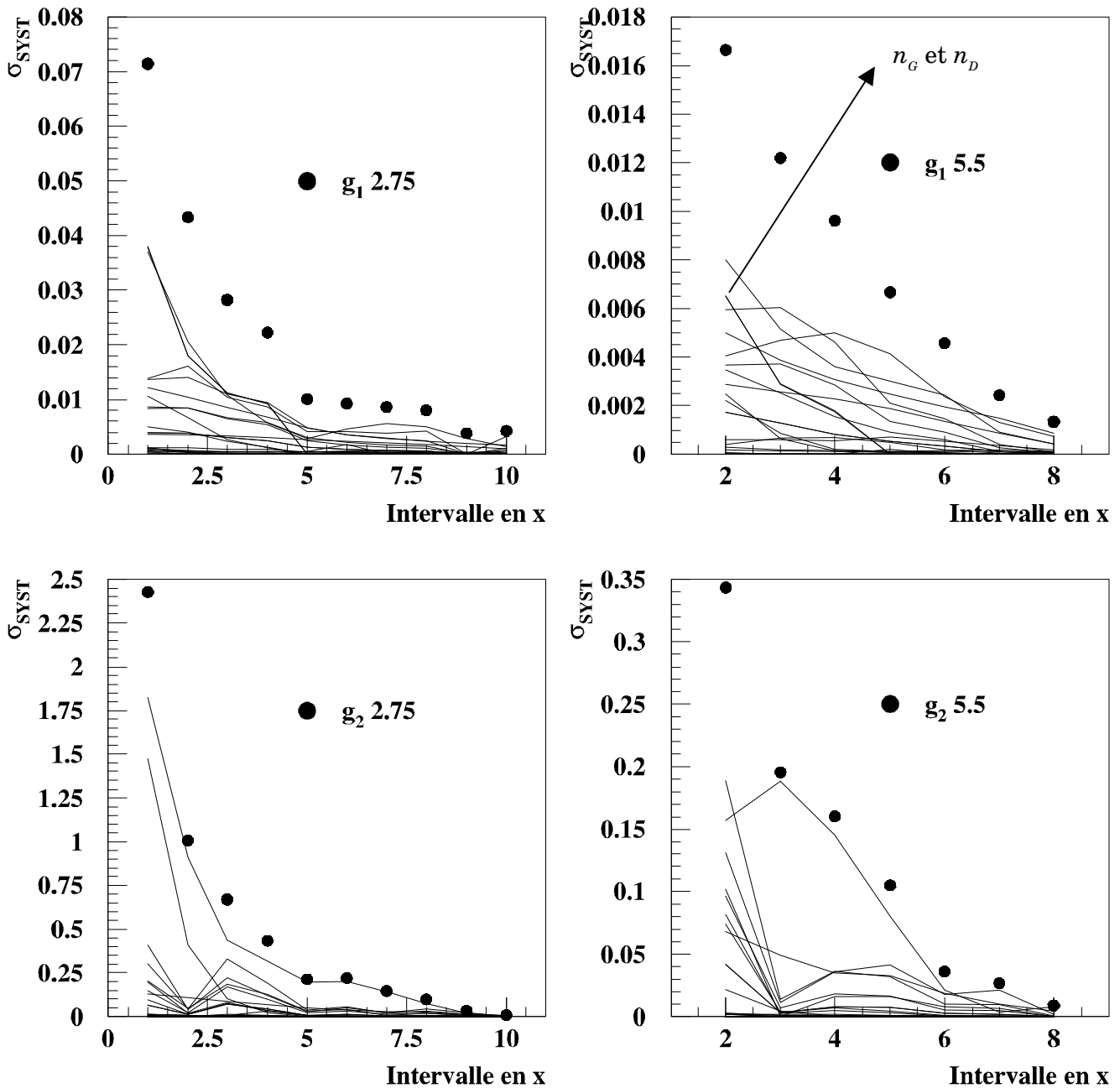


Figure 3.29 : fonction de structure  $g_2$  du neutron.

La **Figure 3.30** montre les contributions des différentes sources d'erreur systématique à l'erreur systématique totale sur les fonctions de structure  $g_1$  et  $g_2$  du neutron.



**Figure 3.30 :** contributions des sources d'erreur systématique à l'erreur systématique totale sur les fonctions de structure polarisées  $g_1$  (figures du haut) et  $g_2$  (figures du bas) du neutron.

La liste des sources d'erreurs systématiques contribuant à plus de 10% de l'erreur systématique totale sur les fonctions de structure du neutron  $g_1$  et  $g_2$  dans le premier intervalle en  $x$  du bras à  $2.75^\circ$  et dans le deuxième intervalle du bras à  $5.5^\circ$  est donnée dans la **Table 3.23** et dans la **Table 3.24**. Leur évolution peut être suivie dans les autres intervalles en  $x$  à l'aide de la **Figure 3.30**.

<i>Erreurs systématiques dominantes sur <math>g_1</math></i>	
<i>2.75°</i>	<i>5.5°</i>
Comptages positrons $n_D$	Facteur de dilution de la cible
Comptages positrons $n_G$	Comptages positrons $n_G$
Correction radiative parallèle	Comptages positrons $n_D$
Facteur de dilution de la cible	Polarisation de la cible
Polarisation de la cible	Ajustement de $A_1$ proton
Ajustement de $A_1$ proton	Correction radiative parallèle
Rapport $R$	Polarisation du faisceau
Polarisation du neutron $\rho_n$	Polarisation du neutron $\rho_n$
Polarisation du faisceau $\rho_p$	Polarisation du proton $\rho_p$
	Rapport $R$
	Effet EMC

**Table 3.23 :** contributions à plus de 10% de l'erreur systématique sur  $g_1$  à bas  $x$ , classées par ordre d'importance décroissant.

<i>Erreurs systématiques dominantes sur <math>g_2</math></i>	
<i>2.75°</i>	<i>5.5°</i>
Correction radiative perp.	Polarisation de la cible
Asymétrie de positrons perp.	Correction radiative perp.
Facteur de dilution	Facteur de dilution de la cible
Polarisation de la cible	Polarisation du faisceau
	Polarisation du neutron $\rho_n$
	Rapport R
	Asymétrie électrofaible
	Effet EMC

**Table 3.24 :** contributions à plus de 10% de l'erreur systématique sur  $g_2$  à bas  $x$ , classées par ordre d'importance décroissant.





# CHAPITRE 4 : RESULTATS

CHAPITRE 4 : RESULTATS .....	159
1. La fonction de structure $g_1$ du neutron .....	160
1.1 Evolution traditionnelle .....	160
1.1.1 Combinaison des deux spectromètres .....	160
1.1.2 Intégrale de $g_1$ .....	165
1.1.3 Règles de somme .....	170
1.1.4 Fraction de spin portée par les quarks .....	175
1.2 Evolution DGLAP à l'ordre sous-dominant .....	178
1.2.1 Principe de l'évolution en $Q^2$ .....	178
1.2.2 Contrainte des paramètres par les données expérimentales .....	183
1.2.3 Calcul d'erreurs .....	188
1.2.4 Extraire $\Delta\Sigma$ et $\Delta G$ .....	189
1.2.5 Résultats .....	190
1.2.6 Evolution de la fonction de structure $g_1^n$ à $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .....	196
1.2.7 Intégrale de $g_1^n$ à $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .....	197
1.2.8 Test de la règle de somme de Bjorken .....	198
2. La fonction de structure $g_2$ du neutron .....	212
2.1 Asymétrie $A_2$ du neutron .....	212
2.2 Fonction de structure $g_2$ du neutron .....	213
2.3 Terme de twist supérieur $d_2$ du neutron .....	214

# 1. La fonction de structure $g_1$ du neutron

L'expérience E154 a mesuré la fonction de structure polarisée  $g_1(x, Q^2)$  du neutron dans les régions cinématiques couvertes par les deux spectromètres. A chaque mesure de  $g_1(x, Q^2)$  correspond une valeur moyenne du quadritransfert carré  $Q^2$  des électrons diffusés dans l'intervalle en  $x$  Bjorken considéré. Pour comparer nos mesures de  $g_1(x, Q^2)$  avec les mesures d'autres expériences (SLAC, CERN, DESY) et pour tester les règles de somme sur les fonctions de structure polarisées du nucléon, il est nécessaire de faire évoluer les données expérimentales depuis leur  $Q^2$  mesuré vers une valeur de  $Q^2$  commune et constante. Cette valeur commune a été fixée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , correspondant à la valeur moyenne du quadritransfert de E154, pondérée par la statistique sur l'asymétrie physique parallèle. Il existe deux méthodes pour évoluer les mesures expérimentales de  $g_1(x, Q^2)$  vers une valeur commune du quadritransfert carré  $Q^2$  :

- la première est une méthode traditionnellement employée par les expérimentateurs mesurant les fonctions de structure polarisées du nucléon : elle consiste à supposer que le rapport  $g_1(x, Q^2) / F_1(x, Q^2)$  ne dépend pas de  $Q^2$ , au-delà de  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , quelque soit la valeur de  $x$  considérée.
- la seconde méthode, au contraire, utilise l'évolution de la fonction de structure  $g_1(x, Q^2)$  décrite par les équations d'évolution DGLAP, dans le cadre de la chromodynamique quantique perturbative.

## 1.1 Evolution traditionnelle

L'évolution traditionnelle consiste à supposer que le rapport  $g_1(x, Q^2) / F_1(x, Q^2)$  de la fonction de structure polarisée du nucléon  $g_1$  à la fonction de structure non polarisée  $F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ , quelque soit la valeur de  $x$ . Cette hypothèse est compatible avec les barres d'erreurs expérimentales associées à chaque mesure de  $g_1(x, Q^2) / F_1(x, Q^2)$  au-delà de  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , comme le montre clairement la **Figure 4.1** dans le cas du proton et du deutéron, et peut s'appliquer au domaine cinématique de E154 peu étendu en  $Q^2$ .

### 1.1.1 Combinaison des deux spectromètres

#### ► Fonction de structure $g_1$ du neutron évoluée à $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$

En suivant cette hypothèse traditionnelle, les valeurs combinées de  $g_1^n$  pour le neutron à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  sont calculées pour chacun des onze intervalles en  $x$  Bjorken à l'aide de la relation :

$$g_1^n = \sum_{i=1}^2 \frac{g_{1,i}^n / \sigma_{STAT}^2(g_{1,i}^n)}{1 / \sigma_{STAT}^2(g_{1,i}^n)} \quad (4.1)$$

où  $g_{1,i}^n$  représente la valeur de  $g_1^n$  évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  dans l'intervalle en  $x$  Bjorken du bras  $i$  considéré. Chaque valeur mesurée de  $g_{1,i}^n$  est évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  en supposant que le rapport  $g_1/F_1$  du neutron ne dépend pas de  $Q^2$  :

$$g_{1,i}^n(5 \text{ GeV}^2) = \frac{g_{1,i}^n(Q_i^2)}{F_{1,i}^n(Q_i^2)} F_{1,i}^n(5 \text{ GeV}^2) \quad (4.2)$$

où  $Q_i^2$  désigne la valeur moyenne mesurée de  $Q^2$  dans l'intervalle en  $x$  Bjorken considéré du bras  $i$  et  $F_{1,i}^n$  la fonction de structure du neutron non polarisée de diffusion profondément inélastique, calculée à partir de l'ajustement de  $F_2$  pour le proton et le deutérium, et de l'ajustement de

$R$ , donnés respectivement par les codes F2NMC [ARNEODO1], [STUART2] et R1990 [WHITLOW] :

$$F_{1,i}^n = \frac{(1+\gamma^2)F_{2,i}^n}{2x(1+R_i)} \quad (4.3)$$

et

$$F_{2,i}^n = 2F_{2,i}^d - F_{2,i}^p \quad (4.4)$$

L'évolution du rapport  $g_1/F_1$  du neutron en fonction de  $Q^2$  n'a pas été étudiée pour E154. Il est donc difficile d'estimer l'erreur commise au cours de l'évolution en supposant que le rapport  $g_1/F_1$  du neutron ne dépend pas de  $Q^2$ . Cependant, l'expérience E143 a ajusté la dépendance en  $Q^2$  du rapport  $g_1/F_1$  du proton sous la forme [ABE1] :

$$g_1^p(x, Q^2) / F_1^p(x, Q^2) = 0.455x^{0.50}(1 + 3.533x - 3.677x^2)(1 - 0.140/Q^2) \quad (4.5)$$

pour  $Q^2 > 0.3 \text{ GeV}^2$ . Cette étude en  $Q^2$  a été possible en prenant des données à différentes énergies du faisceau d'électrons incidents. Le lissage de  $g_1/F_1$  pour le proton dans l'hypothèse où il ne dépend que de  $x$  s'écrit pour  $Q^2 > 0.3 \text{ GeV}^2$  :

$$g_1^p(x) / F_1^p(x) = 0.380x^{0.50}(1 + 4.767x - 4.812x^2) \quad (4.6)$$

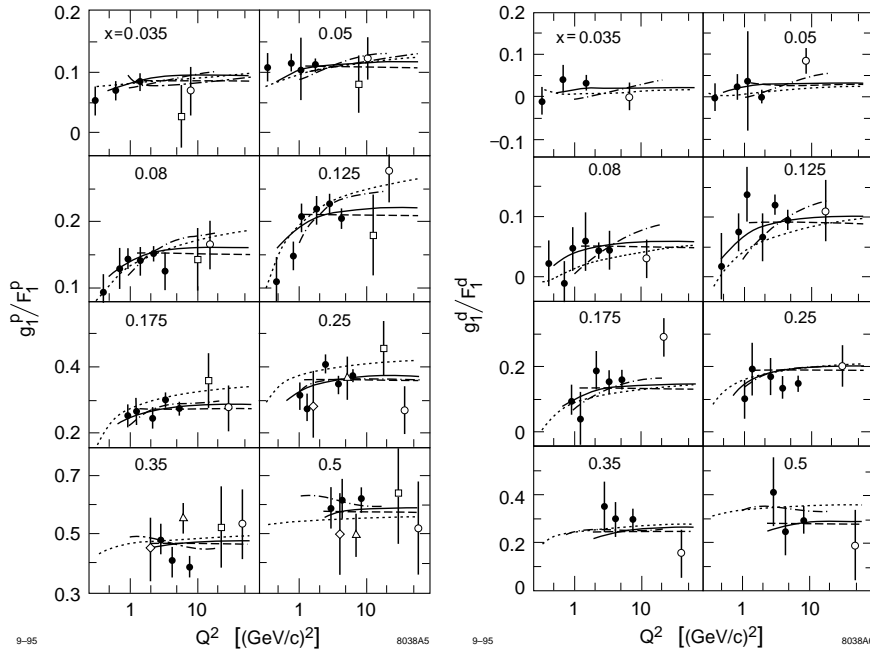
De même pour le deutéron, l'ajustement dépendant de  $Q^2$  s'écrit :

$$g_1^d(x, Q^2) / F_1^d(x, Q^2) = 2.612x^{1.44}(1 - 1.946x + 1.109x^2)(1 - 0.300/Q^2) \quad (4.7)$$

et celui qui n'en dépend pas :

$$g_1^d(x) / F_1^d(x) = 2.760x^{1.54}(1 - 1.941x + 1.072x^2) \quad (4.8)$$

Ces quatre lissages et les données expérimentales sont représentés sur la **Figure 4.1**.



**Figure 4.1 :** évolution du rapport  $g_1/F_1$  en fonction de  $Q^2$ , à  $x$  fixé, pour le proton (figure de gauche) et pour le deutéron (figure de droite), d'après [ABE1]. Les barres d'erreur sont d'origine statistique uniquement. Les disques noirs représentent les mesures de E143, les losanges celles de E80, les triangles celles de E130, les carrés celles de EMC et les cercles celles de SMC. Les courbes en tirets représentent l'ajustement de  $g_1/F_1$  en supposant que ce rapport est indépendant de  $Q^2$ , et celles en trait plein l'ajustement du même rapport en supposant qu'il dépend de  $Q^2$ . Les autres courbes représentent des ajustements obtenus en QCD perturbative.

Ces quatre lissages permettent d'étudier la dépendance en  $Q^2$  de la valeur du rapport  $g_1/F_1$  du neutron, reconstruit en utilisant la relation :

$$g_1^n = \frac{2}{(1-3\omega_D/2)} g_1^d - g_1^p \quad (4.9)$$

où  $\omega_D \approx 0.05$  représente la probabilité du deutéron d'être dans un état D [DESPLANQUES].

Une erreur systématique relative  $\Delta_{HYPO}$  due à l'hypothèse que le rapport  $g_1/F_1$  du neutron ne dépend pas de  $Q^2$  peut donc être définie dans chaque intervalle en  $x$  par :

$$\Delta_{HYPO} = \left| \frac{g_1^n(5 \text{ GeV}^2)/F_1^n(5 \text{ GeV}^2) - g_1^n(Q^2)/F_1^n(Q^2)}{g_1^n(Q^2)/F_1^n(Q^2)} \right| \quad (4.10)$$

où  $Q^2$  représente la valeur moyenne mesurée du quadritransfert carré de l'intervalle en  $x$  de chaque spectromètre. Cette erreur systématique atteint 9% dans le premier intervalle en  $x$  du bras à  $2.75^\circ$ . Elle introduit une erreur notée  $\sigma_{HYPO}$  sur la fonction  $g_1^n$  combinée, comme l'indique la dernière colonne de la **Table 4.1**.

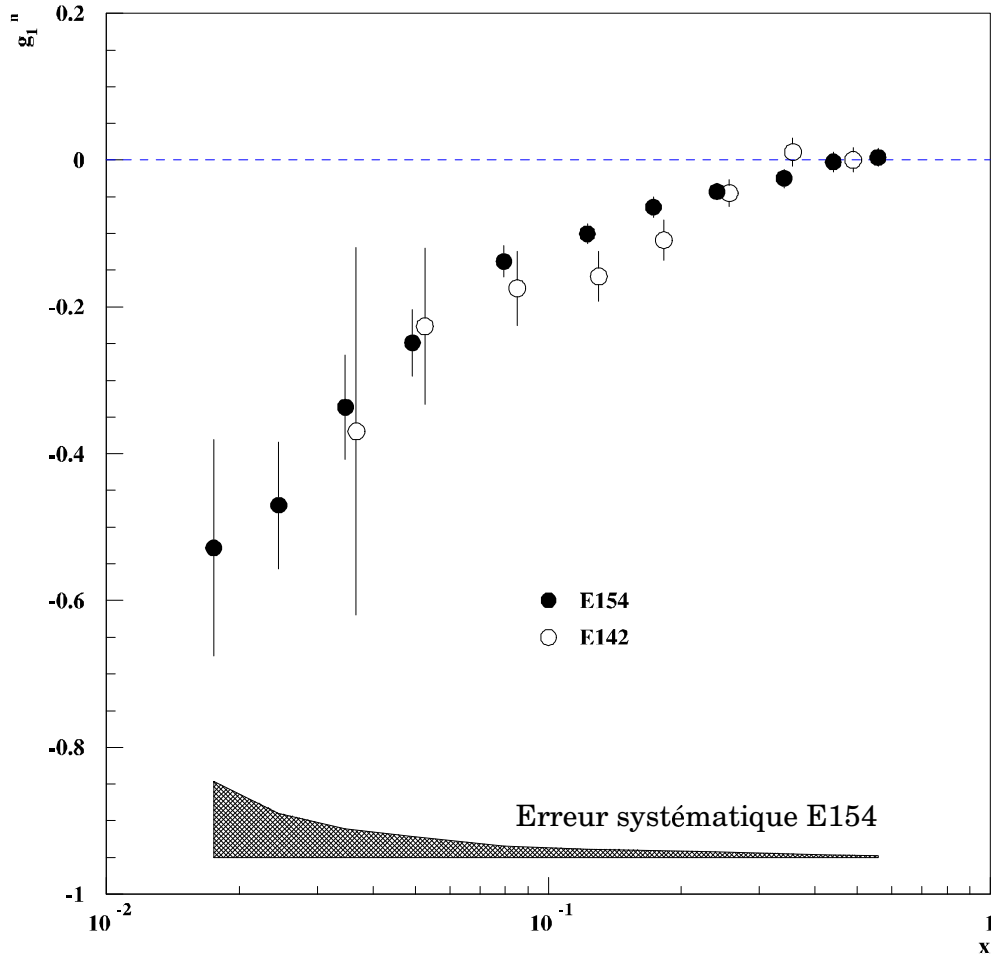
Les valeurs combinées de la variable de Bjorken  $x$  sont obtenues en pondérant chaque valeur moyenne individuelle de  $x$  notée  $\langle x_i \rangle$  mesurée dans chaque intervalle de chaque spectromètre  $i$  par la statistique sur l'asymétrie physique parallèle mesurée :

$$\langle x \rangle = \sum_{i=1}^2 \frac{\langle x_i \rangle / \sigma_{STAT}^2(A_{PAR,i})}{1 / \sigma_{STAT}^2(A_{PAR,i})} \quad (4.11)$$

$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$	$\sigma_{HYPO}$
0.017	5	-0.5279	0.1477	0.1031	0.0485
0.025	5	-0.4704	0.0860	0.0603	0.0347
0.035	5	-0.3365	0.0709	0.0384	0.0171
0.049	5	-0.2489	0.0450	0.0281	0.0054
0.079	5	-0.1380	0.0219	0.0147	0.0055
0.123	5	-0.1001	0.0142	0.0117	0.0125
0.173	5	-0.0641	0.0140	0.0095	0.0157
0.241	5	-0.0427	0.0111	0.0072	0.0096
0.341	5	-0.0252	0.0126	0.0050	0.0018
0.442	5	-0.0028	0.0136	0.0028	0.0001
0.558	5	0.0038	0.0119	0.0020	0.0000

**Table 4.1 :** valeurs de la fonction de structure polarisée  $g_1$  du neutron combinées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . La dernière colonne donne une estimation de l'erreur systématique commise lorsque la dépendance en  $Q^2$  de  $g_1/F_1$  n'est pas prise en compte lors de la combinaison des deux spectromètres.

La fonction de structure  $g_1$  du neutron évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  est représentée sur la **Figure 4.2** en fonction de  $x$  Bjorken.



**Figure 4.2 :** fonction de structure  $g_1$  du neutron en fonction de  $x$  Bjorken, évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , mesurée par E154 (disques noirs) et par E142 (cercles). Les barres d'erreur représentent l'erreur statistique sur chaque mesure et la zone hachurée montre l'erreur systématique sur  $g_1$ .

► **Asymétrie  $A_1$  du neutron**

L'hypothèse classique utilisée par les expérimentateurs pour combiner les mesures de  $A_1$  consiste à supposer que  $A_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ . Cette hypothèse équivaut à supposer que le rapport  $g_1(x, Q^2) / F_1(x, Q^2)$  est indépendant de  $Q^2$ , lorsque le facteur  $\gamma = \sqrt{Q^2} / \nu$  tend vers zéro ou lorsque la fonction de structure  $g_2$  tend vers 0 :

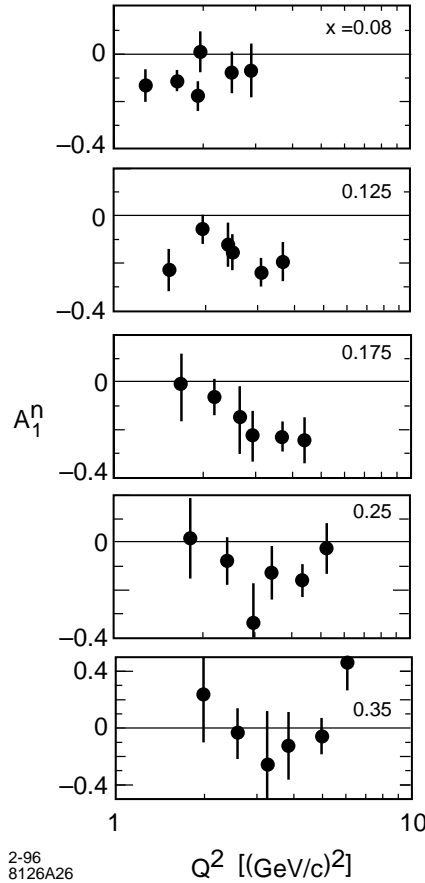
$$A_1 = (g_1 / F_1) - \gamma^2 (g_2 / F_1) \tag{4.12}$$

En supposant que  $A_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ , les valeurs combinées de  $A_1$  sont calculées pour chaque intervalle en  $x$  à l'aide de la relation :

$$A_1 = \sum_{i=1}^2 \frac{A_{1,i} / \sigma_{STAT}^2(A_{1,i})}{1 / \sigma_{STAT}^2(A_{1,i})} \tag{4.13}$$

où  $A_{1,i}$  représente la valeur de l'asymétrie  $A_1$  mesurée dans l'intervalle en  $x$  Bjorken du bras  $i$  considéré.

La dépendance en  $Q^2$  de l'asymétrie  $A_1$  du neutron n'a pas été étudiée avec une précision suffisante ; les seules mesures effectuées sont celles de l'expérience E142 [ANTHONY2] et ne montrent pas de dépendance en  $Q^2$ . Se reporter à la **Figure 4.3**.



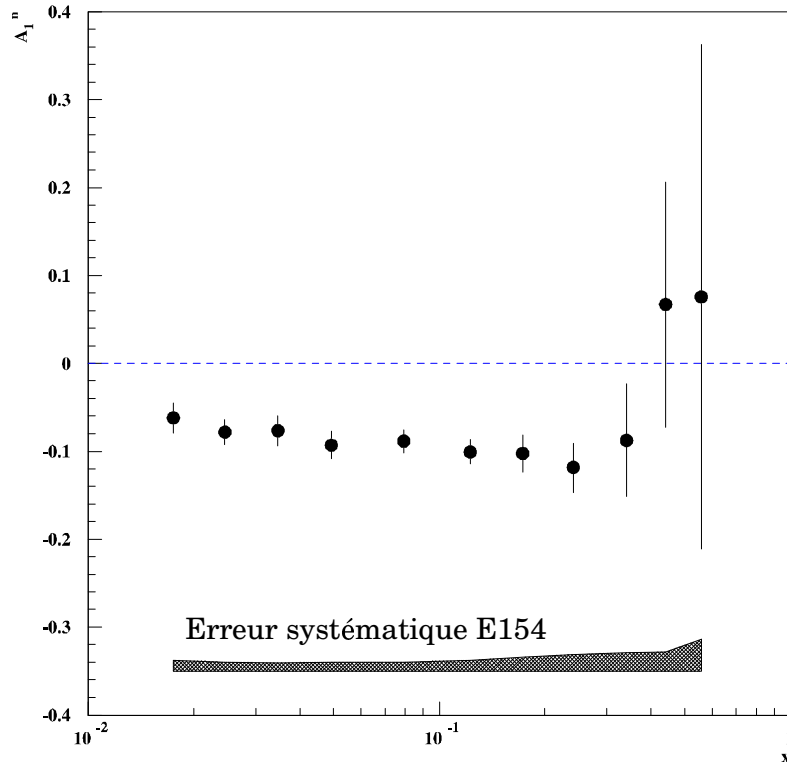
**Figure 4.3 :** étude de la dépendance en  $Q^2$  de l'asymétrie  $A_1$  du neutron par l'expérience E142. La précision des mesures ne permet pas de conclure que l'asymétrie  $A_1$  varie en fonction de  $Q^2$ .

Pour tenir compte d'une éventuelle dépendance et estimer l'erreur commise lorsque celle-ci n'est pas prise en compte, une erreur systématique relative est associée à chaque valeur de  $A_{1,i}$ . Cette erreur relative est supposée égale à celle commise sur le rapport  $g_1/F_1$  du neutron lorsque sa dépendance en  $Q^2$  n'est pas prise en compte, à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Précisons que l'erreur systématique affectée aux valeurs de  $A_1^p$  nécessaire à l'extraction de  $A_1^n$  et de  $g_1^n$  prend en compte son éventuelle dépendance en  $Q^2$  paramétrisée par la collaboration E143 [ABE1].

La **Table 4.2** donne l'ensemble des valeurs de  $A_1$  combinées sur les deux spectromètres à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Les différentes valeurs sont représentées sur la **Figure 4.4**.

$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$	$\sigma_{HYPO}$
0.017	5	-0.0621	0.0171	0.0122	0.0057
0.025	5	-0.0784	0.0143	0.0104	0.0058
0.035	5	-0.0766	0.0171	0.0091	0.0039
0.049	5	-0.0930	0.0158	0.0106	0.0020
0.079	5	-0.0888	0.0128	0.0101	0.0036
0.123	5	-0.1007	0.0138	0.0124	0.0126
0.173	5	-0.1024	0.0212	0.0151	0.0251
0.241	5	-0.1184	0.0282	0.0187	0.0264
0.341	5	0.0876	0.0640	0.0205	0.0063
0.442	5	0.0668	0.1392	0.0217	0.0036
0.558	5	0.0756	0.2870	0.0361	0.0002

**Table 4.2 :** valeurs de l'asymétrie  $A_1$  du neutron combinées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . La dernière colonne donne une estimation de l'erreur systématique commise lorsque la dépendance en  $Q^2$  de  $A_1$  n'est pas prise en compte lors de la combinaison des deux spectromètres.



**Figure 4.4 :** asymétrie  $A_1$  du neutron combinée sur les deux spectromètres à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Les barres d'erreurs représentent l'erreur statistique sur chaque mesure et la zone hachurée montre l'erreur systématique sur  $A_1$ .

► **Comparaison avec les autres mesures de  $A_1$  et de  $g_1$**

D'autres expériences se sont intéressées à l'asymétrie  $A_1$  et à la fonction de structure  $g_1$  du neutron :

- soit par mesure directe : E142 [ANTHONY2] et HERMES [ACKERSTAFF].
- soit par mesure indirecte, à partir des mesures de la fonction de structure  $g_1$  du proton et du deutéron : E143 [ABE2], [ABE3], [ABE4] et SMC [ADEVA1], [ADAMS1].

Les différentes mesures de  $A_1$  évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  sont représentées sur la **Figure 4.5**.

L'ensemble des mesures de la fonction de structure  $g_1$  du neutron évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  en supposant le rapport  $g_1/F_1$  du neutron indépendant de  $Q^2$ , est représenté sur la **Figure 4.6**. E154 apporte clairement les mesures de  $g_1^n$  les plus précises à bas  $x$ .

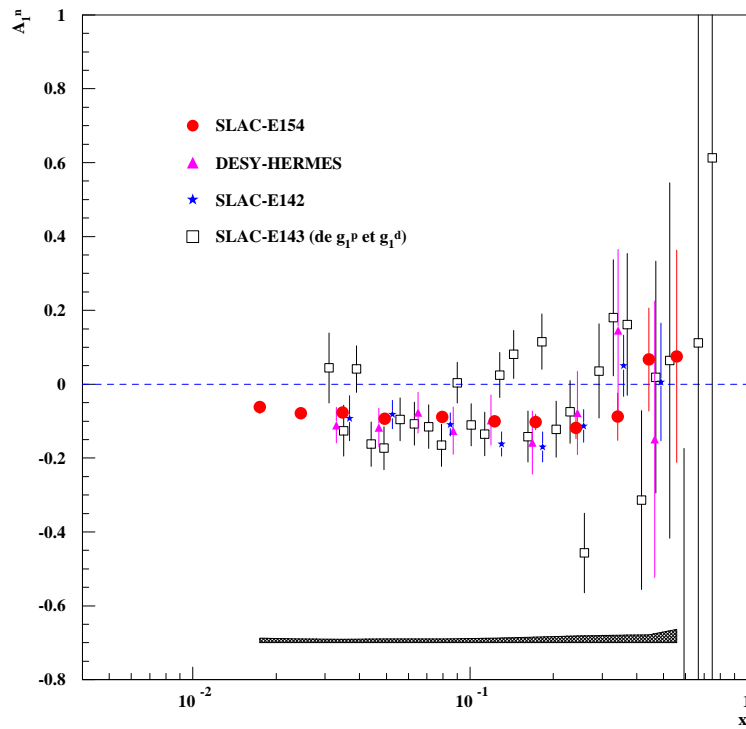
### 1.1.2 Intégrale de $g_1$

La détermination du premier moment  $\Gamma_1^n$  de la fonction  $g_1^n$  du neutron permet non seulement de tester les règles de somme de Bjorken et d'Ellis et Jaffe, mais aussi d'estimer la contribution du spin des quarks au spin du nucléon. Il s'écrit :

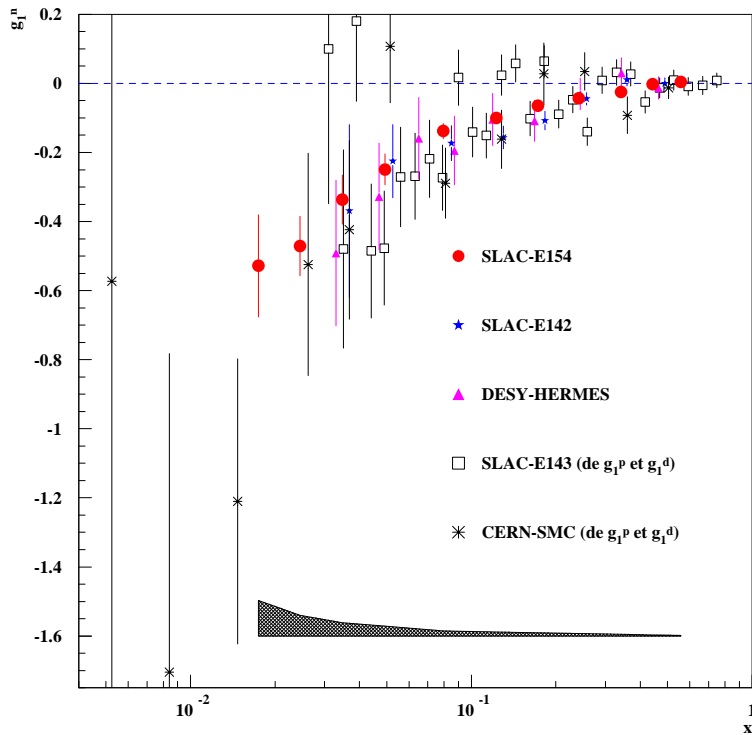
$$\Gamma_1^n(Q^2) = \int_{x=0}^1 g_1^n(x, Q^2) dx \tag{4.14}$$

L'estimation de ce premier moment n'est possible qu'après avoir extrapolé la fonction de structure  $g_1^n$  de part et d'autre du domaine en  $x$  Bjorken couvert par l'expérience E154.





**Figure 4.5 :** mesures mondiales de l'asymétrie  $A_1$  du neutron en fonction de  $x$ , évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  en supposant que  $A_1$  est indépendante de  $Q^2$ .



**Figure 4.6 :** mesures mondiales de la fonction de structure  $g_1$  du neutron en fonction de  $x$ , évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  en supposant que  $g_1/F_1$  est indépendante de  $Q^2$ .

► **Intégrale sur la région mesurée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$**

Après intégration depuis la valeur minimale  $x = 0.0135$  atteinte par E154 jusqu'à sa valeur maximale  $x = 0.7$ , il vient :

$$\int_{x=0.0135}^{0.7} g_1^n(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) dx = -0.0365 \pm 0.0039_{\text{STAT}} \pm 0.0051_{\text{SYST}} \pm 0.0037_{\text{HYPO}} \quad (4.15)$$

Cette intégrale a été calculée à l'aide de la méthode des rectangles, en additionnant linéairement la valeur de  $g_1$  dans chaque intervalle en  $x$ , multipliée par la largeur de l'intervalle.

La première erreur, notée  $\Delta\Gamma_{1, \text{STAT}}^n$ , est d'origine statistique ; elle est obtenue à partir de la racine carrée de la somme quadratique de la valeur de l'erreur statistique  $\sigma_{\text{STAT}}(g_1)_i$  sur la valeur de  $g_1$  dans chaque intervalle  $i$  en  $x$  multipliée par sa largeur  $\Delta x_i$  :

$$(\Delta\Gamma_{1, \text{STAT}}^n)^2 = \sum_{i=1}^{11} \sigma_{\text{STAT}}^2(g_1)_i \Delta x_i^2 \quad (4.16)$$

La seconde erreur, notée  $\Delta\Gamma_{1, \text{SYST}}^n$ , est d'origine systématique et a été calculée à partir de la racine carrée de la somme quadratique des  $N$  erreurs systématiques sur l'intégrale de  $g_1$  due à chaque source d'erreur systématique sur  $g_1$ . Chaque erreur systématique sur l'intégrale de  $g_1$  due à une source donnée  $j$  est obtenue en sommant linéairement le produit  $\sigma_{\text{SYST}}(g_1)_{i,j} \Delta x_i$  sur les onze intervalles en  $x$  :

$$(\Delta\Gamma_{1, \text{SYST}}^n)^2 = \sum_{j=1}^N \left[ \sum_{i=1}^{11} \sigma_{\text{SYST}}(g_1)_{i,j} \Delta x_i \right]^2 \quad (4.17)$$

où  $\sigma_{\text{SYST}}(g_1)_{i,j}$  désigne l'erreur systématique sur  $g_1$  due à la source  $j$  dans l'intervalle  $i$ .

Enfin, la troisième erreur, notée  $\Delta\Gamma_{1, \text{HYPO}}^n$ , est due à l'hypothèse que le rapport  $g_1/F_1$  du neutron ne dépend pas de  $Q^2$ . Elle est calculée en sommant linéairement les erreurs sur  $g_1$  dues à cette hypothèse dans chaque intervalle en  $x$  :

$$\Delta\Gamma_{1, \text{HYPO}}^n = \sum_{i=1}^{11} \sigma_{\text{HYPO}}(g_1)_i \Delta x_i \quad (4.18)$$

La contribution de chaque région en  $x$  à l'intégrale  $\Gamma_1^n$  peut-être visualisée sur un graphique représentant le produit  $xg_1$  en fonction de  $x$ , l'échelle des abscisses étant choisie logarithmique :

$$\Gamma_1^n(Q^2) = \int_{x=0}^1 g_1^n(x, Q^2) dx = \int_{x=0}^1 xg_1^n(x, Q^2) d(\ln x) \quad (4.19)$$

La **Figure 4.7** montre les mesures de  $xg_1$  pour les expériences E154, E142 et HERMES, évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  en supposant le rapport  $g_1/F_1$  du neutron indépendant de  $Q^2$ .

► **Extrapolation aux grandes valeurs de  $x$**

Le comportement à grand  $x$  de  $g_1$  est prédit par les règles de comptage [**BRODSKY1**] :

$$g_1^n(x) = C(1-x)^3 \quad (4.20)$$

où  $C$  est une constante de normalisation. Sa valeur est déterminée en ajustant la mesure de  $g_1$  dans le dernier intervalle en  $x$  par l'expression (4.20) :

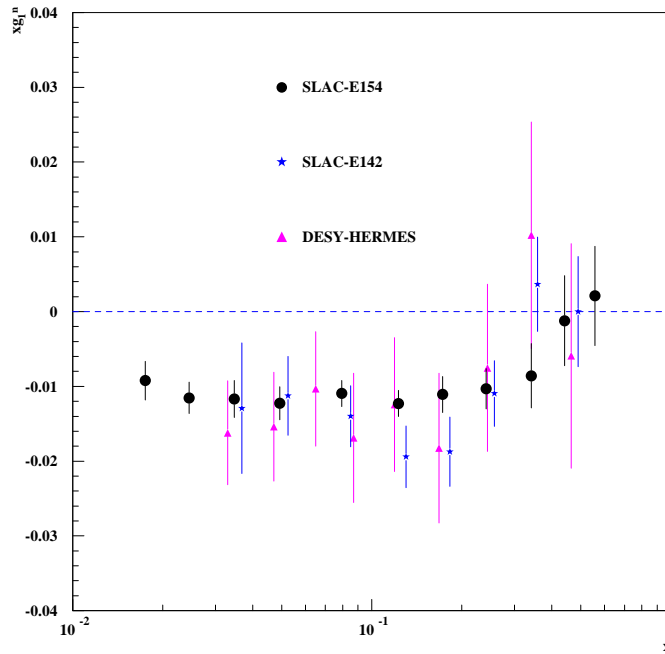
$$C = 0.044 \pm 0.138_{\text{STAT}} \pm 0.023_{\text{SYST}} \quad (4.21)$$

La première erreur sur la valeur de  $C$  est d'origine statistique. Elle a été déterminée par le code d'ajustement à partir de l'erreur statistique sur la valeur de  $g_1$  dans le dernier intervalle en  $x$

[BRUN]. La seconde erreur est de type systématique. Elle a été estimée comme la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts sur la valeur de  $C$  obtenus lorsque la valeur de  $g_1$  dans le dernier intervalle en  $x$  est augmentée puis diminuée de son erreur systématique.

Après intégration depuis la valeur maximale  $x = 0.7$  atteinte par E154, jusqu'à  $x = 1$ , il vient :

$$\int_{x=0.7}^1 g_1^n(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) dx = (0.088 \pm 0.279_{\text{STAT}} \pm 0.047_{\text{SYST}}) \cdot 10^{-3} \quad (4.22)$$



**Figure 4.7 :** mesures mondiales du produit  $xg_1$  du neutron en fonction de  $x$ , évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  en supposant que  $g_1/F_1$  est indépendant de  $Q^2$ .

► **Extrapolations aux petites valeurs  $x$**

Le comportement de  $g_1$  à bas  $x$  semble très divergent et la contribution de l'intégrale de  $g_1$  dans cette région au premier moment peut largement dominer. Les principaux modèles phénoménologiques utilisés pour lisser le comportement de  $g_1$  sont très variés [CLOSE2], [CLOSE3], [FORTE1], [FORTE2] :

- Comportement de type Regge :  $g_1^n = Cx^\alpha$ , où  $0 < \alpha < 0.5$
- Comportement de type logarithme :  $g_1^n = C \ln x$
- Comportement de type exponentielle :  $g_1^n = C \exp(\sqrt{\ln 1/x})$
- Comportement de type Poméron-Poméron :  $g_1^n = C / (x \ln^2 x)$
- Comportement de type global :  $g_1^n = C x^\alpha (1-x)^\beta$
- Comportement de type puissance :  $g_1^n = C x^\alpha$

La valeur de chaque paramètre  $C$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  est déterminée en lissant la fonction  $g_1^n$  évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  sur les premiers points à bas  $x$ , à l'aide du programme MINUIT [MINUIT]. La matrice de covariance du code de minimisation de  $\chi^2$  a été calculée de manière à tenir compte des erreurs statistiques et systématiques sur les mesures de E154 et de leurs corrélations. Les valeurs sont données dans la **Table 4.3**.

Dans le cas du comportement de type Regge, envisagé par les expérimentateurs pour  $x$  environ inférieur à 0.1 (correspondant à  $\sqrt{s} > 6$  GeV à  $Q^2 = 5$  GeV<sup>2</sup>) [DONNACHIE], la seule valeur de l'exposant  $\alpha$  positif ou nul compatible avec l'allure de la fonction de structure à bas  $x$  est  $\alpha = 0$  autrement dit  $g_1^n = C$ .

Comportement à bas $x$	Pts	$\chi^2 / f$	Paramètres	Intégrale à bas $x$
$g_1^n = C$	3	1.94	$C = -0.38 \pm 0.06 \pm 0.05$	$-0.0052 \pm 0.0008 \pm 0.0006$
$g_1^n = C \ln x$	3	1.43	$C = 0.11 \pm 0.02 \pm 0.01$	$-0.0080 \pm 0.0011 \pm 0.0010$
$g_1^n = C \exp(\sqrt{\ln 1/x})$	3	1.45	$C = -0.060 \pm 0.008 \pm 0.007$	$-0.0082 \pm 0.0011 \pm 0.0010$
$g_1^n = C / (x \ln^2 x)$	4	1.58	$C = -0.12 \pm 0.02 \pm 0.01$	$-0.0204 \pm 0.0025 \pm 0.0024$
$g_1^n = C x^\alpha (1-x)^\beta$	11	1.27	$C = -0.04 \pm 0.03 \pm 0.01$ $\alpha = -0.72 \pm 0.16 \pm 0.05$ $\beta = 3.1 \pm 1.4 \pm 0.6$	$-0.0448 \pm 0.0411 \pm 0.0138$
$g_1^n = C x^\alpha (x < 0.1)$	5	1.29	$C = -0.019 \pm 0.008 \pm 0.006$ $\alpha = -0.86 \pm 0.10 \pm 0.10$	$-0.0597 \pm 0.0262 \pm 0.0404$

**Table 4.3 :** valeurs des coefficients des lissages de  $g_1^n$  à bas  $x$ . La colonne "pts" indique le nombre de points utilisés pour l'ajustement. L'intégrale à bas  $x$  est calculée depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 0.0135$ .

La première erreur sur la valeur de chaque paramètre est d'origine statistique et a été déterminée par l'estimation de l'écart type de la distribution de la valeur de chaque paramètre, obtenue en tirant 2000 valeurs de  $g_1$  dans une distribution gaussienne d'écart type égal à l'erreur statistique sur la valeur de  $g_1$ , dans les intervalles utilisés pour l'extrapolation à bas  $x$ .

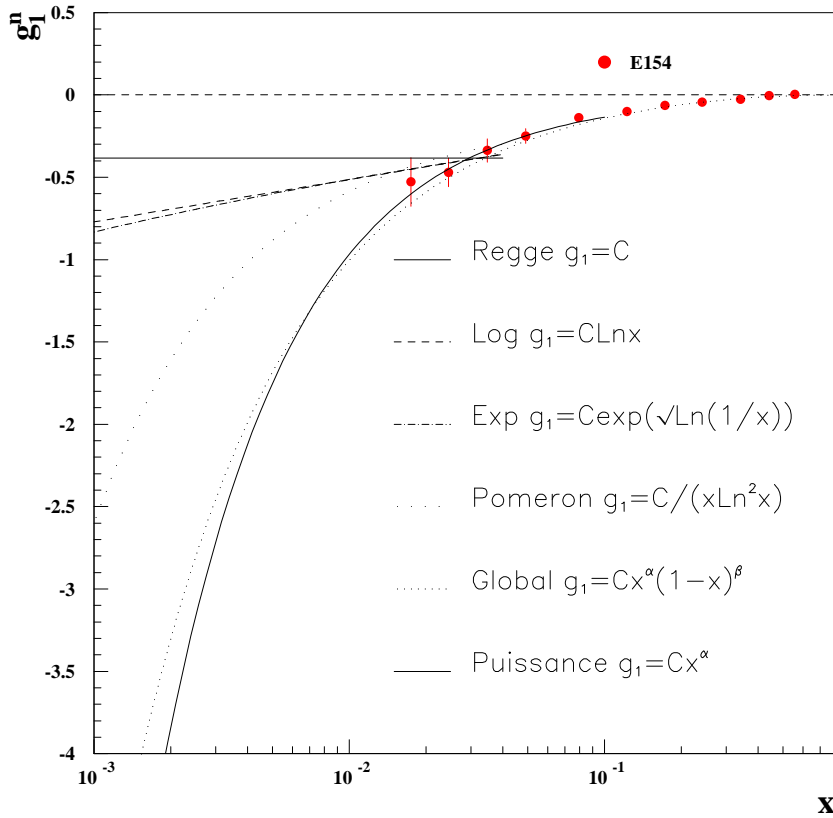
La deuxième erreur, d'origine systématique, est égale à la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts sur la valeur du paramètre considéré, obtenus lorsque la valeur de  $g_1$  est augmentée puis diminuée de son erreur systématique, simultanément dans les intervalles en  $x$  utilisés pour l'extrapolation à bas  $x$ .

Comme le montre la **Figure 4.8**, le comportement de  $g_1$  à bas  $x$  est indéterminé et la précision des mesures ne permet pas de privilégier un modèle particulier parmi les autres. Les mesures de  $g_1$  à bas  $x$  par l'expérience SMC représentées sur la **Figure 4.6** n'apportent aucune contrainte significative.

### ► Intégrales de l'expérience E154

L'intégrale totale  $\Gamma_1^n$  depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 1$  est calculée en sommant les contributions des trois régions. Son erreur statistique est obtenue à partir de la racine carrée de la somme quadratique des erreurs statistiques des trois intégrales intermédiaires et l'erreur systématique en sommant linéairement les erreurs systématiques sur ces trois intégrales. Enfin, l'erreur d'évolution est la même que celle sur l'intégrale de  $g_1$  calculée dans la région mesurée.

Le comportement de  $g_1$  à bas  $x$  étant inconnu, il n'est pas possible de donner une unique valeur de  $\Gamma_1^n$  à  $Q^2 = 5$  GeV<sup>2</sup>, mais plusieurs valeurs de  $\Gamma_1^n$ , chacune calculée en choisissant un modèle phénoménologique comme l'indique la **Table 4.4**.



**Figure 4.8 :** représentation des six différentes extrapolations de la fonction de structure  $g_1^n$  du neutron à bas  $x$ , évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .

Comportement à bas $x$	Intégrale totale $\Gamma_1^n$	Erreur totale
$g_1^n = C$	$-0.0416 \pm 0.0040 \pm 0.0058 \pm 0.0037$	0.0080
$g_1^n = C \ln x$	$-0.0444 \pm 0.0040 \pm 0.0062 \pm 0.0037$	0.0083
$g_1^n = C \exp(\sqrt{\ln 1/x})$	$-0.0447 \pm 0.0041 \pm 0.0062 \pm 0.0037$	0.0083
$g_1^n = C / (x \ln^2 x)$	$-0.0568 \pm 0.0046 \pm 0.0075 \pm 0.0037$	0.0095
$g_1^n = C x^\alpha (1-x)^\beta$	$-0.0812 \pm 0.0413 \pm 0.0190 \pm 0.0037$	0.0456
$g_1^n = C x^\alpha$	$-0.0962 \pm 0.0265 \pm 0.0455 \pm 0.0037$	0.0528

**Table 4.4 :** valeurs de l'intégrale totale  $\Gamma_1^n$  et erreurs statistiques, systématiques et d'évolution. La dernière colonne indique l'erreur totale sur  $\Gamma_1^n$  obtenue en sommant en quadrature ces trois erreurs.

### 1.1.3 Règles de somme

► **Estimation de la constante de couplage  $\alpha_s$  de QCD**

La constante de couplage de QCD est estimée à n'importe quelle valeur de  $Q^2$  à partir de la paramétrisation [RPP2] :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln t} \left[ 1 - \frac{2\beta_1 \ln t}{\beta_0^2 t} + \frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4} \frac{1}{t^2} \left( (\ln t - 1/2)^2 + \frac{\beta_2 \beta_0}{8\beta_1^2} - \frac{5}{4} \right) \right] \quad (4.23)$$

avec les définitions, dans le schéma de renormalisation  $\overline{MS}$  :

$$t = \ln(Q^2 / \Lambda^2) \tag{4.24}$$

$$\beta_0 = 11 - 2n_f / 3 \tag{4.25}$$

$$\beta_1 = 51 - 19n_f / 3 \tag{4.26}$$

$$\beta_2 = 2857 - 5033n_f / 9 + 325n_f^2 / 27 \tag{4.27}$$

La valeur du paramètre  $\Lambda$  dépend du nombre de saveurs actives  $n_f$  à l'échelle considérée. Elle a été déterminée mathématiquement à l'aide du logiciel MATHEMATICA 2.0, en imposant que la valeur de  $\alpha_s$  soit continue au passage de la valeur seuil  $Q^2 = (m_f)^2$ ,  $m_f$  désignant la masse du quark de saveur  $f$  [RPP3] :

$$\alpha_s(n_f - 1, Q^2 = m_f^2) = \alpha_s(n_f, Q^2 = m_f^2) \tag{4.28}$$

en imposant la condition initiale :

$$\Lambda(n_f = 5) = 215 \pm 70 \text{ MeV} \tag{4.29}$$

afin de retrouver l'estimation mondiale [BETHKE] :

$$\alpha_s(Q^2 = m_z^2) = 0.119 \pm 0.006 \tag{4.30}$$

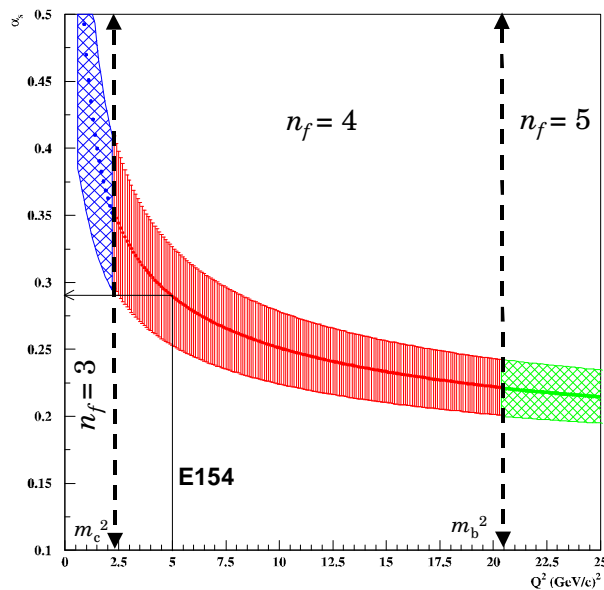
pour  $m_z = 91.187 \pm 0.007 \text{ GeV}$ .

L'évolution de  $\alpha_s$  en fonction de  $Q^2$  est représentée sur la **Figure 4.9** et la liste des masses des quarks utilisées est donnée dans la **Table 4.5**. L'erreur sur la valeur de  $\alpha_s$  a été calculée analytiquement à partir des erreurs sur les masses des quarks et sur les paramètres  $\Lambda$ , à l'aide de MATHEMATICA 2.0. Alors, la valeur de  $\alpha_s$  au  $Q^2$  moyen de E154, égal à  $5 \text{ GeV}^2$ , est :

$$\alpha_s(Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = 0.289 \pm 0.037 \tag{4.31}$$

<b>Masse du quark c</b>	$1.5 \pm 0.1 \text{ GeV}$	<b>Valeur de <math>\Lambda</math> (<math>n_f = 3</math>)</b>	$345 \pm 88 \text{ MeV}$
<b>Masse du quark b</b>	$4.5 \pm 0.2 \text{ GeV}$	<b>Valeur de <math>\Lambda</math> (<math>n_f = 4</math>)</b>	$300 \pm 85 \text{ MeV}$

**Table 4.5** : masses des quarks c et b [GLÜCK1], [RPP4], et valeurs du paramètre  $\Lambda$ .



**Figure 4.9** : évolution de  $\alpha_s$  en fonction de  $Q^2$ . Les zones hachurées représentent une déviation égal à un écart type de part et d'autre de la valeur centrale.

► Règle de somme d'Ellis et Jaffe

La règle de somme d'Ellis et Jaffe prédit la valeur de l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  sur tout le domaine en  $x$ , depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 1$  :

$$\int_0^1 g_1^n(x, Q^2) dx = \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} d_1^{NS} + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} d_2^{NS} + \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} d_3^{NS} \right] \left[ -\frac{1}{12} a_3 + \frac{1}{36} a_8 \right] + \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} d_1^S + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} d_2^S + \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} d_3^S \right] \frac{1}{9} a_8 \quad (4.32)$$

avec :

$$a_3 = |g_A / g_V| = F + D = 1.2573 \pm 0.0028 \quad \text{[ELLIS1]} \quad (4.33)$$

$$F / D = 0.575 \pm 0.016 \quad \text{[CLOSE1]} \quad (4.34)$$

d'où

$$a_8 = 3F - D = a_3(3F / D - 1) / (1 + F / D) = 0.5788 \pm 0.032 \quad (4.35)$$

et pour E154 :

$$\alpha_s(Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = 0.289 \pm 0.037 \quad (4.36)$$

Les expressions des coefficients de type non singulet  $d^{NS}$  et celles des coefficients de type singulet  $d^S$  ne dépendent que du nombre de saveurs actives à l'échelle considérée et ont été établies dans  $\overline{MS}$  par [LARIN1]. Leurs valeurs sont données dans la **Table 4.6** pour  $n_f = 3$  et  $n_f = 4$ , ainsi que la valeur de l'intégrale de  $g_1^n$  prédite par cette règle de somme. L'erreur associée à cette intégrale a été calculée analytiquement à l'aide du code MATHEMATICA 2.0, à partir des erreurs sur la constante de couplage de QCD et sur les termes  $F+D$  et  $F/D$ .

	<i>Non singulets NS</i>			<i>Singulets S</i>			<b>Ellis-Jaffe</b>
	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	
$n_f = 3$	-1	-3.5833	-20.2153	-0.3333	-0.5496	-4.4473	-0.0146 ± 0.0043
$n_f = 4$	-1	-3.2500	-13.8503	-0.0400	1.0815	4.8742	-0.0122 ± 0.0045

**Table 4.6 :** coefficients de type non singulet et de type singulet intervenant dans l'expression de la règle de somme d'Ellis-Jaffe et valeur de la prédiction à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .

La **Figure 4.10** montre la valeur de la règle de somme d'Ellis et Jaffe pour le neutron en fonction de l'ordre de la correction en  $\alpha_s$  pour  $n_f = 3$  et  $n_f = 4$  estimée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , près du seuil  $Q^2 = m_c^2$ . Elle montre également la valeur de l'intégrale  $I_{EJ}(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2)$  :

$$I_{EJ}(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = \int_{x=x}^1 g_1^n(x', Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) dx' \quad (4.37)$$

en fonction de  $x$ , pour les onze intervalles en  $x$  de E154. La zone hachurée délimite la prédiction théorique d'Ellis et Jaffe à trois et quatre saveurs. Comme l'ont déjà confirmé dans le passé les expériences du CERN et du SLAC, la règle de somme d'Ellis et Jaffe est clairement violée par les données expérimentales.

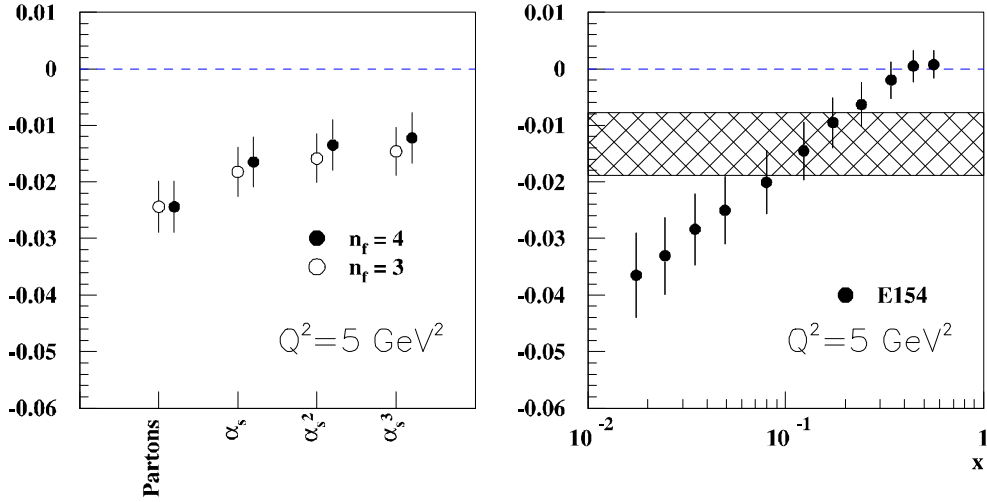
► Règle de somme de Bjorken

La règle de somme de Bjorken est corrigée jusqu'à l'ordre 5 en QCD dans  $\overline{MS}$  [KATAEV] :

$$\int_0^1 g_1^p(x, Q^2) - g_1^n(x, Q^2) dx = \frac{1}{6} a_3 \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} d_1^{NS} + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} d_2^{NS} + \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} d_3^{NS} + \frac{\alpha_s^4}{\pi^4} d_4^{NS} + \frac{\alpha_s^5}{\pi^5} d_5^{NS} \right] \quad (4.38)$$

où :

$$\alpha_s(Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = 0.289 \pm 0.037 \quad (4.39)$$



**Figure 4.10 :** prédiction de la règle de somme d'Ellis et Jaffe en fonction de l'ordre de la correction en  $\alpha_s$  (figure de gauche) et intégrale  $I_{EJ}$  en fonction de la valeur de  $x$ , à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Les barres d'erreur sur cette intégrale tiennent compte des erreurs statistiques, systématiques et d'évolution sur  $g_1$ .

La liste des cinq coefficients de type non singulet et l'estimation de la règle de somme de Bjorken sont données dans la **Table 4.7**.

	<i>Coefficients non singulets NS</i>					$B_j (\alpha_s^4)$
	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	
$n_f = 3$	-1	-3.58	-20.21	-130	-893.38	$0.1787 \pm 0.0020$
$n_f = 4$	-1	-3.25	-13.84	-68	?	$0.1812 \pm 0.0017$

**Table 4.7 :** coefficients de type non singulet intervenant dans l'expression de la règle de somme de Bjorken et valeur de la prédiction à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , à l'ordre 4 en  $\alpha_s$ .

La **Figure 4.11** montre la valeur de la règle de somme de Bjorken en fonction de l'ordre de la correction en  $\alpha_s$  pour  $n_f = 3$  et  $n_f = 4$  estimée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , près du seuil  $Q^2 = m_c^2$ . Elle montre également la valeur de l'intégrale  $I_{Bj}(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2)$  :

$$I_{Bj}(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = \int_{x=x}^1 (g_1^p - g_1^n)(x', Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) dx' \quad (4.40)$$

en fonction de  $x$ , pour les onze intervalles en  $x$  de E154. La zone hachurée délimite la prédiction théorique de Bjorken à trois et quatre saveurs à l'ordre 4 en  $\alpha_s$ .

L'intégrale de la différence  $g_1^p - g_1^n$  calculée entre  $x = 0.0135$  et  $x = 1$  se rapproche clairement de la prédiction théorique de la valeur de la règle de somme de Bjorken sans toutefois l'atteindre. Cette règle de somme ne semble donc pas violée à l'heure actuelle, mais elle ne pourra pas être confirmée sans l'apport de nouvelles données à plus bas  $x$  sur la fonction de structure  $g_1$  du proton et du neutron, permettant de déterminer plus précisément leur comportement dans cette région cinématique.

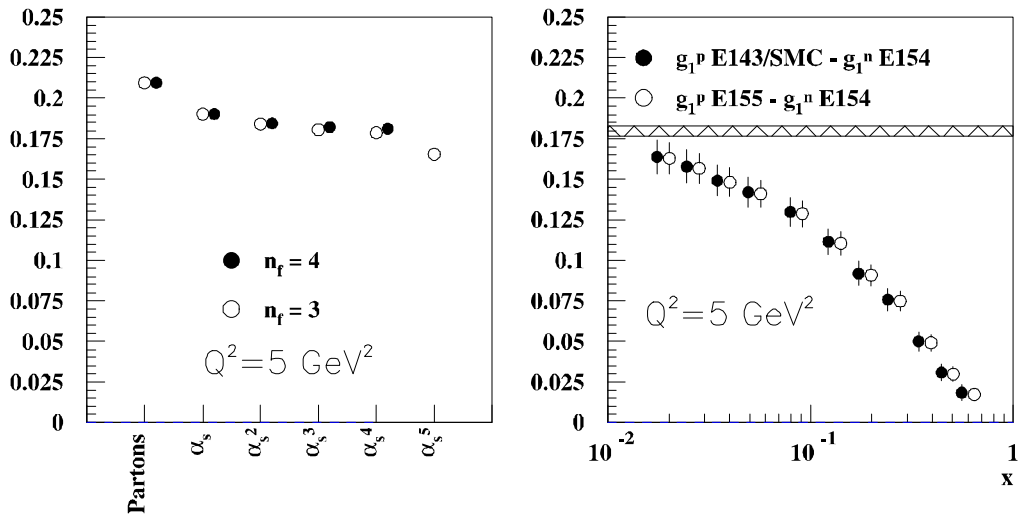
En ajustant la différence  $(g_1^p - g_1^n)$  avec le comportement en puissance  $Cx^\alpha$ , le plus divergent pour  $g_1^n$ , nous estimons (cf. **Figure 4.12**) :

$$C = 0.130 \pm 0.028_{\text{STAT}} \pm 0.010_{\text{SYST}}$$

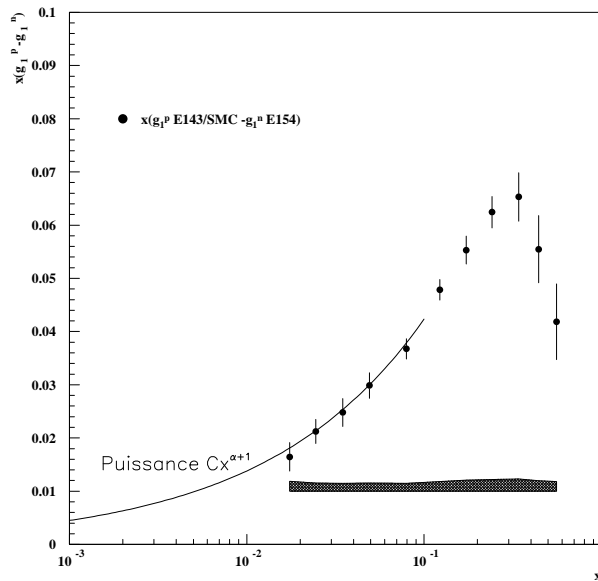
$$\alpha = -0.514 \pm 0.072_{\text{STAT}} \pm 0.042_{\text{SYST}}$$



où les mesures utilisées pour le proton sont celles des expériences E143 et SMC évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .



**Figure 4.11 :** prédiction de la règle de somme de Bjorken en fonction de l'ordre de la correction en  $\alpha_s$  (figure de gauche) et intégrale  $I_{Bj}$  en fonction de la valeur de  $x$ , à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Les barres d'erreur sur cette intégrale tiennent compte des erreurs statistiques, systématiques et d'évolution sur  $g_1$ . Les données de l'expérience E155 sont préliminaires et ne sont pas encore publiées.



**Figure 4.12 :** différence  $x(g_1^p - g_1^n)$  en fonction de  $x$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Les barres d'erreurs tiennent compte des erreurs statistiques, systématiques et d'évolution (pour E154) et de leur corrélations.

L'intégrale correspondante  $I_{bas}$  à bas  $x$  vaut alors :

$$I_{bas} = \int_{x=0}^{0.0135} (g_1^p - g_1^n)(x) dx = 0.0330 \pm 0.009_{\text{STAT}} \pm 0.006_{\text{SYST}} \quad (4.41)$$

et l'intégrale  $I_{Bj}$  sur tout le domaine en  $x$ , accompagnée de son erreur vaut :

$$I_{Bj} = \int_{x=0}^1 (g_1^p - g_1^n)(x) dx = 0.197 \pm 0.018 \quad (4.42)$$

Ce résultat est raisonnablement compatible avec la prédiction théorique de la **Table 4.7**.

Dans l'hypothèse d'un comportement de type *constante* à bas  $x$ , nous obtenons :

$$I_{Bj} = \int_{x=0}^1 (g_1^p - g_1^n)(x) dx = 0.174 \pm 0.011 \quad (4.43)$$

Ce résultat est compatible lui aussi avec la prédiction de la **Table 4.7**.

La valeur  $c_{HT}$  du terme de twist 4 venant corriger la prédiction de la règle de somme de Bjorken a été estimée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  [ELLIS3] :

$$c_{HT} = \frac{-0.02 \pm 0.01 \text{ GeV}^2}{Q^2} = -0.004 \pm 0.002 \quad (4.44)$$

Cette estimation n'affecte que le troisième chiffre significatif de la valeur de la règle de somme de Bjorken.

### 1.1.4 Fraction de spin portée par les quarks

La fraction de spin portée par les quarks notée  $\Delta\Sigma$ , égale à la somme des contributions  $\Delta q$ ,  $q = u$ ,  $d$ , et  $s$  de chaque saveur de quarks au spin du nucléon à l'échelle considérée peut être estimée à partir de la mesure de l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  sur tout le domaine en  $x$ , depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 1$  [LARIN1] :

$$\int_0^1 g_1^{p(n)}(x, Q^2) dx = \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} d_1^{NS} + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} d_2^{NS} + \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} d_3^{NS} \right] \left[ \pm \frac{1}{12} a_3 + \frac{1}{36} a_8 \right] + \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} d_1^S + \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} d_2^S + \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} d_3^S \right] \frac{1}{9} \Delta\Sigma \quad (4.45)$$

où les expressions des coefficients de type non singulet  $d^{NS}$  et celles des coefficients de type singulet  $d^S$  donnés dans la **Table 4.8** ne dépendent que du nombre de saveurs actives à l'échelle considérée et sont données dans [LARIN1]. La fraction  $\Delta\Sigma$  ainsi extraite ne dépend pas de l'échelle  $Q^2$  [LARIN2].

	Non singulets NS			Singulets S		
	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_1$	$d_2$	$d_3$
$n_f = 3$	-1	-3.5833	-20.2153	-0.3333	-0.5496	-4.4473
$n_f = 4$	-1	-3.2500	-13.8503	-0.0400	-1.0815	4.8742

**Table 4.8** : coefficients de type non singulet et singulet permettant d'extraire  $\Delta\Sigma$ .

Les contributions individuelles des saveurs légères  $u$ ,  $d$  et  $s$  sont extraites en utilisant les relations :

$$\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s \quad (4.46)$$

$$\Delta u = a_8 / 6 + a_3 / 2 + \Delta\Sigma / 3 \quad (4.47)$$

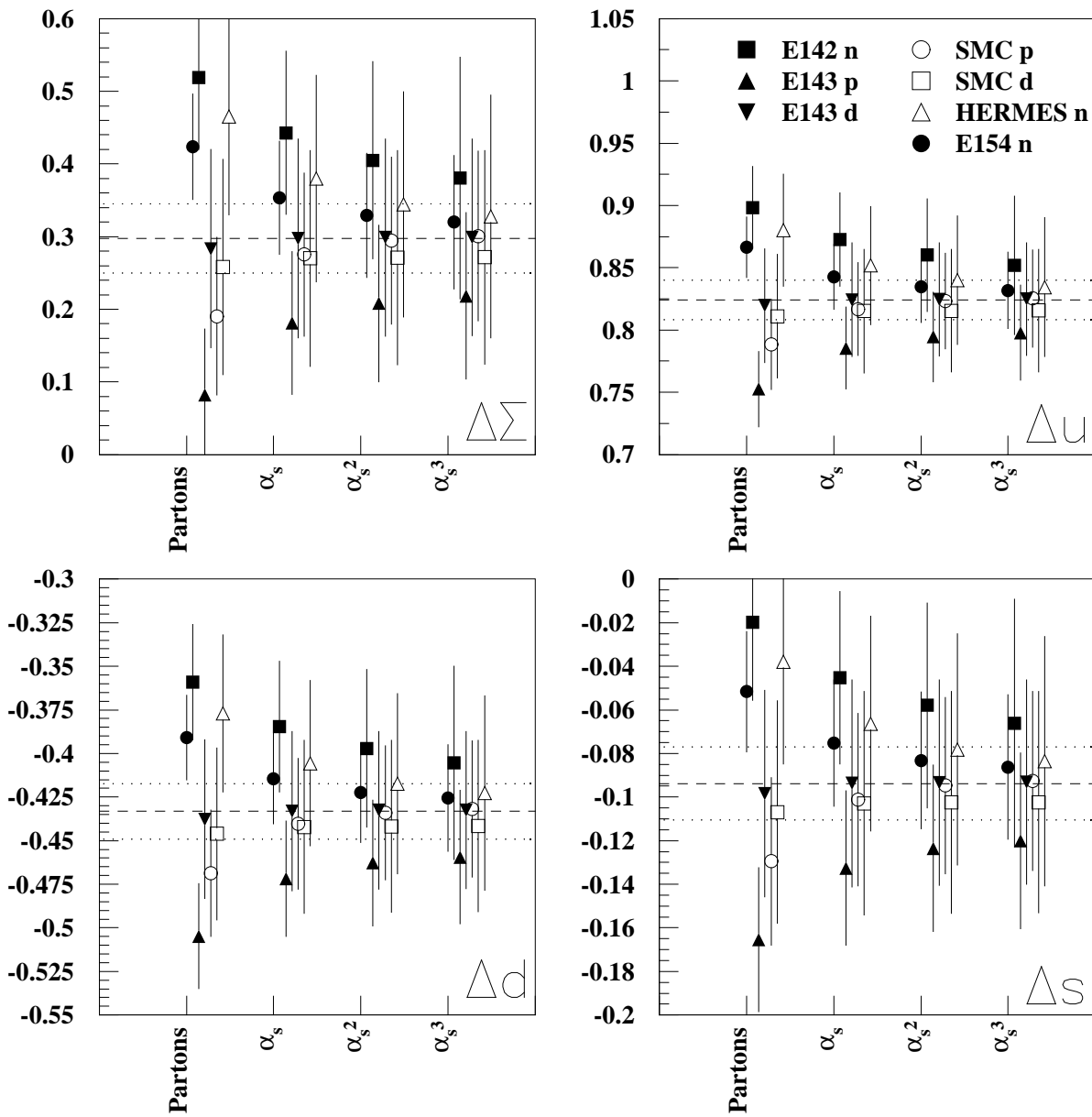
$$\Delta d = \Delta u - a_3 \quad (4.48)$$

$$\Delta s = (\Delta\Sigma - a_8) / 3 \quad (4.49)$$

Dans le cas du deutéron, la valeur de  $\Delta\Sigma$  est extraite de la mesure de l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  du deutéron en utilisant la relation entre les intégrales du proton, du neutron et du deutéron :

$$\int_{x=0}^1 g_1^d dx = \frac{1}{2} \left[ \int_{x=0}^1 g_1^p dx + \int_{x=0}^1 g_1^n dx \right] \left[ 1 - \frac{3}{2} \omega_D \right] \quad (4.50)$$

La **Figure 4.13** montre la valeur de chacune de ces quatre contributions en fonction de l'ordre de la correction en  $\alpha_s$  pour les expériences E142, E143, SMC, HERMES et E154. Chaque valeur a été calculée à l'aide de la valeur de l'intégrale publiée de la fonction de structure  $g_1$  du neutron, du proton et du deutéron, calculée à un  $Q^2$  moyen dont la valeur fixe le nombre de saveurs dont dépendent les coefficients de type non singulet et de type singulet. Ces intégrales ont été calculées en supposant un comportement de type Regge à bas  $x$ .



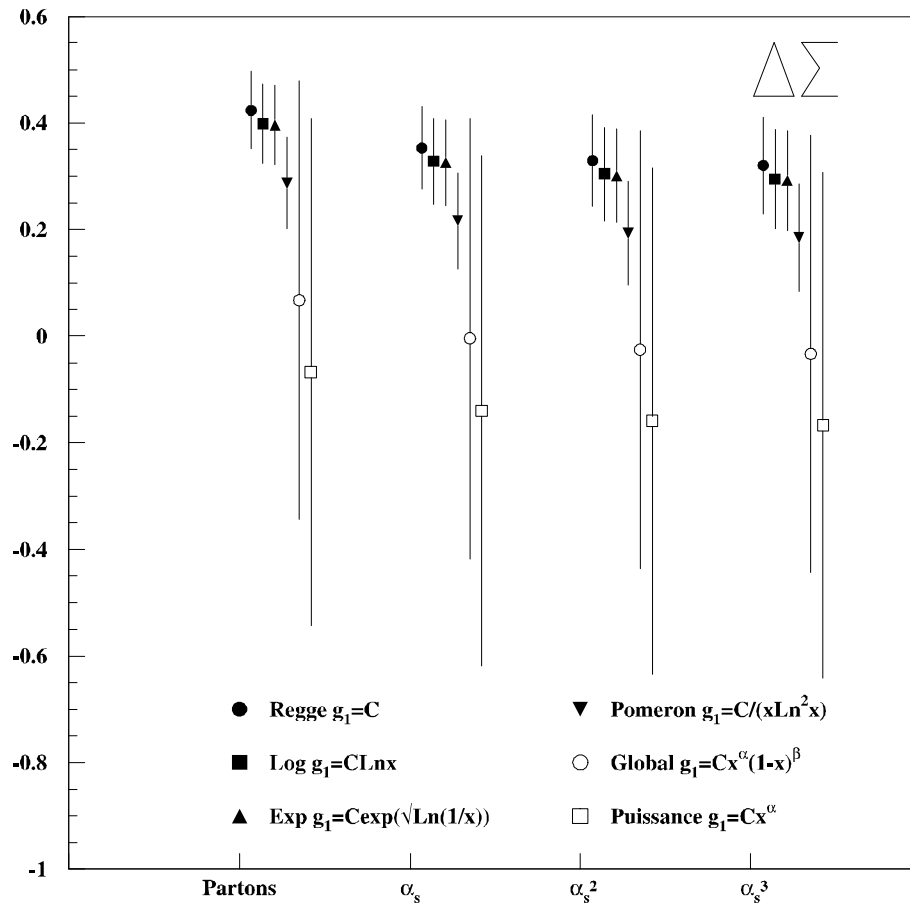
**Figure 4.13 :** contributions des saveurs légères au spin du nucléon en fonction de l'ordre de la correction en  $\alpha_s$ .

La **Table 4.9** donne les valeurs mondiales correspondantes, calculées à l'ordre 4 en  $\alpha_s$ .

Cependant, ces estimations dépendent fortement du comportement à bas  $x$  choisi pour calculer la valeur de l'intégrale de  $g_1$ , comme le montre la **Figure 4.14** dans le cas de E154. Ces contributions ne peuvent donc pas être estimées de façon fiable si le comportement à bas  $x$  de la fonction de structure  $g_1$  n'est pas mesuré plus précisément.

$\Delta\Sigma$	$30 \% \pm 5 \%$
$\Delta u$	$82 \% \pm 2 \%$
$\Delta d$	$-43 \% \pm 2 \%$
$\Delta s$	$-9 \% \pm 2 \%$

**Table 4.9 :** valeurs mondiales des contributions des saveurs légères au spin du nucléon.



**Figure 4.14 :** estimation de  $\Delta\Sigma$  pour les différents comportements de la fonction de structure  $g_1$  du neutron à bas  $x$  envisagés dans notre analyse.

## 1.2 Evolution DGLAP à l'ordre sous-dominant

Le comportement divergent à bas  $x$  de la fonction de structure  $g_1$  du neutron peut traduire une importante contribution des quarks de la mer et des gluons à la fonction  $g_1$ , et remettre en cause les hypothèses d'évolution traditionnelles qui supposent que les asymétries  $A_1$  et  $A_2$  et que le rapport  $g_1/F_1$  ne dépendent pas de  $Q^2$ . Une autre méthode d'évolution en  $Q^2$  doit donc être envisagée.

Le formalisme de la chromodynamique quantique permet de décrire le comportement perturbatif du nucléon, en particulier de prédire l'évolution en  $Q^2$  des fonctions de distribution polarisées des quarks et des gluons. Dans ce paragraphe, nous appliquons ce formalisme à l'évolution des données mondiales sur la fonction de structure  $g_1$  et montrons comment elle peut conduire à une estimation de la contribution du spin des quarks et de la contribution du spin des gluons au spin du nucléon.

L'évolution en  $Q^2$  de la fonction de structure  $g_1$  est gouvernée par les équations DGLAP bien connues à l'heure actuelle jusqu'à l'ordre sous dominant (NLO) en  $(\alpha_s)^2$  [MERTIG], qui permettent d'évoluer les distributions de quarks et de gluons polarisées. Elle doit être menée en deux étapes :

- la première étape consiste à déterminer la meilleure paramétrisation des distributions de quarks et de gluons polarisées en tenant compte des données mondiales sur la fonction de structure  $g_1$  du nucléon (neutron, proton et deutéron) et des nouvelles mesures de E154.
- une fois déterminée, cette paramétrisation peut être évoluée jusqu'à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  à l'aide des équations DGLAP et permet de déterminer la valeur des mesures de  $g_1$  de E154 évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .

### 1.2.1 Principe de l'évolution en $Q^2$

#### 1.2.1.1 Paramétrisation initiale des distributions polarisées

Toutes les grandeurs comportant le préfixe  $\delta$  représenteront dans la suite de ce chapitre des grandeurs polarisées dépendant de  $x$  et de  $Q^2$ . Les grandeurs commençant par le préfixe  $\Delta$  désigneront au contraire des grandeurs intégrées sur tout le domaine en  $x$  depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 1$ , encore appelées premiers moments. Pour évoluer les distributions de partons polarisées à n'importe quelle valeur de  $Q^2$ , il est nécessaire de les paramétriser analytiquement à une valeur d'échelle initiale  $Q_0^2$ , puisqu'elles ne sont pas calculables en QCD.

Il existe dans la littérature un grand nombre de paramétrisations différentes à l'échelle initiale. D'un côté, l'expression de la paramétrisation doit être suffisamment générale pour prendre en compte toutes les dépendances possibles en  $x$  Bjorken, mais d'un autre côté ne doit pas contenir un nombre trop élevé de paramètres libres, sous peine de ne pouvoir déterminer leur valeur à l'aide du code d'ajustement. Elle s'écrit généralement sous la forme  $\delta f$  :

$$\delta f(x, Q_0^2) = ax^b (1-x)^c P(x) \quad (4.51)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des constantes réelles. Le terme  $x^b$  domine aux basses valeurs de  $x$ , le terme  $(1-x)^c$  décrit le comportement à grand  $x$  et  $P(x)$  est une fonction qui varie peu avec  $x$ .

La paramétrisation choisie a été proposée par le groupe Glück, Reya, Stratmann et Vogelsang (GRSV) [GLÜCK3]. Elle n'est valable qu'à l'échelle initiale  $Q_0^2$  :

$$\delta u_v(x, Q_0^2) = N_{u_v} x^{a_{u_v}} u_v(x, Q_0^2) \quad (4.52)$$

$$\delta d_v(x, Q_0^2) = N_{d_v} x^{a_{d_v}} d_v(x, Q_0^2) \quad (4.53)$$

$$\delta \bar{q}(x, Q_0^2) = (\delta \bar{d} + \delta \bar{u}) / 2 = N_{\bar{q}} x^{a_{\bar{q}}} (1-x)^{b_{\bar{q}}} \bar{q}(x, Q_0^2) \quad (4.54)$$

$$\delta \Delta(x, Q_0^2) = (\delta \bar{d} - \delta \bar{u}) / 2 = N_{\Delta} x^{a_{\Delta}} (1-x)^{b_{\Delta}} \Delta(x, Q_0^2) \quad (4.55)$$

$$\delta s(x, Q_0^2) = \delta \bar{s}(x, Q_0^2) = N_s \delta \bar{q}(x, Q_0^2) \quad (4.56)$$

$$\delta g(x, Q_0^2) = N_g x^{a_g} (1-x)^{b_g} g(x, Q_0^2) \quad (4.57)$$

où sont introduites les trois saveurs de quarks  $u$ ,  $d$  et  $s$ . L'indice  $v$  désigne les distributions de quarks de valence. Ces paramétrisations sont définies dans l'espace de Bjorken  $(x, Q^2)$  et dépendent de 14 paramètres :

$$N_{u_v}, N_{d_v}, N_g, N_{\Delta}, a_{u_v}, a_{d_v}, a_{\bar{q}}, a_s, a_g, a_{\Delta}, b_{\bar{q}}, b_g, b_{\Delta}$$

Les distributions non polarisées à l'échelle initiale  $Q_0^2$  sont fournies par différents groupes. Les paramétrisations non polarisées choisies sont les paramétrisations numériques de GRV [GLÜCK1] à l'échelle initiale  $Q_0^2 = 0.34 \text{ GeV}^2$ , puis celles du groupe Martin, Roberts et Strirling (MRS) [MARTIN] à l'échelle initiale  $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ . Ainsi, en choisissant deux distributions non polarisées indépendantes l'une de l'autre, il est possible d'évaluer l'influence de la paramétrisation non polarisée sur les résultats finals.

- **Distributions non polarisées de GRV à  $Q_0^2 = 0.34 \text{ GeV}^2$**

$$x u_v(x, Q_0^2) = 0.988 x^{0.543} (1 + 1.58\sqrt{x} + 2.58x + 18.1x^{3/2})(1-x)^{3.380} \quad (4.58)$$

$$x d_v(x, Q_0^2) = 0.182 x^{0.316} (1 + 2.51\sqrt{x} + 25x + 11.4x^{3/2})(1-x)^{4.113} \quad (4.59)$$

$$x \bar{q}(x, Q_0^2) = (\bar{d} + \bar{u}) / 2 = (1.09/2) x^{0.30} (1 + 2.65x)(1-x)^{8.33} \quad (4.60)$$

$$x \Delta(x, Q_0^2) = (\bar{d} - \bar{u}) / 2 = (0.0525/2) x^{0.381} (1 + 15.2x + 132x^{3/2})(1-x)^{8.65} \quad (4.61)$$

$$x g(x, Q_0^2) = 26.2 x^{1.9} (1-x)^{4.0} \quad (4.62)$$

$$x s(x, Q_0^2) = x \bar{s}(x, Q_0^2) = 0 \quad (4.63)$$

Choisir  $s(x, Q_0^2) = 0$  et  $\delta s(x, Q_0^2) \neq 0$  semble contredire la contrainte de positivité que doivent satisfaire les distributions de partons polarisées  $|\delta q| \leq q$ . En fait, cette inégalité n'est satisfaite que pour des échelles en  $Q^2$  supérieures à  $0.8 \text{ GeV}^2$  [GLÜCK5], et choisir  $s(x, Q_0^2) = 0$  n'affecte en rien la paramétrisation polarisée  $\delta s(x, Q_0^2)$  et n'a pas d'impact sur la génération radiative des distributions polarisées. Lorsque la contrainte de positivité est satisfaite à l'échelle initiale  $Q_0^2$ , elle le reste après évolution en  $Q^2$ .

- **Distributions non polarisées de MRS à  $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$**

$$x u_v(x, Q_0^2) = A_{u_v} x^{0.61} (1-x)^{3.54} (1 - 0.98\sqrt{x} + 6.51x) \quad (4.64)$$

$$x d_v(x, Q_0^2) = A_{d_v} x^{0.24} (1-x)^{4.21} (1 + 7.37\sqrt{x} + 29.9x) \quad (4.65)$$

$$x \bar{q}(x, Q_0^2) = (\bar{d} + \bar{u}) / 2 = 0.2 A_s x^{-0.15} (1-x)^{8.27} (1 + 1.13\sqrt{x} + 14.4x) \quad (4.66)$$

$$x \Delta(x, Q_0^2) = (\bar{d} - \bar{u}) / 2 = 0.5 A_{\Delta} x^{0.3} (1-x)^{8.27} (1 + 64.9x) \quad (4.67)$$

$$x g(x, Q_0^2) = 14.4 x^{0.51} (1-x)^{5.51} (1 - 4.20\sqrt{x} + 6.47x) \quad (4.68)$$

$$A_s = 0.37$$

$$A_{\Delta} = 0.036$$

Les constantes de normalisation de la valence  $A_{u_v}$  et  $A_{d_v}$  sont déterminées par :

$$\int_0^1 u_v(x, Q_0^2) dx = 2 \quad (4.69)$$

$$\int_0^1 d_v(x, Q_0^2) dx = 1 \quad (4.70)$$

donnant le nombre de quarks  $u$  et  $d$  de valence dans le proton. Remarquer que MRS ne paramétrisent pas les quarks étranges de la mer. Cela n'a pas de conséquence sur notre paramétrisation polarisée.

### 1.2.1.2 Les équations DGLAP à l'ordre sous-dominant dans l'espace de Bjorken

Les équations DGLAP permettent d'évoluer les distributions de partons, polarisées ou non, depuis n'importe quelle valeur de  $Q^2$  à une autre. Elles sont valables dans le domaine perturbatif de QCD, à des échelles au-delà de  $0.34 \text{ GeV}^2$  [GLÜCK1], [GLÜCK2]. Leur formulation dépend de la couleur des distributions à évoluer [GLÜCK3] :

- **Equations d'évolution DGLAP pour des distributions de type non singulet de couleur**

$$\frac{d}{d \ln Q^2} (\delta q + \delta \bar{q} - \delta q' - \delta \bar{q}') = \frac{\alpha_s}{2\pi} (\delta P_{qq} + \delta P_{q\bar{q}}) \otimes (\delta q + \delta \bar{q} - \delta q' - \delta \bar{q}') \quad (4.71)$$

$$\frac{d}{d \ln Q^2} (\delta q - \delta \bar{q}) = \frac{\alpha_s}{2\pi} (\delta P_{qq} - \delta P_{q\bar{q}}) \otimes (\delta q - \delta \bar{q}) \quad (4.72)$$

où

$$\delta q = \delta q_{\text{valence}} + \delta q_{\text{mer}} \text{ et } \delta \bar{q} = \delta q_{\text{mer}} \text{ pour } q = u, d$$

$\alpha_s$  représente la constante de couplage de QCD et le produit de convolution  $\otimes$  de deux distributions de partons  $f$  et  $g$  est défini par :

$$(f \otimes g)(x, Q^2) = \int_x^1 f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) g(z, Q^2) \frac{dz}{z} \quad (4.73)$$

- **Equations d'évolution DGLAP pour des distributions de type singulet de couleur**

$$\frac{d}{d \ln Q^2} \begin{pmatrix} \delta \Sigma \\ \delta g \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \begin{pmatrix} \delta P_{qq} + \delta P_{q\bar{q}} + \delta P_{qq,PS} & \delta P_{qg} \\ \delta P_{gq} & \delta P_{gg} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \delta \Sigma \\ \delta g \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

$$\text{où } \delta \Sigma = \sum_{\text{savours } q} (\delta q + \delta \bar{q})$$

Les quantités  $\delta P_{ij}(x)$  représentent les fonctions de partition. A l'heure actuelle, elle sont bien connues jusqu'à l'ordre sous-dominant [MERTIG], [VOGELSANG].

### 1.2.1.3 Les équations DGLAP à l'ordre sous-dominant dans l'espace de Mellin

Au lieu de résoudre numériquement les équations intégral-différentielles DGLAP dans l'espace de Bjorken, il est beaucoup plus commode de travailler dans l'espace de Mellin des moments d'ordre  $n$ ,  $n$  étant un entier [FURMANSKI]. Dans cet espace, les distributions de partons ne dépendent plus de la variable de Bjorken  $x$  mais d'un entier  $n$ . Elles sont représentées par leur moment d'ordre  $n$  noté  $\delta f$ , qui dépend  $n$  et de  $Q^2$ . Ce moment est défini par la relation :

$$\delta f(n, Q^2) = \int_0^1 x^{n-1} f(x, Q^2) dx \quad (4.75)$$

Dans ce nouvel espace, le produit de convolution de deux distributions  $f$  et  $g$  est simplement égal au produit des deux fonctions :

$$(f \otimes g)(n) = \int_0^1 x^{n-1} (f \otimes g)(x) dx = f(n)g(n) \quad (4.76)$$

Ainsi, dans cet espace, il est facile de résoudre analytiquement les équations DGLAP, ce qui n'est pas possible dans l'espace de Bjorken. Une fois la solution déterminée, une simple intégrale complexe permet d'exprimer la solution dans l'espace de Bjorken [GLÜCK4].

Pour calculer les expressions analytiques des moments d'ordre  $n$  de chaque distribution polarisée à l'échelle initiale, il faut utiliser la fonction gamma incomplète  $B_1(p, q)$  définie par :

$$B_1(p, q) = \int_0^1 t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \quad (4.77)$$

où  $p$  et  $q$  sont des réels et  $\Gamma(p)$  représente la fonction gamma, calculée en utilisant la fonction WLGAMA (C306) de la CERNLIB.

Les combinaisons de distributions polarisées sont évoluées à l'aide des équations DGLAP exprimées dans l'espace de Mellin. Ces équations s'écrivent :

- **Equations d'évolution DGLAP pour des combinaisons de type non singulet de couleur**

$$\delta q_{NS}^\eta(Q^2) = \left[ 1 + \frac{\alpha_s(Q^2) - \alpha_s(Q_0^2)}{4\pi} \left( \frac{\delta\gamma_{NS}^{(1)\eta}}{2\beta_0} - \frac{\beta_1 \delta\gamma_{qq}^{(0)}}{2\beta_0^2} \right) \right] \left( \frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right)^{\delta\gamma_{qq}^{(0)}/(2\beta_0)} \delta q_{NS}^\eta(Q_0^2) \quad (4.78)$$

L'indice  $NS$  désigne des distributions de type non singulet de couleur.  $\eta$  peut prendre les valeurs  $+1$  ou  $-1$  selon la combinaison à évoluer :

- $\eta = +1$  doit être utilisé pour l'évolution des combinaisons :

$$\delta u - \delta \bar{u} = \delta u_v \quad (4.79)$$

$$\delta d - \delta \bar{d} = \delta d_v \quad (4.80)$$

- $\eta = -1$  doit être utilisé pour l'évolution des combinaisons :

$$(\delta u + \delta \bar{u}) - (\delta d + \delta \bar{d}) = \delta q_3 \quad (4.81)$$

$$(\delta u + \delta \bar{u}) - (\delta d + \delta \bar{d}) - 2(\delta s + \delta \bar{s}) = \delta q_8 \quad (4.82)$$

Les termes  $\delta\gamma_{ij}$  portent le nom de dimensions anomales polarisées ; elles ne sont rien d'autre que l'expression dans l'espace de Mellin des fonctions de partition définies dans l'espace de Bjorken :

$$\delta\gamma_{ij}^{(0)}(n) = -4 \int_0^1 x^{n-1} \delta P_{ij}^{(0)}(x) dx \quad (4.83)$$

$$\delta\gamma_{ij}^{(1)}(n) = -8 \int_0^1 x^{n-1} \delta P_{ij}^{(1)}(x) dx \quad (4.84)$$

L'exposant (0) désigne des quantités calculées à l'ordre dominant (LO), et l'exposant (1) des quantités calculées à l'ordre sous-dominant (NLO). Leurs expressions complètes sont données dans l'Annexe 4. Les coefficients  $\beta_0$  et  $\beta_1$  sont définis par :

$$\beta_0 = 11 - 2f/3 \quad (4.85)$$

$$\beta_1 = 102 - 38f/3 \quad (4.86)$$

où  $f$  représente le nombre de saveurs actives à l'échelle considérée, c'est-à-dire le nombre de saveurs de quarks dont la masse est inférieure à l'échelle d'énergie  $Q$ .  $f$  est fixée à 3 dans les expressions des dimensions anomales pour notre domaine d'évolution en  $Q^2$  (saveurs actives :  $u, d, s$ ).

- **Equation d'évolution DGLAP pour des combinaisons de type singulet de couleur**



La matrice  $\Gamma(Q^2)$ , singulet de couleur, est définie comme :

$$\Gamma(Q^2) = \begin{pmatrix} \delta\Sigma(Q^2) \\ \delta g(Q^2) \end{pmatrix} \quad (4.87)$$

Son équation d'évolution s'écrit :

$$\Gamma(Q^2) = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_s(Q^2) \\ \alpha_s(Q_0^2) \end{pmatrix}^{\lambda_+/(2\beta_0)} \left[ \mathfrak{R}_- - \frac{1}{2\beta_0} \frac{1}{4\pi} (\alpha_s(Q_0^2) - \alpha_s(Q^2)) \mathfrak{R}_- \mathfrak{R}_- \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{4\pi} - \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \left( \frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right)^{(\lambda_- - \lambda_+)/(2\beta_0)} \right) \frac{\mathfrak{R}_- \mathfrak{R}_+}{2\beta_0 + \lambda_+ - \lambda_-} \right] + (+ \leftrightarrow -) \right\} \Gamma(Q^2) \quad (4.88)$$

où  $(+ \leftrightarrow -)$  symbolise l'échange des indices  $+$  et  $-$ .  $\gamma$  est une matrice  $(2 \times 2)$  définie par :

$$\gamma = \gamma^{(1)} - \frac{\beta_1}{\beta_0} \gamma^{(0)} \quad (4.89)$$

avec les matrices  $(2 \times 2)$  :

$$\gamma^{(p)} = \begin{pmatrix} \delta\gamma_{qq}^{(p)} & \delta\gamma_{qg}^{(p)} \\ \delta\gamma_{gq}^{(p)} & \delta\gamma_{gg}^{(p)} \end{pmatrix} \quad p = 0,1 \quad (4.90)$$

où  $p = 0,1$  représente l'ordre du calcul perturbatif (ordre dominant et ordre sous-dominant).

Les matrices  $\mathfrak{R}_\pm$  et les valeurs propres  $\lambda_\pm$  de la matrice  $\gamma$  sont données par :

$$\mathfrak{R}_\pm = \pm \frac{1}{\lambda_+ - \lambda_-} (\gamma^{(0)} - \lambda_\pm \mathfrak{I}) \quad (4.91)$$

$$\lambda_\pm = \frac{1}{2} [\delta\gamma_{qq}^{(0)} + \delta\gamma_{gg}^{(0)} \pm \sqrt{(\delta\gamma_{gg}^{(0)} - \delta\gamma_{qq}^{(0)})^2 + 4\delta\gamma_{qg}^{(0)} \delta\gamma_{gq}^{(0)}}] \quad (4.92)$$

où  $\mathfrak{I}$  représente la matrice identité  $(2 \times 2)$ .

Les équations DGLAP énoncées ci-dessus nous permettent d'évoluer uniquement les combinaisons de type non-singulet  $\delta u_v$ ,  $\delta d_v$ ,  $\delta q_3$ ,  $\delta q_8$  à partir de leur expression en fonction des paramétrisations polarisées, qui s'écrivent, dans le cas où seules trois saveurs de quarks sont excitées :

$$\delta u_v = \delta u - \delta \bar{u} \quad (4.93)$$

$$\delta d_v = \delta d - \delta \bar{d} \quad (4.94)$$

$$\delta q_3 = (\delta u + \delta \bar{u}) - (\delta d + \delta \bar{d}) = \delta u_v - \delta d_v - 4\delta\Delta \quad (4.95)$$

$$\delta q_8 = (\delta u + \delta \bar{u}) - (\delta d + \delta \bar{d}) - 2(\delta s + \delta \bar{s}) = \delta u_v + \delta d_v + 4(N_s - 1)\delta\bar{q} \quad (4.96)$$

et les combinaisons de type singulet  $\delta\Sigma$ ,  $\delta\bar{q}$ , où :

$$\delta\Sigma = \sum_q (\delta q + \delta \bar{q}) = \delta u_v + \delta d_v + (4 + 2N_s)\delta\bar{q} \quad (4.97)$$

Une fois ces combinaisons évoluées, les combinaisons de la mer sont obtenues à l'aide des relations :

$$\delta\bar{q} = \frac{1}{12} (2\delta\Sigma + \delta q_8 - 3\delta u_v - 3\delta d_v) \quad (4.98)$$

$$\delta\Delta = \frac{1}{4} (\delta q_3 - \delta u_v - \delta d_v) \quad (4.99)$$

$$\delta_s = \delta_{\bar{s}} = \frac{1}{6}(\delta\Sigma - \delta q_8) \quad (4.100)$$

### 1.2.1.4 Retour à l'espace de Bjorken

Une fois évoluée à l'échelle  $Q^2$  désirée dans l'espace de Mellin, une simple intégrale complexe permet d'exprimer la distribution polarisée considérée dans l'espace de Bjorken :

$$\delta f(x, Q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \text{Im}[e^{i\phi} x^{-c-z e^{i\phi}} \delta f(n = c + z e^{i\phi}, Q^2)] dz \quad (4.101)$$

où, maintenant,  $n$  est un complexe. Toutes les fonctions introduites dans les expressions des équations d'évolution doivent alors être remplacées par leur prolongement analytique dans le plan complexe. Ces prolongements analytiques sont donnés dans l'**Annexe 4**. En pratique, l'intégration n'est pas effectuée jusqu'à une valeur infinie de  $z$  mais jusqu'à la limite  $5+10/\ln(1/x)$  si  $x \leq 0.4$  et 45 sinon [**GLÜCK4**]. Les constantes d'intégration sont fixées à  $c = 1.8$  et à  $\phi = 1.9$  pour assurer la stabilité des résultats, en particulier à haut  $x$ . L'intégrale a été calculée avec la fonction RGQUAD (D107) de la CERNLIB, en utilisant 24 points d'intégration, ce dernier choix optimisant le temps de calcul de l'intégrale et la précision des résultats.

### 1.2.1.5 Validation du code d'évolution

Glück, Reya, Statmann et Vogelsang nous ont fourni une table donnant la valeur des distributions de partons polarisées à n'importe quelles valeurs de  $x$  et de  $Q^2$ . Ces distributions ont été obtenues avec leur code d'évolution en  $Q^2$  en utilisant les paramétrisations suivantes à l'échelle initiale  $Q_0^2 = 0.34 \text{ GeV}^2$  :

$$\delta u_v(x, Q_0^2) = 0.6586 x^{0.18} u_v(x, Q_0^2) \quad (4.102)$$

$$\delta d_v(x, Q_0^2) = -0.3392 d_v(x, Q_0^2) \quad (4.103)$$

$$\delta \bar{q}(x, Q_0^2) = \delta \bar{d} = \delta \bar{u} = -0.525 x^{0.51} \bar{q}(x, Q_0^2) \quad (4.104)$$

$$\delta s(x, Q_0^2) = \delta \bar{s}(x, Q_0^2) = \delta \bar{q}(x, Q_0^2) \quad (4.105)$$

$$\delta g(x, Q_0^2) = 10.47 x^{1.1} (1-x)^{4.3} u_v(x, Q_0^2) \quad (4.106)$$

Pour comparer notre code d'évolution avec celui de GRSV, il suffit de choisir les mêmes paramétrisations initiales et d'évoluer les distributions polarisées jusqu'à, par exemple,  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ . Nous comparons alors nos résultats avec ceux donnés par leur table, aux mêmes valeurs de  $x$  et de  $Q^2$ . Comme le montre la **Figure 4.15**, les résultats délivrés par notre code d'évolution des distributions polarisées sont en parfait accord avec les leurs.

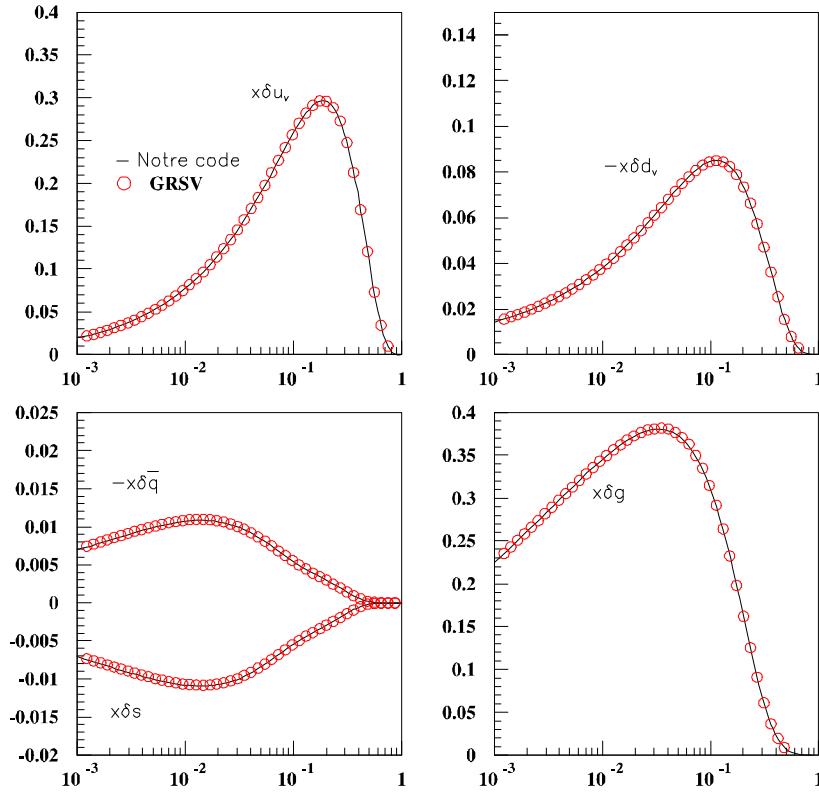
Remarquons que GRSV ont supposé la symétrie d'isospin  $\delta\Delta=0$  de la mer à l'échelle initiale  $Q_0^2 = 0.34 \text{ GeV}^2$ . Au contraire, notre paramétrisation initiale des distributions suppose la brisure de symétrie d'isospin à l'échelle initiale. Cette hypothèse est légitime puisque la symétrie d'isospin est naturellement brisée par l'évolution en  $Q^2$ .

## 1.2.2 Contrainte des paramètres par les données expérimentales

Les mesures expérimentales mondiales non évoluées des fonctions de structure polarisées  $g_1$  pour le proton, le neutron et le deuteron permettent de contraindre la valeur des 14 paramètres utilisés dans les paramétrisations des distributions polarisées à l'échelle initiale  $Q_0^2$ .

### 1.2.2.1 Evolution de la fonction de structure $g_1$

La fonction de structure  $g_1$  s'exprime comme une combinaison linéaire des distributions de partons polarisées dans l'espace de Mellin :



**Figure 4.15 :** distributions de partons polarisées évoluées à  $100 \text{ GeV}^2$  par notre code en trait plein et par le code du groupe GRSV, cercles.

$$g_1^p = \left( \frac{1}{12} \delta q_3 + \frac{1}{36} \delta q_8 + \frac{1}{12} \delta \Sigma \right) \left( 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right) + \frac{1}{9} \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \delta g \quad (4.107)$$

$$g_1^n = \left( -\frac{1}{12} \delta q_3 + \frac{1}{36} \delta q_8 + \frac{1}{12} \delta \Sigma \right) \left( 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right) + \frac{1}{9} \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \delta g \quad (4.108)$$

$$g_1^d = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{18} \delta q_8 + \frac{2}{9} \delta \Sigma \right) \left( 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right) + \frac{2}{9} \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \delta g \right] \left( 1 - \frac{3}{2} \omega_D \right) \quad (4.109)$$

où  $\omega_D = 0.05 \pm 0.01$ .

Les coefficients  $\delta C_q^{(1)}$  et  $\delta C_g^{(1)}$  sont les coefficients de Wilson exprimés dans l'espace de Mellin. Dans le schéma  $\overline{MS}$ , ils s'écrivent :

$$\delta C_q^{(1)} = C_F \left[ -S_2(n) + S_1(n) \left( S_1(n) + \frac{3}{2} - \frac{1}{n(n+1)} \right) + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{n+1} - \frac{9}{2} \right] \quad (4.110)$$

$$\delta C_g^{(1)} = 2T_F \left[ -\frac{n-1}{n(n+1)} (S_1(n) + 1) - \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n(n+1)} \right] \quad (4.111)$$

Les coefficients  $C_F$ ,  $T_F$  et la fonction  $S_1$  sont introduits dans l'**Annexe 4**.

### 1.2.2.2 Détermination de la valeur des 14 paramètres

La valeur de chacun des 14 paramètres à l'échelle initiale  $Q_0^2$  est calculée par une minimisation de  $\chi^2$  à l'aide du code de minimisation MINUIT. La fonction  $\chi^2$  à minimiser dépend des 14 paramètres et s'écrit :

$$\chi^2 = \sum_{i,j} (g_{1,exp}^i - g_{1,NLO}^i) V_{ij}^{-1} (g_{1,exp}^j - g_{1,NLO}^j) \quad (4.112)$$

où la sommation double (indices  $i$  et  $j$ ) a lieu sur toutes les mesures expérimentales mondiales de  $g_1$ .  $g_{1,exp}^i$  représente l'une de ces mesures mondiales à une valeur de  $x$  et de  $Q^2$  mesurées par l'expérience considérée,  $g_{1,NLO}^i$  désigne la prédiction à l'ordre sous-dominant de  $g_1$  à la même valeur de  $x$  et évoluée par les équations DGLAP à cette valeur expérimentale de  $Q^2$  à partir de la paramétrisation initiale des distributions de quarks et de gluons à  $Q_0^2$ . Cette prédiction  $g_{1,NLO}^i$  dépend donc directement de la valeur des 14 paramètres à  $Q_0^2$ .

$V_{ij}^{-1}$  représente l'élément situé au rang  $i$  et à la colonne  $j$  de l'inverse de la matrice d'erreur, appelée aussi matrice de covariance. Cette matrice a été calculée en tenant compte des erreurs expérimentales d'origine statistique et d'origine systématique sur chacune des mesures mondiales, en supposant que les erreurs systématiques sur les mesures appartenant à une même expérience sont corrélées à 100%. Cette hypothèse est justifiée dans la mesure où la plus grande fraction de l'erreur systématique est portée par des facteurs 100% corrélés, comme la polarisation du faisceau, celle de la cible, le facteur de dilution de la cible, etc... Considérons par exemple deux expériences, notées (I) et (II) ayant mesuré chacune deux points expérimentaux :  $g_{1,exp}^a$  et  $g_{1,exp}^b$  pour l'expérience (I),  $g_{1,exp}^c$  et  $g_{1,exp}^d$  pour l'expérience (II). Chacune de ces quatre mesures possède une erreur statistique et une erreur systématique, notées respectivement  $\sigma_{stat}^i$  et  $\sigma_{syst}^i$ . La matrice  $V$  est calculée d'après [BARLOW] en additionnant une matrice diagonale d'origine purement statistique à une matrice purement systématique de déterminant nul :

$$V = \begin{pmatrix} (\sigma_{stat}^a)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_{stat}^b)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_{stat}^c)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\sigma_{stat}^d)^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (\sigma_{syst}^a)^2 & \sigma_{syst}^a \sigma_{syst}^b & 0 & 0 \\ \sigma_{syst}^a \sigma_{syst}^b & (\sigma_{syst}^b)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_{syst}^c)^2 & \sigma_{syst}^c \sigma_{syst}^d \\ 0 & 0 & \sigma_{syst}^c \sigma_{syst}^d & (\sigma_{syst}^d)^2 \end{pmatrix} \quad (4.113)$$

La matrice  $V$  est ensuite inversée pour déterminer les éléments  $V_{ij}^{-1}$ . Le principe du code de minimisation est résumé sur la **Figure 4.16**.

### 1.2.2.3 Plusieurs scénarios

Les données expérimentales utilisées sont celles publiées par les expériences E142(n), E143(p,d), SMC(p,d), E154(n), HERMES(n) et E155(p). Les données proton de l'expérience E155 sont préliminaires et n'ont pas encore été publiées ; les données deutéron ne sont pas encore disponibles.

Plusieurs hypothèses peuvent être envisagées lors de l'ajustement des paramètres des distributions polarisées :

- choix de la paramétrisation des distributions polarisées (GRV ou MRS par exemple)
- choix de l'échelle initiale  $Q_0$
- annuler les exposants  $b$  apparaissant dans les facteurs  $(1-x)^b$ , d'après la propriété de rétention d'hélicité des distributions de partons [BRODSKY2]
- supposer ou non la symétrie d'isospin à l'échelle initiale ( $\delta\bar{u} = \delta\bar{d}$ )
- fixer ou non la valeur du premier moment  $\Delta q_3$  à  $F+D$
- fixer ou non la valeur du premier moment  $\Delta q_8$  à  $3F-D$

- choix du schéma de factorisation
- inclusion ou non des erreurs systématiques dans la matrice de covariance

Ces diverses hypothèses sont regroupées en scénarios. Nous supposons dans tous les cas que :

- les exposants  $b$  doivent être nuls pour respecter la propriété de rétention d'hélicité et pour limiter le nombre de paramètres à ajuster dans le code de minimisation.
- la symétrie d'isospin est vérifiée à l'échelle initiale ; elle est naturellement brisée par l'évolution en  $Q^2$ .
- la valeur du premier moment  $\Delta q_3$  n'est pas fixée à  $F+D$  mais reste libre, car fixer sa valeur équivaut à supposer que la règle de somme de Bjorken est satisfaite. Or, nous souhaitons justement tester cette règle de somme. Il ne faut donc pas fixer  $\Delta q_3$  à  $F+D$ .
- le schéma de factorisation est soit  $\overline{MS}$ , soit  $AB$  (cf. **Chapitre 1**).

La **Table 4.10** résume les caractéristiques des six scénarios les plus significatifs parmi ceux que nous avons étudiés.

Scénario	A	B	C
Données expérimentales non utilisées	E155 (p)	E155 (p)	-
Paramétrisations non polarisées	GRV	GRV	GRV
$\Delta q_s$	Libre	Libre	Libre
Matrice de covariance	Stat.	Complète	Complète
Schéma de renormalisation	$\overline{MS}$	$\overline{MS}$	$\overline{MS}$

Scénario	D	E	F
Données expérimentales non utilisées	-	-	-
Paramétrisations non polarisées	GRV	GRV	GRV
$\Delta q_s$	$3F-D$	Libre	$3F-D$
Matrice de covariance	Complète	Complète	Complète
Schéma de renormalisation	$\overline{MS}$	$AB$	$AB$

**Table 4.10 :** résumé des caractéristiques des scénarios étudiés. La matrice de covariance est dite complète si elle prend en compte les erreurs statistiques et systématiques sur les mesures expérimentales. Si elle ne tient compte que des erreurs statistiques, elle est dite "statistique".

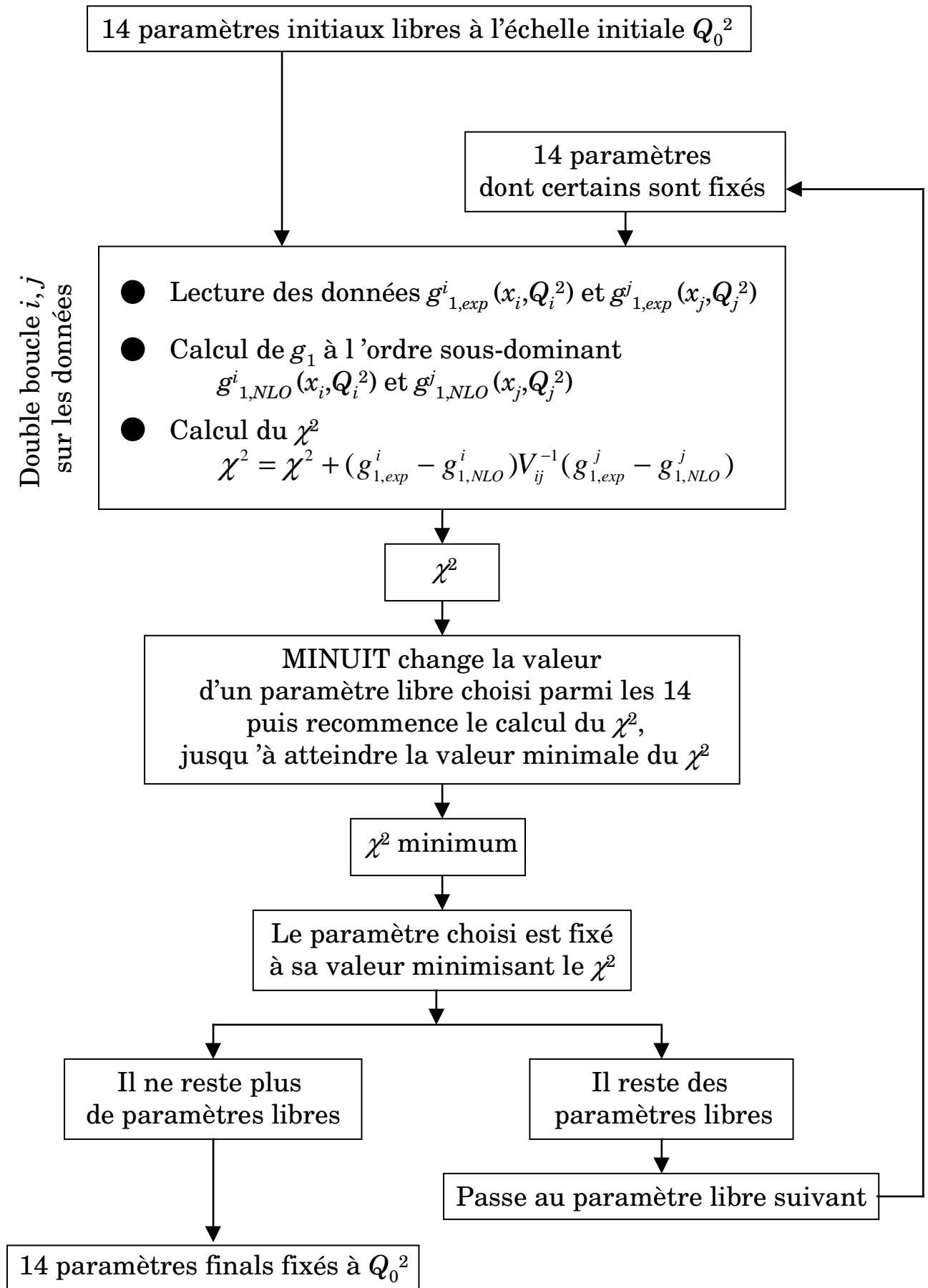


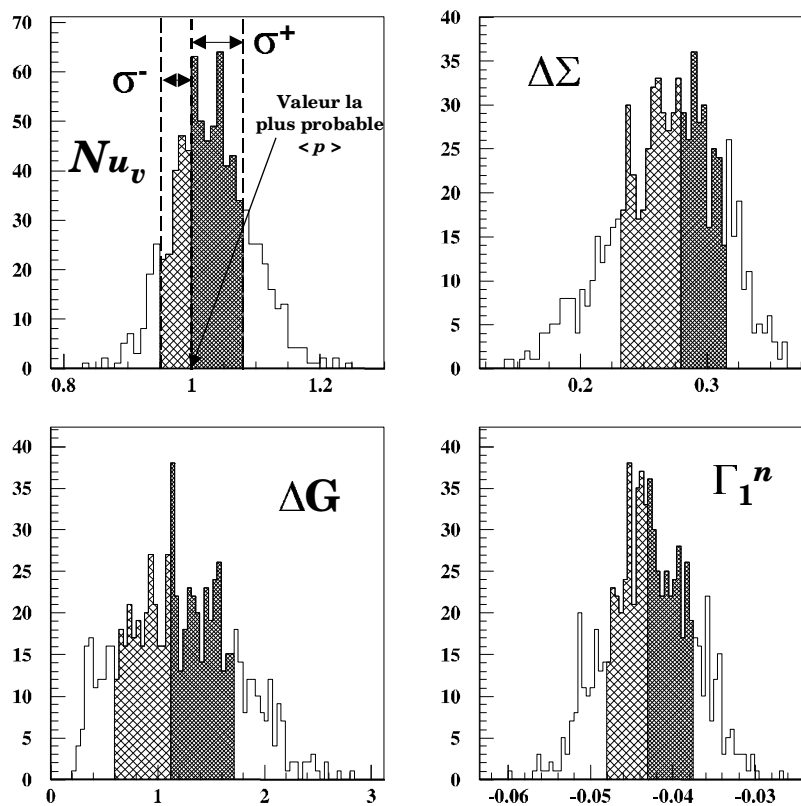
Figure 4.16 : principe du code de minimisation du  $\chi^2$  écrit en FORTRAN 90.

### 1.2.3 Calcul d'erreurs

Les erreurs sur les paramètres des distributions de partons et sur leurs premiers moments sont classées en trois catégories :

- une erreur d'origine statistique, due aux erreurs statistiques sur les mesures expérimentales de la fonction de structure  $g_1$  du proton, du deutéron et du neutron, utilisées par le code de minimisation de  $\chi^2$ .
- une erreur d'origine systématique, due aux erreurs systématiques sur ces mesures expérimentales.
- une erreur d'origine théorique, due aux incertitudes sur les paramètres théoriques intervenant dans le code d'évolution en  $Q^2$ .

L'erreur *statistique* est calculée en tirant aléatoirement 800 fois de suite chaque point expérimental dans une distribution gaussienne dont l'écart type est égal à l'erreur statistique sur le point expérimental considéré, publiée par les expérimentateurs. La distribution obtenue des 800 valeurs du paramètre ou du moment considéré n'est pas nécessairement une distribution gaussienne mais la plupart du temps une distribution asymétrique. Alors, l'erreur statistique est asymétrique. L'erreur statistique  $\sigma^+$  sur le paramètre  $p$  est calculée de telle façon que l'intervalle compris entre la valeur la plus probable  $\langle p \rangle$  de la distribution et la valeur  $\langle p \rangle + \sigma^+$  contienne 68% des événements de la distribution des valeurs supérieures à  $\langle p \rangle$ . L'erreur statistique  $\sigma^-$  sur le paramètre  $p$  est calculée de telle façon que l'intervalle compris entre  $\langle p \rangle$  et  $\langle p \rangle - \sigma^-$  contienne 68% des événements de la distribution des valeurs inférieures à  $\langle p \rangle$ .



**Figure 4.17 :** distributions du paramètre  $Nu_v$ , des premiers moments  $\Delta\Sigma$ ,  $\Delta G$  et  $\Gamma_1^n$  pour 800 minimisations. Les zones hachurées de part et d'autre de la valeur la plus probable  $\langle p \rangle$  représentent les erreurs  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ .

L'erreur *systematique* est la somme quadratique des erreurs systématiques sur le paramètre ou le moment, dues à chaque expérience, calculées en ajoutant ou en soustrayant simultanément à toutes les mesures d'une même expérience leur erreur systématique. Cette méthode suppose que les erreurs systématiques des points d'une même expérience sont corrélées à 100%. L'erreur systématique obtenue est donc asymétrique.

Enfin, l'erreur *théorique* est calculée en additionnant en quadrature les erreurs théoriques sur le paramètre ou le moment, dues à chaque source d'erreur théorique, calculées en ajoutant ou en soustrayant à chaque source son erreur. Ici encore, l'erreur théorique obtenue est asymétrique. Il existe six sources d'erreurs théoriques :

1. erreur sur la masse du quark c relativement large :  

$$m_c = 1.5 \pm 0.5 \text{ GeV}$$
2. erreur sur la masse du quark b relativement large :  

$$m_b = 4.5 \pm 0.5 \text{ GeV}$$
3. erreur sur la probabilité  $\omega_D$  que le deutéron soit dans un état D [DESPLANQUES] :  

$$\omega_D = 0.05 \pm 0.01$$
4. erreur sur la combinaison de type non singulet  $a_3$  [ELLIS1] obtenue par ajustement de mesures expérimentales :  

$$a_3 = F + D = 1.257 \pm 0.003$$
5. erreur sur la combinaison de type non singulet  $a_8$  [ELLIS1], [CLOSE1] obtenue par ajustement de mesures expérimentales :  

$$a_8 = 3F - D = 0.579 \pm 0.032$$
6. erreur sur le paramètre  $\Lambda_{(4)}$  intervenant dans le calcul de la valeur de la constante de couplage  $\alpha_s$  (cf. **Annexe 4**) [BENVENUTI] :  

$$\Lambda_{(4)} = 0.200 \pm 0.050 \text{ GeV}$$

Les erreurs sur les paramètres  $\Lambda_{(5)}$  et  $\Lambda_{(3)}$  se déduisent de celle sur  $\Lambda_{(4)}$  à l'aide de la relation de continuité de l'expression à l'ordre sous-dominant de la constante de couplage au passage du seuil  $Q^2 = (m_{c,b})^2$  et ont été calculées à l'aide de MATHEMATICA 2.0 :

$$\Lambda_{(5)} = 0.131 \pm 0.040 \text{ GeV}$$

$$\Lambda_{(3)} = 0.248 \pm 0.060 \text{ GeV}$$

### 1.2.4 Extraire $\Delta\Sigma$ et $\Delta G$

Une fois la valeur des 14 paramètres déterminée par le code de minimisation de  $\chi^2$  pour un scénario donné, les distributions de partons polarisées sont entièrement paramétrisées numériquement à l'échelle initiale  $Q_0^2$ . Le code d'évolution en  $Q^2$  permet alors d'évoluer ces distributions à n'importe quelle valeur de  $Q^2$  dans l'espace de Mellin. Les quantités  $\Delta\Sigma$  et  $\Delta G$  ne sont rien d'autre que les moments de Mellin d'ordre  $n=1$  des distributions polarisées  $\delta\Sigma$  et  $\delta g$ .



### 1.2.5 Résultats

Nous présentons ci-dessous les valeurs des paramètres intervenant dans les expressions des distributions de partons polarisées à l'échelle initiale  $Q_0^2$  et les valeurs des premiers moments obtenues à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  pour chaque scénario, à l'aide de notre code d'évolution en  $Q^2$ . Chaque valeur est accompagnée de ses erreurs asymétriques d'origine statistique, d'origine systématique et d'origine théorique.

- **Scénario A**

Paramètre	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$N_{u_v}$	1.02	0.08	0.04	0.03	0.04	0.70	0.27
$a_{u_v}$	0.63	0.05	0.04	0.02	0.02	0.37	0.19
$N_{d_v}$	-0.75	0.07	0.06	0.04	0.03	0.17	0.35
$a_{d_v}$	0.29	0.04	0.10	0.01	0.03	0.21	0.13
$N_q$	-0.02	0.01	0.01	0.03	0.01	0.00	0.02
$a_q$	0.20	0.00	0.19	0.17	0.00	0.65	0.65
$N_s$	0.21	0.70	0.24	0.79	0.70	0.74	0.59
$N_g$	1.36	0.71	0.36	0.25	0.71	0.37	0.37
$a_g$	0.96	0.22	0.33	0.16	0.22	1.40	0.62

1 <sup>er</sup> moment	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$\Delta_{u_v}$	0.69	0.02	0.03	0.04	0.04	0.03	0.02
$\Delta_{d_v}$	-0.37	0.03	0.03	0.03	0.04	0.00	0.01
$\Delta_{q_m}$	-0.01	0.04	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00
$\Delta_s$	-0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01
$\Delta G$	1.33	0.64	0.90	0.14	0.10	0.31	0.00
$\Delta \Sigma$	0.26	0.05	0.05	0.05	0.07	0.00	0.02
$\Delta q_3$	1.07	0.03	0.03	0.07	0.06	0.04	0.02
$\Delta q_8$	0.29	0.04	0.04	0.07	0.01	0.02	0.03
$\Gamma_1^p$	0.117	0.005	0.005	0.003	0.006	0.003	0.003
$\Gamma_1^d$	0.032	0.005	0.005	0.006	0.007	0.001	0.002
$\Gamma_1^n$	-0.048	0.006	0.006	0.004	0.006	0.000	0.002

- **Scénario B**

Paramètre	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$N_{u_v}$	1.01	0.08	0.06	0.05	0.01	0.58	0.24
$a_{u_v}$	0.64	0.05	0.05	0.03	0.00	0.32	0.18
$N_{d_v}$	-0.70	0.08	0.12	0.05	0.04	0.19	0.10
$a_{d_v}$	0.30	0.10	0.08	0.03	0.06	0.08	0.16
$N_q$	-0.02	0.01	0.02	0.02	0.00	0.00	0.06
$a_q$	0.20	0.01	0.20	0.02	0.24	1.60	0.10
$N_s$	0.98	0.02	0.19	0.02	0.02	0.02	1.01
$N_g$	1.25	0.85	0.54	0.19	0.54	0.14	1.14
$a_g$	0.92	0.70	0.15	0.17	0.32	0.97	0.13

1 <sup>er</sup> moment	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$\Delta u_v$	0.68	0.03	0.03	0.02	0.01	0.02	0.01
$\Delta d_v$	-0.34	0.03	0.04	0.01	0.02	0.02	0.01
$\Delta q_m$	-0.01	0.01	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01
$\Delta s$	-0.01	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00
$\Delta G$	1.31	0.64	0.82	0.06	0.28	0.21	0.54
$\Delta \Sigma$	0.27	0.08	0.03	0.04	0.02	0.04	0.01
$\Delta q_3$	1.02	0.02	0.04	0.03	0.01	0.02	0.01
$\Delta q_8$	0.34	0.00	0.05	0.00	0.05	0.04	0.07
$\Gamma_1^p$	0.115	0.006	0.006	0.005	0.003	0.005	0.003
$\Gamma_1^d$	0.034	0.005	0.005	0.003	0.002	0.004	0.002
$\Gamma_1^n$	-0.042	0.005	0.005	0.001	0.002	0.003	0.002

• *Scénario C*

Paramètre	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$N_{u_v}$	0.92	0.06	0.04	0.04	0.02	0.55	0.23
$a_{u_v}$	0.60	0.02	0.03	0.05	0.03	0.37	0.19
$N_{d_v}$	-0.59	0.07	0.10	0.08	0.02	0.08	0.10
$a_{d_v}$	0.24	0.03	0.08	0.09	0.09	0.14	0.15
$N_q$	0.00	0.40	0.00	0.02	0.00	0.00	0.03
$a_q$	1.45	0.90	0.37	0.00	1.04	1.01	1.52
$N_s$	0.49	0.62	0.13	0.51	0.85	0.95	0.90
$N_g$	0.05	0.06	0.20	0.45	0.17	0.29	0.07
$a_g$	1.58	0.45	0.68	0.13	0.04	0.00	1.47

1 <sup>er</sup> moment	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$\Delta u_v$	0.66	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01
$\Delta d_v$	-0.32	0.02	0.03	0.02	0.00	0.02	0.01
$\Delta q_m$	-0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01
$\Delta s$	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01
$\Delta G$	0.47	1.22	0.30	0.13	0.03	0.41	0.03
$\Delta \Sigma$	0.31	0.02	0.04	0.02	0.00	0.02	0.04
$\Delta q_3$	0.99	0.02	0.03	0.00	0.02	0.01	0.02
$\Delta q_8$	0.34	0.03	0.04	0.03	0.00	0.02	0.02
$\Gamma_1^p$	0.118	0.003	0.006	0.002	0.001	0.001	0.005
$\Gamma_1^d$	0.038	0.004	0.005	0.003	0.000	0.002	0.004
$\Gamma_1^n$	-0.037	0.003	0.005	0.004	0.000	0.003	0.004

• *Scénario D*

Paramètre	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$N_{u_v}$	0.79	0.06	0.06	0.04	0.02	0.57	0.23
$a_{u_v}$	0.39	0.07	0.04	0.04	0.01	0.44	0.26
$N_{d_v}$	-0.72	0.10	0.16	0.05	0.48	0.21	0.49
$a_{d_v}$	0.62	0.12	0.00	0.39	0.03	0.37	0.06
$N_q$	-0.84	0.80	0.15	0.08	0.26	1.17	0.81
$a_q$	0.83	0.10	0.10	0.12	0.07	1.51	1.10
$N_s$	1.00	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00	0.01
$N_g$	0.03	0.00	0.03	0.22	0.05	0.78	0.08
$a_g$	1.66	0.00	0.85	0.58	1.57	0.59	0.74
1 <sup>er</sup> moment	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -

$\Delta u_v$	0.77	0.01	0.02	0.01	0.02	0.02	0.01
$\Delta d_v$	-0.20	0.02	0.01	0.02	0.00	0.01	0.02
$\Delta q_m$	-0.05	0.05	0.04	0.00	0.01	0.06	0.04
$\Delta s$	-0.05	0.04	0.05	0.00	0.01	0.06	0.05
$\Delta G$	0.43	0.43	0.08	0.06	0.06	0.47	0.20
$\Delta \Sigma$	0.29	0.02	0.03	0.01	0.03	0.04	0.04
$\Delta q_3$	0.98	0.03	0.03	0.02	0.04	0.04	0.03
$\Delta q_8$	0.579	0.000	0.000	0.00	0.00	0.032	0.032
$\Gamma_1^p$	0.121	0.004	0.003	0.003	0.005	0.005	0.005
$\Gamma_1^d$	0.040	0.004	0.003	0.001	0.003	0.002	0.002
$\Gamma_1^n$	-0.031	0.004	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002

• *Scénario E*

Paramètre	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$Nu_v$	0.93	0.06	0.06	0.52	0.25	0.52	0.25
$au_v$	0.58	0.06	0.05	0.37	0.19	0.37	0.19
$Nd_v$	-0.67	0.09	0.14	0.38	0.13	0.38	0.13
$ad_v$	0.32	0.13	0.11	0.01	0.33	0.01	0.33
$Nq$	-0.01	0.01	0.03	0.02	0.86	0.02	0.86
$aq$	1.09	0.00	0.15	0.99	0.14	0.99	0.14
$Ns$	0.04	0.68	0.26	1.71	0.31	1.71	0.31
$Ng$	0.60	0.50	0.53	0.00	1.19	0.00	1.19
$ag$	1.19	0.44	0.42	0.55	0.70	0.55	0.70

1 <sup>er</sup> moment	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$\Delta u_v$	0.67	0.01	0.03	0.00	0.04	0.00	0.04
$\Delta d_v$	-0.31	0.03	0.04	0.06	0.04	0.06	0.04
$\Delta q_m$	0.00	0.01	0.01	0.00	0.05	0.00	0.05
$\Delta s$	0.00	0.02	0.01	0.00	0.05	0.00	0.05
$\Delta G$	0.88	0.91	0.38	0.00	0.92	0.00	0.92
$\Delta \Sigma$	0.36	0.02	0.03	0.00	0.07	0.00	0.07
$\Delta q_3$	0.99	0.03	0.03	0.01	0.02	0.01	0.02
$\Delta q_8$	0.36	0.05	0.06	0.00	0.07	0.00	0.07
$\Gamma_1^p$	0.115	0.003	0.006	0.003	0.004	0.003	0.004
$\Gamma_1^d$	0.035	0.004	0.004	0.002	0.003	0.002	0.003
$\Gamma_1^n$	-0.039	0.003	0.004	0.002	0.003	0.002	0.003

• *Scénario F*

Paramètre	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$Nu_v$	0.84	0.01	0.05	0.01	0.08	0.90	0.26
$au_v$	0.43	0.04	0.04	0.00	0.06	0.52	0.22
$Nd_v$	-0.85	0.23	0.11	0.60	0.03	0.67	0.23
$ad_v$	0.73	0.09	0.17	0.04	0.55	0.24	0.67
$Nq$	-0.94	0.12	0.06	0.08	0.08	2.05	0.91
$aq$	0.96	0.07	0.73	0.07	0.68	0.89	0.73
$Ns$	1.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01
$Ng$	1.62	0.01	0.12	1.79	2.03	0.68	2.34
$ag$	1.26	0.96	0.57	0.57	1.21	0.71	2.11

1 <sup>er</sup> moment	Valeur	Stat +	Stat -	Syst +	Syst -	Théo +	Théo -
$\Delta u_v$	0.77	0.01	0.04	0.01	0.01	0.04	0.00

$\Delta d_v$	-0.19	0.03	0.01	0.01	0.02	0.03	0.05
$\Delta q_m$	-0.04	0.05	0.01	0.00	0.01	0.08	0.04
$\Delta s$	-0.04	0.00	0.01	0.00	0.00	0.08	0.04
$\Delta G$	1.49	0.37	0.14	0.36	1.41	0.86	0.92
$\Delta \Sigma$	0.37	0.00	0.03	0.02	0.06	0.07	0.02
$\Delta q_3$	0.97	0.02	0.07	0.02	0.02	0.08	0.02
$\Delta q_8$	0.579	0.00	0.00	0.000	0.000	0.032	0.032
$\Gamma_1^p$	0.113	0.004	0.003	0.009	0.003	0.004	0.004
$\Gamma_1^d$	0.035	0.003	0.004	0.008	0.003	0.004	0.004
$\Gamma_1^n$	-0.038	0.004	0.003	0.010	0.004	0.006	0.006

Nous indiquons dans la **Table 4.11** la valeur du  $\chi^2$  réduit obtenue dans chaque scénario.

Scénario	A	B	C	D	E	F
$f$	163 - 9	163 - 9	217 - 9	217 - 8	217 - 9	217 - 8
$\chi^2 / f$	0.77	0.82	0.97	1.21	0.89	1.18

**Table 4.11 :** valeur du  $\chi^2$  réduit pour chaque scénario,  $f$  désignant le nombre de degrés de liberté, égal à la différence entre le nombre de mesures expérimentales de  $g_1$  points expérimentaux (163 mesures sans E155, 217 mesures avec E155) et le nombre de paramètres libres intervenant dans les expressions des distributions polarisées à l'échelle initiale  $Q_0^2$  (9 si  $\Delta q_8$  n'est pas fixée à  $3F-D$ , 8 dans le cas contraire).

Le scénario A est basé sur les mêmes hypothèses que celles utilisées par le groupe de CALTECH de la collaboration E154 pour évoluer en  $Q^2$  à l'ordre sous-dominant leurs mesures expérimentales de  $g_1$  [ABE6]. Dans ce scénario, les erreurs systématiques sur les mesures expérimentales mondiales de  $g_1$  ne sont pas prises en compte. Les valeurs des paramètres et des premiers moments données par notre code et indiquées dans la table du scénario A sont entièrement compatibles avec les leurs.

Nous n'avons observé aucune variation significative de la valeur des paramètres et des premiers moments en remplaçant les paramétrisations des distributions non polarisées de GRV à l'échelle initiale  $Q_0^2$  par celles de MRS. L'inclusion des saveurs lourdes  $c$  et  $b$  par la procédure décrite en **Annexe 4** montre que l'éventuelle contribution des quarks charmés et des quarks beaux au spin du nucléon à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  est négligeable et ne dépasse pas 0.3 %.

Les valeurs des paramètres à l'échelle initiale  $Q_0^2$  permettent de déterminer les expressions des distributions polarisées à cette échelle. Ces distributions peuvent ensuite être évoluées jusqu'à n'importe quelle valeur de  $Q^2$  à l'aide du code d'évolution en  $Q^2$ . Pour comparaison, nous avons évolué les distributions polarisées et les distributions non polarisées des quarks de valence, des quarks de la mer et des gluons à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  (cf. **Figure 4.19**) pour chaque scénario. La contrainte de positivité  $|\delta q| < q$  est toujours satisfaite et les distributions de valence sont beaucoup mieux contraintes que les distributions des quarks de la mer et des gluons. Nous n'avons pas représenté la distribution polarisée de la mer  $\delta \Delta$ . Cette distribution est supposée nulle à l'échelle initiale  $Q_0^2$  et la brisure de symétrie d'isospin apparaît naturellement au cours du processus d'évolution en  $Q^2$ . Les données expérimentales sur  $g_1$  ne sont pas sensibles aux distributions de la mer et ne permettent pas de contraindre précisément la valeur du premier moment de  $\delta \Delta$ .

La fonction de structure  $g_1$  peut être reconstruite à n'importe quelle valeur de  $Q^2$  à partir des distributions polarisées évoluées à cette même échelle. Les fonctions  $g_1$  du proton, du neutron et du deutéron ont été évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  dans chaque scénario et sont représentées respectivement sur la **Figure 4.20**, sur la **Figure 4.22** et sur la **Figure 4.24** (le produit  $xg_1$  est aussi couramment représenté, comme le montre la **Figure 4.21** et la **Figure 4.23**). Il apparaît clairement sur ces trois figures que les prédictions de chaque scénario suivent parfaitement les

données expérimentales dans la région mesurée mais que leurs comportements aux basses valeurs de  $x$ , où il n'existe pas encore de données expérimentales précises, sont très différents. L'ajout des nouvelles données préliminaires de E155 (scénario C par rapport au scénario B) change complètement l'allure de la prédiction sur  $g_1^p$  dans la région  $x < 0.01$  et montre ainsi la très grande sensibilité de la prédiction aux données expérimentales dans la région des basses valeurs de  $x$ . Il n'est donc pas possible de prédire le comportement de  $g_1$  dans des régions à bas  $x$  non mesurées par l'étude de l'évolution en  $Q^2$  de la fonction de structure  $g_1$ . Toutefois, dans le cas du neutron, les scénarios envisagés semblent confirmer le comportement divergent à bas  $x$  de la fonction  $g_1$  du neutron, incompatible avec un comportement de type Regge.

Les premiers moments  $\Delta q_8$  et  $\Delta q_3$  de type non singulet n'évoluent pas avec  $Q^2$ . Leur valeur est constante. Lorsque  $\Delta q_8$  n'est pas fixée à la valeur mesurée expérimentalement  $3F - D = 0.579 \pm 0.032$ , la prédiction du code de minimisation est en désaccord avec cette valeur expérimentale. De même, la prédiction du premier moment  $\Delta q_3$  diffère de la valeur mesurée  $F + D = 1.2573 \pm 0.0028$ . La prise en compte de toutes les corrections de gluons d'ordre supérieur en  $\alpha_s$  au-delà de l'ordre sous-dominant dans le code d'évolution (corrections d'ordre  $\alpha_s^3, \alpha_s^4, \dots$ ) pourrait améliorer l'accord avec ces valeurs expérimentales, mais le formalisme d'évolution en  $Q^2$  au delà de l'ordre sous dominant n'est pas encore maîtrisé à l'heure actuelle. Fixer la valeur de  $\Delta q_8$  à sa valeur mesurée expérimentalement (scénario D par rapport au scénario C, et scénario F par rapport au scénario E) influe également sur le comportement de la fonction  $g_1$  aux basses valeurs de  $x$ , dans le même sens que la prise en compte des nouvelles données sur le proton de E155. Fixer la valeur de  $\Delta q_3$  à la valeur mesurée expérimentalement  $F + D = 1.2573 \pm 0.0028$  revient à supposer que la règle de somme de Bjorken est satisfaite. Cette règle de somme n'étant toujours pas confirmée expérimentalement avec précision, nous ne fixerons pas la valeur de  $\Delta q_3$  à  $F + D = 1.2573 \pm 0.0028$ .

La **Figure 4.25** montre l'évolution de la fonction de structure  $g_1$  du proton en fonction de  $Q^2$ , prédite par le code d'évolution, pour plusieurs valeurs de  $x$ . Les mesures expérimentales de la dépendance en  $Q^2$  de  $g_1$  effectuées par les collaborations EMC, SMC, E143 et E155 sont aussi représentées et sont en excellent accord avec la prédiction des différents scénarios, montrant la validité de nos scénarios dans la région expérimentale mesurée.

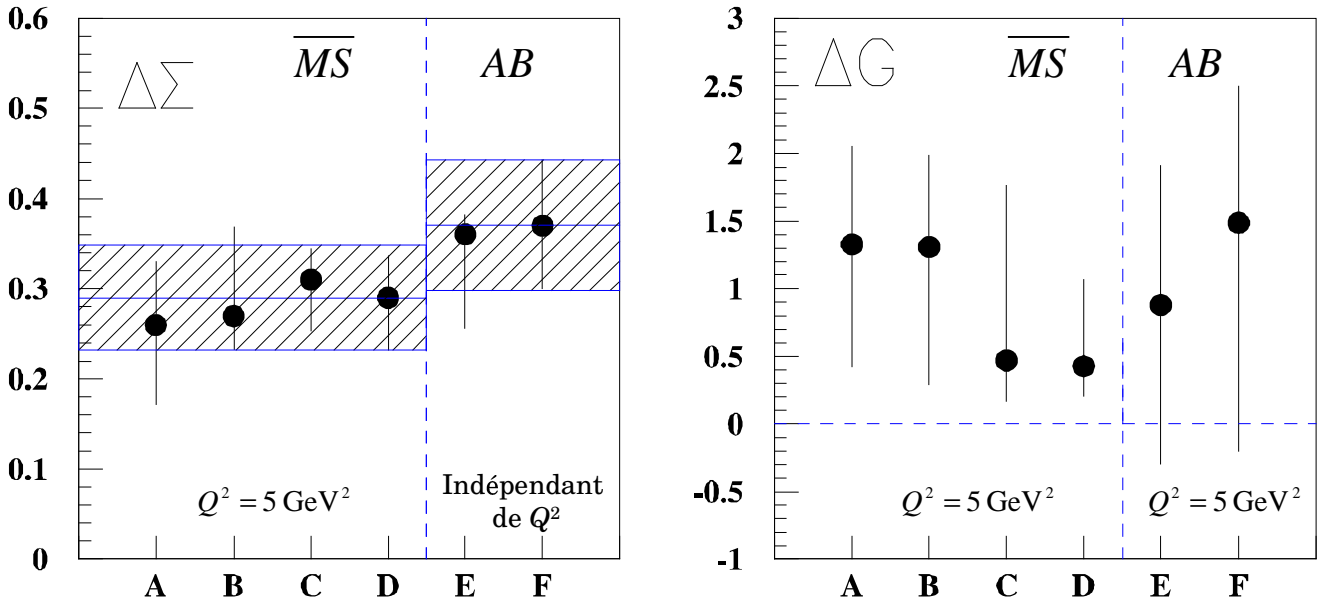
L'évolution de la fonction de structure  $g_1$  dans l'espace de Mellin permet de séparer l'évolution de la contribution à  $g_1$  des quarks de valence et de la contribution des quarks de la mer et des gluons :

$$\begin{aligned}
 g_1^p = & \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9} \left( \delta u_v + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q \delta u_v \right) + \frac{1}{9} \left( \delta d_v + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q \delta d_v \right) \right] \\
 & + \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{9} \left( 2\delta \bar{u} + \frac{\alpha_s}{2\pi} [2\delta C_q \delta \bar{u} + \delta C_g \delta g / f] \right) + \frac{1}{9} \left( 2\delta \bar{d} + \frac{\alpha_s}{2\pi} [2\delta C_q \delta \bar{d} + \delta C_g \delta g / f] \right) \right] \\
 & + \frac{1}{9} \left( 2\delta \bar{s} + \frac{\alpha_s}{2\pi} [2\delta C_q \delta \bar{s} + \delta C_g \delta g / f] \right) \quad (4.114)
 \end{aligned}$$

où le premier crochet regroupe les termes de valence et le second, les termes de la mer et les gluons. Les deux contributions pour le proton, le neutron et le deutéron sont représentées respectivement sur la **Figure 4.26**, sur la **Figure 4.27** et sur la **Figure 4.28**. Les quarks de valence dominent aux grandes valeurs de  $x$  ; aux petites valeurs de  $x$ , la contribution de la valence et de la mer à la fonction de structure  $g_1$  du proton sont de signes opposés et proches en valeur absolue. Leur somme doit donc s'annuler dans la région  $x < 0.01$ . Seules de nouvelles mesures à bas  $x$  pourront confirmer cette prédiction. Dans le cas du neutron et du deutéron, les deux contributions évoluent dans le même sens, et la **Figure 4.27** montre clairement l'importance de la contribution de la mer et des gluons à bas  $x$ , pour  $x < 0.01$ .

Les valeurs des premiers moments des distributions des quarks de valence  $\Delta u_v$  et  $\Delta d_v$ , dans chaque scénario données dans les tables précédentes, sont bien déterminées, alors qu'au

contraire, les premiers moments des distributions des quarks de la mer  $\Delta q_m$ ,  $\Delta s$  et des gluons  $\Delta G$  sont relativement mal contraints par les mesures expérimentales de  $g_1$  et sont compatibles avec leur erreur. Nous avons représenté sur la **Figure 4.18** les contributions  $\Delta\Sigma$  et  $\Delta G$  du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon en fonction du scénario étudié. Les scénarios A, B, C et D ont été étudiés dans le schéma  $\overline{MS}$  alors que les scénarios E et F ont été étudiés dans le schéma  $AB$ .



**Figure 4.18 :** contribution du spin des quarks et du spin des gluons au spin du nucléon estimée pour chaque scénario. Leur barre d'erreur asymétrique totale est représentée. La ligne verticale en pointillés sépare les scénarios du schéma  $\overline{MS}$  de ceux du schéma  $AB$ . La ligne horizontale représente la valeur moyenne de chaque contribution, calculée dans les deux schémas pour  $\Delta\Sigma$ , et la zone hachurée, sa barre d'erreur symétrique.

Les valeurs de  $\Delta\Sigma$  d'un scénario à l'autre sont compatibles, pour un schéma donné. La valeur finale retenue dans chaque schéma correspond au scénario (D et F) dans lequel les nouvelles données de E155 sont incluses et dans lequel la valeur de  $\Delta q_s$  est fixée à sa valeur mesurée expérimentalement :  $3F - D = 0.579 \pm 0.032$ . Cette valeur finale de  $\Delta\Sigma$  est la même que la valeur moyenne des valeurs de  $\Delta\Sigma$  de chaque scénario pour un même schéma. L'erreur affectée à cette valeur finale est supposée symétrique et elle est obtenue en choisissant l'erreur asymétrique sur  $\Delta\Sigma$  (du scénario D ou F) la plus grande. Elle englobe la valeur de  $\Delta\Sigma$  et l'erreur sur  $\Delta\Sigma$  obtenue avec le scénario C.

Au contraire, il n'est pas possible de donner une valeur moyenne de la contribution  $\Delta G$  des gluons. Sa valeur dépend du scénario choisi et n'est pas suffisamment contrainte par les mesures expérimentales. Tous les scénarios confirment que cette contribution doit être positive et qu'elle est comprise entre 0 et 2 (cf. **Table 4.12**).

Nous avons établi au cours du premier chapitre la relation permettant de passer du schéma  $\overline{MS}$  au schéma  $AB$  :

$$\Delta\Sigma_{AB} = \Delta\Sigma_{\overline{MS}}(Q^2) + f \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta G(Q^2) \quad (4.115)$$

Nous en déduisons une estimation de la contribution  $\Delta G$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  en utilisant  $\alpha_s(Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = 0.289 \pm 0.0037$  pour un nombre de saveurs actives  $f = 4$  :

$$\Delta G(Q^2) = \frac{2\pi}{f\alpha_s(Q^2)} [\Delta\Sigma_{AB} - \Delta\Sigma_{\overline{MS}}(Q^2)] \approx 0.4 \quad (4.116)$$

Cette estimation est proche de celle obtenue à l'aide des scénarios C et D.

$\Delta\Sigma$		$\Delta G$
$\overline{MS}$	$AB$	$\overline{MS}, AB$
$Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$	indépendant de $Q^2$	$Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$
$0.29 \pm 0.06$	$0.37 \pm 0.07$	$0 - 2$

**Table 4.12** : contributions  $\Delta\Sigma$  et  $\Delta G$  estimées à partir de notre analyse.

### 1.2.6 Evolution de la fonction de structure $g_1^n$ à $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$

Notre étude nous permet d'évoluer en  $Q^2$  précisément la fonction de structure  $g_1$  dans la région cinématique mesurée. Pour évoluer les mesures expérimentales  $g_{1,i}$  de  $g_1$ , chacune mesurée à un  $Q^2$  moyen noté  $Q_i^2$ , vers une valeur moyenne  $\langle Q^2 \rangle$ , il faut soustraire à chaque mesure  $g_{1,i}$  une contribution positive  $\Delta g_{1,i}$  prédite par notre code d'évolution :

$$g_{1,i}(x_i, \langle Q^2 \rangle) = g_{1,i}(x_i, Q_i^2) - \Delta g_{1,i}(x_i, \langle Q^2 \rangle, Q_i^2) \quad (4.117)$$

Cette contribution  $\Delta g_{1,i}$  est obtenue par la différence entre les valeurs de la fonction de structure  $g_1^n$  évoluées au  $Q^2$  expérimental  $Q_i^2$  et les valeurs de  $g_1^n$  évoluées au  $Q^2$  moyen  $\langle Q^2 \rangle$ , ces valeurs, notées  $g_{1,i}^{NLO}$  étant prédites par l'un des six scénarios que nous avons étudiés :

$$\Delta g_{1,i}(x_i, \langle Q^2 \rangle, Q_i^2) = g_{1,i}^{NLO}(x_i, Q_i^2) - g_{1,i}^{NLO}(x_i, \langle Q^2 \rangle) \quad (4.118)$$

L'erreur sur le terme  $\Delta g_{1,i}$  a trois origines : une origine statistique, une origine systématique et finalement une origine théorique. La seule erreur complètement décorrélée avec les erreurs sur les mesures expérimentales  $g_{1,i}$  est l'erreur d'origine théorique. Il est impossible de déterminer précisément quelles sont les contributions statistiques et systématiques à l'erreur sur  $\Delta g_{1,i}$  uniquement dues aux expériences autres que E154, car la méthode complexe de calcul des paramètres des ajustements des distributions polarisées par minimisation de  $\chi^2$  utilise les erreurs statistiques et systématiques de E154. Par conséquent, nous ne considérerons que l'erreur sur  $\Delta g_{1,i}$  d'origine théorique et supposerons que les erreurs d'origine statistique et d'origine systématique sont corrélées à 100% avec les erreurs sur les mesures de E154.

Le scénario que nous avons utilisé est le scénario C (schéma  $\overline{MS}$ ). Il prend en compte toutes les erreurs statistiques et systématiques de toutes les mesures mondiales ainsi que les nouvelles données de E155. La valeur de  $\Delta g_{1,i}$  varie très peu d'un scénario à l'autre, autrement dit d'une paramétrisation à l'autre à  $Q_0^2$ , car elle ne dépend que de l'évolution en  $Q^2$ , décrite par les mêmes équations, quelque soit le scénario. Les valeurs de la fonction de structure  $g_1$  du neutron mesurées par E154 combinées sur les deux spectromètres sont indiquées dans la **Table 4.13**.

$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_1$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$	$\sigma_{EVOL}$
0.017	5	-0.424	0.105	0.071	0.021
0.025	5	-0.394	0.067	0.043	0.011
0.035	5	-0.297	0.060	0.028	0.006
0.049	5	-0.227	0.040	0.022	0.005
0.079	5	-0.133	0.021	0.013	0.002
0.123	5	-0.102	0.015	0.011	0.004
0.173	5	-0.067	0.014	0.009	0.005
0.241	5	-0.044	0.011	0.007	0.004
0.341	5	-0.025	0.011	0.004	0.001
0.442	5	-0.003	0.011	0.002	0.000
0.558	5	0.004	0.008	0.001	0.000

**Table 4.13 :** valeurs de la fonction de structure polarisée  $g_1$  du neutron combinées évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  à l'aide du code d'évolution en  $Q^2$  à l'ordre sous-dominant. La dernière colonne donne l'erreur d'évolution théorique.

La **Figure 4.29** montre les valeurs de  $g_1$  évoluées à  $5 \text{ GeV}^2$  en utilisant le code d'évolution à l'ordre sous-dominant et les valeurs de  $g_1$  évoluées à  $5 \text{ GeV}^2$  en utilisant l'approximation que le rapport  $g_1/F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ . Le comportement de  $g_1$  à bas  $x$  évoluée à l'aide du code d'évolution semble moins divergent et les prédictions sont compatibles à un écart type. La méthode d'évolution choisie (équations DGLAP ou loi d'échelle du rapport  $g_1/F_1$ ) influe donc sur le comportement à bas  $x$ . L'évolution des données expérimentales mesurées à  $Q^2 < 5 \text{ GeV}^2$  en supposant le rapport  $g_1/F_1$  indépendant de  $Q^2$  surestime la prédiction à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  et inversement, l'évolution des données expérimentales mesurées à  $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$  en supposant le rapport  $g_1/F_1$  indépendant de  $Q^2$  sous-estime la prédiction à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . La **Figure 4.30** montre l'erreur relative  $\Delta$  commise sur la valeur de  $g_1$  évoluée à  $5 \text{ GeV}^2$  en fonction de  $Q^2$  en supposant que le rapport  $g_1/F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ , pour huit valeurs de la variable de Bjorken. Sur la région cinématique de E154, à petit  $x$  et petit  $Q^2$ , elle atteint environ 20% et à grand  $x$  et grand  $Q^2$ , l'erreur relative commise peut atteindre 40%. La méthode d'évolution à utiliser pour évoluer précisément les données de E154 à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  doit donc tenir compte de l'évolution en  $Q^2$  du rapport  $g_1/F_1$ .

### 1.2.7 Intégrale de $g_1^n$ à $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$

#### ► Intégrale sur la région mesurée

La méthode décrite au paragraphe 1.1.2 nous conduit à l'estimation :

$$\int_{x=0.0135}^{0.7} g_1^n(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) dx = -0.0344 \pm 0.0031_{STAT} \pm 0.0043_{SYST} \pm 0.0014_{EVOL} \quad (4.119)$$

#### ► Extrapolation aux grandes valeurs de $x$

En utilisant la prédiction des règles de comptage  $g_1^n = C(1-x)^3$ , il vient :

$$\int_{x=0.7}^1 g_1^n(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) dx = (0.092 \pm 0.177_{STAT} \pm 0.031_{SYST}) \cdot 10^{-3} \quad (4.120)$$

où  $C = 0.046 \pm 0.087_{STAT} \pm 0.015_{SYST}$ .

#### ► Extrapolation aux petites valeurs de $x$



L'étude de l'évolution en  $Q^2$  de la fonction de structure  $g_1$  ne permet en aucun cas de prédire le comportement de  $g_1$  à bas  $x$  dans la région non mesurée expérimentalement, car le comportement des distributions polarisées et non polarisées dans cette région n'est pas fiable : il change d'un scénario à l'autre et n'est déterminé que par le processus mathématique de minimisation du  $\chi^2$ . Alors, pour déterminer l'intégrale nous devons extrapoler la fonction  $g_1$  à bas  $x$ . Pour le scénario C, nous obtenons les valeurs :

Comportement à bas $x$	Pts	$\chi^2 / f$	Paramètres	Intégrale à bas $x$
$g_1^n = C$	3	1.76	$C = -0.338 \pm 0.044 \pm 0.036$	$-0.0046 \pm 0.0006 \pm 0.0005$
$g_1^n = C \ln x$	3	1.28	$C = 0.097 \pm 0.012 \pm 0.011$	$-0.0070 \pm 0.0009 \pm 0.0008$
$g_1^n = C \exp(\sqrt{\ln 1/x})$	3	1.30	$C = -0.052 \pm 0.006 \pm 0.006$	$-0.0072 \pm 0.0009 \pm 0.0008$
$g_1^n = C / (x \ln^2 x)$	4	1.36	$C = -0.113 \pm 0.012 \pm 0.012$	$-0.0185 \pm 0.0020 \pm 0.0019$
$g_1^n = C x^\alpha (1-x)^\beta$	11	1.23	$C = -0.066 \pm 0.045 \pm 0.013$ $\alpha = -0.530 \pm 0.159 \pm 0.017$ $\beta = 4.17 \pm 1.46 \pm 0.19$	$-0.0183 \pm 0.0106 \pm 0.0022$
$g_1^n = C x^\alpha (x < 0.1)$	5	1.33	$C = -0.021 \pm 0.010 \pm 0.004$ $\alpha = -0.793 \pm 0.119 \pm 0.042$	$-0.0406 \pm 0.0208 \pm 0.0094$

**Table 4.14 :** valeurs des coefficients des lissages de  $g_1^n$  à bas  $x$ . La colonne "pts" indique le nombre de points utilisés pour l'ajustement. L'intégrale à bas  $x$  est calculée depuis  $x = 0$  jusqu'à  $x = 0.0135$ .

► **Intégrale totale**

Pour donner une valeur au premier moment de  $g_1$ , il faut envisager tous les types d'extrapolations à bas  $x$  :

Comportement à bas $x$	Intégrale totale $\Gamma_1^n$	Erreur totale
$g_1^n = C$	$-0.0389 \pm 0.0032 \pm 0.0048 \pm 0.0014$	0.0059
$g_1^n = C \ln x$	$-0.0413 \pm 0.0032 \pm 0.0051 \pm 0.0014$	0.0062
$g_1^n = C \exp(\ln 1/x)$	$-0.0415 \pm 0.0032 \pm 0.0051 \pm 0.0014$	0.0062
$g_1^n = C / (x \ln^2 x)$	$-0.0529 \pm 0.0037 \pm 0.0062 \pm 0.0014$	0.0074
$g_1^n = C x^\alpha (1-x)^\beta$	$-0.0526 \pm 0.0110 \pm 0.0065 \pm 0.0014$	0.0129
$g_1^n = C x^\alpha$	$-0.0750 \pm 0.0210 \pm 0.0137 \pm 0.0014$	0.0251

**Table 4.15 :** valeurs de l'intégrale totale  $\Gamma_1^n$  et erreurs statistiques, systématiques et d'évolution. La dernière colonne indique l'erreur totale sur  $\Gamma_1^n$  obtenue en sommant en quadrature ces trois erreurs.

La valeur du premier moment à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  varie du simple au double, suivant le comportement envisagé aux basses valeurs de  $x$ .

**1.2.8 Test de la règle de somme de Bjorken**

Pour tester la règle de somme de Bjorken, ajustons la différence des mesures de E143 et de SMC sur le proton et des mesures de E154 sur le neutron, évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  à l'aide de notre code d'évolution à l'ordre sous-dominant, par le comportement en puissance  $Cx^\alpha$ , le plus divergent à bas  $x$  pour  $g_1^n$ . Il vient :

$$C = 0.161 \pm 0.030_{\text{STAT}} \pm 0.010_{\text{SYST}}$$

$$\alpha = -0.430 \pm 0.061_{\text{STAT}} \pm 0.036_{\text{SYST}}$$

pour  $\chi^2 / f = 1.2$  ; d'où la valeur de la différence des premiers moments du proton et du neutron à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  :

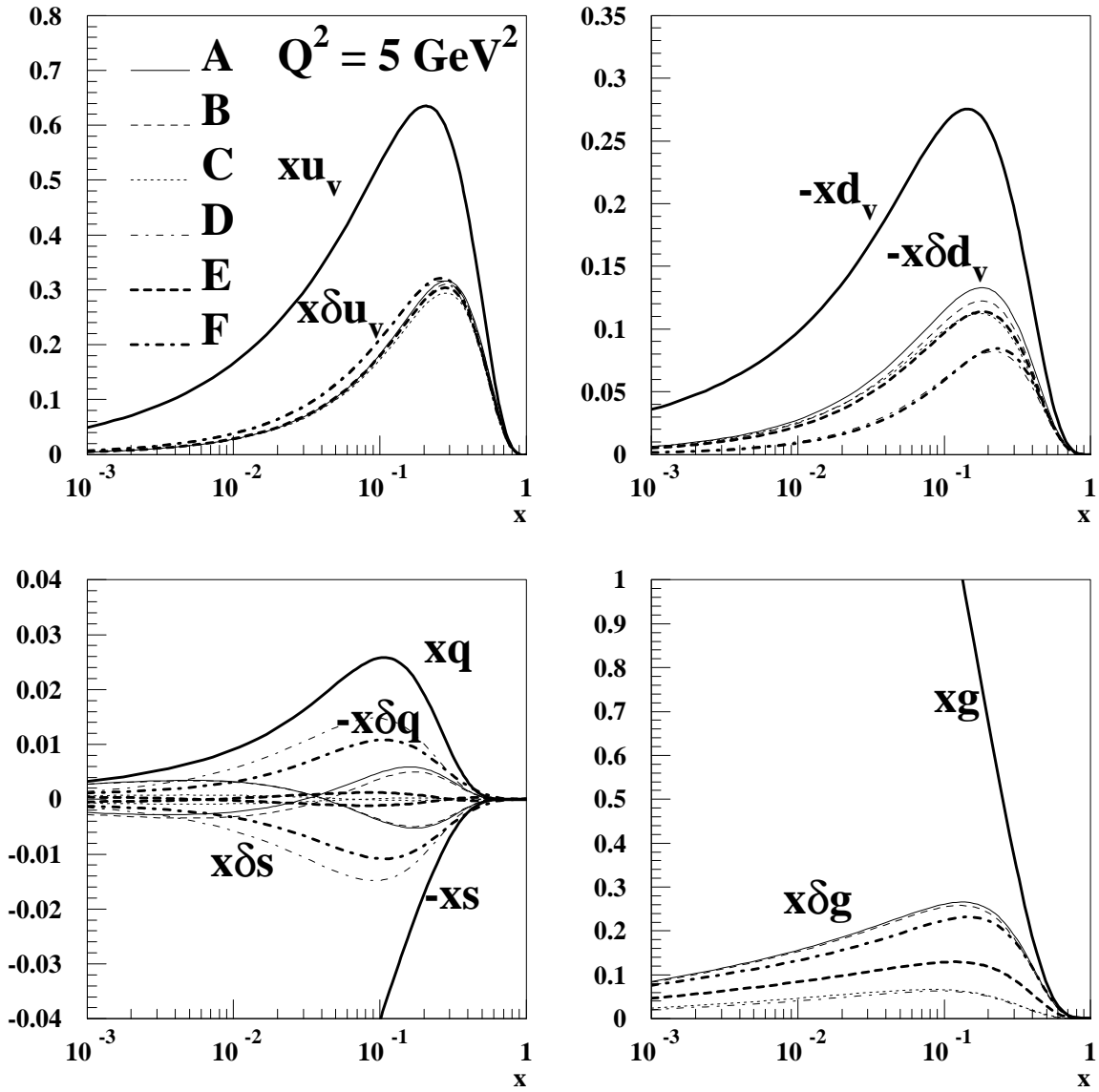
$$I_{Bj} = \int_{x=0}^1 (g_1^p - g_1^n)(x) dx = 0.185 \pm 0.014 \quad (4.121)$$

Cette valeur est parfaitement compatible avec la prédiction théorique de la **Table 4.7**.

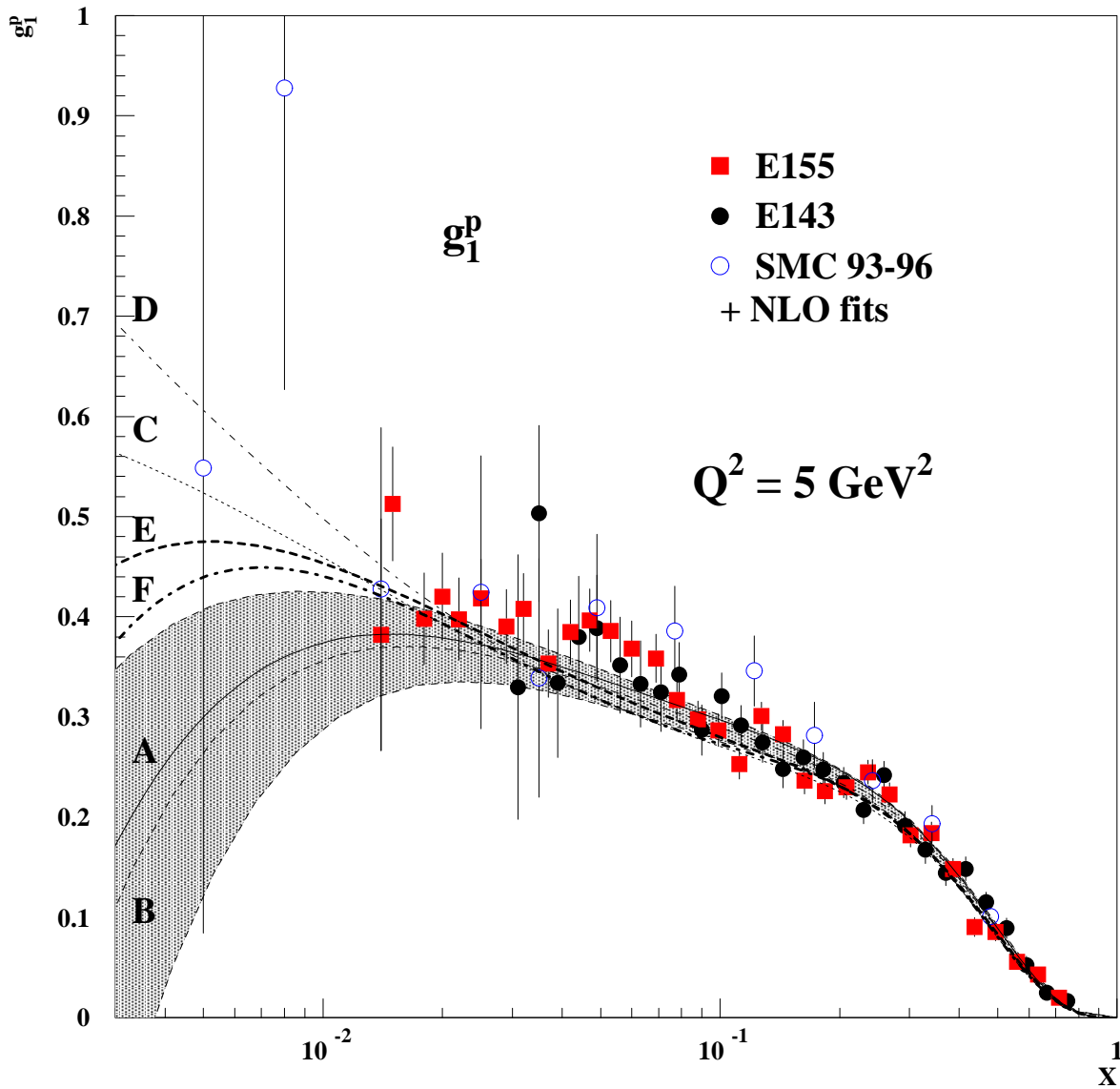
Si au contraire, nous choisissons d'ajuster la différence des mesures sur le proton et le neutron par un comportement de type *constante*, le moins divergent pour la fonction de structure  $g_1$  du neutron, nous obtenons :

$$I_{Bj} = \int_{x=0}^1 (g_1^p - g_1^n)(x) dx = 0.171 \pm 0.010 \quad (4.122)$$

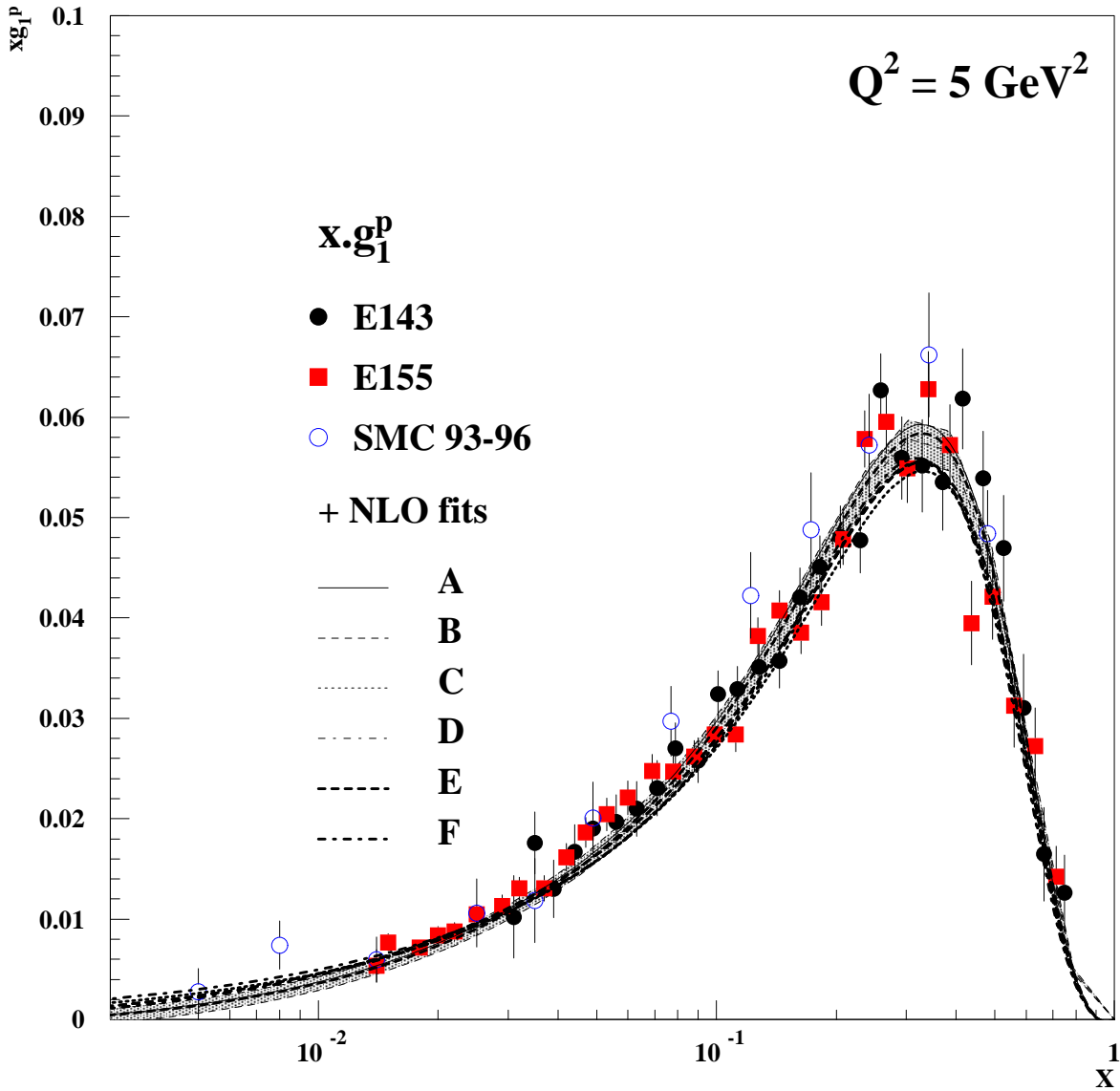
pour  $\chi^2/f = 2.0$ . Cette valeur semble moins compatible avec la prédiction théorique que la précédente.



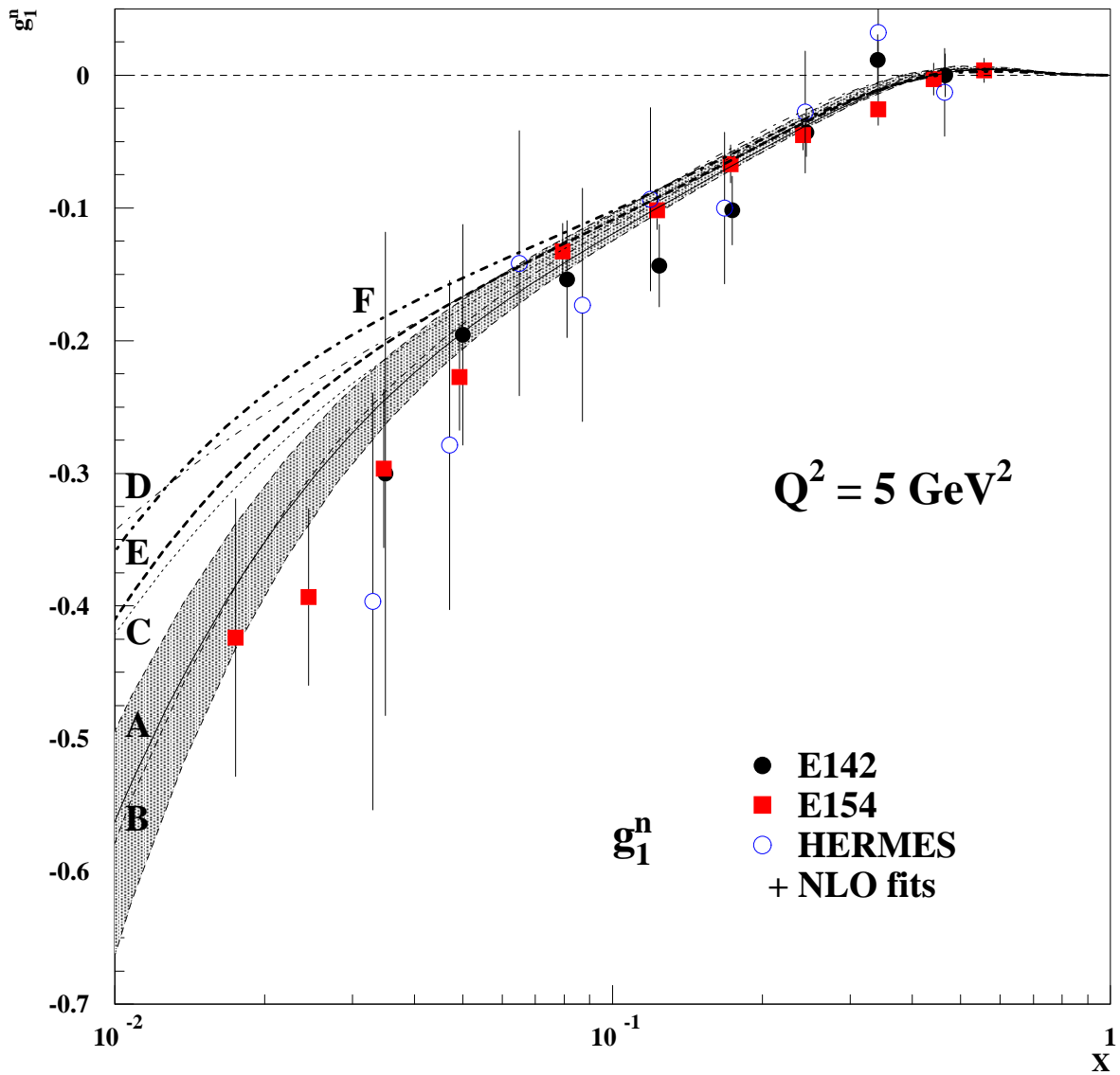
**Figure 4.19 :** comparaison des distributions de partons polarisées des quarks  $u$  de valence, des quarks  $d$  de valence, des quarks étranges  $s$  et de la combinaison  $\bar{q}$  (notée  $q$  sur le schéma) des quarks de la mer et des gluons, évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  pour les différents scénarios, en fonction de  $x$  Bjorken. Les distributions non polarisées correspondantes sont aussi représentées.



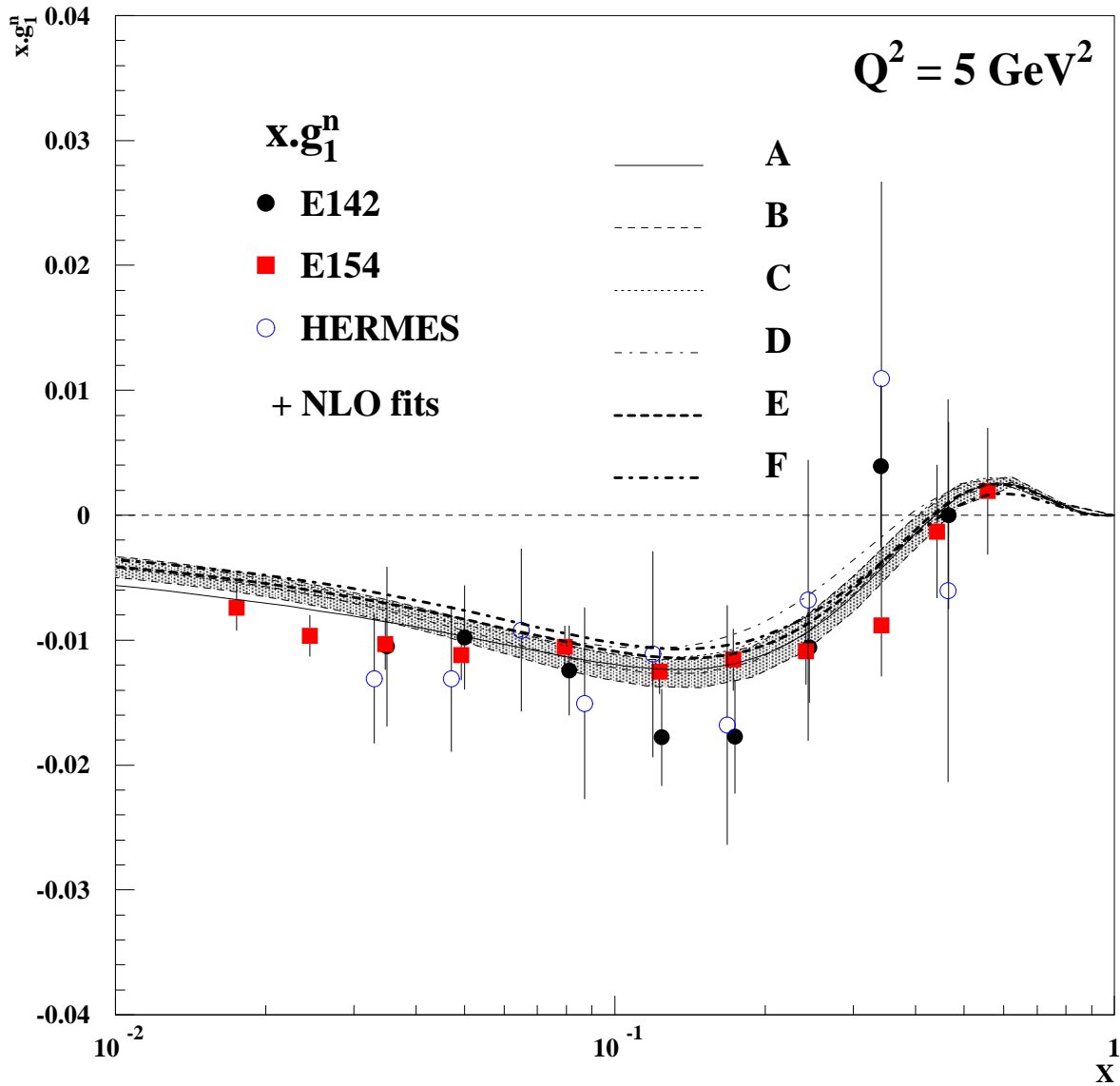
**Figure 4.20 :** comparaison des ajustements à l'ordre sous-dominant à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  de la fonction de structure  $g_1$  du proton pour les différents scénarios, en fonction de  $x$ . Les données expérimentales des expériences E155 (préliminaires), E143 et SMC évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  par le code d'évolution à l'ordre sous-dominant (scénario C) sont aussi représentées, ainsi que leur barre d'erreur statistique. La zone grisée montre l'erreur statistique sur la prédiction du scénario B.



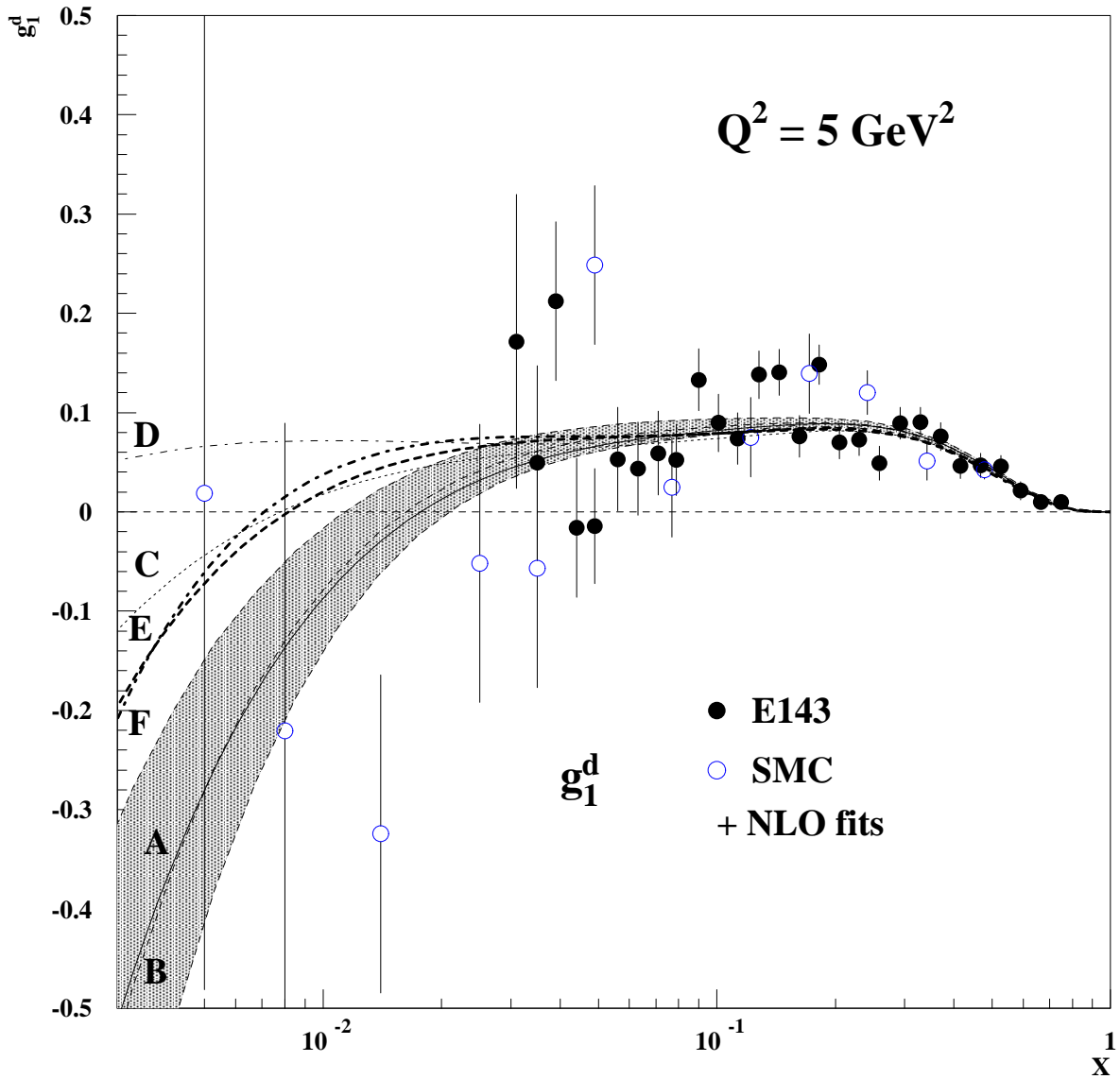
**Figure 4.21 :** comparaison des ajustements à l'ordre sous-dominant à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  du produit  $xg_1$  du proton en fonction de  $x$ . Les données expérimentales des expériences E155 (préliminaires), E143 et SMC évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  par le code d'évolution à l'ordre sous-dominant (scénario C) sont aussi représentées, ainsi que leur barre d'erreur statistique. La zone grisée montre l'erreur statistique sur la prédiction du scénario B. Cette représentation est souvent utilisée pour présenter les résultats expérimentaux : l'échelle des abscisses étant logarithmique, la surface totale comprise entre les différents ajustements et l'axe des abscisses sur l'intervalle  $0.004 - 1$  représente l'intégrale de la fonction de structure  $g_1$  sur cet intervalle.



**Figure 4.22 :** comparaison des ajustements à l'ordre sous-dominant à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  de la fonction de structure  $g_1$  du neutron pour les différents scénarios, en fonction de  $x$ . Les données expérimentales des expériences E142 et HERMES évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  par le code d'évolution à l'ordre sous-dominant (scénario C) sont aussi représentées, ainsi que leur barre d'erreur statistique. La zone grisée montre l'erreur statistique sur la prédiction du scénario B.

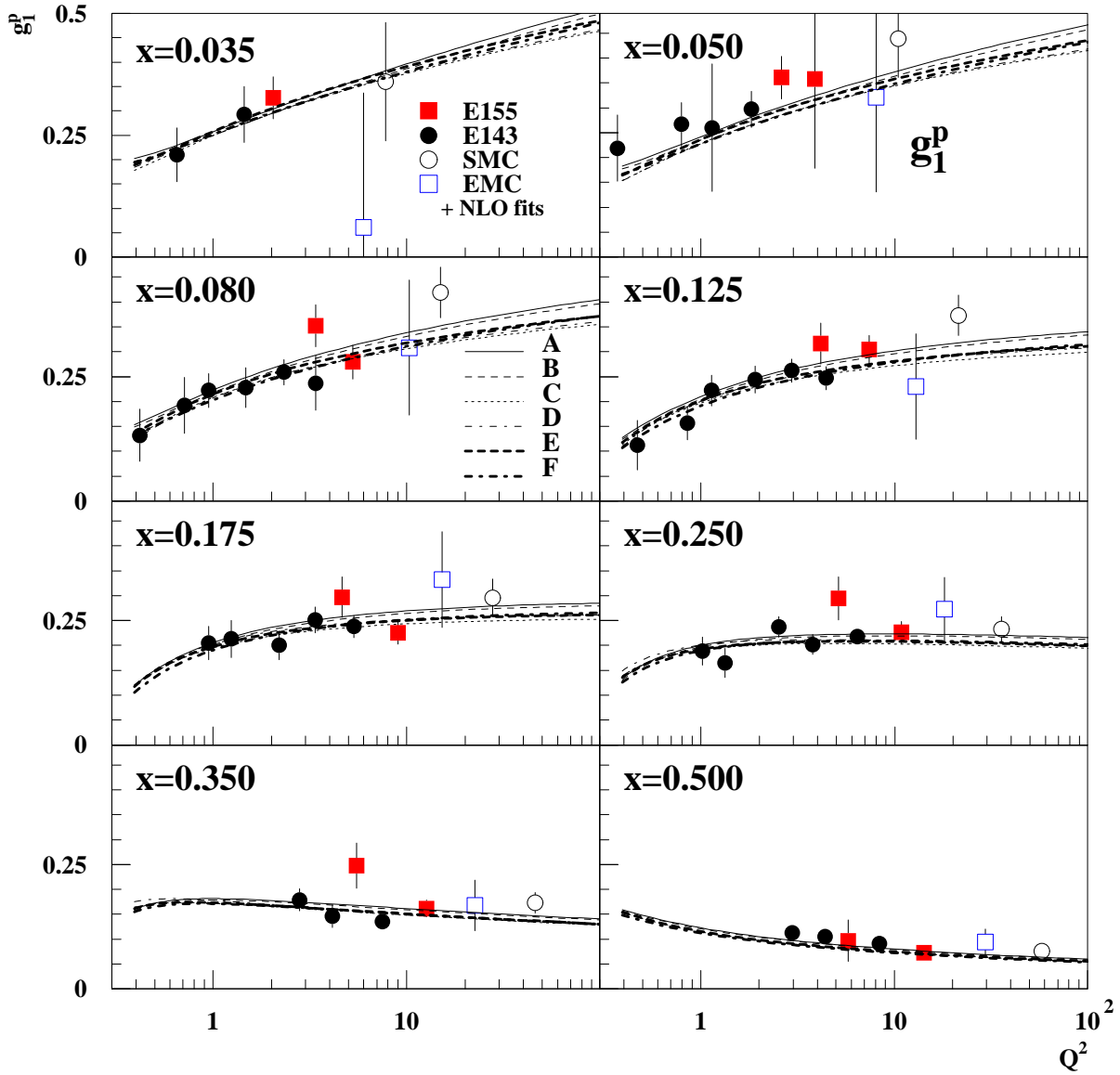


**Figure 4.23 :** comparaison des ajustements à l'ordre sous-dominant à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  du produit  $xg_1^n$  du neutron pour les différents scénarios, en fonction de  $x$ . Les données expérimentales des expériences E142 et HERMES évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  par le code d'évolution à l'ordre sous-dominant (scénario C) sont aussi représentées, ainsi que leur barre d'erreur statistique. La zone grisée montre l'erreur statistique sur la prédiction du scénario B.

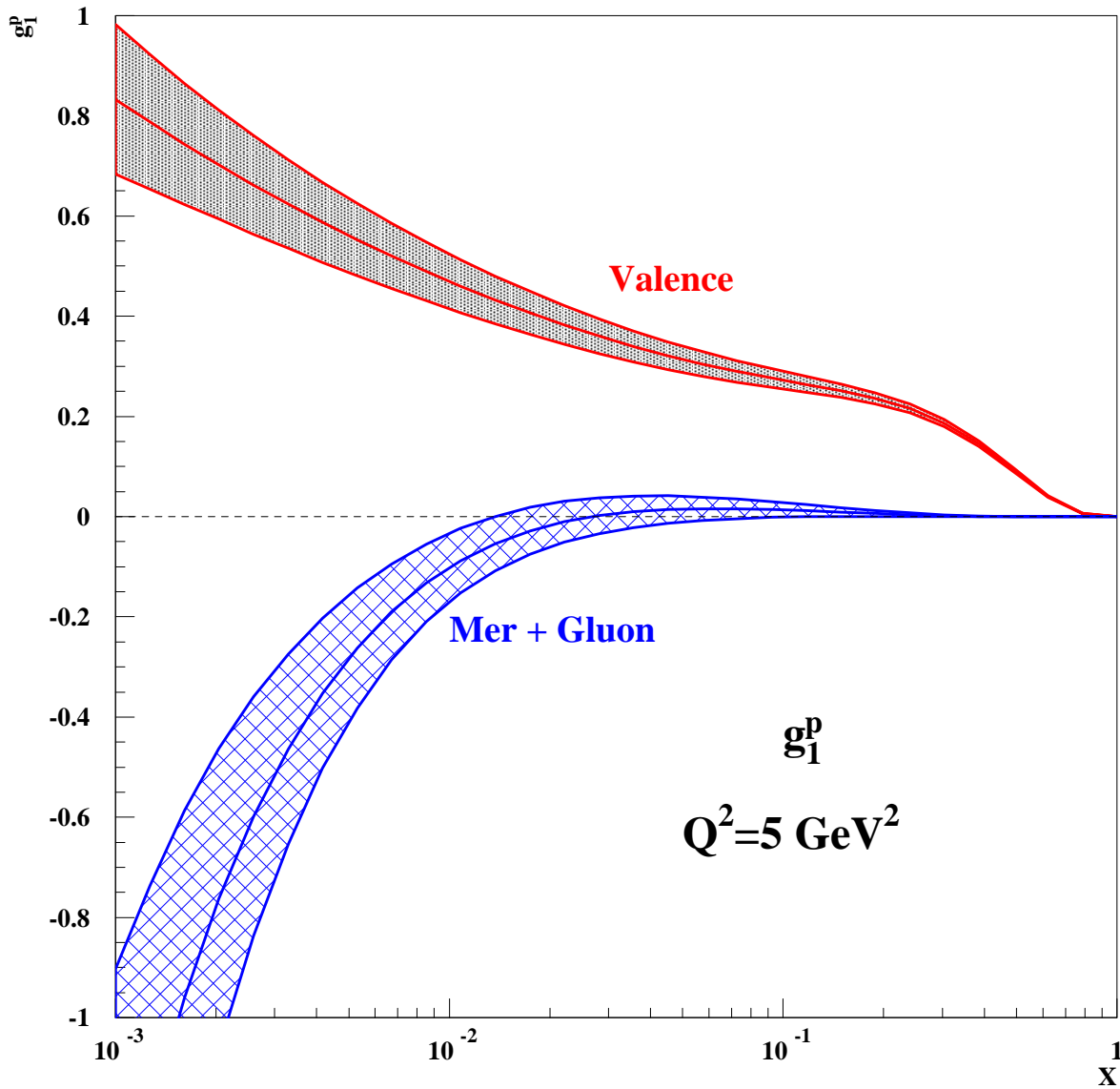


**Figure 4.24 :** comparaison des ajustements à l'ordre sous-dominant à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  de la fonction de structure  $g_1$  du deuteron pour les différents scénarios, en fonction de  $x$ . Les données expérimentales des expériences E143 et SMC évoluées à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  par le code d'évolution à l'ordre sous-dominant (scénario C) sont aussi représentées, ainsi que leur barre d'erreur statistique. La zone grisée montre l'erreur statistique sur la prédiction du scénario B.

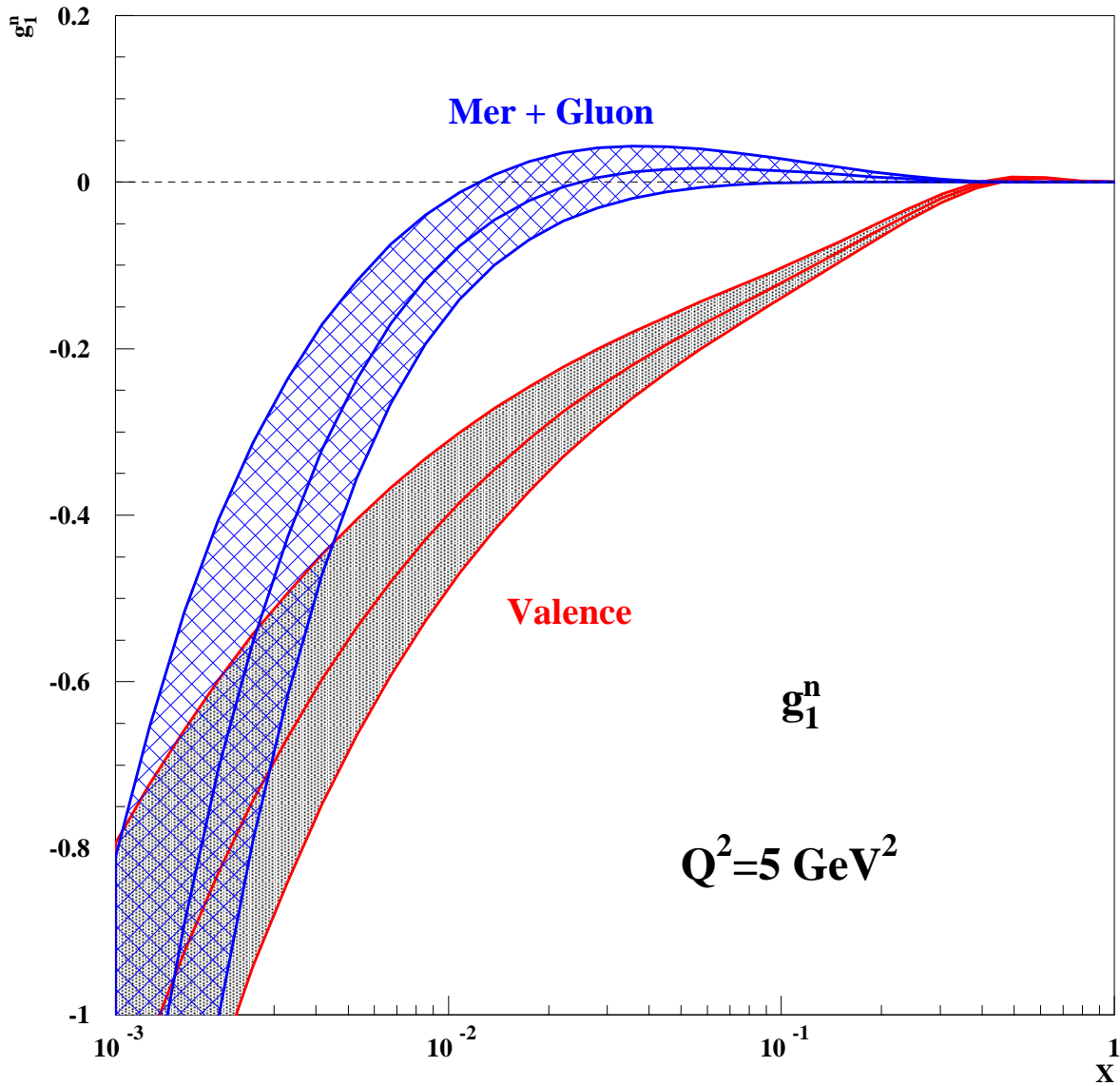




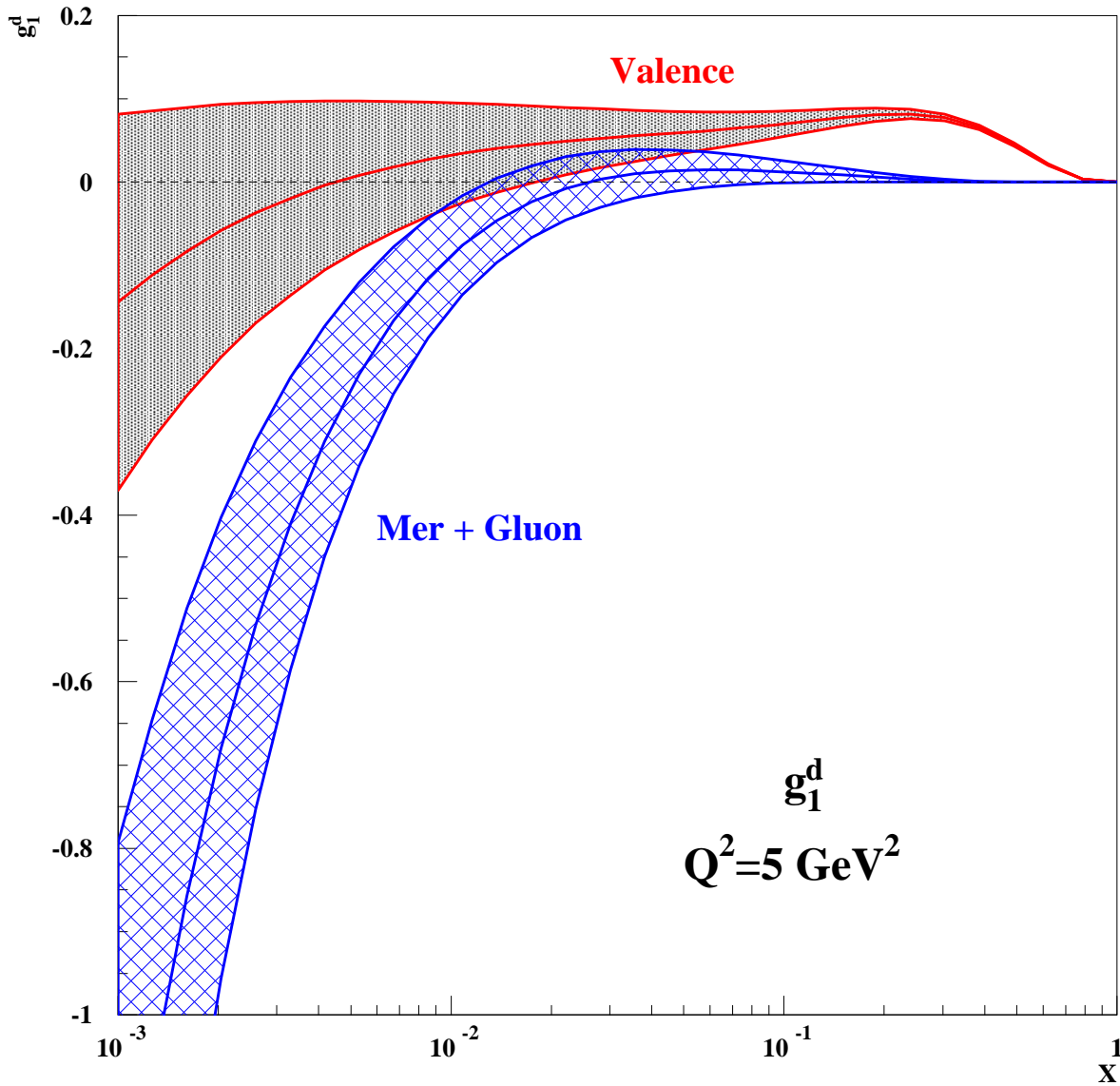
**Figure 4.25 :** évolution en  $Q^2$  de la fonction de structure  $g_1$  du proton prédite par QCD pour les différents scénarios et pour huit valeurs de la variable  $x$ . Les données expérimentales de E155 (préliminaires), E143, SMC et EMC sont aussi représentées, ainsi que leur erreur statistique.



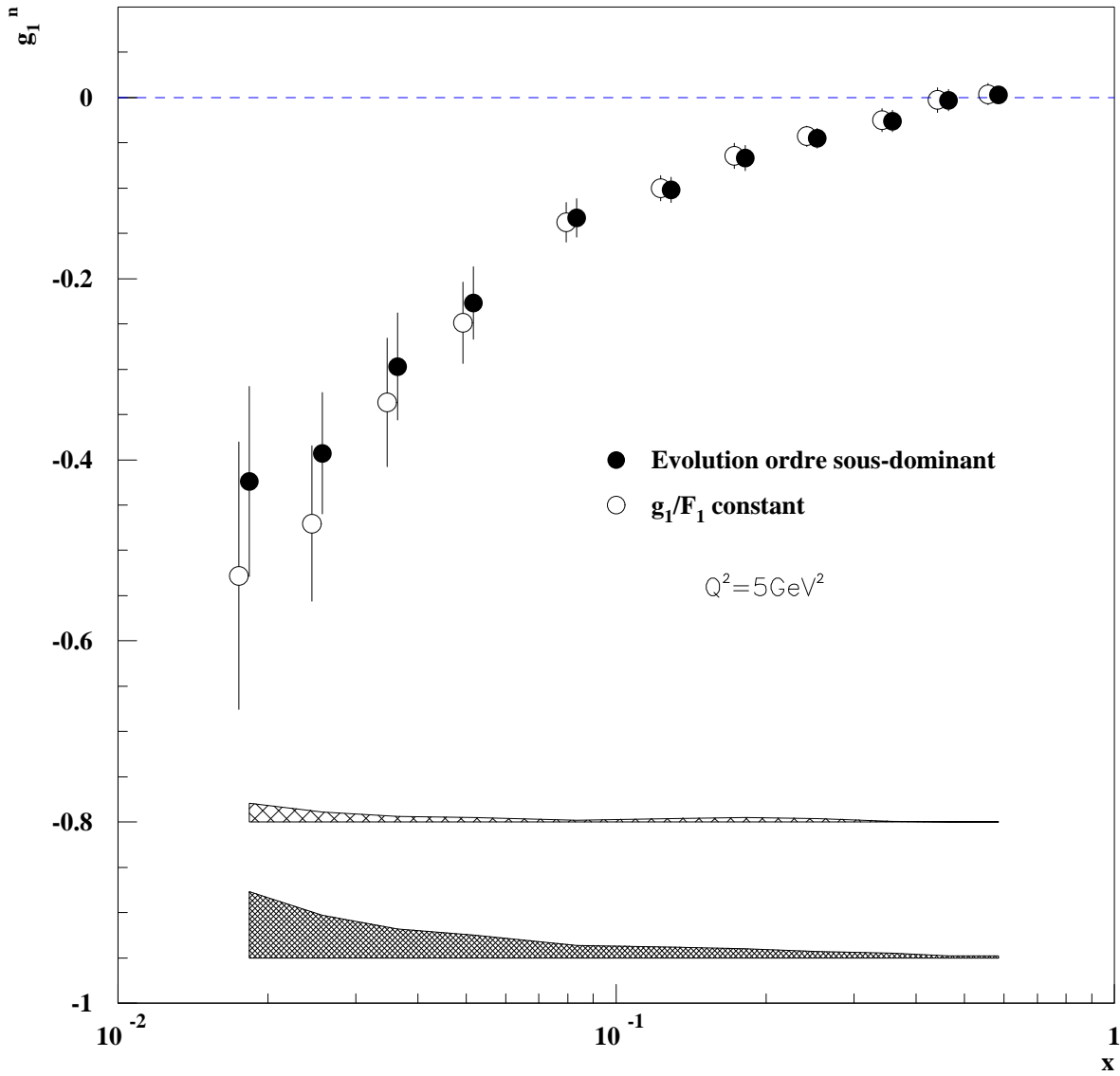
**Figure 4.26 :** contribution des quarks de valence, des quarks de la mer et des gluons à la fonction de structure  $g_1$  du proton prédite par QCD, en fonction de  $x$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . La zone grisée représente l'erreur statistique sur chaque contribution (scénario C).



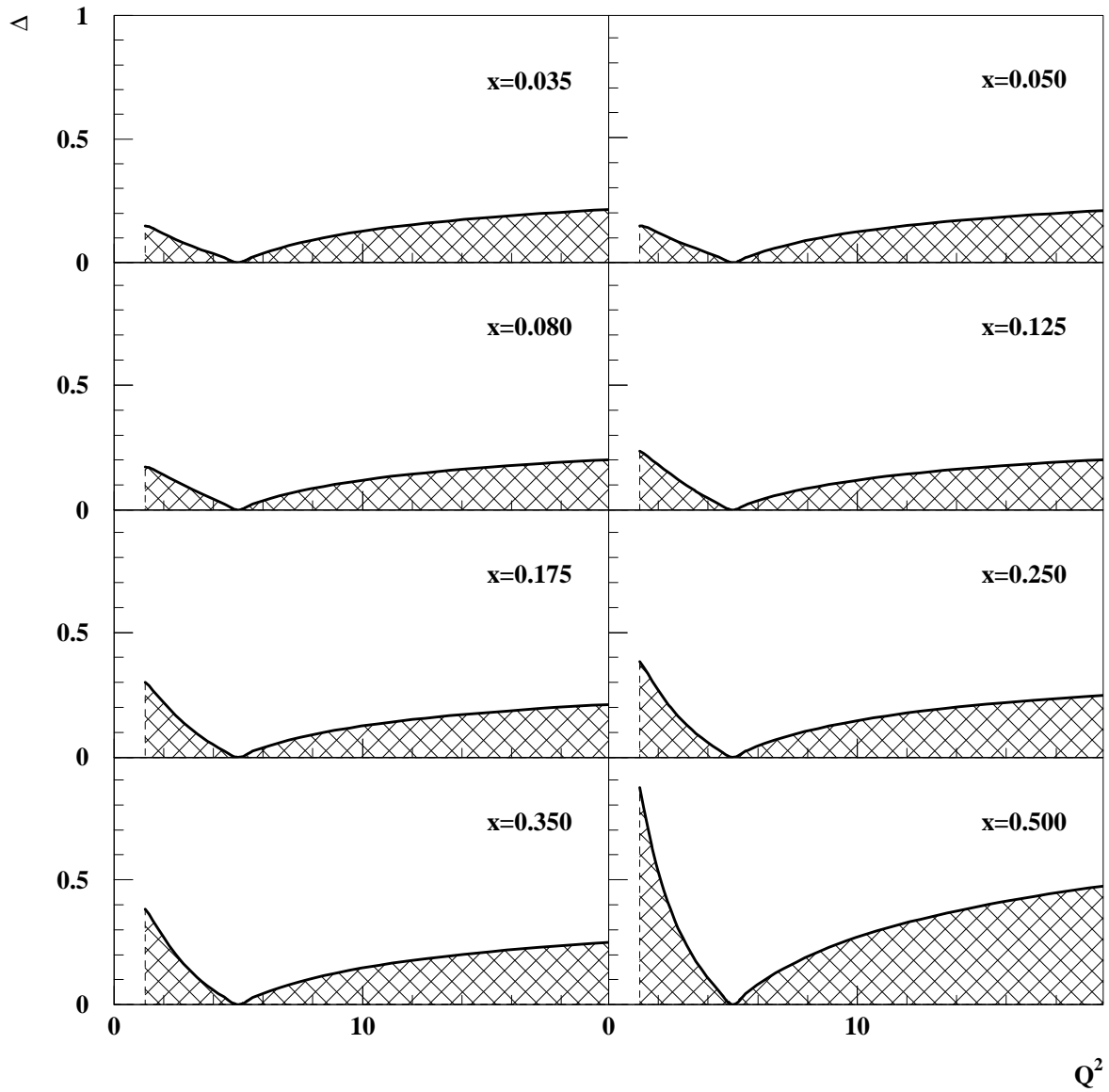
**Figure 4.27 :** contribution des quarks de valence, des quarks de la mer et des gluons à la fonction de structure  $g_1$  du neutron prédite par QCD, en fonction de  $x$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . La zone grisée représente l'erreur statistique sur chaque contribution (scénario C).



**Figure 4.28 :** contribution des quarks de valence, des quarks de la mer et des gluons à la fonction de structure  $g_1$  du deuteron prédite par QCD, en fonction de  $x$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . La zone grisée représente l'erreur statistique sur chaque contribution (scénario C).



**Figure 4.29 :** comparaison des mesures de E154 combinées évoluées à  $5 \text{ GeV}^2$  à l'aide du code d'évolution à l'ordre sous-dominant (disques noirs) et à l'aide de l'approximation que le rapport  $g_1/F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ . La zone grisée représente l'erreur systématique sur les mesures évoluées à l'aide du code et la zone hachurée, l'erreur théorique d'évolution.



**Figure 4.30 :** erreur relative  $\Delta$  commise sur la valeur de  $g_1$  évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  lorsque que l'on suppose que le rapport  $g_1/F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$ , pour huit valeurs de  $x$ .

## 2. La fonction de structure $g_2$ du neutron

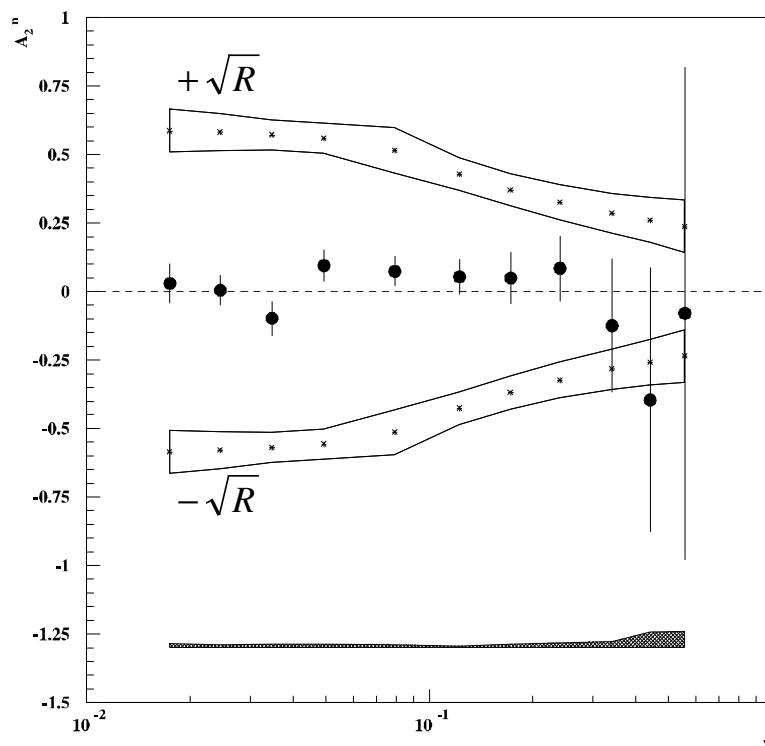
### 2.1 Asymétrie $A_2$ du neutron

E154 a mesuré l'asymétrie  $A_2$  dans chaque spectromètre. Aucune dépendance en  $Q^2$  n'a été observée au niveau de précision statistique atteint, et les mesures finales ont été obtenues en combinant directement les deux spectromètres.

$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$A_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.22	0.030	0.071	0.012
0.025	1.59	0.004	0.054	0.008
0.035	2.05	-0.099	0.062	0.011
0.049	2.58	0.095	0.056	0.011
0.079	3.96	0.074	0.054	0.009
0.123	5.67	0.054	0.064	0.005
0.173	6.83	0.050	0.094	0.009
0.241	7.92	0.084	0.117	0.016
0.341	9.47	-0.124	0.242	0.021
0.442	10.85	-0.396	0.482	0.054
0.558	13.03	-0.080	0.899	0.059

**Table 4.16 :** valeurs de l'asymétrie  $A_2$  du neutron combinées sur les deux spectromètres.

Les valeurs de  $A_2^n$  sont représentées graphiquement sur la **Figure 4.31**, ainsi que les fonctions  $\pm\sqrt{R}$ . Nos mesures expérimentales vérifient largement la contrainte  $|A_2| < \sqrt{R}$  et sont compatibles avec zéro.



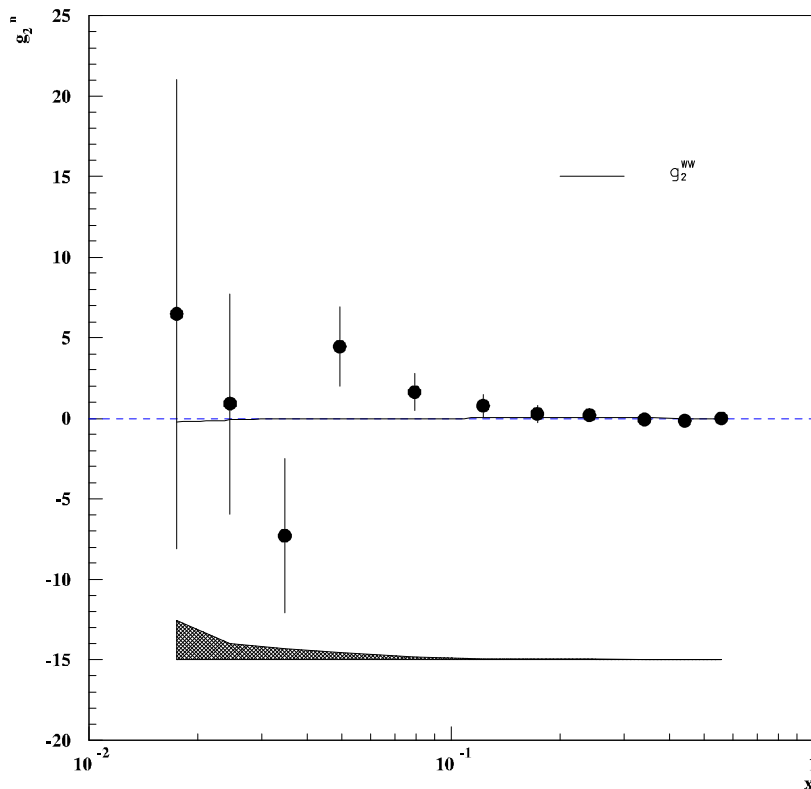
**Figure 4.31 :** asymétrie  $A_2$  du neutron combinées sur les deux spectromètres. Les barres d'erreur représentent l'erreur statistique sur chaque mesure et la zone hachurée représente l'erreur systématique. Les fonctions  $\pm\sqrt{R}$  sont représentées dans leur barre d'erreur. Rappelons que  $A_2$  doit satisfaire l'inégalité :  $-\sqrt{R} < A_2 < \sqrt{R}$ .

## 2.2 Fonction de structure $g_2$ du neutron

$\langle x \rangle$	$\langle Q^2 \rangle$	$g_2$	$\sigma_{STAT}$	$\sigma_{SYST}$
0.017	1.22	6.473	14.566	2.428
0.025	1.59	0.896	6.854	1.007
0.035	2.05	-7.281	4.788	0.671
0.049	2.58	4.460	2.478	0.441
0.079	3.96	1.625	1.156	0.160
0.123	5.67	0.778	0.687	0.057
0.173	6.83	0.266	0.536	0.029
0.241	7.92	0.185	0.318	0.030
0.341	9.47	-0.078	0.256	0.015
0.442	10.85	-0.159	0.207	0.020
0.558	13.03	-0.003	0.122	0.008

**Table 4.17 :** valeurs de la fonction de structure  $g_2$  du neutron combinées sur les deux spectromètres.

Les valeurs de  $g_2^n$  sont représentées graphiquement sur la **Figure 4.32**.



**Figure 4.32 :** fonction  $g_2$  du neutron combinée sur les deux spectromètres. Les barres d'erreur représentent l'erreur statistique sur chaque mesure et la zone hachurée représente l'erreur systématique.

Le comportement de  $g_2^n$  à bas  $x$  étant inconnu, il n'est pas possible de tester rigoureusement la règle de somme de Burkhardt et Cottingham :

$$\int_0^1 g_2^n(x, Q^2) dx = 0 \tag{4.123}$$



## 2.3 Terme de twist supérieur $d_2$ du neutron

Les éléments de matrice de twist 2 et de twist 3 ont été introduits au **Chapitre 1** :

$$\int_0^1 x^j g_1^n(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} a_j \quad j = 0, 2, 4, \dots \quad (4.124)$$

$$\int_0^1 x^j g_2^n(x, Q^2) dx = \frac{1}{2} \frac{j}{j+1} (d_j - a_j) \quad j = 2, 4, \dots \quad (4.125)$$

De ces deux équations, il est possible de déduire l'expression du terme  $d_j$  de twist 3 du neutron :

$$d_j^n(Q^2) = 2 \int_0^1 x^j \left[ g_1^n(x, Q^2) + \frac{j}{j+1} g_2^n(x, Q^2) \right] dx \quad j = 2, 4, \dots \quad (4.126)$$

Il vient donc :

$$d_2^n(Q^2) = 2 \int_0^1 x^2 g_1^n(x, Q^2) dx + 3 \int_0^1 x^2 g_2^n(x, Q^2) dx \quad (4.127)$$

En négligeant la contribution du produit  $x^2 g_2$  pour  $x < 0.0135$  et en supposant que  $g_2 \sim -g_1 \sim (1-x)^3$  lorsque  $x \rightarrow 1$ , il vient :

$$d_2^n(Q^2 = 3.6 \text{ GeV}^2) = -0.006 \pm 0.026 \quad (4.128)$$

où l'erreur indiquée tient compte des erreurs statistiques et systématiques sur nos mesures de  $g_1$  et de  $g_2$ , mais aussi de l'erreur théorique d'évolution de  $g_1$  à  $Q^2 = 3.6 \text{ GeV}^2$  (scénario C). Un comportement de type *constante* ou de type *puissance* à bas  $x$  pour  $g_1$  ne change pas notre résultat, donné avec un seul chiffre significatif. Ce résultat est compatible avec zéro et la précision obtenue est insuffisante pour privilégier un modèle particulier [ABE5].

# CONCLUSION

L'expérience E154 menée au SLAC pendant l'automne 1995 nous a apporté les mesures les plus précises à l'heure actuelle de la fonction de structure polarisée  $g_1$  du neutron [ABE7]. Bénéficiant d'une énergie de faisceau deux fois plus élevée que celle de l'expérience E142, elle a permis d'accéder à un domaine cinématique significativement plus étendu, notamment à des valeurs de la variable de Bjorken  $x$  plus faibles que celles de E142, jusqu'à  $x = 0.0135$  contre 0.03, et à des valeurs du quadritransfert carré  $Q^2$  plus élevées, 5 GeV<sup>2</sup> en moyenne contre 2 GeV<sup>2</sup>.

Nous avons fait évoluer les mesures expérimentales de  $g_1$  au  $Q^2$  moyen égal à 5 GeV<sup>2</sup> en utilisant deux méthodes différentes :

- une méthode traditionnelle qui consiste à supposer que le rapport  $g_1/F_1$  ne dépend pas de  $Q^2$  ; cette approximation est compatible avec les conclusions des études expérimentales de sa dépendance en  $Q^2$ , disponibles depuis E143 et SMC.
- une méthode nouvelle basée sur l'étude en QCD perturbative de l'évolution en  $Q^2$  des distributions de partons polarisées, gouvernées par les équations d'évolution DGLAP, connues à l'heure actuelle jusqu'à l'ordre sous-dominant.

Utilisant toutes les mesures mondiales de la fonction de structure  $g_1$  du nucléon et prenant en compte leurs erreurs statistiques et systématiques, cette deuxième méthode nous a permis de montrer que le rapport  $g_1/F_1$  dépend de  $Q^2$ . La précision expérimentale atteinte par E154 nous conduit alors à écarter l'approximation traditionnelle  $g_1/F_1 = \text{constante}$  couramment utilisée par les expérimentateurs pour évoluer les données, et nous incite à prédire l'évolution en  $Q^2$  de nos mesures par le formalisme des équations DGLAP.

Sur la région mesurée, nous avons ainsi estimé la valeur de l'intégrale de  $g_1^n$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  :

$$\int_{x=0.0135}^{0.7} g_1^n(x) dx = -0.034 \pm 0.003_{\text{STAT}} \pm 0.004_{\text{SYST}} \pm 0.001_{\text{EVOL}}$$

L'extraction du premier moment de  $g_1$  nécessite d'extrapoler nos mesures dans la région  $x \rightarrow 1$  et dans la région  $x \rightarrow 0$ . Si l'extrapolation à grand  $x$  est bien déterminée par les règles de comptage, l'extrapolation à bas  $x$  reste toujours problématique :

- pour un comportement de type Regge  $g_1 = Cx^\alpha$ , ( $\alpha \geq 0$ ), où la seule valeur de  $\alpha$  compatible avec les mesures sur le neutron est  $\alpha = 0$ , le premier moment du neutron  $g_1^n$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  est estimé à :

$$\Gamma_1^p = -0.039 \pm 0.003_{\text{STAT}} \pm 0.005_{\text{SYST}} \pm 0.001_{\text{EVOL}}$$

- pour un comportement en puissance, le plus divergent à bas  $x$ , de type  $g_1 = Cx^\alpha$ , où  $\alpha < 0$ , le premier moment du neutron  $g_1^n$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  est estimé à :

$$\Gamma_1^p = -0.075 \pm 0.021_{\text{STAT}} \pm 0.014_{\text{SYST}} \pm 0.001_{\text{EVOL}}$$

Même si le comportement à bas  $x$  de  $g_1$  semble diverger, seules de nouvelles mesures plus précises à bas  $x$  permettront de privilégier un comportement plutôt qu'un autre.

Dans tous les cas, la règle de somme d'Ellis et Jaffe sur le neutron est clairement violée par nos mesures ; cette violation pourrait confirmer la contribution des quarks étranges de la mer au spin du nucléon.

## Conclusion

---

Nous avons estimé la règle de somme de Bjorken en ajustant à bas  $x$  la différence  $g_1^p - g_1^n$  évoluée à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  par un comportement en puissance de type  $Cx^\alpha$  où  $\alpha < 0$  à :

$$\int_{x=0}^1 (g_1^p - g_1^n) dx = 0.185 \pm 0.014$$

en très bon accord avec la prédiction théorique :

$$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = 0.180 \pm 0.002$$

Le comportement le plus convergent  $g_1^p - g_1^n = \text{constante}$  à bas  $x$  nous conduit à l'estimation :

$$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n = 0.171 \pm 0.010$$

elle aussi compatible à la prédiction théorique. De nouvelles mesures plus précises dans la région des basses valeurs de  $x$  sur le proton et sur le neutron permettront de tester cette règle de somme encore plus précisément.

A l'aide des mesures mondiales des fonctions de structure  $g_1$  du nucléon, nous avons pu contraindre à l'ordre sous-dominant les distributions des quarks légers suivant plusieurs scénarios, pour estimer la valeur de la contributions  $\Delta\Sigma$  des quarks au spin du nucléon :

- dans le schéma de factorisation  $\overline{MS}$ , nous avons estimé  $\Delta\Sigma(Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = 29 \pm 6 \%$ . Cette valeur est identique à celle déterminée par l'expérience SMC [ADAMS2].
- dans le schéma AB,  $\Delta\Sigma = 37 \% \pm 7 \%$ , indépendant de  $Q^2$ .

Cependant, les données actuelles et l'étude de leur évolution en  $Q^2$  à l'ordre sous-dominant ne permettent pas d'extraire une estimation fiable de la contribution des quarks de la mer et des gluons [SCHÄFER] au spin du nucléon. Notre étude nous a permis d'estimer l'ordre de grandeur de  $\Delta G$ , dont la valeur semble comprise entre 0 et 2.

Il reste aujourd'hui beaucoup à faire pour comprendre la structure en spin du nucléon. Les diverses contributions au spin du nucléon satisfont la règle de somme :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Delta\Sigma + \Delta G + L_q + L_g$$

dérivée récemment sous une forme invariante de jauge [JI2]. Nous savons que les quarks contribuent à environ 30 % au spin du nucléon, mais quelle est la contribution des gluons ? Et quelles sont les contributions du moment orbital des quarks,  $L_q$ , et du moment orbital des gluons ? Dans les prochaines années, plusieurs programmes expérimentaux vont tenter d'apporter des éléments de réponse à ces questions :

- **Mesurer encore plus précisément les fonctions de structure polarisées du nucléon**

► *Etendre le domaine cinématique à haut  $Q^2$  et à bas  $x$  : HERA à DESY*

Le faisceau d'électrons du collisionneur électron-proton à HERA est polarisé. Lorsqu'il sera possible techniquement de polariser le faisceau de protons à l'intérieur de l'anneau, le domaine cinématique de diffusion profondément inélastique polarisée pourra descendre jusqu'à des valeurs de  $x$  Bjorken voisines de  $10^{-5}$  et des  $Q^2$  pouvant atteindre  $10^4 \text{ GeV}^2$ , ce qui correspond à une énergie de faisceau voisine de 50 TeV dans une expérience à cible fixe comme E154 ! La mesure des fonctions de structure aux très basses valeurs de  $x$  et l'étude de leur évolution en  $Q^2$  permettront de mieux contraindre la distribution des gluons et d'estimer la contribution des gluons au spin du nucléon.

De même, lorsque les techniques de polarisation d'Hélium 3 à l'intérieur de l'anneau seront maîtrisées, il sera possible de faire diffuser dans le collisionneur des noyaux d'Hélium 3 polarisés sur des électrons polarisés, et de mesurer la fonction de structure  $g_1$  du neutron à très bas  $x$ .

► **Mesures précises à bas  $Q^2$  : TJNAF**

Une nouvelle série d'expériences de diffusion profondément inélastique polarisée va débiter à l'automne 1998 auprès de l'accélérateur américain TJNAF.

La première expérience, **E94-010**, prévue à l'automne 1998, étudiera le comportement de la fonction de structure  $g_1$  du neutron aux basses valeurs de  $Q^2$ , comprises entre  $0.15 \text{ GeV}^2$  et  $2 \text{ GeV}^2$ , par diffusion profondément inélastique d'électrons polarisés d'énergies dans la gamme  $1.6 - 3.2 \text{ GeV}$  sur une cible polarisée d'Hélium 3, similaire à celles utilisées pour l'expérience E154 [FILIPONE1]. Elle permettra de mieux comprendre la transition en  $Q^2$  depuis le domaine perturbatif de diffusion profondément inélastique vers la région non perturbative des bas transferts d'impulsion. En particulier, elle renseignera sur l'évolution en  $Q^2$  du premier moment de la fonction de structure  $g_1$  du neutron, relié au moment magnétique anomal  $\kappa$  du neutron, comme le prédit la règle de somme de Drell-Hearn-Gerasimov étendue à la région virtuelle  $Q^2 \neq 0$  :

$$I_{DHG}^n(Q^2) = \int_{\nu_{\text{seuil}}}^{\infty} 2\sigma_T(Q^2, \nu) A_1^n(Q^2, \nu) \frac{d\nu}{\nu} = -\frac{2\pi^2\alpha}{M^2} \kappa^2 (1 - f(Q^2))$$

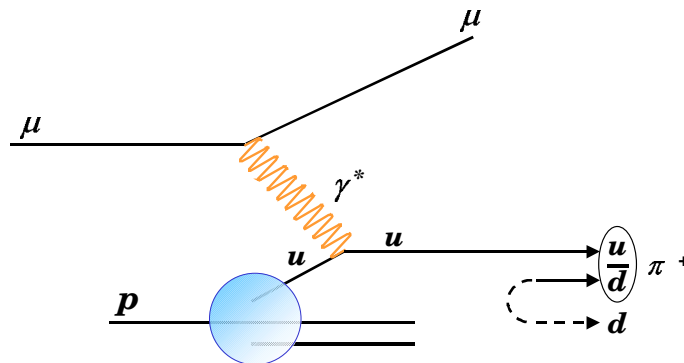
où  $\nu$  est l'énergie du photon,  $\nu_{\text{seuil}}$  le seuil de production de pion,  $\alpha$  la constante de structure fine et  $M$  la masse du nucléon, ou encore, dans la limite où  $Q^2 \rightarrow 0$  [D'HOSE] :

$$\lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{\Gamma_1^n(Q^2)}{Q^2} = -\frac{\kappa^2}{8M^2}$$

La seconde expérience, **E94-101**, va mesurer précisément la fonction de structure  $g_1$  du neutron dans la région  $0.25 < x < 0.63$  à des valeurs de  $Q^2$  comprises entre  $2.5$  et  $5.3 \text{ GeV}^2$ . Cette mesure permettra de mieux comprendre le comportement de la fonction de structure dans la région de valence.

• **Mesurer les distributions de quarks polarisées à HERA**

La mesure des asymétries en spin de diffusion profondément inélastique polarisée semi-inclusive par détection du lepton diffusé et du hadron produit au cours de la diffusion (cf. **Figure 1**), permet d'accéder aux distributions polarisées des quarks de valence et des quarks de la mer du nucléon, en fonction de  $x$  et de  $Q^2$ .



**Figure 1** : diagramme de diffusion profondément inélastique polarisée semi-inclusive.

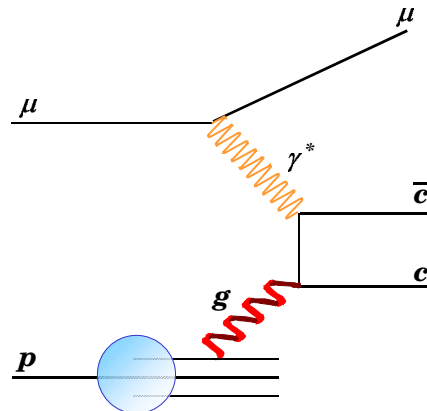
L'asymétrie en spin d'absorption du photon virtuel  $A_1$  pour la photoproduction semi-inclusive de hadrons  $h$  chargés positivement (+) ou négativement (-) dépend des distributions de quarks polarisées  $\delta q$  et non polarisées  $q$ , ainsi que des fonctions de fragmentation de quarks  $D_q^h$ , représentant la probabilité qu'un quark de saveur  $q$  se fragmente en un hadron  $h$  (pion, kaon, ...) [ARNEODO2] :

$$A_1^{+(-)}(x, Q^2) = \frac{\sum_{q,h} e_q^2 \delta q(x, Q^2) \int_0^1 D_q^h(z, Q^2) dz}{\sum_{q,h} e_q^2 q(x, Q^2) \int_0^1 D_q^h(z, Q^2) dz}$$

Ces asymétries semi-inclusives ont été mesurées pour la première fois par l'expérience EMC, puis par l'expérience SMC, qui a publié une estimation des distributions polarisées des quarks  $u$  et  $d$  de valence et de la mer [ADEVA3], à partir de leurs mesures des asymétries inclusives et semi-inclusives sur le proton et le deutéron. La collaboration HERMES apportera des estimations encore plus précises dans un proche futur.

- **Mesurer la contribution  $\Delta G$  des gluons : COMPASS au CERN**

Seule une mesure expérimentale de la contribution  $\Delta G$  du spin des gluons au spin du nucléon permettra d'isoler précisément la contribution  $\Delta\Sigma$  de  $\Delta G$ . La collaboration COMPASS au CERN [MALLOW], propose de déterminer cette contribution par l'étude de la photoproduction de charme ouvert par l'intermédiaire du diagramme de fusion photon gluon représenté sur la **Figure 2**.



**Figure 2 :** diagramme de photoproduction polarisée de charme ouvert.

L'asymétrie en spin de la réaction s'écrit :

$$A^{c\bar{c}}(x_g, \nu) = \frac{\int_{4m_c^2}^{2M\nu} ds \delta\sigma(s) \delta g(x_g, s)}{\int_{4m_c^2}^{2M\nu} ds \sigma(s) g(x_g, s)}$$

où  $s$  représente le carré de l'énergie totale dans le centre de masse de la réaction :

$$\gamma + g \rightarrow c + \bar{c}$$

$\sigma$  ( $\delta\sigma$ ) désigne la section efficace non polarisée (polarisée) et  $x_g = s / 2M\nu$  la fraction d'impulsion du nucléon portée par le gluon. Elle sera mesurée en détectant les mésons charmés  $D^0$  identifiés par leur désintégration :

$$D^0 \rightarrow K\pi$$

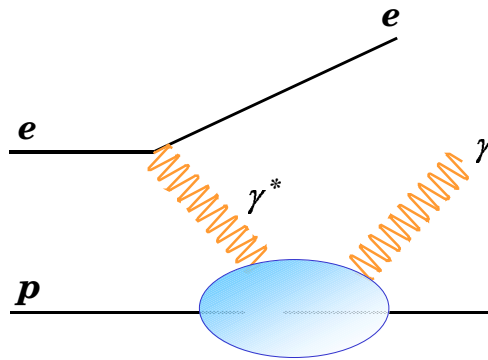
La précision relative attendue sur la valeur de  $\Delta G$  est estimée à 0.14.

- **Mesurer la contribution angulaire  $L_q$  des quarks : TJNAF et CERN**

Dans la limite de Bjorken, où  $Q^2 \rightarrow \infty$  et  $x$  est fixée, la diffusion Compton virtuelle (cf. diagramme de la **Figure 3**) permet de mesurer quatre nouvelles distributions de quarks plus générales, dites "off Forward" [JI2], [RADYUSHKIN], [GUICHON], notées  $E$ ,  $E'$ ,  $H$  et  $H'$ , qui dépendent de la variable de Mandelstam  $t$  non nulle. Les distributions  $H$  et  $H'$  s'identifient aux distributions de quarks non polarisées  $q$  et polarisées  $\delta q$  dans la limite de diffusion profondément inélastique où  $t \rightarrow 0$ . Les distributions  $E$  et  $E'$  n'ont pas d'interprétation en diffusion profondément inélastique. La mesure de la section efficace de diffusion Compton virtuelle dans la limite de Bjorken permet d'accéder aux distributions  $E$  et  $H$  et à leur moment d'ordre 2, dont l'extrapolation dans la limite  $t \rightarrow 0$  conduit à une estimation de la somme  $J_q$  de la contribution de spin et de la contribution orbitale des quarks au spin du nucléon :

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int [xH + xE] dx = 2J_q = \Delta\Sigma + 2L_q$$

Des programmes expérimentaux sont en discussion à l'heure actuelle pour mesurer la diffusion Compton virtuelle profonde à TJNAF et au CERN, par l'expérience COMPASS.



**Figure 3** : diagramme de diffusion Compton virtuelle.

$$t = (p_\gamma - p_{\gamma'})^2 \neq 0$$

En 1999, la collaboration SLAC-**E155X** mesurera précisément la fonction de structure  $g_2$  du proton et du deutéron et permettra d'extraire plus d'informations sur les termes de twist supérieur [ARNOLD3]. De nombreux autres programmes expérimentaux ont été proposés au RHIC de Brookhaven [TROSHIN] et à HERA [ANSELMINO3] pour accéder à l'information sur le spin du nucléon à l'aide de collisions nucléon-nucléon polarisées.



# **ANNEXE 1**

## **SECTION EFFICACE DIFFERENTIELLE DE DIFFUSION PROFONDEMENT INELASTIQUE POLARISEE INCLUSIVE**

ANNEXE 1 .....	221
1.1 Contraction du tenseur leptonique et du tenseur hadronique .....	222
1.2 Application au cas longitudinal et au cas transverse .....	224
1.2.1 Section efficace différentielle longitudinale.....	225
1.2.2 Section efficace différentielle transverse .....	225



## 1.1 Contraction du tenseur leptonique et du tenseur hadronique

Nous avons établi l'expression de la section efficace de diffusion profondément inélastique polarisée inclusive comme le produit du tenseur leptonique et du tenseur hadronique :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 y}{16\pi^2 Q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$$

où :

$$L^{\mu\nu} = 2(k^\mu k^\nu + k^\nu k^\mu - g^{\mu\nu} k k') - i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{l\beta}$$

$$W_{\mu\nu} = (-g_{\mu\nu})F_1 + \frac{1}{pq}(p_\mu p_\nu)F_2 + \frac{i}{pq}\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^\lambda s_h^\sigma g_1 + \frac{i}{(pq)^2}\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h q p^\sigma)g_2$$

Contractons ces deux tenseurs pour déterminer les expressions des termes apparaissant en facteur devant chaque fonction de structure dans l'expression de la section efficace. Rappelons que :

$$\begin{aligned} k &= (E, 0, 0, E) \\ k' &= (E', E' \sin\theta \cos\phi, E' \sin\theta \sin\phi, E' \cos\theta) \\ q &= k - k' = (E - E', -E' \sin\theta \cos\phi, -E' \sin\theta \sin\phi, E - E' \cos\theta) \\ p &= (M, 0, 0, 0) \\ v &= E - E' \\ y &= v / E \\ \gamma^2 &= Q^2 / v^2 \end{aligned}$$

### ► Facteur de $F_1$

- $g_{\mu\nu} k^\mu k^\nu = k_\nu k'^\mu = k k'$
- $g_{\mu\nu} k^\nu k'^\mu = k_\mu k'^\nu = k k'$
- $g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} k k' = 4k k'$
- $g_{\mu\nu} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{l\beta} = 0$  puisque  $g_{\mu\nu}$  est diagonal et  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  est nul si  $\mu = \nu$   
 $g_{00} = g^{00} = 1$  et  $g_{11} = g^{11} = g_{22} = g^{22} = g_{33} = g^{33} = -1$

Le seul terme en facteur est donc le produit  $4k k'$  :

$$\begin{aligned} 4k k' &= 4EE'(1 - \cos\theta) \\ &= 2Q^2 \\ &= 4MExy \end{aligned}$$

### ► Facteur de $F_2$

- $p_\mu p_\nu k^\mu k^\nu = p k p k'$
- $p_\mu p_\nu k^\nu k'^\mu = p k p k'$
- $p_\mu p_\nu g^{\mu\nu} = p p$
- $p_\mu p_\nu \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{l\beta} = 0$  puisque seule  $p^0 = M$  est non nulle

Le seul terme en facteur est donc le produit :

$$\begin{aligned}
 \frac{4(pk)(pk')}{pq} - \frac{2(pp)(kk')}{pq} &= \frac{4(pk)(pk - pq)}{pq} - \frac{2M^2Q^2/2}{pq} \\
 &= 4ME\left(\frac{pk}{pq} - 1\right) - \frac{M^2Q^2}{pq} \\
 &= 4ME\left(\frac{1}{y} - 1\right) - M^2 2x \\
 &= \frac{4ME}{y}\left(1 - y - \frac{M^2x}{2}\right) \\
 &= \frac{4ME}{y}\left(1 - y - \frac{Myx}{2E}\right) \\
 &= \frac{4ME}{y}\left(1 - y - \frac{M^2x^2y^2}{Q^2}\right)
 \end{aligned}$$

► **Facteur de  $g_1$**

• le tenseur de Levy-Civita étant complètement antisymétrique, les termes de la somme suivante s'annulent deux à deux :

$$\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^\lambda s_h^\sigma k^\mu k^\nu + \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^\lambda s_h^\sigma k^\nu k^\mu = 0$$

•  $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}q^\lambda s_h^\sigma g^{\mu\nu} = 0$

•  $p_\mu p_\nu \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{i\beta} = 0$  puisque seule  $p^0 = M$  est non nulle

• sachant que :

$$\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = (-2)(g_\lambda^\alpha g_\sigma^\beta - g_\sigma^\alpha g_\lambda^\beta)$$

le seul terme non nul est donc :

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{pq} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda s_h^\sigma \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{i\beta} &= -\frac{4}{pq} q^\lambda s_h^\sigma g_\lambda^\alpha g_\sigma^\beta q_\alpha s_{i\beta} + \frac{4}{pq} q^\lambda s_h^\sigma g_\sigma^\alpha g_\lambda^\beta q_\alpha s_{i\beta} \\
 &= \frac{4}{pq} (-q^\alpha q_\alpha s_h^\sigma s_{i\sigma} + q^\beta s_{i\beta} s_h^\sigma q_\sigma) \\
 &= \frac{4}{pq} [(qs_i)(qs_h) - q^2 s_i s_h] \\
 &= \frac{4pq}{pq} \left[ \frac{(qs_i)(qs_h)}{pq} - \frac{q^2 s_i s_h}{pq} \right] \\
 &= 4 \left[ \frac{(qs_i)(qs_h)}{pq} - \frac{q^2 s_i s_h}{pq} \right] \\
 &= 4pq \left[ \frac{(qs_i)(qs_h)}{(pq)(pq)} - \frac{q^2 s_i s_h}{(pq)(pq)} \right] \\
 &= 4pq \left[ \frac{(qs_i)(qs_h)}{(pq)(pq)} + 2x \frac{s_i s_h}{(pq)} \right]
 \end{aligned}$$

► **Facteur de  $g_2$**

•  $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h q p^\sigma) k^\mu k^\nu = 0$

•  $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h q p^\sigma) k^\nu k^\mu = 0$

- $\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h qp^\sigma) \cdot g^{\mu\nu} = 0$
- le seul terme non nul est :

$$\begin{aligned}
 & \frac{i}{(pq)^2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h qp^\sigma) \cdot (-2i) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{i\beta} \\
 &= \frac{i}{(pq)^2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h qp^\sigma) \cdot (-2i) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{i\beta} \\
 &= \frac{2}{(pq)^2} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h qp^\sigma) \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_{i\beta} \\
 &= \frac{2}{(pq)^2} q^\lambda (pq s_h^\sigma - s_h qp^\sigma) (-2) (g_\lambda^\alpha g_\sigma^\beta - g_\sigma^\alpha g_\lambda^\beta) q_\alpha s_{i\beta} \\
 &= -\frac{4}{(pq)^2} (q^\lambda pq s_h^\sigma - q^\lambda s_h qp^\sigma) (g_\lambda^\alpha g_\sigma^\beta q_\alpha s_{i\beta} - g_\sigma^\alpha g_\lambda^\beta q_\alpha s_{i\beta}) \\
 &= -\frac{4}{(pq)^2} (q^\lambda pq s_h^\sigma g_\lambda^\alpha g_\sigma^\beta q_\alpha s_{i\beta} - q^\lambda pq s_h^\sigma g_\sigma^\alpha g_\lambda^\beta q_\alpha s_{i\beta} \\
 &\quad - q^\lambda s_h qp^\sigma g_\lambda^\alpha g_\sigma^\beta q_\alpha s_{i\beta} + q^\lambda s_h qp^\sigma g_\sigma^\alpha g_\lambda^\beta q_\alpha s_{i\beta}) \\
 &= -\frac{4}{(pq)^2} [q^2 pq (s_h s_i) - (q s_i) pq (q s_h) - q^2 s_h q (p s_i) + (q s_i) s_h q (pq)] \\
 &= -\frac{4}{(pq)(pq)} [q^2 pq (s_h s_i) - (q s_i) pq (q s_h) - q^2 s_h q (p s_i) + (q s_i) s_h q (pq)] \\
 &= -\frac{4q^2 (s_h s_i)}{(pq)} + \frac{4(q s_i)(q s_h)}{(pq)} + \frac{4q^2 s_h q (p s_i)}{(pq)(pq)} - \frac{4(q s_i) s_h q}{(pq)} \\
 &= -\frac{4q^2 (s_h s_i)}{(pq)} + \frac{4q^2 s_h q (p s_i)}{(pq)(pq)} \\
 &= \frac{4q^2}{pq} \left[ \frac{s_h q (p s_i)}{pq} - s_h s_i \right] \\
 &= 4q^2 \left[ \frac{(q s_h)(p s_i)}{(pq)(pq)} - \frac{s_h s_i}{pq} \right] \\
 &= 8MExy \left[ \frac{s_h s_i}{pq} - \frac{(q s_h)(p s_i)}{(pq)(pq)} \right]
 \end{aligned}$$

La section efficace différentielle s'écrit donc :

$$\frac{d^3\sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 ME}{4\pi^2 Q^4} \left\{ (xy^2) F_1 + (1 - y - \gamma^2 y^2 / 4) F_2 + \left[ 2xy^2 \frac{s_h s_i}{pq} + y^2 \frac{(q s_i)(q s_h)}{(pq)(pq)} \right] g_1 + \left[ 2xy^2 \frac{s_h s_i}{pq} - 2xy^2 \frac{(q s_h)(p s_i)}{(pq)(pq)} \right] g_2 \right\}$$

## 1.2 Application au cas longitudinal et au cas transverse

Supposons que le faisceau de leptons incidents est polarisé longitudinalement le long de l'axe du faisceau :

$$s_i = H_i k$$

Il vient alors :

- $\frac{s_h s_i}{pq} = H_i \frac{s_h k}{pq}$
- $\frac{q s_i}{pq} = H_i \frac{qk}{pq}$  or  $\frac{qk}{pq} = -\frac{EE'(1 - \cos\theta)}{M(E - E')} = -\frac{q^2}{2pq} = -x$  donc  $\frac{q s_i}{pq} = -H_i x$

- $\frac{ps_l}{pq} = H_l \frac{pk}{pq} = \frac{H_l}{y}$

### 1.2.1 Section efficace différentielle longitudinale

Le quadrivecteur polarisation de la cible a été défini par :

$$s_h = (0,0,0, MH_h)$$

► **Facteur de  $g_1$**

- $s_h k = -MH_h E$  et  $pq = M(E - E')$  alors  $\frac{s_h s_l}{pq} = -\frac{H_l H_h}{y}$

- $\frac{qs_l}{pq} = -H_l x$

- $qs_h = -MH_h(E - E' \cos \theta) = -MH_h(E - E') - MH_h E'(1 - \cos \theta)$  alors  $\frac{qs_h}{pq} = -H_h - \frac{H_h}{2} \gamma^2 y$

► **Facteur de  $g_2$**

- $\frac{s_h s_l}{pq} = -\frac{H_l H_h}{y}$

- $\frac{qs_h}{pq} = -H_h - \frac{H_h}{2} \gamma^2 y$

- $\frac{ps_l}{pq} = \frac{H_l}{y}$

Ainsi, la section efficace différentielle s'écrit :

$$\frac{d^3 \sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 M E}{4\pi^2 Q^4} \left\{ (xy^2)F_1 + (1 - y - \gamma^2 y^2 / 4)F_2 + [xyH_l H_h (-2 + y + \gamma^2 y^2 / 2)]g_1 + [xy^2 \gamma^2 H_l H_h]g_2 \right\}$$

### 1.2.2 Section efficace différentielle transverse

Le quadrivecteur polarisation de la cible s'écrit :

$$s_h = (0, MH_h, 0, 0)$$

► **Facteur de  $g_1$**

- $\frac{s_h s_l}{pq} = 0$

- $\frac{qs_l}{pq} = -H_l x$

- $\frac{qs_h}{pq} = -H_h \frac{E' \sin \theta \cos \phi}{E - E'}$  ; or :

$$\begin{aligned} \text{or } E'^2 \sin^2 \theta &= 4E'^2 (1 - \sin^2 \frac{\theta}{2}) \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ &= Q^2 (1 - \sin^2 \frac{\theta}{2}) \frac{E'}{E} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= Q^2 \left(1 - \frac{Q^2}{4EE'}\right) \frac{E'}{E} \\
 &= Q^2 \left(1 - \frac{Q^2}{4E^2} \frac{E}{E'}\right) \frac{E'}{E} \\
 &= Q^2 \left(1 - \frac{Q^2}{4E^2} \frac{1}{1-y}\right) (1-y) \\
 &= Q^2 \left(1 - y - \frac{Q^2}{4E^2}\right) \text{ et } \frac{Q^2}{E^2} = \gamma^2 y^2
 \end{aligned}$$

ainsi

$$\frac{qs_h}{pq} = -H_h \frac{2Mx}{Q} \sqrt{1 - y - \gamma^2 y^2 / 4} \cos \phi$$

► **Facteur de  $g_2$**

- $\frac{s_h s_l}{pq} = 0$
- $\frac{qs_h}{pq} = -H_h \frac{2Mx}{Q} \sqrt{1 - y - \gamma^2 y^2 / 4} \cos \phi$
- $\frac{ps_l}{pq} = \frac{H_l}{y}$

Ainsi, la section efficace différentielle s'écrit :

$$\boxed{\frac{d^3 \sigma}{dx dy d\phi} = \frac{e^4 ME}{4\pi^2 Q^4} \left\{ (xy^2) F_1 + (1 - y - \gamma^2 y^2 / 4) F_2 + [2x^2 y H_l H_h (M/Q) \sqrt{1 - y - \gamma^2 y^2 / 4} \cos \phi] [y g_1 + 2g_2] \right\}}$$

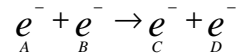
## ANNEXE 2

### CINEMATIQUE DE LA DIFFUSION MOELLER

ANNEXE 2 .....	227
CINEMATIQUE DE LA DIFFUSION MOELLER .....	227
1 Premier cas : électron atomique au repos.....	228
2 Second cas : électron atomique en mouvement .....	229

Nous détaillons ici la démonstration des relations de cinématique énoncées lors de la présentation du détecteur Moeller.

Considérons la réaction de diffusion élastique Moeller dans le laboratoire et dans le centre de masse :



où A désigne l'électron du faisceau incident  
 B désigne l'électron atomique de la cible Moeller  
 C désigne l'électron du faisceau diffusé  
 D désigne l'électron atomique après le choc

## 1 Premier cas : électron atomique au repos

Choisissons la convention  $c = 1$  et négligeons le recul de l'atome ionisé. Dans le laboratoire, les quadrivecteurs énergie-impulsion sont définis par :

$$\begin{aligned}\bar{p}_A &= (E_b, \vec{p}_b) \\ \bar{p}_B &= (m, \vec{0}) \\ \bar{p}_C &= (E', \vec{p}') \\ \bar{p}_D &= (E_D, \vec{p}_D)\end{aligned}$$

$$\text{où } E = \sqrt{p^2 + m^2}$$

Dans le centre de masse, les quatre vecteurs impulsion ont la même norme puisque la diffusion est élastique ; alors ils s'écrivent :

$$\begin{aligned}\bar{p}_A &= (E, \vec{k}_i) \\ \bar{p}_B &= (E, -\vec{k}_i) \\ \bar{p}_C &= (E, \vec{k}_f) \\ \bar{p}_D &= (E, -\vec{k}_f)\end{aligned}$$

$$\text{avec } |\vec{k}_i| = |\vec{k}_f| = k$$

Calculons les variables de Mandelstam dans le laboratoire pour des électrons incidents de haute énergie, en négligeant les termes en  $m^2$  devant les autres et en supposant que l'angle de diffusion dans le laboratoire  $\theta$  est très inférieur à 1 ; il vient :

$$\begin{aligned}s &= (\bar{p}_A + \bar{p}_B)^2 = 2mE_b \approx 2mp_b \\ t &= (\bar{p}_A - \bar{p}_C)^2 \approx 2p_b p' (1 - \cos \theta) \approx p_b p' \theta^2 \\ u &= (\bar{p}_C - \bar{p}_B)^2 = -2mE' \approx -2mp'\end{aligned}$$

Dans le centre de masse, elles s'écrivent :

$$\begin{aligned}s &\approx 4k^2 \\ t &= -2k^2 (1 - \cos \theta_{cm}) \\ u &= -2k^2 (1 + \cos \theta_{cm})\end{aligned}$$

Des deux expressions de  $s$ , nous déduisons que :

$$k^2 = \frac{mp_b}{2}$$

En égalant les deux expressions de  $t$ , il vient :

$$\theta^2 = \frac{1}{p_b p'} \frac{s}{2} (1 - \cos \theta_{cm}) = 2m \left( \frac{1}{p'} - \frac{1}{p_b} \right)$$

Puis, en égalant les deux expressions de  $u$ , nous déduisons :

$$p' = \frac{p_b}{2} (1 + \cos \theta_{cm})$$

## 2 Second cas : électron atomique en mouvement

Notons  $p_i$  son impulsion.  $p_i$  atteint 100 keV pour les électrons des couches les plus basses (K,L...) et de l'ordre de 10 keV pour les couches périphériques d'un matériau ferromagnétique comme le Vacoflux. Maintenant,

$$\bar{p}_B = (E_i + m, \vec{p}_i)$$

où  $E_i$  représente l'énergie de liaison de l'électron atomique. Avec les hypothèses énoncées plus haut et en négligeant cette énergie de liaison  $E_i$  devant l'énergie incidente, nous en déduisons la nouvelle valeur  $s'$  de la variable  $s$  :

$$s' \approx 2mp_b - 2\vec{p}_i \cdot \vec{p}_b$$

que nous écrivons en fonction de son ancienne valeur  $s=2mp_b$  :

$$s' = s \left( 1 - \frac{1}{m} \vec{p}_i \cdot \hat{n} \right) \approx 4k^2$$

où  $\hat{n}$  représente un vecteur unitaire dirigé dans le sens du faisceau incident et  $s$  vaut  $2mp_b$ . Alors l'angle de diffusion dans le laboratoire devient :

$$\theta^2 = \frac{1}{p_b p'} \frac{s'}{2} (1 - \cos \theta_{cm}) = 2m \left( \frac{1}{p'} - \frac{1}{p_b} \right) \left( 1 - \frac{1}{m} \vec{p}_i \cdot \hat{n} \right)$$

Quant à l'expression de  $u$ , elle devient :

$$u = (\bar{p}_C - \bar{p}_B)^2 = -2mp'^2 + 2\vec{p}_i \cdot \vec{p}'$$

qui s'écrit :

$$u = (\bar{p}_C - \bar{p}_B)^2 = -2mp' \left( 1 - \frac{1}{m} \vec{p}_i \cdot \hat{i} \right) = -2k^2 (1 + \cos \theta_{cm})$$

où  $\hat{i}$  représente un vecteur unitaire dirigé dans le sens du faisceau diffusé. Nous en déduisons l'expression de  $p'$  :

$$p' = \frac{p_b}{2} (1 + \cos \theta_{cm}) \left( 1 - \frac{1}{m} \vec{p}_i \cdot \hat{n} \right) \left( 1 - \frac{1}{m} \vec{p}_i \cdot \hat{i} \right)^{-1}$$



## ANNEXE 2 : CINEMATIQUE DE LA DIFFUSION MOELLER

---

Or, l'angle de diffusion dans le laboratoire  $\theta$  entre l'électron incident A et l'électron diffusé C prend des valeurs de l'ordre de quelques mrad ( $\theta = 0.25^\circ$  pour  $\theta_{cm} = 90^\circ$  en prenant  $p_b = 50$  GeV et si l'électron cible est supposé au repos), alors que l'angle entre  $p_i$  et  $p_b$  ainsi que l'angle entre  $p_i$  et  $p'$  peut prendre toutes les valeurs possibles entre 0 et  $\pi$ . Il est donc justifié d'approximer que :

$$\hat{p}_i \cdot \hat{n} \approx \hat{p}_i \cdot \hat{i}$$

D'ou l'expression de  $p'$  :

$$p' = \frac{p_b}{2} (1 + \cos \theta_{cm})$$

Nous retrouvons l'expression obtenue dans le cas où l'électron cible est supposé au repos.

## ANNEXE 3

# LES CALORIMETRES ELECTROMAGNETIQUES

ANNEXE 3.....	231
1. Description des deux calorimètres .....	232
1.1 Principe de la calorimétrie électromagnétique.....	232
1.2 Constitution.....	233
1.3 Description de l'électronique.....	235
1.4 Mise en œuvre du calorimètre .....	237
1.4.1 Calibration des blocs.....	237
1.4.2 Mise en temps des TDC.....	238
2. Simulation GEANT .....	240
2.1 Reproduction des événements cosmiques d'ASP .....	240
2.2 Comparaison avec les données.....	242
3. Reconstruction des agrégats.....	243
3.1 Principe d'un automate cellulaire.....	243
3.2 L'automate cellulaire à deux dimensions de E142/E143.....	244
3.3 L'automate cellulaire à trois dimensions de E154/E155 .....	245
3.3.1 Trois dimensions .....	245
3.3.2 Regroupement des couples de temps en cellules.....	247
3.3.3 Partage d'énergie entre cellules .....	248
3.3.4 Règles de contamination.....	252
3.3.5 Caractéristiques des agrégats .....	254
3.3.6 Dépendance temporelle de l'énergie des cellules .....	256
3.3.7 Validation de l'algorithme .....	257
4. Identification des agrégats .....	258
4.1 Principe d'un réseau de neurones .....	258
4.2 Le réseau de neurones de E142, E143 et E154 .....	260
4.2.1 Architecture du réseau .....	260
4.2.2 La fonction de transition $f$ .....	260
4.2.3 Méthode de rétropropagation du gradient d'erreur .....	261
4.3 Performances du réseau de l'expérience E154 .....	261
4.3.1 Efficacité de la coupure réseau de neurones .....	263
4.3.2 Pureté de la coupure réseau de neurones.....	264
4.3.3 Comparaison de l'efficacité et de la pureté .....	265
4.4 Discrimination des électrons et des hadrons .....	265
5. Performances des calorimètres.....	269
5.1 Résolution sur le rapport E/P des électrons diffusés.....	269
5.2 Résolution énergétique.....	269
5.3 Résolution spatiale.....	270
5.4 Résolution temporelle .....	270

# 1. Description des deux calorimètres

## 1.1 Principe de la calorimétrie électromagnétique

Lorsque des électrons de haute énergie, de l'ordre du GeV, traversent la matière, ils perdent leur énergie essentiellement par rayonnement de freinage (RF), résultant de l'interaction coulombienne entre la particule chargée et les noyaux du milieu traversé. Les photons de rayonnement de freinage se matérialisent en paires électrons/positrons, dont les plus rapides (5 à 10 MeV) perdent à leur tour leur énergie par rayonnement de freinage [WIGMANS]. Il se développe une gerbe électromagnétique (EM) dont l'énergie totale est celle perdue par l'électron incident à sa traversée du matériau.

Dans un matériau transparent comme le verre au Plomb, d'indice optique voisin de 1.6, les paires électrons/positrons ont une vitesse supérieure à celle de la lumière dans le milieu et émettent des photons Cherenkov le long de leur trajectoire. Le nombre total de photons Cherenkov émis est proportionnel au nombre de paires électron/positron créées et donc à l'énergie perdue par l'électron dans le matériau. Ces photons peuvent être détectés par un photomultiplicateur. Plus l'épaisseur de matériau traversée est importante, plus la particule incidente y dépose de l'énergie. S'il est suffisamment épais, plusieurs longueurs de radiation, la particule incidente y dépose toute son énergie. Dans ce cas, le nombre de photons Cherenkov détectés est proportionnel à l'énergie de l'électron incident et le rapport de son énergie  $E$  absorbée par le calorimètre et de son impulsion  $P$  est très voisin de 1. Lorsque des photons de haute énergie, de l'ordre du GeV, traversent le matériau, ils se matérialisent de la même façon en paires électrons/positrons, initiant une gerbe électromagnétique, et y déposent toute leur énergie. Les mésons chargés les plus légers, pions et kaons, et les protons, d'impulsion de l'ordre du GeV/c, ne perdent dans le verre au Plomb qu'une fraction de leur énergie par ionisation et émettent des photons Cherenkov le long de leur trajectoire. Dans la plupart des cas, leur rapport  $E/P$  est inférieur à 1. Les mésons chargés légers peuvent produire par interaction nucléaire dans le verre au Plomb des pions neutres, se désintégrant en deux photons et initiant une gerbe électromagnétique, mais peuvent aussi se désintégrer avant d'atteindre le verre au Plomb en muons chargés, qui émettent eux aussi des photons Cherenkov le long de leur trajectoire. Ainsi, la fraction d'énergie déposée dans le calorimètre permet de discriminer les électrons des hadrons. La **Table 3.1** résume les principaux mécanismes d'interaction des particules diffusées dans E154 traversant les blocs de verre au Plomb ; toutes ces particules émettent des photons Cherenkov le long de leur trajectoire.

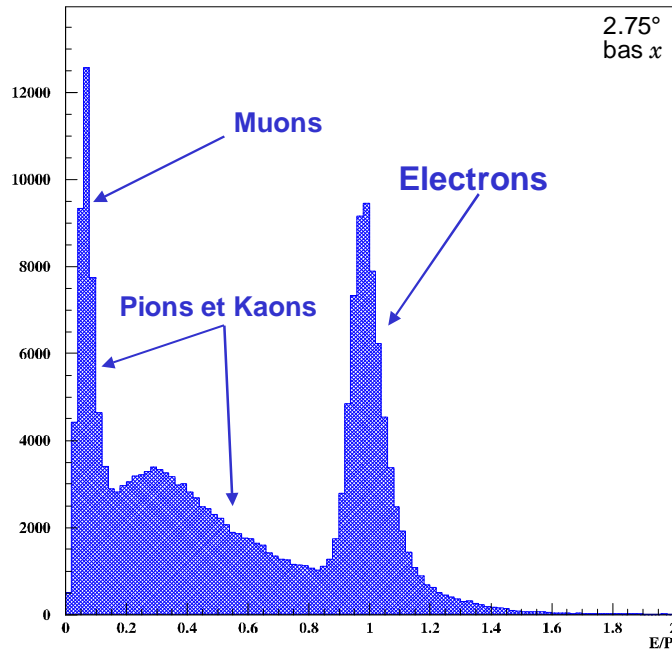
Particule diffusée détectée	Mécanismes de perte d'énergie dans le verre au Plomb
Electron, Positron	<ul style="list-style-type: none"> <li>• RF → Paires <math>e^+e^-</math> → Gerbe EM (domine)</li> </ul>
Pion +/-	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ionisation</li> <li>• Production nucléaire de <math>\pi_0</math> → paires <math>e^+e^-</math> → Gerbe EM*</li> <li>• <i>Désintégration en muons chargés (99%)</i></li> </ul>
Kaon +/-	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ionisation</li> <li>• Production nucléaire de <math>\pi_0</math> → paires <math>e^+e^-</math> → Gerbe EM*</li> <li>• <i>Désintégration en muons chargés (64%)</i></li> <li>• <i>Désintégration en <math>\pi_0</math> (21%) → paires <math>e^+e^-</math> → Gerbe EM</i></li> </ul>
Muon +/- (de désintégration)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ionisation</li> </ul>
Proton	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ionisation</li> </ul>

**Table 3.1 :** mécanismes de perte d'énergie des particules diffusées par la cible et traversant le verre au Plomb. L'astérisque désigne des gerbes électromagnétiques initiées par un processus hadronique. Elles sont qualifiées de gerbes hadroniques.

Les particules neutres (photons, neutrons,...) produites au niveau de la cible n'atteignent pas les détecteurs, à cause de la configuration magnétique en double rebond. Les pions neutres  $\pi_0$  ont

une durée de vie très faible ( $10^{-16}$  s) et se désintègrent en deux photons, se matérialisant en deux paires  $e^+e^-$ .

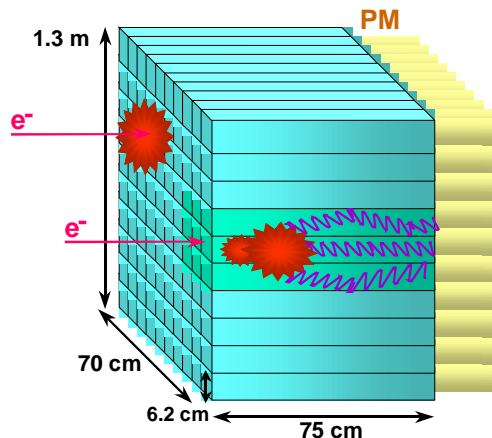
La **Figure 3.1** montre l'allure de la distribution du rapport  $E/P$  des particules diffusées ayant traversé le calorimètre au cours des prises de données de E154.



**Figure 3.1 :** spectre du rapport  $E/P$  des particules ayant traversé le calorimètre électromagnétique du bras à  $2.75^\circ$ , dans le premier intervalle en  $x$  Bjorken, pour les prises de données 3056 à 3058.  $E$  représente l'énergie déposée par la particule dans le calorimètre et  $P$  son impulsion.

## 1.2 Constitution

Chaque calorimètre est finement segmenté : il est constitué d'un empilement de 200 blocs de verre au Plomb, de forme parallélépipédique, empilés sur 20 rangs et alignés sur 10 colonnes, comme le montre la **Figure 3.2**. Ces blocs appartenaient à l'expérience ASP [BARTHA] chargée d'étudier les distributions d'électrons et de photons produits lors des collisions électrons/positrons, sur l'anneau PEP du SLAC.



**Figure 3.2 :** représentation de la configuration en "œil de mouche" des 200 blocs de verre au Plomb.

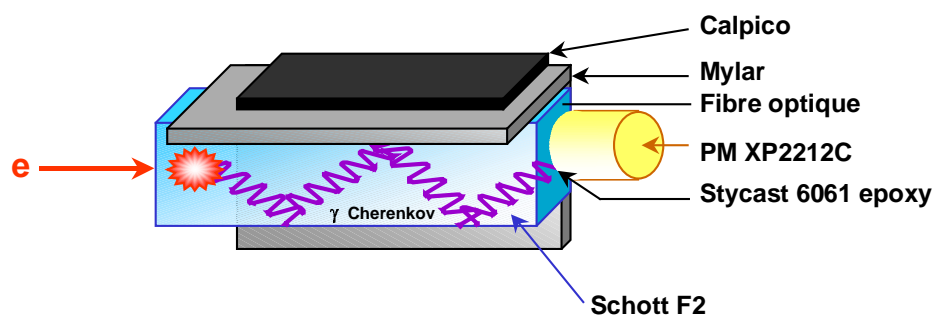
Chaque bloc a un volume de  $62 \times 62 \times 750 \text{ mm}^3$ . Pour réduire les coûts de fabrication, ils n'ont pas été polis mais moulés par extrusion [GRANNIS]. Le verre utilisé est de type Schott F2 [SCHOTT] dont les propriétés sont résumées dans la **Table 3.2**.

Composition massique	
Plomb	41.8 %
Oxygène	29.7 %
Silicium	21.5 %
Sodium	3.7 %
Potassium	3.3 %
Cérium	0.35 %
<b>Dopage</b>	0.35 % Cérium
<b>Indice optique</b>	1.58
<b>Masse volumique</b>	3.6 g.cm <sup>-3</sup>
<b>Longueur de radiation (LR)</b>	3.224 cm
<b>Longueur du bloc</b>	23.3 LR
<b>Rayon de Molière</b>	5 cm
<b>Energie critique</b>	19.9 MeV

**Table 3.2 :** propriétés du verre au Plomb constituant les calorimètres. L'énergie critique est l'énergie des électrons pour laquelle la perte d'énergie par ionisation devient égale à la perte d'énergie par rayonnement de freinage.

A cause de la segmentation choisie et de la valeur du rayon de Molière, l'extension spatiale latérale de la gerbe déposée par un électron s'étend sur neuf blocs, dits blocs de "première couronne", centrée sur le bloc ayant reçu le plus grand dépôt d'énergie (cf. **Figure 3.22**). Chaque électron traversant les 23,3 longueurs de radiation d'un bloc perd alors  $1 - e^{-23.3} = 99.99\%$  de son énergie. C'est un calorimètre électromagnétique à absorption totale.

Chaque bloc est dopé au Cérium pour réduire la perte de transmission de la lumière Cherenkov après irradiation. Sous ce dopage, il acquiert une couleur jaunâtre. Puis il est enroulé à l'intérieur d'une couche Mylar d'épaisseur 1 mm, sur laquelle se réfléchissent les photons Cherenkov se propageant à l'intérieur du bloc. Finalement, les 200 blocs sont recouverts d'adhésif plastique noir, le calpico, d'épaisseur 0.5 mm, permettant de les isoler des photons du milieu extérieur et de les protéger lors de leur empilement (cf. **Figure 3.3**). Ils sont directement empilés les uns sur les autres, sans aucun support métallique, pour ne pas dégrader la résolution du calorimètre.



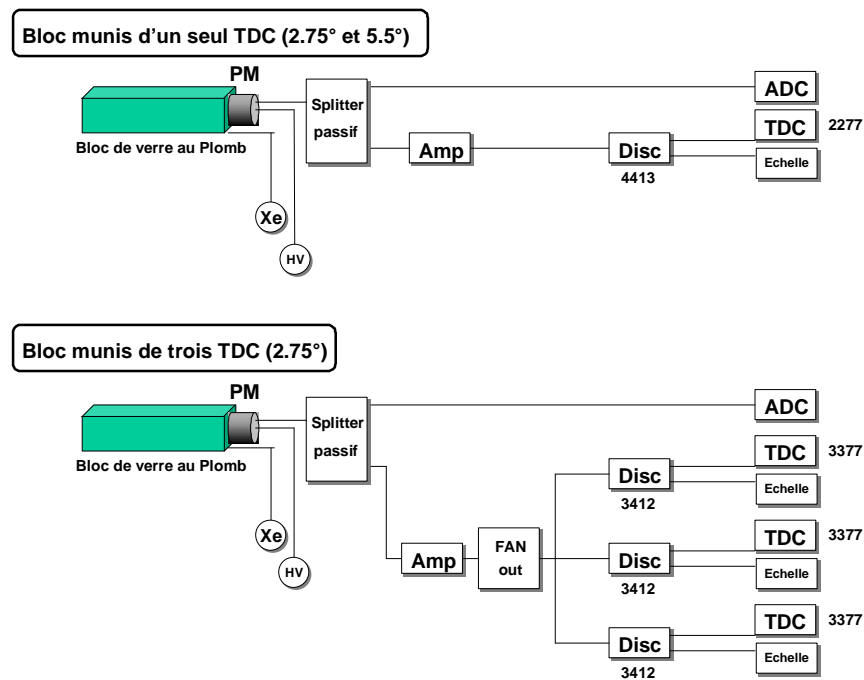
**Figure 3.3 :** bloc de verre au plomb entouré d'une couche de mylar pour réfléchir les photons à l'intérieur du bloc et d'une couche de calpico pour l'isoler des photons du milieu extérieur.

Les deux extrémités de chaque bloc ont été polies. La face arrière de chaque bloc, dans le sens des particules diffusées, reçoit un photomultiplicateur de type Amperex XP2212PC, fixé au verre par de la colle de type Stycast 6061 epoxy, et recouvrant 42% de la surface du bloc. Ce type de photomultiplicateur possède 12 étages et a été choisi pour son haut gain et son faible bruit. Le temps de montée des signaux est de l'ordre de 12 ns. En outre, chaque photomultiplicateur est

protégé des champs magnétiques extérieurs par une fine feuille de  $\mu$ -métal. Sa réponse spectrale, d'environ 370 nm à 650 nm, est bien adaptée à la lumière Cherenkov et ne nécessite pas l'emploi d'un convertisseur de longueur d'onde. Une fibre optique a été insérée dans la colle pour conduire la lumière émise par une lampe au Xénon pulsée, de type Hamamatsu L2360, placée sur le haut de chaque calorimètre. Cette lampe délivre des photons dans le domaine de longueur d'onde 240-2000 nm à une fréquence de 100 Hz. Le signal émis par la lampe observé à l'oscilloscope possède une largeur d'environ 120 ns à mi-hauteur et un temps de montée voisin de 80 ns. Elle est utilisée pour tester le bon fonctionnement de chaque voie, lors de prises de données dédiées.

### 1.3 Description de l'électronique

L'ensemble de l'électronique des calorimètres est représenté sur la **Figure 3.4**.

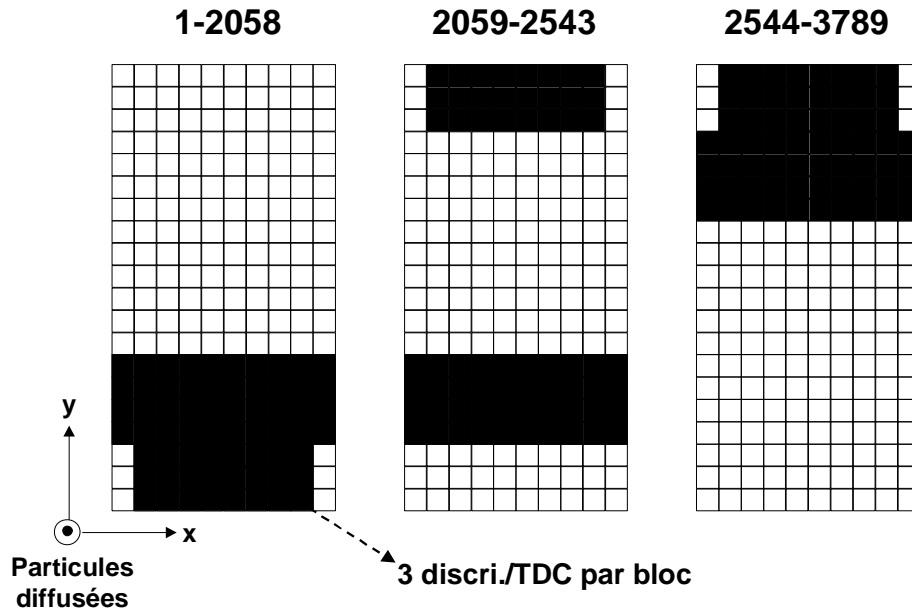


**Figure 3.4 :** électronique des deux calorimètres.

Chaque photomultiplicateur délivre un signal proportionnel à la quantité d'énergie perdue par la particule ayant traversé le bloc. Chacun est connecté à un diviseur ("splitter") passif conservant la forme du signal, construit par le groupe de Saclay, pour diviser le signal du photomultiplicateur en deux signaux ; l'un des deux signaux, d'amplitude 72% de celle du signal original, est dirigé vers un ADC LeCroy 2282, chargé de le digitaliser, et l'autre, d'amplitude 17%, vers un amplificateur LeCroy 612A multipliant environ par 10 l'amplitude du signal et connecté :

- soit à un discriminateur LeCroy 4413, suivi d'une échelle de comptage LeCroy 2551 et d'un TDC LeCroy 2277, pour 136 blocs du spectromètre à 2.75° et pour tous les blocs du spectromètre à 5.5°
- soit à un FAN IN / FAN OUT LeCroy 428F délivrant trois signaux, chacun étant envoyé vers un discriminateur LeCroy 3412 suivi d'un TDC LeCroy 3377 et d'une échelle de comptage LeCroy 2551, pour les 64 autres blocs du bras à 2.75°. L'utilisation de trois discriminateurs et de trois TDC permet d'améliorer la reconstruction des gerbes créées par les particules. Les électrons diffusés de haute énergie sont localisés dans la partie basse du calorimètre. Les premières prises de données de l'expérience ont été effectuées en plaçant les trois niveaux de discriminateurs et TDC associés sur les blocs du bas pour

faciliter la reconstruction des agrégats. En cours d'expérience, les trois niveaux ont été répartis sur la partie basse du calorimètre et sur la partie haute, où sont détectés les électrons ayant les plus petites valeurs de  $x$  Bjorken. Enfin, les dernières données ont été prises en déplaçant les trois seuils vers la partie haute, comme l'indique la **Figure 3.5**. Les TDC fonctionnent en mode multihit "burst guard" : ils délivrent le temps de montée et le temps de descente du signal du photomultiplicateur mesuré sur chaque seuil de discriminateur.



**Figure 3.5 :** représentation de la face arrière du calorimètre  $2.75^\circ$ , non exposée aux particules diffusées. Les 64 blocs en noir parmi les 200 sont ceux munis de trois discriminateurs et TDC associés. Le numéro des prises de données correspondant à chaque configuration est indiquée au-dessus du calorimètre.

Nous résumons dans la **Table 3.3** les caractéristiques de l'électronique des discriminateurs et des TDC associés à chaque bloc.

Discriminateurs				
Spec.	Nombre	Données	Type	Seuil (mV)
$2.75^\circ$	1 par bloc	Toutes	LeCroy 4413	50
	3 par bloc	1 à 2902	LeCroy 3412	Bas : 20 Moyen : 125 Haut : 800
		2903 à 3789	LeCroy 3412	Bas : 20 Moyen : 125 Haut : 500
Spec.	Nombre	Données	Type	Seuil (mV)
$5.5^\circ$	1 par bloc	Toutes	LeCroy 4413	50

TDC			
Spec.	Nombre	Données	Type
$2.75^\circ$	1 par bloc	Toutes	LeCroy 2277
	3 par bloc	Toutes	LeCroy 3377
Spec.	Nombre	Données	Type
$5.5^\circ$	1 par bloc	Toutes	LeCroy 2277

**Table 3.3 :** électronique des discriminateurs et TDC associés.

Le standard d'électronique d'acquisition utilisé est le standard CAMAC. En pratique, les photomultiplicateurs sont alimentés par groupe de huit. La valeur de la haute tension appliquée, de l'ordre de 1200 V à 1800 V, est choisie pour chaque groupe de façon à ce que la valeur maximale de l'impulsion des électrons acceptée par les spectromètres corresponde au 2048<sup>ème</sup> canal des ADC et de façon à rester dans le domaine de linéarité du PM. Seuls les signaux ADC dépassant deux canaux sont enregistrés par le système d'acquisition pour éviter sa saturation.

## 1.4 Mise en œuvre du calorimètre

### 1.4.1 Calibration des blocs

L'ADC de chaque bloc délivre une valeur entière exprimée en nombre de canaux. Ce nombre de canaux, noté  $n_{ADC}$ , est proportionnel à l'énergie  $E$  déposée comme l'indique la relation :

$$E = cal \times 0.25 \times n_{ADC} \quad (3.1)$$

Le coefficient 0.25 représente le facteur de conversion du signal délivré par l'ADC exprimé en nombre de canaux, en une charge accumulée, exprimée en picoCoulombs (pC). Cette charge doit être convertie en GeV à l'aide du terme  $cal$ , en  $GeV.(pC)^{-1}$ , qui représente le coefficient de calibration du bloc, c'est-à-dire de toute l'électronique, depuis le photomultiplicateur jusqu'à l'ADC. Il doit être calculé pour chaque bloc de verre au Plomb. La calibration des blocs est différente pour les blocs possédant huit voisins et pour les blocs répartis sur le bord du calorimètre.

- **Calibration des blocs entourés de huit voisins**

La procédure utilisée est la même que celle des expériences E142 et E143. Les gerbes initiées par les électrons absorbés par le calorimètre sont contenues dans 9 blocs. Pour chaque bloc à calibrer, nous sélectionnons des agrégats de 9 blocs contenant les gerbes déposées par les électrons dans le calorimètre, et dont le bloc ayant reçu le plus grand dépôt d'énergie, encore appelé bloc central, est le même que le bloc à calibrer. Notons  $E$  ou  $E_9$ , l'énergie totale déposée dans les neuf blocs de l'agrégat et  $P$  l'impulsion de l'électron incident, initiateur de la gerbe considérée. Nous ajustons alors la distribution en  $E/P$  des agrégats par une courbe gaussienne. Lorsque le bloc est calibré, la valeur moyenne  $\langle E/P \rangle$  est très proche de 1. La procédure de calibration se déroule par itérations. A chaque itération  $i$ , la valeur du coefficient  $cal_i$  est modifiée en fonction de sa valeur à l'itération précédente  $cal_{i-1}$  et de la valeur moyenne  $\langle E/P \rangle_{i-1}$  de  $\langle E/P \rangle$  à l'itération précédente  $i-1$ . La procédure est répétée jusqu'à ce que  $\langle E/P \rangle$  devienne la plus proche possible de 1 :

$$cal_i = cal_{i-1} / \langle E/P \rangle_{i-1} \quad (3.2)$$

Nous résumons ci-dessous la liste des coupures utilisées pour sélectionner les agrégats d'électrons, d'après [BOREL1] :

- **Détecteurs Cherenkov**  
deux détecteurs Cherenkov déclenchés en coïncidence, dont les signaux ont une amplitude supérieure à 25 et dont la différence de temps est inférieure à 5 ns. La différence de temps entre les agrégats et les signaux émis par le premier détecteur Cherenkov de chaque bras, donnée par les TDC du calorimètre et du détecteur Cherenkov, doit être inférieure à 6 ns.
- **Traces**  
une différence de position entre la trace au niveau du calorimètre et le centroïde de l'agrégat, reconstruit à partir des dépôts d'énergie dans chacun des 9 blocs de l'agrégat, inférieure à 50 mm, et une différence de temps inférieure à 3 ns.

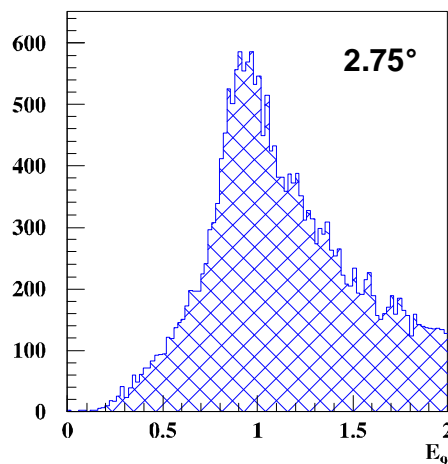


➤ **Calorimètre**

une coupure sur l'ADC du bloc central suffisamment haute (450 canaux) pour sélectionner des électrons de haute énergie, l'énergie de l'agrégat utilisée étant l'énergie  $E_0$ , et un seul signal PM dans le bloc central.

• **Calibration des blocs situés sur le bord du calorimètre**

Les blocs du bord sont très peu frappés par les électrons. Par contre, ils reçoivent de grandes quantités de muons et de pions, comme les blocs localisés au coeur du calorimètre. Ces muons et les pions de rapport  $E/P < 0.2$ , produisent des photons Cherenkov le long de leur trajectoire. L'énergie recueillie dans le calorimètre est indépendante de leur énergie, et de l'ordre de 1 GeV, comme le montre la **Figure 3.6**.



**Figure 3.6 :** pic d'énergie Cherenkov des muons et des pions de rapport  $E/P$  inférieur à 0.2, mesuré en accumulant les prises de données 3055 à 3058, pour un bloc et ses huit voisins, localisés au centre du calorimètre du bras  $2.75^\circ$ .

Ainsi, le coefficient de calibration  $cal$  de chaque bloc localisé sur le bord du calorimètre est corrigé de façon à ramener le pic Cherenkov à sa valeur moyenne attendue.

La calibration des blocs a été effectuée trois fois pendant E154, après chaque déplacement des TDC. La valeur du seuil de chaque discriminateur exprimée en  $mV$  dans la **Table 3.3** peut s'exprimer en unités d'énergie (GeV) grâce au coefficient de calibration de chaque bloc. La **Table 3.4** donne la correspondance.

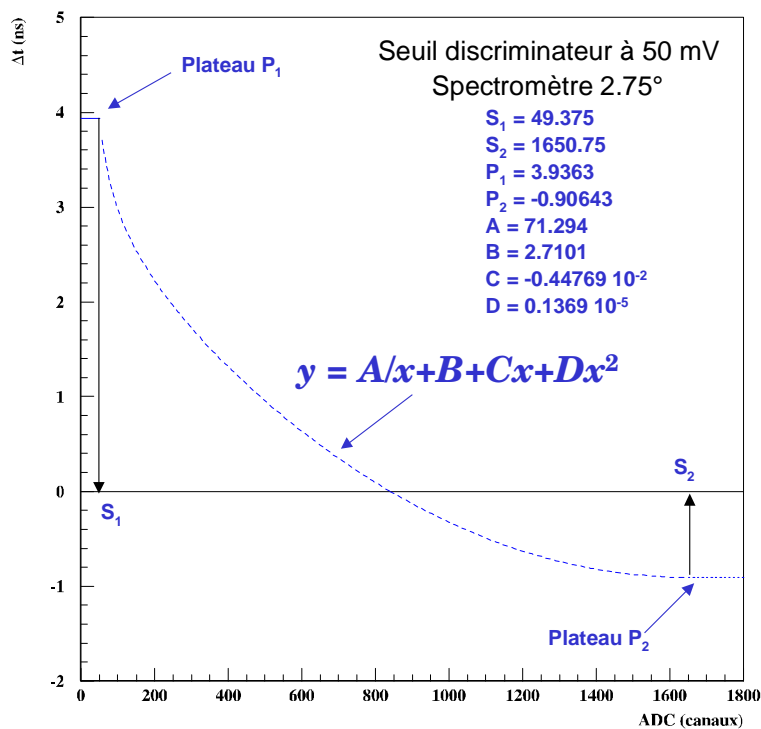
Valeur du seuil en $mV$	Valeur du seuil en GeV
20	0.27
50	0.67
125	1.67
500	6.75
800	10.70

**Table 3.4 :** correspondance des valeurs des seuils des discriminateurs  $mV \leftrightarrow GeV$ .  
[INCERTI2]

### 1.4.2 Mise en temps des TDC

Chaque agrégat possède un temps propre mesuré par une voie de TDC du bloc central. Supposons que cet agrégat est associé à une trace. Le temps de la trace, déterminée à partir des signaux émis par les hodoscopes, peut être extrapolé au calorimètre, en le corrigeant du temps

mis par les électrons ultrarelativistes pour atteindre le calorimètre. Les traces sont extrapolées à cinq longueurs de radiation depuis la surface d'entrée du bloc de verre au Plomb, là où la gerbe électromagnétique atteint son maximum. La voie de TDC donnant le temps de l'agrégat doit être calée sur le temps de la trace au niveau du calorimètre. Pour cela, il suffit d'observer la distribution de la différence entre le temps de l'agrégat et le temps de la trace associée, et d'estimer le décalage en temps à rajouter à la voie de TDC considérée pour ramener la valeur moyenne de cette distribution à zéro. Cette méthode est répétée pour toute les voies de TDC. Les voies sont alors calées les unes par rapport aux autres. Ce calage aurait aussi bien pu être effectué avec le temps des signaux de l'un des deux détecteurs Cherenkov extrapolé au calorimètre, à cinq longueurs de radiation de la face d'entrée, au lieu d'utiliser le temps des traces. Une fois les blocs calés en temps, une correction plus fine consiste à corriger l'influence de la hauteur du signal du photomultiplicateur sur la valeur des temps mesurés par les TDC, sur chaque niveau de discriminateur, pour que les temps mesurés par les TDC ne dépendent pas de l'amplitude des signaux. Pour cela, il suffit d'étudier pour chaque seuil de discriminateur la différence  $\Delta t$  entre le temps du signal de l'un des deux détecteurs Cherenkov, temps de référence, extrapolé au calorimètre et le temps donné par la voie de TDC de chaque niveau de discriminateur, lorsque le bloc n'a été touché qu'une seule fois, en fonction de la valeur du signal ADC. L'allure de la dépendance observée est représentée sur la **Figure 3.7**. Cette dépendance ne varie pas d'un bloc à l'autre et ne dépend que du seuil de discriminateur auquel appartient la voie considérée. Alors, chaque temps délivré par les TDC doit être corrigé en lui soustrayant la valeur de  $\Delta t$ .



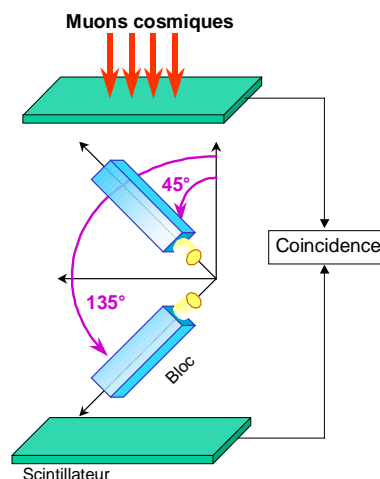
**Figure 3.7 :** variation de la différence entre le temps de l'agrégat et le temps du signal du premier détecteur Cherenkov extrapolé au calorimètre, en fonction de la valeur ADC, pour des blocs n'ayant émis qu'un signal TDC. La courbe présente deux plateaux et une dépendance ajustée par une fonction de type  $A/x+B+Cx+Dx^2$ . Les valeurs des paramètres sont celles du seuil à 50 mV du bras à 2.75°. Les deux plateaux  $P_1$  et  $P_2$  correspondent respectivement aux signaux d'amplitudes inférieures au seuil du discriminateur et aux signaux d'amplitudes les plus grandes.

## 2. Simulation GEANT

Pour comprendre la réponse des blocs de verre au Plomb recevant les particules diffusées par la cibles et pour mettre au point les algorithmes de mesure d'énergie et d'identification de particules, une simulation des blocs du calorimètre a été développée pour les expériences E142, E143, E154 et E155. Cette simulation est basée sur la version 3.16 de GEANT qui permet de reproduire l'émission de rayonnement Cherenkov par les particules de la gerbe.

### 2.1 Reproduction des événements cosmiques d'ASP

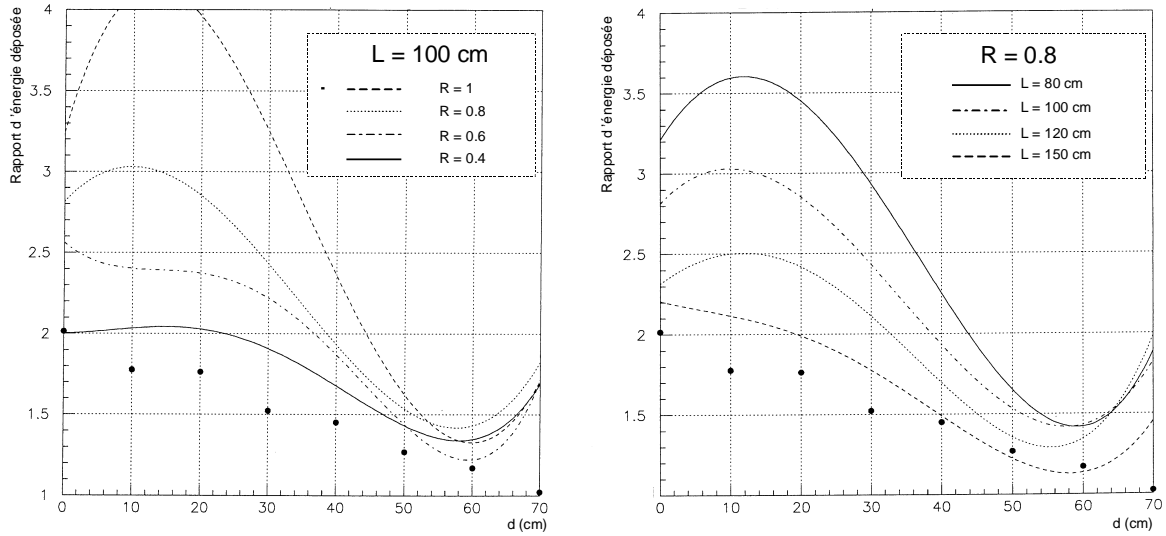
Les paramètres de la simulation ont été lissés pour reproduire la réponse des blocs de verre au Plomb, lorsqu'ils sont plongés dans un flux de muons cosmiques. La manipulation a été menée par la collaboration ASP pour calibrer les blocs [BARTHA]. ASP a mesuré l'énergie moyenne déposée dans les blocs en fonction de leur orientation par rapport à la trajectoire des muons cosmiques et en fonction de la distance parcourue par les photons Cherenkov à l'intérieur du bloc pour atteindre le photomultiplicateur. La **Figure 3.8** schématise le dispositif expérimental utilisé pour sélectionner les muons cosmiques et montre les deux orientations des blocs choisies, à 45° et 135°.



**Figure 3.8 :** schématisation du dispositif expérimental d'ASP pour sélectionner les muons cosmiques, étudier la réponse des blocs de verre au plomb et les calibrer. Deux scintillateurs permettent de sélectionner les muons cosmiques.

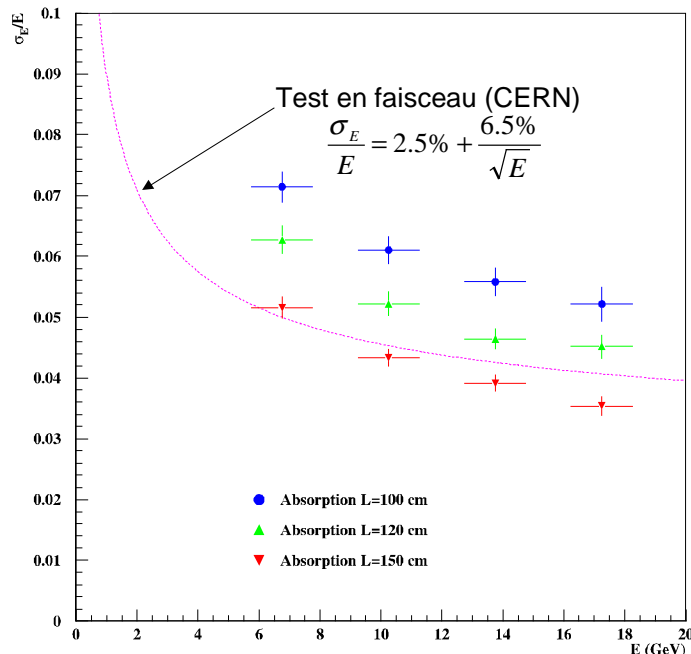
Dans GEANT, les paramètres à ajuster sont la valeur de la longueur d'absorption des photons Cherenkov du verre, notée  $L$ , et la valeur du coefficient de réflexion à la surface des blocs, notée  $R$ . Ils ont été fixés de façon à reproduire les mesures d'ASP, comme le montre les courbes de la **Figure 3.9**. Ces courbes nous donnent l'évolution du rapport  $E_{45^\circ}/E_{135^\circ}$  de l'énergie  $E_{45^\circ}$  déposée par les muons pour une orientation du bloc de 45° et de l'énergie  $E_{135^\circ}$  déposée pour une orientation de 135°, en fonction de la distance de propagation des photons Cherenkov jusqu'au photomultiplicateur. Plus la distance parcourue par les photons est grande, plus le rapport est faible, à cause des pertes par réflexion et par absorption qu'ils subissent pendant leur trajet. Le rapport  $E_{45^\circ}/E_{135^\circ}$  est toujours supérieur à 1 ; la lumière Cherenkov du bloc orienté à 45° atteint en effet directement l'entrée du photomultiplicateur, alors qu'elle doit se réfléchir pour l'atteindre si le bloc est orienté à 135°. Ce rapport tend vers 1 lorsque la lumière Cherenkov est

produite au niveau de l'extrémité du bloc opposée à celle du photomultiplicateur et doit se propager jusqu'à lui ; l'énergie déposée est la même pour les deux orientations du bloc.



**Figure 3.9 :** évolution du rapport  $E_{45^\circ}/E_{135^\circ}$  en fonction de la distance  $d$  parcourue par les photons Cherenkov jusqu'au photomultiplicateur pour  $L$  fixée à 100 cm (courbes de gauche) et pour  $R$  fixé à 0.8 (courbes de droite). Les disques représentent les mesures de ASP.

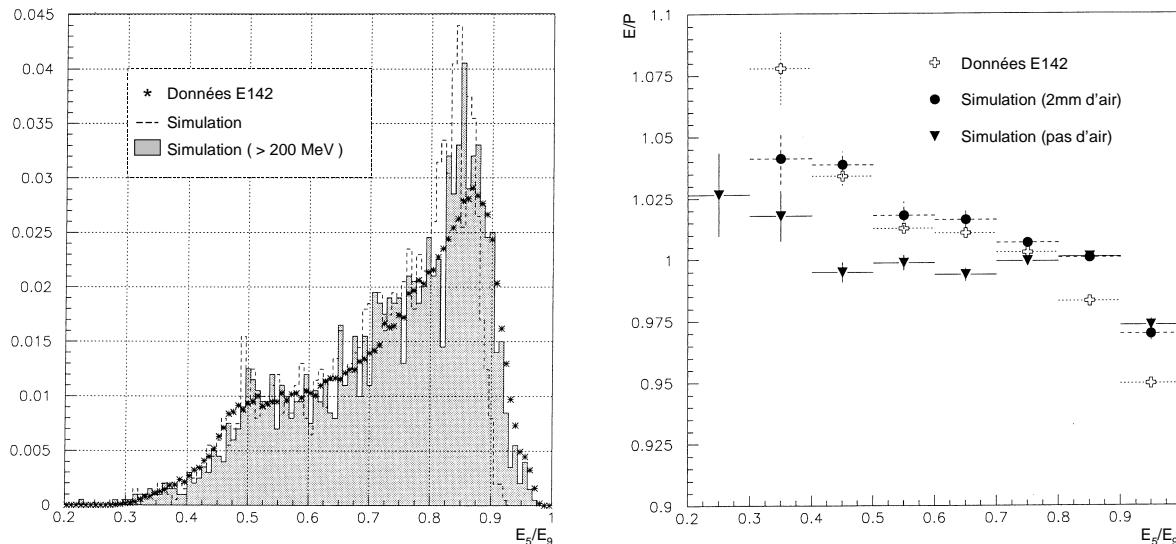
Les valeurs optimales de  $L$  et  $R$  ont été estimées à  $L=150$  cm et  $R=0.8$ . Pour ces valeurs de  $L$  et  $R$ , la simulation GEANT reproduit aussi la résolution en énergie  $\sigma_E/E$  des blocs de verre au Plomb, mesurée en faisceau test de positrons au CERN pendant l'été 1992, comme le montre la **Figure 3.10**.



**Figure 3.10 :** résolution énergétique relative  $\sigma_E/E$  des blocs de verre au Plomb en fonction de l'énergie des électrons les traversant, pour trois valeurs de la longueur d'absorption. La courbe représente la résolution obtenue en faisceau test de positrons au CERN. Le coefficient  $R$  a été fixé à 0.8.

## 2.2 Comparaison avec les données

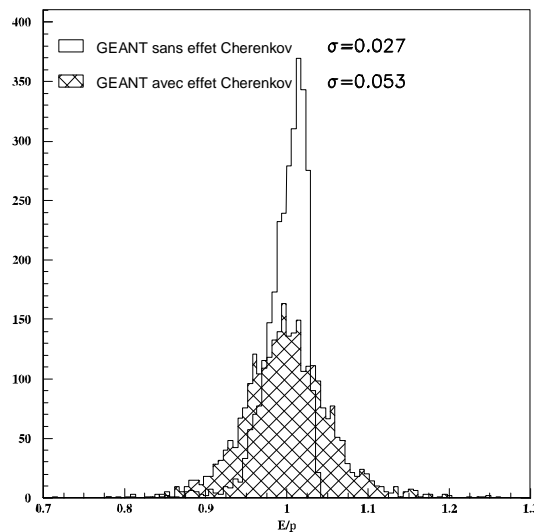
La simulation de la réponse des blocs du calorimètre a été utilisée pour développer les codes de reconstruction de gerbes et d'identification des agrégats pour les expériences E142, E143, E154 et E155. La **Figure 3.11** montre par exemple la simulation de la réponse des blocs de l'expérience E142.



**Figure 3.11 :** la figure de gauche montre la distribution de la fraction d'énergie  $E_5/E_9$  des gerbes d'électrons déposée dans le bloc central de la gerbe. Les données de E142 sont représentées par un astérisque et les histogrammes représentent les données simulées, avec ou sans coupure sur l'énergie minimale déposée dans chaque bloc. La figure de droite montre l'évolution du rapport  $E/P$  des gerbes d'électrons en fonction de la fraction d'énergie déposée dans le bloc central, pour les données de E142 puis pour la simulation en tenant compte ou non de la présence d'air entre les blocs du calorimètre. Simulation et données expérimentales sont en très bon accord.

Les courbes de gauche montrent que les électrons déposent 50% à 90% de leur énergie dans le bloc central de la gerbe. Les points de la figure de droite montrent l'effet de la présence d'air, environ 2 mm, entre les blocs du calorimètre. Certains électrons pénètrent à l'intérieur du calorimètre entre les blocs de verre au Plomb, se propagent dans l'air puis peuvent frôler un bloc et y entrer. Alors, le maximum de la gerbe est localisé à environ 5 longueurs de radiation de leur point d'entrée et se situe plus près de la fenêtre du photomultiplicateur que s'ils étaient entrés dans un bloc par la face avant du bloc ; dans ce cas, le photomultiplicateur collecte plus de photons Cherenkov pour une énergie donnée de la gerbe. Comme la calibration des blocs a été réalisée en sélectionnant principalement les électrons entrant par la face avant du bloc, le rapport  $E/P$  peut dépasser 1. Ces événements sont aussi caractérisés par leur fraction  $E_5/E_9$  d'énergie déposée dans le bloc central faible devant 1, puisque l'électron n'a pas frappé le coeur d'un bloc mais s'est propagé au voisinage de sa surface et de celle de ses trois autres voisins. Au contraire, si l'électron frappe dès son entrée dans le calorimètre le coeur d'un bloc de verre au Plomb, il dépose environ 90% de son énergie dans le rayon de Molière (5 cm) donc dans le bloc central. Dans E142, l'énergie moyenne des électrons diffusés était de l'ordre de 20 GeV. 18 GeV se déposaient donc dans le bloc central et les 2 GeV restants se répartissaient sur les huit blocs voisins, soit environ 250 MeV par bloc. Seuls les blocs recevant plus de 200 MeV ont été considérés dans l'analyse de E142, alors que la calibration tenait compte de tous les blocs. Ces événements centraux sont donc caractérisés par un rapport  $E/P < 1$  et un rapport  $E_5/E_9$  proche de 1.

La résolution des blocs de verre au Plomb sur la valeur du rapport  $E/P$  mesurée expérimentalement est de l'ordre de 5%. La simulation GEANT est en accord avec cette estimation comme le montre la **Figure 3.12**.



**Figure 3.12 :** estimation de la résolution sur le rapport  $E/P$  pour E142 à l'aide de la simulation GEANT (en gris). La courbe sans remplissage représente la résolution obtenue avec une simulation ne prenant pas en compte l'émission de lumière Cherenkov dans les blocs de verre au Plomb ; le pic est étroit et la résolution est surestimée. La distribution en grisé tient compte de l'émission Cherenkov : son allure gaussienne reflète le grand nombre de photons produits.

Dans E154, cette simulation a été utilisée pour la mise au point préliminaire du programme de reconstruction de gerbes et du programme d'identification de particules, avant le début de l'expérience. Les versions finales des codes de reconstruction de gerbes et de reconnaissance de particules ont été optimisées en cours d'expérience en utilisant les événements détectés dans les deux calorimètres.

### 3. Reconstruction des agrégats

Les calorimètres sont utilisés pour mesurer l'énergie des électrons diffusés parmi le bruit de fond hadronique. Chaque particule traversant le calorimètre produit une gerbe se développant dans plusieurs blocs, l'ensemble des blocs touchés portant le nom d'agrégat. Pour déterminer l'énergie déposée par la particule, il faut être capable de déterminer quels sont les blocs du calorimètre ayant contenu une fraction de sa gerbe et quel dépôt d'énergie ils ont reçu. Les expériences E142 et E143 ont utilisé pour cela un algorithme basé sur le principe de l'automate cellulaire.

#### 3.1 Principe d'un automate cellulaire

[DENBY] est le premier à avoir proposé l'utilisation d'un automate cellulaire pour reconstruire les gerbes électromagnétiques déposées dans un calorimètre finement segmenté.

Un automate cellulaire peut être représenté comme un tableau de cases identiques [WOLFRAM], à plusieurs dimensions. Chaque case est appelée cellule, et porte une information relative au problème physique à traiter ; dans notre cas, chaque cellule représente un bloc du calorimètre et contient la valeur de l'énergie déposée par la gerbe de la particule dans le bloc correspondant. Chaque cellule est connectée à un certain nombre de voisins. L'automate

cellulaire évolue de façon itérative : la valeur de chaque cellule ainsi que celle de ses voisines est modifiée à chaque itération en suivant des règles très simples définies par l'utilisateur, qui dépendent de leur valeur à l'itération précédente. Toute la subtilité de l'algorithme réside dans le choix de ces règles, les plus simples possibles, pour résoudre un problème complexe. Au bout d'un certain nombre d'itérations, le processus d'évolution cesse. La valeur contenue dans chaque cellule donne la solution du problème.

### **3.2 L'automate cellulaire à deux dimensions de E142/E143**

Nous rappelons ici les principales caractéristiques de l'automate mis au point pour E142 et E143.

L'automate est constituée d'un tableau de 10×20 cellules, chacune correspondant à un bloc du calorimètre. La position relative de chaque cellule dans le tableau correspond à sa position spatiale dans le calorimètre. Ainsi, chaque cellule possède huit voisines, à l'exception des cellules placées sur le bord du tableau. Dans les expériences E142 et E143, chaque bloc était relié à un photomultiplicateur, connecté à quatre ADC et au système de déclenchement de l'acquisition. Aucune information temporelle sur les agrégats n'était disponible.

Imaginons que le calorimètre a été traversé par un paquet de particules diffusées. Alors certains blocs ont reçu un dépôt d'énergie, dont la valeur est donnée par la lecture de l'ADC de chaque bloc. Pour initialiser l'automate, chaque cellule reçoit le dépôt d'énergie donné par l'ADC correspondant. Les cellules des blocs non touchés ne reçoivent pas d'énergie et ne participent pas au processus d'évolution.

Trois règles suffisent pour reconstruire les gerbes. Ces règles s'inspirent d'un processus biologique de contamination [**DENBY**], dans lequel les cellules les plus énergétiques sont considérées comme des **virus** qui vont contaminer les autres cellules **saines** avec la valeur de leur énergie. Une fois, le processus terminé, toutes les cellules contaminées par le même virus contiennent l'énergie du virus et appartiennent au même agrégat.

Une cellule est définie comme un **virus** si sa valeur en énergie est plus élevée que celle de chacune de ses huit voisines. Nous rappelons les trois règles suivies par l'automate [**ROBLIN**] :

- ◆ une cellule est uniquement sensible à ses huit voisines.
- ◆ à chaque itération, une cellule prend la valeur de sa voisine la plus énergétique.
- ◆ une cellule déjà contaminée par un virus est immunisée contre n'importe quel autre virus.

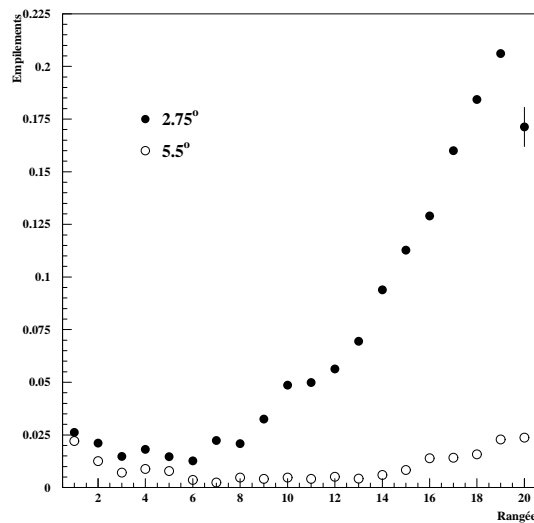
Une fois les agrégats reconstruits, l'énergie totale contenue dans chaque gerbe s'obtient en additionnant les énergies initiales des cellules appartenant à la gerbe.

Malheureusement, cet algorithme ne suffit plus pour reconstruire les agrégats dans les calorimètres de E154 et de E155 ; en effet :

- il ne peut distinguer deux agrégats dont les blocs ayant reçu le plus grand dépôt d'énergie sont adjacents ; en effet, dans ce cas, le bloc ayant reçu le plus d'énergie contamine l'autre et la contagion se propage aux deux agrégats ;
- la taux d'empilement entre agrégats est bien supérieur à celui de E142 ; avec cet algorithme, il n'est pas possible de répartir l'énergie totale déposée dans un bloc donné entre toutes les gerbes des particules ayant touché ce bloc.

La **Figure 3.13** montre la fraction d'agrégats avec empilement dans leur bloc central, détectés au cours d'une prise de données de E154, en fonction de la rangée des blocs du calorimètre. Elle atteint 21 % dans la partie haute du calorimètre où sont détectés les électrons de petite valeur

de  $x$  Bjorken. Un nouvel automate cellulaire a donc été développé pour les expériences E154 et E155, capable de reconstruire les gerbes qui se recouvrent, en utilisant les informations délivrées par les ADC et les TDC.



**Figure 3.13 :** fraction d'agrégats ayant leur bloc central commun avec d'autres agrégats, en fonction de la rangée du calorimètre. L'empilement électron-hadron domine aux basses valeurs de  $x$  Bjorken dans la partie haute du calorimètre et l'empilement électron-électron dans la partie basse du calorimètre.

### 3.3 L'automate cellulaire à trois dimensions de E154/E155

Les informations supplémentaires délivrées par les TDC doivent être prises en compte, par rapport aux expériences E142 et E143. Pour cela, une troisième dimension a été ajoutée à l'automate cellulaire.

#### 3.3.1 Trois dimensions

Le nouvel automate cellulaire est un automate à trois dimensions qui utilise les informations délivrées par les TDC pour reconstruire l'énergie des agrégats et donc séparer les agrégats qui se chevauchent ; il est décrit en détail dans [INCERTI1] et [INCERTI4]. Les agrégats sont constitués de cellules, chaque cellule étant caractérisée par trois dimensions :

- deux dimensions spatiales  $x$  et  $y$ , correspondant respectivement au numéro de la rangée et au numéro de la colonne du bloc dans le calorimètre contenant la cellule, comme pour l'automate de E142/E143.
- une dimension temporelle, appelée date de naissance de la cellule dans le paquet de particules diffusées.

La **Figure 3.14** montre une représentation dans l'espace et dans le temps de trois agrégats ayant touché la calorimètre.



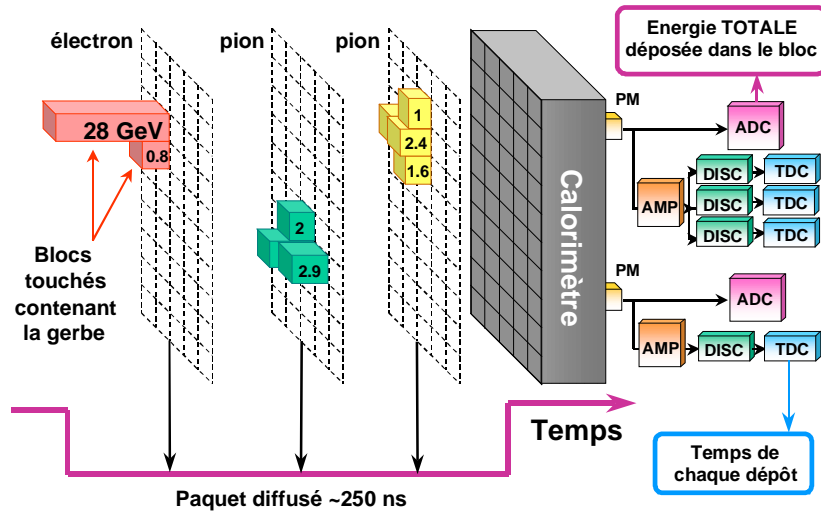


Figure 3.14 : représentation de trois agrégats ayant touché le calorimètre à des dates différentes dans un paquet d'électrons diffusés de 250 ns de durée.

La Figure 3.15 schématise l'espace à trois dimensions dans lequel évolue l'automate cellulaire.

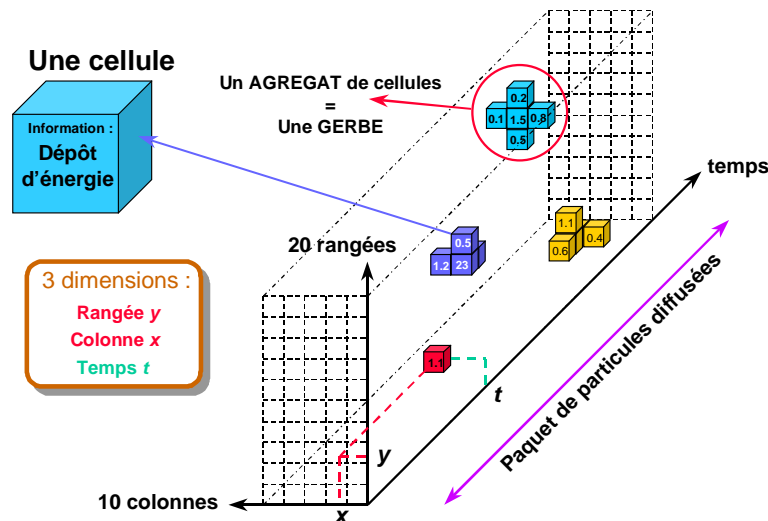
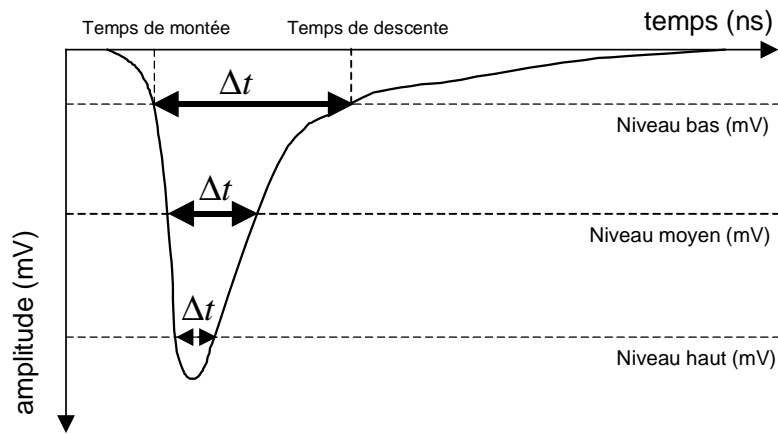


Figure 3.15 : les trois dimensions de l'automate cellulaire.

Les TDC du calorimètre fonctionnent en mode multihit "burst guard". Chaque cellule est alors définie comme le regroupement des couples (temps de montée, temps de descente), correspondants au même signal délivré par le photomultiplicateur d'un bloc donné, et mesurés sur plusieurs niveaux de discriminateur. Les deux coordonnées  $x$  et  $y$  de la cellule sont celles du bloc auquel est relié le photomultiplicateur. La date de naissance est choisie parmi les temps de montée des couples qui la constituent. Autrement dit, il y a dans un bloc autant de cellules que de signaux distincts délivrés par les photomultiplicateurs pendant la durée du paquet diffusé. Seuls les signaux issus des PM ayant déclenché les discriminateurs des TDC peuvent entrer dans la constitution des agrégats. Les cellules peuvent être constituées d'un, de deux ou de trois couples de temps, selon l'amplitude du signal du photomultiplicateur et selon le bloc auxquelles elles appartiennent : les cellules contenues dans les blocs dont les photomultiplicateurs sont reliés à trois discriminateurs contiendront au maximum trois couples, alors que les cellules appartenant aux blocs dont les photomultiplicateurs ne sont reliés qu'à un seul discriminateur ne contiendront qu'un seul couple. C'est le cas de toutes les cellules du spectromètre 5.5°. La Figure 3.16 montre une représentation schématique du signal délivré par les photomultiplicateurs.



**Figure 3.16 :** schématisation d'un signal délivré par le photomultiplicateur et observé à l'aide d'un oscilloscope, dans le cas où le bloc possède trois discriminateurs et TDC associés. Les trois seuils des discriminateurs sont représentés en traits pointillés. L'allure du signal est gouvernée par la constante de temps de l'électronique du photomultiplicateur. Sa durée est proche de 100 ns.

Chaque cellule transporte une information physique : la fraction d'énergie correspondant au signal du photomultiplicateur. Cette fraction est calculée à partir de l'énergie totale déposée dans le bloc donnée par l'ADC et des couples (temps de montée, temps de descente) délivrés par les TDC de ce bloc.

En s'appuyant sur des règles de contamination plus élaborées que celles de E142/E143, notre automate reconstruit les agrégats à partir de toutes les cellules détectées lorsqu'un paquet de particules diffusées a traversé le calorimètre.

L'algorithme ne peut travailler qu'une fois que les cellules de l'automate cellulaire ont été construites, c'est-à-dire qu'une fois après avoir déterminé leur position  $(x,y)$ , leur date de naissance et la fraction d'énergie qu'elles portent. Cette construction de cellules doit être effectuée pour tous les blocs du calorimètre ayant déclenché un TDC et se déroule en deux étapes :

- tous les couples constitués par le temps de montée et le temps de descente, appartenant au même signal du photomultiplicateur et mesurés sur des niveaux de discriminateurs différents, doivent être regroupés ensemble pour constituer une cellule : c'est l'étape de regroupement des couples de temps en cellules.
- une fois la cellule constituée, il faut lui attribuer une fraction d'énergie : c'est le partage d'énergie entre cellules.

### 3.3.2 Regroupement des couples de temps en cellules

Supposons que le photomultiplicateur du bloc a émis trois signaux, chacun d'amplitude suffisante pour atteindre les trois niveaux de discriminateur, numérotés 1, 2 et 3, le niveau 3 étant le niveau le plus élevé en amplitude (cf. **Figure 3.16**). Alors, le bloc contient neuf couples de temps de montée et temps de descente. Il faut donc assembler ces neuf couples en trois cellules, une par signal. Pour cela, nous assemblons d'abord les couples du niveau 2 avec les couples du niveau 3 dont le temps de montée est à  $\pm 5$  ns du temps de montée des couples du niveau 2, 5 ns étant l'ordre de grandeur de la résolution des TDC. Une fois les regroupements effectués entre ces deux niveaux, la même procédure est répétée entre les niveaux 1 et 2. Le processus est généralisé à des couples d'amplitudes différentes.

Certains amplificateurs délivrent des signaux correspondant à des réflexions internes à l'amplificateur. Il arrive ainsi qu'un amplificateur délivre deux signaux, alors que le photomultiplicateur n'en a délivré qu'un seul. Le temps de montée de ces réflexions est toujours localisé à plus de 30 ns et moins de 50 ns de celui du signal original mesuré sur le même niveau de discriminateur. Ces réflexions ont été systématiquement éliminées du processus du regroupement des signaux des TDC.

### 3.3.3 Partage d'énergie entre cellules

#### → Relation entre la largeur du signal et le dépôt d'énergie

Il existe une relation simple basée sur l'invariance de forme du signal, entre l'amplitude du signal issu du photomultiplicateur du bloc considéré et la différence  $\Delta t$  entre le temps de descente et le temps de montée du signal mesurée sur un seuil de discriminateur donné :

$$\frac{\text{Amplitude (mV)}}{\text{Seuil (mV)}} = 1 + \frac{1}{b}(e^{\Delta t/a} - 1) \quad (3.3)$$

Elle s'écrit encore sous la forme :

$$\Delta t = a \ln \left[ 1 + b \left( \frac{\text{Amplitude (mV)}}{\text{Seuil (mV)}} - 1 \right) \right] \quad (3.4)$$

Cette relation est indépendante du bloc considérée. Elle a été déterminée expérimentalement en lissant de nombreuses fois la forme du signal délivré par le photomultiplicateur, observé sur un oscilloscope relié au photomultiplicateur d'un bloc, directement dans la CHA lors des premières prises de données test.

Les constantes  $a$  et  $b$  sont données dans la **Table 3.5** pour chaque seuil de discriminateur.

TDC/bloc	Seuil en amplitude (mV)	$a$ (ns <sup>-1</sup> )	$b$
3	20 (niveau bas)	2.75	1800
1	50 -	4.75	22.5
3	125 (niveau moyen)	5.75	12
3	500 (niveau haut)	8.00	5.6
3	800 (niveau haut)	8.00	4.55

**Table 3.5 :** la première colonne indique le nombre de discriminateurs et de TDC par bloc du calorimètre ; la seconde indique la valeur en mV des seuils des discriminateurs. La valeur du seuil de niveau haut a été diminuée de 800 mV à 500 mV en cours d'expérience, après la prise de données E154 #2902, pour augmenter le nombre de couples de temps sur le troisième niveau.

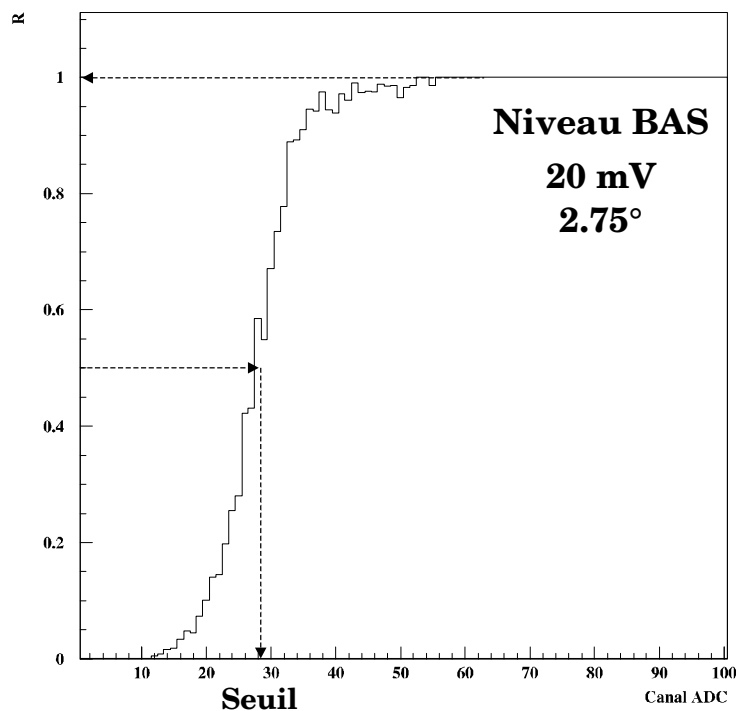
Le rapport Dépôt/Seuil du dépôt d'énergie dans le bloc, exprimé en GeV, correspondant au signal issu du PM par le seuil du discriminateur, lui aussi exprimé en GeV, est directement égal au rapport de l'amplitude du signal observé, exprimée en mV, et du seuil du discriminateur, lui aussi exprimé en mV :

$$\frac{\text{Dépôt (GeV)}}{\text{Seuil (GeV)}} = \frac{\text{Amplitude (mV)}}{\text{Seuil (mV)}} = 1 + \frac{1}{b}(e^{\Delta t/a} - 1) \quad (3.5)$$

Ainsi, mesurant la différence de temps  $\Delta t$  du signal du PM et connaissant la valeur du seuil, exprimée en GeV, du discriminateur, nous pouvons déterminer la valeur du dépôt d'énergie dans le bloc.

### → Valeurs des seuils des discriminateurs en canaux ADC

Le dépôt d'énergie, exprimée en GeV, se déduit ainsi de la valeur du seuil, elle aussi exprimée en GeV. Cette valeur est proportionnelle à sa valeur exprimée en canaux ADC, par le coefficient de calibration de chaque bloc considéré. Cette dernière doit être calculée pour chaque seuil de discriminateur et pour chacun des bloc du calorimètre. Par exemple, pour un bloc donné, la valeur exprimée en canaux ADC du seuil de discriminateur le plus bas (20 mV) est estimée à l'aide du rapport de la distribution ADC des signaux du PM d'amplitude supérieure au seuil, et de la distribution ADC totale du bloc. Seuls les signaux ADC dépassant 4 canaux sont pris en considération [SABATIE1]. La distribution du rapport ressemble à une sigmoïde dont l'asymptote tend vers 1, comme le montre la **Figure 3.17**. La valeur du seuil est estimée en projetant le point d'ordonnée 0.5 sur l'axe des canaux ADC. La valeur du seuil exprimée en canaux ADC varie légèrement d'un bloc à l'autre et l'ordre de grandeur de sa valeur en GeV a été donnée dans la **Table 3.4**.



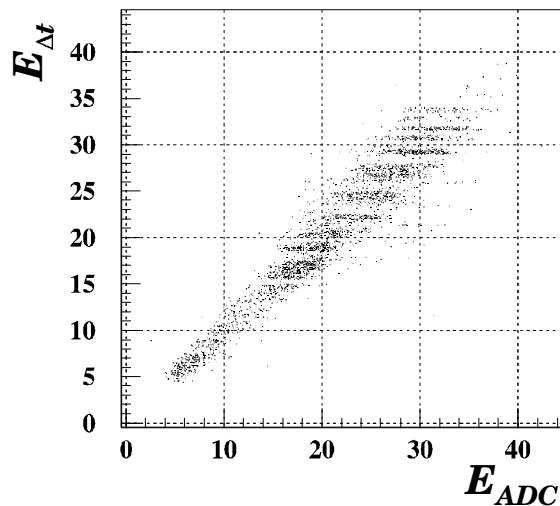
**Figure 3.17 :** principe du calcul de la valeur de chaque seuil de discriminateur exprimée en nombre de canaux ADC.

### → Règles de partage d'énergie entre cellules

Considérons un paquet de particules diffusées absorbé par le calorimètre et concentrons-nous sur un bloc quelconque du calorimètre. Deux cas peuvent se présenter :

#### ➤ Le bloc touché ne contient qu'une seule cellule

Si le bloc ne contient qu'une seule cellule, alors cette cellule reçoit la quantité d'énergie totale  $E_{ADC}$  déposée dans le bloc sur toute la durée du paquet de particules diffusées. La **Figure 3.18** montre la valeur de l'énergie  $E_{\Delta t}$  reconstruite à partir de la différence de temps mesurée par les TDC en fonction de l'énergie  $E_{ADC}$  donnée par l'ADC et montre ainsi la corrélation qu'il existe entre la largeur du signal et le dépôt d'énergie correspondant.



**Figure 3.18 :** énergie reconstruite à partir de la différence de temps mesurée par les TDC, en fonction de l'énergie donnée par l'ADC d'un bloc ne contenant qu'une cellule, pour le seuil à 500 mV.

➤ **Le bloc touché contient plus d'une cellule**

Attribuons à chaque cellule une fraction de l'énergie totale  $E_{ADC}$ . Pour cela, distinguons d'abord les blocs possédant un seul discriminateur de ceux en possédant plusieurs.

- **Si le bloc touché n'est relié qu'à un seul discriminateur**

Toutes les cellules du bloc ne contiennent qu'une seule paire (temps de montée, temps de descente). Lorsque la différence de temps  $\Delta t$  entre le temps de descente et le temps de montée du signal correspondant est supérieure à 17 ns, limite en-dessous de laquelle le TDC LeCroy 2277 (blocs possédant un seul niveau de discriminateur) ne peut pas délivrer de temps fiables, nous estimons la valeur du dépôt d'énergie  $E_{cell}$  correspondant au signal à l'aide de la relation (3.3) et l'affectons à la cellule considérée ; la cellule est qualifiée de "bonne cellule". Dans le cas contraire, si la différence de temps est inférieure aux 17 ns, la cellule est qualifiée de "mauvaise cellule" et ne reçoit pas d'énergie.

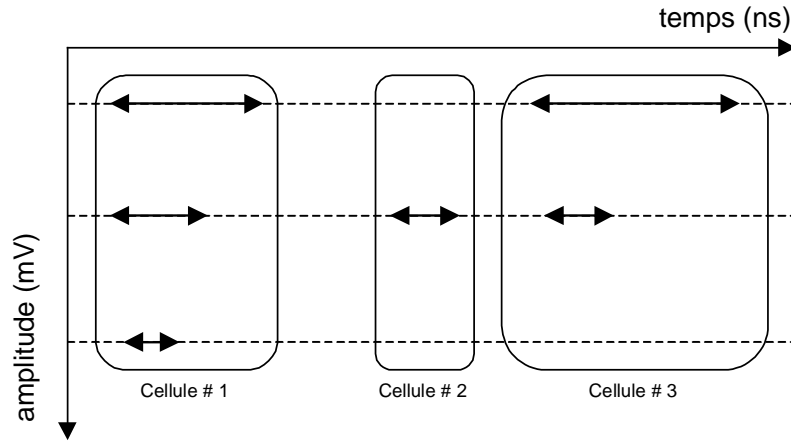
- **Si le bloc touché est relié à plus d'un discriminateur**

La **Figure 3.19** montre l'exemple d'un bloc touché trois fois pendant la durée du paquet de particules diffusés. Chaque cellule peut alors comporter une, deux ou trois paires (temps de montée, temps de descente) suivant l'amplitude du signal délivré par le photomultiplicateur. Nous affectons à chaque cellule autant de valeurs de l'énergie déposée qu'il y a de paires. Chacune de ces valeurs est reconstruite à l'aide de la relation (3.5) à condition que :

- ♦ la valeur de la différence de temps  $\Delta t$  de chaque paire soit supérieure à 9.5 ns, limite en-dessous de laquelle le TDC LeCroy 3377 (blocs possédant trois niveaux de discriminateurs) ne peut pas délivrer de temps fiables ;
- ♦ la valeur de  $\Delta t$  soit inférieure à 30 ns, limite au-delà de laquelle l'énergie reconstruite devient aberrante, car le temps de descente est mal localisé dans la queue du signal.

Une fois qu'un dépôt d'énergie a été attribué à chaque couple (temps de montée, temps de descente) de la cellule, dans la mesure où la relation (3.3) est applicable, nous affectons à la cellule considérée le dépôt  $E_{cell}$  calculé sur le seuil de discriminateur le plus bas. Par

exemple, si une cellule contient deux paires, une sur le niveau bas, l'autre sur le niveau moyen, telle que la valeur de  $\Delta t$  sur le niveau bas soit supérieure à la limite 30 ns et telle que la valeur de  $\Delta t$  sur le niveau moyen soit supérieure à 9.5 ns et inférieure à 30 ns, alors  $E_{cell}$  est calculée à partir de la différence de temps  $\Delta t$  mesurée sur le niveau moyen. La cellule est qualifiée de "bonne cellule". Dans le cas contraire, s'il n'est pas possible d'attribuer une valeur  $E_{cell}$  à la cellule, elle est qualifiée de "mauvaise cellule".



**Figure 3.19 :** exemple d'un bloc contenant trois cellules. A chaque cellule correspond un signal émis par le photomultiplicateur. La cellule numéro 2 ne contient pas de différence de temps au niveau le plus bas, car le TDC n'a pas délivré le temps de montée ou le temps de descente du signal ; moins d'1% des cellules dont le niveau moyen a été touché présentent ce défaut. Elles sont éliminées.

Parfois, il arrive que le temps de montée ou le temps de descente d'un couple, mesuré sur le niveau bas des discriminateurs, soit inexistant, à cause d'un mauvais fonctionnement des TDC ou parce que la queue du signal PM est trop étendue dans le temps. Si l'amplitude du signal n'a atteint que le niveau bas, alors, il est impossible de calculer la fraction d'énergie du bloc portée par la cellule ; elle est éliminée. Sinon, son énergie est reconstruite à partir de la différence de temps mesurée sur le niveau immédiatement supérieur.

Après avoir dénombré toutes les "bonnes" et "mauvaises" cellules d'un bloc, la variable  $E_{tot}$  reçoit la somme totale des énergies des "bonnes cellules". Pour déterminer quel dépôt d'énergie affecter finalement à chaque cellule, comparons  $E_{tot}$  à  $E_{ADC}$ , l'énergie totale déposée dans le bloc et digitalisée par l'ADC :

- Si  $E_{tot} \leq E_{ADC}$

Si le bloc ne contient que des "bonnes cellules", alors elles reçoivent le dépôt :

$$\frac{E_{cell}}{E_{tot}} E_{ADC} \tag{3.6}$$

Dans le cas contraire, nous répartissons l'énergie restante  $E_{ADC} - E_{tot}$  équitablement entre les "mauvais cellules" ; chacune reçoit :

$$\frac{E_{ADC} - E_{tot}}{\text{nombre de "mauvaises" cellules} \times E_{ADC}} E_{ADC} \tag{3.7}$$

- Si  $E_{tot} > E_{ADC}$

Les "bonnes cellules" reçoivent le dépôt :

$$\frac{E_{cell}}{E_{tot}} E_{ADC} \tag{3.8}$$

et les mauvaises cellules ne reçoivent rien.

“Bonnes cellules” et “mauvaises cellules” participent toutes à la construction des agrégats. Chaque cellule est caractérisée par sa date de naissance, prise égale au temps de montée du signal du photomultiplicateur mesuré sur le niveau de discriminateur le plus bas. La **Figure 3.20** résume l’algorithme de reconstruction des cellules.

### → *Performances*

Lors d’une prise de données E154 (“run” 2100) à haut courant, nous avons estimé qu’environ 10% des blocs constituant les agrégats font appel au partage d’énergie. Ce partage d’énergie est possible dans 75% des cas, lorsque la différence de temps  $\Delta t$  se trouve dans les limites autorisées. En termes d’agrégats, 20% des agrégats ont leur énergie calculée à partir du partage d’énergie et seulement 5% d’entre eux contiennent au moins un bloc où le partage d’énergie ne peut pas être utilisé.

### 3.3.4 Règles de contamination

Chaque cellule est caractérisée par une localisation  $(x,y)$ , une date de naissance et une énergie.

En suivant de nouvelles règles, l’automate de E154 assemble ces cellules en agrégats. Introduisons de nouvelles définitions :

- deux cellules sont dites **voisines** si :
  - elles appartiennent dans l’espace à des blocs adjacents ; ainsi les blocs contenant les cellules voisines d’une cellule donnée sont les huit blocs entourant le bloc contenant la cellule considérée (sauf pour les blocs du bord) .
  - la différence de leurs dates de naissance est inférieure à la résolution des TDC, estimée à 5 ns pour les deux spectromètres.
- une cellule est un virus si elle possède la plus grande énergie parmi ses voisines.
- une cellule saine est une cellule qui n’a pas été contaminée par un virus, mais qui a pu être contaminée par une cellule plus énergétique, appelée contamineur.
- une cellule malade est une cellule contaminée par un virus, ou un virus.

Alors l’automate évolue en suivant les quatre règles :

- ◆ **une cellule n’est sensible qu’à ses voisines**
- ◆ **une cellule saine A peut contaminer une cellule voisine B saine :**  
si la cellule voisine B est saine et si l’énergie de A (dans le cas où A n’a jamais été contaminée) ou l’énergie de son dernier contamineur (si A a été contaminée) est supérieure à l’énergie de la cellule B (si B n’a jamais été contaminée) ou à l’énergie de son dernier contamineur (dans le cas où B a été contaminée), si la distance spatiale qui sépare B de A (si A n’a pas été contaminée) ou qui sépare B du dernier contamineur de A (si A a été contaminée) n’est pas trop grande (rayon inférieur à  $\sqrt{3}$ ) ou si cette distance est inférieure à la distance entre B et son éventuel contamineur, alors A contamine B.
- ◆ **une cellule saine A peut être contaminée par une cellule voisine B malade :**  
si la cellule voisine B est malade, elle contamine A à condition que l’énergie de A (dans le cas où A n’a jamais été contaminée) ou l’énergie de son dernier contamineur (si A a été contaminée) soit inférieure à l’énergie de B (si B est un virus) ou à l’énergie du virus ayant contaminé B (si B n’est pas un virus et a été contaminée par un virus).

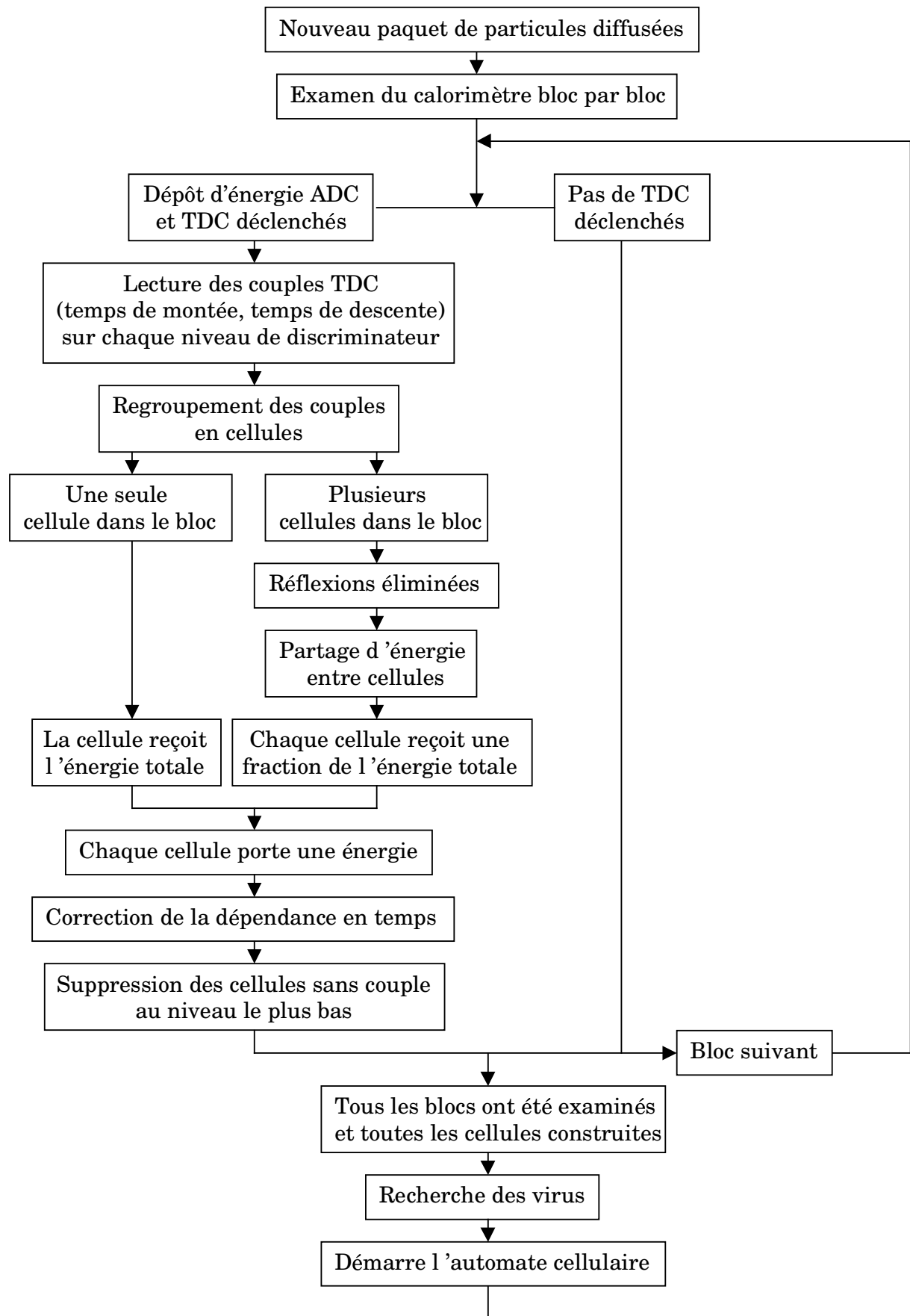


Figure 3.20 : algorithme de construction des cellules constituant les agrégats.



♦ **une cellule malade est immunisée contre toute contamination**

Ainsi, le calorimètre contient autant de virus que de particules ayant généré une gerbe. Après trois itérations en moyenne, le processus de contamination se termine : toutes les cellules contaminées par le même virus appartiennent au même agrégat. La **Figure 3.21** résume l'algorithme de construction des cellules.

### 3.3.5 Caractéristiques des agrégats

L'automate cellulaire reconstruit les agrégats à chaque fois qu'un paquet de particules diffusées a traversé le calorimètre. Chaque agrégat est caractérisé par :

- le nombre de blocs touchés dans le calorimètre
- le numéro de la rangée et de la colonne de chaque bloc touché.
- le numéro de la rangée et de la colonne du bloc "central", contenant la cellule la plus énergétique de l'agrégat.
- l'énergie déposée dans chaque bloc appartenant à l'agrégat ; c'est la fraction d'énergie portée par la cellule de l'agrégat localisée dans le bloc considéré.
- le temps de chaque bloc touché appartenant à l'agrégat ; c'est la date de naissance de la cellule de l'agrégat localisée dans le bloc considéré.
- le temps de l'agrégat : c'est la date de naissance de la cellule la plus énergétique.
- l'énergie de l'agrégat est calculée de quatre manières différentes :

- $E_{TDC}$  est calculée en sommant les énergies portées par toutes les cellules de l'agrégats.
- $E_{9TDC}$  est calculée en sommant les énergies portées par les cellules de l'agrégats contenues uniquement dans les neuf blocs centrés sur le bloc central (première couronne, cf. **Figure 3.22**).
- $E_9$  est calculée en sommant les énergies portées par les cellules de l'agrégats contenues uniquement dans les neuf blocs centrés sur le bloc central, en y ajoutant l'énergie donnée par l'ADC des blocs parmi les neuf ne contenant pas de cellules (TDC non déclenchés).
- $E_{16TDC}$  est calculée en ajoutant à  $E_{9TDC}$  les énergies portées par les cellules de l'agrégats contenues dans les seize blocs de la deuxième couronne.

L'énergie des agrégats utilisée pour la calibration est l'énergie  $E_9$ , prenant en compte l'énergie donnée par les ADC des blocs parmi les neufs dont les signaux n'ont pas une amplitude suffisante pour atteindre le seuil bas des discriminateurs. Ce choix permet de minimiser les pertes d'énergie dans les blocs entourant le bloc central de l'agrégat.

- les positions physiques en  $x$  et  $y$  du centroïde de l'agrégat dans le calorimètre, notées  $\langle x \rangle$  et  $\langle y \rangle$ , calculées en pondérant la position physique  $x_i$  ( $y_i$ ) de chacun des blocs de la première couronne par l'énergie  $E_i$  de la cellule de l'agrégat :

$$\langle x \rangle = \sum_{i=1,9} x_i (E_i / E_{9TDC}) \quad (3.9)$$

Les erreurs associées, notées  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_{xy}$  sont calculées à l'aide des relations :

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1,9} (\langle x \rangle - x_i)^2 (E_i / E_{9TDC}) \quad (3.10)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1,9} (\langle y \rangle - y_i)^2 (E_i / E_{9TDC}) \quad (3.11)$$

$$\sigma_{xy} = \sum_{i=1,9} (\langle x \rangle - x_i)(\langle y \rangle - y_i)(E_i / E_{9TDC}) \quad (3.12)$$

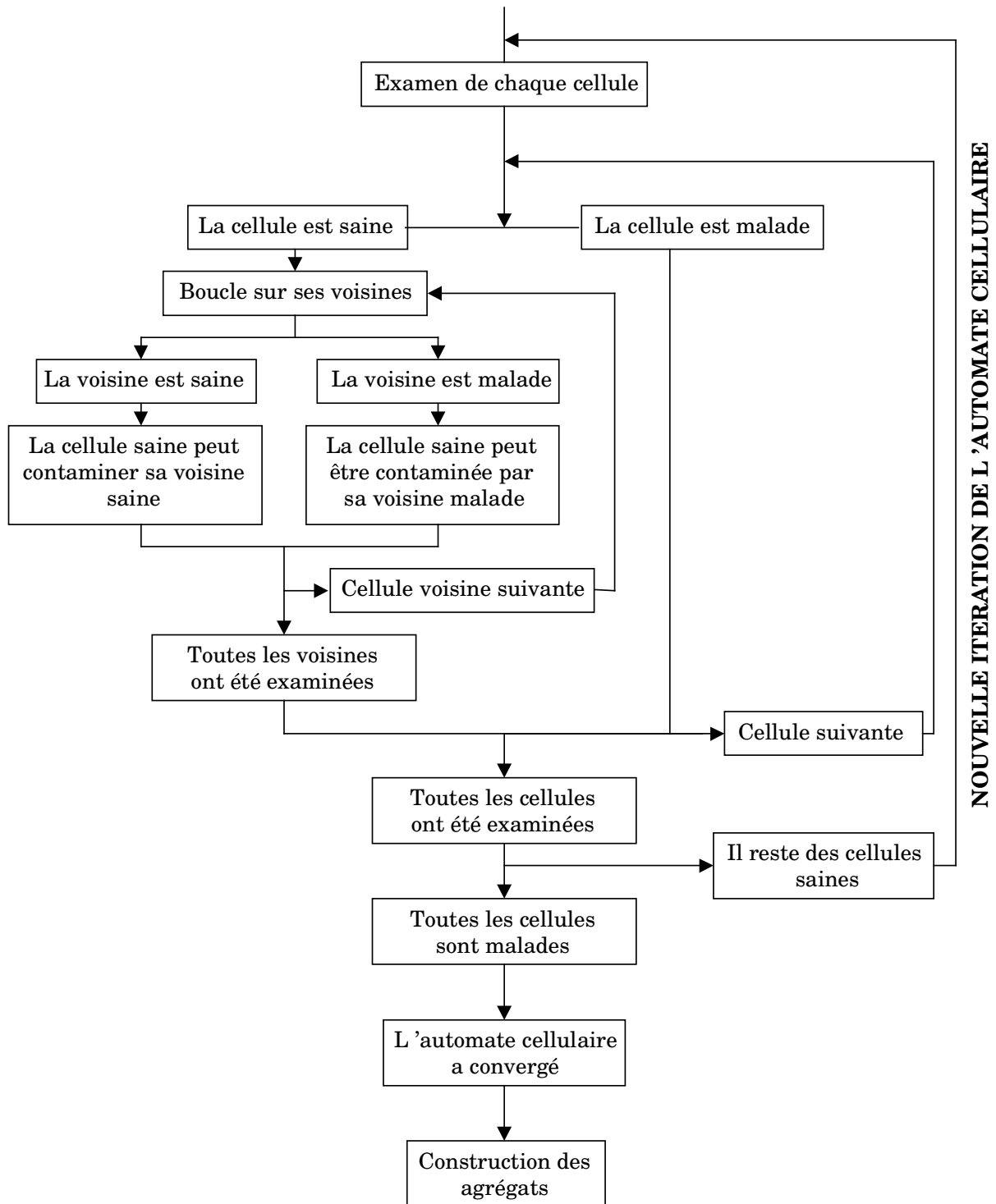
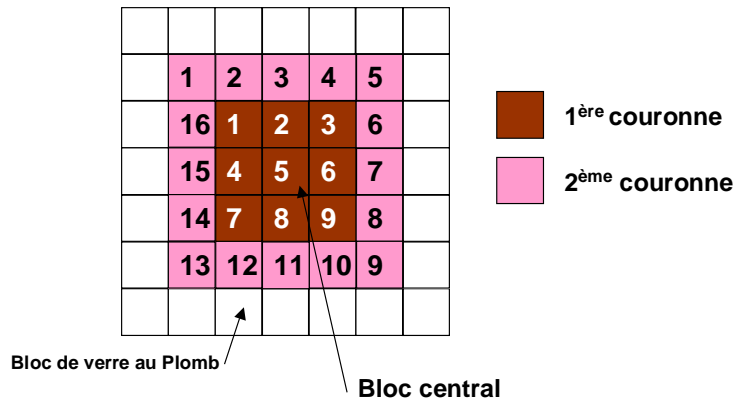


Figure 3.21 : algorithme de construction des agrégats.

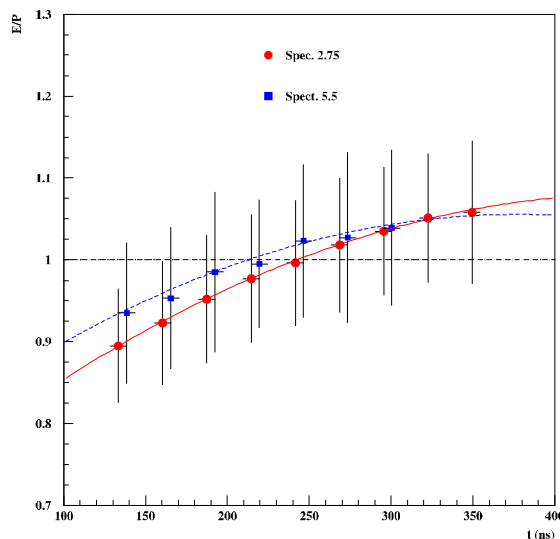
Cette méthode de calcul de la position du centroïde des agrégats peut-être améliorée. Cependant, la résolution obtenue sur la position des agrégats est du même ordre de grandeur que la résolution spatiale du code de reconstruction de traces, au niveau du calorimètre.



**Figure 3.22 :** représentation de la première et de la deuxième couronne d'un agrégat. Le bloc central est numéroté 5.

### 3.3.6 Dépendance temporelle de l'énergie des cellules

Nous avons remarqué une dépendance de la valeur du rapport  $E/P$  des électrons en fonction de leur temps d'arrivée dans le calorimètre, dans le paquet de particules diffusées, comme le montre la **Figure 3.23 [INCERTI5]**. Les agrégats arrivant au début du paquet ont une énergie plus faible que ceux arrivant en fin de paquet. Le signal délivré par le photomultiplicateur possède une queue de signe contraire au signal, pouvant atteindre 400 ns de longueur. L'ADC intègre la totalité du signal. Ainsi, l'intégrale des signaux arrivant au début du paquet est plus petite que celle des signaux arrivant à la fin. D'où la dépendance observée.



**Figure 3.23 :** évolution de  $E/P$  en fonction du temps d'arrivée des électrons dans le paquet de particules diffusées, pour la prise de données 2480. La largeur de chaque intervalle de temps a été choisie à 27 ns. Les électrons choisis satisfont la coupure réseau supérieure à 0.95 et leur agrégat sont localisés à moins de 30 mm et de 5 ns de leur trace. La valeur moyenne de  $E/P$  et son écart type ont été déterminé en ajustant la distribution en  $E/P$  par une gaussienne.

Cette évolution a été paramétrisée à l'aide d'un ajustement quadratique [STALEY] :

$$E/P = f(t) = 0.707 + 0.165 \cdot 10^{-2} t - 0.182 \cdot 10^{-5} t^2 \text{ pour le bras } 2.75^\circ$$

$$E/P = f(t) = 0.766 + 0.153 \cdot 10^{-2} t - 0.202 \cdot 10^{-5} t^2 \text{ pour le bras } 5.5^\circ$$

Ainsi, l'énergie de chaque cellule  $E_{cellule}$  de l'automate cellulaire doit être corrigée en fonction de sa date de naissance  $t$  :

$$E_{cellule}^{corrigée} = E_{cellule} / f(t) \quad (3.13)$$

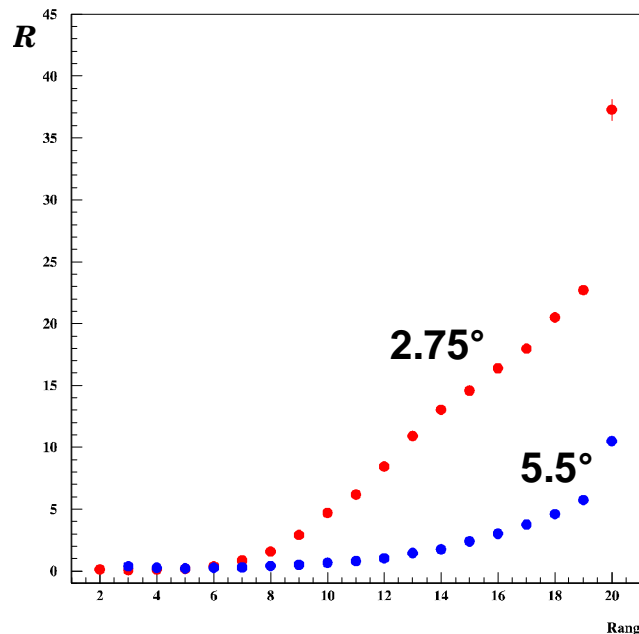
La résolution obtenue sur la distribution du rapport  $E/P$  s'améliore d'environ 34% pour le bras à  $2.75^\circ$  et d'environ 18% pour le bras à  $5.5^\circ$ .

### **3.3.7 Validation de l'algorithme**

L'efficacité de reconstruction de l'automate cellulaire a été comparée [BRETON] à celle d'une méthode "vectorielle" décrite par [DENBY] en fonction de l'empilement électron/hadron. L'efficacité de l'automate est toujours supérieure à celle de la méthode vectorielle lorsque l'empilement augmente.

## 4. Identification des agrégats

Le second rôle du calorimètre est de rejeter le bruit hadronique contaminant les électrons diffusés, en utilisant uniquement les informations des calorimètres. La **Figure 3.24** montre le rapport du nombre d'agrégats de hadrons et du nombre d'agrégats d'électrons détectés dans chaque rangée du calorimètre.



**Figure 3.24 :** rapport  $R$  du nombre d'agrégats de hadrons et du nombre d'agrégats d'électrons en fonction de la rangée du calorimètre dans laquelle ils sont détectés, pour les deux bras de spectromètre, obtenu pour les prises de données 3055 à 3058. Le rapport atteint son maximum aux basses valeurs de l'impulsion  $P$  (région des petits  $x$  Bjorken) dans la partie haute du calorimètre.

Le rejet des hadrons contaminant les lots d'électrons diffusés est basé sur l'identification des électrons et des hadrons à l'aide d'un réseau de neurones, déjà utilisé pour les expériences E142 et E143.

### 4.1 Principe d'un réseau de neurones

Un réseau de neurones est un outil mathématique non linéaire capable de classer un événement, par exemple un agrégat, en plusieurs catégories, par exemple électron ou hadron, en fonction de caractéristiques précises, définies suivant le problème à résoudre. Cet outil est largement décrit dans [GUICHENEY1] et [GUICHENEY2].

Il se compose d'un ensemble de cellules, appelées neurones, connectées entre elles. Il existe deux grands types de réseaux de neurones : les réseaux de type Hopfield, dans lesquels les neurones sont tous interconnectés, et les réseaux multicouches à rétropropagation du gradient de l'erreur. C'est ce deuxième type de réseau qui a été utilisé pour les expériences E142, E143 et E154.

Le réseau utilisé est constitué d'un certain nombre de couches de neurones :

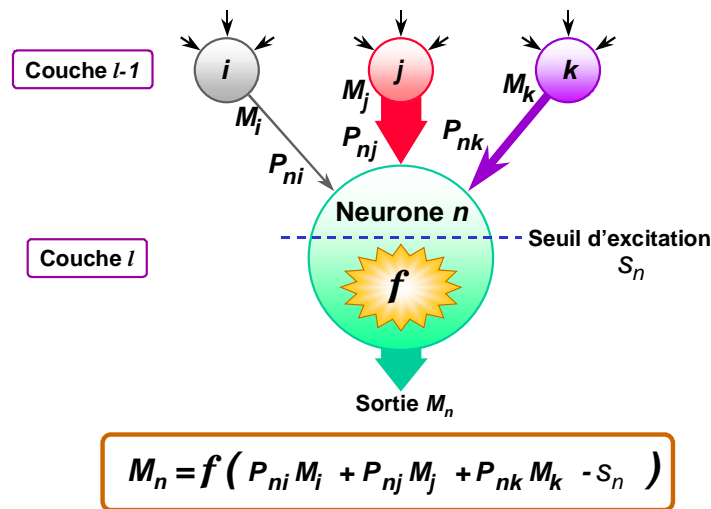
- une couche de cellules d'entrée, contenant autant de neurones qu'il existe de variables discriminantes permettant de caractériser chaque événement présenté au réseau.
- une ou plusieurs couches de neurones cachées.

- une couche de sortie, contenant autant de neurones que de catégories d'événements à classifier, deux dans notre étude : électron ou hadron.

Chaque neurone est relié avec tous les neurones du niveau inférieur et tous les neurones du niveau supérieur par une liaison nerveuse, et les neurones d'une même couche ne sont pas reliés entre eux. Revenant un message  $M_j$  de chacun des  $N$  neurones du niveau supérieur auxquels il est connecté, le neurone  $i$  délivre un message  $M_i$  aux neurones du niveau inférieur, dont la valeur est calculée à partir de la somme pondérée des messages  $M_j$  :

$$M_i = f\left(\sum_{j=1}^N P_{ij} M_j - s_i\right) \quad (3.14)$$

où  $P_{ij}$  représente le poids de la liaison nerveuse entre le neurone  $j$  et le neurone  $i$  et  $s_i$  le seuil d'excitation du neurone  $i$ , comme l'indique la **Figure 3.25**. La fonction  $f$  porte le nom de fonction de transition.



**Figure 3.25** : représentation d'un neurone connecté à trois neurones sur le niveau supérieur.

Le réseau fonctionne en trois étapes :

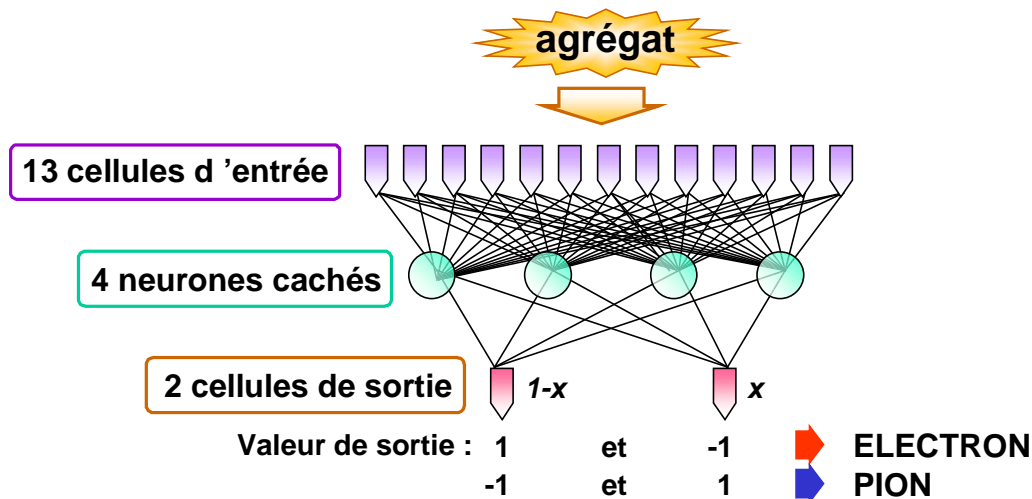
- **Etape d'apprentissage**  
Au cours de cette étape, le réseau apprend à reconnaître les caractéristiques des événements qu'il devra distinguer. Pour cela, il faut lui présenter des événements de chaque catégorie, électrons et hadrons, dont les caractéristiques sont parfaitement connues. C'est lors de cet apprentissage que sont calculés les poids des connexions nerveuses.
- **Etape de validation**  
Durant cette étape, l'apprentissage du réseau est validé en lui présentant de nouveaux événements qu'il n'a jamais rencontrés et en estimant son efficacité de classification et la pureté des lots classifiés.
- **Etape de classification des événements réels**  
Enfin, il est utilisé pour classifier les événements expérimentaux détectés.

Le réseau de neurones sait classifier les agrégats en électrons ou en hadrons, uniquement à l'aide des informations sur la forme et sur l'énergie de la gerbe électromagnétique, données par le calorimètre. Il peut donc sélectionner un lot très propre d'électrons pour analyser les performances des autres détecteurs et permet d'éliminer la contamination hadronique des paquets d'électrons détectés.

## 4.2 Le réseau de neurones de E142, E143 et E154

### 4.2.1 Architecture du réseau

La **Figure 3.26** montre l'architecture du réseau de neurones des expériences E142, E143 et E154 : une couche d'entrée de 13 neurones, une couche cachée de quatre neurones et deux neurones de sortie.



**Figure 3.26** : les réseaux de neurones de E142, E143 et E154.

Le nombre de couches cachées est optimisé de façon à limiter les temps de calculs et à conserver les liaisons nerveuses de poids les plus élevés. La **Table 3.6** indique les 13 variables retenues pour caractériser un agrégat, à partir desquelles le réseau classe l'événement en électron ou hadron.

Numéro	Variable
1	Nombre de blocs touchés
2	Energie totale dans la deuxième couronne $E_{16}$
3	Energie dans le bloc central $E_5$
4	Energie totale dans la première couronne $E_9$
5	Rapport $E_5/E_9$
6 à 13	Energie individuelle dans chaque bloc de la 1 <sup>ère</sup> couronne

**Table 3.6** : les 13 variables d'entrée du réseau, classées par ordre de pouvoir discriminant décroissant

### 4.2.2 La fonction de transition $f$

La fonction choisie est une sigmoïde et a pour expression mathématique :

$$f(x) = (1 - e^{-kx}) / (1 + e^{-kx}) \quad (3.15)$$

Elle reproduit en quelque sorte le comportement des neurones biologiques et caractérise mathématiquement l'excitation du neurone. La variable  $x$  est égale à la somme pondérée des messages émis par les neurones du niveau supérieur, moins le seuil d'excitation et la valeur de la fonction  $f$  est toujours comprise entre 1 et -1, comme le montre la **Figure 3.27**. Le coefficient  $k$  porte le nom de température du réseau.

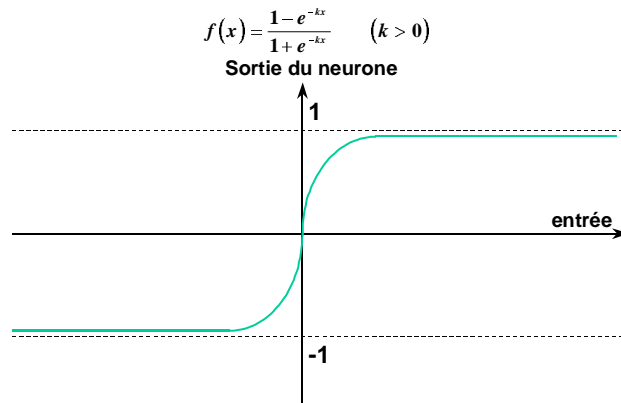


Figure 3.27 : fonction sigmoïde d'un neurone.

### 4.2.3 Méthode de rétropropagation du gradient d'erreur

Cette méthode permet de calculer les poids des connections nerveuses lors de la phase d'apprentissage. Les poids des différentes connections sont d'abord générés aléatoirement entre  $-0.1$  et  $0.1$  pour assurer une convergence rapide de l'apprentissage.

Puis  $N$  événements d'une même catégorie, électrons par exemple, sont envoyés au réseau. En comparant la classification de chaque élément donnée par le réseau avec sa véritable classification, nous calculons l'erreur totale  $e$  commise sur la classification des événements du lot. Comme le décrit le diagramme de la **Figure 3.28**, les valeurs des poids de chaque connexion sont recalculées au cours d'un processus itératif, jusqu'à atteindre la valeur minimale de l'erreur. La valeur dont chacun des poids est modifié à chaque nouvelle itération dépend du gradient de l'erreur  $e$  par rapport aux poids des connections. Les paramètres d'apprentissage  $\alpha$  et  $\eta$  et la température  $k$  du réseau sont choisis de façon à optimiser le processus d'apprentissage. Les valeurs finales des poids sont algébriques : des poids positifs relient des neurones excités alors que des poids négatifs relient des neurones inactifs.

Avant le début de l'expérience E154, plusieurs apprentissages ont été menés à l'aide de la simulation GEANT du calorimètre, pour chaque bras de spectromètre. L'apprentissage retenu a aussi été mené sur les données réelles détectées dans E154 pour une meilleure identification des agrégats [BOREL1].

## 4.3 Performances du réseau de l'expérience E154

Notons par  $x_{RN}$  la réponse du réseau de neurones. Elle est proche de  $-1$  lorsque l'agrégat a été créé par un hadron ; elle est proche de  $1$  lorsqu'il s'agit d'un agrégat d'électron. La plupart des hadrons détectés dans le calorimètre et polluant les lots d'électrons diffusés sont des pions ; nous parlerons indifféremment de contamination électron/hadron ou de contamination électron/pion. Dans E154, nous avons choisi d'utiliser la coupure  $x_{RN} > x_{RN\text{ seuil}} = -0.98$  pour sélectionner les agrégats produits par les électrons. Tous les agrégats dont la valeur de  $x_{RN}$  est inférieure à  $-0.98$  sont considérés comme des agrégats produits par des hadrons. La **Figure 3.29** montre la fonction de transition  $f$  utilisée dans E154.

Cette valeur limite  $x_{RN\text{ seuil}} = -0.98$  a été déterminée en examinant les distributions du rapport  $E/P$  pour les deux classes :

- le rapport doit être centré à  $1$  pour les électrons, il faut réduire au maximum la queue aux basses valeurs de  $E/P$  tout en évitant de dépeupler le pic à  $1$  ;
- il ne doit pas montrer de pic à  $1$  pour les hadrons.



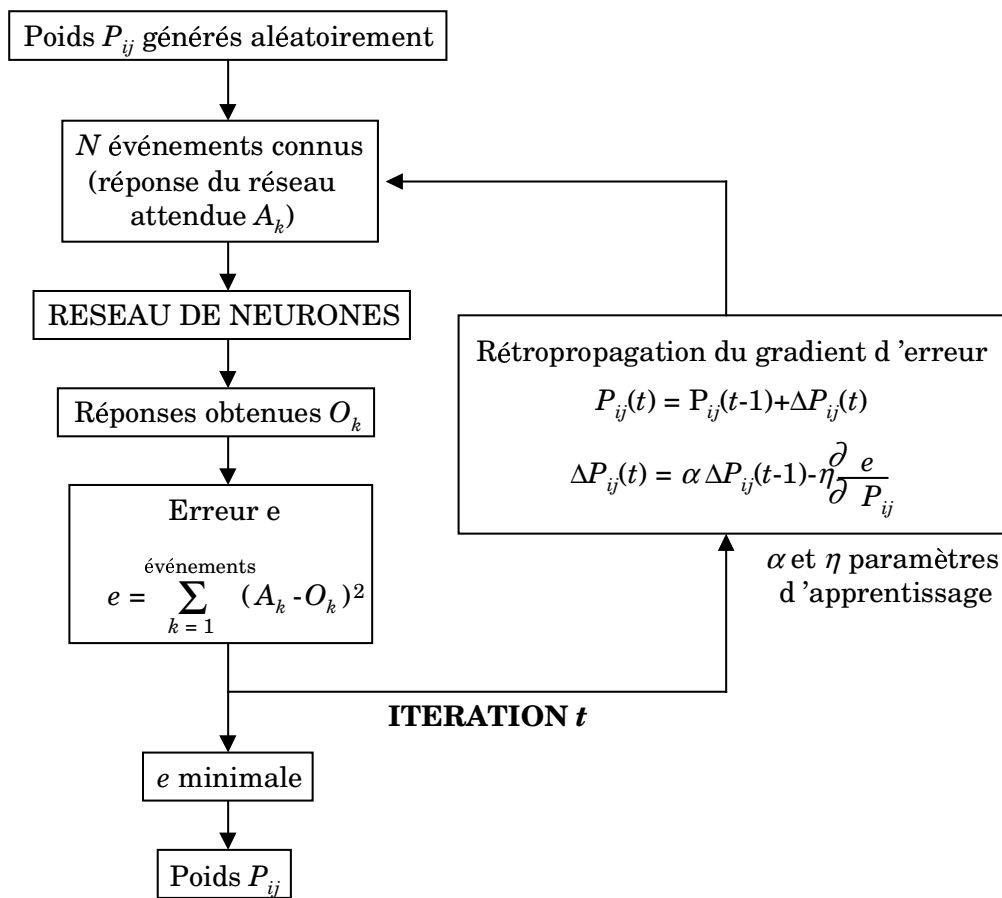


Figure 3.28 : principe du calcul des poids des liaisons nerveuses par rétropropagation d'erreur.

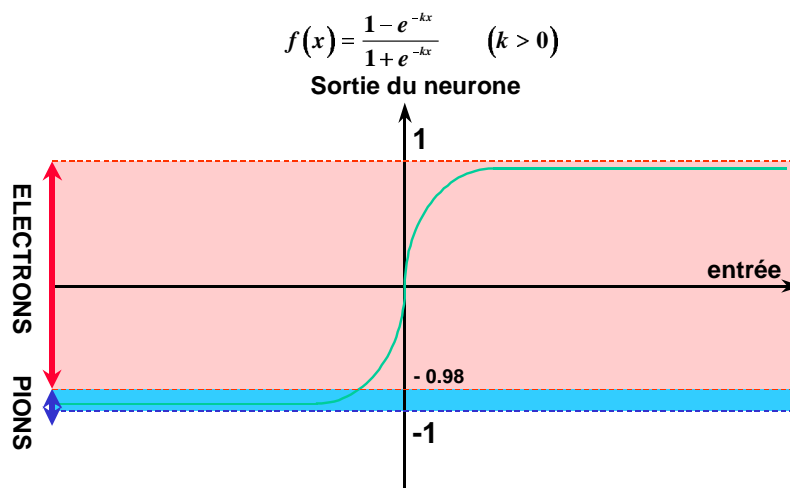


Figure 3.29 : fonction sigmoïde de l'un des deux neurones de sortie.

La distribution de la réponse du réseau pour les électrons et les hadrons pour les prises de données 3055 à 3058, dans le bras 2.75° est représentée sur la **Figure 3.30**. Les performances de cette coupure peuvent être évaluées par son efficacité et sa pureté [INCERTI3].

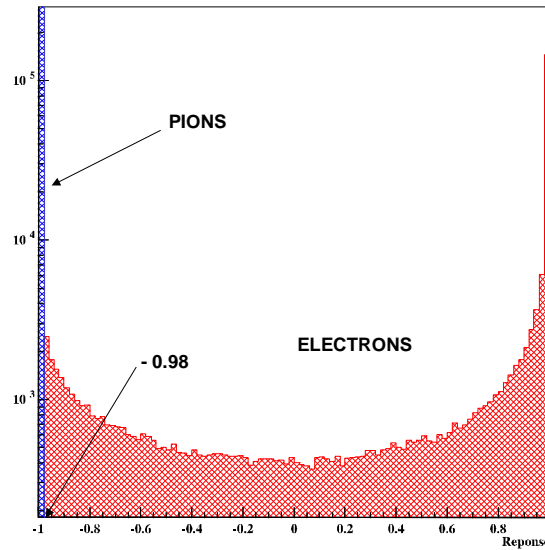


Figure 3.30 : réponse du réseau de neurones pour les hadrons et les électrons.

### 4.3.1 Efficacité de la coupure réseau de neurones

Le réseau doit reconnaître le mieux possible les électrons mais aussi rejeter les hadrons contaminant les lots d'électrons. Nous définissons alors deux efficacités :

- **Efficacité du réseau à reconnaître les électrons**

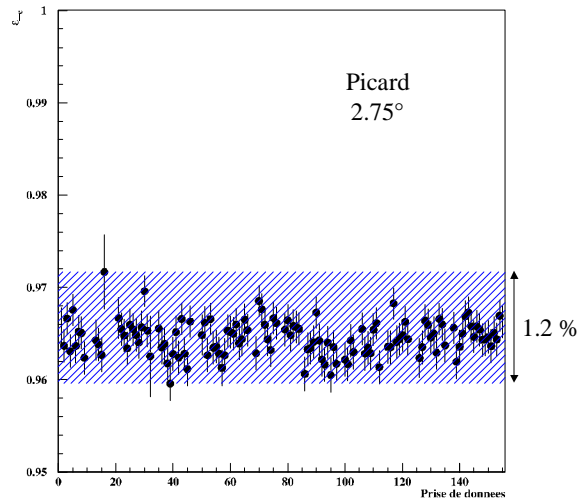
L'efficacité du réseau à reconnaître les électrons représente la fraction d'électrons que la coupure  $x_{RN} > x_{RN\ seuil}$  nous permet de conserver. Considérons par exemple un lot de  $N_e$  agrégats définis comme électrons et sélectionnés à l'aide des coupures "électron" standards, autres que celle sur la valeur de  $x_{RN}$ . Parmi ces  $N_e$  agrégats, sélectionnons ceux vérifiant la coupure réseau  $x_{RN} > x_{RN\ seuil} = -0.98$ , notés  $N_{eRN}$ . Alors, l'efficacité  $\epsilon_e$  de la coupure est définie comme le rapport :

$$\epsilon_e = \frac{N_{eRN}}{N_e} \quad (3.16)$$

Cette efficacité  $\epsilon_e$  est comprise entre 0 et 1. Son erreur est donnée par la loi binomiale [BEVINGTON], en supposant qu'il n'y a pas d'erreur commise sur la valeur de  $N_e$  :

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\epsilon_e(1-\epsilon_e)}{N_e}} \quad (3.17)$$

Nous avons étudié la variation de  $\epsilon_e$  pour les différentes cibles et conditions expérimentales de E154 et n'avons remarqué aucune dépendance systématique significative de l'efficacité de la coupure ni avec l'hélicité des électrons du faisceau, ni avec les conditions expérimentales de E154. Pour des prises de données successives dans des conditions expérimentales identiques, la fluctuation relative  $\Delta\epsilon_e/\epsilon_e$  de l'efficacité de reconnaissance des électrons d'une prise de données à l'autre est très faible et atteint au maximum environ 1.2% pour le premier intervalle en  $x$  du bras à 2.75° comme le montre la Figure 3.31, du même ordre de grandeur que la fluctuation relative d'une cible à l'autre, comme le montre la Figure 3.32. La fluctuation statistique relative d'une prise de données à l'autre dans le bras à 5.5° atteint au maximum 15.2% dans le premier intervalle en  $x$  du bras à 5.5° en limite d'acceptance du bras à 5.5°, supérieure à la fluctuation observée entre les différentes cibles.



**Figure 3.31 :** efficacité de reconnaissance des électrons dans le premier intervalle en  $x$  du bras  $2.75^\circ$ , en fonction du numéro de la prise de données, pour la cible Picard. La fluctuation de l'efficacité est maximale dans cet intervalle et atteint 1.2% autour de la valeur moyenne 96.5%. Les barres d'erreur représentent l'erreur statistique sur l'efficacité donnée par la loi binomiale.

- **Efficacité du réseau à rejeter les hadrons contaminant les lots d'électrons**

Malgré les coupures appliquées pour sélectionner les agrégats d'électrons, certains hadrons d'impulsion inférieure au seuil de déclenchement des détecteurs Cherenkov et de rapport  $E/P$  compris entre 0.8 et 1.2 viennent contaminer les lots d'électrons (contamination inférieure à 5%). Le réseau de neurones permet d'éliminer une partie de ces hadrons, avec une efficacité  $\varepsilon_\pi$  :

$$\varepsilon_\pi = \frac{N_{\pi RN}}{N_\pi} \quad (3.18)$$

où  $N_\pi$  représente le nombre de hadrons détectés n'ayant pas déclenché les Cherenkov et de rapport  $E/P$  compris entre 0.8 et 1.2, et  $N_{\pi RN}$  le nombre de hadrons parmi  $N_\pi$  satisfaisant la coupure réseau  $x_{RN} < x_{RN\ seuil} = -0.98$ . L'erreur associée est :

$$\sigma_\pi = \sqrt{\frac{\varepsilon_\pi(1-\varepsilon_\pi)}{N_\pi}} \quad (3.19)$$

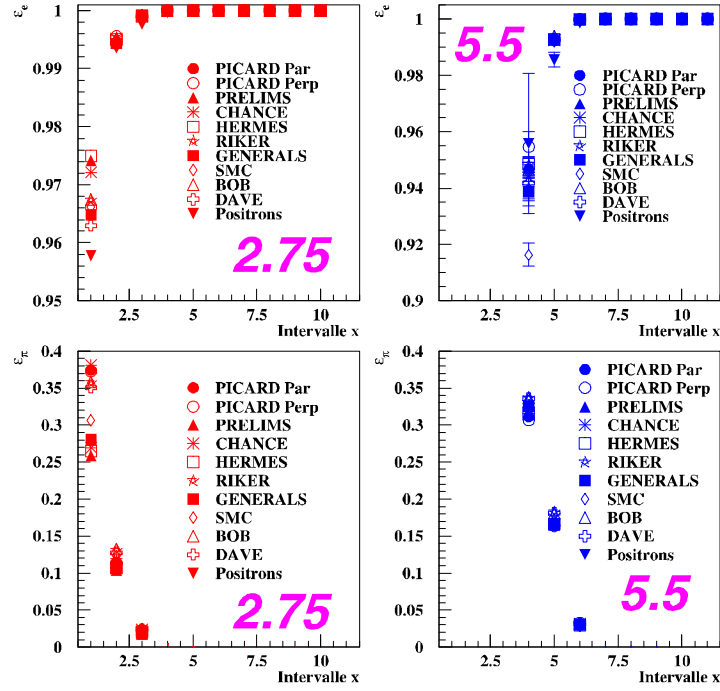
Ici non plus, pas de dépendance systématique de la valeur de l'efficacité  $\varepsilon_\pi$  ni avec les conditions expérimentales rencontrées dans E154, ni avec l'hélicité du faisceau. L'erreur relative sur sa valeur est dominée par les fluctuations observées entre les différentes cibles, comme le montre la **Figure 3.32**. L'efficacité de rejet des hadrons atteint au maximum 38% à bas  $x$ . Le réseau est le seul outil capable d'éliminer cette contamination en hadrons sous le pic en  $E/P$ .

Les efficacités de reconnaissance des électrons et de rejet des hadrons interviennent dans la détermination de la contamination en hadrons des lots d'électrons.

### 4.3.2 Pureté de la coupure réseau de neurones

La pureté  $p_e$  de la coupure  $x_{RN} > x_{RN\ seuil}$  n'intervient pas dans l'analyse des données de l'expérience. Elle permet d'estimer le degré de contamination en hadrons du lot d'électrons diffusés par la cible et détectés par le réseau de neurones. Elle est définie comme le rapport du nombre de vrais électrons  $N_e$  diffusés, au nombre d'électrons  $N_{RN}$  vus uniquement par le réseau de neurones, satisfaisant la coupure  $x_{RN} > x_{RN\ seuil}$  :

$$p_e = \frac{N_e}{N_{RN}} \quad (3.20)$$



**Figure 3.32 :** efficacité de reconnaissance des électrons dans les deux bras à 2.75° et 5.5° (figures du haut) et efficacité de rejet des hadrons dans le pic  $0.8 < E/P < 1.2$  dans les deux bras (figures du bas), en fonction de l'intervalle en  $x$ , pour les différentes cibles de E154. En légende sont donnés les noms des cibles utilisées. Les barres d'erreur sont statistiques. Le réseau de neurones reconnaît mieux les hadrons aux petites valeurs de  $x$ .

Le nombre de vrais électrons  $N_e$  diffusés est égal au rapport du nombre de vrais électrons  $N_d$  détectés à l'aide des détecteurs de E154 et de leur efficacité  $\eta$  ( $0 < \eta < 1$ ) de détection des électrons :

$$N_e = \frac{N_d}{\eta} \quad (3.21)$$

Alors,

$$p_e = \frac{N_d}{\eta N_{RN}} \quad (3.22)$$

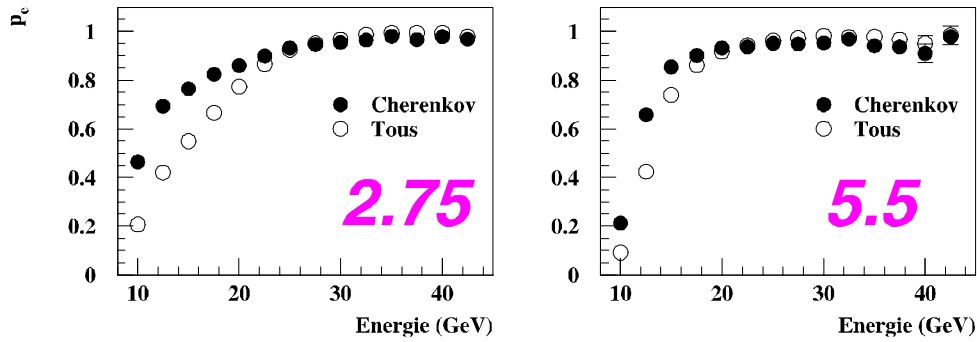
La pureté de la coupure est comprise entre 0 et 1. Comme pour l'efficacité, son erreur statistique est calculée d'après la loi binomiale. La **Figure 3.33** montre l'évolution de la pureté en fonction de l'énergie des agrégats diffusés. Les  $N_{RN}$  électrons sont sélectionnés par la coupure  $x_{RN} > x_{RN\text{ seuil}}$  et les  $N_d$  électrons sont choisis parmi les  $N_{RN}$  électrons en leur appliquant la coupure supplémentaire  $E/P > 0.8$  et en sélectionnant les électrons ayant déclenché les deux détecteurs Cherenkov (hauteur du signal PM supérieure à 25). Elle atteint 90% au-delà de 20 GeV.

### 4.3.3 Comparaison de l'efficacité et de la pureté

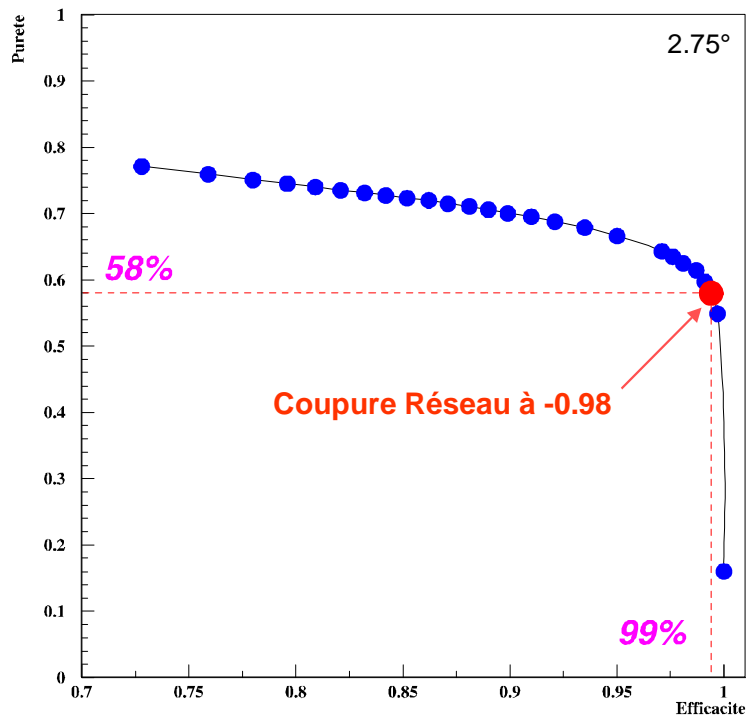
La **Figure 3.34** montre le diagramme pureté-efficacité de la coupure  $x_{RN} > x_{RN\text{ seuil}}$ . La coupure choisie pour E154 est  $x_{RN\text{ seuil}} = -0.98$ . Elle correspond au meilleur compromis entre l'efficacité et la pureté du réseau.

## 4.4 Discrimination des électrons et des hadrons

Les figures de ce paragraphe montrent les distributions d'agrégats caractéristiques dans un calorimètre électromagnétique, classifiés comme des électrons ou des hadrons par le réseau de neurones. Elles ont été obtenues à l'aide des prises de données 3055 à 3058, pour le bras à 2.75°.



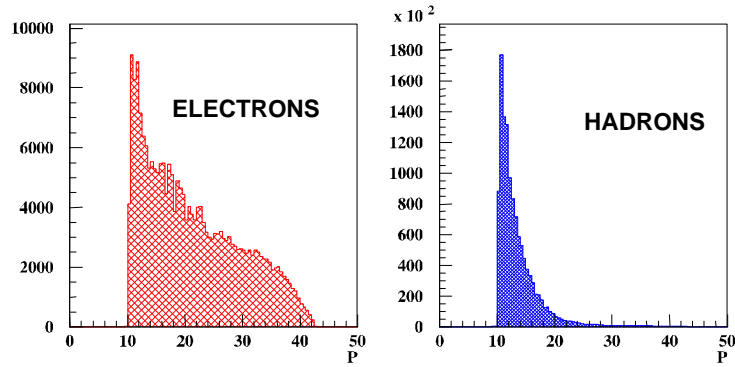
**Figure 3.33 :** Evolution de la pureté de la coupure  $x_{RN} > x_{RN\ seuil}$  en fonction de l'énergie des agrégats diffusés dans les deux bras de spectromètres, pour les prises de données 3463 et 3464 de la cible Picard. Les disques noirs représentent les particules diffusées ayant déclenché au moins l'un des deux détecteurs Cherenkov et les disques blancs représentent toutes les particules diffusées. Les barres d'erreur sont statistiques. Les efficacités utilisées ont été estimées à respectivement 0.93 (2.75°) et 0.96 (5.5°) pour les disques noirs et à 0.96 (2.75°) et 0.98 (5.5°) pour les disques blancs [YOUNG1].



**Figure 3.34 :** comparaison de la valeur moyenne de l'efficacité et de la pureté de la coupure  $x_{RN} > x_{RN\ seuil}$  pour différentes valeurs de  $x_{RN\ seuil}$  (cercles pleins), pour le bras à 2.75°. Les barres d'erreur statistiques sont représentées.

• **Distribution de l'impulsion  $P$  (GeV/c)**

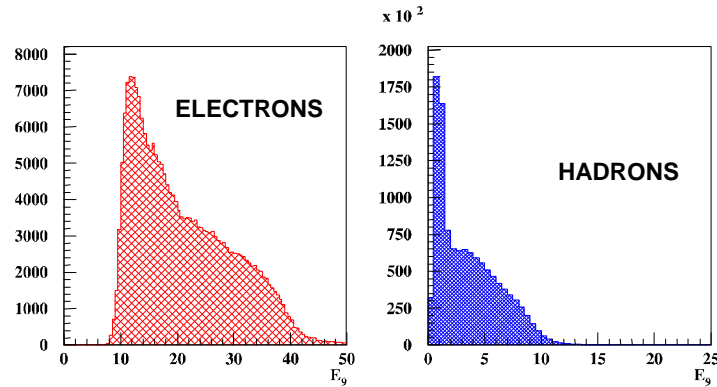
Les limites sur l'impulsion des particules diffusées sont imposées par les éléments magnétiques de chaque bras (**Figure 3.35** pour le bras 2.75°).



**Figure 3.35 :** distribution de l'impulsion des agrégats, exprimée en GeV/c. La coupure à basse impulsion correspond à l'acceptance minimale du bras à 2.75°.

- **Distribution de l'énergie déposée dans le calorimètre  $E_9$  (GeV)**

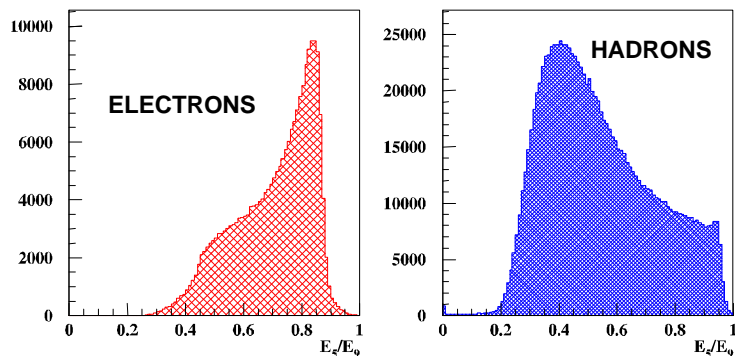
Les électrons déposent dans le calorimètre une énergie de quelques dizaines de GeV, alors que les hadrons y déposent une énergie de quelques GeV (**Figure 3.36**).



**Figure 3.36 :** distribution de l'énergie  $E_9$  des agrégats, exprimée en GeV.

- **Distribution de la fraction d'énergie  $E_5/E_9$  déposée dans le bloc central**

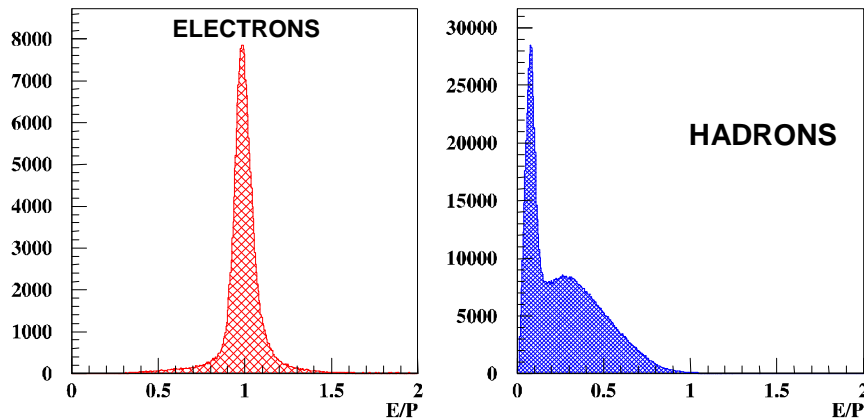
Les électrons déposent dans le calorimètre une énergie de quelques dizaines de GeV, alors que les hadrons y déposent une énergie de quelques GeV (cf. **Figure 3.36**).



**Figure 3.37 :** distribution de la fraction d'énergie déposée dans le bloc central de la gerbe. La bosse observée pour les électrons autour de 50% pourrait être causée par la géométrie parallélépipédique des blocs [BOREL2].

• **Distribution du rapport  $E_g/P$**

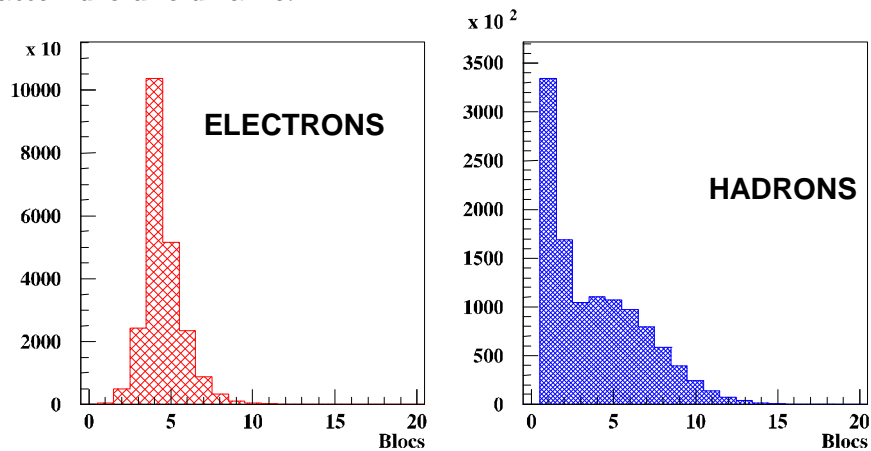
Les électrons déposent toute leur énergie dans le calorimètre, au contraire des hadrons (cf. **Figure 3.38**). La probabilité pour qu'un hadron dépose toute son énergie est inférieure au pour-cent.



**Figure 3.38 :** distribution du rapport  $E_g/P$  de l'énergie des agrégats déposée dans le calorimètre à leur impulsion, pour des agrégats d'électrons et de hadrons.

• **Distribution du nombre de blocs touchés par agrégat**

Le nombre de bloc par agrégat est représenté sur la **Figure 3.39**. Les électrons déposent en majorité toute l'énergie dans quatre blocs, alors que le nombre de blocs touchés par un agrégat de hadron peut atteindre une dizaine.



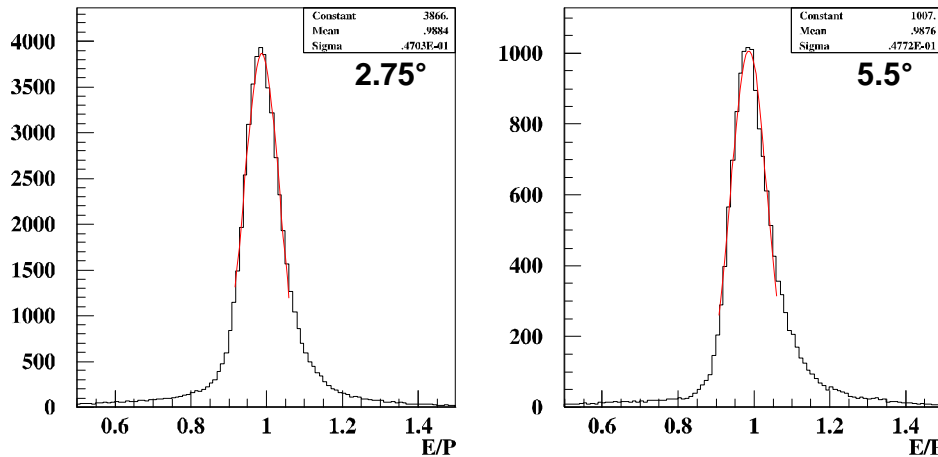
**Figure 3.39 :** distribution du nombre de blocs contenus dans chaque agrégat de type électron et de type hadron.

## 5. Performances des calorimètres

Les figures présentées dans ce paragraphes ont été obtenues par exemple à partir des prises de données 3055 à 3058.

### 5.1 Résolution sur le rapport $E/P$ des électrons diffusés

La résolution sur le rapport  $E/P$  des électrons diffusés atteint 5 % dans les deux bras, comme le montre la **Figure 3.40**.



**Figure 3.40 :** distribution du rapport  $E/P$  des électrons détectés dans chaque bras. Chaque distribution est ajustée par une gaussienne dont l'écart type permet d'estimer la résolution du calorimètre.

### 5.2 Résolution énergétique

La résolution énergétique relative  $\sigma_E/E$  du calorimètre électromagnétique est paramétrisée par une fonction de la forme :

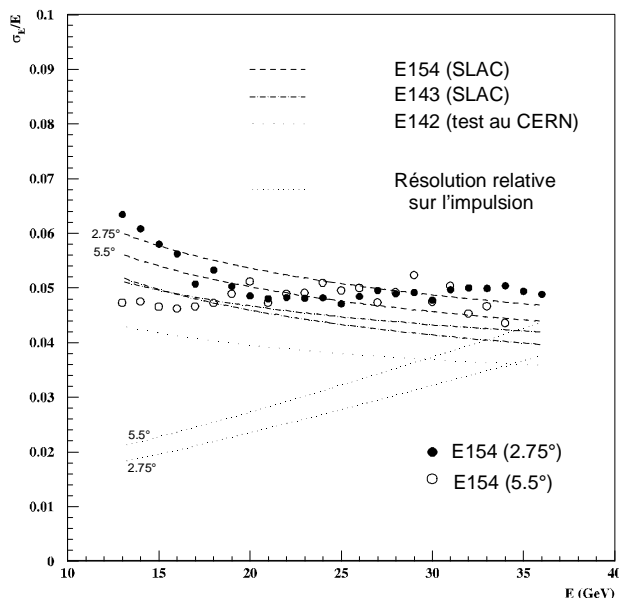
$$\frac{\sigma_E}{E} = A + \frac{B}{\sqrt{E}} \quad (3.23)$$

Elle a été mesurée pour l'expérience E142, avec un faisceau monoénergétique de positrons de 5 à 50 GeV au CERN en 1992 (cf. **Figure 3.41**). Pour E143 et E154, les constantes  $A$  et  $B$  ont été déterminées à l'aide des agrégats d'électrons détectés dans le calorimètre. La **Table 3.7** résume les valeurs de  $A$  et  $B$ .

Expérience	$A$	$B$
E142 (CERN)	2.5%	6.5%
E143	2.8%	8.4%
	2.1%	11.0%
E154	2.6% (2.75°)	12.6% (2.75°)
	2.4% (5.5°)	11.7% (5.5°)

**Table 3.7 :** valeurs des constantes  $A$  et  $B$  [BOREL2] et [GRENIER].





**Figure 3.41 :** résolution énergétique relative  $\sigma_E/E$  des blocs de verre au Plomb, pour les expériences E142, E143 et E154. Les cercles pleins et vides représentent les mesures pour les deux bras de spectromètres de E154. Les courbes pointillées sont des ajustements par l'expression  $\sigma_E/E = A + B/\sqrt{E}$ . La résolution relative en impulsion  $\sigma_p/P$  de E154 a été estimée par Monte Carlo [KOLOMENSKY1] ; elle est représentée pour les deux bras. La dégradation observée peut s'expliquer par le vieillissement des blocs de verre au Plomb.

Pour E154, la résolution énergétique relative  $\sigma_E/E$  a été déterminée à partir de la résolution relative  $\sigma_{E/P}/E/P$  sur le rapport  $E/P$  des électrons diffusés et à partir de la résolution relative sur leur impulsion  $\sigma_p/P$  :

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{\sigma_{E/P}^2}{(E/P)^2} - \frac{\sigma_P^2}{P^2}} \quad (3.24)$$

La résolution relative sur l'impulsion des particules diffusées, représentée sur la **Figure 3.41**, est toujours meilleure que la résolution énergétique relative du calorimètre. Une étude a montré que la reconstruction de l'impulsion  $P$  des électrons diffusés était beaucoup moins sensible aux fluctuations des nombres d'événements détectés que l'énergie  $E$  mesurée avec les calorimètres [ZYLA3]. Pour ces deux raisons, les variables cinématiques  $x$ ,  $Q^2$ , ... des électrons diffusés ont toujours été calculées à partir de leur impulsion reconstruite  $P$ .

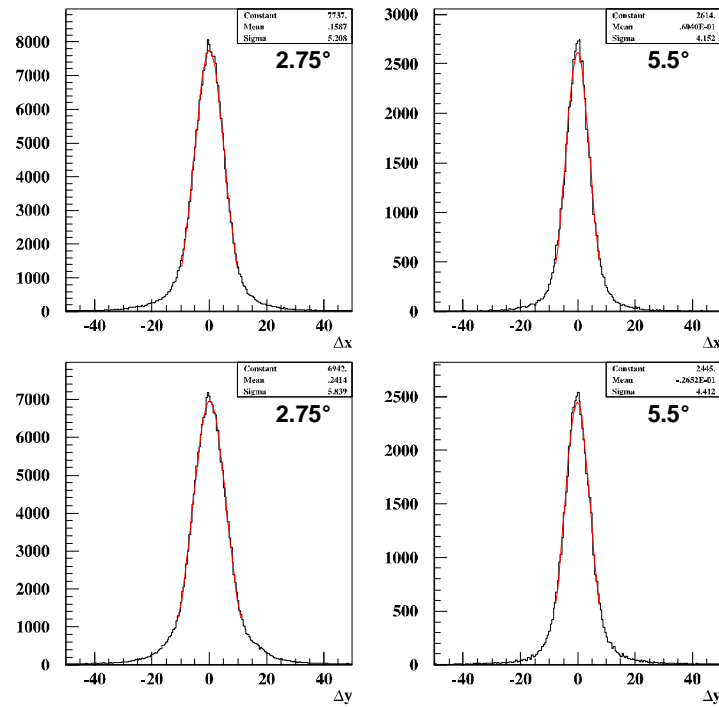
### 5.3 Résolution spatiale

La **Figure 3.42** montre que la résolution spatiale suivant l'axe horizontal transverse  $x$  du calorimètre et suivant l'axe vertical  $y$  atteint 6 mm dans le bras 2.75° et 5 mm dans le bras 5.5°.

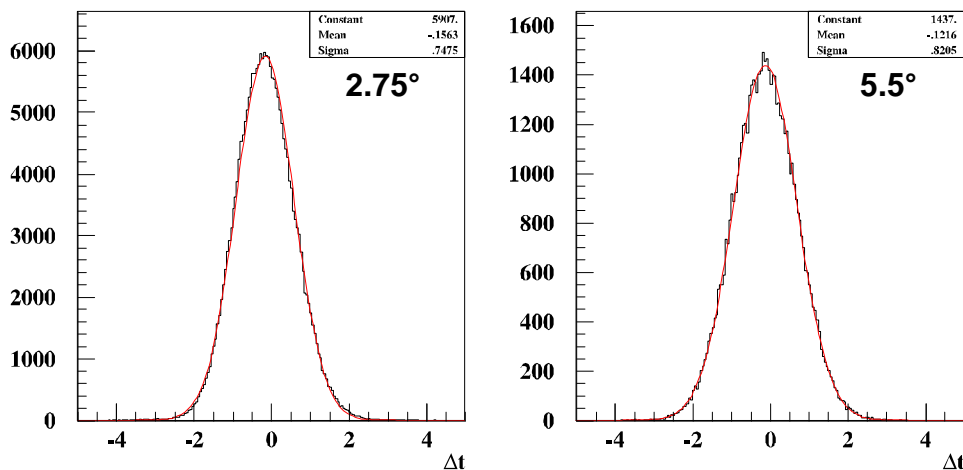
### 5.4 Résolution temporelle

La résolution temporelle du calorimètre est estimée à partir de la distribution de la différence entre le temps des traces des électrons, extrapolées à cinq longueurs de radiation de la face d'entrée des blocs, et le temps de agrégats (cf.

**Figure 3.43**). Elle atteint 7 à 8 ns. Elle pourrait aussi être estimée en utilisant comme référence le temps des signaux émis par l'un des deux détecteurs Cherenkov.



**Figure 3.42 :** distributions suivant l'axe  $x$  (axe horizontal transverse) et l'axe  $y$  (axe vertical) du calorimètre, de la différence entre la position des traces extrapolées à 5 LR de l'entrée du calorimètre et la position des centroïdes des agrégats, exprimée en mm. La résolution spatiale est estimée par lissage gaussien.



**Figure 3.43 :** distribution de la différence entre le temps des traces extrapolées aux blocs et le temps des agrégats, exprimée en ns, pour chaque bras.



## ANNEXE 4

# FORMALISME MATHEMATIQUE DE L'EVOLUTION A L'ORDRE SOUS DOMINANT

ANNEXE 4 .....	273
FORMALISME MATHEMATIQUE DE L'EVOLUTION A L'ORDRE SOUS DOMINANT.....	273
1 Expressions des dimensions anomales polarisées.....	274
1.1 Ordre dominant .....	274
1.2 Ordre sous-dominant.....	275
2 Evolution de la constante de couplage de QCD.....	277
3 Fixer les valeurs de $\Delta q_3$ et de $\Delta q_8$ .....	278
4 Changement de schéma de renormalisation .....	280
5 Inclusion des saveurs lourdes .....	281

# 1 Expressions des dimensions anormales polarisées

## 1.1 Ordre dominant

Les expressions des quatre dimensions anormales polarisées  $\delta\gamma_{qq}^{(0)}$ ,  $\delta\gamma_{qg}^{(0)}$ ,  $\delta\gamma_{gq}^{(0)}$ , et  $\delta\gamma_{gg}^{(0)}$  dans le schéma  $\overline{MS}$  sont :

$$\delta\gamma_{qq}^{(0)}(n) = 4C_F \left( 2S_1(n) - \frac{1}{n(n+1)} - \frac{3}{2} \right) \quad (1)$$

$$\delta\gamma_{qg}^{(0)}(n) = -8T_f \frac{n-1}{n(n+1)} \quad (2)$$

$$\delta\gamma_{gq}^{(0)}(n) = -4C_f \frac{n+2}{n(n+1)} \quad (3)$$

$$\delta\gamma_{gg}^{(0)}(n) = 4C_A \left( 2S_1(n) - \frac{4}{n(n+1)} - \frac{11}{6} \right) + \frac{8}{3}T_f \quad (4)$$

où  $C_f = 4/3$ ,  $C_A = 3$ ,  $T_f = f/2 = 3/2$ ,  $f$  étant le nombre de saveurs actives fixé à trois pour le calcul des dimensions anormales. Précisons que la dimension anormale polarisée  $\delta\gamma_{qq}^{(0)}$  est égale à la dimension anormale non polarisée  $\gamma_{qq}^{(0)}$ . En outre,

$$S_k(n) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{j^k} \quad (5)$$

et

$$S_1(n) = \gamma_E + \psi(n+1) \quad (6)$$

$$S_2(n) = \zeta(2) - \psi'(n+1) \quad (7)$$

$$S_3(n) = \zeta(3) + \frac{1}{2}\psi''(n+1) \quad (8)$$

avec  $\gamma_E = 0.577216$  est la constante d'Euler,  $\zeta(2) = \pi^2/6$  et  $\zeta(3) = 1.202057$ .

Rappelons que  $n$  est complexe. Si sa partie réelle est supérieure ou égale à 10, les fonctions  $\psi$  et leurs dérivées ont le développement asymptotique :

$$\psi(n) \approx \ln(n) - \frac{1}{2n} - \frac{1}{12n^2} + \frac{1}{120n^4} - \frac{1}{256n^6} \quad (9)$$

$$\psi'(n) \approx \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{6n^3} - \frac{1}{30n^5} + \frac{1}{42n^7} - \frac{1}{30n^9} \quad (10)$$

$$\psi''(n) \approx -\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3} - \frac{1}{2n^4} + \frac{1}{6n^6} - \frac{1}{6n^8} + \frac{3}{10n^{10}} - \frac{5}{6n^{12}} \quad (11)$$

Dans le cas contraire, il faut utiliser la relation de récurrence :

$$\psi^{(k)}(n+1) = \psi^{(k)}(n) + \frac{(-1)^k k!}{n^{k+1}} \quad (12)$$

jusqu'à ce que la partie réelle de l'argument de la fonction  $\psi^{(k)}$  devienne supérieure ou égale à 10. Comme la valeur de  $c$  choisie est inférieure à 10, il est nécessaire d'utiliser cette relation de récurrence à chaque calcul des fonctions  $\psi$  et de leurs dérivées.

## 1.2 Ordre sous-dominant

Les expressions des quatre dimensions anormales polarisées  $\delta\gamma_{qq}^{(1)}$ ,  $\delta\gamma_{qg}^{(1)}$ ,  $\delta\gamma_{gq}^{(1)}$ , et  $\delta\gamma_{gg}^{(1)}$  dans le schéma  $\overline{MS}$  sont :

$$\delta\gamma_{qq}^{(1)}(n) = \delta\gamma_{NS}^{(1)\eta=-1}(n) + \delta\gamma_{PS,qq}^{(1)}(n) \quad (13)$$

où

$$\begin{aligned} \delta\gamma_{NS}^{(1)\eta}(n) = & C_F^2 \left[ \frac{16S_1(n)(2n+1)}{n^2(n+1)^2} + 24S_2(n) + 64\tilde{S}(n,\eta) - 8S'_3(n/2,\eta) - 3 \right. \\ & + 16 \left( 2S_1(n) - \frac{1}{n+1} \right) (S_2(n) - S'_2(n/2,\eta)) \\ & \left. - 8 \frac{3n^3 + n^2 - 1 + 2\eta(2n^2 + 2n + 1)}{n^3(n+1)^3} \right] \\ & + C_F C_A \left[ \frac{536}{9} S_1(n) - 8 \left( 2S_1(n) - \frac{1}{n(n+1)} \right) (2S_2(n) - S'_2(n/2,\eta)) \right. \\ & - \frac{88}{3} S_2(n) - 32\tilde{S}(n,\eta) + 4S'_3(n/2,\eta) - \frac{17}{3} \\ & \left. - \frac{1}{n^3(n+1)^3} \left( \frac{4}{9} (151n^4 + 236n^3 + 88n^2 + 3n + 18) - 8\eta(2n^2 + 2n + 1) \right) \right] \\ & + C_F T_f \left[ -\frac{160}{9} S_1(n) + \frac{32}{3} S_2(n) + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} \frac{11n^2 + 5n - 3}{n^2(n+1)^2} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

et

$$\delta\gamma_{PS,qq}^{(1)}(n) = 16C_F T_f \frac{n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 5n + 1}{n^3(n+1)^3} \quad (15)$$

L'indice PS représente une quantité de type pur singulet. La dimension anormale polarisée  $\delta\gamma_{NS}^{(1)\eta}$  est égale à la dimension anormale non polarisée  $\gamma_{NS}^{(1)\eta}$ .

Les trois autres dimensions anormales sont données par :

$$\begin{aligned} \delta\gamma_{qg}^{(1)}(n) = & 8C_F T_f \left[ 2 \frac{n-1}{n(n+1)} (S_2(n) - S_1^2(n)) + 4 \frac{n-1}{n^2(n+1)} S_1(n) \right. \\ & \left. - \frac{5n^5 + 5n^4 - 10n^3 - n^2 + 3n - 2}{n^3(n+1)^3} \right] \\ & + 16C_A T_f \left[ \frac{n-1}{n(n+1)} (-S_2(n) - S'_2(n/2,-1) + S_1^2(n)) \right. \\ & \left. - \frac{4}{n(n+1)^2} S_1(n) - \frac{n^5 + n^4 - 4n^3 + 3n^2 - 7n - 2}{n^3(n+1)^3} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \delta\gamma_{gg}^{(1)}(n) = & 32C_F T_f \left[ -\frac{n+2}{3n(n+1)} S_1(n) + \frac{5n^2+12n+4}{9n(n+1)^2} \right] \\ & + 4C_F^2 \left[ 2\frac{n+2}{n(n+1)} (S_2(n) + S_1^2(n)) - 2\frac{3n^2+7n+2}{n(n+1)^2} S_1(n) \right. \\ & \left. + \frac{9n^5+30n^4+24n^3-7n^2-16n-4}{n^3(n+1)^3} \right] \\ & + 8C_A C_F \left[ \frac{n+2}{n(n+1)} (-S_2(n) + S'_2(n/2, -1) - S_1^2(n)) \right. \\ & \left. + \frac{11n^2+22n+12}{3n^2(n+1)} S_1(n) - \frac{76n^5+271n^4+254n^3+41n^2+72n+36}{9n^3(n+1)^3} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \delta\gamma_{gg}^{(1)}(n) = & 8C_F T_f \left[ \frac{n^6+3n^5+5n^4+n^3-8n^2+2n+4}{n^3(n+1)^3} \right] \\ & + 32C_A T_f \left[ -\frac{5}{9} S_1(n) + \frac{3n^4+6n^3+16n^2+13n-3}{9n^2(n+1)^2} \right] \\ & + 4C_A^2 \left[ -S'_3(n/2, -1) - 4S_1(n)S'_2(n/2, -1) + 8\tilde{S}(n, -1) + \frac{8}{n(n+1)} S'_2(n/2, -1) \right. \\ & \left. + 2\frac{67n^4+134n^3+67n^2+144n+72}{9n^2(n+1)^2} S_1(n) \right. \\ & \left. - \frac{48n^6+144n^5+469n^4+698n^3+7n^2+258n+144}{9n^3(n+1)^3} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

avec les définitions :

$$T_f = T_R \quad (19)$$

$$\begin{aligned} S'_k(n/2, \eta) = & 2^{k-1} \sum_{j=1}^n \frac{1+(-1)^j}{j^k} \\ = & \frac{1}{2}(1+\eta) S_k\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{1}{2}(1-\eta) S_k\left(\frac{n-1}{2}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}(n, \eta) = & \sum_{j=1}^n \frac{(-1)^j}{j^2} S_1(j) \\ = & -\frac{5}{8} \zeta(3) + \eta \left[ \frac{S_1(n)}{n^2} - \frac{\zeta(2)}{2} G(n) + \int_0^1 x^{n-1} \frac{Li_2(x)}{1+x} dx \right] \end{aligned} \quad (21)$$

où cette dernière formule a été corrigée par rapport à sa formulation originale [CLÜCK3] et

$$G(n) = \psi\left(\frac{n+1}{2}\right) - \psi\left(\frac{n}{2}\right) \quad (22)$$

où la fonction dilogarithme ou fonction de Spence  $Li_2$ , définie par :

$$Li_2(x) = -\int_0^x \frac{\ln(1-z)}{z} dz \quad (23)$$

est approximée par :

$$\int_0^1 x^{n-1} \frac{Li_2(x)}{1+x} dx \approx \frac{1.010}{n+1} - \frac{0.846}{n+2} + \frac{1.155}{n+3} - \frac{1.074}{n+4} + \frac{0.550}{n+5} \quad (24)$$

## 2 Evolution de la constante de couplage de QCD

La constante de couplage  $\alpha_s$  de QCD est paramétrisée à l'ordre sous-dominant en utilisant la relation suivante :

$$\frac{\alpha_s}{4\pi} = \frac{1}{\beta_0 \ln(Q^2 / \Lambda_{(f)}^2)} - \frac{\ln[\ln(Q^2 / \Lambda_{(f)}^2)]}{\ln(Q^2 / \Lambda_{(f)}^2)} \quad (25)$$

Les coefficients  $\beta_0$  et  $\beta_1$ , indépendants du schéma de renormalisation, sont définis par :

$$\beta_0 = 11 - 2f/3 \quad (26)$$

$$\beta_1 = 102 - 38f/3 \quad (27)$$

où  $f$  représente le nombre de saveurs actives à l'échelle considérée.

Le paramètre  $\Lambda_{(f)}$  est donné par la relation de récurrence :

$$\Lambda_{(f+1)} = m_h (\Lambda_{(f)} / m_h)^{(33-2f)/(31-2f)} \quad (28)$$

où  $m_h$  désigne la masse du quark lourd de saveur  $f = c, b, \dots$  définissant le seuil  $Q$  au-delà duquel le nombre de saveurs actives à prendre en compte doit être augmenté d'une unité, de  $f$  à  $f+1$ . Cette relation de récurrence se déduit de la continuité de  $\alpha_s(Q^2)$  au seuil  $Q=m_h$ . Dans  $\overline{MS}$ , choisissant  $\Lambda_{(4)}=200$  MeV [GLÜCK2], il s'en déduit  $\Lambda_{(3)}=248$  MeV et  $\Lambda_{(5)}=131$  MeV. Ces valeurs correspondent à la prédiction :

$$\alpha_s(M_Z^2) \approx 0.109 \quad (29)$$

cohérente avec la valeur utilisée pour l'évolution des distributions non polarisées de GRV. Alors, pour évoluer  $\alpha_s$  depuis  $Q_0^2$  jusqu'à une valeur  $Q^2$ , il suffira de déterminer le nombre de saveurs actives  $f$ , donné par :

- si  $Q^2 > m_b^2 = 20.25 \text{ GeV}^2$ , alors  $f = 5$  ; saveurs actives :  $u, d, s, c$  et  $b$
- si  $Q^2 > m_c^2 = 2.25 \text{ GeV}^2$ , alors  $f = 4$  ; saveurs actives :  $u, d, s$ , et  $c$
- sinon,  $f = 3$  ; saveurs actives :  $u, d$  et  $s$



### 3 Fixer les valeurs de $\Delta q_3$ et de $\Delta q_8$

Le moment de Mellin d'ordre  $n=1$  des combinaisons de type non singulet  $\delta q_3$  et  $\delta q_8$  est donné par :

$$\Delta q_3 = \int_0^1 \delta q_3(x, Q_0^2) dx \quad (30)$$

$$\Delta q_8 = \int_0^1 \delta q_8(x, Q_0^2) dx \quad (31)$$

Ces deux moments ne dépendent pas de  $Q^2$  : leur valeur est toujours la même à n'importe quelle échelle. Pour s'en convaincre, il suffit d'examiner l'équation d'évolution de ces combinaisons et de remarquer que les dimensions anomales  $\delta\gamma_{NS}^{(1)\eta=1}(n=1)$  et  $\delta\gamma_{qq}^{(0)}(n=1)$  sont nulles. Ces moments ont été évalués expérimentalement :

$$\Delta q_3 = F + D = \frac{g_A}{g_V} \quad (32)$$

$$\Delta q_8 = 3F - D \quad (33)$$

Cette dernière équation n'est rien d'autre que la règle de somme de Bjorken.

Il est possible de fixer la valeur de certains paramètres parmi les 14 de façon à ce que  $\Delta q_3$  et/ou  $\Delta q_8$  conservent ces valeurs expérimentales à n'importe quelle valeur de  $Q^2$ . Examinons successivement les trois possibilités envisageables :

- **Seul  $\Delta q_3$  est fixé**

Dans ce cas, calculons la valeur que doit prendre la constante de normalisation  $N_{u_v}$  de la distribution de valence  $\delta u_v$  pour que  $\Delta q_3$ , soit fixé à sa valeur expérimentale  $F+D$ . Il est possible de calculer le premier moment  $\Delta q_3$  de  $\delta q_3$  fixé à  $F+D$  et extraire  $N_{u_v}$  :

$$N_{u_v} = \frac{1}{\alpha_{u_v}(Q_0^2)} [\Delta q_3 + \int_0^1 \delta d_v(x, Q_0^2) dx + 4 \int_0^1 \delta \Delta(x, Q_0^2) dx] \quad (34)$$

où

$$\alpha_{u_v}(Q_0^2) = \int_0^1 x^{a_{u_v}} u_v(x, Q_0^2) dx \quad (35)$$

la paramétrisation de  $u_v$  étant donnée par GRV ou MRS.

Ainsi, en calculant  $N_{u_v}$  à l'aide de cette formule, la valeur de  $\Delta q_3$  sera fixée à  $F+D$ . Noter que fixer  $\Delta q_3$  à cette valeur équivaut à supposer que la règle de somme de Bjorken est satisfaite.

- **Seul  $\Delta q_8$  est fixé**

Dans ce deuxième cas, il est possible de fixer  $N_{u_v}$  ou la constante de normalisation  $N_{d_v}$  de la distribution de valence  $\delta d_v$  pour que  $\Delta q_8$ , soit fixé à sa valeur expérimentale  $3F-D$ .

Si nous choisissons de fixer  $N_{u_v}$ , d'après l'équation , il est possible de calculer le premier moment  $\Delta q_8$  de  $\delta q_8$  fixé à  $3F-D$  et d'extraire  $N_{u_v}$  :

$$N_{u_v} = \frac{1}{\alpha_{u_v}(Q_0^2)} [\Delta q_8 - \int_0^1 \delta d_v(x, Q_0^2) dx - 4 \int_0^1 \delta \bar{q}(x, Q_0^2) dx + 4 \int_0^1 \delta \bar{s}(x, Q_0^2) dx] \quad (36)$$

avec

$$\alpha_{u_v}(Q_0^2) = \int_0^1 x^{a_{u_v}} u_v(x, Q_0^2) dx \quad (37)$$

la paramétrisation de  $u_v$  étant donnée par GRV ou MRS.

Si au contraire nous choisissons de fixer  $N_{d_v}$ , d'après l'équation, il vient :

$$N_{d_v} = \frac{1}{\alpha_{d_v}(Q_0^2)} [\Delta q_8 - \int_0^1 \delta u_v(x, Q_0^2) dx - 4 \int_0^1 \delta \bar{q}(x, Q_0^2) dx + 4 \int_0^1 \delta \bar{s}(x, Q_0^2) dx] \quad (38)$$

avec

$$\alpha_{d_v}(Q_0^2) = \int_0^1 x^{a_{d_v}} d_v(x, Q_0^2) dx \quad (39)$$

la paramétrisation de  $d_v$  étant donnée par GRV ou MRS.

Ainsi, en calculant  $N_{u_v}$  ou  $N_{d_v}$  par la méthode indiquée, la valeur de  $\Delta q_8$  sera fixée à  $3F-D$ .

- **$\Delta q_3$  et  $\Delta q_8$  sont fixés tous les deux**

Si nous décidons de fixer simultanément les valeurs de  $\Delta q_3$  et de  $\Delta q_8$ , il faut résoudre le système à deux équations et deux inconnues  $N_{u_v}$  et  $N_{d_v}$ . Les solutions sont :

$$N_{u_v} = \frac{1}{2\alpha_{u_v}(Q_0^2)} [\Delta q_8 + \Delta q_3 + 4 \int_0^1 \delta \Delta(x, Q_0^2) dx - 4 \int_0^1 \delta \bar{q}(x, Q_0^2) dx + 4 \int_0^1 \delta \bar{s}(x, Q_0^2) dx] \quad (40)$$

$$N_{d_v} = \frac{1}{2\alpha_{d_v}(Q_0^2)} [\Delta q_8 - \Delta q_3 - 4 \int_0^1 \delta \Delta(x, Q_0^2) dx - 4 \int_0^1 \delta \bar{q}(x, Q_0^2) dx + 4 \int_0^1 \delta \bar{s}(x, Q_0^2) dx] \quad (41)$$

Noter que fixer  $\Delta q_3$  à sa valeur expérimentale équivaut à supposer que la règle de somme de Bjorken est satisfaite.

- **$\Delta q_3$  et  $\Delta q_8$  ne sont pas fixés**

Dans ce dernier cas, leur valeur sera estimée à partir des paramétrisations distributions de partons polarisées numériques calculées par MINUIT.

## 4 Changement de schéma de renormalisation

Nous nous intéressons ici au passage du schéma de renormalisation  $\overline{MS}$  au schéma  $AB$ . Le passage d'un schéma à l'autre se fait en corrigeant les coefficients de Wilson et les dimensions anomales à l'aide des éléments de la matrice  $Z$  donnée par [FURMANSKI] :

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{qq} & Z_{qg} \\ Z_{gq} & Z_{gg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2T_f/n \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (42)$$

Les coefficients de Wilson devront alors être remplacés par :

$$\delta C_q(n) \rightarrow \delta C_q(n) - Z_{qq}(n) \quad (43)$$

$$\delta C_g(n) \rightarrow \delta C_g(n) - Z_{gg}(n) \quad (44)$$

où "→" signifie "à remplacer par". Ainsi seul le coefficient  $\delta C_g$  doit être corrigé :

$$\delta C_g(n) \rightarrow \delta C_g(n) - 2 \frac{T_f}{n} \quad (45)$$

Les dimensions anomales doivent être remplacées par :

$$\delta \gamma_{NS}^{(1)\eta}(n) \rightarrow \delta \gamma_{NS}^{(1)\eta}(n) + 4\beta_0 Z_{qq}(n) \quad (46)$$

$$\delta \gamma_{ij}^{(1)} \rightarrow \delta \gamma_{ij}^{(1)} + 2[Z, \gamma^{(0)}]_{ij} + 4\beta_0 Z_{ij} \quad (47)$$

et plus précisément :

$$\delta \gamma_{qq}^{(1)} \rightarrow \delta \gamma_{qq}^{(1)} + 4 \frac{T_f}{n} \delta \gamma_{gq}^{(0)} \quad (48)$$

$$\delta \gamma_{qg}^{(1)} \rightarrow \delta \gamma_{qg}^{(1)} + 4 \frac{T_f}{n} (\delta \gamma_{gg}^{(0)} - \delta \gamma_{qq}^{(0)}) + 8\beta_0 \frac{T_f}{n} \quad (49)$$

$$\delta \gamma_{gg}^{(1)} \rightarrow \delta \gamma_{gg}^{(1)} - 4 \frac{T_f}{n} \delta \gamma_{gq}^{(0)} \quad (50)$$

## 5 Inclusion des saveurs lourdes

Certaines données expérimentales dépassent largement le seuil en charme et en beauté. Il faut en tenir compte dans notre code d'évolution. Notre code évolue  $\delta u_v$  et  $\delta d_v$  ainsi que les combinaisons de type non singulet :

$$\delta q_3 = \delta u_v - \delta d_v - 4\delta\Delta \quad (51)$$

$$\delta q_8 = (\delta u + \delta \bar{u}) - (\delta d + \delta \bar{d}) - 2(\delta s + \delta \bar{s}) = \delta u_v + \delta d_v + 4(N_s - 1)\delta\bar{q} \quad (52)$$

$$\delta q_\alpha = \delta u_v + \delta d_v + (4 + 2N_s - 6N_c)\delta\bar{q} \quad (53)$$

$$\delta q_\beta = \delta u_v + \delta d_v + (4 + 2N_s + 2N_c - 8N_b)\delta\bar{q} \quad (54)$$

et les combinaisons de type singulet :

$$\delta\Sigma = \delta u_v + \delta d_v + (4 + 2N_s + 2N_c + 2N_b)\delta\bar{q} \quad (55)$$

$$\delta g$$

d'où sont extraites les distributions :

$$\delta\bar{q} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3} \delta q_8 - \delta u_v - \delta d_v + \frac{1}{6} \delta q_\alpha + \frac{2}{5} \delta\Sigma + \frac{1}{10} \delta q_\beta \right) \quad (56)$$

$$\delta\Delta = \frac{1}{4} (\delta q_3 - \delta u_v - \delta d_v) \quad (57)$$

$$\delta s = \delta \bar{s} = \frac{1}{6} \left( -\delta q_8 + \frac{3}{5} \delta\Sigma + \frac{1}{4} \delta q_\alpha + \frac{3}{20} \delta q_\beta \right) \quad (58)$$

$$\delta c = \delta \bar{c} = \frac{1}{8} \left( \frac{4}{5} \delta\Sigma - \delta q_\alpha + \frac{1}{5} \delta q_\beta \right) \quad (59)$$

$$\delta b = \delta \bar{b} = \frac{1}{10} (\delta\Sigma - \delta q_\beta) \quad (60)$$

Alors, les fonctions de structure pour le proton, le neutron et le deutéron sont calculées en utilisant les relations :

$$g_1^p = \left( \frac{1}{12} \delta q_3 + \frac{1}{36} \delta q_8 + \frac{8}{45} \delta\Sigma - \frac{1}{12} \delta q_\alpha + \frac{1}{60} \delta q_\beta \right) \left( 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right) + \frac{1}{9} \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \delta g \quad (61)$$

$$g_1^n = \left( -\frac{1}{12} \delta q_3 + \frac{1}{36} \delta q_8 + \frac{8}{45} \delta\Sigma - \frac{1}{12} \delta q_\alpha + \frac{1}{60} \delta q_\beta \right) \left( 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right) + \frac{1}{9} \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \delta g \quad (62)$$

$$g_1^d = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{18} \delta q_8 + \frac{16}{45} \delta\Sigma - \frac{1}{6} \delta q_\alpha + \frac{1}{30} \delta q_\beta \right) \left( 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_q^{(1)} \right) + \frac{2}{9} \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta C_g^{(1)} \delta g \right] \left[ 1 - \frac{3}{2} \omega_D \right] \quad (63)$$

# REFERENCES

L'adresse électronique des auteurs des références difficilement accessibles est donnée à titre indicatif.

- [ABE1] K. Abe et al., "Measurements of the  $Q^2$  dependence of the proton and deuteron spin structure functions  $g_1^p$  and  $g_1^{d^+}$ ", **Phys. Lett. B364, p. 61 (1995)**
- [ABE2] K. Abe et al., "Precision measurement of the proton structure function  $g_1^{p^+}$ ", **Phys. Rev. Lett. 74, p. 346 (1995)**
- [ABE3] K. Abe et al., "Precision measurement of the deuteron spin structure function  $g_1^{d^+}$ ", **Phys. Rev. Lett. 75, p. 25 (1995)**
- [ABE4] K. Abe et al., "Measurements of the proton and deuteron spin structure function  $g_1$  and  $g_2$ ", **hep-ph/9802357**
- [ABE5] K. Abe et al., "Measurement of the neutron spin structure function  $g_2^n$  and asymmetry  $A_2^n$ ", **Phys. Lett. B404, p. 377 (1997)**
- [ABE6] K. Abe et al., "Next-to-leading order QCD analysis of polarized deep inelastic scattering data", **Phys. Lett. B404, p. 180 (1997)**
- [ABE7] K. Abe et al., "Precision determination of the neutron spin structure function  $g_1^n$ ", **Phys. Rev. Lett. 79, p. 26 (1997)**
- [ABE8] K. Abe et al., "Measurements of the proton and deuteron spin structure function  $g_1$  in the resonance region", **Phys. Rev. Lett. 78, p. 815 (1997)**
- [ABE9] K. Abe et al., "Measurements of the proton and deuteron spin structure function  $g_2$  and asymmetry  $A_2$ ", **Phys. Rev. Lett. 76, p. 587 (1996)**
- [ABRAGAM] A. Abragam, "Principles of nuclear magnetism", **Oxford University Press, Oxford (1961)**
- [ACKERSTAFF] K. Ackerstaff et al., "Measurement of the neutron spin structure function  $g_1^n$  with a polarized internal  $^3\text{He}$  target", **Phys. Lett. B404, p. 383 (1997)**
- [ADAMS1] D. Adams et al., "The spin dependent structure function  $g_1$  of the deuteron from polarized deep inelastic muon scattering", **Phys. Lett. B396, p. 338 (1997)**
- [ADAMS2] D. Adams et al., "Spin structure of the proton from polarized inclusive deep inelastic muon-proton scattering", **Phys. Rev. D56, p. 5330 (1997)**
- [ADAMS3] D. Adams et al., "Spin asymmetry in muon-proton deep inelastic scattering on a transversely polarized target", **Phys. Lett. B336, p. 125 (1994)**
- [ADAMS4] D. Adams et al., "Measurement of the spin dependent structure function  $g_1(x)$  of the proton", **Phys. Lett. B329, p. 399 (1994)**
- [ADEVA1] B. Adeva et al., "The spin dependent structure function  $g_1$  of the proton from polarized deep inelastic muon scattering", **Phys. Lett. B412, p. 414 (1997)**
- [ADEVA2] B. Adeva et al., "Combined analysis of world data on nucleon spin structure

functions”, **Phys. Lett. B320, p. 400 (1993)**

- [ADEVA3] B. Adeva et al., “Polarization of valence and non strange sea quarks in the nucleon from semi-inclusive spin asymmetries”, **Phys. Lett. B369, p. 93 (1996)**
- [ADEVA4] B. Adeva et al., “Measurement of the spin dependent structure function  $g_1$  of the deuteron”, **Phys. Lett. B302, p. 533 (1993)**
- [AID] S. Aid et al., H1 Collaboration, “A measurement and QCD analysis of the proton structure function  $F_2$  at HERA”, **Nucl. Phys. B470, p. 3 (1996)**
- [AKUSHEVICH1] I. Akushevich and N. Shumeiko, “Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized light nuclei”, **Journal of Physics, G20, p. 513 (1994)**
- [AKUSHEVICH2] I. Akushevich et al., “POLRAD 2.0 FORTRAN code for the radiative corrections calculation to deep inelastic scattering of polarized particles”, **hep-ph/9706516 (26 Jun 1997)**
- [ALGUARD1] M. Alguard et al., “Elastic scattering of polarized electrons by polarized protons”, **Phys. Rev. Lett., Vol. 37, No. 19, p. 1258 (1976)**
- [ALGUARD2] M. Alguard et al., “Deep inelastic scattering of polarized electrons by polarized protons”, **Phys. Rev. Lett., Vol. 37, No. 19, p. 1261 (1976)**
- [ALGUARD3] M. Alguard et al., “Deep inelastic e-p asymmetry measurements and comparison with the Bjorken sum rule and models of proton spin structure”, **Phys. Rev. Lett., Vol. 41, No. 2, p. 70 (1976)**
- [ALLEY] R. Alley et al., “The Stanford linear accelerator polarized electron source”, **SLAC-PUB-6489 (1995)** ou **NIM A 365, p. 1 (1995)**
- [ALTARELLI1] G. Altarelli and B. Lampe, “The light-cone expansion and the parton model in polarized muon scattering”, **Zeit. Phys. C47, No. 2, p. 315 (1990)**
- [ALTARELLI2] G. Altarelli and G. Parisi, “Asymptotic freedom in parton language”, **Nucl. Phys. B126, p. 298 (1977)**
- [ALTARELLI3] G. Altarelli, “Partons in Quantum Chromodynamics”, **Phys. Rep. 81, No. 1, p. 1 (1982)**
- [ALTARELLI4] G. Altarelli and G. Ross, “The anomalous gluon contribution to polarized lepton production”, **Phys. Lett. B212, No. 3, p. 391 (1982)**
- [AMES] D. Ames, “Magnetic resonance”, **Handbook of Physics, Condon and Odishaw, McGraw-Hill Book Company, Second Edition, p. 8-112 et 8-114 (1967)**
- [ANSELMINO1] M. Anselmino et al., “Polarized deep inelastic scattering at high energies and parity violating structure functions”, **Z. Phys. C64, p. 267 (1994)**
- [ANSELMINO2] M. Anselmino et al., “The theory and phenomenology of polarized deep inelastic scattering”, **Phys. Rep. 261, p. 1, (1995), Erratum in Phys. Rep. 281, 399 (1997)**
- [ANSELMINO3] M. Anselmino et al., “On the Physics potential of polarized nucleon-nucleon

collisions at HERA", **hep-ph/9608393**

- [ANTHONY1] P. Anthony and Z. Szalata, "Flexible high performance VME based data acquisition system for the ESA Physics program", **SLAC-PUB-7201 (June 1996)**
- [ANTHONY2] P. Anthony et al., "Deep inelastic scattering of polarized electrons by polarized  $^3\text{He}$  and the study of the neutron spin structure", **Phys. Rev. D54, p. 6620 (1996)**
- [ANTHONY3] P. Anthony et al., "Determination of the neutron spin structure function", **Phys. Rev. Lett. 71, p. 959 (1993)**
- [ARNEODO1] M. Arneodo et al., "Measurement of the proton and the deuteron structure functions  $F_2^p$  and  $F_2^d$ ", **Phys. Lett. B364, p. 107 (1995)**
- [ARNEODO2] M. Arneodo et al., "Measurements of the u valence quark distribution function in the proton and u quark fragmentation functions", **Nucl. Phys. B321, p. 541 (1989)**
- [ARNOLD1] R. Arnold et al., "Spectrometer/detector design for the SLAC 50 GeV spin structure function program", **SLAC/ESA-4/93 (1993)**
- [ARNOLD2] R. Arnold et al., "Parity violation in deep inelastic electron scattering", **SLAC-PROPOSAL E149bis (May 4, 1993)**
- [ARNOLD3] R. Arnold et al. "A proposal for extension of E155 to measure the transverse spin structure functions of the proton and deuteron", **E155X-SLAC-Proposal, non publié**
- [ARRINGTON] J. Arrington et al., "A variable energy Moeller polarimeter at the MIT-Bates linear accelerator center", **NIM A311, p. 39, (1992)**
- [ASHMAN1] J. Ashman et al., "A measurement of the spin asymmetry and determination of the structure function  $g_1$  in deep inelastic muon-proton scattering", **Phys. Lett. B206, No. 2, p. 364 (1988)**
- [ASHMAN2] J. Ashman et al., "An investigation of the spin structure of the proton in deep inelastic scattering of polarized muons on polarized protons", **Nucl. Phys. B328, p. 1 (1989)**
- [AUBERT] J. Aubert et al., "The ratio of the nucleon structure function  $F_2^N$  for iron and deuterium", **Phys. Lett. B123, No. 3,4, p. 275 (1983)**
- [AZOULAY] E. Azoulay et J. Avignant, "Mathématiques DEUG A", **Mc Graw-Hill (1990)**
- [BAILIN] D. Bailin, "Introduction to gauge field theory", **Institute of Physics Publishing, Graduate Student Series in Physics (1993)**
- [BALL] R. Ball et al., "Nest-to-leading order determination of the singlet axial charge and the polarized gluon content of the nucleon", **Phys. Lett. B378, p. 255 (1996)**
- [BAND1] H. Band et al., "E-154 Moeller polarimeter", **E154 Technical Note 40, (August 28, 1996)**
- [BAND2] H. Band and R. Prepost, "E-143 Moeller polarimeter target",

**E143 Technical Note 110, (June 11, 1996)**

- [BAND3] H. Band et al., "A Moeller polarimeter for high energy electron beams", **SLAC-PUB-7370 (1997)**
- [BARDEEN] W. Bardeen et al., "Deep inelastic scattering beyond the leading order in asymptotically free gauge theories", **Phys. Rev. D18, No. 11, p. 3998 (1978)**
- [BARLOW] R. Barlow, "A guide to the use of statistical methods in the physical sciences", **Manchester Physics Series (1989)**
- [BARTHA] G. Bartha et al., "Design and performance of the ASP lead-glass calorimeter", **NIM A275, p. 59 (1989)**
- [BAUER] J. Bauer, "Measurement of the longitudinal deuteron spin structure function in deep inelastic scattering", **SLAC-Report-0492 (1996)**
- [BAUM] G. Baum, "New measurement of deep-inelastic e-p asymmetries", **Phys. Rev. Lett., Vol. 51, No. 13, p. 1135 (1983)**
- [BECK] D. Beck, "Flavor structure of the nucleon from future parity-violating electron scattering experiments", **Nucl. Phys. A532, p. 507c (1991)**
- [BENVENUTI] A. Benvenuti et al., "Test of QCD and a measurement of  $\Lambda$  from scaling violations in the proton structure function  $F_2(x, Q^2)$  at high  $Q^2$ ", **Phys. Lett. B223, No. 3,4, p. 490 (1989)**
- [BETHKE] S. Bethke, **Communication privée, Euroconférence QCD97, Montpellier, France (1997), E-mail : siegfried.bethke@cern.ch**
- [BEVINGTON] P. Bevington, "Data reduction and error analysis for the physical sciences", **McGraw-Hill Book Company, p.40 (1969)**
- [BJORKEN1] J. Bjorken, "Applications of the chiral  $U(6) \otimes U(6)$  algebra of current densities", **Phys. Rev. 148, No. 4, p. 1467 (1966)**
- [BJORKEN2] J. Bjorken, "Inelastic scattering of polarized leptons from polarized nucleons", **Phys. Rev. D, Vol. 1, No. 5, p. 1376 (1970)**
- [BLOCH] F. Bloch and A. Siegert, "Magnetic resonance for nonrotating fields", **Phys. Rev. 57, 522 (1940)**
- [BONIN] K. Bonin et al., "Relaxation of gaseous spin-polarized  $^3\text{He}$  targets due to ionizing radiation", **Phys. Rev. A 37, p. 3270 (1988)**
- [BOOKLET] Particle Physics Booklet, **p 176 (July 1994)**
- [BOREL1] H. Borel, Communication privée, *E-mail* : **borel@phnx7.saclay.cea.fr**
- [BOREL2] H. Borel et al., "Shower counters for SLAC experiments E142/E143", **IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. 42, No. 4, p. 529 (1995)**
- [BOSTED] P. Bosted, "Electroweak correction to E154", **E154 Technical Note 29, (January 8, 1996), E-mail : bosted@slac.stanford.edu**
- [BOURQUIN] M. Bourquin et al., "Measurements of hyperon semileptonic decays at the CERN Super Proton Synchrotron", **Zeit. Phys. C21, No. 1, p. 27 (1983)**



- [BRETON] V. Breton et al., "Application of neural networks and cellular automata to calorimetric problems", **NIM A362, p. 478 (1995)**
- [BRODSKY1] S. Brodsky et al., "New QCD production mechanisms for hard processes at large  $x$ ", **Nucl. Phys. B369, p. 519 (1992)**
- [BRODSKY2] S. Brodsky et al., "Perturbative QCD constraints on the shape of polarized quark and gluon distributions", **Nucl. Phys. B441, p. 197 (1994)**
- [BRUN] R. Brun et al., "Physics analysis workstation PAW, an introductory tutorial", **CERN Program Library entry Q121 (1995)**
- [BUDNEV] V. Budnev, "The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation", **Phys. Rep. (Section C of Physics Letters) 14, No. 4, p. 181 (1975)**
- [BUENERD] M. Buenerd, "Study of the background in the E154 data", **E154 Technical Note 32, (April 22, 1996)**
- [BURKHARDT] H. Burkhardt and W. Cottingham, "Sum rules for forward virtual Compton scattering", **Ann. Phys. 56, p. 453 (1970)**
- [CARLITZ1] R. Carlitz and J. Kaur, "Chiral substructure of the nucleon", **Phys. Rev. Lett., Vol. 38, No. 13, p. 673 (1977)** ;  
Erratum : **Phys. Rev. Lett., Vol. 38, No. 19, p. 1102 (1977)**
- [CARLITZ2] R. Carlitz et al., "The role of the axial anomaly in measuring spin-dependent parton distributions", **Phys. Lett. B214, No. 2, p. 229 (1988)**
- [CATES] G. Cates et al., "Relaxation of spins due to field inhomogeneities in gaseous samples at low magnetic fields and low pressures", **Phys. Rev. A 37, p. 2877 (1988)**
- [CHANFRAY] G. Chanfray et G. Smadja, "Les particules et leurs symétries", **Masson (1997)**
- [CHENG] H. Cheng, "Status of the proton spin problem", **Lecture presented at the Xth School on Particles and Fields, National Cheng-Kung University, Taiwan, ROC (1996)**
- [CHURCHWELL] S. Churchwell, **E154 collaboration meeting, p. 14 (May 17<sup>th</sup>, 1996)**
- [CIOFI] C. Ciofi et al., "Nuclear effects in deep inelastic scattering of polarized electrons off polarized  $^3\text{He}$  and the neutron spin structure functions", **Phys. Rev. C, Vol. 48, Number 3 (1993)**
- [CLOSE1] F. Close and R. Roberts, "Consistent analysis of the spin content of the nucleon", **Phys. Lett. B316, 165 (1993)**
- [CLOSE2] F. Close, "Nucleon spin : summary", **Talk given at the conference on the spin structure of the nucleon at Erice, hep-ph/9509251, (1995)**
- [CLOSE3] F. Close and R. Roberts, "The spin dependence of diffractive processes and implications for the small  $x$  behaviour of  $g_1$  and the spin content of the nucleon", **Phys. Lett. B336, 257 (1994)**
- [COHEN] C. Cohen Tannoudji et al., "Mécanique quantique", **Tomes 1 et 2, Hermann (1992)**

- [COOPER] P. Cooper, "Polarized electron-electron scattering at high energy", **Ph-D thesis, Yale University (1975)**
- [CORTES] J. Cortes et al., "Measuring the transverse polarization of quarks in the proton", **Z. Phys. C 55, p. 409 (1992)**
- [COULTER] K. Coulter et al., "Neutron polarization with polarized  $^3\text{He}$ ", **Nucl. Instr. Meth. A270, p. 90 (1988)**
- [DENBY] B. Denby, "Neural networks and cellular automata in experimental high energy Physics", **Laboratoire de l'accélérateur linéaire d'Orsay, LAL-87-56 (1987)**
- [DESPLANQUES] B. Desplanques, "Deuteron D-state probability and energy dependent NN interactions", **Phys. Lett. B203, 200 (1988)**
- [D'HOSE] N. d'Hose, "Physics from MAMI and ELSA to ELFE", "On confinement Physics", **Elfe first summer school, Cambridge, July 22-28, 1995, Ed. Frontières (1996)**
- [DONNACHIE] A. Donnachie and P. Landshoff, "Total cross sections", **Phys. Lett. B296, p. 227 (1992)**
- [DROUHIN] H. Drouhin, "L'arséniure de Gallium, source d'électrons monochromatiques et polarisés", **Images de la Physique, p. 86 (1985)**
- [EDWARDS1] D. Edwards, "An introduction to the Physics of high energy accelerators", **Wiley Interscience, p. 271 (1993)**
- [EDWARDS2] D. Edwards, "An introduction to the Physics of high energy accelerators", **Wiley Interscience, p. 85 (1993)**
- [EHRNSPERGER] B. Ehrnsperger, "OPE analysis for polarized deep inelastic scattering", **Phys. Lett. B323, p. 439 (1994)**
- [ELLIS1] J. Ellis and M. Karliner, "Analysis of data on polarized lepton-nucleon scattering", **Phys. Lett B313, 131 (1993)**
- [ELLIS2] J. Ellis and R. Jaffe, "Sum rule for deep-inelastic electroproduction from polarized protons", **Phys. Rev. D9, 1444 (1974) ; Phys. Rev. D10, 1669 (1974)**
- [ELLIS3] J. Ellis and M. Karliner, "Determination of  $\alpha_s$  and the nucleon spin decomposition using recent polarized structure function data", **Phys. Lett. B341, p. 397 (1995)**
- [ELLIS4] J. Ellis and M. Karliner, "The strange spin of the nucleon", **CERN-TH-95-334 (1995)**
- [ERICKSON1] R. Erickson, **E154 collaboration meeting, p. 121 (April 10<sup>th</sup>, 1995)**
- [ERICKSON2] R. Erickson, "SLAC A-Line upgrade to 50 GeV", **SLAC-PUB-5891 (1992)**
- [ERICKSON3] R. Erickson, **E154 collaboration meeting, p. 26 (March 8<sup>th</sup>, 1996)**
- [ERICKSON4] R. Erickson et al., "First operation of the upgraded SLAC A-Line", **SLAC-PUB-7177 (1996)**
- [ERICKSON5] R. Erickson, **Communication privée,**

*E-mail* : roger@slac.stanford.edu

- [FARKAS] Z. Farkas et al., "SLED : a method of doubling SLAC's energy",  
Published in **9<sup>th</sup> Int. Conf. of H.E. Accelerators**, p. 576 (1974)
- [FEYNMAN] R. Feynman, "Photon-Hadron interactions", **Advanced Book Classics, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1989)**
- [FILIPPONE] B. Filippone et al., "Measurement of the neutron ( $^3\text{He}$ ) spin structure at low  $Q^2$  : a connection between the Bjorken and the Drell-Hearn-Gerasimov sum rules", **TJNAF E94-010 proposal**
- [FONVIEILLE] H. Fonvieille, "La nature de la sonde électromagnétique", **Compte-rendu de l'école Joliot – Curie de Physique Nucléaire 1992, IN2P3 (1992)**
- [FORTE1] S. Forte, "Polarized structure functions : theory and phenomenology", **CERN-TH-7453-94**
- [FORTE2] S. Forte, "Scale dependence and small  $x$  behaviour of polarized parton distributions", **Nucl. Phys. B444, p. 287 (1995)**.  
Erratum in **Nucl. Phys. B449, p. 680 (1995)**.
- [FOX] D.J. Fox et al., "Test of scale invariance in high-energy muon scattering", **Phys. Rev. Lett. 33, p. 1504 (1974)**
- [FRIAR] J. Friar et al., "Neutron polarization in polarized  $^3\text{He}$  targets", **Phys. Rev. C, Vol. 42, Number 6, p. 2310 (1990)**
- [FURMANSKI] W. Furmanski and R. Petronzio, "Lepton-hadron processes beyond leading order in quantum chromodynamics", **Z. Phys. C11, p. 293 (1982)**
- [GAMBLIN] R. Gamblin and T. Carver, "Polarization and relaxation processes in  $\text{He}^3$  gas", **Phys. Rev. 138, A946 (1965)**
- [GARWIN] E. Garwin, "Method for elimination of quartz-face phototubes in Cherenkov counters by use of wavelength-shifter", **NIM 107, p. 365 (1973)**
- [GLÜCK1] M. Glück et al., "Radiatively generated parton distributions for high energy collisions", **Z. Phys. C48, 471 (1990)**
- [GLÜCK2] M. Glück et al., "Dynamical parton distributions of the proton small- $x$  physics", **Z. Phys. C67, 433 (1995)**
- [GLÜCK3] M. Glück et al., "Next-to-Leading Order radiative parton model analysis of polarized deep inelastic lepton nucleon scattering", **Phys. Rev. D53, p. 4775 (1996)**
- [GLÜCK4] M. Glück et al., "Parton structure of the proton beyond the leading order", **Phys. Rev. D45, No. 11, p. 3986 (1992)**
- [GLÜCK5] M. Glück et al., "Radiative parton model analysis of polarized deep inelastic lepton nucleon scattering", **Phys. Lett. B359, p. 201 (1995)**
- [GRANNIS] P. Grannis et al., "Low cost lead glass Cherenkov detectors", **NIM A188, p. 239 (1981)**
- [GREINER1] W. Greiner and A. Schäfer, "Quantum Chromodynamics",

**Springer (1995)**

- [GREINER2] W. Greiner and J. Reinhardt, "Quantum Electrodynamics",  
**Springer (1995)**
- [GRENIER] P. Grenier, "Etude des fonctions de structure en spin du nucléon",  
**Thèse de doctorat, DAPNIA/SPhN 95-03 (1995)**
- [GRIFFITHS1] D. Griffiths, "Introduction to elementary particles",  
**John Wiley and sons (1987)**
- [GRIFFITHS2] D. Griffiths, "Introduction to Electrodynamics",  
**2<sup>nd</sup> edition, Prentice Hall (1989)**
- [GRIVET] P. Grivet, "La résonance paramagnétique nucléaire, moments dipôlares et quadripôlares", **CNRS, p. 14 et 31 (1955)**
- [GUICHENEY1] C. Guicheney, "Développement de la technique des réseaux neuromimétiques en physique des particules",  
**Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal (1992)**
- [GUICHENEY2] C. Guicheney, "sélection non linéaire de variables discriminantes au moyen de réseaux neuromimétiques", **PCCFRI9401, LPC Clermont (1994)**
- [GUICHON] P. Guichon, "Virtual Compton scattering in the Bjorken regime",  
Présentation donnée au 5<sup>th</sup> international workshop on deep inelastic scattering and QCD (DSI97), Chicago, Il. (1997),  
**DAPNIA-SPhN-97-31 (1997)**
- [HANDBOOK] Handbook of Chemistry and Physics,  
**56<sup>th</sup> edition, CRC Press, p. F-233, (1975-1976)**
- [HALZEN] F. Halzen and A. Martin, "Quarks and leptons",  
**John Wiley and sons (1984)**
- [HOOFT] G. t'Hooft, "Dimensional regularization and the renormalization group",  
**Nucl. Phys. B61, p. 455 (1973)**
- [INCERTI1] S. Incerti, "The clustering algorithm",  
**E154 Technical Note 30, (February 5, 1996)**
- [INCERTI2] S. Incerti and Y. Terrien, "How to do energy sharing in case of pile-up in a shower counter block ?", **E154 Technical Note 22, (November 20, 1995)**
- [INCERTI3] S. Incerti, "Neural network cut electron inefficiency and electron purity",  
**E154 Technical Note 31, (March 29, 1996)**
- [INCERTI4] S. Incerti and F. Sabatié, "E155 updates of the E154 clustering algorithm",  
**E155 Technical Note, (April 25, 1997)**
- [INCERTI5] S. Incerti, "Shower counter status report",  
**E154 Technical Note 21, (November 20, 1995)**
- [INCERTI6] S. Incerti and V. Breton, "A method to estimate the pion contamination",  
**E154 Technical Note 36, (June 24, 1996)**
- [JI1] X. Ji et al., "Spin structure of the nucleon in the asymptotic limit",  
**Phys. Rev. Lett., Vol. 76, No. 5, p. 740 (1996)**

- [JI2] X. Ji, "Gauge-invariant decomposition of nucleon spin and its spin-off", **Phys. Rev. Lett.** **78**, p. 610 (1997)
- [JACKSON1] J. Jackson, "Classical Electrodynamics", 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, p. 559 (1975)
- [JACKSON2] J. Jackson, "Classical Electrodynamics", 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, p. 188 (1975)
- [JACKSON3] J. Jackson, "Classical Electrodynamics", 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, p. 190 (1975)
- [JACKSON4] J. Jackson, "Classical Electrodynamics", 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, p. 274 (1975)
- [JACKSON5] J. Jackson, "Classical Electrodynamics", 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, p. 195 (1975)
- [KATAEV] A. Kataev, "Ellis-Jaffe sum rule : the estimates of the next-to-next-to-leading-order QCD corrections", **Phys. Rev. D Vol. 50, No. 9**, p. 50 (1994), **Communication privée, E-mail : [kataev@ms2.inr.ac.ru](mailto:kataev@ms2.inr.ac.ru)**
- [KAUR] J. Kaur, "Spin distributions in the quark parton model", **Nucl. Phys. B128**, p. 219 (1977)
- [KAWALL] D. Kallow, "A determination of the neutron spin structure function", **Ph-D thesis, Stanford University (1995)**
- [KITTEL] C. Kittel, "Physique de l'état solide", **Dunod Université, 5<sup>ème</sup> édition, p. 440 (1969)**
- [KOLOMENSKY1] Y. Kolomensky, "Precision measurement of the neutron spin dependent structure functions", **Ph-D thesis, University of Massachusetts, Amherst (1997)**
- [KOLOMENSKY2] Y. Kolomensky et al., "Charge and beam position asymmetry", **E154 Technical Note 55 (February 6, 1997)**
- [KOLOMENSKY3] Y. Kolomensky, "E154 tracking code", **E154 Technical Note 53 (December 13, 1996)**
- [LARIN1] S. Larin, "The  $\alpha_s^3$  approximation of Quantum Chromodynamics to the Ellis-Jaffe sum rule", **Phys. Lett. B404**, p. 153 (1997)
- [LARIN2] S. Larin, **Communication privée, E-mail : [larin@ms2.inr.ac.ru](mailto:larin@ms2.inr.ac.ru)**
- [LARSEN] R. Larsen and D. Horelick, "A precision toroidal charge monitor for SLAC", **SLAC-PUB-398 (1968)**
- [LEADER] E. Leader and E. Predazzi, "An introduction to gauge theories and the New Physics", **Cambridge University Press (1982)**
- [LEVCHUK] L. Levchuk, "The intra-atomic motion of bound electrons as a possible source of the systematic error in electron beam polarization measurements by means of a Moeller polarimeter", **Nucl. Instrum. Meth. A345**, p. 496 (1994)
- [LEVY1] E. Levy, "Dictionnaire de Physique", **Presses Universitaires de France, p. 466 (1988)**
- [LEVY2] E. Levy, "Dictionnaire de Physique", **Presses Universitaires de France, p. 485 (1988)**
- [LICHTENSTADT] J. Lichtenstadt and H. Lipkin, "Spin content of nucleons with SU(3)

breaking", **Phys. Lett. B353, p. 119 (1995)**

- [LYONS] L. Lyons, "Statistics for nuclear and particle physicists", **Cambridge University Press (1986)**
- [MALLOT] G. Mallot, for the COMPASS collaboration, "Spin Physics with COMPASS", **Présentation donnée au 12<sup>th</sup> international symposium on High-energy spin Physics (SPIN 96), Amsterdam (1996), hep-ex/9611016**
- [MANOHAR] A. Manohar, "An introduction to spin dependent deep inelastic scattering", Lectures presented at the Lake Louise Winter Institute, February 1992, **UCSD/PTH 92-10 (1992)**
- [MARTIN] A. Martin et al., "Parton distributions : a study of the new HERA data,  $\alpha_s$ , the gluon and p-pbar jet production", **Phys. Lett. B387, 419 (1996)**
- [MERTIG] R. Mertig and W. Van Neerven, "The calculation of the two-loop spin splitting functions  $P_{ij}^{(1)}(x)$ ", **Z. Phys. C70, p. 637 (1995)**
- [MIDDLETON] H. Middleton, "The spin structure of the neutron determined using a polarized  $^3\text{He}$  target", **Ph. D thesis, Princeton University (1996)**
- [MINUIT] "Function minimization and error analysis", **CERN Program Library entry D506 (1994)**
- [MO] L. Mo and Y. Tsai, "Radiative corrections to elastic and inelastic ep and  $\mu p$  scattering", **Rev. Mod. Phys., Vol. 41, No. 1, p. 205 (1969)**
- [MOELLER] C. Moeller, "Zur Theorie des Durchgangs schneller Elektronen durch Materie", **Ann. Phys. 14, p. 532 (1932)**
- [MUELLER] A. Müller, **University of Columbia, New-York, Etats-Unis, Communication privée, Ecole d'été de physique nucléaire, Les Houches, France (Août 1996)**
- [MULHOLLAN] G. Mulhollan, **Communication privée, E-mail : [mulholla@slac.stanford.edu](mailto:mulholla@slac.stanford.edu)**
- [MUTA] T. Muta, "Foundations of Quantum Chromodynamics", **World Scientific (1987)**
- [NEWBURY] N. Newbury et al. "Gaseous  $^3\text{He}$ - $^3\text{He}$  magnetic dipolar spin relaxation", **Phys. Rev. A48, p. 4411 (1993)**
- [OLSEN] O. Olsen et al., "Photon circular polarization as neutral current effect in bremsstrahlung and pair production", **Phys. Rev. D22, p. 2132 (1980)**
- [OMFTS] "Operating Manual for the Flash : Ti System", **SLAC restricted, courtesy of R. Alley (1997), E-mail : [razar@slac.stanford.edu](mailto:razar@slac.stanford.edu)**
- [OPPENHEIM] R. Oppenheim, "Polarized deep inelastic electron proton scattering", **Ph-D thesis, Yale University (1982)**
- [PANOFSKY] W. Panofsky, ancien directeur du SLAC, "Low  $Q^2$  Electrodynamics, elastic and inelastic electron (and muon) scattering", **Conférence de Vienne (1968)**

- [PESKIN] M. Peskin and D. Schroeder, "An introduction to quantum field theory", **Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1996)**
- [PESLOM] "PES Laser Operating Manual", **SLAC restricted**, courtesy of M. Woods (1997), *E-mail* : [mwoods@slac.stanford.edu](mailto:mwoods@slac.stanford.edu)
- [PETRATOS] G. Petratos, "A spectrometer design for the SLAC 50 GeV nucleon spin Physics program", **SLAC/ESA-2/93 (1993)**
- [PICARD] J. Picard, "Introduction au calcul des graphes de Feynman", **Note CEA-N-2329 (Rév. 1) (1986)**
- [PIERCE] D. Pierce and F. Meier, "Photoemission of spin-polarized electrons from GaAs", **Phys. Rev. B Vol. 13, No. 12, p. 5484 (1976)**
- [PITTHAN] R. Pitthan and D. Waltz, "Bend magnets for the 50 GeV transfer line upgrade to end station A : selection criteria", **E154 note (January 20<sup>th</sup>, 1994)**
- [PLUVINAGE] P. Pluvinage, "Elements de mécanique quantique", **Masson et Cie, p. 271 et p. 371 (1955)**
- [PRESCOTT] C. Prescott et al., "Further measurements of parity non-conservation in inelastic electron scattering", **Phys. Lett. 84B, No. 4., p. 524 (1979)**
- [PREPOST] R. Prepost, "Polarized electron sources", **Twenty First SLAC Summer Institute, p. 57 (July 26 - August 6, 1993)**
- [RADYUSHKIN] A. Radyushkin, "Scaling limit of deeply virtual Compton scattering", **Phys. Lett. B380, p. 417 (1996)**
- [REYNA1] D. Reyna, "E154 radiative corrections", **E154 Technical Note 52, (January 1<sup>st</sup>, 1997)**
- [REYNA2] D. Reyna, **Communication privée, E-mail** : [reyna@slac.stanford.edu](mailto:reyna@slac.stanford.edu)
- [ROBERTS] R. Roberts, "The structure of the proton", **Cambridge University Press (1990)**
- [ROBLIN] Y. Roblin, "Expérience E142 au SLAC : mesure de la fonction de structure en spin  $g_1^n(x)$  du nucléon", **Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal (1995)**
- [ROCK1] S. Rock, Code FORTRAN d'ajustement de l'effet EMC, FITEMC, *E-mail* : [ser@slac.stanford.edu](mailto:ser@slac.stanford.edu)
- [ROCK2] S. Rock, **Communication privée, E-mail** : [ser@slac.stanford.edu](mailto:ser@slac.stanford.edu)
- [ROMALIS1] M. Romalis, "Laser polarized  $^3\text{He}$  target used for a precision measurement of the neutron spin structure", **Ph-D thesis, Princeton University (1997)**
- [ROMALIS2] M. Romalis et al., "Pressure broadening of the Rb  $D_1$  and  $D_2$  lines by  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $\text{N}_2$  and  $\text{Xe}$  : line cores and near wings", submitted to **Phys. Rev. A**
- [RPP1] Review of particle properties, **Phys. Rev. D, Particles and Fields, Part I, p. 88 (July 1<sup>st</sup>, 1996)**

- [RPP2] Review of particle properties,  
**Phys. Rev. D, Particles and Fields, Part I, p. 77 (July 1<sup>st</sup>, 1996)**
- [RPP3] Review of particle properties,  
**Phys. Rev. D, Particles and Fields, Part I, p. 78 (July 1<sup>st</sup>, 1996)**
- [RPP4] Review of particle properties,  
**Phys. Rev. D, Particles and Fields, Part I, p. 308 (July 1<sup>st</sup>, 1996)**
- [RPP5] Review of particle properties,  
**Phys. Rev. D, Particles and Fields, Part I, p. 134 (July 1<sup>st</sup>, 1996)**
- [SABATIE1] F. Sabatié, **Communication privée**, *E-mail* : [fsabatie@cea.fr](mailto:fsabatie@cea.fr)
- [SABATIE2] F. Sabatié, "Background subtraction",  
**E154 Technical Note 45, (October 10, 1996)**
- [SCHÄFER] A. Schäfer, "The nucleon spin structure in the Skyrme model and other effective models", **Talk given at the "Workshop on the prospects of spin Physics at HERA", DESY-Zeuthen, August 28-31, 1995**
- [SCHOTT] "Optische Gläser für Cerenkov-Zähler",  
**SCHOTT Gruppe, Mainz, Deutschland**
- [SCHULTZ1] D. Schultz et al., "The high peak current polarized electron source of the Stanford Linear Collider", **SLAC-PUB-6275 (1993)**
- [SCHULTZ2] D. Schultz et al., "The polarized electron gun for the SLC",  
**SLAC-PUB-5768 (1993)**
- [SCOTT] G. Scott and H. Sturmer, "Magnetomechanical ratios for Fe-Co alloys",  
**Phys. Rev. 184, p. 490 (1969)**
- [SEGUINOT] J. Séguinot, "Les compteurs Cherenkov", **Compte-rendu de l'école Joliot-Curie de Physique nucléaire, Maubuisson, édité par M. Buenerd, p. 255 (1988)**
- [SMIRNOV] G. Smirnov, "On the universality of the  $x$  and  $A$  dependence of the EMC effect and its relation to parton distributions in nuclei",  
**Phys. Lett. B364, p. 87 (1995)**
- [SMITH] T. Smith, "A precision measurement of the neutron spin structure functions using a polarized  $^3\text{He}$  target",  
**Ph-D thesis, Michigan State University (1998)**
- [SOUDER] P. Souder and R. Holmes, "Preliminary proposal to build hodoscopes for the 2.75° spectrometer at Syracuse University", **(March 30, 1994)**  
*E-mail* : [souder@suhep.phy.syr.edu](mailto:souder@suhep.phy.syr.edu)
- [STALEY] F. Staley, "Time correction for the shower counter energy",  
**E154 Technical Note 19, (November 8, 1995)**
- [STERMAN] G. Sterman, "Handbook of perturbative QCD",  
**Rev. Mod. Phys., Vol. 67, No. 1 (1995)**
- [STUART1] L. Stuart, **E154 collaboration meeting, p. 131 (January 5<sup>th</sup>, 1996)**
- [STUART2] L. Stuart, **Communication privée**, *E-mail* : [stuart@slac.stanford.edu](mailto:stuart@slac.stanford.edu)



- [SUFFERT] M. Suffert, "Nouveaux scintillateurs et techniques associées", **Compte-rendu de l'école Joliot-Curie de Physique nucléaire, Maubuisson, édité par M. Buenerd, p. 255 (1988)**
- [SWARTZ] M. Swartz et al., "Observation of target electron momentum effects in single-arm Moeller polarimetry", **SLAC-PUB-6467 (1994)**
- [TROSHIN] S. Troshin and N. Tyurin, "Issues of spin Physics at RHIC", **hep-ph/9611403**
- [VOGELSANG] W. Vogelsang, "A rederivation of the spin-dependent next-to-leading order splitting functions", **Phys. Rev. D54, p. 2023 (1996)**
- [WAGSHUL] M. Wagshul and T. Chupp, "Laser optical pumping of high-density Rb in polarized  $^3\text{He}$  targets", **Phys. Rev. A 49, p. 3854 (1994)**
- [WALKER] T. Walker, "Estimation of spin-exchange parameters for alkali-metal-noble-gas pairs", **Phys. Rev. A40, p. 4959 (1989)**
- [WANDZURA] S. Wandzura and F. Wilczek, "Sum rules for spin dependent electroproduction : test of relativistic constituent quarks", **Phys. Lett. B72, p. 195 (1977)**
- [WANG] J. Wang, **Ph-D thesis, Syracuse University, non publiée**  
*E-mail : xjwang@slac.stanford.edu*
- [WHITLOW] L. Whitlow, "Deep inelastic structure functions from electron scattering on hydrogen, deuterium and iron at  $0.6 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 30 \text{ GeV}^2$ ", **SLAC-Report-357 (March 1990)**
- [WIGMANS] R. Wigmans, "Principes et techniques de calorimétrie", **Compte-rendu de l'école Joliot-Curie de Physique nucléaire, Maubuisson, édité par M. Buenerd, p. 163 (1988)**
- [WILSON] K. Wilson, "Non lagragian models of current algebra", **Phys. Rev. 179, p. 1499 (1969)**
- [WINDMOLDERS] R. Windmolders, "The spin-dependent structure functions of the nucleon", **Int. Jour. Mod. Phys. A, Vol. 7, No. 4, p. 639 (1992)**
- [WITTE] K. Witte, "A reliable low-maintenance flashlamp-pumped Ti::sapphire laser operating at 120 pps", **SLAC-PUB-6443 (1994)**
- [WOLFRAM] S. Wolfram, "Computer software in science and mathematics", **Scientific American, p. 140**
- [WOODGATE] G. Woodgate, "Elementary atomic structure", **Oxford University Press (1989)**
- [WOODS1] M. Woods, "Polarization at SLAC", **SLAC-PUB-6694 (1995)**
- [WOODS2] M. Woods et al., "Polarized light sources for photocathode electron guns at SLAC", **SLAC-PUB-5965 (1992)**
- [WOODS3] M. Woods, "The polarized electron beam for the SLAC linear collider", **SLAC-PUB-7320 (1996)**
- [YOUNG1] C. Young, "E154 Cherenkov counters",

**Communication privée (May 23, 1995), E-mail : [young@slac.stanford.edu](mailto:young@slac.stanford.edu)**

- [YOUNG2] C. Young, "Polarization bits",  
**E154 Technical Note 35, (June 11, 1996)**
- [YUAN1] L. Yuan and C. Wu, "Nuclear Physics", **Methods of experimental Physics, Academic Press, Vol. 5, Part B, p. 235 (1963)**. Collection disponible à l'INFN de Turin, Italie
- [YUAN2] L. Yuan and C. Wu, "Nuclear Physics", **Methods of experimental Physics, Academic Press, Vol. 5, Part B, p. 215 (1963)**
- [ZIJLSTRA] E. Zijlstra and W. Van Neerven, "Order- $\alpha_s^2$  corrections to the polarized structure function  $g_1(x, Q^2)$ ", **Nucl. Phys. B417, p. 61 (1994)**
- [ZYLA1] P. Zyla, "Note on Cherenkov detectors",  
**E154 Technical Note 24, (November 3, 1995)**
- [ZYLA2] P. Zyla et T. Averett, "E154 dilution factor",  
**E154 Technical Note 43, (September 25, 1996)**
- [ZYLA3] P. Zyla, "Study of rate dependence",  
**E154 collaboration meeting, p. 73 (May 17, 1996)**

## RÉSUMÉ

Cette thèse décrit la mesure précise de la fonction de structure polarisée  $g_1^n$  du neutron menée par la collaboration E154 à l'automne 1995 auprès de l'accélérateur linéaire de Stanford aux Etats-Unis, par diffusion profondément inélastique inclusive d'un faisceau d'électrons polarisé de 48.3 GeV sur une cible d'Hélium 3 polarisée. Les électrons diffusés ont été détectés par deux spectromètres permettant de couvrir le domaine cinématique en  $x$  Bjorken :  $0.014 < x < 0.7$  et en quadransfert carré :  $1 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 17 \text{ GeV}^2$  à une valeur moyenne  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Deux calorimètres électromagnétiques pris en charge par le LPC de Clermont-Ferrand et le SphN du CEA-Saclay ont été utilisés pour déterminer l'énergie des électrons diffusés et pour rejeter le bruit de fond hadronique. Pour cela, nous avons développé un automate cellulaire et un réseau de neurones, largement décrits dans ce manuscrit. L'analyse de la mesure de la fonction de structure  $g_1^n$  menée à Clermont-Fd et exposée dans ce manuscrit nous a conduit à l'intégrale sur la région mesurée :

$$\int_{x=0.0135}^{0.7} g_1^n(x) dx = -0.03 \pm 0.003_{\text{STAT}} \pm 0.004_{\text{SYST}} \pm 0.001_{\text{EVOL}} \quad \text{à } Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$$

où nous avons fait évoluer nos mesures vers  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  à l'aide des équations d'évolution DGLAP à l'ordre sous-dominant en utilisant une paramétrisation mondiale des distributions de partons polarisées. La règle de somme d'Ellis et Jaffe sur le neutron est clairement violée par nos mesures. Pour les différents extrapolations envisagées à bas  $x$ , notre intégrale est compatible avec la règle de somme de Bjorken. Nous avons estimé la contribution du spin des quarks au spin du nucléon à  $\Delta\Sigma = 29 \pm 6 \%$  dans le schéma  $\overline{MS}$  et à  $\Delta\Sigma = 37 \pm 7 \%$  dans le schéma AB, à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . La contribution du spin des gluons au spin du nucléon semble positive et comprise entre 0 et 2 à cette échelle.

## MOTS-CLÉ

Automate cellulaire / Bjorken / calorimètres électromagnétiques / Ellis et Jaffe / Hélium 3 polarisé / diffusion profondément inélastique polarisée / distributions de partons polarisées / évolution DGLAP / fonctions de structure polarisées / ordre sous-dominant / réseau de neurones / spin du nucléon

## ABSTRACT

This thesis presents the precision measurement of the neutron polarized structure  $g_1^n$  performed by the E154 collaboration at the Stanford Linear Accelerator Center, USA, in autumn 1995, using a 48.3 GeV polarized electron beam scattered off a polarized Helium 3 target. The scattered electrons were detected using two spectrometer arms, covering the deep inelastic scattering range :  $0.014 < x < 0.7$  and  $1 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 17 \text{ GeV}^2$  at an average value of  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Two electromagnetic calorimeters have been designed by the LPC in Clermont-Ferrand and the SphN-CEA in Saclay to measure the scattered electron energy and to reject the contaminating hadron background, using a cellular automaton and a neural network, widely described in this thesis. The analysis performed in Clermont-Fd and presented in this document led us to the integral on the measured region :

$$\int_{x=0.0135}^{0.7} g_1^n(x) dx = -0.03 \pm 0.003_{\text{STAT}} \pm 0.004_{\text{SYST}} \pm 0.001_{\text{EVOL}} \quad \text{at } Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$$

where our data have been evolved to  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  using the next-to-leading order DGLAP evolution equations and a world parametrization of the polarized parton distributions. The Ellis and Jaffe sum rule is clearly violated. Using different low  $x$  extrapolations, our integral is compatible with the Bjorken sum rule. The quark contribution to the nucleon spin is  $\Delta\Sigma = 29 \pm 6 \%$  in the  $\overline{MS}$  scheme and  $\Delta\Sigma = 37 \pm 7 \%$  in the AB scheme, at  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . The gluon contribution seems to be positive and within the range :  $0 < \Delta G < 2$ .

## KEYWORDS

Bjorken / cellular automaton / DGLAP evolution / electromagnetic calorimeter / Ellis Jaffe / neural network / next-to-leading order / nucleon spin / polarized deep inelastic scattering / polarized Helium 3 / polarized parton distributions / polarized structure functions